POLYPUBLIE
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Title:	Étude théorique et expérimentale d'un asservissement de position angulaire avec lien de transmission élastique
Auteurs: Authors:	Aubert Carrel, & Romano M. De Santis
Date:	1989
Type:	Rapport / Report
Référence: Citation:	Carrel, A., & De Santis, R. M. (1989). Étude théorique et expérimentale d'un asservissement de position angulaire avec lien de transmission élastique. (Rapport technique n° EPM-RT-89-15). https://publications.polymtl.ca/9835/

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: PolyPublie URL:	https://publications.polymtl.ca/9835/
Version:	Version officielle de l'éditeur / Published version
Conditions d'utilisation: Terms of Use:	Tous droits réservés / All rights reserved

Document publié chez l'éditeur officiel
Document issued by the official publisher

Institution:	École Polytechnique de Montréal
Numéro de rapport: Report number:	EPM-RT-89-15
URL officiel: Official URL:	
Mention légale: Legal notice:	

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

06 OCT. 1989

EPM/RT-89/15

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE D'UN ASSERVISSEMENT DE POSITION ANGULAIRE AVEC LIEN DE TRANSMISSION ÉLASTIQUE

par

Aubert Carrel, Ing.

Projet dirigé par

Romano M. DeSantis

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Septembre 1989

gratuit

Tous droits réservés. On ne peut reproduire ni diffuser aucune partie du présent ouvrage, sous quelque forme que ce soit, sans avoir obtenu au préalable l'autorisation écrite de l'auteur.

Dépôt légal, 3e trimestre 1989
Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada

Pour ce procurer une copie de ce document, s'adresser au:

Editions de l'Ecole Polytechnique de Montréal
Ecole Polytechnique de Montréal
Case postale 6079, Succursale A
Montréal (Québec) H3C 3A7
(514) 340-4000

Compter 0,10$ par page (arrondir au dollar le plus près) et ajouter 3,00$ (Canada) pour la couverture, les frais de poste et la manutention. Régler en dollars canadiens par chèque ou mandat-poste au nom de l'Ecole Polytechnique de Montréal. Nous n'honorerons que les commandes accompagnées d'un paiement, sauf s'il y a eu entente préalable dans le cas d'établissements d'enseignement, de sociétés ou d'organismes canandiens.

SOMMAIRE

L'objectif de ce rapport est de présenter une évaluation du potentiel offert par un contrôleur PID équipé d'un filtre "cache". Pour cela on étudie l'application d'un tel contrôleur à l'asservissement par ordinateur de la position angulaire de l'axe d'un volant lié à l'axe d'un moteur à courant continu par l'intermédiaire d'un accouplement élastique. Il s'agit d'une étude bien adaptée à l'objectif puisqu'elle est représentative de ce qu'on rencontre dans la réalité industrielle de l'automatisation. De plus un asservissement de position avec lien élastique est à la fois suffisamment simple pour que l'analyse de son comportement puisse être transparente, et suffisamment complexe pour motiver et illustrer l'emploi du contrôleur en étude.

Une grande variété de questions théoriques et pratiques sont considérées, dont les principales sont: la modélisation et l'identification du système asservi; la conception et l'implantation du contrôleur; l'analyse du comportement dynamique et statique de l'ensemble.

La modélisation du système asservi a été effectuée à partir de lois mécaniques et électriques; on a relié ainsi l'angle Φ du volant à la tension appliquée au moteur au moyen d'un modèle d'état du quatrième ordre, qui possède un pôle nul, un pôle réel négatif et deux pôles complexes. Les paramètres ont été identifiés en utilisant la méthode du gain critique. Le modèle résultant permet de prévoir avec une assez bonne approximation le comportement dynamique du système autant en boucle ouverte qu'en boucle fermée.

La conception et l'implantation du contrôleur numérique ont mené au développement d'un logiciel spécialisé, "PICACH", permettant d'effectuer les stratégies de commande correspondant à deux types de contrôleur. Le premier est un simple PID, dont les gains sont calculés avec la méthode du positionnement des pôles, en négligeant l'élasticité du système. L'analyse montre que ce contrôleur ne peut pas assurer un comportement dynamique satisfaisant; la présence d'un niveau inacceptable d'oscillations et de dépassement ne pouvant être évitée qu'en imposant des gains très faibles, ce qui produit une dynamique très lente avec un temps de réponse à 5 % de l'ordre d'une seconde. Le deuxième type de contrôleur est le PID équipé d'un filtre cache. Le rôle du filtre est d'empêcher l'excitation des modes propres générés par la présence du lien élastique; sa fonction de transfert est caractérisée par deux zéros qu'on choisit égaux aux pôles complexes correspondant aux modes propres. Les résultats obtenus montrent que ce contrôleur permet d'utiliser des gains plus importants que le simple PID et d'obtenir ainsi un comportement dynamique satisfaisant avec un temps de réponse à 5 % de l'ordre d'une demi seconde.

Le comportement de l'asservissement a été analysé par voie de simulation en utilisant le logiciel commercial MATLAB. Les résultats de cette analyse ont été vérifiés par des tests expérimentaux à l'aide de PICACH. L'ensemble de ces essais a permis d'établir non seulement que le contrôleur PID avec cache a des performances très supérieures à celles du simple PID, mais qu'il est de plus relativement robuste vis à vis de variations raisonnables des paramètres du système asservi (variation des zéros, pôles et gains de l'ordre de 10 %). Des variations plus importantes des paramètres peuvent cependant engendrer une détérioration rapide de la stabilité et du temps de réponse du système. Dans ce cas le PID avec cache présente les mêmes inconvénients qu'un simple PID. Cette difficulté pourrait être surmontée avec une boucle de commande adaptative.

ABSTRACT

The objective of this report is to evaluate the potential offered by a PID controller equipped with a zero-pole cancellation filter. We do this by applying such a controller to a plant consisting of a DC motor whose axis is connected to a flywheel by means of an elastic link.

This application is well adapted to the objective since it does represent what one may typically find in an industrial context. Moreover, a plant with an elastic link offers the advantage to be simple enough so as to be amenable to a transparent analysis; complex enough to justify the study and the use of our controller.

Many theoretical and practical questions are taken into account and the principal ones are the following: Modelling and identification of the system; design and implementation of the controller; analysis of the whole system's dynamic and static behaviour.

The modelling of the system was carried out using electrical and mechanical laws; This has led us to a model whereby the relation between the flywheel's angular position and the tension applied to the DC motor is described in terms of a fourth-order transfer function, with a pole equal to zero, a negative real pole, and two complex poles. The parameters were identified by using the critical gain method. The resulting model permits to predict quite satisfactory the system's dynamic behaviour in the open as well as in the close loop.

The design and the implementation of the digital controller has led us to the development of a specialised software, PICACH. PICACH allows one to use two types of control strategies. The first one is a simple PID whose gains are calculated with the pole-positioning method, neglecting the system's elasticity. Experimental tests show that this controller cannot ensure a satisfactory dynamic behaviour. Indeed, the presence of an unacceptable level of oscillations and overshoot can only be avoided by imposing very low gains which produce a very slow dynamic with a 5% settling time of about a second. The second type of controller is a PID equipped with a cancellation filter. The filter has the function to neutralize the effect of the eigen modes which are generated by the presence of the elastic link. Its transfer function is characterized by two zeros that are chosen equal to these eigenvalues. The results show that this controller permits to use gains which are higher than those of the simple PID and thus to obtain a satisfactory dynamic behaviour with a 5% settling time of about half a second.

The feedback control system was analysed through simulation

by using the MATLAB commercial software. The results of this analysis were checked by experimental tests with the assistance of PICACH. The ensemble of these efforts has permitted us to establish that not only the PID controller with the cancellation filter is much superior to the simple PID, but also that it is robust with respect to reasonable variations of the plant's parameters (zeros, poles and gains' variations of about 10%). Excessive variations of these parameters can nevertheless generate a rapid deterioration of the system's stability and time response. In this case, the PID with the cancellation filter presents the same drawbacks as the simple PID. This difficulty could be overcome with the introduction of an adaptive control loop.

REMERCIEMENTS

Je souhaite remercier en tout premier lieu le Pr Romano De Santis pour son accueil chaleureux, pour avoir défini mon projet et supervisé son évolution.

J'aimerais également exprimer ma reconnaissance à tous ceux qui m'ont aidé dans mon travail, en particulier Richard Hurteau et Fidi Andrianasy à qui PICACH doit beaucoup, ainsi qu'à Yves Léonard, Richard Grenier et Rachid Benali.

Un grand remerciement est dû au professeur Rozinoer, sans qui mon stage, occasion de coopération entre les laboratoires d'automatique de l'Ecole Centrale de Lyon et de l'Ecole Polytechnique de Montréal, n'aurait sans doute pu voir le jour.

Enfin je souhaite remercier vivement l'Office Franco-Québécois pour la Jeunesse et le Centre de Coopération Inter-Universitaire Franco-Québécoise qui ont soutenu financièrement ce projet, ce dernier par l'intermédiaire d'une bourse de la fondation Jean Lesage.

TABLE DES MATIERES

-Sommaire..... p. iii

-Abstract..... p. v

-Remerciements..... p. vii

-Table des matières..... p. viii

-Liste des symboles..... p. x

-Liste des figures..... p. xii

-Liste des tableaux..... p. xiv

-Liste des tests effectués..... p. xvi

CHAPITRE 1: MODELISATION

0. Sommaire..... p. 1
I. Le système étudié..... p. 1
II. Equations..... p. 4
III. Représentation dans l'espace d'etat..... p. 4
IV. Représentation sous forme de fonction de transfert..... p. 5
V. Conclusion..... p. 6

CHAPITRE 2: IDENTIFICATION

0. Sommaire..... p. 8
I. Identification à partir du comportement individuel des composantes..... p. 8
II. Identification à partir du comportement du système global..... p. 16
III. Passage à l'espace d'état..... p. 20
IV. Conclusion..... p. 24

CHAPITRE 3: CORRECTION PID

0. Sommaire..... p. 25
I. Conception du PID pour le système sans élasticité..... p. 25
II. Application au système avec lien élastique..... p. 29
III. Conclusion..... p. 32

CHAPITRE 4: PRESENTATION ET ETUDE SIMULEE DE LA CORRECTION PID AVEC CACHE

0. Sommaire..... p. 34
I. Principe de la méthode..... p. 34
II. Etude par voie de simulation..... p. 36
III. Conclusion..... p. 54

CHAPITRE 5: DEVELOPPEMENT D'UN LOGICIEL DE COMMANDE EN TEMPS REEL UTILISANT LE CONTRÔLEUR PID À CACHE

0. Sommaire..... p. 55
I. Introduction..... p. 55
II. Structure du logiciel vue par l'utilisateur..... p. 57
III. Structure interne du logiciel..... p. 64
IV. Conclusion..... p. 67

CHAPITRE 6: COMPORTEMENT EXPERIMENTAL DU CONTRÔLEUR PID À CACHE

0. Sommaire..... p. 68
I. Résultats optimaux..... p. 68
II. Influence de la valeur du pôle du cache..... p. 72
III. Influence de la valeur de la période d'échantillonnage..... p. 75
IV. Influence de l'incertitude sur les paramètres a et b..... p. 77
V. Conclusion..... p. 81

-Clôture..... p. 82

-Bibliographie..... p. 83

LISTE DES SYMBOLES

On utilisera les notations suivantes:

PARAMETRES DU MOTEUR:

$U(t)$: tension appliquée au bornes de l'inducteur.

R, L : résistance et inductance de la bobine du rotor du moteur.

i : courant d'induit.

Γ_m : couple moteur développé sur l'axe.

f_1 : coefficient de frottement sur l'axe moteur.

I_1 : moment d'inertie du moteur.

t_1 : constante de temps du moteur.

e' : force contre-électromotrice.

K_c : rapport entre Γ_m et i.

K_v : rapport entre e' et la vitesse $\dot{\theta}$.

K_m : gain statique de l'ensemble ampli + moteur.

PARAMETRES DU SYSTEME PHYSIQUE

K_R : constante d'élasticité du lien élastique.

f_2 : coefficient de frottement sur l'arbre de la charge de sortie.

I_2 : moment d'inertie en sortie.

t_2 : constante de temps du système lien élastique + charge de sortie.

V_t : tension de sortie de la génératrice tachymétrique du moteur.

K_t : gain de la génératice tachymétrique ($K_t = 0.063$ V/rad/s)

FONCTIONS ETUDIEES

θ : position angulaire de l'arbre moteur.

Φ : position angulaire de la charge de sortie.

VARIABLES ET MATRICES D'ETAT

$\underline{X}$: vecteur d'état; $\underline{X} = [\ \theta\ \dot{\theta}\ \Phi\ \dot{\Phi}\ ] = [\ X_1\ X_2\ X_3\ X_4\ ]$

$\underline{Y}$: vecteur de sortie; $\underline{Y} = [\ \theta\ \Phi\ ]$

A, B, C : matrices d'état du système.

FONCTIONS DE TRANSFERT

F_1 : fonction de transfert de θ/U

F_2 : fonction de transfert de Φ/U

a, b, c, G, r_1, r_2 : coefficients intervenant dans l'expression de F_1 et F_2.

PARAMETRES DIVERS DU SYSTEME

P : pente limite de la réponse de Φ à un échelon unitaire.

Q : erreur limite entre la droite d'équation Pt et la courbe de réponse de Φ à l'échelon unitaire.

K_{lim} : gain limite d'instabilité du système en boucle fermé.

Ω_{lim} : pulsation des oscillations du système en boucle fermé pour le gain limite.

t_{res} : période de résonance propre du système.

PARAMETRES DES CONTROLEURS

K_1, K_2, K_3, K_4 : Gains du contrôleur PID.

p : pôle du cache.

T_{ech} : période d'échantillonnage utilisée lors de la commande en temps réel du système.

ar, br : valeurs réelles de a et b utilisées dans le modèle du système lors de la phase de simulation.

a_{opt}, b_{opt} : valeurs de a et b donnant la correction optimale du système.

LISTE DES FIGURES

Figure: Page

1.1 Schéma du système étudié..... 1

1.2 Assemblage des composantes du banc d'essai..... 3

1.3 Photographie du montage..... 3

2.1 Réponse expérimentale du moteur DC à vide..... 10

2.2 Montage utilisé pour l'étude du lien élastique..... 11

2.3 Réponse libre du système volant + lien élastique..... 12

2.4 Réponse simulée modèle 1..... 15

2.5 Réponse simulée modèle 2..... 19

2.6 Réponse simulée modèle 3..... 23

3.1 Schéma du système sans élasticité pris en compte pour le calcul du correcteur PID..... 26

3.2 Schéma bloc du système avec correction PID..... 26

3.3 Réponse expérimentale du système sans lien élastique, correction PID..... 29

3.4 Réponse expérimentale du système avec lien élastique, correction PID..... 30

3.5 Réponses comparées du système avec et sans lien élastique, correction PID..... 31

4.1 Schéma bloc du système avec correction PID+Cache..... 35

4.2 Réponse simulée correction PID..... 38

4.3 Réponse simulée correction PID+Cache "idéal"..... 40

4.4 Réponse simulée correction PID+Cache "idéal", pour différentes valeurs du pôle du cache..... 42

4.5 Réponse simulée correction PID+Cache "idéal", pour différentes valeurs de la période d'échantillonnage..... 44

4.6 Réponse simulée correction PID+Cache, capteur de vitesse sur l'arbre moteur..... 45

Figure: Page

4.7 Réponses comparées correction PID avec et sans cache.... 46

4.8 Réponse simulée correction PID+cache, erreurs de 10 % par rapport aux valeurs identifiées des paramètres a et b..... 47

4.9 Réponse simulée correction PID+cache, valeurs optimales des paramètres a et b..... 50

4.10 Réponse simulée correction PID+cache, erreurs de 20 % par rapport aux valeurs optimales des paramètres a et b..... 53

5.1 Schéma de l'environnement du logiciel de commande en temps réel..... 56

5.2 Déroulement chronologique du programme vu par l'utilisateur..... 57

5.3 Ecran de visualisation de la réponse du système..... 63

5.4 Structure interne du logiciel..... 65

6.1 Réponse expérimentale correction PID+Cache optimale..... 70

6.2 Réponses comparées correction PID avec et sans cache.... 71

6.3 Réponse expérimentale correction PID+cache, pour plusieurs valeurs du pôle du cache..... 74

6.4 Réponse expérimentale correction PID+cache, pour plusieurs valeurs de la période d'échantillonnage..... 76

6.5 Réponse expérimentale correction PID+cache, erreurs de 20% par rapport aux valeurs optimales de a et b..... 80

LISTE DES TABLEAUX

Tableau: Page

1.1 Liste des composantes physiques..... 2

3.1 Correction PID, spécifications retenues
et résultats obtenus..... 28

4.1 Correction P + cache, valeur du gain limite
en fonction du pôle du cache..... 36

4.2 Valeur des gains utilisés..... 39

4.3 Résultats simulés correction PID + Cache,
cas "idéal"..... 40

4.4 Résultats simulés correction PID + Cache,
en fonction du pôle du cache..... 41

4.5 Résultats simulés correction PID + Cache,
en fonction de la période d'échantillonnage..... 43

4.6 Résultats simulés correction PID + Cache,
capteur de vitesse sur l'arbre moteur..... 45

4.7 Résultats simulés correction PID + Cache,
erreurs d'identification de 10%..... 47

4.8 Correction PID + cache, valeurs optimales
de a et b suivant la période d'échantillonnage..... 49

4.9 Résultats simulés correction PID + Cache,
pour les valeurs optimales de a et b..... 49

4.10 Résultats simulés correction PID + Cache,
erreurs d'identification de 20%..... 52

5.1 Les deux écrans de présentation..... 58

5.2 Menu principal..... 60

5.3 Affichage des paramètres..... 60

5.4 Modification des paramètres correction PID..... 61

5.5 Modification des paramètres correction PID + cache..... 62

5.6 Ecran d'envoi de la commande..... 62

5.7 Ecran de sauvegarde..... 64

Tableau: Page

6.1 Résultats expérimentaux correction PID + Cache, cas optimal..... 69

6.2 Résultats expérimentaux correction PID + Cache, pour plusieurs valeurs de p..... 73

6.3 Résultats expérimentaux correction PID + Cache, erreur sur a et b de 20%, gains forts..... 78

6.4 Résultats expérimentaux correction PID + Cache, erreur sur a et b de 20%, gains moyens et faibles..... 79

LISTE DES TESTS EFFECTUES

Test: Page

2.1 Réponse indicielle du moteur DC..... 8

2.2 Réponse fréquentielle du moteur DC..... 9

2.3 Etude de la relaxation libre du lien élastique..... 11

2.4 Vérification de la réponse indicielle fournie par le modèle 1..... 14

2.5 Vérification de la réponse fréquentielle fournie par le modèle 1..... 14

2.6 Réponse indicielle du système en boucle ouverte..... 16

2.7 Réponse indicielle du système en boucle fermée..... 16

2.8 Vérification de la réponse indicielle fournie par le modèle 2..... 18

2.9 Recherche des paramètres de la fonction de transfert F_1..... 18

2.10 Vérification de la réponse indicielle fournie par le modèle 3..... 21

2.11 Vérification de la réponse fréquentielle fournie par le modèle 3..... 22

2.12 Réponse du modèle 3 en boucle fermée..... 22

3.1 Correction PID du système sans élasticité..... 27

3.2 Correction PID du système avec lien élastique..... 29

4.1 Influence de la localisation du capteur de vitesse sur la qualité de la correction PID..... 37

4.2 Simulation du comportement dynamique du correcteur PID à cache (conditions idéales)..... 39

4.3 Influence de la valeur du pôle du cache..... 41

4.4 Influence de la période d'échantillonnage..... 43

4.5 Influence de la localisation du capteur de vitesse..... 44

Test: Page

4.6 Influence d'une erreur sur a et b de 10% par rapport à leurs valeurs identifiées..... 46

4.7 Détermination des paramètres a et b donnant la réponse optimale..... 48

4.8 Détermination des paramètres a_{opt} et b_{opt} en fonction de la période d'échantillonnage..... 48

4.9 Résultats optimaux simulés de la correction PID+Cache... 49

4.10 Influence d'une erreur sur a et b de 20% par rapport à leurs valeurs optimales..... 51

6.1 Recherche des paramètres expérimentaux optimaux..... 68

6.2 Caractéristiques de la réponse optimale..... 69

6.3 Comparaison entre correcteur PID avec et sans cache..... 70

6.4 Réponses expérimentales pour plusieurs valeurs de p..... 72

6.5 Réponses expérimentales pour plusieurs valeurs de la période d'échantillonnage..... 75

6.6 Réponses expérimentales avec erreur sur a et b de 20% par rapport à leurs valeurs optimales..... 77

CHAPITRE 1: MODELISATION DU SYSTEME

Sommaire

Dans ce chapitre nous décrivons les composantes physiques du système asservi en étude. Ce système est modélisé dans l'espace d'état puis par l'intermédiaire de fonctions de transfert. Les techniques utilisées reposent sur la loi de Newton, les équations d'un moteur à courant continu, la théorie des systèmes linéaires.

I. Le système étudié

Il est constitué d'un moteur à courant continu qui entraîne en rotation une charge (volant d'inertie) par l'intermédiaire d'un lien de transmission élastique.

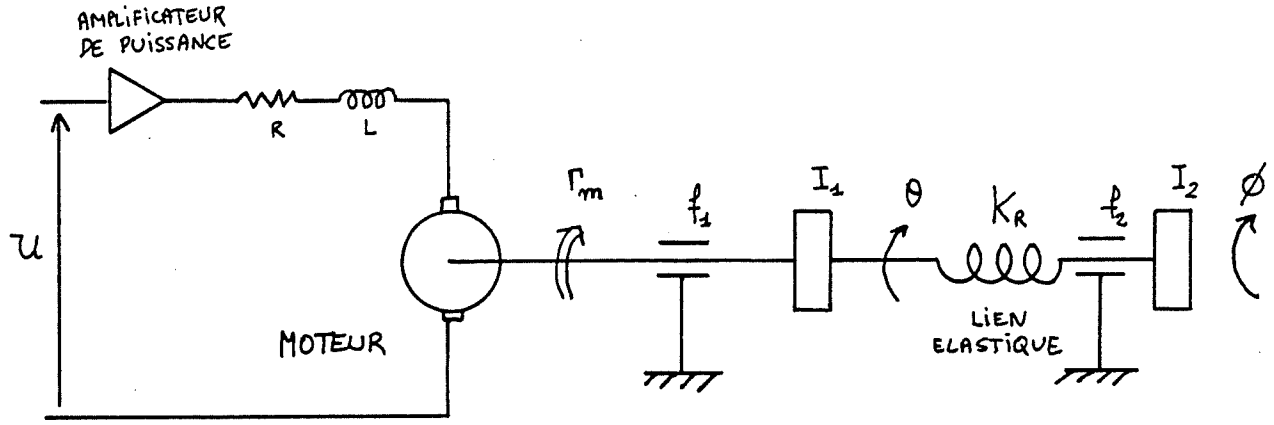


Figure 1: Schéma du système étudié.

Des systèmes comparables ont été étudiés par R.M.De Santis [2], C.Serfass [3], J.Rozinoer [6], G.Pinoia et A.Rusconi [7]. On s'est inspiré de leurs travaux pour modéliser le système.

Pour réaliser la partie pratique de ce projet, on a utilisé un banc d'essai existant à l'école polytechnique de Montréal, qu'on a modifié pour en faire le système voulu.

Ce type de banc d'essai est utilisé à l'EPM dans le cadre des travaux pratiques ("labs") du cours d'asservissements [4],[8]. Pour

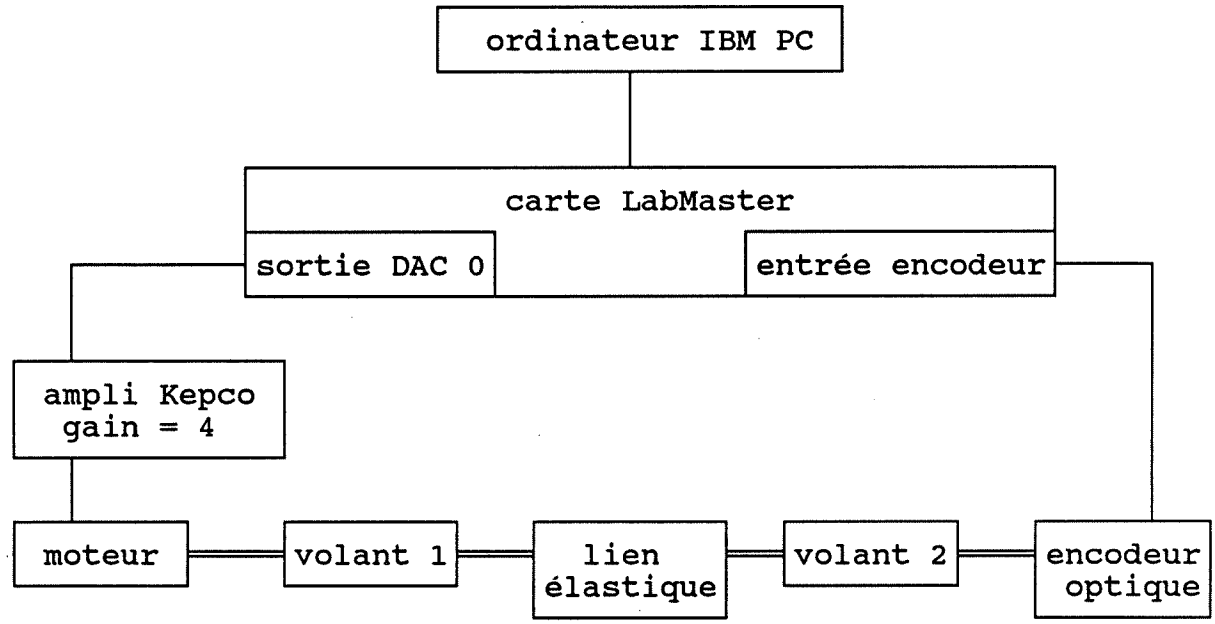
la partie commande, les étudiants ont à leur disposition un IBM-PC, une carte de conversion N/A et A/N et deux logiciels, TESTLAB et ASSERPOS [4]. TESTLAB permet d'envoyer au système des commandes de type échelon, sinusoïde ou onde carrée; il permet également d'acquérir, de visualiser, d'analyser et de sauvegarder les signaux obtenus par les capteurs de vitesse et de position. Plus sophistiqué, ASSERPOS réalise la commande du système selon la méthode de correction PID avec positionnement de pôles, et visualise les résultats obtenus.

