

Titre: Étude d'un hacheur élévateur de type ZVT à facteur de puissance unitaire réglé par boucles en cascade
Title: unitaire réglé par boucles en cascade

Auteurs: Hadi Kanaan
Authors:

Date: 1999

Type: Rapport / Report

Référence: Kanaan, H. (1999). Étude d'un hacheur élévateur de type ZVT à facteur de puissance unitaire réglé par boucles en cascade. (Rapport technique n° EPM-RT-99-11). <https://publications.polymtl.ca/9891/>
Citation:

Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/9891/>
PolyPublie URL:

Version: Version officielle de l'éditeur / Published version

Conditions d'utilisation: Tous droits réservés / All rights reserved
Terms of Use:

Document publié chez l'éditeur officiel

Document issued by the official publisher

Institution: École Polytechnique de Montréal

Numéro de rapport: EPM-RT-99-11
Report number:

URL officiel:
Official URL:

Mention légale:
Legal notice:

16 AOÛT 1999

Département de Génie Électrique
et de Génie Informatique

Section Électronique et Énergie

**ÉTUDE D'UN HACHEUR ÉLÉVATEUR DE TYPE ZVT
À FACTEUR DE PUISSANCE UNITAIRE
RÉGLÉ PAR BOUCLES EN CASCADE**

Par

Hadi KANAAN

Rapport technique EPM/RT-99/11

dirigé par

Louis Duguay - Rachid Chaffai
Astec Advanced Power Systems
Lachine (Québec)

et

Gilles Roy
École Polytechnique de Montréal

École Polytechnique de Montréal
Mai 1999

gratuit

Tous droits réservés. On ne peut reproduire ni diffuser aucune partie du présent ouvrage, sous quelque forme ou par quelque procédé que ce soit, sans avoir obtenu au préalable l'autorisation écrite des auteurs.

Dépôt légal, Mai 1999
Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada

Étude d'un hacheur élévateur de type *ZVT*
à facteur de puissance unitaire
réglé par boucles en cascade

Hadi Kanaan

Projet dirigé par Louis Duguay et Rachid Chaffai, Astec Advanced Power Systems,
et par Gilles Roy, École Polytechnique, Département de Génie Électrique et Génie Informatique

Pour se procurer une copie de ce document, s'adresser au:

Service des Éditions
École Polytechnique de Montréal
Case Postale 6079, Succursale Centre-Ville
Montréal (Québec) H3C 3A7
Téléphone: (514) 340-4711 ext. 4473
Télécopie: (514) 340-3734

Compter 0,10\$ par page et ajouter 3,00\$ pour la couverture, les frais de poste et la manutention. Régler en dollars canadiens par chèque ou mandat-poste au nom de l'École Polytechnique de Montréal.

Nous n'honorons que les commandes accompagnées d'un paiement, sauf s'il y a eu entente préalable dans le cas d'établissements d'enseignement, de sociétés ou d'organismes canadiens.

Table des Matières

Table des matières	i
Introduction	1
Première Partie - Structure, fonctionnement et modélisation du circuit de puissance	2
1.1 - Structure du circuit de puissance	2
1.2 - Fonctionnement du circuit de puissance - Formes d'ondes	4
1.2.1 - Etat bloqué du transistor principal	4
1.2.2 - Phase d'amorçage du transistor principal	5
1.2.3 - Etat passant du transistor principal	7
1.2.4 - Phase de blocage du transistor principal	8
1.3 - Choix des éléments constitutifs du circuit d'aide à la commutation	8
1.4 - Modélisation du circuit de puissance	10
1.4.1 - Modèle statique	11
1.4.2 - Modèle dynamique	12
Deuxième Partie - Elaboration du système de réglage	18
2.1 - Présentation générale du système de réglage	18
2.2 - Fonctionnement en régime statique	21
2.3 - Synthèse de la boucle de courant	23
2.3.1 - Gain en boucle ouverte	23
2.3.2 - Critères concernant le choix du régulateur de courant	24
2.3.3 - Détermination du pire cas pour le réglage de courant	26
2.3.4 - Synthèse du régulateur de courant	27
2.3.5 - Calcul du gain en boucle fermée	28
2.4 - Synthèse de la boucle de tension	30
2.4.1 - Gain en boucle ouverte	30
2.4.2 - Critères concernant le choix du régulateur de tension	30
2.4.3 - Détermination du pire cas pour le réglage de tension	31
2.4.4 - Synthèse du régulateur de tension	32

Troisième Partie - Analyse des performances du système de réglage	35
3.1 - Impédance dynamique d'entrée	35
3.2 - Susceptibilité dynamique	39
3.3 - Formes d'ondes	41
Références	45

Introduction

On se propose, dans le présent rapport, d'étudier le système de réglage associé à un hacheur élévateur particulier dit de type *ZVT*. Cette classe de hacheurs est caractérisée par des pertes beaucoup plus faibles que celles relatives à un hacheur classique. Ils sont munis d'un circuit auxiliaire qui permet d'adoucir, d'une certaine manière, la commutation des interrupteurs principaux d'un état à l'autre. La réduction des pertes permettra alors à ces systèmes d'opérer à des fréquences d'échantillonnage nettement plus élevées que celles permises pour les hacheurs classiques. Ceci engendrera, entre autres, une réduction des dimensions des éléments de filtrage faisant partie du hacheur, tel l'inductance de lissage et le condensateur de sortie.

D'autre part, dans le but d'augmenter jusqu'à l'unité le facteur de puissance de l'installation, le système de commande du hacheur sera conçu de manière à imposer au courant alternatif débité par le réseau monophasé une forme pratiquement sinusoïdale en phase avec la tension d'alimentation.

Le rapport sera divisé en trois parties:

- la première partie sera consacrée à l'étude du fonctionnement du hacheur de type *ZVT*, et à sa modélisation en régimes statique et dynamique;
- dans la deuxième partie, on se propose d'établir le système de réglage qui permettra d'ajuster, au gré du concepteur, les performances du processus; les principaux objectifs fixés concernent l'amélioration du facteur de puissance de l'installation et la stabilisation de la tension de sortie autour de sa valeur désirée;
- dans la troisième et dernière partie, on procèdera à l'évaluation de certains aspects du système réglé, notamment l'impédance d'entrée et la susceptibilité dynamique; les formes d'ondes relatives aux principales grandeurs électriques caractérisant le fonctionnement du système, obtenues par simulation sous Matlab, seront de plus présentées.

Première Partie

Structure, fonctionnement et modélisation du circuit de puissance

Cette première partie du présent rapport sera consacrée principalement à l'étude du fonctionnement du processus qu'on désire régler, et à sa modélisation en régimes statique et dynamique.

1.1 - Structure du circuit de puissance:

Le processus, tel représenté à la figure 1.1, n'est autre qu'un hacheur élévateur classique associé à un circuit spécial d'aide à la commutation du type ZVT (Zero Voltage Transition). La présence de ce circuit auxiliaire, formé par le transistor Q_{ZVT} du type MOSFET, les diodes D_{ZVT1} et D_{ZVT2} , l'inductance L_r et le condensateur C_r , permet de maintenir une tension quasi-nulle aux bornes du transistor MOSFET principal Q lors de son passage de l'état bloqué à l'état passant. Les pertes en commutation sont ainsi considérablement réduites, ce qui permettra au processus de fonctionner à des fréquences de commutation nettement plus élevées que celles permises à un hacheur élévateur classique.

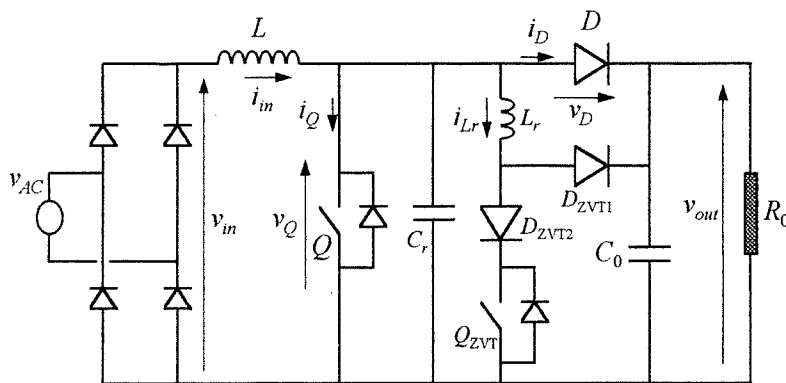


Figure 1.1: Structure du circuit de puissance

Durant tout cet exposé, on tiendra compte des considérations suivantes:

- La valeur efficace V_{AC} de la tension d'alimentation varie entre 85V et 270V; par conséquent, la tension moyenne à l'entrée du hacheur sera comprise entre:

$$V_{in,min} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot V_{AC,min} \cong 76.53V \quad \text{et} \quad V_{in,max} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot V_{AC,max} \cong 243.1V$$

- La tension moyenne de sortie V_{out} est fixe et égale à 410V; dans ces conditions, le taux de remplissage en régime statique D varie entre deux valeurs extrêmes données par:

$$D_{min} = 1 - \frac{V_{in,max}}{V_{out}} \cong 0.407 \quad \text{et} \quad D_{max} = 1 - \frac{V_{in,min}}{V_{out}} \cong 0.813$$

- La puissance maximale fournie par le hacheur est:

$$P_{out,max} = 500W$$

ce qui permet de calculer la valeur minimale de la résistance de charge R_0 :

$$R_{0,min} = \frac{V_{out}^2}{P_{out,max}} \cong 336.2\Omega$$

- Les pertes dans le hacheur sont supposées négligeables, de sorte que la puissance moyenne P_{in} fournie par la source est pratiquement égale à la puissance P_{out} fournie à la charge; dans ces conditions, la valeur efficace I_{AC} du courant (supposé sinusoïdal) débité par la source d'alimentation se situe à charge maximale entre:

$$I_{AC,min} = \frac{P_{out,max}}{V_{AC,max}} \cong 1.85A \quad \text{et} \quad I_{AC,max} = \frac{P_{out,max}}{V_{AC,min}} \cong 5.88A$$

La valeur crête du courant i_{in} traversant l'inductance L à charge maximale est alors comprise entre:

$$\hat{i}_{in,min} = I_{AC,min} \sqrt{2} \cong 2.62A \quad \text{et} \quad \hat{i}_{in,max} = I_{AC,max} \sqrt{2} \cong 8.32A$$

- La fréquence d'échantillonnage f_s est choisie égale à 250kHz, ce qui correspond à une période de fonctionnement:

$$T_s = \frac{1}{f_s} = 4\mu\text{sec}$$

- L'inductance de lissage L est prise égale à $200\mu\text{H}$; en supposant un fonctionnement en continuité de courant du hacheur, le taux d'ondulation maximal du courant d'entrée, sur une période d'échantillonnage T_s et à charge maximale, peut être calculé à partir de l'expression suivante:

$$\left[\frac{\Delta i_{in}}{i_{in}} \right]_{\max} = \frac{R_{0,\min}}{L \cdot f_s} \cdot \left[(1-d)^2 \cdot d \right]_{\max}$$

Sachant que le terme $(1-d)^2 \cdot d$ est maximal pour $d = 1/3$, le taux d'ondulation est alors limité à:

$$\left[\frac{\Delta i_{in}}{i_{in}} \right]_{\max} = \frac{R_{0,\min}}{L \cdot f_s} \cdot \frac{4}{27} \cong 99.6\%$$

- La valeur du condensateur C_0 est choisie égale à $440\mu\text{F}$, ce qui permet de limiter le taux d'ondulation de la tension de sortie sur une période d'échantillonnage T_s à:

$$\left[\frac{\Delta v_{out}}{v_{out}} \right]_{\max} = \frac{d_{\max}}{R_{0,\min} \cdot C_0 \cdot f_s} < \frac{1}{R_{0,\min} \cdot C_0 \cdot f_s} \cong 0.003\%$$

1.2 - Fonctionnement du circuit de puissance - Formes d'ondes:

Le fonctionnement en régime permanent du processus de la figure 1.1 diffère de celui d'un hacheur élévateur classique uniquement pendant les phases d'amorçage et de blocage du transistor principal, où les éléments constitutifs du circuit auxiliaire jouent un rôle primordial. Ainsi que le montrent les formes d'ondes simplifiées de la figure 1.2 où l'ondulation du courant d'entrée est négligée, l'état du processus passe successivement par quatre phases qui seront décrites ci-dessous.

1.2.1 - Etat bloqué du transistor principal:

Durant cette première phase d'opération, le transistor principal Q est supposé bloqué. La diode D est alors passante et conduit tout le courant d'entrée i_{in} . Ainsi, on a:

$$v_Q = v_{out} \ , \ i_D = i_{in} \quad \text{et} \quad v_D = i_Q = 0$$

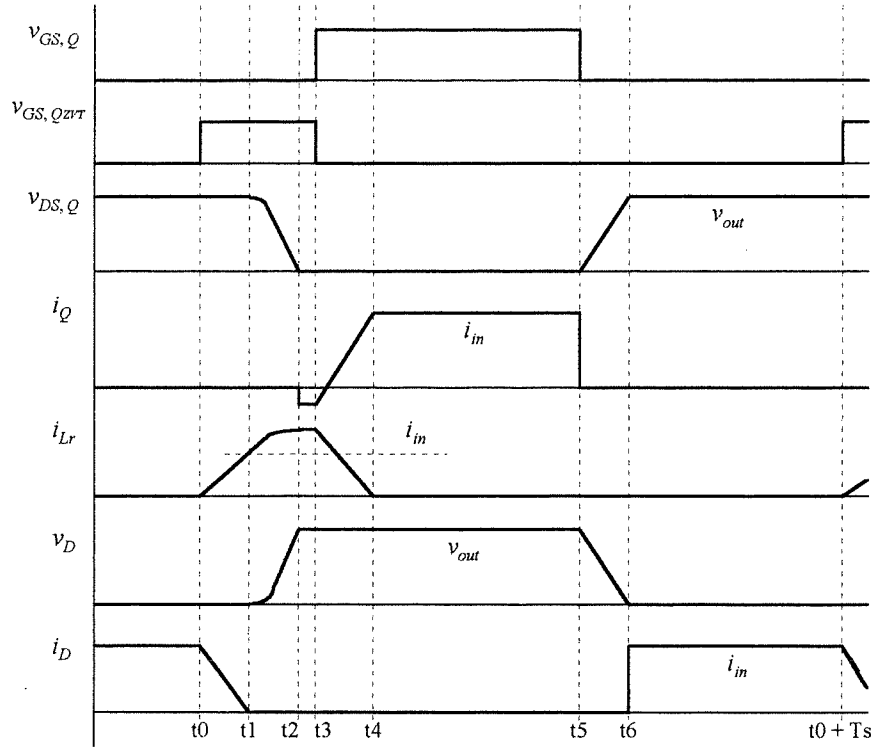


Figure 1.2: Formes d'ondes

1.2.2 - Phase d'amorçage du transistor principal:

La transition de l'état bloqué à l'état passant du transistor Q suit en général quatre différentes étapes:

- La première étape débute par la mise en conduction du transistor auxiliaire Q_{ZVT} . A cet instant noté t_0 , le courant dans l'inductance L_r commence à augmenter selon la loi:

$$L_r \frac{di_{Lr}}{dt} = v_{out}$$

Sur une période d'opération du hacheur, la tension de sortie est pratiquement constante. L'expression du courant i_{Lr} devient alors:

$$i_{Lr}(t) = \frac{v_{out}}{L_r} (t - t_0) \quad (1.1)$$

L'augmentation du courant i_{Lr} entraîne la diminution du courant traversant la diode D , dont l'expression temporelle devient la suivante:

$$i_D(t) = i_{in} - \frac{v_{out}}{L_r}(t - t_0) \quad (1.2)$$

Cette étape prend fin à l'instant t_1 caractérisé par le blocage de la diode D et donné par:

$$i_D(t_1) = 0 \Rightarrow t_1 = t_0 + \frac{L_r \cdot i_{in}}{v_{out}} \quad (1.3)$$

- A partir de l'instant t_1 , l'inductance L_r entre en résonance avec le condensateur C_r initialement chargé à une tension v_{out} . Dans ces conditions, les expressions temporelles du courant i_{Lr} , de la tension v_Q aux bornes du transistor principal et de la tension v_D aux bornes de la diode D sont respectivement les suivantes:

$$i_{Lr}(t) = v_{out} \sqrt{\frac{C_r}{L_r}} \cdot \sin w_0(t - t_1) + i_{in} \quad (1.4)$$

$$v_Q(t) = v_{out} \cdot \cos w_0(t - t_1) \quad (1.5)$$

$$v_D(t) = v_{out} \cdot [1 - \cos w_0(t - t_1)] \quad (1.6)$$

où $w_0 = \frac{1}{\sqrt{L_r C_r}}$ est la pulsation de résonance.

