BIBLIOTHÈQUE
JUIN 8 1986
ÉCOLE POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL

EPM/RT-86-12

ANALYSE DYNAMIQUE DES STRUCTURES AVEC CÂBLES: REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Ghyslaine McClure, ing., S.M.

Section Structures
Département de génie civil

Ecole Polytechnique de Montréal

mai 1986

L'auteure remercie son directeur de recherche doctorale, le professeur René Tinawi, pour son aide technique et financière (subvention A8958 du C.R.S.N.G.). Le C.R.S.N.G. du Canada a aussi contribué financièrement à cette étude sous forme de bourse d'études supérieures versée à l'auteure.

Tous droits réservés. On ne peut reproduire ni diffuser aucune partie du présent ouvrage, sous quelque forme que ce soit, sans avoir obtenu au préalable l'autorisation écrite des auteurs.

Dépôt légal, 2e trimestre 1986
Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada.

Pour se procurer une copie de ce document, s'adresser au:

Service de l'édition
École Polytechnique de Montréal
Case postale 6079, Succursale A
Montréal (Québec) H3C 3A7
(514) 340-4903

Compter 0,05 $ par page (arrondir au dollar le plus près), plus 1,50 $ (au Canada) ou 2,50 $ (à l'étranger) pour la couverture, les frais de poste et la manutention. Régler en dollars canadiens par chèque ou mandat-poste au nom de l'École Polytechnique de Montréal. Nous n'honorerons que les commandes accompagnées d'un paiement, sauf s'il y a eu entente préalable, dans le cas d'établissements d'enseignement ou d'organismes canadiens.

PRÉFACE

Ce rapport résume une revue de la documentation concernant la dynamique des structures avec câbles. Il marque la conclusion de la première étape d'une recherche doctorale entreprise par l'auteure en avril 1985. Le sujet de recherche, intitulé provisoirement "Vibrations non linéaires des structures avec câbles", est décrit au formulaire EP-FES Et.4 APPROBATION DU PROJET DE RECHERCHE, dûment signé par le Directeur des Etudes Supérieures en date du 19 août 1985. Il convient d'en rappeler le contenu, quant au problème posé:

PROBLÈME POSÉ

L'analyse dynamique des structures haubanées (ex. pylônes de lignes de transport, antennes de télécommunication) s'est surtout limitée, à date, aux vibrations de faible amplitude. Cette simplification est souvent valide sous les charges de service comme le vent, mais elle est contredite quand le comportement sous charges ultimes est étudié. Les vibrations transitoires induites par des bris de câbles ou par la chute en cascade de pylônes voisins sont susceptibles d'avoir des amplitudes telles que le caractère non linéaire du comportement dynamique de la structure ne peut plus être ignoré. Une évaluation plus précise du comportement dynamique de ces structures flexibles sous charges exceptionnelles est nécessaire pour en déterminer la sécurité, la fiabilité et les coûts imputables aux dégâts structuraux résultants.

Quant à la méthode prévue, elle a déjà évolué par rapport au document soumis.

MÉTHODE PRÉVUE

Étant donné que des essais dynamiques en vraie grandeur des prototypes des structures flexibles ne sont pas souvent justifiables ou réalisables, il est tout indiqué d'avoir recours à un outil de simulation numérique fiable. L'objectif du projet de recherche proposé consiste à étudier l'influence des non linéarités du système sur son habilité à résister aux charges exceptionnelles et à mieux cerner les paramètres importants qui caractérisent le comportement dynamique d'un canton de ligne. La validation du modèle se fera à partir de résultats d'essais en vraie grandeur déjà publiés dans la littérature. Le modèle sera ensuite utilisé pour évaluer la réserve de sécurité de quelques pylônes haubanés d'Hydro-Québec sous charges exceptionnelles.

Ce rapport couvre nécessairement un domaine plus vaste que le problème spécifique des vibrations transitoires des lignes de transport sur sup-

ports flexibles, causées par des charges exceptionnelles. Les trois premiers chapitres traitent surtout des câbles comme éléments isolés des systèmes portants dont ils font partie alors que les trois derniers concernent plus spécialement le comportement dynamique des lignes de transport aériennes.

Le premier chapitre est une introduction aux câbles comme éléments de charpente. On y décrit les principales caractéristiques structurales des câbles, leurs applications les plus courantes en génie, ainsi que les charges dynamiques susceptibles de les solliciter. Le chapitre se termine par une présentation de leur comportement statique.

Le deuxième chapitre résume les recherches importantes en dynamique des câbles, et dont fait mention la littérature technique anglaise ou française. On y présente séparément les développements en dynamique linéaire et en dynamique non linéaire puisqu'ils ont été historiquement plutôt parallèles.

Le troisième chapitre présente les méthodes actuelles utilisées en analyse dynamique des câbles. On y traite de diverses approches de modélisation, des méthodes de solution et des techniques numériques.

Le quatrième chapitre, comme mentionné plus haut, se spécialise dans la dynamique des lignes de transport aériennes sous charges résultant du bris d'une ou de plusieurs composantes de la ligne. On y donne d'abord une description sommaire des principaux éléments d'une ligne de transport et des charges appliquées. On explique ensuite le comportement dynamique des lignes, tel que révélé à ce jour par des études théoriques, numériques ou expérimentales. On y traite aussi des outils d'analyse disponibles.

Le cinquième chapitre discute des critères de conception des lignes de transport pour résister aux charges longitudinales exceptionnelles. On y traite séparément des critères pour les charges longitudinales et de ceux pour la prévention des cascades. La première partie insiste sur les approches

américaines et québécoise, alors que le contrôle des cascades est abordé suivant les diverses techniques utilisées.

Le sixième chapitre dégage les principales conclusions de cette revue de la documentation et mentionne certains domaines où des recherches plus poussées sont nécessaires. Le projet de recherche doctorale sera défini séparément en fonction des notions, observations et discussions présentées dans ce rapport.

TABLE DES MATIÈRES

page

LISTE DES TABLEAUX xiii

LISTE DES FIGURES xv

LISTE DES SYMBOLES xvii

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

1.1 CARACTÉRISTIQUES STRUCTURALES DES CÂBLES 1.1

1.1.1 Comportement structural d'un câble idéal 1.1
1.1.1.1 Généralités 1.1
1.1.1.2 La corde raide 1.1
1.1.1.3 Le câble lâche inextensible 1.2

1.1.2 Utilisation des câbles comme éléments porteurs 1.2
1.1.2.1 Notes historiques 1.2
1.1.2.2 Système suspendu vs système haubané 1.2
1.1.2.3 Applications 1.3

1.1.3 Composition des câbles structuraux 1.4
1.1.3.1 Types de câbles 1.4
1.1.3.2 Loi du matériau 1.5

1.1.4 Comportement structural d'un câble réel 1.6
1.1.4.1 Effet de l'extensibilité et de la flèche 1.6
1.1.4.2 Effet de la rigidité de flexion 1.6

1.2 COMPORTEMENT STATIQUE DES CÂBLES SUSPENDUS 1.8

1.2.1 Historique des développements analytiques 1.8
1.2.1.1 La chaînette 1.8
1.2.1.2 Le câble parabolique 1.8
1.2.1.3 Le câble extensible 1.9

1.2.2 Equilibre statique 1.9
1.2.2.1 Le choix d'un modèle mathématique 1.9
1.2.2.2 Le type d'analyse impliqué 1.11
1.2.2.3 La rigidité d'un câble suspendu 1.13

1.2.3 Analyse statique des structures avec câbles 1.15
1.2.3.1 La tour haubanée:
Poutre-colonne sur appuis élastiques 1.15
1.2.3.2 Méthodes énergétiques 1.15
1.2.3.3 Méthode des déplacements matricielle 1.16
1.2.3.4 Autres méthodes 1.19

page

1.3 CHARGES DYNAMIQUES SUR LES STRUCTURES AVEC CÂBLES 1.21

1.3.1 Forces hydrodynamiques 1.21

1.3.2 Forces éoliennes 1.21
1.3.2.1 Traitement statique 1.21
1.3.2.2 Traitement dynamique 1.22
1.3.2.3 Phénomènes d'instabilité 1.23

1.3.3 Autres forces dynamiques 1.25

CHAPITRE 2

NOTES HISTORIQUES SUR LA DYNAMIQUE DES CÂBLES

2.1 DYNAMIQUE LINÉAIRE DES CÂBLES AVANT 1974 ..... 2.1

2.1.1 Les premiers développements empiriques 2.1

2.1.2 L'introduction de principes dynamiques 2.2

2.1.3 La dérivation des équations de mouvement 2.3

2.1.4 Les câbles inextensibles de flèche non négligeable ... 2.5

2.1.5 Études de cas plus réalistes 2.7

2.2 DYNAMIQUE NON LINÉAIRE DES CÂBLES AVANT 1974 ..... 2.10

2.3 DÉVELOPPEMENTS DE LA DYNAMIQUE DES CÂBLES DEPUIS 1974 ..... 2.14

2.3.1 Dynamique linéaire 2.14

2.3.2 Dynamique non linéaire 2.16

2.3.3 Particularités de la dynamique linéaire des câbles inclinés 2.20

2.4 CAS SPÉCIAUX 2.23

2.4.1 Amortissement des câbles 2.23

2.4.2 Dynamique des câbles visco-élastiques 2.24

2.4.3 Les câbles suspendus à supports flexibles 2.25

CHAPITRE 3

ANALYSE DYNAMIQUE DES STRUCTURES AVEC CÂBLES

page

3.1 GÉNÉRALITÉS 3.1

3.2 MODÉLISATION DES CÂBLES SOUS CHARGES DYNAMIQUES 3.2

3.2.1 Système masse-ressort équivalent 3.2

3.2.2 Segments finis 3.2

3.2.3 Eléments finis 3.3

3.2.4 Formulation hybride d'élément caténaire 3.8

3.3 MÉTHODES D'ANALYSE ET TECHNIQUES NUMÉRIQUES 3.10

3.3.1 Formulation du problème dynamique 3.10

3.3.2 Choix d'une méthode d'analyse 3.11

3.3.3 Méthodes d'analyse disponibles 3.11
3.3.3.1 La superposition modale 3.11
3.3.3.2 Les méthodes d'intégration directe 3.13
3.3.3.3 Les méthodes énergétiques 3.15

CHAPITRE 4

COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES LIGNES DE TRANSPORT AÉRIENNES SOUS CHARGES EXCEPTIONNELLES

4.1 GÉNÉRALITÉS 4.1

4.1.1 Description sommaire d'une ligne de transport aérienne 4.1

4.1.2 Charges appliquées sur les lignes de transport aériennes 4.3
4.1.2.1 Classification des charges et philosophie de calcul 4.3
4.1.2.2 Charges statiques ou quasi-statiques 4.4
4.1.2.3 Charges dynamiques 4.5
4.1.2.4 Charges dynamiques exceptionnelles 4.7
4.1.2.5 Rupture en cascade 4.8

page

4.2 COMPORTEMENT DES LIGNES SOUS CHARGES EXCEPTIONNELLES 4.10

4.2.1 La redistribution des charges longitudinales 4.10
4.2.1.1 Aspect statique 4.10
4.2.1.2 Aspect dynamique 4.11

4.2.2 Sources de non linéarités 4.13
4.2.2.1 Non linéarités géométriques 4.13
4.2.2.2 Non linéarités du matériau 4.16

4.2.3 Notions de facteur d'impact 4.16
4.2.3.1 Résultats expérimentaux 4.16
4.2.3.2 Modèles théoriques 4.18

4.2.4 Paramètres influents 4.22
4.2.4.1 Généralités 4.22
4.2.4.2 La force de prétension initiale dans les câbles 4.23
4.2.4.3 La longueur des assemblages de suspension des conducteurs 4.24
4.2.4.4 La dimension de la portée adjacente au bris 4.24
4.2.4.5 Le nombre de portées adjacentes 4.24
4.2.4.6 Le nombre et la localisation des phases sollicitées 4.25
4.2.4.7 La présence de câbles intacts 4.25
4.2.4.8 La flexibilité des pylônes 4.26
4.2.4.9 La flexibilité des fondations 4.27
4.2.4.10 Les propriétés inertielles des pylônes 4.28
4.2.4.11 La présence de haubans 4.29
4.2.4.12 La traînée des câbles sur le sol 4.30

4.2.5 Développements récents dans l'étude du comportement des lignes sous charges exceptionnelles .. 4.31
4.2.5.1 Difficultés de l'usage des facteurs d'impact 4.31
4.2.5.2 Génération de l'historique des charges de débalancement longitudinal 4.32
4.2.5.3 Interaction dynamique des composantes de la ligne 4.33
4.2.5.4 Particularités des lignes sur pylônes haubanés sous charges exceptionnelles 4.34

4.3 OUTILS D'ANALYSE 4.36

4.3.1 Essais en vraie grandeur 4.36

4.3.2 Essais sur modèles réduits 4.39

4.3.3 Simulations par modèles numériques 4.41

CHAPITRE 5

CRITÈRES DE CONCEPTION DES LIGNES DE TRANSPORT AÉRIENNES SOUS CHARGES EXCEPTIONNELLES

page

5.1 ÉVOLUTION DES CRITÈRES POUR LES CHARGES LONGITUDINALES 5.1

5.1.1 La pratique américaine 5.1

5.1.2 La pratique d'Hydro-Québec 5.7

5.2 CRITÈRES DE CONCEPTION POUR LA PRÉVENTION DES CASCADES 5.9

5.2.1 Généralités 5.9

5.2.2 Le contrôle de la grandeur des charges longitudinales à l'aide de mécanismes fusibles 5.9

5.2.2.1 L'utilisation de pinces de suspension spéciales 5.9

5.2.2.2 La rupture plastique des consoles 5.10

5.2.2.3 Les problèmes associés aux mécanismes fusibles 5.10

5.2.3 La construction de pylônes plus flexibles 5.10

5.2.4 Le renforcement longitudinal et torsionnel de chaque pylône de suspension 5.11

5.2.5 L'utilisation de pylônes anti-cascades 5.12

CHAPITRE 6

CONCLUSIONS

6.1 CONCLUSIONS GÉNÉRALES 6.1

6.2 RECHERCHE NÉCESSAIRE 6.3

6.2.1 Vérifications 6.3

6.2.2 Nouvelles études 6.3

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXE A
Recueil de formules pour l'analyse statique des câbles suspendus

ANNEXE B
Recueil de formules pour la solution du problème aux valeurs propres des câbles suspendus (analyse linéaire)

LISTE DES TABLEAUX

		page
4.1	Relevé d'essais dynamiques en vraie grandeur	4.37
4.2	Relevé d'essais dynamiques sur modèles réduits	4.40
4.3	Relevé de programmes dédiés au débalancement longitudinal dans les lignes de transport aériennes	4.42
5.1	Relevé de ruptures en cascades en Amérique du Nord de 1966 à 1973	5.3
5.2	Enquête ASCE (1982) - sur les critères de chargement utilisés dans la conception des lignes	5.4

LISTE DES FIGURES

		page
1.1	Exemples de structures avec câbles	1.26
1.2	Types de conducteurs	1.28
1.3	Loi du matériau typique des câbles structural et toronné ...	1.29
1.4	Loi du matériau du conducteur CONDOR	1.30
1.5	Décomposition des forces de vent sur un hauban	1.31
2.1	Variation de la fréquence naturelle fondamentale d'une corde raide de matériau hookéen en fonction de l'amplitude du mouvement	2.26
2.2	Le phénomène de transition modale	2.27
2.3	Stabilité du mouvement au voisinage de la résonance du mode planaire fondamental d'une corde de matériau linéaire élastique	2.28
2.4	Diagramme de définition pour les vibrations linéaires des câbles	2.27
2.5	Variation du rapport entre les pulsations naturelles linéaires et non linéaires en fonction de l'amplitude du mouvement (1er mode planaire)	2.29
2.6	a) correction d'amplitude b) diagrammes de phase des oscillations linéaires et non linéaires selon le premier mode planaire	2.30
2.7	Rapport entre l'amplitude du mouvement planaire (u_1) induit par le mouvement de balancement hors plan (u_2) en fonction du rapport entre les pulsations naturelles	2.31
2.8	Variation du rapport entre les pulsations naturelles linéaires et non linéaires en fonction de l'angle de balancement maximum (1er mode hors plan)	2.32
2.9a)	Variation du rapport entre les pulsations naturelles linéaires et non linéaires en fonction de l'amplitude du mouvement (1er mode antisymétrique)	2.33
2.9b)	Variation du rapport entre les pulsations naturelles linéaires et non linéaires en fonction de l'amplitude du mouvement (1er mode symétrique)	2.34

page

2.9c) Variation du rapport entre les pulsations naturelles linéaires et non linéaires en fonction de l'amplitude du mouvement (2e mode symétrique) 2.35

2.10 Première transition modale suivant la théorie non linéaire 2.36

2.11 Correction de fréquence en fonction de l'amplitude du mouvement du premier mode planaire symétrique 2.37

2.12 Rapprochement des fréquences naturelles (sans transition modale) dans les câbles inclinés, suivant la théorie linéaire 2.38

4.1 Schéma d'une ligne de transport aérienne 4.44

4.2 Modèles de pylônes 4.45

4.3 Classification des charges appliquées sur les lignes de transport aériennes 4.46

4.4 Équilibre statique à un point de suspension sous débalancement longitudinal 4.47

4.5 Oscillogramme d'essais de bris de câbles en vraie grandeur (pylônes haubanés) 4.48

4.6 Rapports dynamiques suite à un bris de câble, selon Govers (1970) 4.49

4.7 Facteurs de surcharge transitoire suite à un bris de câble, selon Govers (1970) 4.50

4.8 Modèle simplifié pour la première pointe de traction suite à un bris de câble 4.51

4.9 Modèle simplifié pour la deuxième pointe de traction suite à un bris de câble 4.52

4.10 Spectre de réponse typique d'un modèle de support suite à un essai de bris de câble 4.53

4.11 Disposition générale du pylône à chaînette d'Hydro-Québec 4.54

5.1 Diagramme pour la détermination de la traction dans un câble dans une situation de cascade 5.15

LISTE DES SYMBOLES

A	aire de la section droite d'un câble
$[C]$	matrice d'amortissement
d	flèche au centre d'une portée de câble nivelée
E_c	module de Young d'un câble
E_{eq}	module de Young équivalent qui tient compte de l'effet de la flèche sur la rigidité axiale d'un câble suspendu de portée nivelée - équations 1.3 et 1.4
E_{pp}	Energie potentielle de pointe disponible - équation 4.12
E_{si}	Energie de déformation élastique du câble - équation 4.6
EA	rigidité axiale d'un câble de matériau hookéen
EI	rigidité flexionnelle d'un câble de matériau hookéen
f	fréquence naturelle fondamentale
F_A, F_H, F_V	composantes des forces de vent sur un câble
F_d, F_i, F_r	voir p. 4.17
g	accélération terrestre
h	composante de traction générée lors du mouvement d'un câble
H	traction horizontale
H_f	traction horizontale finale, suite à un changement d'état
k_I	rigidité axiale d'un assemblage de suspension en I, définie par les équations 4.3 à 4.5
IFF	facteur d'impact de la force de traction - équation 4.16
$[K]$	matrice de rigidité
ℓ	longueur de la portée horizontale
ℓ_I	longueur d'un assemblage de suspension en I
L	longueur nominale d'un câble
L_E	longueur étirée d'un câble
m	masse du câble par unité de longueur

[M]	matrice de masse
R_i, R_o, R_r	voir p. 4.17
SRF	facteur de réponse de la structure soumise à un débalancement dû à un bris de câble - figure 4.10
T	traction tangentielle
T_f	traction tangentielle dans un câble à l'état final
T_i	traction tangentielle dans un câble à l'état initial
T_p	traction tangentielle dynamique de pointe
w	charge uniforme agissant sur un câble
w_i	poids de la charge de glace uniforme limite
w_I	poids par unité de longueur d'un assemblage de suspension en I
W	poids propre total d'un câble suspendu
X_n	balancement latéral d'un assemblage de suspension en I, défini à la figure 4.4
α	angle de balancement latéral d'une chaîne de suspension en I
γ	paramètre défini par Irvine (équation 1.1) pour indiquer l'importance relative des effets de flexion dans un câble par rapport à l'effet câble
ϵ	paramètre de perturbation défini à l'équation 2.4
θ	angle d'inclinaison de la corde d'un câble incliné par rapport à l'horizontale
λ_n	fréquence naturelle circulaire du mode n
λ^2	paramètre d'élasticité défini par Irvine et Caughey (1974) indiquant l'importance de l'effet d'extensibilité par rapport à l'effet géométrique - défini à l'équation 1.2
σ	masse d'un câble par unité de longueur
$\Xi(x)$	déformée du premier mode de vibration axiale d'une barre

CHAPITRE 1
INTRODUCTION

1.1 CARACTÉRISTIQUES STRUCTURALES DES CÂBLES

1.1.1 Comportement structural d'un câble idéal

1.1.1.1 Généralités

Le câble idéal est un élément de charpente dont le diamètre est petit par rapport à la longueur et qui ne peut résister qu'à des efforts de traction suivant la direction de la tangente à son axe. Il est parfaitement flexible à l'état libre, c'est-à-dire que sa rigidité de flexion comme sa rigidité de torsion sont négligeables vis-à-vis de sa rigidité axiale.

Le câble développe de la rigidité par les contraintes de traction qui s'y induisent pour résister aux charges extérieures. C'est donc un élément dont la forme s'adapte aux charges appliquées de sorte que les configurations intacte et déformée sont généralement très différentes. Nous verrons au paragraphe 1.2 les implications mathématiques d'un tel comportement mais mentionnons toute de suite une propriété importante: la composante horizontale de la force de traction est identique en tout point du câble.

1.1.1.2 La corde raide

La corde raide est un modèle souvent employé pour décrire le comportement statique des câbles soumis à des charges concentrées. On suppose alors que les forces d'extrémités sont beaucoup plus grandes que la somme des forces distribuées suivant sa longueur et que les segments délimités par les points d'attache et/ou de chargement restent parfaitement rectilignes, sans flèche, formant un polygone funiculaire. Chaque segment devient donc analogue à une membrure à deux forces d'extrémité et la résultante des contraintes en tout point est une force de traction dirigée le long du câble.

L'étude des vibrations de faible amplitude d'une corde raide inexten-

sible est un problème classique de dynamique. Le câble possède donc une masse mais en l'absence de champ gravitationnel de sorte que la configuration de référence demeure droite avec traction constante. A cause de son habilité à résister aux forces externes avec des petits changements de configuration, le câble raide est un bon moyen de positionnement.

1.1.1.3 Le câble lâche inextensible

A l'opposé de la corde raide, le câble lâche inextensible réfère plutôt à un câble dont le poids propre n'est plus négligeable par rapport aux charges résistées de sorte que sa déformée est courbe avec flèche appréciable. Irvine (1981) définit un câble lâche comme celui dont le rapport flèche centrale vs portée vaut plus de 1/8. Ce critère est basé sur le comportement statique des câbles suspendus de portée nivelée. L'hypothèse de l'inextensibilité provient du fait qu'un câble lâche s'ajuste aux charges appliquées en modifiant sa forme mais en ne faisant presque pas appel à ses capacités d'allongement ou d'accourcissement.

1.1.2 Utilisation des câbles comme éléments porteurs

1.1.2.1 Notes historiques

Un câble de cuivre trouvé dans les ruines de Ninevah (près de Babylone) suggère que les câbles ont été utilisés comme composante structurale dès 685 A.D. Il semble aussi que les romains aient utilisé des câbles de bronze puisqu'on en a retrouvés dans les excavations de Pompéi (ensevelie lors de l'éruption du Vésuve en l'an 79 A.D.). [Scalzi et McGrath 1971] Les câbles fabriqués par les vikings étaient si uniformes que certains experts pensent même qu'ils ont été filés mécaniquement.

1.1.2.2 Système suspendu vs système haubané

Avant de mentionner les diverses applications des câbles, il convient de bien distinguer les notions de suspension et de haubanage. Un système

suspendu est un système où les câbles résistent aux forces de gravité aussi bien qu'aux forces latérales. Par contre, dans un système haubané, les câbles contribuent principalement à la rigidité latérale de l'ensemble. Par exemple, dans un pont suspendu (voir figure 1.1 a) le poids du tablier est repris par les câbles de suspension via les tirants verticaux; la forme d'équilibre des câbles de suspension est alors parabolique. D'autre part, dans un pont haubané (voir figure 1.1 b) le tablier se comporte comme une poutre qui résiste directement aux efforts mais assistée par les haubans qui agissent comme des supports latéraux. Ces haubans sont des câbles généralement très tendus dont la configuration est pratiquement droite.

1.1.2.3 Applications

La figure 1.1 montre des schémas de différentes structures avec câbles. Parmi les applications du génie civil, on compte: les ponts suspendus, les ponts haubanés, les mâts ou les portiques haubanés, les pipelines suspendus, les téléphériques et autres systèmes convoyeurs, et les réseaux de câbles. Ces derniers sont souvent utilisés conjointement avec des membranes, pour reprendre en totalité ou en partie les contraintes de la membrane, pour en restreindre la forme, pour résister à des charges concentrées, ou encore pour assurer la stabilité d'une membrane soufflée. [LO (1982)] Frei Otto (1969) fait une revue intéressante des premiers usages de structures aériennes tendues, suspendues ou haubanées, en insistant sur l'évolution des modèles de ponts suspendus et des réseaux de câbles.

D'autres applications aériennes sont souvent classifiées sous la rubrique du génie électrique: les lignes de transport d'énergie électrique, les pylônes haubanés et les antennes directionnelles multi-étagées haubanées.

Les câbles sont aussi utilisés dans les structures à déploiement rapide comme les téléscopes de l'espace et autres structures rétractables. Il

va de soi que l'analyse de leur comportement dynamique devient alors essentielle. [Leonard et Recker (1972)]

Les applications marines sont aussi variées: haubanage de plates-formes de forage offshore, ancrage ou amarrage de bateaux ou d'équipement flottant comme les stations météorologiques ou les bouées de signalisation, ou remorquage de matériel.

1.1.3 Composition des câbles structuraux

1.1.3.1 Types de câbles

Un câble structural est une membrure métallique flexible qui peut être constituée d'un seul fil, d'un toron, d'un groupe de fils, d'un groupe de torons, ou d'une combinaison de torons et d'un ou plusieurs fils. Un toron est constitué d'un ensemble de fils minces enroulés en hélice. Un câble toronné - en anglais "structural strand" - (figure 1.2 a) est constitué d'un ensemble de fils entourés hélicoïdalement autour d'un fil central, sur un ou plusieurs niveaux. Le câble structural - en anglais "structural rope" ou "wire rope" - (figure 1.2 b) est constitué de plusieurs torons enroulés autour d'un noyau de fils eux-mêmes toronnés. Dans les câbles à fils parallèles, comme le nom l'indique, les fils sont assemblés parallèlement et recouverts d'un enduit liant.

Les câbles spéciaux comme les conducteurs de lignes de transport ou les haubans de plates-formes de forage offshore ont des configurations différentes. Par exemple, certains conducteurs communément utilisés dans les lignes à haute tension sont des câbles toronnés composites avec noyau d'acier et torons périphériques en aluminium ou en alliage d'aluminium: ces câbles sont dits de type ACSR (Aluminum Conductor Steel-Reinforced) ou AACSR (Aluminum Alloy Conductor Steel-Reinforced). D'autres sont du type câble structural avec tous les brins en alliage d'aluminium renforcé : ce sont les câbles AACR (Aluminum Alloy Conductor Reinforced). Les câbles de type ACAR

(Aluminum Conductor Aluminum Reinforced) ont des torons d'aluminium pur en périphérie. En général, la portion la plus conductrice constitue l'enveloppe extérieure alors que le noyau est la partie structuralement forte. La figure 1.2 c) montre aussi des agencements de conducteurs spéciaux.

1.1.3.2 Loi du matériau

La plupart des câbles n'ont pas de propriétés élastiques linéaires mais lorsqu'ils sont pré-tendus à au moins 20% de leur résistance ultime en traction, leur diagramme contraintes-déformations devient presque linéaire.

Le module d'élasticité d'un câble est en fait un module "effectif" qui tient compte du matériau souvent composite, de l'épaisseur de la couche de galvanisation s'il y a lieu, et de l'effet du toronnage qui tend à réduire le module d'élasticité de l'ensemble. Le module efficace d'un câble structural est inférieur à celui d'un câble toronné, lequel est aussi inférieur à celui d'un câble à fils parallèles, pour la même aire de section droite. La figure 1.3 montre le comportement plus ductile du câble toronné pour lequel la déformation ultime atteint 6% alors qu'elle n'atteint que 3% pour le câble structural.

Par convention, le module est mesuré comme étant la pente du segment de droite reliant, sur la courbe contraintes-déformations, les points correspondant à 10% de la charge de rupture et à 90% de la charge d'étirement. Cette charge d'étirement qui réduit les vides entre les brins pour linéariser le comportement mécanique du câble ne dépasse pas 50% à 55% de la résistance de traction ultime.

Les propriétés mécaniques des câbles toronnés en acier galvanisé sont données par la norme canadienne CAN3-G12-M78. Pour ce qui est des câbles conducteurs, il faut consulter la norme CSA-C49-4 et 5. Pour des données plus précises concernant le fluage combiné aux effets thermiques, il faut cepen-

dant consulter les manufacturiers qui sont en mesure de fournir des courbes contraintes-déformations pour chacun de leurs types de câbles (figure 1.4). Les autres câbles d'applications spéciales sont aussi habituellement décrits par les manufacturiers.

1.1.4 Comportement structural d'un câble réel

1.1.4.1 Effet de l'extensibilité et de la flèche

Dans un câble très lâche, les effets géométriques sont dominants et l'influence de la rigidité axiale est faible. Si les deux extrémités du câble sont fixes, cette influence est négligeable sur les modes de vibration et fréquences naturelles supérieurs. Le poids des gros câbles utilisés sur les tours haubanées très hautes totalise jusqu'à 20% de la traction d'opération. Ces câbles ne sont plus raides et présentent des flèches appréciables. Leur allongement élastique ne compte que pour une faible portion de leur flexibilité, le reste résultant de changements géométriques. [Davenport et Steels (1965)]

Dans un câble raide, par contre, les effets élastiques dominent et la rigidité axiale est un facteur important. Les haubans courts peuvent être utilisés à des tensions plusieurs fois plus grandes que leur poids propre et se comportent en fait comme des cordes raides, de poids négligeable. Leur flexibilité résulte presqu'entièrement de l'extensibilité.

1.1.4.2 Effet de la rigidité de flexion

Irvine (1981) définit un paramètre Υ[1] qui indique l'importance relative de l'effet câble et de l'effet poutre pour un câble suspendu de portée nivelée ℓ, de traction horizontale H, et de rigidité flexionnelle EI.

---

[1] Les symboles sont définis dans le texte lorsqu'introduits. Une liste des symboles est donnée aux pages liminaires pour référence.

$$\gamma = \left[\frac{H \ell^2}{EI} \right]^{1/2} \qquad (1.1)$$

Si γ est élevé, l'action câble prédomine; c'est le cas le plus souvent dans les applications aériennes où γ est de l'ordre de 10^3 ou plus.

Les effets de flexion deviennent importants cependant quand des changements de courbure localisés surviennent , comme aux points d'application de charges concentrées, aux points d'attache qui tiennent lieu d'encastrement, ou aux pinces de suspension des conducteurs.

Le calcul du moment d'inertie d'un câble toronné basé sur la section brute est conservateur. McConnell et Zemke (1980) ont proposé diverses méthodes de mesures statiques précises de EI pour les conducteurs électriques toronnés du type ACSR. Le module de rigidité statique augmente avec la prétension et le module dynamique est plus faible à cause du glissement entre les torons. Les mêmes chercheurs ont aussi étudié le couplage des propriétés axiales et torsionnelles des câbles ACSR. Rappelons que le toronnage produit une compression radiale des brins qui influence leur comportement axial. Le contrôle de ce couplage peut permettre de contrer les effets des vibrations éoliennes en améliorant les propriétés d'amortissement interne du câble.

1.2 COMPORTEMENT STATIQUE DES CÂBLES SUSPENDUS

1.2.1 Historique des développements analytiques

1.2.1.1 La chaînette

La chaînette (ou caténaire) est la forme d'équilibre d'un câble uniforme parfaitement flexible suspendu sous l'effet de son poids propre. Son équation a été trouvée indépendamment par Leibniz, John Bernoulli et Huygens, en 1690, lors d'un concours public. La solution a été publiée l'année suivante par le même groupe de géomètres auquel s'était ajouté James Bernoulli, le frère de John. Plus tard, en 1697, David Gregory obtient aussi une solution. En 1825, Gilbert obtient la solution de la caténaire de résistance uniforme où l'aire du câble varie pour garder la contrainte de traction constante.

1.2.1.2 Le câble parabolique

Au début du 17e siècle, Galilée avait déjà remarqué la similitude entre un câble ou une chaîne suspendue sous son poids propre et la trajectoire parabolique. Plus concrètement, c'est Huygens, en 1646, qui a prouvé que si des poids égaux sont suspendus à intervalles horizontaux constants à une corde de poids nul, les points de suspension de la corde sont situés sur une parabole. Il avait donc déjà solutionné le problème du pont suspendu mais ce n'est que presque 150 ans plus tard, en 1794, que le sujet revenait à l'actualité. En rapport avec un projet de construction de pont suspendu à Léningrad, l'ingénieur Fuss (le gendre d'Euler) a trouvé que si le poids du câble était supposé uniformément distribué le long de la portée plutôt que le long du câble, le profil devenait parabolique. Deux ans plus tard, en 1796, Fuss a été le premier à publier la dérivation des équations générales d'équilibre d'un élément de câble parabolique en coordonnées cartésiennes.

1.2.1.3 Le câble extensible

Le concept d'extensibilité du câble a reçu peu d'attention avant 1858 alors que Rankine a donné une solution approximative pour l'augmentation de la flèche due à l'élasticité d'un câble parabolique suspendu. Routh, en 1891, s'intéresse au problème plus complexe de la caténaire extensible. A cette époque, il se fait beaucoup de recherche en rapport avec la conception des ponts suspendus et on se rend compte du comportement non-linéaire rigide du câble suspendu.

En 1930, Feld a étudié les changements d'état des câbles élastiques suspendus à des points de même niveau; il a considéré les effets thermiques et l'influence des mouvements horizontaux des supports pour ensuite généraliser ses résultats aux portées inclinées. En 1941, Goodrich a aussi présenté des formules pour les câbles paraboliques inclinés, et l'année suivante il a proposé une méthode itérative simplifiée pour le calcul des tractions et flèches.

1.2.2 Equilibre statique

1.2.2.1 Le choix d'un modèle mathématique

A l'annexe A, un recueil de formules inclut les principales équations utiles au traitement des problèmes statiques, pour différents types de câbles: câble parabolique ou chaînette; inextensible ou extensible avec matériau hookéen. Le choix de la chaînette ou du câble parabolique dépend de la précision désirée. Dans les câbles plutôt tendus, l'erreur engendrée par le modèle parabolique est pratiquement négligeable, en tout cas bien en-deçà de l'incertitude sur les paramètres et les propriétés du câble. Dean (1961) insiste pour utiliser les formules exactes de la caténaire; il soutient que les propriétés de la caténaire sont aussi simples que celles de la parabole. Il a raison: du point de vue analytique, les fonctions hyperboliques ne sont pas plus compliquées. Par contre, quand on arrive au traitement numérique,

les formules tirées de l'approximation parabolique sont nettement plus faciles à manipuler. Dean remarque aussi, à juste titre, que si la corde est dénivelée, la symétrie est perdue et l'approximation parabolique introduit des erreurs supplémentaires surtout pour les câbles lâches. Pour les câbles inclinés assez raides comme les haubans, l'utilisation des formules de la parabole avec charge uniforme corrigée pour tenir compte de l'inclinaison (voir annexe A, équation (A.9)) est généralement satisfaisante.

Le choix d'inclure ou non les effets d'extensibilité doit se baser sur les propriétés mécaniques et géométriques du câble. Un câble lâche peut allonger sa corde presque sans s'étirer, en puisant dans sa réserve de "slack" (ou de "mou") - le slack est la différence entre la longueur non étirée d'un câble et la longueur de sa corde en position d'équilibre. Un câble tendu possède peu de slack; il peut même avoir un slack négatif s'il a fallu l'étirer considérablement pour l'amener en position d'équilibre. Pour s'ajuster à une augmentation de distance entre ses points d'attache, le câble tendu puise dans sa réserve d'extensibilité.

Irvine et Caughey (1974) ont défini un paramètre d'élasticité, λ^2, qui indique l'importance de l'effet d'extensibilité par rapport à l'effet géométrique:

$$\lambda^2 = \frac{\ell(w\ell/H)^2}{\frac{HL_e}{EA}} . \qquad (1.2)$$

Il s'agit, à une constante près, du rapport entre le slack disponible dans une portée nivelée de câble parabolique de faible flèche et son allongement élastique. EA est la rigidité axiale du câble, L_E, sa longueur étirée, et w, la charge verticale uniforme appliquée par unité de longueur. Irvine a ensuite généralisé ce paramètre au cas du câble incliné en remplaçant ℓ par $\ell\cos\theta$, la portée horizontale, et H par $H/\cos\theta$, la traction le long du câble, θ étant l'angle d'inclinaison du câble par rapport à l'horizontale. Un λ^2

de l'ordre de 8 indique une importance à peu près égale des effets géométritriques et élastiques. Des valeurs beaucoup plus grandes indiquent une prépondérance des effets géométriques et la possibilité de négliger l'extensibilité du câble.

Bien que ce paramètre ait été défini pour des conditions spéciales, on peut l'utiliser, à titre indicatif, dans les câbles plus lâches ou pour des matériaux qui ne sont pas linéaires élastiques en adoptant un module de Young moyen.

1.2.2.2 Le type d'analyse impliqué

Les changements d'état

Le changement d'état d'un câble suspendu se définit comme tout changement de configuration du câble avec points d'attache fixes. Il est causé par n'importe quelle combinaison des facteurs suivants: les changements de température, les effets d'une surcharge en travée, et la modification permanente de la longueur du câble à cause du fluage ou par des moyens mécaniques. La condition d'équilibre final doit satisfaire l'identité suivante:

slack final - slack initial = allongement ou accourcissement élastique
+
allongement ou accourcissement thermique
+
allongement ou accourcissement permanent.

La traction à l'état final, H_f, se calcule par approximations successives. Wilson et Wheen (1974) ont obtenu des expressions simples pour les changements d'état des câbles paraboliques uniformément chargés dont les flèches sont faibles et de matériau linéaire élastique. En 1977, ils ont publié des expressions plus générales pour les câbles inclinés avec charges concentrées en travée ou charges uniformes partielles. Pour les câbles trop lâches pour être approximés par la parabole, ils suggèrent tout simplement de

diviser la portée en plusieurs segments assez aplatis et d'appliquer les mêmes expressions de calcul aux segments individuels.

Les déplacements relatifs des points d'attache

Dans ce type de problème, il faut à la fois considérer les changements de longueur de la portée, ou plus généralement de la longueur de la corde du profil, et les changements d'état possibles. Le calcul du profil d'équilibre est nécessairement itératif: on a affaire à un problème d'analyse géométriquement non linéaire.

Skop et O'Hara (1970) ont proposé une méthode itérative, globalement convergente, pour le calcul de la position d'équilibre des points d'attache et des forces de traction dans un câble lâche suspendu: la méthode des réactions imaginaires. Cette méthode est très utilisée dans les calculs reliés aux applications marines des câbles. Elle ressemble à une procédure moins connue développée auparavant par Michalos et Birnstiel (1960). A partir de forces d'extrémité supposées à un des points d'attache, on calcule, par équilibre du système isostatique résultant, la position que devrait prendre ce point d'attache; il faut itérer en choisissant de nouvelles réactions imaginaires jusqu'à ce que l'erreur de fermeture sur la position soit en-deçà du critère de convergence posé. Comme la méthode donne seulement la position finale des points d'extrémité et non pas le profil complet, aucune hypothèse sur la forme du câble n'est nécessaire (ex. parabole ou caténaire) et les chargements en travée sont tout à fait quelconques. En 1982, les mêmes chercheurs ont publié une modification à la méthode qui permet une convergence plus rapide pour des câbles très tendus. La méthode modifiée n'est plus globalement convergente, cependant.

Judd et Wheen (1978) adoptent une procédure incrémentale analogue, mais restreinte au cas des charges uniformes en travée. Il s'agit d'incrémen-

ter la traction horizontale, de calculer la nouvelle position d'équilibre et la surcharge uniforme nécessaire pour assurer cet équilibre. La précision de la méthode dépend de la précision dans le calcul de la longueur du câble. Morales (1968) avait aussi proposé une méthode qui ne dépend que de l'équilibre statique du câble, valide seulement pour les profils très plats et les charges perpendiculaires à la corde. Sa méthode, basée sur le calcul du diagramme d'effort tranchant du câble, était destinée aux calculs manuels.

Dans les applications aériennes, le problème d'équilibre du câble suspendu avec déplacements relatifs des points d'attache se résoud le plus souvent par la méthode des déplacements conventionnelle de l'analyse des structures. C'est ici qu'entre en jeu la notion de rigidité statique d'un câble, soit la résistance qu'offre le câble à un mouvement relatif de ses extrémités. A cause de son importance pratique, plusieurs chercheurs ont travaillé à développer des expressions pour la rigidité des câbles et nous résumons au point suivant les principales contributions.

1.2.2.3 La rigidité d'un câble suspendu

En 1963, Poskitt donne une forme explicite de la matrice de rigidité linéarisée (matrice tangente) basée sur la caténaire inextensible avec corde inclinée. Les degrés de liberté choisis sont la variation de la portée horizontale et l'incrément d'angle d'inclinaison de la corde par rapport à l'horizontale. Les travaux de Poskitt se rapportant aux lignes aériennes, il s'est aussi intéressé à la rigidité d'une portée de conducteur suspendue par des chaînes d'isolateurs en I, en utilisant un modèle de câble raide extensible.

Ernst (1965), en se basant sur des résultats semblables à ceux de Poskitt pour la rigidité axiale d'un câble raide parabolique et extensible, introduit le premier l'idée d'un module de Young équivalent, E_{eq}, qui tient compte de l'effet de la flèche sur la rigidité axiale d'un câble suspendu. Il

suffit ensuite de traiter le câble comme un tirant de rigidité axiale $E_{eq}A/L$. L'usage d'un module équivalent s'appuie sur l'hypothèse que si le changement de traction d'un câble durant un incrément de chargement reste petit, la rigidité axiale du câble ne changera pas beaucoup. Selon Ernst:

$$E_{eq} = \frac{E_c}{1 + [(wl\cos\theta)^2 \, AE_c/12T^3]} \, . \qquad (1.3)$$

Pour une variation de traction ΔT plus grande, Fleming et Egeseli (1980) suggèrent:

$$E_{eq} = \frac{E_c}{1 + [(wl\cos\theta)^2 \, \frac{(T_i+T_f)\ AE_c}{24T_i^2T_f^2}]} \, . \qquad (1.4)$$

où T_i et T_f sont les tractions initiale et finale respectivement. Cette technique a été reprise ensuite par Tung et Kudder (1968) puis elle s'est étendue à plusieurs études statiques de câbles assez tendus, comme dans les tours aériennes haubanées et les réseaux de câbles aplatis.

Quand les flèches sont appréciables et que l'extensibilité n'est plus négligeable, il faut s'en remettre à d'autres techniques. Les méthodes discrètes (éléments finis et segments finis) sont discutées à la section 3.2. Irvine (1981) propose une méthode incrémentale basée sur les équations exactes de la caténaire élastique. La matrice de rigidité tangente est obtenue en inversant la matrice de flexibilité dérivée analytiquement. A cause des non linéarités géométriques, il faut périodiquement recalculer la matrice au cours de l'analyse. (Voir Annexe A, équations A.28 et suivantes.)

A l'aide d'un modèle de caténaire élastique, Beaulieu(1980) remarque que bien que la rigidité latérale d'un hauban seul soit très non linéaire, les effets non linéaires causés par la flèche sont presque nuls dans l'expression linéarisée de la rigidité latérale d'un groupe de haubans, du moins statiquement. Irvine (1981), dans Cable Structures, donne des formules pour la rigidité latérale d'arrangements symétriques de trois haubans ou

plus.

1.2.3 Analyse statique des structures avec câbles

1.2.3.1 La tour haubanée: Poutre-colonne sur appuis élastiques

Cohen et Perrin (1957-II) ont fait l'analogie entre une tour haubanée multi-étagée et une poutre-colonne sur appuis latéraux élastiques. Les haubans sont représentés par des ressorts élastiques non linéaires dont la rigidité latérale est calculée suivant les formules du câble parabolique. Les moments de flexion ou de torsion causés par l'excentricité des charges de vent sur le mât ou sur les câbles ainsi que l'effet P-Δ sont pris en compté. Les calculs sont itératifs et se font manuellement à l'aide de graphes de la variation de la rigidité latérale des haubans en fonction du déplacement latéral du point d'ancrage à la tour. Goldberg et Meyers (1965) reprennent ce modèle de tour haubanée et le résolvent en intégrant les équations différentielles par la méthode Runge-Kutta du 4e ordre. Goldberg conserve la même technique pour l'étude de la stabilité de tours haubanées multi-étagées [Goldberg et Gaunt (1973)].

Williamson et Margolin (1966-II) ont montré que lorsque le comportement poutre-colonne prédomine et que le système d'âme est flexible, comme dans les poutres en treillis, les effets de cisaillement ne sont plus négligeables dans la théorie de poutre. L'évaluation des propriétés de la poutre-colonne équivalente a d'ailleurs fait l'objet de plusieurs recherches dont celles de Romstead et Chiesa (1977), Issa (1981), Larouche et al. (1982), et Murat et Crépeau (1983).

1.2.3.2 Méthodes énergétiques

Les méthodes énergétiques deviennent avantageuses quand le système combine des non linéarités géométriques et des non linéarités du matériau. En général, ces méthodes consistent à minimiser l'énergie potentielle totale

d'un système portant à l'aide de techniques numériques de programmation mathématique. En vertu du principe du minimum de l'énergie potentielle totale, la configuration qui minimise l'énergie totale est une configuration d'équilibre stable. Mallett et Schmit (1967) ont mis l'emphase sur des problèmes de non linéarités géométriques avec matériau hookéen. Maier et Contro (1975) ont étudié des câbles avec non linéarités du matériau. Murray et Willems (1971) résument ainsi les avantages des méthodes énergétiques: les problèmes de divergence rencontrés lors de la solution d'équations non linéaires simultanées sont absents; la formulation du problème est simplifiée, l'énergie étant la somme scalaire de l'énergie contribuée par chaque élément et du changement de potentiel des forces externes; il n'est pas nécessaire d'assembler une matrice de rigidité globale d'où diminution importante des besoins en espace mémoire par rapport à la méthode des déplacements. Notons que la méthode du gradient conjugué est très efficace pour l'analyse statique des réseaux de câbles. Monforton et El-Hakim (1980) l'ont aussi utilisée avec succès dans les treillis haubanés. La méthode permet même de détecter les instabilités des membrures individuelles et les instabilités globales (l'énergie potentielle n'a pas de minimum).

1.2.3.3 Méthode des déplacements matricielle

Avec l'usage plus répandu de l'ordinateur pour résoudre les systèmes d'équations linéaires, la méthode des déplacements devient très populaire dans les années 1970. Les matrices de rigidité tangentes des câbles et des autres composantes de la structure sont générées localement puis assemblées dans le système d'équations global. Des problèmes beaucoup plus réalistes, en trois dimensions, peuvent être étudiés sans ajouter à la complexité. Baron et Venkatesan (1971), Birnstiel (1972), Dominguez et Smith (1972), Chu et Ma (1976), Hood (1976), Chugh et Biggers (1978), Fang et al. (1979), Peyrot et al. (1981), Peyrot et Goulois (1978, 1979) ont tous utilisé la méthode; seule

leur façon d'évaluer la matrice de rigidité tangente des câbles varie.

Dominguez et Smith (1972) génèrent la matrice tangente numériquement, en appliquant des incréments de charge pour évaluer les divers coefficients de flexibilité. Ils soulignent qu'il faut prendre soin que les incréments de charge ne soient pas trop grands sinon l'hypothèse de linéarité sera contredite. Une matrice de flexibilité (et de rigidité) non symétrique indique un comportement dans le domaine non linéaire. Hood (1976) évalue la rigidité en perturbant le noeud dans une direction principale, mais toujours dans le sens qui correspond à un accroissement de rigidité: ceci augmente la rigidité apparente du câble et procure une meilleure stabilité numérique.

Chu et Ma (1976) ont modélisé les haubans par des tirants de module d'élasticité équivalent, E_{eq}, qui dépend de la déformée, comme vu précédemment. Chugh et Biggers (1978) ont adopté le même modèle et ont comparé trois méthodes numériques pour la solution itérative: les différences finies, la méthode matricielle des déplacements et la méthode des approximations successives de Newmark. Ils concluent que la méthode des déplacements est la plus avantageuse, en termes de simplicité de formulation, d'effort de calcul et de précision des résultats, pour étudier des systèmes à plusieurs composantes comme les lignes de transport.

Même de nos jours, alors que les analyses par éléments finis sont presque devenues la norme, la méthode des déplacements traditionnelle reste un choix judicieux pour les analyses statiques. Beaulieu (1984) a étudié le système de haubanage d'une éolienne à axe vertical en comparant la méthode des éléments finis (programme ADINA; élément câble avec fonctions d'interpolation quadratiques) avec la méthode des déplacements où la rigidité horizontale des haubans est obtenue itérativement des formules de la caténaire extensible. Ses essais numériques ont prouvé, dans cette application, que malgré que plusieurs itérations soient nécessaires pour évaluer la rigidité

des haubans, la méthode des déplacements demeure plus économique que la méthode des éléments finis qui exige nécessairement plusieurs éléments par câble pour être précise. Irvine (1981) et Peyrot (1981) avaient déjà évoqué les économies numériques de la méthode.

La principale difficulté de l'utilisation de la méthode des déplacements pour l'analyse statique des structures avec câbles est le problème de divergence des algorithmes numériques. La divergence survient surtout lorsque des éléments de câble sont utilisés avec d'autres éléments structuraux moins flexibles comme des barres, poutres, plaques, etc., entraînant un mauvais conditionnement de la matrice de rigidité globale. O'Brien (1967) a proposé des formules de correction des charges résiduelles pour accélérer la convergence. Felippa (1974) suggère d'amortir numériquement le problème en ajoutant une matrice diagonale non négative à la matrice de rigidité. Le choix des termes diagonaux permet de varier l'amortissement numérique au besoin de sorte qu'au voisinage de la solution, quand les forces résiduelles sont petites, il s'annule complètement. Davis et Whitting (1972) avaient déjà proposé deux méthodes de calcul des termes diagonaux en se basant sur les termes de la matrice de rigidité réelle et les termes du vecteur des charges résiduelles. Peyrot (1981, 1985) utilise avec succès les techniques de Felippa et de Davies et Whitting. Felippa recommande comme test de convergence d'adopter deux critères conjointement: un sur les forces résiduelles et un autre sur les déplacements. En ce qui concerne la divergence, il adopte comme critère que le problème diverge lorsque le rapport entre la norme euclédienne des forces résiduelles sur la norme euclédienne des forces totales est non décroissant pour trois cycles de calcul consécutifs.

1.2.3.4 Autres méthodes

Lehner et Batterman (1973) proposent une méthode incrémentale - Rate Equation Method - mais non itérative pour la solution de problèmes statiques ou dynamiques. A partir des équations différentielles non linéaires associées aux déplacements, il s'agit de dériver une fois de plus par rapport au temps pour obtenir un système d'équations différentielles linéaires en fonction des taux de déplacements et des taux de contraintes.

Webster (1980) propose une méthode itérative, très stable en cas de fortes non linéarités géométriques, basée sur le concept de relaxation dynamique visqueuse. L'idée de base de la relaxation dynamique est simple. La configuration initiale du système est en déséquilibre sous l'action des forces statiques. Il s'agit d'analyser dynamiquement le système, avec les matrices de masse et d'amortissement appropriées, en donnant comme condition initiale la configuration d'équilibre initial avec vitesses nulles. Les charges statiques sont appliquées et gardées constantes alors que le système réagit dynamiquement jusqu'à atteindre le régime permanent qui est la configuration d'équilibre statique final. La méthode n'est cependant pas aussi intéressante qu'elle n'en a l'air. Si on utilise les propriétés de masse et d'amortissement du système, on obtient des réponses transitoires qui peuvent persister assez longtemps et il est difficile de contrôler les oscillations artificielles dans la solution finale.

La relaxation visqueuse telle que proposée par Webster (1980) consiste à négliger les termes d'inertie. La matrice d'amortissement numérique est diagonale et ses termes sont ajustés au cours de l'analyse pour accélérer la solution.

