

<b>Titre:</b>	Développement d'un logiciel de modélisation dans des disjoncteurs
Title:	
<b>Auteurs:</b>	Ricardo Camarero
Authors:	
<b>Date:</b>	1985
<b>Type:</b>	Rapport / Report
<b>Référence:</b>	Camarero, R. (1985). Développement d'un logiciel de modélisation dans des disjoncteurs. (Technical Report n° EPM-RT-86-07). Citation: <a href="https://publications.polymtl.ca/9620/">https://publications.polymtl.ca/9620/</a>

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

<b>URL de PolyPublie:</b>	<a href="https://publications.polymtl.ca/9620/">https://publications.polymtl.ca/9620/</a>
PolyPublie URL:	

<b>Version:</b>	Version officielle de l'éditeur / Published version
-----------------	---

<b>Conditions d'utilisation:</b>	Tous droits réservés / All rights reserved
Terms of Use:	

## Document publié chez l'éditeur officiel

Document issued by the official publisher

<b>Institution:</b>	École Polytechnique de Montréal
---------------------	---------------------------------

<b>Numéro de rapport:</b>	EPM-RT-86-07
Report number:	

<b>URL officiel:</b>	
Official URL:	

<b>Mention légale:</b>	
Legal notice:	

EPM/RT-86-7

DEVELOPPEMENT D'UN LOGICIEL DE MODELISATION  
DANS DES DISJONCTEURS

Ricardo CAMARERO  
Marcelo REGGIO  
Michel ST-GEORGES  
Daniel FAGUY

Département de Mathématiques appliquées

Ecole Polytechnique de Montréal  
Novembre(1985)

Tous droits réservés. On ne peut reproduire ni diffuser aucune partie du présent ouvrage, sous quelque forme que ce soit, sans avoir obtenu au préalable l'autorisation écrite de l'auteur.

Dépôt légal, 1<sup>er</sup> trimestre 1986  
Bibliothèque nationale du Québec  
Bibliothèque nationale du Canada

Pour se procurer une copie de ce document, s'adresser au:

Service de l'édition  
Ecole Polytechnique de Montréal  
Case postale 6079, Succursale A  
Montréal (Québec) H3C 3A7  
(514) 344-4903

Compter 0,05 \$ par page (arrondir au dollar le plus près), plus 1,50 \$ (Canada) ou 2,50 \$ (étranger) pour la couverture, les frais de poste et la manutention. Régler en dollars canadiens par chèque ou mandat-poste au nom de l'Ecole Polytechnique de Montréal. Nous n'honoreronons que les commandes accompagnées d'un paiement, sauf s'il y a eu entente préalable, dans le cas d'établissements d'enseignement ou d'organismes canadiens.

## RÉSUMÉ

Le but de ce travail est de présenter un logiciel de CAO dédié à la simulation d'écoulements dans des disjoncteurs. La première partie présente la forme générale du logiciel et décrit les modules de modélisation géométrique et d'analyse graphique.

Le modélisateur permet de construire virtuellement une géométrie et de générer un maillage adapté de façon à obtenir le domaine de calcul. Quant à l'analyseur, il permet de visualiser les caractéristiques de l'écoulement à l'aide de fonctions d'affichage de champs de vecteurs, et de lignes d'iso-valeur.

La deuxième partie traite du modèle mathématique et de la résolution numérique par différences finies des équations de ce modèle. L'algorithme développé concerne les écoulements non-visqueux compressibles, dans des géométries bi-dimensionnelles ou axisymétriques.

## TABLE DES MATIÈRES

Résumé

Liste des symboles

Introduction

Chapitre 1 – Logiciel de simulation

- 1.1 Environnement
- 1.2 Structure du logiciel
- 1.3 Contenu du logiciel

Chapitre 2 – Modélisation Géométrique

- 2.1 Introduction
- 2.2 Géométrie
- 2.3 Domaine

Chapitre 3 – Maillages Adaptés

- 3.1 Équations de Thompson
- 3.2 Génération d'un maillage adapté dans un disjoncteur
- 3.3 Utilisation du logiciel pour générer un maillage

Chapitre 4 – Modèle mathématique

- 4.1 Équations d'Euler
- 4.2 Équations d'Euler en coordonnées curvillignes
- 4.3 Forme conservative hybride
- 4.4 Ecoulements homoenthalpiques
- 4.5 Discrétisation du domaine de calcul

4.6	Le schéma numérique
4.7	Conditions aux frontières
4.7.1	Parois imperméables
4.7.2	Frontière symétrique
4.7.3	Plans d'entrée et de sortie
4.7.4	Elaboration pratique des C.F.
4.8	Stabilité et choix du pas de temps
4.9	Utilisation du schéma pour résoudre un écoulement

## Chapitre 5 -- Fonction d'analyse

## Chapitre 6 -- Résultats

6.1	Génération du maillage
6.2	Le schéma de calcul
6.3	Rapidité du système

## Figures

## LISTE DES SYMBOLES

### LETTRES LATINES

- a vitesse du son.
- c<sub>p</sub> chaleur spécifique à pression constante.
- c<sub>v</sub> chaleur spécifique à volume constant.
- e énergie totale.
- E vecteur contenant les flux dans la direction x des équations d'Euler, pour un repère cartésien.
- Ê vecteur contenant les flux dans la direction E des équations d'Euler, pour un repère curvilinear.
- F vecteur contenant les flux dans la direction y des équations d'Euler, pour un repère cartésien.
- F̂ vecteur contenant les flux dans la direction n des équations d'Euler, pour un repère curvilinear.

- G vecteur contenant les flux dans la direction  $x$  des équations d'Euler, pour un repère cartésien.
- G<sub>a</sub> base covariante.
- G<sup>ab</sup> tenseur métrique contravariant.
- G déterminant de G<sub>a,b</sub>.
- H enthalpie.
- H vecteur contenant les termes sources pour un système axisymétrique.
- J jacobien de la transformation.
- M nombre de Mach.
- n vecteur normal unitaire.
- P pression.
- F terme forcé de l'équation elliptique en E.
- q vecteur contenant les termes transitoires des équations d'Euler sous la forme cartésienne.
- q vecteur contenant les termes transitoires des équations d'Euler sous la forme curvilligne.

- Q terme forcé de l'équation elliptique en  $\eta$ .
- r rayon, coordonnée radiale du système polaire.
- R constante du gaz.
- s entropie.
- t temps.
- T température.
- u composante de la vitesse dans la direction x.
- U composante de la vitesse dans la direction  $\xi$ .
- v composante de la vitesse dans la direction y.
- |v| module du vecteur vitesse.
- V composante de la vitesse dans la direction  $\eta$ .
- $\vec{v}$  vecteur vitesse.
- x coordonnée cartésienne.
- y coordonnée cartésienne.

LETTRES GRECQUES

$\alpha, \beta, \gamma$  métriques de la transformation

$\epsilon$  énergie interne.

$\eta$  coordonnée curviligne.

$\xi$  coordonnée curviligne.

$\rho$  densité.

INDICES

$0$  conditions d'arrêt.

$\text{min}$  valeur minimale.

$\rightarrow$  vecteur quelconque.

LISTE DES ABREVIATIONS

2-D deux dimensions.

3-D trois dimensions.

CFL critère de stabilité de Courant-Friedrichs-Lowy.

C.F. conditions aux frontières.

## INTRODUCTION

Le comportement d'un disjoncteur dépend en grande partie des caractéristiques de l'écoulement du fluide dans les diverses sections de l'appareil. Traditionnellement, le design pour les applications de la dynamique des fluides était basé exclusivement sur des résultats expérimentaux obtenus en laboratoire.

Avec la venue de l'ordinateur et le développement des méthodes numériques, les "expérimentations numériques" deviennent un complément aux approches précédentes. La simulation numérique apporte de nouvelles perspectives dans l'étude des phénomènes physiques.

L'objectif du présent travail consiste à développer un logiciel interactif de CAO dédié aux écoulements dans les conduites d'un disjoncteur. Ce logiciel permet de solutionner le modèle mathématique pour des écoulements laminaires et stationnaires, de fluides non-visqueux et compressibles, dans des géométries à deux dimensions ou axisymétriques.

La première partie du travail décrit la forme générale du logiciel développé et traite des modules de modélisation géométrique et d'analyse graphique. Ensuite, nous introduisons les équations du modèle mathématique et

nous présentons l'algorithme élaboré pour la résolution numérique. Finalement, une validation du logiciel est effectuée tant du point de vue de la modélisation géométrique et de l'analyse graphique que du modèle numérique utilisé pour simuler les écoulements dans les conduites.

## C H A P I T R E      1

### LOGICIEL DE SIMULATION

L'objectif visé lors du développement d'un logiciel de CAO est d'automatiser la procédure de calcul et d'analyse des performances d'un design. Un bon outil de CAO permet d'améliorer la qualité de la conception en diminuant le temps nécessaire à l'évaluation du modèle.

On distingue trois étapes:

- 1 - Création du modèle
- 2 - Simulation de l'écoulement
- 3 - Analyse des caractéristiques  
de l'écoulement

L'utilisation de l'ordinateur doit permettre d'accomplir ces trois étapes de design d'une manière simple et efficace. L'analyse de l'information se fait beaucoup plus rapidement par une image que par un ensemble de données chiffrées.

#### 1.1 Environnement

Par environnement, on entend le matériel ("hardware") et les outils de programmation ("software"). La quincaillerie comprend l'ordinateur, les écrans cathodiques, les tables traçante et numérisante, la souris, l'imprimante, etc. Du côté outils de programmation, on

inclut le système d'exploitation, le langage, les logiciels graphiques, etc. La disponibilité des ressources précédentes influencent autant l'exécution des commandes que l'interaction nécessaire pour exécuter ces commandes.

Pour l'application, les ressources utilisées sont:

Ordinateur	:	PC-XT
Système d'exploitation	:	DOS
Langage	:	Fortran 77
Terminal graphique	:	écran monochrome avec carte graphique Tecmar
Logiciels graphiques	:	TGS - Plot 10

## 1.2 Structure du logiciel

Tout comme pour le design, la modélisation sur ordinateur se fait en trois étapes: la première, appelée modélisation géométrique, consiste à construire la représentation virtuelle de l'objet physique et à préparer le domaine de calcul. La deuxième, simulation numérique, consiste à résoudre les équations du modèle mathématique de l'écoulement. Finalement, l'analyse graphique permet de visualiser les caractéristiques de la solution de la simulation.

La modélisation géométrique et l'analyse graphique demandent l'utilisation d'un terminal graphique et sont

intégrées dans le même logiciel: CADELEC. L'étape de simulation numérique est exécutée sur un processeur arithmétique et ne nécessite pas un environnement graphique.

La figure 1.1 montre les inter-relations entre l'usager, le logiciel CADELEC et le programme EULAXI. L'usager interagit seulement avec CADELEC qui est composé de quatre modules: GEOMETRIE, MAILLAGE, RESOLUTION et ANALYSE. Le module GEOMETRIE permet de définir les frontières d'une géométrie et de conserver celle-ci dans un fichier. MAILLAGE permet de lire un fichier de géométrie et de générer le maillage adapté formant le domaine de calcul. Encore ici, l'information peut être conservée en fichier. Lorsque l'usager veut effectuer une simulation avec le programme EULAXI, il utilise le module RESOLUTION afin d'initialiser et de conserver dans un fichier standard les paramètres nécessaires à une exécution. Lorsque la résolution est complétée, un fichier solution est créé et ANALYSE permet de visualiser les caractéristiques de l'écoulement.

L'usager peut ainsi se promener d'un module à l'autre par l'entremise du menu de commandes sans restrictions quant à l'ordre d'accès.

Le programme EULAXI peut être exécuté interactivement lors des phases de test pour de nouvelles applications ou en soumission par lots ("batch process") lorsque les tests sont complétés. La description de l'algorithme de résolution de EULAXI est présentée au chapitre 4.

### 1.3 Contenu du logiciel

Dans cette section, nous décrivons la forme du logiciel interactif CADELEC et le contenu de chacun des modules. Le logiciel a été développé de façon à utiliser l'écran comme une page de travail contenant toute l'information nécessaire pour une étape donnée. La figure 1.2 montre l'aspect général d'une page type. L'écran est séparé en trois zones encadrées: la zone d'identification, la zone centrale de traitement et la zone de message. La zone supérieure contient l'information concernant l'étape courante et la version du logiciel.

La zone centrale permet l'affichage de l'ensemble des informations reliées à l'étape courante; dans ce cas-ci, le sigle de présentation. La disposition dans cette région varie selon le type d'affichage. Enfin, la zone inférieure affiche les messages de continuité et d'aiguillage des actions.

Le cheminement dans l'arbre des commandes se fait par l'entremise de menus (fig. 1.3). Le choix se fait à l'aide du curseur.

L'arbre du logiciel contient plusieurs niveaux de commandes. Le menu du premier niveau contient les mots-clés correspondant aux quatre modules décrits plus haut avec en plus la commande de fin d'utilisation.

Par souci de simplicité, le module de modélisation géométrique a été scindé en un premier module appelé GEOMETRIE et un second appelé DOMAINE. Comme on peut le voir à la figure 1.3, le module GEOMETRIE permet d'édition, de sauver et de détruire les buses et les électrodes. En mode d'édition, l'usager peut ajouter un segment ou un arc de cercle, ou encore tronquer une partie de l'élément courant.

Le module DOMAINE permet d'édition, de sauver ou de détruire les domaines. Ces domaines de calcul sont obtenus en assemblant les éléments (buse, électrodes) créés avec le module GEOMETRIE et peuvent être déplacés séparément.

Le module de MAILLAGE permet de calculer un maillage dans un domaine défini précédemment et de visualiser ou détruire un ancien maillage. Les modules de RESOLUTION et d'ANALYSE permettent respectivement de simuler l'écoulement dans un maillage et de présenter les résultats obtenus en affichage plan ou isométrique.

## C H A P I T R E    2

### MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE

#### 2.1 Introduction

Le module de modélisation géométrique a trois fonctions i) la création d'objets ii) leur manipulation et iii) leur gestion. Il existe dans CADELEC quatre types d'objets

- i) les buses et électrodes
- ii) les domaines de calcul
- iii) les maillages
- iv) les solutions

Les deux premiers relèvent du module de géométrie, les deux suivants des modules de maillage, de simulation et d'analyse.

Ces différents modules communiquent entre eux par des fichiers d'objets qui constituent les intrants ou extrants.

#### 2.2 Géométrie

La fonction GÉOMETRIE s'applique à trois objets

BUSE

ELECTRODE FIXE

ELECTRODE MOBILE

Géométriquement ceux-ci sont semblables, c'est-à-dire d'une courbe qui est construite à partir de segments de droites et d'arcs de cercle.

Sur chacun de ces objets, on peut

EDITER

DETRUIRE

ou SAUVER

En mode d'édition on peut

AJOUTER

ou TRONQUER

La création d'un objet se fait avec l'action AJOUTER qui consiste à ajouter au dernier point de l'objet soit un

SEGMENT

ou ARC

On précise un segment de plusieurs façons.

On peut donner la pente et la longueur, les coordonnées de l'extrémité, une pente et une coordonnée, etc.

L'arc est un peu plus complexe et après analyse du problème et en éliminant les configurations non applicables dans le contexte qui nous intéresse, quatre possibilités

ont été retenues. Essentiellement il s'agit de préciser le rayon et le secteur de l'arc. Ceci se fait en donnant différentes combinaisons de paramètres, tels que les pentes, les coordonnées, aux extrémités, etc. Lorsqu'une ambiguïté est décelée l'usager est sollicité pour la résoudre.

### 2.3 Domaine

Le deuxième objet que traite le module de modélisation est le domaine de calcul. Il s'agit de construire à partir d'une buse, d'une électrode mobile et d'une fixe, une région dans laquelle l'écoulement sera simulé. Les fonctions sont

EDITER

VISUALISER

SAUVER

DETRUIRE

Le mode EDITER permet de créer un domaine avec trois courbes que l'on positionne à l'aide du curseur. La figure 2.1 présente un domaine typique obtenu à partir du logiciel.

## CHAPITRE 3

### MAILLAGES ADAPTÉS

#### 3.1 Équations de Thompson.

Les raisons évoquées au chapitre précédent ont montré le besoin de discréteriser un domaine de travail de façon à obtenir un système de coordonnées où les frontières contiennent des lignes de maillage, éliminant ainsi les imprécisions aux limites quand le maillage est rectangulaire.

Le maillage adapté, proposé par THOMPSON, est caractérisé par deux ou trois (dépendant de l'espace) familles de courbes (ou surfaces) qui adoptent l'allure générale des frontières. De plus, les lignes de coordonnées extrêmes de ces familles coïncident avec les frontières.

Il est évident qu'un tel système élimine les problèmes apportés par les géométries complexes. En effet, après l'application de la transformation, les régions quelconques deviennent des rectangles ou des solides rectangulaires pour lesquels le traitement des conditions de frontières se fera simplement.

