Département de génie industriel

École Polytechnique de Montréal

CONSTRUCTION D'UN PRÉORDRE COMPLET SUR LES PROJETS AVEC LA MÉTHODE AHP MODIFIÉE

Gratuit

Daniel Leblanc, Fédérico Pasin, Mathieu Primeau

Janvier 1993

Dépôt légal, 1er trimestre 1993
Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada

Pour se procurer une copie de ce document, s'adresser:

Les Éditions de l'École Polytechnique
École Polytechnique de Montréal
C.P. 6079, Succursale A
Montréal (Québec) H3C 3A7
Tél.: (514) 340-4473

Compter 0,10 $ par page et ajouter 3,00 $ pour la couverture, les frais de poste et la manutention. Régler en dollars canadiens par chèque ou mandat-poste au nom de l'École Polytechnique de Montréal.

Nous n'honorerons que les commandes accompagnées d'un paiement, sauf s'il y a eu entente préalable dans le cas d'établissements d'enseignement, de sociétés ou d'organismes canadiens.

SOMMAIRE

Ce papier propose une solution générale au problème de l'inversion des rangs rencontré par les usagers de la méthode d'analyse multicritère AHP (Analytic Hierarchy Process). Cette solution utilise les comparaisons multicritères des projets pris deux à deux plutôt que d'agréger directement les préordres par critère. Elle met aussi en évidence le fait que la méthode AHP traditionnelle est incapable de reconnaître des intransitivités majeures dans la construction du préordre final sur les projets et y pallie.

INTRODUCTION

À l'heure où des choix technologiques importants doivent se faire dans les entreprises, plusieurs méthodes d'analyse multicritère, permettant de combiner des facteurs qualitatifs et quantitatifs, sont utilisées. Parmi celles choisies par les analystes, on retrouve très souvent la méthode AHP (Analytic Hierarchy Process), développée par Saaty (1980). Ce travail vise d'abord à corriger le problème de l'inversion des rangs qui est une lacune importante de cette méthode pour le choix entre projets mutuellement exclusifs. Ce phénomène, qui peut causer des revirements de classements en cours d'étude ou même conduire à des classements erronés du point de vue logique, sans que l'analyste en soit conscient, est totalement inacceptable. Les solutions proposées dans la littérature pour résoudre ce problème sont présentées et discutées en soulignant les hypothèses et informations supplémentaires qu'elles requièrent. Après avoir montré que la méthode AHP peut aussi masquer des intransitivités majeures dans les classements de projets, une nouvelle approche permettant de résoudre ces problèmes est présentée.

La méthode proposée agrège les comparaisons multicritères par paires de projets plutôt que les préordres complets établis sur les projets pour chaque critère, comme le font AHP et les solutions suggérées pour pallier l'inversion des rangs. Cette approche n'a pas besoin de projet de référence ou d'hypothèse d'existence d'une fonction d'utilité pour obtenir des résultats robustes. De plus, elle décèle et s'accommode aux situations d'intransitivité dans les classements de projets qui interviennent notamment dans les choix collectifs. Des exemples d'application de cette nouvelle méthode seront donnés pour démontrer ses caractéristiques.

LA MÉTHODE AHP.

Depuis plusieurs années, les gestionnaires qui ont à effectuer des choix de projets industriels doivent considérer un grand nombre de facteurs, autres que les seuls facteurs économiques. Une littérature abondante traite en particulier de la justification des nouvelles technologies que le titre du célèbre article de Kaplan (1986) met en perspective, "Must CIM Be Justified by Faith Alone?". Pour résoudre un tel problème, les analystes et décideurs se tournent vers les méthodes d'analyse multicritère. Plusieurs approches de ce type sont disponibles, mais celle qui retient souvent l'attention des décideurs nord-américains aujourd'hui, est la méthode AHP, développée par Thomas Saaty (1980) et commercialisée avec le logiciel Expert Choice (Saaty, 1985). (L'encadré #1 présente l'algorithme de cette méthode). Depuis sa création, cette approche multicritère a été utilisée pour aider les décideurs dans un très large éventail de domaines [voir Vargas (1990) pour un survol général des applications]. Parmi les nombreux champs d'utilisation, on retrouve maintenant AHP dans le domaine du choix de nouvelles technologies, principalement pour des projets structurants à l'échelle de l'entreprise. En économie de l'ingénieur, on peut citer les travaux récents de Boucher et McStravic (1991) et Leung, Miller et Okogbaa (1992).