La partie physique du banc d'essai (moteur, volants d'inertie, lien élastique, capteur de position...) est constituée de façon modulaire, c'est à dire que les différents éléments sont fixés à la plate-forme de travail par des vis et peuvent facilement être changés. Ceci est pratique si l'on veut étudier la réponse de l'asservissement en faisant varier des paramètres, tels que les moments d'inertie, ou dans notre cas la valeur de l'élasticité du lien.

Liste des composantes physiques utilisées
- un amplificateur KEPCO BOP 36-5 M
- un moteur à courant continu ELECTROCRAFT à génératrice tachymétrique incorporée
- deux volants d'inertie: (I1) masse 1250 g, rayon 5 cm (I2) " 1220 g, " 5 cm
- un lien élastique, de constante d'élasticité 0.14 N.m/rad
- un encodeur optique SANDTRON, de 200 transitions par tour
- un carte A/N,N/A LabMaster TECHMAR
- un ordinateur IBM PC à coprocesseur 8087

Tableau 1: Liste des composantes physiques

Ces différentes composantes doivent être reliées comme indiqué à la figure **2**. On peut également se référer à la photographie du montage, figure **3**.



═══ indique un assemblage mécanique entre deux composantes
——— " une connexion électrique " " "

Figure 2: Assemblage des composantes du banc d'essai.

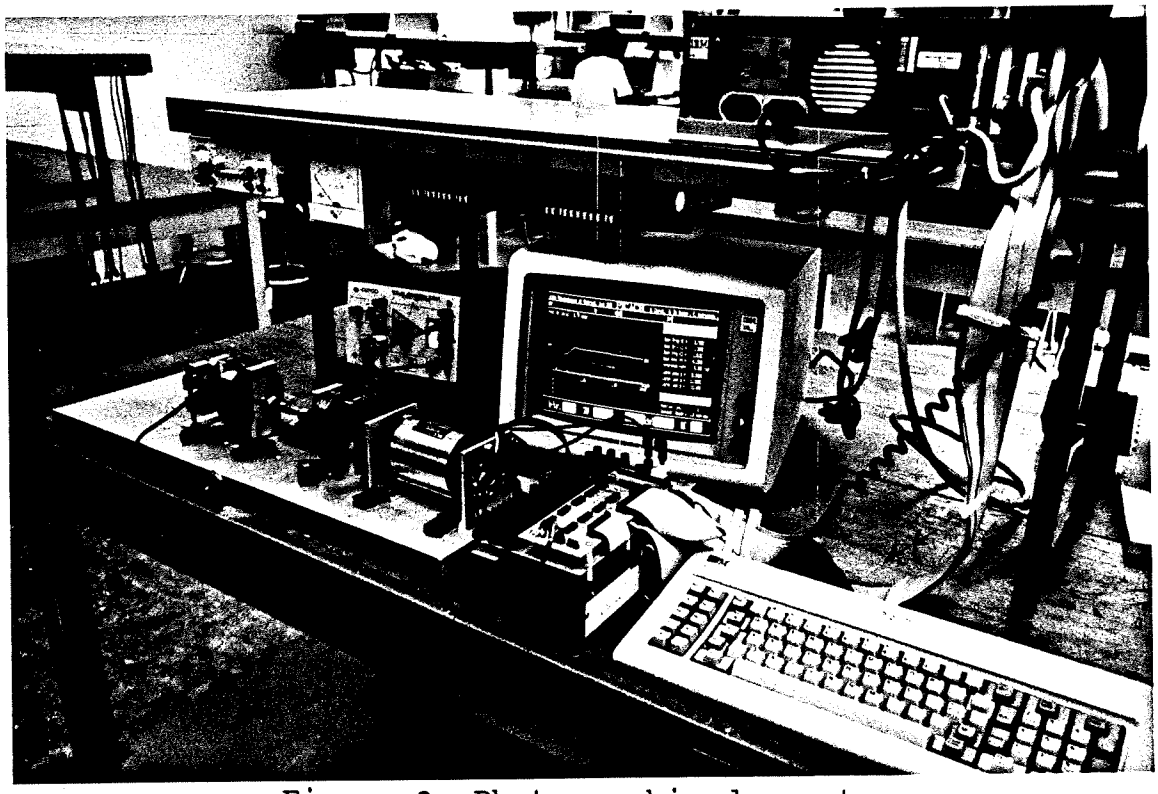


Figure 3: Photographie du montage.

II. Equations du système

On va chercher les relations existant entre les fonctions suivantes:

$U(t)$: tension appliquée à l'amplificateur de puissance.

$\theta(t)$ et $\dot{\theta}(t)$: angle et vitesse angulaire de l'axe du moteur.

$\Phi(t)$ et $\dot{\Phi}(t)$: angle et vitesse angulaire de la charge de sortie.

. Les deux fonctions auxquelles on a accès par la mesure sont θ et Φ : $\dot{\theta}$ grâce à une génératrice tachymétrique située dans le moteur, Φ grâce à un encodeur optique qu'on place en sortie.

Les lois électriques et mécaniques nous permettent d'obtenir les relations suivantes (l'interprétation physique des notations est établie dans la liste des symboles):

$$U = R\ i + l\ di/dt + e'$$

$$\left.\begin{array}{l} \Gamma_m = K_c\ i \\ e' = K_v\ \dot{\theta} \end{array}\right| \quad \text{avec } K_m = 1\ /\ (K_v + f_1\ R/K_c)$$

$$I_1\ \ddot{\theta} = -f_1\ \dot{\theta} - K_R\ (\theta - \Phi) + \Gamma_m$$

$$I_2\ \ddot{\Phi} = -f_2\ \dot{\Phi} - K_R\ (\Phi - \theta)$$

Ce qui mène finalement à:

$$\ddot{\theta} + \dot{\theta}\ /\ t_1 + (\theta - \Phi)\ K_R/I_1 = U\ K_m/t_1$$

$$\ddot{\Phi} + \dot{\Phi}\ /\ t_2 + (\Phi - \theta)\ K_R/I_2 = 0$$

III. Représentation dans l'espace d'état

En posant:

$$x_1 = \theta\ ;\ x_2 = \dot{\theta}\ ;\ x_3 = \Phi\ ;\ x_4 = \dot{\Phi}$$

on a les relations suivantes:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_1\ (-K_R/I_1) + x_2\ (-1/t_1) + x_3\ (K_R/I_1) + U\ (K_m/t_1)$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = x_1\ (K_R/I_2) + x_3\ (-K_R/I_2) + x_4\ (-1/t_2)$$

En introduisant les notations:

$$\underline{X} = [\ x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ ]\ ;\ \underline{Y} = [\ x_2\ x_3\ ]\ ;\ C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_R/I_1 & -1/t_1 & K_R/I_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ K_R/I_2 & 0 & -K_R/I_2 & -1/t_2 \end{bmatrix}\ ;\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ K_m/t_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

on a alors le modèle d'état:

$$\dot{\underline{X}} = A\ \underline{X} + B\ U$$

$$\underline{Y} = C\ \underline{X}$$

IV. Représentation sous forme de fonction de transfert

En appliquant la transformation de Laplace au système ci-dessus, et en prenant des conditions initiales nulles, on aboutit à la représentation sous forme de fonctions de transfert $\dot{\theta}/U$ et Φ/U:

$$\frac{\dot{\theta}}{U} = \frac{(K_R\ K_m\ /\ I_2\ t_1)\ (s^2\ (I_2\ /\ K_R) + s\ (I_2\ /\ K_R\ t_2) + 1)}{(s^3 + s^2\,(1/t_1+1/t_2) + s(K_R/I_1 + K_R/I_2 + 1/t_1t_2) + K_R/I_1t_2 + K_R/I_2t_1)}$$

$$\frac{\Phi}{U} = \frac{K_R\ K_m\ /\ I_2\ t_1}{s(s^3 + s^2\,(1/t_1+1/t_2) + s(K_R/I_1 + K_R/I_2 + 1/t_1t_2) + K_R/I_1t_2 + K_R/I_2t_1)}$$

Dorénavant on notera F_1 la fonction de transfert $\dot{\theta}/U$ et F_2 la fonction de transfert Φ/U.

On voit que le dénominateur de F_2 est du quatrième ordre; outre le pôle en zéro, on aura en pratique toujours un pôle réel et deux pôles complexes conjugués. On notera donc c le pôle réel et on écrira le dénominateur sous la forme suivante:

$$s\ (\ s + c\ )\ (\ s^2 + a\ s + b\ )$$

D'autre part on note

$$G = K_R \, K_m \, / \, I_2 \, t_1$$

$$r_1 = I_2 \, / \, K_R$$

$$r_2 = I_2 \, / \, K_R \, t_2$$

D'où la forme des fonctions de transfert:

$$F_1 = \frac{G \, (s^2 \, r_1 + s \, r_2 + 1)}{(\, s + c \,) \, (\, s^2 + a \, s + b \,)}$$

$$F_2 = \frac{G}{s \, (\, s + c \,) \, (\, s^2 + a \, s + b \,)}$$

On a de plus les relations suivantes:

$$a + c = 1/t_1 + 1/t_2$$

$$a \, c + b = K_R/I_1 + K_R/I_2 + 1/t_1 t_2$$

$$b \, c = K_R/I_1 t_2 + K_R/I_2 t_1$$

V. Conclusion

En utilisant les notations établies ci-dessus, le système asservi a le modèle avec variable d'état:

$$\dot{\underline{X}} = A \, \underline{X} + B \, U$$

$$\underline{Y} = C \, \underline{X}$$

où:

$$\underline{X} = [\, x_1 \; x_2 \; x_3 \; x_4 \,] \; ; \; \underline{Y} = [\, x_2 \; x_3 \,] \; ; \; C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_R/I_1 & -1/t_1 & K_R/I_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ K_R/I_2 & 0 & -K_R/I_2 & -1/t_2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ K_m/t_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

De ce modèle on déduit les fonctions de transfert:

$$\frac{\dot{\theta}}{U} = \frac{G\,(s^2\ r_1 + s\ r_2 + 1)}{(\ s + c\ )\ (\ s^2 + a\ s + b\ )}$$

$$\frac{\Phi}{U} = \frac{G}{s\ (\ s + c\ )\ (\ s^2 + a\ s + b\ )}$$

CHAPITRE 2: IDENTIFICATION

Sommaire

Les paramètres intervenant dans les modèles du système asservi sont identifiés par voie de tests sur banc d'essai. Dans une première approche cela est fait en effectuant des tests portant sur le comportement individuel des composantes du système (moteur DC, transmission élastique); l'identification qui en résulte n'est toutefois pas considérée comme suffisamment précise. Une deuxième approche axée sur des tests caractérisant le comportement global de l'ensemble du système nous amène à des résultats plus satisfaisants.

Les deux approches emploient les techniques suivantes: Corrélation entre réponse indicielle, réponse fréquentielle, fonction de transfert et variables d'état; méthode du gain critique; minimisation des moindres carrés.

I. Identification à partir du comportement individuel des composantes

Dans cette partie nous allons étudier séparément les différents éléments du système, afin de déterminer leurs paramètres physiques.

1.1 Paramètres du moteur DC

On le modélise par la fonction de transfert du premier ordre:

$$\frac{\dot{\theta}}{U} = \frac{K_m}{1 + s\, t_1}$$

La valeur de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ est donnée par une génératrice à courant continu incorporée au moteur. Elle produit un voltage proportionnel à la vitesse: $V_t = K_t\, \dot{\theta}$ avec $K_t = 0.063$ V/rad/s .

Afin de déterminer les paramètres K_m (gain statique) et t_1 (constante de temps) du moteur, nous effectuons les deux tests suivants.

TEST 1: Réponse indicielle du moteur DC.

Modalités: On trace la réponse du moteur à un échelon d'entrée U_0. Avant d'appliquer l'échelon, le moteur est déjà soumis à une

tension non nulle; on applique ce décalage (de 1 volt) afin d'éviter l'effet non linéaire dû à la friction de Coulomb. On trace la sortie de la génératrice tachymétrique (notée "tachy") et la sortie filtrée par un filtre passe-bas.

Observations: La courbe obtenue (figure **1.a**) a une allure qui ne correspond pas à celle d'un système du premier ordre. Ce phénomène est expliqué en annexe 2.

Résultats: La figure **1.a** montre la réponse du moteur à un échelon d'amplitude 1.5 volts. On a artificiellement fait disparaître le décalage de 1 volt. Cette réponse permet de déterminer K_m, grâce à la valeur limite de $\dot{\theta}$. On trouve K_m = 12.3 rad/s/V. On a également une première idée de la valeur de t_1 (temps au bout duquel la vitesse atteint 63.8% de sa valeur finale) mais on ne peut faire confiance à cette mesure du fait de la forme peu satisfaisante de la courbe de réponse à l'origine. On détermine donc la valeur de t_1 à l'aide du test 2:

TEST 2: Réponse fréquentielle du moteur DC.

Modalités: On trace la réponse de $\dot{\theta}$ à une excitation sinusoïdale $U = 3.75 + 1.25 \sin\Omega t$ (on prend un sinus décalé par rapport à zéro pour la raison expliquée ci dessus), pour différentes valeurs de la pulsation Ω, jusqu'à atteindre la pulsation de coupure Ω_c (pour laquelle le déphasage entre U et $\dot{\theta}$ vaut 45 degrés). On aura alors $t_1 = 1/\Omega_c$.

Résultats: La figure **1.b** montre la réponse de $\dot{\theta}$ pour une fréquence de 6.3 Hz. On voit qu'on se trouve, à cet essai, exactement à la fréquence de coupure (le déphasage vaut 45 degrés). On a donc:

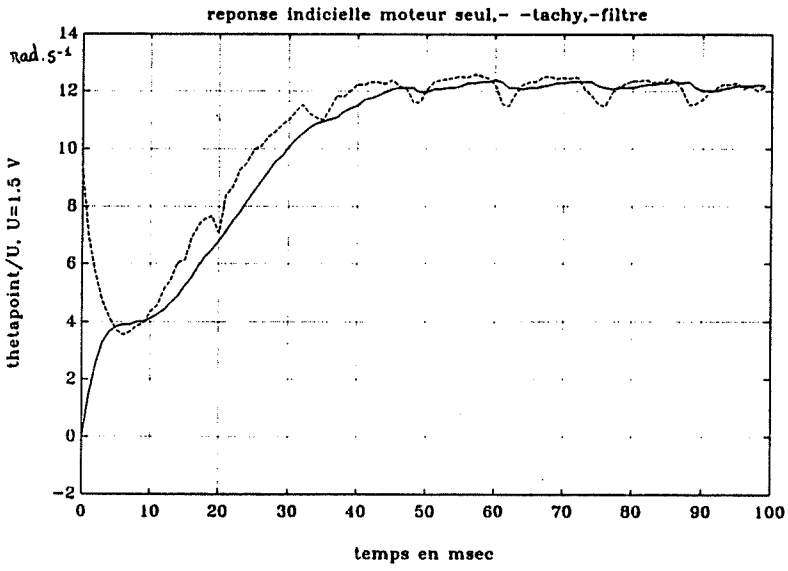
$$t_1 = 26 \text{ ms.}$$

Conclusion: La fonction de transfert du moteur à vide est:

$$\frac{\dot{\theta}}{U} = \frac{12.3}{1 + 0.026\, s}$$

Le pôle du moteur se trouve donc en -1/0.026 soit environ -40.

(a)



(b)

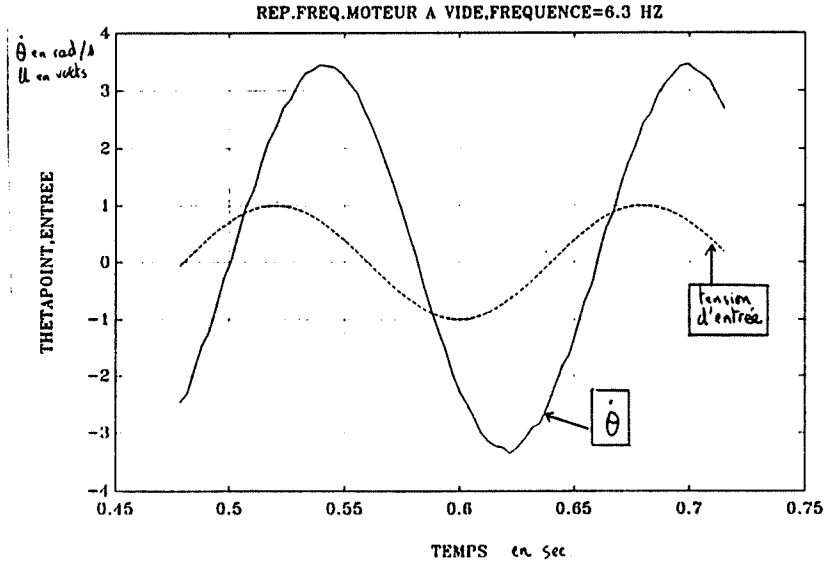


Figure 1: Réponse expérimentale moteur à vide
(a). réponse indicielle
(b). réponse fréquentielle

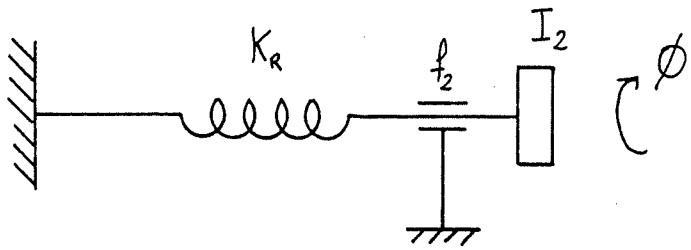


Figure 2: Montage utilisé pour l'étude du lien élastique

1.2. Paramètres du lien de transmission élastique

Afin de déterminer ces paramètres, nous allons effectuer le test suivant:

TEST 3: Etude de la relaxation libre du lien élastique.

Modalités: On réalise le montage de la figure 2. Le lien élastique est bloqué d'un côté, tandis que de l'autre côté on va déplacer d'un certain angle Φ_0 le volant d'inertie par rapport à sa position initiale, puis le lâcher brusquement.
L'équation mécanique de ce système est:

$$\ddot{\Phi} + \dot{\Phi}\, f_2/I_2 + \Phi\, K_R/I_2 = 0$$

La courbe de relaxation de Φ en fonction du temps, pour diverses valeurs du moment d'inertie I_2, nous permet de déterminer les paramètres f_2 et K_R.

Résultats: La figure 3 donne la courbe de relaxation libre pour $I_2 = 1.6\ 10^{-3}$ kg.m². On voit que Φ obéit à une loi de type sinusoïde amortie:

$$\Phi = \Phi_0 \cos Bt \exp(At).$$

Les valeurs de A et B, trouvées facilement à partir de la courbe, permettent de remonter aux valeurs de K_R et f_2.

On trouve $A = 1.50\ s^{-1}$ et $B = 1.56\ s^{-1}$, avec les relations:

$$A = -f_2/(2*I_2)$$
$$B = (K_R/I_2 - f_2^2/(4*I_2^2))^{1/2}$$

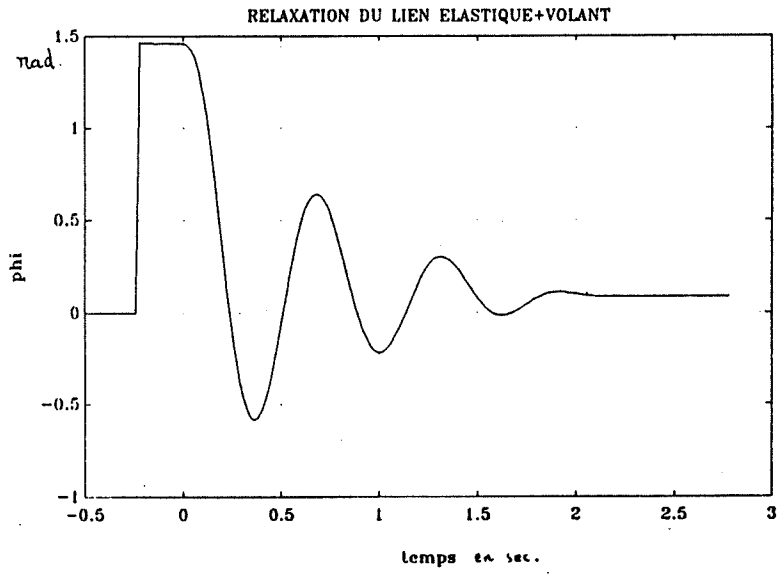


Figure 3: réponse libre du système lien élastique + volant

D'où finalement:

K_R = 0.14 N.m/rad
f_2 = 4.6 10^{-3} N.m.s/rad
$t_2 = I_2/f_2$ = 0.33 s

1.3 Paramètres de l'ensemble

Nous allons ici construire le modèle identifié du système complet à partir de la valeur des différents paramètres.

En première approximation on peut considérer que les quatre pôles de la fonction de transfert Φ/U sont :

- zéro
- un pôle dû au moteur; on a vu qu'il est voisin de -40.
- deux pôles dus au lien élastique.

Pour trouver ces deux pôles nous considérons qu'ils sont les racines de l'équation suivante:

$$s^2 + s/t_2 + K_R/I_2 = 0$$

Grâce aux valeurs que l'on vient de trouver pour K_R, I_2 et t_2, on en déduit que ces deux pôles sont en $-1.5 \pm 9.2\,i$. Le pôle dû au moteur sera donc largement négligeable devant eux, et on ne pourra donc pas observer la dynamique du moteur, ce qui revient à

étudier un système du troisième ordre.

Pour que notre étude présente plus d'intérêt, on a choisi de "déplacer" artificiellement le pôle du moteur; pour cela il suffit d'augmenter la constante de temps du moteur en lui rajoutant en sortie un volant d'inertie.

On a vu que la constante de temps du moteur seul était de 26 millisecondes. On rajoute un volant d'inertie de $1.5*10^{-3}$ N.m.s à la sortie du moteur. On réalise, comme au paragraphe 1.1 (test 2), une étude fréquentielle et on trouve cette fois la fréquence de coupure égale à 1.16 Hz, soit une constante de temps t_1 = 0.135 s. On refait également le test 1 pour trouver la nouvelle valeur de K_m : On a maintenant K_m = 12 rad/s donc la fonction de transfert $\dot{\theta}/U$ de l'ensemble moteur + volant est:

$$\frac{\dot{\theta}}{U} = \frac{12}{1 + 0.135\ s}$$

Le pôle dû au moteur se trouve maintenant en -7.4 ce qui est plus acceptable que -40.

Nous avons donc déterminé tous les paramètres qui intervenaient dans la modélisation vue au chapitre 1:

K_R	= 0.14	N.m/rad
I_1	= 0.0025	kg.m²
t_1	= 0.135	s
K_m	= 12	rad/s/V
t_2	= 0.33	s
I_2	= 0.0016	kg.m²

Ce qui mène à la représentation:

$$\dot{\underline{X}} = A.\underline{X} + B.U \qquad \text{où } \underline{X} = [\theta\ \dot{\theta}\ \Phi\ \dot{\Phi}],\ \underline{Y} = [\dot{\theta}\ \Phi]$$
$$\underline{Y} = C.\underline{X}$$

avec:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -56 & -7.4 & 56 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 87.5 & 0 & -87.5 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 89 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Cette représentation mène aux fonctions de transfert suivantes:

$$F_1 = \frac{\dot{\theta}}{U} = \frac{8300\ (s^2/87.5 + 3s/87.5 + 1)}{(s + 5.9)(s^2 + 4.5s + 145)}$$

$$F_2 = \frac{\Phi}{U} = \frac{8300}{s(s+5.9)(s^2+4.5s+145)}$$

Les pôles de Φ/U se trouvent en 0; -5.9; -2.2 ± 11.8i. On a bien un "vrai" système du quatrième ordre.

1.4 Vérification de la validité du modèle 1

Nous avons réalisé pratiquement notre système, et nous en avons identifié les paramètres physiques. Nous allons maintenant vérifier la validité de ce modèle (qu'on appellera dans toute la suite : "modèle 1"). Pour cela nous effectuons les tests suivants:

TEST 4: Vérification expérimentale de la réponse indicielle fournie par le modèle 1.

Modalités: On trace expérimentalement la réponse du système à l'échelon. Puis on simule la réponse du modèle 1 pour la même entrée.

Résultats: La figure **4.a** donne la réponse indicielle simulée du modèle 1, comparée à la réponse expérimentale du système réel (courbes de $\dot{\theta}/U$ et Φ/U, où U=3 volts).

TEST 5: Vérification expérimentale de la réponse fréquentielle fournie par le modèle 1.

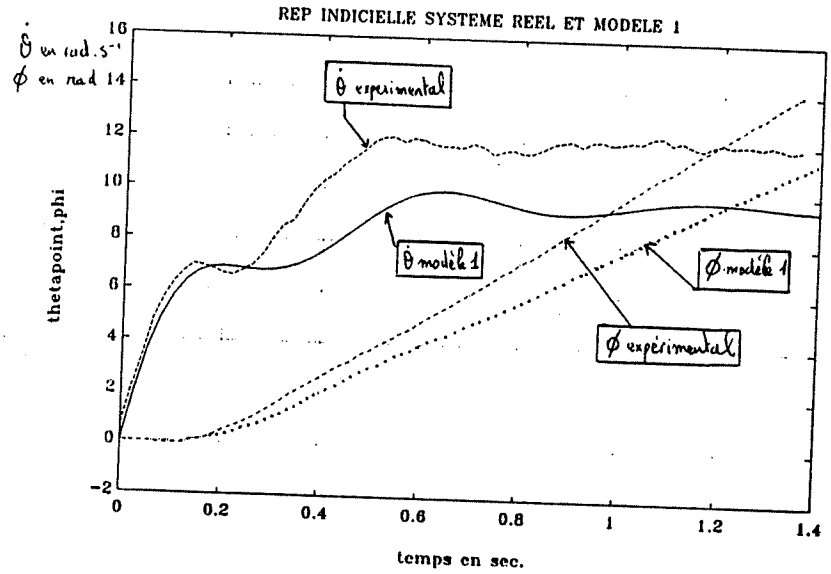
Modalités: On trace expérimentalement la réponse du système à une excitation sinusoïdale (valeur du gain $\dot{\theta}_{max}/U_{max}$ pour une excitation sinusoïdale $U = U_{max} \sin(2\pi f.t)$,f variant de 0.1 à 8 Hz, U_{max} valant 1 V). Puis on simule la réponse du modèle 1 pour les mêmes entrées.