Cette situation physique est décrite par la transformation des variables du domaine physique ( $x, y$ ) dans un domaine de calcul ( $\xi, \eta$ ) par moyen de la solution d'un système d'équations elliptiques

$$\begin{aligned}\xi_{xx} + \xi_{yy} &= P(\xi, \eta) \\ \eta_{xx} + \eta_{yy} &= Q(\xi, \eta)\end{aligned}\quad (3.1)$$

où  $P$  et  $Q$  représentent des fonctions de dilatation utilisées dans le contrôle de la concentration des lignes du maillage.

Si on transforme ce système dans le domaine de calcul  $\xi\eta$  (on interchange les variables dépendantes et indépendantes) on obtient les équations différentielles suivantes:

$$\begin{aligned}\alpha_{\xi\xi} - 2\beta_{\xi\xi}\alpha_{\eta\eta} + \gamma_{\eta\eta} &= -J(P_{\xi\xi} + Q_{\eta\eta}) \\ \alpha_{\eta\eta} - 2\beta_{\eta\eta}\alpha_{\xi\xi} + \gamma_{\xi\xi} &= -J(P_{\eta\eta} + Q_{\xi\xi})\end{aligned}\quad (3.2)$$

où

$$\alpha = \overset{\circ}{x}_\xi + \overset{\circ}{y}_\xi$$

$$\beta = \overset{\circ}{x}_\xi\overset{\circ}{x}_\eta + \overset{\circ}{y}_\xi\overset{\circ}{y}_\eta$$

$$\gamma = \overset{\circ}{x}_\eta + \overset{\circ}{y}_\eta$$

$$J = \overset{\circ}{x}_\xi\overset{\circ}{y}_\eta - \overset{\circ}{x}_\eta\overset{\circ}{y}_\xi$$

Les équations (3.2) sont plus compliquées que les équations (3.1), mais maintenant les conditions aux

frontières sont spécifiées sur des lignes droites, le problème a été inversé et au lieu d'avoir des équations simples avec des C.F. complexes, on a des équations plus complexes avec des C.F. simples.

La résolution du système inverse (3.2) donnera alors comme résultat les coordonnées du maillage physique  $x, y$ .

### 3.2 Génération d'un maillage adapté dans un disjoncteur

Les équations de Thompson, présentées à la section précédente, s'appliquent directement pour une géométrie à quatre frontières. Toutefois, dans un disjoncteur, l'écoulement se sépare pour se diriger vers deux sorties différentes comme présenté à la figure 3.1.

Avec une telle topologie, le domaine de calcul est borné par six frontières. Ce problème est contourné en représentant le domaine de calcul physique par un domaine avec une fente dans un espace généralisé  $\xi, \eta$  (figure 3.2).

Le domaine généralisé est alors divisé en sous-domaines rectangulaires (voir figure 3.3) où s'appliquent très simplement les équations de Thompson.

Les conditions frontières de ces sous-domaines sont obtenus des coordonnées des noeuds sur le bord, noeuds qui sont fixés au départ. Remarquer le recouplement des zones qui permet de solutionner les équations partout sur le domaine.

La génération d'un maillage est un problème solutionné de façon itérative: un maillage initial est d'abord généré par interpolation des noeuds aux frontières, et la solution des équations de Thompson permet de relaxer ce maillage à volonté. Le maillage final est dit relaxé ou adapté. Un maillage typique est présenté à la figure 3.4.

### 3.3 Utilisation du logiciel pour générer un maillage

La génération du maillage est réalisé dans le module MAILLAGE du logiciel. Ce module permet de VISUALISER ou de DETRUIRE un maillage réalisé précédemment et de CALCULER un nouveau maillage. Lorsqu'on calcule, le maillage est généré à l'intérieur du domaine défini précédemment par la buse et les électrodes fixes et mobiles: l'utilisateur doit donc choisir d'abord le domaine dans lequel le maillage sera calculé.

Le point de stagnation doit ensuite être positionné; le déplacement du point de stagnation est calculé à partir de sa position initiale et peut être modifié à volonté.

Lorsque la position du point de stagnation est satisfaisante, l'utilisateur précise alors le nombre de rangées du maillage: il s'agit du nombre de noeuds de l'entrée à la sortie et ce nombre ne peut excéder 100. Le nombre de colonnes est le nombre de noeuds en travers du canal; il doit être impair et ne peut excéder 39. Plus le nombre de rangées et de colonnes sera élevé, plus le maillage sera fin et plus le calcul de l'écoulement devrait être précis mais plus il sera long.

Le logiciel demande alors à l'utilisateur de spécifier le facteur de concentration des mailles. C'est un facteur compris entre 0 et 0,5 qui permet à l'utilisateur de concentrer les mailles le long des parois et près du point de stagnation. Plus le facteur est élevé, plus le maillage sera concentré et fin près des parois; un facteur de 0 donnera un maillage uniforme.

Une fois toutes ces variables définies, le logiciel relaxe le maillage, puis offre la possibilité de repositionner le point de stagnation. Si on désire le déplacer à nouveau, on retourne ainsi à l'étape précédente

du déplacement du point de stagnation. Cette particularité du logiciel permet de déplacer le point de stagnation à volonté et d'observer le maillage obtenu jusqu'à ce que le point de stagnation soit correctement positionné. On voit que la localisation de ce point est correcte à ce que le maillage est alors peu déformé dans ses environs, ce qui signifie que le point de stagnation fixé est près du point de stagnation réel de l'écoulement.

Lorsque l'utilisateur est satisfait des résultats obtenus, le maillage est repris à nouveau mais cette fois le point de stagnation reste fixe. On peut donc chercher la position correcte du point de stagnation avec un maillage relativement grossier car alors le calcul du maillage est très rapide , puis on génère un maillage final beaucoup plus fin.

Une fois le maillage complété, l'utilisateur peut conserver le maillage obtenu dans un fichier si désiré, avec le nom voulu.

## CHAPITRE 4

### MODÈLE MATHÉMATIQUE

Pour solutionner un problème quelconque, nous devons établir un modèle mathématique approximant les phénomènes physiques. Généralement, les équations de ce modèle expriment un bilan de certaines quantités dans un volume de référence. Pour les problèmes d'écoulements de fluide, nous devons effectuer trois bilans: un sur la masse, un sur la quantité de mouvement et un sur l'énergie.

La résolution de ces équations sous la forme complète est très complexe. En effet, les limitations des outils mathématiques et des outils de calcul empêchent de trouver une solution à ce modèle mathématique dans un temps raisonnable.

Donc, il faut procéder à des simplifications du modèle. Pour cette étude, nous pouvons émettre certaines hypothèses qui permettront d'obtenir une bonne approximation des caractéristiques des écoulements.

Ces hypothèses sont:

- 1 - Fluide non-visqueux
- 2 - Fluide compressible

3 - Forces massiques négligeables

4 - Pas d'échanges thermiques

Cet ensemble donne le modèle des équations d'Euler.

#### 4.1 Equations d'Euler

Les équations qui décrivent l'écoulement compressible, non-visqueux, adiabatique d'un gaz parfait sont les équations d'Euler, dont la forme vectorielle cartésienne tridimensionnelle est:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = 0$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho u \\ (\rho + \rho u^2) \\ \rho u v \\ \rho u w \\ (\epsilon + p)u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v u \\ (\rho + \rho v^2) \\ \rho v w \\ (\epsilon + p)v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho w u \\ \rho w v \\ (\rho + \rho w^2) \\ (\epsilon + p)w \end{bmatrix}$$

où  $\rho$ ,  $p$  et  $e$  sont la densité, la pression et l'énergie totale par unité de volume, et  $u$ ,  $v$  et  $w$  les composantes de la vitesse dans les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  respectivement.

Bien qu'une solution stationnaire soit suffisante dans la plupart des cas, nous devrons résoudre les équations instationnaires. En effet, la résolution d'un écoulement compressible, stationnaire entraîne des inconvénients à cause de la nature mixte des équations. En particulier, en régime subsonique, les équations ont un caractère elliptique, tandis qu'en régime supersonique elles deviennent hyperboliques. Ceci constitue l'inconvénient majeur lors d'une solution numérique étant donné que les zones des différents régimes ne sont pas connues auparavant. Une manière de contourner cet inconvénient est de conserver des termes transitoires.

Il nous semble que malgré les limitations de temps de calcul, une technique explicite ou de "time marching" est souple en ce qui regarde sa programmation, et le comportement des régimes mixtes.

Nous croyons que le schéma proposé par DENTON réalise ces exigences et certaines de ses caractéristiques seront incorporées dans le schéma développé dans cette étude.

#### 4.2 Equations d'Euler en coordonnées curvillignes

La résolution numérique d'un problème en mécanique des fluides par une méthode aux différences permet une

transformation simple des équations différentielles décrivant l'écoulement en un système algébrique équivalent.

Pour des domaines rectangulaires, la méthode demeure simple et immédiate parce que dans ce cas, les frontières coïncident avec des lignes coordonnées. Cependant, lorsqu'il s'agit de la résolution de problèmes dont les frontières du domaine sont curvillignes, cette technique était cataloguée comme "limitée", parce que l'utilisation d'un repère cartésien entraîne des constructions particulières à chaque noeud dans le voisinage des frontières.

Cette situation suggère l'idée d'utiliser un repère curvilinear dans lequel les frontières épousent des lignes de coordonnées, éliminant ainsi la complexité du problème posé par un réseau cartésien.

L'implantation de cette approche demande une formulation des équations de base dans le nouveau système de coordonnées

$$\frac{\partial(\sqrt{g} \rho)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_i} (\sqrt{g} \rho v^i) = 0$$

$$\frac{\partial(\sqrt{g} \rho v^i \hat{g}_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_j} [\sqrt{g} (\rho v^i v^j + p g^{ij}) \hat{g}_i] = 0$$

$$\frac{\partial(\sqrt{g} e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_i} [\sqrt{g} (e + p) v^i] = 0$$

#### 4.3 Forme conservative hybride

Les équations de la quantité de mouvement obtenues à partir d'une décomposition en fonction des vecteurs de base covariants ont été employées avec succès pour le traitement numérique de certains problèmes, en particulier pour le calcul d'écoulements incompressibles. Mais ces équations ne sont pas sous la forme conservatrice.

Pour le calcul d'écoulements compressibles et plus particulièrement en régime transsonique avec la présence d'ondes de choc, une formulation permettant le traitement de discontinuités de façon correcte est préférable. Il est alors souhaitable d'utiliser une formulation conservative.

Celle-ci est obtenue à l'aide d'une représentation hybride où des composantes curvillignes et cartésiennes sont employées conjointement.

La représentation compacte d'un système bidimensionnel et/ou axisymétrique peut alors être exprimé comme:

$$\frac{\partial \hat{q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \hat{H} = 0$$

où

$$\begin{aligned}\hat{q} &= J r^\delta & \left[ \begin{array}{l} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{array} \right] & \hat{E} = J r^\delta & \left[ \begin{array}{l} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ (e + p) U \end{array} \right] \\ \hat{F} &= J r^\delta & \left[ \begin{array}{l} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ (e + p) V \end{array} \right] & \hat{H} = J & \left[ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ -p\delta \\ 0 \end{array} \right]\end{aligned}$$

et  $u$ ,  $v$  représentent les composantes cartésiennes de la vitesse selon  $x$  et  $y$ .

$y$  - coordonnée radiale dans le cas axisymétrique ( $y = r$ ).

$U$ ,  $V$  indiquent les composantes covariantes de la vitesse selon les coordonnées  $\xi$  et  $\eta$ .

$\xi_x$ ,  $\eta_x$ ,  $\xi_y$  et  $\eta_y$  représentent des termes du métrique obtenus par les relations:

$$\xi_x = y_\eta/J \quad \xi_y = -x_\eta/J$$

$$\eta_x = -y_\xi/J \quad \eta_y = x_\xi/J$$

J Le jacobien de la transformation donné par:

$$J = x_n y_n - x_n y_n$$

e l'énergie totale

p la pression statique

$\delta$  représente un indice qui prend les valeurs  $\delta = 0$  pour un écoulement plan et  $\delta = 1$  pour un écoulement axi-symétrique (pour ce deuxième cas, les équations prennent la forme dite conservative faible).

Les relations entre les composantes  $u$ ,  $v$ , et les  $U$ ,  $V$  sont données par:

$$U = \epsilon_x u + \epsilon_y v$$

$$V = \eta_x u + \eta_y v$$

#### 4.4 Ecoulements homoenthalpiques

Lors de la résolution numérique des équations d'Euler, dans le but de rendre le calcul moins lourd, on peut éliminer l'équation de l'énergie par la supposition d'écoulement homoenthalpique, c'est-à-dire qu'on suppose un écoulement avec une enthalpie de stagnation constante dans tout le domaine. Cette simplification devient exacte lorsque l'écoulement atteind l'état stationnaire.

On souligne que l'hypothèse d'un écoulement à enthalpie de stagnation constante n'est valable que dans la limite asymptotique de la variable temps approchant l'infini, c'est-à-dire la solution stationnaire du problème. La solution transitoire ne représentera pas l'évolution d'un phénomène réel et n'aura aucune signification physique.

Dans ces circonstances, l'équation de l'énergie du système ainsi que l'équation d'état qui fournit la relation entre les variables thermodynamiques, peuvent être remplacées par:

$$p = R(H_0 - \frac{1}{2} |v|^2)/c_p$$

où  $H_0$  représente l'enthalpie totale. Alors le système simplifié réduit d'une équation devient:

$$\frac{\partial \hat{q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \hat{H} = 0$$

$$p = R(H_0 - \frac{1}{2} |v|^2)/c_p$$

où

$$\hat{q} = J r^\delta \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \end{bmatrix} \quad \hat{E} = J r^\delta \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \end{bmatrix}$$

$$\hat{F} = J r^\delta \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + n_x p \\ \rho v V + n_y p \end{bmatrix} \quad \hat{H} = J \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -p\delta \end{bmatrix}$$

#### 4.5 Discretisation du domaine de calcul

Les lois de conservation dans un repère curvilinear peuvent plus facilement être formulées si chaque domaine physique peut être représenté sous la forme d'un "carré" dans un autre domaine. Au chapitre concernant la génération du maillage, nous avons vu comment la technique du maillage adapté nous procure une telle transformation. Dans ce cas, chacun des parallélépipèdes du domaine physique rapporté dans le nouveau domaine sera représenté par un cube que l'on pourrait appeler son "image".

Cette manière de concevoir le problème est extrêmement claire parce qu'elle nous permet de voir que dans chaque

direction n'intervient qu'une seule propriété, à savoir E dans la direction E et F dans la direction n.

Ainsi, par exemple, un élément de volume dans l'espace bidimensionnel est représenté tel qu'on le voit à la figure (4.1), où on peut remarquer que les propriétés E et F entrent et sortent dans une seule direction.

L'application des lois de conservation à ce cas décrites par:

$$\frac{\partial \hat{q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} = 0$$

suggère l'emploi "intuitif" d'une discréttisation temporelle centrée en avant avec des différences centrées dans l'espace notamment:

$$\frac{\hat{q}_{i,j}^{n+1} - \hat{q}_{i,j}^n}{\Delta t} + \frac{\hat{E}_{i+1,j} - \hat{E}_{i-1,j}}{2\Delta \xi} + \frac{\hat{F}_{i,j+1} - \hat{F}_{i,j-1}}{2\Delta \eta} = 0$$

Il s'avère qu'un tel schéma est inconditionnellement instable. L'étude de ce cas a montré que l'instabilité est due à la combinaison de hautes valeurs de la vitesse avec de petites valeurs de la pression dans un élément de volume, tandis que de faibles valeurs de la vitesse avec de fortes valeurs de la pression sont présentées dans

l'élément en amont. Ce fait suggère l'idée d'employer une différence décentrée en amont pour les flux en même temps qu'une différence décentrée en aval pour la pression, assurant ainsi la stabilité désirée.

Cette différentiation opposée est nécessaire seulement dans le sens principal de l'écoulement, c'est-à-dire pour les lignes du maillage qui sont plus ou moins alignées avec les lignes de courant.

Vu cette façon particulière de discréteriser, la molécule de calcul peut être raccourcie d'un  $\Delta t$  dans le sens de cette coordonnée, c'est-à-dire au lieu d'utiliser un élément comme celui montré à la figure (4.1), on peut procéder sur une maille comme celle montrée à la figure (4.2).

Les propriétés calculées seront situées au centre de la molécule de calcul comme illustré à la figure (4.2), mais ce noeud étant fictif, elles seront stockées au noeud immédiatement en amont; autrement dit, la valeur à  $i + 1/2$  est placée au noeud  $i$ , la valeur à  $i - 1/2$  à  $i - 1$  et ainsi de suite.