Cette deuxième étape se termine lorsque la tension v_Q devient nulle. Ceci se produit à l'instant t_2 défini par:

$$v_Q(t_2) = 0 \Rightarrow t_2 = t_1 + \frac{\pi}{2} \sqrt{L_r C_r} \quad (1.7)$$

- Au moment où la tension v_Q devient nulle, la diode parasite associée au transistor principal Q entre en conduction, et la tension aux bornes de l'inductance L_r devient ainsi nulle. Par conséquent, le courant i_{Lr} reste constant et égal à:

$$i_{Lr}(t) = i_{Lr}(t_2) = i_{in} + v_{out} \sqrt{\frac{C_r}{L_r}}, \quad t_2 < t < t_3 \quad (1.8)$$

De plus, le courant traversant le transistor Q (associé à sa diode parasite) est négatif et donné par:

$$i_Q(t) = i_m - i_{Lr}(t) = -v_{out} \sqrt{\frac{C_r}{L_r}} \quad , \quad t_2 < t < t_3 \quad (1.9)$$

Cette étape dure jusqu'à l'instant t_3 où l'on commande à la fois la mise en conduction du transistor principal Q et le blocage du transistor auxiliaire Q_{ZVT} .

- A la suite du blocage de Q_{ZVT} , la diode D_{ZVT1} devient conductrice pour assurer la circulation du courant emmagasiné dans l'inductance L_r . La variation de ce courant est régie par l'équation différentielle:

$$L_r \frac{di_{Lr}}{dt} = -v_{out}$$

ce qui donne comme solution:

$$i_{Lr}(t) = i_m + v_{out} \sqrt{\frac{C_r}{L_r}} - \frac{v_{out}}{L_r} (t - t_3) \quad (1.10)$$

La fin de cette dernière étape est marquée par l'annulation du courant i_{Lr} qui se produit à l'instant t_4 défini par:

$$t_4 = t_3 + \frac{L_r i_m}{v_{out}} + \sqrt{L_r C_r} \quad (1.11)$$

A ce moment, le courant i_Q atteint la valeur i_m .

1.2.3 - Etat passant du transistor principal:

La phase d'amorçage du transistor Q étant terminée, l'état du système devient caractérisé par:

$$i_Q = i_m \quad , \quad v_D = v_{out} \quad \text{et} \quad v_Q = i_D = 0$$

Cet état subsiste tant que le blocage de Q n'est pas encore commandé.

1.2.4 - Phase de blocage du transistor principal:

Lorsqu'on commande le blocage de Q par annulation de sa tension grille-source, le courant i_Q qui le traverse chute brutalement de i_m à zéro, tandis que la vitesse de variation de la tension à ses bornes est limitée par la capacité C_r qui absorbe à son tour tout le courant i_m . Ainsi, pendant cette phase (qui dure de t_5 à t_6), la tension v_Q est régie par:

$$C_r \frac{dv_Q}{dt} = i_m$$

ce qui permet d'obtenir:

$$v_Q(t) = \frac{i_m}{C_r}(t - t_5) \quad , \quad t_5 < t < t_6 \quad (1.12)$$

Cette phase se termine lorsque la diode D devient conductrice. Ceci se produit à l'instant t_6 marqué par l'annulation de la tension v_D :

$$v_D(t_6) = v_Q(t_6) - v_{out} = 0 \quad \Rightarrow \quad t_6 = t_5 + \frac{C_r v_{out}}{i_m} \quad (1.13)$$

A partir de ce moment, la diode D conduit tout le courant i_m et la tension aux bornes de Q devient égale à v_{out} .

1.3 - Choix des éléments constitutifs du circuit d'aide à la commutation:

En pratique, les éléments L_r et C_r du circuit auxiliaire sont dimensionnés de manière à garder les temps de commutation négligeables devant la période de fonctionnement du hacheur. En choisissant par exemple [1]:

$$L_r = 8 \mu H \quad \text{et} \quad C_r = 470 pF$$

et en supposant que le hacheur fonctionne en continuité de courant, on obtient à charge maximale:

$$\begin{aligned}
(t_1 - t_0)_{\max} &= \frac{L_r \hat{i}_{in, \max}}{V_{out}} = 162 \text{ ns} \\
(t_2 - t_1)_{\max} &= \frac{\pi}{2} \sqrt{L_r C_r} = 96 \text{ ns} \\
(t_4 - t_3)_{\max} &= \frac{L_r \hat{i}_{in, \max}}{V_{out}} + \sqrt{L_r C_r} = 223.6 \text{ ns} \\
(t_6 - t_5)_{\max} &= R_{0, \min} C_r (1 - d_{\min}) < 158 \text{ ns}
\end{aligned}$$

D'autre part, le dispositif de commande du hacheur *ZVT* est souvent muni d'un détecteur de la tension drain-source aux bornes du transistor principal. Le blocage du transistor auxiliaire est ainsi commandé au moment où cette tension atteint un certain seuil (2.5V). L'intervalle $t_3 - t_2$ devient alors quasi-nul, et les durées maximales de la mise en conduction et du blocage du transistor principal, données respectivement par:

$$(t_4 - t_0)_{\max} \cong 0.48 \mu\text{s} \quad \text{et} \quad (t_6 - t_5)_{\max} \cong 0.16 \mu\text{s}$$

peuvent être négligées devant la période d'échantillonnage T_s du hacheur, égale à 4 μsec . Dans la suite, on considèrera les formes d'ondes idéalisées du hacheur, représentées à la figure 1.3 et identiques à celles obtenues dans le cas d'un hacheur élévateur classique. Ceci facilitera énormément la modélisation du hacheur et, par suite, l'élaboration du système de réglage.

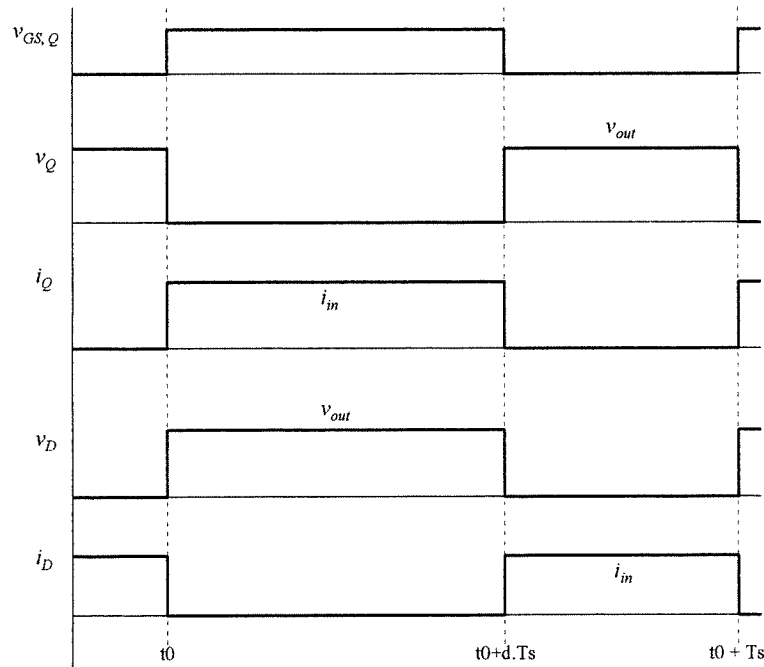


Figure 1.3: Formes d'ondes idéalisées

1.4 - Modélisation du circuit de puissance:

Afin d'élaborer des modèles mathématiques simples propres au processus, qui permettront tout d'abord d'en évaluer les performances statiques et dynamiques, et de synthétiser ensuite le système de réglage dans le but d'améliorer ces performances, on fait appel à la méthode du régime moyen mise au point par R. D. Middlebrook [2]. Cette technique consiste à remplacer toute grandeur électrique caractérisant le fonctionnement du processus par sa valeur moyenne sur une période d'échantillonnage T_s . Ainsi, à partir du circuit de la figure 1.1, on aboutit facilement au schéma équivalent en régime moyen représenté à la figure 1.4.

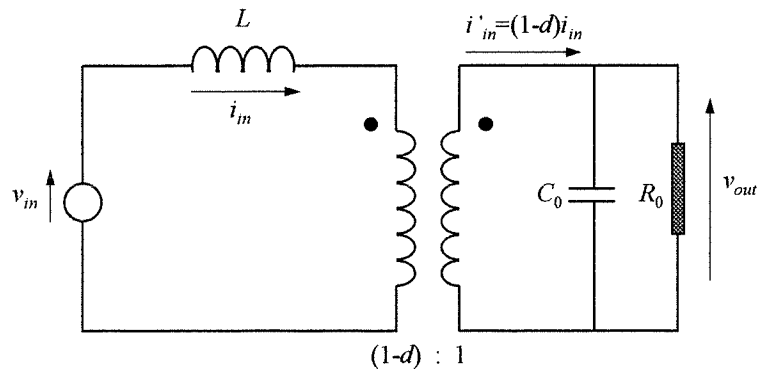


Figure 1.4: Circuit équivalent en régime moyen

En ramenant tous les éléments au secondaire du transformateur fictif de rapport de transformation $1/1-d$, on obtient le circuit équivalent définitif de la figure 1.5.

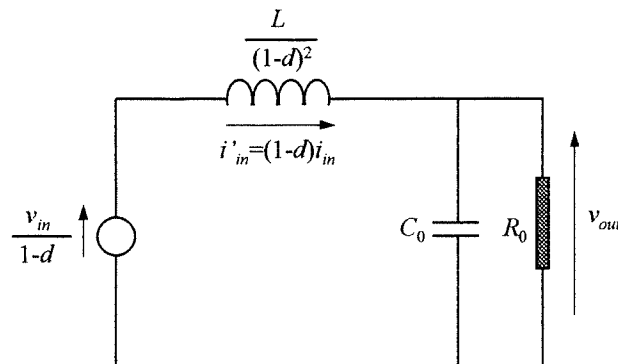


Figure 1.5: Circuit équivalent définitif

1.4.1 - Modèle statique:

En régime statique, toutes les grandeurs caractérisant le fonctionnement du processus sont constantes (indépendantes du temps). De plus, l'inductance devient équivalente à court-circuit, et le condensateur peut être remplacé par un circuit ouvert. Par conséquent, le modèle statique du processus devient conforme au schéma de la figure 1.6.

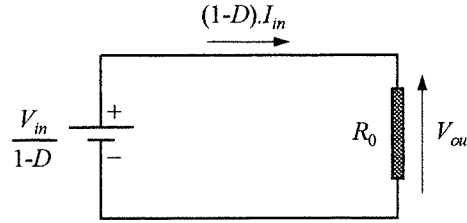


Figure 1.6: Modèle statique

On peut tirer facilement les relations suivantes:

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{1-D} \quad (1.14)$$

et:

$$I_{in} = \frac{V_{out}}{(1-D)R_0} = \frac{V_{in}}{(1-D)^2 R_0} \quad (1.15)$$

A charge maximale ($R_0 = R_{0,min}$), le courant statique à l'entrée varie entre:

$$I_{in,min} = \frac{V_{out}}{(1-D_{min})R_{0,min}} = 2.06 A$$

et:

$$I_{in,max} = \frac{V_{out}}{(1-D_{max})R_{0,min}} = 6.52 A$$

On remarque bien que le courant statique I_{in} est supérieur au courant moyen d'entrée qu'on doit obtenir, ceci étant dû à la contribution du régime dynamique à la puissance totale absorbée par la charge du hacheur. En effet, en supposant le hacheur idéal (donc sans pertes), on peut écrire:

$$P_{out} = \langle v_{in} i_{in} \rangle = V_{in} \langle i_{in} \rangle + \langle v_{in} i_{in} \rangle$$

où $\langle \cdot \rangle$ dénote la valeur moyenne de l'argument.

D'autre part, on sait que:

$$P_{out} = V_{AC} I_{AC}$$

et, étant donné que l'ondulation de tension de sortie est pratiquement négligeable devant sa valeur moyenne, on a d'après la figure 1.6:

$$P_{out} \cong \frac{V_{out}^2}{R_0} = V_{in} I_{in}$$

Sachant que:

$$V_{in} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} V_{AC} \quad \text{et} \quad \langle i_{in} \rangle = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_{AC}$$

on en déduit:

$$\langle v_{in} i_{in} \rangle = \left(1 - \frac{8}{\pi^2}\right) P_{out} > 0$$

et:

$$I_{in} = \frac{\pi^2}{8} \langle i_{in} \rangle > \langle i_{in} \rangle$$

Par la suite, I_{in} sera nommé courant moyen *fictif* ou *équivalent* à l'entrée du processus.

