

**Titre:** Modèle composite pour des grandes déformations du ligament  
Title: croisé antérieur du genou

**Auteurs:** Mohamed A. Tabbal, & Pierre S. Thiry  
Authors:

**Date:** 1982

**Type:** Rapport / Report

**Référence:** Tabbal, M. A., & Thiry, P. S. (1982). Modèle composite pour des grandes  
Citation: déformations du ligament croisé antérieur du genou. (Rapport technique n° EP-R-82-09). <https://publications.polymtl.ca/9686/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/9686/>  
PolyPublie URL:

**Version:** Version officielle de l'éditeur / Published version

**Conditions d'utilisation:** Tous droits réservés / All rights reserved  
Terms of Use:

 **Document publié chez l'éditeur officiel**  
Document issued by the official publisher

**Institution:** École Polytechnique de Montréal

**Numéro de rapport:** EP-R-82-09  
Report number:

**URL officiel:**  
Official URL:

**Mention légale:**  
Legal notice:

25 FEV. 1982

ECOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL  
GROUPE BIOMÉCANIQUE-BIOMATÉRIAUX

MODÈLE COMPOSITE POUR DES  
GRANDES DÉFORMATIONS DU LIGAMENT  
CROISÉ ANTÉRIEUR DU GENOU

par

Mohamed A. (Tabbal) et Pierre S. (Thiry)  
(Décembre 1980)

Rapport no EP 82-R-9

Ce rapport est une réimpression du mémoire présenté  
à la Faculté des Etudes supérieures de l'Université  
de Montréal par Mohamed A. Tabbal en vue de l'obtention  
du grade de Maître en Sciences Appliquées (M.Sc.A.)  
en Décembre 1980, avec la permission de l'auteur.

Dépôt légal - 1er trimestre (1982)  
Bibliothèque Nationale du Québec  
Bibliothèque Nationale du Canada

À CONSULTER  
SUR PLACE

## S O M M A I R E

Ce mémoire a pour objet la présentation d'un modèle composite à grandes déformations décrivant le comportement mécanique du ligament croisé antérieur canin en se basant sur des observations microscopiques et macroscopiques.

Le ligament est un tissu biologique conjonctif possédant une structure multifasciculée constituée de fibres collagènes ondulées et d'élastine entourées par une substance amorphe de mucopolysaccharide. Peu d'information quantitative est disponible dans la littérature sur l'arrangement spatial des fibres collagènes à l'intérieur du fascicule.

Les modèles mécaniques des tissus conjonctifs et en particulier des structures ligamentaires sont généralement basés sur l'hypothèse d'un matériau unique. Ces modèles ont des limitations inhérentes à cette hypothèse, notamment en ce qui concerne l'interprétation de la non-linéarité de la courbe charge-allongement et le processus de rupture progressive.

Afin de parvenir à une meilleure compréhension du comportement fonctionnel du ligament croisé antérieur, des mesures ont été réalisées pour obtenir des données sur l'ondulation des fibres collagènes en diverses régions du ligament à partir d'observations au microscope électronique.

La méthode envisagée consiste en premier lieu, en une modélisation des deux composantes principales du ligament en fibres de collagènes et en fibres d'élastine, et en deuxième lieu en une modélisation du fascicule formé d'une série de couches sur lesquelles sont distribuées un grand nombre de systèmes collagène-élastine. Le comportement macroscopique pourra alors être modélisé comme un assemblage d'un nombre fini de fascicules par le choix d'une relation adéquate tenant compte de la liaison entre ces deux niveaux.

A cet effet, des genoux canins ont été disséqués afin de prendre les mesures microscopiques et macroscopiques nécessaires pour décrire ce modèle.

S U M M A R Y

This thesis presents a large strain composite model describing the mechanical behavior of the canine anterior cruciate ligament based on microscopic and macroscopic observations.

The ligament is a biological connective tissue having a multifasciculated structure composed of undulated collagen fibers and elastin fibers surrounded by an amorphous substance called mucopolysacchirade. Few quantitative data are available in the literature on the spatial arrangement of collagen fibers.

The mechanical models of the connective tissues and, in particular, of the ligamentous structures are generally based on the hypothesis of a single material. This assumption creates inherent limitations in the interpretation of the load-deformation curve non-linearities, and of the progressive rupture process.

In order to have a better understanding of the functional behavior of the anterior cruciate ligament, measurements have been performed to obtain data on the undulation of the collagen fibers in different regions of the ligament with the help of the electron microscope.

The model consists first of a model of the two main

components of the ligament: collagen and elastin fibers. The second level of modelling represents the fiber bundles as composed of a series of layers made of a large number of collagen-elastin systems. The macroscopic behavior can then be modelled as an assembly of a finite number of bundles by the choice of an adequate relation in taking into account the link between these two models.

Canine knee-joints were dissected in order to take the necessary microscopic and macroscopic measurements to describe this model.

# T A B L E D E S M A T I E R E S

	<u>Page</u>
Sommaire .....	iv
Remerciements .....	viii
Liste des tableaux .....	xiv
Liste des figures .....	xv
Annexes .....	xviii
Introduction .....	1
<u>CHAPITRE 1 - REVUE BIBLIOGRAPHIQUE</u>	4
1.1 Etude qualitative des composantes du tissu conjunctif .....	4
1.2 Propriétés mécaniques des tissus conjonctifs ...	7
1.3 Modèles existants de différents tissus con- jonctifs .....	9
A - Modèles homogènes .....	9
1.3.1 - Théorie de viscoélasticité .....	11
1.3.2 - Théorie de grandes déformations .....	14
B - Modèles composites .....	17
1.3.3 - Théorie de l'élasticité .....	18
1.3.4 - Théorie de grandes déformations .....	19
1.4 Le ligament croisé antérieur .....	20
1.4.1 - Aspect général .....	20
1.4.2 - Anatomie macroscopique et fonctionnement physiologique du ligament croisé antérieur...	21

	<u>Page</u>
1.4.3 - Modes de rupture du ligament croisé antérieur	24
1.4.4 - Etude des propriétés mécaniques du ligament croisé antérieur .....	26
 <u>CHAPITRE 2 - MODELE COMPOSITE DU LIGAMENT CROISE</u>	
<u>ANTERIEUR</u> .....	29
2.1 Aspect général .....	29
2.2 Modèle composite du ligament croisé antérieur ..	29
2.3 Modèle de la fibre collagène et d'élastine .....	30
2.3.1 - Détermination de la relation force-rapport d'extension du système collagène-élastine ...	31
2.4 Modèle du fascicule .....	35
2.4.1 - Forme de déformation supposée .....	35
2.4.2 - Relation entre le rapport d'extension de la fibre et le rayon déformé du fascicule ...	36
2.4.3 - Calcul des tenseurs métriques avant et après déformation .....	37
2.4.4 - Détermination de la charge totale exercée sur un fascicule .....	39
2.5 Modèle de tout le ligament .....	40



	<u>Page</u>
<u>CHAPITRE 3 - MATERIEL ET METHODES D'EXPERIMENTATION</u> .	43
Généralités .....	43
3.1 Microscopie électronique à balayage .....	44
3.1.1 - Conditions d'observations .....	44
3.1.2 - Préparation des spécimens .....	45
3.2 Microscopie électronique à transmission .....	46
3.2.1 - Conditions d'observations .....	46
3.2.2 - Préparation des spécimens .....	46
3.3 Microscopie photonique .....	47
3.3.1 - Conditions d'observations .....	47
3.3.2 - Préparation des spécimens .....	47
3.4 Observation et résultats (études microscopi- ques).....	48
3.4.1 - Arrangement des fibres collagènes .....	48
3.4.2 - Section droite du ligament croisé antérieur .	50
3.5 Etude macroscopique du ligament croisé anté- rieur .....	51
3.5.1 - Description du montage .....	51
3.6 Mesure de la torsion ligamentaire .....	53
3.7 Mesure des longueurs du polygone dans le plateau tibial .....	53
3.8 Mesure des longueurs des fascicules du ligament croisé antérieur .....	56

CHAPITRE 4 - INTERPRETATION DES MESURES EXPERIMENTA-

	<u>LES</u> .....	58
4.1	Mesures microscopiques .....	58
4.1.1	- Calcul de la déformation de redressement de la fibre collagène .....	58
4.1.2	- Détermination de la fonction de densité de la déformation de redressement .....	61
4.2	Mesures macroscopiques .....	61
4.2.1	- Détermination des coordonnées des sommets des pentagones .....	61
4.2.2	- Détermination des paramètres des fascicules .	64

CHAPITRE 5 - PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS ..

5.1	Niveau de la fibre .....	66
5.1.1	- Courbe force-rapport d'extension de la fibre.	
5.2	Niveau du fascicule .....	70
5.2.1	- Courbe force-rapport d'extension des fascicu- les .....	
5.2.2	- Critère de rupture .....	77
5.3	Niveau du ligament .....	80
5.3.1	- Courbe force-déplacement du ligament .....	
5.3.2	- Influence de la rotation du ligament .....	82

	<u>Page</u>
<u>CHAPITRE 6 - CONCLUSION</u> .....	92
Bibliographie .....	94
Annexes .....	101

L I S T E D E S T A B L E A U X

	<u>PAGE</u>
<u>Tableau 1:</u> Mesures de l'ondulation .....	49
<u>Tableau 2:</u> Etude macroscopique: mesures expérimentales des longueurs du polygone dans le plateau tibial .....	55
<u>Tableau 3:</u> Etude macroscopique: mesures expérimentales des longueurs des régions tibiales et fémorales .....	57
<u>Tableau 4:</u> Calcul de la déformation de redressement de la fibre collagène à différents niveaux .....	60
<u>Tableau 5:</u> Coordonnées des insertions tibiales et fémorales des fascicules avec leur longueur et orientation avant et après rotation d'un angle de 90 degrés .....	76
<u>Tableau 6:</u> Déplacement maximal correspondant à la rupture ( $\Lambda = 1.7$ ) pour chacun des six fascicules .....	79

L I S T E D E S F I G U R E S

	<u>Page</u>
<u>Figure 1.1:</u> Courbe contrainte-déformation de différents tissus conjonctifs .....	8
<u>Figure 1.2:</u> Hiérarchie schématique des modèles mécaniques de tissus conjonctifs .....	10
<u>Figure 1.3:</u> Articulation du genou: éléments constitutifs. Vue antérieure .....	22
<u>Figure 1.4:</u> Mouvement du genou .....	23
<u>Figure 1.5:</u> Modes de rupture du ligament croisé antérieur ..	25
<u>Figure 2.1:</u> Modèle du système collagène-élastine ....	32
<u>Figure 2.2:</u> Modèle du fascicule .....	36
<u>Figure 2.3:</u> Modèle du ligament .....	42
<u>Figure 3.1:</u> Description du montage servant à effectuer les mesures macroscopiques .....	52
<u>Figure 3.2:</u> Mesure des longueurs du polygone dans le plateau tibial et des longueurs des fascicules..	54
<u>Figure 4.1:</u> Position relative du système d'axe $xyz$ par rapport au tibia et au fémur et position des centres de fascicules dans les deux sites d'insertion tibiale et fémorale ...	62
<u>Figure 5.1:</u> Courbe force-rapport d'extension du système collagène-élastine .....	69

	<u>Page</u>
<u>Figure 5.2:</u> Coordonnées des positions anatomiques des centres d'insertion fémorale avant et après translation suivant l'axe Z .....	74
<u>Figure 5.3:</u> Courbe force-rapport d'extension du fascicule pour un critère de rupture ( $\Lambda=1.7$ ) .....	78
<u>Figure 5.4:</u> Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur en position anatomique correspondant à $\Delta = 90$ degrés pour un critère de rupture ( $\Lambda=1.7$ ) imposé aux fascicules ..	81
<u>Figure 5.5:</u> Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur après une rotation interne de $45^\circ$ (rotation de $45^\circ$ à partir de la position détordue) pour un critère de rupture ( $\Lambda=1.7$ ) imposé aux fascicules .....	83
<u>Figure 5.6:</u> Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur après une rotation externe de $45^\circ$ (rotation de $135^\circ$ à partir de la position détordue) pour un critère de rupture ( $\Lambda=1.7$ ) imposé aux fascicules .....	84
<u>Figure 5.7:</u> Influence de la rotation sur la courbe force-allongement du ligament croisé antérieur pour un critère de rupture ( $\Lambda=1.7$ ) .....	85
<u>Figure 5.8:</u> Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur en position anatomique pour un critère de rupture ( $\Lambda=1.45$ ) imposé aux fascicules .....	86
<u>Figure 5.9:</u> Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur en position anatomique pour un critère de rupture ( $\Lambda=1.55$ ) imposé aux fascicules ....	87

	<u>Page</u>
<u>Figure 5.10:</u> Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur après une rotation interne de $45^{\circ}$ pour un critère de rupture ( $\Lambda=1.45$ ).....	88
<u>Figure 5.11:</u> Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur après une rotation externe de $45^{\circ}$ pour un critère de rupture ( $\Lambda=1.45$ ).....	89
<u>Figure 5.12:</u> Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur après une rotation interne de $45^{\circ}$ pour un critère de rupture ( $\Lambda=1.55$ ).....	90
<u>Figure 5.13:</u> Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur après une rotation externe de $45^{\circ}$ pour un critère de rupture ( $\Lambda=1.55$ ) .....	91

A N N E X E S

	<u>Page</u>
<u>Annexe A</u> : Direction de la fibre après déformation ...	101
<u>Annexe B</u> : Tenseur métrique avant et après déformation .....	103
<u>Annexe C</u> : Observation microscopique du ligament croisé antérieur canin .....	106
<u>Annexe D</u> : Test de normalité sur la fonction de densité de la déformation de redressement .....	120



## I N T R O D U C T I O N

La rupture du ligament croisé antérieur dans la pratique de plusieurs sports tels que le football et le ski cause des problèmes sérieux au niveau du genou chez les sportifs qui jouissent d'un bon conditionnement physique. Lorsqu'il est impossible de le réparer par une chirurgie, le ligament croisé antérieur devrait être remplacé par une prothèse ayant des caractéristiques mécaniques semblables. Les prothèses ligamentaires utilisées jusqu'à maintenant ont montré des caractéristiques insuffisantes et parfois même inacceptables. C'est pourquoi un groupe de recherche en biomécanique à l'Ecole Polytechnique a entrepris des travaux conduisant à la définition et à la conception d'un remplacement prothétique du ligament croisé antérieur.

Dans le cadre de ce projet, une étude des propriétés mécaniques macroscopiques du ligament croisé antérieur a été réalisée et a permis de mieux comprendre la courbe force-allongement du ligament dans la région élastique, de même que l'influence des conditions d'expérience sur ces propriétés (Bassidi, 1979; Dorlot et al., 1980). Cependant, un certain nombre de questions ont été soulevées quant à l'influence de la structure interne du ligament sur son comportement macroscopique et sur son mode de rupture.

A cause de sa structure complexe, le ligament croisé

antérieur n'a pas encore été étudié dans cette optique.

Ce mémoire se base sur des observations détaillées à l'aide du microscope électronique qui ont permis de mieux connaître sa structure morphologique. En tenant compte de cette structure, nous avons défini un modèle mathématique permettant de décrire le comportement mécanique du ligament croisé antérieur pour de grandes déformations.

Une revue générale de la littérature sur les composantes microscopiques des tissus conjonctifs et les modèles qui y sont attribués a été faite dans le but de montrer l'importance engendrée par la modélisation qui permet de mieux comprendre le comportement fonctionnel du tissu étudié.

Trois étapes ont été suivies en vue de la formation du modèle présent: le système collagène-élastine, le fascicule et le ligament au complet.

De plus, une description de la méthode de préparation des spécimens avant de procéder aux observations microscopiques a été décrite pour le microscope électronique à balayage, le microscope électronique à transmission et le microscope optique. De même une analyse de la méthode macroscopique a été faite et les résultats obtenus sont introduits dans le modèle.

Ce mémoire est divisé en six chapitres qui s'ordonnent de la façon suivante:

- 1 - Revue bibliographique
- 2 - Modèle composite du ligament croisé antérieur
- 3 - Matériel et méthodes d'expérimentation
- 4 - Interprétation des mesures expérimentales
- 5 - Présentation et analyse des résultats
- 6 - Conclusion

C H A P I T R E 1  
REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Depuis plus d'un siècle, les études consacrées aux tissus conjonctifs ont été nombreuses. Ceci pourrait s'expliquer en partie par le fait que ceux-ci représentent un grand pourcentage du poids total de l'organisme. En effet, il existe plusieurs types de tissus conjonctifs selon le genre de cellules qu'ils contiennent, la nature et la quantité de la substance intercellulaire. On distingue le tissu conjonctif lâche, dense, fibreux, élastique, cartilagineux et osseux.

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à l'étude des tissus conjonctifs dense (par ex. la peau), fibreux (par ex. le ligament et le tendon) et élastique (par ex. le ligament de la nuque). Nous étudierons plus particulièrement leur constitution de base, leurs propriétés mécaniques et les modèles qui y sont attribués.

1.1 ETUDE QUALITATIVE DES COMPOSANTES DU TISSU CONJONCTIF

Le principal caractère morphologique commun à tous les tissus conjonctifs réside dans leur constitution de base. Bien que par exemple, la peau et le tendon sont des structures d'apparence et de fonction bien différentes, on retrouve dans les deux une même constitution fondamentale élémentaire.

Le tissu conjonctif est constitué par l'assemblage de trois éléments: i) les cellules conjonctives, ii) les formations fibrillaires et iii) une substance fondamentale conjonctive.

La principale catégorie cellulaire rencontrée dans le tissu conjonctif est le fibroblaste. Son rôle consiste en la synthèse et la formation du matériel fibrillaire et de la substance fondamentale.

Deux types d'éléments fibrillaires sont présents dans le tissu conjonctif: les fibres collagènes et les fibres dites élastiques.

1) Le collagène est généralement considéré comme une composante primaire dans les tissus conjonctifs. Il est ainsi appelé parce qu'au moment de l'ébullition, il se transforme en gélatine soluble dans l'eau et donne de la colle (Czyba, 1968). Du point de vue chimique, le collagène, qui représente à peu près le tiers des protéines de l'organisme, est une scléroprotéine (protéine fibreuse à poids moléculaire élevé) formée de 19 acides aminés dont le plus abondant est la glycine (le tiers de l'ensemble) (Czyba, 1968; Mouriquand, 1976).

La molécule de collagène a un poids moléculaire de 360,000, une longueur d'environ 2800 Å et une largeur de 14 Å (Rich, 1959). Elle est constituée de trois chaînes enroulées en hélice. Cette unité moléculaire du collagène est appelée "tropocollagène".

Les fibres collagènes confèrent au tissu conjonctif sa solidité et sa résistance mécanique à la traction et, en général, à toutes les forces mécaniques qui y sont appliquées. C'est la raison pour laquelle on en retrouve une quantité considérable dans les tendons, les ligaments et la peau. Au microscope, on note la sinuosité des fibres collagènes et leur entrecroisement dans tous les sens dans le cas de la peau ou encore leur disposition en faisceaux parallèles dans le cas du ligament et du tendon.

2) Les fibres élastiques\* sont très fines, homogènes et très réfringentes. Elles ont la propriété d'être très extensibles et leur composition en acides aminés, bien que pas encore entièrement élucidée, diffère de celle des fibres collagènes. On peut classer l'élastine dans cette catégorie.

---

\*Tous les auteurs consultés (Park, 1979; Walker, 1977; Viidik, 1980; Minns et al., 1973) appellent "fibres élastiques" toutes les protéines fibreuses, autre que le collagène, présentes dans les tissus conjonctifs. Cette appellation utilise l'adjectif "élastique" dans son sens profane. Il est bien entendu que les fibres collagènes sont aussi élastiques bien que beaucoup plus rigides (leur module d'élasticité est plus de cent fois plus grand que celui des fibres élastiques).

La substance fondamentale ou amorphe que l'on retrouve entre les fibres et les cellules du tissu conjonctif est de nature plus ou moins visqueuse. C'est pourquoi elle se comporte comme un lubrifiant. Elle est formée principalement d'eau, de protéines, de mucopolysaccharides acides, de glycoprotéines et de sels minéraux.

## 1.2 PROPRIETES MECANIQUES DES TISSUS CONJONCTIFS

Une caractérisation aussi précise et fidèle que possible du comportement mécanique de différents tissus conjonctifs permet de clarifier certaines notions concernant le bon fonctionnement physiologique et l'importance relative attribuée à ces différents tissus dans l'organisme. Le rôle principal des tissus conjonctifs fibreux (par ex. le ligament et le tendon) est de nature mécanique. Il s'agit de transmettre des forces et de donner de la stabilité à des organes non osseux (Viidik, 1980). Leur comportement mécanique global dépend principalement de la réponse respective de chacun de leurs constituants et de leur structure (Viidik, 1980; Lanir, 1978). Une fois séparées, la fibre collagène et l'élastine peuvent être décrites par un modèle élastique simple, mais combinées ensemble, elles forment un système complexe non-linéaire (Lanir, 1979). Barbenel et al. (1978) ont étudié la réponse mécanique d'un spécimen de peau soumis à une charge uniaxiale.

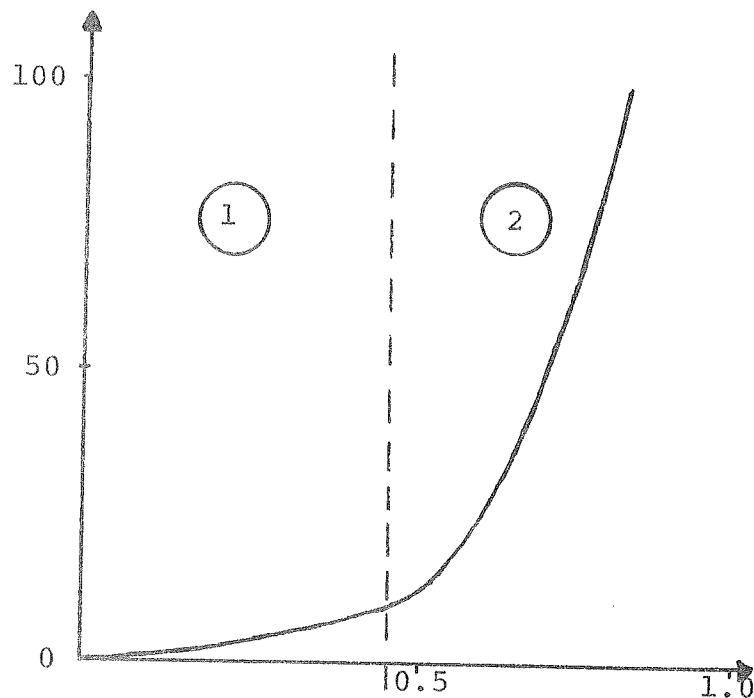


Figure 1.1: Courbe contrainte-déformation de différents tissus conjonctifs.

Ils ont constaté qu'il y a une phase élastique initiale (1) dans laquelle une grande extension peut être produite lors d'une application d'une faible charge. Ceci pourrait s'expliquer par un redressement graduel de la fibre collagène initialement ondulée. Cette première phase est suivie d'une région (2) où la réponse est quasi-linéaire avec un module de tension constant (figure 1.1) De plus, les tissus conjonctifs sont des matériaux anisotropes. Ceci a été démontré par une variation de la courbe contrainte-déformation dans différentes directions (Gibson et al., 1968), aussi bien que par



des observations histologiques qui révèlent une orientation préférée de la fibre collagène et une extensibilité maximale dans la direction normale à cette orientation.

### 1.3 MODELES EXISTANTS DE DIFFERENTS TISSUS CONJONCTIFS

Les travaux de modélisation de différents tissus conjonctifs, qui ont été assez nombreux au cours des dernières années, ont généralement pour but de décrire la structure morphologique et le comportement mécanique de ces tissus lors d'un chargement imposé. Les modèles proposés ont tenté de faire le lien entre la structure physiologique réelle et la théorie appliquée, afin d'offrir une meilleure interprétation des mesures expérimentales. La présente étude se propose de formuler une revue des différents modèles existants, homogènes, ou composites, en donnant un aspect général de la théorie proposée (figure 1.2).

#### A) MODELES HOMOGENES

De nombreux auteurs se sont efforcés de développer des modèles homogènes en se basant sur différentes théories telles la théorie de viscoélasticité, que ce soit linéaire ou non-linéaire, et la théorie des grandes déformations.

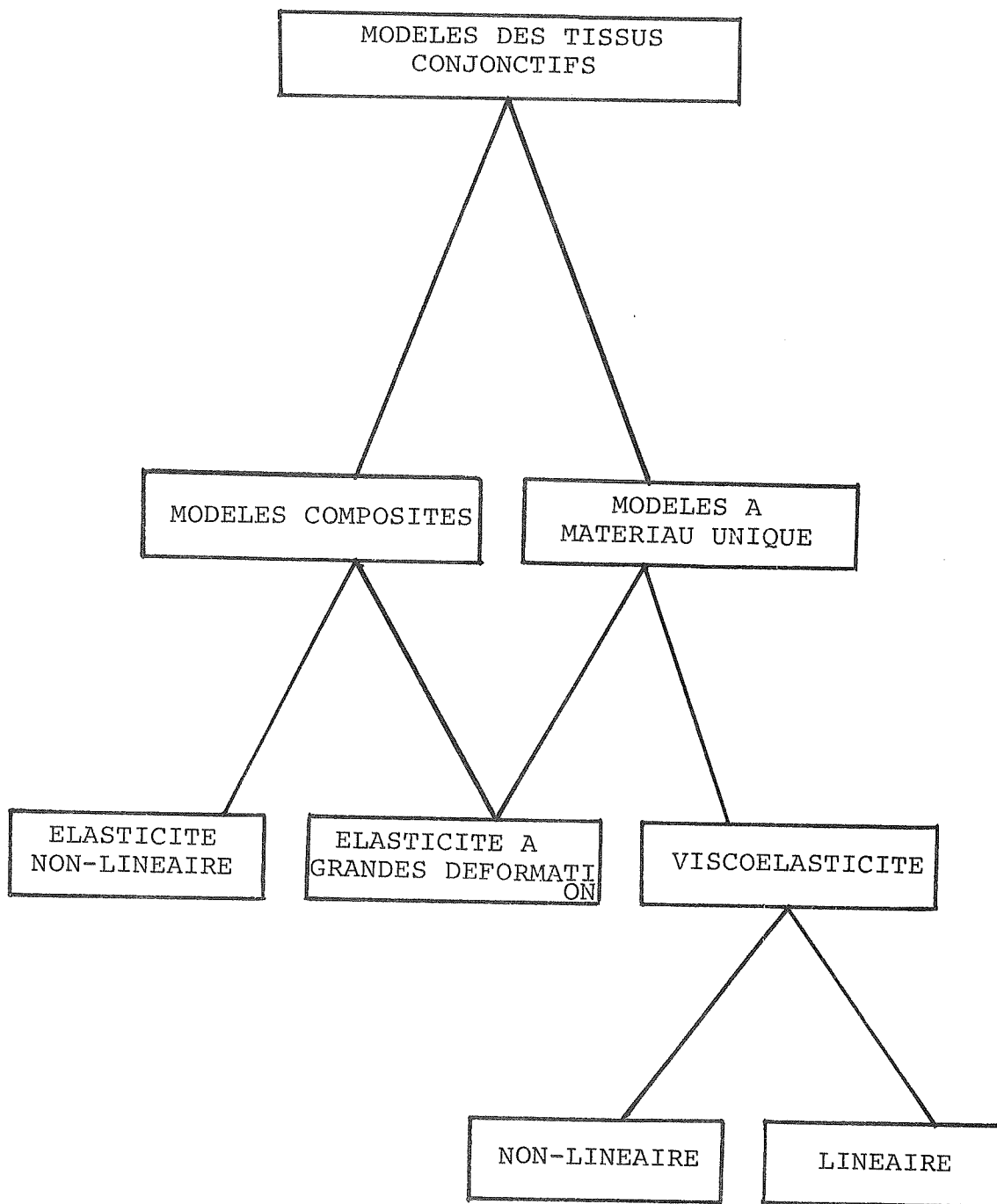


Figure 1.2: Hiérarchie schématique des modèles mécaniques de tissus conjonctifs

### 1.3.1 Théorie de viscoélasticité

Cette méthode d'analyse, basée sur l'application de la théorie de viscoélasticité à différents tissus mous tels, la peau, le mésentère du lapin et le ligament, a été utilisée par plusieurs auteurs. Fung (1972) a proposé une loi viscoélastique quasi-linéaire pour les tissus mous, dans laquelle la fonction de relaxation est exprimée par:

$$K(\lambda_1, \lambda_2, t) = G(t) \sigma^{(e)}(\lambda_1, \lambda_2) \quad , \quad G(0) = 1 \quad (1.1)$$

où  $G(t)$  est la fonction de relaxation réduite, une fonction de temps seulement,  
et  $\sigma^{(e)}(\lambda_1, \lambda_2)$  est la réponse élastique, une fonction non-linéaire de la déformation  $(\lambda_1, \lambda_2)$ . D'où le nom de quasi-linéaire.