De cette façon une différentiation en amont pour les flux s'écrit:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial \xi} \Big|_{i+\frac{1}{2}, j} \approx \frac{\rho u_{i+\frac{1}{2}, j} - \rho u_{i-\frac{1}{2}, j}}{\Delta \xi} = \frac{\rho u_{i, j} - \rho u_{i-1, j}}{\Delta \xi}$$

et une différentiation en aval pour la pression donne

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} \Big|_{i+\frac{1}{2}, j} \approx \frac{p_{i+\frac{3}{2}, j} - p_{i+\frac{1}{2}, j}}{\Delta \xi} = \frac{p_{i+1, j} - p_{i, j}}{\Delta \xi}$$

Dans les directions secondaires, il n'est pas nécessaire d'utiliser ce type particulier de discréétisation opposée et les dérivées respectives sont approchées par des différences centrées.

Il est important de souligner que la façon de discréétiser donne lieu à des éléments qui seront imbriqués dans les sens secondaires, mais qu'un chevauchement n'est pas applicable dans le sens prédominant.

#### 4.6 Le schéma numérique

Avec les éléments décrits à la section précédente, nous sommes maintenant en mesure de procéder à la discréétisation des équations au complet. Afin d'illustrer ceci, voici une discréétisation type représentée par

l'équation de la continuité ( $\delta = 0$ , écoulement bidimensionnel,  $\delta = 1$  écoulement axisymétrique)

$$\begin{aligned} J^*r_{i,j}^\delta \frac{(\rho_{i,j}^{n+1} - \rho_{i,j}^n)}{\Delta t} + \frac{Jr_{i+1,j}^\delta (\rho U)_{i,j}^n - Jr_{i,j}^\delta (\rho U)_{i-1,j}^n}{\Delta \xi} \\ + \frac{Jr_{i,j+1}^\delta (\rho V)_{i,j+1}^n - Jr_{i,j-1}^\delta (\rho V)_{i,j-1}^n}{2\Delta \eta} = 0 \end{aligned}$$

Notons d'abord qu'une différence décentrée ne s'applique qu'aux grandeurs physiques et que les composantes géométriques sont toujours calculées par une différence centrée. En deuxième lieu, il faut remarquer que nous avons codé des  $Jr$  et des  $J^*r$ , les premiers sont calculés au centre des mailles.

La relation entre les composantes contravariantes de la vitesse  $U, V$  et les composantes cartésiennes  $u, v$  est donnée par les équations discrètes:

$$U_{i,j} = u_{i,j} + \epsilon_{x,i+1,j} + v_{i,j} + \epsilon_{y,i+1,j}$$

$$V_{i,j} = u_{i,j} - \epsilon_{x,i,j} + v_{i,j} - \epsilon_{y,i,j}$$

Nous signalons une fois de plus que les termes géométriques sont évalués par des différences centrées donc lorsqu'on utilisera une différence décentrée pour évaluer les dérivées de  $U$ , les coefficients géométriques doivent demeurer centrés, cela explique le codage décalé des  $U_{i,j}$ .

Pour le schéma explicite, les nouvelles valeurs sont obtenues à partir des anciennes en ajoutant une correction. Par exemple, l'équation bidimensionnelle de la continuité est écrite au noeud  $i, j$  comme:

$$\rho_{i,j}^{n+1} = \rho_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{J_{i,j}} \left[ \frac{J_{i,j} (\rho U)_{i-1,j} - J_{i+1,j} (\rho U)_{i,j}}{\Delta \xi} + \frac{J_{i,j-1} (\rho V)_{i,j-1} - J_{i,j+1} (\rho V)_{i,j+1}}{2\Delta \eta} \right]$$

l'algorithme de calcul. Brièvement, une solution initiale est estimée au temps  $t = 0$ , et celle-ci est corrigée itérativement par des balayages successifs du domaine de calcul. Le schéma applique les équations dans l'ordre suivant: continuité-équation d'état-quantité de mouvement. La procédure consiste à calculer les nouvelles valeurs de la densité pour tous les points du maillage, par la suite la pression est mise à jour en utilisant ces nouvelles valeurs avec les anciennes valeurs de la vitesse. Finalement les nouvelles pressions avec les anciennes valeurs de la densité et vitesse sont employées dans la résolution des équations du mouvement. Les détails concernant le fonctionnement du schéma de calcul sont donnés à l'annexe A.1.

## 4.7 Conditions aux frontières

Pour un calcul axisymétrique nous trouvons trois types différents de conditions aux frontières: paroi solide, frontière symétrique et conditions d'entrée et de sortie.

### 4.7.1 Parois imperméables

Sur les parois solides on applique la condition de glissement, c'est-à-dire que la composante de la vitesse normale à la surface est prise nulle. Mathématiquement ceci s'exprime par:

$$\overset{\rightarrow}{V} \cdot \overset{\rightarrow}{n} = 0$$

où  $\overset{\rightarrow}{V}$  représente le vecteur vitesse et  $\overset{\rightarrow}{n}$  le vecteur normal unitaire.

Dans la formulation curvilligne proposée dans cette étude, cette condition se traduit simplement en posant qu'une composante covariante de la vitesse est zéro, en autres mots la vitesse  $V$  (direction  $\eta$ ) devient nulle, l'écoulement étant caractérisé par une direction principale pour la vitesse  $U$  (direction  $\xi$ ).

#### 4.7.2 Frontière symétrique

Grâce à la symétrie de l'écoulement, les valeurs de ses propriétés d'un bord et d'autre de la ligne de symétrie sont supposées égales.

#### 4.7.3 Plans d'entrée et de sortie

Le nombre de conditions nécessaires sur ces frontières peut être déterminé en examinant les caractéristiques provenant de l'extérieur du domaine de calcul. Sans entrer dans les détails nous donnons au tableau suivant le résumé du nombre de conditions à appliquer en fonction du nombre de Mach.

Mach	Entrée	Sortie
$M < 1$	2	1
$M > 1$	3	0

Pour le cas à étudier, l'écoulement est supposé demeurer subsonique aux frontières d'entrée et de sortie, alors nous utilisons les conditions suivantes:

- à l'entrée: la pression totale avec l'angle d'entrée
- à la sortie: la pression statique.

#### 4.7.4 Elaboration pratique des C.F.

Les points sur les frontières solides sont traités de manière identique aux points intérieurs, il faut pour cela ajouter des lignes de mailles supplémentaires à l'extérieur du domaine de calcul.

La position de ces mailles fictives est obtenue par extrapolation des coordonnées de l'intérieur donnant lieu à un demi-élément extérieur. Les valeurs des variables en ces noeuds fictifs ne sont pas connues, mais elles sont calculées par extrapolation des valeurs de l'intérieur du domaine de calcul. De cette façon, il est possible d'appliquer le même schéma sur tous les points incluant les frontières, ce qui simplifie la programmation.

A la frontière symétrique les variables deviennent indéterminées, à l'exception de la vitesse radiale qui est nulle. Les propriétés à cet endroit sont obtenues au moyen d'une extrapolation de l'intérieur.

A la frontière d'entrée, on doit ajouter des conditions additionnelles pour permettre la résolution numérique. Ainsi, on suppose que le gradient de pression statique  $\partial p / \partial t$  est nul. La pression statique est utilisée conjointement avec la supposition d'écoulement isentropique

statique  $\partial p / \partial t$  est nul. La pression statique est utilisée conjointement avec la supposition d'écoulement isentropique pour trouver, à partir de conditions de stagnation, la vitesse et la densité à l'entrée. Alors on utilisera

$$v = \tan \beta_1$$

$$H_0 = h + \frac{|v|^2}{2}$$

$$S = \text{cte}$$

où  $\beta_1$  = angle d'entrée et  $S$  = entropie

#### 4.8 Stabilité et choix du pas de temps

Pour une discrétisation explicite d'un système hyperbolique la condition de Courant-Friedrichs-Lowy (CFL) représente le critère de stabilité. Cette condition établit que le domaine d'influence physique doit être compris à l'intérieur du domaine d'influence numérique. Ce critère s'exprime par :

$$\Delta t \leq \min \frac{\text{Vol}_{\epsilon,\eta}}{|\overset{\rightarrow}{V} \cdot \overset{\wedge}{S}_1| + |\overset{\rightarrow}{V} \cdot \overset{\wedge}{S}_2| + a(S_1 + S_2)^{1/2}}$$

où  $\text{Vol}_{\epsilon,\eta}$ : volume de la maille de calcul

$\overset{\rightarrow}{V}$  : vecteur vitesse

$\overset{\wedge}{S}_1, \overset{\wedge}{S}_2$  : aires vectorielles normales aux faces  $\epsilon$ ,  $\eta$  respectivement

$S_1, S_2$  : aires scalaires

$a$  : vitesse du son

#### 4.9 Utilisation du schéma pour résoudre un écoulement

La préparation des données nécessaires à l'exécution du programme EULAXI est réalisée dans le module de RESOLUTION. Ce module permet de résoudre un écoulement avec la fonction SIMULER ou de détruire une solution précédente avec DETRUIRE.

Les données nécessaires pour la simulation de l'écoulement sont le choix d'un maillage, les pressions à l'entrée et à la sortie du domaine et le nombre d'itérations désiré. Plus le nombre d'itérations est élevé, plus l'écoulement simulé est stabilisé et plus la solution obtenue est près de l'écoulement réel. Une fois le schéma stabilisé, augmenter le nombre d'itérations n'apportera pas de changement important à la solution obtenue. En général, de 400 à 800 itérations selon le problème suffisent amplement.

Le programme EULAXI n'est pas lancé immédiatement dans ce module mais plutôt à la sortie de CADELEC. S'il est la simulation terminée, le logiciel CADELEC revient automatiquement.

## C H A P I T R E    5

### FONCTION D'ANALYSE

La fonction d'analyse du logiciel CADELEC permet d'afficher les résultats obtenus par le programme de simulation EULAXI. L'utilisateur doit d'abord spécifier s'il désire les résultats affichés en vue plane ou isométrique.

En affichage plan, l'utilisateur peut visualiser jusqu'à deux résultats à la fois choisis parmi les suivants:

MAILLAGE

VITESSE

ISO VITESSE X

VITESSE Y

VITESSE

DENSITE

PRESSION

MACH

Lorsque le champ de vitesse est sélectionné, la longueur des vecteurs vitesse doit être fixée de même que le saut d'impression de ces vecteurs; on peut ainsi en afficher quelques-uns, évitant de surcharger l'écran.

Lorsqu'un champ d'isovaleurs est affiché, l'utilisateur doit spécifier le nombre de niveaux désiré entre 2 et 21.

L'affichage plan permet d'afficher un ou deux résultats simultanément sur l'écran. Lorsqu'un seul résultat est affiché, il occupe l'écran en entier et est donc beaucoup plus grand. En affichage isométrique, on doit nécessairement avoir deux résultats affichés.

## C H A P I T R E 6

### RÉSULTATS

Dans ce travail la modélisation géométrique et la simulation d'écoulements dans des disjoncteurs ont été abordés.

L'approche pour la résolution de tels problèmes a été divisée en trois étapes: la construction de la géométrie, la discrétisation du domaine physique, et finalement la résolution numérique des équations de la mécanique des fluides.

#### 6.1 Génération du maillage

La discrétisation du domaine de l'écoulement est réalisée par la méthode dite de maillage adapté. Le maillage est généré de façon automatique, ne nécessitant que la forme des frontières bornant le domaine de calcul. Cette technique est donc flexible et peut être utilisée pour des formes variées.

La méthode de Thompson utilisée pour générer le maillage curvilinear a été programée pour la topologie particulière du disjoncteur.

La figure 6.1 représente un domaine type dont les frontières sont formées par les électrodes et la buse. Sur cette même figure et pour des fins d'illustration on montre une grille de 60x20 points.

Le choix des noeuds du maillage utilisées dans la définition des frontières du domaine de calcul s'est avéré important : la distribution de ces points sur les frontières conditionne le maillage sur tout le domaine. Ce choix doit donc se faire de manière à obtenir une discréétisation plus au moins uniforme, autrement le maillage obtenu pourrait s'avérer peu satisfaisant pour la résolution du problème de mécanique des fluides.

## 6.2 Le schéma de calcul

Le comportement du schéma a été d'abord vérifié pour une vaste gamme de régimes au moyen d'un cas test déjà utilisé par un certain nombre d'auteurs. Il s'agit d'une tuyère convergente-divergente inclinée à 45 et 15 degrés respectivement dont les détails géométriques sont donnés à la figure 6.2. Cette tuyère comprend une contraction rapide suivie d'une partie divergente où des chocs seront formés par la réflexion d'ondes de détente provenant du col sur la partie divergente. Ces caractéristiques permettent de mettre à l'épreuve un schéma numérique.

Les conditions aux frontières utilisées dans la résolution de ce problème sont celles de glissement et de symétrie aux frontières solides et symétriques respectivement, et celles d'entrée et de sortie signalées au chapitre 4.

A la figure 6.3 on montre les résultats obtenus pour un écoulement plan dans la géométrie mentionnée ci-dessus. Ceux-ci sont représentés au moyen de lignes d'isomach. Sur cette même illustration on montre les résultats des expériences numériques faites par Esser.

De la même façon on présente à la figure 6.4 les résultats pour un écoulement axisymétrique. Ces résultats sont comparés avec les données expérimentales de Cuffel et les calculs d'Esser.

Une fois cette vérification préliminaire accomplie l'étude d'écoulements dans des géométries semblables à celle des disjoncteurs a été abordée.

Le premier exemple est constitué par l'étude de l'écoulement axisymétrique dans la géométrie présentée à la figure 6.5. Le domaine est formé par une portion de conduite à section constante AA'-BB', suivie d'une partie divergente BB'-CC' et finalement délimité par les portions

de bifurcation CDEF-C'D'E'F. Un moyen fictif imperméable EFE' a été ajouté pour représenter de façon simplifiée l'effet de l'arc. Le rapport entre le rayon de cet arc et le rayon externe de la partie bifurquée est de 1/2.

Le domaine de calcul est discrétisé par un maillage de 60x20 noeuds. Les noeuds correspondant à  $i=1$  et  $i=60$  sont situés respectivement sur les frontières AA' et D'E' DE. Ceux qui correspondent à  $j=1$  et  $j=20$  sont situés sur ABCD et A'B'C'D'.

L'écoulement axisymétrique dans la géométrie de la figure 6.5 a été calculé par la méthode décrite au chapitre IV avec un rapport de pression  $p/p_\infty=0.7$ , l'indice 0 indiquant les conditions d'arrêt.

Les figures 6.6, 6.7 et 6.8 présentent respectivement les résultats obtenus sous la forme de lignes iso-mach, iso-vitesse, iso-compression et champ de vitesses.

Des rapports de rayon inférieurs à 1/2 ont été essayés, mais des difficultés provenant d'une forte accélération vers la ligne de symétrie à cause d'une diminution d'aire suivi d'un arrêt de fluide ont empêché l'obtention de résultats avec le modèle courant.

Une deuxième géométrie s'approchant de la forme d'un disjoncteur a aussi été étudiée. Celle-ci est présentée à la figure 6.9 et est semblable à celle du cas précédent sauf qu'elle est dissymétrique.

Les figures 6.10, 6.11 et 6.12 présentent les lignes iso-vitesse, iso-pression et isomach, et champ de vitesse obtenus pour un écoulement axisymétrique.

Des essais dans des géométries plus complexes comme celle montrée à la figure 6.1 ont été réalisés. Les figures 6.13, 6.14 et 6.15 illustrent les résultats obtenus sous la forme de lignes isomach, iso-pression et champ de vitesse. Cependant ces résultats ne sont qu'un succès partiel, puisque la qualité de la solution est étroitement liée au point de stagnation.

La résolution numérique des équations d'Euler dans une bifurcation telle que rencontrée dans une disjoncteur requiert la connaissance du point de stagnation à la ligne de symétrie, mais celui-ci n'étant pas connu doit être imposé à l'avance. Ceci implique que la séparation du fluide est forcée à un certain endroit obligeant ainsi l'écoulement à suivre un comportement qui peut ne pas être naturel. Ceci se traduit numériquement par l'introduction d'une perturbation qui produit des résultats peu réalistes ou simplement une destruction du calcul en route.

Un deuxième problème rencontré lors de la résolution des écoulements axisymétriques s'est manifesté par l'impossibilité de réaliser des calculs sans la présence d'un crayon qui modélise l'effet de l'arc; autrement dit de résoudre un problème avec un rayon nul. Cet inconvénient a été attribué à deux caractéristiques: la première est une réduction d'aire des éléments vers le centre qui provoque une forte accélération suivie d'un arrêt brusque à la ligne de symétrie. La deuxième est que le schéma de calcul lui-même requiert un maillage plus au moins aligné avec l'écoulement. Celui-ci conditionne donc l'allure générale du maillage utilisé, empêchant l'utilisation d'un autre type de maillage qui pourrait être mieux approprié à la géométrie d'un disjoncteur avec bifurcation.