En plus des nombreux adeptes dè AHP qui ont choisi la méthode comme outil de travail, plusieurs personnes se sont intéressées aussi aux bases plus théoriques de cette approche. Cet intérêt provient en partie du fait que AHP est souvent considérée comme étant dans une classe à part parmi les méthodes d'analyse multicritère (Stewart, 1992). Cette distance entre AHP et les autres méthodes a été créée par Saaty (1986) lorsqu'il a présenté l'axiomatique sur laquelle se base, selon lui, sa méthode. Cette axiomatique se veut différente en particulier des fondements classiques des approches utilisant les fonctions d'utilité multiattributs. Certains auteurs [Kamenetzky (1982), Dyer (1990)] ont tenté d'effectuer des rapprochements entre AHP et le reste des méthodes multicritères par certaines démonstrations de similarité, ce à quoi Saaty et ses partisans s'opposent farouchement [Saaty (1990), Harker & Vargas (1990)].

Au-delà de la querelle sur les bases axiomatiques de AHP, le reproche plus important de l'inversion des rangs, qui affecte directement l'utilisation de cette méthode, a été soulevé à de nombreuses reprises, entre autres par Belton et Gear (1983), Kamenetzky (1982), Schoner et Wedley (1989), Dyer (1990), et aussi par Boucher et McStravic (1991). Par ce phénomène, certaines alternatives, lorsque rajoutées à une série d'alternatives ayant déjà été analysées et classées, provoquent une inversion des rangs relatifs de ces alternatives.

- *Bâtir l'arbre hiérarchique*

  objectif principal
  objectifs secondaires et attributs
  alternatives

- *Établir une échelle de comparaison deux à deux*

- *Faire les comparaisons deux à deux des éléments d'un même niveau relativement à l'élément directement supérieur dans l'arbre en utilisant cette échelle*

revoir les comparaisons

- *Calculer le vecteur des poids relatifs des éléments de ce niveau à partir du vecteur propre (normalisé à 1) associé à la valeur propre maximale*

- *Faire le test statistique de cohérence logique pour ce niveau*

  Test ok ?

prendre une autre branche

  non
  oui

- *Test: toutes les comparaisons dans l'arbre sont terminées ?*

  non

  oui

- *Procéder à l'agrégation des poids obtenus dans l'arbre pour classer les alternatives par rapport à l'objectif principal (sommation des évaluations critérielles des projets par les poids des critères)*

- *Prendre la décision*

Encadré #1: Algorithme de la méthode AHP.

LE PHÉNOMÈNE DE L'INVERSION DES RANGS

Comme nous le verrons, plusieurs exemples peuvent facilement être conçus pour illustrer différemment le phénomène de l'inversion de rangs. Celui proposé par Dyer (1990) avec les données de l'exemple original de Belton et Gear (1983) a le mérite d'être simple, clair et connu. Les données et résultats de cet exemple sont présentés dans l'encadré #2.

Trois projets A, B et C sont comparés selon trois critères différents C1, C2 et C3 ayant des poids égaux. Les comparaisons par paires donnent les résultats suivants:

C1	A	B	C	w
A	1	1/9	1	*1/11*
B	9	1	9	*9/11*
C	1	1/9	1	*1/11*

C2	A	B	C	w
A	1	9	9	*9/11*
B	1/9	1	1	*1/11*
C	1/9	1	1	*1/11*

C3	A	B	C	w
A	1	8/9	8	*8/18*
B	9/8	1	9	*9/18*
C	1/8	1/9	1	*1/18*

Avec la méthode AHP classique, on obtient le classement B(0.47) > A(0.45) > C(0.08) [entre parenthèses sont indiquées les valeurs attribuées à chaque projet par AHP]. Les évaluations par critère sont données par les vecteurs w. Dyer (1990) reprend les données de cet exemple de Belton et Gear (1983) et ajoute une quatrième alternative D qui obtient les résultats 8, 1 et 8 sur les critères C1, C2 et C3. Les matrices de comparaisons par paires ont donc l'allure suivante:

C1	A	B	C	D	w
A	1	1/9	1	1/8	*1/19*
B	9	1	9	9/8	*9/19*
C	1	1/9	1	1/8	*1/19*
D	8	9	8	1	*8/19*

C2	A	B	C	D	w
A	1	9	9	9	*9/12*
B	1/9	1	1	1	*1/12*
C	1/9	1	1	1	*1/12*
D	1/9	1	1	1	*1/12*

C3	A	B	C	D	w
A	1	8/9	8	1	*8/26*
B	9/8	1	9	9/8	*9/26*
C	1/8	1/9	1	1/8	*1/26*
D	1	8/9	8	1	*8/26*

Le résultat final par AHP donne alors un classement A(0.37) > B(0.30) > D(0.27) > C(0.006). Le projet A est passé en tête, devant le projet B, par le seul fait de l'ajout de D.