Huddleston (1981) propose une méthode itérative mais non incrémentale - shooting method - qui converge directement à l'état d'équilibre final même pour des câbles très lâches ou très extensibles. Elle consiste à intégrer

numériquement le système d'équations non linéaires exactes du câble à l'état final. Les seules erreurs induites sont donc des erreurs numériques et elles sont contrôlables par les critères de convergence. Il est facile d'y incorporer n'importe quelle loi constitutive en autant qu'elle soit élastique; on peut aussi y étudier une section de câble d'aire variable.

Les méthodes discrètes d'analyse (éléments finis et segments finis) sont abondamment utilisées: rappelons que nous en discutons en relation avec l'analyse dynamique, à la section 3.2.

1.3 CHARGES DYNAMIQUES SUR LES STRUCTURES AVEC CÂBLES

1.3.1 Forces hydrodynamiques

Les structures immergées partiellement ou complètement sont soumises à des courants changeants. Si en plus les câbles sont en mouvement forcé (ex. remorquage), des forces dynamiques supplémentaires agissent. La dynamique du câble immergé se distingue de celle du câble aérien suspendu surtout à cause des trois facteurs suivants:

- le poids apparent du câble est réduit à cause des forces de flottaison;
- l'amortissement aérodynamique dû au mouvement du câble est encore plus important que dans l'air;
- le mouvement du câble dans le liquide induit une masse dite "virtuelle" ou additionnelle qui résulte de la masse de liquide qui se déplace avec le câble.

Breslin (1974) a étudié en détail les forces hydrodynamiques sur les câbles vibrants. Les phénomènes d'amortissement et de masse virtuelle font toujours l'objet de recherches en vue d'obtenir des modèles mathématiques plus réalistes. Mentionnons que les forces hydrodynamiques agissant sur un câble sont non conservatives, i.e. que la direction et même l'amplitude de ces charges varient suite à de grands mouvements relatifs du câble.

1.3.2 Forces éoliennes

1.3.2.1 Traitement statique

Les charges de vent sur un câble sont souvent traitées statiquement lorsqu'on fait l'hypothèse d'un vent uniforme de vitesse moyenne représentatif des conditions en service. Les forces de traînée et de portance se décomposent suivant trois directions perpendiculaires comme montré à la figure 1.5 dans le cas d'un hauban. La composante F_H est horizontale et perpendiculaire à la corde, la composante F_V est verticale et aussi perpendiculaire à la corde, et la composante F_A agit le long de la corde. Dans un câble tendu, la résultante de la charge de vent est considérée comme ayant la même

direction que la composante du vent dans le plan normal à la ligne de centre, soit suivant la résultante des forces F_H, F_V et du poids propre W. L'effet du vent dans la direction tangente au plan du câble est négligé et la force F_A est répartie également à chaque point d'attache. Williamson et al. (1966) donnent les formules pour le calcul des forces résultantes à partir des forces de portance et de traînée, et des angles d'attaque.

Dans un câble lâche, les forces tangentes au câble influencent la forme du profil d'équilibre qui à son tour influence la grandeur et la direction de ces forces non conservatives. Sirtori (1975), Roussel (1976) et Russell et al. (1978) ont tous étudié le problème d'équilibre d'une portée sous vent non conservatif.

Quand les forces externes sont non conservatives, il n'est pas possible de donner une opinion complète sur la stabilité du système sans procéder à une analyse dynamique, quitte à se limiter à une analyse linéaire. En pratique, cependant, il n'est pas très probable que le champ positionnel non conservatif du vent soit une cause déterminante de vibrations expansives; ces oscillations instables sont le plus souvent dues à des forces aérodynamiques.

1.3.2.2 Traitement dynamique

Lorsque le vent est la principale source de chargement d'un système portant, il devient souhaitable de faire une analyse dynamique basée sur la théorie des vibrations aléatoires. A titre d'exemple, les tours haubanées qui supportent des systèmes de communication ou qui servent elles-mêmes d'antennes sont en général hautes et élancées, avec plusieurs niveaux de haubanage, et leur poids est relativement faible comparé aux charges de vent, surtout si elles sont construites en régions chaudes où aucune surcharge de glace n'est prescrite dans le calcul.

1.3.2.3 Phénomènes d'instabilité

Le galop

Le galop d'un câble se manifeste par des vibrations latérales (horizontales et verticales) de grande amplitude et de basse fréquence (inférieure à 1 Hz) souvent accompagnées de vibrations torsionnelles. Une théorie satisfaisante expliquant le phénomène n'est pas encore à point.

Le galop se produit sous des conditions combinées de glace et de vent. Les dépôts de glace sur les câbles sont naturellement asymétriques et l'effet du vent sur l'ensemble cause des forces aérodynamiques oscillatoires. Une autre théorie veut que ce soient plutôt des oscillations torsionnelles qui se développent en premier lieu et qui à leur tour induisent des forces aérodynamiques verticales. [Tsui (1976); Dubey et Sahay (1980 et 1983); Trainor et al. (1983)]

Le galop, s'il n'est pas contrôlé, peut avoir des effets dévastateurs aux points d'attache qui peuvent éventuellement céder en fatigue. Novak et al. (1978) ont étudié les effets dynamiques du galop de haubans sur les tours haubanées et ont conclu que l'apport énergétique généré par le galop d'un hauban peut être suffisant pour causer des vibrations de grande amplitude dans les autres haubans et dans la tour elle-même. Les contraintes dynamiques résultantes peuvent devenir suffisamment élevées pour compromettre la sécurité de la tour.

Le galop des conducteurs dans une ligne de transport est pratiquement inévitable. Il faut plutôt chercher à en contrôler l'étendue et à réduire au minimum la probabilité que les conditions qui lui sont favorables se produisent. Plusieurs techniques sont utilisées dont la pose de dispositifs amortisseurs, l'usage de câbles où la torsion au toronnage est spécialement contrôlée pour amortir les oscillations torsionnelles, et l'usage de câbles dont la surface est traitée pour empêcher le verglas d'y adhérer. [Dubey et Sahay

(1980 et 1983)]

Les vibrations éoliennes

Les vibrations éoliennes sont des vibrations de faible amplitude et de haute fréquence (10 à 50 Hz). Elles se produisent sous des vents stables, pratiquement laminaires, qui induisent un phénomène de vortex alterné de haut en bas à intervalles réguliers, au voisinage de la fréquence naturelle du câble. [Dubey et Sahay (1980 et 1983); Trainor et al. (1983)]

Ces vibrations peuvent causer des dommages de fatigue aux câbles au droit des attaches. Minasian (1946) a même déjà observé un cas de ligne de transport sur pylônes rigides autoporteurs où les vibrations éoliennes des conducteurs causaient la résonance des membrures plus lâches (i.e. ne supportant pas la moitié de leur charge) du bout des consoles. Dans un cas semblable, des fissures se développent dans l'aire nette des connexions. Brokenshire (1979) rapporte un exemple de dommages en fatigue survenus en 1972 sur des mâts autoporteurs avec consoles à joints soudés sur une ligne à 345 kV de la Detroit Edison. Il a été établi que les vibrations éoliennes et plus particulièrement le galop des câbles chargés de 1/2 po de glace réduisait la vie utile des consoles à 8 ans (par rapport aux 50 ans prévus initialement).

On tente de contrôler les vibrations éoliennes au moyen d'amortisseurs (les plus connus sont du type Stockbridge) mais le plus efficace est de limiter la traction du câble; un câble très tendu à basse température est particulièrement sensible. Les conducteurs avec amortissement interne élevé sont aussi un moyen préventif possible mais assez peu utilisé en Amérique du Nord. Une pratique courante sur les lignes à plus faibles voltages consiste à entourer les conducteurs dans des armatures spiralées, au droit des pinces de suspension, ce qui fournit un amortissement supplémentaire dans cette région fortement sollicitée par les vibrations.

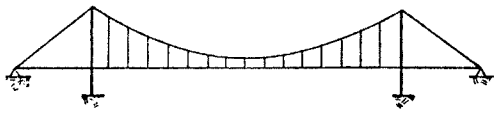
Les oscillations de sous-portées

Ce type de vibration est particulier aux faisceaux de deux câbles ou plus. Il s'agit d'oscillations induites dans un conducteur non exposé au vent à cause du mouvement irrégulier du conducteur exposé. Les modes de vibration contiennent une ou deux boucles par sous-portée et ont des fréquences propres de l'ordre de 1 à 3 Hz. Le phénomène se produit surtout dans les lignes en terrain plat, sous des vents moyens (25 à 70 km/h).

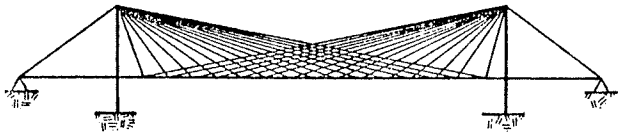
L'espacement inégal des entretoises dans une portée aide à contrer ces oscillations.

1.3.3 Autres forces dynamiques

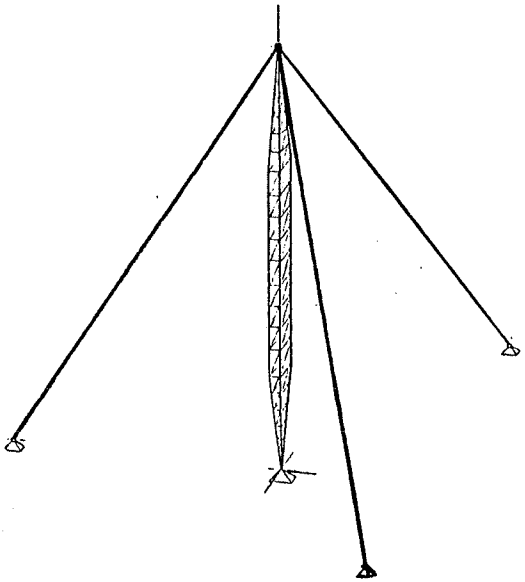
Les systèmes convoyeurs dans les mines, les téléphériques, ou tout système à câbles soumis à un train de charges mobiles peuvent nécessiter un traitement dynamique. Les séismes, explosions, charges d'impact ou charges dues à des bris de câbles ou de quincaillerie d'attache sont autant de sources de chargements dynamiques. Nous nous intéressons particulièrement aux effets des charges spéciales dites "exceptionnelles" causées par le bris de composantes dans les lignes aériennes de transport d'énergie électrique.



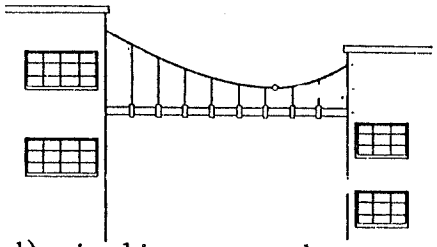
a) pont suspendu
[Irvine (1981), p. 181]



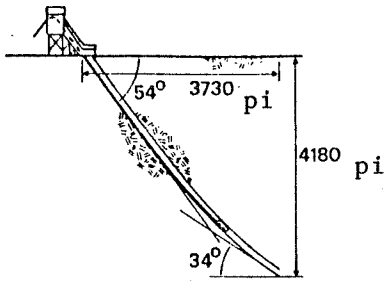
b) pont haubané
[Irvine (1981), p. 193]



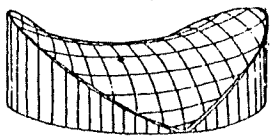
c) mât haubané
[Beer et Johnston (1962), p. 43]

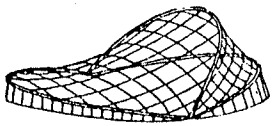


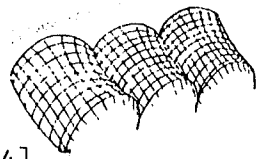
d) pipeline suspendu
[Beer et Johnston (1962), p. 260]



e) convoyeur de mine
[Irvine (1981), p. 186]





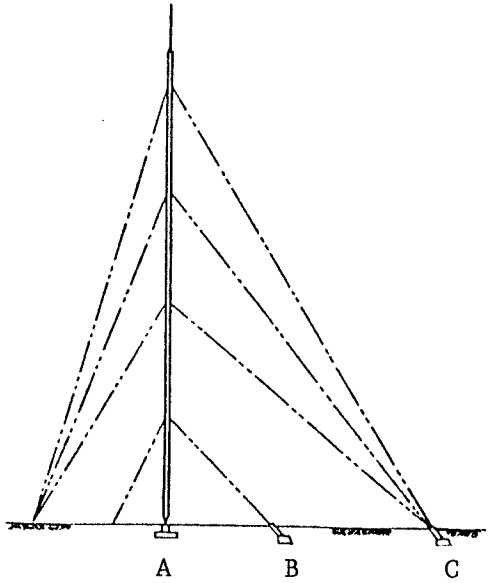


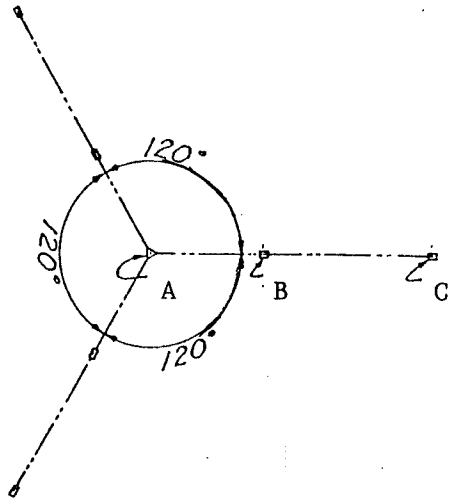
f) réseaux de câbles [Otto (1969), p. 54]

Figure 1.1

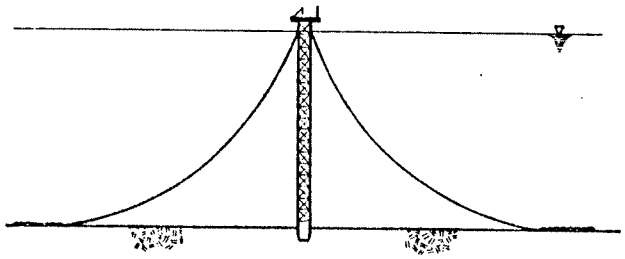
Exemples de structures avec câbles

Figure 1.1 (suite)

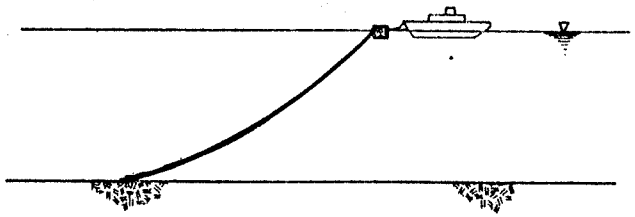




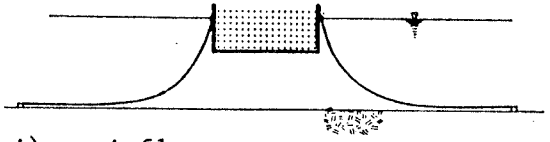
g) mât haubané multi-étagé
[Cohen et Perrin (1957)]



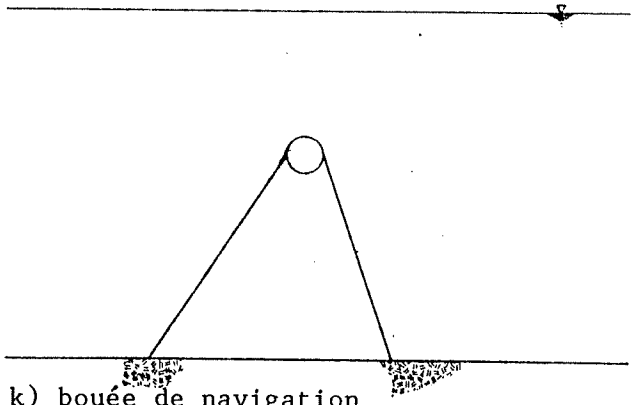
h) plate-forme offshore haubanée
[Irvine (1981), p. 143]



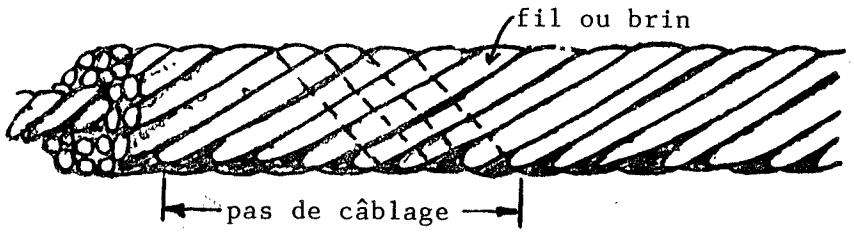
i) amarrage de bateau
[Irvine (1981), p. 187]



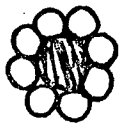
j) quai flottant
[Irvine (1981), p. 8]



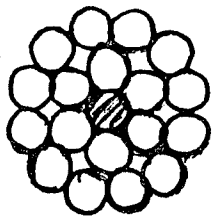
k) bouée de navigation
[Irvine (1981), p. 188]



a) câbles toronnés

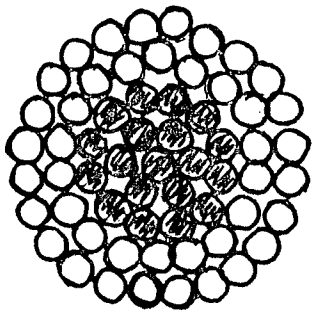


8 Al
1 acier

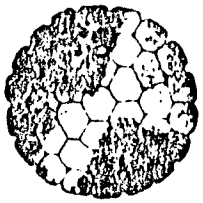


18 Al
1 acier

b) câble structural



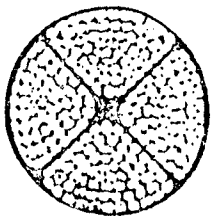
54 Al
19 acier



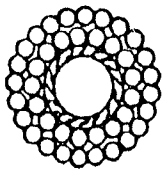
rond et compact

secteur compact

c) conducteurs spéciaux



segmenté



creux

Figure 1.2 Types de conducteurs

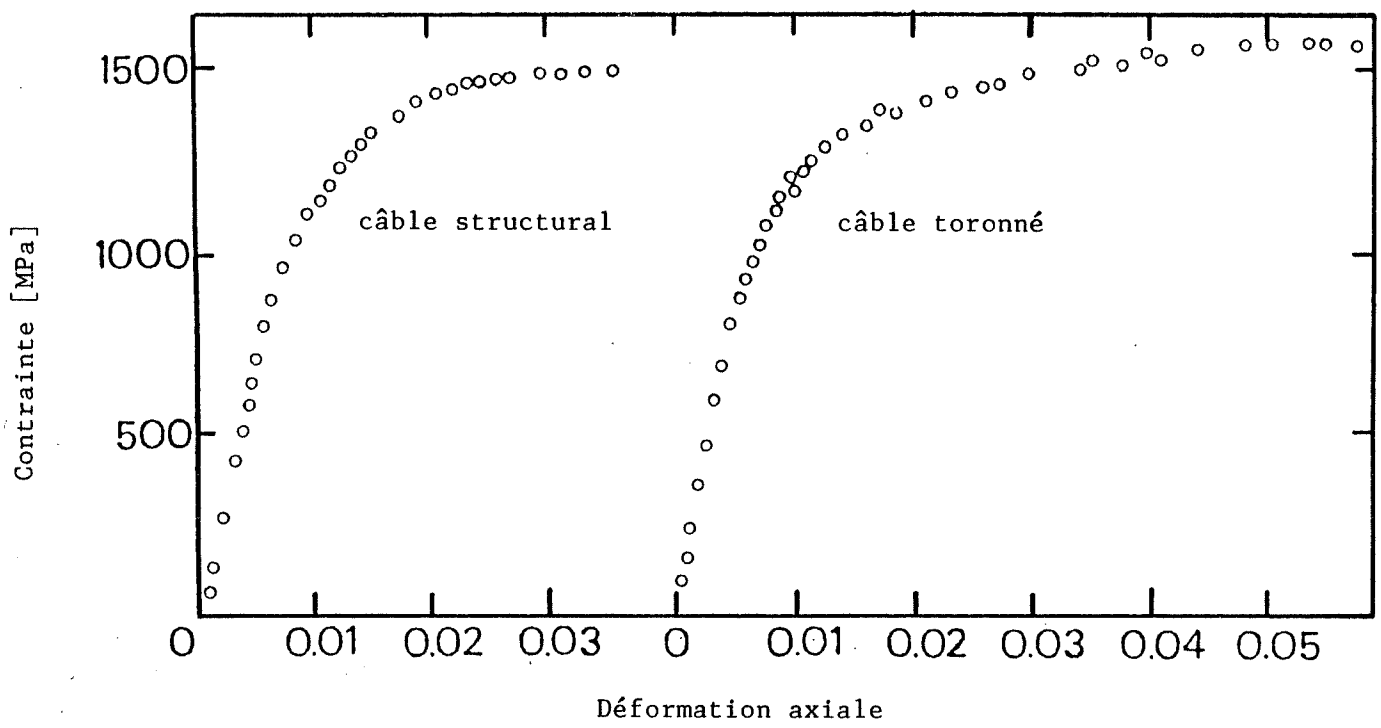
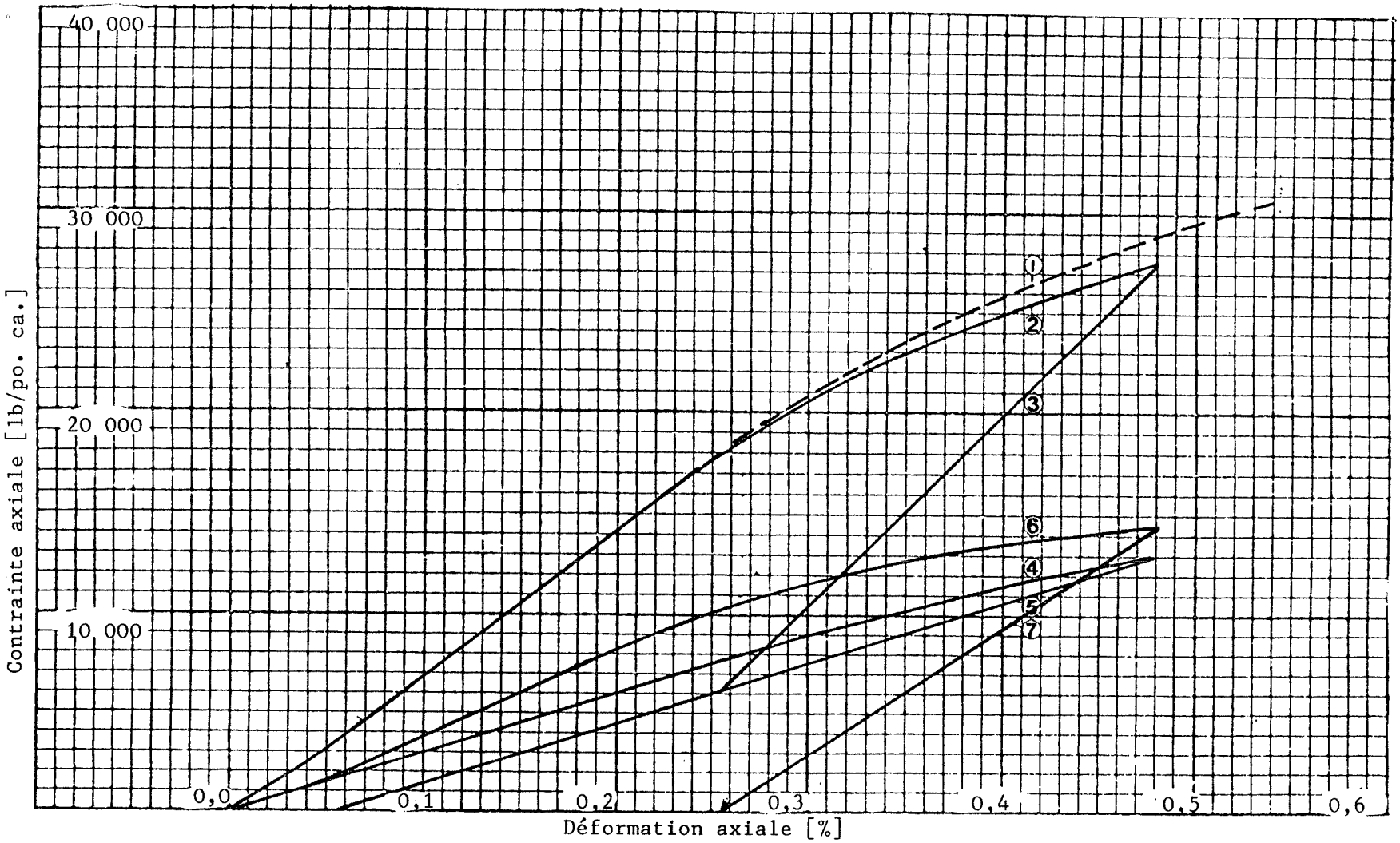


Figure 1.3 Loi du matériau typique des câbles structural et toronné [Irvine (1981), p. 73]

Figure 1.4 Loi du matériau du conducteur CONDOR



Conducteur A.C.S.R. 795 000 c.m.
54 brins d'Al (0,1214 po. dia.)
7 brins d'acier (0,1214 po. dia.)
aire nette 0,7055 po. ca.
température 73°F

Courbe 1 : initial, standard
2 : initial, après fluage d'une heure
3 : final, après fluage d'une heure
4 : brins d'acier, initial
5 : " " , final
6 : " d'Al , initial
7 : " " , final

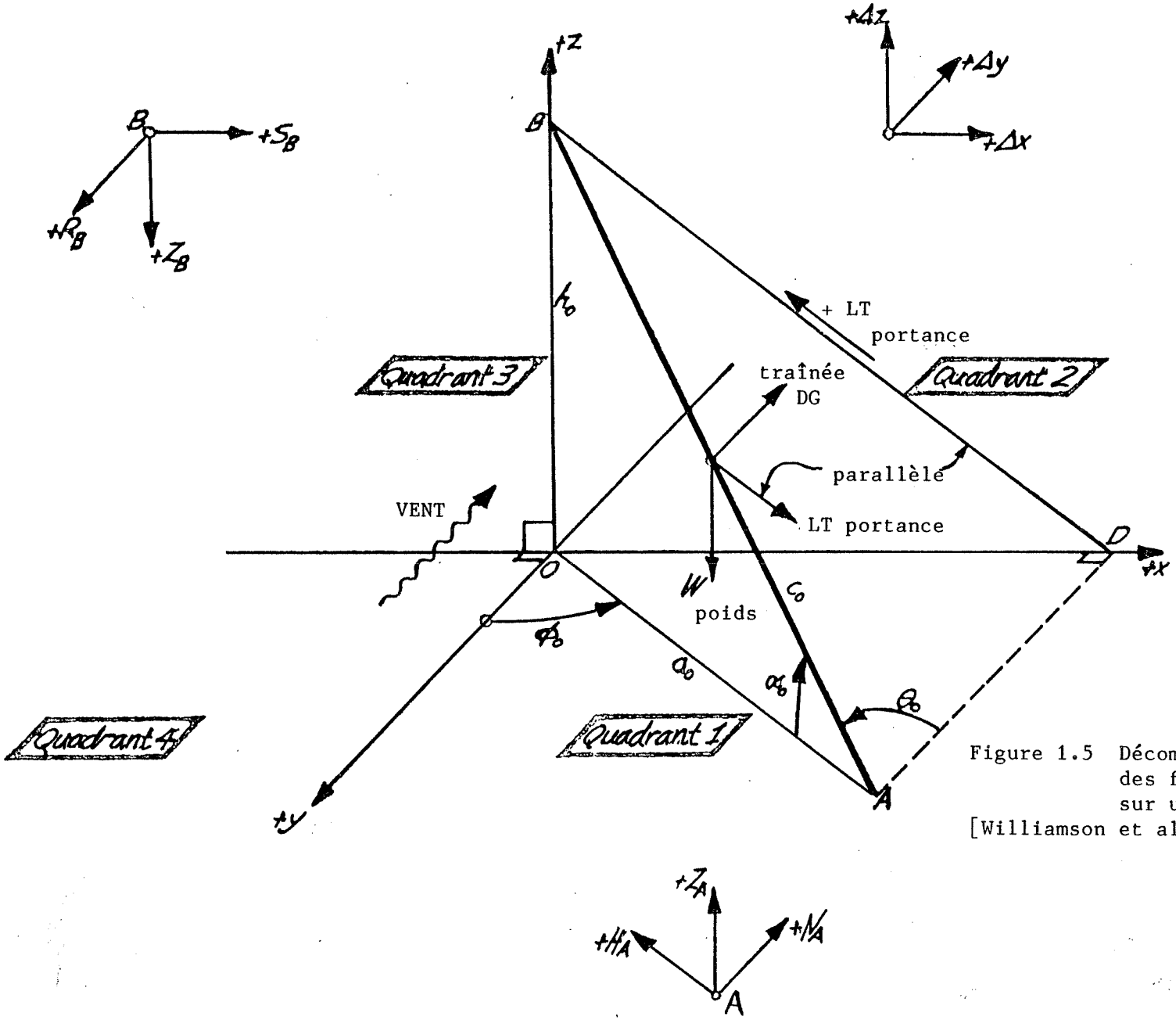


Figure 1.5 Décomposition des forces de vent sur un hauban [Williamson et al. (1966)]

CHAPITRE 2

NOTES HISTORIQUES SUR LA DYNAMIQUE DES CÂBLES

2.1 DYNAMIQUE LINÉAIRE DES CÂBLES AVANT 1974

2.1.1 Les premiers développements empiriques

On connait l'usage de la harpe éolienne en Grèce antique et il semble que la vibration des cordes raides ait été le premier problème de dynamique des câbles à attirer l'attention des penseurs et des scientifiques à cause de son utilisation dans les instruments de musique. Pythagore (6e siècle A.D.) et Aristote (3e siècle A.D.) connaissaient qualitativement la relation entre la fréquence, la force de prétension et la longueur d'une corde tendue. Fracastoro (1546) fut le premier à expliquer correctement le phénomène de résonance et Benedetti (1585), à définir le concept de fréquence.

C'est au 17e siècle que sont publiées les premières formulations mathématiques du phénomène. Beeckman (1614-1615) montre que la fréquence fondamentale d'une corde est inversement proportionnelle à sa longueur. Mersenne remarque (en 1623) qu'une corde vibrante peut émettre plusieurs harmoniques à la fois et il publie (en 1625) une loi qualitative basée sur les résultats de plusieurs expériences simples :

$$f \propto \frac{(T/A)^{1/2}}{L}, \qquad (2.1)$$

où f est la fréquence naturelle fondamentale, T est la force de prétension dans la corde, L est la longueur de la corde et A est l'aire de sa section droite.

Plus tard, en 1633, Mersenne observe que la hauteur des différentes harmoniques possibles suit les proportions des entiers naturels. Galilée (1638) donne la règle plus générale

$$f \propto \frac{(T/\sigma g)^{1/2}}{L}, \qquad (2.2)$$

où σg est le poids par unité de longueur de la corde.

En 1676, Noble et Pigott énoncent l'idée qu'une corde possède plusieurs modes de vibration et expliquent le concept de noeud. Hooke et Sauveur (1704) publient des résultats similaires à ceux de Mersenne et Galilée et font les premières observations de noeuds dans les cordes vibrantes.

2.1.2 L'introduction de principes dynamiques

La première moitié du 18e siècle compte plusieurs développements de la théorie des vibrations d'une corde raide fixe aux deux extrémités. Taylor, John et Daniel Bernoulli, Euler et D'Alembert ont fait les contributions les plus importantes.

Taylor (1713) a été le premier à appliquer correctement des principes dynamiques à un corps flexible en écrivant l'équation d'équilibre d'une corde en vibration transversale. Il dérive la formule suivante pour la fréquence du premier mode fondamental:

$$f = \frac{(T/\sigma)^{1/2}}{2L} , \qquad (2.3)$$

en supposant que le mouvement est sinusoïdal. John Bernoulli étudie la fréquence fondamentale d'une corde raide sans masse à laquelle sont suspendus des poids équidistants. Il calcule les fréquences pour des distributions de poids en travée variant de un à six mais ne parvient pas à généraliser le résultat.

Daniel Bernoulli s'est intéressé à plusieurs aspects du problème de la corde raide. En 1732, il étudie les vibrations transversales d'un câble uniforme supporté à une seule extrémité, i.e. pendu sous son poids propre. Le même problème est repris par Euler en 1781. Les deux chercheurs ont donné la solution pour les fréquences naturelles sous la forme d'une série infinie. De nos jours, cette même série est connue sous l'appellation de fonction de Bessel de premier type et d'ordre zéro. Il faut souligner que beaucoup de

développements du début des sciences mathématiques sont associés à des études de dynamique linéaire des câbles. A cette époque, cependant, la théorie des équations différentielles partielles n'était encore qu'à ses débuts et les recherches s'orientaient plutôt du côté des systèmes discrets. En 1733, Daniel Bernoulli reprend le problème de la corde supportant en travée plusieurs poids équidistants, soit le problème que son père avait attaqué mais en vain. Il trouve que si p poids sont attachés en travée, la corde possède p modes, que le q ième mode compte q - 1 noeuds, et que plus il y a de noeuds, plus la fréquence est élevée. Il généralise ses observations à la corde lourde continue en affirmant que dans ce cas il existe une infinité de modes et de fréquences propres correspondantes: il donne la solution en termes de fonctions de Bessel et calcule les fréquences et déformées modales des deux premiers modes. Euler généralise ces résultats en 1735 en donnant la solution explicite en termes de polynômes de Laguerre.

En 1738, Daniel Bernoulli publie des théories d'oscillation de chaînes inextensibles suspendues. De 1740 à 1743, parallèlement à Euler, il poursuit des études de vibrations transversales de barres uniformes sous diverses conditions frontières.

2.1.3 La dérivation des équations de mouvement

Bien que Taylor (1713) ait déjà dérivé, sans le savoir, une première équation différentielle du mouvement, ce sont John Bernoulli, D'Alembert et Euler (1742-1744) qui, indépendamment, ont formulé les lois du mouvement de systèmes déformables sous forme d'équations différentielles.

D'Alembert, après avoir énoncé son fameux principe (en 1743), obtient les équations différentielles linéaires du mouvement de faible amplitude d'une corde chargée en travée par un nombre quelconque de poids égaux et équidistants. En 1746, il a aussi formulé la toute première équation différentielle partielle de l'histoire des mathématiques, soit l'équation du

mouvement transversal (de faible amplitude) de la corde uniforme de poids non négligeable. C'est Lagrange qui l'a solutionnée.

Euler (1748) développe ensuite les équations différentielles du mouvement longitudinal d'un système de p masses reliées par des ressorts identiques. Il montre que la solution générale s'obtient en superposant p modes simples d'amplitude arbitraire et il calcule explicitement les p fréquences naturelles. C'est aussi à Euler (1750) que l'on doit la méthode d'équilibre différentiel qui consiste à écrire, par inspection, les équations différentielles partielles d'équilibre d'un corps. Il reprend ensuite l'étude des problèmes de câbles déjà traités dans la littérature en introduisant systématiquement les équations de mouvement.

En 1753, Daniel Bernoulli énonce son principe de superposition des harmoniques pour la corde raide. Ce principe, que Bernoulli n'appuie sur aucun fondement mathématique ou évidence expérimentale, restera controversé jusqu'à ce que Fourier l'illustre en 1822. Euler observe que la possibilité de superposition provient de la linéarité de l'équation différentielle partielle du mouvement.

Les équations générales du mouvement de systèmes discrets sont données pour la première fois par Lagrange en 1760. En 1767, il introduit un principe variationnel qui permet d'écrire les équations de mouvement en trois dimensions des cordes vibrantes continues ou chargées en travée.

En 1788, Lagrange publie son traité Méchanique Analitique (sic) qui expose les principes de mécanique connus à ce jour, et qui marque le début d'une nouvelle période de recherche en mécanique des corps continus, laquelle sera surtout marquée par les travaux de Laplace, Fourier, Poisson, Navier et Cauchy.

La plus importante contribution à la théorie des vibrations des câbles s'est faite en 1820 quand Poisson a publié les équations différen-

tielles partielles générales du mouvement d'une portion de câble sous l'action d'un système de forces quelconques, en coordonnées cartésiennes. Ces équations étaient l'analogue dynamique des équations d'équilibre statique données par Fuss en 1796.

2.1.4 Les câbles inextensibles de flèche non négligeable

A la suite des travaux de Poisson, les solutions sont toutes connues pour les vibrations linéaires des cordes raides uniformes et inextensibles. Rohrs (1851) s'intéresse au cas plus général des vibrations transversales de faible amplitude de chaînes inextensibles dont le rapport flèche/portée est petit mais non négligeable. Sous la direction de Stokes, et apparemment motivé par des ruptures récentes de ponts suspendus en Allemagne, il obtient une solution approximative pour les vibrations verticales symétriques d'une portée nivelée. Sa solution est basée sur la compatibilité géométrique de la chaîne et son hypothèse d'inextensibilité est justifiée par l'utilisation de maillons de fonte très rigides. Il calcule les tractions dans le câble et les amplitudes du mouvement forcé sous des charges transitoires comme les bourrasques de vent et sous des charges harmoniques comme le passage d'un régiment de soldats marchant au pas.

Les équations différentielles du mouvement d'une caténaire extensible n'admettent pas de solution analytique exacte. Routh (1868) s'en tient donc à l'hypothèse d'inextensibilité et choisit de varier le poids de la chaîne de sorte que sa configuration d'équilibre statique soit une cycloïde. Il obtient la solution exacte pour les vibrations linéaires symétriques et antisymétriques, sans restriction sur les rapports flèche/portée. Fait encourageant, pour de faibles rapports flèche/portée, Routh retrouve les résultats de Rohrs.

Par contre, ni Rohrs ni Routh ne reproduisent les résultats de la

corde raide inextensible en posant la flèche égale à zéro. En effet, le premier mode symétrique de vibration transversale de la corde raide était absent. Nous savons aujourd'hui que cette dichotomie était due aux effets de l'élasticité mais il aura fallu attendre plus d'un siècle avant qu'Irvine et Caughey (1974) ne l'expliquent clairement.

On estime que l'étude de la dynamique des câbles sous-marins a commencé vers la fin du 19e siècle, en rapport avec l'installation du câble transatlantique et que les deux guerres mondiales ont aussi ravivé les études de dynamique de câbles en général. Durant plus de 80 ans, cependant, de Routh (1868) à Pugsley (1949), la littérature est presque silencieuse à ce sujet.

Survient en 1940 la rupture spectaculaire du pont suspendu TACOMA NARROWS, qui motive plusieurs chercheurs à reviser la dynamique des câbles lâches. Rannie et Von Karman (1941) obtiennent la solution exacte pour les vibrations linéaires (symétriques et antisymétriques) de trois portées consécutives suspendues au même niveau. Vincent (1945) reprend leurs travaux et introduit l'effet d'élasticité linéaire mais dans les modes symétriques seulement. Bleich et al. (1950) étudient spécifiquement les vibrations de ponts suspendus en tenant compte de l'élasticité des câbles. Comme les câbles considérés ont des profils relativement plats (flèche/portée ≈ 1/10) et de longues portées, l'effet d'élasticité des câbles ne se révèle cependant pas appréciable.

Pugsley (1949) revient à l'étude du problème aux valeurs propres planaire de la chaîne inextensible. Il cherche une théorie simple et approximative qui donne les fréquences naturelles d'une chaîne suspendue entre deux points fixes de même niveau. Ses travaux sont semi-empiriques. En se basant sur des expériences simples de vibration et sur la théorie dimensionnelle, il trouve des formules explicites pour les trois premières fréquences naturelles des modes planaires. Ses observations sont faites sur des câbles passablement

lâches, de rapport flèche/portée de 1/10 à 1/4. Pour des flèches plus faibles, ses prédictions sont comparables à celles de Routh.

Saxon et Cahn (1953) présentent une solution asymptotique (WKB[2]) - pour les fréquences naturelles seulement - aux équations de mouvement linéarisées pour les vibrations planaires d'une caténaire de portée nivelée. Leurs prédictions s'accordent raisonnablement avec leurs observations expérimentales et avec les résultats de Pugsley, et la précision est meilleure pour les modes supérieurs et pour les faibles rapports flèche/portée. Goodey (1961) s'intéresse au même problème que Saxon et Cahn mais utilise une formulation mathématique différente basée sur l'équation différentielle du 2e ordre en terme du déplacement angulaire du câble. Ces derniers avaient obtenu une équation différentielle du 4e ordre en terme du déplacement tangentiel à la caténaire d'équilibre. Les résultats de Saxon et Cahn et de Goodey sont cependant invalides pour la limite des câbles très lâches.

2.1.5 Études de cas plus réalistes

Les développements de Carrier (1945), Lee (1957) et Oplinger (1960) en dynamique non linéaire des câbles vont pousser les chercheurs qui s'intéressent toujours aux vibrations linéaires à étudier des cas plus réalistes. Li et Tang (1966), par exemple, se concentrent sur les vibrations libres non amorties d'un câble lourd mais en tenant compte cette fois de la rigidité de flexion et de cisaillement, et de son inertie rotationnelle. Ces effets sont pris en compte dans un paramètre adimensionnel, ϵ, qui est en général petit devant l'unité de sorte qu'on le traite comme une perturbation dans le problème du câble parfaitement flexible. Dans le cas de la flexion,

---

[2] WKB: Wentzel-Kramers-Brillouin. Méthode de solution asymptotique utilisée surtout en mécanique ondulatoire.

$$\epsilon = \frac{1}{L} (EI/T)^{1/2} \qquad (2.4)$$

et quand la corde de portée L est encastrée aux deux extrémités, Li et Tang observent que l'influence de la flexion sur le comportement dynamique est confinée à une distance ϵL des extrémités.

Une équipe de chercheurs de la NASA[3] américaine, Dimeff et al. (1966), étudient théoriquement et expérimentalement les vibrations linéaires forcées de grande amplitude d'une corde dont la traction est maintenue à peu près constante par un appareillage spécialement conçu. Ces travaux permettent de juger de l'ordre de grandeur des amplitudes qui ne contredisent pas la théorie linéaire et d'estimer la faible variation de traction qui les accompagne. Les observations faites permettent aussi de conclure que l'amortissement aérodynamique, négligé dans la formulation, n'influence pas significativement le mouvement planaire d'une corde vibrante dans l'air.

Wolf et Müller (1968) comparent la théorie de vibration de la corde raide avec des résultats d'expériences sur des cordes raides non flexibles en acier dont les conditions d'encastrement sont presque parfaites. En limitant l'amplitude des oscillations pour que le comportement reste linéaire, ils observent une concordance complète entre les résultats obtenus et la théorie.

Soler (1970) revient à l'étude de l'influence d'une faible flèche initiale sur la solution du problème aux valeurs propres des câbles tendus et montre que c'est surtout la fréquence naturelle du mode fondamental qui est affectée à la hausse.

Smith et Thompson (1973) obtiennent une solution sous forme de séries pour les vibrations planaires de câbles inextensibles suspendus dont les supports sont dénivelés et dont le rapport dénivellation/portée ne dépasse pas 0,76.

---

[3] NASA: National Aeronautics and Space Administration.

Rappelons ici qu'à cette date des différences subsistent toujours entre les théories proposées et les observations en ce qui concerne les cas limites. Pour les cordes très raides mais de flèche non négligeable, la théorie ne reproduit pas le premier mode symétrique. Pour les câbles très lâches, et à la limite pour le câble suspendu complètement vertical, la théorie est invalide. Depuis 1973, plusieurs études ont démontré que l'effet d'extensibilité du câble explique ces différences. Mais avant d'examiner les principales conclusions de ces études, nous allons exposer les principaux développements de la dynamique non linéaire des câbles.

2.2 DYNAMIQUE NON LINÉAIRE DES CÂBLES AVANT 1974

Carrier (1945) semble le premier à avoir dérivé les équations de mouvement d'une corde tendue valides pour des vibrations de grande amplitude. Il introduit aussi les effets d'extensibilité en traitant le cas linéaire élastique. Carrier reconnait que l'hypothèse de traction constante de la corde raide ne peut être vraie dans le cas de grands déplacements: la force de traction varie à la fois dans le temps et dans l'espace (le long de la corde) pour accommoder les effets de flèche initiale, d'extensibilité, et enfin les non linéarités géométriques occasionnées par les grandes amplitudes. Il considère aussi les déformations non planaires mais son principal intérêt est de déterminer la période naturelle des vibrations libres plutôt que l'amplitude des vibrations forcées. Il présente une solution sous forme de séries obtenue à partir de la méthode des perturbations où le paramètre utilisé est l'amplitude du mouvement.

Lee (1957) étudie les vibrations non linéaires forcées d'une corde raide de matériau linéaire élastique. A partir d'expériences sur des cordes raides encastrées aux deux bouts, il observe des discontinuités dans l'amplitude de vibration à mesure que la fréquence forcée est variée - c'est le phénomène de transition modale. Il remarque aussi que le phénomène est hystérétique: la fréquence naturelle (linéaire) à laquelle se produit cette transition modale dépend de ce qu'on augmente ou diminue la fréquence forcée. Ces phénomènes sont illustrés à la figure 2.1.

On appelle transition modale le fait qu'un mode symétrique change de déformée et se transforme, au-delà d'un point de transition défini, au mode symétrique suivant d'ordre plus élevé. (Voir figure 2.2.) La symétrie est donc conservée mais le nombre de noeuds augmente de deux. Pour les câbles de portée nivelée, la transition se produit aux fréquences naturelles $\lambda_n = 2n\pi$ du système linéarisé où n est le numéro du mode. La figure 2.2 montre claire-

ment qu'à chaque point de translation , trois modes de vibration sont théoriquement possibles: le mode symétrique, le mode antisymétrique, et le mode hors plan. Les transitions modales ne sont pas exclusives aux vibrations non linéaires; elles existent aussi dans les systèmes linéaires. Il s'agit plutôt d'un phénomène de compatibilité cinématique qui n'apparaît que lorsque l'élasticité des câbles est considérée et comme la dynamique linéaire s'était surtout préoccupée des cas de câbles inextensibles, cette particularité n'avait pas été décelée. Les transitions sont facilitées dans les plus grandes portées, c'est-à-dire qu'elles se poursuivent pour des valeurs plus élevées du module de Young. [Ghambir et Batchelor (1978); Rega et Luongo (1980)]

Dans la théorie linéaire des vibrations forcées, la résonance cause des amplitudes excessives aux fréquences caractéristiques. Oplinger (1960) reconnait que l'étirement d'une corde à grande amplitude cause des variations de la force de traction qui peuvent changer considérablement la nature de la résonance. L'objectif de ses recherches est de clarifier les effets de la variation de traction dans les cordes linéaires élastiques sous vibrations forcées. Les modules d'élasticité considérés sont élevés de sorte que de grands changements de traction sont induits même à faible amplitude. Il écrit donc l'équation du mouvement en conséquence, soit en supposant un mouvement de faible amplitude et une force de traction variable dans le temps mais uniforme dans toute la corde. Il obtient une solution exacte de la variation de traction et de l'amplitude en fonction de la fréquence forcée, pour une excitation dont la fréquence est une fonction elliptique jacobienne du type cosinus. L'effet résultant de la variation de traction est de forcer la fréquence de résonance à augmenter à mesure que les amplitudes augmentent de sorte que la vraie résonance ne se produit jamais. Des vérifications expérimentales permettent de vérifier la théorie: le phénomène de transition modale

est bien observé et la concordance des résultats est bonne pour ce qui est de la variation de l'amplitude. Pour les hautes fréquences, cependant, les augmentations réelles de traction sont plus grandes que prévues par la théorie. Oplinger attribue ces différences à la composante du mouvement hors plan qui apparaît dans un petit intervalle de fréquences critiques au voisinage de la résonance suivant la théorie linéaire.

Murthy et Ramakrishna (1965) reprennent l'analyse d'Oplinger en éliminant l'hypothèse des petites amplitudes et en considérant les effets tridimensionnels. Ils écrivent les nouvelles équations du mouvement de la corde: deux équations différentielles partielles non linéaires où les mouvements planaires et non planaires sont couplés. Des solutions approximatives donnent une très bonne description de la réponse observée à la résonance, spécialement pour les phénomènes de transition modale, d'hystérésis et de mouvement hors plan. Les résultats montrent aussi que ces phénomènes se produisent pour toutes les cordes tendues en résonance, peu importe l'intensité de la force appliquée.

Miles (1965) s'intéresse particulièrement aux états stables du mouvement hors plan, au voisinage immédiat de la résonance du premier mode. Ses résultats sont résumés à la figure 2.3. Le mouvement harmonique planaire (branches I et II) est instable sur un intervalle de fréquences $[\Omega_1, \Omega_2]$ juste au-dessus de la fréquence naturelle (linéaire): il y a transfert d'énergie entre les mouvements planaire et non planaire de sorte que dans cet intervalle, la réponse à une excitation planaire n'est plus planaire. La branche II du graphe représente un mouvement hors plan qui est stable, si l'amortissement est faible, sur l'intervalle $[\Omega_1, \Omega_3]$ avec $\Omega_3 > \Omega_2$.
Le transfert des régions I à II et vice-versa se produit pour une valeur unique Ω_1. Par contre, le transfert des régions II à III se produit à Ω_3 et le transfert de III à II se produit à Ω_2: c'est l'effet hystérétique que

Lee (1957) avait prédit et observé. Il y a aussi couplage dans chaque plan entre les modes normaux trouvés par la théorie linéaire et distortion harmonique: l'excitation à la résonance d'un mode particulier peut impliquer la résonance d'harmoniques supérieures. Davenport et Steels (1965) ont observé ce phénomène dans les fluctuations de traction causées par des vibrations forcées de grande amplitude, particulièrement au voisinage de la fréquence critique.

Anand (1966) étudie la résonance dans les cordes tendues avec amortissement visqueux. Il trouve qu'en présence d'amortissement, les oscillations non planaires n'existent que si l'excitation forcée excède un certain niveau, et que l'amortissement tend à neutraliser les effets non linéaires.

Tous les chercheurs précédents ont supposé dans leur formulation que le déplacement longitudinal d'une corde vibrante est nul. Narasimha (1968) montre que cette hypothèse n'est ni nécessaire, ni justifiable. A partir des équations de mouvement exactes d'une corde élastique et faisant l'hypothèse de petites déformations, il décrit le mouvement au voisinage de la résonance. Il montre qu'en l'absence d'amortissement, le mouvement planaire d'une corde est toujours instable à des amplitudes suffisamment grandes. Les mouvements dans les trois directions sont généralement couplés ce qui occasionne des effets non linéaires. Ce couplage est toujours important au voisinage de la résonance et il n'est pas justifiable de négliger le mouvement longitudinal: même s'il reste petit comparé au mouvement transversal, le changement qu'il produit dans la force de traction est beaucoup plus grand que celui dû au mouvement transversal.

2.3 DÉVELOPPEMENTS DE LA DYNAMIQUE DES CÂBLES DEPUIS 1974

2.3.1 Dynamique linéaire

Comme déjà mentionné, c'est en 1974 qu'Irvine et Caughey font une contribution très importante à la dynamique linéaire des câbles, en publiant une théorie qui inclut les effets d'extensibilité des câbles et qui explique les contradictions du passé entre la théorie classique de la corde raide et la théorie des câbles avec faible flèche. L'étude est restreinte aux vibrations (planaires et non planaires) de câbles paraboliques de matériau hookéen et dont le rapport flèche/portée ne dépasse pas 1/8. Rappelons qu'il s'agit toujours d'une portée unique suspendue à niveau. Etant donné les restrictions sur la géométrie du profil, la composante longitudinale des équations du mouvement est considérée négligeable: ceci ne signifie pas que le mouvement soit nul; on peut le récupérer par compatibilité géométrique du câble à partir des autres composantes du mouvement. Les équations linéarisées qui gouvernent le problème se lisent comme suit (en se référant à la figure 2.4):

<u>Equations du mouvement</u>

Transversal planaire; $$H\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + h\frac{d^2 y}{dx^2} = m\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad ; \qquad (2.5a)$$

Transversal hors plan; $$H\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad ; \qquad (2.5b)$$

<u>Equation linéarisée du câble</u> (combinant loi du matériau et compatibilité géométrique)

$$\frac{h(ds/dx)^3}{EA} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{dy}{dx}\frac{\partial v}{\partial x} \quad . \qquad (2.5c)$$

h est la composante horizontale de la traction additionnelle générée lors du mouvement et ne dépend que du temps puisque H est constante en tout point du câble.

On remarque que lorsque seuls les termes du premier ordre sont conservés, le mouvement horizontal planaire est complètement découplé du mouve-

ment hors plan qui ne produit aucune traction additionnelle. Il en résulte qu'une excitation n'ayant pas de composante planaire n'induit qu'un mouvement hors plan, et vice versa.