En ce qui concerne la résolution numérique de l'écoulement nous proposons d'abord pour des études futures, l'utilisation d'un schéma qui n'a pas de direction privilégiée comme présentement. On espère de cette manière pouvoir utiliser des mailles mieux appropriées. Deuxièmement, et afin d'éviter le problème posé par le point d'arrêt causé par la nature du modèle d'Euler, on doit résoudre les équations de Navier-Stokes . Ceci permettra aussi de simuler les effets thermiques qui n'ont pu être prédits par le présent modèle.

### 6.3 Rapidité du système

Le logiciel développé permet de vérifier rapidement le comportement du disjoncteur projeté; les géométries de la buse et des électrodes fixe et mobile peuvent être créées et assemblées en moins d'un quart d'heure. La préparation du maillage est également très rapide: chaque relaxation prend moins d'une minute même avec le plus fin des maillages et un maillage satisfaisant peut être obtenu en moins de cinq essais en général.

La vitesse de calcul du module de simulation numérique est liée presque directement au nombre de points du maillage utilisé. Avec les maillages relativement fins utilisés pour obtenir les résultats ci-haut de 40x30 soit 1200 points, le logiciel réalise près de 400 itérations à l'heure; avec un maillage de 20x15, il pourrait en faire le double. On peut donc en une heure calculer une bonne simulation de l'écoulement bidimensionnel dans le disjoncteur.

Entre l'instant où un nouveau disjoncteur est conçu et celui où les premiers résultats de la simulation sont disponibles, une heure et demie à peine s'est écoulée. Le design peut être modifié rapidement et une heure et demie

plus tard, on peut déjà connaître l'effet des modifications sur le comportement du disjoncteur, accélérant ainsi considérablement leur mise au point.

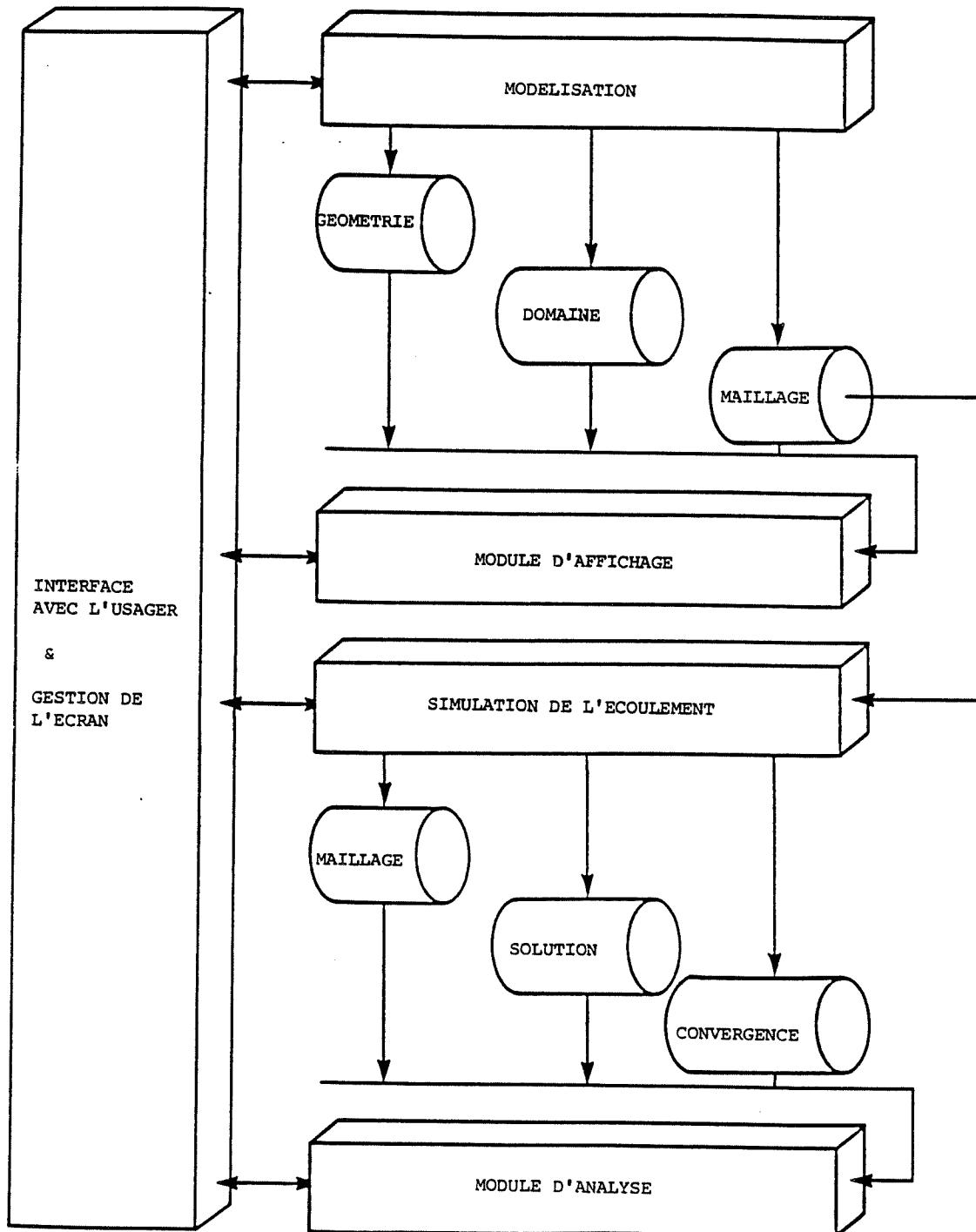


Figure 1.1: interactions entre l'usager, CADELEC et EULAXI

LOGICIEL CADELEC VERSION 1.0		CHLOE 2.0
GEOMETRIE DOMAINE MAILLAGE RESOLUTION <b>*ANALYSE</b>		
PLAN ISOMETRIQUE		<b>STOP</b>

