

**UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL**

**COORDINATION DE ROBOTS POUR LA MANIPULATION D'OBJETS**

**GUY GAUTHIER**

**DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET DE GÉNIE INFORMATIQUE**

**ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL**

**MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION**

**DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES**

**(GÉNIE ÉLECTRIQUE)**

**SEPTEMBRE 1997**



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-33137-7

**UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL**

**ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL**

**Ce mémoire intitulé :**

**COORDINATION DE ROBOTS POUR LA MANIPULATION D'OBJETS**

**Présenté par : GAUTHIER, Guy**

**en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées**

**a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :**

***M. SAYDY, Lahcen, PH.D., président***

***M. DE SANTIS, Romano, M., PH.D., membre***

***M. NERGUIZIAN, Chahé, M.Eng., membre et directeur de recherche***

***M. SAAD, Maarouf, PH.D., membre et codirecteur de recherche***

## **Remerciements**

Je remercie sincèrement M. Chahé Nerguizian d'avoir accepté d'être mon directeur de recherche, et aussi pour son aide fort appréciée. Je remercie aussi M. Maarouf Saad pour son aide et sa présence à titre de codirecteur de recherche. Je les remercie aussi tous les deux pour la compréhension dont ils ont fait preuve à mon égard. Je remercie aussi M. DeSantis et M. Saydy pour leurs commentaires sur ce mémoire.

## **Résumé**

Ce mémoire décrit le contrôle et la coordination de plusieurs manipulateurs en utilisant la logique floue. Quand les robots manipulent un objet pour remplir une tâche quelconque, ils doivent être bien coordonnés et contrôlés, sinon il peut y avoir des dommages au niveau de l'objet et des robots.

Pour surmonter ces problèmes, il est proposé de faire le design de deux contrôleurs flous (une variante d'un régulateur de vitesse et une variante d'un régulateur d'accélération). Ces contrôleurs flous auront la tâche de commander et de coordonner les manipulateurs. Un point qui est important lorsqu'un tel contrôleur est réalisé, c'est de développer un algorithme efficace qui générera une commande adéquate qui permettra le contrôle du suivi de trajectoire et de la force interne.

Le modèle dynamique de l'ensemble du système manipulateurs-objet et de la loi de contrôle sera décrit, et sa stabilité analysée. Des résultats de simulations sont montrés, pour constater l'efficacité des deux contrôleurs proposés.

## **Abstract**

This dissertation describes the coordinated control of several robotic manipulators using fuzzy logic. When the robots hold an object to achieve a certain task, failure of their effective coordination may damage the object and/or the robots. To overcome these problems, we propose to design two controllers with coordination using fuzzy logic. One of the key problems in designing such controller/coordinator is to develop an efficient control algorithm which generates the necessary command to follow a prescribed trajectory and to control internal forces. The dynamic model of the global system as well as the control law and its stability are described and analyzed. Simulations results are included to show the effectiveness of the proposed fuzzy controller.

## **Table des matières**

|                                                                |       |
|----------------------------------------------------------------|-------|
| Remerciements .....                                            | iv    |
| Résumé .....                                                   | v     |
| Abstract .....                                                 | vi    |
| Table des matières .....                                       | vii   |
| Liste des tableaux .....                                       | xi    |
| Liste des figures .....                                        | xii   |
| Liste des sigles et abréviations .....                         | xvii  |
| Avant-Propos .....                                             | xxiii |
| <br>Introduction .....                                         | <br>1 |
| <br>Chapitre 1 : Modélisation du système .....                 | <br>6 |
| 1.1 - Modélisation de l'objet .....                            | 7     |
| 1.2 - Modélisation du manipulateur .....                       | 10    |
| 1.3 - Modélisation des $k$ manipulateurs .....                 | 11    |
| 1.4 - La contrainte du point de contact .....                  | 12    |
| 1.5 - Modélisation de l'ensemble .....                         | 14    |
| 1.6 - Description du système manipulateurs-objet utilisé ..... | 15    |

|                                                                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.6.1 - Équation simplifiée de l'objet . . . . .                                                                                | 17 |
| 1.6.2 - Équation simplifiée des manipulateurs . . . . .                                                                         | 18 |
| 1.6.3 - Équations simplifiées de l'ensemble<br>manipulateurs-objet . . . . .                                                    | 20 |
| <br>Chapitre 2 : Introduction et description du contrôleur flou . . . . .                                                       | 21 |
| 2.1 - Exemple d'un contrôleur flou . . . . .                                                                                    | 21 |
| 2.2 - Description d'un contrôleur proportionnel-dérivé (PD) flou . . . . .                                                      | 25 |
| 2.2.1 - Processus de fuzzification . . . . .                                                                                    | 26 |
| 2.2.2 - Processus d'inférence . . . . .                                                                                         | 30 |
| 2.2.3 - Processus de défuzzification . . . . .                                                                                  | 32 |
| 2.3 - Application du krigeage sur les contrôleurs flous . . . . .                                                               | 34 |
| 2.3.1 - La technique d'approximation numérique du krigeage . . . . .                                                            | 35 |
| 2.3.2 - Exemples de krigeage . . . . .                                                                                          | 37 |
| 2.4 - Description des deux contrôleurs utilisés . . . . .                                                                       | 40 |
| 2.4.1 - Description de la variante du régulateur d'accélération . . . . .                                                       | 40 |
| 2.4.2 - Description de la variante du régulateur de vitesse . . . . .                                                           | 41 |
| 2.4.3 - Description de la fonction floue $h(e, \dot{e})$ (et $h(e, \delta e)$ ) . . . . .                                       | 41 |
| 2.4.4 - Approximation d'une des composantes du<br>vecteur des fonctions floues $h(e, \dot{e})$ (et $h(e, \delta e)$ ) . . . . . | 42 |

|                                                                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Chapitre 3 : Conception et analyse du contrôleur flou . . . . .                                                | 46 |
| 3.1 - Contrôleurs conventionnels en position et en force . . . . .                                             | 46 |
| 3.2 - Analyse du régulateur d'accélération flou . . . . .                                                      | 49 |
| 3.2.1 - Étude du suivi de trajectoire avec le<br>régulateur d'accélération flou . . . . .                      | 51 |
| 3.2.2 - Étude du contrôle de la force interne avec<br>le régulateur d'accélération flou . . . . .              | 55 |
| 3.3 - Analyse du régulateur de vitesse flou . . . . .                                                          | 56 |
| 3.3.1 - Étude du suivi de trajectoire avec le<br>régulateur de vitesse flou . . . . .                          | 57 |
| 3.3.2 - Étude du contrôle de la force interne avec<br>le régulateur de vitesse flou . . . . .                  | 59 |
| 3.4 - Étude de robustesse face aux variations des paramètres réels . . . . .                                   | 59 |
| Chapitre 4: Résultats des simulations des contrôleurs flous . . . . .                                          | 63 |
| 4.1 - Génération de trajectoire pour le système simulé . . . . .                                               | 63 |
| 4.2 - Simulation du système avec un contrôleur conventionnel . . . . .                                         | 64 |
| 4.2.1 - Choix des gains du contrôleur conventionnel . . . . .                                                  | 64 |
| 4.2.2 - Résultats de la simulation avec contrôleur<br>conventionnel du système à paramètres nominaux . . . . . | 65 |
| 4.3 - Simulation du système avec des contrôleurs flous . . . . .                                               | 71 |

|                                                                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.3.1 - Résultats de la simulation du régulateur<br>d'accélération flou du système à paramètres<br>nominaux . . . . . | 72  |
| 4.3.2 - Résultats de la simulation du régulateur de vitesse<br>flou du système à paramètres nominaux . . . . .        | 75  |
| 4.4 - Simulation du système à paramètres non-nominaux . . . . .                                                       | 79  |
| 4.4.1 - Effets de l'augmentation de la masse de l'objet . . . . .                                                     | 79  |
| 4.4.2 - Effets de la gravité . . . . .                                                                                | 90  |
| 4.4.3 - Effets de la gravité et de l'augmentation de la<br>masse de l'objet . . . . .                                 | 92  |
| 4.5 - Comparaison avec un contrôleur PID conventionnel pour le<br>suivi de trajectoire . . . . .                      | 98  |
| Conclusion : . . . . .                                                                                                | 100 |
| Références : . . . . .                                                                                                | 105 |

## **Liste des tableaux**

|                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tableau 1.1 : Spécifications des manipulateurs utilisés pour les simulations . . . . . | 16 |
| Tableau 1.2 : Spécifications de l'objet utilisé pour les simulations . . . . .         | 16 |
| Tableau 2.1 : Table des conséquences du contrôleur flou . . . . .                      | 31 |
| Tableau 2.2 : Valeurs des coefficients (fonction floue normalisée) . . . . .           | 44 |

## Liste des figures

|                                                                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure 1.1 : Schéma du système (cas planaire) . . . . .                                                              | 6  |
| Figure 1.2 : Système planaire manipulateurs-objet modélisé . . . . .                                                 | 15 |
| Figure 2.1 : Structure d'un contrôleur proportionnel-dérivée (PD) flou . . . . .                                     | 25 |
| Figure 2.2 : Fonction d'appartenance de l'ensemble flou "Grand Négatif" - GN. . . . .                                | 27 |
| Figure 2.3 : Fonction d'appartenance de l'ensemble flou "Petit Négatif" - PN. . . . .                                | 27 |
| Figure 2.4 : Fonction d'appartenance de l'ensemble flou "près de Zéro" - Z. . . . .                                  | 28 |
| Figure 2.5 : Fonction d'appartenance de l'ensemble flou "Petit Positif" - PP. . . . .                                | 28 |
| Figure 2.6 : Fonction d'appartenance de l'ensemble flou "Grand Positif" - GP. . . . .                                | 29 |
| Figure 2.7 : Exemple d'ensembles flous agrégés . . . . .                                                             | 33 |
| Figure 2.8 : Écart entre la fonction réelle et l'approximation<br>par le krigeage sans terme statistique . . . . .   | 39 |
| Figure 2.9 : Écart entre la fonction réelle et l'approximation par le krigeage . . . . .                             | 39 |
| Figure 2.10 : Courbe de la commande $u$ du contrôleur flou . . . . .                                                 | 43 |
| Figure 2.11 : Séparation de l'espace $(e, \dot{e})$ en 16 zones . . . . .                                            | 44 |
| Figure 2.12 : Écart entre la fonction réelle et l'approximation<br>par le krigeage pour le contrôleur flou . . . . . | 45 |
| Figure 3.1 : Trajectoires de la dynamique du système dans la zone 1 . . . . .                                        | 55 |

|                                                                               |    |
|-------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure 3.2 : Comportement des éléments du vecteur de perturbation             |    |
| (Régulateur d'accélération flou, avec masse de l'objet 6 kg) . . . . .        | 61 |
| Figure 4.1 : Trajectoire du centre de masse de l'objet . . . . .              | 66 |
| Figure 4.2 : Évolution de la consigne de position désirée du centre           |    |
| de masse de l'objet en X et en Y en fonction du temps . . . . .               | 66 |
| Figure 4.3 : Évolution de la consigne de vitesse désirée du centre            |    |
| de masse de l'objet en X et en Y en fonction du temps . . . . .               | 67 |
| Figure 4.4 : Évolution de la consigne d'accélération désirée du centre        |    |
| de masse de l'objet en X et en Y en fonction du temps . . . . .               | 67 |
| Figure 4.5 : Comportement des couples aux articulations du                    |    |
| contrôleur conventionnel avec les paramètres nominaux . . . . .               | 68 |
| Figure 4.6 : Erreurs angulaires des articulations des manipulateurs . . . . . | 69 |
| Figure 4.7 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet . . . . .      | 69 |
| Figure 4.8 : Erreur d'orientation de l'objet . . . . .                        | 70 |
| Figure 4.9 : Erreur sur la force interne de l'objet . . . . .                 | 70 |
| Figure 4.10 : Comportement des couples aux articulations                      |    |
| (régulateur d'accélération flou) . . . . .                                    | 73 |
| Figure 4.11 : Erreurs angulaires des articulations des manipulateurs          |    |
| (régulateur d'accélération flou) . . . . .                                    | 73 |
| Figure 4.12 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet               |    |
| (régulateur d'accélération flou) . . . . .                                    | 74 |

|                                                                                                                         |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure 4.13 : Erreur d'orientation de l'objet (régulateur d'accélération flou) . . . . .                                | 74 |
| Figure 4.14 : Erreur sur la force interne de l'objet<br>(régulateur d'accélération flou) . . . . .                      | 75 |
| Figure 4.15 : Comportement des couples aux articulations<br>(régulateur de vitesse flou) . . . . .                      | 76 |
| Figure 4.16 : Erreurs angulaires des articulations des manipulateurs<br>(régulateur de vitesse flou) . . . . .          | 77 |
| Figure 4.17 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet<br>(régulateur de vitesse flou) . . . . .               | 77 |
| Figure 4.18 : Erreur d'orientation de l'objet (régulateur de vitesse flou) . . . . .                                    | 78 |
| Figure 4.19 : Erreur sur la force interne de l'objet.<br>(régulateur de vitesse flou) . . . . .                         | 78 |
| Figure 4.20 : Comportement des couples aux articulations du<br>contrôleur conventionnel (masse objet = 6 kg) . . . . .  | 80 |
| Figure 4.21 : Erreurs angulaires des articulations des manipulateurs ( $m_o = 6$ kg) . .                                | 81 |
| Figure 4.22 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet ( $m_o = 6$ kg) . . . . .                               | 81 |
| Figure 4.23 : Erreur d'orientation de l'objet ( $m_o = 6$ kg) . . . . .                                                 | 82 |
| Figure 4.24 : Erreur sur la force interne de l'objet ( $m_o = 6$ kg)<br>du contrôleur conventionnel . . . . .           | 82 |
| Figure 4.25 : Comportement des couples aux articulations<br>(régulateur d'accélération flou, et $m_o = 6$ kg) . . . . . | 84 |

|                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------|----|
| Figure 4.26 : Erreurs angulaires des articulations des manipulateurs |    |
| (régulateur d'accélération flou, et $m_o = 6$ kg) . . . . .          | 84 |
| Figure 4.27 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet      |    |
| (régulateur d'accélération flou, et $m_o = 6$ kg) . . . . .          | 85 |
| Figure 4.28 : Erreur d'orientation de l'objet                        |    |
| (régulateur d'accélération flou, et $m_o = 6$ kg) . . . . .          | 85 |
| Figure 4.29 : Erreur sur la force interne de l'objet                 |    |
| (régulateur d'accélération flou, et $m_o = 6$ kg) . . . . .          | 86 |
| Figure 4.30 : Comportement des couples aux articulations             |    |
| (régulateur de vitesse flou, et $m_o = 6$ kg) . . . . .              | 87 |
| Figure 4.31 : Erreurs angulaires des articulations des manipulateurs |    |
| (régulateur de vitesse flou, et $m_o = 6$ kg) . . . . .              | 88 |
| Figure 4.32 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet      |    |
| (régulateur de vitesse flou, et $m_o = 6$ kg) . . . . .              | 88 |
| Figure 4.33 : Erreur d'orientation de l'objet                        |    |
| (régulateur de vitesse flou, et $m_o = 6$ kg) . . . . .              | 89 |
| Figure 4.34 : Erreur sur la force interne de l'objet                 |    |
| (régulateur de vitesse flou, et $m_o = 6$ kg) . . . . .              | 89 |
| Figure 4.35 : Comportement des couples aux articulations             |    |
| du contrôleur conventionnel (sans gravité) . . . . .                 | 91 |

|                                                                             |    |
|-----------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure 4.36 : Comportement des couples aux articulations                    |    |
| du régulateur de vitesse flou (sans gravité) . . . . .                      | 92 |
| Figure 4.37 : Comportement des couples aux articulations                    |    |
| (régulateur d'accélération flou, $g = 0$ m/s/s et $m_o = 6$ kg) . . . . .   | 93 |
| Figure 4.38 : Erreurs angulaires des articulations des manipulateurs        |    |
| (régulateur d'accélération flou, $g = 0$ m/s/s et $m_o = 6$ kg) . . . . .   | 94 |
| Figure 4.39 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet             |    |
| (régulateur d'accélération flou, $g = 0$ m/s/s et $m_o = 6$ kg) . . . . .   | 94 |
| Figure 4.40 : Erreur d'orientation de l'objet                               |    |
| (régulateur d'accélération flou, $g = 0$ m/s/s et $m_o = 6$ kg) . . . . .   | 95 |
| Figure 4.41 : Comportement des éléments du vecteur de perturbation $\Delta$ |    |
| (régulateur d'accélération flou, $g = 0$ m/s/s et $m_o = 6$ kg) . . . . .   | 96 |
| Figure 4.42 : Erreur de position du centre de masse de l'objet              |    |
| (régulateur PID conventionnel) . . . . .                                    | 99 |
| Figure 4.43 : Erreur de position du centre de masse de l'objet              |    |
| (régulateur PID conventionnel et $m_o = 6$ kg) . . . . .                    | 99 |

## Liste des sigles et abréviations

Dans un premier temps, il faut présenter ici, la liste des caractères utilisés dans les équations apparaissant dans cet ouvrage. Il est à noter que les matrices et vecteurs sont identifiés par les symboles en italiques et gras (ex.:  $\mathbf{G}$ ), alors que les scalaires sont représentés en caractères italiques (ex.:  $t$ ). Il est à noter que certains scalaires, vecteurs ou matrices évoluent en fonction du temps, bien que la variable “ $t$ ” n’apparaisse pas toujours, de façon à alléger la présentation.

Les paramètres estimés (contenus dans les contrôleurs) comportent un chapeau, mais possèdent les mêmes définitions que les paramètres réels, et ne sont donc pas inclus dans la liste qui suit.

Voici cette liste en ordre alphabétique :

|                |                                                                          |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------|
| $a$ :          | Coefficient de la fonction affine obtenue par le krigeage;               |
| $\alpha_i$ :   | Composante du terme statistique (krigeage);                              |
| $b$ :          | Coefficient de la fonction affine obtenue par le krigeage;               |
| $c$ :          | Coefficient de la fonction affine obtenue par le krigeage;               |
| $\Delta$ :     | Vecteur des erreurs dues aux écarts entre les modèles réel et estimé;    |
| $\Delta D_t$ : | Écart entre la matrice d’inertie réelle et la matrice d’inertie estimée; |

|                |                                                                                |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| $\Delta H_t$ : | Écart entre le vecteur des forces de Coriolis, ..., réel et le vecteur estimé; |
| $d_{ij}$ :     | Distance entre le point i et le point j (krigeage);                            |
| $d_{stat}$ :   | Terme statistique additionné à la fonction affine obtenue par le krigeage;     |
| $d_{statV}$ :  | Terme statistique de la fonction floue normalisée (obtenu par le krigeage);    |
| $D(q)$ :       | Matrice d'inertie d'un manipulateur;                                           |
| $D_A(q)$ :     | Matrice d'inertie du modèle manipulateurs-objet;                               |
| $D_1(q_1)$ :   | Matrice d'inertie du manipulateur #1;                                          |
| $D_2(q_2)$ :   | Matrice d'inertie du manipulateur #2;                                          |
| $e$ :          | Vecteur des erreurs des manipulateurs;                                         |
| $e, e_i$ :     | Élément du vecteur des erreurs des manipulateurs;                              |
| $e_f$ :        | Vecteur des erreurs sur les forces internes;                                   |
| $e_{fi}$ :     | Élément du vecteur des erreurs sur les forces internes;                        |
| $F$ ou $F_o$ : | Vecteur des forces subies par l'objet;                                         |
| $F_{1x}$ :     | Force appliquée (selon x) sur l'objet par le manipulateur #1;                  |
| $F_{2x}$ :     | Force appliquée (selon x) sur l'objet par le manipulateur #2;                  |
| $F_{1y}$ :     | Force appliquée (selon y) sur l'objet par le manipulateur #1;                  |
| $F_{2y}$ :     | Force appliquée (selon y) sur l'objet par le manipulateur #2;                  |

|                         |                                                                                                            |
|-------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $F_{internes}$ :        | Vecteur des forces internes sur l'objet;                                                                   |
| $F_{internes}$ :        | Élément du vecteur des forces internes sur l'objet (sans indice);                                          |
| $F_{internesD}$ :       | Vecteur des consignes des forces internes sur l'objet;                                                     |
| $F_{internesD}$ :       | Élément du vecteur des consignes des forces internes sur l'objet;                                          |
| $g$ :                   | Vecteur du champ gravitationnel exprimé dans le référentiel objet;                                         |
| $g$ :                   | Constante gravitationnelle (10 m/s/s);                                                                     |
| $G$ :                   | Matrice de prise;                                                                                          |
| $G^*$ :                 | Pseudo-inverse de la matrice de prise;                                                                     |
| $h(e, \dot{e})$ :       | Vecteur de fonctions proportionnelles-dérivées floues;                                                     |
| $h(e, \dot{e})$ :       | Fonction proportionnelle-dérivée floue;                                                                    |
| $h(e, \delta e)$ :      | Vecteur de fonctions proportionnelles-intégrales floues;                                                   |
| $h(e, \delta e)$ :      | Fonction proportionnelle-intégrale floue;                                                                  |
| $H(q, \dot{q})$ :       | Vecteur prenant en compte les forces de gravité, de Coriolis et centripètes;                               |
| $H_o(x, \dot{x})$ :     | Vecteur prenant en compte les forces de gravité, de Coriolis et centripètes pour l'objet;                  |
| $H_A(q, \dot{q})$ :     | Vecteur prenant en compte les forces de gravité, de Coriolis et centripètes du modèle manipulateurs-objet; |
| $H_1(q_1, \dot{q}_1)$ : | Vecteur prenant en compte les forces de gravité, de Coriolis et centripètes pour le manipulateur #1;       |

- $H_2(q_2, \dot{q}_2)$  : Vecteur prenant en compte les forces de gravité, de Coriolis et centripètes pour le manipulateur #2;
- $I_3$  : Matrice identité de taille 3 par 3;
- $J_E(q)$  : Matrice Jacobienne du manipulateur, dans le repère de l'effecteur;
- $J_{E1}(q_1)$  : Matrice Jacobienne du manipulateur #1, dans le repère de l'effecteur;
- $J_{E2}(q_2)$  : Matrice Jacobienne du manipulateur #2, dans le repère de l'effecteur;
- $J_o$  : Matrice des moments d'inertie de l'objet;
- $j_o$  : Moment d'inertie de l'objet;
- $j_1, j_2, j_3, j_4$  : Moments d'inertie des quatre articulations des deux manipulateurs;
- $k$  : Nombre de manipulateurs;
- $K_f$  : Matrice des gains du contrôleur de force interne;
- $k_f$  : Gain du contrôleur de force interne;
- $K_v$  : Matrice de gains du régulateur de vitesse à composante floue;
- $K_1, K_2, K_3$  : Matrices de gains du contrôleur;
- $K_v$  : Gain du régulateur de vitesse à composante floue;
- $K_{N1}, K_{N2}, K_{N3}$  : Gains de normalisation du contrôleur flou;
- $l_1, l_2, l_3, l_4$  : Longueurs des quatre articulations des deux manipulateurs;
- $m_o$  : Masse de l'objet;
- $m_1, m_2, m_3, m_4$  : Masses des quatre articulations des deux manipulateurs;
- $M_o(x)$  : Matrice d'inertie de l'objet;
- $n$  : Nombre de points d'interpolation pour le krigeage;

|                                                   |                                                                                                |
|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $P$ :                                             | Matrice de transformation des forces internes;                                                 |
| $q$ :                                             | Vecteur des coordonnées généralisées;                                                          |
| $\dot{q}$ :                                       | Vecteur des consignes de vitesse du régulateur de vitesse flou;                                |
| $\ddot{q}$ :                                      | Élément du vecteur des consignes de vitesse du régulateur de vitesse;                          |
| $q_d$ :                                           | Vecteur des consignes des coordonnées généralisées;                                            |
| $q_1$ :                                           | Vecteur des coordonnées généralisées du manipulateur #1;                                       |
| $q_2$ :                                           | Vecteur des coordonnées généralisées du manipulateur #2;                                       |
| $\tau$ :                                          | Vecteur des couples appliqués aux articulations;                                               |
| $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ :        | Angles des quatre articulations des deux manipulateurs;                                        |
| $u$ :                                             | Commande générée par le contrôleur flou;                                                       |
| $V$ :                                             | Forces internes exprimées sous forme de contrainte, cisaillement, moment fléchissant;          |
| $v_{contact}$ :                                   | Vecteur vitesse des points de contacts;                                                        |
| $V_D$ :                                           | Forces internes désirées exprimées sous forme de contrainte, cisaillement, moment fléchissant; |
| $\omega_o$ :                                      | Vecteur de la vitesse angulaire de l'objet;                                                    |
| $x, x_o$ :                                        | Vecteur de position/orientation de l'objet dans le référentiel universel;                      |
| $[x_o, y_o, \phi_o]$ :                            | Composantes bidimensionnelles de la position/orientation de l'objet;                           |
| $[x_o, y_o, z_o, \omega_x, \omega_y, \omega_z]$ : | Composantes tridimensionnelles de la position/orientation de l'objet;                          |

$0_{3 \times 3}$  : Matrice nulle de taille  $3 \times 3$ .

Maintenant, nous vous donnons la liste des abréviations utilisées pour décrire les ensembles flous utilisés dans cet ouvrage:

GN: Grand Négatif;

GP: Grand Positif;

PN: Petit Négatif;

PP: Petit Positif;

ZR: Zéro.

## **Avant-Propos**

Dans certaines applications d'automatisation où l'intervention minimale de l'être humain est requise, les tâches doivent être exécutés par un ensemble de manipulateurs. Ceux-ci partageant le même espace de travail doivent être coordonnés pour pouvoir manipuler adéquatement un objet. Ces opérations exigent une utilisation de contrôleurs robustes face aux variations des paramètres du système.

Le défi de réaliser un contrôleur respectant ces contraintes a amené l'auteur à aborder l'étude des contrôleurs flous, puisque c'est une technique de contrôle nouvelle et intéressante.

Le point innovateur du mémoire est l'étude de stabilité de ces contrôleurs par des approximations numériques de krigeage à cause du manque d'outils mathématiques décrivant ces contrôleurs.

## **Introduction**

Le sujet abordé dans ce mémoire couvre certaines applications de la robotique dans lesquelles l'utilisation de plusieurs manipulateurs est nécessaire. Parmi ces applications, il existe des cellules robotisées ou des robots, travaillant sur des tâches indépendantes, occupent partiellement ou complètement le même espace de travail. Dans ces applications, le problème tient essentiellement à éviter toute collision entre les manipulateurs et les objets manipulés.

L'étude concerne aussi les cellules robotisées exigeant une collaboration des robots pour manipuler un objet mais comporte un défi supplémentaire qui est celui de la coordination. La commande appliquée aux manipulateurs se doit d'être la plus rigoureuse possible, pour éviter le bris des manipulateurs ou de l'objet manipulé.

Le besoin d'utiliser plus qu'un robot pour manipuler un objet tient au fait que certaines applications exigent de manipuler des objets lourds dépassant les capacités individuelles d'un robot. Dans la vie courante, la même approche est utilisée par l'être humain pour manipuler un objet lourd. D'autres applications exigent de manipuler des objets volumineux, pour lesquels, la fabrication d'un effecteur pourrait être problématique. Encore là, l'usage de plusieurs robots peut représenter la solution au problème.

L'assemblage de divers éléments par plusieurs robots est un autre exemple de collaboration abordé par certains auteurs. Enfin, on peut songer à la manipulation d'objets mous par plusieurs robots, et constater le défi que pourrait poser la collaboration et la commande d'un ensemble de manipulateurs dans une telle application.

Cette idée de coordination et de collaboration de plusieurs manipulateurs existe depuis plusieurs années. En effet, ce sujet fut abordé dès la fin des années 1970 et depuis, plusieurs auteurs l'ont traité de différentes façons.

Ainsi, parmi les articles retenus pour référence, mentionnons celui de Jankowski et al. (1993), qui porte sur la modélisation de ce genre de système et où le concept de matrice de prise pour tenir compte des contraintes holonomiques est introduit. Le modèle utilisé, tient aussi compte de la flexibilité des joints. Enfin, la commande retenue utilise un découplage non-linéaire et une boucle de retour linéarisante.

L'article de Hsu (1993) présente le même genre de modélisation sous forme légèrement différente. Cette dernière tient compte du cas plus général de l'assemblage où deux objets sont manipulés à partir de deux robots avec une certaine coordination. La commande retenue est simple : un régulateur d'accélération pour le suivi de trajectoire et un contrôleur proportionnel intégral pour la commande de la force interne.

L'article de Yun (1991) prend en compte (tout comme Jankowski et al. (1993)) les contraintes induites par l'environnement sur deux manipulateurs déplaçant ensemble un objet. La commande retenue par Yun utilise une rétroaction non linéaire.

Certains auteurs ont travaillé sur des modèles à plusieurs manipulateurs ayant des contacts "roulants" avec l'objet à manipuler. Paljug et al. (1994) ont travaillé sur ce genre de commande comportant un contrôleur à rétro-action non linéaire. Yoshikawa et Nagai (1991) ont touché l'aspect manipulation d'un objet avec une main robotisée à plusieurs doigts, ce qui ressemble beaucoup aux cas de la manipulation d'objet par plusieurs robots.

Finalement, le modèle utilisé pour les simulations de ce mémoire est similaire à celui de Laroussi et al. (1988). Dans ce cas, le modèle est simplement ramené à un modèle d'état linéaire commandé par une technique utilisant les équations inverses de celles du système.

Une particularité de ce projet de maîtrise est l'utilisation de la logique floue pour la commande du suivi de trajectoire ayant des variantes de régulateur d'accélération et de vitesse. Les forces internes (compression) sont commandées à l'aide d'un contrôleur conventionnel.

Une autre particularité du projet consiste en l'analyse de la stabilité de l'ensemble manipulateurs-objet-contrôleur. En effet, puisque l'analyse de la stabilité d'un contrôleur flou

est encore un domaine ouvert (Kiendl et Ruger, 1993 et 1995), une technique d'approximation numérique par "krigeage" a été utilisée pour la réaliser. Une technique similaire avec une approximation numérique différente est utilisée par Kiendl et Ruger (1993 et 1995). Il est à noter que l'approximation numérique est utilisée après l'élaboration du design du contrôleur flou. Quoiqu'il en soit, Kiendl et Ruger (1993 et 1995) expliquent que l'approximation numérique peut être aussi utilisée pour calculer la commande à appliquer si l'aspect vitesse de traitement est vraiment critique. En effet, le contrôle flou peut exiger de faire des calculs assez longs, alors que l'approximation numérique ne requiert qu'un simple calcul, d'où un gain de temps de calcul.

