



Titre: Développement d'outils pour l'étude de la distribution du courant critique dans des rubans supraconducteurs de type ReBCO
Title:

Auteur: Olivier Lavergne
Author:

Date: 2021

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Lavergne, O. (2021). Développement d'outils pour l'étude de la distribution du courant critique dans des rubans supraconducteurs de type ReBCO [Master's thesis, Polytechnique Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/9963/>
Citation:

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/9963/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Frédéric Sirois, & Yves-Alain Peter
Advisors:

Programme: Génie physique
Program:

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

**Développement d'outils pour l'étude de la distribution du courant critique dans
des rubans supraconducteurs de type ReBCO**

OLIVIER LAVERGNE

Département de génie électrique

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*
Génie physique

Décembre 2021

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

**Développement d'outils pour l'étude de la distribution du courant critique dans
des rubans supraconducteurs de type ReBCO**

présenté par **Olivier LAVERGNE**

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

David MÉNARD, président

Frédéric SIROIS, membre et directeur de recherche

Yves-Alain PETER, membre et codirecteur de recherche

Marc LAFOREST, membre

DÉDICACE

À mes parents, Lucie, Sylvain, ainsi que toute ma famille pour leur soutien. Merci à mes amis qui m'aident à passer au travers des moments difficiles.

REMERCIEMENTS

Plusieurs remerciements sont de mise, car ce travail n'aurait pas été possible sans l'aide de diverses personnes. Tout d'abord, je tiens à remercier mon directeur de maîtrise Frédéric Sirois pour sa patience et ses nombreux conseils. Par la suite, je tiens à remercier Christian Lacroix pour son expérience et son implication dans le côté expérimental du projet. Une mention spéciale pour Christian qui m'a aussi accompagné tout au long de mon stage. Je tiens à remercier Lucile Moret pour ses conseils en électronique et sa présence au laboratoire. Je tiens à remercier tous mes collègues de bureau Yan Chevalier Saint-Jean, Simon Richard, Alexandre Arsenault, Mathieu Masse, Amanda Hébert, Jonathan Bellemare, Jean-Hugues Fournier Lupien et Bruno de Sousa pour l'ambiance décontracté et les discussions constructives. Je voudrais aussi remercier l'équipe de techniciens de génie électrique, notamment David Fecteau et Maxime Thibault, pour leur aide avec le machinage de pièces et le design de circuits imprimés. De plus, je voulais remercier Philippe Alexandre et Kevin Ratelle pour leur aide sur le développement du modèle par éléments finis. Finalement, je tiens aussi à remercier Thomas Leduc et Jael Giguère pour leur aide dans la prise de mesure alors qu'ils étaient stagiaires.

RÉSUMÉ

Les limiteurs de courants supraconducteurs de type résistif (rSFCLs) sont des dispositifs prometteurs pour les *Second Generation (2G) High Temperature Superconductors (HTS) Coated Conductors* (CCs). Le comportement intrinsèque des supraconducteurs est favorable pour ce genre d'application puisqu'il est possible d'utiliser la transition de l'état supraconducteur vers un état hautement résistif électriquement, communément appelé le *quench*. Le limiteur de courant serait donc idéal en opération normale puisqu'il n'ajouterait pas d'impédance au réseau. De plus, le limiteur de courant ne nécessite pas de contrôle externe pour fonctionner, celui-ci étant passif. L'architecture de base du CC assure que le courant transfère vers les couches stabilisatrices qui enrobent le supraconducteur lorsqu'il y a un court-circuit sur le réseau.

Le rSFCL est extrêmement non-linéaire et il y a un fort couplage entre les parties thermique et électrique du dispositif. Une modification légère au niveau de l'architecture du ruban peut grandement modifier la réaction du limiteur de courant lors d'un court-circuit parce qu'il faut considérer la masse thermique, la conductivité électrique lors du quench ainsi que la conductivité thermique, tout cela dans un système évoluant dans le temps. Il est nécessaire d'avoir des outils permettant de simuler et tester l'architecture sélectionnée avant de l'implémenter dans des réseaux électriques à grande échelle. De plus, d'autres variables complexifiant le problème s'ajoutent lors de la fabrication des rubans. Malgré les efforts des producteurs, il reste des irrégularités locales au niveau du courant critique pouvant circuler dans le rSFCL. Selon l'amplitude du courant de défaut sur le réseau électrique, cela rend possible l'apparition de points chauds. Finalement, il faut aussi traiter l'interface entre les couches, qui peut autant être un oxyde natif ou un matériau déposé. La présence d'une interface résistive a été démontrée favorable pour accélérer la propagation de la chaleur dans les rSFCLs, ce qui permet de minimiser l'impact des points chauds sur le dispositif.

Les rSFCLs doivent être en mesure de fonctionner sous diverses conditions du réseau électrique. Il peut s'agir d'un sursaut de courant aussi bien qu'un court-circuit complet. L'amplitude ainsi que la durée de l'incident peuvent faire varier la réaction du limiteur de courant. Les types de quenches se divisent en deux catégories. Il y a d'abord le quench non-homogène, qui apparaît lorsque le sursaut de courant n'est pas suffisant pour affecter le ruban complet. Il y a alors création de divers points chauds. L'autre catégorie est le quench uniforme, qui se

produit lorsque le courant est suffisamment élevé pour affecter le ruban complet. Les deux types de quenches doivent être étudiés parce qu'ils peuvent tous les deux détruire le ruban sous certaines conditions. Le limiteur de courant doit être dimensionné dans le but de dissiper assez rapidement la chaleur des points chauds pour que ceux-ci ne puissent pas causer de dégâts irréversibles au limiteur de courant. Il faut aussi avoir une masse thermique suffisante lors d'un quench uniforme pour laisser le temps à un disjoncteur du réseau électrique d'interrompre le court-circuit.

Ce mémoire se divise en deux volets complètement différents ayant le même objectif primaire : combler le manque d'outils permettant d'étudier les 2G HTS CCs comme limiteurs de courant. Le premier outil est un modèle d'éléments finis (FEM) en deux dimensions (2D) développé en C++. Le modèle a été conçu dans le but de pouvoir être intégré dans un simulateur de réseau électrique comme EMTP-RV. Ces simulateurs de réseaux électriques sont déjà spécialisés et ils peuvent reproduire des situations réalistes dans un régime transitoire ayant plusieurs dispositifs interagissant avec le réseau. Le second outil est une source de tension expérimentale permettant de tester de nouvelles architectures de rubans dans des tests à petite échelle.

Les définitions mathématiques permettant de définir le modèle sont élaborées ainsi que l'algorithme utilisé pour la résolution du problème. Suite à l'implémentation, le modèle de simulation maison est étudié selon un niveau de complexité grandissante pour démontrer son fonctionnement malgré les différences avec l'outil commercial COMSOL Multiphysics, disponible pour faire des simulations semblables. Les points à améliorer, tels que les étapes nécessaires à l'implémentation dans un simulateur de réseau électrique et les difficultés au niveau des performances, sont aussi détaillés.

Pour ce qui est du deuxième volet, le processus de conception de la source de tension expérimentale est détaillé, du prototypage jusqu'au résultat final. Le procédurier permettant d'utiliser la source est développé. Finalement, des tests sur deux architectures différentes de rSFCLs sont présentés.

ABSTRACT

Resistive superconducting current limiters (rSFCLs) are promising devices for Second Generation (2G) High Temperature Superconductors (HTS) Coated Conductors (CCs). The intrinsic behavior of superconductors is favorable for this kind of application since it is possible to use the transition from the superconducting state to a highly electrically resistive state, commonly called the quench. The current limiter would therefore be ideal in normal operation since it would not add impedance to the network. In addition, the current limiter does not require an external control to operate, it is passive. The basic CC architecture ensures that current transfers to the stabilizing layers that surround the superconductor when there is a short circuit on the network.

The rSFCL is extremely non-linear and there is a strong coupling between the thermal and electrical parts of the device. A slight modification in the architecture of the tape can greatly modify the reaction of the current limiter during a short-circuit because it is necessary to consider the thermal mass, the electrical conductivity during the quenching as well as the thermal conductivity, all that in a system evolving over time. It is necessary to have tools allowing to simulate and test the selected architecture before implementing it in large-scale electricals networks. In addition, other variables complicating the problem are added when the tapes are manufactured. Despite the efforts from the producers, there are still local irregularities in the current that can circulate in the rSFCL. Depending on the magnitude of the fault, this makes the appearance of hot spots possible, regions that will quench before the rest of the tape. Finally, it is also necessary to deal with the interface between the layers, which can either be a native oxide or a deposited material. The presence of a resistive interface has been shown to be favorable for accelerating the propagation of heat in rSFCLs, which is used to minimize the effect of hot spots on the device.

RFSCls must be able to operate under various power grid conditions. It can be a current surge as well as a complete short circuit. The magnitude as well as the duration of time of the incident can vary the reaction of the current limiter. The types of quench fall into two categories. First there is the inhomogeneous quench which appears when the current surge is not sufficient to affect the complete tape where there are various hot spots. The other category is uniform quenching which occurs when the current is high enough to affect the entire tape all at once. Both types of quench should be investigated because they can both

destroy the tape under the right conditions. The current limiter must be sized in order to dissipate heat quickly enough from hot spots so that they cannot cause irreversible damage and to reduce the current enough for the cooling system to prevail during an homogeneous quench.

This thesis is divided into two completely different parts having the same primary objective: to fill the lack of tools allowing to study 2G HTS CCs as current limiter. The first tool is a two-dimensional (2D) finite element model (FEM) developed in C++. The model was designed with the aim of being able to be integrated into a power grid simulator such as EMTP-RV. These electrical network simulators are already specialized and they can reproduce realistic situations in a transient regime having several devices interacting with the network. The second tool is an experimental voltage source for testing new tapes architectures in small-scale tests.

The mathematical definitions making it possible to define the model are worked out as well as the algorithm used for the resolution of the problem. Following the implementation, the in-house simulation model is studied according to an increasing level of complexity to demonstrate its operation despite the differences with the commercial COMSOL multiphysics tool available to make similar simulations. Points for improvement such as steps necessary for full implementation in a power grid simulator and performance improvements are also detailed.

Regarding the second part, the design process of the experimental voltage source is detailed from prototyping to the final result. The procedure for using the source is developed. Finally, tests on two different architectures of rSFCLs are presented.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iii
REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	vii
TABLE DES MATIÈRES	ix
LISTE DES TABLEAUX	xii
LISTE DES FIGURES	xiii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	xvii
LISTE DES ANNEXES	xxi
CHAPITRE 1 INTRODUCTION ET REVUE DE LITTÉRATURE	1
1.1 La supraconductivité	2
1.1.1 Théorie	2
1.1.2 Types de supraconductivité	2
1.1.3 Caractéristique E-J	3
1.2 Architectures des fils supraconducteurs	5
1.2.1 2G HTS CC	5
1.3 Limiteur de courant	6
1.3.1 Limiteur de courant supraconducteur	6
1.3.2 Quantités d'intérêts pour bases comparatives	7
1.4 Modélisation	9
1.5 Méthode d'éléments finis	10
1.6 Problématique	12
1.6.1 Types de quench	13
1.6.2 Limiteurs de courant : projets passés	14
CHAPITRE 2 Modélisation d'un limiteur courant	16
2.1 Simulation par la méthode des éléments finis	16

2.2	Formulation forte	17
2.2.1	Problème en potentiel électrique	18
2.2.2	Problème en température	19
2.3	Formulation faible	20
2.3.1	Problème en potentiel	20
2.3.2	Problème en température	27
2.3.3	Dérivées de la conductivité électrique	32
2.4	Degrés de liberté	33
2.4.1	Interface résistive électrique	36
2.5	Intégration numérique	36
2.6	Méthode Ritz	38
2.6.1	Conditionnement des matrices	39
2.7	Validation du modèle	41
2.7.1	Solution stationnaire	41
2.7.2	Solution stationnaire linéaire	41
2.7.3	Solution du problème en potentiel électrique à température fixe . . .	43
2.7.4	Profilage des performances	47
2.8	Analyse de convergence	48
2.8.1	Analyse de convergence temporelle	50
2.8.2	Analyse de convergence dimensionnelle	51
2.9	Éléments à améliorer	53
2.9.1	Maillage adaptatif	53
2.9.2	Couplage avec EMTP-RV	54
2.10	Conclusion	55
CHAPITRE 3	Source de tension expérimentale	56
3.1	Objectif expérimental	56
3.2	Prototypage	57
3.2.1	Preuve de concept	60
3.2.2	Protection contre les surtensions	62
3.2.3	Tests à pleine échelle	68
3.2.4	Mesure du courant	71
3.3	Tests sur des rubans supraconducteurs	74
3.3.1	Procédure de mesure des rubans supraconducteurs	74
3.3.2	Ruban supraconducteur sans shunt	76
3.3.3	Ruban supraconducteur avec shunt	81

3.3.4 Conclusion	85
CHAPITRE 4 CONCLUSION	86
4.1 Synthèse des travaux	86
4.2 Limitations de la solution proposée	86
4.3 Améliorations futures	87
RÉFÉRENCES	88
ANNEXES	91

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1: Dimensions et propriétés typiques d'un ruban Theva.	15
Tableau 2.1: Quadrature de Gauss à cinq noeuds.	37
Tableau 2.2: Température aux noeuds d'un système à trois éléments pour un problème stationnaire linéaire selon leurs positions.	43
Tableau 2.3: Distribution du temps processeur en arborescence pour les fonctions d'intérêts lors d'une itération de Newton.	48
Tableau 2.4: Géométrie et propriétés du ruban d'argent pour déterminer les taux de convergence du problème linéaire.	49
Tableau 2.5: Paramètres pour l'analyse de convergence temporelle.	50
Tableau 2.6: Paramètres pour l'analyse de convergence temporelle.	52
Tableau 3.1: Pièces utilisées lors de la preuve de concept.	60
Tableau 3.2: Effet des diodes sur la surtension.	67
Tableau 3.3: Pièces utilisées dans le montage final.	70
Tableau 3.4: Résumé des mesures électriques effectuées sur le ruban FG-CNRS-022-1. Le courant critique I_c du ruban est déterminé avec un critère de $80 \mu\text{V}/\text{cm}$. La résistance permet d'estimer la température à la fin du pulse dans la zone 1-2. Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.	79
Tableau 3.5: Résumé des mesures électriques effectuées sur le ruban FG-EPM-015-1. Le courant critique I_c du ruban est déterminé avec un critère de $80 \mu\text{V}/\text{cm}$. Le champ électrique global détermine les performances en tant que limiteur de courant. La résistance permet d'estimer la température à la fin du pulse dans la zone 2-3. Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.	83
Tableau B.1: Paramètres de compilateur Intel(R) Visual Fortran Compiler 18.0.3.210.	99

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1:	Caractéristique E-J typique d'un matériau réel en train plein. La courbe pointillée représente une approximation linéaire. Tiré de [1]. .	4
Figure 1.2:	Schéma de la coupe d'un 2G HTS CC avec stabilisateur en argent, le schéma n'est pas à l'échelle. Tiré de [2].	5
Figure 1.3:	Coupe transversale d'un ruban supraconducteur lors du transfert de courant dans une région normale. Tiré de [3].	8
Figure 1.4:	Génération de chaleur dans les architectures les plus prometteuses pour la fabrication d'un limiteur de courant supraconducteur résistif. Dans l'image de droite, une interface grandement résistive est insérée entre le supraconducteur et la couche stabilisatrice dans la partie centrale du ruban. Le courant est alors forcé à passer par les côtés pour transférer dans la couche stabilisatrice. Tiré de [4].	9
Figure 1.5:	Équations différentielles et conditions frontières typiques pour V_2 . La méthode se généralise à plus de deux couches. Tiré de [5]	12
Figure 1.6:	Équations différentielles et conditions frontières typiques pour T_2 . La méthode se généralise à plus de deux couches. Tiré de [5].	12
Figure 1.7:	Configuration du limiteur de courant ECCOFLOW. Tiré de [6]. . . .	14
Figure 2.1:	Schéma de l'interface résistive entre deux éléments A et B. Les points 1 et 2 sont des noeuds de calcul.	25
Figure 2.2:	Élément quadrangulaire à neuf noeuds. Tiré de [7].	34
Figure 2.3:	Élément de référence à six noeuds pour des fonctions de base linéaires en ξ et quadratiques en η	35
Figure 2.4:	Schéma du problème électrique dans un mince ruban d'argent. . . .	44
Figure 2.5:	Conductivité électrique selon la température imposée le long d'un ruban d'argent.	44
Figure 2.6:	Solution du potentiel électrique entre le modèle maison et divers modèles COMSOL Multiphysics.	45
Figure 2.7:	Distribution du courant dans les éléments pour le modèle maison et divers modèles COMSOL Multiphysics.	46
Figure 2.8:	Échauffement par effet Joule au milieu d'un ruban d'argent dans lequel circule 25 A avec deux méthodes différentes pour un problème linéaire.	49
Figure 2.9:	Analyse de convergence temporelle d'un ruban d'argent soumis à 25 A.	51

Figure 2.10: Analyse de convergence dimensionnelle d'un ruban d'argent soumis à 25 A.	52
Figure 2.11: Cas de raffinement permis. L'élément vert doit être raffiné avec un degré de raffinement de 2 dans cet exemple.	53
Figure 3.1: Schéma électrique de la source de tension pulsée développée dans le cadre de cette maîtrise. Les fils se croisant sans noeud ne se touchent pas.	58
Figure 3.2: Courbe d'opération d'un MOSFET IXFN520N075T2-ND selon la durée de l'actionnement.	59
Figure 3.3: Vue d'ensemble du montage expérimental lors du prototypage. . . .	60
Figure 3.4: Pulse de 10 μs dans une résistance de 1 Ω lors de la preuve de concept lorsque l'amplificateur fournit suffisamment de courant (1, jaune) : Échantillon, (2, vert) : Alimentation, (3, violet) : Commande, (4, magenta) : Signal aux grilles.	61
Figure 3.5: Boîte machinée contenant les pièces électroniques de la source de tension expérimentale.	62
Figure 3.6: Schéma électrique du contrôle bidirectionnel des grilles.	63
Figure 3.7: Effet sur le temps d'arrêt des pulses avec un système de grille bidirectionnel pour diverses résistances et courant d'opération.	64
Figure 3.8: Association du schéma électrique d'un IGBT avec sa disposition physique.	65
Figure 3.9: Courbe d'opération d'un IGBT VS-GT180DA120 selon la durée d'actionnement.	66
Figure 3.10: Mesure du courant dans un shunt de 1 m Ω (Résistance sur le bureau de la figure 3.3).	69
Figure 3.11: Pic inductif aux bornes des transistors (Mesure entre barres de cuivre de la figure 3.3).	70
Figure 3.12: Pulse de 15 ms mesuré dans un shunt de 1 m Ω et utilisé pour la calibration d'un senseur à effet Hall.	71
Figure 3.13: Début du pulse lors de la calibration du senseur à effet Hall.	72
Figure 3.14: Fin du pulse lors de la calibration du senseur à effet Hall.	73
Figure 3.15: Schéma du montage expérimental utilisant deux sources, soit l'une pour mesurer le courant critique, et l'autre pour procéder à des tests en limitation. L'impédance de la source de tension a été caractérisée expérimentalement. Tiré de [8].	75

Figure 3.16: Schéma du porte-échantillon utilisé pour mesurer la tension dans diverses parties du fil supraconducteur. Tiré de [8].	75
Figure 3.17: Résistance des rubans FG-CNRS-022 en fonction de la température.	77
Figure 3.18: Tensions aux contacts de courant lors des tests sur FG-CNRS-022-1. Figure de gauche : Tension entre le contact (+) et le point de mesure 1. Figure de droite : Tension entre le point de mesure 4 et le contact (-). Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.	77
Figure 3.19: Test en limitation sur l'échantillon FG-CNRS-022-1. Figure de gauche : Courant lors de l'expérience. Figure de droite : Champ électrique entre les points de mesure 1 et 4 durant les tests. Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.	78
Figure 3.20: Champ électrique dans chaque section du ruban FG-CNRS-022-1 lors des tests en limitation. Figure de gauche : Champ électrique entre les points de mesure 1 et 2. Figure du milieu : Champ électrique entre les points de mesure 2 et 3. Figure de droite : Champ électrique entre les points de mesure 3 et 4. Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.	79
Figure 3.21: Utilisation de cartographie de champ à effet Hall pour déterminer la distribution du courant critique après les tests.	80
Figure 3.22: Contacts de cuivre soudés au Ruban FG-EPM-015-1 avec shunt.	81
Figure 3.23: Résistance des rubans FG-EPM-015 en fonction de la température.	81
Figure 3.24: Tensions contacts de courant lors des tests sur FG-EPM-15-1. Figure de gauche : Tension entre le contact (+) et le point de mesure 1. Figure de droite : Tension entre le point de mesure 4 et le contact (-). Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.	82
Figure 3.25: Tests en limitation sur l'échantillon FG-EPM-015-1. Figure de gauche : Courant lors de l'expérience. Figure de droite : Champ électrique entre les points de mesure 1 et 4 durant les tests. Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.	84
Figure 3.26: Champ électrique dans chaque section du ruban FG-EPM-015-1 lors des tests en limitation. Figure de gauche : Champ électrique entre les points de mesure 1 et 2. Figure du milieu : Champ électrique entre les points de mesure 2 et 3. Figure de droite : Champ électrique entre les points de mesure 3 et 4. Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.	85
Figure C.1: Motif se répétant 15 fois sur le circuit imprimé.	100

Figure C.2: Circuit imprimé pour l'activation des transistors.	102
--	-----

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

Abréviations

1D	Une dimension
2D	Deux dimensions
2G	Deuxième génération
3D	Trois dimensions
AC	Courant alternatif
Ag	Argent
BCS	Bardeen, Cooper, Schrieffer
BJT	<i>Bipolar junction transistor</i> (Transistor bipolaire)
CC	<i>Coated conductor</i>
CFD	<i>Current flow diverter</i>
CTL	<i>Current transfer length</i> (Longueur de transfert de courant)
CNRS	Centre National de la Recherche Scientifique
DC	Courant continu
DLL	<i>Dynamic link library</i>
EMTP-RV	<i>Electromagnetic Transient Program-Restructured Version</i>
EPM	École polytechnique de Montréal
FEM	<i>Finite element method</i> (méthode des éléments finis)
IBAD	<i>Ion Beam Assisted Deposition</i>
IGBT	<i>Insulated gate bipolar transistor</i>
HTS	<i>High temperature superconductor</i> (Supraconducteur à haute température critique)
HVDC	<i>High Voltage Direct Current</i> (Haute tension à courant direct)
MOSFET	<i>Metal oxide semiconductor field effect transistor</i> (transistor à effet de champ à grille métal-oxide)
NZPV	<i>Normal zone propagation velocity</i> (Vitesse de propagation de la zone normale)
SFCL	<i>Superconducting Fault Current Limiter</i> (Limiteur de courant supraconducteur)
rSFCL	<i>resistive-type Superconducting Fault Current Limiter</i> (Limiteur de courant supraconducteur de type résistif)
SQUID	<i>Superconducting Quantum Interference Device</i>
RABiTS	<i>Rolling Assisted Biaxially Texted Substrates</i>

REBCO Composé de terre rare-baryum-cuivre-oxygène

Notations

α	Facteur de conditionnement
δU_V	Correction du problème électrique
δU_T	Correction du problème en température
Δt	Temps de l'itération de la méthode d'Euler implicite (s)
Δx	Taille des éléments en x (m)
Δz	Taille des éléments en z (m)
κ	Conductivité thermique (W/(m.K))
κ_{GL}	Paramètre de Ginzburg-Landau
λ	Distance de transfert (m)
λ_L	Longueur de pénétration de London (m)
Γ	Contour du domaine Ω
Ω	Domaine 2D
ρ	Résistivité électrique ($\Omega.m$)
ρ_{ff}	Résistivité en <i>flux flow</i> ($\Omega.m$)
ρ_m	Masse volumique (kg/m^3)
σ	Conductivité électrique ($1/(\Omega.m)$)
σ_n	Conductivité du supraconducteur à température ambiante ($1/(\Omega.m)$)
σ_{sc}	Conductivité électrique du supraconducteur ($1/(\Omega.m)$)
ξ_L	Longueur de cohérence (m)
ξ	Position normalisée dans un élément de référence en x
η	Position normalisée dans un élément de référence en z
ω	Fonction test
ω_k, ω_l	Poids des quadratures de Gauss en 2D
$A(T, \omega)$	Forme bilinéaire
\vec{E}	Vecteur du champ électrique (V/m)
$C(V, T, \omega)$	Terme contour du problème électrique
E	Amplitude du champ électrique (V/m)
E_0	Champ électrique critique (V/m)
E_{lim}	Champ électrique de limitation (V/m)
G	Matrice triangulaire supérieure
h	Coefficient de convection (W/(m ² .K))
H	Hauteur du ruban (m)
$H(T, \omega)$	Problème purement thermique sur le domaine Ω

H_c	Champ magnétique critique (A/m)
H_{c1}	Premier champ magnétique critique pour un supraconducteur de type II (A/m)
H_{c2}	Deuxième champ magnétique critique pour supraconducteur de type II (A/m)
H_{REBCO}	Hauteur de la couche supraconductrice (m)
H_{Ag}	Hauteur de la couche d'argent (m)
$H_{substrate}$	Hauteur de la couche d'Hastelloy (m)
$i(t)$	Courant imposé au temps t (A)
I	Courant (A)
I_c	Courant critique (A/m ²)
I_{shunt}	Courant circulant dans le shunt (A/m ²)
\vec{J}	Vecteur de densité de courant (A/m ²)
J	Amplitude la densité de courant (A/m ²)
J_C	Densité de courant critique (A/m ²)
J_{C0}	Densité de courant critique à T_0 (A/m ²)
J_z	Composante en z de J (A/m ²)
K	Matrice triangulaire inférieure
l	Largeur du ruban (m)
L	Longueur du ruban (m)
$L(\omega)$	Forme linéaire
$n(T)$	Exposant de la loi de puissance pour le modèle E-J
$N(V, T, \omega)$	Contour du problème thermique
P	Puissance dissipée (W)
$P(V, T)$	Expression du flux de courant au travers d'une paroi
Q	Source de chaleur (W) $Q(V, T, \omega)$ Expression de l'effet Joule sur le domaine Ω
R	Résistance électrique (Ω)
R_s	Résistance d'interface (Ω)
$R(V, T, \omega)$	Problème électrique sur le domaine Ω
t	Temps (s)
T	Température (K)
T_C	Température critique (K)
T_0	Température initiale (K)
v_{nz}	Vitesse de la zone normale (cm/s)
V	Potentiel électrique (V)

V_P	Tension du pic de surtension (V)
V_{cap}	Tension du supercondensateur (V)
V_{Tot}	Tension pour la condition frontière à gauche du ruban (V)

Constantes

Φ_0	Quanta de densité de flux magnétique ($h/2e$ Tm ²)
e	Charge élémentaire (1.60218E-19 C)
h	Constante de Planck (6.62607E-34 m ² kg/s)

LISTE DES ANNEXES

Annexe A	Fichiers en format XML pour l'importation des données	91
Annexe B	Échange d'informations entre C++ et FORTRAN	99
Annexe C	Circuit imprimé pour la source de tension expérimentale	100

CHAPITRE 1 INTRODUCTION ET REVUE DE LITTÉRATURE

L'augmentation constante de la consommation d'électricité accroît le stress sur les réseaux. De plus, la diversification des sources d'électricité avec l'ajout périodique d'énergie renouvelable entraîne des instabilités dans la production. Cette combinaison force les gestionnaires de réseaux à chercher de nouvelles solutions pour assurer la stabilité des infrastructures et avoir un réseau plus intelligent.

Onnes a découvert la supraconductivité en 1911 lors de ses travaux sur la liquéfaction de l'hélium [9] (4,2K) en faisant des mesures sur le mercure. Les premières applications envisagées furent des électro-aimants plus performants (ou tout ce qui possède une bobine), dû à la résistivité nulle du matériau. Des applications plus spécifiques au matériau existent telles que des magnétomètres basés sur les *Superconducting Quantum Interference Device* (SQUIDS) [10]. La supraconductivité peut aussi être utilisée dans la conception de limiteur de courants supraconducteurs qui seront l'application d'intérêt pour cette thèse. Les réseaux électriques se complexifient avec l'ajout d'énergies renouvelables qui opèrent en courant continu, les dispositifs existants ne permettent pas de couvrir toute la plage d'opération et il devient avantageux d'utiliser des limiteurs de courant supraconducteurs (description à venir).

Certaines études ont déjà démontré la viabilité économique de ce dispositif [11], mais il manque encore des outils de conception. L'amélioration des limiteurs de courant se fait principalement par un processus itératif. Le but de ce mémoire est de mettre en place les outils de simulation et de caractérisation permettant d'implémenter un limiteur de courant supraconducteur résistif dans un simulateur transitoire de réseaux électriques. Ce limiteur sera composé de *Second generation high temperature superconductor coated conductors* (2G HTS CC), plus communément appelé fils REBCO (Composé de terre rare-baryum-cuivre-oxygène). Ces réponses électrique et thermique du ruban seront simulées par la méthode des éléments finis (FEM) avant d'être implémentées dans le simulateur de réseaux. Une approche expérimentale pour tester les limiteurs de courant sera aussi proposée.

Ce mémoire comporte quatre chapitres. Le premier est l'introduction, qui expose les problématiques ainsi que les bases théoriques. Le second présente la démarche utilisée pour les formulations dans le modèle par éléments finis, réalisé en C++ avec un code maison. Il décrit aussi le moyen de communication entre ce modèle et le simulateur de réseaux électriques EMTP-RV. Le troisième chapitre explique le montage expérimental utilisé pour valider le modèle. Finalement, le dernier chapitre est une conclusion qui présente les travaux futurs possibles à l'aide de ces outils.

1.1 La supraconductivité

1.1.1 Théorie

La théorie décrivant le mieux la supraconductivité fut élaborée par Bardeen, Cooper et Schrieffer (BCS) [12] en 1957 et leur permit d'obtenir un prix Nobel de physique en 1972 [13]. La théorie fait appel aux paires de Cooper, des électrons couplés dont les quantités de mouvement sont de mêmes amplitudes, mais de signes opposés, ce qui confère aux paires les propriétés d'un boson. Cette interaction entre les électrons explique la résistivité nulle du supraconducteur. Ce phénomène est aussi accompagné d'une expulsion du champ magnétique, l'effet Meissner, qui différencie un supraconducteur d'un conducteur parfait. Un supraconducteur est donc un parfait conducteur et un parfait diamagnétique. Ces propriétés n'apparaissent qu'en dessous d'une certaine température critique, notée T_c , sans quoi le matériau devient ohmique. La théorie ne sera pas élaborée davantage, mais de bonnes références sont Kittel [14] pour des notions de physique des solides ainsi que Thinkham [10] pour plus d'information sur la théorie quantique BCS et les applications possibles des supraconducteurs.

1.1.2 Types de supraconductivité

Les types de supraconducteurs sont divisés arbitrairement par deux paramètres provenant de la théorie de Ginzburg-Landau [15]. Le premier, la longueur de cohérence ξ_L représente le rayon d'interaction entre les paires de Cooper. Le second λ_L , la longueur de pénétration de London est reliée à la taille d'un vortex. Le rapport entre ces deux longueurs donne le paramètre de Ginzburg-Landau

$$\kappa_{GL} = \frac{\xi_L(T)}{\lambda_L(T)}. \quad (1.1)$$

Bien que les deux valeurs dépendent de la température, le critère reste relativement constant puisque les dépendances sont similaires. Cette valeur permet de déterminer quel type de supraconducteur se présente à nous. Lorsque la valeur est inférieure à $1/\sqrt{2}$, il s'agit d'un supraconducteur de type I. Ces supraconducteurs présentent une transition brusque de l'état supraconducteur à l'état normal. De plus, leur courant critique est typiquement plus faible que les supraconducteurs de type II. Cette combinaison en fait un matériau non optimal pour la fabrication de limiteur de courant et ce type ne sera pas étudié davantage dans cette thèse.

Les supraconducteurs sont de type II lorsque le paramètre de Ginzburg-Landau est supérieur à $1/\sqrt{2}$. Les supraconducteurs de type II présentent un état mixte dans lequel ils deviennent

partiellement conducteurs. Les supraconducteurs possèdent donc deux champs magnétiques critiques définis comme H_{C1} et H_{C2} . Lorsque le champ magnétique est inférieur à H_{C1} , il n'y a aucune résistivité et aucun champ magnétique à l'intérieur du matériau. L'effet Meissner est encore respecté par le matériau comme dans un supraconducteur de type I. Lorsque le champ H_{C1} est dépassé, mais encore inférieur à H_{C2} , le matériau se situe dans l'état mixte. Il devient favorable pour le matériau de créer des zones où le champ magnétique pénètre le matériau. Une boucle de courant se forme dans la région supraconductrice afin d'écranter le champ magnétique formant ce qu'on appelle un vortex. Cet état se nomme l'état mixte parce que l'effet Meissner est respecté partout sauf à l'intérieur de ces vortex. Chaque vortex contient une unité de flux magnétique $\Phi_0 = h/2e$, où h est la constante de Planck et e la charge élémentaire. Un arrangement de vortex plus ou moins dense se développe selon l'intensité du champ magnétique au sein du matériau. Les vortex forment un motif régulier par répulsion entre eux. En présence d'un courant circulant dans une direction, les vortex subissent une force de Lorentz. Cette force perpendiculaire au courant pousse les vortex à une extrémité du ruban où ils disparaissent pour que de nouveaux vortex se forment à l'autre extrémité par conservation de flux. Comme un champ magnétique en mouvement génère un champ électrique, il y a apparition d'une résistance de fluage (*flux-flow*). Ces vortex peuvent cependant s'ancrer dans les défauts cristallins du matériau comme des dislocations et des joints de grain. La force d'ancrage des divers défauts varie par leur nature.

1.1.3 Caractéristique E-J

Aucune expression analytique ne peut décrire complètement la caractéristique E-J d'un supraconducteur à haute température critique. Il faut donc utiliser des modèles empiriques pour la décrire. L'expression la plus simple est un modèle linéaire appelé le modèle de fluage, illustré en pointillés dans la figure 1.1, où ρ_{ff} représente la résistivité de fluage, i.e.

$$E = \rho_{ff}(J - J_c). \quad (1.2)$$

Bien qu'il s'agisse d'un bon point de départ, cette expression n'est pas suffisante pour décrire la transition entre l'état supraconducteur et normal. Les raisons à ceci dépassent largement le cadre de ce mémoire. La caractéristique E-J est donc généralement décrite par un modèle empirique en loi de puissance (*power law*) qui représente suffisamment bien la transition de l'état Meissner pure vers le régime de fluage par le trait plein dans la figure 1.1 [1, 16]. Ce modèle sera celui utilisé pour décrire la conductivité du supraconducteur lors des

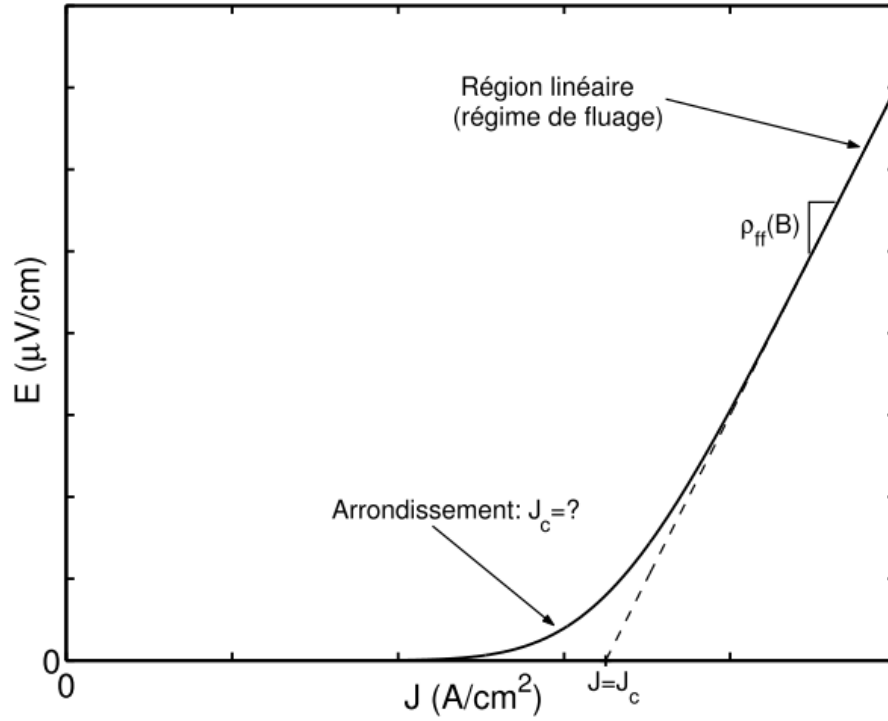


Figure 1.1 Caractéristique E-J typique d'un matériau réel en train plein. La courbe pointillée représente une approximation linéaire. Tiré de [1].

modélisations numériques selon les équations suivantes :

$$\sigma = \frac{J_c(T)}{E_0} \left(\frac{||E||}{E_0} \right)^{\frac{1-n(T)}{n(T)}}, \quad (1.3)$$

$$J_c(T) = \begin{cases} J_{c0} \left(\frac{T_c - T}{T_c - T_0} \right) & T < T_c \\ 0 & T > T_c \end{cases}, \quad (1.4)$$

$$n(T) = \begin{cases} (n_0 - 1) \left(\frac{T_c - T}{T_c - T_0} \right)^{1/4} + 1 & T < T_c \\ 1 & T > T_c \end{cases}. \quad (1.5)$$

La valeur E_0 est le critère de champ électrique utilisé pour déterminer le courant critique et n_0 est un paramètre permettant d'ajuster la courbe. La formule prend en compte la dépendance en température de la densité de courant critique avec J_{c0} , la densité de courant critique à la température T_0 .

1.2 Architectures des fils supraconducteurs

Il existe plusieurs familles de supraconducteurs qui ont été découvertes au fil du temps. Les matériaux considérés dans ce mémoire sont l'YBaCuO et le GDBaCuO qui font partie de la famille des cuprates. Ceux-ci possèdent une température critique autour de 90 K et peuvent facilement être refroidis par l'azote liquide (77 K à pression ambiante). La fabrication la plus similaire à un fil de cuivre ou d'aluminium comme conducteur électrique fait référence à la première génération de fils supraconducteurs, qui consiste à enchâsser le supraconducteur dans une matrice d'un matériau conducteur comme l'argent ou le cuivre. Les fils de YBaCuO et de GdBaCuO sont plutôt fabriqués sous forme de rubans appelés *second generation high temperature coated conductor* ou 2G HTS CC.