Figure 1-2: page type

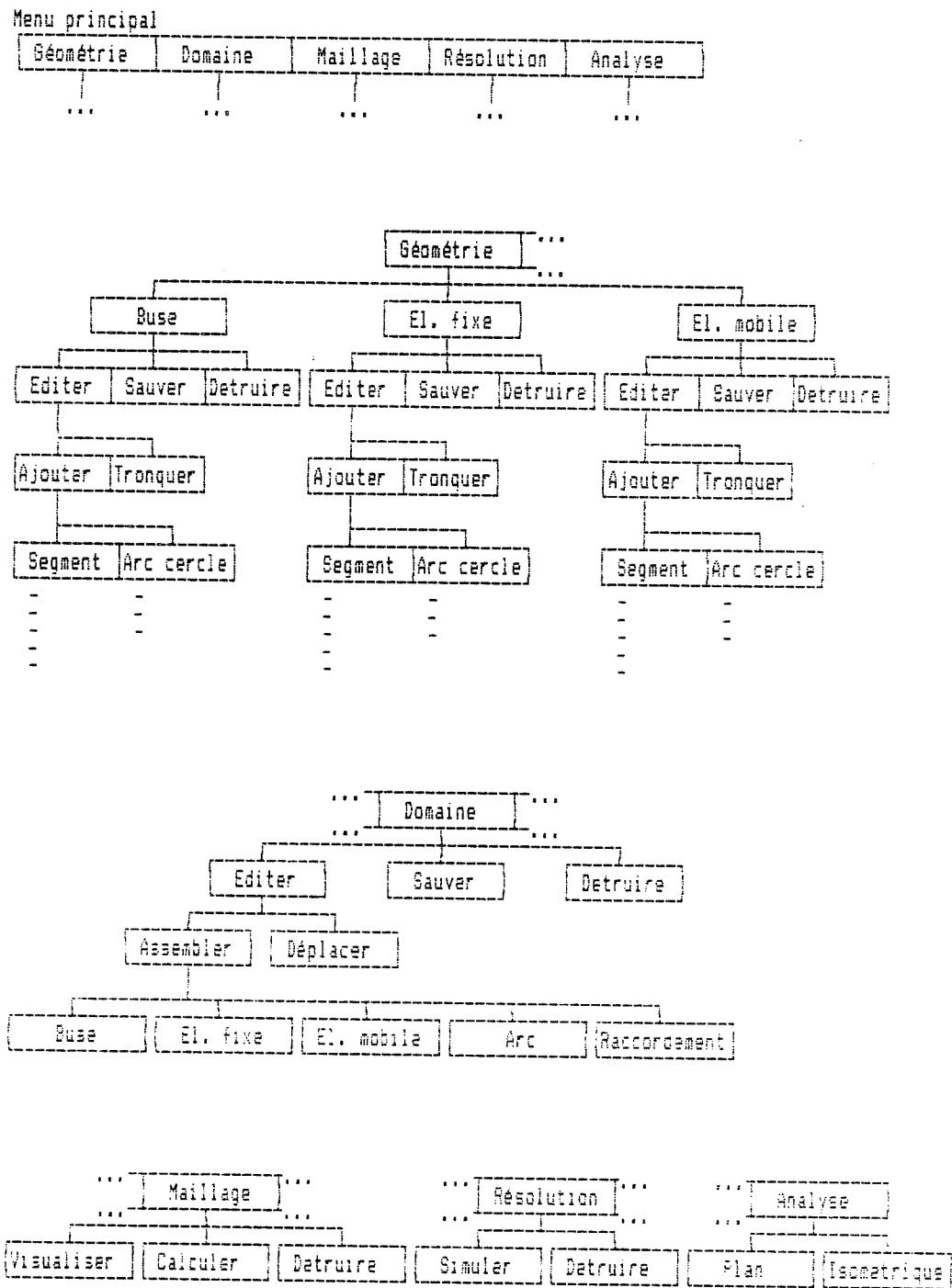


Figure 1.3: menus de CADELEC

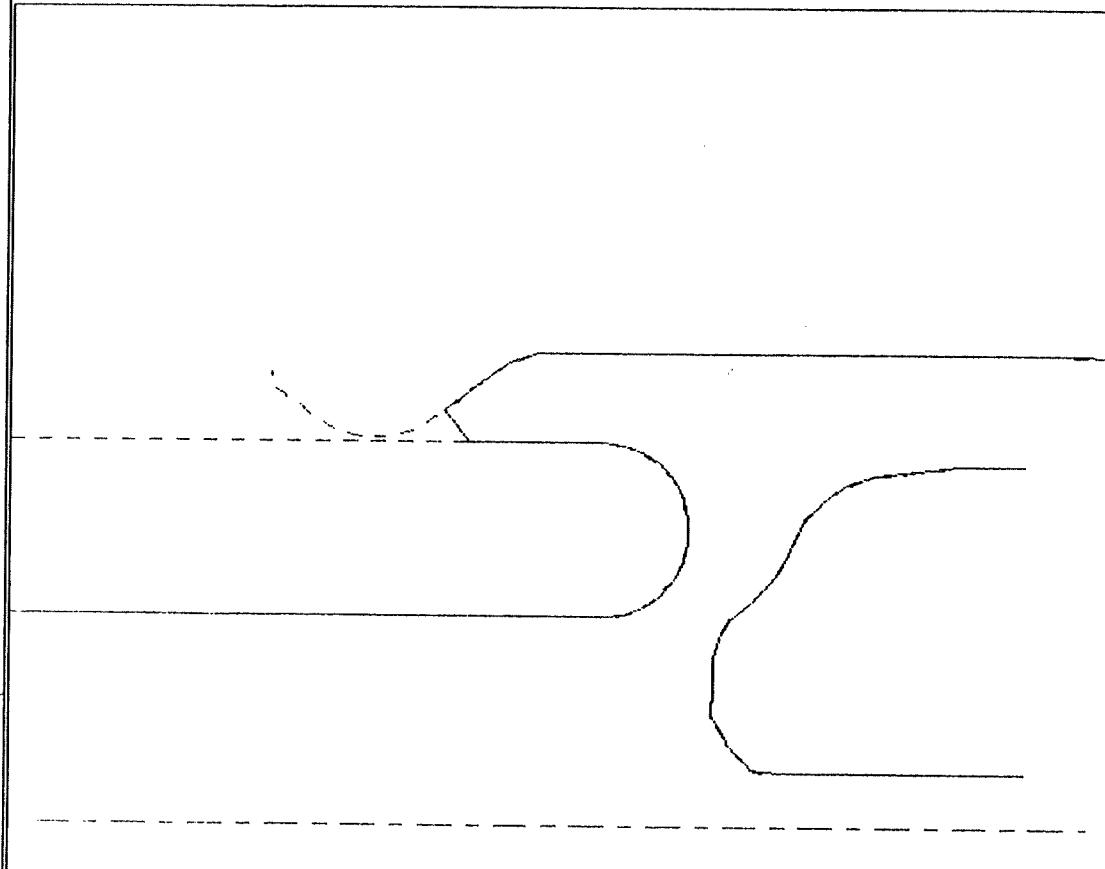
**LOGICIEL CADELEC VERSION 1.0**

CHLOE 2.0

# GEOMETRIE \* DOMAINE MAILLAGE RESOLUTION ANALYSE

**\*EDITER  
SAUVER  
DETRUIRE**

**ASSEMBLER  
DEPLACER**



**STOP**

Figure 2.1: domain type

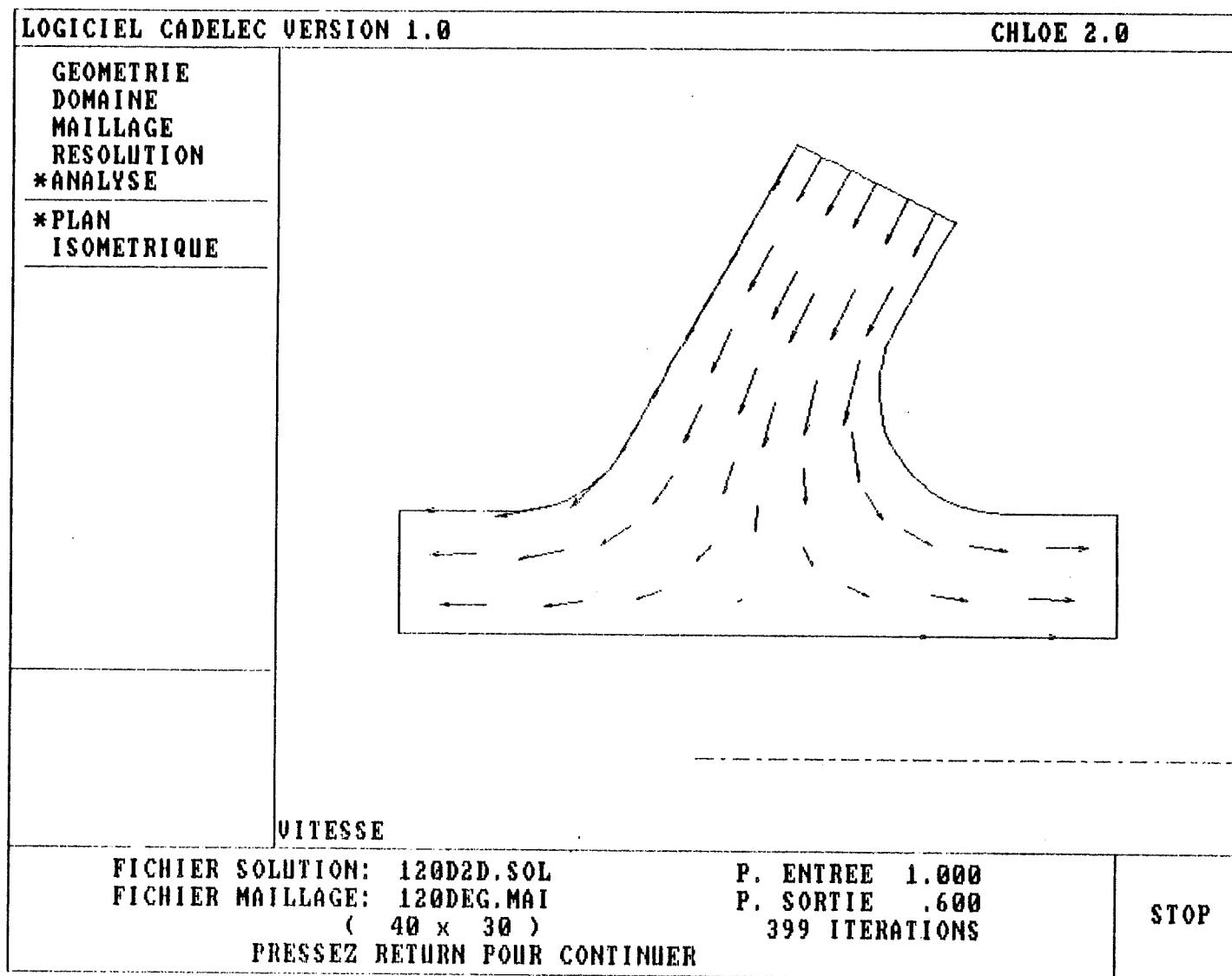


Figure 3.1: type d'écoulement dans le disjoncteur

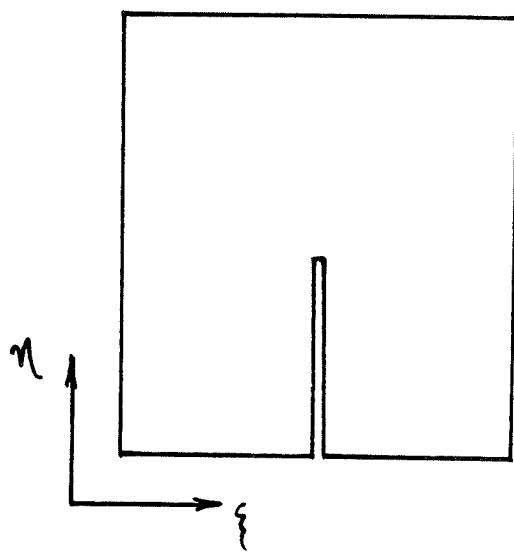


Figure 3.2: espace généralisé de calcul du maillage

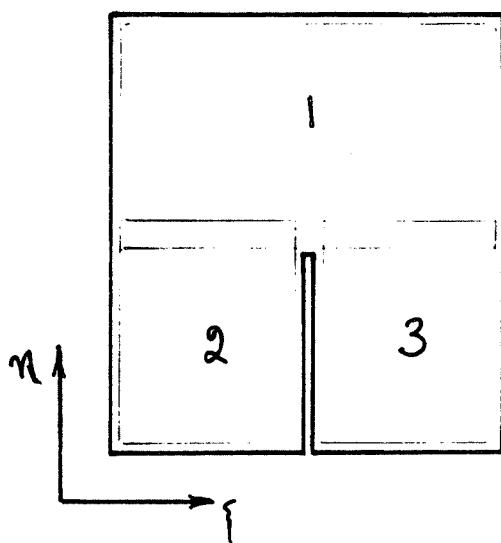


Figure 3.3: division du domaine

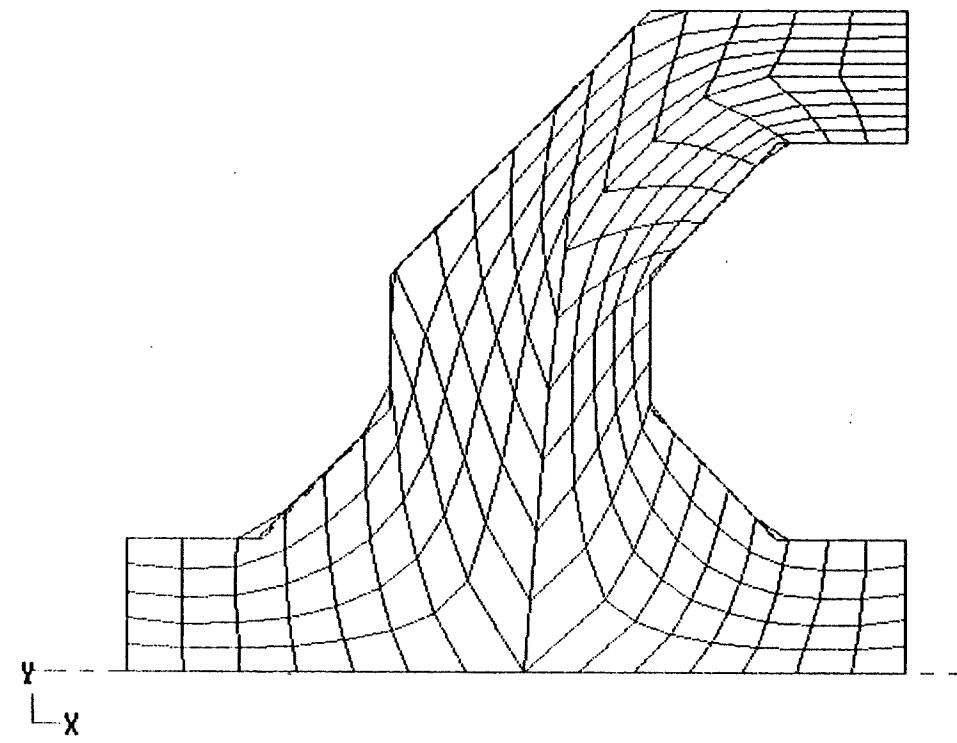
LOGICIEL CADELEC VERSION 1.0

CHLOE 2.0

GEOMETRIE  
DOMAINE  
**\*MAILAGE**  
RESOLUTION  
ANALYSE  

---

**\*VISUALISER**  
CALCULER  
DETRUIRE



20 RANGEES  
11 COLONNES  
CONCEN. .00

STOP

PRESSEZ RETURN POUR CONTINUER

Figure 3.4: maillage typique

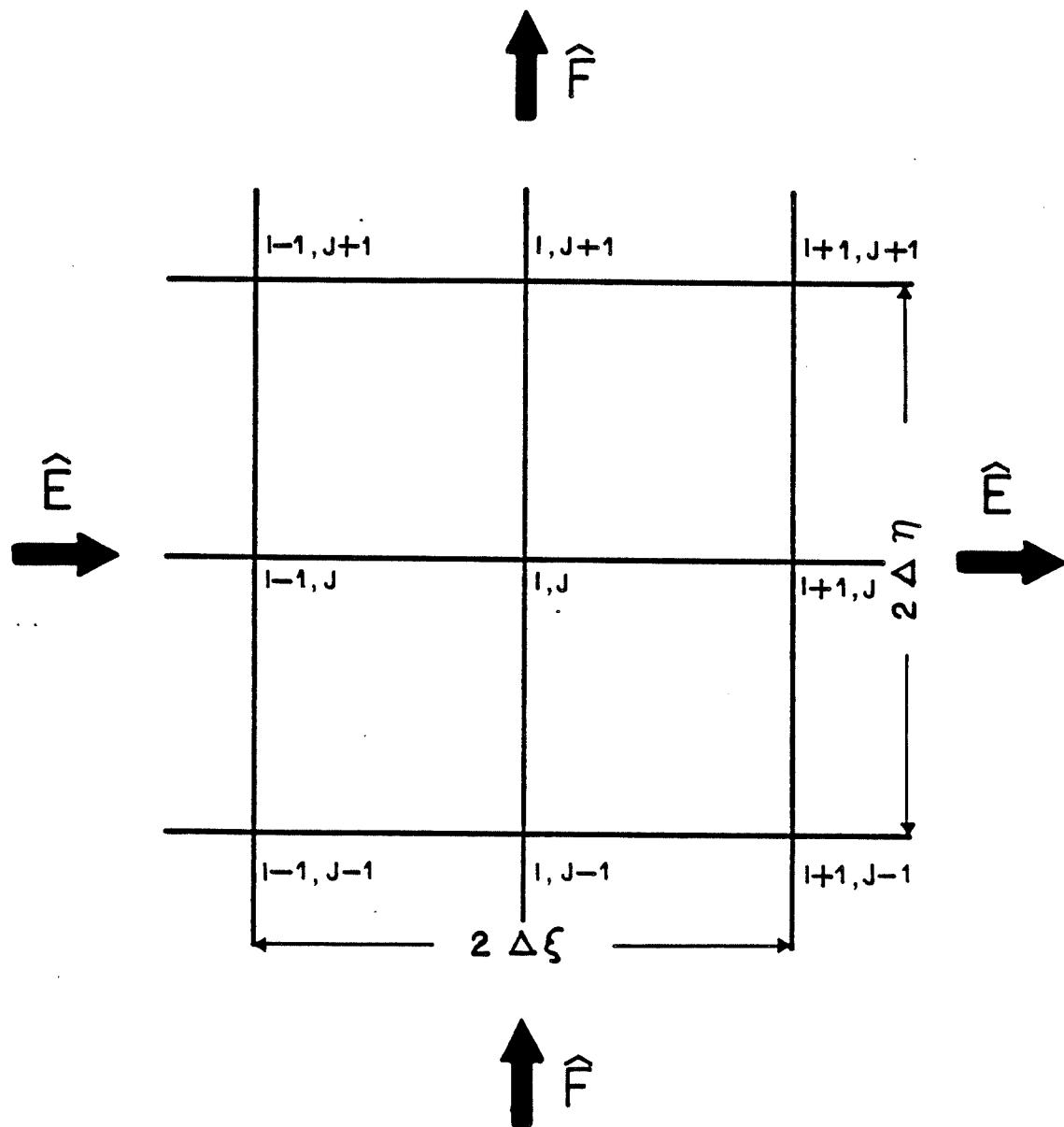


Figure 4.1: volume de contrôle en coordonnées curvillignes pour les équations de conservation.

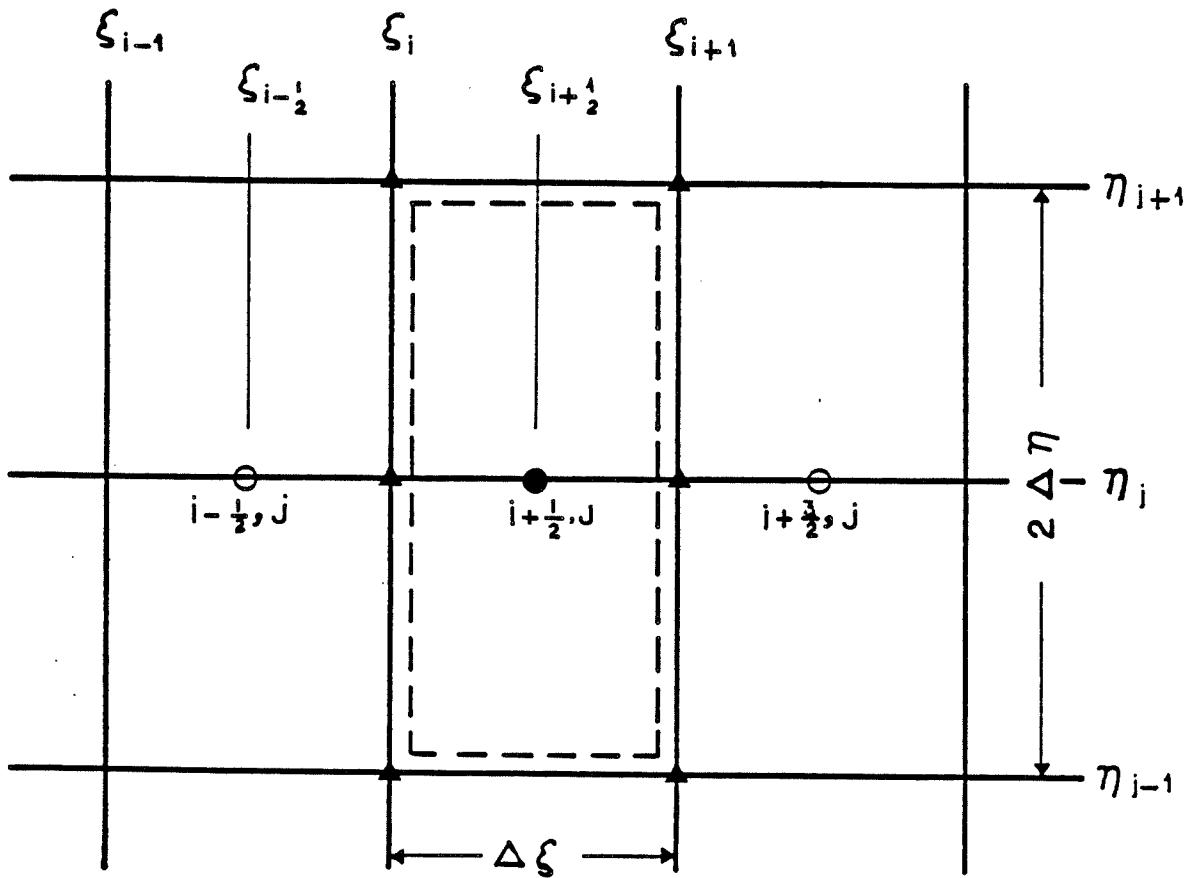


Figure 4.2: disposition des volumes de contrôle et des noeuds pour le stockage des variables en deux dimensions