1.4.2 - Modèle dynamique:

En se reportant au circuit équivalent de la figure 1.5, on remarque que certaines grandeurs sont des fonctions non-linéaires du taux de remplissage d . Afin de pouvoir établir le modèle équivalent en régime dynamique, on supposera que les variations de toutes les grandeurs caractéristiques du processus autour de leur valeur statique sont faibles. On peut procéder alors à la *linéarisation* du processus autour de son point d'opération statique, qui consiste à opérer un développement limité au premier ordre sur les grandeurs caractéristiques du processus. Ainsi, on a:

$$\begin{aligned} * \quad \frac{v_{in}}{1-d} &= \frac{V_{in}}{1-D} + \frac{\left. \frac{\partial \left(\frac{v_{in}}{1-d} \right)}{\partial v_{in}} \right|_{(V_{in}, D)}}{\cdot v_{in}} + \frac{\left. \frac{\partial \left(\frac{v_{in}}{1-d} \right)}{\partial d} \right|_{(V_{in}, D)}}{\cdot d} \\ &= \frac{V_{in}}{1-D} + \frac{1}{1-D} v_{in} + \frac{V_{in}}{(1-D)^2} d \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned}
* \quad \frac{d}{dt} \left[\frac{L}{(1-d)^2} i'_{in} \right] &= \frac{d}{dt} \left[\frac{L}{(1-D)^2} I'_{in} + \frac{\partial \left(\frac{L i'_{in}}{(1-d)^2} \right)}{\partial i'_{in}} \right]_{(I'_{in}, D)} \cdot i'_{in} + \frac{\partial \left(\frac{L i'_{in}}{(1-d)^2} \right)}{\partial d} \cdot d_{\sim} \\
&= \frac{L}{(1-D)^2} \cdot \frac{di'_{in}}{dt} + \frac{2L I_{in}}{(1-D)^2} \cdot \frac{dd_{\sim}}{dt}
\end{aligned} \quad (1.17)$$

sachant que:

$$I'_{in} = (1-D) I_{in}$$

$$\begin{aligned}
* \quad i'_{in} &= [i_{in}(1-d)]_{\sim} = \frac{\partial [i_{in}(1-d)]}{\partial i_{in}} \bigg|_{(I_{in}, D)} \cdot i_{in} + \frac{\partial [i_{in}(1-d)]}{\partial d} \bigg|_{(I_{in}, D)} \cdot d_{\sim} \\
&= (1-D) i_{in} - I_{in} d_{\sim}
\end{aligned} \quad (1.18)$$

En passant au domaine de Laplace, le modèle dynamique équivalent en “petits signaux” devient conforme au circuit de la figure 1.7.

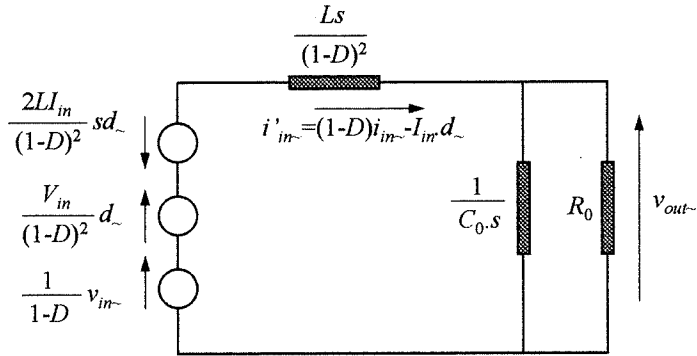


Figure 1.7: Modèle dynamique en petits signaux

Pour des fins de réglage, on remplace le circuit ci-dessus par son schéma bloc équivalent donné à la figure 1.8, où les différentes transmittances sont exprimées comme suit:

$$G_{di}(s) = G_{di0} \cdot \frac{\left(1 + \frac{s}{w_{zdi1}}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{w_{zdi2}}\right)}{1 + \frac{2\xi_{pdi}s}{w_{pdi}} + \frac{s^2}{w_{pdi}^2}} \quad (1.19)$$

$$G_{iv}(s) = G_{iv0} \cdot \frac{1 - \frac{s}{w_{ziv}}}{\left(1 + \frac{s}{w_{piv1}}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{w_{piv2}}\right)} \quad (1.20)$$

$$G_{pi}(s) = G_{pi0} \cdot \frac{1 + \frac{s}{w_{zpi}}}{1 + \frac{2\xi_{ppi}s}{w_{ppi}} + \frac{s^2}{w_{ppi}^2}} \quad (1.21)$$

$$G_{pv}(s) = G_{pv0} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{w_{ppv1}}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{w_{ppv2}}\right)} \quad (1.22)$$

avec:

$$\begin{aligned} G_{di0} &= \frac{2V_{out}P_{out}}{V_{in}^2} & G_{iv0} &= \frac{R_0(1-D)}{2} & G_{pi0} &= \frac{P_{out}}{V_{in}^2} & G_{pv0} &= \frac{1}{2(1-D)} = \frac{V_{out}}{2V_{in}} \\ w_{ziv} &= \frac{V_{in}^2}{2LP_{out}} & w_{zpi} &= \frac{1}{R_0C_0} & w_{pdi} &= w_{ppi} = \frac{1-D}{\sqrt{LC_0}} \\ w_{zdi1} &= w_{piv1} = w_{ppv1} = w_{pdi} \sqrt{2(\sqrt{1+\alpha^2} - \alpha)} \\ w_{zdi2} &= w_{piv2} = w_{ppv2} = w_{pdi} \sqrt{2(\sqrt{1+\alpha^2} + \alpha)} \\ \alpha &= \frac{w_{pdi}\sqrt{2}}{4} \cdot \left[\frac{C_0V_{out}^2}{P_{out}} - \frac{LP_{out}}{V_{in}^2} \right] & \xi_{pdi} &= \xi_{ppi} = \frac{1}{2R_0(1-D)} \sqrt{\frac{L}{C_0}} \end{aligned}$$

On donne dans le tableau de la figure 1.9 les valeurs numériques des différents paramètres correspondant à une charge maximale, dans les deux cas extrêmes où V_{in} est respectivement minimale et maximale. Le tracé dans le plan de Bode des quatre transmittances est donné aux figures 1.10 à 1.13.

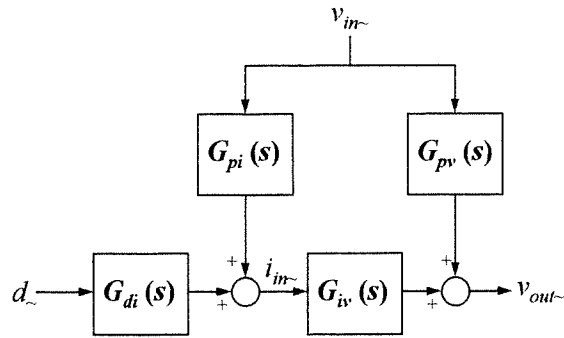


Figure 1.8: Schéma bloc équivalent

	$V_{in,min}$	$V_{in,max}$
G_{di0}	70 A	6.94 A
G_{iv0}	31.435 Ω	99.68 Ω
G_{pi0}	0.085 Ω^{-1}	0.0085 Ω^{-1}
G_{pv0}	2.68	0.84
$\omega_{zdi1} = \omega_{piv1} = \omega_{ppv1}$	13.5185 rd/s	13.5199 rd/s
$\omega_{zdi2} = \omega_{piv2} = \omega_{ppv2}$	58570 rd/s	590910 rd/s
$\omega_{pdi} = \omega_{ppi}$	629.2 rd/s	2000 rd/s
ω_{ziv}	29282 rd/s	295453 rd/s
ω_{zpi}	6.76 rd/s	6.76 rd/s
$\xi_{pdi} = \xi_{ppi}$	$5.372 \cdot 10^{-3}$	$1.7 \cdot 10^{-3}$

Figure 1.9: Valeurs numériques des paramètres

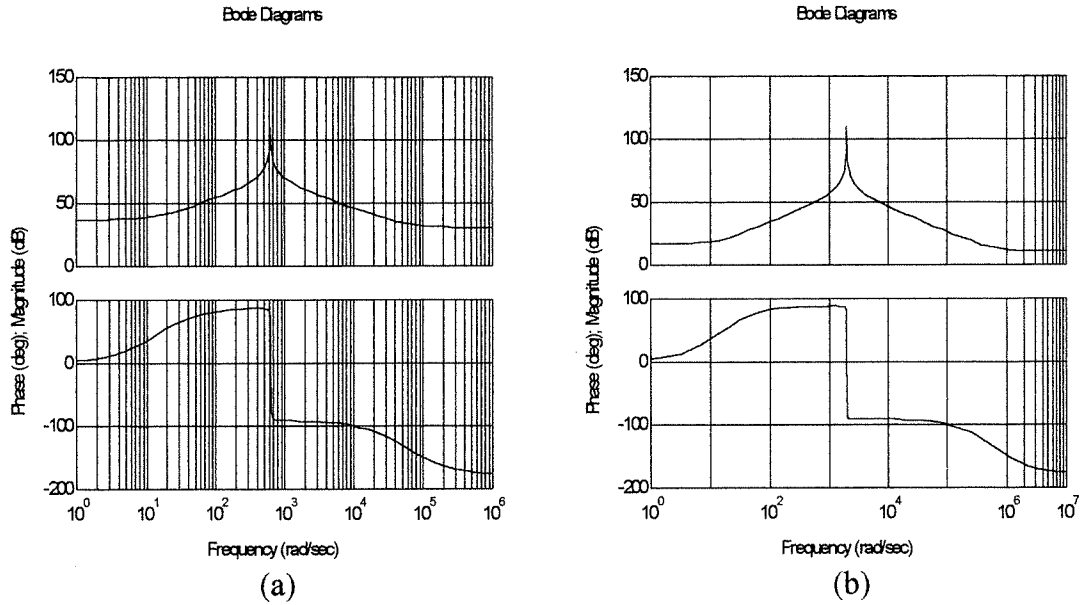


Figure 1.10: Diagramme de Bode relatif à $G_{di}(s)$

(a) Cas où $V_{in} = V_{in,min}$, (b) Cas où $V_{in} = V_{in,max}$

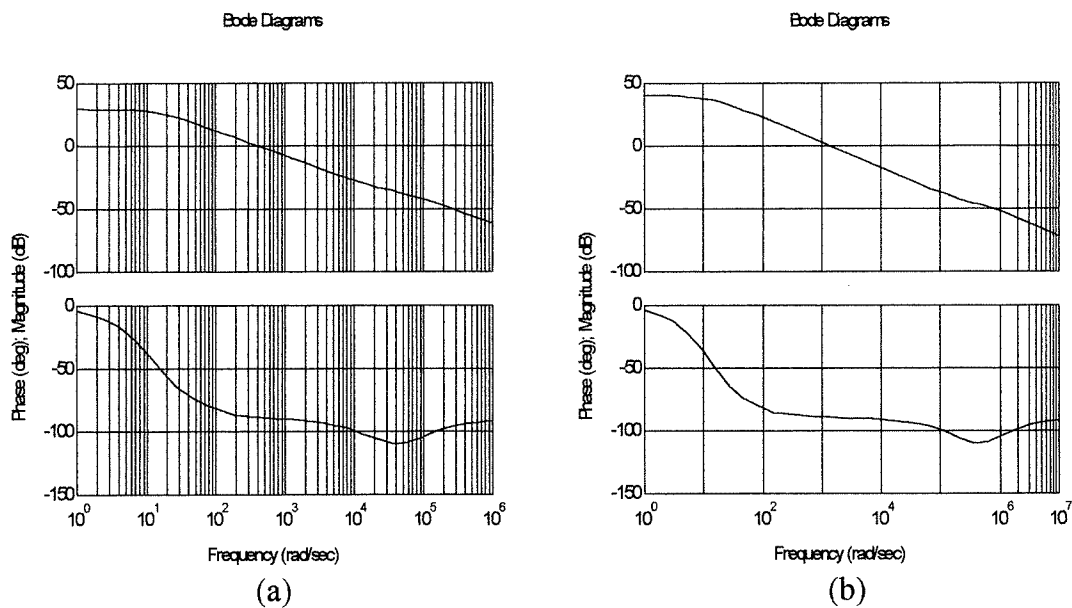


Figure 1.11: Diagramme de Bode relatif à $G_{iv}(s)$

(a) Cas où $V_{in} = V_{in,min}$

(b) Cas où $V_{in} = V_{in,max}$

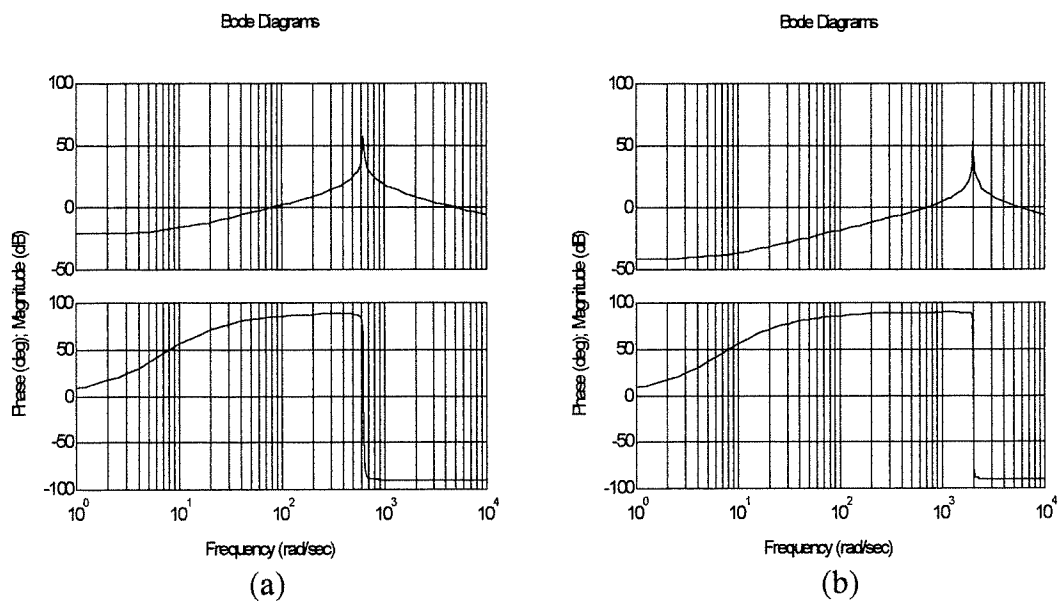


Figure 1.12: Diagramme de Bode relatif à $G_{pi}(s)$

(a) Cas où $V_{in} = V_{in,min}$

(b) Cas où $V_{in} = V_{in,max}$

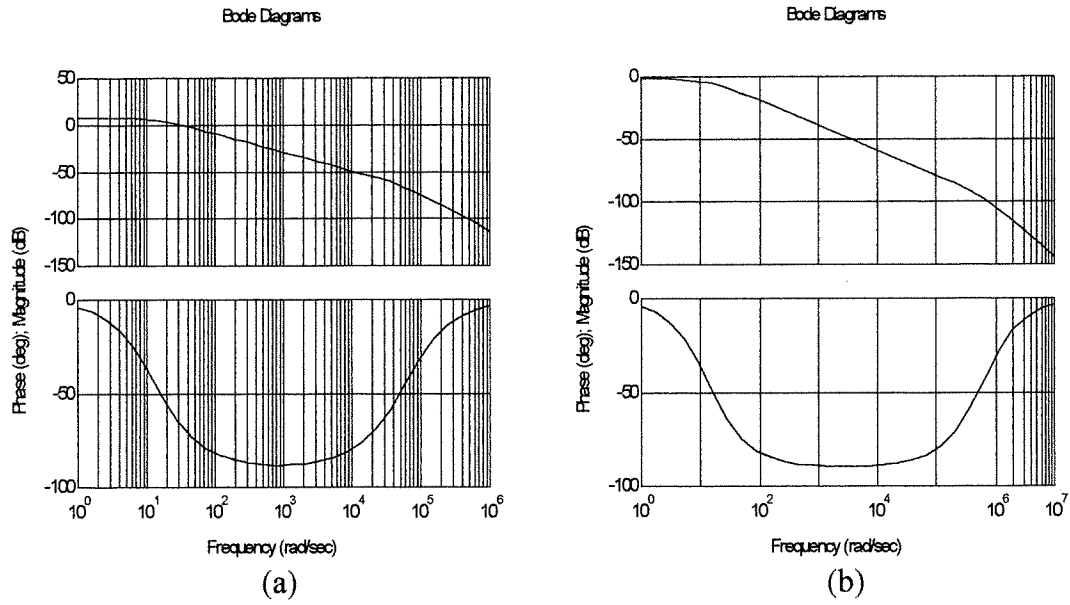


Figure 1.13: Diagramme de Bode relatif à $G_{pv}(s)$

(a) Cas où $V_{in} = V_{in,min}$

(b) Cas où $V_{in} = V_{in,max}$

Deuxième Partie

Elaboration du système de réglage

On se propose, dans cette partie, d'établir le système de réglage qui ajustera les performances du processus auquel il est associé, selon un cahier de charges bien déterminé. Le processus n'est autre que le hacheur élévateur décrit dans la section précédente.