1.2.1 2G HTS CC

Il existe deux procédés de fabrication communs pour obtenir les rubans supraconducteurs. Les procédés se nomment respectivement *Rolling Assisted Biaxially Textured Substrate* RA-BiTS et *Ion Beam Assisted Deposition* IBAD [3] et donnent un résultat similaire des points de vue électriques et thermiques. L'architecture finale contient un substrat, des couches tampons (*buffer layers*), la couche supraconductrice et une couche de stabilisation. Il s'agit d'un conducteur enrobé lorsque la couche stabilisatrice enrobe l'ensemble des couches du ruban. Une représentation graphique des diverses couches est présentée à la figure 1.2

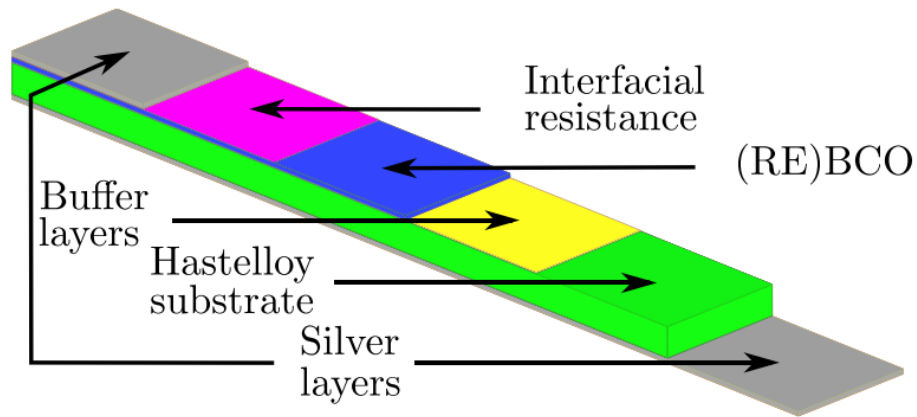


Figure 1.2 Schéma de la coupe d'un 2G HTS CC avec stabilisateur en argent, le schéma n'est pas à l'échelle. Tiré de [2].

1.3 Limiteur de courant

Un limiteur de courant standard est un dispositif permettant de réduire l'amplitude du courant dans une ligne de réseau électrique lors d'un court-circuit. Les disjoncteurs sont de loin le dispositif le plus utilisé, mais ceux-ci subissent davantage de contraintes à mesure que le courant de défaut augmente et deviennent très dispendieux. Les limiteurs de courant peuvent alors être utilisés pour prolonger la durée de vie des disjoncteurs ou réduire le dimensionnement. Le limiteur de courant le plus commun est le fusible qui agit rapidement, mais qui a l'inconvénient de devoir être remplacée. Le limiteur de courant idéal n'a aucun impact sur l'impédance du réseau et un supraconducteur est capable de s'approcher de ce cas idéal.

1.3.1 Limiteur de courant supraconducteur

Le limiteur de courant supraconducteur est communément appelé SFCL de l'anglais *Superconducting Fault Current Limiter*. Les limiteurs de courant supraconducteur peuvent utiliser la transition d'état ou pas. Sans la transition, le limiteur de courant est utilisé comme bobine à courant continu dans un transformateur. L'avantage est l'absence de pertes dans le régime d'opération normal. L'autre catégorie de limiteurs fait appel à la transition du matériau. Le limiteur peut être inductif ou résistif. Dans le premier cas, le secondaire d'un transformateur est une bobine supraconductrice qui quench lorsque le courant du primaire dépasse le seuil qu'est le courant critique. Le quench fait référence au passage de l'état supraconducteur à l'état normal accompagné d'une génération de chaleur. Ce type de limiteur de courant supraconducteur a le désavantage d'avoir des pertes en régime de courant alternatif (AC). Les courants persistants dans les vortex nécessitent une énergie pour être inversés en AC, donc le supraconducteur subit toujours des pertes par hystérésis dans ce régime d'opération.

Le second type de limiteur de courant, celui qui sera considéré dans ce mémoire, est le limiteur de courant supraconducteur résistif, qui a comme initiales rSFCL. Le rSFCL utilise le quench du supraconducteur comme méthode d'activation. En effet, une augmentation suffisante du courant entraîne une hausse de l'impédance du limiteur de courant. Avec le dimensionnement approprié, la hausse de l'impédance est suffisante pour réduire le courant dans une ligne de réseau électrique. Le ou les parties du ruban qui s'échauffent lors du quench doivent être en mesure de soutenir une telle chaleur. Dans le cas contraire, il peut y avoir délaminations entre les couches ou dénaturations du supraconducteur. Il faut s'assurer d'avoir le bon dimensionnement au niveau de la couche stabilisatrice, qui peut être une combinaison de matériaux ayant la capacité thermique et la conductivité électrique nécessaires pour éviter des dégâts au ruban. Lorsque la situation sur le réseau se résorbe, le limiteur de courant peut alors

retourner à l'état supraconducteur passivement, après un temps de refroidissement.

L'architecture des 2G HTS CC décrite plus tôt peut agir de rSFCL, si la couche stabilisatrice est suffisante au niveau électrique et thermique. Il est toujours possible d'ajouter un shunt supplémentaire soudé au ruban. Le terme shunt est utilisé pour décrire un matériau conducteur électrique permettant de rediriger le courant dans une autre région d'un circuit électrique. Celui-ci peut-être composé du même matériau que la couche stabilisatrice (typiquement de l'argent), mais si l'épaisseur de cette couche devient trop grande, la conductivité à l'état normal devient trop bonne pour agir efficacement comme limiteur. Le shunt peut aussi être composé d'un matériau moins conducteur électriquement comme le substrat (HastelloyTM). Cependant, la résistance du limiteur engendre aussi des pertes par effet Joule dans ce dernier selon la formule

$$P = RI^2, \quad (1.6)$$

où P est la puissance dissipée, R est la résistance de la couche et I le courant circulant dans la couche. Les pertes varient selon la distribution du courant entre les couches en fonction de la température. La grande diversité de choix de matériaux nous amène à chercher des critères objectifs pour comparer les rubans.

1.3.2 Quantités d'intérêts pour bases comparatives

Lorsqu'un ruban supraconducteur est utilisé près de son courant critique, il est commun d'observer une transition supraconductrice-normale dans des endroits localisés le long du ruban dû à l'irrégularité de la distribution du courant critique. Plusieurs études démontrent des variations possibles du courant critique allant de l'ordre de 20% autour de la valeur moyenne [17]. Certaines quantités permettent de comparer rapidement des architectures de rubans pour déterminer laquelle produit un limiteur de courant efficace. Un modèle numérique devrait être en mesure de fournir assez d'information pour les calculer.

1.3.2.1 NZPV

Autour d'une zone normale, le courant transfère vers la couche stabilisatrice et génère de la chaleur par effet Joule. Selon les divers paramètres de refroidissement et d'utilisation, la situation peut se stabiliser ou s'emballer. Dans le second cas, on définit la NZPV ou *Normal Zone Propagation Velocity*, qui représente le rythme auquel une zone normale s'agrandit à la vitesse v_{nz} illustrée dans la figure 1.3. Elle est exprimée en cm/s. Une valeur élevée de NZPV facilite la détection de l'emballlement thermique puisque la résistance globale du ruban

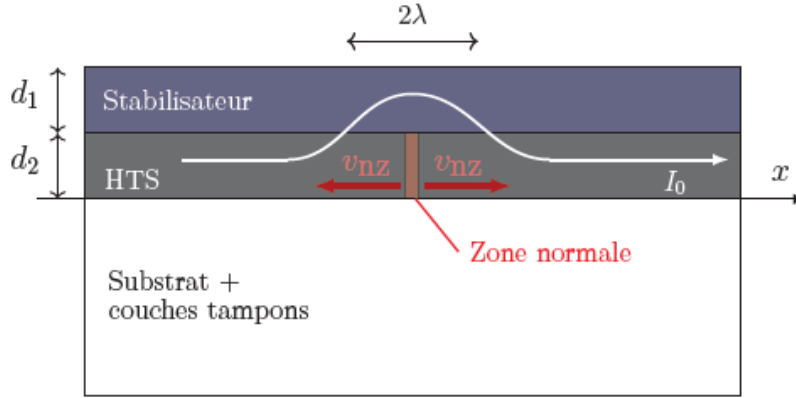


Figure 1.3 Coupe transversale d'un ruban supraconducteur lors du transfert de courant dans une région normale. Tiré de [3].

augmente rapidement au-delà d'un seuil mesurable. À l'opposé, une faible NZPV mène à la création de points chauds qui ont peu ou pas d'impact sur la résistance globale. Cela mène généralement à un bris du ruban. Les rubans doivent donc prendre en compte la capacité thermique et le coefficient de diffusion thermique des différentes couches dans le but d'éviter l'apparition de points chauds. Cela peut être fait en modifiant un matériau comme il est proposé dans [11], avec un substrat en saphir plutôt qu'en Hastelloy. Il est aussi possible d'utiliser de nouvelle architecture de ruban dans le but d'augmenter cette valeur [16]. Cette architecture est illustrée à la figure 1.4. Il a aussi été prouvé qu'une interface résistive entre le supraconducteur et la couche stabilisatrice augmente la NZPV [18] [19].

1.3.2.2 CTL

Une autre quantité fortement corrélée avec la NZPV est la CTL, ou *Current transfer length*. Celle-ci représente la distance sur laquelle le courant passe du supraconducteur à la couche stabilisatrice. Le parcours complet du courant est défini comme 2λ tel qu'illustré à la figure 1.3 où λ est la CTL. Comme la NZPV, cette valeur augmente avec la résistance d'interface.

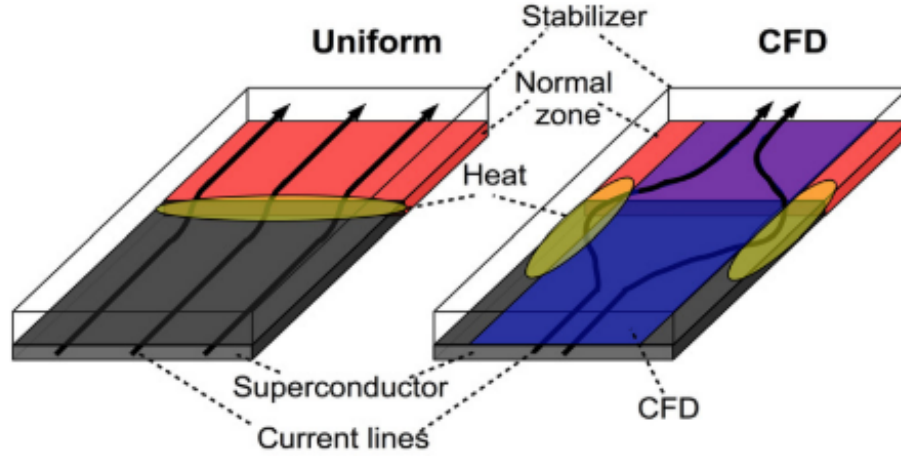


Figure 1.4 Génération de chaleur dans les architectures les plus prometteuses pour la fabrication d'un limiteur de courant supraconducteur résistif. Dans l'image de droite, une interface grandement résistive est insérée entre le supraconducteur et la couche stabilisatrice dans la partie centrale du ruban. Le courant est alors forcé à passer par les côtés pour transférer dans la couche stabilisatrice. Tiré de [4].

1.3.2.3 Champ électrique de limitation E_{lim}

Cette quantité est spécifique au limiteur de courant et détermine d'une certaine façon son efficacité. Elle est exprimée en V/m sur un certain temps. Le principal intérêt d'avoir un champ électrique élevé est de réduire le coût du limiteur de courant puisque celui-ci augmente linéairement avec la couche de supraconducteur ainsi qu'avec l'épaisseur de la couche stabilisatrice. Le limiteur supraconducteur devient viable économiquement à 100 V/m pour 50 ms [11].

1.4 Modélisation

Le rSFCL doit être représenté dans un logiciel de simulation de réseau électrique pour faciliter son intégration éventuelle dans des réseaux complexes. Les gestionnaires de réseaux électriques pourront alors déterminer si le rSFCL est approprié selon leurs besoins. Le logiciel choisi pour ce projet sera EMTP-RV (*Electromagnetic Transients Program-Restructured Version*) qui est utilisé par diverses compagnies et divers distributeurs d'électricité tels qu'ABB et Hydro-Québec. Il sera décrit dans un chapitre subséquent. Plusieurs études utilisant des modèles simplifiés discutent de l'intégration d'un rSFCL dans ce genre de simulateur com-

mercial [20, 21]. Il est aussi possible de représenter le comportement d'un rSCFL par une combinaison de composante électrique déjà présente dans le simulateur commercial [2, 22]. Les études plus orientées sur l'intégration dans un réseau se permettent de supposer une homogénéité du courant critique. Il est alors possible de calculer macroscopiquement les propriétés du limiteur de courant à l'aide d'une loi de puissance ou d'une fonction de la résistivité du rSFCL en fonction de la température. En contrepartie, les modélisations par analogie démontrent les dangers de cette approche à divers courants d'opération pour des temps de calcul faramineux. Les contrôleurs de réseau doivent se limiter à certaines plages d'opération en courant qui ont été prises en compte dans les études mentionnées. Les méthodes permettant de simuler le limiteur de courant peuvent donc être considérées comme simples lorsqu'une équation linéaire ou exponentielle décrit la résistivité, et de méthodes complexes lorsque de multiples paramètres non-linéaires sont utilisés. Les modèles simples permettent d'intégrer rapidement une pièce dans un simulateur de réseau, alors que les modèles complexes permettent d'étudier le limiteur de courant tout au long de la transition en ayant accès à des informations comme la distribution du courant lors d'un quench et la propagation de la chaleur. Cela permet de calculer les quantités d'intérêts mentionnées auparavant plutôt qu'avoir uniquement le résultat final. Des méthodes comme les différences finies, les volumes finis et les éléments finis existent pour simuler le cas général. Cette dernière est la plus utilisée due au formalisme mathématique bien documenté ainsi que l'existence d'outils commerciaux permettant de l'utiliser, notamment COMSOL Multiphysics.

1.5 Méthode d'éléments finis

La modélisation des irrégularités dans le limiteur de courant se fait typiquement dans des logiciels d'éléments finis comme COMSOL Multiphysics [23, 24], où toutes les architectures et tous les régimes d'opération peuvent être pris en compte. À partir du modèle, il faut alors construire une interface de communication avec EMTP-RV. La solution la plus simple est de simuler pour diverses valeurs de courant et de construire une table d'interpolation. La précision et la complexité des divers modèles varient beaucoup d'une étude à l'autre. Une approche permettant de catégoriser la complexité du problème est développée [5]. Les différentes catégories indiquent dans quelle dimension les équations thermiques et électriques sont résolues ainsi que la validité de certaines approximations. Les équations à résoudre sont

l'équation du potentiel électrique (équation de Laplace) et l'équation de la chaleur :

$$\nabla \cdot (\sigma_j(E, T, x) \nabla V) = 0, \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho_{mj} c_{pj}} (\nabla \cdot (\kappa_j \nabla T) + q). \quad (1.8)$$

Les variables de la première équation sont définies comme σ_j est la conductivité électrique d'une couche j du ruban, E est le champ électrique, T est la température, x est un terme d'espace géométrique général et V est la tension. Le terme x permet notamment de décrire les irrégularités dans la distribution du courant critique dans une couche supraconductrice. Pour l'équation de la chaleur, ρ_{mj} est la masse volumique, c_{pj} est la capacité thermique massique, κ_j est la conductivité thermique q est source de chaleur externe. Encore une fois, les indices j représentent chaque couche du ruban. Ces équations sont générales et peuvent être résolues dans les dimensions physiques désirées. Les problèmes peuvent être résolus indépendamment l'un de l'autre soit pour obtenir la solution en température T et celle en potentiel électrique V . L'indice associé à cette solution permet d'indiquer le nombre de dimensions utilisé lors de la résolution. Il faut justifier les approximations faites pour revenir aux problèmes réels. Par exemple, un modèle T_2V_2 suppose une uniformité sur la largeur dans les solutions en température et en tension. Pour ce genre de modèle, il est commun d'utiliser une condition de conservation du courant au travers de la parois qui fait intervenir la largeur w ainsi que la densité de courant J . Les dimensions n'ont toutefois pas besoin d'être les mêmes pour chaque équation. Un modèle V_1T_2 est possible en utilisant un diviseur de courant pour déterminer le courant dans chaque couche.

Les expressions typiques ainsi que les conditions frontières sont présentées aux figures 1.5 et 1.6 pour les systèmes d'équations en tension ainsi qu'en température, respectivement, pour l'approche V_2T_2 . Celle-ci est la plus appropriée pour un CC 2G HTS dû à la symétrie selon l'axe y . Un ruban avec une architecture CFD devrait a priori utiliser une méthode V_3T_3 pour être représenté sans approximation, car l'interface résistive entre le supraconducteur et la couche stabilisatrice brise la symétrie selon l'axe y . En plus des équations décrivant le problème, la loi d'Ohm est d'une grande utilité pour passer d'une variable à l'autre, soit

$$J = \sigma E, \quad (1.9)$$

où J est le vecteur de densité de courant, σ représente le tenseur de conductivité électrique et E le champ électrique. Le champ électrique est lié au potentiel électrique V avec

$$E = -\nabla V. \quad (1.10)$$

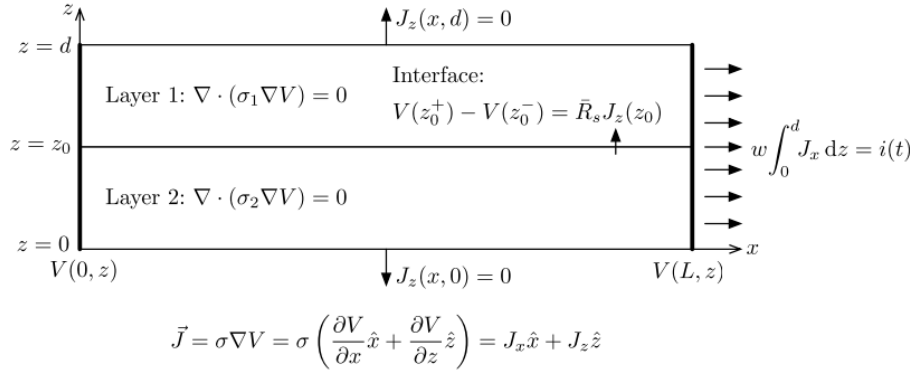


Figure 1.5 Équations différentielles et conditions frontières typiques pour V_2 . La méthode se généralise à plus de deux couches. Tiré de [5]

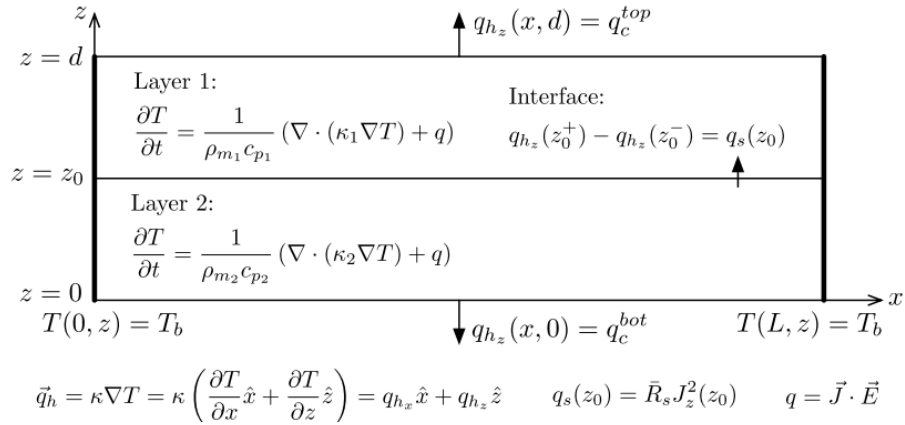


Figure 1.6 Équations différentielles et conditions frontières typiques pour T_2 . La méthode se généralise à plus de deux couches. Tiré de [5].

La méthode de Ritz utilisée sera décrite plus en détail lors du développement de la forme faible présenté dans le chapitre 2.

1.6 Problématique

Le courant critique n'est pas qu'une valeur, mais bien une distribution statistique tout au long du ruban. La valeur peut varier jusqu'à 20% par rapport à la valeur moyenne sur l'entièreté d'un ruban [17]. La transition vers l'état normal n'est donc pas tout le temps uniforme. Des points chauds peuvent se former sur le ruban et élever localement la température au-delà de la température critique. Il y a alors un effet d'emballement qui dépend de la NZPV. Des études ont d'ailleurs été réalisées pour augmenter cette vitesse dans le but de protéger le ruban [24].

L'apparition de points chauds peut causer un problème au niveau de la discrétisation de l'espace lors de simulation par éléments finis. Un maillage trop fin pour traiter de ces effets ralentit considérablement les modèles numériques.

1.6.1 Types de quench

Selon l'amplitude du courant injecté, les effets sur le limiteur peuvent grandement varier d'aucun échauffement jusqu'à un échauffement global et uniforme du ruban. Ces deux extrêmes sont d'ailleurs les plus simples à simuler. Nous sommes en présence d'un conducteur parfait dans le premier cas, alors que des représentations macroscopiques utilisant la moyenne des propriétés physiques fonctionnent bien pour un quench uniforme. Celui-ci se produit lorsque le courant est grandement supérieur au courant critique du ruban ($I \gg I_c$) : on appelle ce régime le "régime sur-critique". Il se caractérise par un emballement thermique suivi d'une limitation abrupte du courant. La résistivité du limiteur de courant augmente avec la température, ce qui améliore les performances comme limiteur. Un modèle général doit être en mesure de présenter tous les types de quenches, et la situation intermédiaire est la plus complexe. Les irrégularités dans le courant critique I_c amènent certaines zones à s'échauffer. Selon la NZPV du ruban, il est possible que l'échauffement reste local ou se propage le long du ruban, en fonction de la chaleur générée, des paramètres géométriques et du courant appliqué. Ce type de quench est communément appelé le régime à point chaud (*hot spot*). Considérant que ceux deux types de quench sont en mesure de détruire le limiteur de courant si la chaleur ne peut pas être évacuée par le bain d'azote, il faut être capable de bien représenter numériquement ces effets. Cependant la complexité numérique nécessaire pour résoudre chaque type de situation n'est pas du tout la même. Lorsqu'il n'y a pas de quench, il est possible de se contenter que de quelques éléments répartis uniformément. Dans le cas d'un point chaud, il faut raffiner autour de celui-ci et garder le reste grossier. Finalement, lors d'un quench uniforme, il faut avoir un maillage fin pour représenter la transition puisqu'il y a des effets non-linéaires sur l'entière du ruban, par contre ce degré de précision n'est plus nécessaire à haute température où le ruban est concrètement une résistance. Un maillage adaptatif semble être une solution attirante pour départager l'état supraconducteur, qui est uniforme, des états où il y a un quench, notamment lorsque l'on ne connaît pas le régime au préalable. L'approche a été démontrée possible en différences finies pour un modèle 1D [25]. L'un des objectifs de cette maîtrise était de généraliser cette approche pour un problème 2D éléments finis.

1.6.2 Limiteurs de courant : projets passés

Divers projets utilisant des rSFCL ont été proposés dans le passé. D'une part, l'utilisation dans des réseaux AC a notamment été démontrée dans le projet ECCOFLOW. D'autre part, les réseaux haute tension à courant direct (HVDC) deviennent intéressants pour le transport d'électricité provenant de sources renouvelables. Ces lignes de transmissions se connecteraient à un réseau de transport AC existant à divers noeuds. Il a été démontré qu'il est plus économique de protéger le réseau avec un rSFCL du côté DC plutôt que du côté AC dans de telles conditions [26] (en comparaison avec des solutions traditionnelles). Le développement d'un ruban économique pour les rSFCL a été l'objet du projet européen FastGrid entre 2017 et 2020.

1.6.2.1 ECCOFLOW

Le projet européen ECCOFLOW visait à développer un limiteur de courant résistif pour les réseaux AC avec des installations prévues dans deux différents réseaux. Le premier réseau était un poste de transformation passant de 66V à 15k, où le limiteur était installé entre les barres de couplage. Le second réseau était un transformateur HV/MV passant la tension de 110 kV à 22 kV du côté moyenne tension du transformateur. Le dispositif complet utilise plusieurs rubans supraconducteurs en parallèle pour avoir le courant de limitation désiré. Des disjoncteurs de part et d'autre dans l'éventualité où les rubans doivent être changés. La configuration exacte est présentée à la figure 1.7 où un disjoncteur détermine quand le courant doit circuler dans une grande inductance en parallèle. Le second disjoncteur permet de retirer complètement le limiteur de courant. Il s'agit donc d'un dispositif en deux étapes

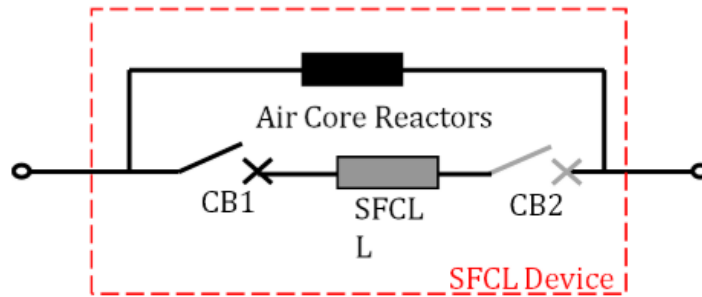


Figure 1.7 Configuration du limiteur de courant ECCOFLOW. Tiré de [6].

où le supraconducteur initialise la limitation et l'inductance prend le relais. Dans le régime d'opération normal, le courant circule dans le supraconducteur transparent au réseau. Au

final le limiteur a des performances de l'ordre de 50 V/m pour 50 ms. Le dispositif démontre la faisabilité du projet, mais reste tout de même dispendieux à 200 euros / kA/ m. [20] [6] [27]

1.6.2.2 FASTGRID

Ce mémoire s'inscrit dans le cadre du projet FASTGRID, qui vise à utiliser des rSFCLs dans des réseaux HVDC. Le projet cherche à optimiser l'architecture de ruban uniforme 2G HTS CC comme limiteur de courant. Le constructeur Theva [28] faisant partie du projet a optimisé son procédé de fabrication de manière à obtenir des rubans d'au moins 500 A/cm-w à 77 K et 1000 A/cm-w à 65 K avec des variations de 5% du courant critique. Il s'agit d'une densité de courant normalisée par la largeur. Par exemple, un ruban de 12 mm de large avec une densité de courant critique de 500 A/cm-w possède un courant critique de 700 A. De plus, la compagnie avait déjà développé son propre outil de mesure magnétique (TapeStar) pour certifier les rubans et déterminer la distribution du courant critique. Ces avancées au niveau du constructeur rendent beaucoup plus attrayant le rSFCL. Les deux façons de réduire le coût du limiteur sont : 1) de réduire le coût du ruban supraconducteur en augmentant sa densité de courant critique ; 2) d'augmenter la tension de limitation. Ce projet s'attaque aux deux problèmes d'un coup. Le projet cherche aussi à faire mûrir de nouvelles architectures de ruban comme le CFD et le substrat de saphir, qui sont deux solutions augmentant grandement la NZPV d'un rSFCL. Le projet étudie aussi les relations entre l'ajout d'un shunt résistif et sa masse thermique. L'objectif principal est d'obtenir des performances de l'ordre de 100V/m pour 50 ms. Selon les progrès faits au niveau du ruban et du shunt, des valeurs autour de 130V/m pour 50 ms sont envisageables [11, 29]. Des rubans du fabricant Theva sont utilisés dans ce mémoire. Les propriétés typiques sont montrées dans le tableau 1.1. Le matériau supraconducteur est le GdBaCuO qui est moins sensible aux plans cristallins. Le courant critique varie de 5% localement par rapport à la moyenne.

Tableau 1.1 Dimensions et propriétés typiques d'un ruban Theva.

largeur	12 mm
H_{REBCO}	3,1 μm
H_{Ag}	1,6 μm
$H_{Substrate}$	100 μm
I_c	800 A \pm 5% @ 77K

CHAPITRE 2 Modélisation d'un limiteur courant

La solution idéale pour un expérimentateur est de tout d'abord simuler son expérience et de valider le modèle avec un banc expérimental. Ce chapitre s'attaque à la première portion de cette approche. Afin de faciliter les comparaisons, le modèle doit être en mesure de fonctionner dans un environnement similaire à l'application réelle. Cet environnement est un réseau électrique pour le limiteur de courant supraconducteur. En ce sens, il doit être possible d'intégrer le limiteur de courant dans un simulateur de réseau électrique comme EMTP-RV. De plus, il doit y avoir un certain travail fait au niveau du temps de calcul du modèle puisqu'il doit éventuellement être utilisé par un manufacturier pour déterminer les performances d'un ruban sortant d'une chaîne de production.

Plusieurs méthodes sont disponibles pour simuler un limiteur de courant supraconducteur. L'approche la plus simple est de loin la méthode des différences finies. Cependant cette méthode est très rigide et il devient compliqué de faire fonctionner des méthodes permettant d'optimiser le temps de calcul comme une discrétisation adaptative, bien que ce soit possible [25]. Cette méthode ne permet d'avoir les résultats qu'à certains points du problème. Une méthode d'interpolation est ensuite utilisée pour approximer la valeur entre chaque point. Les autres méthodes plus complexes sont la méthode des volumes finis et la méthode des éléments finis. La première méthode permet d'assurer une conservation des quantités dans un volume, ce qui en fait une méthode idéale pour des problèmes de fluide. Quant à elle, la méthode des éléments finis définit la solution comme une approximation continue par morceaux, elle s'adapte à des discrétisations complexes, mais n'assure pas toujours la conservation des flux. Cette dernière a été sélectionnée dans le cadre de ce travail.

2.1 Simulation par la méthode des éléments finis

Le ruban supraconducteur est modélisé en 2 dimensions (2D), soit x la longueur et z l'épaisseur selon une approche V_2T_2 , c'est-à-dire que la tension V et la température T sont représentées dans ces deux dimensions. Il est nécessaire d'utiliser un modèle V_2 car c'est la plus petite dimension permettant de représenter l'interface résistive entre les couches du limiteur de courant. Puisque cette interface est résistive, il faut aussi considérer la génération de chaleur dans celle-ci en T_2 . Ces informations sont primordiales pour déterminer la CTL (*Current Transfert Length*) et la NZPV (*Normal Zone Propagation Velocity*) d'un rSFCL (*resistive-type Superconducting Fault Current Limiter*). Ce choix de dimensions implique que certains phénomènes se produisant sur la largeur (axe y) sont considérés négligeables. Il n'y a donc

pas d'effet de peau et la distribution du courant critique est uniforme sur la largeur. De plus, le transfert de chaleur est négligeable sur les côtés minces du ruban (ceux qui ne sont pas représentés par le modèle). Les figures 1.5 et 1.6 illustrent bien les relations entre les parties du problème.

La formulation forte fait référence aux équations différentielles qui décrivent le problème. Il est possible d'obtenir la solution analytique de diverses équations différentielles en formulation forte pour un problème linéaire avec des conditions frontières simples (Dirichlet ou Neumann). Un problème linéaire est un problème dont les propriétés des matériaux ne varient pas en fonction des variables. Par contre, il n'y a plus de solutions analytiques lorsque le problème se complexifie. Il faut donc passer par des solutions approximatives dont une approche possible est d'utiliser la formulation faible. La formulation faible énonce le problème à l'aide de fonctions tests. Ces fonctions tests permettent d'obtenir une solution faible de l'équation au sens des distributions. Les fonctions tests sont utilisées comme base vectorielle lors de la discrétisation. La discrétisation permet d'obtenir une succession de termes linéaires utilisée pour déterminer la solution. Les relations entre les diverses fonctions tests en formulation faible permettent de construire un système d'équations, qui peut être résolu avec des notions d'algèbre linéaire comme l'inversion de matrice. De plus, la solution en formulation faible est plus facile à obtenir par rapport à d'autres méthodes comme les différences finies en formulation forte, car la méthode réduit l'ordre de l'équation différentielle. Il faut par contre prouver que la solution faible est aussi solution de la formulation forte en respectant le théorème de Lax-Milgram. L'utilisation des méthodes formelles telle que la méthode de Ritz ou de Petrov-Galerkin [7] s'assure que cela est respecté. La méthode de Ritz est utilisée dans le cadre de ce mémoire et sera décrite prochainement.

2.2 Formulation forte

Le problème se divise en deux parties : le problème en potentiel électrique et le problème thermique. Le couplage des deux parties se fait par le terme d'effet Joule. Les équations représentant le problème en tension sont décrites ci-dessous. Les équations présentées sont très générales et toutes les propriétés des matériaux varient selon la position, en fonction de la température ou de la tension. Cet ajout relativement simple rend la résolution analytique impossible.

2.2.1 Problème en potentiel électrique

Le problème débute tout d'abord avec l'équation de Laplace homogène qui décrit la distribution du potentiel électrique dans les matériaux, i.e.

$$\nabla \cdot \left(\boldsymbol{\sigma}(x, z) \nabla V(x, z) \right) = 0 \quad (x, z) \in \Omega, \quad (2.1)$$

où $\boldsymbol{\sigma}$ est un tenseur symétrique d'ordre 2 de la conductivité électrique, V le potentiel électrique, (x, z) sont les coordonnées spatiales dans le domaine Ω . Les phénomènes à l'interface entre deux matériaux sont représentés par les équations

$$\lim_{z \rightarrow z_0^-} \boldsymbol{\sigma}(x, z) \frac{\partial V(x, z)}{\partial z} = \lim_{z \rightarrow z_0^+} \boldsymbol{\sigma}(x, z) \frac{\partial V(x, z)}{\partial z} = J_z(x, z_0) \quad 0 < x < L, \quad (2.2)$$

$$\lim_{z \rightarrow z_0^+} V(x, z) - \lim_{z \rightarrow z_0^-} V(x, z) = R_s J_z(x, z_0) \quad 0 < x < L, \quad (2.3)$$

où J_z est la composante en z de la densité de courant (composante normale à l'interface), R_s est la résistance d'interface et L est la longueur du ruban. L'équation (2.2) représente la continuité du courant à l'interface alors que l'équation (2.3) représente la chute de tension dans la mince interface résistive, qui ne sera pas représentée dans le maillage. Les valeurs des éléments à une interface sont donc contraintes à des équations similaires à des conditions frontières à l'intérieur du ruban.

Il faut aussi ajouter des conditions de Neumann afin de garantir qu'il n'y ait pas de courant qui fuit par les extrémités supérieures et inférieures du ruban, i.e.

$$\boldsymbol{\sigma}(x, z) \frac{\partial V(x, H)}{\partial z} = 0 \quad 0 < x < L, \quad (2.4)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(x, z) \frac{\partial V(x, 0)}{\partial z} = 0 \quad 0 < x < L, \quad (2.5)$$

où H est l'épaisseur du ruban. Il y a finalement les conditions de Dirichlet

$$V(L, z) = 0 \quad 0 < z < H, \quad (2.6)$$

$$V(0, z) = V_{tot} \quad 0 < z < H, \quad (2.7)$$

$$l \int_0^H \boldsymbol{\sigma}(x, z) \frac{\partial V(x, z)}{\partial x} dz = -i(t) \quad 0 < x < L, \quad (2.8)$$

où l est la largeur du ruban et $i(t)$ est le courant imposé au temps t . La tension est fixée selon le circuit électrique à une extrémité et elle est mise à la terre à l'autre extrémité. L'équation (2.8) est ajoutée, car la valeur du potentiel V_{tot} à imposer à l'un des bouts du ruban

est inconnue a priori. Il faut tenir compte du courant imposé par le circuit pour déterminer cette valeur. L'épaisseur du ruban est à titre indicatif puisqu'il est aussi possible de forcer le courant à passer uniquement dans une région spécifique, c'est-à-dire que le courant peut être forcé à entrer dans un matériau plutôt que l'entièreté de la frontière. Des conditions de Neumann sont alors utilisées dans les régions où il n'y a plus conditions de Dirichlet.

2.2.2 Problème en température

Pour la partie thermique, l'équation principale est l'équation de la chaleur

$$\rho c_p(x, z) \frac{\partial T(x, z)}{\partial t} - \nabla \cdot (\kappa(x, z) \nabla T(x, z)) - \vec{J} \cdot \vec{E} = 0 \quad (x, z) \in \Omega, \quad (2.9)$$

où ρ est la masse volumique, c_p est un tenseur de premier degré de la capacité thermique massique, κ est le tenseur de premier degré de la conductivité thermique, T est la température et \vec{E} est le champ électrique. Le terme de chaleur par rapport à une équation de la chaleur générale est un terme d'effet Joule $\vec{J} \cdot \vec{E}$. Les variations de la masse volumique en fonction de la température sont négligées.

La chaleur générée dans une interface résistive est définie comme suit :

$$\lim_{z \rightarrow z_0^-} \kappa(x, z) \frac{\partial T(x, z)}{\partial z} - \lim_{z \rightarrow z_0^+} \kappa(x, z) \frac{\partial T(x, z)}{\partial z} = R_s J_z^2(x, z_0) \quad 0 < x < L. \quad (2.10)$$

Les termes limites représentent la discontinuité dans le flux de chaleur de part et d'autre de l'interface résistive. Finalement, il faut traiter les diverses conditions frontières. La température aux extrémités gauche et droite sont fixées à une température fixe, i.e.

$$T(0, z) = T_0 \quad 0 < z < H, \quad (2.11)$$

$$T(L, z) = T_0 \quad 0 < z < H. \quad (2.12)$$

Ces conditions supposent que les deux extrémités sont attachées à des masses thermiques suffisamment grandes qui ne varient pas dans le temps. De plus, les autres faces sont exposées au refroidissement par convection dans l'azote liquide à l'aide de conditions de Neumann, i.e.

$$\kappa(x, H) \frac{\partial T(x, H)}{\partial z} = h(T(x, H) - T_0) \cdot (T(x, H) - T_0) \quad 0 < x < L, \quad (2.13)$$

$$\kappa(x, 0) \frac{\partial T(x, 0)}{\partial z} = h(T(x, 0) - T_0) \cdot (T(x, 0) - T_0) \quad 0 < x < L, \quad (2.14)$$

où h est le coefficient de convection thermique entre le bain d'azote liquide et le ruban supraconducteur (refroidissement du bain d'azote).

2.3 Formulation faible

La formulation faible est obtenue en multipliant la formulation forte par une fonction test et en intégrant sur le domaine. En intégrant par partie, il est possible de faire apparaître des termes d'intégrales de contours qui peuvent être reliés aux conditions frontières mentionnées dans la formulation forte. Après discrétisation, et en développant correctement chacun des termes, on peut construire un système d'équations bien déterminé, qui fait intervenir à la fois les degrés de liberté du problème et les fonctions tests, i.e.

$$A(\delta V, \delta T, \omega) = L(\omega) \quad (2.15)$$

où ω est représentée une fonction test, L est une forme linéaire et A est une forme bilinéaire. Le théorème de Lax-Milgram énumère toutes les conditions pour que cette forme bilinéaire ait une solution qui approxime au mieux la solution de la formulation forte. Ce théorème ne sera pas détaillé, mais la méthode de Ritz utilisée pour développer le problème a été conçue pour le respecter. Dans les sections qui suivent, les parties en potentiel et en température du problème sont développées séparément, comme pour la formulation forte ci-dessus.