Résultats: La figure **4.b** donne la réponse fréquentielle simulée du modèle 1, comparée à la réponse expérimentale du système réel.

Conclusions: On voit sur les courbes de la figure 4 que ce modèle n'est pas satisfaisant. En particulier la valeur de la vitesse limite $\dot{\theta}/U$ (9.6 rad/s) est nettement inférieure à la valeur réelle de 12 rad/s.

Ce modèle ne convient pas car on a déterminé les paramètres des éléments du système en les étudiant séparément les uns des autres. Or, une fois le système assemblé, les différents éléments interagissent les uns sur les autres ce qui a pour effet de modifier les paramètres.

(a)



(b)

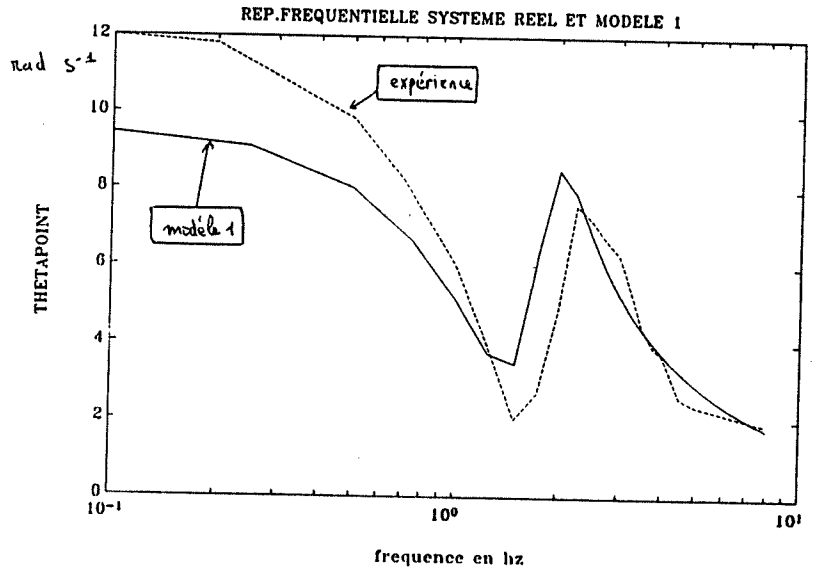


Figure 4: Réponse simulée modèle 1
(a). réponse indicielle
(b).réponse fréquentielle

II. Identification à partir du comportement du système global

Dans cette partie nous allons identifier les paramètres des fonctions de transfert F_1 et F_2 à partir des réponses expérimentales obtenues pour Φ et $\dot{\theta}$. Les valeurs de F_1 et F_2 ainsi obtenues représenteront le modèle 2 du système asservi.

2.1 Réponse de Φ

Rappelons que la fonction de transfert de Φ/U a la forme suivante:

$$F_2 = \frac{G}{s(s + c)(s^2 + as + b)}$$

La modélisation de Φ par l'intermédiaire de la fonction de transfert F_2 permet d'exprimer certaines caractéristiques de la réponse de Φ à un échelon d'amplitude U_0 en fonction des paramètres a, b, c et G. Les calculs permettant d'obtenir ces caractéristiques sont détaillés en annexe 3. On effectue les deux tests suivants pour identifier a, b, c et G:

TEST 6: Réponse indicielle de Φ en boucle ouverte.

Modalités: Comme au test 4, on trace la réponse du système à un échelon appliqué au moteur. Ici les caractéristiques qui nous intéressent sont la pente limite de Φ par rapport au temps (soit P) et la différence stationnaire Q entre la droite d'équation Pt et la courbe de réponse de Φ.

On montre (voir en annexe 3 les calculs) que la réponse de Φ à un échelon U_0 d'entrée tend vers une rampe de pente:

$$P = U_0 \, G \, / \, (b \, c) \qquad (1)$$

L'erreur stationnaire entre la droite d'équation Pt et la courbe de réponse de Φ vaut:

$$Q = U_0 \, G \, (a \, c + b) \, / \, (b^2 \, c^2) \qquad (2)$$

Résultats: On trouve expérimentalement que:

$P = 12$ rad/s et $Q = 2.3$ rad.

TEST 7: Réponse indicielle de Φ en boucle fermée.

Modalités: Cette fois on boucle notre système (la valeur de Φ lue par un capteur de position est renvoyée en contre-réaction). On utilise un simple correcteur proportionnel de gain K_{aux}. Le critère de Routh appliqué au dénominateur de la fonction de

transfert en boucle fermée permet de déterminer la valeur de K_{aux} pour laquelle le système devient instable:

$$K_{lim} = a\ b\ c\ (ac + b + c^2)\ /\ (G\ (a+c)^2) \qquad (3)$$

Pour cette valeur limite du gain la pulsation des oscillations du système vaut:

$$\Omega_{lim}^2 = b\ c\ /\ (a + c) \qquad (4)$$

<u>Résultats:</u> On trouve expérimentalement que:

$K_{lim} = 0.81$ et $\Omega_{lim} = 8.9$ rad/s.

<u>Conclusions:</u> Grâce aux réponses obtenues en boucle ouverte et en boucle fermée, on a les quatre relations suivantes à vérifier pour que l'identification de Φ soit bonne:

$$\left|\begin{array}{l} P = G\ /\ (bc) = 12 \text{ rad/s} \\ Q = (ac + b)\ G\ /\ (b^2 c^2) = 2.3 \text{ rad} \\ K_{lim} = abc\ (ac + b + c^2)\ /\ (G\ (a + c)^2) = 0.81 \\ \Omega_{lim}^2 = bc\ /\ (a + c) = 79.2 \text{ rad}^2/\text{s}^2 \end{array}\right.$$

Les relations (1) à (4) des deux tests précédents mènent au système:

$$\left|\begin{array}{l} c^3\ (Q/\Omega_{lim}^2 - K_{lim}.P^2/\Omega_{lim}^4) - c^2\ P/\Omega_{lim}^2 + c\ Q - P = 0 \\ b = \dfrac{P\ c^2}{(c^2/\Omega_{lim}^2 + 1)P - cQ} \\ a = c\ (b/\Omega_{lim}^2 - 1) \\ G = P\ b\ c \end{array}\right.$$

Le module AUB.M, réalisé sur Matlab (voir en annexe 4) permet de trouver a, b, c, G à partir des valeurs de P, Q, K_{lim}, Ω_{lim}.

On trouve:

a=7.6 ; b=168 ; c=6.8 ; G=13785.

D'où la fonction de transfert:

$$F_2 = \frac{13785}{s(s + 6.8)(s^2 + 7.6\ s + 168)}$$

2.2 Validité du modèle 2 pour la réponse de Φ

Nous allons vérifier partiellement la validité de ce modèle. Pour cela nous effectuons le test suivant:

TEST 8: Vérification expérimentale de la réponse indicielle de Φ fournie par le modèle 2.

Modalités: On trace expérimentalement la réponse de Φ à l'échelon. Puis on simule la réponse du modèle pour la même entrée.

Résultats: On trouve à la figure **5.a** la réponse indicielle simulée de Φ par le modèle 2, comparée à la réponse expérimentale du système réel. On voit que l'identification de Φ est très satisfaisante.

Les pôles du système suivant ce modèle se trouvent en $-3.8 \pm 12.4i$ et -6.8. Les valeurs trouvées pour a et b permettent de calculer la pulsation de résonance du système en boucle ouverte; $\Omega_{res} = \sqrt{b}\,(1 - 2\,(a / (2\sqrt{b})))^{1/2}$, soit, pour ce modèle, $\Omega_{res} = 11.7$ rad/s, d'où une période de résonance de 0.53 s.

2.3 Réponse de $\dot{\theta}$

Rappelons que la fonction de transfert de $\dot{\theta}/U$ est de la forme:

$$F_1 = \frac{G\,(s^2\ r_1 + s\ r_2 + 1)}{(s + c)(s^2 + a\ s + b)}$$

Pour identifier les coefficients r_1 et r_2 du numérateur de la fonction de transfert F_1, on réalise le test suivant:

TEST 9: Recherche des paramètres de la fonction de transfert F_1

Modalités: On utilise la réponse indicielle de $\dot{\theta}$ réalisée expérimentalement (test 4), qu'on mémorise sous forme de courbe à l'aide de Matlab. Puis on simule, à l'aide du module RESO.M (voir en annexe 4 la présentation de ce module), la réponse indicielle de $\dot{\theta}$ obtenue à partir de la fonction de transfert F_1, en faisant varier la valeur des paramètres r_1 et r_2. Ainsi on détermine les coefficients r_1 et r_2 optimaux, pour lesquels la réponse indicielle simulée de la fonction de transfert F_1 est la plus proche possible de la réponse expérimentale.

Résultats: On trouve que les coefficients optimaux sont 1/95 et 1.3/95 d'où la fonction de transfert :

$$F_1 = \frac{\dot{\theta}}{U} = \frac{13785\ (s^2/95 + s\ 1.3/95 + 1)}{(s + 6.8)(s^2 + 7.6\ s + 168)}$$

2.4 Validité du modèle 2

La figure 5 donne les réponses indicielle et fréquentielle simulées du modèle 2, comparées aux réponses du système réel. On voit que l'identification de $\dot{\theta}$ est très satisfaisante.

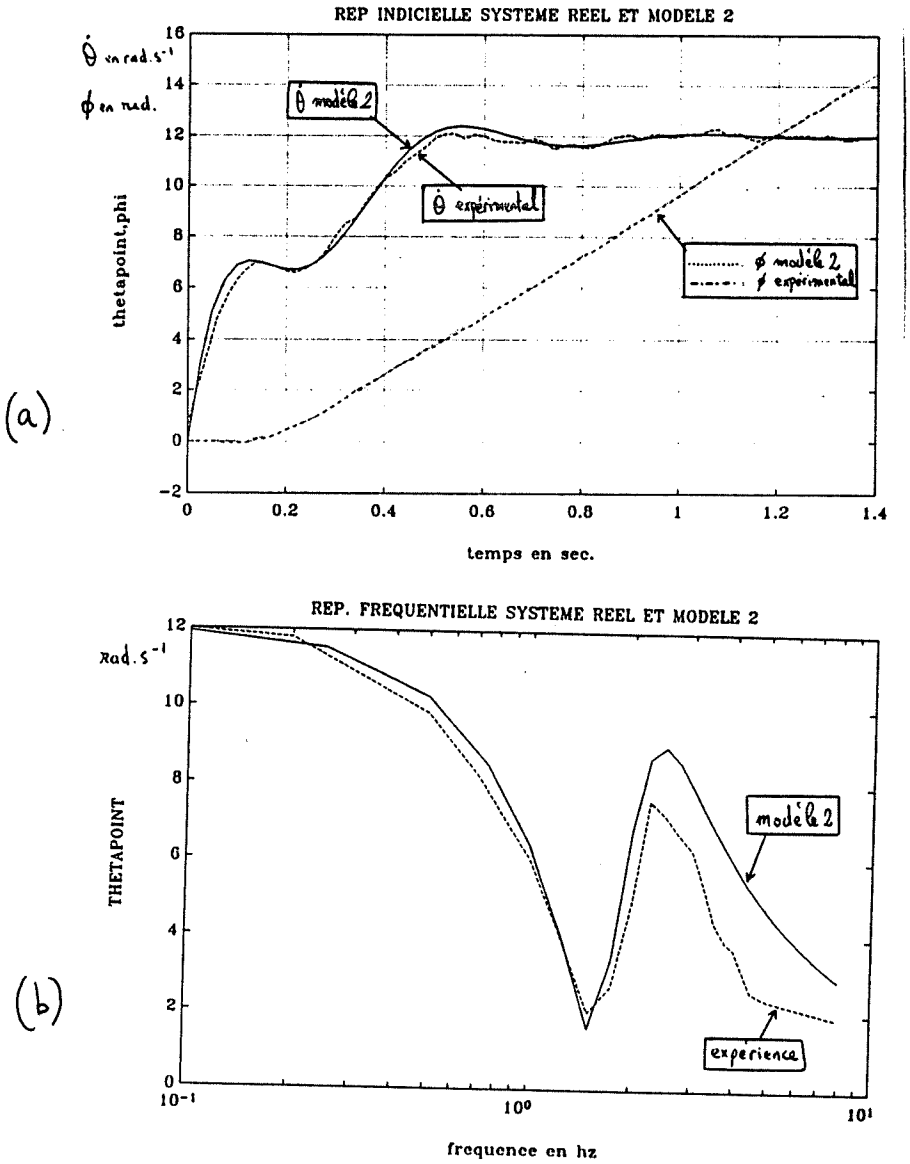


Figure 5: Réponse simulée modèle 2
(a). réponse indicielle
(b). réponse fréquentielle

III. Passage à l'espace d'etat

On préfère généralement la représentation dans l'espace d'état car sa forme (matricielle) est simple et se prête bien à la simulation sur Matlab, de plus elle est nécessaire si l'on veut effectuer une correction par retour d'état. On va donc essayer de trouver le modèle dans l'espace d'état correspondant à nos fonctions de transfert F_1 et F_2.

3.1 Recherche du modèle

On a vu que la modélisation imposait la forme des matrices A et B:

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_R/I_1 & -1/t_1 & K_R/I_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ K_R/I_2 & 0 & -K_R/I_2 & -1/t_2 \end{bmatrix} ; \quad B=\begin{bmatrix} 0 \\ K_m/t_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

mais que les valeurs des paramètres qu'on avait utilisés au paragraphe I conduisaient à un modèle insatisfaisant. On va donc chercher deux matrices A et B sous la forme suivante:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k & -l & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ m & 0 & -m & -n \end{bmatrix} \quad \text{et } B = \begin{bmatrix} 0 \\ p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \text{ avec } C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

telles que les fonctions de transfert associées à cette représentation d'état soient les plus proches possibles de F_1 et F_2.

L'équation

$$\dot{\underline{X}} = A\,\underline{X} + B\,U$$
$$Y = C\,\underline{X}$$

mène aux fonctions de transfert:

$$\frac{\Phi}{U} = \frac{m\,p}{s(s^3 + (l+n)\,s^2 + (k+m+ln)\,s + (kn+lm))}$$

$$\frac{\dot{\theta}}{U} = \frac{m\,p\,(s^2/m + s\,n/m + 1)}{s^3 + (l+n)\,s^2 + (k+m+ln)\,s + (kn+lm)}$$

On identifie avec F_1 et F_2:

$$\frac{\Phi}{U} = \frac{13785}{s(s^3 + 14.5\ s^2 + 220\ s + 1150)}$$

$$\frac{\dot{\theta}}{U} = \frac{13785\ (s^2/95 + s\ 1.3/95 + 1)}{s^3 + 14.5\ s^2 + 220\ s + 1150}$$

Et on obtient les équations:

$$\begin{aligned} mp &= 13785 \\ m &= 95 \\ n &= 1.3 \\ l+n &= 14.5 \\ k+m+ln &= 220 \\ kn+lm &= 1150 \end{aligned}$$

On a six relations à vérifier par cinq paramètres. Une première étude montre que les six relations ne peuvent pas être vérifiées en même temps. On est donc amené à chercher une solution approchée: la méthode utilisée (moindres carrés récursifs) est présentée en annexe 5.

On aboutit à la solution suivante:

$$\left|\begin{array}{l} k= 103.6 \\ l= 10.25 \\ m= 99 \\ n= 1.33 \\ p= 139 \end{array}\right. \quad \text{soit } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -103.6 & -10.25 & 103.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 99 & 0 & -99 & -1.33 \end{bmatrix} \quad \text{et } B = \begin{bmatrix} 0 \\ 139 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

On trouve par ce modèle les pôles du système en $-2.6 \pm 13.3i$ et -6.3; on trouve $a = 5.28$ et $b = 183$, ce qui permet de trouver la période de résonance du système en boucle ouverte: $t_{res} = 0.48s$.

3.2 Validité du modèle 3

Pour juger de la validité de ce modèle (que dans toute la suite on notera "modèle 3"), on réalise les trois tests suivants:

TEST 10: Vérification expérimentale de la réponse indicielle fournie par le modèle 3.

Modalités: On trace expérimentalement la réponse du système à l'échelon. Puis on simule la réponse du modèle 3 pour la même entrée.

Résultats: La figure **6.a** donne la réponse indicielle simulée du modèle 1, comparée à la réponse expérimentale du système réel ainsi qu'à la réponse simulée obtenue avec le modèle 2.

TEST 11: Vérification expérimentale de la réponse fréquentielle fournie par le modèle 3.

Modalités: On trace expérimentalement la réponse du système à une excitation sinusoîdale (gain $\dot{\theta}/U$, pour différentes fréquences). Puis on simule la réponse du modèle 3 pour les mêmes entrées.

Résultats: La figure **6.b** donne la réponse fréquentielle simulée du modèle 3, comparée à la réponse expérimentale du système réel, ainsi qu'à la réponse simulée obtenue avec le modèle 2.

Conclusions: On voit sur les courbes de la figure 6 que ce modèle a des caractéristiques moins bonnes que celles du modèle 2, mais acceptables. Par exemple la pente limite P pour le modèle 3 vaut 11.97 rad/s et l'erreur Q vaut 2.25 rad, ce qui est quasiment égal aux valeurs obtenues expérimentalement.

TEST 12: Réponse du modèle 3 en boucle fermée.

Modalités: A l'aide de Matlab, on simule la réponse du modèle 3 en boucle fermée, et l'on détermine le gain limite d'instabilité ainsi que la pulsation des oscillations du système pour ce gain.

Résultats: On trouve que $K_{lim} = 0.84$ et $\Omega_{lim} = 9.98$ rad/s.
Si l'on fait la même étude avec le modèle 1 (l'autre modèle utilisant la variable d'état dont nous disposions), on trouve:
$K_{lim} = 0.89$ et $\Omega_{lim} = 9.2$ rad/s.
Rappelons que les valeurs expérimentales étaient:
$K_{lim} = 0.81$ et $\Omega_{lim} = 8.9$ rad/s.

Conclusions: Pour ce qui est des caractéristiques en boucle fermée, le modèle 3 est nettement inférieur au modèle 2 (qui, du fait même de la façon dont on l'a construit, donne les mêmes résultats que l'expérience), et à peine supérieur au modèle 1. Par contre sa supériorité sur le modèle 1 provient de la qualité des résultats obtenus en boucle ouverte (comparer les résultats des tests 11 et 12 avec ceux des tests 4 et 5).

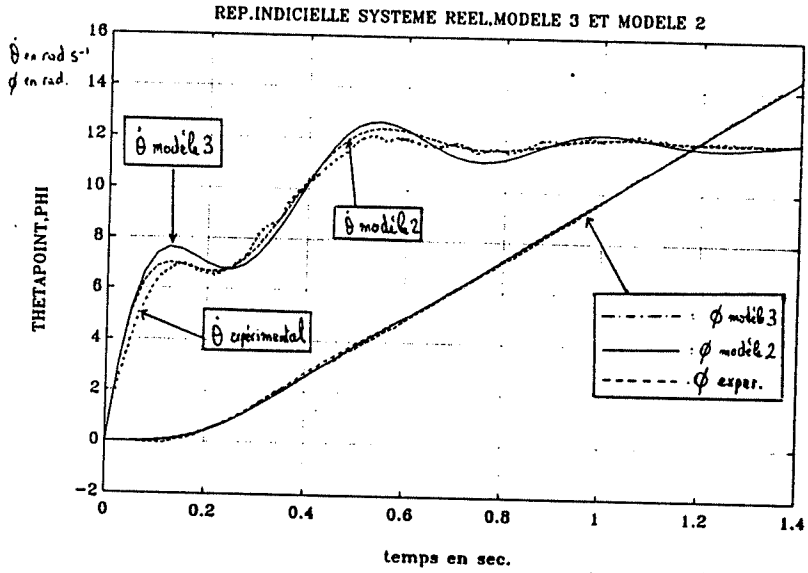


Figure **6.a**: Réponse indicielle simulée de θ et Φ,modèle 3

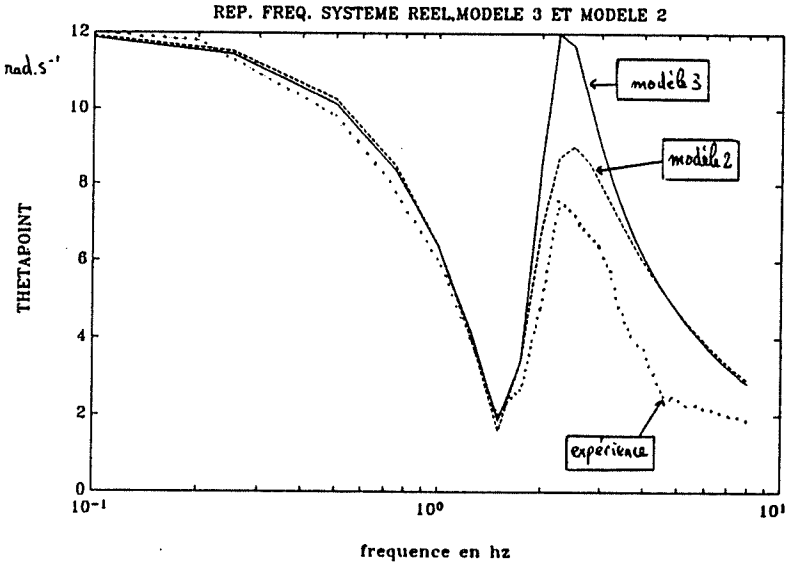


Figure **6.b**: Réponse fréquentielle simulée de θ,modèle 3

IV. Conclusion

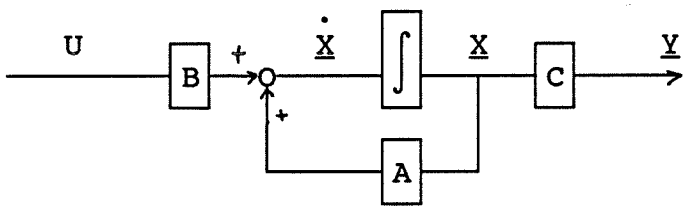
Les résultats des tests effectués suggèrent que le modèle d'état du modèle asservi soit décrit par les relations suivantes:

$$\dot{\underline{X}} = A\,\underline{X} + B\,U$$
$$Y = C\,\underline{X}$$

avec:

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} \theta & \dot{\theta} & \Phi & \dot{\Phi} \end{bmatrix} \; ; \quad \underline{Y} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} & \Phi \end{bmatrix} \; ;$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -103.6 & -10.25 & 103.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 99 & 0 & -99 & -1.33 \end{bmatrix} \; ; \; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 139 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \; ; \; C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



En ce qui concerne les fonctions de transfert, les valeurs suggérées sont les suivantes:

$$F_2 = \frac{\Phi}{U} = \frac{13785}{s(s^3 + 14.5\,s^2 + 220\,s + 1150)}$$

$$F_1 = \frac{\dot{\theta}}{U} = \frac{13785\,(s^2/95 + s\,1.3/95 + 1)}{s^3 + 14.5\,s^2 + 220\,s + 1150}$$

CHAPITRE 3: CORRECTION PID

Sommaire

On étudie le contrôle du système asservi par l'intermédiaire d'un compensateur PID. Les gains de ce compensateur sont déterminés en utilisant la technique du positionnement des pôles [2] sur le modèle obtenu en négligeant l'élasticité de la transmission. La valeur optimale de ces gains est déterminée en choisissant entre diverses positions des pôles celle qui conduit à la meilleure réponse.

Le comportement de ce compensateur est évalué sur la base de tests effectués par voie de simulation et d'expériences sur banc d'essai. Les tests ont d'abord utilisé le système en l'absence du lien élastique, ensuite en sa présence. Ceci nous a permis de mettre en évidence le rôle que joue le lien élastique, et, plus généralement, d'illustrer les limitations des correcteurs PID.

I. Conception du PID pour le système sans élasticité.

Nous allons, dans cette partie, effectuer le design du PID pour le système supposé avoir un lien de transmission rigide, c'est à dire qu'on fait l'hypothèse que K_R est infiniment grand. Dans la pratique, cela revient à ignorer l'élasticité du système qu'on souhaite corriger afin que les calculs des différents gains du PID ne soient pas trop compliqués (quitte, ensuite, à modifier ces gains lors du passage à l'expérimentation du correcteur sur le système réel).

1.1 Etude théorique

On calcule les gains du PID pour le système de la figure **1**, dont la fonction de transfert est:

$$\frac{\Phi}{U} = \frac{K_m}{s\,(s\,t_1 + 1)}$$

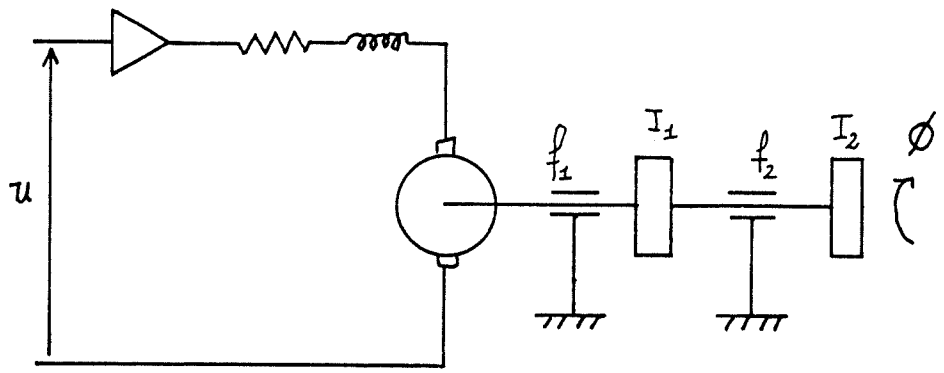


Figure **1**: Schéma du système sans élasticité pris en compte pour le calcul du PID

Il faut identifier les nouvelles valeurs de K_m et t_1 pour ce système. On refait donc les tests 1 et 2 du chapitre 2 avec cette fois le système représenté à la figure **1**. On trouve que le gain statique K_m du moteur vaut toujours 12 rad/s/V, par contre la nouvelle constante de temps du moteur avec 2 volants en sortie vaut t_1 = 0.24 s.

Le système corrigé est représenté à la figure **2** sous forme de schéma bloc.

