

**Titre:** Modélisation du comportement mécanique du sel gemme :  
Title: viscoplasticité et endommagement

**Auteurs:** Jamel Sgaoula, Michel Aubertin, & Denis Gill  
Authors:

**Date:** 1992

**Type:** Rapport / Report

**Référence:** Sgaoula, J., Aubertin, M., & Gill, D. (1992). Modélisation du comportement mécanique du sel gemme : viscoplasticité et endommagement. (Rapport technique n° EPM-RT-92-12). <https://publications.polymtl.ca/9694/>  
Citation:

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/9694/>  
PolyPublie URL:

**Version:** Version officielle de l'éditeur / Published version

**Conditions d'utilisation:** Tous droits réservés / All rights reserved  
Terms of Use:

## Document publié chez l'éditeur officiel

Document issued by the official publisher

**Institution:** École Polytechnique de Montréal

**Numéro de rapport:** EPM-RT-92-12  
Report number:

**URL officiel:**  
Official URL:

**Mention légale:**  
Legal notice:

15 DEC. 1992

EPM/RT-92/12

**Modélisation du comportement mécanique  
du sel gemme : viscoplasticité et endommagement**

Jamel SGAOULA, candidat au doctorat  
Michel AUBERTIN, professeur agrégé  
Denis E. GILL, professeur titulaire

Département de génie minéral

École Polytechnique de Montréal  
septembre 1992

gratuit

Nous tenons à remercier Mesdames Suzanne Desjardins et Lucette DeGagné pour l'aide apportée à l'édition de ce document. Nous exprimons également notre gratitude aux professeurs M. Bernard et R. Corthésy pour leur revue du manuscrit.

Tous droits réservés. On ne peut reproduire ni diffuser aucune partie du présent ouvrage, sous quelque forme que ce soit, sans avoir obtenu au préalable l'autorisation écrite des auteurs.

Dépôt légal, 3<sup>e</sup> trimestre 1992  
Bibliothèque nationale du Québec  
Bibliothèque nationale du Canada

Pour se procurer une copie de ce document, s'adresser aux :

Éditions de l'École Polytechnique de Montréal  
École Polytechnique de Montréal  
Case postale 6079, Succursale A  
Montréal (Québec) H3C 3A7  
(514) 340-4473

Compter 0,10 \$ par page (arrondir au dollar le plus près) et ajouter 3,00 \$ (Canada) pour la couverture, les frais de poste et la manutention. Régler en dollars canadiens par chèque ou mandat-poste au nom de l'École Polytechnique de Montréal. Nous n'honoreronos que les commandes accompagnées d'un paiement, sauf s'il y a eu entente préalable dans le cas d'établissement d'enseignement, de sociétés ou d'organismes canadiens.

AVANT-PROPOS

Le présent document est un ouvrage rédigé à la suite d'une recherche bibliographique portant sur le comportement mécanique du sel gemme, réalisée dans le but de faire le point sur l'état des connaissances sur certains aspects particuliers, notamment sur l'écoulement viscoplastique en présence d'un endommagement du matériau. Compte tenu de l'abondante littérature sur le sujet, les auteurs ont jugé qu'il serait profitable à la collectivité d'éditer une telle revue.

Nous tenons à remercier le Conseil de la recherche en sciences naturelles et en génie (CRSNG - OGP0089749 et OGP0003412) pour le support financier.

RÉSUMÉ

Ce rapport technique présente une revue de la littérature portant sur la description du comportement mécanique du sel gemme, tel que révélé par des essais au laboratoire. On retient, en particulier, que le sel gemme peut se révéler fragile (et semi-fragile) lorsqu'il est sujet à la fracturation, comme c'est le cas avec plusieurs autres types de roches. Son comportement mécanique peut aussi être ductile, et ressembler en cela à celui des métaux. Comme les modèles usuels de comportement inélastique du sel ne tiennent pas compte adéquatement de la fracturation, l'étude présentée dans cet ouvrage a été entreprise pour mettre en évidence l'influence de cet aspect.

La contribution originale présentée dans ce rapport est l'étude de l'applicabilité de la théorie de la mécanique d'endommagement des milieux continus (CDM), où la détérioration progressive des propriétés du matériau est reliée à une variable d'endommagement  $D$ , dont la valeur est exprimée à partir d'une loi d'évolution. Une version simplifiée d'un modèle viscoplastique unifié, développé originellement pour le fluage stationnaire, est extensionnée à l'aide de cette théorie afin de décrire le fluage tertiaire du sel gemme, là où la microfissuration joue un rôle important dans l'écoulement inélastique.

ABSTRACT

This technical report a literature review on the mechanical behavior of rocksalt, as revealed through laboratory tests results. It is shown that rocksalt can be brittle (and semi-brittle) when subjected to fracturing, as is the case with many other rock types. The behavior of rocksalt can also be ductile, thus resembling that of metals. As most models on rocksalt do not take into account fracturing, the work presented here was undertaken to emphasize the influence of this aspect on the inelastic behavior of rocksalt.

The original contribution presented in this report is the study of the applicability of the continuum damage mechanics (CDM) theory, in which the progressive deterioration of the material properties is related to the evolution of a damage variable  $D$  as expressed by a growth law. A simplified version of a viscoplastic model, initially developed for steady-state creep, is extended with this theory and applied with success to the tertiary creep of rocksalt.

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos . . . . .	iv
Résumé . . . . .	v
Abstract . . . . .	vi
Table des matières . . . . .	vii
Liste des tableaux . . . . .	xi
Liste des figures . . . . .	xii
Liste des symboles . . . . .	xvii
Chapitre 1 - Introduction . . . . .	1
Chapitre 2 - Comportement rhéologique du sel . . . . .	4
2.1 - Introduction . . . . .	4
2.2 - Terminologie utilisée . . . . .	4
2.3 - Aspects fondamentaux du comportement mécanique des roches . . . . .	6
2.3.1 - Cas des roches en général . . . . .	6
2.3.2 - Cas du sel . . . . .	9
2.3.3 - Facteurs d'influence sur le comportement du sel . . . . .	10
Remarque . . . . .	12
2.4 - Les processus physiques de déformation . . . . .	13
2.4.1 - Mécanisme I - Glissement des dislocations . . . . .	14
2.4.2 - Mécanisme II - Glissement dévié . . . . .	14
2.4.3 - Mécanisme III - Montée des dislocations . . . . .	15
2.4.4 - Mécanisme IV - Écoulement par diffusion (écoulement newtonien) . . . . .	16
2.5 - Écrouissage du matériau . . . . .	17
2.5.1 - L'évolution de la microstructure . . . . .	17
2.5.2 - Comportement des monocristaux . . . . .	17
2.5.3 - Écrouissage et contrainte interne $\sigma_i$ . . . . .	18
2.5.4 - La restauration . . . . .	20
Conclusion . . . . .	21
Chapitre 3 - Lois du comportement du sel gemme . . . . .	22
3.1 - Introduction . . . . .	22
3.2 - Approches utilisées pour la modélisation . . . . .	22
3.2.1 - Approche partitionnée . . . . .	22
3.2.1.1 - Modélisation et formulation	

du fluage . . . . .	26
3.2.1.1.1 - Approche phénoménologique	26
3.2.1.1.2 - Approche rhéologique (par analogie mécanique) .	29
3.2.1.1.3 - Approche micromécanistique	30
3.2.1.1.4 - Discussion . . . . .	31
3.2.2 - Approche unifiée avec variable interne	32
3.2.2.1 - Formulation générale des lois d'évolution . . . . .	34
3.2.2.2 - Modèles unifiés de type UCP .	35
3.2.2.3 - Modèles viscoplastiques unifiés . . . . .	36
3.2.2.4 - Discussion . . . . .	36
3.3 - Modèle S UVIC . . . . .	38
3.3.1 - Les équations constitutives . . . . .	38
3.3.2 - La signification des variables et constantes du modèle S UVIC . . . . .	42
3.3.2.1 - La variable $B_{ij}$	43
3.3.2.2 - La variable R . . . . .	44
3.3.2.3 - La variable K . . . . .	45
3.3.2.4 - Les paramètres A et N . . . . .	47
3.3.2.5 - Limitations du modèle S UVIC .	48
<b>Chapitre 4 - Microfissuration du sel et sa fracturation . . . . .</b>	<b>49</b>
4.1 - Introduction . . . . .	49
4.2 - Aspects fondamentaux du comportement mécanique des roches . . . . .	50
4.2.1 - Régime ductile . . . . .	51
4.2.2 - Régime fragile . . . . .	52
4.2.3 - Régime semi-fragile . . . . .	53
4.3 - Transition ductile-fragile . . . . .	54
4.3.1 - Analyse microstructurale . . . . .	54
4.3.2 - Microfissuration dans la phase de transition . . . . .	56
4.4 - Comportement d'une fissure . . . . .	57
4.4.1 - Mécanique de la rupture . . . . .	57
4.4.2 - Modes de rupture . . . . .	58
4.4.3 - Facteur d'intensité de contraintes . .	59
4.4.4 - Critère énergétique de Griffith . . . .	60
4.4.5 - Critère de Griffith pour les roches . .	63
4.4.6 - Extension de la théorie de Griffith aux matériaux ductiles . . . . .	65
4.4.7 - Relation entre le taux de relâchement de l'énergie élastique, G, et le facteur d'intensité de contraintes, . . . . .	66
4.4.8 - Ténacité à la rupture . . . . .	67
4.4.8.1 - Méthodes expérimentales pour la détermination de $K_{IC}$ . . . . .	68
4.4.8.2 - Influence de $\sigma_m$ sur $K_{IC}$ . . . . .	74

4.4.8.3 - Influence de $\dot{\epsilon}$ sur $K_{IC}$ . . . . .	74
4.4.8.4 - Influence de la température sur $K_{IC}$ . . . . .	75
4.5 - Fracturation et comportement macroscopique du sel . . . . .	76
4.5.1 - Lois cinétique de la propagation subcritique des fissures . . . . .	76
4.5.2 - Fracturation et dilatance . . . . .	78
4.5.3 - Effet de la contrainte de confinement . .	81
4.5.4 - Effet de la vitesse de déformation . .	82
4.5.5 - Effet de la température . . . . .	84
4.5.6 - Effet de l'environnement . . . . .	84
4.5.7 - Conclusion . . . . .	85
Chapitre 5 - Endommagement . . . . .	87
5.1 - Introduction . . . . .	87
5.2 - Historique de la mécanique de l'endommagement .	88
5.3 - Notions fondamentales de la mécanique de l'endommagement . . . . .	88
5.4 - Différents aspects de l'endommagement des matériaux . . . . .	90
5.4.1 - Endommagement élastique et élasto-plastique (endommagement macrofragile) . . . . .	90
5.4.2 - Endommagement plastique ductile . . . . .	91
5.4.3 - Endommagement de fluage (viscoplastique fragile) . . . . .	91
5.4.4 - Endommagement de fluage . . . . .	92
5.5 - Mesure indirecte de l'endommagement . . . . .	92
5.5.1 - Méthode de l'équivalence en déformation	93
5.5.2 - Méthode de la mesure des taux de fluage secondaire et tertiaire . . . . .	94
5.5.3 - Étude de la célérité des ondes soniques	95
5.5.4 - Étude des émissions acoustiques . . . . .	96
5.6 - Lois d'évolution de l'endommagement . . . . .	97
5.6.1 - Endommagement de fluage . . . . .	98
5.6.2 - Endommagement des roches (et autres matériaux fragiles) . . . . .	99
5.6.3 - Endommagement du béton . . . . .	104
5.6.4 - Autres matériaux . . . . .	105
Chapitre 6 - Présentation et validation préliminaire du modèle proposé . . . . .	106
6.1 - Introduction . . . . .	106
6.2 - Modèle SUVIC-D . . . . .	106
6.3 - Modélisation préliminaire du fluage tertiaire à l'aide du modèle Suvic-D . . . . .	108
6.3.1 - Choix de la loi d'évolution	

<b>d'endommagement . . . . .</b>	<b>108</b>
<b>6.3.2 - Hypothèses pour la modélisation . . . . .</b>	<b>110</b>
<b>6.3.3 - Étapes de calcul . . . . .</b>	<b>111</b>
<b>6.3.4 - Discussion . . . . .</b>	<b>114</b>

**L I S T E   D E S   T A B L E A U X**

Tableau 3.1 : Définition des variables et des constantes du modèle SUVIC (d'après Aubertin et al., 1991).

Tableau 4.1 : Nombre de systèmes de glissement indépendants dans plusieurs structures cristallographiques (d'après Groves et Kelly, 1963).

Tableau 5.1 : Mesures utilisées pour définir la quantité d'endommagement d'un matériau (d'après Murakami, 1987).

Tableau 5.2 : Sommaire des équations d'évolution de l'endommagement de fluage (inspiré de Chan, 1988).

Tableau 6.1 : Différents critères de rupture utilisés pour le sel et les roches en général.

LISTE DES FIGURES

- Figure 2.1 : Présentation schématisée de la transition fragile-ductile pour les roches cristallines à faible porosité sous chargement de compression (d'après Evans et al., 1990).
- Figure 2.2 : Courbe contrainte-déformation typique des roches (d'après Dayre, 1987).
- Figure 2.3 : Modes de rupture en compression (d'après Hallam et Ashby, 1990).
- Figure 2.4 : Représentation schématisée de l'influence des conditions de chargement au cours d'essais triaxiaux sur le comportement macroscopique des roches, et sur la relation contrainte-déformation (d'après Heard, 1976).
- Figure 2.5 : Effets de la vitesse de déformation à température constante et de la température à vitesse de déformation constante sur la relation contrainte-déformation du sel d'Avery Island en compressions triaxiale (d'après Horsemann et Handin, 1990).
- Figure 2.6 : Représentation schématisée du comportement inélastique du sel gemme lors d'essais de compression triaxiale conventionnelle réalisés à vitesse de déformation contrôlée. La résistance ultime (ligne pleine) et les frontières entre les trois régimes (lignes tiretées) varient selon la température et la vitesse de déformation (Aubertin et al., 1992b).
- Figure 2.7 : a) Courbes de fluage typiques des roches en compression triaxiale à contrainte de confinement constante (d'après Cruden, 1974).  
b) Effet schématisé de la contrainte de confinement sur l'amorce du fluage tertiaire à  $\epsilon_0$  (Aubertin et al., 1992b).
- Figure 2.8 : Carte des mécanismes de déformation du sel (d'après Skrotzki et Haasen, 1988).
- Figure 2.9 : Courbe contrainte-déformation d'un monocristal du NaCl sollicité de façon à ne produire qu'un

glissement sur le système principal seulement (d'après Davidge et Pratt, 1964).

**Figure 3.1 :** Courbes typiques (a) de fluage et (b) de variation du taux de fluage en fonction du temps.

**Figure 3.2 :** Représentation schématique de la surface d'écoulement dans l'espace des contraintes; on montre le critère de von Mises avec une loi associée, et un écrouissage isotrope et cinématique (d'après Desai et Siriwardane, 1984; Mroz, 1986).

**Figure 3.3 :** Représentation schématique d'un essai CSR, en compression triaxiale, avec des cycles de déchargement et de rechargement (Aubertin, 1989).

**Figure 3.4 :** Effet de la vitesse de déformation sur l'écrouissage et la restauration dynamique de la contrainte interne cinématique B (Aubertin, 1989).

**Figure 4.1 :** Carte des mécanismes de rupture pour l'halite (d'après Ashby et al., 1979).

**Figure 4.2 :** Modes de rupture (d'après Charlez, 1991).

**Figure 4.3 :** Représentation de la fissure dans un système de coordonnées cartésiennes (d'après Atkinson, 1987).

**Figure 4.4 :** Fissure sollicitée en mode I.

**Figure 4.5 :** Fissure dans un milieu soumis à une contrainte uniforme  $\sigma$  (d'après Charlez, 1991).

**Figure 4.6 :** Bilan d'énergie (d'après Bernard, 1990).

**Figure 4.7 :** "Short-rod specimen" (d'après Barker, 1977 a,b).

**Figure 4.8 :** "Chevron-notched round bar bending (d'après Ouchterlony, 1980c).

**Figure 4.9 :** Essai de double torsion (d'après Williams et Evans, 1973).

**Figure 4.10 :** Essai à double cantilever (d'après Swanson et Spetzter, 1984).

Figure 4.11 : Essai de flexion 3 points (d'après Biret et al., 1989).

Figure 4.12 : Essai de flexion, barre cylindrique (d'après ISRM, 1988).

Figure 4.13 : Schématisation de la relation  $v-K_I$  (d'après Wilkins et Rigby, 1981).

Figure 4.14 : Schématisation du lien entre la courbe contrainte-déformation, la variation volumétrique et la vitesse de la propagation des fissures (d'après Singh, 1981).

Figure 4.15 : Mesure de la déformation volumétrique lors d'un essai de compression uniaxiale sur du sel (d'après Carter et Lajtai, 1991).

Figure 4.16 : Mesure de la déformation volumétrique durant des essais de compression triaxiale du sel (d'après Wawersik et Hannum, 1980).

Figure 4.17 : Effets de la pression de confinement et de vitesse de déformation sur la relation contrainte-déformation du sel gemme en compression triaxiale, à diverses contraintes de confinement (d'après Farmer, 1983).

Figure 4.18 : Courbe enveloppe en fonction de la vitesse de déformation et la pression de confinement (d'après Langer, 1984).

Figure 4.19 : Courbes contrainte-déformation du sel d'Avery Island, montrant les effets de la vitesse de déformation à température constante et de la température à vitesse de déformation constante (d'après Horseman et Handin, 1990).

Figure 4.20 : Influence de la pression de confinement et de la vitesse de déformation sur la rupture et la transition fragile-ductile du sel (d'après Wallner, 1983).

Figure 4.21 : Effet de la température sur la courbe enveloppe de rupture du sel (d'après Langer, 1984).

Figure 5.1 : Élément endommagé (Lemaître, 1984).

Figure 5.2 : Processus d'endommagement dans les roches et le béton (Murakami, 1987).

- Figure 5.3 :** Équivalence en déformation (Lemaitre et Chaboche, 1978).
- Figure 5.4 :** Comportement caractéristiques des matériaux plastiques, plastiques-endommageables et endommageables (Hult, 1987).
- Figure 5.5 :**
- Les 4 stades de la déformation d'une éprouvette au cours d'un essai triaxial (d'après Paterson, 1978).
  - Différentes méthodes pour la détection de l'endommagement de l'éprouvette.
- Figure 5.6 :** Différentes méthodes pour la détection de l'endommagement de l'éprouvette (d'après Meredith, 1990).
- Figure 5.7 :** Coordonnées sphériques de la fissure (Atkinson, 1987).
- Figure 5.8 :** Géométrie de la distribution des microfissures (Costin, 1987).
- Figure 5.9 :** Surface d'endommagement dans l'espace des contraintes (Costin, 1987).
- Figure 5.10 :** Géométrie de la distribution des microfissures (Davison et Stevens, 1973).
- Figure 5.11 :** Géométrie de la distribution des microfissures (d'après Kemeny, 1991).
- Figure 5.12 :** Longueur de la fissure relative (endommagement) vs temps (d'après Kemeny, 1991).
- Figure 6.1 :** Courbes de fluage expérimentales sur du sel et descriptions obtenues à l'aide du modèle S U V I C - D.
- Figure 6.2 :** Valeurs de la variable D calculées à l'aide de la loi cinétique du modèle S U V I C - D exprimées en fonction du temps, lors du fluage tertiaire.
- Figure 6.3 :** Détermination graphique de la valeur de la constante k.
- Figure 6.4 :** Courbe enveloppe de rupture du sel de Saskatoon (d'après Lajtai et al., 1991).
- Figure 6.5 :** Courbe enveloppe de rupture du sel Saskatoon (d'après Lajtai et al., 1991).

Figure 6.6 : Courbe enveloppe de rupture du sel (d'après Dusseault et al., 1987).

Figure 6.7 : Courbe enveloppe de rupture du potasse à plusieurs vitesses de déformation d'après Lajtai et al., 1991).

Figure 6.8 : Courbe enveloppe de rupture du sel d'après Menzel et Schreiner (1983).

Figure 6.9 : Courbe enveloppe de rupture du sel d'après Butcher (1980).

Figure 6.10 : La résistance à la rupture du sel d'après Hunsche (1990a).

Figure 6.11 : Enveloppe de rupture du sel d'après Desai et Varadarajan (1987).

Figure 6.12 : Courbe enveloppe de rupture du sel d'après Langer (1984).

LISTE DES SYMBOLES

- a : **demie longueur de la fissure;**  
 $a_o$  : **fonction de la distribution initiale des fissures;**  
 $\dot{a}$  : **vitesse de la propagation de la fissure;**  
 A : **constante;**  
 $A_i$  : **constantes ( $i = 1, 2, 3, \dots$ );**  
 b : **constante; distance entre deux fissures voisines dans le modèle de Kemeny (1991);**  
 $b_j$  : **déplacement relatif de la surface de la fissure;**  
 B : **contrainte interne cinématique uniaxiale;**  
 $B_e$  : **norme de  $B_{ij}$  ( $B_e = (3/2 B_{ij} B_{ij})^{1/2} = J(B_{ij})$ );**  
 $B_e'$  : **valeur de saturation de  $B_e$ ;**  
 $B_{ij}$  : **tenseur de la contrainte B;**  
 $B_o$  : **constante;**  
 C : **constante; constante de normalisation de  $B_{ij}$  et R;**  
 $C_0$  : **résistance en compression uniaxiale;**  
 d : **distance entre deux fissures voisines dans le modèle de Costin (1985, 1987);**  
 $d_1$  : **distance entre deux fissures voisines;**  
 $d_c$  : **dimension de cellule;**  
 $d_g$  : **dimension de grain;**  
 D : **paramètre d'endommagement;**  
 $D_c$  : **valeur maximale de D;**  
 $D_n$  : **variable d'endommagement;**  
 $e_i$  : **vecteur unitaire;**  
 $e_{ij}$  : **tenseur du déviateur des déformations;**

- E : module de Young;  
 $\tilde{E}$  : module de Young du matériau endommagé;  
 f : fonction quelconque;  
 $f_i$  : fonctions quelconques ( $i = 1, 2, 3, \text{ etc...}$ );  
 F : fonction d'écoulement; travail fait par les forces externes;  
 $g_i$  : fonction quelconque ( $i = 1, 2, 3, \text{ etc...}$ );  
 G : module de cisaillement; force d'extension de la fissure, ou taux de relâchement de l'énergie de déformation élastique;  
 h : niveau d'écrouissage;  
 $h_I, h_{II}, h_{III}$  : niveaux d'écrouissage correspondant aux trois phases d'écoulement inélastique des monocristaux;  
 H : paramètre de la loi de normalité en élastoplasticité; multiplicateur plastique;  
 i : variable indicielle ( $i = 1, 2, 3, \text{ etc...}$ );  
 $I_1$  : premier invariant de contraintes ( $I_1 = 3 \sigma_m = \text{trace } \sigma_{ij}$ );  
 j : variable indicielle ( $j = 1, 2, 3, \text{ etc...}$ );  
 J : opérateur qui définit la norme de von Mises d'un tenseur quelconque (ex:  $J(\sigma_{ij}) = [3/2 (\sigma_{ij} \sigma_{ij})]^{1/2}$ );  
 $J_2$  : deuxième invariant du déviateur de contraintes ( $J_2 = (1/2 S_{ij} S_{ij})$ );  
 k : constante;  
 K : variable de normalisation dans le modèle S UVIC;  
 $K'$  : valeur de saturation de la variable interne K;  
 $K_b$  : module de compressibilité;  
 $K_L$  : facteur d'intensité de contraintes ( $L = I, II, III$ );  
 $K_{IC}$  : ténacité ou valeur maximale du facteur d'intensité de contraintes  $K_I$ ;

- $K_f$  : facteur maximum d'intensité de contraintes lors de la pré-fissuration;
- $K_o$  : seuil à la propagation des fissures;
- $l$  : demie longueur de la fissure dans le modèle de Kemeny; (1991);
- $n$  : constante du matériau; exposant de la loi de puissance, type Norton;
- $n_i$  : vecteur unitaire normal à la fissure;
- $N$  : exposant de la loi cinétique;
- $p$  : constante;
- $q$  : constante;
- $Q$  : potentiel plastique; énergie d'activation;
- $r$  : constante dans la loi d'endommagement; fonction de restauration; coordonnée cartésienne;
- $r_d$  : fonction de restauration dynamique;
- $r_s$  : fonction de restauration statique;
- $R$  : constante; contrainte interne isotrope; résistance du matériau à la propagation de la fissure;
- $R'$  : valeur de saturation de  $R$ ;
- $\text{sgn}$  : fonction signum ( $\text{sgn}(x) = x/|x|$ );
- $S$  : surface d'un élément de volume;
- $S_D$  : surface des inclusions et des fissures contenues dans  $S$ ;
- $S_{ij}$  : tenseur du déviateur des contraintes;
- $t$  : temps;
- $t_c$  : temps à la rupture;
- $T$  : température;
- $T_m$  : température de fusion;

- $T_0$  : résistance à la traction;
- $U_0$  : énergie de déformation de la plaque sans fissure;
- $U_a$  : variation de l'énergie de déformation élastique due à la présence d'une fissure;
- $U_y$  : énergie de surface associée à la création de deux surfaces;
- $U_{pl}$  : énergie de déformation plastique;
- $V$  : vitesse de la propagation des fissures;
- $dV$  : élément de volume;
- $V_L$  : vitesse d'onde en mode longitudinal;
- $V_T$  : vitesse d'onde en mode torsionel;
- $X_{ac}$  : norme de von Mises du tenseur  $(S_{ij} - B_{ij})$ ;
- $Y$  : variable d'état quelconque;
- $\theta$  : angle des coordonnées sphériques;
- $\phi$  : angle des coordonnées sphériques; angle de friction interne;
- $\Omega$  : contour de l'hémisphère de l'intégrale;
- $\sigma$  : contrainte appliquée;
- $\tilde{\sigma}$  : contrainte nette;
- $\sigma_1$  : contrainte principale majeure;
- $\sigma_2$  : contrainte principale intermédiaire;
- $\sigma_3$  : contrainte principale mineure; contrainte de confinement;
- $\sigma_a$  : contrainte active;
- $\sigma_m$  : contrainte moyenne;
- $\sigma_f$  : contrainte à la rupture;
- $\sigma_y$  : limite élastique;
- $\sigma_{seuil}$  : seuil à l'initiation de la propagation des fissures;

- $\sigma_t$  : résistance en tension uniaxiale;  
 $\sigma_{ij}$  : tenseur des contraintes;  
 $\sigma_{xy}$  : contrainte de cisaillement;  
 $\sigma_{yx}$  : contrainte de cisaillement;  
 $\nu$  : coefficient de Poisson;  
 $\rho$  : densité des dislocations; densité massique du matériau;  
 $\tau$  : contrainte de cisaillement;  
 $\tau_0$  : contrainte de cisaillement octaédrique;  
 $\tau^*$  : contrainte de cisaillement effective le long des faces de la fissure d'après le modèle de Kemeny (1991);  
 $\dot{\epsilon}^c$  : déformation de fluage;  
 $\dot{\epsilon}$  : vitesse de déformation; vitesse de déformation totale;  
 $\dot{\epsilon}^e$  : vitesse de déformation élastique;  
 $\dot{\epsilon}_0$  : coefficient de la loi d'écoulement stationnaire de type Norton;  
 $\dot{\epsilon}^p$  : vitesse de déformation plastique;  
 $\dot{\epsilon}^c$  : vitesse de déformation de fluage;  
 $\dot{\epsilon}_e^i$  : norme de von Mises de la vitesse de déformation inélastique  $\dot{\epsilon}_{ij}^i$ ;  
 $\dot{\epsilon}_{ij}$  : tenseur des déformations;  
 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$  : tenseur des déformations élastiques;  
 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$  : tenseur des déformations plastiques;  
 $\dot{\epsilon}_{ij}^i$  : tenseur des déformations inélastiques;  
 $\dot{\epsilon}_{kk}$  : tenseur des déformations volumétriques;  
 $\dot{\epsilon}_r$  : taux de fluage tertiaire;  
 $\dot{\epsilon}_s$  : taux de fluage secondaire;  
 $\dot{\epsilon}_t$  : taux de fluage transitoire;

$\delta_{ij}$  : delta de Kronecker;

$\propto$  : proportionnel à;

SFE : énergie de faute d'empilement.

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

Le comportement mécanique du sel gemme a été le sujet de plusieurs études expérimentales et théoriques. Ces études sont usuellement reliées aux projets de conception d'excavations souterraines pour les exploitations minières (Langer, 1982), pour le stockage des hydrocarbures (Preece, 1987), pour le stockage des déchets toxiques (Langer et Wallner, 1988) et pour l'enfouissement de résidus nucléaires (Russel et al., 1984).

Parmi ces études, le calcul du champ de contraintes et de déformations dans le massif-hôte (autour des cavités salines) occupe une place importante. Ce calcul est en effet nécessaire pour deux raisons:

- d'abord, pour concevoir et construire des excavations souterraines stables pendant la phase d'exploitation, soit pour éviter une rupture instantanée et différée;
- ensuite, pour prédire le comportement mécanique à long terme du massif-hôte, c'est-à-dire prévoir l'évolution des déplacements dans le temps.

Compte tenu de la complexité des géométries d'excavations à envisager et du comportement rhéologique du sel gemme, ce genre de calcul est usuellement réalisé à partir d'une modélisation numérique (FEM) dont les résultats sont reliés directement au modèle constitutif considéré. Pour cela,

l'utilisation d'un modèle représentant adéquatement le comportement réel du matériau est de première importance.

Plusieurs modèles ont été proposés dans cette optique au fil des ans (e.g. Devries, 1988; Morgan et Krieg, 1988, 1990; Morgan et Wawersik, 1989; Russel et al., 1990; Munson et Devries, 1991). Toutefois, des analyses récentes semblent indiquer que le modèle proposé par Aubertin (1989) serait actuellement le plus complet des modèles actuellement disponibles (Aubertin et al., 1992a). De nature viscoplastique et comprenant trois variables d'état évolutives, ce modèle a une nature unifiée, c'est-à-dire qu'il permet de décrire à l'aide d'une seule loi cinétique l'ensemble du comportement inélastique du matériau, en incluant les effets d'héritage. Appelé S UVIC, ce modèle constitutif a été développé principalement pour la phase ductile de l'écoulement inélastique, là où les déformations intracristallines (mouvement des dislocations) dominent le comportement mécanique du sel gemme.

Le fait que le modèle S UVIC fasse abstraction de certains phénomènes présents dans le comportement mécanique du sel, tel que la fracturation et la dilatance, entraîne toutefois certaines limitations à son application. En effet, de nombreuses études de laboratoire et *in situ* ont montré que la déformation du sel, suivant certaines conditions de sollicitation, peut aussi se révéler fragile et semi-fragile et sujet à la fracturation (Wawersik et Hannum, 1980; Handin

et al., 1986; Horseman et Handin, 1990), comme c'est le cas avec d'autres types de roches.

Le rapport qui suit mettra donc une emphase particulière sur l'aspect de la fracturation. La contribution originale des auteurs à cet égard sera l'étude de l'applicabilité de la mécanique d'endommagement des milieux continus (CDM; "Continuum Damage Mechanics"), qui a déjà été appliquée avec succès aux métaux, aux roches fragiles et aux céramiques, pour l'extension du modèle SUVIC.

Avant d'entamer les chapitres suivants, il est bon de préciser que dans ce texte les mots sel et sel gemme ont la même signification.

## CHAPITRE 2

### COMPORTEMENT RHÉOLOGIQUE DU SEL

#### 2.1 - Introduction

Le comportement rhéologique du sel a été l'objet de nombreux travaux expérimentaux au cours des dernières décennies. Il ressort de ces travaux que le comportement mécanique du sel est similaire, à plus d'un égard, à celui d'autres matériaux polycristallins. En particulier, le sel peut se révéler fragile (et semi-fragile) et sujet à la fracturation, comme c'est le cas avec d'autres types de roches, le béton et certaines céramiques. Il peut aussi être ductile et ressembler en cela à celui des métaux.

Dans le reste de ce chapitre, nous référons souvent aux travaux théoriques et expérimentaux faits sur divers matériaux polycristallins, afin d'en tirer profit pour la modélisation du comportement inélastique du sel gemme.

#### 2.2 - Terminologie utilisée

Le terme rhéologie, suivant la définition de Bingham (1922), est la science qui étudie la déformation de la matière de façon générale, en mettant l'emphase sur les effets du temps. La définition de quelques termes, fréquemment utilisés dans cette science, nous apparaît nécessaire à une meilleure

compréhension de la suite de ce texte (Langer, 1984; Aubertin et al., 1987a).

- **Écoulement** : Chaque déplacement des composantes d'un corps qui occasionne un changement permanent de forme et/ou de volume dans le temps.
- **Fluage** : le phénomène de déformation continue d'un corps soumis à un état de contrainte constante.
- **Limite élastique** : niveau de contrainte qui correspond à la fin des déformations élastiques au cours d'une mise en charge (aussi appelée seuil de plasticité, limite plastique ou seuil d'écoulement).
- **Rupture** : la rupture d'un matériau est généralement associée avec la perte de la capacité portante; au laboratoire, cela peut correspondre à la contrainte au pic dans un essai à vitesse de déformation constante, ou à la fin de la phase tertiaire dans un essai de fluage (essai à contrainte constante).
- **Déformation inélastique** : c'est une déformation permanente (irrécupérable) instantanée ou différée.
- **Déformation plastique** : déformation permanente considérée comme indépendante du temps.
- **Déformation viscoplastique** : déformation permanente considérée comme fonction du temps.
- **Matériau parfaitement plastique** : un matériau est parfaitement plastique quand la contrainte durant le

chargement au-delà de la limite élastique demeure constante, en dépit de l'augmentation des déformations.

- **Déformation résiduelle** : c'est une déformation qui demeure non recouvrée suite au relâchement des contraintes.
- **Rhéogramme (diagramme d'écoulement)** : c'est une représentation graphique du comportement mécanique en fonction du temps.

### **2.3 - Aspects fondamentaux du comportement mécanique des roches**

#### **2.3.1 - Cas des roches en général**

Le comportement mécanique de la majorité des roches est principalement étudié par le biais d'essais effectués sur des éprouvettes cylindriques, dont le diamètre habituel peut varier de 5 à 10 cm et dont l'élancement est supérieur ou égal à deux. Le mode de rupture macroscopique observé durant ces essais peut être identifié comme étant fragile, semi-fragile ou ductile (Paterson, 1978; Ross et Lewis, 1989; Evans et al., 1990; Bernabe et Brace, 1990; Murrell, 1990). La figure 2.1 montre de façon schématisée le comportement des roches pour ces trois modes.

L'analyse des courbes contrainte-déformation obtenues lors d'essais de laboratoire usuels permet de distinguer jusqu'à cinq phases de comportement, tel qu'illustré à la figure 2.2. D'abord, on voit usuellement une portion concave, à partir de l'origine, caractérisant la fermeture des fissures préexistantes (phase 1). Cette portion non linéaire est suivie d'une relation quasi-linéaire (phase 2), occupant souvent une large portion de la courbe, caractérisant les déformations réversibles (élastiques). Puis on trouve une portion non linéaire convexe, caractérisant la propagation stable (phase 3) et instable (phase 4) des fissures (déformation inélastique). A partir de la résistance ultime (pic), l'allure de la courbe contrainte-déformation varie grandement selon les conditions de sollicitation. Ce comportement post-rupture de la roche est une fonction de la contrainte de confinement (comme l'est d'ailleurs le comportement pré-pic) et aussi de la rigidité du système de chargement lui-même (Jaeger et Cook, 1979).

Pour une pression de confinement nulle ou faible, la rupture est généralement du type fragile (figure 2.1a; 2.3a, b). Ce type de rupture fragile est habituellement suivi d'un écrouissage négatif, i.e: d'une perte progressive de résistance. Les roches subissant la rupture par ce mode se dilatent pendant la déformation, et montrent une certaine localisation des déformations. Les mécanismes de déformation prédominants durant la rupture fragile sont les processus de

propagation stable et instable des fissures, incluant la microfissuration et le glissement frictionnel (Costin, 1983; Kemeny et Cook, 1987; Hallam et Ashby, 1990). Ici, la résistance ultime  $\sigma_{\text{pic}}$  apparaît comme une fonction quasi-linéaire de la contrainte de confinement  $\sigma_3$ .

Au fur et à mesure que la pression de confinement augmente, on constate une hausse de la résistance ultime et de la résistance post-pic. A un certain niveau de contrainte de confinement (selon le type de roche), la courbe contrainte-déformation post-pic montre un module d'écrouissage nul (i.e. la courbe post-pic tend vers un palier horizontal). Ce mode de comportement caractérise le régime semi-fragile. Le passage à ce régime est aussi favorisé par une diminution de la vitesse de déformation ou une augmentation de la température.

Dans ce régime semi-fragile (cas b de la figure 2.1), les dislocations s'activent ce qui engendre des déformations plastiques intracristallines. La propagation des fissures, qui demeure active, entraîne toutefois une certaine dilatance. Ici la relation  $\sigma_{\text{pic}}-\sigma_3$  est concave vers le bas.

Enfin, à haute température, pour une valeur de contrainte de confinement élevée et/ou pour une vitesse de déformation faible, on atteint le régime ductile (cas c de la figure 2.1), où la déformation inélastique est contrôlée entièrement par les mécanismes intracristallins impliquant le mouvement des dislocations.

Les figures 2.3 et 2.4 illustrent schématiquement les différents régimes du comportement des roches en général, selon les conditions de sollicitation ( $\epsilon$ ,  $\sigma_m$ , T, etc..).

### 2.3.2 - Cas du sel gemme

Le sel gemme est une roche cristalline qui n'échappe pas, dans sa description phénoménologique, aux différents mécanismes de déformation qui contrôlent l'écoulement inélastique des roches en général. La principale différence entre le comportement mécanique des roches et le comportement du sel gemme est le fait que la portion linéaire de la courbe pré-pic contrainte-déformation est pratiquement inexistante dans ce dernier cas (pour un matériau vierge, non écroui). En effet, le sel peut admettre beaucoup plus aisément les déformations intracristallines que la grande majorité des roches, dans les conditions usuelles de laboratoire (Russell et al., 1984). Pour ces dernières, les déformations inélastiques sont avant tout reliées à la propagation stable des fissures, généralement sans déformation notable des cristaux (Dafalias, 1984). Par contre, pour le sel, les déformations intracristallines dominent, même si elles sont fréquemment accompagnées d'une certaine fracturation diffuse, due à la propagation des microfissures.

La figure 2.5 montre des courbes contrainte-déformation typiques pour le sel lors d'essais à taux de déformation

contrôlée (CSR). On y voit une relation non linéaire presqu'à partir de l'origine (phase linéaire pratiquement inexistante), d'où une limite élastique nulle ou très faible (Handin et al., 1986). Comme on l'a déjà mentionné pour les roches, les déformations inélastiques du sel sont causées par le mouvement des défauts de la structure, soit les défauts microscopiques de la structure cristalline (essentiellement les dislocations), ainsi que l'amorce et la propagation des microfissures qui causent la fracturation. Ces deux types de processus peuvent agir séparément ou conjointement, selon les conditions de sollicitation ( $\epsilon$ ,  $\sigma_m$ , T, etc.). Les figures 2.6 et 2.7 illustrent les différents régimes du comportement du sel gemme, soit les régimes fragile, semi-fragile et ductile, pour des essais CSR et des essais de fluage (plus de détails sur la signification de ces figures peuvent être obtenus dans les publications de Aubertin et al. 1992b et 1992c). L'allure de la courbe enveloppe de la figure 2.6 revêt ici une grande importance en ce qui a trait à la modélisation du comportement rhéologique du sel gemme, tel que discuté au chapitre 4.

### 2.3.3 - Facteurs d'influence sur le comportement du sel gemme

Le comportement rhéologique du sel gemme est fortement influencé par les conditions de sollicitations: la contrainte

moyenne  $\sigma_m$ , la température T, l'environnement et la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$ .

Les effets de l'environnement sont en général négligés pour le cas du sel en raison de la faible teneur en eau et de la faible perméabilité de ce dernier; de plus amples informations sont disponibles à cet égard dans le rapport de Aubertin et al. (1987a).

Pour l'effet de la température, une hausse de cette dernière provoque une augmentation de la ductilité et peut même supprimer la fracturation (Wawersik et Hannum, 1980). Dreyer (1972) rapporte que ce phénomène est dû à la restauration des dislocations dans le réseau cristallin et aux vibrations thermiques des ions autour de leur position d'équilibre qui facilitent le mouvement des dislocations.

La pression hydrostatique (ou la contrainte moyenne) exerce un rôle capital sur la propagation des fissures et sur la dilatance du matériau puisque la rupture par fracturation peut être inhibée avec une augmentation de la contrainte moyenne. Ainsi, dans le cas du sel, la dilatance peut être négligeable par rapport aux variations de forme lorsque la contrainte de confinement est suffisamment élevée (Senseney et Hansen, 1987). La contrainte de confinement a aussi pour effet d'augmenter la ductilité du sel et sa déformation à la rupture.

Le dernier facteur à considérer est la vitesse de déformation. Une vitesse élevée a pour effet de favoriser la

fracturation et la dilatance (Skrotzki et Haasen, 1984; Cristescu, 1987). Par contre, une vitesse de déformation suffisamment lente peut supprimer la fracturation du sel (Hunsche, 1988). Dans les autres chapitres de ce texte, les effets de ces paramètres sur le comportement du sel seront décrits plus en détail.

#### Remarque

Notons ici que la fracturation (caractérisant les régimes fragile et semi-fragile) du sel a reçu beaucoup moins d'attention que le régime ductile, de la part de la communauté scientifique. Devant l'intérêt que représente cette dernière dans l'élaboration d'un modèle constitutif, les auteurs ont pensé utile de l'aborder séparément, dans un chapitre distinct (chapitre 4). Bien que le sujet soit moins documenté, nous tentons de définir dans ce chapitre 4 les principales caractéristiques du comportement rhéologique du sel en phase fragile et semi-fragile, tant d'un point de vue macroscopique que microscopique. La ductilité (régime ductile) sera pour sa part examinée dans la suite de cette section. A cet égard, les mécanismes de déformation intracristallins du sel à l'échelle microscopique ainsi que les phénomènes d'écrouissage et de restauration de l'évolution de la microstructure qui en découlent sont exposés. Ces notions ont été utilisées comme

fondements de l'élaboration du modèle SUVIC, présenté au chapitre 3.

#### **2.4 - Les processus physiques de déformation**

Avant d'aborder cette section, notons que cette partie de l'étude a été grandement inspirée des travaux faits par Aubertin et al. (1987a, 1987b et 1991a) et Aubertin (1989).

Dans cette section, nous allons traiter des divers mécanismes de déformation qui se produisent à l'échelle microscopique, essentiellement à l'intérieur des cristaux. L'élaboration de cette étude a été grandement inspirée par la connaissance, très avancée, acquise sur les métaux. Cela est justifié par l'existence d'une grande similitude entre le comportement ductile du sel et des métaux, tant d'un point de vue microscopique que macroscopique (Poirier, 1985; Munson et Wawersik, 1991).

Comme plusieurs métaux (en particulier l'aluminium, le nickel, le cuivre et l'argent), le sel est un matériau monophasé avec une structure cristallographique cubique à faces centrées, dite C.F.C.. Cet arrangement est la structure atomique la plus simple, pour un solide non-métallique (Stokes, 1966).

Les processus physiques de déformation sont souvent présentés d'une manière générale, sous une forme identifiée à l'aide de cartes des mécanismes de déformation, pour l'état

stationnaire de l'écoulement. Pour le cas du sel, la carte choisie est présentée à la figure 2.8. Celle-ci constitue un outil très pratique pour l'identification des mécanismes qui contrôlent l'écoulement.

#### 2.4.1 - Mécanisme I - Glissement des dislocations

Le glissement des dislocations serait le mécanisme dominant à basse température (inférieure à environ 0.3 Tm où Tm est la température absolue de fusion) et à forte contrainte déviatorique. Pour le sel, le glissement se produit d'abord sur le système de glissement majeur, formé de la famille des plans {110} et de la famille des directions <110>, à température ambiante (Kern et Richter, 1985).

#### 2.4.2 - Mécanisme II - Glissement dévié

Le glissement dévié ("cross-slip") permet aux dislocations ayant une composante vis ("screw") de passer d'un plan de glissement à un autre plan de glissement, lorsqu'il y a présence d'obstacles au glissement des dislocations. Le glissement dévié permet de réduire l'énergie interne du matériau et d'accroître sa déformabilité, ou de réduire son écrouissage (Skrotzki et Haasen, 1984).

#### 2.4.3 - Mécanisme III - Montée des dislocations

Afin de surmonter les obstacles présents dans la structure, générés par leur intersection et leur empilement, les dislocations peuvent également se diffuser sur d'autres plans. On assiste alors à la montée des dislocations pouvant conduire à la polygonisation des cristaux (Frost et Ashby, 1982; Weertman et Weertman, 1983a). Contrairement au glissement dévié, la montée des dislocations est un mouvement non-conservateur car elle nécessite un transfert de matière (par diffusion) pendant le processus d'absorption et d'émission de vacances ponctuelles (Hirth et Lothe, 1982). Généralement, la montée des dislocations ne se manifeste qu'à des températures relativement élevées (supérieure à environ 0.5 Tm) et pour des niveaux de contraintes intermédiaires à faibles.

