

Titre: Drainage initial et formation du matelas fibreux dans un formeur à double toile : développement d'un modèle
Title:

Auteur: Julie Vaillancourt
Author:

Date: 1999

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Vaillancourt, J. (1999). Drainage initial et formation du matelas fibreux dans un formeur à double toile : développement d'un modèle [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/9117/>
Citation:

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/9117/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Jean Paris
Advisors:

Programme: Non spécifié
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

**DRAINAGE INITIAL ET FORMATION DU MATELAS
FIBREUX DANS UN FORMEUR À DOUBLE TOILE:
DÉVELOPPEMENT D'UN MODÈLE**

JULIE VAILLANCOURT
DÉPARTEMENT DE GÉNIE CHIMIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE CHIMIQUE)
JUN 1999



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-46664-7

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

DRAINAGE INITIAL ET FORMATION DU MATELAS
FIBREUX DANS UN FORMEUR A DOUBLE TOILE:
DÉVELOPPEMENT D'UN MODÈLE

présenté par : VAILLANCOURT Julie

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. PERRIER Michel, Ph.D., président

M. PARIS Jean, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. RUIZ Jean, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. POLVERARI Marco, Ph.D., membre

À la mémoire du passé, du présent et du futur; à ceux qui
sont venus et à ceux qui viendront; au temps qui revient
pour montrer que la vie est un éternel recommencement.

À Louissette.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été rendu possible grâce à la collaboration de plusieurs personnes sans lesquelles l'obscurité persisterait au bout du tunnel. Je les en remercie de tout coeur.

Tout d'abord, je tiens à remercier le Centre Technique du Papier de m'avoir accueillie pour un stage dans le groupe de Génie Papetier. Je remercie particulièrement Jean Ruiz, mon superviseur, de même que ses proches collaborateurs. Merci aussi à M. Jean Paris, pour m'avoir permis de réaliser ce projet, ainsi que le programme de coopération France-Québec pour le soutien financier accordé et l'expérience inoubliable que j'ai pu vivre en France.

Je remercie également les professeurs de l'École Française de Papeterie qui ont su me dispenser un enseignement de qualité dans le domaine des pâtes et papiers. Parmi ces professeurs je voudrais remercier tout spécialement M. Jean-Claude Roux pour l'aide apportée à mon projet.

D'autre part, une partie de ce travail n'aurait été possible sans l'étroite collaboration avec le Centre de Recherche en Pâtes et Papiers de l'université McGill, et tout particulièrement avec le Professeur Gil Garnier et M. Christopher Hammock qui m'ont donné les conseils et précisions nécessaires dans la phase de validation du modèle développé. Je leur en suis très reconnaissante.

Enfin, je remercie tous mes amis, de France, du Canada et d'ailleurs, pour tous les bons moments passés au fil des jours, des semaines, des mois, et des ans.

RÉSUMÉ

Pour donner suite aux travaux antérieurs sur le développement d'un modèle hydrodynamique de l'égouttage et de la rétention dans une machine à papier de type table plate, on présente, dans ce mémoire, le développement d'un modèle hydrodynamique permettant de calculer la concentration en charges et en fines des eaux blanches dans la zone de drainage initial d'une machine à double toile, de même que la rétention des divers composants de la pâte.

Ce modèle tient compte de la nature et des caractéristiques de la suspension fibreuse, ainsi que des conditions opératoires de la machine. Il est basé sur les bilans de quantité de mouvement autour de deux volumes élémentaires emprisonnés entre les toiles, dont le terme principal est celui de la composante radiale de la tension de la toile externe, T/R , dérivée de la statique élémentaire des surfaces courbes. Il repose également sur les lois de l'écoulement de la suspension fibreuse à travers le matelas fibreux en formation sur chacune des deux toiles. De ce fait, le modèle dépend d'un certain nombre de paramètres empiriques devant être ajustés en fonction des conditions spécifiées. Il est valable en régime permanent, jusqu'au point de rencontre des deux matelas fibreux formés individuellement sur chaque toile.

La résolution de l'ensemble des équations du modèle a été effectuée avec le logiciel MATLAB plus Simulink®. Le problème de l'asymétrie du drainage dans une machine à double toile a été pris en compte en incorporant une instruction particulière dans l'algorithme de résolution, de manière à ce que la suspension s'égoutte des deux côtés jusqu'à l'union des matelas fibreux.

Les conditions aux frontières spécifiques à la machine pilote du Centre de recherche en pâtes et papier de l'université McGill ont été analysées de façon détaillée afin d'adapter

les équations d'égouttage à ce cas concret et de pouvoir valider le modèle. La validation a été faite au moyen d'une série de données expérimentales recueillies sur la machine pilote. Il ressort que les valeurs calculées par le modèle sont en bon accord avec la réalité, les écarts moyens entre les résultats des simulations et les points expérimentaux n'excédant pas 15 %.

La prochaine étape d'avancement des travaux sur la modélisation du drainage est d'incorporer la physico-chimie au présent modèle.

ABSTRACT

Continuing the previous works on hydrodynamic drainage and retention modelling in a single wire paper machine, in this master's project we present the development of a hydrodynamic model that predicts the fines and fillers retention and their concentration in the whitewater along the initial drainage zone of a twin-wire former.

This model takes into account the nature and characteristics of the pulp, as well as the machine operating conditions. It is based on momentum balances around control volumes of stock between the wires, which main term is that of the radial component of the external wire tension, T/R , derived from the elementary static of curved surfaces. The model also relies on the laws governing the fiber suspension flow through the fibrous web being formed on both wires. From that, it depends on some empirical parameters to be adjusted according to the specified conditions. It is valid in steady state, until the meeting point of the two mats individually formed.

Solving of the model equations has been performed with MATLAB plus Simulink® software. The problem of asymmetrical drainage in a twin wire former has been taken into account by incorporating a special instruction in the solving algorithm, so that the stock drain through both wires until the two fibre mats meet.

Boundary conditions specific to the pilot Twin-Wire Sheet Former of the Pulp and Paper Research Center of McGill University have been analysed in details in order to apply the drainage equations to this real case and to validate the model. Validation has been performed with experimental data collected from the Twin-Wire Former. It comes out that the values calculated by the model quite agree with reality, given that the mean differences between simulation results and experimental data do not exceed 15 %.

The next step in continuing works on drainage modelling is to add the physico-chemical aspects to the present model.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	iv
REMERCIEMENTS.....	v
RÉSUMÉ	vi
ABSTRACT.....	viii
TABLE DES MATIÈRES	x
LISTE DES TABLEAUX.....	xiii
LISTE DES FIGURES.....	xiv
LISTE DES ABRÉVIATIONS.....	xvi
LISTE DES ANNEXES.....	xx
CHAPITRE 1. INTRODUCTION	1
CHAPITRE 2. FORMATION DE LA FEUILLE.....	3
2.1 La machine à papier	3
2.2 Les suspensions papetières.....	6
2.3 Théorie sur la formation de la feuille.....	7
2.4 Cinétique de formation de la feuille.....	9
2.4.1 Loi d'égouttage	10
CHAPITRE 3. DRAINAGE ET RÉTENTION	13
3.1 Théorie sur la rétention	13
3.1.1 Rétention physico-chimique.....	14
3.1.2 Rétention mécanique.....	15
3.2 Théorie sur le drainage.....	16
3.3 Modélisation du drainage et de la rétention, travaux antérieurs	18

CHAPITRE 4. LES MACHINES À DOUBLE TOILE.....	27
4.1 Généralités.....	27
4.2 Types de machines et performances.....	29
4.3 Principe de la formation de la feuille entre deux toiles.....	35
4.3.1 Pression d'égouttage uniforme	36
4.3.2 Pression centrifuge	37
4.3.3 Égouttage pulsé	38
4.3.4 Consolidation mécanique	41
4.3.5 Caractéristiques générales de la formation entre deux toiles	41
CHAPITRE 5. MODÉLISATION DE LA FORMATION DE LA FEUILLE ENTRE DEUX TOILES	43
5.1 Revue bibliographique	43
5.2 Développement d'un modèle d'égouttage et de rétention dans une machine à double toile	59
5.2.1 Principe du modèle envisagé.....	62
5.2.2 Hypothèses simplificatrices	64
5.2.3 Développement des équations de la vitesse d'égouttage	65
5.2.4 Bilan de quantité de mouvement macroscopique appliqué à deux volumes de contrôle de suspension entre les toiles.....	74
5.2.5 Analyse de l'importance des termes du bilan de force.....	76
5.2.6 Développement des termes F_{m1} , F_{T1} , F_{m2} et F_{T2}	77
5.2.6.1 Résistance du matelas fibreux.....	77
5.2.6.2 Résistance de la toile.....	79
5.2.7 Évaluation du ΔP entre la toile externe et la toile interne	82
CHAPITRE 6. RÉOLUTION DES ÉQUATIONS DU MODÈLE	88
6.1 Système d'équations à résoudre	88
6.2 Algorithme général.....	89

6.3 Problème de l'égouttage asymétrique	92
6.4 Modélisation globale du drainage initial : intégration des trois zones.....	95
6.5 Définition des entrées du modèle	98
CHAPITRE 7 ANALYSE DE L'ÉGOUTTAGE DANS UNE MACHINE PILOTE ET VALIDATION DU MODÈLE	105
7.1 Description de la machine pilote.....	105
7.2 Conditions aux frontières	108
7.2.1 Points d'impact du jet sur les toiles	108
7.2.2 Influence de l'angle d'impact du jet.....	112
7.2.3 Influence du type de rouleau de formation.....	112
7.2.4 Variation du rayon de courbure de la toile externe	114
7.3 Application du modèle	115
7.3.1 Ajustement des paramètres du modèle.....	119
7.3.1.1 Calcul du grammage initial sur la toile externe	121
7.3.1.2 Résultats des simulations de base	123
7.3.2 Validation du modèle	126
7.3.2.1 Discussion sur les paramètres a , b et F_c	131
7.3.2.2 Discussion sur les résultats.....	133
CONCLUSION	138
RÉFÉRENCES.....	141
ANNEXES	148

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 4.1	Résumé des performances des différents formeurs à double toile	34
Tableau 6.1	Classification des données du modèle.....	99
Tableau 7.1	Ensemble des données expérimentales.....	116
Tableau 7.2	Conditions opératoires et paramètres du modèle	120
Tableau 7.3	Grammage cumulé au niveau du rouleau formeur (données expérimentales).....	124
Tableau 7.4	Résultats des simulations	127
Tableau 7.5	Pourcentage d'écart entre les résultats calculés et les résultats expérimentaux	134

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Schéma d'une machine à table plate	4
Figure 2.2	Illustration des trois processus hydrodynamiques de formation de la feuille	7
Figure 2.3	Schémas des mécanismes de dépôt des fibres par égouttage.....	8
Figure 2.4	Schéma de l'égouttage sur la toile de formation d'une machine à table plate	9
Figure 3.1	Principe de formation de la feuille sur table plate par une série d'éléments	18
Figure 3.2	Forces agissant sur un élément de formation.....	20
Figure 4.1	Formeurs à double toile avec rouleau, avec lames, avec rouleau et lames	29
Figure 4.2	Schéma d'un formeur hybride.....	30
Figure 4.3	Exemples de machines à double toile.....	32
Figure 4.4	Schéma d'un rouleau formeur de rayon R	37
Figure 4.5	Portion d'un sabot de formation avec lames stationnaires défectrices	39
Figure 4.6	Pressions d'égouttage locales sur un formeur Bel-Baie; $v = 1000\text{m/min}$, grammage = 48.8 g/m^2 , $T = 4.4\text{ kN/m}$ et 7 kN/m	40
Figure 5.1	Représentation schématique de la partie formation du Papriformer	43
Figure 5.2	Schéma de la zone du coin et de la zone de presse.....	45
Figure 5.3	Schéma d'un formeur à double toile asymétrique.....	48
Figure 5.4	Graphiques de l'épaisseur et de la vitesse de la suspension, de la pression et de la vitesse d'égouttage en fonction de la distance parcourue dans la zone de formation ($F=6000\text{N/m}$, $p(-\theta_0)=p(\theta_0)=3000\text{N/m}$, $R=2\text{m}$, $B=10^6/\text{m}$)	50
Figure 5.5	Illustration des forces agissant sur les trois volumes de contrôle considérés	52

Figure 5.6	Courbes de la pression au rouleau formeur, de la vitesse de drainage et de l'épaisseur de la suspension en fonction de la distance parcourue	55
Figure 5.7	Suspension emprisonnée entre deux toiles	61
Figure 5.8	Représentation de la formation de la feuille par une série d'éléments	63
Figure 5.9	Organigramme des étapes de calcul.....	66
Figure 5.10	Séparation de la zone de drainage en trois parties distinctes	67
Figure 5.11	Élément de suspension entre la toile externe et la toile interne	69
Figure 5.12	Forces agissant sur un volume de contrôle autour de la toile externe et autour de la toile interne	72
Figure 5.13	Schéma d'un rouleau de formation avec rainures.....	84
Figure 6.1	Schéma de résolution des équations différentielles de deuxième ordre	91
Figure 6.2	Illustration de l'ajustement de la quantité de suspension à égoutter de chaque côté entre l'élément i et l'élément $i + 1$	93
Figure 6.3	Algorithme de résolution du système d'équations.....	95
Figure 6.4	Démarche de résolution appliquée aux trois zones du drainage initial.....	98
Figure 6.5	Schéma de l'ensemble du modèle.....	104
Figure 7.1	Schéma de la machine pilote (Twin-Wire Sheet Former) de l'université McGill	106
Figure 7.2	Impact du jet sur la toile externe et sur la toile interne	109
Figure 7.3	Agrandissement des points d'impact du jet sur la toile externe et sur la toile interne	110

LISTE DES ABRÉVIATIONS

A	paramètre ajustable caractérisant la filtration à travers la toile et le matelas (Koskimies et al., 1972, Wahren et Dufva, 1975), kg/m^3
ΔA	section d'égouttage d'un élément de formation, m^2
A_{L1}	section de la paroi latérale d'un volume élémentaire, côté toile externe, m^2
A_{L2}	section de la paroi latérale d'un volume élémentaire, côté toile interne, m^2
a	coefficient de formation
B	paramètre ajustable caractérisant la filtration à travers la toile et le matelas (Koskimies et al., 1972, Wahren et Dufva, 1975), m^{-1}
b	demi-hauteur de la région de formation (Baines, 1967), m, et coefficient de compressibilité
b_0	demi-hauteur initiale de la région de formation (Baines, 1967), m
b_1	demi-hauteur de suspension (sans le matelas) (Baines, 1967), m
b_2	épaisseur du matelas fibreux (Baines, 1967), m
C_e	concentration des eaux blanches, kg/m^3
$C_{e\text{moy}}$	concentration moyenne des eaux blanches, kg/m^3
$C_{e_{ci}}$	concentration de l'eau blanche égouttée dans l'élément de formation i, côté toile externe, kg/m^3
$C_{e_{ii}}$	concentration de l'eau blanche égouttée dans l'élément de formation i, côté toile interne, kg/m^3
C_m	concentration du matelas fibreux, kg/m^3
C_o	concentration (ou consistance) initiale de la suspension à la sortie de la caisse de tête, kg/m^3
E	hauteur locale de suspension surplombant le matelas, m
F	tension dans la toile (Koskimies et al., 1972) ou force d'égouttage, N/m
F_c	facteur de colmatage, m/kg
F_f	fraction de fine
g	accélération gravitationnelle, m/s^2
G	grammage, g/m^2

G_1	grammage déposé sur la toile externe, g/m^2
G_2	grammage déposé sur la toile interne, g/m^2
h	épaisseur de la couche de suspension (Wahren et Dufva, 1975), m
h_1	épaisseur de la feuille sur la toile externe, m
h_2	épaisseur de la feuille côté toile interne, m
H	hauteur de suspension, m
H_0	hauteur initiale de la suspension, m
H_1	hauteur de suspension du côté de la toile externe, m
H_2	hauteur de suspension du côté de la toile interne, m
H_1^0	hauteur initiale de suspension du côté de la toile externe, m
H_2^0	hauteur initiale de suspension du côté de la toile interne, m
I_f	indice de filtration, m^2/kg
k	résistance unitaire à l'égouttage de la toile et du matelas (Baines, 1967)
K	résistance totale à l'égouttage de la toile et du matelas (Baines, 1967)
L	largeur de la toile, m
L_t	épaisseur de la toile, m
Δp_w	gradient de pression entre les deux côtés de la toile, Pa
Δp_c	pression centrifuge, Pa
P	pression, ou pression moyenne à l'intérieur du volume de suspension (Wahren et Dufva, 1975), Pa
P_1	pression à l'interface du matelas fibreux avec la toile externe (Wahren et Dufva, 1975), Pa
P_2	pression à la surface interne du matelas fibreux (Wahren et Dufva, 1975), Pa
P_i	pression à la surface du rouleau de formation (Wahren et Dufva, 1975), Pa
P_o	pression atmosphérique (Wahren et Dufva, 1975), Pa
P_{atm}	pression atmosphérique, Pa
P_e	pression extérieure sur la toile externe, Pa

P_i	pression extérieure sur la toile interne, Pa
ΔP_{1mf}	perte de charge dans le matelas fibreux, côté toile externe, Pa
ΔP_{2mf}	perte de charge dans le matelas fibreux, côté toile interne, Pa
Q_0	débit de suspension sortant de la caisse de tête, m ³ /s
$Q_e(x)$	débit d'eau blanche égouttée dans un élément de formation, m ³ /s
$Q_{e_{ei}}$	débit d'eau blanche égouttée dans l'élément i, côté toile externe, m ³ /s
$Q_{e_{ii}}$	débit d'eau blanche égouttée dans l'élément i, côté toile interne, m ³ /s
r	rayon de courbure à la surface interne du matelas fibreux (Wahren et Dufva, 1975), m
r_i	rayon de courbure à l'interface toile-matelas (Wahren et Dufva, 1975), m
$r_i + t$	rayon de courbure à la surface externe de la toile (Wahren et Dufva, 1975), m
R	rayon de courbure du rouleau de formation, m, ou rétention, selon le contexte
R_0	rétention physico-chimique initiale
Rf_{spec}	résistance spécifique à la filtration, m/kg
Ri_{spec}	résistance spécifique inertielle, m ² /kg
S_0	surface spécifique des fibre, m ² /g ou m ⁻¹
S_t	surface spécifique de la toile, m ⁻¹
t	temps, s, ou épaisseur de la toile, m (Wahren et Dufva, 1975)
T_i	tension de la toile externe, N/m
u_0	vitesse initiale du fluide dans la direction x (Baines, 1967), m/s
U	vitesse d'égouttage, m/s
$U(t)$	vitesse d'égouttage exprimée en fonction du temps, m/s
$U(x)$	vitesse d'égouttage exprimée en fonction de la distance, m/s
V	vitesse de la suspension, m/s
V_j	vitesse de la suspension à la sortie de la caisse d'arrivée, m/s
V_t	vitesse de la toile, m/s

Vol_1	volume élémentaire, côté toile externe, m^3
Vol_2	volume élémentaire, côté toile interne, m^3
x	coordonnée le long de la ligne centrale de la région de formation (Baines, 1967)
y	coordonnée perpendiculaire à la ligne centrale (Baines, 1967)
θ	coordonnée spatiale pour le modèle des références (Koskimies et al., 1972 ; Wahren et Dufva, 1975)
$d\theta$	extension tangentielle infinitésimale du volume de contrôle (Wahren et Dufva, 1975)
ε	porosité du matelas fibreux
ε_t	porosité de la toile
ξ	densité superficielle (Wahren et Dufva, 1975)
η	coefficient de rétention locale
ρ	masse volumique de la suspension fibreuse, en kg/m^3
μ	viscosité de la suspension, en $Pa \cdot s$
α	angle de déflexion, degré
τ_1	cisaillement sur la paroi d'un élément de volume, côté toile externe, Pa
τ_2	cisaillement sur la paroi d'un élément de volume, côté toile interne, Pa

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A	Passage de la vitesse d'égouttage en fonction du temps à la vitesse d'égouttage en fonction de la distance.....	148
ANNEXE B	Diagrammes des blocs du modèle dans Simulink.....	150
ANNEXE C	Quelques courbes obtenues par simulation.....	155

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Ces dernières décennies, l'industrie papetière a dû faire face à de nouvelles exigences du marché, caractérisées par des vitesses de machines de plus en plus élevées pour augmenter la production, et une qualité du papier toujours meilleure. La machine à table plate classique voyant sa vitesse limitée par les problèmes de stabilité de la surface liquide au contact de l'air, d'importants efforts de recherche et de développement ont permis de mettre au point, à la fin des années 50, un nouveau type d'unité de formation: les systèmes à deux toiles. Au Canada et partout dans le monde, la plupart des machines à papier nouvelles utilisées pour fabriquer des papiers minces comme le papier journal sont des machines à double toile.

Avec l'attention croissante accordée à la protection de l'environnement, l'industrie papetière fait face à de nouvelles contraintes : d'une part elle utilise à plus grande échelle les fibres recyclées, qui nécessitent d'être traitées afin d'en faire une pâte utilisable, d'autre part elle doit diminuer ses effluents et, de plus en plus, tente de travailler en circuits fermés. La recirculation des eaux de procédé, ou eaux blanches, a une influence sur la formation de la feuille dans la partie humide de la machine à papier, car la suspension fibreuse s'enrichit en fines et en charges, diminuant ainsi la rétention des solides en suspension, et l'accumulation de matière finit par nuire au fonctionnement adéquat de la machine. Pour pouvoir analyser la sensibilité du processus de formation de la feuille vis-à-vis de ce phénomène, il convient d'acquérir une plus grande connaissance du comportement de la suspension fibreuse s'écoulant entre deux toiles, de l'égouttage et de la rétention des particules fines sur celles-ci.

En regard de cela, les objectifs de ce travail sont les suivants:

- Développer un modèle mathématique permettant de calculer le drainage initial dans une machine à papier à double toile et la concentration des eaux blanches (en charges et en fines) dans la zone d'entrée de la machine. Le modèle doit tenir compte de la nature et des caractéristiques de la suspension ainsi que des paramètres opératoires de la machine, tout en étant basé seulement sur les effets hydrodynamiques.
- Résoudre les équations mathématiques du modèle à l'aide d'un logiciel approprié.
- Appliquer le modèle à un cas concret de machine à double toile en analysant les conditions particulières d'égouttage associées aux différentes sections de la zone d'entrée de la machine, c'est-à-dire les points d'impact du jet sur les toiles, la zone dite du coin et la zone d'union des matelas fibreux.
- Valider le modèle à partir de données expérimentales recueillies sur la machine étudiée.

Ainsi, les chapitres suivants présentent un résumé sur les aspects formation de la feuille, drainage et rétention et sur les caractéristiques fondamentales des machines à double toile, puis on décrit les modèles existant dans la littérature avant d'aborder les étapes de développement du présent modèle et de sa résolution. Finalement, après validation de ce modèle, on commente les résultats obtenus.

CHAPITRE 2

FORMATION DE LA FEUILLE

Le papier se définit généralement comme une feuille de fibres feutrée formée sur une toile fine à partir d'une suspension aqueuse. La pâte est une suspension de matière fibreuse à partir de laquelle on fabrique le papier. Les paragraphes suivants résument les étapes de fabrication du papier et expliquent les concepts de base de la formation de la feuille sur une machine à table plate. Le cas de la formation de la feuille dans les formeurs à double toile est pour sa part traité en détails au chapitre 4.

2.1 La machine à papier

La machine à papier est le système mécanique utilisé pour transformer la pâte en papier. La composition ou mélange de pâte entrant dans une machine à papier varie fortement selon la qualité du papier à fabriquer. Les proportions appropriées des différentes pâtes formant la composition sont d'abord versées dans un cuvier de mélange. La pâte épaisse y est diluée jusqu'à l'obtention de la concentration désirée, laquelle est soigneusement contrôlée par des régulateurs automatiques de consistance. La pâte est ensuite épurée afin d'éliminer les impuretés telles que bûchettes, écorces, sable, etc. Cette opération s'effectue dans des tamis et des hydrocyclones. Au besoin, des charges, des colorants, de la colle, des agents de rétention et autres additifs sont ultérieurement ajoutés et mélangés. Avant d'être alimentée à la caisse d'arrivée de la machine, la pâte est à nouveau diluée avec les eaux blanches du circuit primaire. Cette dilution a pour but de favoriser l'enchevêtrement homogène des fibres. Les machines à papier modernes comportent les éléments suivants :

- la partie formation du matelas fibreux, qui comprend la caisse d'arrivée et une ou deux toiles, selon qu'il s'agisse d'une machine à table plate (fourdrinier) ou à double toile;

- la section des presses, dont le rôle est d'éliminer le plus d'eau possible et de consolider le matelas fibreux uniquement par pressage;
- la sécherie, où l'eau est éliminée par passage sur des cylindres chauffés à la vapeur.
La siccité en fin de sécherie atteint 92 à 95 %.

Au-delà de la sécherie, on trouve la lisse, la calandre (pour certains papiers) et l'enrouleuse. La figure 2.1 illustre une machine à table plate conventionnelle.

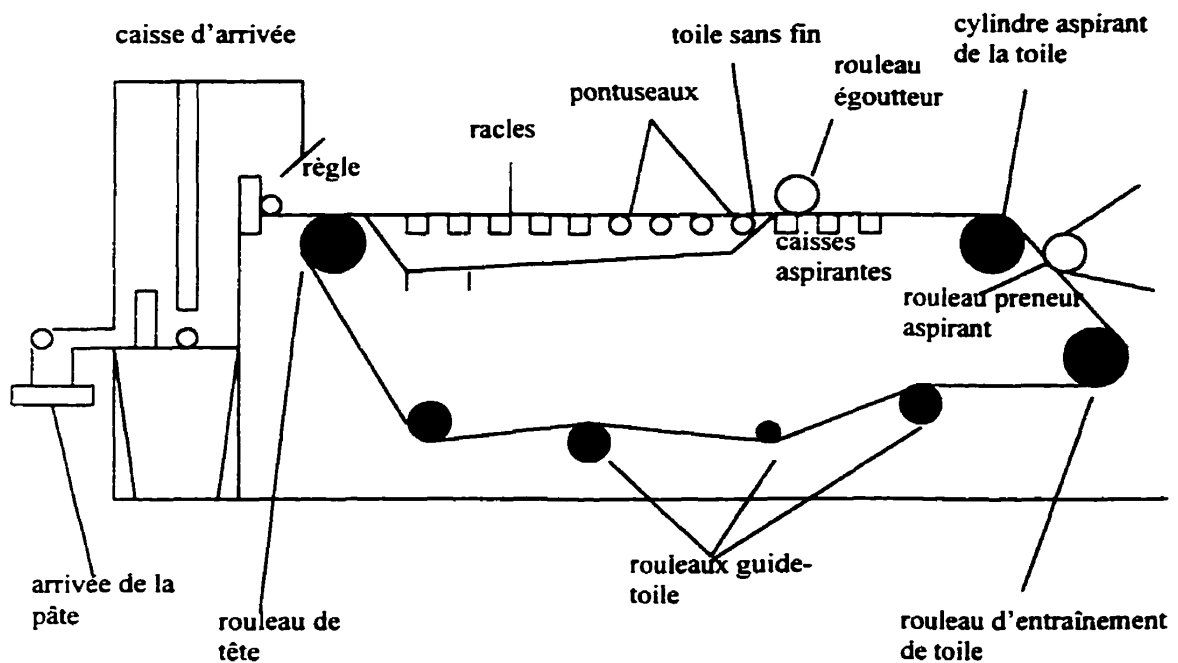


Figure 2.1 Schéma d'une machine à table plate.

La caisse d'arrivée, ou caisse de tête, délivre un jet de suspension fibreuse sur la toile. Ses fonctions sont (De Choudens et Valerte, 1989) :

- répartir la pâte dans le temps et dans l'espace;
- défloculer et garder dans cet état;
- former le jet, fixer sa géométrie et sa vitesse.

Le degré d'homofloculation (ou agglomération des fibres entre elles, comme on le verra au chapitre 3) dans la caisse de tête doit être réduit au minimum pour que la taille des floccs (agrégats de fibres) soit la plus petite possible dans le jet. De cette façon, la répartition des fibres dans la feuille est meilleure.

La table plate proprement dite est faite d'une toile sans fin en fils métalliques ou synthétiques. La feuille se forme sur cette toile par égouttage de l'eau sous l'action de la gravité, des racles, des pontuseaux et des caisses aspirantes. Les racles et les pontuseaux sont des éléments d'égouttage, mais également de formation, car ils provoquent des "sauts de pâte" qui remettent une partie du matelas fibreux en suspension. Les eaux blanches sont recueillies dans deux bassins différents. L'eau blanche soutirée au voisinage de la caisse d'arrivée, des racles et des pontuseaux est riche en fibres, fines et charges et est acheminée vers le bassin sous la toile où elle est entièrement recyclée en amont de la caisse de tête pour minimiser les pertes de matière. C'est le circuit primaire. L'eau blanche moins riche éliminée par les caisses aspirantes et le cylindre aspirant fait partie du circuit secondaire et s'achemine vers le deuxième bassin. Une fois clarifiée, elle est utilisée pour diluer la pâte en tête de procédé.

2.2 Les suspensions papetières

Les suspensions papetières sont essentiellement composées de fibres cellulosiques et de matières premières non fibreuses telles que

- les charges (substances minérales insolubles ou très peu solubles), qui améliorent les propriétés optiques et l'imprimabilité;
- les agents de collage, qui ont pour but de limiter la pénétration des liquides dans les papiers en fonction de leur utilisation;
- les agents de rétention, qui servent à retenir les éléments fins (fines et charges) dans la feuille;
- les agents de résistance à l'état sec ou humide, les colorants, les défloculants, les agents d'égouttage, les agents de blancheur, les agents antipoix, les antimousses, les fongicides et bactéricides, et les agents spécifiques tels que les inhibiteurs de corrosion.

On appelle fines l'ensemble des fibres cellulosiques et des charges minérales dont la taille est inférieure à 76 microns ou qui traversent un tamis Tyler de 200 mailles/pouce. Si leur pourcentage massique excède rarement 10% dans les pâtes chimiques, il peut atteindre 60% (fines de fibres seulement) dans le cas des pâtes mécaniques. Leur présence est importante dans la feuille car elles en augmentent la force, la brillance et l'opacité.

2.3 Théorie sur la formation de la feuille

Trois processus hydrodynamiques régissent la formation de la feuille: l'égouttage, le cisaillement orienté et la turbulence, lesquels sont illustrés à la figure 2.2. Ces processus se produisent simultanément sur la machine à papier et ne sont pas complètement indépendants les uns des autres (Smook, 1990).

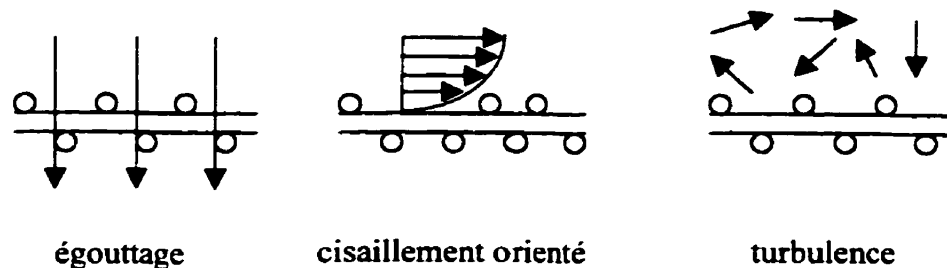


Figure 2.2 Illustration des trois processus hydrodynamiques de formation de la feuille.

Le processus d'égouttage est particulièrement important; il provoque l'élimination de l'eau de la suspension et, conséquemment, la formation du matelas fibreux sur la toile de la machine à papier. Lorsque les fibres sont libres de bouger indépendamment les unes des autres, l'égouttage se produit selon le mécanisme de filtration et les fibres se déposent en une couche mince. On admet que dans ce cas, la consistance de la suspension au-dessus du matelas fibreux en formation demeure constante et égale à la consistance initiale en sortie de caisse de tête. La résistance à l'égouttage est créée par la toile et le matelas fibreux. La filtration est le mécanisme qui domine dans la plupart des machines à table plate, comme le laisse supposer la structure en couches et la formation relativement uniforme des papiers obtenus. Par ailleurs, au commencement de la formation de la feuille, la suspension est très diluée; une grande partie de la matière est entraînée avec l'eau, mais les fibres les plus longues et les plus gros floes ne passent pas. De plus, les éléments d'égouttage créent une turbulence qui engendre la remise en

suspension de la matière. Cette remise en suspension accompagnée d'un enlèvement d'eau correspond à l'épaississement. Tant qu'il n'y a pas formation d'un matelas fibreux, la résistance à l'égouttage n'est donnée que par la toile. Une feuille obtenue par épaississement présente une structure plus feutrée et floculée. La figure 2.3 illustre les deux mécanismes de dépôt des fibres lors de l'égouttage.

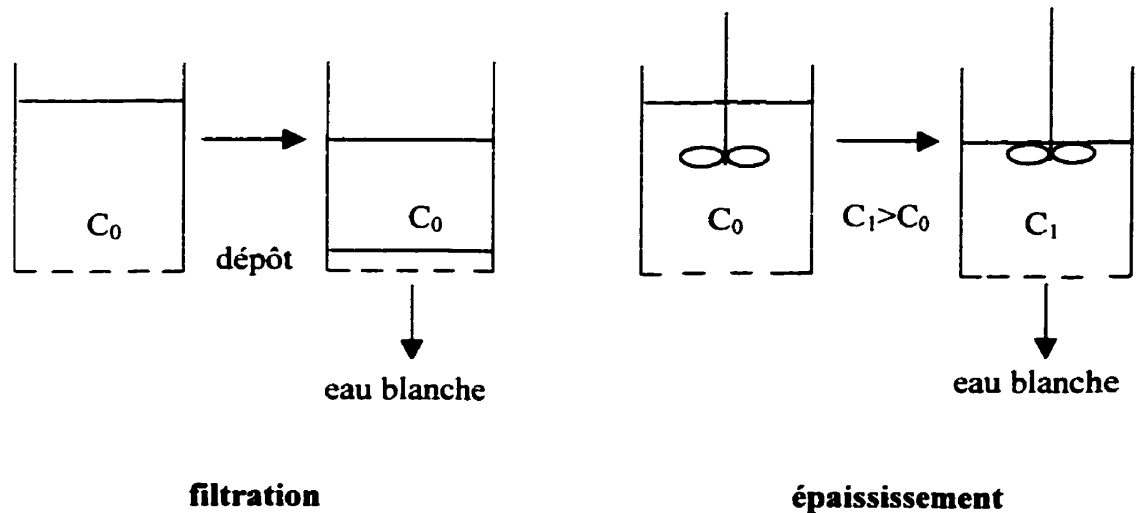


Figure 2.3 Schémas des mécanismes de dépôt des fibres lors de l'égouttage.

Les suspensions papetières forment des réseaux de fibres de façon spontanée durant l'égouttage, sauf si on utilise une dilution suffisante (cas des feuilles formées en laboratoire) ou si on fournit une énergie supplémentaire de mélange, plus précisément de la turbulence. La dilution est une solution efficace pour la dispersion, toutefois le degré de dilution requis pour obtenir un contrôle adéquat de la floculation sur les machines à papier n'est pas économiquement réalisable. Une dispersion additionnelle doit être générée lors de l'égouttage au moyen d'effets de turbulence induits par des organes d'égouttage situés sous la toile de formation (pontuseaux, racles) ou par des éléments induisant des forces de cisaillement, situés au-dessus de la toile (rouleau égoutteur ou formeur supérieur). Dans la conception des machines à papier industrielles (machines à

table plate ou à double toile), les effets élémentaires que sont la dilution, la turbulence et le cisaillement sont utilisés à des degrés divers afin d'optimiser la qualité de la feuille.

2.4 Cinétique de formation de la feuille

La figure 2.4 schématise l'égouttage d'une suspension fibreuse sur la toile de formation d'une machine à table plate.

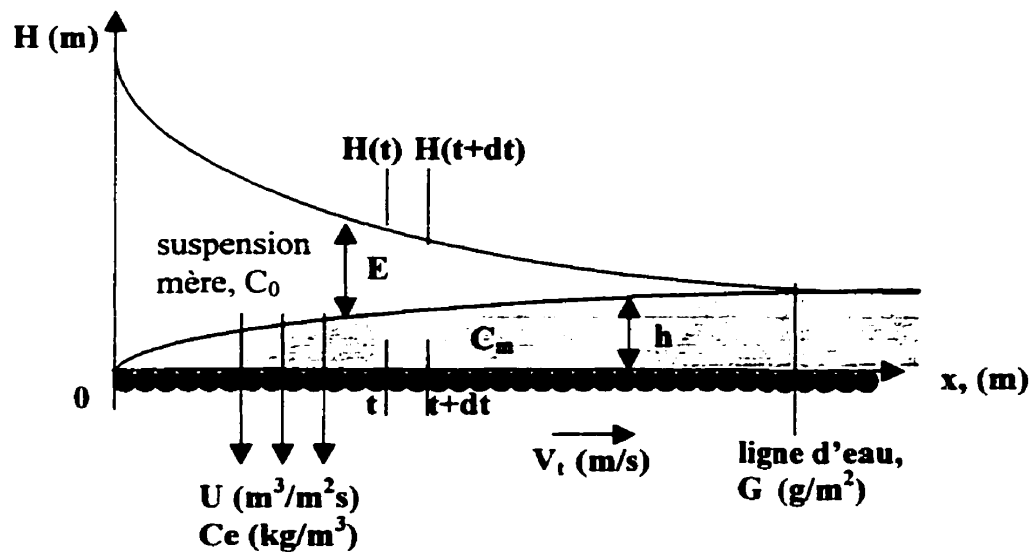


Figure 2.4 Schéma de l'égouttage sur la toile de formation d'une machine à table plate.

A chaque pas de distance dx sur la toile correspond un pas de temps $dt = dx/V_t$. La hauteur totale de suspension sur la toile à n'importe quel moment t (avant la ligne d'eau), $H(t)$, se formule ainsi :

$$H(t) = H(t+dt) + Udt \quad (2.1)$$

où U est la vitesse d'égouttage de la suspension, caractérisée par la variation de hauteur de suspension sur un intervalle de temps donné, $U = -dH/dt$ (> 0 puisque H a une évolution décroissante). Pour une suspension de concentration C_0 au-dessus de la toile, on a, pour un accroissement dh de la hauteur du matelas fibreux, une augmentation dG du grammage telle que $dG = C_0 dh$. Si E est la hauteur locale de suspension au-dessus du matelas, un bilan de matière totale conduit à l'expression :

$$\rho E + G/C_m = \rho(E + dE) + (G + dG)/C_m + \rho Udt \quad (2.2)$$

et un bilan de matière solide conduit à

$$C_0 \rho E + G = C_0 \rho(E + dE) + G + dG + C_e \rho Udt \quad (2.3)$$

En combinant les deux équations, on arrive à

$$\frac{dG(t)}{dt} = \frac{\rho[C_0 - C_e(t)]U(t)}{1 - C_0/C_m} \quad (2.4)$$

2.4.1 Loi d'égouttage

L'écoulement dans un milieu poreux est principalement contrôlé par le gradient de pression appliquée à une section droite perpendiculaire à cet écoulement, d'après la loi de Darcy, c'est-à-dire que

$$U(t) = \frac{\Delta p(t)}{\mu a G(t)} \quad (2.5)$$

où a est la résistance spécifique à la filtration du matelas fibreux, posée proportionnelle au grammage accumulé. Précisons que la loi de Darcy repose sur l'hypothèse que les forces d'inertie sont négligeables devant les forces visqueuses, et que l'on ne tient pas compte de la compressibilité du matelas fibreux. Ainsi, elle serait seulement applicable aux cas des écoulements en régime laminaire, caractérisés par un faible nombre de Reynolds (≈ 1). La loi de Darcy est néanmoins largement utilisée pour décrire l'écoulement dans une feuille en formation, et les corrections nécessaires sont apportées à l'aide de données expérimentales.

Pour arriver à former un matelas fibreux en gardant une vitesse d'égouttage U constante, on doit appliquer un gradient de pression croissant en fonction du temps (Meyer, 1962),

$$\Delta p(t) = \frac{G(t)\mu a_0 e^{\beta g}}{\rho t \left[\frac{C_0 - C_c(t)}{1 - C_0 / C_m} \right]} \quad (2.6)$$

où a_0 est la résistance spécifique à la filtration initiale. On peut aussi former un matelas fibreux en gardant la dépression constante à l'intérieur du matelas fibreux (Wahlstrom et O'Blènes, 1963) :

$$\Delta p = k[U(t)]^\varphi G(t) \quad (2.7)$$

$$\text{ou} \quad U(t) = \left(\frac{\Delta p}{k} \right)^{\frac{1}{\varphi}} G^{-\frac{1}{\varphi}} \quad (2.8)$$

En posant $\varphi = 1$, k est le résultat d'une résistance visqueuse et peut être remplacé par μa , alors que si on pose $\varphi = 2$, k représente les forces inertielles et peut être remplacé par ρb . Le mode de formation de la feuille à vitesse d'égouttage constante s'avère meilleur et s'applique surtout au cas des machines à table plate, tandis que le mode de

formation à dépression constante entraîne une moins bonne rétention et est typique des machines à double toile.

En résumé, ce chapitre a mis l'emphasis sur les principaux aspects de la formation de la feuille dans une machine a table plate. Le chapitre suivant s'attaque quant à lui à la théorie du drainage et de la rétention, et résume les travaux de modélisation précurseurs à cette maîtrise.

CHAPITRE 3

DRAINAGE ET RÉTENTION

3.1 Théorie sur la rétention

Fondamentalement, la rétention est de deux types : physico-chimique ou mécanique. La rétention physico-chimique, appelée aussi rétention par hétérofloculation, consiste à fixer les éléments fins sur les fibres et se produit avant que la suspension n'arrive sur la toile de la machine. La rétention mécanique ou rétention par filtration est le fait de particules retenues qui sont filtrées par la toile de la machine à papier et par le matelas fibreux qui se forme sur la toile lors de l'égouttage. Elle a donc lieu pendant la formation de la feuille. La rétention physico-chimique et la rétention mécanique sont complémentaires: plus les éléments fins sont fixés sur les fibres, meilleure est leur rétention sur la ou les toiles de la machine. Une bonne rétention a de multiples avantages (De Choudens et Valette, 1989):

- des eaux blanches moins concentrées;
- moins de perte de matière;
- un égouttage plus régulier;
- une amélioration de certaines caractéristiques du papier.

En outre, la rétention doit être stable pour assurer la régularité de marche de la machine à papier. Différents paramètres influencent la rétention: la composition de la suspension fibreuse, le grammage, la concentration en charges, la taille des charges, le potentiel zêta, l'agitation, l'indice de raffinage, le pH, la concentration en agents de rétention. D'autre part, la fermeture des circuits, qui implique une modification de la consommation spécifique d'eau fraîche, influence elle-même ces paramètres.

3.1 1 Rétention physico-chimique

On parle d'hétérofloculation lorsqu'on a agglomération de particules de natures différentes, comme par exemple les charges et les fibres, alors que l'homofloculation est l'agglomération des fibres entre elles. L'hétérofloculation est très importante car c'est d'elle principalement que dépend la rétention des charges et des fines sur la toile. L'hétérofloculation implique la rencontre efficace des particules, c'est-à-dire que les particules doivent rester fixées ensemble sans être séparées par un cisaillement ultérieur; cette rencontre dépend des interactions hydrodynamiques, et l'agglomération des particules dépend des interactions colloïdales.