L'annexe B contient les principaux résultats de la théorie linéaire d'Irvine et Caughey. Il convient cependant d'insister sur les modes planaires symétriques qui sont accompagnés d'un changement de traction h. La fréquence naturelle et la déformée de ces modes varient suivant la valeur du paramètre λ^2 (défini à l'équation 1.2). Dans les cas limites, on a pour λ^2 très grand (i.e. $\lambda^2 > 100$) un comportement de câble inextensible et pour λ^2 très petit (i.e. $\lambda^2 \leq 1$) un comportement de corde raide suivant la théorie classique. La théorie prédit aussi le phénomène de transition modale qui se produit lorsque la fréquence d'un mode symétrique égale celle du mode anti-symétrique correspondant. La transition modale peut ne pas se produire si la valeur de λ^2 est telle que cette égalité est impossible. La théorie évalue que le premier point de transition modale se produit pour $\lambda^2 = 4\pi^2$ ce qui a été vérifié expérimentalement par Irvine et Caughey.

Ramberg et Griffin (1977), dans une étude des vibrations naturelles de câbles marins, vérifient le modèle proposé par Irvine et Caughey. Ils concluent que ce modèle est réaliste pour les câbles marins en autant que l'amortissement hydrodynamique et le phénomène de masse entraînée soient pris en compte. Ils observent aussi la transition modale pour les câbles vibrant dans l'eau.

Rappelons que pour les profils de câbles très courbes, où, à la limite, le câble est complètement vertical, les prédictions de Saxon et Cahn (1953) et de Goodey (1961) sont invalides: Irvine (1981) suggère de retenir plus de termes dans les séries utilisées et d'inclure aussi la loi de Hooke, de façon à couvrir toute la gamme de géométries possibles, de la corde raide au câble vertical.

Dominguez et al. (1974) présentent une étude numérique du problème aux valeurs propres pour les vibrations non amorties (planaires et non planaires) d'un câble lâche uniforme suspendu. Le câble est modélisé par une série de 24 masses ponctuelles rigides connectées élastiquement par des ressorts sans masse. L'étude s'applique aux portées dénivelées suivant deux ensembles de conditions frontières: les deux extrémités sont encastrées, ou l'extrémité la plus basse est encastrée et l'extrémité la plus haute est libre. Les résultats des 48 premiers modes de vibration sont publiés pour un câble type de 1000 pieds de long avec divers degrés d'inclinaison de la corde; en utilisant un facteur d'échelle, on peut trouver les résultats pour un câble de longueur différente. Le poids propre du câble n'influence pas la solution du problème aux valeurs propres parce que des variations dans le poids influencent réciproquement les matrices de flexibilité et de masse - ceci n'est valide que lorsque la configuration statique de référence n'est soumise qu'à des charges de gravité. On se rappellera que l'indépendance de la période naturelle et du poids propre est en contradiction avec les résultats de la corde raide où $f_n \propto 1/\sqrt{m}$ puisque le poids était négligé. Ce résultat a aussi été vérifié par West et al. (1975) à l'aide d'études numériques avec un modèle discret du câble élastique uniforme.

2.3.2 Dynamique non linéaire

Les recherches en dynamique non linéaire incorporaient déjà l'influence des effets d'extensibilité avant les travaux d'Irvine et Caughey.

Ali et Shore (1974) étudient les vibrations non linéaires forcées de câbles lâches de matériau hookéen limité à de petites déformations. Ils concluent que la théorie linéaire est conservatrice dans la prédiction des déplacements des câbles lâches mais pas dans la prédiction des forces de traction. Les effets non linéaires augmentent faiblement les fréquences naturelles mais en pratique, pour les câbles assez tendus, la théorie linéaire est

suffisamment précise.

Alors que la majorité des recherches précédentes insistaient sur le comportement au voisinage de la résonance, Luongo, Rega et Vestroni (1982) s'intéressent aux effets non linéaires dans la vibration des câbles en l'absence de résonance interne. Ils utilisent le concept d'oscillation monofréquente. Les oscillations monofréquentes sont analogues aux oscillations modales de la dynamique linéaire et elles se produisent si les fréquences naturelles du système linéarisé sont stables. Un des mouvements suivant les axes de coordonnées prédomine sur les autres et tous les points bougent à une fréquence égale à (ou égale à un multiple de) la fréquence non linéaire d'une coordonnée. Chaque oscillation représente une famille de solutions particulières stables mais leur superposition ne fournit pas, contrairement au cas linéaire, la solution générale du système non linéaire.

En l'absence de résonance interne, les non linéarités existent toujours et il y a une relation entre la fréquence naturelle de chaque mode et l'amplitude du mouvement, laquelle est influencée par le couplage non linéaire entre les modes. L'étude est limitée au premier mode symétrique: des résultats numériques sont obtenus pour la modification de l'amplitude du mouvement et la correction de la fréquence en fonction des propriétés mécaniques et géométriques du câble. Pour les oscillations planaires, il se produit un décalage du mouvement par rapport au point milieu (voir figure 2.6) et la correction à la fréquence varie considérablement avec les propriétés du câble et dépend du carré de l'amplitude du mouvement. Si les non linéarités quadratiques prédominent, il y a réduction de la fréquence fondamentale alors que si les non linéarités cubiques prédominent, la fréquence fondamentale augmente et le système est plus rigide.

La figure 2.5 montre la variation du rapport des fréquences non linéaires (oscillations monofréquentes) et linéaires (oscillations modales) en

fonction de l'amplitude (linéaire) du mouvement et du paramètre du câble $\rho^2 = EA\ (d/L)^3/mgL = \lambda^2/512$, où λ^2 est le paramètre défini par Irvine et Caughey (1974) pour décrire la dynamique linéaire des câbles tendus. Les courbes en traits pleins indiquent des valeurs d'amplitudes pour lesquelles les termes non linéaires sont du même ordre de grandeur que le terme linéaire - indiquant par le fait même la limite de validité de la comparaison, la méthode utilisée étant une perturbation. La figure 2.6 a) montre la correction d'amplitude pour une valeur fixe de ρ^2 et la figure 2.6 b) montre les diagrammes de phase correspondants.

Les oscillations hors plan sont toujours sinusoïdales comme dans la théorie linéaire, mais elles ne sont plus découplées du mouvement planaire. L'importance de l'amplitude du mouvement planaire forcé par le mouvement de balancement hors plan est montrée à la figure 2.7; la résonance se produit pour $\omega_1/\omega_2 = 2$. La correction à appliquer à la fréquence dépend encore du carré de l'amplitude. Pour $\omega_1/\omega_2 < 2$, la fréquence augmente (rigidité accrue) et pour $\omega_1/\omega_2 > 2$, la fréquence diminue (rigidité plus faible) par rapport au cas linéaire. Ceci est illustré à la figure 2.8 où l'amplitude du mouvement est donnée en terme de l'angle de balancement ϕ du câble par rapport au plan vertical. Remarquons que pour $\rho^2 = 0{,}070$ (courbe 12) la correction applicable à la fréquence approche -30%.

En 1984, Rega, Vestroni et Benedettini dérivent des équations différentielles partielles du mouvement pour des amplitudes modérément grandes de sorte que le câble reste toujours tendu en oscillant. Ils établissent une relation entre la fréquence naturelle et l'amplitude pour les modes symétriques et antisymétriques. Les rapports flèche/portée étudiés vont de pratiquement zéro à 1/8. Dans cet intervalle, les oscillations planaires sont stables sauf à la résonance. Des formules sont obtenues pour la variation de traction le long du câble pour les modes planaires; en normalisant par rap-

port à la flèche, ces formules rendues adimensionnelles dépendent du même paramètre λ^2 proposé par Irvine et Caughey.

La relation entre la fréquence non linéaire et l'amplitude des oscillations est illustrée à la figure 2.9 pour le premier mode antisymétrique et les deux premiers modes symétriques. On remarque que les non linéarités augmentent avec le paramètre λ^2. Le cas du premier mode antisymétrique (figure 2.9 a) est simple à analyser: la correction de fréquence est toujours positive ($\omega_{n.1.} > \omega_{1.}$) et elle augmente avec l'amplitude. Cette tendance n'est pas systématique dans les modes symétriques (figures 2.9 b et c) où, à amplitude intermédiaire et pour des valeurs de λ^2 intermédiaires, la correction est d'abord négative puis décroissante pour redevenir positive à grande amplitude. On note aussi que les non linéarités sont plus importantes pour le deuxième mode symétrique que pour le premier.

Le changement dans la tendance de la correction de fréquence est caractéristique d'une transition entre un comportement où la rigidité du système diminue puis augmente. Ce changement survient au voisinage des valeurs de λ^2 où il y avait transition modale dans la théorie linéaire, soit $4\pi^2$ et $16\pi^2$ pour les deux premiers modes, respectivement. Dans la théorie linéaire, il n'existe qu'un seul point de transition par mode alors que dans le cas non linéaire, on a plutôt un intervalle de valeurs de λ^2 ($\geq 4\pi^2$) où la transition s'opère pour la première fois, dépendamment de l'amplitude des vibrations, comme montré à la figure 2.10 pour la première transition modale.

Un peu plus tard, Luongo, Rega et Vestroni (1984) reprennent une étude plus complète des vibrations non linéaires planaires d'une portée nivelée de câble élastique. Ils trouvent que la fréquence naturelle non linéaire dépend de la quatrième puissance de l'amplitude plutôt que de la deuxième puissance comme trouvé précédemment. La figure 2.11 montre les

corrections de fréquence applicables au premier mode symétrique, suivant la nouvelle relation établie, qu'on peut comparer avec la figure 2.9b) pour des valeurs égales de λ^2.

2.3.3 Particularités de la dynamique linéaire des câbles inclinés

La symétrie de la configuration initiale par rapport au centre du câble est une hypothèse de la théorie linéaire. Dans un câble incliné, cette hypothèse revient à ignorer l'effet de la composante de gravité le long de la corde. En 1978, Irvine généralise la théorie linéaire aux vibrations de câbles tendus inclinés dont le profil diffère très peu de la corde. La formulation des équations du mouvement se fait dans un système de coordonnées transformées où l'axe longitudinal est maintenant situé le long de la corde. Les formules proposées sont données à l'annexe B. Henghold, Russell et Morgan (1977) avaient déjà étudié ce cas numériquement, par la méthode des éléments finis, et leurs résultats s'accordent avec la théorie d'Irvine pour la prédiction des fréquences naturelles.

Plus tard, Ramberg et Bartholomew (1982) vérifient expérimentalement les formules d'Irvine pour câbles inclinés. Les différences observées sont expliquées par les effets de flexion et les effets de bouts dus à l'imperfection des joints aux supports. Ils soulignent que la théorie linéaire atteint rapidement ses limites de validité: le rapport flèche/portée ne doit pas dépasser 6% pour un angle d'inclinaison de 45° et 3,5% pour un angle de 60°, l'inclinaison étant mesurée par rapport à l'horizontale. Ces restrictions, on l'admettra, ne sont pas trop limitatives pour les applications structurales aériennes où les câbles très inclinés sont surtout utilisés comme haubans et sont par le fait même suffisamment tendus.

En 1984, Triantafyllou développe une solution asymptotique pour le comportement dynamique linéaire d'un câble tendu incliné. Le mouvement dyna-

mique d'un câble tendu s'accompagne soit d'un changement de configuration sans extension, soit d'une extension, soit d'une combinaison des deux. Chacun de ces mécanismes a un effet particulier sur la solution dynamique et le comportement du câble incliné est d'autant plus complexe que différentes parties du câble ont des courbures et des forces de traction différentes. Triantafyllou introduit la notion de mode hybride pour décrire les déformées modales des câbles inclinés. Ces modes hybrides sont un mélange de modes de corde raide et de chaîne inextensible. La partie du bas est la moins tendue et est analogue à la chaîne alors que la partie du haut est la plus tendue et est analogue à la corde raide. Dans la théorie linéaire des câbles à portée nivelée, les modes symétriques s'accompagnent de grandes forces dynamiques de traction alors que ces forces sont négligeables dans les modes antisymétriques. Dans les câbles inclinés, cependant, on ne peut plus soutenir que seuls les modes symétriques causent des variations de traction. Les modes hybrides ne sont ni symétriques ni antisymétriques et la variation de traction dynamique peut être importante dans tous les modes. Triantafyllou montre que les fréquences naturelles ne sont presque pas modifiées par la formation de modes hybrides: les formules proposées par Irvine (1978) pour des faibles flèches sont encore valides. Il montre aussi que le phénomène de transition modale observé pour les portées nivelées ne se produit pas pour les câbles inclinés. On observe bien un rapprochement des fréquences naturelles des modes hybrides mais il n'y a pas coïncidence des fréquences. Ce phénomène est montré à la figure 2.12 pour trois angles d'inclinaison de la corde; la tendance à la transition modale est marquée pour les faibles inclinaisons.

Dans les câbles lâches inclinés, les effets géométriques dominent et les fréquences des premiers modes peuvent être prises égales à celles d'une chaîne inextensible. A mesure que la flèche décroît, l'élasticité devient im-

portante et ses effets contrebalancent ceux de la courbure de sorte que les modes d'un câble tendu sont intermédiaires entre ceux d'une chaîne inextensible et ceux d'une corde raide.

2.4 CAS SPÉCIAUX

2.4.1 Amortissement des câbles

L'amortissement d'un câble vibrant provient de l'effet cumulatif de deux types d'amortissement: l'amortissement structural interne du câble et l'amortissement aérodynamique dû à la force de traînée engendrée par le milieu ambiant où vibre le câble (ex.: air, eau, huile). Précisons qu'il s'agit ici d'amortissement interne par opposition à l'amortissement de câbles par des moyens mécaniques externes.

L'amortissement structural est causé par le frottement entre les torons au cours du fléchissement du câble. Selon des essais faits par Yu (1952) sur des câbles d'acier toronnés, Davenport et Steels (1965) rapportent que l'amortissement visqueux équivalent se situe entre 2% et 7% de l'amortissement critique. Ce type d'amortissement augmente à mesure que la traction diminue; typiquement, il augmente d'un ordre de grandeur ou plus lorsqu'un câble passe de la position raide à la position lâche. [Ramberg et Griffin (1977)] Il s'agit donc d'un paramètre qui dépend non linéairement de la traction et qu'on approxime, pour simplifier le modèle, par un amortissement visqueux moyen équivalent.

L'amortissement aérodynamique dans l'air stagnant est complètement indépendant de l'amortissement interne du câble et il est généralement très faible, i.e. pratiquement négligeable. Il peut cependant devenir plus important que l'amortissement interne aux basses fréquences, selon des études expérimentales faites par Noiseux et Beauchemin (1983). A pente constante, il décroît inversement avec la fréquence et augmente directement avec l'inclinaison; la dépendance sur l'inclinaison n'est pas linéaire.

L'amortissement aérodynamique dû à la force de traînée de l'air est la principale forme d'amortissement dans les câbles exposés au vent et on le modélise comme étant de type visqueux linéaire. Il est directement propor-

tionnel à la densité de l'air, au coefficient de traînée du câble , au diamètre du câble et à la vitesse du vent.

L'amortissement interne n'affecte pas les vibrations longitudinales (d'extension) du câble. Il influence significativement la réponse surtout à des fréquences situées près des fréquences naturelles et il est d'autant plus efficace à hautes fréquences. [Veletsos et Darbre (1983-I)]

Pour ce qui est de la mesure expérimentale de l'amortissement interne, Tsui (1977) souligne que le taux d'amortissement doit être mesuré sur la portée réelle et non pas sur un modèle réduit. Il rappelle aussi que la relation entre le décrément logarithmique et le taux d'amortissement visqueux n'est valide que pour des ondes stationnaires, i.e. pour des modes naturels.

2.4.2 Dynamique des câbles visco-élastiques

Comme déjà mentionné, les matériaux constituant les câbles utilisés dans les applications structurales ont une relation force-déplacement non linéaire. Les développements dynamiques exposés jusqu'ici concernent uniquement les câbles de matériau linéaire élastique.

Stevens (1972) s'est intéressé à l'effet de la relaxation des contraintes en dynamique linéaire. Il montre que la relaxation de la traction produit des fréquences naturelles qui dépendent du temps, et un amortissement négatif équivalent. Ses expériences sur des cordes raides visco-élastiques montrent que l'amplitude des mouvements peut être prédite avec suffisamment de précision en utilisant les formules valides pour la corde raide et en y substituant la force de traction variable dans le temps. Les angles de phase ne peuvent cependant pas être prédits de cette façon, les vibrations étant non stationnaires.

Ma et al. (1979) étudient le comportement de câbles lâches élasto-plastiques. Des simulations numériques montrent que sous chargement périodi-

que, la réponse dynamique n'oscille plus autour de la position d'équilibre statique initiale: un nouvel axe d'oscillation est créé à cause de la plasticité et du relâchement de la traction.

Sullivan et Batterman (1980) reviennent au cas des câbles précontraints très tendus avec fils à haute résistance. Ils utilisent une méthode basée sur les vitesses de déformation ("rate equation method") et tiennent aussi compte de la réduction d'aire de la section droite due à l'effet de Poisson. Cet effet devient important quand les non linéarités du matériau sont très grandes.

Plus récemment, Chisalita (1984) a présenté une formulation par éléments finis pour l'étude des vibrations linéaires dans les réseaux de câbles avec matériau élasto-plastique subissant de grandes déformations.

2.4.3 Les câbles suspendus à des supports flexibles

Rega et Luongo (1980) ont étudié le problème des vibrations naturelles linéaires planaires de portées simples et nivelées, suspendues à des supports flexibles. Afin d'isoler les effets dynamiques dus exclusivement à la flexibilité des supports, les câbles sont considérés inextensibles. Les résultats obtenus montrent que les modes antisymétriques sont insensibles à l'élasticité du câble, du moins pour une analyse linéaire, puisque ces modes ne s'accompagnent pas de variations de traction. Rega et Luongo dégagent une analogie entre le comportement d'un câble élastique sur supports rigides et celui d'un câble inextensible sur supports élastiques. L'analogie n'est cependant pas valide pour des flexibilités trop grandes. Une application immédiate de ce résultat est la possibilité d'étudier un câble extensible en utilisant un modèle de câble inextensible et en ajoutant les effets d'élasticité aux deux noeuds d'extrémité, quel que soit le rapport flèche/portée.

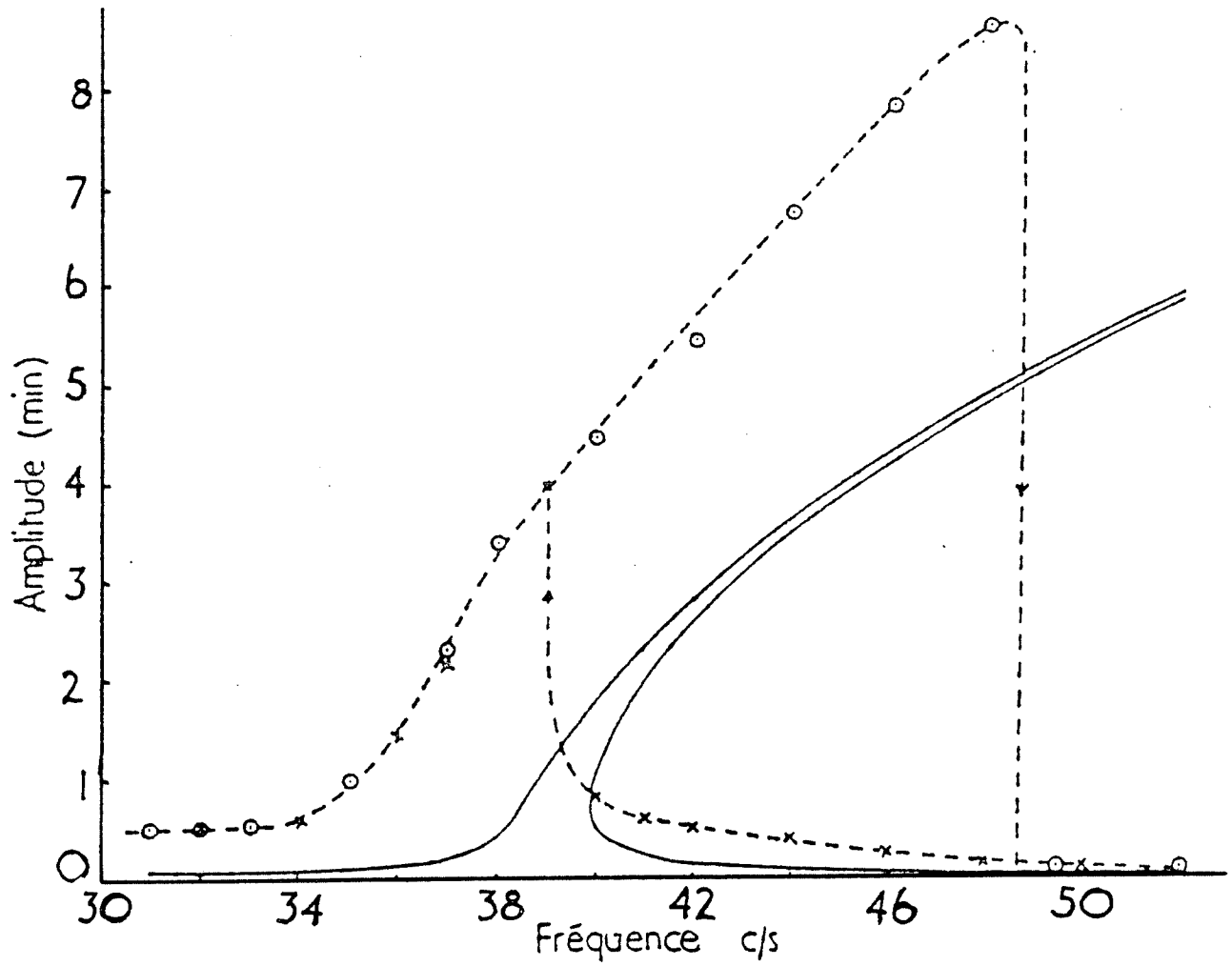


Figure 2.1 Variation de la fréquence naturelle fondamentale d'une corde raide de matériau hookéen en fonction de l'amplitude du mouvement
[Lee (1957)]

——————— selon l'équation de Lee

— — — — courbe expérimentale

⊙ ⊙ ⊙ - avec fréquence croissante

× × × - avec fréquence décroissante

Figure 2.2 Le phénomène de transition modale
[Rega et al. (1984)]

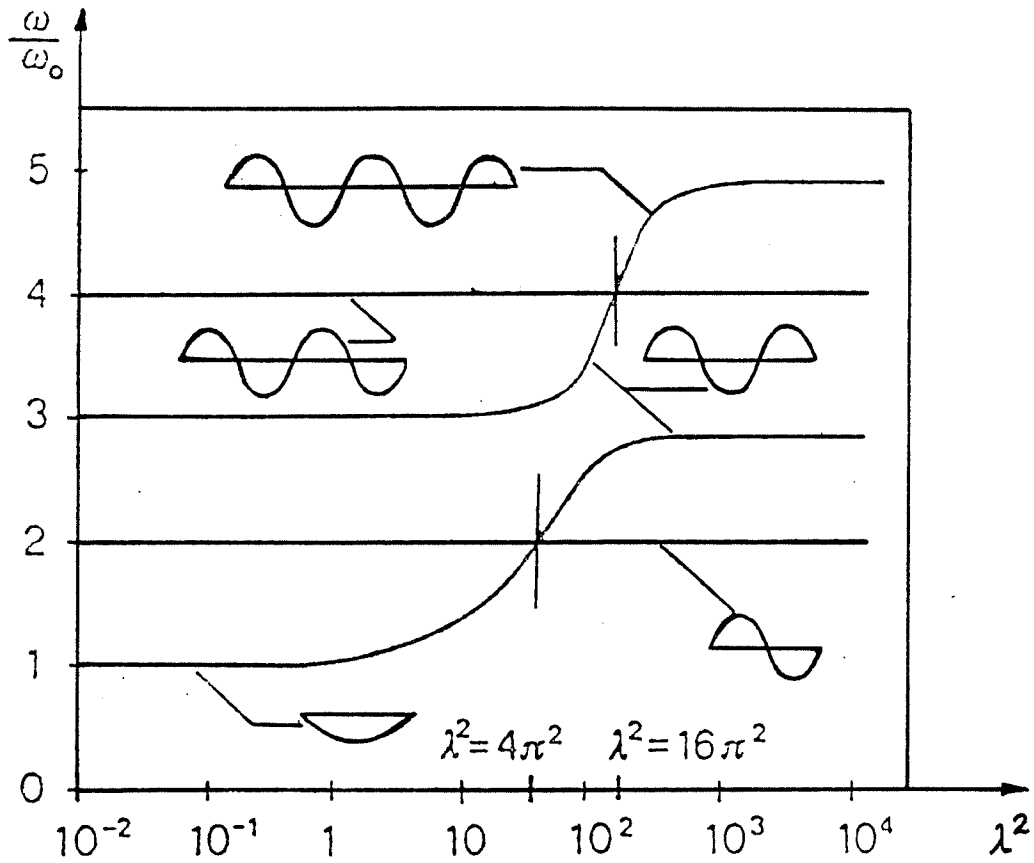
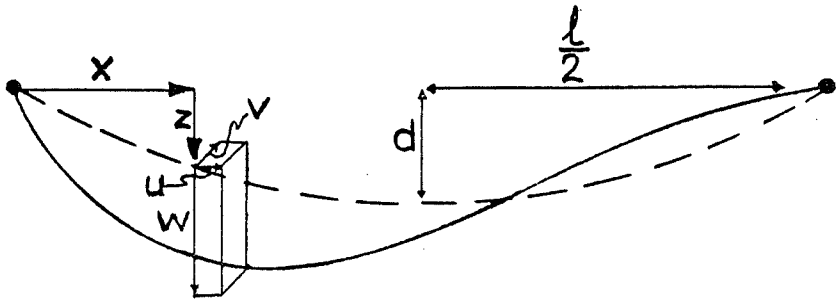


Figure 2.4 Diagramme de définition pour les vibrations linéaires des câbles
[Irvine et Caughey (1974)]



$\omega^2 = p^2(1 + \delta\nu)$

ω: fréquence de l'oscillation forcée

p: fréquence fondamentale de la corde raide

δ: paramètre adimensionnel défini par Miles

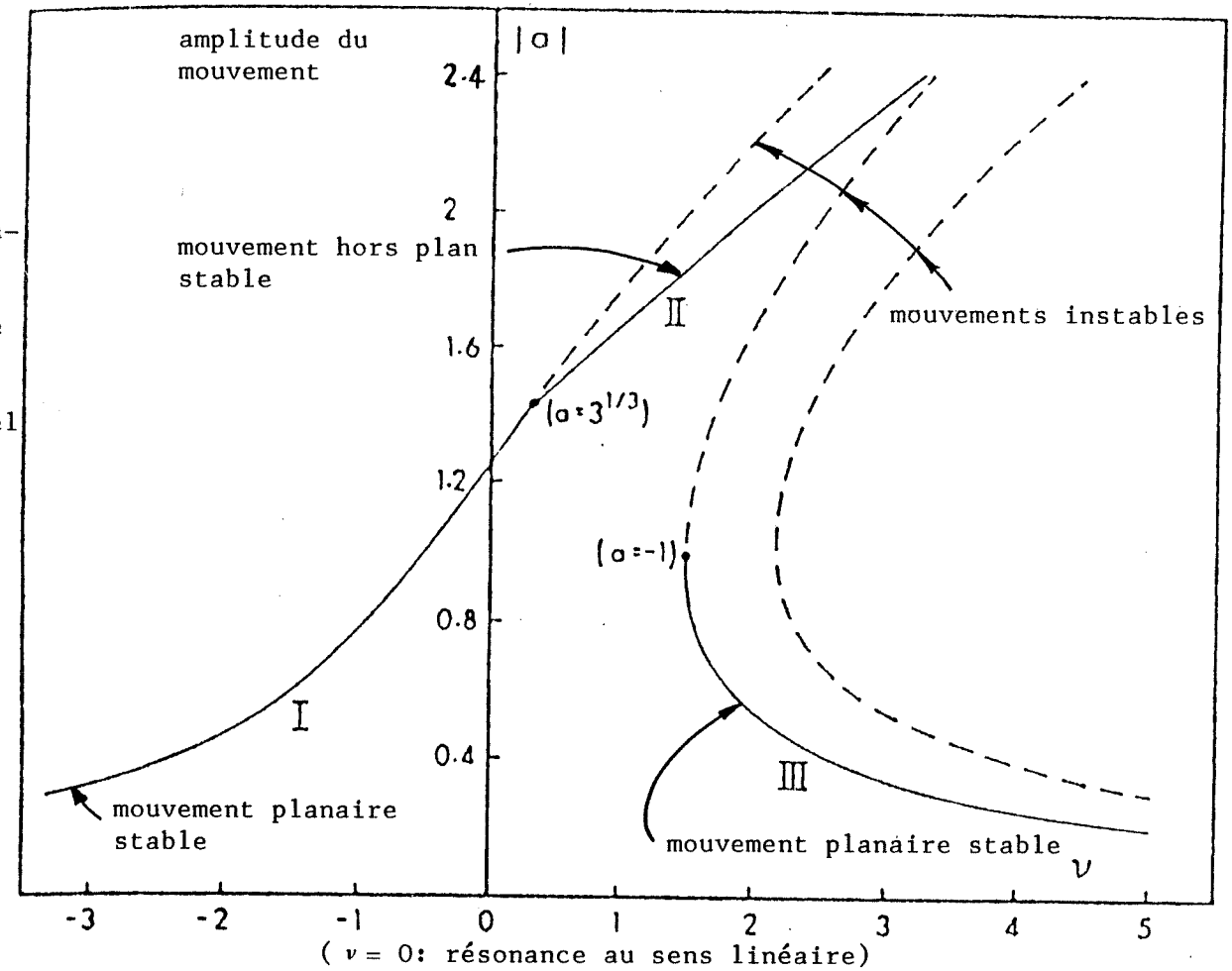


Figure 2.3 Stabilité du mouvement au voisinage de la résonance du mode planaire fondamental d'une corde de matériau linéaire élastique
[Miles (1965)]

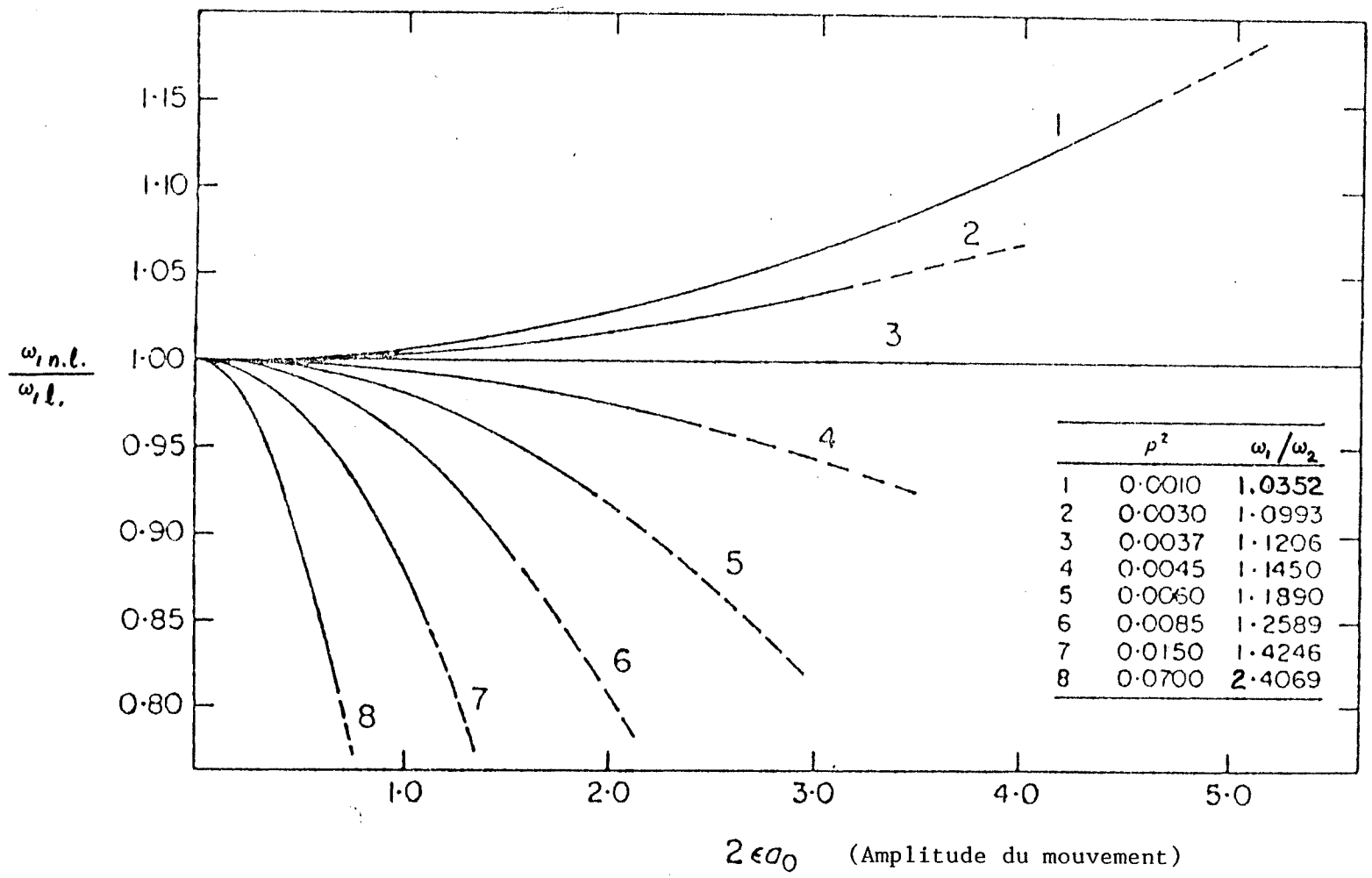


Figure 2.5 Variation du rapport entre les pulsations naturelles linéaires et non linéaires en fonction de l'amplitude du mouvement (1er mode planaire)
[Luongo et al. (1982)]

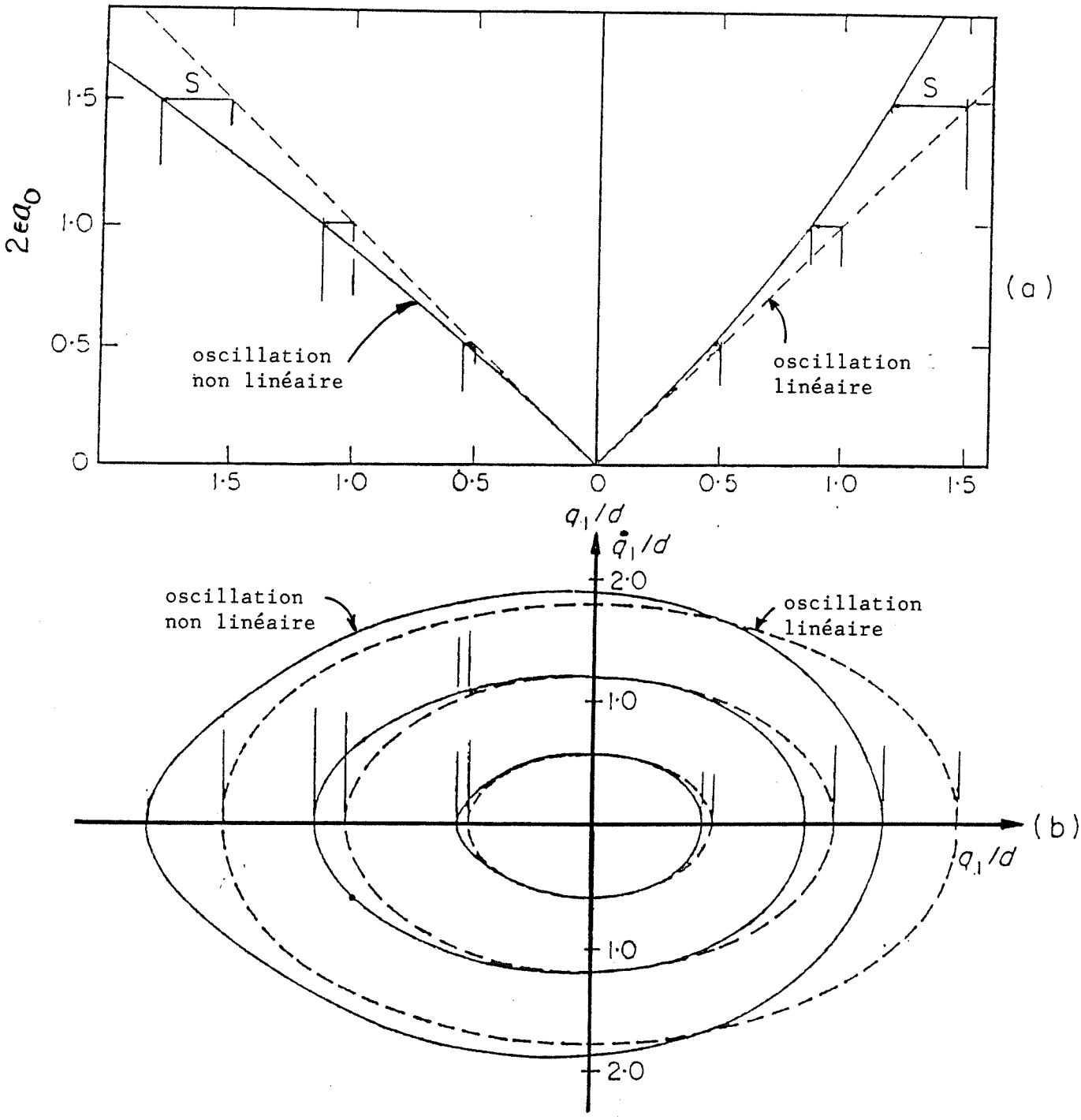


Figure 2.6 a) Correction d'amplitude b) diagrammes de phase des oscillations linéaires et non linéaires selon le premier mode planaire
[Luongo et al. (1982)]

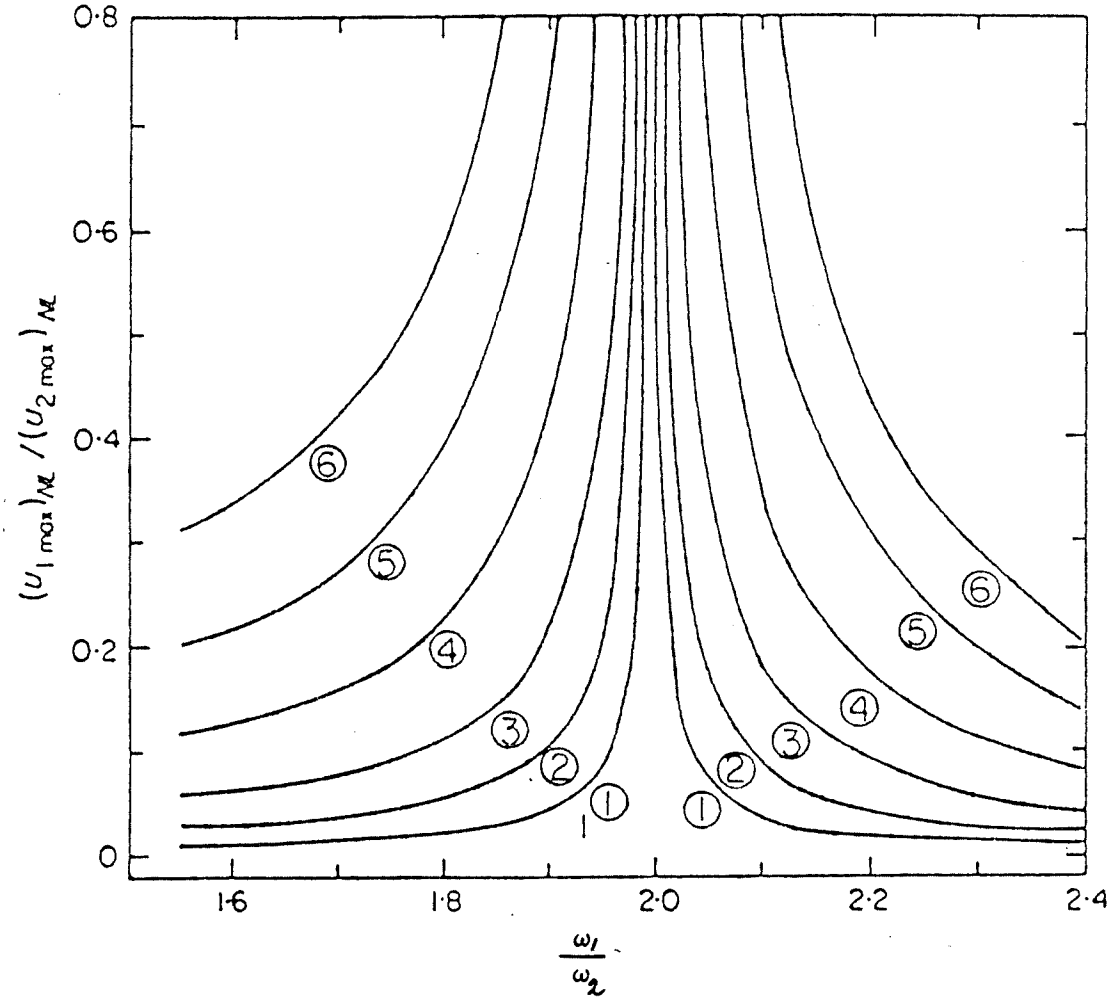


Figure 2.7 Rapport entre l'amplitude du mouvement planaire (u_1) induit par le mouvement de balancement hors plan (u_2) en fonction du rapport entre les pulsations naturelles

Amplitudes du balancement ϕmax:

1)	1° 08'	4)	11° 27'
2)	2° 51'	5)	20° 00'
3)	5° 44'	6)	30° 00'

[Luongo et al. (1982)]

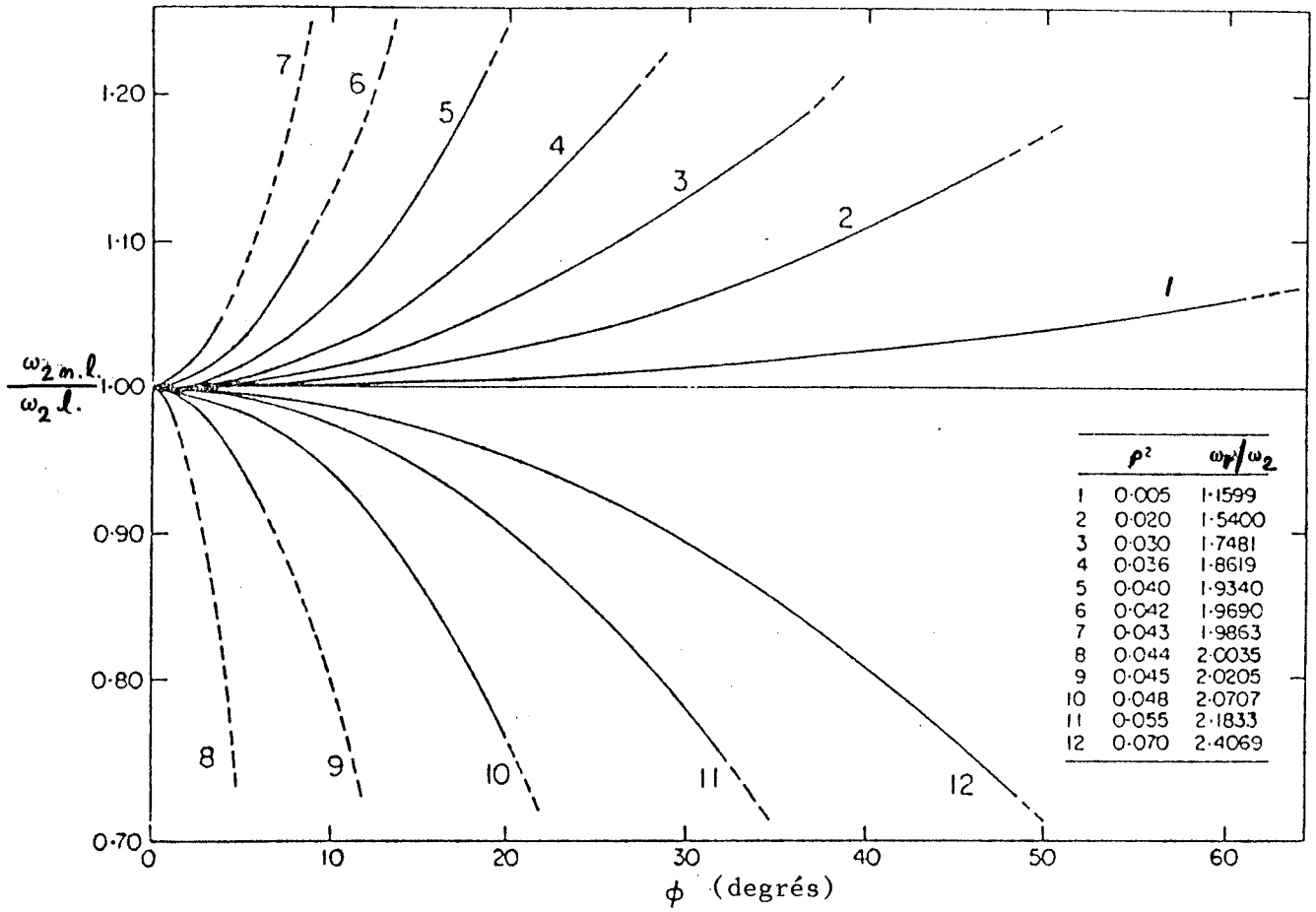


Figure 2.8 Variation du rapport entre les pulsations naturelles linéaires et non linéaires en fonction de l'angle de balancement maximum (1er mode hors plan) [Luongo et al. (1982)]

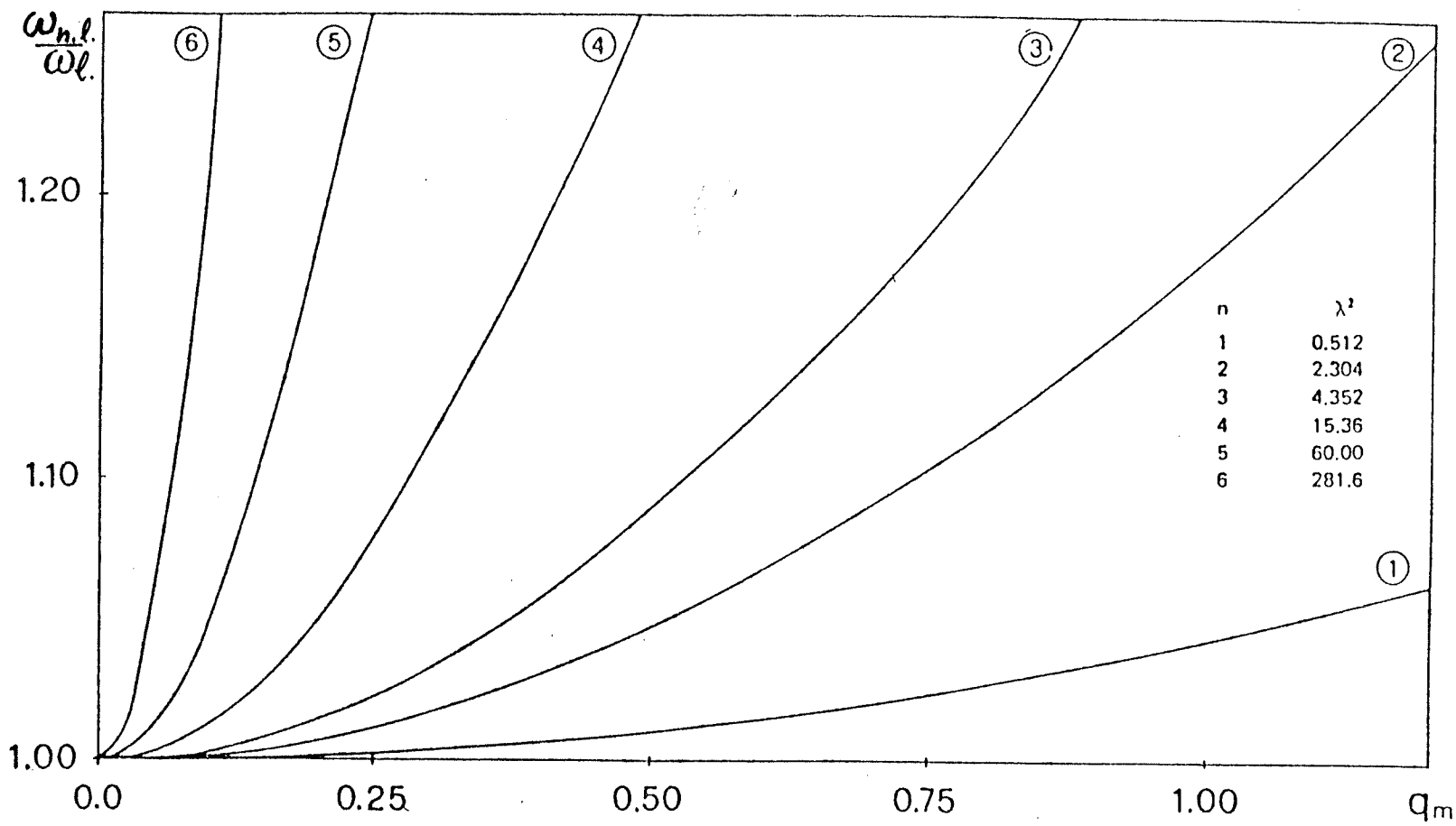


Figure 2.9 a) Variation du rapport entre les pulsations naturelles linéaires et non linéaires en fonction de l'amplitude du mouvement (1er mode anti-symétrique)
[Rega et al. (1984)]

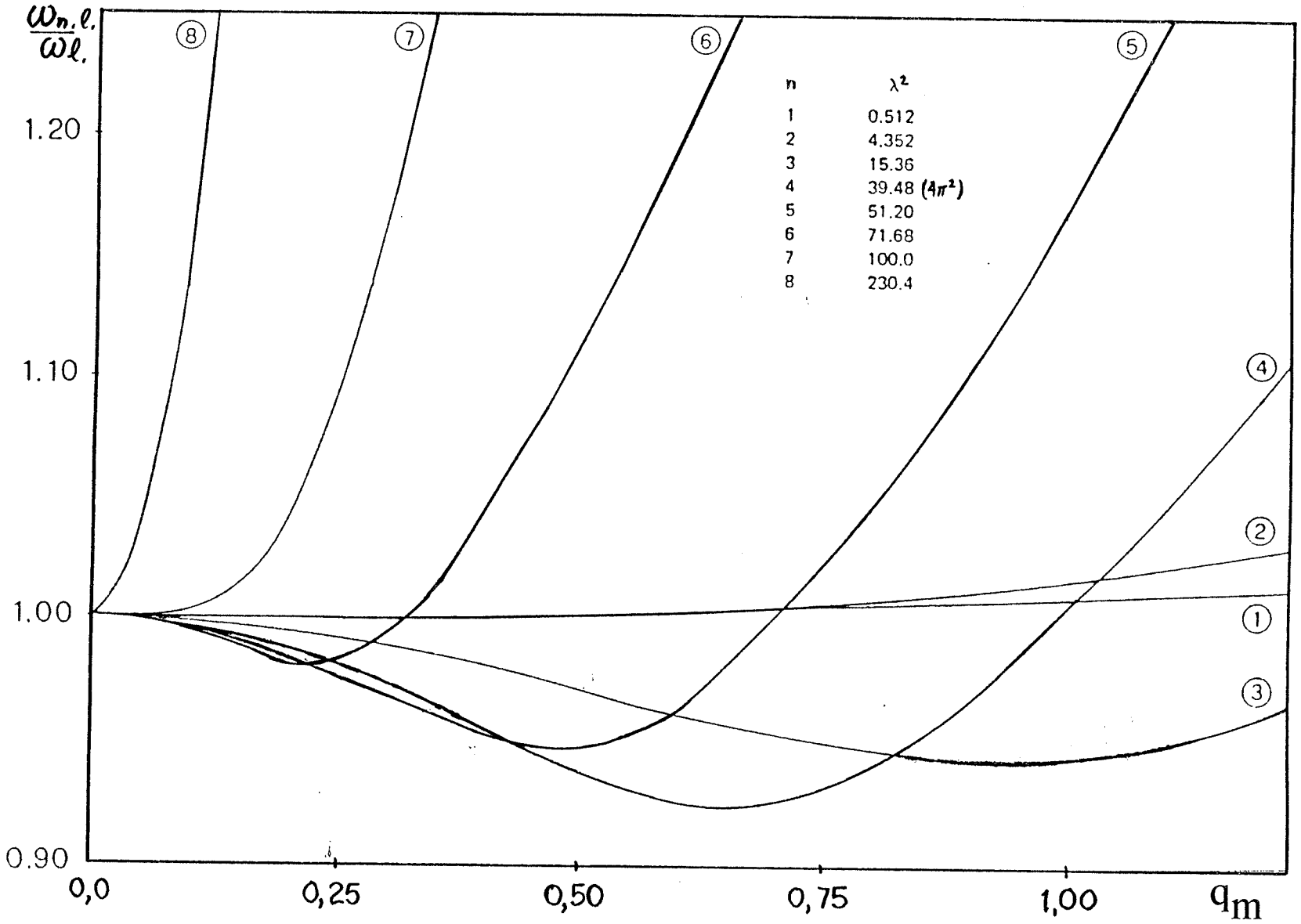


Figure 2.9 b) Variation du rapport entre les pulsations naturelles linéaires et non linéaires en fonction de l'amplitude du mouvement (1er mode symétrique)
[Rega et al. (1984)]