Encadré #2: Exemple d'inversion de rangs de Dyer (1990).

On constate que l'ajout de l'alternative D, qui n'est pas compétitive pour le premier rang, déplace le projet B de ce premier rang au profit du projet A. Avec cet exemple, on montre également que l'inversion des rangs peut se produire même lorsqu'il y a cohérence parfaite dans les évaluations par paires des projets. L'incohérence obtenue ne provient donc pas des évaluations des experts mais de la mécanique de la méthode elle-même. Dans la controverse qui a suivi la présentation de cet exemple, Saaty (1990, p.266) tente de justifier la possibilité d'inversion en invoquant les notions d'abondance ou de rareté:

"... telle que la dame qui désire acheter un chapeau. Dans une boutique, elle préfère légèrement le chapeau A au chapeau B, pour finalement acheter le chapeau B lorsqu'elle constate l'abondance de chapeau A dans une autre boutique." (Traduction libre)

Malheureusement cette explication ad hoc n'est guère acceptable puisqu'elle ne permet pas de discriminer avec des situations opposées tout aussi vraisemblables. En effet, avec les mêmes données provenant de trois projets d'ingénierie, on pourrait prétendre qu'au contraire, le décideur ne cherchera pas systématiquement l'originalité et les risques associés...

Nous pouvons aussi montrer (voir encadré #3), que des classements obtenus avec AHP peuvent être incohérents du point de vue logique. Dans cet exemple, on constate que le projet B est classé premier devant A et C par la méthode AHP. Toutefois la comparaison multicritère de B et A seuls indique que A est préféré à B. Ceci est d'ailleurs confirmé par l'inspection des données: A est préféré à B par un ratio de 8 selon le premier critère alors que B est préféré à A par un ratio de 6 selon le second critère et qu'il y a équivalence selon le troisième critère. On ne peut conclure comme AHP que B sera préféré à A si les trois critères ont le même poids.

Trois projets A, B et C sont comparés selon trois critères différents C1, C2 et C3 ayant des poids égaux. Les comparaisons par paires donnent les résultats suivants:

C1	A	B	C	w
A	1	8	1	*8/17*
B	1/8	1	1/8	*1/17*
C	1	8	1	*8/17*

C2	A	B	C	w
A	1	1/6	1/2	*1/9*
B	6	1	3	*6/9*
C	2	1/3	1	*2/9*

C3	A	B	C	w
A	1	1	3	*3/7*
B	1	1	3	*3/7*
C	1/3	1/3	1	*1/7*

La méthode AHP donne comme résultat: B (0.58) > A (0.34) > C (0.28). Toutefois la comparaison directe des projets A et B selon AHP conclut que A (0.51) > B (0.49). De même on obtient A (0.53) > C (0.47) et B (0.54) > C (0.46). Le classement final devrait donc être A > B > C. (L'inspection des données montre bien aussi que A domine B).

Encadré #3: Cas d'un classement erroné de projets par la méthode AHP.

Il est de plus surprenant de constater que plusieurs exemples pris dans la littérature, qui utilisent AHP et qui échappent à ce phénomène, ne sont pas vraiment multicritères; ils présentent un projet qui est supérieur aux autres de façon évidente. C'est le cas par exemple du projet MES2 dans Leung, Miller et Okogbaa (1992) et de la localisation U.S dans Azani et Khorramshahgol (1990). Il semble donc que l'inversion de rangs apparaisse dans les situations réellement multicritères lorsque aucun projet ne se détache des autres. Ceci remet en question la capacité de AHP pour discriminer entre projets compétitifs.

Il est bien connu dans les décisions collectives (élections, assemblées, etc.), que l'ajout ou le retrait d'un projet ou d'un candidat permet fréquemment la manipulation de la décision finale. Ce phénomène est toutefois clairement inacceptable pour une analyse multicritère dont le but est d'aider à trouver la "meilleure" solution et non de l'imposer. C'est malheureusement une porte que AHP laisse ouverte. Par ailleurs, l'autre fait bien connu dans la problématique multicritère est que la "meilleure" solution n'existe pas de façon objective parce qu'il y a conflits entre les évaluations par critère. Des méthodes multicritères différentes pour agréger ces évaluations pourront donc donner des classements différents. Toutefois une même méthode ne peut classer différemment deux projets mutuellement exclusifs l'un par rapport à l'autre si on ne change pas leurs évaluations relatives. C'est une propriété que devrait respecter toute méthode d'évaluation de projets mais ce n'est pas le cas de AHP.

