POLYPUBLIE
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Application de l'algorithme de Li-Slotine à un asservissement de position angulaire
Title:

Auteurs: Youcef Hammada, Romano M. De Santis, & Sami El-Férik
Authors:

Date: 1993

Type: Rapport / Report

Référence: Hammada, Y., De Santis, R. M., & El-Férik, S. (1993). Application de l'algorithme de Li-Slotine à un asservissement de position angulaire. (Rapport technique n° EPM-RT-93-21). https://publications.polymtl.ca/9550/
Citation:

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: https://publications.polymtl.ca/9550/
PolyPublie URL:

Version: Version officielle de l'éditeur / Published version

Conditions d'utilisation: Tous droits réservés / All rights reserved
Terms of Use:

Document publié chez l'éditeur officiel
Document issued by the official publisher

Institution: École Polytechnique de Montréal

Numéro de rapport: EPM-RT-93-21
Report number:

URL officiel:
Official URL:

Mention légale:
Legal notice:

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

12 OCT. 1993

EPM/RT-93/21

"APPLICATION DE L'ALGORITHME DE LI-SLOTINE À UN ASSERVISSEMENT DE POSITION ANGULAIRE"

par

Youcef Hammada et Sami El-Férik

Projet dirigé par

Dr. Romano M. DeSantis

gratuit

Département de Génie Electrique et Génie Informatique

Ecole Polytechnique de Montréal

1993

Tous droits réservés. On ne peut reproduire ni diffuser aucune partie du présent ouvrage, sous quelque forme que ce soit, sans avoir obtenu au préalable l'autorisation écrite des auteurs.

Dépôt légal, Septembre 1993
Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada

Pour se procurer une copie de ce document, s'adresser au:

Éditions de l'École Polytechnique de Montréal
École Polytechnique de Montréal
Case Postale 6079, Succursale A
Montréal (Québec) H3C 3A7
(514) 340-4000

Compter 0,10$ par page (arrondir au dollar le plus près) et ajouter 3,00$ (Canada) pour la couverture, les frais de poste et la manutention. Régler en dollars canadiens par chèque ou mandat-poste au nom de l'École Polytechnique de Montréal. Nous n'honorerons que les commandes accompagnées d'un paiement, sauf s'il y a eu entente préalable dans le cas d'établissements d'enseignement, de sociétés ou d'organismes canadiens.

Liste des figures

1.1 Schéma bloc du banc d'essai expérimental 3
1.2 structure générale d'un contrôle adaptatif avec modèle de référence . 4
2.1 Bloc diagramme du contrôleur adaptatif avec modèle de référence . . 9
4.1 Test1: Effet d'une dynamique d'erreur lente 23
4.2 Test1-a: Effet d'une dynamique d'erreur rapide 23
4.3 Test1-b: Effet d'une dynamique d'erreur rapide 24
4.4 Test2: Effet de Tech. sur la réponse du système 24
4.5 Test2: Effet de Tech. sur la dynamique du vecteur paramètre estimé 25
4.6 Test3: Effet d'une zone morte 26
4.7 Test4: Effet combiné d'une zone morte et d'un jeu d'engrenage 26
4.8 Test5: Effet d'une perturbation externe constante 27
4.9 Test6: Effet d'un retard de $\frac{\tau}{2} msec$ 27
4.10 Test6: Effet d'un retard de $\frac{3\tau}{4} msec$ 27
5.1 Test1-a: Dynamiques nominales du système 28
5.2 Test1-b: Dynamiques nominales du système 29
5.3 Test2: Effet d'une zone morte 30
5.4 Test3: Effet combiné d'une zone morte et d'un jeu d'engrenage 30
5.5 Test4: Effet d'une perturbation externe 31
5.6 Test5: Effet d'un retard 31
5.7 Test6: Influence des variations des paramètres 32

Table des matières

Liste des figures **1**

1 Introduction 2

2 Le contrôleur adaptatif avec modèle de référence 4

3 Organigramme du progiciel de l'algorithme de commande adaptative avec modèle de référence de Li-Slotine 10

4 Application au système d'asservissement de position angulaire avec lien rigide 11

4.1 Modèle du système asservi 11

4.2 Choix du modèle de référence 12

4.3 Choix de la dynamique de l'erreur de poursuite 12

4.4 Simulation du comportement dynamique du système 12

4.4.1 Test N°1: Effet de la dynamique de l'erreur de poursuite 12

4.4.2 Test N°2: Effet de la période d'échantillonnage 13

4.4.3 Test N°3: Effet d'une zone morte 14

4.4.4 Test N°4: Effet combiné d'une zone morte et d'un jeu d'engrenage 14

4.4.5 Test N°5: Effet d'une perturbation externe constante 15

4.4.6 Test N°6: Effet d'un retard 15

5 Application au système d'asservissement de position angulaire avec lien élastique 16

5.1 Modèle du système asservi 16

5.2 Choix du modèle de référence 17

5.3 Choix de la dynamique de l'erreur de poursuite 18

5.4 Simulation du comportement dynamique du système 18

5.4.1 Test N°1: Réponses nominales du système 18

5.4.2 Test N°2: Effet d'une zone morte 18

5.4.3 Test N°3: Effet d'une zone morte et d'un jeu d'engrenage 19

5.4.4 Test N°4: Effet d'une perturbation externe 19

5.4.5 Test N°5: Effet d'un retard 19

5.4.6 Test N°6: Influence des variations des paramètres . . 20

APPLICATION DE L'ALGORITHME DE LI-SLOTINE A UN ASSERVISSEMENT DE POSITION ANGULAIRE

Hammada,Y.,et El-Férik,S.,
Génie Électrique et Génie Informatique
École Polytechnique de Montréal

Sommaire

L'algorithme de commande adaptative avec modèle de référence de Li-Slotine est appliqué à un asservissement de position angulaire avec et sans lien élastique,en tenant compte des dynamiques négligées par la théorie. Cette application est réalisée par voie de simulation. Les résultats montrent une appréciable robustesse de l'algorithme. Cependant une implantation physique sur banc d'essai reste problématique.

1 Introduction

Un certain nombre d'approches dans la conception d'un contrôleur pour un système d'asservissement de position angulaire peuvent être considérées. L'approche classique consiste à utiliser un PID dont les valeurs des gains sont déterminées par un placement de pôles désirés ou par un réglage manuel [1]. Une autre approche réside dans l'utilisation d'un PID avancé qui consiste à découpler la satisfaction des performances des dynamiques du système à travers les actions de contrôle proportionnelle et dérivée et la robustesse du système face à des perturbations externes à travers l'action de contrôle intégrale [2]. Ces deux approches offrent une qualité de contrôle satisfaisante aussi longtemps que les paramètres du système ont des valeurs connues et invariantes dans le temps.

Lorsque les paramètres du système sont soumis à des variations importantes,alors il est souvent nécessaire de modifier les valeurs des gains du contrôleur PID. L'approche de conception d'un contrôleur adaptatif avec modèle de référence se donne pour objectif d'améliorer le comportement du système ainsi conçu par la prise en charge des variations paramétriques du système.

L'objectif de cette étude est d'illustrer l'application de l'algorithme de commande adaptative de Li-Slotine [4] à un système d'asservissement de position angulaire. En premier lieu,nous allons rappeler les étapes de conception du formalisme mathématique de l'algorithme de commande adaptative avec modèle de référence [4] pour aboutir à un organigramme de progiciel de simulation. Puis,pour chaque cas de système d'asservissement de position angulaire (sans et avec lien élastique) nous allons implanter un contrôle adaptatif avec modèle de référence. Ceci nous permettra de prédire et d'analyser le comportement de ces deux systèmes en présence de différentes nonlinéarités qui sont négligées dans le développement du formalisme mathématique mais qui sont néanmoins présentes au niveau pratique.

Le banc d'essai expérimental du système considéré dans notre étude est présenté à la figure 1.1 . Une description détaillée de ses différentes composantes et de leurs

modèlisations est disponible dans la référence [6]. La structure générale d'un système de contrôle adaptatif avec modèle de référence [5] est présenté à la figure 1.2 . L'hypothèse de base est que l'ordre ou la dimension du système asservi sont connus et que ses paramètres ne sont pas connus. Le système de référence est choisi pour satisfaire les performances dynamiques désirées (dépassement,temps de réponse, bande passante,...).

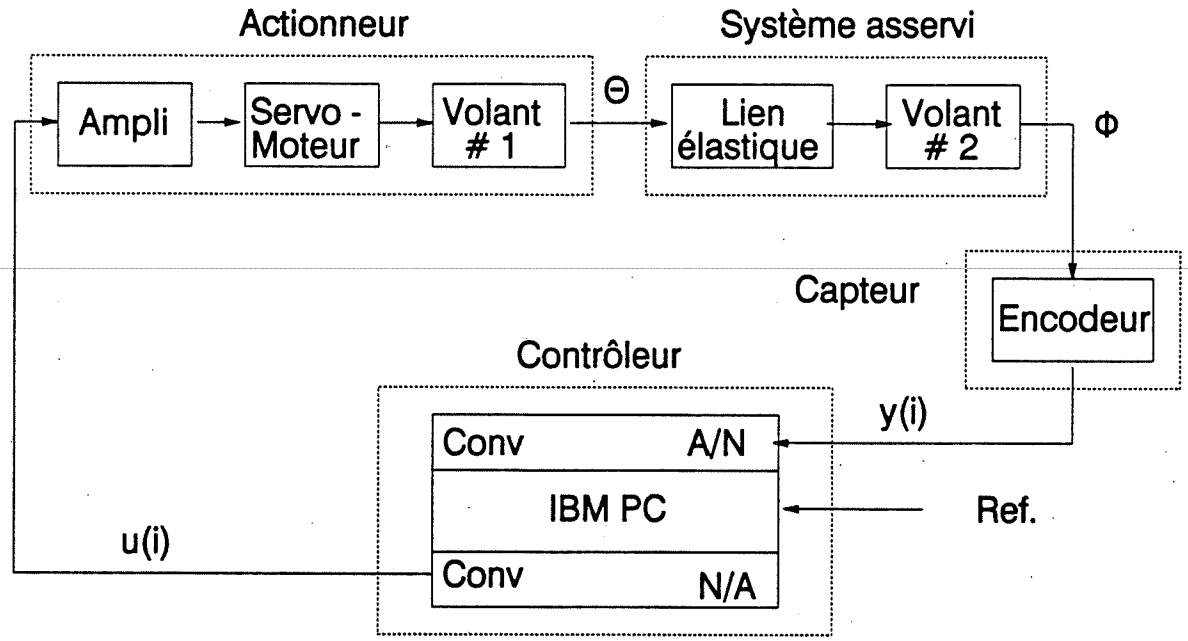

Figure 1.1: Schéma bloc du banc d'essai expérimental

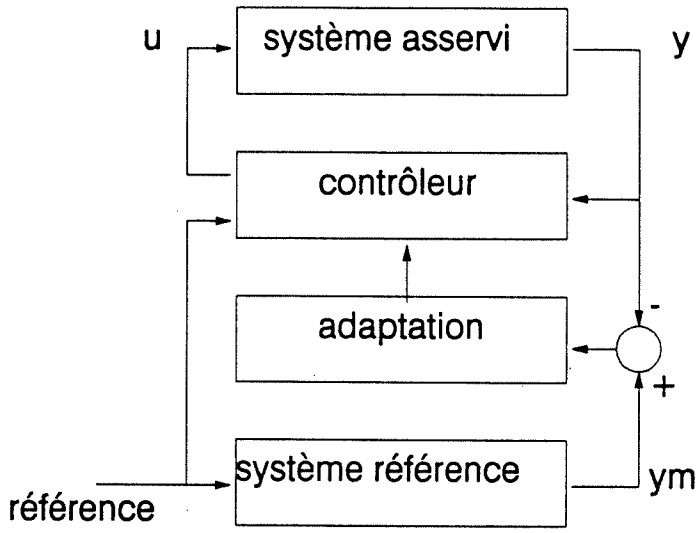

Figure 1.2: structure générale d'un contrôle adaptatif avec modèle de référence

2 Le contrôleur adaptatif avec modèle de référence

La structure du contrôleur adaptatif avec modèle de référence proposé par Li-Slotine [4] a la configuration présentée dans la figure 1.2 .

Le système asservi considéré est linéaire d'ordre n et préalablement mis sous sa forme compagne.

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + a_{n-2} y^{(n-2)} + \ldots + a_o y = u. \tag{2.1}$$

On assume que le vecteur des paramètres du système asservi, $a \triangleq [a_n a_{n-1} \ldots a_o]^T$, n'est pas connu ou comporte des incertitudes.

La dynamique du système de référence est régie par l'équation:

$$\alpha_n y_m^{(n)} + \alpha_{n-1} y_m^{(n-1)} + \alpha_{n-2} y_m^{(n-2)} + \ldots + \alpha_o y_m = Ref. \tag{2.2}$$

La loi de contrôle est donnée par

$$u = \hat{a}_n Z + \sum_{i=0}^{n-1} \hat{a}_i y^{(i)} = V^T \hat{a} \tag{2.3}$$

où

$$V \triangleq [Z\, y^{(n-1)} \ldots \dot{y}\, y]^T \tag{2.4}$$

et

$$\hat{a} = [\hat{a}_n\, \hat{a}_{n-1} \ldots \hat{a}_1\, \hat{a}_o]^T \tag{2.5}$$

représente l'estimé du vecteur a. D'autre part,

$$Z \triangleq y_m^{(n)} - \beta_{n-1}\, e^{(n-1)} - \ldots - \beta_o\, e \tag{2.6}$$

où les symboles, β_i, sont des constantes positives choisies tel que le polynôme, $\sum_{i=0}^{n-1} \beta_i\, s^i$ est un polynôme de Hurwitz stable. Le symbole e représente l'erreur de poursuite ($e \triangleq y - y_m$).