Le mémoire est divisé en quatre chapitres. Le premier examine la modélisation d'un système manipulateurs-objet, et montre un contrôleur conventionnel (Hsu 1993) pour fins de comparaison avec deux contrôleurs flous. La modélisation de l'ensemble manipulateurs objet repose sur les modèles de Hsu (1993) et de Jankowski et al. (1993).

Le second chapitre aborde la notion du contrôleur flou. Elle présente les deux contrôleurs flous qui sont des variantes de régulateurs (régulateur d'accélération et régulateur de vitesse) auxquels un contrôleur conventionnel de force est ajouté. La méthode numérique du krigeage sera introduite pour approximer la fonction floue qui sera appliquée aux contrôleurs flous normalisés.

Le troisième chapitre décrit la conception des contrôleurs flous avec ses deux variantes d'accélération et de vitesse. Une analyse de stabilité de ces modèles à l'aide des approximations numériques ainsi qu'une étude des dynamiques d'erreur de suivi de trajectoire et de commande de forces internes sont élaborés.

Enfin, dans le dernier chapitre, divers résultats de simulations sont présentés et analysés. Des conclusions sont tirées à partir de ces analyses.

## CHAPITRE 1

### MODÉLISATION DU SYSTÈME

Dans un premier temps, on procède à la modélisation du système à contrôler. Celui-ci consiste en un ensemble de robots manipulant simultanément un objet. La figure 1.1 permet de mieux saisir le contexte de cette modélisation.

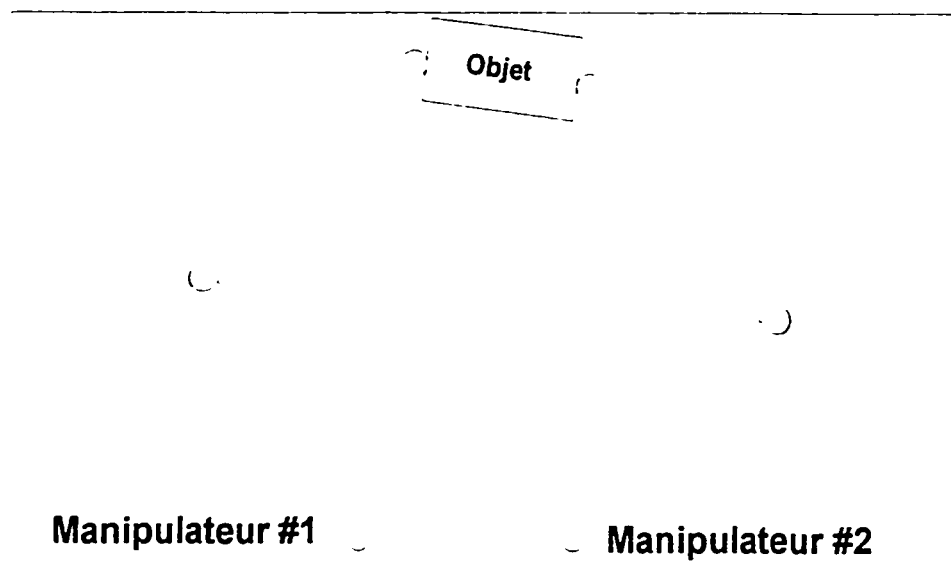


Figure 1.1: Schéma du système (cas planaire)

Elle montre le cas d'un système planaire avec deux manipulateurs déplaçant un objet dans un plan.

Le modèle présenté utilise des équations générales applicables à  $n$  degrés de liberté ( $n$  étant le nombre total d'articulations).

### 1.1 - Modélisation de l'objet

L'objet peut être modélisé utilisant la méthode de Newton-Euler par la relation dynamique suivante:

$$M_o(x)\ddot{x} + H_o(x, \dot{x}) = GF_o \quad (1)$$

Cette équation modélise le comportement dynamique de l'objet par rapport à un référentiel dont l'origine est confondue avec le centre de gravité de l'objet. La matrice d'inertie  $M_o(x)$  est donnée par:

$$M_o(x) = \begin{bmatrix} m_o I_3 & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & J_o \end{bmatrix} \quad (2)$$

où,  $m_o$  représente la masse de l'objet,  $I_3$  est la matrice unité de taille 3x3,  $0_{3 \times 3}$  est la matrice nulle de taille 3x3, et enfin,  $J_o$  représente la matrice des moments d'inertie exprimée dans le référentiel de l'objet (voir Craig (1988) pour des exemples).

Le produit de la matrice  $M_o$  avec le vecteur d'accélération permet de calculer la force due à l'inertie de l'objet, ce vecteur d'accélération étant constitué de six composantes:

$$\ddot{\mathbf{x}} = [\ddot{x}_o \ \ddot{y}_o \ \ddot{z}_o \ \dot{\omega}_x \ \dot{\omega}_y \ \dot{\omega}_z]^T \quad (3)$$

dans lesquelles on retrouve les composantes d'accélération linéaire et angulaire.

Le second terme de gauche de l'équation (1) est un vecteur tenant compte des effets gravitationnels, de Coriolis et des forces centripètes, donné par (Jankowski et al. 1993) :

$$H_o(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \begin{bmatrix} -m \mathbf{g} \\ \boldsymbol{\omega}_o \times \mathbf{J}_o \boldsymbol{\omega}_o \end{bmatrix} \quad (4)$$

dans lequel le vecteur  $\mathbf{g}$  représente le champ gravitationnel dans le référentiel inertiel, et le vecteur  $\boldsymbol{\omega}_o$  la vitesse angulaire de l'objet  $([\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T)$ .

Le terme de droite de l'équation (1) représente la force résultante subie par l'objet. Cette dernière est due à l'ensemble des manipulateurs qui interagissent avec l'objet, et est constitué de deux parties. Une partie servant à déplacer l'objet et une autre provoquant des contraintes internes de l'objet. La matrice de prise ("Grip Matrix")  $G$  (Jankowski et al. 1993) sert à isoler les deux parties de cette force. Ainsi, pour faire apparaître ces forces internes (vecteur  $F_{internes}$ ), l'équation (1) peut s'écrire de la façon suivante:

$$\mathbf{F}_o = G^+(M_o(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{x}} + H_o(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})) + F_{internes} \quad (5)$$

où  $G^+$  est le pseudo inverse de  $G$ . Puisque les forces internes ne provoquent aucun

mouvement le produit  $G \cdot F_{internes}$  sera nul.

Les éléments de la matrice de prise  $G$  dépendent de la façon dont le robot manipule l'objet, donc du nombre de degrés de liberté offert par l'effecteur. Puisqu'en général, le système utilise  $k$  robots, le terme de droite de (1) peut s'écrire comme suit:

$$G^T F_o = [G_1 \dots G_k]^T \begin{bmatrix} F_{o_1} \\ \vdots \\ F_{o_k} \end{bmatrix} \quad (6)$$

L'équation (6) permet de voir clairement l'effet de chaque robot, i.e., sa prise par l'intermédiaire de  $G_i$  et les forces ( $F_{oi}$ ) qu'il exerce sur l'objet. Pour plus de détails sur la construction des matrices de prise  $G_i$ , il faut se référer à l'article de Jankowski et al. (1993).

En pratique, la force interne n'est pas représentée comme dans (5). Dans cette équation, le vecteur  $F_{internes}$  représente les projections des forces internes sur les forces appliquées par les manipulateurs. Les forces internes que peuvent subir les objets peuvent aussi être spécifiées en terme de contraintes de compression, de moment fléchissant, et de cisaillement. C'est donc au niveau de ces contraintes que le contrôle se fera. Ainsi, dans le cas de l'objet planaire montré à la figure 1.1, il faudra contrôler la contrainte en compression que subit l'objet.

Il faut donc introduire une seconde matrice pour faire la transformation entre les

contraintes internes de l'objet et les forces équivalentes appliquées par les manipulateurs.

Cette matrice  $P$  fait donc en sorte que:

$$F_{internes} = P^T V \quad (7)$$

où  $V$  représente le vecteur des contraintes internes de l'objet. Comme le vecteur des forces internes est dans le noyau de la matrice de prise  $G$ , il en est de même avec la matrice  $P^T$  (Jankowski et al. 1993). La construction de ces matrices  $P$  est aussi abordée dans l'article de Jankowski et al. (1993) et elle fait en sorte que le produit  $GP^T$  est nul.

## 1.2 - Modélisation du manipulateur:

Le modèle du manipulateur (dans ce cas-ci, le  $i$ -ème) est donné par (Craig 1989):

$$D_i(q_i)\ddot{q}_i + H_i(q_i, \dot{q}_i) = \tau_i - J_{E_i}^T(q_i)F_i \quad (8)$$

Dans cette équation,  $D_i$  représente la matrice d'inertie du manipulateur et  $\dot{q}_i$  la dérivée seconde des angles aux articulations. Le terme  $H_i$  représente la composante gravitationnelle, de Coriolis et centripète.

La partie de droite de l'équation (8) est constituée aussi de deux termes. Le premier,  $\tau_i$  correspond au vecteur des couples appliqués aux articulations par les actionneurs du robot.

Le second terme exprime, dans le référentiel de l'effecteur du manipulateur, les forces appliquées par ce dernier sur l'objet, que le Jacobien convertit en couples.

### 1.3 - Modélisation des $k$ manipulateurs:

Le modèle d'un manipulateur peut être aisément généralisé pour un ensemble de  $k$  manipulateurs. Ce modèle généralisé sera donné par:

$$D(q)\ddot{q} + H(q,\dot{q}) = \tau - J_{E_i}(q)^T F \quad (9)$$

Dans cette nouvelle équation les termes sont directement obtenus à partir du modèle d'un seul manipulateur puisque les  $k$  manipulateurs sont supposés *indépendants* les uns des autres.

Ainsi, la nouvelle matrice d'inertie  $D(q)$  est donnée par:

$$D(q) = \begin{bmatrix} D_1(q_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D_2(q_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & D_k(q_k) \end{bmatrix} \quad (10)$$

De même, le vecteur des coordonnées généralisées est construit à partir de tous les vecteurs de coordonnées:

$$q = [q_1^T \ q_2^T \ \dots \ q_k^T]^T \quad (11)$$

La construction des vecteurs  $H(q,\dot{q})$ ,  $\tau$  et  $F$  est similaire à celle du vecteur  $q$ , et la

détermination du Jacobien transposé  $J_E^T$  se fait de la même façon que celle de  $D(q)$ .

Ce modèle complet de tous les manipulateurs assume qu'ils fonctionnent tous de façon indépendante et ne subissent aucune contrainte. La contrainte due à la manipulation de l'objet par tous les robots simultanément sera décrite dans le modèle global du système. Cette contrainte holonomique est appelée la contrainte du point de contact (Jankowski et al. 1993).

#### ***1.4 - La contrainte du point de contact:***

Dans le but de combiner les équations (1) et (9), pour construire le modèle global du système, il faut définir mathématiquement la contrainte holonomique entre les manipulateurs et l'objet.

Le but ultime recherché est de manipuler un objet à l'aide de tous les robots. Il faut donc supposer que les effecteurs respectifs de tous les robots sont en contact avec l'objet. Pour que le robot soit en contact avec l'objet, il faut que les points de contact (celui du robot et celui de l'objet) soient au même endroit dans l'espace, le terme "point de contact" désignant ces deux points. Les vitesses, de tous les points de contact, déterminées par rapport à l'objet (dans le référentiel inertiel) peuvent être exprimées par le vecteur suivant:

$$v_{contact} = G^T \dot{x} \quad (12)$$

où  $v_{contact}$  est le vecteur vitesse des  $k$  points de contact et  $\dot{x}$  représente le vecteur vitesse de

l'objet. Ainsi, la contrainte holonomique qui s'applique sur l'ensemble des robots lors de la manipulation de l'objet est entièrement décrite par la matrice de prise  $G$  (Jankowski et al. 1993).

Les vitesses de ces mêmes points de contact, du point de vue des robots (dans les référentiels des effecteurs des robots), peuvent être exprimées par le vecteur suivant:

$$\mathbf{v}_{contact} = \mathbf{J}_E \dot{\mathbf{q}} \quad (13)$$

où, on retrouve le Jacobien  $\mathbf{J}_E$  et  $\dot{\mathbf{q}}$  le vecteur vitesse des articulations.

Afin de maintenir le contact entre le manipulateur et l'objet, il est évident que ces deux vecteurs doivent être identiques. Ainsi, les équations (12) et (13) peuvent s'écrire par:

$$\mathbf{G}^T \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_E \dot{\mathbf{q}} \quad (14)$$

En dérivant cette dernière on obtient:

$$\dot{\mathbf{G}}^T \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{G}^T \ddot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{J}}_E \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_E \ddot{\mathbf{q}} \quad (15)$$

où encore, en isolant le terme d'accélération de l'objet:

$$\ddot{\mathbf{x}} = (\mathbf{G}^T)^+ [\dot{\mathbf{J}}_E \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_E \ddot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{G}}^T \dot{\mathbf{x}}] \quad (16)$$

où  $(\mathbf{G}^T)^+$  représente le pseudo-inverse de la transposée de la matrice de prise  $G$ .

### 1.5 - Modélisation de l'ensemble:

Pour écrire les équations générales du modèle complet, la première opération consiste à combiner l'équation du modèle de l'objet avec celle des manipulateurs. Le lien entre ces deux modèles est l'égalité des deux forces  $F_o = F$ . La combinaison des équations (5) et (9) donne:

$$D(q)\ddot{q} + H(q,\dot{q}) = \tau - J_E^T(G^T)[M_o(x)\ddot{x} + H_o(x,\dot{x})] - J_E^T F_{internes} \quad (17)$$

Pour tenir compte de la contrainte du point de contact l'équation (16) est utilisée dans l'équation précédente, pour obtenir:

$$\begin{aligned} [D(q) + J_E^T G^T M_o(x) (G^T)^T J_E^T] \ddot{q} + H(q, \dot{q}) + \\ J_E^T G^T M_o(x) (G^T)^T [\dot{J}_E^T \dot{q} - \dot{G}^T \dot{x}] + J_E^T G^T H_o(x, \dot{x}) = \tau - J_E^T F_{internes} \end{aligned} \quad (18)$$

Si on pose:

$$D_t(q, x) = D(q) + J_E^T G^T M_o(x) (G^T)^T J_E^T \quad (19)$$

et

$$H_t(q, \dot{q}, x, \dot{x}) = H(q, \dot{q}) + J_E^T G^T M_o(x) (G^T)^T [\dot{J}_E^T \dot{q} - \dot{G}^T \dot{x}] + J_E^T G^T H_o(x, \dot{x}) \quad (20)$$

l'équation générale de l'ensemble sera donnée par:

$$D_t(q, x) \ddot{q} + H_t(q, \dot{q}, x, \dot{x}) + J_E^T F_{internes} = \tau \quad (21)$$

Cette dernière ressemble beaucoup au modèle d'un manipulateur standard, où une partie des couples appliqués aux manipulateurs sert à déplacer l'objet, et l'autre partie sert à générer les forces internes sur l'objet. Donc, le problème de contrôle consistera à commander ces deux aspects d'une façon conventionnelle ou en utilisant un autre type de contrôleur (par exemple: un contrôleur flou).

#### 1.6 - Description du système manipulateurs-objet utilisé pour les simulations :

Pour modéliser le système qui sera simulé au chapitre 4, un système planaire comportant deux manipulateurs à deux articulations identiques a été choisi (figure 1.2).

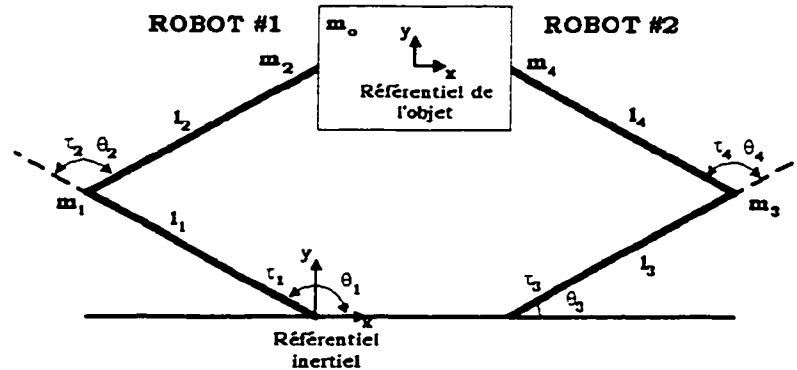


Figure 1.2 : Système planaire manipulateurs-objet modélisé

Les spécifications de ces manipulateurs sont données à la table 1.1.

Le modèle de l'objet est considéré planaire et ce dernier est maintenu entre les deux bouts du manipulateur par serrement comme si les deux manipulateurs étaient deux doigts qui

tenaient l'objet. Donc, il faut s'assurer que l'objet sera continuellement serré pour éviter sa chute.

De plus, il faut s'assurer de ne pas écraser l'objet manipulé et donc de commander adéquatement la force appliquée à l'objet. Les spécifications de ce dernier sont données à la table 1.2.

**Tableau 1.1 : Spécifications des manipulateurs  
utilisés pour les simulations**

| <i>Description:</i>                 | <i>Variables des équations</i>   | <i>Valeurs numériques</i>  |
|-------------------------------------|----------------------------------|----------------------------|
| Longueurs des articulations         | $l_1, l_2, l_3, \text{ et } l_4$ | 1 mètre                    |
| Masses des articulations 1 et 3     | $m_1 \text{ et } m_3$            | 5 kilogrammes              |
| Masses des articulations 2 et 4     | $m_2 \text{ et } m_4$            | 10 kilogrammes             |
| Moments d'inertie des articulations | $j_1, j_2, j_3, \text{ et } j_4$ | 0.01 kg•mètre <sup>2</sup> |
| Localisation base du manipulateur 1 | -                                | (X = 0 m, Y = 0 m)         |
| Localisation base du manipulateur 2 | -                                | (X = 2 m, Y = 0 m)         |

**Tableau 1.2 : Spécifications de l'objet utilisé pour les simulations**

| <i>Description:</i>         | <i>Variables des équations</i> | <i>Valeurs numériques</i> |
|-----------------------------|--------------------------------|---------------------------|
| Masse de l'objet            | $m_o$                          | 5 kilogrammes             |
| Moment d'inertie de l'objet | $j_o$                          | 0.1 kg•mètre <sup>2</sup> |
| Longueur de l'objet         | -                              | 0.5 mètre                 |

### 1.6.1 - Équation simplifiée de l'objet :

Comme l'objet ne peut se déplacer que dans un plan, son modèle peut être décrit par sa position et son orientation par rapport au référentiel inertiel. Cette position/orientation est exprimée par le vecteur  $[x_o \ y_o \ \phi_o]^T$ . En utilisant l'équation (1), le modèle de l'objet utilisé devient :

$$\begin{bmatrix} m_o & 0 & 0 \\ 0 & m_o & 0 \\ 0 & 0 & j_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_o \\ \ddot{y}_o \\ \ddot{\phi}_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ m_o \mathcal{G} \\ j_o \dot{\phi}_o^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2}\sin(\phi_o) & \frac{1}{2}\cos(\phi_o) & \frac{1}{2}\sin(\phi_o) & -\frac{1}{2}\cos(\phi_o) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{2x} \\ F_{2y} \end{bmatrix} \quad (22)$$

On retrouve à gauche de l'équation (22) : la matrice de masse et d'inertie, le vecteur d'accélération, le vecteur des forces de gravité, de Coriolis et centripètes. À droite, on retrouve la matrice de prise multipliée par le vecteur des forces appliquées par les deux manipulateurs sur l'objet. La matrice de prise utilisée s'applique pour le cas d'un contact simple et élimine un des six degrés de liberté. Si l'un des manipulateurs avait des pinces pour manipuler l'objet, la matrice de prise serait changée (Jankowski et al. 1993).

Au niveau des forces internes, seule une force de compression est présente, ce qui fait que  $V$  devient un scalaire. Le calcul du vecteur des forces internes sera alors :

$$F_{internes} = [\cos(\phi_o) \ \sin(\phi_o) \ -\cos(\phi_o) \ -\sin(\phi_o)]^T V \quad (23)$$

où l'on retrouve  $P$  qui est ici un vecteur illustrant les projections de  $V$  sur les composantes

des forces appliquées par les manipulateurs.

### 1.6.2 - Équation simplifiée des manipulateurs :

Les équations des manipulateurs planaires à deux articulations sont données par l'équation (8) (Craig 1989). Dans le premier terme, la partie inertielle  $D_1(q_1)$  pour le premier manipulateur est donné par :

$$D_1(q_1) = \begin{bmatrix} l_1^2(m_1+m_2)+2l_1l_2\cos(\theta_2)+m_2l_2^2+j_1+j_2 & l_1l_2m_2\cos(\theta_2)+m_2l_2^2+j_2 \\ l_1l_2m_2\cos(\theta_2)+m_2l_2^2+j_2 & m_2l_2^2+j_2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Pour le second manipulateur  $D_2(q_2)$  s'écrit :

$$D_2(q_2) = \begin{bmatrix} l_3^2(m_3+m_4)+2l_3l_4\cos(\theta_4)+m_4l_4^2+j_3+j_4 & l_3l_4m_4\cos(\theta_4)+m_4l_4^2+j_4 \\ l_3l_4m_4\cos(\theta_4)+m_4l_4^2+j_4 & m_4l_4^2+j_4 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Où  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  et  $\theta_4$  sont les orientations des quatre articulations. Sous forme vectorielle,  $q_1$  est égal à  $[\theta_1 \ \theta_2]^T$ , et  $q_2$  est égal à  $[\theta_3 \ \theta_4]^T$ .

Dans le second terme, le vecteur des forces de Coriolis, centripètes et de gravité pour le premier manipulateur est donné par :

$$H_1(q_1, \dot{q}_1) = \begin{bmatrix} \sin(\theta_2)(-2l_1l_2m_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - l_1l_2m_2\dot{\theta}_2^2) + m_2l_2g\cos(\theta_1 + \theta_2) + (m_1 + m_2)l_1g\cos(\theta_1) \\ l_1l_2m_2\sin(\theta_2)\dot{\theta}_1^2 + m_2l_2g\cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (26)$$

et pour le second manipulateur,  $H_2(q_2, \dot{q}_2)$  :

$$H_2(q_2, \dot{q}_2) = \begin{bmatrix} \sin(\theta_4)(-2l_3l_4m_4\dot{\theta}_3\dot{\theta}_4 - l_3l_4m_4\dot{\theta}_4^2) + m_4l_4g\cos(\theta_3 + \theta_4) + (m_3 + m_4)l_3g\cos(\theta_3) \\ l_3l_4m_4\sin(\theta_4)\dot{\theta}_3^2 + m_4l_4g\cos(\theta_3 + \theta_4) \end{bmatrix} \quad (27)$$

où  $g$  représente l'accélération de la pesanteur dirigée vers le bas dans la direction des  $y$  négatifs, et dont la valeur est approximativement égale à  $10 \text{ m/s}^2$ .

Le troisième terme de l'équation (8) représente le couple appliqué aux articulations des manipulateurs. Le dernier terme met en évidence l'interaction entre les manipulateurs et l'objet. Pour chaque manipulateur, le vecteur force appliqué est respectivement :  $[F_{1x} \ F_{1y}]$  et  $[F_{2x} \ F_{2y}]$ . Pour transformer ces forces en couples au niveau des articulations, il faut prémultiplier par le Jacobien. Pour le premier manipulateur, le Jacobien est donnée par :

$$J_{EI}(q_1) = \begin{bmatrix} -l_1\sin(\theta_1) - l_2\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1\cos(\theta_1) + l_2\cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2\cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (28)$$

et par :

$$J_{E2}(q_2) = \begin{bmatrix} -l_3 \sin(\theta_3) - l_4 \sin(\theta_3 + \theta_4) & -l_4 \sin(\theta_3 + \theta_4) \\ l_3 \cos(\theta_3) + l_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) & l_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) \end{bmatrix} \quad (29)$$

pour le second. Il est à noter qu'en raison du modèle choisi, les Jacobiens sont carrés, mais qu'ils peuvent être rectangulaires pour d'autres types de manipulateurs.

En combinant ces quatre termes, on obtient le modèle général des manipulateurs en présence de l'objet manipulé.

### ***1.6.3 - Équations simplifiées de l'ensemble manipulateurs-objet :***

Les équations de (22) à (29) et les équations (18), (20) et (21) permettent d'obtenir un modèle complet prenant en compte la contrainte du point de contact. Les équations résultantes étant relativement complexes ne seront pas détaillées ici, car elles seraient illisibles.

Ce modèle planaire sera utilisé au chapitre 4 et servira de base pour la simulation des contrôleurs flous qui sont présentés au chapitre suivant, et analysés au chapitre 3.

## **CHAPITRE 2**

### **INTRODUCTION ET DESCRIPTION**

### **DU CONTRÔLEUR FLOU**

Le second chapitre de ce mémoire a pour but de décrire deux contrôleurs flous utilisés pour la commande du système, l'un faisant partie d'une variante du régulateur d'accélération, l'autre faisant partie d'une variante du régulateur de vitesse. Les éléments importants pour l'analyse et le design de ces contrôleurs seront mis en évidence.

Mais auparavant, donnons un exemple simple d'un contrôleur flou.

#### ***2.1 - Exemple d'un contrôleur flou :***

Un contrôleur flou s'insère dans une boucle de contrôle, tout comme un contrôleur conventionnel. Il pourrait donc assurer, par exemple, le contrôle d'un moteur en position.

Le contrôleur flou reçoit comme signal d'entrée, l'erreur de position et devra calculer un signal de sortie qui sera la commande à appliquer au moteur. L'exemple qui suit assume que le contrôleur est un proportionnel flou.

Le contrôleur flou utilise un algorithme de calcul de la commande basée sur la logique floue. Cet algorithme est relativement simple. Dans un premier temps, il faut évaluer à quel ensemble appartient le signal d'erreur. Ce signal peut être considéré positif ou négatif, et d'une amplitude quasi-nulle, petite ou grande. Chacune de ces possibilités est représentée par un ensemble flou. Selon le signal reçu, il pourra être considéré comme appartenant à l'un ou l'autre de ces ensembles.

En logique booléenne, l'appartenance de l'erreur à l'un ou l'autre de ces ensembles est binaire, l'erreur appartient (1) ou n'appartient pas (0) à l'ensemble. Le degré d'appartenance, qui indique si l'erreur appartient à un ensemble booléen, ne peut prendre que deux valeurs, 0 si l'erreur n'appartient pas à l'ensemble, 1 dans le cas contraire.

En logique floue, la frontière entre l'appartenance et la non-appartenance à un ensemble flou est progressive, si bien que le degré d'appartenance de l'erreur à un ensemble peut évoluer de 0 à 1 inclusivement. Chaque ensemble flou est représenté par une fonction d'appartenance qui montre la relation entre le degré d'appartenance et l'erreur. Les figures 2-2 à 2-6 montrent ces fonctions d'appartenance pour divers ensembles flous. Avec ces ensembles flous, une erreur de -0,8 radians aurait les degrés d'appartenance suivants : 0,6 à l'ensemble "Grand Négatif", 0,4 à l'ensemble "Petit Négatif", et 0 pour les trois autres ensembles flous.

Dans un deuxième temps, ces degrés d'appartenance servent à évaluer la commande à appliquer au moteur. Pour ce faire, ils sont envoyés à un ensemble de règles logiques, par exemple :

- 1) Si l'erreur appartient à l'ensemble "Grand Négatif", alors la commande appartient à l'ensemble "Négatif";
- 2) Si l'erreur appartient à l'ensemble "Petit Négatif", alors la commande appartient à l'ensemble "Négatif";
- 3) Si l'erreur appartient à l'ensemble "Près de Zéro", alors la commande appartient à l'ensemble "Près de Zéro";
- 4) Si l'erreur appartient à l'ensemble "Petite Positif", alors la commande appartient à l'ensemble "Positif";
- 5) Si l'erreur appartient à l'ensemble "Grand Positif", alors la commande appartient à l'ensemble "Positif".

La commande peut donc tout comme l'erreur être classée par des ensembles flous, et les règles logiques dictent les relations entre tous ces ensembles. Un algorithme d'inférence calcule les degrés d'appartenance de la commande aux ensembles flous de sortie, pour chacune des règles. Le calcul est simple, il suffit de prendre le minimum de tous les degrés d'appartenance des entrées, mais dans cet exemple, il n'y en a qu'une par règle. Ainsi, la règle un indique que le degré d'appartenance de la commande à l'ensemble "Négatif" est de 0,6. La règle deux donne un degré d'appartenance de 0,4 pour le même ensemble, et les trois

règles suivantes des degrés d'appartenance nuls aux deux autres ensembles flous.

Une fois les règles évaluées, l'algorithme d'inférence doit ensuite calculer les degrés d'appartenance aux ensembles flous de la commande en combinant tous les résultats obtenus. Pour chaque ensemble flou, le degré d'appartenance résultant est le maximum de toutes les valeurs obtenues par les règles. Donc pour l'ensemble "Négatif", le degré d'appartenance résultant est de 0,6 qui est le maximum obtenu pour cet ensemble. Les deux autres règles ont des degrés d'appartenance nuls.

Dans un dernier temps, avec ces degrés d'appartenance de la commande aux trois ensembles flous de sortie, il faut calculer la commande à appliquer. Cela se fait en combinant les trois ensembles flous tronqués à leurs degrés d'appartenance calculés précédemment, et à trouver la valeur de la commande à appliquer en calculant la position du centre de masse de la surface sous la courbe résultante. C'est cette commande qui sera appliquée au moteur.

Passons maintenant à la description d'un contrôleur flou de type proportionnel-dérivée.

## 2.2 - Description du contrôleur proportionnel-dérivée (PD) flou :

Le contrôleur avec la variante du régulateur d'accélération comporte une partie floue ressemblant à un contrôleur proportionnel-dérivée (PD), où l'erreur et sa dérivée sont considérées comme les entrées du contrôleur. La figure 2.1 montre la structure de ce dernier. Le contrôleur avec la variante du régulateur de vitesse floue comporte une partie floue semblable à un contrôleur proportionnel-intégral (PI), où l'erreur et son intégrale sont considérées comme les entrées du contrôleur.