LES SOLUTIONS CLASSIQUES

Pour éviter qu'une nouvelle alternative puisse ainsi affecter le rang des autres, un certain nombre de solutions ont été proposées par Belton & Gear (1983), Schoner & Wedley (1989) (généralisation de la solution de Belton & Gear), Dyer (1990) et Boucher & MacStravic (1991) ainsi que par les tenants de AHP, Saaty & Vargas (1984) et Saaty, Vargas & Wendell (1983).

La solution de Belton & Gear (1983) normalise le vecteur propre tiré de la comparaison des alternatives en fixant à 1 la valeur de l'alternative préférée entre toutes. Les autres alternatives obtiennent des résultats inférieurs à 1. Le poids relatif des critères est obtenu en comparant les alternatives cotées 1 pour chacun d'eux. Ils sont normalisés à la fin du processus avec une somme égale à 1 comme dans la méthode AHP traditionnelle.

Schoner & Wedley (1989) reprennent l'approche de Belton & Gear, qui avait été présentée sous forme d'exemple, et en donnent une version généralisée. Dans leur article, ils comparent cette solution à celle de Saaty, Vargas & Wendell (1983). Leur approche, qu'ils appellent "referenced AHP", utilise une mesure absolue pour les critères. Ces mesures sont agrégées par le biais de facteurs de conversion s'apparentant à des taux moyens de substitution, qui prennent en compte des grandeurs différentes et l'importance relative des critères. Cette méthode est facile à utiliser lorsque les résultats pour les différents critères peuvent tous être traduits en unité commune (ex: dollars) mais l'est beaucoup moins dans le cas contraire. La solution proposée par Boucher & MacStravic (1991) s'inscrit aussi dans cette approche. Ils affinent toutefois la solution au problème en prenant en compte les effets d'échelle qui devraient affecter les évaluations dans les comparaisons par paires. Cette approche revient, en fait, à tenter de bâtir une fonction d'utilité ou d'évaluation qui permettra de comparer les projets.

La méthode proposée par Kamenetzky (1982) est très semblable à celle que reprend Dyer (1990) dans sa critique de AHP. Il s'agit d'abord d'évaluer les alternatives comme avec AHP avec les comparaisons par paires mais de normaliser de façon différente pour correspondre à une échelle par intervalle. La normalisation proposée a la forme "valeur obtenue x minimum / (maximum - minimum)". Il faut ensuite établir la pondération des critères en posant la question:

" *Combien préférable est une alternative hypothétique définie comme étant aussi bonne que la meilleure alternative pour le critère k mais aussi mauvaise que les pires alternatives pour tous les autres critères, à une alternative hypothétique définie comme étant aussi bonne que la meilleure alternative pour le critère h mais aussi mauvaise que les pires alternatives pour tous les autres critères ?* " (Traduction de Kamenetzky, 1982)

On reconnaît ici l'idée de Belton et Gear (1983) mais Kamenetzky spécifie que l'alternative, en plus de recevoir la meilleure note sur le critère (comme le 1 de Belton & Gear), doit aussi avoir la pire note sur tous les autres. Ce qui rend plus difficile cette méthode est que le décideur doit baser son jugement sur cette alternative hypothétique alors que la solution de Belton & Gear repose sur les performances obtenues par les alternatives existantes. Ces questions permettent d'obtenir des ratios qui sont ensuite placés dans une matrice dont on extrait le vecteur propre, qui est ensuite normalisé. Les résultats finaux sont calculés par simple sommation pondérée comme dans AHP.

Cette approche est la même que la deuxième méthode proposée par Dyer (1990). La première méthode repose sur l'hypothèse que les alternatives analysées couvrent une plage préétablie. Si cette plage n'est pas utilisée en totalité par les solutions mises de l'avant, il faut faire appel à des alternatives de référence ayant les valeurs maximales ou minimales de la plage établie pour les critères où cela s'avère nécessaire, pour s'assurer que l'écart entre les valeurs les plus grandes et les plus petites est toujours le même. La normalisation n'est alors plus une raison de déséquilibre.