Il est possible de réécrire l'équation (2.1) de la manière suivante:

$$a_n\,(y^{(n)} - Z) = u - a_n\, Z - a_{n-1}\, y^{(n-1)} - \ldots - a_o\, y. \tag{2.7}$$

À présent si nous utilisons l'expression de u donnée par l'équation (2.3) dans l'équation (2.7), nous obtenons:

$$a_n(y^{(n)} - Z) = (\hat{a}_n - a_n)Z + (\hat{a}_{n-1} + a_{n-1})y^{(n-1)} + \ldots + (\hat{a}_1 - a_1)\,\dot{y} + (\hat{a}_0 - a_o)y.$$

Cette équation peut aussi s'écrire:

$$a_n\,(y^n - Z) = \tilde{a}_n\, Z + \tilde{a}_{n-1}\, y^{(n-1)} + \ldots + \tilde{a}_1\, \dot{y} + \tilde{a}_o\, y$$

d'où,en utilisant l'équation (2.6),

$$a_n\,(\beta_n\, e^{(n)} + \ldots + \beta_1\, \dot{e} + \beta_o\, e) = V^T \tilde{a} \tag{2.8}$$

avec $\beta_n = 1$ et $\tilde{a} = \hat{a} - a_{nom}$, où a_{nom} est le vecteur des paramètres nominaux.

L'analyse de l'équation (2.8) montre bien que le choix des coefficients β_i est crucial dans la détermination de la dynamique de l'erreur de poursuite. De plus,si $\hat{a} = a_{nom}$ alors l'erreur de poursuite est nulle.

Dans l'espace d'état la dynamique de l'erreur de poursuite peut s'écrire comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dot{x}_e & = & A_e\, x_e + B_e \left[\frac{1}{a_n} V^T \tilde{a}\right] \\ e & = & C_e\, x_e \end{array} \right. \tag{2.9}$$

$$\tag{2.10}$$

où $x_e = [e\, \dot{e}\, \ddot{e} \ldots e^{(n-1)}]$ et

$$\begin{array}{rcl} A_e & = & \begin{bmatrix} 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & 1 \\ -\frac{\beta_o}{\beta_n} & -\frac{\beta_1}{\beta_n} & \ldots & -\frac{\beta_{n-1}}{\beta_n} \end{bmatrix} \\ B_e & = & \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ C_e & = & [1\, 0 \ldots 0]\,. \end{array}$$

L'étape suivante est de déterminer la loi d'adaptation. Soit $V(x_e, \tilde{a}) = x_e^T\, P\, x_e + \tilde{a}^T \frac{1}{a_n} R^{-1}\, \tilde{a}$ avec matrices P et R symétriques, constantes,et positives définies. De plus soit la matrice P telle que:

$$P\, A_e + A_e^T\, P = -Q \tag{2.11}$$

où Q est aussi une matrice symétrique, constante et positive définie. En dérivant $V(x_e, \tilde{a})$ par rapport au temps, on obtient;

$$\dot{V}(x_e, \tilde{a}) \;=\; -x_e^T\, Q\, x_e + 2\, \tilde{a}^T\, V\, \frac{1}{a_n}\, B_e^T\, P\, x_e + 2\, \tilde{a}^T\, \frac{1}{a_n}\, R^{-1}\, \dot{\tilde{a}}. \tag{2.12}$$

Si on choisit la loi d'adaptation suivante:

$$\dot{\hat{a}} \;=\; -R\, V\, B_e^T\, P\, x_e \tag{2.13}$$

$\dot{V}$ est alors telle que: $\dot{V}(x_e, \tilde{a}) = -x_e^T\, Q\, x_e$. Cela implique que

$$\lim_{t\to\infty} x_e = 0$$

et par conséquent

$$\lim_{t\to\infty} e = 0.$$

En utilisant les équations (2.1),(2.2),(2.3),et (2.13) du système représenté dans la figure 1.2 nous obtenons le système représenté dans la figure 2.1. Sachant que:

$$\begin{cases} \dot{x}_e &= A_e\, x_e + \frac{1}{a_{n_{nom}}} B_e\, V^T\, \tilde{a} \\ &= A_e\, x_e + \frac{1}{a_{n_{nom}}} B_e\, V^T\, \hat{a} - \frac{1}{a_{n_{nom}}} B_e\, V^T\, a_{nom} \\ \dot{\hat{a}} &= -R\, V\, B_e^T\, P\, x_e \end{cases}$$

la dynamique de l'ensemble de l'erreur et de l'estimation des paramètres est représentée par le système suivant:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \cdots \\ \dot{\hat{a}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_e & \vdots & \frac{1}{a_{n_{nom}}} B_e\, V^T \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ -R\, V\, B_e^T\, P & \vdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ \cdots \\ \hat{a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{a_{n_{nom}}} B_e\, V^T\, a_{nom} \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

$$e = [1\, 0\, \ldots\, 0] \begin{bmatrix} x_e \\ \cdots \\ \hat{a} \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

ou,d'une façon plus concise

$$\begin{cases} x\dot{x}_e &= AA_e\, xx_e + BB_e \\ y_e &= CC_e\, xx_e \end{cases}$$

où:

$$\begin{aligned} xx_e &= [x_e\, \hat{a}]^T \\ AA_e &= \begin{bmatrix} A_e & \vdots & \frac{1}{a_{n_{nom}}} B_e\, V^T \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ -R\, V\, B_e^T\, P & \vdots & 0 \end{bmatrix} \\ BB_e &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{a_{n_{nom}}} B_e\, V^T\, a_{nom} \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
BB_e &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{a_{n_{nom}}} B_e V^T a_{nom} \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \\
CC_e &= [1\,0\,\dots\,0]\,.
\end{aligned}
$$

La représentation d'état du système asservi ainsi que celle du modèle de référence s'écrivent respectivement comme suit:

$$
\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\frac{a_o}{a_n} & -\frac{a_1}{a_n} & \dots & -\frac{a_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{1}{a_n} \end{bmatrix} u \tag{2.16}
$$

$$
y = [1\,0\,\dots\,0]\,x \tag{2.17}
$$

avec $x = [y\,\dot{y}\,\ddot{y}\,\dots\,y^{n-1}]^T$,et

$$
\dot{x}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\frac{\alpha_o}{\alpha_n} & -\frac{\alpha_1}{\alpha_n} & \dots & -\frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n} \end{bmatrix} x_m + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{1}{\alpha_n} \end{bmatrix} u_m \tag{2.18}
$$

$$
y_m = [1\,0\,\dots\,0]\,x_m \tag{2.19}
$$

avec $x_m = [y_m\,\dot{y}_m\,\ddot{y}_m\,\dots\,y_m^{n-1}]^T$.

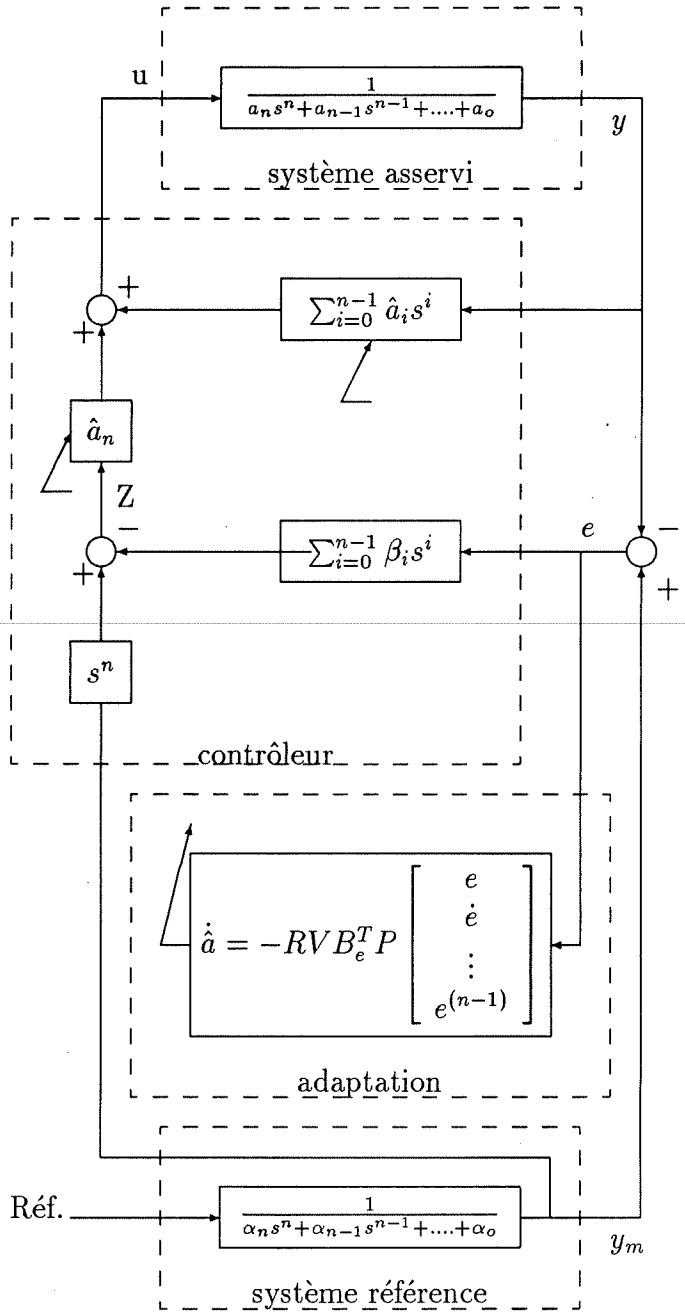

Figure 2.1: Bloc diagramme du contrôleur adaptatif avec modèle de référence

3 Organigramme du progiciel de l'algorithme de commande adaptative avec modèle de référence de Li-Slotine

L'algorithme de simulation du système avec loi adaptative se compose des étapes suivantes:

1. Choix des pôles régissant la dynamique du modèle de référence et celle de l'erreur de poursuite.

2. Détermination des coefficients α_i et β_i à partir du choix des pôles effectué à l'étape 1 et des équations (2.2) et (2.8).

3. Choix des matrices R et Q intervenant respectivement dans la loi adaptative (2.13) et l'équation de Lyapunov (2.11).

4. Calcul de la matrice P,solution de l'équation de Lyapunov (2.11).

5. Assignation des valeurs initiales des vecteurs d'états x,x_m, xx_e.

6. Choix de la période d'échantillonnage, et du nombre maximal d'itérations couvrant l'interval de temps d'observation.

7. Construction de la variable Z donnée par l'équation (2.6).

8. Construction du vecteur V donné par l'équation (2.4).

9. Construction de la matrice $-R\,V\,B_e^T\,P$ intervenant dans la loi adaptative donnée par l'équation (2.12).

10. Construction des matrices AA_e et BB_e intervenant dans la représentation du système d'états couplés décrivant la dynamique des paramètres estimés et celle de l'erreur données par le système d'équations (2.14) et (2.15).

11. Résoudre la dynamique d'erreur + loi adaptative du système donnée par la représentation d'états ((2.14) et (2.15)).

12. Construction du contrôle u donné par l'équation (2.3).

13. Incrémenter le temps et revenir à l'étape 7.

4 Application au système d'asservissement de position angulaire avec lien rigide

4.1 Modèle du système asservi

Le système à l'étude est décrit par la figure (1.1). Dans cette section nous étudions ce système sans le lien élastique. Dans ce cas, la dynamique du système à asservir est décrite par l'équation différentielle suivante [6] :

$$\frac{\tau}{K_m}\ddot{\theta}(t) + \frac{1}{K_m}\dot{\theta}(t) = u \tag{4.1}$$

où

u : le signal de commande = la tension appliquée à l'entrée de l'amplificateur en Volts

θ : la position angulaire de l'axe du servomoteur en rad

K_m : le gain statique du système en rad/Volts

τ : la constante de temps du servomoteur avec les deux masses en sec

$K_m = 10 rad/Volts$ et $\tau = 0.2 sec.$

Clairement, le système asservi est de second ordre et le vecteur de paramètres nominaux est:

$$a_{nom} = [\frac{\tau}{K_m} \frac{1}{K_m} 0]^T$$

4.2 Choix du modèle de référence

Si on se donne pour objectif un comportement dynamique du système tel qu'on a un dépassement de 5% et un temps de réponse de 0.625 sec, la fonction de transfert du modèle de référence peut s'écrire de la façon suivante:

$$\begin{aligned} \frac{\theta_m}{Ref} &= \frac{1}{\alpha_2\, s^2 + \alpha_1\, s + \alpha_0} \\ &= \frac{1}{\frac{s^2}{w_n^2} + \frac{2\,\xi\, s}{w_n} + 1} \end{aligned}$$

où: $\xi = 0.707$,$w_n = 4$,$\alpha_2 = .0625$,$\alpha_1 = .3535$ et $\alpha_o = 1$. Les pôles du système sont $p_{1,2} = -\xi\, w_n \pm j\, w_n\sqrt{1-\xi^2} = -2.828 \pm j\, 2.828$.

4.3 Choix de la dynamique de l'erreur de poursuite

Nous considérons deux types de dynamique de l'erreur de poursuite. La première est une dynamique lente qui correspond au placement de pôles suivant:

$$p_{1,2} \;=\; -0.5 \pm j\, 1.3 \quad (\beta_1 = 1 \; et \; \beta_o = 2)$$

La deuxième est une dynamique rapide qui correspond au placement de pôles suivant:

$$p_{1,2} \;=\; -8 \;\; (\beta_1 = 16 \; et \; \beta_o = 64)$$

4.4 Simulation du comportement dynamique du système

Pour toutes les simulations que nous avons réalisées , nous avons utilisé les valeurs suivantes $Q = I_{3\times3}$, $R = I_{3\times3}$, $\hat{a}_{initial} = [0\ 0\ 0]^T$ et $Ref = 5\, sign(sin(t))\; rad$, où $I_{n\times n}$ est la matrice identité $n \times n$.

4.4.1 Test N°1: Effet de la dynamique de l'erreur de poursuite

Objectif: Illustrer l'importance d'une dynamique de l'erreur de poursuite plus rapide que celle du modèle de référence.

Modalités: La période d'échantillonnage est $T_{ech} = 10msec$ $(\tau/20)$. La dynamique de l'erreur de poursuite rapide a été choisie de manière à avoir des pôles deux fois plus rapides que ceux du modèle de référence quant à la dynamique de poursuite lente elle correspond à des pôles plus de cinq fois moins rapides que ceux du modèle de référence.

