

**Titre:** Détermination d'un horaire optimal d'arrêt des groupes turbo-  
Title: alternateurs

**Auteur:** Alain Régnier  
Author:

**Date:** 2008

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Régnier, A. (2008). Détermination d'un horaire optimal d'arrêt des groupes turbo-  
Citation: alternateurs [Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
<https://publications.polymtl.ca/9060/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/9060/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** André Turgeon, & Michel Gendreau  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

DÉTERMINATION D'UN HORAIRE OPTIMAL D'ARRÊT DES GROUPES  
TURBO-ALTERNATEURS

ALAIN RÉGNIER  
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIÆ DOCTOR (Ph.D.)  
(MATHÉMATIQUES DE L'INGÉNIEUR)  
SEPTEMBRE 2008

© Alain RÉGNIER, 2008.



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*  
*ISBN: 978-0-494-46115-0*  
*Our file    Notre référence*  
*ISBN: 978-0-494-46115-0*

**NOTICE:**

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

**AVIS:**

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

■ ■ ■  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

DÉTERMINATION D'UN HORAIRE OPTIMAL D'ARRÊTS DES GROUPES  
TURBO-ALTERNATEURS

présentée par : RÉGNIER Alain

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiæ Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. SOUMIS François, Ph.D., président

M. TURGEON André, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. GENDREAU Michel, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. KRAU Stéphane, Ph.D., membre

M. LAMOND Bernard, Ph.D., membre externe

*Au  
Système d'éducation du Québec qui permet à un adulte de réorienter  
sa carrière.*

## REMERCIEMENTS

Je remercie tout particulièrement mon directeur, M. André Turgeon, qui m'a initié à ce domaine de l'hydrologie stochastique et dont j'ai su apprécier tout particulièrement la droiture et la disponibilité.

Mes autres équipiers de la Chaire de recherche industrielle CRSNG-Hydro-Québec en gestion des systèmes hydriques et en particulier le professeur associé Stéphane Krau ont beaucoup contribué à ce travail par les discussions que j'ai eues avec eux et les commentaires constructifs qu'ils m'ont apportés.

Je m'en voudrais d'oublier de remercier tous ces gens du Gerad, étudiants, professeurs et employés, qui, par leur compagnonnage quotidien m'ont permis de baigner dans une atmosphère propice au travail.

Finalement, et il a certainement été la personne la plus importante qui m'a motivé à poursuivre mes études, je tiens à remercier mon frère Jean tant pour ses conseils opportuns que pour l'exemple qu'il a su m'inspirer.

## RÉSUMÉ

Les turbines des différentes centrales d'un système hydrique doivent régulièrement être arrêtées pour fins d'inspection et d'entretien. Ces arrêts sont de relativement courtes durées, deux à six semaines, et sont traités distinctement des arrêts, moins fréquents mais de plus longues durées, qui peuvent être occasionnés par des bris ou des remplacements.

La détermination d'un horaire optimal d'arrêts doit être faite en maintenant l'objectif d'optimiser le rendement des réserves d'eau du système hydrique, en tenant compte de la stochasticité des apports et en considérant plusieurs contraintes dont les principales concernent la capacité des réservoirs, le débit de la rivière et la disponibilité des équipes d'entretien.

La résolution de ce problème est faite en trois étapes. Dans une première phase j'aborde l'optimisation des réserves d'eau sans considérer les contraintes d'entretien. Cette étape est justifiée par deux raisons principales. Premièrement, elle permet de bien cerner tous les problèmes liés à la gestion d'un système hydrique. Deuxièmement, ce problème, que je nomme  $P_R$ , constitue une relaxation du problème avec contraintes d'entretien que je nomme  $P$ .

Dans un second temps, j'utilise les règles de gestion optimales précédemment déterminées pour obtenir des informations sur l'utilisation des turbines et la valeur de la fonction objectif de  $P_R$ . Ces informations sont obtenues en simulant l'application des règles optimales de gestion sur des données historiques d'apports. Les informations obtenues sur l'utilisation des turbines seront à la base de l'heuristique de recherche qui sera développée. Dans les étapes ultérieures, j'utiliserai l'axiomatique de la relaxation pour borner la valeur de la solution optimale de  $P$  par la valeur de la solution optimale de  $P_R$ .

Lors de la troisième étape, je développe une méthode de résolution du problème de détermination d'un horaire d'arrêts des groupes turbine-alternateur. J'établis une modélisation et une analyse du problème d'optimisation sous les contraintes d'entretien. Je développe ensuite une fonction auxiliaire qui sert à l'évaluation des solutions candidates. Le problème auxiliaire, que j'ai nommé  $P_{aux}$  et qui consiste à minimiser les pertes d'eau, présente plusieurs propriétés intrinsèques qui facilitent grandement la recherche d'une solution du problème  $P$ . Ces propriétés sont cernées et les algorithmes de résolution sont décrits. Je présente ensuite les résultats obtenus lors de nombreux tests. Ce chapitre se termine par le calcul d'une borne sur la différence maximale entre la valeur de la solution optimale de  $P$  et la valeur de la solution optimale de  $P_{aux}$ . Je livre ensuite une appréciation générale de la performance de l'algorithme de recherche. Avant de conclure, j'élabore certaines particularités qui devraient être considérées dans le cas général.

## ABSTRACT

The turbines of an hydraulic system have to be regularly shut down in order to be inspected and maintained. Those shutdown last between two and six weeks. The main target of this thesis is to find an optimal schedule for the shutdown of the turbines. In order to do so, we have to consider the stochasticity of the inflows and constraints on the number of maintenance's crew and the steamflow of the river.

To find the solution, we proceed in three steps. First, we consider the optimization of the hydro system without considering the maintenance constraints. Secondly, with the optimal rules previously obtain, we simulate the operation of the hydro system over 55 years. Finally, using all the information obtained in the first two steps, we develop an auxiliary search function to find a schedule for maintaining the turbines.

## GLOSSAIRE

**Amont** : Partie d'un cours d'eau située près de la source.

**Apports** : Débits exogènes entrant dans le système hydrique.

**Aval** : Partie d'un cours d'eau située près de l'embouchure.

**Bief** : Tronçon de rivière entre deux lieux définis.

**Déversoirs** : Ouvrage intégré à un site destiné à évacuer un trop-plein.

**Centrale à réservoir** : Usine hydro-électrique munie en amont d'un réservoir d'accumulation permettant de régler le débit des turbines.

**Centrale au fil de l'eau** : Usine hydro-électrique où la retenue a un volume faible ou nul.

**Coefficient de bassin** : Portion des débits entrants dans le système hydrique dans le bassin visé.

**Courbe-type** : Fonction polynomiale en puissance d'une turbine établissant le débit nécessaire pour produire la puissance. Cette fonction est également nommée fonction de *puissances-débits*.

**Dérivation** : Détournement de l'eau d'un réservoir d'un système hydrique vers un autre système hydrique. **Hauteur de chute moyenne** : Différence entre les biefs amont et aval moyens.

**Hauteur de chute de référence** : Hauteur de chute pour laquelle le manufacturier des turbines a établi les polynômes puissances-débits.

**Séries mères** : Suite historique de relevés d'apports à un site.

## NOTATION

$\lambda^Q$  : Le rapport de similitude des débits pour deux hauteurs de chutes  $H_1$  et  $H_2$ .

$$\lambda^Q = \sqrt{\lambda^H} = \sqrt{\frac{H_1}{H_2}}$$

$deb_{i,t}^{max}$  : Débit maximal observé à la centrale  $i$  durant la période  $t$  lors des simulations de la règle optimale de gestion

$deb_{i,t,j}^{max}$  : Portion de  $deb_{i,t}^{max}$  dévolue à la turbine  $j$  de la centrale  $i$  lors de la période  $t$  par la règle optimale de chargement des groupes.

$NO\_P$  : Nombre de polynômes

$[ ]$  : Fonction plancher qui, a tout nombre réel, fait correspondre sa partie entière.

$P$  : Problème d'optimisation du système hydrique qui tient compte des contraintes d'entretien des turbines.

$P_R$  : Problème d'optimisation du système hydrique qui ne tient pas compte des contraintes d'entretien des turbines.

$P_{aux}$  : Problème auxiliaire qui consiste à minimiser les pertes d'eau lors de la fixation d'un horaire d'arrêts des turbines.

$T_i$  : Ensemble des turbines installées à la centrale  $i$ .

$A_i$  : Sous-ensemble quelconque de  $T_i$  représentant les turbines disponibles de la centrale  $i$ .

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iv
REMERCIEMENTS . . . . .	v
RÉSUMÉ . . . . .	vi
ABSTRACT . . . . .	viii
GLOSSAIRE . . . . .	ix
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	xi
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xv
LISTE DES FIGURES . . . . .	xviii
LISTE DES ALGORITHMES . . . . .	xix
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 2 : PRÉSENTATION DU PROBLÈME . . . . .	3

2.1 : Système hydrique de la rivière St-Maurice et transformations apportées	3
2.2 : Données sur les installations . . . . .	8
2.2.1 : Données sur les réservoirs . . . . .	9
2.2.2 : Données sur les centrales . . . . .	10
2.3 : Les apports . . . . .	13
2.4 : Les turbines . . . . .	14
<b>CHAPITRE 3 : LA GESTION DES RÉSERVES D’EAU . . . . .</b>	<b>23</b>
3.1 : Revue de la littérature . . . . .	23
3.1.1 : Revue de la littérature de W-G. Yeh 1985 . . . . .	24
3.1.2 : Revue de la littérature de J.Labadie 2004 . . . . .	31
3.2 : Modélisation du problème d’optimisation sans contraintes d’entretien du système hydrique de la rivière St-Maurice . . . . .	40
3.2.1 : Considérations générales . . . . .	41
3.2.2 : Modèle des pénalités pondérées . . . . .	42
3.2.3 : Adaptation du modèle des pénalités pondérées . . . . .	45
3.3 : Un programme de gestion des ressources hydriques . . . . .	49
3.3.1 : Choix d’une méthode d’optimisation . . . . .	50

3.3.2 : Un programme de gestion : OptiHebdo . . . . .	51
<b>CHAPITRE 4 : APPLICATION DE LA RÈGLE OPTIMALE DE GESTION . . . . .</b>	<b>79</b>
4.1 : Déroulement de la simulation . . . . .	80
4.2 : Résultats de la simulation . . . . .	82
<b>CHAPITRE 5 : DÉTERMINER UN HORAIRE D'ARRÊTS . . .</b>	<b>90</b>
5.1 : Présentation du problème . . . . .	90
5.2 : Revue de la littérature . . . . .	91
5.3 : Contraintes particulières . . . . .	93
5.4 : Modélisation du problème de détermination d'un horaire optimal . .	94
5.5 : Considérations sur la problématique de confection d'un horaire optimal	96
5.6 : Développement d'une fonction auxiliaire de recherche . . . . .	98
5.7 : Généralisation de l'application d'une fonction auxiliaire de recherche	102
5.7.1 : Définition de la fonction auxiliaire de recherche . . . . .	108
5.7.2 : Relations entre la solution optimale du problème sans contrainte d'entretien et la solution optimale du problème auxiliaire . .	115
5.7.3 : Développement de l'algorithme de recherche . . . . .	122

5.7.4 : Algorithme de recherche . . . . .	128
5.7.5 : Amélioration de la recherche des séquences de coûts minimums	139
5.7.6 : Calcul de la borne supérieure sur la perte de production de la solution optimale du problème auxiliaire . . . . .	149
5.7.7 : Conclusion sur la résolution de $P$ par la solution de $P_{aux}$ . . .	152
<b>CHAPITRE 6 : MODIFICATIONS DE L'ENVELOPPE SUPÉRIEURE DES <math>DEB_{I,T}^{MAX}</math> . . . . .</b>	<b>155</b>
<b>CHAPITRE 7 : CONCLUSION . . . . .</b>	<b>162</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE . . . . .</b>	<b>164</b>