Les fonctions  $k, G, \sigma^{(e)}$  sont considérées comme des tenseurs. Le tenseur  $G$  est d'ordre 4. Il pourra être simplifié en supposant que le matériau est isotrope.

et  $\lambda_1, \lambda_2$  sont les taux d'extensions principaux.

Le troisième taux d'extension  $\lambda_3$  est déterminé avec la condition d'incompressibilité  $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$

De l'équation (1.1), la contrainte peut être déduite de la façon suivante:

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t G(t-t') \dot{\sigma}^{(e)}(t') dt' \quad (1.2)$$

En posant l'équation (1.1), on peut, en normalisant, réduire

toutes les courbes de relaxation à différents niveaux de déformation en une courbe unique. Ceci a été vérifié sur le mésentère du lapin par Fung (1972) et sur les muscles papillaires par Pinto et Fung (1973).

De plus, Fung (1972), dans sa théorie appliquée au mésentère du lapin, a considéré celui-ci comme un matériau isotrope. Une telle supposition apporte des limitations sérieuses au modèle, étant donné que l'orientation des fibres dans le tissu a été négligée.

Jenkins et Little (1974) ont appliqué la théorie quasi-linéaire de Fung sur le ligament de la nuque (Ligamentum nuchae). Ils ont constaté expérimentalement que l'élastine que l'on retrouve dans des proportions relativement importantes (70% du poids sec) a un module de relaxation variant linéairement avec le logarithme du temps dans le cas d'un chargement uniaxial:

$$G(e, t) = 1 + M e^2(t) L_m(t) \quad (1.3)$$

où  $e$  est la déformation uniaxiale et  $M$  est une constante.

Dans ce cas, l'équation (1.1) est applicable à condition que la fonction de relaxation  $G$  dépende de la déformation .

Haut et Little (1972) ont vérifié l'applicabilité d'une relation constitutive exponentielle pour la description des propriétés quasi-linéaires du tendon de la queue du rat. Le point de départ de leur développement est basé sur l'équation viscoélastique quasi-linéaire proposée par Fung (1972).

Les auteurs ont été capables d'utiliser les constantes du matériau déterminées expérimentalement lors de tests de relaxation, dans le but de prédire les tests de taux de déformation constant, la boucle d'hystérésis et l'amplitude des contraintes lors de tests sinusoïdaux.

Dehoff (1978) a démontré que l'équation suggérée par Haut et Little (1974) peut être dérivée de la théorie de Lianis (1968) et de BKZ (Bernstein, Kearslug, Zepas, 1963). Il a montré que ces trois théories donnent des résultats différents lorsqu'on fait des tests de taux de déformation constant pour de petites déformations. Haut et Little (1972) ont modifié l'équation de Fung (1972) pour de petites déformations dans le cas uniaxial de la manière suivante:

$$\sigma(t) = \int_0^t G(t-\gamma) \frac{d\sigma^{(e)}}{d\varepsilon} [\varepsilon(\gamma)] \frac{d\varepsilon(\gamma)}{d\gamma} d\gamma \quad (1.4)$$

où  $\varepsilon$  est la déformation uniaxiale.

Expérimentalement, il est impossible d'avoir des données sur les déformations, mais Fung a suggéré que les tests de taux de déformation constante peuvent être utilisés à condition que le matériau soit inextensible pour des taux de déformation élevés. C'est pourquoi Haut et Little (1972) ont défini une forme possible de  $\sigma^{(e)}$  et de  $G(t)$  comme suit:

$$\sigma^{(e)} = c' \varepsilon^2 \quad 1.5$$

$$G(t) = A' L_m t + B' \quad (1.6)$$

pour l'histoire de déformation donnée par:

$$\xi(t) = \varepsilon_0 H(t)$$

où  $H(t)$  est l'échelon unité.

L'équation (1.4) devient:

$$\sigma(t) = \frac{E}{2} \varepsilon^2 \left[ 1 + \mu \left( L_m \frac{\xi}{\beta} - \frac{3}{2} \right) \right] \quad (1.7)$$

$$\text{où } E = 2B'C' \quad \mu = \frac{A'}{B'} \quad \varepsilon = \beta t$$

Dans une publication récente, Lanir (1976) a étudié la relation constitutive de la peau du lapin considérée comme un matériau viscoélastique, anisotrope et non-linéaire soumis à des tests biaxiaux. Il a constaté que la fonction de relaxation dépend de la contrainte ou de la déformation initiale et que les différentes composantes de la contrainte relaxent dans différents modes, ce qui confirme son hypothèse de l'anisotropie de la fonction de relaxation.

### 1.3.2 Théorie de grandes déformations

La théorie classique de l'élasticité infinitésimale ne permet pas de décrire d'une manière adéquate certains comportements non-linéaires de plusieurs tissus conjonctifs (ligament, peau, muscles) qui peuvent subir une déformation considérable lors d'une application d'une faible charge. Dans

ce cas, l'approche, basée sur l'utilisation de la théorie de grandes déformations pour décrire les propriétés non-linéaires des matériaux biologiques, a été appliquée avec succès au cours des dernières années. Fung (1967) a proposé cette fois-ci une relation exponentielle à une (1) dimension exprimant la contrainte normale élastique en fonction du rapport d'extension. En d'autres termes, il a fait varier le module de Young d'une façon exponentielle avec la déformation. Cependant Gou (1970) a généralisé les résultats de Fung (1967) à un problème à trois dimensions en introduisant une fonction d'énergie de déformation exponentielle, fonction des invariants de déformations. De plus, il a démontré, à l'aide d'un exemple d'une extension simple d'un barreau cylindrique, que l'accroissement de la contrainte en fonction de la déformation est très rapide, ce qui contredit le cas des tissus biologiques.

Demiray (1972) a déterminé une forme possible de l'énergie de déformation pour les tissus conjonctifs. Il a supposé que le matériau en considération est isotrope et incompressible. Ses résultats théoriques sont comparés à ceux de Sonnenblick (1964) qui a étudié expérimentalement la déformation du muscle papillaire chez le chat.

Vito (1973) a supposé une forme exponentielle de l'énergie de déformation pour caractériser l'élasticité des artères:

$$W = \kappa \left[ e^{\beta(I_1 - 3) + \gamma(I_2 - 3)} \right] \quad (1.8)$$

où  $\kappa, \beta, \gamma$  sont des constantes du matériau, et  $W$  l'énergie de déformation.

Cette forme de l'énergie de déformation est semblable à celle proposée par Demiray (1972) en posant  $\gamma = 0$ .

Le premier terme du développement en série de l'équation (1.8)

$$W = \kappa \beta (I_1 - 3) + \kappa \gamma (I_2 - 3) \quad (1.9)$$

amène à la forme proposée par Mooney (1940) pour le caoutchouc vulcanisé.

L'utilisation de plusieurs autres formes de l'énergie de déformation a été proposée par beaucoup d'auteurs (Allaire et al., 1977; Veronda et Westmann, 1970; Demiray et Vito, 1976; Snyder, 1972).

Veronda et Westmann (1970) et plus tard Allaire et al., (1977) ont formulé un modèle mathématique pour la peau en se basant sur une fonction d'énergie de déformation exprimée comme une fonction linéaire de deux premiers invariants de déformation et une fonction quadratique du troisième invariant de déformation.

$$W = C'_1 \left[ e^{\beta(I_1 - 3)} - 1 \right] + C'_2 (I_2 - 3) + C'_3 f \quad (1.10)$$

où  $f$  est une fonction de  $(I_1 - 1)$

Snyder (1972) a développé une fonction potentielle générale



décrivant le comportement d'un tissu biologique, incompressible et isotrope. Cette fonction peut être exprimée comme la somme de l'énergie de dilatation et de l'énergie de distorsion. Elle est déterminée pour une sollicitation en traction de la façon suivante:

$$W = \frac{k}{a^2} e^{a(\beta-1)} - \frac{k}{a} \beta \quad (1.11)$$

où  $a$  et  $k$  sont des constantes et  $\lambda$  est le taux d'extension;  $\beta$  se transforme en  $\lambda$  sous une déformation uniaxiale.

Cependant, l'hypothèse d'un matériau unique entre en contradiction avec la structure morphologique réelle de différents tissus conjonctifs qui sont des matériaux composites formés de plusieurs composantes parmi lesquelles les fibres collagènes et les fibres élastiques jouent un rôle prépondérant.

#### B) MODELES COMPOSITES

Une nouvelle approche a pris naissance récemment, traitant les tissus conjonctifs comme des matériaux composites. Cette approche est encouragée par les outils expérimentaux de préparation et d'observation des infiniment petits au moyen de la microscopie électronique à balayage et à transmission. Les études microscopiques ont permis en effet d'identifier l'existence de plusieurs composantes constituant la structure morphologique des tissus conjonctifs.

### 1.3.3 Théorie de l'élasticité

Le niveau élémentaire d'analyse, qui consiste en l'application de la théorie de l'élasticité sur des matériaux composites, permet d'avoir une bonne interprétation de la structure réelle de certains tissus biologiques. Comninou et Yannas (1976) ont modélisé la fibre de collagène comme une sinusoïde plane dans le but d'obtenir la relation contrainte-déformation du tendon. Après une linéarisation de la théorie de poutre proposée par Reissner (1972), ils ont introduit l'effet de la matrice de substance amorphe par l'intermédiaire du modèle de Bolotin (1966) sur les matériaux composites. Ling et Show (1977) ont traité la paroi artérielle comme une structure composite d'élastine et de fibres de collagène. Ils ont comparé la mécanique des fibres collagènes ondulées avec celle d'un ressort non-linéaire. Leur analyse montre que la caractéristique élastique non-linéaire des artères est due à l'effet de la géométrie plutôt qu'au changement des propriétés physiques du matériau. Lanir (1979) a présenté un modèle mathématique pour le tendon en se basant sur sa morphologie structurale concernant l'effet des fibres élastiques sur la relation contrainte-déformation et l'effet de l'arrangement des fibres collagènes sur la non-linéarité de la relation contrainte-déformation. Il a négligé l'effet de l'interaction entre les fibres et la matrice de même que la rigidité des fibres en flexion.

#### 1.3.4 Théorie de grandes déformations

Des modèles structuraux faisant intervenir la densité, l'orientation et l'ondulation des fibres collagènes comme paramètres constitutifs, en introduisant le concept de la théorie de grandes déformations, ont été proposés pour le tendon et la peau par plusieurs auteurs. Un modèle théorique décrivant le comportement mécanique du tendon mammifère a été proposé par Beskos et Jenkins (1975). Le tendon est modélisé comme un noyau cylindrique incompressible et isotrope sur lequel sont enroulées hélicoïdalement des fibres inextensibles. Le cylindre est soumis à des charges axiales aux bouts et à une charge hydrostatique sur les surfaces longitudinales. A cause de la nature du renforcement, l'extension doit être accompagnée par une torsion. La courbe contrainte-déformation est obtenue en utilisant la théorie des contraintes internes proposées par Eriksen et Rivlin (1954).

Lanir (1979) a développé un modèle de la peau qui tient compte de l'orientation et de l'ondulation des fibres collagènes. En se basant sur la théorie de grandes déformations, il a pu déterminer la relation contrainte-déformation dans deux cas différents: i) le cas où l'ondulation de la fibre collagène suit la fibre d'élastine en la rencontrant en de nombreux points, ii) le cas où la fibre collagène a une orientation différente de celle de l'élastine. Wu et Yao (1976) ont modifié la théorie originellement développée

par Spencer (1972) et ils l'ont appliquée sur l'anneau fibreux de la vertèbre (annulus fibrosus) en le considérant comme un matériau composite incompressible formé de deux familles denses de fibres droites parallèles.

#### 1.4 LE LIGAMENT CROISE ANTERIEUR

##### 1.4.1 Aspect général

L'articulation du genou n'est pas tout simplement un assemblage mécanique de pièces détachées et indépendantes, mais un organe dont chaque élément contribue à la fonction commune dans une étroite solidarité anatomo-physiologique. C'est une articulation complexe qui met en contact les surfaces articulaires de trois os: le fémur, le tibia et la rotule. Les deux condyles, interne et externe, du fémur roulent comme des cylindres sur les deux facettes du plateau tibial; mais entre les surfaces d'appui s'interposent deux coussinets élastiques, les ménisques, qui sont surtout responsables de l'adaptation et de la stabilisation de ces surfaces. La capsule articulaire, doublée en-dedans par la synoviale, participe avec les ménisques à la protection et la stabilisation des surfaces articulaires.

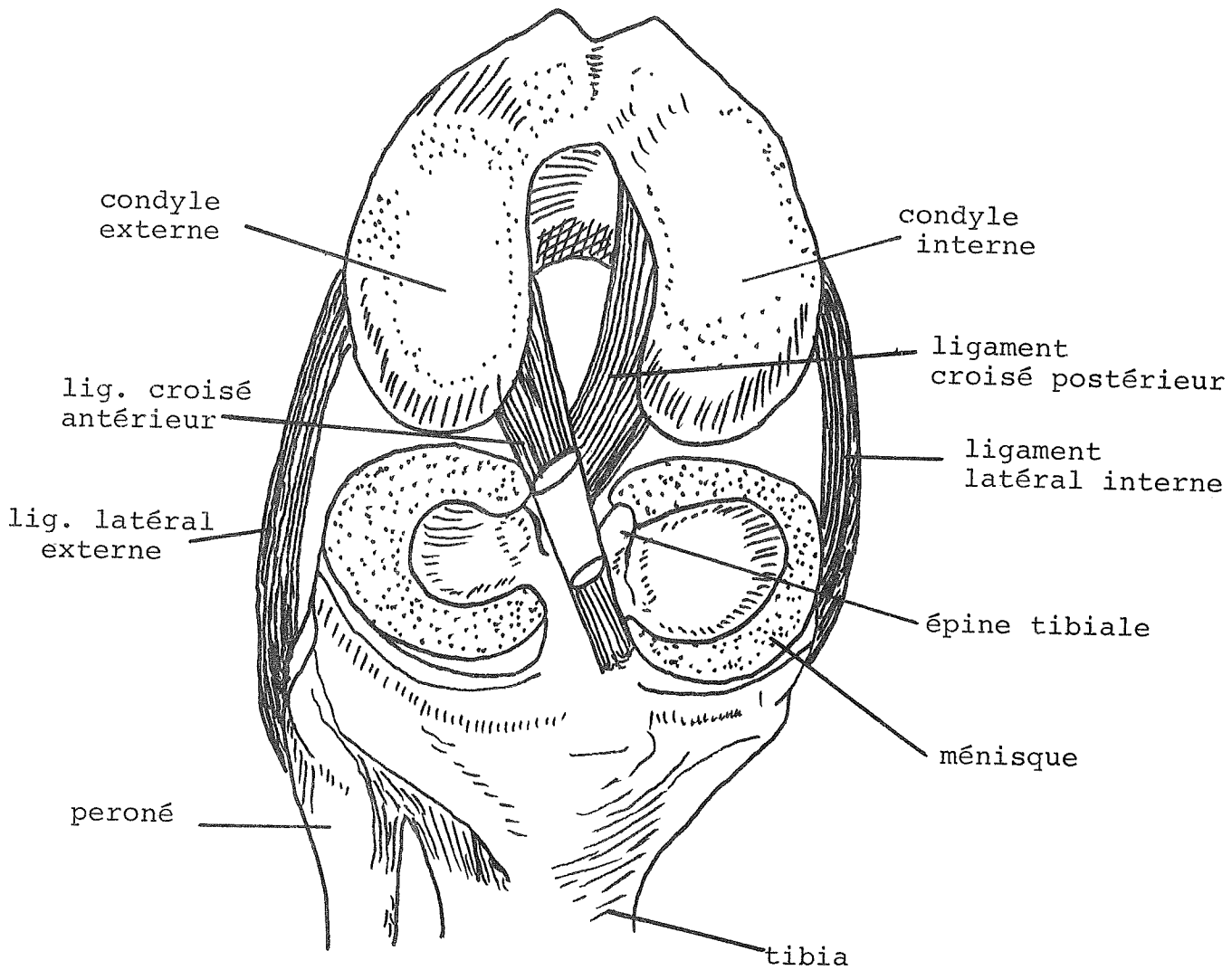
Le squelette jambier est relié au fémur par quatre ligaments principaux: deux ligaments latéraux, interne et externe, dont le but principal est d'assurer la stabilité

latérale du genou et de limiter la rotation et deux ligaments croisés, responsables de la stabilité sagittale antéro-postérieure du genou. (figure 1.3)

#### 1.4.2 Anatomie macroscopique et fonctionnement physiologique ----- du ligament croisé antérieur -----

Les ligaments croisés ont été qualifiés respectivement d'antérieur et de postérieur, d'après leur situation respective au niveau de leur insertion tibiale. Le ligament croisé antérieur s'attache en arc de cercle à la partie postérieure sur la face profonde du condyle externe. De là, il se dirige vers le bas, vers l'avant et vers l'intérieur, pour se fixer sur le tibia en avant de l'épine tibiale. Le ligament croisé postérieur s'attache sur la partie antérieure de la face profonde du condyle interne, d'une part, et d'autre part, sur le tibia en arrière de l'épine tibiale. Ces deux ligaments s'entrecroisent doublement d'avant en arrière et transversalement.

Bugnion (1892) a comparé le genou à un chariot qui effectue essentiellement des mouvements de flexion-extension, avec des roues inclinées (condyles fémoraux) stabilisées par des guides internes obliques, les ligaments croisés dont le rôle est de faire glisser les roues dans le sens inverse de leur roulement. Lors de la flexion (figure 1.4), les condyles fémoraux roulent d'avant en arrière permettant ainsi



VUE ANTERIEURE

Figure 1.3: Articulation du genou: éléments constitutifs

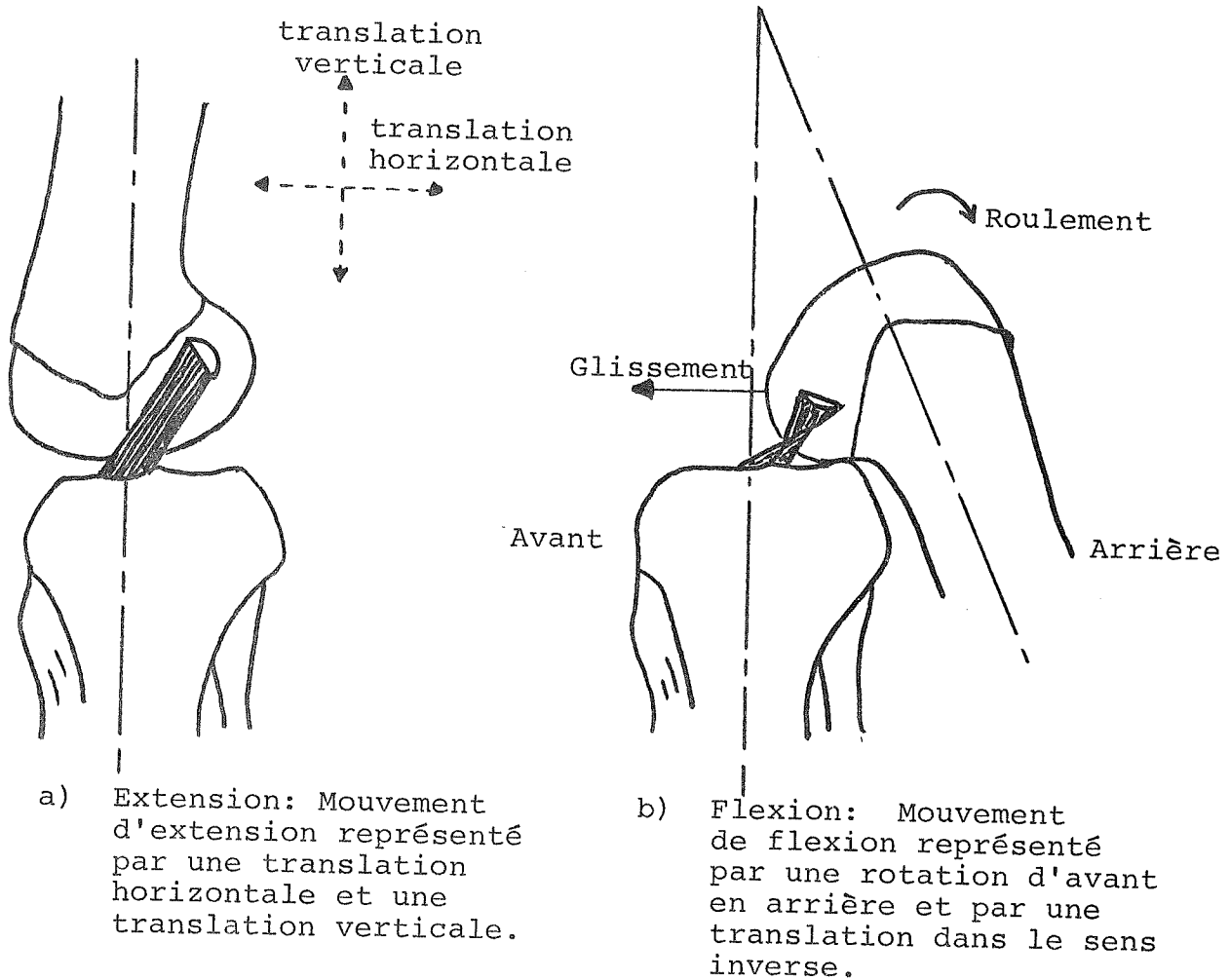


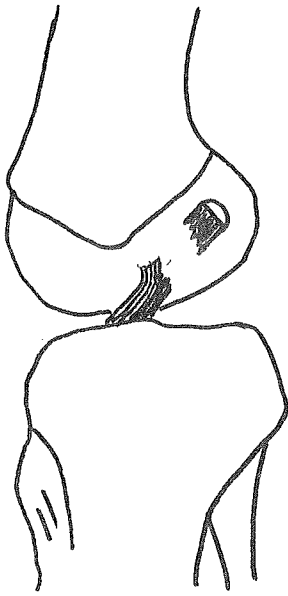
Figure 1.4: Mouvement du genou.

à la face postérieure du fémur de se rapprocher de celle du tibia. Ce roulement est accompagné en même temps par un glissement des condyles, accompli par les ligaments croisés, dans le sens inverse. Durant ce processus, le ligament croisé antérieur se torsade et se tend surtout au niveau de sa partie postérieure, ce qui est exactement le contraire de ce qui se passe durant l'extension.

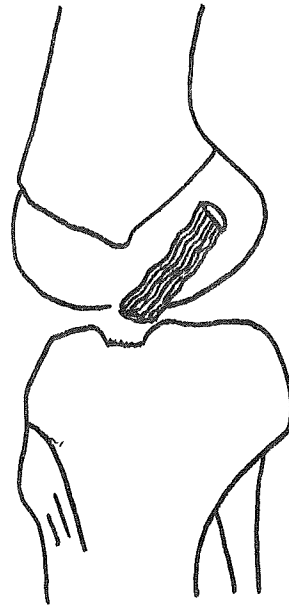
#### 1.4.3 Modes de rupture du ligament croisé antérieur

La stabilisation sagittale antéro-postérieure du genou est contrôlée par le jeu des ligaments croisés. Cependant, en demi-flexion ( $90^{\circ}$ ), un mouvement remarquable de translation antérieure ou postérieure du tibia par rapport au fémur est signalé en imposant une force parallèle à l'axe du fémur. Ce mouvement, appelé mouvement du tiroir antérieur, cause dans certains cas la rupture du ligament croisé antérieur. En étudiant l'effet du taux de déformation sur le mode de rupture du ligament croisé antérieur du singe, Noyes et al. (1974) ont réussi à classifier la rupture prédominante du ligament selon cinq modes (figure 1.5): i) la rupture du corps ligamentaire qui est la plus fréquente, ii) l'arrachement osseux de l'insertion tibiale, iii) une combinaison d'une rupture ligamentaire et d'une avulsion de l'os au niveau tibial, iv) l'arrachement osseux de l'insertion fémorale qui est beaucoup plus rare que les autres, et v) une combinaison d'une rupture ligamentaire et d'une avulsion de l'os au niveau

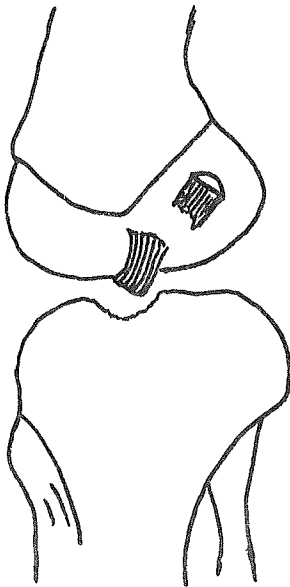




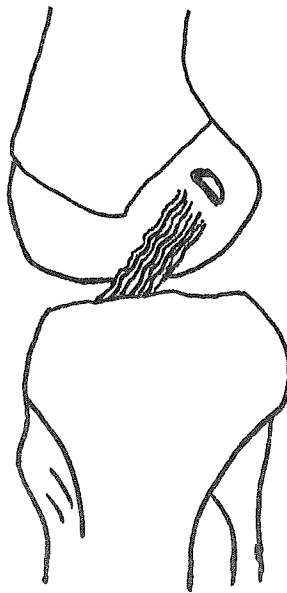
i) Rupture du corps ligamentaire



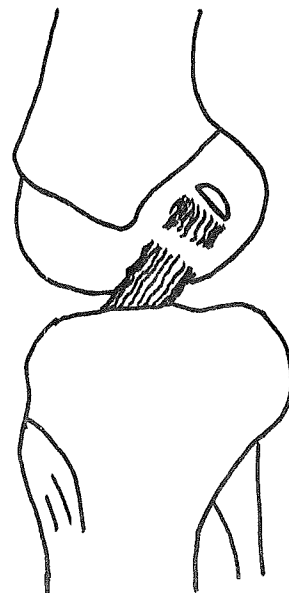
ii) Avulsion de l'os au niveau tibial



iii) Combinaison de la rupture ligamentaire avec l'avulsion tibiale



iv) Avulsion de l'os au niveau fémoral



v) Combinaison de la rupture ligamentaire avec l'avulsion fémorale

Figure 1.5: Modes de rupture du ligament croisé antérieur.

fémoral. Ils ont constaté que pour un taux rapide de déformation, le mode fréquent de rupture est celui du corps ligamentaire, tandis que pour un taux lent de déformation, c'est l'arrachement osseux au niveau tibial qui prédomine les autres modes de rupture. Par une analyse microscopique, ils ont décrit la rupture ligamentaire comme une rupture successive des fibres collagènes qui ne peut pas être localisée à une région spécifiée. Des études cliniques montrent que le type commun de rupture se produit lorsque le tibia subit une rotation latérale durant la flexion. Ce type apparaît fréquemment dans les accidents de sport tels le football et le ski. Il a été supposé que des mouvements similaires peuvent causer la rupture du ligament croisé antérieur. Donc, afin de reconstituer le ligament croisé antérieur, une analyse du comportement mécanique est exigée pour mieux connaître son mode de rupture lors d'un chargement quelconque.

#### 1.4.4 Etude des propriétés mécaniques du ligament croisé antérieur

Le ligament croisé antérieur, considéré comme un tissu conjonctif, a une structure composite formée de fascicules de fibres collagènes et d'élastine avec de la substance amorphe de mucopolysaccharide, enrobés par du tissu conjonctif lâche. Ses propriétés mécaniques sont alors dépendantes de celles de ses constituants et de leur structure (Lanir, 1978). Sa nutrition est assurée par un réseau artériel paraligamentaire

provenant de la synoviale. Dans sa position anatomique normale, il est tordu d'un angle d'environ  $90^{\circ}$  (Haut et Little, 1969). Quant à sa longueur, les méthodes de mesure différentes utilisées par certains auteurs (Girgis et al. (1975); Kennedy et al. 1974) ont marqué une différence significative dans la détermination de sa valeur moyenne. Plus récemment la longueur moyenne du ligament croisé antérieur canin a été déterminé par Dorlot et al. (1980) comme étant égale à 13.5 mm. Bingham et Dehoff (1979) ont déterminé une corrélation entre le poids du chien et la longueur de son ligament croisé antérieur. Smith (1954) a étudié les propriétés mécaniques du ligament croisé antérieur du lapin. Il a conclu que la charge de rupture du ligament est approximativement proportionnelle au cube du poids de l'animal. En imposant une charge de courte durée, il a remarqué que le comportement du ligament est élastique, mais pour une charge de longue durée, son comportement est viscoélastique. Il a ajouté que le ligament peut subir une extension allant jusqu'à 20% de sa longueur initiale. Noyes et al. (1974) ont conclu que l'ensemble fémur-ligament croisé antérieur-tibia se rupture à une charge élevée et à une grande élongation en absorbant beaucoup plus d'énergie à un taux de déformation élevé plutôt qu'à un taux de déformation faible. Ceci a été réexaminé par Haut and Little (1969) qui ont déterminé expérimentalement l'influence du taux de déformation et des modes de stockage post-mortem sur les propriétés mécaniques du ligament croisé antérieur du chien.