2.3.1 Problème en potentiel

Comme pour toute formulation faible, il faut multiplier l'équation de Laplace (2.1) par une fonction test et intégrer sur le domaine, i.e.

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot \left(\boldsymbol{\sigma}(x, z) \nabla V(x, z) \right) \omega(x, z) \, dA = 0, \quad (2.16)$$

où $\int_{\Omega} dA$ représente une intégration sur la surface (plutôt que d'utiliser $\int \int dx \, dz$).

Les identités suivantes sont utiles pour développer davantage la forme (2.16) :

$$\nabla \cdot (\Psi \vec{A}) = \Psi \nabla \cdot \vec{A} + \vec{A} \nabla \Psi, \quad (2.17)$$

$$\int_{\Omega} (\nabla \cdot \vec{F}) dA = \int_{\Gamma} (\vec{F} \cdot \hat{n}) dl, \quad (2.18)$$

où \vec{A} et \vec{F} sont des champs vectoriels, Ψ est un champ scalaire, \hat{n} est un vecteur perpendicu-

laire à la frontière et $\int_{\Gamma} dl$ représente l'intégration sur la frontière du domaine Ω . La première équation est une identité mathématique de la distributivité de l'opérateur divergence, alors que la seconde équation est le théorème de Green (théorème de la divergence en 2 dimensions). Il est alors possible de faire apparaître un terme de contour qui permettra d'appliquer nos diverses conditions frontières :

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (\omega(x, z) \boldsymbol{\sigma}(x, z) \nabla V(x, z)) dA - \int_{\Omega} \nabla \omega(x, z) \cdot (\boldsymbol{\sigma}(x, z) \nabla V(x, z)) dA = 0, \quad (2.19)$$

$$\int_{\Gamma} (\omega(x, z) \boldsymbol{\sigma}(x, z) \nabla V(x, z)) \cdot \hat{n} dl - \int_{\Omega} \nabla \omega(x, z) \cdot (\boldsymbol{\sigma}(x, z) \nabla V(x, z)) dA = 0. \quad (2.20)$$

L'intégrale avec le terme contour Γ est nul pour les parties supérieure et inférieure du ruban. Le potentiel électrique n'est pas nul en soi, mais sa dérivée par rapport au vecteur normal le sera pour respecter les conditions de Neumann des équations (2.4) et (2.5).

Jusqu'à maintenant, l'expression de la conductivité électrique est plutôt générale. En développant celle-ci plus en détail pour le problème spécifique en faisant mention de la loi de puissance présentée dans l'équation (1.3), qui permet de décrire la conductivité du supraconducteur, on s'aperçoit que :

$$\boldsymbol{\sigma}(x, z) \longrightarrow \boldsymbol{\sigma}(x, z, V(x, z), T(x, z)). \quad (2.21)$$

La notation est simplifiée en prenant en compte que les coordonnées spatiales sont implicites, l'équation prend la forme suivante :

$$\int_{\Gamma} (\omega \sigma(V, T) \nabla V) \cdot \hat{n} dl - \int_{\Omega} \nabla \omega \cdot (\sigma(V, T) \nabla V) dA = 0, \quad (2.22)$$

$$C(V, T, \omega) + R(V, T, \omega) = 0 \quad (2.23)$$

où chaque terme de l'équation a été nommé puisque chacun sera traité indépendamment plus loin. Le terme C représente le contour Γ et permet de traiter toutes les conditions frontières énoncées précédemment, alors que R représente le problème sur le domaine Ω .

On peut voir que la forme bilinéaire exigée pour l'équation (2.15) n'est pas respectée pour un problème non linéaire. Il est nécessaire de linéariser le problème avant de pouvoir le résoudre. La méthode de Newton est utilisée dans ce mémoire pour tenir compte des effets non linéaires.

Le problème est linéarisé de la façon suivante :

$$\begin{aligned} T^{k+1} &= T^k + \delta T, \\ V^{k+1} &= V^k + \delta V. \end{aligned}$$

Les indices k représentent l'itération dans la méthode de Newton et les termes δ représentent les variations entre deux itérations de Newton. L'algorithme complet pour la résolution est présenté dans une section subséquente. Il faut tout d'abord développer la formulation faible avec cette linéarisation.

Plusieurs choix sont possibles pour linéariser les propriétés des matériaux. Il serait par exemple possible de prendre les dérivées de Gateaux. Les variations des paramètres sont traitées à l'aide des développements de Taylor, de sorte que la conductivité électrique prend la forme

$$\sigma(V^{k+1}, T^{k+1}) = \sigma(V^k, T^k) + \frac{\partial \sigma(V^k, T^k)}{\partial T} \delta T + \frac{\partial \sigma(V^k, T^k)}{\partial V} \delta V. \quad (2.24)$$

Le terme δV permet de décrire la dépendance en tension de la région supraconductrice alors qu'elle est nulle pour les autres matériaux. Cette dépendance peut être vue dans la loi de puissance présentée à l'équation (1.3) qui définit la conductivité électrique du supraconducteur.

La partie en deux dimensions de l'équation de Laplace en forme faible prend alors cette forme :

$$\begin{aligned} R(V^{k+1}, T^{k+1}, \omega) &= R(V^k + \delta V, T^k + \delta T, \omega) \quad (2.25) \\ &= - \int_{\Omega} \left[\left(\sigma(V^k, T^k) + \frac{\partial \sigma(V^k, T^k)}{\partial T} \delta T + \frac{\partial \sigma(V^k, T^k)}{\partial V} \delta V \right) (\nabla(V^k + \delta V) \cdot \nabla \omega) \right] dA, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R(V^k + \delta V, T^k + \delta T, \omega) &= - \int_{\Omega} \left[\sigma(V^k, T^k) \nabla \delta V \cdot \nabla \omega + \frac{\partial \sigma(V^k, T^k)}{\partial T} \delta T \nabla V^k \cdot \nabla \omega \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \sigma(V^k, T^k)}{\partial V} \delta V \nabla V^k \cdot \nabla \omega \right] dA - \int_{\Omega} [\sigma(V^k, T^k) \nabla V^k \cdot \nabla \omega] dA. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Les termes d'ordres supérieurs provenant des expansions de Taylor ont été négligés, l'expression finale de l'équation de Laplace se retrouve dans l'équation (2.26) pour la partie sur le domaine Ω du problème. En analysant l'équation, on remarque qu'il y a un terme R déjà

défini précédemment qui apparaît :

$$R(V^k + \delta V, T^k + \delta T, \omega) = R(V^k, T^k, \omega) + R_{\delta T}(V^k, T^k, \omega) + R_{\delta V}(V^k, T^k, \omega) \quad (2.27)$$

$$R(V^k, T^k, \omega) = - \int_{\Omega} \sigma(V^k, T^k) \nabla V^k \cdot \nabla \omega dA, \quad (2.28)$$

$$R_{\delta T}(V^k, T^k, \omega) = - \int_{\Omega} \frac{\partial \sigma(V^k, T^k)}{\partial T} \delta T \nabla V^k \cdot \nabla \omega dA, \quad (2.29)$$

$$R_{\delta V}(V^k, T^k, \omega) = - \int_{\Omega} \left[\sigma(V^k, T^k) \nabla \delta V \cdot \nabla \omega + \frac{\partial \sigma(V^k, T^k)}{\partial V} \delta V \nabla V^k \cdot \nabla \omega \right] dA. \quad (2.30)$$

De cette façon, il est possible de différencier le terme linéaire initial de ses dépendances en potentiel électrique δV et en température δT . De plus, cela facilite la construction de la matrice globale qui est utilisée pour résoudre le système d'équations. La partie sur le domaine Ω étant maintenant dans sa formulation faible, il reste à traiter les diverses conditions frontières. D'ailleurs, l'intégrale de contour dans la formulation faible est nulle partout sauf dans les cas qui sont présentés ci-dessous.

2.3.1.1 Flux de courant au travers d'une paroi

La condition de Dirichlet (2.7) est traitée en utilisant (2.8), qui définit la quantité de courant injectée dans un bout du ruban. Bien que cette condition soit générale, c'est-à-dire qu'elle peut s'appliquer partout sur le domaine, la condition n'est appliquée qu'à l'extrémité gauche du ruban ($x = 0$). Cette équation est résolue indépendamment du reste du problème et la solution est la tension V_{tot} de la condition de Dirichlet de l'équation (2.7). On prend tout d'abord l'expression en formulation forte

$$P(V, T) = \int_{\Gamma} \sigma \frac{\partial V}{\partial x} dz + \frac{i(t)}{l} = 0 \quad (2.31)$$

que l'on exprime en appliquant la méthode de Newton :

$$\begin{aligned} P(V^k + \delta V, T^k + \delta T) = \int_{\Gamma} & \left(\sigma(V^k, T^k) + \frac{\partial \sigma(V^k, T^k)}{\partial T} \delta T \right. \\ & \left. + \frac{\partial \sigma(V^k, T^k)}{\partial V} \delta V \right) \left(\frac{\partial (V^k + \delta V)}{\partial x} \right) dz + \frac{i(t)}{l}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

On réorganise les expressions selon leurs dépendances, i.e.

$$P(V^k + \delta V, T^k + \delta T) = P(V^k, T^k, \omega) + P_{\delta T}(V^k, T^k, \omega) + P_{\delta V}(V^k, T^k, \omega), \quad (2.33)$$

$$P(V^k, T^k) = \int_{\Gamma} \sigma(V^k, T^k) \frac{\partial V^k}{\partial x} dz + \frac{i(t)}{l}, \quad (2.34)$$

$$P_{\delta T}(V^k, T^k) = \int_{\Gamma} \frac{\partial \sigma(V^k, T^k)}{\partial T} \delta T \frac{\partial V^k}{\partial x} dz, \quad (2.35)$$

$$P_{\delta V}(V^k, T^k) = \int_{\Gamma} \left[\frac{\partial \sigma(V^k, T^k)}{\partial V} \delta V \frac{\partial V^k}{\partial x} + \sigma(V^k, T^k) \frac{\partial \delta V}{\partial x} \right] dz. \quad (2.36)$$

Il est important de noter que cette condition est un peu particulière car elle ne contient pas de ω .

2.3.1.2 Interface résistive

Une autre possibilité de condition frontière se présente à l'interface résistive entre deux régions via l'équation (2.3), qui doit être exprimée sous forme faible. Bien sûr, il n'y a pas de composante en x pour cette expression car l'équation fait intervenir un vecteur normal à l'interface, qui est le long de cette dimension par définition. Il faut trouver une façon d'exprimer l'expression avec la forme faible typique développée dans l'équation (2.23) :

$$C(V, T, \omega) = \int_{\Gamma} (\omega \sigma \nabla V) \cdot \hat{n} \, dl. \quad (2.37)$$

Prenons une interface comme celle présentée à la figure 2.1. Le potentiel électrique entre les deux matériaux peut être différencié entre la région supérieure et inférieure. La condition doit s'appliquer du point 1 au point 2 entre deux éléments A et B. Les potentiels électriques au-dessus et en dessous de l'interface sont notés respectivement V^+ et V^- . Le gradient est alors exprimé à l'aide d'une différence puisque l'interface n'a pas de dimension dans nos définitions, i.e.

$$(\sigma \nabla V) \cdot \hat{z} = \frac{V^+ - V^-}{R_s} \quad (2.38)$$

où la conductivité a été remplacée par son inverse avec une valeur de résistance d'interface R_s . L'expression de départ dans l'équation (2.37) peut donc être exprimée comme suit :

$$\int_{\Gamma} (\omega \sigma \nabla V) \cdot \hat{z} \, dl = \int_{\Gamma} \omega \frac{V^+ - V^-}{R_s} dl, \quad (2.39)$$

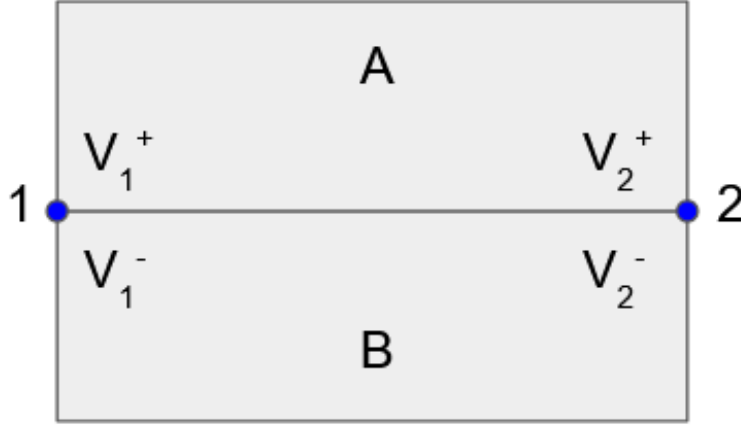


Figure 2.1 Schéma de l'interface résistive entre deux éléments A et B. Les points 1 et 2 sont des noeuds de calcul.

où le vecteur normal devient \hat{z} puisque la condition ne s'applique que dans cette dimension. Il faut par contre modifier les bornes d'intégrations puisque cette condition ne s'applique qu'à une région spécifique sur la longueur L du ruban, i.e.

$$\int_0^L \omega \frac{V^+ - V^-}{R_s} dx. \quad (2.40)$$

Cette expression est insérée dans l'équation complète de la formulation faible

$$R(V, T, \omega) + \int_0^L \omega \frac{V^+ - V^-}{R_s} dx = 0 \quad (2.41)$$

en utilisant R , la partie sur le domaine Ω mentionné plus tôt. Le passage à la méthode de Newton fait apparaître des termes déjà développés pour cette partie. L'équation devient alors

$$\begin{aligned} R(V^k, T^k, \omega) + R_{\delta T}(V^k, T^k, \omega) + R_{\delta V}(V^k, T^k, \omega) \\ + \int_{\Gamma} \omega \frac{V^{k+} + \delta V^+ - V^{k-} - \delta V^-}{R_s} dl = 0. \end{aligned} \quad (2.42)$$

La forme bilinéaire est obtenue en réorganisant les termes, i.e.

$$R_{\delta T}(V^k, T^k, \omega) + R_{\delta V}(V^k, T^k, \omega) + \int_{\Gamma} \omega \frac{\delta V^+ - \delta V^-}{R_s} dl = \quad (2.43)$$

$$-R(V^k, T^k, \omega) - \int_{\Gamma} \omega \frac{V^+ - V^-}{R_s} dl.$$

L'expression que l'on obtient est la même que pour la partie ne traitant que le domaine Ω avec des termes de corrections de part et d'autre de l'équation. Bien sûr, les corrections ne sont appliquées qu'aux endroits où il y a une interface.

Selon l'approche numérique utilisée, il est possible de trouver des symétries aux noeuds entre les éléments de l'interface. Il est possible d'utiliser les propriétés des fonctions de base qui sont énoncées en détail dans une section subséquente. De façon générale, chaque variable est exprimée comme une combinaison linéaire de fonctions arbitraires comme $\omega = \sum_i \omega_i \phi_i$ et $\delta V = \sum_l \delta V_l \phi_l$. La forme bilinéaire mentionnée prend la forme

$$\sum_i \omega_i \left(\sum_l \left(R_{\delta T_l}(V^k, T^k, \phi_i) + R_{\delta V_l}(V^k, T^k, \phi_i) + \frac{\delta V_l^+ - \delta V_l^-}{R_s} \int_0^L \phi_i \phi_l dx \right) \right) = \quad (2.44)$$

$$\sum_i \omega_i \left(-R(V^k, T^k, \phi_i) - \int_0^L \frac{V^+ - V^-}{R_s} \phi_i dx \right).$$

Le problème est construit de sorte que chaque fonction ϕ est nulle sauf à des noeuds spécifiques. Les noeuds de calcul sont justement identifiés sur la figure 2.1. Il est possible de définir l'intégrale $\int_{\Gamma} \phi_i \phi_l dl$ de sorte que la correction s'applique à un vecteur d'interface, qui représente uniquement les noeuds impliqués, ci-dessous

$$\frac{\Delta x}{R_s} \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 & -1/3 & -1/6 \\ 1/6 & 1/3 & -1/6 & -1/3 \\ -1/3 & -1/6 & 1/3 & 1/6 \\ -1/6 & -1/3 & 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta V_1^- \\ \delta V_2^- \\ \delta V_1^+ \\ \delta V_2^+ \end{bmatrix}, \quad (2.45)$$

où Δx est la distance entre les points 1 et 2 dans la figure 2.1 selon un choix de fonctions ϕ spécifique. Chaque ligne est associée à une valeur i alors que les colonnes sont associées aux valeurs j en allant d'en bas à gauche vers en haut à droite. Cette partie du problème est donc directement appliquée au système global plutôt que d'être calculée à chaque fois.

2.3.2 Problème en température

Pour le problème en température, il faut suivre une démarche similaire. L'équation (2.9) est tout d'abord multipliée par la fonction test ω et intégrée sur le domaine Ω , i.e.

$$\int_{\Omega} \rho c_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} \omega - \nabla \cdot (\kappa(T) \nabla T) \omega - \vec{J} \cdot \vec{E} \omega dA = 0. \quad (2.46)$$

L'effet Joule $\vec{J} \cdot \vec{E}$ est exprimé à l'aide de la loi d'Ohm $J = \sigma E$ et de la définition du potentiel électrique $E = -\nabla V$, i.e.

$$\int_{\Omega} \rho c_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} \omega - \nabla \cdot (\kappa(T) \nabla T) \omega - \sigma(V, T) |\nabla V|^2 \omega dA = 0. \quad (2.47)$$

Il est possible d'utiliser le théorème de Green sur la partie avec la conductivité thermique κ , de sorte que l'expression devient

$$\int_{\Omega} \rho c_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} \omega + \kappa(T) \nabla T \cdot \nabla \omega - \sigma(V, T) |\nabla V|^2 \omega dA - \int_{\Gamma} (\omega \kappa(T) \nabla T) \cdot \hat{n} dl = 0. \quad (2.48)$$

Il faut discrétiser numériquement la dérivée temporelle. La méthode d'Euler implicite est utilisée et la dérivée temporelle devient

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta t} \quad (2.49)$$

où Δt est le temps de l'itération. C'est une méthode d'ordre 1, il faut alors conserver les valeurs de l'itération au temps précédent. Le coût numérique est inexistant puisqu'il faut de toute façon conserver le vecteur des solutions précédentes qui est utilisé pour appliquer les conditions frontières. Il s'agit d'un choix intuitif qui ne demande pas de travail supplémentaire, contrairement à une méthode d'ordre supérieure. La notation utilisée identifie le numéro de l'itération de temps comme indice inférieur n d'une variable. L'équation de la chaleur en forme faible devient

$$\int_{\Omega} \rho c_p(T) \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta t} \omega + \kappa(T) \nabla T \cdot \nabla \omega - \sigma(V, T) |\nabla V|^2 \omega dA - \int_{\Gamma} (\omega \kappa(T) \nabla T) \cdot \hat{n} dl = 0, \quad (2.50)$$

$$H(T, \omega) = \int_{\Omega} \rho c_p(T) \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta t} \omega + \kappa(T) \nabla T \cdot \nabla \omega dA, \quad (2.51)$$

$$Q(V, T, \omega) = - \int_{\Omega} \sigma(V, T) |\nabla V|^2 \omega dA, \quad (2.52)$$

$$N(V, T, \omega) = - \int_{\Gamma} (\omega \kappa(T) \nabla T) \cdot \hat{n} dl. \quad (2.53)$$

La division en divers termes est réalisée dans le but de traiter chaque terme séparément. Il y a la partie purement thermique H , le terme d'effet Joule Q et le terme de contour N . Le terme d'effet Joule est traité séparément en raison de sa complexité plus grande due à l'expression de la conductivité qui varie selon les matériaux et qui dépend d'une variable de plus (le potentiel V). Les autres termes sont naturellement différenciés puisqu'un terme représente le problème sur le domaine Ω et l'autre sur la frontière Γ .

Encore une fois, le problème est linéarisé avec la méthode de Newton, où l'indice supérieur k est le numéro de l'itération de Newton. Les propriétés des matériaux sont linéarisées à l'aide du développement de Taylor comme suit :

$$T_{n+1}^{k+1} = T_{n+1}^k + \delta T, \quad (2.54)$$

$$c_p(T_{n+1}^{k+1}) = c_p(T_{n+1}^k) + c'_p(T_{n+1}^k)\delta T, \quad (2.55)$$

où c'_p représente la dérivée par rapport à la température en notation simplifiée. La différence de notation par rapport au problème en tension provient de la dépendance temporelle de l'équation, le $n + 1$ est implicite dans toute la notation du problème en tension puisque l'on ne cherche que l'itération courante. Comme pour le problème en tension, les indices k représentent l'itération de la méthode de Newton. Les termes d'énergie interne et de conductivité thermique dans H prennent la forme suivante avec le développement de Taylor sans les termes d'ordre supérieur :

$$H(T_{n+1}^{k+1}, \omega) = \int_{\Omega} \rho \left[c_p(T_{n+1}^k) + c'_p(T_{n+1}^k)\delta T \right] \frac{T_{n+1}^k + \delta T - T_n}{\Delta t} \omega + \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} & \left[\kappa(T_{n+1}^k) + \kappa'(T_{n+1}^k)\delta T \right] \nabla(T_{n+1}^k + \delta T) \cdot \nabla \omega dA, \\ H(T_{n+1}^{k+1}, \omega) = & \int_{\Omega} \rho c_p(T_{n+1}^k) \frac{\delta T}{\Delta t} \omega + \rho c'_p(T_{n+1}^k) \frac{\delta T}{\Delta t} T_{n+1}^k \omega - \rho c'_p(T_{n+1}^k) \delta T \frac{T_n}{\Delta t} \omega \\ & + \kappa(T_{n+1}^k) \nabla \delta T \cdot \nabla \omega + \kappa'(T_{n+1}^k) \delta T \nabla T_{n+1}^k \cdot \nabla \omega \\ & + \rho c_p(T_{n+1}^k) \frac{T_{n+1}^k}{\Delta t} \omega - \rho c_p(T_{n+1}^k) \frac{T_n}{\Delta t} \omega + \kappa(T_{n+1}^k) \nabla T_{n+1}^k \cdot \nabla \omega dA. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Les termes sont différenciés selon leurs dépendances, comme dans le problème sur le potentiel électrique, pour faciliter la construction de la matrice dans les étapes subséquentes, i.e.

$$H(T_{n+1}^{k+1}, \omega) = H(T_{n+1}^k, \omega) + H_{\delta T}(T_{n+1}^k, \omega), \quad (2.58)$$

$$H(T_{n+1}^k, \omega) = \int_{\Omega} \rho c_p(T_{n+1}^k) \frac{T_{n+1}^k}{\Delta t} \omega - \rho c_p(T_{n+1}^k) \frac{T_n}{\Delta t} \omega + \kappa(T_{n+1}^k) \nabla T_{n+1}^k \cdot \nabla \omega dA, \quad (2.59)$$

$$H_{\delta T}(T_{n+1}^k, \omega) = \int_{\Omega} \rho c_p(T_{n+1}^k) \frac{\delta T}{\Delta t} \omega + \rho c'_p(T_{n+1}^k) \delta T \frac{T_{n+1}^k}{\Delta t} \omega - \rho c'_p(T_{n+1}^k) \delta T \frac{T_n}{\Delta t} \omega + \kappa(T_{n+1}^k) \nabla \delta T \cdot \nabla \omega + \kappa'(T_{n+1}^k) \delta T \nabla T_{n+1}^k \cdot \nabla \omega dA. \quad (2.60)$$

2.3.2.1 Effet Joule

On répète le même raisonnement pour l'expression Q qui décrit l'effet Joule. L'expression générale avec la méthode de Newton prend la forme suivante :

$$Q(T_{n+1}^{k+1}, V_{n+1}^{k+1}, \omega) = - \int_{\Omega} \left(\sigma(V_{n+1}^k, T_{n+1}^k) + \frac{\partial \sigma(V_{n+1}^k, T_{n+1}^k)}{\partial T} \delta T + \frac{\partial \sigma(V_{n+1}^k, T_{n+1}^k)}{\partial V} \delta V \right) (\nabla V_{n+1}^{k^2} + 2 \nabla V_{n+1}^k \cdot \nabla \delta V + \nabla \delta V^2) \omega dA. \quad (2.61)$$

Les termes d'ordre supérieur sont ignorés et on peut définir les termes selon les dépendances en température T et en potentiel électrique V :

$$Q(V_{n+1}^{k+1}, T_{n+1}^{k+1}, \omega) = Q(V_{n+1}^k, T_{n+1}^k, \omega) + Q_{\delta T}(V_{n+1}^k, T_{n+1}^k, \omega) + Q_{\delta V}(V_{n+1}^k, T_{n+1}^k, \omega), \quad (2.62)$$

$$Q(V_{n+1}^k, T_{n+1}^k, \omega) = - \int_{\Omega} \sigma(V_{n+1}^k, T_{n+1}^k) |\nabla V_{n+1}^k|^2 dA, \quad (2.63)$$

$$Q_{\delta T}(V_{n+1}^k, T_{n+1}^k, \omega) = - \int_{\Omega} \frac{\partial \sigma(V_{n+1}^k, T_{n+1}^k)}{\partial T} \delta T |\nabla V_{n+1}^k|^2 dA, \quad (2.64)$$

$$Q_{\delta V}(V_{n+1}^k, T_{n+1}^k, \omega) = - \int_{\Omega} \left[\frac{\partial \sigma(V_{n+1}^k, T_{n+1}^k)}{\partial V} \delta V |\nabla V_{n+1}^k|^2 + 2 \sigma(V_{n+1}^k, T_{n+1}^k) \nabla V_{n+1}^k \cdot \nabla \delta V \right] dA. \quad (2.65)$$

Bien sûr, l'expression pour un matériau ohmique est un peu plus simple puisque le terme avec $\partial \sigma / \partial V$ est nul. Les expressions pour les dérivées de la conductivité électrique en fonction de la température T et du potentiel électrique V sont développées dans une section ultérieure.

2.3.2.2 Refroidissement par convection

L'expression du refroidissement présentée dans les équations (2.13) et (2.14) doit être représentée sous forme faible. L'équation de départ prend la forme

$$\kappa(T) \frac{\partial T}{\partial z} = h(T - T_0)(T - T_0) \quad (2.66)$$

que l'on cherche à insérer dans notre expression des conditions frontières en forme faible. Par inspection, on s'aperçoit qu'il est possible de remplacer la forme générale

$$N(T, \omega) = - \int_{\Gamma} (\omega \kappa(T) \nabla T) \cdot \hat{n} dl \quad (2.67)$$

de manière à faire apparaître notre condition frontière :

$$N(T, \omega) = - \int_{\Gamma} \omega h(T - T_0)(T - T_0) dl. \quad (2.68)$$

Encore une fois, il faut passer en correction avec la méthode de Newton pour avoir les nouvelles expressions avec la dépendance en température δT :

$$N(T_{n+1}^{k+1}, \omega) = N(T_{n+1}^k, \omega) + N_{\delta T}(T_{n+1}^k, \omega), \quad (2.69)$$

$$N(T_{n+1}^k, \omega) = - \int_{\Gamma} \omega h(T_{n+1}^k - T_0)(T_{n+1}^k - T_0) dl, \quad (2.70)$$

$$N_{\delta T}(T_{n+1}^k, \omega) = - \int_{\Gamma} \left[\omega \frac{\partial h(T_{n+1}^k - T_0)}{\partial T} \delta T (T_{n+1}^k - T_0) + \omega h((T_{n+1}^k - T_0)) \delta T \right] dl. \quad (2.71)$$

Bien sûr, il faut s'assurer d'appliquer cette condition uniquement aux parois inférieures et supérieures lors de la construction du système pour bien représenter nos conditions frontières initiales.

2.3.2.3 Chaleur générée dans l'interface résistive

La condition frontière de l'équation (2.10) s'exprime sous forme faible comme la condition frontière précédente par identification. Celle-ci fait intervenir deux matériaux plutôt qu'une frontière extérieure. Les limites sont réexprimées selon le matériau qu'elles font intervenir

$$\kappa_B(T) \frac{\partial T^-}{\partial z} - \kappa_A(T) \frac{\partial T^+}{\partial z} = R_s J_z^2 \quad (2.72)$$

où B représente le matériau en dessous de l'interface et A le matériau au-dessus de l'interface. La densité de courant est exprimée avec la loi d'Ohm pour obtenir l'expression suivante :

$$\kappa_B(T) \frac{\partial T^-}{\partial z} - \kappa_A(T) \frac{\partial T^+}{\partial z} = R_s \left(\sigma(V, T) \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2. \quad (2.73)$$

Lors de la discrétisation, il va y avoir une contribution de deux éléments adjacents tout au long de l'interface. Ces contributions s'annulent en temps normal. Par contre ce n'est pas le cas à notre interface résistive, l'expression est

$$\int_{\Gamma} (\omega \kappa_B(T^-) \nabla T^-) \cdot \hat{n} dl - \int_{\Gamma} (\omega \kappa_A(T^+) \nabla T^+) \cdot \hat{n} dl = N^+(T, \omega) - N^-(T, \omega) \quad (2.74)$$

que l'on peut exprimer selon les mêmes notations que dans la section 2.3.1.2 sur l'interface résistive électrique pour les matériaux de part et d'autre. En remplaçant les termes par identification, on renomme l'expression D et on obtient

$$D(T, \omega) = \int_{\Gamma} \omega (\kappa_B(T^-) \nabla T^- - \kappa_A(T^+) \nabla T^+) \cdot \hat{n} dl. \quad (2.75)$$

On vient finalement appliquer l'identification 2.73, qui ajoute la dépendance en tension à l'expression D , i.e.

$$D(V, T, \omega) = \int_{\Gamma} \omega \left(R_s \left(\sigma(T, V) \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right) dl. \quad (2.76)$$

Il faut ensuite faire le passage par la méthode de Newton en négligeant les ordres supérieurs. Le résultat est le suivant avec l'expression de base D ainsi que ses dépendances en températures δT et en potentiel électrique δV :

$$D(V_{n+1}^{k+1}, T_{n+1}^{k+1}, \omega) = D(T_{n+1}^k, V_{n+1}^k, \omega) + D_{\delta T}(T_{n+1}^k, V_{n+1}^k, \omega) + D_{\delta V}(T_{n+1}^k, V_{n+1}^k, \omega), \quad (2.77)$$

$$D(V_{n+1}^k, T_{n+1}^{k+1}, \omega) = \int_{\Gamma} \omega \left(R_s \left(\sigma(T_{n+1}^k, V_{n+1}^k) \frac{\partial V_{n+1}^k}{\partial z} \right)^2 \right) dl, \quad (2.78)$$

$$D_{\delta T}(V_{n+1}^k, T_{n+1}^{k+1}, \omega) = \int_{\Gamma} 2\omega R_s \sigma(T_{n+1}^k, V_{n+1}^k) \left(\frac{\partial V_{n+1}^k}{\partial z} \right)^2 \frac{\partial \sigma(T_{n+1}^k, V_{n+1}^k)}{\partial T} dl, \quad (2.79)$$

$$\begin{aligned} D_{\delta V}(V_{n+1}^k, T_{n+1}^{k+1}, \omega) &= \int_{\Gamma} 2\omega R_s \sigma(T_{n+1}^k, V_{n+1}^k) \left(\frac{\partial V_{n+1}^k}{\partial z} \right)^2 \frac{\partial \sigma(T_{n+1}^k, V_{n+1}^k)}{\partial V} \frac{\partial V_{n+1}^k}{\partial z} \\ &\quad + 2\omega R_s \sigma(T_{n+1}^k, V_{n+1}^k) \frac{\partial V_{n+1}^k}{\partial z} \sigma(T_{n+1}^k, V_{n+1}^k) \frac{\partial \delta V}{\partial z} dl. \end{aligned} \quad (2.80)$$

2.3.3 Dérivées de la conductivité électrique

Les expressions précédentes impliquant les dérivées de la conductivité électrique σ sont restées générales au cours de la démarche. C'est maintenant le temps de les développer afin d'avoir une formule à utiliser lors de l'implémentation. Pour un matériau ohmique, il n'y a pas de dépendance en potentiel électrique, l'expression prend la forme

$$\sigma(T^{k+1}) = \sigma(T^k) \frac{\partial \sigma(T^k)}{\partial T} \delta T \quad (2.81)$$

où la dérivée en température est trouvée à partir d'un tableau à la température T^k . Les dérivées dans le tableau sont linéaires par partie. La valeur d'une propriété à une certaine température est donc obtenue par interpolation linéaire. Il s'agit d'un choix puisqu'il est possible d'utiliser d'autres méthodes numériques pour interpoler tel que les splines cubiques. L'expression de la conductivité du supraconducteur est définie comme deux conducteurs en parallèle où

$$\sigma = \sigma_{sc} + \sigma_n, \quad (2.82)$$

où σ_n représente la conductivité du supraconducteur au-dessus de la température critique, tandis que σ_{sc} définit la conductivité en dessous de cette température critique. La conductivité ohmique σ_n du ruban est relativement faible et constante, de sorte qu'elle est négligeable lorsque le matériau est supraconducteur. L'autre partie σ_{sc} est décrite à l'aide de la loi de puissance

$$\sigma_{sc} = \frac{J_c(T)}{E_0} \left(\frac{|\nabla V|}{E_0} \right)^{\frac{1-n(T)}{n(T)}}, \quad (2.83)$$

$$J_c(T) = \begin{cases} J_{c0} \left(\frac{T_c - T}{T_c - T_0} \right) & T < T_c \\ 0 & T > T_c \end{cases}, \quad (2.84)$$

$$n(T) = \begin{cases} (n_0 - 1) \left(\frac{T_c - T}{T_c - T_0} \right)^{1/4} + 1 & T < T_c \\ 1 & T > T_c \end{cases}, \quad (2.85)$$

qu'il faut dériver pour bien définir nos équations. Commençons tout d'abord par la dérivée par rapport à la température :

$$\frac{\partial \sigma_{sc}(V, T)}{\partial T} = -\frac{J_{c0}}{E_0} \frac{1}{T_c - T_0} \left(\frac{|\nabla V|}{E_0} \right)^{\frac{1-n(T)}{n(T)}}, \quad (2.86)$$

$$+ \frac{J_c(T)}{E_0} \ln \left(\frac{|\nabla V|}{E_0} \right) \frac{\nabla V}{E_0} \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{1-n(T)}{n(T)} \right],$$

$$\frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{1-n(T)}{n(T)} \right] = \frac{-1}{n(T)^2} \left(\frac{n_0 - 1}{4} \frac{T_c - T}{T_c - T_0} \right)^{\frac{-3}{4}} \frac{-1}{T_c - T_0}, \quad (2.87)$$

$$\frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{1-n(T)}{n(T)} \right] = \frac{1}{n(T)^2} \frac{n_0 - 1}{4} \frac{(T_c - T)^{\frac{-3}{4}}}{(T_c - T_0)^{\frac{1}{4}}}, \quad (2.88)$$

$$\frac{\partial \sigma(V, T)}{\partial T} = \left(\frac{|\nabla V|}{E_0} \right)^{\frac{1-n(T)}{n(T)}} \left[\frac{J_c(T)}{E_0} \ln \left(\frac{|\nabla V|}{E_0} \right) \frac{n_0 - 1}{4n(T)^2} \frac{(T_c - T)^{-3/4}}{(T_c - T_0)^{1/4}} \right]. \quad (2.89)$$

Ensuite, la dérivée par rapport à la tension :

$$\frac{\partial \sigma_{sc}(V, T)}{\partial V} = \frac{J(T)}{E_0^{1/n(T)}} \frac{\partial}{\partial V} (|\nabla V|^{\frac{1-n(T)}{n(T)}}), \quad (2.90)$$

$$= \frac{J(T)}{E_0^{1/n(T)}} \frac{1-n(T)}{n(T)} |\nabla V|^{\frac{1-2n(T)}{n(T)}} \left| \frac{\partial}{\partial V} |\nabla V| \right|, \quad (2.91)$$

$$= \sigma(V, T) \frac{1-n(T)}{n(T) |\nabla V|} \frac{1}{|\nabla V|} \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial z} \right), \quad (2.92)$$

$$= \sigma(V, T) \frac{1-n(T)}{n(T) |\nabla V|^2} \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial z} \right). \quad (2.93)$$

Ces fonctions sont implémentées directement afin d'avoir une valeur de la conductivité et des dérivées du supraconducteur à chaque itération de temps et de Newton.

2.4 Degrés de liberté

Le maillage est représenté par des fonctions d'ordre différent selon les directions. Les termes en z pour le problème thermique ainsi que le problème en potentiel électrique sont d'ordre deux puisque l'on s'intéresse à la distribution de la chaleur et du potentiel électrique entre les divers matériaux selon l'épaisseur. Les termes en x selon la longueur du ruban sont d'ordre un, ce qui nous permet de résoudre l'équation de Laplace qui a une solution simple a priori. Cela diminue le nombre de degrés de liberté de trois par élément, qui est une optimisation au niveau du temps de calcul. Les fonctions de base sont inspirées des polynômes de Lagrange Q_2 [7] sur élément de référence quadrangulaire à neuf noeuds, tel qu'illustré à la figure 2.2.

Les fonctions d'origines sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= \frac{1}{4}(1 + \xi)\xi(1 + \eta)\eta, \\
\phi_2 &= -\frac{1}{4}(1 - \xi)\xi(1 + \eta)\eta, \\
\phi_3 &= \frac{1}{4}(1 - \xi)\xi(1 - \eta)\eta, \\
\phi_4 &= -\frac{1}{4}(1 + \xi)\xi(1 - \eta)\eta, \\
\phi_5 &= \frac{1}{2}(1 - \xi^2)\xi(1 - \eta)\eta, \\
\phi_6 &= -\frac{1}{2}(1 - \xi)\xi(1 - \eta^2), \\
\phi_7 &= -\frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 - \eta)\eta, \\
\phi_8 &= \frac{1}{2}(1 + \xi)\xi(1 - \eta^2), \\
\phi_9 &= (1 - \xi^2)\xi(1 - \eta^2).
\end{aligned} \tag{2.94}$$

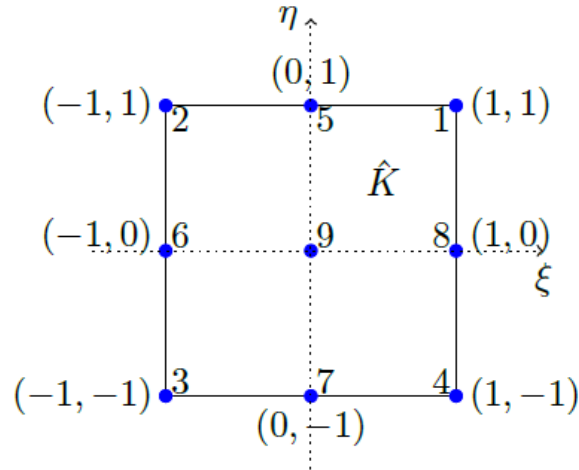


Figure 2.2 Élément quadrangulaire à neuf noeuds. Tiré de [7].