La structure des deux contrôleurs étant similaire, une seule description sera donnée en ce qui concerne le fonctionnement de ces derniers.

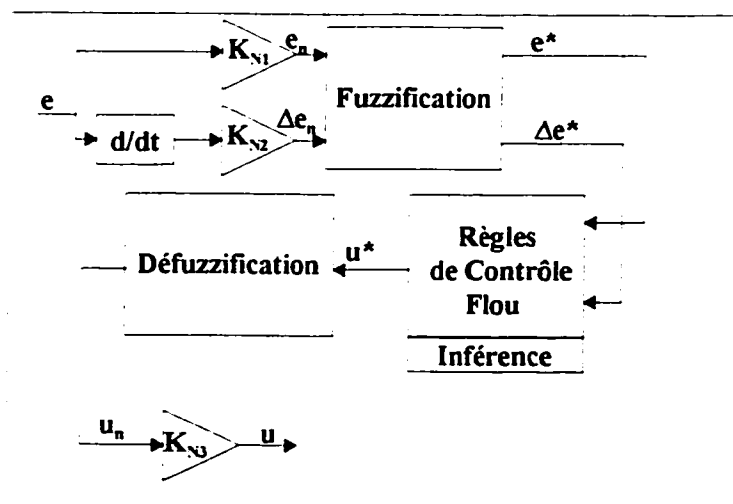


Figure 2.1: Structure du contrôleur proportionnel-dérivée (PD) flou

La figure 2.1 montre les trois parties du contrôleur flou : la fuzzyfication (l'encodeur), l'inférence des règles, et la défuzzyfication (décodeur), dont les détails sont donnés dans les sections suivantes.

### ***2.2.1 - Processus de fuzzyfication :***

Les signaux d'entrée représentant le signal d'erreur  $e$  et sa dérivée  $\Delta e$  (son intégrale  $\delta e$ ) sont transformés en des signaux flous (variables linguistiques) en passant par l'étape de fuzzyfication (encodeur).

Les fonctions d'appartenance  $\mu$  appliquées pour chaque signal flou donne un vecteur de degrés d'appartenance dont la taille dépend du nombre d'ensembles flous. Les 5 ensembles flous utilisés (figures 2.2 à 2.6) sont de forme triangulaire, sauf les deux ensembles extrêmes. Ce choix de forme simplifie le processus de fuzzyfication, puisque les équations mises en jeu deviennent simplifiées. Le choix de cinq ensembles flous s'explique par le fait que le nombre de règles logiques s'accroît rapidement avec le nombre d'ensembles flous, et peut représenter un allongement majeur du temps de calcul de la commande.

Le signal flou peut être considéré presque nul, petit positif, petit négatif, grand positif, et grand négatif. Les ensembles flous correspondant à chacune de ces possibilités sont donnés par : ensemble nul Z, ensemble petit positif PP, ensemble petit négatif PN, ensemble grand positif GP et ensemble grand négatif GN.

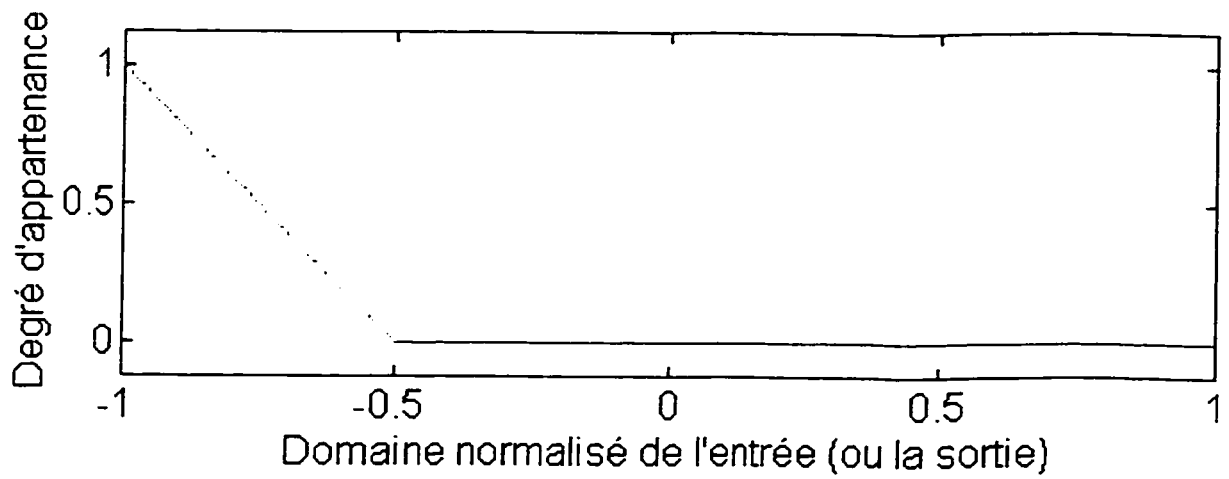


Figure 2.2 : Fonction d'appartenance de l'ensemble flou "Grand Négatif" - GN.

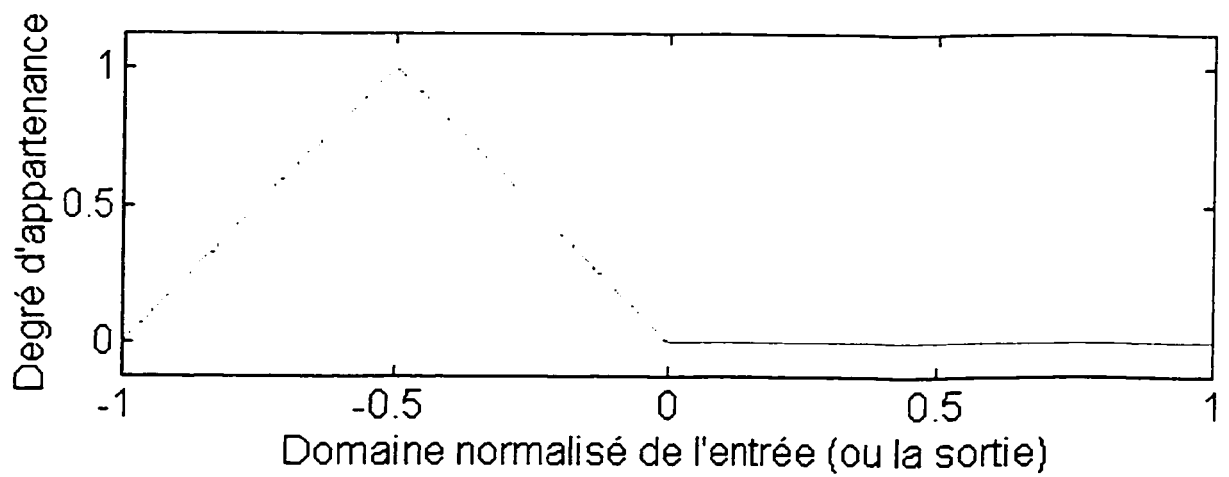


Figure 2.3 : Fonction d'appartenance de l'ensemble flou "Petit Négatif" - PN.

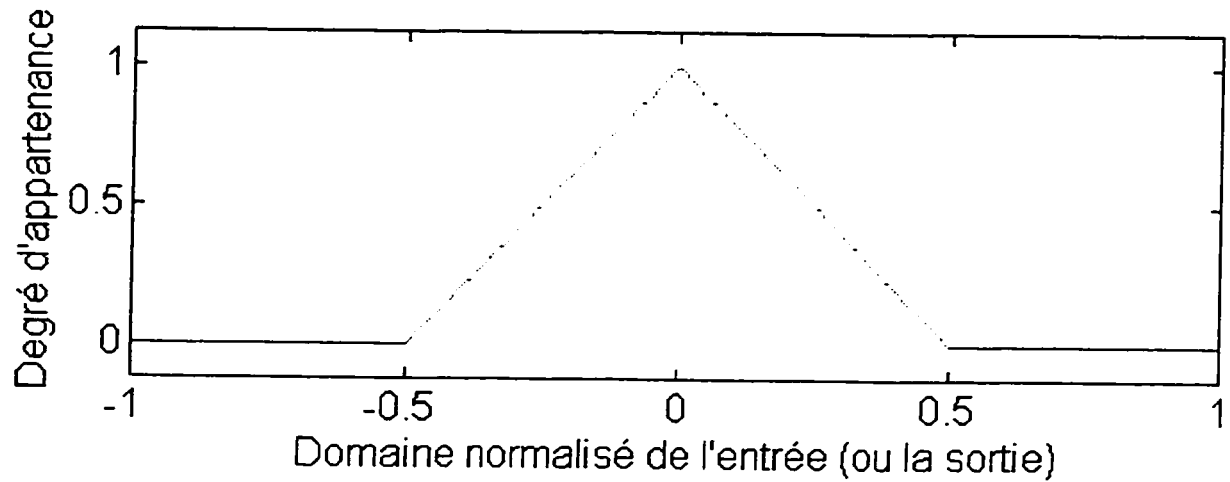


Figure 2.4 : Fonction d'appartenance de l'ensemble flou "près de Zéro" - Z.

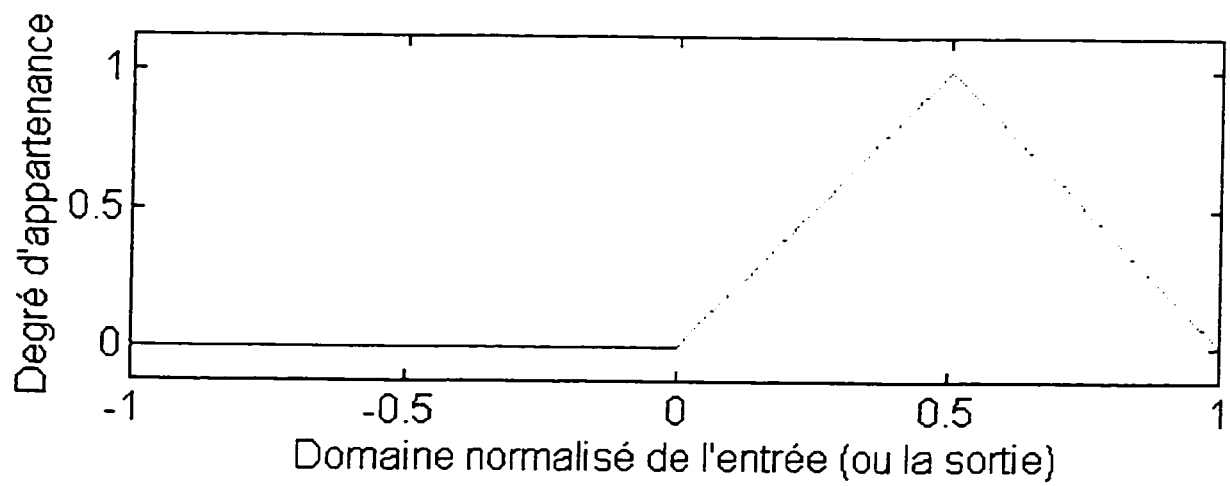


Figure 2.5 : Fonction d'appartenance de l'ensemble flou "Petit Positif" - PP.

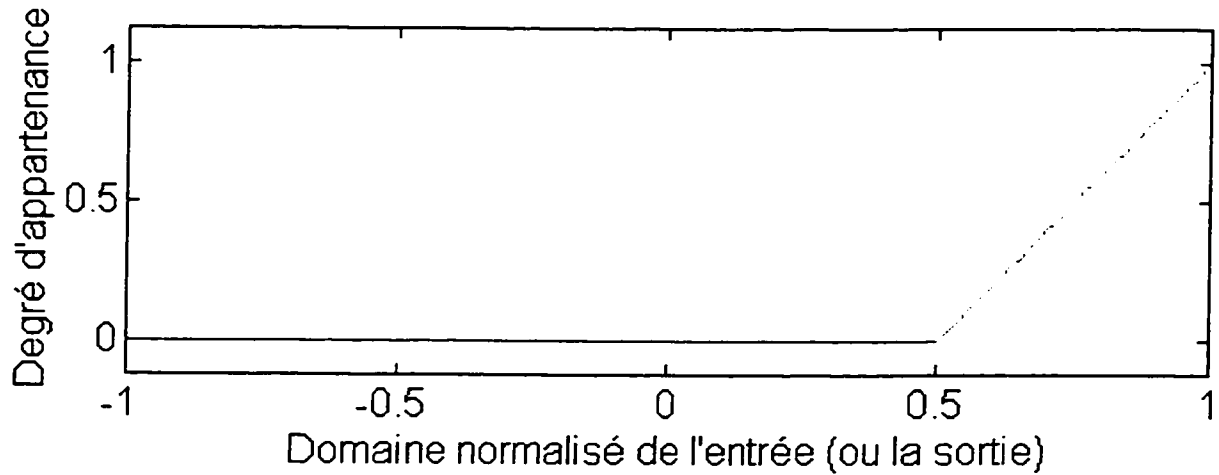


Figure 2.6 : Fonction d'appartenance de l'ensemble flou "Grand Positif" - GP.

Les deux signaux analogiques d'entrée  $e$ , et  $\Delta e$  ( $\delta e$ ) subissent des gains de normalisation ( $K_{N1}$  et  $K_{N2}$  représentant ces gains), puisque le contrôleur flou choisi est normalisé. Le choix d'un contrôleur flou normalisé simplifie l'analyse de stabilité de ces contrôleurs, puisque les deux gains de normalisation auront un impact sur la position des pôles (voir chapitre 3). Ces signaux normalisés dont le domaine s'étend entre -1 et +1 sont évalués par les cinq ensembles flous pour l'obtention des vecteurs de degrés d'appartenance.

Pour montrer ce que réalise cet étage de fuzzyfication, voici un exemple où les signaux normalisés  $e_n$  et  $\Delta e_n$  sont respectivement 0.2 et -0.75. Les signaux flous générés par l'encodeur (i.e. les vecteurs de degrés d'appartenance) seront :  $e^* = [0 \ 0 \ 0.6 \ 0.4 \ 0]^T$  et  $\Delta e^*$

$= [0.5 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ , les ensembles flous étant dans l'ordre : "Grand Négatif", "Petit Négatif", "près de Zéro", "Petit Positif" et "Grand Positif".

### 2.2.2 - Processus d'inférence :

L'étage qui reçoit les deux signaux flous, i.e., les deux vecteurs de degrés d'appartenance  $e^*$  et  $\Delta e^*$  ( $\delta e^*$ ), doit prendre une décision sur la commande à appliquer au système. L'étage qui représente le processus d'inférence donne à sa sortie un signal flou  $u^*$  constitué d'un vecteur de degrés d'appartenance correspondant aux ensembles flous de sortie.

Le processus d'inférence repose en fait sur des règles logiques définies en termes de langage de prédicats et ressemblant à l'expression suivante :

$$\text{Si } e_n \text{ est PN et } \Delta e_n \text{ est PP, alors } u_n \text{ est Z.}$$

En logique floue, l'opérateur "et" utilise la fonction minimum (*min*) pour évaluer le degré d'appartenance du signal  $u_n$  à un ensemble flou donné. Cette fonction donne à  $u_n$  un degré d'appartenance qui est le minimum des deux degrés d'appartenance des signaux  $e_n$  et  $\Delta e_n$ . Ainsi, dès que l'un des degrés d'appartenance est nul, le degré d'appartenance résultant de la proposition est aussi nulle.

Le nombre de règles du processus d'inférence dépend essentiellement du nombre d'entrées et du nombre d'ensembles flous par entrée. Avec un contrôleur ayant deux entrées

évaluées chacune par cinq ensembles flous le nombre de règles sera de vingt-cinq. Ces règles sont souvent représentées sous forme de table que l'on appelle table des conséquences (table 2.1).

Avec un choix de fonctions d'appartenance triangulaires tel que montrés aux figures 2.2 à 2.6, on obtient un ou deux degrés d'appartenance non nul par entrées analogiques. Donc, pour un contrôleur à deux entrées, il y aura une, deux ou quatre règles actives (cases de la table), dépendamment des degrés d'appartenance des entrées.

**Tableau 2.1 : Table des conséquences du contrôleur flou**

| $\Delta e \setminus e$ | GN | PN | Z  | PP | GP |
|------------------------|----|----|----|----|----|
| GN                     | GN | GN | GN | PN | Z  |
| PN                     | GN | GN | PN | Z  | PP |
| Z                      | GN | PN | Z  | PP | GP |
| PP                     | PN | Z  | PP | GP | GP |
| GP                     | Z  | PP | GP | GP | GP |

Les ensembles flous de ces règles actives (un, deux ou quatre) peuvent avoir plusieurs niveaux d'appartenance possibles. Pour déduire le degré d'appartenance de chaque ensemble flou, l'opérateur "*ou*" représentant une fonction de maximum (*max*) est utilisé. Donc, pour un ensemble flou, dont la sortie possède plusieurs degrés d'appartenance, le degré d'appartenance résultant est considéré comme étant le maximum de ces valeurs.

En résumé, le processus d'inférence génère un vecteur de degrés d'appartenance aux ensembles flous de la sortie, en fonction des entrées.

Ainsi, en poursuivant l'exemple débuté à la section précédente, l'évaluation des vingt-cinq règles logiques donnerait des zéros dans toute la table 2.1, sauf pour quatre cases suivantes : première rangée, troisième colonne (0.5); première rangée, quatrième colonne (0.4); seconde rangée, troisième colonne (0.5); et seconde rangée, quatrième colonne (0.4). Les maximums des degrés d'appartenance des cinq ensembles flous donne alors le vecteur  $u^* = [0.5 \ 0.5 \ 0.4 \ 0.0 \ 0.0]^T$ .

Il est à noter que la définition de ces règles dépend du système considéré, et la génération de ces dernières est faite par des experts, pour l'obtention du design optimal.

### ***2.2.3 - Processus de défuzzyfication :***

Le processus calculant le signal analogique de sortie (la commande) est appelé défuzzyfication (décodeur). Le vecteur de degrés d'appartenance du signal flou de sortie correspondant aux divers ensembles flous est transformé en un signal analogique de sortie.

La première étape de la défuzzyfication consiste à l'agrégation des ensembles flous du signal de sortie (commande). Il faut souligner que tout comme les entrées, la sortie  $u$  possède des ensembles flous permettant de décrire la commande à appliquer. Les mêmes

ensembles flous que ceux des entrées ont été choisis pour calculer la commande normalisée  $u_n$ . Cette commande normalisée subit une amplification avec un gain  $K_{N3}$  pour l'obtention de la commande réelle.

Le processus d'agrégation des règles consiste à construire (en utilisant la fonction logique "ou") une fonction regroupant les cinq ensembles flous de la sortie, en tenant compte des niveaux d'appartenance maximum de chaque ensemble (figure 2.7). Cette opération est faite en combinant les cinq ensembles tronqués à leur degré d'appartenance maximum.

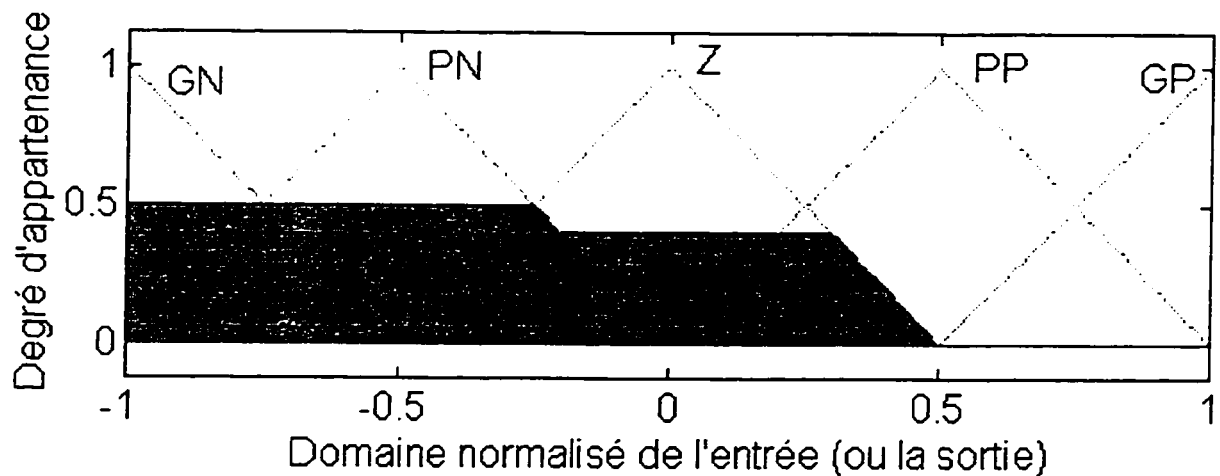


Figure 2.7 : Exemple d'ensembles flous agrégés.

La seconde étape consiste à calculer à partir de la fonction agrégée (figure 2.7) la commande à appliquer. Plusieurs techniques peuvent être utilisées. Par exemple, le

contrôleur flou dit de “Sugeno” utilise un calcul de centre de masse pour déterminer la commande optimale à appliquer (Driankov et al. 1993). L’approche de “Madani”, qui consiste simplement à calculer une moyenne pondérée des maximums atteints par les degrés d’appartenance des ensembles flous (Driankov et al. 1993), a l’avantage d’être assez rapide (surtout si l’on compare avec les intégrales numériques nécessaires dans le contrôleur de Sugeno), et de donner un résultat acceptable, par rapport à la technique de Sugeno. D’ailleurs, la position du centre de masse de la courbe sur la figure 2.7 est en -0.5357.

Cette commande ainsi calculée aura une valeur bornée entre -1 et 1. Pour ramener la commande à un niveau convenable au système considéré, une application de gain  $K_{N3}$  est utilisée.

### ***2.3. - Application du “krigeage” sur les contrôleurs flous :***

L’objectif de tout système asservi est de respecter certains critères de performance. Le critère majeur est d’avoir un système stable. Donc, il est essentiel d’étudier la stabilité du système pour garantir le fonctionnement de ce dernier.

L’analyse de la stabilité d’un contrôleur flou n’est pas directe et est encore un sujet de recherche ouvert. Kiendl et Ruger (1993 et 1995) ont utilisé une méthode d’approximation numérique du contrôleur flou pour faire cette analyse. Grâce à cette approximation, cette équipe a réussi à faire l’analyse de la stabilité de systèmes utilisant de tels

contrôleurs.

L'approximation numérique utilisée dans ce projet est celle de krigeage (Fortin 1996) utilisé dans plusieurs domaines. Elle servira à approximer le contrôleur flou selon une approche différente de celle de Kiendl et Ruger, en approxinant la courbe de la commande en fonction des entrées du contrôleur par une fonction affine.

### ***2.3.1. - La technique d'approximation numérique du krigeage :***

Pour approximer le contrôleur flou (que l'on représentera dorénavant par la fonction  $h(e,e)$ ), il suffit de choisir un ensemble de  $n$  points dans l'espace tridimensionnel pour pouvoir les interpoler avec le contrôleur flou. Les coordonnées de ces  $n$  points sont données par :

$$(e_i, \dot{e}_i, h(e_i, \dot{e}_i)) \text{ pour } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

et représente la commande du contrôleur flou pour chaque point  $e, \dot{e}$ .

À partir de ces  $n$  points la matrice suivante peut être obtenue :

$$\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} & 1 & e_1 & \dot{e}_1 \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2n} & 1 & e_2 & \dot{e}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nn} & 1 & e_n & \dot{e}_n \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ e_1 & e_2 & \dots & e_n & 0 & 0 & 0 \\ \dot{e}_1 & \dot{e}_2 & \dots & \dot{e}_n & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \\ c \\ a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(e_1, \dot{e}_1) \\ h(e_2, \dot{e}_2) \\ \vdots \\ h(e_n, \dot{e}_n) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

dans laquelle les variables  $d_{ij}$  représentent les distances entre chaque paire de points projetés  $i$  et  $j$  :

$$d_{ij} = \sqrt{(e_i - e_j)^2 + (\dot{e}_i - \dot{e}_j)^2} \quad (31)$$

Les valeurs  $\alpha_i$  correspondent à un terme qui sera désigné sous le nom de terme statistique. Les valeurs  $a$ ,  $b$ , et  $c$  seront les coefficients de l'équation d'approximation et sont les inconnues à trouver, puisque toutes les autres proviennent des  $n$  points d'interpolation. Le vecteur inconnu  $(\alpha_i, a, b, c)$  peut être calculé en multipliant la matrice inverse du membre de gauche par le vecteur du membre de droite.

L'équation recherchée par cette technique de krigeage est une fonction affine et constituée d'une série de  $n$  équations données par :

$$\begin{aligned}
d_{11}\alpha_1 + d_{12}\alpha_2 + \dots + d_{1n}\alpha_n + ae_1 + b\dot{e}_1 + c &= h(e_1, \dot{e}_1) \\
d_{21}\alpha_1 + d_{22}\alpha_2 + \dots + d_{2n}\alpha_n + ae_2 + b\dot{e}_2 + c &= h(e_2, \dot{e}_2) \\
&\vdots \\
d_{n1}\alpha_1 + d_{n2}\alpha_2 + \dots + d_{nn}\alpha_n + ae_n + b\dot{e}_n + c &= h(e_n, \dot{e}_n)
\end{aligned} \tag{32}$$

L'équation d'approximation affine qui sera obtenu par le krigage est :

$$ae + b\dot{e} + c + d_{stat} = h(e, \dot{e}) \tag{33}$$

Le terme statistique  $d_{stat}$  est donné par (Fortin 1996) :

$$d_{stat} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \sqrt{(e - e_i)^2 + (\dot{e} - \dot{e}_i)^2} \tag{34}$$

$d_{stat}$  est en fait une correction qui doit être appliquée à l'équation d'approximation affine pour éliminer les écarts, puisque cette dernière ne tient en pas compte les éléments non linéaires de la fonction floue.

### 2.3.2. - Exemples de krigage :

Pour montrer la qualité de l'approximation obtenue par la technique du krigage, deux fonctions, l'une affine et l'autre avec une composante non linéaire sont à approximer.

Pour la première fonction à approximer, l'équation réelle est donnée par :

$$h(e, \dot{e}) = 6e + 3\dot{e} - 2 \quad (35)$$

En utilisant un total de 441 points pour le krigeage (en divisant la zone de -1 à +1 sur les deux axes en 21 points) un excellent résultat est obtenu. En effet, les 441 termes  $\alpha_i$  contribuant à la partie statistique sont inférieurs à  $10^{-12}$ , tandis que les coefficients  $a$ ,  $b$ , et  $c$  sont respectivement 6, 3 et -2. Ainsi, l'approximation numérique par krigeage donne exactement la fonction attendue, puisque la fonction affine correspond à la fonction réelle.

La deuxième fonction approximée est semblable à la première, mais comporte une partie non-linéaire :

$$h(e, \dot{e}) = 6e + 3\dot{e} - 2 + \sin(2e) - 3\cos(4\dot{e}) \quad (36)$$

En répétant l'approximation par krigeage sur cette équation, un résultat qui semble moins bon est obtenu si seuls les coefficients  $a$ ,  $b$ , et  $c$  sont considérés. En effet, les valeurs de ces trois coefficients sont respectivement 6, 3.6927 et -0.655. La figure 2.8 montre l'écart important entre l'approximation numérique ne tenant pas compte du terme statistique et la fonction réelle.

C'est ici que l'ajout du terme statistique montre toute son efficacité. Les 441 valeurs des termes  $\alpha_i$  prises en compte, corrigent l'approximation précédente en diminuant l'écart (jusqu'à une valeur de  $10^{-13}$ ) entre l'approximation numérique et l'approximation réelle (figure

2.9).

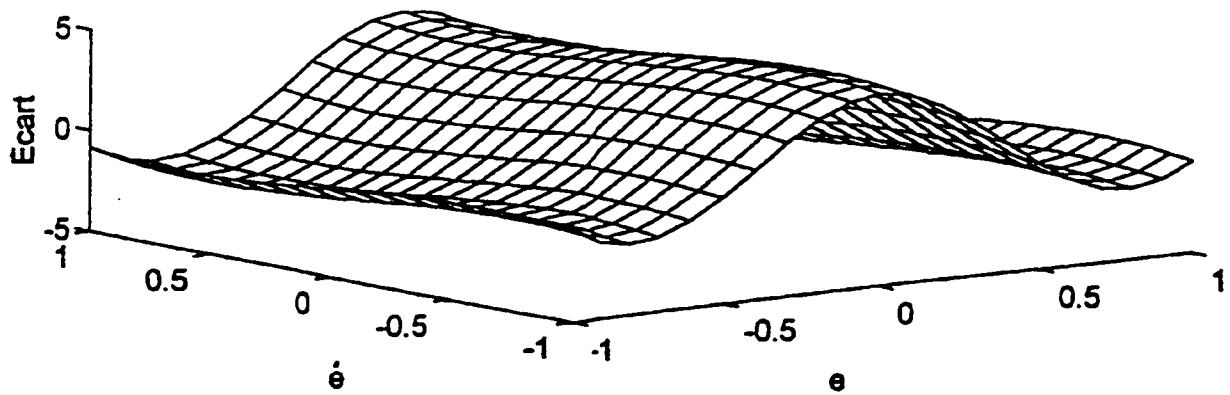


Figure 2.8 : Écart entre la fonction réelle et l'approximation par le krigage sans terme statistique.

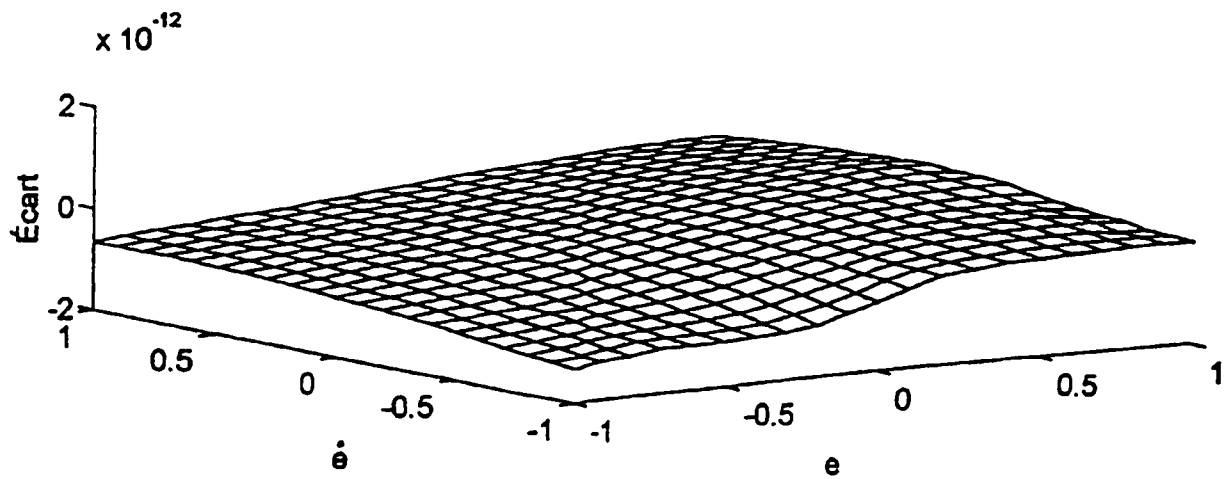


Figure 2.9 : Écart entre la fonction réelle et l'approximation par le krigage.