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : Capacité des réservoirs . . . . .	4
Tableau 2.2 : Principales caractéristiques des centrales . . . . .	5
Tableau 2.3 : Capacité maximale et puissance maximale des turbines installées . . . . .	18
Tableau 4.1 : Statistiques des apports au site Gouin . . . . .	83
Tableau 4.2 : Débits observés à la centrale Rapide-Blanc . . . . .	85
Tableau 4.3 : Statistiques sur l'opération du réservoir Mattawin durant les mois d'avril, mai et juin . . . . .	89
Tableau 5.1 : Exemples de chargements optimaux. . . . .	100
Tableau 5.2 : Séquences d'inutilisation des turbines de la centrale Beaumont lorsque le débit, pour chaque période, est $deb_2^{\max}$ . . . . .	105
Tableau 5.3 : $m_{j_t}^3 = deb_{j,3_t}^{\max}$ pour la centrale La Tuque . . . . .	107
Tableau 5.4 : Chevauchements possibles de séquences . . . . .	113
Tableau 5.5 : Chargements de différents débits par 5 ou 6 turbines de la centrale La Tuque . . . . .	116

Tableau 5.6 : Capacité de turbinage disponible pour la centrale La Tuque compte-tenu d'un débit $deb_3^{\max}$ . . . . .	124
Tableau 5.7 : Coûts des séquences de six semaines d'arrêts de la turbine 5 de la centrale La Tuque compte-tenu de débits $deb_3^{\max}$ . . . . .	125
Tableau 5.8 : Coûts des séquences de six semaines d'arrêt de la turbine 0 de la centrale La Tuque compte-tenu d'un débits $deb_3^{\max}$ et après le choix de la séquence d'arrêts de la turbine 5. . . . .	128
Tableau 5.9 : Tableau comparatif des horaires d'arrêts déterminés par l'algorithme sans et avec la contrainte 5.3. . . . .	131
Tableau 5.10 : Horaires d'entretiens déterminé par l'algorithme pour les centrales Grand-Mère et Shawinigan, sans et avec contraintes sur le nombre maximal de turbines arrêtées . . . . .	134
Tableau 5.11 : Horaires d'entretiens de la centrale Shawinigan respectant la contrainte 5.3, déterminés en suivant l'ordre 8, 9, 10, 5, 6, 7, 2, 1, 3, 0 et 4 . . . . .	135
Tableau 5.12 : Horaire d'entretien d'une solution optimale pour la centrale Trenche . . . . .	142
Tableau 5.13 : Exemple d'une des pires solutions pour la centrale Trenche	143
Tableau 5.14 : Exemple de solution optimale pour la centrale La Tuque .	143
Tableau 5.15 : Exemple d'une des pires solutions pour la centrale La Tuque	144

Tableau 5.16 :Exemple d'une des meilleures solutions pour la centrale La Gabelle . . . . .	145
Tableau 5.17 :Une des meilleures solutions pour la centrale Shawinigan . . . . .	147
Tableau 5.18 :Mise à jour des capacités de transfert à la suite de la fixation des séquences d'arrêts . . . . .	150
Tableau 5.19 :Puissances produites lorsque les $deb_{3,t}^{\max}$ sont chargés sur 4, 5 ou 6 turbines. . . . .	151
Tableau 6.1 : Apports 1950-2004 au site Gouin, en $m^3/s$ . . . . .	157

## TABLE DES FIGURES

Figure 2.1 : Réseau de réservoirs et de centrales . . . . .	4
Figure 2.2 : Graphe de la fonction de rendement. . . . .	15
Figure 2.3 : Courbe de puissance-débit . . . . .	20
Figure 2.4 : Courbe de rendement . . . . .	21
Figure 3.1 : Valeur associée à $praap_k$ . . . . .	52

## LISTE DES ALGORITHMES

3.1 : Algorithme OptiHebdo . . . . .	51
3.2 : Algorithme pour transformer une variable de loi Gamma en loi Normale	60
3.3 : Algorithme déterminant le rendement optimal des groupes . . . . .	65
3.4 : Algorithme d'optimisation des réserves d'eau : 2 réservoirs . . . . .	73
3.5 : Algorithme déterminant l'apport réel . . . . .	75
4.1 : Algorithme de simulation de la gestion d'un système hydrique à deux réservoirs . . . . .	80
5.1 : Algorithme de recherche des séquences avec pertes minimales . . . . .	129

## CHAPITRE 1 : INTRODUCTION

Un des objectifs poursuivis par la compagnie Hydro-Québec en créant la chaire en gestion des systèmes hydriques à l'École Polytechnique de Montréal était de susciter l'étude de problèmes réels reliés à la gestion de réseaux de production hydroélectrique. Dans ce cadre, plusieurs problèmes intéressants ont été soumis à la chaire par les ingénieurs d'Hydro-Québec. Un de ces premiers problèmes concernait la confection d'un horaire optimal d'arrêts des groupes turbine-alternateur afin de pouvoir en faire l'entretien. C'est ce problème qui m'a été confié.

Les entretiens réguliers des équipements visent à assurer leur pérennité. On m'a clairement expliqué que ces entretiens devaient être distingués de ceux qui doivent être effectués dans un contexte non planifié, à la suite d'un bris par exemple. Les entretiens dont il sera ici question sont de relativement courtes durées, deux à six semaines. Ils s'effectuent suivant une planification annuelle qui doit notamment tenir compte de certaines contraintes sur la disponibilités des équipes d'entretien.

Les gestionnaires désiraient également qu'un horaire d'entretien puisse être construit sans perturber, en autant que faire se pouvait, les opérations normales de productions hydroélectriques. En ce sens, l'horaire d'entretien devait être « optimal ». En sous-entendu à cette expression, il y avait le fait que leurs systèmes hydriques sont exploités de façon à maximiser la production hydroélectrique avec les stocks d'eau dont ils disposent. L'exploitation optimale de leur réseau ne devraient donc pas être compromise par la mise en entretien de certaines turbines durant certaines périodes cruciales.

À cet objectif général de confection d'un horaire optimal d'arrêts des groupes, s'est greffé une préoccupation accessoire. Il s'agissait, une fois qu'un horaire optimal est

confectionné, de pouvoir évaluer le coût « marginal » d'une modification de cet horaire. Très précisément, les gestionnaires désiraient connaître le coût d'un déplacement d'une séquence d'arrêts pour l'entretien d'une turbine.

La tâche qui m'attendait était intéressante à plus d'un niveau. Il me fallait d'abord me familiariser avec plusieurs notions d'hydrologie qui m'étaient inconnues jusque là. Je pense ici à ces concepts de chargement optimal des groupes, de débits aléatoires, de variations des hauteurs de chutes, etc. Ces notions sont omniprésentes dans ce secteur de l'ingénierie. Il me fallait aussi me familiariser avec les techniques d'optimisation utilisées pour la gestion de systèmes hydriques. Ces techniques ne sont pas très différentes de ce qu'elles sont dans d'autres domaines, mais l'originalité manifestée pour qu'elles puissent être déployées dans un contexte de gestion de système hydrique m'a émerveillé plus d'une fois.

Ce travail suivra en quelques sorte le cheminement chronologique que l'auteur a suivi dans la résolution du problème posé. Il s'agira dans un premier temps de bien établir tous les prérequis qu'impose la gestion optimale d'un système hydrique. Une fois cela maîtrisé, dans un deuxième temps, il s'agira de voir de quelles façons il est possible de résoudre le problème posé. Avant d'aborder ces sujets je commencerai par donner une description détaillée des différentes données du problème.

## CHAPITRE 2 : PRÉSENTATION DU PROBLÈME

Dans ce chapitre je passerai en revue tous les aspects factuels du problème à l'étude ainsi que toutes les particularités propres au système hydrique de la rivière St-Maurice. C'est ce système hydrique, modifié en partie, qui servira à illustrer le cheminement suivi pour résoudre le problème de confection d'un horaire optimal d'arrêts des turbines.

Cette rivière n'est certainement pas le système hydrique le plus productif du réseau d'hydro-Québec. Cependant avec ses sept centrales et son chapelet de réservoirs elle est un des systèmes hydriques les plus complexes du réseau. Ce système est aussi un des plus vieux de tout le réseau. Les plus anciennes installations sur la St-Maurice datent de près de cent ans.

De façon générale, on pourrait croire que l'aménagement de l'ensemble des installations de la rivière n'a pas été globalement planifié comme l'ont été des aménagements plus récents comme ceux des rivières La Grande et Manicouagan par exemple. Hydro-Québec a vraisemblablement hérité d'installations dont l'aménagement de l'amont vers l'aval n'avait pas été coordonné. Je soulèverai ultérieurement certains anachronismes qui m'incitent à formuler cette affirmation. Pour l'instant, examinons le système hydrique considéré.

### 2.1 Système hydrique de la rivière St-Maurice et transformations apportées

Afin d'assoir le problème sur un exemple tangible, je considérerai un bassin hydrique dans lequel il y a plusieurs réservoirs et plusieurs centrales de production hydroélec-

trique. Un schéma simplifié du bassin hydraulique est illustré par la figure 2.1.

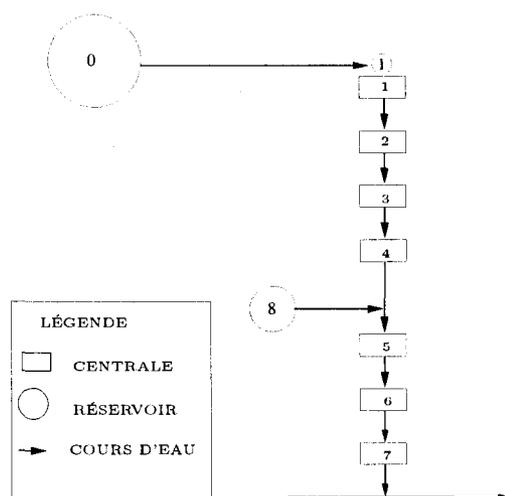


Figure 2.1 – Réseau de réservoirs et de centrales

Les caractéristiques principales des réservoirs et des centrales sont respectivement données dans les tableaux 2.1 et 2.2.

Tableau 2.1 – Capacité des réservoirs

Réservoir	capacité en $hm^3$ ( $100^3m^3$ )
Gouin (0)	8823
Rapide-Blanc(1)	466
Mattawin (8)	926

Ce bassin s'inspire du bassin de la rivière St-Maurice. Ce système hydrique a cependant subi plusieurs transformations. Tout d'abord soulignons qu'en amont de la rivière, un chapelet de petits réservoirs ont été amalgamés pour n'en former qu'un. Ainsi, les réservoirs Sincennes, Mondanac, Manouane A, Manouane B et Manouane C ont tous été amalgamés au réservoir Gouin dont la capacité a été gonflée en conséquence, passant à 9289 hectomètres cubes (en incluant l'amalgamation du réservoir Rapide-Blanc dont il sera question plus loin). Cette transformation - je ne parle pas

Tableau 2.2 – Principales caractéristiques des centrales

Centrale	Chute moyenne ( <i>m</i> )	Cap de turbinage ( <i>m</i> <sup>3</sup> / <i>s</i> )	Nb de turbines
La Gabelle (7)	18.3	996	5
Shawinigan (6)	44.2	1058	11
Grand-mère (5)	24.4	1575	9
La Tuque (4)	34.8	837	6
Beaumont (3)	37.8	887	6
Trenche (2)	48.5	755	6
Rapide-Blanc (1)	37.4	788	6

ici de l'amalgamation du réservoir Rapide-Blanc dont il sera question plus loin, mais uniquement de l'amalgamation des autres réservoirs- n'aura aucune incidence sur les calculs qui seront effectués. En effet, tous ces réservoirs sont situés en amont de la première centrale de production hydroélectrique considérée (centrale 1 sur le schéma). Il importe peu de savoir de quel réservoir spécifique peut provenir l'eau soutirée vers les centrales de production. Pour fins de simplification du problème, il est plus facile de considérer un seul grand réservoir plutôt que plusieurs petits qui sont reliés entre eux. Ainsi, dans le programme qui suit, seul le soutirage global de tous ces réservoirs sera considéré et je n'aborderai pas la question de la répartition de ce soutirage global entre les différents réservoirs ayant servis à créer le réservoir amalgamé.

Je dois aussi mentionner que deux nouvelles centrales, les centrales de Chutes-Allard et de Rapides-des-Coeurs, situées en amont de la centrale Rapide-Blanc, devraient entrer en opération durant l'année 2008 selon les dernières prévisions publiées. Je n'ai pas tenu compte de ces centrales dans le présent travail et ce pour la principale raison que leur construction n'a été annoncée qu'après que j'aie débuté cette thèse. Si je tenais compte de ces nouvelles centrales, l'amalgamation des réservoirs en amont de la centrale Rapide-Blanc ne pourrait pas se faire sans avoir un impact sur les calculs. Étant donné que je possède très peu d'informations sur ces nouvelles installations

projetées, j'ai poursuivi mon étude en utilisant uniquement les informations existantes en 2004.