Selon leur taille, les particules subissent des collisions de types différents. Les particules colloïdales, dont la dimension est inférieure à 0.1 micron, subissent des collisions dites péricinétiques qui dépendent du mouvement brownien. En augmentant la température de la suspension, on peut augmenter les probabilités de rencontre de ces particules (van de Ven, 1993). Pour les particules de dimension supérieure à 0.1 micron, auxquelles on donne le terme générique de "matière solide en suspension", les collisions entraînées sont dites orthocinétiques et dépendent de l'agitation apportée par un cisaillement mécanique de la pâte. Il faut noter que toutes les collisions ne conduisent pas nécessairement à l'agglomération des particules. Il y a des forces colloïdales répulsives ou attractives influençant l'efficacité des collisions, ainsi qu'une distance minimale d'approche pour que la particule soit captée à la surface de la fibre (van de Ven, 1989, Xu et Bousfield, 1993). Cette distance minimale d'approche dépend de la taille des particules. Une collision sera efficace si les forces attractives colloïdales sont supérieures aux forces hydrodynamiques et de répulsion à la distance minimale d'approche. Étant donné que les particules de même taille ont une distance minimale d'approche assez faible, leur agglomération est facilitée (Carré, 1992). Dans le cas des particules de tailles différentes, les distances minimales d'approche sont relativement grandes, donc la probabilité qu'elles restent ensemble est faible. Ce problème est

surmonté par l'ajout d'agents de rétention qui vont faciliter leur floculation. Globalement, il y a prépondérance de l'homofloculation sur l'hétérofloculation. Bien que l'homofloculation engendre une accélération de l'égouttage et une bonne rétention, elle n'est cependant pas souhaitable car elle provoque une détérioration de l'épair (distribution des fibres dans la feuille) et une diminution de la siccité limite à la sortie de la machine.

En solution, les fibres de cellulose ont une charge nette négative. Les charges minérales utilisées sont également, dans la plupart des cas, chargées négativement. Il y a donc répulsion et il est impossible de fixer ces particules ensemble. Il existe aussi, toutefois, des forces d'attraction pouvant annuler et surpasser les forces répulsives. Ce sont les forces de Van der Waals. Puisque l'énergie d'attraction de Van der Waals est proportionnelle à $1/r^6$, où r est la distance entre les particules, il faut que la distance minimale d'approche soit très petite pour que les particules parviennent à s'accrocher. Bref, pour qu'il y ait hétérofloculation entre les fibres et les charges, il faut soit déstabiliser la suspension en ajoutant un électrolyte, soit diminuer la distance minimale d'approche de façon à ce que les forces de Van der Waals puissent agir. Les agents de rétention ont pour but de rendre possible l'hétérofloculation. Tel qu'il a été mentionné dans le chapitre précédent, les agents de rétention peuvent être des produits minéraux, des produits organiques naturels (et leurs dérivés) ou des produits organiques synthétiques. Parmi les produits organiques naturels, les amidons cationiques sont très polyvalents et permettent une amélioration des caractéristiques du papier, ainsi qu'une bonne rétention. Par ailleurs, ils sont moins sensibles aux variations de pH, de composition fibreuse et de dureté de l'eau. On préconise donc leur utilisation.

3.1.2 Rétention mécanique

On a vu précédemment que la formation de la feuille sur une machine à table plate ou à double toile est caractérisée par l'égouttage d'une suspension fibreuse à travers une ou

deux toiles. Un matelas fibreux se forme sur la ou les toiles, servant lui-même de filtre. C'est ce qui caractérise la rétention mécanique. On suppose que la concentration de la suspension au-dessus du matelas demeure constante et égale à sa valeur initiale. Plus l'accumulation de matière devient importante, plus la rétention des fines particules est élevée. Les travaux expérimentaux de Han (1964) ont démontré que la concentration des eaux blanches décroît de façon exponentielle avec l'accumulation de matière sur le milieu filtrant, selon l'expression

$$C_e(x) = (1 - R_0)C_0 \cdot e^{-I_f G(x)} \quad (3.1)$$

où R_0 est la rétention initiale, $G(x)$ le grammage au point x et I_f l'indice de filtration qui correspond au pouvoir colmatant de la suspension fibreuse. La rétention première passe est la quantité de matière solide présente dans la suspension à la caisse d'arrivée et qui est retenue sur la toile. La rétention globale est le rapport entre la quantité de matière solide présente dans le produit final et la quantité de matière solide à l'entrée de la machine à papier. La rétention des fibres longues est généralement assez élevée (elle peut s'approcher de 100%), tandis que la rétention des fines et des charges est beaucoup plus faible (30-70%). La rétention en % se calcule à partir de la concentration dans les eaux blanches (Graff, 1991, Roux, 1997):

$$R(\%) = \left(\frac{Q_0 C_0 - Q_e C_e}{Q_0 C_0} \right) \cdot 100 \quad (3.2)$$

3.2 Théorie sur le drainage

L'élimination de l'eau devrait idéalement se produire de façon uniforme le long de la toile, sans qu'il y ait alternance de zones mortes et de zones d'égouttage intense très brutal. L'efficacité relative de la zone de formation d'une machine à papier à table plate dépend essentiellement des facteurs suivants (Smook, 1990):

- disposition et type des organes d'égouttage;
- caractéristiques de la toile;
- tension de la toile;
- caractéristiques de la suspension (degré de raffinage, additifs, etc.);
- hauteur de la suspension;
- température de la suspension;
- consistance de la suspension;
- vitesse de la toile.

Pour atteindre un objectif donné, il est évident que la disposition des éléments d'égouttage doit être compatible avec les caractéristiques de la pâte et de la toile. Par exemple, l'égouttage au moyen de racles est limité en pratique par le degré de raffinage de la pâte ou la hauteur de suspension. La suspension doit être drainée autant que possible avec des éléments statiques et des équipements à vide modéré avant d'utiliser des organes à vide poussé. Ainsi, on réduit le frottement de la toile et la consommation d'énergie nécessaire aux fins de son entraînement. Pour des raisons pratiques, la table de formation peut être partagée en quatre zones distinctes d'égouttage : la zone de mélange, la zone de formation, la zone de transition et la zone de dépression élevée. L'égouttage dans la zone de mélange est crucial pour les propriétés de la feuille, et dépend de l'angle du jet et de la position du marbre. L'égouttage s'y produit en général par gravité et s'en trouve modéré. On peut toutefois favoriser l'égouttage sur le marbre en choisissant les lames. Une élimination graduelle de l'eau combinée à la microturbulence permet d'obtenir un bon début de formation dans la seconde zone. En réglant correctement la quantité d'eau égouttée, on peut réduire au maximum les pertes en fines dans la partie inférieure de la feuille. La microturbulence permet d'éviter que la feuille colmate prématurément la toile, l'eau peut donc s'écouler à travers la feuille et on réduit à un minimum les marques de toiles. Une fois la véritable formation du

matelas fibreux terminée, il faut continuer à éliminer le plus d'eau possible sans endommager la feuille. Cela est réalisé en utilisant des organes d'égouttage plus efficaces dont le drainage est croissant, soit d'abord des racles dont l'angle est plus prononcé, ensuite des éléments sur lesquels on maintient une dépression (caisses aspirantes humides). Pour finir, dans la dernière zone on applique un vide croissant par palier afin d'obtenir la siccité la plus élevée possible au cylindre aspirant.

3.3 Modélisation du drainage et de la rétention, travaux antérieurs

Une façon de modéliser la formation de la feuille consiste à la représenter par une série d'éléments, chacun de ces éléments pouvant être associé à un procédé en cuvette de durée dt (Gagnon, 1997). Cependant, puisque la formation de la feuille correspond à un procédé continu, on convertit la durée de formation dt en longueur de formation dx en multipliant par la vitesse de la machine, $dx = dt \cdot V_m$. La figure 3.1 illustre le principe de formation par une série d'éléments sur table plate.

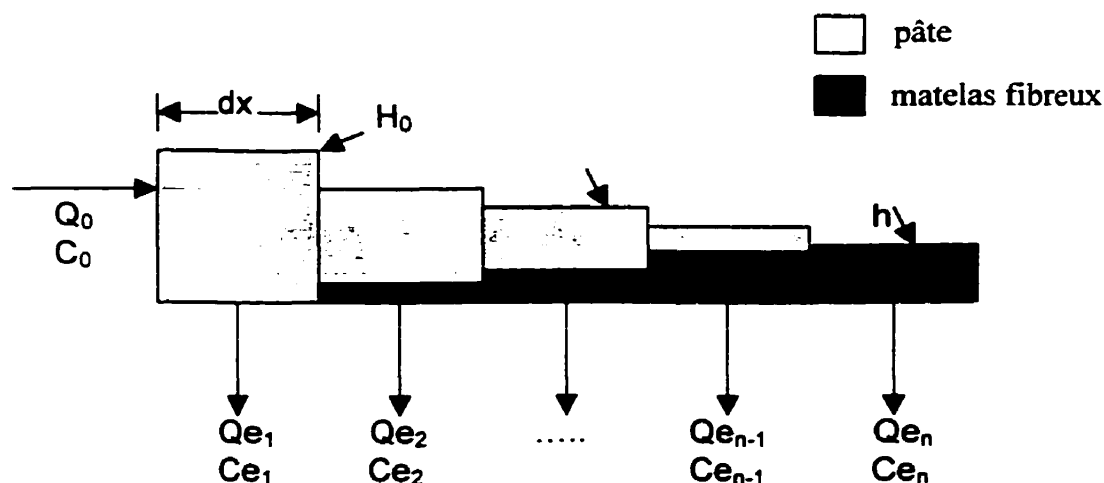


Figure 3.1 Principe de formation de la feuille sur table plate par une série d'éléments.

La matière se dépose d'un élément à l'autre, augmentant graduellement l'épaisseur du matelas, h , et son grammage, G . Plus le matelas devient épais, plus l'égouttage ralentit et plus il y a de fines retenues dans la feuille en formation. Par conséquent, la concentration des eaux blanches diminue d'un élément à l'autre. L'hypothèse d'un égouttage par filtration est adoptée, et cette concentration des eaux blanches évolue selon la formule 3.1. La modélisation s'arrête à la ligne d'eau, c'est-à-dire au point où il n'y a plus de suspension au-dessus du matelas fibreux, parce qu'au-delà, on est en présence de trois phases et l'hydrodynamique du système change.

Le matelas fibreux en formation étant un milieu poreux, pour modéliser le drainage on fait généralement appel à des modèles d'écoulement dans les milieux poreux. La plupart des auteurs qui ont travaillé sur la modélisation du drainage se sont basés sur la loi de Darcy, laquelle stipule que la vitesse d'égouttage est directement proportionnelle à la perte de pression dans le matelas fibreux, tel que vu au chapitre 2. Appliquée au drainage d'une suspension fibreuse, cette loi s'exprime comme suit (Cheremisinoff et Azbel, 1983):

$$\frac{Q}{A} = U = \frac{\Delta P}{\mu(R_c + R_{toile})}$$

ou encore

$$\frac{Q}{A} = U = \frac{\Delta P}{\mu(a_0 G + R_{toile})} \quad (3.3)$$

Des corrections doivent toutefois être apportées au modèle darcynien afin de tenir compte des forces d'inertie et de la compressibilité du matelas fibreux.

Les travaux réalisés par Pires (1995) sur la modélisation du drainage sont particulièrement importants. On a vu précédemment que la vitesse d'égouttage est caractérisée par la diminution de la hauteur de suspension en fonction du temps, $U = -dH/dt$. Le modèle de drainage développé par Pires se base sur la deuxième loi de Newton selon laquelle la somme des forces extérieures agissant sur une masse de fluide est égale au taux de variation de la quantité de mouvement. Les différentes forces qui agissent sur un élément de formation sont illustrées à la figure 3.2.

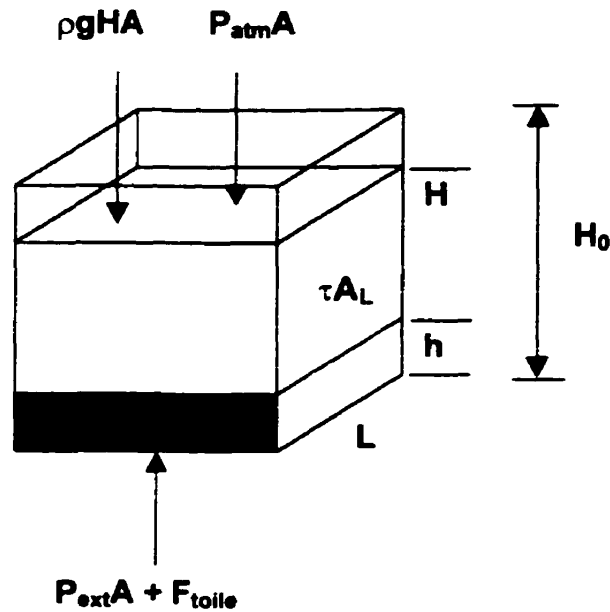


Figure 3.2 Forces agissant sur un élément de formation.

Le bilan de quantité de mouvement autour du volume de contrôle conduit à

$$\sum \bar{F} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{vol} \bar{U} \rho dVol + \int_{surf} \bar{U} \rho \bar{U} \cdot d\bar{A} \right) \quad (3.4)$$

Avec l'hypothèse que la vitesse d'égouttage est constante le long de la surface du volume de contrôle, faisant en sorte que $U \cdot dA = 0$, l'expression se simplifie à

$$\begin{aligned}\sum \bar{F} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{vol} \bar{U} \rho dVol \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \int -\frac{dH}{dt} \rho dVol \\ &= \rho Vol \frac{d^2 H}{dt^2}\end{aligned}\tag{3.5}$$

Cette somme de forces est équivalente à l'ensemble des forces autour du volume ($P_{ext}A - P_{atm}A + F_{toile} + \tau A_L$) additionnées au poids de la suspension $\rho g H(t)A$, si bien qu'on obtient, en divisant tous les termes par A l'aire de drainage, une équation donnant la variation de la hauteur de suspension en fonction du temps :

$$\rho H \frac{d^2 H}{dt^2} + \rho g H = P_{ext} - P_{atm} + \frac{F_{toile}}{A} + \frac{\tau A_L}{A}\tag{3.6}$$

où A est la surface filtrante du volume de contrôle, A_L est la surface latérale du volume de contrôle, F_{toile} est la tension de la toile de fabrication, H est la hauteur de suspension, P_{ext} est la pression créée par les éléments d'égouttage, et τA_L est la force de cisaillement sur la paroi latérale. Cette équation permet d'obtenir la vitesse d'égouttage dans un élément. Le premier terme de gauche correspond à l'accélération de l'égouttage tandis que les termes de droite représentent la variation de la pression extérieure appliquée sur la toile, la tension de la toile et les forces de cisaillement sur la paroi latérale du volume de contrôle, faibles en comparaison des termes $P_{ext} - P_{atm}$ et F_{toile}/A , si bien qu'elles peuvent être négligées. Selon les observations de Pires (1995), les forces exercées sur la toile et sur la paroi latérale du volume de contrôle sont assimilables à une perte de pression ou une force qui permet de maintenir le volume de contrôle fixe dans le sens de l'écoulement :

$$\frac{F_{\text{toile}}}{\rho A} + \frac{\tau A_L}{\rho A} = \frac{\Delta P}{\rho} \quad (3.7)$$

D'autre part, la somme des termes $F_{\text{toile}}/\rho A$ et $\tau A_L/\rho A$ est considérée proportionnelle au produit de la vitesse d'égouttage dH/dt par la viscosité cinématique μ/ρ et un facteur de proportionnalité, $Rf(t)$, qui correspond à la résistance à la filtration (m^{-1}) générée par le matelas fibreux en formation :

$$\frac{F_{\text{toile}}}{\rho A} + \frac{\tau A_L}{\rho A} = -Rf(t) \frac{\mu}{\rho} \frac{dH}{dt} \quad (3.8)$$

L'accroissement du matelas fibreux est proportionnel au volume filtré, à la concentration initiale de la suspension et à la "capacité" des fibres à être retenues sur la toile, laquelle se caractérise par un terme appelé coefficient de rétention locale, de sorte que la résistance à la filtration est donnée par l'équation

$$Rf(t) = Rf_{\text{spec}} C_0 \eta [H_0 - H(t)] \quad (3.9)$$

où Rf_{spec} est la résistance spécifique à la filtration, sur laquelle on reviendra plus loin, et η est le coefficient de rétention locale. En substituant ce terme dans l'équation (3.8) et en remplaçant dans (3.6), on obtient l'équation suivante :

$$\frac{d^2 H}{dt^2} + g = \frac{P_{\text{ext}} - P_{\text{atm}}}{H\rho} - Rf_{\text{spec}} \frac{\mu}{\rho} C_0 \eta \frac{(H_0 - H)}{H} \frac{dH}{dt} \quad (3.10)$$

Pour être plus réaliste, on doit tenir compte des forces d'inertie et de la compressibilité du matelas fibreux. Le modèle d'égouttage proposé devient

$$\frac{d^2 H}{dt^2} + g = \frac{P_{\text{ext}} - P_{\text{atm}}}{H\rho} - Rf_{\text{spec}} \left[\frac{\mu C_0 \eta(t) (H_0 - H)^n}{\rho H} \right] \left(\frac{dH}{dt} \right)^m \quad (3.11)$$

où n est un coefficient de compressibilité et m permet de tenir compte des forces d'inertie lorsque supérieur à 1. Pires a obtenu les meilleurs résultats en posant $m=2$ et $n=1$. Or le fait d'élever au carré le terme de vitesse dH/dt n'ajoute pas les forces d'inertie au système, mais modifie plutôt les forces visqueuses en forces d'inertie. Dans son travail de maîtrise, Gagnon (1997) a apporté la modification suivante à l'équation (3.8) :

$$\frac{\Delta P}{\rho} = \frac{F_{toile}}{\rho A} + \frac{\tau A_L}{\rho A} = \left[-Rf(t)v \frac{dH}{dt} + Ri(t) \left(\frac{dH}{dt} \right)^2 \right] \quad (3.12)$$

Ri , la résistance inertielle, est égale à $Ri_{spec} C_0 \eta [H_0 - H(t)]$. Ri_{spec} est la résistance spécifique inertielle, dont nous reparlerons sous peu. En substituant (3.12) dans (3.6), on obtient

$$\frac{d^2 H}{dt^2} + g = \frac{P_{ext} - P_{atm}}{H\rho} + \left[-Rf_{spec} \frac{\mu}{\rho} \frac{dH}{dt} + Ri_{spec} \left(\frac{dH}{dt} \right)^2 \right] C_0 \eta \left(\frac{H_0 - H}{H} \right) \quad (3.13)$$

Formulé de cette façon, le modèle tient compte à la fois des forces visqueuses et des forces d'inertie. Il est à remarquer toutefois que ce modèle ne tient pas compte de la résistance de la toile. Or cette résistance n'est pas négligeable en début d'égouttage, puisque le matelas formé est très mince ou inexistant. Il faut donc rajouter un terme de résistance à la filtration de la toile qui, tout comme la résistance à la filtration, est multiplié par la viscosité cinématique et la vitesse d'égouttage dH/dt . Ainsi, la nouvelle équation d'égouttage proposée par Gagnon est

$$\frac{d^2 H}{dt^2} + g = \frac{P_{ext} - P_{atm}}{H\rho} - \frac{R_{toile}}{H} \frac{\mu}{\rho} \frac{dH}{dt} + \left[-Rf_{spec} \frac{\mu}{\rho} \frac{dH}{dt} + Ri_{spec} \left(\frac{dH}{dt} \right)^2 \right] C_0 \eta \frac{(H_0 - H)}{H} \quad (3.14)$$

Le terme $C_0\eta$ représente la fraction de la concentration initiale C_0 retenue dans le matelas fibreux. Puisqu'on ne connaît pas la valeur du coefficient de rétention locale η , en faisant l'hypothèse que $C_0/C_m \ll 1$, on peut remplacer $C_0\eta$ par $C_0 - C_e$. Finalement, comme il est plus pratique d'obtenir la vitesse d'égouttage en fonction de la distance x sur la table plate, il faut diviser l'équation (3.13) par la vitesse de la machine élevée au carré (voir démonstration à l'annexe A) :

$$\frac{d^2H}{dx^2} + \frac{g}{V_m^2} = \frac{P_{ext} - P_{atm}}{H\rho V_m^2} + \left[-Rf_{spec} \frac{\mu}{\rho} \frac{dH}{dx} + Ri_{spec} \left(\frac{dH}{dx} \right)^2 V_m \right] (C_0 - C_e) \frac{(H_0 - H)}{HV_m} - \frac{R_{toile}\mu}{V_m H \rho} \frac{dH}{dx} \quad (3.15)$$

Une autre contribution majeure de Gagnon dans le développement d'un modèle de drainage sur une machine à table plate se retrouve au niveau de la formulation d'un nouveau modèle empirique de la résistance *spécifique* à la filtration, Rf_{spec} . La résistance spécifique à la filtration dépend de la structure interne du matelas fibreux et évolue au cours de la formation de la feuille. L'équation semi empirique de Kozeny-Carman définit la résistance spécifique à la filtration comme suit :

$$Rf_{spec} = \frac{h_k So^2 (1 - \epsilon)}{\rho_p \epsilon^3} \quad (3.16)$$

où h_k , la constante de Kozeny-Carman, a une valeur moyenne de 5.55. Plus les pores du matelas sont petits, plus l'eau a de la difficulté à le traverser et plus l'égouttage ralentit. Le degré de raffinement de la pâte influe sur la taille des pores car le raffinement augmente la surface spécifique des fibres, So . Bien qu'il soit possible de mesurer expérimentalement la surface spécifique, la porosité ϵ , le volume spécifique et la résistance spécifique à la filtration du matelas fibreux en formation en fonction de différentes pressions (à l'aide de l'appareil PULMAC), les résultats sont peu reproductibles et, du reste, ne reflètent pas réellement ce qui se passe sur la machine à papier. Par conséquent, il est préférable

de procéder autrement pour évaluer la résistance spécifique à la filtration. Dans son travail de recherche, Gagnon a analysé en profondeur l'influence du raffinage et de la pression sur la résistance spécifique à la filtration, à partir d'études antérieurement réalisées par El-Hosseiny et Yan (1980), et par Pires et al. (1988). Gagnon a ensuite développé un modèle empirique simplifié de la résistance à la filtration qui tient compte du raffinage des fibres, de la turbulence sur la machine, des phénomènes de colmatage et de compressibilité ainsi que des observations de Wahlstrom et O'Blens (1962) selon lesquelles la durée d'égouttage augmente avec le grammage en suivant une loi du type $t = KG^\alpha$, où K est une constante empirique et α un facteur de formation. Le modèle de Gagnon se présente de la manière suivante :

$$Rf_{spec} = Rf_{spec0}(F_c G^a \Delta P^b) \quad (3.17)$$

où a est un coefficient de formation, b un coefficient de compressibilité, et F_c un paramètre empirique appelé facteur de colmatage. La résistance spécifique à la filtration initiale, Rf_{spec0} , a pour valeur $10^6 (^\circ SR)^{2.148}$. Il s'agit là d'un modèle relativement simple, faisant intervenir un nombre restreint de paramètres. Avec ce modèle incorporé à l'équation différentielle de la vitesse de drainage, les résultats obtenus par Gagnon représentent bien les données expérimentales. Cependant, afin de tenir compte de la résistance spécifique à la filtration initiale au tout début de l'égouttage, lorsque le grammage est nul, le modèle de l'équation (3.17) a été ultérieurement amélioré par Samkocwa (1998), de la façon suivante:

$$Rf_{spec} = Rf_{spec0}(1 + F_c G^a \Delta P^b) \quad (3.18)$$

Encore une fois, les résultats obtenus avec ce modèle concordent bien avec les données expérimentales. Il est à noter, néanmoins, que les paramètres F_c , a et b ne sont pas constants et doivent être ajustés par essai et erreur pour un point de fonctionnement donné (conditions opératoires de la machine et caractéristiques de la pâte fixes). D'autre

part, ces paramètres ne sont pas encore totalement justifiés sur le plan théorique, et on admet qu'il serait pertinent d'en faire la modélisation mathématique.

En ce qui concerne la résistance spécifique *inertielle*, Ri_{spec} , on peut également la définir de façon semi empirique (Meyer, 1971) par l'équation suivante :

$$Ri_{spec} = \frac{0.1(\sqrt{h_k})S_o}{\rho_p \epsilon^3} \quad (3.19)$$

Tout comme Rf_{spec} , Ri_{spec} varie pendant la formation de la feuille. On retrouve peu d'information sur cette résistance dans la littérature et la plupart des auteurs la néglige. En fait, si on compare la résistance spécifique inertielle à la résistance spécifique à la filtration avec des valeurs caractéristiques de S_o , ϵ , ρ_p et dH/dx , on trouve que Rf_{spec} est en moyenne 10^6 fois supérieure à Ri_{spec} . Il faut donc avoir une vitesse de machine très élevée pour que les forces d'inertie aient une influence non négligeable sur l'égouttage, et les négliger dans la modélisation du drainage sur table plate n'entraîne pas une très grande erreur.

Après avoir donné un aperçu général de la théorie de la formation de la feuille, du drainage et de la rétention, les chapitres ultérieurs traitent essentiellement des machines à double toile. Il sera d'abord question des points fondamentaux des divers types de formeurs à double toile, au chapitre 4, puis dans les chapitres 5 et 6 on verra plus particulièrement comment adapter la modélisation de l'égouttage au cas d'une feuille formée entre deux toiles.

CHAPITRE 4

LES MACHINES À DOUBLE TOILE

4.1 Généralités

Le développement des machines à double toile a commencé dans les années 40, dans le but de satisfaire les critères de productivité qui ne cessaient de croître, d'une part, et en raison des limitations au niveau de la qualité des papiers obtenus sur les machines à table plate, d'autre part. C'est dans cette optique que les recherches conduisant aux machines à double toile actuelles ont été entreprises, ces machines pouvant opérer à grande vitesse et pallier aux imperfections des traditionnels fourdriniers et à leur problème d'instabilité de la surface liquide au contact de l'air. Il fut établi que le matelas fibreux idéal devait posséder les caractéristiques suivantes (de Montigny et al., 1967):

- une distribution uniforme des fibres dans le plan de la feuille;
- une symétrie dans l'épaisseur ;
- une orientation contrôlée;
- une surface aussi lisse que possible.

Le formeur idéal devait quant à lui répondre aux critères que voici:

- occuper un espace moindre que les machines à table plate de type fourdrinier;
- avoir une productivité supérieure au fourdrinier;
- permettre un contrôle facile et précis des conditions d'opération et de la qualité du produit;
- surmonter les difficultés d'égouttage rencontrées le plus fréquemment;

- permettre d'obtenir une bonne rétention et une bonne formation;
- avoir un coût d'opération inférieur à celui d'un fourdrinier.

Les différents formeurs à deux toiles que l'on trouve actuellement dans l'industrie, et sur lesquels nous reviendrons plus en détails ultérieurement, présentent tous un certain nombre de points communs. Dans tous les cas, la pâte est alimentée à la machine au moyen d'un jet libre envoyé dans l'ouverture formée par deux toiles entre lesquelles deux moitiés de feuilles convergentes sont formées tandis que la suspension s'égoutte à la fois à travers la toile externe et la toile interne sous l'effet de la pression. La pression nécessaire pour égoutter l'eau contre la résistance des feuilles formées et des toiles est fournie par l'énergie mécanique du jet libre ou par la force requise pour le dévier. Après la zone de formation, les deux toiles continuent à converger et les portions de feuilles indépendantes sont consolidées en une seule feuille sous l'action de la pression mécanique. Celle-ci est fournie par un changement plus ou moins continu de la géométrie, résultat de contraintes sur les contours des toiles, exercées par des éléments d'égouttage comme des rouleaux aspirants, des racles, et des boîtes pour le retrait de l'eau des presses. Le temps d'égouttage nécessaire pour former une feuille de grammage donné à partir d'une concentration donnée sous une pression constante est considérablement réduit lorsque l'eau peut s'égoutter sur deux côtés. En effet, prenons une équation d'égouttage du type

$$t = \frac{AG^\alpha}{\Delta P^n C_0^\beta} \quad (\text{Wahlstrom et O'Blens, 1962}) \quad (4.1)$$

où A , β , α et n sont des paramètres dépendant de la composition de la pâte, et $0.7 < \beta < 1.3$, $0.35 < n < 0.57$ et $1.7 < \alpha < 3.5$; si on considère le cas d'un égouttage symétrique, pour former une feuille de masse G en égouttant entre deux toiles, il suffit de former sur chaque toile une feuille de masse $G/2$. Toutes les autres conditions restant égales, le temps de formation t sera divisé par 2^α . On a remarqué que pour de

nombreuses compositions de pâte, α est voisin de 2.5, de sorte que la formation symétrique entre deux toiles est 5.6 fois plus rapide.

4.2 Types de machines et performances

Les formeurs à double toile peuvent se diviser en trois groupes principaux: les formeurs munis d'un rouleau perforé ou plein, les formeurs à éléments d'égouttage fixes de type sabot-lames et les formeurs hybrides. Les formeurs à rouleau perforé ou plein ont un faible rayon de courbure, soit généralement de 0.3 à 1 m; les formeurs à éléments d'égouttage stationnaires de type sabots-lames, quant à eux, ont un rayon de courbure beaucoup plus grand, soit de l'ordre de 5m. Enfin, il existe aussi des formeurs qui combinent lames et rouleau de formation. La figure 4.1 illustre ces différents types de formeurs.

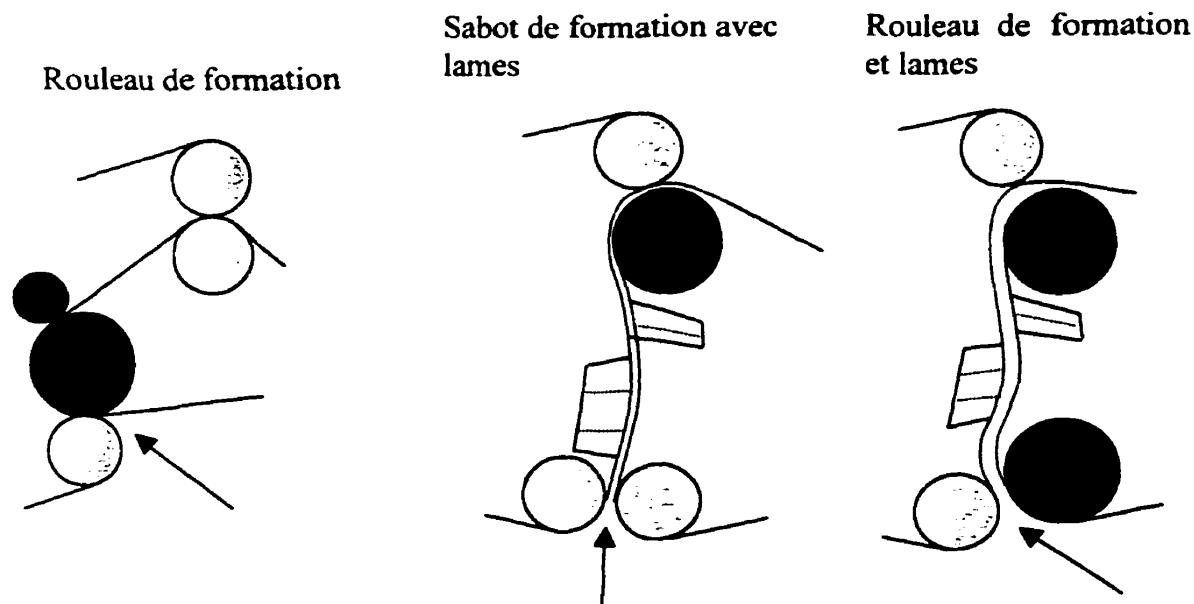


Figure 4.1 Formeurs à double toile avec rouleau, avec lames, avec rouleau et lames.

Dans les formeurs munis d'un rouleau de formation (faible rayon) ou d'un sabot de formation avec lames (grand rayon), la suspension qui sort de la caisse de tête est directement envoyée dans l'espace entre les deux toiles en mouvement, alors que dans les formeurs hybrides, la suspension passe d'abord sur une toile de machine à table plate où se fait une partie de l'égouttage initial; une toile supérieure est introduite un peu plus loin, de sorte que les étapes ultérieures d'égouttage sont celles d'un processus à double toile. Voir la figure 4.2

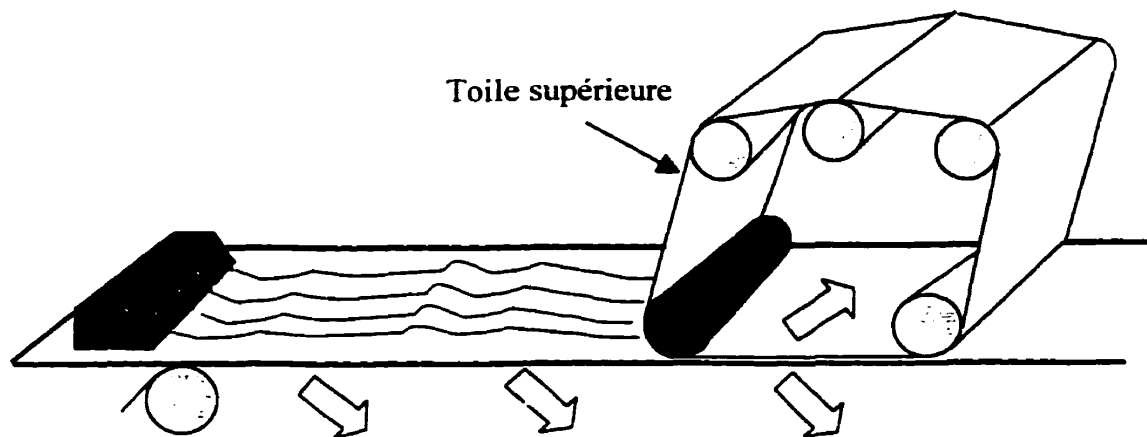


Figure 4.2 Schéma d'un formeur hybride.

Les deux facteurs fondamentaux dont il faut tenir compte lorsque l'on se penche sur la question du potentiel de vitesse des différents types de machines sont la capacité d'égouttage et la stabilité de l'écoulement de la suspension. Les formeurs hybrides ont une capacité d'égouttage plus élevée que celle des machines à table plate car l'égouttage de la toile supérieure n'est pas restreint par le matelas fibreux formé sur la toile inférieure. La longueur précédant l'emplacement de l'unité de toile supérieure, la séquence d'égouttage et le dimensionnement peuvent varier pour donner une capacité d'égouttage adaptée aux suspensions, vitesses et grammages voulus. Dans les autres

formeurs à double toile, on peut travailler avec des pressions d'égouttage élevées dans toute la zone de formation, si bien que leur capacité d'égouttage est encore plus grande que celle des formeurs hybrides. Ces derniers, comme les fourdriniers, connaissent des problèmes d'instabilité de la suspension lorsque la vitesse de la machine augmente. En pratique, les formeurs hybrides les plus rapides peuvent atteindre 1300 m/min sans que l'instabilité de la suspension ne soit un facteur restrictif sur le plan de l'efficacité de fonctionnement, mais à cette vitesse le taux de variabilité des grammages obtenus est assez élevé et affecte la qualité du papier. Dans le cas des formeurs à rouleau ou à sabot de formation, la stabilité de la suspension et la stabilité du grammage résultant sont meilleurs. Le jet de la caisse de tête étant directement emprisonné dans l'espace convergent entre les deux toiles, on n'a pas de surface liquide libre où s'amplifierait l'instabilité. La vitesse de la machine n'influence pas le degré de variabilité du grammage, lequel est déterminé par le type de caisse de tête. Donc ces formeurs ne devraient jamais atteindre une limite fixée par une diminution de la stabilité du grammage. Ils sont seulement limités par leur capacité d'égouttage.

Pendant longtemps, les formeurs à rouleau ou à sabot de formation ont été utilisés exclusivement pour la production de papier journal. Le mauvais potentiel de formation des formeurs à rouleau constituait la raison principale pour ne pas les utiliser à la production de papiers de haute qualité. Quant aux formeurs de type sabot-lames, leur usage était tout aussi limité, surtout en raison de la faible rétention mécanique résultante. Les développements technologiques subséquents ont visé l'amélioration des points faibles de ces deux types de formeurs, si bien qu'on est arrivé à une nouvelle configuration de machine combinant les qualités et avantages des formeurs originaux. Ainsi sont nés les formeurs à lames et rouleau qui permettent une diversification des papiers produits (papiers impression-écriture, papiers spéciaux, offset, LWC, cannelure, etc.) selon la configuration (disposition et géométrie des rouleaux et sabots) du formeur.

La figure 4.3 présente quelques exemples de machines à double toile, tandis que le tableau 4.1 résume les performances des différents formeurs (Roux, 1997).

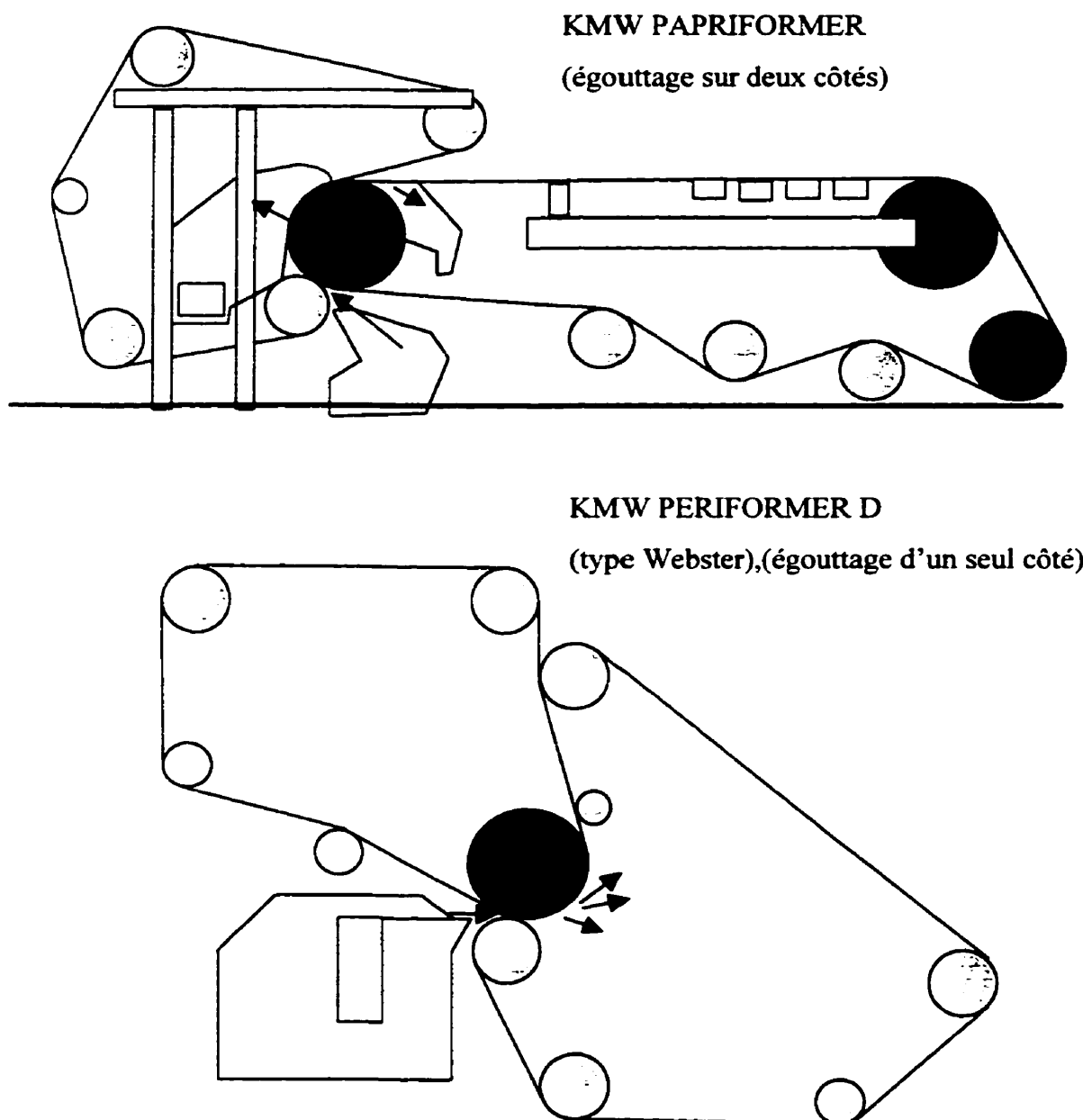


Figure 4.3 Exemples de machines à double toile.

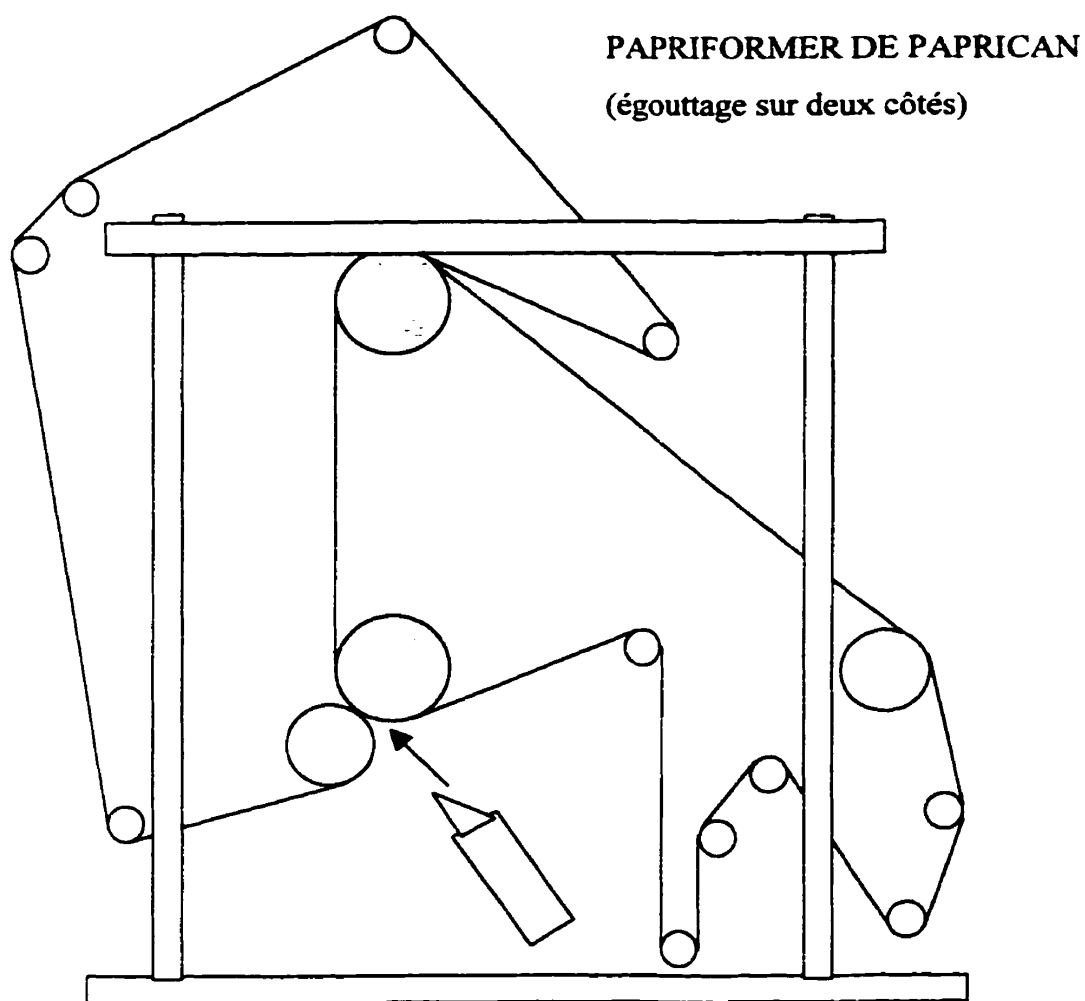


Figure 4.3 Exemples de machines à double toile (suite).