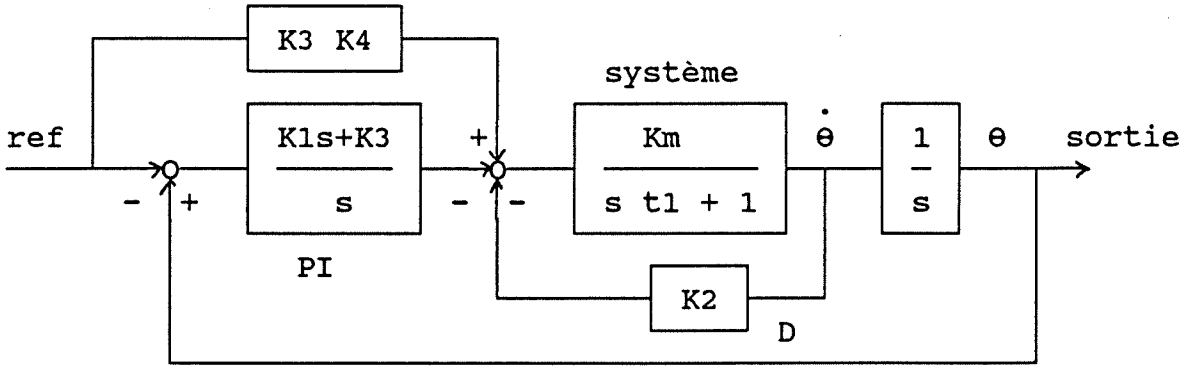


Figure **2**:schéma bloc du système corrigé.

K_1 est la composante proportionnelle (sa présence indique que le système a été bouclé et peut, sous certaines conditions, fonctionner en étant stable). K_2, composante dérivée, assure un comportement en régime transitoire convenable. K_3, composante intégrale, permet d'avoir une bonne précision en régime permanent. Enfin, K_4, composante anticipatrice, permet d'éliminer la détérioration du régime transitoire dûe à K_3.

Pour fixer le comportement de notre contrôleur, il nous faut choisir les pôles du système bouclé (technique de positionnement des pôles). La fonction de transfert en boucle fermée est:

$$\frac{\Phi}{Ref} = K_m \frac{s\ (K_1 + K_3\ K_4) + K_3}{s^3\ t_1 + s^2\ (1 + K_m\ K_2) + s\ K_m\ K_1 + K_m\ K_3}$$

On trouve deux pôles complexes conjugués (p_1 et p_2) et un pôle réel p_3. On choisit généralement le zéro z égal à p_3 afin de cacher ce pôle: Le système aura ainsi le comportement d'un système du 2e ordre. Les pôles sont choisis de manière à vérifier des spécifications bien précises sur des critères comme le temps de réponse à 5 % (tr5%), le dépassement (d), la précision ou encore la valeur maximale de la commande. On détermine ensuite les gains grâce aux relations suivantes:

$$K_1 = (p_1\ p_2 + p_1\ p_3 + p_2\ p_3)\ t_1\ /\ K_m$$

$$K_2 = (-(p_1 + p_2 + p_3)\ t_1 - 1)\ /\ K_m$$

$$K_3 = (p_1\ p_2\ p_3)\ t_1\ /\ K_m$$

$$K_4 = (-K_3\ -K_1\ z)\ /\ (K_3\ z)$$

1.2 Etude simulée et expérimentale

Nous allons considérer quatre spécifications différentes pour la correction de notre système sans lien élastique, en faisant varier le temps de réponse désiré pour le système corrigé. On appelera constante de temps du système bouclé, le temps mis par le système pour atteindre 63.8 % de la référence.

TEST 1: Correction PID du système sans élasticité.

Modalités: Les quatre spécifictions désirées sont les suivantes:
* spécification 1: On veut que la constante de temps soit de 0.14 s, que le dépassement soit de l'ordre de 10 %, et que le temps de réponse à 5% soit d'environ 0.4 s.
* spécification 2: dépass^t= 10% , tr(5%)= 0.7 s.
* spécification 3: dépass^t= 5 % , tr(5%)= 0.7 s.
* spécification 4: dépass^t= 10% , tr(5%)= 1.5 s.

Chaque spécification aboutit à un certain choix pour le placement des pôles, qui permet de calculer la valeur des gains à utiliser. On réalise alors une simulation par Matlab de la correction du système (modélisé par le modèle 3) afin de voir si les spécifications sont remplies. Enfin on effectue la correction expérimentale du système (à l'aide du logiciel ASSERPOS).

Résultats: Les résultats de la simulation et de l'expérience se trouvent synthétisés dans le tableau 1.

Dans le cas de la spécification 4, l'écart important entre le temps de réponse théorique et le temps de réponse expérimental est dû aux frottements dans le système réel: celui-ci a moins de dépassement que le modèle théorique, d'où un temps de réponse à 5% plus petit (en effet on le mesure quand la courbe passe au dessus de (ref-5%), et non pas, comme dans le cas de la réponse simulée, quand la courbe repasse au dessous de (ref+5%),ce qui prend plus de temps).

La figure 3 donne la réponse expérimentale du système pour les quatre familles de gains que nous venons de définir.

Conclusion: On voit donc que la correction par PID de l'asservissement de position angulaire **sans** lien élastique permet une grande liberté de choix dans les gains, et donc d'obtenir des temps de réponse assez satisfaisants (en pratique la spécification 1 est la plus rapide que l'on puisse obtenir avec la condition de limitation de la commande entre -5 et +5 V).

	spécif 1	spécif 2	spécif 3	spécif 4
tr(5%) désiré	0.4 s	0.7 s	0.7 s	1.5 s
dép. désiré	# 10 %	# 10 %	# 5 %	# 10 %
pôles choisis	-6±10.5i -2	-4.2±5.7i -2	-3.5±3.5i -1.7	-1.9±2.2i -1
gain K1 obtenu " K2 " " K3 " " K4 "	3.3 0.19 5.5 -0.11	1.3 0.12 1.9 -0.18	0.71 0.09 0.81 -0.29	0.25 0.015 0.19 -0.36
cste tps théor.	0.14 s	0.24 s	0.37 s	1.56 s
tr(5%) théorique	0.42 s	0.71 s	0.67 s	1.95 s
dép. théorique	12 %	8.5 %	4 %	11 %
cste tps réelle	0.18 s	0.26 s	0.36 s	0.62 s
tr(5%) réel	0.43 s	0.74 s	0.63 s	1.05 s
dép. réel	16 %	5.5 %	1.1 %	0.5 %

Tableau 1: Correction PID
spécifications retenues et résultats obtenus

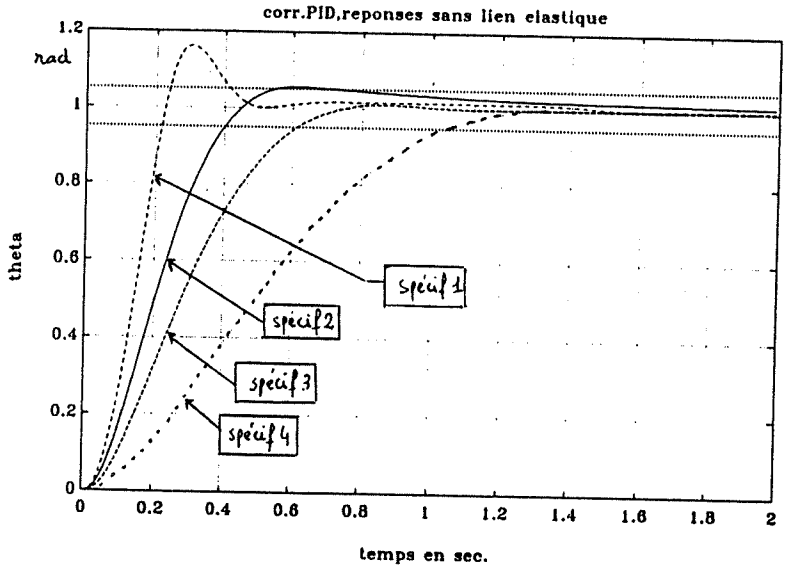


Figure 3: Réponse expérimentale correction PID, système sans lien élastique

II. Application au système avec lien élastique.

On rajoute maintenant au système précédent le lien élastique entre les deux volants d'inertie, et on va voir si les différents PID calculés au paragraphe précédent fonctionnent sur notre nouveau système.

TEST 2: correction PID du système avec lien élastique.

Modalités: On utilise les mêmes gains que ci-dessus mais cette fois appliqués au système avec élasticité. On trace les réponses obtenues avec ASSERPOS.

Résultats: La figure 4 donne la réponse expérimentale de Φ obtenue avec les gains correspondant aux spécifications 2, 3 et 4. On peut voir qu'il y a instabilité pour les gains de la spécification 2, donc à fortiori pour les gains de la spécification 1.

Dans le cas de la spécification 4, on voit que le système est stable, grâce à la faiblesse des gains choisis. On a cette fois un dépassement de 1.3 % (contre 0.5% tout à l'heure) et tr(5%)=0.95s, contre 1.05s sans le lien élastique. Ce gain de temps est dû à la présence du lien élastique: celui-ci induit un retard dans la rotation de Φ par rapport à celle de Θ au démarrage de la commande, mais Φ "rattrape" et "dépasse" Θ une

fois que le lien élastique se détord, d'où un dépassement un peu plus important pour Φ. Ce phénomène est illustré à la figure **5.a**, où l'on compare les réponses obtenues pour les gains de la spécification 4, avec et sans le lien élastique.

Dans le cas de la spécification 3, les gains étant plus importants, le système présente un dépassement de 8.9 % (contre 1.1% sans le lien élastique) et des oscillations (le temps de réponse à 5% vaut 1 s contre 0.63 s sans lien élastique). La figure **5.b** compare les réponses obtenues pour les gains de la spécification 3, avec et sans le lien élastique.

<u>Conclusion:</u> Dans le cas où le système a un lien de transmission élastique, la seule réponse ayant une forme acceptable est celle correspondant aux gains de la spécification 4.

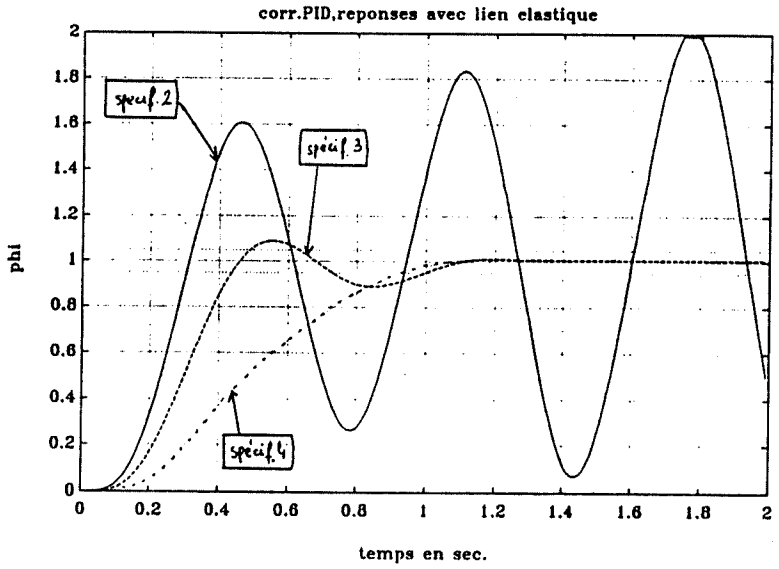


Figure **4**: Réponse expérimentale correction PID, système avec lien élastique

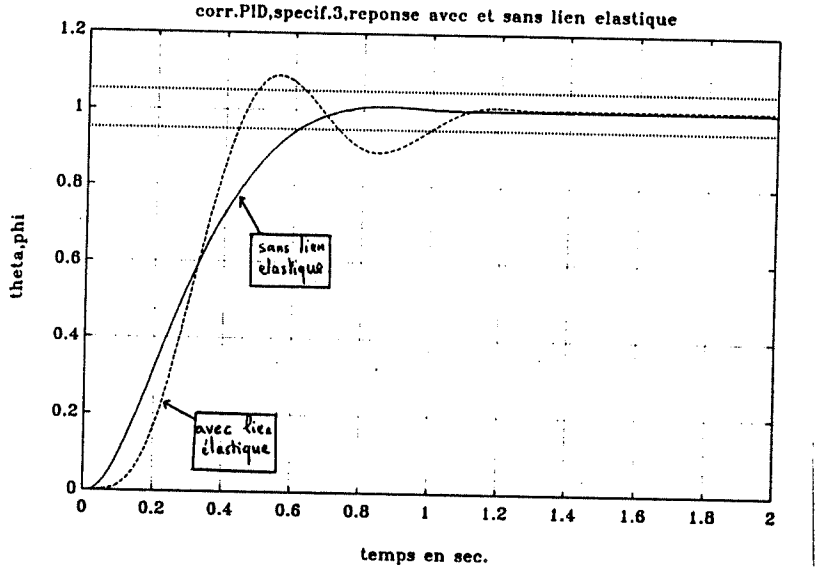


Figure **5.a**: Comparaison des réponses avec et sans lien élastique, gains K_1=0.25, K_2=0.015, K_3=0.19, K_4=-0.36

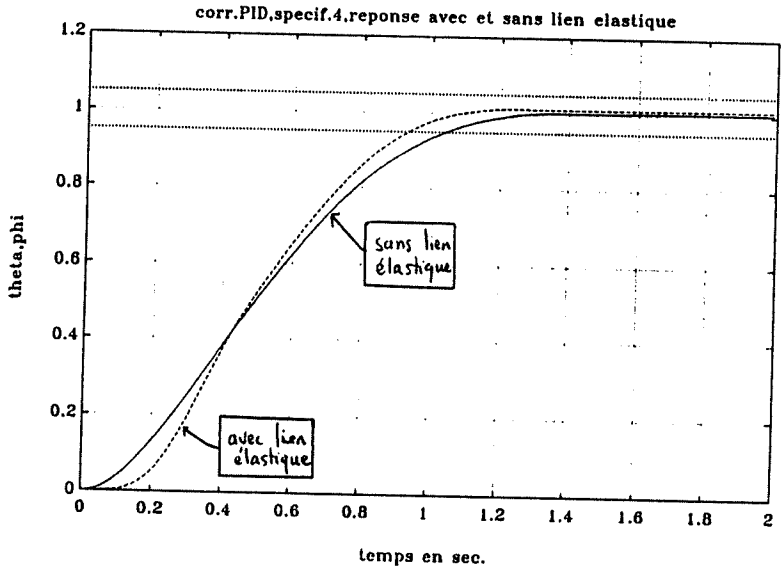


Figure **5.b**: Comparaison des réponses avec et sans lien élastique, gains K_1=0.71, K_2=0.09, K_3=0.81, K_4=-0.36

Il faut noter qu'il existe une source d'erreur dans la manière dont cette expérience a été faite: en effet le correcteur PID calcule la loi de commande à partir de la sortie lue par un capteur (ici, la position lue par un encodeur optique), la dérivée de ce signal (donc la vitesse de rotation), et son intégrale (calculée facilement par sommation des lectures successives). Le problème est que nous ne disposons pas d'un capteur de vitesse en sortie, donc la vitesse est mesurée sur l'arbre moteur grâce à la génératrice tachymétrique du moteur. Le PID ne calcule donc pas la commande à partir de Φ et $\dot{\Phi}$ mais à partir de Φ et $\dot{\theta}$, ce qui dégrade sans doute les performances de notre correcteur (nous verrons plus en détail ce problème au chapitre 4).

III. Conclusion

On a vu au chapitre 2 que la période de résonance en boucle ouverte de notre système avec lien élastique était de 0.53 s.

Le contrôle du système avec un PID est satisfaisant lorsque le temps de réponse requis est suffisamment grand par rapport à la période de l'oscillation de résonance qui caractérise le lien élastique (environ deux fois plus grand). Dans ce cas les gains du PID peuvent être calculés en utilisant la technique du positionnement des pôles sur le modèle obtenu en négligeant l'élasticité de la transmission.

Lorsque le temps de réponse requis est plus court, alors l'emploi d'un PID ne permet pas d'obtenir un comportement dynamique satisfaisant: un dépassement et des oscillations importantes caractérisent alors la réponse du système.

Le temps de réponse le plus court que nous avons été capable d'obtenir tout en gardant un niveau de dépassement et d'oscillations acceptables a été Tr(5%)=0.95 s, avec les gains:

$K_1 = 0.25$, $K_2 = 0.015$, $K_3 = 0.19$, $K_4 = -0.36$.

La correspondance entre comportement prévu et comportement réel associée à ces valeurs des gains est illustrée à la figure 5.

On en conclut donc que le correcteur PID peut servir à contrôler le système avec lien élastique, à condition d'avoir des exigences de performance dynamique relativement modestes par rapport au cas où l'élasticité est absente. Dans notre cas on peut obtenir au mieux un temps de réponse de 0.95 s, c'est à dire un système corrigé beaucoup moins rapide que ce que l'on aurait pu souhaiter si l'on ne tenait pas compte de l'élasticité (tr=0.4 s).

En pratique l'utilisation des correcteurs PID se heurte souvent à cette contrainte: on est obligé de réduire ses exigences

(ce qui se traduit par une diminution des gains), afin de ne pas risquer d'exciter les modes propres (dus à l'élasticité inévitable) du système à contrôler.

CHAPITRE 4: PRESENTATION ET ETUDE SIMULEE DE LA CORRECTION PID A CACHE

Sommaire

On étudie le contrôle du système utilisant un compensateur PID équipé d'un filtre cache. Les gains du PID sont calculés de la même manière qu'au chapitre précédent. Les coefficients du filtre à cache sont déterminés de façon à ce que le filtre neutralise les effets des pôles engendrés par la présence du lien élastique.

Le comportement de ce type de correction est évalué sur la base de tests de simulation. Une attention particulière est donnée à la sensibilité du système aux variations des paramètres (période d'échantillonnage, coefficients du filtre à cache, gains du PID), ainsi qu'à l'influence de la position du capteur de vitesse.

I. Principe de la méthode

Nous avons vu au chapitre 1 que la rotation Φ de sortie de notre système dépendait de la commande U appliquée au moteur selon la fonction de transfert F_2 :

$$F_2 = \frac{\Phi}{U} = \frac{G}{s\,(s + c)\,(s^2 + a\,s + b)} \qquad \text{avec } G = K_m\, b\, c$$

On va donc reprendre le schéma de correction de la figure **3.2** en insérant un cache entre la sortie du PID et l'entrée du moteur, le cache ayant comme fonction de transfert:

$$F_3 = \frac{U_c}{U_p} = \frac{p^2}{b} * \frac{s^2 + a\,s + b}{(s + p)^2}$$

Le cache doit avoir un dénominateur d'ordre au moins égal à 2 pour respecter le principe de causalité. On le choisit d'ordre 2 pour avoir un système bouclé d'ordre minimal. Le pôle double p du cache doit être choisi grand afin d'avoir une dynamique rapide.

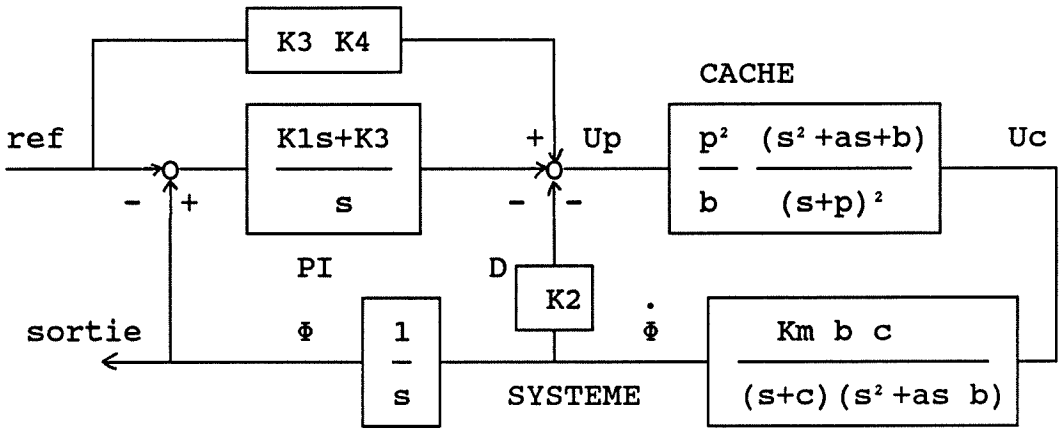


Figure 1: Schéma bloc de la correction PID+cache

Tout se passe comme si la commande U_p sortant du PID devait asservir un système de fonction de transfert $F_4 = F_2\ F_3$:

$$F_4 = \frac{\Phi}{U_p} = \frac{K_m}{s\ (s/c + 1)\ (s/p + 1)^2}$$

On a toujours un système du quatrième ordre mais cette fois on n'a que des pôles réels. Si l'on choisit p grand, la dynamique du cache sera plus rapide que celle du reste du système. Le pôle (-p) sera négligeable face aux pôles (-c) et 0 donc notre système se comportera comme un second ordre.

De plus choisir p grand augmente le domaine de stabilité de notre correcteur. Pour illustrer ce point, souvenons nous que lorsqu'on bouclait notre asservissement avec un simple correcteur proportionnel, le gain limite pour lequel le système devenait instable était $K_{lim} = 0.81$. Lorsqu'on rajoute le cache, on a cette fois le polynôme caractéristique du système bouclé qui vaut:

$$s^4 + (2\ p + c)\ s^3 + (2\ p\ c + p^2)\ s^2 + p^2\ c\ s + p^2\ c\ K_m\ K.$$

Le critère de Routh permet de déterminer la valeur du gain K limite:

$$K_{lim} = \frac{2\ p\ (p + c)^2}{(2\ p + c)^2\ K_m}$$

Le tableau 1 donne la valeur de K_{lim} pour différentes valeurs de p (on a pris pour K_m et c les valeurs identifiées au deuxième chapitre).

On constate qu'on gagne en stabilité à condition que p soit choisi supérieur à 15.

p	5	10	15	20	30	40
K(limite)	0.4	0.64	0.86	1.08	1.51	1.93

Tableau 1: Correction P + cache
valeur du gain limite en fonction de p

Néanmoins le choix de la valeur de p résulte d'un compromis. En effet p ne doit pas être trop grand car la constante de temps de la dynamique du cache, égale à 1/p, doit être plus grande que la période d'échantillonnage. On prendra par exemple $1/p > 3*T_{ech}$. On choisira donc p = 30 afin de vérifier les deux conditions vues plus haut. On aura ainsi 1/p = 33 ms ce qui permettra d'utiliser une période d'échantillonnage de 10 ms. De plus cette constante de temps est petite vis à vis de celles des autres éléments du système (135 ms pour le moteur et 330 ms pour le lien élastique).

II. Etude par voie de simulation

2.1 Introduction

La simulation de ce correcteur est réalisée sur Matlab. Le système physique est représenté par son modèle d'état (modèle 3 de l'identification, voir chapitre 2), pour lequel les deux paramètres intervenant dans le cache valent a = 5.28 et b = 183.

Les modules réalisant les simulations que nous allons voir maintenant sont PID34.M, PID23.M, CACH34VR.M, CACH23VR.M et CACH34FO.M. On trouvera en annexe 6 les listings de ces programmes et la philosophie de leur fonctionnement.

Afin de mieux juger de l'intérêt du cache, nous allons refaire une rapide étude du correcteur PID dans les mêmes conditions que celles sous lesquelles nous étudierons le correcteur PID+Cache tout à l'heure.

Puis nous simulerons le fonctionnement du correcteur PID+Cache. Nous commencerons par supposer le cache "parfait", C'est à dire que nous prendrons les paramètres a et b du cache égaux aux paramètres a et b du système. Ensuite on étudiera la sensibilité de ce correcteur à plusieurs facteurs: variation de la période d'échantillonnage, de la valeur du pôle, de la localisation du capteur de vitesse, et enfin variation des paramètres a et b.

2.2 Retour au correcteur PID

Au chapitre 3 la correction PID a été faite avec un capteur de vitesse placé en X_2. Nous allons simuler dans ce paragraphe la réponse du système corrigé par un PID simple, en faisant varier la localisation du capteur de vitesse.

TEST 1: Influence de la localisation du capteur de vitesse sur la qualité de la correction PID.

Modalités: On simule la réponse du système, modélisé par le modèle 3, en utilisant plusieurs jeux de gains, et en faisant varier la localisation du capteur de vitesse (soit en X_2, c'est à dire $\dot{\theta}$, soit en X_4, c'est à dire $\dot{\Phi}$). Les modules PID23.M et PID34.M réalisent cette simulation.

Les gains utilisés sont:

gains 1: $K_1 = 0.25$; $K_2 = 0.015$; $K_3 = 0.19$; $K_4 = -0.36$.
gains 2: $K_1 = 0.5$; $K_2 = 0.04$; $K_3 = 0.6$; $K_4 = -0.25$.
gains 3: $K_1 = 0.71$; $K_2 = 0.088$; $K_3 = 0.81$; $K_4 = -0.29$.

Résultats: On constate que le système corrigé reste stable avec des gains plus élevés dans le cas où la vitesse mesurée est X_2, c'est à dire $\dot{\theta}$, que dans le cas où la vitesse mesurée est X_4, c'est à dire $\dot{\Phi}$.

La figure **2** illustre ce phénomène. On a représenté la réponse simulée du système corrigé pour différentes valeurs des gains.

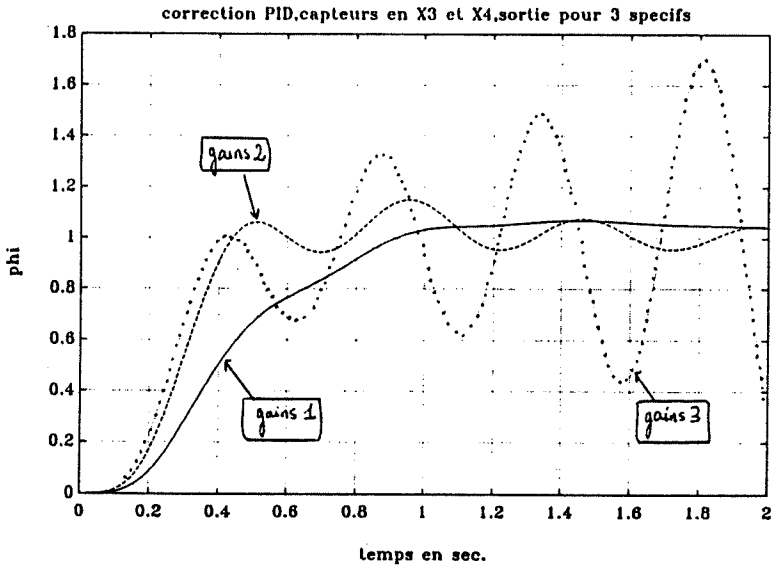
La figure **2.a** donne les réponses obtenues avec le capteur de vitesse en X_4. On peut constater que le troisième jeu de gains provoque une réponse instable.