L'un des principaux objectifs du cahier des charges est de rendre le facteur de puissance de l'installation très proche de l'unité. Pour ce faire, une image de la tension redressée appliquée à l'entrée du processus servira comme référence de courant, et un régulateur sera calculé de façon à ce que le courant d'entrée réel (qui circule dans l'inductance de lissage) suive aussi fidèlement que possible la consigne qui lui est imposée.

De plus, on s'efforcera à maintenir la tension de sortie du hacheur constante. Un régulateur de tension sera conçu pour cette fin.

Les lignes qui suivent commenceront par une description générale du système de réglage. On passera ensuite à l'étude du système en régime statique où un dimensionnement des différents blocs constitutifs sera envisagé. La synthèse de la boucle de courant et de la boucle de tension fera l'objet des deux derniers paragraphes qui clôtureront cette deuxième partie du rapport.

2.1 - Présentation générale du système de réglage:

Le système de réglage est conforme au schéma bloc équivalent de la figure 2.1. Il comporte:

- un régulateur de courant conçu de manière à permettre au courant d'entrée i_m de suivre une certaine forme imposée par la consigne $i_{m,ref}$, et un régulateur de tension permettant de stabiliser la tension de sortie du hacheur à une certaine valeur fixée par la consigne $v_{out,ref}$; la conception de ces régulateurs sera abordée dans les paragraphes qui suivent;

- une résistance R_{sense} qui permet de capter le courant d'entrée i_m , prise par la suite égale à 0.1Ω ;

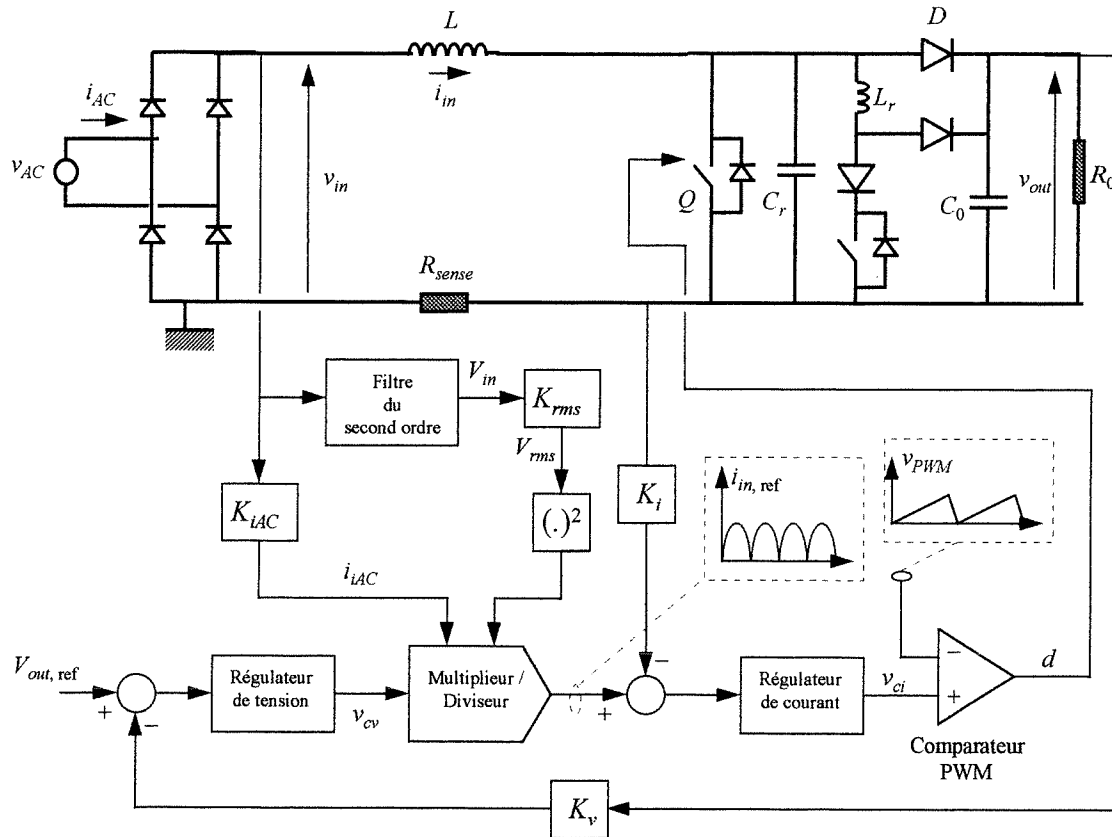


Figure 2.1: Système de réglage du hacheur élévateur

- un filtre du second ordre qui permet d'extraire la valeur moyenne de la tension d'entrée v_{in} , et dont la fonction de transfert est:

$$F(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{w_{pF}}\right)^2} \quad (2.1)$$

avec $w_{pF} \ll 2\pi.120rd/s$; on choisit pratiquement $w_{pF} \cong 2\pi.18rd/s$;

- un comparateur à modulation de largeur d'impulsion (PWM) qui permet de générer le signal de commande du transistor Q à partir du signal de commande v_{ci} fourni par le régulateur de courant; la forme du signal modulant v_{PWM} est en dents de scie; elle est représentée à la figure 2.2;

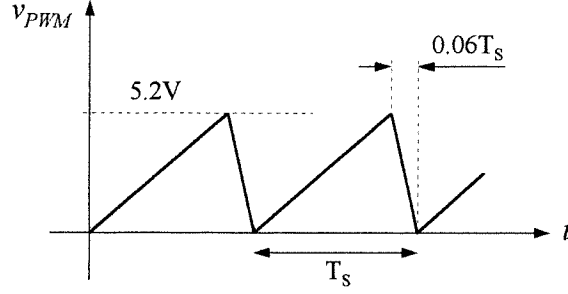


Figure 2.2: Forme du signal modulant

la valeur maximale que peut prendre le taux de remplissage d est ainsi fixée à 0.94; en régime statique ou dynamique, le comparateur sera représenté par son gain équivalent:

$$K_{PWM} = \frac{94\%}{5.2V} \cong 18.1\%/V$$

- un multiplieur/diviseur qui réalise la fonction:

$$i_{in,ref} = \frac{R_{MD} i_{iAC} (v_{cv} - 1.5V)}{V_{rms}^2} = \frac{R_{MD} K_{iAC} v_{in} (v_{cv} - 1.5V)}{K_{rms}^2 V_{in}^2} \quad (2.2)$$

$i_{in,ref}$ est un signal de tension qui a pratiquement la même forme que la tension d'entrée v_{in} ; l'expression (2.2) a été établie à partir de considérations énergétiques dans le but de conserver la valeur de la puissance transistée par le hacheur à la suite de variations de tension au niveau du réseau d'alimentation; dans ces conditions, le signal de commande v_{cv} à la sortie du régulateur de tension paraît proportionnel à la puissance absorbée par le hacheur; en effet, si on double par exemple la tension d'entrée ($v'_{in} = 2v_{in}$) tout en maintenant v_{cv} constant, la nouvelle valeur de la consigne de courant devient:

$$i'_{in,ref} = \frac{R_{MD} K_{iAC} v'_{in} (v_{cv} - 1.5V)}{K_{rms}^2 \langle v'_{in} \rangle^2} = \frac{i_{in,ref}}{2} \quad (2.3)$$

le courant d'entrée se réduit donc à sa moitié, et la puissance instantanée fournie au hacheur par le réseau d'alimentation sera ainsi conservée puisque:

$$p'_{in}(t) = v'_{in}(t) \cdot i'_{in}(t) = (2v_{in}(t)) \cdot \left(\frac{i_{in}(t)}{2} \right) = v_{in}(t) \cdot i_{in}(t) = p_{in}(t) \quad (2.4)$$

de plus, si la charge du hacheur augmente (P_{out} augmente, R_0 diminue), la tension de sortie v_{out} diminue, ce qui provoque une augmentation de la tension de commande v_{cv} et, par suite, de la consigne de courant $i_{in,ref}$; en régime dynamique, l'expression (2.2) peut être remplacée par (figure 2.3):

$$\begin{aligned} i_{in,ref} &= \left. \frac{\partial i_{in,ref}}{\partial v_{cv}} \right|_{(V_{cv}, V_{in})} \cdot v_{cv} + \left. \frac{\partial i_{in,ref}}{\partial v_{in}} \right|_{(V_{cv}, V_{in})} \cdot v_{in} \\ &= K_{MD1} v_{cv} + K_{MD2} v_{in} \end{aligned} \quad (2.5)$$

avec:

$$K_{MD1} = \frac{R_{MD} K_{iAC}}{K_{rms}^2 V_{in}} \quad (2.6)$$

et:

$$K_{MD2} = \frac{R_{MD} K_{iAC} (V_{cv} - 1.5V)}{K_{rms}^2 V_{in}^2} \quad (2.7)$$

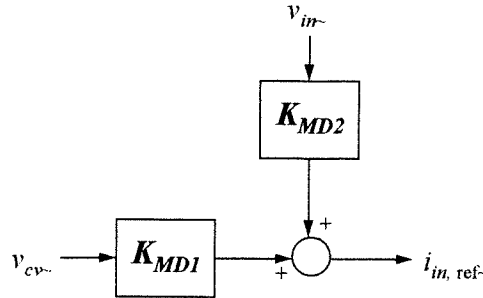


Figure 2.3: Modèle dynamique du multiplieur/diviseur

2.2 - Fonctionnement en régime statique:

On se propose, dans ce paragraphe, de dimensionner les gains statiques K_{iAC} , K_{rms} , K_i et K_v présents dans le système de réglage de la figure 2.1, ainsi que le paramètre R_{MD} associé au bloc multiplieur/diviseur.

- Le courant i_{iAC} qui alimente le multiplieur/diviseur doit être limité en pratique à $500\mu A$. La valeur de K_{iAC} doit alors être telle que:

$$K_{iAC} V_{AC, \max} \sqrt{2} < 500\mu A$$

Donc:

$$K_{iAC} < 1/764k\Omega$$

On choisira par la suite:

$$K_{iAC} = \frac{1}{780k\Omega} = 1.282\mu S \quad (\text{micro-Siemens})$$

- En pratique, le courant débité par le multiplieur/diviseur doit être au maximum égal à $2i_{iAC}$, ce qui impose une limitation à la tension V_{rms} et permet, par conséquent, de dimensionner K_{rms} . En effet, on doit avoir:

$$\frac{i_{iAC,max} (v_{cv,max} - 1.5V)}{V_{rms,min}^2} = 2i_{iAC,max} \quad (2.8)$$

En imposant une limite de 6V à la tension v_{cv} , on obtient la condition suivante:

$$V_{rms,min} = K_{rms} V_{in,min} = 1.5V$$

On en déduit:

$$K_{rms} = \frac{1.5V}{V_{in,min}} \cong 1/51$$

- Le signal débité par le multiplieur/diviseur étant un courant, une résistance R_{MD} placée à sa sortie permet de convertir le courant en une tension. Cette résistance est calculée de manière à imposer une consigne de courant maximale égale à 1V. Ce cas se produit lorsque $V_{AC} = V_{AC,min}$. On peut alors écrire:

$$\frac{1V}{R_{MD}} = \frac{K_{iAC} V_{AC,min} \sqrt{2} (v_{cv,max} - 1.5V)}{V_{rms,min}^2} \quad (2.9)$$

On en tire:

$$R_{MD} = \frac{V_{rms,min}^2}{K_{iAC} V_{AC,min} \sqrt{2} (v_{cv,max} - 1.5V)} \cong 3.3k\Omega$$

- Le régulateur de courant sera conçu de manière à rendre quasi-nul l'écart en régime permanent entre la consigne $i_{in,ref}$ et le signal de retour $K_i R_{sense} i_{in}$. Dans ces conditions,

en considérant le cas où la consigne de courant est maximale, on peut poser en régime permanent:

$$\frac{R_{MD} K_{iAC} V_{AC,min} \sqrt{2} (v_{cv,max} - 1.5V)}{V_{rms,min}^2} = K_i R_{sense} \hat{i}_{in,max} \quad (2.10)$$

où la valeur crête maximale du courant d'entrée est donnée par:

$$\hat{i}_{in,max} = I_{AC,max} \sqrt{2} = \frac{P_{out,max} \sqrt{2}}{V_{AC,min}} \quad (2.11)$$

Par conséquent:

$$K_i = \frac{R_{MD} K_{iAC} V_{AC,min}^2 (v_{cv,max} - 1.5V)}{R_{sense} V_{rms,min}^2 P_{out,max}} \cong 1.22 \quad (2.12)$$

On choisira par la suite $K_i = 1$, et le bloc correspondant peut être ainsi omis du système de réglage. La valeur maximale du signal de commande v_{cv} deviendra alors:

$$v_{cv,max} = 1.5V + \frac{R_{sense} \hat{i}_{in,max} V_{rms,min}^2}{R_{MD} K_{iAC} V_{AC,min} \sqrt{2}} \cong 5.18V < 6V$$

- De même, l'écart entre la consigne de tension $v_{out,ref}$ et le signal de retour $K_v v_{out}$ doit être très faible en régime permanent, ce qui permet de poser:

$$K_v = \frac{v_{out,ref}}{v_{out}} = \frac{3V}{410V} \cong 7.317 \cdot 10^{-3} \quad (2.13)$$

2.3 - Synthèse de la boucle de courant:

Ce paragraphe sera consacré à l'élaboration du régulateur qui fera répondre la boucle de courant suivant les besoins du concepteur. Les paramètres du processus à régler étant susceptibles de changer avec le temps et l'environnement dans lequel il est inséré, on considèrera le cas le plus défavorable pour la synthèse du régulateur.