Tableau 4.1 Résumé des performances des différents formeurs à double toile.

Types de formeur	Formeurs à rouleau	Formeurs à sabot-lames	Formeurs lames-rouleau	Formeurs hybrides
Vitesse	++	++	++	+
Rétention mécanique	--	-	+	+
Qualité de la formation	-	+	++	+
Symétrie dans le plan z de la feuille	+	+	+	+
Anisotropie d'orientation	+	-	-	--
Capacité d'égouttage	++	++	++	+
Stabilité du grammage	+	+	+	-

4.3 Principe de la formation de la feuille entre deux toiles

Cette section est essentiellement basée sur deux articles de Norman publiés en 1979 et 1987 et couvrant particulièrement bien le sujet, à l'exception d'une référence aux travaux de Zhao et Kerekes (1995) et de Zahrai et Bark (1995) dans la section sur l'égouttage pulsé.

Lorsque le jet de suspension fibreuse (défloculée) provenant de la buse de la caisse de tête est emprisonné entre les deux toiles d'un formeur à double toile, on applique une tension aux toiles pour créer une pression dans la suspension. Cette tension génère l'égouttage de la suspension, et par un processus de filtration, le matelas fibreux initialement déposé sur une seule ou sur les deux toiles au moment de l'impact du jet, continue à se former sur la face interne de chaque toile. La hauteur de la suspension, qui garde la consistance de sa sortie de la caisse de tête, diminue graduellement au fur et à mesure que s'effectue l'égouttage, jusqu'au moment où les deux matelas entrent en contact, indiquant la fin du processus initial de formation de la feuille, qui correspond au point où la ligne d'eau est atteinte sur une machine à table plate. Durant ce processus, le taux d'égouttage est déterminé par le niveau de pression et la résistance à l'écoulement du fluide à travers les matelas. Puisque l'eau s'égoutte par deux côtés, le temps nécessaire pour atteindre un grammage donné se trouve considérablement réduit en comparaison avec la formation sur une table plate, si bien que la zone dite de formation (initiale) d'une machine à double toile est très courte. Un égouttage ultérieur conduit à la consolidation mécanique du matelas, lequel est ensuite transféré de la section "toile" à la section de presse. L'augmentation finale de la siccité du matelas repose principalement sur des effets thermiques, parfois accompagnés par un retrait mécanique de l'eau, comme dans le cas du séchage par impulsion.

4.3.1 Pression d'égouttage uniforme

Pour une toile stationnaire dont la rigidité est négligeable, la relation existant entre le rayon de courbure de cette toile, R , sa tension T et Δp_w la différence de pression entre les deux côtés de la toile, s'écrit

$$\Delta p_w = T/R. \quad (4.2)$$

Lorsqu'une toile se déplace selon une trajectoire curviligne, une force centrifuge est générée par la masse de la toile elle-même, soit $f_c = m_t v_t^2 / R$, mais cette force n'excède pas le 1/20 de la tension de la toile (soit ≈ 350 N), en général, et peut donc être négligée. Des déviations locales du gradient de pression Δp_w calculé par l'équation (4.2) peuvent toutefois se présenter, car en réalité la rigidité des toiles n'est pas négligeable. En outre, pendant l'égouttage initial sur un rouleau de formation, la toile externe change de forme car son rayon de courbure passe de $R = \infty$ à approximativement la valeur du rayon du rouleau de formation, comme le montre la figure 4.4, même si on admet généralement que le rayon de courbure de la toile externe demeure à peu près constant et égal au rayon du rouleau formeur. Cela peut induire des variations locales de pression. Étant donné que le rayon de courbure de la toile diminue, Δp_w augmente le long de la zone d'égouttage initial. Cette augmentation de pression est nécessaire afin de permettre le drainage de la suspension à travers le matelas fibreux de plus en plus épais, dont la résistance à l'égouttage ne cesse de croître. Il est à noter que l'équation 4.2 ne tient pas compte du changement de quantité de mouvement de la suspension le long de la trajectoire curviligne, mais on peut négliger ce facteur dans les conditions opératoires des machines actuelles.

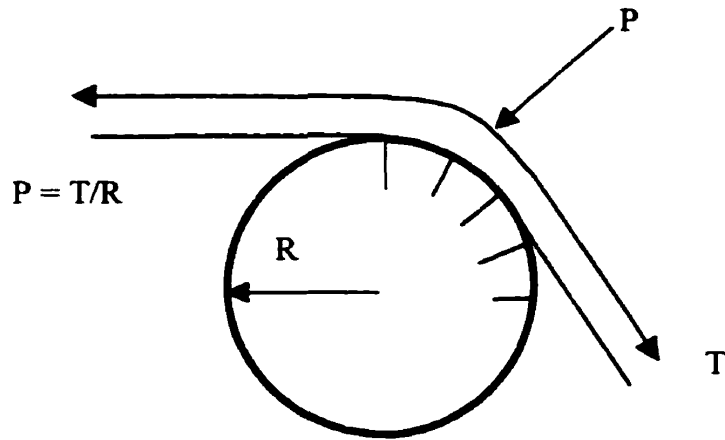


Figure 4.4 Schéma d'un rouleau formeur de rayon R .

4.3.2 Pression centrifuge

Deux toiles enveloppent un rouleau en rotation, et pressent entre elles une suspension fibreuse. La hauteur radiale de la suspension est H , la vitesse est V , le rayon de courbure est R et la densité est ρ . La pression centrifuge Δp_c développée dans ces conditions est

$$\Delta p_c = \rho H V^2 / R \quad (4.3)$$

La pression d'égouttage est générée par la tension de la toile externe. Donc la pression maximale d'égouttage est limitée seulement par les propriétés mécaniques des toiles. La pression d'égouttage pour la toile externe peut être réglée au niveau désiré en ajustant la tension de la toile. La pression centrifuge n'augmente en rien la capacité d'égouttage. Tant que Δp_c n'est pas supérieure à Δp_w , le gradient de pression à travers la toile externe n'est pas affecté par les effets centrifuges. Toutefois, le gradient de pression à travers la

toile interne est réduit de Δp_c , ce qui diminue la capacité d'égouttage de cette toile. Pour maintenir le même gradient de pression à travers les deux toiles et obtenir ainsi un égouttage symétrique, il faut appliquer un vide local sous la toile interne, égal à la pression centrifuge Δp_c . Une pression centrifuge supérieure à la pression générée par la toile externe engendrerait une instabilité. La vitesse maximum v_m pouvant être atteinte sans que se produise cette instabilité est obtenue à partir des équations (4.2) et (4.3) et s'écrit

$$v_m = \sqrt{T/\rho H} \quad (4.4)$$

où H est l'épaisseur de suspension entre les toiles. Donc la vitesse maximum est indépendante du rayon de courbure local R , et s'applique à tous les types de machines à double toile. Quand un jet de suspension fibreuse frappe une toile vide, il peut se produire un égouttage substantiel avant même qu'un matelas possédant une résistance à l'égouttage significative se soit formé. Les eaux blanches initiales s'écoulant de la toile suivent alors un parcours presque droit, qui n'implique aucun changement de quantité de mouvement. Ainsi, la valeur de H dans l'équation (4.4) est en pratique toujours inférieure à l'épaisseur du jet initial.

4.3.3 Égouttage pulsé

La figure 4.5 représente de façon schématique une portion d'un sabot de formation avec des lames comme éléments d'égouttage.

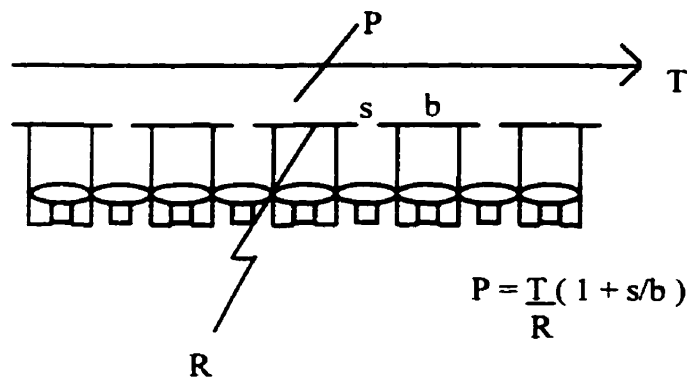


Figure 4.5 Portion d'un sabot de formation avec lames stationnaires défléctrices.

Lorsque des lames stationnaires défléctrices sont présentes, elles dévient les toiles (localement) et défléchissent une certaine quantité d'eau, produisant alors une pression d'égouttage avec pulsations. Les pulsations de pression locales pendant l'égouttage génèrent des gradients de pression le long de la zone de formation, provoquant ainsi des courants internes dans la suspension fibreuse, ce qui est susceptible d'améliorer la formation en défloculant les agrégats de fibres. D'autre part, les variations de pression entraînent un lavage des fines et des charges, ce qui a pour conséquence une diminution de la rétention. La tension T de la toile et l'angle de déflexion α déterminent la force d'égouttage F en jeu selon l'équation

$$F = T \sin \alpha \quad (4.5)$$

La distribution de cette force sous forme de pression d'égouttage locale est déterminée par la forme des lames, la rigidité en flexion de la toile et sa vitesse, pour ne nommer que quelques facteurs. Chaque pulsation de pression est générée par une lame dans le sabot de formation. L'ajustement de la position de chaque lame est très important en

regard de l'intensité locale de l'égouttage. Le calcul de la distribution de pression et de la forme de la toile au voisinage d'une lame est fort complexe et dépasse le cadre de la présente recherche. Les travaux de Zhao et Kerekes (1995) et de Zahrai et Bark (1995) traitent de ces aspects en détails. La figure 4.6 montre les pressions d'égouttage locales sur un formeur Bel-Baie pour différentes valeurs de tension.

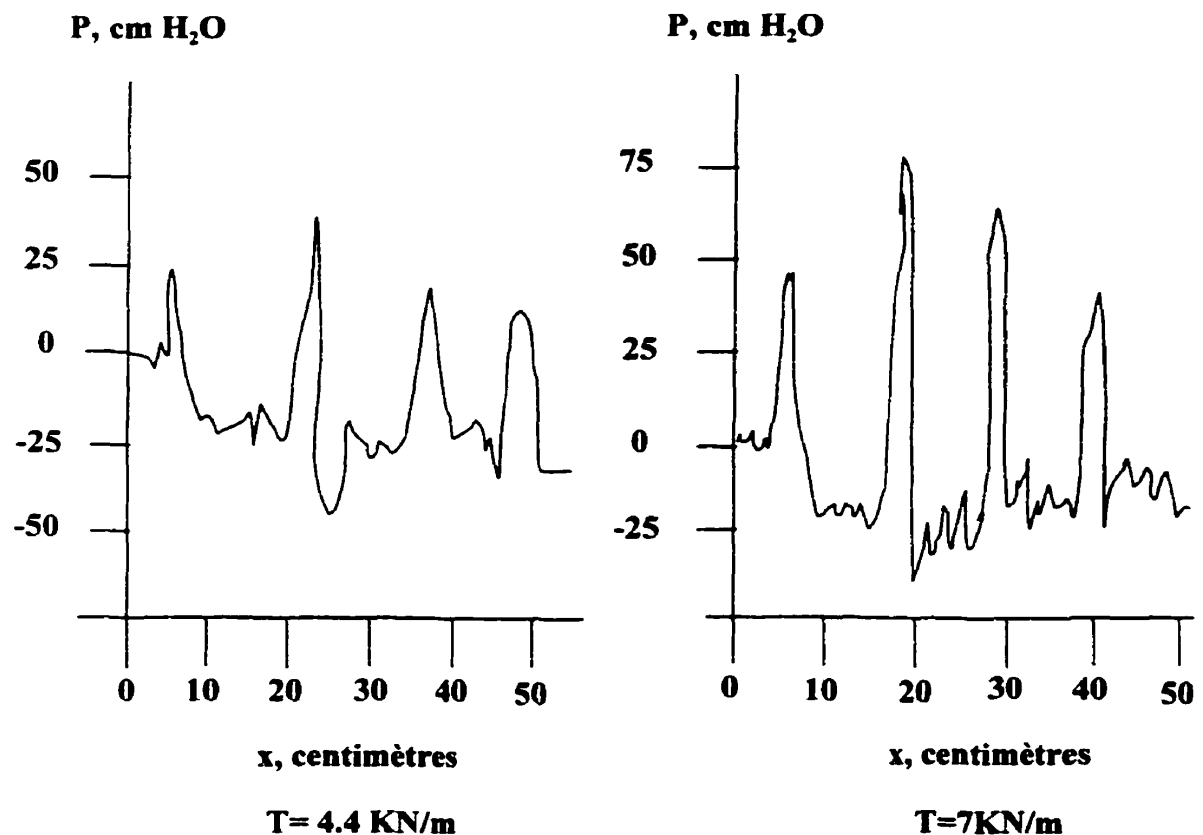


Figure 4.6 Pressions d'égouttage locales sur un formeur Bel-Baie; $v = 1000 \text{ m/min}$, grammage = 48.8 g/m^2 , $T = 4.4 \text{ kN/m}$ et 7 kN/m .

Dans les formeurs à double toile, on peut aussi combiner les deux modes d'égouttage précédents, pulsé et à pression constante. En introduisant un rouleau formeur à pression constante après une phase initiale d'égouttage pulsé, les deux modes combinés de manière optimale permettent d'améliorer la rétention et la formation. Par ailleurs, il est aussi possible de commencer l'égouttage à pression uniforme, et de le poursuivre avec pulsations de pression. Avec ce dernier concept, la quantité d'eau égouttée initialement sur le rouleau ne doit pas être trop grande, car il doit en rester suffisamment pour que l'égouttage pulsé puisse ensuite se faire et améliorer la formation.

4.3.4 Consolidation mécanique

Le processus de formation dans un formeur à deux toiles est finalisé au moment où les matelas fibreux formés sur chaque toile se touchent pour devenir un matelas unique. À ce stade, la structure de base du papier est déjà déterminée, et pendant l'égouttage final ce sont surtout les fines et les charges qui peuvent être repositionnées. Dans plusieurs machines à double toile, les toiles avec le matelas entre elles passent par des rouleaux, avec ou sans aspiration. Le retrait par pressage de l'eau dans cette partie ("toile") s'apparente au pressage humide. La principale différence avec le processus de formation est que pendant la consolidation mécanique, une partie de la pression extérieure appliquée est dépensée pour comprimer le matelas mécaniquement, et c'est seulement l'autre partie qui augmente la pression hydraulique, force conductrice de l'égouttage.

4.3.5 Caractéristiques générales de la formation entre deux toiles

La formation de la feuille entre deux toiles signifie qu'un égouttage sur deux côtés est possible. Si l'égouttage se produit effectivement sur deux côtés, générant ainsi une feuille sur chaque toile, la capacité d'égouttage est quadruplée puisque le débit et la résistance à l'écoulement de chaque feuille sont seulement la moitié de ce qu'ils seraient

pour un égouttage d'un seul côté. La rétention est réduite du fait que le grammage formé sur chacune des toiles est réduit. Un égouttage sur deux côtés permet d'obtenir une distribution de la matière plus symétrique et plus uniforme dans l'épaisseur de la feuille, quoique qu'on puisse aussi obtenir une feuille symétrique avec un égouttage d'un seul côté. La formation entre deux toiles avec égouttage d'un seul côté est principalement utilisé dans les deux cas suivants : pour la formation de papiers très fins (papiers de soie, mouchoirs), où la capacité d'égouttage n'est pas problématique et où l'égouttage sur un seul côté contribue à l'obtention d'une rétention élevée, et pour la formation de carton, où on peut alors introduire des couches additionnelles sans avoir à drainer la suspension à travers la feuille déjà formée.

CHAPITRE 5

MODÉLISATION DE LA FORMATION DE LA FEUILLE ENTRE DEUX TOILES

5.1 Revue bibliographique

À la fin des années soixante, Baines (1967) s'est penché sur un modèle physique de la formation de la feuille dans le Papriformer, machine à double toile développée par l'Institut Canadien de Recherche sur les Pâtes et Papiers (PAPRICAN), et schématisée antérieurement à la figure 4.3. Les équations principales de l'écoulement de la suspension et de la formation du matelas fibreux ont été dérivées en faisant l'hypothèse d'un égouttage symétrique le long des toiles. La figure 5.1 représente de façon schématique la région de formation initiale du Papriformer.

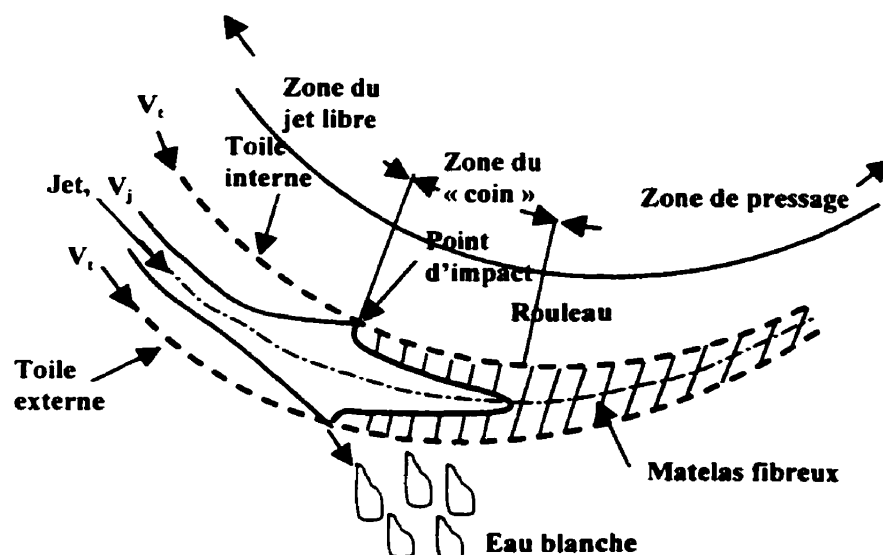


Figure 5.1 Représentation schématique de la partie formation initiale du Papriformer.

Le modèle physique tel que présenté est décrit par des équations correspondant à des valeurs moyennes de vitesses, de pressions et de consistances, et se base sur des écoulements de suspension en régime turbulent et à travers un matelas perméable. La consistance est généralement faible, les interactions entre les fibres peuvent être ignorées, et la suspension peut être considérée comme un fluide newtonien. À l'intérieur de la zone dite "du jet libre", la viscosité n'a pas d'influence et la suspension peut être décrite par les équations d'un fluide parfait puisqu'il n'y a pas de "murs" pour produire un cisaillement. Dans la zone dite "du coin", on rencontre une partie liquide et deux matelas de fibres déposées. Étant donné que ces matelas qui forment les frontières avec la partie liquide égouttent continuellement le liquide adjacent, l'effet de cisaillement du liquide se réduit à une couche très mince, de sorte que l'écoulement dans cette zone peut encore une fois être décrit par les équations d'un fluide parfait. Le matelas est poreux et relativement dense, si bien qu'il transporte l'eau en régime laminaire. Cet écoulement est décrit par la loi de Darcy, selon laquelle la vitesse d'égouttage est proportionnelle à la pression appliquée. Dans toute section, l'épaisseur du matelas peut être déterminée par une équation de continuité. Au-delà de la zone du coin, dans la zone de pressage, l'eau est retirée de la feuille par la pression mécanique imposée par l'action des deux toiles se rapprochant de plus en plus l'une de l'autre. Le gradient de pression résultant de cette compression peut produire un réalignement des fibres près du centre de la feuille, c'est pourquoi on peut, n'importe où dans cette zone, imposer une pression mécanique additionnelle pour que l'eau s'écoule sans affecter la formation de la feuille. Dans le Papriformer, en raison des faibles forces de cisaillement entre l'écoulement du liquide et le matelas fibreux, la tension de la toile est constante et équilibre la pression interne du coin.

Afin de dériver les équations d'écoulement, Baines tient compte du fait que la zone de formation est très longue si on la compare à l'épaisseur du jet. Les changements dans l'épaisseur des matelas et dans la diminution de la hauteur de suspension sont donc

graduels, et ainsi la courbure de la ligne centrale est négligée, comme on peut le voir sur la figure 5.2. Cette approximation fait également abstraction des forces centrifuges, mais celles-ci sont supposées très faibles et négligées par l'auteur.

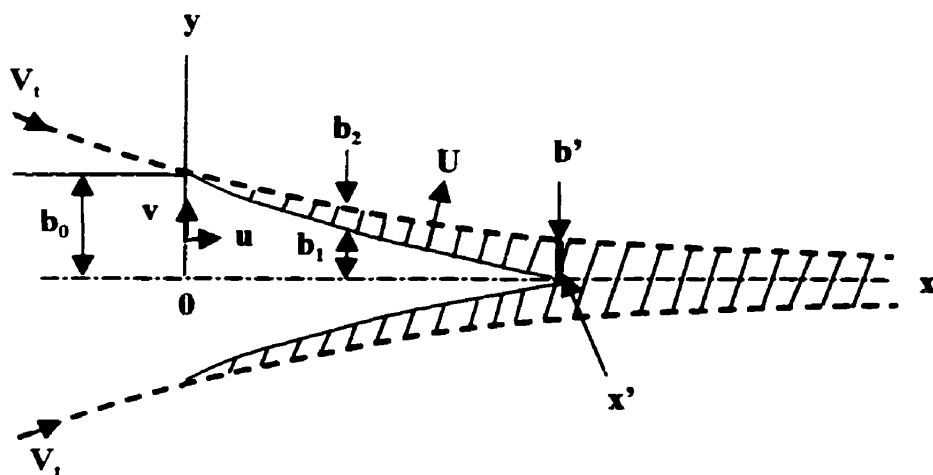


Figure 5.2 Schéma de la zone du coin et de la zone de presse.

Dans cette analyse, seuls les systèmes d'égouttage symétriques sont considérés, dans lesquels les matelas fibreux déposés sur chaque toile sont formés au même taux. Deux ensembles d'équations sont requis, pour chacun des matelas. En raison de la symétrie, les équations dérivées sont valables d'un côté comme de l'autre. Pour la zone du coin, Baines a développé trois types d'équations, les unes pour caractériser l'écoulement du liquide et les autres pour caractériser l'égouttage à travers le matelas et la hauteur (ou l'épaisseur) de la suspension fibreuse entre les deux toiles. Afin d'établir ultérieurement un parallèle avec le modèle d'égouttage développé dans ce mémoire, il est intéressant de présenter l'approche utilisée par l'auteur pour arriver aux équations d'égouttage, sans toutefois procéder à l'analyse mathématique complète desdites équations.

L'expression générale de l'égouttage de l'eau à travers le matelas est dérivée de la loi de Darcy avec la pression atmosphérique sous le matelas,

$$U = p/(K\mu) \quad (5.1)$$

où K est la résistance à l'égouttage de la toile combinée au matelas. L'épaisseur de la feuille, à une section x , est

$$b_2 = \int U \frac{(C_0 - Ce)}{C_m} \frac{dx}{V_t} \quad (5.2)$$

où C_0 est la consistance de la suspension. L'auteur pose que C_e , la consistance des eaux blanches, est relativement constante. Par l'équation de continuité, on a aussi

$$U = -d(ub_1)/dx \quad (5.3)$$

Après quelques manipulations algébriques sur les équations précédentes, on obtient une équation en termes d'écoulement :

$$p = \frac{(K/b_2)\mu u_0^2 b_0^2 (C_0 - Ce)}{2V_t C_m} \frac{d}{dx} \left(1 - \frac{ub_1}{u_0 b_0} \right)^2 \quad (5.4)$$

La pression à l'intérieur de la zone du coin est directement reliée aux autres paramètres, si bien qu'en spécifiant cette pression on est en mesure d'obtenir une solution. Il est toutefois nécessaire de choisir une forme raisonnable sur le plan physique. Il est jugé probable que la pression soit de l'ordre de T/R le long de la zone de formation puisque c'est la valeur en fin de zone. Si on pose que la distribution de pression dans la zone du coin varie comme suit :

$$p = \frac{T}{R} f\left(\frac{x}{L}\right) \quad (5.5)$$

on a , une fois insérée dans (5.4) et intégrée de 0 à n'importe quelle distance x,

$$\frac{T}{R} \int_0^x f\left(\frac{x}{L}\right) dx = \frac{k\mu(C_0 - C_e)u_0^2 b_0^2}{2V_t L C_m} \left[\left(1 - \frac{ub}{u_0 b_0}\right)^2 \right]_0^{\frac{x}{L}} \quad (5.6)$$

En donnant une forme spécifique à la fonction $f(x/L)$, on arrive à calculer l'allure de la zone du coin, l'épaisseur du jet et la distance entre les deux toiles. En somme, l'analyse théorique complète de l'écoulement d'une suspension fibreuse dans la zone de formation du Papriformer a permis à l'auteur d'établir une série d'équations pour déterminer la vitesse d'égouttage, l'épaisseur de la suspension emprisonnée entre les toiles ainsi que la distribution de pression. Ces équations sont des équations différentielles non linéaires devant être résolues par des méthodes numériques. Le point crucial de l'analyse se trouve dans la spécification des conditions aux frontières pour arriver à résoudre les équations disponibles.

Koskimies et al. (1972) présentent un modèle mathématique décrivant l'égouttage asymétrique entre deux toiles convergentes sur un rouleau formeur, dans le but d'analyser les phénomènes d'égouttage dans la zone de formation d'une machine à double toile, d'une part, et de guider les fabricants dans la conception des machines, d'autre part. Les conditions d'écoulement dans la zone de formation déterminent la trajectoire de la toile supérieure. Une approche unidimensionnelle est utilisée, car on considère que l'épaisseur de la suspension entre les deux toiles est très petite comparée à la longueur de la zone de formation, et les différences de vitesse entre les toiles et la suspension sont faibles. Les forces visqueuses dans la suspension de fibres à l'extérieur du matelas

fibreux sont négligées. L'influence du rapport entre la vitesse du jet et la vitesse des toiles n'est pas étudiée. La figure 5.3 illustre le formeur à double toile asymétrique ayant servi à l'étude. Il s'agit d'un formeur avec sabot de formation, à grand rayon de courbure.

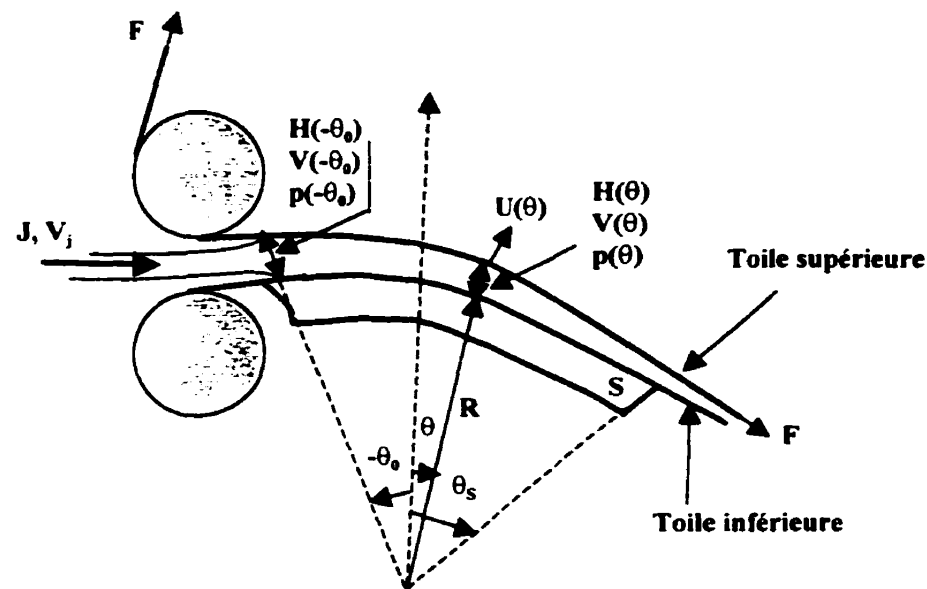


Figure 5.3 Schéma d'un formeur à double toile asymétrique à sabot de formation.

L'égouttage se fait contre la résistance à la filtration de la toile supérieure et du matelas fibreux, et nécessite une différence de pression entre la surface du matelas en contact avec la suspension et la surface extérieure de la toile supérieure. Cette différence de pression est principalement causée par la décélération, légère, de la suspension entrant dans la zone de formation. L'angle θ sert de coordonnée spatiale pour le modèle et est mesuré à partir de la verticale. Le modèle fait intervenir les quatre variables suivantes: la pression $p(\theta)$, la vitesse de la suspension $V(\theta)$, l'épaisseur (ou hauteur) de la suspension $H(\theta)$ et la vitesse d'égouttage $U(\theta)$, que l'on considère dans une direction

perpendiculaire à la toile supérieure. Pour déterminer la distribution dans l'espace de ces quatre variables, quatre équations sont requises. Elles s'obtiennent au moyen des équations de quantité de mouvement et de l'équation de continuité dérivées en faisant un bilan de forces tangentiel (en θ , direction du mouvement des toiles) sur un élément de suspension entre les deux toiles. Sans détailler les étapes intermédiaires de développement du système d'équations, nous montrons ici les quatre équations qui composent le modèle d'égouttage :

$$V'H + VH' + (R+H)U = 0 \quad (5.7)$$

$$p(\theta) + \frac{1}{2} \rho V(\theta)^2 + \rho g R \cos \theta = C \quad (5.8)$$

$$\frac{F}{p(\theta)} = \frac{[(R+H)^2 + (H')^2]^{\frac{3}{2}}}{(R+H)^2 + 2(H')^2 - (R+H)H''} \quad (5.9)$$

$$p(\theta) = [A + B_1(V(-\theta_0)H(-\theta_0) - VH)]U^2 \quad (5.10)$$

où F est la tension dans la toile, et

$$H' = dH/d\theta, \quad H'' = d^2H/d\theta^2, \quad V' = dV/d\theta;$$

$$B_1 = B(C_0 - C_e)/V_t;$$

$$C = p(-\theta_0) + \frac{1}{2} \rho V^2(-\theta_0) + \rho g R \cos(-\theta_0).$$

A et B sont des paramètres de filtration. Ces équations ont été résolues au moyen d'une méthode hybride de manière à ce que chaque équation différentielle soit solutionnée dans la direction où elle est stable. Quelques-uns des résultats obtenus sont présentés à la figure 5.4.

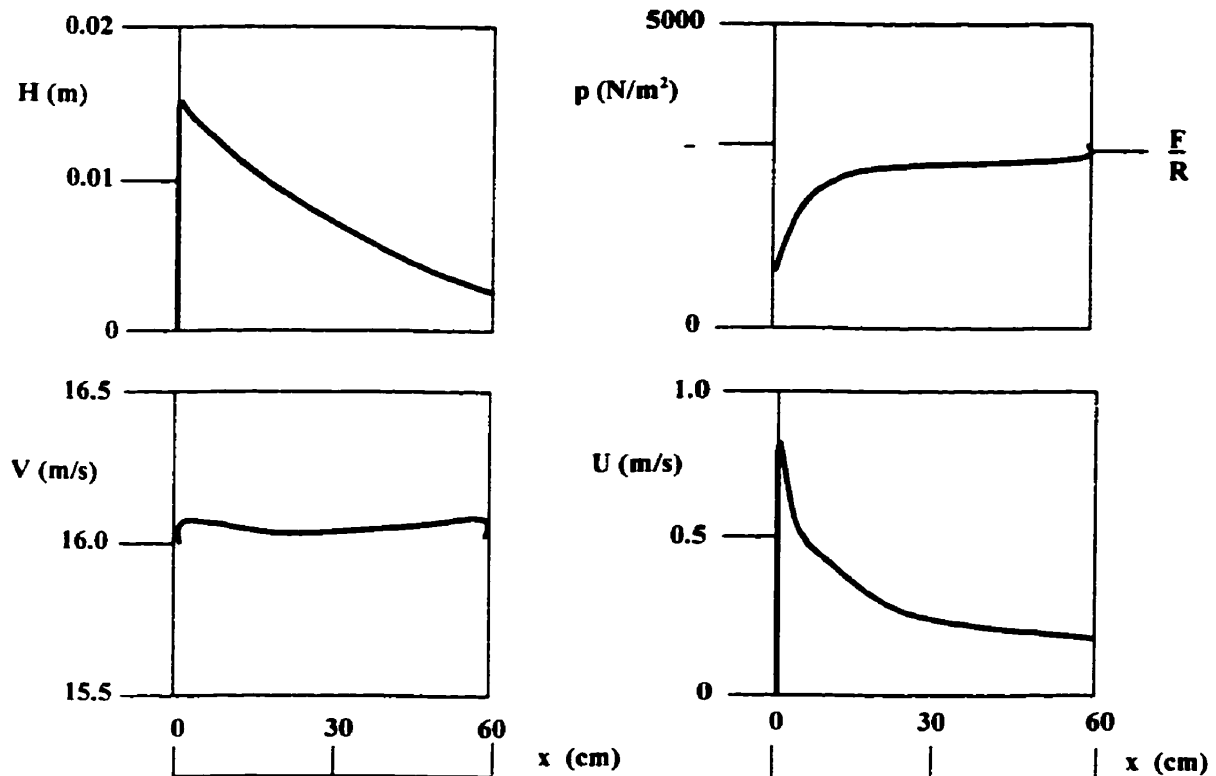


Figure 5.4 Graphiques de l'épaisseur et de la vitesse de la suspension, de la pression et de la vitesse d'égouttage en fonction de la distance parcourue dans la zone de formation ($F = 6000 \text{ N/m}$, $p(-\theta_0) = p(\theta_s) = 3000 \text{ N/m}$, $R = 2 \text{ m}$, $B = 10^6 \text{ m}$, $A = 3000 \text{ kg/m}^3$).

L'épaisseur H de la suspension, sa vitesse, la pression et la vitesse d'égouttage sont exprimées en fonction de la distance le long de la ligne centrale, dans la zone de formation. La pente de la courbe de l'épaisseur décrit la vitesse d'égouttage. La distribution de pression dépend des valeurs aux frontières imposées. Ici, on a pris $p(-\theta_0) = p(\theta_s) = F/R$. Les valeurs aux frontières réelles devraient être déterminées expérimentalement, toutefois, les résultats des simulations accomplies avec diverses combinaisons de valeurs aux frontières montrent qu'à l'extérieur de la région transitoire existant au début de la zone de formation, la pression demeure à peu près constante et

égale à F/R . La vitesse d'égouttage est maximum à l'entrée de la zone de formation; au fur et à mesure que l'épaisseur du matelas fibreux augmente, la résistance à la filtration augmente et la vitesse d'égouttage diminue de façon monotone jusqu'à la fin de la zone de formation, étant donné que la pression reste approximativement constante.

Le modèle qui vient d'être présenté traite principalement de la capacité d'égouttage d'un certain type de formeur à double toile, mais les résultats peuvent aussi servir à prédire les tendances de certaines caractéristiques du papier, par exemple le changement de vitesse de la suspension se reflète dans l'orientation des fibres d'une feuille anisotrope. Ce modèle peut également aider à choisir les variables d'opération. On a vu au chapitre 4 qu'il existe plusieurs configurations de machines à double toile. Dans le présent exemple, on peut montrer que l'énergie d'égouttage requise ne provient pas de la force de pression de la toile supérieure, sinon de l'énergie cinétique du jet entrant dans la zone de formation. La gravité est un autre facteur significatif car elle provoque des changements dans la vitesse. Les différences de vitesses entre les toiles et la suspension peuvent entraîner une mauvaise orientation des fibres, si bien que l'on ne peut qualifier d'idéal le type de configuration dont il est question dans cet article.

Wahren et Dufva (1975) ont quant à eux développé un modèle mathématique de formation de la feuille pour clarifier les phénomènes de base impliqués lors de la phase de drainage sur un formeur de type Webster, lequel est illustré à la figure 4.3. Ce modèle s'applique au cas d'un drainage se produisant du côté de la toile externe seulement, mais peut être généralisé au drainage des deux côtés. La méthode utilisée s'appuie sur l'étude de l'écoulement de la suspension à l'intérieur et à l'extérieur d'un volume de contrôle fixe, et des forces agissant sur celui-ci. Le volume de contrôle pris en considération est infiniment petit dans la direction tangentielle, mais de dimension réelle dans la direction radiale, ce qui permet d'utiliser des équations différentielles ordinaires plutôt que des équations aux dérivées partielles. La figure 5.5 illustre

l'ensemble des volumes de contrôle considérés et des forces en jeu. L'approche est originale en ce sens que les auteurs définissent non pas un, mais trois volumes de contrôle séparés, un pour l'écoulement de la suspension, un second pour le matelas fibreux partiellement formé sur la toile externe et un troisième pour la toile externe. Un bilan de force est fait sur chaque volume séparément.

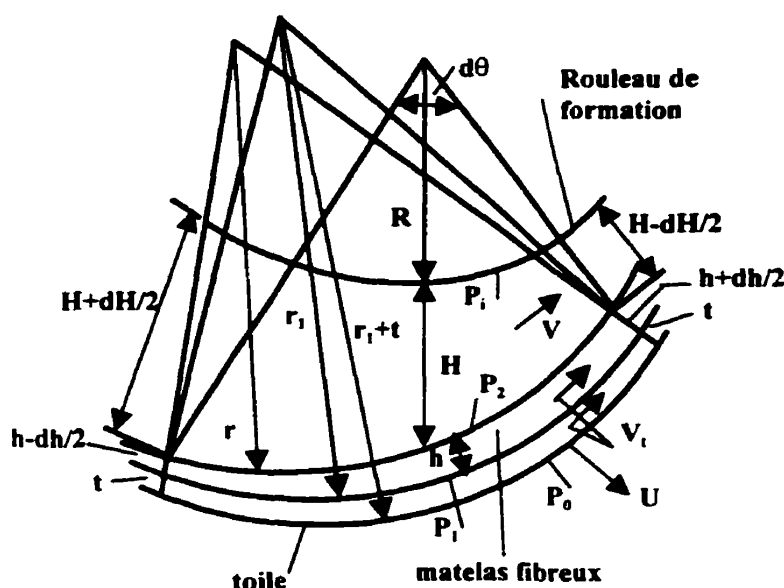


Figure 5.5 Illustration des forces agissant sur les trois volumes de contrôle considérés.

La suspension entre dans son volume de contrôle à une vitesse V . On suppose que la suspension s'écoule suivant la surface courbe du rouleau de formation et que les lignes de courant sont parallèles à la tangente de cette surface. La vitesse superficielle de drainage est notée U . La pression à la surface du rouleau de formation est P_1 , P_2 à la surface interne du matelas fibreux, P_1 à l'interface avec la toile, et la surface externe de la toile est à la pression atmosphérique P_0 . La pression moyenne à l'intérieur du volume de la suspension est P . L'épaisseur de la couche de suspension est H tandis que celle du

matelas fibreux est h . Le rouleau de formation a un rayon de courbure R ; à la surface interne du matelas fibreux le rayon de courbure devient r , r_1 à l'interface toile-matelas et $r_1 + t$ à la surface externe de la toile. θ représente l'angle par rapport à l'horizontal et $d\theta$ correspond à l'extension tangentielle infinitésimale du volume de contrôle. L'équation de quantité de mouvement radiale pour le volume de contrôle de la suspension est

$$P_i = P_2 - \rho g H \sin \theta + \rho U^2 - \rho H V^2 / R - P H / R , \quad (5.11)$$

où g est l'accélération gravitationnelle. Puisque H est beaucoup plus petit que R , on peut négliger le dernier terme, $P H / R$. L'équation de quantité de mouvement tangentielle pour le même volume de contrôle est

$$\frac{-d(PH)}{d\theta} + P_2 \frac{dH}{d\theta} + \rho g H (R + H/2) \cos \theta = \rho V U (R + H) + \frac{d(\rho V^2 H)}{d\theta} \quad (5.12)$$

L'équation de continuité conduit à

$$\frac{d(VH)}{d\theta} + U(R + H) = 0 \quad (5.13)$$

Étant donné que la pression dans la suspension augmente presque linéairement de P_i à P_2 , on peut écrire que P dans (5.12) est la moyenne de ces deux valeurs, $P = (P_i + P_2)/2$. L'équation de quantité de mouvement radiale pour le matelas fibreux et pour la toile est

$$P_2 = P_0 + \frac{T}{r_1} - g(\xi t + \rho h) \sin \theta + \rho U^2 \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right) - V^2 \left(\frac{\xi t}{r_1} + \frac{\rho h}{r} \right) \quad (5.14)$$

où ξ est la densité superficielle, ε est la fraction poreuse et t l'épaisseur de la toile. L'équation de quantité de mouvement tangentielle pour le matelas et pour la toile est

$$\frac{dT}{d\theta} = (\rho V^2 - \rho U^2 / \varepsilon - P_0) \frac{dh}{d\theta} + [\rho U^2 \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right) + (P_2 - P_0)] \frac{dH}{d\theta} - gR(\xi t + \rho h) \cos \theta \quad (5.15)$$

Afin que le système d'équations soit complètement déterminé, les auteurs ont besoin d'une équation supplémentaire reliant la perte de charge dans le matelas fibreux au taux de drainage et au grammage local de la feuille partiellement formée. Le nombre de Reynolds de l'écoulement de la suspension dans les pores du matelas est très faible, indiquant un régime laminaire. Cependant, lors de la formation du papier, le chemin emprunté par le fluide à travers les pores est tellement court que la perte de charge est déterminé principalement par les effets de bords. Ayant examiné plusieurs relations, les auteurs ont trouvé que celle utilisée par Koskimies et al., basée sur des données expérimentales de Meyer (1971), conduisait à des résultats s'accordant particulièrement bien avec les données expérimentales. Cette relation s'écrit :

$$P_2 - P_0 = (A + B \cdot G) U^2 \quad (5.16)$$

où G est le grammage de la feuille partiellement formée et A et B sont des paramètres ajustables caractéristiques de la combinaison du matelas fibreux et de la toile. La relation qui vient compléter le système est obtenue en posant que la densité des fibres est égale à celle de l'eau. Le grammage est alors calculé comme suit :

$$G = (C_0 - C_e) \frac{R}{V} \int_{\theta_0}^{\theta} U d\theta \quad (5.17)$$

Le système d'équations défini précédemment est assez complexe puisque les équations sont non linéaires, les équations différentielles sont instables et les conditions aux frontières (point d'impact du jet et point d'union des deux matelas fibreux) ne sont pas connues au départ. Les équations ont cependant pu être résolues au moyen d'une

procédure itérative utilisant une intégration bidirectionnelle des équations différentielles. Quelques résultats sont présentés à la figure 5.6, pour une machine fonctionnant à 1304 m/min, un grammage de 30 g/m², un degré de raffinage de 25°SR et une consistance de 0.35%.