On retrouve dans ces solutions deux grandes problématiques de l'analyse multicritère. D'une part l'approche par la fonction d'utilité, exemplifiée par l'utilité multiattribut [Keeney-Raiffa (1976)], tente d'agréger les performances par critère dans une même grandeur (dollars, indicateurs d'utilité). Elle suppose que cette fonction puisse exister, ce qui n'est pas toujours le cas (cas de choix collectifs), et amène à évaluer des paramètres de formes (les rendements d'échelle de Boucher & MacStravic (1991), par exemple). D'autre part, l'approche par les projets de référence, exemplifiée par la méthode du point idéal de Zeleny (1982), tente de mesurer la distance des projets à un projet de référence et d'en déduire un classement. Elle demande la définition d'un tel projet de référence et d'une distance.

Une troisième problématique existe en analyse multicritère, celle de la construction et de l'agrégation directe de préordres définis sur l'ensemble des projets. Elle est ordinaliste plutôt que cardinaliste c'est-à-dire qu'elle s'intéresse à la stabilité des classements sans passer par un indice de valeur pour mesurer l'intensité des dominances. Elle est utilisée en particulier par la méthode ELECTRE (Roy, 1968) et s'apparente ainsi à la philosophie des comparaisons par paires de AHP. C'est dans cette problématique que se situe la solution proposée ici. Avant de l'aborder une autre lacune importante d'AHP peut être mise en évidence.

UN PROBLÈME D'AHP AVEC L'INTRANSITIVITÉ

L'intransitivité est dans la nature même du problème multicritère puisque certains critères donneront nécessairement un préordre différent sur l'ensemble des projets. Le paradoxe de Condorcet (1785) ou le théorème d'impossibilité d'Arrow (1951) nous enlèvent tout espoir d'agréger de façon exacte ces préordres critériels. Les méthodes d'analyse multicritère proposent différentes façons d'obtenir un préordre approché représentatif de l'agrégation des préordres critériels. L'acceptabilité de la solution peut cependant être jugée à deux niveaux:

- l'agrégation des classements divergents de deux projets selon différents critères pour déduire une préférence est-elle acceptable? Compte tenu des évaluations relatives de deux projets A et P sur chaque critère, la méthode multicritère utilisée classe-t-elle ces deux projets l'un par rapport à l'autre de façon acceptable?

- le préordre approché qui est construit sur l'ensemble des projets est-il acceptable? Le préordre approché représentatif est-il compatible avec les classements relatifs obtenus au premier niveau?

Dans le cas de projets mutuellement exclusifs, on ne peut accepter que le second niveau entre en contradiction avec le premier. Ainsi, si une agrégation au premier niveau donne A > B, on ne peut, en ajoutant un projet C, obtenir B > A (c'est le problème de l'inversion des rangs discuté plus haut dans l'encadré #3).

L'autre situation malheureuse est celle où l'agrégation du premier niveau débouche sur une intransitivité avec A > B, B > C, C > A, par exemple, et que le préordre approché du second niveau conclut à un préordre du type A > B > C. La méthode AHP ne passe pas non plus ce second test. Dans l'exemple de l'encadré #4, on constate que AHP conclut au classement A (0.36), C (0.33), B (0.31) alors que les comparaisons 2 à 2 indiquent que A (0.55) > B (0.45), B (0.51) > C (0.49) et C (0.52) > A (0.48). (Notons que cette intransitivité ne provient pas de l'incohérence des évaluations, les matrices initiales étant parfaitement cohérentes). À notre connaissance, cette lacune de la méthode AHP n'a pas été discutée dans la littérature.

Trois projets A, B et C sont comparés selon trois critères C1, C2 et C3 ayant des poids égaux. Les comparaisons par paires donnent les résultats suivants:

C1	**A**	**B**	**C**	w
A	1	3	9	*9/13*
B	1/3	1	3	*3/13*
C	1/9	1/3	1	*1/13*

C2	**A**	**B**	**C**	w
A	1	1/8	1/4	*1/13*
B	8	1	2	*8/13*
C	4	1/2	1	*4/13*

C3	**A**	**B**	**C**	w
A	1	4	1/2	*4/13*
B	1/4	1	1/8	*1/13*
C	2	8	1	*8/13*

La méthode AHP donne comme résultat A (0.36) > C (0.33) > B (0.31). Toutefois les comparaisons des projets deux à deux donnent les résultats suivants, A (0.55) > B (0.45), B (0.51) > C (0.49) et C (0.52) > A (0.48). Malgré la parfaite cohérence des matrices de comparaisons par paires, il y a intransitivité dans le classement des projets.

Encadré # 4: Cas d'une intransitivité majeure non détectée par la méthode AHP.