Comme c'est le cas avec le glissement dévié, la montée des dislocations contribue en général à la restauration des matériaux ductiles en favorisant le réarrangement des dislocations en une structure organisée (formée de cellule ou de sous-grains), qui permet de réduire l'énergie interne du matériau. Cette sous-structure constitue une caractéristique importante du comportement des matériaux ductiles sujets à l'écrouissage (Mughrabi, 1983).

#### 2.4.4 - Mécanisme IV -écoulement par diffusion (écoulement newtonien)

Lorsque la déformation différée est due à une diffusion de la matière et des lacunes ponctuelles (sans impliquer le mouvement des dislocations), on parle alors d'écoulement par diffusion (Garofalo, 1965; Carter, 1976). Deux types d'écoulement par diffusion sont possibles:

- a) Écoulement de Nabarro-Herring, N-H; la diffusion se fait à l'intérieur des grains;
- b) Écoulement de Coble, C; la diffusion se fait à la frontière des grains.

Les processus d'écoulement par diffusion sont surtout actifs à haute température et à faible vitesse de déformation, ou à basse contrainte. Ces mécanismes, observés chez plusieurs matériaux parfaitement ductiles (métaux C.F.C., céramiques, ect..) sont identifiables macroscopiquement par une relation contrainte-vitesse de déformation stationnaire ( $\sigma-\dot{\epsilon}_s$ ) qui est linéaire (contrairement aux autres mécanismes précités).

Pour chacun des mécanismes précités, des lois constitutives, basées sur des modèles de comportement microscopiques, ont été proposées (essentiellement pour l'état stationnaire de l'écoulement). Certaines équations associées à chacun de ces mécanismes peuvent être retrouvées dans les références suivantes: Mukherjee et al. (1968), Argon (1975),

Nix et Ilschner (1980), Frost et Ashby (1982), Ashby (1983), Skrotzki et Haasen (1984), Poirier (1985) et Aubertin (1989).

## 2.5 - Écrouissage du matériau

### 2.5.1 - L'évolution de la microstructure

L'évolution de la microstructure pendant l'écoulement transitoire qui précède l'état stationnaire doit généralement être considérée dans un modèle de comportement, surtout si la température est inférieure à environ  $0.5 T_m$  (Ashby et Jones, 1980). En phase transitoire, la structure du matériau évolue progressivement sous l'effet des mécanismes d'écrouissage et de restauration, alors qu'à l'état stationnaire, la structure est constante, en équilibre dynamique stable (Munson et Dawson, 1982).

### 2.5.2 - Comportement des monocristaux

Afin de mieux illustrer le phénomène d'écrouissage du matériau, nous allons brièvement faire référence à la relation contrainte-déformation du sel monocristallin à température ambiante pendant un essai CSR, qui ressemble beaucoup à celle des monocristaux de métaux de type C.F.C. Une courbe contrainte-déformation d'un monocristal de NaCl est présentée à la figure 2.9. Quatre stades distincts sont identifiés sur

cette courbe: le stade E correspond aux déformations élastiques, où le mouvement des dislocations n'a pas encore débuté; puis viens le stade I qui correspond à un niveau d'écrouissage  $h_I$ , où les dislocations se meuvent aisément, sans rencontrer d'obstacles importants à leur glissement. Un écrouissage plus marqué  $h_{II}$  est observé au stade II, dû à l'intersection grandissante entre les dislocations qui se multiplient, ce qui réduit leur mobilité. À forte contrainte, on observe une réduction graduelle du niveau d'écrouissage,  $h_{III}$  (Weertman et Weertman, 1983b; Barber, 1985; Nix et Gigeling, 1985). Dans ce dernier cas, le glissement dévié des dislocations contribuerait fortement à la restauration du matériau, conduisant ainsi à la diminution progressive du niveau d'écrouissage (Davis et Gordon, 1969a, 1969b; Aladag et al., 1970; Nicolas et Poirier, 1976; Lemay, 1981; Haasen, 1985).

#### 2.5.3 - Écrouissage et contrainte interne

L'écrouissage des matériaux cristallins est généralement attribué à l'augmentation de la densité des dislocations ( $\rho$ ) sous l'effet de la génération dans les zones de multiplication (Lemay, 1981; Orlova et Cadek, 1986). Cette augmentation de  $\rho$  peut causer l'empilement des dislocations ("pile up") aux emplacements des obstacles localisés, ce qui aurait pour effet

de générer une contrainte interne à court rayon d'action qui s'oppose alors à leur avancement (Hirth, 1983).

Au fur et à mesure que croît la déformation inélastique, une structure cellulaire se forme progressivement sous l'effet des mécanismes de restauration (comme le glissement dévié ou la montée des dislocations, Cahn, 1983; Gottstein et Mecking, 1985). Cette structure est composée de régions à forte densité de dislocations, souvent appelées murs, et de régions à faible densité de dislocations, appelées cellules. Dans les murs, qui sont considérées comme des régions dures, la contrainte interne locale s'ajoute à la contrainte appliquée. Par contre, dans les cellules plus déformables, la contrainte interne locale s'oppose à la contrainte appliquée (Mughrabi, 1983).

Pour l'ensemble du volume, on considère souvent que la déformation inélastique survient principalement dans les cellules sous l'effet de la contrainte active, qui peut être définie comme suit:

$$\sigma_a = \sigma - \sigma_i$$

avec  $\sigma_a$  : contrainte active

$\sigma$  : contrainte appliquée

$\sigma_i$  : contrainte interne moyenne agissant sur les dislocations mobiles

Selon ce type de modèle, l'hétérogénéité de la microstructure du matériau déformé serait responsable de l'existence d'une forte portion des contraintes internes

(Orlova et Cadek, 1986), qui seraient à leur tour reliées à l'écrouissage du matériau (Argon et Bhattacharya, 1987). D'après plusieurs auteurs (Steen et al., 1986; Krempl, 1987a; Delobelle, 1988), la vitesse de déformation serait ainsi une fonction explicite de la contrainte active  $\sigma_a$ , plutôt que de la contrainte appliquée  $\sigma$ .

#### 2.5.4 - La restauration

Les contraintes internes, comme les autres caractéristiques de la microstructure du matériau, évoluent sous les effets combinés de l'écrouissage et de la restauration.

La restauration est définie comme étant un changement dans la distribution et la densité des défauts cristallins, qui favorise le retour graduel des propriétés mécaniques aux conditions non-déformées, c'est-à-dire une réduction de l'énergie interne du matériau (Cahn, 1983).

La restauration globale  $r$  est la somme de la restauration dynamique  $r_d$  (due à l'effet de la contrainte ou de la déformation) et de la restauration statique  $r_s$  (due à l'effet du temps et de la température).

### **Conclusion**

La revue très limitée présentée dans ce chapitre, concernant les observations expérimentales (tant d'un point de vue macroscopique que microscopique) contient l'information nécessaire pour aborder les différentes approches existantes pour la modélisation du comportement du sel.

## CHAPITRE III

### LOIS DE COMPORTEMENT DU SEL GEMME

#### 3.1 - Introduction

Il existe une abondante littérature portant sur la modélisation du comportement rhéologique du sel, tant d'un point de vue macroscopique que microscopique. Le comportement du sel lors d'essais en laboratoire et certains mécanismes de déformation ont été présentés brièvement dans le chapitre précédent. Cela nous permet d'aborder maintenant l'analyse des différentes approches utilisées pour la modélisation du comportement du sel gemme, et de justifier l'approche choisie ici à cette fin.

#### 3.2 - Approches utilisées pour la modélisation

##### 3.2.1 - Approche partitionnée

L'approche partitionnée traditionnelle pour la modélisation constitutive du comportement inélastique d'un matériau polycristallin est basée sur la théorie fonctionnelle où toutes les variables dépendantes varient avec l'histoire mécanique de ces variables (Allen et Meek, 1985). A l'aide de la théorie incrémentale de l'écoulement, la vitesse de déformation totale  $\dot{\epsilon}$  est habituellement partitionnée en

composantes séparables et indépendantes (Pugh et Robinson, 1978) :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p + \dot{\epsilon}^c \quad (3.1)$$

où les termes,  $\dot{\epsilon}^e$ ,  $\dot{\epsilon}^p$  et  $\dot{\epsilon}^c$  représentent respectivement les vitesses de la déformation élastique, plastique et de fluage (ou de la déformation inélastique différée).

La vitesse de déformation élastique ( $\dot{\epsilon}^e$ ) est généralement calculée à partir de la loi de l'élasticité linéaire de Hooke. Dans le cas tridimensionnel, celle-ci peut s'écrire (Desai et Siriwardane, 1984) :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \left( \frac{\dot{S}_{ij}}{2G} \right) + \delta_{ij} \left( \frac{\dot{I}_1}{9K_b} \right) \quad (3.2)$$

avec  $S_{ij}$  : tenseur du déviateur de contraintes

$$(\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_m);$$

$I_1$  : premier invariant du tenseur de contraintes;

$\delta_{ij}$  : delta de Kronecker;

$G$  et  $K_b$  : module de cisaillement et module de compressibilité hydrostatique.

Pour sa part la vitesse de déformation plastique est généralement exprimée à partir de la théorie incrémentale de la plasticité (Desai et Siriwardane 1984). Le comportement du

matériaux est alors décrit à l'aide de trois éléments: la fonction d'écoulement,  $F$ , la règle d'écoulement et la règle d'écrouissage (Chen et Baladi, 1985). Lorsque l'état de contrainte satisfait la fonction d'écoulement,  $F$ , définie par un critère approprié (ex: von Mises, Drucker-Prager, Mohr-Coulomb, Kim-Lade, ou autre), le matériau subit une déformation plastique. Sous la surface d'écoulement, décrite mathématiquement par la fonction d'écoulement ( $F=0$ ) dans l'espace des contraintes, son comportement demeure élastique.

La direction des incrément de déformation plastique est déterminée à l'aide d'une règle d'écoulement, en supposant l'existence d'un potentiel plastique,  $Q$ , qui les gouverne. Le tenseur des incrément de déformation plastique,  $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ , est alors proportionnel au gradient du potentiel plastique. Dans le cas tridimensionnel, on peut écrire (Desai et Siriwardane, 1984):

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{H} \left( \frac{\delta Q}{\delta \sigma_{ij}} \right) \quad (3.3)$$

où  $\dot{H}$  est un scalaire positif jouant le rôle de facteur de proportionnalité qui sert de paramètre de chargement (pour l'écrouissage et le ramollissement).

Cette dernière relation est appelée loi de normalité, car elle implique que le vecteur (ou le tenseur) des vitesses de déformation plastique est orthogonal à la fonction du potentiel plastique dans l'espace des déformations. Lorsque le potentiel plastique  $Q$  est aussi utilisé comme fonction

d'écoulement ( $Q=F$ ), la loi est dite associée; sinon elle est non associée.

L'expression de la vitesse de déformation de fluage est habituellement obtenue à partir de la loi générale de fluage partitionnée, soit :

$$\dot{\epsilon}^c = \dot{\epsilon}_t + \dot{\epsilon}_s + \dot{\epsilon}_r, \quad (3.4)$$

où  $\dot{\epsilon}_t$  représente le taux de fluage transitoire, partiellement ou entièrement récupérable,  $\dot{\epsilon}_s$  est le taux de fluage stationnaire (non récupérable) et  $\dot{\epsilon}_r$  est le taux de fluage accéléré conduisant à la rupture, fréquemment absent dans l'analyse de la déformation. A ces trois derniers termes correspondent respectivement des taux de déformation décroissant, constant et croissant (figure 3.1). Les termes  $\dot{\epsilon}_s$  et  $\dot{\epsilon}_r$  sont habituellement décrits par des lois empiriques, telle que la loi de Norton pour  $\dot{\epsilon}_s$ , et la loi d'écrouissage pour  $\dot{\epsilon}_r$  (Lux et Heuserman, 1983); certaines de ces formulations sont présentées dans la section qui suit.

D'une façon générale, les théories de fluage formulées pour les matériaux polycristallins ont suivi trois grandes lignes de développement: (1) les théories phénoménologiques qui consistent à ajuster des lois empiriques ou semi-empiriques à des résultats expérimentaux, (2) les théories rhéologiques (par analogie mécanique) qui consistent aussi à ajuster des lois rhéologiques à des résultats expérimentaux,

et (3) les théories micromécanistiques basées sur l'étude des micromécanismes de déformation qui régissent le comportement différé du matériau polycristallin. Ces trois approches sont en général différentes (Lindner et Brady, 1984). Dans la suite de ce texte, nous ferons une brève description de ces concepts.

### 3.2.1.1 - Modélisation et formulation du fluage

#### 3.2.1.1.1 - Modèles phénoménologiques

A partir du rhéogramme (diagramme d'écoulement) d'un essai de fluage, il est possible d'établir une loi de comportement empirique, basée sur un lissage de courbes expérimentales. Plusieurs formulations ont été proposées afin de quantifier la variation des déformations dans le temps pour le sel.

Pour décrire le fluage secondaire du sel, les lois utilisées sont souvent basées sur la rhéologie des métaux. Leur expression générale est alors :

$$\dot{\varepsilon}_s = f_1(T) f_2(\sigma) \quad (3.5)$$

La fonction  $f_2(\sigma)$  peut prendre plusieurs formes, la plus utilisée pour les métaux et pour le sel étant une fonction de

puissance. L'équation (3.5) devient donc la loi de Norton (Butcher, 1980; Ladanyi et al., 1983a; Wallner, 1984):

$$\dot{\varepsilon}_s = f_1(T) A \sigma^n \quad (3.6)$$

où A et n sont des constantes. D'autres expressions de la loi de fluage secondaire, sous forme exponentielle, sinus hyperbolique et autres, sont aussi utilisées (Aubertin et al., 1987a).

D'autre part, les lois les plus couramment utilisées pour décrire le taux de fluage primaire peuvent être décrites dans la forme générale:

$$\dot{\varepsilon}_t = g_1(\sigma) g_2(T) g_3(t \text{ ou } \varepsilon^c) \quad (3.7)$$

L'utilisation du temps (t) ou de la déformation de fluage ( $\varepsilon^c$ ) permet de poser des formulations appelées de consolidation ("time hardening") ou d'écrouissage ("strain hardening"), respectivement (Hult, 1966).

Une forme fréquemment adoptée pour le fluage primaire du sel s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}_t = A \sigma^n b t^{b-1} g_2(T) \quad (3.8)$$

où A, n et b sont des constantes (e.g. Leite et al., 1989). Alternativement, on peut adopter une formulation d'écrouissage, qui devient alors :

$$\dot{\epsilon}_t = [A g_2(T)]^{\frac{1}{b}} \sigma^{\frac{n}{b}} b e^{c^{(1-\frac{1}{b})}} \quad (3.9)$$

De même que pour la loi de fluage secondaire, des expressions sous la forme logarithmique ou exponentielle peuvent aussi être utilisées pour le fluage primaire (Aubertin et al., 1987a).

Il faut de plus noter ici qu'il existe d'autres modèles phénoménologiques (semi-empiriques) basés sur le concept de l'énergie d'activation,  $Q$ , qui assument généralement que le mécanisme intra-granulaire est le mode prédominant dans le fluage. Sous ces hypothèses, le mécanisme de déformation requiert l'initiation ou l'activation d'une certaine quantité d'énergie. Cette énergie d'activation est supposée reliée à la loi cinétique (Lama et Vutukuri, 1978; Lindner et Brady, 1984). Les limitations inhérentes à ce type de modèles de fluage résultent dans la difficulté à la détermination expérimentale des constantes qui lui sont associées. De même, les hypothèses simplificatrices impliquées dans ces modèles ne sont pas toujours justifiées (Lindner et Brady, 1984).

Parmi les caractéristiques communes à toutes ces lois de fluage empiriques et semi-empiriques formulées de façon partitionnée, on peut mentionner que celles-ci négligent généralement l'effet de la contrainte moyenne, et qu'elles modélisent difficilement un historique de chargement ou de

déformation complexe (Lindner et Brady, 1984; Handin et al., 1986).

D'une manière générale, les inconvénients des modèles phénoménologiques reflètent l'incapacité de ces modèles de reproduire correctement l'évolution de l'état de la structure du matériau pendant l'écoulement inélastique (Aubertin et al., 1991a, 1992a).

### **3.2.1.1.2 - Modèles rhéologiques (par analogie mécanique)**

En rhéologie, les substances matérielles sont généralement classifiées selon leur mode de déformation, et impliquent l'utilisation de plusieurs éléments mécaniques simples, soient:

- **Le ressort**, pour le solide parfaitement élastique (solide de Hooke); les déformations sont instantanées et directement proportionnelles aux contraintes appliquées et entièrement récupérables.
- **Le piston**, pour un fluide parfaitement visqueux (substance de Newton); les déformations sont irréversibles et se produisent à un taux linéairement proportionnel aux contraintes appliquées.
- **Le patin**, pour un solide parfaitement plastique (solide de St-Venant); les déformations ne se

produisent qu'au-delà d'une contrainte seuil.

Lorsque les déformations plastiques se produisent, la contrainte ne peut plus augmenter et les déformations sont irréversibles.

Ces éléments combinés de façon adéquate, permettent la simulation de certains résultats expérimentaux observés. Il est alors possible d'élaborer pour chacune des combinaisons la relation contrainte-déformation ainsi que l'expression de la déformation dans le temps pour un essai de fluage (Langer, 1984; Aubertin et al., 1987b).

Les inconvénients majeurs reliés aux modèles rhéologiques mécanique résident dans le fait que cette approche considère une relation linéaire entre la vitesse de déformation et la contrainte (ce qui n'est pas le cas pour le sel) et néglige partiellement les effets d'héritage (ou de mémoire), très importants dans la modélisation du comportement du sel (Lindner et Brady, 1984; Fuenkajorn et Daemen, 1988).

### **3.2.1.1.3 - Modèles micromécanistiques**

Les modèles micromécanistiques sont basés sur l'étude des micromécanismes de déformation qui régissent le comportement inélastique du matériau. Les lois obtenues sont plus générales que les lois des autres types de modèles, qui ne sont valables que pour un certain ensemble de conditions.

Ces modèles sont basés sur les processus physiques de déformation.

Des exemples de ces modèles ont été discutés par Munson et Dawson (1982), Langer (1984), Aubertin et al. (1987a) et Aubertin (1989), et ne sont pas reproduites ici.

Notons par ailleurs, que les études micromécanistiques peuvent aussi servir de base à l'élaboration de lois de comportement avec variables d'état évolutives associées aux modifications structurales engendrées par l'écoulement inélastique du sel; ces modèles seront présentés dans la prochaine section.

#### **3.2.1.1.4 - Discussion**

Il est important de noter ici que l'approche partitionnée définie à l'équation (3.4) implique que le taux de déformation de fluage,  $\dot{\epsilon}^c$ , peut être partitionné en trois composantes distinctes et indépendantes. Toutefois, cela ne représente qu'une conception artificielle qui ne repose sur aucun fondement physique (Takeuchi et Argon, 1976).

De plus, de très nombreuses évidences expérimentales observées sur divers matériaux polycristallins ont invalidé l'approche traditionnelle définie à l'équation (3.1), qui sépare les déformations inélastiques,  $\dot{\epsilon}^i$ , en deux catégories distinctes et indépendantes: instantanées,  $\dot{\epsilon}^p$ , et différées,  $\dot{\epsilon}^c$  (Delobelle, 1988; Aubertin, 1989). Des observations

expérimentales ont en effet montré que la déformation plastique et de fluage dépendent l'une de l'autre. Cette approche partitionnée, malgré son intérêt pratique selon le point de vue de l'ingénieur, s'est donc révélée déficiente pour décrire le comportement des matériaux cristallins lorsque l'histoire mécanique (usuellement définie par le cheminement des contraintes et l'historique des déformations) est complexe (Murakami et Ohno, 1982; Handin et al., 1986; Delobelle, 1988). En ce sens, la réponse du matériau dépend non seulement de l'état de sollicitation, mais également des antécédents thermomécaniques qui ont prévalu dans son histoire (effet d'hérédité).

### **3.2.2 - Approche unifiée avec variables d'état**

Les progrès effectués en sciences des matériaux et en mécanique appliquée ont permis de mieux comprendre la nature des processus physiques qui contrôlent l'écoulement inélastique des matériaux polycristallins (Poirier, 1985). Les efforts de modélisation se sont ainsi orientés vers une approche unifiée au comportement inélastique, où l'ensemble des déformations inélastiques (pseudo-instantanées et différées) peuvent être décrites par une seule loi cinétique (Pugh, 1983; Krempl, 1984; Delobelle, 1988). La vitesse de déformation devient alors:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^i \quad (3.10)$$

où  $\dot{\epsilon}^e$  est la vitesse de déformation élastique (usuellement formulée à partir de la loi de Hooke) et  $\dot{\epsilon}^i$  est la vitesse de déformation inélastique.

D'un point de vue micromécanistique et thermodynamique, la loi constitutive pour l'écoulement inélastique des matériaux est composée d'une loi cinétique à structure constante et d'au moins une loi d'évolution (Onat, 1981; Ashby, 1983). La loi cinétique peut être exprimée comme suit (Hart, 1970; Frost et Ashby, 1982; Estrin et Mecking, 1984) :

$$\dot{\epsilon}^i = \dot{\epsilon}^i [\sigma, T, Y] \quad (3.11)$$

où  $Y$  représente l'ensemble des variables d'état du matériau;  $Y$  est souvent associée à certains caractéristiques de la microstructure, telle la densité des dislocations,  $\rho$ , la dimension des cellules,  $d_c$ , ou la valeur de la contrainte interne.

La formulation générale de la loi d'évolution représentant les variables d'état évolutives est donnée par (Ashby, 1983; Estrin et Mecking, 1984; Szwarcengen et al., 1985) :

$$\dot{Y} = Y [\sigma, T, Y] \quad (3.12)$$

ou

$$\dot{Y} = Y [\dot{\epsilon}, T, Y] \quad (3.13)$$

De façon plus spécifique, de telles lois d'évolution sont habituellement basées sur l'équation de Bailey-Orowan, selon laquelle l'état ponctuel du matériau est le fruit de l'action combinée et compétitive des mécanismes d'écrouissage et de restauration (Takeuchi et Argon, 1976; Szwarcengen et Holbrook, 1985).

Comme on peut le constater, l'approche unifiée est usuellement formulée sous forme d'équations différentielles. Une telle approche s'est révélée appropriée pour décrire le comportement transitoire et stationnaire des matériaux. Son principal avantage est qu'elle ne requiert pas la connaissance de l'ensemble de l'histoire mécanique, contrairement à certaines approches héréditaires de forme intégrale (Onat, 1981; Szwarcengen et al., 1985), puisque la valeur ponctuelle des variables d'état suffit à représenter les effets d'héritage.

### 3.2.2.1 - Formulation générale des lois d'évolution

Pour l'ensemble de ces modèles, la loi générale d'évolution a usuellement une forme similaire, renfermant différentes fonctions d'écrouissage, de restauration dynamique et de restauration statique. La formulation générale d'une telle loi peut être écrite comme suit (Aubertin, 1989):

$$\dot{Y} = f_1[\dot{\epsilon}^i] - f_2[Y, |\dot{\epsilon}^i|] - f_3[Y] \quad (3.14)$$

où  $f_1$ ,  $f_2$ , et  $f_3$  sont des fonctions mathématiques spécifiques. Ces fonctions représentent respectivement l'écrouissage, la restauration dynamique et la restauration statique de cette variable Y.

Au cours des deux dernières décennies, de nombreux modèles constitutifs avec variables d'état ont été développés, qui permettent (théoriquement) de décrire de façon unifiée le comportement rhéologique des matériaux ductiles (en l'absence de fracturation). La plupart de ces modèles sont regroupés en deux catégories, en relation avec la formulation mathématique de leur loi cinétique (Aubertin, 1989). Les deux catégories sont brièvement présentées dans ce qui suit.

### 3.2.2.2 - Modèles unifiés de type UCP

La première catégorie comprend les modèles unifiés de type UCP ("Unified Creep Plasticity"); l'expression générale de la loi cinétique est la suivante:

$$\dot{\epsilon}^i = \dot{\epsilon}^i \left[ \frac{\sigma - B}{K} \right] \quad (3.15)$$

- où B et K sont les variables d'état; B est une contrainte usuellement associée à l'écrouissage directionnel (contrainte

de recul, "backstress") et  $K$  est une variable reliée à l'écrouissage isotrope (voir par exemple: Bammann et Krieg, 1987; Aubertin, 1989).

### 3.2.2.3 - Modèles viscoplastiques unifiés

La deuxième catégorie comprend les modèles viscoplastiques unifiés avec variables d'état; l'expression générale de leur loi cinétique est la suivante:

$$\dot{\epsilon}^i = \dot{\epsilon}^i [\sigma - (B + (R+k))] \quad (3.16)$$

où  $R$  est autre variable d'état.  $B$  caractérise la position du centre de la surface d'écoulement, et  $R+k$  représente son rayon dans l'espace des contraintes (voir figure 3.2; Lemaitre et Chaboche, 1988).

### 3.2.2.4 - Discussion

La différence la plus marquante entre les modèles UCP et les modèles viscoplastiques unifiés est le fait que les modèles UCP ne possèdent pas de surface d'écoulement, qui sert à séparer les comportements élastique et inélastique (voir équation 3.16).

L'absence d'une surface d'écoulement dans les modèles UCP nécessite généralement des formulations mathématiques plus

élaborées pour la loi cinétique, de façon à reproduire directement la transition entre la portion linéaire et la portion curviline de la relation contrainte-déformation que l'on retrouve lors de sollicitations particulières, comme pour un déchargement et rechargement pendant un essai CSR, par exemple (voir figure 3.3). En introduisant une surface d'écoulement, via la variable isotrope  $R$ , on permet une meilleure distinction entre le comportement linéaire-élastique et le comportement inélastique.

Soulignons par ailleurs que la majorité des modèles unifiés soulèvent des difficultés pour le traitement numérique, en regard d'équations différentielles rigides ("stiff") qui nécessitent un contrôle adéquat des incrément de temps utilisés pour leur intégration (Krempl, 1984; Chang et al., 1988). De plus, ces modèles soulèvent des difficultés pour la détermination expérimentale des paramètres. Le nombre élevé de coefficients, le couplage et la forte non-linéarité des équations font qu'il est généralement nécessaire de réaliser plusieurs types d'essais (dont certains peuvent se révéler complexes à exécuter).

Cependant, ces modèles unifiés se sont montrés avantageux pour décrire le comportement inélastique des matériaux cristallins. Mais en dépit de la variété des avantages qu'offrent les nombreux modèles unifiés proposés dans la littérature, l'analyse d'Aubertin (1989) sur plusieurs de ces modèles semble indiquer que pas un seul de ces derniers

n'arrivait à décrire correctement le comportement inélastique du sel gemme. C'est pourquoi celui-ci a proposé le modèle présenté dans ce qui suit.

### 3.3 - Modèle S UVIC

En tirant profit des avantages que présentent les modèles unifiés, Aubertin (1989) a développé un nouveau modèle dénommé S UVIC ("Strain rate history-dependent Unified Viscoplastic model with Internal variables for Crystalline materials"). Ce modèle, de par sa formulation mathématique de nature unifiée (par opposition à partitionnée), peut décrire l'écoulement inélastique pour des conditions usuellement associées à la plasticité aussi bien qu'au fluage primaire et secondaire. En plus, ce modèle est plus proche des mécanismes physiques qui contrôlent l'écoulement des roches tendres (et en particulier le sel gemme). Il serait donc plus représentatif de la réalité (Aubertin, 1989).

#### 3.3.1 - Les équations constitutives

Le modèle S UVIC est inspiré de considérations micromécanistiques propres à l'écoulement inélastique. C'est un modèle qui est applicable à l'écoulement ductile (régime 1, figure 2.6 et 2.7) du sel gemme, pour les petites déformations

( $\epsilon < 10 \%$ ), à des températures intermédiaires ( $0.27 \leq T/T_m \leq 0.50$ ).

Le modèle SUVIC est composé d'une loi cinétique (sous forme de loi de puissance) et de trois lois d'évolution correspondant aux trois variables d'état utilisées. La liste complète des équations de ce modèle est la suivante (Aubertin, 1989) :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^i \quad (3.17)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{\dot{S}_{ij}}{2G} + \delta_{ij} \frac{\dot{I}_1}{9K_b}, \quad (3.18)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^i = \dot{\epsilon}_{ij}^i ; \quad \dot{\epsilon}_{kk}^i = 0, \quad (3.19)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^i = \frac{3}{2} A \left( \frac{X_{ae} - R}{K} \right)^N \frac{S_{ij} - B_{ij}}{X_{ae}}, \quad (3.20)$$

$$\dot{B}_{ij} = \frac{2}{3} A_1 \dot{\epsilon}_{ij} - \frac{A_1}{B'_e} \dot{\epsilon}_e^i B_{ij} - A_2 B_{ij} B_e^{q-1} C^{-q}, \quad (3.21)$$

$$\dot{R} = A_3 \left( 1 - \frac{R}{R'} \right) \dot{\epsilon}_e^i - A_4 \left( \frac{R}{C} \right)^p, \quad (3.22)$$

$$\dot{K} = A_5 \left(1 - \frac{K}{K'}\right) \dot{\epsilon}_e^i, \quad (3.23)$$

$$B'_e = B_o \left( \frac{\dot{\epsilon}_e^i}{\dot{\epsilon}_o} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (3.24)$$

$$X_{ae} = \left[ \frac{3}{2} (S_{ij} - B_{ij}) (S_{ij} - B_{ij}) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.25)$$

$$B_e = \left( \frac{3}{2} B_{ij} B_{ij} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.26)$$

Dans ces équations,  $A, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, B_o, C, \dot{\epsilon}_o, K, n, N, p, q$  et  $R$  sont les quinze constantes du modèle proposé et  $\langle \rangle$  sont les crochets de MacAuley (définis par:  $\langle W \rangle = W$  pour  $W > 0$  et  $\langle W \rangle = 0$  pour  $W \leq 0$ ).  $G$  et  $K_b$  sont respectivement le module de rigidité et le module de compressibilité ("elastic bulk modulus"). La constante  $C$  est fixée à la valeur unitaire (1 MPa avec les unités du système SI).  $S_{ij}$ ,  $I_1$  et  $\delta_{ij}$  sont respectivement le tenseur de déviateur de contraintes, le premier invariant du tenseur de contraintes et le delta de Kronecker ( $\delta_{ij}=1$  si  $i=j$ ,  $\delta_{ij}=0$  si  $i \neq j$ ).

L'expression de  $\dot{\epsilon}_{ij}^i$  est exprimée sous forme d'une loi de puissance. Les trois variables d'état sont  $B_{ij}$ ,  $R$  et  $K$ ; deux de ces variables,  $R$  et  $B_{ij}$ , sont les contraintes internes associées à l'écrouissage isotrope et directionnel du matériau respectivement. La troisième variable,  $K$ , sert de paramètre

de normalisation à l'état de contrainte active et contribue également à l'écrouissage isotrope du matériau. La signification propre de chaque paramètre est donnée au tableau 3.1.

Dans une version uniaxiale, pour un chargement quelconque, les équations principales du modèle deviennent:

$$\dot{\varepsilon}^i = A < \frac{|\sigma - B| - R}{K} >^N sgn(\sigma - B), \quad (3.27)$$

$$\dot{B} = A_1 \dot{\varepsilon}^i - \frac{A_1}{B'} |\dot{\varepsilon}^i| B - A_2 \left| \frac{B}{C} \right|^q sgn(B), \quad (3.28)$$

$$\dot{R} = A_3 \left( 1 - \frac{R}{R'} \right) |\dot{\varepsilon}^i| - A_4 \left( \frac{R}{C} \right)^p, \quad (3.29)$$

$$\dot{K} = A_5 \left( 1 - \frac{K}{K'} \right) |\dot{\varepsilon}^i|, \quad (3.30)$$

$$\dot{B} = B_0 \left| \frac{\dot{\varepsilon}^i}{\dot{\varepsilon}_0} \right|^{\frac{1}{n}} \quad (3.31)$$

où le symbole sgn représente la fonction signum, ce qui signifie:

$$sgn(B) = \frac{B}{|B|} = \pm 1 \quad (3.32)$$

Dans le cas d'essais en compression triaxiale, pour  $\sigma_3$  constant, on remplace dans la dernière formulation (équations

(3.25) à (3.29))  $\sigma$  par  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ , où  $\sigma_1$  est la contrainte principale majeure et  $\sigma_3$  est la contrainte principale mineure (contrainte de confinement).

### **3.3.2 - La signification des variables et constantes du modèle SUVIC**

Le modèle SUVIC a été élaboré suivant des considérations physiques et phénoménologiques. Conséquemment, la plupart de ses variables et de ses constantes ont été introduites en tenant compte des observations expérimentales, tant au point de vue microscopique que macroscopique. Comme il a été mentionné auparavant, ce modèle constitutif unifié est développé pour la phase ductile du comportement du sel gemme; les effets de la fracturation et de la contrainte moyenne dans les régimes semi-fragile et fragile sont négligés dans le modèle SUVIC. Ces deux facteurs devront toutefois être considérés dans la suite de l'élaboration d'un modèle capable de décrire le comportement global du sel gemme.

Les équations du modèle ayant été présentées précédemment, il nous reste maintenant de préciser brièvement la nature des divers paramètres de l'équation générale (3.21), qui constitue la loi cinétique du modèle SUVIC.

### 3.3.2.1 - La variable $B_{ij}$

Tel que déjà mentionné, la déformation inélastique des matériaux cristallins engendre généralement la formation d'une microstructure de dislocations de nature cellulaire (Nix et Ilschner, 1980; Mughrabi, 1983). Cette répartition non homogène des dislocations donne naissance à des efforts internes qui se développent dans le matériau soumis à une contrainte externe. Ces efforts génèrent une contrainte interne à long rayon d'action qui s'oppose généralement à la contrainte appliquée (Derby et Ashby, 1987). Cette contrainte interne, identifiée ici par la variable tensorielle  $B_{ij}$ , est de nature directionnelle. En cela, elle est responsable de l'écrouissage cinématique du matériau.

La loi d'évolution de la contrainte interne directionnelle,  $B_{ij}$ , comme toutes les variables d'état du modèle S UVIC, suit le principe de Bailey-Orowan en considérant simultanément les effets combinés de l'écrouissage et de la restauration (Ponter et Leckie, 1976). Une formulation classique, inspirée du travail de Kocks (1976), a été utilisée pour élaborer les fonctions  $f_1$  et  $f_2$  de l'équation (3.14) représentant respectivement l'écrouissage et la restauration dynamique. Dans la loi d'évolution (équation (3.21) ou (3.28)), la constante  $A_1$  correspond au niveau d'écrouissage initial de  $B_{ij}$  (ou  $B$ ) et la fonction  $B_e'$  (ou  $B'$ ) représente la valeur de saturation de la variable, qui dépend

du taux de déformation inélastique en l'absence de restauration dynamique (voir fig. 3.3). Sur cette dernière figure, on remarque que la loi d'évolution génère une variation linéaire du module d'écrouissage  $h$  avec la contrainte. Pour sa part, le paramètre  $n$  de l'expression de  $B_e'$  est identique à l'exposant usuel de la loi de puissance pour l'écoulement stationnaire du matériau. Suite à des considérations phénoménologiques, l'exposant  $q$  de prend fréquemment une valeur de 2 (Krieg, 1982; Aubertin, 1989).

### 3.3.2.2 - La variable R

Pendant l'écoulement inélastique du matériau, la densité des obstacles à court rayon d'action qui s'opposent au mouvement des dislocations augmente à mesure que croît la déformation (Nix et al., 1985). Ces barrières, générées à l'intérieur de la structure du matériau, sont représentées par la variable scalaire  $R$ , qui est partiellement responsable de l'écrouissage isotrope du matériau. Cette variable scalaire sert de seuil à l'écoulement inélastique (fig. 3.2). Il est à noter que, contrairement aux modèles tirés de la plasticité classique, l'état de contraintes est localisé à l'extérieur de la surface d'écoulement durant l'écoulement inélastique du matériau.

La loi d'évolution de la variable  $R$  (équation (3.22) ou (3.29)) est presque semblable mathématiquement à la loi d'évolution de la variable  $B_{ij}$ .

Dans le modèle S UVIC, on considère que les contraintes internes à long rayon d'action se développent plus lentement que les contraintes internes à court rayon d'action, et qu'elles sont alors plus stables. L'évolution de la variable  $R$  procède donc plus vite que la variable  $B_{ij}$ . Conséquemment, la dimension de la surface d'écoulement change rapidement au début d'un essai (essai CSR ou essai de fluage, par exemple), puisqu'elle reste pratiquement constante après l'atteinte d'une faible déformation inélastique. La constante  $A_3$  correspond au niveau d'écrouissage initial de  $R$ . L'exposant  $p$  prend une valeur égale à 2 (Aubertin, 1989).

### 3.3.2.3 - La variable K

Le paramètre de normalisation  $K$  de la contrainte, dans la loi cinétique du modèle S UVIC, est considéré comme une variable évolutive durant la phase transitoire de l'écoulement qui se sature à une valeur  $K'$  ( $= \sigma_y$ ; limite élastique macroscopique du matériau) pour l'écoulement stationnaire (Aubertin, 1989). L'adoption d'une valeur de saturation  $K'$  égale à la limite élastique macroscopique du matériau,  $\sigma_y$ , durant l'écoulement stationnaire, permet d'introduire l'effet de certaines des principales caractéristiques de la

microstructure durant cette période (Ashby, 1983; Hansen, 1983; Argon et Bhattacharya, 1987; Aubertin, 1989). Comme l'ampleur de l'énergie de faute d'empilement ( $\sigma_y \propto (SFE)^{-1}$ ) et la dimension des grains ( $\sigma_y \propto (d_g)^{-1/2}$ ).

Pour la phase transitoire de l'écoulement, le paramètre  $K$  est considéré comme une variable évolutive, plutôt qu'une constante (comme c'est le cas dans d'autres modèles viscoplastiques unifiés), et cela pour deux raisons distinctes (Aubertin, 1989). La première raison est de nature physique. Les deux variables d'état évolutives  $B$  et  $R$  ne représentent en effet qu'une partie des modifications de la microstructure du matériau durant son écoulement inélastique. Ni l'une ni l'autre ne permet de considérer l'écrouissage généralisé de l'ensemble du volume du matériau produit par l'augmentation de la densité globale des dislocations et par leur arrangement en une structure cellulaire qui contribue à l'accroissement de la dureté ("hardness") du matériau. Le durcissement généralisé du matériau dans son ensemble sera donc représenté à l'aide de la variable isotrope évolutive,  $K$  (Aubertin, 1989). De plus, l'absence d'un seuil réel à l'écoulement inélastique du sel observée lors d'essais CSR est un effet incompatible avec un modèle dont la vitesse de déformation inélastique,  $\dot{\epsilon}^i$ , serait une fonction exclusive de la contrainte active,  $\sigma_a$ , sous forme de loi de puissance (Aubertin, 1989). Dans un tel cas, la non-linéarité de la loi cinétique engendre initialement un segment quasi-linéaire de la courbe contrainte-déformation.

La normalisation de  $\sigma_s$  par une variable évolutive  $K$  permet d'éviter une telle conséquence de la non-linéarité de la loi cinétique.

### 3.3.2.4 - Les paramètres A et N

Dans les lois de puissances usuelles, de type Norton, l'exposant  $n$  de la contrainte est un paramètre qui varie avec l'état de sollicitation pour plusieurs types de matériaux cristallins (Brown et Ashby, 1980; Blum et Fleischmann, 1988). Dans le cas du sel, l'exposant  $n$  peut varier de 3 à 7 (Skrotzki et Haasen, 1988). Pour ce qui a trait au modèle SUVIC (Aubertin et al., 1991a), la valeur de l'exposant de la loi cinétique,  $N$ , est une constante; sa valeur est estimée à partir de la valeur minimale de l'exposant  $n$  de la loi de puissance. Cette valeur est proche de 3 (ou entre 3 et 4) (Aubertin et al., 1991b, 1991c).

La valeur du coefficient  $A$  est aussi considérée comme une constante et sa valeur numérique doit être déterminée expérimentalement à partir de la relation entre  $\sigma$  et  $\dot{\epsilon}_s$ , à l'écoulement stationnaire (Aubertin, 1989). Une procédure préliminaire de détermination des constantes du modèle a été décrite par Aubertin (1989), et fait actuellement l'objet de recherche plus complète.

### 3.3.2.5 - Limitations du modèle SUVIC

Il est important de rappeler ici que ce modèle ne permet pas de décrire le régime fragile et semi-fragile du sel gemme, où la fracturation aurait un rôle plus marqué, pouvant mener jusqu'à la rupture. Dans cette optique et en raison de la structure modulaire des équations du modèle S UVIC propice à des modifications subséquentes, certains ajustements devront être apportés (notamment par l'introduction d'une variable d'endommagement).

De plus, l'hypothèse de la loi de normalité associée ( $Q=F$ ) adoptée pour l'élaboration du modèle S UVIC constitue une base fondamentale pour la constitution de ce modèle. Toutefois, l'utilisation de la loi de normalité associée et le choix de la fonction d'écoulement,  $F$ , définie par le critère de von Mises, ne sont justifiés que lorsque l'on néglige la variation volumétrique et l'influence de la contrainte moyenne. En introduisant les effets de l'endommagement, il sera nécessaire de considérer également les variations de volumes; cet aspect sera rediscuté ultérieurement dans la texte.

## CHAPITRE 4

### MICROFISSURATION DU SEL ET SA FRACTURATION

#### 4.1 - Introduction

Il ressort de la littérature existante sur les matériaux polycristallins (et en particulier le sel gemme) que le comportement de ces derniers est tributaire de plusieurs facteurs, tant internes (grosseur des grains, impuretés etc..) qu'externes (température, pression de confinement, vitesse de déformation, environnement, etc.). Selon ces facteurs, le comportement macroscopique du sel peut être ductile et ressembler en cela à celui des métaux, comme il peut être fragile et semi-fragile tel celui des roches et des céramiques. Comme cela a déjà été mentionné, cette caractéristique est due au fait que le sel peut admettre beaucoup plus aisément les déformations intracristallines, dans les conditions usuelles de laboratoire, que la plupart des autres roches (Russell et al., 1984). En effet, pour les roches, les déformations inélastiques sont avant tout reliées à la propagation des fissures, sans déformations notables des cristaux (Dafalias, 1984), alors que pour le sel, les déformations sont principalement intracristallines et isovolumétriques. Toutefois, elles sont fréquemment accompagnées d'une certaine fracturation, due à la propagation des microfissures (Sensey et Hansen, 1987).

Comme le comportement rhéologique du sel est similaire, à plus d'un égard, à celui de divers autres matériaux polycristallins, nous allons nous référer dans la suite de ce chapitre aux recherches faites sur d'autres types de roches, notamment en ce qui a trait aux effets de la fracturation et de la création des vides (propagation des fissure et dilatance) sur le comportement rhéologique. Mais avant d'aborder ce thème, il peut être utile de revenir brièvement sur certains éléments reliés aux différents processus physiques qui contrôlent les divers régimes de l'écoulement afin de mieux les distinguer.

#### **4.2 - Aspects fondamentaux du comportement mécanique du sel**

Comme il a été déjà mentionné au chapitre II, le comportement mécanique du sel présente trois régimes. L'écoulement associé à chaque régime est contrôlé par différents mécanismes de déformation (déformation intracristalline et/ou fracturation). Nous tentons de définir dans cette section, d'un point de vue micromécanistique, les principales caractéristiques de chaque régime de comportement.

#### 4.2.1 - Régime ductile

Le facteur important gouvernant la ductilité d'un matériau est la multiplicité des systèmes de glissement indépendants disponibles pour un écoulement sans création de vides. La plasticité parfaite associée à un critère de type von Mises requiert cinq systèmes de glissement pour maintenir la continuité du matériau aux frontières de grains (Murrell, 1990). La multiplicité des systèmes de glissement (et par conséquent la ductilité) dépend de la symétrie de la structure cristallographique et de la nature des liaisons atomiques (voir tableau 4.1). Le système préférentiel du sel,  $\{110\}$   $\langle110\rangle$ , ne fournit que deux systèmes de glissement indépendants (Groves et Kelly, 1963); cela est insuffisant pour assurer la ductilité parfaite du matériau et par conséquent, le sel serait sujet à la fracturation.

Cependant, plusieurs facteurs peuvent contribuer à accroître la ductilité du sel polycristallin. Ainsi, une hausse de la température peut permettre l'activation d'autres systèmes de glissement produisant ainsi les cinq systèmes indépendants théoriquement nécessaires à la ductilité parfaite (Hirth et Lothe, 1982). De plus, une augmentation de la contrainte de confinement (ou de la contrainte moyenne à déviateur constant) permet aux mécanismes intracristallins de dominer la déformation (en modifiant l'orientation des fissures et en réduisant leur propagation de sorte que la

fracturation peut être inhibée) (Handin et al., 1986; Senseny et Hansen, 1987; Hallam et Ashby, 1990). La vitesse de déformation joue aussi un rôle capital sur le régime ductile du sel; une vitesse de déformation suffisamment lente peut aider à réduire (ou même éliminer) la dilatance du sel (Hunsche, 1988).

Pour le sel, le comportement ductile est caractérisé par le régime 1 sur la figure 2.6.