Au chapitre suivant, cette technique de krigeage sera appliquée au contrôleur flou, et une étude de stabilité sera faite à partir de l'approximation numérique obtenue.

#### **2.4. - Description des deux contrôleurs utilisés :**

Dans ce projet de maîtrise, l'étude des deux contrôleurs consiste en l'analyse des variantes de régulateur de vitesse et d'accélération. Il faut rappeler que ces régulateurs ne servent qu'à faire le suivi de trajectoire. Dans ces variantes, deux éléments ont été ajoutés.

Le premier élément consiste en une composante floue, dont le but est de compenser les perturbations dues aux incertitudes de la modélisation de l'objet à manipuler (masse, rigidité,...). Le second représente un contrôleur de la force interne indépendant du suivi de trajectoire, constitué d'une commande proportionnelle-intégrale (PI) conventionnelle.

##### **2.4.1. - Description de la variante du régulateur d'accélération :**

Le calcul des couples aux articulations du régulateur d'accélération modifié, peut être représenté par :

$$\tau = \hat{D}_t(\ddot{q}_d + h(e, \dot{e})) + \hat{H}_t + J_E^T P^T (V_d + K_f \int (V_d - V) dt) \quad (37)$$

où  $h(e, \dot{e})$  représente le contrôleur flou. Cette partie floue est intégrée dans les deux premiers termes de droite, qui sont en charge du suivi de trajectoire. Les valeurs retrouvées dans ces deux termes sont : la valeur estimée de la matrice d'inertie, la consigne d'accélération désirée

pour le suivi de trajectoire et enfin, la valeur estimée du vecteur de Coriolis.

L'autre terme de droite est en charge de la commande de la force interne, et est en fait le produit entre le Jacobien du système, et la consigne des forces internes pour le maintien de celles-ci à une valeur désirée. Il est à noter que le contrôle se fait non pas sur les projections des forces internes  $F_{internes}$ , mais bien sur les forces internes elles-mêmes.

#### 2.4.2. - Description de la variante du régulateur de vitesse :

Le calcul des couples aux articulations du régulateur de vitesse modifié, peut être représenté par l'équation suivante :

$$\tau = \hat{D}_r K_v (\dot{q}_d + h(e, \delta e) - \dot{q}) + \hat{H}_r + J_E^T P^T (V_D + K_f \int (V_D - V) dt) \quad (38)$$

où  $h(e, \delta e)$  représente la partie floue, qui remplit les mêmes fonctions que celles décrites en 2.4.1. Les mêmes termes que pour le régulateur d'accélération sont retrouvés à deux exceptions près. Premièrement, la consigne de suivi de trajectoire est donnée par la vitesse désirée. Deuxièmement, la matrice de gains  $K_v$  est utilisée pour ajuster le régulateur de vitesse afin d'obtenir une réponse acceptable.

#### 2.4.3. - Description de la fonction floue $h(e, \dot{e})$ (et $h(e, \delta e)$ ) :

Dans les deux contrôleurs décrits aux sections précédentes les deux vecteurs  $h(e, \dot{e})$  et  $h(e, \delta e)$  représentent les fonctions floues utilisées. Le vecteur  $h(e, \dot{e})$  peut se réécrire

comme suit :

$$h(e, \dot{e}) = [h_1(e_1, \dot{e}_1) \ h_2(e_2, \dot{e}_2) \ \dots \ h_m(e_m, \dot{e}_m)]^T \quad (39)$$

et est constitué de  $m$  fonctions floues puisque les  $k$  robots ont  $m$  articulations au total. Pour simplifier la notation, le symbole  $h(e, \dot{e})$  sans indices est utilisé pour désigner l'une de ces fonctions floues. La même simplification de notation peut être faite avec le vecteur  $h(e, \delta e)$ .

#### 2.4.4. - Approximation d'une des composantes du vecteur des fonctions floues $h(e, \dot{e})$

(et  $h(e, \delta e)$ ) :

Chaque fonction floue peut être approximée par la méthode du krigeage de la même façon que celle utilisée pour les deux exemples ci-hauts. Puisque la stabilité du contrôleur réel sera analysée au chapitre suivant, il est nécessaire d'approximer la fonction floue normalisée  $h_N(e_N, \dot{e}_N)$ . Cette fonction floue normalisée étant composée des ensembles flous et des règles définies aux paragraphes précédents (figures 2.2 à 2.7 et table 2.1) donne une courbe de comportement de la fonction, telle que montré à la figure 2.10.

La courbe étant non linéaire, une approximation par une seule fonction affine serait impossible. Il s'agit alors de découper cette fonction floue en plusieurs zones, et de calculer une fonction affine pour chaque zone.

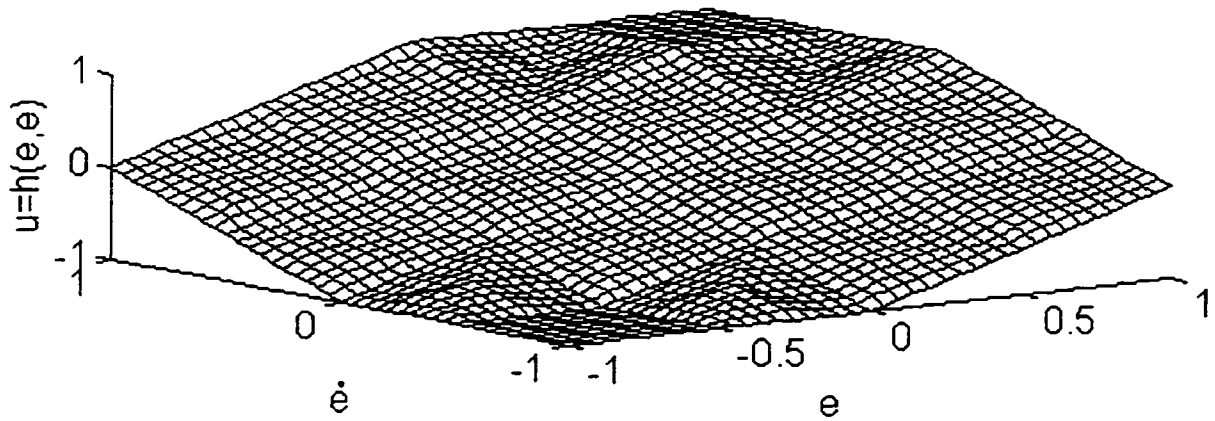


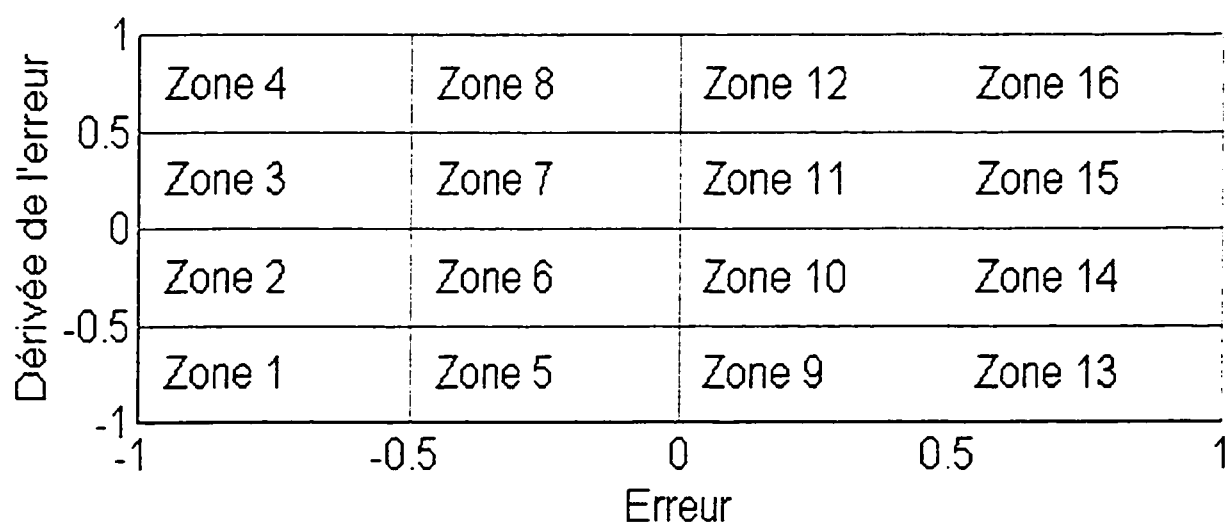
Figure 2.10 : Courbe de la commande  $u$  du contrôleur flou.

L'espace  $(e, \dot{e})$  a été découpé en 16 zones en prenant comme frontières les endroits où les ensembles flous atteignent leur maximum, soit lorsque  $e$  et/ou  $\dot{e}$  sont 0,  $\pm 0.5$  et  $\pm 1.0$ . La figure 2.11 montre la position de ces frontières dans le plan  $(e, \dot{e})$ . Chaque zone étant approximée indépendamment, 16 équations affines indépendantes sont obtenues et les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  de ces dernières sont données par la table 2.2.

Il est à remarquer que plusieurs valeurs de coefficients de la table 2.2 se ressemblent. Ceci est dû aux symétries de la courbe de commande (figure 2.10).

**Tableau 2.2 : Valeurs des coefficients (fonction floue normalisée)**

| Zone(s)        | $a$    | $b$    | $c$     |
|----------------|--------|--------|---------|
| 1              | 0.0    | 0.0    | -1.0    |
| 2 et 5         | 0.4175 | 0.5141 | -0.4284 |
| 3, 6 et 9      | 1.0537 | 1.0537 | 0.0268  |
| 4, 7, 10 et 13 | 1.0537 | 1.0537 | 0.0     |
| 8, 11 et 14    | 1.0537 | 1.0537 | -0.0268 |
| 12 et 15       | 0.4175 | 0.5141 | 0.4284  |
| 16             | 0.0    | 0.0    | 1.0     |

Figure 2.11 : Séparation de l'espace  $(e, \bar{e})$  en 16 zones.

Et enfin, pour ceux montrer que les deux contrôleurs sont identiques, la figure 2.12 montre que la différence entre les deux est de l'ordre de  $10^{-13}$  ce qui ne laisse pas de doute quant à la qualité de l'approximation.

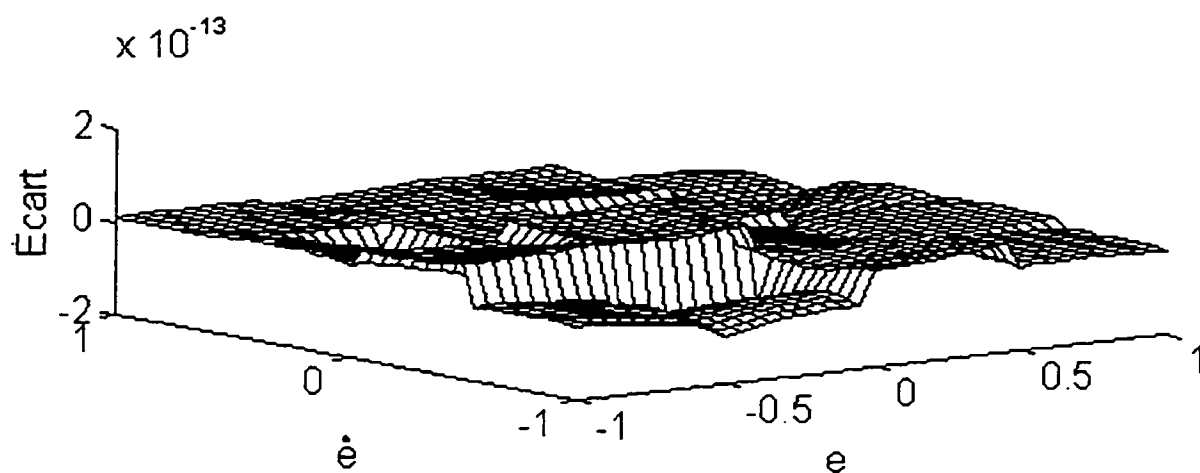


Figure 2.12 : Écart entre la fonction réelle et l'approximation par le krigage,  
pour le contrôleur flou.

## CHAPITRE 3

### ANALYSE DU CONTRÔLEUR FLOU

Le troisième chapitre de ce mémoire a pour but d'analyser la stabilité des contrôleurs utilisés. Ces contrôleurs ont été brièvement décrits au chapitre précédent et représentent deux types de variantes constituées d'un contrôleur de force interne, et d'un contrôleur flou pour le suivi de trajectoire. Mais, auparavant, voyons comment analyser la stabilité d'une commande conventionnelle.

#### *3.1 - Contrôleurs conventionnels en position et en force:*

Avant d'aborder l'étude de la stabilité des contrôleurs flous, il serait judicieux d'avoir un aperçu général de quelques contrôleurs conventionnels. Les contrôleurs considérés sont: le régulateur d'accélération ("computed torque") pour avoir un bon suivi de trajectoire et le contrôleur proportionnel-intégral (PI) pour le maintien d'une certaine force interne (en compression) sur l'objet. Ces deux contrôleurs seront appliqués au système (équation (21)) et fonctionneront d'une façon indépendante.

Pour le suivi de trajectoire utilisant le régulateur d'accélération, les couples aux articulations sont donnés par:

$$\tau_{suivi} = \hat{D}_i(q, \dot{x})[\ddot{q}_d - K_1(\dot{q} - \dot{q}_d) - K_2(q - q_d)] + \hat{H}_i(q, \dot{q}, x, \dot{x}) \quad (40)$$

où  $K_1$  et  $K_2$  représentent les matrices des gains du contrôleur. Il est à noter que des paramètres estimés sont utilisés pour la matrice d'inertie et le vecteur des forces de Coriolis qui peuvent différer des paramètres réels.

Un contrôleur proportionnel peut être utilisé pour commander les forces internes de l'objet. La loi de commande de ce contrôleur est donnée par:

$$\tau_{internes} = J_e^T P^T V_D \quad (41)$$

On retrouve dans cette équation le terme  $V$  (et la valeur désirée  $V_D$ ) qui représentent les forces internes dont on pourrait mesurer les projections ( $F_{internes}$ ) avec des capteurs de forces.

La commande totale sera donc la somme des équations (40) et (41) appliquée à l'équation (21) et sera donnée par :

$$\begin{aligned} D_i(q, \dot{x})\ddot{q} + H_i(q, \dot{q}, x, \dot{x}) + J_E^T F_{internes} = \\ \hat{D}_i(q, \dot{x})[\ddot{q}_d + K_1\dot{e} + K_2e] + \hat{H}_i(q, \dot{q}, x, \dot{x}) + J_E^T P^T V_D \end{aligned} \quad (42)$$

Si les paramètres estimés sont identiques à ceux du système, l'équation (42) peut être réécrite après l'élimination de certains termes, comme suit :

$$(J_e^T)^{-1} D_i(q, \dot{q})(\ddot{e} + K_1 \dot{e} + K_2 e) = P^T (V_D - V) \quad (43)$$

En prémultipliant l'équation (43) par la matrice de prise  $G$ , le terme de droite de l'équation s'annule, parce que la matrice  $P^T$  est dans le noyau de  $G$  (Hsu, 1989; Jankowski et al., 1993), et on obtient une dynamique de l'erreur exprimée par:

$$\ddot{e} + K_1 \dot{e} + K_2 e = 0 \quad (44)$$

Cette dynamique est stable pour un choix adéquat des gains  $K_1$  et  $K_2$ . En choisissant des matrices  $K_1$  et  $K_2$  diagonales et définies positives, les dynamiques des diverses articulations peuvent être considérées comme découplées. Il est à noter que si le Jacobien transposé de l'équation (42) n'est pas carré, on retrouverait son pseudo inverse en (43).

Si la dynamique de l'équation (44) converge ainsi vers 0, le terme de droite de (43) doit aussi converger vers 0, impliquant:

$$(V_D - V) = 0 \quad (45)$$

Cette dynamique montre que la force interne ( $V$ ) doit converger vers la valeur désirée ( $V_D$ ), si la jacobienne  $J_E$  n'est pas singulière (Hsu, 1989; Jankowski et al., 1993).

Donc on peut constater que ces deux contrôleurs remplissent bien leurs objectifs (assurer le suivi de trajectoire, et d'amener une convergence des forces internes subies par

l'objet vers celles désirées). Ultérieurement, les résultats du régulateur d'accélération seront utilisés pour comparer avec ceux obtenus à partir des contrôleurs flous.

Il est important de noter que le contrôle de la force interne se fait sans utiliser le terme intégral, comme le fait Hsu (1989). En effet, l'utilisation d'un contrôleur proportionnel-intégral (PI) pour le contrôle de la force interne est possible, mais il est alors impossible de démontrer de façon globale la stabilité d'un tel contrôleur. Cette stabilité ne peut être démontrée que de façon locale (De Santis, 1996).

### 3.2 - Analyse du régulateur d'accélération flou :

L'équation (37) sert à calculer le couple à appliquer aux articulations pour assurer à la fois le suivi de trajectoire (contrôleur flou) et la commande de la force interne (contrôleur proportionnel). Cette équation combinée avec celle de (21) qui représente le modèle complet du robot donne :

$$D_t \ddot{q} + H_t + J_E^T F_{internes} = \hat{D}_t(\ddot{q}_d + h(e, \dot{e})) + \hat{H}_t + J_E^T P^T V_D \quad (46)$$

Dans le cas où les paramètres estimés correspondraient aux paramètres réels, l'équation (46) s'écrit :

$$D_t(\ddot{q} - \ddot{q}_d) - D_t h(e, \dot{e}) = J_E^T P^T (V_D - V) \quad (47)$$

Comme les forces internes ne font pas de travail et que le produit de la matrice de prise avec le vecteur des forces internes est nul (paragraphe 3.1), l'équation (47) devient :

$$G(J_E^T)^{-1}D_i((\ddot{q}-\ddot{q}_d)-h(e,\dot{e}))=GP^T(V_D-V) \quad (48)$$

$$= 0$$

l'inverse du transposé de la Jacobienne pouvant être remplacé par un pseudo inverse si celle-ci n'est pas carrée.

Donc:

$$(\ddot{q}-\ddot{q}_d) - h(e,\dot{e}) = 0 \quad (49)$$

Comme  $h(e,\dot{e})$  est un vecteur d'une dimension égale au nombre total d'articulations, l'équation (49) pour la  $i$ -ème articulation supposée découplée des autres, s'écrit par :

$$(\ddot{q}_i-\ddot{q}_{d,i}) - h_i(e_i,\dot{e}_i) = 0 \quad (50)$$

et sera représentée sans indices par la suite pour alléger l'écriture.

Si le membre de gauche de l'équation (47) converge vers 0, alors le terme de droite subira le même effet, d'où :

$$V_D - V = 0 \quad (51)$$

Comme les forces sont représentées par des vecteurs, le même raisonnement s'applique pour ces dernières et l'équation (50) peut être écrite par (en omettant les indices pour alléger l'écriture) :

$$e_{fi} = V_D - V = 0 \quad (52)$$

Les équations (49) et (51) reflètent la dynamique du système, aussi bien au niveau du comportement des manipulateurs lors du suivi de trajectoire, qu'au niveau de la force interne. Ces deux dynamiques seront analysées aux sections suivantes.

### 3.2.1 - Étude du suivi de trajectoire avec le régulateur d'accélération flou :

L'équation (49) décrit la dynamique de l'erreur pour le suivi de trajectoire et converge vers 0 pour chaque articulation. Cela est vrai en autant que le contrôleur flou est stable, ce qui amène à analyser la fonction floue  $h(e, \dot{e})$ .

Au chapitre précédent chaque fonction floue a été approximée via des fonctions affines calculées à partir de la méthode du krigeage, en découpant l'espace en 16 zones. Cette approximation a été faite pour le contrôleur normalisé. Pour le contrôleur flou non-normalisé avec des gains d'entrée  $K_{N1}$ ,  $K_{N2}$  et de sortie  $K_{N3}$ , l'approximation devient :

$$h(e, \dot{e}) = K_{N3}(aK_{N1}e + bK_{N2}\dot{e} + c) + d_{stat} \quad (53)$$

Dans cette approximation, il faut noter que le terme statistique  $d_{stat}$  est différent de celui normalisé  $d_{statN}$  :

$$\begin{aligned} d_{stat} &= K_{N3} \sum_{i=0}^n \sqrt{(K_{N1}(e-e_i))^2 + (K_{N2}(\dot{e}-\dot{e}_i))^2} \\ d_{statN} &= \sum_{i=0}^n \sqrt{(e-e_i)^2 + (\dot{e}-\dot{e}_i)^2} \end{aligned} \quad (54)$$

Pour une paire  $(e, \dot{e})$  se trouvant dans les quatre régions centrales près de  $(0,0)$ , la somme du terme statistique avec le produit  $K_{N3} \cdot c$  est nulle. Donc, la dynamique du système autour de l'origine  $(0,0)$  devient :

$$(\ddot{q} - \ddot{q}_d) = -\ddot{e} = h(e, \dot{e}) = K_{N3}(aK_{N1}e + bK_{N2}\dot{e}) \quad (55)$$

Cette équation montre que la dynamique de l'erreur près de l'origine est dictée par les gains de normalisation  $K_{N1}$ ,  $K_{N2}$ , et  $K_{N3}$ . Ainsi, ces trois gains peuvent être adéquatement choisis, par un simple positionnement de pôles, pour ajuster la dynamique de l'erreur.

Ces pôles sont donnés par :

$$\frac{-bK_{N2}K_{N3} \pm \sqrt{(b^2K_{N2}^2K_{N3}^2 - 4aK_{N1}K_{N3})}}{2} \quad (56)$$

Par exemple, en choisissant un gain  $K_{N3}$  égal à 5.0, et en positionnant les deux pôles à  $-17.5+35.0j$  et à  $-17.5-35.0j$ , les gains  $K_{N1}$  et  $K_{N2}$  seront donnés par 306.25 et 7.0

respectivement. Le choix de  $K_{N3}$  sera abordé plus loin.

Pour une zone éloignée de l'origine (0,0), le terme statistique, le coefficient  $c$  et la somme  $d_{stat} - K_{N3}c$  sont différents de zéro (et non négligeables). Alors, la trajectoire ne converge pas vers l'origine, mais reste stable. Dans ce cas, l'erreur de position en régime permanent est non-nulle, puisque :

$$\ddot{e} + bK_{N2}K_{N3}\dot{e} + aK_{N1}K_{N3}e = -(K_{N3}c + d_{stat}) \quad (57)$$

En prenant  $x_1 = e$  et  $x_2 = \dot{e}$ , le modèle d'état sera donné par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -aK_{N1}K_{N3} & -bK_{N2}K_{N3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -(K_{N3}c + d_{stat}) \end{bmatrix} \quad (58)$$

Après un changement de variable, donné par :

$$\chi_1 = x_1 + \frac{(K_{N3}c + d_{stat})}{aK_{N1}K_{N3}} \quad \text{où} \quad x_1 = \chi_1 - \frac{(K_{N3}c + d_{stat})}{aK_{N1}K_{N3}} \quad \text{et} \quad \dot{\chi}_1 = \dot{x}_1 = x_2$$

le modèle d'état devient :

$$\begin{bmatrix} \dot{\chi}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -aK_{N1}K_{N3} & -bK_{N2}K_{N3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (59)$$

Cette dernière équation démontre la convergence de l'erreur de la position en régime

permanent vers le point  $((K_{N3}c+d_{stat})/(a K_{N1} K_{N3}), 0)$ . La dynamique de cette convergence est identique à celle de l'équation (55).

Pour les zones 1 et 16, la valeur de  $c$  est non nulle, mais les coefficients  $a$  et  $b$  ainsi que les termes statistiques sont nuls. Pour cette raison, la dynamique de l'erreur dans ces deux zones sera soumise à une accélération constante, donnée par :

$$\ddot{e} = -K_{N3}c \quad (60)$$

L'équation (60) est celle d'une trajectoire divergente. Par contre, en pratique, sa trajectoire passe vers une zone adjacente, où la dynamique de l'erreur étant stable, ramène la trajectoire vers l'origine de l'espace. La figure 3.1 montre sur le plan de phase que les trajectoires de la zone 16 se dirigent vers la zone 15 située juste en dessous. Par symétrie, celles de la zones 1 se dirigent vers la zone 2.

Ce plan de phase fut obtenu en appliquant diverses conditions initiales à l'équation (60).

Il est à noter lors de la conception du contrôleur flou, que le choix du gain  $K_{N3}$  est important puisque ce dernier doit générer des couples suffisants pour combattre les effets de la gravité.

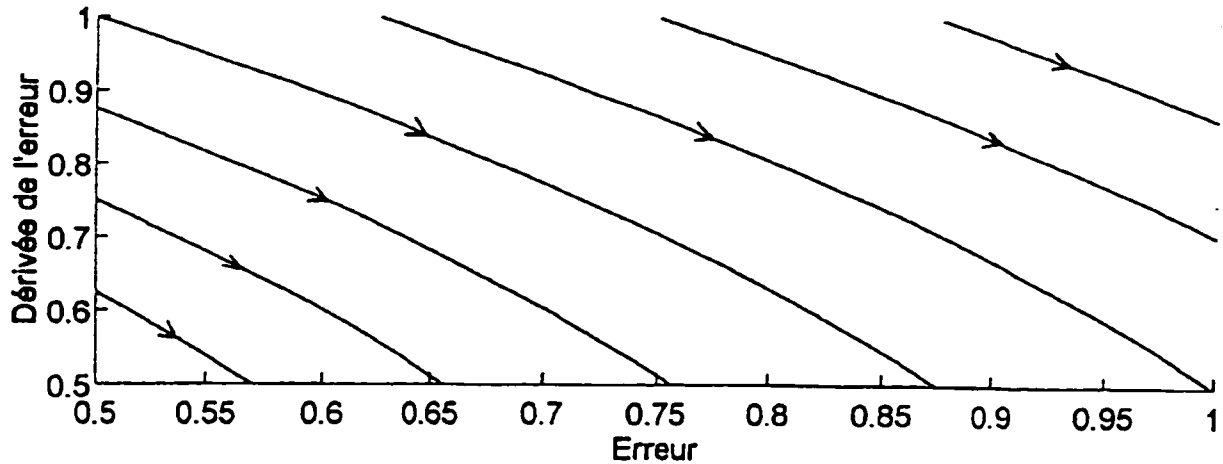


Figure 3.1 : Plan de phase avec les trajectoires du système dans la zone 16.

(Direction : de haut en bas).

### 3.2.2 - Étude du contrôle de la force interne avec le régulateur d'accélération flou :

L'équation (52) décrit la dynamique de l'erreur de force ( $e_{fi}$ ) du contrôleur de la force interne. Donc comme :

$$e_{fi} = 0 \quad (61)$$

l'erreur sur les forces internes dans le cas d'une commande proportionnelle converge vers 0. Les simulations du chapitre suivant montre qu'il en est de même avec un contrôle de force interne de type proportionnel-intégral, bien que l'on ne puisse se permettre d'analyser la stabilité d'un tel contrôleur en raison du terme intégral comme Hsu (1989).

### 3.3 - Analyse du régulateur de vitesse flou :

L'équation (38) sert à calculer le couple à appliquer aux articulations pour assurer le suivi de trajectoire (régulateur de vitesse flou) et la commande de force interne de l'objet (contrôleur proportionnel-intégral PI conventionnel)

Cette équation combinée avec celle de (21) qui représente le modèle complet du robot donne :

$$D_t \ddot{q} + H_t + J_E^T F_{internes} = \hat{D}_t K_v (\dot{q}^* - \dot{q}) + \hat{H}_t + J_e^T P^T V_D$$

où  $\dot{q}^* = \dot{q}_d + h(e, \delta e)$

(62)

Dans le cas où les paramètres estimés correspondraient aux paramètres réels, l'équation (62) peut s'écrire :

$$D_t (\ddot{q} - K_v (\dot{q}^* - \dot{q})) = J_E^T P^T (V_D - V)$$
(63)

Par le même artifice que celui introduit à l'équation (43), les deux équations suivantes sont obtenues :

$$\ddot{q} - K_v (\dot{q}^* - \dot{q}) = 0$$
(64)

$$V_D - V = 0$$
(65)

### 3.3.1 - Étude du suivi de trajectoire avec le régulateur de vitesse flou :

L'équation (64) représente la dynamique de l'erreur pour le suivi de trajectoire (dans le domaine de Laplace) et s'écrit de la façon suivante :

$$\dot{q}(s) = \frac{\dot{q}^*(s)}{1 + \frac{s}{K_v}} \quad (66)$$

Le terme  $\dot{q}$  converge en régime permanent vers  $\dot{q}^*$  avec une vitesse de convergence qui dépend du gain  $K_v$ .

Comme  $\dot{q}^*$  dépend de la fonction floue, il faut analyser s'il y a convergence de  $q$  vers  $q_d$ . En effet, si le gain  $K_v$  est choisi adéquatement et que la partie floue est stable,  $q$  converge vers  $q_d$ . Puisque  $\dot{q}$  converge vers  $\dot{q}^*$ , alors l'équation montrée en (65) peut être réécrite comme suit :

$$\dot{q} = \dot{q}_d + h(e, \delta e) \quad (67)$$

$h(e, \delta e)$  représente un contrôleur proportionnel-intégral (PI) flou qui peut s'écrire comme celui du contrôleur proportionnel-dérivé (PD) flou, en remplaçant la variable  $e$  par  $\delta e$ .

Donc la dynamique devient :

$$(\dot{q} - \dot{q}_d) = -\dot{e} = h(e, \delta e) = K_{N3}(aK_{N1}e + bK_{N2}\delta e + c) + d_{stat} \quad (68)$$

De la même façon que pour le régulateur d'accélération à partie floue, un choix adéquat des gains  $K_{N1}$ ,  $K_{N2}$  et  $K_{N3}$  peut être fait autour de l'origine (0,0).