Face à cette problématique de l'intransitivité, on peut distinguer les situations suivantes:

- L'intransitivité n'est pas acceptable pour le décideur, dès lors il faut soit remonter aux évaluations initiales ou changer de méthode d'agrégation des comparaisons par paires pour corriger la situation.

- L'intransitivité est acceptable (pour des décisions collectives par exemple), et un projet domine les autres (par exemple A est préféré à B, C et D dans les comparaisons par paires, alors que B, C et D se surclassent l'un l'autre). Puisque les projets sont mutuellement exclusifs, le projet dominant peut être retenu.

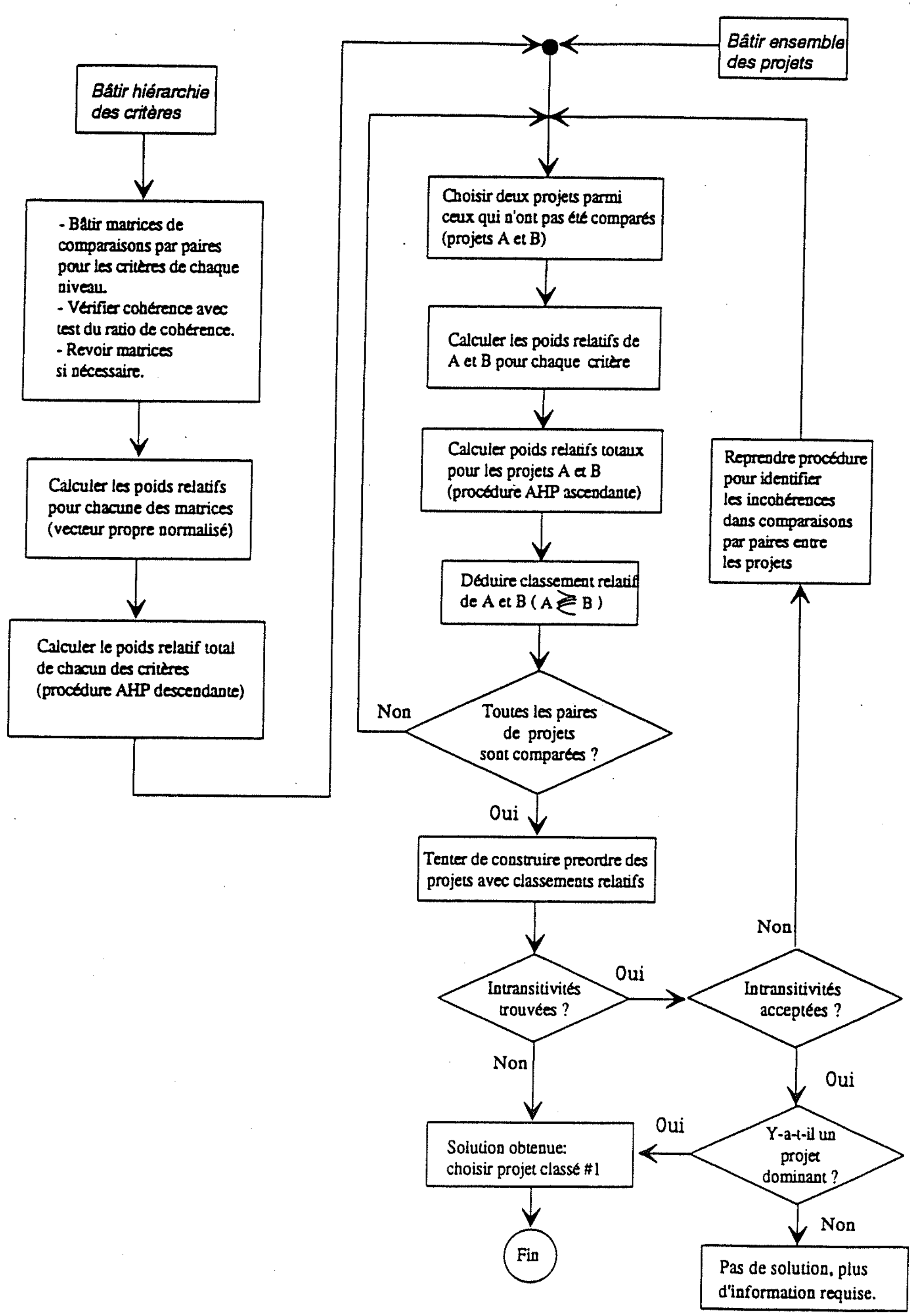
- L'intransitivité est acceptable et aucun projet n'est dominant. Il est alors nécessaire d'ajouter de l'information pour parvenir à discriminer entre les projets. (Notons cependant que l'on peut souvent alors partager l'ensemble des projets en deux classes, ceux à retenir pour analyse ultérieure et ceux à rejeter; cette démarche qui est au coeur de la méthode ELECTRE (Roy, 1968) peut également être suivie par l'approche proposée dans ce travail).