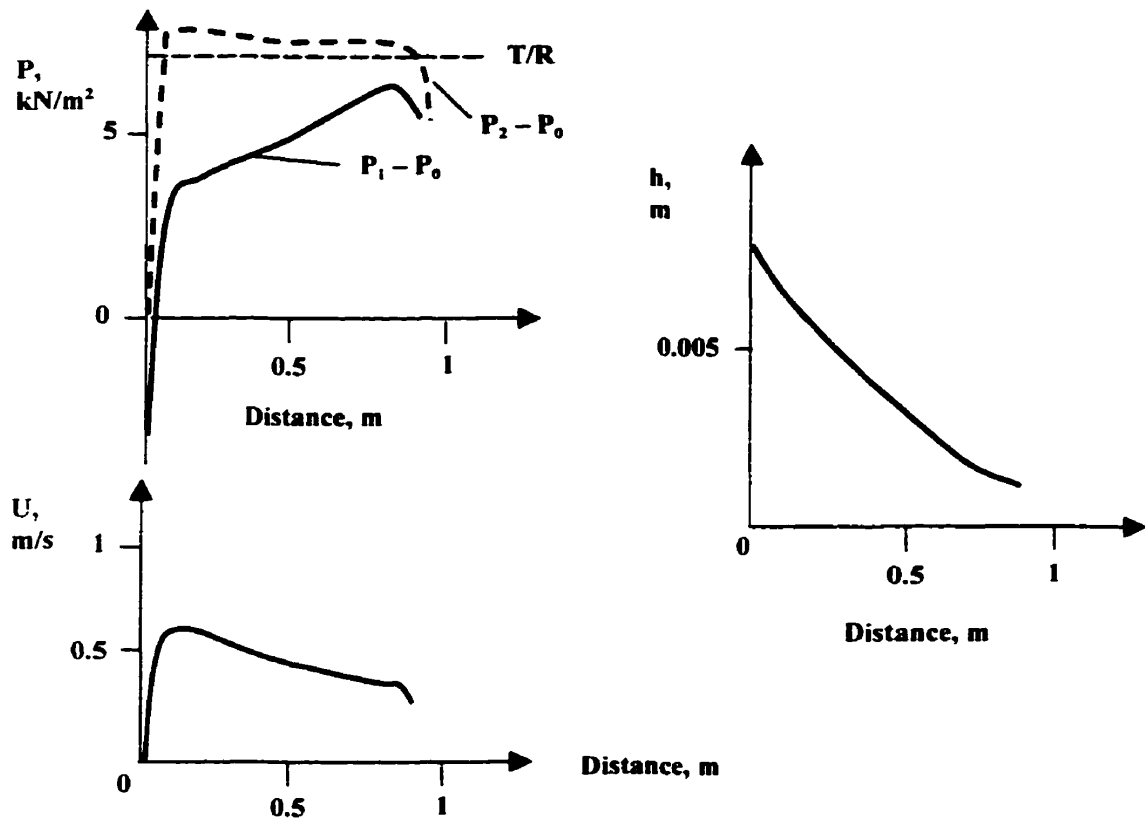


Figure 5.6 Courbes de la pression au rouleau formeur, de la vitesse de drainage et de l'épaisseur de la suspension en fonction de la distance parcourue.

La vitesse de la toile a très peu d'influence sur la vitesse de la suspension dans la zone de formation lorsque la viscosité et les forces interfibres sont négligées. Le modèle montre que lorsque la vitesse de la toile, le grammage et la consistance sont maintenus constants et que la vitesse du jet varie, la pression d'égouttage augmente légèrement avec

l'augmentation de la vitesse du jet, ce qui a pour effet de raccourcir la longueur du drainage. En conclusion, le formeur de type Webster présente un processus d'égouttage avec un mouvement relatif négligeable entre la suspension et les toiles, et une pression d'égouttage constante le long de la zone de formation, conduisant ainsi à une capacité d'égouttage élevée, une rétention élevée et des conditions d'écoulement complètement contrôlées. Dans un travail subséquent, Wahren et al. (1978) ont poursuivi l'analyse de l'égouttage dans un formeur de type Webster pour le cas d'un égouttage à travers les deux toiles, interne et externe, en ajoutant une équation pour la perte de charge dans le matelas fibreux déposé sur la toile interne. Leurs calculs ont montré que dans l'échelle de vitesses étudiées, un égouttage parfaitement symétrique pouvait être obtenu en ajustant correctement le niveau de vide du rouleau de formation.

Beaucoup plus récemment, Martinez (1998) a développé un modèle physique prédisant le taux d'égouttage dans un formeur à double toile en considérant une série de bilans de force et de masse appliqués au matelas fibreux en formation. Il a formulé des équations pour la distance entre les deux toiles (hauteur totale de suspension), pour la solidité et l'épaisseur du matelas fibreux ainsi que pour le débit total de la suspension, en se basant sur les caractéristiques des fibres et sur les conditions opératoires de la machine. L'analyse s'applique lorsque le rayon de courbure du rouleau de formation est grand et qu'on est assez loin du point où les toiles se détachent du rouleau. À partir des équations et d'information supplémentaire sur la pression appliquée, le taux d'égouttage a été estimé en utilisant la loi de Darcy. Le modèle a été validé à l'aide de données expérimentales prises sur la machine pilote du Laboratoire Suédois de Recherche sur les Produits Forestiers (STFI). Un écart de 10 % a été observé entre les résultats calculés par le modèle et les résultats expérimentaux. Parallèlement à cette étude, Martinez et al. (1998) ont dérivé un modèle pour évaluer l'épaisseur du matelas fibreux dans la section humide d'une machine à double toile, plus spécifiquement dans le cas d'une pression d'égouttage presque constante. Les auteurs ont observé que l'épaisseur du matelas

fibreuse était proportionnelle à la racine carrée de la distance de formation. La constante de proportionnalité est reliée à des paramètres tels que la compressibilité et la perméabilité du matelas fibreux, la consistance de la caisse d'arrivée et la vitesse de la machine.

Pour terminer cette revue bibliographique, il convient de mentionner les travaux de divers auteurs (Zhao et Kerekes (1995), Zahrai et al.(1997), Green et al. (1998)) sur la modélisation de l'égouttage au voisinage d'une lame dans une machine à double toile. Comme on l'a vu au chapitre 4, afin d'optimiser à la fois la formation et la rétention lors de la fabrication du papier, les formeurs à rouleaux et les formeurs à lames sont utilisés selon diverses combinaisons. Les combinaisons donnant les meilleurs résultats sont déterminées à partir de l'expérience pratique. Les progrès dans l'utilisation des machines à double toile pourront donc se poursuivre à condition de posséder une bonne compréhension théorique de la pression d'égouttage, comment elle est créée et de quelle façon elle dépend des variables de la machine. Dans le cas des formeurs à rouleau, la pression engendrée peut se prédire de la théorie des membranes, mais en ce qui concerne les formeurs à lames, il n'existe pas à ce jour d'analyse théorique satisfaisante. Pour pallier à la situation, des études ont été approfondies sur le cas de l'égouttage au voisinage d'une lame mince.

Un premier modèle a été développé par Zhao et Kerekes (1995) pour prédire les distributions de pression entre deux toiles passant par-dessus des lames stationnaires dans un formeur à rouleau et lames. Des équations explicites pour les distributions de pression ont été obtenues pour le cas d'une lame infiniment mince et une toile de rigidité nulle. Un très bon accord a été observé entre les pressions prédites par le modèle et les pressions mesurées expérimentalement sur la machine pilote de PAPRICAN. Le développement mathématique de ce modèle n'étant pas essentiel à la compréhension de ce qui suivra, le lecteur intéressé par la question est invité à prendre connaissance des

détails en se reportant à la référence mentionnée ci-dessus. En conclusion, le modèle présenté dans cet article permet de prédire comment les divers facteurs tels que la vitesse de la machine, la tension dans les toiles et autres variables affectent les pulsations de pressions induites par les lames, et, conséquemment, il représente un outil potentiel pour estimer l'effet des lames sur la rétention et la formation de la feuille.

Zahrai et al. (1998) ont étudié le processus d'épaississement d'une suspension fibreuse placée entre deux bandes souples perméables mises en pré-tension, se déplaçant au-dessus d'une lame de forme arbitraire. Le modèle décrit l'égouttage en termes d'une équation différentielle partielle avec des frontières en mouvement, difficile à résoudre. Les conditions aux frontières, inconnues au départ, ont donc été calculées au moyen d'une méthode numérique particulière. En introduisant de nouvelles variables, le domaine physique a été transformé en domaine rectangulaire avec des frontières connues. Dans le cas de petites déformations des bandes, un bon accord a été observé entre la solution numérique et une solution analytique linéarisée. Le modèle a été validé sur une machine expérimentale pourvue d'une lame essoreuse. Les mesures expérimentales se sont avérées bien concorder avec les profils de pression prévus par le modèle.

Finalement, en 1998, Green, Kerekes et Zhao ont poursuivi la recherche sur les pulsations de pression en étudiant l'égouttage et la distribution de pression entre les deux toiles d'un formeur à rouleau et lames, cette fois au voisinage d'une lame d'épaisseur finie et de rigidité non nulle. L'analyse mathématique de la démarche ne sera pas commentée et encore une fois, il est recommandé au lecteur qui veut en savoir davantage de consulter la référence précitée.

Après ce résumé des principaux travaux portant sur la modélisation de l'égouttage dans une machine à double toile, le paragraphe qui suit expose les différentes étapes de la

démarche empruntée pour développer le modèle d'égouttage et de rétention au cœur du présent mémoire.

5.2 Développement d'un modèle d'égouttage et de rétention dans une machine à double toile

Pires (1995) a modélisé la vitesse d'égouttage pour un élément de formation associé à une suspension s'égouttant sur table plate en effectuant un bilan de quantité de mouvement sur le volume de contrôle en question. Koskimies et al. (1972), pour modéliser l'égouttage dans une machine à double toile, se sont également servis d'un bilan de quantité de mouvement sur un volume de contrôle de suspension entre les deux toiles, en utilisant un système de coordonnées polaires et en développant les termes dans le sens de l'écoulement tangentiel du fluide. Les équations résultantes sont complexes et font intervenir plusieurs variables difficiles à évaluer. Par ailleurs, les auteurs ont analysé la situation pour un égouttage se produisant sur un seul côté de la machine, contournant ainsi le problème de conditionnement qu'il faut définir au niveau de la hauteur de suspension entre les toiles lorsque cette suspension s'égoutte des deux côtés. Wahren et al. (1978, 1985) ont dérivé un système d'équations encore une fois assez complexes pour décrire l'égouttage dans une machine à double toile de type Webster, à partir de bilans de forces non pas sur un mais sur trois volumes de contrôle, en utilisant aussi des coordonnées polaires. Les conditions aux frontières sont plus difficiles à déterminer dans cette situation particulière, et il s'agit encore une fois d'un égouttage d'un seul côté. Un autre fait important à mentionner concernant les auteurs qui ont analysé l'égouttage dans une machine à double toile est qu'aucun d'entre eux ne fait intervenir de termes pour exprimer les forces visqueuses et les forces d'inertie, caractérisées respectivement par la résistance à la filtration et la résistance inertielle. Pourtant, ces termes sont très importants, qu'il s'agisse de modéliser l'égouttage dans une machine à table plate ou à double toile. Le modèle développé dans ce mémoire

aborde le problème de façon plus simple en faisant intervenir des hypothèses adaptées au contexte, d'une part, et en synthétisant les concepts fondamentaux traités par les auteurs précédents, d'autre part. Cependant, le cas traité ici est celui d'un égouttage asymétrique à travers les deux toiles de la machine, ce qui nous oblige à aborder la situation d'une façon particulière pour exprimer la variation de la hauteur de suspension en fonction de la quantité déjà égouttée de chaque côté.

Au chapitre 3, on a vu que l'équation gouvernant la formation de la feuille sur une machine à table plate est de la forme

$$\frac{d^2 H}{dt^2} + g = \frac{P_{ext} - P_{atm} + \Delta P_m}{\rho H},$$

équation obtenue en faisant un bilan de quantité de mouvement sur un volume de contrôle fixe. Néanmoins, au chapitre précédent on a pu constater que la géométrie des machines à double toile diffère énormément des tables plates et, incidemment, nous oblige à redéfinir les concepts régissant l'égouttage à l'intérieur de telles machines. Tel qu'on l'a vu au chapitre 4, deux types de formeurs à double toile sont fréquemment rencontrés dans l'industrie papetière: les formeurs munis d'un rouleau perforé ou plein à faible rayon, et les formeurs à éléments d'égouttage fixes le long d'un sabot de formation à grand rayon de courbure. Ce travail traite du premier type de formeur.

Comme on l'a mentionné antérieurement, lorsqu'une toile de tension T enveloppe un rouleau de formation de rayon R_r , la relation de base existant entre la tension, le rayon de courbure de la toile R et ΔP_t , la différence de pression entre les deux côtés de la toile est

$$\Delta P_t = T/R \quad (5.18)$$

Cette relation vient de la statique élémentaire des surfaces courbes et représente la composante radiale (ou normale) de la tension de la toile. Cette tension doit équilibrer l'ensemble des forces qui font bouger la toile vers l'extérieur (Mardon et Hauptmann, 1973):

$$\frac{T}{R} = P_0 - P_{\text{ext}} + \frac{mV_t^2}{R} \quad (5.19)$$

où P_0 est la pression dans la suspension, P_{ext} est la pression externe et mV_t^2/R est la force centrifuge générée par le poids de la toile, négligeable devant T . En faisant l'hypothèse que la vitesse tangentielle u de la suspension est approximativement égale à la vitesse des toiles V_t , la situation se présente telle qu'à la figure 5.7

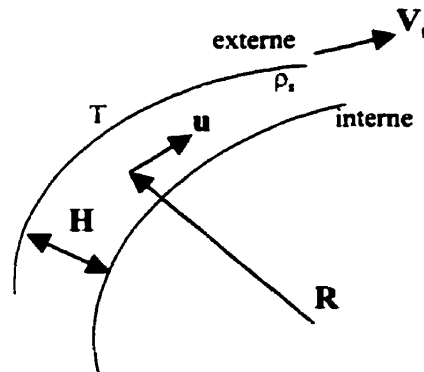


Figure 5.7 Suspension emprisonnée entre deux toiles

5.2.1 Principe du modèle envisagé

Tel qu'on a pu le voir dans la section précédente, l'analyse de l'égouttage et de la formation de la feuille dans un formeur à double toile est très complexe, et les divers auteurs qui se sont penchés sur la question jusqu'ici et qui ont proposé des modèles ont eu recours à plusieurs hypothèses simplificatrices, comme par exemple courbure de la ligne centrale négligée, analyse unidimensionnelle, pas d'intervention de la physico-chimie, etc. L'approche utilisée par Gagnon (1997) afin de modéliser la formation de la feuille sur une machine à table plate peut être généralisée au cas des machines à double toile. Ainsi, le processus de formation de la feuille par union des deux matelas fibreux formés sur les toiles de la machine peut être représenté par une série d'éléments, chacun de ces éléments pouvant être vu comme un procédé en cuve de durée dt . Lesdits éléments ont une longueur infinitésimale dx (direction tangentielle), mais une hauteur (direction radiale ou normale) et une largeur réelle. La figure 5.8 illustre la formation de la feuille entre deux toiles par une série d'éléments.

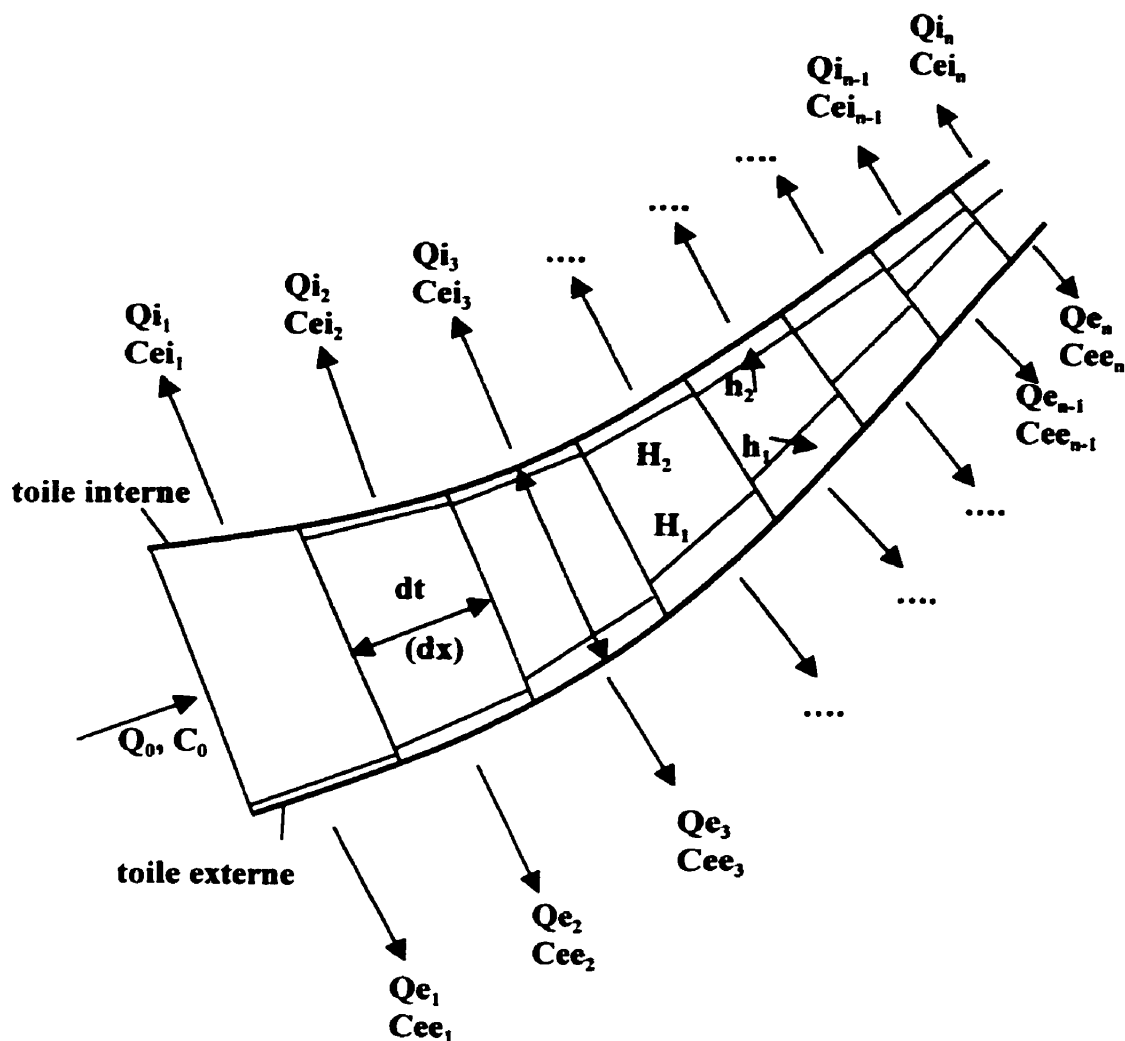


Figure 5.8 Illustration de la formation de la feuille entre deux toiles par une série d'éléments.

Bien entendu, il s'agit là d'une approximation de la réalité, car en fait la longueur dx est si petite qu'à cette échelle on ne détecte pas à l'œil les changements de hauteur de suspension d'un élément à l'autre.

5.2.2 Hypothèses simplificatrices

Afin de développer le modèle d'égouttage du présent travail, les hypothèses suivantes ont dû être posées :

- L'analyse est restreinte à la zone dite du coin, entre le point d'impact du jet sur les toiles et le point d'union des deux matelas fibreux.
- L'égouttage est asymétrique mais peut devenir symétrique avec les ajustements nécessaires au niveau de la pression exercée sur chacune des toiles.
- L'écoulement de la pâte entre les deux toiles est décrit par des valeurs moyennes de la vitesse, de la pression et de la concentration.
- La concentration de la pâte étant faible, les interactions entre fibres peuvent être ignorées et la suspension peut être considérée comme un fluide newtonien.
- On travaille dans un système à une dimension pour ne pas alourdir l'analyse, la longueur de la zone de formation étant très grande par rapport à la distance entre les deux toiles.
- On suppose un mécanisme d'égouttage uniquement par filtration.
- On ne tient pas compte de la masse des toiles et de leur rigidité.
- Pour un élément de formation donné (de longueur dx), la courbure de la toile est négligée dans sa représentation schématique.

5.2.3 Développement des équations de la vitesse d'égouttage

En associant le processus de formation de la feuille à une suite n d'éléments infinitésimaux dx , on peut de façon itérative calculer la vitesse d'égouttage en tout point de la zone de formation, du moment qu'on a un ensemble d'équations différentielles adéquates pour calculer cette vitesse d'égouttage, et que les conditions initiales sont spécifiées. Les débits d'égouttage Q_e et Q_i et les concentrations des eaux blanches C_{ee} et C_{ei} du côté de la toile externe et de la toile interne respectivement évoluent d'un élément à l'autre en fonction de la distance x parcourue dans la zone de formation:

$$Q_e(x) = \Delta A \cdot U_e(x), \quad Q_i(x) = \Delta A \cdot U_i(x) \quad (5.20)$$

$$U_e(x) = \frac{-dH_1(x)}{dx} \quad U_i(x) = \frac{-dH_2(x)}{dx} \quad (5.21)$$

$$C_{ee}(x) = (1-R_0)C_0 e^{-fG_1(x)} \quad C_{ei}(x) = (1-R_0)C_0 e^{-fG_2(x)} \quad (5.22)$$

$$\frac{dG_1(x)}{dx} = \left(\frac{C_0 - C_{ee}(x)}{1 - C_0 / C_m} \right) U_e(x) \quad \frac{dG_2(x)}{dx} = \left(\frac{C_0 - C_{ei}(x)}{1 - C_0 / C_m} \right) U_i(x) \quad (5.23)$$

G_1 et G_2 représentent le grammage formé sur la toile externe et sur la toile interne. En analysant ces équations, on s'aperçoit qu'on a besoin de la vitesse d'égouttage U d'une part pour calculer les débits d'égouttage, et d'autre part pour calculer le grammage, lequel est lui-même requis pour calculer la concentration dans les eaux blanches. Donc le calcul de la vitesse d'égouttage du côté de la toile externe et de la toile interne est la pierre angulaire du problème. Les étapes globales de calculs peuvent être représentées par l'organigramme de la figure 5.9.

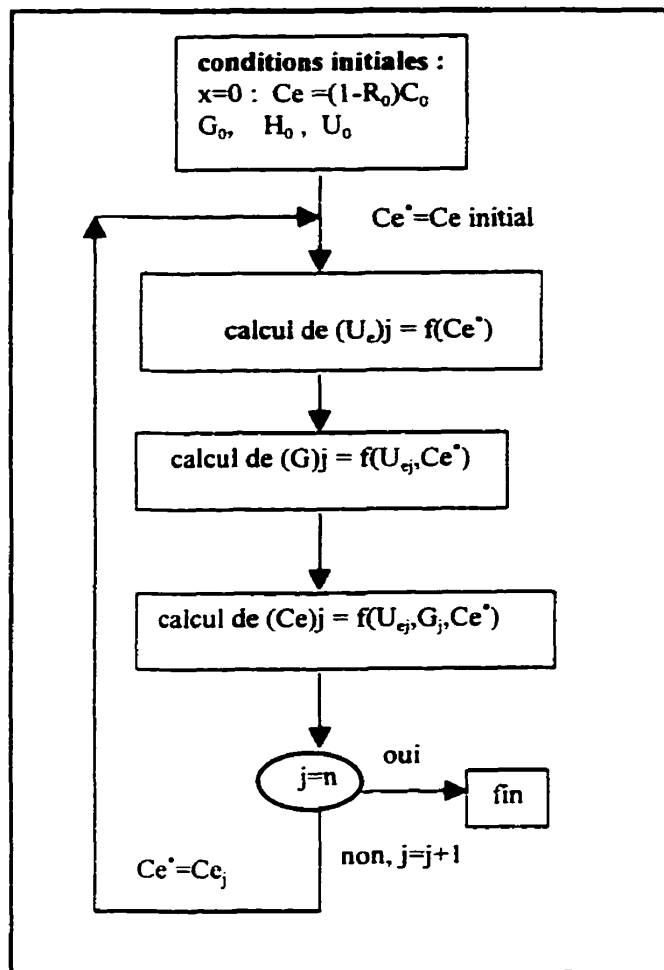


Figure 5.9 Organigramme des étapes de calcul.

Nous avons vu plus tôt en quoi les mécanismes d'égouttage diffèrent sur une table plate et dans une machine à double toile. Nous avons vu que pour une table plate, il y a une force extérieure appliquée compte tenu d'une dépression, c'est-à-dire la différence de pression existant entre la surface de la suspension fibreuse, exposée à l'atmosphère, et la toile, sous laquelle la pression varie en fonction des éléments d'égouttage présents.

Dans une machine à double toile, on a aussi une différence de pression entre la toile externe et la toile interne, toutefois dans la zone de drainage initial, il n'y a pas d'éléments d'égouttage qui entrent en jeu, et la pâte étant emprisonnée entre deux toiles, il n'y a pas de surface exposée à l'atmosphère. Pour la plupart des machines à double toile à rouleau de formation, la zone de drainage initial se divise en trois parties distinctes qui se présentent telles qu'indiquées à la figure 5.10. Par mesure d'optimisation du drainage, le jet est dirigé le plus près possible du point où les toiles commencent à épouser une courbure. Lors de l'impact, le jet de pâte va frapper soit la toile externe seulement (comme c'est le cas sur la figure 5.10), soit les deux toiles selon son orientation.

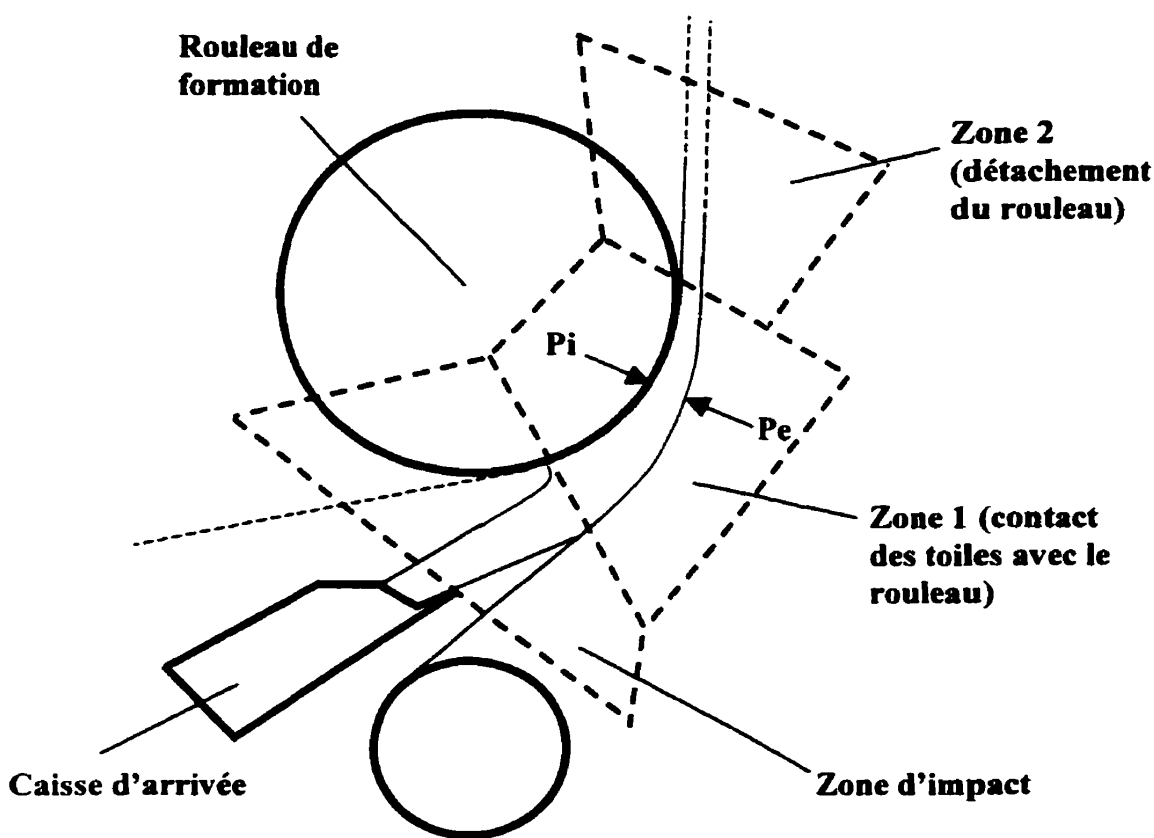


Figure 5.10 Séparation de la zone de drainage initial en trois parties distinctes.

À chacune des parties correspond un ΔP distinct entre la toile externe et la toile interne.. La zone d'impact ne fait pas partie de la région de validité du modèle, donc il n'est pas nécessaire de connaître le ΔP qui s'y rattache. Néanmoins, on fait souvent l'hypothèse que les toiles y sont exposées à l'atmosphère, sauf qu'à l'endroit où la toile interne touche le rouleau, une dépression positive est engendrée (effet pontuseau), sur laquelle nous reviendrons à la fin de ce chapitre. D'autre part il faut savoir qu'un drainage important s'effectue instantanément à l'impact du jet sur la toile externe (ou sur les deux toiles), entraînant la formation d'un matelas fibreux initial sur la toile externe, et éventuellement sur la toile interne si la suspension peut s'y égoutter. Au chapitre 7, on verra en détails comment traiter cette zone.

La zone 2 entre-t-elle dans l'analyse? La longueur de formation initiale de la feuille, c'est-à-dire la distance parcourue entre les deux toiles lorsque les deux matelas fibreux se joignent, est fonction de la vitesse d'égouttage, laquelle est elle-même fonction de diverses variables dont notamment la résistance à la filtration, la tension de la toile externe et la vitesse de la machine (vitesse des toiles). Si la longueur de formation initiale est atteinte dans la zone 1, laquelle peut mesurer de 20 à 50 % de la périphérie totale du rouleau de formation (peu importe son rayon) selon la configuration de la machine, la zone 2 n'entre pas dans l'analyse. Cependant, si l'union des deux matelas est atteinte au-delà de la zone 1, il est important de voir quels sont les profils de pression dans la zone 2. Au tout début de cette zone, là où la toile interne se détache du rouleau, il y a un vide qui se crée sous celle-ci (dépression négative, dont la valeur maximale peut être évaluée par l'expression $\Delta P = \frac{1}{2}\rho V_t^2$), alors que la pression du côté de la toile externe est la même que dans la zone 1, soit la pression atmosphérique, ou P_e de façon plus générale si on ne fait pas d'hypothèse sur la pression sous la toile externe, et tant qu'il n'y a pas d'éléments d'égouttage qui interviennent. Si des éléments d'égouttage interviennent, il faut connaître les profils de pression générés par ceux-ci. Il faut préciser qu'une fois dans la zone 2, l'égouttage n'est plus décrit par les mêmes équations que

dans la zone 1, car le rayon de courbure de la toile externe devient infini. Tant que les matelas ne se touchent pas, le drainage initial dans la zone 2 est plutôt décrit par l'équation développée dans le cas d'une table plate, avec les termes de force modifiés comme il se doit et en tenant compte du fait que l'égouttage se produit de deux côtés (deux équations).

Cela dit, on arrive maintenant à l'analyse de la différence de pression dans la zone 1. Cette dépression est définie par la différence de pression entre la surface du rouleau de formation et la surface extérieure de la toile externe, soit $P_e - P_i$, P_e étant la pression extérieure exercée sur la toile externe et P_i la pression extérieure exercée sur la toile interne. Or tout comme dans le cas des machines à table plate, cette dépression ne représente pas l'ensemble des forces en jeu. Soit un élément de suspension de dimensions $LHdx$ entre la toile externe et la toile interne de la machine, à une distance x quelconque du point d'impact, mais à l'intérieur de la zone 1, tel que montré à la figure 5.11:

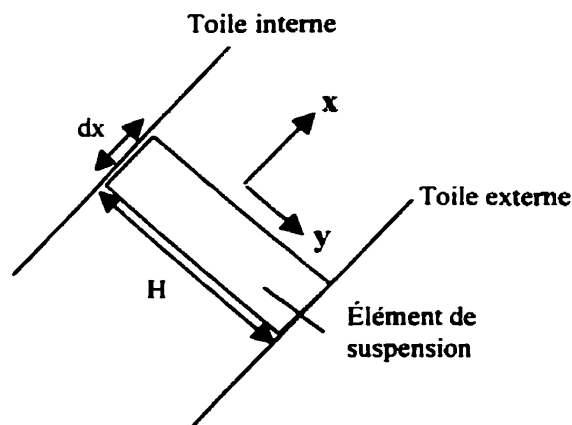


Figure 5.11 Élément de suspension entre la toile externe et la toile interne.

Puisque les forces sont des quantités vectorielles, l'ensemble des forces en jeu doit être décomposé d'une part en forces tangentielles ou parallèles aux toiles, dont l'axe est posé en x , et d'autre part en forces radiales ou perpendiculaires aux toiles, donc en y . Ce sont uniquement ces dernières qui nous intéressent, étant donné que nous voulons calculer les vitesses d'égouttage de la suspension du côté de la toile externe et de la toile interne, lesquelles sont des vitesses en y . Nous restreignons donc l'analyse aux seules forces radiales. Sur le volume de contrôle sont exercées les forces radiales suivantes:

- **$P_e A$** : force résultante de la pression extérieure sur la toile externe, orientée dans la direction des y négatifs en posant l'axe des y positifs dans le sens de l'égouttage du côté de la toile externe; $A = L dx$
- **$P_i A$** : force résultante de la pression extérieure sur la toile interne, orientée dans la direction des y positifs; cette force est induite par le type de rouleau formeur et si celui-ci est plein, $P_i A$ est égale et opposée à la force du fluide sur la toile interne ;
- **$(T_t/R)A$** : composante radiale de la tension de la toile externe; cette force est orientée du côté des y négatifs, mais lorsque le vide entre la toile interne et le rouleau est rempli et que le rouleau de formation est un rouleau plein, la force résultante est orientée dans le sens des y positifs en raison des forces égales et opposées exercées par le rouleau formeur (Thorp et Barasch, 1985);
- **F_{rouleau}** : force exercée par le rouleau, orientée dans la direction des y positifs; on peut l'inclure dans $P_i A$;
- **F_c** : force centrifuge, orientée dans la direction des y positifs; c'est une force de volume exercée à partir du centre de gravité du volume de contrôle; $F_c = (\rho H V_t^2) A / R$;

- $\tau_{yx}A_L$: cisaillement sur la paroi latérale du volume de contrôle, résultant des forces visqueuses; puisqu'on pose l'hypothèse que la suspension est un fluide newtonien et incompressible, $\tau_{yx} = -\mu(d^2H/dx^2)$, valeur négligeable devant les autres forces en jeu (Bird, Stewart et Lightfoot, 1960); $A_L = LH$;
- $\rho U_1^2 A$, $\rho U_2^2 A$: quantités de mouvement par convection à travers les surfaces d'égouttage (ou forces d'écoulement), orientées dans la direction des y positifs pour l'égouttage à travers la toile externe, et dans la direction des y négatifs pour l'égouttage à travers la toile interne;
- $mg\sin\theta$: composante radiale du poids, direction des y positifs; $m = \rho Vol$;
- F_{m1} : force de résistance à l'égouttage du matelas fibreux de la toile externe, orientée dans la direction des y négatifs; cette force se décompose en résistance à la filtration et en résistance inertielle;
- F_{m2} : force de résistance à l'égouttage du matelas fibreux de la toile interne, orientée dans la direction des y positifs;
- F_{T1} , F_{T2} : résistances de la toile externe et de la toile interne, même direction que F_{m1} et F_{m2} .

Puisqu'il nous faut modéliser l'égouttage du côté de la toile externe et de la toile interne simultanément, nous allons analyser séparément deux volumes de contrôle (ou éléments de formation) afin de représenter la partie de la suspension qui s'écoule à travers chaque toile. La figure 5.12 schématise cette approche à la résolution du problème. Dans tout ce qui suit, l'indice 1 s'applique à la toile externe et l'indice 2 à la toile interne.

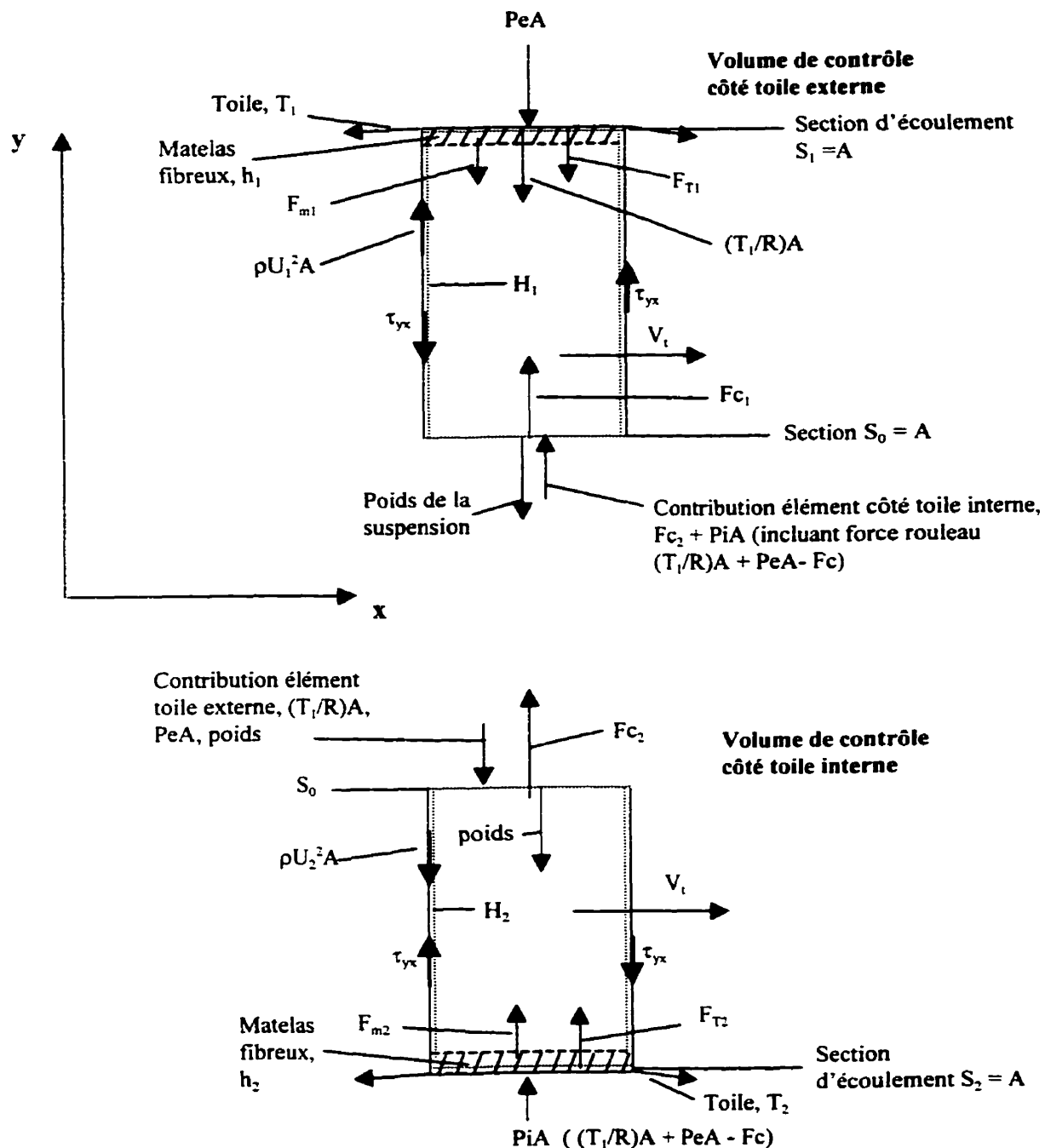


Figure 5.12 Ensemble des forces agissant sur un volume de contrôle de longueur dx , côté toile externe et côté toile interne.

Afin d'établir les équation de modélisation des vitesses d'égouttage du côté de la toile externe et de la toile interne, on va partir du bilan de quantité de mouvement macroscopique pour chacun des volumes de contrôle de la figure 5.12, ces volumes de contrôle étant, rappelons-le, de dimensions finies en hauteur (H_1 et H_2) et en largeur (L), mais très petits en longueur (dx). De façon générale, le bilan de quantité de mouvement macroscopique appliqué à un système d'écoulement stipule que le taux de quantité de mouvement totale du fluide dans le système est égal au taux de quantité de mouvement qui entre et qui sort du système, additionné à l'ensemble des forces agissant sur celui-ci. Les différentes forces agissant sur le système sont les forces de pression aux surfaces, la force de gravité sur la masse de fluide, et toutes les autres forces susceptibles d'intervenir sur un système particulier, par exemple la force centrifuge et la force de tension. Le taux de quantité de mouvement qui entre et qui sort du système est de deux natures. La première est liée à l'écoulement, et on parle de quantité de mouvement transportée par convection, alors que la deuxième est liée au transport moléculaire (forces visqueuses), et on parle de contraintes normales et contraintes de cisaillement, τ_{ii} et τ_{ij} . Ces dernières sont la plupart du temps négligées dans le bilan macroscopique, en vertu du fait que leurs contributions sont beaucoup plus faibles que les autres forces en jeu (Bird, Stewart et Lightfoot, 1960).

Ainsi, à la base l'écoulement d'un fluide dans un tuyau entre les sections S_1 et S_2 est décrit par le bilan de quantité de mouvement macroscopique qui suit :

$$\frac{d}{dt} \int_{Vol} \rho \bar{v} dVol = \rho_1 \bar{v}_1^2 S_1 - \rho_2 \bar{v}_2^2 S_2 + p_1 S_1 - p_2 S_2 - F + m_{tot} g \quad (5.24)$$

Il s'agit d'un bilan vectoriel, devant être décomposé en trois équations suivant les composantes x , y et z si on définit le système avec des coordonnées cartésiennes. Les deux premiers termes de droite correspondent au taux de quantité de mouvement généré par le mouvement de la masse de fluide (convection), les termes suivants étant

respectivement les forces de pression, la force nette $-F$ des surfaces solides sur le fluide et la force de gravité sur la masse totale de fluide. Voyons maintenant comment s'écrit le bilan de quantité de mouvement macroscopique pour deux volumes de contrôle de suspension entre la toile externe et la toile interne.