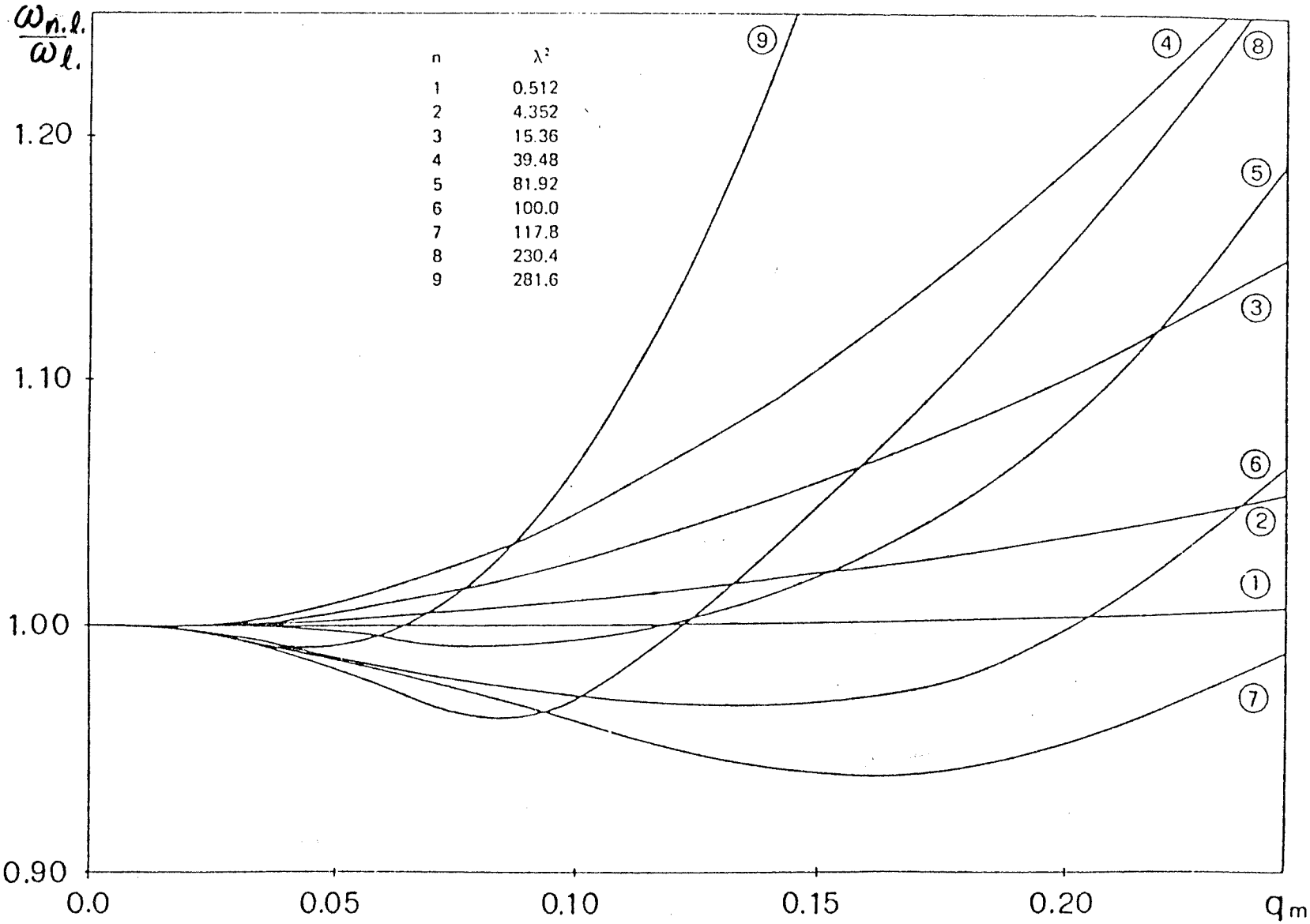


Figure 2.9 c) Variation du rapport entre les pulsations naturelles linéaires et non linéaires en fonction de l'amplitude du mouvement (2e mode symétrique)
[Rega et al. (1984)]

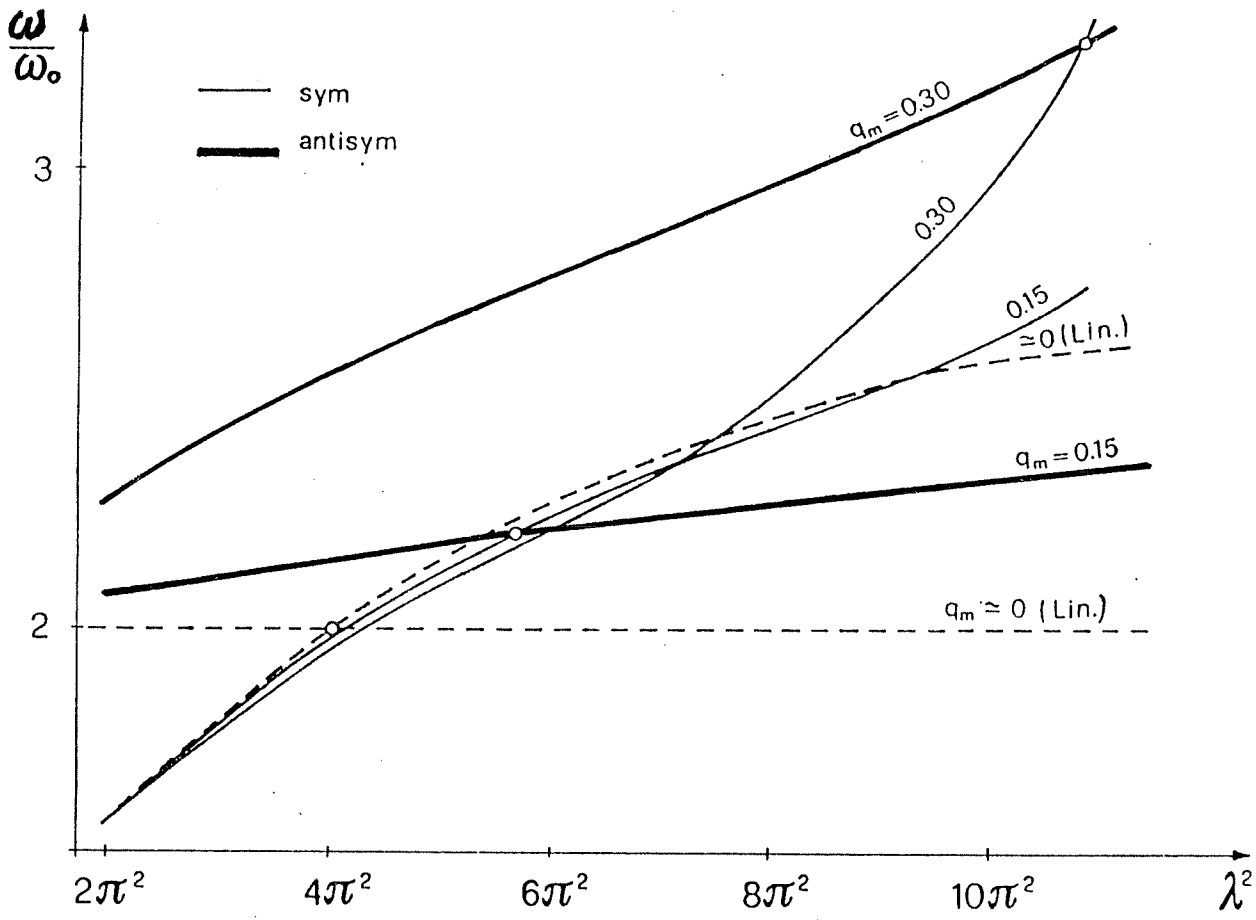


Figure 2.10 Première transition modale suivant la théorie non linéaire [Rega et al. (1984)]

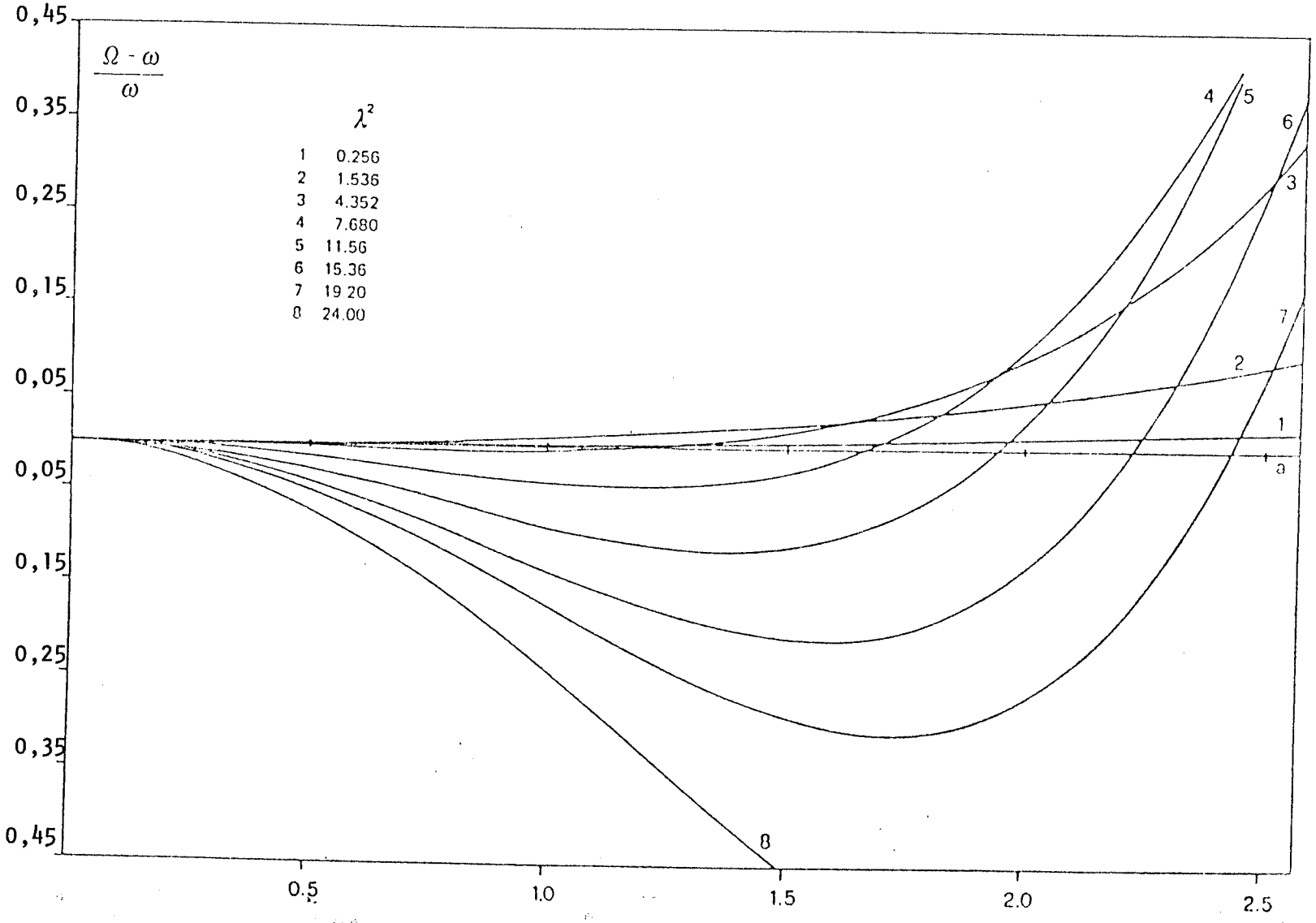


Figure 2.11 Correction de fréquence en fonction de l'amplitude du mouvement du premier mode planaire symétrique.
[Luongo et al. (1984)]

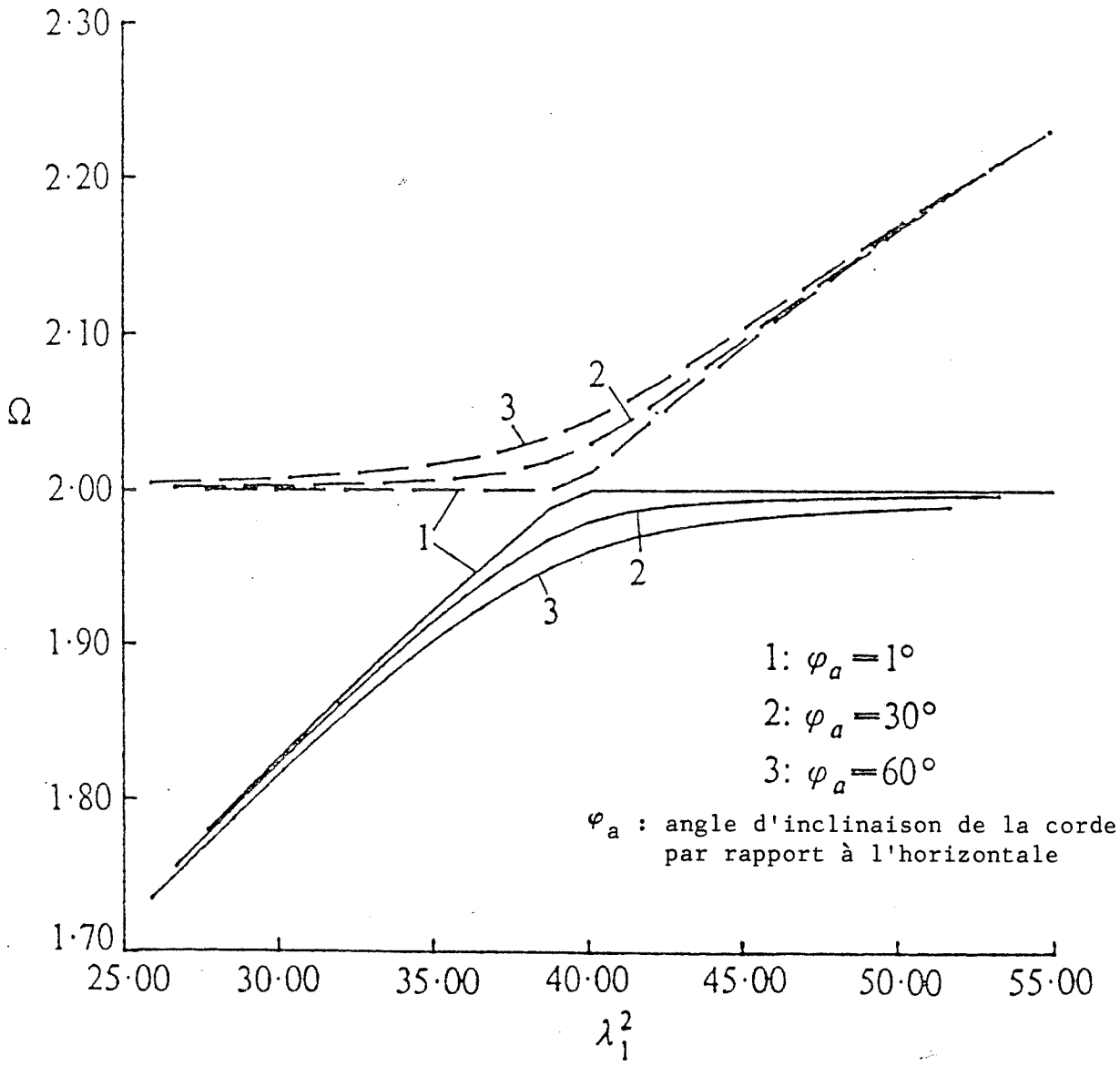


Figure 2.12 Rapprochement des fréquences naturelles (sans transition modale) dans les câbles inclinés, suivant la théorie linéaire [Triantafyllou (1984)]

CHAPITRE 3

ANALYSE DYNAMIQUE DES STRUCTURES AVEC CÂBLES

3.1 GÉNÉRALITÉS

La solution du problème aux valeurs propres d'un câble suspendu uniforme de matériau linéaire élastique est connue avec suffisamment de précision pour des vibrations de faible amplitude. Dans un problème dynamique de structure avec câbles, ces résultats analytiques individuels sont peu utiles comme tels pour prédire la réponse de l'ensemble de la structure. Les outils les plus courants en pratique sont les modèles discrets traités par ordinateur. Dans ces modèles, les propriétés de chaque composante sont évaluées indépendamment puis assemblées dans un système global. Nous n'insistons pas ici sur les éléments de la structure autres que les câbles.

Les paragraphes suivants présentent quatre approches différentes dans la discrétisation d'un câble suspendu: le système masse-ressort équivalent, les segments finis, les éléments finis, et l'élément caténaire. On peut les appliquer aussi bien pour l'analyse statique que dynamique sauf que dans ce dernier cas il faut aussi discrétiser les propriétés d'inertie et d'amortissement.

Quelques revues de la littérature ont été publiées sur l'analyse dynamique des systèmes avec câbles: celles de Choo et Casarella (1971), de Nath (1975), et de Migliore et Webster (1979, 1982) concernent surtout les applications marines mais les principes et méthodes exposés sont aussi valides pour d'autres applications.

3.2 MODÉLISATION DES CÂBLES SOUS CHARGES DYNAMIQUES

3.2.1 Système masse-ressort équivalent

Quand un câble est utilisé comme hauban, on a vu qu'en analyse statique on peut assimiler la rigidité du câble à celle d'un ressort non linéaire. L'analogie peut s'étendre au problème dynamique, surtout si les forces d'inertie agissant sur le câble sont négligeables devant celles qui agissent sur la structure supportée. Une pratique courante et simple consiste à discrétiser la masse du hauban à ses deux extrémités.

Dean (1961) a donné une solution dynamique basée sur la caténaire plutôt que l'approximation parabolique. Il a cependant fait plusieurs simplifications, incluant celle de négliger l'allongement élastique du hauban et l'hypothèse de modes de vibrations quasi-satiques (i.e. sous traction constante), lesquelles semblent annuler les bénéfices d'utiliser la caténaire.

3.2.2 Segments finis

La modélisation d'un câble par segments finis consiste à discrétiser les propriétés du continuum en une série de segments connectés entre eux par des rotules idéales. La masse est répartie aux deux noeuds d'extrémité et les forces sont appliquées directement aux noeuds. L'extensibilité du câble est reflétée par l'extensibilité de chacun des segments qui peut être idéalisée suivant diverses lois du matériau. De la même façon, l'amortissement est modélisé au niveau de chaque segment individuel. Göeller et Laura (1970) ont développé des modèles de segments finis incluant amortissement interne et externe destinés aux applications océanographiques.

Les modèles de segments finis sont généralement très sensibles au choix d'une configuration initiale et il est souvent plus difficile, du moins numériquement, d'en faire une analyse statique pour déterminer la configuration d'équilibre de référence que d'en faire l'analyse dynamique. Wang (1975) a étudié la précision de la représentation d'un câble par segments finis,

d'abord sous chargement statique. Il note que la précision ne dépend pas seulement du nombre de segments utilisés, mais aussi, à nombre constant, de la façon de calculer l'inclinaison de chaque segment. Il suggère aussi de varier la longueur des segments au besoin: les raccourcir dans les zones les plus sollicitées ou lorsqu'un changement soudain se produit dans les charges appliquées ou dans les propriétés du matériau. Pour ce qui est des aspects dynamiques, Wang se représente la vibration d'un câble comme une combinaison de trois mouvements élémentaires: 1) le mouvement transversal d'une corde vibrante; 2) le mouvement longitudinal d'un système masse-ressort qui génère des ondes élastiques; 3) le mouvement oscillatoire d'un pendule composé. Les deux premiers sont des cas de propagation d'ondes, le deuxième étant en général beaucoup plus rapide que le premier; il faut alors beaucoup de segments pour obtenir des réponses précises. Dans le troisième cas, relativement peu de segments sont nécessaires pourvu que les forces appliquées et les propriétés d'inertie et d'amortissement, s'il y a lieu, soient modélisées correctement aux noeuds.

Winget et Huston (1976), en rapport avec les vibrations de câbles sous-marins, utilisent un modèle de segment fini non linéaire tri-dimensionnel dans une analyse dans le domaine du temps.

3.2.3 Éléments finis

La méthode des éléments finis a l'avantage de permettre l'étude de configurations complexes de façon routinière. Les premiers à appliquer la méthode à la dynamique des câbles sont Leonard et Recker (1972): ils développent un élément droit destiné à des analyses non linéaires. Dans le cadre d'études de structures offshore, Webster (1975) reprend la formulation du câble droit pour inclure aux noeuds les effets hydrodynamiques dus à la traînée du fluide, un matériau de type hyperélastique (non linéaire mais parfaitement

élastique), et les non linéarités dues aux grands déplacements. Leonard (1972) réalise que ces éléments droits sont inadéquats pour les câbles fortement courbés: un grand nombre d'éléments est nécessaire pour obtenir des résultats précis mais des résultats parasites subsistent toujours à cause des discontinuités nodales. Il développe donc un élément courbe où la continuité des pentes aux noeuds est imposée par des approximations de cosinus directeurs.

Felippa (1974), en s'intéressant à l'analyse des réseaux de câbles et des systèmes marins, examine six modèles d'éléments finis différents et en commente l'application.

Le modèle le plus simple, et jusqu'à nos jours encore le plus économique, est l'élément ressort de traction qui consiste en fait à un modèle de rigidité bilinéaire avec rigidité de compression nulle. La masse et les forces appliquées sont discrétisées aux noeuds. Felippa le recommande pour l'étude des câbles très tendus ou de poids négligeable comme dans les réseaux de câbles chargés aux noeuds, parce qu'il est très efficace numériquement.

Le ressort non linéaire de traction est en fait un raffinement du premier modèle où la rigidité axiale est modifiée pour tenir compte des effets non linéaires dus à la flèche, d'après les formules du câble parabolique. La force de traction est quand même supposée constante dans tout l'élément. Ce type d'élément admet des charges uniformes en travée perpendiculaires à la corde mais tous les autres types de charges sont discrétisés aux noeuds. Le troisième modèle est une version améliorée du précédent où l'on a incorporé la matrice géométrique d'une poutre-colonne. Felippa ne recommande pas ces deux modèles parce que leur formulation n'est pas consistante.

Le modèle de câble quadratique admet un champ de déplacements paraboliques. Les charges en travée doivent être uniformes et dirigées per-

pendiculairement à la corde. L'usage a révélé que cet élément est trop rigide axialement pour des rapports flèche/corde modérés. Pour remédier à ce problème, Felippa introduit le modèle de câble quadratique corrigé à trois noeuds où la fonction d'interpolation du déplacement axial est cubique, les autres restant paraboliques. C'est l'élément qui, toujours selon Felippa, fournit les meilleurs résultats pour les câbles sous charges distribuées. Ce gain de précision est troqué pour un coût numérique en moyenne dix fois plus élevé que le modèle simple du ressort de traction.

Le dernier modèle examiné est un élément de poutre-câble avec interpolation cubique des déplacements dans toutes les directions et degrés de liberté rotationnels. Les charges distribuées peuvent être linéaires. Comme la rigidité flexionnelle est incluse dans la formulation, cet élément est spécialement utile pour étudier les cas spéciaux où la flexion est importante comme aux points d'encastrement ou au droit des points d'application des charges concentrées. A cause de l'existence de degrés de liberté rotationnels, l'élément est difficile à combiner avec les autres éléments câbles et on n'en recommande l'usage que pour les cas très importants car son coût numérique est environ cent fois plus élevé que pour l'élément ressort de traction.

D'autres applications de la méthode des éléments finis au problème des câbles ou des structures avec câbles ont été faites par Argyris, Dunne et Angelopoulos (1973) (réseaux de câbles et tour haubanée); Bathe (1975) (dynamique non linéaire d'un câble suspendu); Fried (1982) (grandes déformations de câbles suspendus en vibration forcée); Pastorel et Beaulieu (1985) (vibrations d'une éolienne haubanée à axe vertical).

En 1976, Hengold et Russell développent une famille d'éléments de câbles retenant toutes les non linéarités géométriques mais se limitant aux petites déformations linéaires élastiques. Les propriétés de rigidité sont

décrites directement en termes des coordonnées déformées globales des noeuds plutôt qu'en termes d'un système local comme dans l'approche plus classique de la méthode de rigidité. Les matrices des éléments paraissent mathématiquement plus compliquées mais par contre elles sont assemblées directement, sans transformation. Hengold, Russell et Morgan (1977) utilisent ensuite l'élément de câble à trois noeuds de cette famille pour étudier les fréquences naturelles d'un câble suspendu de portée dénivelée.

Pour l'étude en trois dimensions des vibrations de réseaux de câbles précontraints, Gambhir et Batchelor (1977) développent un modèle d'élément fini courbe à deux noeuds avec six degrés de liberté par noeud: trois translations orthogonales et leur dérivée première. La continuité aux noeuds est imposée par les déplacements tangentiels et normaux, la rotation et la courbure. La formulation admet les grandes rotations mais est restreinte aux petites déformations. Le profil de chaque élément doit aussi rester plat: son rapport flèche/corde ne doit pas dépasser 1/6 de sorte qu'un câble très courbe s'idéalise par une série d'éléments plus plats. Ce type d'élément fini est plus coûteux que les éléments isoparamétriques où seuls les déplacements sont utilisés comme degrés de liberté. La présence de degrés de liberté rotationnels rend difficile leur combinaison avec des éléments plus simples.

Ma, Leonard et Chu (1979) ont développé un élément isoparamétrique courbe du troisième ordre dont la formulation permet de traiter les grands déplacements, les propriétés inélastiques du matériau et les effets de réduction de traction qui rendent le câble lâche. Lo et Leonard (1982) ont poursuivi le travail en incluant les effets hydrodynamiques permettant ainsi l'étude de vibrations de câbles lâches élasto-plastiques dans les applications marines.

Dans sa thèse de doctorat, Lo (1982) fait une étude comparative des performances d'éléments isoparamétriques à deux, trois ou quatre noeuds dont

la matrice de masse est formulée de façon consistante avec les fonctions d'interpolation de sorte qu'elle contient des termes en dehors de la diagonale principale. Les éléments courbes d'ordre supérieur se comportent mieux dans les modes inférieurs mais sont trop rigides pour les modes supérieurs. Dans une analyse dynamique linéaire, les modes inférieurs sont généralement dominants mais ceci ne peut pas être généralisé à une analyse dynamique non linéaire. On croit néanmoins que les éléments d'ordre supérieur sont préférables à cause de leur capacité à interpoler des géométries curvilignes et à s'adapter aux charges non conservatives rencontrées dans les applications marines.

Dans la méthode des éléments finis, l'amortissement est souvent modélisé par l'amortissement proportionnel de Rayleigh où $[C] = a\,[M] + b\,[K]$: la matrice d'amortissement $[C]$ est une combinaison linéaire des matrices de masse $[M]$ et de rigidité $[K]$. Comme la matrice de rigidité est géométriquement non linéaire, on a avantage à éliminer la dépendance sur la rigidité pour ne conserver que la dépendance sur la masse de sorte que la matrice d'amortissement reste constante. Mote et Chu (1978) ont adopté cette approche pour l'étude du comportement de réseaux de câbles sous charges sismiques. Buchholdt et Moossavinejad (1982) préconisent aussi cette approche en précisant qu'elle ne convient que pour l'amortissement structural interne. Rappelons qu'il faut séparer l'amortissement interne du câble, qui dépend du taux de déformation, et l'amortissement aérodynamique qui est proportionnel au carré de la vitesse relative du corps par rapport au fluide environnant. Dans les structures aériennes, on simplifie souvent le problème en posant que l'amortissement aérodynamique est négligeable. Le principal inconvénient du modèle de Rayleigh est qu'il faut préciser le taux d'amortissement pour chaque mode de vibration linéaire alors que normalement, dans une analyse non linéaire, la solution du problème aux valeurs propres linéaire ne devrait pas être nécessaire.

3.2.4 Formulation hybride d'élément caténaire

Peyrot et Goulois (1978, 1979) ont introduit une procédure d'analyse qui combine la méthode des éléments finis basée sur la méthode des déplacements et les équations d'équilibre de la caténaire élastique. Comme l'élément de câble est dérivé de la caténaire, il peut représenter plus fidèlement le profil d'un câble suspendu qu'une série d'éléments linéaires ou même courbes à trois ou quatre noeuds. Moins d'éléments caténaires sont donc nécessaires dans le maillage; en fait, si les propriétés du câble et les charges appliquées sont uniformes, un seul élément est suffisant pour une analyse statique. Au lieu d'être déterminée analytiquement à l'aide des fonctions d'interpolation et des propriétés du matériau, la matrice de rigidité tangente de chaque élément est évaluée numériquement, dans le système local. A chaque noeud et dans la direction de chaque degré de liberté, on impose un déplacement unitaire à la configuration d'équilibre et on calcule les efforts induits dans le nouveau profil d'équilibre. La matrice tangente est ainsi générée, colonne par colonne. Comme le soulignent Peyrot et Goulois, le succès de la méthode repose sur l'efficacité numérique et la précision de l'algorithme qui calcule les forces d'extrémité du câble. Différents algorithmes ont été proposés par Skop et O'Hara (1972), O'Brien et Francis (1964) et Leonard (1973-I). Peyrot (1980) a ensuite modifié la formulation pour inclure les forces hydrodynamiques, et l'algorithme de calcul pour traiter le cas d'un câble s'appuyant partiellement sur le sol ou sur le fond marin.

Dominguez et al. (1974) avaient déjà appliqué la technique proposée par O'Brien et Francis et souligné l'importance du contrôle du niveau de déplacement nodal supposé dans le calcul. Ce déplacement doit être suffisamment grand pour ne pas être trop sensible aux erreurs d'arrondis mais par contre l'incrément de charge résultant du déplacement spécifié doit demeurer assez petit pour que l'hypothèse de linéarité entre les deux niveaux de charge

reste valide. A titre d'exemple, Dominguez et al. (1974) ont adopté comme erreur de fermeture admissible sur le déplacement imposé une sphère dont le rayon a comme dimension 10^{-11} fois la longueur du câble.

Jayaraman et Knudson (1981) se sont aussi inspiré de la méthode itérative proposée par O'Brien (1967) pour le calcul des forces d'extrémité. L'élément caténaire qu'ils présentent est cependant plus efficace numériquement que celui de Peyrot et Goulois parce que la matrice de rigidité tangente s'exprime directement en fonction de quantités connues; il n'est donc plus nécessaire de supposer des incréments de déplacement des points d'ancrage pour évaluer numériquement les coefficients de rigidité. A date, l'élément caténaire a été restreint à un matériau linéaire élastique avec petites déformations.

La modélisation de la masse de l'élément caténaire est peu raffinée: on la discrétise à part égale aux deux extrémités. Les formulations d'éléments finis courbes ont l'avantage d'admettre une formulation consistante des matrices d'inertie. L'élément caténaire devient avantageux dans les cas où les forces d'inertie dues aux câbles sont négligeables par rapport aux autres forces appliquées car dans le cas contraire, il faut raffiner le maillage et les économies de calcul ne sont plus évidentes.

Migliore et Webster (1982) soulignent d'ailleurs que pour certains problèmes, l'efficacité numérique de l'élément caténaire est inférieure à celle des éléments finis courbes à cause de la lenteur de la convergence dans les itérations multiples imbriquées de la méthode de Peyrot. La comparaison avec l'élément de Jayaraman et Knudson, plus efficace que le précédent, reste à faire.

3.3 MÉTHODES D'ANALYSE ET TECHNIQUES NUMÉRIQUES

3.3.1 Formulation du problème dynamique

La formulation utilisée pour établir les équations de mouvement influence nécessairement les méthodes d'analyse et techniques numériques employées.

Quand les équations du mouvement sont formulées en termes de déplacements mesurés par rapport à la configuration non déformée, on est confronté à un problème de vibrations non linéaires avec grands déplacements.

Une simplification importante du problème est obtenue quand la solution est supposée consister en une partie quasi-statique, qui varie lentement dans le temps et qui représente un changement dans la configuration moyenne du câble, et une partie dynamique qui consiste en de petites oscillations autour de cette configuration moyenne. Il s'agit alors d'un problème de vibrations linéaires où l'on suppose que les non linéarités du système global sont des effets du second ordre seulement.

Le choix de considérer ou non les non linéarités du problème se base sur la compréhension du comportement global de la structure. Morris (1974-I et II, 1975 et 1976) montre que pour les ponts haubanés, par exemple, une analyse complètement linéaire est suffisante dans la plupart des cas. Il souligne aussi que dans les réseaux de câbles très tendus, une description adéquate de l'amortissement est beaucoup plus importante que l'influence des non linéarités géométriques.

En général, si la traction dans les câbles est grande, les non linéarités dynamiques dues à la présence des câbles sont faibles et une analyse dynamique linéarisée, c'est-à-dire supposant des vibrations de faible amplitude, est suffisante. Les non linéarités dues aux câbles sont prises en compte pour déterminer la configuration d'équilibre statique mais une analyse dynamique linéaire à partir de cette configuration est suffisante sous char-

ges sismiques ou charges de vent. Les effets non linéaires s'amplifient et deviennent non négligeables si la traction diminue et l'amplitude du mouvement est grande.

Bathe, Ramm et Wilson (1975) ont présenté une revue des diverses formulations utilisées pour décrire les problèmes dynamiques avec grandes déformations. Monkar et Powell (1977, 1978) ont fait de même mais plus généralement, pour divers problèmes non linéaires statiques et dynamiques.

3.3.2 Choix d'une méthode d'analyse

En plus de la formulation adoptée, le choix d'une méthode d'analyse dynamique dépend aussi du type de problème à simuler, des éléments de réponse à prédire, et de la précision nécessaire. L'étude des phénomènes de fatigue est la plus exigeante pour une méthode de solution: comme il faut prédire les contraintes très localement alors le modèle se doit d'être très détaillé. Les techniques de condensation doivent s'utiliser avec beaucoup de précaution et de jugement dans ce cas, parce qu' elles impliquent inévitablement des approximations.

Si l'objectif de l'analyse est de récupérer les forces dans les membrures, la superposition modale classique est inacceptable dans les structures à câbles où les non linéarités sont appréciables. Une méthode modale simplifiée proposée par Dungar (1982), où l'ajout d'une solution quasi-statique vient compenser la troncature des modes supérieurs, améliore considérablement la réponse, mais à un coût supérieur, et en plus, la méthode en question ne fait pas l'unanimité. Vugts et al. (1979) recommandent fortement l'usage de techniques de solution directes lorsque possible.

3.3.3 Méthodes d'analyse disponibles

3.3.3.1 La superposition modale

Les N équations linéaires du mouvement dans un système de coordonnées

global sont généralement couplées. Il est possible de découpler ces équations en les transformant dans un système de coordonnées dites normales (ou principales ou modales). En présence d'amortissement, le découplage des équations n'est possible que si la matrice d'amortissement est une combinaison linéaire des matrices de rigidité et d'inertie. Dans ce système découplé, les valeurs propres sont imaginaires et proportionnelles au carré des fréquences naturelles, alors que les vecteurs propres correspondants représentent les modes normaux de vibration du système. La réponse à des forces extérieures ou à des conditions initiales se fait indépendamment pour chaque degré de liberté dans le système de coordonnées modales et la solution dans les coordonnées physiques s'obtient par superposition des solutions obtenues dans les coordonnées modales auxquelles les transformations inverses sont appliquées.

Le découplage des équations de mouvement est aussi possible par une transformation de coordonnées dans une autre base que celle des vecteurs propres, pourvu que les vecteurs définissant la nouvelle base conservent des propriétés d'orthogonalité semblables à celles des vecteurs propres. Au lieu de procéder par la superposition de modes naturels, comme dans l'analyse modale, la méthode consiste à superposer des vecteurs de la nouvelle base. Deux groupes indépendants de chercheurs ont récemment proposé deux bases différentes: Wilson, Yuan et Dickens (1982) -- les vecteurs de Ritz -- et Nour-Omid et Clough (1984, 1985) -- les vecteurs de Lanczos. L'avantage d'utiliser ces vecteurs est que l'analyse du problème aux valeurs propres n'est plus nécessaire, ce qui représente une économie de calcul considérable, surtout pour les gros systèmes d'équations.

Pour un système linéaire, la méthode de superposition modale est exacte si tous les modes du système sont considérés dans l'analyse. Dans les systèmes comptant un très grand nombre de degrés de liberté, la solution

exacte demande un effort numérique trop important et on se contente d'une solution approximative où les modes supérieurs sont tronqués. La difficulté de la méthode réside justement dans le choix du nombre de modes à conserver pour obtenir une réponse de précision raisonnable. Un autre désavantage de la méthode est qu'il n'existe pas de façon rationnelle d'estimer les erreurs dues à la troncature des modes. L'usage des vecteurs de Ritz ou de Lanczos permet d'améliorer la précision.

La méthode modale a cependant été abondamment utilisée, tant pour les applications offshore [Vugts et al. (1979)], que pour les tours, antennes, ou éoliennes haubanées [Szilard (1965), Christie (1982), Gupta et Prakash (1982), Bradley (1983), Pastorel et Beaulieu (1985)] , les lignes de transport [Tsui (1976, 1977/78-I), Kapoor et Kumarasamy (1981), Kempner et Smith (1984)], les ponts haubanés [Morris (1974-I, 1976), Irvine (1980-II)], les ponts suspendus [Vincent (1958), Vellozi (1967)] et les réseaux de câbles [Morris (1974-II, 1975), Geschwindner (1981)].

3.3.3.2 Les méthodes d'intégration directe

Par opposition à la méthode de superposition modale, les méthodes d'intégration directe consistent à solutionner les équations du mouvement directement dans les coordonnées physiques. Il n'est pas nécessaire de faire d'hypothèse sur le nombre de modes influents et la solution obtenue est la solution exacte du modèle mathématique formulé; il reste évidemment des erreurs d'imprécision numérique mais pas d'erreurs de troncature. Si le système et les charges appliquées sont linéaires, l'analyse dans le domaine des fréquences est une approche efficace. [Hong (1979), Hall (1982)]

Les méthodes d'intégration directe ne nécessitent pas la solution du problème aux valeurs propres mais, en pratique, une analyse des quelques premières valeurs propres et vecteurs propres est souvent préférable. Cette

information est précieuse pour comprendre le comportement dynamique du système. Dans un problème non linéaire, la solution du problème aux valeurs propres linéarisé de la configuration de référence a tout de même son utilité, ne serait-ce que pour en tirer des observations qualitatives.

Les méthodes d'intégration directe pour l'analyse de systèmes non linéaires consistent à intégrer dans le temps les équations du mouvement où, le plus souvent, les coefficients de rigidité et d'amortissement sont revisés à la fin de chaque incrément de temps. Bathe (1982) a présenté en détails ces méthodes, exemples à l'appui, en plus d'algorithmes détaillés pour la programmation. Une autre revue, adaptée aux méthodes de Newton et quasi-Newton, a été présentée par Geradin et al. (1980). Beaucoup de chercheurs se sont appliqués à améliorer ces méthodes ou à en proposer d'autres plus efficaces où l'amortissement numérique induit dans les modes supérieurs est réduit [Hilber et al. (1977), Bazzi et Anderheggen (1982)] ou encore avec des restrictions moins sévères sur l'intervalle de temps pour la stabilité numérique [Zienkiewicz (1977)].

Les <u>méthodes implicites</u> prédisent la réponse à la fin d'un intervalle de temps en termes de variables évaluées au début et à la fin de l'intervalle; elles nécessitent donc une procédure itérative. Les plus connues sont: Wilson - θ [Wilson et al. (1973)], Houbolt [Houbolt (1950)], et Newmark - β [Newmark (1959)].

Les <u>méthodes explicites</u> ne nécessitent ni itération, ni solution d'un système d'équations linéaires. Elles prédisent la réponse à la fin d'un intervalle de temps en termes de variables évaluées à la fin d'intervalles précédents. La plus connue est la méthode des différences finies centrales.

La stabilité numérique de ces méthodes a été étudiée pour des problèmes linéaires à un seul degré de liberté. Les mêmes règles concernant

les limites sur la grandeur des intervalles de temps sont adoptées pour les problèmes non linéaires. Rappelons que certaines méthodes, comme celle des différences finies centrales, ne sont que conditionnellement stables, i.e. que les intervalles de temps requis pour assurer la stabilité numérique sont inférieurs à une valeur critique. [Bathe et Wilson (1973)]

La connaissance préalable du comportement numérique du système d'équations à résoudre permet de coupler différents opérateurs d'intégration en tirant profit des avantages de chacun. Watts et Fritz (1981), par exemple, proposent une méthode hybride, partiellement implicite et explicite. Le mouvement transversal est intégré suivant une méthode implicite alors que le mouvement longitudinal est traité comme une équation aux différences finies. La méthode est rapide et les restrictions sur l'intervalle de temps sont moins sévères que si la méthode était complètement explicite.

3.3.3.3 Les méthodes énergétiques

Les méthodes énergétiques, parce qu'elles impliquent une formulation spéciale du problème dynamique, font appel à des techniques spéciales. Carson et Emery (1976) font l'hypothèse que la forme du câble en vibration demeure une caténaire, et utilisent les équations de Lagrange pour dériver les équations du mouvement. La réponse est obtenue par intégration numérique des équations du mouvement par la méthode Runge-Kutta.

Buchholdlt et Mossavinejad (1982) utilisent la méthode du gradient conjugué pour étudier la réponse dynamique non linéaire des réseaux de câbles.

CHAPITRE 4

COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES LIGNES DE TRANSPORT AÉRIENNES SOUS CHARGES EXCEPTIONNELLES

4.1 GÉNÉRALITÉS

4.1.1 Description sommaire d'une ligne de transport aérienne

Une ligne de transport aérienne est un système interactif constitué de câbles, de chaînes d'isolateurs, de supports et de fondations, comme illustré schématiquement à la figure 4.1.

Le premier type de câbles à considérer est bien sûr le câble conducteur. En courant alternatif, trois phases par circuit sont nécessaires alors qu'en courant continu, deux sont suffisantes. Selon le voltage à transporter, chaque phase peut contenir un seul câble conducteur ou un faisceau de plusieurs conducteurs. Par exemple, Hydro-Québec utilise un faisceau de quatre conducteurs par phase dans son réseau aérien à 735 kV.

Le second type de câbles à considérer est le câble de garde qui, placé au dessus des conducteurs, les protège de la foudre. Dépendamment de l'étalement transversal des conducteurs, un ou deux câbles de garde peuvent être nécessaires pour assurer cette protection. Ces câbles sont généralement des câbles structuraux toronnés en acier galvanisé. Leur présence n'est cependant pas toujours requise. En Colombie-Britannique, par exemple, on a jugé plus économique de ne pas utiliser de câbles de garde et de tolérer un niveau de risque de pannes plus élevé. [Cook et Cooper (1963)]

Les chaînes d'isolateurs servent évidemment à isoler les conducteurs sous tension du pylône. Elles font aussi nécessairement partie du système d'attache des conducteurs au pylône. Le comportement structural de ces assemblages d'attache est déterminant dans le transfert des charges de la ligne au pylône. On peut distinguer deux grandes classes d'assemblages d'attache des conducteurs: les assemblages de suspension et les assemblages d'arrêt. Dans

une portée suspendue, les pinces de suspension et les chaînes d'isolateurs sont libres de balancer longitudinalement et transversalement en réaction aux charges sur les conducteurs. Idéalement, si toutes les chaînes de suspension sont verticales, le pylône de suspension ne résiste qu'aux charges de gravité de la ligne. Dans une portée en arrêt, les conducteurs sont encastrés dans les chaînes d'isolateurs qui s'accrochent au support; toutes les charges provenant des conducteurs sont donc transmises au support. Si l'on néglige la flexibilité des supports, une portée en arrêt a une longueur de corde fixe entre les points d'attache alors qu'une portée en suspension a une longueur de corde variable. Un groupe de portées limité aux deux extrémités par des points d'ancrage s'appelle un canton de ligne. Si l'on néglige la flexibilité des supports d'ancrage, chaque canton de ligne réagit indépendamment des autres aux charges appliquées.

Le rôle des pylônes est de transmettre sécuritairement aux fondations les efforts provenant de la ligne tout en maintenant un dégagement électrique minimum entre les conducteurs et le terrain ou les obstacles environnants.

Les pylônes où les conducteurs s'attachent en suspension sont appelés pylônes de suspension: on les utilise comme structures d'alignement (où l'angle dans la ligne est nul) et comme structures d'angle léger. Les pylônes où les conducteurs s'attachent en arrêt sont appelés pylônes d'arrêt ou d'ancrage: on les utilise comme structures d'angle fort, comme structures de fin de course (i.e. d'ancrage en bout de ligne, à l'arrivée au poste de transformation), et comme structures d'arrêt tangent (i.e. une structure d'alignement où les conducteurs sont en arrêt).

Comme montré à la figure 4.2, il existe aussi une grande variété de modèles de supports: les pylônes autoporteurs en treillis métalliques, les supports haubanés en Vé ou en Y et les mâts haubanés, les pylônes à chaînette, les portiques, les poteaux ou mâts encastrés à consoles flexibles

sont des exemples utilisés en pratique. La rigidité longitudinale des supports (i.e. la rigidité latérale suivant la direction de la ligne) varie beaucoup suivant les modèles: pour ne mentionner que les cas extrêmes, les pylônes à treillis autoporteurs sont généralement assez rigides - on les appelle d'ailleurs souvent pylônes rigides - alors que les pylônes à chaînette sont plutôt flexibles. Il apparaît clairement que pour un même canton de ligne, le choix du type de support influence à la fois la redistribution des charges aux points d'attache des câbles aux pylônes et celle des charges résultantes à la fondation.

Il existe aussi une grande variété dans les modèles de fondations, suivant la nature des efforts à transmettre et les types de terrain où elles sont construites: caissons, groupes de pieux, ancrages au roc, billes d'ancrage en mort-terrain, fondations peu profondes, etc. Mentionnons que l'étude qui suivra cette revue de la documentation négligera l'interaction fondations - supports. Cette interaction peut cependant devenir importante surtout dans les sols flexibles.

Les forces qui agissent sur chaque composante d'une ligne de transport dépendent donc non seulement des charges directement appliquées aux conducteurs et aux câbles de garde, mais aussi de la configuration et des propriétés mécaniques du système dans l'ensemble. D'un point de vue structural, la ligne de transport est donc un système fortement interactif.

4.1.2 Charges appliquées sur les lignes de transport aériennes

4.1.2.1 Classification des charges et philosophie de calcul

La figure 4.3 présente une classification des types de charges appliquées sur les lignes de transport aériennes, adoptée par Hydro-Québec. On distingue d'abord les charges du système intact par rapport aux charges du système avarié aussi appelées charges exceptionnelles. Les charges du système

intact sont des charges que la ligne subit normalement durant toute sa vie utile. Les paramètres climatiques comme la pression de vent, l'épaisseur radiale de glace (verglas ou givre), et leur combinaison, peuvent être spécifiés suivant une approche probabiliste à partir de statistiques sur les données climatiques connues au site de la ligne. A partir de ces paramètres climatiques et des paramètres d'utilisation de chaque type de pylône, on calcule les charges de base. Bien que le phénomène de délestage de glace soit généralement aléatoire, le choix des niveaux de charges dérivées dépend aussi des conditions locales de la ligne comme la topographie du terrain environnant et l'exposition de la ligne aux éléments.

La philosophie de la conception d'une ligne se résume comme suit:

- La ligne résiste sans ruine à toutes les charges du système intact. Lorsque des avaries surviennent sous charges de service, elles sont confinées, c'est-à-dire qu'elles ne se propagent pas aux portées adjacentes du canton ou même au-delà. Les dommages causés doivent permettre des réparations rapides et économiques.

- Quand les avaries surviennent aux charges limites ou même au-delà, il faut chercher à limiter les dégâts, c'est-à-dire qu'il faut empêcher une rupture en cascade de cantons de ligne successifs.

4.1.2.2 Charges statiques ou quasi-statiques

Les charges climatiques (vent, glace, variation de température, etc.) sont généralement traitées statiquement. Dans le cas du vent, il faut préciser qu'il s'agit ici de vents stables et non de phénomènes locaux comme les tornades ou ouragans, par exemple. Kempner et Laursen (1977) rapportent que des essais réalisés par la Bonneville Power Administration ont montré que les effets dynamiques sont peu importants dans les forces mesurées dans les membrures principales et dans les angles de balancement des chaînes d'isolateurs.

De la même façon, les charges climatiques appliquées sur les supports et accessoires sont traitées statiquement. La pression du vent sur les membrures individuelles est calculée à l'aide de coefficients de traînée et de

portance qui dépendent de la forme des membrures et de l'angle d'attaque du vent. Pour les structures en treillis, on utilise des coefficients globaux qui tiennent aussi compte de l'indice de vide du treillis et de son exposition (faces exposées vs faces cachées ou partiellement protégées). [Cohen et Perrin (1957)]

Les charges d'entretien et les charges de construction sont aussi statiques ou quasi-statiques, à moins d'utiliser des méthodes spéciales où les effets dynamiques sont importants; dans ce cas l'analyse dynamique du système est nécessaire. En effet, à cause des vies humaines qui seraient mises en danger, on ne tolère aucun risque de ruine pour ces charges.

La chute d'un pylône, si elle dissipe une grande quantité d'énergie comme dans le cas de supports très ductiles, cause des charges résiduelles qui peuvent être traitées statiquement sur les pylônes adjacents. Mis à part le dépassement des charges limites, la chute d'un pylône peut être causée par des avalanches, mouvements de terrain, erreurs de montage ou sabotages.

4.1.2.3 Charges dynamiques

Les charges dérivées occasionnées par le délestage dissymétrique de glace ont certainement un caractère dynamique mais l'auteure n'a pas pu retracer de publication sur le sujet. Un projet de recherche est cependant en cours sur le sujet à la section de mécanique appliquée de Polytechnique, en collaboration avec Hydro-Québec.

Plusieurs charges dynamiques dues à des phénomènes spéciaux ne sont pas traitées comme telles dans la conception structurale des lignes. On essaie plutôt de prévoir des mécanismes qui empêcheront ces phénomènes de se produire. Roussel (1976) , par exemple, a étudié la traction mécanique et les changements de configuration causés par les forces magnétiques de court-circuit entre deux phases adjacentes; ce phénomène ne doit pas se produire sur

une ligne où les dégagements électriques minimums entre les phases sont maintenus. Sur les lignes à haute tension, les arcs de contournement peuvent causer la rupture des conducteurs.

Le galop des conducteurs est un autre phénomène dynamique qu'on tente de prévenir: il peut causer des problèmes de fatigue dans les accessoires d'attache des conducteurs mais surtout, à cause des grandes amplitudes des oscillations, il peut provoquer des arcs de contournement. Ces oscillations impliquent des fluctuations de tension mécanique de 60% à 160% de la valeur au repos. En pratique, pour les pylônes rigides autoporteurs, le phénomène peut être considéré quasi-statique car la fréquence naturelle des pylônes est généralement supérieure à la fréquence du galop. Dans le cas de supports flexibles, par contre, les deux fréquences naturelles peuvent s'approcher suffisamment pour qu'il y ait amplification dynamique importante. Plusieurs modèles dynamiques pour l'étude des vibrations induites par le vent sur les conducteurs permettent de prédire les caractéristiques du galop sur une portée donnée pour assurer le contrôle de l'espacement entre les phases. Un modèle récent est celui de Schäfer (1984).

Le problème des oscillations de sous-portée dans les faisceaux de conducteurs demande aussi une attention spéciale parce qu'il a en général des conséquences semblables à celles du galop. Simpson (1972) s'est intéressé à l'étude dynamique du phénomène en comparant l'effet de l'installation de divers types d'entretoises sur le comportement des portées et sous-portées.

Les vibrations éoliennes, à cause de leur faible amplitude, ne posent pas de problème de dégagement électrique mais par contre, à cause de leurs hautes fréquences, elles occasionnent des dommages importants aux accessoires d'attache des câbles. On tente de les contrôler en installant des amortisseurs sur les portées les plus susceptibles et en limitant la traction dans les câbles à l'installation: les conditions les plus sévères se produisent

pour les câbles nus à basse température.

4.1.2.4 Charges dynamiques exceptionnelles

Les charges du système avarié sont toutes associées à des phénomènes dynamiques. On les appelle aussi charges exceptionnelles parce que ce sont des forces qui, durant toute la durée de vie de la ligne, ne s'exercent que dans des conditions exceptionnelles qui endommagent la ligne: rupture d'un ou plusieurs conducteurs ou câbles de garde, d'une ou plusieurs chaînes d'isolateurs, chute d'un pylône voisin, etc. Ces charges sont à surveiller particulièrement dans les zones non givrées où elles peuvent être les seules charges longitudinales importantes.