Leurs résultats ont été comparés avec l'équation exponentielle de Fung (1967).

$$\sigma = c \left[ \epsilon \left( 1 - \epsilon + \frac{4}{3} \epsilon^2 \right) \right] e^{a\epsilon}$$

où  $c$  et  $a$  sont des constantes.

Bassidi (1979) a montré l'indépendance de l'effet du taux de déformation variant de 0.012 à 220%/s sur les propriétés mécaniques du ligament croisé antérieur ainsi que l'effet de temps post-mortem à température ambiante pour une durée de 30 heures. Ceci nous amène à une contradiction avec les autres auteurs (Haut and Little, 1969; Noyes et al. 1974).

En conclusion, afin d'éclaircir certaines questions sur le comportement mécanique de ligament croisé antérieur et plus particulièrement le processus de rupture qu'il subit, nous avons tenté de le modéliser tout en tenant compte de sa structure composite et de l'ondulation des fibres qui le constituent.

## C H A P I T R E 2

### MODELE COMPOSITE DU LIGAMENT CROISE ANTERIEUR

#### 2.1 ASPECT GENERAL

Une connaissance plus poussée de la structure réelle du ligament croisé antérieur pourra s'avérer un apport précieux pour la conception d'un modèle capable de prédire son comportement mécanique.

Le but de ce chapitre est de présenter un modèle composite représentant la structure microscopique et macroscopique réelle du ligament croisé antérieur. Ce modèle permet de caractériser le fonctionnement du ligament et de décrire son processus de rupture qui se fait essentiellement par rupture successive des fascicules de fibres collagènes.

#### 2.2 MODELE COMPOSITE DU LIGAMENT CROISE ANTERIEUR

Basé sur l'observation réelle, notre modèle consiste en trois niveaux d'analyse étudiés séparément. Il s'agit de:

- 1) la modélisation de la fibre collagène et de l'élastine,
- 2) la modélisation du fascicule,
- 3) la modélisation de tout le ligament.

La combinaison de ces trois niveaux permet de simuler

le comportement mécanique du ligament croisé antérieur.

### 2.3 MODELE DE LA FIBRE COLLAGENE ET D'ELASTINE (figure 2.1)

Après observation d'une coupe longitudinale du ligament croisé antérieur, nous avons constaté que les fibres collagènes sont ondulées tout le long du ligament mais que cette ondulation n'est pas uniforme, c'est-à-dire que l'amplitude et la période diffèrent d'un endroit à l'autre le long d'une fibre collagène. Quant à l'élastine, il est fort probable qu'elle soit droite et qu'elle suive la fibre collagène en la rencontrant en de nombreux points le long de celle-ci.

En tenant compte de cet arrangement et en se basant sur la théorie que Lanir a proposée pour le tendon, nous avons considéré un système d'unités de fibres de collagène et d'élastine soumises à une force  $F$  en supposant que:

- 1) les fibres sont extensibles et ont un rapport d'extension  $\lambda$
- 2) le rapport de longueur de la fibre de collagène et d'élastine est différent pour différentes unités le long d'une fibre,
- 3) la rigidité des fibres en flexion est négligeable.

Il est à noter que l'ondulation de la fibre collagène n'a pas nécessairement une forme particulière, mais dans notre modèle, nous avons fait l'hypothèse que chaque unité a la forme

d'une parabole.

### 2.3.1 Détermination de la relation force-rapport d'extension du système collagène-élastine

Considérons une unité  $i$  du système collagène-élastine et soit  $L_{2i}^0$  et  $L_{1i}^0$  les longueurs initiales des fibres de collagène et d'élastine respectivement. Après déformation, la longueur de cette unité devient  $L_i$ . Il faut noter que la longueur de la fibre d'élastine  $L_{1i}$  après déformation est toujours égale à celle de l'unité  $i$   $L_i$  après déformation. (fig. 2.1)

Soit  $e$  la déformation due à la tension et  $\lambda$  le rapport d'extension. Alors:

$$\lambda = \frac{L}{L^0} \quad e = \lambda - 1 \quad (2.1)$$

La courbe contrainte-déformation du système consiste en 3 cas différents:

- i) le cas où  $L_i < L_{2i}^0$ ; c'est-à-dire lorsque la fibre collagène est encore ondulée; alors la déformation  $e_i$  de l'unité  $i$  est égale à celle de l'élastine  $e_{1i}$ , tandis que celle de collagène  $e_{2i}$  est nulle.
- ii) le cas où  $L_i = L_{2i}^0$ ; c'est-à-dire lorsque la fibre collagène est devenue droite dans cette unité, alors la déformation de l'unité  $i$  est donnée par:

$$e_i = e_{1i} = e_{2i} = \frac{L_{2i} - L_{1i}^0}{L_{1i}^0} \quad (2.2)$$

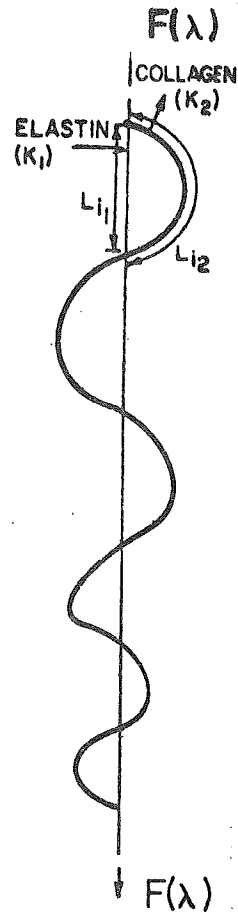


Figure 2.1: Modèle du système collagène-élastine.

où  $e_{si}$  est la déformation de redressement de la fibre collagène.

iii) le cas où  $L_i > L_{si}^0$ ; c'est-à-dire lorsque la fibre collagène est déformée et sa déformation s'écrit comme suit:

$$e_{si} = \frac{L_i - L_{si}^0}{L_{si}^0} \quad (2.3)$$

Alors la déformation de l'unité  $i$  peut être exprimée comme:



$$e_i = \frac{L_i - L_{i0}}{L_{i0}} \quad (2.4)$$

Aussi en réarrangeant les relations (2.2), (2.3) et (2.4), on peut exprimer la déformation de la fibre collagène  $e_{2i}$  en fonction de la déformation de redressement  $e_{si}$  de celle-ci et de la déformation  $e_i$  de l'unité  $i$  :

$$e_{2i} = \frac{e_i - e_{si}}{e_{si} + 1} \quad (2.5)$$

Donc, pour une longueur  $L_i$ , l'unité  $i$  appartient à l'une des deux catégories suivantes:

1)  $L_i \leq L_{i0}$  (le collagène est encore ondulé)

Dans cette catégorie, c'est seulement la fibre d'élastine qui transmet la force  $F$ , donc sa déformation est donnée par:

$$e_{1i} = e_i = \frac{F}{k_1} \quad (2.6)$$

où  $k_1$  est la constante d'élasticité (Force/unité de déformation) de la fibre d'élastine.

2)  $L_i > L_{i0}$  (le collagène est déformé)

Dans cette catégorie, la force  $F$  est transmise par l'élastine et le collagène ensemble:

$$F = k_1 e_i + k_2 e_{2i} \quad (2.7)$$

où  $k_2$  est la constante d'élasticité de la fibre collagène.

En utilisant les relations (2.6) et (2.5), la relation (2.7)

nous donne:

$$e_i = e_1 - \frac{k_2}{k_1} \left[ \frac{e_i - e_{si}}{e_{si} + 1} \right] \quad (2.8)$$

Relation qui peut encore s'écrire:

$$e_i = \frac{e_1 k_1 + e_{si} (e_1 k_1 + k_2)}{k_2 + k_1 (1 + e_{si})} \quad (2.9)$$

Si nous posons  $V = \frac{k_2}{k_1}$  alors:

$$e_i = \frac{e_1 + e_{si} (e_1 + V)}{V + (1 + e_{si})} \quad (2.10)$$

Des mesures expérimentales nous ont permis de déterminer une distribution de la déformation  $e_{si}$  donnée par la relation (2.2) le long de la fibre en utilisant la microscopie électronique. En d'autres termes, nous avons réussi à déterminer une fonction de densité  $P(e_s)$  de la déformation de redressement  $e_s$  à partir de plusieurs observations faites le long du ligament croisé antérieur.

Donc, pour déterminer la déformation totale du système collagène-élastine, il faudra se référer aux deux catégories discutées ci-dessus en considérant que la fraction  $\left[ 1 - \int_0^{e_1} P(e_s) d(e_s) \right]$  de la longueur de la fibre collagène-élastine peut avoir des unités dans lesquelles  $e_i = e_1$  tandis que la fraction restante de la longueur  $\left[ \int_0^{e_1} P(e_s) d(e_s) \right]$  peut avoir des unités dans lesquelles la déformation est donnée par:

$$e = e_1 \left[ 1 - \int_0^{e_1} P(e_s) d(e_s) \right] + \int_0^{e_1} P(e_s) e_i d(e_s) \quad (2.11)$$

Donc, en introduisant  $e_i$  par sa valeur donnée par la relation (2.10) et en simplifiant on a :

$$e = e_1 - v \int_0^{e_1} \frac{P(e_s)(e_1 - e_s)}{v + 1 + e_s} d(e_s) \quad (2.12)$$

#### 2.4 MODELE DU FASCICULE

Chaque fascicule est considéré comme un matériau composite formé d'un corps cylindrique plein incompressible. Les fibres de collagène et d'élastine sont distribuées continuellement le long des couches concentriques. (fig. 2.2)

##### 2.4.1 Forme de déformation supposée

Considérons la déformation suivante :

$$r = r(R) \quad \theta = \Theta + \Delta \cdot Z \quad r_z = \Lambda Z \quad (2.13)$$

Cette déformation est référée à un système de coordonnées cylindriques polaires.  $(R, \Theta, Z)$  dénotent les coordonnées d'un point dans le corps non-déformé et  $(r, \theta, r_z)$  dénotent les coordonnées du même point dans le corps déformé.

$\Lambda$  est un facteur qui correspond à l'extension et  $\Delta$  à la torsion.

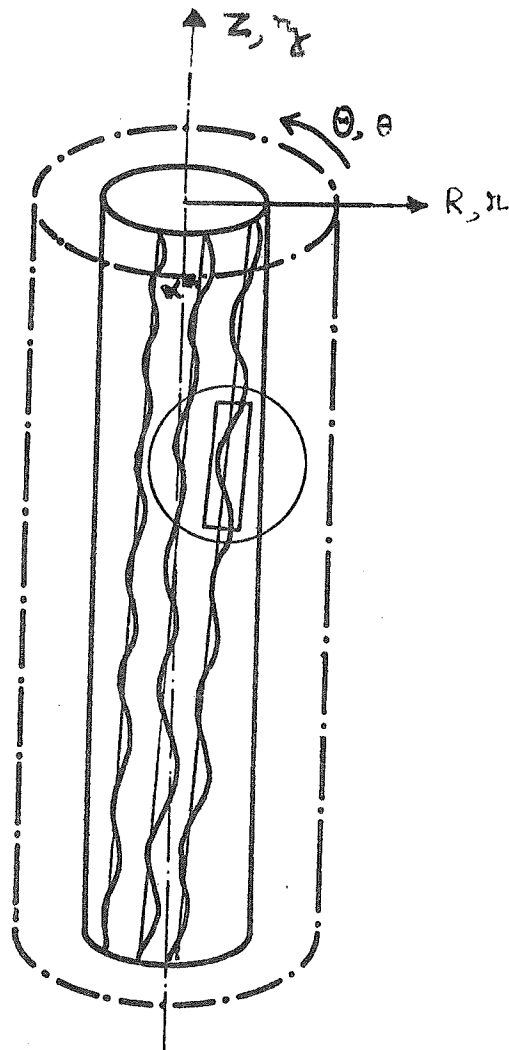


Figure 2.2: Modèle du fascicule

#### 2.4.2 Relation entre le rapport d'extension de la fibre et le rayon déformé du fascicule

Si nous supposons que la direction initiale des fibres coïncide avec l'axe  $Z$ , celle-ci après déformation doit faire un angle  $\kappa$  avec l'axe  $\eta$  à cause de la torsion causée par le facteur  $\Delta$ . Alors, pour un élément de ligne de la fibre, l'angle  $\kappa$  peut être calculé comme suit: (voir annexe A)

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \frac{\Lambda}{\lambda} \\ \sin \alpha &= \frac{\pi \Delta}{\lambda}\end{aligned}\quad (2.14)$$

où  $\lambda$  est le rapport d'extension de la fibre et  $\Lambda$  celui du fascicule.

On peut aisément déduire la relation suivante:

$$\lambda^2 = \Lambda^2 + \pi^2 \Delta^2 \quad (2.15)$$

### 2.4.3 Calcul des tenseurs métriques avant et après déformation

Le tenseur métrique avant déformation est calculé à partir de la relation donnée par Green et Zerna (1968):

(voir annexe B)

$$G_{ij} = \frac{\delta x^i}{\delta \theta_i} \frac{\delta x^j}{\delta \theta_j} = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{\Lambda}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & R^2 & -\frac{R^2 \Delta}{\Lambda} \\ 0 & -\frac{R^2 \Delta}{\Lambda} & \frac{1+R^2 \Delta^2}{\Lambda^2} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

où  $G_{ij}$  est le tenseur métrique avant déformation et où

$$\begin{aligned}x_1 &= R \cos \theta \\ x_2 &= R \sin \theta \\ x_3 &= Z\end{aligned}\quad (2.17)$$

sont les coordonnées rectangulaires avant déformation, et où

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \pi \\ \theta_2 &= \theta \\ \theta_3 &= \eta\end{aligned}\quad (2.18)$$

sont les coordonnées généralisées qui coïncident avec les coordonnées cylindriques après déformation.

Les coordonnées rectangulaires après déformation sont données par:

$$\begin{aligned} y_1 &= r \cos \theta \\ y_2 &= r \sin \theta \\ y_3 &= z \end{aligned} \quad (2.19)$$

Alors le tenseur métrique après déformation peut être donné par:

$$g_{ij} = \frac{\partial y^i}{\partial \theta^j} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Or, d'après l'hypothèse de l'incompressibilité, la troisième invariant de la déformation doit être égal à l'unité.

$$I_3 = G^{n_0} g_{n_0} = \frac{g}{G} = 1 \quad (2.21)$$

où  $g$  est le déterminant de  $g_{n_0}$  et  $G$  celui de  $G^{n_0}$

En utilisant (2.16) et (2.20), on obtient:

$$\frac{r^2 \Lambda^2 \left( \frac{dr}{dR} \right)^2}{R^2} = 1 \quad (2.22)$$

En développant, on obtient une relation entre le rapport d'extension de la fibre et le rayon non-déformé du cylindre: (voir annexe B)

$$\lambda = \left( \frac{3}{2} R^2 \Delta^2 + \Lambda^2 \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.23)$$

#### 2.4.4 Détermination de la charge totale exercée sur un fascicule

La charge axiale totale exercée sur toutes les fibres dans un fascicule de rayon extérieur  $R_f$  peut s'exprimer comme:

$$T_m = \int_0^{R_f} F(\lambda) \cdot N \cdot \cos \kappa \cdot 2\pi R \, dR \quad (2.24)$$

où  $N$  est la densité de fibres par unité de surface et  $T_m$  est la charge axiale exercée sur le fascicule.

En remplaçant  $\cos \kappa$  par sa valeur donnée par la relation (2.14) et en multipliant et divisant par  $k_1$ , on obtient:

$$T_m = \int_0^{R_f} \frac{F(\lambda)}{k_1} \cdot N \cdot \frac{\Lambda}{\lambda} \cdot k_1 \cdot 2\pi R \, dR \quad (2.25)$$

Cette relation pourra s'écrire d'une autre façon:

$$\frac{T_m}{k_1 \cdot N} = \int_0^{R_f} \frac{F(\lambda)}{k_1} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \Lambda \cdot 2\pi R \, dR \quad (2.26)$$

Il est à noter que l'effet de la pression hydrostatique développée par la matrice de la substance amorphe a été négligée à cause de sa faible contribution à la traction exercée sur le fascicule. Donc, à l'aide d'une intégration

numérique (voir chapitre 5), on peut exprimer  $\frac{F(\lambda)}{K_1}$  comme une fonction de rapport d'extension,  $\lambda$  de la fibre qui à son tour est fonction du rayon non-déformé,  $R$  et du rapport d'extension du fascicule  $\Lambda$ .

Alors, l'équation (2.26) représente le rapport  $\frac{T_m}{K_1 \cdot N}$  comme une fonction du rapport d'extension du fascicule  $\Lambda$ .

## 2.5 MODELE DE TOUT LE LIGAMENT

Dans ce modèle, le ligament est représenté par un nombre fini de fascicules qui s'étendent de leur insertion tibiale à leur insertion fémorale. Ces fascicules entourés par des tissus conjonctifs lâches, adhèrent normalement les uns et les autres et ne se séparent pas. Dans le but de mesurer leurs longueurs de l'insertion tibiale à l'insertion fémorale, nous avons recouru à un détournement du fémur par rapport au tibia pour que les fascicules soient le plus droits possible. Le tibia est considéré fixe et le système d'axes est choisi de façon à ce que le plan  $XY$  contienne le site d'insertion tibiale et l'axe  $Z$  coïncide avec l'axe longitudinal du tibia. (figure 2.3) En utilisant les relations cinématiques classiques, les coordonnées de  $m$  points situés sur la périphérie du site d'insertion tibial et celles de  $m$  points correspondants au site d'insertion fémoral sont déterminées en se basant sur  $3m + 2(m-1)$  mesures faites avec le compas et une règle. En supposant que le ligament



soit considéré comme un assemblage de  $(m+1)$  fascicules, et à l'aide de ces coordonnées déterminées ci-dessus, nous sommes en mesure de calculer la direction de chaque fascicule par rapport à l'axe  $Z$ .

Soit  $\Phi$  la force de tension appliquée sur le ligament, alors:

$$\Phi = \frac{1}{N \cdot k_1} \sum_{i=1}^{m+1} T_{mi} \cos \beta'_i \quad (2.27)$$

où  $T_{mi}$  est la force axiale exercée sur un fascicule

$\beta'_i$  est l'angle entre l'axe du fascicule  $i$  et l'axe  $Z$ .

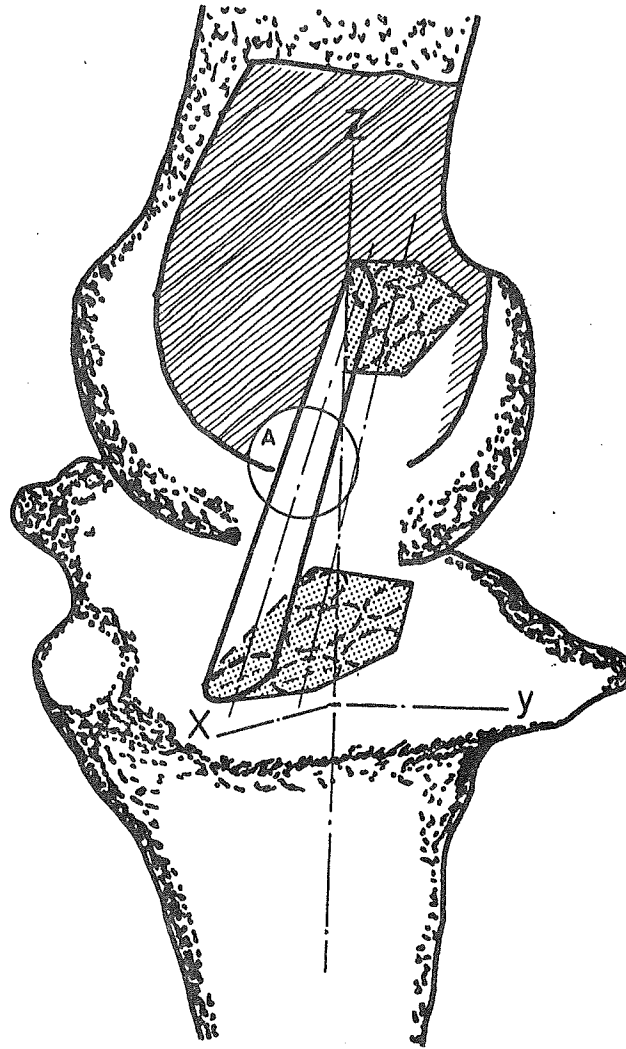


Figure 2.3: Modèle du ligament

### C H A P I T R E 3

#### MATERIEL ET METHODES D'EXPERIMENTATION

##### GENERALITES

La conception du modèle présenté au chapitre 2 requiert une bonne connaissance de la structure réelle du ligament croisé antérieur. C'est dans cette optique que des études concernant sa morphologie à l'échelle microscopique et macroscopique ont germé. Nous avons tenté de quantifier certains paramètres afin de parvenir à formuler le modèle. Dans ce chapitre, nous nous sommes proposés d'étudier les méthodes d'expérimentation selon deux aspects: i) aspect microscopique et ii) aspect macroscopique.

L'étude microscopique du ligament croisé antérieur a ouvert une multitude d'avenues tout en favorisant des rencontres assez enrichissantes avec des gens experts dans le domaine de la biologie et de la microscopie électronique. Cette étude qualitative et quantitative de la microscopie du ligament croisé antérieur a été effectuée avec l'aide d'Alain Desjardins, étudiant stagiaire en médecine qui, grâce à ses connaissances en biologie cellulaire et sa collaboration, l'a fait progresser. Après une chirurgie expérimentale, les chiens ont été sacrifiés et amputés immédiatement de leurs genoux. Le ligament croisé antérieur a été alors retiré par dissection, fixé et préparé en vue de l'observation

microscopique.

Il existe différentes techniques de microscopie dépendant de l'information que nous voulons tirer et de l'agrandissement désiré. La microscopie photonique, ayant un pouvoir de résolution de  $0.2 \mu\text{m}$  ( $2000 \text{ \AA}$ ) ne permet pas de voir des détails de dimension inférieure à cette limite. C'est grâce à la microscopie électronique, dont le pouvoir de résolution peut atteindre  $5 \text{ \AA}$ , que nous pouvons distinguer des structures beaucoup plus fines.

Quant à l'étude macroscopique, nous avons procédé à diverses mesures de longueur des fascicules du ligament croisé antérieur. Pour ce faire, les genoux canins ont été disséqués afin de dégager les muscles, la rotule, la capsule et les autres structures de façon à ne laisser en place que les structures osseuses (fémur et tibia) avec le ligament croisé antérieur.

### 3.1 MICROSCOPIE ELECTRONIQUE A BALAYAGE:

#### 3.1.1 Conditions d'observations

Le spécimen observé par microscopie électronique à balayage est placé dans une enceinte où règne un vide poussé. La surface du spécimen est balayée par un faisceau très fin d'électrons. Un récepteur recueille les électrons secondaires

émis par la surface du spécimen et donne un signal qui, après amplification, module l'intensité d'un faisceau qui balaie un écran en synchronisme avec le balayage du faisceau d'électrons. L'image obtenue sur l'écran donne avec une très grande profondeur de champ une vue tridimensionnelle de la surface du spécimen avec une résolution de l'ordre de 250 Å. Cette image peut être photographiée.

### 3.1.2 Préparation des spécimens

Afin d'arrêter la vie cellulaire tout en gardant en place, et au mieux, ses constituants, le ligament est fixé au glutaraldéhyde 2%, tamponné avec du cacodylate de sodium à un pH voisin de la neutralité (pH = 7.4). La durée de la fixation peut aller de deux à trois jours dépendant de la taille de la coupe à fixer. Cette fixation peut être suivie d'une autre (au tetroxyde d'osmium), ce qui entraîne une déposition des atomes lourds sur les structures cellulaires, leur conférant ainsi un certain contraste. Le spécimen devant être placé sous vide pour l'observation, il est nécessaire de le déshydrater par l'intermédiaire de passages successifs dans des bains d'alcool de plus en plus concentrés (éthanol et amylo-acétate servant comme un fluide intermédiaire). Après un séchage au point critique avec du  $\text{CO}_2$  dans un appareil Ladd, les spécimens sont collés sur le porte-objet du microscope à l'aide d'une peinture conductrice d'argent. Pour éviter

qu'elle ne se charge lors de l'irradiation par le faisceau d'électrons qui la balaie, la surface du spécimen est vaporisée sous vide par une mince couche d'or dans un "sputter-coater" à 300-500 Å. Le spécimen est enfin introduit dans l'enceinte du microscope pour l'observation.

### 3.2 MICROSCOPIE ELECTRONIQUE A TRANSMISSION

#### 3.2.1 Conditions d'observations

Tout comme dans la microscopie électronique à balayage, le spécimen est placé sur le trajet d'un faisceau d'électrons dans un milieu où règne une faible pression et un vide poussé. Etant donné le faible pouvoir de pénétration des électrons aux tensions d'accélération habituellement utilisées (80 à 100 KV), l'épaisseur du spécimen ne doit pas dépasser le dixième de micron pour profiter au mieux du pouvoir de résolution qui est de l'ordre de 5 Å. L'image électronique est observée sur un écran fluorescent et elle peut être enregistrée sur plaque photographique.

#### 3.2.2 Préparation des spécimens

Pratiquement, ce sont les spécimens de petites tailles qui sont fixés en raison de la pénétration relativement lente des fixateurs. La durée de fixation est de l'ordre de 1 heure. Le tétroxyde d'osmium est utilisé à des concentrations de

1 à 2% et les aldéhydes (glutaraldéhyde) de 1 à 5%.

Le durcissement des échantillons est obtenu en remplaçant l'eau par un liquide d'inclusion dont le plus employé est la résine époxy. Afin d'augmenter le contraste, une coloration est pratiquée avant l'observation sur des coupes de  $500^{\circ}\text{A}$  en les plongeant pendant quelques minutes dans une solution d'acétate d'uranyl et de citrate de plomb. Le spécimen est prêt à être observé avec un microscope électronique à transmission Phillips 300, sous 60 KV.

### 3.3 MICROSCOPIE PHOTONIQUE

#### 3.3.1 Conditions d'observations

Les rayons lumineux qui contribuent à la formation de l'image traversent l'objet, alors que dans l'observation par réflexion, seuls contribuent à la formation de l'image, les rayons réfléchis par la surface de l'objet. Si l'on veut utiliser l'appareil dans les meilleures conditions, en évitant les superpositions des structures qui rendent l'image confuse, l'épaisseur de spécimen ne doit pas dépasser quelques microns (2 à  $5\mu\text{m}$ ) afin que la lumière puisse la traverser.

#### 3.3.2 Préparation des spécimens

Après fixation et déshydratation, le spécimen est imprégné de paraffine liquide et coupé au microtome à  $5\mu\text{m}$

d'épaisseur. Une fois le coupe réalisé, une gamme de colorants est pratiquée afin d'obtenir des contrastes permettant de distinguer les différents constituants du spécimen. Le microscope de marque Zeiss permet de donner des photographies à des grossissements variant de 50 à 200 fois.

### 3.4 OBSERVATION ET RESULTATS (Etudes microscopiques)

Nos observations sur les différentes techniques de microscopie décrites auparavant nous ont permis de tirer des informations assez détaillées sur la structure complexe du ligament croisé antérieur, notamment en ce qui concerne l'ondulation des fibres collagènes et la section droite du ligament.

#### 3.4.1 Arrangement des fibres collagènes

L'examen microscopique d'une coupe longitudinale du ligament croisé antérieur nous a révélé l'arrangement des fibres collagènes à l'intérieur du fascicule. En effet, nous avons trouvé une ondulation essentiellement plane avec une amplitude et une période variant d'un endroit à l'autre (voir annexe C, fig. 5, 6, 7 et 8). Nous avons effectué des mesures de l'amplitude et de la période d'ondulation à différents niveaux, tibial, médio-tibial, médial et fémoral et nous les avons regroupées dans le tableau I.