À ce stade, nous constatons l'importance des comparaisons multicritères par paires des projets préalables à l'établissement d'un préordre approché représentatif sur l'ensemble des projets dans les choix de projets mutuellement exclusifs. Ce principe est bien connu en évaluation de projets. Il trouve en particulier son application dans les classements de projets selon les critères du taux de rendement interne ou du ratio coûts/avantages par les analyses marginales [voir, par exemple, Fleisher (1984, ch.4)].

NOUVELLE MÉTHODE PROPOSÉE

La méthode proposée agrège les comparaisons multicritères par paires de projets plutôt que les préordres complets établis sur les projets pour chaque critère. Son algorithme est présenté à l'encadré #5.

La première étape est de construire l'ensemble des critères de même que celui des alternatives à l'étude. Du côté des critères, on procède à la manière de AHP en effectuant des comparaisons par paires des critères de chaque niveau hiérarchique. Après avoir calculé le vecteur propre de chaque matrice, on vérifie leur cohérence par le test du ratio de cohérence. Toute irrégularité dans la matrice est alors corrigée. Lorsque les poids relatifs des critères et sous-critères de tous les niveaux ont été calculés, on fait l'agrégation des niveaux en multipliant les poids des sous-critères par le poids des critères associés. Par ces calculs, on réussit à obtenir des poids pour tous les sous-critères du dernier niveau qui tiennent compte de toute la hiérarchie.



Encadré #5: Algorithme de la méthode proposée

Une fois que cette base est établie, tous les couples d'alternatives sont évalués individuellement (ab, ac, ad, ae, bc, bd, be,...). Les deux alternatives de chaque couple sont alors comparées et leur poids relatif est trouvé pour chaque sous-critère de dernier rang. À partir de ces poids relatifs et des poids des sous-critères, il est possible d'établir un classement relatif des deux alternatives par une simple sommation. Comme on peut le voir, cette comparaison par paires de deux alternatives quelconques est totalement insensible à l'ajout et au retrait d'une alternative dans le groupe de projets.

Une fois que tous les couples d'alternatives ont été ainsi comparés, la construction d'un préordre sur les projets peut alors être entrepris. Ceci sera direct s'il n'y a aucune intransitivité, c'est-à-dire de situation telle que A > B, B > C et C > A.

Pour démontrer plus clairement la procédure dans ce cas, l'exemple présenté plus haut (Belton et Gear, (1983) et Dyer (1990)), est repris avec cette nouvelle approche dans l'encadré #6.

Les poids relatifs des critères étant calculés (ici C1,C2,C3 ont des poids égaux), on procède aux comparaisons par paires de tous les projets. Ainsi la comparaison des projets A et B est faite à partir des matrices,

C1	**A**	**B**	w
A	1	1/9	*1/10*
B	9	1	*9/10*

C2	**A**	**B**	w
A	1	9	*9/10*
B	1/9	1	*1/10*

C3	**A**	**B**	w
A	1	8/9	*8/17*
B	9/8	1	*9/17*

dont on déduit que B (0.51) > A (0.49). De façon similaire on obtient que B (0.77) > C (0.23), B (0.52) > D (0.48), ... On obtient alors le classement B > A > D > C qui est semblable à celui de Dyer (1990).

Encadré #6: Illustration de la méthode proposée avec les données de l'exemple de Belton et Gear (1983) et Dyer (1990)

On constate donc qu'avec cette méthode, B domine tous les autres projets, que l'on a un préordre complet (B > A > D > C), et que ce préordre est robuste à l'ajout ou au retrait d'un projet. Ce résultat est obtenu sans avoir recours à aucune autre information ou hypothèse supplémentaire à celles qui ont permis de générer les données initiales (dont les poids relatifs des critères). On notera que l'on obtient seulement un classement des projets sans valeur globale associée à chacun. Toutefois comme le montrent les exemples d'inversion des rangs présentés dans ce travail, l'interprétation des valeurs données par AHP ne peut être faite valablement en terme de valeurs relatives des projets.

Les exemples présentés dans les encadrés #3 et 4 démontrent aussi que cette méthode est aussi efficace pour corriger des classements erronés provenant du phénomène d'inversion des rangs ou d'intransitivité non détectée par la méthode AHP. Dans plusieurs cas l'efficacité de l'algorithme peut être améliorée pour diminuer le nombre de comparaisons par paires des projets.