Les pôles sont donnés par :

$$\frac{-aK_{N1}K_{N3} \pm \sqrt{(a^2K_{N1}^2K_{N3}^2 - 4bK_{N2}K_{N3})}}{2} \quad (69)$$

Pour une dynamique ayant les deux pôles aux mêmes endroits que l'exemple précédent et en choisissant  $K_{N3}$  égal à 5.0, des valeurs  $K_{N1}$  et  $K_{N2}$  de 7.0 et 306.25 sont obtenues.

Pour une zone éloignée de l'origine (0,0), le même constat qu'au paragraphe 3.2.1. est obtenu. La dynamique de l'erreur de suivi de trajectoire est représentée dans ces zones par :

$$\dot{e} + aK_{N1}K_{N3}e + bK_{N2}K_{N3}\delta e = -(K_{N3}c + d_{stat}) \quad (70)$$

ce qui donne en dérivant :

$$\ddot{e} + aK_{N1}K_{N3}\dot{e} + bK_{N2}K_{N3}e = 0 \quad (71)$$

Cette équation (71) converge vers 0 en régime permanent.

Pour les zones 1 et 16, la valeur de  $c$  est non-nulle, mais les coefficients  $a$ ,  $b$  ainsi que les termes statistiques sont nuls. La dynamique de l'erreur dans ces deux zones est donnée par :

$$\dot{e} = -K_{N3}c \quad (72)$$

L'équation (72) est celle d'une trajectoire divergente, qui sera soumise aux mêmes conditions que les trajectoires de l'équation (60). Ainsi, le système est amené à retourner dans une région stable, pour converger vers (0,0).

### ***3.3.2 - Étude du contrôle de la force interne avec le régulateur de vitesse flou :***

L'équation (65) décrit la dynamique de l'erreur de force ( $e_f$ ) sur le contrôle de la force interne. Cette équation étant identique à l'équation (51), donc l'analyse de cette dynamique est donnée au paragraphe 3.2.2.

### ***3.4 - Étude de robustesse face aux variations des paramètres réels :***

Dans les paragraphes précédents, les dynamiques des contrôleurs étaient faites avec des paramètres estimés correspondant aux paramètres du modèle considéré.

Pour compléter l'analyse des contrôleurs à partie floue, le cas des paramètres estimés ne correspondant pas aux paramètres réels doit être envisagé. Pour tenir compte de cette situation, une réécriture des termes estimés simplifiera l'analyse, ces termes étant :

$$\begin{aligned}\hat{D}_t &= D_t - \Delta D_t \\ \hat{H}_t &= H_t - \Delta H_t\end{aligned}\quad (73)$$

Les termes  $\Delta D_t$  et  $\Delta H_t$  représentent les écarts entre les paramètres réels et les paramètres estimés. Cette écriture aura donc comme conséquence d'entraîner une modification de l'équation (46), dans le cas de l'utilisation d'un régulateur d'accélération, qui devient :

$$D_t((\ddot{q}-\ddot{q}_d)-h(e,\dot{e}))+\Delta D_t\ddot{q}+\Delta H_t=J_E^T P^T(V_D-V) \quad (74)$$

De la même façon qu'au paragraphe 3.2, la dynamique de l'erreur lors du suivi de trajectoire est obtenue et elle est représentée par :

$$(\ddot{q}-\ddot{q}_d) - h(e,\dot{e}) = -D_t^{-1}(\Delta D_t\ddot{q} + \Delta H_t) = -\Delta \quad (75)$$

L'équation (75) représente l'erreur engendrée par l'utilisation de paramètres estimés différents des paramètres réels. Elle montre qu'il peut y avoir une erreur pendant le suivi de trajectoire et en régime permanent, et que le comportement de chaque articulation ne peut plus être considéré comme découplé des autres articulations. En l'absence de mouvement, le terme  $\Delta H_t$  introduira une erreur, puisque le terme gravitationnel est continuellement présent. Lors de mouvements, l'erreur dépendra en plus des accélérations des articulations des manipulateurs. Le contrôle de la force interne sera sujet au même genre d'erreur, puisque si la dynamique de l'erreur de suivi de trajectoire présente une erreur, la dynamique de

contrôle de la force interne subira aussi une erreur.

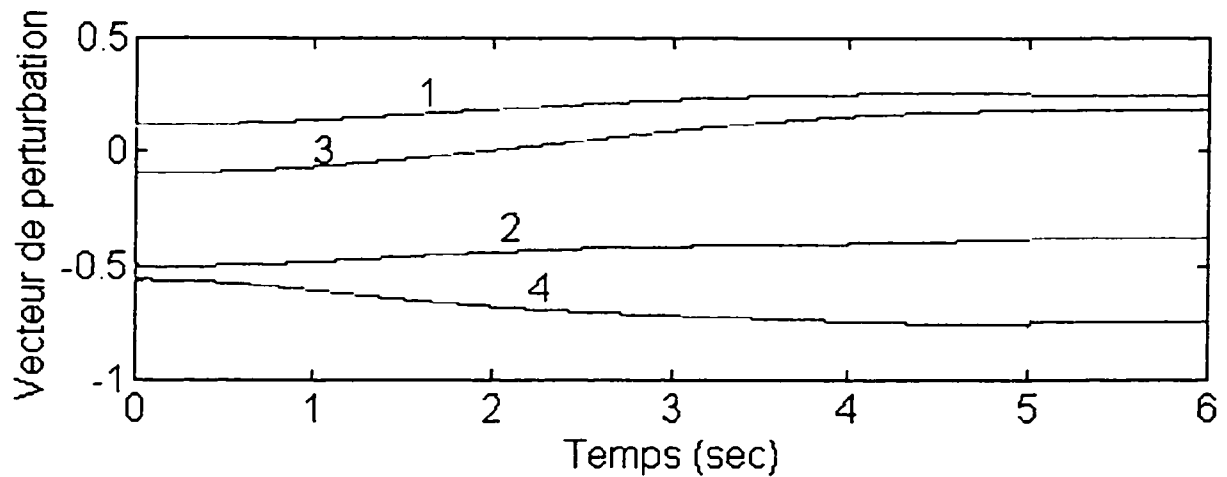


Figure 3.2 : Comportement des éléments du vecteur de perturbation.

(Régulateur d'accélération flou, avec masse objet 6 kg).

Pour l'analyse de stabilité, le membre de droite de l'équation (75) est considéré comme un vecteur de perturbation. La figure 3.2 montre un bon exemple du comportement des éléments de ce vecteur et donne une mesure de l'erreur de position engendrée par cette perturbation pour chaque articulation. Cet exemple est tiré d'une simulation où la masse réelle de l'objet excédait d'un kilogramme la masse estimée dans le modèle utilisé par les contrôleurs.

L'analyse faite dans ce chapitre montre bien ce qui se passe au niveau de la stabilité et de la robustesse des contrôleurs considérés. Elle analyse directement, grâce à une approximation numérique ("krigeage"), la stabilité de système comportant des éléments flous. Enfin, elle montre aussi les paramètres importants pour le design de tels contrôleurs.

## CHAPITRE 4

### RÉSULTATS DES SIMULATIONS

### DES CONTRÔLEURS FLOUS

Ce dernier chapitre aura pour but de montrer quelques résultats obtenus avec les contrôleurs flous. L'analyse de ces simulations montrera les divers aspects positifs et négatifs du système commandé par ces contrôleurs.

Ces simulations seront faites avec le modèle planaire présenté au chapitre 1, section 1.6. Ces simulations utiliseront des contrôleurs dont la commande en force interne est obtenue par un contrôleur proportionnel-intégral, qui aura l'avantage de réduire les erreurs en régime permanent. Ce contrôleur est représenté par:

$$\tau_{interne} = J_E^T P^T (V_D + K_3 \int (V_D - V) dt) \quad (76)$$

L'ajout du terme intégral permettra d'assurer un bon suivi de la consigne de la force interne, en réduisant à 0 l'erreur en régime permanent. Les résultats des simulations qui suivent montrent la stabilité de ce contrôleur, bien qu'elle ne puisse être établie de façon théorique.

#### *4.1 - Génération de trajectoire pour le système simulé :*

Pour fin de simulation, la trajectoire utilisée pour le déplacement de l'objet est définie

comme celle suivit par son centre de masse. Pour chaque point de la trajectoire correspond une position et une orientation de l'objet. Sachant que l'objet possède une certaine dimension, et que les robots manipulent l'objet en le touchant aux deux points de contacts, il est possible de calculer pour chaque point, par la cinématique inverse, l'orientation des manipulateurs. Si l'objet se trouve hors de portée d'un des manipulateurs, un message d'erreur est affiché au niveau de la simulation.

Le générateur de trajectoire sert à la gestion des vitesses et accélérations de l'objet, ainsi que celles des articulations des manipulateurs.

#### ***4.2 - Simulation du système avec un contrôleur conventionnel :***

Pour fin de comparaison, le contrôleur conventionnel (comprenant un régulateur d'accélération pour le suivi de trajectoire et un contrôleur proportionnel-intégral pour la commande de la force interne), défini au chapitre 1, a été simulé et choisi comme référence.

##### ***4.2.1 - Choix des gains du contrôleur conventionnel :***

Le régulateur d'accélération combiné avec un contrôleur de force interne a été brièvement décrit au chapitre 1. Pour le bon fonctionnement de ces contrôleurs, les gains sont calculés par un positionnement de pôles.

Pour assurer une réponse adéquate pour le suivi de trajectoire, les deux pôles ont été

placés en  $-100+35j$  et  $-100-35j$ , impliquant des gains  $K_1$  et  $K_2$  égaux à 11225 et 200. Ce positionnement des pôles assure une réponse rapide et stable du système qui présente ainsi de courts transitoires et une erreur de suivi de trajectoire minimale (les figures des paragraphes 4.2.2 et 4.2.3).

Le gain  $K_3$  du contrôleur de force est égal à 10, puisqu'il résulte du positionnement d'un pôle placé à  $(-10,0)$ , pour obtenir une réponse stable et rapide de ce contrôleur proportionnel-intégral en force.

#### ***4.2.2 - Résultats de la simulation avec contrôleur conventionnel du système à paramètres nominaux:***

Pour simuler le contrôleur conventionnel, la trajectoire utilisée dans l'espace est une droite linéaire débutant au point (0.75 m, 0.5 m) et finissant au point (1.25 m, 1.5 m) comme montré à la figure 4.1.

En fixant un temps de 5 secondes pour l'accomplissement de la trajectoire désirée, les courbes de position, de vitesse et d'accélération de l'objet sont montrées aux figures 4.2, 4.3, et 4.4. Il est à noter que la simulation dure six secondes, pour permettre la vérification du contrôleur en terme de maintien de sa position finale.

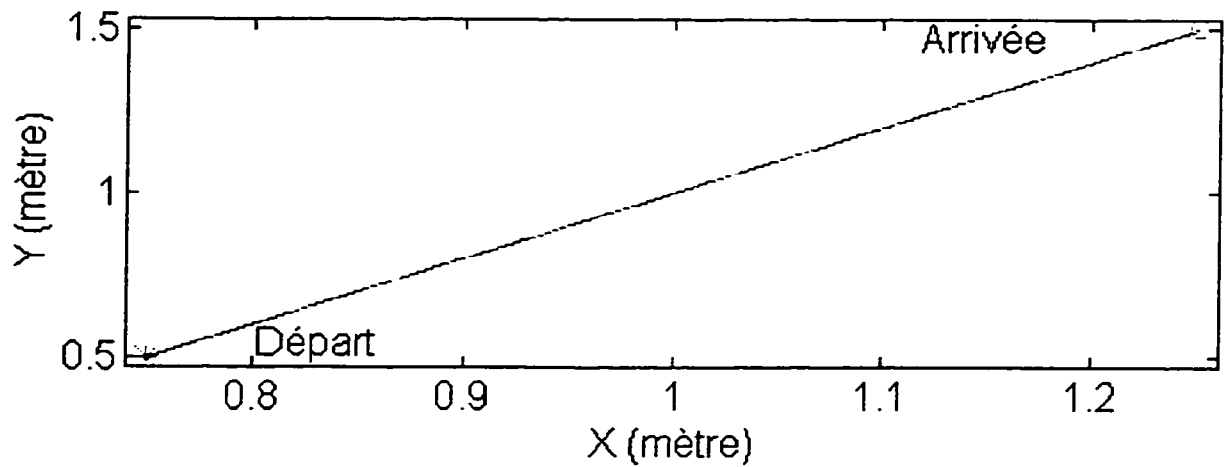


Figure 4.1 : Trajectoire du centre de masse de l'objet.

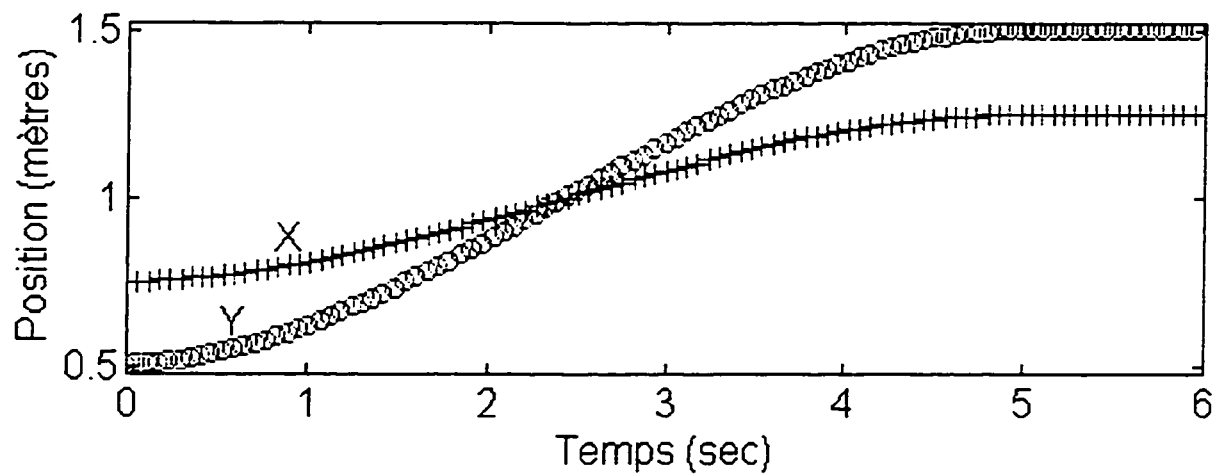


Figure 4.2 : Évolution de la consigne de position désirée du centre de masse de l'objet en X et en Y en fonction du temps.



La figure 4.5 montre le comportement des couples aux articulations des deux manipulateurs avec le contrôleur conventionnel. On constate que ces couples ne comportent aucune vibration et la seule discontinuité se produit à l'arrêt des deux manipulateurs. Cette discontinuité, due à la brusque transition dans la consigne d'accélération à 5 secondes (figure 4.4), provoque l'apparition d'un transitoire dans les erreurs de suivi de trajectoire, tout comme au départ à 0 seconde. La figure 4.6 montre le comportement des erreurs de position aux articulations. Ces erreurs restent toujours en deçà de  $1.5 \times 10^{-4}$  degré, le maximum obtenu pendant les transitoires. Les erreurs de position du centre de gravité de l'objet sont aussi très faibles comme montré à la figure 4.7. En effet, les erreurs de position de l'objet restent sous les  $6 \times 10^{-4}$  millimètre en X et les  $15 \times 10^{-4}$  millimètre en Y, tandis que l'erreur angulaire de l'objet reste au-dessous de  $12 \times 10^{-6}$  degrés (figure 4.8).

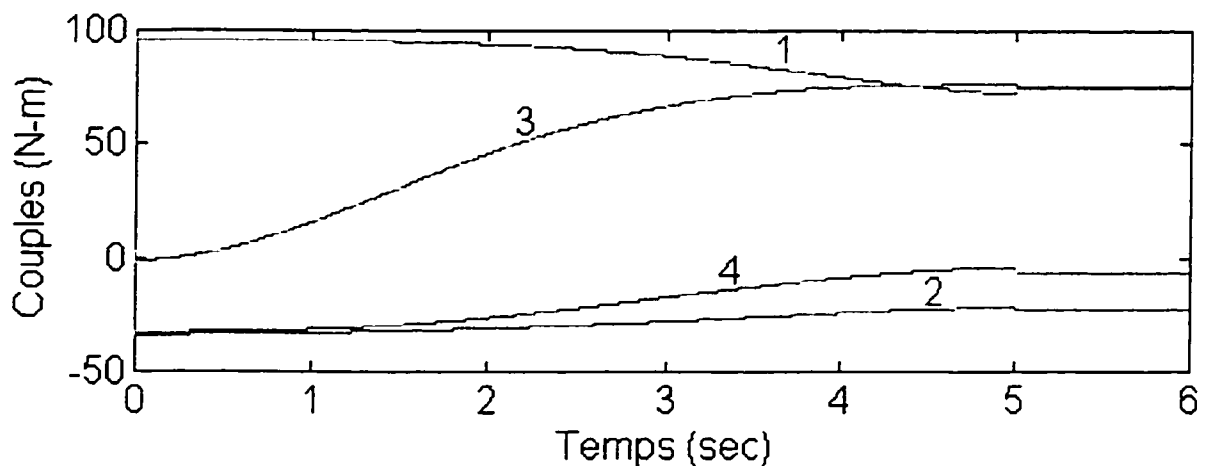


Figure 4.5 : Comportement des couples aux articulations  
du contrôleur conventionnel avec les paramètres nominaux.

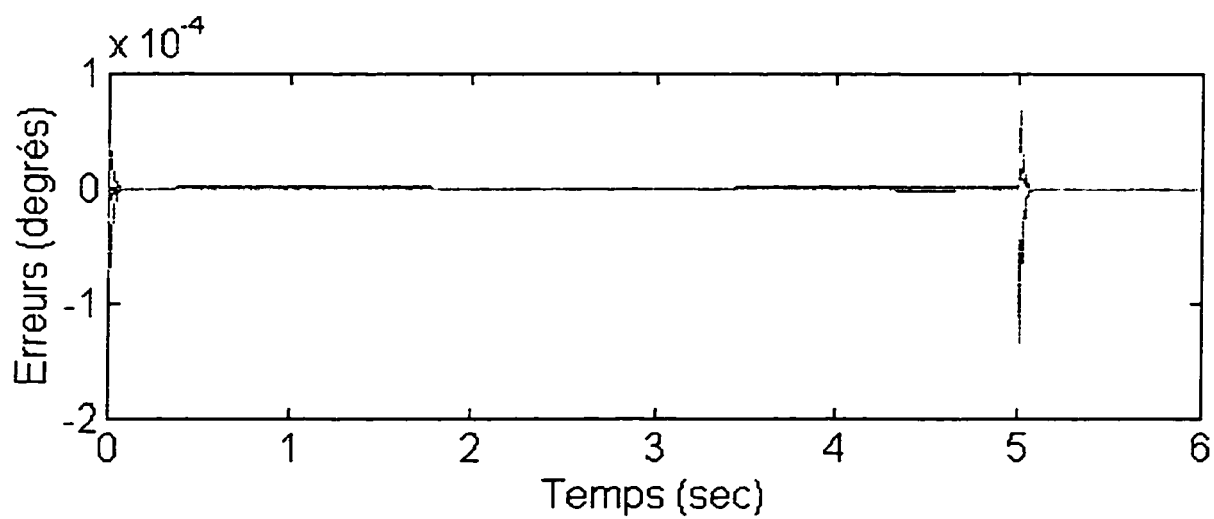


Figure 4.6 : Erreurs angulaires des articulations des manipulateurs.

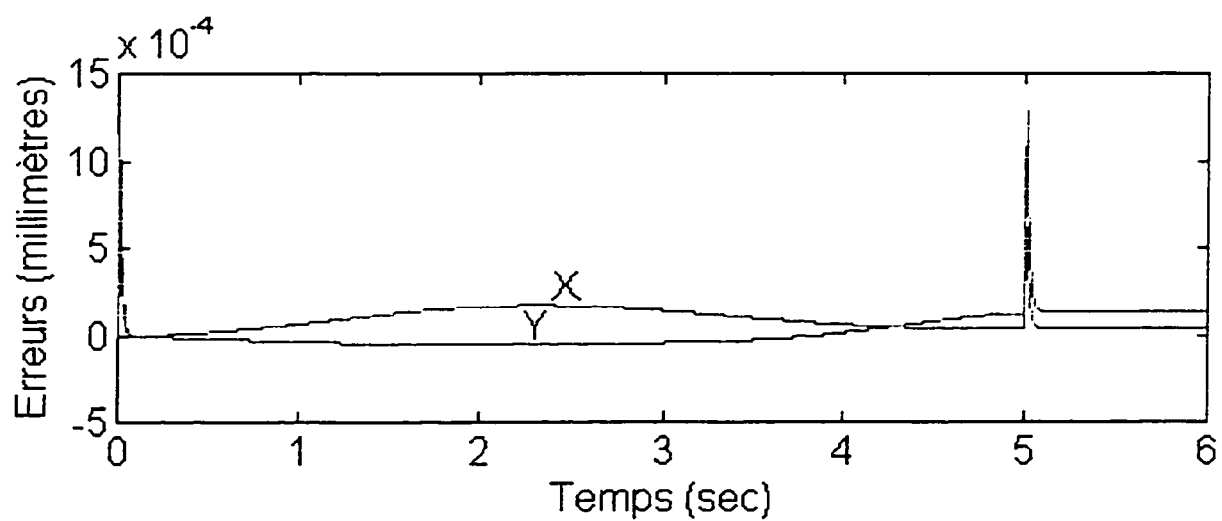


Figure 4.7 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet.

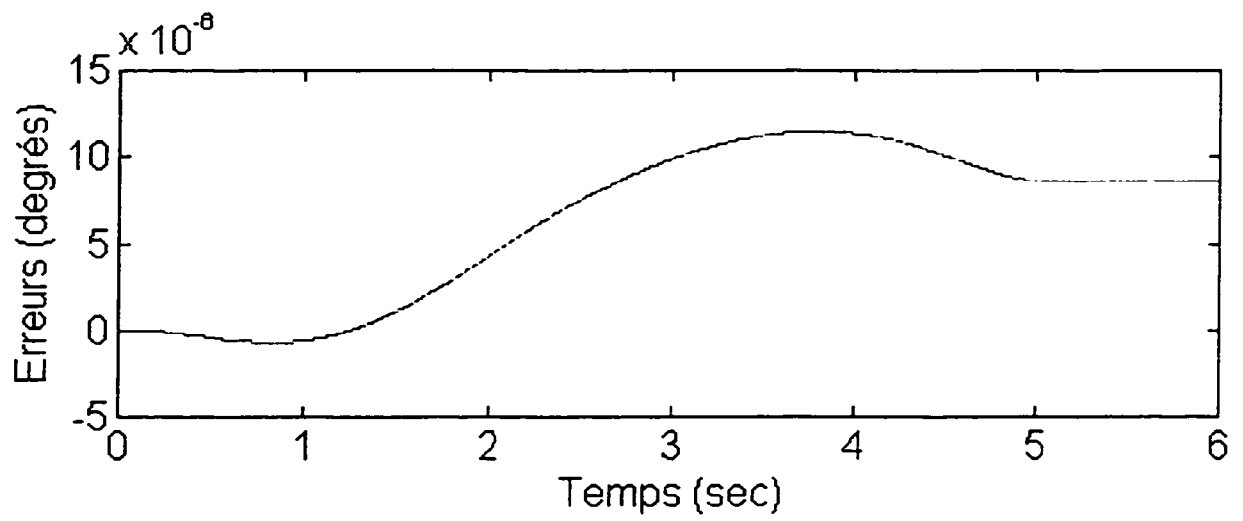


Figure 4.8 : Erreur d'orientation de l'objet.

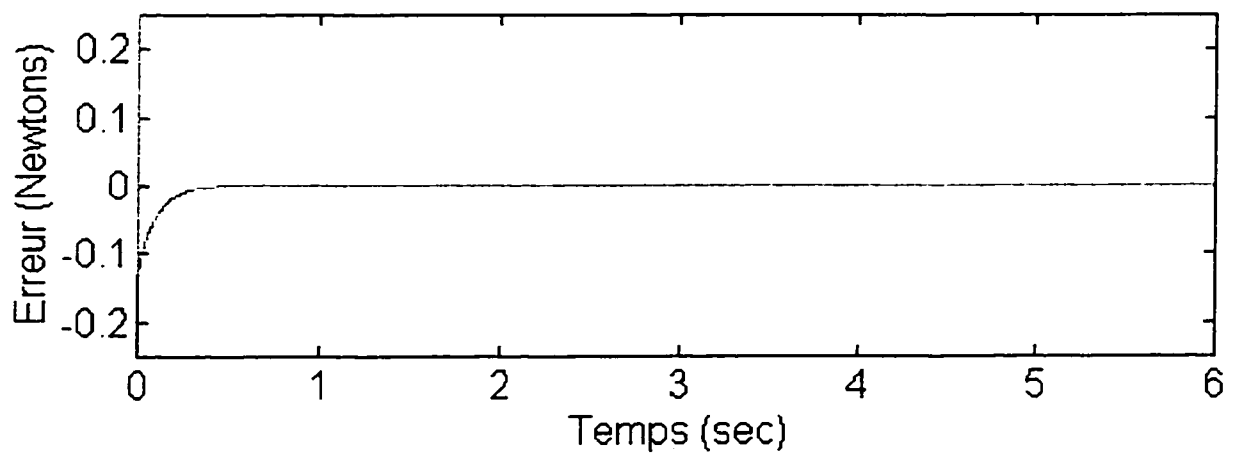


Figure 4.9 : Erreur sur la force interne de l'objet.

Pour le contrôleur de la force, une consigne de force interne de 20 Newtons a été choisie comme référence avec une force initiale de 15 Newtons. La figure 4.9 montre la rapidité et la précision du contrôleur, puisqu'en régime permanent l'erreur est à toute fin pratique nulle.

Cette simulation montre donc le bon fonctionnement du contrôleur conventionnel dans le cas où les paramètres sont nominaux. Elle montre aussi la validité du modèle, les résultats étant comparables à ceux d'autres auteurs dont Jankowski et al. (1993) ou Laroussi et al. (1989).

#### *4.3 - Simulation du système avec des contrôleurs flous :*

Des simulations avec des contrôleurs à composantes floues ont été faites et comparées avec le contrôleur conventionnel, pour valider l'utilisation de ces derniers.

Tout comme le contrôleur conventionnel, un choix de gain a été fait pour les deux contrôleurs flous. Pour le régulateur d'accélération à composante floue, des gains  $K_{v1} = 748.33$ ,  $K_{v2} = 13.33$  et  $K_{v3} = 15.0$ , placent les pôles aux mêmes endroits que ceux du contrôleur conventionnel. Pour le régulateur de vitesse à composante floue, les gains  $K_{v1} = 2.33$ ,  $K_{v2} = 102.08$  et  $K_{v3} = 15.0$ , placent les pôles en  $-17.5 + 35.0j$  et  $-17.5 - 35.0j$ , alors que le gain  $K_v$  est fixé à 500.

Il est à noter qu'un choix adéquat du gain  $K_{N3}$  est important. En effet, si le gain choisi est trop faible, les manipulateurs n'arrivent pas à soulever l'objet, et à l'extrême, ils seront trop lourds pour le contrôleur. Si le gain est trop fort, un phénomène de vibration, se produira au niveau de la commande. Le système sera stable, mais la commande vibrera de plusieurs dizaines de newtons-mètre.

#### ***4.3.1 - Résultats de la simulation du régulateur d'accélération flou du système à paramètres nominaux :***

Pour comparer ce contrôleur flou avec le contrôleur de référence, il sera soumis à la même situation, la trajectoire étant celle définie à la section 4.3.1 et les paramètres étant nominaux.

Les résultats des simulations sont donnés aux figures 4.10 à 4.14 et ils indiquent des comportements similaires par rapport au contrôleur conventionnel, dans le cas du système nominal. Cela s'explique par le fait que les deux contrôleurs ont des pôles identiques et qu'ils contrôlent le même système.

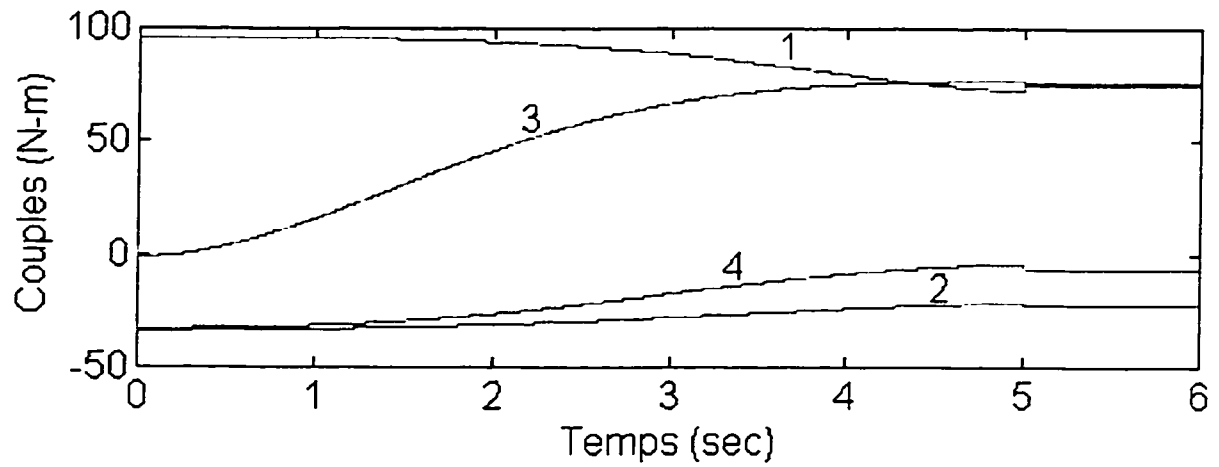


Figure 4.10 : Comportement des couples aux articulations (régulateur d'accélération fluu).