#### 4.2.2 - Régime fragile

Depuis les travaux de Griffith (1924), il est reconnu que l'origine du comportement fragile est lié à la microfissuration. Cette dernière peut être induite par une variété de mécanismes dont la concentration de contraintes locales associées avec les frontières de grain, les vides préexistants et les fissures (Paterson, 1978). Dans le régime fragile, la propagation des microfissures contrôle la déformation du matériau. Celle-ci conduit usuellement à leur coalescence et à la formation de plans de fracturation macroscopique. Ici, la dilatance de la roche (ou du sel) est marquée. Sur la courbe contrainte-déformation, ce régime est caractérisé par une perte progressive et relativement rapide de la résistance au-delà du pic. Les principaux mécanismes de déformation impliqués dans ce régime sont l'initiation et la propagation des fissures et le glissement frictionnel. Pour

le sel, ce régime est habituellement rencontré à faible température, à basse contrainte de confinement et pour des vitesses de déformation intermédiaires et élevées, lorsque la contrainte déviatorique se rapproche de la résistance ultime.

Lorsque l'on augmente la contrainte de confinement que l'on diminue la vitesse de déformation ou que l'on accroît la température, on peut alors passer au régime semi-fragile.

#### 4.2.3 - Régime semi-fragile

La compréhension de la transition graduelle de l'état fragile (où la fracturation et la dilatance dominent l'écoulement) à l'état ductile (où la dilatance est négligeable) des roches est importante pour expliquer certains phénomènes naturels, tel les secousses séismiques et le mode de déformation de la croûte à l'échelle de la lithosphère. Cependant, la question de la transition fragile-ductile des roches est un sujet complexe et relativement mal compris en raison de la multiplicité des processus physiques associés à la déformation dans la plage du régime transitoire, appelé ici régime semi-fragile. Ces mécanismes comprennent l'écoulement cataclastique (propagation stable des fissures et glissement frictionnel) avec dilatance et la plasticité intracristalline à volume constant. Le comportement semi-fragile est caractérisé par le régime 2 sur la figure 2.6.

Généralement, dans ce régime de transition, le développement des déformations plastiques par le glissement de dislocation est accompagné par des mécanismes de nucléation des fissures (Carter et Kirby, 1978). A une température élevée (ou à faible vitesse de déformation), ces derniers mécanismes de déformation sont moins importants, en raison de la contribution accrue des mécanismes de restauration (le glissement dévié et la montée des dislocations) (Evans et al., 1990).

#### **4.3 - Transition ductile-fragile**

##### **4.3.1 - Analyse microstructurale**

Diverses méthodologies (microscopiques ou électroniques) d'analyse du comportement mécanique des matériaux rocheux ont été développées ces dernières années pour identifier les deux transitions dans le mode de rupture. La première, de la rupture fragile à la rupture semi-fragile, peut être reconnue expérimentalement par l'absence de la localisation des déformations et par la fin de la relation linéaire entre  $\sigma_{\text{pic}}$  et  $\sigma_3$ . La deuxième transition, du régime semi-fragile à l'écoulement parfaitement plastique, peut être reconnue par l'absence de dilatance et la faible sensibilité de la résistance à la pression de confinement (Evans et al., 1990).

Des observations systématiques de la déformation microstructurale sur le sel (Haasen, 1985; Strotzki et Haasen, 1988; Frost et Ashby, 1982; Carter et Hansen, 1983; Ashby, 1983; Wawersik et Morgan, 1987; Hallam et Ashby, 1990) ont été faites à travers une gamme de conditions expérimentales recouvrant pratiquement toute la plage de la transition fragile-ductile. Une conclusion générale de ces études est que le passage d'un régime ductile à un régime semi-fragile est initié lorsque la contrainte déviatorique excède une certaine valeur, appelée seuil de propagation des microfissures, qui dépend de la contrainte de confinement, de la température et de la vitesse de déformation. Puis, pour une contrainte déviatorique encore plus élevée, s'approchant de la résistance ultime, on peut alors passer du régime semi-fragile à un régime fragile, où le mouvement des dislocations devient négligeable.

Il peut être intéressant d'ouvrir ici une parenthèse afin de regarder d'un peu plus près la nature des micromécanismes qui conduisent à la rupture différée du sel. Comme ce fut le cas pour les cartes des mécanismes de déformation, une série de cartes des mécanismes de fracture pour divers matériaux (dont les métaux, les céramiques et le sel) a été présentée par Ashby et son équipe. Cette carte offre une représentation rationnelle des mécanismes de rupture, propre à une utilisation d'ingénieur (voir Ghandi et Ashby, 1979). Sur cette carte, présentée dans le plan des

contraintes de tension et de la température normalisées, on peut voir les champs couverts par les divers mécanismes de rupture (figure 4.1). Cela représente une méthode relativement simple pour classifier les principaux mécanismes de fracturation qui dominent le processus de déformation, sous diverses conditions de sollicitation. Il faut néanmoins noter que cette carte ne tient pas compte de l'effet de la contrainte moyenne sur la rupture différée (Aubertin et al., 1987b).

#### **4.3.2 - Microfissuration dans la phase de transition**

Les céramiques, les roches, et les minéraux contiennent souvent une distribution de fissures fines avec une dimension à peu près égale à la dimension du grain. Ces fissures sont causées par des contraintes thermiques ou élastiques durant le chargement. Pour des matériaux déformés en tension, la propagation des fissures est généralement instable. Conséquemment, la nucléation de la fissure peut mener rapidement à une rupture fragile. Cependant, pour les roches déformées en compression, la propagation de la fissure est souvent considérée comme stable, du moins initialement (Brace et al., 1966; Jaeger et Cook, 1979). Des études acoustiques ont d'ailleurs montré que la propagation de ces fissures débute au moment où la contrainte axiale atteint environ la moitié de la contrainte de rupture ultime en compression

uniaxiale (voir Jaeger et Cook, 1979; Wawersik et Hannum 1980; Hallam et Ashby, 1990; Cristescu et Hunsche, 1991).

Un essai de compression uniaxiale ou de striction (figure 2.3a, 2.3d) engendre usuellement la propagation de quelques fissures, ainsi que leur interaction de façon à développer une fissure plane, parallèle à la contrainte principale majeur de compression  $\sigma_1$  ("slabbing").

L'introduction d'une faible pression de confinement limite le nombre et l'accroissement des fissures; la rupture est alors produite par l'interaction et la coalescence des fissures localisées pour donner une rupture par cisaillement macroscopique (figure 2.3b). Une pression de confinement élevée limite encore plus l'accroissement des fissures individuelles, et l'échantillon se déforme alors d'une manière "pseudo-ductile", avec une distribution homogène des microfissures (figure 2.3c).

#### **4.4 - Comportement d'une fissure**

##### **4.4.1 - Mécanique de la rupture**

La mécanique de la rupture (discipline des sciences de l'ingénieur qui étudie l'initiation et la propagation des fissures à partir des défauts) est utilisée pour relier la résistance à la rupture du matériau à la charge appliquée et à la géométrie de la structure qui contient un défaut (ou une

fissure). La résistance à la rupture est évaluée en relation avec le champ des contraintes et des déformations. Dans le domaine élastique, elle est usuellement décrite en termes d'un facteur d'intensité de contrainte  $K$ , selon le mode de rupture.

#### 4.4.2 - Modes de rupture

Trois modes distincts de rupture sont conventionnellement identifiés pour l'étude de la propagation de fissures au sein d'un matériau (voir figure 4.2): la tension (mode I), le cisaillement direct dans le plan de la fissure (mode II) et le cisaillement direct perpendiculaire au plan de la fissure (mode III) (Atkinson, 1987). Dans une étude du comportement d'une fissure, la superposition de ces trois modes de rupture est suffisante pour décrire le champ de contraintes et de déformations au bout de tous les types de fissure.

Si on considère un système de coordonnées cartésiennes (figure 4.3), dans le plan  $y = 0$ , on a

pour le mode I :  $\sigma_x \neq 0, \quad \sigma_y \neq \sigma_z \neq 0, \quad \sigma_{xy} = 0;$

pour le mode II :  $\sigma_{xy} \neq 0, \quad \sigma_y = 0;$

pour le mode III :  $\sigma_{yz} \neq 0, \quad \sigma_y = 0, \quad \sigma_{xy} = 0.$

#### 4.4.3 - Facteur d'intensité de contraintes

L'analyse des contraintes et des déformations au voisinage des pointes (ou fronts) d'une fissure constitue une base nécessaire pour étudier le comportement des fissures. Soit une fissure elliptique de rayon  $2a$  contenue dans un matériau élastique-linéaire (figure 4.4). L'application de la théorie d'élasticité nous permet de calculer la distribution des contraintes en un point  $M$  situé à une distance  $r$  du bout de la fissure et faisant un angle  $\theta$  par rapport à l'axe  $x$ . En contraintes planes (conditions bidimensionnelles), pour le mode I, on obtient (Atkinson, 1987) :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{yx} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

L'expression du facteur d'intensité de contraintes est alors définie comme suit :

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} [\sigma_y (2\pi r)^{1/2}] \quad (4.2)$$

pour  $\theta = 0$

où  $\sigma_y$  est la contrainte de tension normale à la surface de la fissure (voir équation 4.1). Des définitions similaires sont

obtenues pour les valeurs de  $K$  en modes II et III en remplaçant  $\sigma_y$  de l'équation (4.2) par  $\sigma_{xy}$  et  $\sigma_{yz}$  respectivement.

Une expression générale complète pour la distribution des contraintes au voisinage de la pointe de fissure pour n'importe quel mode est donnée par Lawn et Wilshaw (1975), soit:

$$\sigma_{ij} = K_L (2\pi r)^{-1/2} f_{ij}(\theta) \quad (4.3)$$

où  $f_{ij}(\theta)$  représente une fonction géométrique qui dépend du mode de chargement, et  $K_L$  est le facteur d'intensité de contraintes lequel est fonction de la géométrie de la structure, de la longueur  $2a$  de la fissure et des conditions de chargement. La valeur de  $K_L$  (avec  $L = I, II$  ou  $III$ ) est obtenue soit analytiquement, soit numériquement. On définit ainsi les facteurs  $K_L$  qui permettent de statuer sur les conditions de croissance des fissures (voir section sur la propagation subcritique des fissures).

#### 4.4.4 - Critère énergétique de Griffith

Au lieu de considérer le champ de contraintes au bout de la fissure, une autre alternative de la mécanique de la rupture est d'examiner la force d'extension de la fissure,  $G$ .

Griffith (1924) a formulé une approche énergétique qui permet de déterminer la condition critique correspondant à une

rupture instable dans un matériau fragile. L'idée de base de cette approche est qu'il existe une force fictive  $G$  qui fait avancer la fissure et s'oppose ainsi à la résistance inhérente du matériau à permettre la propagation de la fissure  $R$ . Cette résistance à la propagation est associée à la nécessité de libérer de l'énergie afin de créer deux nouvelles surfaces qui constituent les faces de la fissure.

Soit un échantillon contenant une fissure soumis à une contrainte uniforme  $\sigma$  (figure 4.5). L'énergie totale de l'échantillon fissuré,  $U$ , peut s'écrire sous la forme (Bernard, 1990) :

$$U = U_0 + U_a + U_\gamma - F \quad (4.4)$$

avec

$U_0$  : énergie de déformation de la plaque sans fissure ( $=\sigma^2/2E$ )

$U_a$  : variation de l'énergie de déformation élastique due à la présence de la fissure;

$U_\gamma$  : énergie de surface associée à la création de deux nouvelles surfaces de longueur  $2a$  et de largeur unitaire;

$F$  : travail fait par les forces externes.

Supposons que la fissure se propage de  $2a$  et que les extrémités de la plaque sont fixes (i.e., un déplacement

imposé ( $U_0 = \text{cte}$ ). La variation de l'énergie totale de la plaque s'écrit alors:

$$\frac{dU}{da} = \frac{dU_0}{da} + \frac{dU_a}{da} + \frac{dU_\gamma}{da} - \frac{dF}{da} \quad (4.5)$$

$$\text{mais } \frac{dU_0}{da} = 0 \quad \text{car } U_0 = \text{cte} \quad (4.6)$$

et

$$\frac{dF}{da} = 0 \quad (4.7)$$

car le déplacement est imposé, donc les forces externes ne font aucun travail.

Il reste :

$$\frac{dU}{da} = \frac{d}{da} (U_a + U_\gamma) \quad (4.8)$$

$$\text{avec } G = \frac{dU_a}{da} \quad \text{et } R = \frac{dU_\gamma}{da}$$

Ceci est illustré à la figure 4.6. Cette figure représente schématiquement l'évolution des deux termes d'énergie  $U_a$  et  $U_\gamma$  et de leur somme, en fonction de la longueur de la fissure  $2a$ . Lorsque la fissure atteint une longueur  $2a$ , telle que la quantité d'énergie élastique relâchée dépasse la

valeur de l'énergie nécessaire pour créer les deux surfaces, i.e. que  $d(U_a+U_f)/da < 0$ , la présence d'une telle fissure mène à une propagation instable puisque le système fournit lui-même toute l'énergie nécessaire, sans avoir besoin d'aucun apport externe (Bernard, 1990).

#### 4.4.5 - Critère de Griffith pour les roches

##### a) Traction

Pour Griffith (1920), les matériaux fragiles comportent une multitude de petites fissures qui sont assimilées à des cavités allongées, distribuées et orientées aléatoirement dans la matrice (Jaeger et Cook, 1979). Au cours d'un chargement en traction, la rupture du matériau débute au pourtour des microfissures qui produisent les plus grandes concentrations à l'extrémité de leur grand axe. A partir d'un bilan énergétique, Griffith a proposé les formulations suivantes pour le calcul de la contrainte critique, permettant l'amorce de la propagation des fissures:

$$\text{en contraintes planes: } \sigma_{cr} = \left( \frac{2\gamma E}{\pi a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.9)$$

$$\text{en déformations planes : } \sigma_{cr} = \left( \frac{2\gamma E}{\pi a(1-\nu^2)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

où  $\gamma$  représente l'énergie libre de surface, et à la moitié de la longueur de la fissure. Au-delà de cette contrainte, la fissure s'allonge à une vitesse finie, c'est la phase de propagation stable. Lorsque la contrainte associée est suffisamment élevée, ou que la fissure atteint une certaine longueur critique, on atteint la phase de propagation instable ( $K_{IC}$ ).

b) Compression

Le mécanisme de fracturation conduisant à la rupture en compression est plus complexe. Pour un état de contraintes planes, la propagation des fissures peut s'apprendre aux mécanismes de fracturation en traction ou en compression, selon la grandeur relative des contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  appliquées:

i) si  $(\sigma_1 + 3\sigma_3) < 0$ ,

il y aura amorce de propagation pour :

$$\sigma_3 = - \left( \frac{2\gamma E}{\pi a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{traction}) \quad (4.10)$$

ii) si  $\sigma_3 + 3\sigma_3 > 0$ ,

il y aura amorce de propagation pour :

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 = -8 \left( \frac{2\gamma E}{\pi a} \right)^{\frac{1}{2}} (\sigma_1 + \sigma_3) \quad (\text{compression}) \quad (4.11)$$

Il faut noter ici que la théorie de Griffith (avec ses limitations et extensions) est revue en détail par de nombreux auteurs en mécanique des roches, dont: Paterson (1978), Jaeger et Cook (1979) et Schmidt et Rossmannith (1983).

#### 4.4.6 - Extension de la théorie de Griffith aux matériaux ductiles.

La modification proposée par Irwin (1960) tient compte de l'énergie de déformation plastique,  $U_{Pl}$ , associée à la rupture d'un matériau ductile. Lorsque la plasticité devient importante en bout de fissure, les champs de contraintes et de déplacements ne peuvent pas être caractérisé par une analyse élastique seulement, comme c'est le cas avec le paramètre  $K$  par exemple. Dans ce cas, le bilan énergétique de la plaque s'écrit:

$$U = U_0 + U_a + U_\gamma + U_{Pl} - F \quad (4.12)$$

où  $U_{Pl}$  est l'énergie de déformation plastique associée à la zone plastique en bout de fissure.

Ce genre de comportement est fréquemment interprété par l'utilisation de l'intégrale  $J$  (de Rice (1968)) en raison de son indépendance du choix du contour.

4.4.7 - Relation entre le taux de relâchement de l'énergie élastique, G, et le facteur d'intensité de contraintes, K

On dénote,  $G$ , le taux de relâchement de l'énergie de déformation élastique par unité de longueur de la fissure,  $G=dU_a/da$ . Cela représente l'énergie disponible pour faire avancer la fissure d'une longueur "da". Si l'on considère un bout de la fissure seulement, on obtient alors (Bernard, 1990) :

$$G = \frac{1}{2} \frac{d}{da} (F - U_a) \quad (4.13)$$

Pour une plaque infinie ayant une fissure de longueur  $2a$  et sollicitée par  $\sigma$ , on a:

$$U_a = - \sigma^2 a^2 \frac{\pi}{E} \quad (4.14a)$$

et

$$K_1 = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (4.14b)$$

Pour un déplacement imposé ( $U_0 = \text{cte}$ ), on a:

$$G = \frac{1}{2} \frac{dF}{da} - \frac{1}{2} \frac{dU_0}{da} = - \frac{1}{2} \frac{dU_0}{da} \quad (\text{car } \frac{dF}{da} = 0) \quad (4.15)$$

ce qui donne:

$$G = \frac{\pi \sigma^2 a}{E'} \quad \text{ou} \quad \begin{aligned} E' &= E && \text{en contraintes planes} \\ E' &= \frac{E}{(1-v^2)} && \text{en déformations planes} \end{aligned}$$

De cela, on obtient:

$$G_I = \frac{K_I^2}{E'} \quad (4.16)$$

Pour les deux autres modes, on aura (Atkinson, 1987):

$$G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E'}, \quad (4.17)$$

où  $E'$  a la même signification que dans  $G_I$

$$G_{III} = K_{III}^2 \frac{(1+v)}{E}, \text{ en déformations planes} \quad (4.18a)$$

$$G_{III} = \frac{K_{III}^2}{E}, \text{ en contraintes planes.} \quad (4.18b)$$

#### 4.4.8 - Ténacité à la rupture.

La ténacité est la mesure de la résistance du matériau à la propagation brutale d'une fissure. Elle correspond à la valeur critique du facteur d'intensité de contraintes. On aura donc une rupture brutale une fois qu'une valeur critique du facteur d'intensité de contraintes (ténacité à la rupture),  $K_{IC}$ , ou de la force de l'extension de la fissure,  $G_{IC}$ , a été

atteinte. La valeur de  $K_{IC}$  peut être déterminée expérimentalement.

#### 4.4.8.1 - Méthodes expérimentales pour la détermination de $K_{IC}$

Plusieurs méthodes permettant de déterminer la valeur  $K_{IC}$  ont été développées au fil des ans. Celles-ci sont essentiellement basées sur le principe de la propagation d'une fissure préentaillée.

Parmi les méthodes expérimentales utilisées avec succès pour la détermination de la ténacité à la rupture des roches, on note les techniques standards suivantes (voir Sgaoula, 1990) :

- **Essai de barre cylindrique courte ("Short-rod Specimen (SR)" - d'après Barker, 1977 a,b, figure 4.7) et essai de poutre fléchie préentaillée ("Chevron-notched round bar bending" - d'après Ouchterlony, 1980c, figure 4.8).**

Ces deux méthodes ont été suggérées récemment par la société internationale de mécanique des roches (ISRM) pour la détermination de la ténacité à la rupture en raison des avantages qu'elles présentent (ISRM, 1988) :

- les échantillons sont produits à partir d'une carotte de roche, ce qui rend leur usinage relativement facile;

- la croissance de la fissure à partir du sommet du triangle est initialement stable; aussi, l'échantillon est-il considéré comme pré-fissuré;
- la technique a été développée pour deux niveaux d'essais. Le niveau I requiert uniquement l'enregistrement de la charge maximale atteinte durant l'essai; le niveau II requiert une mesure continue de la charge-déplacement faite durant l'essai. Le niveau I est simple et moins coûteux, le niveau II est plus complexe.
- **Essai de double torsion ("Double torsion testing", fig. 4.9).**

Cette méthode a été introduite par Williams et Evans (1973). Les avantages que présente cette méthode sont les suivants:

- la pré-fissure de l'échantillon est produite facilement;
- le facteur d'intensité de contraintes est indépendant de la longueur de la fissure;
- le facteur d'intensité de contraintes est relié directement à la charge appliquée;
- la détermination de la vitesse de propagation de la fissure peut être réalisée sans avoir recours à plusieurs mesures de la longueur de la fissure.
- **Essai de poutre à double encorbellement ("Double cantilever beam method (DCB)" figure 4.10).**

L'échantillon du DCB a l'avantage d'avoir le front de la fissure droit. Ainsi, pour un bon arrangement expérimental, on peut parfois se passer de la rainure guidante de la fissure (Swanson et Spetzter, 1984). Cependant, l'inconvénient majeur de cette méthode est la calibration de  $K_I$  qui est fonction de la longueur de la fissure. Il est possible de surmonter ce problème en utilisant une technique alternative appelée "tapered DCB specimens" (Gallagher, 1971). Cependant, cette dernière méthode pose des complications expérimentales.

- **Essai de poutre en flexion avec 3 points d'appui ("single-edge cracked beam (SECB) Specimens - in 3 points - bends", figure 4.11).**

Les techniques présentées précédemment sont généralement adoptées pour les roches dures. Afin de surmonter les problèmes concernant la zone plastique qui se développe au bout de la fissure, surtout dans le cas des roches tendres, la technique du SECB a été adoptée par Haberfield et Johnston (1980) pour la détermination de la ténacité à la rupture des roches tendres.

- **Essai de flexion sur barre cylindrique ("Single-edge, cracked, round bar bend (SECRBB)", figure 4.12).**

La difficulté que présente la fabrication d'un échantillon rectangulaire (cas de l'essai SECB) à partir des roches naturelles a conduit à l'utilisation d'une géométrie

plus pratique, qui est celle d'une barre cylindrique, adoptée par la ISRM (1988).

À la lumière de ces brèves descriptions d'essais, on remarque qu'aucune technique standard ne semble exister pour la détermination de la ténacité à la rupture en mode II et III. Cependant, quelques auteurs ont suggéré différentes méthodes pour la détermination de  $K_{IIC}$  et  $K_{IIIc}$ . Par exemple, Awaji et Sato (1978) ont utilisé la technique du disque comprimé diamétralement pour estimer  $K_{IIC}$  pour une variété de matériaux fragiles. Cette technique a été développée à partir de l'essai brésilien pour la détermination indirecte de la résistance en tension uniaxiale. Huang et Wang (1985) ont utilisé l'échantillon SENB chargé excentriquement pour déterminer  $K_{IIC}$ . Cox et Atkinson (1983) ont utilisé la technique de la barre en tension ayant une entaille circonférencielle pour déterminer  $K_{IIIc}$ .

- Limitations expérimentales

L'application de la norme ASTM E399 regroupant les essais précités est limitée uniquement aux roches et minéraux. Cette norme considère trois critères majeurs qui doivent être vérifiés afin d'avoir des valeurs représentatives de  $K_{IC}$ :

- i) Le premier critère est en rapport avec la dimension de l'échantillon. Il s'agit ici de s'assurer que la dimension de la zone plastique qui apparaît au bout de la fissure est petite comparée à la dimension de l'échantillon et à la longueur de la fissure; on adopte alors, pour les métaux (Atkinson, 1987):

$$d > 2.5 (K_{IC}/\sigma_y) \quad (4.19)$$

$$\text{et} \quad a > 2.5 (K_{IC}/\sigma_y) \quad (4.20)$$

où  $d$  est la plus petite dimension de l'échantillon (épaisseur),  $a$  la longueur de la fissure et  $\sigma_y$  la limite d'écoulement. Pour la roche, Schmidt (1980) a suggéré le critère suivant (pour une longueur minimale de la fissure):

$$a > 2.5 (K_{IC}/\sigma_t) \quad (4.21)$$

où il a remplacé  $\sigma_y$  par la résistance de tension uniaxiale ( $T_0$  ou  $\sigma_t$ ).

- ii) Le deuxième critère concerne la pré-fissure de l'échantillon. Il vise à produire une bonne forme de la fissure et évite l'influence de la machine qui sert à faire les entailles sur l'échantillon. En pratique, les échantillons métalliques sont normalement pré-fissurés.

La restriction de la norme E399 est:

$$K_f < 0.6 K_{IC}$$

(4.22)

où  $K_f$  est le facteur maximum d'intensité des contraintes lors de la pré-fissuration. Les roches, cependant, sont généralement extrêmement résistantes en fatigue à ce niveau de contraintes. La pré-fissure dans l'échantillon est induite par faible chargement en présence de corrosion (eau).

iii) Le troisième critère nécessite que les résultats expérimentaux soient portés dans un diagramme qui exprime la charge appliquée en fonction du déplacement de l'ouverture de la tête de la fissure (CMOD). La pente de la droite sécante à la courbe dont la valeur est 5% moins que la tangente initiale à la courbe charge/CMOD est estimé à 2% de l'extension de la fissure dans le métal, et la charge rencontrée est utilisée pour le calcul de  $K_{IC}$ . Pour qu'un essai soit valide, il faut que la charge soutenue à n'importe quel moment durant l'essai n'excède pas de plus de 10% la charge rencontrée.

Il bon de rappeler ici que la ténacité est également influencée par les conditions de sollicitation ( $\epsilon$ ,  $\sigma_m$ , T), tel que brièvement discuté dans ce qui suit.

#### 4.4.8.2 - Influence de $\sigma_m$ sur $K_{IC}$

Les premiers essais traitant de l'influence de la pression de confinement sur le paramètre  $K_{IC}$  sont dus à Schmidt et Huddle (1977). Ils ont été réalisés sur une roche calcaire (calcaire d'Indiana). Ceux-ci ont observé une augmentation de  $K_{IC}$  avec l'augmentation de la pression de confinement. Plus récemment, on a établi une relation linéaire entre la ténacité et la pression de confinement (Schmidt et Huddle, 1977; Abou Sayed, 1977; Biret et al., 1989).

#### 4.4.8.3 - Influence de $\dot{\epsilon}$ sur $K_{IC}$

Il est reconnu que la résistance ultime des roches croît avec l'augmentation de la vitesse d'application de la contrainte  $\sigma$  ou de la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$ ; comme  $K_{IC}$  est relié directement de la résistance ultime des roches, il en résulte alors une augmentation de  $K_{IC}$  avec une augmentation de  $\sigma$  ou de  $\dot{\epsilon}$ . La dépendance de  $\sigma_{ult}$  sur la vitesse de sollicitation résulte de l'influence du temps sur le développement de la microfissuration (Scholz, 1970). En effet, les défauts de la structure jouent un rôle moindre aux faibles vitesses de déformation et la dissipation de l'énergie emmagasinée dans l'éprouvette est plus importante. Il en découle une relaxation des contraintes plus élevée dans le cas

des essais lents que dans les essais rapides (Hudson et Brown, 1973; Houpert, 1974).

#### 4.4.8.4 - Influence de la température sur $K_{IC}$

Dans les roches formées de cristaux, une augmentation de la température produit une variation différentielle des dimensions des minéraux, ce qui donne lieu à la formation de microfissures. Cette microfissuration thermique entraîne une diminution de la résistance ultime d'où diminution de  $K_{IC}$  (Houpert, 1979).

Notons toutefois que l'on observe généralement un passage d'une rupture brutale (fragile) à un comportement plus ductile avec une augmentation de la température (Houpert et Homand-Etienne, 1987). La fracture devient alors plus stable. Cette stabilisation de la fissure est liée à un fort développement de zones plastiques en tête de la fissure ("process zone"), induites par l'activation thermique des dislocations.

#### 4.5 - Fracturation et comportement mécanique des roches et du sel

##### 4.5.1 - Lois cinétiques de la propagation subcritique des fissures

Le phénomène de propagation des fissures, si important pour l'étude de la résistance à la fracturation des matériaux fragiles, est habituellement abordé sous le jour de la relation entre la vitesse de propagation des fissures  $V_I$  et le niveau de contrainte, exprimé ici par  $K_I$ , ou  $G_I$ . La figure 4.13 représente la relation idéalisée entre le facteur  $K_I$  et la vitesse de propagation des fissures, dans un plan double logarithmique (Schmidt et Rossmannith, 1983; Wilkins et Rigby 1981; Aubertin et al., 1988). Sur cette figure, on identifie trois phases distinctes à la propagation des fissures, chacune étant associée à un mécanisme physico-chimique différent (pour plus de détails, voir Atkinson, 1984, Aubertin et al., 1988).

Trois formulations empiriques ont été utilisées pour décrire la relation entre  $V_I$  et  $K_I$ , déduite des résultats expérimentaux pour les phases I et III, soit: (a) la loi de puissance de Charles (1958), (b) la loi exponentielle de Wiederhorn & Bolz (1970), et (c) la loi exponentielle de Lawn (1975) :

$$(a) \quad V \propto K^n \quad (4.23)$$

$$(b) \quad V \propto \exp K \quad (4.24)$$

(c)

$$V \propto \exp G$$

(4.25)

où l'exposant  $n$  est une constante dont la valeur est généralement comprise entre 30-60 pour les roches polycristallines (Meredith, 1990).

Bien que les lois exponentielles (b et c) reposent sur de meilleures justifications théoriques (e.g. Atkinson, 1982; Gueguen et al., 1989), la loi de puissance de l'équation 4.23 est nettement plus utilisée parce qu'elle est habituellement plus facile à intégrer pour prédire analytiquement la durée de vie de la structure (e.g. Atkinson, 1980, Meredith, 1990).

Si on observe le diagramme  $V_I-K_I$  de la figure 4.13, on y observe deux limites qui contraignent la valeur de  $K_I$  de façon asymptotique. La limite supérieure, sans doute la mieux comprise et la plus étudiée, correspond au facteur d'intensité de contraintes critique  $K_{IC}$  déjà présenté (ténacité à la rupture). Lorsque  $K_I$  est égal à  $K_{IC}$ , il y a propagation instable des fissures, et leur vitesse de propagation s'approche de la vitesse de propagation des ondes élastiques (Atkinson, 1982; Aubertin et al., 1988), ce qui conduit à une rupture catastrophique de la roche.

À la limite inférieure du diagramme  $V_I-K_I$  de la figure 4.13, la valeur de  $K_I$  est bornée par un seuil à la propagation des fissures,  $K_o$ , quelques fois appelé seuil de cohésion (Das et Scholz, 1981). Théoriquement,  $K_o$  aurait une valeur approximative de 0.2  $K_{IC}$  (Henry et al., 1977). Sous  $K_o$ , il n'y aurait aucune propagation, c'est-à-dire  $V_I=0$ . Le milieu

environnement peut affecté considérablement la valeur de  $K_o$ . L'adsorption de fluides intertitiaux réduit généralement l'énergie libre de surface et entraîne un abaissement du seuil de propagation des fissures tel que montré par l'équation de Griffith. Ainsi, dans un milieu sec, le seuil de propagation des fissures aura une valeur  $K_o$  supérieure à  $K_o$  du milieu humide. Lorsque  $K_I$  atteint la valeur  $K_o$ , il y a initiation de la propagation stable des fissures. Expérimentalement, ceci correspondrait à l'initiation de la dilatance (augmentation des déformations volumétriques) pour une sollicitation macroscopique d'une éprouvette de roche (figure 4.14). Sur cette figure, on représente le lien entre les courbes contrainte-déformation, contrainte-déformation volumétrique et vitesse de propagation-longueur de la fissure.

On constate ici que le début de l'augmentation volumétrique coïncide avec l'initiation de la propagation (point II).

Entre ces deux bornes,  $K_o$  et  $K_{IC}$ , la propagation des fissures est considérée comme subcritique (Atkinson, 1982).

#### 4.5.2 - Fracturation et dilatance

La dilatance est le phénomène d'augmentation de volume. L'origine de ce phénomène est souvent attribué à la création des fissures et au glissement frictionnel. La figure (4.14) présente la variation de volume durant un essai de compression triaxiale pour les roches en général. À partir de cette

courbe expérimentale, nous pouvons distinguer les phases suivantes déjà présentées au chapitre 2: 1) la fermeture des fissures, 2) les déformations élastiques (ces deux phases correspondent généralement à une diminution de volume), 3) l'initiation et la propagation stable des fissures, 4) la propagation instable des fissures (ces deux dernières phases correspondent à une augmentation de volume).

La dilatance est une des caractéristiques importantes du comportement des roches. Elle se manifeste dans de nombreux cas lors de variations de l'état de contrainte. Elle caractérise la déformation du milieu sous l'effet de création de fissures qui se superposent éventuellement à une fissure antérieure. La dilatance des roches fragiles, déjà mise en évidence par Brace et al (1966), se manifeste par une augmentation de volume du milieu. La déformation dilatante apparaît généralement seulement à partir d'un seuil de contrainte pour lequel la déformation cesse d'être strictement élastique (Sirieys, 1984) (ou parfaitement plastique, dans le cas du sel).

Dans le cas du sel, la variation de volume mesurée en cours d'essai peut également révéler certains aspects importants de la déformation sous charge. D'après Luong (1989), la variation de volume dans le sel peut aussi être attribuée à la dilatance causée par une fissuration croissante. La figure 4.15 illustre, à partir d'un résultat expérimental présenté par Carter et Lajtai (1991), la

variation de volume mesurée durant un essai de compression uniaxiale sur la potasse. On y voit les phases suivantes: OA correspondante à une diminution de volume causée par un effondrement progressif de la structure, par rupture des ponts entre les grains, qui a pour conséquence la croissance des surfaces de contact entre les grains; AC correspond à l'initiation et la propagation stable des fissures; à partir du point C, on assiste à la propagation instable des fissures qui mène généralement à la rupture. En effet, l'état instable, entraînant la ruine de l'échantillon, commence dès l'apparition des premières fissures instables pouvant initier la coalescence des zones de faiblesse.

Généralement, dans le régime fragile du sel, une certaine augmentation de volume (dilatance) est usuellement observée (Hunsche, 1989). Une diminution de la vitesse de déformation et/ou une augmentation de la pression de confinement peut permettre de supprimer la fracturation du sel (Handin et al., 1986). La variation de volume dans ce cas est relativement faible (associée à la déformation élastique et à la fermeture des microfissures). Ceci indique un comportement ductile ou de transition (semi-fragile). D'après la figure 4.16 (tirée de Wawersik et Hannum, 1980), l'initiation de la dilatance dans un essai à faible contrainte de confinement débute au moment où la contrainte atteint à peu près 50% de la valeur de la résistance ultime, d'où la possibilité de situer le début du régime semi-fragile.

La dilatance et la fracturation du sel gemme sont tributaires d'une série de facteurs, dont la température, la contrainte de confinement et le type de sollicitation (Carter et Hansen, 1983; Senseny et Hansen, 1987). Les paragraphes qui suivent sont consacrés à la présentation de ces facteurs.

#### **4.5.3 - Effet de la contrainte de confinement**

Pour le sel, comme pour les autres types de roche, une augmentation de la pression de confinement entraîne une augmentation de la ductilité (i.e. l'élimination progressive de la fracturation et la réduction de la dilatance), associée avec une nette prédominance des déformations intracristallines (écoulement parfaitement plastique).

Les résultats expérimentaux d'essais de compression triaxiale sur du sel, qui sont présentés à la figure 4.17, montrent diverses courbes contrainte-déformation pour une contrainte de confinement variable. Sur cette figure, l'absence du ramollissement (régime de transition) est observée à partir d'une valeur de  $\sigma_3$ , égale à environ 14 MPa, alors qu'un certain ramollissement est encore observé pour une valeur égale à environ 7 MPa.

En regroupant divers résultats expérimentaux trouvés dans la littérature, il semble possible de localiser les frontières des régimes fragile et ductile du comportement du sel sur la courbe enveloppe.

À partir des données existantes sur le sel, la courbe enveloppe de résistance ultime est schématisée sur la figure 2.6. On remarque que dans le régime fragile, la courbe enveloppe de la résistance dans le plan de Mohr est linéaire. Comme il a été mentionné auparavant, les mécanismes de déformation caractérisant ce régime sont les processus cataclastiques, tels que l'initiation et la propagation des microfissures et le glissement frictionnel. Une augmentation de la pression de confinement (au-delà de 3 à 5 MPa) permet le passage au régime semi-fragile. La courbe enveloppe de ce régime présente une concavité tournée "vers le bas". Tous les mécanismes (propagation des fissures, déformation intracristalline) se produisent alors simultanément. Finalement, pour une pression de confinement supérieure à environ 20 MPa le comportement inélastique du sel est presque complètement dominé par les déformations intracristallines (mouvement des dislocations), ce qui constitue le régime ductile.

#### **4.5.4 - Effet de la vitesse de déformation**

Les effets du temps sont usuellement moins marqués dans le régime fragile que dans le régime ductile. Ces effets sont alors reliés à la propagation stable (à des vitesses subcritiques) des microfissures lorsque l'état de contrainte est inférieur au seuil de propagation critique  $K_{IC}$ .

La vitesse de déformation joue tout de même un rôle capital sur la fracturation du sel (Skrotzki et Haasen, 1984). En général, plus la vitesse de déformation est élevée et plus la fracturation et la dilatance du sel sont marquées (Skrotzki et Haasen, 1984; Cristescu, 1989). Par contre, une valeur de  $\dot{\epsilon}$  suffisamment lente peut réduire et même supprimer la dilatance du sel (Hunsche, 1988). Ainsi, une faible vitesse de déformation égale ou moindre que  $10^{-8}s^{-1}$  (figure 4.18) permet de supprimer presque totalement la fracturation du sel puisque l'on atteint l'écoulement stationnaire avant d'atteindre le seuil de propagation des fissures).

L'effet de la vitesse de déformation est fortement couplé avec l'effet de la température, comme le montre la figure 4.19. De même, l'effet de la vitesse de déformation est aussi couplé avec l'effet de la pression de confinement (figures 4.18 et 4.20). Il apparaît sur ces courbes enveloppes de résistance ultime que la vitesse de déformation et la pression de confinement sont parmi les plus importants facteurs gouvernant les déformations du sel. On voit sur la figure 4.18 que la valeur de la vitesse de déformation qui permet d'atteindre l'écoulement stationnaire (régime ductile) avant le seuil de propagation des fissures augmente avec l'augmentation de la pression de confinement.

#### 4.5.5 - Effet de la température

L'effet de la température a été abordé implicitement avec l'effet de la contrainte de confinement et de la vitesse de déformation (figure 4.19). Comme on l'a déjà vu, on note une augmentation de la ductilité avec une hausse de la température, qui peut, être reliée à l'activation d'un deuxième système de glissement de façon à fournir les cinq systèmes théoriquement nécessaires à la ductilité parfaite (Hirth et Lothe, 1982; Aubertin, 1989). Pour une température comprise entre 100° et 200°C, Handin et al. (1986) n'ont pas signalé de signe de fracturation dans le comportement du sel. D'une manière générale, la courbe enveloppe de la résistance ultime, pour différentes valeurs de température, est illustrée à la figure 4.21.

#### 4.5.6 - Effet de l'environnement

Les conditions environnementales ont également des effets marqués sur la relation contrainte-déformation du sel. La présence d'un fluide intersticiel peut favoriser la dissolution et la recristallisation, la diffusion des vacances et la mobilité des dislocations dans les minéraux (Paterson, 1985; Aubertin et al., 1988). Ces effets ainsi que les effets mécaniques de la pression interstitielle sont négligés, compte

tenu de la teneur en eau réduite et de la faible perméabilité du sel (Aubertin, 1989).

#### 4.5.7 - Conclusion

Une augmentation de la pression de confinement favorise la transition graduelle du comportement fragile au comportement ductile, ou, plus précisément, de la fracturation localisée vers un écoulement cataclastique uniformément distribué, ou même inexistant. D'autre part, une diminution de la vitesse de déformation peut également mener à la ductilité avec inhibition de la dilatance du sel (Hunsche, 1988). Par contre, une augmentation de la vitesse de déformation favorise la fracturation et la dilatance du sel (Handin et al., 1986).

La mesure de la déformation volumétrique du sel peut être utilisée afin de prédire l'initiation et la propagation des fissures et ainsi prédire l'initiation et l'accumulation de l'endommagement. Ce phénomène d'endommagement, si important pour l'étude de la fracturation du sel et l'élaboration de notre modèle, sera présenté au chapitre prochain. Rappelons que dans la modélisation du modèle SUVIC, le terme correspondant à la variation volumétrique (équation 3.20) est pris comme étant égal à zéro (négligeable). Or, plusieurs études expérimentales (Wawersik et Hannum, 1980; Luong, 1989; Carter et Lajtai, 1991; Cristescu et Hunsche,

1991) ont montré que le sel pouvait aussi subir une certaine variation volumétrique. Afin de considérer cet aspect, certaines modifications devraient donc être apportées au modèle S U V I C .

## CHAPITRE 5

### ENDOMMAGEMENT

#### 5.1 - Introduction

Comme il a été mentionné auparavant, le comportement inélastique du sel gemme est souvent dominé par les mécanismes de déformation intracristallins impliquant le mouvement de dislocations, surtout à faible vitesse de déformation ( $\dot{\epsilon} \leq 10^{-3}$  à  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ), pour une pression de confinement,  $\sigma_3$ , supérieure à environ 5 MPa, pour une température supérieure à 20°C, pour de petites déformations ( $\epsilon < 10\%$ ) et pour  $\sigma < 0.5 \sigma_f$ . Dans de telles conditions, l'écoulement se fait à volume constant (Senseney et al., 1989; Horstem et Handin, 1990). Le modèle SUVIC a été développé pour décrire ce type de comportement inélastique (Aubertin et al., 1991).

Cependant, sous d'autres conditions de chargement, le comportement inélastique du sel gemme peut aussi impliquer l'initiation des fissures et leur propagation stable ou instable. Le sel montre alors une certaine dilatance et une forte influence de la contrainte principale mineure (Wawersik et Hannum 1980). Là où la fracturation aurait un rôle plus marqué, certains ajustements devraient donc être apportés au modèle SUVIC afin de rendre compte de ce phénomène. Cela peut se réaliser par l'introduction d'une variable d'endommagement. Tel sera l'objet du présent chapitre.

### **5.2 - Historique de la mécanique de l'endommagement**

La mécanique de l'endommagement permet de décrire au niveau macroscopique les phénomènes liés à la dégradation de la rigidité d'un matériau. Depuis les premiers travaux de Kachanov (1958) et Rabotnov (1969), qui ont étudié le fluage des métaux à la fin des années cinquante et au début des années soixante, cette branche de la mécanique a connu un développement considérable (Hult, 1979; Krajcinovic, 1984). A partir de ces travaux, un nouveau concept, appelé mécanique de l'endommagement des milieux continus (CDM, "Continuum Damage Mechanics"), a été formulé dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles (Lemaitre, 1984). L'objet de ce concept est de traduire macroscopiquement l'influence de la dégradation par naissance, croissance et coalescence des micro-défauts au sein de la matière. Aujourd'hui, la mécanique de l'endommagement génère l'intérêt de plusieurs groupes de recherche travaillant sur divers matériaux et son application s'étend de plus en plus.

### **5.3 - Notions fondamentales de la mécanique de l'endommagement**

Plusieurs références présentent la théorie de la mécanique de l'endommagement des milieux continus (i.e. Lemaitre, 1984; Krajcinovic et Lemaitre, 1987; Murakami, 1987;

Chaboche, 1988a). Nous exposons ici brièvement les idées à la base de cette théorie.

Considérons un corps contenant des inclusions, des défauts et des fissures. Soit  $S$  une surface d'un élément de volume  $dV$ ; on note  $n$  la normale de  $S$ , et  $S_D$  la surface des inclusions et des fissures contenues dans  $S$ . On définit la variable  $D_n$  par  $D_n=S_D/S$  (voir figure 5.1). Il apparaît donc que si  $D_n=0$ , l'élément de volume est non endommagé dans la direction  $n$ , et que si  $D_n=1$ , l'élément est rompu en deux parties selon un plan normal à  $n$ .

Dans la modélisation du comportement des matériaux, la représentation mathématique de la variable d'endommagement peut prendre plusieurs formes, soit: scalaire, vectorielle ou tensorielle. Le premier modèle proposé a fait appel à une représentation scalaire, en raison de son application aux matériaux ductiles dans lesquels la variable d'endommagement a été associé à la concentration des microvides sphériques (Kachanov, 1958; Leckie et Hayhurst, 1977; Bodner et Lindholm, 1976; Leckie, 1978). Une représentation vectorielle du dommage a par la suite été formulée par Davison et Stevens (1973) et Costin (1983, 1987), dans laquelle l'endommagement est relié à la présence de fissures; ces dernières sont alors décrites par un vecteur dont la direction est normale à la surface de la fissure et sa grandeur est proportionnelle à l'aire de la fissure. La représentation vectorielle du dommage serait une description adéquate pour l'endommagement

par microfissuration en mode I (traction). Pour rendre compte des effets de cisaillement (mode II ou III), Vakulenko et Kachanov (1971) ont proposé une description tensorielle de l'endommagement, (avec  $D_{ij}=n_i b_j$ , où  $n_i$  est la normale à la fissure et  $b_j$  est le déplacement relatif entre les deux surfaces de la fissure).

#### 5.4 - Différents aspects de l'endommagement des matériaux

##### 5.4.1 - Endommagements élastique et élasto-plastique macrofragile

L'endommagement macrofragile représente l'endommagement par décohésion que subissent certains matériaux, comme le béton et certaines roches fragiles, sous sollicitations monotones, en l'absence de déformations irréversibles microscopiques. Les seules déformations irréversibles présentes sont celles qui résultent de l'arrangement des fissures qui constituent l'endommagement.

Ce type d'endommagement est causé par la propagation et la nucléation progressives des cavités et des microfissures dues aux déformations élastique et élasto-plastique (Murakami, 1987).