Bris de conducteurs

Les principales causes de rupture des conducteurs sont:

- les arcs de contournement;

  Les conducteurs peuvent être endommagés par les courants dus aux surcharges de longue durée, par les courants de court-circuit de courte durée mais de grande intensité, et par des arcs à la terre. A l'heure actuelle, le point le plus critique qui empêche la conception de pylônes plus compacts est la difficulté de bien contrôler les dégagements électriques: les moyens d'enrayer ou de limiter le galop des conducteurs et les oscillations de sous-portées ont fait l'objet de nombreuses recherches depuis une quinzaine d'années.

- les dommages par vibration en fatigue;

  Le galop, les oscillations de sous-portées et surtout les vibrations éoliennes en sont responsables.

- les défauts de matériau;

  Ces défauts sont souvent critiques dans les pièces de quincaillerie d'attache.

- les causes étrangères comme l'impact d'objets ou les coups de feu.

En somme, les bris de conducteurs ou de câbles de garde ne sont généralement pas causés par des surcharges. [Haro et al. (1956)]

Bris de chaînes d'isolateurs

Les chaînes d'isolateurs peuvent aussi être endommagées par des arcs entre les parties sous tension et les parties à la masse de la ligne. Les défauts de matériau dans les pièces d'attache comme dans les tiges d'isolateurs sont aussi des causes de bris, comme les coups de feu.

Chutes de pylônes

Le vandalisme ou le sabotage sont des causes de bris de pylônes à envisager; le plus souvent, il s'agit du dynamitage des appuis, du démontage de haubans ou de membrures redondantes des pattes. Dépendamment du type de structure, ces dommages ne causent pas toujours la chute immédiate du pylône sous les conditions de charge de tous les jours mais la chute survient éventuellement sous des charges plus élevées.

4.1.2.5 Rupture en cascade

Sous les charges exceptionnelles, la ligne subit un déséquilibre qui doit être compensé par une redistribution des contraintes dans le système. Cette redistribution se fait dynamiquement et peut provoquer des charges de pointe si fortes qu'elles peuvent causer, à leur tour, la ruine d'autres éléments du système. Une analyse dynamique est nécessaire pour évaluer fiablement ces charges dynamiques de pointe qui peuvent causer une rupture en cascade.

Au Danemark, en 1966, une cascade de 167 pylônes de ligne à 150 kV (à simple terne, i.e. un seul circuit) s'est produite sur environ 50 km d'ouest en est, d'un côté à l'autre du Jutland, de la mer du Nord à la Baltique. La cascade a duré environ 10 minutes, atteignant une vitesse de propagation de 300 à 400 km/hre. Elle a été initiée par l'effondrement d'un pylône d'angle de 30°: les conducteurs étaient glacés, la direction du vent défavorable, et le pylône comportait des défauts de conception. Les pylônes d'alignement du

type rigide (treillis autoporteur en acier) manquaient de résistance longitudinale et de résistance à la torsion. [Frandsen et Juul (1976)]

Au Québec, en novembre 1969, le réseau Manicouagan à 735 kV a subi une cascade de 30 supports suite à une sévère tempête de verglas qui a duré 8 jours. Les charges verticales étaient assez importantes pour causer l'instabilité de certains supports: il s'agissait pourtant de pylônes autoporteurs très rigides. On a depuis relocalisé une portion de cette ligne car la topographie et le climat particulier du site original en faisaient une zone propice au verglas.

Au Wisconsin, en janvier 1975, environ 120 km de ligne à 345 kV sur pylônes à treillis en acier se sont écroulés. Un premier effondrement s'est produit sur environ 90 km suite au débalancement longitudinal provoqué par la rupture d'une fondation sous un vent exceptionnellement fort. Une deuxième cascade a emporté 70 pylônes supplémentaires, sur environ 30 km de ligne, lorsque l'équipe de nettoyage a coupé les câbles qu'on avait ancrés au sol près d'un pylône porteur. [Siddiqui (1981)] Zobel (1976) rapporte que des avaries par cascade identiques et sérieuses se sont produites l'année suivante dans le Wisconsin et le Nebraska sur des lignes sur portiques de bois.

Ces exemples illustrent tous des cascades initiées par la ruine d'un support ou de sa fondation. Il faut admettre que la rupture des conducteurs est plutôt rare sur les pylônes à haute tension parce que la plupart des concepteurs adoptent des facteurs de sécurité plus élevés pour le calcul des câbles et de leurs assemblages d'attache que pour le calcul du pylône. En terme de coût des réparations, il est économique de garder le pylône comme point faible de la ligne.

Nous verrons au chapitre 5 diverses approches pour la prévention des cascades.

4.2 COMPORTEMENT DES LIGNES SOUS CHARGES EXCEPTIONNELLES

4.2.1 La redistribution des charges longitudinales

4.2.1.1 Aspect statique

Le calcul de la position d'équilibre statique de la ligne après l'avarie se fait itérativement. Bissiri et Landau (1947) ont présenté une méthode simple qui néglige la flexibilité des supports mais qui peut donner suffisamment de précision si on veut évaluer seulement les changements de flèche pour vérifier des dégagements électriques. La redistribution des charges se fait grâce au balancement des chaînes d'isolateurs jusqu'à ce que chaque point de suspension soit en équilibre. Comme la traction dans les conducteurs varie, il faut aussi tenir compte de l'élasticité des câbles. (Voir figure 4.4)

Poskitt (1964) a aussi étudié les configurations d'équilibre en négligeant la flexibilité des pylônes d'alignement par rapport à l'effet du balancement des chaînes d'isolateurs suspendues. Il en tient compte pour les structures d'arrêt, cependant, où les assemblages d'attache n'apportent aucune flexibilité supplémentaire. Campbell (1970) reprend le problème en incluant la flexibilité de tous les pylônes mais les cantons étudiés ont tous des portées nivelées et alignées. Angelos et Cluts (1977) introduisent les dénivellations du terrain et simulent l'effet de trois paramètres sur les charges de débalancement longitudinal: la flexibilité des structures, les variations de température, et la variation des longueurs des portées. Ils vérifient que la flexibilité des supports réduit le débalancement, tout comme l'augmentation de longueur des assemblages de suspension. Ceci explique d'ailleurs pourquoi les débalancements sont souvent beaucoup plus grands dans les câbles de garde que dans les conducteurs. Bien qu'elles ne soient pas aussi critiques que les charges de glace, les grandes variations de température peuvent aussi provoquer des charges longitudinales importantes. D'autres

résultats indiquent que pour les portées normalement utilisées (300 m à 600 m) dans les lignes à haute tension, les forces de débalancement sont à peu près directement proportionnelles à la portée moyenne du canton et aussi directement proportionnelles au rapport entre la portée réelle et la portée moyenne.

4.2.1.2 Aspect dynamique

Haro, Magnusson et Pönni (1956) ont les premiers étudié le caractère dynamique de la redistribution de traction causée par une rupture de conducteur, à partir d'essais en vraie grandeur sur des lignes de 110 et 220 kV.

La figure 4.5 reproduit schématiquement un oscillogramme de la traction dans le conducteur. Après la rupture du conducteur, la traction décroît rapidement au support d'essai, soit dans la portée adjacente au bris, jusqu'à 5 à 10% de la valeur initiale. Siddiqui (1981) parle d'une réduction moins importante, allant jusqu'à 50% de la valeur initiale, mais une chose est certaine: cette réduction immédiate est observée dans tous les tests. La traction reste stable pendant quelques dixièmes de seconde, ce délai diminuant lorsqu'on raccourcit l'assemblage de suspension et lorsqu'on diminue la traction initiale. Elle augmente ensuite pour atteindre sa première pointe; le taux de l'accroissement dépend aussi de la traction initiale et de la longueur de l'assemblage de suspension. On observe ensuite une série de pointes et de creux jusqu'à ce que le régime permanent soit atteint, en général après quelques minutes. Des réflexions d'ondes provenant du deuxième support causent des pointes considérables de traction sur le premier support après quelques secondes: souvent, quand la traction initiale est plus faible, la deuxième pointe est supérieure à la première. En plus des réflexions aux points de suspension, les ondes de choc proviennent aussi des mouvements des assemblages de suspension et de la traverse, et bien sûr, des vibrations naturelles des conducteurs dans la portée. Govers (1970) rapporte aussi des

essais (en vraie grandeur et aussi à échelle réduite) confirmant ce comportement global, tout comme Mozer et al. (1981) avec des essais sur modèles réduits.

À la lumière des résultats d'essais réalisés par d'autres chercheurs, combinés à des résultats d'essais en vraie grandeur qu'ils ont eux-mêmes réalisés pour le compte de l'EPRI (Electric Power Research Institute - organisme américain), Peyrot et al. (1980) interprètent le comportement dynamique de la redistribution des forces de débalancement en termes d'énergie. La première pointe de traction est due au relâchement soudain de l'énergie de déformation emmagasinée dans le conducteur de la portée adjacente au bris. Cette énergie potentielle de déformation sert à accélérer le conducteur horizontalement, s'éloignant du point de bris. C'est au moment où l'assemblage de suspension atteint son balancement maximum que la première pointe de traction survient. La deuxième pointe est due au transfert d'énergie potentielle gravitationnelle en énergie cinétique. Aussitôt que le câble est accéléré horizontalement, il subit aussi une chute verticale pour atteindre sa nouvelle position d'équilibre. Cette deuxième pointe est celle qui réapparaît ensuite régulièrement, mais de plus en plus amortie, jusqu'à ce que l'équilibre statique final soit atteint.

Les réactions longitudinales à la console, ou à la traverse, sont complémentaires à la traction dynamique développée dans la portée intacte. Supposant des portées égales, nivelées et parfaitement alignées, la charge longitudinale à la console passe immédiatement de zéro à un maximum. On retrouve ensuite la même succession de pointes et de creux que pour la traction horizontale, avec une deuxième pointe souvent plus grande que la première. Pour une structure encastrée à la base, il est intéressant de comparer le profil dynamique du moment renversant avec celui de l'input à la console. Le moment subit encore des pointes et des creux, avec la deuxième pointe souvent

dominante, mais cette fois, le profil est beaucoup moins irrégulier: la structure filtre les hautes fréquences de l'input. A cause de l'inertie du support rigide, il faut s'attendre à ce que l'amplitude des pointes dynamiques du moment à la base soient amplifiées par rapport aux pointes de la charge à la console. [Siddiqui (1981)] Lindsey, dans une discussion des travaux de Mozer et al. (1977), mentionne à raison que cette amplification n'est pas systématique et que ce sont les caractéristiques dynamiques du support qui déterminent s'il y a amplification ou amortissement des effets dynamiques vers la base. Un support plus flexible, avec une masse importante et un amortissement interne non négligeable, ne répondrait pas aussi rapidement aux pointes dynamiques de hautes fréquences et, en conséquence, n'amplifierait pas nécessairement le facteur de pointe à la fondation. Ce comportement est effectivement vérifié par Mozer et al. (1981) dans une autre série d'essais sur modèles réduits.

Dans une ligne où les conducteurs sont groupés en faisceaux, il faut considérer la rupture d'une phase entière pour obtenir un profil semblable de répartition des forces longitudinales. En effet, la rupture d'un seul conducteur ne charge pas directement le support mais plutôt le ou les autres conducteurs du même faisceau. [Comellini & Manuzio (1968)]

4.2.2 Source des non linéarités

4.2.2.1 Non linéarités géométriques

Les non linéarités géométriques sont sans contredit les plus influentes dans le comportement d'une ligne de transport sous charges exceptionnelles. Elles proviennent principalement de quatre sources:

- le comportement des câbles;
- le balancement des assemblages de suspension des conducteurs;
- le comportement des pylônes sous grands déplacements;
- l'effet P-Delta sur les pylônes.

Nous avons déjà vu au premier chapitre que le câble obéit à une loi non linéaire traction vs flèche. D'un point de vue strictement statique, la rigidité axiale d'un câble est donc une fonction non linéaire de la traction. Nous avons aussi vu, au deuxième chapitre, que bien que la théorie linéaire soit utile pour étudier les vibrations des câbles, il ne faut pas trop s'y fier lorsque les vibrations atteignent des amplitudes non négligeables, comme on peut s'y attendre dans les problèmes de bris de câbles.

Le balancement des assemblages de suspension des conducteurs joue un rôle capital dans la redistribution des forces longitudinales le long des pylônes du canton. Le changement d'angle de balancement d'une chaîne de suspension varie non linéairement avec la force appliquée au bas de l'assemblage. Référons-nous à la figure 4.4 qui illustre l'équilibre statique avec balancement des isolateurs et fléchissement du support. Supposons que l'assemblage de suspension ait une longueur $\ell_I = X_n \sec\alpha$ et un poids par unité de longueur w_I, et que le poids résultant des câbles supportés est W. L'équilibre des moments par rapport au point d'attache au pylône s'écrit:

$$(W + 0{,}5\, w_I \ell_I)\, \ell_I \sin\alpha - (H_n - H_{n-1})\, \ell_I \cos\alpha = 0, \tag{4.1}$$

d'où

$$(H_n - H_{n-1}) = (W + 0{,}5\, w_I \ell_I) \tan\alpha. \tag{4.2}$$

Appelons F_I, la force de débalancement longitudinal $(H_n - H_{n-1})$. La rigidité de l'assemblage en position déformée, k_I, peut se calculer en prenant dF_I/dX_n.

$$k_I = \frac{dF_I}{dX_n} = \frac{dF_I}{d\alpha}\frac{d\alpha}{dX_n} = (W + 0{,}5\, w_I \ell_I)\frac{\sec^3\alpha}{\ell_I}. \tag{4.3}$$

Si le poids de l'assemblage est négligeable devant le poids des câbles et que le déplacement latéral X_n est introduit, on a

$$k_I = \frac{W \sec^2\alpha}{X_n}, \text{ pour } \alpha < \pi/2. \tag{4.4}$$

Cette définition néglige cependant la déformation axiale de l'assemblage. Siddiqui (1981) proprose une autre formule où la rigidité axiale $E_I A_I$ de l'assemblage est prise en compte:

$$k_I = \frac{(W + 0{,}5\ w_I \ell_I)}{\ell_I \left\{ \cos^3\alpha + \sin^2\alpha \left[\frac{W + 0{,}5\ w_I \ell_I}{E_I A_I}\right](3 \cos^2\alpha + \sin^2\alpha) \right\}}. \tag{4.5}$$

Cette formule a aussi l'avantage de lever l'indétermination de (4-3) et (4-4) pour $\alpha = \pi/2$. Si l'assemblage est complètement horizontal, il agit comme une barre élastique.

La preuve du comportement non linéaire de l'assemblage de suspension est amplement faite, mais ajoutons tout de même que le problème se complique encore davantage si l'on considère la chaîne d'isolateurs comme une caténaire élastique. Dans certains cas où les assemblages sont très longs et très lourds, ce raffinement peut effectivement devenir nécessaire. Par contre, la tendance récente est à l'utilisation de tiges très rigides avec jupes isolantes faites de matériau synthétique très léger: le modèle d'une barre subissant un mouvement rigide est alors convenable.

Le comportement des pylônes sous grands déplacements (flèches et rotations) est aussi une source de non linéarités géométriques qu'il ne faut pas négliger, surtout dans les types de supports très flexibles. Les poteaux et portiques de bois, par exemple, sont connus pour admettre des flèches et rotations importantes sous débalancement longitudinal. Ce phénomène est aussi à considérer dans les pylônes à consoles flexibles.

Finalement, l'effet P-Delta sur les pylônes est toujours important dans un problème de charges exceptionnelles à cause de la grandeur des charges verticales et déplacements latéraux impliqués.

4.2.2.2 Non linéarités du matériau

Nous avons aussi vu au premier chapitre que la loi du matériau des conducteurs n'est pas linéaire, surtout au voisinage de la résistance ultime. Etant donné les grandes pointes de traction susceptibles de se développer dans un problème de bris de câbles, il n'est pas impossible que le niveau de chargement approche cette résistance ultime et mobilise ainsi le comportement non linéaire du matériau du câble. En plus des conducteurs, qui sont tout de même spécifiés avec des réserves de sécurité plus importantes que les supports ou même les assemblages d'attache, il ne faut pas sousestimer le cas des haubans qui, sous charges exceptionnelles et surtout dans une structure anti-cascades, sont fortement sollicités.

Mentionnons finalement que l'amortissement interne réel des câbles, bien que difficile à modéliser, est une source additionnelle de non linéarité. Il en est de même pour leur amortissement aérodynamique qui relève plutôt des non linéarités géométriques déjà discutées.

4.2.3 Notions de facteur d'impact

4.2.3.1 Résultats expérimentaux

A cause de son caractère dynamique, la répartition des forces de débalancement longitudinal dues au bris d'une phase présente des pointes de courte durée dont l'intensité est difficile à calculer. C'est en partie pourquoi, jusqu'à maintenant, le calcul de la résistance des lignes sous charges exceptionnelles s'est toujours basé sur des méthodes statiques équivalentes.

Une étude de Govers (1970) a été très influente dans le choix des facteurs d'amplification dynamique (ou facteurs d'impact) à utiliser dans les méthodes de calcul statiques. Les définitions suivantes sont utilisées dans la discussion de ses résultats:

<u>Rapport dynamique:</u> $R_i = \frac{F_d}{F_i}$;

<u>Rapport résiduel:</u> $R_r = \frac{F_r}{F_i}$;

<u>Facteur de surcharge transitoire:</u> $R_o = \frac{F_d}{F_r}$;

où F_d: valeur de crête transitoire de l'effort horizontal exercé sur le pylône par le conducteur brisé

F_i: effort statique initial sur le conducteur avant rupture

F_r: effort statique résiduel exercé par le conducteur après rupture.

Govers analyse une série de résultats d'essais sur pylônes rigides autoporteurs dont l'influence de la flexibilité sur les rapports d'amplification dynamique s'est avérée négligeable. Ses principales conclusions sont les suivantes:

- Pour des paramètres de lignes égaux (H/w fixe), et négligeant la très faible influence de l'élasticité des matériaux, les rapports dynamiques sont indépendants du matériau des conducteurs.

- Le rapport dynamique dépend uniquement de deux facteurs:

  i) le rapport portée/flèche (L/S à la figure 4.6) dont l'inverse est aussi appelé flèche relative. Il s'agit en fait d'une mesure de l'influence de la traction initiale du conducteur.

  ii) le rapport portée/longueur de l'assemblage de suspension (L/I à la figure 4.6).

La figure 4.6 montre que l'influence de la longueur de l'assemblage de suspension est plus grande que celle de la flèche relative, qui est tout de même importante. La figure 4.7 illustre la variation du facteur de surcharge transitoire, R_o, en fonction des mêmes paramètres L/S et L/I. Ce facteur peut être considéré comme une marge de sécurité inhérente et indispensable. Des forces de traction initiale plus élevées (L/S plus élevé) induisent des charges transitoires plus fortes, et ces effets sont d'autant

plus prononcés lorsque les assemblages de suspension sont courts. Comellini et Manuzio (1968) avaient déjà fait cette remarque, mais sans l'appuyer de résultats précis comme les abaques de Govers.

Mozer et al. (1977) ont aussi réalisé une série d'essais sur modèles réduits pour évaluer les facteurs d'impact sous bris de conducteurs, mais en utilisant cette fois des supports plus flexibles que ceux des essais rapportés par Govers. Un modèle mathématique a aussi été développé, et les simulations par ordinateur sont vérifiées par les essais avec une marge d'erreur inférieure à 15%. Les facteurs d'impact obtenus sont de beaucoup inférieurs aux prédictions de Govers: certains sont plus de deux fois moindres. Une première explication à ces différences est sans doute que la flexibilité des supports n'est plus négligeable alors que les résultats des figures 4.6 et 4.7 sont restreints à des supports infiniment rigides. Une seconde explication serait que les facteurs d'impact de Govers (fig. 4.7) n'incluent pas l'interaction dynamique des portées adjacentes dans le canton.

Lummis (dans Mozer et al. (1977)) remet en cause la signification du facteur d'impact tel que défini par Mozer et ses collaborateurs, et par Govers (facteur R_o). Il accepte que le critère de force s'avère satisfaisant comme mesure approximative de la résistance statique d'un système rigide. Pour un système flexible, par contre, il suggère qu'un critère énergétique soit utilisé pour mesurer la résistance dynamique: l'inclusion des trois dimensions d'énergie (l'énergie cinétique, l'énergie potentielle gravitationnelle, et l'énergie potentielle de déformation) fournirait un critère plus révélateur que la force seule.

4.2.3.2 Modèles théoriques

Peyrot et ses collaborateurs (1980) ont été les premiers à développer des modèles théoriques pour le calcul des facteurs d'impact. Leurs travaux vont dans le sens proposé par Lummis, i.e. qu'ils sont axés sur la notion

d'énergie.

Deux modèles sont proposés pour évaluer les tractions dynamiques de pointe, soit un modèle pour chacune des pointes principales , les deux étant causées par des phénomènes différents. L'intensité de la première pointe est prédite par un <u>modèle d'énergie de déformation</u> alors que pour la deuxième pointe, c'est un <u>modèle gravitationnel</u>.

Première pointe: modèle d'énergie de déformation

Comme les essais montrent que la première pointe se produit avant que le conducteur brisé n'ait le temps de s'abaisser à la nouvelle position d'équilibre, Peyrot l'attribue au relâchement d'énergie de déformation causé par la chute subite de traction. La figure 4.8 montre un schéma du modèle étudié.

Le câble est discrétisé en une série de masses reliées entre elles par des ressorts simulant les propriétés élastiques du câble. En position initiale, comme montré au schéma 4.8a), le câble est sous traction uniforme T_i alors que l'énergie de déformation qui y est emmagasinée vaut

$$E_{si} = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{T_i^{\,2}}{EA}\, dx = \frac{1}{2} \frac{T_i^{\,2} L}{EA} \qquad (4\text{-}6)$$

Dès que le bris survient dans la portée de gauche, le conducteur est accéléré vers la droite jusqu'à ce que son mouvement horizontal atteigne une amplitude maximum: les chaînes d'isolateurs sont supposées en position horizontale comme au schéma 4.8 b). Le schéma 4.8 c) représente l'allongement de chacun des ressorts dans cette configuration d'amplitude maximum où la vitesse est nulle. Le modèle s'appuie alors sur l'analogie entre le mouvement horizontal du câble et le premier mode de vibration axiale d'une barre élastique, $\Phi(x)$:

$$\Phi(x) = B \sin \frac{\pi x}{2L} \qquad (4\text{-}7)$$

L'énergie de déformation emmagasinée dans cette configuration vaut:

$$E_{si} = \frac{1}{2}\int_0^L EA\left\{\frac{d\Phi}{dx}\right\}^2 dx = \frac{1}{2}\int_0^L EA\left\{\frac{\pi B}{2L}\right\}^2 \cos^2\left\{\frac{\pi x}{2L}\right\} dx \qquad (4\text{-}8)$$

De (4-6) et (4-8), on tire

$$B = \sqrt{2}\ \frac{T_i}{EA}\ \frac{2L}{\pi}\ . \qquad (4\text{-}9)$$

L'allongement $d\Xi(x)/dx = \sqrt{2}\ T_i/EA\ \cos(\pi x/2L)$ est maximum à l'extrémité gauche (à $x = 0$) et vaut $\epsilon_{max} = \sqrt{2}\ T_i/EA$. La force de traction de la première pointe, T_p, se produit donc à cette extrémité et vaut

$$T_p = \sqrt{2}\ T_i\ . \qquad (4\text{-}10)$$

A cause de l'analogie avec les vibrations axiales de barre, ce modèle est plus représentatif des cas où la traction initiale est élevée et l'assemblage de suspension assez court. C'est le cas du câble de garde.

Deuxième pointe: modèle gravitationnel

La deuxième pointe est fonction de la perte d'énergie potentielle gravitationnelle des conducteurs à mesure qu'ils s'abaissent pour atteindre la nouvelle position d'équilibre. Ce phénomène peut être représenté par un modèle simplifié à un seul degré de liberté comme montré à la figure 4.9. Dans le modèle, la masse des câbles est concentrée en M. Quand la masse est relâchée, l'énergie potentielle libérée est transformée en énergie cinétique et la masse oscille autour de sa position d'équilibre final, avec fréquence naturelle ω. Le mouvement oscillatoire est donné par

$$x(t) = A \sin(\omega t - \phi) \qquad (4\text{-}11)$$

où A est l'amplitude du mouvement et ϕ l'angle de phase. L'énergie cinétique maximum égale l'énergie potentielle de pointe disponible, E_{pp}:

$$E_{pp} = \frac{1}{2} M (A\omega)^2 \qquad (4\text{-}12)$$

d'où l'amplitude du mouvement, mesurée par rapport à la position finale, vaut

$$A = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2\,E_{pp}}{M}} \; . \qquad (4\text{-}13)$$

La force maximum qui s'exerce sur le ressort, F_{max}, est donnée par la force statique résiduelle, $F_r = Mg$, plus la composante dynamique lorsque le mouvement a une amplitude maximum A:

$$F_{max} = F_r + KA$$

$$= Mg + \frac{K}{\omega}\sqrt{\frac{2\,E_{pp}}{Wg}} \; . \qquad (4\text{-}14)$$

Le facteur d'impact de la force, dénoté IFF par Peyrot, est donné par

$$IFF = \frac{F_{max}}{F_r} = 1 + \omega\sqrt{\frac{2\,E_{pp}}{Wg}} \; , \qquad (4\text{-}15)$$

où $W = Mg$.

Contrairement au modèle précédent, le facteur d'impact n'est pas constant: il dépend de la fréquence naturelle de la portée adjacente au bris, ω, et de l'abaissement du centre de gravité du câble en position finale par rapport à la position initiale.

Comme, en pratique, les vibrations axiales et transversales ne peuvent pas être complètement découplées, Peyrot propose une formule pour le facteur d'impact basée sur (4-15) mais incluant aussi l'énergie de déformation relâchée lors du bris dans le terme d'énergie d'énergie potentielle:

$$IFF = 1 + \omega\sqrt{\frac{2(E_{pp} + E_{si} - E_{sf})}{Wg}} \; . \qquad (4\text{-}16)$$

ω : pulsation naturelle du premier mode de vibration transversale du câble en position finale.

E_{pp} : perte d'énergie potentielle gravitationnelle subie par les conducteurs lors du bris.

$E_{si} - E_{sf}$: perte d'énergie potentielle de déformation.

W : poids total des conducteurs dans la portée adjacente au bris.

g : accélération de gravité.

La rigidité latérale du support, K_s, peut être ajoutée à la rigidité axiale du conducteur: la fréquence naturelle ω est modifiée en conséquence, de même que E_{pp}.

Voici donc la méthode proposée par Peyrot et al. (1980) pour prédire la traction dynamique de pointe du conducteur appliquée à la console ou à la traverse du pylône où survient le bris:

1) calculer la position d'équilibre statique final du canton après le bris

2) calculer la fréquence naturelle du premier mode de vibration transversal de la portée adjacente au bris, dans sa position finale

3) évaluer les pertes d'énergie potentielle:

   E_{pp} = Wh où h est la dénivellation du centre de gravité de la portée

   $$E_{si} - E_{sf} = \frac{1}{2} \frac{L}{EA} (T_i^2 - T_f^2) + \frac{1}{2} K_s D_n^2$$

   où D_n est le déplacement latéral du pylône au point d'attache (voir figure 4.4).

4) calculer le facteur d'impact IFF suivant (4-16).

Peyrot et ses collaborateurs ont démontré que cette formule énergétique vérifie, avec une marge d'erreur de ± 15%, les mesures faites lors d'essais rapportés par Borges (1968), Mozer et al. (1977 et 1981), et par les auteurs mêmes.

4.2.4 Paramètres influents

4.2.4.1 Généralités

Il faut reconnaître que le comportement dynamique d'une ligne de transport sous charges exceptionnelles est un phénomène complexe où plusieurs

facteurs entrent en jeu. Nous allons discuter l'influence des principaux paramètres influents, telle que connue à ce jour d'après les essais réalisés et les principes d'analyse dynamique des structures. Rappelons ici que la discussion suivante n'est pas valide que pour les cas de bris de conducteurs, mais bien pour toutes les charges exceptionnelles en général qui occasionnent des débalancement longitudinaux.

Les paramètres discutés sont:

1) la force de prétension initiale dans les câbles
2) la longueur des assemblages de suspension des conducteurs
3) la dimension de la portée adjacente au bris
4) le nombre de portées adjacentes
5) le nombre et la localisation des phases sollicitées
6) la présence de câbles intacts
7) la flexibilité des pylônes
8) la flexibilité des fondations
9) les caractéristiques dynamiques des pylônes
10) la présence de haubans
11) la traînée des câbles sur le sol.

4.2.4.2 La force de prétension initiale dans les câbles

Haro et al. (1956) avaient déjà observé que l'intensité de la force de traction initiale influence le profil de distribution des forces de débalancement longitudinal. Si la traction est forte, les pointes transitoires ont des pentes raides et le profil des forces est très irrégulier. général, le rapport dynamique R_1 augmente alors que le rapport résiduel R_r diminue, de sorte que le facteur de surcharge transitoire R_o augmente. De plus, la première pointe est souvent la plus forte dans les cas de prétensions initiales élevées, alors que la deuxième pointe prédomine généralement pour les prétensions initiales plus faibles.

4.2.4.3 La longueur des assemblages de suspension des conducteurs

À mesure que la longueur de l'assemblage de suspension augmente, le taux d'accroissement de la force de traction de la première pointe diminue, mais la valeur maximum atteinte est quand même plus grande. En régime permanent, cependant, la traction résiduelle est d'autant plus grande que l'assemblage de suspension est court; un slack moins grand est introduit dans les portées intactes. [Haro et al. (1956)]

4.2.4.4 La dimension de la portée adjacente au bris

La pointe maximum du déséquilibre dynamique est d'autant plus grande que la portée adjacente au bris est courte. En effet, les grandes portées tendent à réduire l'influence relative du balancement des chaînes d'isolateurs sur le système: le slack additionnel induit par ce balancement perturbe beaucoup plus l'équilibre d'une courte portée que d'une longue. Siddiqui (1981) attribue aussi le comportement des portées plus longues au fait que leur masse plus grande dissipe davantage d'énergie cinétique.

4.2.4.5 Le nombre de portées adjacentes

La pésence d'éléments de ligne au-delà de la portée brisée ou directement sollicitée influence non seulement la réponse dynamique du système mais aussi la valeur de la charge statique résiduelle. Selon Siddiqui, le nombre de portées adjacentes considéré dans une analyse dynamique n'a plus d'importance au-delà de 5; les différences observées dans le moment renversant à la base sont inférieures à 5% si d'autres portées sont modélisées.

Dans les modèles numériques étudiés, cependant, on se limite habituellement à 3 portées afin de réduire les coûts de calcul. Ce nombre s'avère suffisant pour prédire la variation des forces de débalancement à la console. [Thomas et Peyrot (1982)] Il faut aussi réaliser que le nombre de portées

influentes dépend de la flexibilité de la ligne en général: dans une ligne plus flexible (conducteurs et supports), les forces de débalancement se redistribuent sur un plus grand nombre de portées dans le canton.

4.2.4.6 Le nombre et la localisation des phases sollicitées

La rupture simultanée de toutes les phases d'une portée, même si elle est théoriquement possible, a très peu de chance de provoquer des charges d'impact simultanées. Un essai sur un tronçon de ligne, réalisé par Peyrot et ses collaborateurs (1980) a révélé un facteur d'impact plus faible, même, que si une seule phase avait été sollicitée. Ce résultat s'explique par au moins trois facteurs:

- les charges dynamiques de pointe ne se produisent pas simultanément pour tous les câbles (câbles de garde et conducteurs);
- dans le cas d'un bris de câbles, si le bris survient en travée, la portion des câbles qui reste attachée au support possède une inertie non négligeable qui s'ajoute à celle des portées intactes;
- les facteurs d'impact associés aux câbles de garde sont moins grands que ceux associés aux conducteurs et l'effet global résultant tend vers une valeur moyenne.

Dans les pylônes à un seul circuit où les phases sont en nappe horizontale, les débalancements survenant dans une phase externe sont moins critiques que ceux qui surviennent dans la phase centrale. Comme la console se déforme moins au centre, une avarie en phase centrale ne mobilise pas autant la flexibilité des supports qu'une avarie aux phases externes.

4.2.4.7 La présence des câbles intacts

La plupart des chercheurs reconnaissent l'influence de la présence du ou des câbles de garde sur les charges de pointe. Le câble de garde restreint le mouvement du haut du pylône, limitant ainsi les déplacements aux extrémités des consoles ou ceux de la traverse, d'où la rigidité latérale du support se trouve accrue et le moment renversant à la base considérablement réduit. L'effet est d'autant plus important que la traction initiale est élevée dans

le câble de garde et que le support est flexible.

Les avis sont partagés au niveau de l'influence des conducteurs intacts ou, plus généralement, des phases ne subissant pas directement les forces de débalancement. Siddiqui, par exemple, observe dans ses simulations numériques que les conducteurs intacts n'induisent pas d'efforts notables qui affecteraient la charge dynamique maximum (effet inférieur à 5%) et décide de les éliminer pour réduire la taille du problème. Il faut signaler que les supports considérés sont du type rigide autoporteur. Kotsubo et al.(1983) rapportent des tests en vraie grandeur sur les modes et fréquences propres de vibration de trois pylônes rigides avec et sans conducteurs dans les portées adjacentes; ils concluent que les effets de la présence des câbles sont si faibles que l'interaction peut être négligée. La seule influence notable mesurée est au niveau de l'amortissement interne des supports qui augmente lorsque les câbles sont installés. Ces observations vont à l'encontre de celles faites par Kempner et al.(1980); si les oscillations induites sur les câbles intacts sont dans le domaine de sensibilité du pylône (i.e. au voisinage de ses fréquences naturelles), l'interaction peut devenir significative .

Dans les structures à consoles flexibles, et à plus forte raison dans les lignes sur pylônes à chaînette, les câbles intacts jouent un rôle important parce que le système complet câbles-structures réagit interactivement, comme mentionné au paragraphe suivant.

4.2.4.8 La flexibilité des pylônes

Ce paramètre avait déjà été étudié par Haro et al. (1956) alors que deux types de supports (soumis à des bris de câbles) étaient comparés: un portique à treillis en acier et un portique de bois haubané, beaucoup plus flexible dans la direction longitudinale. Pour la ligne sur portiques hauba-

nés, la pointe maximale de traction vaut environ les 2/3 de celle de la ligne sur portiques d'acier.

La flexibilité des supports produit donc une réduction ultérieure du déséquilibre des forces. Cette réduction dérive du déplacement latéral subi par le pylône en vertu de sa flexibilité; il en résulte des déséquilibres de traction dans les conducteurs et câbles de garde intacts qui tendent à équilibrer la force transmise dans le câble directement sollicité par la charge exceptionnelle. L'influence de la flexibilité sur la pointe dynamique est aussi importante que sur la force statique résiduelle, bien que les propriétés d'inertie des câbles et des pylônes exercent aussi une influence non négligeable.

Tant que la période fondamentale des oscillations libres du pylône reste petite par rapport aux temps de propagation des ondes dans la portée adjacente, une augmentation de la flexibilité du pylône réduit la pointe dynamique.

Siddiqui suggère de tirer profit de la flexibilité des supports, dans la conception de lignes, en adoptant des facteurs d'impact inférieurs à ceux utilisés pour les supports rigides. Précisons bien ici que nous parlons de "facteurs d'impact inférieurs" et non pas de débalancements inférieurs en valeur absolue. Il faut se rappeler que le facteur résiduel statique reste plus élevé pour les lignes flexibles.

4.2.4.9 La flexibilité des fondations

L'étude des lignes sous charges exceptionnelles se fait presque toujours avec l'hypothèse que la fondation est infiniment rigide. Cette hypothèse est justifiée pour des problèmes de charges d'impact. Selon Trainor et al.(1983), les propriétés de la fondation sont importantes surtout dans le cas de charges oscillatoires à long terme, comme les forces de vent, qui peuvent causer un soulèvement graduel des fondations et des cycles de

chargement traction-compression qui sont plus dommageables.

Darbre (1982) a étudié l'interaction fondation-structure d'une plate-forme de forage offshore haubanée, dans le mode fondamental: l'interaction s'est avérée négligeable parce que la rigidité latérale de la fondation était beaucoup plus grande que celle du système de haubanage.

Une analyse dynamique détaillée incluant la modélisation des propriétés du sol n'est recommandée que pour l'étude des charges sismiques sur des structures haubanées non conventionnelles avec fondations spéciales ou conditions de sol spéciales.

4.2.10 Les propriétés inertielles des pylônes

Les caractéristiques dynamiques des pylônes (inertie et amortissement) influencent la redistribution des charges dynamiques longitudinales, spécialement quand les pylônes sont flexibles. Elles influencent aussi l'amplification ou l'amortissement de ces charges à mesure qu'elles sont transmises des points d'attache des câbles à la fondation. Les principes dynamiques nous permettent d'affirmer que si le support a une période naturelle inférieure à celle de l'excitation, il peut être considéré comme rigide; dans ce cas, la réponse aux charges dynamiques est quasi-statique. Cela signifie que les charges d'impact ne sont ni amplifiées, ni amorties.

Mozer, Wood et Hribar (1981) ont développé une méthode simplifiée pour évaluer l'amplitude maximum de la réponse de la structure sous charges longitudinales dues à des bris de conducteurs. La méthode est analogue à celle des spectres de réponse utilisée pour l'analyse sismique des structures. La charge de débalancement longitudinal est traitée comme une excitation forcée complètement extérieure au système, alors que le pylône est idéalisé par un système linéaire élastique à un seul degré de liberté. L'intégrale de Duhamel permet d'évaluer le facteur de réponse de la structure, SRF,

$$SRF = \frac{\text{Déplacement maximum}}{\text{Déplacement statique}} ,$$

pour différentes périodes naturelles et différents facteurs d'amortissement du support. Un exemple de spectre de réponse est montré à la figure 4.10. Reconnaissant que le paramètre déterminant l'allure du spectre est la force de prétension initiale, Mozer et ses collaborateurs ont généré plusieurs spectres de réponse correspondant à diverses forces de traction, puis les ont regroupés et simplifiés pour obtenir des spectres de réponse plus généraux pour fin de dimensionnement ou, à tout le moins, pour estimer l'amplification dynamique subie par le pylône. Mozer suggère d'utiliser ces spectres pour identifier les bandes de fréquences dangereuses où l'amplification dynamique est de beaucoup supérieure à 1.

4.2.4.11 La présence de haubans

Dean (1961) et Davenport et Steels (1965) se sont spécialement intéressés aux interactions dynamiques entre haubans et supports. Dans les structures flexibles, les vibrations latérales des haubans et des pylônes supportés se produisent avec des fréquences naturelles souvent du même ordre de grandeur alors il est important d'inclure l'inertie des haubans dans les calculs dynamiques. Les fréquences des vibrations axiales des haubans sont généralement d'un ordre de grandeur plus élevé que celles de leurs vibrations latérales et on peut négliger leur influence.

A certaines fréquences, selon les observations de Davenport et Steels, le comportement d'un hauban peut devenir dangereux: le hauban, au lieu de supporter le mât (i.e. de lui procurer une résistance latérale), contribue à le déstabiliser. Ceci se produit en particulier lorsque le module de rigidité dynamique tel qu'établi par Davenport devient négatif.

Des simulations sur ordinateur (Addie (1978)) de la réponse forcée d'une tour haubanée en trois dimensions montrent que l'apport des modes supé-

rieurs consiste à réduire l'intensité de la réponse et que son omission résulte en prédictions conservatrices. Cet apport est tout de même relativement faible puisque les modes supérieurs comportent des noeuds près des ancrages d'où l'influence de la traction est réduite, et bien qu'ils soient associés à beaucoup d'énergie de déformation, l'énergie de déformation totale des haubans reste une faible proportion de celle emmagasinée dans la structure et ses fondations.

Des essais récents, rapportés par Lin et al. (1984), réalisés sur deux tours haubanées (hauteurs 190 m et 136,5 m) avec deux niveaux de haubanage ont encore démontré l'importance de l'interaction dynamique haubanstructure. Les plus basses fréquences naturelles d'un pylône haubané sont gouvernées par le comportement dynamique des haubans. Dans une analyse modale, il est recommandé de considérer au moins les trois premiers modes de vibration de chaque hauban. Ces essais ont aussi montré que, comme Davenport et Steels l'avaient déjà remarqué, les haubans peuvent causer un support négatif au lieu de contribuer à la rigidité latérale de la tour. C'est pourquoi on suggère de supporter une tour très haute par plusieurs niveaux de haubanage.

4.2.4.12 La traînée des câbles sur le sol

Il est possible, et même assez courant, que suite à une avarie sous charges exceptionnelles, une portion des câbles de la ligne traîne au sol. Cela se produit, par exemple, lors de bris d'assemblages de suspension, pour les phases les plus basses et les portées les plus longues: les deux portées adjacentes au pylône dont l'assemblage s'est brisé forment maintenant une seule portée. Cela peut aussi se produire lors d'un bris de câble en travée, ou lors de la chute d'un pylône. Le frottement des câbles au sol, en dissipant de l'énergie, tend à atténuer les pointes dynamiques mais cette contribution reste difficile à quantifier. [Comellini et Manuzio (1968)]

4.2.5 Développements récents dans l'étude du comportement des lignes sous charges exceptionnelles

4.2.5.1 Difficultés de l'usage des facteurs d'impact

Une première difficulté dans l'usage des facteurs d'impact réside dans le manque de fiabilité des méthodes de prédiction disponibles (courbes expérimentales de Govers ou Borges et formule énergétique de Peyrot). Le peu de données recueillies à date par des essais en vraie grandeur ou sur modèles réduits rend difficile l'extrapolation pour des cas spécifiques; il faut réaliser que chaque tronçon de ligne est unique. Le manque de résultats expérimentaux est encore plus marqué pour les lignes à très haute tension et pour les lignes très flexibles comme celles sur pylônes à chaînette.

Une autre difficulté concerne la remise en question de la pertinence même de l'usage de facteurs d'impact. A moins qu'on ait affaire à des ruptures vraiment fragiles de composantes de ligne, le facteur d'impact comme tel est peu significatif car les charges de débalancement n'agissent pas comme une impulsion. La force de traction de pointe n'est donc pas toujours une bonne indication de la résistance nécessaire. L'étude du contenu énergétique du chargement, de la durée des pointes de charges, et de leur situation dans le temps est toute aussi importante. La comparaison de la durée de la charge de pointe avec la période naturelle du système portant est d'importance capitale. Quand la durée est beaucoup plus grande que la période naturelle, les forces de débalancement dynamiques peuvent avoir beaucoup d'effet sur la structure, même si l'amplitude des forces est plus faible. A l'inverse, si la durée de la pointe est très courte par rapport à la période naturelle, même si l'amplitude est importante, la structure peut ne pas avoir le temps de réagir et subir des amplifications dynamiques pratiquement négligeables.

4.2.5.2 Génération de l'historique des charges de débalancement longitudinal

Thomas et Peyrot (1982), réalisant les limites d'application des facteurs d'impact, ont développé un algorithme de génération de l'historique des charges de débalancement longitudinal causées par un ou plusieurs bris de câbles. L'historique des déplacements des points d'attache des câbles et des points à mi-portée est aussi disponible. On suggère d'utiliser la fonction f(t) générée comme input sur des modèles dynamiques de supports, ou comme outil pour définir les charges dynamiques à utiliser dans des essais en vraie grandeur. Comme discuté au paragraphe précédent, l'étude de cette fonction f(t), en relation avec les propriétés dynamiques de la ligne, fournit un portrait plus global du comportement de la ligne.

Les problèmes traités par Thomas sont plans, i.e. que les portées sont toutes alignées dans la direction longitudinale mais que les dénivellations sont admises. La flexibilité des supports est modélisée par un ressort linéaire élastique; leur amortissement est négligé alors que leur masse peut être discrétisée aux points d'attache des câbles seulement. Les assemblages de suspension sont modélisés par un seul élément câble (élément hybride caténaire développé par Peyrot et Goulois (1979)) avec masse groupée aux deux extrémités. Les câbles sont modélisés par plusieurs éléments en travée avec amortissement visqueux équivalent; une précision satisfaisante est obtenue avec 20 éléments par portée.

Dans un problème de bris de câble, le mouvement du système est initié par le débalancement des forces au point de bris. Ce débalancement résulte en une accélération initiale (à t = 0) du système dont l'amplitude est calculée suivant le principe de d'Alembert. Il en résulte un problème de vibrations libres avec accélérations initiales spécifiées au droit des masses discrètes. Notons que cette approche ne nécessite pas le calcul préalable de la position statique résiduelle de la ligne comme celle de Siddiqui (1981) qui considère

plutôt le problème de bris de câbles comme un problème de vibrations libres avec déplacements initiaux spécifiés. L'algorithme numérique utilisé pour la solution des équations dynamiques est la méthode d'intégration directe implicite de l'accélération linéaire, avec vérification de l'équilibre au début et à la fin de chaque intervalle de temps.

Les historiques de charges générés par Thomas s'accordent raisonnablement avec les résultats d'essais publiés précédemment dans la littérature.

4.2.5.3 Interaction dynamique des composantes de la ligne

L'historique des forces internes de débalancement tel que généré par Thomas a une utilité indiscutable pour aider à mieux comprendre le comportement dynamique d'un tronçon de ligne soumis à un bris de câble. Son usage comme input pour une étude plus détaillée du comportement dynamique du support est cependant discutable. Le danger de transposer des forces internes directement en forces externes aux points d'attache des câbles provient du fait que cette pratique néglige justement l'interaction dynamique de toutes les composantes de la ligne, interaction pourtant reconnue dès le départ comme importante. L'hypothèse que la charge de débalancement équivalente à appliquer soit indépendante de la structure est peut-être justifiée pour les pylônes très rigides avec fréquences naturelles élevées, mais certainement pas pour les structures plus flexibles avec fréquences naturelles plus basses. Cette réserve avait d'ailleurs déjà été formulée par Lee (dans Mozer et al. (1981)). Cela reste tout de même à prouver et des simulations numériques sur modèles simplifiés seraient utiles à cette fin. Les principes dynamiques et notre discussion des paramètres influents nous permettent cependant de reconnaître que la réponse du support est influencée par les composantes de ligne environnantes et c'est précisément l'importance de cette contribu-

tion qu'il nous faut qualifier.

Il faut aussi reconnaître que la modélisation des pylônes dans le programme de Thomas est si simplifiée qu'elle élimine presque complètement la possibilité d'interaction dynamique des pylônes avec les conducteurs et les assembalges d'attache. Rappelons aussi que le programme, dans la version 1982, ne peut simuler le comportement de supports dont la rigidité varie non linéairement avec le niveau de chargement appliqué. Les lignes sur pylônes haubanés, par exemple, et plus spécialement celles sur pylônes à chaînette, sont des applications que les méthodes simplifiées discutées jusqu'ici ne permettent pas d'étudier fiablement.

4.2.5.4 Particularités des lignes sur pylônes haubanés sous charges exceptionnelles

Les concepteurs de ligne spécifient généralement une résistance longitudinale plus faible pour les supports haubanés (par rapport aux supports autoporteurs en treillis) dont la plus grande flexibilité permet un comportement favorable à confiner les bris éventuels. Certains objectent que les pylônes haubanés, parce qu'à la fois plus légers et plus flexibles, sont dangereux parce qu'ils absorbent peu d'énergie lors du bris initial. Les principes dynamiques et les essais réalisés suggèrent cependant que l'absorption d'énergie lors du bris n'est pas aussi significative que la capacité à tenir le coup sous le bris, même au prix de grands déplacements sans trop absorber d'énergie de déformation dans le support même, et la capacité à causer un délai dans le transfert d'énergie. En effet, une force d'impact est une fonction d'<u>énergie</u> et de <u>temps</u>; elle peut être atténuée par tout ce qui contribue à augmenter le délai dans le transfert d'énergie.

Selon White (dans Peyrot et al. (1980)), l'énergie absorbée par la ruine partielle ou totale du pylône peut ne pas même balancer l'énergie rendue disponible par l'abaissement du centre de masse du pylône et des points

d'attache des câbles. La réduction de l'impact sur les supports haubanés semble donc résulter surtout d'une augmentation de la durée des forces internes de pointe plutôt que d'une absorption réelle d'énergie.

Le comportement du pylône à chaînette diffère de celui des pylônes de suspension haubanés conventionnels à cause surtout de l'absence de traverse rigide. Les études dynamiques de conception et de validation du modèle chaînette à 735 kV d'Hydro-Québec [Tsui (1977/78-I&II)] ont montré que le chargement dynamique produisant les plus grands efforts était causé par le galop des conducteurs. Les contraintes dynamiques résultantes sont cependant plus faibles que dans une ligne sur pylônes rigides conventionnels.

Comme dans les autres types de pylônes haubanés, le bris d'un hauban est compensé par l'action des câbles de garde et les oscillations transitoires s'atténuent presque complètement après quatre cycles. Pour ce qui est des bris de câbles ou d'accessoires d'attache, les surcharges transitoires sont encore une fois moins importantes que pour des supports autoporteurs rigides.

Le bris du câble supérieur de la chaînette (position A sur la figure 4.11), même avec un chargement radial de 32 mm de glace, génère une tension mécanique de pointe inférieure à 80% de la résistance nominale du câble. Le bris du câble inférieur entre la phase externe et le mât (position B sur la figure 4.11) occasionne un impact légèrement supérieur mais les mouvements induits sont très violents cette fois. Le bris du câble inférieur entre deux phases (position C sur la figure 4.11) est si dangereux qu'il n'a pas été retenu comme critère de charge exceptionnelle: des précautions spéciales sont prises pour que la chaînette et ses accessoires d'attache ne soient pas un point faible.

4.3 OUTILS D'ANALYSE

4.3.1 Essais en vraie grandeur

Le principal avantage des essais en vraie grandeur est de refléter le comportement physique réel du système, permettant ensuite de valider ou invalider les hypothèses d'un modèle numérique. La majorité des compagnies d'électricité nord-américaines exigent des essais statiques en vraie grandeur sur chaque prototype d'une nouvelle famille de pylônes. Les essais dynamiques en vraie grandeur, que ce soit sur un support isolé ou sur un tronçon de ligne, sont plutôt rares. Ils sont difficiles, dispendieux et demandent beaucoup de temps, non seulement pour la préparation et la réalisation, mais aussi pour l'analyse des résultats.

Les quelques sites d'essais statiques disponibles dans le monde ne sont pas équipés pour réaliser des essais dynamiques, même sur les supports isolés. Ces essais se font sur des tronçons de lignes spécialement prévus à cet effet ou sur des tronçons à démanteler.

Le tableau 4.1 liste une dizaine de programmes d'essais dynamiques en vraie grandeur rapportés dans la littérature.

Tableau 4.1

Relevé d'essais dynamiques en vraie grandeur

ANNÉE	LIEU	TYPE DE SUPPORT	TYPE D'ESSAI	PARAMÈTRES MESURÉS	RÉFÉRENCE
1950	Finlande	Portiques en H (acier) Portiques en H haubanés (acier et bois) pour lignes à 110 kV et 220 kV	Bris de conducteurs 32 essais valides	Historique de la traction dans les conducteurs Variables: traction avant rupture, section droite du conducteur, longueur de la chaîne d'isolateurs	Haro et al. (1956)
1970	Amsterdam, Pays-Bas	Treillis rigides autoporteurs (acier) pour ligne à 150 kV avec portée moyenne de 350 m	Bris de câbles	Historique de la traction dans les câbles et des efforts sur la console au pylône adjacent au bris	Govers (1970)
1973	Red Moss, Lanarkshire, Ecosse		Excitation harmonique en un point de suspension des conducteurs	Fréquences propres et modes normaux d'un tronçon de 5 portées 10 fréquences mesurées	Borgohain et Done (1973)
1973	Danemark	Portiques (acier et bois) pour ligne à 60 kV	Cascade de pylônes Bris de tous les câbles	Historique de la traction dans les câbles	Frandsen et Juul (1976)
1976	Ste-Mélanie, Québec, Canada	Pylônes à chaînette pour ligne à 735 kV	Essai Twang pour le premier mode naturel Excitation harmonique pour les modes supérieurs 19 essais valides	Fréquences propres et modes normaux d'un tronçon de 10 portées (2 milles) Décrément logarithmique	Tsui (1977, 1977/78-II)
1978	Wisconsin, U.S.A.	Treillis autoporteur en acier à base carrée pour ligne à 138 kV	2 essais Twang 8 bris d'isolateurs 12 bris de câble 1 bris de tous les câbles à la fois	Fréquences propres et modes normaux du pylône avant et après la pose des câbles Historique de la traction dans les chaînes d'isolateurs, canton de 8 portées Variable: longueur de la chaîne d'isolateurs	Peyrot et al. (1980)

Tableau 4.1 (suite)

ANNÉE	LIEU	TYPE DE SUPPORT	TYPE D'ESSAI	PARAMÈTRES MESURÉS	RÉFÉRENCE
1980	Sud Kyushu, Japon	Treillis autoporteur (acier)	Excitation harmonique	8 premières fréquences naturelles et 6 premiers modes propres du pylône, avant et après la pose des câbles 8 taux d'amortissement des 8 premiers modes propres	Kotsubo et al. (1983)
1980	Edmonton, Alberta, Canada	2 antennes haubanées (treillis en acier)	Excitation harmonique	Fréquences naturelles et 2 premiers modes propres Variable: cancellation de haubans 8 résultats	Kennedy et al. (1980)
1976 à 1978.	Moro, Oregon, U.S.A.	Treillis autoporteur (acier) pour ligne à 1200 kV	Tests Twang	Fréquences naturelles et 3 premiers modes propres d'un pylône avant et après la pose des câbles Fréquences naturelles et 2 premiers modes propres d'un canton de 5 portées (1,8 km)	Kempner et al. (1980, 1981-I) Rapports B.P.A. (1976 à 1982)
1982	Moro, Oregon, U.S.A.	Pylône à chaînette de BPA pour ligne à 500 kV	Test Twang et excitation harmonique	Fonctions de transfert des charges longitudinales, permettant d'estimer la fréquence naturelle, la déformée et l'amortissement visqueux des premiers modes	Kempner et Smith (1984)

4.3.2 Essais sur modèles réduits

Les essais sur modèles réduits sont souvent préférés aux essais en vraie grandeur mais la corrélation des résultats entre les deux échelles est quelquefois difficile.