NIVEAU	FIGURE	AMPLITUDE ( $\mu m$ )	PERIODE ( $\mu m$ )
Tibial (1)	5	1	6
Tibial (2)	12, 13	2-4	12-20
Medio- (2) tibial	15, 16	10	20-24
Median (1)	6	3	20
Median (2)	7, 8 17	2-5 5	18-33 40
Fémoral (1)	9, 10, 11	1-4	14

Tableau 1: Mesures de l'ondulation

(1) Microscope électronique à balayage  
(2) Microscope optique

D'après ces mesures, nous avons remarqué que le rapport amplitude/période de l'ondulation est plus grande aux extrémités fémorale et tibiale qu'au centre.

Il faut noter ici que nos mesures effectuées aux différents niveaux cités ci-dessus ont été relevées sur différents spécimens et non pas sur un seul spécimen. Ce qui impose des limitations inhérentes concernant la validité de ces mesures, mais quand même cela nous donne une idée générale de la variation de l'ondulation de la fibre collagène. Pour déterminer des valeurs plus fiables, il faudra réaliser un plus grand nombre de mesures sur plusieurs séries de spécimens.

#### 3.4.2 Section droite du ligament croisé antérieur

Tout comme l'ondulation des fibres collagènes, la forme de la section droite du ligament croisé antérieur varie d'un endroit à l'autre. Ceci a été révélé par une observation microscopique d'une coupe transversale du ligament. Un assemblage photographique de plusieurs photos de la section droite, coupée au voisinage du site d'insertion tibial(ann. C, fig.1) nous montre une forme oblongue de superficie égale approximativement à  $11 \text{ mm}^2$ . Cependant, au niveau médial, la section droite prend une forme quasi-elliptique dont la superficie est égale à peu près à  $6.5 \text{ mm}^2$ (annexe C, fig. 2 et 3). Si nous passons au niveau fémoral, nous remarquons bien que la section

droite a la forme de croissant dont la surface est évaluée à  $8 \text{ mm}^2$  (annexe C) (figure 4).

La même remarque s'impose ici concernant ces résultats. Un programme expérimental systématique sur un nombre plus grand de spécimens permettrait d'obtenir des résultats plus statistiquement représentatifs.

### 3.5 ETUDE MACROSCOPIQUE DU LIGAMENT CROISE ANTERIEUR

Comme cela a été mentionnée au début de ce chapitre, l'étude macroscopique est faite sur des spécimens qui sont toujours attachés aux structures osseuses.

#### 3.5.1 Description du montage

Le tibia est percé d'un trou au centre du canal médullaire sans pour autant traverser le plateau tibial. Une tige métallique (no. 1 sur la figure 3.1) est introduite dans celui-ci avec un serrage suffisant pour empêcher tout mouvement relatif entre le tibia et la tige. Celle-ci est munie d'un cylindre sur lequel est collé un disque gradué de 0 à 360 degrés. L'ensemble (tige et cylindre) peut pivoter autour d'une autre tige métallique (no. 2 sur la figure 3.1) ou peut être bloqué à l'aide d'une vis. Un pointeur mobile permet d'indiquer sur le plateau tibial son intersection avec l'axe longitudinal du tibia. Quant au fémur, il est maintenu en position quasi-anatomique à l'aide d'une pince.

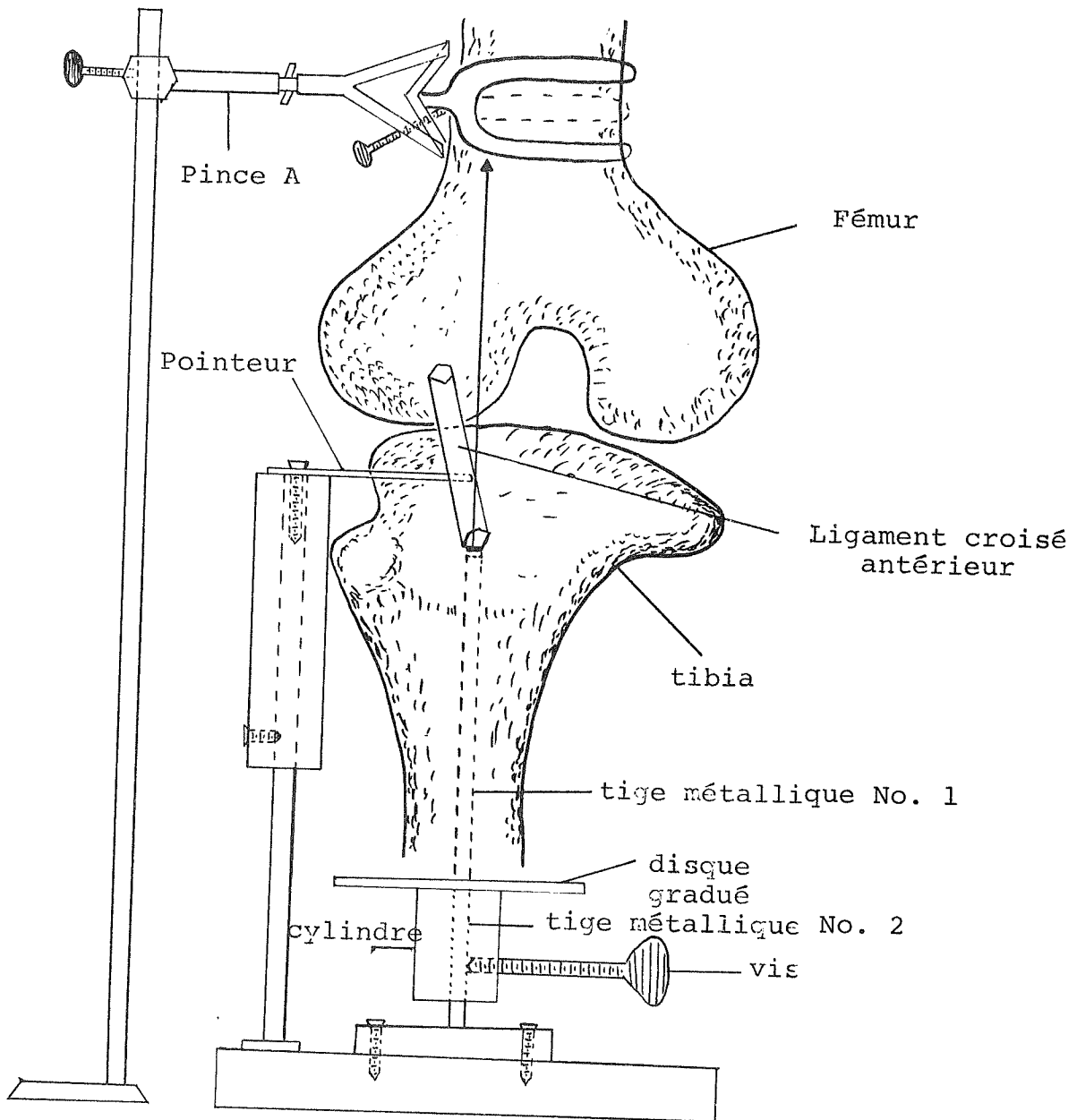


Figure 3.1: Description du montage servant à effectuer les mesures macroscopiques.

### 3.6 MESURE DE LA TORSION LIGAMENTAIRE

Le ligament croisé antérieur, dans sa position anatomique normale, est soumis à une torsion dont l'angle pourra être mesuré en se servant du montage décrit ci-dessus.

Le fémur étant fixe, nous avons effectué une rotation du tibia par rapport à son axe jusqu'à ce que le ligament ne subisse plus aucune torsion. Mesuré à l'aide du disque gradué, l'angle de rotation est toujours égal à environ  $90^{\circ}$ . Nous en déduisons l'angle de torsion du ligament en le considérant égal à la rotation du tibia par rapport au fémur.

### 3.7 MESURE DES LONGUEURS DU POLYGONE DANS LE PLATEAU TIBIAL

Une fois le ligament détordu complètement, le tibia est maintenu en position à l'aide d'une vis de fixation (figure 3.1). A ce moment, les deux structures osseuses (tibia et fémur) sont fixés l'une par rapport à l'autre. Nous choisissons alors cinq régions autour du site d'insertion tibial (figure 3.2). En reliant les régions consécutives par des segments de droite, nous obtenons ainsi un polygone dont les longueurs des côtés peuvent être mesurées à l'aide d'un compas à pointes sèches d'un pied à coulisse (voir tableau 2).

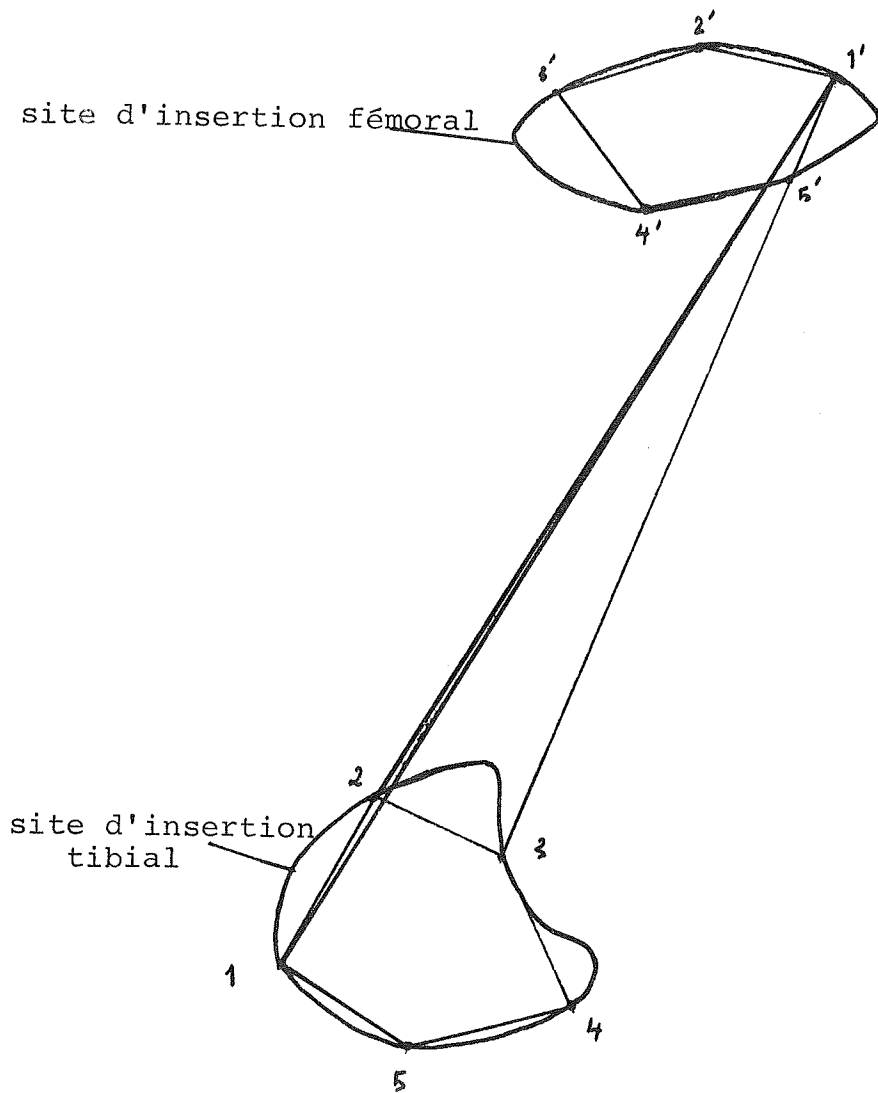


Figure 3.2: Mesure des longueurs du polygone dans le plateau tibial et des longueurs des fascicules.

L (MM)	REGION 1	REGION 2	REGION 3	REGION 4	REGION 5
REGION 1		5.0	9.5	7.5	
REGION 2			5.0		
REGION 3				6.5	
REGION 4					4.0
REGION 5	5.5				

Tableau 2: Etude macroscopique: mesures expérimentales des longueurs du polygone dans le plateau tibial

### 3.8 MESURE DES LONGUEURS DES FASCICULES DU LIGAMENT CROISE ANTERIEUR

---

En partant de chaque région choisie précédemment sur le plateau tibial (par exemple région 1) et en suivant le fascicule jusqu'au site d'insertion fémoral, nous pouvons localiser la région correspondante (région 1'). Cette région pourra être complètement déterminée dans l'espace en mesurant la longueur du fascicule qui relie ces deux régions (fascicule 1-1') et les longueurs entre la région 1' et les deux régions voisines de la région tibiale (région 2 et 3) (figure 3.2). De la même façon, nous faisons la mesure de longueurs pour les autres régions et nous obtenons alors le tableau 3 qui nous donne 15 mesures à faire pour déterminer les régions fémorales correspondantes aux régions tibiales.



L (MM)	REGION 1	REGION 2	REGION 3	REGION 4	REGION 5
REGION 1'	21.0	21.0	21.0		
REGION 2'		23.0	21.5	17.0	
REGION 3'			21.5	19.0	23.5
REGION 4'			15.5	13.5	13.5
REGION 5'	18.5			14.0	14.5

Tableau 3: Etude macroscopique: mesures expérimentales des longueurs des régions tibiales et fémorales.

## C H A P I T R E 4

### INTERPRETATION DES MESURES EXPERIMENTALES

Dans ce chapitre, nous présenterons les formulations relatives aux mesures expérimentales microscopiques et macroscopiques décrites au chapitre 3, dans le but de les introduire dans notre modèle du ligament croisé antérieur. Plus particulièrement, on déterminera d'abord, à partir des mesures microscopiques, les paramètres de l'ondulation. Ensuite les mesures macroscopiques permettront d'établir les coordonnées spatiales des "régions" des sites d'insertion tibial et fémoral. Après quoi, une méthode sera élaborée pour déduire les paramètres des fascicules à introduire dans le modèle.

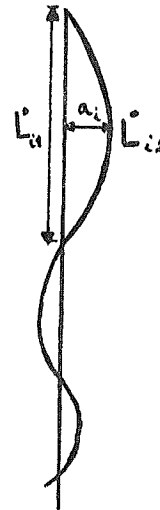
#### 4.1 MESURES MICROSCOPIQUES

Cette partie traite surtout de la mesure d'ondulation effectuée sur la fibre collagène. Elle consiste à déterminer la fonction de densité de la déformation de redressement de la fibre collagène  $\rho(\epsilon_s)$  discutée au chapitre 2.

##### 4.1.1 Calcul de la déformation de redressement de la fibre -----collagène-----

Nous avons supposé que le système collagène-élastine est

formé de plusieurs unités dont chacune est supposée avoir la forme d'une parabole. Donc, d'après les mesures d'amplitude et de période prises à différents niveaux (Tableau 1), nous sommes en mesure de calculer la déformation de redressement de la fibre collagène  $e_{si}$  de la façon suivante:



$$e_{si} = \frac{L_{i2}^0 - L_{i1}^0}{L_{i1}^0} \quad (4.1)$$

où  $L_{i1}^0$  est la longueur de l'élastine égale à la demi-période de l'unité  $i$  et  $L_{i2}^0$  est la longueur de la fibre collagène déterminée en utilisant l'équation d'une parabole:

$$L_{i2}^0 = \frac{1}{2} \sqrt{L_{i1}^0{}^2 + 16a_i^2} + \frac{L_{i1}^0{}^2}{8a_i} L_m \left( \frac{4a_i + \sqrt{L_{i1}^0{}^2 + 16a_i^2}}{L_{i1}^0} \right) \quad (4.2)$$

où  $a_i$  est l'amplitude de l'ondulation dans l'unité  $i$ .

En utilisant le tableau 1, nous pouvons construire un autre tableau en ajoutant cette fois-ci la longueur de la fibre collagène  $L_{i2}^0$  et sa déformation de redressement  $e_{si}$  (tableau 4).

NIVEAU	AMPLITUDE	DEMI-PERIODE	$L_{i2}$ ( $\mu_m$ )	$e_{si}$	MOY
TIBIAL (1)	1	3	3.7	0.245	0.29
TIBIAL (2)	2-4	6-10	7.4-13.3	0.245-0.334	
MEDIO-TIBIAL	10	10-20	23.2-29.5	1.32-0.48	0.90
MEDIAN (1)	3	10	12.0	0.204	0.15
MEDIAN (2)	2-5 5	9-16.5 20	10-20 23	0.12-0.20 0.147	
FEMORAL	1-4	7	7.3-11.1	0.05-0.59	0.32

Tableau 4: Calcul de la déformation de redressement de la fibre collagène à différents niveaux.

- (1) Microscope électronique à balayage  
(2) Microcospe optique

#### 4.1.2 Détermination de la fonction de densité de la déformation de redressement

D'après le tableau 4, la déformation de redressement moyenne est estimée à 0.415 avec un écart type de 0.33. Nous avons effectué un test statistique sur cette variable et vérifié la normalité de sa distribution (voir annexe D). Donc, la fonction de densité de cette déformation suit la loi normale et elle peut être représentée par:

$$P(e_s) = \frac{1}{0.33\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{e_s - 0.415}{0.33}\right)^2} \quad (4.3)$$

## 4.2 MESURES MACROSCOPIQUES

Les mesures de longueur que nous avons décrites au chapitre 3 nous permettent de déterminer les coordonnées de toutes les régions choisies autour du site d'insertion tibial et les coordonnées correspondantes du site d'insertion fémoral.

### 4.2.1 Détermination des coordonnées des sommets des pentagones

Nous avons choisi un système d'axes rectangulaires dont l'origine 0 coïncide avec la "région 1" et dont l'axe fait un angle de 30 degrés avec le segment de droite 1-2 (figure 4.1). Nous avons supposé que le plan  $XY$  coïncide avec le plateau tibial. En utilisant des relations cinématiques

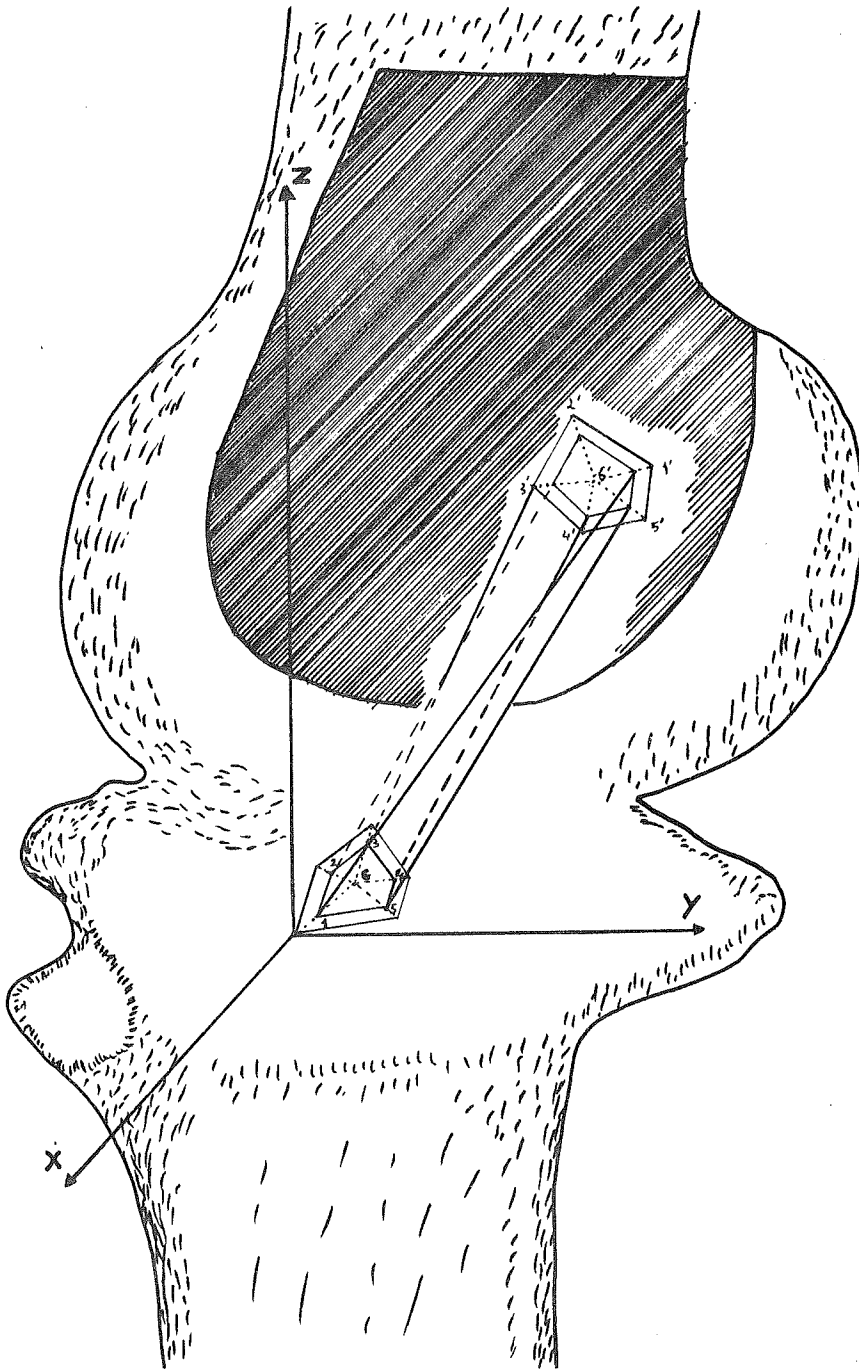


Figure 4.1: Position relative du système d'axes par rapport au tibia et au fémur et position des centres de fascicules dans les deux sites d'insertion tibial et fémoral.

simples; nous sommes en mesure de déterminer les coordonnées de chaque région en résolvant le système d'équations non-linéaires suivant:

SITE D'INSERTION TIBIAL

Point 1  $X_1 = 0 \quad Y_1 = 0$

Point 2  $X_2 = L_{1,2} \cos 30 \quad Y_2 = L_{1,2} \sin 30$

Point 3  $(X_3 - X_2)^2 + (Y_3 - Y_2)^2 = L_{2,3}^2$   
 $(X_3 - X_1)^2 + (Y_3 - Y_1)^2 = L_{1,3}^2$

Point 4  $(X_4 - X_3)^2 + (Y_4 - Y_3)^2 = L_{3,4}^2$   
 $(X_4 - X_1)^2 + (Y_4 - Y_1)^2 = L_{1,4}^2$

Point 5  $(X_5 - X_4)^2 + (Y_5 - Y_4)^2 = L_{4,5}^2$   
 $(X_5 - X_1)^2 + (Y_5 - Y_1)^2 = L_{1,5}^2$

SITE D'INSERTION FEMORAL

Points 1', 2' et 3'

$$(X'_i - X_i)^2 + (Y'_i - Y_i)^2 + Z_i'^2 = L_{i',i}^2$$

$$(X'_i - X_{i+1})^2 + (Y'_i - Y_{i+1})^2 + Z_i'^2 = L_{i',i+1}^2$$

$$(X'_i - X_{i+2})^2 + (Y'_i - Y_{i+2})^2 + Z_i'^2 = L_{i',i+2}^2$$

Points 4' et 5':

$$(X'_i - X_{i-1})^2 + (Y'_i - Y_{i-1})^2 + Z_i'^2 = L_{i',i-1}^2$$

$$(X'_i - X_i)^2 + (Y'_i - Y_i)^2 + Z_i'^2 = L_{i',i}^2$$

$$(X'_i - X_{i+1})^2 + (Y'_i - Y_{i+1})^2 + Z_i'^2 = L_{i',i+1}^2$$

Ce système d'équations a été résolu par l'application d'une sous-routine (ZSYSTEM) de la librairie IMSL (International Mathematical and Statistical Libraries) faisant appel à la méthode de Brown (Brown, 1969).

#### 4.2.2 Détermination des paramètres des fascicules

A partir des cinq régions des sites d'insertion identifiées précédemment, on propose de décomposer le ligament en six fascicules fictifs de forme cylindrique droite. Ceux-ci sont complètement définis par un estimé de leur rayon et des points d'insertion de leurs axes respectifs.

On suppose que l'axe du fascicule no. 6 passera par les centroïdes du pentagone tibial et du pentagone fémoral qui sont respectivement déterminés de la façon suivante:

Point 6:

$$X_6 = \sum_{i=1}^5 \frac{X_i}{5}$$

$$Y_6 = \sum_{i=1}^5 \frac{Y_i}{5}$$

Point 6':

$$X'_6 = \sum_{i=1}^5 \frac{X'_i}{5}$$

$$Y'_6 = \sum_{i=1}^5 \frac{Y'_i}{5}$$

$$Z'_6 = \sum_{i=1}^5 \frac{Z'_i}{5}$$



Etant donné que les cinq régions mesurées sont en périphérie des sites d'insertion, on fera l'hypothèse que les axes des cinq autres fascicules cylindriques passeront par le point situé au tiers de la distance reliant la région correspondante au centroïde pour chaque site d'insertion tibial et fémoral (voir figure 4.1). Donc

$$X_{oi}^{(i)} = \frac{2}{3} X_i^{(i)} + \frac{X_c^{(i)}}{3}$$

$$Y_{oi}^{(i)} = \frac{2}{3} Y_i^{(i)} + \frac{Y_c^{(i)}}{3}$$

$$Z_{oi}^{(i)} = \frac{2}{3} Z_i^{(i)} + \frac{Z_c^{(i)}}{3}$$

où  $X_{oi}^{(i)}$ ,  $Y_{oi}^{(i)}$ ,  $Z_{oi}^{(i)}$  sont les coordonnées des centres de fascicules et,  $X_i^{(i)}$ ,  $Y_i^{(i)}$ ,  $Z_i^{(i)}$  sont les coordonnées des régions choisies.

L'orientation de chaque fascicule peut être facilement déterminée de la façon suivante:

Fascicule  $i$

$$\beta_i = \text{Arc cos } \frac{Z_i'}{L_{i,i}} \quad i = 1, 2, \dots, 5$$

pour le fascicule 6 on a:

$$\beta_6 = \text{Arc cos } \frac{Z_6'}{L_{6,6}}$$

$$L_{6,6} = (X_6' - X_6)^2 + (Y_6' - Y_6)^2 + Z_6'^2$$

## C H A P I T R E 5

### PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS

Après une interprétation des mesures expérimentales microscopiques et macroscopiques décrites aux chapitres 3 et 4, nous sommes maintenant en mesure d'introduire les paramètres nécessaires dans notre modèle du ligament croisé antérieur présenté au chapitre 2 afin de tracer la courbe force-rapport d'extension au niveau de la fibre, du fascicule et du ligament.

Dans ce chapitre, nous présenterons les courbes obtenues numériquement à partir des sous-routines de la librairie IMSL et du traceur de courbes "CALCOMP". Nous discuterons au fur et à mesure des résultats que nous avons obtenus à chaque niveau d'analyse.

#### 5.1 NIVEAU DE LA FIBRE

Dans cette partie, nous nous référons au chapitre 2 et nous analysons plus particulièrement la relation (2.12). Cette relation pourra exprimer le rapport d'extension  $\lambda$  de la fibre en fonction de la force  $F(\lambda)$  qui lui est appliquée. Donc, en remplaçant  $e$  par  $(\lambda-1)$  et  $e_1$  par sa valeur donnée par  $\frac{F(\lambda)}{k_1}$ , l'équation (2.12) devient:

$$e = \lambda - 1 = \frac{F(\lambda)}{k_1} - V \int_0^{\frac{F(\lambda)}{k_1}} \frac{P(e_s)(\frac{F(\lambda)}{k_1} - e_s)}{e_s + V + 1} d(e_s) \quad (5.1)$$

Dans le chapitre 4 la fonction de densité  $P(e_s)$  donnée par l'équation (4.3) a été obtenue en se servant des mesures expérimentales obtenues sur le microscope électronique. Quant au rapport de constantes d'élasticité  $\nu = \frac{k_2}{k_1}$  de la fibre de collagène et d'élastine, il a été choisi comme étant égal à 100 (c'est-à-dire que la constante d'élasticité de la fibre collagène est 100 fois plus grande que celle de l'élastine). Ce choix a été basé sur la valeur utilisée par Lanir (1979) dans le modèle proposé pour la peau. Une étude microscopique plus détaillée permettra d'avoir sa valeur réelle une fois qu'on aura maîtrisé la procédure de préparation nécessaire à l'élimination sélective du collagène ou de l'élastine. Park (1979) a proposé un rapport de 333 entre la constante élasticité du collagène et de l'élastine. Donc, en introduisant la fonction  $P(e_s)$  et la valeur  $\nu$  dans l'équation (5.1), nous pouvons calculer l'intégrale qui se trouve dans cette équation pour différentes valeurs de  $\frac{F(\lambda)}{k_1}$  à l'aide de la sous-routine "DCADRE" de la librairie IMSL. Ensuite, en faisant varier  $\frac{F(\lambda)}{k_1}$  de 0 à 2.45 par intervalles de 0.05, nous obtenons des valeurs de  $\lambda$  variant de 1 à 1.7.