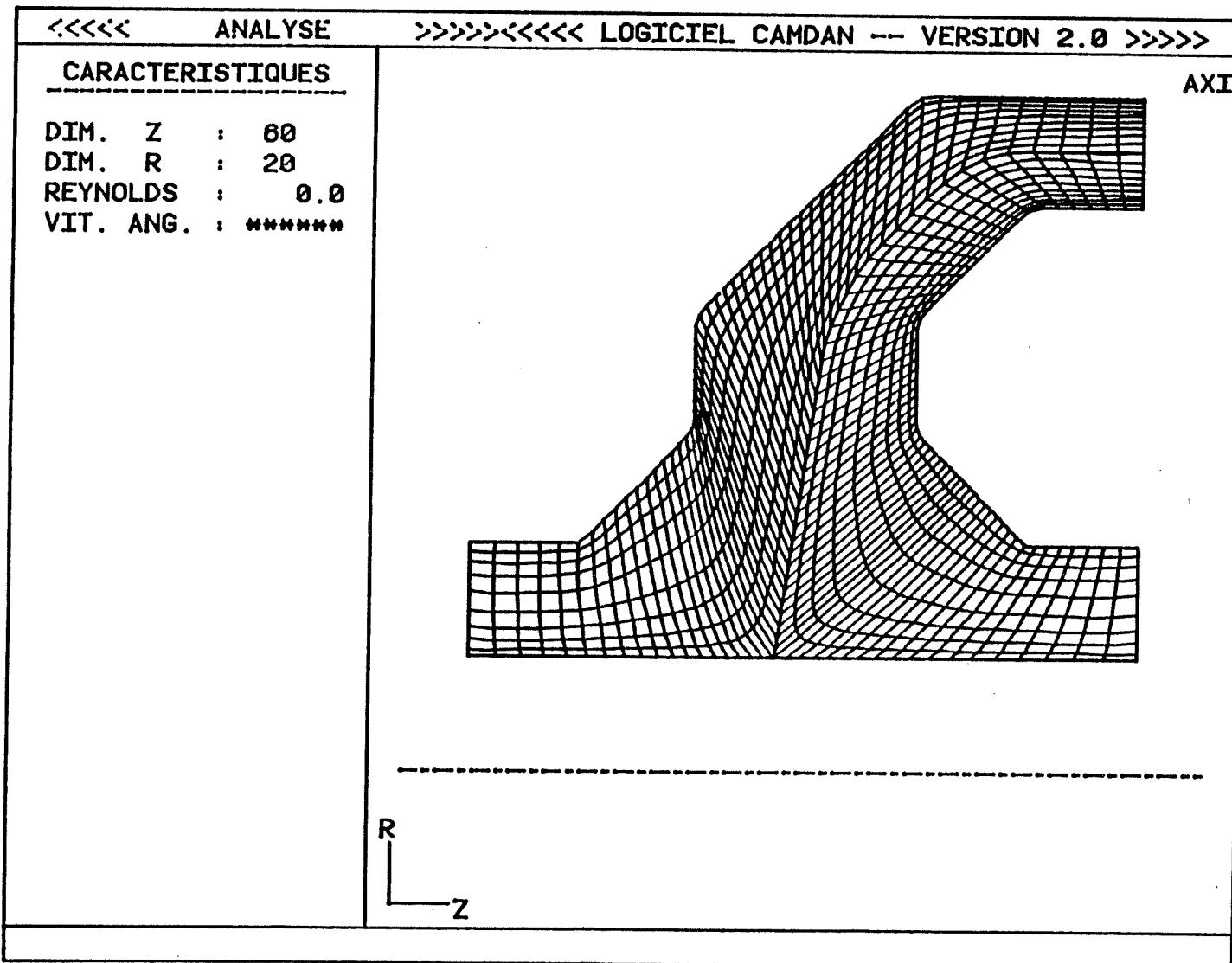


Figure 6.1 : représentation schématique d'un disjoncteur

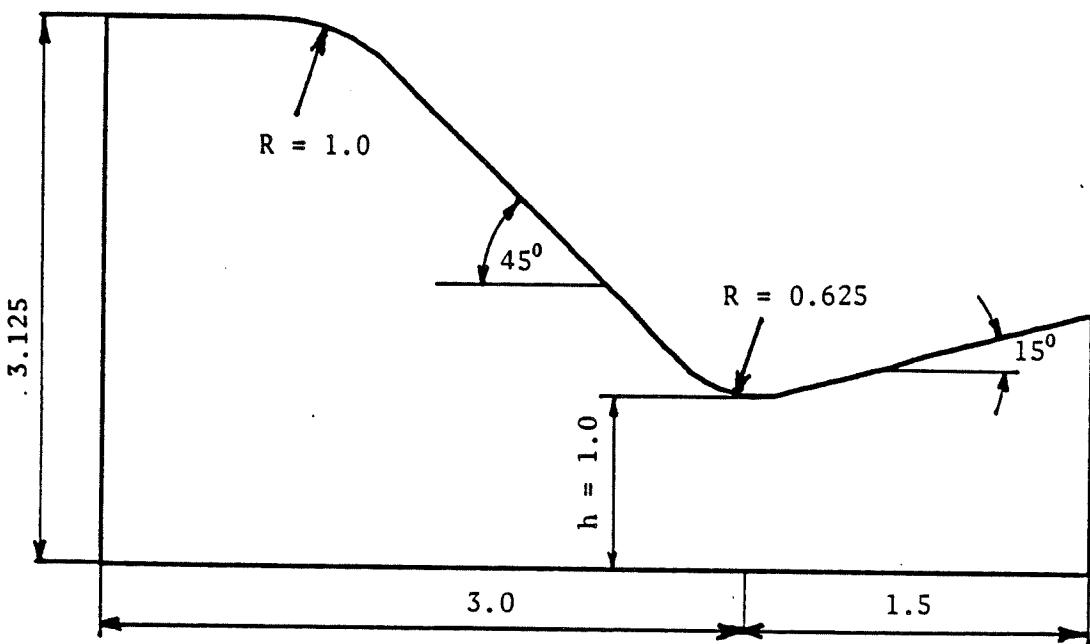


Figure 6.24 géométrie de la tuyère convergente-divergente

Figure 6.3: comparaison du champ d'isomachs pour un calcul plan

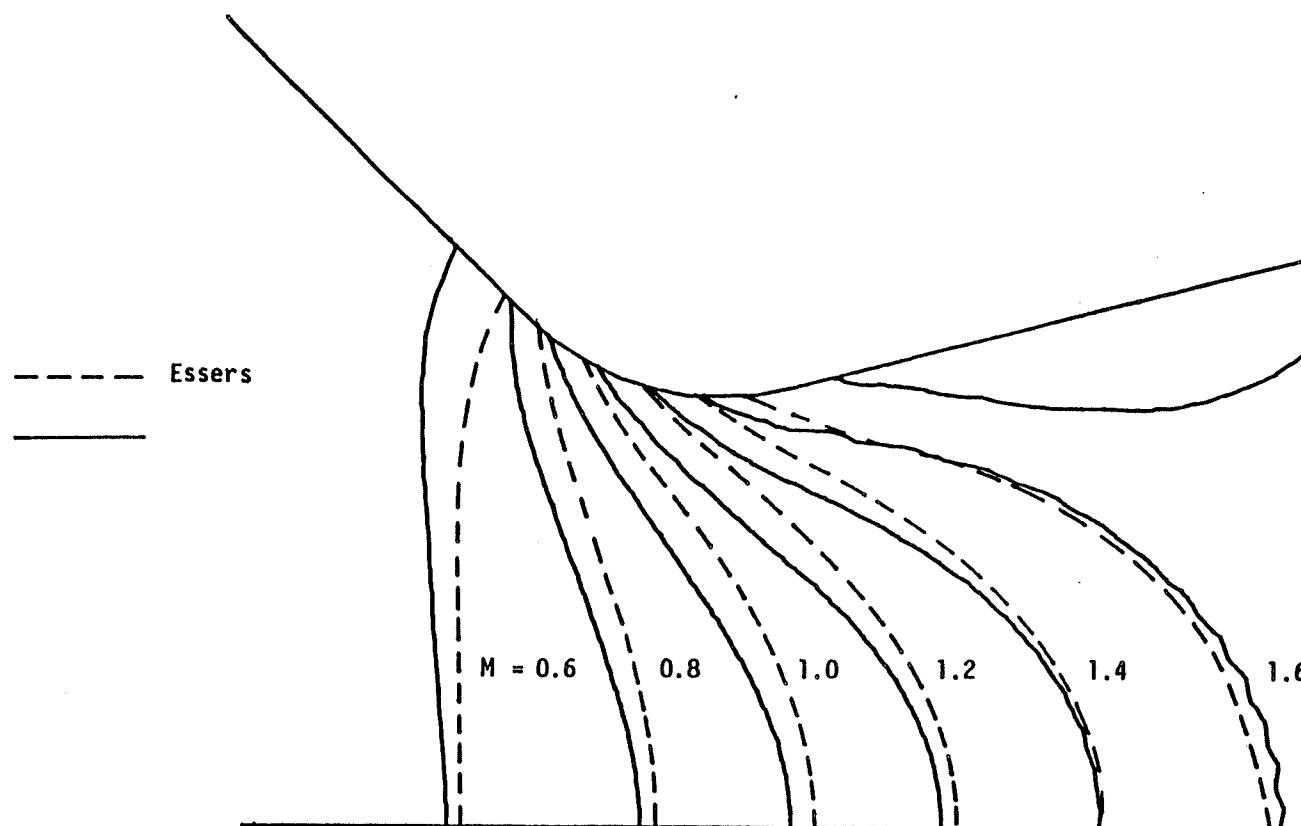
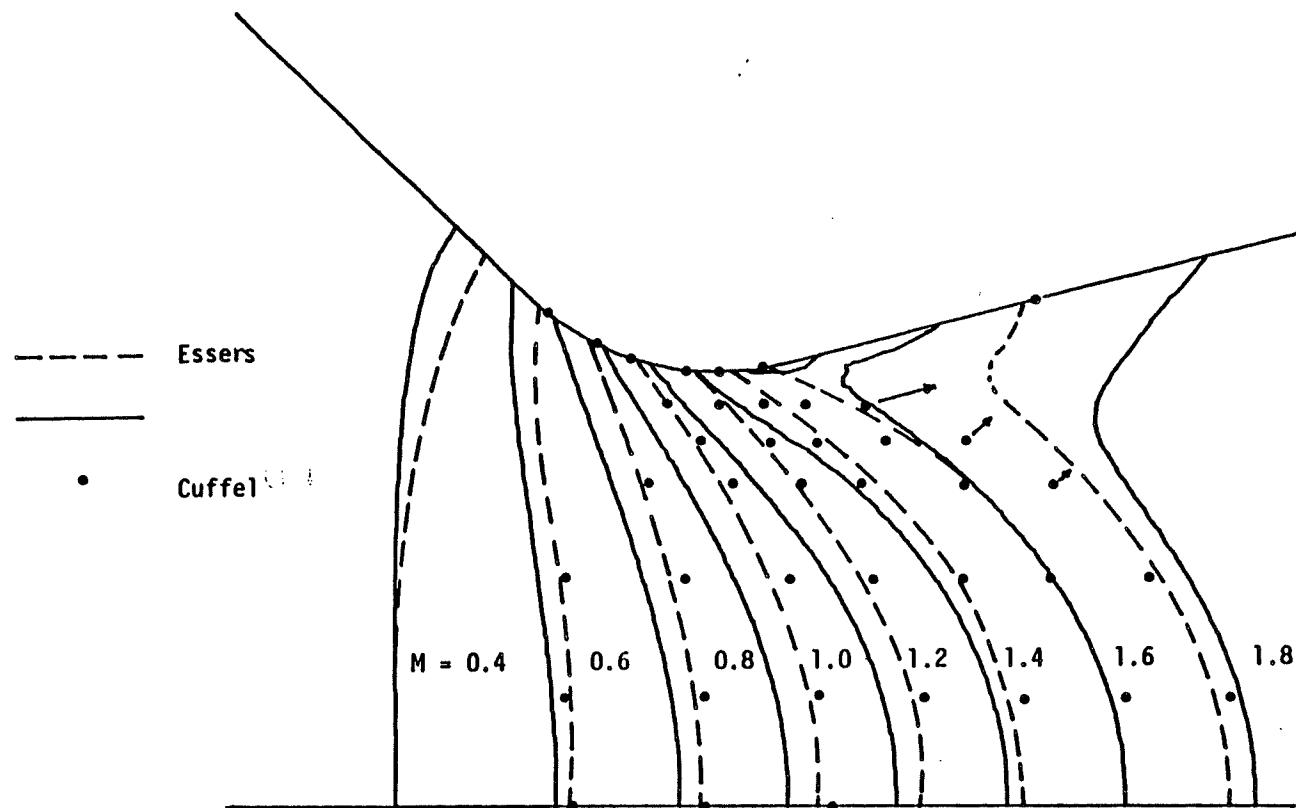