Résultats et commentaires (fig. 4.1,4.2,4.3) : La réponse du système avec une dynamique d'erreur plus rapide que celle du modèle de référence montre une très bonne convergence de l'erreur vers zéro. En effet, ceci ne fait que mettre en évidence l'importance d'imposer une dynamique de l'erreur plus rapide que celle du modèle de référence afin d'assurer une convergence de l'erreur vers zéro. Pour la même dynamique, le comportement du vecteur paramètres estimés montre une bonne convergence vers les valeurs nominales. Ce résultat prouve que le signal de référence est suffisamment persistent tout au long de la correction. Il y a lieu de noter que les paramètres estimés convergent vers les valeurs nominales d'une manière continue et lisse (i.e sans trop d'oscillations rapides). Cependant, une dynamique de l'erreur de poursuite plus lente que celle du modèle de référence ne permet pas la correction de l'erreur.

4.4.2 Test N°2: Effet de la période d'échantillonnage

Objectif: Illustrer l'effet du choix de la période de l'échantillonnage sur la convergence de l'erreur.

Modalités: On a considéré une période d'échantillonnage $T_{ech} = 1\,msec$ $(\tau/200)$. La dynamique de poursuite est maintenue lente tel que décrite précédemment.

Résultats et commentaires (fig. 4.4,4.5): En dépit d'une erreur plus lente que celle du modèle de référence la sortie du système asservi converge vers celle du modèle de référence pour peu que la période d'échantillonnage est très petite. Dans ce cas, la dynamique du vecteur des paramètres estimés est par comparaison au test précédent très oscillatoire. Cela est dû au fait que plus la période d'échantillonnage est petite et

plus l'approximation du système par un modèle continu dans le temps est meilleure. Le retard introduit dans la simulation (équivalant à une période d'échantillonnage) est petit et a des effets négligeables. Ainsi dans ce cas, il semble qu'il est toujours possible de faire converger l'erreur au dépend d'une dynamique des paramètres estimés très oscillatoire. À travers la même période d'échantillonnage (1 msec), mais avec une dynamique d'erreur de poursuite rapide, la dynamique des paramètres estimés est beaucoup moins oscillatoire.

4.4.3 Test N°3: Effet d'une zone morte

Objectif: Illustrer l'effet de la friction du moteur sur la réponse du système.

Modalités: On considère une période d'échantillonnage $T_{ech} = 1msec$ et une dynamique de l'erreur de poursuite rapide. On insère entre la sortie du contrôleur et l'entrée du système asservi une nonlinéarité de type seuil avec zone morte de largeur de 2 volts (-1 à 1).

Résultats et commentaires (fig. 4.6): Nous remarquons que le système met pratiquement 4 secondes pour minimiser l'erreur de poursuite. Il existe une erreur résiduelle permanente en régime permanent (la partie constante du signal de référence onde carrée). La réponse du système asservi ne maintient plus les critères de performance transitoire désirées (dépassement, temps de réponse) puisqu'elle est surramortie. Cependant la largeur de la zone morte considérée est très grande. En effet,la largeur de la zone morte du moteur du banc d'essai expérimental est de 20 mvolt.

4.4.4 Test N°4: Effet combiné d'une zone morte et d'un jeu d'engrenage

Objectif: Illustrer les effets combinés de la friction du moteur (nonlinéarité de type seuil avec zone morte à l'entrée du système) et du jeu d'engrenage (hystérésis à la sortie du système).

Modalités: Elles sont identiques à celles du test précédent en ajoutant un jeu d'engrenage de demi pas h=0.1 rad (5.7295°).

Résultats et commentaires (fig. 4.7): Le système se comporte convenablement. On observe un léger déphasage entre les deux signaux dû à la nonlinéarité de type jeu d'engrenage.

4.4.5 Test N°5: Effet d'une perturbation externe constante

Objectif: Illustrer l'effet de perturbation externe constante sur la réponse du système asservi.

Modalités: La période d'échantillonnage et la dynamique de l'erreur de poursuite sont identiques au test précédent. On applique un signal de perturbation externe en forme d'échelon à l'entrée du système asservi.

Résultats et commentaires (fig. 4.8): Le système s'avére incapable de résorber une perturbation externe constante appliquée à son entrée.

4.4.6 Test N°6: Effet d'un retard

Objectif: Déterminer le niveau de retard maximal que le système peut supporter tout en restant stable.

Modalités: La période d'échantillonnage et la dynamique de l'erreur de poursuite sont identiques au test précédent. On applique un retard à l'entrée du système.

Résultats et commentaires (fig. 4.9, 4.10): Le système reste stable pour un retard de 100 msec soit la moitié de la constante de temps globale. Cependant il devient instable pour un retard équivalent à $\frac{3}{4}\tau$ (150 msec).

5 Application au système d'asservissement de position angulaire avec lien élastique

5.1 Modèle du système asservi

Ce système est décrit par les équations suivantes [6]:

$$\ddot{\theta} + \dot{\theta}/t_1 + (\theta - \phi)\, K_r/I_1 = u\, K_m/t_1 \tag{5.1}$$

$$\ddot{\phi} + \dot{\phi}/t_1 + (\phi - \theta)\, K_r/I_2 = 0 \tag{5.2}$$

où

K_m	:	le gain statique du moteur
ϕ	:	la position angulaire de l'axe de la charge
θ	:	la position angulaire de l'axe du servomoteur
K_r	:	la constante de rappel du lien élastique
t_2	:	la constante de temps du servomoteur avec volant 2
I_1	:	le moment d'inertie du servomoteur avec volant 1
I_2	:	le moment d'inertie du volant 2

Les valeurs nominales de ces paramètres sont $K_r = 0.14 Nm/rad$, $t_1 = 0.135 sec$, $t_2 = 0.33 sec$,$I_1 = 0.0025 K_g\, m^2$ et $I_2 = 0.0016 Kg\, m^2$.

En posant $x = [\theta\ \dot{\theta}\ \phi\ \dot{\phi}]^T$, la représentation d'état du système s'écrit [6]:

$$\begin{cases} \dot{x} = A\,x + B\,u \\ y = C\,x \end{cases} \tag{5.3}$$

où

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_R}{I_1} & -\frac{1}{t_1} & \frac{K_R}{I_1} & 0 \\ 0 & 0 & & 1 \\ \frac{K_R}{I_2} & 0 & -\frac{K_R}{I_2} & -\frac{1}{t_2} \end{bmatrix}$$

$$
\begin{aligned}
B &= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_m}{t_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
C &= [0\ 0\ 1\ 0]
\end{aligned}
$$

Le système sous sa forme compagne est comme suit:

$$
\begin{aligned}
\bar{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{a_o}{a_4} & -\frac{a_1}{a_4} & -\frac{a_2}{a_4} & -\frac{a_3}{a_4} \end{bmatrix} \\
\bar{B} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{a_4} \end{bmatrix} \\
\bar{C} &= [1\ 0\ 0\ 0]
\end{aligned}
$$

où: $a_4 = \frac{I_2\, t_1}{K_m\, K_R}$; $a_3 = \frac{I_2\,(t_2+t_1)}{K_m\, k_R\, t_2}$, $a_2 = \frac{I_2\,(K_R\, t_2\, t_1 + I_1)}{I_1\, K_m\, K_R\, t_2}$, $a_1 = \frac{I_2\, t}{I_1\, K_m\, t_2}$, $a_o = 0$. Par conséquent le vecteur paramètres nominaux est $a_{nom} = [a_4\ a_3\ a_2\ a_1\ a_o]^T$ dont les valeurs numériques sont:$a_4 = 0.154\ 10^{-3}$, $a_3 = 0.161\ 10^{-2}$, $a_2 = 0.012$, $a_1 = 0.026$, $a_o = 0$.

5.2 Choix du modèle de référence

On se donne pour objectif un comportement dynamique du système tel qu'on a un dépassement de 5% et un temps de réponse de 1.2 sec. Afin de satisfaire cet objectif on choisit les pôles de la fonction de transfert du modèle de référence de telle manière qu'il se comporte (sur le plan dynamique) comme un système du second-ordre. Ceci nous amène à choisir une paire de pôles complexes conjugués qui donnent au système la dynamique désirée et un pôle double rapide dont l'effet transitoire est très court. Le choix de la paire de pôles complexes conjugués en fonction du temps de réponse et du dépassement désirés se fait selon les régles associées à un système du second-ordre standard. Le pôle double est choisit environ deux fois plus rapide que la paire de pôles complexes conjugués. L'effet du pôle double sur le temps de réponse n'étant

pas négligeable,on ajuste le placement de la paire de pôles complexes conjugués à travers une procédure "essai et erreur" de simulation de la réponse du modèle de référence. Finalement nous obtenons la correspondance entre le temps de réponse et le placement de pôles suivante:

$$1.2 \text{ sec.} \Longrightarrow -2.8 \pm j\,2.8 \text{ et pôle double } -6$$

5.3 Choix de la dynamique de l'erreur de poursuite

Les coefficients du pôlynome de Hurwitz de la dynamique de l'erreur de poursuite correspondent à un placement de pôle d'ordre quatre à -20.

5.4 Simulation du comportement dynamique du système

5.4.1 Test N°1: Réponses nominales du système

Objectif: Illustrer le comportement de l'algorithme de Li-Slotine sous des conditions d'opérations nominales.

Modalités: La période d'échantillonnage est de 5 msec. Le vecteur paramètres estimés initial,$\hat{a}_{initial}$,est tel que $t_2 = .396$ et $I_2 = .0019$ (en excés de 20% de leurs valeurs nominales) ,$K_R = 11$ et $I_1 = .0028$ (en excés de 10%),$K_m = 9$ et $t_1 = .1215$ (en défaut de 10%).

Résultats et commentaires (fig. 5.1,5.2): La réponse du système suit parfaitement celle du modèle de référence. L'amplitude de la sortie du contrôleur reste à l'intérieur des valeurs fournies par le banc d'essai (± 10 volts). Les paramètres estimés tendent à converger assez lentement vers leurs valeurs nominales.

5.4.2 Test N°2: Effet d'une zone morte

Objectifs: Illustrer l'effet de la friction du moteur sur la réponse du système.

Modalités: Elles sont identiques au test précédent. On insére entre la sortie du contrôleur et l'entrée du système asservi une nonlinéarité de type seuil avec zone morte de largeur de 2 volts (-1 à 1).

Résultats et commentaires (fig. 5.3): Contrairement au système avec lien rigide,le système avec lien élastique est moins sensible à l'effet de friction du moteur. Le lien élastique introduit un effet d'intégration dans la dynamique du système.

5.4.3 Test N°3: Effet d'une zone morte et d'un jeu d'engrenage

Objectif: Illustrer l'effet de friction du moteur (nonlinéarité de type seuil avec zone morte à l'entrée du système) et du jeu d'engrenage (hystérésis à la sortie du système).
Modalités: Elles sont identiques au test précédent à l'exception d'une zone morte de largeur 2 volts (-1 à +1) entre la sortie du contrôleur et l'entrée du système et d'un jeu d'engrenage (d'un pas de .2 rad.) à la sortie du système.
Résultats et commentaires (fig. 5.4): Le système se comporte convenablement. Nous remarquons bien le maintien du niveau de sortie du système asservi lorsque le signal de référence change de sens de variation et que l'écart entre ces deux signaux est inférieur au pas (2xh) du jeu d'engrenage.

5.4.4 Test N°4: Effet d'une perturbation externe

Objectif: Illustrer l'effet d'une perturbation externe sur les qualités de poursuite du contrôleur adaptatif.
Modalités: Elles sont identiques au test précédent avec un signal constant d'amplitude 5 à l'entrée du système asservi agissant comme une perturbation constante.
Résultats et commentaires (fig. 5.5): Contrairement au système sans lien élastique,la simulation montre une appréciable robustesse du système en présence d'une perturbation externe. En effet,l'erreur résiduelle introduite en régime permanent est faible malgré l'amplitude élevée de la perturbation. Le lien élastique introduit un effet d'intégration dans la dynamique du système.

5.4.5 Test N°5: Effet d'un retard

Objectif: Illustrer la capacité de robustesse du système face à un retard.

Modalités: Elles sont identiques au test précédent. Cependant nous insérons un retard à l'entrée du système.

Résultats et commentaires (fig. 5.6): La simulation montre que le système avec un lien élastique est plus sensible à un retard que le système avec un lien rigide. En effet,le retard que le système avec un lien élastique peut supporter est dix fois moins grand que celui du système avec un lien rigide.

5.4.6 Test N°6: Influence des variations des paramètres

Objectif: Déterminer certains niveaux de variations des paramètres du système asservi que le contrôleur sans loi adaptative n'arrive pas à corriger.

Modalités: Elles sont identiques au test précédent. Le contrôleur sans loi adaptative représente un contrôleur avec gain pré-calculé. La première rangée horizontale de figures à partir du haut représente les réponses de systèmes pour les variations des paramètres (par rapport à leurs valeurs nominales) suivantes: I_2 5 fois plus grand,t_2 3 fois plus grand,K_r 2 fois moins grand. La deuxième rangée représente les réponses de systèmes pour les variations des paramètres suivantes: I_2 4 fois moins grand,t_2 4 fois moins grand,K_r 10% fois plus grand. Dans les deux cas on assume aucune variation sur t_1,I_1 et K_m.

Résultats et commentaires (fig. 5.7): Contrairement au contrôleur avec loi adaptative le contrôleur sans loi adaptative ne donne pas des résultats satisfaisants pour les niveaux de variations des paramètres considérés. Ceci est conforme avec les attentes théoriques. En effet,la théorie prévoit que le contrôleur avec loi adaptative est plus robuste que le contrôleur sans loi adaptative en présence des variations paramètriques.

Conclusion

L'application considérée a confirmée les attentes théoriques associées à l'algorithme de commande adaptive de Li-Slotine. En particulier,le système en boucle fermée s'est révélé stable et les paramètres estimés convergent vers leurs valeurs nominales. De plus,le comportement du système est peu sensible aux incertitudes concernant l'état initial et l'estimé initial des paramètres. D'autre part,le système a également montré une appréciable robustesse par rapport à des nonlinéarités qui sont présentes en pratique mais qui sont négligés dans le développement du modèle mathématique du système. Ces nonlinéarités reflétent l'influence de la friction du moteur,du jeu d'engrenage,et des erreurs de quantization introduites par le capteur.