Dans les matériaux géologiques, telles que les roches, cet endommagement est caractérisé par la formation de microfissures dans des plans généralement perpendiculaires à la direction de la contrainte principale majeure ( $\sigma_1$ ) (figure

5.2). Le développement d'une telle microfissure est accompagné par une diminution de la rigidité aussi bien d'une dilatance macroscopique du matériau (Murakami, 1987). De tels modèles ont été proposés par Costin (1987), Kemmeny et Cook (1987) et Bazant et al. (1988).

#### 5.4.2 - Endommagement plastique ductile

Ce type d'endommagement est associé aux grandes déformations plastiques qu'engendrent la croissance et la coalescence des cavités par le mécanisme d'instabilité microuductile dû à l'accumulation des dislocations à proximité des obstacles de la structure cristalline (Lemaître, 1984; Chaboche, 1988b; Lemaître et Chaboche, 1988). Ce type d'endommagement est un phénomène qui ne dépendrait pas explicitement du temps (Lemaître, 1984).

#### 5.4.3 - Endommagement de fluage (viscoplastique fragile)

Cet endommagement accompagne les déformations de fluage. Il concerne les matériaux polycristallins ductiles pour lesquelles les décohésions de rupture microfragile aux joints de grains sont prépondérantes. Cet endommagement correspond au processus de naissance et de croissance de microfissures (principalement intercristallines) qui se développent en

fonction du temps, sous sollicitations constantes (Hayhurst et Leckie, 1990; Lemaitre et Chaboche, 1988; Chan, 1988).

Dans l'essai de fluage unidimensionnel à contrainte constante, ce type d'endommagement se manifeste surtout lors du fluage tertiaire, par une augmentation de la vitesse de déformation qui devient très grande à l'approche de la rupture.

#### 5.4.4 - Endommagement de fatigue

Cet endommagement se produit sous l'action de sollicitations répétées, périodiques ou non, occasionnent des ruptures microfragiles discontinues dans le temps. Celui-ci existe dans le domaine des petites déformations et est essentiellement fonction du nombre de cycles de sollicitation (Murakami, 1987; Lemaitre et Chaboche, 1988).

#### 5.5 - Mesure indirecte de l'endommagement

L'approche pour évaluer l'ampleur de l'endommagement consiste à mesurer son effet sur le comportement mécanique du matériau (Murakami, 1987; Krajcinovic et Lemaitre, 1987; Chaboche, 1988a; Lemaitre et Chaboche, 1988). Le couplage de l'endommagement à la déformation est introduit au travers de la notion de la contrainte nette. Les différentes quantités

physiques employées comme mesures sont définies au tableau 5.1.

### 5.5.1 - Méthode de l'équivalence en déformation

La méthode de l'équivalence en déformation traduit le fait que l'on obtient, sur le matériau vierge équivalent, la même déformation  $\epsilon$  en lui appliquant la contrainte nette  $\tilde{\sigma}$ , que le matériau endommagé subissant la contrainte usuelle  $\sigma$  (Lemaitre et Chaboche, 1978, 1988). Les caractéristiques mécaniques du matériau endommagé seront donc affectées par l'endommagement (voir figure 5.3).

Soit  $E$  le module élastique du matériau vierge et  $\tilde{E}$  le module élastique du matériau endommagé. On peut alors écrire les lois de comportement comme suit (en ne considérant que la partie élastique) :

- Pour le matériau endommagé :  $\sigma = \tilde{E}\epsilon$
- Pour le matériau vierge équivalent :  $\tilde{\sigma} = E\epsilon$

Or, on sait que  $\tilde{\sigma} = \sigma / (1 - D)$ , il s'en suit donc que  $\tilde{E} = E(1 - D)$ . A partir de cette équation on peut donc mesurer l'endommagement par la variation du module d'élasticité:  $D = 1 - \tilde{E}/E$ .

Lors de la mesure de  $E$  et  $\tilde{E}$ , trois cas peuvent se présenter, soit: les comportements caractéristiques des matériaux plastiques, endommageables et plastiques, et endommageables (voir figure 5.4a, b et c). Pendant un éventuel déchargement-rechargement, tout au long de l'essai,

on observe alors une variation du module de Young nulle, très faible et faible respectivement.

À titre indicatif, on mentionne ici qu'il existe deux autres possibilités pour établir cette équivalence, soit l'équivalence en contrainte et l'équivalence en énergie.

**5.5.2 - Méthode de la mesure des taux de fluage secondaire et tertiaire (utilisée surtout pour les métaux)**

En utilisant la loi de puissance pour décrire le fluage secondaire (lequel est généralement considéré comme un état non-endommagé), on a (Chaboche, 1988a):

$$\dot{\varepsilon}_s = \left(\frac{\sigma}{\lambda}\right)^N \quad (5.1)$$

$$\text{et } \dot{\varepsilon}_a = \left(\frac{\tilde{\sigma}}{\lambda}\right)^N \quad (5.2)$$

où  $\lambda$  et  $N$  sont des constantes en conditions isothermiques.

L'endommagement peut alors être mesuré à partir de la vitesse de déformation en fluage tertiaire  $\dot{\varepsilon}_a$ , tel que:

$$D = 1 - \left(\frac{\dot{\varepsilon}_s}{\dot{\varepsilon}_a}\right)^{\frac{1}{N}} \quad (5.3)$$

### 5.5.3 - Étude de la célérité des ondes soniques

Il s'agit ici d'une technique permettant une analyse globale (à l'échelle de l'élément de volume). Cette technique consiste à mesurer le temps de parcours d'ondes traversant le matériau. Deux types d'ondes sont utilisés, les ondes longitudinales (ondes P ou L) et les ondes torsionnelles (ondes S ou T). Elle permet aussi d'obtenir des informations sur la microfissuration (densité des fissures, orientations....). L'intérêt de cette méthode apparaît également dans le fait qu'elle est non destructive (Lemaître et Chaboche, 1988).

La variable d'endommagement est ici donnée par:

$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E} \quad (5.4)$$

$$\text{avec } \tilde{E} = \rho V_T^2 \frac{(3V_L^2 - 4V_T^2)}{(V_T^2 - V_T^2)} \quad (5.5)$$

où E est le module de Young du matériau vierge,  $\tilde{E}$  est le module de Young du matériau endommagé,  $\rho$  est la densité massique du matériau,  $V_L$  est la vitesse en mode longitudinal et  $V_T$  est la vitesse en mode torsionnel.

La figure (5.5) illustre l'utilisation de cette méthode pour détecter la propagation des fissures. On observe une augmentation de la vitesse des ondes, avec un maximum se

produisant à peu près 50 % de la résistance au pic. cette phase correspond à la fermeture des fissures préexistantes et à un comportement quasi-élastique du matériau non-endommagé. A partir de ce point, on observe une diminution de la vitesse correspondant à l'ouverture et à la propagation des fissures. Il est intéressant de noter ici que la diminution de la vitesse des ondes ne débuterait qu'au-delà d'un certain seuil, correspondant au début de la dilatance (Guessous, 1986; voir aussi figure 5.6).

#### **5.5.4 - Étude des émissions acoustiques**

Un aspect fondamental de la propagation des ondes sismiques et acoustiques dans les roches est la dissipation d'énergie au cours de la propagation. Ce phénomène, connu sous le nom d'atténuation, conduit à une déformation de ces ondes suite à une transmission sélective en fréquence. L'étude de ce phénomène peut apporter des informations sur la nature et l'état physique du milieu parcouru. De nombreuses études de laboratoire et *in situ* ont montré, à ce propos, que l'état physique d'une roche (la présence et la forme des vides, l'état de contrainte, la température, etc..) influence sensiblement les propriétés acoustiques de celle-ci.

Sur la figure (5.5), on illustre aussi les résultats de la méthode de mesure des émissions acoustiques. Une augmentation des émissions acoustiques est observée à partir

de la moitié environ de la résistance au pic, qui correspondrait à l'initiation et à la propagation des fissures. De même que pour les ondes soniques, l'initiation de l'augmentation de ces émissions (figure 5.6) apparaît donc seulement à partir d'un certain seuil, correspondant généralement au début de la dilatance (Paterson, 1978; Sirieys, 1984; Santarelli, 1990; Meredith, 1990).

#### 5.6 - Lois d'évolution de l'endommagement

À travers les nombreux modèles de type CDM développés, plusieurs lois d'évolution de la variable interne D ont été proposées. Celles-ci dépendent des conditions de sollicitation prescrites et des mécanismes dominants qui vont produire l'endommagement et la dégradation des propriétés des matériaux. Pour les roches et en particulier le sel gemme, l'endommagement peut présenter soit un caractère fragile soit un caractère ductile soit les deux simultanément. Dans le premier cas, les microfissures se développent par décohésions intra ou intercristallines jusqu'à ce que leur réunion constitue une macrofissure. Dans le second cas, les microvides croissent dans le sens de la déformation (fluage par cavitation) (Chan, 1988).

### 5.6.1 - Endommagement de fluage

Le type de modèle utilisant l'endommagement à caractère ductile peut être utile pour décrire le ramollissement du matériau (et la dégradation de ses propriétés mécaniques) en phase pré-pic et post-pic ou pour exprimer la phase de fluage accéléré (ou tertiaire) menant à la rupture. Pour de tels modèles, surtout développés pour le comportement des métaux, la nucléation des cavités, le processus de progression et la coalescence sont usuellement considérés comme des phénomènes indépendants les uns des autres (Chan, 1988). Dans l'approche de l'endommagement des milieux continus ductiles, les variables d'endommagement sont généralement considérées comme une mesure des vides et des microfissures dans la microstructure détériorée, et sont incorporées dans les modèles constitutifs comme variables d'état évolutives. Les principaux modèles impliquant des variables d'endommagement ductile sont ceux présentés au tableau 5.2. Ces divers modèles peuvent être regroupés sous une formulation générale unique. À une température donnée, la loi d'évolution pour le dommage isotrope,  $D$ , est alors exprimée sous forme de l'équation suivante (Chan, 1988; Hayhurst et Leckie, 1990) :

$$\dot{D} = f_1(D) f_2(\sigma) \quad (5.6)$$

Ce type d'endommagement de fluage est fonction du temps et ne comprend pas les effets de variation de volume où la contrainte de confinement joue un rôle très important. La fonction  $f_1(D)$  traduit les effets de cumulation non linéaires de l'endommagement constatés sur divers matériaux (Lemaitre et Chaboche, 1978).  $f_2(\sigma)$  est une fonction de l'état de contrainte déviatorique. La forme de la fonction  $f_2$ , dans certains modèles exposée au tableau 5.2, a été développée sous des conditions de chargement multiaxial. Le terme de  $f_2$  peut dépendre des invariants suivants (Chaboche, 1988b) :

- a)  $J_2(\sigma)$  contrainte de cisaillement octaédrique reliée aux effets de cisaillement;
- b)  $J_1(\sigma) = \text{Trace}(\sigma)$  contrainte hydrostatique qui affecte fortement la propagation des cavités;
- c)  $J_0(\sigma)$  la contrainte principale maximale laquelle ouvre les microfissures et cause leur propagation.

#### 5.6.2 - Endommagement des roches (et autres matériaux fragiles)

Bien que les modèles précédents aient été proposés pour un endommagement de fluage, on pourrait envisager une extension de ceux-ci au cas de l'endommagement fragile généralisé pour inclure les effets dus à la propagation des microfissures dans les roches (telle que mentionnée au chapitre 4). Dans cette perspective, les modèles

d'endommagement développés pour des matériaux fragiles, où l'endommagement est souvent relié directement avec la propagation des microfissures, peuvent être très utiles. Parmi les modèles les plus connus, on peut mentionner ceux de Ashby et Hallam (1986), Costin (1983, 1985 et 1987), Kemeny et Cook (1987), Kemeny (1991), Ofoegbu et Curran (1991), Cristescu (1989) et Krajcinovic et al. (1990). Parmi tous ces modèles, ceux de Costin (1987) et de Kemeny (1991) sont d'un intérêt particulier, car ils permettent de décrire l'écoulement inélastique différé des roches en tenant compte de la cinétique de propagation des microfissures et de leur interaction et coalescence. Il faut noter ici que ces deux modèles ont été développés dans le cadre d'un milieu élastique.

Pour le modèle de Costin (1985, 1987), l'endommagement est défini comme un vecteur, soit:

$$\vec{D}_i = \frac{1}{a_o} \int \vec{e}_i \cdot (\vec{a} - \vec{a}_o) H[K_I(n)] d\Omega \quad (5.7)$$

où  $\vec{e}_i$  est le vecteur unitaire dans le  $i^{\text{ème}}$  direction. Les microfissures sont décrites en terme d'un vecteur,  $\vec{a} = a(\theta, \phi) \cdot \vec{n}$ , dont la grandeur est  $a$ , et  $\vec{n}$  la direction normale à la surface de la fissure. La fonction  $\vec{a}_o = a_o \cdot \vec{n}$  est la distribution initiale des longueurs de fissures.  $\theta$  et  $\phi$  de la fonction  $a(\theta, \phi)$  sont les angles en coordonnées sphériques utilisés pour

définir cette dernière fonction (voir figure 5.7).  $\Omega$  implique une intégration sur l'hémisphère ( $d\Omega = \sin\phi d\theta d\phi$ ). La fonction  $H[K_I(n)]$ , de type Heavyside, est définie par:

$$H[K_I(n)] = \begin{cases} 1 & \text{si } K_I > 0 \\ 0 & \text{si } K_I \leq 0 \end{cases} \quad (5.8)$$

La propagation subcritique des fissures se produit à un taux tel que:

$$\dot{a} = A_0 K_I^n \quad (5.9)$$

où  $A_0$  et  $n$  sont des constantes; cette formulation est inspirée de la loi de Charles (1958) vue au chapitre 4.

Le facteur d'intensité de contraintes,  $K_I$ , peut être approximé par:

$$K_I = \frac{2}{\pi} \sqrt{\pi a \cdot \bar{n}} [\sigma_m + \mathcal{F}(a, \bar{n}, d, d_1) \bar{n}^T \cdot S_{ij} \cdot \bar{n}] \quad (5.10)$$

où  $S_{ij}$  est le tenseur de contrainte déviatorique ( $S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_{kk}/3$ ),  $a$ ,  $d$ ,  $d_1$  sont définies sur la figure 5.8;  $d_1$  et  $d$  représentent la distance entre deux fissures voisines dans une configuration initiale et ultérieure respectivement. Pour sa part, la fonction  $\mathcal{F}$  est définie par:

$$\mathcal{F} = f \left[ \left( \frac{d}{a \cdot n} \right) \frac{1}{\left[ 1 - \left( \frac{a \cdot n}{d_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (5.11)$$

avec  $f$  comme constante du matériau. La fonction  $\mathcal{F}$  caractérise les effets dus à l'interaction des fissures voisines.

Pour  $K_I = K_{IC}$ , le réarrangement de l'équation (5.9) nous donne:

$$Y = n^T \cdot S_{ij} \cdot n + \frac{\sigma_m}{F} - \frac{\pi K_{IC}}{2F \cdot (\pi a \cdot n)^{\frac{1}{2}}} = 0 \quad (5.12)$$

Pour chaque direction  $n$ ,  $Y=0$  représente une surface dans l'espace des contraintes (voir figure 5.9). Si l'état de contraintes est sous cette surface les fissures avec cette normale  $n$  ne se propagent pas. Si l'état des contraintes se trouve sur la surface de l'endommagement  $Y$ , le chargement entraîne la propagation des fissures. La surface de l'endommagement,  $Y=0$ , se comporte comme une surface seuil d'écoulement dans la théorie de plasticité.

L'endommagement est donc une fonction des contraintes et du temps. Ainsi, on peut suivre l'évolution de l'endommagement et son effet sur les déformations tout au long du cheminement des contraintes.

Dans le cas où l'endommagement est considéré comme un scalaire, on obtient:

$$D = \frac{1}{a_o} \int (a - a_o) H[K_I] d\Omega \quad (5.13)$$

$$\text{avec } K_I = \frac{2}{\pi} \sqrt{\pi} a \frac{\sigma}{3} \left\{ 1 + f \left[ \frac{d}{a} \frac{1}{\left[ 1 - \left( \frac{a}{d_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right] \right\} \quad (5.14)$$

Notons que ce modèle a la particularité de tenir compte de l'effet de la contrainte moyenne sur l'évolution de la variable d'endommagement  $D$ , contrairement à plusieurs modèles proposés pour les métaux.

Dans le cas du modèle de Kemeny (1991), l'expression de la variable d'endommagement peut être associée à une variable qui est exprimée sous forme d'un rapport entre la longueur et l'espacement des microfissures ( $l/b$ ) (voir figure 5.10 pour la représentation schématique de son modèle). Dans ce cas, on a:

$$\frac{l}{b} = \frac{1}{b} \left[ a \frac{(2l_o \tau^* \cos \theta)^n}{\pi^{\frac{n}{2}}} t \left( 1 + \frac{n}{2} \right) + l_o^{1+\frac{n}{2}} \right]^{\frac{1}{1+\frac{n}{2}}} \quad (5.15)$$

où  $l$ ,  $b$  et  $\theta$  sont définies sur la figure 5.11,  $l_o$  est la moitié de la longueur initiale de la fissure,  $a$  et  $n$  sont des constantes du matériau,  $t$  est le temps et  $\tau^*$  représente la contrainte de cisaillement effectif le long des faces de la fissure due à  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

L'expression de  $\tau^*$  en état de contraintes planes est donnée par:

$$\tau^* = \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta - \mu(\sigma_1 + \sigma_2 + (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta)] \quad (5.16)$$

où  $\mu$  est le coefficient de frottement. La relation entre  $\tau^*$  et le facteur d'intensité de contraintes  $K_I$  est exprimée par l'équation suivante (Kemeny et Cook, 1987):

$$K_I = \frac{2l_o \tau^* \cos \theta}{\sqrt{b \sin(\pi l/b)}} - \sigma_2 \sqrt{2b \tan(\pi l/2b)} \quad (5.17)$$

Les courbes typiques de l'évolution de l'endommagement ( $l/b$ ) dans le temps pour plusieurs valeurs de  $\epsilon$  sont présentées à la figure 5.12.

### 5.6.3 - Endommagement dans le béton

L'endommagement dans le béton est du type macrofragile car les effets de la plasticité sont peu importants. De même que pour l'endommagement des roches fragiles, l'hypothèse de base de ce modèle est que le matériau se détériore en raison de l'interaction des microfissures et de leur propagation. Parmi les modèles d'endommagement utilisés dans le béton, on peut mentionner ceux de Sammis et Ashby (1985), Krajcinovic et Fanella (1986), Bazant et al. (1988), Saouradis et Mazars

(1989), Schreyer (1989), Chen (1990), Valanis (1990), et Krajcinovic et al. (1991). Dans la majorité de ces modèles, la variable d'endommagement est fonction de la densité des microfissures qui peut être déterminée par la fonction de distribution statistique de Weibull.

#### 5.6.4 - Autres matériaux

Pour compléter notre étude sur les modèles d'endommagement existants dans la littérature, on peut mentionner que de tels modèles ont également été développés pour la glace (Karr et Choi, 1989) et pour les céramiques (Evans et Dagleish, 1987; Lemaitre et al., 1990; Vekinis et al., 1991).

## CHAPITRE 6

### PRÉSENTATION ET VALIDATION PRÉLIMINAIRE DU MODÈLE PROPOSÉ

#### 6.1 - INTRODUCTION

Les chapitres précédents ont permis de présenter les principales caractéristiques du comportement rhéologique du sel, tant d'un point de vue microscopique que macroscopique. On a identifié trois régimes à l'écoulement inélastique, soit les régimes fragile, semi-fragile et ductile. Le comportement ductile, gouverné par les déformations intracristallines, peut être décrit par le modèle S UVIC. Par contre, les deux autres régimes, dont le comportement mécanique fait intervenir la fracturation, ne peuvent être totalement décrits par ce modèle.

Dans cette partie, une version simplifiée du modèle S UVIC, développée pour l'écoulement stationnaire, est extensionnée afin de décrire le fluage tertiaire. Dans ce modèle, appelé S UVIC-D, les effets d'endommagement de fluage dus à la fracturation sont pris en compte

#### 6.2 - Modèle S UVIC-D

En tenant compte des effets de la fracturation, le modèle S UVIC sera extensionné en ajoutant le processus d'endommagement, représenté par une variable d'état D. Ce nouveau modèle constitutif unifié extensionné, appelé S UVIC-D

(Strain rate history-dependent Unified Viscoplastic model with Internal variables for Crystalline materials with Damage) , sera développé pour décrire toute la plage du comportement du sel gemme, en tenant compte des effets de la fracturation et de la contrainte moyenne.

À ce stade ici du développement du modèle extensionné, nous nous limitons à traiter le cas d'un endommagement isotrope (représentation scalaire). Dans ce cas, la variable  $D_n$  est indépendante de la normale  $n$  et sera remplacée par  $D$ . Le paramètre  $D$  ainsi introduit comme variable d'état a le sens physique d'un affaiblissement de section ou de volume résistants par développement de microfissures ou microvides, traduisant ainsi les phases de naissance et de développement du processus de détérioration. Rabotnov et Kachanov (voir Kachanov, 1986; Lemaitre et Chaboche, 1988) l'ont fait opérer sur la contrainte appliquée sous la forme  $\tilde{\sigma} = \sigma / (1 - D)$  pour définir une contrainte nette  $\tilde{\sigma}$  qui représente la contrainte rapportée à la section qui résiste effectivement aux efforts.

Pour des essais de compression triaxiale, l'expression de la vitesse de déformation axiale totale du modèle proposé dénommé S UVIC-D, est présentée comme suit:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^i \quad (6.1)$$

$$\text{avec} \quad \dot{\epsilon}^e = \frac{\tilde{\sigma}}{E} \quad . \quad (6.2)$$

$$\dot{\epsilon}^i = A \left( \frac{|\tilde{\sigma} - B| - R}{K} \right)^N sgn(\tilde{\sigma} - B) \quad (6.3)$$

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D} \quad (6.4)$$

$$\sigma = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (6.5)$$

$$\dot{D} = f_1[D] f_2[\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3] \quad (6.6)$$

où  $\dot{\epsilon}^e$  et  $\dot{\epsilon}^i$  représentent la vitesse de déformation élastique et inélastique, respectivement; B, R et K sont les trois variables d'état, auxquelles correspondent trois lois d'évolution décrites aux chapitres 4; A et N sont les constantes du matériau pour l'écoulement inélastique;  $\langle \rangle$  sont les crochets de Maclauley; E est le module d'élasticité; D est la nouvelle variable d'endommagement dont l'équation d'évolution prend la forme générale de l'équation (6.6).

### 6.3 - Modélisation préliminaire du fluage tertiaire à l'aide du modèle SUVIC-D

#### 6.3.1 - Choix de la loi d'évolution d'endommagement

Pour la modélisation préliminaire visant à décrire le fluage tertiaire du sel gemme, la loi d'évolution pour la variable D proposée par Kachanov-Rabotnov est d'un intérêt particulier. La formulation de cette loi a été proposée

originalement pour le fluage tertiaire des métaux (sous un chargement uniaxial). Cette loi se présente comme suite (Lemaitre, 1984; Chaboche, 1988b; Lemaitre et Chaboche, 1988):

$$\dot{D} = D_o (1 - D)^{-k} \sigma^r \quad (6.7)$$

où  $D_o$ ,  $k$  et  $r$  sont des constantes du matériau.

En intégrant cette équation entre 0 et  $D$  et 0 et  $t$  on peut obtenir la relation suivante:

$$D = 1 - [1 - A t]^{-\frac{1}{(k+1)}} \quad (6.8)$$

Généralement, la détermination de la constante  $A$  est obtenue en posant que pour  $t \rightarrow t_c$  on a  $D \rightarrow 1$ , ce qui nous donne l'équation suivante:

$$D = 1 - \left[ 1 - \frac{t}{t_c} \right]^{\frac{1}{k+1}} \quad (6.9)$$

$$\text{avec } A = \frac{1}{t_c} = (k+1) D_o \sigma^r \quad (6.10)$$

Or, pour être conforme à nos besoins spécifiques, notamment le fait qu'on travaille en compression plutôt qu'en tension, il est préférable de poser la condition suivante:  $t$  tend vers  $t_c$  quand  $D$  tend vers  $D_c$  (avec  $D_c \leq 1$ , déterminée

expérimentalement). Avec cette façon de procéder, l'équation d'endommagement sera donnée par:

$$\frac{D}{D_c} = 1 - \left[ 1 - \frac{t}{t_c} \right]^{\frac{1}{k+1}} \quad (6.11)$$

où  $t_c$  est le temps à la rupture correspondant à la valeur maximale de l'endommagement  $D_c$ ;  $t=0$  correspond à l'apparition de la phase tertiaire de fluage.

Une telle interprétation requiert la modification de l'équation (6.7) de façon à tenir compte de cette forme particulière, soit:

$$\dot{D} = D_o \left[ 1 - \frac{D}{D_c} \right]^{-k} \sigma^r \quad (6.12)$$

#### 6.3.2 - Hypothèses pour la modélisation

Pour la modélisation préliminaire du fluage tertiaire du sel lors d'un essai de compression triaxiale, certaines hypothèses simplificatrices sont adoptées afin d'obtenir une solution analytique simple:

- i) La variation du taux de la déformation élastique,  $\dot{\epsilon}^e$ , due à l'endommagement est négligée, du fait de sa faible valeur par rapport au taux de déformation inélastique.

- ii) Les valeurs des exposants  $N$  et  $K$  dans la loi cinétique sont fixées à 3.7 et 12.7 MPa. Ces valeurs sont considérées comme nominales pour le sel gemme (Aubertin, 1989).
- iii) La valeur de la contrainte active  $\sigma_a$  (ou  $\sigma_a = |\sigma - B| - R$ ) est considérée constante durant la phase de fluage secondaire du sel; elle est égale à environ 30% de la contrainte appliquée (Aubertin et al., 1991b).
- iv) La variable d'endommagement  $D$  est considéré comme scalaire, ce qui constitue une hypothèse acceptable pour les essais de compression triaxiale, du moins à cette étape de la recherche.

#### 6.3.3 - Étapes de calcul

La figure 6.1a illustre une courbe expérimentale du fluage d'un sel, montrant la phase tertiaire (Potts, 1964). Pour une description de la phase de fluage tertiaire de cette dernière, on procède de la manière suivante:

- i) Soit l'équation (6.3) du taux de déformation inélastique, qui est donnée par:

$$\dot{\epsilon}^i = A \left( \frac{\sigma}{(1-D)} - \sigma_i \right)^N \quad (6.13)$$

La substitution de  $\sigma_i = 0.7\sigma$  dans cette équation donne,

après réarrangement:

$$\frac{K}{\sigma} \left( \frac{\dot{\epsilon}^i}{A} \right)^{\frac{1}{N}} = \frac{(0.3 + 0.7D)}{1-D} \quad (6.14)$$

Posons:

$$X = \frac{K}{\sigma} \left( \frac{\dot{\epsilon}^i}{A} \right) \quad (6.15)$$

où  $X = \text{cste}$  pour un intervalle à  $\dot{\epsilon}^i = \text{cste}$  et  $\sigma = \text{cste}$

On arrive à l'expression du paramètre d'endommagement:

$$D = \frac{X - 0.3}{X + 0.7} \quad (6.16)$$

- ii) On calcule le taux de fluage secondaire qui est donné par la pente de la partie du fluage secondaire (figure 6.1a), soit:

$$\dot{\epsilon}_{ss} = 1.83 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$$

- iii) En supposant que l'endommagement est négligeable durant la phase secondaire, on détermine la valeur de la constante A à partir de l'expression suivante:

$$\dot{\epsilon}_{ss} = A \left( \frac{0.3\sigma}{K} \right)^N \quad (6.17)$$

avec  $\sigma=27.6$  MPa (contrainte appliquée),  $K=12.7$  MPa et  $N=3.7$  on aura:  $A = 8.91 \times 10^{-7}$  s<sup>-1</sup>.

- iv) On découpe la courbe de la portion du fluage tertiaire en petits intervalles. Ce découpage nous permet d'assimiler ces intervalles à des segments de droite. La pente de chaque segment correspond au taux de fluage tertiaire moyen de cette portion de la courbe de fluage.
- v) Connaissant le taux de fluage tertiaire expérimental de chaque intervalle, on calcule le paramètre d'endommagement  $D$  correspondant, à partir des équations 6.15 et 6.16. Ainsi, on détermine expérimentalement l'évolution de l'endommagement dans le temps (figure 6.2a).
- vi) D'après l'équation (6.13) on peut écrire:

$$\log \left[ 1 - \frac{D}{D_c} \right] = \frac{1}{k+1} \log \left[ 1 - \frac{t}{t_c} \right] \quad (6.18)$$

Le paramètre  $(1/(k+1))$  est donc la pente de la droite  $\log (1 - D/D_c)$  contre  $\log [1-t/t_c]$ , comme montré à la figure 6.3c. On obtient alors la valeur de  $k$ .

- vii) Finalement, on calcule le taux de fluage tertiaire théorique du sel. Pour cela, on calcule l'évolution de l'endommagement,  $D$ , dans le temps à partir de l'équation 6.16 (toutes les constantes de l'équation

sont connues). Ainsi, on peut reproduire théoriquement la courbe de fluage tertiaire du sel à partir de l'équation 6.14 (figure 6.1a).

Cette même analyse a été répétée pour les données expérimentales de Wawersik et Hannum (1979) sur un autre sel (voir figure 6.1b, 6.2b et 6.3b).

Ces résultats préliminaires montrent bien que le modèle proposé est en mesure de décrire adéquatement le fluage tertiaire du sel à l'intérieur du cadre d'hypothèses préalablement définies.

#### **6.3.4 - Discussion**

Dans la majorité des analyses sur le comportement des matériaux cristallins, la fracturation est traitée de façon indépendante de l'écoulement ductile, généralement par l'intermédiaire de critères de rupture (Langer, 1982; Senseny et Hansen, 1987). Cependant, certaines évidences expérimentales ont permis de démontrer que les processus réels qui conduisent à la rupture différée sont dus aux effets conjoints de l'écoulement visqueux et de la détérioration du matériau (théorie de Kachanov). Rabotnov (1969) a ainsi démontré qu'il existe, à cet effet, un couplage indissociable entre le fluage ductile des matériaux et leur dégradation par la formation progressive des vides intragranulaires et intergranulaires, qui conduisent à une réduction progressive

de l'aire effective qui reprend les efforts.

Le modèle S U V I C extensionné, appelé S U V I C - D , sera donc formulé en utilisant la théorie de l'endommagement des milieux continus. Une version préliminaire de ce modèle a été appliquée avec succès au fluage tertiaire du sel gemme. On doit toutefois rappeler que la variable D a été présentée ici comme un scalaire dans cette version du modèle S U V I C - D , pour les essais triaxiaux. Cependant, puisque l'endommagement des matériaux polycristallins est usuellement anisotrope (Davison et Stevens, 1973; Costin, 1987; Lemaitre et Chaboche, 1988), la formulation tri-dimensionnelle générale de S U V I C - D nécessitera sans doute l'emploi d'un vecteur ou d'un tenseur pour la variable D.

De plus, afin de traduire l'influence de  $\sigma_m$  dans notre modèle d'endommagement, la formulation de D devrait contenir la fonction de la cumulation de l'endommagement ( $f_1(D)$ ) et une fonction de la contrainte moyenne ( $f_2(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ ) ou  $f_2(\sigma_e, \sigma_m)$  ou  $I_1, J_2, J_3$ . Une des caractéristiques principales de ce modèle est donc le fait qu'il devrait être non seulement fonction de la contrainte déviatorique mais aussi de la contrainte moyenne. A partir des figures (6.2a, 6.2b), on peut déduire que la formulation mathématique de la fonction  $f_2$  pourrait être exprimée de la façon générale suivante:

$$f_2 = f_2 \left[ \frac{\sigma - \sigma_{\text{seuil}}}{\sigma_{\text{pic}} - \sigma_{\text{seuil}}} \right] \quad (6.19)$$

où  $\sigma_{\text{pic}}$  la contrainte à la rupture (au pic), qui pourrait être tirée des critères de rupture appliqués au sel. Les critères les plus intéressants pour le sel gemme sont présentés dans le tableau 6.1, ainsi que l'application qui en découle. Ces types de critère de rupture sont souvent reliés à une instabilité intergranulaire du matériau, qui n'est pas sans rappeler la théorie de propagation des fissures de Griffith et les critères qui en sont déduits. La contrainte  $\sigma_{\text{seuil}}$  représente pour sa part le seuil de propagation des fissures qui peut aussi être inspirée par les travaux de Griffith (1924).

Cette forme de la fonction  $f_2$  traduit le fait que la fracturation ne commencerait qu'au moment où la contrainte déviatorique atteint la contrainte seuil de propagation des fissures. La valeur  $(\sigma_{\text{pic}} - \sigma_{\text{seuil}})$  sert à normaliser la portion efficace de la contrainte déviatorique.

## TABLEAU 3.1

DÉFINITION DES VARIABLES ET DES CONSTANTES DU  
MODÈLE SUVIC (AUBERTIN ET AL., 1991)a) Variable

- $B_e$  : norme de von Mises de la contrainte interne  $B_{ij}$ ;  
 $B_e'$  : valeur de saturation de la variable  $B_e$ ;  
 $B_{ij}$  : contrainte interne cinématique (tenseur);  
 $\dot{\epsilon}_e^i$  : norme de von Mises de la vitesse de déformation inélastique  $\dot{\epsilon}_{ij}^i$ ;  
 $\dot{\epsilon}_{ij}^i$  : vitesse de déformation inélastique (tenseur);  
 $K$  : variable d'état de normalisation (scalaire);  
 $R$  : contrainte interne isotrope (scalaire);  
 $S_{ij}$  : déviateur de contraintes (tenseur);  
 $X_{ac}$  : norme de von Mises du tenseur  $(S_{ij} - B_{ij})$ .

b) Constantes

- $A$  : coefficient de la loi cinétique;  
 $A_1$  : coefficient de la loi d'évolution de  $B_{ij}$ , pour la fonction d'écrouissage et de restauration dynamique;  
 $A_2$  : coefficient de la loi d'évolution de  $B_{ij}$ , pour la fonction de restauration statique;  
 $A_3$  : coefficient de la loi d'évolution de  $R$ , pour la fonction d'écrouissage et de restauration dynamique;  
 $A_4$  : coefficient de la loi d'évolution de  $R$ , pour la fonction de restauration statique;

## TABLEAU 3.1 (SUITE)

DÉFINITION DES VARIABLES ET DES CONSTANTES DU  
MODÈLE SUVIC (AUBERTIN ET AL., 1991)

- $A_s$  : coefficient de la loi d'évolution de  $K$ , pour la fonction d'écrouissage et de restauration dynamique;  
 $B_o$  : coefficient de la fonction de  $B_c$ ;  
 $C$  : constante de normalisation des contraintes internes  $B_{ij}$  et  $R$ , pour leur fonction de restauration statique respective;  
 $\epsilon_o$  : coefficient de la loi d'écoulement stationnaire de type Norton;  
 $K'$  : valeur de la saturation de la variable  $K$ , associée à la limite élastique macroscopique;  
 $n$  : exposant de la loi de puissance traditionnelle, type Norton;  
 $N$  : exposant de la loi cinétique;  
 $p$  : exposant de la fonction de restauration statique de  $R$ ;  
 $q$  : exposant de la fonction de restauration statique de  $B_{ij}$ ;  
 $R'$  : valeur de saturation de la contrainte interne  $R$ .

Tableau 4.1: Exemples sur le nombre de systèmes de glissement indépendants dans plusieurs structures cristallographiques (d'après Groves et Kelly, 1963).

Group	Crystal structure	Examples	Number of independent slip systems (easy glide)
metals	f.c.c.	(Pb, Cu, Ni)	5
	b.c.c. transition	( $\alpha$ -Fe, W)	5
	h.c.p	(Zn, Mg)	2
ionic solids	rock salt cubic (alkali halides)	(NaCl)	2
	rock salt cubic (simple oxides)	(MgO)	2
ionic-covalent solids	rhombohedral (oxides)	(Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	2
	orthorhombic (silicates)	(Mg <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub> )	2
covalent solids	diamond cubic (elements)	(Si, Ge, C)	5
	hexagonal (compounds)	(SiC, Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> )	2
hydrogen-bonded solids	hexagonal	(H <sub>2</sub> O)	2

**Tableau 5.1 Mesures d'endommagement pour définir la quantité d'endommagement d'un matériau (d'après Murakami, 1987)**

Quantités physiques employées comme mesures	
<b>Mesures microscopiques</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Nombre, longueur, surface et volume des cavités ou des fissures</li> <li>2) Géométrie, arrangement et orientation des cavités</li> </ol>
<b>Mesures macroscopiques</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>3) Module élastique, taux de fluage, amplitudes des contraintes et déformations</li> <li>4) Limite d'endurance, temps de rupture</li> <li>5) Densité massive</li> <li>6) Résistance électrique</li> <li>7) Vitesse des fréquences ultrasoniques</li> <li>8) Émissions acoustiques</li> </ol>

**Tableau 5.2 Sommaire des équations d'évolution de l'endommagement de fluage (Chan, 1988)**

modèle	$f_1 (D)$	$f_2 (\sigma)$
Rabotnov-Kachanov (1969)	$(1-D)^{-k}$	$\sigma^\mu$
Leckie et Hayhurst (1977)	$(1-D)^{-k}$	$\sigma_e^\mu$
Chaboche (1979)	$(1-D)^{-k(\sigma)}$	$\sigma^\mu$
Bodner (1987)	$[\ln(1/D)]^k D$	$\sigma_e^\mu$
(a) Cocks et Ashby (1982) contrôlé par fluage	$\frac{1-(1-D)^{k+1}}{(1-D)^\mu}$	$\sigma^\mu$
(b) Cocks et Ashby (1982) contrôlé par diffusion	$D^{-1/2} [\ln(1/D)]^{-1}$	$\sigma$

$k$  et  $\mu$  sont des constantes du matériau

$$\sigma_e = \alpha J_0(\sigma) + \beta J_1(\sigma) + (1-\alpha-\beta) J_2(\sigma) \quad (\text{d'après Hayhurst, 1972})$$

$\alpha, \beta$  sont des constantes du matériau

$k(\sigma)$  est une fonction qui doit être définie expérimentalement

## DIFFÉRENTS CRITÈRES DE RUPTURE UTILISÉS POUR LE SEL ET LES ROCHES EN GÉNÉRAL

TABLEAU 6.I

Type de critère	Auteurs	Formulation usuelle	Remarque
Critère à 2 contraintes principales. (2D)	Hoek-Brown (1980)	$\frac{(\sigma_1)_f}{C_o} + \frac{\sigma_3}{T_o} = 1$	<ul style="list-style-type: none"> <li>critère linéaire dans le plan <math>\sigma_1-\sigma_3</math></li> <li>indépendant de <math>\dot{\epsilon}</math></li> <li>deux constantes (<math>c, \phi</math>)</li> <li>surtout utilisé pour le comportement purement fragile des roches dures en compression</li> <li>couvre la zone à faible contrainte de confinement (sel)</li> </ul>
(2D)	Bieniawski (1974)	$\frac{(\sigma_1)_f}{C_o} = 1 + A \left( \frac{\sigma_3}{C_o} \right)^m$	<ul style="list-style-type: none"> <li>critère non-linéaire dans le plan <math>\sigma_1-\sigma_3</math></li> <li>deux constantes: <math>A, m</math></li> <li>indépendant de <math>\dot{\epsilon}</math> (devrait être utilisé pour <math>\dot{\epsilon}</math> constant)</li> <li>représente l'effet de <math>\sigma_3</math> sur <math>(\sigma_1)_f</math></li> </ul>
(2D)	Hoek et Brown (1980) voir aussi: Carter et al. (1991) Lajtai et al. (1991)	$(\sigma_1)_f = \sigma_3 + \sqrt{m\sigma_3 C_o + sC_o^2}$ <p><math>s=1</math> (roche intacte)  <math>m=4</math> (<math>C_o=25.5</math> MPa, <math>T_o=-6</math> MPa) pour la potasse de Saskatoon Lajtai et al. (1991)  voir fig. 6.4</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>critère non-linéaire dans le plan <math>\sigma_1-\sigma_3</math></li> <li>une seule constante <math>m</math></li> <li>indépendant de <math>\dot{\epsilon}</math> (<math>\dot{\epsilon}</math> est constant dans un essai)</li> <li>représente l'effet de <math>\sigma_3</math> sur <math>(\sigma_1)_f</math></li> <li>utilisé pour les roches</li> <li>utilisé pour une plage de sel dont <math>\sigma_3</math> a une valeur moyenne (régime semi-fragile voir fig. 6.4)</li> </ul>

TABLEAU 6.I (suite)

Type de critère	Auteurs	Formulation usuelle	Remarque
(2D)	critère Hoek-Brown modifié (Lajtai et al. (1991), voir aussi: Carter et al., 1991)	$(\sigma_1)_f = \sigma_3 + \sqrt{\frac{mC_o\sigma_3 + C_o^2}{1 + \frac{w\sigma_3}{C_o}}}$ <p>m: paramètre de lissage w: paramètre de lissage (m=16, w=6.5) pour le sel de Saskatoon (C<sub>o</sub>=24.5 MPa, T<sub>o</sub>=-1.5 MPa) voir figure 6.4</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>critère non-linéaire dans le plan σ<sub>1</sub>-σ<sub>3</sub></li> <li>représente l'effet de σ<sub>3</sub> sur (σ<sub>1</sub>)<sub>f</sub></li> <li>indépendant de ε</li> <li>deux constantes m et w</li> <li>couvre toute la plage des conditions de chargement</li> </ul>
(2D)	Dusseault et Mraz (1987) (voir aussi: Lajtai et al., 1991)	$(\sigma_1)_f = \frac{C_o}{2}[(1-m\frac{T_o}{C_o}) + (1+m\frac{T_o}{C_o})^2 + 4m\frac{\sigma_3}{T_o}]^{\frac{1}{2}}$ <p>m: facteur empirique m compris entre 1 et 4.5 voir fig. 6.5</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>critère non-linéaire dans le plan σ<sub>1</sub>-σ<sub>3</sub></li> <li>une seule constante m</li> <li>représente l'effet de σ<sub>3</sub> sur (σ<sub>1</sub>)<sub>f</sub></li> <li>indépendant de ε</li> <li>couvre la plage du sel fragile à semi-fragile (la valeur de σ<sub>3</sub> faible à modérée et ε élevé)</li> </ul>

TABLEAU 6.I (suite)

Type de critère	Auteurs	Formulation usuelle	Remarque
(2D)	fonction Rocker Lajtai et al. (1991)	$(\sigma_1)_f = (1 - \frac{\sigma_3}{T_o})^{\frac{R_o}{T_o}} + \frac{1}{C_o} [(B_o - D) + D(1 - \frac{ \sigma_3 }{T_o})^{\frac{R_o}{T_o}}] \ln(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_o})$ <p>• <math>\dot{\epsilon}_o</math>: taux de déformation de référence (<math>\dot{\epsilon}_o = 2.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}</math>)  • <math>B_o</math>, <math>D</math>, <math>R_o</math> sont des constantes de lissage de la courbe expérimentale  • pour le potasse de Lanigan on a:  <math>R_o = 0.49</math> <math>B_o = 2.1</math> <math>D = 3.7</math>  • voir la fig. 6.6</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>critère non-linéaire dans le plan <math>\sigma_1-\sigma_3</math></li> <li>trois constantes <math>B_o</math>, <math>D</math>, <math>R_o</math></li> <li>représente l'effet de <math>\sigma_3</math> et <math>\dot{\epsilon}</math> sur <math>(\sigma_1)_f</math> en même temps</li> <li>utilisé pour les roches fragiles</li> <li>utilisé pour le sel (Lajtai et al. 1991)</li> </ul>
(2D)	Menzel et Schreiner(1983)	$(\sigma_1)_f = C_o (1 + x \frac{\sigma_3}{T_o})^{\frac{1}{x}}$ <p>pour le sel on a:  <math>C_o = 22 \text{ MPa}</math>, <math>T_o = 1.5 \text{ MPa}</math>, <math>x = 2</math>  voir figure 6.7</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>critère non-linéaire dans <math>\sigma_1-\sigma_3</math></li> <li>représente l'effet de <math>\sigma_3</math> sur <math>\sigma_1</math></li> <li>une seule constante <math>x</math></li> <li>indépendant de <math>\dot{\epsilon}</math></li> <li>utilisé pour le sel voir fig. 6.7</li> <li>ressemble à la fonction Rocker (Carter et al. 1991) exprimée par : <math>(\sigma_1)_f = C_o (1 - \sigma_3/T_o)^R</math></li> </ul>

TABLEAU 6.I (suite)