#### 5.1.1 Courbe force-rapport d'extension de la fibre

Cette courbe peut être tracée à l'aide du traceur de courbes "CALCOMP 563" disponible à l'Ecole Polytechnique.

L'axe des abscisses représente le rapport d'extension  $\lambda$  de la fibre et l'axe des ordonnées représente le rapport  $\frac{F(\lambda)}{K_1}$ . Les points déjà déterminés en faisant varier  $\frac{F(\lambda)}{K_1}$  en fonction de  $\lambda$  sont portés sur le graphique de la figure (5.1). Afin d'obtenir une relation plus simple que la relation (5.1), exprimant le rapport  $\frac{F(\lambda)}{K_1}$  en fonction de  $\lambda$ , nous pouvons faire passer par ces points une courbe exponentielle en utilisant les sous-routines "BECOV" et "RLMUL" de la librairie IMSL. Celles-ci ont pour but de déterminer l'équation de la courbe passant par les points tracés ci-dessus, en utilisant une méthode de régression linéaire. Cette équation d'ordre 4 est de la forme:

$$\frac{F(\lambda)}{K_1} = \sum_{i=1}^4 a_i e^{\lambda^i} + b \quad (5.2)$$

où

$$a_1 = 0.37563$$

$$a_2 = -0.08651$$

$$a_3 = 0.02981$$

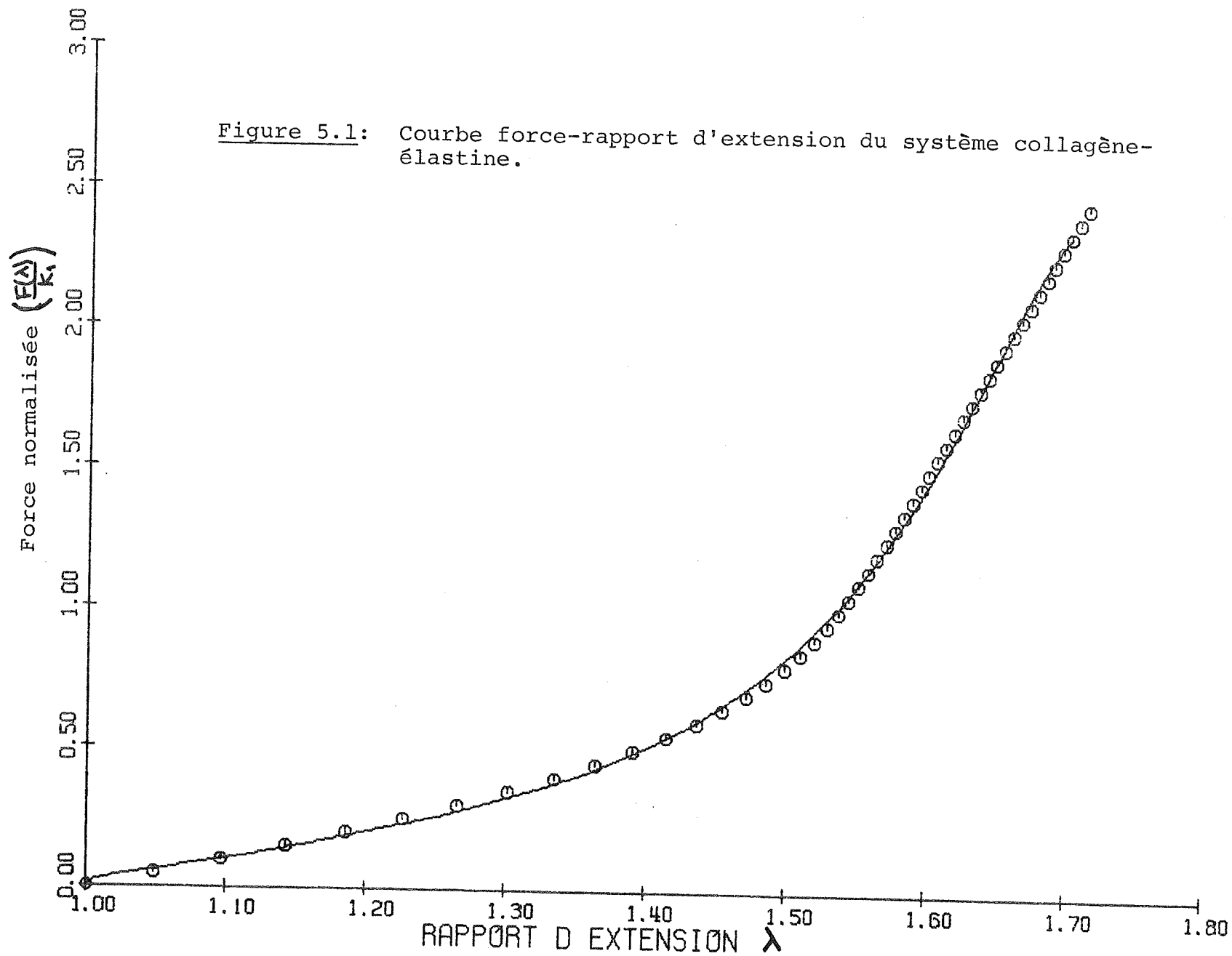
$$a_4 = -0.00031$$

et  $b = -0.84520$

L'équation (5.2) est une bonne approximation d'un cas particulier de l'équation (5.1) et pourra dorénavant la remplacer pour exprimer le rapport  $\frac{F(\lambda)}{K_1}$  en fonction du rapport d'extension  $\lambda$  de la fibre collagène.

Un examen du graphique de la figure (5.1) permet de remarquer que la courbe force-rapport d'extension de la fibre collagène peut être divisée en deux régions. La première région peut

Figure 5.1: Courbe force-rapport d'extension du système collagène-élastine.



être située dans un intervalle où  $\lambda$  peut varier approximativement de 1 à 1.5. Dans cette région, une grande extension peut se produire pour une faible charge. Elle correspond probablement à la déformation de l'élastine seule accompagnée du redressement de la fibre collagène initialement ondulée. Quant à la deuxième région, la force appliquée y augmente considérablement pour des petites augmentations du rapport d'extension. Ceci pourrait s'expliquer par le fait que la fibre collagène commence alors à subir de la déformation avec l'élastine.

## 5.2 NIVEAU DU FASCICULE

En suivant la même hiérarchie utilisée dans les autres chapitres, le deuxième niveau d'analyse correspond à l'étude de la courbe force-rapport d'extension du fascicule, à partir de celle de la fibre collagène. Comme mentionné au chapitre 2, chaque fascicule est considéré comme un cylindre formé de couches concentriques sur lesquelles sont distribuées des fibres disposées dans la direction de l'axe du cylindre.

La relation

$$\frac{T_m}{K_1 N} = \int_0^{R_f} \frac{F(\lambda)}{K_1} \cdot \frac{\Lambda}{\lambda} \cdot 2\pi R dR \quad (2.26)$$

exprime la force  $T_m$  exercée sur le fascicule en fonction du rapport d'extension  $\Lambda$  de celui-ci. Dans cette relation apparaît la force  $F(\lambda)$  exercée sur chaque fibre avec le rapport d'extension  $\lambda$  de celle-ci. L'équation (2.26) peut être simplifiée en y introduisant, d'une part la relation exponentielle entre  $\frac{F(\lambda)}{k_1}$  et  $\lambda$  donnée par (5.2), et d'autre part l'expression de  $\lambda$  (2.23) en fonction du rapport d'extension  $\Lambda$  et du rayon non-déformé du fascicule. Ce rayon, supposé égal pour les six fascicules, est obtenu en faisant une estimation de la section droite du fascicule comme étant égale à un sixième de celle du ligament.

En se basant sur une section droite moyenne du ligament égale à dix  $\text{mm}^2$ , le rayon extérieur  $R_f$  de chaque fascicule est déterminé comme étant égal à 0.73 mm.

Le paramètre  $N$  représentant la densité de fibres par unité de surface de la section droite du fascicule et la constante d'élasticité  $k_1$  de l'élastine, n'ayant pas encore été déterminés expérimentalement, sont considérés comme facteurs d'échelle appartenant au dénominateur de l'équation (2.26). Une étude plus détaillée des section droites sur le microscope électronique devrait permettre d'obtenir le paramètre  $N$ . Quant à  $k_1$ , c'est par l'étude des propriétés mécaniques du ligament après élimination sélective du collagène qu'il pourra être déterminé.

### 5.2.1 Courbe force-rapport d'extension des fascicules

Pour obtenir la courbe force-rapport d'extension de chaque fascicule, on se sert de la relation (2.26). Cette relation peut s'écrire d'une autre façon:

$$\frac{T_{mi}}{K_1 N} = \int_0^{R_f} \frac{F(\lambda)}{K_1} \cdot \frac{\Lambda_i}{\lambda} \cdot 2\pi R \, dR \quad i=1,2,3,\dots,6 \quad (5.3)$$

où  $T_{mi}$  est la force exercée sur le fascicule  $i$  dont le rapport d'extension est  $\Lambda_i = \frac{L_i''}{L_i'}$  avec  $L_i'$  et  $L_i''$  les longueurs du fascicule  $i$  respectivement avant et après déformation.

Chaque fascicule s'est vu imposer un type de déformation donné par le système d'équation (2.13) qui tient compte de la torsion et de la traction.

#### i) Torsion

Comme déjà mentionné dans le chapitre 3, toutes les mesures de longueur ont été effectuées dans une position où le ligament était détordu d'un angle d'environ 90 degrés (rotation externe du fémur par rapport au tibia). Au moyen de ces mesures, les coordonnées initiales des centres d'insertion des fascicules ont été calculées. Pour un ligament typique, les résultats obtenus sont représentés dans le tableau no. 5 avec la nomenclature suivante:



Centre d'insertion tibiale:  $X_i, Y_i, 0$

Centre d'insertion fémorale (avant rotation; position détordue):

$$X'_i, Y'_i, Z'_i$$

La longueur de chacun des fascicules est au carré:

$$L_i^2 = (X'_i - X_i)^2 + (Y'_i - Y_i)^2 + Z_i'^2$$

et l'orientation (angle avec l'axe du tibia) est donnée par:

$$\beta_i = \text{Arc Cos } \frac{Z'_i}{L_i}$$

Les coordonnées des positions anatomiques des centres d'insertion fémorale de chacun des fascicules (figure 5.2) sont obtenues alors par l'application d'une rotation inverse de  $\Delta = 30^\circ$  (rotation interne du fémur par rapport au tibia autour de l'axe du tibia) et sont représentées pour le même ligament dans le tableau no. 5 avec la nomenclature suivante:

Centre d'insertion fémorale (après rotation; position anatomique):

$$X_i'' = r_i \cos(\psi_i + \Delta)$$

$$Y_i'' = r_i \sin(\psi_i + \Delta)$$

$$Z_i'' = Z'_i$$

avec

$$r_i = \sqrt{X_i'^2 + Y_i'^2}$$

et

$$\psi_i = \text{Arctg } \frac{Y'_i}{X'_i}$$

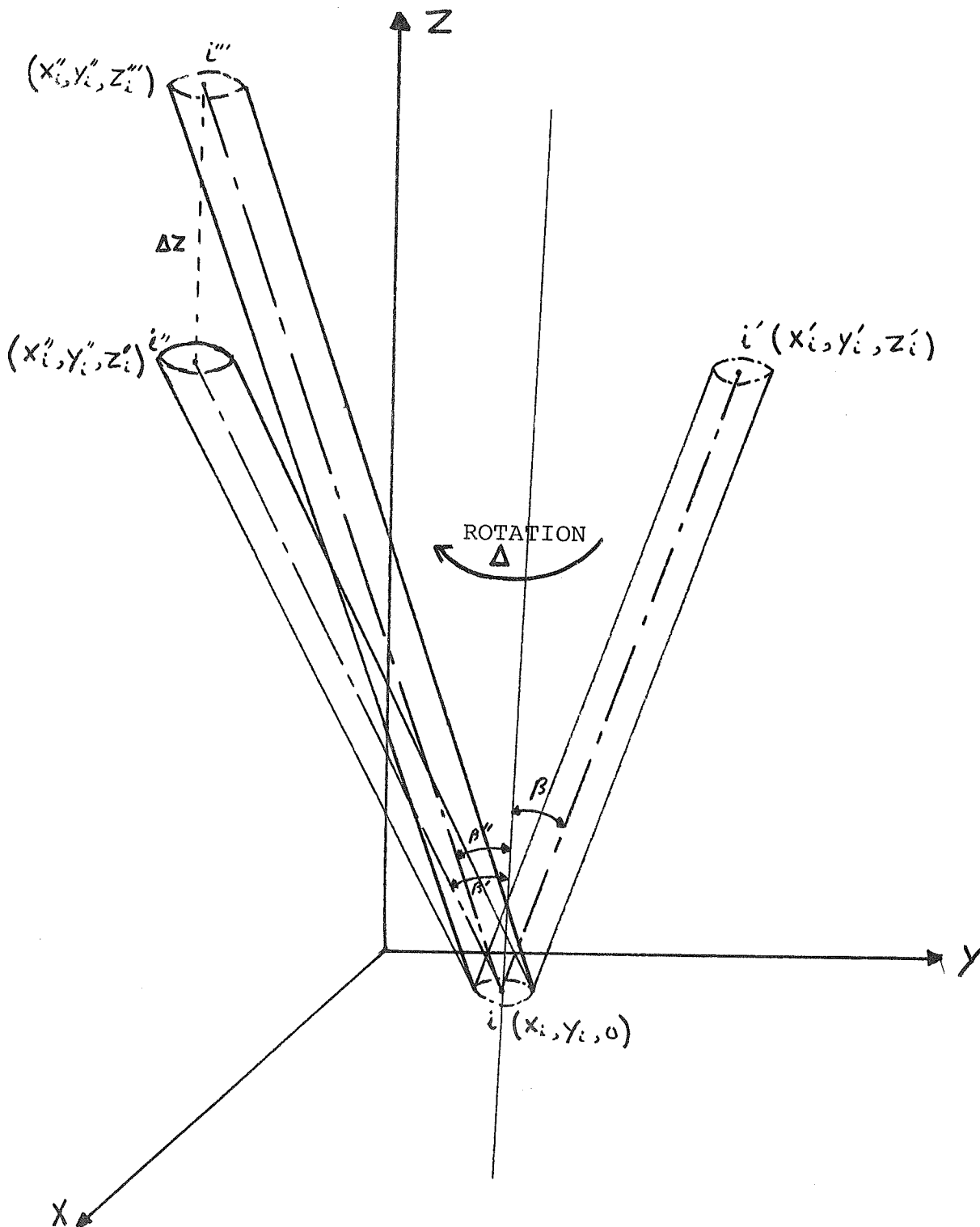


Figure 5.2: Coordonnées des positions anatomiques des centres d'insertion fémorale avant et après translation suivant l'axe .

A cause de la rotation, il va y avoir un changement de longueur du fascicule  $i$ . Donc, la nouvelle longueur et la nouvelle orientation sont calculées respectivement de la façon suivante:

$$L'_i = (x''_i - x_i)^2 + (y''_i - y_i)^2 + Z_i'^2$$

et

$$\beta'_i = \text{Arcos} \frac{Z_i'}{L'_i}$$

Les longueurs des fascicules et leur orientation avec l'axe  $Z$ , avant et après rotation sont tabulées dans le tableau 5 pour chacun des six fascicules.

## ii) Traction

Après avoir exercé de la torsion, un autre type de déformation est imposé sur chaque fascicule. Il s'agit d'une translation  $\Delta Z$  suivant l'axe du tibia (figure 5.2). Le centre fémoral de chaque fascicule se déplace d'une valeur égale à  $\Delta Z$  suivant  $Z$ .

Donc, les coordonnées suivant l'axe  $X$  et l'axe  $Y$  ne changent pas tandis que la coordonnée suivant l'axe  $Z$  est augmentée de  $\Delta Z$ . Connaissant les nouvelles coordonnées du centre d'insertion fémorale du fascicule  $i$ , après avoir imposé un déplacement vertical, on est capable de déterminer sa nouvelle longueur  $L''_i$  donnée par:

FASCICULE	Coordonnées des insertions tibiales			Coordonnées des insertions fémorales avant rotation			Coordonnées des insertions fémorales après rotation			L	L'	β	β'
	X <sub>i</sub>	Y <sub>i</sub>	Z <sub>i</sub>	X' <sub>i</sub>	Y' <sub>i</sub>	Z' <sub>i</sub>	X'' <sub>i</sub>	Y'' <sub>i</sub>	Z'' <sub>i</sub>				
1	-1.51	0.28	0	-11.33	14.36	10.25	14.36	11.33	10.25	20	21.9	59.2	63
2	-4.4	-1.4	0	-13.9	10.27	15.98	10.27	13.88	15.98	21.9	26.5	43.2	52.9
3	-7.7	-1.12	0	-13.72	12.96	14.65	12.9	13.7	14.65	21.2	29.4	46.2	60
4	-5.77	2.94	0	-7.81	13.3	10.65	13.3	7.8	10.65	15	22.4	44.7	61.1
5	-3.24	3.48	0	-6.5	13.8	12.25	13.8	6.5	12.25	16.3	21.2	41.4	54.6
6	-4.5	0.84	0	-10.6	12.9	12.76	12.9	10.6	12.76	18.6	23.7	46.6	57.5

Tableau 5: Coordonnées des insertions tibiales et fémorales des fascicules avec leur longueur et orientation avant et après rotation d'un angle de 90°.

$$L_i'' = (x_i'' - x_i)^2 + (y_i'' - y_i)^2 + Z_i''^2$$

où  $Z_i'' = Z_i' + \Delta Z$

et par suite son rapport d'extension déterminé par:

$$\Lambda_i = \frac{L_i''}{L_i}$$

Donc, à chaque valeur de  $\Delta Z$ , on pourra avoir une valeur correspondante de  $\Lambda_i$  pour le fascicule  $i$  et en utilisant l'équation (5.3), le rapport  $\frac{T_{ni}}{k_i N}$  peut être calculé en se servant de la sous-routine "DCADRE" de la librairie IMSL comme dans le cas de la fibre.

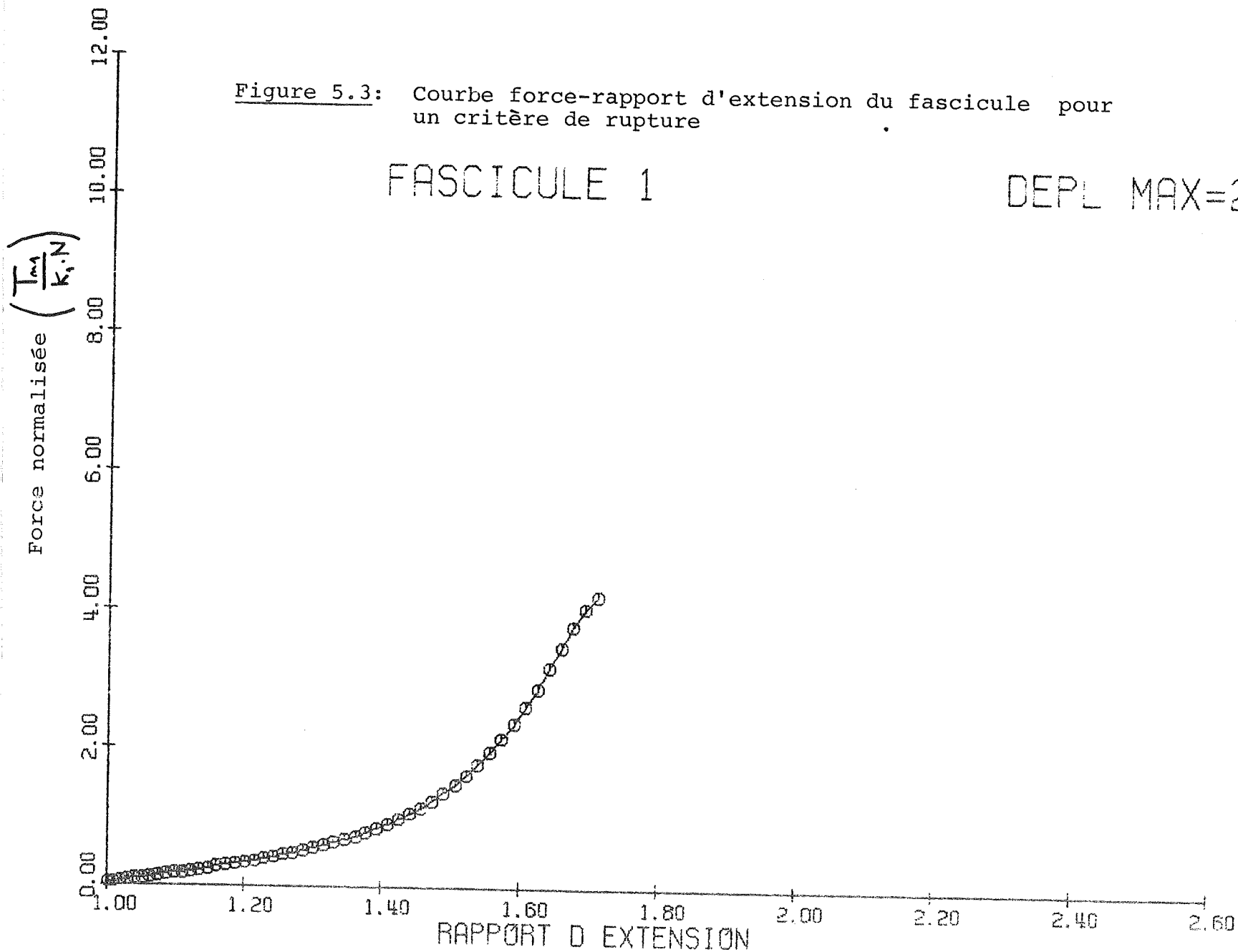
### 5.2.2 Critère de rupture

Dans le but de simuler la rupture progressive du ligament, nous avons supposé un critère de rupture pour les fascicules en considérant que la rupture se produit pour un rapport d'extension donné. A titre d'exemple, la figure (5.3) représente l'évolution de la courbe force-rapport d'extension pour un critère de rupture  $\Lambda = 1.7$ . Cette rupture se produira donc dans chaque fascicule à des déplacements verticaux  $\Delta Z$  différents qui ont été indiqués dans le tableau 6 pour les fascicules du ligament examiné.

Figure 5.3: Courbe force-rapport d'extension du fascicule pour un critère de rupture

FASCICULE 1

DEPL MAX=22.05



FASCICULE	DEPLACEMENT VERTICAL-MAXIMAL (MM)
1	22.05
2	24.0
3	28.0
4	22.0
5	19.6
6	22.5

Tableau 6: Déplacement maximal correspondant à la rupture ( $\Lambda = 1.7$ ) pour chacun des six fascicules.

### 5.3 NIVEAU DU LIGAMENT

Dans le chapitre 3, nous avons mentionné que le ligament est considéré comme un assemblage d'un nombre fini (6) de fascicules. Donc, ses propriétés mécaniques dépendent de celles de la fibre et du fascicule. Nous avons déjà déterminé dans les sections précédentes, les courbes force-rapport d'extension de la fibre et du fascicule. En tenant compte de ces courbes, nous pouvons tracer la courbe force-déplacement du ligament.

#### 5.3.1 Courbe force-déplacement du ligament

En imposant un déplacement vertical  $\Delta Z$  dans la direction de l'axe  $Z$ , on peut calculer la force exercée sur le ligament en se servant de l'équation (2.27):

$$\Phi = \frac{1}{K_i \cdot N} \sum_{i=1}^6 T_{mi} \cos \beta'_i \quad (2.27)$$

où  $T_{mi}$  est la force exercée sur le fascicule  $i$ .

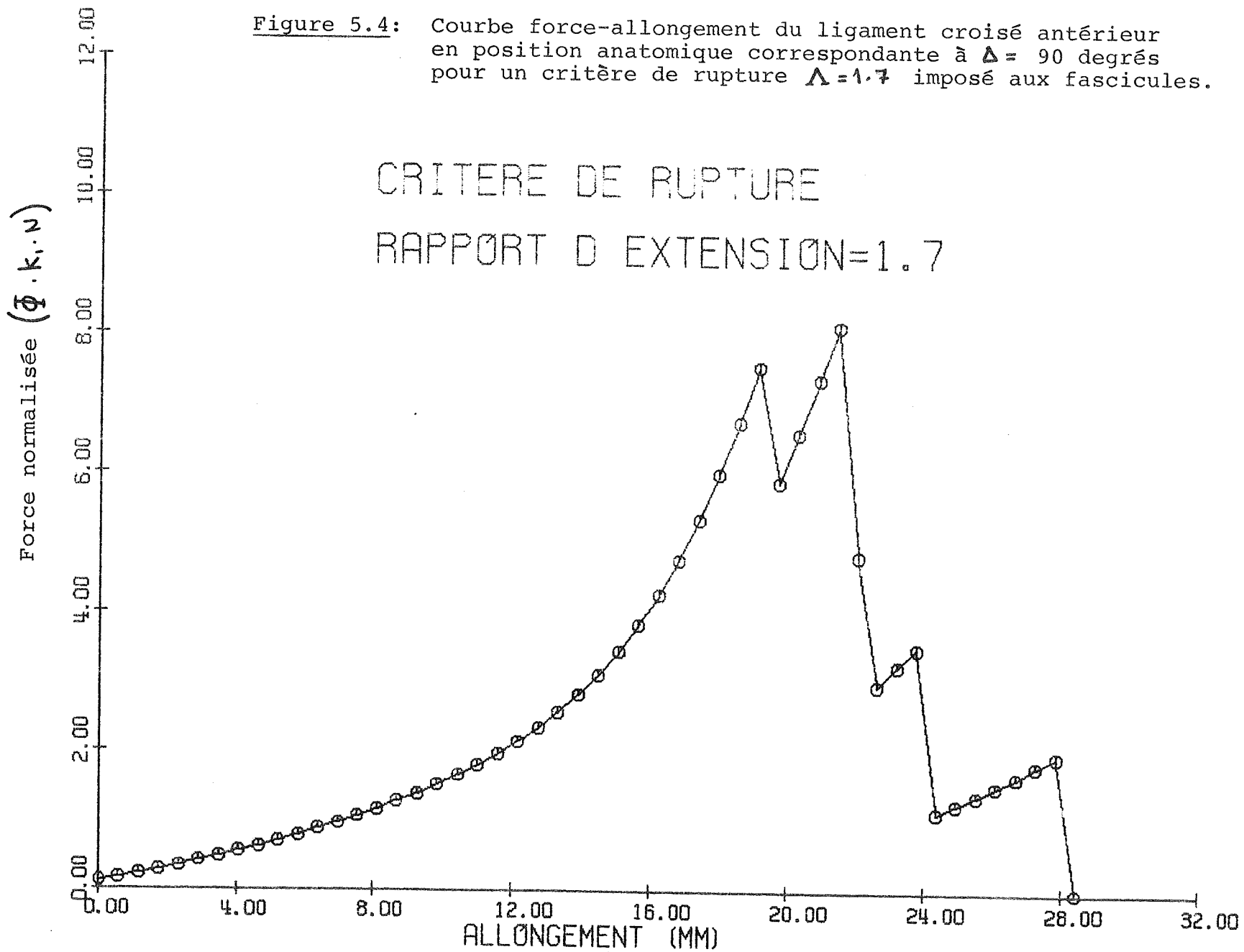
et  $\beta'_i$  est l'angle entre l'axe du fascicule  $i$  et l'axe  $Z$ .

Au début, cette force  $\Phi$  est égale à la projection sur l'axe du tibia de toutes les forces exercées sur les six fascicules. Le critère de rupture imposé dans la section précédente va influencer la force  $\Phi$  qui subira une chute brusque chaque fois que la rupture d'un fascicule se produira.

(figure 5.4)



Figure 5.4: Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur en position anatomique correspondante à  $\Delta = 90$  degrés pour un critère de rupture  $\Lambda = 1.7$  imposé aux fascicules.