En dépit de ces résultats positifs,il reste que l'implantation pratique de l'algorithme s'avére difficile. En effet,l'algorithme requiert que les dérivées successives de la position angulaire soient accessibles à la mesure. En réalité,le banc d'essai expérimental ne fournit pas la mesure de ces dérivées. Cette difficulté pourrait être surmonter en introduisant un observateur. Cependant la structure d'un tel observateur se révéle problématique à cause des bruits des mesures et du fait que les paramètres du système ne sont pas connus.

Référence

[1] **R.M. De Santis**,"*Théorie des systèmes de commande linéaires*" Hiver 86,Notes de cours polycopiées - École polytechnique de Montréal - Département de génie électrique et informatique.

[2] **R.M. De Santis**,"*Novel PID for speed and position control*", à paraitre.

[3] **H.K. Khalil**,"*Nonlinear systems*", **MacMillan 1992.**

[4] **J.J.E. Slotine et Weiping Li**,"*Applied nonlinear control*", **Prentice Hall (1991)**

[5] **Y.D Landau**,"*Adaptative control*", **Dekker 1979.**

[6] **Aubert Carrel**,"*Étude théorique et expérimentale d'un asservissement de position angulaire avec lien de transmission élastique*", $EPM/RT - 89/15$

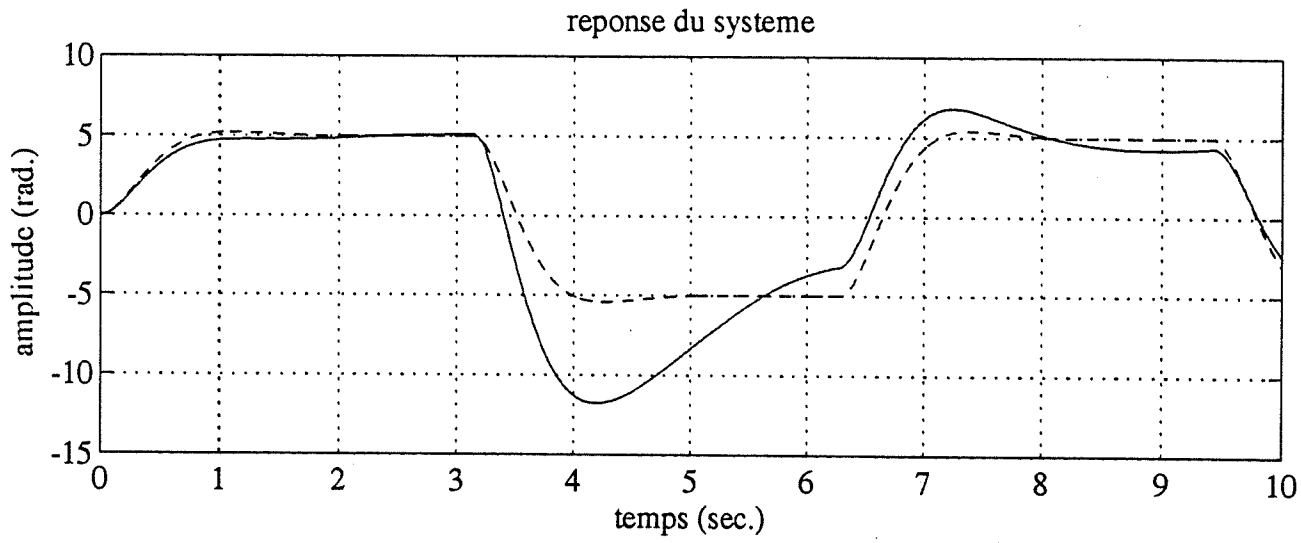

Figure 4.1: Test1: Effet d'une dynamique d'erreur lente

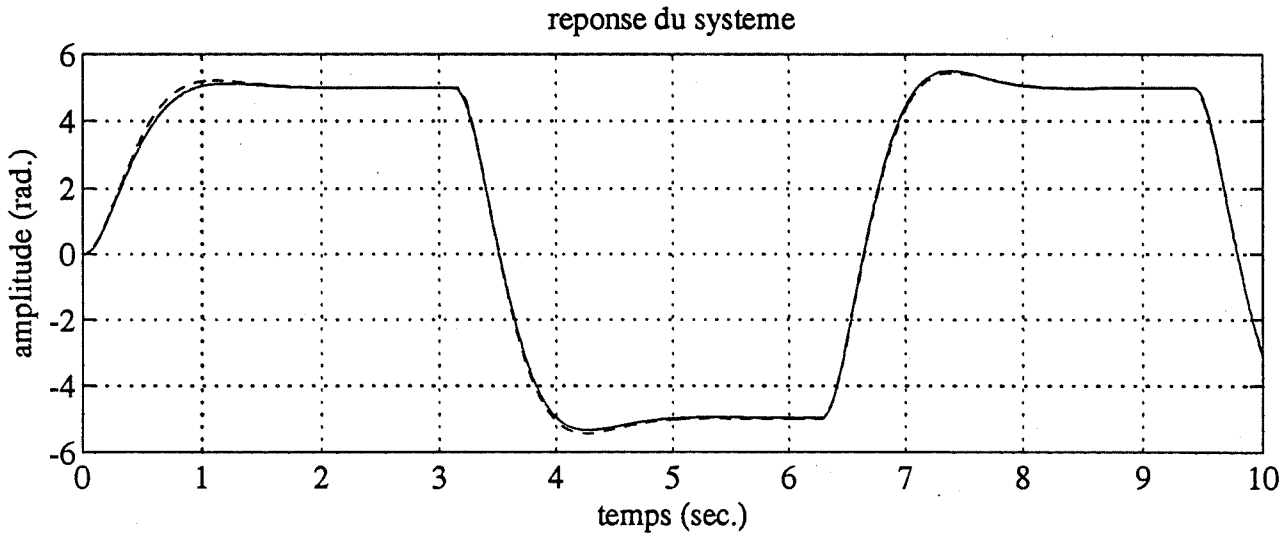

Figure 4.2: Test1-a: Effet d'une dynamique d'erreur rapide

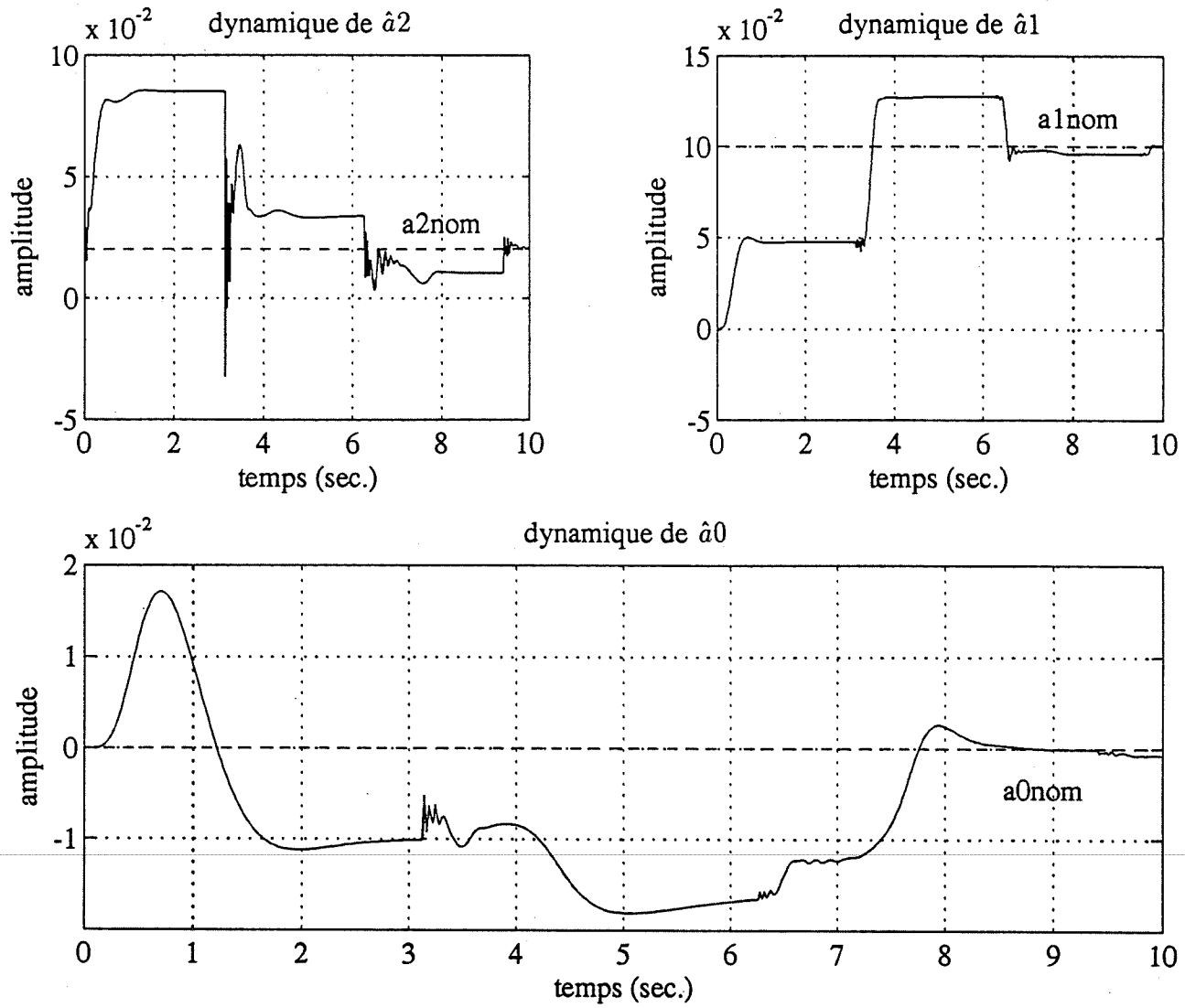

Figure 4.3: Test1-b: Effet d'une dynamique d'erreur rapide

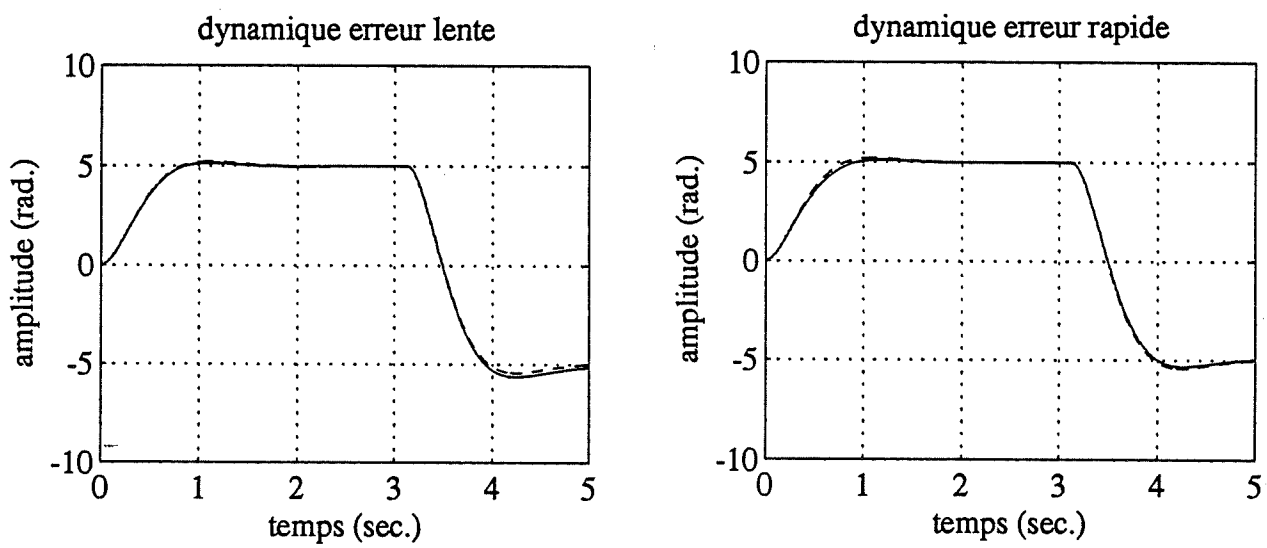

Figure 4.4: Test2: Effet de Tech. sur la réponse du système

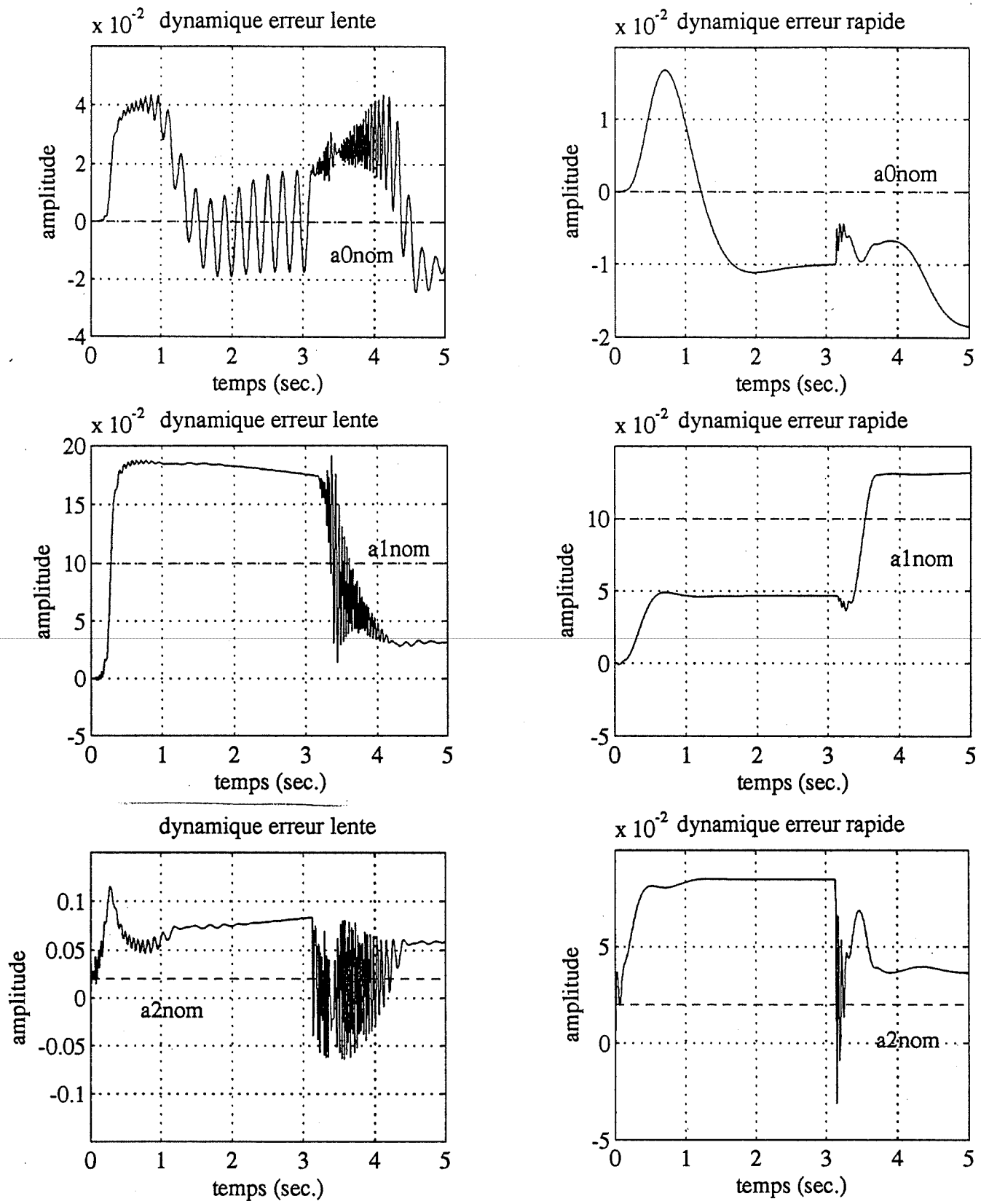

Figure 4.5: Test2: Effet de Tech. sur la dynamique du vecteur paramètre estimé

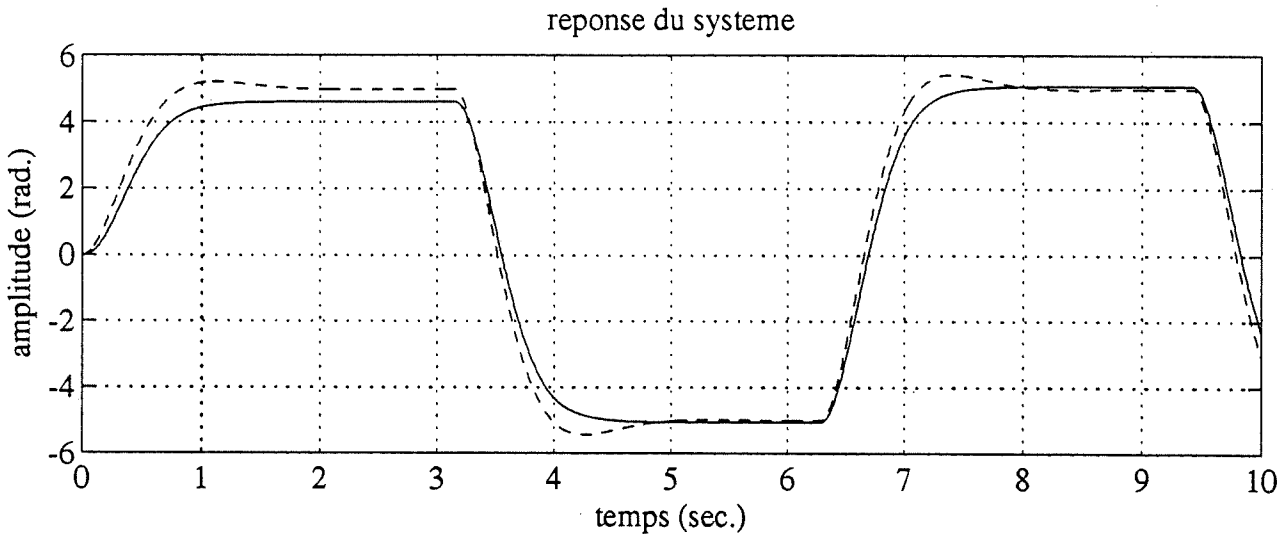

Figure 4.6: Test3: Effet d'une zone morte

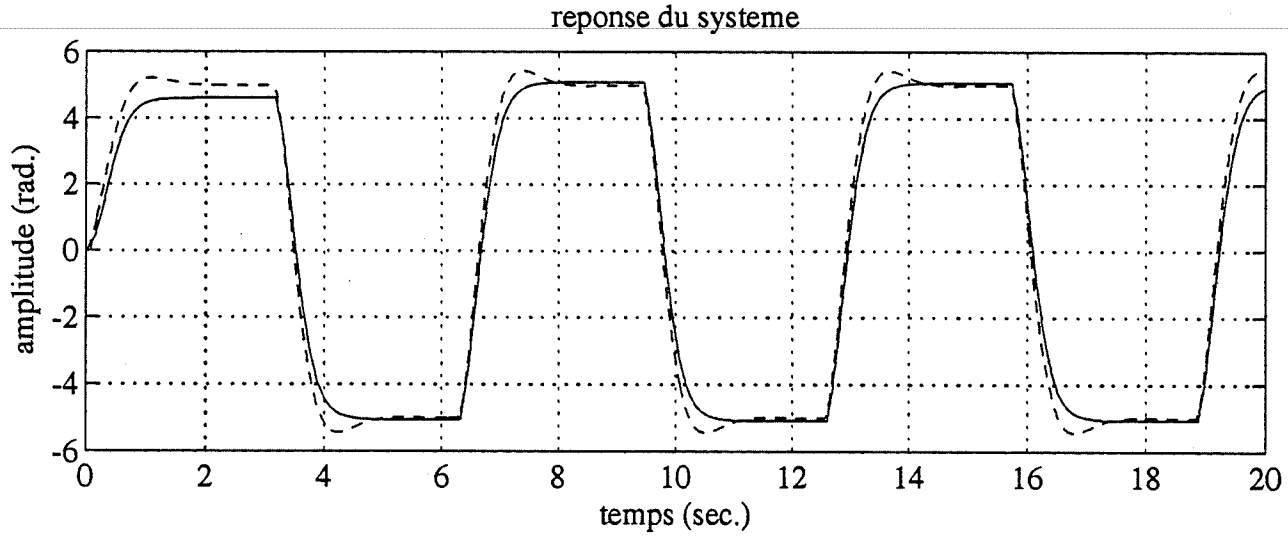

Figure 4.7: Test4: Effet combiné d'une zone morte et d'un jeu d'engrenage

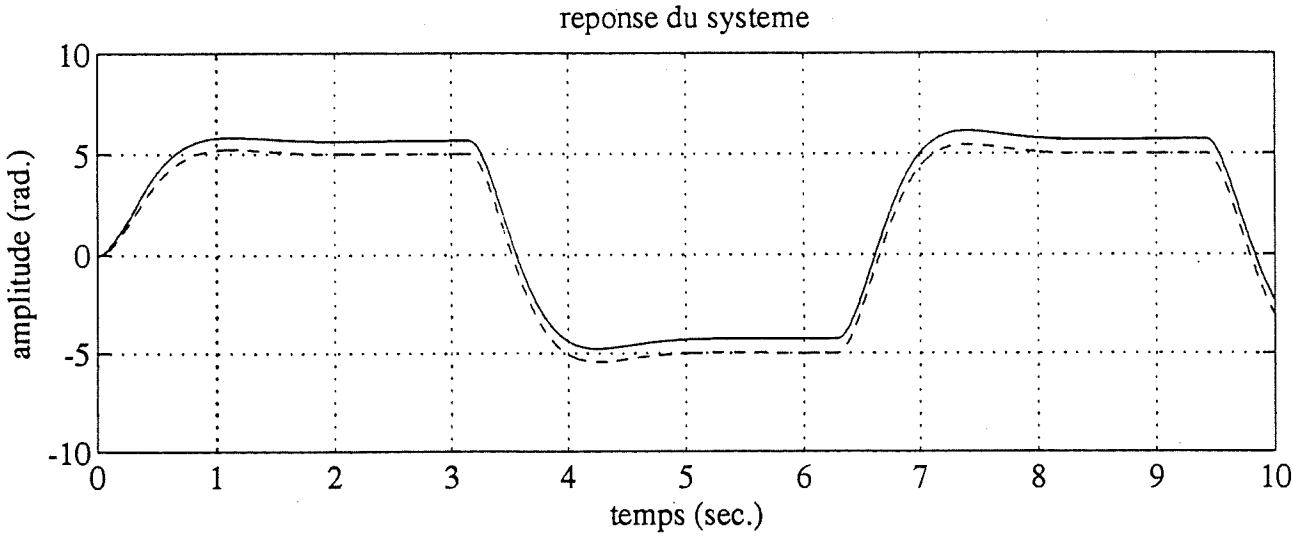

Figure 4.8: Test5: Effet d'une perturbation externe constante

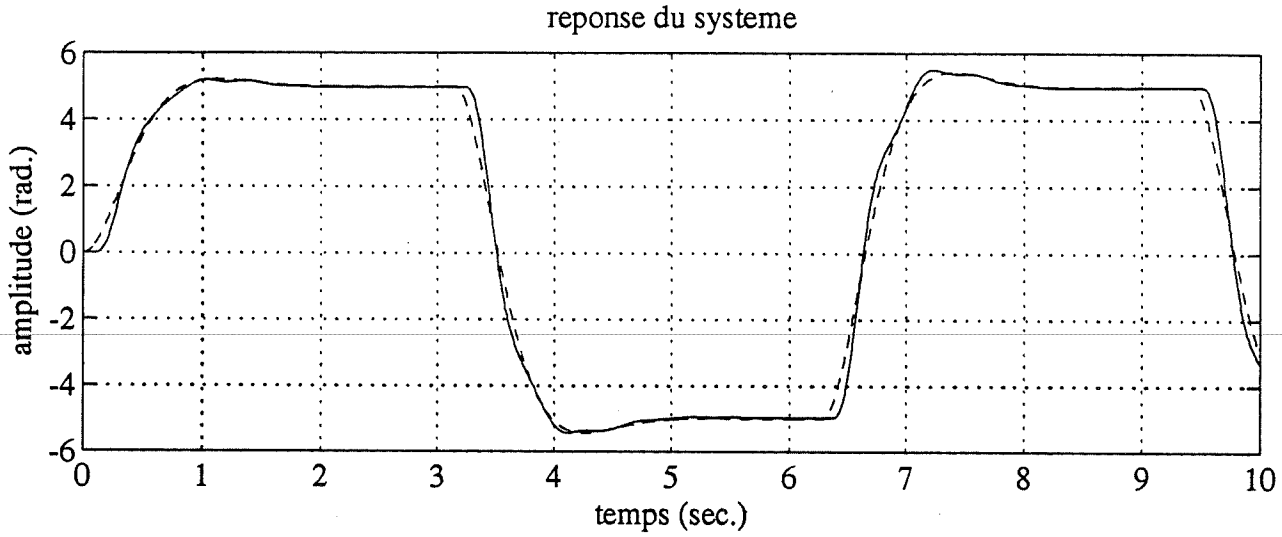

Figure 4.9: Test6: Effet d'un retard de $\frac{\tau}{2} msec$

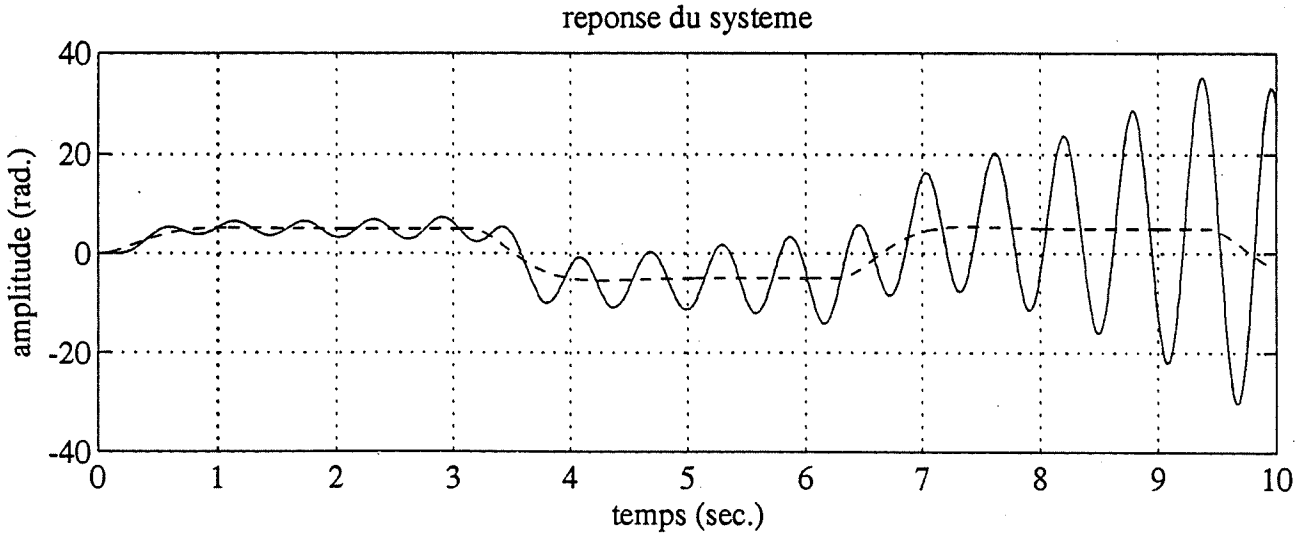

Figure 4.10: Test6: Effet d'un retard de $\frac{3\tau}{4} msec$

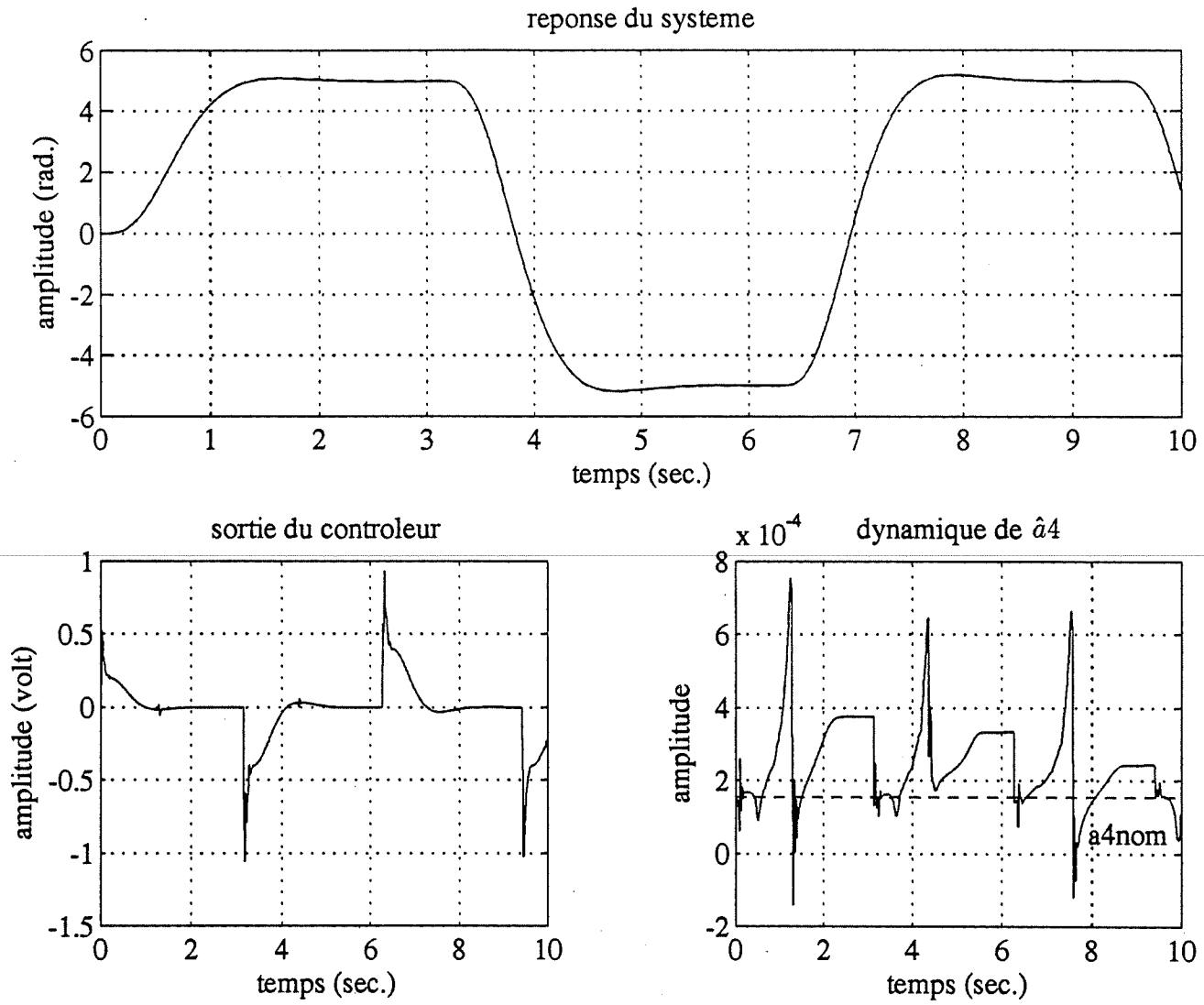

Figure 5.1: Test1-a: Dynamiques nominales du système

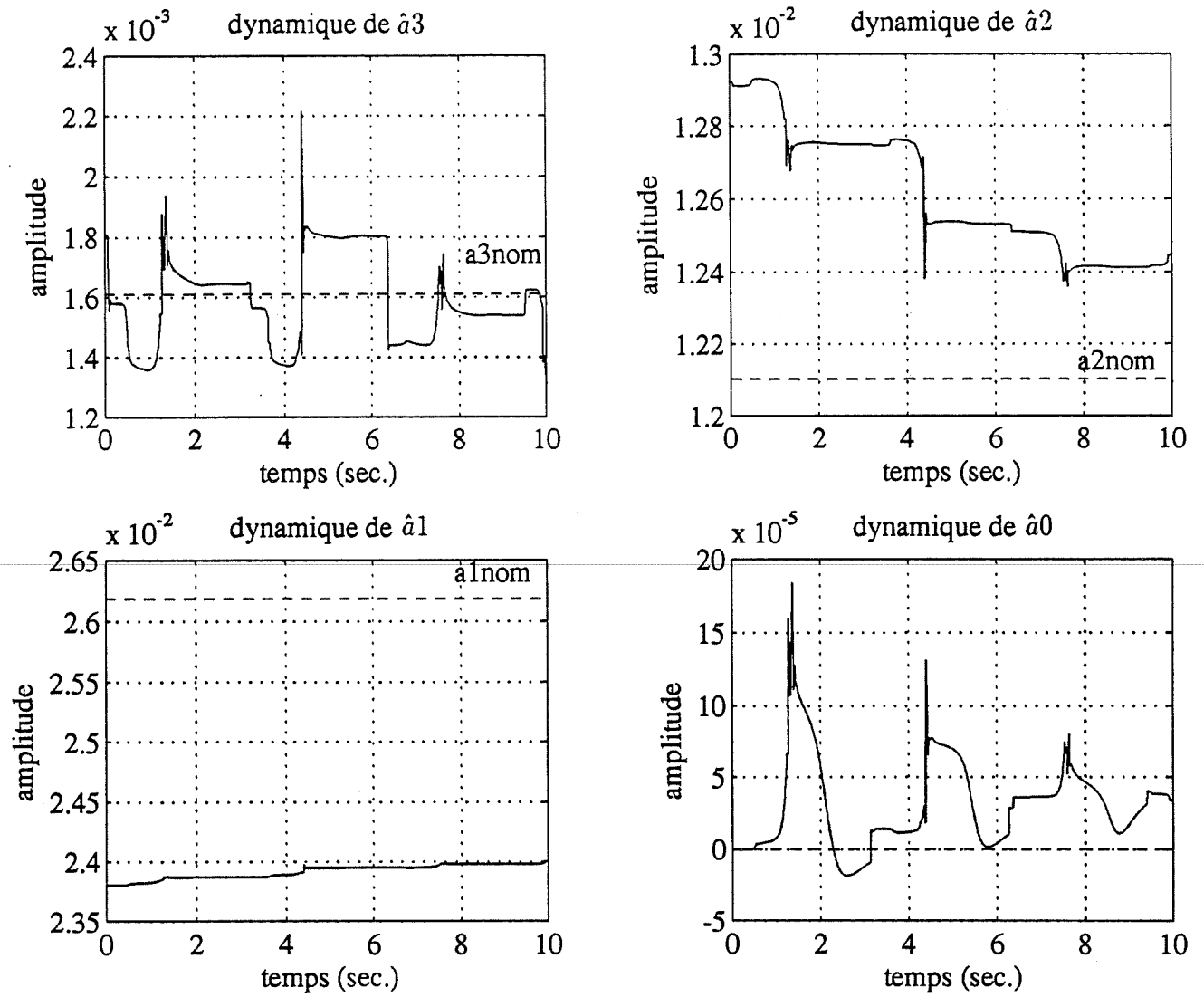

Figure 5.2: Test1-b: Dynamiques nominales du système

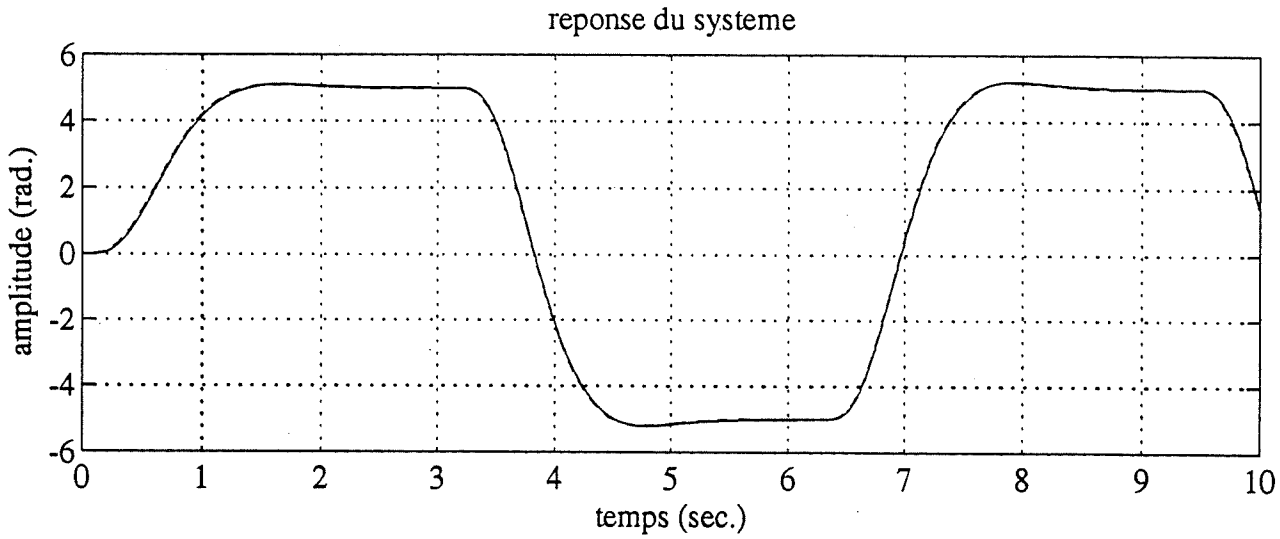

Figure 5.3: Test2: Effet d'une zone morte

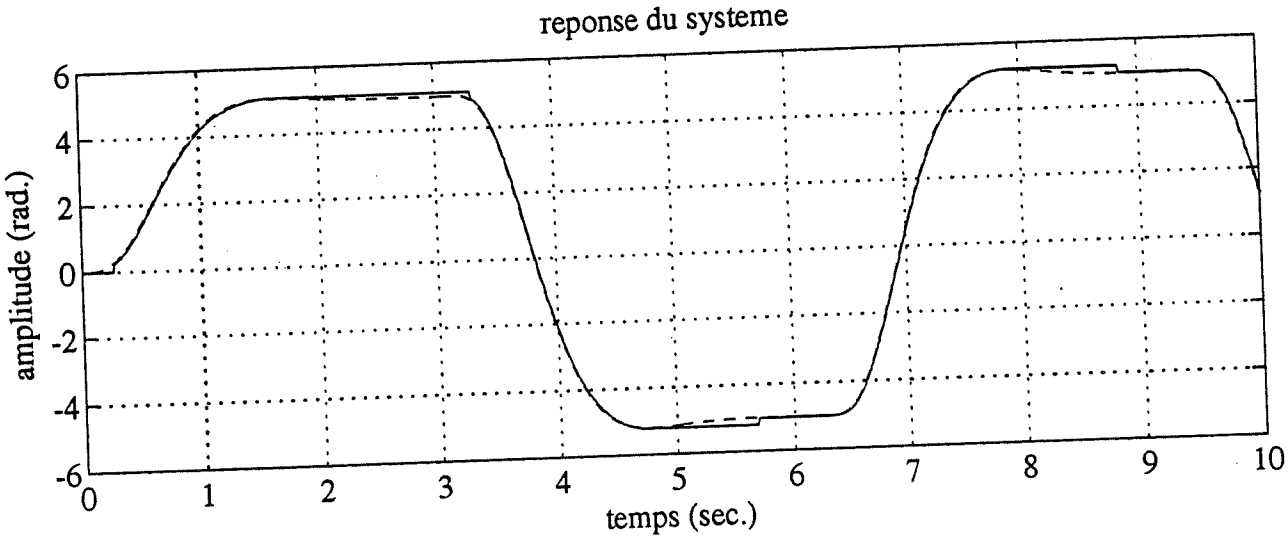

Figure 5.4: Test3: Effet combiné d'une zone morte et d'un jeu d'engrenage

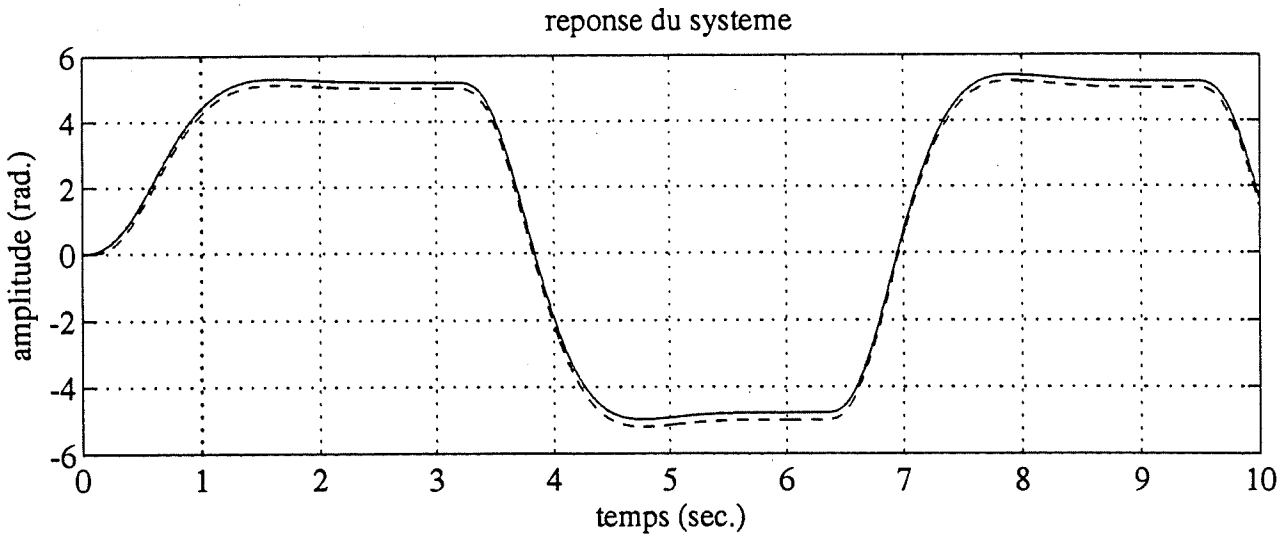

Figure 5.5: Test4: Effet d'une perturbation externe

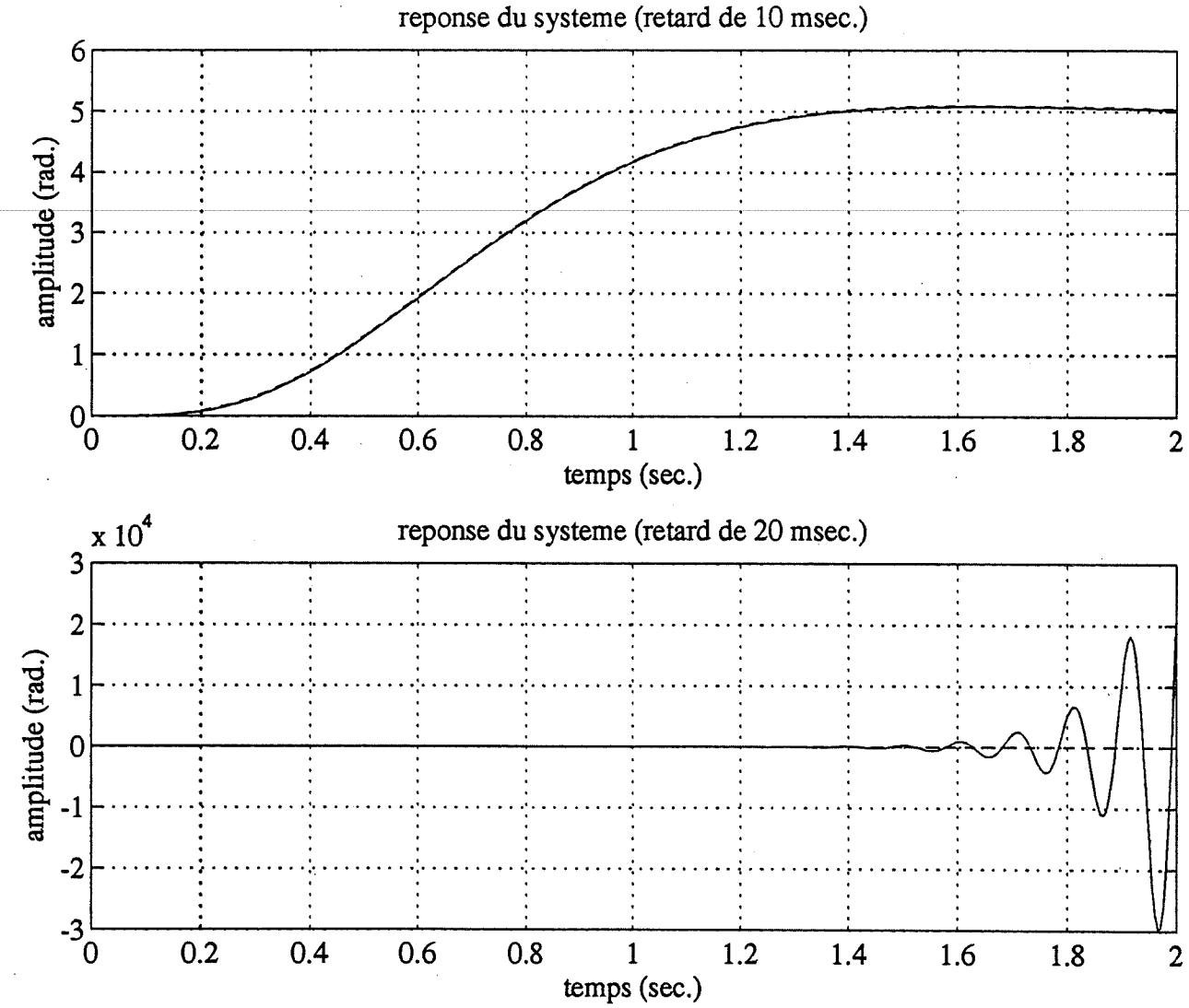

Figure 5.6: Test5: Effet d'un retard

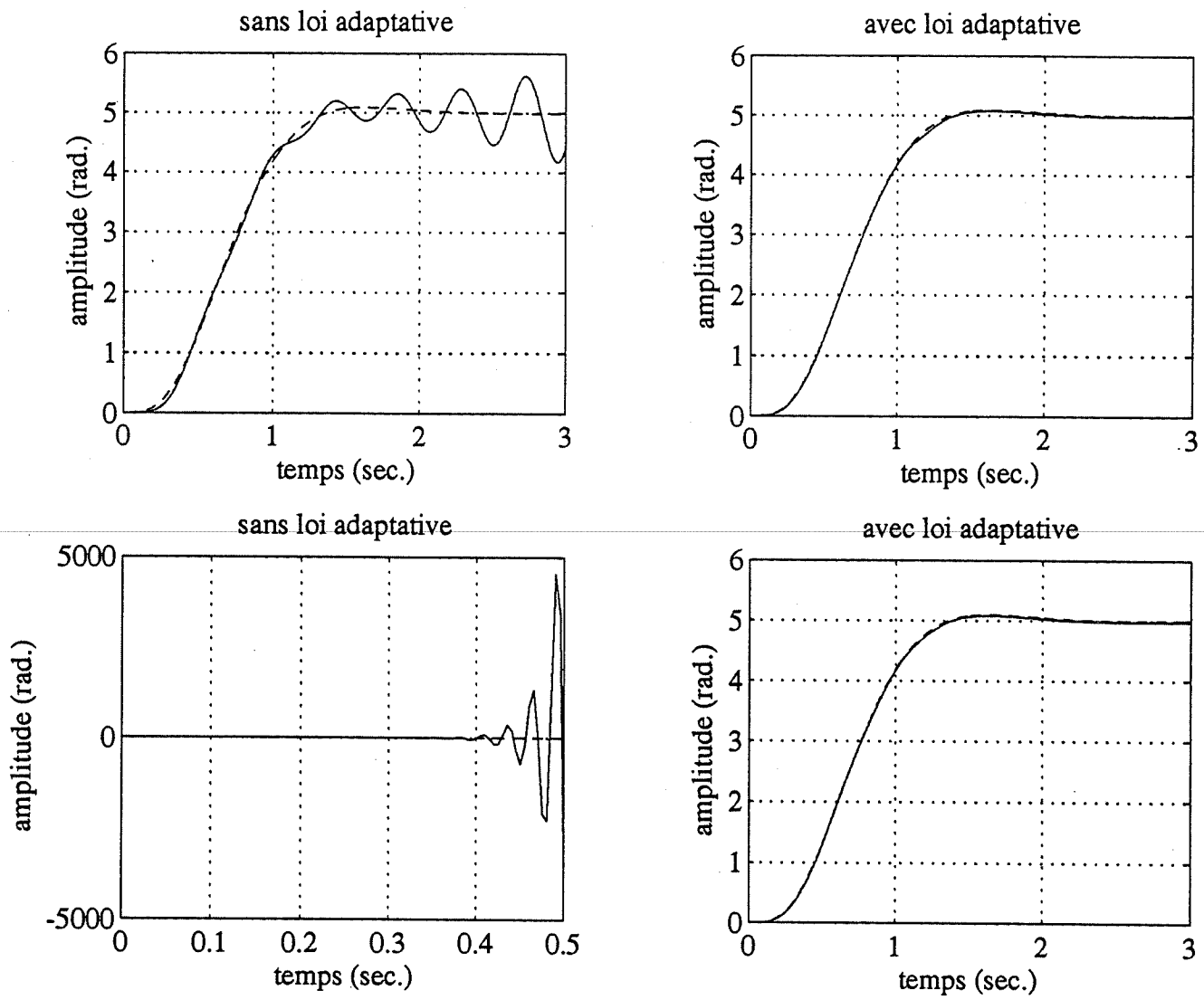

Figure 5.7: Test6: Influence des variations des paramètres

Annexe

```
%*****************************************************************************%
%                                                                             %
%      Simulation systeme de controle de position angulaire sans lien         %
%           elastique,avec modele de reference et loi adaptative              %
%       Effet combine zone morte (entree) et jeu d'engrenage (sortie)         %
%                                                                             %
%*****************************************************************************%

%**************Valeurs des parametres nominaux du systeme asservi**************%
tau=.2;                     %constante de temps du moteur.
Km=10;                      %gain statique du moteur.
a2nom=tau/Km;
a1nom=1/Km;
a0nom=0;
anom=[a2nom a1nom a0nom];   %vecteur parametres nominaux.
a=1;                        %demi largeur de zone morte (a=0 pas de zone morte).
h=.1;                       %pas du jeu d'engrenage (h=0 pas de jeu d'engrenage).
T=.01;                      %periode d'echantillonage.
%*****************************************************************************%