Figure 6.4: comparaison du champ d'isomachs pour un calcul axissymétrique



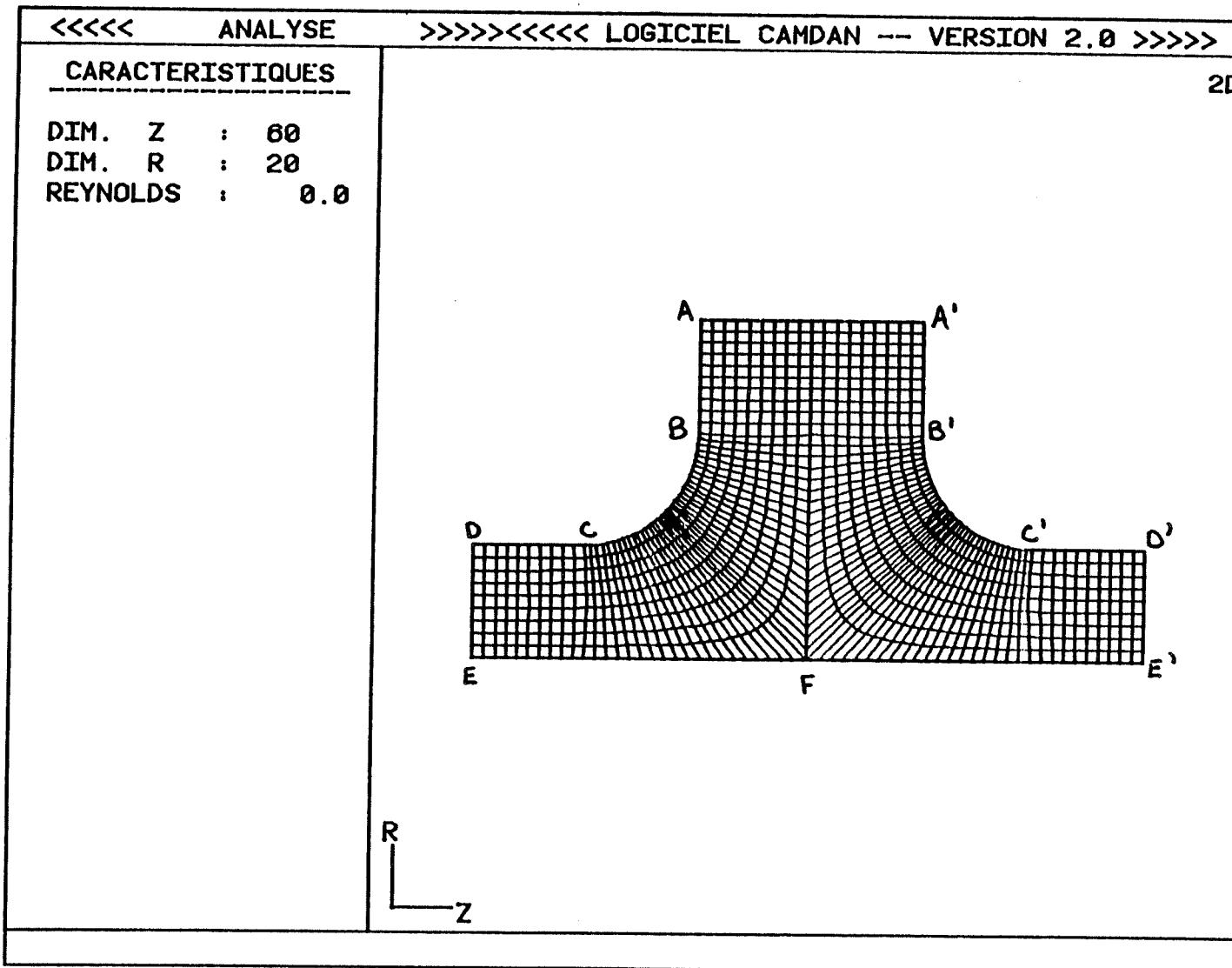


Figure 6.5: domaine de calcul symétrique

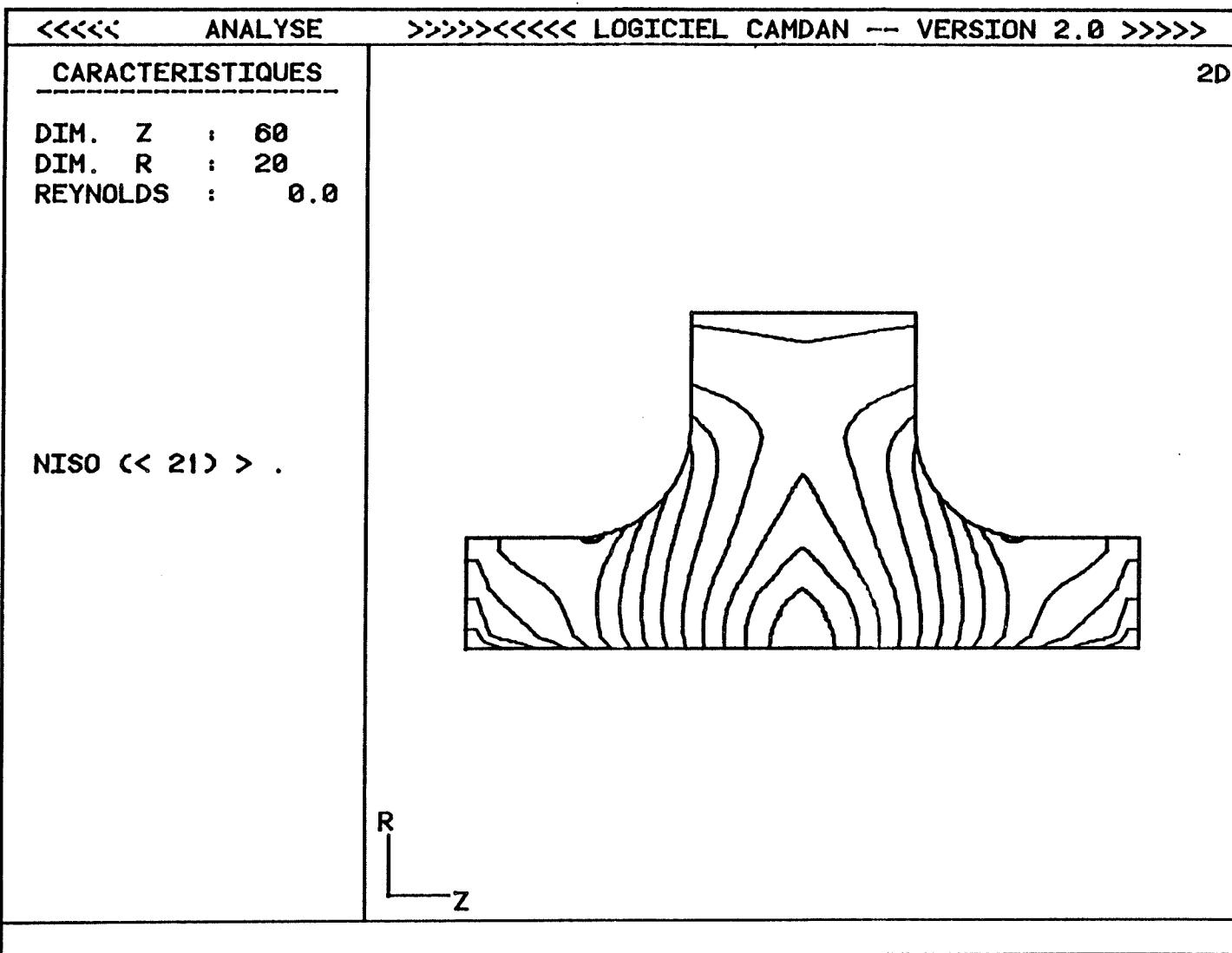


Figure 6.6: champ d'isomach

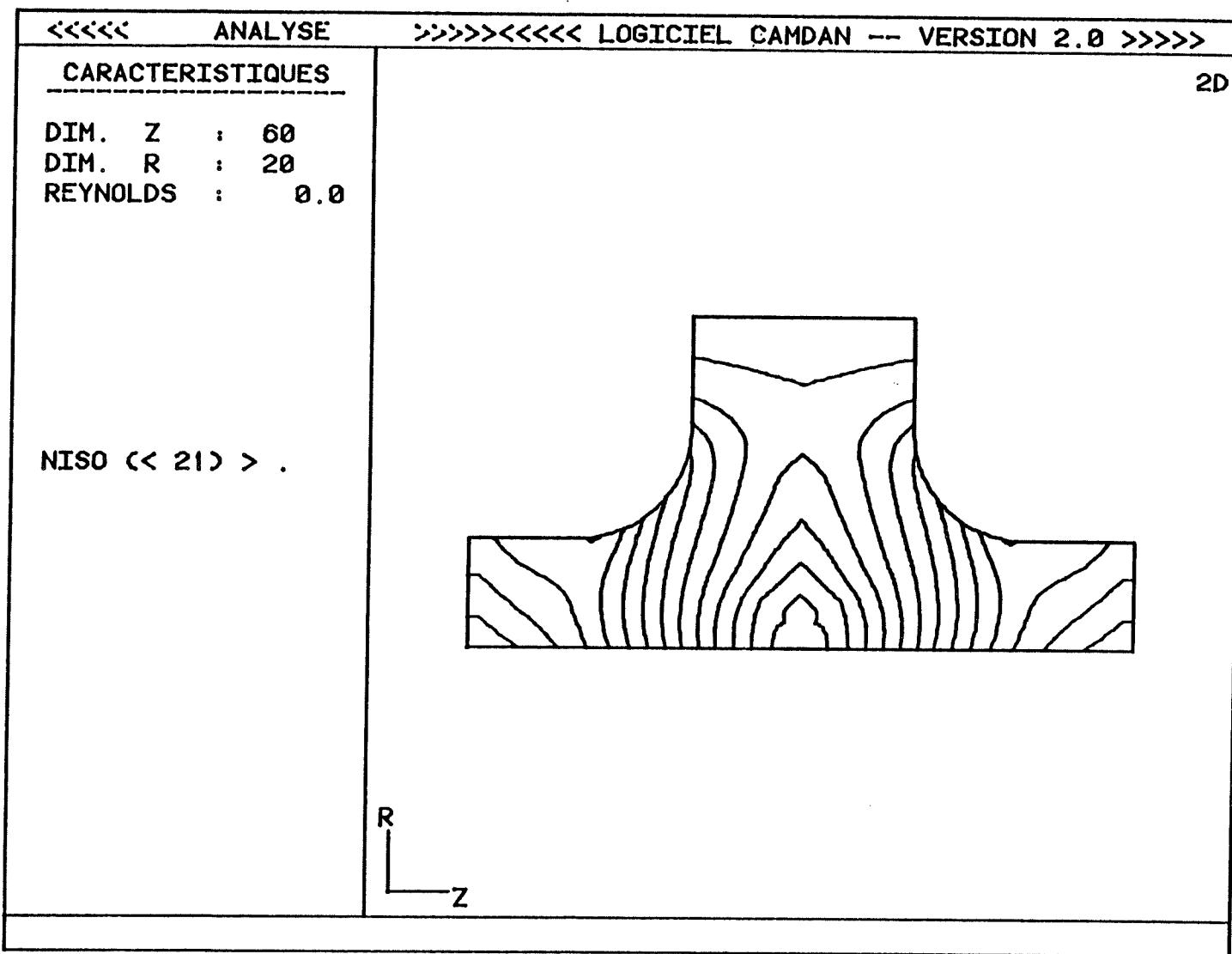


Figure 6.7: champ d'isovitesses

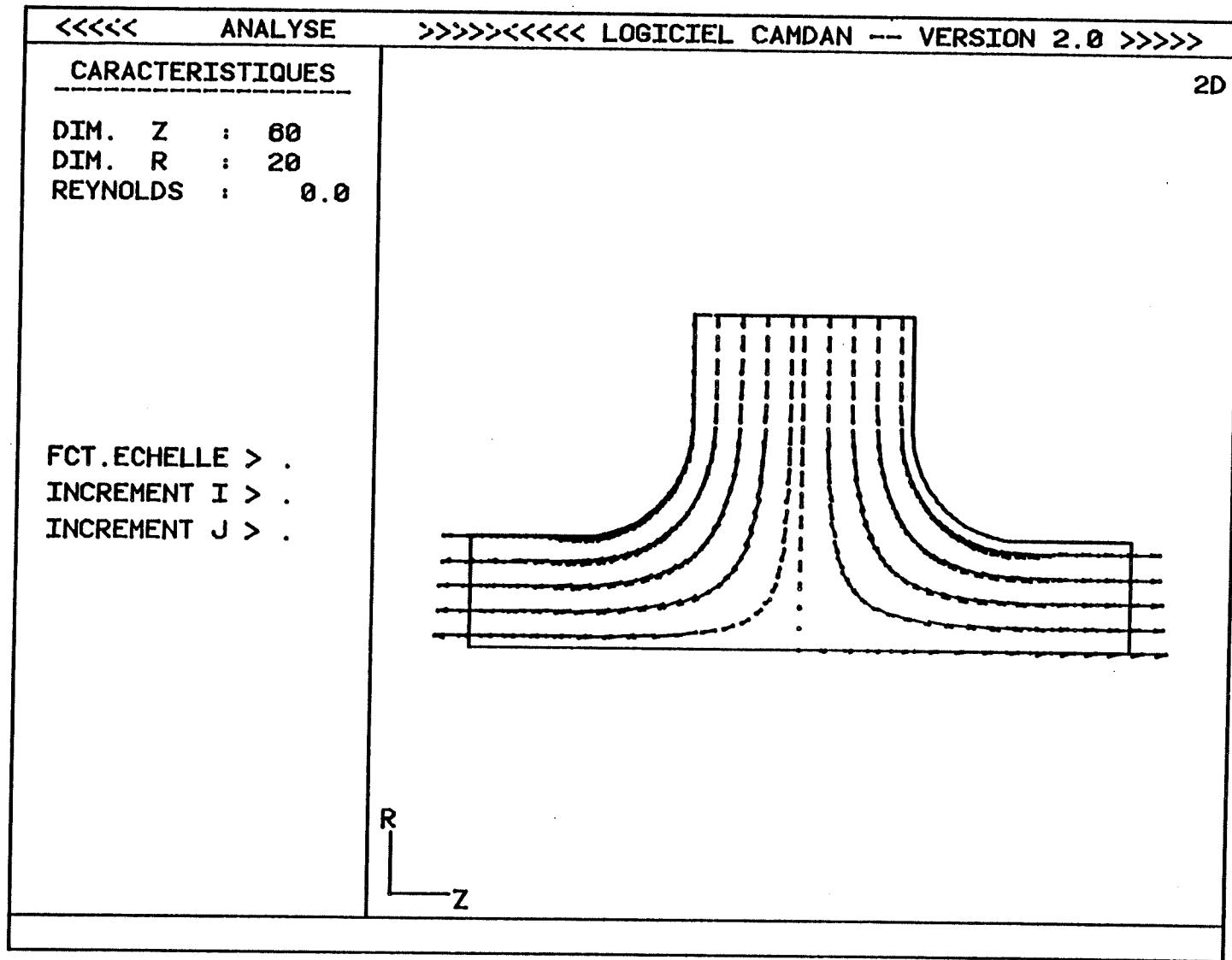


Figure 6.8: champ de vitesses

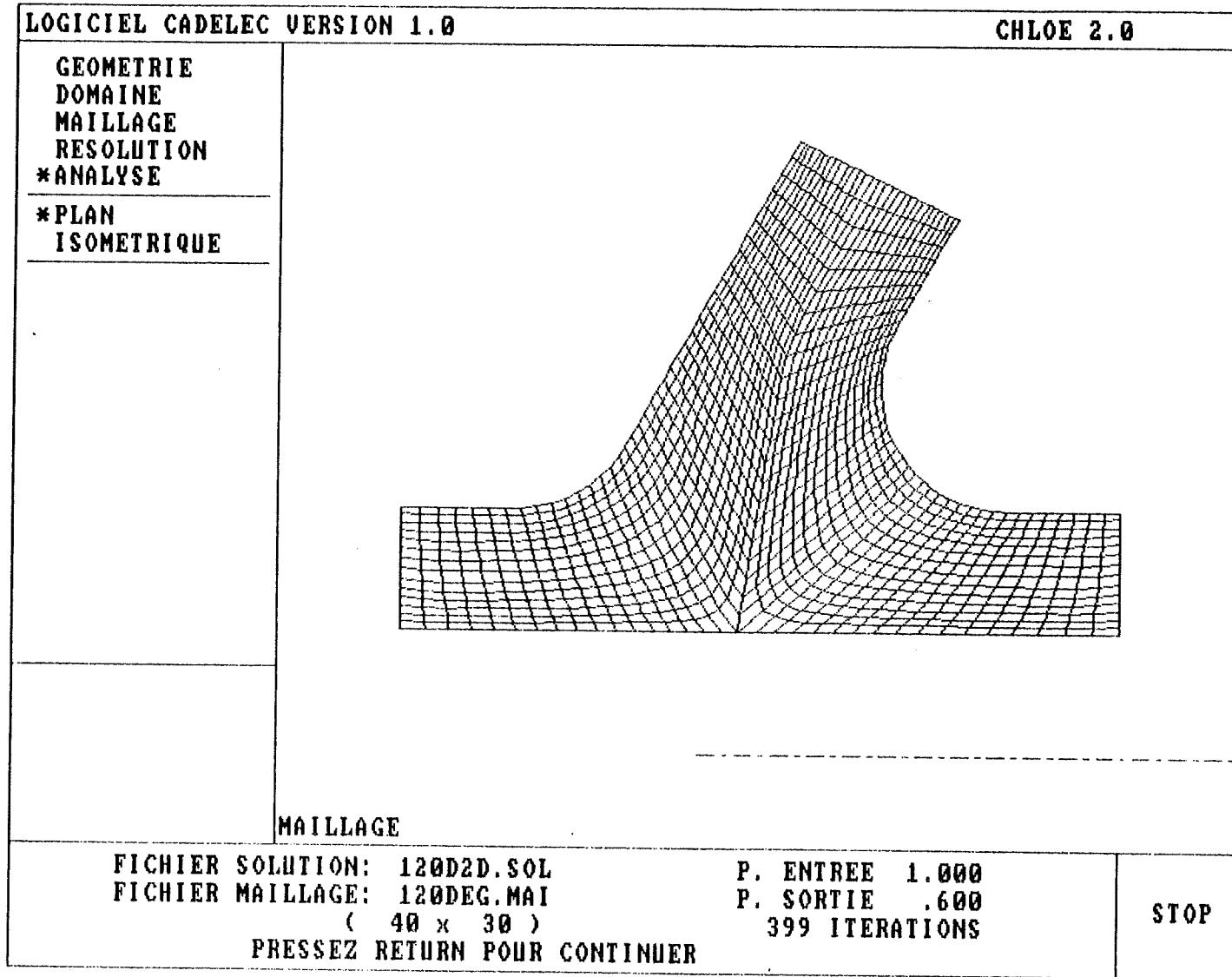


Figure 6.9: domaine de calcul asymétrique

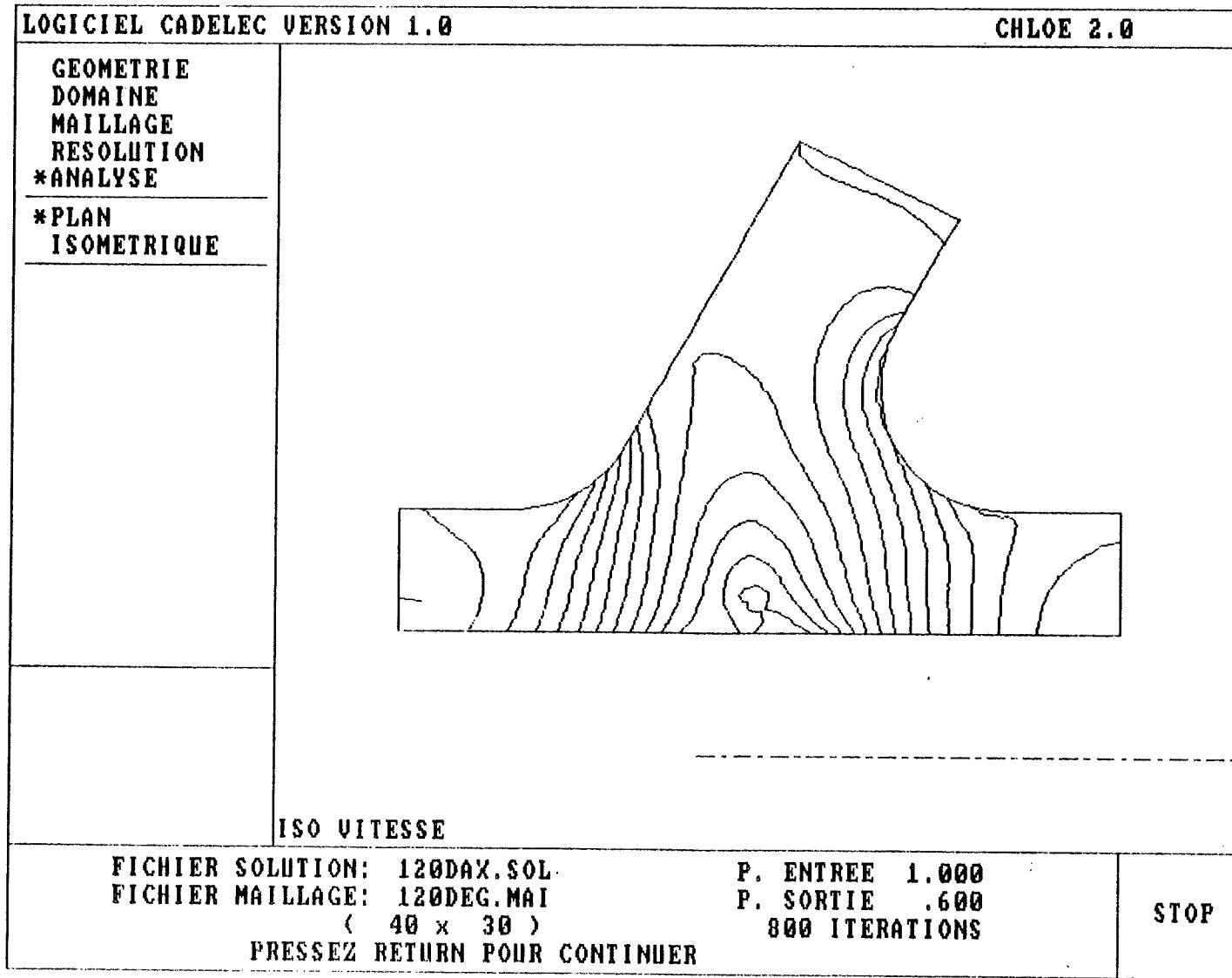