La figure **2.b** donne les réponses obtenues avec le capteur de vitesse en X_2, pour les trois jeux de gains ci-dessus ainsi qu'un quatrième:

gains 4: $K_1 = 0.88$; $K_2 = 0.15$; $K_3 = 0.98$; $K_4 = -0.40$.

Conclusions: On voit que la réponse, si elle est loin d'être satisfaisante, a au moins le mérite de ne pas diverger. Ces essais vont nous servir de base pour apprécier l'interêt de rajouter un cache.

(a)



(b)

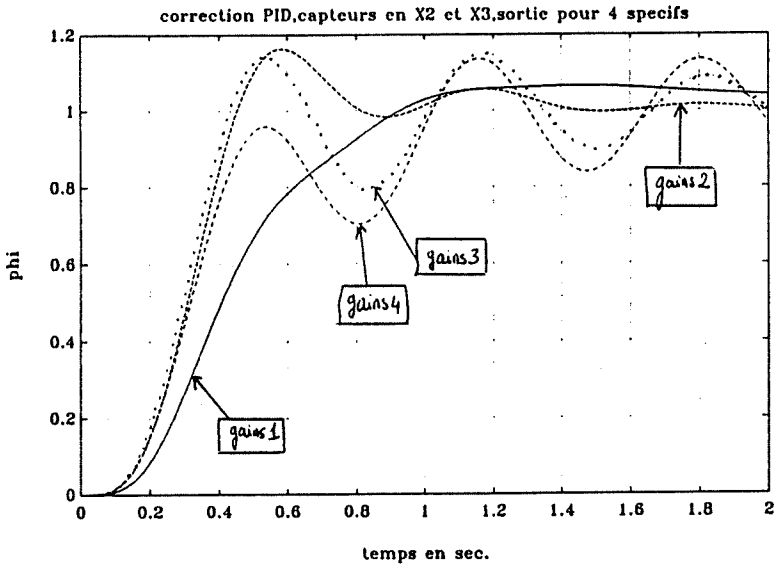


Figure 2: Réponse simulée correction PID
(a). capteur de vitesse en X_4
(b). capteur de vitesse en X_2

2.3 Le correcteur à cache "parfait"

On se place ici dans le cas idéal où l'identification des paramètres a et b est parfaite et où on dispose de l'accès à la vitesse angulaire de sortie (capteur en X_4). On calcule les gains du PID par la technique du positionnement des pôles vue au chapitre 3. On a été amené à choisir quatre jeux de gains, qu'on notera $(J_1)...(J_4)$, et qui sont détaillés au tableau 2:

(J1)	K1 = 0.71 ; K2 = 0.088 ; K3 = 0.81 ; K4 = -0.29
(J2)	K1 = 0.88 ; K2 = 0.15 ; K3 = 0.98 ; K4 = -0.40
(J3)	K1 = 1.19 ; K2 = 0.15 ; K3 = 1.60 ; K4 = -0.24
(J4)	K1 = 1.66 ; K2 = 0.18 ; K3 = 2.41 ; K4 = -0.19

Tableau 2: valeur des gains utilisés

(J_1) et (J_2) ont été utilisés ci-dessus dans le cas du correcteur PID sans cache. Les tests qui suivent permettent de donner une première idée de la qualité de la correction PID à cache dans le cas "idéal", et de sa sensibilité à certains paramètres.

TEST 2: Simulation du comportement dynamique du correcteur PID à cache (conditions idéales).

Modalités: On réalise la simulation de la correction PID+Cache pour les quatre jeux de gains. On a utilisé p = 30 et T_{ech} = 5 ms.

Résultats: Le tableau 3 donne les performances de la correction simulée à l'aide du module CACH34VR.M. On voit que les résultats obtenus pour (J_1) et (J_2) sont bons, mais que par contre ceux obtenus pour (J_3) et (J_4) sont loin d'être satisfaisants. Les courbes de réponses correspondantes sont tracées à la figure **4**.

Conclusion: Il semble qu'on puisse, en utilisant les gains (J_1), obtenir une réponse très satisfaisante (temps de réponse d'environ une demi-seconde). Rappelons que ces mêmes gains (J_1) provoquaient une réponse instable quand on les utilisait avec le correcteur PID sans cache (voir figure 2).

gains utilisés	(J1)	(J2)	(J3)	(J4)
tr(5%)	0.49 s	0.91 s	1.02 s	> 2 s
dépassement	2.2 %	0.5 %	6.2 %	16 %

Tableau 3: Résultats simulés correction PID + cache

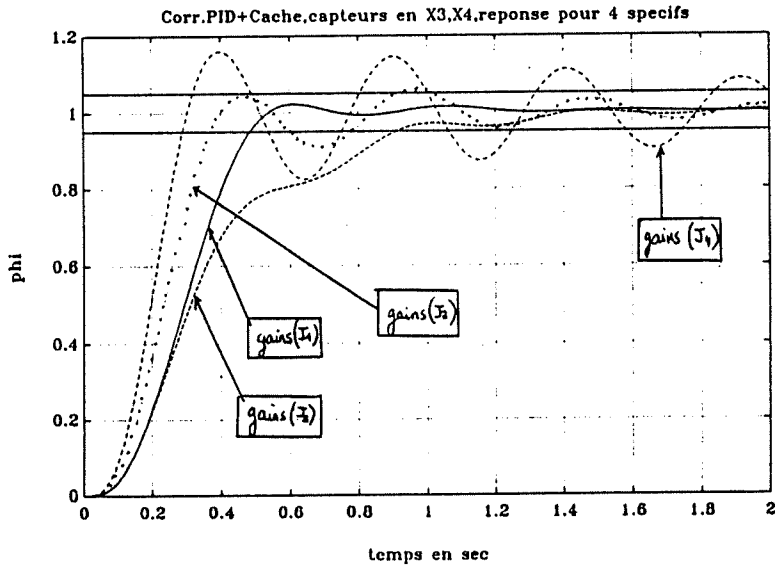


Figure 3: Réponse simulée correction PID+Cache, cas "idéal"

TEST 3: Influence de la valeur du pôle du cache.

Objectifs: Nous allons ici chercher à connaître l'influence de la localisation du pôle du cache sur la qualité de la correction.

Modalités: Nous avons vu que la valeur de p maximale qu'on pouvait choisir était fonction de la période d'échantillonnage. Par simulation MATLAB on peut utiliser n'importe quel temps d'échantillonnage, par contre lors de la réalisation sur ordinateur de tels correcteurs, on est limité par le temps de calcul de la commande. Nous supposerons ici qu'on peut utiliser p = 40 c'est à dire que la période d'échantillonnage est inférieure ou égale à 8 ms: on prend T_{ech} = 5 ms.

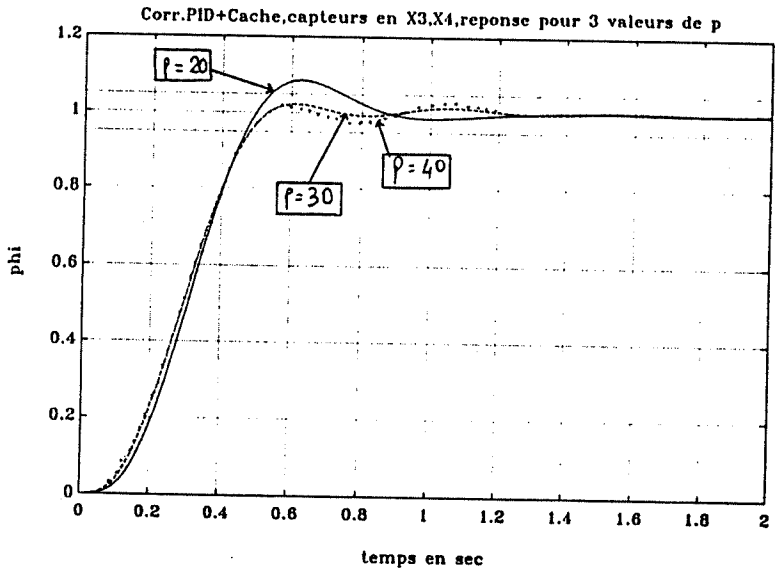
Résultats: Le tableau 4 donne les performances simulées de notre correcteur, pour les gains (J_1) et (J_3), en prenant pour p trois valeurs: 20, 30 et 40. Les courbes des réponses simulées sont représentées à la figure **4**.

Conclusions: On voit que le choix p = 20 est à proscrire car il donne des résultats nettement inférieurs à ceux obtenus avec p = 30. Quant au fait de prendre p = 40, il ne semble pas apporter d'amélioration par rapport à p = 30.

gains utilisés		(J1)	(J3)
p = 20	tr(5%)	0.75 s	1.1 s
	dépasst	8.5 %	13 %
p = 30	tr(5%)	0.49 s	1.02 s
	dépasst	2.2 %	6.2 %
p = 40	tr(5%)	0.48 s	1.6 s
	dépasst	2.6 %	8.8 %

Tableau 4: correction PID + cache
résultats simulés obtenus suivant la valeur de p

(a)



(b)

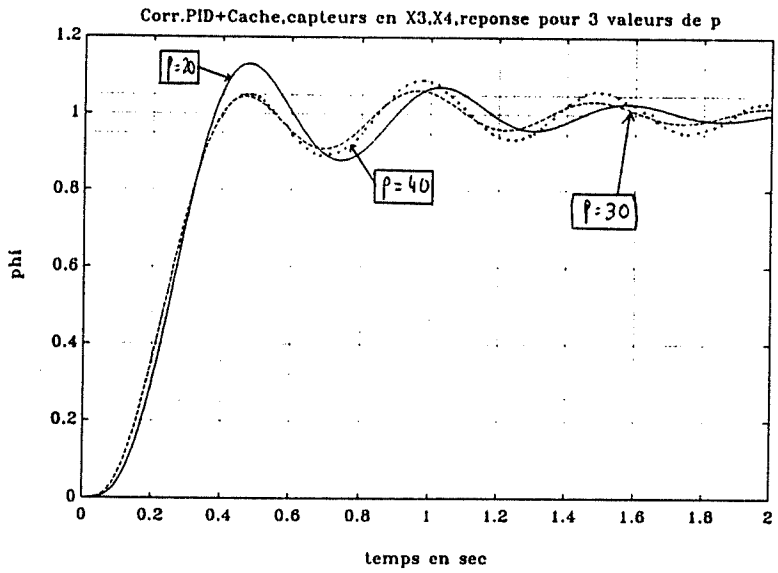


Figure 4: Correction PID+Cache, variation de p.
réponse simulée pour (a). gains (J_1)
(b). gains (J_2)

TEST 4: Influence de la valeur de la période d'échantillonnage.

Modalités: On sait que plus T_{ech} est choisi petit, plus notre système discrétisé aura un comportement proche du système continu théorique. Si T_{ech} n'est pas suffisamment petit, on risque de voir apparaître une instabilité non prévue par le système continu.

Ceci dit, en pratique les caractéristiques de l'ordinateur nous imposent une borne inférieure pour T_{ech}, qui peut aller de 0.4 ms pour les ordinateurs puissants jusqu'à 20 ms.

On va donc ici simuler la réponse de notre système corrigé, en prenant trois valeurs de période d'échantillonnage: T_{ech} = 5, 10 et 15 ms. On a pris p = 30.

Résultats: Les réponses simulées obtenues avec les gains (J_1) sont représentées à la figure **5**, tandis que les caractéristiques de ces réponses sont résumées au tableau 5. Il est évident qu'on aura tout intérêt à utiliser une période d'échantillonnage la plus petite possible.

On n'a pas représenté les réponses obtenues pour (J_3) ou (J_4) car ces gains donnent des réponses instables pour T_{ech} = 10 ou 15 ms.

Conclusions: On peut d'ores et déjà conclure que la correction avec cache donne, dans le cas idéal, de bons résultats à condition d'utiliser des gains "raisonnables", une faible période d'échantillonnage et un pôle p grand. Nous allons maintenant voir si cette méthode reste satisfaisante si les conditions idéales ne sont pas remplies.

période d'échant.	5 ms	10 ms	15 ms
tr(5%)	0.49 s	0.66 s	1.23 s
dépassement	2.2 %	7.5 %	14 %

Tableau 5: correction PID + cache,gains (J_1)
résultats simulés obtenus suivant la valeur de T_{ech}

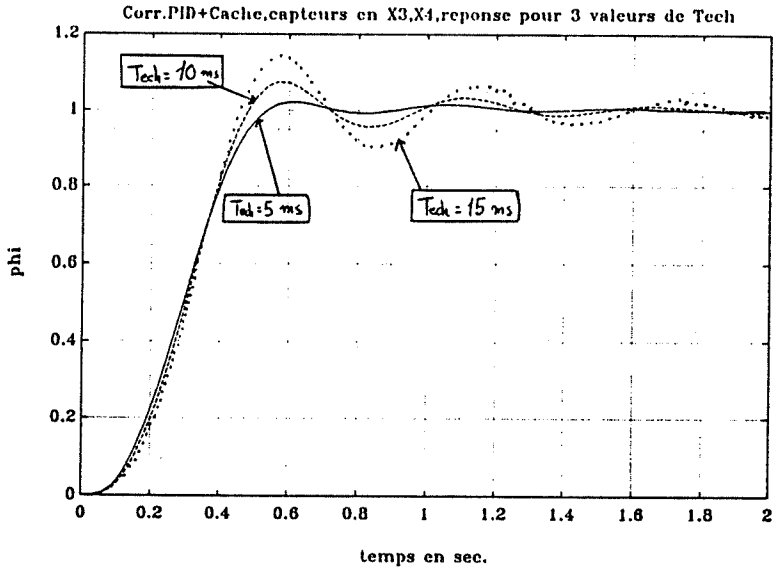


Figure 5: Correction PID+Cache,variation de Tech.
réponse simulée,gains (J_1)

2.4 Influence de la localisation du capteur de vitesse

On simule dans ce paragraphe la réponse du système lorsque le capteur de vitesse se trouve sur l'arbre moteur, donc mesure X_2 et non X_4.

TEST 5: Influence de la localisation du capteur de vitesse sur la correction PID à cache.

Modalités: On simule, à l'aide du module CACH23VR.M, le comportement du système corrigé lorsque le capteur de vitesse mesure $\dot{\theta}$ et non $\dot{\Phi}$. Les quatre jeux de gains utilisés correspondent encore une fois aux cas J_1, J_2, J_3 et J_4.
On a utilisé p = 30 et T_{ech} = 5 ms.

Résultats: Le tableau 6 donne les performances obtenues. On voit qu'elles sont largement inférieures à celles du test 2.
Contrairement au correcteur PID simple, le PID à cache voit ses performances largement diminuer lorsque le capteur de vitesse est en X_2.

La réponse obtenue avec (J_4) est instable. La figure **6** donne la réponse simulée du système pour les gains (J_1), (J_2) et (J_3). On voit que la seule réponse à peu près convenable est celle correspondant aux gains (J_2). On constate, en comparant avec la figure **3**, que cette réponse est la seule à ne pas avoir été beaucoup modifiée par le changement de place du capteur; en effet (J_2) sont les gains qui demandent au système corrigé la dynamique la moins importante, c'est donc dans ce cas qu'il y a le moins de différence entre θ et Φ.

La figure **7** permet de comparer les performances de la correction PID + cache et de la correction PID simple. On a représenté les réponses simulées du système pour les deux méthodes avec les mêmes gains (J_1). On voit que, même dans le cas non idéal où le capteur de vitesse n'est pas en X_4, la correction PID + cache reste supérieure à un simple PID.

gains utilisés	(J1)	(J2)	(J3)	(J4)
tr(5%)	1.56 s	1.14 s	> 2 s	
dépassement	22 %	4.1 %	31 %	

Tableau 6: correction PID + cache
résultats simulés obtenus avec capteur de vitesse en X2

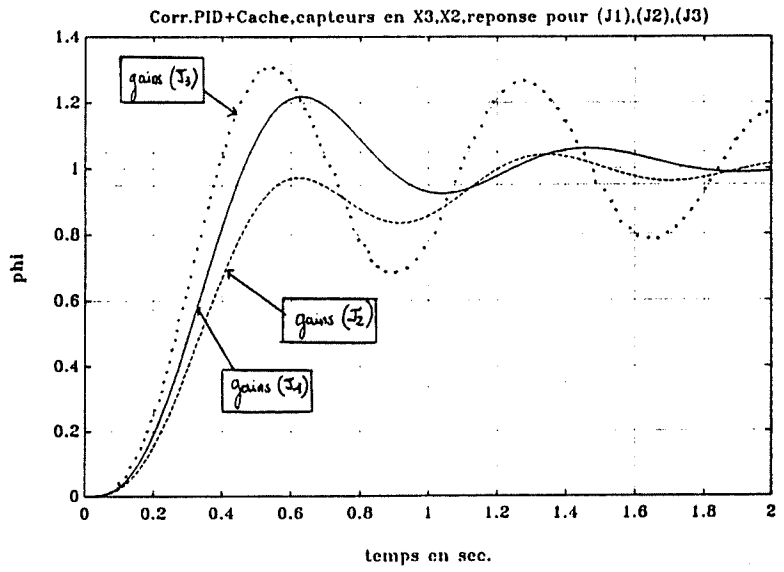


Figure **6**: Réponse simulée correction PID+Cache, capteur de vitesse en X_2

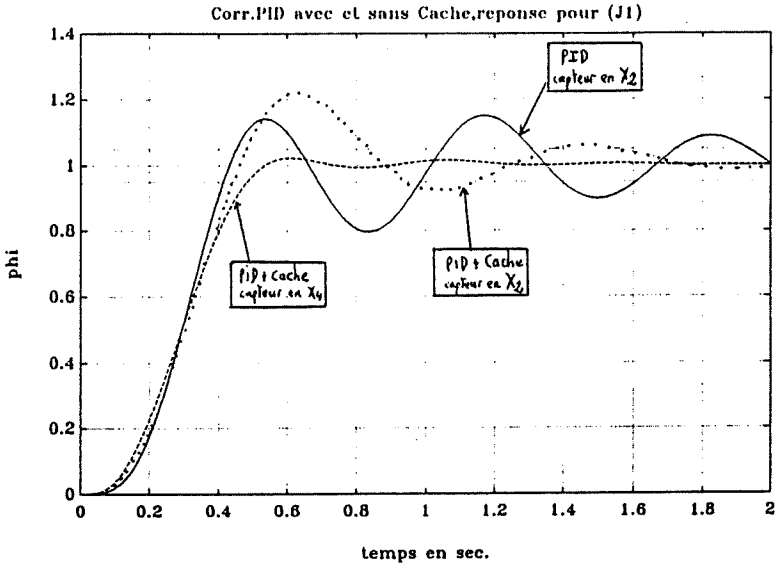


Figure 7: Comparaison des réponses correction PID avec et sans cache

2.5 Influence des erreurs d'identification

Dans les deux derniers paragraphes, nous avons simulé un correcteur dont les zéros avaient été choisis égaux aux pôles complexes du système. Or en pratique ce cas n'est jamais réalisable car l'identification ne peut pas être parfaite. Quand on utilise un cache, on doit donc toujours avoir à l'esprit que les pôles ne sont pas exactement cachés.

Les tests qui vont suivre vont nous permettre de juger la validité de la méthode lorsqu'on fait varier a et b (les paramètres du numérateur du cache) par rapport aux valeurs de a et b "réelles" (qu'on notera ar et br), c'est à dire celles du dénominateur de la fonction de transfert du système réel:
ar = 5.28 et br = 183.

TEST 6: Influence d'une erreur de 10% de a et b par rapport à leurs valeurs identifiées.

Modalités: Nous utilisons ici les gains (J_3), c'est à dire des gains moyennement forts. On a toujours p = 30 et T_{ech} = 5 ms. On simule, à l'aide du module CACH34FO.M, la réponse du système lorsque a et b varient de 10 % par rapport à leur valeur réelle.

Résultats: Le tableau 7 présente les résultats obtenus. On voit ici apparaître un phénomène inattendu: lorsque a et b sont plus petits que la bonne valeur (essai [1]), et surtout lorsque a est plus grand que ar et b plus petit que br (essai [2]), les caractéristiques de la correction au lieu d'être dégradées, sont largement améliorées! Par contre dans les deux autres cas on a une sensible dégradation de la réponse, surtout pour le cas a trop petit et b trop grand (essai [3]).

La figure **8** donne les réponses obtenues pour les trois cas [1], [2] et [4], comparées à la réponse obtenue pour a = ar et b = br.

Conclusion: il semble donc que le meilleur asservissement de notre système n'est pas obtenu lorsque l'on prend les paramètres a et b du cache exactement égaux aux paramètres ar et br du système.

valeur de a	valeur de b	dépasst	tr(5%)	
ar	br	6.2 %	1.02 s	
ar - 10 %	br - 10 %	3.1 %	0.78 s	[1]
ar + 10 %	br - 10 %	1.3 %	0.41 s	[2]
ar - 10 %	br + 10 %	11.8 %	> 2 s	[3]
ar + 10 %	br + 10 %	9.7 %	1.73 s	[4]

Tableau 7: Correction PID + cache, gains (J_3)
résultats obtenus avec erreurs d'identification de 10 %

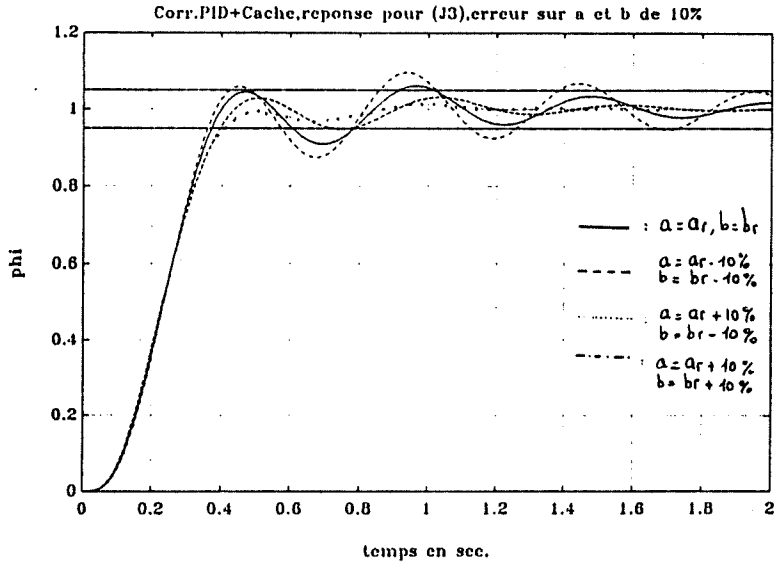


Figure **8**: Réponse simulée correction PID+Cache, erreurs de 10% par rapport aux valeurs identifiées de a et b

Le test qui suit a servi à nous assurer du résultat paradoxal du test 6.

TEST 7: Détermination des paramètres a et b donnant la réponse optimale.

Modalités: nous avons fait de nombreux essais de simulation du système, en utilisant plusieurs jeux de gains, et en faisant varier les valeurs de a et b, afin de trouver quels étaient les valeurs qui donnaient les meilleurs résultats.
On a utilisé p = 30 et T_{ech} = 5 ms.

Résultats: On a finalement trouvé que, lorsqu'on utilise une période d'échantillonnage de 5 ms, les meilleurs résultats sont obtenus pour:
a_{opt} = 6.2 et b_{opt} = 148.
Si l'on raisonne en termes de lieu des racines du système corrigé, le système physique (représenté par le modèle 3) a ses deux pôles complexes en -2.6 ± 13.3i. Pour avoir un fonctionnement optimal de notre correcteur, il ne faut pas prendre les zéros du cache égaux exactement aux pôles du système physique, mais les placer en -3 ± 12i.

Le phénomène inattendu mis en lumière par les tests 6 et 7 est dû au fait que nous avons fait l'étude du système (modélisation, identification, calcul des pôles etc...) dans le domaine continu, alors qu'en pratique le système est discrétisé. Il semble donc que le système n'a pas, dans le domaine discret, le même comportement que dans le domaine continu. En particulier, l'opération de cache consiste à placer les zéros du cache au même endroit que les pôles complexes du système. Or ces pôles ont été calculés dans le domaine continu, donc on calcule le modèle d'état de notre cache dans le domaine continu, puis seulement après, on le discrétise. Il s'ensuit donc des erreurs dûes au passage "artificiel" du continu au discret. Le test 8 illustre cette explication:

TEST 8: Détermination des paramètres a_{opt} et b_{opt} en fonction de la période d'échantillonnage utilisée.

Modalités: Nous avons recommencé l'étude du test 7 mais cette fois en cherchant quels étaient les paramètres optimaux a et b de la correction PID + Cache, en fonction de la période d'échantillonnage utilisée.

Résultats: On constate, au tableau 8, que plus la période d'échantillonnage est petite (donc plus on est proche du domaine continu), plus les paramètres a et b optimaux se rapprochent des paramètres ar et br du système.

	a optimal	b optimal
Tech = 10 ms	7.5	130
Tech = 8 ms	7.1	138
Tech = 5 ms	6.2	148
Tech = 1 ms	5.6	172
domaine continu	ar = 5.3	br = 183

Tableau 8: Correction PID+Cache, valeurs optimales de a et b suivant la période d'échantillonnage utilisée

Nous allons maintenant déterminer les performances de la correction PID+Cache lorsque a et b sont choisis de manière optimale.

TEST 9: Résultats optimaux de la correction PID à cache.

Modalités: On choisit a et b de manière optimale, c'est à dire a = 6.2 et b = 148 dans le cas où T_{ech} vaut 5 ms. On simule alors la réponse du système asservi à l'aide du module CACH34FO.M.

Résultats: La figure **9** représente les réponses obtenues avec les valeurs optimales de a et b, et pour les gains (J_1), (J_3) et (J_4), comparées aux réponses obtenues pour a = ar et b = br. Le tableau 9 donne les caractéristiques principales de ces réponses.