%*****************Choix des parametres du modele de reference*****************%
b2=1/16;
b1=(sqrt(2))/4;
b0=1;
%*****************************************************************************%

%****************Choix des parametres de la dynamique erreur******************%
bb1=16;
bb0=64;
bb2=1;
%*****************************************************************************%

%************************Matrices etat du systeme asservi************************%
A=[0 1;0 -1/tau];
B=[0;Km/tau];
C=[1 0];
D=0;
%*****************************************************************************%

%********************Matrices etat du systeme de reference********************%
Am=[0 1;-b0/b2 -b1/b2];
Bm=[0;1/b2];
Cm=[1 0];
Dm=0;
%*****************************************************************************%

%********************Matrices etat dynamique erreur****************************%
Ae=[0 1;-bb0/bb2 -bb1/bb2];
Be=[0;1];
Ce=[1 0];
De=0;
%*****************************************************************************%
```

```
%**********************Choix des matrices R et Q*******************************%
R=[1 0 0;0 1 0;0 0 1];
Q=[1 0;0 1];
%*******************************************************************************%

%**********************Determination de la matrice P***************************%
P=lyap(Ae',Q);
%*******************************************************************************%

%*********Matrices etat constantes dynamique erreur+loi adaptative************%
CCe=[1 0 0 0 0];
DDe=0;
Zero1=[0 0 0;0 0 0;0 0 0];
Zero2=[0;0;0];
%*******************************************************************************%

t=(0:T:20)';                %vecteur temps.
x(1,:)=[0 0];               %val. init. vect. var. etat systeme asservi.
x0=x(1,:);
xm(1,:)=[0 0];              %val. init. vect. var. etat systeme reference.
x0m=xm(1,:);
xe(1,:)=x(1,:)-xm(1,:);     %val. init. vect. var. etat erreur
xxe=[xe(1,:) 0 0 0];        %val. init. vect. var. etat dyn. erreur+loi adapt.
xx0e=xxe(1,:);
y(1,1)=0;                   %val. init. sortie systeme asservi.
y(2,1)=0;
ym(1,1)=0;                  %val. init. sortie systeme de reference.
ym(2,1)=0;
y(3,1)=0;
ym(3,1)=0;
e(1,1)=y(1,1)-ym(1,1);      %val. init. erreur.
um(1,1)=0;                  %val. init. de la consigne.
ue(1,1)=1;                  %val. init. entree du modele etat erreur.
ue(2,1)=1;
ya(1,1)=y(1,1);             %val. init. rep. syst. asservi (a l'entree du jeu d'engrenage).
ya(2,1)=ya(1,1);
s(1)=ya(2,1)-ya(1,1);       %flag indiquant sens de var. sortie sys. asservi.
at(1,:)=xxe(1,3:5)-anom;    %val. init. vect. erreur parametre.

%********************Construction de la Variable z***************************%
z=-(b1/b2)*xm(1,2)-(b0/b2)*xm(1,1)+um(1,1)/b2-bb0*e(1,1);
%*******************************************************************************%

%********************Construction du vecteur v*******************************%
v=[z x(1,2) x(1,1)]';
%*******************************************************************************%

%************************Valeur initiale du controleur***************************%
r=v'*xxe(1,3:5)';
u(1,1)=seuil(r,a);          %appel de la fonction seuil.
%*******************************************************************************%
```

```
%**********Calcul des deux premiers echantillons*****************************%
um(2,1)=5;
alpha=-(b1/b2)*xm(1,2)-(b0/b2)*xm(1,1)+um(2,1)/b2;
beta=-(bb1/T)*(y(2)-ym(2)-y(1)+ym(1))-bb0*(y(1,1)-ym(1,1));
z=alpha+beta;              %construction de la variable z.
v=[z x(1,2) x(1,1)]';      %construction de la vecteur v.
r=v'*xxe(1,3:5)';
u(2,1)=seuil(r,a);
[ym(1:2),xm(1:2,:)]=lsim(Am,Bm,Cm,Dm,um(1:2),t(1:2),x0m);
[ya(1:2),x(1:2,:)]=lsim(A,B,C,D,u(1:2),t(1:2),x0);
x0m=xm(2,:);
x0=x(2,:);
xx0e=xxe(1,:);

%**********************Calcul sortie du jeu d'engrenage**********************%
s(2)=ya(2,1)-ya(1,1);
if sign(s(2))~=sign(s(1))
   k=1;
else
end
delta=ya(2)-ya(1);
if abs(delta)<=(2*h)
  y(2,1)=y(1,1);
else
  y(2,1)=ya(2,1);
end
%*******************************************************************************%