2.3.1 - Gain en boucle ouverte:

En régime dynamique, la boucle de courant est représentée par le schéma bloc de la figure 2.4, où l'on a remplacé le processus par son système équivalent de la figure 1.8.

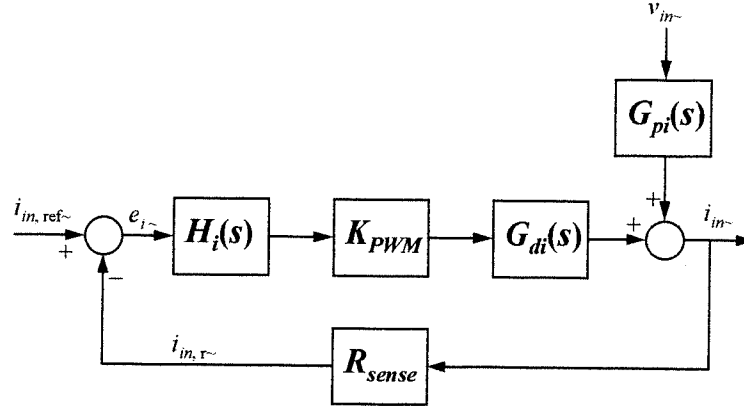


Figure 2.4: Boucle de courant en régime dynamique

Le gain en boucle ouverte du système de la figure 2.4, sur lequel se basera la synthèse du régulateur de courant $H_i(s)$, est défini par:

$$G_{BOi}(s) = R_{sense} K_{PWM} H_i(s) G_{di}(s) \quad (2.14)$$

Les caractéristiques de la transmittance $G_{di}(s)$ ont été données au paragraphe 1.4.2.

2.3.2 - Critères concernant le choix du régulateur de courant:

La conception du régulateur de courant $H_i(s)$ doit satisfaire les critères suivants:

Cr.1) Le gain statique de la boucle de courant doit être infini, ce qui revient à poser:

$$\lim_{s \rightarrow 0} H_i(s) = +\infty$$

Ceci est obtenu lorsque la transmittance $H_i(s)$ admet au moins un pôle à zéro.

Cr.2) Dans la bande des hautes fréquences, le module $|G_{BOi}(j2\pi f)|$ doit décroître en fonction de la fréquence f . En d'autres termes, la condition suivante doit être respectée:

$$\lim_{s \rightarrow +\infty} G_{BOi}(s) = 0$$

Ceci permet de réduire considérablement les effets des signaux parasites et des bruits susceptibles d'être créés au sein du système.

Cr.3) La consigne de courant $i_{in,ref}$ étant proportionnelle à une sinusoïde redressée, elle contient des harmoniques de la forme:

$$i_{in,ref,k\sim} = -\frac{4 \cdot \hat{i}_{in,ref}}{\pi(4k^2 - 1)} \cos(4\pi k f_R t) \quad , \quad k \in \mathbb{N}^* \quad (2.15)$$

$\hat{i}_{in,ref}$ étant la valeur crête de la consigne de courant, et f_R la fréquence du réseau d'alimentation, égale à 60 Hz. L'amplitude des harmoniques de courant diminue ainsi rapidement avec l'ordre k , comme le montre le tableau de la figure 2.5 où l'on donne les valeurs du rapport:

$$r(k) = \frac{\hat{i}_{in,ref,k\sim}}{\hat{i}_{in,ref,1\sim}} = \frac{3}{4k^2 - 1} \quad (2.16)$$

correspondant aux dix premières valeurs de k .

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$r(k)$	1	0.2	0.086	0.048	0.03	0.021	0.015	0.012	0.009	0.008

Figure 2.5: Variation de l'amplitude relative des harmoniques de courant en fonction de l'ordre k

On peut se limiter ainsi aux huit premiers harmoniques de courant, étant donné que:

$$\frac{\hat{i}_{in,ref,k\sim}}{\hat{i}_{in,ref,1\sim}} < 1\% \quad \text{pour} \quad k \geq 9$$

D'autre part, l'erreur dynamique en boucle fermée est donnée par:

$$e_{i\sim}(s) = \frac{i_{in,ref\sim}(s)}{1 + G_{BOI}(s)} \quad (2.17)$$

Par conséquent, si on désire que le courant d'entrée i_{in} suive aussi fidèlement que possible la consigne $i_{in,ref}$, il faut que l'erreur dynamique soit quasi-nulle en régime permanent pour les huit premiers harmoniques de courant, ce qui revient à imposer que le module $|G_{BOI}(j2\pi f)|$ soit élevé dans la bande de fréquences $[2f_R, 16f_R] = [120\text{Hz}, 960\text{Hz}]$.

Cr.4) La boucle de courant doit être beaucoup plus rapide que la boucle de tension. La fréquence de passage par zéro relative à la boucle de tension étant pratiquement de l'ordre d'une dizaine de Hertz, celle de la boucle de courant (notée f_{ci}) sera choisie au moins cent fois plus grande. En outre, elle devra être nettement inférieure au sixième de la fréquence d'échantillonnage ($f_s/6 \cong 41.67kHz$). On la choisira, par la suite, voisine de 10kHz.

Cr.5) Le degré d'instabilité de la boucle de courant doit être le plus faible possible, ce qui revient à garder la marge de phase à une valeur positive acceptable (nominalement 45 degrés).

2.3.3 - Détermination du pire cas pour le réglage de courant:

Les critères Cr.1 et Cr.2 peuvent être facilement vérifiés si l'on choisit un régulateur $H_i(s)$ qui contient un pôle à zéro et dont le degré du numérateur est strictement inférieur à celui du dénominateur. D'autre part, le critère Cr.4 apparaît comme une extension du critère Cr.3. En effet, si le module du gain en boucle ouverte $G_{BOi}(s)$ est assez élevé dans la bande [120Hz,960Hz], la fréquence de passage par zéro dépassera nettement le kilohertz. Si on désire réaliser le critère Cr.3, la situation la plus défavorable pour la synthèse du régulateur de courant correspondrait au cas où le gain statique G_{di0} est minimal, donc lorsque $V_{AC} = V_{AC,max}$. Par contre, le pire cas concernant la réalisation du critère Cr.5 correspondrait à celui où la phase du gain $G_{di}(s)$ décroît aux fréquences les plus faibles possibles; ceci est obtenu lorsque les pulsations ω_{zd2} et ω_{pdi} sont minimales, donc lorsque $V_{AC} = V_{AC,min}$.

Un compromis apparaît ainsi quant au choix de la valeur de V_{AC} pour la synthèse du régulateur. Toutefois, il ne faut pas oublier que le rôle principal de la boucle de courant consiste à imposer la forme d'une sinusoïde redressée au courant d'entrée du hacheur. De plus, le fait que la boucle de courant soit instable ne doit causer aucun souci étant donné que la stabilité du système de réglage global sera assurée par la boucle de tension. Ainsi, le critère Cr.3 étant devenu le plus prépondérant, on envisage d'élaborer le régulateur de courant dans la situation où:

$$V_{in} = V_{in,max} = 243.1V$$

$$D = D_{min} = 40.7\%$$

$$P_{out} = P_{out,max} = 500W$$

$$I_{in} = I_{in,min} = 2.06A$$

$$R_0 = R_{0,min} = 336.2\Omega$$

2.3.4 - Synthèse du régulateur de courant:

On choisit un régulateur de la forme:

$$H_i(s) = \frac{K_{Hi}}{s} \cdot \frac{1 + \frac{s}{w_{zHi}}}{1 + \frac{s}{w_{pHi}}} \quad (2.18)$$

Lorsque s tend vers zéro ou l'infini, $H_i(s)$ se comporte comme un intégrateur. Les critères Cr.1 et Cr.2 sont ainsi vérifiés. Afin de simplifier le calcul des paramètres du régulateur, on considère l'expression approximée du gain $G_{di}(s)$ dans la bande $[16f_R, 2f_{ci}] = [960\text{Hz}, 20\text{kHz}]$, donnée par:

$$G_{di}(s) \cong \frac{G_{di0} w_{pdi}^2}{w_{zdi} s} \Big|_{V_m, \max} = \frac{K_{di}}{s}$$

avec $K_{di} = 2053.27 \text{ kA.rd/s}$. Pour que le critère Cr.3 soit satisfait, on impose que le gain en boucle ouverte soit supérieur à 40dB à la fréquence 960Hz, ce qui donne la condition suivante:

$$K_{Hi} > 98 \text{ krd/s} \quad (2.19)$$

en considérant que les pulsations w_{zHi} et w_{pHi} sont très grandes devant $2\pi.960 \text{ rd/s}$.

D'autre part, d'après le critère Cr.4, la fréquence de passage par zéro sera choisie voisine de 10kHz et nettement inférieure à $f_s/6 = 41.67\text{kHz}$. Elle est donnée par:

$$\left| G_{BOi}(j2\pi f_{ci}) \right| = 1 \Rightarrow \frac{K_{Hi} R_{sense} K_{PWM} K_{di}}{(2\pi f_{ci})^2} \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi f_{ci}}{w_{zHi}} \right)^2} = 1 \quad (2.20)$$

en considérant w_{pHi} très grand devant $2\pi f_{ci}$.

Finalement, en considérant le critère Cr.5, la pulsation w_{zHi} devra correspondre à la fréquence de passage par zéro pour pouvoir obtenir une marge de phase de 45 degrés. L'équation (2.20) pourra alors être approximée par:

$$f_{ci} \cong \frac{1}{2\pi} \sqrt{K_{Hi} R_{sense} K_{PWM} K_{di} \sqrt{2}} \quad (2.21)$$

D'après ce qui précède, on optera pour les valeurs suivantes des paramètres du régulateur:

$$K_{Hi} = 99.274 \text{ krd/s} , \quad w_{zHi} = 2\pi.10 \text{ krd/s} \quad \text{et} \quad w_{pHi} = 2\pi.125 \text{ krd/s}$$

La valeur de f_{ci} sera, dans ces conditions, voisine de 11.5 kHz , d'après (2.21). Les tracés dans le plan de Bode du gain $G_{BOi}(s)$, correspondant aux valeurs $V_{AC,max}$ et $V_{AC,min}$, sont respectivement donnés à la figure 2.6. Dans le pire cas représenté par la figure 2.6.a, on peut vérifier facilement que la fréquence de passage par zéro est voisine de 11.5 kHz , le module du gain est supérieur à 40 dB dans l'intervalle $[120 \text{ Hz}, 960 \text{ Hz}]$, et la marge de phase est voisine de 35 degrés. En revanche, dans le cas de la figure 2.6.b où la tension V_{AC} est minimale, la fréquence de passage par zéro a augmenté jusqu'à 32 kHz , et la marge de phase devient voisine de -10 degrés. Elle est donc négative, et la boucle de courant est instable. Ce fait n'est cependant guère inquiétant ayant toujours à l'esprit que la stabilité du système global sera assurée par la boucle de tension.

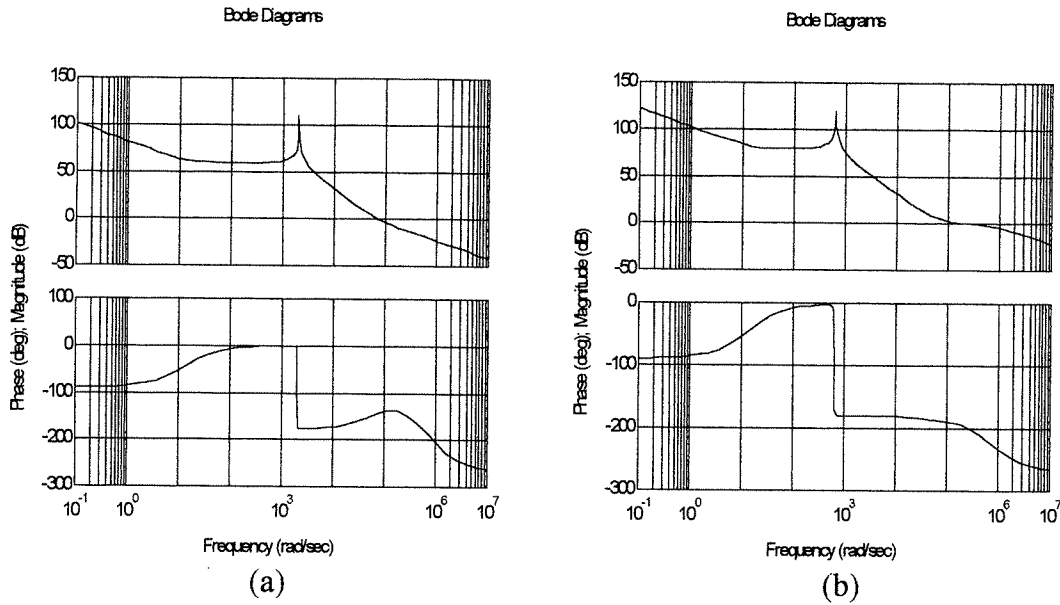


Figure 2.6: Représentation dans le plan de Bode de la transmittance $G_{BOi}(s)$

(a) $V_{in} = V_{in,max}$, (b) $V_{in} = V_{in,min}$

2.3.5 - Calcul du gain en boucle fermée:

Le système de la figure 2.4 peut être réduit au schéma bloc équivalent de la figure 2.7, où:

$$G_{BFi}(s) = \frac{G_{BOi}(s)}{1 + G_{BOi}(s)} = G_{BFi0} \cdot \frac{\left(1 + \frac{s}{w_{zBFi1}}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{w_{zBFi2}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{w_{zBFi3}}\right)}{\left(1 + \frac{s}{w_{pBFi1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{w_{pBFi2}}\right) \cdot \left(1 + \frac{2\xi_{pBFi3}s}{w_{pBFi3}} + \frac{s^2}{w_{pBFi3}^2}\right)} \quad (2.22)$$

et:

$$G_{pBFi}(s) = \frac{G_{pi}(s)}{1 + G_{BOi}(s)} = K_{pBFi} \cdot \frac{s \cdot \left(1 + \frac{s}{w_{zpBFi1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{w_{zpBFi2}}\right)}{\left(1 + \frac{s}{w_{ppBFi1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{w_{ppBFi2}}\right) \cdot \left(1 + \frac{2\xi_{ppBFi3}s}{w_{ppBFi3}} + \frac{s^2}{w_{ppBFi3}^2}\right)} \quad (2.23)$$

On donne dans le tableau de la figure 2.8 les valeurs numériques des différents paramètres de $G_{BFi}(s)$ et $G_{pBFi}(s)$ en fonction de V_{in} .