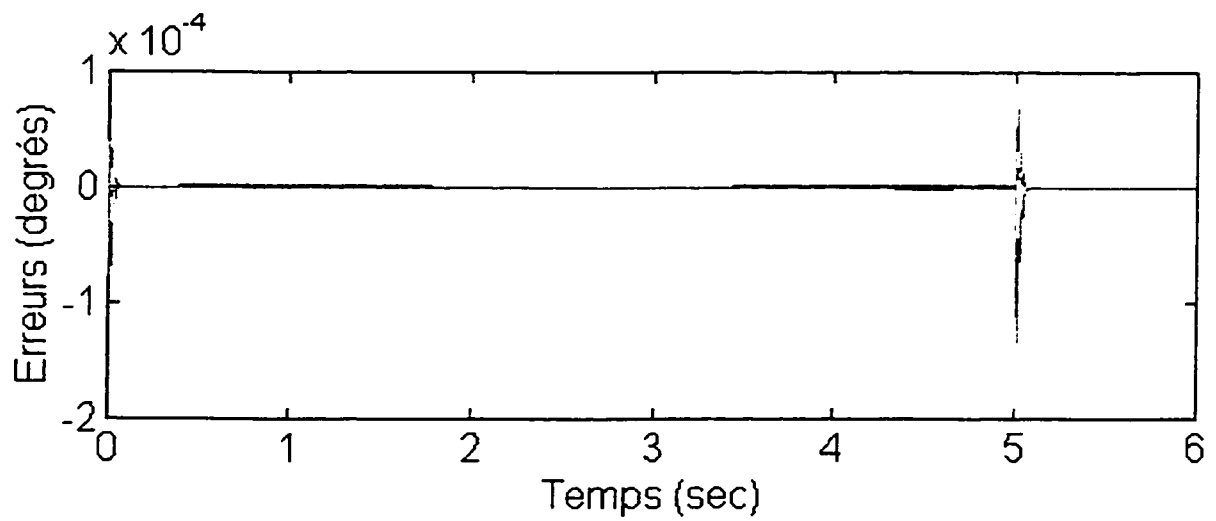


Figure 4.11 : Erreurs angulaires des articulations des manipulateurs  
(régulateur d'accélération fluu).

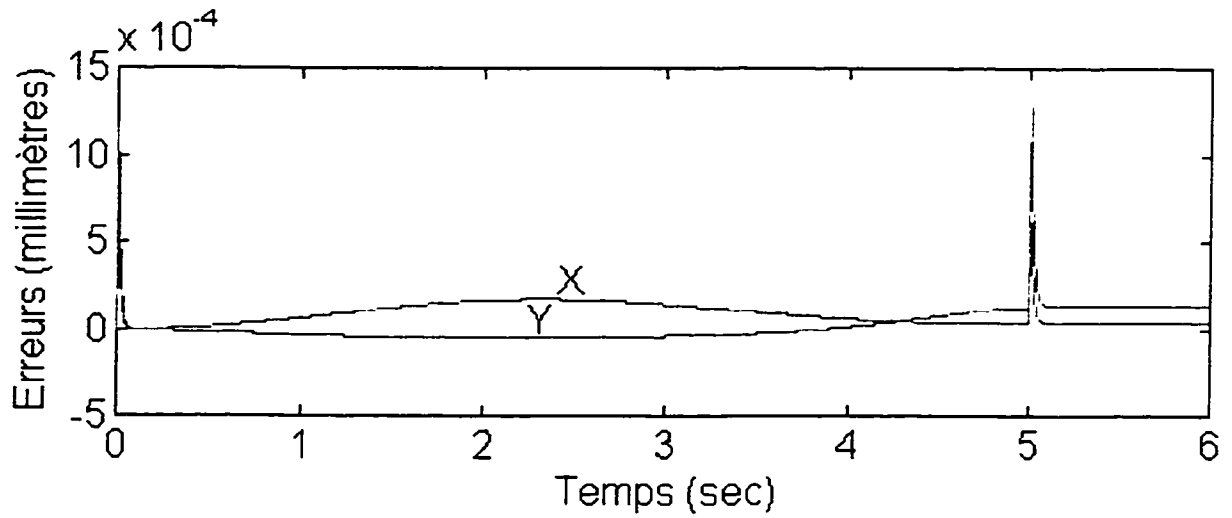


Figure 4.12 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet  
(régulateur d'accélération flou).

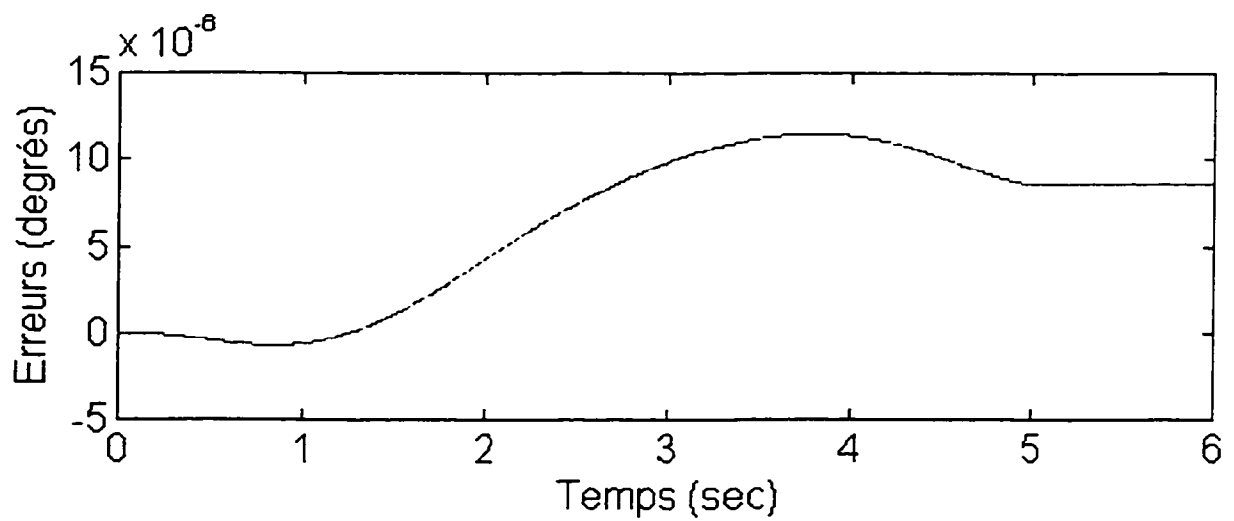


Figure 4.13 : Erreur d'orientation de l'objet  
(régulateur d'accélération flou).

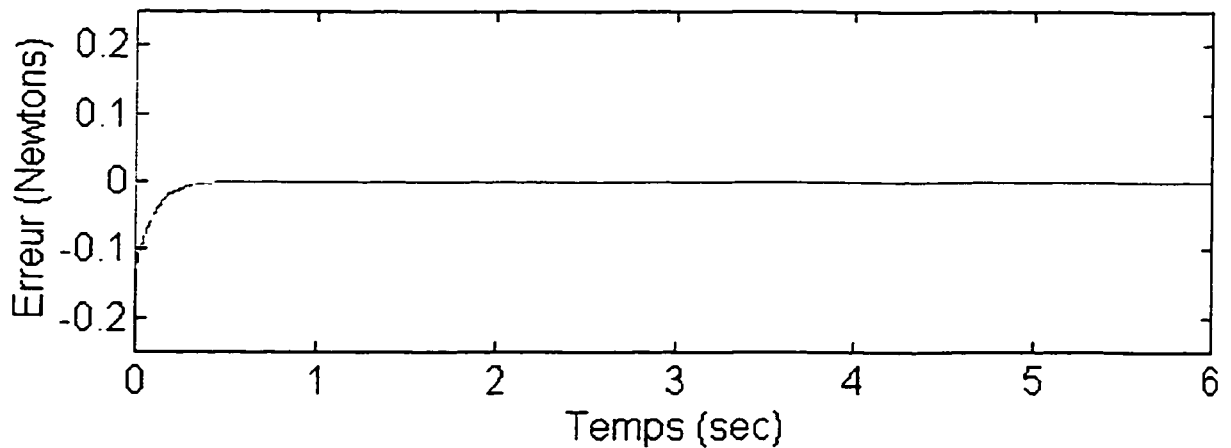


Figure 4.14 : Erreur sur la force interne de l'objet (régulateur d'accélération flou).

#### ***4.3.2 - Résultats de la simulation du régulateur de vitesse flou et du système à paramètres nominaux :***

Pour comparer ce régulateur de vitesse flou avec le contrôleur de référence, il sera aussi soumis à la même situation, la trajectoire étant celle définie à la section 4.2.2 et les paramètres étant nominaux.

Les résultats des simulations sont donnés aux figures 4.15 à 4.19, et des différences apparaissent dans certains résultats bien que le comportement des couples aux articulations

apparaissent similaires aux cas précédents. Le comportement des erreurs angulaires (figure 4.16) atteint des niveaux deux fois plus élevés que ceux obtenus avec les deux autres contrôleurs.

Un doublement des erreurs de position du centre de gravité de l'objet (figure 4.17) est aussi obtenu, alors que l'erreur d'orientation de l'objet (figure 4.18) et l'erreur sur la force interne (figure 4.19) sont comparables aux résultats précédents. Il est à noter l'apparition de petites "bosses" sur le comportement de l'erreur angulaire de l'objet (figure 4.18), qui sont heureusement de faible niveau (environ  $10^{-6}$  degré). La présence de ces bosses ne déstabilise pas le système, et s'explique par un choix de gains élevés (et peut être non-optimaux) pour obtenir une réponse rapide. Un choix de gains plus élevés entraîne l'apparition de ces pointes, indiquant une tendance à l'instabilité, quoique l'amplitude soit très minime ( $10^{-6}$  degré).

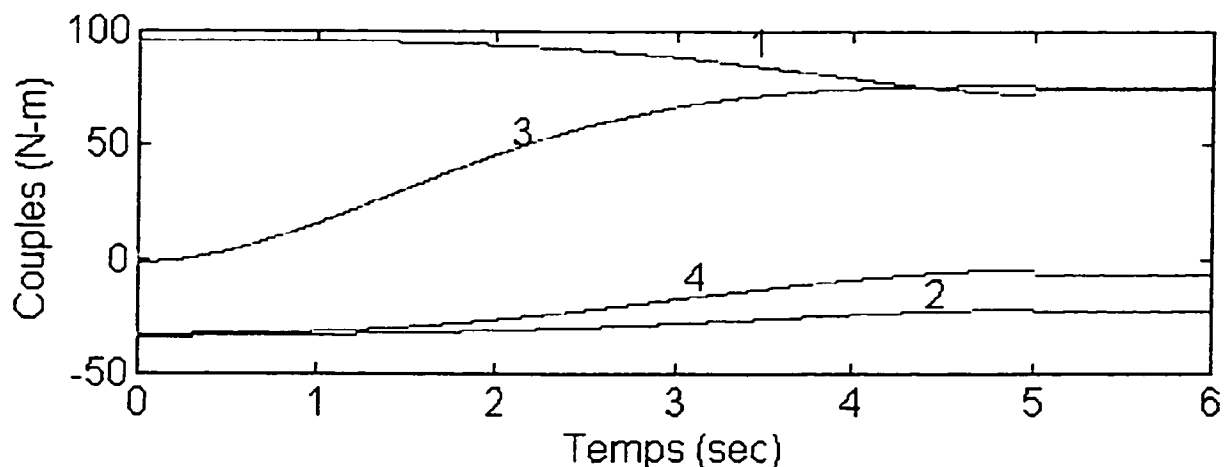


Figure 4.15 : Comportement des couples aux articulations (régulateur de vitesse flou).

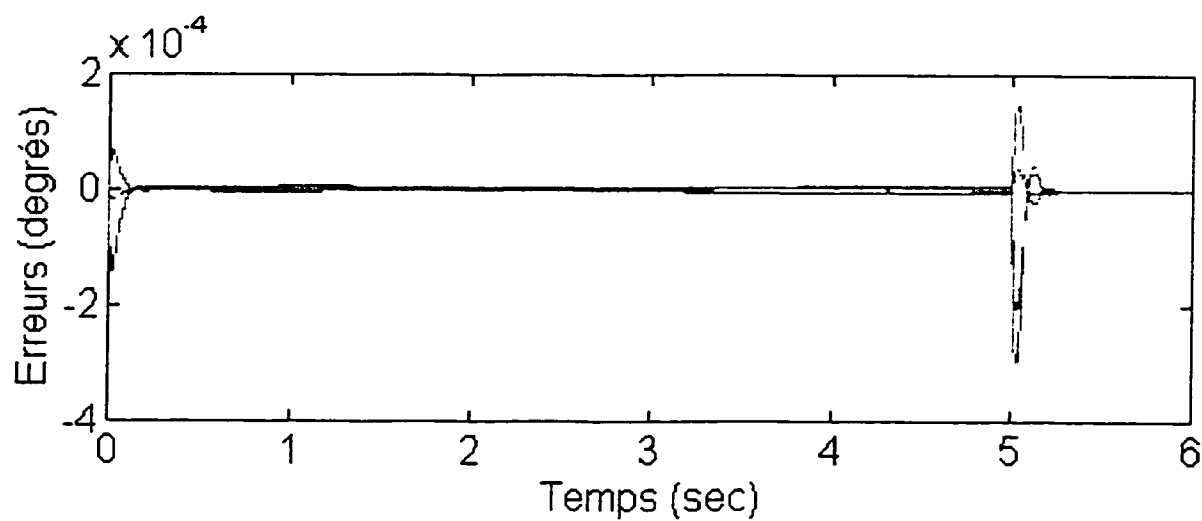


Figure 4.16 : Erreurs angulaires des articulations des manipulateurs  
(régulateur de vitesse flou).

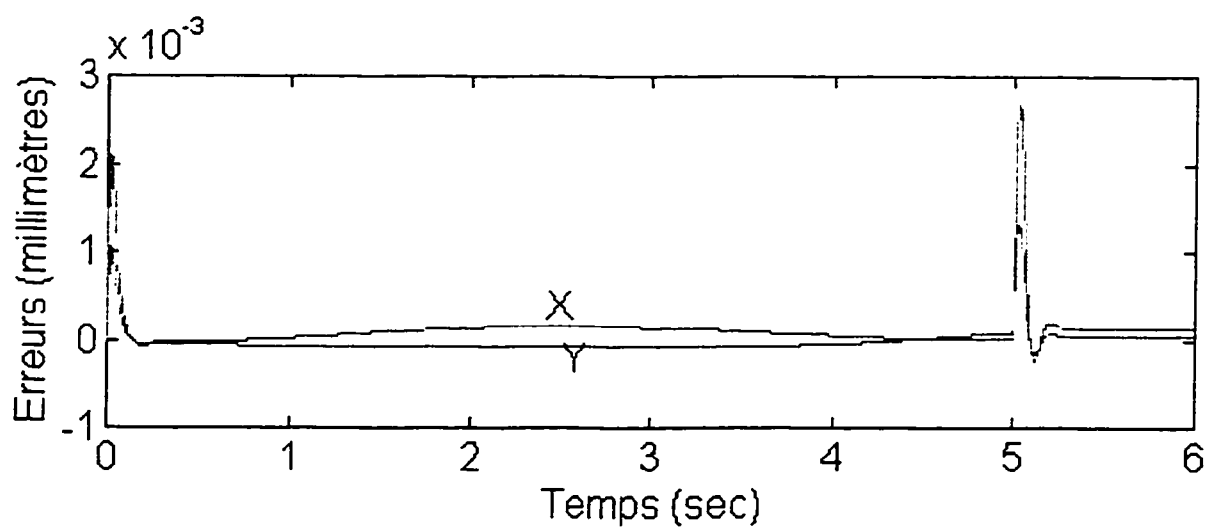


Figure 4.17 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet  
(régulateur de vitesse flou).

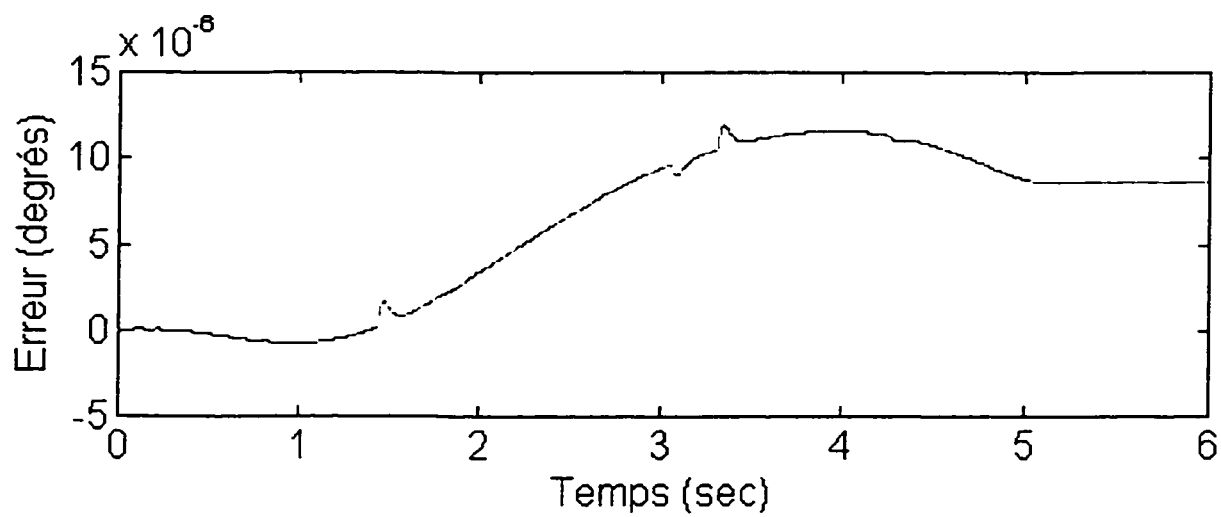


Figure 4.18 : Erreur d'orientation de l'objet (régulateur de vitesse flu).

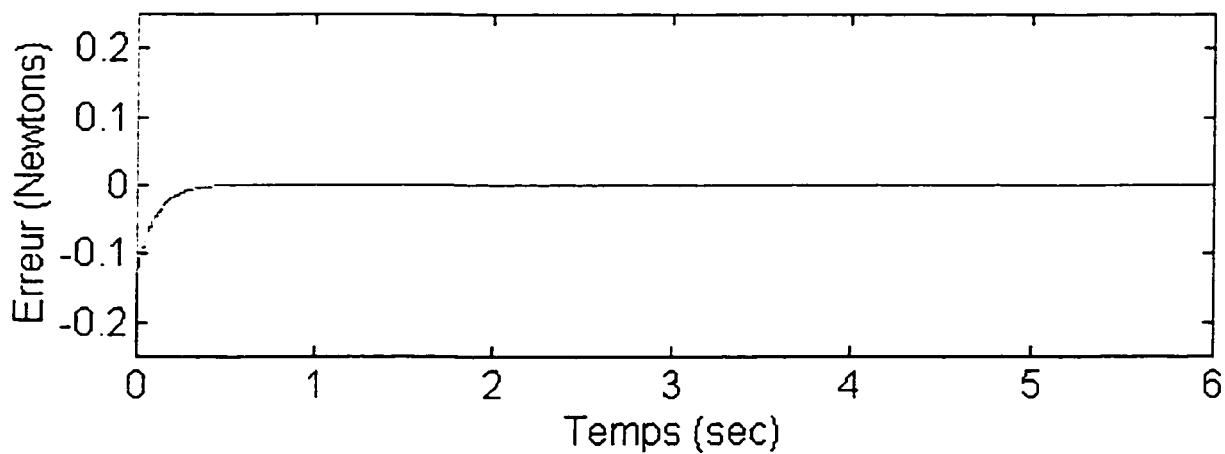


Figure 4.19 : Erreur sur la force interne de l'objet (régulateur de vitesse flu).

#### ***4.4 - Simulations avec systèmes à paramètres non-nominaux :***

Toutes les simulations précédentes supposent que les paramètres intégrés dans les contrôleurs correspondent aux paramètres réels, ce qui explique grandement la qualité des résultats obtenus. Pour mettre à l'épreuve l'efficacité des contrôleurs conçus, une variation de certains paramètres a été faite et le comportement de l'ensemble a été analysé.

Comme premier essai, la masse de l'objet réel a été augmentée de 20 % (soit 1 kg). Comme deuxième essai, le système a été testé sans l'effet de gravité. Comme troisième essai, le système a été testé en l'absence de gravité et en augmentant la masse de 20 %. À la fin de ces trois essais, les contrôleurs conçus ont été comparés avec le contrôleur conventionnel.

##### ***4.4.1 - Effets d'une augmentation de la masse de l'objet :***

Les contrôleurs ont été conçus pour pouvoir manipuler aisément des charges de 5 kg. Pour les simulations suivantes une augmentation de 20 % de la masse réelle de l'objet est utilisée, ce qui donne une masse de 6kg.

La figure 4.20 montre le comportement des couples aux articulations pour le contrôleur conventionnel. Ces résultats comparés avec la figure 4.5 (cas nominal) montre que les couples aux articulations 1 et 3 sont les plus affectés, ce qui est normal, puisqu'ils ont la tâche de supporter l'ensemble du système alourdi.

Les erreurs angulaires aux articulations (figure 4.21), de la position et de l'orientation du centre de masse de l'objet (figures 4.22 et 4.23) sont pratiquement inchangés, alors que l'erreur au niveau de la force interne montre un dépassement important au début de la simulation (figure 4.24).

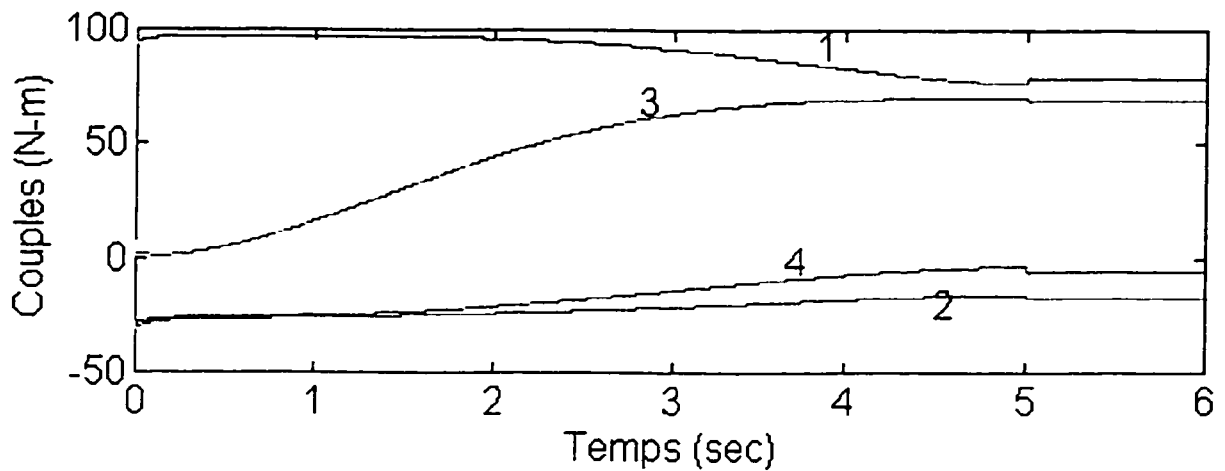


Figure 4.20 : Comportement des couples aux articulations  
du contrôleur conventionnel (masse objet = 6 kg).

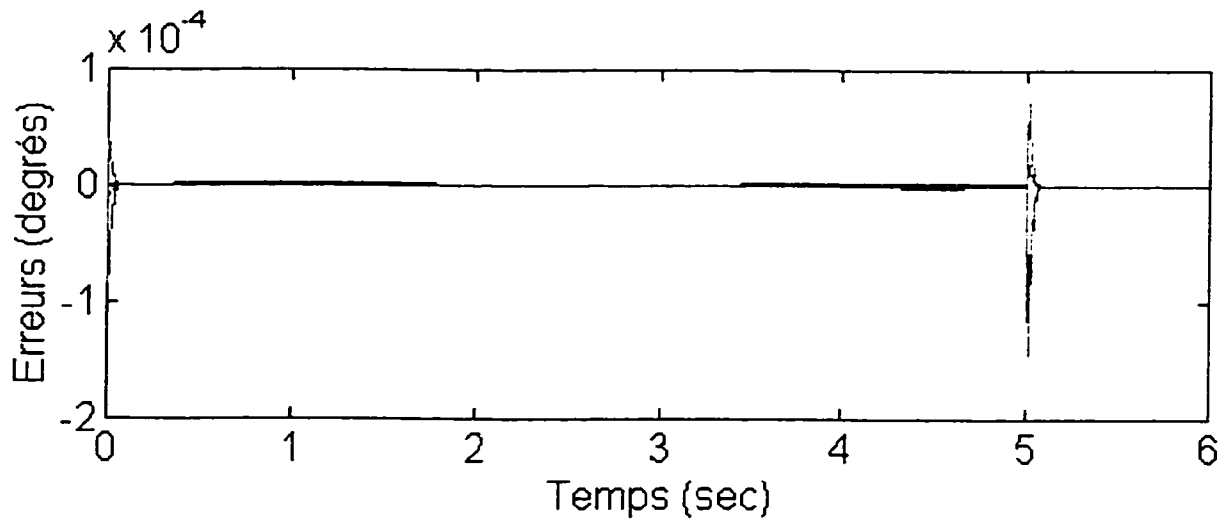


Figure 4.21 : Erreurs angulaires des articulations des manipulateurs ( $m_o = 6\text{kg}$ ).

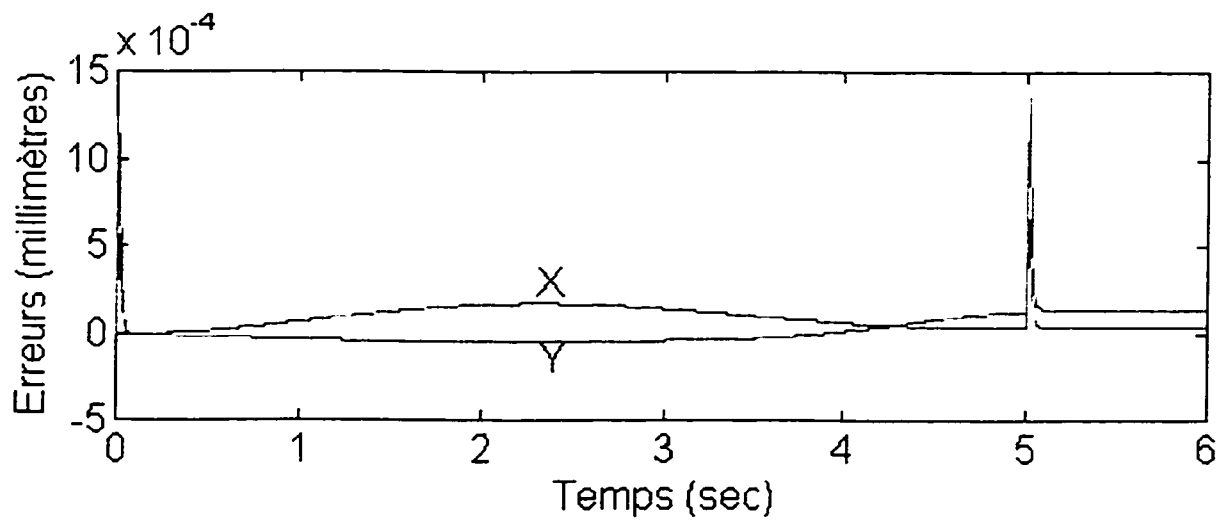


Figure 4.22 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet ( $m_o = 6\text{kg}$ ).

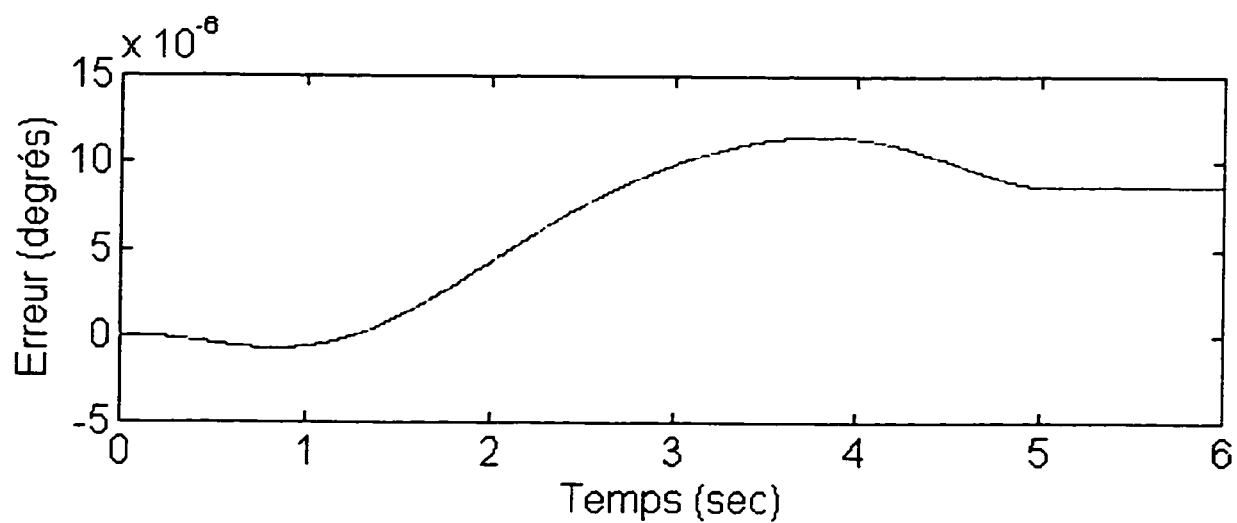


Figure 4.23 : Erreur d'orientation de l'objet ( $m_o = 6\text{kg}$ ).

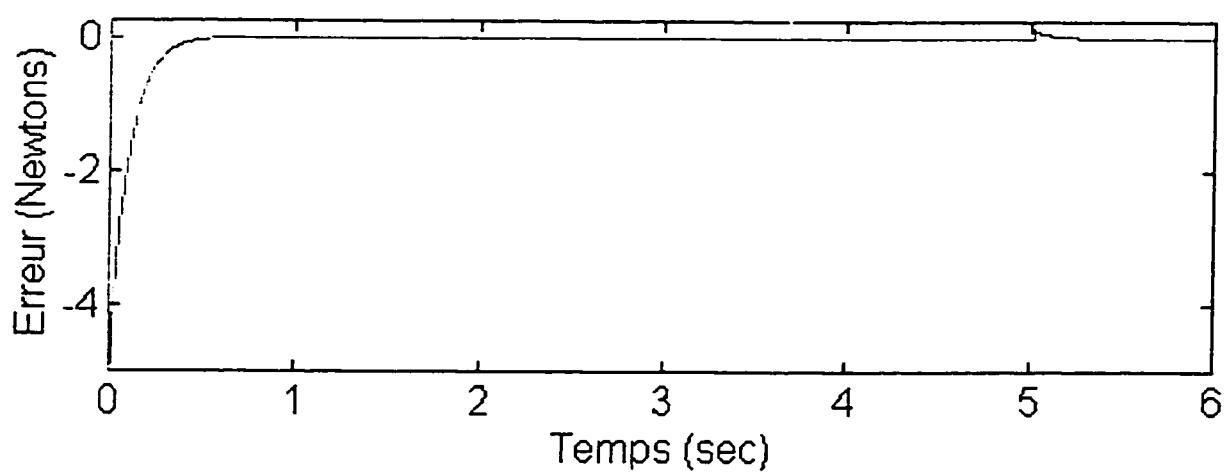


Figure 4.24 : Erreur sur la force interne de l'objet ( $m_o = 6\text{kg}$ ).

du contrôleur conventionnel.