Les principes de similitude dynamique disent que si la géométrie du système est réduité du facteur N, les forces sont reproduites à l'échelle $1/N^2$ et les fréquences naturelles sont $\sqrt{N}$ fois celles du système véritable. [Souchereau et al. (1978); Central Power Research Institute (1982)] Les facteurs d'échelle les plus couramment utilisés sont de l'ordre de 1/30 à 1/50.

La modélisation de la masse cause souvent des problèmes parce que les fils métalliques qui fournissent la rigidité axiale adéquate ont des masses trop faibles. Des essais sur chaînes à maillons ou chaînes en chapelet sont faussés par l'amortissement interne trop élevé. Les meilleurs résultats sont obtenus en attachant des masses additionnelles distribuées (ex. des bouts de fil très dense) le long du fil métallique continu qui modélise la rigidité.

Trainor (1983) mentionne que des essais post-élastiques et des essais destructifs significatifs, même statiques, sont rarement possibles sur modèles réduits à cause du manque d'homogénéité des matériaux et des joints.

Le tableau 4.2 résume trois programmes d'essais dynamiques sur modèles réduits rapportés dans la littérature.

Tableau 4.2

Relevé d'essais dynamiques sur modèles réduits

ANNÉE	LIEU	TYPE DE SUPPORT MODÉLISÉ	FACTEUR D'ÉCHELLE	TYPE D'ESSAI	PARAMÈTRES MESURÉS	RÉFÉRENCE
1970	La Haye, Pays-Bas	Supports pour ligne à 150 kV	---	Bris de câble	Historique de la traction dans les câbles et des efforts sur la traverse au pylône adjacent au bris Variables: type et longueur de la chaîne d'isolateurs, traction initiale dans les câbles, nombre de portées intactes adjacentes au bris	Govers (1970)
rapportés en 1976	Rutgers University, New Jersey, U.S.A.	Mât en treillis à fût triangulaire (acier), haubané	$\frac{1}{106,4}$	Essai sur table vibrante	Amplitude du mouvement en tête de mât et de l'effort tranchant à la base en fonction de la fréquence de l'excitation 24 résultats	du Bouchet (1976)
1976	IREQ, Varennes, Québec, Canada	Pylônes à chaînette pour ligne à 735 kV	$\frac{1}{50}$	Tests Twang Bris de hauban	Historique des tractions dans les haubans et câbles de garde 8 résultats	Tsui (1977, 1977/78-II)
1978	Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, U.S.A.	Poteaux tubulaires en acier pour ligne à 345 kV	$\frac{1}{30}$	Tests Twang Bris de câble Délestage de glace simulé	Historique des contraintes à la console et le long du mât Fréquences propres du poteau avec et sans câbles 56 résultats vérifiables	Mozer et al. (1981)

4.3.3 Simulation de modèles numériques

Les modèles numériques offrent plusieurs avantages par rapport aux techniques expérimentales: ils sont relativement peu coûteux et permettent de faire des études paramétriques plus exhaustives. Ils sont cependant toujours limités par les hypothèses de base du modèle et nous avons vu que les méthodes numériques utilisées peuvent induire des erreurs, surtout dans les simulations non linéaires. La comparaison d'un modèle numérique avec des résultats expérimentaux est une étape essentielle pour valider le modèle.

Les programmes commerciaux d'analyse dynamique d'éléments finis non linéaires (ex.: ADINA) offrent les options nécessaires à la plupart des besoins d'analyse, soit la solution du problème aux valeurs propres, et la solution des problèmes de vibrations libres et de vibrations forcées.

Le tableau 4.3 résume les caractéristiques de certains programmes dédiés spécialement au problème de débalancement longitudinal dans les lignes de transport.

Tableau 4.3

Relevé de programmes dédiés au débalancement longitudinal dans les lignes de transport aériennes

LOGICIEL	TYPE D'ANALYSE	MODÈLE - CÂBLE	MODÈLE - PYLÔNE	MODÈLE - ISOLATEURS	RÉSULTATS ET PARTICULARITÉS
BRODI	Analyse statique suite à un débalancement longitudinal	Matériau hookéen Matrice de rigidité basée sur la caténaire nivelée Non amorti	Matériau hookéen Matrice de rigidité constante fournie à l'input	Barre infiniment rigide (chaînes en I)	Résultats: Déplacements des noeuds et tensions mécaniques dans la configuration finale Limites: Portées nivelées et alignées, câble de garde en arrêt Réf.: EPRI Project 561, Palo Alto, California
CABLE1	Idem BRODI	Matériau hookéen Matrice de rigidité d'une caténaire, évaluée numériquement Non amorti Option de varier la longueur étirée pour simuler le fluage	Idem BRODI		Résultats: Idem BRODI Limites: Idem BRODI Particularités: Effets thermiques et effet des conducteurs sur le sol Réf.: Alain H. Peyrot, Dept. of Civil and Environmental Engng, U. of Wisconsin, Madison, WI 53706
CABLE2	Idem BRODI	Idem CABLE1	Idem BRODI		Résultats: Idem BRODI Limites: Portées nivelées mais angles de ligne permis Particularités: Idem CABLE1 Réf.: Idem CABLE1
CABLE5	Analyse statique suite à un bris de câble avec bilan énergétique	Idem CABLE1 mais avec $\frac{\text{flèche}}{\text{portée}} \leq 0{,}05$	Idem BRODI	Idem BRODI	Résultats: Idem BRODI avec bilan des énergies dissipées. Facteurs d'impact suivant la formule de Peyrot et al. (1980) Limites et Particularités: Idem CABLE2 Réf.: EPRI Project 1096-1, Rapport EPRI EL 905

Tableau 4.3 (suite)

LOGICIEL	TYPE D'ANALYSE	MODÈLE - CÂBLE	MODÈLE - PYLÔNE	MODÈLE - ISOLATEURS	RÉSULTATS ET PARTICULARITÉS
SAPS	Analyse statique des structures avec câbles, en 3 dimensions	Matériau hookéen Matrice de rigidité basée sur la caténaire en 3-D Option de varier la longueur étirée pour simuler le fluage	Librairie de divers éléments finis: poutre 3-D de matériau hookéen; barre 3-D élasto-plastique	Idem câbles	Particularités: Logiciel fonctionnant sur ordinateur personnel (640K) avec pré- et post-processeurs graphiques Réf.: Peyrot(1985)
BROKE	Analyses statique et dynamique suite à un bris de câble	Matériau hookéen Matrice de rigidité basée sur la caténaire nivelée Non amorti	Matériau hookéen Matrice de rigidité constante, fournie à l'input Amortissement visqueux	Barre infiniment rigide (chaînes en I)	Résultats: Déplacements et efforts internes dans la configuration finale, et historique de ces quantités Limites: Portées nivelées et alignées, câble de garde en arrêt Réf.: Siddiqui (1981)
CABLE7	Analyse dynamique suite à un bris de câble	Idem BROKE mais avec amortissement visqueux	Ressorts hookéens	Idem câbles	Résultats: Historique des tractions dans les conducteurs et les assemblages d'attache Limites: Dénivellations permises mais portées alignées Réf.: Thomas et Peyrot (1982) et EPRI Project 1096-3

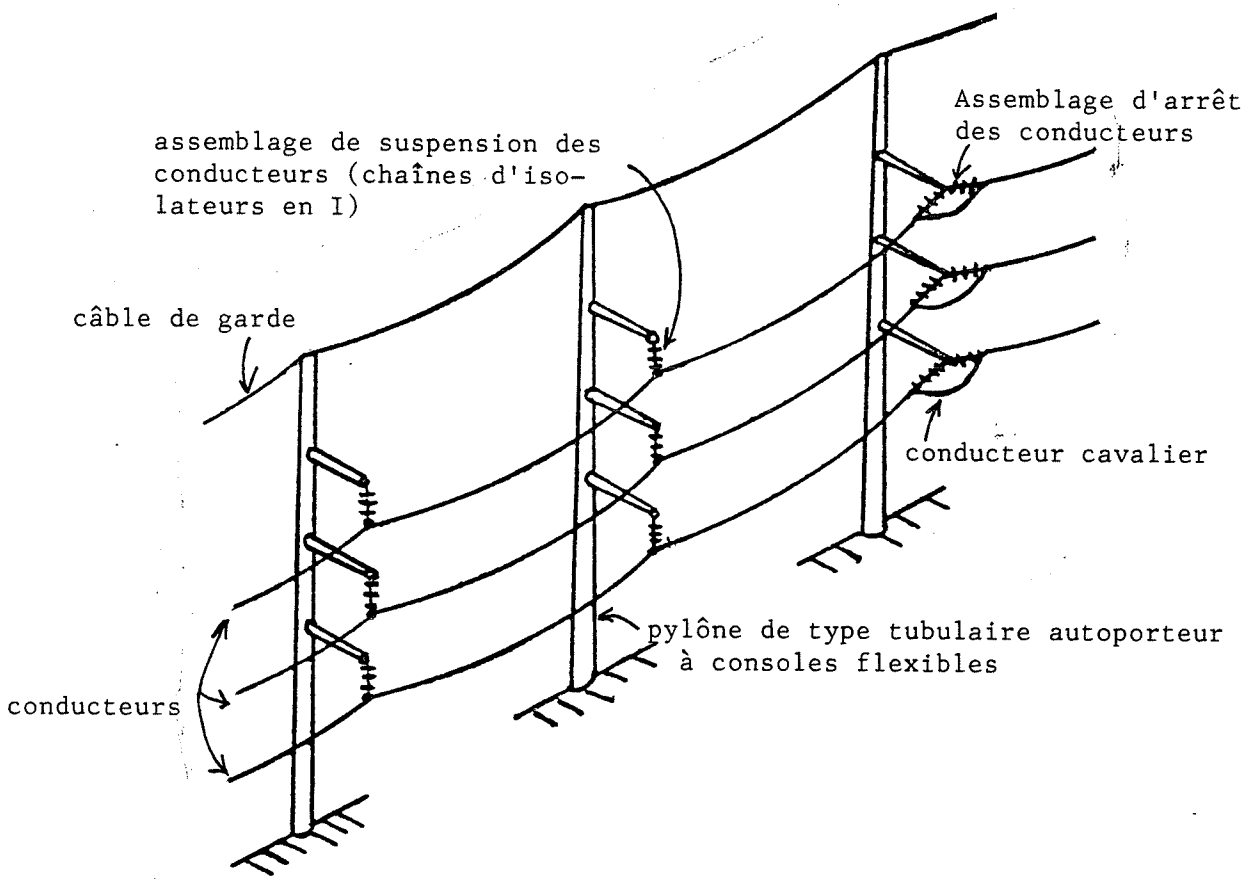
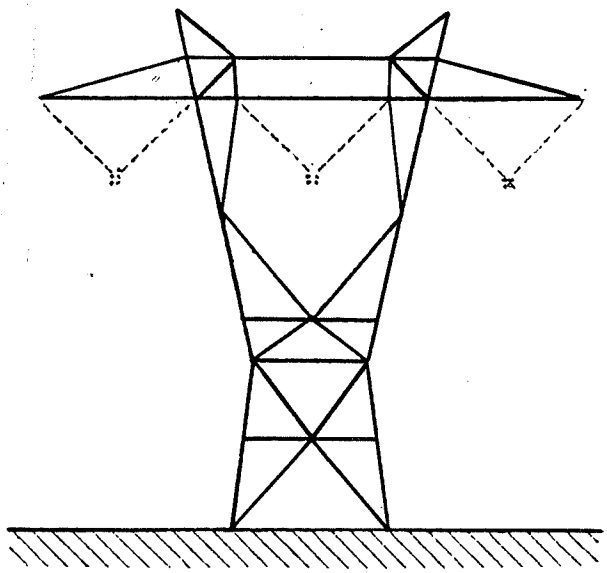
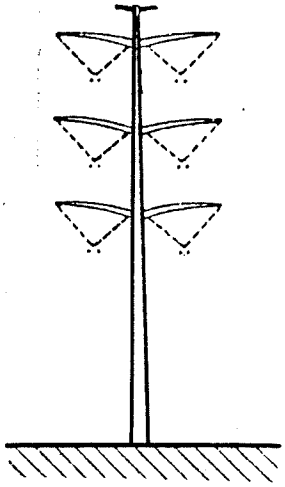


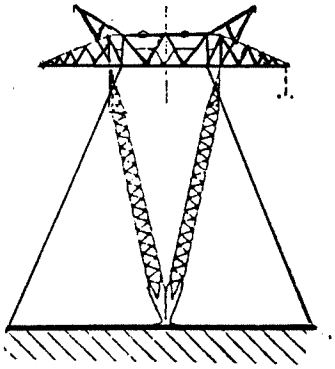
Figure 4.1 Schéma d'une ligne de transport aérienne



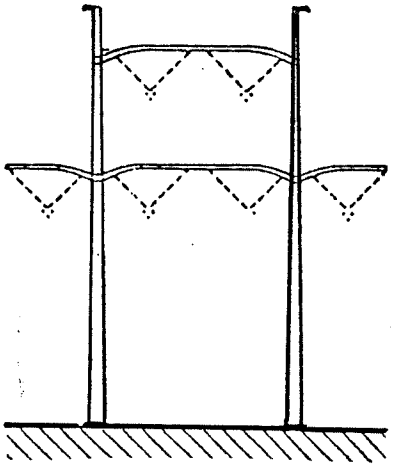
Treillis rigide autoporteur



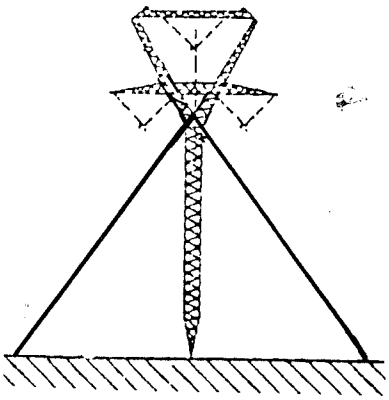
Poteau tubulaire
à consoles flexibles
(double terne)



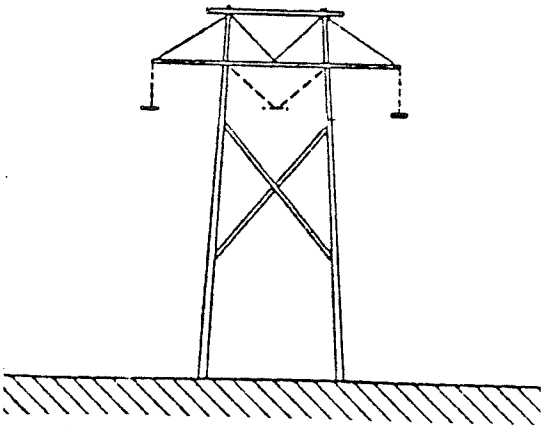
Pylône haubané en Vé



Portique tubulaire
(double terne)



Pylône haubané en Y



Portique de bois contreventé

Figure 4.2 Modèles de pylônes

CHARGES DU SYSTÈME INTACT

CHARGES DE BASE

VENT
GLACE UNIFORME
GLACE ET VENT COMBINÉS
GIVRE DISSYMÉTRIQUE

CHARGES DÉRIVÉES

DÉLESTAGE DISSYMÉTRIQUE TRANSVERSAL
DÉLESTAGE DISSYMÉTRIQUE LONGITUDINAL

CHARGES D'ENTRETIEN ET DE CONSTRUCTION

CHARGES DU SYSTÈME AVARIÉ

AVARIES AUX CHARGES DE SERVICE

CHUTE D'UNE PHASE
BRIS D'UNE PHASE OU D'UN CÂBLE DE GARDE
BRIS DE TOUS LES CÂBLES
BRIS D'UN PYLÔNE

AVARIES AUX CHARGES LIMITES

MÊMES AVARIES QUE PRÉCÉDEMMENT, MAIS SOUS CHARGES LIMITES

Figure 4.3 Classification des charges appliquées sur les lignes de transport aériennes
[Ghannoum (1981)]

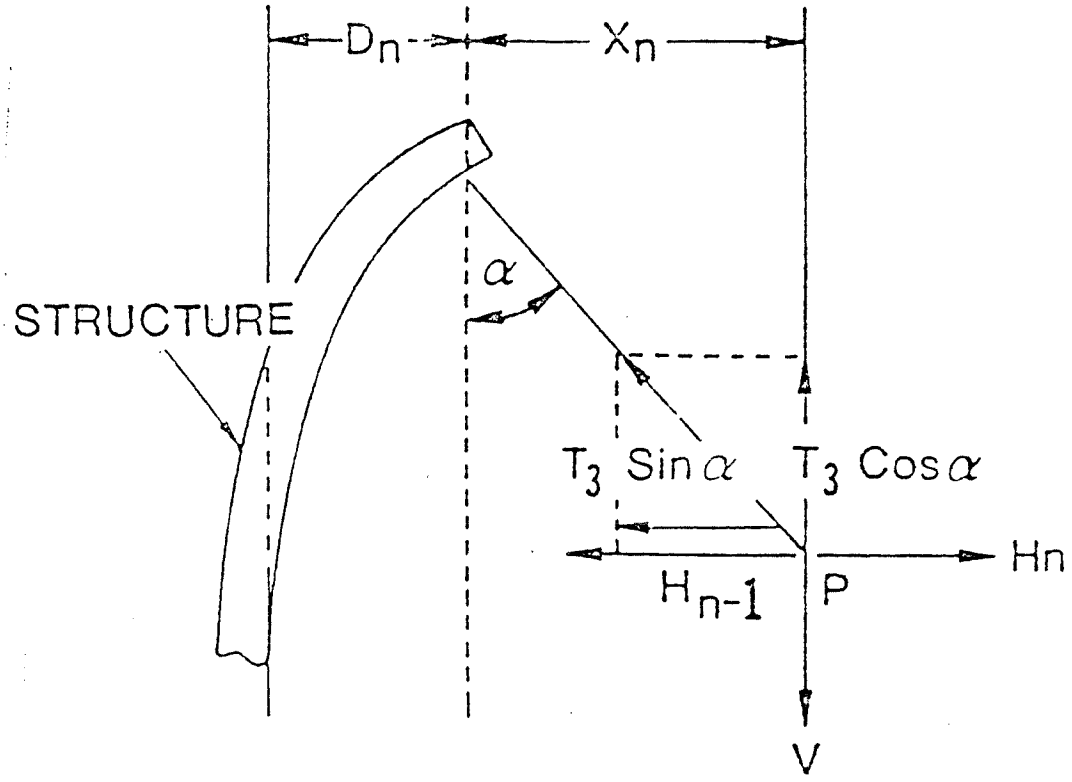
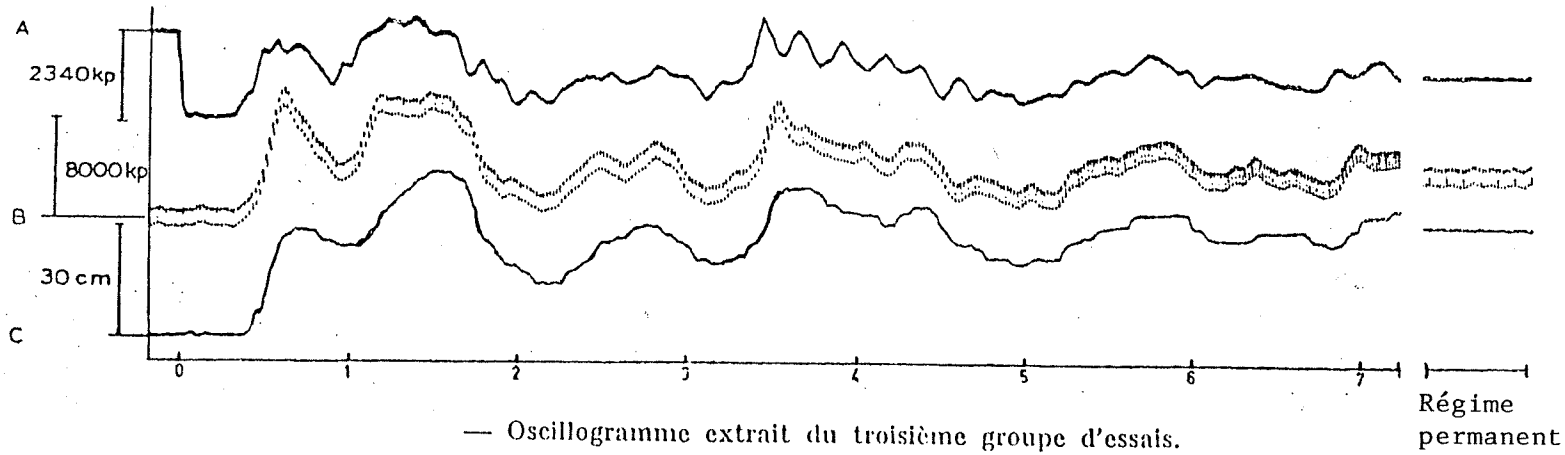


Figure 4.4 Equilibre statique à un point de suspension sous débalancement longitudinal
[Angelos et Cluts (1977)]



— Oscillogramme extrait du troisième groupe d'essais.

Courbe A : Contrainte dans le conducteur.
» B : Contrainte dans le hauban.
» C : Mouvement à l'extrémité de la traverse.

Figure 4.5 Oscillogramme d'essais de bris de câbles en vraie grandeur (pylônes haubanés) [Haro et al. (1956)]

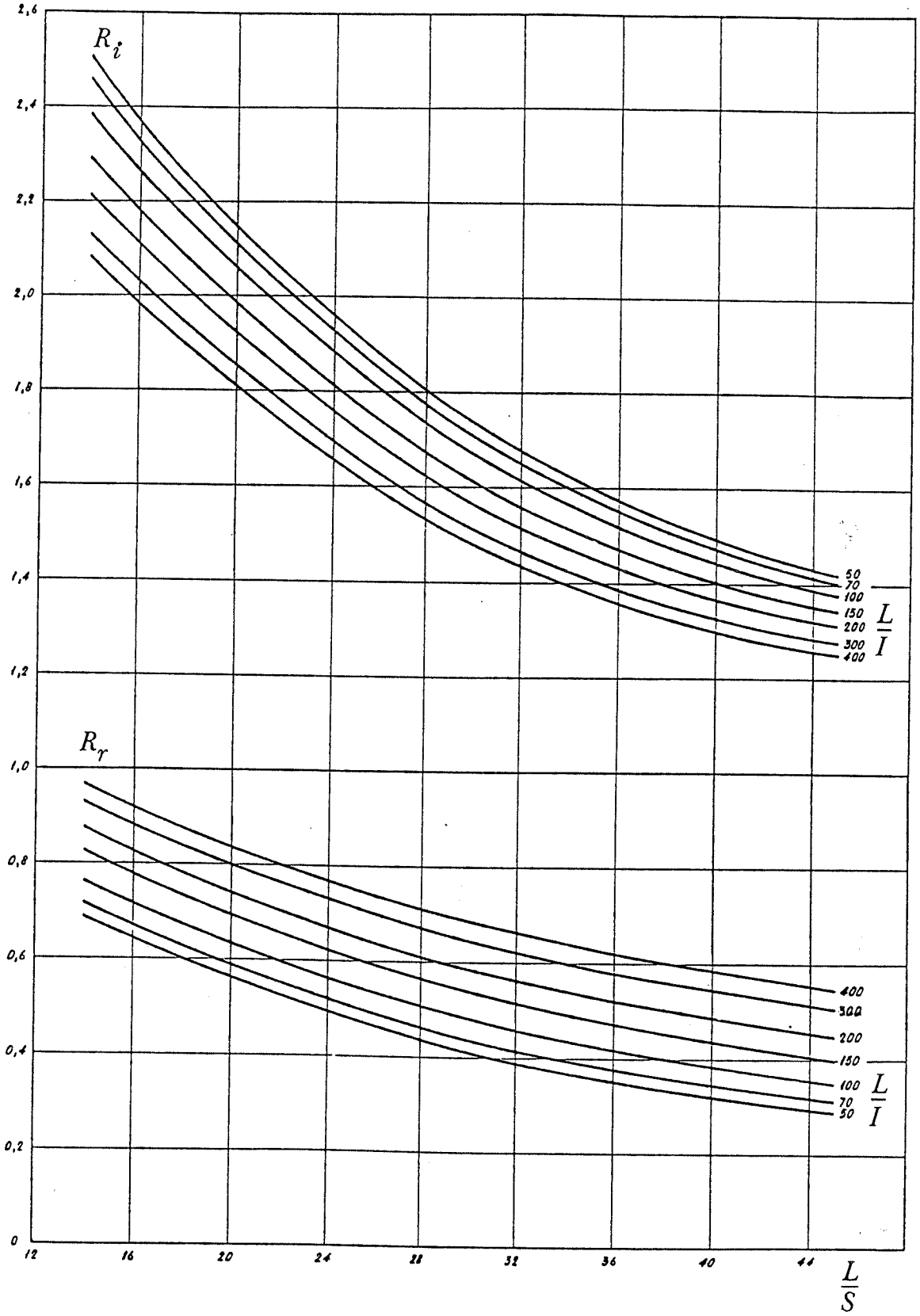


Figure 4.6 Rapports dynamiques suite à un bris de câble, selon Govers (1970)

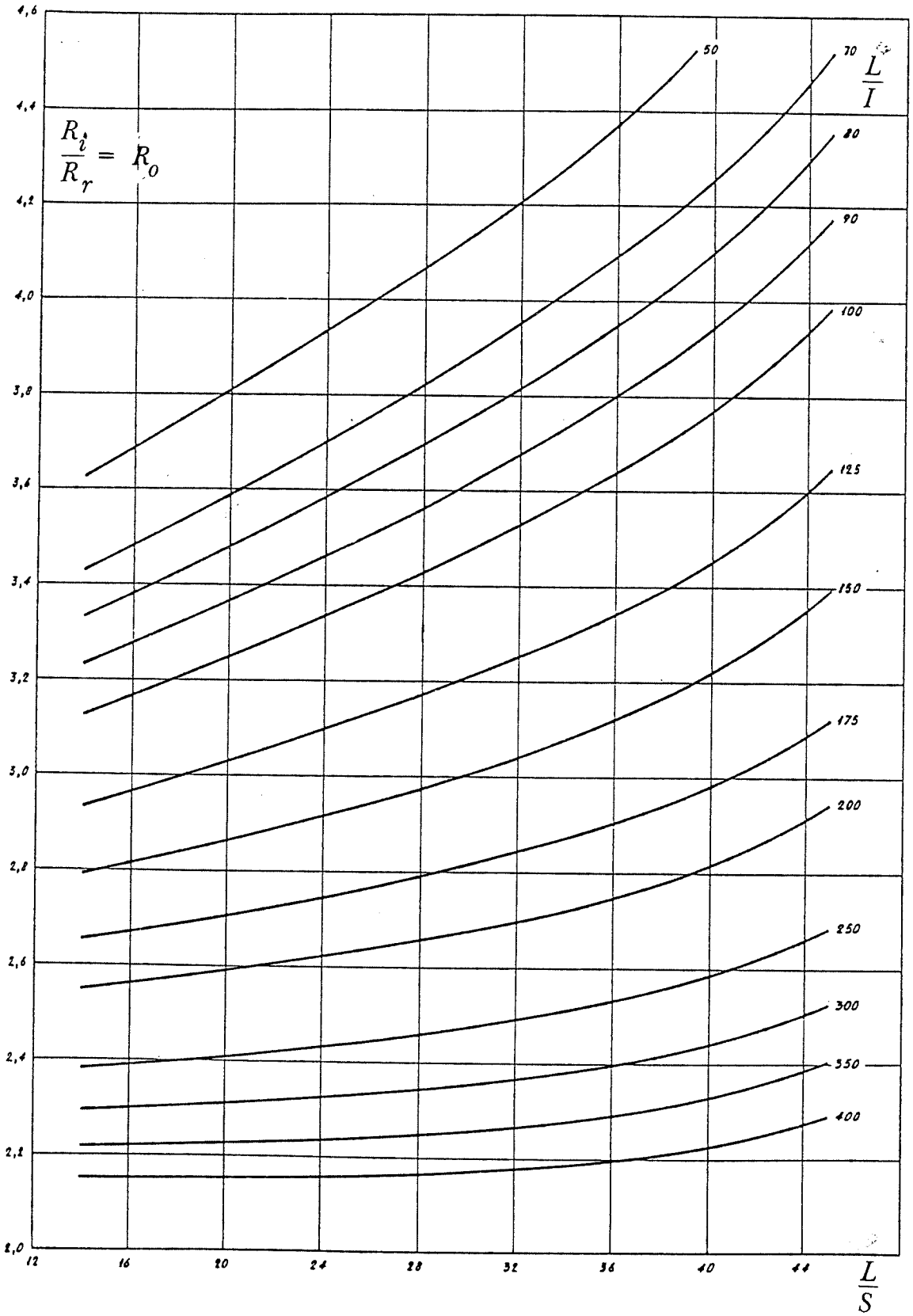


Figure 4.7 Facteurs de surcharge transitoire suite à un bris de câble, selon Govers (1970)

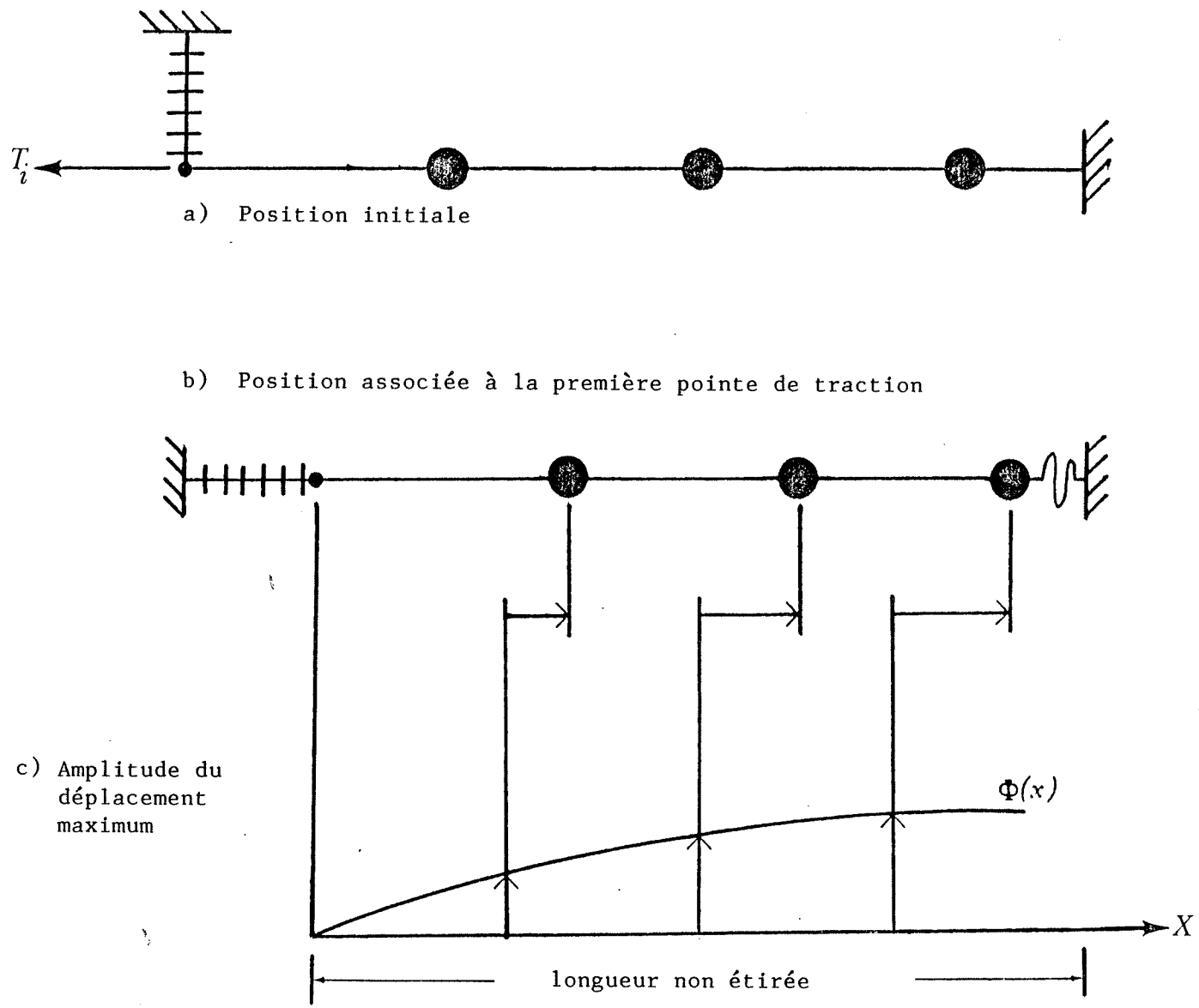


Figure 4.8 Modèle simplifié pour la première pointe de traction suite à un bris de câble [Peyrot et al. (1980)]

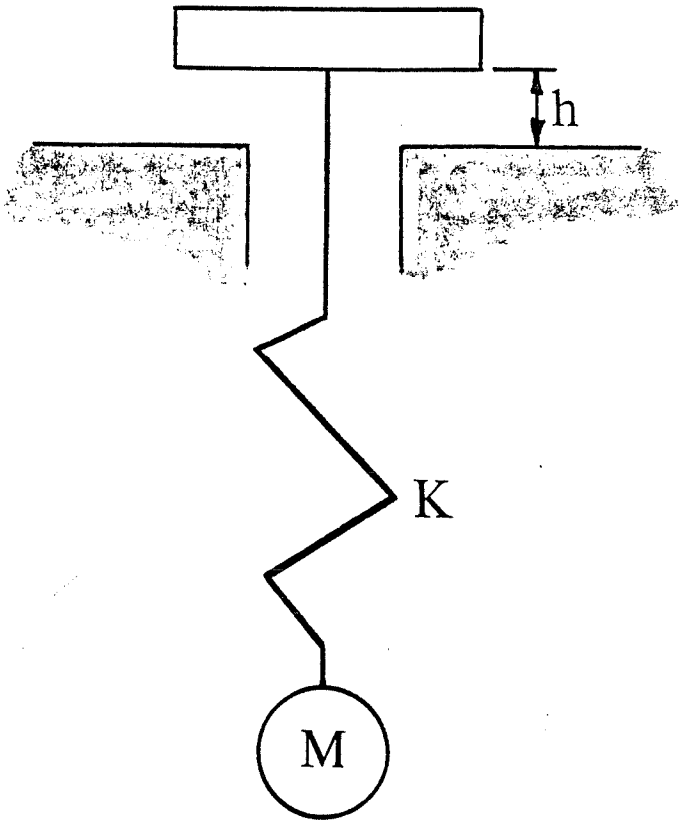


Figure 4.9 Modèle simplifié pour la deuxième pointe de traction suite à un bris de câble
[Peyrot et al. (1980)]

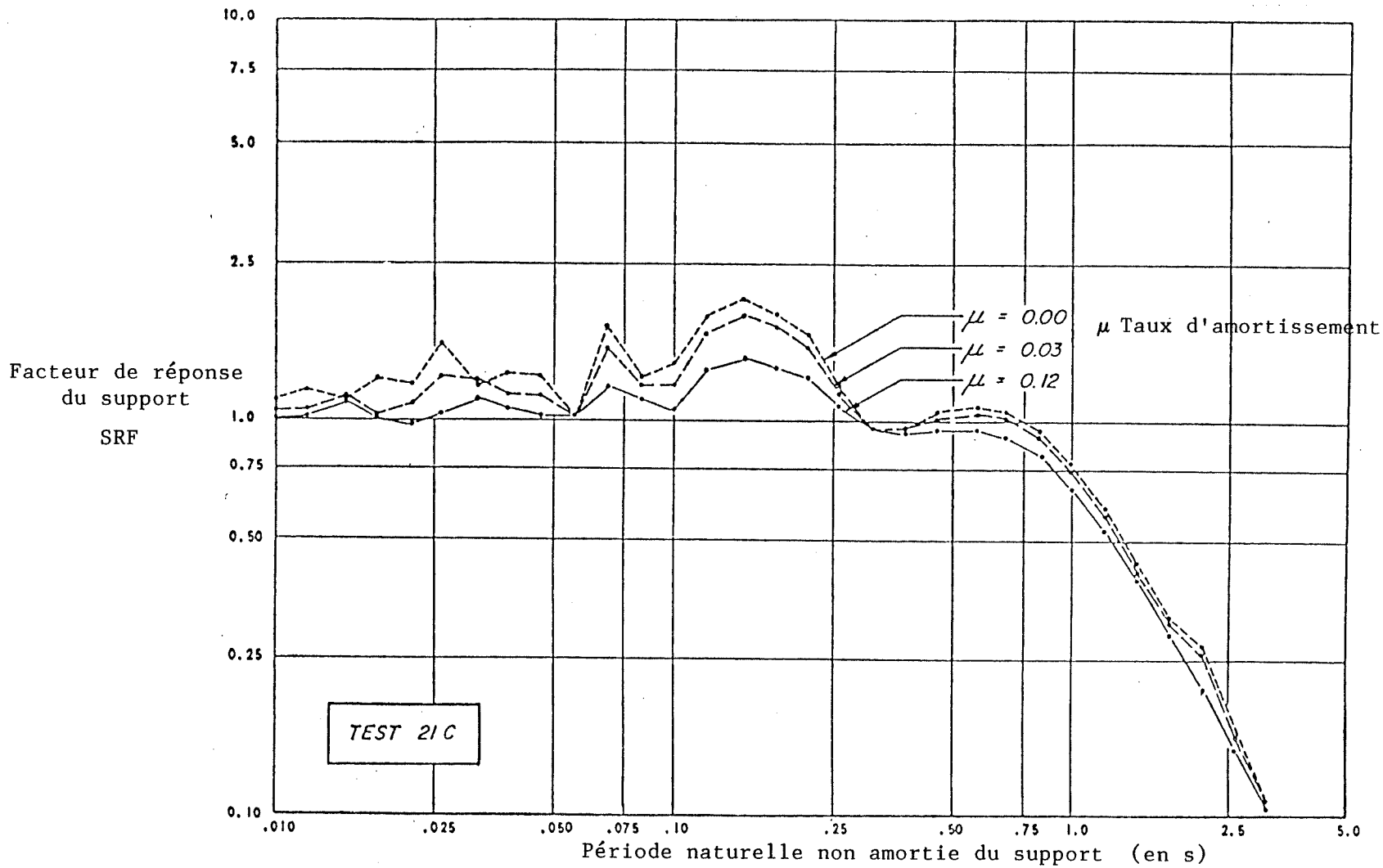


Figure 4.10 Spectre de réponse typique d'un modèle de support suite à un essai de bris de câble [Mozer et al. (1981)]

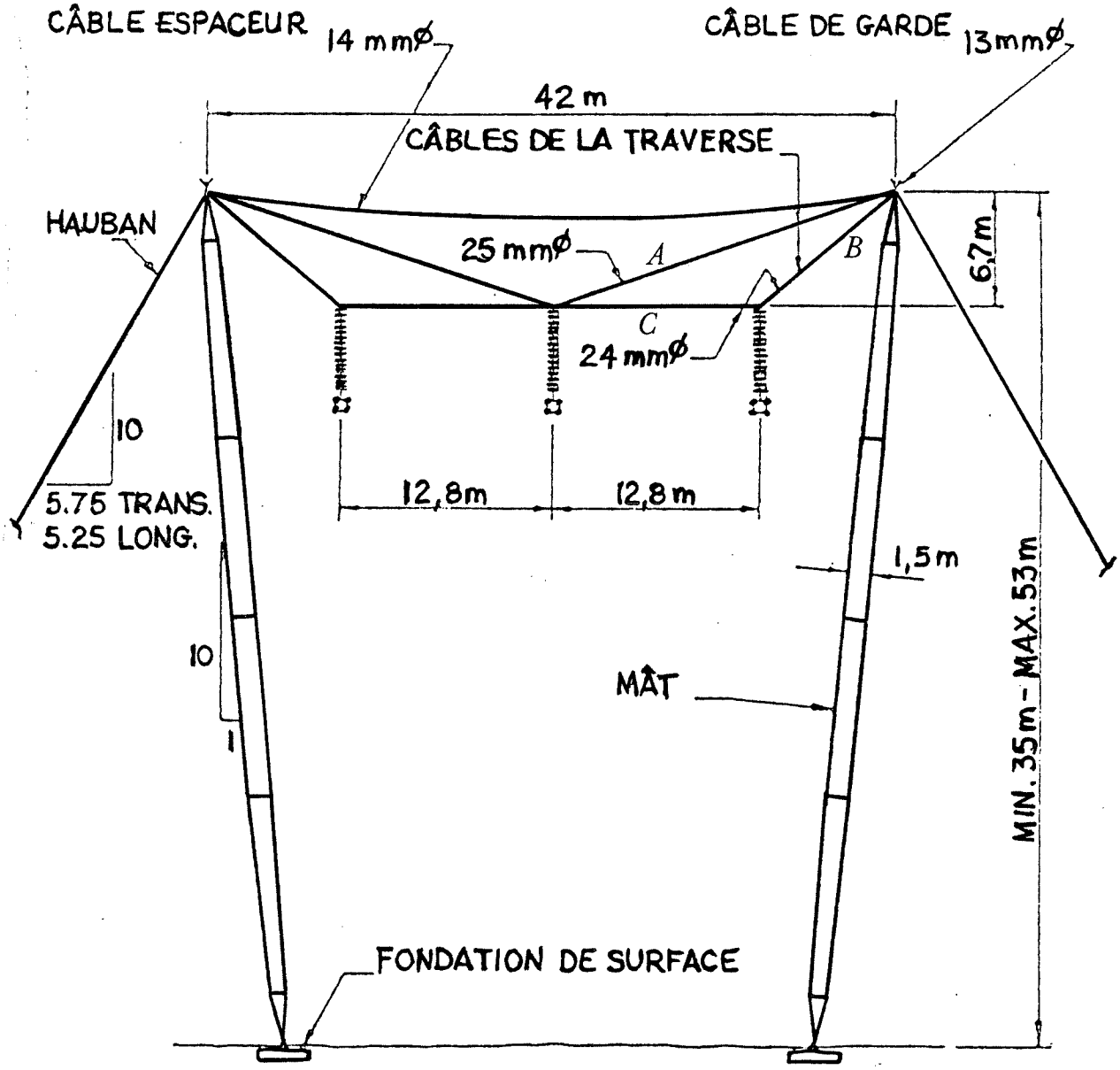


Figure 4.11 Disposition générale du pylône à chaînette d'Hydro-Québec [Souchereau et al. (1978)]

CHAPITRE 5

CRITÈRES DE CONCEPTION DES LIGNES DE TRANSPORT AÉRIENNES SOUS CHARGES EXCEPTIONNELLES

5.1 ÉVOLUTION DES CRITÈRES POUR LES CHARGES LONGITUDINALES

5.1.1 La pratique américaine

Le National Electric Safety Code (NESC) n'est pas une norme qui s'applique systématiquement dans tous les états américains mais plutôt un guide de charges minimales. Plusieurs états utilisent les charges de dimensionnement qu'il prescrit mais en y ajoutant des cas de chargement plus sévères appropriés à la zone considérée (ex. glace ou vents extrêmes). D'autres états préfèrent suivre les recommandations de l'American Society of Civil Engineers (ASCE) ou de l'Institute of Electrical and Electronical Engineers (IEEE).

Les recommandations du NESC 1961 sont très permissives en ce qui concerne les charges longitudinales: on y suggère simplement de majorer les charges de service usuelles d'un facteur de sécurité additionnel. En plus d'être inconsistante, la méthode est inefficace parce qu'elle rend sujettes aux cascades les lignes en régions où les charges de glace débalancée ou autres charges longitudinales de service sont faibles.

Heureusement, dès le début de la construction des lignes de transport sur pylônes d'acier, les ingénieurs prenaient quand même des précautions pour prévenir les effets des charges exceptionnelles. Une hypothèse de calcul assez répandue consistait à supposer un seul ou plusieurs bris de conducteur (ou de câble de garde) et à considérer un débalancement résultant du 2/3 de la traction maximale avant bris. Cette pratique avait un effet bénéfique additionnel pour la prévention des cascades. Notons qu'auparavant, avec les lignes sur supports de bois, la résistance aux forces longitudinales était bonne à cause de la flexibilité inhérente au matériau, et aucun critère

spécial n'était prévu pour les bris de câbles.

Jusqu'au début des années soixante, on observe très rarement des ruptures de câbles et la tendance, vers le milieu des années soixante, est d'éliminer ce critère de dimensionnement. La construction des lignes à très hautes tensions implique des coûts plus élevés alors que les Etats-Unis subissent une période inflationnaire. Les charges longitudinales adoptées pour la conception se limitent alors aux cas suivants [Arena (1970)]:

- les débalancements causés par la mise en flèche des câbles;
- la charge de glace débalancée (si le climat est propice);
- le débalancement minimum dû aux différences de longueur des portées adjacentes.

Soulignons qu'aucune recommandation ne concerne le vent longitudinal.

Ce relâchement des critères de conception, et particulièrement l'abandon de toute charge causée par un bris de câble, a malheureusement donné suite à des supports de lignes trop faibles longitudinalement. Lummis et Pohlman (1974) rapportent une compilation des accidents survenus sur les lignes à très haute tension (EHV), entre 1966 et 1973, impliquant la chute en cascade d'au moins quatre pylônes consécutifs. Les douze accidents majeurs rapportés au tableau 5.1 se sont tous produits en Amérique du Nord sur des lignes avec treillis autoporteurs rigides en acier.

Les recommandations de l'ASCE pour les lignes sur poteaux tubulaires en acier sont évasives, tant dans la version 1967 que 1974. On y mentionne que les charges longitudinales imposées par un bris de câble devraient refléter "l'expérience sous des conditions réalistes". Il va de soi qu'après avoir expérimenté toutes ces ruptures dues au manque de résistance longitudinale des supports, un resserrement des critères s'imposait.

En 1977, l'IEEE recommande dorénavant de concevoir les lignes de transport sous des charges limites, sauf pour les charges d'entretien et de construction où l'approche des charges admissibles avec facteur de sécurité

d'au moins 1,5 est conservée. Les autres charges secondaires qui surviennent durant ou après une avarie se calculent sous les conditions climatiques dites "de tous les jours", i.e. les plus probables.

Tableau 5.1

Relevé de ruptures en cascades en Amérique du Nord de 1966 à 1973
[Tiré de Lummis et Pohlman (1974)]

Voltage [kV]	Cause initiale	Chargement conséquent	Nb de pylônes endommagés
230	Glace	Vertical + Débalancement longitudinal	28
345	Rupture de la fondation	Débalancement longitudinal	32
500	Rupture d'une chaîne d'isolateurs	Débalancement longitudinal	4
	Idem	Idem	10
	Impact d'avion	Débalancement longitudinal	6
	Idem	Idem	8
	Glace	Vertical + Débalancement longitudinal	6
	Idem	Idem	7
	Vent	Débalancement longitudinal	9
735	Glace	Vertical + Débalancement longitudinal	29
	Idem	Idem	32
	Idem	Idem	37
		TOTAL	208

En 1982, le comité des structures de lignes de transport de l'ASCE publie les résultats d'une enquête menée auprès de 130 compagnies d'électricité américaines qui opèrent plus de 290,000 milles de lignes à haute tension

(soit 69 kV et plus). Cette enquête révèle la pratique courante dans le dimensionnement des lignes en 1979, et vise à orienter l'ASCE dans ses recommandations futures.

Comme le montre les réponses recueillies, au tableau 5.2 Question I, une minorité de compagnies spécifient des charges de débalancement dues à la glace ou au vent longitudinal sur des portées intactes. Heureusement, concernant les charges dues au bris de câbles (Question II), une majorité de compagnies les considèrent pour le câble de garde (73/109) et pour un conducteur unique (74/110). La pratique a moins de succès pour les faisceaux de conducteurs, et les bris de chaînes d'isolateurs en arrêt ne sont prévus que dans 36 cas sur 103. Aucune question de l'enquête ne soulève le cas de bris d'assemblage de suspension des conducteurs. Les tractions qui résultent des débalancements considérés ne sont généralement pas réduites pour le câble de garde alors que les avis sont partagés pour les conducteurs en suspension (Question III). En réalité, donc, plusieurs compagnies d'électricité américaines spécifient des charges de bris de câbles même si cette pratique n'est pas requise par le NESC et qu'elle n'est que suggérée par l'ASCE.

Tableau 5.2

Enquête ASCE (1982)

I- Question: Spécifiez-vous des charges longitudinales pour les conditions suivantes, dans le système intact?

Condition	Réponses OUI	NON	S/O
A. Débalancement dû au changement de traction dans les portées adjacentes à un pylône d'arrêt	76	35	2
B. Glace débalancée sur les pylônes de suspension	50	61	2
C. Vent débalancé sur les pylônes de suspension	21	90	2

Tableau 5.2 (suite)

II- Question: Spécifiez-vous des charges longitudinales pour les conditions suivantes, dans le système avarié?

Condition	Réponses OUI	NON	S/R
A. Bris d'un câble de garde	73	36	3
B. Bris d'un conducteur (conducteur simple)	74	36	3
C. Bris de conducteur (faisceau de 2 câbles)	59	42	4
1. Bris de tous les câbles	30	64	14
2. Bris d'un seul câble	34	54	7
D. Bris de conducteur (faisceau de trois câbles ou +)	17	53	13
1. Bris de tous les câbles	14	51	28
E. Bris d'un assemblage d'isolateurs en arrêt	36	67	6

III- Question: Lors de la détermination des charges de débalancement longitudinal résultant de bris de câbles, spécifiez-vous des facteurs de réduction de la traction dans les conditions suivantes?

Condition	Réponses OUI	NON	S/O
A. Pour le(s) câble(s) de garde			
1. Aux pylônes de suspension, à cause du balancement de la quincaillerie d'attache	16	85	11
2. Aux attaches en arrêt	7	96	9
B. Pour les conducteurs			
1. Aux pylônes de suspension, à cause du balancement de la quincaillerie d'attache	50	54	9
2. Aux attaches en arrêt	9	94	9

Selon Peyrot et ses collaborateurs (1980), des inconsistances apparaissent cependant lorsque la grandeur des charges de débalancement à considérer est étudiée. Comme les avaries sont supposées survenir sous les charges de service, le critère minimum à adopter est celui de la

traction statique résiduelle suite à un bris de câble nu. Mais différents critères sont retenus en pratique: traction du câble chargé selon la charge lourde du NESC (1/2 po de glace radiale et 4 lb/pi.ca. de vent transversal); pleine traction du câble nu; 65% de la pleine traction du câble nu - ce qui est un estimé raisonnable de la traction résiduelle pour les supports à treillis rigides conventionnels. D'autres préfèrent utiliser un facteur d'impact (variant de 1,0 à 1,75) à la console seulement.

En pratique, donc, les effets de flexibilité des supports et des assemblages de suspension sont négligés par la plupart (seulement 27 compagnies les considèrent selon l'enquête de l'ASCE) et la confusion règne quant à la grandeur des charges de débalancement à considérer. Cette confusion peut être attribuée à l'inexistence de procédures standards pour évaluer les charges transitoires de pointe causées lors des avaries, ce qui a d'ailleurs motivé Peyrot et ses collaborateurs à développer une formule semi-empirique pour les facteurs d'impact (voir paragraphe 4.2.3.2). Notons que l'enquête de l'ASCE révèle que 18 compagnies seulement utilisaient des facteurs d'impact pour spécifier leurs charges de débalancement longitudinal dues aux bris de câbles.

Si on en juge par la baisse du nombre d'accidents importants à se produire ces dernières années sur le réseau américain, il semble que ces critères de conception soient appropriés, du moins pour les lignes conventionnelles sur pylônes en treillis rigides.