Type de critère	Auteurs	Formulation usuelle	Remarque
(3D)	Butcher (1980)	$f(\tau, \sigma) = \left[ \tau - (a_1 + a_2) + a_1 \left( 1 - \frac{\sigma}{a_3} \right)^2 \right] = 0$ <p style="text-align: center;">pour <math>\sigma &gt;  a_3 </math></p> $[\tau - (a_1 + a_2)] = 0 \quad \text{pour } \sigma \leq  a_3 $ <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau = \tau_o = \sigma_o = \sqrt{3}J_2</math> : contrainte équivalente de von Mises</li> <li>• <math>\sigma = \sigma_m = I/3 = \sigma_o</math> : contrainte moyenne ou cont. nor. oct.</li> <li>• <math>a_1, a_2, a_3</math> sont des constantes</li> <li>• pour le sel de nouveau-Mexique on a: <math>a_1 = -61.7 \text{ MPa}</math>, <math>a_2 = -3.3 \text{ MPa}</math>, <math>a_3 = -44.0 \text{ MPa}</math>    voir fig. 6.8</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• critère non-linéaire dans le plan <math>\tau</math>-<math>\sigma</math></li> <li>• indépendant de <math>\epsilon</math></li> <li>• trois constantes <math>a_1, a_2, a_3</math></li> <li>• représente l'effet de <math>a_3</math> sur <math>\sigma_1</math> au travers de <math>\sigma_m</math></li> <li>• utilisé pour les roches dures et fragiles</li> <li>• utilisé pour le sel (voir fig. 6.8)</li> </ul>
(3D)	Durr et al. (1983)	$\tau_o = \frac{\sigma_o + c_o}{a_o + b_o(\sigma_o + c_o)}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• formule d'hyperbole</li> <li>• <math>\sigma_o = I/3</math>: cont. nor. oct.</li> <li>• <math>\tau_o = \sqrt{2}J_2/3</math>: cont. cisai. oct.</li> <li>• <math>a_o, b_o, c_o</math> des constantes</li> <li>• <math>a_o = 0.19</math>, <math>b_o = 0.012</math>, <math>c_o = 0.65 \text{ MPa}</math></li> </ul>	critère non-linéaire dans $\tau_o$ - $\sigma_o$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• indépendant de <math>\epsilon</math></li> <li>• trois constantes <math>a_o, b_o, c_o</math></li> <li>• utilisé pour le sel</li> </ul>

TABLEAU 6.I (suite)

Type de critère	Auteurs	Formulation usuelle	Remarque
(2D) et (3D)	Ofoegbu et Curran (1991)	$\sigma_{1_f} = \frac{1}{1-a(1-r_c)\sqrt{3}} [1+2a(1-r_c)\sqrt{3}] \sigma_3 - 3aT_c(1-r_c)\sqrt{3}$ $F = \sqrt{J_2^t + a(I_1 - 3T_c)} = 0 \quad (3D)$ $a = \sqrt{\frac{sC_o^2}{27T_o}} = 0.485$ <p>(par analogie avec H-B, <math>s=1</math>)</p> $r_c = 1 - \frac{\sqrt{mC_o\sigma_3 + sC_o^2}}{a\sqrt{3}(3 \sigma_3 - T_o  + \sqrt{mC_o\sigma_3 + sC_o^2})}$ <p>(par analogie avec H-B)</p> <p><math>r_c</math>: paramètre d'endommagement dépendant de <math>\sigma_3</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• critère linéaire dans le plan <math>\sigma_1-\sigma_3</math></li> <li>• critère de rupture contenant une variable d'endommagement</li> <li>• représente l'effet de <math>\sigma_3</math></li> <li>• est fixe dans un essai</li> <li>• utilisé pour les roches fragiles</li> <li>• deux constantes <math>a</math> et <math>r_c</math></li> <li>• inclus effets d'endommagement</li> </ul>

TABLEAU 6.I (suite)

Type de critère	Auteurs	Formulation usuelle	Remarque
(3D)	Hunsche (1990a) voir aussi: Hunsche (1991), Hunsche et Albrecht (1990)	$\tau_{OB} = f(\sigma_o) g(m) h(T)$ • $f(\sigma_o) = b(\sigma_o/\sigma^*)^p$ avec $b=2.7 \text{ MPa}$ , $p=0.65$ , $\sigma^*=1 \text{ MPa}$ $g(m) = 2 \frac{k}{[(1+k)+(1-k)J_m]}$ ou $k=0.74$  avec $J_m = \frac{m(9-m^2)}{(3+m^2)^{1.5}}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>critère non-linéaire dans le plan <math>\tau-\sigma_o</math></li> <li>représente l'effet de <math>\sigma_3</math> au travers de <math>\sigma_o</math></li> <li>est fixe dans un essai</li> <li>représente l'effet de température</li> <li>tient compte de la géométrie de chargement</li> <li>utilisé pour le sel voir figure 6.9</li> </ul>
		invariant de la géométrie des contraintes $m = \frac{2S_2}{S_1 - S_3}$ ; paramètre de Lode $S_i = \sigma_i - \sigma_o$ ( $i=1,2,3$ ) $h(T) = \begin{cases} 1 & \text{pour } T \leq 100^\circ C \\ 1 - C(T-100) & \text{pour } 100^\circ C < T \leq 269^\circ C \end{cases}$ <p>pour le sel <math>b=2.7 \text{ MPa}</math>, <math>p=0.65</math>, <math>\sigma_o=1 \text{ MPa}</math>, <math>k=0.74</math> et  <math>c=0.002 \text{ k}^{-1}</math>  voir figure 6.9</p>	

TABLEAU 6.I (suite)

Type de critère	Auteurs	Formulation usuelle	Remarque
(3D)	Desai et Varadarajan (1987) (voir aussi: Desai et Zhang (1987) et Brown (1991))	$F = J_2 - \left( -\frac{\alpha}{\alpha_{n-2}} J_1^n + \gamma J_1^2 \right) (1 - \beta S_p)^m = 0$ $S_p = \frac{\sqrt{27}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} = \cos\Theta$ <p>avec <math>\Theta</math>: angle de Lode  <math>\alpha, \beta, n, \gamma</math> et <math>m</math>: paramètre du matériau (<math>\alpha_0 = 1.0</math> MPa)  pour le sel on a: <math>m = -0.5, \gamma = 0.0945, \beta = -0.995, \alpha = 0</math>  voir figure 6.10</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 4 constantes <math>n, m, \beta, \gamma</math> (<math>\alpha = 0</math>)</li> <li>• utilisé pour le sel voir figure 6.10</li> </ul>
(3D)	Drucker-Prager extensionné voir: Wallner (1986) Hambley et al. (1990)	$F = \sqrt{J_2} - \alpha \left( \frac{I_1}{\sigma_0} \right)^{\alpha-1} I_1 - k = 0$ <p><math>\alpha</math>: paramètre de lissage dépendant du paramètre de Lode  <math>\sigma_0 = 1</math> MPa (paramètre de normalisation)  <math>k, a</math> constantes du matériau</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• critère non-linéaire dans <math>J^{1/2}, I_1</math></li> <li>• <math>\alpha</math> fixe dans un essai</li> <li>• utilisé pour le sel pour de faible contrainte de confinement</li> </ul>

TABLEAU 6.I (suite)

Type de critère	Auteurs	Formulation usuelle	Remarque
(3D)	Pfeifel et al. (1983) voir aussi Stormont (1990)	$F = \sqrt{J_2} - K - a(1 - e^{-bJ_1}) \geq 0$ <p>a, b et k constantes empiriques pour le sel de Texas on a: k=1.0 MPa, a=38.8 MPa, b=0.0174 MPa<sup>-1</sup></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>critère non-linéaire dans le plan <math>J_2^{1/2}</math>- <math>J_1</math></li> <li>tient compte de la dilatance du sel</li> <li>est fixe dans un essai</li> <li>trois constantes</li> <li>utilisé pour le sel</li> </ul>
(3D)	Mohr-Coulomb extensionné Senseney et al. (1983) Hambley et al. (1989)	$F = \sqrt{J_2}(\cos\Theta - \sin\Phi \sin\Theta/\sqrt{3}) - \frac{I_1 \sin\Phi}{3} - k^* = 0$ <p><math>\Phi</math> : angle de frottement interne <math>k^* = c \cos \Phi</math> (c: cohésion)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>linéaire dans <math>J_2^{1/2}</math>- <math>I_1</math></li> <li>deux constantes c, <math>\Phi</math></li> <li>est fixe dans un essai</li> <li>applicable dans la partie linéaire de la courbe enveloppe du sel</li> <li>utilisé pour les roches fragiles</li> </ul>
(3D)	critère de Lade Kim et Lade (1984) Hambley et al. (1989)	$F = J_2 + \frac{I_1^2}{6} - a - bI_1(2J_2^{3/2} \sin 3\Theta / (3\sqrt{3}) + 2I_1 J_2 / 3 + I_1^3 / 27)^{1/3} = 0$ <p>deux constantes a, b</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>critère non-linéaire dans <math>J_2^{1/2}</math>- <math>I_1</math></li> <li>deux constantes a, b</li> <li>est fixe dans l'essai</li> <li>utilisé dans la partie non-linéaire de la courbe enveloppe du sel</li> </ul>

TABLEAU 6.I (suite)

Type de critère	Auteurs	Formulation usuelle	Remarque
(3D)	Langer (1984) Wallner (1984)	$F = \tau_o - C_1 \sigma_o^\beta e^{-C_2 \sigma_o (T-T_0)^2} (1+C_3 \ln \frac{J_2^*}{J_2}) = 0$ <p><math>C_1, C_2, C_3, \beta</math> coefficients du matériau  <math>T_0</math> température de référence          pour le sel on a: <math>C_1=2.71</math>, <math>C_2=10^{-6}</math>, <math>C_3=0.01</math> et <math>\beta=0.7</math>  <math>J_2^*</math> référence de la variable du second invariant du taux de distortion déviatorique          voir figure 6.11</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>critère non-linéaire dans <math>\tau_o-\sigma_o</math></li> <li>4 constantes</li> <li>tient compte de l'effet de <math>\epsilon</math>, <math>\sigma_o</math>, <math>T</math> en même temps</li> <li>utilisé sur toute la plage de la courbe enveloppe du sel voir fig. 6.11</li> <li>très bon critère pour le sel</li> </ul>
(3D)	Cristescu et Hunsche (1991)	$(\frac{\tau_o}{\sigma_o})^{m/n} = (f+\alpha) \sigma_o$ <p>avec:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>0 \leq \sigma \leq 22 \text{ MPa} \rightarrow f=3.38</math>, <math>m/n=1.5</math>, <math>\alpha=2.06</math></li> <li><math>22 \leq \sigma \leq 37 \text{ MPa} \rightarrow f=15</math>, <math>m/n=2</math>, <math>\alpha=11</math></li> <li><math>37 \text{ MPa} \leq \sigma \rightarrow f=364.7</math>, <math>m/n=3</math>, <math>\alpha=397.3</math></li> <li><math>\sigma_o=1 \text{ MPa}</math></li> </ul> voir figure 6.12	<ul style="list-style-type: none"> <li>critère non-linéaire dans <math>\tau_o-\sigma_o</math></li> <li>tient compte de l'effet de <math>\sigma_o</math></li> <li><math>\epsilon</math> fixe dans l'essai</li> <li>3 constantes</li> <li>couvre toute la plage de la courbe enveloppe du sel (voir fig. 6.12)</li> </ul>

**Phenomenology of the Brittle Ductile Transition  
of Low Porosity Crystalline Rocks under Compressive Loading**

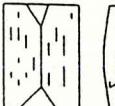
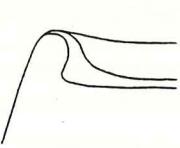
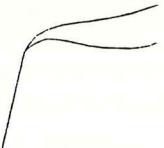
Failure Mode	< ----- Brittle ----- > < ----- Ductile ----- >			
Attributes	< ----- Semibrittle ----- >			
	< ----- Cataclasis ----- > < ----- Plastic ----- >			
Permanent Strain before Failure	< ----- < 3% ----- >	< ----- > 3% ----- >		
Work Softening	< ----- >	< ----- > 5% ----- >		
Possible Stress Drop	< ----- >			
Loss in Cohesion	< ----- >			
Microcracking	< ----- >			
Dilatancy	< ----- >			
Acoustic Emission	< ----- >			
Pressure Dependence of Strength	< ----- >			
Temperature Dependence of Strength	< ----- >			
Deformation Mechanisms	Distributed and Localized Microcracking	Distributed Microcracking, Local Plasticity	Fully Plastic	
Macroscopic Appearance				
Typical Axial Stress-Strain Curves				

Figure 2.1 : Présentation schématisée de la transition fragile-ductile pour les roches cristallines à faible porosité sous chargement de compression (d'après Evans et al., 1990).

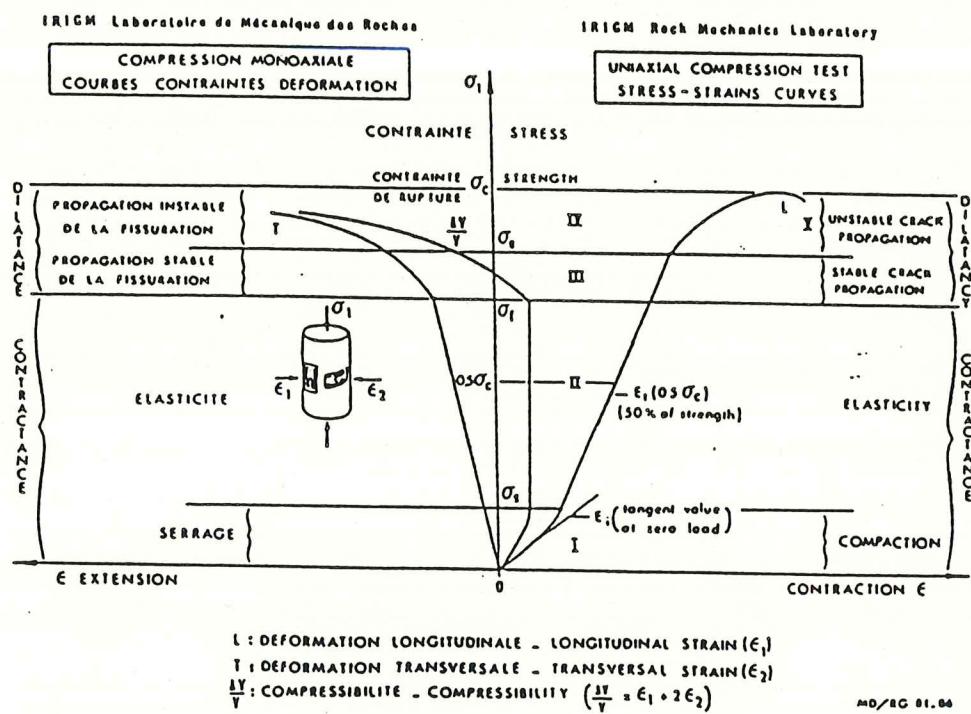


Figure 2.2: Courbe contrainte-déformation typique des roches (d'après Dayre, 1987).

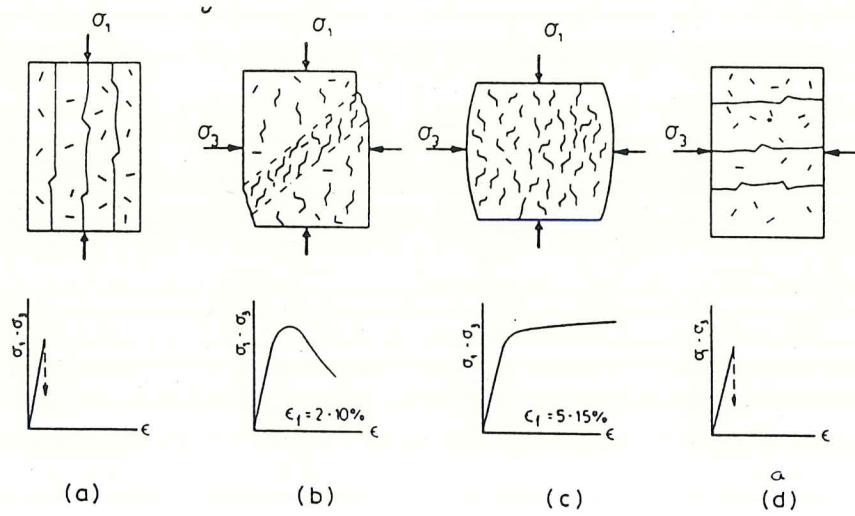
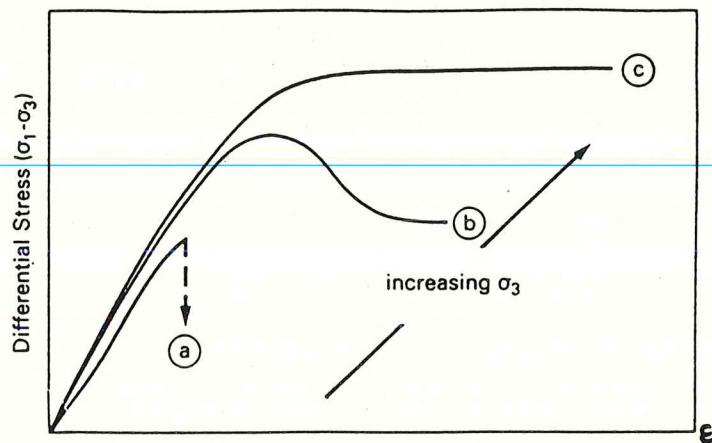


Figure 2.3: Modes de rupture en compression (d'après Hallam et Ashby, 1990).

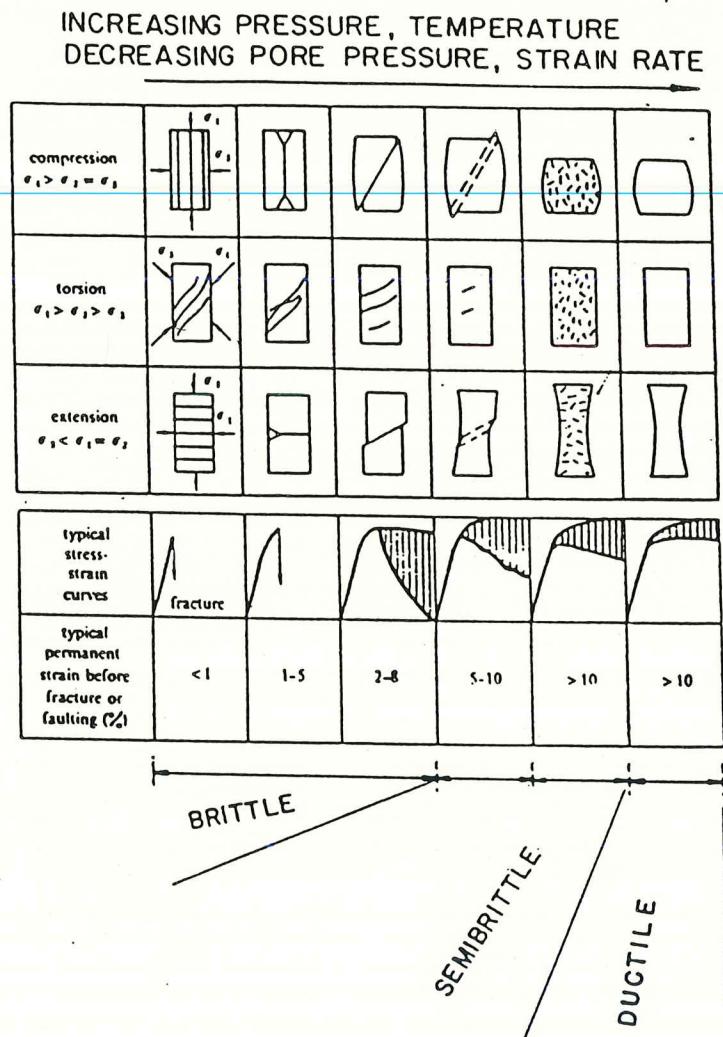


Figure 2.4 : Représentation schématisée de l'influence des conditions de chargement au cours d'essais triaxiaux sur le comportement macroscopique des roches, et sur la relation contrainte-déformation (d'après Heard, 1976).

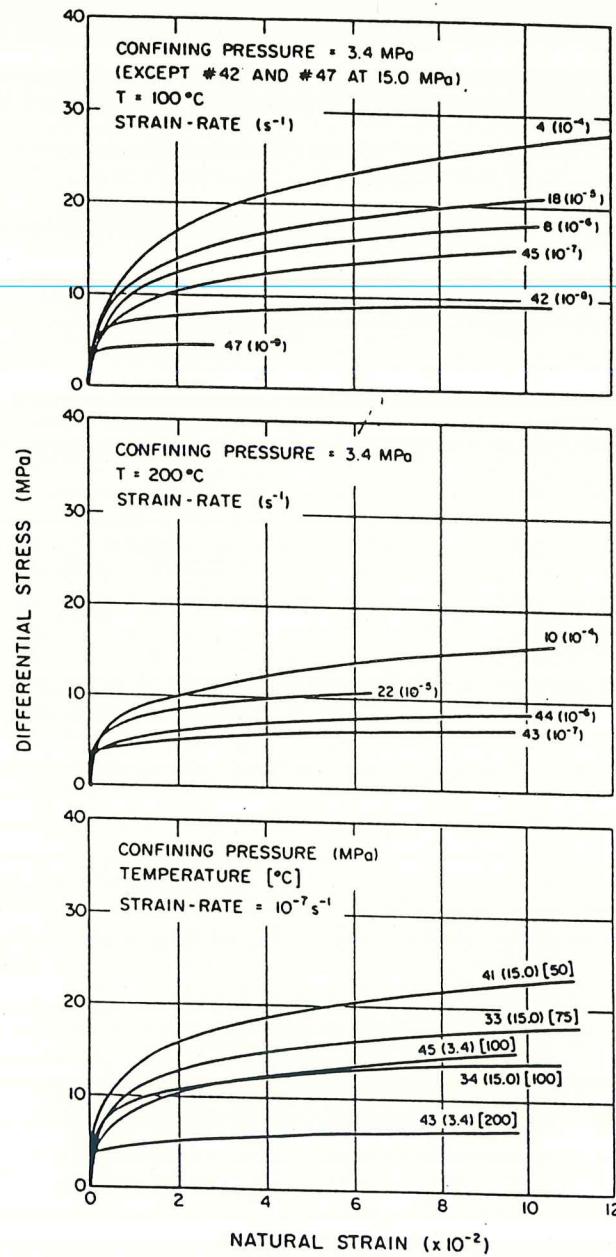


Figure 2.5: Effets de la vitesse de déformation à température constante et de la température à vitesse de déformation constante sur la relation contrainte-déformation du sel d'Avery Island en compression triaxiale (d'après Horsemann et Handin, 1990).

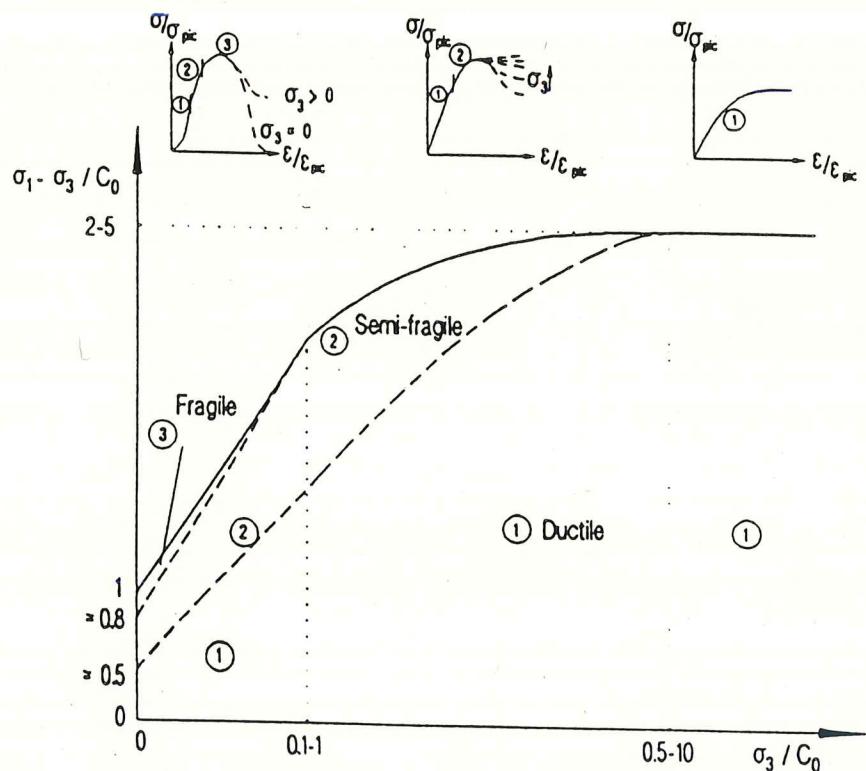
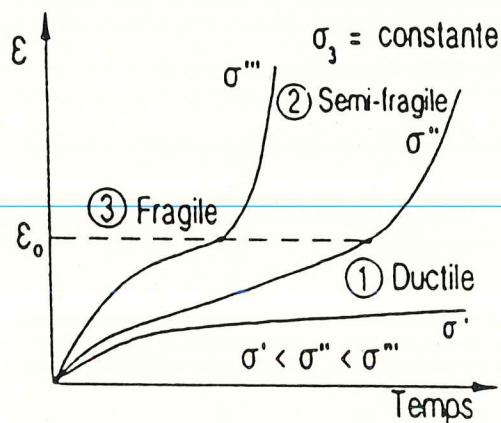
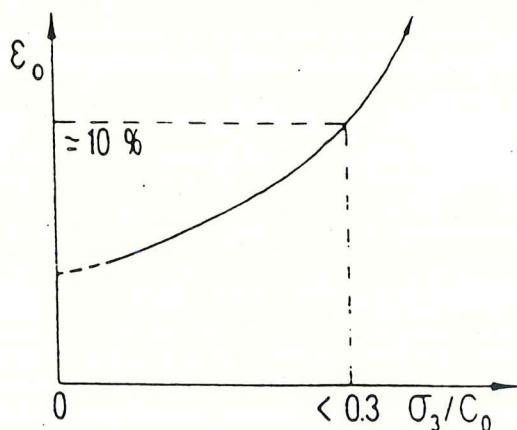


Figure 2.6 : Représentation schématisée du comportement inélastique du sel gemme lors d'essais de compression triaxiale conventionnelle réalisés à vitesse de déformation contrôlée. La résistance ultime (ligne pleine) et les frontières entre les trois régimes (lignes tiretées) varient selon la température et la vitesse de déformation (Aubertin et al., 1992b).



a)



b)

Figure 2.7 : a) Courbes de fluage typiques des roches en compression triaxiale à contrainte de confinement constante (d'après Cruden, 1974).  
 b) Effet schématisé de la contrainte de confinement sur l'amorce du fluage tertiaire à une déformation  $\epsilon_0$  (d'après Aubertin et al., 1992b).

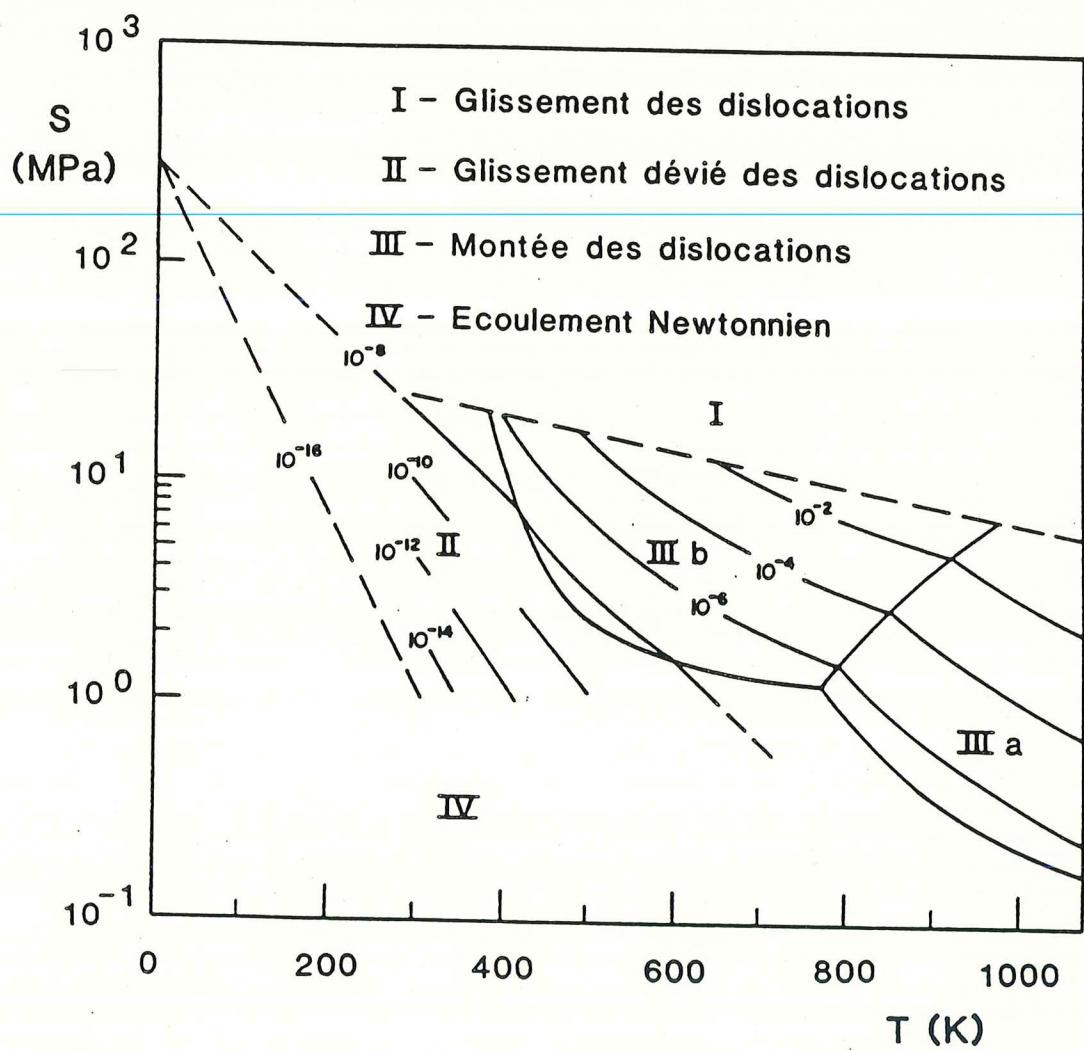


Figure 2.8: Carte des mécanismes de déformation du sel  
(d'après Skrotzki et Haasen, 1988).

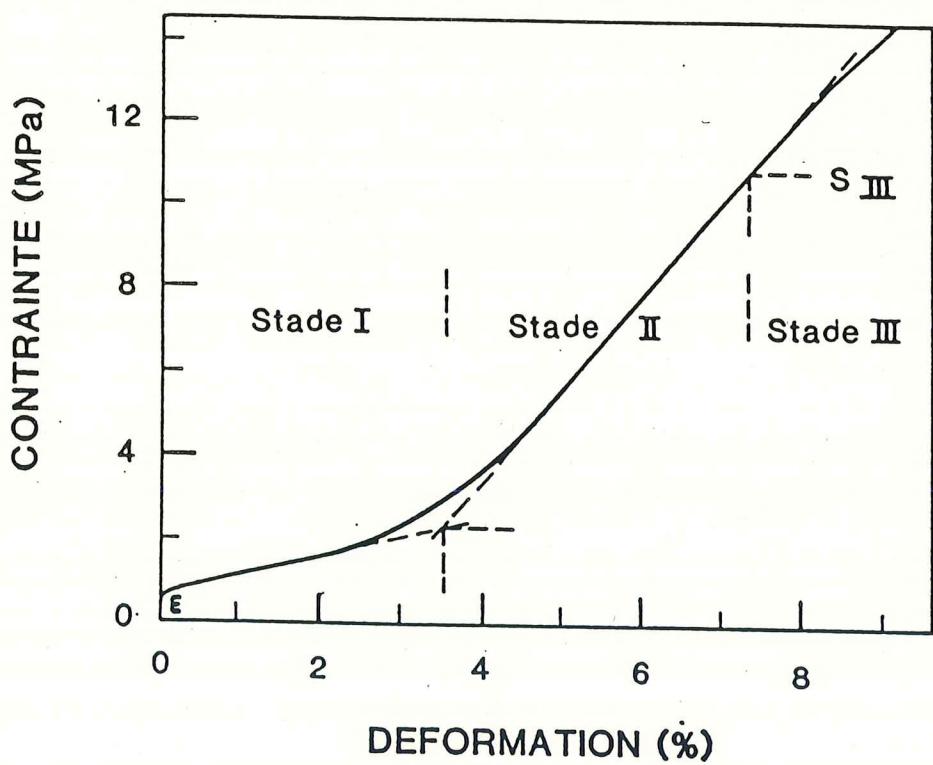
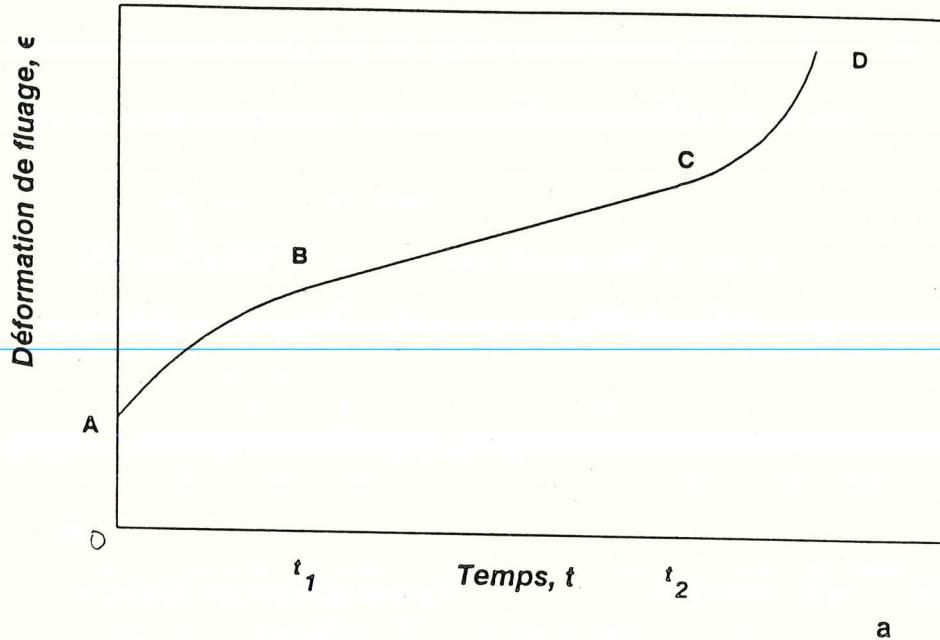


Figure 2.9: Courbe contrainte-déformation d'un monocristal du NaCl sollicité de façon à ne produire qu'un glissement sur le système principal seulement (d'après Davidge et Pratt, 1964).



a

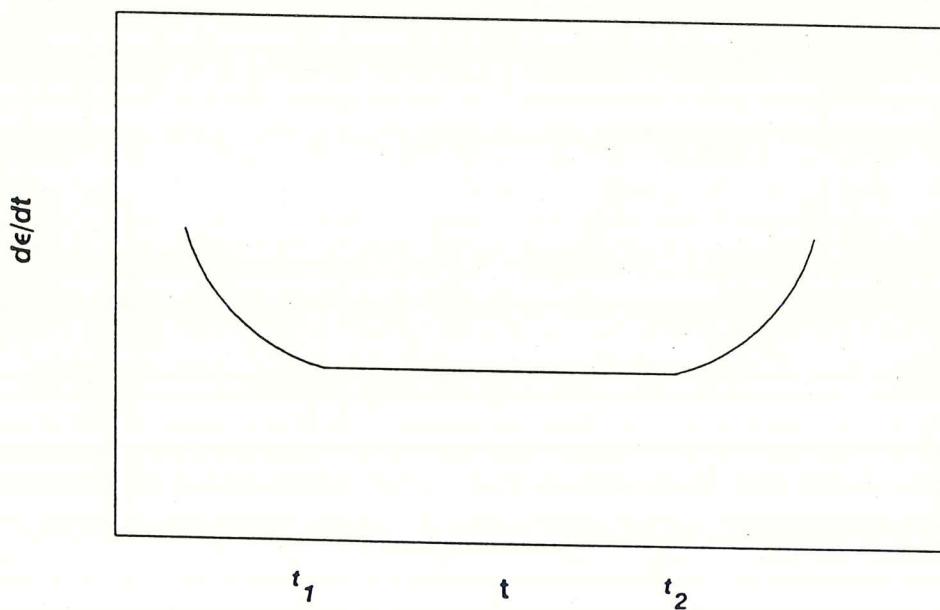


Figure 3.1 : Courbes typiques (a) de fluage et (b) de variation du taux de fluage en fonction du temps.

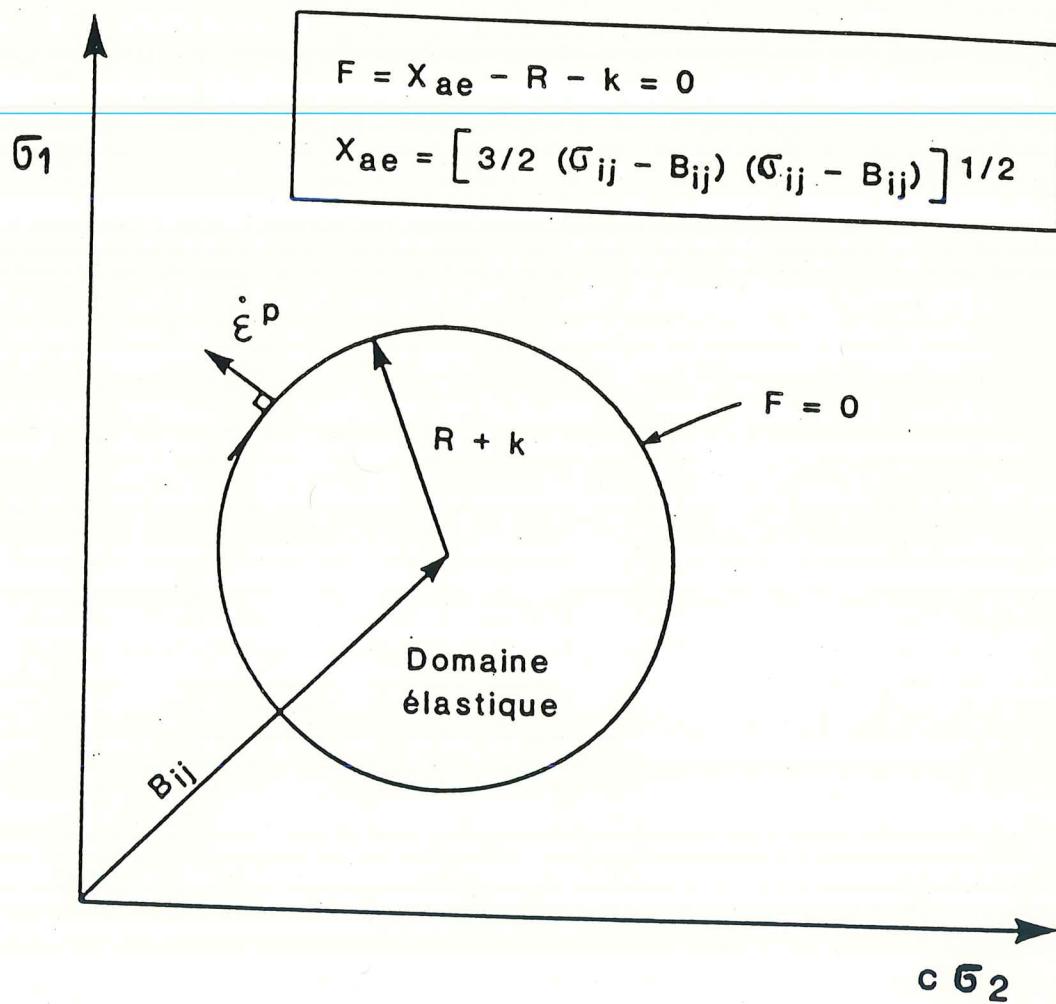


Figure 3.2: Représentation schématique de la surface d'écoulement dans l'espace des contraintes; on montre le critère de von Mises avec une loi associée, et un écrouissage isotrope et cinématique (d'après Desai et Siriwardane, 1984; Mroz, 1986).

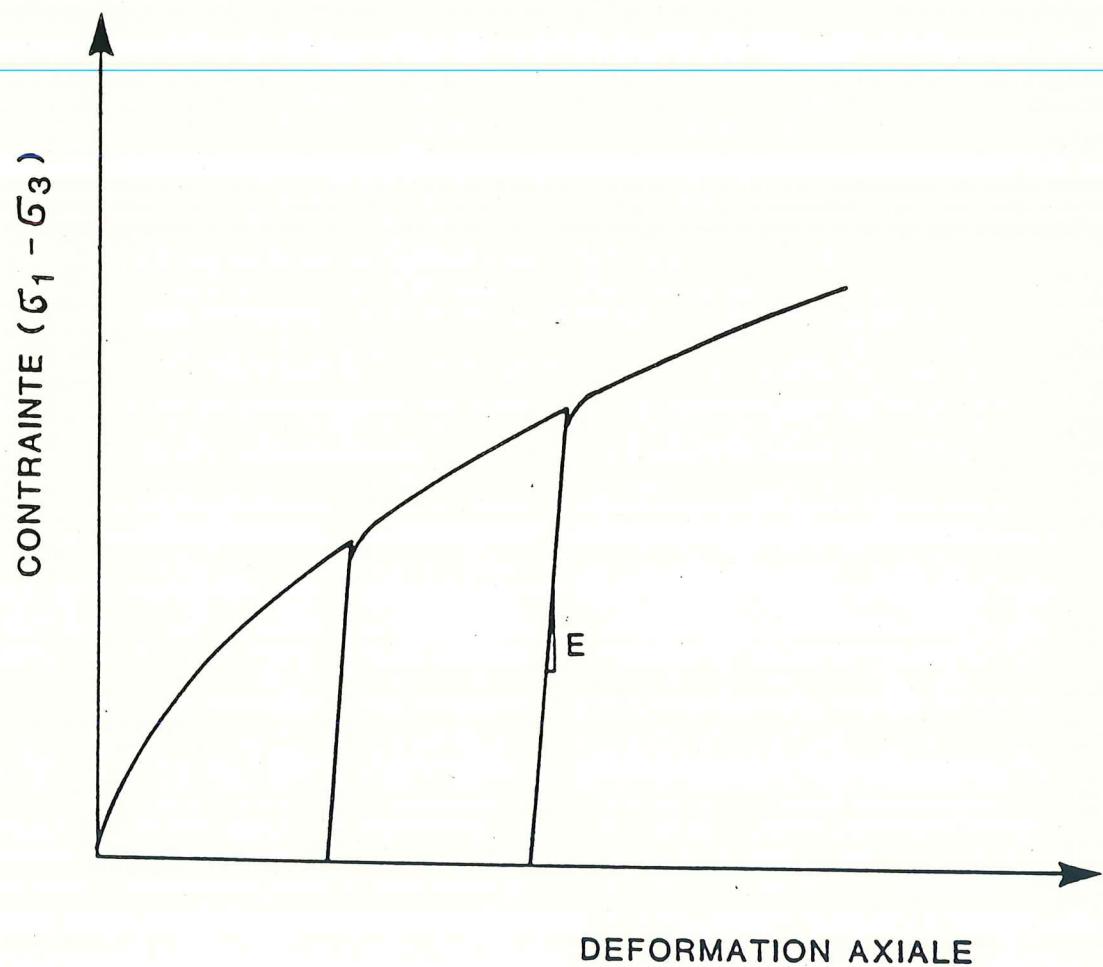


Figure 3.3: Représentation schématique d'un essai CSR, en compression triaxiale, avec des cycles de déchargement et de rechargement (Aubertin, 1989).

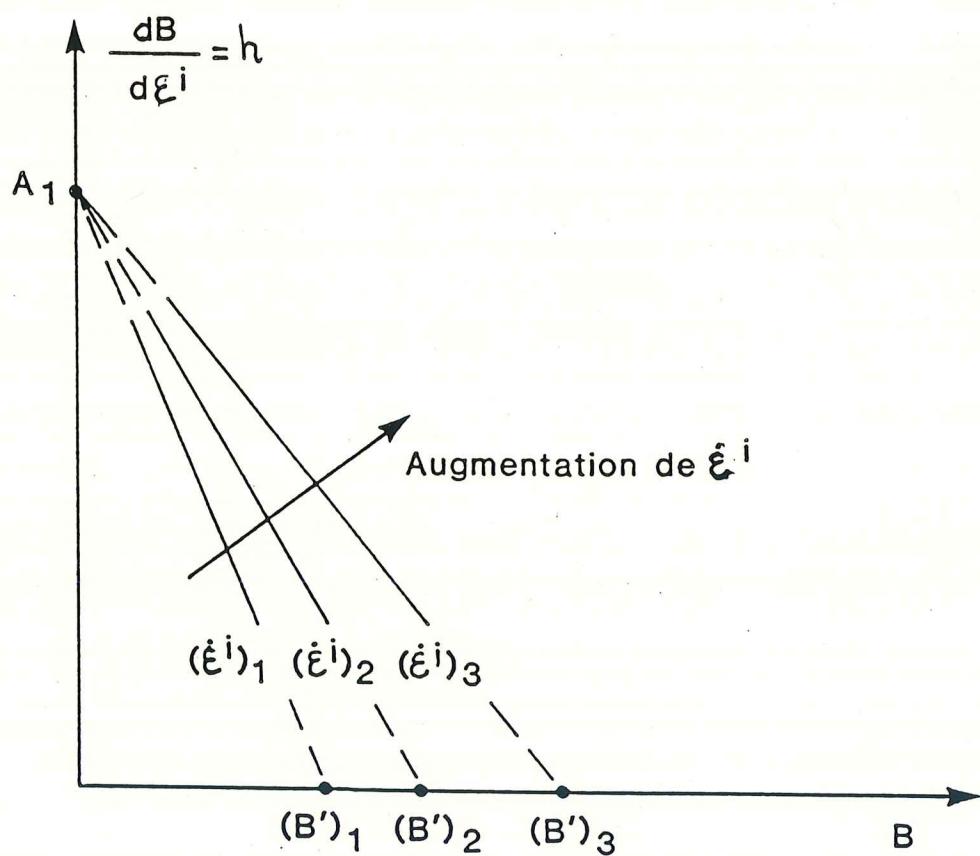


Figure 3.4: Effet de la vitesse de déformation sur l'écrouissage et la restauration dynamique de la contrainte interne cinématique  $B$  (Aubertin, 1989).