D'une façon similaire, j'ai amalgamé le réservoir Cinconsine de la rivière aux Rats au réservoir Mattawin. Tout comme pour l'amalgamation ayant générée le grand réservoir Gouin, cette amalgamation n'aura aucune incidence sur les calculs. En effet, ces deux réservoirs sont situés sur des affluents qui se jettent tous deux dans la rivière St-Maurice dans le segment compris entre les centrales La Tuque (4) et Grand-Mère (5). Encore une fois, je n'aborderai pas la question de la répartition du soutirage global qui sera considéré entre ces deux réservoirs.

Une autre transformation d'importance a été effectuée. Parmi les sept centrales de la rivière St-Maurice, six sont des centrales au fil de l'eau et une autre est une centrale à réservoir. Cette dernière est la centrale Rapide-Blanc, adjacente au réservoir du même nom (centrale 1 et réservoir 1 sur la figure 2.1). Contrairement aux autres centrales de la rivière, la hauteur de chute réelle peut varier à la centrale Rapide-Blanc en conséquence de la fluctuation possible du niveau du réservoir. La hauteur minimale du réservoir Rapide-Blanc est de 266.8 mètres et sa hauteur maximale est 276 mètres.

Afin d'abréger le temps de résolution, j'ai transformé la centrale Rapide-Blanc en centrale au fil-de-l'eau de façon à n'avoir que deux réservoirs à gérer. Le niveau constant du réservoir a été fixée très près du maximum soit à 275.66 mètres. La hauteur de chute moyenne de cette centrale (différence entre le bief amont et le bief aval) est ainsi fixée à 37.4 mètres. Cette transformation épouse tout vraisemblablement la politique de gestion optimale, du moins pendant la majeure partie de l'année.

Le principal argument qui soutient cette assertion est que, pour un débit donné, la production d'électricité est plus élevée lorsque la hauteur de chute est plus élevée.

Tel que ce sera discuté un peu plus avant dans ce chapitre, le rapport de similitude  $\lambda^Q$  indique que la production augmente quadratiquement en fonction de la hauteur de chute. Ainsi, normalement, toute règle de gestion optimale devrait chercher à maximiser la hauteur de chute.

Ce qui pourrait édulcorer cette affirmation c'est le fait qu'il est possiblement préférable, durant certaines périodes, de faire fonctionner cette centrale avec une hauteur de chute minimale. Ceci sera particulièrement vrai si les soutirages turbinés durant ces périodes étaient quasi nuls. Ce genre de situation survient uniquement durant les périodes de crues printanières. Durant ces périodes, en raison des forts apports intermédiaires à chacun des sites de la rivière, il est généralement préférable de ne pas effectuer de soutirages dans les réservoirs. Des soutirages durant ces périodes ne permettraient pas de production additionnelle puisque les turbines des différentes centrales sont déjà saturées par les seuls apports intermédiaires.

Ainsi, afin de pouvoir conserver l'eau plutôt que la déverser de façon improductive, il pourrait être préférable d'avoir le réservoir Rapide-Blanc pratiquement vide ce qui permettrait de stocker les apports intermédiaires qui arrivent à cette centrale. Étant donné que le réservoir Gouin est situé immédiatement en amont, les seuls apports intermédiaires qui sont concernés ici sont ceux au site Rapide-Blanc. Or, le réservoir Rapide-Blanc a une capacité relativement faible de stockage. Sa capacité de  $466 \text{ hm}^3$  permettrait de stocker au maximum des apports de  $770 \text{ m}^3/\text{s}$  pendant une semaine.

Or durant les périodes de crues, cela correspond à deux ou trois semaines d'apports intermédiaires au réservoir Rapide-Blanc. Ainsi, pour éviter des déversements improductifs durant les périodes de crues il est possible qu'une politique optimale de gestion prescrive de vider le réservoir durant les semaines précédentes pour ensuite le remplir durant la crue. Toutes ces opérations ne concernent que quelques unes des périodes de l'année. Durant les autres périodes de l'année, en raison de la productivité

accrue que cela procure, il est plus que probable que la politique de gestion optimale soit de maintenir le réservoir au plus haut niveau possible.

L'aspect bénéfique principal de cette transformation est de diminuer considérablement la complexité des calculs. J'aborderai davantage les questions algorithmiques dans le chapitre qui suit, mais pour l'instant qu'il suffise de souligner qu'en procédant ainsi, le problème à résoudre comporte une variable d'état de moins. Compte-tenu que les algorithmes de résolution ont une complexité qui croît exponentiellement avec le nombre de variables d'état, cette transformation, qui a peu d'incidence sur la solution optimale et beaucoup d'incidence sur le temps de résolution, m'est apparue être un compromis acceptable .

Soulignons aussi que la capacité de turbinage totale d'une centrale, indiquée dans le tableau 2.2, implique la disponibilité de toutes les turbines installées dans cette centrale. La modélisation du problème implique une indexation dans le temps. Le pas de temps qui s'impose naturellement est la semaine puisqu'il s'agit de l'unité de base dans le calcul des mises hors-service des groupes turbine-alternateur.

## 2.2 Données sur les installations

Une installation est soit une centrale, soit un réservoir. Les informations de base qui sont considérées pour toutes les installations sont

- Nom du site
- Nom du site en aval
- Nombre de stations de lecture d'apports
- Nom de ces stations
- Coefficient de bassin

- Capacité des déversoirs (en  $m^3/sec$ )
- Capacité de dérivation (en  $m^3/sec$ )

Ces différentes notions sont définies dans le glossaire.

### 2.2.1 Données sur les réservoirs

Pour les réservoirs, les informations suivantes sont considérées.

- Domaine d'exploitation ( $[niv_{min}, niv_{max}]$ , en mètres)
- Niveau maximal critique ( $niv_{crit}$ , en mètres)
- Capacité de la réserve utile (en  $hm^3$ )
- Niveau initial du réservoir (en mètres)
- Courbes d'emmagasinement(en  $hm^3$ )
- Courbes d'évacuation (en  $m^3/sec$ )
- Contraintes sur les niveaux maximum et minimum (en mètres)
- Informations diverses

Plusieurs de ces notions sont définies formellement dans le glossaire. Examinons sommairement de quelles façons elles seront utilisées.

Le domaine d'exploitation est un intervalle exprimé en mètres de la forme  $[niv_{min}, niv_{max}]$  où  $niv_{min}$  et  $niv_{max}$  représentent respectivement les niveaux minimum et maximum entre lesquels le réservoir peut être exploité. Le niveau critique est généralement légèrement supérieur au niveau maximal.

Les courbes d'emmagasinement d'un réservoir quantifient le volume d'eau contenu dans le réservoir en fonction du niveau de ce réservoir. Il s'agit de fonctions polynomiales dont l'ordre peut varier. Pour les grands réservoirs, plusieurs polynômes

$P_1, P_2, \dots, P_{No\_P}$  sont utilisés, chacun d'entre eux visant une partie disjointe du domaine d'exploitation. Dans cette expression,  $No\_P$  désigne le nombre de polynômes. Le domaine d'exploitation d'un polynôme  $P$  est exprimé par un intervalle de niveaux  $[niv_{min}, niv_{max}]$ . Pour un niveau  $niv$  situé à l'intérieur de cet intervalle et avec un polynôme d'ordre  $n$ , nous aurons

$$v = a_0 + a_1niv + a_2niv^2 + a_3niv^3 + \dots + a_nniv^n$$

où  $v$  est l'image de la fonction, soit le volume d'eau du réservoir. Évidemment, nous avons  $\bigcup_{k=0}^{No\_P} D(P_k) = [niv_{min}, niv_{max}]$ ,  $D(P_k)$  désignant le domaine du polynôme  $P_k$ . Après la lecture des polynômes, la fonction sélectionnera une liste de 1000 valeurs discrètes parmi les niveaux possibles du domaine d'exploitation du réservoir, classées en ordre croissant, pour lesquels elle calculera les volumes correspondants. Ainsi, aux niveaux  $niv_0, niv_1, niv_2, \dots, niv_{999}$ , seront associés les volumes  $v_0, v_1, v_2, \dots, v_{999}$ . Ces couples ordonnés seront stockés dans une base de données et seront réutilisés lors de la phase d'optimisation.

Quant à ce qui est communément désigné sous l'appellation de «courbes d'évacuation», il s'agit plutôt d'une liste de niveaux possibles du réservoir, classés par ordre croissant, à chacun desquels est associé un débit des déversoirs. Le nombre de couples niveau-débit pourra varier d'un réservoir à l'autre. Il s'agit donc d'un ensemble de couples ordonnés qui sera conservé dans une structure de données.

### 2.2.2 Données sur les centrales

Pour les centrales, les éléments principaux qu'on retrouve dans les fichiers sont

- Niveau moyen des biefs amont et aval (en mètres)
- Perte de charge dans les conduites (en mètres)

- Hauteur de référence (en mètres)
- Hauteur moyenne (en mètres)
- Nombre de courbes-types
- Courbes de débit
- Informations diverses

Tout d'abord, soulignons que dans le contexte, un bief est la partie d'un cours d'eau situé entre une centrale et une autre installation. Le niveau du bief amont d'une centrale est le niveau de l'eau entre cette centrale et l'installation précédente sur la rivière alors que le niveau du bief aval a la même signification mais dans la direction opposée.

La perte de charge est une transformation de l'énergie mécanique du courant en chaleur. En théorie on distingue deux types de pertes de charge : les pertes par frottement et les pertes singulières. Afin de transposer la réalité de ces pertes de charge de manière explicite, par commodité, on les exprime en terme de réduction de la hauteur de chute. L'unité de mesure est le mètre et la perte de charge sera proportionnelle au carré du débit. Pour une discussion plus détaillée sur ce sujet on peut consulter la thèse d'Hammadia [17].

La hauteur de référence est la hauteur à laquelle le manufacturier a établi les courbes de débit-puissance. Elle représente théoriquement la différence entre le niveau du bief amont et le niveau du bief aval. La hauteur moyenne est la différence réelle entre le niveau usuel de la prise d'eau et le niveau de la turbine. La hauteur moyenne résulte du choix du gestionnaire des installations. Ces deux hauteurs peuvent différer, mais en pratique elles sont tout le temps les mêmes sur la rivière St-Maurice. J'élaborerai davantage sur ces questions de pertes de charge et de hauteurs de chute dans la sous-section sur les turbines.

Le nombre de courbes-types indique le nombre de turbines différentes installées dans la centrale. Une courbe-type, ou courbe de puissance-débit, évalue le débit nécessaire

pour produire une puissance  $pu$  à une hauteur de chute de référence déterminée. Il s'agit d'une fonction polynomiale dont l'ordre pourra varier dépendamment de la turbine visée et qui aura la forme suivante.

$$Q = a_0 + a_1 pu + a_2 pu^2 + \dots + a_n pu^n, \quad (2.1)$$

où  $pu$  prendra sa valeur à l'intérieur d'un domaine défini. Il peut y avoir plus d'une équation polynomiale pour une même turbine. Dans ce cas, chaque polynôme  $P_k$  a pour domaine une partie disjointe de l'intervalle  $[0, pu^{max}]$ , tel que  $\bigcup_{k=0}^{No\_P} D(P_k) = [0, pu^{max}]$ ,  $pu^{max}$  étant la puissance maximale que peut produire la turbine visée par la courbe-type et  $No\_P$  étant le nombre de polynômes utilisés pour couvrir tout le domaine des puissances possibles. Après avoir lu les polynômes, la fonction déterminera une liste de valeurs discrètes de puissances possibles, classées par ordre croissant  $\{pu_{min}, pu_{min+1}, pu_{min+2}, \dots, pu_{max}\}$ , pour lesquelles elle calculera les débits correspondants  $\{Q_{min}, Q_{min+1}, Q_{min+2}, \dots, Q_{max}\}$ . À la fin de la lecture, nous aurons un ensemble ordonné de couples puissance-débit qui seront classés par ordre croissant. La discrétisation est assez fine. Jusqu'à mille paires sont calculées pour l'ensemble des polynômes d'une turbine lorsque la turbine a une capacité de mille mètres cubes ou plus. Si la turbine a une capacité de  $\alpha$  mètres cubes, avec  $\alpha < 1000$ , alors le nombre de couples sera  $\lfloor \alpha \rfloor$ .