alpha=-(b1/b2)*xm(2,2)-(b0/b2)*xm(2,1)+um(2,1)/b2;
beta=-(bb1/T)*(y(2)-ym(2)+ym(1)-y(1))-bb0*(y(2)-ym(2));
z=alpha+beta;
v=[z x(2,2) x(2,1)]';
r=v'*xxe(1,3:5)';
u(2,1)=seuil(r,a);

%****Construction des matrices etat variables dyn. erreur+loi adaptative****%
AAe=[Ae (1/a2nom)*Be*v';-R*v*Be'*P Zero1];
BBe=[-(1/a2nom)*Be*v'*anom';Zero2];
%*************************************************************************%

[e(1:2),xxe(1:2,:)]=lsim(AAe,BBe,CCe,DDe,ue(1:2),t(1:2),xx0e);
xx0e=xxe(2,:);                                  -> xxe(
at(2,:)=xxe(2,3:5)-anom;

k=1;
j=2;
for i=3:length(t),
  ue(i,1)=1;
  um(i,1)=5*sign(sin(t(i)));
  alpha=-(b1/b2)*xm(i-1,2)-(b0/b2)*xm(i-1,1)+um(i,1)/b2;
  beta=-(bb1/T)*(y(i-1)-ym(i-1)-y(i-2)+ym(i-2))-bb0*(y(i-1,1)-ym(i-1,1));
  z=alpha+beta;              %construction de la variable z.
  v=[z x(i-1,2) x(i-1,1)]'; %construction de la vecteur v.
```

```
    r=v'*xxe(i-1,3:5)';
    u(i,1)=seuil(r,a);
    [ym(j:i),xm(j:i,:)]=lsim(Am,Bm,Cm,Dm,um(j:i),t(j:i),x0m);
    [ya(j:i),x(j:i,:)]=lsim(A,B,C,D,u(j:i),t(j:i),x0);
    x0m=xm(i,:);
    x0=x(i,:);
    xx0e=xxe(i-1,:);

    %********************Calcul sortie du jeu d'engrenage*********************%
    s(i)=ya(i,1)-ya(i-1,1);
    if sign(s(i))~=sign(s(i-1))
       k=i-1;
    else
    end
    delta=ya(i)-ya(k);
    if abs(delta)<=(2*h)
      y(i,1)=y(i-1,1);
    else
      y(i,1)=ya(i,1);
    end
    %*****************************************************************************%

    alpha=-(b1/b2)*xm(i,2)-(b0/b2)*xm(i,1)+um(i,1)/b2;
    beta=-(bb1/T)*(y(i)-ym(i)+ym(i-1)-y(i-1))-bb0*(y(i)-ym(i));
    z=alpha+beta;
    v=[z x(i,2) x(i,1)]';
    r=v'*xxe(i-1,3:5)';
    u(i,1)=seuil(r,a);


    %****Construction des matrices etat variables dyn. erreur+loi adaptative****%
    AAe=[Ae (1/a2nom)*Be*v';-R*v*Be'*P Zero1];
    BBe=[-(1/a2nom)*Be*v'*anom';Zero2];
    %*****************************************************************************%

    [e(j:i),xxe(j:i,:)]=lsim(AAe,BBe,CCe,DDe,ue(j:i),t(j:i),xx0e);
    xx0e=xxe(i,:);
    at(i,:)=xxe(i,3:5)-anom;
    j=i;
  end
  plot(t,y,t,ym,'--')     %affichage de la rep du syst et de la rep. syst. ref.
  %plot(t,xxe(:,3:5))     %affichage des parametres estimes.
  %plot(t,at)             %affichage parametres erreurs.
```

```
%*****************************************************************************%
%                                                                             %
%       Simulation systeme de controle de position angulaire avec lien        %
%            elastique,avec modele de reference et loi adaptative             %
%        Effet d'une zone morte (entree) et jeu d'engrenage (sortie)          %
%                                                                             %
%*****************************************************************************%

%**************Valeurs des parametres nominaux du systeme asservi*************%
Km=10;          %gain statique du moteur.
Kr=.14;         %constante de rappel du lien elastique.
t1=.135;        %constante de temp du moteur.
t2=.33;         %constante de temps du servomoteur avec volant #2.
I1=.0025;       %moment inertie du servomoteur avec volant #1.
I2=.0016;       %moment inertie du volant #2.
T=.005;         %periode d'echantillonnage.
a4nom=(I2*t1)/(Km*Kr*1.1);
a3nom=(I2)*(t1+t2)/(Km*Kr*t2);
a2nom=(I2)*(Kr*t2*t1+I1)/(I1*Km*Kr*t2);
a1nom=(I2*t1)/(I1*Km*t2);
a0nom=0;
anom=[a4nom a3nom a2nom a1nom a0nom];        %vecteur parametres nominaux.
a4init=(I2*1.2*t1*.9)/(Km*.9*Kr*1.1);
a3init=(I2*1.2)*(t1*.9+t2*1.2)/(Km*.9*Kr*1.1*t2*1.2);
a2init=(I2*1.2)*(Kr*1.1*t2*1.2*t1*.9+I1*1.1)/(I1*1.1*Km*.9*Kr*1.1*t2*1.2);
a1init=(I2*1.2*t1*.9)/(I1*1.1*Km*.9*t2*1.2);
a0init=0;
ainit=[a4init a3init a2init a1init a0init];  %vecteur parametres initiaux.
a=1;                                         %demi largeur de la zone morte (a=0 pas de zone morte).
h=.1;                                        %pas du jeu d'engrenage (h=0 pas de jeu d'engrange).

%*****************************************************************************%