Figure 6.10: champ d'isovitesses

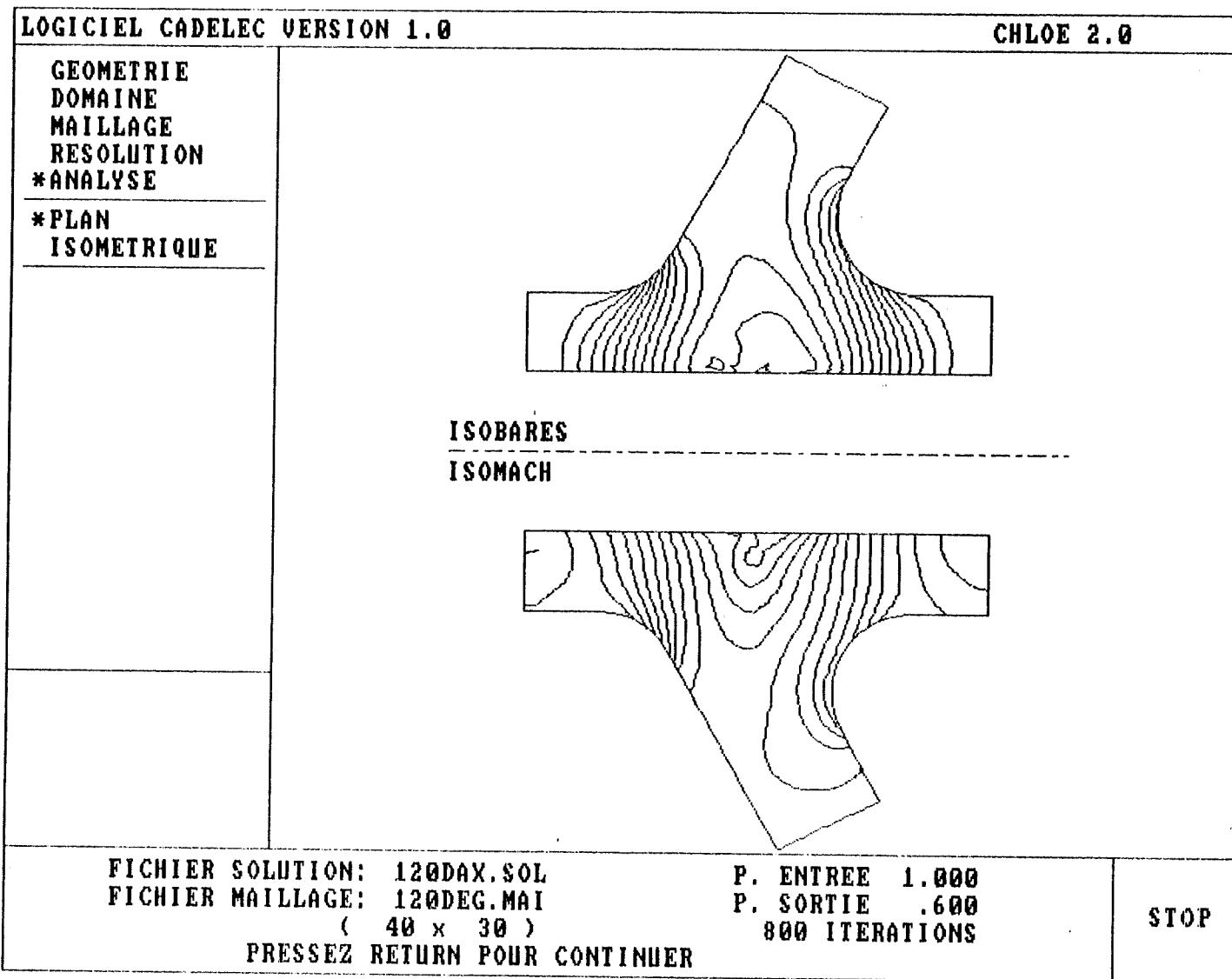


Figure 6.11: champ d'isobares et d'isomach

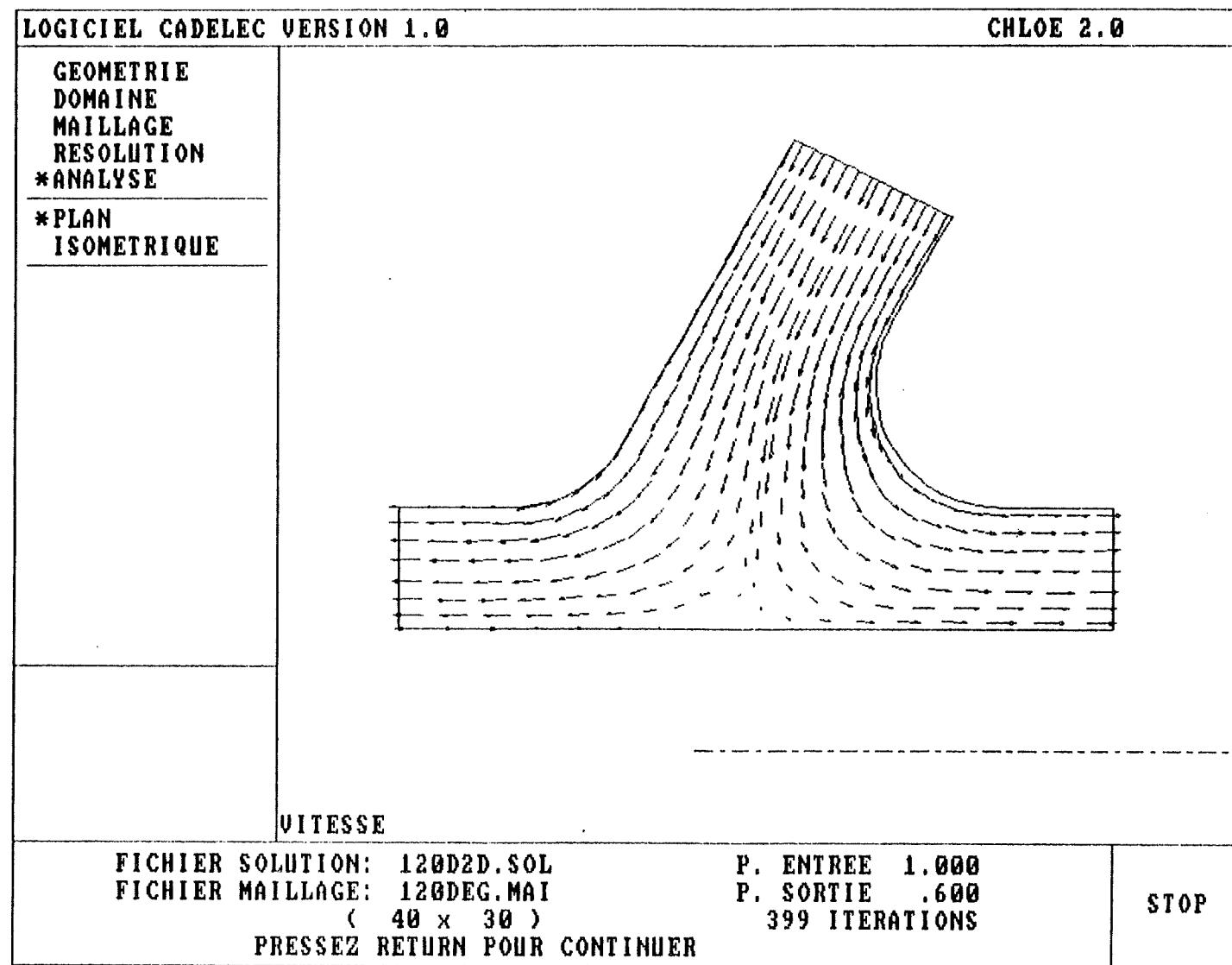


Figure 6.12: champ de vitesses

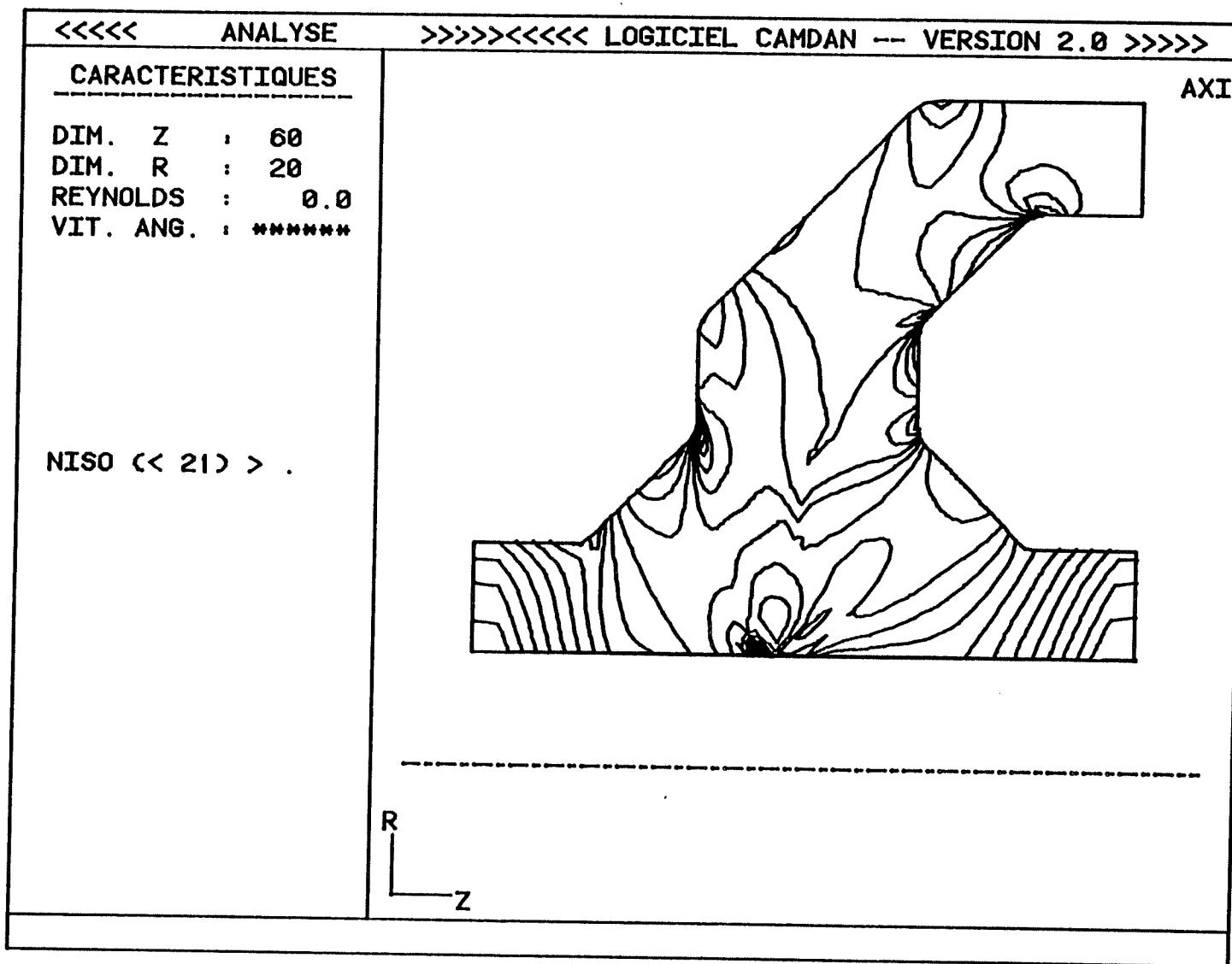


Figure 6.13: champ d'isomach

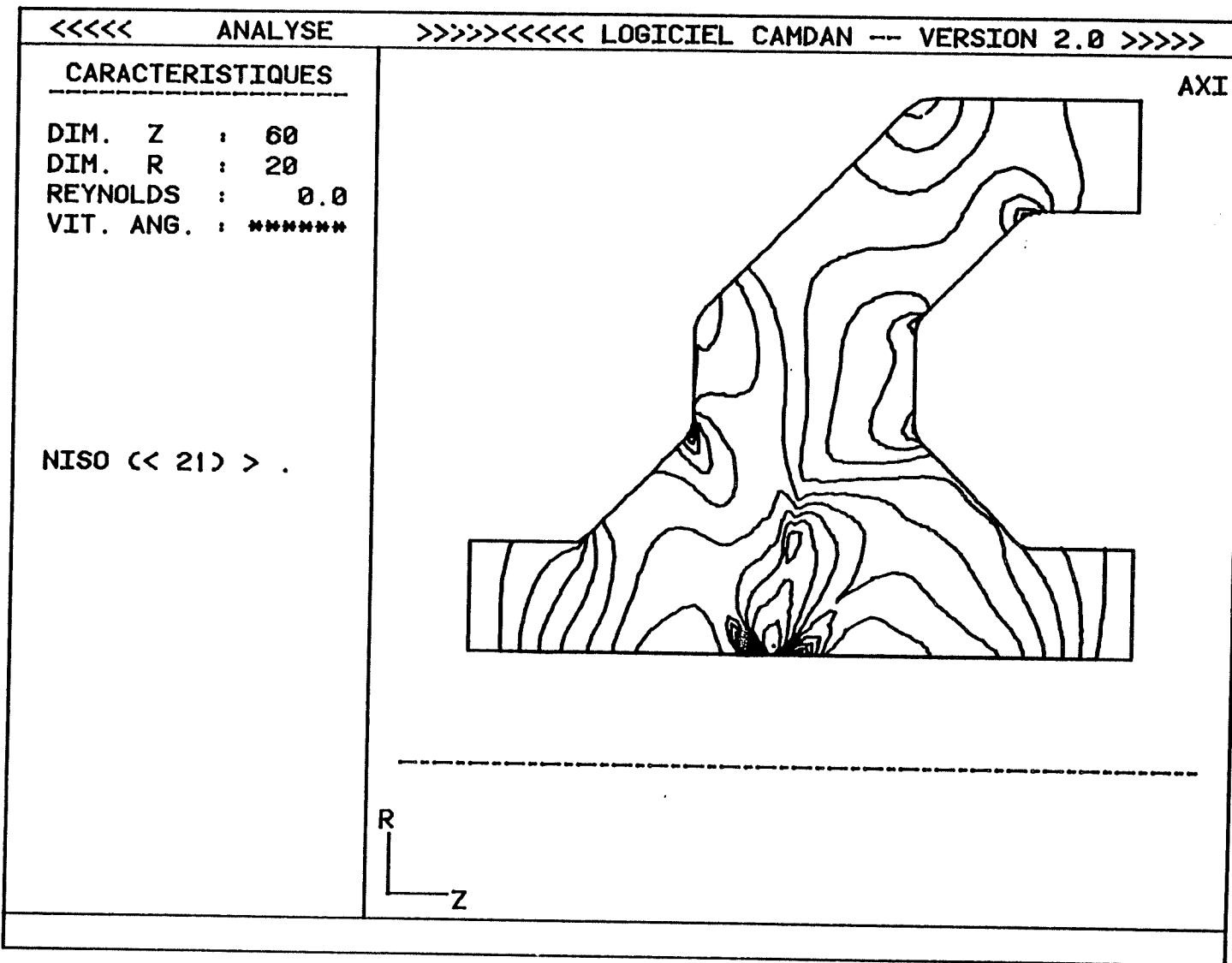


Figure 6.14: champ d'isobares

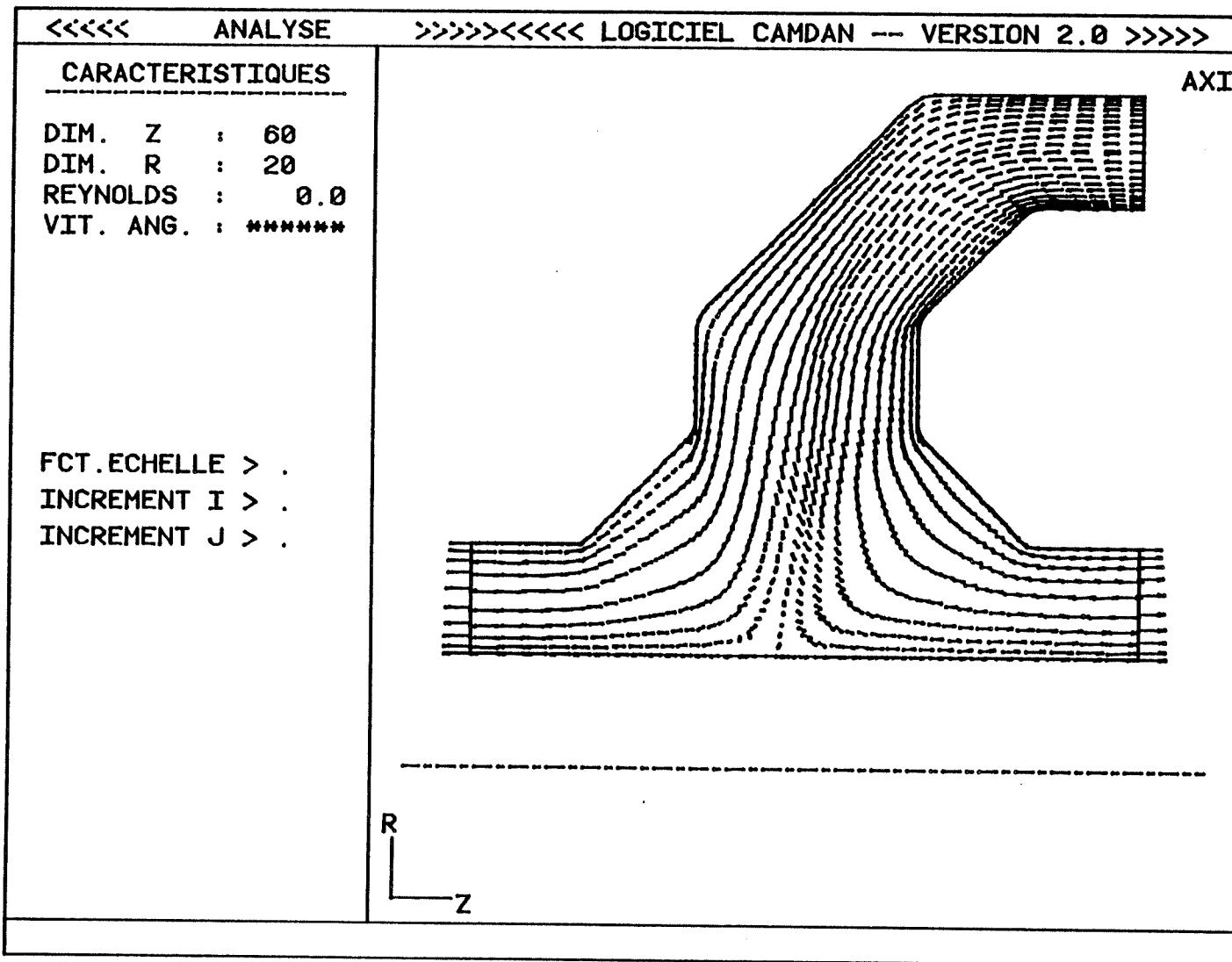


Figure 6.15: champ de vitesse

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL



3 9334 00289394 7