Notre asservissement présente maintenant des caractéristiques excellentes, y compris pour des fortes valeurs des gains.

gains utilisés	(J1)	(J3)	(J4)
tr(5%)	0.55 s	0.46 s	0.31 s
dépassement	2.2 %	1 %	1.4 %

Tableau 9: correction PID+Cache, résultats obtenus pour les valeurs optimales de a et b

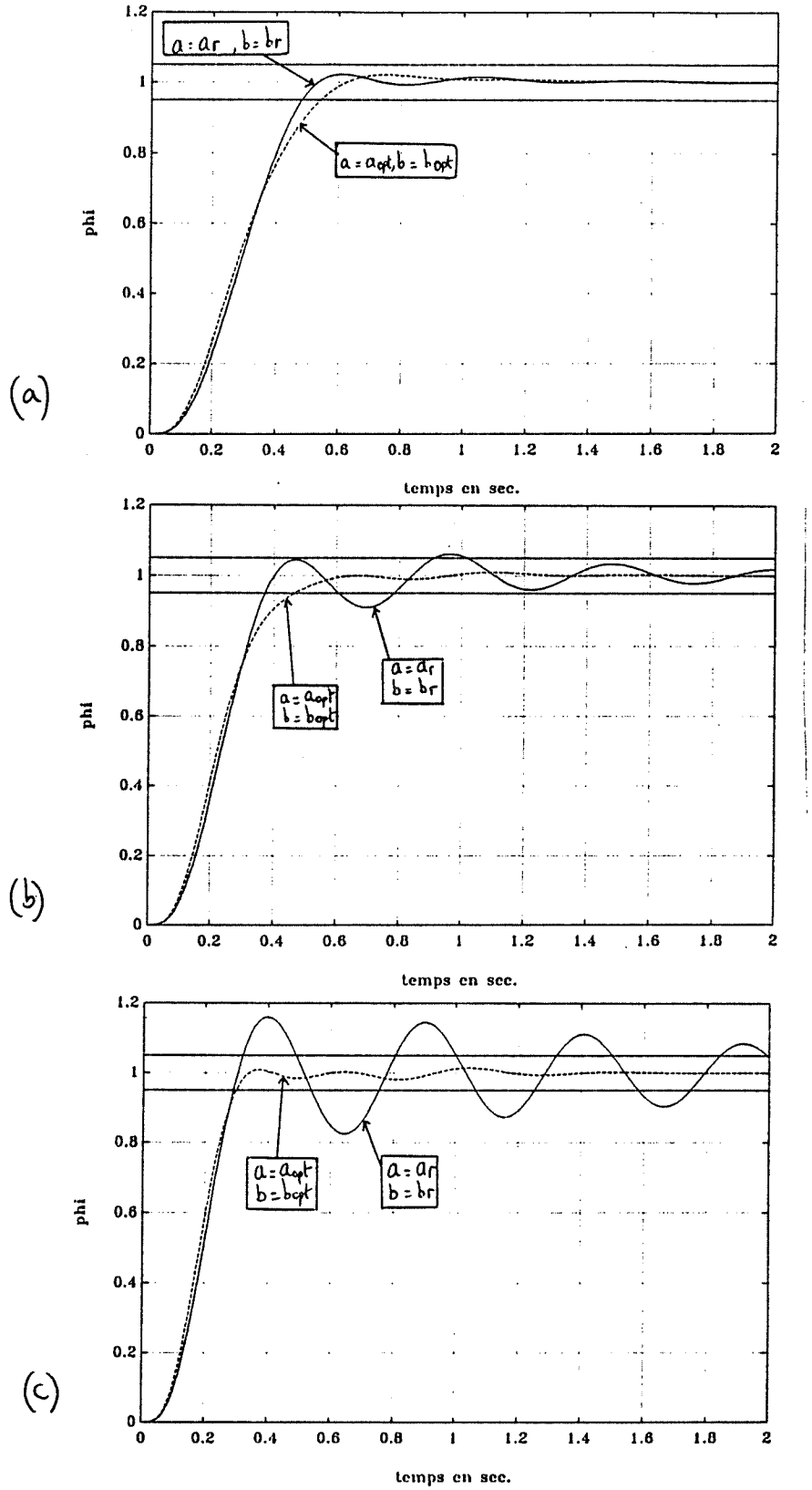


Figure 9: Correction PID+Cache, réponses simulées, valeurs optimales de a et b
(a). gains (J_1)
(b). gains (J_3)
(c). gains (J_4)

Maintenant que nous connaissons les conditions optimales d'utilisation de notre contrôleur, nous pouvons étudier son comportement lorsque a et b varient par rapport à leur valeur optimale.

TEST 10: Influence d'une erreur de 20% de a et b par rapport à leurs valeurs optimales.

Modalités: Nous faisons varier a et b de 20 % par rapport à la valeur optimale et nous simulons les réponses obtenues pour le système asservi, toujours avec p = 30 et T_{ech} = 5 ms.
Nous utilisons d'abord les gains (J_4) puis les gains (J_3) et enfin (J_1).

Résultats: Le tableau 10 donne les résultats obtenus. Dans le cas des gains (J_4), les réponses sont nettement détériorées par rapport au cas optimal. Pour de telles erreurs dans le choix de a et b, ce type de correcteur a guère de meilleurs résultats qu'un PID simple.
On trouvera, à la figure **10.a**, les réponses obtenues pour les deux cas donnant les résultats extrêmes ([1] et [3]), comparées à la réponse optimale.

Les erreurs sur a et b ont pour effet d'empêcher de cacher correctement les pôles; cela produit une légère instabilité de l'asservissement qui se traduit par un dépassement et des oscillations prolongées. Il est logique de penser qu'une diminution des gains a des chances de diminuer ce risque d'instabilité. Nous refaisons donc la même expérience en utilisant cette fois les gains (J_3), puis les gains (J_1).

En ce qui concerne les gains (J_3), on voit que malgré les très forts écarts entre a et b et leurs valeurs optimales, les résultats obtenus dans les cas [1] et [2], et dans une moindre mesure [4], sont tout à fait acceptables. En tous cas, les réponses sont bien meilleures que pour les gains (J_4). On peut les voir à la figure **10.b**, qui donne les réponses dans les cas [1] et [3] comparées à la réponse dans le cas de l'identification optimale.

Quand on utilise les gains (J_1), on a cette fois des résultats satisfaisants dans les quatre cas de figure, et les réponses sont presque inchangées par rapport au cas idéal (voir figure **10.c**, où l'on a tracé les réponses des cas [1] et [4] comparées à la réponse optimale).

Conclusion: Il apparait que lorsque le choix de a et b n'est pas correct, il ne sert à rien de choisir des gains élevés, les résultats ne seront pas meilleurs que pour des gains faibles, au contraire.

En général une erreur de choix de 10 % sur les paramètres a et b n'aura pas de conséquences trop mauvaises sur la correction,

tandis que des erreurs de 20 % seront désastreuses dans le cas de gains forts, mais peu sensibles pour des gains faibles. Il faut néanmoins nuancer ce résultat puisque les conséquences sont loin d'être les mêmes suivant que a et b sont trop grands ou trop petits. Dans tous les cas il sera préférable d'avoir a et b tous deux trop petits; le cas le pire étant lorsque b est trop grand.

gains	valeur de a	valeur de b	dépasst	tr(5%)	
(J4)	aopt	bopt	1.4 %	0.31 s	
	aopt -20%	bopt -20%	8.8 %	0.81 s	[1]
	aopt +20%	bopt -20%	9.9 %	0.78 s	[2]
	aopt -20%	bopt +20%	16 %	> 2 s	[3]
	aopt +20%	bopt +20%	10.3 %	1.5 s	[4]
(J3)	aopt	bopt	1 %	0.46 s	
	aopt -20%	bopt -20%	4.8 %	0.47 s	[1]
	aopt +20%	bopt -20%	3.9 %	0.52 s	[2]
	aopt -20%	bopt +20%	6.1 %	1.03 s	[3]
	aopt +20%	bopt +20%	4.2 %	0.67 s	[4]
(J1)	aopt	bopt	2.2 %	0.55 s	
	aopt -20%	bopt -20%	4.7 %	0.55 s	[1]
	aopt +20%	bopt -20%	2.6 %	0.59 s	[2]
	aopt -20%	bopt +20%	2.9 %	0.49 s	[3]
	aopt +20%	bopt +20%	2.1 %	0.54 s	[4]

Tableau 10: Correction PID + cache,
résultats obtenus avec erreurs d'identification de 20 %

En pratique il faudra avoir à l'esprit que les coefficients a et b trouvés lors de la phase d'identification du système, ne doivent pas être utilisés tels quels dans le correcteur à cache: il faudra prendre a plus grand et b plus petit,dans des proportions variant selon la période d'échantillonnage utilisée, pour avoir un asservissement optimal.

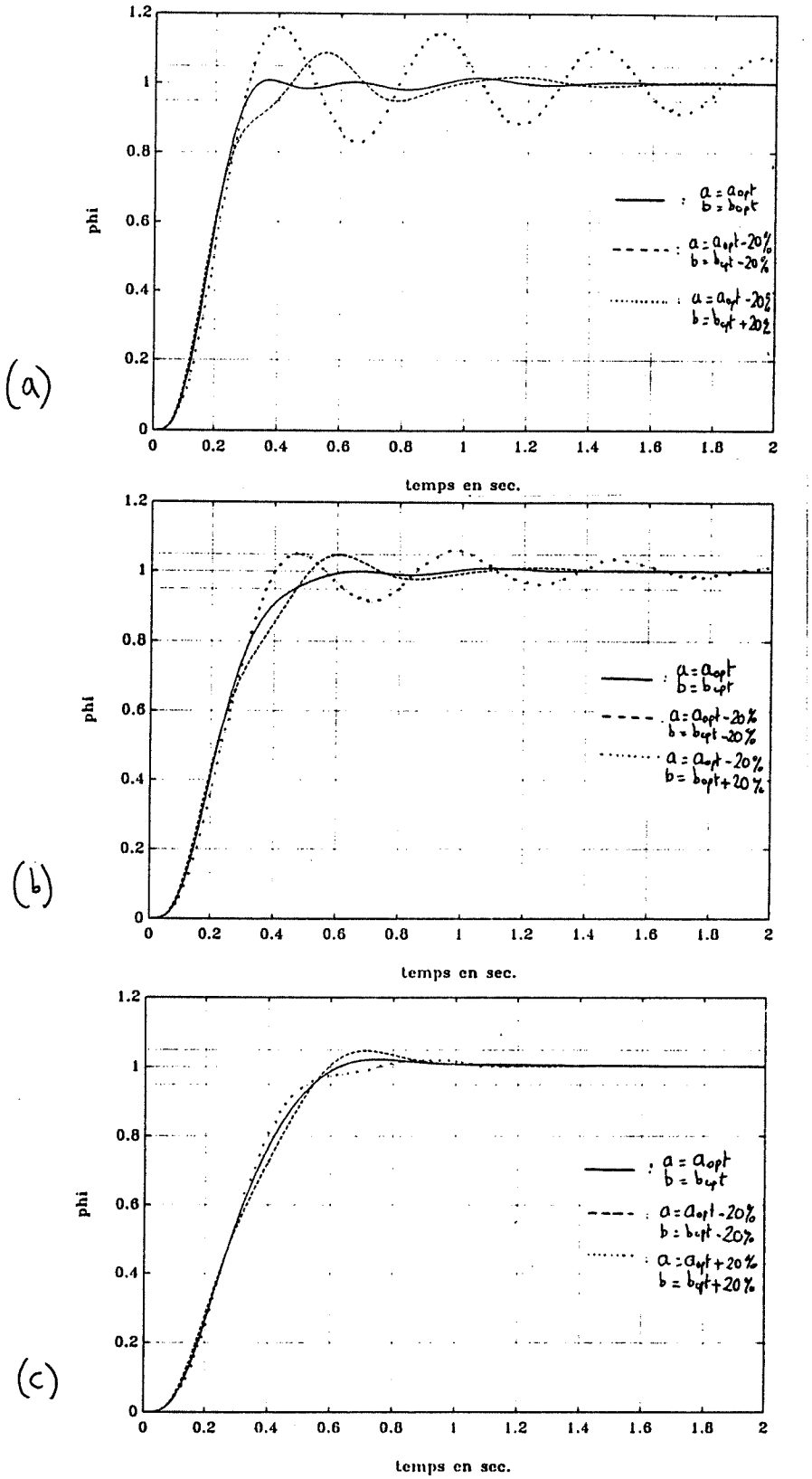


Figure 10: Correction PID+Cache, erreurs de 20% par rapport aux valeurs optimales de a et b
(a). gains (J_4)
(b). gains (J_3)
(c). gains (J_1)

III. Conclusion

La présence d'un filtre à cache à coté du contrôleur PID devrait permettre d'améliorer considérablement le comportement dynamique du système par rapport au cas où un tel filtre est absent. Cependant deux points sont importants:

- On doit avoir accès à la position de sortie (ce qui en pratique est vérifié grâce à la présence d'un encodeur optique) et à la vitesse de sortie. On ne devra donc pas utiliser en pratique la génératrice tachymétrique du moteur, mais mesurer la vitesse de sortie à partir de l'encodeur optique.

- L'identification des paramètres ar et br du système, même parfaite,ne garantira pas un asservissement optimal. En effet, à cause du passage du domaine continu au domaine discret, les résultats les meilleurs ne seront pas obtenus en prenant les paramètres a et b du cache égaux aux paramètres ar et br identifiés. Dans le cas où a et b sont connus avec une erreur supérieure à 10%, la réponse du système peut se dégrader jusqu'à devenir complètement instable. On doit alors diminuer les gains de manière à minimiser les risques d'oscillations. Avec des gains faibles le système peut supporter des erreurs allant jusqu'à 20%.

Si ces deux conditions sont remplies, on devrait pouvoir obtenir, suivant les gains utilisés, un temps de réponse à 5% variant entre 310 et 550 ms, et un dépassement variant entre 1 et 2.5 %.

CHAPITRE 5: DEVELOPPEMENT D'UN LOGICIEL DE COMMANDE EN TEMPS REEL UTILISANT UN CONTROLEUR PID + CACHE

Sommaire

On présente le logiciel de commande en temps réel PICACH qui a été développé afin de réaliser en pratique l'asservissement du système avec un correcteur PID à cache.

Ce logiciel est présenté sous deux angles: d'abord en détaillant sa structure telle que perçue par l'utilisateur, puis telle que conçue par le programmeur.

I. Introduction

PICACH est un logiciel de commande en temps réel qui a la fonction d'exécuter les opérations suivantes:

- Acquisition par l'opérateur de la loi de commande désirée (choix entre PID simple et PID équipé d'un filtre à cache), de la valeur des paramètres (gains, période d'échantillonnage, etc...) qui caractérisent cette commande;

- Lecture de la mesure de position angulaire de l'axe du système asservi telle que communiquée par le registre d'interface avec le capteur optique;

- Calcul de la commande qui doit être appliquée à l'amplificateur connecté à l'induit du moteur;

- Consigne de la commande au registre d'interface avec l'ampli;

- Représentation sur écran cathodique de la réponse dynamique du système;

- Sauvegarde des données et résultats relatifs aux expériences effectuées.

PICACH, dont le listing complet est donné en annexe 7, a été écrit en Turbo Pascal 4.0. Ce langage permet de décomposer le programme en un programme principal et différentes unités ("units") compilables séparément et effectuant chacune une fonction particulière.

L'ordinateur IBM-PC de l'utilisateur est relié au système physique par l'intermédiaire d'une carte LabMaster de Techmar, de conversion Analogique/Numérique et Numérique/Analogique. A chaque période d'échantillonnage, le logiciel calcule la commande à

envoyer au moteur à partir de la lecture de l'angle Φ de sortie par l'intermédiaire de l'encodeur optique. L'utilisateur a le choix entre deux lois de commande: simple correction PID ou correction PID + Cache.

Les principales caractéristiques d'opération du logiciel PICACH sont les suivantes:

- Capacité à réaliser l'asservissement en position du système à lien de transmission élastique tel que discuté dans les chapitres précédents;

- Modalités d'utilisation interactives;

- Capacité de sauvegarder les paramètres utilisés et les résultats obtenus dans un fichier compatible avec Matlab;

- Possibilité d'utiliser une période d'échantillonnage de 3 ms (ou plus) dans le cas de la correction PID, et de 8 ms (ou plus) dans le cas de la correction PID à cache.

L'élaboration de ce logiciel s'est faite en partant de programmes d'utilisation de la carte LabMaster écrits par Richard Hurteau et Marc Quintal [5], ainsi que d'un programme de tracé interactif écrit par Fidi Andrianasy.

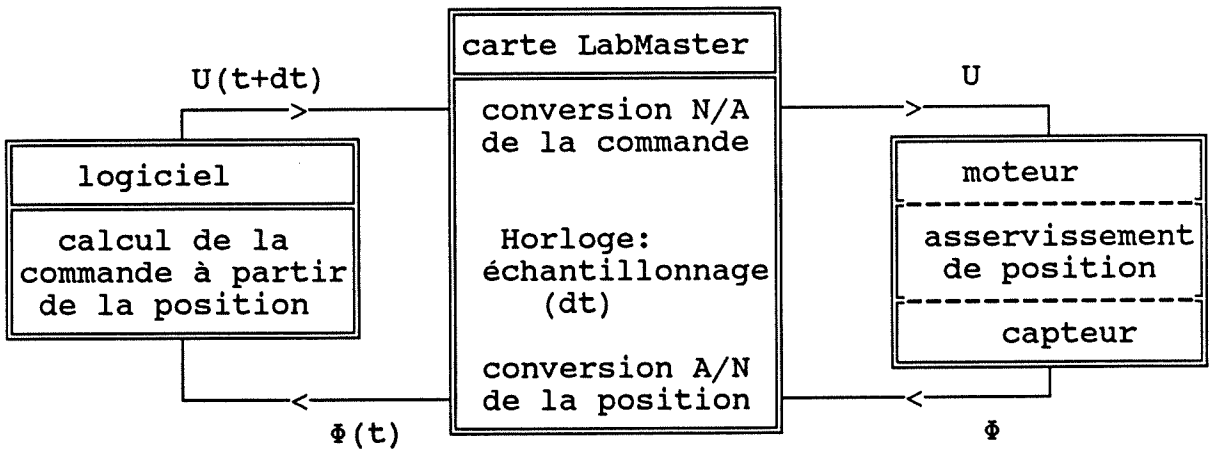


Figure 1: Schéma de l'environnement du logiciel

II. Structure du logiciel vue par l'utilisateur

La succession chronologique des différentes étapes rencontrées par l'utilisateur de PICACH est détaillée à la figure **2**.

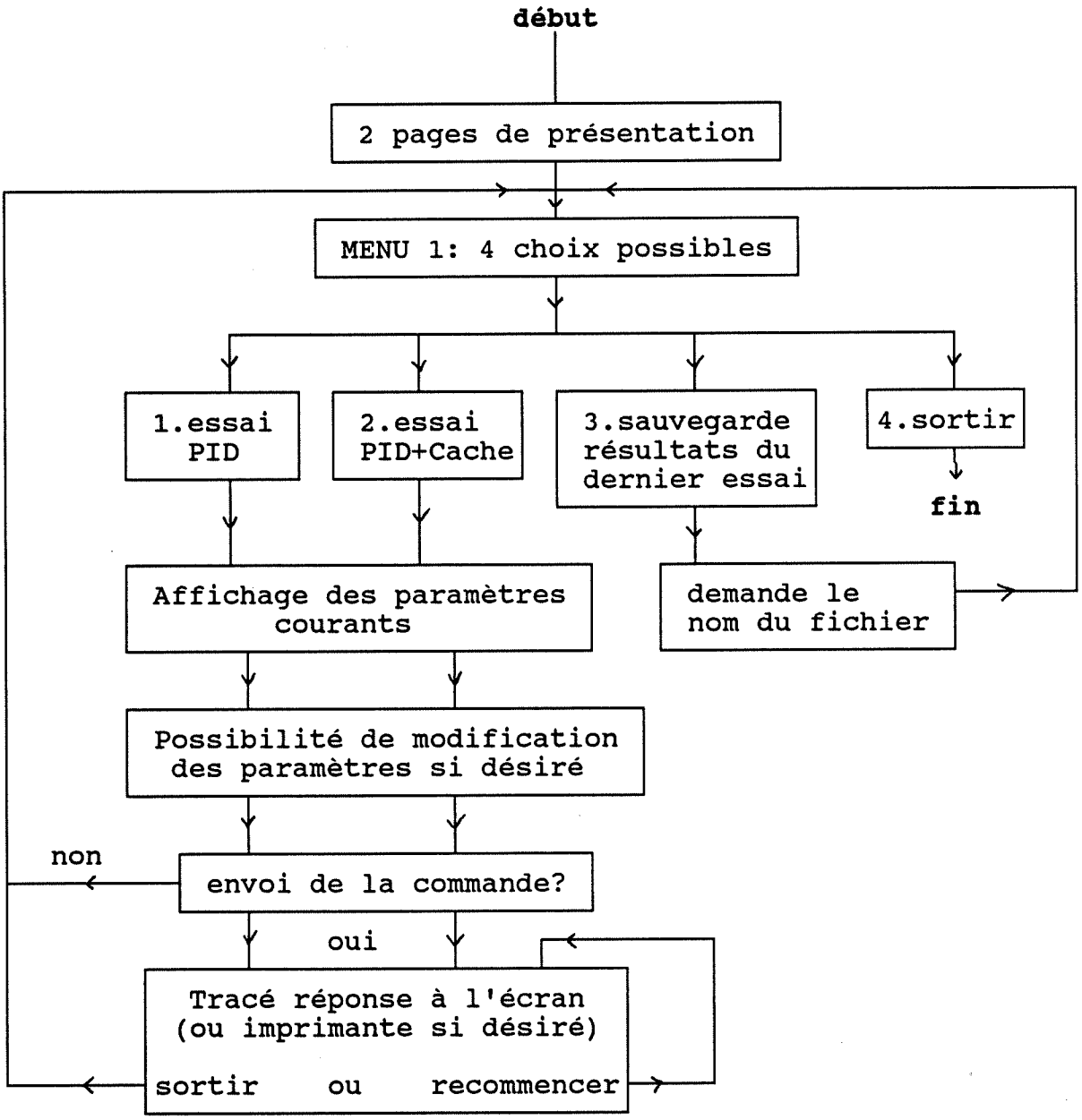


Figure **2**: Déroulement chronologique du programme vu par l'utilisateur.

En pratique l'utilisateur rencontre des écrans successifs qui lui proposent différents menus. Les différents écrans sont reproduits ci-dessous, tableaux 1 à 7.

2.1 les deux écrans de présentation (tableau 1)

Ils donnent l'information minimale requise sur le système et sur le type de correcteur utilisé. Ces écrans sont en couleurs; dans le schéma bloc du système bouclé, le bloc correspondant au PID est écrit en blanc sur fond bleu, tandis que le bloc du cache est jaune sur fond rouge. Dans tout le reste du programme, les écrans successifs seront de l'un ou de l'autre de ces jeux de couleurs, suivant la loi de commande choisie. L'utilisateur pourra donc en permanence vérifier s'il utilise une commande PID ou une commande PID + Cache.

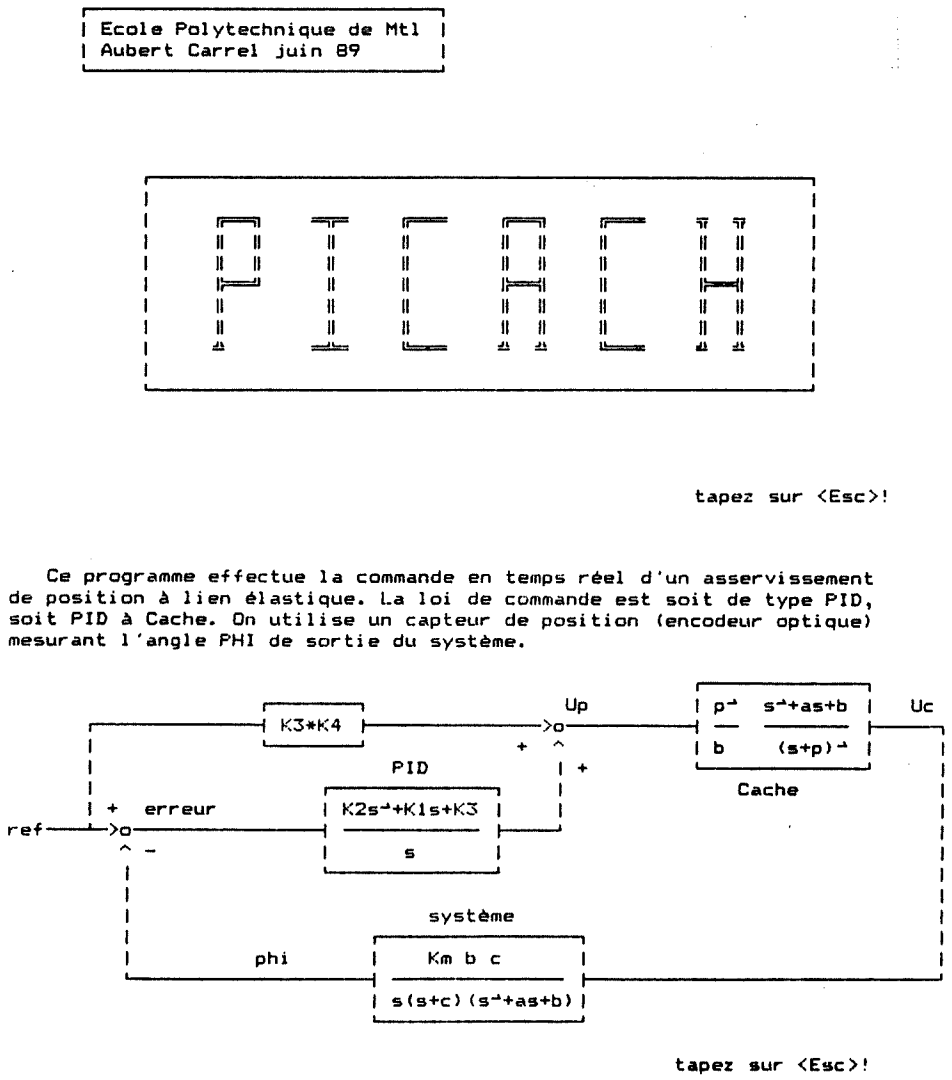


Tableau 1: Les deux écrans de présentation

2.2 menu principal (tableau 2)

L'utilisateur a le choix entre plusieurs options; commencer un essai avec correcteur de type PID (choix 1) ou PID à Cache (choix 2), ou sauvegarder les résultats sur un fichier compatible avec Matlab (choix 3), ou encore terminer le programme (choix 4). Cet écran est celui vers lequel on retourne après chaque essai, sauvegarde, etc... Si l'utilisateur fait le choix "3" (sauvegarde des résultats du dernier essai) alors qu'il n'a pas encore fait d'essai, ou alors qu'une sauvegarde vient juste de se faire, son choix est sans effet (ce afin de ne pas surcharger les disquettes).