Les fonctions de base utilisées sont obtenues en faisant la transformation géométrique pour passer sur l'élément de référence $[0; 1]^2$, en réduisant l'ordre selon la dimension ξ et en éliminant les fonctions non nécessaires. Selon la figure 2.2, ces fonctions sont celles associées aux noeuds 5, 7 et 9. La figure 2.3 présente un nouvel élément de référence sans les noeuds de trop. Après les modifications mentionnées, les fonctions restantes sur cet élément sont

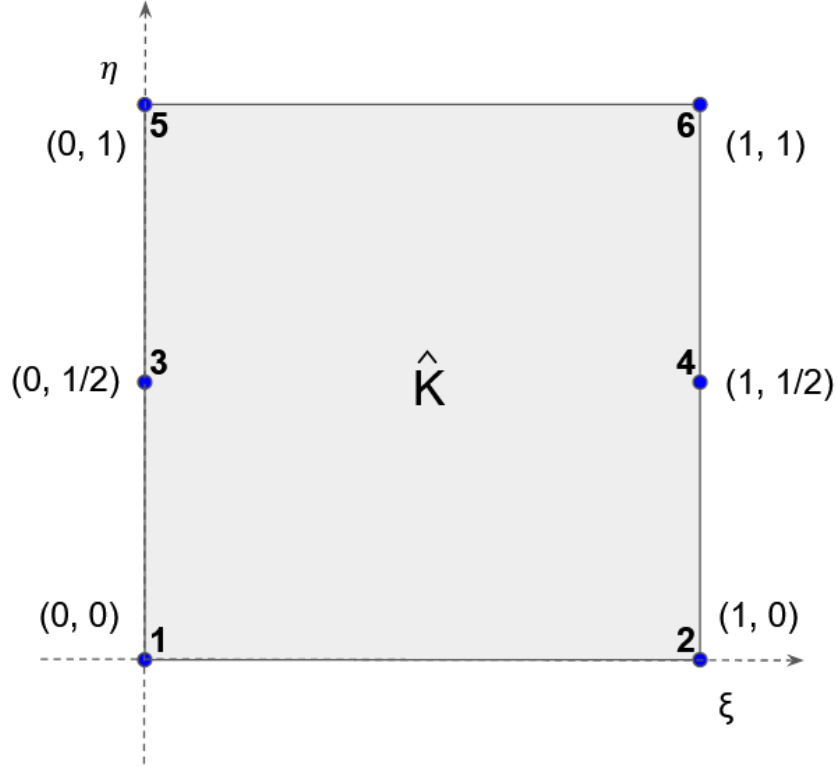


Figure 2.3 Élément de référence à six noeuds pour des fonctions de base linéaires en ξ et quadratiques en η .

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= (1 - \xi)(1 - \eta)(1 - 2\eta), \\
 \phi_2 &= \xi(1 - \eta)(1 - 2\eta), \\
 \phi_3 &= 4(1 - \xi)(1 - \eta)\eta, \\
 \phi_4 &= 4\xi(1 - \eta)\eta, \\
 \phi_5 &= (1 - \xi)\eta(2\eta - 1), \\
 \phi_6 &= \xi\eta(2\eta - 1).
 \end{aligned} \tag{2.95}$$

Les calculs dans chaque élément peuvent se faire à partir d'une position normalisée où $\xi = \frac{x}{\Delta x}$ et $\eta = \frac{z}{\Delta z}$ où Δx et Δz sont les tailles des éléments selon les dimensions respectives. Puisqu'il s'agit de polynômes, il est aisé de vérifier qu'il s'agit bien d'une base orthogonale en chaque noeud, c'est-à-dire que la fonction vaut 1 à son noeud correspondant et 0 aux autres noeuds. Le maillage est alors composé d'une succession d'éléments connectés l'un à l'autre par les noeuds de calcul.

2.4.1 Interface résistive électrique

Comme mentionnée plus tôt dans la section 2.3.1.2, le choix de fonction de bases permet de précalculer une partie de la correction apportée à la formulation faible. Par exemple, en prenant les deux noeuds (V_1^-, V_1^+) des éléments superposés comme à la figure 2.3, on obtient la combinaison de la fonction 5 et 1, soit la première ligne et la troisième colonne de la matrice de correction :

$$\Delta x \int_0^1 \phi_5(\xi, 1) \phi_1(\xi, 1) d\xi \quad (2.96)$$

$$\Delta x \int_0^1 -(1 - \xi)(1 - \xi) d\xi \quad (2.97)$$

$$-\Delta x \left(\xi - \frac{2\xi^2}{2} + \frac{\xi^3}{3} \right) \Big|_0^1 = -\frac{\Delta x}{3} \quad (2.98)$$

2.5 Intégration numérique

Chaque intégration numérique est réalisée à l'aide des quadratures de Gauss. Les poids et noeuds utilisés lors des intégrations se retrouvent dans le tableau 2.1. L'ordre est sélectionné en fonction des intégrales à évaluer dans le problème. Un aperçu des équations nous permet d'identifier un terme $\sigma |\nabla V|^2 \omega$ qui serait d'ordre 6 avec nos fonctions quadratiques sans considérer σ . J'utilise cette approximation plutôt que de faire une analyse détaillée des fonctions en 2D. Il faut donc un minimum de trois noeuds uniquement pour évaluer cette expression car les quadratures de Gauss sont exactes pour des polynômes de degré $2m-1$ où m est le nombre de points de Gauss. Il faut faire une analyse de l'ordre de la loi de puissance pour ajouter suffisamment de points de Gauss. Le terme affectant l'ordre est

$$|\nabla V|^{\frac{1-n(T)}{n(T)}} \quad (2.99)$$

où l'expression $n(T)$

$$n(T) = (n_0 - 1) \left(\frac{T_c - T_0}{T_c - T_0} \right)^{1/4}, T < T_c \quad (2.100)$$

dicte l'ordre de l'expression. Les bornes de cette expression sont de $]0, n_0]$. Le degré de l'exposant

$$\frac{1 - n(T)}{n(T)} \quad (2.101)$$

varie donc de $]1, -1]$ en supposant que n_0 est suffisamment grand. Cet exposant affecte une fonction de base d'ordre deux par nos définitions. L'ordre total passe à 8 et il faut au minimum ajouter un noeud. Deux noeuds sont ajoutés puisqu'il ne s'agit pas d'un polynôme en soi par précaution. Il s'en suit tout de même un coût numérique qui sera non-négligeable lors de la construction du système d'équations. Les intégrales présentes dans les formulations faibles se transforment donc toutes de cette façon :

$$\int_{\Omega} f(x, z) dA \simeq \sum_k \sum_l w_k w_l f(x_k, z_l), \quad (2.102)$$

$$\int_{\Gamma} f(x, z) dx \simeq \sum_k w_k f(x_k, z), \quad (2.103)$$

$$\int_{\Gamma} f(x, z) dz \simeq \sum_l w_l f(x, z_l). \quad (2.104)$$

Les intégrales sont implémentées sur l'élément de référence et il y a une transformation d'espace réalisée à la toute fin. De façon générale, les intégrales ont plus la forme

$$\int_{\Omega} f(x, z) dA \simeq \Delta x \Delta z \sum_k \sum_l w_k w_l f(\xi_k, \eta_l), \quad (2.105)$$

où tous les calculs se produisent sur l'élément de référence et la transformation est la taille de l'élément selon les deux dimensions. Les transformations linéaires dans les deux directions découlent du maillage en quadrilatère utilisé et ne seraient pas les mêmes pour un maillage sur des triangles. Les poids w_k et w_l ainsi que les positions ξ_k et η_l sur notre élément de référence sont identifiés dans le tableau 2.1 pour une quadrature de Gauss à cinq noeuds.

Tableau 2.1 Quadrature de Gauss à cinq noeuds.

Position	Poids
$\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\sqrt{5 + 2\sqrt{\frac{10}{7}}}$	$\frac{322-13\sqrt{70}}{1800}$
$\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\sqrt{5 - 2\sqrt{\frac{10}{7}}}$	$\frac{322+13\sqrt{70}}{1800}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{64}{225}$
$\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\sqrt{5 - 2\sqrt{\frac{10}{7}}}$	$\frac{322+13\sqrt{70}}{1800}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\sqrt{5 + 2\sqrt{\frac{10}{7}}}$	$\frac{322-13\sqrt{70}}{1800}$

2.6 Méthode Ritz

Les expressions développées par forme faible peuvent toutes être manipulées de façon à obtenir une forme bilinéaire

$$A(\delta V, \delta T, \omega) = L(\omega) \quad (2.106)$$

C'est d'ailleurs pour cette raison que tous les termes ont été développés en fonction de leurs dépendances. Prenons l'expression de l'équation de la chaleur par exemple en forme faible. L'équation s'organiserait de façon à avoir

$$\begin{aligned} H_{\delta T}(T, \omega) + Q_{\delta T}(V, T, \omega) + Q_{\delta V}(V, T, \omega) + N_{\delta T}(V, T, \omega) + N_{\delta V}(V, T, \omega) = \\ -H(T, \omega) - Q(V, T, \omega) - N(V, T, \omega). \end{aligned} \quad (2.107)$$

Il faut alors représenter par des fonctions numériques chacune de ses variables. En utilisant les propriétés de la forme bilinéaire, on obtient la forme suivante où M est le nombre de fonctions de bases par élément :

$$\sum_{j=1}^M u_j A(\phi_j, \tilde{\phi}_i) = L(\tilde{\phi}_i) \quad 1 \leq i \leq M. \quad (2.108)$$

Le choix a été fait d'utiliser la méthode de Ritz et donc d'avoir $\tilde{\phi}_i = \phi_j$, qui sont les six fonctions de base définies plus tôt pour un élément linéaire en ξ et quadratique en η .

Il faut alors construire un système linéaire $A\delta U=L$ où U est un vecteur général contenant δV et δT . Cette formulation est générale et contient la partie électrique ainsi que la partie thermique du problème. À l'aide du choix de base fait plus tôt, les résultats du système matriciel sont les valeurs respectives de tension et de température à chaque noeud de calcul du maillage. La forme générale est la suivante :

$$\begin{bmatrix} A_{VV} & A_{VT} \\ A_{TV} & A_{TT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta U_V \\ \delta U_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_V \\ L_T \end{bmatrix}. \quad (2.109)$$

La ligne du haut représente le problème en tension alors que la ligne du bas représente le problème thermique. Les termes croisés sont donc les dépendances de chacune des équations l'une par rapport à l'autre (termes de couplage). Chaque élément est construit indépendamment et comporte une matrice M par M pour chacun de ces quadrants. Par exemple, la

contribution d'un élément à A_{VV} est formée de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} A(\phi_1, \phi_1) & A(\phi_2, \phi_1) & \dots & A(\phi_M, \phi_1) \\ A(\phi_1, \phi_2) & A(\phi_2, \phi_2) & \dots & A(\phi_M, \phi_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A(\phi_1, \phi_M) & A(\phi_2, \phi_M) & \dots & A(\phi_M, \phi_M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta V_1 \\ \delta V_2 \\ \vdots \\ \delta V_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_V(\phi_1) \\ L_V(\phi_2) \\ \vdots \\ L_V(\phi_M) \end{bmatrix}. \quad (2.110)$$

Chaque contribution est ensuite indexée dans la matrice globale à l'aide des relations entre les noeuds géométriques. Il faut finalement ajouter une ligne au système d'équations pour la condition de conservation du courant, qui est valide en tout point sur la longueur. Celle-ci sera appliquée au début du ruban par simplicité et déterminera la tension à une extrémité du ruban, alors que l'autre extrémité est posée comme tension de référence.

Comme mentionné plus tôt, ce système d'équations doit être résolu itérativement pour respecter la méthode de Newton. Ceci est réalisé à partir de l'algorithme suivant :

1. Poser un critère d'arrêt ϵ
2. Définir le nombre maximal d'itérations I
3. Poser la solution initiale pour chaque noeuds du maillage
 $U_0 = [V_0(x_1, z_1) \ V_0(x_2, z_1) \ \dots \ T_0(x_1, z_1) \ T_0(x_2, z_1) \ \dots]^T$
4. Résoudre le système linéaire en correction : $A\delta U = L$
5. Mettre à jour la solution $U_{n+1}^k = U_n^k + \delta U$
6. Vérifier le critère de convergence :
 $\| \frac{\delta U}{U_{n+1}^{k+1}} \| < \epsilon$
 Retour à l'étape 4 si ce n'est pas respecté
7. Vérifier le nombre d'itérations, soit $k \leq I$
8. Passer au pas de temps suivant

2.6.1 Conditionnement des matrices

Les conditions de Dirichlet en formulation forte (2.6, 2.7, 2.11, 2.12) sont :

$$V(L, z) = 0, \quad (2.111)$$

$$V(0, z) = V_{tot}, \quad (2.112)$$

$$T(L, z) = T_0, \quad (2.113)$$

$$T(0, z) = T_0. \quad (2.114)$$

Ces expressions sont forcées manuellement à chaque noeud de calcul en formulation faible. Pour la première condition en $x=L$, il y aura une ligne de zéros avec un "1" au noeud correspondant. Pour la condition de Dirichlet en tension, il y aura un "1" au noeud correspondant et un "-1" au dernier élément de la ligne puisque la conservation du courant est calculée indépendamment dans la dernière ligne. Les termes du vecteur source sont fixés à "0" pour les deux conditions en tension. En température, il y a similairement une ligne de zéros avec un "1" aux noeuds en question. Les termes du vecteur source associé sont typiquement posés à T_0 dans un problème standard, mais ceux-ci sont à zéro en correction.

Il est alors possible d'arriver dans des situations où les intégrales avec le terme σ sont de l'ordre 10^{10} dans une ligne, alors que la ligne suivante est composée de zéros et de uns. Les ordres de grandeur peuvent causer des problèmes numériques lorsque l'on inverse la matrice, où la précision entre le 0 et le 1 est perdu. Les conditions de Dirichlet sont donc toutes conditionnées en fonction du facteur de conditionnement α , qui est le plus grand coefficient de la matrice globale A , de sorte que :

$$\alpha V(L, z) = 0, \quad (2.115)$$

$$\alpha V(0, z) = \alpha V_{tot}, \quad (2.116)$$

$$\alpha T(L, z) = \alpha T_0, \quad (2.117)$$

$$\alpha T(0, z) = \alpha T_0. \quad (2.118)$$

Finalement, tout est normalisé de $[-1,1]$ à l'aide d'une décomposition de matrices LU. Il faut construire les matrices diagonales K et G , plus communément appelés *lower* et *upper*, où chaque composante est construite comme suit :

$$K_{ij} = \max \sqrt{|A_{ij}|}, \quad 1 \leq j \leq M, \quad (2.119)$$

$$G_{ij} = \max \sqrt{|A_{ij}|}. \quad 1 \leq i \leq N. \quad (2.120)$$

K est donc une matrice triangulaire inférieure de la racine des maximums des lignes de A . G est une matrice triangulaire supérieure contenant la racine des maximums des colonnes de A . La décomposition LU modifie le système d'équations, i.e.

$$K^{-1}AG^{-1} G\delta\vec{U} = K^{-1}\vec{L}, \quad (2.121)$$

que l'on réexprime selon des variables transitoires

$$B\vec{y} = \vec{v}, \quad (2.122)$$

$$B = K^{-1}AG^{-1}, \quad (2.123)$$

$$\vec{y} = G\delta\vec{U}, \quad (2.124)$$

$$\vec{v} = K^{-1}\vec{L}. \quad (2.125)$$

La matrice B est normalisée sur $[-1,1]$ à ce moment. Ce système est mieux conditionné que le précédent, et c'est celui-ci qu'il faut résoudre pour obtenir la solution désirée avec $\delta\vec{U} = G^{-1}\vec{y}$.

2.7 Validation du modèle

Le modèle a été implémenté à divers niveaux à partir d'un code MATLAB pour ensuite passer vers un code maison en C++. Les propriétés des divers matériaux sont importées à l'aide d'un fichier XML, dont un exemple est présent en annexe A. Le fichier XML comprend toutes les informations essentielles pour les simulations telles que les propriétés des matériaux, la distribution du courant critique et le maillage de départ. Les résultats du modèle sont comparés à des résultats du simulateur commercial COMSOL Multiphysics selon une complexité grandissante pour valider chaque partie avant de tester un limiteur de courant complet.

2.7.1 Solution stationnaire

Sous certaines conditions, il est possible d'obtenir une solution stationnaire à notre problème. Cela veut dire que le changement dans le temps n'est pas considéré, cela représente la solution à l'équilibre. Cette méthode n'est valide que pour les cas les plus simples où l'on vérifie une équation fondamentale à la fois (pas de couplage) ou si toutes les propriétés sont linéaires dans un problème couplé.

2.7.2 Solution stationnaire linéaire

Le problème thermique est souvent le plus difficile à implémenter par la nature de l'équation qui comporte une dépendance temporelle et de multiples dépendances en température. Il est pertinent de tester la résolution indépendamment du problème en potentiel électrique. Découpler le problème permet d'isoler une erreur lors de l'implémentation beaucoup plus rapidement. L'équation fondamentale du problème prend la forme suivante sans dépendance

temporelle :

$$0 = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + Q, \quad (2.126)$$

où Q est une source de chaleur quelconque. Ce problème a une solution stationnaire si les propriétés des matériaux sont constantes. Cette équation a d'ailleurs une forme analytique que l'on peut obtenir en intégrant la formulation forte, i.e.

$$T(x) = \frac{-Q}{2\kappa}x^2 + ax + b. \quad (2.127)$$

Le problème ne dépend que de x lorsque l'on utilise des conditions de Neumann pour le haut et le bas du ruban, i.e.

$$\kappa \frac{\partial T(x, 0)}{\partial z} = 0, \quad (2.128)$$

$$\kappa \frac{\partial T(x, H)}{\partial z} = 0. \quad (2.129)$$

Ces conditions assurent que le problème est uniforme en z , c'est-à-dire que le résultat ne dépend plus de cette variable. Les constantes a et b sont trouvées à l'aide des conditions frontières de Dirichlet, i.e.

$$T(0) = T_0 \longrightarrow b = T_0, \quad (2.130)$$

$$T(L) = T_0 \longrightarrow a = \frac{QL}{2\kappa}. \quad (2.131)$$

L'expression analytique finale est donc :

$$T(x) = \frac{Q}{2\kappa}(L - x)x + T_0. \quad (2.132)$$

On vérifie que l'assemblage du problème se produit bien en résolvant ce problème avec la méthode d'éléments finis décrite précédemment. Le nombre d'éléments importe peu pour ce genre de test puisque l'on devrait obtenir la solution analytique. Puisque notre solution analytique est une parabole, il serait nécessaire d'avoir des fonctions d'ordre 2 pour bien la représenter a priori, mais l'équation de la chaleur est particulière et il est possible d'avoir la solution avec des polynômes linéaires [30]. La construction du système est faite avec trois éléments par économie de ressource. Ce test est réalisé avec MATLAB avant même de commencer le développement en C++ et prend un temps faramineux pour construire le système matriciel. Les paramètres utilisés sont $L = 0.005$ m, $Q = 20\text{E}9$ J, $\kappa = 471$ W/(m.K) et

Tableau 2.2 Température aux noeuds d'un système à trois éléments pour un problème stationnaire linéaire selon leurs positions.

$z \text{ (m)} \setminus x \text{ (m)}$	0	0.00166	0.00333	0.005
2E-6	77	194.95	194.95	77
1E-6	77	194.95	194.95	77
0	77	194.95	194.95	77
Solution analytique	77	194.95	194.95	77

$T_0 = 77 \text{ K}$. Les valeurs de température pour les divers noeuds sont présentées dans le tableau 2.2. La température aux noeuds correspond bien aux résultats attendus pour la solution analytique de l'équation (2.132).

Ce test vient confirmer que l'assemblage du système se produit comme prévu et qu'il est possible de résoudre un problème linéaire. Il faut maintenant généraliser cette approche pour un problème plus complexe avec diverses conditions frontières et des propriétés des matériaux non linéaires.

2.7.3 Solution du problème en potentiel électrique à température fixe

Le premier problème plus complexe cherche à évaluer l'effet de la non linéarité de la conductivité électrique dans un problème relativement simple. L'idée est d'isoler le plus de variables possibles, et c'est possible en traitant que le problème en potentiel électrique, qui ne fait intervenir que la conductivité électrique. Puisqu'il s'agit du seul paramètre provenant des matériaux affectant le couplage, il s'agit d'une approche pertinente pour le tester. Il est possible de fixer la température le long du ruban pour ne résoudre que la partie électrique du ruban en posant une fonction arbitraire pour la température. Les matrices A_{TT} , A_{TV} décrites dans la méthode de Ritz de la section 2.6 doivent respectivement être fixées à une matrice identité et une matrice nulle. Dans le même ordre d'idée, le vecteur b_T est nul puisqu'il n'y a pas de correction sur cette partie du problème. Toutes les composantes du problème thermique sont neutralisées, de sorte que le problème reste à la température initiale. L'allure du problème électrique restant est présentée à la figure 2.4.

Il faut avoir une variation de la température significative pour tester la non linéarité. La figure 2.5 présente les paramètres utilisés. Les simulations sont réalisées sur un mince ruban d'argent dont les dimensions sont 0.01 m de longueur (L), 0.01 m de largeur (l) et de 2E-6 m d'épaisseur (H) au travers duquel passe 20 A. La fonction représentant la température initiale est une pente linéaire de 77 K à 177 K d'une extrémité à l'autre du ruban d'argent. Les points indiquent les noeuds représentant le maillage, qui consiste en 10 éléments distribués

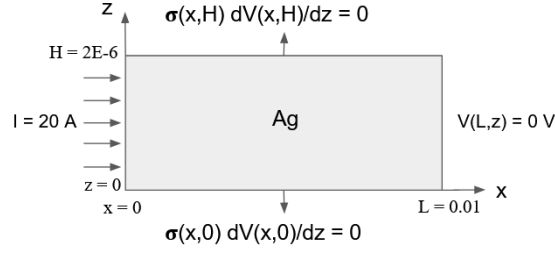


Figure 2.4 Schéma du problème électrique dans un mince ruban d'argent.

uniformément sur la longueur.

La solution du problème est présentée à la figure 2.6 selon divers modèles provenant de COMSOL Multiphysics et de notre modèle maison. Les courbes *Lineaire* ainsi que *Quadratique* proviennent de COMSOL Multiphysics et nous donnent le même résultat pour des polynômes de degré 1 et 2 respectivement. Il faut rappeler que le modèle maison utilise des polynômes linéaires en x et quadratiques en z en référence aux axes de la figure 2.4. À ce sujet, les

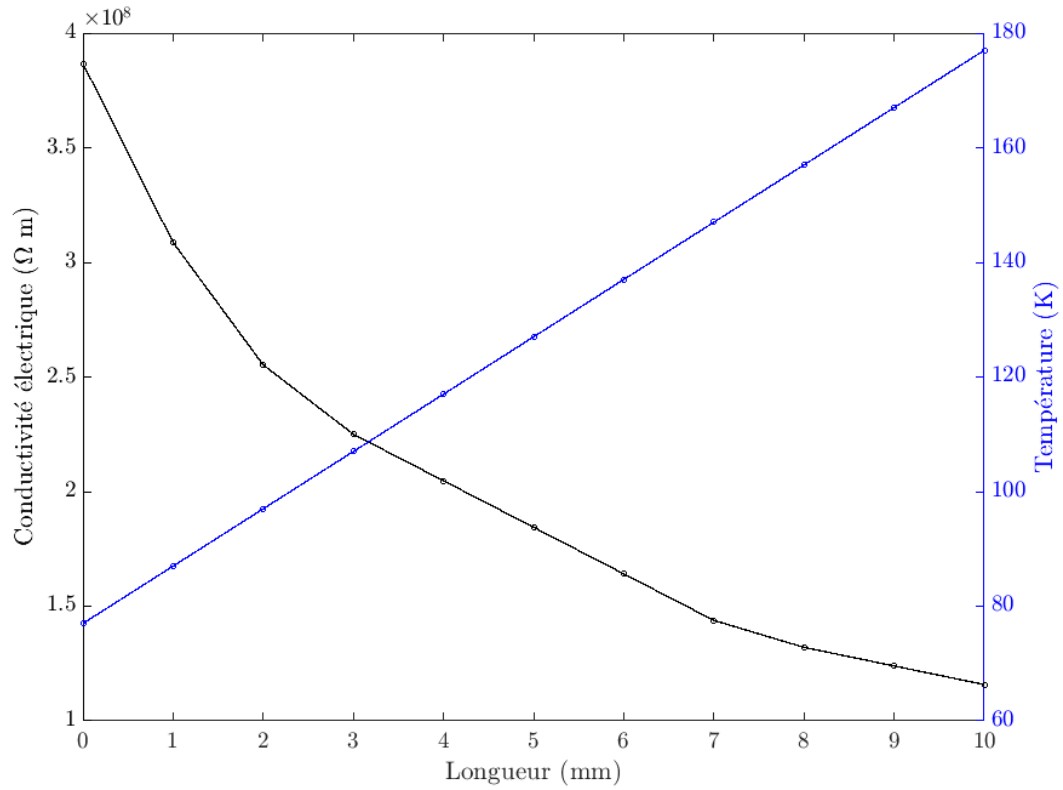


Figure 2.5 Conductivité électrique selon la température imposée le long d'un ruban d'argent.

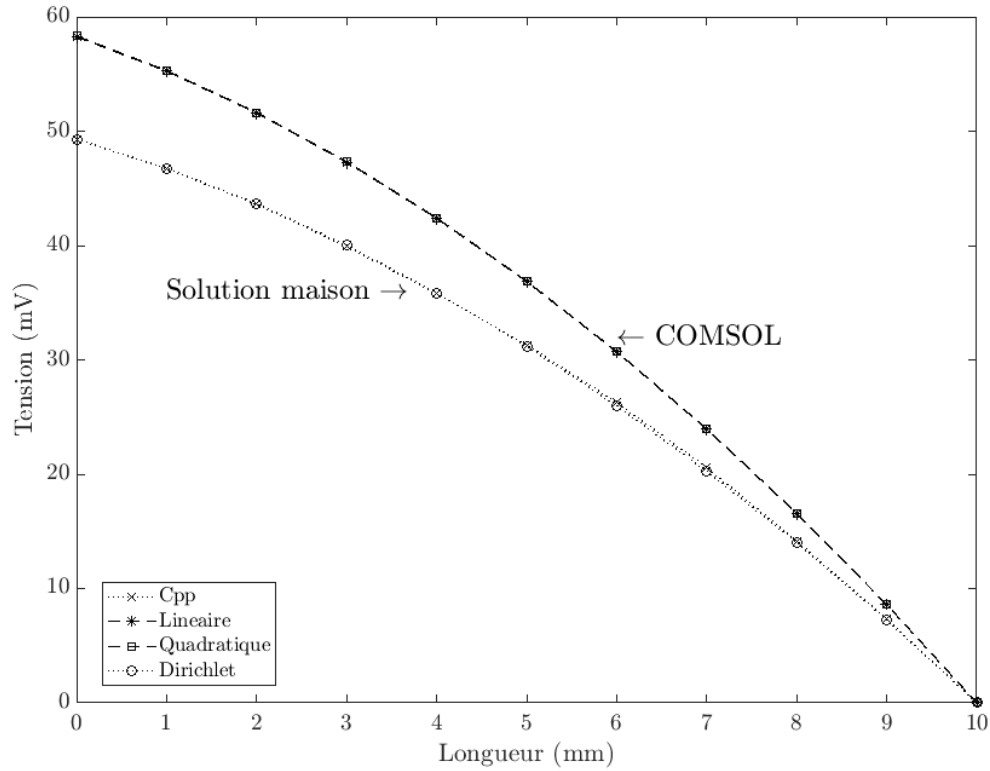


Figure 2.6 Solution du potentiel électrique entre le modèle maison et divers modèles COMSOL Multiphysics.

solutions en z ne sont pas présentées pour ce problème puisqu'il n'y a aucune variation. La courbe *Cpp* représente la solution du modèle maison qui est différente de celles proposées par le simulateur commercial. La différence semble provenir de la façon dont les conditions frontières sont appliquées, notamment comment le courant de 20 A est imposé à la frontière gauche ($x = 0$). Pour vérifier cette hypothèse, la courbe *Dirichlet* a été ajoutée, qui utilise une condition de Dirichlet qui fixe le potentiel à gauche à la même valeur ($V = 0.493032$ V) que le modèle maison plutôt que de fixer le courant. Avec cette approche, la courbe *Dirichlet* donne le même résultat que le modèle maison *Cpp*.

Pour étudier davantage le problème avec le courant, il a fallu vérifier l'assemblage des 10 éléments dans le but d'obtenir le courant à chaque noeud. Les valeurs sont présentées à la figure 2.7. Selon les dimensions du problème pour 20 A, la densité de courant devrait être de $10E8$ A/m². Or, ce n'est pas le cas, sauf pour le problème *Quadratique* qui respecte cette règle la majeure partie du temps, mis à part quelques oscillations négligeables. En comparaison, le modèle *Lineaire* impose un courant supérieur à la valeur attendue en $x = 0$, de sorte que la moyenne du courant dans l'élément correspond au courant désiré. Dans le cas du modèle

C_{pp} , la densité de courant est imposée directement à la frontière.

On observe cette différence entre les courbes C_{pp} et la courbe *Dirichlet* qui ont la même solution en tension, mais pas le même courant, il y a donc effectivement une différence dans la façon dont les conditions frontières sont appliquées entre COMSOL Multiphysics et le modèle maison. La condition frontière de COMSOL Multiphysics est un *Floating potential* sur la bordure gauche du ruban. Cette différence aura inévitablement plusieurs conséquences dans un modèle complexe. La distribution du courant ne sera pas continue entre les matériaux, notamment lorsqu'il y aura un matériau supraconducteur avec un courant critique très spécifique. Cela peut mener à un transfert de courant dans la couche d'argent lorsqu'il n'est pas supposé y en avoir. À terme, cela affectera la résolution temporelle du problème puisque la chaleur est générée quand le courant passera dans une couche résistive comme l'argent. Cet effet est intrinsèque à la méthode des éléments finis, il reste de très légères discontinuités (pratiquement invisible), même quand on augmente le degré des polynômes, dans *Quadratique*. Le courant est une valeur dérivée dans notre cas puisque l'on résout le

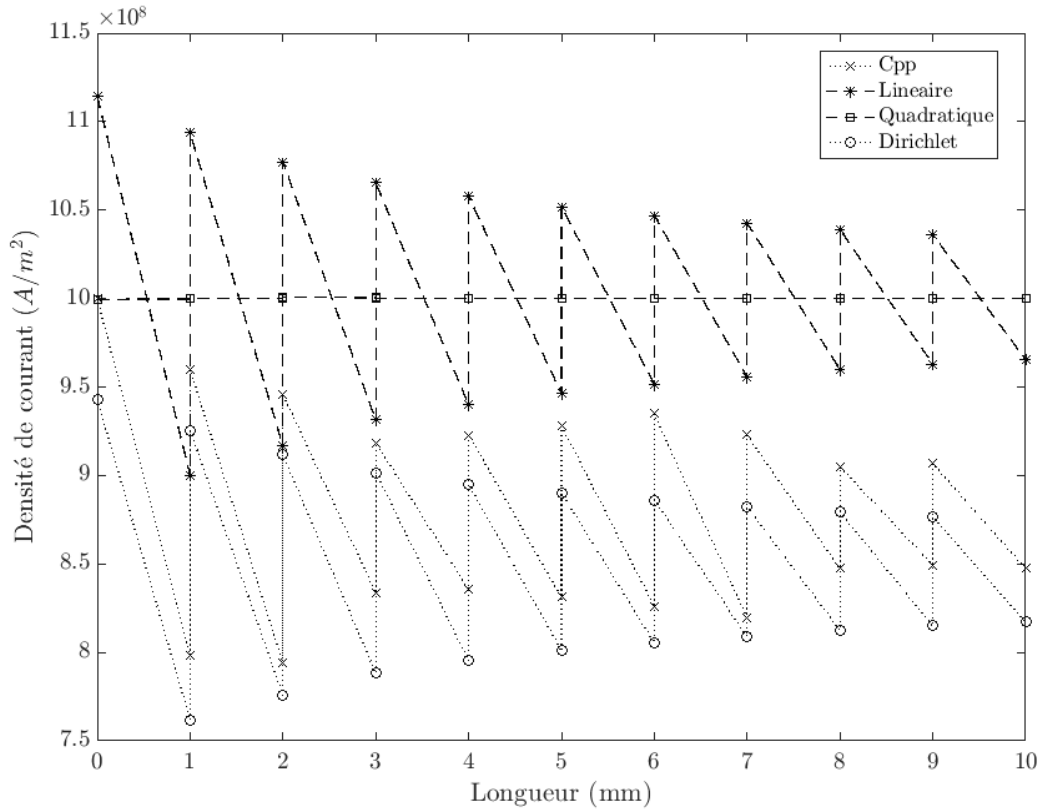


Figure 2.7 Distribution du courant dans les éléments pour le modèle maison et divers modèles COMSOL Multyphysics.

potentiel électrique, i.e.

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.133)$$

$$\vec{J} = -\sigma \nabla V \quad (2.134)$$

C'est un problème qui aurait pu être évité a priori avec une analyse de l'espace fonctionnelle. Il est normal que le résultat soit discontinu puisque les dérivées sont constantes par élément avec des fonctions d'ordre 1. Il est possible de négliger ces effets en réduisant la taille du maillage, mais ça n'est pas idéal. La solution idéale serait de remettre des fonctions d'ordre 2 avec le coût numérique associé. Dans ces conditions, il est plus judicieux de revoir à la base plutôt que de tenter de simuler un ruban supraconducteur complet. De plus, il reste des problématiques au niveau de l'implémentation des interfaces résistives qui se retrouvent entre chaque matériau. La résolution avec la méthode de Newton devient lente et nécessite plus d'une dizaine d'itérations. C'est par contre quelque chose à quoi il faut s'attendre lorsque l'approximation initiale de la solution est la valeur du pas de temps précédent, surtout dans un système hautement non linéaire.

2.7.4 Profilage des performances

Une analyse des performances du processeur au sein de Visual Studio nous permet d'identifier les endroits où le code passe la majorité du temps. Cette analyse est pratique puisqu'elle permet de prioriser les parties du code qui gagneraient à être optimisées. L'analyse présentée dans le tableau identifie la distribution du temps lors d'une itération de Newton pour un maillage 30x10 dont la moitié des éléments sont pour une couche d'argent et l'autre moitié pour une couche supraconductrice. Le total ne fait pas 100% puisque seulement quelques fonctions d'intérêt sont décrites. Selon le tableau 2.3, la plus grande partie du temps est passée dans la construction de la matrice à une hauteur de 81%. C'est la partie thermique qui prend le plus de ressources, autant dans la matrice que dans le vecteur de solution. Toute la construction du système matriciel implique les intégrales de Gauss sur 5 noeuds décrites plus tôt. Un projet pourrait tenter d'optimiser le code en améliorant cette fonction. Une autre alternative est de trouver des symétries au niveau de la matrice comme celles identifiées dans l'interface résistive électrique pour minimiser le nombre d'intégrales à faire. Puisqu'il y a deux matériaux, il est possible de différencier le matériau ohmique du supraconducteur et les fonctions impliquant le supraconducteur sont un peu plus lourdes, comme attendu. Cette différence n'est pas directement identifiée dans le tableau pour le garder concis. Par exemple, pour un même nombre d'éléments, L_v se subdivise en sa partie supraconductrice $L_{V,Supra}$ qui utilise 0.88 % du temps de processeur alors que la partie ohmique $L_{V,ohmique}$ utilise 0.77%.

Tableau 2.3 Distribution du temps processeur en arborescence pour les fonctions d'intérêts lors d'une itération de Newton.

Étape	Partie spécifique	Temps processeur (%)
Construction du système matriciel (81.14%)	A_{TT}	42.41
	A_{TV}	16.23
	A_{VV}	11.37
	A_{VT}	10.07
	L_T	6.72
	L_V	1.65
Résolution du système (8.98%)	Normalisation	6.99
	Inversion LU	1.21
Conditions frontière (1.14%)	Interface résistive	1.04
	Neumann	0.05
	Dirichlet	0.05

Les fonctions sont légèrement plus complexes avec l'évaluation de la loi de puissance et de ses dérivées tel qu'attendu. La résolution du système se fait relativement bien en considérant la taille de la matrice. Il y a beaucoup plus du temps passé dans la normalisation de la matrice pour éviter des problèmes de conditionnement. Le système linéaire final peut être résolu sans problème à l'aide de fonctions provenant de la librairie EIGEN à ce point. Les conditions frontières restent légères au niveau du temps de calcul. Par contre, celles-ci sont calculées après la construction de la matrice et remplacent des lignes de matrice complète. Il serait possible de réduire le temps de construction de la matrice en ne les calculant pas au départ. Par contre, cela serait très compliqué au niveau de l'implémentation puisque tout est construit un élément à la fois et que ces conditions ne s'appliquent qu'à une frontière des éléments.

2.8 Analyse de convergence

La différence entre les simulations réalisées sur COMSOL Multiphysics et le code maison rend l'analyse de convergence plus complexe que prévu puisque les résultats ne sont pas les mêmes. L'analyse n'a été réalisée que pour un problème linéaire dans un ruban d'argent chauffant par effet Joule avec un courant constant dans le but de valider la méthode générale. Un problème linéaire est ici un problème dont les paramètres ne varient pas en fonction de la température. Pour ce test, les paramètres physiques du matériau ont été fixés aux valeurs pour 77 K. Les paramètres du ruban sont présentés au tableau 2.4. Les résultats de COMSOL Multiphysics et du code maison sont identiques pour un modèle linéaire. La figure 2.8 présente les résultats de ces simulations pour un modèle composé de 20 éléments en x et 2 en z. Les résultats affichés

Tableau 2.4 Géométrie et propriétés du ruban d'argent pour déterminer les taux de convergence du problème linéaire.