### 5.3.2 Influence de la rotation du ligament

Pour montrer l'influence de la rotation du fémur par rapport au tibia sur la courbe force-allongement du ligament, nous avons tracé les courbes force-allongement pour une rotation interne de  $45^{\circ}$  (rotation de  $45^{\circ}$  à partir de la position détordue) (voir figure 5.5) et pour une rotation externe de  $45^{\circ}$  (rotation de  $135^{\circ}$  à partir de la position détordue) (voir figure 5.6).

Nous avons constaté que le modèle prédit une modification de la réponse mécanique lors de la rotation du ligament surtout pour les grandes allongements ( $\Delta Z > 2 \text{ mm}$ ). Ceci devrait être vérifié expérimentalement puisque les seuls résultats expérimentaux obtenus par Bassidi (1979) pour l'influence de la position relative du tibia et du fémur lors de la traction l'ont été pour des allongements allant de 0 à 2 mm.

Le critère de rupture que nous avons imposé aux fascicules a été choisi d'une façon arbitraire. Bien que la rupture du ligament croisé antérieur se produit entre 30% et 70% de déformation, nous avons essayé de tracer la courbe force-allongement pour deux autres critères de ruptures correspondant à  $\Lambda = 1.45$  et  $\Lambda = 1.55$  respectivement. (voir figures 5.8 et 5.9). De même, l'influence de la rotation du ligament a été présentée pour ces deux critères de rupture (voir figures 5.10, 5.11, 5.12 et 5.13).

Figure 5.5: Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur après une rotation interne de  $45^\circ$  (rotation de  $45^\circ$  à partir de la position détordue) pour un critère de rupture  $\Lambda = 1.7$  imposé aux fascicules.

CRITERE DE RUPTURE  
RAPPORT D EXTENSION=1.7

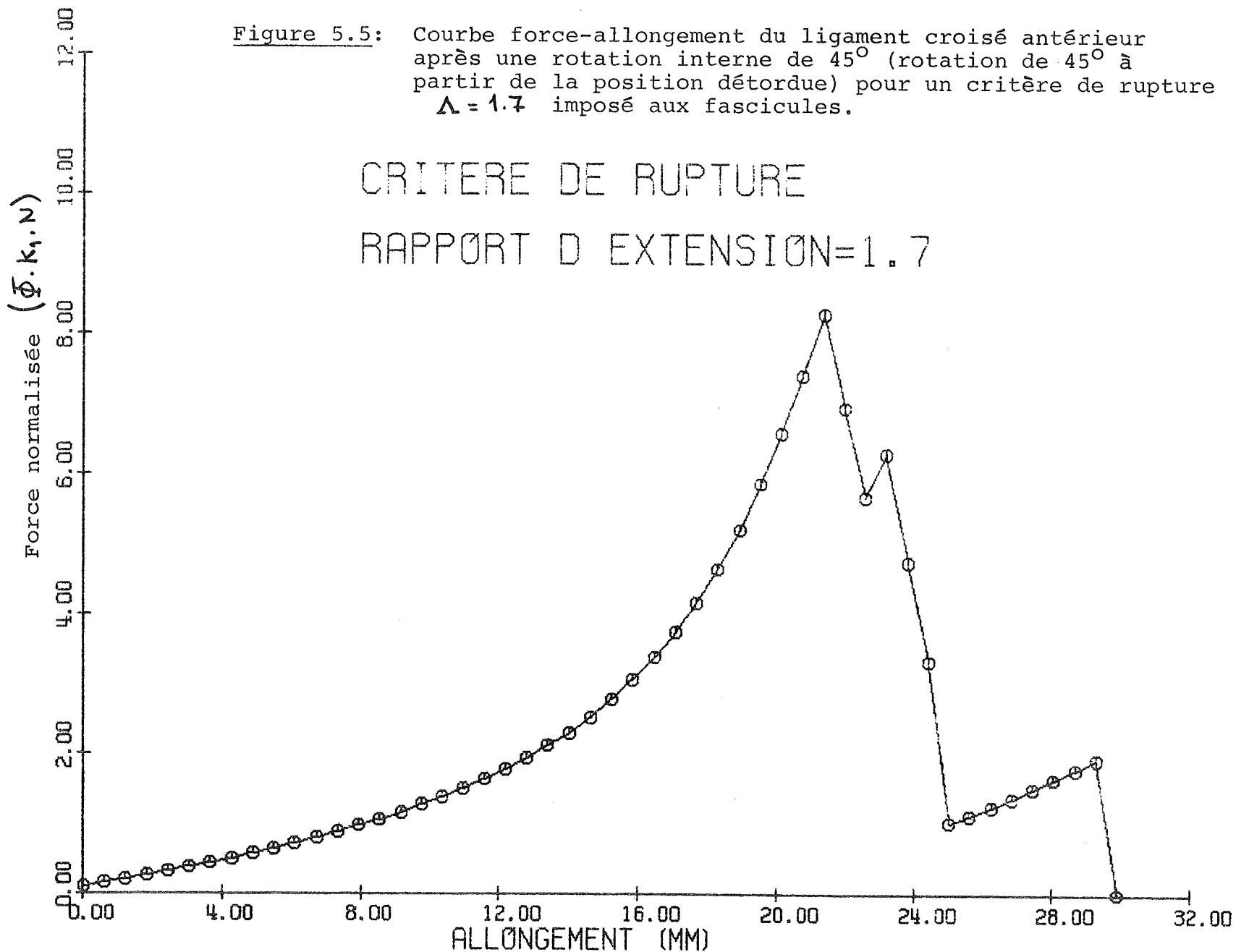
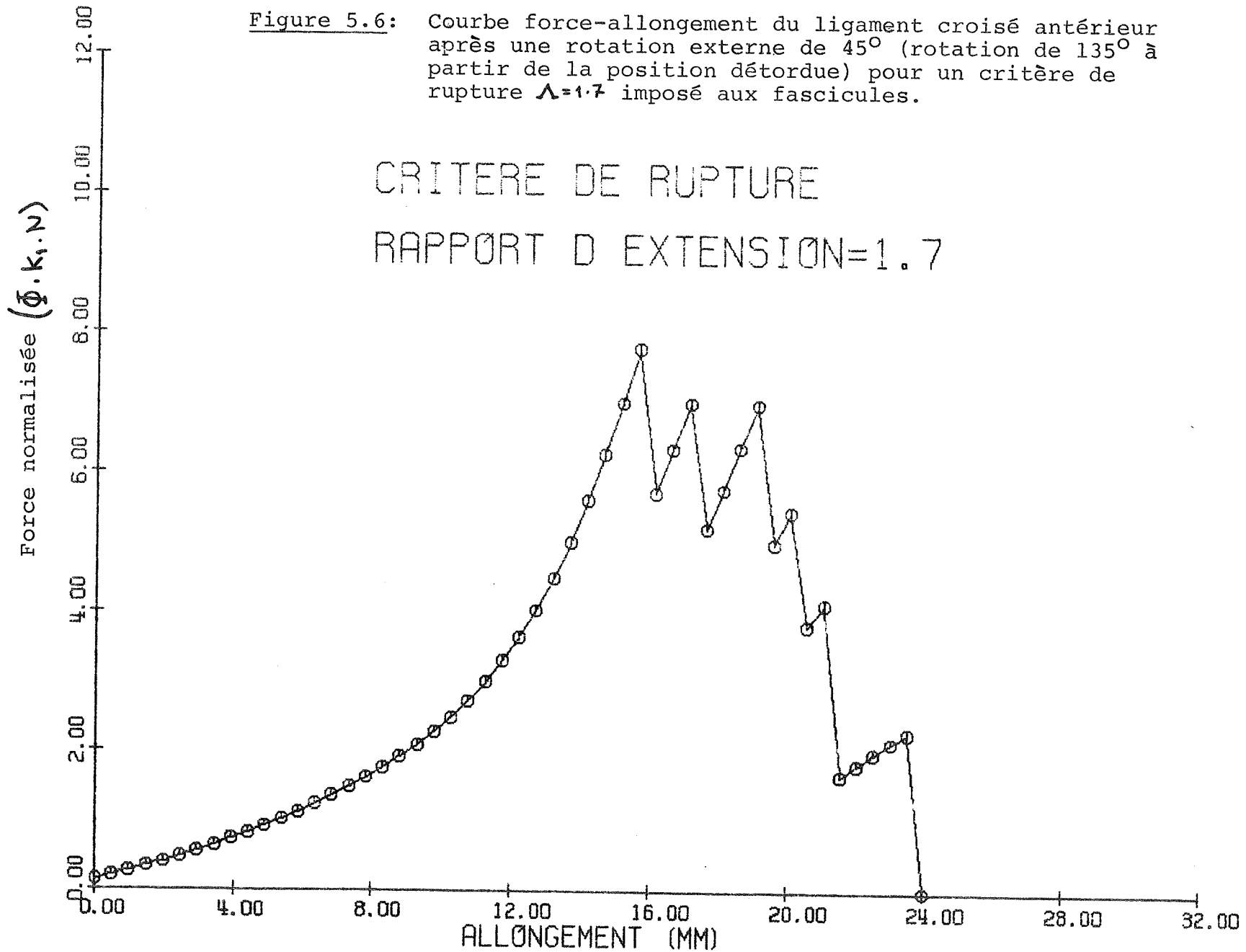


Figure 5.6: Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur après une rotation externe de  $45^\circ$  (rotation de  $135^\circ$  à partir de la position détordue) pour un critère de rupture  $\lambda=1.7$  imposé aux fascicules.

CRITERE DE RUPTURE  
RAPPORT D EXTENSION=1.7



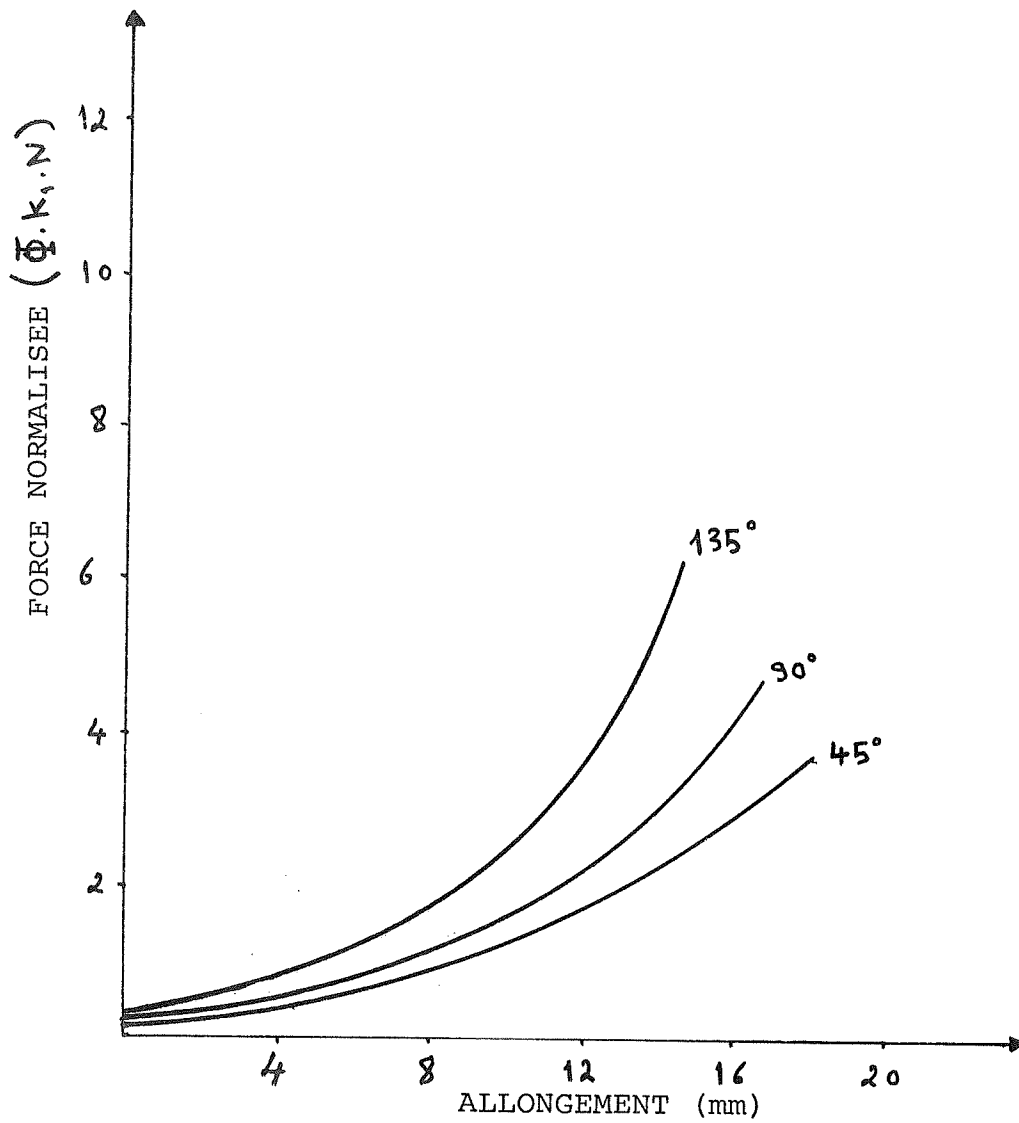


Figure 5.7: Influence de la rotation sur la courbe force-allongement du ligament croisé antérieur pour un critère de rupture

Figure 5.8: Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur en position anatomique pour un critère de rupture  $\Lambda=1.45$  imposé aux fascicules.

CRITERE DE RUPTURE  
RAPPORT D EXTENSION=1.45

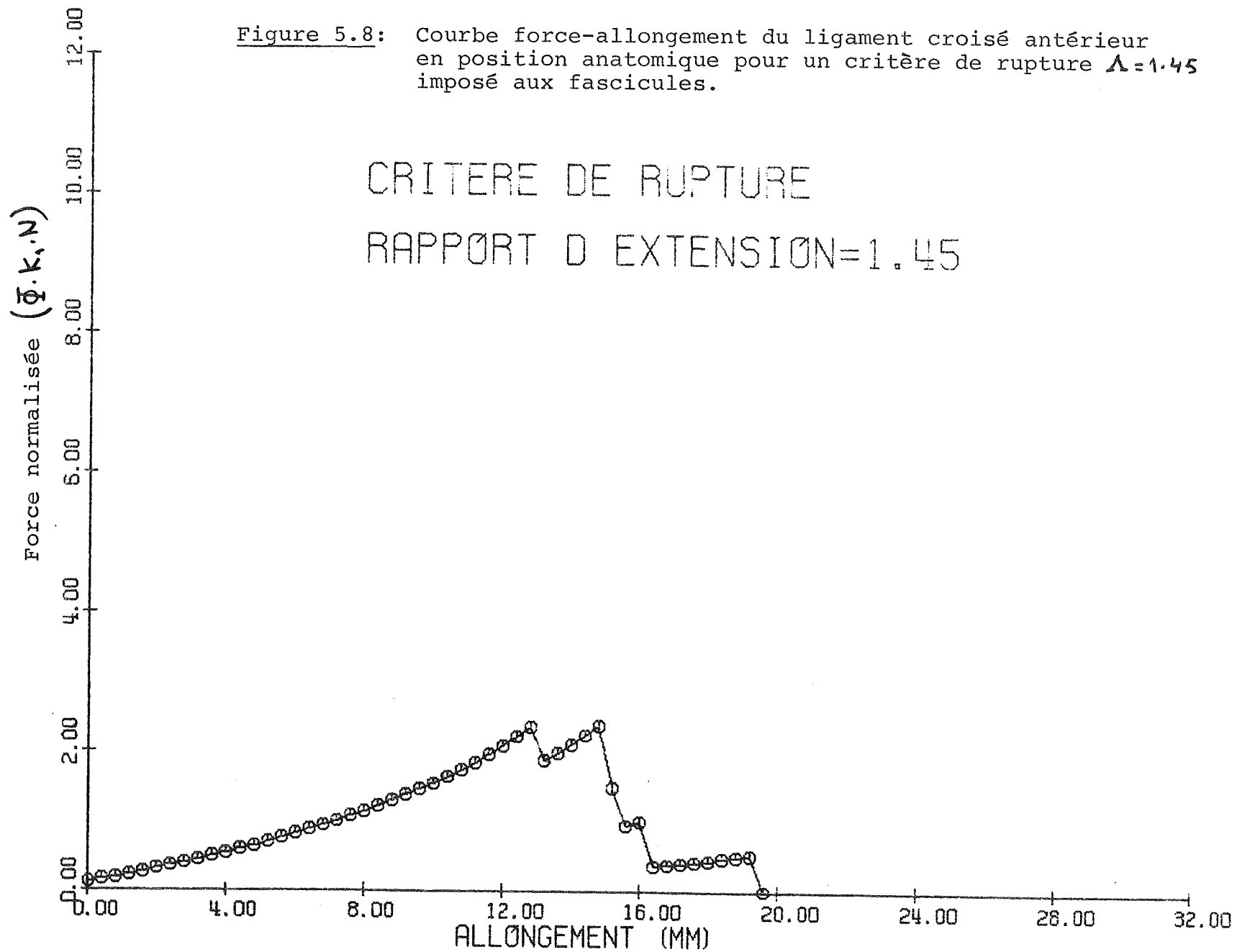


Figure 5.9: Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur en position anatomique pour un critère de rupture  $\lambda = 1.55$  imposé aux fascicules.

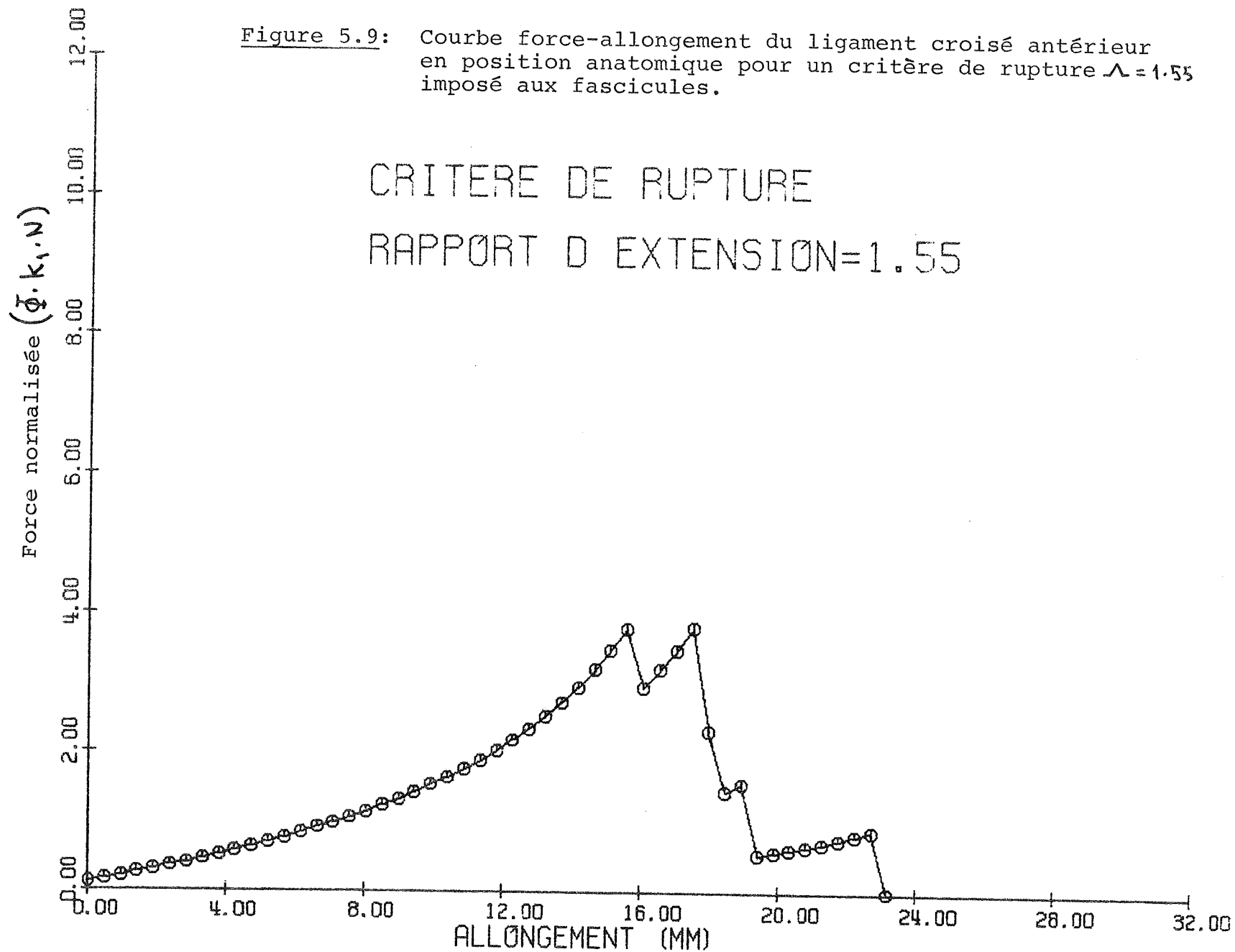


Figure 5.10: Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur après une rotation interne de 45° pour un critère de rupture  $\Lambda = 1.45$

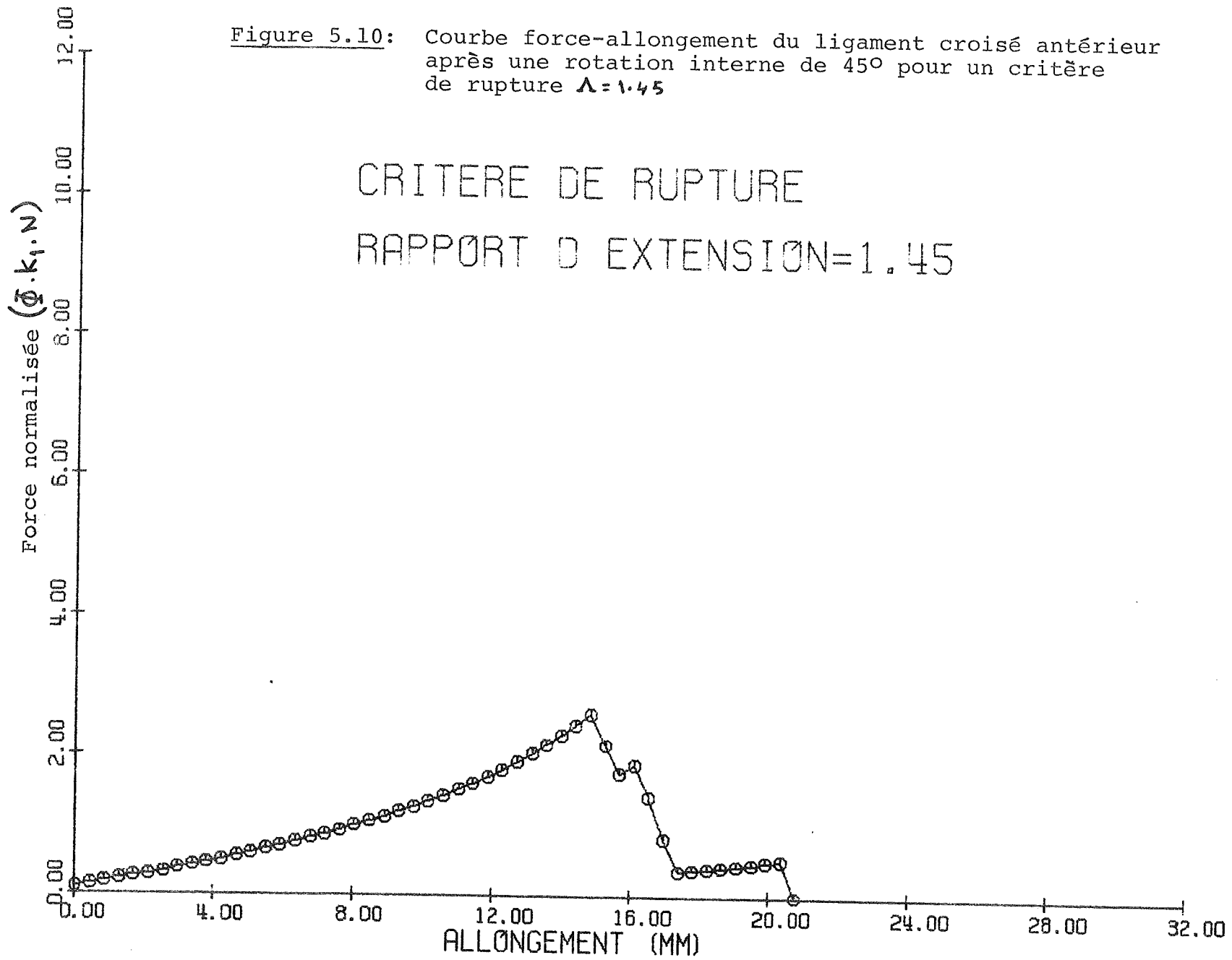




Figure 5.11: Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur après une rotation externe de  $45^{\circ}$  pour un critère de rupture  $\lambda = 1.45$

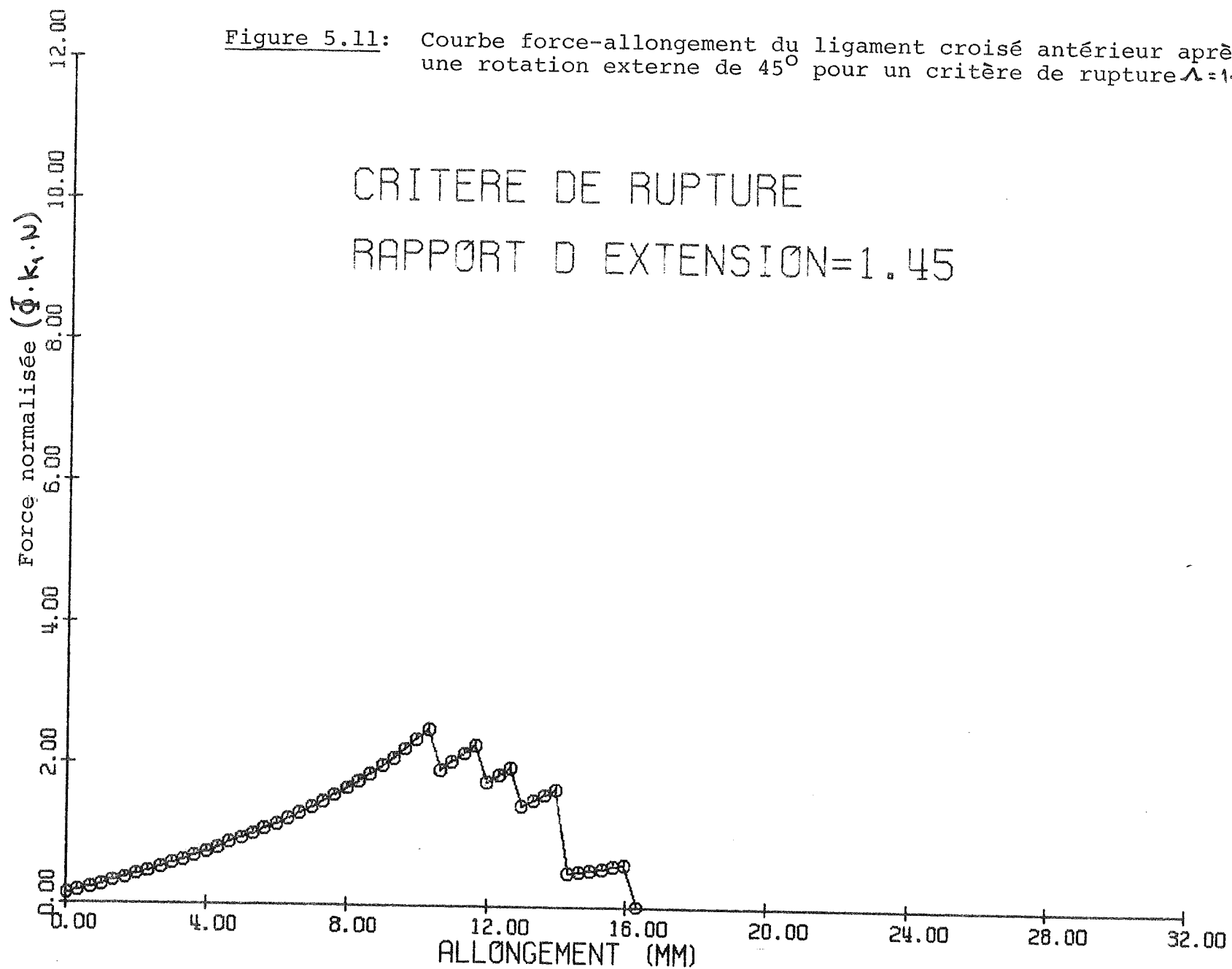


Figure 5.12: Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur après une rotation interne de 45° pour un critère de rupture  $\Lambda = 1.55$