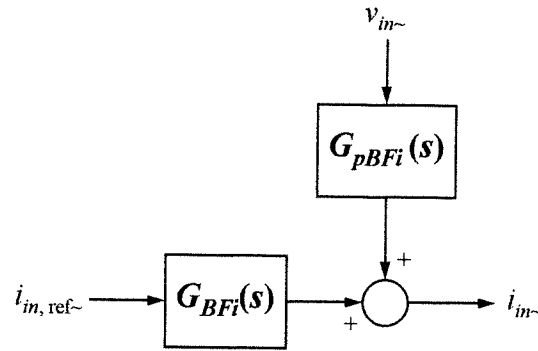


Figure 2.7: Schéma bloc équivalent de la boucle de courant fermée

	$V_{in, min}$	$V_{in, max}$
G_{BFi0}	$10 \Omega^{-1}$	$10 \Omega^{-1}$
K_{pBFi}	$6.766 \cdot 10^{-7} \Omega^{-1}$	$6.825 \cdot 10^{-7} \Omega^{-1}$
w_{zBFi1}	13.5185 rd/s	13.5199 rd/s
w_{zBFi2}	58570 rd/s	590910 rd/s
w_{zBFi3}	62832 rd/s	62832 rd/s
w_{zpBFi1}	785400 rd/s	785400 rd/s
w_{zpBFi2}	6.76 rd/s	6.76 rd/s
$w_{pBFi1} = w_{ppBFi1}$	13.5171 rd/s	13.5053 rd/s
$w_{pBFi2} = w_{ppBFi2}$	150330 rd/s	651290 rd/s
$w_{pBFi3} = w_{ppBFi3}$	138653 rd/s	66642.5 rd/s
$\xi_{pBFi3} = \xi_{ppBFi3}$	-0.54	0.42

Figure 2.8: Valeurs numériques des paramètres de $G_{BFi}(s)$ et $G_{pBFi}(s)$

2.4 - Synthèse de la boucle de tension:

2.4.1 - Gain en boucle ouverte:

En remplaçant le multiplieur/diviseur et la boucle de courant par leurs schémas bloc équivalents donnés respectivement aux figures 2.3 et 2.7, la boucle de tension devient conforme en régime dynamique au système présenté à la figure 2.9.

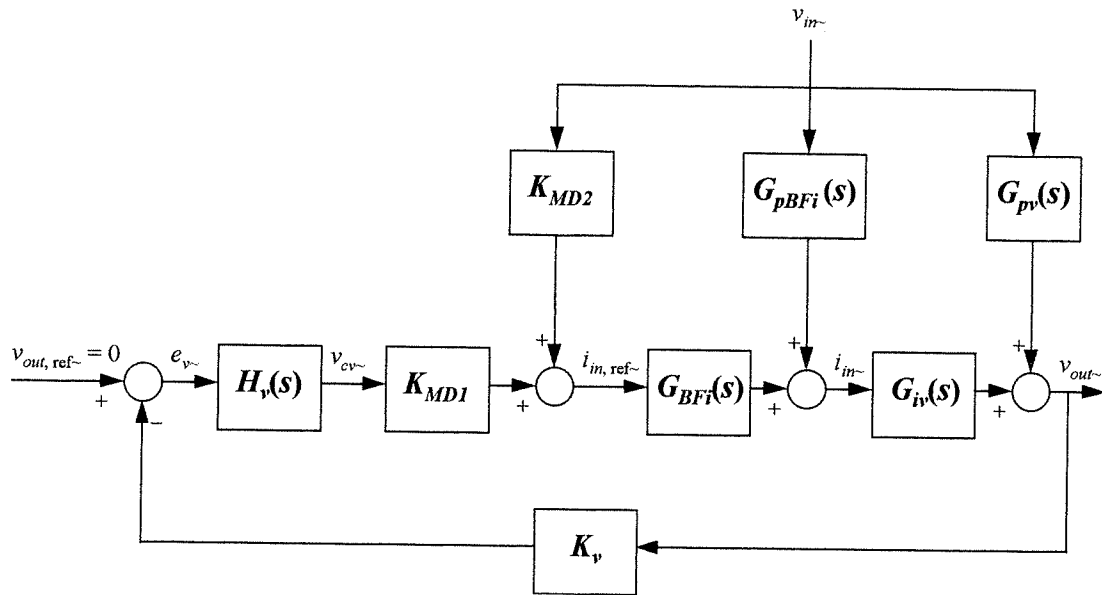


Figure 2.9: Boucle de tension en régime dynamique

En supposant le signal $v_{in\sim}$ (qui agit dans le cas de la figure 2.9 comme une perturbation) nul, le gain en boucle ouverte du système global s'écrit:

$$G_{BOv}(s) = K_v H_v(s) K_{MD1} G_{BFi}(s) G_{iv}(s) \quad (2.24)$$

2.4.2 - Critères concernant le choix du régulateur de tension:

Le régulateur de tension sera dimensionné de manière à vérifier les conditions suivantes:

Cr.6) Le gain en boucle ouverte $G_{BOv}(s)$ doit atténuer considérablement les signaux de hautes fréquences; ceci peut être traduit par:

$$\lim_{s \rightarrow +\infty} G_{BOv}(s) = 0$$

Cr.7) L'ondulation du signal de commande v_{cv} doit être négligeable afin d'éviter une certaine déformation de la consigne de courant $i_{in,ref}$.

Cr.8) Le système bouclé doit présenter un haut degré de stabilité; dans ce but, on imposera une marge de phase supérieure à 45 degrés.

Cr.9) La boucle de tension doit être beaucoup moins rapide que la boucle de courant; on choisira par la suite une fréquence de passage par zéro f_{cv} nettement inférieure au centième de f_{ci} (115Hz).

Cr.10) L'erreur e_v du système bouclé doit être très faible en régime statique; ceci permettra de stabiliser la tension de sortie v_{out} autour de sa valeur désirée imposée par la consigne $v_{out,ref}$, même en cas de variation de la charge.

2.4.3 - Détermination du pire cas pour le réglage de tension:

Parmi les critères cités précédemment, c'est celui concernant la stabilité du système global qui sera sans doute le plus considéré dans la synthèse du régulateur de tension. La détermination des paramètres du régulateur $H_v(s)$ se fera dans le cas le plus défavorable où la phase du gain en boucle ouverte $G_{BOv}(s)$ commence à décroître à la fréquence la plus faible possible. Etant donné que la fréquence de passage par zéro f_{cv} sera choisie inférieure à 115Hz, on se limitera lors de l'élaboration du régulateur de tension à la bande de fréquences située entre 0Hz et 1kHz. Dans cet intervalle, le gain $G_{iv}(s)$ peut être approximé par:

$$G_{iv}(s) \cong \frac{G_{iv0}}{1 + \frac{s}{w_{piv1}}}$$

et la transmittance $G_{BFi}(s)$ est presque constante et égale à:

$$G_{BFi}(s) \cong G_{BFi0} = 10 = 20dB$$

Ainsi, l'argument de $G_{BOv}(s)$ devient presque identique à celui de $H_v(s)G_{iv}(s)$, et le pire cas pour le réglage de tension est obtenu lorsque le pôle w_{piv1} est minimal, donc lorsque la tension V_{in} est minimale. Dans ces conditions, le gain statique K_{MD1} devient maximal et égal à:

$$K_{MD1,max} = \frac{R_{MD} K_{IAC}}{K_{rms}^2 V_{in,min}} \cong 0.144$$

2.4.4 - Synthèse du régulateur de tension:

Le régulateur choisi est de la forme:

$$H_v(s) = \frac{H_{v0}}{1 + \frac{s}{w_{pHv}}} \quad (2.25)$$

On peut vérifier aisément que le critère Cr.6 est respecté. D'autre part, en voulant réduire l'ondulation maximale de la tension de commande v_{cv} à 1%, et en se limitant à l'harmonique de fréquence 120Hz (les autres harmoniques ayant des effets négligeables), on peut poser à charge maximale:

$$\frac{\Delta v_{cv,max}}{v_{cv,max}} = \frac{|H_v(j2\pi.120)| K_v |G_{iv}(j2\pi.120)| \Delta i_{in,1\sim,max}}{v_{cv,max}} < 0.01 \quad (2.26)$$

avec:

$$v_{cv,max} = 5.18V \quad , \quad |G_{iv}(j2\pi.120)| = \frac{G_{iv0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi.120}{w_{piv1}}\right)^2}} \cong 0.5635\Omega$$

et:

$$\Delta i_{in,1\sim,max} = \frac{8\sqrt{2}}{3\pi} I_{AC,max} = \frac{8\sqrt{2}}{3\pi} \cdot \frac{P_{out,max}}{V_{AC,min}} \cong 7.06A$$

On en déduit:

$$|H_v(j2\pi.120)| < 1.78$$

Donc, le critère Cr.7 serait vérifié si:

$$H_{v0} < 1.78 \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi.120}{w_{pHv}}\right)^2} \quad (2.27)$$

De plus, d'après le critère Cr.8, la marge de phase doit être supérieure à 45 degrés. Ceci pourrait être obtenu si l'on impose que la fréquence de passage par zéro f_{cv} de $G_{Bov}(s)$, définie par:

$$K_v K_{MD1,max} |H_v(j2\pi f_{cv})| |G_{Bfi}(j2\pi f_{cv})| |G_{iv}(j2\pi f_{cv})| = 1 \quad (2.28)$$

soit voisine de $w_{pHv}/2\pi$. Ainsi, on déduit de (2.28) la relation approximative suivante:

$$H_{v0} \cong 4.27 \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi f_{cv}}{w_{piv1}} \right)^2} \quad (2.29)$$

En choisissant une fréquence f_{cv} nettement inférieure à $115Hz$ (critère Cr.9), la condition (2.27) donne alors:

$$H_{v0} w_{pHv} < 1342 \text{ rd/s} \quad (2.30)$$

Les conditions précédentes seront toutes vérifiées si l'on choisit:

$$H_{v0} = 14 \quad \text{et} \quad w_{pHv} = 2\pi.11 \text{ rd/s}$$

La fréquence de passage par zéro f_{cv} peut alors être déduite de (2.29):

$$f_{cv} \cong 6.72 \text{ Hz}$$

Les tracés dans le plan de Bode du gain en boucle ouverte $G_{BOv}(s)$, correspondant respectivement aux cas où la tension V_{in} est minimale puis maximale, sont représentés à la figure 2.10. Dans le cas où V_{in} est minimale, on obtient une fréquence de passage par zéro f_{cv} voisine de $7Hz$ et une marge de phase égale à 70 degrés; tandis que lorsque V_{in} est maximale, f_{cv} devient $9.55Hz$ et la marge de phase reste pratiquement la même, c'est-à-dire 70 degrés.

Notons toutefois que, suite à un tel choix du régulateur de tension, l'erreur statique:

$$e_{v0} = v_{out,ref} - K_v V_{out}$$

n'est pas nulle. Elle est donnée par:

$$e_{v0} = \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{1}{1 + G_{BOv}(s)} \right] v_{out,ref} = \frac{v_{cv}}{H_{v0}} \quad (2.31)$$

et limitée par:

$$e_{v0,max} = \frac{v_{cv,max}}{H_{v0}} = 0.37V$$

On en déduit l'erreur relative maximale:

$$\frac{e_{v0,max}}{v_{out,ref}} = \frac{0.37V}{3V} \cong 12.33\%$$

Théoriquement, on est toujours capable de réduire l'erreur statique par un ajustement adéquat des paramètres H_{v0} et w_{pHv} du régulateur de tension. Néanmoins, cette variation des paramètres affectera deux autres caractéristiques non moins importantes, à savoir la rapidité et le degré de stabilité de la boucle de tension. Le dilemme rapidité-stabilité-précision constitue toujours, dans le domaine de l'Automatique, l'un des principaux problèmes concernant le choix et le dimensionnement de régulateurs. Le concepteur devra souvent faire appel à son expertise et son jugement empirique lors de la mise au point de tout système de réglage.

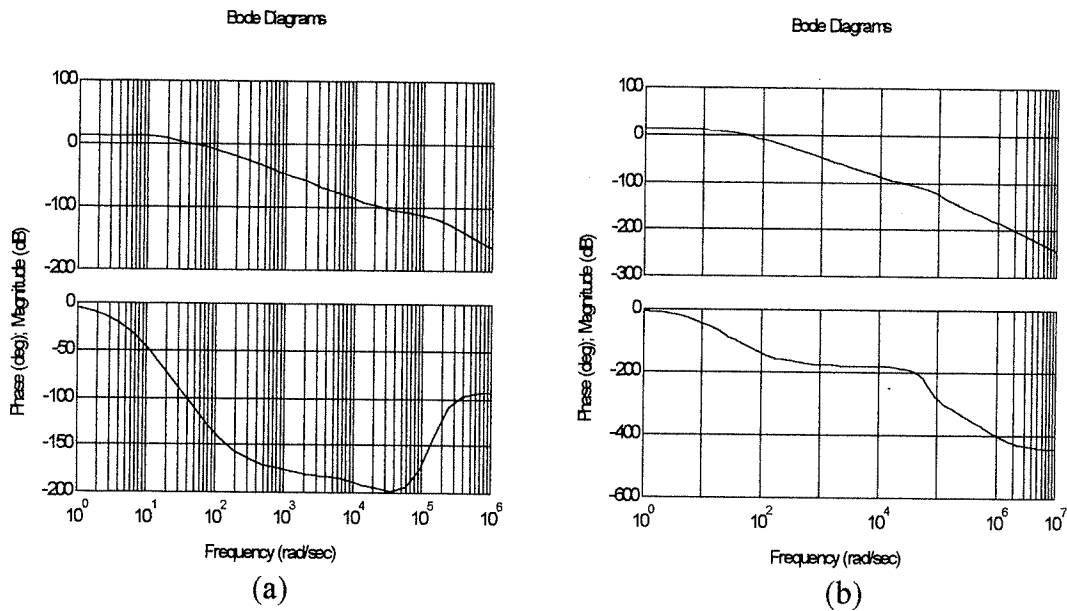


Figure 2.10: Représentation dans le plan de Bode de la transmittance $G_{BOv}(s)$

(a) $V_{in} = V_{in,min}$, (b) $V_{in} = V_{in,max}$

Troisième Partie

Analyse des performances du système de réglage

On se propose, dans cette troisième et dernière partie du rapport, d'évaluer certaines caractéristiques du système de réglage décrit à la figure 2.1, notamment l'impédance dynamique vue à l'entrée du hacheur et la susceptibilité dynamique traduisant le degré de dépendance entre la tension de sortie du hacheur et celle appliquée à son entrée. De plus, on illustrera les performances, tant en régime statique que dynamique, du système en montrant les formes d'ondes des principales grandeurs électriques pour différents points de fonctionnement.