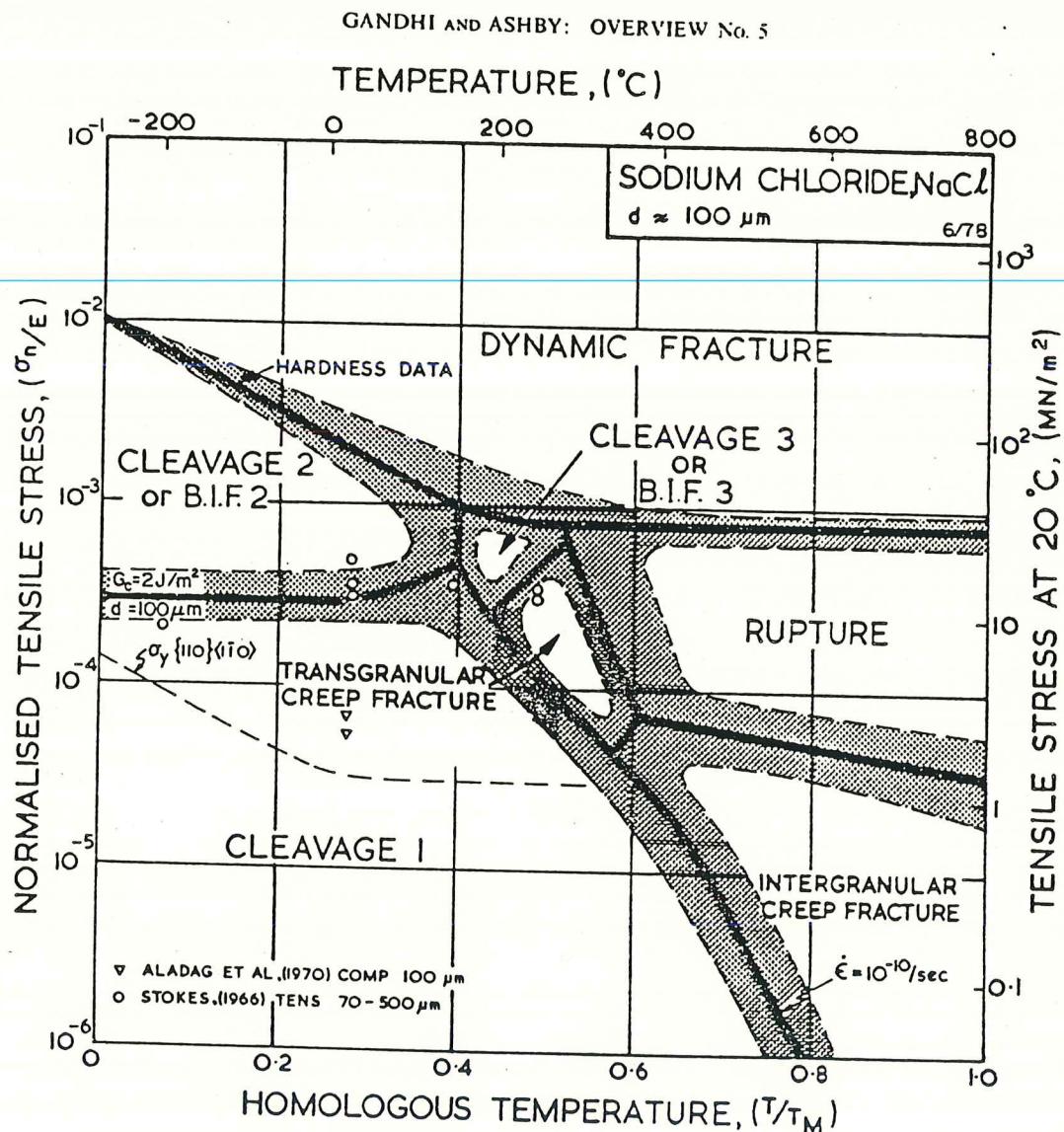


Fig. 16. A map for sodium chloride, NaCl. (The references, in order, are: [120, 121].)

Figure 4.1: Carte des mécanismes de rupture pour l'halite (d'après Ashby et al., 1979).

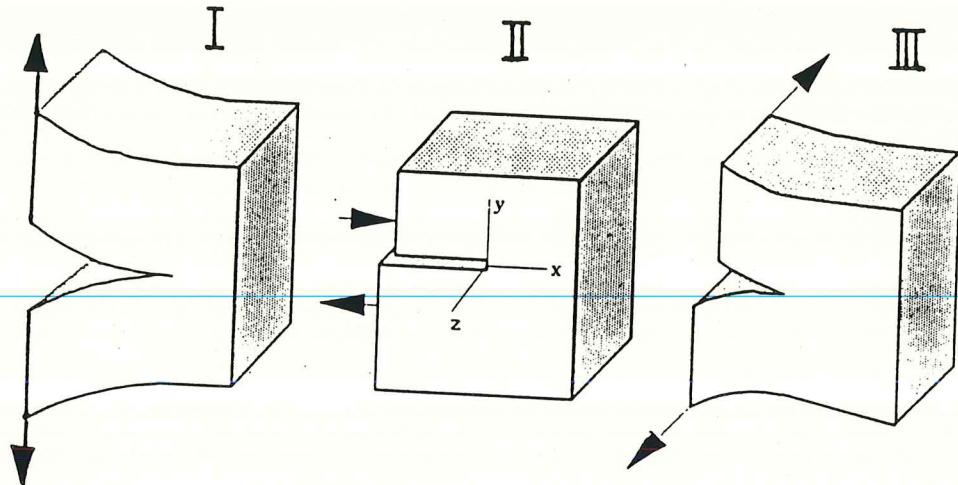


Figure 4.2: Modes de rupture. (d'après Charlez, 1991)

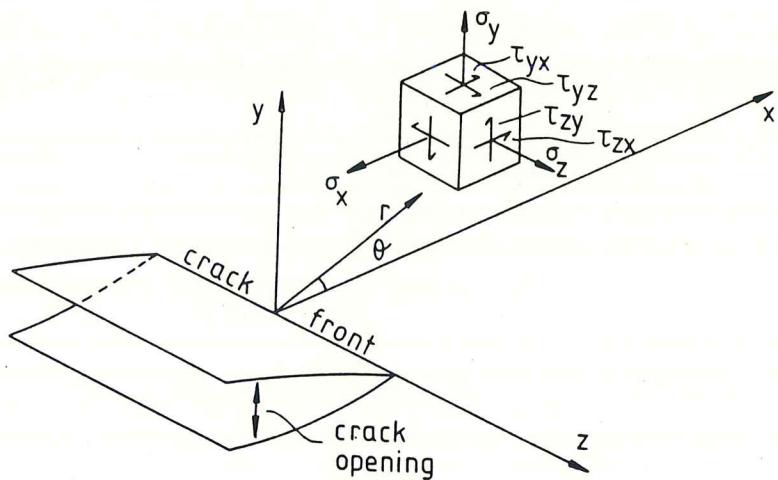


Figure 4.3: Représentation de la fissure dans un système de coordonnées cartésiennes (d'après Atkinson, 1987)

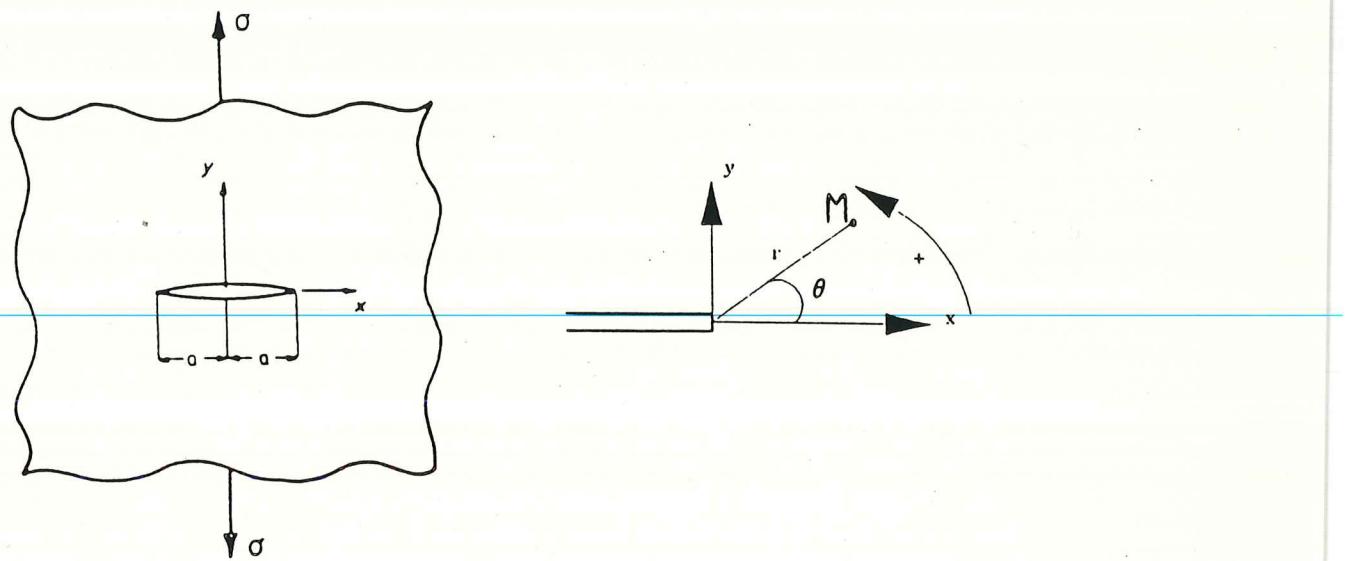


Figure 4.4: Fissure sollicitée en mode I.

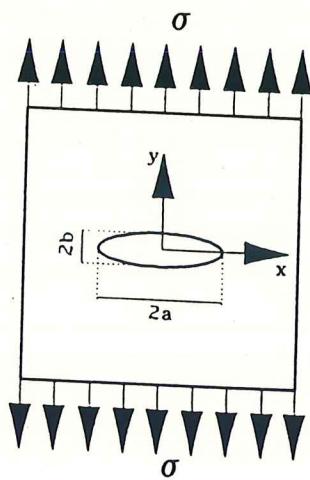


Figure 4.5: Fissure dans un milieu soumis à une contrainte uniforme  $\sigma$  (d'après Charlez, 1991).

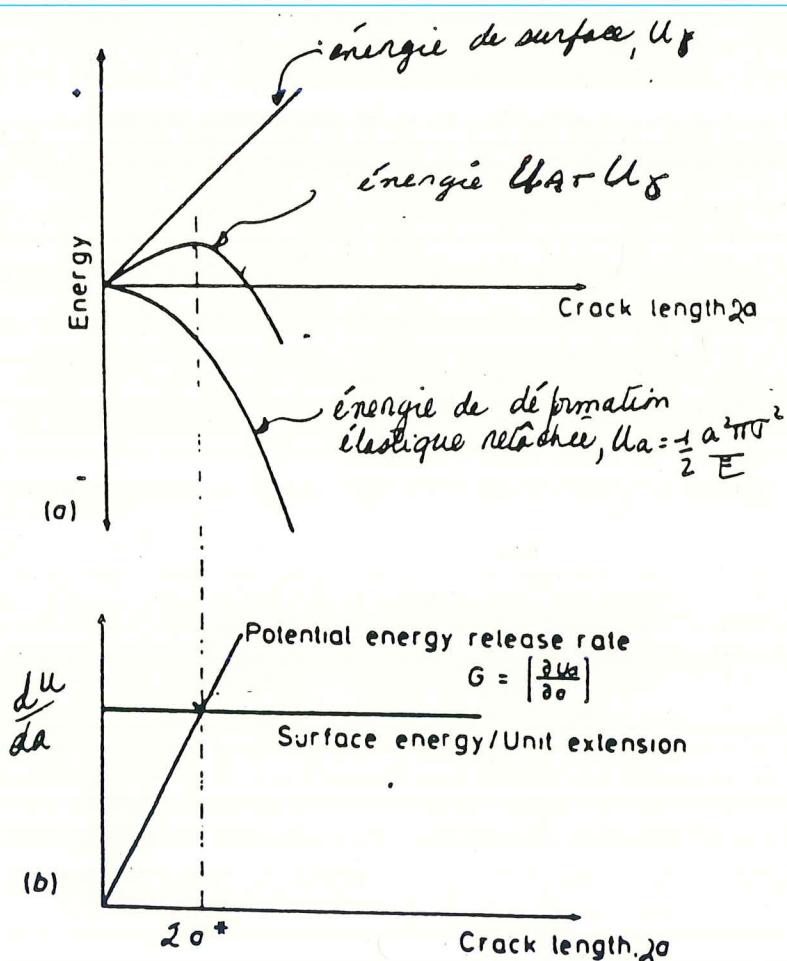
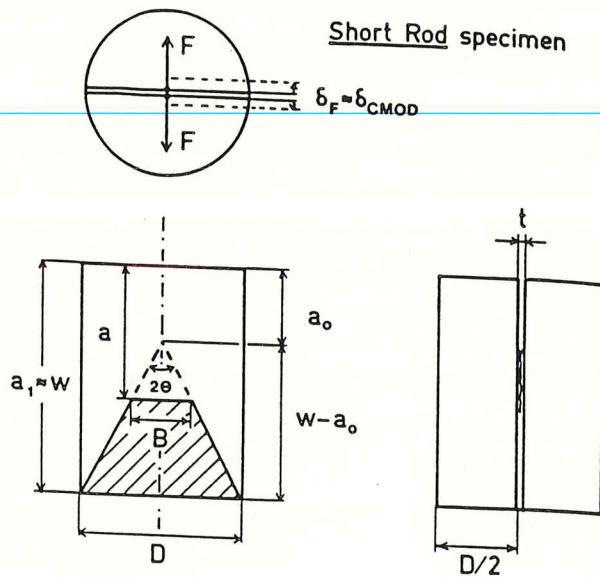


Figure 4.6: Bilan d'énergie (d'après Bernard, 1990).



Basic notation:

- $D$  = diameter of short rod specimen
- $W$  = length of specimen, 1.45D
- $2\theta$  = chevron angle, 54.6°
- $a_0$  = chevron tip distance from load line, 0.48D
- $a_1$  = maximum depth of chevron flanks, in practice not necessarily equal to  $W$ .
- $t$  = notch width
- $a$  = crack length
- $B$  = crack front length
- $F$  = load on specimen
- $\delta_F$  = load line displacement, LPD
- $\delta_{CMOD}$  = crack mouth opening displacement, CMOD = LPD

Fig. 2. The Short Rod specimen with basic notation.

Figure 4.7: "Short-rod specimen" (d'après Barker, 1977 a,b).

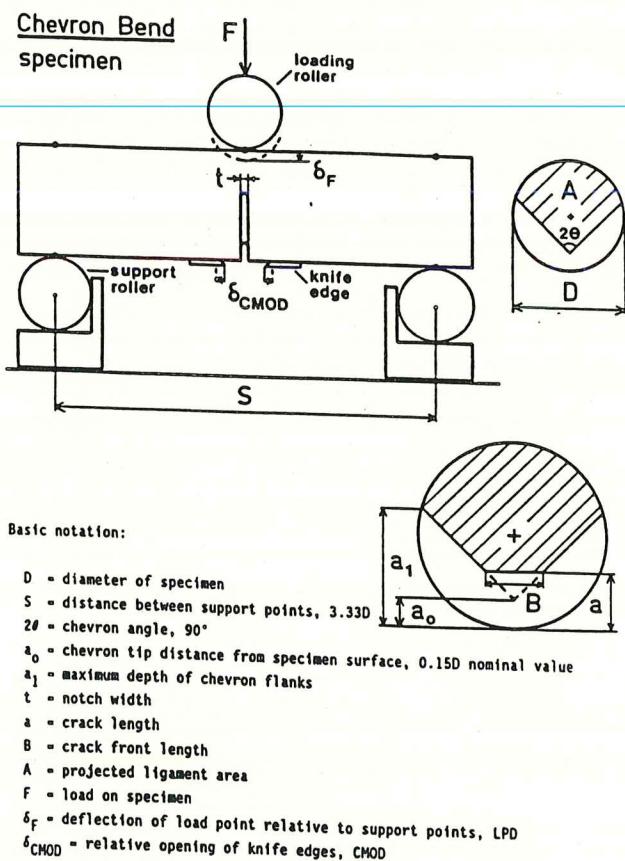


Fig. 1. The Chevron Bend specimen with bend test fixture and basic notation.

Figure 4.8: "Chevron-notched round bar bending (d'après Ouchterlony, 1980c)."

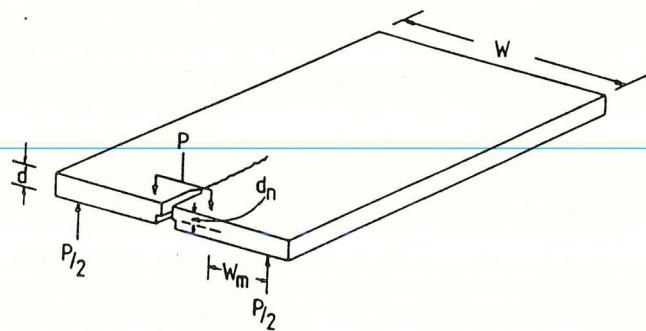
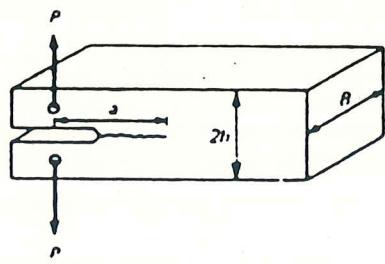


Figure 2.3. Schematic drawing of double torsion specimen.

Figure 4.9: Essai de double torsion (d'après Williams et Evans, 1973).



Double cantilever beam specimen (DCB):

$$K_I = 2\sqrt{3} \frac{Pa}{Bh^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{plane stress})$$

$$K_I = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{1-\nu^2}} \frac{Pa}{Bh^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{plane strain})$$

Figure 4.10: Essai à double cantilever (Swanson et Spetzter, 1984).

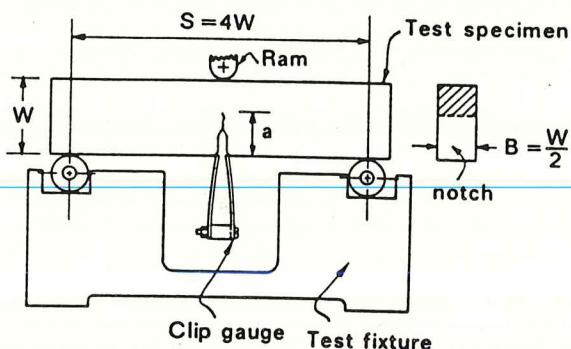


FIG. 2. Specimen and test configuration for three-point-bend tests (after ASTM E399).

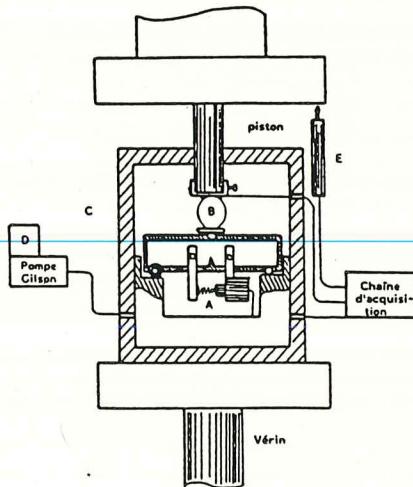


Figure 6 : Essais de flexion trois points sous pression de confinement

Figure 4.11: Essai de flexion 3 points (d'après Biret et al., 1989).

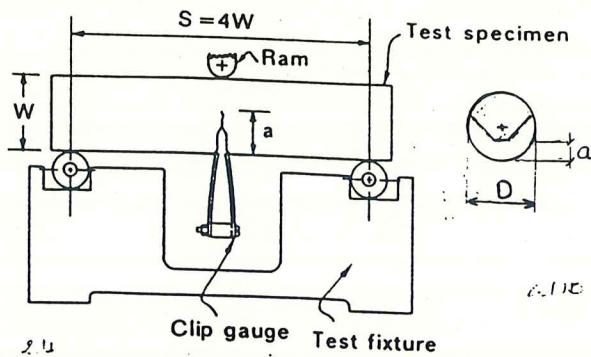


FIG. 2. Specimen and test configuration for three-point-bend tests (after ASTM E399).

Figure 4.12: Essai de flexion, barre cylindrique (d'après ISRM, 1988).

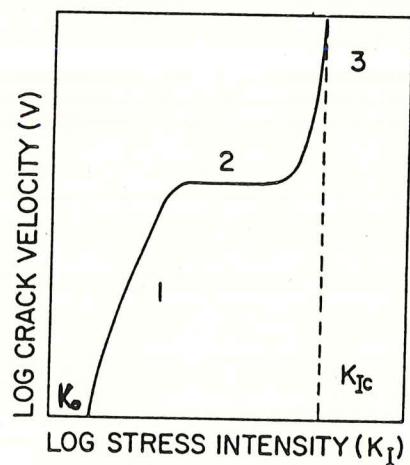


Fig. 1. Typical  $V$  versus  $K_I$  relationship for a silicate material in an aqueous environment.

Figure 4.13: Schématisation de la relation  $v-K_I$  (d'après Wilkins et Rigby, 1981)

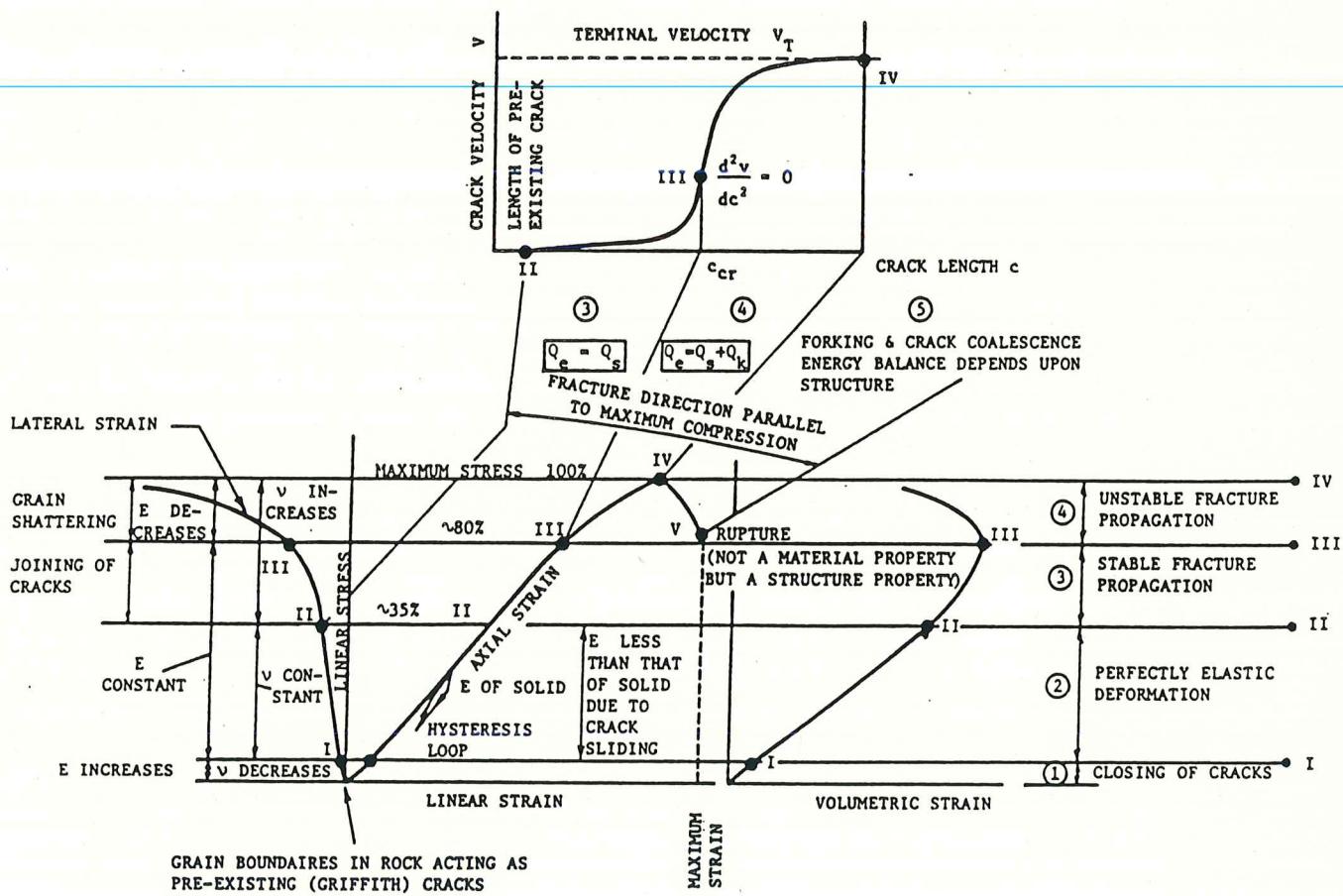


Figure 4.14: Schématisation du lien entre la courbe contrainte-déformation, la variation volumétrique et la vitesse de la propagation des fissures (d'après Singh, 1981)

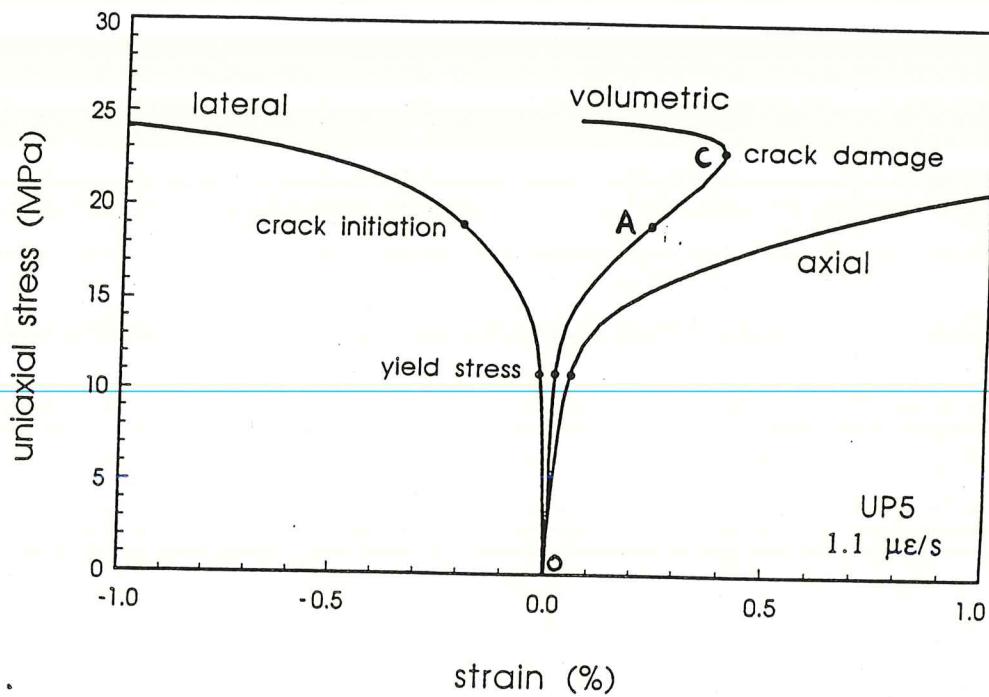


Figure 4.15: Mesure de la déformation volumétrique lors d'un essai de compression uniaxiale sur du sel (d'après Carter et Lajtai, 1991).

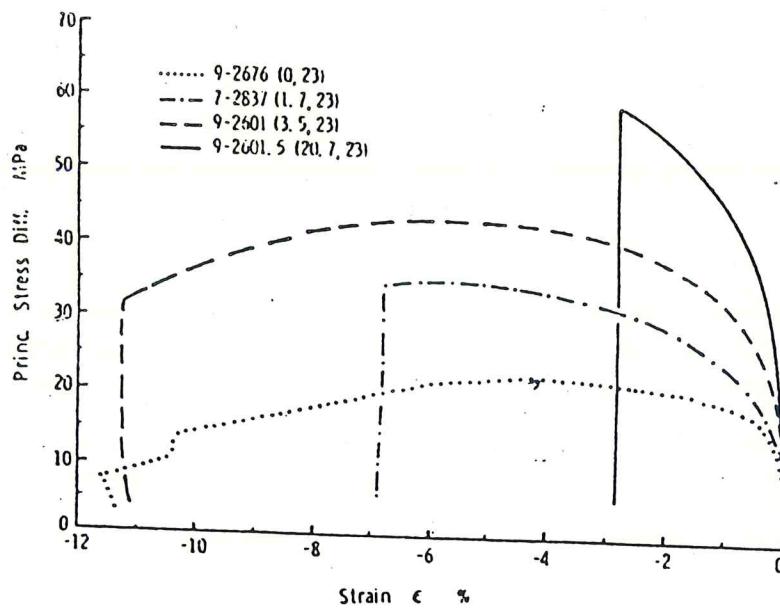


Figure 4.16: Mesure de la déformation volumétrique durant des essais de compression triaxiale du sel (d'après Wawersik et Hannum, 1980).

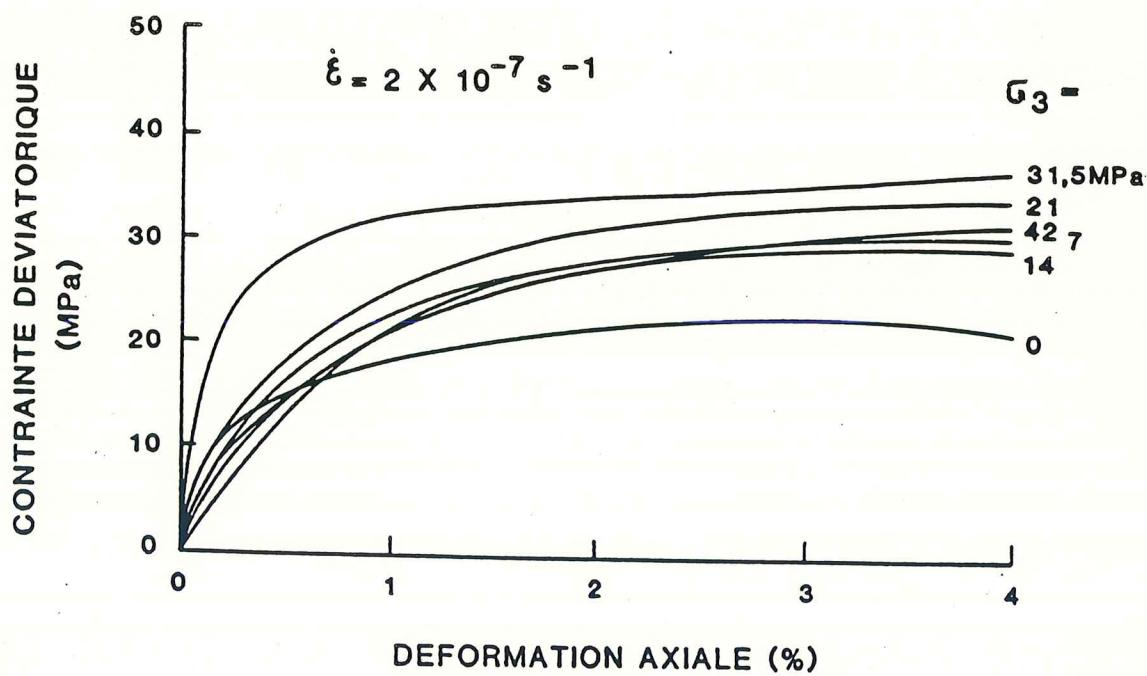
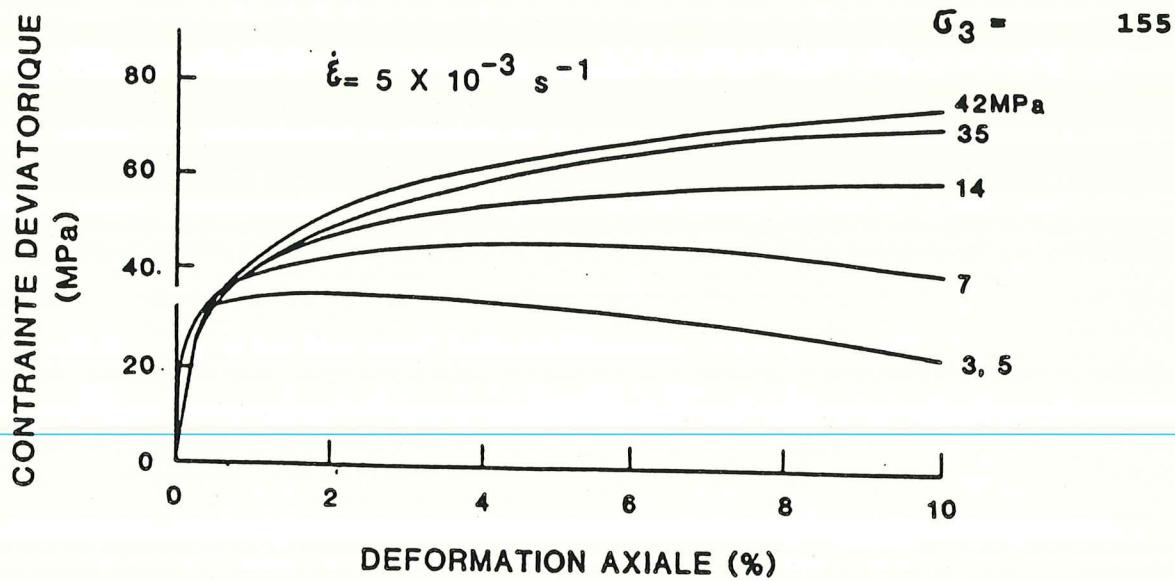


Figure 4.17: Effets de la pression de confinement et de vitesse de déformation sur la relation contrainte-déformation du sel gemme en compression triaxiale, à diverses contraintes de confinement (d'après Farmer, 1983).

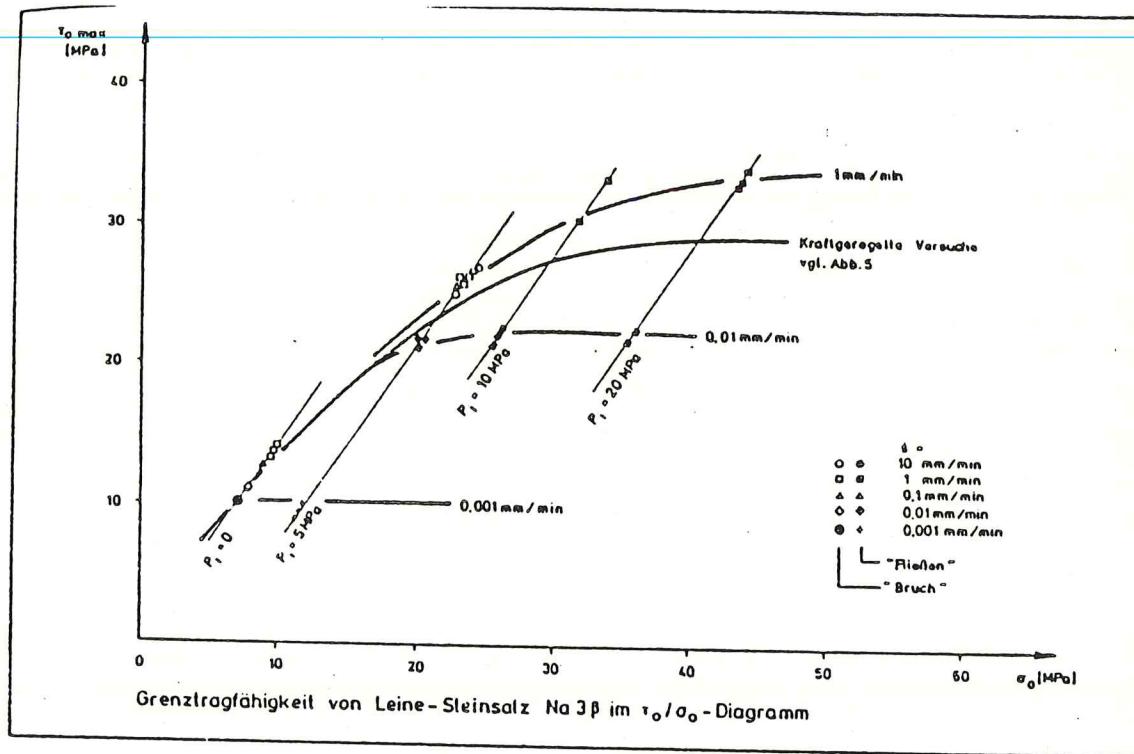


Figure 4.18: Courbe enveloppe en fonction de la vitesse de déformation et la pression de confinement (d'après Langer, 1984).

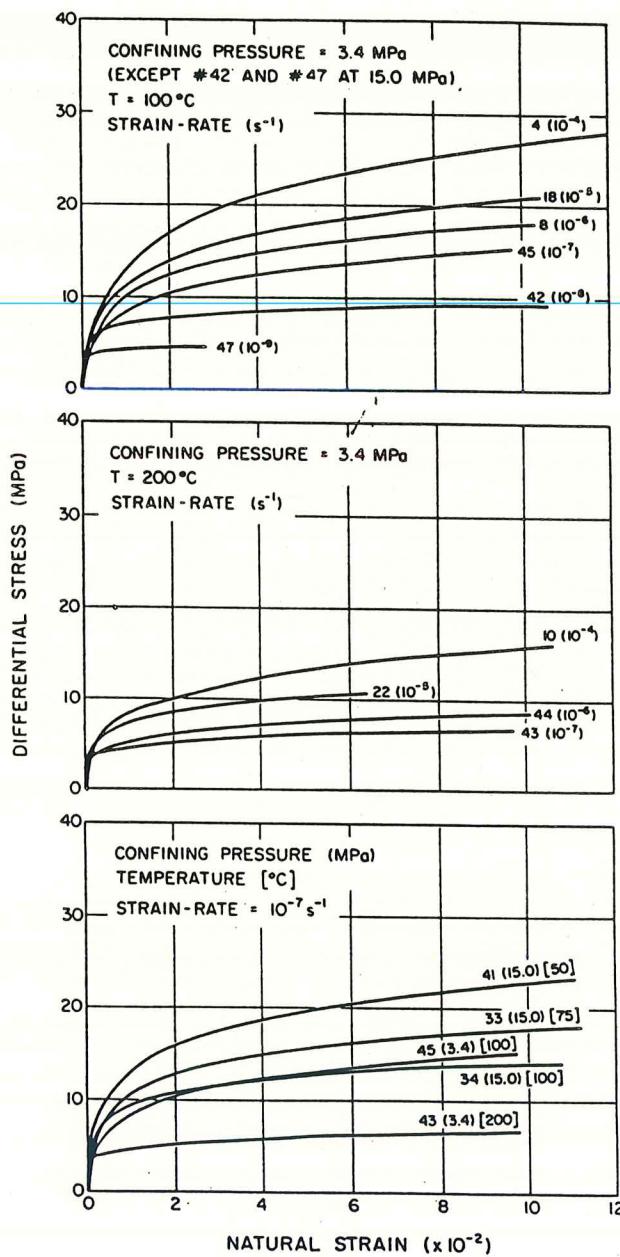


Figure 4.19: Courbes contrainte-déformation du sel d'Avery Island, montrant les effets de la vitesse de déformation à température constante et de la température à vitesse de déformation constante (d'après Horseman et Handin, 1990).

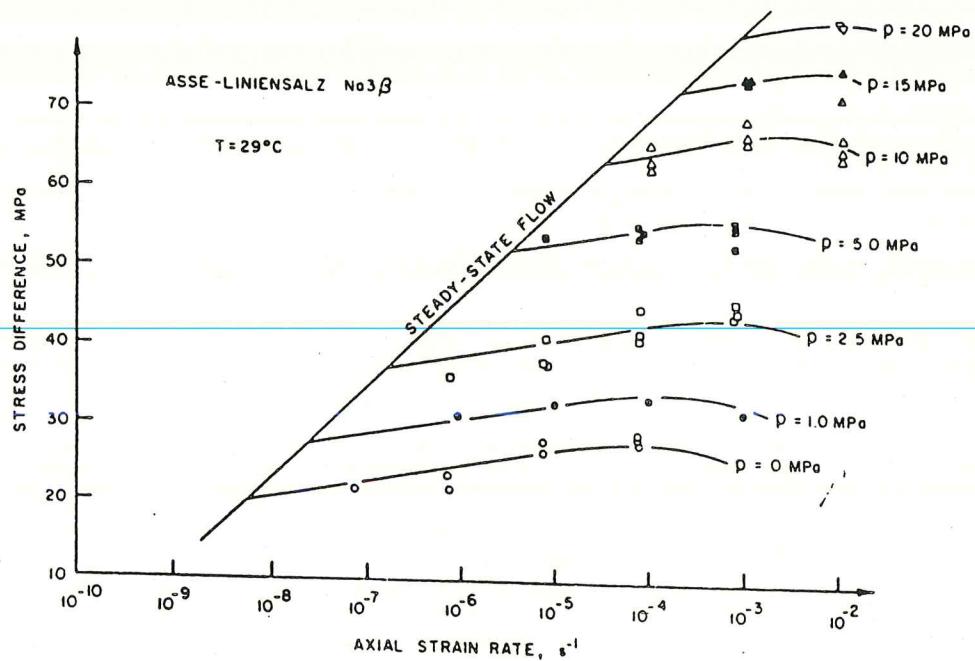


Figure 4.20: Influence de la pression de confinement et de la vitesse de déformation sur la rupture et la transition fragile-ductile du sel (d'après Wallner, 1983).

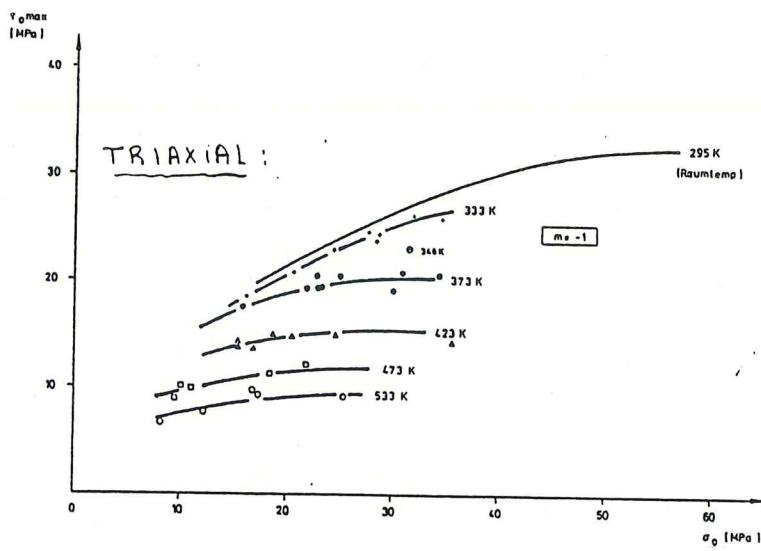


Figure 4.21: Effet de la température sur la courbe enveloppe de rupture du sel (d'après Langer, 1984).

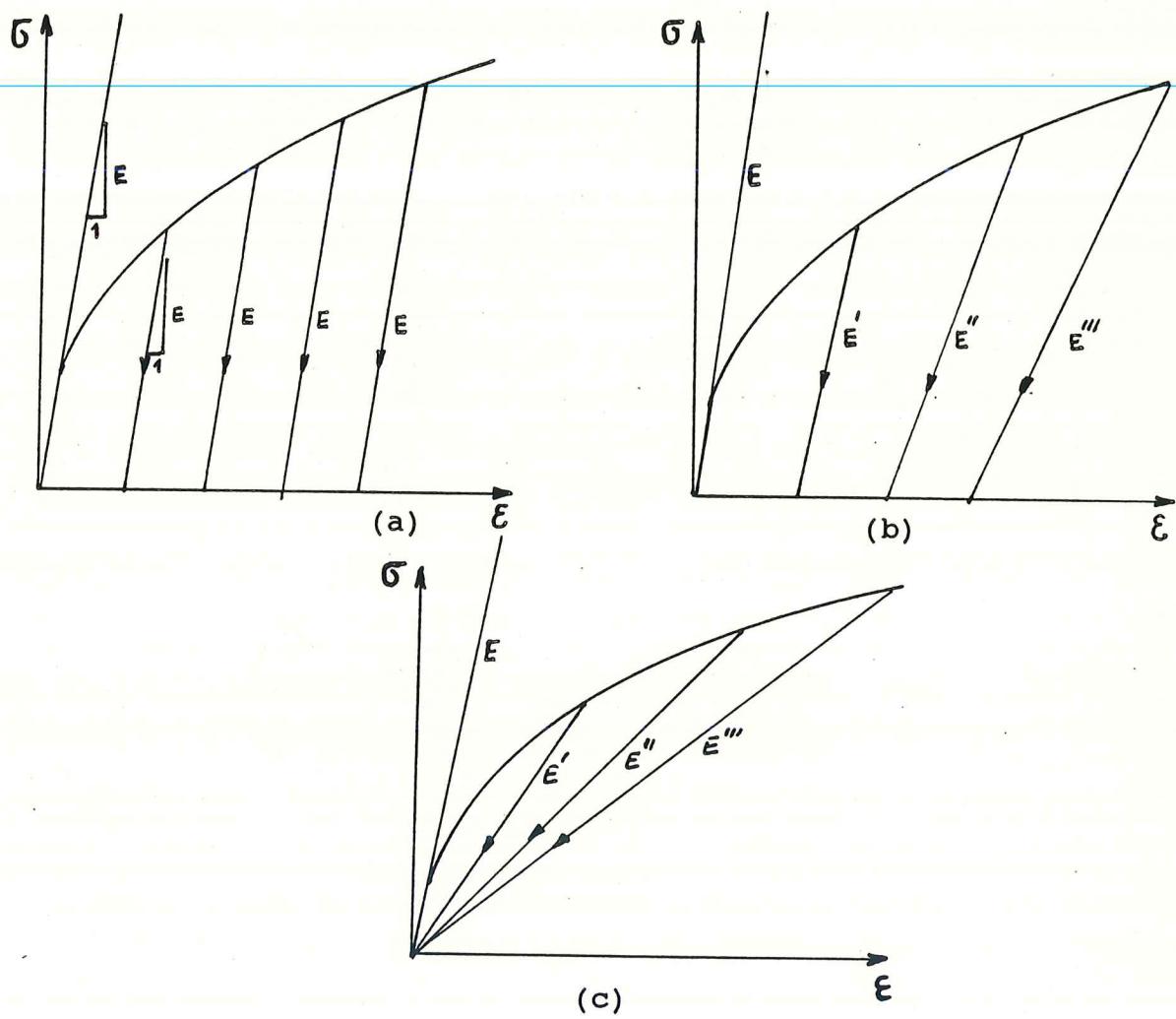


Figure 5.4 : Comportement caractéristiques des matériaux plastiques, plastiques-endommageables et endommageables (Hult, 1987).