Il sera aisé par la suite, à l'aide d'une simple recherche dichotomique et d'une interpolation au besoin, de pouvoir associer une puissance à un débit donné, et ce pour tous les types de turbines d'une centrale. Finalement, mentionnons que parmi les informations diverses, on retrouve entre autres, les coûts de pénalités associées à la violation des niveaux minimum ou maximum des réservoirs ou des débits minimum ou maximum pour toutes les installations.

## 2.3 Les apports

Ce terme désigne indistinctement tous les ajouts exogènes d'eau au système. Il peut s'agir d'écoulement des eaux du bassin versant, de pluie, de fonte des neiges, etc. Dans le cas où des réservoirs seraient en série, ce qui n'est pas le cas de la rivière étudiée, les soutirages du réservoir en amont seraient aussi considérés comme des apports pour le réservoir immédiatement en aval.

J'ai eu accès à deux séries de données concernant les apports d'eau au bassin de la rivière St-Maurice. Une première série de données établissent les apports hebdomadaires observés aux stations de lectures d'apports situées respectivement au réservoir Mattawin et au réservoir Gouin pour une période de cinquante-cinq années (1950 à 2004). Une seconde série de données établit les apports mensuels moyens mesurés à sept autres stations de lecture d'apports (Rapide-Blanc, Trenché, Beaumont, La Tuque, Grand-mère, Shawinigan et La Gabelle) pour les années 1943-2006.

Ces deux séries ne sont pas établies pour des périodes identiques. Afin d'avoir une seule série «vraisemblable» pour la rivière, j'ai harmonisé les deux séries de données. J'ai d'abord tronqué la deuxième série de toutes les données relatives aux années 1943-1949 et 2005-2006. Puisque les données de la première série sont des données hebdomadaires alors que les données de la seconde série sont des données mensuelles il fallait établir un pas de temps commun aux deux. Étant donné que le pas de temps que j'utilise est la semaine, j'ai donc transformé les données mensuelles en données hebdomadaires.

Cette transformation ne donne pas un reflet parfaitement fidèle des apports hebdomadaires réels qu'a reçu la rivière au fil des ans. En effet, pour les sites pour lesquels je ne disposais pas de données hebdomadaires, les apports de chaque semaine d'un même mois seront les mêmes. Ceci n'est certainement pas un reflet fidèle de la réalité, en particulier durant les périodes de crûes. Cependant, ces données transformées

restent les meilleures informations dont je dispose sur les apports historiques et c'est pourquoi j'utilise ces données transformées dans la suite de ce travail.

## 2.4 Les turbines

Un débit d'eau, à une hauteur de chute donnée, qui doit être turbiné dans une centrale de production hydroélectrique, peut être réparti d'une infinité de façons entre les différentes turbines de cette centrale. Parmi les options qui s'offrent au gestionnaire, il peut choisir d'affecter un volume égal d'eau à chaque turbine ou encore utiliser un minimum de turbines en affectant à chacune de celles qu'il utilise la quantité maximale possible. Il peut aussi choisir n'importe quel patron intermédiaire.

Le but poursuivi étant de maximiser la puissance produite pour un volume d'eau donné, la répartition des volumes d'eau entre les turbines doit être effectuée en tenant compte de cet objectif. Pour parvenir à déterminer cette répartition optimale, plusieurs facteurs doivent être considérés. Comme facteur principal, soulignons la fonction de rendement des turbines disponibles dans la centrale. Je reviendrai aussi sur des questions soulevées précédemment, soient la variation de la hauteur de chute réelle par rapport à la hauteur de chute de référence et la perte de charge dans les conduites forcées.

### La fonction de rendement d'une turbine

La fonction de rendement d'une turbine établit le ratio  $\frac{\text{puissance}}{\text{débit}}$  pour l'intervalle des puissances possibles de la turbine. Le domaine de cette fonction est un débit d'eau mesuré en mètres cubes par seconde alors que l'image est un rendement mesuré en mégawatts par mètre cube d'eau par seconde ( $\text{Mw sec/m}^3$ ). Je désignerai par  $Q_{min}$

le débit minimal qui doit être turbiné avant qu'un seul watt ne puisse être généré.  $Q_{min}$  ne correspond pas au débit nul.

D'autres points de cette fonction sont importants. Les points  $Q_{minExp}$  et  $Q_{max}$  délimitent les volumes d'eau minimal et maximal de la zone d'exploitation d'une turbine. Les points  $Q_{min}$  et  $Q_{minExp}$  sont différents avec  $Q_{min} < Q_{minExp}$ . Un débit situé entre ces deux valeurs produit un phénomène de cavitation qui rend la fonction instable. Soulignons aussi que le point  $Q_{opt}$  est le débit pour lequel le rendement est optimal. Cette fonction pourrait être représentée par la figure 2.2. Pour un volume d'eau et

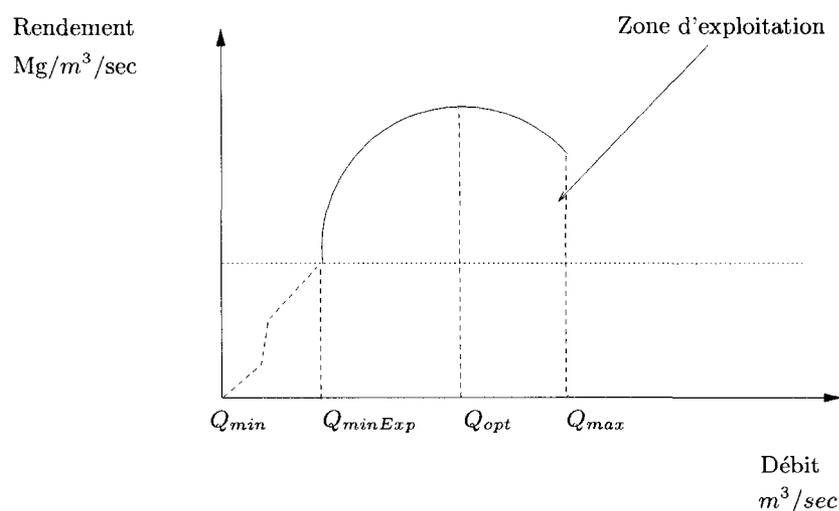


Figure 2.2 – Graphe de la fonction de rendement.

une hauteur de chute fixés, l'objectif est donc de faire fonctionner chaque turbine avec un débit le plus près possible de  $Q_{opt}$ . Mentionnons que dans le cas où un seul type de turbine est installé dans une centrale, la fonction de rendement est supposée être la même pour toutes les turbines. Cependant, il arrive fréquemment que les turbines installées dans une même centrale soient de plusieurs types différents. Dans le cas étudié, soit le système de la rivière St-Maurice, la plupart des centrales sont équipées de plusieurs types différents de turbines. Dans ce cas le rendement optimal doit être calculé pour chacun des types.

Il faut aussi souligner qu'en pratique, dans les fichiers sur les installations transmis par Hydro-Québec, le rendement n'est pas une fonction du débit mais plutôt de la puissance. Ce fichier contient des fonctions polynomiales exprimant le débit en fonction de la puissance. Le domaine de la fonction est donc une puissance variant de 0 à  $pu^{max}$  alors que l'image est un débit d'eau.

Ces informations contenues dans les fichiers sont valables uniquement pour une hauteur de chute spécifiée. La correction nécessaire, lorsque la hauteur de chute réelle est différente de la hauteur de chute de référence, est examinée ci-après.

### Variation de la hauteur de chute

Tel que souligné, la fonction de débit d'une turbine, à une hauteur de chute de référence, pourra être établie à partir d'une ou plusieurs équations polynomiales (voir équation 2.1). La hauteur de chute sous-jacente dans ces équations est désignée comme étant la hauteur de référence  $H_{réf}$ . Étant donné que la hauteur de chute peut varier dans le cas des centrales à réservoir, la question se pose de savoir dans quelle mesure et suivant quelles lois, les courbes de débit-puissance obtenues à la hauteur de référence  $H_{réf}$  peuvent être transposées à une autre hauteur de chute  $H$ ?

Ces questions sont bien documentées dans la thèse d'Hammadia [17] et les passages qui suivent en sont inspirés. Le rapport  $\lambda^h = \frac{H}{H_{réf}}$ , est nommé rapport de similitude des hauteurs. Étant donné ce rapport de similitude nous souhaitons obtenir les rapports des vitesses, des débits et des puissances, les deux derniers étant les plus pertinents pour les fins que nous poursuivons.

Le rapport des vitesses  $\lambda^v$  est donné par la condition de similitude de Reech-Froude et doit satisfaire l'égalité suivante

$$\left(\lambda^v\right)^2 = \left(\frac{v}{v_{réf}}\right)^2 = \frac{H}{H_{réf}}$$

ou

$$\lambda^v = \sqrt{\lambda^h}.$$

Le rapport des débits  $\lambda^Q$  est obtenu par les relations suivantes

$$\lambda^Q = \frac{Q}{Q_{\text{réf}}} = \frac{a v}{a v_{\text{réf}}} = \lambda^v = \sqrt{\lambda^h} = \left( \frac{H}{H_{\text{réf}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.2)$$

où  $a$  est l'aire de la conduite considérée.

Pour obtenir le rapport des puissances  $\lambda^{pu}$  on utilise la définition de la puissance hydraulique disponible sur l'arbre d'une turbine. Cette puissance est donnée en fonction du débit, de la hauteur de chute nette et du rendement hydraulique de la turbine ( $\eta$ ). Formellement, cette puissance est exprimée comme suit

$$pu = \eta \rho g Q h$$

où  $\rho$  est la masse volumique de l'eau et  $g$  la constante de gravitation. Le rapport des puissance est donc

$$\lambda^{pu} = \frac{pu}{pu_{\text{réf}}} = \frac{\eta \rho g Q H}{\eta_{\text{réf}} \rho g Q_{\text{réf}} H_{\text{réf}}} = \lambda^\eta \lambda^Q \frac{H}{H_{\text{réf}}} = \lambda^\eta \left( \frac{H}{H_{\text{réf}}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

avec  $\lambda^\eta = \left( \frac{\eta}{\eta_{\text{réf}}} \right)$ . En pratique, les données des fichiers des installations indiquent que pour toutes les centrales considérées dans cette thèse,  $\lambda^\eta = 1$ .

En résumé, pour qu'une équation polynômiale puissance-débit (c'est-à-dire, un polynôme en  $pu$  donnant le débit nécessaire  $Q$  pour produire la puissance  $pu$ ) établie à une hauteur de chute de référence, puisse toujours trouver application lorsque la hauteur de chute réelle est différente, nous devons multiplier cette équation par un scalaire correspondant à  $\lambda^Q = \left( \frac{H}{H_{\text{réf}}} \right)^{\frac{1}{2}}$ . Pour un polynôme de débit-puissance, ce qui n'est pas le cas dans les fichiers d'Hydro-Québec obtenus, le scalaire multiplicatif qui permettra au polynôme de s'appliquer à des hauteurs de chute différentes sera  $\lambda^{pu} = \left( \frac{H}{H_{\text{réf}}} \right)^{\frac{3}{2}}$ .

Un autre facteur pourra modifier les polynômes débit-puissance. Il s'agit de la perte de charge dans les conduites forcées. La considération de cette perte de charge sera tenu en compte par une modification de la hauteur de chute selon l'équation suivante.

$$H = H - \text{perte} * Q^2 \quad (2.3)$$

où  $Q$  est le débit réel et  $H$  la hauteur de référence. Le scalaire perte est transmis au programme lors de la lecture des données sur les installations.

En bref, pour toutes les turbines, il s'agit d'abord de calculer la hauteur modifiée pour tenir compte de la perte de charge. Ensuite il s'agit de déterminer le scalaire  $\lambda^Q$ . Ce scalaire  $\lambda^Q$  servira ensuite à multiplier le polynôme puissance-débit.

Le tableau 2.3 présente la capacité maximale et la puissance maximale de chacune des turbines installées sur la rivière St-Maurice.