Paramètre	Valeur
Longueur L	5 cm
Largeur l	10 mm
Épaisseur h	2 μm
Conductivité thermique κ	471 W/(m.K)
Capacité thermique massique c_p	164.09 J/(kg.K)
Conductivité électrique σ	346020761.25 (Ωm) ⁻¹
Coefficient de convection h	0 W/(m ² K)
Température initiale T_0	77 K
Courant I	25 A

sont la température au milieu du ruban ($x=2.5$ cm, $z=1$ μm), qui est le point le plus chaud. Des analyses de convergence peuvent être réalisées par rapport à la discrétisation temporelle

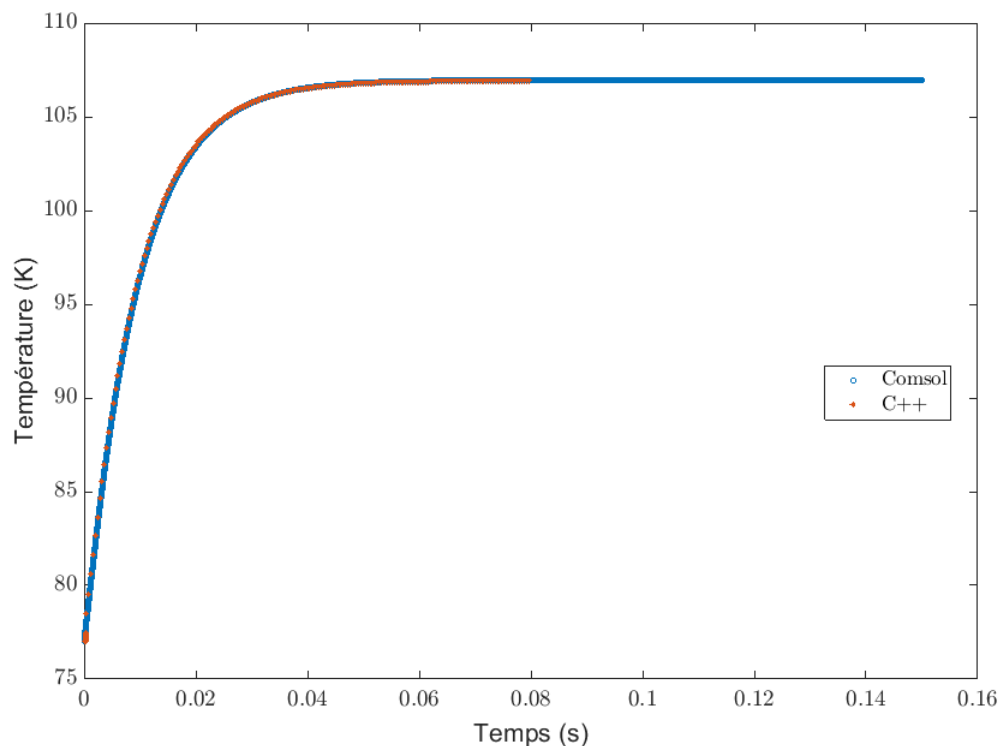


Figure 2.8 Échauffement par effet Joule au milieu d'un ruban d'argent dans lequel circule 25 A avec deux méthodes différentes pour un problème linéaire.

et par rapport à la discrétisation des éléments. Le coefficient de convection est nul puisqu'il

ralentit le changement de température du problème dans le temps, il faut typiquement simuler plus longtemps pour atteindre la solution à l'équilibre pour un échauffement significatif. En considérant que certaines simulations prennent une journée à se réaliser, il est judicieux d'éliminer ce terme. Il a tout de même été vérifié que les solutions sont identiques lorsque le coefficient de convection n'est pas nul pour un problème moins demandant numériquement.

2.8.1 Analyse de convergence temporelle

Pour réaliser une analyse de convergence temporelle du problème, il faut fixer la discrétisation du ruban et faire varier le pas de temps (Δt). Le taux de convergence temporelle du problème est déterminé selon les paramètres indiqués au tableau 2.5, pour des simulations allant jusqu'à 0.08 s comme dans la comparaison des deux solutions. L'erreur est calculée par rapport à la solution la plus fine (6.25 μ s). Encore une fois, uniquement le point en plein milieu du ruban est étudié pour cette analyse. Plutôt que d'utiliser uniquement la solution à l'équilibre pour déterminer l'erreur, on utilise tous les points dans le temps dans le but de créer un terme d'erreur global moyen. On représente l'erreur sur toute la simulation plutôt que le résultat final. C'est la norme de ce terme d'erreur global qui est présenté à la figure 2.9. La solution pour le Δt le plus petit est utilisée comme référence pour déterminer l'erreur numérique, définie comme suit :

$$Error_i = \left\| \sum_{t=0}^{t=0.08} \frac{(T_{6.25\mu s}(t) - T_0) - (T_i(t) - T_0)}{(T_{6.25\mu s}(t) - T_0)} \right\|. \quad (2.135)$$

L'indice i représente l'erreur pour chaque simulation complète de 0 à 0.08 s pour le pas de temps sélectionné. Bien sûr, les points de temps inexistantes pour les simulations plus grossières ont été interpolés linéairement. Le taux de convergence est obtenu en traçant un graphique en logarithme des expressions tel qu'illustré à la figure 2.9. La température initiale (T_0) est négligée puisqu'elle n'affecte pas le problème puisqu'il s'agit d'une résolution en correction. La pente de la courbe détermine le degré de convergence du problème. Cette valeur est de 1.129 lorsque l'on prend tous points. Par contre, ce taux tombe à 1.0284 lorsque l'on ne prend que les trois points au centre qui semblent mieux groupés. Cela suggère qu'il y a des pas de temps pour lesquels la solution n'est plus valide ($\Delta t > 100\mu s$) et d'autres où

Tableau 2.5 Paramètres pour l'analyse de convergence temporelle.

Paramètre	Valeurs	Description
# d'élément $x \times z$	20 x 2	Discrétisation du ruban
Δt (μs)	6.25, 12.5, 25, 50, 100, 200	Pas de temps

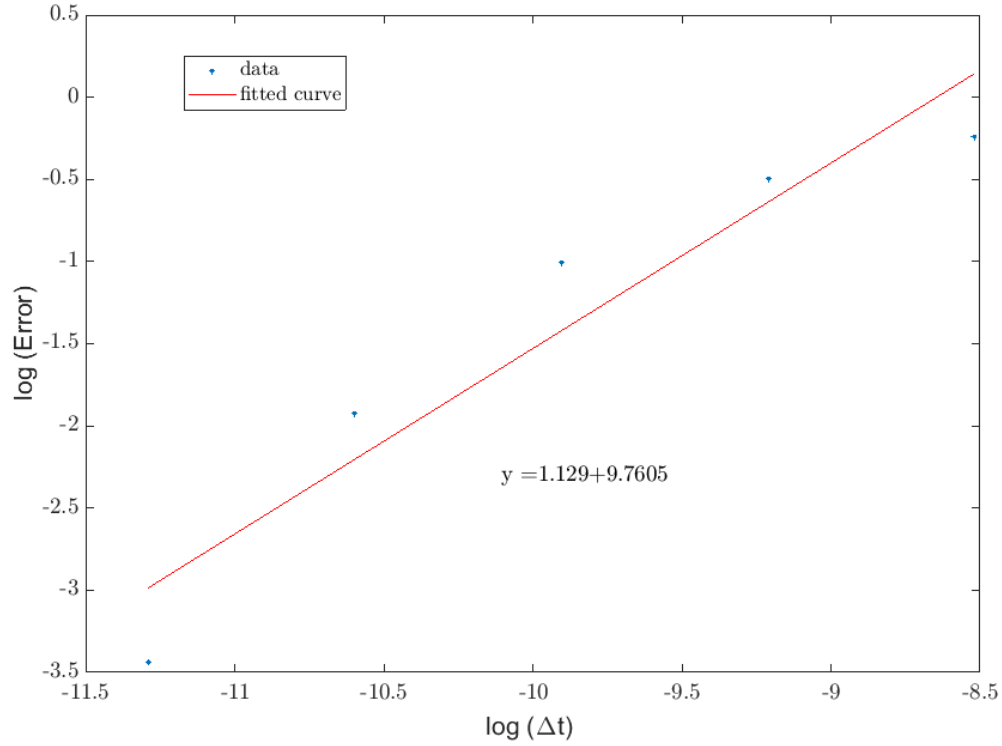


Figure 2.9 Analyse de convergence temporelle d'un ruban d'argent soumis à 25 A.

l'erreur ne change plus à partir d'un certain point ($\Delta t < 12.5\mu s$). Bien qu'il s'agisse d'une observation rapide, il est intéressant d'en tenir compte lors d'une simulation importante. Un taux de convergence près de 1 est d'ailleurs le degré attendu pour ce genre de problème puisque nous utilisons une méthode d'Euler implicite qui est une méthode d'ordre 1.

2.8.2 Analyse de convergence dimensionnelle

Dans le même ordre d'idée, il est possible d'analyser le taux de convergence selon la discrétisation du problème. Le pas de temps est une valeur fixe alors que la taille des éléments varie en fonction de la discrétisation uniforme du ruban. Les paramètres d'analyse sont identifiés dans le tableau 2.6.

Encore une fois, la norme de toutes les erreurs est utilisée pour définir l'erreur globale de la solution. Toutes les positions sont utilisées plutôt que de se concentrer sur un point dans ce cas-ci. La solution la plus fine (T_{320} avec 320 éléments) est utilisée comme référence et les points inexistants ont été interpolés linéairement pour les solutions plus grossières. La

Tableau 2.6 Paramètres pour l'analyse de convergence temporelle.

Paramètre	Valeurs	Description
# d'élément x	10, 20, 40, 80, 160, 320	Discrétisation du ruban en x
# d'élément z	2	Discrétisation du ruban en z
Δt (μs)	20	Pas de temps

formule générale de l'erreur prend la forme suivante

$$Error_i = \left\| \sum_{x=0}^{x=L} \sum_{z=0}^{z=h} \sum_{t=0}^{t=0.08} \frac{(T_{320}(x, z, t) - T_0) - (T_i(x, z, t)) - T_0}{(T_{320}(x, z, t) - T_0)} \right\| \quad (2.136)$$

pour chaque simulation avec un nombre d'éléments i . Le taux de convergence est obtenu en convertissant le nombre d'éléments en une longueur Δx qui définit la taille d'un élément dans chaque cas. L'erreur en fonction de la taille des éléments est illustrée à la figure 2.10. Le taux de convergence obtenu est de 1.9688, qui est suffisamment proche du degré 2 attendu pour une linéarisation avec le développement de Taylor, peu importe le degré des polynômes [7].

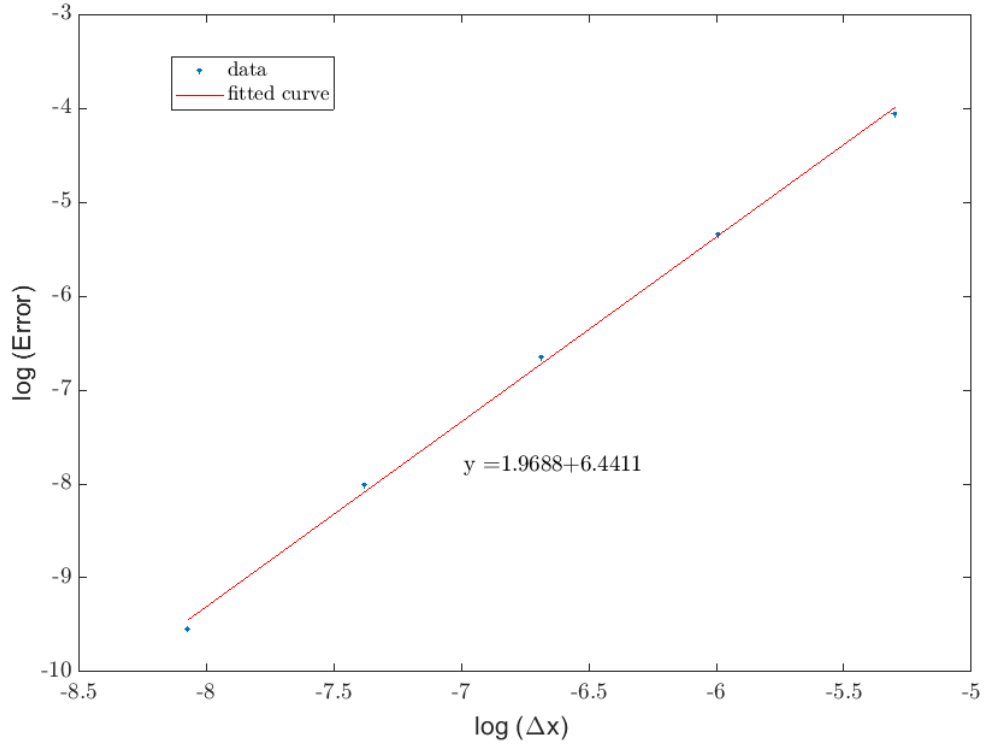


Figure 2.10 Analyse de convergence dimensionnelle d'un ruban d'argent soumis à 25 A.

2.9 Éléments à améliorer

Tous les objectifs initiaux du projet n'ont pas pu être réalisés dans le temps prévu. Les sections suivantes représentent les travaux qui ont été entamés, mais qui n'ont pas pu être complètement validés.

2.9.1 Maillage adaptatif

Le maillage adaptatif est une façon de générer de la précision lorsque le problème évolue trop rapidement. Théoriquement, cette méthode permet d'éviter que le problème s'emballe thermiquement. Les endroits problématiques sont alors divisés en plusieurs éléments de façon à ce que le problème reste linéaire localement selon le degré de raffinement. Le maillage adaptatif fonctionne aussi dans la direction opposée, c'est-à-dire qu'il est capable de combiner des éléments (déraffinement) lorsque le problème se stabilise. Les situations où la solution devient stationnaire sont alors accélérées. Dans tous les cas, il faut propager les propriétés des matériaux comme la densité de courant critique. Il est impossible de déraffiner plus que le maillage initial, il n'y a pas de situation où les propriétés sont la moyenne de deux éléments. Pour éviter que les éléments se raffinent à l'infini ou deviennent plus gros que les éléments de départ, chaque élément initial est accompagné d'un identifiant qui dicte le nombre de raffinement. Il faut donc toujours garder la relation entre le maillage initial et le maillage à une itération de temps en mémoire. De plus, il ne peut pas y avoir plus d'une modification sur un élément par itération de temps pour éviter des discontinuités abruptes dans la solution. La figure 2.11 présente un exemple visuel de ce concept. Il faut laisser le temps au défaut de se propager s'il y a lieu même si le maillage final est le même. La méthode a été implémentée, mais nécessite davantage de tests avant d'être confirmée, car celle-ci n'a pas pu être testée

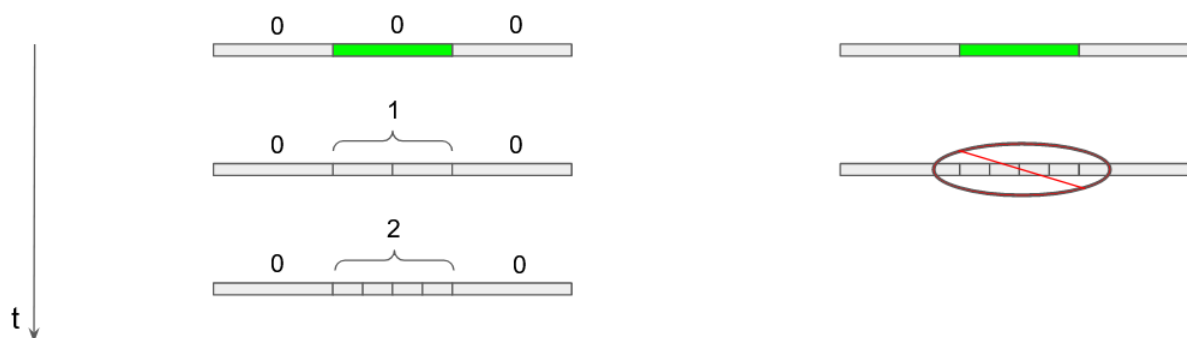


Figure 2.11 Cas de raffinement permis. L'élément vert doit être raffiné avec un degré de raffinement de 2 dans cet exemple.

dans des conditions réalistes.

2.9.1.1 Critère de raffinement

L'adaptation du maillage se produit selon deux critères que l'utilisateur peut modifier à l'aide des fichiers XML. Le premier critère est la dérivée en température entre deux éléments. Le second critère est la densité de courant par rapport à la distribution de courant critique initiale. Ce critère ne s'applique qu'à un supraconducteur et nous permet de raffiner préventivement le maillage dans des situations que l'on peut juger critiques. Les valeurs sont déterminées empiriquement selon les tests effectués et la satisfaction de la solution.

2.9.2 Couplage avec EMTP-RV

Le code maison a été développé dans le but de le lier avec EMTP-RV, le logiciel qui permet de simuler des réseaux électriques. EMTP-RV fournit des bibliothèques par défaut qui comportent des composantes de réseau électrique (transformateurs, lignes de transmission, dispositifs de contrôle, etc.) permettant de construire un réseau électrique. Si la composante n'est pas disponible, comme notre limiteur de courant supraconducteur, il est possible de créer une librairie dynamique (*Dynamic Link Library*, DLL). EMTP-RV fournit un document technique décrivant la méthode et une ébauche de code agissant comme gabarit [31]. Ce gabarit décrit le système d'équations

$$\begin{bmatrix} Y_n & V_c \\ V_f & V_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_n \\ i_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_n \\ v_b \end{bmatrix}, \quad (2.137)$$

où tous les termes V représentent des équations de contrôle externe imitant les actions d'un opérateur de réseau, tandis que Y_n décrit la relation entre tous les noeuds du système par une valeur d'impédance. v_n et i_v sont respectivement les tensions et les courants inconnus. i_n est le courant à chaque noeud et v_b le résultat des équations en fonction de la tension. La DLL nous donne accès au terme Y_n en fonction des deux inconnues, ce qui nous permet d'interagir avec d'autres composantes du réseau. En termes plus techniques, le logiciel nous permet de définir des équations de la conductivité électrique en fonction de la tension ou du courant. Le système se résout tant que l'on connaît deux de ces trois termes. De plus, il est possible de transmettre les fichiers XML à partir de l'interface graphique en modifiant légèrement le gabarit. L'interface entre la simulation C++ et le logiciel EMTP-RV a été réalisée sans avoir le temps de tester un limiteur de courant supraconducteur complet (et d'analyser les résultats). C'est-à-dire qu'on a eu le temps de vérifier que les informations se transmettaient bien de l'un à l'autre comme les propriétés des matériaux. Malheureusement, je n'ai pas eu le temps de faire de simulations dans un réseau électrique complet ainsi que l'analyse

de données associée. Par contre, il faut des paramètres de compilateur très spécifiques pour communiquer avec EMTP-RV, à l'aide de notre DLL en C++, qui sont identifiés en annexe B.

2.9.2.1 Traduction en FORTRAN

Bien que la DLL puisse être codée en n'importe quel langage à la base, EMTP-RV ne comprend que FORTRAN au final. Il est nécessaire de traduire les résultats des fonctions C++ qui seront utilisés pour remplir le gabarit. Ce procédé est réalisé à l'aide d'une bibliothèque d'enveloppe ou *wrapper library*. La bibliothèque d'enveloppe permet de créer l'interface entre le modèle maison et EMTP-RV pour que ce dernier comprenne les expressions développées en C++. Il faut traduire chaque type de variable dans un type approprié pour l'autre langage dans les deux directions. Heureusement, C++ et FORTRAN sont très similaires dans le sens qu'ils contiennent des types de variables et des méthodes très similaires. Des exemples sont disponibles dans la documentation FORTRAN d'Intel [32] dans la section *Intel(R) Fortran/Visual Basic Mixed-Language Program*. Notre modèle doit absolument être développé en 32 bits pour être compatible avec FORTRAN. Cela a des impacts sur les simulations d'envergure puisque la mémoire physique est limitée à 3 GB. Dans sa forme actuelle, le nombre maximal d'éléments pouvant être simulé est de 5000 éléments, cela peut devenir problématique si l'on veut éventuellement simuler un ruban faisant des kilomètres de long selon une distribution du courant critique qui varie dans les millimètres.

2.10 Conclusion

La méthode des éléments finis a été utilisée pour développer un modèle visant à simuler des rubans supraconducteurs comme limiteur de courant. La formulation mathématique a été développée selon les paramètres du problème à partir des équations fondamentales. La faille du modèle réside dans l'utilisation de fonctions n'ayant pas le même ordre dans les deux dimensions, ce qu'il faut absolument revoir avant de passer à autre chose. Le modèle ne peut pas bien représenter la continuité du courant dans ces conditions et cela rend impossible de tester un ruban supraconducteur. Le problème hautement non linéaire aurait une solution non physique dans les conditions actuelles. De plus, il faut évaluer l'effet sur la solution de réduire la taille des matrices à conserver entre chaque pas de temps. Cela aura inévitablement des effets sur l'erreur de la solution et il faut déterminer si c'est acceptable pour permettre de simuler un limiteur de courant plus long.

CHAPITRE 3 Source de tension expérimentale

Ce chapitre cherche à résoudre le même problème que le chapitre précédant avec une approche expérimentale plutôt qu’une approche numérique. Comme mentionné plus tôt, il s’agit d’une approche en deux temps et ce chapitre traite de la composante expérimentale du projet. Celui-ci est divisé en trois parties. Tout d’abord, l’idée derrière cette source est expliquée. Ensuite, on présente le processus évolutif pour la conception d’une source de tension permettant de tester les limiteurs de courant supraconducteurs selon les spécifications des rubans typiques produits lors du projet FASTGRID. Finalement, il y a des exemples du type de résultats obtenus à l’aide de la source finale sur des rubans supraconducteurs.

3.1 Objectif expérimental

Les limiteurs de courant doivent opérer à 150 V/m pendant 50 ms, selon le cahier de charges du projet FASTGRID. La taille maximale des échantillons dépend alors de la tension maximale disponible. Des courants de l’ordre du kA doivent être générés pour tester les rubans supraconducteurs dans la zone d’intérêt. Cela implique qu’il faut être en mesure de générer des puissances instantanées de l’ordre du MW et il est complètement irréaliste d’acheter une alimentation électrique de cette envergure dans le contexte budgétaire d’un laboratoire universitaire. Puisque la durée où cette puissance est requise n’est pas si longue, l’énergie totale n’est pas si grande et il serait idéal d’utiliser des condensateurs plutôt qu’une alimentation électrique commerciale. Heureusement, nous avons au laboratoire des supercondensateurs BMOD0165 P048 BXX de Maxwell Technologies, qui sont capables de soutenir des décharges de 1900 A à 48 V que nous souhaitons utiliser pour ce projet. Il faut alors développer le circuit permettant de contrôler cette décharge. Le circuit peut être visualisé comme un gros interrupteur, mais il faut s’assurer que cet interrupteur ne brise pas, ce qui peut être compliqué pour des courants aussi élevés.

Avec des condensateurs à 48 V, la limite supérieure pour la taille des échantillons est de 32 cm en supposant que toute la tension se retrouve aux bornes du limiteur de courant. Cependant, nous sommes dans un régime à faible tension et fort courant avec ces supercondensateurs. En prenant la loi d’Ohm $V = RI$, n’importe quelle résistance parasite présente dans le circuit engendre automatiquement une chute de tension considérable qui ne se retrouve pas aux bornes du limiteur de courant. Cela peut être la résistance électrique des fils connectant les composants entre-elles autant que la résistance servant à la mesure du courant. Il faut alors évaluer si un système de mesure du courant plus complexe n’ajoutant pas de résistance est

nécessaire.

3.2 Prototypage

Cette section discute premièrement de la preuve de concept. Les besoins ainsi que les réactions du circuit n'étant pas connus, il est nécessaire de faire des tests à petite échelle. Deuxièmement, on développe sur les problèmes de tensions induites qui peuvent apparaître lorsque l'on génère des pulses de courant. Troisièmement, on valide les performances de la source pour tester des échantillons supraconducteurs provenant du projet FASTGRID. Finalement, on évalue la pertinence d'un système de mesure de courant indirect.

L'idée principale est d'utiliser de l'équipement déjà disponible au laboratoire, comme les supercondensateurs et d'en contrôler la décharge de façon appropriée pour générer des pulses. Il est d'ailleurs possible de connecter plusieurs supercondensateurs en parallèle si le courant d'un seul n'est pas suffisant. Le montage permettant de contrôler la décharge d'un supercondensateur est représenté par le schéma électrique de la figure 3.1. Les transistors peuvent être disposés en parallèle sous certaines conditions. Idéalement, la résistance des transistors doit augmenter lorsqu'un fort courant circule entre le drain et la source, cela a pour effet de distribuer également le courant entre chaque transistor. Dans le cas inverse, il faut s'assurer que les transistors s'échauffent au même rythme en ayant une masse thermique commune sans quoi le courant peut se trouver majoritairement dans un transistor plutôt que de se distribuer équitablement entre eux. Il faut aussi empêcher les grilles G d'osciller en les découplant avec une résistance de faible valeur ($20\ \Omega$). Les grilles sont contrôlées à l'aide d'un amplificateur opérationnel en mode comparateur, c'est-à-dire qu'il transmet la tension d'alimentation $+$ lorsque v_+ est plus grand que v_- . Il y a des résistances de *pull-down* de $10\ \text{k}\Omega$ de part et d'autre de l'amplificateur opérationnel pour ne pas laisser de signaux flottants. La tension de la borne négative v_- est fixée par un diviseur de tension par rapport à l'alimentation. La tension à la borne positive v_+ peut être contrôlée par une carte d'acquisition ou un générateur de fonction, selon l'équipement disponible. L'envoi d'une onde carrée avec ces instruments doit être synchronisé avec le système d'acquisition de données. Cette onde carrée *Trigger* fait entrer les transistors en conduction, ce qui permet au condensateur *Source* de se décharger dans l'échantillon. La durée d'un pulse de courant est déterminée par la longueur de l'onde carrée.

Un gros interrupteur physique *Knife Switch* est installé par mesure de sécurité pour éviter des décharges accidentelles lorsque l'on manipule l'échantillon. L'interrupteur mécanique permet d'isoler électriquement le circuit lorsque l'on manipule les sondes de l'oscilloscope ou l'échantillon. Le choix des composantes permettant de limiter les tensions transitoires, comme la

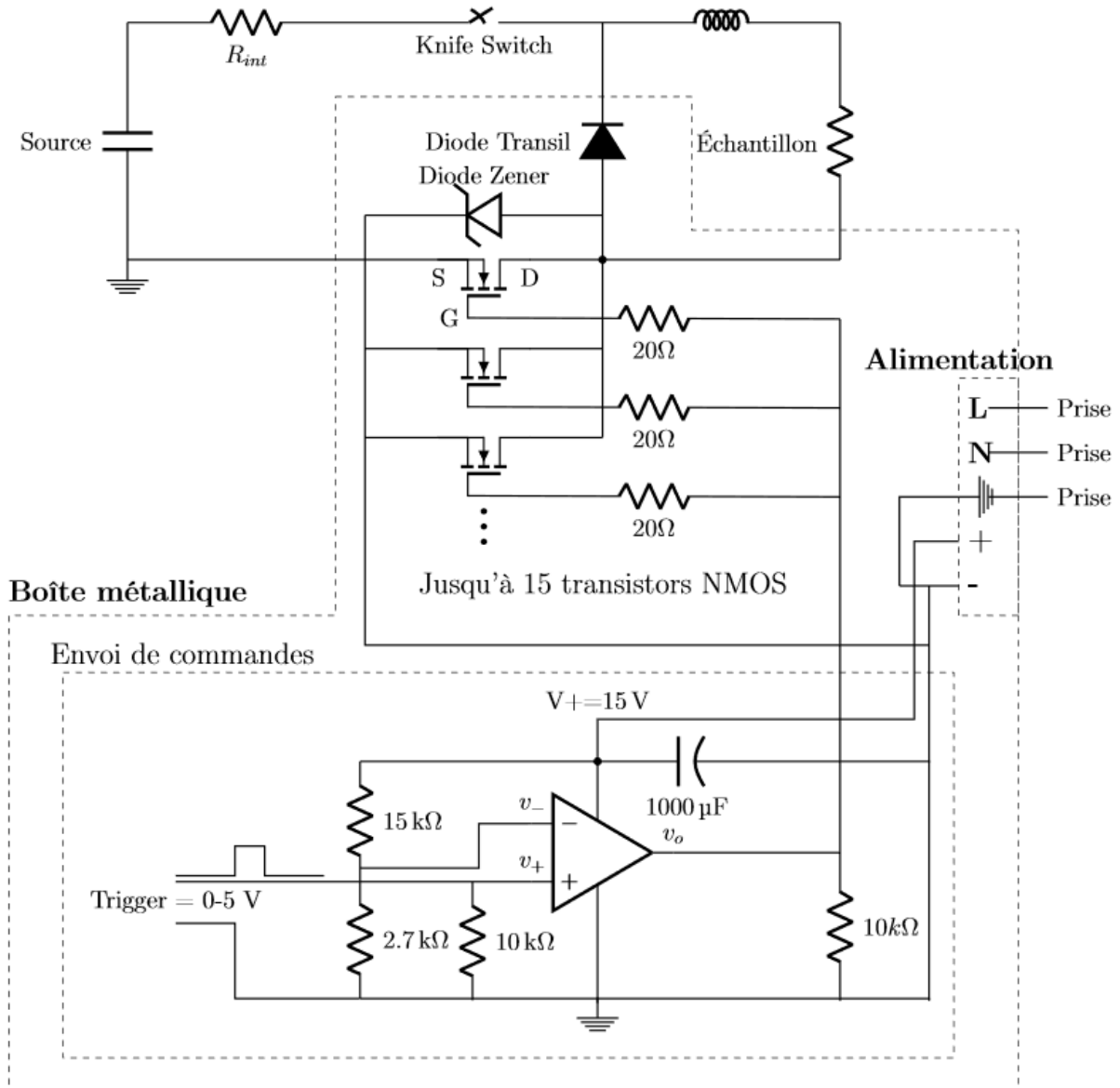


Figure 3.1 Schéma électrique de la source de tension pulsée développée dans le cadre de cette maîtrise. Les fils se croisant sans noeud ne se touchent pas.

diode Transil (diode de suppression de tensions transitoires) et la diode Zener, a été fait après avoir étudié en détail l'induction du montage. Plusieurs facteurs expérimentaux, comme la disposition des fils électriques, affectent l'induction et il est difficile de prédire cette valeur et son effet sur les surtensions.

Même le positionnement de l'échantillon est critique, celui-ci est connecté au drain D des transistors par élimination parce que la source des transistors S doit absolument être mise à la

terre puisqu'il s'agit du point de référence pour l'activation des transistors. Plus précisément, la tension V_{GS} doit rester constante sans quoi il y a une modulation du courant circulant dans les transistors.

Les transistors sont sélectionnés en fonction de leur courbe d'opération présentée à la figure 3.2. La configuration sélectionnée ne permet pas de moduler V_{DS} , nous sommes donc sur la courbe $R_{DS(on)}$. L'intersection de cette courbe avec la durée de l'actionnement détermine le courant maximal pouvant circuler dans le transistor. Chaque transistor peut donc soutenir 510 A en sélectionnant la courbe de 100 ms, qui est le plus près de l'objectif du cahier de charge de 50 ms. En mettant plusieurs transistors en parallèle, on réduit la chute de potentiel V_{DS} pour une même puissance dissipée $P = V_{DS}I_{DS}$.

La source dans un état plutôt avancé est présentée à la figure 3.3, à titre de référence pour que le lecteur puisse avoir une idée de l'ampleur du projet, et d'associer le schéma électrique avec les pièces réelles. Les transistors sont vissés à une plaque métallique qui est la masse thermique commune. Les barres de cuivre permettent de regrouper tous les drains et les sources à un même endroit. Les barres de cuivre sont isolées du boîtier par des pièces en plastique imprimées en 3D. Le supercondensateur, le cylindre bleu, qui sert de source de puissance pour le circuit, est équipé d'une source externe pour le charger et d'un circuit de

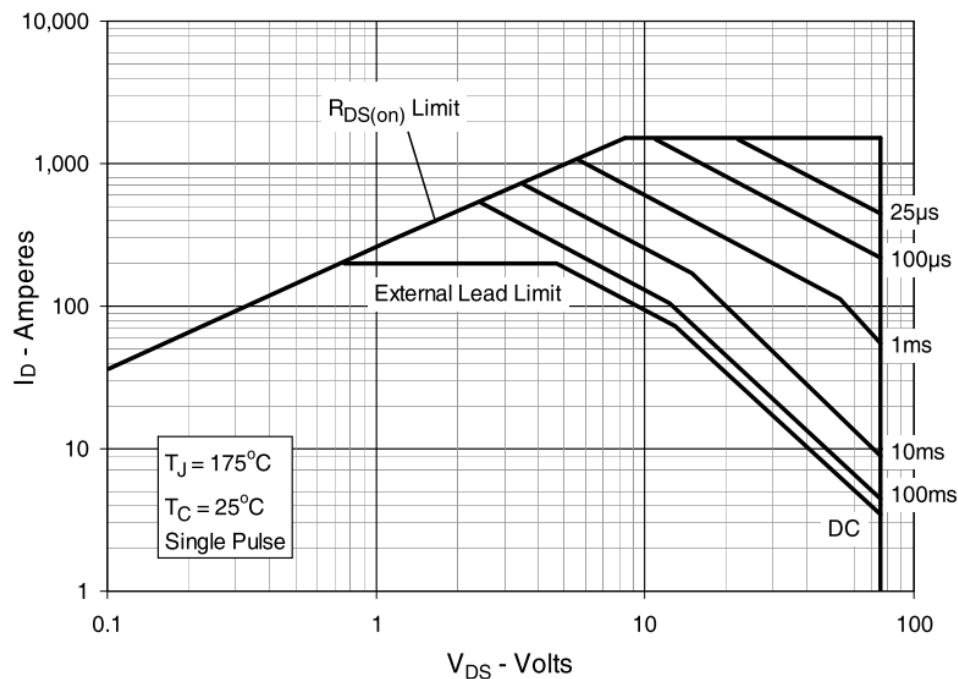


Figure 3.2 Courbe d'opération d'un MOSFET IXFN520N075T2-ND selon la durée de l'actionnement.

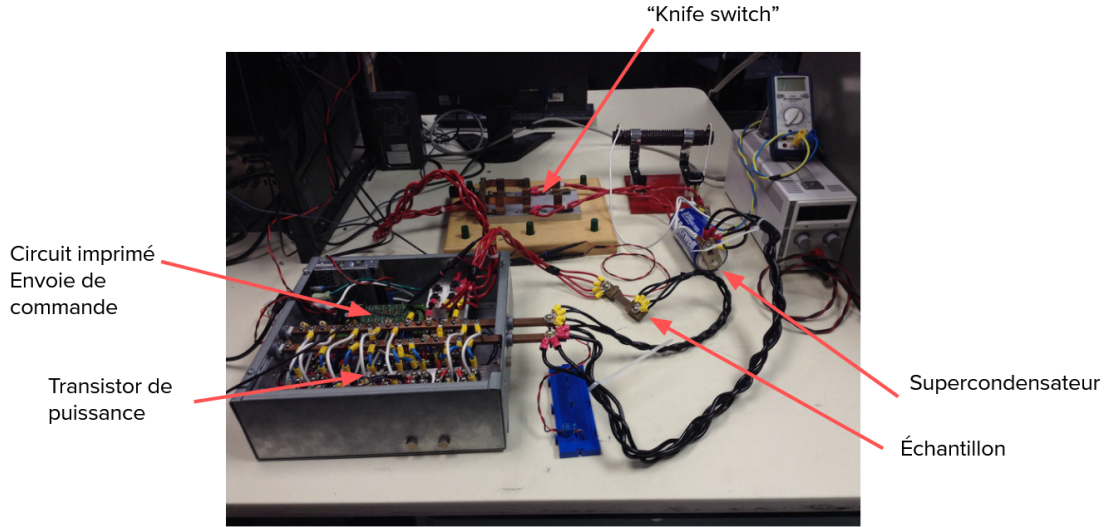


Figure 3.3 Vue d'ensemble du montage expérimental lors du prototypage.

décharge avec résistance capable de dissiper jusqu'à 100 W. Il est aussi branché aux sources des transistors et au gros interrupteur mécanique *knife switch*.

3.2.1 Preuve de concept

Un prototype a été réalisé en utilisant trois MOSFETs selon le circuit présenté à la figure 3.1 sans les diodes de protection. On cherche seulement à savoir s'il est possible de pulser dans cette configuration et si l'envoi de commandes fonctionne comme prévu. La liste de pièces utilisées est présentée dans le tableau 3.1. Les pulses ont été générés à l'aide du générateur de fonction Tegam 2520 avec une onde carrée qui détermine la durée du pulse et les données sont recueillies à l'aide d'un oscilloscope. Ces appareils seront plus tard remplacés par une carte d'acquisition. Le circuit de contrôle a tout d'abord été réalisé sur une plaque de prototypage pour vérifier son bon fonctionnement avec les trois transistors. La preuve de concept a été

Tableau 3.1 Pièces utilisées lors de la preuve de concept.

Type	Quantité	Numéro de pièce	Détail
Transistor NMos	3	IXFN520N075T2-ND	520 A($R_{DS(On)}$, 100 ms), $V_{DS}=75$ V
Résistance de grille	3	PPC2.0W-1CT-ND	2 Ω , 1 W
Amplificateur opérationnel	1	296-23089-5-ND	OPA548-T, 6 A max
Alimentation	1	LRS-75-SPEC	15 V, 5 A
Supercondensateur	1	BCAP3400 P285 K04	3400 F, 2.85 V
<i>Knife switch</i>	1		Construite au laboratoire

faite avec un supercondensateur de 3400 F chargé à 2.1 V.

L'amplificateur suit bien la commande même si le courant demandé n'est que de 2 A tel qu'illustré à la figure 3.4 Il n'y a que les courbes du signal aux grilles et de la commande de pertinentes pour cette vérification. Le taux de charge respecte bien la fiche technique de l'amplificateur opérationnel de 10 V/ μ s. Avec le prototypage concluant, le montage a pu être amené à la prochaine étape avec un circuit imprimé présenté dans l'annexe C et des tests à plus grande échelle.

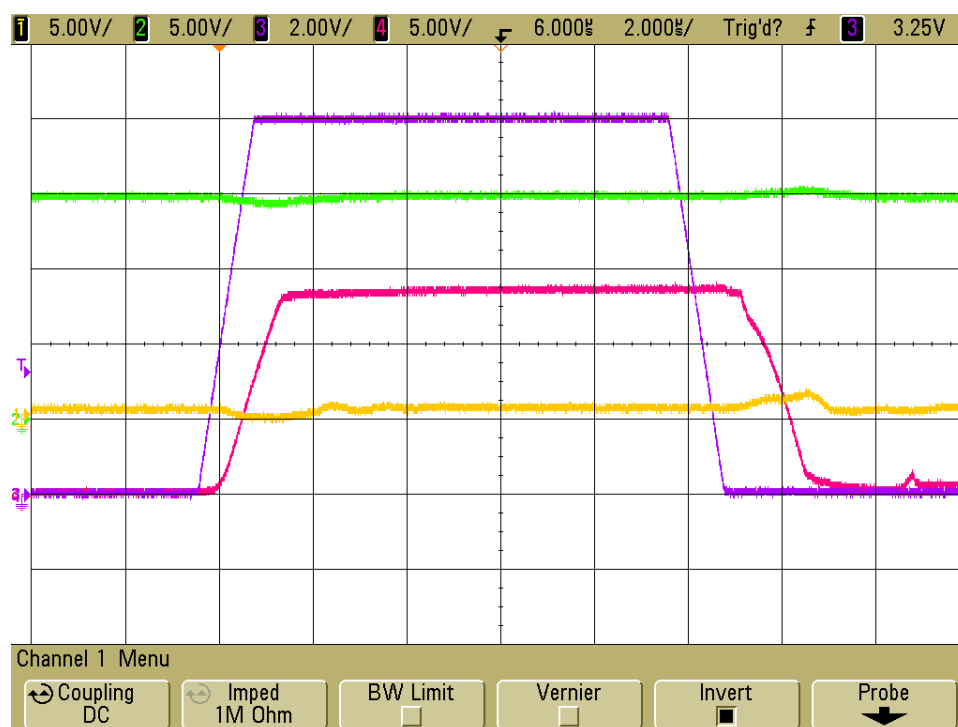


Figure 3.4 Pulse de 10 μ s dans une résistance de 1 Ω lors de la preuve de concept lorsque l'amplificateur fournit suffisamment de courant (1, jaune) : Échantillon, (2, vert) : Alimentation, (3, violet) : Commande, (4, magenta) : Signal aux grilles.