En utilisant le contrôleur de régulation d'accélération ayant une composante floue les résultats qui suivent montrent une petite lacune au niveau de la robustesse.

Ainsi, si le comportement des couples (figure 4.25) semble s'approcher de celui observé précédemment (figure 4.20), il n'en est pas de même au niveau des erreurs. Bien que les erreurs angulaires aux articulations montrées à la figure 4.26 soient sous la barre des  $4 \times 10^{-5}$  degré, elles convergent vers une certaine valeur en régime permanent impliquant une légère imprécision du système.

Avec l'effet de bras de levier des manipulateurs, les erreurs de positionnement de l'objet deviennent plus importantes que lors des simulations précédentes (figure 4.27). Les erreurs en régime permanent sont de l'ordre -0.01 millimètre en X et -0.0375 millimètre en Y. Pour l'orientation de l'objet (figure 4.28), l'erreur en régime permanent est d'environ  $-1.6 \times 10^{-3}$  degré.

Enfin, l'erreur de force interne est un peu plus importante que celle du cas nominal et se distingue par un transitoire différent au moment de l'arrêt (figure 4.29).

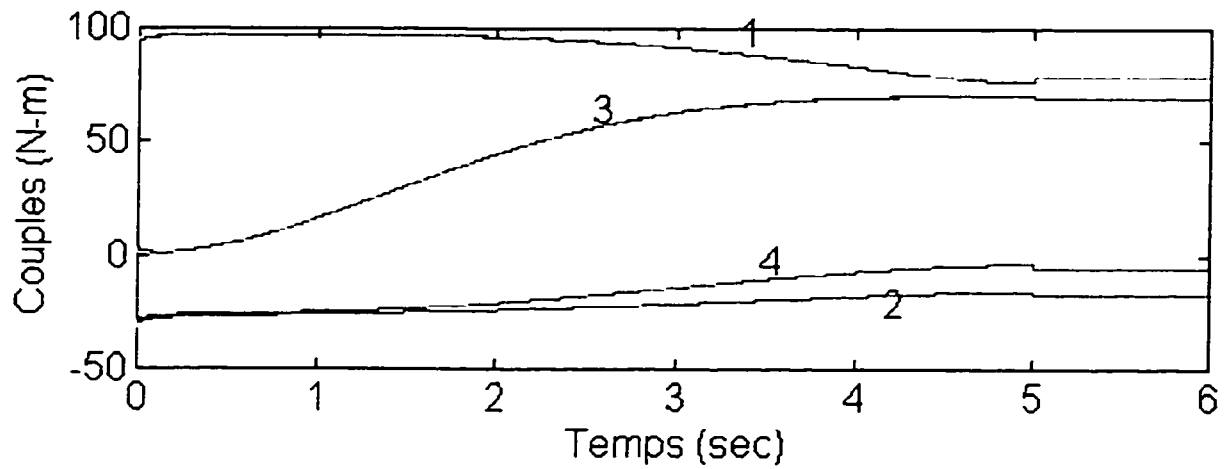


Figure 4.25 : Comportement des couples aux articulations (régulateur d'accélération flou, et  $m_o = 6$  kg).

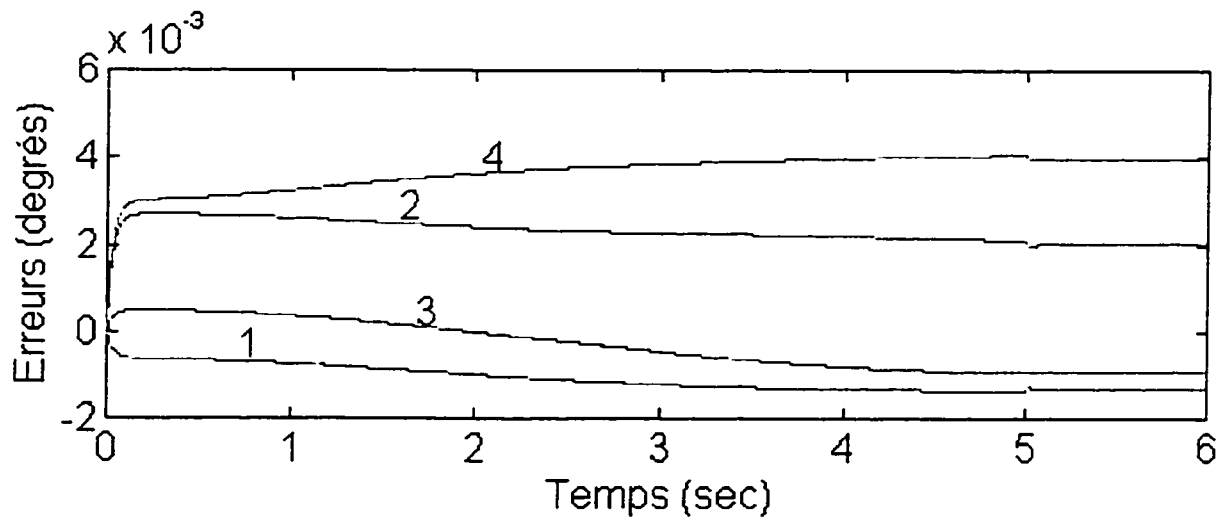


Figure 4.26 : Erreurs angulaires des articulations des manipulateurs (régulateur d'accélération flou, et  $m_o = 6$  kg).

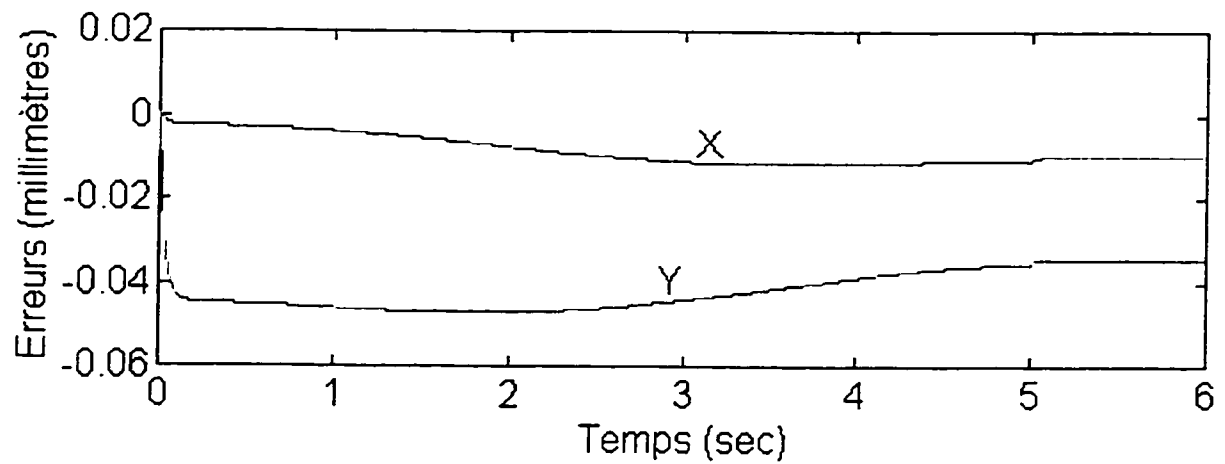


Figure 4.27 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet (régulateur d'accélération flou, et  $m_o = 6$  kg).

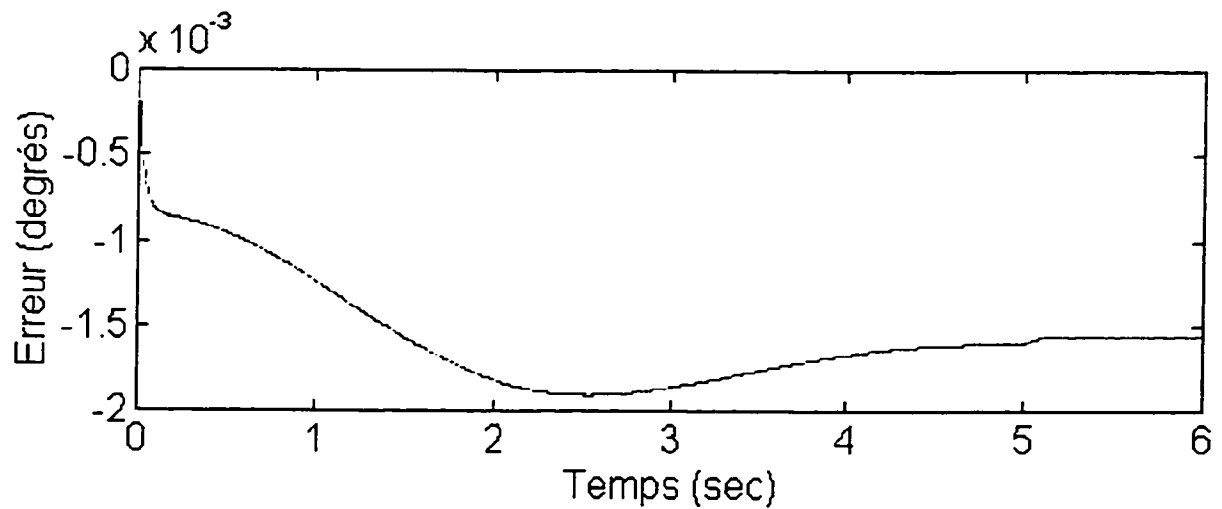


Figure 4.28 : Erreur d'orientation de l'objet (régulateur d'accélération flou, et  $m_o = 6$  kg).

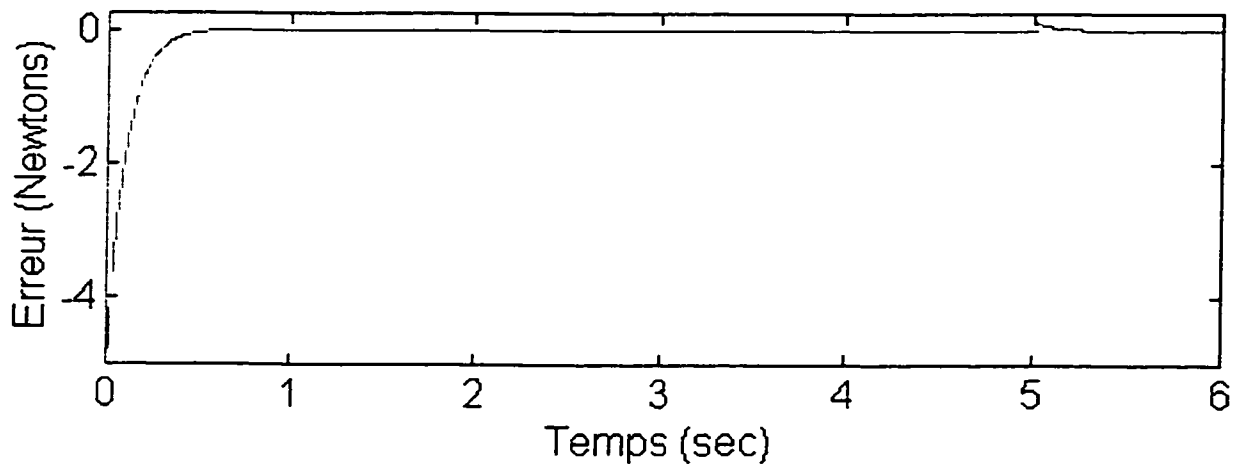


Figure 4.29 : Erreur sur la force interne de l'objet (régulateur d'accélération flou, et  $m_o = 6$  kg).

Reste maintenant à tester notre variante du régulateur de vitesse avec composante floue. Le comportement des couples montré en figure 4.30 indique des changements, au niveau des couples, ce qui est normal puisque nous avons 1 kilogramme de plus à déplacer.

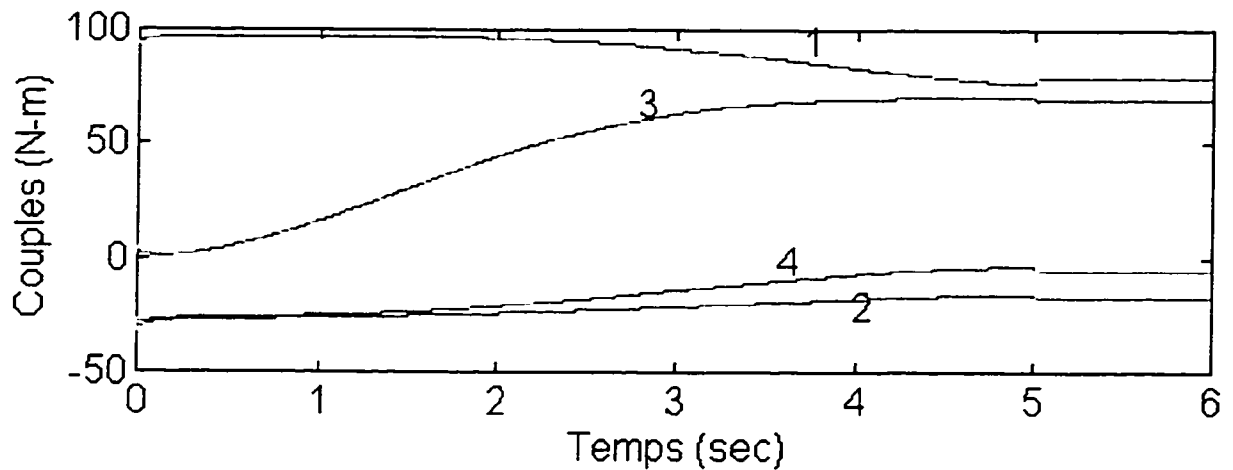


Figure 4.30 : Comportement des couples aux articulations (régulateur de vitesse flou, et  $m_o = 6$  kg).

Toutes les erreurs angulaires aux articulations (figure 4.31) augmentent lors du démarrage (les pointes sont plus importantes). Lors de l'arrêt, les pointes d'erreur sont pratiquement identiques. L'erreur finale en régime permanent est quasi-nulle. De là, on peut conclure qu'il en est de même pour l'erreur de position du centre de gravité de l'objet (figure 4.32). L'erreur angulaire présente une pointe élevée au départ comme le montre la figure 4.33, mais elle diminue rapidement, en laissant toutefois une erreur en régime permanent à l'arrêt. Enfin, les erreurs de force interne présentent les mêmes caractéristiques que les deux autres contrôleurs (figure 4.34).

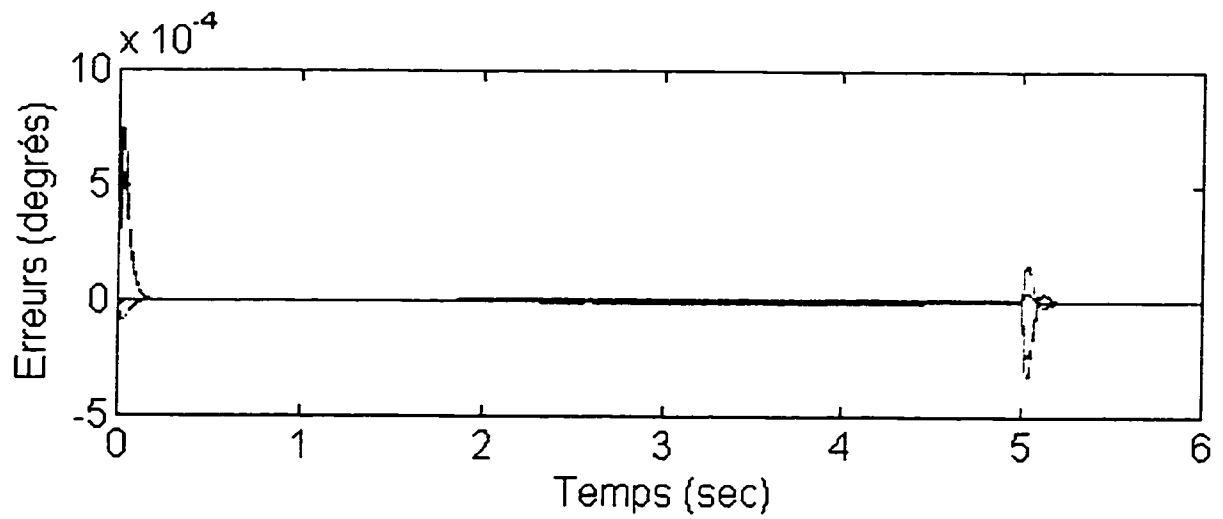


Figure 4.31 : Erreurs angulaires des articulations des manipulateurs (régulateur de vitesse flou, et  $m_o = 6$  kg).

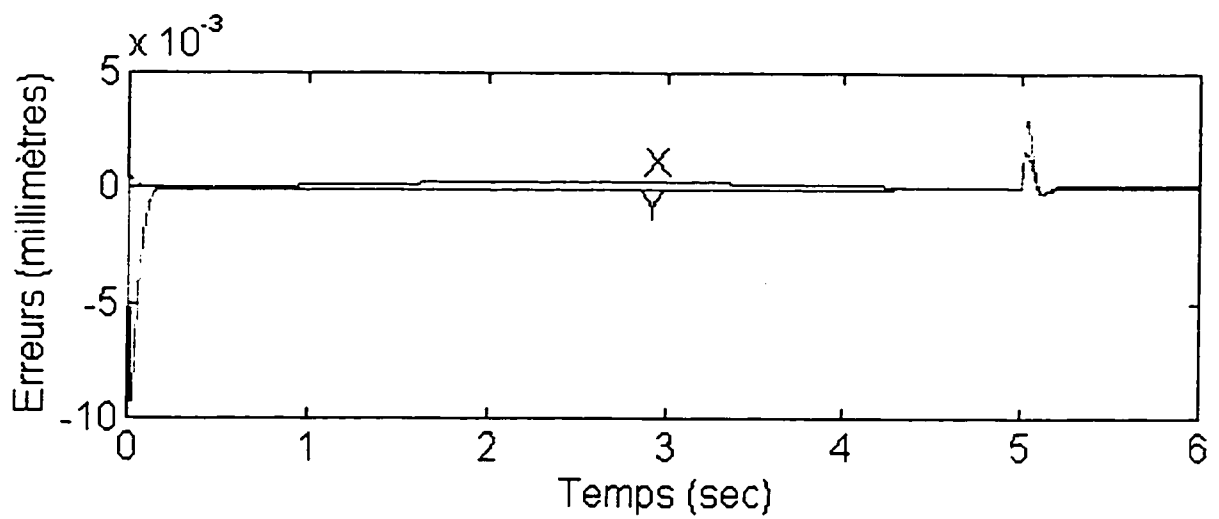


Figure 4.32 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet (régulateur de vitesse flou, et  $m_o = 6$  kg).

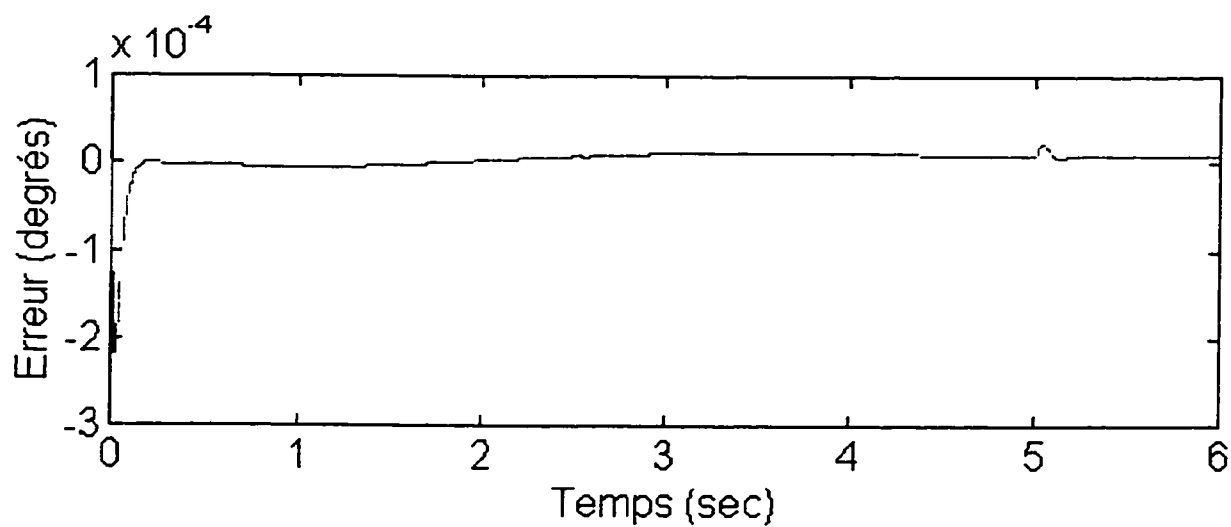


Figure 4.33 : Erreur d'orientation de l'objet (régulateur de vitesse flou, et  $m_o = 6$  kg).

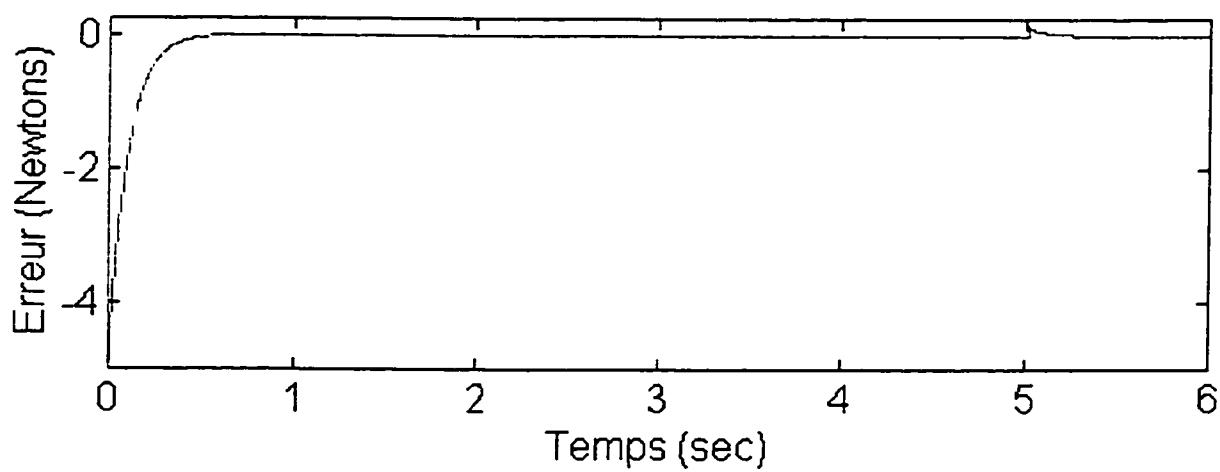


Figure 4.34 : Erreur sur la force interne dans l'objet (régulateur de vitesse flou, et  $m_o = 6$  kg).

Le changement des paramètres réels permet donc de constater que la performance du régulateur de vitesse floue est supérieure à celui du régulateur d'accélération floue, mais que légèrement supérieure au régulateur conventionnel. Cela s'explique par la présence de l'intégration dans la partie proportionnelle-intégrale floue.

#### ***4.4.2 - Effets de la gravité :***

Jusqu'à maintenant, ces contrôleurs ont été simulés en présence de gravité. Les simulations suivantes consistent à tester et comparer le comportement de ces contrôleurs, en l'absence de gravité. Il est important de noter que cette absence de gravité est inclus aussi dans les paramètres des contrôleurs.

Pour fins de comparaison, le contrôleur conventionnel est testé dans cet environnement.

Lorsque soumis à un environnement sans gravité, le contrôleur conventionnel voit le comportement de ses couples changer, ce qui est évident, car les manipulateurs n'ont plus à combattre la gravité. Toutefois, la figure 4.35 montre que ces couples ne sont pas nuls à l'arrêt, ce qui s'explique par le fait que les deux manipulateurs doivent appliquer un couple pour maintenir la force interne à sa valeur de consigne.

Toutes les autres mesures (erreurs angulaires aux articulations, erreurs de

positionnement et d'orientation de l'objet, et forces internes) sont identiques au cas avec gravité, car les paramètres du système sont nominaux (exception faite de la gravité).

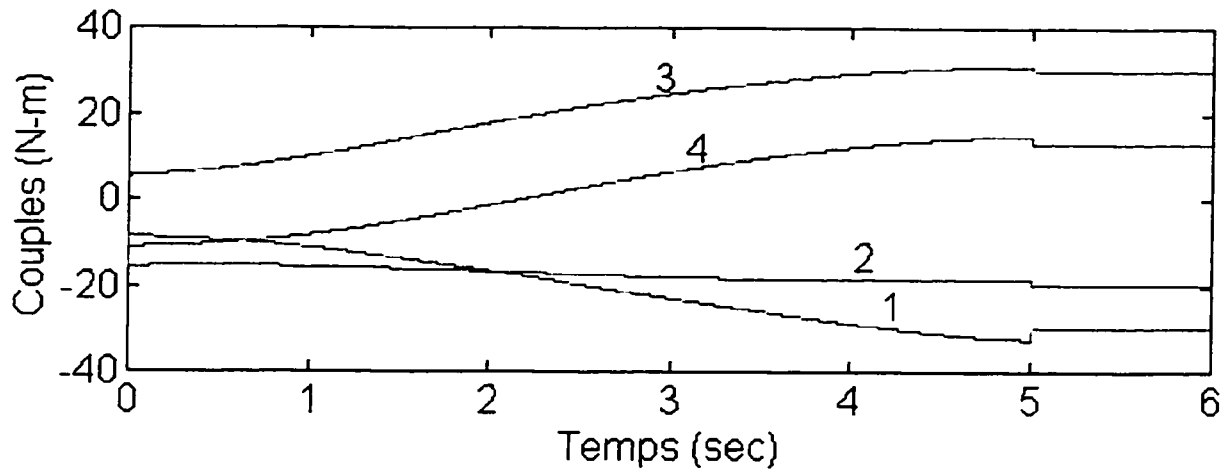


Figure 4.35 : Comportement des couples aux articulations  
du contrôleur conventionnel (sans gravité).

Le contrôleur avec régulation d'accélération floue présente des résultats absolument identiques au contrôleur conventionnel, présenté précédemment dans le cas nominal sans gravité. On peut donc appliquer ici directement les résultats montrés à la figure 4.35 pour les couples et les résultats obtenus avec gravité pour les erreurs. C'est la ressemblance des deux contrôleurs et de leurs pôles qui fait en sorte que le comportement reste similaire.

Pour ce qui est du contrôle avec régulation de vitesse floue, les résultats sont identiques aux cas avec gravité, exception faite des couples présentés en figure 4.36.

On constate donc que la présence ou l'absence de gravité n'influence pas beaucoup les performances des contrôleurs, lorsque les autres paramètres sont nominaux.

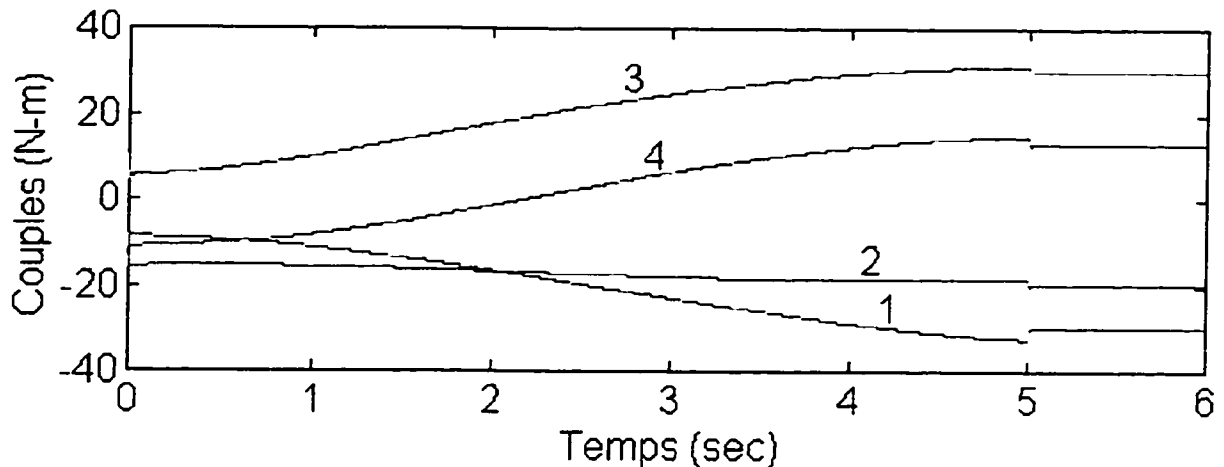


Figure 4.36 : Comportement des couples aux articulations  
du régulateur de vitesse flou.

#### 4.4.3 - Effets de la gravité sur systèmes non-nominaux :

Les tests, avec des paramètres nominaux modifiés, ont montré que les performances des contrôleurs étaient plus ou moins détériorées en présence de gravité. Les présentes simulations ont pour but de vérifier si le changement de paramètres réels en l'absence de gravité entraîne une diminution de la performance des contrôleurs.

Ces simulations seront faites sur la commande de régulation d'accélération floue, car ce contrôleur fut le plus affecté par les modifications des paramètres réels.

Les résultats qui suivent montrent que dans le cas sans gravité, avec un objet de 6 kg, le contrôleur avec régulateur d'accélération flou se comporte assez bien si l'on compare avec les résultats obtenus en présence de la gravité (revoir les figures 4.26 à 4.29). La figure 4.37 montre le comportement des couples appliqués aux articulations.