Tableau 2.3 – Capacité maximale et puissance maximale des turbines installées

Centrale	Nbr	Capacité maximale ( $m^3/s$ )	Puissance maximale(Mw)
R-B	6	131,131,131,131,131,131	34,34,34,34,34,34
Trenche	6	121,129,127,124,126,127	47,50,49,48,49,50
Beaumont	6	148,145,148,146,149,149	46,45,45,45,46, 46
L-T	6	143,132,143,143,143,131	36,34,36,36,36,35
G-M	9	90,90,90,90,90,110,337,337,337	16,16,16,16,16,19,71,71,71
Shaw	11	45,45,45,45,45,108,108,108,168,168,168	16,16,16,16,16,39,39,39,60,60,60
L-G	5	201,201,201,201,191	25,25,25,25,26

Toutes les données sont présentées en valeur entière. Ces valeurs entières ont été obtenues en tronquant toutes les parties fractionnaires. D'autre part soulignons que le nombre de types différents de turbines installées varie d'une centrale à l'autre. De façon générale, sur la rivière St-Maurice, les turbines installées dans une même centrale ne sont pas toutes pareilles. À la centrale Rapide-Blanc, toutes les turbines

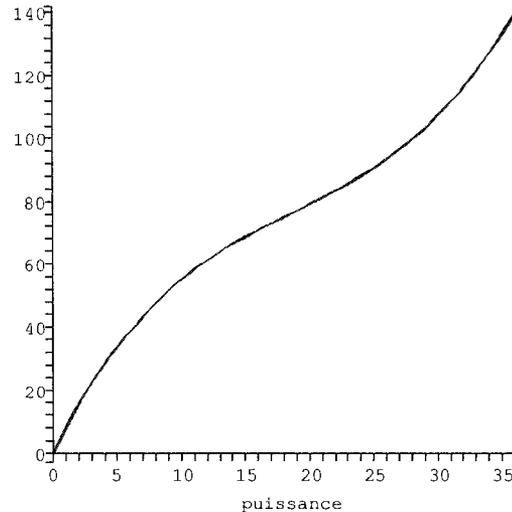
sont pareilles. Aux centrales Trenché, Beaumont, La Tuque, Shawinigan, Grand-Mère et La Gabelle il y a deux types différents de turbines ou plus.

Deux turbines sont pareilles si elles ont la même capacité de turbinage et la même fonction de puissance. La fonction de puissance est définie par les polynômes puissance-débit de la turbine. Sur la rivière St-Maurice, nous retrouvons la situation suivante

- Il y a un seul type à la centrale Rapide-Blanc.
- Il y a six types différents à la centrale Trenché.
- Il y a six types différents à la centrale Beaumont.
- Il y a trois types différents à la centrale La Tuque. Les turbines 0, 2, 3 et 4 sont pareilles. Les turbines 1 et 5 sont différentes des autres.
- Il y a quatre types différents à la centrale Grand-Mère. Les turbines 1, 2, 3 et 4 sont pareilles. La turbine 0 à la même capacité de turbinage que les quatre turbines précédentes mais sa fonction de puissance est différente. La turbine 5 est différente de toutes les autres. Les turbines 6, 7 et 8 sont pareilles.
- Il y a trois types différents à la centrale Shawinigan. Les turbines 0, 1, 2, 3, et 4 sont pareilles, les turbines 5, 6 et 7 sont pareilles et les turbines 8, 9 et 10 sont pareilles.
- Il y a deux types différents à la centrale La Gabelle. Les turbines 0, 1, 2 et 3 sont pareilles. La turbine 4 est différente des précédentes.

Un dernier point mérite d'être souligné. Tel qu'expliqué précédemment, la puissance développée par une turbine est une fonction du débit turbiné et de sa hauteur de chute. Selon ce qu'on m'a expliqué, c'est généralement le manufacturier qui établit la fonction de puissance des turbines qu'il livre pour une hauteur de chute référentielle. Je tiens à souligner ici que pour plusieurs des turbines de la rivière St-Maurice, j'ai dû créer les fonctions de puissance puisqu'on ne m'avait pas transmis les fonctions de puissances réelles des turbines. J'ai construit ces fonctions de puissances fictives avec

Figure 2.3 – Courbe de puissance-débit



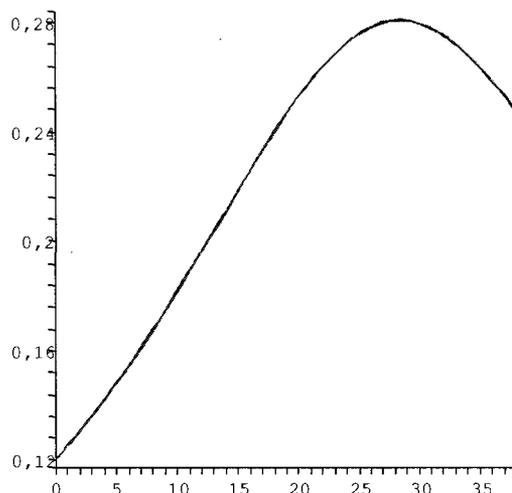
des polynômes de Lagrange. Pour chacune des fonctions ainsi construites, j'ai utilisé les deux points d'abscisse connus, soit la puissance nulle et la puissance maximale de la turbine, auxquels j'ai fait correspondre les deux points d'ordonnée également connus, soient le débit nul et le débit maximal. Entre ces deux points, j'ai sélectionné trois ou quatre autres points d'abscisse auxquels j'ai fait correspondre des puissances réalistes. En particulier, j'ai sélectionné un point d'abscisse correspondant à environ 80% de la capacité maximale de la turbine auquel j'ai fait correspondre une puissance de rendement optimal.

La figure 2.3 représente une des fonctions ainsi construite. Il s'agit de la fonction puissance-débit de la turbine 0 de la centrale La Tuque.

À partir des points  $(0, 0)$  et  $(36.701, 143.837)$  qui étaient connus, j'ai déterminé arbitrairement les autres points  $(10, 55)$ ,  $(18, 75)$  et  $(27.5, 98)$ . Avec ces cinq points, MAPLE a calculé le polynôme de Lagrange suivant.

$$\text{Débit} = -0.00001633227549 pu^4 + 0.006803000873 pu^3 - 0.3472859968 pu^2 + 8.308892156 pu^1$$

Figure 2.4 – Courbe de rendement



Ceci donne la courbe caractéristique en S que l'on retrouve à la figure 2.3. La courbe de rendement qui en découle est présentée à la figure 2.4.

Plusieurs des fonctions puissance-débit des turbines de la rivières St-Maurice ont été ainsi artificiellement construites puisque je ne possédais pas les fonctions réelles. Toutes ces fonctions ainsi construites l'ont été en suivant le modèle présenté. À partir de points connus quelques autres points ont été arbitrairement déterminés. Dans l'exemple présenté, le point d'abscisse donnant le rendement maximal est situé à environ 75 % de la puissance maximale de la turbine 0 de la centrale La Tuque, soit pour une puissance d'environ 27.5 MW.

Il faut avoir à l'esprit, qu'avec toutes les transformations apportées au système hydrique de la rivière St-Maurice, je ne saurais ici prétendre que les résultats qui seront exposés ultérieurement peuvent être appliqués aveuglément à la solution des problèmes de gestion réels rencontrés sur cette rivière. Néanmoins, je peux affirmer que toutes les données que j'ai utilisées m'apparaissent être des données très réalistes et

que la méthode développée peut s'appliquer, *mutatis mutandi*, sur les données réelles de ce système hydrique.

## CHAPITRE 3 : LA GESTION DES RÉSERVES D'EAU

Avant d'aborder la question principale soulevée par cette thèse, soit la détermination d'un horaire optimal d'arrêts des groupes, il m'est apparu essentiel de développer un outil permettant la gestion optimale des stocks d'eau. Dans ce programme, la capacité de turbinage des différentes centrales est déterminée au début de l'exécution et reste invariante tout au long de l'exécution.

Cette gestion optimale doit se faire en assurant le respect de contraintes environnementales, de productivité maximale ainsi que quelques contraintes technologiques et ce, pour chaque période de l'horizon considéré. Avant de formuler le problème et d'aborder la manière choisie pour parvenir à le résoudre, je me propose au préalable de faire une revue de la littérature sur cette question de la gestion des réserves d'eau.

### 3.1 Revue de la littérature

Trois articles majeurs font une revue exhaustive de la littérature sur l'opération et la gestion de réservoirs. Le premier date de 1985 et a été écrit par William W-G. Yeh. Les deuxième et troisième ont été écrits par John W. Labadie. Ce dernier auteur était aussi l'éditeur de la revue *Journal of Water Resources Planning and Management*. Dans le cas de Labadie, je n'examinerai que son dernier article puisque la revue de la littérature qu'il a effectuée en 2004 intégrait sa revue précédente qui datait de 1997.

### 3.1.1 Revue de la littérature de W-G. Yeh 1985

Dans un article publié en 1985 [40] , William W-G. Yeh fait une revue des modèles mathématiques développés pour la gestion des réservoirs. Cet auteur a établi une classification des différentes approches existantes. Sa classification s'établit comme suit ;

1. La programmation linéaire (LP) incluant la programmation linéaire stochastique, la programmation avec recours et la programmation linéaire avec contraintes de probabilités.
2. La programmation dynamique (DP) incluant plusieurs variantes.
3. La programmation non linéaire (PNL).
4. La simulation.

#### **Programmation linéaire**

Parmi les premières études mentionnées, je relève le travail de Hull et Sheppard [16] qui ont décomposé le problème en un problème maître et des sous-problèmes. Chacun des sous-problèmes servait à la gestion d'un réservoir alors que le problème maître pouvait être vu comme étant un centre de coordination des différents réservoirs impliqués (il y en avait trois dans le problème étudié). La programmation dynamique était utilisée pour résoudre les sous-problèmes.

En 1974, Becker et Yeh [5] ont utilisé une méthodologie mixte LP-DP pour le California Central Valley Project. Le programme linéaire était utilisé pour minimiser la perte d'énergie potentielle de l'eau emmagasinée dans les réservoirs résultant des politiques de soutirage pour chacune des périodes. Ces solutions étaient ensuite incorporées dans un problème déterministe multi-périodes dans lequel la programmation dynamique était utilisée.

Dans [11], Dagli et al. ont proposé une *approche adaptative* pour un système de quatre réservoirs en série. L'objectif poursuivi était de maximiser la hauteur du bief amont. Le bief amont étant une fonction non linéaire du volume d'eau, le problème était donc non linéaire. Ces auteurs ont linéarisé l'objectif ainsi que certaines contraintes. Le problème était résolu sur une prévision des apports et mis à jour régulièrement pour tenir compte des dernières informations disponibles.

En 1968, Loucks [21] a développé un modèle linéaire stochastique pour un seul réservoir sujet à des apports aléatoires corrélés dans le temps. Les apports, pour chaque période, étaient décrits par une chaîne de Markov et les probabilités de transition estimées à partir des données historiques. La fonction objectif utilisée visait à minimiser la somme des carrés des écarts avec les soutirages cibles prédéfinis.

Certains auteurs ont utilisés la programmation linéaire avec recours pour considérer la stochasticité des apports. Prekopa [30] et d'autres ont utilisé le modèle en deux phases mis au point par Dantzig [12], [13]. Ce dernier modèle est très coûteux sur le plan informatique et a présenté plusieurs difficultés [40, p. 800].

Une autre façon de traiter la stochasticité des apports a été d'utiliser la programmation linéaire avec des contraintes de probabilités formulées sur le modèle suivant

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & cx \\ \text{sous contrainte} & Ax = b \\ & Pr\{Tx \geq p\} \geq \alpha \\ & x \geq 0 \end{array}$$

où  $Pr\{e\}$  désigne la probabilité de l'évènement  $e$ .

L'idée d'utiliser la technique des contraintes de probabilités dans le contexte de la gestion des réservoirs revient à Revelle et al [31]. Dans ce modèle, si la loi de distribution des probabilités de  $p$  est connue et si  $T$  et  $\alpha$  sont déterminés, alors la contrainte

de probabilité

$$\begin{aligned} Pr\{Tx \geq p\} &\geq \alpha \\ 0 &\leq \alpha \leq 1 \end{aligned}$$

peut être convertie en contrainte déterministe en utilisant la fonction inverse de la fonction de distribution  $F_p$

$$Tx \geq F_p^{-1}(\alpha)$$

La méthode des contraintes de probabilités ne pénalise pas les violations de contraintes pas plus qu'elle ne prévoit de recours correctif. Pour cette raison, certains auteurs cités par Yeh [40, p. 1804] ont remis en question l'utilité de cette méthode dans le contexte de la modélisation de phénomènes stochastiques.