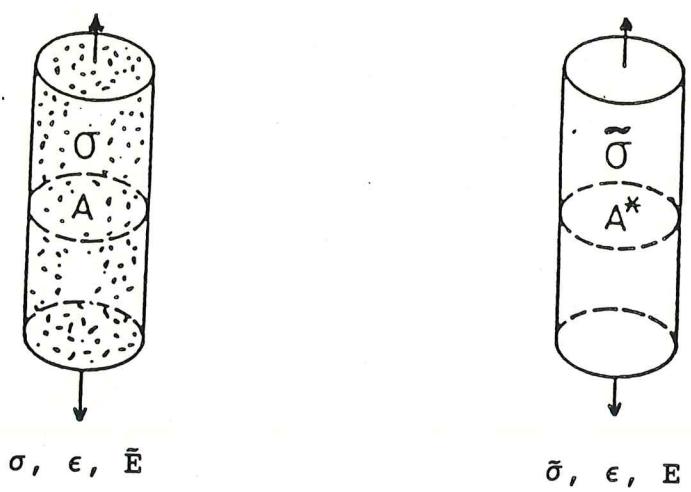
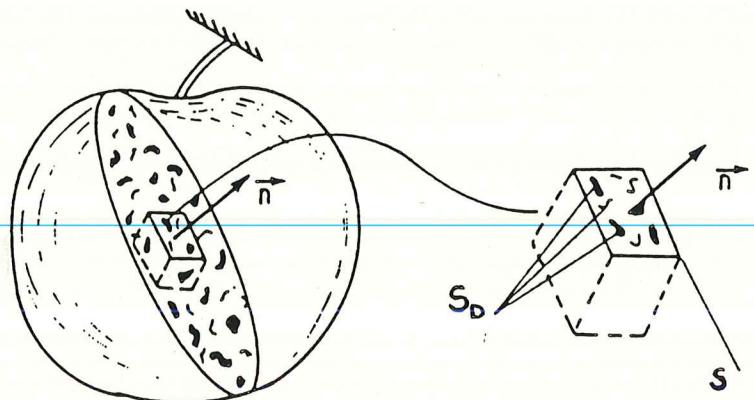


Figure 5.3: Équivalence en déformation (Lemaître et Chaboche, 1978)



$$D_n = S_D / S$$

Figure 5.1: Élément endommagé (Lemaître, 1984).

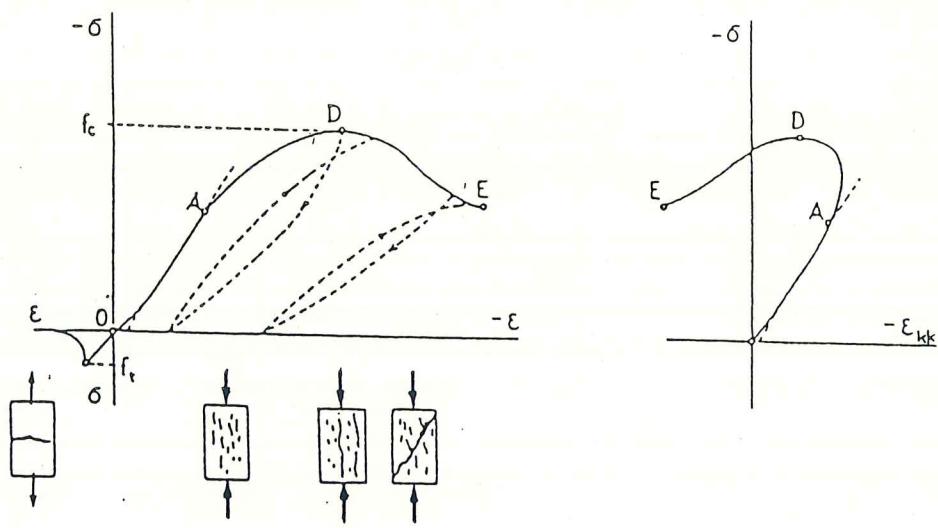


Figure 5.2: Processus d'endommagement dans les roches et le béton (Murakami, 1987).

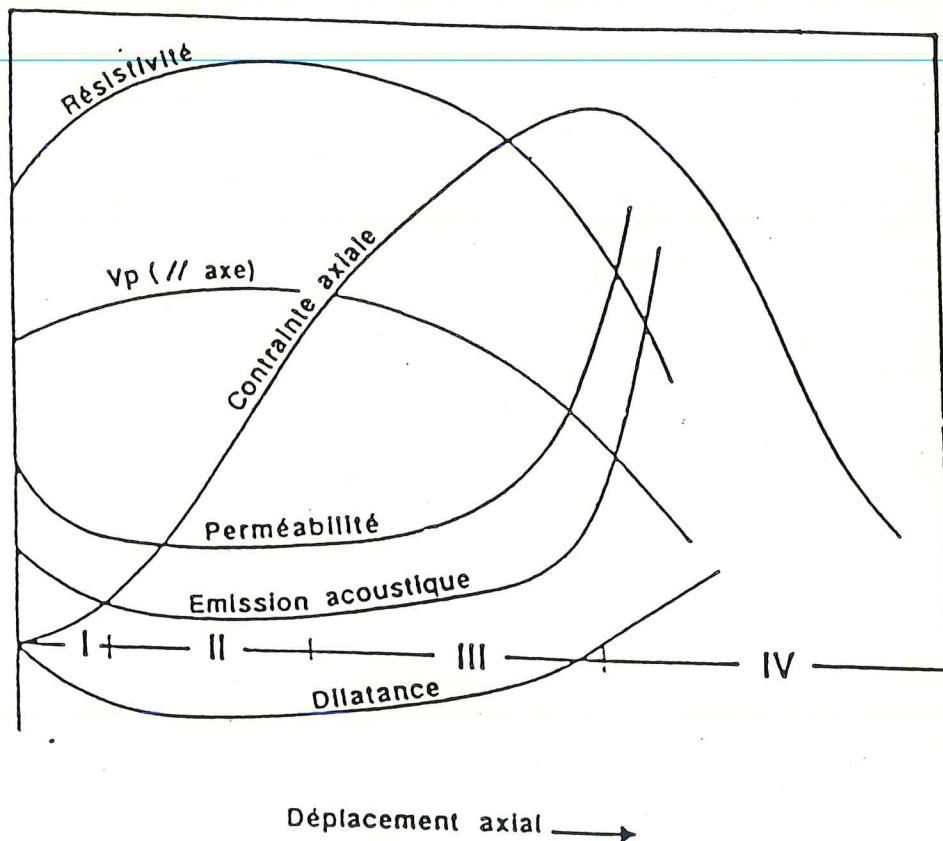


Figure 5.5: •Les 4 stades de la déformation d'une éprouvette au cours d'un essai triaxial (d'après Paterson, 1978).  
 •Différentes méthodes pour la détection de l'endommagement de l'éprouvette.

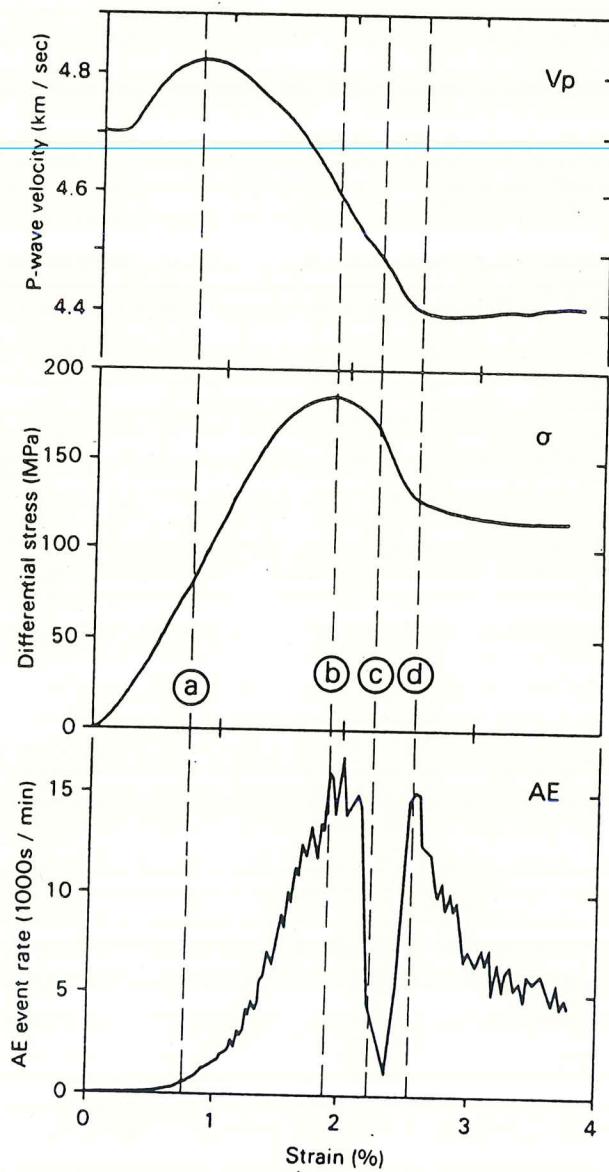


Figure 5.6 : Différentes méthodes pour la détection de l'endommagement de l'éprouvette (d'après Meredith, 1990).

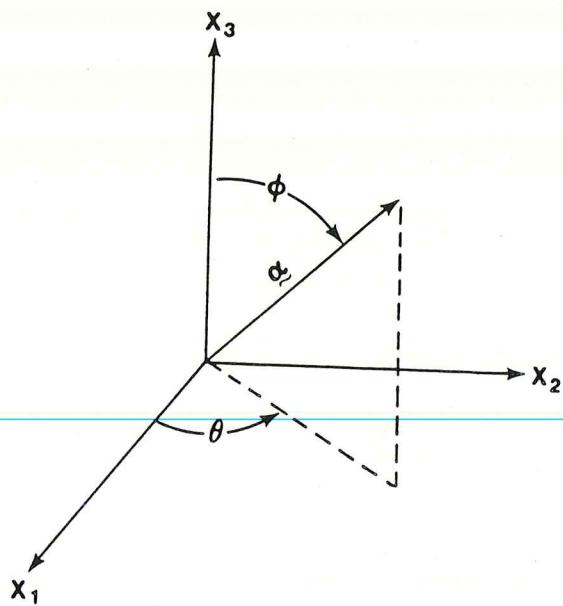


Figure 5.13. Spherical coordinate angles used to define crack density function,  $a$ .

Figure 5.7: Coordonnées sphériques de la fissure (Atkinson 1987).

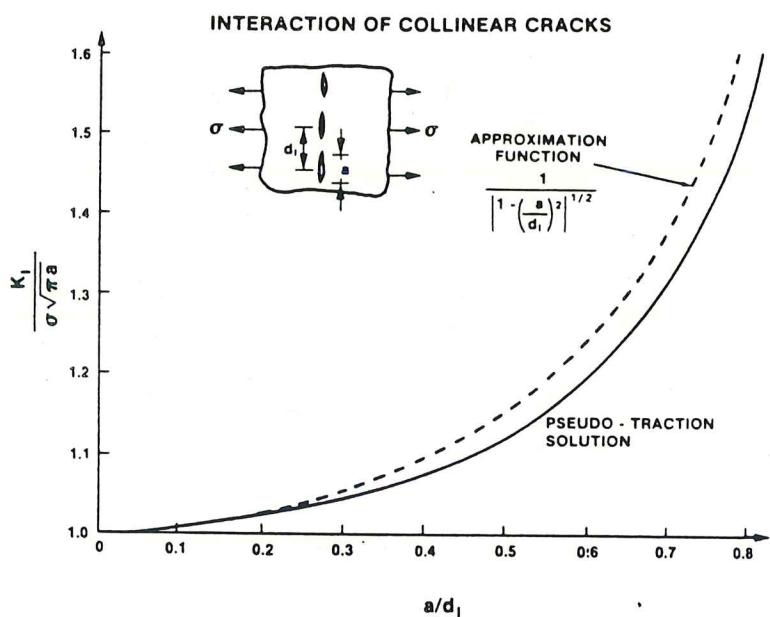


Figure 5.8: Géométrie de la distribution des microfissures (Costin, 1987).

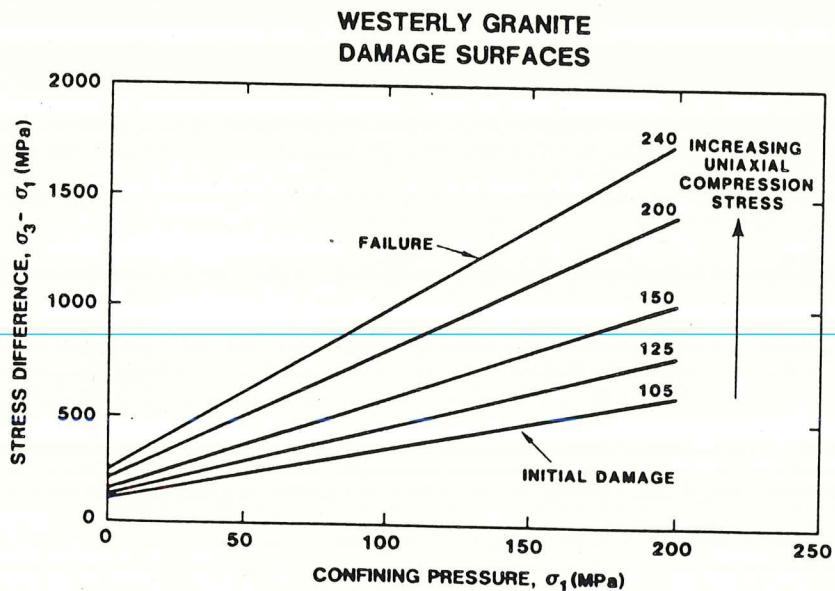


Figure 5.9: Surfaces d'endommagement dans l'espace des contraintes (Costin, 1987).

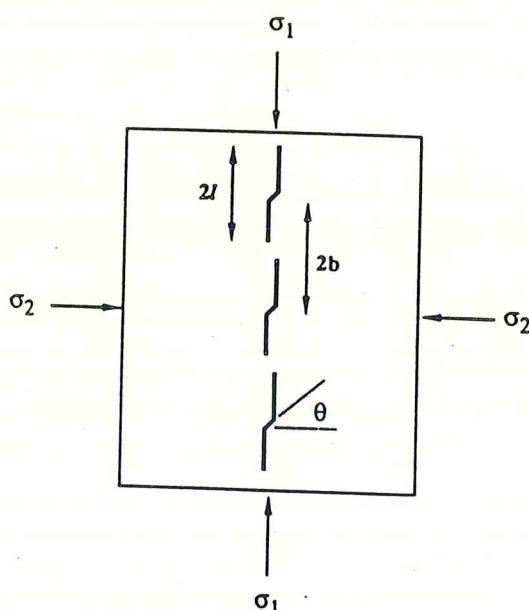


Figure 5.10: Géométrie de la distribution des microfissures (Davison et Stevens, 1973).

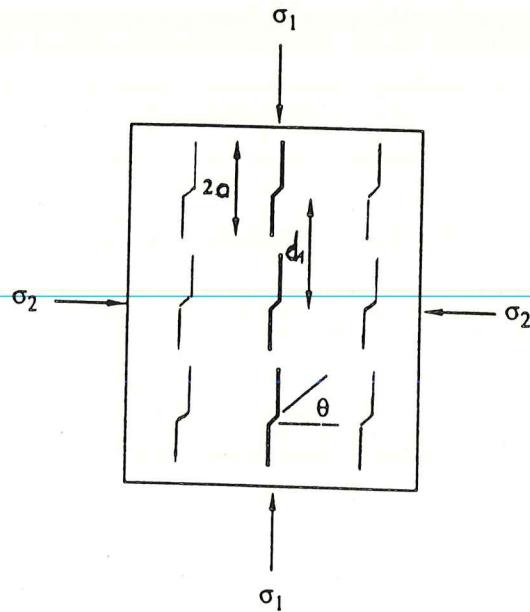


Figure 5.11 : Géométrie de la distribution des microfissures (d'après Kemeny, 1991).

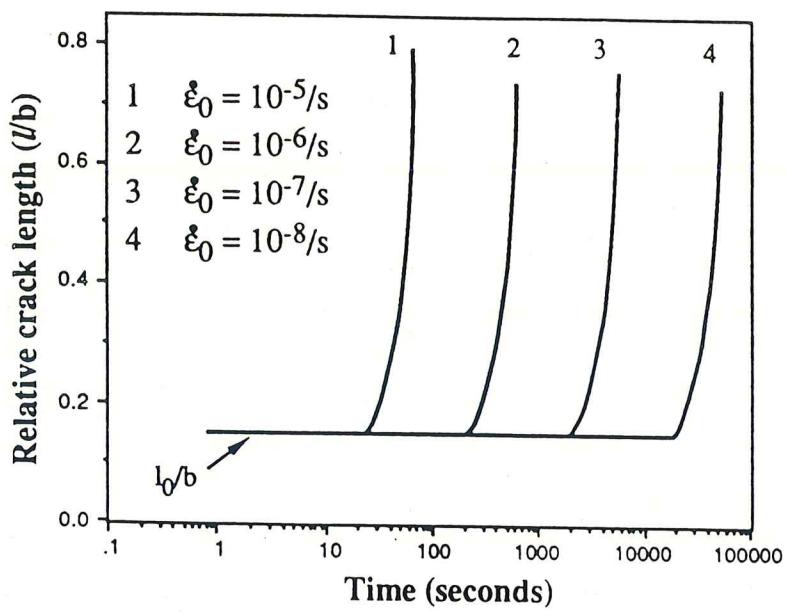


Figure 5.12 : Longueur de la fissure relative (endommagement) vs temps (d'après Kemeny, 1991).

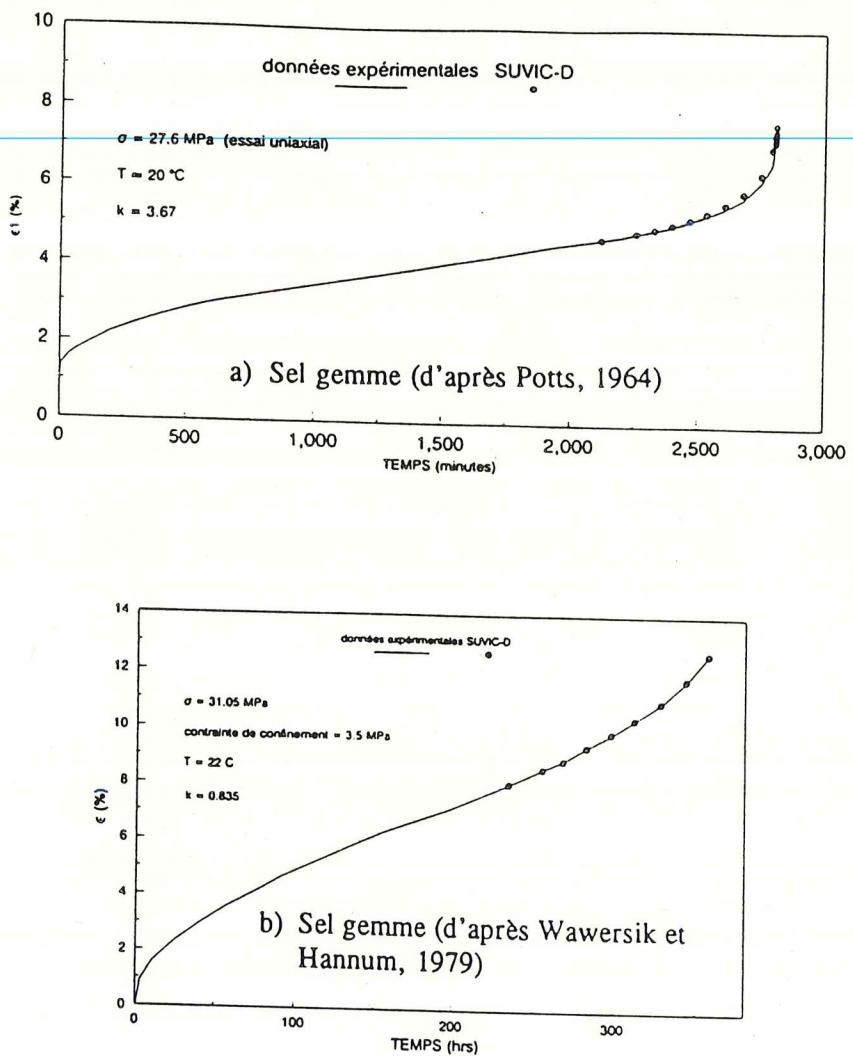


Figure 6.1: Courbes de fluage expérimentales sur du sel et descriptions obtenues à l'aide du modèle S UVIC-D.

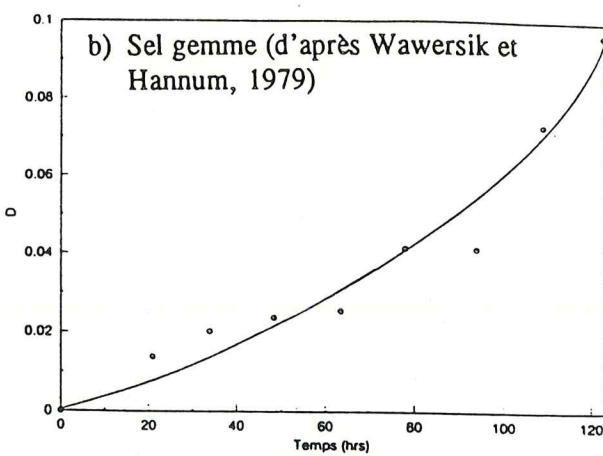
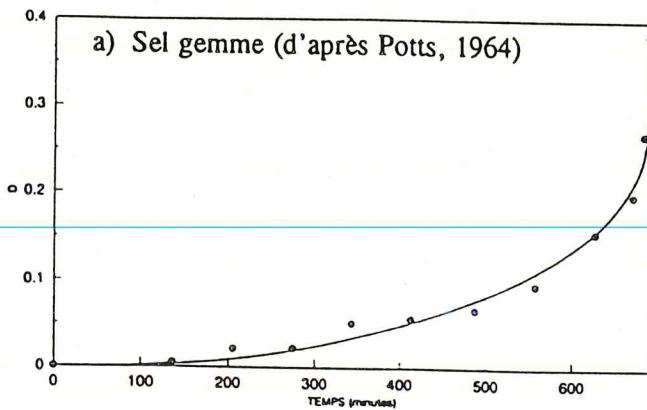
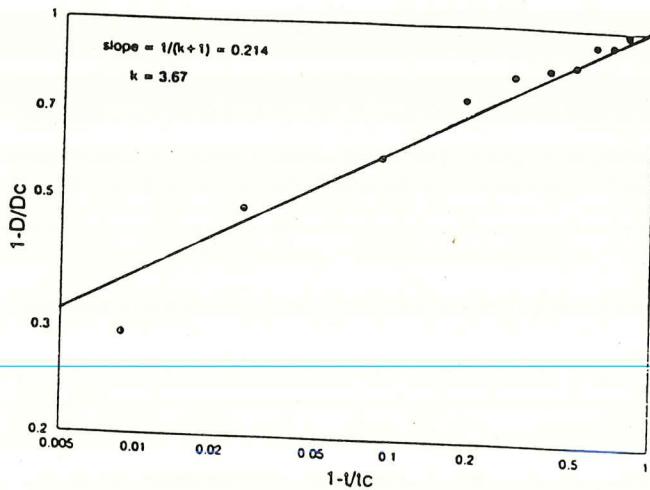
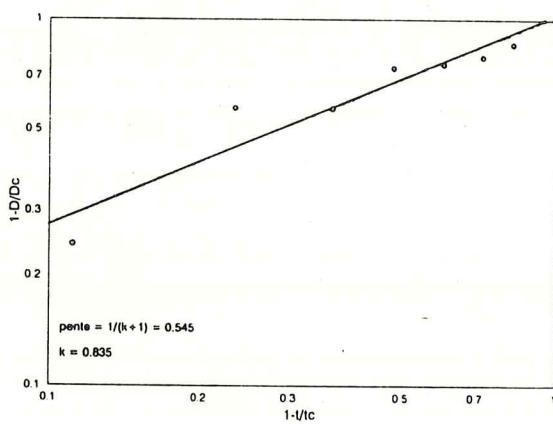


Figure 6.2: Valeurs de la variable D calculées à l'aide de la loi cinétique du modèle SUVIC-D exprimées en fonction du temps, lors du fluage tertiaire.



a) Sel gemme (d'après Potts, 1964)



b) Sel gemme (d'après Wawersik et Hannum, 1979)

Figure 6.3: Détermination graphique de la valeur de la constante k

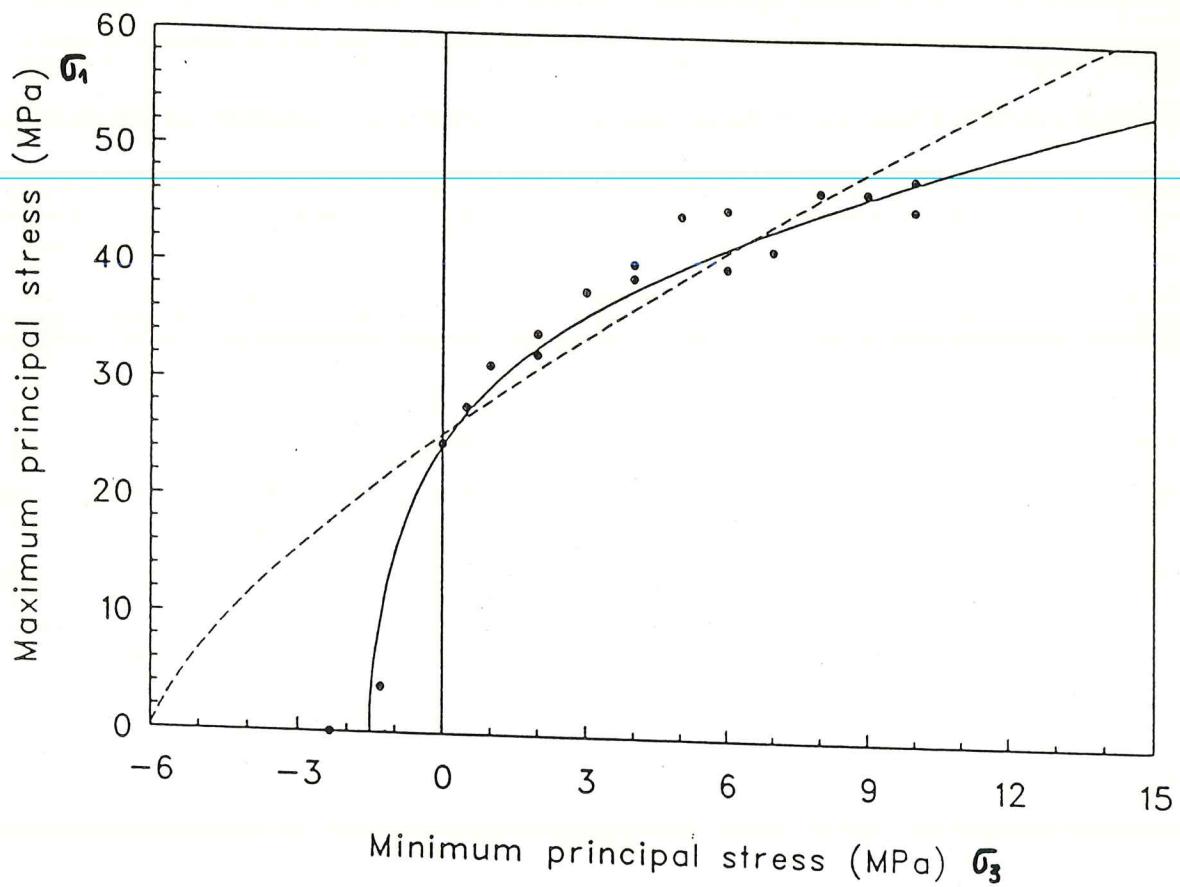


Figure 6.4: Courbe enveloppe de rupture du sel de Saskatoon  
(d'après Lajtai et al., 1991).

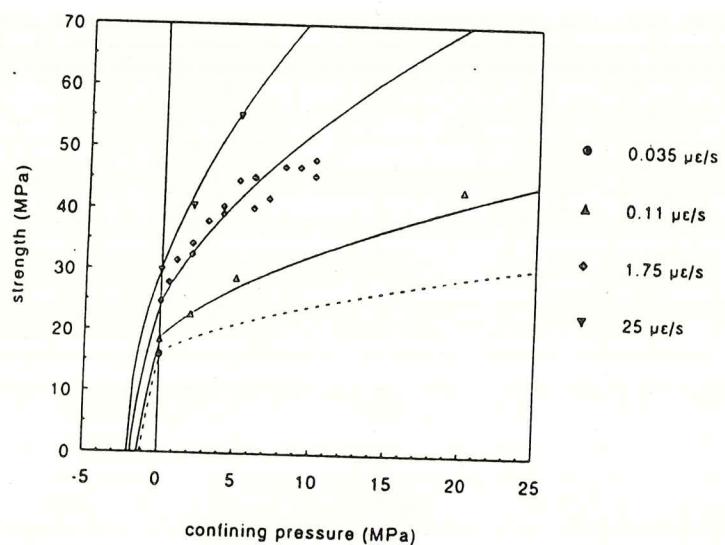


Figure 6.5: Courbe enveloppe de rupture du sel Saskatoon (d'après Lajtai et al., 1991).

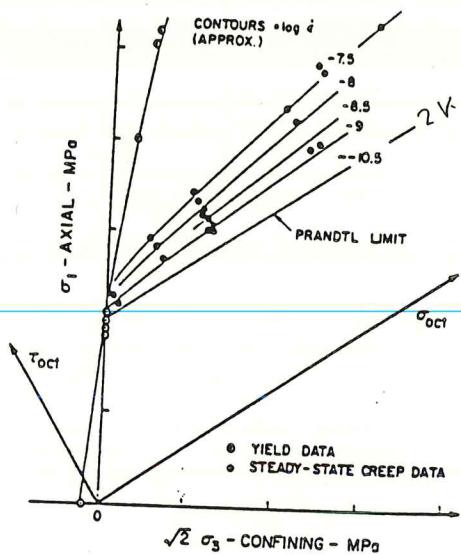


Figure 6.6: Courbe enveloppe de rupture du sel (d'après Dusseault et al., 1987).

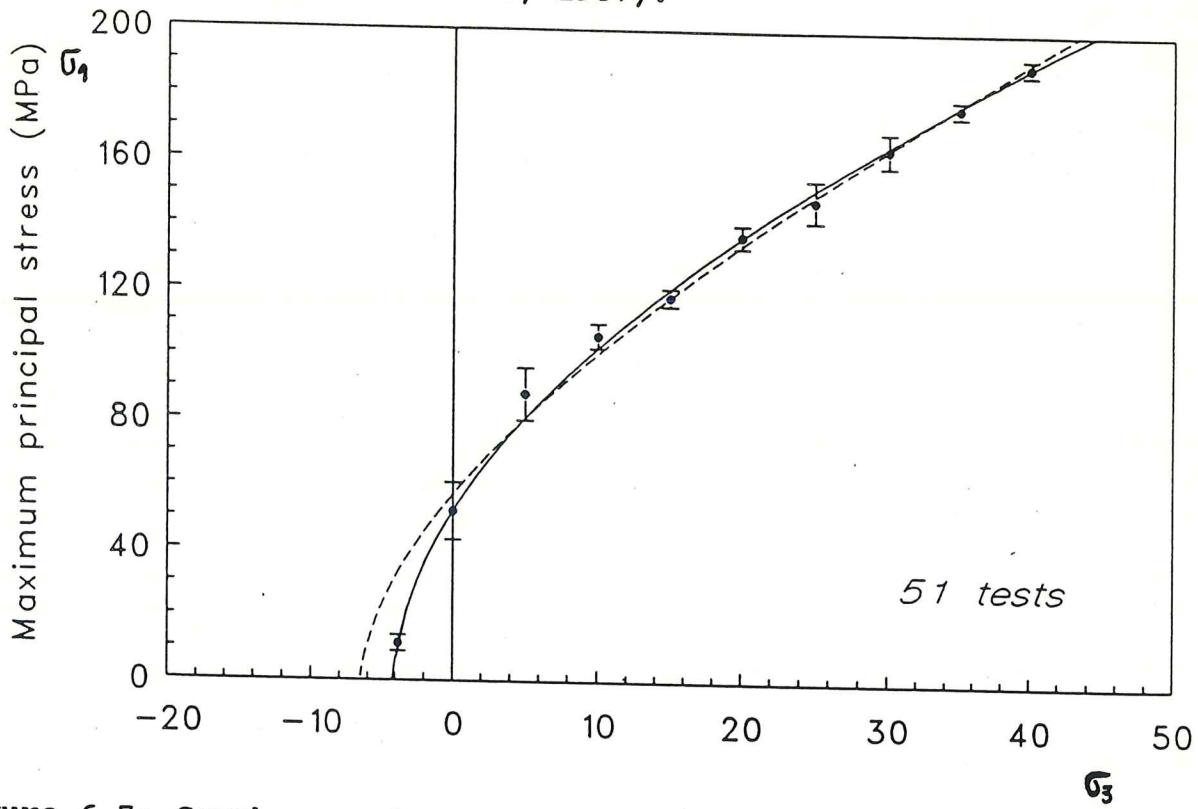


Figure 6.7: Courbe enveloppe de rupture du potasse à plusieurs vitesses de déformation (d'après Lajtai et al., 1991).

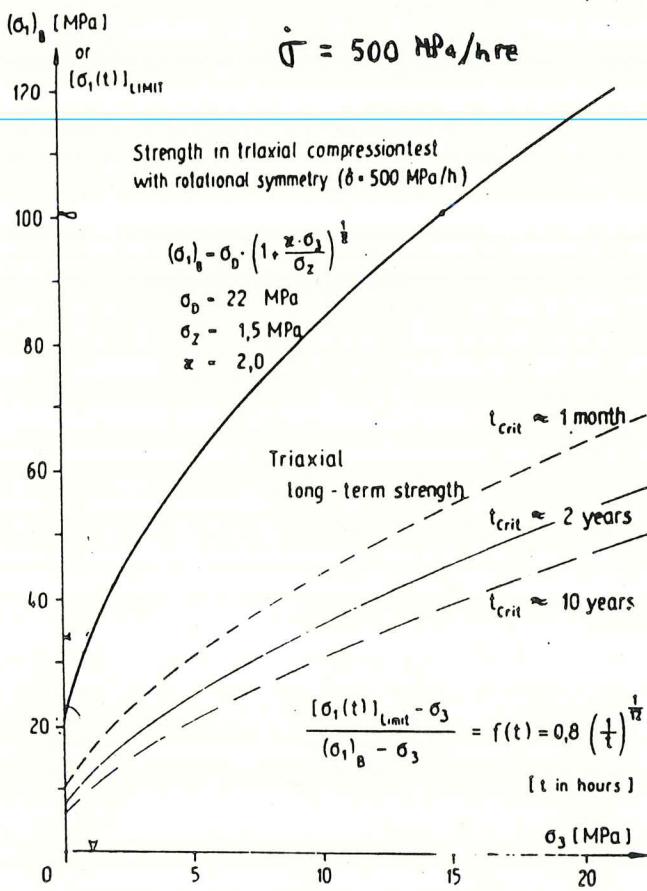


Figure 6.8: Courbe enveloppe de rupture du sel d'après Menzel et Schreiner (1983).

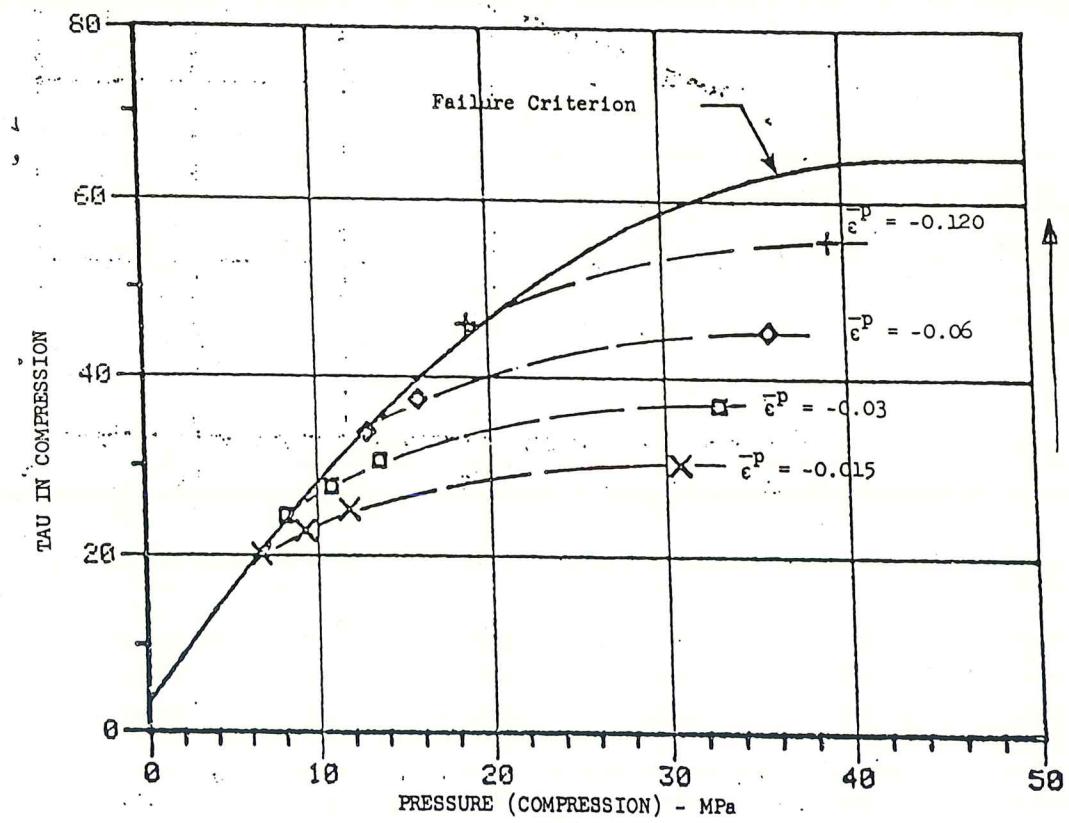


Figure 6.9: Courbe enveloppe de rupture du sel d'après Butcher (1980).

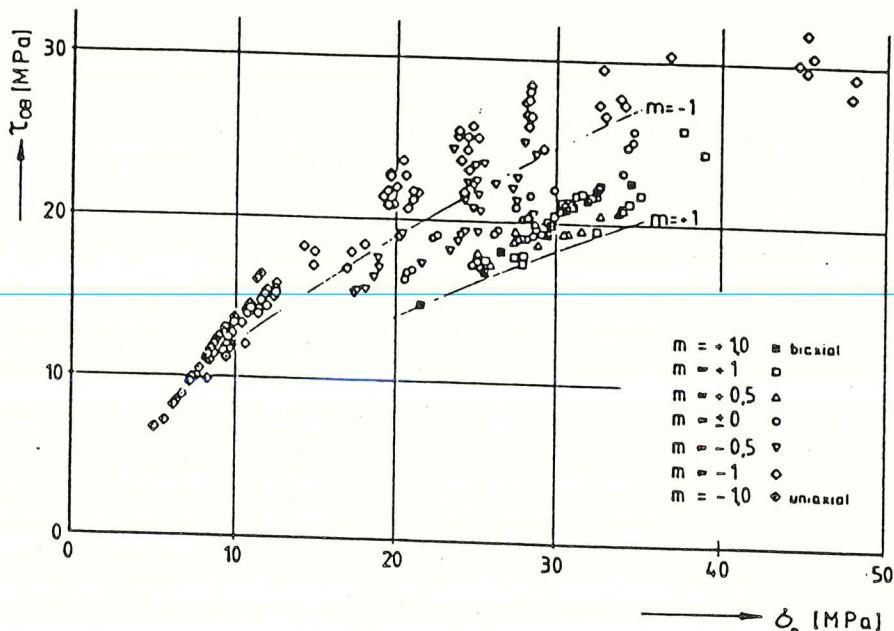


Figure 6.10 : La résistance à la rupture du sel d'après Hunsche (1990a).

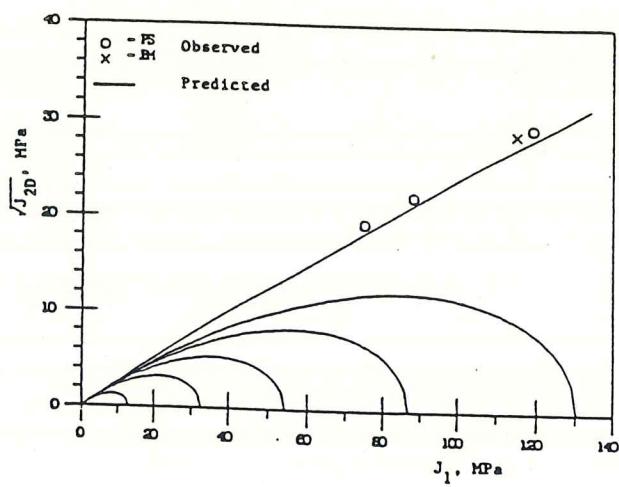


Figure 6.11 : Enveloppe de rupture du sel d'après Desai et Varadarajan (1987).

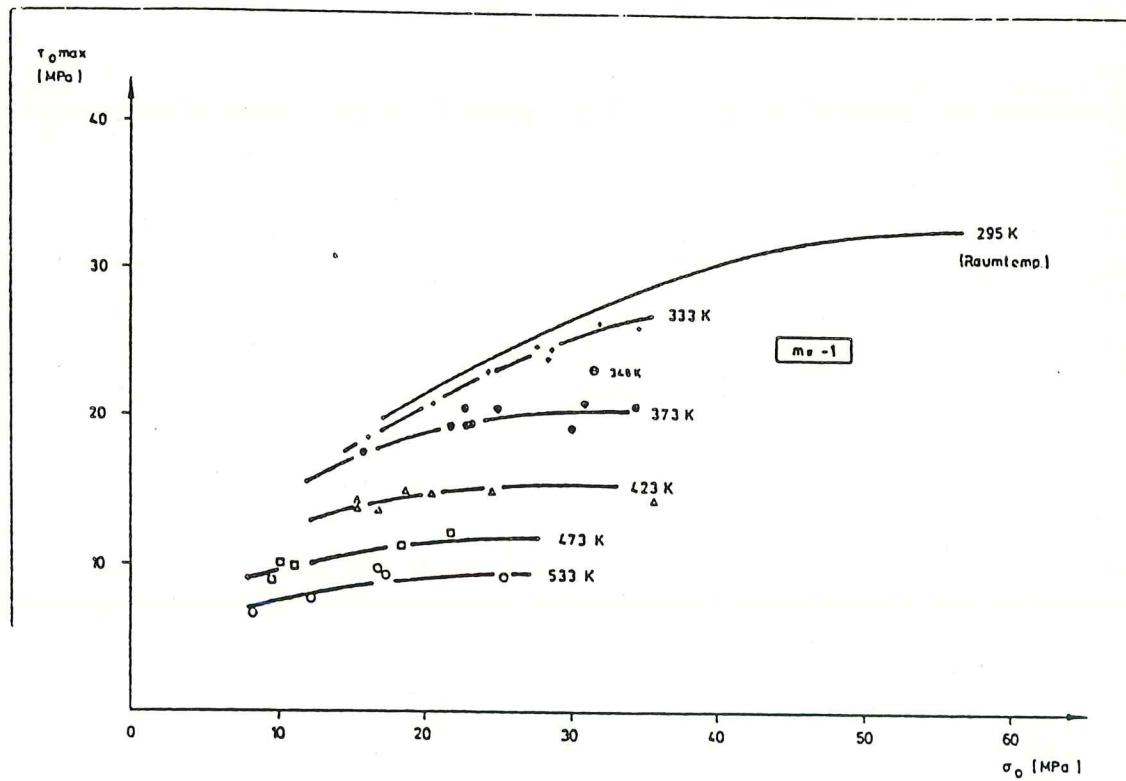


Figure 6.12: Courbe enveloppe de rupture du sel d'après Langer (1984).