3.1 - Impédance dynamique d'entrée:

Après avoir synthétisé les deux régulateurs, le système de réglage de la figure 2.9 peut être arrangé pour devenir conforme au schéma bloc de la figure 3.1.

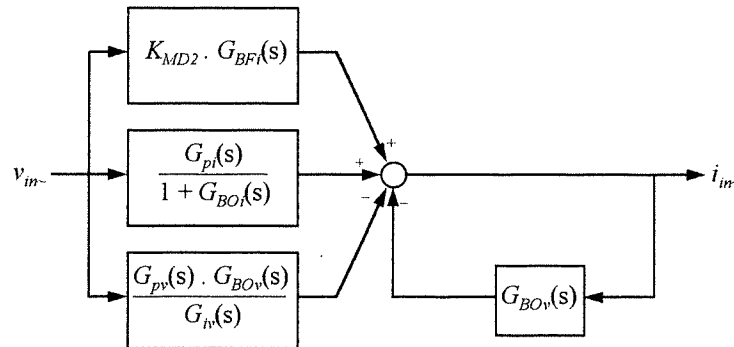


Figure 3.1: Schéma bloc équivalent en régime dynamique du système de réglage

L'impédance d'entrée étant définie par:

$$Z_{in}(s) = \frac{v_{in-}(s)}{i_{in-}(s)}$$

elle peut être alors exprimée par:

$$Z_{in}(s) = \frac{1 + G_{BOv}(s)}{K_{MD2}G_{BFI}(s) + \frac{G_{pi}(s)}{1 + G_{BOi}(s)} - \frac{G_{pv}(s)G_{BOv}(s)}{G_{iv}(s)}} \quad (3.1)$$

En appliquant certains développements mathématiques à l'expression (3.1), on peut aboutir à la forme suivante de l'impédance dynamique d'entrée:

$$Z_{in}(s) = -Z_{in0} \cdot \frac{\left(1 + \frac{s}{w_{zz1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{2\xi_{zz2}s}{w_{zz2}} + \frac{s^2}{w_{zz2}^2}\right) \cdot \left(1 + \frac{2\xi_{zz3}s}{w_{zz3}} + \frac{s^2}{w_{zz3}^2}\right)}{\left(1 + \frac{s}{w_{pz1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{w_{pz2}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{w_{pz3}}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{w_{pz4}}\right)} \quad (3.2)$$

avec:

$$Z_{in0} = \frac{K_i \cdot R_{sense} + K_{MD1} \cdot H_{v0} \cdot K_v \cdot G_{iv0}}{K_{MD1} \cdot H_{v0} \cdot K_v \cdot G_{pv0} - K_{MD2}} \quad (3.3)$$

On représente à la figure 3.2 les tracés dans le plan de Bode de $Z_{in}(s)$, correspondant aux cas où la tension V_{in} est minimale puis maximale. La courbe donnant l'argument de $Z_{in}(s)$ change de forme lorsque V_{in} passe de sa valeur minimale à sa valeur maximale, alors que celle relative au module reste pratiquement la même. Ceci est du à la permutation de signe subie par certains paramètres de $Z_{in}(s)$ lorsque V_{in} varie, comme le montre le tableau de la figure 3.3 où l'on donne, pour une charge maximale, les valeurs numériques des différents paramètres présents dans l'expression (3.2) de $Z_{in}(s)$ en fonction de V_{in} .

L'analyse des courbes de la figure 3.2 fait ressortir les points suivants:

- Aux basses fréquences (inférieures à 2Hz), l'impédance d'entrée est équivalente à une résistance négative $-R_{in,BF}$ (figure 3.4). Ce résultat est en concordance avec la réalité, étant donné qu'à basse fréquence (régime quasi-statique) les variations de la tension v_{in} et du courant i_{in} à l'entrée du processus se font de manière à garder constante la puissance transitée vers la charge. En effet, en se reportant à la figure 1.6 où l'on représente le schéma équivalent en régime statique du processus, on peut écrire à basse fréquence:

$$P_{out} \cong v_{in} i_{in} \quad (3.4)$$

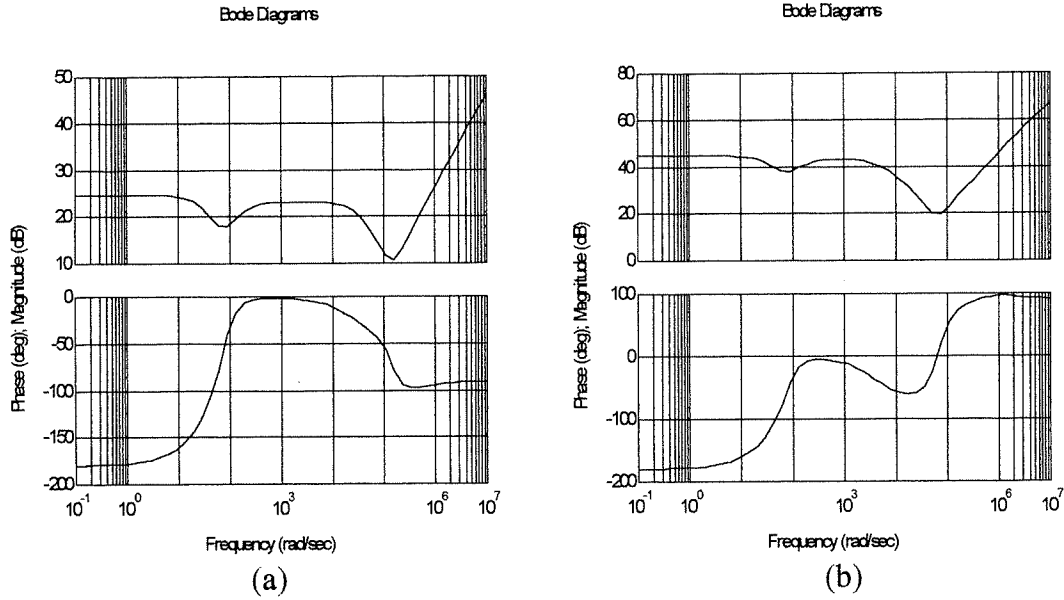


Figure 3.2: Représentation dans le plan de Bode de l'impédance $Z_{in}(s)$

(a) $V_{in} = V_{in,min}$, (b) $V_{in} = V_{in,max}$

	$V_{in,min}$	$V_{in,max}$
Z_{in0}	17.28 Ω	174.31 Ω
w_{zz1}	150330 rd/s	651290 rd/s
w_{zz2}	72.47 rd/s	72.44 rd/s
w_{zz3}	138653 rd/s	66642.5 rd/s
w_{pz1}	- 98900 rd/s	978870 rd/s
w_{pz2}	40210 rd/s	5750 rd/s
w_{pz3}	112.67 rd/s	113.26 rd/s
w_{pz4}	30.04 rd/s	29.92 rd/s
ξ_{zz2}	0.57	0.57
ξ_{zz3}	- 0.54	0.42

Figure 3.3: Valeurs numériques des différents paramètres de $Z_{in}(s)$

où:

$$v_{in} = V_{in} + v_{in\sim} \quad \text{et} \quad i_{in} = I_{in} + i_{in\sim}$$

En appliquant à l'équation (3.4) un développement limité au premier ordre, on déduit facilement:

$$\frac{v_{in\sim}}{i_{in\sim}} = -\frac{V_{in}}{I_{in}} = -R_{in,BF} \quad (3.5)$$

Notons, encore une fois, que l'expression (3.5) n'est valide que lorsque la fréquence des signaux $v_{in\sim}$ et $i_{in\sim}$ est faible (inférieure à $2Hz$).

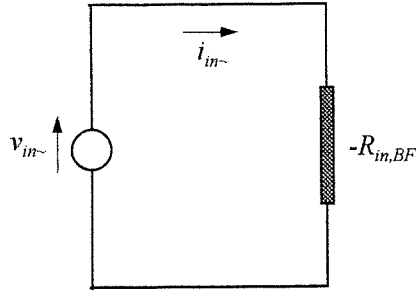


Figure 3.4: Impédance équivalente à basse fréquence

- Pour des fréquences moyennes comprises entre $20Hz$ et $300Hz$, l'impédance dynamique $Z_{in}(s)$ devient équivalente à une résistance positive $R_{in,MF}$ (figure 3.5). Ceci semblerait évident si on se rappelle du fait que le courant d'entrée i_{in} , imposé par le système de réglage, est pratiquement proportionnel à la tension redressée v_{in} qui oscille à une fréquence de $120Hz$ autour de sa valeur moyenne.

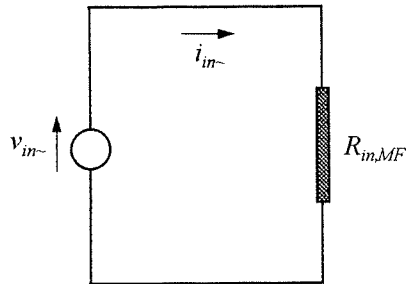


Figure 3.5: Impédance équivalente dans la bande des fréquences moyennes

- A hautes fréquences (supérieures à $30kHz$), l'impédance devient équivalente à une inductance $L_{in,HF}$ qui est négative (respectivement, positive) dans le cas où la tension V_{in} est minimale (respectivement, maximale). Ceci est illustré à la figure 3.6.

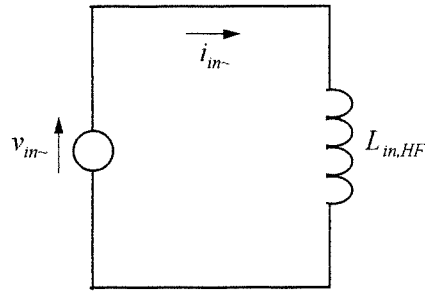


Figure 3.6: Impédance équivalente à hautes fréquences

On donne, dans le tableau de la figure 3.7, les valeurs numériques de $R_{in,BF}$, $R_{in,MF}$ et $L_{in,HF}$ dans les deux cas où la tension V_{in} est respectivement minimale et maximale (la charge du convertisseur étant supposée maximale).

	$V_{in, min}$	$V_{in, max}$
$R_{in,BF}$	15.85 Ω	141.25 Ω
$R_{in,MF}$	14.13 Ω	118.85 Ω
$L_{in,HF}$	- 21.3 μH	244 μH

Figure 3.7: Valeurs numériques de $R_{in,BF}$, $R_{in,MF}$ et $L_{in,HF}$

3.2 - Susceptibilité dynamique:

La susceptibilité dynamique du système réglé est définie par:

$$G_p(s) = \frac{v_{out~}(s)}{v_{in~}(s)} \quad (3.6)$$

Sachant que:

$$v_{out~}(s) = G_{iv}(s)i_{in~}(s) + G_{pv}(s)v_{in~}(s)$$

et:

$$i_{in~}(s) = \frac{v_{in~}(s)}{Z_{in}(s)}$$

on en déduit:

$$G_p(s) = G_{pv}(s) + \frac{G_{iv}(s)}{Z_{in}(s)} \quad (3.7)$$

Les tracés dans le plan de Bode de la susceptibilité dynamique, correspondant aux cas où la tension V_{in} est respectivement minimale et maximale, sont représentés à la figure 3.8. L'examen de ces courbes montre que, dans la bande de fréquences comprise entre 16Hz et 1.6kHz, la susceptibilité dynamique peut être approximée par:

$$G_p(s) \cong \frac{K_p}{s} \quad (3.8)$$

où la constante K_p est égale à 100 rd/s (respectivement, 31.6 rd/s) dans le cas où la charge est maximale et la tension moyenne V_{in} est minimale (respectivement, maximale). Etant donné que le fondamental du signal $v_{in\sim}$ admet une amplitude:

$$\hat{v}_{in,1\sim} = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi} V_{AC} = \frac{2}{3} V_{in} \quad (3.9)$$

et une fréquence égale à 120Hz, le taux d'ondulation qu'il génère au niveau de la tension de sortie est ainsi donné par:

$$\frac{\Delta v_{out\sim}}{V_{out}} = \frac{2|G_p(j2\pi.120)|\hat{v}_{in,1\sim}}{V_{out}} \cong \frac{K_p \cdot V_{in}}{565.5 \cdot V_{out}} \quad (3.10)$$

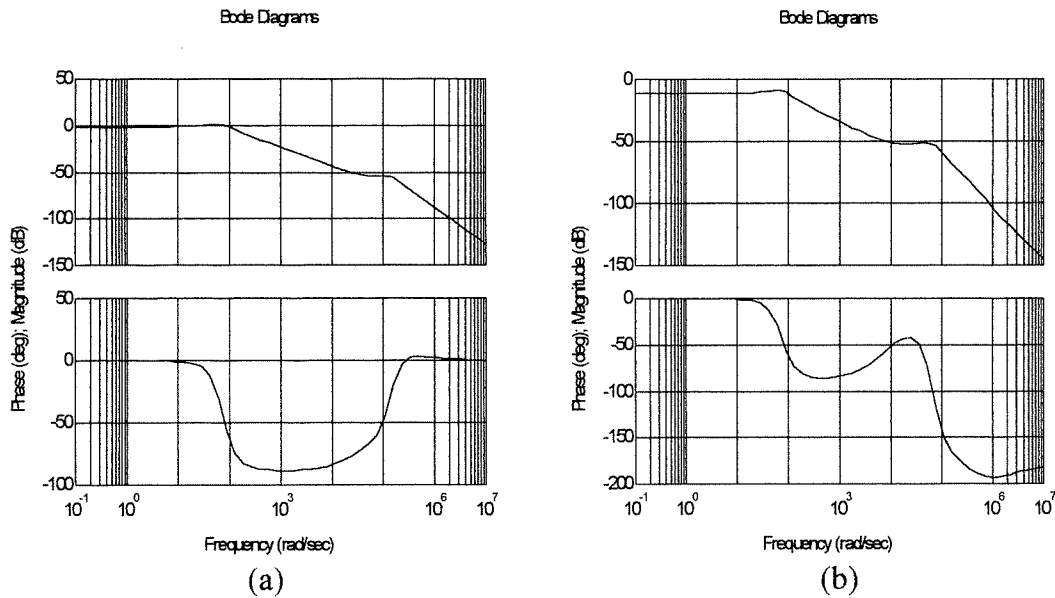


Figure 3.8: Représentation dans le plan de Bode de $G_p(s)$

(a) $V_{in} = V_{in,min}$, (b) $V_{in} = V_{in,max}$

Il est à noter qu'à charge fixe le produit $K_p \cdot V_{in}$ est pratiquement constant et presque indépendant de la tension V_{in} , de sorte que le taux d'ondulation reste toujours voisin de 3.3% même en cas de variation de la tension d'alimentation.