Finalement la méthode permet de traiter les situations d'intransitivité, ce que ne permet pas de faire la méthode AHP classique.

CONCLUSION.

Une solution générale au problème de l'inversion des rangs dans la méthode AHP a été proposée. Elle permet également de détecter les cas d'intransitivité dans le classement de projets. Il en résulte que, lorsqu'ils existent, la structure des préordre partiels ou complets que la méthode proposée permet de construire, sont robustes relativement aux altérations qui sont faites sur l'ensemble des projets. Cette méthode aidera certainement les usagers de AHP en leur assurant une meilleure cohérence logique des résultats qu'ils obtiennent avec cette méthode.

RÉFÉRENCES

ARROW K., (1951), "*Social Choice and Individual Values*", John Wiley & Sons, New York.

AZANI H., KHORRAMSHAHGOL R., (1990), "Analytic Delphi Method (ADM): A Strategic Decision Making Model Applied to Location Planning", *Engineering Costs and Production Economics*, Vol. 20, 23-28.

BOUCHER T., MacSTRAVIC E., (1991), "Multi-attribute Evaluation Within a Present Worth Framework and its Relation to the Analytic Hierarchy Process", *The Engineering Economist* , 37, 1-32.

BELTON V., GEAR T. (1983), "On a Shortcoming of Saaty's Method of Analytic Hierarchies", *Omega*, 11, 3, 228-230.

CONDORCET (Marquis de), (1785), "*Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*", Paris.

DYER J.S., (1990), "Remarks on the Analytic Hierarchy Process", *Management Science*, 36, 3, 249-258.

DYER J.S., (1990), "A Clarification of "Remarks on the Analytic Hierarchy Process", *Management Science*, 36, 3, 274-275.

FLEISHER G.A., (1984), *"Engineering Economy"*, Brooks/Cole Engineering Division, Wassworth Inc., Monterey.

HARKER P.T., VARGAS, L.G., (1990), "Reply to "Remarks on the Analytic Hierarchy Process" by J. S. Dyer", *Management Science*, 36, 3, 269-273.

KAPLAN R.S., (1986), "Must CIM Be Justified by Faith Alone ?", *Harvard Business Review*, March-April, 87-95.

KEENEY R.L., RAIFFA H. (1986), "*Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*", John Wiley & Sons Inc., New York.

LEUNG L.C., MILLER W.A., OKOGBAA G. (1992), "Evaluation of Manufacturing Expert Systems: Framework and Model", *The Engineering Economist*, 37, 4, 293-314.

ROY B., (1968), "Classement et Choix en Présence de Points de Vue Multiples (La Méthode ELECTRE), *Revue d'informatique et de recherche opérationelle*, 8, 57-75.

SAATY T.L. (1980), "*The Analytical Hierarchy Process*", Mc Graw- Hill, New York.

SAATY T.L., VARGAS L.G., WENDELL R. (1983), "Assessing Attribute Weights by Ratios", *Omega*, 11, 1, 9-13.

SAATY T.L., VARGAS L.G. (1984) "The Legitimacy of Rank Reversal", *Omega*,12, 513-516.

SAATY T.L., (1985), "Expert Choice", Decision Support Software Inc., McLean, VA.

SAATY T.L., (1986), "Axiomatic Foundation of the Analytic Hierarchy Process", *Management Science*, 32, 7, 841-855

SAATY T. L., (1987), "Concepts, Theory and Techniques-rank generation, preservation", and reversal in the Analytic Hierarchy Decision Process, *Decision Sciences*, 18, 157-177.

SAATY T.L., (1990), "An exposition of the AHP in reply to the paper "Remarks on the Analytic Hierarchy Process"", *Management Science*, 36, 3, 259-268.

SAATY T.L. (1990), "How to Make a Decision", *European Journal of Operational Research*, 48, 9-26.

SCHONER B. & WEDLEY W.C., (1989), "Ambiguous Criteria Weights in AHP: Consequences and Solutions", *Decision Sciences*, 20, 462-475

STEWARD T.J. (1992), "A Critical Survey on the Status of Multiple Criteria decision Making Theory and Practice", *OMEGA*, 20, 569-186.

VARGAS L.G. (1990), "An Overview of the Analytic Hierarchy Process and its Applications", *European Journal of Operational Research*, 48, 2-8.

ZELENY M., (1982), "*Multiple Criteria Decision Making*", McGraw-Hill Book Co, New York, New York, 563 pages.