5.2.4 Bilan de quantité de mouvement macroscopique appliqué à deux volumes de contrôle de suspension entre les toiles

En vertu de ce qui a été vu à la section précédente, pour un volume de contrôle de suspension du côté de la toile externe, où le fluide s'écoule dans la direction y par la seule section S_1 (à la vitesse U_1 , et on pose que la vitesse en y est nulle à la section S_0), le bilan de quantité de mouvement macroscopique en y s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{\text{Vol}_1} \rho \tilde{U}_1 d\text{Vol}_1 \right) = -\rho U_1^2 A - PeA + A \left(\frac{T_1}{R} + Pe - \frac{\rho H V_1^2}{R} \right) - F_{m1} - F_{T1} - m_1 g \sin \theta \quad (5.25)$$

où le terme PiA a été directement substitué par la force équivalente (terme entre parenthèses). Le volume de contrôle Vol_1 demeure constant dans l'intervalle de temps dt correspondant à la longueur dx , et la vitesse d'égouttage U_1 correspond à la diminution de hauteur de suspension H_1 dans cet intervalle dt , $-dH_1/dt$, (> 0) de sorte que l'équation (5.25) peut être réécrite comme suit :

$$-\rho \text{Vol}_1 \frac{d^2 H_1}{dt^2} = -\rho U_1^2 A + \frac{T_1}{R} A - \frac{\rho H V_1^2}{R} A - F_{m1} - F_{T1} - m_1 g \sin \theta \quad (5.26)$$

En simplifiant, on obtient :

$$\frac{d^2 H_1}{dt^2} = \frac{1}{H_1} \left[\left(\frac{dH_1}{dt} \right)^2 - \frac{1}{\rho} \left(\frac{T_1}{R} \right) + \left(\frac{H V_1^2}{R} \right) \right] + \frac{1}{\rho \text{Vol}_1} (F_{m1} + F_{T1}) + g \sin \theta \quad (5.27)$$

L'équation (5.27) est une équation différentielle du deuxième ordre pour exprimer la variation de la hauteur de suspension du côté de la toile externe en fonction du temps, et donc la vitesse d'égouttage U_1 . En suivant la même démarche avec le volume de contrôle de suspension du côté de la toile interne (où le fluide s'écoule dans la direction y par la seule section S_2 , à la vitesse U_2), on a

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{Vol_2} \rho \bar{U}_2 dVol_2 \right) = -\rho U_2^2 A + A \left(P_i - P_e - \frac{T_1}{R} \right) + \left(\frac{\rho H_2 V_t^2}{R} \right) A + F_{m2} + F_{T2} - m_{tot} g \sin \theta \quad (5.28)$$

En exprimant la vitesse d'égouttage U_2 par la variation de hauteur de suspension H_2 dans l'intervalle dt , $-dH_2/dt$ (< 0 suivant la convention de signes établie plus tôt), on obtient

$$\rho Vol_2 \frac{d^2 H_2}{dt^2} = -\rho U_2^2 A + P_i A - P_e A - \frac{T_1}{R} A + \left(\frac{\rho H_2 V_t^2}{R} \right) A + F_{m2} + F_{T2} - m_{tot} g \sin \theta \quad (5.29)$$

ou

$$\begin{aligned} \frac{d^2 H_2}{dt^2} = & -\frac{1}{H_2} \left[\left(\frac{dH_2}{dt} \right)^2 + \frac{1}{\rho} \left(P_e - P_i + \frac{T_1}{R} \right) - \left(\frac{H_2 V_t^2}{R} \right) \right] + \frac{1}{\rho Vol_2} (F_{m2} + F_{T2}) \\ & - \frac{Vol_{tot}}{Vol_2} g \sin \theta \end{aligned} \quad (5.30)$$

L'équation (5.30), comme l'équation (5.27), est une équation différentielle du deuxième ordre pour exprimer la variation de la hauteur de suspension du côté de la toile interne en fonction du temps, et donc la vitesse d'égouttage U_2 .

Les différents termes présents dans les équations (5.27) et (5.30) ne sont pas tous du même ordre de grandeur, si bien que la contribution de certains peut être considérée négligeable devant les autres. On pourra donc les enlever afin de simplifier le système d'équations en jeu.

5.2.5 Analyse de l'importance des termes du bilan de force

En posant pour un élément les valeurs typiques suivantes :

- valeur moyenne de la vitesse d'égouttage : 0.1 m/s ;
- hauteur de suspension : 0.003 m ;
- vitesse de la machine : 15 m/s ;
- tension dans la toile externe : 6000 N/m ;
- rayon de courbure : 0.5 m ;
- largeur des toiles : 1 m ;
- longueur dx : 0.001 m ;
- densité ρ : 1000 kg/m³,

on trouve que le premier terme et celui de la force de gravité sont environ cent fois moins importants que le terme de force centrifuge, et mille fois moins que le deuxième terme englobant les pressions et la tension de la toile externe. On peut donc négliger le premier terme associé à la quantité de mouvement par convection et le terme de gravité. Quant aux forces de résistance du matelas fibreux et de la toile, elles ne peuvent être négligées car l'égouttage est en partie contrôlé par ces dernières, sur lesquelles nous reviendrons plus loin. En enlevant les termes dont on vient de parler, on obtient les équations qui suivent :

$$\frac{d^2 H_1}{dt^2} = \frac{1}{H_1} \left[-\frac{1}{\rho} \left(\frac{T_1}{R} \right) + \left(\frac{(H_1 + H_2) V_t^2}{R} \right) \right] + \frac{F_{m1} + F_{T1}}{\rho Vol_1} \quad (5.31)$$

$$\frac{d^2 H_2}{dt^2} = -\frac{1}{H_2} \left[\frac{1}{\rho} \left(P_e - P_i + \frac{T_1}{R} \right) + \left(\frac{H_2 V_t^2}{R} \right) \right] + \frac{F_{m2} + F_{T2}}{\rho Vol_2} \quad (5.32)$$

5.2.6 Développement des termes F_{m1} , F_{T1} , F_{m2} , et F_{T2}

5.2.6.1 Résistance du matelas fibreux

La force F_{m1} associée à la résistance à l'égouttage du matelas fibreux (de la toile externe) est reliée à la perte de charge à travers celui-ci :

$$\frac{F_{m1}}{A} = \Delta P_{m1} \quad (5.33)$$

La perte de charge dans un milieu poreux est fonction des forces visqueuses et des forces d'inertie (Meyer, 1969). Au début du siècle, Forchheimer a suggéré une équation basée sur la loi de Navier-Stokes pour les milieux poreux (Irmay, 1958), décrivant la dépendance du gradient de pression statique sur la vitesse d'égouttage à travers le milieu, considérant une structure de porosité variable composée de fibres déformables. Cette équation s'écrit

$$\frac{-dP}{dz} = \mu a_0 U + \rho b_0 U^2 \quad (5.34)$$

où dz est l'accroissement d'épaisseur de la structure poreuse, et a_0 et b_0 sont les résistances visqueuse et inertielle à l'égouttage. Puisque dz est égal au grammage divisé par la concentration du matelas fibreux, dG/C_m , on peut reformuler l'équation (5.34) comme suit :

$$\frac{-dP}{dG} = -\mu \frac{a_0}{C_m} \frac{dH}{dt} + \rho \frac{b_0}{C_m} \left(\frac{dH}{dt} \right)^2 \quad (5.35)$$

Par définition (Meyer, 1969), on a

$$a_0 = \frac{h_k (1-\varepsilon)^2 S_0^2}{\varepsilon^3} \quad \text{et} \quad b_0 = \frac{0.1 \sqrt{h_k} (1-\varepsilon) S_0}{\varepsilon^3}, \quad \text{avec} \quad \varepsilon = 1 - \frac{C_m}{\rho_p},$$

de sorte que
$$\frac{a_0}{C_m} = \frac{h_k S_0^2 (1 - \varepsilon)}{\rho_p \varepsilon^3} \quad (5.36)$$

et
$$\frac{b_0}{C_m} = \frac{0.1 \sqrt{h_k} S_0}{\rho_p \varepsilon^3} \quad (5.37)$$

Les équations (5.36) et (5.37) correspondent aux définitions de la résistance spécifique à la filtration et de la résistance spécifique inertielle, respectivement Rf_{spec} et Ri_{spec} , tel que vu au chapitre 3. Par ailleurs, $-dP$ le gradient de pression statique est égal à $d(\Delta P_m)$, la perte de charge dans le matelas fibreux, et le grammage G est égal à la concentration de la suspension que multiplie la hauteur de suspension et un coefficient de rétention locale, soit $C_0 \eta [H_0 - H(t)]$, si bien qu'après intégration, l'équation (5.35) devient :

$$\Delta P_m = \left(-\mu Rf_{\text{spec}} \frac{dH}{dt} + \rho Ri_{\text{spec}} \left(\frac{dH}{dt} \right)^2 \right) C_0 \eta [H_0 - H(t)] \quad (5.38)$$

En substituant le ΔP_m de l'équation (5.38) dans (5.33), on peut exprimer la force de résistance à l'égouttage du matelas fibreux comme suit :

$$F_{m1} = \left(-\mu Rf_{\text{spec1}} \left(\frac{dH_1}{dt} \right) + \rho Ri_{\text{spec1}} \left(\frac{dH_1}{dt} \right)^2 \right) A C_0 \eta_1 [H_1^0 - H_1(t)] \quad (5.39)$$

et, pour le matelas fibreux du côté de la toile interne,

$$F_{m2} = \left(-\mu Rf_{\text{spec2}} \left(\frac{dH_2}{dt} \right) + \rho Ri_{\text{spec2}} \left(\frac{dH_2}{dt} \right)^2 \right) A C_0 \eta_2 [H_2^0 - H_2(t)] \quad (5.40)$$

En récapitulant, la force de résistance à l'égouttage du matelas fibreux est générée par deux résistances, la résistance spécifique à la filtration et la résistance spécifique

inertielle. Rappelons qu'il existe un modèle simplifié de la résistance spécifique à la filtration, développé par Gagnon (1997) et ultérieurement amélioré par Samkocwa (1998), afin de tenir compte de la résistance spécifique à la filtration *initiale* au tout début de l'égouttage, lorsque le grammage est nul :

$$Rf_{spec} = Rf_{spec0} \left(1 + F_c G^a \Delta P_m^b \right) \quad (3.18)$$

où a est un coefficient de formation, b un coefficient de compressibilité et F_c un facteur de colmatage. Lors de la résolution des équations, le terme de Rf_{spec} dans les équations (5.39) et (5.40) sera substitué par l'équation (3.18).

5.2.6.2 Résistance de la toile

L'effet de la toile peut être négligé pour des grammages supérieurs à 20 g/m², étant donné qu'à partir de cette valeur la toile contribue à moins de 5 % de la résistance totale à la filtration (Jong et al., 1999). Néanmoins, le grammage cumulé atteint dans la zone de drainage initial d'un formeur à double toile est faible, ne dépassant pas ou peu les 20-25 g/m², si bien qu'il faut tenir compte de la résistance de la toile dans le développement du modèle.

Tout comme la force associée à la résistance à l'égouttage des matelas fibreux, la force F_{Ti} associée à la résistance à l'égouttage de la toile externe est reliée à la perte de charge à travers celle-ci :

$$\frac{F_{Ti}}{A} = \Delta P_{Ti} \quad (5.41)$$

En supposant que les interactions entre la toile et les fibres sont inexistantes ou négligeables, pour l'écoulement d'une suspension à travers la toile avec une vitesse d'approche uniforme U , le gradient de pression ΔP_T dans la toile peut être considéré

comme étant dû aux effets visqueux, d'une part, qui représentent plus de 90% de la résistance totale de la toile lorsque le nombre de Reynolds est voisin de un, et aux effets inertiels d'autre part, lesquels représentent plus de 90% de la résistance totale de la toile lorsque le nombre de Reynolds dépasse 100 (Ingmanson et al., 1961). Afin d'évaluer quantitativement ces deux contributions, les auteurs mentionnés ci haut ont procédé, pour 14 toiles différentes, à des mesures d'écoulement à basses vitesses (allant de 0.03 m/s à 0.15 m/s), où prédomine la résistance visqueuse, et à vitesses intermédiaires et élevées (allant de 0.15 m/s à 9 m/s), où prédomine la résistance inertielle. Ils ont trouvé que la perte de charge à travers une toile est corrélée à la vitesse d'égouttage U par l'expression suivante:

$$\Delta P_T = -aU + b''U^{1.89} \quad (5.42)$$

$$\text{avec} \quad a = 5.15\mu \left(\frac{L_t S_t^2}{\epsilon_t^3} \right) \quad \text{et} \quad b'' = 0.51\rho \left(\frac{\mu S_t}{\rho} \right)^{0.11} \left(\frac{L_t S_t}{\epsilon_t^3} \right)$$

Ici, L_t correspond à l'épaisseur de la toile, ϵ_t est sa porosité et S_t est la surface spécifique par unité de volume. Ainsi, en substituant l'équation (5.42) dans l'équation (5.41), on arrive à :

$$F_{T1} = \left[-5.15\mu \left(\frac{L_t S_t^2}{\epsilon_t^3} \right) U_1 + 0.51\rho \left(\frac{\mu S_t}{\rho} \right)^{0.11} \left(\frac{L_t S_t}{\epsilon_t^3} \right) U_1^{1.89} \right] A \quad (5.43)$$

Et de même, pour la force de résistance à l'égouttage de la toile interne on a

$$F_{T2} = \left[-5.15\mu \left(\frac{L_t S_t^2}{\epsilon_t^3} \right) U_2 + 0.51\rho \left(\frac{\mu S_t}{\rho} \right)^{0.11} \left(\frac{L_t S_t}{\epsilon_t^3} \right) U_2^{1.89} \right] A \quad (5.44)$$

Les équations venant d'être développées dans cette section permettent d'exprimer les différentes forces de résistance en fonction de termes plus faciles à évaluer. Finalement, en les substituant dans les équations (5.31) et (5.32), on arrive à

$$\begin{aligned} \frac{d^2 H_1}{dt^2} = & \frac{1}{H_1} \left[-\frac{1}{\rho} \left(\frac{T_1}{R} \right) + \left(\frac{(H_1 + H_2) V_t^2}{R} \right) \right] + \\ & \left[-\frac{\mu}{\rho} R f_{\text{spec1}} \frac{dH_1}{dt} + R i_{\text{spec1}} \left(\frac{dH_1}{dt} \right)^2 \right] C_0 \eta_1 \frac{(H_1^0 - H_1(t))}{H_1} \\ & + \frac{1}{H_1} \left[-5.15 \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{L_t S_t^2}{\epsilon_t^3} \right) \frac{dH_1}{dt} + 0.51 \left(\frac{\mu S_t}{\rho} \right)^{0.11} \left(\frac{L_t S_t}{\epsilon_t^3} \right) \left(\frac{dH_1}{dt} \right)^{1.89} \right] \end{aligned} \quad (5.45)$$

et

$$\begin{aligned} \frac{d^2 H_2}{dt^2} = & \frac{1}{H_2} \left[\frac{1}{\rho} \left(P_i - P_e - \frac{T_1}{R} \right) + \left(\frac{H_2 V_t^2}{R} \right) \right] + \\ & \frac{1}{H_2} \left[-5.15 \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{L_t S_t^2}{\epsilon_t^3} \right) \frac{dH_2}{dt} + 0.51 \left(\frac{\mu S_t}{\rho} \right)^{0.11} \left(\frac{L_t S_t}{\epsilon_t^3} \right) \left(\frac{dH_2}{dt} \right)^{1.89} \right] \\ & + \left[-\frac{\mu}{\rho} R f_{\text{spec2}} \frac{dH_2}{dt} + R i_{\text{spec2}} \left(\frac{dH_2}{dt} \right)^2 \right] C_0 \eta_2 \frac{(H_2^0 - H_2(t))}{H_2} \end{aligned} \quad (5.46)$$

Pour obtenir ces équations en fonction de la distance x parcourue dans la machine, on les divise par la vitesse de machine élevée au carré (Annexe A) :

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 H_1}{dx^2} = & \frac{1}{H_1 V_t^2} \left[-\frac{1}{\rho} \left(\frac{T_1}{R} \right) + \left(\frac{(H_1 + H_2) V_t^2}{R} \right) \right] + \\
& \frac{1}{H_1 V_t} \left[-5.15 \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{L_t S_t^2}{\epsilon_t^3} \right) \frac{dH_1}{dx} + 0.51 \left(\frac{\mu S_t}{\rho} \right)^{0.11} \left(\frac{L_t S_t}{\epsilon_t^3} \right) V_t \left(\frac{dH_1}{dx} \right)^{1.89} \right] \\
& + \left[-\frac{\mu}{\rho} R f_{\text{spec1}} \frac{dH_1}{dx} + R i_{\text{spec1}} \left(\frac{dH_1}{dx} \right)^2 V_t \right] C_0 \eta_1 \frac{(H_1^0 - H_1(x))}{H_1 V_t} \quad (5.47)
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 H_2}{dx^2} = & \frac{1}{H_2 V_t^2} \left[\frac{1}{\rho} \left(P_i - P_e - \frac{T_1}{R} \right) + \left(\frac{H_2 V_t^2}{R} \right) \right] + \\
& \frac{1}{H_2 V_t} \left[-5.15 \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{L_t S_t^2}{\epsilon_t^3} \right) \frac{dH_2}{dx} + 0.51 \left(\frac{\mu S_t}{\rho} \right)^{0.11} \left(\frac{L_t S_t}{\epsilon_t^3} \right) V_t \left(\frac{dH_2}{dx} \right)^{1.89} \right] \\
& + \left[-\frac{\mu}{\rho} R f_{\text{spec2}} \frac{dH_2}{dx} + R i_{\text{spec2}} \left(\frac{dH_2}{dx} \right)^2 V_t \right] C_0 \eta_2 \frac{(H_2^0 - H_2(x))}{H_2 V_t} \quad (5.48)
\end{aligned}$$

5.2.7 Évaluation du ΔP entre la toile externe et la toile interne

Nous devons maintenant évaluer le ΔP entre les toiles à partir du moment où l'espace entre celles-ci est complètement rempli de suspension, c'est-à-dire dès que le jet touche les deux toiles, au début de la zone 1, et jusqu'à l'union des deux matelas fibreux. Tel qu'il a été mentionné antérieurement, en ce qui concerne la pression extérieure exercée du côté de la toile externe, sur la plupart des machines et tant qu'il n'y a pas d'éléments d'égouttage, la toile est exposée à l'atmosphère, si bien que P_e = pression atmosphérique.

Si le rouleau est plein, il ne peut y avoir d'égouttage du côté de la toile interne tant que cette dernière enveloppe le rouleau. Celui-ci exerce une force égale et opposée au fluide, de sorte que la pression résultante P_i exercée sur la surface externe de la toile interne est $P_i = P_e + T_l/R$.

Si le rouleau est perforé, l'information sur la pression (ou le profil de pression) à l'intérieur du rouleau est généralement disponible. Dans ce cas, P_i est négative puisqu'il y a aspiration de l'eau vers l'intérieur du rouleau. En ajustant adéquatement le niveau de pression dans le rouleau, il est possible d'obtenir un égouttage symétrique (Wahren et al., 1978).

Si le rouleau est plein mais rainuré, les rainures présentent un certain espace (même réduit) dans lequel l'eau blanche peut s'égoutter du côté de la toile interne. Il faut toutefois établir de manière réaliste comment varie la pression P_i à la surface du rouleau rainuré. Ce type de rouleau est schématisé à la figure 5.13.

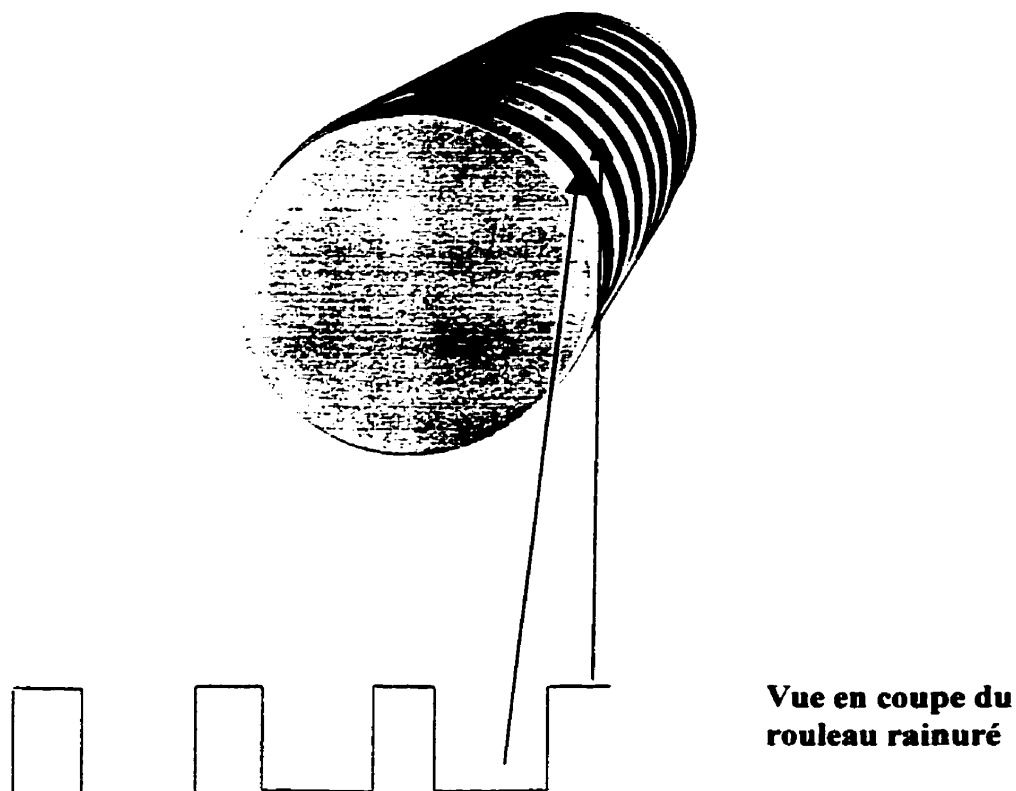


Figure 5.13 Schéma d'un rouleau de formation avec rainures.

Cette figure ne représente pas la réalité de façon tout à fait exacte car les rainures n'y sont pas à l'échelle, mais l'idée est d'illustrer le profil du rouleau pour voir comment la pression peut varier à sa surface. Dans la réalité, les rainures ne mesurent que quelques millimètres et sont deux fois plus hautes que larges. Il est raisonnable de poser que les espaces entre les rainures sont exposés à l'atmosphère. L'égouttage ne pouvant se produire que là où il y a des espaces, en calculant la fraction du rouleau correspondant à des espaces où l'eau peut s'égoutter (donc dans la partie du rouleau enveloppée par la toile interne), on peut déterminer la quantité d'eau égouttée du côté de la toile interne. On reviendra sur la question au chapitre 7.

A la fin de la zone 1, les toiles se détachent du rouleau et un vide se crée du côté de la toile interne. On peut évaluer la valeur maximum de cette dépression (pic de pression négative) par la formule de Taylor (1956) pour les pontuseaux :

$$\Delta P_{\max} = \frac{1}{2} \rho V_t^2 \quad (5.49)$$

En début de zone 2, après la dépression du côté de la toile interne lorsqu'elle se dégage du rouleau, les toiles parcourent généralement une certaine distance (variable selon la machine) où elles sont exposées à l'atmosphère, donc où $P_e = P_i$ = pression atmosphérique comme dans la zone d'impact, avant de passer par une suite d'éléments d'égouttage, tels que lames et boîtes aspirantes. La pression des boîtes aspirantes est connue. Le profil de pression au niveau des lames peut être évalué au moyen des équations développées par Zhao et Kerekes (1995) et par Green et al. (1998) :

$$P(x) = T(\alpha_1 + \alpha_2) \frac{G_1 G_2}{G_1 - G_2} [\exp(G_2 x) - \exp(G_1 x)] \quad (5.50)$$

$$\text{avec} \quad G_1 = \frac{k_2 \rho V_t}{H_0} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2H_0}{k_2^2 \rho T}} \right) \quad \text{et} \quad G_2 = \frac{k_2 \rho V_t}{H_0} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2H_0}{k_2^2 \rho T}} \right)$$

α_1 et α_2 sont les angles de déflexion de la toile à son passage sur la lame, T est la tension de la toile, k_2 est la perméabilité du matelas et de la toile et H_0 est la distance entre les toiles. L'équation 5.50 est donnée à titre indicatif seulement, puisque si l'union des deux matelas fibreux se produit au-delà de la zone 1, elle aura lieu au début de la zone 2, avant l'intervention des éléments d'égouttage. Cette étude, rappelons-le, porte sur le processus de formation de la feuille uniquement jusqu'au point où les matelas se touchent, après quoi l'hydrodynamique du système change.

Maintenant que tous les éléments du modèle ont été définis, nous pouvons en récapituler les principaux aspects :

- La modélisation de la formation de la feuille dans une machine à double toile se base sur l'approche des volumes élémentaires utilisée pour le cas d'une machine à table plate, néanmoins la géométrie particulière des formeurs à double toile implique des termes nouveaux dans le bilan de quantité de mouvement, dont les plus significatifs sont : la composante radiale de la tension de la toile externe, T_t/R , la force centrifuge et la différence de pression entre les deux toiles et non plus entre la toile plane et la suspension exposée à l'atmosphère.
- Le terme de résistance spécifique à la filtration développé antérieurement par Gagnon (1997) et amélioré par Samkocwa (1998) intervient également dans les équations d'égouttage d'un formeur à double toile, ce dont les travaux antérieurs sur le sujet (Koskimies et al., 1972, Wahren et al., 1975) n'avaient pas tenu compte ; par ailleurs, les formeurs à double toile fonctionnent à des vitesses très élevées où les forces d'inertie peuvent influencer l'égouttage, donc le terme de résistance spécifique inertielle ne peut être négligé dans le présent modèle.
- En se basant sur les travaux d'Ingmanson et al. (1961), il a été jugé pertinent d'approfondir le développement du terme de résistance de la toile que Gagnon (1997) avait ajouté à son modèle d'égouttage sur table plate ; ceci nous permet d'avoir un paramètre en moins, car dans les travaux de Gagnon (1997) et Samkocwa (1998), le terme de résistance de la toile était un paramètre ajustable au même titre que les coefficients a , b et F_c dans l'équation (3.18).
- Le fait qu'il se produise un drainage substantiel lorsque le jet frappe la toile externe d'un formeur à double toile implique la formation d'un matelas fibreux initial (et donc d'un grammage non nul) avant la zone de validité du modèle ; l'évaluation de

ce grammage détermine une des conditions initiales du système d'équations à résoudre.

- Dans le cas des formeurs à double toile, la pression d'égouttage n'est pas induite par des éléments d'égouttage comme sur une table plate, mais par le passage des toiles sur un rouleau de formation de rayon de courbure défini.
- L'égouttage se produit sur deux côtés et nécessite donc deux équations pour calculer les vitesses d'égouttage le long de la zone de drainage initial, deux équations pour le grammage cumulé et deux équations pour la concentration des eaux blanches ; on verra au chapitre 6 comment tenir compte de l'asymétrie du drainage par l'ajustement, après chaque élément, de la hauteur de suspension à égoutter de chaque côté.

Les chapitres ultérieurs porteront sur la méthode de résolution des équations et sur la validation du modèle à partir de données expérimentales recueillies sur la machine pilote du Centre de recherche en pâtes et papier de l'université McGill, machine qui sera décrite au chapitre 7.

CHAPITRE 6

RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS DU MODÈLE

6.1 Système d'équations à résoudre

Au chapitre 5, nous avons établi les équations décrivant l'égouttage au niveau du rouleau de formation d'une machine à double toile. Cependant, pour que le modèle soit entièrement défini, nous avons aussi besoin des équations complémentaires servant à calculer le grammage et la concentration des eaux blanches. Ainsi, le modèle est constitué des six équations suivantes :

$$Ce_1 = (1 - R_0)C_0 e^{-I_r G_1(x)}; \quad Ce_2 = (1 - R_0)C_0 e^{-I_r G_2(x)}; \quad (5.21)$$

$$\frac{dG_1(x)}{dx} = C_0 \eta_1 U_1(x); \quad \frac{dG_2(x)}{dx} = C_0 \eta_2 U_2(x); \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 H_1}{dx^2} = & \frac{1}{H_1 V_t^2} \left[-\frac{1}{\rho} \left(\frac{T_1}{R} \right) + \left(\frac{(H_1 + H_2) V_t^2}{R} \right) \right] + \\ & \frac{1}{H_1 V_t} \left[-5.15 \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{LS^2}{\epsilon^3} \right) \frac{dH_1}{dx} + 0.51 \left(\frac{\mu S}{\rho} \right)^{0.11} \left(\frac{LS}{\epsilon^3} \right) V_t \left(\frac{dH_1}{dx} \right)^{1.89} \right] \\ & + \left[\frac{-\mu}{\rho} Rf_{spec1} \frac{dH_1}{dx} + Ri_{spec1} \left(\frac{dH_1}{dx} \right)^2 V_t \right] C_0 \eta_1 \left(\frac{H_1^0 - H_1(x)}{H_1 V_t} \right) \end{aligned} \quad (5.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 H_2}{dx^2} = & \frac{1}{H_2 V_t^2} \left[\frac{1}{\rho} \left(Pi - Pe - \frac{T_1}{R} \right) + \left(\frac{H_2 V_t^2}{R} \right) \right] + \\ & \frac{1}{H_2 V_t} \left[-5.15 \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{LS^2}{\epsilon^3} \right) \frac{dH_2}{dx} + 0.51 \left(\frac{\mu S}{\rho} \right)^{0.11} \left(\frac{LS}{\epsilon^3} \right) V_t \left(\frac{dH_2}{dx} \right)^{1.89} \right] \\ & + \left[\frac{-\mu}{\rho} Rf_{spec2} \frac{dH_2}{dx} + Ri_{spec2} \left(\frac{dH_2}{dx} \right)^2 V_t \right] C_0 \eta_2 \left(\frac{H_2^0 - H_2(x)}{H_2 V_t} \right) \end{aligned} \quad (5.48)$$

6.2 Algorithme général

Les équations (5.47) et (5.48) sont les équations générales décrivant l'égouttage dans une machine à double toile en régime établi, tant que les deux toiles enveloppent le rouleau de formation. On verra plus loin comment elles s'appliquent à un cas concret de machine à double toile, à l'intérieur de la zone de validité et d'après une analyse approfondie des conditions aux frontières. Il convient cependant d'aborder ici l'aspect résolution desdites équations afin de justifier d'un point de vue physique la suite de la démarche. Les équations (5.47) et (5.48) sont des équations différentielles du deuxième ordre pouvant être résolues au moyen d'une méthode numérique appropriée. Pour ce faire, on se sert du logiciel MATLAB® plus Simulink®. Simulink® est utilisé pour simuler des systèmes dynamiques. On doit d'abord définir un modèle, puis on l'analyse au moyen de simulations. Le menu de Simulink® permet d'assembler différents blocs d'opérations (additions, multiplications, intégrations, fonctions diverses, etc.) selon le modèle en jeu. On peut regrouper ces blocs en sous-systèmes pour alléger la présentation. Les diagrammes des différents sous-systèmes constituant le modèle développé ici sont présentés à l'annexe B. Simulink® ne permet de résoudre que des équations différentielles du premier ordre. Il faut donc transformer le système d'équations en deux différentielles du premier ordre. Étant donné que $dH/dx = U$, on a $d^2H/dx^2 = dU/dx$, donc

$$\begin{aligned} \frac{dU_1}{dx} = & \frac{1}{H_1 V_t^2} \left[-\frac{1}{\rho} \left(\frac{T_1}{R} \right) + \left(\frac{(H_1 + H_2) V_t^2}{R} \right) \right] + \\ & \frac{1}{H_1 V_t} \left[-5.15 \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{LS^2}{\epsilon^3} \right) \frac{dH_1}{dx} + 0.51 \left(\frac{\mu S}{\rho} \right)^{0.11} \left(\frac{LS}{\epsilon^3} \right) V_t \left(\frac{dH_1}{dx} \right)^{1.89} \right] \\ & + \left[\frac{-\mu}{\rho} R_{f_{spec1}} \frac{dH_1}{dx} + R_{i_{spec1}} \left(\frac{dH_1}{dx} \right)^2 V_t \right] C_0 \eta_1 \left(\frac{H_1^0 - H_1(x)}{H_1 V_t} \right) = F(U_1, H_1) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \frac{dU_2}{dx} = & \frac{1}{H_2 V_t^2} \left[\frac{1}{\rho} \left(P_i - P_e - \frac{T_1}{R} \right) + \left(\frac{H_2 V_t^2}{R} \right) \right] + \\ & \frac{1}{H_2 V_t} \left[-5.15 \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{LS^2}{\epsilon^3} \right) \frac{dH_2}{dx} + 0.51 \left(\frac{\mu S}{\rho} \right)^{0.11} \left(\frac{LS}{\epsilon^3} \right) V_t \left(\frac{dH_2}{dx} \right)^{1.89} \right] \\ & + \left[\frac{-\mu}{\rho} R_{f_{spec2}} \frac{dH_2}{dx} + R_{i_{spec2}} \left(\frac{dH_2}{dx} \right)^2 V_t \right] C_0 \eta_2 \left(\frac{H_2^0 - H_2(x)}{H_2 V_t} \right) = F(U_2, H_2) \end{aligned}$$

Pour calculer $F(U_1, H_1)$ et $F(U_2, H_2)$, on a besoin de U_1, H_1, U_2, H_2 . Il ne semble pas possible de résoudre les équations directement, puisque d'une part la vitesse d'égouttage dépend de la résistance spécifique à la filtration, laquelle est fonction du grammage, et que d'autre part elle dépend de la concentration des eaux blanches, également fonction du grammage. Or le grammage est fonction de la vitesse d'égouttage et de la concentration des eaux blanches. Ce problème peut être contourné en procédant par itérations à partir des valeurs initiales U_1^0, U_2^0, H_1^0 et H_2^0 , et étant donné que la résistance spécifique initiale ne dépend pas du grammage. Pour chaque pas de distance dx , l'intégration de $F(U_1, H_1)$ et $F(U_2, H_2)$ se fait par itérations jusqu'à ce que le critère de convergence soit satisfait. Simulink® propose plusieurs méthodes d'intégration, mais nous choisissons la méthode Adams-Gear car celle-ci permet les simulations les plus

rapides avec des résultats qui convergent. Une fois les vitesses d'égouttage calculées, on peut calculer le grammage dans le premier élément de formation ($j=1$), et ensuite la concentration des eaux blanches de ce même élément. La valeur de la concentration totale est ensuite renvoyée aux blocs de calculs de vitesse et de grammage, et les calculs se poursuivent jusqu'à ce que le dernier élément de formation ($j=n$) soit atteint, c'est-à-dire jusqu'à la distance correspondant au point d'union des deux matelas fibreux dans notre cas. La figure 6.1 illustre le schéma de résolution des équations différentielles du deuxième ordre.

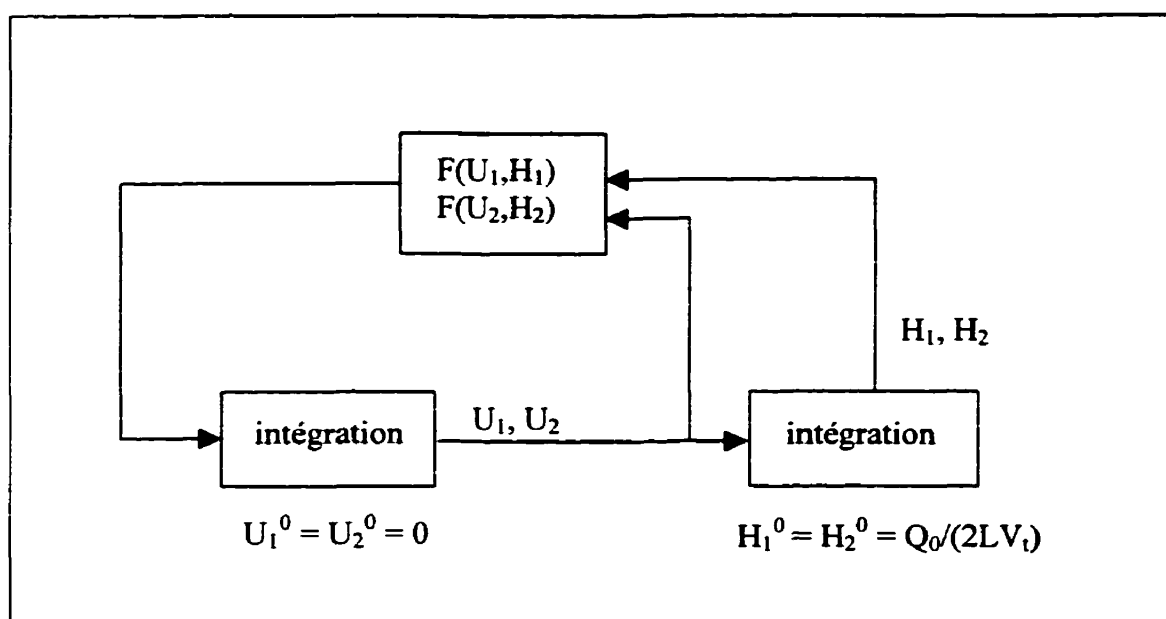


Figure 6.1 Schéma de résolution des équations différentielles du deuxième ordre.

6.3 Problème de l'égouttage asymétrique

Les simulations permettent de calculer, en fonction de la distance parcourue dans la machine à papier (selon le pas dx spécifié par l'utilisateur), les valeurs suivantes :

- vitesses d'égouttage $U_1(x)$ et $U_2(x)$;
- hauteur de suspension côtés toile externe et toile interne, $H_1(x)$ et $H_2(x)$;
- épaisseur du matelas fibreux sur chaque toile, $h_1(x)$ et $h_2(x)$ (l'épaisseur $h = G/C_m$);
- grammages déposés $G_1(x)$ et $G_2(x)$;
- concentration des eaux blanches, $C_{e1}(x)$ et $C_{e2}(x)$.

Le modèle est valide seulement jusqu'au point d'union des deux matelas fibreux, c'est-à-dire tant que la hauteur de suspension du côté de la toile externe et de la toile interne est supérieure ou égale à l'épaisseur de matelas formé sur les toiles externe et interne. Donc le modèle est valide tant que la somme $H_1 + H_2$ est supérieure ou égale à $h_1 + h_2$, avec $H_1 \geq h_1$ et $H_2 \geq h_2$. Pour réaliser cette condition, on doit faire en sorte qu'il y ait de l'eau à égoutter de chaque côté tant que les matelas fibreux en formation sur chacune des toiles ne se touchent pas. L'égouttage étant *a priori* posé asymétrique dans la machine, il y a une plus grande quantité d'eau égouttée du côté de la toile externe que du côté de la toile interne, et les équations mathématiques d'égouttage développées plus tôt doivent rendre compte de cette situation pour être valides. Si on fixe une hauteur initiale d'eau à égoutter égale de chaque côté lors de la simulation, le système résout les équations séparément pour la toile externe et la toile interne, si bien que la hauteur de suspension sur la toile externe, H_1 , qui diminue plus rapidement que sur la toile interne, atteint une valeur équivalente à l'épaisseur du matelas h_1 avant que H_2 n'atteigne h_2 , et la condition mentionnée précédemment ne peut jamais être satisfaite. Donc en plus d'inclure une instruction de vérification de la somme $H_1 + H_2$ dans l'algorithme de résolution des équations d'égouttage, il faut ajuster le système de manière à ce que H_1 n'arrive jamais à

h_1 avant que H_2 n'arrive à h_2 . En d'autres termes, faire en sorte que la hauteur totale de suspension à égoutter, H , soit répartie jusqu'à la fin entre H_1 et H_2 . Il y a moyen d'y arriver en utilisant une astuce mathématique assez simple, laquelle est illustrée à la figure 6.2. Mais d'abord, apportons une précision importante quant à la portée physique de H_1 et H_2 dans le cas des machines à double toile. En fait, comme dans le cas des machines à table plate, seule la hauteur totale de suspension, H , (ou épaisseur de suspension entre les deux toiles, somme de H_1 et H_2) représente une entité tangible. Dans une machine à double toile, on ne peut essayer d'établir une ligne de séparation quelque part entre les deux toiles (afin de départager H_1 et H_2) sans que cela ne prête à confusion, H_1 et H_2 étant plutôt des valeurs intermédiaires servant à calculer U_1 et U_2 les vitesses d'égouttage.

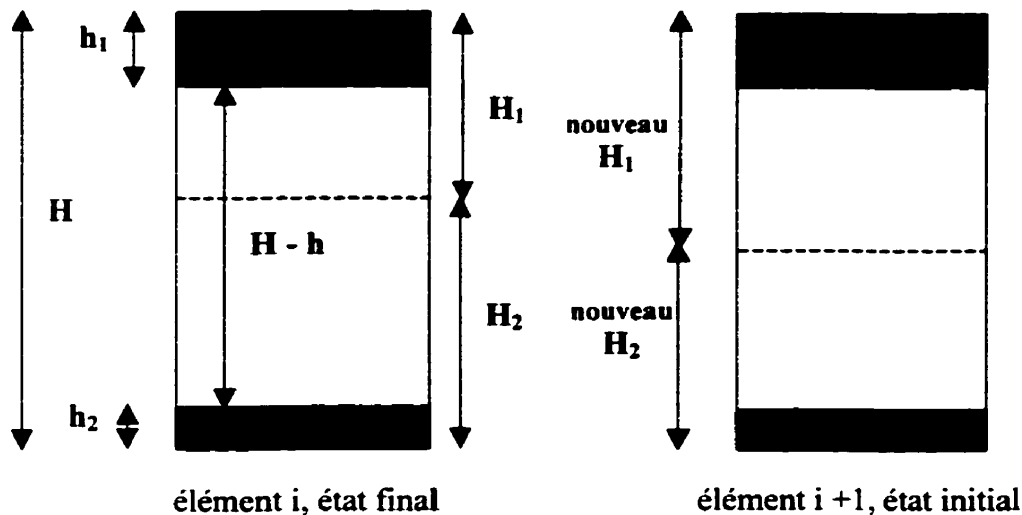


Figure 6.2 Illustration de l'ajustement de la quantité de suspension à égoutter de chaque côté entre l'élément i et l'élément $i + 1$.

Il s'agit donc dans un premier temps de poser $H^0/2$ comme valeur initiale de H_1 et H_2 . Ensuite, les équations du système sont résolues et on obtient les vitesses d'égouttage U_1 et U_2 et, en les intégrant, les hauteurs de suspension H_1 et H_2 pour le premier élément de formation correspondant à la distance dx spécifiée. On résout de nouveau les équations pour obtenir les valeurs de H_1 , H_2 , U_1 et U_2 du deuxième élément de formation, mais à la place de prendre comme valeurs initiales de H_1 et H_2 les valeurs calculées pour le premier élément de formation, on prendra les valeurs suivantes (voir la figure 6.2) : $H_1 = h_1 + (H - h)/2$ et $H_2 = h_2 + (H - h)/2$. La quantité $H - h$ représente la quantité de suspension entre les deux matelas fibreux, ou hauteur locale de suspension, et c'est cette quantité qui doit être répartie entre H_1 et H_2 jusqu'à la fin pour qu'on n'ait jamais $h_1 > H_1$ ou $h_2 > H_2$. Les valeurs initiales de U_1 et U_2 entrant dans le deuxième élément de formation sont quant à elles les valeurs calculées pour le premier élément de formation. Une fois les valeurs de H_1 , H_2 , U_1 et U_2 calculées pour le deuxième élément de formation, on résout le système pour le troisième élément de formation et ainsi de suite par itérations jusqu'au dernier élément de formation, en prenant toujours comme valeurs initiales de l'élément suivant les valeurs U_1 , U_2 , G_1 , G_2 , Ce_1 et Ce_2 de l'élément précédent, et $H_1 = h_1 + (H - h)/2$ et $H_2 = h_2 + (H - h)/2$, et en vérifiant à chaque itération que $H_1 + H_2 \geq h_1 + h_2$. Le dernier élément de formation, n , correspond au point où $H_1 + H_2 = h_1 + h_2$. Il n'y a aucun problème à manipuler les valeurs H_1 et H_2 entre chaque élément, puisque la variable d'intérêt est la vitesse d'égouttage, définie par la variation de la hauteur de suspension pendant un temps dt correspondant à une distance dx dans la machine à papier. Cette variation dH/dx fait intervenir une différence de hauteur entre deux éléments de formation, différence qui varie en fonction de la vitesse d'égouttage calculée dans l'élément précédent, peu importe la valeur initiale de la hauteur H au moment d'effectuer l'itération. L'algorithme de résolution du système d'équations se présente alors tel qu'illustré à la figure 6.3.