CRITERE DE RUPTURE  
RAPPORT D EXTENSION=1.55

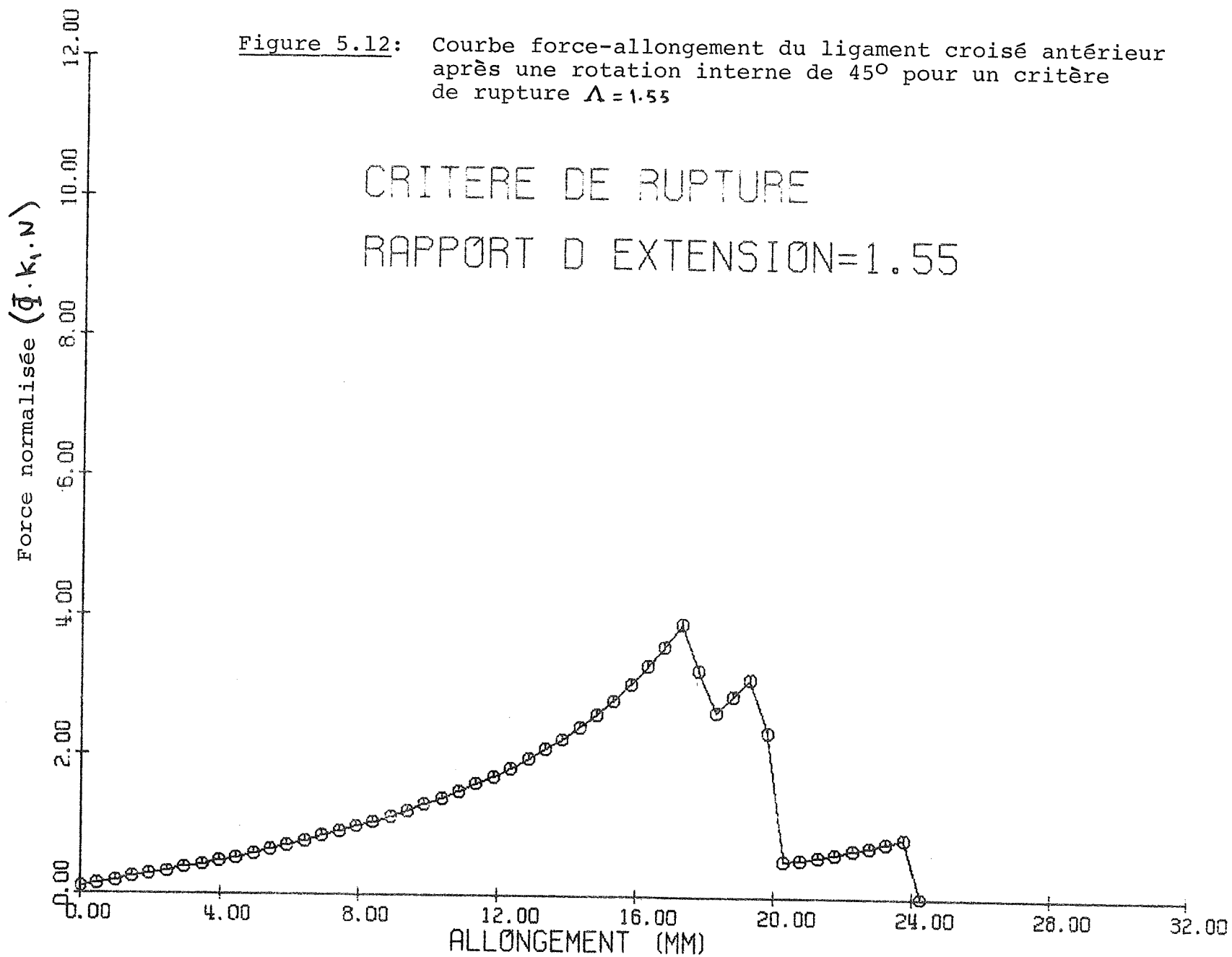
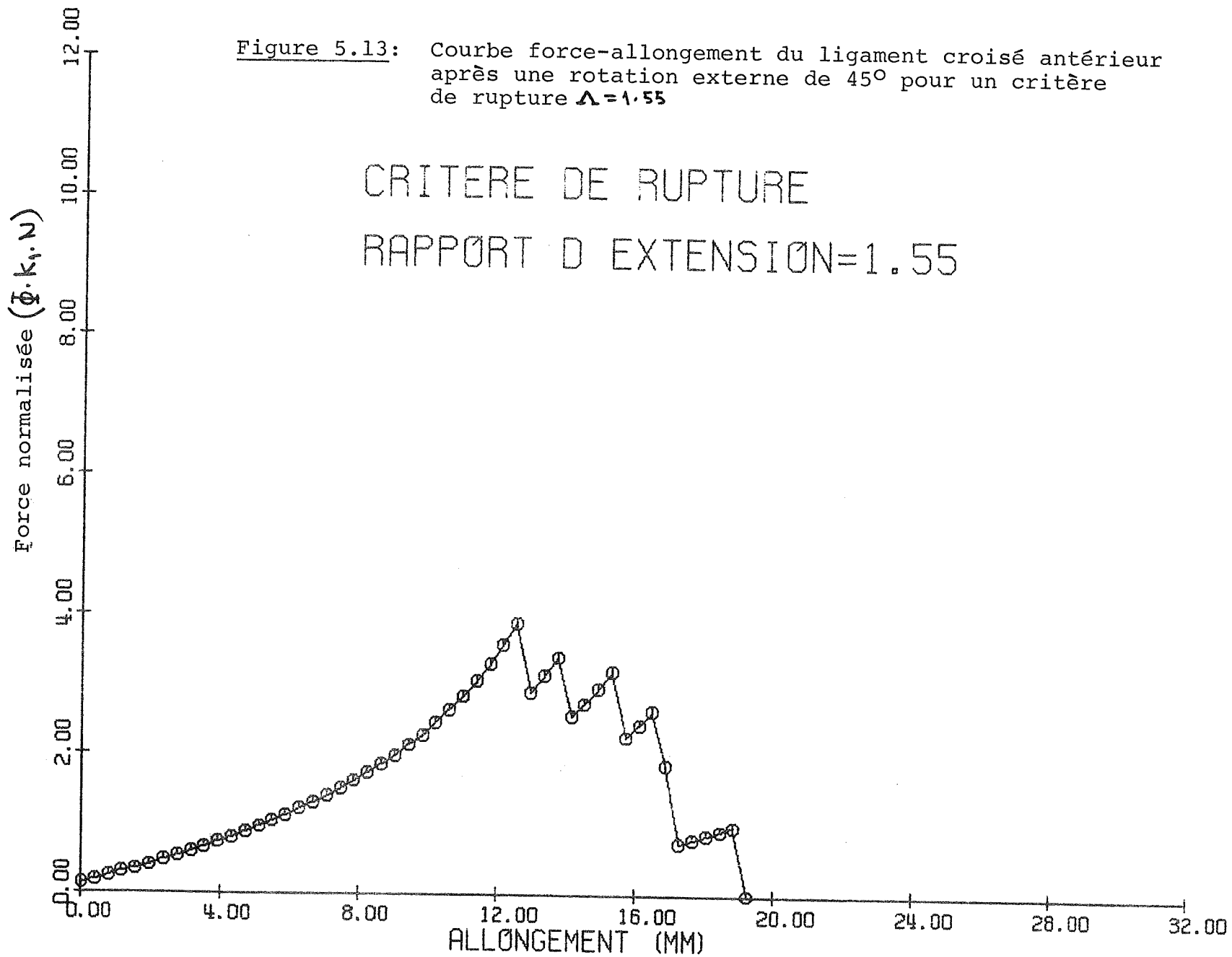


Figure 5.13: Courbe force-allongement du ligament croisé antérieur après une rotation externe de 45° pour un critère de rupture  $\Lambda = 1.55$



C H A P I T R E 6CONCLUSION

La modélisation du ligament croisé antérieur selon les deux niveaux microscopique et macroscopique a révélé la non-linéarité de sa courbe force-allongement et l'influence de la variation de l'ondulation de la fibre collagène sur son comportement mécanique. Le modèle conçu tient compte d'une part, des mesures expérimentales microscopiques au niveau de la fibre collagène et de la section droite du ligament et, d'autre part, des mesures expérimentales macroscopiques au niveau des fascicules.

Ce modèle s'applique à n'importe quelle autre structure ligamentaire à condition que les mesures expérimentales macroscopiques correspondantes soient réalisées. Il y a cependant un certain nombre d'améliorations possibles au modèle et aux méthodes expérimentales utilisées. Les mesures microscopiques ont été effectuées seulement sur l'ondulation de la fibre collagène. Cependant, les caractéristiques biochimiques et mécaniques de l'élastine sont encore très peu connues. Il reste donc là tout un domaine d'investigation.

Il faudra noter aussi que les mesures, tant microscopiques que macroscopiques, ont été effectuées pour la première fois sur le ligament et qu'il n'existe pas dans la littérature d'étude semblable à laquelle on puisse les comparer. Elles ont

une marge d'erreur encore importante qui ne pourrait être éliminée qu'en utilisant une méthode plus raffinée sur un plus grand nombre de spécimens. En ce qui concerne les ondulations, une identification plus précise de la localisation de la région échantillonnée améliorerait la fonction de densité de la déformation de redressement de la fibre collagène. Aussi une localisation plus précise de l'axe du tibia par rapport aux sites d'insertion, tant tibial que fémoral, rendrait plus fiables les mesures macroscopiques effectuées sur le ligament.

Enfin, un autre moyen d'améliorer la précision du modèle consiste à augmenter le nombre de fascicules, mais ceci est évidemment relié à un raffinement de la méthode des mesures macroscopiques.

B I B L I O G R A P H I E

- (1) ALLAIRE, P.E., THACKER, J.G., EDLICH, R.F., RODE HEAVER G.J., EDGERTON, M.T. (1977). "Finite Deformation Theory fon in Vivo Human Skin". J. Bioengineering, 1: 239-243.
- (2) BASSIDI AIT, M. (1979). "Propriétés mécaniques du ligament croisé antérieur du chien". Mémoire de maîtrise, Département de génie métallurgique, Ecole Polytechnique de Montréal.
- (3) BARBENEL, J.C., EVANS, J.H. and JORDAN, M.M. (1978). "Tissue mechanics". Eng. Medicine, 7: 5-9.
- (4) BERNSTEIN, B., KEARSLEY, E.A. and ZEPAS, L.S. (1963). "A Study of Stress Relaxation with Finite Strain". Trans. soc. Rheol, 7: 391-410.
- (5) BESKOS, D.E. and JENKINS, J.T. "A Mechanical Model for the Mammalian Tendon". J. App. Mech., 42: 755-758.
- (6) BLOOM, W. and FAWCETT, D.W. (1968). "Connective Tissue properties". A Textbook of Histology, W.B. Saunders Company: 158-195.
- (7) BOLOTIN, V.V. (1966). "Layered Elastic and Viscoelastic Median with Small Initial Irregularities". Mech. of Solids, 40.

- (8) BROWN, K. M. (1969). "A Quadratically Convergent Newton-Like Method Based upon Gaussian-Elimination". *SIAM Journal on Numerical analysis*, 6(4): 560-569.
- (9) BUGNION, E. (1892). "Mécanisme du Genou". *Recueil Inaugural de l'Université de Lausanne*. Quoted by Poirier and Chapy, P. 819.
- (10) COMNINOU, M. and YANNAS, I.V. (1976). "Dependence of Stress-Strain Nonlinearity of Connective Tissues on the Geometry of Collagen Fibers". *J. Biomechanics*, 9: 427-433.
- (11) CZYBA, J.C., DUBOIS, P., GIROD, C. (1968). "Eléments de Biologie Humaine". Editions Médicales Flammarion.
- (12) DEHOFF, P.H. (1978). "On the Nonlinear Viscoelastic Behavior of Soft Biological Tissues". *J. Biomechanics*, II: 35-40.
- (13) DEMIRAY, H. (1972). "A Note of the Elasticity of Soft Biological Tissues". *J. Biomechanics*, 5: 309-311.
- (14) DEMIRAY, H. and VITO, R.P. (1976). "Large Deformation Analysis of Soft Biomaterials". *Int. J. Eng. Sci*, 14: 789-793.
- (15) DORLOT, J.M., AIT BASSIDI, M., TREMBLAY, G.M., DROUIN, G. (1980). "Functional Characterization of Canine Lateral Cruciate Ligaments". *Am. Society of Mechanical Engineers*, 5 p.

- (16) ERICKSEN, J.L. and RIVLIN, R.S. (1954). "Large Elastic Deformations of Homogeneous Anisotropic Materials". J. Ration. Mech. Analysis 3: 281-300.
- (17) FUNG, Y.C. (1972). "Stress-Strain History Relations of Soft Tissues in Simple Elongation". In FUNG, Y.C., PERRONE, N. and ANLIKER, M. (Eds), Biomechanics-Its Foundations and Objectives. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall: 181-208.
- (18) FUNG, Y.C. (1967). "Elasticity of Soft Tissues in Simple Elongation". Am. J. Physiology, 213, N:6: 1532-1544.
- (19) GIBSON, T. and KENNEDI, R.M. (1968). "The Structural Components of the Dermis and their Mechanical Characteristics in "The Dermis" (MONTAGNA, W., BENTLEY, J.P. and DOBSON, R.L., Eds). Appleton-Century-Crofts; Educational Division - Meredith Corporation, N.Y.
- (20) GIRGIS, F.G., MARSHALL, J.L., MONAJEM, A. (1975). "The Cruciate Ligaments of the Knee Joint: Anatomical, Functional and Experimental Analysis". Chincal orth. Rel. Research, 106: 216-231.
- (21) GOU, PERNG-FEI, (1970). "Strain Energy Function for Biological Tissues". J. Biomechanics 9: 547-550.
- (22) GREEN, A.E. and ZERNA, W. (1968). "Theoretical elasticity". Oxford at the Clarendon press second edition.



- (23) HAUT, R. and LITTLE, R. (1969). "Rheological Properties of Canine Anterior Cruciate Ligaments". J. Biomechanics, 2: 289-298.
- (24) HAUT, R. and LITTLE, R. (1972). "A Constitutive Equation for Collagen Fibers". J. Biomechanics: 423-430.
- (25) JENKINS, R.B. and LITTLE, K.W. (1974). "A Constitutive Equation for Parallel-Fibered Elastic Tissue". J. Biomechanics, 7: 397-402.
- (26) KENNEDY, J.C., WEINBERG, H.W., WILSON, A.S. (1974). "The Anatomy and Function of the Anterior Cruciate Ligament as Determined by Clinical and Morphological Studies". J. Bone and Joint Surgery, 56A: 223-235.
- (27) LANIR, Y. (1976). "Biaxial Stress-Relaxation in Skin". Annals of Biomedical Engineering, 4: 250-270.
- (28) LANIR, Y. (1978). "Structure-Function Relations in Mammalian Tendon: The Effect of Geometrical Nonuniformity". J. Bioengineering, 2: 119-128.
- (29) LANIR, Y. (1979). "A Structural Theory for the Homogeneous Biaxial Stress-Strain Relationships in Flat Collageneous Tissues". J. Biomechanics, 12: 423-436.
- (30) LIANIS, G. (1963). "Constitutive Equations of Visco-elastic Solids under Large Deformation". A & ES Report N. 65-5, Purdue University.

- (31) LING, S.C. and SHOW, C.H. (1977). "The Mechanics of Corrugated Collagen Fibrils in arteries", *J. Biomechanics*, 10: 71-77.
- (32) MOONEY, M. (1940). "A Theory of Large Elastic Deformations", *J. Appl. Phys.*, 11: 582-592.
- (33) MOURIQUAND, C. (1976). "Les Tissus", Armand Colin
- (34) MINNS, R.J., SODEN, P.D., JACKSON, D.S. (1973). "The role of the Fibrous Components and Ground Substance in the Mechanical Properties of Biological Tissues: A Preliminary Investigation". *J. Biomechanics*, 6: 153-165.
- (35) NOYES, R., DELUCAS, J.L., TORVIK, P. (1974). "Biomechanics of Anterior Cruciate Ligament Failure: An analysis of Strain-Rate Sensitivity and Mechanisms of Failure in Primates", *J. of Bone and Joint Surgery*, 56-A: 236-253.
- (36) PARK, Joon Bu (1979). "Biomaterials: An Introduction", Plenum Press, N.Y. & London.
- (37) PINTO, J.G. and FUNG, Y.C. (1973). "Mechanical Properties of the Heart Muscle in Passive State". *J. Biomechanics*, 6: 597-616.

- (38) POLICORD, A., COLLET, A. (1961). "Physiologie du Tissu Conjonctif Normal et Pathologique". Mairon et Cie Editeurs.
- (39) REISSNER, E. (1972). "On One-Dimensional Finite-Strain Beam Theory: The Plane Problem". ZAMP 23: 795.
- (40) RICH, A. (1959). "Biophysical Science".
- (41) SMITH, J.W. (1954). "The Elastic Properties of the Anterior Cruciate Ligament of the Rabbit". J.Anatomy, 88-369-380.
- (42) SNYDER, R.W. (1972). "Large Deformation of Isotropic Biological Tissue". J. Biomechanics, 5: 601-606.
- (43) SONNENBLICK, E.H. (1964). "Series Elastic and Contractile Elements in Heart Muscle". Am. J. Physiol., 207: 1330.
- (44) SPENCER, A.J.M. (1972). "Deformation of Fiber-Reinforced Materials". Clarendon Press, Oxford.
- (45) VERONDA, D.R., WESTMANN, R.A. (1970). "Mechanical Characterization of Skin-Finite Deformation. J. Biomechanics, 3: 111-124.
- (46) VIIDIK, A. (1980). "Biomechanical Behavior of Soft Connective Tissues".
- (47) VITO, R. (1973). "A Note on Arterial Elasticity". J. Biomechanics, 6: 561-564.

- (48) WALKER, P.S. (1977). "Mechanical Properties of Biological Materials". Human Joints and Their Artificial Replacements. Charles C. THOMAS, Springfield, USA.
- (49) WU Han-Chin and YAO, R. (1976). "Mechanical Behavior of the Human Annulus Fibrosus". J. Biomechanics, 9: 1-7.

A N N E X E A

DIRECTION DE LA FIBRE APRES DEFORMATION

D'une façon générale, nous supposons que la direction initiale des fibres fait un angle  $\gamma$  avec la génératrice dont la direction coïncide avec celle de l'axe  $Z$ .

Considérons un élément de ligne  $ds$  le long d'une fibre.

Avant déformation, on a :

$$\begin{aligned} dz &= ds \cos \gamma \\ R d\theta &= ds \sin \gamma \end{aligned} \quad (A.1)$$

Après déformation, cet élément de ligne devient  $ds$  avec :

$$\begin{aligned} dr_g &= ds \cos \kappa \\ r d\theta &= ds \sin \kappa \end{aligned} \quad (A.2)$$

où l'angle  $\kappa$  désigne la direction des fibres après déformation.

Or, nous savons d'après la relation (2.13) que :

$$\begin{aligned} dr_g &= \Delta dz \\ d\theta &= d\theta + \Delta \cdot dz \end{aligned} \quad (A.3)$$

Le rapport d'extension de la fibre peut s'exprimer par :

$$\lambda = \frac{ds}{ds} \quad (A.4)$$

En remplaçant (A.4) et (A.3) dans (A.2) et en utilisant (A.1), on peut obtenir l'angle  $\kappa$  comme suit :

$$\begin{aligned}\cos \kappa &= \frac{\Delta \cos \gamma}{\lambda} \\ \sin \kappa &= \frac{\pi}{\lambda} \left( \frac{\sin \gamma}{R} + \Delta \cos \gamma \right)\end{aligned}\tag{A.5}$$

Dans notre cas, nous supposons que la direction initiale des fibres coïncide avec la génératrice du cylindre, c'est-à-dire:  $\gamma = 0$ .

A N N E X E B

TENSEUR METRIQUE AVANT ET APRES DEFORMATION

La déformation inverse peut être tirée de la relation

(2.13)

$$\begin{aligned} R &= R(r) \\ \Theta &= \theta - \frac{\Delta}{\Lambda} \eta \\ Z &= \frac{z}{\Lambda} \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

pour déterminer le tenseur métrique  $G_{ij}$  avant déformation donné par la relation (2.16), il faudrait d'abord calculer

$$\begin{aligned} \frac{\partial x^i}{\partial \theta^j} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x^1}{\partial r} & \frac{\partial x^1}{\partial \theta} & \frac{\partial x^1}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x^2}{\partial r} & \frac{\partial x^2}{\partial \theta} & \frac{\partial x^2}{\partial \eta} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x^1}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial r} & \frac{\partial x^1}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \theta} & \frac{\partial x^1}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x^2}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial r} & \frac{\partial x^2}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \theta} & \frac{\partial x^2}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\cos \Theta}{\left(\frac{dr}{dR}\right)} & -R \sin \Theta & \frac{R \Delta}{\Lambda} \sin \Theta \\ \frac{\sin \Theta}{\left(\frac{dr}{dR}\right)} & R \cos \Theta & -\frac{R \Delta}{\Lambda} \cos \Theta \\ 0 & 0 & \frac{1}{\Lambda} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Donc, en faisant la sommation, on obtient pour  $G_{iJ}$  :

$$G_{iJ} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\left(\frac{dn}{dR}\right)^2} & 0 & 0 \\ 0 & R^2 & -\frac{R^2 \Delta}{\Lambda} \\ 0 & -\frac{R^2 \Delta}{\Lambda} & \frac{1+R^2 \Delta^2}{\Lambda^2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

Le déterminant  $G$  du tenseur  $G_{iJ}$  est alors donné par:

$$G = \frac{R^2}{\Lambda^2 \left(\frac{dn}{dR}\right)^2} \quad (\text{B.4})$$

Le tenseur métrique après déformation  $g_{ij}$  peut être facilement calculé par:

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

et son déterminant  $g$  est exprimé par:

$$g = r^2 \quad (\text{B.6})$$

Alors l'hypothèse d'incompressibilité donnée par la relation (2.21) est:

$$I_3 = \frac{g}{G} = \frac{r^2 \Lambda^2}{R^2} \cdot \left(\frac{dR}{dn}\right)^2 = 1 \quad (\text{B.7})$$

Relation qui pourra s'écrire de la façon suivante:

$$r \left(\frac{dR}{dn}\right) \Lambda = R \quad (\text{B.8})$$



En intégrant cette relation par rapport à  $\kappa$  et  $R$  et en remplaçant  $\Lambda$  par sa valeur donnée par la relation (2.15), on obtient:

$$\frac{R^2}{2} = -\frac{\Delta}{3} \left( \frac{\lambda^2}{\Delta^2} - \kappa^2 \right)^{\frac{3}{2}} + C \quad (\text{B.9})$$

où  $C$  est une constante d'intégration.

Puisque le cylindre est plein, alors  $\kappa = 0$  lorsque  $R = 0$ .

Donc, on obtient après remplacement:

$$\lambda = \left( \frac{3}{2} R^2 \Delta^2 + \Lambda^3 \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{B.10})$$

A N N E X E C

OBSERVATION MICROSCOPIQUE DU  
LIGAMENT CROISE ANTERIEUR

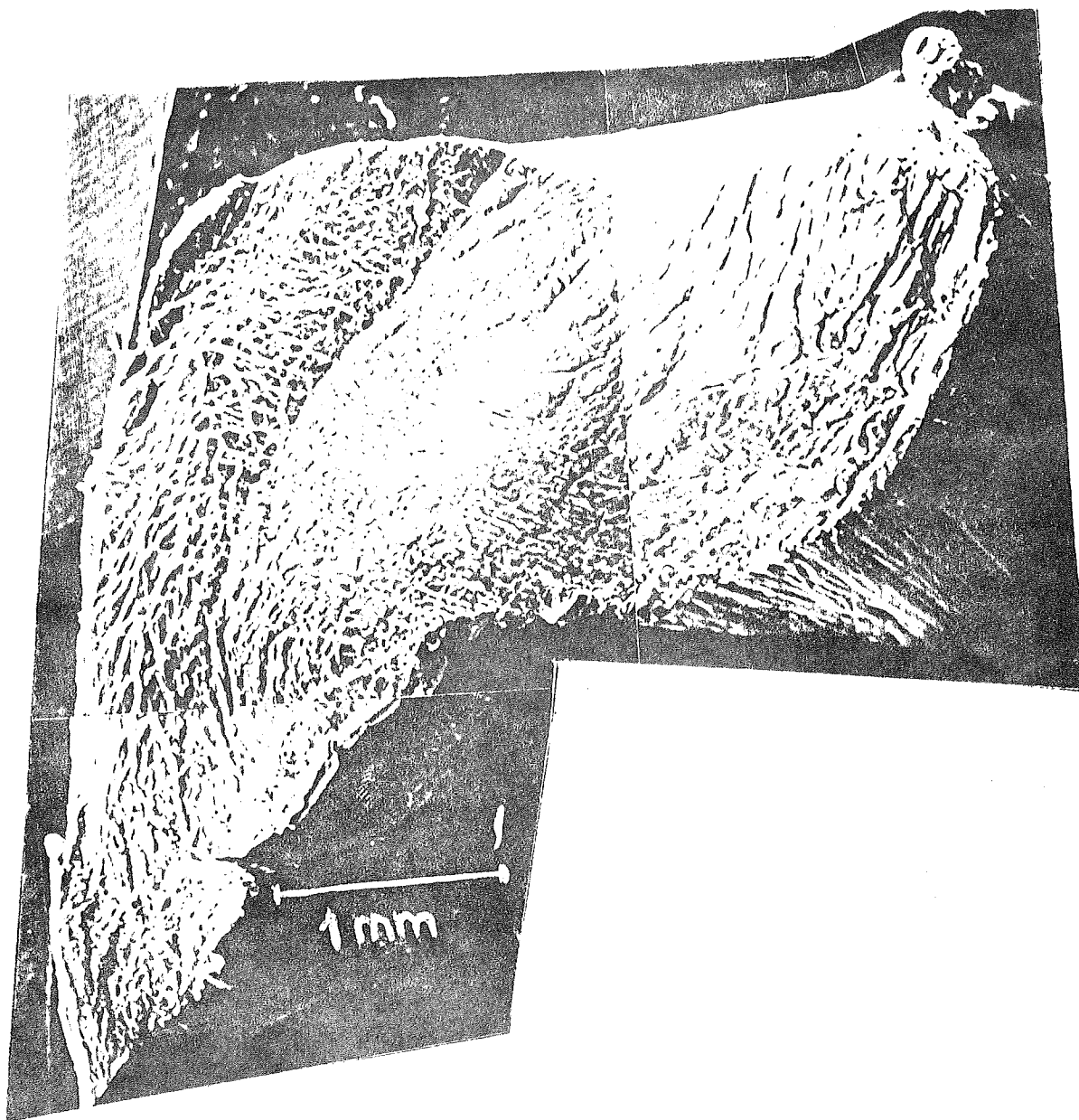


Figure 1: (30 X) Montage: Section droite tibiale  
Superficie approximative de 11.0 mm