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Abou-Sayed, R.A., (1977). Fracture toughness of triaxially loaded Indiana limestone. Proc 17 th. US. Symp. Rock Mech. Energie Ressources and Excavation Technology 2A3-1. 2A3-8.
- Allen, D., Hand J.M. Meck (1985). On the use of internal state variables in thermoviscoplastic constitutive equations, Non-linear Constitutive Relations for High Temperature Application, NASA, 83p.
- Aladag, E., Davis, L.A., Gordon, R.B., (1970). Cross slip and the plastic deformation of NaCl Single and Polycrystals at high Pressure, Phil. Mag., Vol.21, pp. 469-478.
- Argon, A.S., (1975). Physical basis of constitutive equations for inelastic deformation, Constitutive Equations in Plasticity, MI press, pp. 1-22.
- Argon, A.S., Bhattacharya, A.K., (1987). Primary creep in nickel: experiments and theory, Acta Metal., Vol. 35, No 7, pp. 1499-1514.
- Ashby, M.F., Jones, D.R.H., (1980). Engineering Materials, Pergamon Press.
- Ashby, M.F., (1983). Mechanisms of deformation and fracture, Advances in Applied Mechanics, Vol. 23, Academic Press, New York, pp. 117-177.
- Atkinson, B.K., (1980). Stress corrosion and the rate dependent tensile failure of a fine grained quartz rock. Tectonophysics, Vol. 34, pp. 497-510.
- Atkinson, B.K., (1982). Subcritical crack propagation in rocks: theory, experimental results and applications. Journal of Structural Geology, Vol. 4, No 1, pp. 41-56.
- Atkinson, B.K., (1984). Subcritical crack growth in geological materials. J. Geophys. Res., Vol. 89, pp. 4077-4114.
- Atkinson, B.K., (eds.) (1987). Fracture Mechanics of Rock, ACADEMIC PRESS.
- Aubertin, M., Gill, D.E., Ladanyi, B., (1987a). Le Comportement Rhéologique du Sel: Revue Bibliographique-Tome I: Essais en laboratoire et modélisation empirique, Rapport EPM/RT-87/31, Editions de l'École Polytechnique, 204p.

Aubertin, M., Gill, D.E., Ladanyi, B., (1987b). Le Comportement Rhéologique du Sel: Revue Bibliographique-Tome II: Mécanismes de déformation, modélisation physique, rupture, essais en place et comportement in situ, Rapport EPM/RT-87/32, Editions de l'École Polytechnique, 221 p.

Aubertin, M., Gill, D.E., Gagnon, D., (1988). Les effets physico-chimiques des fluides interstitiels sur le comportement mécanique des roches, Rapport EPM/RT-88/31, Editions de l'École Polytechnique, 64p.

Aubertin, M., (1989). Développement d'un modèle viscoplastique unifié avec variables internes pour le comportement rhéologique du sel gemme. Thèse Ph.D., École Polytechnique de Montréal, 574p.

Aubertin, M., Gill, D.E., Ladanyi, B., (1990). Un modèle viscoplastique unifié pour la prévision du comportement d'excavations en roches tendres. Proc. 43rd Canadian Geotechnical Conference, pp. 437-446.

Aubertin, M., Gill, D.E., Ladanyi, B., (1991a). A unified viscoplastic model for the inelastic flow of alkali halides. Mechanics of Materials, Vol. 11, pp. 63-82.

Aubertin, M., Gill, D.E., Ladanyi, B., (1991b). An internal variable model for the creep of rocksalt. Rocks Mechanics and Rock Engineering, Vol. 24, pp. 81-97.

Aubertin, M., Gill, D.E., Ladanyi, B., (1991c). Laboratory validation of a unified viscoplastic model for rocksalt. Proc. 7th Int. Cong. I.S.R.M., Vol. 1, pp. 183-186.

Aubertin, M., Gill, D.E., (1992). Elastoplastic modeling of the ductile behavior of polycrystalline sodium chloride with SUVIC. Int. J. of Plasticity (submitted for publication).

Aubertin, M., Gill, D.E., Ladanyi, B., (1992a). Modeling the transient inelastic flow of rocksalt. Proc. 7th Int. Symp. on Salt, Kyoto (à paraître).

Aubertin, M., Sgaoula J., Gill, D.E., (1992b). A damage model for rocksalt: application to tertiary creep. Proc. 7th Int. Symp. on Salt, Kyoto (à paraître).

Aubertin, M., Gill, D.E., Sgaoula, J., (1992c). Un modèle viscoplastique avec endommagement pour le fluage tertiaire des roches tendres. 16th Can. Rock Mech. Symp. Sudbury, (à paraître).

ASTM E399 Standard Method of Test for Plane Strain Fracture Toughness of Metallic Minerals. Annual book of ASTM standards. Designation E399-74. Am. Soc. Testing Materials, Philadelphia.

Awaji, H., Sato, S., (1978). Combined mode fracture toughness measurement by the disk test, J. Eng. Mater. Technol., Trans. ASME, Vol. 100, pp. 175-182.

Bammann, D.L., (1984). An internal variable model of viscoplasticity, Int. J. Engng. Sci., Vol. 22, Nos 8-10, pp. 1041-1053.

Bammann, D.L., Krieg, R.D., (1987). Summary and critique. Unified Constitutive Equations for Creep and Plasticity, Elsevier Appl. Sci., pp. 303-336.

Barber, D.J., (1985). Dislocations and microstructures, Preferred Orientation in Deformed Metals and Rocks, Academic Press Inc., pp. 1259-1307.

Barker, L. M. (1979a). In: "Fracture mechanics applied to brittle materials". ASTM, STP 678, Am. Soc. Testing Materials, Philadelphia, pp. 73-82.

Barker, L. M. (1979b). Theory for determining  $K_{IC}$  from small, non-LEFM, Supported by experiments on aluminium. Int. J. Frac., Vol. 15, pp. 515-536.

Bazant, Z. B., Pijaudier, G. C., (1988). Non local continuum damage localisation in stability and convergence. Journal of Appli. Mechanics, Vol. 55, pp. 287-293.

Bernabe, Y., Brace, W.F., (1990). Deformation and fracture of berea sandstone. The Brittle-Ductile Transition in Rocks. Am. Geophys. Union Monograph, Vol. 56, pp. 91-101.

Bernard, M., (1990). Mécanique de la rupture I. Notes du cours MEC 6414. École Polytechnique de Montréal.

Bieniawski, Z.T., (1974). Estimating the strength of rock materials. J. South African Inst. Min. & Metall., Vol. 74, pp. 312-320.

Bingham, E.C., (1922). Fluidity and Plasticity, Mc Graw-Hill.

Biret, F., Valentin, G., Henry, J.P., Gordo, B., (1989). Influence de la pression sur la ténacité des roches. Balkema, Rotterdam. ISBN906191974, pp. 165-170.

Blum, W. and Fleischmann, C., (1988). On the deformation mechanism map of rock salt, Proc. 2nd Conf. Mech. Behavior of

Salt, Trans Tech Pub., pp. 7-22.

Bodner, S.R., Partom, Y., (1975). Constitutive Equations for Elastic-Viscoplastic Strain Hardening Materials, ASME. J. Appl. Mech., Vol. 42, pp. 385-389.

Bodner, S.R., Lindholm, U.S., (1976). J. Eng. Mat. Tech., Vol. 98, pp. 140-146.

Bodner, S.R., (1987). Review of a unified elastic-viscoplastic theory. Unified Constitutive Equations for Creep and Plasticity, Elsevier. Applied Science Pub., pp. 273-301.

Brace, W.F., Paulding, B., Scholz, C.H., (1966). Dilatancy in the fracture of crystalline rocks, J. Geophys. Res. Vol. 71, pp. 3939-3954.

Brown, A.M., Ahsby, M.F., (1980). On the power-law creep equation, Scripta Metal., Vol. 14, p 1297.

Brown, E.T., (1991). Modelling the stress-strain behavior of rock masses. General report of 7th Cong. ISMN- Vol. 3, (à paraître).

Butcher, B.M., (1980). An elastic-plastic mechanical constitutive description for rock salt triaxial compression. SAND90-1935. Sandia National Lab.

Cadek, J., (1987). The back stress concept in power-law creep of metals: a review, Mat. Sci. and Engng, Vol. 94, pp. 79-92.

Cahn, R.W., (1983). Recovery and Recrystallization, Physical Metallurgy, 3rd ed., Elsevier Sci. Pub., pp. 1595-1671.

Carter, B.J., Lajtai, E.Z., (1991). Time and stress dependence of fracture propagation in potash rock. Submitted to Rock Mech. & Rock Engng.

Carter, B.J., Duncan, E.J.S., Lajtai, E.Z., (1991). Fitting strength criteria to intact rock. Int. J. Geotechnical and Geol. Engineering, Vol. 9, pp.73-81.

Carter, N.L., (1976). Steady state flow of rocks, Rev. Geophys. Space Phys., Vol. 14, No 3, pp. 301-360.

Carter, N.L., Kirby, S.H., (1978). Transient creep and semibrittle behavior of crystalline rocks, Pure Appl. Geophys., Vol. 116, pp. 807-839.

Carter, N.L., Hansen, F.D., (1983). Creep of Rocksalt, Tectonophysics, Vol. 92, pp. 275-333.

- Chaboche, J.L., (1988a). Continuum Damage Mechanics: Part I-General Concepts, ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 55, No.1, pp. 59-64.
- Chaboche, J.L., (1988b). Continuum Damage Mechanics: Part II-Damage Growth, Crack Initiation, and Crack Growth, ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 55, No.1, pp. 65-72.
- Chan, K.S., (1988). The constitutive representation of high-temperature creep damage. Int. J. of Plasticity, Vol. 4, pp.355-370.
- Chang, T.Y., Chen, J.Y., Chu, S.C., (1988). Viscoplastic finite element analysis by automatic subincrementing technique, J. Engng. Mech., ASCE, Vol. 114, No 1, pp.76-80.
- Charlez, Ph.A., (1991). Rock Mechanics, volume 1 -Theoretical Fundamentals. (eds.) TECHNIP 333p.
- Charles, R.J., (1958). Static fatigue of plass - Part I & II. Journal of Applied Physics, Vol. 29, No. 11, pp. 1549-1560.
- Chen, W.E., Baladi, J.Y., (1985). Soil Plasticity- Theory and Implementation, Elsevier.
- Chen, E.P., (1990). A continuum damage model for the quasi-static response of center-cracked plain concrete panel in tension. Damage Mech. in Engng. Materials. ASME, AMD-Vol. 109.
- Coussy, O., (1991). Mécanique des Milieux Poreux. Editions TECHNIP.
- Costin, L.S., (1983). A microcrack model for the deformation and failure of brittle rock. J. Geophys. Res., Vol. 88, pp.9485-9492.
- Costin, L.S., (1985). Damage mechanics in the post failure regime. Mechanics of Materials., Vol. 4, pp.149-160.
- Costin, L.S., (1987). Time-dependent deformation and failure. Fracture Mechanics of Rock. Academic Press, pp. 167-215.
- Cox, S.J.D. and Atkinson, B.K. (1983). Earthquake Predict. Res., Vol. 2, pp. 1-23.
- Cristescu, N., (1987). Elastic/viscoplastic constitutive equation for rock. Int. J. Rock Mech. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 24, pp. 271-282.
- Cristescu, N., (1989). Rock Rheology, Kluwer Academic Pub.

- Cristescu, N., Hunsche, U., (1991). A constitutive equation for salt. Workshop on Rock Salt Mechanics. Proc. 7th Int. Cong. Rock Mech., Vol. 3, Aachen, (à paraître).
- Dafalias, Y.F., (1984). Modeling cyclic plasticity: simplicity versus sophistication, Mechanics of Engineering Materials, John Wiley & Sons, pp. 153-178.
- Das, S., Scholz, C.H., (1981). Theory of time-dependent rupture in the earth. Journal of Geophysical Research, Vol. 86, pp. 6039-6051.
- Dayre, M., (1987). Influence de la fissuration sur la déformabilité et la rupture. Manuel de Rhéologie des Géomatériaux, Presses ENPC, pp. 51-64.
- Davidge, R.W., Pratt, P.L., (1964). Plastic deformation and work-hardening in NaCl, Phys. Stat. Sol., Vol. 6., pp. 759-776.
- Davis, L.A., Gordon, R.D., (1969a). Plastic deformation of alkali halide crystals at high pressure: work-hardening effects, J. of Appl. Phys., Vol. 40, No.11, pp. 4507-4513.
- Davis, L.A., Gordon, R.D., (1969b). On the deformation of alkali halide single crystals at high pressure, Phys. Stat. Sol., Vol. 36, pp. K133-K135.
- Davison, L., Stevens, A.L., (1973). Thermomechanical constitution of spalling elastic bodies. J. Appl. Phys., Vol. 44, pp. 668-674.
- Delobelle, P., Nermet, A., Oytana, C., (1983). Biaxial dip tests measurements of internal stresses during high temperature plastic flow, Strength of Metals and Alloys, ICSMAG, Vol. 2, Pergamon Press, pp.575-580.
- Delobelle, P., (1988). Sur les lois de comportement viscoplastiques à variables internes, Rev. Phys. Appl., Vol. 23, pp. 1-61.
- Derby, B., Ahsby, M.F., (1987). A microstructural model for primary creep, Acta Metal. Vol. 35, p.1343.
- Desai, C.S., Siriwardane, H.J., (1984). Constitutive Laws for Engng. Materials with Emphasis on Geologic Materials, Prentice-Hall.
- Desai, C.S., Zhang, D., (1987). Viscoplastic model for geologic materials with generalized flow rule, Int. J. Num. Anal. Math. Geomech., Vol. 11, pp. 603-620.

- Desai, C.S., Varadarajan, A., (1987). A constitutive model for quasi-static behavior of rock salt. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 92, No B11, pp. 11445-11456.
- Devries, K.L., (1988). Simulation of field tests in Avery Island dome salt. *Key Questions in rock Mechanics*, A.A. Balkema, pp. 413-420.
- Ding, J.L., Lee, S.R., (1988). Constitutive modelling of the material behavior at elevated temperatures and related material testing, *Int. J. Plasticity*, Vol. 4, pp. 149-161.
- Dusseault, M.B., Mraz, D.A., (1987). Creep behavior of salt rocks. 40th Canadian Geotechnical Conference, Régina, Saskatchewan, pp. 301-311.
- Dusseault, M.B., Mraz, D.A., (1987). The design of openings in saltrock using a multiple mechanism viscoplastic law. 28th US Symposium on Rock Mechanics.
- Durr, K., Graefe, V., Liedtke, L., Meister, D., (1983). Evaluation of salt rock pillar stability utilizing numerical calculations, mine survey and in situ rock mechanics measurements. 6th Int. Symp. on Salt, Vol. 1, pp. 463-478.
- Dorn, J.E., (1968). Low temperature dislocation mechanism, *tiré de Dislocation Dynamic*, édité par Rosenfield, A.R., Mc Graw-Hill, pp. 27-55.
- Dreyer, W., (1972). *The Science of Rock Mechanics. Part 1. The Strength Properties of rocks*, Trans. Tech. Publications, 501p.
- Estrin, Y., Mecking, H., (1984). A unified phenomenological description of work hardening and creep based on one parameter models, *Acta Metal.*, Vol. 32, p. 57.
- Evans, A.G., Dagleish. B.J., (1987). Some aspects of the high temperature performance of ceramics and ceramics composites. *Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Conf. Creep & Fracture of Engng. Materials & Structures*, Inst. of Metals., pp. 929-955.
- Evans, B., Fredrich, J.T., Wong, T.F., (1990). The brittle-ductile transition in rocks: recent experimental and theoretical progress. *Am. Geophys. Res.*, Vol. 85, pp. 891-900.
- Farmer, I., (1983). *Engineering Behavior of Rocks*, Chapman & Hall.
- Fuenkajorn, K., Daemen, J.J.K., (1988). Borehole Closure in Salt NUREG/CR-5243 RW. Rapport.

Frost, H.J., Ashby, M.F., (1982). Deformation mechanism maps-The Plasticity and Creep of Metals and Ceramics, Pergamon Press.

Gangi, A.F., (1983). Transient and steady-state deformation of synthetic rocksalt, Tectonophysics, Vol. 91, pp. 137-156.

Gallagher, J.P., (1971). Experimentally determined stress intensity factors for several contoured double cantilever beam specimens. Eng. Frac. Mech., Vol. 3, pp. 27-43.

Garofalo, F., (1965). Fundamentals of Creep and Creep-Rupture in Metals, Macmillan.

Gandhi, C., Ashby, M.F., (1979). Fracture-mechanism maps for materials which cleave: F.C.C., B.C.C. and H.C.P. metals and ceramics. Acta Metall., Vol. 27, pp. 1565-1602.

Gottstein, G., Mecking, H., (1985). Recrystallization, Preferred Orientation in Deformed Metals and Rocks, Academic Press Inc., pp. 183-218.

Griffith, A.A., (1920). The phenomenon of rupture and flow in solids. Phil. Trans R. Soc. Lond., ser. A221, pp. 163-198.

Griffith, A.A., (1924). The theory of rupture. Proceedings of the 1st Int. Cong. Appli. Mech., pp. 55-63.

Griggs, D., (1940). Experimental flow of rocks under conditions favoring recrystallization. Geol. Soc. America Bull., Vol. 51, pp. 1001-1022.

Groves, G.W., Kelly, A., (1963). Independent slip systems in crystals. Phil. Mag., Vol. 8, pp. 877-887.

Gueguen, Y., Reuschlé, T., Darot, M., (1989). Single-crack behavior and crack statistics. Deformation Processus in Minerals, Ceramics and Rocks, D.J. Barber & P.G. Meredith (eds.), pp. 48-71.

Guessous, Z., (1986). Effets du prélèvement sous pression biaxiale sur les propriétés du sel Thèse de doctorat, Département de Génie civil, École Polytechnique de Montréal, 312p.

Haasen, P. (1985). Dislocations and plasticity of ionic crystals, Dislocations and Properties of Real Materials, Inst. of Metals, p. 312.

Haberfield, C.M., Johnston, I.W., (1990). Determination of fracture toughness of a saturated soft rock. Can. Geotech. J., Vol. 27, pp. 276-284.

Hallam, S.D., Ashby, M.F., (1990). Compressive brittle fracture and the construction of multi-axial failure maps, Deformation Processus in Minerals, Ceramics and Rocks, D.J. Barber & P.G. Meredith (eds.), pp. 84-108.

Handin, J., Russel, J.E., Carter, N.L., (1986). Experimental deformation of rocksalt, Amer. Geophys. Union Mono., Vol. 36, pp. 117-160.

Hart, E.W., (1970). A phenomenological theory for plastic deformation of polycrystalline metals, Acta Metal., Vol. 18, No 6, pp. 599-610.

Hansen, F.D., (1987). Physical and mechanical variability of natural rock salt, Bull. Ass. Engng. Geol., Vol. 24, No 2, pp. 227-234.

Hambley, D.F., Fordham, C.J., (1989). General criteria for rocksalt, Rock Mechanics as a Guide for Efficient Utilization of Natural Sources, Khair (eds.), Balkema, Rotterdam. ISBN 9061918715.

Hayhurst, D.R., Leckie, F.A., (1990). High temperature creep continuum damage in metals. Yielding, Damage and Failure of Anisotropic Materials, Mechanical Engng Pub., pp. 445-464.

Heard, H.C., (1976). Comparison of the flow properties of rock at crystal conditions, Phil. Trans. Roy. Soc. London, A, 283, pp. 173-186.

Henry, J.P., Paquet, J. et Tancrez, J.P., (1977). Experimental study of crack propagation in calcite rocks. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol.14, pp. 85-91.

Hirth, J.P., Lothe, J., (1982). Theory of Dislocations, John Wiley, 2nd edition.

Hirth, J.P., (1983). Dislocations Physical Metallurgy, 3rd ed. Elsevier Sci. Pub., pp. 1224-1258.

Hoek, E., Brown, E.T., (1980). Empirical strength criterion for rock masses., J. Geot. Engng. Div. of ASCE, Vol. 106, No GT9, pp. 1013-1035.

Horsemann, S.T., Handin, J., (1990). Triaxial-compression tests on rocksalt at temperatures from 50° to 100° C and strain rates from  $10^{-4}$  to  $10^{-9}$  s<sup>-1</sup>. Am. Geophys. Res., Vol. 85, pp. 891-900.

Houpert, R. (1974). Le rôle du temps dans le comportement à la rupture des roches. In Advances in rock mechanics, C. R. 3e Cong. Int. Mec. Roches, Denver, Vol.2, T.A., pp. 325-329.

- Houpert, R., (1979). Le comportement à la rupture des roches  
Comptes rendus (vol. 3) du Cong. Int. Méc. Roches, Montreux,  
Suisse, pp. 107-114.
- Houpert, R., Homand-Etienne, F., (1987). Comportement  
mécanique des roches en compression à différentes  
températures. Proc. 6th Int. Cong. Rock Mech. Montréal, Vol.  
2, pp. 965-969.
- Huang, J.A. and Wang, S. (1985). Int. J. Rock Mech. Min. Sci.  
Geomech. Abstr., Vol. 22, pp. 99-104.
- Hudson, J.A., Brown, E.T., (1973). Studying time dependent  
effects in failed rock. In Hardy, H. R. Jr. et Stefanko, R.,  
New Horizons in rocks mechanics, Proc. 14th Symp. Rock Mech.,  
Pennsylvania State University, Am. Soc. Civil Eng., pp. 25-34.
- Hult, J.A.H., (1966). Creep in Engineering Structures,  
Blaisdell Pub.
- Hult, J., (1979). Continuum Damage Mechanics-Capabilities,  
Limitations and Promises, Mechanisms of Deformation and  
Fracture, Pergamon, Oxford, pp. 233-247.
- Hult, J., (1987). Introduction and general overview. In  
Continuum Damage Mechanics - Theory and Applications, CISM  
Course and Lectures No 295, Springer-Verlag, pp. 1-36.
- Hunsche, U., (1988). Measurements of creep in rock salt at  
small strain rates, Proc. 2nd Conf. Mech. Behavior of Salt,  
Trans Tech Pub., pp. 187-196.
- Hunsche, U., (1989). A Failure Criterion for Natural  
Polycrystalline Rock Salt, Proc. Int. Conf. on Constitutive  
Laws for Engineering Materials (ICCLEM), Int. Academic Publ.,  
pp. 11-13.
- Hunsche, U.E., (1990a). On the fracture behavior of rock salt.  
In: Constitutive Laws of Plastic Deformation on Fracture.  
Proc. 19th Canadian Fracture, pp. 155-163.
- Hunsche, U.E., Albrecht, H., (1990). Results of true triaxial  
strength tests of rock salt, Eng. Fracture Mech. Vol. 35, No  
4/5, pp. 867-877.
- Hunsche, U.E., (1991). Strength of rock salt at low mean  
stress. 7th Int. Congress on Rock Mechanics, Vol. 3, (à  
paraître).
- Irwin, G.R., (1957). Analysis of stresses and strains near the  
end of a crack traversing a plate, J. Appl. Mech., Vol. 24,  
pp. 361-364.

ISRM (1988). Suggested methods for determining the fracture toughness of rock. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr., Vol. 25, No 2, pp. 71-96.

Jaeger, J.C., Cook, N.G.W., (1979). Fundamentals of Rock Mechanics, 3<sup>e</sup> édition, Chapman & Hall.

Kachanov, J. M., (1958). Time of the Fracture Process Under Creep Conditions, Izv. Akad. Nauk. SSSR O.T.N Tekh. Nauk., Vol. 8, pp.26-31.

Kachanov, J. M., (1986). Introduction to Continuum Damage Mechanics. Martinus Nijhoff Pub.

Kaufmann, W., (1941). Flaw of solid metals from the stand point of the chemical rate theory, Am. Inst. Min. Eng. Trans., Vol. 143, pp. 57-83.

Karr, D. G., Kyungsik, C., (1989). A three-dimensional constitutive damage model for polycrystalline ice. Mechanics of Materials., Vol. 8, pp. 55-66.

Kemeny., J.M., (1991). A model for non-linear rock deformation under compression due to sub-critical crack growth. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 28, No. 6, pp. 459-467.

Kemeny, J.M., Cook, N.G.W., (1987). Crack models for the failure of rocks in compression. Proc. 2nd Int. Conf. on Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Application, Elsevier, pp. 879-889.

Kern, H., Richter, A., (1985). Microstructure and textures in evaporites, tiré de Preferred Orientation in Deformed Metals and Rocks, Wenk, H.R. ed., Academic press Inc., pp. 317-334.

Kocks, V.F., (1976). Laws for work-hardening and low temperature creep, J. Eng. Mater. Technol. ASME, Vol. 98, pp. 76-85.

Krajcinovic, D., (1984). Continuum Damage Mechanics, Applied Mechanics Reviews, Vol. 37, No. 1.

Krajcinovic, D., Fanella, D., (1986). A Micromechanical Damage Model for Concrete, Eng. Fract. Mech., Vol. 25, pp. 585-596.

Krajcinovic, D. and Lemaitre, J. (editors), (1987). Continuum Damage Mechanics - Theory and Applications, CISM Course and Lectures No. 295, Springer-Verlag.

- Krajcinovic, D., Basista, M., Sumarac, D., (1991). Micromechanically Inspired Phenomenological Damage Model, ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 58, pp. 305-310.
- Krempl, E., (1984). Viscoplasticity based on overstress. Experiment and theory, Mechanics of Engineering Materials, Wiley, New York. p. 369.
- Krempl, E., (1987a). Models of Viscoplasticity- Some comments on equilibrium (back) stress and drag stress, Acta Mech., Vol. 69, pp. 25-42.
- Krieg, R.D., (1982). A unified creep-plasticity model for halite, Mechanical Testing for Deformation Model Developpment, ASTM STP 765, 139.
- Krieg, R.D., Sweeny, J.C., Jones, W.B., (1987). A physically based internal variable model for rate dependent plasticity, Unified Constitutive Equations for Creep and Plasticity, Elsevier Appl. Sci., pp. 245-271.
- Ladanyi, B., (1980). Direct determination of ground pressure on tunnel lining in a non-linear viscoplastic rock, Proc. 13th Can. Rock Mech. Symp., CIM Spec., Vol. 22, pp. 126-132.
- Ladanyi, B., Gill, D.E., (1983a). In situ determination of creep properties of rock salt, Proc. 5th Int. Cong. Rock Mech., Melbourne, Section A, pp. 219-225.
- Lade, P.V., (1982). Three parameter failure criterion for concrete, J. Engng. Mech. Div., ASCE, Vol. 108, pp. 850-863.
- Lama, R.D., Vutukuri, V.S., (1978). Handbook on Mechanical Properties of Rocks, Vol III, Trans Tech Publ., 405p.
- Langer, M., (1982). Geotechnical investigation methods for rock salt, Bull. Int. Ass. of Engng. Geol., No 25, pp. 155-164.
- Langer, M., (1984). The rheological behavior of rock salt, Proc. 1st Conf. Mech. Behavior of Salt, Trans Tech Pub., pp. 201-240.
- Langer, M., Wallner, M., (1988). Solution-mined salt caverns for the disposal of hazardous chemical wastes, Bull. Int. Ass. Engng. Geol., No 37, pp. 61-69.
- Lajtai, E.Z., Duncan, E.J.S., Carter, B.J., (1991). The effect of strain rate on rock strength, Rock Mechanics and Rock Engineering., Vol. 24, pp. 99-109.

- Lawn, B.R., (1975). An atomistic model of kinetic crack growth in brittle solids. *J. Mat. Sci.*, Vol. 10, pp. 469-480.
- Lawn, B.R., Wilshaw, T.R., (1975). *Fracture of Brittle Solids*. Cambridge. Cambridge University Press.
- Leckie, F.A., Hayhurst, D., (1977). Constitutive Equations for Creep Rupture, *Acta Metall.*, Vol. 25, pp. 1059-1070.
- Leckie, F.A., (1978). *Phil. Trans. R. Soc. A288*, pp. 27-47.
- Leite, M.H., Ladanyi, B., Gill, D.E., (1989). Détermination in situ des paramètres d'une loi de fluage du sel par l'enfoncement d'un poinçon tronconique effilé (E.P.T.E.), Rapport EPM/RT-89/11. Edition de L'Ecole Polytechnique, 110p.
- Lemaître, J., Chaboche, J.L., (1978). Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement. *Journal de Mécanique Appliquée*, Vol. 2, No 3, pp. 317-364.
- Lemaître, J., (1983). A continuous damage mechanics model for ductile fracture. *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 107, pp. 83-89.
- Lemaître, J., (1984). How to use damage mechanics, *Nuclear Engng. and Design*, Vol. 80, pp. 233-245.
- Lemaître, J., Chaboche, J.L., (1988). *Mécanique des Matériaux Solides*. Dunod-Bordas, Paris, 544p.
- Lemaître, J., Leckie, F., Sherman, D., (1990). Resistance curve by damage crazing in brittle-ductile multimaterials. *Damage Mech. Engng. Materials ASME*, AMD-Vol. 109.
- Lemay, I., (1981). *Principles of Mechanical Metallurgy*, Elsevier.
- Lindner, E.W., Brady, B.H.G., (1984). Memory aspects of salt creep, Proc. 1st Conf. on the Mech. Behavior of Salt (Nov. 1981), Trans Tech Pub., pp. 241-273.
- Lowe, T.C., Miller, A.K., (1984a). Improved constitutive equations for modelling strain softening-Part I: Conceptual development, *J. Engng. Mat. & Techn.*, ASME, Vol. 106, pp. 337-342.
- Luong, M.P., (1989). Observation infrarouge des processus de rupture du sel gemme, *Rock at Great Depth & Fourmaintraux* (eds.), Balkema, Rotterdam. ISBN 90 6191 975 4.

Lux, K.H., Heusermann, S., (1983). Creep tests on rock salt with changing load as a basis for the verification of theoretical materials laws, Proc. Sixth Int. Symp. on Salt, Vol. 1, pp. 417-435.

Mazars, J., Pijaudier, C., (1989). Continuum damage theory applied to concrete. J. Engng. Mech., Vol 2, p. 115.

McClintock, F.A., Argon, A.S., (1966). Mechanical Behavior of Materials, Addison-Wesley.

Menzel, W., Schreiner, W., (1983). Results of rock mechanical investigations for establishing storage caverns in salt formations. Sixth Int. Symposium on Salt., Vol. 1, pp. 501-510.

Meredith, P.G., (1990). Fracture and failure of brittle polycrystals: an overview. Deformation Process in Minerals, Ceramics and Rocks, Unwin Hyman, pp. 5-47.

Morgan, H.S., Krieg, R.D., (1988). A comparaison of unified creep-plasticity and conventionel creep models for rock salt based on predictions of creep behavior measured in several in situ and benchscale experiments. SANDIA Report, SAND87-1867, 45p.

Morgan, H.S., Wawersik, W.R., (1989). Computed and measured responses of a thick walled hollow cylinder of salt subjected to both homogeneous and inhomogeneous loading. Proc. 30th U.S. Rock Mech. Symp., pp. 361-368.

Morgan, H.S., Krieg, R.D., (1990). Investigation of an empirical creep law for rock salt that uses reduced elastic moduli. Proc. 31 st US Symp. Rock Mech., pp. 965-972.

Mott, N.F., (1951). The mechanical properties of metal, Proc. Phys. Soc., Vol. 64B, London, pp. 729-741.

Mughrabi, H., (1983). Dislocation wall and cell structures and long range internal stresses in deformed metal crystals, Acta Metall., Vol. 31, No 9, pp. 1367-1379.

Mukherjee, A.K., Bird, J.E., Dorn, J.E., (1968). Creep of metals at high temperature, Trans. ASME, Vol. 61, pp. 697-698.

Munson, E.D., (1979). Preliminary deformation mechanism map for salt, Sandia National Laboratories, SAND-79-0076, 34p.

Munson, E.D., Dawson, P.R., (1979). Constitutive model for the low temperature creep of salt, Sandia National Laboratories, SAND-79-1853, 44p.

Munson, E.D., Dawson, P.R., (1982). A work-hardening/recovery model of transient creep of salt during stress loading and unloading, Proc: 23rd US Symp. Rock Mech., pp.2299-2306.

Munson, E.D., Devries, K., (1991). Development and validation of a predictive technology for creep closure of underground rooms in salt. Proc. 7th Int. Cong. Rock Mech., Vol. 1, pp. 127-134.

Munson, E.D., Wawersik, W.R., (1991). Constitutive modeling of salt behavior state of technology. Workshop on Rock Salt Mechanics, Proc. 7th Int. Cong. Rock Mech., Vol. 3, (à paraître).

Murakami, S., Ohno, L., (1982). A constitutive equation of creep based on the concept of a creep hardening surface, Int. J. Solids & Structures Vol. 18, No 7, pp. 597-609.

Murakami, S., (1987). Anisotropic damage theory and its application to creep crack growth analysis. Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications. Elsevier Sci. Pub., pp.187-194.

Murrell, S.A.F., (1990). Brittle-to-ductile transitions in polycrystalline non-metallic materials, Deformation Processes in Minerals, Ceramics and Rocks, D.J. Barber & P.G. Meredith (eds.), pp. 109-137.

Mroz, Z., (1986). Phenomenological constitutive models for metals, Modelling Small Deformations of Polycrystals, Elsevier Appl. Sci. Pub., pp. 293-344.

Nicolas, A., Poirier, J.P., (1976). Crystalline Plasticity and Solid State Flow in Metamorphic Rocks, John Wiley et Sons.

Nix, W.D., Ilschner, B., (1980). Mechanisms controlling creep of single phase metals and alloys, Proc. 5th Int. Conf. on Strength of Metals and Alloys, Vol. 3, pp. 1503-1530.

Nix, W.D., Gibeling, J.C., (1985). Mechanisms of time-dependent flow and fracture of metals, Flow and Fracture at Elevated Temperatures, ASM Materials Science Seminar, pp. 1-63.

Nix, W.D., Gibeling, J.C., Hughes, D.A., (1985). Time-dependent deformation of metals, Metal. Trans., Sect. A, Vol. 16, pp. 2215-2226.

Nouailhas, D., (1987). A viscoplastic modelling applied to stainless steel behavior, Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications, Elsevier Sci. Pub., pp. 717-724.

- Ofoegbu, G.I., Curran, J.H., (1991). Yielding and damage of intact rock, *Can. Geotech. J.*, Vol. 28, pp. 503-516.
- Oikawa, H., Landgon, t.g., (1985). The creep characteristics of pure metals and metallic solid solution alloys, *Creep Behavior of Crystalline Solids*, Pineridge Press, pp. 33-82.
- Onat, E.T., (1981). Representation of inelastic behavior, *Proc. Int. Conf. on Creep and Fracture in Engng. Materials and Structures*, Pineridge Press, pp. 587-602.
- Ouchterlony, F. (1980c). A new core specimen for the fracture toughness testing of rock. Swedish Detonic Research Foundation, Report DS 19801 17.
- Orlove, A., Cadek, J., (1986). Dislocation structure in the high temperature creep of metals and solid solution alloys: a review; *Mat. Sci. & Engng.*, Vol. 77, pp. 1-18.
- Paterson, M.S., (1978). *Experimental Rock Deformation- The Brittle Field*, Springer-Verlag, New York, 254p.
- Paterson, M.S., (1985). Dislocations and geological deformation. *Dislocations and Properties of Real Materials*. Institution of Metals, pp. 320-332.
- Perzyna, P., (1963). The constitutive equations for rate sensitive plastic materials, *Quat. of Appl. Math.*, Vol. 20, No 4, pp. 320-332.
- Pfeifle, T.W., Mellengard, K.D., (1983). Constitutive Properties of Salt from Four Sites, Office of Nuclear Waste Isolation Report ONWI- 314p.
- Poirier, J.P., (1985). *Creep of Crystals-high-Temperature Deformation Processes in Metals, Ceramics and Minerals*, Cambridge University Press.
- Ponter, A.R.S., Leckie, F.A., (1976). Constitutive relationships for time-dependent deformation in metals, *J. Engng. Mat. & Techn.*, Vol. 98, pp. 47-51.
- Potts, E.L.J., (1964). An investigation into the design of room and pillar working in rocksalt, *Transactions Institution of Mining Engineering*, Vol. 124, No 49, pp. 27-47.
- Preece, D.S., (1987). Borehole creep closure measurements and numerical calculations at the BigHill, Texas SPR Storage site. *Proc. 6th Cong. Rock Mech.*, Vol. 1, pp. 219-224.

Price, A.M., Farmer, I.W., (1981). The hvorslev surface in rock deformation, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geom. Abstr., Vol. 18, pp. 229-234.

Pugh, C.E., Robinson, D.N., (1987). Some trends in constitutive equation models development for high-temperature behavior of fast-reactor structural alloys, Nuclear Engng. & Design, Vol. 48, pp. 269-276.

Pugh, C.E., (1983). Progress in developing constitutive equations for inelastic design analysis, J. Pressure Vessels & Techn., ASME, Vol. 105, pp. 273-276.

Rice, J.R., (1968). A path-independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. Trans. ASME. J. Appl. Mech., Vol. 35, pp. 379-386.

Ross, J. V., Lewis, P.D., (1989). Brittle-ductile transition. Semi-brittle behavior. Tectonophysics, Vol. 167, pp. 75-79.

Rudnicki, J.W., Rice, J.R., (1975). Conditions for the localization of deformation in pressure sensitive dilatant materials, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 23, pp. 371-394.

Russell, J.E., Carter, N.L., Handin, J., (1984). Laboratory testing for repository characterization, Proc. 25th US Symp. Rock Mech., pp. 1188-1213.

Russell, J.E., (1988). Constitutive model development for Avery Island rocksalt, Appl. Mech. & Engng. Sci. Conf. Abstracts, ASME, pp. 96-96.

Russell, J.E., Carter, N.L., Walker, S.C., (1990). A material model for Avery Island rocksalt. Am. Geophys. Union Monogr. Vol. 56, pp. 111-117.

Santarelli, F.J., (1990). Etude expérimentale de la bifurcation dans ces roches, Revue Française de Géotechnique, No 50, pp. 61-70.

Saouridis, C., Mazars, J., (1989). A multiscale approach to distributed damage and its usefulness for capturing structural size effect. J. Cracking and Damage, pp. 391-403.

Scholz, C., (1970). The role of microfracturing in rock deformation. C.R., 2e Congr. Internat. Méc. Roches, Beograd, Vol. 1, pp. 2-8.

Schmidt, R.A., Huddle, C.W., (1977). Effect of confining pressure on fracture toughness on Indiana Limestone. Int. J. Rock Mech. Sci. Vol. 14, pp. 289-293.

Schmidt, R.A., Benzley. S.E, (1977). Stress intensity factors of edge crack specimens under hydrostatic compression with application to measuring fracture toughness of rock. Int. J. Frac. Vol. 12, pp. 320-322.

Schmidt, R.A., (1980). Proc. 21th. U.S. Symp. Rock Mech., Univ. Missouri, Rolla.

Schmidt, R.A., Rossmannith, H.P., (1983). Basic of rock fracture mechanics. Rock Fracture Mechanics, H.P. Rossmannith, ed., Springer-Verlag, pp. 1-29.

Schreyer, H., (1989). Formulation for non local softening in a finite zone with anisotropic damage. J. Cracking & Damage, pp.426-439.

Sensemey, P.E. et al., (1983). Non-associative constitutive laws for low porosity rocks, Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics., Vol. 7, pp. 101-115.

Sensemey, P.E., Hansen, F.D., (1987). Potential constitutive models for salt: survey of phenomenology, micromechanisms, and equations Topical Report RSI-0284, RE/SPEC, 114p.

Sensemey, P.E., Mellegard, K.D., Nieland, J.D., (1989). Influence of end effects on the deformation of salt. International Journal of Rock Mechanics, Mining Sciences and Geomechanical of salt, Vol. 26, No 5, pp.435-444.

Sgaoula, J., (1990). Influence des conditions d'essais sur l'ampleur du facteur d'intensité de contraintes "Projet de cours". Cours de la mécanique de la rupture I (Prof. Bernard, M.).

Singh, M.M., (1981). Strength of Rock. Physical Properties of Rocks and Minerals.

Sirieys, P., (1984). La dilatance des roches, Revue Française de Géotechnique, No 27, pp. 23-25.

Skrotzki, W., Frommeyer, G., Haasen, P., (1981). Plasticity of ionic solids, Phys. Stat. Sol., Sect. A, Vol. 66, pp. 219-228.

Skrotzki, W., Haasen, P., (1984). Plastic deformation and hardening of polycrystalline halides, Proc. Int. Symp. Plastic Deformation of Ceramics Materials, pp. 429-444.

Skrotzki, W., Haasen, P., (1988). The role of cross slip in the steady state creep of salt, Proc. 2nd Conf. Behavior of Salt, Trans Tech Pub., pp. 69-82.

Steen, M., Provost, W., Dhooge, A., (1986). Some considerations on creep tests, constant strain-rate tests and the internal stress in creep, Res. Mech., Vol. 18, pp. 35-50.

Stokes, R.J., (1966). Mechanical properties of polycrystalline sodium chloride, Proc. British Ceramics Society, Vol. 6, pp. 189-207.

Stormont, J.C., (1990). Discontinuous behavior near excavations in a bedded salt formation, Int. J. Min. Geo. Eng., Vol. 8, pp. 35-56.

Swearengen, J.C., Holbrook, J.H., (1985). Internal variable models for rate-dependent plasticity: Analysis of theory and experiments, Res. Mech., Vol. 13, pp. 93-128.

Swearengen, J.C., Lowe, T.C., Lipkin, J., (1985). Constitutive equations for rate-dependent plasticity, Ann. Rev. Mater. Sci., Vol. 15c, pp. 249-270.

Takeuchi, S., Argon, A.S., (1976). Steady state creep of single-phase crystalline matter at high temperature, J. of Mat. Sci., Vol. 11, pp. 1542-1566.

Takeuchi, S., Ohno, L., (1982). Steady-state creep of single-phase crystalline matter at high temperature, J. of Mat. Sci., Vol. 11, pp. 1542-1566.

Terrien, M., Sarada, J.P., Chaye Dalgissin, M., Bergues, J., (1983). Experimental study of the anisotropy of a sandstone and marble. Int. Cong. CNRS N035. Failure criteria of structured media Villard de Lans, F.

Valanis, K.C., (1990). A theory of damage in brittle materials, Engng. Fracture Mechanics, Vol. 36, No 3, pp. 403-416.

Vakulenko, A.A., Kachanov, M., (1971). Mekh. Tverdogo Tela Vol. 6, pp. 159-166.

Vekinis, G., Ashby, M. F., Beaumont, P.W.R., (1991). The failure of alumina containing controlled distributions of flaws. Acta Metall. Mater., Vol. 39, No.11, pp. 2583-2588.

Wallner, M., (1984). Analysis of thermomechanical problems related to the storage of heat producing radioactive waste in rock salt. Proc. 1st Conf. Mechanical Behavior of Salt. Trans Tech Pub., pp. 639-763.

Wallner, M., (1984). Frac-pressure risk for cavities in rock salt, Second Conference on the Mechanics Behavior of Salt. Trans Tech Publications (1988), pp. 645-658.

Wallner, M., (1986). Stability demonstration concept and preliminary design calculations, in Proc. Waste Management., Vol. 2, pp. 145-151.

Wawersik, W.R., (1978a). Effects of Pressure, Deviator Stress and Temperature on Transient Creep of a Rock Salt at Low Confining Pressure, EOS, Vol. 59, p. 356.

Wawersik, W.R., (1978b). Example of the effect of load path on the stress-strain behavior of a rock salt, EOS, Vol. 56, p. 1193.

Wawersik, W.R., Hannum, D.W., (1979). Internal summary of Sandia creep experiments on rock salt from the WIPP study area, Southeastern New Mexico, DOE Contract DE-AC04-76DP0079.

Wawersik, W.R., Hannum, D.W., (1980). Mechanical behavior of New Mexico rock salt in triaxial compression up to 200°C, J. Geophys. Res., Vol. 85, pp. 891-900.

Wawersik, W.R., Morgan, H.S., (1987). Evaluating Design Procedures for the Structures in Rock Salt, Proc. 28th U.S. Symp. on Rock. Mech., University of Arizona, Tucson, pp. 107-115.

Weertman, J., Weertman, J.R., (1970a). Mechanical properties strongly temperature-dependent, tiré de Physical Metallurgy, édité par R.W. Cahn, Elsevier, pp. 983-1010.

Weertman, J., Weertman, J.R., (1983b). Mechanical properties, mildly temperature-dependent, Physical Metallurgy, 3rd ed., Elsvier Sci. Pub., pp. 1259-1307.

Wiederhorn, S.M., Bolz, L.H., (1970). Stress corrosion and statistic fatigue of glass. J. Am. Ceram. Soc., Vol. 53, pp. 543-548.

Wilking, B.J.S., and Rigby, G.L., (1981). Thermal and Stress Corrosion Cracking in Hard Rock. Fracture Problems.

Williams, D.P. and Evans, A.G., (1973). A simple method for studying slow crack growth. J. Test. Eval., Vol. 1, pp. 264-270.

Yin, G., et al., (1988). The effect of stress path on strength of rock, in Key Questions in Rock Mechanics. A. A. Balkema, Rotterdam, pp. 95-101.

Zienkiewicz, O.C. et al., (1975). Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics, Geotechnique, Vol. 25, No. 4, pp. 671-689.

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL



3 9334 00241299 5