3.2.2 Protection contre les surtensions

Suite au design du circuit imprimé, le montage quitte les plaques de prototypage. Le circuit est passé dans son boîtier machiné, qui a déjà été décrit. Les 15 transistors envisagés au départ ont été installés dans le boîtier présenté à la figure 3.5.

Maintenant que l'actionnement des transistors fonctionne comme prévu, il faut tester la réaction du circuit lorsqu'un grand courant passe au travers de celui-ci. Les fils qui connectent les pièces entre elles agissent comme une induction parasite et peuvent former une boucle qui s'oppose à la variation rapide du courant à la fin du pulse. Les rubans supraconducteurs que nous voulons tester comme limiteur de courant ont des courants critiques I_c de l'ordre de 1000 A et la limitation se produit lorsque l'on dépasse cette valeur. Pour des courants de cette amplitude, il est possible que l'induction dépasse la tension maximale de 75 V qui peut être supportée entre le drain et la source. Plusieurs mesures d'atténuation des tensions

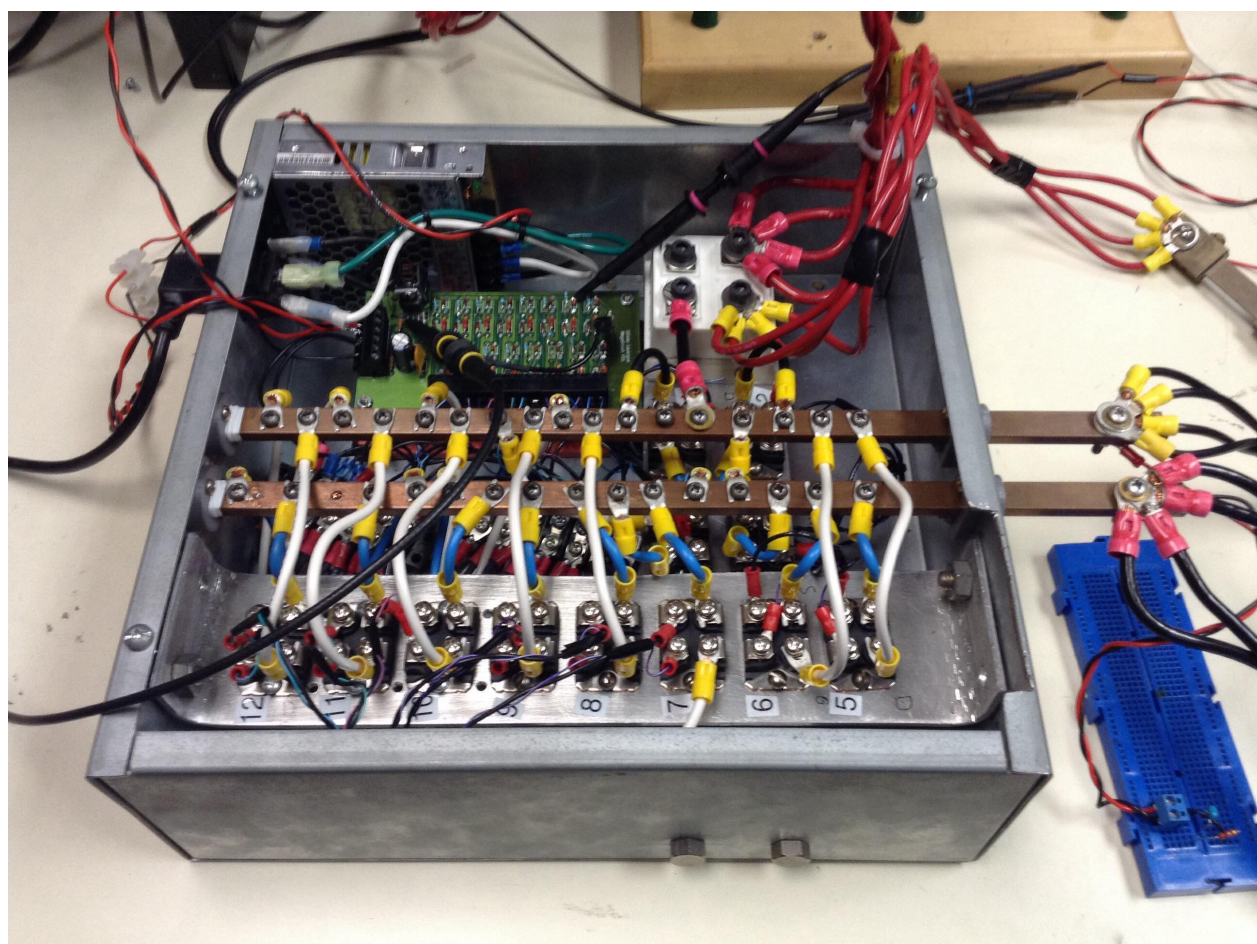


Figure 3.5 Boîte machinée contenant les pièces électroniques de la source de tension expérimentale.

transitoires ont été envisagées au départ et ont été ajoutées graduellement selon les nécessités. Selon l'efficacité des diverses mesures, un choix a dû être fait entre garder les MOSFETs actuels ou changer pour des IGBTs. Les mesures implémentées dans l'ordre sont le contrôle bidirectionnel des grilles, une diode Transil et une protection supplémentaire des transistors avec des diodes Zener. Tous les tests ont été réalisés sans échantillon, directement dans un shunt. C'est un court-circuit franc sans atténuation ou réaction de la part du circuit. Il s'agit d'une situation plus extrême que ce qui devrait se produire lors des tests en limitation. En effet, les tests en limitation comportent une descente naturelle du courant alors qu'il s'agit d'un pulse carré dans ce cas-ci.

3.2.2.1 Contrôle bidirectionnel des grilles

Plusieurs configurations sont possibles afin de modifier le temps de charge et de décharge d'un MOSFET. Celle présentée dans la figure 3.6 permet d'avoir un contrôle indépendant dans chaque direction. Elle utilise la capacité parasite du MOSFET pour créer un filtre RC dont le taux de charge est connu. De plus, puisque nos transistors sont connectés en parallèle, il est nécessaire d'avoir des résistances entre les grilles pour éviter que les variations de capacité intrinsèque créent des oscillations où les grilles s'alimentent entre-elles. Cette configuration a été réalisée pour diverses résistances de décharge R_d . La figure 3.7 présente le courant circulant dans le shunt I_{shunt} , l'échantillon dans ce cas-ci si on se réfère à la figure 3.1, en fonction de la tension V_{cap} du supercondensateur *Source*. Les courbes de tension entre le drain et la source des transistors dans diverses configurations sont comparées avec la réponse idéale de la commande. Ces trois courbes illustrent bien les observations réalisées avec plusieurs tests. Le délai de temps augmente proportionnellement avec la résistance. Il y a $70 \mu s$ de différence entre les descentes correspondant aux deux résistances affichées. De plus, le pic inductif de tension est atténué de 26.4V à 13.1V. En contrepartie, la réponse du circuit équivalent RC est deux fois plus longue, comme on peut observer avec la largeur à mi-hauteur pour dissiper la même énergie. Finalement, la surtension est linéaire par rapport à la résistance

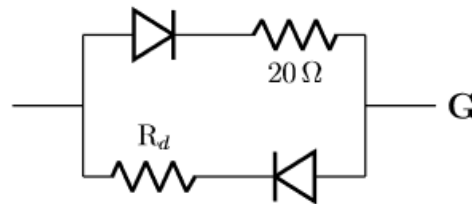


Figure 3.6 Schéma électrique du contrôle bidirectionnel des grilles.

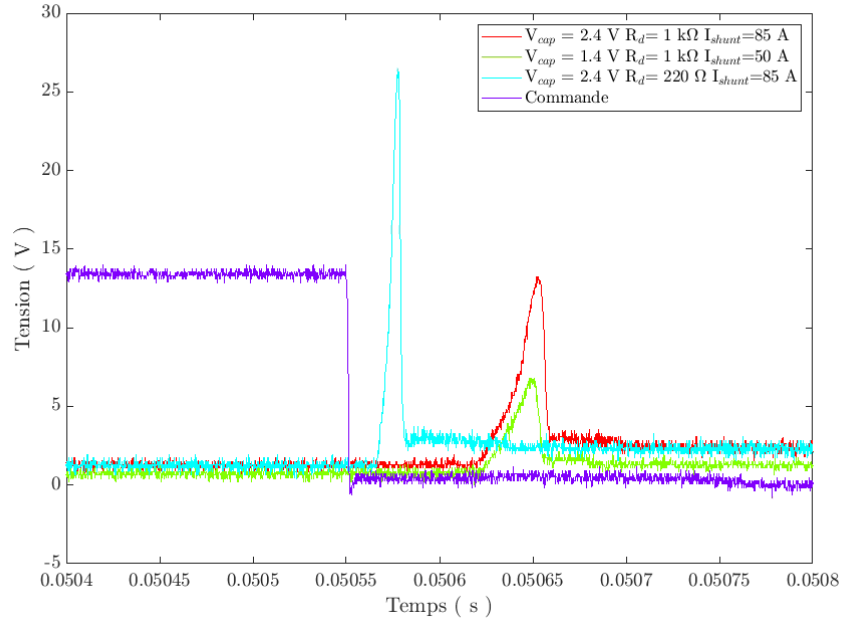


Figure 3.7 Effet sur le temps d'arrêt des pulses avec un système de grille bidirectionnel pour diverses résistances et courant d'opération.

R_d . Cette méthode a aussi comme défaut principal qu'elle accentue les différences entre les transistors dans le montage. Puisque les transistors sont connectés en parallèle, cela peut mener à des conductions dans un nombre indéterminé de transistors. Dans le pire des cas, ce serait uniquement un transistor. Il est fortement déconseillé d'aller plus haut que quelques $k\Omega$ pour la valeur de R_d pour éviter que cela ne se produise. De plus, selon la progression de ces tests, il serait impossible de limiter la surtension à 75 V pour un courant I_{shunt} de 1000 A.

3.2.2.2 Changement aux IGBTs

Un IGBT (*Insulated gate bipolar transistor*) est un autre dispositif de puissance pouvant être actionné pour faire passer un courant. L'IGBT est un hybride entre le MOSFET et un transistor bipolaire (BJT). Cela permet de combiner les avantages des deux types de transistors : la grande résistance aux surtensions du BJT et le contrôle par une grille du MOSFET. En contrepartie, le temps de commutation est plus lent, la pièce est plus dispendieuse qu'un MOSFET, et le courant ne peut circuler que dans une direction. Les IGBTs sont, en premier lieu, sélectionnés en fonction de leur courbe d'opération (comme pour les MOSFETs), qui définit le courant en fonction de la durée des pulses. Des critères secondaires détaillés au fur et à mesure permettent de finaliser la sélection.

L'échange doit être direct entre les deux pièces avec le même format physique (SOT-227, voir figure 3.8) puisque tout le boîtier est déjà machiné pour accueillir ce type de pièce. La seule différence provient de la nomenclature électrique, où les drains D et les sources S sont remplacés par des collecteurs C et des émetteurs E .

L'IGBT sélectionné est le VS-GT180DA120U qui peut soutenir 281 A en continu selon sa courbe d'opération $V_{CE(on)}$ présenté à la figure 3.9. Il peut aussi supporter une tension de 1200 V entre ses bornes. Un autre critère essentiel est un coefficient de température positif pour que l'IGBT devienne plus résistif lorsqu'il s'échauffe. Cela a comme effet de redistribuer également le courant dans chaque IGBT sans se soucier du refroidissement lorsqu'ils sont disposés en parallèle, contrairement aux MOSFETs, qui doivent être sur une même masse thermique. Le dernier critère pour la sélection est la tension de seuil, qui est définie comme la chute de potentiel à 100 A. Comme mentionnée plus tôt, chaque perte de tension additionnelle dans le montage limite l'ampleur des tests qui peuvent être réalisés. L'IGBT sélectionné est celui avec la valeur la plus faible parmi les choix possibles, avec une valeur de 1.55 V.

Les mesures de mitigation des tensions transitoires ont tout de même été mises en place

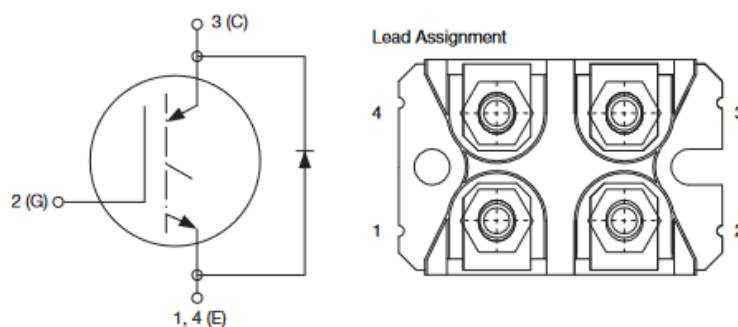


Figure 3.8 Association du schéma électrique d'un IGBT avec sa disposition physique.

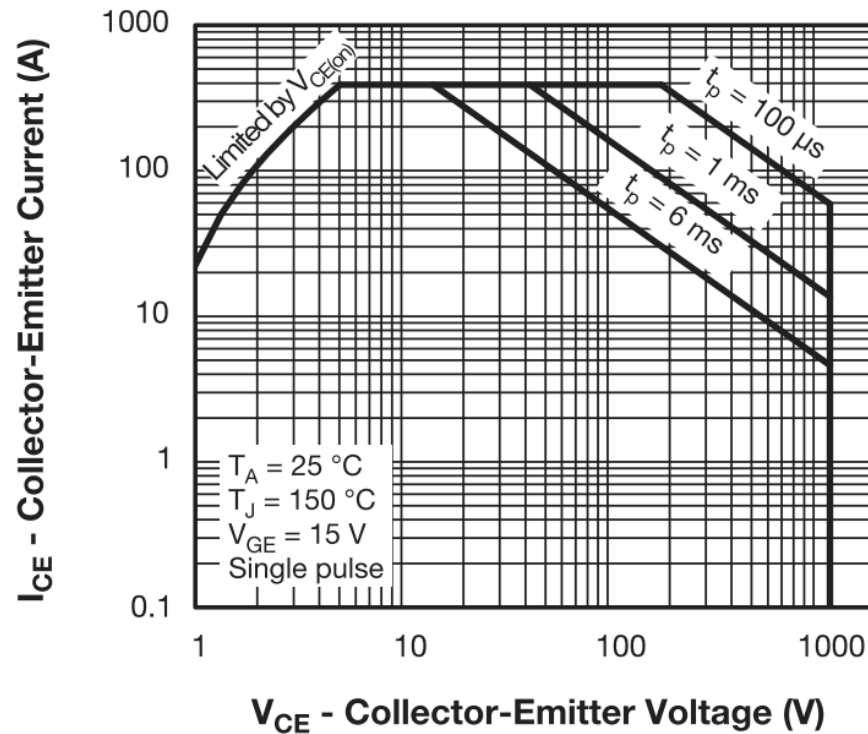


Figure 3.9 Courbe d'opération d'un IGBT VS-GT180DA120 selon la durée d'actionnement.

puisque la surtension dépend principalement de la disposition physique de l'équipement qui ne peut pas toujours être optimisé. Par contre, il est inutile de faire le contrôle bidirectionnel des grilles présenté dans la section 3.2.2.1 avec ce genre de pièce. Le temps de relaxation de la pièce est purement limité par la partie transistor bipolaire de l'IGBT. En d'autres termes, le temps de recombinaison des porteurs de charges du BJT prend plus de temps que de décharger la grille dont nous avons le contrôle. Les résistances entre les grilles restent tout de même nécessaires pour éviter des effets d'oscillation mentionnés plus tôt.

3.2.2.3 Diodes

Les diodes de puissance peuvent être utilisées pour capter les surtensions. Celles-ci sont conçues dans le but de dissiper le plus d'énergie possible lorsque le potentiel électrique dépasse un certain seuil. La diode Transil est utilisée en configuration roue d'inertie et permet d'absorber la majorité des tensions transitoires et de la dissiper en énergie. Cette configuration vise à englober la majorité de l'induction et de créer une boucle de circulation où l'énergie se dissipe graduellement dans la diode et recircule dans l'échantillon tel qu'illustré à la figure 3.1. La diode Transil n'a pas pour objectif principal de limiter les surtensions, mais bien de dissiper l'énergie sous forme de chaleur. La diode Transil choisie est la APTDF500U20G. Sa tension inverse, 200 V dans ce cas-ci, doit être supérieure à celle du supercondensateur, ce qui est amplement suffisant puisque le supercondensateur est limité à 48 V, sans quoi elle est toujours activée. De plus, celle-ci doit être en mesure de soutenir le courant. Celle-ci a été surdimensionnée pour soutenir des pulses de 5000 A, ce qui est supérieur au courant de 4200 A avec le nombre maximal de 15 IGBTs.

La diode Zener est la PTVS6-058C-TH, il s'agit d'une diode à activation rapide. Les diodes sont positionnées aux bornes du transistor pour diriger une partie de l'énergie de la surtension vers la mise à la terre. Encore une fois, la tension de claquage (66 V) doit être plus grande que celle du supercondensateur sans quoi elles court-circuiteraient le supercondensateur.

L'effet de ces pièces est noté dans le tableau 3.2, où la diode Transil a été installée seule pour ensuite y ajouter les Zeners. Uniquement les valeurs d'intérêts sont notées plutôt que de reproduire des courbes comme à la figure 3.7. Il n'y a donc que le courant et la tension maximale du pic de surtension V_P .

Comme attendu, la diode Transil est très efficace pour ramener les tensions pics près de 200 V. Lorsque l'on combine avec les diodes Zeners avec une tension de claquage plus basse, ça semble être une méthode très efficace pour réduire les surtensions.

Tableau 3.2 Effet des diodes sur la surtension.

Nombre de diodes	Courant (A)	$V_P(V)$
Aucune	115	197
Diode Transil	128	187
Diode Transil + Zener	132	107
	240	131
	418	166
Diode Transil + 2 Zeners	372	102
	645	142

3.2.3 Tests à pleine échelle

Le montage a maintenant l'allure comme il a été présenté à la figure 3.3. Avec des méthodes permettant de limiter les surtensions à un niveau raisonnable, il est maintenant possible de tester la source jusqu'à son seuil maximal. Il s'agit de la dernière étape pour valider la source avant de l'utiliser avec des supraconducteurs. Le montage a été placé dans sa disposition finale puisque l'induction dépend de la configuration physique du montage. L'inductance du montage est de l'ordre de 10 μH , la mesure a été faite avec un multimètre (pas un pont d'impédance) en prenant des précautions pour minimiser les boucles, créées par les fils électriques connectant les composantes, capables de capter le champ magnétique contribuant à l'induction. Le montage est alimenté par deux supercondensateurs, dont la tension est notée V_{cap} , de 163 F pouvant fournir jusqu'à 1900 A chacun. En augmentant progressivement le courant, il est possible de vérifier si les transistors sont suffisamment protégés. De plus, il est important d'y aller progressivement puisque toutes les pièces comme les diodes et les IGBTs sont non linéaires. C'est-à-dire que leurs réponses au circuit peuvent rapidement changer, les diodes peuvent soudainement ne plus limiter suffisamment les surtensions à fort courant.

Les tests ont été réalisés jusqu'à 3470 A, le maximum théorique que peuvent donner les supercondensateurs étant de 3800 A, il y a donc une marge de manoeuvre de 10 % pour protéger les condensateurs dans l'éventualité où ils ne fourniraient pas exactement le même courant (capacité légèrement différente). Les valeurs progressives de courant sont mesurées dans une résistance de 1 $\text{m}\Omega$ à la figure 3.10 en prenant la moyenne du plateau. Pour cette inductance ainsi que toutes les autres mesures de protection, la surtension atteint 345 V, alors que les IGBTs peuvent soutenir jusqu'à 1200 V. Les valeurs du pic de surtension lorsque le courant retourne à zéro sont indiquées à la figure 3.11. En considérant qu'il faut éventuellement avoir un bain d'azote ou des cryostats pouvant être très volumineux lorsque l'on veut travailler avec des supraconducteurs, le positionnement des fils électriques risque de ne pas pouvoir être optimal comme dans ces tests. Il y a donc une marge de manoeuvre raisonnable dans l'éventualité où la source ne peut pas être installée dans la configuration optimale.

La liste finale des pièces utilisées est montrée au tableau 3.3. Voici un récapitulatif des pièces qui ont été décrites sommairement lors de leur ajout dans le circuit présenté à la figure 3.1. Le circuit est alimenté par deux supercondensateurs de 165 F. Ceux-ci peuvent décharger un maximum théorique de 3800 A lorsqu'ils sont chargés à 48 V. Les IGBTs peuvent supporter une grande V_{CE} de 1200 V entre le collecteur et l'émetteur. À température ambiante, le courant maximal pouvant circuler dans les 15 IGBTs en parallèle est de 4215 A. Il faut attendre un temps raisonnable entre chaque utilisation sinon les performances diminuent lorsque les pièces s'échauffent, mais cela a pour effet de distribuer plus également le courant

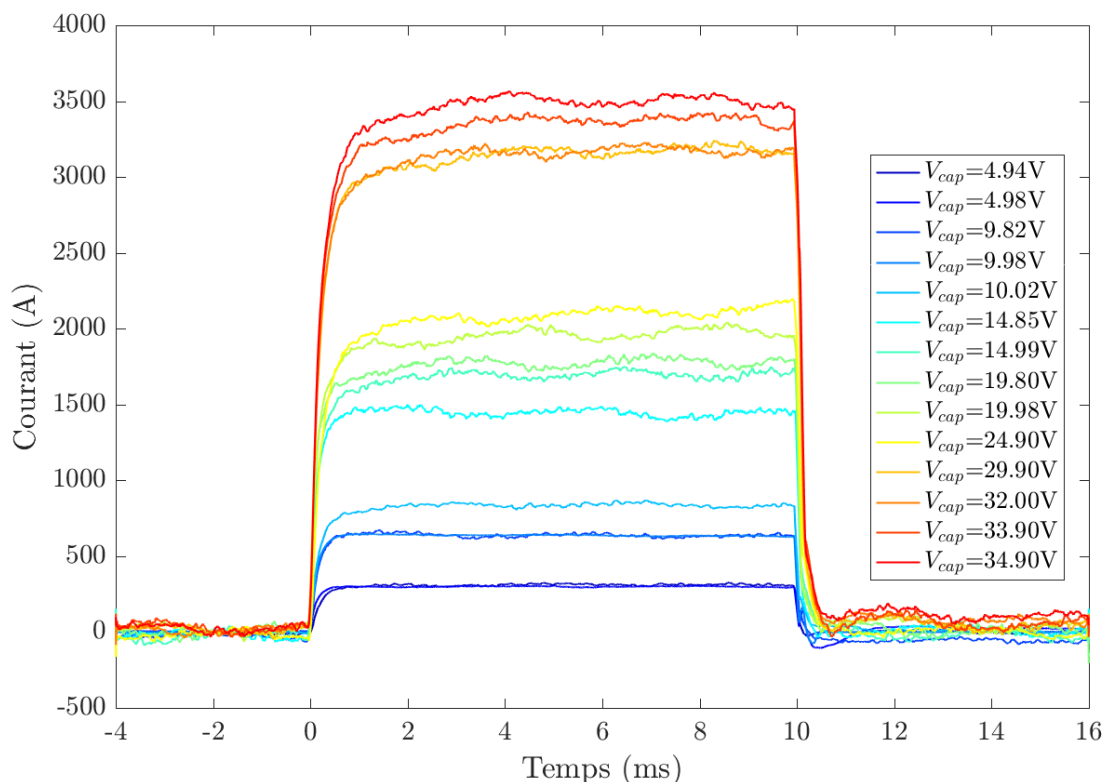


Figure 3.10 Mesure du courant dans un shunt de 1 m Ω (Résistance sur le bureau de la figure 3.3).

entre les IGBTs lors du pulse. Les grilles des transistors sont découplées à l'aide d'une résistance pour éviter des oscillations lors d'un pulse. Les diodes Zeners réduisent la tension aux bornes des IGBTs à partir du moment où celle-ci dépasse la tension de claquage V_{Br} de 66 V. La majorité de l'énergie est dissipée dans la diode Transil, qui fixe rapidement la surtension à 200 V. Les diodes entrent en conduction uniquement lors des surtensions, car elles nécessitent une tension plus grande que le maximum de tension des supercondensateurs (48 V) pour s'activer. Le circuit peut être isolé manuellement des supercondensateurs par un interrupteur métallique *knife switch*. L'amplificateur opérationnel permet de contrôler les transistors en chargeant rapidement les grilles à 15 V. Le courant en sortie de l'amplificateur opérationnel est limité à 4 A pour éviter des oscillations dans la source de tension alimentant les composants électroniques du circuit imprimé.

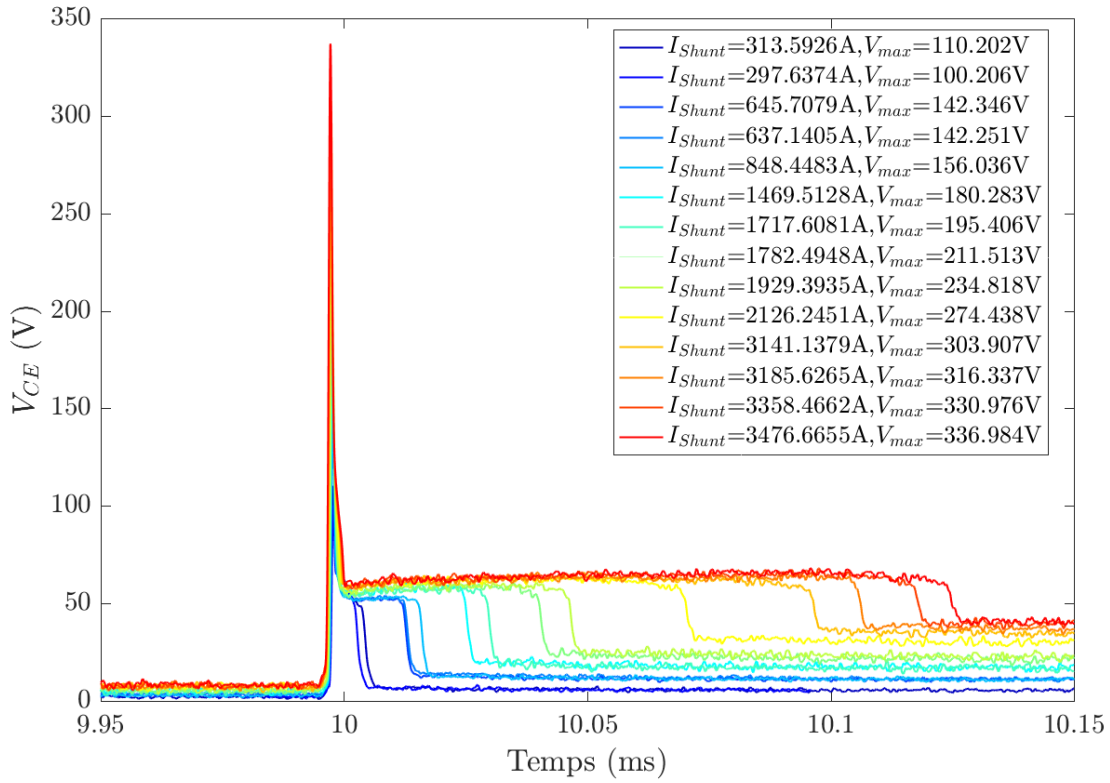


Figure 3.11 Pic inductif aux bornes des transistors (Mesure entre barres de cuivre de la figure 3.3).

Tableau 3.3 Pièces utilisées dans le montage final.

Type	Quantité	Numéro de pièce	Détail
IGBT	15	VS-GT180DA120U	$I_{C(DC)}=281\text{ A}$ @ $25\text{ }^{\circ}\text{C}$, $V_{CE}=1200\text{ V}$
Résistance de grille	15	PPC20W-1CT-ND	$20\text{ }\Omega$, 1 W
Amplificateur op.	1	296-23089-5-ND	OPA548-T, 6 A max
Diode Transil	1	APTDF500U20G-ND	$V_R=200\text{ V}$, $I_{RMS}=1000\text{ A}$
Diode Zener	2	PTVS6-058C-TH	$V_{Br}=66\text{ V}$
Alimentation PCB	1	LRS-75-SPEC	15 V , 5 A
Supercondensateur	2	BMOD0165 P048 BXX	$C=165\text{ F}$, $I_{max}=1900\text{ A}$, $V_C=48\text{ V}$
"Knife switch"	1		Faite sur place

3.2.4 Mesure du courant

Typiquement, un shunt est utilisé dans ce genre de source pour mesurer le courant. Il faut faire le compromis entre la sensibilité (amplitude du signal mesuré par rapport au bruit) et la chute de tension occasionnée lors du passage du courant. Par exemple, à fort courant de 3476 A avec la résistance de 1 m Ω , on perd déjà 3.4 V sur les 34.9 V aux bornes des supercondensateurs selon la figure 3.11. De plus, cette résistance doit être en mesure de dissiper la chaleur produite. Le shunt permet d'avoir une mesure directe du courant. Or, il est aussi possible de mesurer indirectement ce courant en captant le champ magnétique généré par le courant dans une amenée de courant (*bus bar*) par exemple. Plusieurs technologies de mesure indirecte existent, tel que les fluxgates, l'interférence optique utilisant l'effet Faraday et les senseurs à effet Hall. Ces derniers sont étudiés dans notre cas puisqu'ils permettent de mesurer de grands champs et offrent une réponse plutôt linéaire.

L'emplacement géométrique doit être fixé de façon à capter le maximum du champ magnétique. Ce serait donc entre les deux barres de cuivre (amenée et retour de courant) à

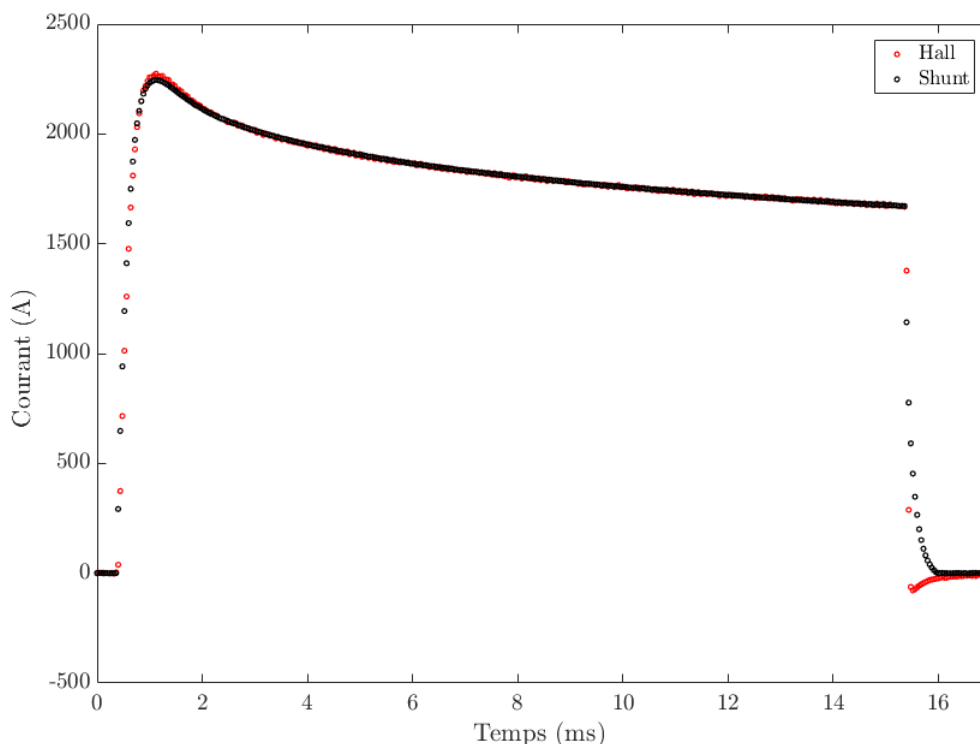


Figure 3.12 Pulse de 15 ms mesuré dans un shunt de 1 m Ω et utilisé pour la calibration d'un senseur à effet Hall.

l'extérieur de la boîte à la figure 3.5. La sonde a été calibrée par rapport à la tension de sortie. Pour calibrer celle-ci, il faut tout d'abord soustraire la sortie biaisée du senseur (typiquement 0.6 V) ainsi que le bruit de fond. Puisque ces senseurs sont censés avoir une réponse linéaire, le senseur est calibré linéairement par rapport au shunt dans la période du pulse non nulle, c'est-à-dire que l'on multiplie la tension en sortie du senseur à effet Hall de façon à avoir une courbe qui se rapproche le plus de celle aux bornes du shunt. Il y a des variations aux extrémités du pulse avec cette méthode. Un pulse plus long sera donc techniquement mieux calibré puisque ces extrêmes ont moins d'importance. Par exemple, la calibration faite ne reflète pas bien ce qui se produit lors des grosses variations, mais elle génère l'erreur pondérée par le temps la moins grande. Ceci est démontré à la figure 3.12, où la courbe est bien respectée la majorité du temps.

Le test pourrait être répété avec un taux d'échantillonnage plus élevé, car le senseur sélectionné était limité à 20 kHz. Ce semble être la seule hypothèse pour mieux définir les variations de courant. Les mesures ont été prises de façon à négliger toute l'induction puisque les fils électriques étaient tressés ensemble de sorte que l'induction s'annule. En observant plus précisément les extrémités du pulse comme dans la figure 3.13, on remarque que la différence

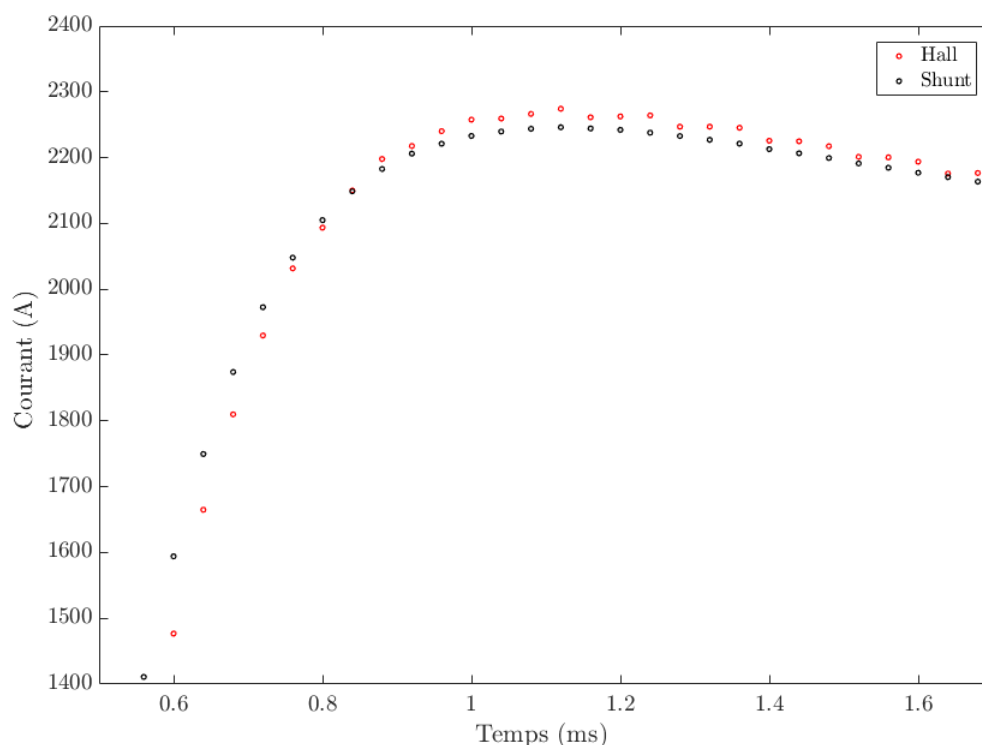


Figure 3.13 Début du pulse lors de la calibration du senseur à effet Hall.

atteint jusqu'à 30 A au début du pulse. Au final il s'agit d'une faible erreur relative d'un peu plus de 1%.

De plus, la descente n'est pas bien représentée, telle qu'illustré à la figure 3.14. Il y a des différences pouvant aller jusqu'à 500 A à un temps instantané et qu'il puisse afficher des valeurs négatives. Nous avons décidé de garder le shunt même s'il cause une perte de tension dans le montage, qui pourrait être autrement utilisée pour faire des limitations plus fortes. Davantage de tests sont nécessaires pour déterminer s'il s'agit d'un capteur approprié. Il serait intéressant d'utiliser plusieurs capteurs qui captent le champ magnétique à plusieurs endroits plutôt qu'à un endroit spécifique. Il faut aussi déterminer l'effet de la boîte de métal en acier à la figure 3.5 sur la mesure.