3.3 - Formes d'ondes:

Afin de juger les performances du système de réglage déjà mis au point, on donne aux figures 3.9 à 3.12 les formes d'ondes relatives à la tension d'entrée v_{in} , au courant d'entrée i_{in} et à la tension de sortie v_{out} , pour différentes valeurs de la tension moyenne d'entrée V_{in} et de la puissance P_{out} . Ces courbes ont été obtenues à l'aide de Matlab et de la boîte à outils Signals and Systems Toolbox [3].

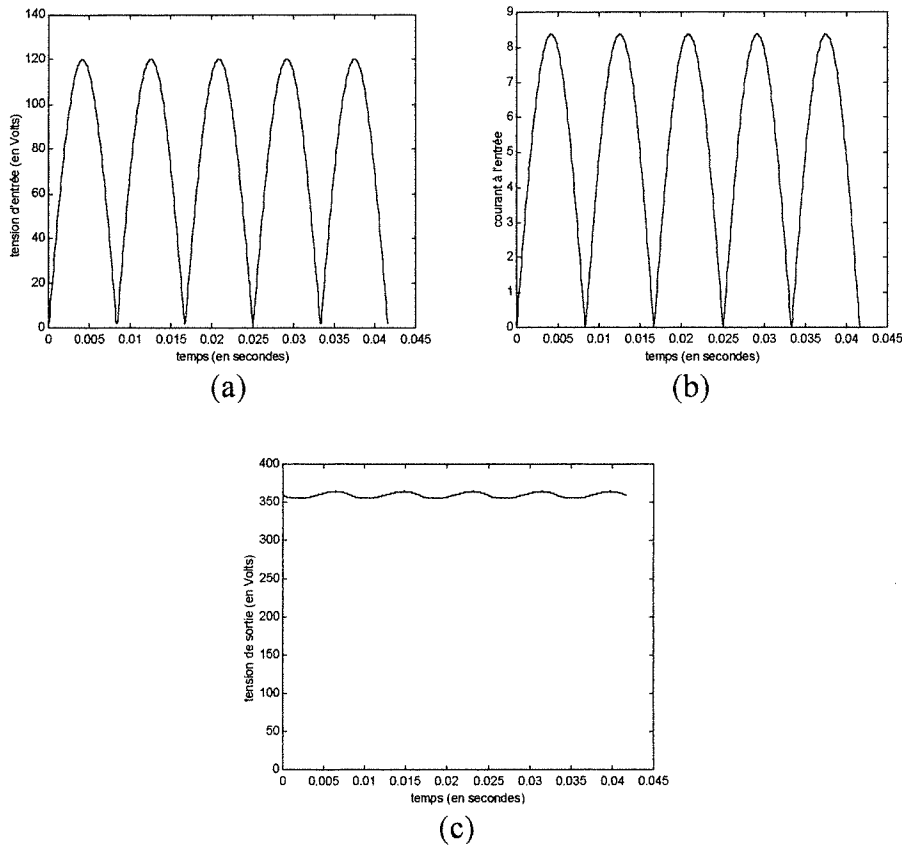


Figure 3.9: Formes d'ondes dans le cas où $V_{in} = V_{in,min}$ et $P_{out} = P_{out,max}$

(a) Tension d'entrée, (b) Courant d'entrée, (c) Tension de sortie

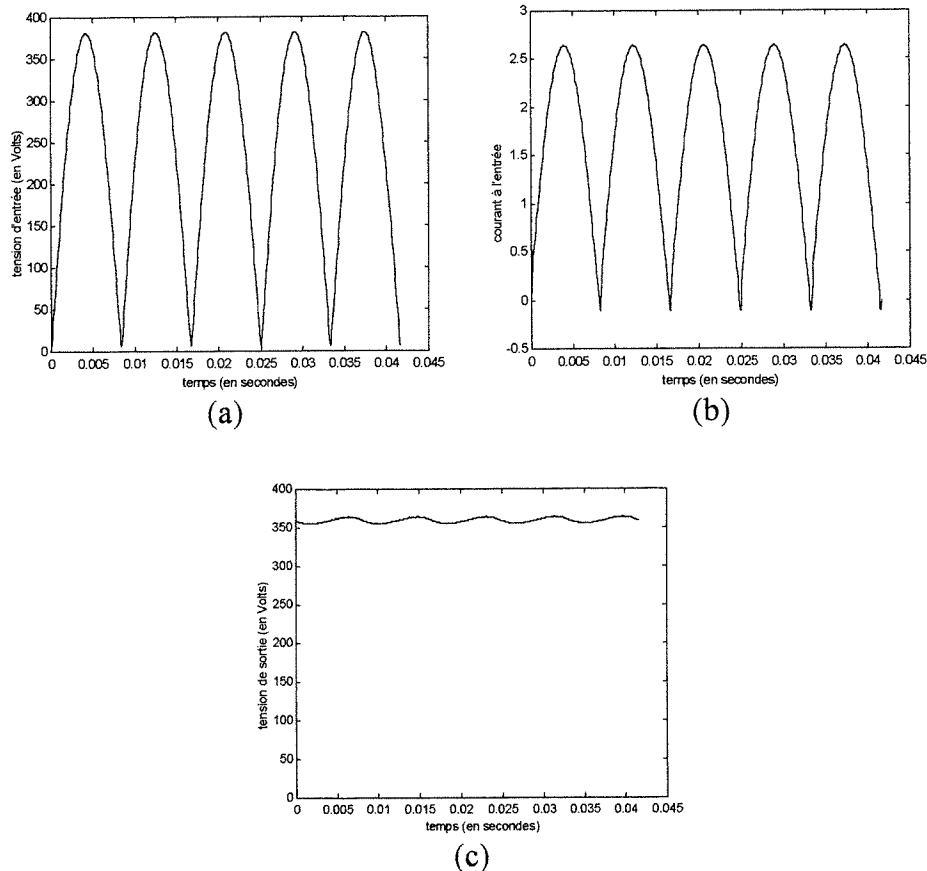


Figure 3.10: Formes d'ondes dans le cas où $V_{in} = V_{in,max}$ et $P_{out} = P_{out,max}$
 (a) Tension d'entrée, (b) Courant d'entrée, (c) Tension de sortie

L'analyse de ces courbes permet d'évoquer les points suivants:

- Dans tous les cas, le courant d'entrée admet une forme très proche d'une sinusoïde redressée qui est en phase avec la tension d'entrée. La tension de sortie présente une légère ondulation autour de sa valeur moyenne qui est inférieure à la valeur souhaitée (410V); ceci est lié naturellement au fait que l'erreur statique de la boucle de tension n'est pas nulle.
- Lorsque la tension V_{in} augmente à puissance P_{out} fixe, le courant d'entrée i_{in} diminue et tend à se déformer. Par contre, la tension de sortie reste pratiquement inchangée.
- Lorsque la puissance P_{out} diminue à tension V_{in} constante, le courant d'entrée diminue également et, en ce qui concerne la tension de sortie, sa valeur moyenne augmente et son ondulation diminue. Théoriquement, la tension moyenne V_{out} décroît linéairement avec la puissance P_{out} , comme l'indiquent l'expression suivante ainsi que la courbe de la figure 3.13.

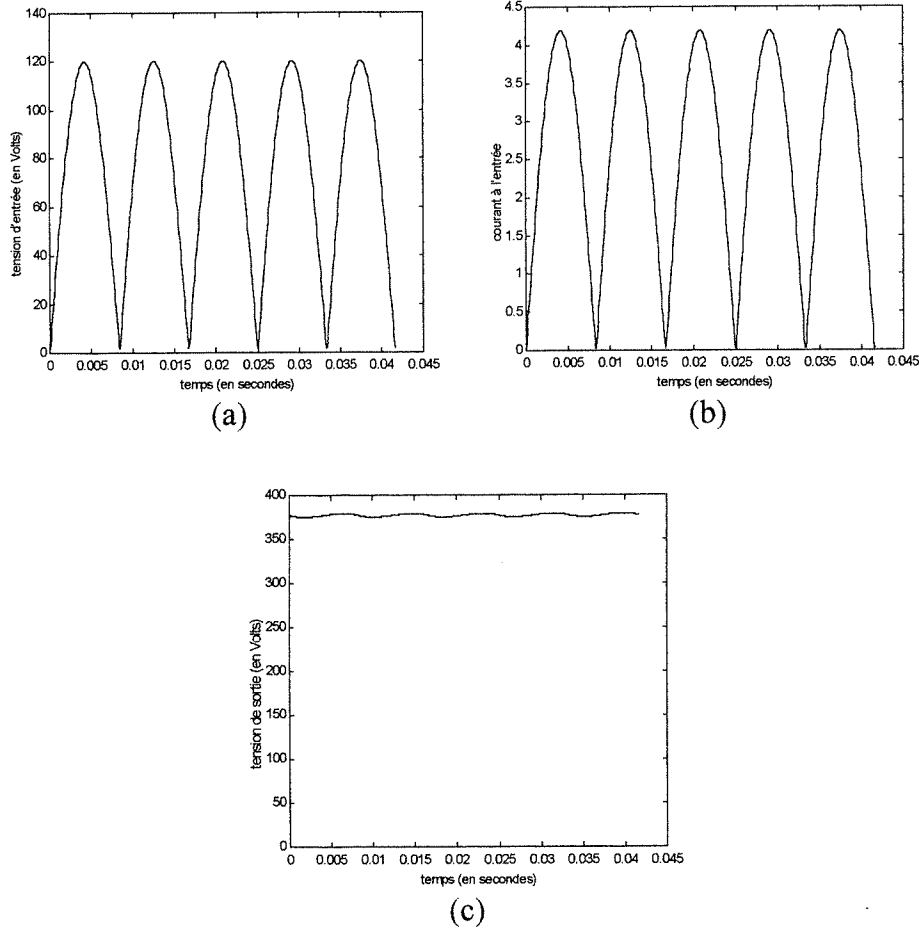


Figure 3.11: Formes d'ondes dans le cas où $V_{in} = V_{in,min}$ et $P_{out} = P_{out,max}/2$
 (a) Tension d'entrée, (b) Courant d'entrée, (c) Tension de sortie

$$V_{out} = \frac{1}{K_v} \left[v_{out.ref} - \frac{1}{H_{v0}} \left(1.5V + \frac{8 \cdot K_{rms}^2 \cdot R_{sense}}{\pi^2 \cdot R_{MD} \cdot K_{iAC}} P_{out} \right) \right] \quad (3.11)$$

- Notons que le passage du courant instantané $i_{in}(t)$ par des valeurs négatives (dans le cas où la tension V_{in} est maximale) n'est que fictif, étant donné qu'en pratique le circuit de commande associé au hacheur agit de manière à garder le courant d'entrée à tout instant au-dessus d'un seuil positif préalablement choisi.

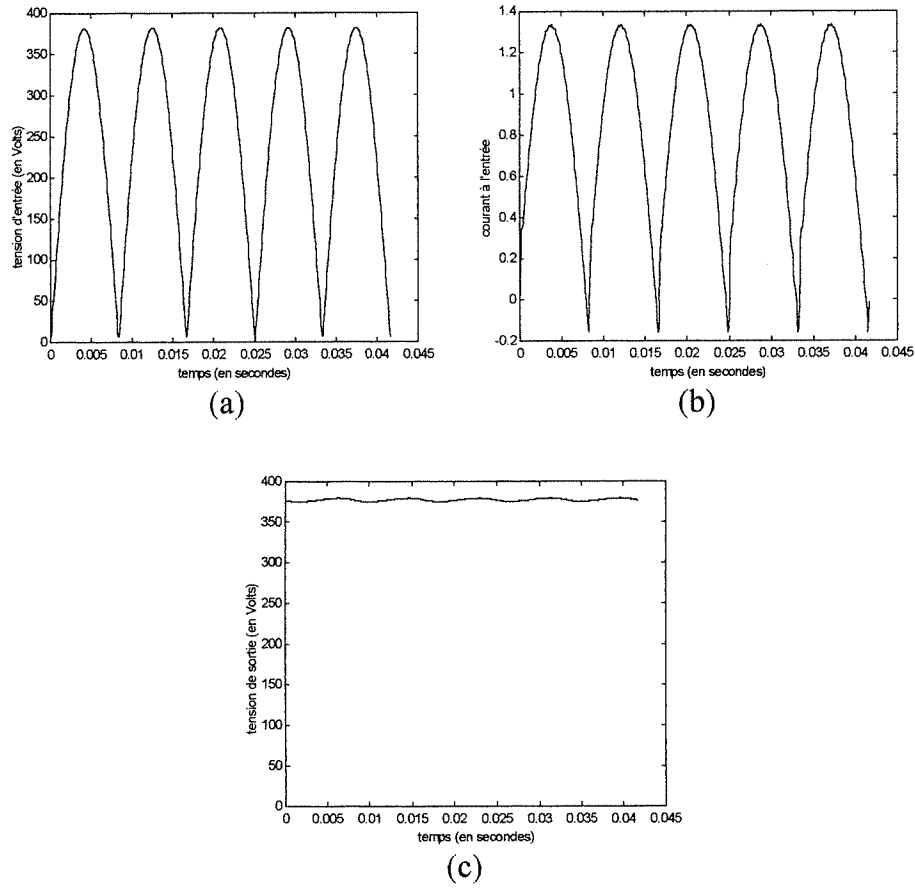


Figure 3.12: Formes d'ondes dans le cas où $V_{in} = V_{in,max}$ et $P_{out} = P_{out,max}/2$
 (a) Tension d'entrée, (b) Courant d'entrée, (c) Tension de sortie

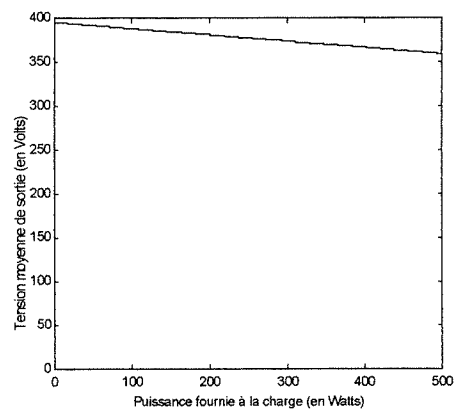


Figure 3.13: Variation de la tension moyenne de sortie en fonction de la charge

Références

- [1] J. P. Noon, “UC3855A/B high performance power factor preregulator”, *Applications Handbook*, Unitrode Corporation, Section U-153, pp. 3.460-3.479
- [2] A. Arab, L. Duguay et G. Roy, *Alimentations à Découpage - Recueil de Notes de Cours*, Ecole Polytechnique de Montréal, Cours ELE-6415, Sept. 1996
- [3] *The Student Edition of MATLAB*, User’s Guide, Version 4, The MathWorks Inc., Prentice-Hall, 1995

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL



3 9334 00227684 6

École Polytechnique de Montréal
C.P. 6079, Succ. Centre-ville
Montréal (Québec)
H3C 3A7