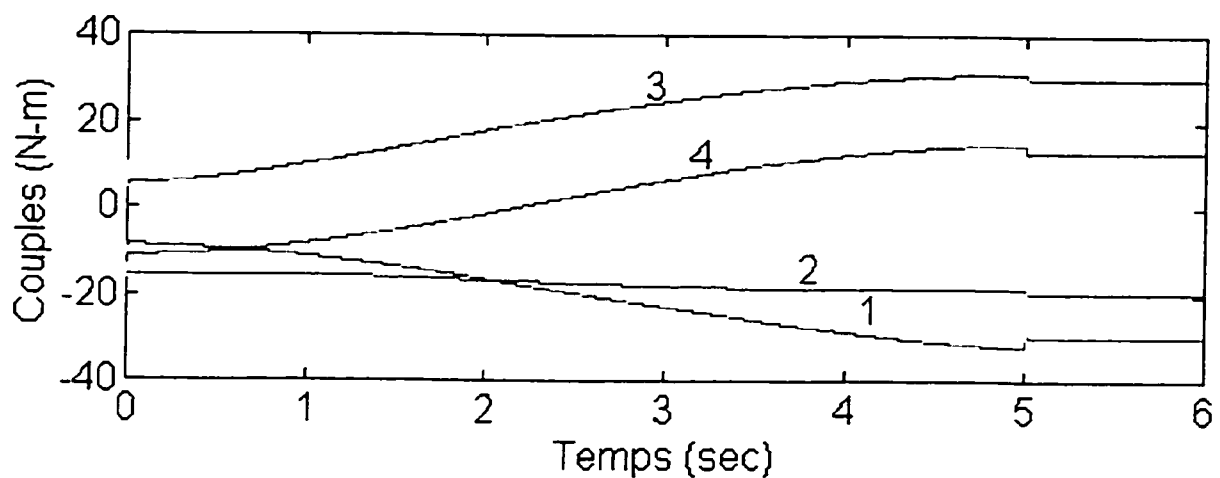


Figure 4.37 : Comportement des couples aux articulations (régulateur d'accélération flou,  $g = 0$  m/s/s et  $m_o = 6$  kg).

Le comportement des erreurs aux articulations qui restent sous les  $1.1 \times 10^{-4}$  degré, ce qui est faible (figure 4.38). Mais ce qui est plus appréciable, c'est l'erreur en régime

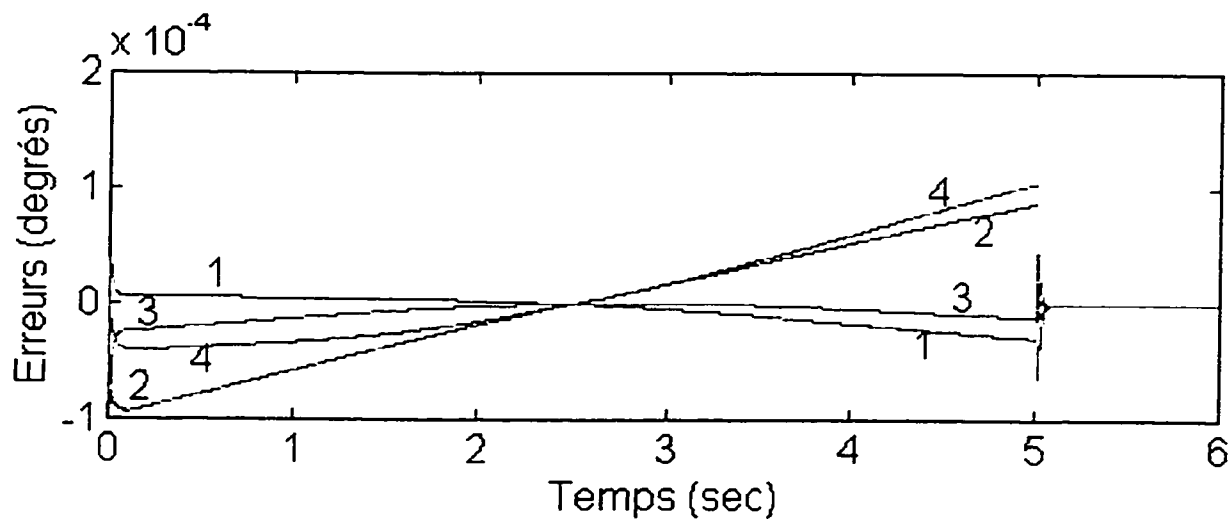


Figure 4.38 : Erreurs angulaires des articulations des manipulateurs (régulateur d'accélération flou,  $g = 0$  m/s/s et  $m_o = 6$  kg).

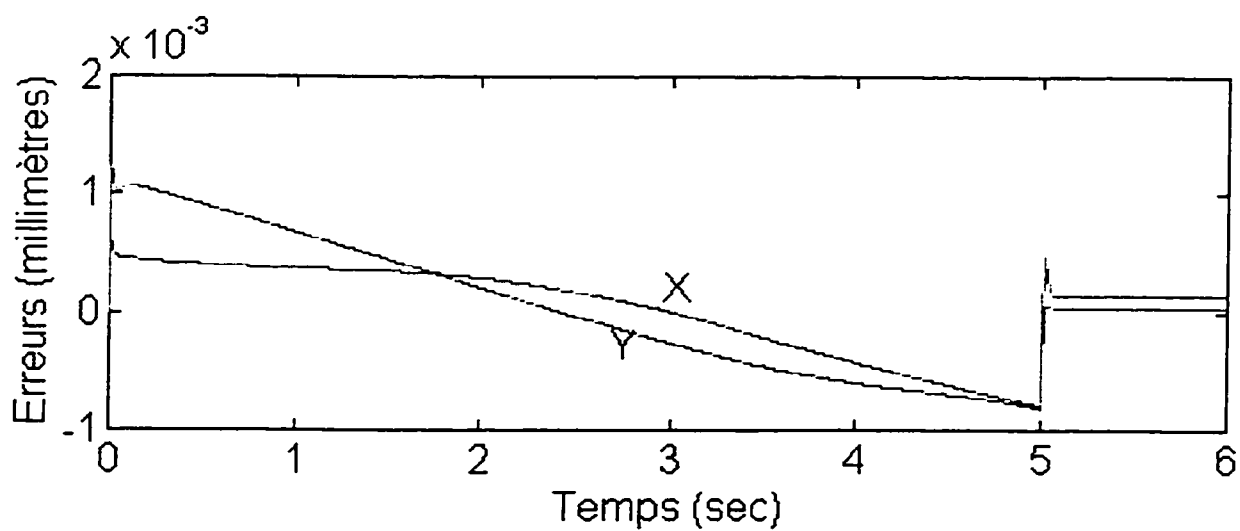


Figure 4.39 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet (régulateur d'accélération flou,  $g = 0$  m/s/s et  $m_o = 6$  kg).

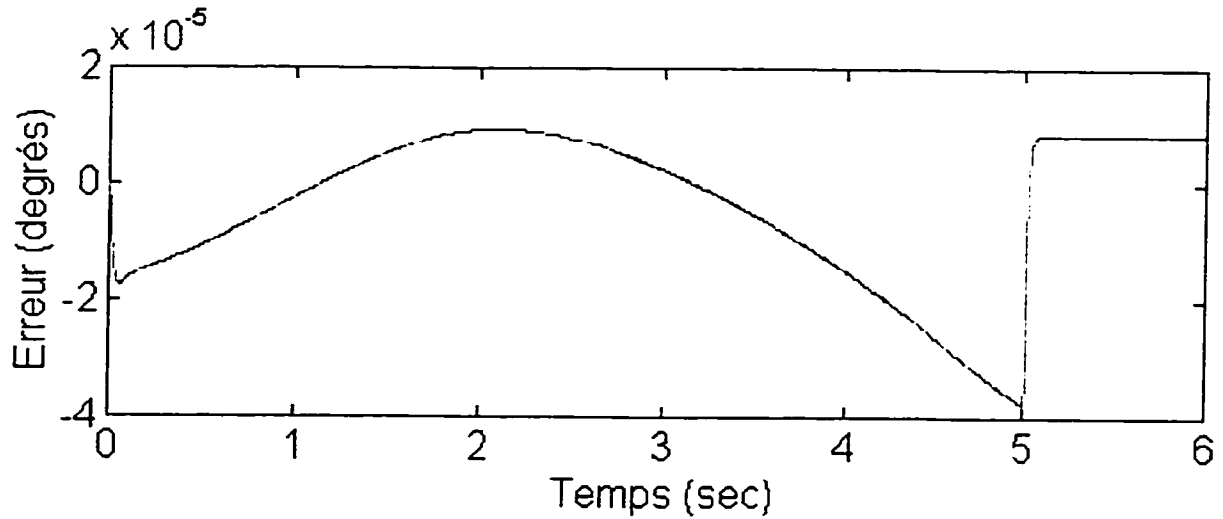


Figure 4.40 : Erreur d'orientation de l'objet (régulateur  
d'accélération flou,  $g = 0$  m/s/s et  $m_o = 6$  kg).

permanent qui fait en sorte que l'erreur de position de l'objet reste sous les  $1.5 \times 10^{-3}$  millimètre, et se stabilise en régime permanent à des valeurs relativement proches de 0. L'erreur d'orientation de l'objet (figure 4.40) reste sous les  $4 \times 10^{-5}$  degré, et l'erreur en régime permanent est sous  $1 \times 10^{-5}$  degré.

Ce qui explique ces résultats, ce sont les termes de perturbations abordés à la fin du chapitre 3. En effet, en présence de gravité, tout écart entre la masse réelle et la masse utilisée par les contrôleurs se traduit par l'apparition d'un terme  $\Delta H$ , non-nul, et qui persiste lorsque le système est à l'arrêt, alors que le terme  $\Delta D$ , n'est présent que lors des mouvements.

Les valeurs du vecteur de perturbation appliqué sur le régulateur d'accélération flou (qui possède 4 composantes, puisqu'il y a deux manipulateurs ayant chacun deux articulations), dans le cas sans gravité avec une masse de 6 kg, sont montrées en figure 4.41. Dans ce cas, le terme  $\Delta H_i$  ne peut être que nul, puisque  $g$  est nul, et que les moments d'inerties sont nominaux.

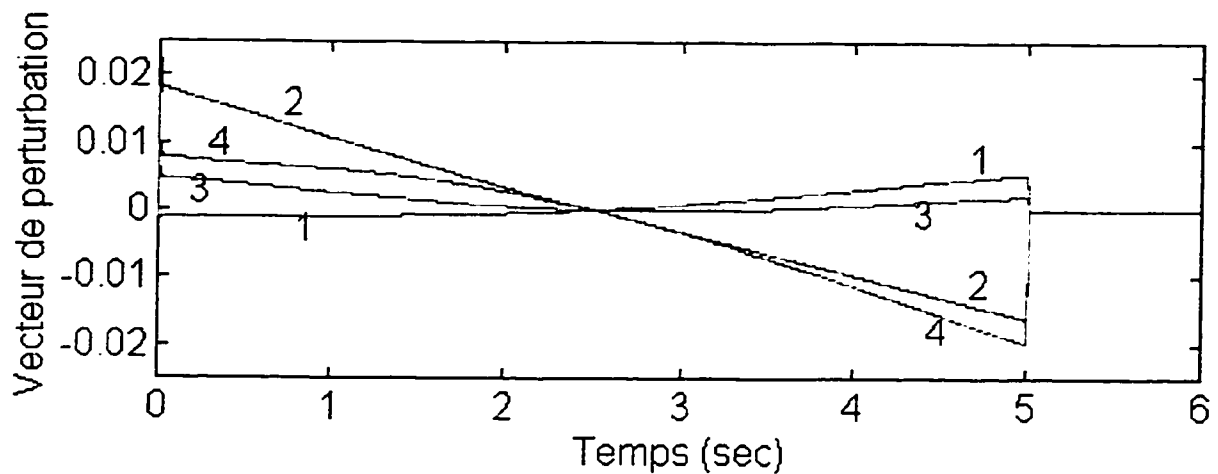


Figure 4.41 : Comportement des éléments du vecteur de perturbation  $\Delta$  (régulateur d'accélération flou,  $g = 0$  m/s/s et  $m_o = 6$  kg).

La figure 4.41 montre donc le comportement du terme  $\Delta D_b$  qui est nul en l'absence d'accélération (regardez après la 5ème seconde). C'est cela qui explique que l'erreur en régime permanent est si faible.

A la figure 3.2, la situation est identique, sauf que la gravité est maintenant présente.

A ce moment, le terme  $\Delta H_t$  ne peut être nul, et sa présence est bien visible lorsque l'objet est au repos après la 5<sup>ème</sup> seconde. Cette valeur influence toutes les articulations, et fait en sorte qu'une erreur en régime permanent existe avec notre variante du régulateur d'accélération à composante floue, car il n'est pas en mesure de le compenser.

Cette dernière simulation vient de mettre en lumière l'effet de ces fameux termes perturbateurs introduits au chapitre 3, et montre aussi que le régulateur d'accélération à composante floue est relativement robuste dans un environnement sans gravité, alors que le régulateur de vitesse flou est robuste en toute circonstance.

#### ***4.5 - Comparaison avec un contrôleur PID conventionnel pour le suivi de trajectoire :***

Une dernière comparaison peut être faite avec un contrôleur conventionnel de suivi de trajectoire, par exemple, un contrôleur proportionnel-intégral et dérivée PID. L'équation pour ce contrôleur est:

$$\tau = \hat{D}_t (K_1 e + K_2 \dot{e} + K_3 \int e dt) + \hat{H}_t + J_E^T P^T V_D \quad (77)$$

On y retrouve aussi le contrôle de la force interne (compression). En simulant ce contrôleur dans le cas nominal (masse de 5 kg et gravité) et dans le cas où la masse de la charge est de 6 kg, il est possible de mettre en évidence une légère détérioration au niveau du suivi de trajectoire. La figure 4.42 montre l'erreur de position pour le cas nominal. Cette erreur reste inférieure à  $14 \times 10^{-3}$  mm, le maximum se produisant pendant la phase transitoire.

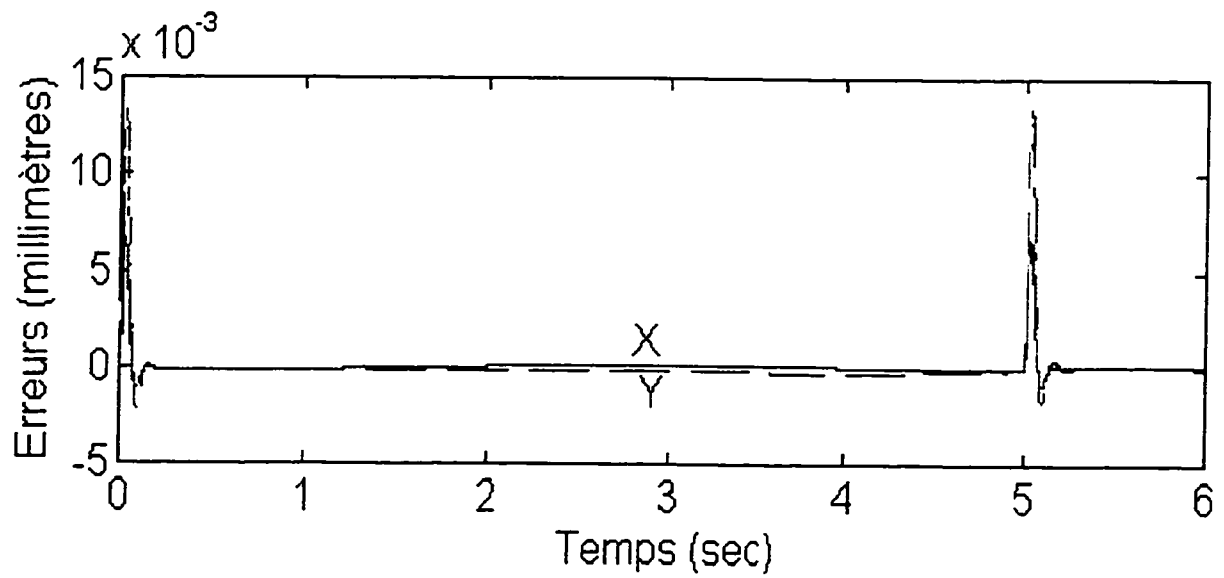


Figure 4.42 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet (régulateur PID conventionnel).

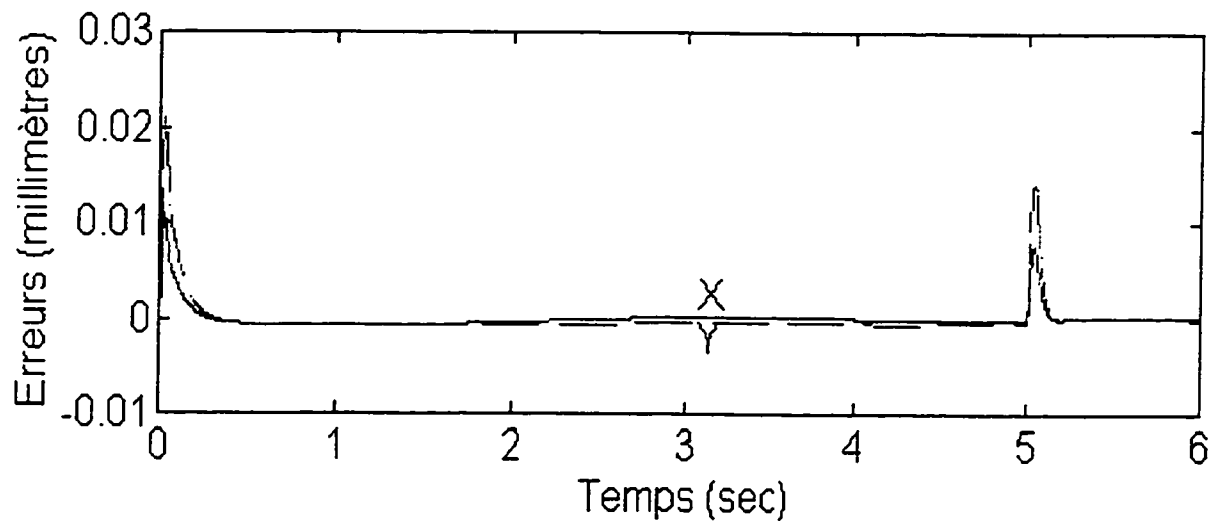


Figure 4.43 : Erreurs de position du centre de masse de l'objet (régulateur PID conventionnel et  $m_o = 6$  kg).

La simulation dans le cas non nominal (masse de 6 kg) voit l'erreur de position augmenter pour atteindre  $21 \times 10^{-3}$  mm. Cette augmentation indique que le contrôleur PID pour le suivi de trajectoire est moins robuste que le régulateur de vitesse flou, dans la même situation. Cette dernière simulation met donc en évidence la supériorité du régulateur de vitesse flou par rapport au PID conventionnel.

## **Conclusion**

Le présent mémoire a couvert plusieurs aspects : modélisation, commande floue, approximation numérique, étude de la stabilité, et simulation. Ceux-ci seront couverts dans la présente conclusion.

La modélisation d'un système composé d'un ensemble de robots manipulant un objet, décrite au premier chapitre, a montré que le modèle général du système se rapproche de celui d'un manipulateur et, par conséquent, les mêmes méthodes de contrôle peuvent s'appliquer. Le contrôleur, composé d'une partie régulation d'accélération (suivi de trajectoire) et d'une partie proportionnelle-intégrale (commande de la force interne), abordé au même chapitre en est la preuve, de même que ceux présentés par Jankowski et al. (1993), Gao et al. (1990), ainsi que par Jean et al. (1993).

Le modèle présenté est d'ailleurs tiré des modèles de Hsu (1993) et de Jankowski et al. (1993), puisqu'il utilise certains éléments de ces deux modèles (dont la matrice de prise). Les résultats présentés au dernier chapitre de ce mémoire valident le modèle présenté.

Toutefois, ce modèle pourrait être amélioré dans des projets futurs. Ainsi, l'ajout de l'élasticité des articulations des manipulateurs, d'objets non-rigides et de l'effet de l'interaction avec l'environnement mènerait à un modèle beaucoup plus général et réaliste.

La commande floue est un autre des éléments importants de ce projet. La commande utilisée pour le suivi de trajectoire est de nature floue. Les deux contrôleurs présentés (fin du chapitre 2) sont d'ailleurs des variantes de régulateurs utilisés en robotique (régulation de vitesse et d'accélération). Le design du contrôleur flou est un élément à la fois complexe et important. Il est complexe, car il exige de très bien connaître le système qui sera contrôlé, d'où le besoin d'acquérir une expertise ou de se référer à une personne ressource qui connaît bien le système en question. Le design est aussi un élément important, puisque l'objectif du contrôleur est de générer des signaux de commandes qui font que le système soit stable et robuste, et c'est pour cette raison qu'un chapitre entier aborde ce problème du design.

Le design d'un contrôleur flou étant un domaine en pleine évolution, les techniques pour analyser la stabilité de systèmes ayant de tels contrôleurs ne sont pas toujours accessibles. Plusieurs méthodes d'analyse existent, mais elles portent toujours sur des systèmes ou des contrôleurs particuliers, inapplicables pour un système manipulateurs-objet. La technique d'approximation numérique de krigeage nous a permis, comme la technique présentée par Kiendl et Ruger (1993 et 1995), d'analyser les contrôleurs flous proposés.

L'approximation numérique de krigeage est un point important et original de ce mémoire, elle nous a permis de représenter les contrôleurs flous proposés par un ensemble d'équations affines. L'utilisation des équations affines dans l'analyse de la stabilité permet non seulement de vérifier si le système est stable, mais aussi de réaliser un design adéquat

pour le contrôleur flou. La nature du système et des contrôleurs proposés nous permet de ramener le design à une simple technique de placement de pôles, ce qui peut faciliter la tâche d'un concepteur qui aurait à tenir compte de critères de design rigoureux.

Les contrôleurs flous proposés pourraient être améliorés, en utilisant des méthodes de contrôle plus performantes, donc plus robustes, par exemple : le "fuzzy sliding mode" ou le contrôleur adaptatif flou. Ces méthodes exigeraient d'autres techniques d'analyse de stabilité, ce qui serait une source potentielle de projets intéressants.

Les simulations présentées dans ce mémoire utilisent un système comportant deux manipulateurs planaires manipulant un objet dans le plan, pour minimiser le temps de simulation (bien que chacune dure 35 minutes sur un Pentium 75) et l'espace mémoire requis pour enregistrer les données (environ 1.6 Mo).

Les simulations faites assument que la trajectoire suivie par le centre de masse de l'objet est prédéterminée, car les commandes envoyées aux articulations sont calculées par la cinématique inverse.

Les résultats montrent que le comportement du système contrôlé par le régulateur de vitesse à composante floue est satisfaisant, et ce d'autant plus qu'il a réussi à maintenir un bon comportement en présence de paramètres réels non-nominaux. Par contre le contrôleur par

régulation d'accélération montre de grandes lacunes au niveau de la robustesse, surtout en présence de la gravité. Ces résultats ne correspondent pas à ce qui était attendu de la part de ces contrôleurs qui auraient dû faire preuve de plus de robustesse. Mais, comparé avec un contrôleur PID conventionnel pour le suivi de trajectoire, les contrôleurs flous considérés ont une robustesse supérieure.

L'explication de ces lacunes repose sur le calcul du vecteur de perturbation  $\Delta$ , ce dernier montrant bien les erreurs aux articulations entraînées par des paramètres réels non-nominaux. L'analyse de ce vecteur montre qu'en présence de gravité, un système non-nominal présente une erreur lors du suivi de trajectoire, et une erreur en régime permanent à l'arrêt. En l'absence de gravité, cette erreur en régime permanent disparaît complètement.

Toutes les simulations révèlent aussi que la force interne appliquée sur les robots converge toujours à une valeur près de la consigne, montrant ainsi, que le contrôleur de force utilisé est adéquat.

La contribution de l'auteur dans ce mémoire fut de vérifier que le contrôle flou est applicable dans la commande d'un système simulé, ayant plusieurs manipulateurs en contact avec un objet. Cela implique entre autres la modélisation, ainsi que l'étude de la stabilité d'un tel système. Cette étude de stabilité fut faite par l'approximation numérique de krigeage, ce qui est une contribution fort originale de l'auteur.

Le bilan de ce projet de maîtrise est donc simple. Il a permis de vérifier par simulation qu'un système manipulateurs-objet planaire est stable lorsque contrôlé par un contrôleur flou. En simulation, cette stabilité est comparable à celle du même système commandé par un contrôleur conventionnel, et la robustesse supérieure à celle d'un contrôleur PID conventionnel. L'analyse de la stabilité du système commandé par un contrôleur flou exige d'utiliser une approximation numérique pour représenter mathématiquement ce contrôleur non-linéaire. Grâce à cette approximation, il est possible de faire un choix de gains pour obtenir un contrôle stable, ce que montre les simulations.

## Références

CRAIG. J.J. (1989), *Introduction to robotics mecanics and control*, Adisson Wesley

DE SANTIS, R. (1996), Motion/Force Control of Robotics Manipulators, *Transactions of the ASME, Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control*, vol. 118, 386-389.

DRIANKOV, D., HELLENDORN, H. et REINFRANK, M. (1993), *An Introduction to Fuzzy Control*, Springer-Verlag.

FORTIN, A. (1996), *Analyse numérique pour ingénieurs*, Éditions de l'école Polytechnique de Montréal

GAO, X., DAWSON, D.M., QU, Z. et HU, J. (1990), On the Robust Control of Two Manipulators Holding a Rigid Object, *International Journal of Robotics ans Automation*, vol 9, no 3, 107-115.

HSU, P., (1993). Coordinated Control of Multiple Manipulator Systems, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 9, no. 4, 400-410.

JANKOWSKI, K.P., ELMARAGHY, H.A. et ELMARAGHY, W.H. (1993), Dynamic Coordination of Multiple Robot Arms With Flexible Joints, *The International Journal of Robotics Research*, vol. 12, no. 6, 505-528.

JEAN, J-H. et FU, I-C. (1993), An Adaptative Control Scheme for Coordinated Multimanipulator Systems, *IEEE Trans. On Robotics and Automation*, vol. 9, no. 2, 226-231.

KIENDL, H. et RUGER, J.J. (1993), Verfahren zum Entwurf und Stabilitätsnachweis von Regelungssystemen mit Fuzzy-Reglern, *Automatisierungstechnik*, vol 41, no. 5.

KIENDL, H. , RUGER, J.J. (1995), Stability analysis of fuzzy control system using facet function, *Fuzzy sets and systems*, vol. 70, 275-285.

LAROUSSE, K., HEMANI, H. et GODDARD, R.E. (1989), Coordination of Two Planar Robots in Lifting, *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. 4, no. 1, 77-85.

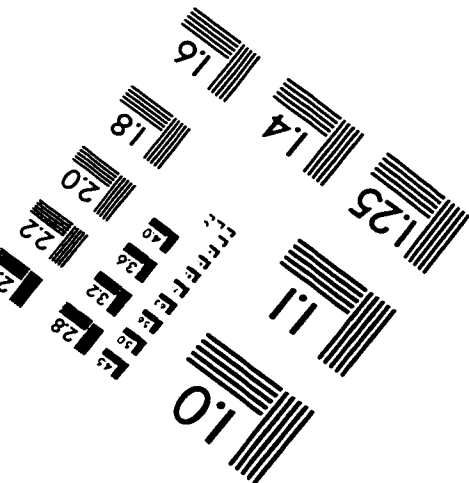
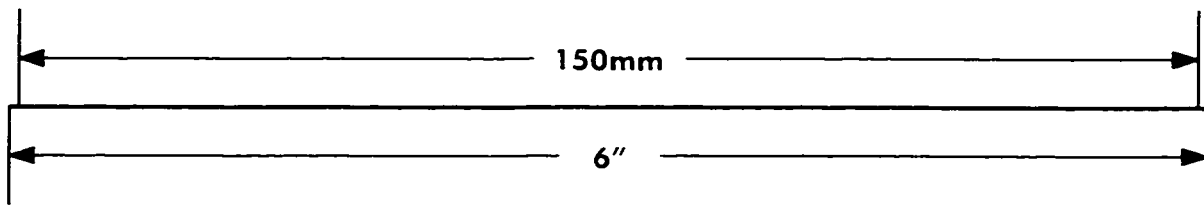
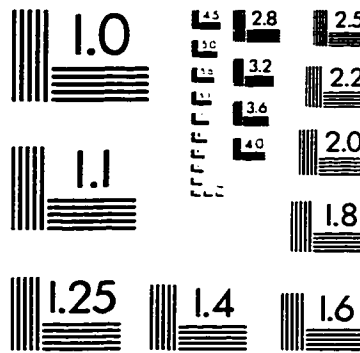
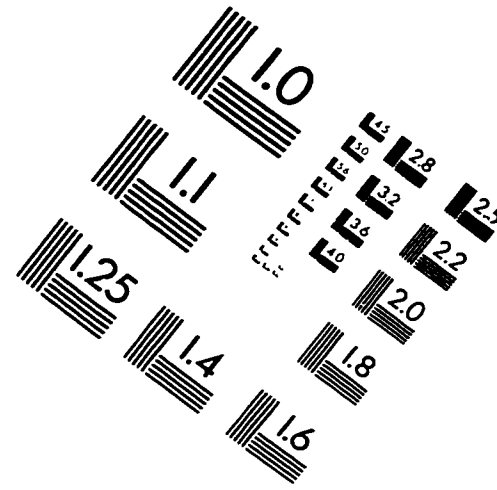
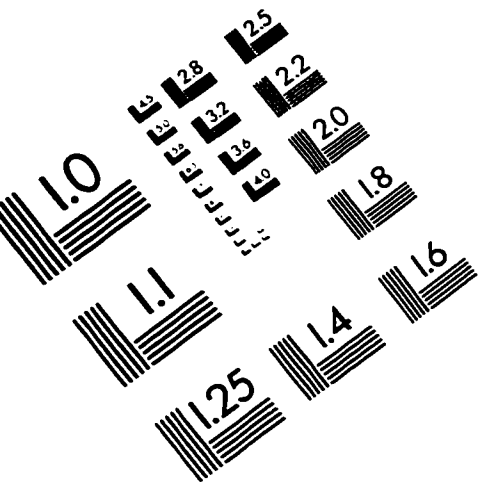
PAJUG, E., YUN, X. et KUMAR V. (1994), Control of Rolling Contacts In Multi-Arm Manipulation, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 10, no. 4, 441-452.

YOSHIKAWA, T. et NAGAI, K. (1991), Manipulating and Grasping Forces in Manipulation by Multifingered Hands, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 7, no. 1, 67-

77.

YUN X. (1991), Nonlinear Feedback Control of Two Manipulators in Presence of Environmental Constrains, *Control and Dynamic System*, vol. 40, 259-284

# IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



APPLIED IMAGE, Inc.  
1653 East Main Street  
Rochester, NY 14609 USA  
Phone: 716/482-0300  
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc.. All Rights Reserved