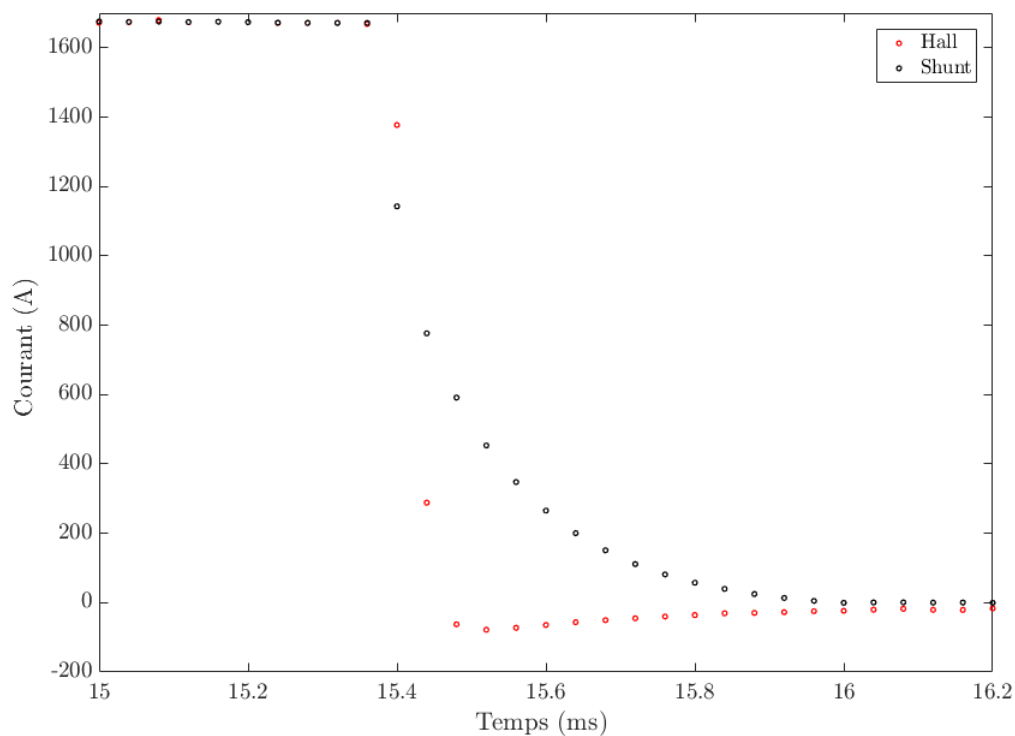


Figure 3.14 Fin du pulse lors de la calibration du capteur à effet Hall.

3.3 Tests sur des rubans supraconducteurs

La source étant maintenant fonctionnelle, celle-ci peut être utilisée pour tester certaines architectures de rubans dans les deux régimes de limitation qui sont décrits dans la théorie à la section 1.6.1. Cette section décrit tout d'abord la procédure à utiliser lorsque l'on utilise la source de tension expérimentale avec des rubans supraconducteurs. Par la suite, la source est utilisée pour tester deux architectures de ruban supraconducteur comme limiteur de courant.

3.3.1 Procédure de mesure des rubans supraconducteurs

La procédure de mesure se passe en deux temps. Le montage utilise deux sources conçues au laboratoire. La première est la source de tension décrite précédemment. La seconde est une source de courant contrôlée pouvant générer des pulses de courant qui suivent une fonction arbitraire. Les connexions de l'interrupteur *knife switch* à double pôle sont branchées de manière à alterner entre l'une et l'autre de ces sources, respectivement. Le montage total est présenté par le schéma de la figure 3.15. L'impédance de la boucle de limitation a été caractérisée avec un multimètre, car elle définit le courant qui circulera initialement avant qu'il n'y ait limitation. La résistance mesurée est de $12\text{ m}\Omega$ et l'emplacement de l'équipement a été optimisé de façon à réduire l'inductance à $3\text{ }\mu\text{H}$. Il est alors possible d'ajuster la tension dans les supercondensateurs pour s'assurer d'être dans le régime de limitation désirée en fonction de ces valeurs. L'échantillon est posé sur un support en bois sur lequel les amenées de courant sont des plaques de cuivre vissées sur l'échantillon. Les mesures de tension sont faites à l'aide de contacts à ressort (*pogo pins*) qui sont installés dans un support. Il est possible de s'assurer que chaque contact prend une mesure en vissant le support. Un schéma représentant le porte-échantillon est montré à la figure 3.16. Il est alors possible de mesurer la tension entre chaque section. De plus, une mesure globale a été ajoutée entre les points de mesure 1 et 4 pour voir la performance globale du limiteur.

Pour éviter les contraintes mécaniques associées avec la contraction thermique, tout est submergé dans le bain d'azote avant d'être vissé. Le retour de courant, qu'il soit une barre de cuivre ou un fil, doit être situé en dessous du ruban pour que la force de Lorentz pousse le ruban sur les pointes de mesure. La tension entre les contacts de cuivre et le contact à ressort le plus près est aussi mesurée pour éviter d'avoir un échauffement au niveau des contacts. À ce sujet, plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour réduire celle-ci. Lorsqu'il n'y a pas de shunt sur l'échantillon, une couche d'indium, un matériau conducteur et très ductile, est utilisé pour assurer un bon contact électrique. Lorsque l'échantillon possède un shunt ou une masse thermique suffisante, il est possible de souder une languette de cuivre sur le shunt. Ces méthodes fonctionnent la majorité du temps, mais il arrive parfois que les échantillons

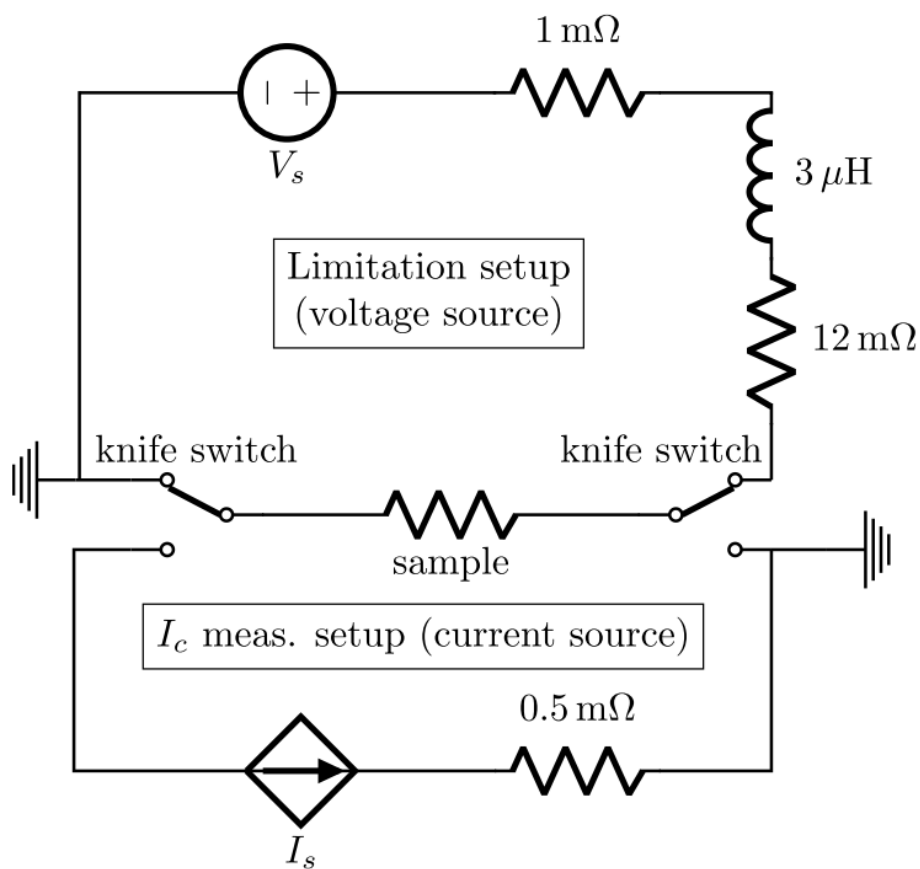


Figure 3.15 Schéma du montage expérimental utilisant deux sources, soit l'une pour mesurer le courant critique , et l'autre pour procéder à des tests en limitation. L'impédance de la source de tension a été caractérisée expérimentalement. Tiré de [8].

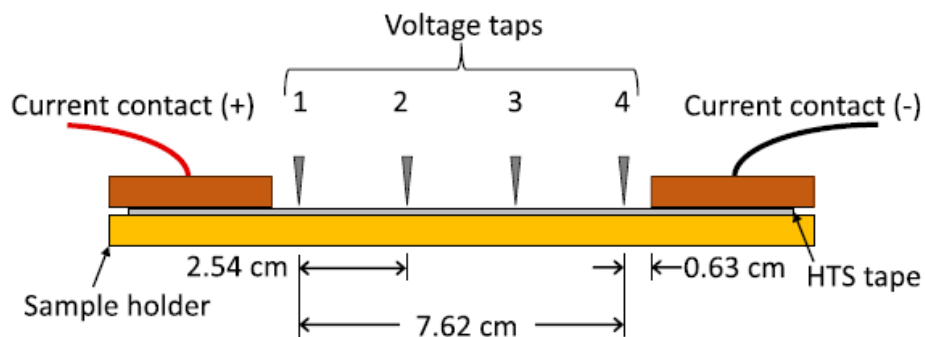


Figure 3.16 Schéma du porte-échantillon utilisé pour mesurer la tension dans diverses parties du fil supraconducteur. Tiré de [8].

brûlent directement aux contacts. Uniquement les échantillons avec des contacts acceptables sont présentés à ce point.

Avant chaque test en limitation, la source de courant est utilisée afin de déterminer le courant critique du ruban pour s'assurer que celui-ci n'est pas endommagé. Des pulses de courant en onde carré de 10 ms consécutivement plus forts sont envoyés dans l'échantillon jusqu'à ce que le critère arbitraire de tension (entre 0.6 et 0.8 mV) soit atteint. Celui-ci est relatif par rapport au bruit de la mesure et varie légèrement selon les mesures et l'amplitude du courant. Il est important de noter que cette méthode ne permet pas de déterminer localement le courant critique du ruban, mais plutôt d'identifier le courant critique le plus faible dans le ruban. Lorsque le courant critique est déterminé, il est possible de basculer à nouveau vers la source de tension en changeant la position de l'interrupteur pour faire des tests en limitation de courant. Il est possible de déterminer si le ruban a subi une dégradation sévère en mesurant le courant critique entre chaque test en limitation.

De plus, un ruban de chaque cycle de production est conservé comme ruban intact et celui-ci est utilisé pour déterminer la résistance du ruban en fonction de la température. Le ruban est plongé dans un bain d'azote liquide qui s'évapore. La température passe graduellement de celle du bain d'azote à la température ambiante. Une mesure en quatre points est effectuée où le courant est injecté par deux points externes et la tension mesurée entre les points internes. Il est possible d'obtenir les courbes de la résistance en fonction de la température pour chaque famille de ruban.

3.3.2 Ruban supraconducteur sans shunt

Le ruban testé est un ruban de long de 142 mm sans masse thermique ajoutée. Le ruban physique est présenté à la figure 3.21 avec une analyse du courant critique après les tests. Il s'agit d'un ruban dont les couches du bas vers le haut sont les suivantes : 100 μm d'Hastelloy, 3.5 μm de MgO , 3.1 μm de GdBCO . Le tout est enrobé de 1.6 μm d'argent. De plus, les contacts de 10 μm de cuivre aux extrémités ont été faits par électrodéposition. La dépendance en température de la résistance est affichée à la figure 3.17. Les tensions aux contacts présentées à la figure 3.18 nous indiquent que les mesures sont valides puisqu'il n'y a pas d'échauffement irrégulier par rapport aux autres courbes. Les mesures globales de tension ainsi que les tensions dans chaque section sont montrées aux figures 3.19 et 3.20, respectivement. Un autre indicateur d'une limitation avec point chaud est l'allure de la courbe de courant. Pendant les deux limitations, le courant diminue de 1440 A à 700 A après 2 ms pour la limitation franche, alors que le courant diminue 1240 A à 780 A après 2 ms pour la seconde limitation. Puisque la résistivité n'augmente pas assez rapidement, le courant prend plus de

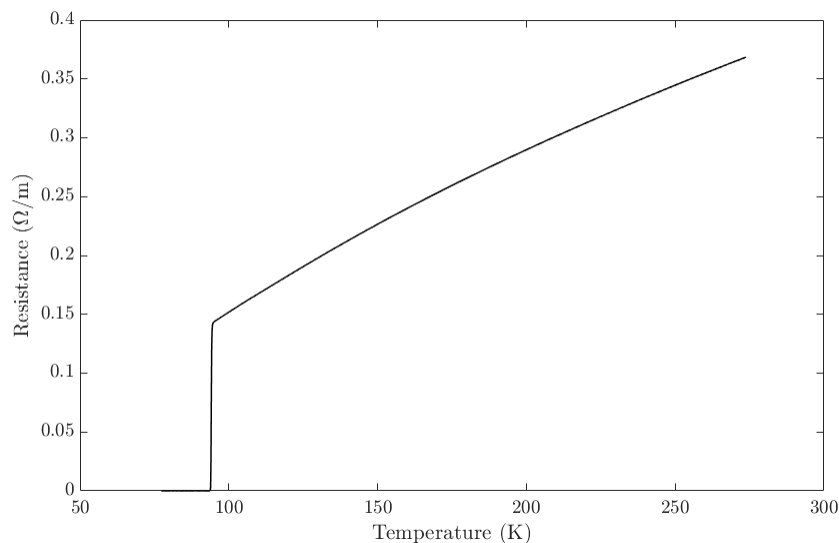


Figure 3.17 Résistance des rubans FG-CNRS-022 en fonction de la température.

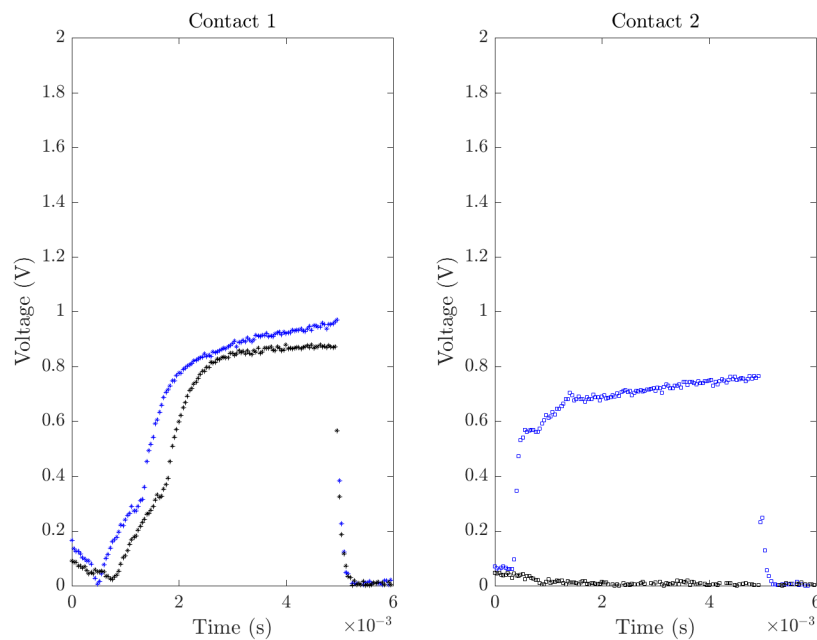


Figure 3.18 Tensions aux contacts de courant lors des tests sur FG-CRNS-022-1. Figure de gauche : Tension entre le contact (+) et le point de mesure 1. Figure de droite : Tension entre le point de mesure 4 et le contact (-). Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.

temps à diminuer. Les irrégularités entre les sections du ruban indiquent une limitation au régime de point chaud. La première section est la plus faible et chauffe beaucoup plus que les

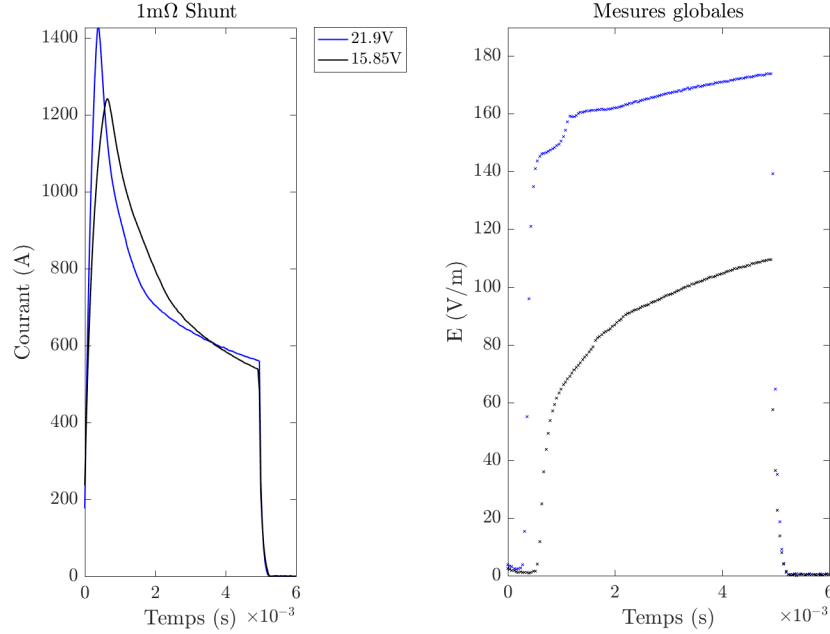


Figure 3.19 Test en limitation sur l'échantillon FG-CNRS-022-1. Figure de gauche : Courant lors de l'expérience. Figure de droite : Champ électrique entre les points de mesure 1 et 4 durant les tests. Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.

autres, alors que celle au milieu est la plus robuste. Par contre, dans la première limitation, celles-ci ont toutes eu un quench à des valeurs de champ électrique similaires.

Un récapitulatif des pulses est présenté au tableau 3.4. La première limitation franche à 24.0 V n'a pas causé de dégradations significatives du ruban. Par contre, la seconde limitation à 18.0 V a complètement détruit le ruban. Nous suspectons d'ailleurs que ce genre de comportement allait se produire selon un modèle COMSOL simple comportant un défaut au niveau du courant critique au centre. La température à la fin des pulses a été interpolée à partir de la courbe de résistivité du ruban dans la région la plus faible. Le terme point chaud est bien justifié puisque cette section du ruban a atteint une température de 30 K plus élevée tout en ayant des performances inférieures en limitation.

Ce ruban a pu être caractérisé a posteriori à l'aide d'une cartographie de champ à effet Hall. Les rectangles rouges identifient les endroits possibles où le courant critique est sévèrement dégradé. L'outil permet de déterminer que cette zone est bien celle de droite et qu'elle a subi la plus grande dégradation.

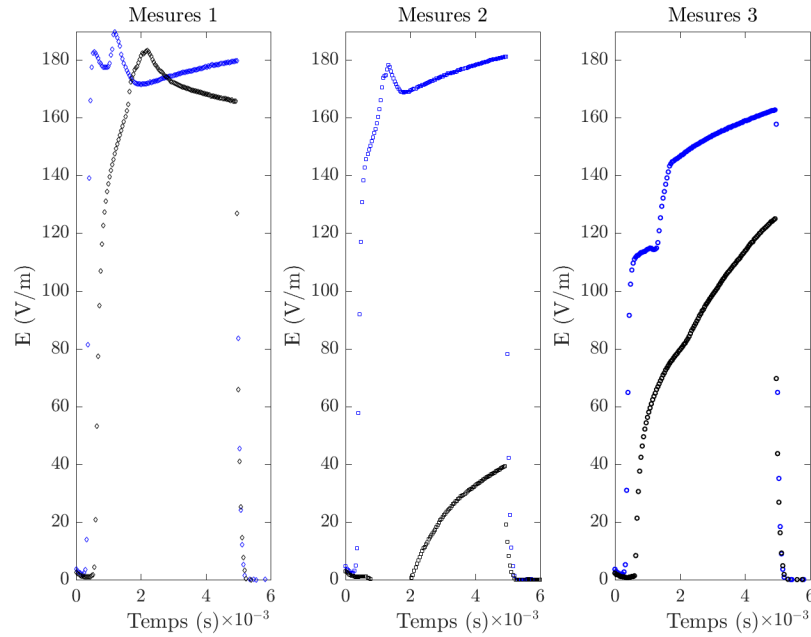


Figure 3.20 Champ électrique dans chaque section du ruban FG-CNRS-022-1 lors des tests en limitation. Figure de gauche : Champ électrique entre les points de mesure 1 et 2. Figure du milieu : Champ électrique entre les points de mesure 2 et 3. Figure de droite : Champ électrique entre les points de mesure 3 et 4. Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.

Tableau 3.4 Résumé des mesures électriques effectuées sur le ruban FG-CNRS-022-1. Le courant critique I_c du ruban est déterminé avec un critère de $80 \mu\text{V}/\text{cm}$. La résistance permet d'estimer la température à la fin du pulse dans la zone 1-2. Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.

Limitation #	V_{cap} V	Durée du pulse ms	I_c A	E_{1-4} V/m	R_{1-2} Ω/m	T K
0	—	—	892	—	—	—
1	21.9	5	880	172	0.288	200
2	15.85	5	135	110	0.321	230

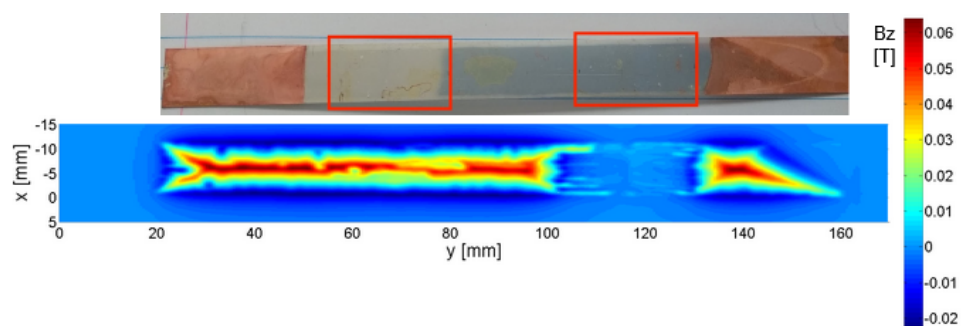


Figure 3.21 Utilisation de cartographie de champ à effet Hall pour déterminer la distribution du courant critique après les tests.

3.3.3 Ruban supraconducteur avec shunt

Ce ruban comporte les mêmes couches que le ruban précédent sauf qu'un shunt d'Hastelloy de 500 μm couvert de 10 μm d'étain de tous les côtés a été soudé au-dessus du ruban. Les contacts électriques sont des languettes de cuivre soudées directement sur le shunt, la masse thermique du ruban permet de le faire sans l'endommager. Ces contacts sont illustrés à la figure 3.22. La résistivité en fonction de la température de cette famille de rubans a été mesurée, tel qu'illustré à la figure 3.23.

Comme précédemment, la tension aux contacts a été surveillée, comme on peut le voir à la figure 3.24, pour s'assurer qu'il n'y ait pas d'échauffement inattendu. Les pentes n'ont



Figure 3.22 Contacts de cuivre soudés au Ruban FG-EPM-015-1 avec shunt.

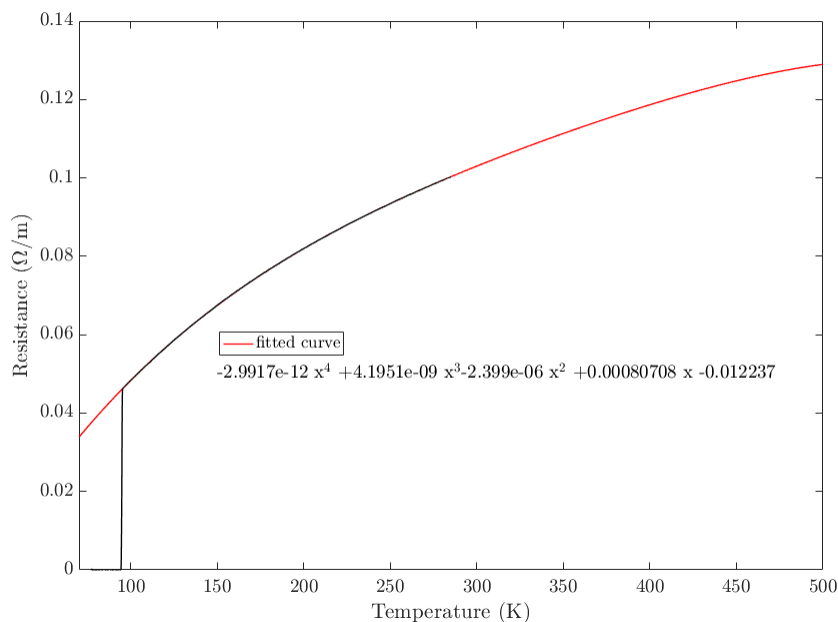


Figure 3.23 Résistance des rubans FG-EPM-015 en fonction de la température.

rien d'anormal par rapport aux autres mesures de tension, ce qui augure bien. Les tests ont commencé avec les condensateurs chargés à 2 V avec des pulses courts de 5 ms. La tension a été graduellement augmentée dans le but de s'approcher du régime de point chaud. Les valeurs inférieures à 10 V ne sont pas affichées dans les figures, car le ruban était supraconducteur. Le ruban atteint le régime à point chaud vers 15.0 V, et le temps des pulses est par la suite augmenté jusqu'à atteindre 50 ms (la valeur de référence pour le projet FASTGRID). Finalement, la tension est augmentée jusqu'au moment où le ruban subit une dégradation significative. C'est alors que le courant critique du ruban est passé de 970 A à 750 A. Un polynôme d'ordre 4 a été utilisé pour extrapoler la courbe de résistivité du ruban dans la figure 3.23. Celle-ci est coupée à 500 K puisque l'étain fond à partir de 505 K. Selon l'estimation de la température dans le tableau 3.5, il est donc justifié de supposer que l'étain a fondu. Mais ce pourrait tout aussi bien être une dénaturation du supraconducteur. Des tests plus élaborés doivent être faits pour le déterminer.

Cette architecture de ruban est capable de respecter les critères du projet FASTGRID, soit de limiter 150 V/m pour 50 ms, comme il est possible de le voir dans les dernières courbes de la figure 3.25. La figure 3.26 permet d'identifier deux phénomènes. Il y a tout d'abord effectivement un régime de point chaud, car la mesure entre les points de mesures 1 et 2

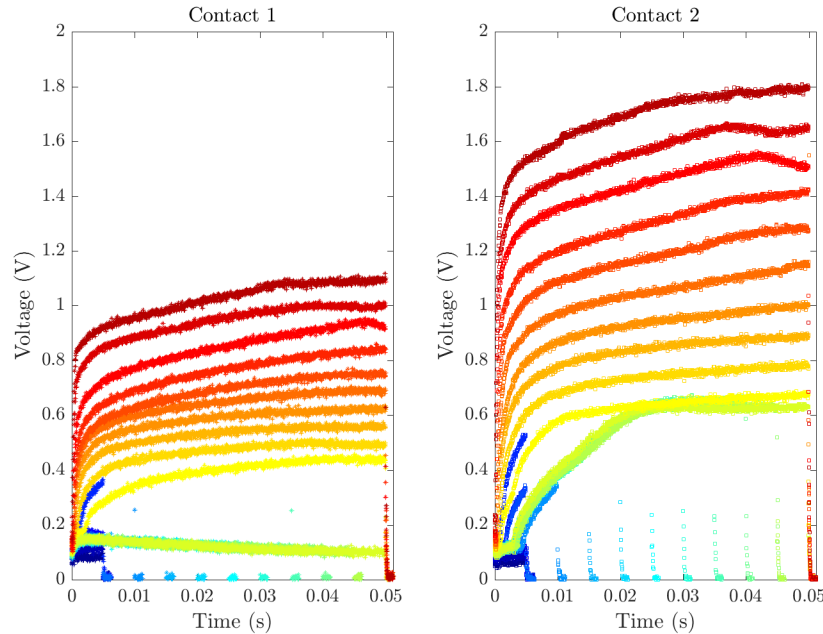


Figure 3.24 Tensions contacts de courant lors des tests sur FG-EPM-15-1. Figure de gauche : Tension entre le contact (+) et le point de mesure 1. Figure de droite : Tension entre le point de mesure 4 et le contact (-). Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.

Tableau 3.5 Résumé des mesures électriques effectuées sur le ruban FG-EPM-015-1. Le courant critique I_c du ruban est déterminé avec un critère de $80 \mu\text{V}/\text{cm}$. Le champ électrique global détermine les performances en tant que limiteur de courant. La résistance permet d'estimer la température à la fin du pulse dans la zone 2-3. Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.

Limitation #	V_{cap} V	Durée du pulse ms	I_c A	E_{1-4} V/m	R_{2-3} Ω/m	T K
0	—	—	975	—	—	—
1	10.0	5	975	1.7	0.0004	<100
2	12.0	5	975	1.7	0.0002	<100
3	14.0	5	975	2.1	0.003	<100
4	15.9	5	975	13	0.009	<100
5	18.0	5	975	37	0.068	150
6	15.9	5	975	12	0.009	<100
7	15.0	5	975	4.5	0.010	<100
8	15.0	10	975	10	0.016	<100
9	15.0	15	975	17	0.021	<100
10	15.0	20	975	23	0.028	<100
11	15.0	25	975	27	0.035	<100
12	15.0	30	975	89	0.042	<100
13	15.0	35	975	36	0.050	105
14	15.0	40	975	38	0.062	135
15	15.0	45	970	45	0.065	140
16	15.0	45	970	44	0.065	140
17	15.1	50	970	49	0.070	155
18	17.1	50	970	66	0.081	195
19	19.0	50	970	79	0.089	230
20	21.0	50	970	93	0.097	265
21	23.0	50	970	107	0.104	290
22	25.0	50	970	122	0.111	350
23	27.0	50	970	137	0.118	400
24	29.0	50	970	154	0.125	450
25	31.0	50	970	175	0.137	>500
26	33.0	50	970	190	0.145	>500
27	35.0	50	750	204	0.151	>500

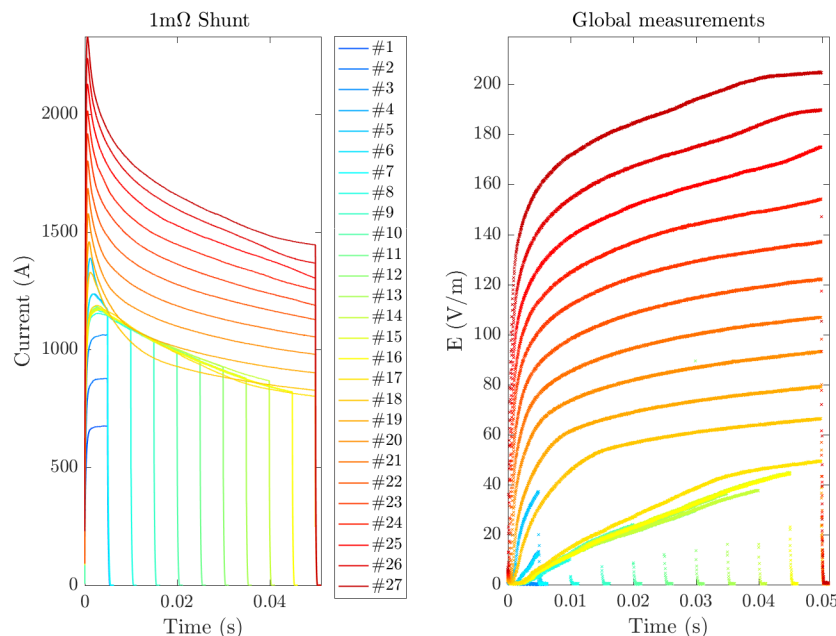


Figure 3.25 Tests en limitation sur l'échantillon FG-EPM-015-1. Figure de gauche : Courant lors de l'expérience. Figure de droite : Champ électrique entre les points de mesure 1 et 4 durant les tests. Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.

est toujours plus lente à réagir. Ce serait donc une région forte par rapport aux régions qui s'échauffent. Ce régime ne cause pas de dégâts sur le ruban pour le temps d'opération désiré. Deuxièmement, lors des limitations franches. Il est possible d'observer que les courbes divergent lentement l'une de l'autre. Par exemple, lors de la limitation #20, les tensions à la fin du pulse sont respectivement de 95, 96 et 93 V/m, alors que celles-ci sont de 202, 220 et 196 V/m à la fin du test #27. L'hypothèse à ce point est que les contacts agissent comme une masse thermique qui peut refroidir les zones aux extrémités, la résistivité augmente donc moins vite à ces endroits, mais il faut plus de résolution pour le prouver.

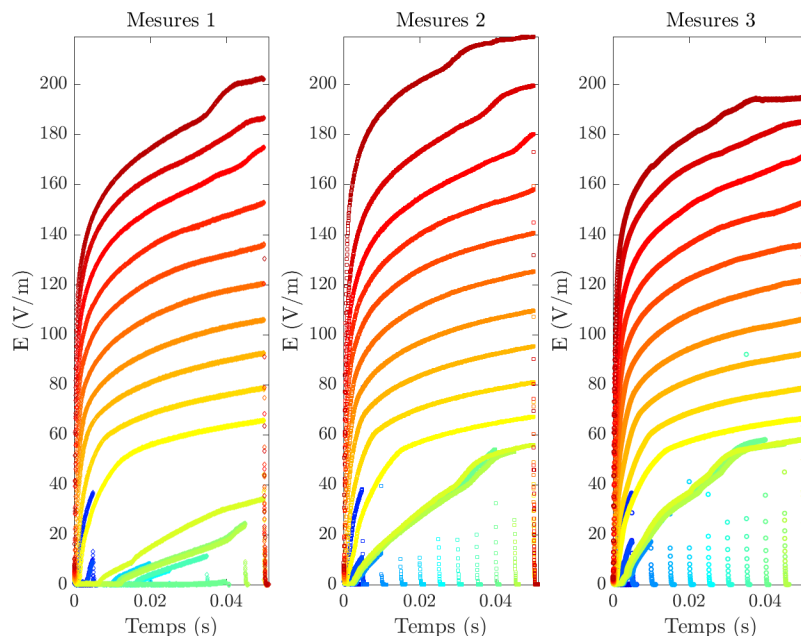


Figure 3.26 Champ électrique dans chaque section du ruban FG-EPM-015-1 lors des tests en limitation. Figure de gauche : Champ électrique entre les points de mesure 1 et 2. Figure du milieu : Champ électrique entre les points de mesure 2 et 3. Figure de droite : Champ électrique entre les points de mesure 3 et 4. Voir fig. 3.16 pour la numérotation des points de mesure.

3.3.4 Conclusion

Les rubans sans shunt ont un pouvoir de limitation bien supérieur aux rubans avec shunt, c'est-à-dire qu'ils atténuent grandement le courant. Par contre, ceux-ci ne sont pas en mesure de soutenir la chaleur générée lors des limitations. De plus, les rubans avec un shunt sont davantage capables de résister aux points chauds. Cette architecture semble la plus prometteuse dans la création de limiteurs de courant considérant que le ruban testé est capable de respecter le cahier des charges du projet FASTGRID et de limiter 150 V/m pendant 50 ms.

CHAPITRE 4 CONCLUSION

4.1 Synthèse des travaux

L'objectif principal de cette thèse était de développer des outils permettant d'étudier le comportement des 2G HTS CCs comme rSFCLs en tenant compte de la distribution du courant critique dans le supraconducteur. Deux outils totalement différents sont présentés à ce sujet.

Le premier outil est un modèle par éléments finis développés en C++ qui, à terme, permet de simuler des rSFCLs en deux dimensions. Le modèle a été testé selon une complexité grandissante et comparé à un modèle commercial. Plusieurs modifications restent à faire avant que celui-ci soit complètement fonctionnel. Les instructions permettant de coupler le modèle maison avec un simulateur de réseaux électriques sont décrites. Malgré tout, la preuve de concept est faite et des pistes d'améliorations ont été identifiées.

Pour ce qui est de la source de tension expérimentale, celle-ci a été développée à partir de rien et il est possible de voir tout le développement du prototypage jusqu'au produit fini. Les résultats avec la source expérimentale démontrent qu'il est possible d'avoir des limiteurs de courant allant jusqu'à 150 V/m avec les rubans actuels, ou du moins des sections de rubans qui sont capables de le faire. Les tests permettent aussi d'identifier que les limiteurs de courant sans shunt ont de la difficulté à résister aux points chauds.

4.2 Limitations de la solution proposée

Des limitations machines sont à prévoir au niveau du modèle numérique. Le couplage avec EMTP se fait en 32 bits uniquement, c'est-à-dire que notre modèle C++ doit lui aussi être en 32 bits. Il est possible de dépasser la mémoire disponible lorsque le ruban devient suffisamment détaillé (5000 éléments), ce qui peut devenir problématique lorsque l'on désire simuler des rubans de plusieurs mètres de long alors qu'il faut une représentation au millimètre de celui-ci pour représenter la distribution du courant critique. Le modèle est très strict au niveau de l'architecture du ruban puisqu'il est en 2D, i.e. il ne supporte qu'un empilement de rectangles. Des études devraient être faites pour comparer si des architectures tridimensionnelles comme celle du *current flow diverter* (CFD) peuvent être utilisées avec une moyenne pondérée de l'interface résistive par exemple.

Pour ce qui est de la source expérimentale, la résolution au niveau des points de mesure est trop faible pour calculer des valeurs comme la NZPV. Il faut aussi trouver une solution au niveau de l'échauffement des contacts électriques, qui sont difficiles à réaliser avec une bonne qualité de façon répétable.

4.3 Améliorations futures

Il est primordial d'implémenter un système de maillage adaptif plus complexe pour le modèle numérique. Cela permettra une meilleure représentation des points chauds ainsi qu'une économie de mémoire lorsque le quench est uniforme. Il faudrait aussi éventuellement modifier l'algorithme qui réalise les intégrales numériques pour gagner en performance, que ce soit en utilisant des fonctions plus près du niveau machine ou en identifiant des symétries dans les matrices qui n'ont pas besoin d'être calculées.

Pour la source de tension expérimentale, il est nécessaire de développer un porte-échantillon avec plus de résolution pour calculer des valeurs d'intérêts comme la NZPV, afin d'obtenir d'autres valeurs que le champ électrique de limitation. Il serait aussi possible d'isoler des irrégularités dans le ruban avec ce système.