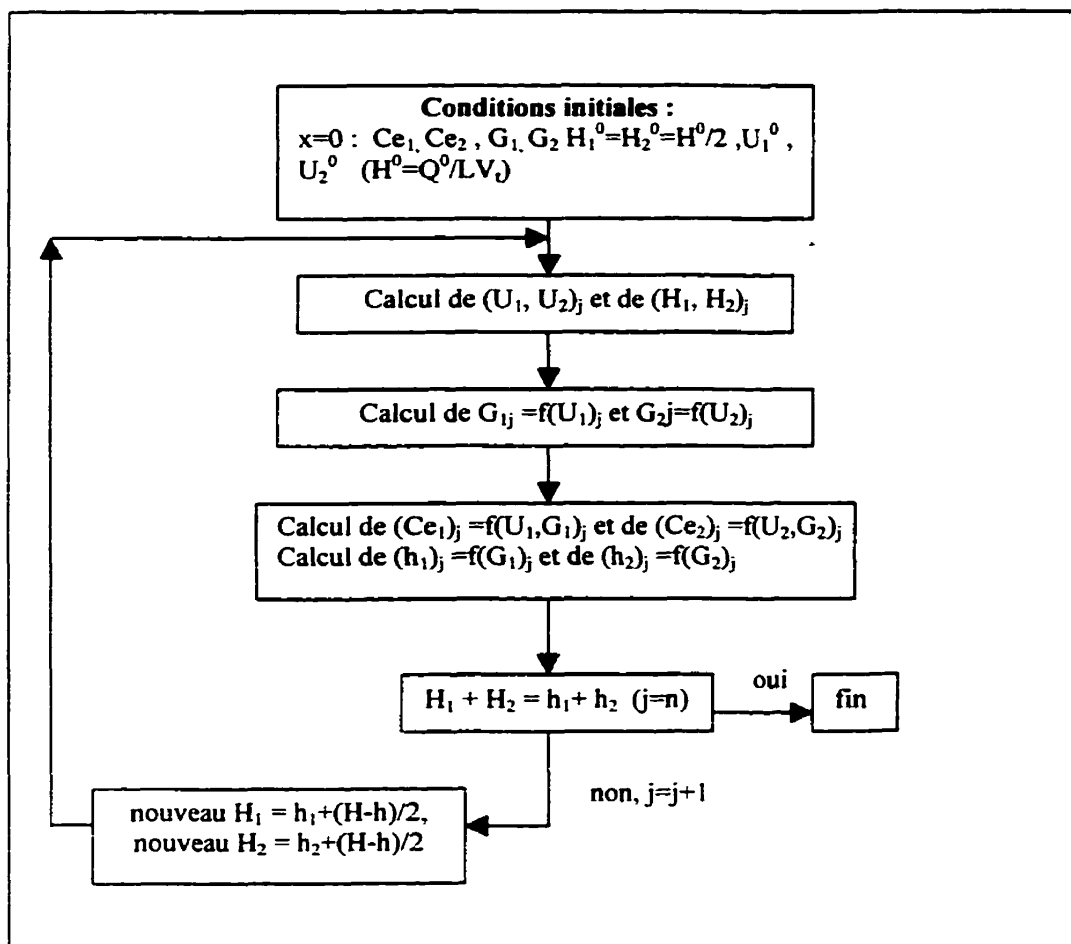


Figure 6.3 Algorithme de résolution du système d'équations.

6.4 Modélisation globale du drainage initial : intégration des trois zones

Le modèle développé ne s'applique qu'à partir de la zone 1 définie à la figure 5.9. Cependant, la partie de drainage initial des formeurs à double toile se divise en trois zones distinctes, telles qu'explicitées au chapitre 5, de sorte qu'il faut maintenant voir comment traiter ces zones les unes par rapport aux autres pour arriver à modéliser de façon globale le drainage initial. Bien que les formeurs à double toile soient de dimensions et de configurations variées, on y retrouve des caractéristiques communes,

entre autres dans le choix de l'orientation du jet sortant de la caisse d'arrivée. En effet, afin d'optimiser le drainage dès l'instant où le jet frappe la toile externe ou les deux toiles, on dirige celui-ci de manière à ce que l'impact se produise à une certaine distance de la sortie des lèvres, distance à laquelle la toile externe a déjà commencé à épouser la forme du rouleau de formation. Ce qui revient à dire que les équations du modèle sont valides tout de suite après le point d'impact. Si on arrive à évaluer la quantité de suspension drainée instantanément au moment de l'impact, de même que sa concentration, connaissant le débit de pâte alimentée au formeur on peut par bilan massique calculer le grammage initialement formé, qui devient une entrée du modèle. Il est à préciser que selon la configuration de la machine, l'impact du jet peut avoir lieu sur une seule toile ou sur les deux toiles, si bien que le grammage initialement formé est réparti sur les toiles en conséquence. Les autres valeurs initiales nécessaires à la résolution des équations sont les hauteurs de suspension H_1 et H_2 et les vitesses d'égouttage U_1 et U_2 . La vitesse d'égouttage initiale est posée nulle de chaque côté, quant à la hauteur de suspension initiale entre les toiles, elle est égale au débit de pâte sortant de la caisse d'arrivée divisé par la largeur des toiles et leur vitesse,

$$H^0 = \frac{Q_0}{LV_t} \quad (6.1)$$

et on divise cette valeur par deux pour avoir la hauteur initiale de suspension à égoutter du côté de la toile externe et de la toile interne, tel que vu à la section 6.3. Il n'est pas possible de savoir à l'avance à quelle distance se produira l'union des deux matelas fibreux, d'ailleurs un des buts de la modélisation est justement de calculer cette distance. Une fois calculée, à des fins de validation du modèle on peut cependant la comparer à des formules empiriques servant à l'estimer, telles que

$$\text{Long} = \frac{Q_0}{LU_{\text{moy}}} \quad (\text{Roux, 1997}) \quad (6.2)$$

$$\text{Long} = \left[\left(1 + \frac{aG}{2C_m a_t} \right)^2 - 1 \right] \left[\frac{\mu C_m a_t^2 V_t}{2C_0 a \Delta p} \right] \quad (\text{Meyer, 1971}) \quad (6.3)$$

où a est la résistance visqueuse du matelas fibreux, a_t est la résistance visqueuse de la toile et Δp la perte de charge dans le matelas fibreux. Si la distance d'union des deux matelas fibreux calculée par le modèle est supérieure à la portion de rouleau enveloppée par les toiles pour une machine donnée, cela veut dire que la ligne d'eau est atteinte dans la zone 2, là où le rayon de courbure des toiles devient infini. Il faut alors noter, au point où les toiles se détachent, quelles sont les valeurs de H_1 , H_2 , U_1 , U_2 , G_1 , G_2 , Ce_1 , Ce_2 , h_1 , h_2 ainsi que les valeurs des différentes résistances, car toutes ces données deviennent les valeurs initiales à fournir dans la seconde partie de la modélisation, où les équations d'égouttage qui s'appliquent deviennent celles d'une machine à table plate. Il est important de revenir sur le fait que la longueur de formation de la feuille dans un formeur à double toile est beaucoup plus courte que dans une machine à table plate, et que dans le cas où l'union des matelas fibreux s'effectue dans la zone 2, cela se produit au début de celle-ci. La figure 6.4 schématise l'ensemble de la démarche de résolution appliquée aux trois zones du drainage initial. Au chapitre 7, cette démarche sera appliquée à un cas concret de formeur à double toile.

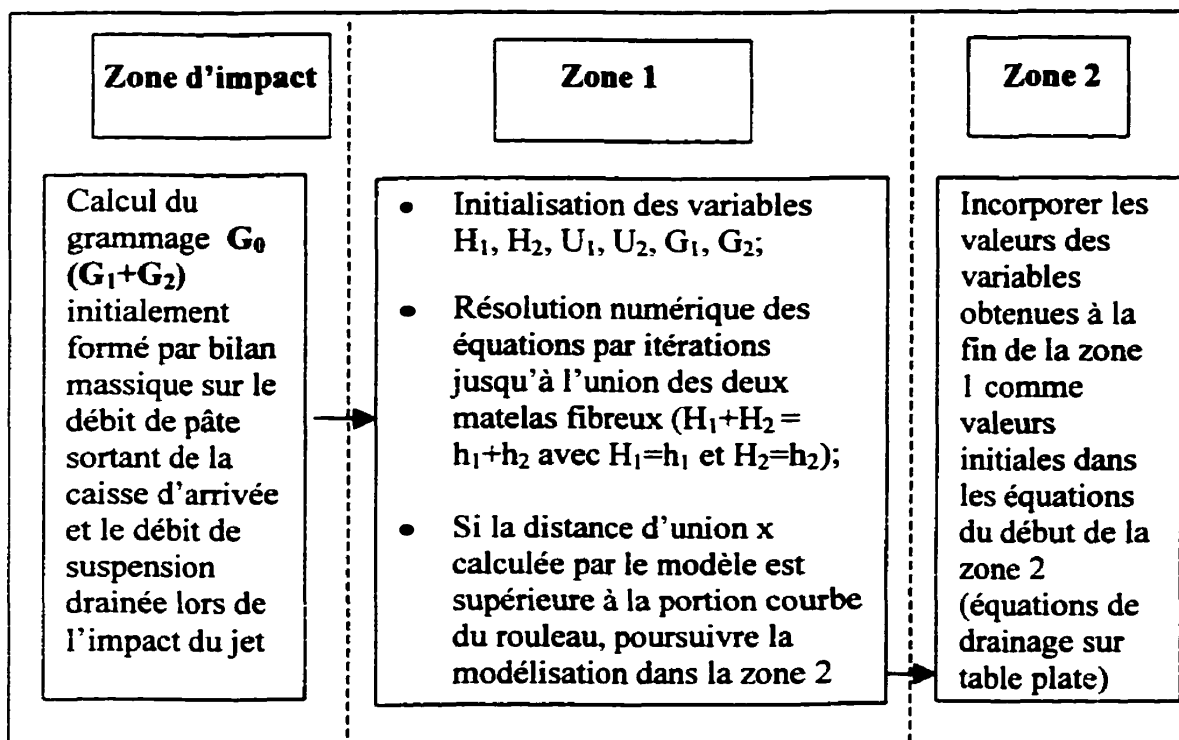


Figure 6.4 Démarche de résolution appliquée au trois zones du drainage initial.

6.5 Définition des entrées du modèle

Dans son ensemble, le modèle se compose de deux équations principales permettant de calculer les vitesses d'égouttage pour la toile externe et la toile interne, (5.47) et (5.48), et des équations permettant de calculer le grammage cumulé et la concentration dans les eaux blanches, (5.21) et (5.22). Ces équations font intervenir un certain nombre de variables et de paramètres qui sont soit connus, soit estimés, soit ajustés ou encore calculés par le modèle. Le tableau 6.1 fait état de ces différentes catégories de données.

Tableau 6.1 Classification des données du modèle

Données, par catégorie
1. Connues
Concentration dans les eaux blanches, C_0
Fraction de fine, F_f
Débit de pâte délivré à la caisse d'arrivée, Q_0
Largeur des toiles, L
Vitesse de la machine, V_f
Degré de raffinage, $^{\circ}\text{SR}$
Viscosité de la pâte, μ
Masse volumique de la pâte, ρ
Pression du côté de la toile externe, P_e
Pression du côté de la toile interne, P_i
Tension de la toile externe, T_1
Rayon du rouleau de formation, R
2. Estimées
Indice de filtration, I_f
Résistance spécifique inertielle, $R_{i\text{spec}}$
Surface spécifique de la toile, S_t
Épaisseur de la toile, L_t
Porosité de la toile, ϵ_t
Coefficient de rétention locale, côté toile externe, η_1
Coefficient de rétention locale, côté toile interne, η_2
Perte de charge dans le matelas fibreux, ΔP_m
Rétention initiale, R_0
Consistance du matelas fibreux, C_m
Longueur de la zone de formation (deux matelas), $Long$

Tableau 6.1 Classification des données du modèle (suite et fin)

3. Ajustées
Coefficient de formation, a
Coefficient de compressibilité, b
Facteur de colmatage, F_c
4. Calculées
Vitesse d'égouttage, côté toile externe, U₁
Vitesse d'égouttage, côté toile interne, U₂
Grammage, côté toile externe, G₁
Grammage, côté toile interne, G₂
Résistance spécifique à la filtration, toile externe, Rf_{spec1}
Résistance spécifique à la filtration, toile interne, Rf_{spec2}
Concentration des eaux blanches, côté toile externe, Ce₁
Concentration des eaux blanches, côté toile interne, Ce₂
Épaisseur du matelas fibreux, côté toile externe, h₁
Épaisseur du matelas fibreux, côté toile interne, h₂

Parmi les données connues à entrer dans le modèle, on a la consistance initiale de la pâte, C_0 , la fraction de fines, F_f , le débit de pâte alimentée à la machine, Q_0 , la largeur des toiles, L , la vitesse de la machine, V_i , le degré de raffinage, °SR, la viscosité et la densité de la suspension, μ et ρ , la pression appliquée sur la toile externe, P_e , la pression à la surface du rouleau, P_i , la tension de la toile externe, T_1 , et le rayon du rouleau de formation, R .

Les données ou variables estimées sont les entrées du modèle qui sont des caractéristiques de la pâte ou des conditions opératoires inconnues mais pouvant être

évaluées au moyen de formules empiriques ou encore d'informations qu'on retrouve dans la littérature.

Pour commencer, il y a l'indice de filtration, I_f , lequel représente le pouvoir colmatant de la suspension et reflète les effets physico-chimiques en jeu, avec la rétention initiale R_0 . Il peut être défini par un certain nombre de relations empiriques (Dyer et al., 1980, Van de Ven, 1989), toutefois celles-ci sont généralement complexes puisqu'elles font intervenir plusieurs paramètres caractéristiques de l'échelle microscopique. Meyer (1971) a établi que pour les fibres, l'indice de filtration varie entre 51 et 210 m^2/kg . Néanmoins, lorsqu'on est en présence d'éléments fins, on doit tenir compte de l'efficacité de la fibre unitaire à collecter ces éléments (Gagnon, 1997). En effectuant des simulations basées sur la trajectoire de particules de titane autour d'une fibre unitaire, Ramarao (1993) a obtenu une efficacité moyenne de 0.025, conduisant à un indice de filtration $I_{f(\text{titane})}$ allant de 1.28 à 5.25 m^2/kg . Étant donné que les fibres de cellulose sont généralement plus grosses que les pigments de titane, on peut supposer que leur indice de filtration sera plus élevé. On prend donc une valeur constante moyenne de I_f dans la résolution des équations, valeur posée à 15 m^2/kg en se basant sur les résultats de simulation obtenus par Gagnon (1997). La rétention initiale R_0 est quant à elle posée nulle, le modèle n'étant pas axé sur les effets physico-chimiques mais sur les effets hydrodynamiques.

Par ailleurs, on a vu au chapitre 3 que la résistance spécifique à la filtration, $R_{f\text{spec}}$, et la résistance spécifique inertielle, $R_{i\text{spec}}$, dépendent de la structure interne du matelas fibreux et évoluent pendant la formation de la feuille. En ce qui concerne la résistance spécifique à la filtration, par mesure de simplification on a décidé d'incorporer au modèle l'expression développée par Gagnon (1997) et améliorée par Samkocwa, c'est-à-dire l'équation (3.18), en ajustant les paramètres a , b et F_c selon les données expérimentales dont on dispose. En ce qui concerne la résistance inertielle, l'étude de Gagnon (1997) portait sur une machine à table plate pour laquelle la résistance

spécifique inertielle pouvait être négligée. Toutefois, les machines à double toile fonctionnent à des vitesses où les forces d'inertie peuvent influencer l'égouttage, donc la résistance spécifique inertielle ne doit pas être négligée dans le présent modèle. En prenant les valeurs caractéristiques suivantes (Meyer, 1971) :

- $S_o = 3 \times 10^5 \text{ m}^{-1}$;
- $\rho_p = 1100 \text{ kg/m}^3$;
- $\varepsilon = 0.9$
- $dH/dx = 0.005 \text{ m/m}$,

on trouve une valeur de Ri_{spec} (calculée avec l'équation (3.19)) de $88 \text{ m}^2/\text{kg}$. On utilise donc une valeur de résistance spécifique inertielle constante dans cet ordre de grandeur.

En ce qui a trait aux données relatives au calcul de la résistance de la toile, soient la surface spécifique S_t , l'épaisseur de la toile L_t et sa porosité ε_t , on prend les valeurs caractéristiques suivantes (Han et Igmanson, 1967) :

- $S_t = 6000 \text{ m}^{-1}$;
- $L_t = 0.0006 \text{ m}$;
- $\varepsilon_t = 0.67$

Les termes $C_0\eta_1$ et $C_0\eta_2$ représentent les fractions de la concentration initiale C_0 retenues sur le matelas de la toile externe et de la toile interne. On ne connaît pas la valeur des coefficients de rétention locale η_1 et η_2 , alors on remplace $C_0\eta_1$ et $C_0\eta_2$ par $C_0 - Ce_1(x)$ et $C_0 - Ce_2(x)$ (voir chapitre 3). Rappelons que $Ce_1(x)$ et $Ce_2(x)$ sont elles-mêmes des variables calculées par le modèle. Aussi, il n'est pas possible de connaître avec précision la consistance du matelas fibreux en formation, C_m , mais celle-ci a une valeur moyenne se situant entre 15 et 25 kg/m^3 .

D'autre part, dans le cas des formeurs à double toile, on doit estimer la longueur de la zone de formation (partie où on a deux matelas distincts) puisqu'on ne peut détecter à l'œil nu l'endroit où se rejoignent les deux matelas. On a vu un peu plus tôt qu'il existe quelques formules empiriques à cet effet. On reviendra sur ce point au chapitre 7.

Enfin, pour le cas d'un formeur à double toile, la perte de charge ΔP_m dans le matelas fibreux est approximée par

$$\Delta P_m = \frac{\rho_m h V_f^2}{R} \quad (\text{Wahren et al., 1975}) \quad (6.4)$$

où ρ_m est la densité du matelas fibreux, h son épaisseur et R est le rayon du rouleau de formation.

Restent les paramètres à ajuster, soient a le coefficient de formation, b le coefficient de compressibilité et F_c le facteur de colmatage. Comme on l'a dit un peu plus tôt, il doivent être ajustés par essai et erreur lors de la validation du modèle, de façon à ce que les résultats des simulations reflètent le mieux possible la réalité (données expérimentales).

À présent, nous avons toutes les informations pertinentes pour résoudre les équations du modèle et passer à l'étape de validation de celui-ci, que nous montrons au chapitre suivant. Pour terminer ce chapitre, nous présentons à la figure 6.5 le schéma de l'ensemble du modèle sous forme de blocs ou modules de calcul.

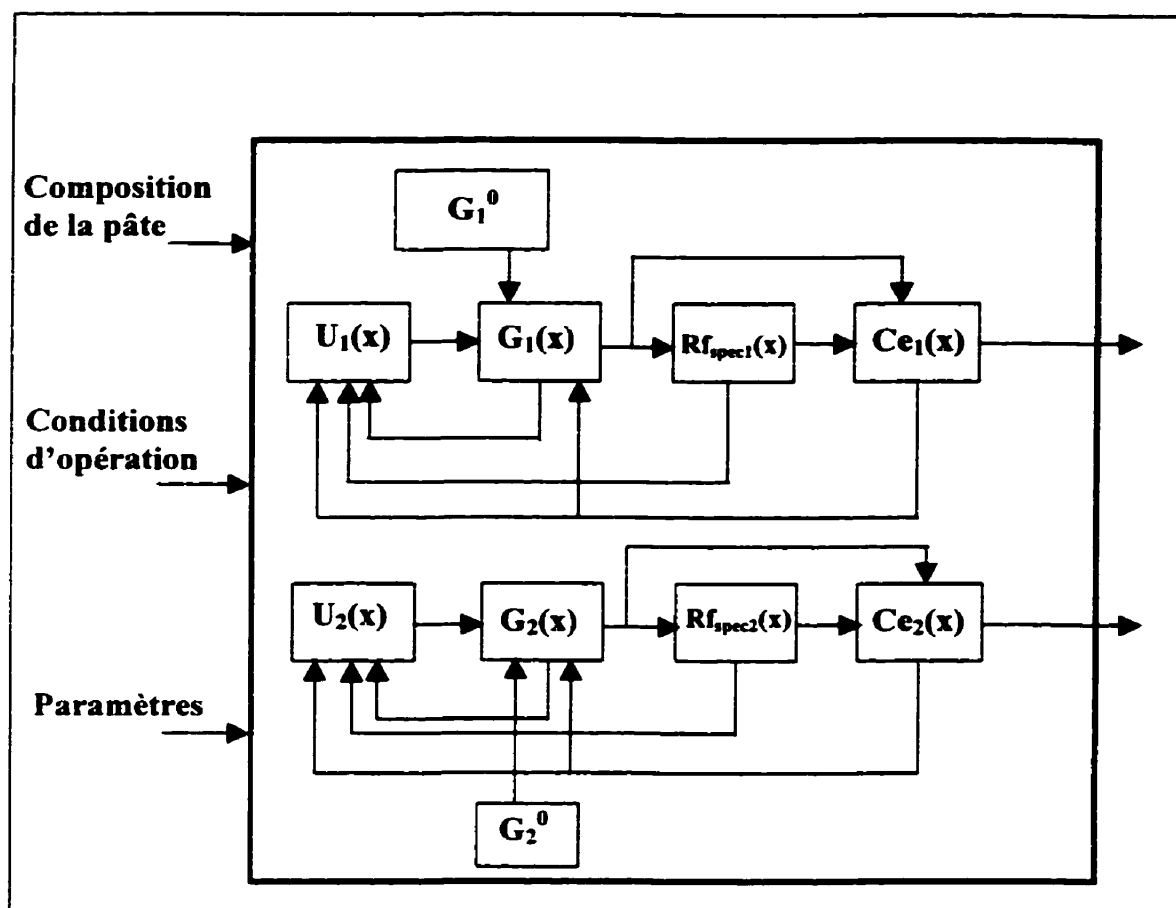


Figure 6.5 Schéma de l'ensemble du modèle.

CHAPITRE 7

ANALYSE DE L'ÉGOUTTAGE DANS UNE MACHINE PILOTE ET VALIDATION DU MODÈLE

Les chapitres antérieurs ont montré les étapes de développement et de résolution d'un modèle d'égouttage entre deux toiles. Il convient maintenant d'appliquer ce modèle à un cas concret, en l'occurrence celui de la machine pilote du Centre de recherche en pâtes et papier de l'université McGill. Tout ce qui suit fait donc référence à cette machine, à moins d'indications contraires.

7.1 Description de la machine pilote

La machine pilote de l'université McGill est schématisée à la figure 7.1. Ses principales caractéristiques sont :

- rayon du rouleau formeur : 7.62 cm ;
- rayon du rouleau coucheur : 10 cm ;
- distance entre le rouleau formeur et le rouleau coucheur : 1.04 m ;
- distance entre le rouleau formeur et la première lame : 25.40 cm ;
- nombre de lames : 8 ;
- distance entre deux lames : 7 cm ;
- largeur des toiles : 20.32 cm ;
- distance entre les lèvres de la caisse d'arrivée et le point d'impact du jet sur la toile externe : $5 - 7\text{ cm}$;
- vitesse (moyenne) de la machine : 5 m/s ;
- tension de la toile interne : jusqu'à 6 kN/m ;

- tension de la toile externe : *jusqu'à 6 kN/m*;
- débit de suspension : *3.3 – 4.1 L/s*;
- vitesse (moyenne) du jet : *5.75 m/s*

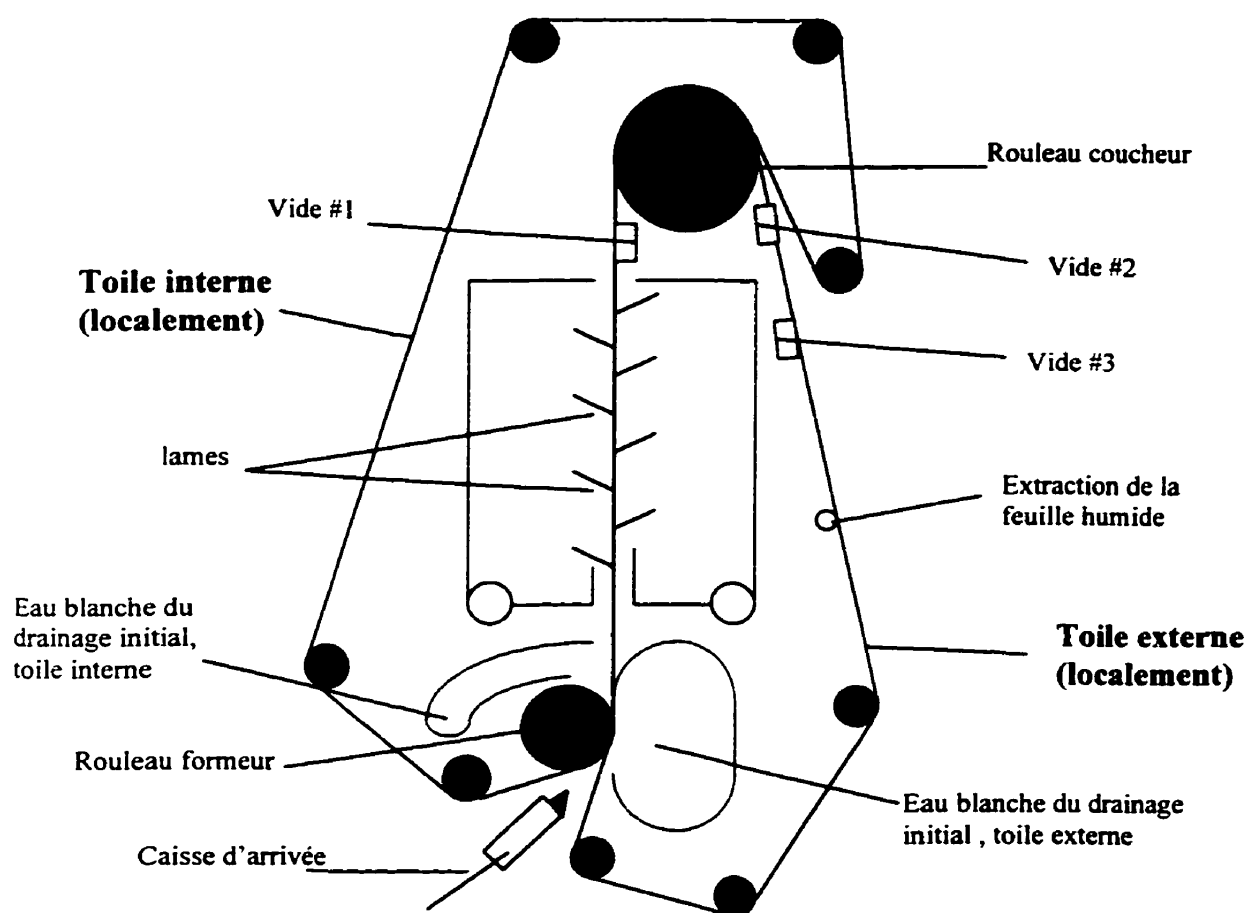


Figure 7.1 Schéma de la machine pilote (Twin-Wire Sheet Former) de l'université McGill.

La machine pilote du Centre de recherche en pâtes et papier de l'université McGill est une unité à double toile dans laquelle l'égouttage est fortement asymétrique. Cette asymétrie de l'égouttage est variable selon l'ajustement de l'angle d'impact du jet sur la toile externe et aussi selon le type de rouleau formeur en place (plein ou rainuré). À la base, lorsque l'égouttage est physiquement possible du côté du rouleau (i.e. s'il est rainuré), sur la quantité totale de suspension égouttée dans la zone de drainage initial, il y en a environ deux tiers égouttés du côté de la toile externe et un tiers égoutté du côté de la toile interne. Il convient d'apporter la précision suivante: sur le schéma de la machine, la toile interne "globale" est en fait la toile de droite, et lorsqu'on parle ici de toile externe, il s'agit de la toile interne qui est "localement" externe lorsqu'elle passe sur le rouleau de formation. Pour simplifier, gardons à l'esprit que dans ce qui suit, la toile externe se réfère à la toile de droite sur le schéma. La machine est disposée verticalement et mesure environ 1,6 m. Étant donné ses dimensions réduites, l'union des deux matelas fibreux s'effectue à moins de 20 cm au-delà du point d'impact du jet, qui va frapper la toile externe en premier, en raison de l'orientation donnée à la caisse d'arrivée pour maximiser le drainage.

Lors du drainage initial, c'est-à-dire ici dans les vingt premiers centimètres à l'intérieur de la machine, 65 à 80 % de la suspension est généralement égouttée, dont environ deux tiers du côté de la toile externe comme on l'a dit plus haut. La suspension traverse ensuite une enclave où se trouve une série de lames de part et d'autre des toiles afin d'entraîner un égouttage par pulsations de pression. Dans cette zone, de 3.5 à 7 % de la suspension est égouttée, principalement du côté de la toile externe (70 à 85 % de la quantité). Tout de suite après la série de lames, on retrouve une première caisse aspirante sous la toile externe, laquelle draine de 6 à 11 % de la suspension. Après le rouleau coucheur, une seconde caisse aspirante permet de drainer une quantité de suspension variant de 2.5 à 5 %, et finalement une troisième caisse aspirante égoutte de 0.5 à 2.5 % de la suspension. Un peu plus loin, la feuille humide est retirée à une consistance de 10 à 12 %.

7.2 Conditions aux frontières

Le principe de formation de la feuille tel que montré à la figure 5.8 implique l'écoulement de la suspension en régime établi, une fois dépassé le point où le jet de suspension fibreuse vient frapper les toiles. Toutefois, entre l'instant où le jet sort des lèvres de la caisse d'arrivée et l'instant où la suspension emprisonnée dans l'espace entre les deux toiles atteint un régime permanent (zone dite du coin), la situation est plus complexe et doit être analysée séparément, tel que vu au chapitre 6, car d'une part le jet ne touche pas les deux toiles simultanément, et d'autre part il faut tenir compte de la quantité d'eau égouttée instantanément lors de l'impact du jet sur la toile externe.

7.2.1 Points d'impact du jet sur les toiles

Le jet sortant de la caisse d'arrivée vient d'abord frapper la toile externe à une distance de 5 cm à 7 cm des lèvres, selon l'angle de la caisse d'arrivée (par rapport à l'horizontale). L'angle entre le jet et la toile externe est d'environ 20 degrés. La figure 7.2 illustre la situation.

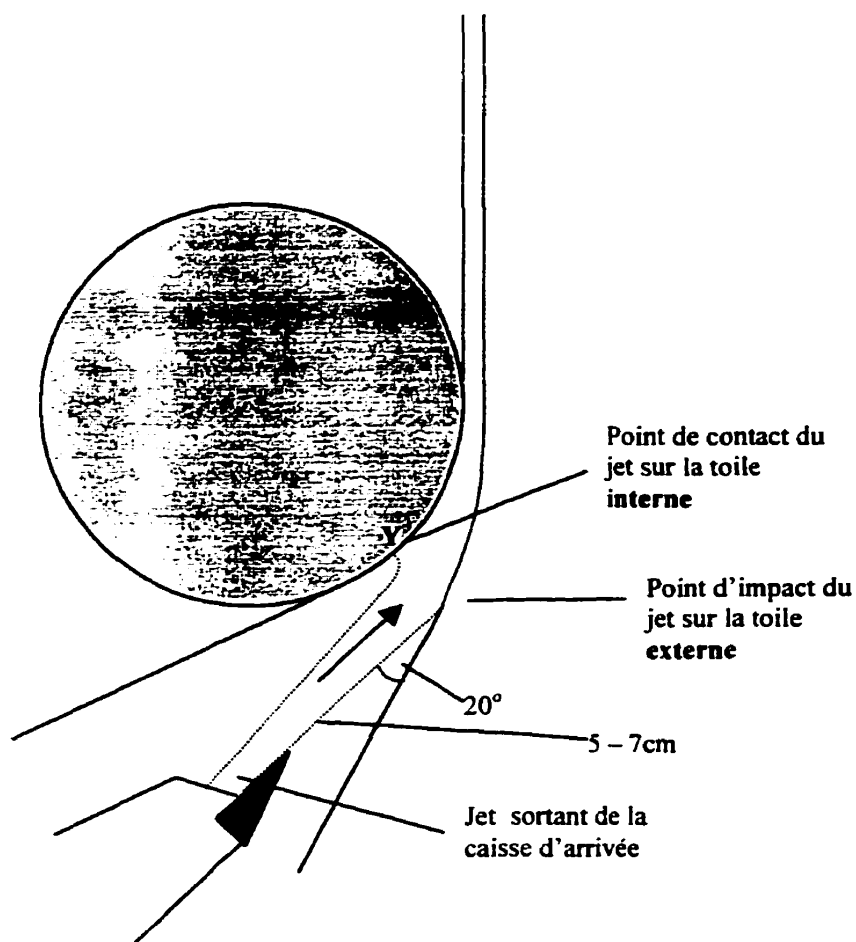


Figure 7.2 Impact du jet sur la toile externe et sur la toile interne.

Si on se base sur une valeur moyenne de 6.0 cm pour la distance entre les lèvres de la caisse d'arrivée et le point d'impact du jet sur la toile externe, la géométrie du système nous permet d'évaluer à quelle distance le jet entre en contact avec la toile interne, soit à environ 7.0 cm de la sortie de la caisse d'arrivée. Le jet sortant à une vitesse moyenne de 5.75 m/s, il y a donc impact sur la toile externe à 0.0104 s, et contact avec la toile interne 1.7 millièmes de seconde plus tard, ce qui correspond à une longueur de 0.85 cm sur la toile externe puisque la machine va à une vitesse moyenne de 5 m/s. La figure 7.3

montre un agrandissement de la zone d'impact du jet sur la toile externe et la toile interne montrée à la figure 7.2.

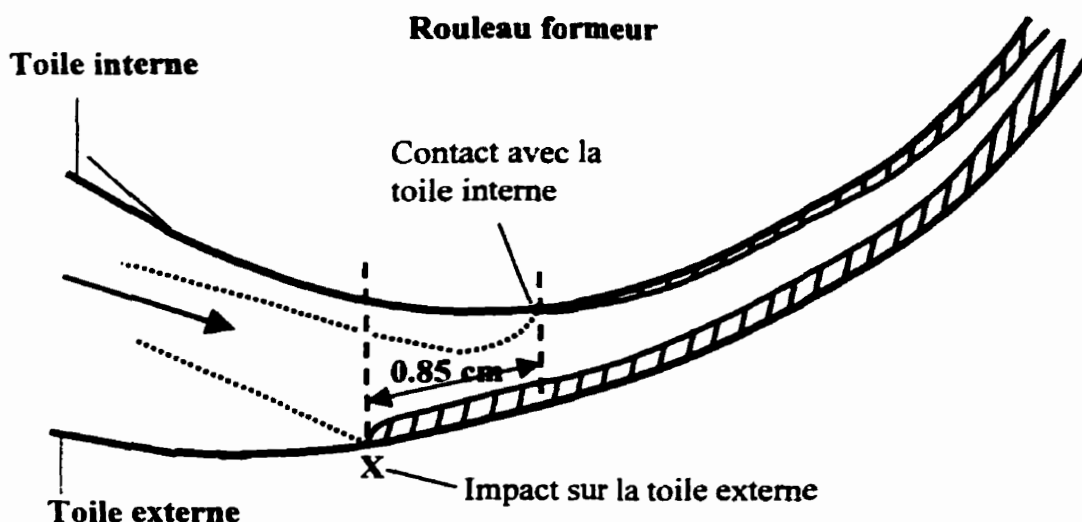


Figure 7.3 Agrandissement de la zone d'impact du jet sur les toiles.

À l'instant zéro, c'est-à-dire aussitôt que le jet frappe la toile externe, il y a une quantité substantielle de suspension qui est égouttée spontanément par la seule force d'impact du jet sur la toile. Il faut évaluer cette quantité avant de pouvoir calculer, par l'intermédiaire des équations du modèle, l'eau blanche égouttée lors du passage de la suspension sur le rouleau formeur. Jusqu'à maintenant, les principaux travaux entrepris sur la modélisation de l'égouttage dans les formeurs à double toile (que nous avons passés en revue au chapitre 5) n'ont pas touché à cet aspect proprement mathématique de la question de l'égouttage au point d'impact. Donc pour attaquer le problème, nous utilisons la démarche que voici, basée sur des notions élémentaires de mécanique des fluides.

Dans un premier temps, l'équation de Bernoulli peut être utilisée pour estimer la pression d'impact, même de façon approximative en fonction des hypothèses de départ. Si on suppose qu'il n'y a pas de perte par friction, l'équation de Bernoulli s'écrit comme suit :

$$P_0 + \frac{\rho V_0^2}{2} + \rho g z_0 = P_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g z_1 \quad (7.1)$$

Le point de référence de hauteur 0 est pris à la sortie de la caisse d'arrivée. À ce point, on est à la pression atmosphérique, et la vitesse moyenne du jet sortant est de 5.75 m/s. Il est raisonnable de poser que la vitesse du jet lorsqu'il frappe la toile externe est à peu près égale à la vitesse de la toile, soit 5 m/s. L'impact se produit à une distance moyenne de 6 cm de la caisse d'arrivée. En tenant compte de l'angle du jet par rapport à la toile, la hauteur correspondante est de 5 cm. En substituant ces valeurs dans l'équation (7.1), on trouve que P_1 la pression relative au point d'impact est égale à 3541 Pa. À partir de cette pression, il est possible d'évaluer la quantité de suspension égouttée à l'impact. En effet, on sait que la force est égale à la masse multipliée par l'accélération. L'accélération de la suspension entre la sortie de la caisse d'arrivée et le point d'impact sur la toile externe est la différence de vitesse par rapport au temps. Dans le cas présent, il s'agit d'une décélération qui se produit dans un intervalle de 6 cm, soit 0.0104 s, donc la décélération est de $(5.75 - 5)/0.0104 = 72 \text{ m/s}^2$. La pression de drainage à l'impact est une force exercée sur une surface. Il est difficile de définir avec exactitude l'étendue de la surface où se produit l'impact du jet, mais comme le drainage y est instantané, on peut estimer une longueur dx équivalent à 0.001 m. En faisant l'hypothèse que la suspension s'égoutte alors sur toute la largeur de la toile, on calcule une surface de 2.032 cm^2 , et la force équivalente est de 0.7195 N. En divisant cette force par 72 m/s^2 , on trouve une masse de 0.01 kg. Cette masse est délivrée en 0.0104 secondes. Ce qui veut dire que le débit drainé à l'impact est de 0.96 kg/s ou 0.96 L/s (en prenant comme densité une valeur de 1000 kg/m^3 puisque les suspensions sont très

diluées). Il s'agit là d'une valeur théorique, basée sur un certain nombre d'hypothèses. L'étape de validation du modèle nous permettra de voir si cette estimation est correcte ou non.

7.2.2 Influence de l'angle d'impact du jet

Selon l'angle d'impact du jet sur les toiles, la quantité de suspension initialement égouttée sur la toile externe ne sera pas la même. Plus cet angle est grand, plus il y a d'eau blanche égouttée au moment de l'impact.

7.2.3 Influence du type de rouleau de formation

Un peu plus tôt, il a été question du fait que l'égouttage du côté de la toile interne peut effectivement se produire à condition qu'il y ait un espace où l'eau blanche puisse s'égoutter au niveau du rouleau de formation. Un rouleau de formation complètement plein et imperméable n'offre pas de possibilité d'égouttage tant que la toile est en contact avec celui-ci, conséquemment l'eau peut s'égoutter du côté de la toile interne seulement quand elle se détache du rouleau et qu'il y a un vide sous celle-ci. Dans la plupart des cas, les machines à double toile sont munies d'un rouleau de formation perforé ou perméable et contenant une section de vide le long de la périphérie enveloppée par les toiles, tel le Papriformer de PAPRICAN, et le Periformer -D de type Webster, tous deux présentés au chapitre 4. Le rouleau de formation du Twin-Wire Sheet Former de l'université McGill est quant à lui un rouleau plein qui possède des rainures mesurant deux millimètres de haut, un millimètre de long et espacées de deux millimètres. Ces rainures offrent des espaces où la suspension peut s'écouler par la toile interne (revoir la figure 5.13). On estime que ces espaces sont exposés à l'atmosphère. Par contre, là où la toile est en contact avec la surface du rouleau (surface des rainures en fait), la suspension ne s'égoutte pas puisque le rouleau exerce une force égale et opposée à la force de la toile externe et de l'atmosphère, comme on l'a vu dans la

dernière partie du chapitre 5. Le long du rouleau de formation, la pression P_i exercée sur la surface externe de la toile interne est variable non pas en fonction de la distance x mais en fonction de la largeur (coordonnée en z) de la toile qui enveloppe le rouleau. La toile est large de 0.2032 m, et étant donné que les rainures ont un millimètre de long et sont espacées de deux millimètres, cela signifie que la longueur totale d'espace où la suspension peut s'égoutter représente deux tiers de toute la largeur, soit 0.1355 m. Lorsqu'il y a espace, la pression P_i est égale à la pression atmosphérique, et lorsqu'il y a rainure, la poussée du rouleau entraîne une pression égale à $P_e + T_l/R$ (force centrifuge négligée). Puisque les équations du modèle sont fonction de la distance x parcourue dans la machine, la seule façon de tenir compte de la variation de la pression en z est d'estimer une pression moyenne P_i comme suit :

$$P_{i_{\text{moyenne}}} = \frac{P_{\text{atm}} \times 0.1355 + (P_e + T_l/R)0.0677}{0.2032} \quad (7.2)$$

De plus, comme il y a un phénomène de succion au point où la toile interne se décolle du rouleau, le ΔP_{max} à cet endroit est à peu près égal à $-1/2\rho V_l^2$, soit -12500 Pa. Avant d'aller plus loin, on peut tout de suite montrer comment il est possible d'évaluer la quantité de suspension maximale qui peut être égouttée du côté de la toile interne. Telle que la machine pilote est configurée, la distance entre le point de contact du jet sur la toile interne et le point où les toiles se détachent du rouleau représente entre un cinquième et un sixième de la circonférence du rouleau. Si on divise par 5.5 (valeur moyenne) la circonférence qui est de 0.479 m, on obtient que la longueur d'égouttage au niveau du rouleau (après impact) est de 0.087 m. Avec une largeur de toile de 0.2032 m et en tenant compte du fait que la suspension ne s'égoutte que sur deux tiers de cette valeur, on trouve que l'aire d'égouttage est de 118 cm². Les rainures mesurant deux millimètres de haut, le volume correspondant à la surface d'égouttage est de 23.6 ml. Les toiles ont une vitesse moyenne de 5 m/s, donc la longueur d'égouttage est parcourue en 0.0174 s. Si tout l'espace entre les rainures est rempli, on a donc jusqu'à 1.36 L/s de suspension qui peut être égouttée du côté de la toile interne.

7.2.4 Variation du rayon de courbure de la toile externe

On a vu antérieurement que la toile externe commence à enrober le rouleau de formation tout de suite après le point d'impact du jet, et que la suspension entre en contact avec la toile interne environ 0.85 cm plus loin. À partir de là, l'égouttage se fait des deux côtés. Au début de cette phase de l'égouttage, la hauteur de suspension entre les toiles est à son maximum, puis elle va en diminuant jusqu'au point où les deux matelas entrent en contact. À ce point il n'y a plus de suspension "libre" entre les deux matelas fibreux formés et la distance entre les toiles est égale à la somme des hauteurs ($h_1 + h_2$) des deux matelas. Donc le rayon de courbure de la toile externe n'est pas constant, puisqu'il est égal au rayon du rouleau formeur plus la hauteur de suspension entre les deux toiles. On ne peut établir de relation précise entre la diminution du rayon de courbure de la toile externe et la distance dans la machine, car cela varie selon les conditions opératoires de la machine. En outre, toujours à l'intérieur de la zone de drainage initial (jusqu'à l'union des deux matelas fibreux), il existe un point limite au-delà duquel la toile externe n'enrobe plus le rouleau de formation et s'éloigne de celui-ci, de sorte que son rayon de courbure devient infini. Si l'union des deux matelas se fait après le point en question, il faut modifier les équations d'égouttage en conséquence, comme on l'a vu au chapitre 6. Dans notre étude, on pose que dans la zone de drainage initial, le rayon de courbure de la toile externe lorsqu'elle enveloppe le rouleau formeur est partout égal au rayon de celui-ci plus la hauteur de suspension entre les deux toiles, $R = R_{rf} + H$.