Il n'existe pas de critères de conception couverts par les codes ou guides pour les structures plus robustes des lignes à ultra haute tension (UHV), comme le pylône à chaînette, qui sont destinées à supporter des plus gros faisceaux de plus gros conducteurs dans des corridors à haute densité de puissance, et pour lesquelles des mises hors service sont coûteuses. Dans le cas du pylône à chaînette de la Bonneville Power Administration (BPA) pour

ligne à 500 kV, des études ont révélé que la conception était déterminée par les charges verticales (32 mm radial) et non pas par les charges dynamiques longitudinales. Les débalancements longitudinaux considérés sont le bris d'un conducteur nu et la glace débalancée de 25 mm radial sur un câble de garde. La condition de vent maximum (100 mph) gouverne pour les tours les plus hautes. [Dulis et al. (1982)] Soulignons que ces conditions s'appliquent aux pylônes d'alignement seulement et qu'aucune structure anti-cascades spéciale n'est prévue par la BPA.

5.1.2 La pratique d'Hydro-Québec

Avec la construction du réseau de transport à 735 kV de la Baie James, Hydro-Québec a considérablement rationnalisé ses critères de conception de lignes afin d'optimiser la fiabilité du réseau par rapport à ses coûts de construction, de réparation et d'entretien.

Nous ne discutons ici que des critères concernant les charges longitudinales, d'abord dans le système intact puis dans le système avarié.

CHARGES DU SYSTÈME INTACT

Glace débalancée: Le chargement de glace avec période de retour de 5 ans est appliqué à tous les câbles d'un côté du pylône d'alignement, les câbles restant nus de l'autre côté.

Délestage dissymétrique longitudinal: Les conducteurs sont nus d'un côté et chargés de αw_1 sur l'autre. w_1 est le poids de glace uniforme adopté comme charge limite et α est un facteur d'exposition lié à la topographie avoisinante. α = 0,3 en terrain plat et 0,5 en terrain accidenté.

CHARGES DU SYSTÈME AVARIÉ

Bris d'un assemblage de suspension: Si aucune analyse dynamique n'est faite, le chargement vertical sur la portée initiale est majoré de 1,5 à 2,0

pour tenir compte de l'effet dynamique dans le calcul de la charge résiduelle.

Bris d'un câble ou d'une phase complète: Pour un câble de garde et pour un conducteur (ou faisceau de conducteurs) d'une phase **externe**, on prend comme effort statique résiduel 65% de la traction du (ou des) câble(s) nu(s) à -30°F. Pour les conducteurs de la phase **interne**, on prend 75%.

Bris de tous les câbles: Même pratique que pour le bris d'un câble individuel sauf que les débalancements s'appliquent à chaque point d'attache (câble de garde et conducteur).

Bris d'un pylône de suspension: Même pratique que pour le bris d'un assemblage de suspension sauf que les débalancements s'appliquent à chaque point d'attache.

5.2 CRITÈRES DE CONCEPTION POUR LA PRÉVENTION DES CASCADES

5.2.1 Généralités

Le plus souvent, les règlements des divers pays ne prescrivent que des combinaisons de charge. Ces hypothèses assurent une résistance suffisante pour chaque pylône pris individuellement, sous des conditions de charges locales, mais ne protègent pas la ligne contre le risque de cascade. Il est laissé aux ingénieurs projeteurs de se garder contre ce phénomène.

Il existe plusieurs approches pour contrer les effondrements en cascade. Les quatre plus communes sont:

- la réduction, par divers moyens mécaniques (appelés mécanismes fusibles), des charges longitudinales susceptibles de survenir lors d'une avarie;
- la construction de supports plus flexibles;
- le renforcement longitudinal et torsionnel de chaque pylône de suspension;
- l'utilisation de pylônes anti-cascades.

Les trois premières solutions visent à empêcher la cascade de se produire: les dommages dus aux charges exceptionnelles seront confinés à une ou deux structures. La dernière solution n'entend pas empêcher la cascade complètement mais vise plutôt à limiter les dégâts à un seul canton.

5.2.2 Le contrôle de la grandeur des charges longitudinales à l'aide de mécanismes fusibles

5.2.2.1 L'utilisation de pinces de suspension spéciales

C'est la méthode utilisée en France. En pratique, la charge de débalancement maximum est limitée par la résistance au glissement du câble dans la pince de suspension. Il faut cependant utiliser des pinces spéciales à force de serrage contrôlée de pair avec des conducteurs qui ne s'échiffent pas facilement. Les câbles du type ACSR, abondamment utilisés en Amérique du Nord, sont inacceptables.

5.2.2.2 La rupture plastique des consoles

Cette approche est réservée aux lignes sur structures très rigides. Elle consiste à concevoir le pylône de sorte que son point faible soit la connexion console-fût. Les charges de débalancement ne peuvent donc pas excéder les charges de plastification des consoles. Bien qu'elle préserve l'intégrité des supports, Peyrot (1980) met en garde que cette technique ne prévient pas les dommages excessifs aux conducteurs et aux accessoires d'attache. Comme le mécanisme de ruine prévu dissipe relativement peu d'énergie à chaque pylône, les dommages risquent de se propager sur plusieurs portées.

5.2.2.3 Les problèmes associés aux mécanismes fusibles

La prévention des dommages par l'usage de mécanismes fusibles comme les pinces spéciales à force de glissement contrôlée et les consoles-fusibles nécessite un contrôle de qualité sévère pour s'assurer que le fusible brise bien avant les autres composantes de la ligne. Une fois réglé le problème de l'isolation du niveau de charges limites, il reste qu'un tel système est plus susceptible à des ruines provenant des charges primaires qui autrement ne se produiraient pas à cause de l'habilité de la ligne à dissiper les efforts en les répartissant à toutes ses composantes. Il faut aussi souligner que le mode de rupture du mécanisme est assez fragile (c'est pratiquement une force d'impact). Il tend donc à produire des charges secondaires transitoires élevées qui augmentent la probabilité des cascades, même si le niveau des charges résiduelles est acceptable.

5.2.3 La construction de pylônes plus flexibles

Cette méthode, à la connaissance de l'auteure, n'a pas encore été appliquée à des projets de lignes réels mais a plutôt fait l'objet de recherches par des équipes italiennes. L'idée de base est que les structures

plus flexibles peuvent accommoder des forces de débalancement longitudinal plus grandes que les structures rigides. Lummis et Pohlman (1974) suggèrent d'ailleurs de profiter de cet effet bénéfique de la flexibilité et de l'interaction câbles-structures, et de réviser les critères de calcul américains pour les lignes sur supports assez flexibles comme les pylônes haubanés, poteaux ou portiques.

Une trop grande flexibilité peut cependant engendrer des problèmes de stabilité et de dégagements électriques sous les charges transitoires. Mentionnons finalement qu'il est nécessaire de poursuivre la recherche pour établir par des critères précis l'efficacité des lignes sur pylônes flexibles par rapport aux lignes sur pylônes rigides. L'importance des charges d'impact peut être diminuée en jouant sur trois principaux facteurs: l'énergie dissipée localement à un support, l'énergie dissipée graduellement par les conducteurs, et la friction des câbles sur le sol.

5.2.4 Le renforcement longitudinal et torsionnel de chaque pylône de suspension

C'est la méthode la plus utilisée dans le monde, notamment aux Etats-Unis et au Danemark. L'objectif de la méthode est de pourvoir les pylônes d'alignement avec suffisamment de résistance pour empêcher une cascade importante (i.e. de plus de 3 à 5 portées) lors du bris accidentel de câbles, d'assemblages d'attache, ou de pylônes. On accepte que quelques pylônes soient sacrifiés pour amortir les effets transitoires en dissipant beaucoup d'énergie, ce qui justifie plus ou moins que les effets dynamiques sont négligeables sur les pylônes qui survivent et que les critères de charges statiques résiduelles sont acceptables.

Il est particulièrement important en régions peuplées d'éviter une cascade, même limitée à quelques supports.

Nous avons déjà discuté à la section 5.1 comment les compagnies

d'électricité américaines ont incorporé cette philosophie dans leur pratique de dimensionnement. Voyons, pour donner un autre exemple, comment le Danemark a redéfini ses critères suite à la fameuse cascade de 1966. L'idée de base est claire: les critères adoptés ne cherchent pas à protéger chaque pylône contre les charges accidentelles - ce qui est pratiquement impossible - mais cherchent à limiter les conséquences **après** l'endommagement. En plus de la prescription d'une résistance longitudinale minimale suivant les abaques de la figure 5.1 (tirée de Frandsen et Juul (1976)), le règlement danois insiste sur la nécessité d'optimiser le tracé de la ligne et de réaliser une bonne conception de détail des pylônes pour que l'hypothèse de ductilité soit justifiée. Le critère adopté est que tous les pylônes doivent résister à la charge de débalancement statique imposée dans le cas où tous les câbles d'un côté sont lâches. Pour les pylônes d'alignement, les câbles sont considérés nus alors que pour les pylônes d'angles, les charges climatiques limites sont incluses.

La principale différence entre les pratiques danoise et américaine est qu'il manque à cette dernière un critère unifié pour le calcul de la charge statique résiduelle à utiliser dans le dimensionnement.

5.2.5 L'utilisation de pylônes anti-cascades

Hydro-Québec est aussi d'avis que la répartition d'une résistance longitudinale supplémentaire le long de chaque pylône de suspension est bénéfique pour contrer une cascade, mais elle soutient qu'il est illusoire de penser que sous les charges limites, un seul ou une série de quelques pylônes d'alignement déjà surchargés puissent arrêter une cascade. Sur son réseau à 735 kV de la Baie James, les pylônes de suspension sont déjà presque chargés à pleine capacité: les câbles sont très tendus à cause des charges climatiques importantes. On veut cependant limiter la longueur des cascades jugées impossibles à empêcher.

L'idée est de limiter la cascade à un canton complet compris entre deux pylônes d'arrêt, prescrits par la géométrie du tracé, ou entre deux pylônes anti-cascades, ou encore une combinaison des deux types de pylônes. Les pylônes anti-cascades sont des structures d'arrêt tangent conçues pour résister aux avaries qui peuvent survenir **aux charges limites** . Ils sont donc des points forts de la ligne. La résistance longitudinale des pylônes de suspension ordinaires est inférieure à celle des assemblages d'attache, laquelle est aussi inférieure à celle des câbles de façon à ce qu'une cascade implique l'effondrement des pylônes d'alignement du canton. La répartition des pylônes anti-cascades dépend entre autres de la géométrie du tracé, de la topographie du site, et de facteurs économiques. Il faut comparer les coûts de réparation d'un tronçon effondré et les coûts de construction de ces structures spéciales pour déterminer la longueur optimale du canton. Sur les lignes à 735 kV du réseau de transport de la Baie James (RTBJ), le canton optimum compte 10 pylônes de suspension sur une distance moyenne de 5 km.

Il va de soi qu'il est très coûteux de concevoir des pylônes anti-cascades pour avaries sous charges limites, mais pour Hydro-Québec, cette dépense est devenue justifiée par l'importance des lignes du RTBJ dans son réseau à très haute tension, leur éloignement des régions densément peuplées, et la géométrie des tracés qui laisse souvent plusieurs dizaines de kilomètres sans pylônes d'angle fort en arrêt.

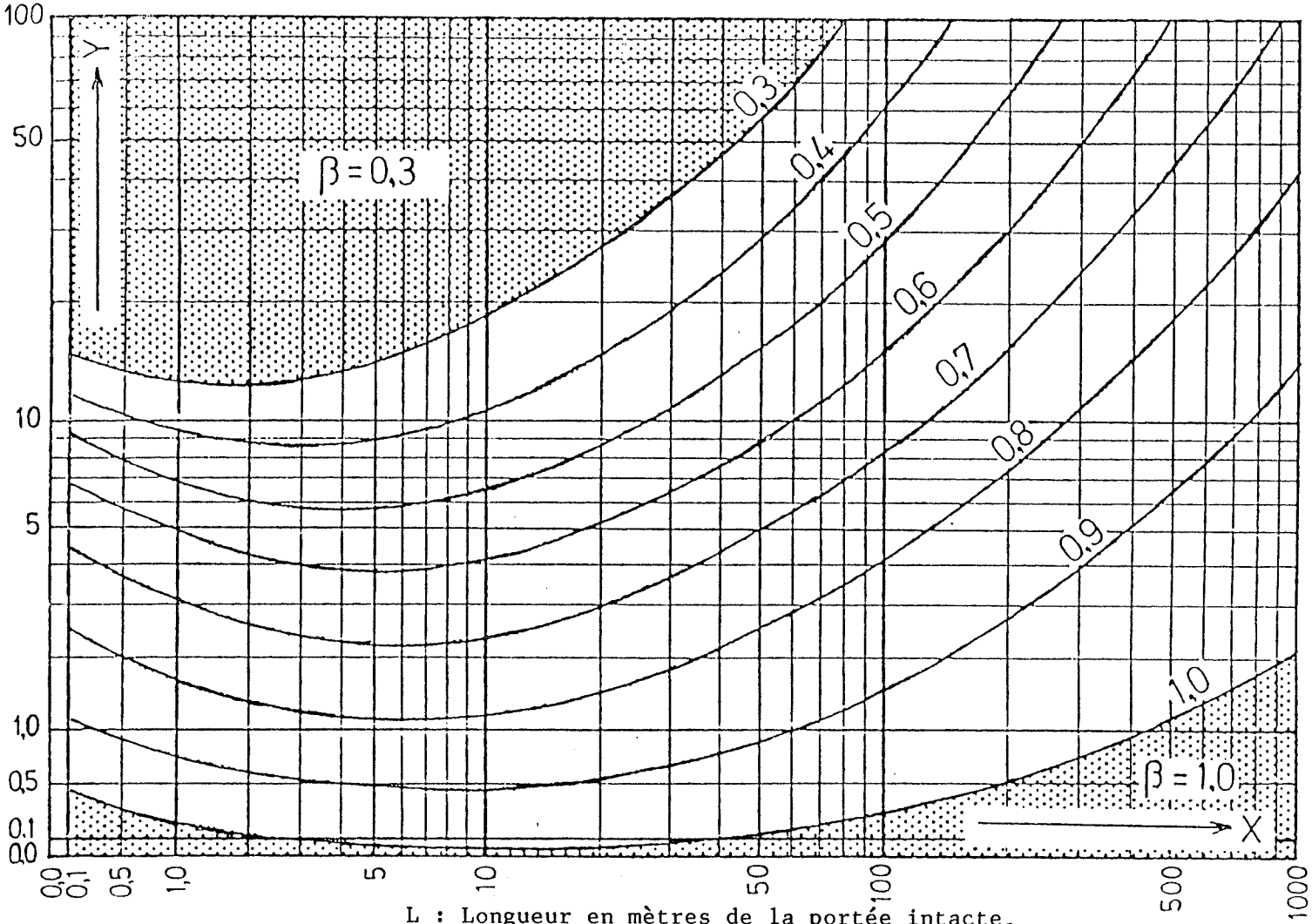
Quand les pylônes de suspension sont utilisés à moins de 50% de leur résistance aux charges verticales, ils peuvent agir comme anti-cascades pour les charges verticales seulement. Les pylônes d'ancrage ou d'angle fort peuvent aussi agir comme anti-cascades pour les charges longitudinales.

Pour diminuer les coûts, on recommande des pylônes anti-cascades en alignement, avec une hauteur minimale et une fondation fiable. Aucun critère de chargement strict n'est établi comme tel pour le dimensionnement, il

s'agit plutôt d'un critère de performance: le pylône anti-cascades doit résister, sans ruine partielle ou totale, à toutes les avaries possibles survenant aux charges limites. Il est donc nécessaire de faire une analyse dynamique sous différents scénarios de ruine pour en arriver à trouver les charges les plus critiques.

Hydro-Québec rapporte qu'elle est très satisfaite de son expérience d'utilisation de pylônes anti-cascades. [Ghannoum (1981, 1985)]. Cette approche donne plus de flexibilité dans la répartition, pour optimiser le dimensionnement des sections de lignes comprises entre les points forts et pour ajuster la rigidité relative des composantes de la ligne en vue de minimiser les effets dynamiques.

La traction résiduelle s'obtient en multipliant la traction avant la cascade par β.



$$X = \frac{E}{\sigma}\left(\gamma \frac{L}{\sigma}\right)^2 \quad ; \quad Y = \frac{E}{\sigma}\,\frac{(I + U)}{L}$$

Figure 5.1 Diagramme pour la détermination de la traction dans un câble dans une situation de cascade
[Frandsen et Juul (1976)]

L : Longueur en mètres de la portée intacte
E : Module d'élasticité du conducteur (N/mm^2)
γ : Charge résultante appliquée sur le conducteur par unité de longueur (N/m) divisée par l'aire de sa section droite (mm^2)
σ : Contrainte de traction dans le câble avant la ruine (N/mm^2)
I : Déplacement max. (en m) dans la direction de la ligne, de la suspension mobile
U : Déformation du pylône (en m) au point d'attache de la suspension mobile

CHAPITRE 6
CONCLUSIONS

6.1 CONCLUSIONS GÉNÉRALES

Une conception de plus en plus rationnelle des lignes de transport est possible si on s'efforce de bien comprendre le phénomène complexe du comportement des diverses composantes de ligne sous les charges du système avarié. Nous nous sommes particulièrement intéressés ici aux phénomènes de bris de câbles, de pylônes, ou d'assemblages d'attache des conducteurs.

Cette revue de la documentation a montré que la plupart des structures avec câbles ont des comportements statiques et dynamiques que les modèles numériques linéaires sont incapables de simuler. En particulier, pour les lignes de transport aériennes soumises à des débalancements longitudinaux, nous avons vu que les non linéarités géométriques sont déterminantes sous charges statiques. Dans le cas de pylône relativement rigides avec comportement géométriquement linéaire, les méthodes dynamiques linéaires comme la superposition modale ou l'analyse de Fourier sont peu utilisées. La connaissance de la solution du problème aux valeurs propres a certes son utilité, mais l'étude des vibrations forcées requiert les méthodes d'intégration dans le temps, lesquelles permettent une mise à jour régulière de la rigidité du système. Dans le cas de pylônes plus flexibles comme les portiques, poteaux, mâts haubanés, et pylônes à chaînette, il y a une forte interaction entre les câbles et les supports et l'étude du comportement dynamique de l'ensemble exige des modèles géométriquement non linéaires.

Nous avons vu que les débalancements longitudinaux des lignes sur pylônes linéaires de matériau hookéen ont fait l'objet de plusieurs études présentées dans la littérature mais que la prévision des charges d'impact ne fait pas l'unanimité parce que l'importance relative des facteurs influents n'est pas claire. Nous reconnaissons aussi la nécessité de définir, si

possible, un critère de calcul qui tienne compte du comportement interactif de toutes les composantes de la ligne. Chaque pylône n'a pas besoin de résister à la force d'impact complète. S'il est très rigide, il doit cependant être assez fort pour extraire suffisamment d'énergie du système, en se brisant, pour que les charges sur la structure suivante soient acceptables. S'il est très flexible, il doit permettre le décalage et l'étalement dans le temps des charges d'impact, tout en restant stable.

La section suivante liste une série d'études et de vérifications nécessaires, ou tout au moins utiles, à la définition d'un critère de dimensionnement amélioré pour la conception des lignes de transport aériennes sous charges longitudinales exceptionnelles.

6.2 RECHERCHE NÉCESSAIRE

6.2.1 Vérifications

1) Vérifier si l'historique des tractions dans les câbles sous chargements exceptionnels, tel que déterminé par Thomas et Peyrot (1982), peut être utilisé directement comme charge dynamique extérieure sur un pylône isolé.

2) Vérifier si un modèle dynamique linéaire est suffisant pour simuler le comportement du pylône à chaînette, comme le soutiennent Tsui (1976,1977/78-I) et Souchereau et al. (1978).

3) Vérifier l'ordre de grandeur des facteurs d'impact susceptibles de solliciter les pylônes rigides anti-cascades utilisés sur les lignes à 735 kV d'Hydro-Québec.

6.2.2 Nouvelles études

6.2.2.1 Étude de l'efficacité des pylônes flexibles vs celle des pylônes rigides autoporteurs pour résister aux charges longitudinales exceptionnelles

- Quantifier les différences de comportement entre les lignes sur supports rigides et flexibles.

  i) Etudier le problème aux valeurs propres des configurations avant et après avarie de plusieurs tronçons de contrôle.

  ii) Trouver l'historique des forces internes dans les câbles sous charges exceptionnelles pour des modèles de lignes sur pylônes flexibles avec comportement géométrique non linéaire. Le comparer avec l'historique généré pour des supports linéaires.

  iii) Comparer leurs réponses forcées (au niveau des consoles et à la base) en termes de charges de pointe, énergie dissipée et temps de délai.

- Vérifier l'importance des interactions câbles - structures dans les lignes sur pylônes flexibles. Montrer numériquement l'importance relative des non linéarités dans l'analyse dynamique d'une ligne sur supports géomé-

triquement non linéaires, en utilisant des données réalistes.

6.2.2.2 Étude de l'importance de l'amortissement des supports et des câbles sur la réponse forcée

Ces paramètres sont-ils plus ou moins importants que les différences de rigidité des supports? ou que l'influence des non linéarités géométriques sur les supports flexibles?

6.2.2.3 Étude des charges de débalancement générées par le bris d'assemblages de suspension des conducteurs

Dans ce problème, les composantes horizontales et verticales de l'impact sont nécessaires. Il faut voir si on peut calculer des facteurs d'impact avec un critère apparenté à celui de Peyrot et al. (1980).

6.2.2.4 Étude des critères de dimensionnement sous charges exceptionnelles

Voir si, à la lumière des études et vérifications précédentes, il est possible de formuler des directives pour les pylônes flexibles, en termes de charges de pointe, temps de délai et énergie dissipée, pour éviter aux concepteurs de modéliser différents tronçons de lignes sous charges dynamiques.

BIBLIOGRAPHIE

ABRATE, S. "Continuum Modeling of Latticed Structures", dans The Shock and Vibration Digest, vol. 17, no. 1, janv. 1985.

ADDIE, Robert. Guys, Guy Systems and Guyed Towers, Ph.D. Thesis, The University of Western Ontario, 1978.

ALI, Syed, et Sidney SHORE. "Forced Nonlinear Vibration of Sagged Cables", dans Proceedings of the 1st International Conference on Computational Methods in Nonlinear Mechanics, Austin, TX, sept. 1974, p. 325-337.

--------. "Dynamic Response of Sagged Cables", dans Computers & Structures, vol. 23, no. 1, 1986, p. 51-57

ANAND, G.V. "Nonlinear Resonance in Stretched Strings with Viscous Damping", dans The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 40, no. 6, 1966, p. 1517-1528.

ANGELOS, A., et S. CLUTS. "Unbalanced Forces on Tangent Transmission Structures", dans Proceedings of the IEEE Power Engineering Society, Winter Meeting, New York, N.Y., 1977, article A 77 220-7.

ARENA, Joseph R. "How Safe are Your Towers?", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 96, no. ST1, janv. 1970, p. 1-16.

--------. "How Safe are Your Poles?" dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 99, no. ST7, juil. 1973, p. 1333-1347.

ARGYRIS, John H., et al. "Non-Linear Oscillations Using the Finite Element Technique", dans Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 2, 1973, p. 203-250.

ASCE, Task Committee on Tower Design, Committee on Analysis and Design of Structures, "Electrical Transmission Line and Tower Design Guide", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 93, no. ST4, août 1967, p. 245-282.

ASCE, Task Committee on Steel Transmission Poles, Committee on Analysis and Design of Structures, "Design of Steel Transmission Pole Structures", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 100, no. ST12, déc. 1974, p. 2449-2518.

ASCE, Committee on Electrical Transmission Structures, Committee on Analysis and Design of Structures, "Loadings for Electrical Transmission Structures", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 108, no. ST5, mai 1982, p. 1088-1105.

BARON, Frank, et Mahadeva S. VENKATESAN. "Nonlinear Analysis of Cable and Truss Structures", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 97, no. ST2, fév. 1971, p. 679-710.

BARR, Roderick Alfred. The Nonlinear Dynamics of Cable Systems. University of California, Berkeley, College of Engineering Report No. NA-73-3, août 1973, 153 p.

BASU, A.K., et A. DUTTA. "Dynamic Behaviour of Guyed Towers", dans Proceedings of BOSS'82, vol. 1, 2-5 août 1982, p. 529-545.

BATHE, K.-J., et E.L. WILSON. "Stability and Accuracy Analysis of Direct Integration Methods", dans Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 1, 1973, p. 283-291.

--------, et al. "Finite Element Formulations for Large Deformation Dynamic Analysis", dans International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 9, 1975, p. 353-386.

--------. Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, Inc., 1982.

BEAULIEU, Gaston. Analyse statique des haubans de l'éolienne des Iles-de-la-Madeleine, Rapport IREQ-2187, Institut de recherche de l'Hydro-Québec, Varennes, Québec, août 1980, 25 p.

--------. Statique non-linéaire des câbles - Application au système de haubanage des éoliennes à axe vertical, Rapport 8RT3125G, Institut de recherche de l'Hydro-Québec, Varennes, Québec, août 1984, 37 p.

BEER, F.P., et E. RUSSELL JOHNSTON, Jr. Mechanics for Engineers Statics 2e éd., New York, McGraw Hill, 1962.

BERG, Glen V. "Discussion - Static and Dynamic Analysis of Guy Cables", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 87, no. ST4, avril 1961, p. 61-65.

BERGAN, P.G., et al. "Solution Techniques for Non-Linear Finite Element Problems", dans International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 12, 1978, p. 1677-1696.

BERGER, Bruce S., et Sidney SHORE. "Dynamic Response of Lattice-Type Structures", dans Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 89, no. EM2, avril 1963, p. 47-70.

BIRNSTIEL, Charles. "Analysis and Design of Cable Structures", dans Computers & Structures, vol. 2, 1972, p. 817-831.

BISSIRI, Alfio, et Maurice LANDAU. "Broken Conductor Effect on Sags in Suspension Spans", dans AIEE Transactions, vol. 66, 1947, p. 1181-1188.

BORGOHAIN, M.C., et G.T.S. DONE. "Prediction of Normal Modes of Multi-Span Transmission Lines by the Assumed Modes Technique", dans Journal of Sound and Vibration, vol. 29, no. 1, 1973, p. 77-92.

BONNEVILLE POWER ADMINISTRATION, Quarterly Reports of 1200 kV Projects, Portland, Oregon, décembre 1976 - octobre 1982.

du BOUCHET, Andres V. "Earthquake Response of Guyed Towers", dans Proceedings of the International Symposium on Earthquake Structural Engineering, St. Louis, Missouri, août 1976, vol. 1, p. 513-526.

--------, et Mrinmay BISWAS. "Nonlinear Analysis of Towers and Stacks", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 103, no. ST8, août 1977, p. 1631-1641.

BRADLEY, J.F. Mode-Frequency Dynamic Analysis of Existing and Proposed Guyed Transmission Towers (New Designs), Projet no. 3063-83-BR, British Columbia Hydro and Power Authority, juin 1983.

BRESLIN, John P. "Dynamic Forces Exerted by Oscillating Cables", dans Journal of Hydronautics, vol. 8, no. 1, janv. 1974, p. 19-31.

BROKENSHIRE, R.E. "Experimental Study of the Loads Imposed on Welded Steel Support Structures by Galloping 345 kV Bundled Conductors", dans Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, Vancouver, B.C., 15-20 juil. 1979, p. 58-65.

BROWNFIELD, A.H., et John H. WELLS. "Discussion - Static and Dynamic Analysis of Guy Cables", dans Journal of the Structural Division (ASCE), vol. 87, no. ST7, oct. 1961, p. 283-291.

BUCHANAN, George R. "Two-Dimensional Cable Analysis", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 96, no. ST7, juil. 1970, p. 1581-1587.

BUCHHOLDT, H.A., et S. MOOSSAVINEJAD. "Nonlinear dynamic response analysis using conjugate gradients", dans Engineering Structures, vol. 4, janv. 1982, p. 44-52.

CAMPBELL, David B. "Unbalanced Tensions in Transmission Lines", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 96, no. ST10, oct. 1970, p. 2189-2207.

CARRIER, G.F. "On the Non-Linear Vibration Problem of the Elastic String", dans Quarterly Applied Mathematics, vol. 3, no. 2, 1945, p. 157-165.

CARSON, W.W., et A.F. EMERY. "An Energy Method Determination of Large Cable Dynamics", dans Journal of Applied Mechanics, ASME, juin 1976, p. 330-334.

CARTER WELLFORD, L., Jr., et al. "Free and Steady State Vibration of Non-Linear Structures Using a Finite Element - Non-Linear Eigenvalue Technique", dans Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 8, 1980, p. 97-115.

--------, et Halis SEN. "A Selective Relaxation Iterative Solution Technique for Nonlinear Structural Analysis Problems", dans International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 17, 1981, p. 773-795.

CASARELLA, M.J. Dynamics of Cable Systems, Catholic University of

America, Washington, D.C., Dept. of Mechanical Engineering, août 1975, 16 p.

CENTRAL POWER RESEARCH INSTITUTE. Vibration Testing of Length Scaled-Down Models of Cables - Its Validity and Limitations, Bangalore, India, CPRI, Rapport technique no. 111, nov. 1982, 25 p.

CHAJES, Alexander, et Wen-Sen CHEN. "Stability of Guyed Towers", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 105, no. ST1, janv. 1979, p. 163-174.

--------, et David LING. "Post-Buckling Analysis of Guyed Towers", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 107, no. ST12, déc. 1981, p. 2313-2323.

CHOO, Y., et M.J. CASARELLA. "A Survey of Analytical Methods For Dynamic Simulation of Cable-Body Systems", dans J. Hydronautics, vol. 7, 1973, p. 137-144.

CHRISTIE, Robert J. Vibration Analysis of Three Guyed Tower Designs for Intermediate Size Wind Turbines, W.L. Tanksley & Associates, Inc., Rapport no. DOE/NASA/1900-1 NASA CR-165589, mars 1982, 109 p.

CHU, Kuang-Han, et David Chia-Chiun MA. "Nonlinear Cable and Frame Interaction", dans Journal of the Structural Division, vol. 102, no. ST3, mars 1976, p. 569-589.

CHUGH, Ashok K., et S.B. BIGGERS. "Analysis of Steel Transmission Pole Structures", dans Computers & Structures, vol. 8, 1978, p. 125-133.

COHEN, Edward, et Henri PERRIN. "Design of Multi-Level Guyed Towers: Wind Loading", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 83, no. ST5, sept. 1957, article 1355.

--------, et --------. "Design of Multi-Level Guyed Towers: Structural Analysis" dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 83, no. ST5, sept. 1957, article 1356.

COMELLINI, E., et C. MANUZIO. "La rationalisation des charges de calcul pour les pylônes de lignes aériennes", dans Comptes rendus de la CIGRE, 1968, rapport 23-08, 29 p.

COOK, L.H.J., et B. COOPER. "A Study of the Use of Aluminum Guyed Towers for Extra-High-Voltage Transmission Systems", dans IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 82, avril 1963, p. 217-223.

COSTELLO, George A., et James W. PHILLIPS. "Post-Buckling Behavior of Guyed Towers", dans Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 109, no. 6, juin 1983, p. 1450-1459.

CSA, National Standard of Canada. Zinc-Coated Steel Wire Strand, CAN3-G12-M78, 22p.

DARBRE, G.R. Studies of Dynamic Response of a Guyed Tower, thèse de Ph.D., Rice University, Houston, TX, avril 1982, 480 p.

DAVALL, P.W., et al. "Mathematical Analysis of Transmission Line Vibration Data", dans Electric Power Systems Research, vol. 1, 1977/78, p. 269-282.

DAVENPORT, Alan G. "Discussion - Static and Dynamic Analysis of Guy Cables", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 87, no. ST5, juin 1961, p. 99-101.

--------, et George N. STEELS. "Dynamic Behavior of Massive Guy Cables", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 91, no. ST2, avril 1965, p. 43-71.

DEAN, Donald L. "Static and Dynamic Analysis of Guy Cables", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 87, no. ST1, jan. 1961, p. 1-21.

DILLON, D.B., Validation of Computer Models of Cable System Dynamics, EG and G Washington Analytical Services Center Inc., Rockville MD, avril 1982, 191 p.

DIMEFF, John, et al."Large-Amplitude Linear Vibrations of Tensioned Strings", dans The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 39, no. 5, part. 1, 1966, p.849-855.

DOMINGUEZ, Richard F., et Charles E. SMITH. "Dynamic Analysis of Cable Systems", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 98, no. ST8, août 1972, p. 1817-1834.

--------, et al. Three Dimensional Dynamic Modes and Frequencies of Slack Cables, Texas A & M University, Dept. Civil Engineering, Rapport no. COE-177, juin 1974.

DUBEY, R.N. et C. SAHAY. "Vibration of Overhead Transmission Lines III", dans The Shock and Vibration Digest, vol. 12, no. 12, 1980, p. 11-14.

--------, et --------. "Vibration of Overhead Transmission Lines IV", dans The Shock and Vibration Digest, vol. 15, no. 12, déc. 1983, p. 11-15.

DULIS, J.E., et R.Y. SHUPING, Jr. "Design of 500-kV Transmission Line Cross-Rope Suspension Structure", dans Proceedings of the American Power Conference, Chicago, Illinois, 26-28 avril 1982, p. 665-670.

EHLERS, F.E. The Vibration of a Tight Cable Containing a Turnbuckle, BOEING Scientific Research Laboratories, Rapport no. D1-82-0418, mars 1965, 22 p.

EPSTEIN, Marcelo, et Yair TENE. "Nonlinear Analysis of Pin-Jointed Space Trusses", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 97, no. ST9, sept. 1971, p. 2189-2202.

FANG, S.J., et al. "Design and Analysis of Guyed Transmission Towers by Computer", dans Proceedings of the Seventh IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition, 1-6 avril 1979,

p. 512-518.

FAULKNER, M.G., et al. "The Satic and Dynamic Behaviour of Stiffened Strings", dans Proceedings of the Sixth Canadian Congress of Applied Mechanics, Vancouver, B.C., juin 1977, vol. 1, p. 379-380.

FELIPPA, C.A. "Finite Element Analysis of Three-Dimensional Cable Structures", dans Proceedings of the 1st International Conference on Computational Methods in Nonlinear Mechanics, Austin, TX, sept. 1974, p. 311-324.

FLEMING, John F., et F. SIDDIQUI. Dynamic Analysis of Electric Transmission Line Systems with Broken Wires, Pittsburgh University, Dept. of Civil Engineering, sept. 1980, 172 p.

--------, et E.A. EGESELI. "Dynamic Behaviour of a Cable-Stayed Bridge", dans Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 8, 1980, p. 1-16.

FRANCIS, A.J. "Analysis of Suspension Cable Behaviour", dans The Engineer, 25 juin 1965, vol. 219, p. 1094-1101.

FRANDSEN, A.G., et P.H. JUUL. "Phénomène d'effondrement en cascade Critères de dimensionnement", dans Comptes rendus de la CIGRE, 1976, rapport 22-10, 13 p.

FRIED, Isaac. "Large Deformation Static and Dynamic Finite Element Analysis of Extensible Cables", dans Computers & Structures, vol. 15, no. 3, 1982, p. 315-319.

GALE, J.G., et C.E. SMITH. "Vibrations of Suspended Cables", dans Journal of Applied Mechanics, ASME, vol. 50, sept. 1983, p. 687-689.

GAMBHIR, M.L., et B. De V. BATCHELOR. "A Finite Element for 3-D Prestressed Cablenets", dans International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 11, 1977, p. 1699-1718.

--------. Dynamics of Cable Supported Systems, Ph.D. Thesis, Queen's University at Kingston, 1978.

--------, et --------. "Parametric Study of Free Vibration of Sagged Cables", dans Computers & Structures, vol. 8, 1978, p. 641-648.

--------, et --------. "Cable Element Models for Dynamic Analysis", dans Proceedings of the 2nd International Modal Analysis Conference, Orlando, FL, 6-9 fév. 1984, p. 535-539.

GAYLORD, Edwin H., et Gene M. WILHOITE. "Transmission Towers: Design of Cold-Formed Angles", dans Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 111, no. 8, août 1985, p. 1810-1825.

GERADIN, M. et al. "Nonlinear Structural Dynamics via Newton and Quasi-Newton Methods", dans Nuclear Engineering and Design, vol. 58, 1980, p. 339-348.

--------, et al. "Computational Strategies for the Solution of Large Nonlinear Problems via Quasi-Newton Methods", dans Computers & Structures, vol. 13, 1981, p. 73-81.

GESCHWINDNER, Louis F. "Nonlinear Dynamic Analysis by Modal Superposition", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 107, no. ST12, déc. 1981, p. 2325-2336.

GHANNOUM, Elias. "A Rational Approach to Structural Design of Transmission Line", dans IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 100, no. 7, juil. 1981, p. 3506-3512.

--------, et M. LAMARRE. "Hydro-Québec's Experience with the Design and Construction of 1500 km of 735 kV Chainette Transmission Lines, dans IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-104, no. 10, oct. 1985, p. 2832-2842.

GOELLER, J.E., et E.P. LAURA. "Analytical and Experimental Study of the Dynamic Response of Cable Systems", dans Proceedings of the 2nd Offshore Technology Conference, Dallas, TX, 1970, article OTC 1156.

GOLDBERG, John E., et Ralph M. RICHARD. "Analysis of Nonlinear Structures", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 89, no. ST4, août 1963, p. 333-351.

--------, et V. James MEYERS. "A Study of Guyed Towers", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 91, no. ST4, août 1965, p. 57-76.

--------, et John T. GAUNT. "Stability of Guyed Towers", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 99, no. ST4, avril 1973, p. 741-756.

GOODEY, W.J. "On the Natural Modes and Frequencies of a Suspended Chain", dans Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, vol. XIV, pt. 1, 1961, p. 118-127.

GOODRICH, C.M. "Simple Solution for Unsymmetrical Cable Span", dans Civil Engineering, vol. 11, no. 8, août 1941, p. 498-499.

--------. "Simplified Cable-Sag Calculations", dans Civil Engineering, vol. 12, no. 2, fév. 1942, p. 104.

GOVERS, A. "Efforts dynamiques unidirectionnels sur les pylônes à haute tension après une rupture de conducteur", dans Comptes rendus de la CIGRE, 1970, rapport 22-03, 11p.

GUPTA, Y.P., et J. PRAKASH. "Free Vibration Analysis of Guyed Mast", dans Proceedings of the 7th Symposium on Earthquake Engineering, Roorkee, India, 10-12 nov. 1982, vol. 2, p. 51-58.

HALL, John F. "An FFT Algorithm for Structural Dynamics", dans Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 10, 1982, p. 797-811.

HARO, L., et al. "Etude des sollicitations sur un support après rupture d'un conducteur", dans Comptes rendus de la CIGRE, 1956, rapport 210, 16 p.

HELLER, S.R., Jr., et B.S. CHUNG. On the Transverse Vibration of Wire Rope, Department of Civil and Mechanical Engineering, Catholic University of America, Washington, D.C., rapport no. 72-7, juil. 1972, 19 p.

HENGHOLD, W.M., et J.J. RUSSELL. "Equilibrium and Natural Frequencies of Cable Structures (A Nonlinear Finite Element Approach)", dans Computers & Structures, vol. 6, no. 4, 1976, p. 267-271.

--------, et al. "Free Vibrations of Cable in Three Dimensions", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 103, no. ST5, mai 1977, p. 1127-1137.

HERBER, K.H. "Calcul des cheminées et mâts haubanés", dans Acier Stahl Steel, no. 10, 1961, p. 449-460.

HONG, S.T. "Tension in a Taut Line Mooring: Frequency Domain Analysis", dans Proceedings of the 6th Offshore Technology Conference, Houston, TX, 1974, article OTC 2069.

HOOD, C.G. "A General Stiffness Method for the Solution of Nonlinear Cable Networks with Arbitrary Loading", dans Computers & Strcutures, vol. 6, 1976, p. 391-396.

HOUBOLT, J.C. "A Recurrence Matrix Solution for the Dynamic Response of Elastic Aircrafts", dans Journal of Aeronautical Science, vol. 17, 1950, p. 540-550.

HOWARD, H. Seymour, Jr. Suspended Structures Concepts, US Steel, oct. 1966, ADUSS 55-1898, 36 p.

HUDDLESTON, John V. "Computer Analysis of Extensible Cables", dans Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 107, no. EM1, fév. 1981, p. 27-37.

HULL, Frederick H. "Stability Analysis of Multi-Level Guyed Towers", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 88, no. ST2, avril 1962, p. 61-80.

HUSTON, R.L., et J.W. KAMMAN. Validation of Finite Segment Cable Models, University of Cincinnati, Cincinnati, OH, Dept. of Mechanical and Industrial Engineering, avril 1981, 31 p.

IEEE Transmission and Distribution Committee; Towers, Poles and Conductor Subcommittee; Task Group on Line Loading and Strength of Transmission Line Structures of the Tower; Subgroup on Loadings and Strength of Transmission Line Systems. "Loading and Strength of Transmission Line Systems", in Proceedings of the IEEE Power Engineering Society, Winter Meeting, New York, N.Y., 1977.
"Part 1. Considerations in the Selection of Line Loading Criteria", article A 77 228-0.
"Part 2. Designing For Wind Loads", article A 77 229-8.

"Part 3. Icing and Combined Ice and Wind Loads", article A 77 230-6.
"Part 4. A. Designing for Cyclic Loads
B. Designing for Construction and Maintenance Loads
C. Designing for Hazardous and Unstable Sites", article A 77 231-4.
"Part 5. Considerations in Designing for Secondary or Post Failure Loads", article A 77 232-2.
"Part 6. Strength Requirements of Line Components", article A 77 233-0.

IRVINE, H. Max, et T.K. CAUGHEY. "The linear theory of free vibrations of a suspended cable", dans Proceedings of the Royal Society of London, vol. 341, 1974, p. 299-315.

--------. "Statics of Suspended Cables", dans Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 101, no. EM3, juin 1975, p. 187-205.

--------. "Post-Elastic Response of Suspended Cables", dans Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 101, no. EM6, déc. 1975, p. 725-737.

--------, et J.H. GRIFFIN. "On the Dynamic Response of a Suspended Cable", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 4, 1976, p. 389-402.

--------. "Discussion - Natural Vibrations of Suspension Cables", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 102, no. ST6, juin 1976, p. 1286-1288.

--------. "Free Vibrations of Inclined Cables", dans Journal of the Structural Division, vol. 104, no. ST2, fév. 1978, p. 343-347.

--------. "Energy Relations for a Suspended Cable", dans Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, vol. XXXIII, pt. 2, 1980, p. 227-234.

--------. "The Estimation of Earthquake-Generated Additional Tension in a Suspension Bridge Cable", dans Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 8, 1980, p. 267-273.

--------. Cable Structures, Cambridge, MA, The MIT Press, 1981, 259 p.

ISSA, Raja R.A. Nonlinear Discrete Field Analysis of Trussed Guyed Towers, thèse de Ph.D., Mississipi State University, déc. 1981, 173 p.

JAYARAMAN, H.B., et W.C. KNUDSON. "A Curved Element For the Analysis of Cable Structures", dans Computers & Structures, vol. 14, no. 3-4, 1981, p. 325-333.

JENNINGS, A. "The Free Cable", dans The Engineer, vol. 214, 28 déc. 1962, p. 1111-1112.

--------. "Eigenvalue Methods for Vibration Analysis", dans The Shock and Vibration Digest, vol. 12, no. 2, 1980, p. 3-16.

--------. "Eigenvalue Methods for Vibration Analysis II", dans The Shock and Vibration Digest, vol. 16, no. 1, janv. 1984, p. 25-33.

JOFFE, Joseph. "Formulas for the Solution of Catenary Problems", dans Civil Engineering, vol. 10, no. 5, mai 1940, p. 306-307.

JONATOWSKI, John J., et Charles BIRNSTIEL. "Inelastic Stiffened Suspension Space Structures", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 96, no. ST6, juin 1970, p. 1143-1166.

--------, et --------. "Discussion - Nonlinear Analysis of Cable and Truss Structures", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 97, no. ST12, déc. 1971, p. 2895-2899.

JUDD, Bruce J., et Robert J. WHEEN. "Nonlinear Cable Behavior", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 104, no. ST3, mars 1978, p. 567-575.

KAMMAN, J.W., et R.L. HUSTON. Modelling of Submerged Cable Dynamics, University of Cincinnati, Cincinnati, OH, Dept. of Mechanical and Industrial Engineering, juil. 1983, 31 p.

KAO, Robert. "A Comparison of Newton-Raphson Methods and Incremental Procedures for Geometrically Nonlinear Analysis", dans Computers & Structures, vol. 4, 1974, p. 1091-1097.

KAPOOR, M.P., et K. KUMARASAMY. "Optimum Configuration of Transmission Line Towers in Dynamic Response Regime", dans Proceedings of the International Symposium on Optimum Structural Design, Tucson, Arizona, 19-22 oct. 1981, p. 10-13 à 10-20.

KAR, A.K. "Seismic Support: Speedy Determination of Frequency", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 105, no. ST7, juil. 1979, p. 1289-1306.

KEMPNER, Leon, Jr., et Harold I. LAURSEN. Response of Latticed Transmission Tower to Wind, Research Project Report ETB-77-1, Branch of Transmission Engineering, Bonneville Power Administration, nov. 1977, 56 p.

--------, et al. "Structural-Dynamic Characterization of an Experimental 1200-Kilovolt Electrical Transmission-Line System", dans Shock and Vibration Bulletin, no. 50, partie 3, sept. 1980, p. 113-122.

--------, et al. "Transmission Line Dynamic/Static Structural Testing", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 107, no. ST10, oct. 1981, p. 1895-1906.

--------, et al. "Moro Mechanical-Test-Line Twin-Conductor Bundle Dynamic Tests", dans Proceedings of the International Symposium on Overhead Conductor Dynamics, Toronto, 8-9 juin 1981, 13 p.

--------, et Strether SMITH. "Cross-Rope Transmission Tower-Line Dynamic Analysis", dans Journal of Structural Engineering, vol. 110, no. 6, juin 1984, p. 1321-1355.

KENNEDY, J.S., et al. "Effect of guy cable constraint on structural damping of open lattice antenna towers", dans Canadian Journal of Civil Engineering, vol. 7, 1980, p.614-620.

KING, I.P. "A Computer Program for Analysis of Guyed Transmission Towers", dans Computers & Structures, vol. 2, 1972, p. 933-942.

KOTSUBO, Seima, et al. "Dynamic tests and Seismic Analyses of High Steel Towers of Electrical Transmission Line", dans Transactions of the JSCE, vol. 15, 1983, p. 72-75.

KRISHNA, P. et al. "Effect of Cable Stiffness on Cable-Stayed Bridges", dans Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 111, no. 9, sept. 1985, p. 2008-2020.

KRISHNASAMY, S. Measurement of Wind and Ice Loads on Overhead Transmission Lines, Ontario Hydro Research Division, rapport no. 82-354-K, sept. 1982.

--------. "Assessment of Weather Induced Transmission Line Loads on a Probalistic Basis", dans IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-104, no. 9, sept. 1985, p. 2510-2516.

LAROUCHE, Alain, et al. "Développement d'un macro-élément pour l'analyse des pylônes haubanés", dans Comptes rendus de la conférence annuelle de la Société Canadienne de Génie Civil, Edmonton, Alberta, 27-28 mai 1982, vol. 1, p. 127-204.

LAURA, Patricio A., et al. "Mechanical Behavior of Stranded Wire Rope", dans MTS Journal, vol. 4, no. 3, mai-juin 1970, p. 19-32.

LEE, E.W. "Non-linear forced vibration of a stretched string", dans British Journal of Applied Physics, vol. 8, oct. 1957, p. 411-413.

LEHNER, J.R., et S.C. BATTERMAN. "Static and Dynamic Finite Deformations of Cables Using Rate Equations", dans Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 2, 1973, p. 349-366.

LEONARD, John W., et Wilfred W. RECKER. "Nonlinear Dynamics of Cables with Low Initial Tension", dans Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 98, no. EM2, avril 1972, p. 293-309.

--------. "Curved Finite Element Approximation to Nonlinear Cables", dans Proceedings of the 4th Offshore Technology Conference, Houston, TX, mai 1972, article OTC 1533.

--------. "Nonlinear Dynamics of Curved Cable Elements", dans Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 99, no. EM3, juin 1973, p. 616-621.

LI, Wen-Hsiung, et Bor-Ming TANG. "Vibration of a Thick Cable", dans The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 40, no. 4, 1966, p. 776-783.

LIN, Weisong, et al. "Full Scale Investigation of Tall Mast Vibrations", dans

Proceedings of the 5th Engineering Mechanics Division Specialty Conference, Laramie, Wyoming, USA, 1-3 août 1984, p. 293-296.

LING, Chi-Yuan. Nonlinear Behavior of Guyed Towers, thèse de Ph.D., University of Massachusetts, mai 1980, 145 p.

LIVESLEY, R.K. "Automatic Design of Guyed Masts Subject to Deflection Constraints", dans International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 2, 1970, p. 33-43.

LO, Alain. Nonlinear Dynamic Analysis of Cable and Membrane Structures, thèse de Ph.D., Oregon State University, juin 1982, 163 p.

------, et John W. LEONARD. "Dynamic Analysis of Underwater Cables", dans Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 108, no. EM4, août 1982, p. 605-621.

LO, David L. C., et al. "Use of Computers in Transmission Tower Design", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 101, no. ST7, juil. 1975, p. 1443-1453.

LOPEZ, A., et al. "Resolution of the Static and Dynamic Problem in Elastic Cables Through a Variational Principle", dans Proceedings of the 3rd International Conference Engineering Software 3, London, England, 11-13 avril 1983, p. 695-711.

LUBKIN, S., et J.J. STOKER. "Stability of Columns and Strings Under Periodically Varying Forces", dans Quarterly Applied Mathematics, vol. I, no. 3, 1943, p. 215-236.

LUMMIS, Jordan, et Robert A. FISS. "Designing Power Lines for Flexible Supports", dans Proceedings of the ASCE National Structural Engineering Meeting, Baltimore, Maryland, 19-23 avril 1971.

--------, et Joe C. POHLMAN, "Flexible Transmission Structures Operate To Suppress Cascading Failures", in Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, New York, 27 janv.- 1er fév. 1974, article C 74 055-0.

LUONGO, Angelo, et al. "Monofrequent Oscillations of a Non-Linear Model of a Suspended Cable", dans Journal of Sound and Vibration, vol. 82, no. 2, 1982, p. 247-259.

--------, et al. "Planar Non-Linear Free Vibrations of an Elastic Cable", dans International Journal of Non-Linear Mechanics, vol. 19, no. 1, 1984, p. 39-52.

MA, David, et al. "Slack-Elasto-Plastic Dynamics of Cable Systems", dans Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 105, no. EM2, avril 1979, p. 207-222.

McCAFFREY, Richard J., et Alois J. HARTMANN. "Dynamics of Guyed Towers", dans Journal of the Structural Division (ASCE), vol. 98, no. ST6, juin 1972, p. 1309-1323.

McCONNELL, K.G., et W.P. ZEMKE. "A Model to Predict the Coupled Axial Torsion Properties of ACSR Electrical Conductors", dans Proceedings of the Fourth SESA International Congress on Experimental Mechanics, Boston, MA, 25-30 mai 1980.(Voir aussi Experimental Mechanics, juil. 1982, p. 237-244.)

--------, et --------. "The Measurement of Flexural Stiffness of Multistranded Electrical Conductors while under Tension", dans Experimental Mechanics, juin 1980, p. 198-204.

MAIER, Giulio, et Roberto CONTRO. "Energy Approach to Inelastic Cable-Structure Analysis", dans Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 101, no. EM5, oct. 1975, p. 531-548.

MALLETT, Robert H., et Lucien A. SCHMIT, Jr. "Nonlinear Structural Analysis by Energy Search", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 93, no. ST3, juin 1967, p. 221-234.

MALLIKARJUNA, B.P. "Discussion - Stability of Guyed Towers", dans Journal of the Structural Division, ASCE, janv. 1980, no. ST1, p. 362-363.

MARSICO, R. et al. "AEP Chainette Structure Development", dans IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-104, no. 10, oct. 1985, p. 2844-2849.

MATHESON, M.J., et J.D. HOLMES. "Simulation of the dynamic response of transmission lines in strong winds", dans Engineering Structures, vol. 3, 1981, p. 105-110.

MATTHIES, Hermann, et Gilbert STRANG. "The Solution of Nonlinear Finite Element Equations", dans International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 14, 1979, p. 1613-1626.

MEGGITT, D.J., et al. "Dynamic Response of Cables Subject to Ocean Forces", dans Proceedings of the 12th Annual Offshore Technology Conference, Houston, TX, 5-8 mai 1980, article no. OTC 3854.

MES, Marius J. "Guyed Tower Design And Analysis Part 4 - Designing for Large Deflections and Other Nonlinear Effects", dans Petroleum Engineer International, janv. 1982, p. 74-80.

MEYER, Christian, et John M. McCORMICK. "Mathematical Modeling of Complex Structures for Dynamic Analysis", dans Computers & Structures, vol. 18, no. 4, 1984, p. 673-688.