RÉFÉRENCES

- [1] F. Sirois, “Modélisation De La Caractéristique E-J Des Supraconducteurs À Haute Température Critique,” thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, 2002.
- [2] C. H. Bonnard *et al.*, “Multi-scale model of resistive-type superconducting fault current limiters based on 2G HTS coated conductors,” *Superconductor Science and Technology*, vol. 30, n°. 1, p. 1–14, 2017. [En ligne]. Disponible : <http://dx.doi.org/10.1088/0953-2048/30/1/014005>
- [3] J.-H. FOURNIER LUPIEN, “Étude de la dynamique du quench dans différentes architectures de rubans supraconducteurs à haute température critique,” Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, 2020.
- [4] C. Lacroix *et al.*, “High normal zone propagation velocity in second generation high-temperature superconductor coated conductors with a current flow diverter architecture,” *Superconductor Science and Technology*, vol. 27, n°. 5, 2014.
- [5] F. Sirois, “Modeling resistive superconducting fault current limiters in power system transient simulators.” dans *Superconducting Fault Current Limiter : Innovation for the Electric Grids*. World Scientific Publishing, 2018, ch. 7, p. 117–169.
- [6] A. Hobl *et al.*, “Design and production of the ECCOFLOW resistive fault current limiter,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 23, n°. 3, p. 7–10, 2013.
- [7] A. Fortin et A. Garon, *Les éléments finis : de la théorie à la pratique*. Québec, Canada : Groupe interdisciplinaire de recherche en éléments finis, 2020.
- [8] C. Lacroix *et al.*, “Successful DC current limitation above 100 Vm for 50 ms using HTS tapes with critical currents exceeding 750 A/cm-width,” *Superconductor Science and Technology*, vol. 34, n°. 2, 2021.
- [9] NobelPrize.org. (1913) The nobel prize in physics 1913. [En ligne]. Disponible : <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1913/summary/>
- [10] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity : Second Edition*, ser. Dover Books on Physics. Dover Publications, 2004.
- [11] P. Tixador *et al.*, “Status of the european union project FASTGRID,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 29, n°. 5, 2019.
- [12] J. Bardeen, L. N. Cooper et J. R. Schrieffer, “Theory of superconductivity,” *Phys. Rev.*, vol. 108, p. 1175–1204, Dec 1957. [En ligne]. Disponible : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.108.1175>

- [13] NobelPrize.org. (1972) The nobel prize in physics 1972. [En ligne]. Disponible : <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1972/press-release/>
- [14] C. Kittel, *Introduction to solid state physics. Fifth edition*, Jan 1976.
- [15] V. L. Ginzburg et L. D. Landau, “On the theory of superconductivity,” dans *On Superconductivity and Superfluidity : A Scientific Autobiography*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2009, p. 113–137. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1007/978-3-540-68008-6_4
- [16] C. Lacroix et F. Sirois, “Concept of a current flow diverter for accelerating the normal zone propagation velocity in 2G HTS coated conductors,” *Superconductor Science and Technology*, vol. 27, n°. 3, 2014.
- [17] T. Kiss, K. Higashikawa et M. Inoue, “Spatial Homogeneity of Critical Currents in Long RE-123 Coated Conductors Backgrounds : Spatial Inhomogeneity in CCs.”
- [18] G. A. Levin *et al.*, “The effects of superconductor-stabilizer interfacial resistance on quenching of a pancake coil made out of coated conductor,” *Superconductor Science and Technology*, vol. 24, n°. 3, 2011.
- [19] C. Lacroix *et al.*, “Normal zone propagation velocity in 2g hts coated conductor with high interfacial resistance,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 23, n°. 3, p. 3–7, 2013.
- [20] C. Gandioli, “Du dimensionnement à l’intégration dans le réseau électrique du limiteur de courant supraconducteur,” Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2013.
- [21] P. T. Pascal *et al.*, “Superconducting fault current limiter for ship grid simulation and demonstration,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 27, n°. 4, 2017.
- [22] W. T. B. De Sousa *et al.*, “Simulation of a superconducting fault current limiter : A case study in the Brazilian power system with possible recovery under load,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 26, n°. 2, 2016.
- [23] F. Roy *et al.*, “Magneto-thermal finite element modeling of 2nd generation HTS for FCL design purposes,” *Journal of Physics : Conference Series*, vol. 97, n°. 1, 2008.
- [24] C. Lacroix, F. Sirois et J. H. Lupien, “Engineering of second generation HTS coated conductor architecture to enhance the normal zone propagation velocity in various operating conditions,” *Superconductor Science and Technology*, vol. 30, n°. 6, 2017.
- [25] F. Sosa-rey, F. Sirois et C. Lacroix, “Electrothermal response of full-scale resistive-SFCLs in presence of multiple hot spots : complete multi-scale model embedded in a commercial power system transient simulator,” n°. Cc, p. 1–20.

- [26] W. R. Leon Garcia *et al.*, “Technical and Economic Analysis of the R-Type SFCL for HVDC Grids Protection,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 27, n°. 7, 2017.
- [27] C. Gandioli, P. Tixador et G. Bueno Mariani, “Tests and simulations of different YBCO tapes for FCL,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 22, n°. 3, 2012.
- [28] Theva. (2020) 25 years of superconductors "made in germany". [En ligne]. Disponible : <https://www.theva.com/products/>
- [29] FastGrid. (2020) Cost effective fcl using advanced superconducting tapes for future hvdc grids. [En ligne]. Disponible : <https://www.fastgrid-h2020.eu/>
- [30] R. G. Durán, A. L. Lombardi et M. I. Prieto, “Superconvergence for finite element approximation of a convection–diffusion equation using graded meshes,” *IMA Journal of Numerical Analysis*, vol. 32, n°. 2, p. 511–533, 2012.
- [31] J. Mahseredjian, “DLL programming in EMTP,” *EMTP User Manual*, p. 1–24, 2012.
- [32] Intel, “Intel Fortran Compiler XE 13.1 User and Reference Guide,” 2013. [En ligne]. Disponible : <http://software.intel.com/sites/products/documentation/doclib/stdxe/2013/composerxe/compiler/fortran-mac/>

ANNEXE A FICHIERS EN FORMAT XML POUR L'IMPORTATION DES DONNÉES

Le premier fichier contient les informations générales du ruban. Le fichier doit avoir `<tape>` qui contient toutes les informations et permet d'activer la séquence de détection des données.

La section `<general>` comporte les informations globales pour le ruban. Les catégories sont :

- `<length>` : Longueur du ruban en mètre
- `<width>` : Largeur du ruban en mètre
- `<MinSize>` : Taille minimal d'un élément en mètre
- `<nx>` : Nombre d'élément pour un maillage uniforme (pas de supraconducteur)
- `<T0>` : Température initial et du bassin de refroidissement en K
- `<epsilon_r>` : Critère de convergence
- `<sigmaMax>` : Conductivité maximale possible en Ωm
- `<dumpToFile>` : Extraire les fichiers (1) ou pas (0)
- `<dumpFolderName>` : Dossier ou extraire les fichiers. Chaque fichier comporte la tension à chaque noeud, la température à chaque noeud, la distribution du courant critique, le courant, le pas de temps, le maillage et la densité de courant par élément.
- `<RefinementCritT>` : Critère de raffinement en température
- `<RefinementCritJ>` : Critère de raffinement en courant
- `<CoolingConvectionRate>` : Coefficient de convection thermique : [température, h, dérivée]
- `<AdaptivityLevel>` : Degré de raffinement, soit le nombre d'élément créés lors du raffinement

La section `<layer>` contient toutes les couches du rubans. Cela peut être un matériau défini à l'aide d'une sous-section `<layer>` ou une interface résistive avec une sous-section `<resistive>`.

Les catégories dans une section `<layer>` sont :

- `<pos>` : La position de la couche. Celle-ci est positionnée directement en dessous du couche la couche sélectionnée.
- `<nb_elem>` : Nombre d'élément en z pour la couche
- `<material>` : Le matériau de la couche. Les choix sont : argent (Ag), YbaCuO et hastelloy (Hast).
- `<currentIn>` : Le courant peut entrer par cette couche. Faux(0) ou vrai(1). La valeur est vraie par défaut si le champ est manquant.
- `<currentOut>` : Le courant peut sortir par cette couche. Faux(0) ou vrai(1). La valeur

est vraie par défaut si le champ est manquant.

Les catégories pour la section `<resistive>` :

- `<pos>` : Position de l'interface résistive directement en dessous de la position d'un layer
- `<Rs>` : Résistance en Ωm

Le second fichier décrit les propriétés de chaque matériau. Tout doit être contenu dans un `<materials>`. Le fichier contient une section `<mat>` dont les informations diffèrent si le matériau est supraconducteur ou pas avec `<supra>`. Pour un matériau ohmique, les catégories sont :

- `<supra>` false `</supra>`
- `<cp>` : Capacité thermique massique ($\text{J}/(\text{K}.\text{kg})$) en tableau [Température, valeur, dérivée]
- `<rho>` : Densité massique en kg/m^3
- `<kappa>` : Conductivité thermique ($\text{W}/(\text{m}.\text{K})$) en tableau [Température, valeur, dérivée]
- `<sigma>` : Conductivité électrique ($1/(\Omega.\text{m})$) en tableau [Température, valeur, dérivée]

Pour un matériau supraconducteur :

- `<supra>` true `</supra>`
- `<cp>` : Capacité thermique massique ($\text{J}/(\text{K}.\text{kg})$) en tableau [Température, valeur, dérivée]
- `<rho>` : Densité massique en kg/m^3
- `<kappa>` : Conductivité thermique ($\text{W}/(\text{m}.\text{K})$) en tableau [Température, valeur, dérivée]
- `<normal>` : Conductivité électrique à l'état normal
- `<Jc0>` : Densité de courant critique (A/m^2) pour un maillage uniforme
- `<Jc0Vec>` : Désactive `<Jc0>` si présent. Série de lignes position, courant critique, nombre d'élément. Permet de définir le nombre d'élément entre deux positions subséquentes par rapport à la longueur du ruban.
- `<Tc>` : Température critique en K
- `<E0>` : Champ critique en V/m
- `<n0>` : Terme de puissance initiale de la loi de puissance

Voici un exemple de fichier décrivant un ruban avec une couche d'argent suivi d'une couche supraconductrice :

```
<tape>
  <general>
    <length>0.01</length>
    <width>0.01</width>
    <MinSize>1e-5</MinSize>
    <nx>10</nx>
```

```

<T0>77</T0>
<epsilon_r>1e-6</epsilon_r>
<sigmaMax>10e+15</sigmaMax>
<dumpToFile>1</dumpToFile>
<dumpFolderName>Z :\Maitrise\Olivier\Analyse\TestsFinaux\1.Stationnaire\C++\20A77K177K\Test </dumpFolderName>
<RefinementCritT>
[10, 20, 30, 40]
</RefinementCritT>
<RefinementCritJ>
[10, 20, 30, 40]
</RefinementCritJ>
<!-- Temperature difference, Cooling rate, Derivative -->
<CoolingConvectionRate>
[
-10, 2000, 0 ;
0, 2000, 0 ;
0.01, 2000, 0 ;
1.01, 2000, 500 ;
2.01, 2500, 1800 ;
3.01, 4300, 1360 ;
4.01, 5660, 1060 ;
5.01, 6720, 860 ;
6.01, 7580, 734 ;
7.01, 8314, 636 ;
8.01, 8950, 550 ;
9.01, 9500, 500,
10.01, 10000 ,500 ;
11.01, 10500, 300 ;
12.01, 10800, 200 ;
13.01, 11000, -200 ;
14.01, 10800, -300 ;
15.01, 10500, -800 ;
16.01, 9700, -960 ;
17.01, 8740, -1180 ;
18.01, 7560, -1105 ;
19.01, 6455, -1045 ;
20.01, 5410, -995 ;
21.01, 4415, -945 ;
22.01, 3470, -900 ;
23.01, 2570, -870 ;
24.01, 1700, -820 ;
25.01, 880, -530 ;
26.01, 350, -150 ;
27.01, 200, -50 ;
28.01, 150, -50 ;
29.01, 100, 0 ;
30.01, 100, 0 ;
1000, 100,0 ;
]
</CoolingConvectionRate>
<AdaptivityLevel>2</AdaptivityLevel> <!-- Numbers of elements created when refining -->
</general>
<layers>
<layer>
<pos>1</pos>
<n_elem>2</n_elem>
<thickness>2e-6</thickness>
<material>Ag</material>
<currentIn>true</currentIn>
<currentOut>true</currentOut>
</layer>
<layer>
<pos>2</pos>
<n_elem>2</n_elem>
<thickness>1e-6</thickness>
<material>YBaCuO</material>
<currentIn>true</currentIn>
<currentOut>true</currentOut>
</layer>
</layers>
<interfaces>
<resistive>
<pos>1</pos>
<Rs>1e-7</Rs>

```

```

    </resistive>
  </interfaces>
</tape>

```

Voici le fichier utilisé pour les matériaux :

```

<materials>
  <mat name = 'Ag'>
    <supra>false</supra>
    <cp>
    [
      15.3400000000000,5.93291200000000,2.03251501597444 ;
      21.6000000000000,18.6564560000000,2.63969722222222 ;
      24.4800000000000,26.2587840000000,3.08804179104478 ;
      28.5000000000000,38.6727120000000,3.49317511111111 ;
      33.0,54.3920000000000,3.21043767313019 ;
      43.8300000000000,89.1610400000000,3.09955899419729 ;
      49,105.185760000000,2.78050632911392 ;
      53.7400000000000,118.365360000000,2.39904500978474 ;
      58.8500000000000,130.624480000000,1.85012576064909 ;
      63.7800000000000,139.745600000000,1.90090384615385 ;
      67.9400000000000,147.653360000000,1.70489763779528 ;
      73.0200000000000,156.314240000000,1.52294324853229 ;
      78.1300000000000,164.096480000000,1.19426796116504 ;
      83.2800000000000,170.246960000000,1.06603831417624 ;
      88.5000000000000,175.811680000000,1.00318128654971 ;
      93.6300000000000,180.958000000000,1.02009904761905 ;
      98.8800000000000,186.313520000000,0.831953667953665 ;
      104.060000000000,190.623040000000,0.790218687872761 ;
      109.090000000000,194.597840000000,0.536201941747578 ;
      114.240000000000,197.359280000000,0.632741020793948 ;
      119.530000000000,200.706480000000,0.247025830258300 ;
      124.950000000000,202.045360000000,0.494881720430112 ;
      130.530000000000,204.806800000000,0.488376306620208 ;
      136.270000000000,207.610080000000,0.395578181818182 ;
      141.770000000000,209.785760000000,0.387618528610349 ;
      145.440000000000,211.208320000000,0.577103448275862 ;
      149.500000000000,213.551360000000,0.145159183673473 ;
      154.400000000000,214.262640000000,0.306550495049506 ;
      159.450000000000,215.810720000000,0.456295748613676 ;
      164.860000000000,218.279280000000,0.0759346642468225 ;
      170.370000000000,218.697680000000,0.240921305182342 ;
      175.580000000000,219.952880000000,0.544386617100371 ;
      180.960000000000,222.881680000000,-0.0228633879781412 ;
      186.450000000000,222.756160000000,0.232028622540252 ;
      192.040000000000,224.053200000000,0.134283783783784 ;
      197.960000000000,224.848160000000,0.160628884826324 ;
      203.430000000000,225.726800000000,0.199238095238097 ;
      209.100000000000,226.856480000000,0.217624161073822 ;
      215.060000000000,228.153520000000,-0.0504965517241373 ;
      220.860000000000,227.860640000000,0.140950354609930 ;
      226.500000000000,228.655600000000,0.360689655172415 ;
      232.300000000000,230.747600000000,-0.0281277310924374 ;
      238.250000000000,230.580240000000,0.202685121107264 ;
      244.030000000000,231.751760000000,0.0967829181494686 ;
      249.650000000000,232.295680000000,0.109147826086957 ;
      255.400000000000,232.923280000000,0.160274193548387 ;
      260.360000000000,233.718240000000,0.0535429616087748 ;
      265.830000000000,234.011120000000,0.179202979515830 ;
      271.200000000000,234.973440000000,0.141200710479574 ;
      276.830000000000,235.768400000000,0.109912434325739 ;
      282.540000000000,236.396000000000,0.112675044883304 ;
      288.110000000000,237.023600000000,-0.911239263803676 ;
      291.370000000000,234.052960000000,0.846202247191019 ;
      292.260000000000,234.806080000000,0.301549549549548 ;
      297.810000000000,236.479680000000,-0.0341677802524127 ;
      324.750000000000,235.559200000000,0.0457267759562839 ;
      361.350000000000,237.232800000000,0.0408195121951225 ;
      381.850000000000,238.069600000000,0.0386512702078521 ;
      425.150000000000,239.743200000000,0.0488785046728968 ;
      467.950000000000,241.835200000000,0.0385977859778600 ;
      522.150000000000,243.927200000000,0.0501077844311378 ;
      572.250000000000,246.437600000000,0.0536410256410255 ;
      626.850000000000,249.366400000000,0.0365414847161571 ;
      672.650000000000,251.040000000000,0.0588112449799195 ;
    ]
  </cp>
</mat>

```

```

722.450000000000,253.968800000000,0.0484633204633206 ;
774.250000000000,256.479200000000,0.0691570247933882 ;
822.650000000000,259.826400000000,0.0820392156862757 ;
843.050000000000,261.500000000000,0.0279866220735779 ;
872.950000000000,262.336800000000,0.0712170212765967 ;
896.450000000000,264.010400000000,0.0579100346020769 ;
925.350000000000,265.684000000000,0 ;
]
</cp>
<rho>10500</rho>
<kappa>
[
1,3940,3890 ;
2,7830,3670 ;
3,11500,3200 ;
4,14700,2500 ;
5,17200,1500 ;
6,18700,600 ;
7,19300,-300 ;
8,19000,-900 ;
9,18100,-1300 ;
10,16800,-1440 ;
15,9600,-898 ;
20,5110,-318 ;
30,1930,-88 ;
40,1050,-35 ;
50,700,-15 ;
60,550,-5.30000000000000 ;
70,497,-2.60000000000000 ;
80,471,-1.10000000000000 ;
90,460,-1 ;
100,450,-0.360000000000000 ;
150,432,-0.0400000000000000 ;
200,430,-0.0200000000000000 ;
250,429,0 ;
300,429,-0.0400000000000000 ;
350,427,-0.0400000000000000 ;
400,425,-0.0600000000000000 ;
500,419,-0.0700000000000000 ;
600,412,-0.0800000000000000 ;
800,396,0 ;
]
</kappa>
<sigma>
[
1,1e11 , -1449275362.31884 ;
10,86956521739.1304,-6314699792.96066 ;
20,23809523809.5238,-1097711811.99753 ;
40,1855287569.57328,-61900180.9478000 ;
60,617283950.617284,-13563159.4685805 ;
80,346020761.245675,-5339315.57424546 ;
100,239234449.760766,-2029868.05857619 ;
150,137741046.831956,-811186.339943297 ;
200,97181729.8347911,-397471.287667857 ;
273,68166325.8350375,-257717.678015264 ;
293,63011972.2747322,-233810.657791214 ;
298,61842918.9857761,-227782.390371185 ;
300,61387354.2050338,-167644.180158325 ;
400,44622936.1892013,-97797.3061428836 ;
500,34843205.5749129,-65145.9367689589 ;
600,28328611.8980170,-45756.4277687686 ;
700,23752969.1211401,-33863.7034313607 ;
800,20366598.7780041,-26361.0232410336 ;
900,17730496.4539007,0
]
</sigma>
</mat>
<mat name = 'YBaCuO'>
<supra>>true</supra>
<cp>
[
10,10,1.33333333333333 ;
25,30,2.30769230769231 ;
38,60,2.50000000000000 ;

```

```

50,90,2.083333333333333;
62,115,2.69974948389794;
77.4281500000000,156.652140000000,3.25717952123897;
79.5134910000000,163.444470000000,3.2975541180076;
81.3932350000000,169.643030000000,2.29677747890725;
83.8361360000000,175.253830000000,2.30366475434952;
86.6557520000000,181.749280000000,4.34352825729290;
87.7807890000000,186.635910000000,-0.301613403963636;
91.1661160000000,185.614850000000,1.06204887474039;
95.8654760000000,190.605800000000,4.71262121740510;
97.9329390000000,200.348970000000,0.853208586744949;
102.905580000000,204.591670000000,2.59914826328779;
111.645370000000,227.307680000000,2.00751471756795;
121.008330000000,246.103960000000,1.80977477933932;
130.580720000000,263.427830000000,1.60333752796558;
140.776290000000,279.774770000000,1.62351092778161;
150.037090000000,294.809780000000,1.43609631859227;
159.711650000000,308.703380000000,1.32089243334218;
168.867740000000,320.797590000000,1.03484929697553;
177.710960000000,329.948990000000,1.30921452346109;
186.450750000000,341.391250000000,1.09301011063503;
196.021860000000,351.852570000000,1.00058321838252;
205.177950000000,361.014000000000,1.07477494796847;
214.749070000000,371.300800000000,0.829240632304952;
224.686680000000,379.541470000000,0.905337029474975;
233.997290000000,387.970710000000,0.642809321446165;
243.153380000000,393.856330000000,0.801570682168822;
253.348950000000,402.028800000000,0.673050338210679;
262.817900000000,408.401880000000,0.675749259655489;
272.492450000000,414.939450000000,0.714014388237773;
281.648540000000,421.477030000000,0
]
</cp>
<rho>6390</rho>
<kappa>
[
10,8.50000000000000,0.150000000000000;
20,10,0.200000000000000;
30,12,0;
40,12,0;
50,12,-0.200000000000000;
60,10,-0.050000000000000;
70,9.50000000000000,-0.100000000000000;
80,8.50000000000000,0;
90,8.50000000000000,0;
100,8.50000000000000,0;
150,8.50000000000000,0;
200,8.50000000000000,0;
300,8.50000000000000,0
]
</kappa>
<normal>1.00e+08</normal>
<Jc0> 3.125e+10 </Jc0>
<Jc0Vec>
0,3.0e10,20;
0.1,3.0e10,10;
0.95,2.5e10,10;
1.05,3.0e10,10;
1.90,3.0e10,20;
</Jc0Vec>
<Tc>90</Tc> <!-- Normal temperature -->
<E0>1e-4</E0> <!-- Power law E0-->
<n0>20</n0> <!-- n0 for the power law -->
</mat>
<mat name = 'Hast'>
<supra>>false</supra>
<cp>
[
2.1700491e+00,8.1581888e-01,0.379395357109351;
2.4461228e+00,9.2055996e-01,0.289861041985680;
2.7344473e+00,1.0041340e+00,0.283153208589365;
3.0805963e+00,1.1021472e+00,0.272467177775555;
3.4616110e+00,1.2059612e+00,0.208482097186103;
3.8897504e+00,1.2952206e+00,0.199197784543395;

```

```

4.3708431e+00,1.3910532e+00,0.156359453680493;
4.9113400e+00,1.4755650e+00,0.163635720106347;
5.5187850e+00,1.5749647e+00,0.190667629973239;
6.1852395e+00,1.7020360e+00,0.146409315988314;
6.9683577e+00,1.8166918e+00,0.210725194722227;
7.8098641e+00,1.9940184e+00,0.201643244793788;
8.7078922e+00,2.1750997e+00,0.250548300257025;
9.7342915e+00,2.4322623e+00,0.259046969286450;
1.0909815e+01,2.7367781e+00,0.318599413494952;
1.2259164e+01,3.1666799e+00,0.364895509731182;
1.3811031e+01,3.7329492e+00,0.439182532020979;
1.5519208e+01,4.4831507e+00,0.562221782311350;
1.7393325e+01,5.5368201e+00,0.708814055836388;
1.9595115e+01,7.0974798e+00,0.893329764472056;
2.1961883e+01,9.2117841e+00,1.176800206625593;
2.4614023e+01,1.2332823e+01,1.377007578476465;
2.7874045e+01,1.6821898e+01,1.826472827654347;
3.0918427e+01,2.2382379e+01,2.105736207526488;
3.4832337e+01,3.0624041e+01,2.619093569545384;
3.9038727e+01,4.1640970e+01,2.993905219830861;
4.3867121e+01,5.6096724e+01,3.369478395323327;
4.9164562e+01,7.3946337e+01,3.135224555846678;
5.5532577e+01,9.3911494e+01,3.346042517452915;
6.2562349e+01,1.1743341e+02,3.681097834836590;
6.9936573e+01,1.4457865e+02,3.313361396327721;
7.8383759e+01,1.7256723e+02,2.863242770641138;
8.7849467e+01,1.9966985e+02,2.754981174203275;
9.8714877e+01,2.2960385e+02,2.108886718085731;
1.1121102e+02,2.5595680e+02,1.960772154587191;
1.2528903e+02,2.8356057e+02,1.415302390744458;
1.4078504e+02,3.0549211e+02,1.041413464678534;
1.5860678e+02,3.2405191e+02,1.252237708786687;
1.7776030e+02,3.4803667e+02,0.663524078403408;
2.0446016e+02,3.6575267e+02,0.567874332347450;
2.3517037e+02,3.8319221e+02,0.477515522076664;
2.6562538e+02,3.9773495e+02,0.232798665920300;
3.0315837e+02,4.0647258e+02,0
]
</cp>
<rho>8890</rho>
<kappa>
[
3.7038927e+00,6.7666384e-01,0.299963071113370;
4.5885660e+00,9.4203316e-01,0.263734354616521;
5.3855503e+00,1.1522253e+00,0.412855460404002;
6.1814969e+00,1.4808362e+00,0.249847075711951;
7.2436238e+00,1.7462055e+00,0.333400883928645;
8.0395704e+00,2.0115748e+00,0.207699197521737;
9.2786320e+00,2.2689269e+00,0.300016503272961;
1.0163305e+01,2.5343434e+00,0.187673190254067;
1.1491613e+01,2.7836312e+00,0.121257608968574;
1.2817844e+01,2.9444468e+00,0.115286828796639;
1.4352662e+01,3.1213911e+00,3.629897211515093;
1.4410256e+01,3.3304514e+00,0.103787005447809;
1.5649837e+01,3.4591038e+00,0.163655045423563;
1.6534510e+01,3.6038850e+00,0.233618818105955;
1.7154041e+01,3.7486191e+00,0.182046546368127;
1.8037676e+01,3.9094818e+00,0.136268167554351;
1.9099803e+01,4.0542159e+00,0.215896538130582;
1.9807542e+01,4.2070143e+00,0.265419460070716;
2.0958915e+01,4.5126111e+00,0.045463940665718;
2.2197457e+01,4.5689201e+00,0.066673854951471;
2.3523689e+01,4.6573451e+00,0.200010964503269;
2.4408362e+01,4.8342894e+00,0.157850956999986;
2.6089501e+01,5.0996588e+00,0.051955142798403;
2.7947575e+01,5.1961953e+00,0.202006955486394;
2.9539987e+01,5.5178736e+00,0.030279703757603;
3.1398060e+01,5.5741355e+00,0.126462451253263;
3.3433068e+01,5.8314876e+00,0.060573483602767;
3.5822465e+01,5.9762217e+00,0.118183397261513;
3.8476485e+01,6.2898828e+00,0.052333936481417;
4.1396166e+01,6.4426812e+00,0.050982555109113;
4.5024105e+01,6.6276428e+00,0.081802163871506;
4.8563317e+01,6.9171580e+00,0.026506286510016;

```

```

5.2810268e+01,7.0297289e+00,0.035702980408461 ;
5.7764958e+01,7.2066261e+00,0.038960033870210 ;
6.3339178e+01,7.4237979e+00,0.062253088531876 ;
6.9798072e+01,7.8258840e+00,-0.009476049121107 ;
7.7437395e+01,7.7534934e+00,0.001961490071859 ;
8.5636060e+01,7.7695750e+00,0.045878930294142 ;
9.4926427e+01,8.1958071e+00,0.020974223947454 ;
1.0527840e+02,8.4129317e+00,0.015717366716604 ;
1.1704637e+02,8.5978932e+00,0.022126341445642 ;
1.3049548e+02,8.8954728e+00,0.023015767592222 ;
1.4412153e+02,9.2090868e+00,0.025143037501656 ;
1.5755507e+02,9.5468468e+00,0.017131831824795 ;
1.7163824e+02,9.7881173e+00,0.030491451963139 ;
1.8535250e+02,1.0206285e+01,0.030491496071604 ;
1.9906675e+02,1.0624453e+01,0
]
</kappa>
<sigma>
[
1.4516671e+01,8.134252916048329e+05,2.124099856988357e+02 ;
1.7393056e+01,8.140362645015472e+05,0.396464211158509e+02 ;
2.2664371e+01,8.142452532758716e+05,-0.666805467494035e+02 ;
2.8256656e+01,8.138723566544931e+05,-0.763199165546363e+02 ;
3.3529205e+01,8.134699561547828e+05,-0.730332931716954e+02 ;
3.9439991e+01,8.130382719879696e+05,-0.789440543544007e+02 ;
4.4712541e+01,8.126220355141834e+05,-0.789067702343457e+02 ;
4.9983856e+01,8.122060930726455e+05,-0.812679100385015e+02 ;
5.3819447e+01,8.118943826083131e+05,-0.928225545670055e+02 ;
5.7173584e+01,8.115830430436052e+05,-0.858630542252795e+02 ;
6.1488161e+01,8.112125802846952e+05,-0.694955387187668e+02 ;
6.6600226e+01,8.108573145735548e+05,-0.844050056983313e+02 ;
7.2032026e+01,8.103988434636026e+05,-0.766734520019790e+02 ;
7.8582283e+01,8.098966126479125e+05,-0.673512311747208e+02 ;
8.6249762e+01,8.093801984972561e+05,-0.795428762645354e+02 ;
9.4397462e+01,8.087321070043156e+05,-0.675075419724038e+02 ;
1.0398335e+02,8.080849872678128e+05,-0.650454575795170e+02 ;
1.1436920e+02,8.074094349022106e+05,-0.779134398086842e+02 ;
1.2603152e+02,8.065007834348609e+05,-0.659737593151191e+02 ;
1.3977151e+02,8.055943046416088e+05,-0.762723355097693e+02 ;
1.5335101e+02,8.045585644615539e+05,-0.693960617043029e+02 ;
1.6677126e+02,8.036272519644667e+05,-0.609213418217118e+02 ;
1.8083098e+02,8.027707149564293e+05,-0.695908278985687e+02 ;
1.9457096e+02,8.018145383729195e+05,-0.613759536724152e+02 ;
2.0799121e+02,8.009908577306472e+05,-0.671817074232241e+02 ;
2.2173120e+02,8.000677817424691e+05,-0.731095365667697e+02 ;
2.3531070e+02,7.990749907906607e+05,-1.013951884258655e+02 ;
2.4945807e+02,7.976405155437803e+05,-0.867409342448687e+02 ;
2.6297461e+02,7.964680782364222e+05,-0.574914813636312e+02 ;
2.7637017e+02,7.956979476483268e+05,-0.553101920925838e+02 ;
2.9026940e+02,7.949291785670877e+05,-0.599595388719214e+02 ;
3.0401062e+02,7.941052613523501e+05,-0.588137684131084e+02 ;
3.1727039e+02,7.933254043103591e+05,-0.525230284717445e+02 ;
3.3101037e+02,7.926037389496178e+05,-0.610397691753330e+02 ;
3.4443062e+02,7.917845699873426e+05,-0.584456406948379e+02 ;
3.5769286e+02,7.910094498734939e+05,-0.602602021018614e+02 ;
3.6983416e+02,7.902778126817146e+05,-0.649146515216691e+02 ;
3.8021878e+02,7.896036986932296e+05,-0.603346862383797e+02 ;
3.9044414e+02,7.889867548059551e+05,0
]
</sigma>
</mat>
</materials>

```


ANNEXE B ÉCHANGE D'INFORMATIONS ENTRE C++ ET FORTRAN

Il est nécessaire d'avoir des paramètres de compilateurs très spécifiques afin de communiquer avec EMTP-RV. Pour un utilisateur sur Visual Studio, les paramètres modifiés par rapport aux valeurs par défaut sont indiqués dans le tableau B.1. Le compilateur utilisé pour la partie Fortran du projet est le Intel(R) Visual Fortran Compiler 18.0.3.210 [IA-32]. Le compilateur C++ est le Visual Studio 2017 (V141) et utilise toutes les valeurs par défaut. Le projet génère une librairie statique (.lib) qui est importée par le projet en Fortran.

General	
Extensions to Delete on Clean	*.obj;*.mod;*.pdb;*.asm;*.map;*.dyn; *.dpi;*.tmp;*.log;*.ilk;*.exe;\$(TargetPath)
Fortran	
Diagnostics	
Language Usage Warnings	
Warn For Undeclared Symbols	Yes
Warn For Unused Variables	Yes
Warn When Truncating Source Line	Yes
Check Routine Interfaces	No
Data	
Local Variable Storage	Automatic
External Procedures	
Calling Convention	CVF
Run-time	
Check Edit Descriptor Data Type	Yes
Check Edit Descriptor Data Size	Yes
Check Stack Frame	No
Libraries	
Runtime Library	Debug Multithreaded
Linker	
General	
Enable Incremental Linking	Yes
Additionnal Library Directories	\$(SolutionDir)\Release
Input	
Additionnal Dependencies	"2DFemCpp.lib"
System	
Enable Large Adresses	Support Adresses Larger Than 2 GB

Tableau B.1 Paramètres de compilateur Intel(R) Visual Fortran Compiler 18.0.3.210.

ANNEXE C CIRCUIT IMPRIMÉ POUR LA SOURCE DE TENSION EXPÉRIMENTALE

La partie "envoi de commandes" du schéma présenté à la figure 3.1 a été reproduite sur une plaque physique. Le circuit imprimé a été conçu dans le but de pouvoir permettre certains ajustements lors des tests. Ce circuit assure le bon fonctionnement de l'amplificateur opérationnel qui actionne les transistors. Celui-ci est présenté à la figure C.2 et a été réalisé à l'aide du logiciel Kicad. Le terminal J2 du bas accueille l'alimentation externe ainsi que le signal provenant d'un générateur de fonctions ou d'une carte d'acquisition. Ces deux signaux sont référencés avec la mise de la terre de l'alimentation. L'alimentation est stabilisée à l'aide d'un condensateur électrolytique C1 et un condensateur céramique C2. Cet agencement est très répandu puisque les deux types de condensateurs ont des temps de réponse différents. Les condensateurs céramiques réagissent plus rapidement, mais emmagasinent moins d'énergie. L'amplificateur opérationnel U1 est dans une configuration différentielle pour agir comme interrupteur selon la commande. Les résistances R35 et R36 forment un diviseur de tension pour fixer la tension de la borne négative de U1. La résistance R37 permet de contrôler le courant maximal pouvant circuler dans l'amplificateur opérationnel. Par la suite, le même motif se répète 15 fois pour découpler chaque transistor et envoyer le signal. Par exemple, les composants D16, R33, R17 et D32 forment ce motif une fois. Le motif est composé de 4 composants pour tester la configuration présentée à la figure C.1 qui permet d'avoir un taux de charge et de décharge différents pour les grilles. De plus, cet arrangement permet de tester graduellement le montage et d'ajouter des sorties lorsque nécessaire. Chaque motif est connecté au connecteur J1, qui transmet les signaux vers les grilles des transistors à l'aide de fils électriques. La plaque est percée aux 4 coins pour permettre de la fixer à une surface à l'aide de vis. La taille des traces n'est pas vraiment critique dans ce genre d'application puisqu'il n'y a pas de courant circulant en permanence. Faisons tout de même une analyse de la chaleur générée dans les traces en supposant le pire des cas avec du courant continu circulant dans les traces. Les manufacturiers offrent tous des tableaux ou des calculateurs

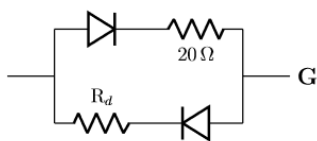


Figure C.1 Motif se répétant 15 fois sur le circuit imprimé.

pour déterminer l'échauffement des traces en fonction la largeur de celles-ci pour une certaine épaisseur de traces (1 oz/ft² étant la valeur par défaut). Les grosses traces sont 60 mils de large (1 mil est 1/1000 pouce) et seront soumises à la totalité du courant, soit 5 A. Les petites traces de 10 mils de large reliés à J1 transportent 1/15 de ce courant, soit 0.33 A. Selon les tableaux des fabricants, les traces vont respectivement s'échauffer de 27 °C pour les plus larges et de 1 °C pour les petites par rapport à la température ambiante. Il n'y a donc aucun danger, considérant que le matériel constituant le circuit imprimé peut supporter des températures jusqu'à 150 °C.

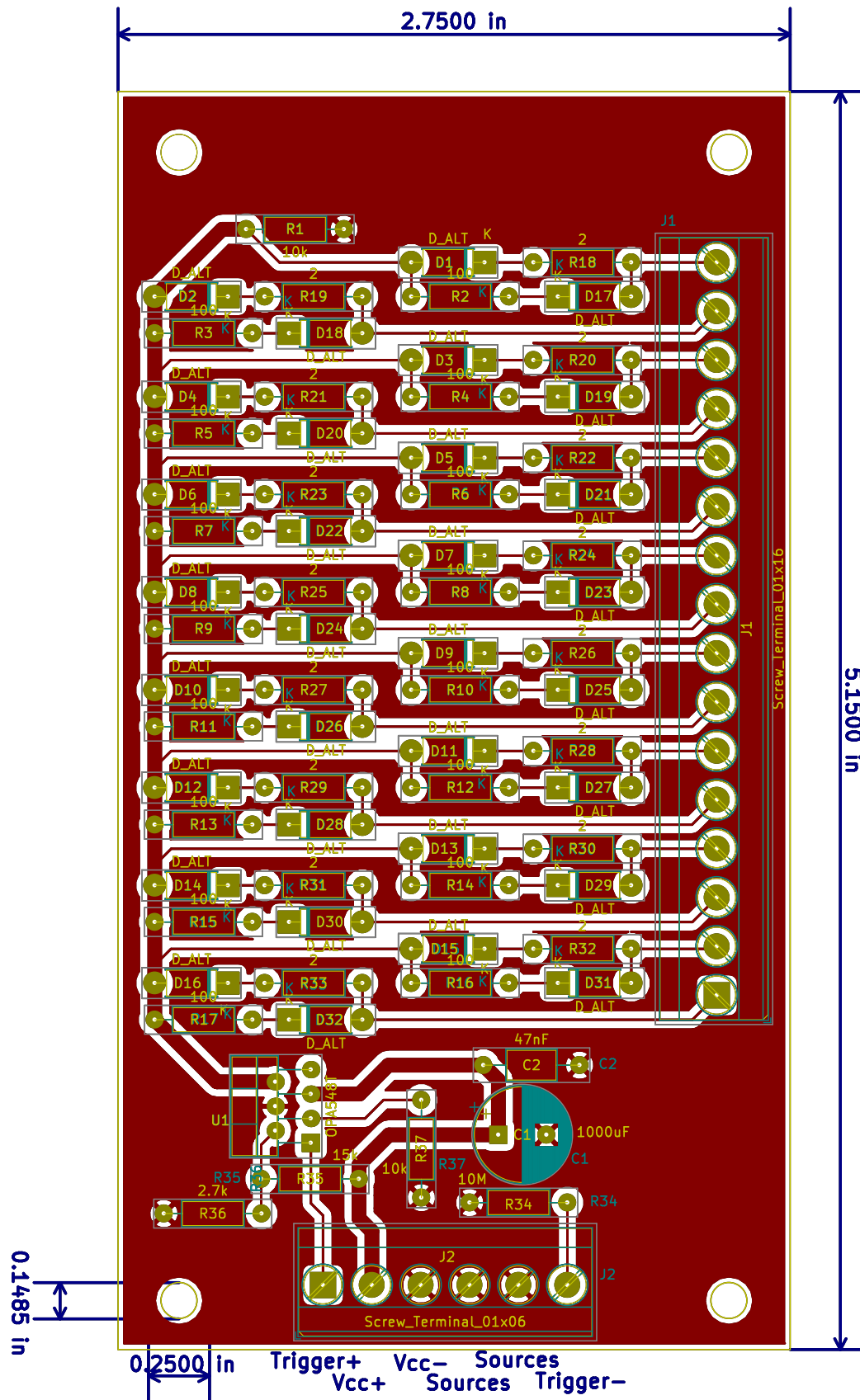


Figure C.2 Circuit imprimé pour l'activation des transistors.