%*****************Choix des parametres du modele de reference****************%
b4=1;
b3=17.656;      %poles complexes conjugues: -2.828+j2.828 et -2.828-j2.828
b2=119.867;     %pole d'ordre 2 a -6
b1=395.558;
b0=575.827;
%*****************************************************************************%

%****************Choix des parametres de la dynamique erreur******************%
bb4=1;
bb3=80;
bb2=2400;       %pole d'ordre 4 a -20.
bb1=32000;
bb0=160000;
%*****************************************************************************%

%************************Matrices etat du systeme asservi**********************%
A=[0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1;-a0nom/a4nom -a1nom/a4nom -a2nom/a4nom -a3nom/a4nom];
```

```
B=[0;0;0;1/a4nom];
C=[1 0 0 0];
D=0;
%*****************************************************************************%

%********************Matrices etat du systeme de reference********************%
Am=[0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1;-b0/b4 -b1/b4 -b2/b4 -b3/b4];
Bm=[0;0;0;b0/b4];
Cm=[1 0 0 0];
Dm=0;
%*****************************************************************************%

%********************Matrices etat dynamique erreur****************************%
Ae=[0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1;-bb0/bb4 -bb1/bb4 -bb2/bb4 -bb3/bb4];
Be=[0;0;0;1];
Ce=[1 0 0 0];
De=0;
%*****************************************************************************%

%**********************Choix des matrices R et Q*******************************%
R=[1 0 0 0 0;0 1 0 0 0;0 0 1 0 0;0 0 0 1 0;0 0 0 0 1];
Q=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
%*****************************************************************************%

%**********************Determination de la matrice P***************************%
P=lyap(Ae',Q);
%*****************************************************************************%

%*********Matrices etat constantes dynamique erreur+loi adaptative************%
CCe=[1 0 0 0 0 0 0 0];
DDe=0;
Zero1=[0 0 0 0 0;0 0 0 0 0;0 0 0 0 0;0 0 0 0 0;0 0 0 0 0];
Zero2=[0;0;0;0;0];
%*****************************************************************************%

t=(0:T:10)';                    %vecteur temps.
x(1,:)=[0 0 0 0];               %val. init. vect. var. etat systeme asservi.
x0=x(1,:);
xm(1,:)=[0 0 0 0];              %val. init. vect. var. etat systeme reference.
x0m=xm(1,:);
xe(1,:)=x(1,:)-xm(1,:);         %val. init. vect. var. etat erreur
xxe(1,:)=[xe(1,:) a4init a3init a2init a1init a0init]; %val. init. vect. var. etat dyn. erreur+loi adapt.
xx0e=xxe(1,:);
y(1,1)=0;                       %val. init. sortie systeme asservi.
y(2,1)=0;
y(3,1)=0;
ym(1,1)=0;                      %val. init. sortie systeme de reference.
ym(2,1)=0;
ym(3,1)=0;
e(1,1)=y(1,1)-ym(1,1);          %val. init. erreur.
um(1,1)=0;                      %val. init. de la consigne.
ue(1,1)=1;                      %val. init. entree du modele etat erreur.
ue(2,1)=1;
```

```
ya(1,1)=y(1,1);
ya(2,1)=ya(1,1);
s(1)=ya(2,1)-ya(1,1);          %flag indiquant sens de var. sortie sys. asservi.
at(1,:)=xxe(1,5:9)-anom;       %val. init. vect. erreur parametre.

%********************Construction de la Variable z*****************************%
alpha=-(b3/b4)*xm(1,4)-(b2/b4)*xm(1,3)-(b1/b4)*xm(1,2)-(b0/b4)*xm(1,1)+um(1,1)/b4;
beta=-bb3*(x(1,4)-xm(1,4))-bb2*(x(1,3)-xm(1,3))-bb1*(x(1,2)-xm(1,2))-bb0*(x(1,1)-xm(1,1));
z=alpha+beta;
%*******************************************************************************%

%********************Construction du vecteur v*********************************%
v=[z x(1,4) x(1,3) x(1,2) x(1,1)]';
%*******************************************************************************%

%************************Valeur initiale du controleur************************%
r=v'*xxe(1,5:9)';
u(1,1)=seuil(r,a);     %appel de la fonction seuil.
%*******************************************************************************%

%*********************Calcul des deux premiers echantillons*******************%
um(2,1)=5;