MICHALOS, James, et Charles BIRNSTIEL. "Movements of a Cable due to Changes in Loading", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 86, no. ST12, déc. 1960, p. 23-38.

MIGLIORE, H.J., et R.L. WEBSTER. "Current Methods for Analyzing Dynamic Cable Response", dans Shock and Vibration Digest, vol.11, no. 6, juin 1979, p. 3-16.

--------, et --------. "Current Methods for Analyzing Dynamic Cable Response 1979 to the Present", dans The Shock and Vibration Digest,

vol. 14, no. 9, 1982, p. 19-24.

MIKLOFSKY, Haaren A., et Martin G. ABEGG. "Design of Guyed Towers by Interaction Diagrams", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 92, no. ST1, fév. 1966, p. 245-266.

MILES, John W. "Stability of Forced Oscillations of a Vibrating String", dans Journal of the Acoustical Society of America, vol. 38, 1965, p. 855-861.

MINASIAN, John K. "Vibration Studies on Steel Towers of Boulder Transmission Lines", dans Civil Engineering, vol. 16, no. 2, fév. 1946, p. 62-63.

MO, O., et T. MOAN. "Environmental Load Effect Analysis of Guyed Towers", dans Journal of Energy Resources Technology, ASME, vol. 107, mars 1985, p. 24-33.

MONFORTON, G.R., et N. M. EL-HAKIM. "Analysis of Truss-Cable Structures", dans Computers & Structures, vol. 11, 1980, p. 327-335.

MONDKAR, D.P., et G.H. POWELL. "Finite Element Analysis of Non-Linear Static and Dynamic Response", dans International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 11, 1977, p. 499-520.

--------, et --------. "Evaluation of Solution Schemes for Nonlinear Structures", dans Computers & Structures, vol. 9, 1978, p. 223-236.

MORALES, Ramon C. "Shear-Volume Method of Solving Tensions in Cables", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 94, no. ST1, janv. 1968, p. 111-118.

MORRIS, Nicholas F. "Dynamic Analysis of Cable-Stiffened Structures", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 100, no. ST5, mai 1974, p. 971-981.

--------. "Modal Analysis of Cable Networks", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 101, no. ST1, janv. 1975, p. 97-108.

--------. "Analysis of Cable-Stiffened Space Structures", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 102, no. ST3, mars 1976, p. 501-513.

MORRISON, Denby Grey, et S.A. WILL. "Simple Models to Evaluate Dynamic Guyed Tower Response", dans Proceedings of the 2nd International Offshore Mechanics and Arctic Engineering Symposium, Houston, TX, 30 janv. - 3 fév. 1983, p. 64-70.

--------. "Guyed Tower with Dynamic Mooring Properties", dans Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 109, no. 11, nov. 1983, p. 2578-2590.

MOTE, Sharad H., et Kuang-Han CHU. "Cable Trusses Subjected to Earthquakes", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 104, no. ST4,

avril 1978, p. 667-680.

MOZER, John D., et al. "Longitudinal Load Analysis of Transmission Line Systems", dans IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-96, no. 5, sept.-oct. 1977, p. 1657-1665.

--------, et al. "Broken Wire Tests on a Model Transmission Line System", dans IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-100, no. 3, mars 1981, p. 938-947.

MURAT, J.-R., et L. CREPEAU. "A Simplified Simulation of Guyed Towers P-Delta Analysis", dans Proceedings of the Eighth Conference on Electronic Computation, Houston, Texas, 21 - 23 fév. 1983, p. 454-466.

MURTHY, G.S., et B.S. RAMAKRISHNA. "Nonlinear Character of Resonance in Stretched Strings", dans The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 38, no. 3, sept. 1965, p. 461-471.

MURRAY, Thomas M. et Nicholas WILLEMS. "Analysis of Inelastic Suspension Structures", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 97, no. ST12, déc. 1971, p. 2791-2807.

MYERSCOUGH, C.J. "A Simple Model of the Growth of Wind-Induced Oscillations in Overhead Lines", dans Journal of Sound and Vibration, vol. 28, no. 4, 1973, p. 699-713.

NARASIMHA, R. "Non-Linear Vibration of an Elastic String", dans Journal of Sound and Vibration, vol. 8, no. 1, (1968), p. 134-146.

NATH, J.H. "State of the Art on Analysis of Cable Dynamics", dans Proceedings of Civil Engineering in the Oceans III, ASCE, Univ. of Delaware, juin 1975, p. 623-631.

NEWMARK, Nathan M. "A Method of Computation for Structural Dynamics", dans Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 85, no. EM3, juil. 1959, p. 67-94.

NICKELL, Robert E. "Direct Integration Methods in Structural Dynamics", dans Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 99, no. EM2, avril 1973, p. 303-317.

NOISEUX, Denis, et Réal BEAUCHEMIN. Evaluation de la technique des rapports d'onde stationnaire appliquée à la mesure de l'amortissement interne d'un câble sous tension, Rapport IREQ-2743C, Varennes, Qué., IREQ, 1983, 160 p.

NOUR-OMID, Bahram, et Ray W. CLOUGH. "Dynamic Analysis of Structures Using Lanczos Co-ordinates", dans Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 12, 1984, p. 565-577.

--------, et --------. "Block Lanczos Method For Dynamic Analysis of Structures", dans Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 13, 1985, p. 271-275.

NOVAK, Milos, et al. "Vibration of Towers Due to Galloping of Iced Cables", dans Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 104, no. EM2, avril 1978, p. 457-473.

O'BRIEN, W. Terence, et Arthur J. FRANCIS. "Cable Movements under Two-Dimensional Loads", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 90, no. ST3, juin 1964, p. 89-123.

--------. "General Solution of Suspended Cable Problems", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 93, no. ST1, fév. 1967, p. 1-26.

ODLEY, Ezra G. "Analysis of High Guyed Towers", dans Journal of the Structural Division, ASCE, fév. 1966, no. ST1, p. 169-197.

OPLINGER, Donald W. "Frequency Response of a Nonlinear Stretched String", dans The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 32, no. 12, déc. 1960, p. 1529-1538.

OTTO, Frei, Tensile Structures, Cambridge, MA, The MIT Press, c1967 (vol. 1) c1969 (vol. 2).

PALO, Paul A. "Small-Scale Cable Dynamics Comparisons", dans Proceedings of Civil Engineering in the Oceans IV, ASCE, sept. 1979, p. 293-308.

PAPADRAKAKIS, M. "Methods With Three-Term Recursion Formulae for the Analysis of Cable Structures", dans Proceedings of the World Congress on Shell and Spatial Structures, Madrid, Spain, 24-28 sept. 1979, vol. 2, p. 3.65-3.78.

PASTOREL, Henri, et Gaston BEAULIEU. "Nonlinear Vibrations of Guy Cable Systems", dans Computers & Structures, vol. 21, no. 1/2, 1985, p. 33-50.

PEYROT, Alain H., et Alain M. GOULOIS. "Analysis of Flexible Transmission Lines", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 104, no. ST5, mai 1978, p. 763-779.

--------. Longitudinal Loading Tests on a Transmission Line, Rapport final EPRI EL-905, Wisconsin Univ., Electric Power Research Institute, sept. 1978.

--------, et A.M. GOULOIS. "Analysis of Cable Structures", dans Computers & Structures, vol. 10, 1979, p. 805-813.

--------, et al. "Longitudinal Loads From Broken Conductors and Broken Insulators and Their Effect on Transmission Lines", dans IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-99, no. 1, janv.-fév. 1980, p. 222-234.

--------. "Marine Cable Structures", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 106, no. ST12, déc. 1980, p. 2391-2405.

--------, et al. "Application of Cable Elements Concept to a Transmission Line with Cross Rope Suspension Structures", dans

IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-100, no. 7, juil. 1981, p. 3254-3262.

--------. "Microcomputer-Based Nonlinear Structural Analysis of Transmission Line Systems", dans IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-104, no. 11, nov. 1985.

POSKITT, Trevor John, et Robert Kenneth LIVESLEY. "Structural Analysis of Guyed Masts", dans Proceedings of the Institution of Civil Engineers, London, vol. 24, mars 1963, p. 373-386.

--------. "The Application of elastic catenary functions to the analysis of suspended cable structures", dans The Structural Engineer, vol. 41, no. 5, mai 1963, p. 167-170.

--------. "Some Problems in the Structural Analysis of Overhead Electric Lines", dans Proceedings of the Institution of Civil Engineers, London, vol. 28, juil. 1964, p. 397-404.

PUGSLEY, A.G. "On the Natural Frequencies of Suspension Chains", dans Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, vol. II, pt. 4, 1949, p. 412-418.

RAMBERG, Steven E., et Owen M. GRIFFIN. "Free Vibrations of Taut and Slack Marine Cables", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 103, no. ST11, nov. 1977, p. 2079-2092.

--------, et C.L. BARTHOLOMEW. "Vibrations of Inclined Slack Cables", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 108, no. ST7, juil. 1982, p. 1662-1664.

RANGASWAMI, R., et al. "Dynamic Loads on Transmission Line Towers", dans Proceedings of the 6th Symposium on Earthquake Engineering, University of Roorkee, India, 5-7 oct. 1978, p. 455-460.

REGA, Giuseppe, et Angelo LUONGO. "Natural Vibrations of Suspended Cables with Flexible Supports", dans Computers & Structures, vol. 12, 1980, p. 65-75.

--------, et al. "Parametric Analysis of Large Amplitude Free Vibrations of a Suspended Cable", dans International Journal of Solids and Structures, vol. 20, no. 2, 1984, p. 95-105.

REICHELT, K.L., et al. "TOWER: Design System for Guyed Towers", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 97, no. ST1, janv. 1971, p. 237-251.

RETALLACK, R.L. "The Chainette Structure Concept", dans Proceedings of the American Power Conference, Chicago, Il, 26-28 avril 1982, p. 660-664.

RICHARDSON, A.S., Jr. "Discussion - Free Vibrations of Taut and Slack Marine Cables", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 104, no. ST6, juin 1978, p. 1038-1041.

ROBERT, R., et G. BEAULIEU. Calcul de la dynamique des haubans des

éoliennes à axe vertical avec un modèle parabolique de câble, rapport IREQ 8RT3082G, Institut de recherche de l'Hydro-Québec, Varennes, Québec, août 1984, 59 p.

ROHRS,J.H. "On the Oscillations of a Suspension Chain", dans Transactions of the Cambridge Philosophical Society, vol. 9, 1851, p. 379-398.

ROMSTEAD, Karl M., et Michael CHIESA. "Approximate Analysis of Tall Guyed Towers", dans Proceedings of the ASCE Fall Convention, San Francisco, CA, 17-21 oct. 1977.

ROSENTHAL, Felix, et Richard A. SKOP. "Guyed Towers under Arbitrary Loads", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 106, no. ST3, mars 1980, p. 679-692.

--------, et --------. "Method for Analysis of Guyed Towers", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 108, no. ST3, mars 1982, p. 543-558.

--------. "Vibrations of Slack Cables with Discrete Masses", dans Journal of Sound and Vibration, vol. 78, no. 4, 1981, p. 573-583.

ROUSSEL, Patrick. "Numerical Solution of Static and Dynamic Equations of Cables", dans Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, no. 9, 1976, p. 65-74.

ROWE, Robert S. "Amplification of Stress and Displacement in Guyed Towers", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol.84, no. ST6, oct. 1958, article 1821.

RUSSEL, John J., et al. "Cable Equilibrium and Stability in a Steady Wind", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 104, no. ST2, fév. 1978, p. 301-311.

SAXON, David S., et A.S. CAHN. "Modes of Vibration of a Suspended Chain", dans Quarterly Journal of Mechanics and Applied mathematics, vol. VI, pt. 3, 1953, p.273-285.

SCALZI, John B., et William K. McGRATH. "Mechanical Properties of Structural Cables", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 97, no. ST12, déc. 1971, p. 2837-2845.

SCHAFER, B. "Dynamical Modelling of Wind-Induced Vibrations of Overhead Lines", dans International Journal of Non-Linear Mechanics, vol. 19, no. 5, 1984, p. 455-467.

SCHREFLER, B.A., et al. "A Total Lagrangian Geometrically Non-Linear Analysis of Combined Beam and Cable Structures", dans Computers & Structures vol. 17, no. 1, 1983, p. 115-127.

SHINKE, Tohru, et al. "Practical Formulas for Estimation of Cable Tension Using the Vibration Method", dans Transactions of JSCE, vol. 12, 1980, p. 15-18.

SIDDIQUI, Faruq Mahmud An. Dynamic Analysis and Behavior of Electric Transmission Line Systems Subjected to Broken Wires, thèse de Ph.D., University of Pittsburgh, 1981, 198 p.

SIMPSON, A. "Determination of the inplane natural frequencies of multispan transmission lines by a transfer-matrix method", dans Proc. IEE, vol. 113, no. 5, mai 1966, p. 870-878.

--------. "On the Oscillatory Motions of Translating Elastic Cables", article B.4, Symposium on Structural Dynamics, Loughborough University of Technology, England, 23-25 mars 1970. (Voir aussi Journal of Sound and Vibration, vol. 20, no. 2, 1972, p. 177-189.)

--------. "Determination of the Natural Frequencies of Multiconductor Overhead Transmission Lines", dans Journal of Sound and Vibration, vol. 20, no. 4, 1972, p. 417-449.

SIRTORI, S. "Finite Element Static Analysis of Stretched Ropes on Winded Spans", dans Meccanica, vol. 10, no. 4, déc. 1975, p. 289-299.

SKOP, R.A., et G.J. O'HARA. "The Method of Imaginary Reactions A New Technique for Analyzing Structural Cable Systems", dans MTS Journal, vol. 4, no. 1, jan.-fév. 1970, p. 21-30.

--------. "Cable Spring Constants for Guyed Tower Analysis", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 105, no. ST7, juil. 1979, p. 1307-1318.

--------, et F. ROSENTHAL. "Method of Imaginary Reactions for Taut Cables", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 108, no. ST7, juil. 1982, p. 1669-1671.

SMITH,C.E., et R.S. THOMPSON. "The Small Oscillations of a Suspended Flexible Line", dans Journal of Applied Mechanics, ASME, juin 1973, p. 624-626.

SOFRONIE, Ramiro. "The Mechanical Behaviour of Cable Systems", dans Revue Roumaine des Sciences Techniques - Mécanique Appliquée, vol. 17, no. 1, 1972, p. 37-58.

SOLER,A.I. "Dynamic Response of Single Cables with Initial Sag", dans Journal of the Franklin Institute, vol. 290, no. 4, oct. 1970, p. 377-387.

SOUCHEREAU, Noël, et al. "Validation d'un pylône à chainette pour une ligne à 735 kV", dans Conférence Internationale des Grands Réseaux Electriques à Haute Tension, Session de 1978, article 22-04.

STEFFOF, J.W., et al. "Field Testing of Tower For Broken Conductor Impact Load", dans Proceedings of the AIEE Fall General Meeting, Detroit, MI, 15-20 oct. 1961.

STEVENS, K.K. "The Effect of Stress Relaxation on the Vibration of a Viscoelastic String", dans Journal of Sound and Vibration, vol. 20, no. 3, 1972, p. 257-268.

STRICKLIN, James A., et al. "Geometrically Nonlinear Structural Analysis by Direct Stiffness Method", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 97, no. ST9, sept. 1971, p. 2299-2314.

SULLIVAN, Brian J., et Steven C. BATTERMAN. "Nonlinear Static and Dynamic Deformations of Viscoelastic Cables", dans Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 106, no. EM3, p. 543-564.

SZILARD, Rudolph. "Dynamic Response of Multi-Level Guyed Towers to Earthquake Considering Non-Linearity of the Elastic Supports", dans Proceedings of the 3rd World Conference on Earthquake Engineering, 22 jan. - 1er fév. 1965, vol. 2, p. 605-618.

THOMAS, M.B., et A.H. PEYROT. "Dynamic Response of Ruptured Conductors in Transmission Lines", dans IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-101, no. 9, Sept. 1982, 3022-3027.

THORNTON, Charles H., et Charles BIRNSTIEL. "Three-Dimensional Suspension Structures", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 93, no. ST2, avril 1967, p. 247-276.

TRAINOR, P.G.S. et al. "Static and Dynamic Behavior of Mechanical Components Associated with Electrical Transmission Lines", dans The Shock and Vibration Digest, vol. 15, no. 6, juin 1983, p. 27-38.

TRIANTAFYLLOU, M.S., et al. "The Statics and Dynamics of the Mooring Lines of a Guyed Tower for Design Applications", dans Proceedings BOSS'82, Cambridge, MA, août 1982, p. 546-561.

--------, et A. BLIEK. "Dynamic Analysis of Mooring Lines using Perturbation Techniques", dans Proceedings OCEANS'82, Washington, D.C., sept. 1982, p. 496-501.

--------, et --------. "The Dynamics of Taut and Slack Marine Cables", dans Proceedings of the 15th Offshore Technology Conference, Houston, TX, 1983, article OTC 4498.

--------. "The Dynamics of Taut Inclined Cables", dans Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, vol. 37, partie 3, 1984, p. 421-440.

--------. "Linear Dynamics of Cables and Chains", dans The Shock and Vibration Digest, vol. 16, no. 3, mars 1984, p. 39-52.

TRUESDELL, C. "Outline of the History of Flexible or Elastic Bodies to 1788", dans The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 32, no. 12, déc. 1960, p. 1647-1656.

TSAI, Nien-Tszr. "Analysis of Nonlinear Transient Motion of Cables Using Bond Graph Method", dans Journal of Engineering for Industry, ASME, mai 1972, p. 500-506.

TSUI, Y.T. Analyse mathématique du comportement dynamique de la ligne des pylônes à chaînette, Institut de recherche de l'Hydro-Québec, Varennes, Québec, rapport no. IREQ-1451, juil. 1976, 46 p.

--------. Etudes expérimentales de la maquette à l'échelle 1/50 pour la ligne expérimentale des pylônes à chaînette, Institut de recherche de l'Hydro-Québec, Varennes, Québec, rapport no. IREQ-1573, mars 1977, 24 p.

--------. "Dynamic Behavior of a Pylône à Chaînette Line Part I. Theoretical Studies", dans Electric Power Systems Research, vol. 1, 1977/78, p. 305-314.

--------. "Dynamic Behavior of a Pylône à Chaînette Line Part II. Experimental Studies", dans Electric Power Systems Research, vol. 1, 1977/78, p. 315-332.

TUNG, David H.H., et Robert J. KUDDER. "Analysis of Cables as Equivalent Two-Force Members", dans AISC Engineering Journal, janv. 1968, p. 12-19.

VAN SLUIJS, M.F., et J.J. BLOK. "The Dynamic Behavior of Mooring Lines", dans Proceedings of the 9th Annual Offshore Technology Conference, Houston, TX, 2-5 mai 1977, vol. 3, article OTC 2881, p. 31-38.

VELETSOS, A.S., et G.R. DARBRE. "Dynamic Stiffness of Parabolic Cables", dans Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 11, 1983, p. 367-401.

--------, et --------. "Free Vibration of Parabolic Cables", dans Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 109, no. 2, fév. 1983, p. 503-519.

VELINSKY, S.A. "General Nonlinear Theory For Complex Wire Rope", dans Int. J. Mech. Sci., vol. 27, no. 7/8, p. 497-507.

VELLOZZI, Joseph. "Vibration of Suspension Bridges Under Moving Loads", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 93, no. ST4, août 1967, p. 123-138.

VINCENT, George S. "Golden Gate Bridge Vibration Studies", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 84, no. ST6, oct. 1958, article 1817.

VUGTS, J.H., et al. "Modal Superposition vs Direct Solution Techniques in the Dynamic Analysis of Offshore Structures", dans BOSS'79 Second International Conference on Behaviour of Off-Shore Structures, London, England, 28-31 août 1979, article 49.

WANG, H.T. "Determination of the Accuracy of Segmented Representations of Cable Shape", dans Journal of Engineering for Industry, ASME, mai 1975, p. 472-478.

WATTS, A.M., et R.H. FRITH. "Efficient Numerical Solution of the Dynamic Equations of Cables", dans Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, no. 25, 1981, p. 1-9.

WEBSTER, Ronald L. "Nonlinear Static and Dynamic Response of Underwater Cable Structures Using the Finite Element Method", article OTC 2322, présenté

à Seventh Annual Offshore Technology Conference, Houston, 5-8 mai 1975.

--------. "On the Static Analysis of Structures with Strong Geometric Nonlinearity", dans Computers & Structures, vol. 11, 1980, p. 137-145.

WEST, Harry H., et al. "Natural Vibrations of Suspension Cables", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 101, no. ST11, nov. 1975, p. 2277-2291.

WILLIAMSON, Robert A., et Martin N. MARGOLIN. "Discussion - A Study of Guyed Towers", dans Journal of the Structural Division, ASCE, avril 1966, no. ST2, p. 419-426.

--------, et --------. "Shear Effects in Design of Guyed Towers", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 92, no. ST5, oct. 1966, p. 213-235.

--------, et --------. "Discussion - Analysis of High Guyed Towers", dans Journal of the Structural Division, ASCE, oct. 1966, no. ST5, p. 354-356.

--------, et al. "Computer Design of a Tower and Cable System", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 92, no. ST6, déc. 1966, p. 341-360.

--------. "Stability Study of Guyed Tower Under Ice Loads", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 99, no. ST12, déc. 1973, p. 2391-2408.

WILSON, Anthony J., et Robert J. WHEEN. "Direct Design of Taut Cables under Uniform Loading", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 100, no. ST3, mars 1974, p. 565-578.

--------, et --------. "Inclined Cables under Load - Design Expressions", dans Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 103, no. ST5, mai 1977, p. 1061-1078.

WILSON, Edward L., et al. "Nonlinear Dynamic Analysis of Complex Structures", dans Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 1, 1973, p. 241-252.

--------, et al. "Dynamic Analysis by Direct Superposition of Ritz Vectors", dans Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 10, 1982, p. 813-821.

WINGET, J.M., et R.L. HUSTON. "Cable Dynamics - A Finite Segment Approach", dans Computers & Structures, vol. 6, 1976, p. 475-480.

WOLF, Dietrich, et Helmut MULLER. "Normal Vibration Modes of Stiff Strings", dans The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 44, no. 4, avril 1968, p. 1093-1097.

WYATT, T.A. "Comportement dynamique des pylônes à treillis sous l'effet du vent", dans Constructions Métalliques, no. 3, 1981, p. 75-82.

ZABUSKY, Norman J. "Exact Solution for the Vibrations of a Nonlinear Continuous Model String", dans Journal of Mathematical Physics, vol. 3, no. 5, sept.-oct. 1962, p. 1028-1039.

ZIENKIEWICZ, O.C. "A New Look at the Newmark, Houbolt and Other Time Stepping Formulas. A Weighted Residual Approach", dans Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 5, 1977, p. 413-418.

ZOBEL, M.E.S. "Commentaires dans la discussion du groupe 22", dans Comptes rendus de la CIGRE, 1976, p. 23.

ANNEXE A

RECUEIL DE FORMULES POUR L'ANALYSE STATIQUE DES CÂBLES SUSPENDUS

A.1 CÂBLE INEXTENSIBLE

A.1.1 Câble parabolique

A.1.1.1 Portée nivelée (voir figure A.1)

Origine des axes au point bas de la parabole
Charge w distribuée uniformément le long de la corde

(A.1) Traction horizontale; $H = \dfrac{w\ell^2}{8d}$

(A.2) Équation du profil; $y(x) = \dfrac{wx^2}{2H}$

(A.3) Traction tangentielle; $T(x) = \sqrt{H^2 + (wx)^2}$

(A.4) Traction tangentielle aux points de suspension;

$$T_A = T_B = \sqrt{H^2 + \left\{\frac{w\ell}{2}\right\}^2}$$

(A.5) Pente aux points de suspension; $\tan\Theta = \dfrac{w\ell}{2H}$

(A.6) Longueur nominale (non étirée);

$$L = \ell\left\{1 + \frac{8}{3}\left(\frac{d}{\ell}\right)^2\right\}$$

$$= \ell\left\{1 + \frac{1}{24}\left(\frac{w\ell}{H}\right)^2\right\}$$

(A.7) Slack; $L - \ell = \dfrac{w^2\ell^3}{24\,H^2} = \dfrac{8\,d^2}{3\ell}$

(A.8) Allongement ou accourcissement thermique; $e_t = \alpha_t\, L\, \Delta t$

où α_t : coefficient de dilatation thermique linéaire du câble
Δt : température finale - température initiale

A.1.1.2 Portée dénivelée (voir figure A.2)

(A.9) Chargement uniforme équivalent distribué le long de la corde;

$$w' = w\frac{\sqrt{\ell^2 + h^2}}{\ell} = w \sec\alpha$$

(A.10) Position du point bas; $x_o = \dfrac{w'\ell^2 + 2\,Hh}{2w'\ell}$

$$y_o = h + \frac{1}{8Hw'\ell^2}\,(w'\ell^2 - 2\,Hh)^2$$

(A.11) Equation du profil; $y(x) = y_o - \dfrac{w'}{2H}\,(x_o - x)^2$

(A.12) Flèche verticale; $f(x) = y(x) - x\tan\alpha$

(A.13) Abscisse de la flèche maximum; $x = x_o - \dfrac{H}{w'}\tan\alpha$

(A.14) Flèche maximum; $f_{max} = y_o - \dfrac{H\tan^2\alpha}{2w'}$

(A.15) Traction tangentielle; $T(x) = \sqrt{H^2 + w^2(x_o - x)^2}$

(A.16) $$= H + \frac{w'^2(x_o - x)^2}{2H} + \frac{w'^4\,(x_o - x)^4}{8\,H^3} + \ldots$$

(A.17) Tractions tangentielles aux points de suspension;

$$T_A = \sqrt{H^2 + w^2 x_o^{\,2}}$$

$$T_B = \sqrt{H^2 + w^2(x_o - \ell)^2}$$

(A.18) Pentes aux points de suspension;

$$\tan\Theta_A = \frac{wx_o}{H}$$

$$\tan\Theta_B = \frac{w(\ell - x_o)}{H}$$

(A.19) Longueur nominale (non étirée);

$$L = \ell + \frac{w'^2}{6H^2}\,(x_o^{\,3} + (\ell - x_o)^3) - \frac{w'^4}{8H^3}\,(x_o^{\,5} + (\ell - x_o)^5) + \ldots$$

(A.20) Slack; $L - \ell \sec \alpha$

<u>N.B.</u> Si le point bas se situe à l'extérieur du profil (câble raide), on a

$$\tan \beta = \frac{y_o}{x_o} \qquad \text{avec } \beta < \alpha \qquad \text{et } f(x) = y(x) - x \tan\beta + x \tan(\alpha - \beta)$$

A.1.2 Chaînette (voir figure A.3)

w distribué uniformément le long du câble

(A.21) Paramètre de la chaînette (ou caténaire); $p = \frac{H}{w}$

L'axe des X est la directrice de la chaînette.

(A.22) Équation du profil; $y(x) = p \cosh \left\{ \frac{x}{p} \right\}$

(A.23) Traction tangentielle; $T(x) = H \cosh \left\{ \frac{x}{p} \right\}$

(A.24) Abscisses des points de suspension;

$$x_A = \frac{\ell}{2} - p \sinh^{-1} \left\{ \frac{h/2}{p \sinh \left\{ \frac{\ell}{2p} \right\}} \right\}$$

$$x_B = x_A + \ell$$

(A.25) Longueur non étirée; $L = p \left\{ \sinh \left\{ \frac{x_B}{p} \right\} - \sinh \left\{ \frac{x_A}{p} \right\} \right\}$

(A.26) Slack; $L - \sqrt{\ell^2 + h^2}$

(A.27) Pentes aux points de suspension;

$$\tan \theta_A = \frac{1}{2p} \left\{ h \operatorname{cotanh} \frac{1}{2p} - L \right\}$$

$$\tan \theta_B = \frac{1}{2p} \left\{ h \operatorname{cotanh} \frac{1}{2p} + L \right\}$$

(A.28) Equations d'équilibre de la chaînette élastique (voir figure A.4);

$$\ell = \frac{HL}{EA} + \frac{HL}{W} \left\{ \sinh^{-1} \left\{ \frac{V}{H} \right\} - \sinh^{-1} \left\{ \frac{V - W}{H} \right\} \right\} = f(H,V)$$

$$h = \frac{WL}{EA} \left\{ \frac{V}{W} - \frac{1}{2} \right\} + \frac{HL}{W} \left\{ \left\{ 1 + \left\{ \frac{V}{W} \right\}^2 \right\}^{\frac{1}{2}} - \left\{ 1 + \left\{ \frac{V - W}{H} \right\}^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \right\} = g(H,V)$$

(A.29) Matrice de flexibilité; [Irvine (1981)]

$$\begin{Bmatrix} d\ell \\ dh \end{Bmatrix} = \mathbf{F} \begin{Bmatrix} dH \\ dV \end{Bmatrix}$$

où $$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial H} & \frac{\partial f}{\partial V} \\ \frac{\partial g}{\partial H} & \frac{\partial g}{\partial V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix}$$

(A.30) $$f_{11} = \frac{L}{EA} + \frac{L}{W}\left\{\sinh^{-1}\left\{\frac{V}{H}\right\} - \sinh^{-1}\left\{\frac{V-W}{H}\right\}\right\} + \frac{L}{W}\left[-\frac{V/H}{\left\{1+\left\{\frac{V}{H}\right\}^2\right\}^{\frac{1}{2}}} + \frac{(V-W)/H}{\left\{1+\left\{\frac{(V-W)}{H}\right\}^2\right\}^{\frac{1}{2}}}\right]$$

(A.31) $$f_{12} = \frac{L}{W}\left\{\left\{1+\left\{\frac{V}{H}\right\}^2\right\}^{-\frac{1}{2}} - \left\{1+\left\{\frac{V-W}{H}\right\}^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\right\}$$

(A.32) $$f_{21} = \frac{L}{W}\left\{\left\{1+\left\{\frac{V}{H}\right\}^2\right\}^{\frac{1}{2}} - \left\{1+\left\{\frac{V-W}{H}\right\}^2\right\}^{\frac{1}{2}}\right\} + \frac{2L}{W}\left[-\frac{(V/H)^2}{\left\{1+\left\{\frac{V}{H}\right\}^2\right\}^{\frac{1}{2}}} + \frac{(V-W)^2/H^2}{\left\{1+\left\{\frac{(V-W)}{H}\right\}^2\right\}^{\frac{1}{2}}}\right]$$

(A.33) $$f_{22} = \frac{L}{EA} + \frac{L}{W}\left[\frac{V/H}{\left\{1+\left\{\frac{V}{H}\right\}^2\right\}^{\frac{1}{2}}} - \frac{(V-W)/H}{\left\{1+\left\{\frac{(V-W)}{H}\right\}^2\right\}^{\frac{1}{2}}}\right]$$

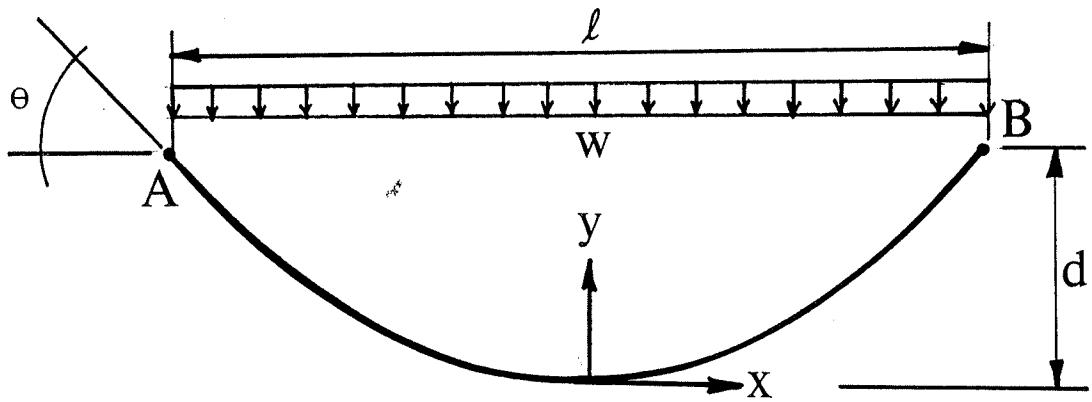


Figure A.1 Câble parabolique nivelé: définition des symboles

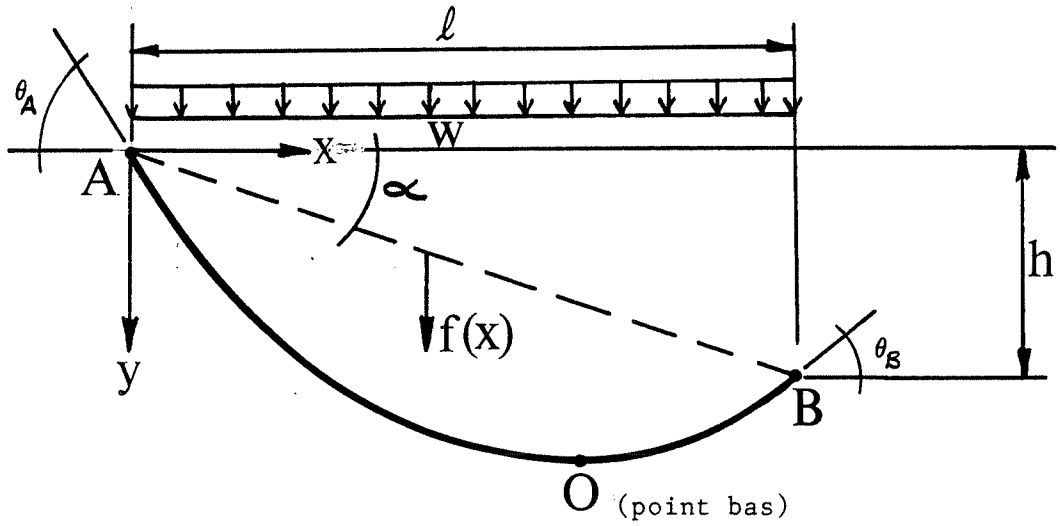


Figure A.2 Câble parabolique dénivelé: définition des symboles

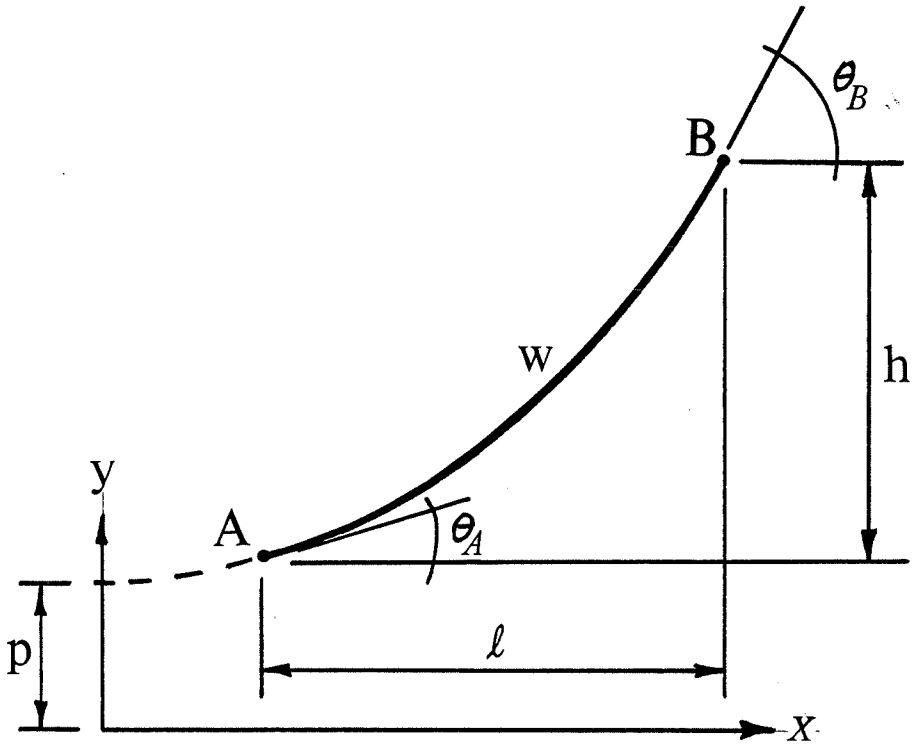


Figure A.3 Chaînette: définition des symboles

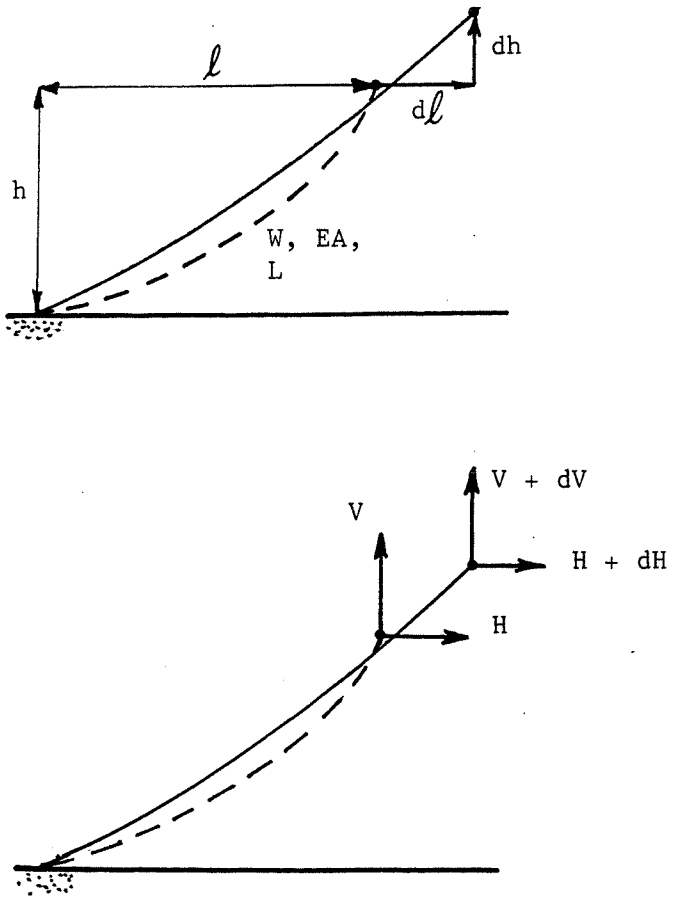


Figure A.4 Définition des symboles pour la matrice de flexibilité tangente d'un hauban lâche élastique
[Irvine (1981), p. 151]

ANNEXE B

RECUEIL DE FORMULES POUR LA SOLUTION DU PROBLÈME AUX VALEURS PROPRES DES CÂBLES SUSPENDUS (ANALYSE LINÉAIRE)

B.1 LE CÂBLE PARABOLIQUE DE PORTÉE NIVELÉE [Irvine et Caughey (1974)]

Hypothèses:
- oscillations de faible amplitude
- câble parabolique uniforme avec $\frac{d}{\ell} \leq \frac{1}{8}$
- contribution dynamique du mouvement longitudinal négligée

B.1.1 Mouvement de balancement hors plan

Fréquences naturelles: $\omega_n = \frac{n\pi}{\ell}\sqrt{\frac{H}{m}}$ m: masse par unité de longueur

Modes propres (translation v hors plan):

$$v_n = A_n \sin \frac{n\pi x}{\ell} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

<u>N.B.</u>: $\omega_1 = \frac{\pi}{\ell}\sqrt{\frac{H}{m}}$ est la plus basse fréquence naturelle de tout câble parabolique suspendu avec profil nivelé aplati.

B.1.2 Mouvement planaire transversal

B.1.2.1 Modes antisymétriques

Le mouvement longitudinal u_n est symétrique et il n'y a pas de traction additionnelle induite.

Fréquences naturelles: $\omega_n = \frac{2n\pi}{\ell}\sqrt{\frac{H}{m}}$

Modes propres (voir figure B.1):

- Translation planaire $w_n = A_n \sin\left(\frac{2n\pi x}{\ell}\right)$
- Mouvement longitudinal

$$u_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{mg\ell}{H}\right) A_n \left\{\left(1 - \frac{2x}{\ell}\right) \sin\left(\frac{2n\pi x}{\ell}\right) + \frac{1 - \cos\left(\frac{2n\pi x}{\ell}\right)}{n\pi}\right\}$$

B.1.2.2 Modes symétriques

Ici, il y a traction induite lors du mouvement. Les fréquences naturelles sont les racines de l'équation transcendante

$$\tan \frac{\beta\ell}{2} = \frac{\beta\ell}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \left\{\frac{\beta\ell}{2}\right\}^3$$

$$\text{où } \lambda^2 = \left\{\frac{8d}{\ell}\right\}^2 \frac{EA\ell}{HL_e} \qquad \text{et} \qquad \beta = \sqrt{\frac{m\omega^2}{H}}$$

Le paramètre λ^2 contrôle les racines de l'équation.

<u>Cas limites</u>:

$\lambda^2 \to \infty$ câble inextensible

$$(\beta\ell)_1 \simeq 2{,}86\pi$$
$$(\beta\ell)_2 \simeq 4{,}92\pi$$
$$(\beta\ell)_n \simeq (2n+1)\pi \quad , n = 3, 4, 5, \ldots$$

$\lambda^2 \to 0$ corde raide

$$(\beta\ell)_n = (2n-1)\pi \quad , n = 1, 2, 3, \ldots$$

Le tableau B.1 indique la solution de l'équation transcendante pour les modes inférieurs. Les fréquences où il y a transition modale sont marquées d'un point. La variable utilisée pour les fréquences naturelles est $\omega_i = \dfrac{\omega\ell}{\sqrt{\frac{H}{m}}}$.

Modes propres (voir figure B.2):

Mouvement transversal $\tilde{w}(x)$

$$\tilde{w}(x) = \frac{8\, d\tilde{h}}{H(\beta\ell)^2} \left\{ 1 - \tan \frac{\beta\ell}{2} \sin \beta x - \cos \beta x \right\}$$

$$\text{avec } \tilde{h} = \frac{EA\ 8\ d}{L_e \ell^2} \int_0^\ell \tilde{w}(x)\, dx \qquad \text{et } L_e \simeq \ell\left\{1 + 8\left(\frac{d}{\ell}\right)^2\right\}.$$

Mouvement longitudinal $\tilde{u}(x)$

$$\tilde{u}(x) = \frac{64\, d^2\, \tilde{h}}{H\, \beta^2\, \ell^3} \left\{ \frac{(\beta\ell)^2 L_x}{\lambda^2 L_e} - \frac{1}{2}\left\{1 - 2\frac{x}{\ell}\right\}\left[1 - \tan\frac{\beta\ell}{2} \sin\beta x - \cos\beta x\right] - \frac{1}{\beta\ell}\left[\beta x - \tan\left(\frac{\beta\ell}{2}\right)(1-\cos\beta x) - \sin\beta x\right]\right\}$$

avec

$$L_x \simeq \ell \left\{ \frac{x}{\ell} + 24 \left\{ \frac{d}{\ell} \right\}^2 \left\{ \frac{x}{\ell} - 2 \left\{ \frac{x}{\ell} \right\}^2 + \frac{4}{3} \left\{ \frac{x}{\ell} \right\}^3 \right\} \right\}$$

Tableau B.1

Fréquences naturelles des 8 premiers modes planaires en fonction de λ^2

λ^2	ω_1/π	ω_2/π	ω_3/π	ω_4/π	ω_5/π	ω_6/π	ω_7/π	ω_8/π
∞	2.86	4.92	6.94	8.95	10.96	12.97	14.97	16.98
$256\pi^2$	2.86	4.91	6.93	8.93	10.93	12.91	14.81	16.0̇0
$196\pi^2$	2.85	4.91	6.92	8.92	10.91	12.81	14.0̇0	15.15
$144\pi^2$	2.85	4.90	6.91	8.90	10.81	12.0̇0	13.15	15.05
$100\pi^2$	2.85	4.89	6.89	8.80	10.0̇0	11.15	13.04	15.02
$64\pi^2$	2.84	4.87	6.79	8.0̇0	9.14	11.04	13.02	15.01
$36\pi^2$	2.82	4.78	6.0̇0	7.14	9.04	11.02	13.01	15.01
$16\pi^2$	2.74	4.0̇0	5.12	7.03	9.01	11.01	13.00	15.00
100	2.60	3.48	5.05	7.01	9.01	—	—	—
80	2.48	3.31	5.04	7.01	9.01	—	—	—
60	2.29	3.18	5.03	7.01	—	—	—	—
$4\pi^2$	2.0̇0	3.09	5.02	7.01	—	—	—	—
20	1.61	3.04	5.01	7.00	—	—	—	—
10	1.35	3.02	5.00	—	—	—	—	—
8	1.28	3.01	—	—	—	—	—	—
6	1.22	—	—	—	—	—	—	—
4	1.15	—	—	—	—	—	—	—
2	1.08	—	—	—	—	—	—	—
1	1.04	—	—	—	—	—	—	—
0	1.0̇0	3.0̇0	5.0̇0	7.0̇0	9.0̇0	11.0̇0	13.0̇0	15.0̇0

[Irvine et Griffin (1976), Irvine (1981), p. 95]

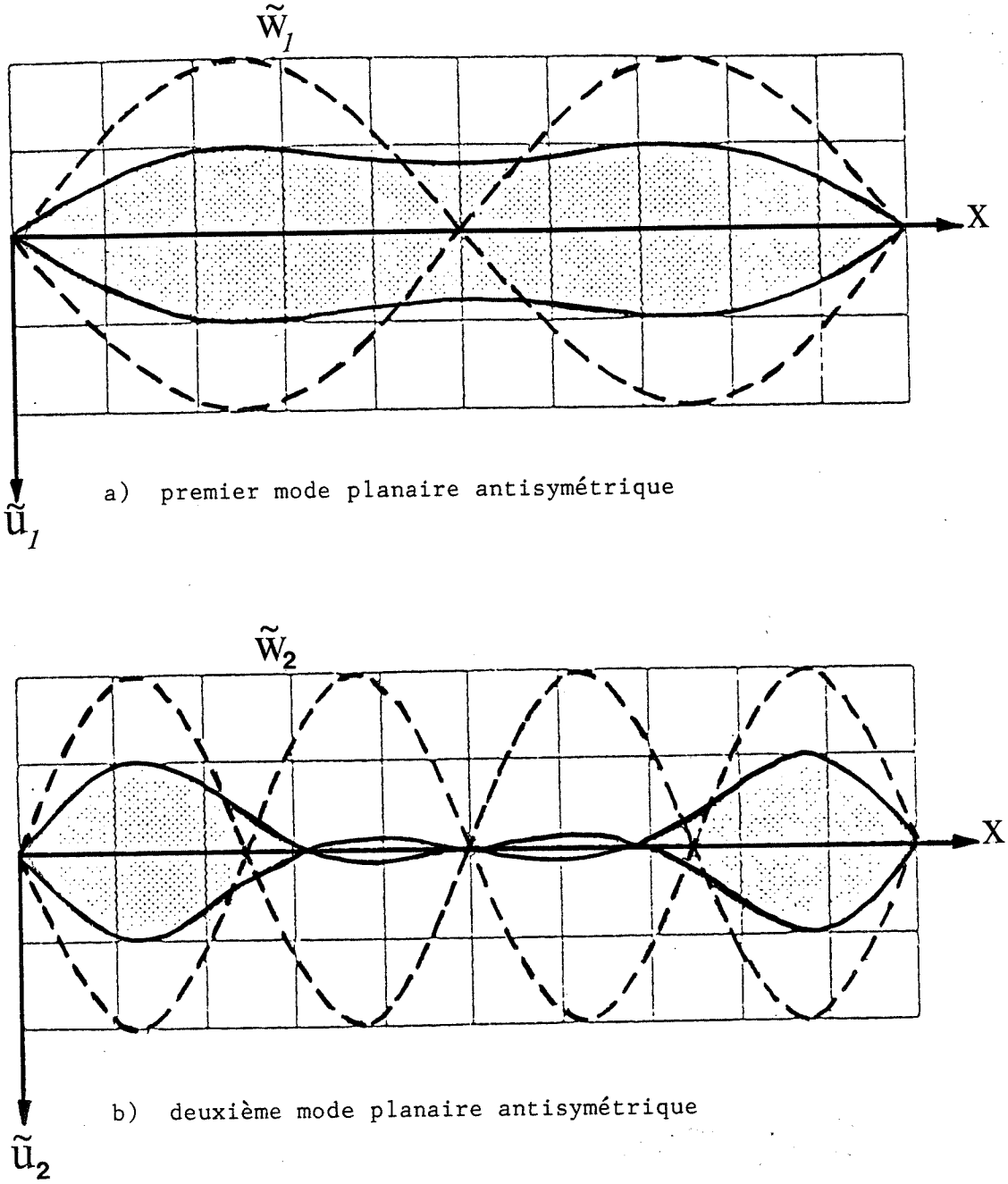


Figure B.1 Déformées des deux premiers modes planaires antisymétriques. Composantes verticales ($\tilde{W}_1$, $\tilde{W}_2$) et et longitudinales ($\tilde{U}_1$, $\tilde{U}_2$)
[Irvine (1981), p. 93]

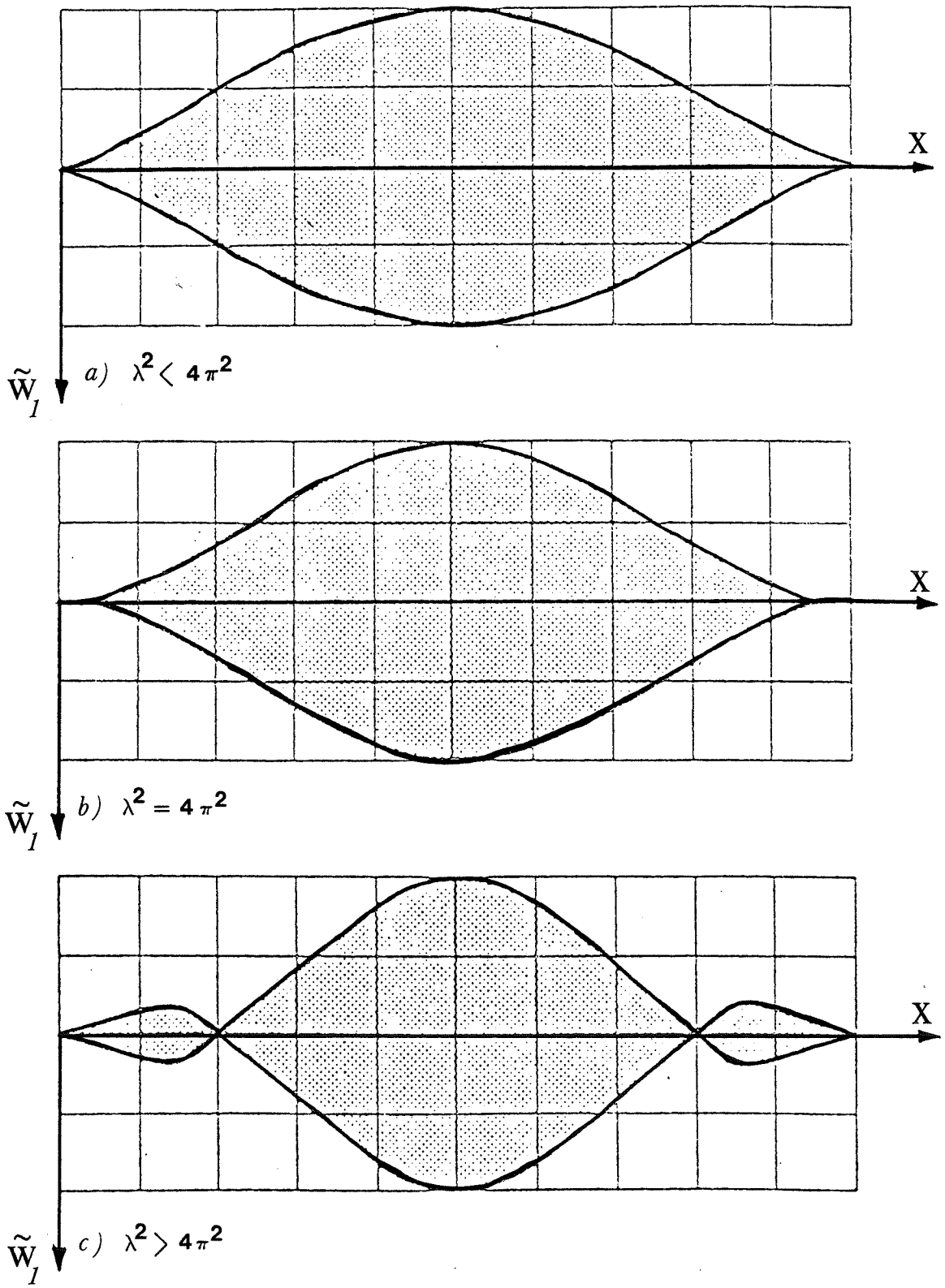


Figure B.2 Formes possibles de la composante verticale du premier mode planaire symétrique
[Irvine (1981), p. 97]

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL
3 9334 00289384 8

Mc

AN
DYNA
DES ST
AVEC

RE
BIBLIOG

19

CA2
UP
R86