En guise de conclusion, Yeh [40, p. 1804] souligne que plusieurs avantages découlent de l'utilisation de la programmation linéaire. Parmi ceux-ci on retrouve (1) la capacité d'accomoder des systèmes de relativement grandes dimensions, (2) l'obtention d'optimaux globaux, (3) la non nécessité de solutions initiales et (4) l'existence de programmes informatiques disponibles. Des méthodes de décomposition sont néanmoins nécessaires pour résoudre des problèmes de très grandes dimensions.

### **Programmation dynamique**

La programmation dynamique est fréquemment utilisée dans l'optimisation des systèmes hydriques. Sa popularité peut être attribuée au fait que les contraintes non-linéaires et stochastiques, qui caractérisent plusieurs systèmes hydriques, peuvent être adéquatement formulées sous forme d'équations de Bellman [6], du nom de l'initiateur de cette technique.

La programmation dynamique permet de décomposer un problème général qui couvre plusieurs périodes en plusieurs sous-problèmes qui doivent être résolus pour chacune

des périodes. Pour cela, le problème doit présenter les caractéristiques de séparabilité et de monotonie [27]. Plusieurs modèles de programmation dynamique sont discutés par Yeh [40, p. 1804]. Attardons-nous spécifiquement à la programmation dynamique stochastique. Un exemple typique serait

$$f_t(S_t, App_{t+1}) = \max_{R_t} \left\{ \sum_{App_t=0}^{App_t^{max}} Pr[App_t|App_{t+1}][G(R_t) + f_{t-1}(S_{t-1}, App_t)] \right\}$$

s.c.  $S_{t+1} = S_t + App_t - R_t$

$$f_1(S_1, App_2) = \max_{R_1} \left\{ \sum_{App_1=0}^{App_1^{max}} Pr[App_1|App_2][G(R_1)] \right\}.$$

Dans ces équations, nous avons les définitions suivantes

- $f_t(S_t, App_{t+1})$  résultat optimal de l'opération du système au temps  $t$ ;
- $S_t$  eau en stock au début de la période  $t$ ;
- $App_t$  apports durant la période  $t$ ;
- $G(R_t)$  fonction donnant le retour obtenu en soutirant la quantité d'eau  $R_t$  durant la période  $t$ ;
- $Pr[App_t|App_{t+1}]$  probabilités de transition entre les apports de périodes consécutives  $t$  et  $t + 1$ ;
- $t$  index des périodes;

Soulignons d'abord que pour faire une somme sur les différentes valeurs possibles des apports, ceux-ci doivent être discrétisés. L'équation récursive utilise le fait que les apports, durant n'importe quelle période, sont corrélés à ceux de la période suivante avec une probabilité  $Pr[App_t|App_{t+1}]$  (pour la résolution, les périodes sont indexées de façon anti-chronologique, la période  $t + 1$  survenant avant la période  $t$  dans le processus de résolution. Cela découle du fait que ces équations sont solutionnées à rebours, c'est-à-dire en débutant par la fin).

Arunkumar et Yeh [3] ont utilisé la PD pour maximiser la puissance produite. Une fonction pénalise l'inobservance des objectifs poursuivis. L'intérêt de leur étude concerne surtout leur heuristique pour décomposer un système de plusieurs réservoirs.

Cette approche consiste à fixer une politique pour  $n - 1$  réservoirs (disons les réservoirs 2, ...,  $n$ ) et d'optimiser sur le premier. La nouvelle politique déterminée pour le réservoir numéro 1 remplace alors l'ancienne politique et le processus est recommencé en fixant la politique pour les réservoirs (1, 3, ... $n$ ) et en traitant le réservoir numéro 2, etc. La procédure est poursuivie jusqu'à ce que la politique de gestion ne change pas au cours de deux itérations consécutives ou que les variations soient bornées par un paramètre d'erreur prédéfini.

Turgeon [37], [38] a aussi utilisé la programmation dynamique stochastique pour la gestion hebdomadaire de systèmes hydriques multi-réservoirs. Dans [37], il a présenté un algorithme basé sur le principe de l'optimalité progressive. Le problème, pour un système de centrales situées à la suite les unes des autres sur une même rivière, consiste à déterminer les soutirages  $R_i^t$  du réservoir  $i$  durant la période  $t$ , où  $i = 1, 2, \dots, n$  et  $t = 1, \dots, T$ . Ce problème était modélisé comme suit.

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{t=1}^T C(E^t) \\ \text{s.c.} \quad & S_i^t = S_i^{t-1} + App_i^t - R_i^t \\ & \sum_i G_i(S_i^{t-1}, R_i^t) + E^t = D^t \\ & 0 \leq S_i^t \leq \tilde{S}_i \\ & 0 \leq R_i^t \end{aligned}$$

où

$App_i^t$	total des apports au réservoir $i$ durant la période $t$
$S_i^t$	est le contenu du réservoir $i$ (avec une capacité $\tilde{S}_i$ ) à la fin de la période $t$
$G_i(S_i^{t-1}, R_i^t)$	est la puissance générée par la centrale $i$ durant la période $t$
$E^t$	est l'énergie importée à un certain coût durant la période $t$
$D^t$	est la demande durant la période $t$
$C(E^t)$	est le coût durant la période $t$
$S_i^0$	volume d'eau initial du réservoir $i$
$S_i^T$	volume d'eau final du réservoir $i$

Yeh nous dit que cet algorithme ajuste  $S_1^t, S_2^t, \dots, S_n^t$  sans changer  $S_i^{t-1}$  ni  $S_i^{t+1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  afin de minimiser  $C(E^t) + C(E^{t+1})$  et converge avec monotonie vers la solution d'un problème de programmation dynamique multi-périodes.

A titre de remarque finale sur l'utilisation de la programmation dynamique, Yeh souligne qu'il est essentiel de déterminer une méthode de décomposition dès qu'il s'agit de traiter un système hydrique comportant plusieurs réservoirs.

### **Programmation non-linéaire**

Yeh [40, p. 1808] rapporte que les méthodes de programmations non-linéaires sont beaucoup moins populaires que la programmation linéaire ou la programmation dynamique pour traiter les problèmes de gestion de systèmes hydriques. En particulier, il souligne que cette approche s'accommode beaucoup moins bien de données stochastiques que ne peut le faire la programmation dynamique. Il relève néanmoins l'utilisation de fonction de barrière dans [15], étude dans laquelle les apports étaient considérés connus pour toute la période, comme dans la plupart des cas traités par des approches non linéaires.

Dans [20], Lee et Waziruddin rapportent avoir d'abord utilisé la méthode du gradient conjugué sur un système de trois réservoirs en série. Leur fonction objectif, non linéaire, était de maximiser le bief amont ainsi que les débits d'irrigation alors que les contraintes de leur problème étaient linéaires. Yeh [40, p. 1809] rapporte que le principal désavantage de cette méthode découle de sa lenteur de convergence à la proximité d'optimum locaux. Par la suite, ces mêmes auteurs ont aussi testé une méthode quasi-Newton qui a l'avantage de converger beaucoup plus rapidement. Malgré ces améliorations, Yeh avoue avoir du mal à saisir le cheminement de ces auteurs et en raison de la formulation de leur problème, il leur conseille plutôt d'utiliser une technique de contrôle optimal [40, p. 1809].

Différentes tentatives ont été faites en intégrant certaines contraintes «douces» à l'objectif et en ne conservant que les contraintes «dures» comme contraintes explicites. En assumant la convexité, Chu et Yeh [10] ont utilisé une version de la méthode du gradient projeté sur le problème dual lagrangien.

Soulignons pour terminer que Rosenthal [32] a identifié l'incompatibilité entre la séparabilité d'un objectif économique et la nature stochastique des apports dans les modèles mathématiques non linéaires connus actuellement. Il recommandait alors d'utiliser un algorithme de type Newton tronqué pour le développement futur de l'analyse de sensibilité d'apports naturels dans le cadre de modèles non linéaires non séparables.

### **Simulation**

Les modèles fondés sur la technique de simulation servent à déterminer la règle de décision en fonction d'un scénario prédéfini. Il s'agit d'une approche différente de la programmation mathématique qui détermine la meilleure solution parmi toutes les solutions possibles.

Loucks et Sigvaldason [23] ont résumé les règles d'opérations de systèmes hydriques avec réservoirs qui ont généralement été adoptées. Par exemple, pour les réservoirs en série, dans le but de réduire les déversements improductifs des réservoirs les plus en aval, la règle est de diminuer d'abord les volumes d'eau de ces réservoirs en aval avant d'utiliser les réserves des réservoirs les plus en amont. Pour les réservoirs en parallèle, l'eau est d'abord soutirée des réservoirs ayant les plus grands bassins de drainage par unité de volume de stockage. D'autres «règles» sont aussi mentionnées par l'auteur.

La technique des courbes est abondamment commentée par Loucks et Sigvaldason [23]. Pour des réservoirs à usages multiples ou pour des réservoirs à usage unique, les politiques d'opération et les courbes qui leur sont associées définissent les niveaux cibles ainsi que les soutirages désirés à n'importe quelle période de l'année. Ces niveaux et ces soutirages sont fonction de l'emmagasinement courant, de la période, de

la demande d'eau ou d'électricité et des apports stochastiques. Les politiques d'opérations peuvent également inclure plusieurs autres composantes (Yeh [40, p. 1810]). Il poursuit en faisant une importante revue de l'utilisation des techniques de simulation pour l'optimisation des réserves d'eau. Il relève notamment que la première utilisation de ces techniques daterait de 1953 et aurait été menée par le corps des ingénieurs de l'armée américaine pour l'opération d'un système à six réservoirs sur la rivière Missouri [40, p. 1810]. Il termine sa revue en citant un article de Sigvaldason [33]. Dans l'expérience ayant donné lieu à cet article, une courbe était sensée représenter l'opération idéale d'un système avec réservoir. Le modèle sous-jacent était la représentation mathématique des règles d'opérations optimales telle que la percevait le chef-opérateur des installations. Pour obtenir une solution, on utilisait un sous-modèle d'optimisation imbriqué. Différents coefficients de pénalité étaient assignés aux variables qui s'éloignaient trop de la solution souhaitée. Ensuite, différentes règles de décision étaient évaluées en faisant varier ces coefficients lors de simulations.

## **Conclusion**

En conclusion, Yeh [40, p.1814 ] énonçait les principales avenues que devraient suivre, selon lui, la recherche ultérieure pour chacune des quatre méthodes de résolution qu'il a revues. Soulignons entre autres que cet auteur suggérait le développement de méthode de décomposition, comme la décomposition de Dantzig-Wolfe, pour le traitement des problèmes de gestion de plusieurs réservoirs.

### **3.1.2 Revue de la littérature de J.Labadie 2004**

La plus récente revue de littérature sur la question de la gestion des réservoirs a été faite par Labadie [19]. Cet auteur adopte une approche sensiblement différente de

l'approche adoptée par Yeh [40]. Il nous livre d'abord, sous forme de considérations générales, les caractéristiques typiques d'un problème d'optimisation d'un système hydrique multi-réservoirs. Par la suite, il effectue une revue des différentes approches de traitements répertoriées.

Je suivrai le cheminement qu'il adopte et je commencerai par reprendre sa formulation typique d'un problème de gestion d'un système hydrique multi-réservoirs.

### **Formulation typique d'un problème d'optimisation d'un système hydrique multi-réservoirs**

#### fonction objectif

Une fonction objectif typique serait

$$\max_R(\text{ou min}) \sum_{t=1}^T \alpha_t f_t(S_t, R_t) + \alpha_{T+1} \varphi_{T+1}(S_{T+1}) \quad (3.1)$$

où

$R_t$  est le vecteur des  $n$  variables de décision que sont les soutirages des  $n$  réservoirs durant la période  $t$

$T$  est la longueur de l'horizon

$\alpha_t$  est un facteur d'actualisation

$S_t$  est le vecteur donnant la quantité d'eau en stock dans chacun des  $n$  réservoirs au début de la période  $t$

$f_t(S_t, R_t)$  est l'objectif à optimiser

$\varphi_{T+1}(S_{T+1})$  est la fonction qui représente le bénéfice (ou les coûts) au delà de l'horizon.