2.3 affichage des paramètres courants (tableau 3)

L'écran n'est pas le même suivant qu'on a choisi une loi de commande PID avec ou sans cache. Outre les couleurs qui sont différentes, on a plus de paramètres à afficher si l'on utilise le cache (en plus des gains K_1 à K_4, de la référence et de la période d'échantillonnage, on affiche les valeurs des paramètres du cache c'est à dire a, b et p).

L'utilisateur a le choix entre modifier les paramètres ou envoyer directement la commande.

2.4 modification des paramètres

Les paramètres sont initialisés au tout début du programme. Ensuite, comme toutes les variables sont déclarées globalement, toute modification d'un paramètre dure jusqu'à ce qu'on décide de le modifier à nouveau.

Dans le cas de la correction PID, il n'y a qu'un seul écran qui affiche tous les paramètres que l'on peut modifier (tableau 4). Par contre dans le cas de la correction PID à cache, on a un premier écran intermédiaire (tableau 5.a) qui propose une première sélection parmi les paramètres du correcteur, et qui donne accès aux trois tableaux de modification des paramètres (tableaux 5.b, 5.c et 5.d). Cela est dû au fait que le calcul de la commande après le cache utilise les matrices d'état discrétisées du cache, et ces matrices dépendent uniquement de la valeur du pôle p et de la période d'échantillonnage; on ne recalcule donc ces matrices que si l'un de ces deux paramètres a été modifié.

2.5 envoi de la commande (tableau 6)

L'utilisateur a la possibilité de renoncer, en tapant <Esc>, à envoyer la commande. Il retourne alors au menu principal.

```
voulez-vous:

1. faire un essai avec CORRECTEUR PID
2. faire un essai avec CORRECTEUR PID + CACHE
3. sauvegarder les resultats du dernier essai
4. sortir

votre choix?
```

Tableau 2: menu principal

```
CORRECTION PID

les paramètres actuels valent :

référence:......................ref = 5.0000
période d'echantillonnage en ms..dt = 8
gains du PID:
            proportionnel.......k1 = 0.7100
            dérivé..............k2 = 0.0880
            intégral............k3 = 0.8100
            anticipateur........k4 = -0.2500
```

(a)

```
VOULEZ-VOUS CHANGER LES PARAMETRES ? (o/n) o

CORRECTION PID + CACHE

les paramètres actuels valent :

référence:......................ref = 5.0000
période d'echantillonnage en ms..dt = 8
paramètres du cache:
                    pôle..........p = 30.0000
                    coeff a.......a = 6.5000
                    coeff b.......b = 150.0000
gains du PID:
            proportionnel.......k1 = 0.7500
            dérivé..............k2 = 0.0880
            intégral............k3 = 0.8100
            anticipateur........k4 = -0.2500
```

(b)

```
VOULEZ-VOUS CHANGER LES PARAMETRES ? (o/n) o
```

Tableau 3: affichage des paramètres correction PID (a)
correction PID+Cache (b)

```
┌──────────── Paramètres de la correction PID ────────────┐
│                                                         │
│<1> valeur de dt en ms: 8 ;                              │
│                                                         │
│<2> valeur de k1      : 0.710 ;  nouvelle valeur: 0.75   │
│                                                         │
│<3> valeur de k2      : 0.088 ;                          │
│                                                         │
│<4> valeur de k3      : 0.810 ;                          │
│                                                         │
│<5> valeur de k4      : -0.250 ;                         │
│                                                         │
│<6> référence en rad  : 5.000 ;                          │
└─────────────────────────────────────────────────────────┘

N° du paramètre à changer ? (<Esc> pour sortir)
```

Tableau 4: modification des paramètres correction PID

(a)

```
┌─────────────────────────────────────────────────────────┐
│          voulez-vous changer:                           │
├─────────────────────────────────────────────────────────┤
│   <1> les paramètres a et b du cache                    │
│                                                         │
│   <2> le pôle du cache ou la période d'échantillonnage  │
│                                                         │
│   <3> les gains du PID ou la valeur de la référence     │
│                                                         │
│   <Esc> fin des modifications                           │
└─────────────────────────────────────────────────────────┘

votre choix ?
```

(b)

```
┌──────────── Paramètres de la correction PID + Cache ────┐
│                                                         │
│<1> valeur de a       : 6.500 ;                          │
│                                                         │
│<2> valeur de b       : 150.000 ;                        │
└─────────────────────────────────────────────────────────┘

N° du paramètre à changer ? (<Esc> pour sortir)
```

```
┌──────────── Paramètres de la correction PID + Cache ────────┐
│                                                             │
│<1> valeur de dt en ms: 8 ;                                  │
│                                                             │
│<2> valeur de p        : 30.000 ;                            │
└─────────────────────────────────────────────────────────────┘
```

(c)

N° du paramètre à changer ? (<Esc> pour sortir)

```
┌──────────── Paramètres de la correction PID + Cache ────────┐
│                                                             │
│<1> valeur de k1       : 0.750 ;                             │
│                                                             │
│<2> valeur de k2       : 0.088 ;                             │
│                                                             │
│<3> valeur de k3       : 0.810 ;                             │
│                                                             │
│<4> valeur de k4       : -0.250 ;                            │
│                                                             │
│<5> référence en rad   : 5.000 ;                             │
└─────────────────────────────────────────────────────────────┘
```

(d)

N° du paramètre à changer ? (<Esc> pour sortir)

Tableau 5: modification des paramètres correction PID+Cache
(a) écran intermédiaire
(b) écran 1
(c) écran 2
(d) écran 3

```
╔═══════════════════════════════════════════════════════╗
‖  TAPEZ  1   POUR ENVOYER LA COMMANDE                  ‖
‖       <Esc> POUR ABANDONNER                           ‖
‖                                                       ‖
‖     une fois la commande lancée,                      ‖
‖  appuyer sur <espace> pour arrêter,                   ‖
‖      ou  sur  <Esc>  pour sortir.                     ‖
╚═══════════════════════════════════════════════════════╝
```

votre choix ?

Tableau 6: écran d'envoi de la commande

2.6 tracé de la réponse Φ en fonction du temps (figure 3)

Il s'effectue en même temps que la réponse. Les paramètres utilisés lors de l'essai s'affichent aussi. L'utilisateur peut interrompre la commande (et l'acquisition de points en mémoire) en tapant <espace>, dilater ou resserrer les échelles en utilisant les flèches du clavier numérique, tracer la réponse sur imprimante (touche <PrtScr>), relancer la commande (touche <RC>) et enfin retourner au menu principal (touche <Esc>) où, s'il le désire, il pourra sauvegarder les résultats de l'essai.

2.7 sauvegarde des paramètres et des résultats (tableau 7)

Le logiciel ouvre un fichier dont le nom est choisi par l'utilisateur et dont l'extension est ".M", puis y écrit les paramètres et les résultats du dernier essai, sous forme compatible avec le logiciel Matlab. Par exemple, si le fichier s'appelle "cachess1.M", on pourra l'utiliser avec Matlab en tapant simplement "cachess1"; on créera alors des vecteurs t, pos et com qui contiendront toutes les valeurs des temps d'échantillonnage, de la position et de la commande correspondante. On peut voir en annexe 8 le listing du fichier cachess1.m correspondant à l'essai dont le tracé est représenté à la figure 3 .

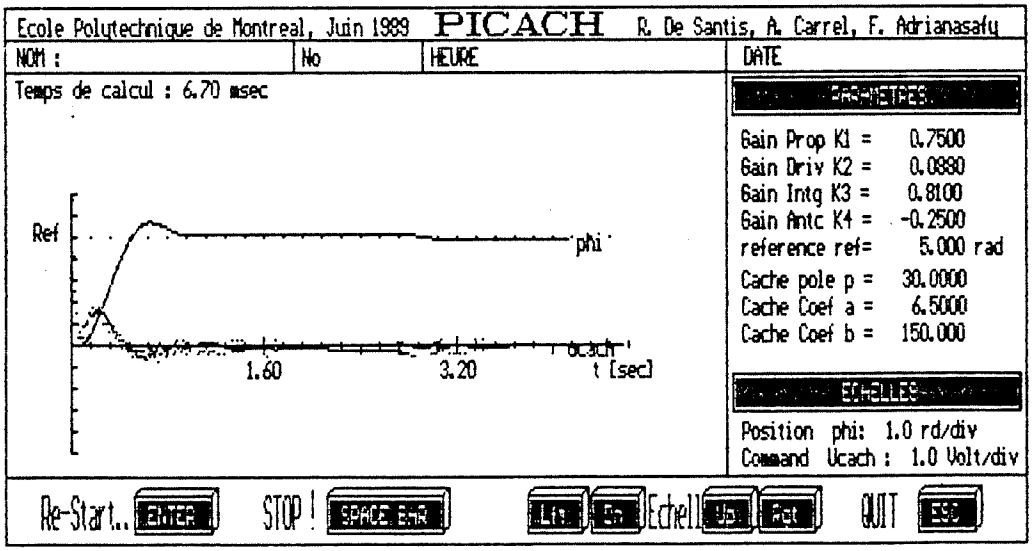


Figure 3: écran de visualisation de la réponse

```
| ENTREZ LE NOM DU FICHIER DE SAUVEGARDE DES RESULTATS |
| (ne pas écrire l'extension .M : c'est automatique!)  |
|                          * * *                       |
| * * *  tapez <Esc> pour annuler la sauvegarde  * * * |
```

cachess1

Tableau 7: écran de sauvegarde

III. Structure interne du logiciel

La structure interne du logiciel est très voisine de la structure fonctionnelle perçue par l'utilisateur. Ainsi la figure 4 qui détaille les différents sous-programmes utilisés a une architecture très voisine de celle de la figure 2 .

3.1 Sous-programmes utilisés

A chaque opération définie en II. correspond un sous-programme:

- AFFTITRE pour les deux pages de présentation;
- ENVOI pour lancer un essai;
- PARA_1 et PARA_2 pour afficher les paramètres respectivement du correcteur PID et du correcteur PID + Cache;
- CHGEPAR1 et CHGEPAR2 pour modifier les paramètres des correcteurs;
- CALCULMAT pour calculer les matrices d'état discrétisées du cache;
- PROCESS1 et PROCESS2 pour lire la position Φ et calculer la nouvelle commande U, respectivement par correction PID et correction PID + Cache;
- COMMAND1 et COMMAND2 pour exécuter PROCESS à intervalles réguliers;
- GO_AHEAD pour gérer le tracé de la réponse à l'écran tout en envoyant la commande;
- RESULTAT pour tracer la réponse à l'écran;
- SAVE pour sauvegarder les paramètres et les résultats.

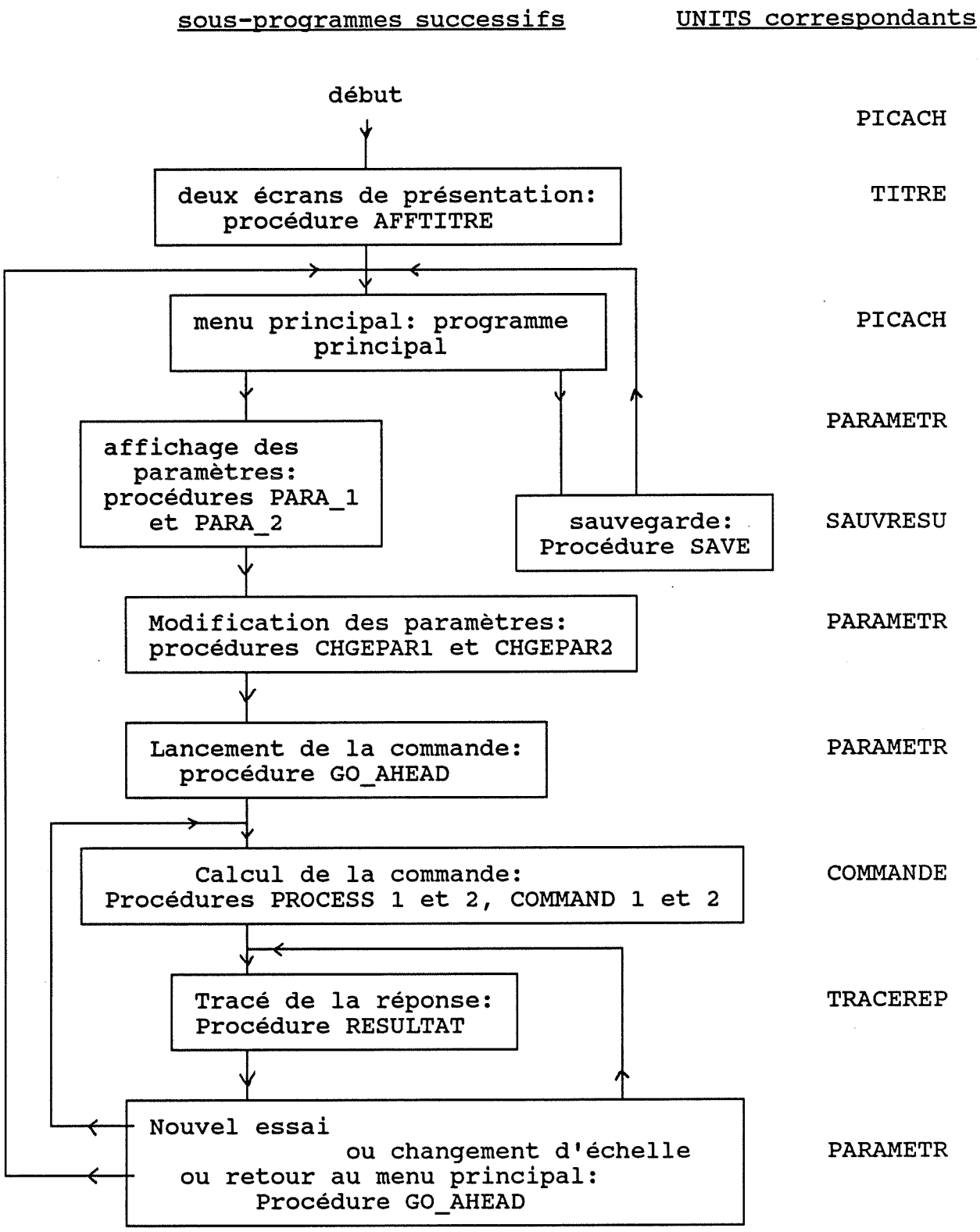


Figure 4: Structure interne du programme

3.2 Calcul de la commande

On le trouve dans les procédures PROCESS1 et PROCESS2 de l'unit COMMANDE.

A chaque instant t on effectue les opérations suivantes:

On commence par lire la valeur de $\Phi(t)$ (l'encodeur optique utilisé à cette fin compte 800 transitions par tour, soit une précision de 8.10^{-3} rad). On calcule l'erreur entre Φ et la position de référence souhaitée:

$$\text{erreur}(t) = \text{ref} - \Phi(t) \;;$$

On obtient une valeur approchée de la vitesse de sortie en soustrayant à $\Phi(t)$ l'ancienne valeur de Φ, puis en divisant le tout par la valeur de la période d'échantillonnage T_{ech} :

$$\text{vitesse}(t) = (\Phi(t) - \Phi(t-T_{ech})) \;/\; T_{ech} \;;$$

De même on calcule une valeur approchée de l'intégrale de l'erreur en incrémentant de la valeur $\text{erreur}(t)*T_{ech}$ l'ancienne valeur de l'intégrale:

$$\text{intégral}(t) = \text{intégral}(t-T_{ech}) + \text{erreur}(t)*T_{ech} \;;$$

Enfin on peut calculer la valeur de la commande après PID:

$$U_p(t) = K_1*\text{erreur}(t) - K_2*\text{vitesse}(t) + K_3*(\text{intégral}(t) + K_4*\text{ref})$$

Lorsque l'on a choisi un simple correcteur PID c'est cette valeur de la commande qui est envoyée au moteur après conversion N/A. Par contre si l'on a choisi une correction PID à cache cette valeur de la commande doit être modifiée en une commande U_c après cache, U_p et U_c étant reliés par la loi:

$$\frac{U_c}{U_p} = \frac{p^2}{b} \; \frac{s^2 + as + b}{(s+p)^2}$$

De cette fonction de transfert on passe à l'espace d'état:

$$\left| \begin{array}{l} \dot{\underline{X}}_c = A_c \, \underline{X}_c + B_c \, U_p \\ U_c = C_c \, \underline{X}_c + D_c \, U_p \end{array} \right.$$

Le vecteur d'état $\underline{X}_c$ n'a pas de signification physique: c'est seulement un intermédiaire de calcul. Les matrices A_c, B_c, C_c et D_c valent:

$$A_c = \begin{bmatrix} -2p & -p^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \;;\; B_c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \;;\; C_c = p^2/b \begin{bmatrix} 2p-a & p^2-b \end{bmatrix} \;;\; D_c = p^2/b.$$

On doit ensuite discrétiser ce modèle pour tenir compte de l'échantillonnage. On a dans le domaine discret:

$$\begin{cases} \underline{X}_c(t) = A_{ct}\ \underline{X}_c(t-T_{ech}) + B_{ct}\ U_p(t) \\ U_c(t) = C_c\ \underline{X}_c(t) + D_c\ U_p(t) \end{cases}$$

C_c et D_c sont inchangées; par contre A_{ct} et B_{ct} se calculent à partir de A_c, B_c et T_{ech}. La procédure CALCULMAT de l'unit PARAMETR effectue cette conversion (pour cela on utilise un algorithme inspiré de Matlab, cf [1]).

On a donc calculé la commande U_c après cache; on l'envoie au moteur (après conversion N/A) et on pourra, à l'instant d'échantillonnage suivant, mesurer la nouvelle position $\Phi(t+T_{ech})$ engendrée par cette commande et recommencer le cycle.

IV. Conclusion

PICACH est un logiciel interactif de commande en temps réel qui permet d'exécuter les opérations requises pour l'asservissement par ordinateur du système avec lien élastique discuté aux chapitres précédents. Il est simple d'emploi et peut être utilisé aisément par un automaticien qui n'a pas de connaissances particulières en informatique. Ses caractéristiques d'utilisation répondent bien aux spécifications requises.

Nous allons, au chapitre suivant, étudier le comportement expérimental du système asservi à l'aide du logiciel PICACH.

CHAPITRE 6: COMPORTEMENT EXPERIMENTAL DU CORRECTEUR PID A CACHE

Sommaire

On exploite le logiciel PICACH pour évaluer expérimentalement les performances du PID equipé d'un filtre à cache. La démarche d'étude est parallèle à celle utilisée au chapitre IV (sensibilité de la correction aux variations de T_{ech}, p, a et b). Les résultats sont satisfaisants et conformes à ce que la simulation laissait présager.

I. Résultats optimaux

Au chapitre IV nous avons vu que la réponse optimale du correcteur PID à cache n'était pas obtenue lorsqu'on prenait les coefficients a et b du cache égaux aux coefficients ar et br identifiés du système asservi. Nous allons donc tout d'abord nous attacher à trouver les valeurs optimales de a et b, puis nous analyserons les résultats obtenus pour ces valeurs.

TEST 1: Recherche des paramètres expérimentaux optimaux.

Modalités: Nous sommes partis des valeurs des paramètres a et b identifiées à la première partie, c'est à dire ar=7.6 et br=168. Le temps de calcul du processus de commande étant de l'ordre de 6.7 ms en moyenne, nous avons dû prendre une période d'échantillonnage de 8 ms. Enfin nous avons pris le pôle double du cache, p, égal à 30.

On a fait de nombreux essais, en utilisant différents gains, jusqu'à trouver la meilleure réponse possible.

Résultats: Nous avons constaté que les valeurs de a et b donnant les meilleurs résultats étaient:

$a_{opt} = 11$ et $b_{opt} = 110$.

Conclusion: On a vérifié par la pratique le résultat vu au chapitre précédent, à savoir que l'asservissement optimal du système discrétisé n'était pas obtenu en prenant les paramètres a et b du cache égaux aux paramètres ar et br du système, mais en choisissant a plus grand et b plus petit que leurs valeurs identifiées.

Par simulation on avait constaté que pour T_{ech} = 8 ms, il fallait prendre a plus grand que ar de 35% et b plus petit que br de 25%.

En pratique les écarts à prendre sont légèrement différents, puisque la valeur optimale a = 11 est plus grande d'approximativement 30% que la valeur identifiée ar = 7.6; et la valeur optimale b = 110 est plus petite d'approximativement 35% que la valeur identifiée br = 168.

TEST 2: Caractéristiques de la réponse optimale.

Modalités: On s'est placé dans les conditions optimales trouvées au test précédent. On trace la réponse du système asservi dans ce cas: $a = a_{opt} = 11$, $b = b_{opt} = 110$, $p = 30$, $T_{éch} = 8$ ms, et pour les trois jeux de gains (J_1), (J_3) et (J_4) définis à la section 4.2.3.

Résultats: Pour ces valeurs optimales des paramètres, les réponses expérimentales obtenues sont données à la figure **1**. Les caractéristiques de ces réponses sont détaillées au Tableau 1. En comparant ces résultats avec ceux obtenus par simulation (tableau 4.2), on voit que dans le cas des gains (J_1), on a des résultats expérimentaux très proches de ceux simulés. Par contre dans le cas des gains (J_3) et (J_4), on a un dépassement beaucoup plus important que prévu ce qui induit un temps de réponse à 5% peu satisfaisant.

Conclusion: On retrouve donc en pratique l'une des conclusions qu'on avait tirées au chapitre IV: il n'est pas conseillé d'utiliser des gains très importants. Mieux vaut utiliser des gains moyens tels que (J_1) qui garantissent un dépassement faible et donc un temps de réponse optimal.

gains utilisés	(J1)	(J3)	(J4)
tr(5%)	0.65 s	0.83 s	0.82 s
dépassement	1.6 %	5.7 %	11.5 %

Tableau 1: correction PID + Cache
résultats expérimentaux optimaux

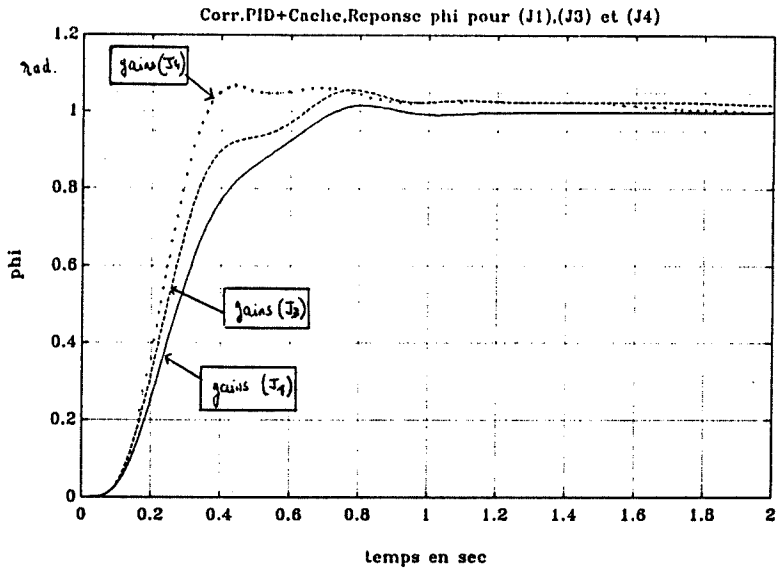


Figure 1: Correction PID + Cache
réponses expérimentales dans le cas optimal

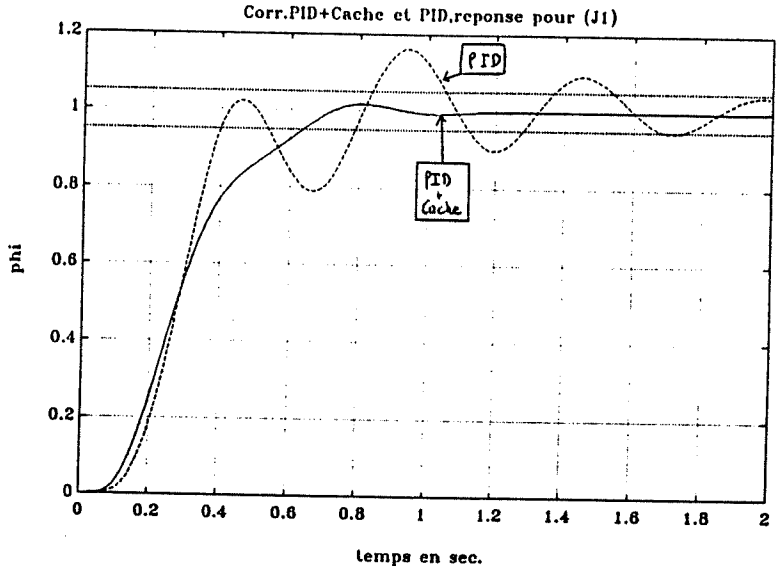
Notre programme permettant également d'utiliser un simple correcteur PID, on peut comparer les résultats obtenus par les deux types de correcteurs.

TEST 3: Comparaison entre correction PID avec et sans cache.

<u>Modalités:</u> On choisit la même période d'échantillonnage qu'au test 2 et on utilise cette fois un correcteur PID sans cache.
On réalise l'asservissement de notre système, avec les gains (J_1) et (J_3) (les gains (J_4) ne sont pas utilisables par le correcteur PID, car on risquerait alors de détruire le lien élastique!).

<u>Résultats:</u> on a représenté à la figure **2** la comparaison entre les résultats obtenus par les deux types de correction. La supériorité du correcteur PID avec Cache sur le PID sans Cache est évidente à la lumière de ces expériences.