alpha=-(b3/b4)*xm(1,4)-(b2/b4)*xm(1,3)-(b1/b4)*xm(1,2)-(b0/b4)*xm(1,1)+um(2,1)/b4;
beta=-bb3*(x(1,4)-xm(1,4))-bb2*(x(1,3)-xm(1,3))-bb1*(x(1,2)-xm(1,2))-bb0*(x(1,1)-xm(1,1));
z=alpha+beta;
%*******************************************************************************%

%********************Construction du vecteur v*********************************%
v=[z x(1,4) x(1,3) x(1,2) x(1,1)]';
%*******************************************************************************%

%************************Valeur initiale du controleur************************%
r=v'*xxe(1,5:9)';
u(2,1)=seuil(r,a);
[ym(1:2),xm(1:2,:)]=lsim(Am,Bm,Cm,Dm,um(1:2,1),t(1:2,1),x0m);
[ya(1:2),x(1:2,:)]=lsim(A,B,C,D,u(1:2,1),t(1:2,1),x0);
x0m=xm(2,:);
x0=x(2,:);

%********************Calcul de la sortie du jeu d'engrenage*******************%
s(2)=ya(2,1)-ya(1,1);
if sign(s(2))~=sign(s(1))
  k=1;
else
end
delta=ya(2)-ya(1);
if abs(delta)<=(2*h)
  y(2,1)=y(1,1);
else
  y(2,1)=ya(2,1);
end
%*******************************************************************************%
```

```
alpha=-(b3/b4)*xm(2,4)-(b2/b4)*xm(2,3)-(b1/b4)*xm(2,2)-(b0/b4)*xm(2,1)+um(2,1)/b4;
beta=-bb3*(x(2,4)-xm(2,4))-bb2*(x(2,3)-xm(2,3))-bb1*(x(2,2)-xm(2,2))-bb0*(x(2,1)-xm(2,1));
z=alpha+beta;
v=[z x(1,4) x(1,3) x(1,2) x(1,1)]';
r=v'*xxe(1,5:9)';
u(2,1)=seuil(r,a);
AAe=[Ae (1/a4nom)*Be*v';-R*v*Be'*P Zero1];
BBe=[-(1/a4nom)*Be*v'*anom';Zero2];
[e(1:2),xxe(1:2,:)]=lsim(AAe,BBe,CCe,DDe,ue(1:2),t(1:2),xx0e);
xx0e=xxe(2,:);
at(2,:)=xxe(2,5:9)-anom;
k=1;
j=2;
for i=3:length(t),
  ue(i,1)=1;
  um(i,1)=5*sign(sin(t(i)));
  alpha=-(b3/b4)*xm(i-1,4)-(b2/b4)*xm(i-1,3)-(b1/b4)*xm(i-1,2)-(b0/b4)*xm(i-1,1)+um(i,1)/b4;
  beta=-bb3*(x(i-1,4)-xm(i-1,4))-bb2*(x(i-1,3)-xm(i-1,3))-bb1*(x(i-1,2)-xm(i-1,2))-bb0*(x(i-1,1)-xm(i-1,1));
  z=alpha+beta;                              %construction de la variable z.
  v=[z x(i-1,4) x(i-1,3) x(i-1,2) x(i-1,1)]'; %construction de la vecteur v.
  r=v'*xxe(i-1,5:9)';
  u(i,1)=seuil(r,a);
  [ym(j:i),xm(j:i,:)]=lsim(Am,Bm,Cm,Dm,um(j:i,1),t(j:i,1),x0m);
  [ya(j:i),x(j:i,:)]=lsim(A,B,C,D,u(j:i,1),t(j:i,1),x0);
  x0m=xm(i,:);
  x0=x(i,:);

  %******************Calcul de la sortie du jeu d'engrenage*******************%
  s(i)=ya(i,1)-ya(i-1,1);
  if sign(s(i))~=sign(s(i-1))
     k=i-1;
  else
  end
  delta=ya(i)-ya(k);
  if abs(delta)<=(2*h)
    y(i,1)=y(i-1,1);
  else
    y(i,1)=ya(i,1);
  end
%*******************************************************************************%

  alpha=-(b3/b4)*xm(i,4)-(b2/b4)*xm(i,3)-(b1/b4)*xm(i,2)-(b0/b4)*xm(i,1)+um(i,1)/b4;
  beta=-bb3*(x(i,4)-xm(i,4))-bb2*(x(i,3)-xm(i,3))-bb1*(x(i,2)-xm(i,2))-bb0*(x(i,1)-xm(i,1));
  z=alpha+beta;                          %construction de la variable z.
  v=[z x(i,4) x(i,3) x(i,2) x(i,1)]'; %construction de la vecteur v.
  r=v'*xxe(i-1,5:9)';
  u(i,1)=seuil(r,a);

  %****Construction des matrices etat variables dyn. erreur+loi adaptative****%
  AAe=[Ae (1/a4nom)*Be*v';-R*v*Be'*P Zero1];
  BBe=[-(1/a4nom)*Be*v'*anom';Zero2];
  %*******************************************************************************%
```

```
    [e(j:i),xxe(j:i,:)]=lsim(AAe,BBe,CCe,DDe,ue(j:i),t(j:i),xx0e);
    xx0e=xxe(i,:);
    at(i,:)=xxe(i,5:9)-anom;
    j=i
  end
  plot(t,y,t,ym,'--')          %affichage  rep syst. asservi et rep. syst. ref.
  %plot(t,xxe(:,1))            %affichage des parametres estimes.
  %plot(t,at)                  %affichage des parametres erreurs.
```

```
%*****************************************************************************%
%                                                                             %
%            Fonction de simulation de nonlinearite de seuil                  %
%                                                                             %
%*****************************************************************************%
function u=seuil(e,a)
%Si entree < -a,sortie lineaire de pente unite.
if e<=-a,
  u=e+a;
%Si entree > a,sortie lineaire de pente unite.
elseif e>=a,
  u=e-a;
%Autrement sortie nulle.
else
  u=0;
end
```

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL
3 9334 00289822 7