Dans le cas particulier où l'objectif poursuivi est de maximiser la génération d'électricité, la fonction objectif est généralement non convexe, non différentiable et caractérisée par de multiples maximums locaux, Tauxe et al [35].

Une équation typique pourrait être

$$f_t(S_t, R_t) = \sum_{i=1}^n K G_{i,t}(S_{it}, S_{i,t+1}, R_{it}) \bar{h}_{it}(S_{it}, S_{i,t+1}) R_{it} \Delta_{it} \quad (3.2)$$

où

$K$	est une constante de conversion
$G_{i,t}$	est une fonction d'efficacité de la centrale $i$ dépendante de la hauteur de chute et du débit durant la période $t$
$R_{i,t}$ et $S_t$	ont les mêmes significations que précédemment
$\bar{h}_{i,t}(S_{i,t}, S_{i,t+1})$	est la hauteur de chute moyenne à la centrale $i$ durant la période $t$ (dépendante des niveaux au début et à la fin de la période)
$\Delta_{i,t}$	est la durée de temps durant laquelle la centrale $i$ a fonctionné durant la période $t$

### contraintes

Sous forme matricielle, l'espace solution est généralement décrit comme suit

$$S_{t+1} = S_t + C R_t + App_t - l_t(S_t, S_{t+1}) - D_t, \quad \text{pour } t = 1, \dots, T \quad (3.3)$$

où

$C$	est une matrice de connectivité du système hydrique
$c_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{si le réservoir } j \text{ suit le réservoir } i, \\ -1 & \text{sur la diagonale principale} \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$	
$App_t$	désigne les apports durant la période $t$ autres que ceux provenant du réservoir en amont
$l_t$	est le vecteur des pertes durant la période $t$ (que ce soit par évaporation, déversement ou autrement)
$D_t$	est le vecteur des demandes d'esu durant la période $t$

Des bornes sur la quantité d'eau en stock (pour assurer un niveau minimal des plans d'eau tout autant que pour éviter les inondations) ainsi que sur les soutirages et déversements (pour assurer que le débit se situe entre un minimum et un maximum acceptable) peuvent être fixées suivant le modèle suivant.

$$S_{t+1}^{min} \leq S_{t+1} \leq S_{t+1}^{max} \quad t = 1, \dots, T \quad (3.4)$$

$$R_t^{min} \leq R_t \leq R_t^{max} \quad t = 1, \dots, T \quad (3.5)$$

Des contraintes de changements d'état entre deux périodes consécutives peuvent aussi être établies, ou ajoutées à l'objectif sous forme de pénalités. D'autres contraintes peuvent représenter des objectifs alternatifs qui doivent être atteints à un niveau  $\epsilon$

$$\bar{f}(S, R) \geq \epsilon \quad (3.6)$$

comme par exemple des exigences minimales en termes de fourniture d'eau ou de puissance générée. Ce type de modèle est dynamique, fréquemment non linéaire et non convexe et de grande dimension. De plus, les apports non déterministes, l'évaporation (là où la question se soulève), certains paramètres hydrologiques, la demande de puissance et les fluctuations du marché peuvent fréquemment être considérés comme des variables stochastiques. Ce type de modèle présuppose aussi que des relevés permettant de bien déterminer les niveaux et les capacités des plans d'eau sont disponibles. Il est aussi fréquemment nécessaire de disposer de données historiques sur les apports, la production et la demande et sur cette base, de déterminer les lois de probabilités applicables.

### **Revue des approches de solution**

Le regroupement des approches de résolution de Labadie [19, p. 96 et ss ] est différent de celui adopté par Yeh. Labadie [19] considère la classification suivante.

- Optimisation stochastique implicite
  - Modèle de programmation linéaire
  - Méthode de flot dans les réseaux
  - Modèles de programmation non linéaire
  - Modèles de programmation dynamique
- Optimisation stochastique explicite
  - Programmation avec contrainte de probabilité

- Programmation linéaire stochastique
- Modèles de programmation dynamique stochastique
- Contrôle optimal stochastique
- Optimisation multicritères
- Méthode de contrôle en temps réel avec prévisions
- Heuristiques

Je n'ai pas l'intention de m'attarder sur chacune de ces méthodes. Je m'attarderai plutôt sur les méthodes qui ont le plus suscité mon intérêt.

### Optimisation stochastique implicite

Il s'agit de l'expression utilisée par l'auteur pour désigner la simulation Monte-Carlo.

#### ★ Modèle de programmation linéaire

Aux quatre avantages déjà énumérés par Yeh [40], Labadie [19, p. 97] rajoute (5) le corpus théorique important existant sur la dualité et l'analyse de sensibilité et aussi (6) l'existence de solveurs très puissants disponibles sur le marché.

#### ★ Méthode de flot dans les réseaux

Le schéma d'un réseau hydrique suggère qu'il peut être traité par la théorie des graphes et réseaux. Les sommets peuvent représenter des réservoirs, des fourches ou des points de jonctions alors que les arêtes peuvent représenter des flots, des canaux ou autres écoulements (ou perte d'eau). Si les équations 3.1 et ss. sont linéaires, alors on obtient le problème de réseau de coût minimum suivant

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{t=1}^T \sum_{\ell \in A} c_{\ell t} x_{\ell t} \\
 \text{s.c} \quad & \sum_{j \in O_i} x_{jt} - \sum_{k \in I_i} x_{kt} = 0 \quad \text{pour tout } i \in N; \text{ pour tout } t = 1, \dots, T \\
 & l_{\ell t} \leq x_{\ell t} \leq u_{\ell t} \quad \text{pour tout } \ell \in A; \text{ pour tout } t = 1, \dots, T
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

où

- $A$  est l'ensemble des arêtes du graphe
- $N$  est l'ensemble des noeuds
- $O_i$  est l'ensemble des arêtes originant du noeud  $i$
- $I_i$  est l'ensemble des arêtes aboutissant au noeud  $i$
- $x_{\ell t}$  est le flot dans l'arête  $\ell$  durant la période  $t$
- $c_{\ell t}$  est le poids accordé pour une unité de flot passant par l'arête  $\ell$  durant la période  $t$
- $l_{\ell t}$  borne inférieure sur le flot de l'arête  $\ell$  durant la période  $t$
- $u_{\ell t}$  borne supérieure sur le flot de l'arête  $\ell$  durant la période  $t$

Certaines travaux récents, dans le contexte d'apports prédéterminés, font montre de très bonnes performances par l'utilisation de méthodes pour les graphes et réseaux [19, p. 97].

★ Modèles de programmation non linéaire

La revue effectuée par Labadie [19, p. 98] indique que les algorithmes non linéaires les plus performants impliquent tous que les équations 3.1 et ss. soient différentiables. Il se livre ensuite à une revue des différentes études réalisées lorsque des méthodes non linéaires étaient utilisées. Sa revue concerne en particulier les méthodes suivantes ; (i) *Successive Linear Programming (SLP)*, (ii) *Successive Quadratic Programming (SQP)*, (iii) *Augmented Lagrangian* ou *MOM* pour *Method Of Multiplier* et (iv) *Generalized Reduced Gradient Method*. Plusieurs études ont conclu que la méthode *SLP* était la plus efficace. Bazarra et al [4, p. 423] ont cependant démontré qu'il n'y avait aucune garantie de convergence de l'algorithme.

★ Modèles de programmation dynamique

Après la programmation linéaire, il s'agit de la méthode la plus populaire. Cette méthode exploite la structure séquentielle des décisions qui doivent être prises en décomposant le problème original en une série de sous-problèmes qui sont résolus à

chaque pas de temps. La complexité des algorithmes de DP croît donc linéairement en fonction du nombre de périodes. La solution des équations 2.1 à 2.5 impliquent de calculer une fonction  $F_t(S_t)$ , souvent désignée comme étant la fonction *cost-to-go*, représentant le bénéfice optimal de la période  $t$  jusqu'à la fin de l'horizon. Le principe d'optimalité de Bellman établit que peu importe l'état et la période de départ, dans un processus de décision markovien, il existe une politique optimale débutant à cette période de départ qui s'échelonne jusqu'à la période finale.

Pour chaque période, cette méthode établit un nombre fini de niveaux possibles de l'eau en stock et effectue une optimisation conditionnelle sur chacun d'entre eux. L'optimisation étant effectuée exhaustivement sur toutes les combinaisons de niveaux possibles, il s'ensuit, pour les problèmes de grande taille, des difficultés pratiques liées au manque de mémoire ou au temps de calcul de l'ordinateur. En assumant qu'il y a  $m$  discrétisations sur les niveaux de chacun des  $n$  réservoirs, il s'ensuit que l'ordre de complexité de cette méthode, pour le temps de calcul tout autant que pour la mémoire requise, est dans  $O(m^n)$ . Labadie [19, p. 100] rapporte que pour les systèmes hydriques comportant plus de trois réservoirs, la mémoire vive (RAM) des ordinateurs modernes est insuffisante pour résoudre le problème d'optimisation. Labadie [19, p.100] cite ensuite plusieurs travaux dans lesquels on a tenté de contourner ce problème connu sous l'expression *curse of dimensionality*.

### Optimisation stochastique explicite

Pour cette approche, la fonction objectif (3.1) est réécrite

$$\max_{R} \text{ (ou min) } \mathbf{E}_{App} \left[ \sum_{t=1}^T \alpha_t f_t(S_t, R_t, App_t) + \alpha_{T+1} \varphi_{T+1}(S_{T+1}) \right]$$

où  $\mathbf{E}$  est l'opérateur d'espérance mathématique. Dans ce modèle, les apports  $App_t$  sont des variables aléatoires. En conséquence les niveaux d'eau (équation 3.3) deviennent eux-mêmes aléatoires. De plus les contraintes 3.4 et 3.5 doivent s'exprimer

en termes de probabilités.

$$\Pr [S_{i,t+1} \geq S_{i,t+1,min}] \geq (1 - \alpha)$$

$$\Pr [S_{i,t+1} \leq S_{i,t+1,max}] \geq (1 - \beta)$$

$$\text{pour } i = 1, \dots, n; \quad t = 1, \dots, T$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  représentent un niveau de risque acceptable de violation des contraintes sur les bornes des réservoirs.

#### ★ Modèles de programmation stochastique linéaire

Ici on présume qu'on connaît les apports de la première période avec certitude mais pas ceux des périodes suivantes. Le problème, résolu en deux étapes, consiste à minimiser les coûts (ou maximiser les bénéfices) pour la première période et l'espérance des coûts (ou des bénéfices) pour le reste de l'horizon.

Si plusieurs scénarios d'apports futurs sont bâtis, chacun ayant une probabilité déterminée de survenir, alors un problème déterministe équivalent peut être formulé pour chacun des scénarios. Après la mise en application de la décision concernant la seule première période, le problème est reformulé au début de la seconde période et résolu sur le restant de l'horizon.

Le problème soulevé par cette méthode est que le très grand nombre de scénarios possibles crée un problème de très grande taille. On utilise généralement une décomposition de Benders pour le résoudre. Pour une discussion plus approfondie de cette question, l'auteur nous réfère à Loucks [22].

#### ★ Modèles de programmation dynamique stochastique

Cette approche suppose que les apports stochastiques sont non corrélés d'une période à l'autre bien qu'il puisse y avoir une corrélation spatiale. Ces modèles cherchent à résoudre

$$F_t(S_t) = \max_{R_t}(\text{ou min}) \mathbf{E}_{App_t} [\alpha_t f_t(S_t, R_t, App_t) + F_{t+1}(S_{t+1})] \quad (3.8)$$

Une extension au modèle corrélé sur une seule période, connue sous le nom de processus de Markov, requiert la spécification des apports de la période précédente comme variable d'état additionnelle.

$$F_t(S_t, App_{t-1}) = \max_{R_t}(\text{ou min}) \mathbf{E}_{App_t|App_{t-1}} [\alpha_t f_t(S_t, R_t, App_t) + F_{t+1}(S_{t+1}, App_t)] \quad (3.9)$$

Seule la distribution de probabilités est utilisée pour déterminer la politique optimale. Des politiques de contrôle rétroactives (*steady-state feedback control policies*)  $R_t^*(S_t, App_{t-1})$  sont générées pour permettre d'incorporer l'élément d'incertitude dans la prise de décision. Ces politiques sont calculées par la méthode de l'itération de valeur ou par la méthode de l'itération de politique [7]. Plusieurs exemples d'application sont donnés par Labadie [19, p. 102-103].