(a)



(b)

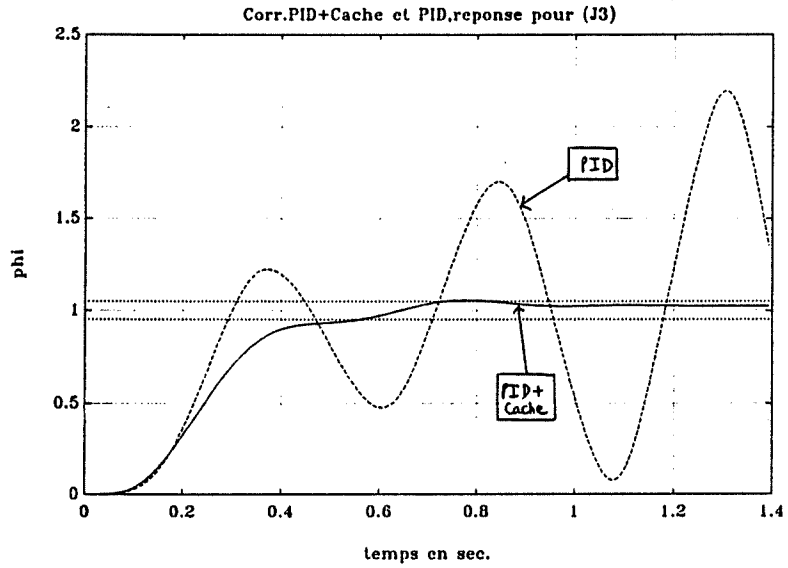


Figure 2: Comparaison correction PID avec et sans Cache
(a) gains (J_1)
(b) gains (J_3)

II. Influence de la valeur du pôle du cache

Au chapitre IV on a vu que le choix de p était lié à la valeur de la période d'échantillonnage T_{ech}. On avait proposé la loi suivante pour le choix de p: prendre p le plus grand possible, avec la restriction $p < 1/(3*T_{ech})$. Lorsqu'on utilise une période d'échantillonnage de 8 ms, il est donc possible en théorie de monter jusqu'à p = 40.

TEST 4: Réponses expérimentales pour différentes valeurs de p.

Modalités: On a relevé les résultats obtenus pour les trois jeux de gains (J_1), (J_3) et (J_4) et pour trois valeurs du pôle: p = 20, p = 30 et p = 40 . On se trouve toujours dans les conditions optimales a = 11, b = 110, T_{ech} = 8 ms.

Résultats: Les résultats obtenus expérimentalement se trouvent au tableau 2 et les réponses à la figure 3.

Il apparaît que le choix p = 20, quel que soit le jeu de gains utilisé, donne des résultats vraiment insatisfaisants (jusqu'à l'instabilité pour (J_4)).

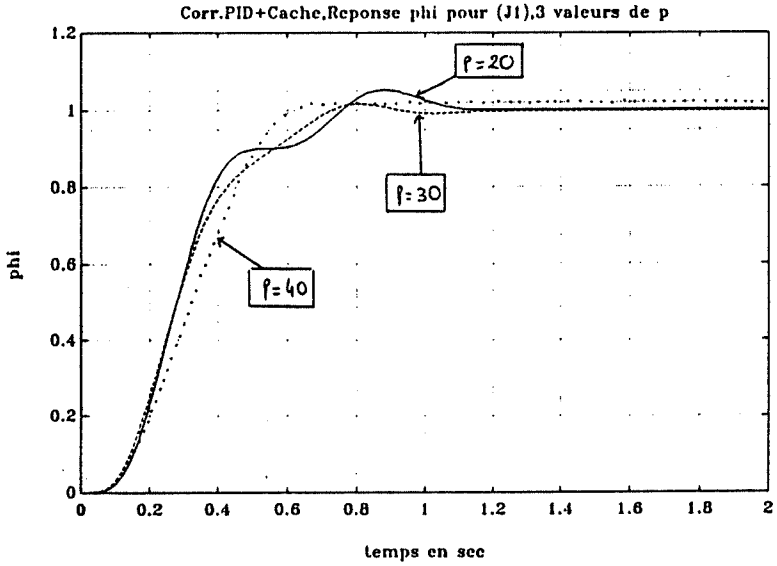
Quand on fixe p = 40, on a une légère amélioration de la réponse par rapport au choix p = 30, mais seulement dans le cas où l'on utilise les gains (J_1). En effet, si on utilise (J_3), le cas p = 40 donne un meilleur temps de réponse à 5% (0.69s contre 0.83s quand p = 30) mais un dépassement bien supérieur (10.4% contre 5.7%). Enfin si on utilise les gains (J_4), les résultats obtenus avec p = 40 sont cette fois nettement inférieurs à ceux obtenus avec p = 30.

Conclusion: Cette étude montre qu'une fois encore, ce sont les gains (J_1) qui donnent les meilleurs résultats vis à vis d'une variation de p. Il n'y a d'ailleurs que dans le cas où l'on utilise (J_1) qu'il est interessant de prendre p = 40. Les résultats obtenus sont alors les meilleurs que l'on puisse obtenir avec notre correcteur.

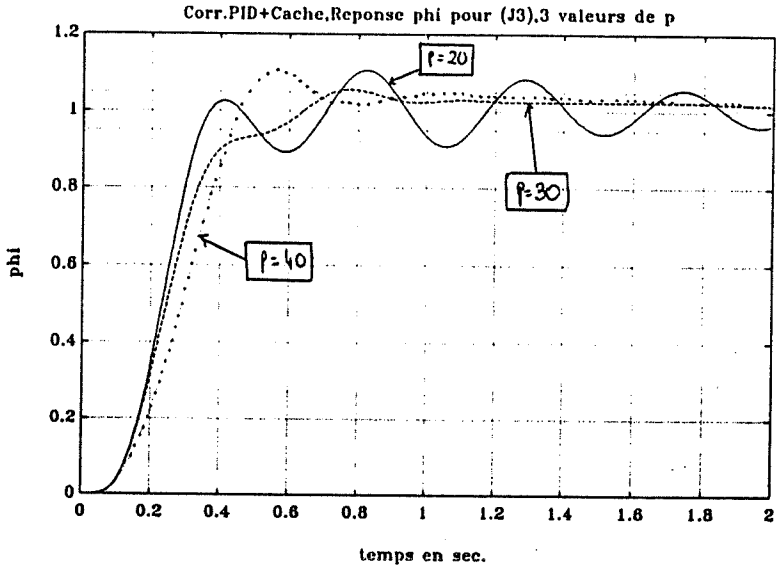
valeur de p	gains utilisés	(J1)	(J3)	(J4)
20	tr(5%)	0.92s	1.75s	
	dépassement	5.2%	10.6%	
30	tr(5%)	0.65s	0.83s	0.82s
	dépassement	1.6%	5.7%	11.5%
40	tr(5%)	0.56s	0.69s	1.15s
	dépassement	1.9%	10.4%	27%

Tableau 2: correction PID + Cache
résultats expérimentaux pour plusieurs valeurs de p

(a)



(b)



(c)

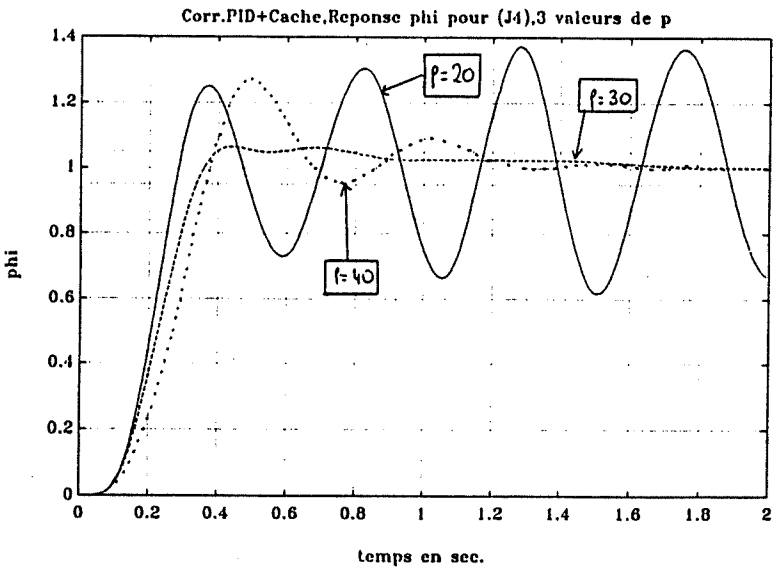


Figure 3: Correction PID + Cache
Résultats obtenus pour trois valeurs de p
(a) gains (J_1)
(b) gains (J_3)
(c) gains (J_4)

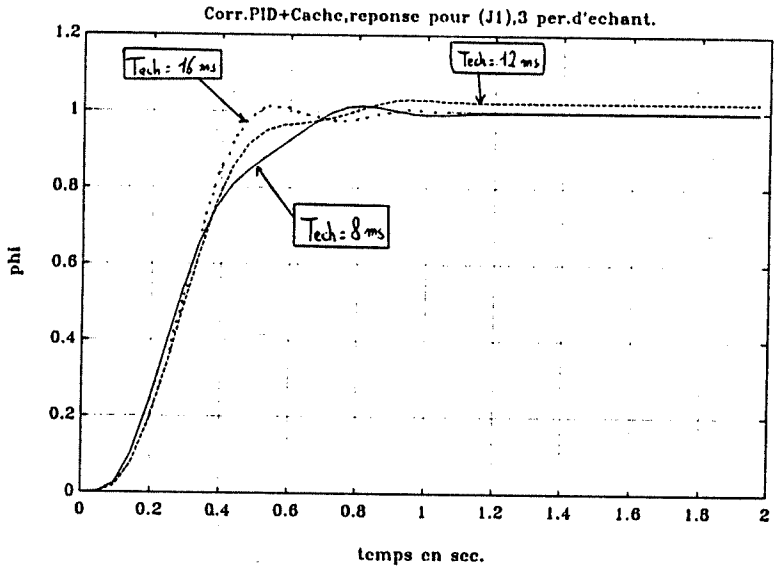
III. Influence de la valeur de la période d'échantillonnage

TEST 5: Réponses expérimentales pour différentes valeurs de T_{ech}.

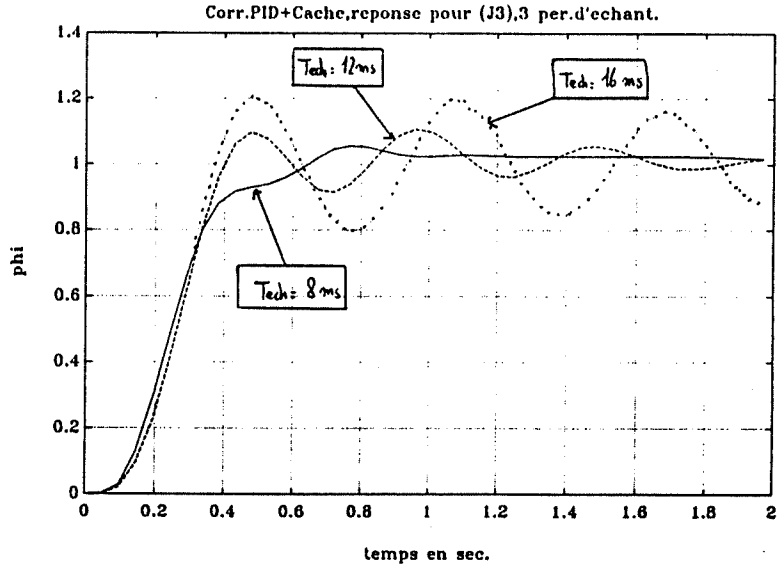
Modalités: On fait cette fois varier la période d'échantillonnage T_{ech}: On prendra T_{ech} = 8 ms, 12 ms et 16 ms, et toujours: a = 11, b = 110 et p = 30; on trace les réponses du système pour les trois jeux de gains (J_1), (J_3) et (J_4).

Résultats: La Figure **4** donne les courbes obtenues. On constate une nouvelle fois que seul le choix des gains (J_1) ne conduit pas à une détérioration de la réponse lorsque T_{ech} vaut 12 ou 16 ms.

(a)



(b)



(c)

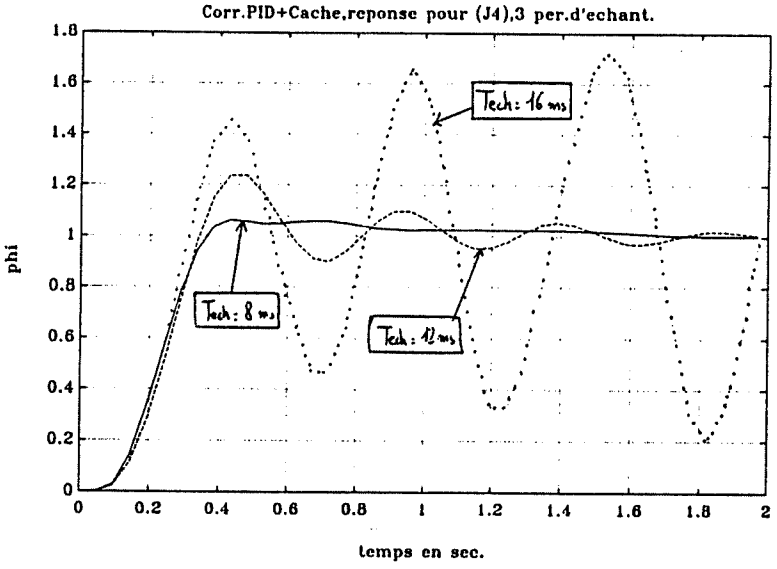


Figure 4: Correction PID + Cache
Résultats obtenus pour trois valeurs de T_{ech}
(a) gains (J_1)
(b) gains (J_3)
(c) gains (J_4)

IV. Influence de l'incertitude sur les paramètres a et b

On a pu constater plus haut à quel point l'identification de notre système ne suffisait pas à déterminer la bonne valeur à attribuer aux coefficients a et b du cache. En effet l'étude du système lors de la phase d'identification nous avait mené aux résultats suivants:

ar = 7.6 et br = 168

alors que la correction la plus satisfaisante du même système a été obtenue lorsqu'on a pris pour a et b, paramètres du cache, les valeurs:

a = 11 et b = 110.

Si l'on en croit la phase d'identification, les deux pôles du système (dans le domaine continu) dus au lien élastique se trouvent en -3.8 ± 12.4 i. Or, pour cacher au mieux (une fois le système discrétisé) ces deux pôles, il faut placer les zéros du cache (dans le domaine continu) en -5.5 ± 8.9 i .

Ce résultat dû à l'échantillonnage montre que les paramètres obtenus lors de la phase d'identification peuvent servir de valeurs de départ pour le réglage du correcteur; mais il faut ensuite affiner la correction en modifiant a et b jusqu'à obtenir les valeurs optimales qui garantissent un fonctionnement satisfaisant du contrôleur discrétisé.

Dans cette partie nous allons étudier les performances du correcteur lorsque l'on utilise des paramètres a et b différents des valeurs optimales.

TEST 6: Réponses expérimentales avec erreur sur a et b de 20% par rapport aux valeurs optimales.

Modalités: Comme lors du chapitre IV, nous commençons par utiliser les gains (J_4), puis (J_3) et enfin (J_1). On prend les paramètres a et b distants de 20 % des valeurs optimales. On a toujours T_{ech} = 8 ms et p = 30.

Résultats: Le tableau 3 donne les performances expérimentales de l'asservissement pour les gains (J_4), comparées à celles obtenues pour $a=a_{opt}$ et $b=b_{opt}$. On a représenté à la figure **5.a** les réponses obtenues aux essais [1] et [2], comparées aux réponses obtenues dans le cas optimal.

On utilise ensuite les gains (J_3) et (J_1). On a détaillé au tableau 4 seulement les essais donnant les résultats extrêmes. Les figures **5.b** et **5.c** donnent les réponses expérimentales pour ces gains, comparées à celles obtenues pour $a=a_{opt}$ et $b=b_{opt}$ d'une part, et a=ar et b=br d'autre part.

<u>Conclusions:</u> On aboutit à la vue de ces réponses à la même conclusion que lors de la phase de simulation: lorsque l'on utilise des gains forts pour le calcul de la commande, une erreur de 20% dans le choix des paramètres a et b donne des résultats désastreux. Ce résultat était d'autant plus prévisible que, même dans le cas optimal, l'utilisation des gains (J_4) s'est avérée beaucoup moins interessante que ce que l'étude simulée laissait présager.

Les gains (J_3) supportent très mal des variations de 20% sur a et b.

Par contre, et conformément aux résultats obtenus par simulation, les gains (J_1) sont très peu sensibles à des variations de paramètres.

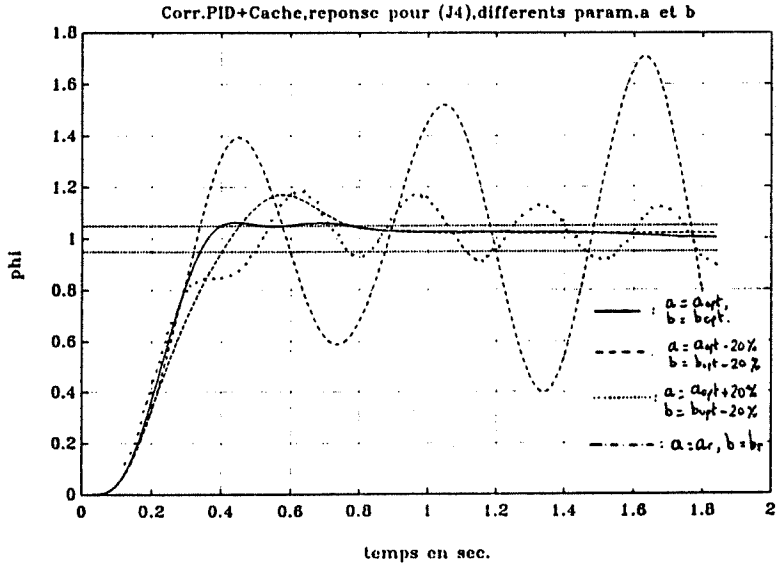
valeur de a	valeur de b	dépasst	tr(5%)	
aopt	bopt	11.5%	0.82 s	
aopt - 20%	bopt - 20%	17%	0.78 s	[1]
aopt + 20%	bopt - 20%	19%	> 2 s	[2]
aopt - 20%	bopt + 20%	30%	1.7 s	
aopt + 20%	bopt + 20%	17%	> 2 s	

Tableau 3: correction PID + Cache, résultats expérimentaux gains (J_4), erreur sur a et b de 20%

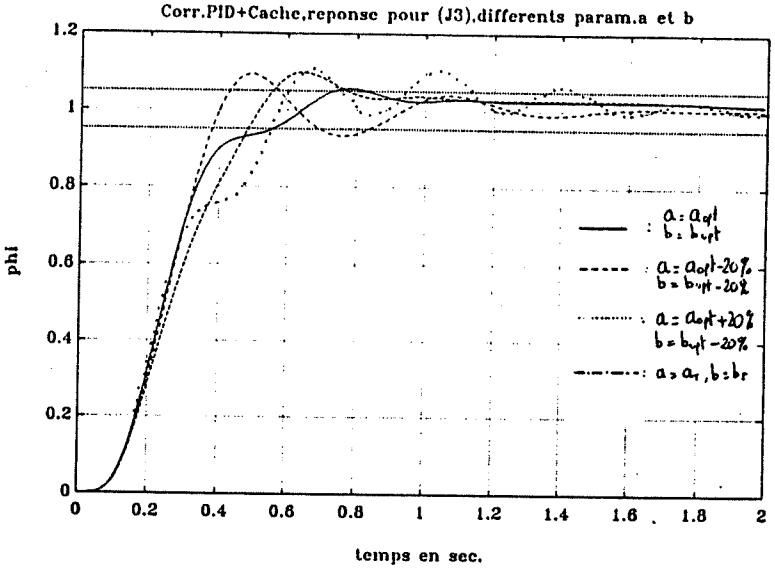
gains	valeur de a	valeur de b	dépasst	tr(5%)
(J3)	aopt	bopt	5.7 %	0.83 s
	aopt - 20%	bopt - 20%	10 %	0.78 s
	aopt + 20%	bopt - 20%	10.6 %	1.5 s
	ar	br	9.3 %	1.2 s
(J1)	aopt	bopt	1.6 %	0.65 s
	aopt - 20%	bopt - 20%	4.6 %	0.61 s
	aopt + 20%	bopt - 20%	3.8 %	0.66 s
	ar	br	5.6 %	0.73 s

Tableau 4: correction PID + Cache, résultats expérimentaux gains (J_3) et (J_1), erreur sur a et b de 20%

(a)



(b)



(c)

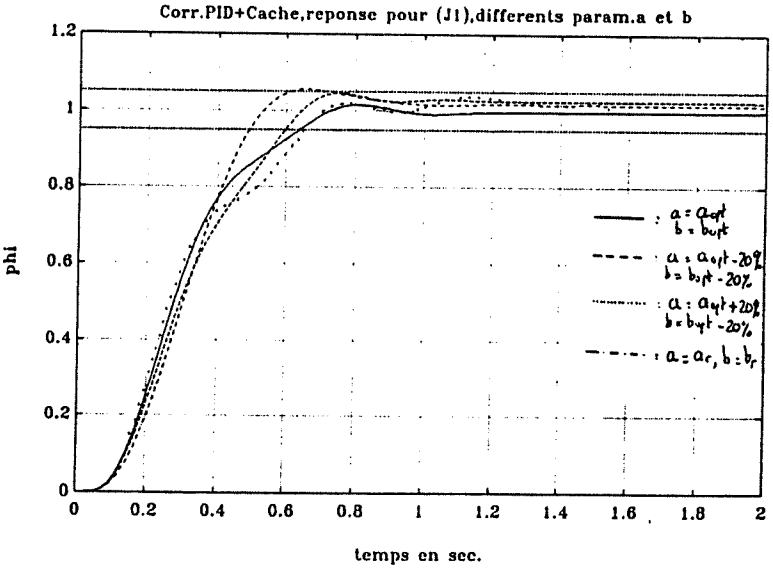


Figure 5: correction PID+Cache, réponses expérimentales
erreur sur a et b de 20%
(a) gains (J_4)
(b) gains (J_3)
(c) gains (J_1)

V. Conclusion

La réalisation pratique de notre correcteur à cache étudié théoriquement et simulé au chapitre IV, a tenu dans l'ensemble ses promesses même si les résultats expérimentaux sont un peu moins bons que ceux prévus par la théorie. En particulier on a vu que l'utilisation de gains assez forts induisait un dépassement beaucoup plus important que ce que laissait présager la simulation. Par contre l'utilisation de gains raisonnables donne de très bons résultats, conformes à la simulation. L'étude pratique a révélé de manière encore plus évidente l'interêt qu'il y a à utiliser des gains raisonnables (quasi-insensibilité à la variation des paramètres a,b et p du cache, ou de la période d'échantillonnage...).

On pouvait craindre à priori que notre correcteur à cache soit très fragile, et qu'on ne puisse l'utiliser en dehors de certaines conditions draconiennes, sous peine de le voir osciller. En fait on a montré que lorsqu'on utilise des gains faibles pour le calcul de la commande PID, le correcteur PID+Cache est très robuste et très fiable. Il permet d'obtenir des temps de reponse de l'ordre de la demi-seconde, alors qu'un simple correcteur PID ne permettait pas de descendre sous la seconde.

CLOTURE

L'étude effectuée nous a permis de cerner les problèmes tant théoriques qu'expérimentaux induits par la présence d'une élasticité dans un asservissement de position. Le système étudié est une bonne illustration de la théorie des pôles et des zéros, de par la présence dans sa fonction de transfert de deux pôles dus au lien élastique, qu'on tente de "cacher" par l'intermédiaire de la loi de commande.

Le banc d'essai mis au point permet d'effectuer des tests expérimentaux qui illustrent bien la théorie. Il s'agit d'un banc qui peut être utilisé autant pour des raisons de recherche que de démonstration éducationnelle. D'une façon concrète, il sera utilisé comme élément essentiel d'un travail pratique rattaché au cours de "Systèmes non-linéaires pour application à la robotique", offert par le département de Génie Electrique de l'Ecole Polytechnique de Montréal.

Plusieurs apports peuvent être envisagés pour élargir l'ampleur d'utilisation de notre banc d'essai:

Une étude intéressante consisterait à ajouter à notre contrôleur une boucle d'identification et d'adaptation des paramètres (par une simple modification du module informatique concernant la loi de commande). En effet, notre système apparait comme un cas où la présence d'une loi de commande adaptative peut se justifier.

Dans [3], on étudie de façon analytique et par voie de simulation l'asservissement d'un système comparable au nôtre, muni d'une loi de contrôle par retour d'état et par structure variable. Par simple modification du module de calcul de la loi de commande, notre banc d'essai pourrait permettre de compléter cette étude par des tests expérimentaux.

Dans [7] on étudie, également d'une façon analytique et simulée, le même système muni d'une loi de contrôle par retour d'état et par structure variable, complétée cette fois par une boucle d'adaptation de gains. Là encore, notre banc d'essai pourrait facilement être modifié de manière à utiliser ce type de contrôleur et ainsi pouvoir juger expérimentalement de son intérêt.

BIBLIOGRAPHIE

1. C.MOLER, J.LITTLE, S.BANGERT, "PC-MATLAB for MS-DOS Personal Computers", The MathWorks Inc., 1987.

2. Romano M. De SANTIS, "Théorie des Systèmes de Commande Linéaires", Ecole Polytechnique de Montréal, 1986.

3. Caroline SERFASS, "Asservissement d'une articulation robotique élastique avec un contrôleur à structure variable", Ecole Polytechnique de Montréal, 1987.

4. J.O'SHEA, G.MARTIN, "Guide des travaux pratiques Asservissements", Ecole Polytechnique de Montréal, 1988.

5. Richard HURTEAU, "Commande des Processus Industriels", Ecole Polytechnique de Montréal, 1988.

6. J.ROZINOER, "Guide des travaux pratiques d'Automatique", Ecole Centrale de Lyon, 1987.

7. G.D.PINOIA, A.RUSCONI, "Controllo Adattativo a Struttura Variabile di un Asservimento di Posizione con Trasmissione Elastica", Tesi di Laurea, Istituto di Automatica, Politecnica di Milano, 1989.

8. R.M. De SANTIS, R.HURTEAU, G.AUTHIE, "A Real Time Computer Control Demonstrator for Use in a University Control Laboratory", IEEE Trans. on Education, Vol. E-25, N.1, February 1982.

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL
3 9334 00289681 7