Maintenant que nous avons décrit la machine pilote et analysé les divers éléments ou facteurs stratégiques s'y rapportant, dans ce qui suit nous allons appliquer la démarche de résolution des équations avec des données expérimentales afin de valider le modèle proposé.

7.3 Application du modèle

Cette partie présente la démarche de résolution des équations du modèle appliqué à la machine pilote de l'université McGill. Dans un premier temps, les paramètres sont ajustés à l'aide de quelques points de fonctionnement (conditions opératoires et caractéristiques de la pâte données). Le modèle est ensuite validé en effectuant des simulations sur les autres données expérimentales et en comparant les résultats calculés et les valeurs expérimentales pour déterminer si le modèle décrit bien la réalité.

On a montré au chapitre 6 (revoir la figure 6.3) comment il est possible de résoudre le système d'équations du modèle en se servant du logiciel MATLAB® plus Simulink®, et de calculer de façon séquentielle les différentes variables d'intérêt, en particulier la concentration des eaux blanches. L'ensemble des données servant à ajuster les paramètres et valider le modèle est présenté au tableau 7.1. Les expériences sur la machine pilote ont été faites avec deux types de pâtes, l'une chimique (pâte kraft blanchie) et l'autre mécanique (TMP). Par une analyse au Bauer McNett, la fraction massique de fines de la pâte chimique a été établie à 7.5 % et son degré de raffinage est 651 ml (CSF) ou 18°SR, donc il s'agit d'une pâte très peu raffinée. La fraction de fines de la pâte mécanique a pour sa part été établie à 27 % et son degré de raffinage est 110 ml ou 68°SR. Il n'y avait pas de charges ajoutées ni d'agents de rétention. Cela nous permet de supposer que les fines ne sont pas agglomérées aux fibres avant de sortir de la caisse d'arrivée, et qu'il est raisonnable de poser que la rétention initiale est nulle.

Tableau 7.1 Ensemble des données expérimentales

Essai #	1 (TMP)	2 (TMP)	3 (TMP)	4 (Kraft)	5 (Kraft)
Tension de la toile externe (N/m)	2997	2997	2997	4085	4085
Masse initiale de pâte délivrée, kg	141	141	141	141	141
Masse égouttée, toile externe, kg	73.0	73.0	76.0	62.0	66.0
Masse égouttée, toile interne, kg	34.1	36.3	35.6	4.6	16.7
Concentration initiale, kg/m³	3.8	1.9	1.1	8.2	4.8
Concentration des eaux blanches, toile externe	1.0	0.6	0.4	0.3	0.3
Concentration des eaux blanches, toile interne	1.0	0.6	0.4	0.4	0.3
% total d'eau égouttée, drainage initial	76.0	77.5	79.1	47.2	58.7
% d'eau égouttée, toile externe (p/r à la qté d'eau égouttée au drainage initial)	68.2	66.8	68.1	93.1	79.8
% d'eau égouttée, toile interne	31.8	33.2	31.9	6.9	20.2
Rétention totale, % (zone drainage initial)	80.01	75.52	71.22	98.23	96.33
Rétention fines, %	25.97	9.34	-	76.43	51.12

Tableau 7.1 Ensemble des données expérimentales (suite)

Essai #	6 (Kraft)	7 (TMP)	8 (TMP)	9 (Kraft)	10 (Kraft)
Tension de la toile externe (N/m)	4085	5718	5718	5718	5718
Masse initiale de pâte délivrée, kg	141	141	141	141	141
Masse égouttée, toile externe, kg	68.0	79.0	83.0	35.0	42.0
Masse égouttée, toile interne, kg	13.9	28.2	29.6	15.8	16.2
Concentration initiale, kg/m³	3.2	4.1	2.1	8.1	6.0
Concentration des eaux blanches, toile externe	0.3	1.3	0.7	0.3	-
Concentration des eaux blanches, toile interne	-	1.4	0.7	0.3	-
% total d'eau égouttée, drainage initial	58.1	76.0	79.9	36.0	41.3
% d'eau égouttée, toile externe (p/r à la qté d'eau égouttée au drainage initial)	83.0	73.7	73.7	68.9	72.2
% d'eau égouttée, toile interne	17.0	26.3	26.3	31.1	27.8
Rétention totale, % (zone drainage initial)	-	75.41	73.38	98.67	-
Rétention fines, %	-	8.91	1.41	82.21	-

Tableau 7.1 Ensemble des données expérimentales (suite)

Essai #	11 (Kraft)	12 (Kraft)	13 (Kraft)	14 (Kraft)	15 (Kraft)
Tension de la toile externe (N/m)	5718	5718	4738	4738	4738
Masse initiale de pâte délivrée, kg	141	141	141	141	141
Masse égouttée, toile externe, kg	61.0	68.0	68.0	68	67.0
Masse égouttée, toile interne, kg	12.8	24.8	34.9	35.3	35.5
Concentration initiale, kg/m³	6.1	5.9	6.0	6.6	7.4
Concentration des eaux blanches, toile externe	-	0.4	-	-	-
Concentration des eaux blanches, toile interne	-	0.4	-	-	-
% total d'eau égouttée, drainage initial	52.3	65.8	73.0	73.3	72.7
% d'eau égouttée, toile externe (p/r à la qté d'eau égouttée au drainage initial)	82.7	73.3	66.1	65.8	65.4
% d'eau égouttée, toile interne	17.3	26.7	33.9	34.2	34.6
Rétention totale, % (zone drainage initial)	-	95.54	-	-	-
Rétention fines, %	-	40.51	-	-	-

Tableau 7.1 Ensemble des données expérimentales (suite et fin)

Essai #	16 (TMP)	17 (TMP)	18 (TMP)	19 (TMP)
Tension de la toile externe (N/m)	2997	2997	2997	2997
Masse initiale de pâte délivrée, kg	141	141	141	141
Masse égouttée, toile externe, kg	65.0	68.0	70.0	71.0
Masse égouttée, toile interne, kg	29.5	31.0	32.1	32.3
Concentration initiale, kg/m³	8.2	6.3	4.9	4.3
Concentration des eaux blanches, toile externe	1.7	1.3	1.2	1.1
Concentration des eaux blanches, toile interne	1.7	1.3	1.1	1.1
% total d'eau égouttée, drainage initial	67.0	70.2	72.4	73.3
% d'eau égouttée, toile externe (p/r à la qté d'eau égouttée au drainage initial)	68.8	68.7	68.6	68.7
% d'eau égouttée, toile interne	31.2	31.3	31.4	31.3
Rétention totale, % (zone drainage initial)	86.10	85.51	82.73	81.26
Rétention fines, %	48.54	46.34	36.04	30.59

7.3.1 Ajustement des paramètres du modèle

À la base, le modèle développé sert à calculer la concentration des eaux blanches par l'intermédiaire des autres variables présentées à la figure 6.3, et que l'on retrouve au tableau 6.1 dans la catégorie données calculées. Le tableau 7.2 quant à lui revient sur les

données des trois autres catégories du tableau 6.1 (connues, estimées et ajustées), en assignant à chacune la valeur fixe ou l'ordre de grandeur lui correspondant. Cela définit l'ensemble des conditions opératoires et des paramètres dont on s'est servi pour effectuer les simulations de base visant à ajuster les paramètres du modèle.

Tableau 7.2 Conditions opératoires et paramètres du modèle

Donnée (constante ou paramètre)	Valeur
Fraction de fines (massique)	[0.075] _{chimique} et [0.27] _{mécanique}
Débit en sortie de caisse de tête, L/s	4.1
Indice de filtration, m ² /kg	15
Largeur des toiles, m	0.2032
Vitesse des toiles, m/s	5.0
Concentration moyenne du matelas fibreux, kg/m ³	[15 – 25]
Concentration initiale de la suspension, kg/m ³	[1.1 – 8.2]
Résistance spécifique inertielle, m ² /kg	[80 – 100]
Viscosité de la suspension, Pa*s (25° C)	0.001
Grammage (final), g/m ²	40-50
Degré de raffinage, °SR	[18] _{chimique} , [68] _{mécanique}
masse volumique de la suspension, kg/m ³ (25°C)	1000
Tension de la toile externe, N/m	[3000-6000]
Rayon du rouleau formeur, m	0.0762
Rétention initiale	0
Longueur de la zone de formation, m	[0 - 0.1]
Facteur de colmatage F_c , m/kg	[1 – 4x10 ⁶]
Coefficient de formation a	[1.7 – 3.5]
Coefficient de compressibilité b	[1.0 – 2.0]

Pour montrer un exemple complet d'application du modèle, nous prendrons deux points expérimentaux pour lesquels toutes les informations sont connues (pas de case vide au tableau 7.1), l'un correspondant à une pâte kraft et l'autre à une pâte TMP, soient les essais 12 et 17 du tableau 7.1. Les paramètres a , b et F_c seront ajustés en fonction des conditions respectives de chacun des deux points, et serviront à valider le modèle avec les autres données du même tableau.

7.3.1.1 Calcul du grammage initial sur la toile externe

Il y a 141 kg de pâte au total qui sortent de la caisse d'arrivée. Pour l'essai 17, la concentration initiale est de 6.3 kg/m^3 . Dans la zone de drainage initial, 68.0 kg sont récoltés du côté de la toile externe et 31 kg du côté de la toile interne, pour un total de 99.0 kg, soit 70.2 % de la quantité initiale. D'après le calcul effectué au paragraphe 7.2.1, la valeur estimée du débit de suspension drainé lors de l'impact est de 0.96 L/s. Puisqu'on délivre 141 kg de pâte à un débit de 4.1 L/s, ou 4.1 kg/s en approximant la masse volumique de la suspension par celle de l'eau, toute la suspension passe dans le formeur en 34.39 secondes, si bien que la quantité totale de suspension drainée à l'impact est de 33 kg.. La concentration de l'eau drainée est de 1.3 kg/m^3 . Par bilan de matière sur les fibres, la différence entre la concentration initiale et la concentration de l'eau blanche nous indique qu'un total de 0.165 kg de fibre est retenu sur la toile au moment de l'impact, pour tout l'intervalle de temps pendant lequel la suspension est délivrée, soit 34.39 s. On a posé que l'impact se produisait sur une longueur de 1 mm, ce qui correspond à 0.0002 s puisque la vitesse de la machine est de 5 m/s. En 0.0002 s, on a $9.6 \times 10^{-7} \text{ kg}$ de fibre, déposé sur une surface de 2.032 cm^2 , ce qui donne un grammage initial de 4.72 g/m^2 . Par le même raisonnement, pour l'essai 12 on trouve un grammage initial de 5.19 g/m^2 .

7.3.1.2 Résultats des simulations de base

Outre les données présentées au tableau 7.2, les autres valeurs initiales dont on a besoin pour exécuter la simulation dans MATLAB® + Simulink® sont les vitesses initiales d'égouttage U_1^0 et U_2^0 , de même que les hauteurs initiales de suspension, H_1^0 et H_2^0 . On pose que $U_1^0 = U_2^0 = 0$ et $H_1^0 = H_2^0 = \frac{1}{2}Q/(LV_1)$. Ayant posé un débit drainé à l'impact de 0.96 L/s, le Q restant après l'impact du jet devient $(4.1 - 0.96) = 3.14$ L/s ou $0.00314 \text{ m}^3/\text{s}$. Donc $H_{10} = H_{20} = 0.001545 \text{ m}$. Le pas de distance spécifié est de 0.001 m.

Avant de pouvoir procéder aux simulations, nous avons besoin d'une information supplémentaire. En effet, il ne suffit pas de dire que la simulation s'arrête lorsque les deux matelas fibreux se rejoignent, car les paramètres à ajuster, a , b et F_c ont une influence sur la distance à laquelle se produira l'union des deux matelas. Dans le cas des machines à table plate, la longueur de la zone de drainage initial (jusqu'à la ligne d'eau) se détermine à l'œil nu et la simulation s'arrête lorsque la hauteur de suspension devient égale à la hauteur du matelas fibreux à la distance correspondant à la ligne d'eau. Les paramètres sont donc ajustés en conséquence. Dans un formeur à double toile, la longueur de la zone de drainage initial ne peut être déterminée à l'œil nu. À la limite, elle peut éventuellement être détectée à l'aide de capteurs spéciaux. Il s'agit donc dans notre cas d'une donnée devant être estimée, tel que mentionné à la fin du chapitre 6. Conséquemment, il nous faut établir un point de repère pour fixer l'arrêt de la simulation, par exemple le grammage cumulé au niveau du rouleau de formation, découlant de la quantité de suspension égouttée au point où les toiles se détachent du rouleau. Étant donné la configuration de la machine pilote de McGill, on peut supposer que tout l'égouttage de la zone de drainage initial se produit au rouleau de formation, sauf une certaine quantité égouttée du côté de la toile interne lorsque les toiles se décolent du rouleau. En effet, une fois dépassé le rouleau de formation, le rayon de courbure devient infini et on se retrouve avec des conditions d'égouttage similaires à

celles d'une table plate, sauf que la suspension peut s'égoutter de deux côtés. Comme il n'y a pas d'élément d'égouttage dans les quinze premiers centimètres de la zone 2, si on fait un bilan de forces dans cette partie, les seuls termes significatifs sont ceux de la résistance du matelas et de la toile, qui s'opposent à l'égouttage. Si on suppose que la quantité d'eau qui part du côté de la toile interne lorsque les toiles quittent le rouleau est drainée instantanément, on peut inclure dans la zone de modélisation le point de détachement des toiles du rouleau. Cela nous permet donc de calculer le grammage cumulé potentiel. Ainsi, à partir des données expérimentales présentées au tableau 7.1, le grammage cumulé au rouleau a été calculé, en se basant sur le fait que l'aire du rouleau enveloppée par les toiles est d'environ $0.087 \times 0.2032 = 0.0177 \text{ m}^2$ ou 177 cm^2 , que la quantité totale de pâte délivrée est de 141 kg et que le débit est de 4.1 L/s. Les résultats sont montrés au tableau 7.3. Les cases vides correspondent aux données expérimentales pour lesquelles les concentrations des eaux blanches n'étaient pas disponibles.

Tableau 7.3 Grammage cumulé au niveau du rouleau formeur (données expérimentales)

Concentration initiale (kg/m³)	Grammage total (g/m²)	Grammage, côté toile externe	Grammage, côté toile interne
3.8 (TMP)	8.60	5.87	2.73
1.9 (TMP)	4.06	2.71	1.35
1.1 (TMP)	2.24	1.53	0.71
8.2 (Kraft)	-	-	-
4.8 (Kraft)	10.66	8.51	2.15
3.2 (Kraft)	6.81	5.66	1.15
4.1 (TMP)	8.52	6.34	2.18
2.1 (TMP)	4.51	3.33	1.18
8.1 (Kraft)	11.34	7.82	3.52
6.0 (Kraft)	-	-	-
6.1 (Kraft)	-	-	-
5.9 (Kraft)	14.61	10.71	3.90
6.0 (Kraft)	-	-	-
6.6 (Kraft)	-	-	-
7.4 (Kraft)	-	-	-
8.2 (TMP)	17.58	12.10	5.48
6.3 (TMP)	14.17	9.74	4.43
4.9 (TMP)	10.90	7.42	3.48
4.3 (TMP)	9.46	6.51	2.95

On a supposé que tout l'égouttage initial s'effectuait à l'impact et dans la zone 1. Bien que cela restreigne l'analyse aux deux premières zones seulement, le problème d'estimation de la longueur de formation de la feuille n'est pas réglé, puisque l'union des deux matelas peut avoir lieu n'importe où entre le début et la fin de la zone 1,

laquelle mesure environ 0.087 m telle qu'établie plus haut. On peut seulement savoir qu'à la fin de la zone 1, la quantité totale de suspension égouttée doit correspondre à la quantité ayant servi à établir le grammage cumulé au niveau du rouleau formeur. Le modèle s'applique tant que les deux matelas ne se touchent pas. Une fois que les deux matelas entrent en contact à l'intérieur de la zone 1, l'égouttage se poursuit mais ce ne sont plus les mêmes équations qui s'appliquent car il n'y a plus de suspension libre de concentration C_0 au-dessus des matelas fibreux formés. Ainsi, pour une combinaison donnée des paramètres ajustables a , b et F_c , si la simulation donne comme résultat que l'union se produit à un point intermédiaire entre le début et la fin de la zone 1, on peut seulement déduire que la quantité de suspension égouttée calculée par le modèle doit être inférieure à la quantité totale égouttée à la fin de la zone 1 (selon les données expérimentales). Cela revient à dire que le modèle est valide du moment qu'on calcule une quantité de suspension égouttée inférieure à la quantité égouttée expérimentalement pour une longueur de formation inférieure à la longueur totale de la zone 1. Étant donné cette situation, afin de pouvoir ajuster de façon rationnelle les paramètres a , b et F_c , nous allons nous baser sur le fait que si l'union des matelas fibreux se produit à la toute fin de la zone 1, la quantité de suspension égouttée calculée par le modèle doit correspondre à la quantité de suspension expérimentalement égouttée. Nous fixons en quelque sorte un état "standard" pour lequel la longueur de formation initiale est pré-définie ou estimée. Ceci nous offre une alternative permettant d'ajuster les paramètres, c'est-à-dire trouver les valeurs pour lesquelles les résultats des simulations et les résultats expérimentaux concordent le mieux possible pour la longueur de formation posée. En d'autres mots que la quantité d'eau calculée par le modèle à cette distance corresponde à la quantité d'eau égouttée expérimentalement. En adoptant cette approche, le coefficient de formation a a été ajusté à 1.7 pour la pâte chimique, et à 2.63 pour la pâte mécanique, alors que le coefficient de compressibilité b a été ajusté à la valeur 1 pour la pâte chimique et à 2 pour la pâte mécanique. Quant au facteur de colmatage F_c , il varie en fonction de la concentration initiale de la pâte. Maintenant que nous avons ajusté les paramètres, nous pouvons valider le modèle avec les autres

données expérimentales disponibles. Nous rediscuterons des paramètres dans une section ultérieure.

7.3.2 Validation du modèle

Les résultats des simulations effectuées sur l'ensemble des données expérimentales à la suite de l'ajustement des paramètres sont présentés au tableau 7.4. En annexe C, quelques-uns de ceux-ci sont présentés sous forme de courbes. Le tableau 7.4 inclut aussi les valeurs du facteur de colmatage F_c , bien que ça ne soit pas une valeur calculée par le modèle, cela dans le but de montrer qu'il n'a pas une valeur constante. Nous indiquons également, pour tous les points, les valeurs du grammage initial calculé de la même façon qu'à la section 7.3.1.1. Précisons qu'une étape préliminaire à l'obtention des résultats a été de vérifier que dans le cas d'un rouleau plein, le système d'équations modélise bien un égouttage du côté de la toile externe seulement. Pour ce faire, on a fait l'ajustement nécessaire de la pression P_i (en la rendant égale à la somme de la pression atmosphérique et de T_l/R), et on a constaté que dans ces conditions l'égouttage modélisé a bel et bien lieu du côté de la toile externe seulement.

Tableau 7.4 Résultats des simulations

Essai #	1 (TMP)	2 (TMP)	3 (TMP)	4 (Kraft)	5 (Kraft)
Masse initiale de pâte délivrée, kg	141	141	141	141	141
Grammage initial G_1^0 g/m^2,	2.64	1.23	0.66	7.46	4.25
Valeur de F_c	5500	2e5	4e6	-	26500
Masse égouttée à l'impact , kg (théorique)	33	33	33	33	33
Masse égouttée après l'impact, toile externe, kg	42.26	46.42	48.90	-	33.51
Masse égouttée, toile interne, kg	31.77	34.61	35.54	-	25.74
Concentration initiale C_0, kg/m^3	3.8	1.9	1.1	8.2	4.8
Concentration moyenne des eaux blanches, toile externe, C_{e1}	0.944	0.492	0.290	-	0.318
Concentration moyenne des eaux blanches, toile interne, C_{e2}	0.982	0.500	0.293	-	0.339
Grammage cumulé ($G_1 + G_2$), g/m^2	9.957	5.191	3.031	-	13.912
Hauteur du matelas fibreuse, toile externe, h_1, m	0.000307	0.000156	0.000090	-	0.000597
Hauteur du matelas fibreuse, toile interne, h_2, m	0.000191	0.000104	0.000062	-	0.000330
Rétention totale, % (zone de drainage initial)	80.92	78.95	77.97	-	95.59
Rétention fines, %	29.32	45.98	18.42	-	41.14

Tableau 7.4 Résultats des simulations (suite)

Essai #	6 (Kraft)	7 (TMP)	8 (TMP)	9 (Kraft)	10 (Kraft)
Masse initiale de pâte délivrée, kg	141	141	141	141	141
Grammage initial G_1^0, g/m^2	2.74	2.64	1.32	7.37	-
Valeur de F_c	-	5500	190000	-	-
Masse égouttée à l'impact, kg (théorique)	33	33	33	33	33
Masse égouttée après l'impact, toile externe, kg	-	45.49	48.49	-	-
Masse égouttée, toile interne, kg	-	28.88	32.03	-	-
Concentration initiale C_0, kg/m^3	3.2	4.1	2.1	8.1	6.0
Concentration moyenne des eaux blanches, toile externe, C_{e1}	-	1.011	0.541	-	-
Concentration moyenne des eaux blanches, toile interne, C_{e2}	-	1.061	0.553	-	-
Grammage cumulé (G_1+G_2), g/m^2	-	10.453	5.664	-	-
Hauteur du matelas fibreux, toile externe, h_1, m	-	0.000335	0.000177	-	-
Hauteur du matelas fibreux, toile interne, h_2, m	-	0.000187	0.000106	-	-
Rétention totale, % (zone de drainage initial)	-	80.97	79.13	-	-
Rétention fines, %	-	29.53	22.70	-	-

Tableau 7.4 Résultats des simulations (suite)

Essai #	11 (Kraft)	12 (Kraft)	13 (Kraft)	14 (Kraft)	15 (Kraft)
Masse initiale de pâte délivrée, kg	141	141	141	141	141
Grammage initial G_1^0, g/m^2	-	5.19	-	-	-
Valeur de F_c	-	18750	-	-	-
Masse égouttée à l'impact , kg (théorique)	33	33	33	33	33
Masse égouttée après l'impact, toile externe, kg	-	36.30	19.92	-	-
Masse égouttée, toile interne, kg	-	19.92	-	-	-
Concentration initiale C_0, kg/m^3	6.1	5.9	6.0	6.6	7.4
Concentration moyenne des eaux blanches, toile externe, C_{e1}	-	0.376	-	-	-
Concentration moyenne des eaux blanches, toile interne, C_{e2}	-	0.418	-	-	-
Grammage cumulé ($G_1 + G_2$) , g/m^2	-	16.227	-	-	-
Hauteur du matelas fibreuse, toile externe, h_1, m	-	0.000770	-	-	-
Hauteur du matelas fibreuse, toile interne, h_2, m	-	0.000312	-	-	-
Rétention totale, % (zone de drainage initial)	-	95.90	-	-	-
Rétention fines, %	-	44.89	-	-	-

Tableau 7.4 Résultats des simulations (suite et fin)

Essai #	16 (TMP)	17 (TMP)	18 (TMP)	19 (TMP)
Masse initiale de pâte délivrée, kg	141	141	141	141
Grammage initial G_1^0, g/m^2	6.14	4.72	3.49	3.02
Valeur de F_c	185	515	1600	3000
Masse égouttée à l'impact , kg (théorique)	33	33	33	33
Masse égouttée après l'impact, toile externe, kg	36.97	36.28	40.11	41.32
Masse égouttée, toile interne, kg	24.55	28.02	30.00	30.98
Concentration initiale C_0, kg/m^3	8.2	6.3	4.9	4.3
Concentration moyenne des eaux blanches, toile externe, C_{e1}	1.847	1.481	1.189	1.057
Concentration moyenne des eaux blanches, toile interne, C_{e2}	2.076	1.603	1.256	1.107
Grammage cumulé (G_1+G_2), g/m^2	19.291	15.610	12.482	11.129
Hauteur du matelas fibreuse, toile externe, h_1, m	0.000643	0.000502	0.000391	0.000345
Hauteur du matelas fibreuse, toile interne, h_2, m	0.000321	0.000279	0.000233	0.000211
Rétention totale, % (zone de drainage initial)	84.41	83.39	81.96	81.39
Rétention fines, %	42.28	38.49	33.20	31.06

7.3.2.1 Discussion sur les paramètres a , b et F_c

Pour obtenir les résultats du tableau 7.4, on a procédé par étape, tel qu'expliqué à la section précédente. Les paramètres a , b et F_c ont d'abord été ajustés pour le point correspondant à l'essai 17. On a procédé à la simulation de l'égouttage en manipulant les paramètres pour les optimiser jusqu'à ce que le pourcentage d'eau égouttée selon la modélisation soit le plus près possible du pourcentage d'eau égouttée expérimentalement. La valeur ajustée du coefficient de formation a est 2.63, ce qui est raisonnable comme valeur pour le cas d'une pâte mécanique très raffinée, car selon Wahlstrom et O'Blenes (1962), a est inférieur à 2 pour une pâte faiblement raffinée et supérieur à 2 pour une pâte très raffinée. Quant à la valeur du coefficient de compressibilité b , il a été ajusté à 2. Le coefficient a dépend de la turbulence et de la vibration sur la machine, ainsi que de la nature de la pâte. Ainsi, dans les mêmes conditions et avec le même type de pâte, il n'y a pas de raison pour qu'il change de valeur et c'est pourquoi une fois ajusté nous avons conservé la valeur 2.63 pour les autres expériences faites avec la pâte mécanique. Il existe peu d'informations pouvant nous guider dans l'ajustement du coefficient b , sinon qu'il dépend uniquement du type de pâte. Tout comme le coefficient a , une fois ajusté à sa valeur optimale pour l'essai 17 le coefficient b a été gardé constant pour les autres simulations avec la pâte mécanique. En ce qui a trait au facteur de colmatage F_c , sa valeur optimale change selon les points, ce qui n'avait pas été observé dans les travaux antérieurs (Gagnon, 1997, Samkocwa, 1998), possiblement en raison du nombre très restreint de points ayant alors servi à l'analyse. L'objectif du facteur de colmatage est d'ajuster la valeur de la résistance spécifique initiale (voir équation (3.18)), laquelle ne dépend que du degré de raffinage. Or selon la nature de la pâte, le raffinage n'a pas le même effet. Dans certains cas, on a des fibres longues, fibrillées et gonflées, alors que dans d'autres cas on a des fibres plus courtes et peu fibrillées, ces deux situations pouvant conduire à un même degré de raffinage (De Choudens et Vallette, 1989). Le facteur F_c vient donc ajuster la résistance spécifique à la filtration initiale en tenant compte de la longueur des fibres, de la nature

de la pâte et de la concentration de la suspension. En regard de cela, il est normal que la valeur de F_c change, car les points expérimentaux correspondent tous à des concentrations différentes. Par ailleurs, on remarque que plus la concentration de la suspension est faible, plus F_c est grand. En fait, en traçant le graphique de F_c en fonction de la concentration de la suspension (en kg/m^3), on trouve que F_c est proportionnel à C_0 élevé à la puissance -5.0292 , relation corrélée à 99.73% :

$$F_c = 5000000C_0^{-5.0292}, \quad R^2 = 0.9973$$

Le fait d'avoir une corrélation entre le facteur de colmatage et la concentration de la suspension permet de faire passer F_c du statut de paramètre ajustable à celui de variable pouvant être prédite. Cependant, il faut comprendre que la corrélation qui s'applique ici n'est pas universelle, puisque F_c dépend aussi du type de pâte. Pour la pâte chimique, la tendance entre F_c et la concentration est la même, c'est-à-dire que F_c diminue avec l'augmentation de la concentration, mais le nombre de points disponibles est trop restreint (seulement deux) pour établir une corrélation entre les données.

En ce qui concerne les coefficients a et b pour la pâte chimique, on a procédé de la même façon que pour la pâte mécanique, en ajustant d'abord les paramètres pour le point correspondant à l'essai 12. Puisqu'il s'agit d'une pâte très peu raffinée, on a d'emblée fixé la valeur de a à sa valeur minimale, soit 1.7. La valeur de b a été fixée à 1 et à partir de là, le facteur de colmatage F_c a été ajusté de façon à ce que le pourcentage d'eau égouttée obtenu de la simulation concorde avec la valeur expérimentale.

Mentionnons que la variable P_i a également dû être ajustée, car la valeur estimée obtenue de l'équation (7.2) ne reflétait pas vraiment bien la réalité, l'égouttage simulé étant trop important du côté de la toile interne. En fait, on a précisé au paragraphe 7.2.3 que dans le cas du rouleau utilisé sur la machine étudiée, on ne pouvait qu'approximer la valeur de la pression P_i agissant sur la face externe de la toile interne, et l'équation (7.2)

présente une tentative d'approximation. La résolution du modèle montre seulement que la pression calculée par 7.2 est une sous-estimation de la pression réelle.

Avant de clore cette discussion sur l'ajustement des paramètres, il convient d'ajouter les remarques suivantes. Les paramètres ont été ajustés en fonction d'une certaine démarche, selon laquelle la longueur de formation initiale était fixée d'avance, d'une part, et basée sur un nombre restreint de points de fonctionnement, d'autre part. Cette démarche de validation n'est certes pas universelle. Pour ce qui fait référence à la longueur de formation initiale, il a été jugé que son estimation était raisonnable et n'entraînait pas une grosse marge d'erreur sur les résultats, étant donné les dimensions réduites de la machine et les informations dont on disposait. Par contre, concernant le nombre de points de fonctionnement, étant donné que nous avons trois paramètres ajustables, dont deux sont corrélés entre eux (a augmente quand b diminue et vice et versa), il aurait été plus justifié, sur le plan mathématique, d'ajuster les paramètres sur la base de plusieurs points (au moins trois) pour chaque type de pâte, puis de valider avec les points restants. Dans la poursuite du travail, il est suggéré de mettre une plus grande emphase sur cet aspect de la validation, lequel n'était pas fondamental ici. Les résultats n'en demeurent pas moins corrects, et sont discutés dans ce qui suit.

7.3.2.2 Discussion sur les résultats

Si on compare les valeurs du tableau 7.4 avec les valeurs expérimentales présentées au tableau 7.1, on obtient les pourcentages d'écart présentés au tableau 7.5. Les signes indiquent si les résultats calculés sont supérieurs ou inférieurs aux résultats expérimentaux.

Tableau 7.5 Pourcentage d'écart entre les résultats calculés et les résultats expérimentaux.

Essai #	Eau égouttée toile externe	Eau égouttée toile interne	C _{moy} , toile externe	C _{moy} , toile interne	Grammage cumulé	Rétention totale	Rétention en fine
1	5.65 % +	6.83 % -	5.60 % -	1.80 % -	15.78 %+	1.14 % +	12.90%+
2	16.05 % +	4.66 % -	18.00 %-	16.67 % -	27.86 %+	4.54 %+	-
3	13.72 % +	0.17 % -	27.50 %-	26.75 % -	35.31 %+	9.48 %+	-
5	1.55 % +	54.00 % +	6.00 % +	13.00 %+	30.51 %+	0.77 % -	19.52 %-
7	1.11 % -	2.41 % +	22.00 %-	24.21 %-	22.69 %+	7.37 %+	-
8	3.02 % -	8.21 % +	22.71 %-	21.00 %-	25.59 %+	7.84 %+	-
12	3.71 % +	24.50 % -	6.00 % -	4.50 % +	11.07 %+	3.77 % +	10.81%+
16	15.53 % +	16.78 % -	8.65 % +	22.12 %+	9.73% +	1.96 % +	12.90%+
17	3.66 % +	9.61 % -	13.92 %+	23.31 %+	10.16 %+	2.48 % -	16.94%-
18	8.40 % +	6.54 % -	0.92 % -	14.18 %+	14.51 %+	0.93 % -	7.88%-
19	8.74 % +	4.10 % -	3.91 % -	0.64 % +	17.64 %+	0.16 % +	1.54%+

En ce qui concerne la quantité d'eau égouttée du côté de la toile externe, l'écart entre les données expérimentales et les résultats calculés à partir des simulations varie de 1.11 % à 16.05 %. Pour ce qui est de la quantité d'eau égouttée du côté de la toile interne, l'écart varie de 0.17 % à 54 %. Avant d'aller plus loin dans la comparaison des résultats, précisons que pour juger de la validité du modèle, nous devons nous appuyer à la fois sur les résultats du côté de la toile externe et ceux du côté de la toile interne. Étant donné l'ensemble des variables et des paramètres en jeu, de même que les hypothèses posées et les estimations qui ont dû être faites, il est raisonnable de dire qu'au niveau de la quantité d'eau égouttée de chaque côté, les écarts observés entre les résultats calculés et les résultats expérimentaux sont tout à fait acceptables, dans la mesure où ils ne dépassent pas 25 %. Le tableau 7.5 fait état de deux points pour lesquels l'écart est particulièrement grand, et il s'agit des deux points correspondant à la pâte chimique. En fait, en se référant au tableau 7.1, on s'aperçoit qu'on a six autres essais faits avec la pâte

chimique pour lesquels on n'a pas fait de simulations car il manque les informations sur la concentration des eaux blanches. On s'aperçoit aussi que la quantité de suspension égouttée expérimentalement du côté de la toile interne varie beaucoup d'un essai à l'autre avec la pâte chimique, en dehors des essais 13, 14 et 15 pour lesquels cette quantité est du même ordre de grandeur que les essais avec la pâte mécanique. Y a-t-il eu des erreurs de mesure au niveau de certaines données expérimentales, ou des pertes de matière ne pouvant être comptabilisées? Ces interrogations dépassent le cadre de ce travail, néanmoins nous pouvons dire qu'avec la pâte chimique, le nombre restreint d'essais pour lesquels nous avons toute l'information voulue nous empêche de tirer des conclusions générales. Le reste de l'analyse sera donc surtout axé sur les essais faits avec la pâte mécanique. Dans tous les essais qui se réfèrent à la pâte mécanique, la quantité d'eau égouttée du côté de la toile interne calculé par le modèle est légèrement inférieure à la quantité expérimentale, sauf pour les essais 7 et 8. Il convient de préciser que les essais 7 et 8 ont été conduits avec une valeur différente de la tension de la toile externe (5718 N/m) par rapport aux autres expériences avec la pâte mécanique, toutes effectuées avec la même tension (2997 N/m). S'il existe une relation entre la tension de la toile et le degré de vibration de la toile à son passage sur le rouleau, cela peut expliquer les résultats obtenus, puisque la valeur du coefficient a a été gardée constante alors qu'elle est fonction de la vibration de la machine. Ainsi, la valeur optimale du paramètre a dans le cas des essais 7 et 8 est possiblement différente de la valeur fixée.

Pour ce qui est des écarts entre la concentration moyenne des eaux blanches de chaque côté, ils varient de 0.92 % à 27.50 % pour la toile externe, et de 0.64 % à 26.75 % pour la toile interne. Pour cette variable, il est normal d'observer des écarts allant jusqu'à 30 % entre les valeurs calculées et les valeurs expérimentales, d'une part parce que les résultats expérimentaux ont une précision limitée, d'autre part parce que le calcul de la concentration des eaux blanches est fonction de la fraction de fine qu'on suppose exacte, et de l'indice de filtration qu'on a seulement estimé. De plus, la concentration des eaux blanches est fonction du grammage, lequel est lui-même une valeur calculée par le

modèle. Donc l'écart entre le modèle et les résultats expérimentaux pour le grammage se reflétera dans le calcul de la concentration des eaux blanches.

Le pourcentage d'écart entre les valeurs calculées et les valeurs expérimentales de grammage varie de 9.73 % à 35.31 %. Pour tous les essais, le grammage calculé est supérieur au grammage expérimental. Mis à part le fait que le grammage calculé par le modèle soit fonction de la concentration des eaux blanches et de la vitesse d'égouttage, toutes deux étant aussi des valeurs calculées par le modèle, le grammage expérimental a été calculé en se basant sur une surface de déposition des fibres approximative, en considérant entre autres que du côté de la toile interne, les fibres se déposent sur toute l'aire de contact avec le rouleau. Or puisque l'eau ne s'égoutte pas uniformément de ce côté en raison des rainures, les fibres n'occupent sans doute pas toute la surface disponible, d'où une sous-estimation du calcul du grammage expérimental.

La rétention totale se calcule à partir de la quantité d'eau égouttée et de la concentration des eaux blanches d'après la formule (3.2),

$$R(\%) = \left(\frac{Q_0 C_0 - Q_e C_e}{Q_0 C_0} \right) * 100 \quad (3.2)$$

Puisque les valeurs calculées par le modèle et les valeurs expérimentales sont indépendantes, il s'ensuit que les valeurs qui en dérivent, comme la rétention, ne sont pas liées entre elles. Par exemple, pour un essai donné on pourrait trouver des valeurs de rétention très rapprochées, qu'elles soient calculées à partir des résultats du modèle ou des données expérimentales, même s'il existe un écart substantiel entre les résultats du modèle et les points expérimentaux. En effet, c'est le produit de la quantité (ou débit) de suspension égouttée Q_e par la concentration des eaux blanches C_e qui influence la valeur de la rétention, et ce produit peut être à peu près le même pour plusieurs valeurs de Q_e et C_e . En résumé, les écarts entre la rétention calculée par le modèle et la rétention calculée à partir des données expérimentales n'a pas de

signification pratique. En dehors de cette remarque, les valeurs de rétention provenant du modèle se situent dans l'ordre de grandeur attendu, soit de 70 à 90 % pour le cas de l'ensemble des fibres, et autour de 40 % (en moyenne) pour les fines, en faisant l'hypothèse que l'eau blanche contient seulement des fines.

Pour terminer cette section sur la discussion des résultats, et en gardant à l'esprit les remarques faites à la fin de la section précédente, on peut dire que les valeurs calculées par le modèle sont réalistes, et dans la plupart des cas l'écart entre celui-ci et les points expérimentaux est très raisonnable. Ce qui nous permet de conclure que le modèle de drainage et de rétention développé dans ce travail représente la réalité de façon convenable. Dès lors, il peut être appliqué à l'étude du comportement d'une suspension fibreuse s'écoulant entre deux toiles, sous diverses conditions opératoires.

CONCLUSION

Pour faire suite aux travaux antérieurs (Gagnon, 1997, Samkocwa, 1998) sur la modélisation de la rétention dans une machine à papier à table plate, on a généralisé l'étude aux cas des machines à double toile, dont l'utilisation n'a cessé de croître au cours des dernières décennies, en particulier pour la fabrication du papier journal. Le modèle mathématique développé dans le cadre de ce mémoire est basé sur les lois d'écoulement d'une suspension fibreuse à travers un milieu poreux, et tient compte des caractéristiques physiques de la pâte et des conditions opératoires de la machine. Il permet de calculer la concentration en fines et en charges dans les eaux blanches de part et d'autre des toiles de la machine dans la zone de drainage initial, de même que le grammage, les débits d'égouttage et par la suite la rétention globale. L'influence des différents facteurs se rapportant à la formation de la feuille entre deux toiles peut aussi être analysée à l'aide du modèle.

Tout comme le processus de formation de la feuille sur table plate, la formation entre deux toiles peut être représentée par une série d'éléments. Les équations de la vitesse d'égouttage de la suspension à travers la toile externe et la toile interne ont été dérivées à partir du bilan de quantité de mouvement macroscopique autour d'un volume élémentaire du côté de la toile externe et du côté de la toile interne. La géométrie particulière des formeurs à double toile implique l'intervention de nouveaux termes dans ce bilan, soient la composante radiale de la tension de la toile externe, la force centrifuge et la différence de pression entre les deux toiles. De plus, on a repris le terme de résistance spécifique à la filtration développé pour la modélisation de l'égouttage sur table plate, et on a ajouté le terme de résistance spécifique inertielle pour tenir compte des forces d'inertie qui interviennent lorsque la vitesse de la machine est très élevée. Le terme de résistance de la toile a quant à lui été développé pour ne plus être un paramètre du modèle. Ainsi, le nombre de paramètres empiriques du modèle devant être ajustés est

restreint à trois, soient le coefficient de formation a , le coefficient de compressibilité b et le facteur de colmatage F_c . La pression du côté de la toile interne est déterminée en fonction du type de rouleau de formation. Finalement, pour tenir compte de l'asymétrie de l'égouttage dans la machine, qui entraîne une diminution de la hauteur de suspension plus rapide du côté de la toile externe, on ajuste la hauteur de suspension initiale de chaque élément entre les itérations, de façon à ce qu'il y ait de l'eau à égoutter de chaque côté jusqu'à l'union des deux matelas fibreux.

Les équations ont été résolues avec le logiciel MATLAB plus Simulink®, et des simulations ont été effectuées pour valider le modèle. Cette seconde partie du travail a été effectuée à partir de données expérimentales provenant de la machine pilote du Centre de recherche en pâtes et papier de l'université McGill, après une analyse détaillée de ses principales caractéristiques. Les résultats obtenus sont satisfaisants, car l'écart moyen entre les valeurs calculées par le modèle et les données expérimentales n'excède pas 15 %, sauf dans le cas du grammage cumulé, où il atteint 20 %. Étant donné l'ensemble des hypothèses sur lesquelles reposent les calculs, ces écarts ne sont pas jugés excessifs. Il conviendra de voir, dans une étape ultérieure d'avancement des travaux, comment les hypothèses peuvent être reformulées de façon à minimiser le degré d'incertitude dans l'établissement des conditions aux frontières (drainage à l'impact, grammage initial, longueur de la zone de formation, pression au rouleau formeur, etc.), d'une part, et dans quelle mesure le modèle peut être amélioré par l'ajout des aspects physico-chimiques, d'autre part.

Pour la continuation des travaux sur la modélisation du drainage dans un formeur à double toile, nous recommandons ce qui suit :

- Trouver une façon d'arriver à déterminer empiriquement et avec un minimum de variables la longueur de la zone de formation

- Développer des corrélations permettant de réduire le nombre de paramètres.
- Puisque le modèle calcule la hauteur de suspension entre les toiles, ou distance entre celles-ci, il serait intéressant d'avoir des données expérimentales sur la distance entre les toiles dans la zone de drainage initial, de façon à avoir des données supplémentaires sur lesquelles s'appuyer dans l'étape de validation
- Effectuer une validation avec une pâte de concentration donnée testée à différentes conditions opératoires (variation de la tension et de la vitesse de la machine) pour déterminer l'influence de celles-ci sur les paramètres empiriques du modèle.
- Incorporer la physico-chimie au modèle actuel basé seulement sur les effets hydrodynamiques.
- Poursuivre l'analyse de l'égouttage au-delà du point d'union des deux matelas fibreux.