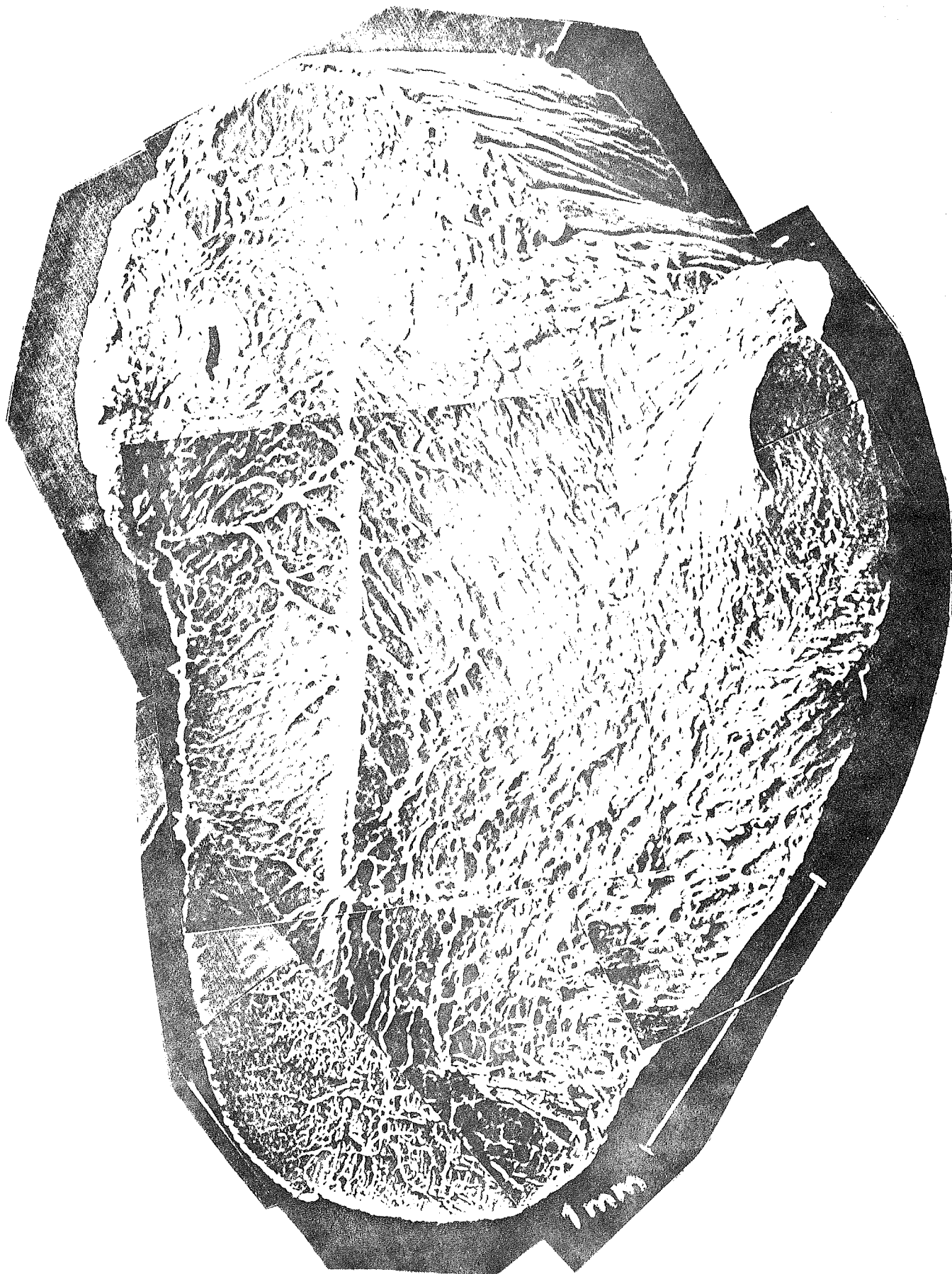


Figure 2: (50.5  $\times$ ) Montage Section droite médiane  
Superficie approximative de 6.5 mm

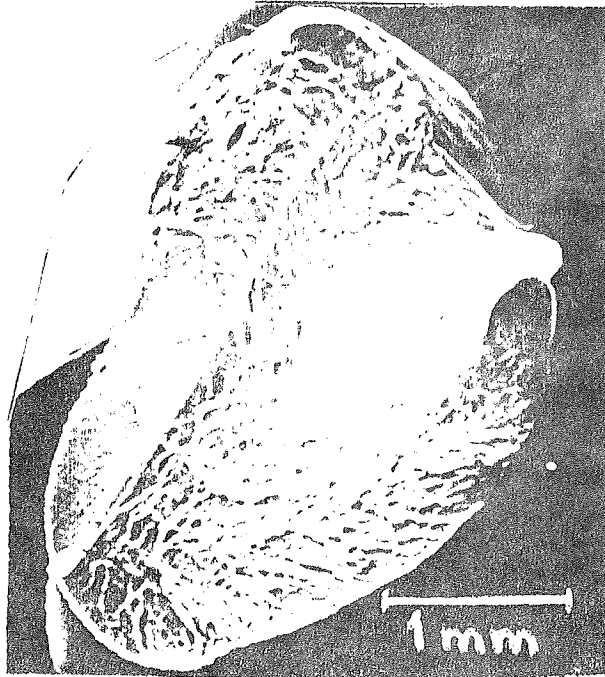


Figure 3: (23.5 X) Montage: Section droite médiane

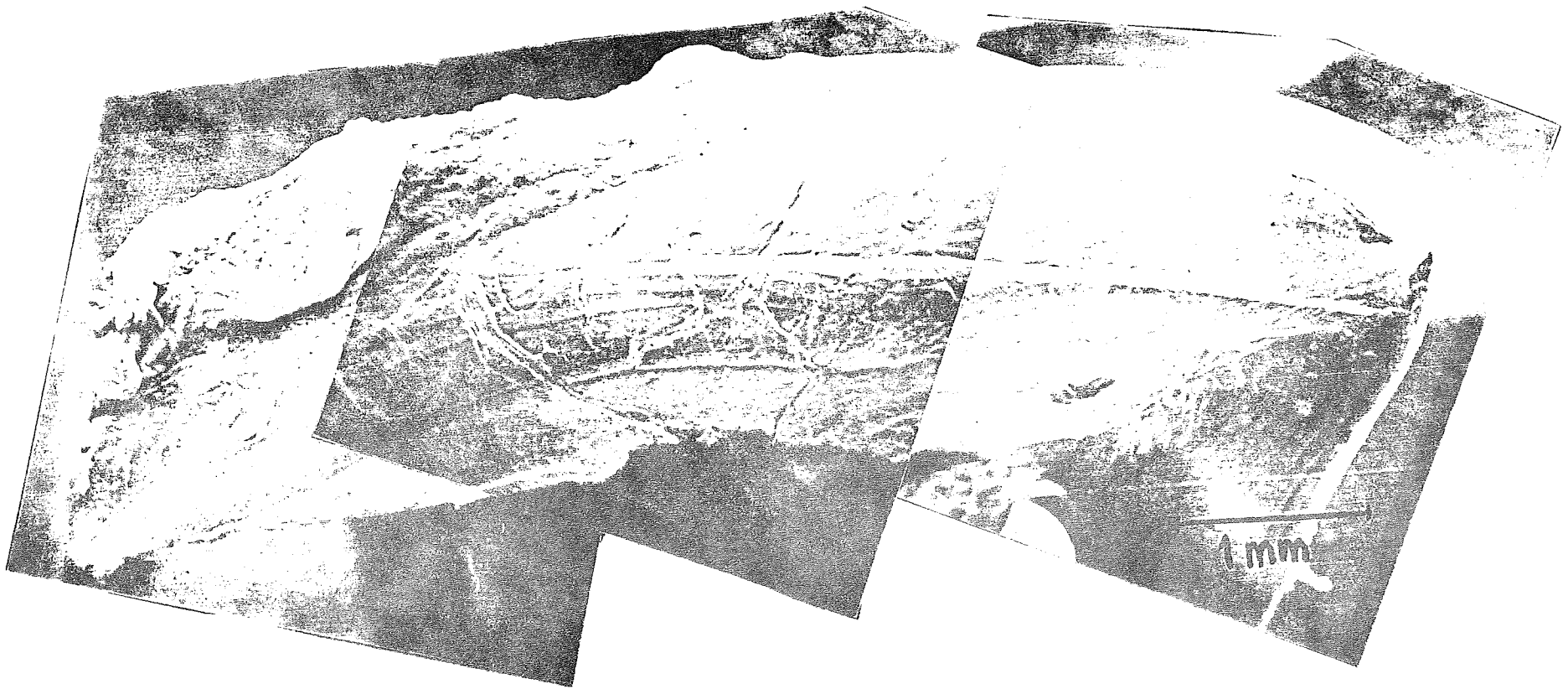
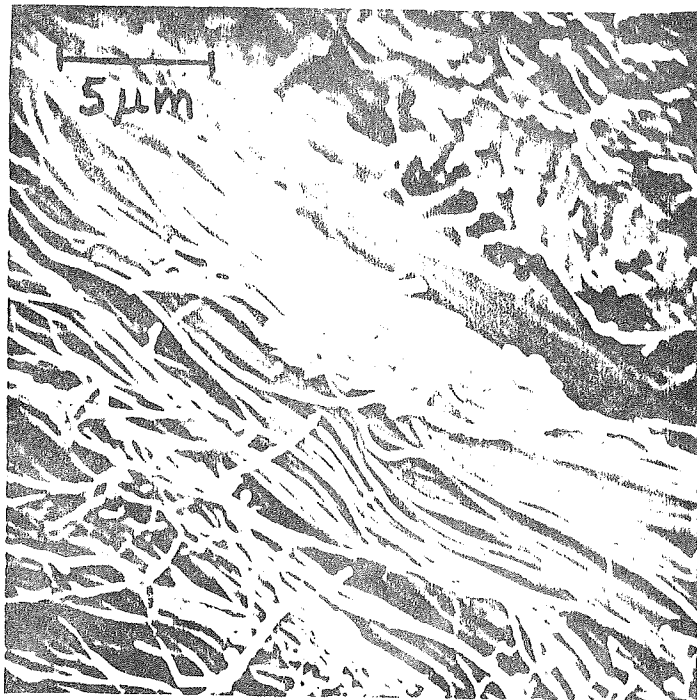
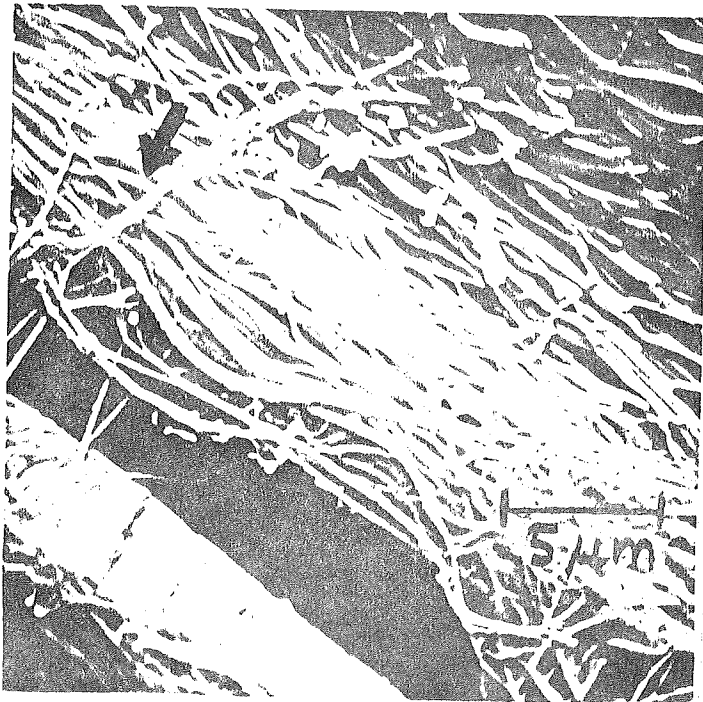


Figure 4: (34 X) Montage: Section droite fémorale  
Superficie approximative de 8.3 mm



Figures 5 et 6: (4000 X) Ondulation tibiale

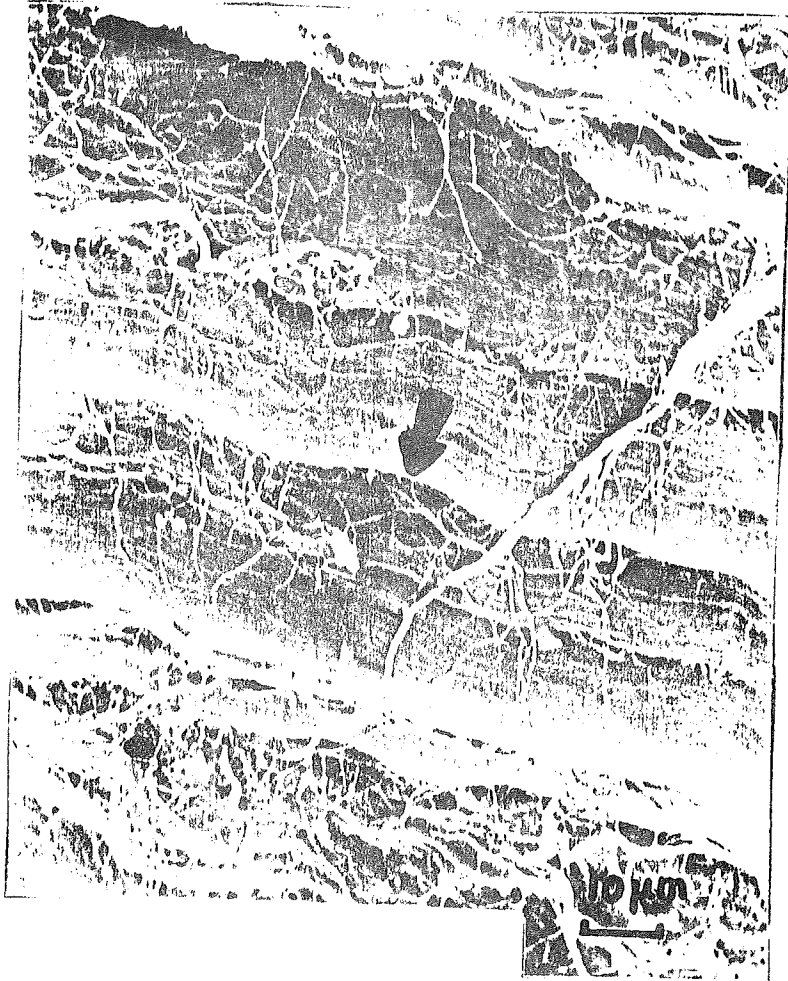


Figure 7: (1000 X) Ondulation médiane: planaire





Figure 8: (1500 X) Ondulation médiane: planaire

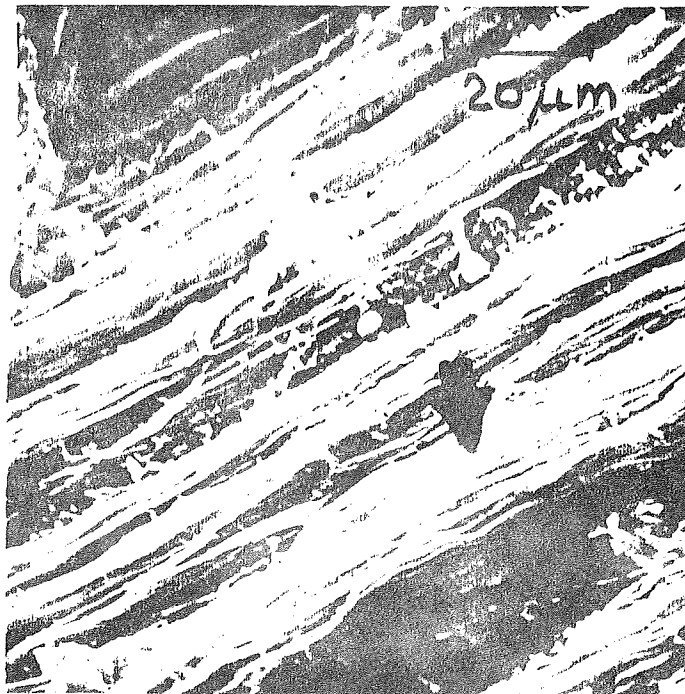
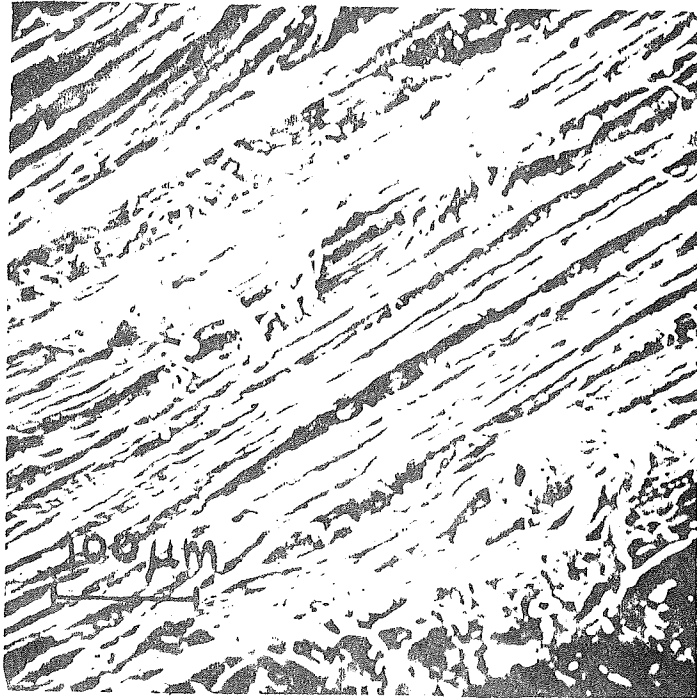
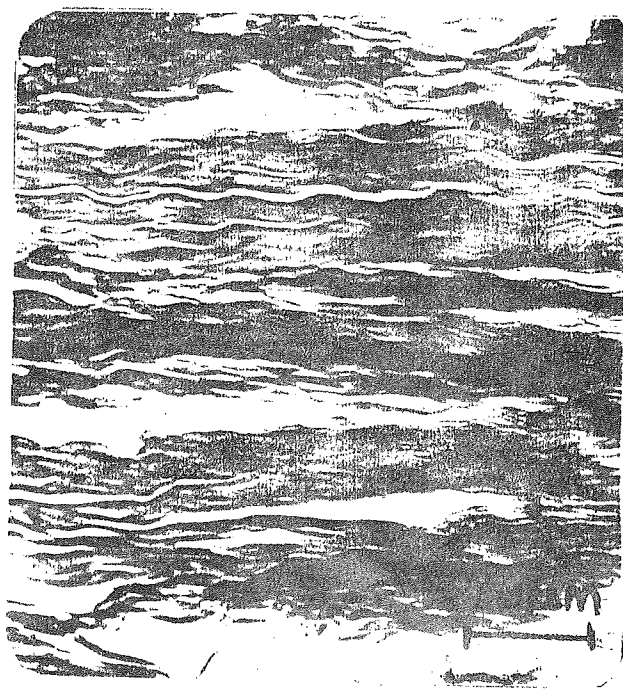
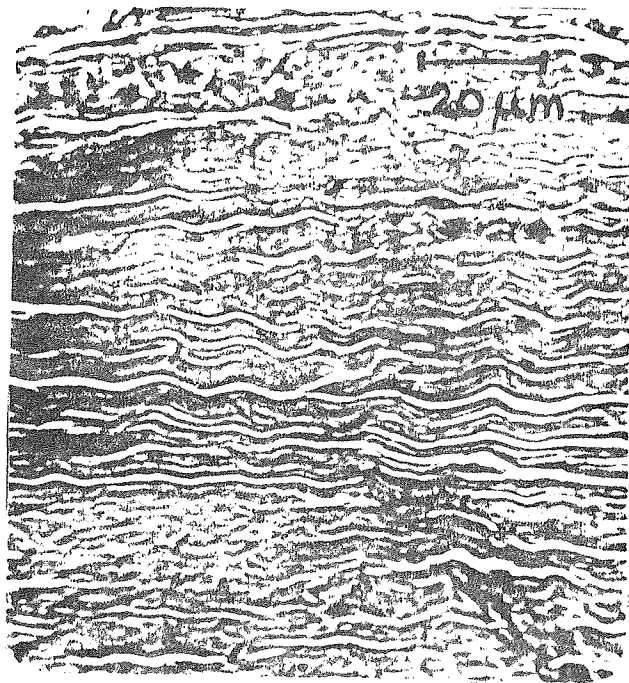


Figure 9 et 10: (180 X et 900 X)  
Coupe longitudinale fémorale



Figure 11: (1800 X) Coupe longitudinale fémorale



Figures 12 et 13: (800 X) Section longitudinale fémorale.

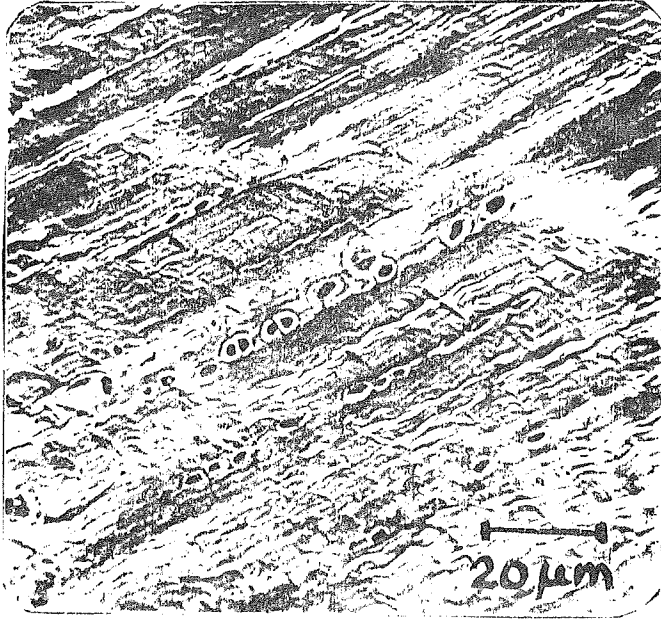
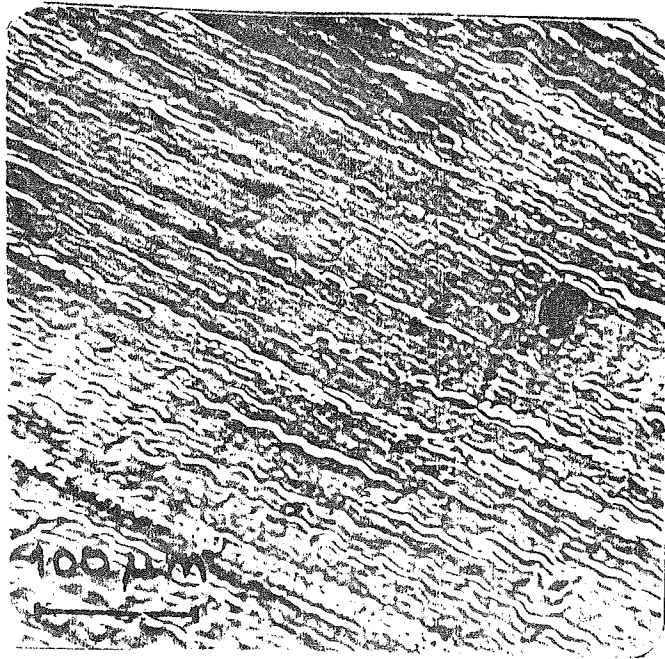
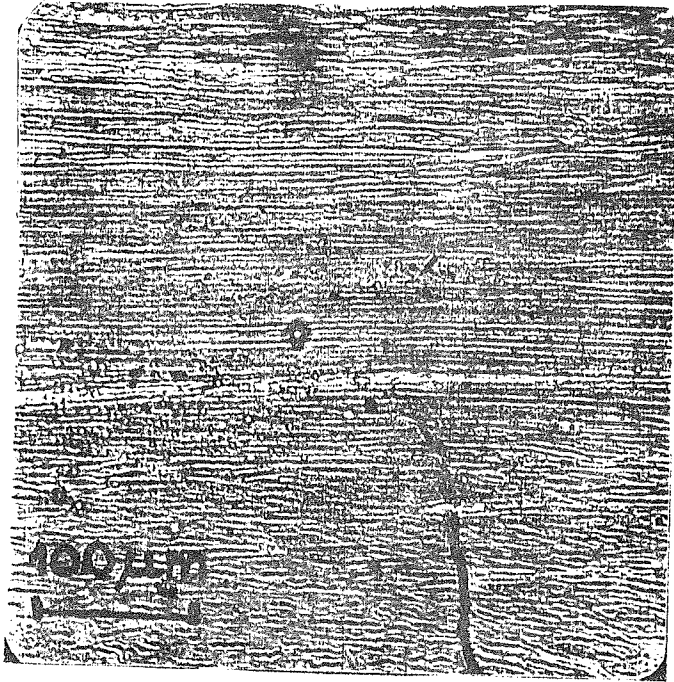


Figure 14: (800 X) Insertion tibiale.



Figures 15 et 16: (200 X) Section longitudinale entre l'insertion tibiale et la portion moyenne.

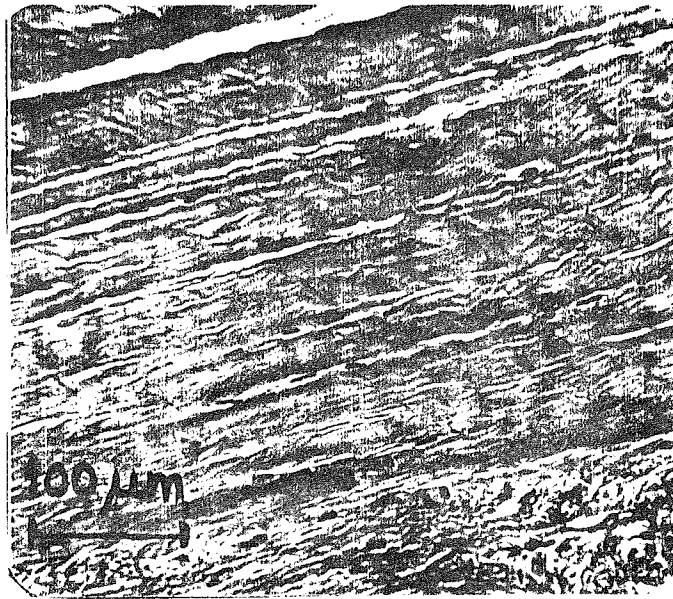


Figure 17: (200 X) Section longitudinale médiane.

A N N E X E D

Il s'agit de calculer la moyenne de la déformation de redressement  $\mathcal{M}$  et sa variance  $\hat{\sigma}^2$  en utilisant les relations statistiques suivantes:

$$\mathcal{M} = \frac{\sum f e_s}{N}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sqrt{\frac{\sum f e_s^2 - [(\sum f e_s)^2 / N]}{N - 1}}$$

où  $f$  est la fréquence et  $N$  le nombre d'échantillon.

Donc en se servant du tableau 4, nous avons:

$e_s$	$f$	$f e_s$	$f e_s^2$
0.15	1	0.15	0.022
0.29	1	0.29	0.084
0.32	1	0.32	0.102
0.90	1	0.90	0.81
$\Sigma$	4	1.66	1.018

Donc,  $\mathcal{M} = 0.415$

et  $\hat{\sigma}^2 = 0.83$



Il faudrait tester si la variable  $e_s(0.415, 0.33)$  suit une loi normale. Pour cela, nous utilisons le test de Lilliefors.

Enoncé du test:

$H_0$   $e_s$  suit une loi normale

$H_1$   $e_s$  ne suit pas une loi normale

Soit  $Z_i = \frac{e_{s,i} - \mu}{\sigma}$

D'après les tables de Lilliefors,  $H_0$  sera rejeté si:

$$D_m > q_{1-\kappa}$$

où  $D_m = \text{MAX} [F_m(\mu) - F_Z(\mu)]$

$(q_{1-\kappa})$  est lu dans la table de Lilliefors avec  $\kappa = 0.05$  (risque d'erreur de 1ère espèce).

avec  $F_Z(\mu)$  est la fonction de répartition de  $Z_i$   
et  $F_m(\mu)$  est la fonction de répartition d'une loi centrée  $N(0,1)$

Alors,  $D_{m \text{ MAX}} = 0.364$

Dans la table de Lilliefors, on trouve pour  $m = 4$  et  $\kappa = 0.05$

$$q_{4, 0.05} = 0.381$$

et la variable  $e_s$  suit une loi normale  $N(0.415, 0.33)$

$e_s$	$f$	$F_m$	$Z = \frac{e_s - \mu}{\sigma}$	$F_z$	$D_m$
0.15	1	0.25	-0.803	0.2118	0.038
0.29	1	0.50	-0.378	0.352	0.15
0.32	1	0.75	-0.288	0.386	0.364
0.90	1	1	1.47	0.93	0.07

Table de Lilliefors

	p =	.85	.90	.95	.99
4	.300	.319	.352	.381	.417
5	.285	.299	.315	.337	.405
6	.265	.277	.294	.319	.364
7	.247	.258	.276	.300	.348
8	.233	.244	.261	.285	.331
9	.223	.233	.249	.271	.311
10	.215	.224	.239	.258	.294
11	.206	.217	.230	.249	.284
12	.199	.212	.223	.242	.275
13	.190	.202	.214	.234	.268
14	.183	.194	.207	.227	.261
15	.177	.187	.201	.220	.257
16	.173	.182	.195	.213	.250
17	.169	.177	.189	.206	.245
18	.166	.173	.184	.200	.239
19	.163	.169	.179	.195	.235
20	.160	.166	.174	.190	.231
25	.142	.147	.158	.173	.200
30	.131	.136	.144	.161	.187
30	.736	.768	.805	.886	1.031
	$\sqrt{n}$	$\sqrt{n}$	$\sqrt{n}$	$\sqrt{n}$	$\sqrt{n}$

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL



3 9334 00289160 2