En résumé, les travaux sur la modélisation du drainage et de la rétention ont d'abord traité le cas des machines à table plate, avec une première emphase sur les aspects hydrodynamiques et sur la formulation d'un modèle empirique simplifié de la résistance spécifique à la filtration (Gagnon, 1997). La seconde étape a visé l'amélioration du modèle initial par l'ajout des aspects physico-chimiques (Samkocwa, 1998), lequel passait par le développement de l'indice de filtration. La troisième étape consistait à généraliser le modèle initial au cas des formeurs à double toile, ce qui a été accompli dans le cadre de cette maîtrise. Outre les recommandations précédemment établies quant à la poursuite des travaux, mentionnons en terminant que le but ultime de la démarche de modélisation est d'incorporer un modèle global du processus de formation de la feuille (partie humide) dans un logiciel de simulation servant à l'analyse et au contrôle des machines à papier.

RÉFÉRENCES

- 1) AALTONEN, P., JOHANSSON, R., MAURANEN, P. (1979). Aspects on Sheet Formation on Twin-Wire Formers. Paperi ja Puu. No 4, pp. 345-354.
- 2) AHN, J. (1995). Influence du type de toile sur l'égouttage et la formation des papiers graphiques. Revue A.T.I.P. vol. 49, no 6, pp. 238-244.
- 3) BAINES, W.D. (1967). The Papriformer: Part II . Flow in the Formation Zone of a Two -Wire Machine. Pulp and Paper Magazine of Canada. vol. 68, no 10, pp. T-497-T-538.
- 4) BIRD, R.B., STEWART, W.E., LIGHTFOOT, E.N. (1960) Transport Phenomena. Wiley. 780 pp.
- 5) BRITT, K.W., UNBEHEND, J. E., SHRIDHARAN, R. (1986). Observation on Water Removal in Papermaking. TAPPI Journal. vol 69, no 7, pp. 76- 79.
- 6) CARRÉ, B. (1992). Contribution à une meilleure compréhension des mécanismes de rétention et de floculation intervenant dans la fabrication du papier. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.
- 7) CHEREMISINOFF, N. P. , AZBEL, D. S. (1983) Liquid Filtration. Ann Arbor Science. 520 pp.

- 8) DE CHOUDENS, C., VALETTE, P. (1989). Le Bois, la Pâte, le Papier, 2^e édition. Centre Technique de l'Industrie des Papiers, Cartons et Celluloses. 192 pp.
- 9) DYER, D.A., MEYER, H., NELSON, R.W. (1980). Retention Dynamics for Small Particles on Cylindrical Fibers. Paperi Puu, vol.62, no 11, pp. 699- 702, 705-706, 723.
- 10) EL-HOSSEINY, F., YAN, J.F. (1980). Analysis of Canadian Standard Freeness, Pulp and Paper of Canada, vol.81, no 6, T-113- T-115.
- 11) GAGNON, C. (1997). Modélisation du drainage et de la rétention sur la table plate d'une machine à papier. Mémoire M.Sc.A., École Polytechnique de Montréal, 148 pp.
- 12) GRAFF, S. (1991). Analyse de la distribution de matière dans la partie humide d'une machine à papier. Mémoire M.Sc.A., École Polytechnique de Montréal, 203 pp.
- 13) GREEN, S. I., ZHAO, R.H., KEREKES, R. J. (1998). Pressure Distribution Between Forming Fabrics in Blade Gap Formers : Blades of Finite Width and Fabrics of Finite Stiffness. Journal of Pulp and Paper Science, vol 24, no 2, pp. 60-67.
- 14) HAMMOCK, C. J. (1998) Design and Development of a Laboratory Scale Twin-Wire Sheet Former. Mémoire de maîtrise en ingénierie, Université McGill, 73 pp.

- 15) HAN, S.T. (1964). Retention of Small Particles in Fiber Mats. TAPPI Journal. vol 47, no 12, pp. 782-787.
- 16) HAN, S.T., INGMANSON, W. L. (1967). A Simplified Theory of Filtration. TAPPI Journal. vol.50, no 4, pp. 176-180.
- 17) HAWES, J., BUCK, R. (1989). Precautions in Interpreting Backscatter-Based Drainage Analyses. TAPPI Proceedings, 1989 Papermakers Conference. pp. 131-136.
- 18) INGMANSON, W. L., ANDREWS, B.D. (1963). High-Velocity Water Flow Through Fiber Mats. TAPPI Journal. vol.46, no 3, pp. 150-155.
- 19) INGMANSON, W. L., HAN, S. T., WILDER, H.D., MYERS, W. T. (1961). Resistance of Wire Screens to Flow of Water. TAPPI Journal. vol.44, no 1, pp. 47-54.
- 20) IRMAY, S. (1958). On the Theoretical Derivation of Darcy and Forchheimer Formulas. Transactions, American Geophysical Union. vol.39, no 4, pp. 702-707.
- 21) JONG, J.H., BAINES, W.D., CURRIE, I.G. (1999). Experimental Characteristics of Forming Fabrics and Fibre Mats. Journal of Pulp and Paper Science. vol. 25, no 3, pp. 95-99.
- 22) KOSKIMIES, J., PERKINEN, J., PUOLAKKA, H., SCHULTZ, E., WAHLSTRÖM, B. (1972). A Drainage Model for the Forming Zone of a Two-Wire Former. Paperi ja Puu, Specialnummer 4a, pp. 137-146.

- 23) LACHENAL, D. (1996). Documents du cours de Chimie et Technologie des Procédés de Fabrication du Papier. E.F.P.G.
- 24) MARDON, J., HAUPTMANN, E. G. (1973). The Hydrodynamics of Curved Wire Formers. Pulp and Paper Magazine of Canada vol. 74, no 2, pp. 72-77.
- 25) MARTINEZ, D. M. (1998). Characterizing the Dewatering Rate in Roll Gap Formers. Journal of Pulp and Paper Science. vol. 24, no 1, pp.7-13.
- 26) MEYER, H. (1971). Hydrodynamics of the Sheet-Forming Process. TAPPI Journal. vol. 54, no 9, pp. 1426-1450.
- 27) MEYER, H. (1969). The Effect of Wire Screens on Forming Fiber Mats. TAPPI Journal. vol.52, no 9, pp. 1716-1723.
- 28) MEYER, H. (1962). A Filtration Theory for Compressible Fibrous Beds Formed from Dilute Suspensions. TAPPI journal. vol.45, no 4, pp. 296-310.
- 29) de MONTIGNY, R. , PYE, I. T., HEDLEY, T. B. (1967). The Papriformer: Part I. The Machine and its Performance. Pulp and Paper Magazine of Canada. vol. 68, no 10, pp. T-482- T-496.
- 30) NORMAN, B., HOLLMARK, H., HERMANSSON, L., NORDSTROM, B., ANDERSSON, S. (1992). The STFI-Former for Roll/Blade Dewatering. SPCI/ATICELCA European Pulp Paper WEEK, Proc., Bologna. vol.2 pp. 114-121.

- 31) NORMAN, B. (1979). Principles of Twin-Wire Forming. Paper Technology and Industry. vol.20, no 5, pp. 183-187.
- 32) NORMAN, B. (1987). On the Mecanisms of Dewatering in the Twin-Wire and Press Sections. Nordic Pulp Paper Res. J. n° special, pp. 39-46.
- 33) PIRES, E. C. (1995). Um modelo de desaguamento de massas celulosica para aplicação em maquina de papel e prensas de desaguamento de lodo. O Papel. pp. 60-65.
- 34) PIRES, E. C., SPRINGER, A. M., KUMAR, V. (1988). Computational Model for Water Drainage in Fourdrinier Paper Machines. TAPPI Journal, pp. 133-139.
- 35) RAMARAO, B.V. (1993). Dynamics of Fine Particle Retention in Fibrous Media. TAPPI Engineering Conference. vol.2 pp. 455-476.
- 36) RAMARAO, B.V., KUMAR, P. (1996). A Model for the Gravity Drainage of Papermaking Suspensions. Nordic Pulp and Paper Research Journal. no 2, pp.86-94.
- 37) ROUX, J.-C. (1997). Notes du cours de Génie Papetier, E.F.P.G.
- 38) SAMKOCWA, D. (1998). Modélisation de la rétention des particules fines sur la table plate d'une machine à papier. Mémoire M.Sc.A., École Polytechnique de Montréal, 150 pp.
- 39) SAYEGH, N.N., GONZALEZ, T.O. (1995). Compressibility of Fibre Mats During Drainage. Journal of Pulp and Paper Science. vol. 21 , no 7, pp. J255-J261.

- 40) SMOOK, G.A. (1990). Manual para técnicos de pulpa y papel (version espagnole de Handbook of pulp and paper technologists). TAPPI Press, 397 pp.
- 41) TAYLOR, G. I. (1956). Drainage at a Table Roll. Pulp and Paper Magazine of Canada. Convention Issue, pp.267-273.
- 42) THORP, B.A., BARASCH, M. (1985). Water Removal Principles on Roll-Type, Top-Wire Formers. TAPPI Journal. vol. 68, no 4, pp.108-111.
- 43) VAN DE VEN, T.G.M. (1989). Physicochemical and Hydrodynamic Aspects of Fines and Fillers Retention. Mechanical Engineering Publications Ltd. vol.1, pp.471-494.
- 44) VAN DE VEN, T.G.M. (1993). Particle Deposition on Pulp Fibers : The Influence of Added Chemicals. Nordic Pulp and Paper Research Journal, vol 1, pp. 130-134.
- 45) WAHLSTROM, B., O'BLENES, G. (1962). The Drainage of Pulps at Paper-Making Rates and Consistencies Using a New Drainage Tester. Pulp and Paper Magazine of Canada. pp. T-405-T-417.
- 46) WAHREN, D., DUFVA, L. (1975). Mechanics of Water Removal in Webster-type Formers. Paper Technology and Industry. vol.16, no 2, pp. T68-T76.
- 47) WAHREN, D., STENBERG, G., ZOTTERMAN, C. (1978). Symmetrical Dewatering in Webster-type Formers. Pulp and Paper Canada. vol.79, no 9, pp.T276-T279.

- 48) XU, J., BOUSFIELD, D.W. (1993). Effect and Modelling of Shear Rate and Drainage Rate on Retention of Fines. Papermakers Conference, avril, pp. 95-101.
- 49) ZAHRAI, S., BARK, F. H. (1995). On the Fluid Mechanics of Twin-Wire Blade Forming in Paper Machines. Nord. Pulp Pap. Res. J. vol. 10, no 4, pp. 245-252.
- 50) ZAHRAI, S., BARK, F.H., NORMAN, B. (1997). An Analysis of Blade Dewatering in a Twin-Wire Paper Machine. Journal of Pulp and Paper Science. vol. 23, no 9, pp.J452-J459.
- 51) ZAHRAI, S., MARTINEZ, D.M., DAHLKILD, A.A. (1998). Estimating the Thickness of the Web During Twin-Wire Forming. Journal of Pulp and Paper Science. vol.24, no 2, pp.67-72.
- 52) ZHAO, R.H., KERESKES, R.J. (1995). Pressure Distribution Between Forming Fabrics in Blade Gap Formers: Thin Blades. Journal of Pulp and Paper Science. vol.21, no 3, pp. J98- J103.

ANNEXE A

Passage de la vitesse d'égouttage en fonction du temps
à la vitesse d'égouttage en fonction de la distance

$$U(t) = - \frac{dH}{dt} = U(x)V_t = - \frac{dH}{dx} V_t$$

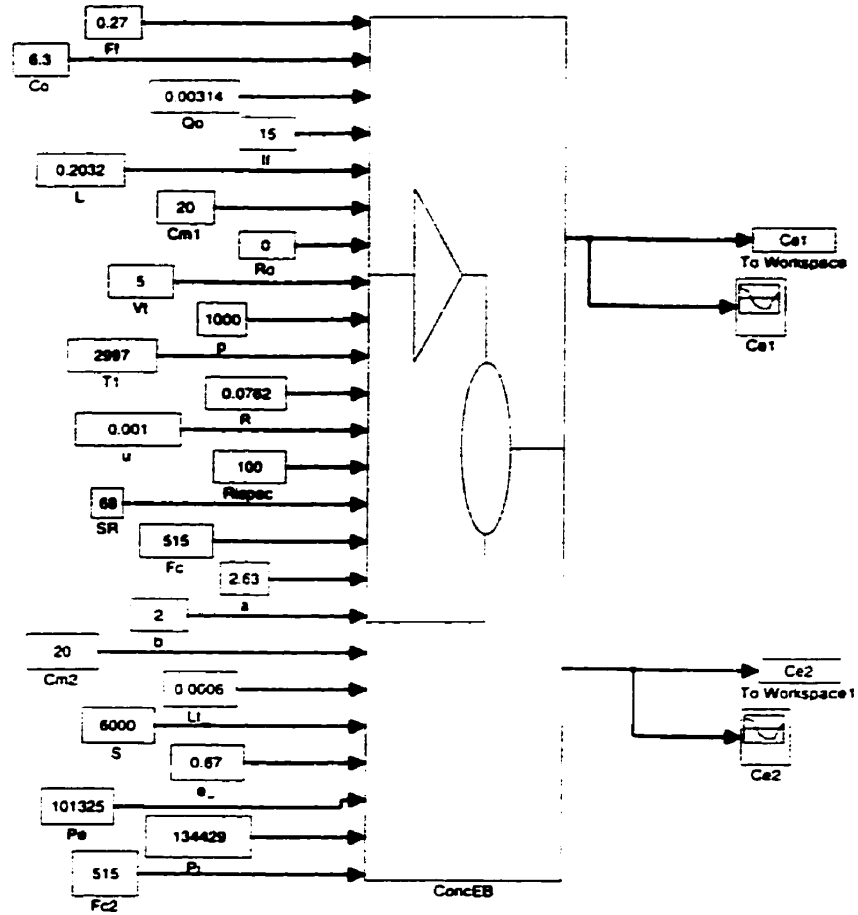
$$\begin{aligned} \frac{dH}{dx} &= \frac{dH}{dt} * \frac{dt}{dx} \quad (\text{par dérivation en chaîne}) \\ &= \frac{dH}{dt} * \frac{1}{V_t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 H}{dx^2} &= \frac{d}{dx} \left(\frac{dH}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{dH}{dt} * \frac{1}{V_t} \right) = \frac{1}{V_t} \frac{d}{dx} \left(\frac{dH}{dt} \right) \quad (\text{car } V_t \text{ est une constante}) \\ &= \frac{1}{V_t} \frac{d}{dt} \left(\frac{dH}{dt} \right) \frac{1}{V_t} \quad (\text{dérivation en chaîne}) \\ &= \frac{1}{V_t^2} \frac{d^2 H}{dt^2} \end{aligned}$$

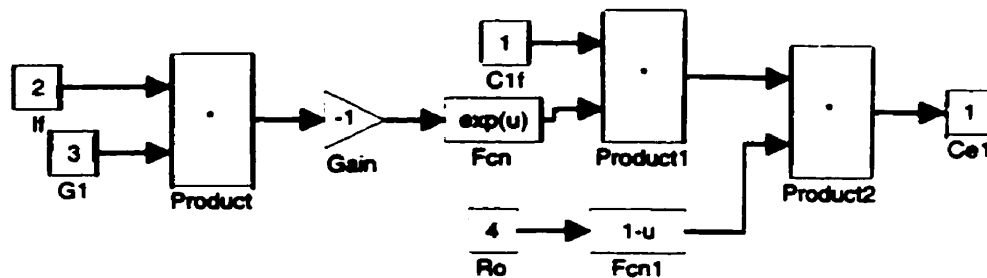
ANNEXE B

Diagrammes des blocs du modèle dans Simulink[®]

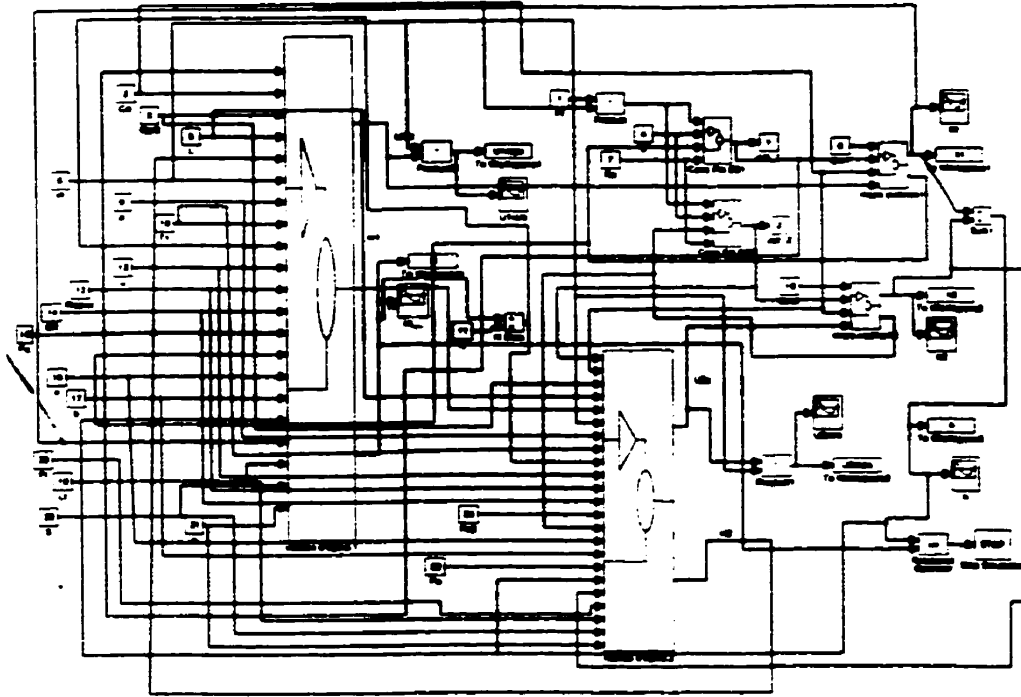
1. Bloc principal



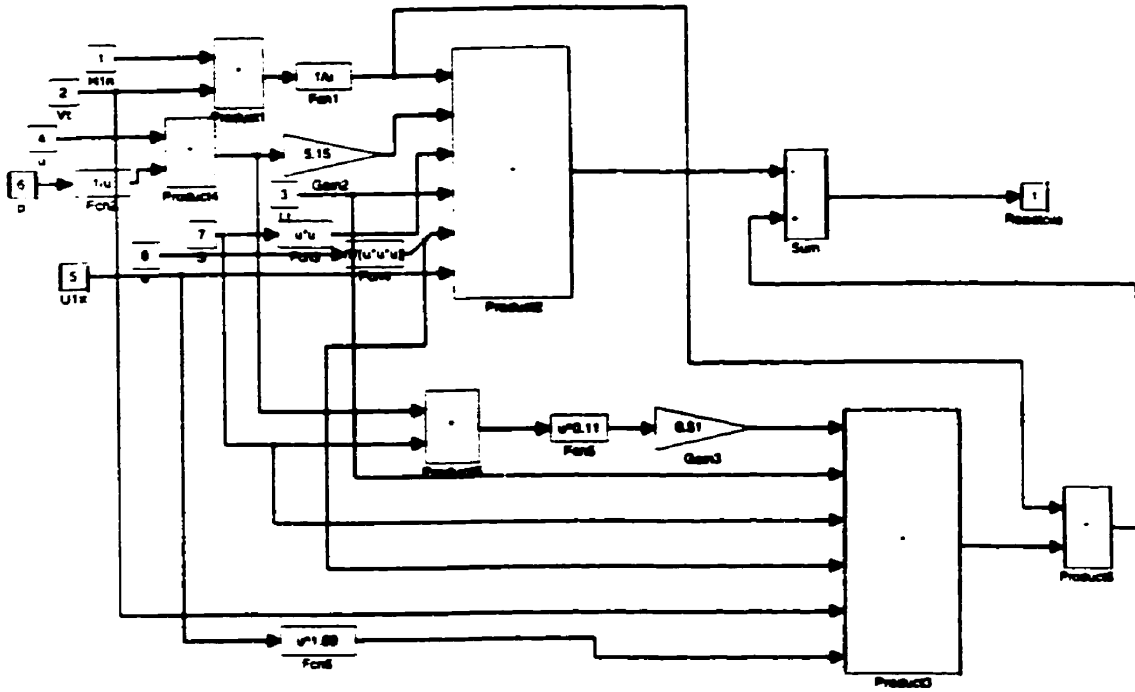
2. Bloc Concentration en fines dans ies eaux blanches, côté toile externe



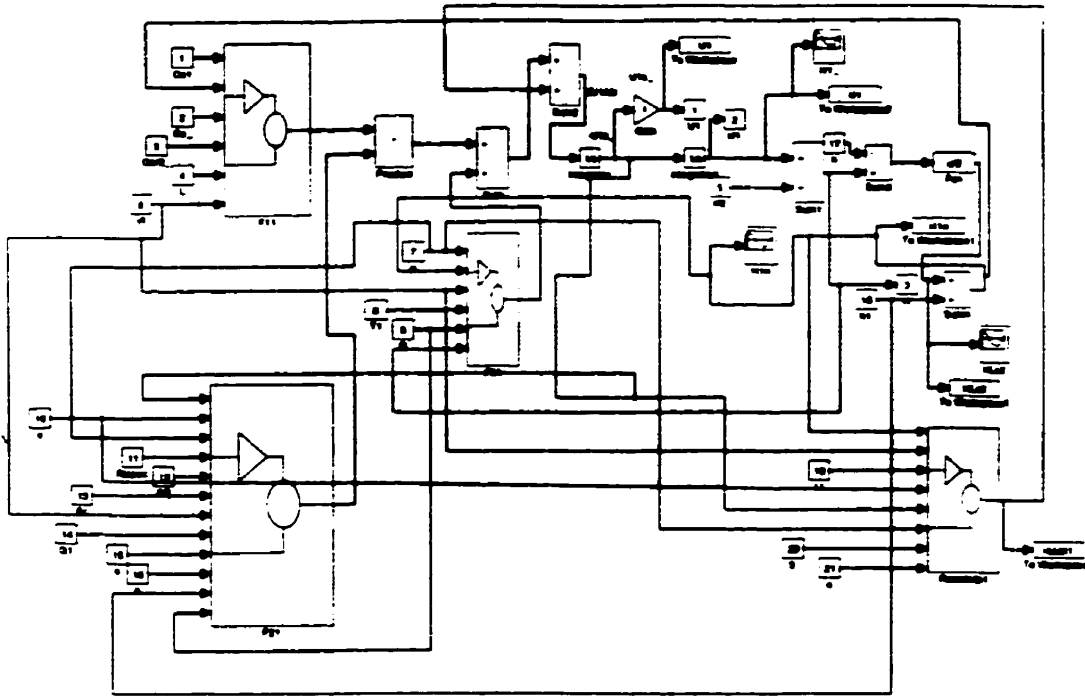
3. Bloc Concentration des eaux blanches



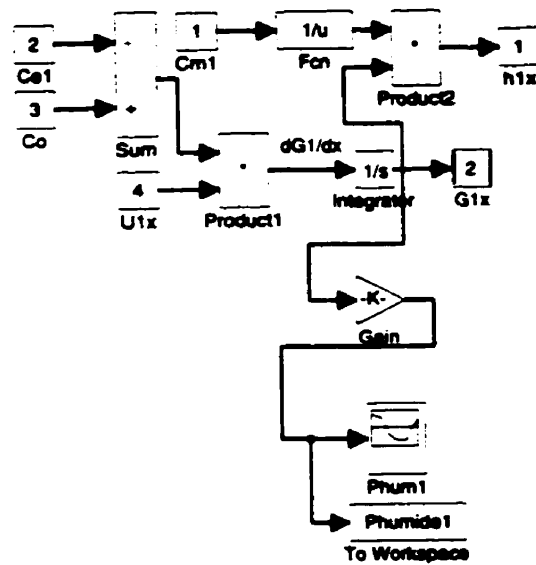
4. Bloc Résistance de la toile



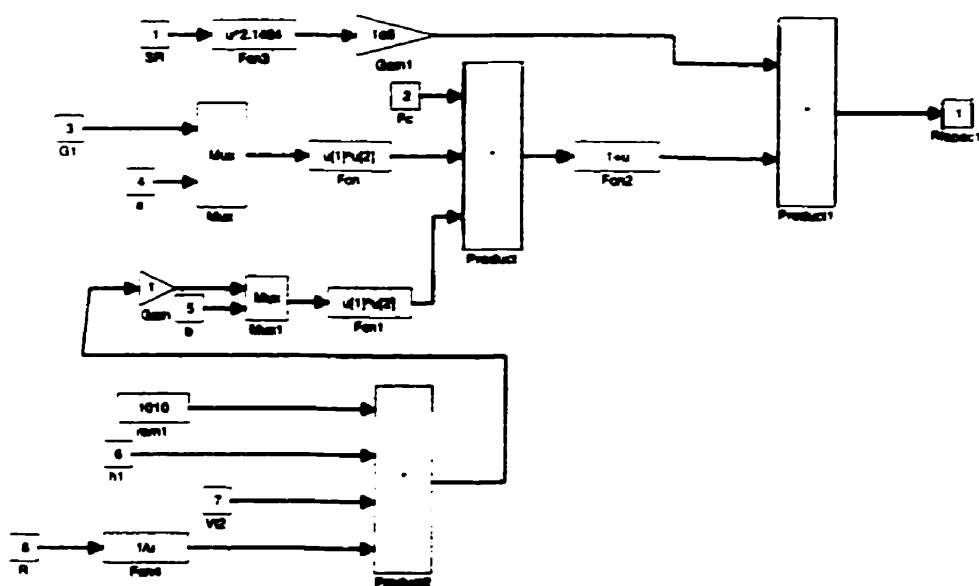
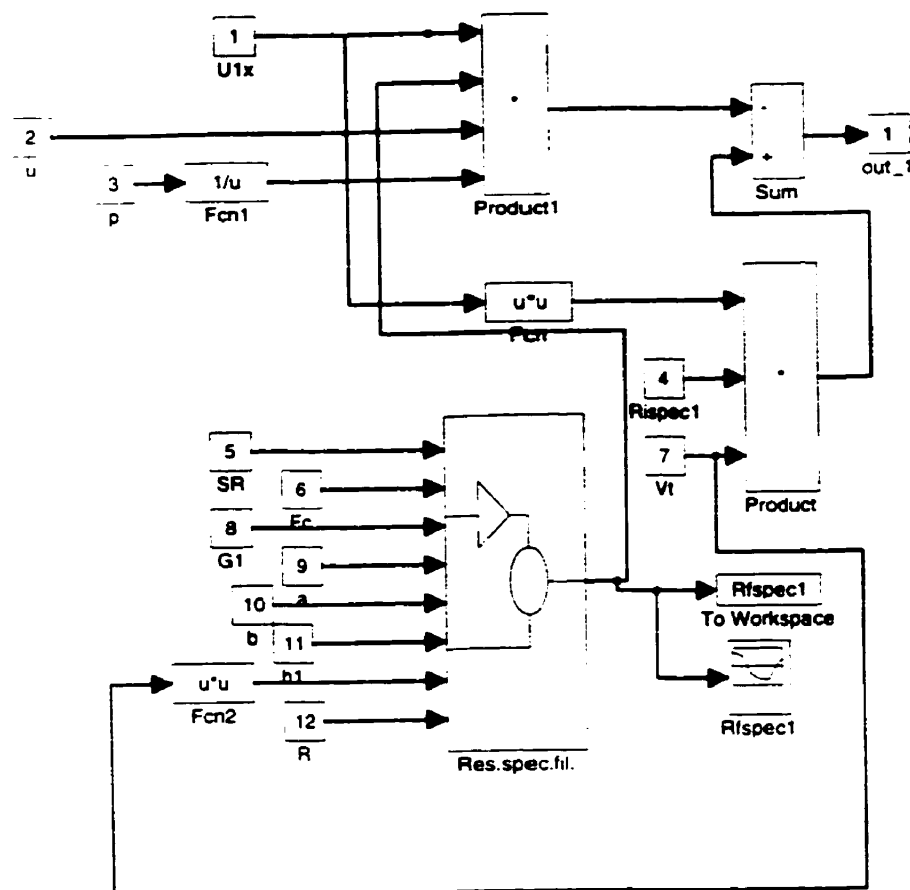
5. Bloc Vitesse d'égouttage, côté toile externe



6. Bloc Grammage cumulé, côté toile externe



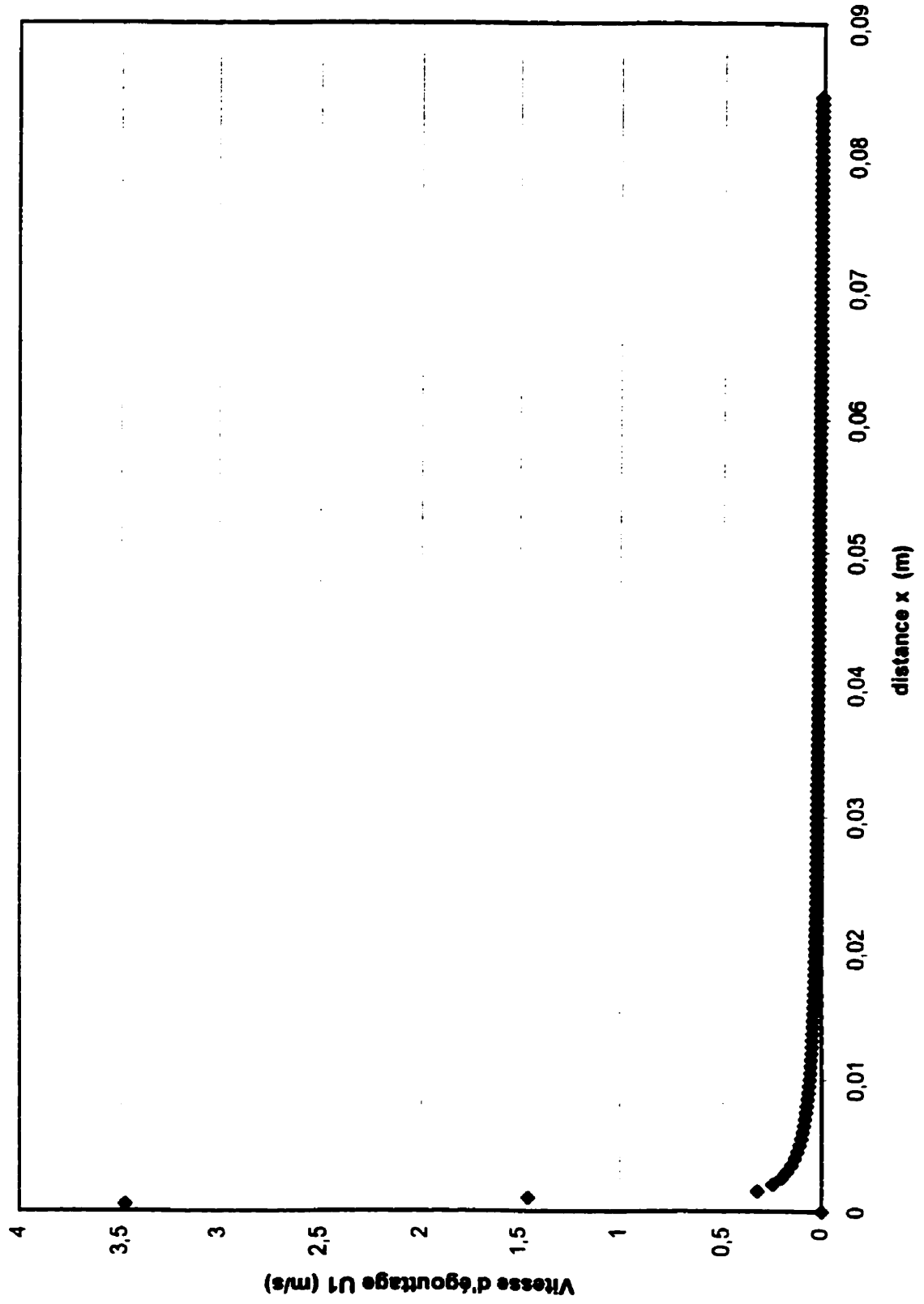
7. Bloc Résistance spécifique à la filtration, côté toile externe



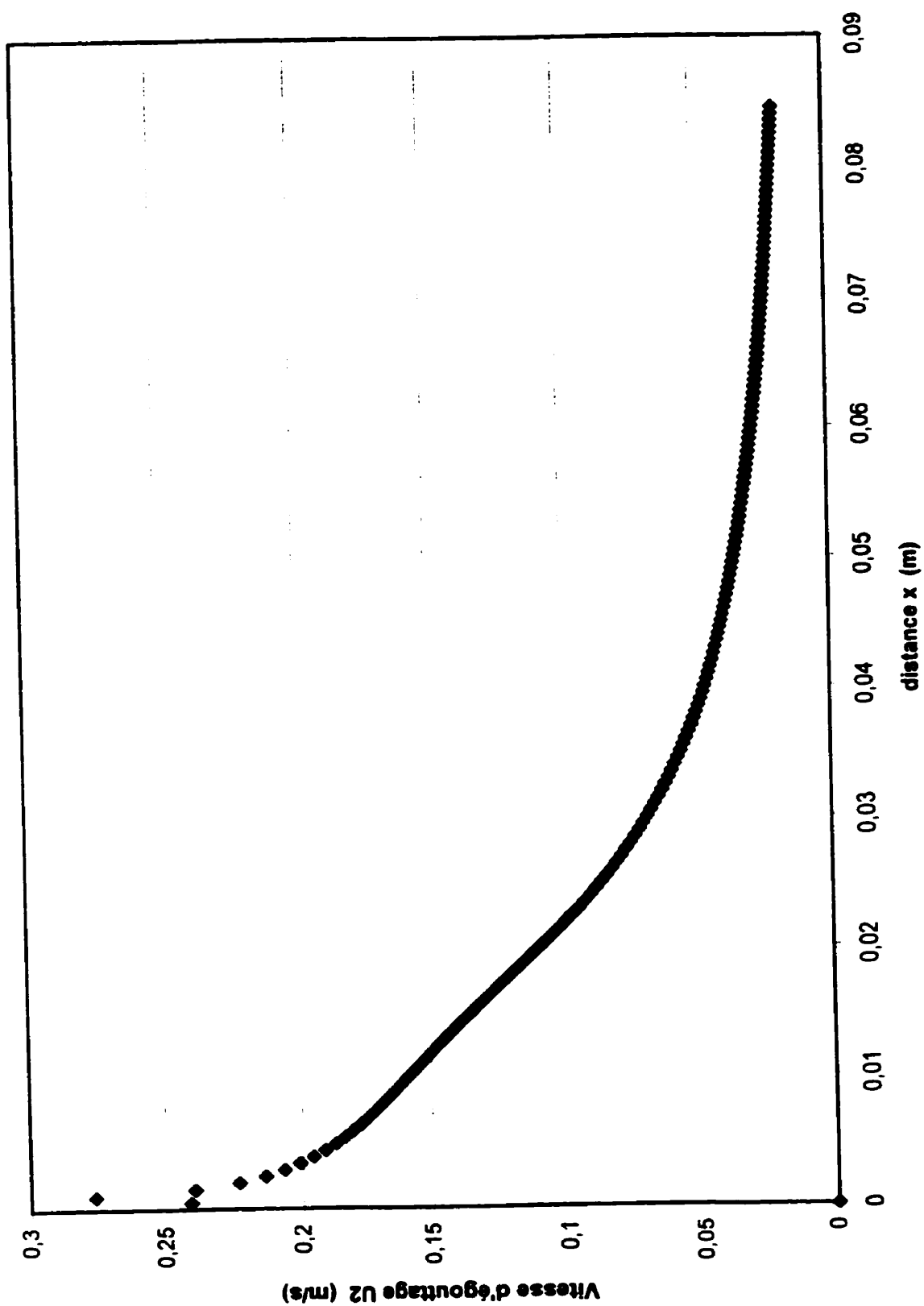
ANNEXE C

Quelques courbes obtenues par simulations

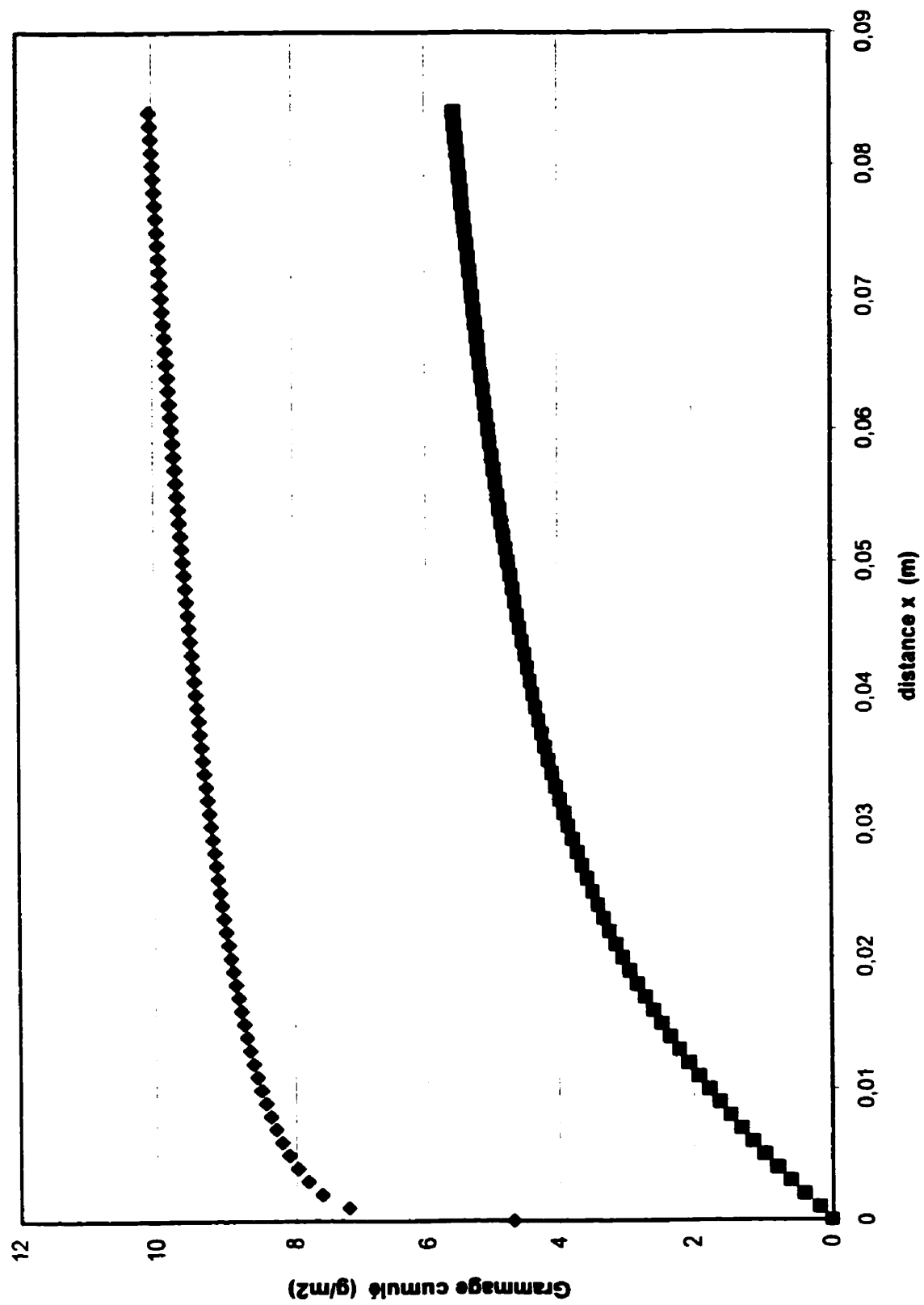
Vitesse d'égouttage vs Distance, toile externe, essai 17



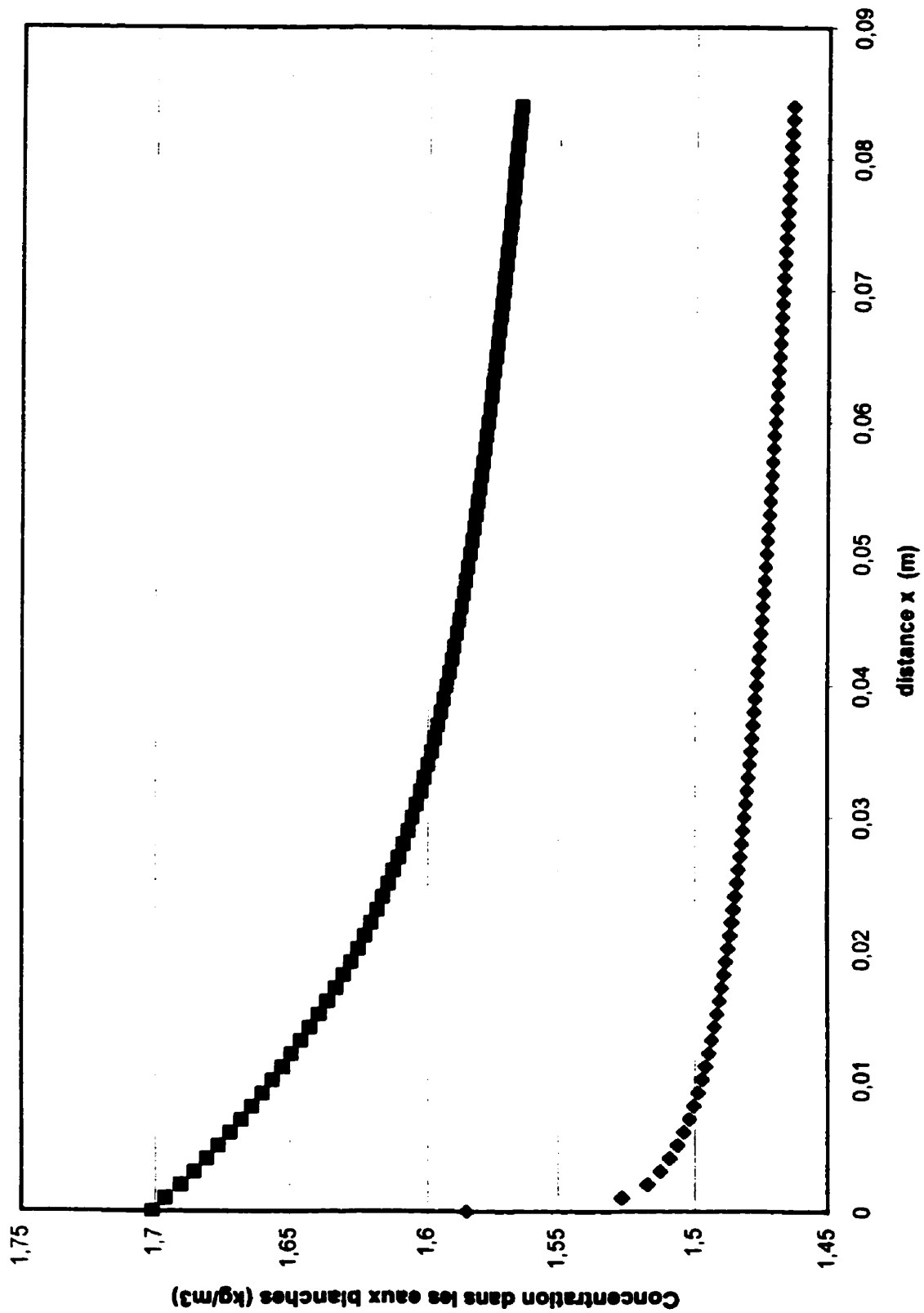
Vitesse d'égouttage vs Distance, toile interne, essai 17



Grammage cumulé vs Distance, toiles externe et interne, essai 17



Concentration dans les eaux blanches vs Distance, toiles externe et interne, essai 17



Épaisseur du matelas fibreux vs Distance, toiles externe et interne, essai 17