#### ★ Modèles de contrôle optimal stochastique

C'est dans cette catégorie qu'est classifiée la formulation linéaire-quadratique-gaussienne (LQG) dans laquelle la fonction objectif est quadratique, les contraintes sont linéaires et le bruit est gaussien (les apports dans ce cas-ci). Dans ce modèle, toutes les autres contraintes sont relaxées. Des méthodes particulières de résolution existent. Labadie souligne que les deux principales faiblesses de ce modèle sont de relaxer les contraintes de contrôle et d'être limité à une fonction objectif quadratique. En raison de ces critiques il suggère certaines adaptations formulées par lui-même ainsi que par certains autres auteurs [19, p.104].

### Contrôle en temps réel avec prévisions

Labadie cite plusieurs études concluant qu'il est préférable de formuler les politiques de décisions basées sur des prévisions, même lorsqu'elles s'avèrent erronées, que de les déterminer en réaction aux événements. La méthode dont il est ici question consiste, dans un premier temps, à utiliser des modèles stochastiques implicites ou explicites pour déterminer des courbes types (*guidecurves*) pour un long horizon. Dans une deuxième phase, sur un horizon beaucoup plus court, on utilise différentes politiques pour déterminer les décisions courantes. Plusieurs exemples sont cités [19, p.105].

### Heuristique

Dans cette catégorie Labadie [19, p. 106 ] classe, *inter alia* les algorithmes génétiques, les réseaux neuronaux et les recherches par logique floue (fuzzy). Je n'ai relevé aucun cas de recherche tabou dans les études citées.

En guise de conclusion, tout comme Yeh [40] l'avait fait, Labadie [19, p. 107 ] constate la réticence des gestionnaires à concevoir et appliquer une politique de gestion optimale fondée sur la programmation mathématique. Il énumère ensuite ses recommandations quant aux voies que devrait prendre la recherche.

Examinons maintenant le cas particulier de la rivière St-Maurice.

## **3.2 Modélisation du problème d'optimisation sans contraintes d'entretien du système hydrique de la rivière St-Maurice**

Avant de m'attarder au problème avec les contraintes d'entretien, je considérerai d'abord le problème d'optimisation des stocks d'eau sans considérer les contraintes

d'entretien. Cette phase préalable m'apparaît nécessaire afin de passer en revue tous les paramètres qui doivent être considérés afin de déterminer les règles de gestion optimales d'un système hydrique.

### 3.2.1 Considérations générales

Le problème consiste à déterminer, pour chaque période, les soutirages d'eau de chaque réservoir de façon à satisfaire l'objectif de production maximale d'électricité. La poursuite de cet objectif doit se faire en tenant compte d'apports aléatoires et des contraintes suivantes

- Équilibre des flots entrants et des flots sortant pour chaque centrale au fil de l'eau
- Équilibre sur l'état des réservoirs lors de périodes consécutives, compte-tenu des soutirages et des apports de chaque période
- Capacité de déversement des évacuateurs de crues
- Niveau maximal critique pour chaque réservoir
- Niveaux minimal et maximal pour chaque réservoir
- Capacité de turbinage et d'évacuation des centrales
- Débits minimum et maximum requis à différents points de la rivière
- Déversement minimum

J'ai énuméré uniquement les contraintes formulées dans le cas du système hydrique considéré. Il s'agit là des seuls types de contraintes énoncées par le gestionnaire. D'autres types de contraintes peuvent aisément être envisagées. Par exemple, on pourrait penser à des contraintes de production minimale lors de certaines périodes, des contraintes sur la capacité des lignes de transports ou des contraintes sur la capacité de dérivation de l'eau d'un réservoir vers un autre système hydrique. Cependant, dans le cas d'espèce, ces types de contraintes ne font l'objet d'aucune spécification dans les données du système hydrique.

Un autre point mérite d'être souligné. Il s'agit de la problématique concernant les délais d'écoulement de l'eau qui n'a pas été considérée. Dans les programmes, je présumerai toujours un écoulement instantané, sur toutes les installations situées en aval, de tous les soutirages effectués dans les réservoirs et de tous les apports reçus durant une période. Ce principe de l'écoulement instantané s'appliquera uniquement aux centrales au fil de l'eau. Il s'agit d'une distorsion de la réalité qui sera finalement beaucoup moins importante qu'elle ne le semble en apparence.

En effet, lorsque le pas de temps considéré est assez long, comme c'est le cas dans cette thèse où j'utilise la semaine, les débits moyens des différentes centrales sont beaucoup moins sensibles aux variations occasionnées par le délai d'écoulement des apports intermédiaires que ne pourrait l'être des débits moyens établis sur de beaucoup plus courtes périodes (journée ou heure). D'un autre côté, je souligne que la méthode de résolution que j'utilise tient compte implicitement des pires variations que pourrait entraîner la considération des délais d'écoulement de l'eau entre les différentes installations.

### **3.2.2 Modèle des pénalités pondérées**

Le logiciel OptiHebdo, qui sera présenté dans la suite de ce chapitre, est construit de façon à tenir compte non seulement des contraintes énumérées, mais également de plusieurs autres types de contraintes. Sa conception est basée sur un modèle de pondération du poids des différents objectifs décrit entre autre par Turgeon [39]. Dans cet article, l'auteur considère un système hydrique à un seul réservoir et une seule centrale. Malgré plusieurs différences notables entre la problématique décrite dans cet article et la problématique du système hydrique décrit ci-haut, il demeure que pour l'essentiel la conception du logiciel OptiHebdo, qui servira à déterminer les règles de gestion optimales du système, repose sur les mêmes principes. Examinons

sommairement la problématique décrite dans l'article ainsi que la solution proposée avant de revenir sur les considérations propres à notre problème.

Dans cet article, l'auteur considère un système à un seul réservoir et une seule centrale pour lequel les gestionnaires poursuivent des objectifs parfois conflictuels. Ces objectifs sont les suivants

1. Maximiser la production d'électricité à la seule centrale alimentée par le réservoir
2. Maintenir un niveau et un débit du réservoir suffisamment élevé pour préserver les habitats fauniques et floraux ainsi que pour permettre les activités de plaisance des riverains.
3. Minimiser les risques d'inondation.

Examinons la formulation initiale du problème ainsi que sa formulation transformée.

La notation est la suivante

$S_t$	le contenu du réservoir à la fin du jour $t$ en $hm^3$
$R_t$	le soutirage du réservoir durant le jour $t$ en $hm^3$
$App_t$	les apports au réservoir durant le jour $t$ en $hm^3$
$D_t$	la demande en énergie électrique le jour $t$ en $MWh$
$G_t(S_{t-1}, S_t, R_t)$	la fonction de production de la centrale le jour $t$ en $MWh$
$\Phi(S_{365})$	la valeur de l'eau en stock à la fin de l'horizon

La formulation initiale de ce problème s'établit comme suit

$$\text{Maximiser } \sum_{t=1}^{365} G_t(S_{t-1}, S_t, R_t) + \Phi(S_{365}) \quad (3.10)$$

$$\text{s.c. } S_t = S_{t-1} + App_t - R_t \quad \forall t \quad (3.11)$$

$$R_t^{min} < R_t < R_t^{max} \quad \forall t \quad (3.12)$$

$$S_t^{min} < S_t < S_t^{max} \quad \forall t \quad (3.13)$$

$$G_t(S_{t-1}, S_t, R_t) \geq D_t \quad \forall t \quad (3.14)$$

L'auteur souligne qu'à certaines périodes (dans son article, le pas de temps est la journée), des apports suffisamment élevés peuvent faire en sorte qu'il soit impossible

de respecter les bornes supérieures de (3.12) et (3.13). D'autres part, lorsque les apports sont très faibles, ce sont les bornes inférieures de ces mêmes contraintes qu'il peut être impossible de rencontrer. Dans les cas où aucune solution réalisable n'est possible, il devient alors nécessaire de modifier les bornes. Le problème consiste alors à déterminer l'ampleur de la modification. Ce problème peut être reformulé de façon à ce que toutes les solutions soient réalisables. En introduisant aussi la stochasticité des apports, cette modification produit le problème suivant

$$\text{Maximiser } \mathbf{E}_{App} \left\{ \sum_{t=1}^{365} G_t(S_{t-1}, S_t, R_t) - L_t(S_t, R_t) + \Phi(S_{365}) \right\} \quad (3.15)$$

$$\text{s.c.} \quad S_t = S_{t-1} + App_t - R_t \quad \forall t \quad (3.16)$$

$$R_t > 0 \quad \forall t \quad (3.17)$$

$$S_t > 0 \quad \forall t \quad (3.18)$$

$$t = 1, 2, \dots, 365 \quad (3.19)$$

où  $\mathbf{E}$  est l'opérateur d'espérance mathématique et

$$L_t(S_t, R_t) = \alpha_1 [\max(0, S_t^{\min} - S_t)]^2 + \alpha_2 [\max(0, S_t - S^{\max})]^2 \\ \alpha_3 [\max(0, R_t^{\min} - R_t)]^2 + \alpha_4 [\max(0, R_t - R^{\max})]^2 \\ \alpha_5 [\max(0, D_t - G_t(S_{t-1}, S_t, R_t))]^2 \quad (3.20)$$

La fonction de pénalité  $L_t(S_t, R_t)$  vaut zéro lorsque les contraintes (3.12-3.14) sont respectées. Lorsqu'elles ne le sont pas, le coût de la pénalité est égal à la somme du carré des violations. On peut aussi choisir de prendre des pénalités d'ordre linéaire. La valeur des paramètres  $\alpha_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 5$ , doit être ajustée afin de refléter l'importance des objectifs poursuivis. Pour y parvenir l'auteur utilise les données de l'historique des apports pour simuler l'opération du système sur une période de  $N$  années.

Le résultat de cette simulation peut être utilisé pour déterminer les probabilités d'inondation, le nombre de jours durant lesquels le réservoir a été utilisé avec un niveau inférieur au minimum requis ou supérieur au niveau maximum permis, le

nombre de jours où le débit était inférieur au minimum requis ou supérieur au maximum permis ainsi que la production d'électricité durant cette période. Les résultats de la simulation peuvent permettre de mesurer l'adéquation des pénalités calculées pour chaque violation et d'apporter des correctifs au besoin.

### 3.2.3 Adaptation du modèle des pénalités pondérées

Soulignons tout d'abord que malgré des différences notables entre le contexte du problème décrit dans l'article de Turgeon [39] et le contexte d'un système hydrique multi-réservoirs et multi-centrales sous-jacent au programme OptiHebdo, il demeure que dans sa conception, la formulation de la fonction objectif et des contraintes du programme OptiHebdo a une forme semblable à celle décrite ci-haut. La première différence tient dans le fait que l'objectif du programme OptiHebdo est de minimiser les coûts plutôt que de maximiser la production.

Étant donné que OptiHebdo soustrait la production dans son évaluation des coûts, il s'agit donc d'un objectif équivalent. Une autre différence tient au fait que les pénalités prévues dans OptiHebdo sont beaucoup plus nombreuses que celles considérées dans l'article. D'abord on doit tenir compte qu'OptiHebdo prévoit des pénalités qui sont propres aux réservoirs et d'autres qui sont propres aux centrales. Une autre différence notable réside dans le nombre d'installations considérées. Alors que [39] traite d'un système hydrique comportant un réservoir et une centrale, OptiHebdo traite un système hydrique comportant deux réservoirs et sept centrales. D'autre part, puisque qu'après les modifications apportées, toutes les centrales sont des centrales au fil de l'eau, la fonction de production peut être considérée comme dépendant uniquement d'une variable, le débit  $Q_t$ .

Finalement, soulignons aussi qu'OptiHebdo ne tient pas compte de la pénalité pour l'insuffisance de la production.

Pour modéliser mathématiquement le problème, sans l'alourdir indûment, j'aurai recours à une notation matricielle. Ainsi, dans la notation suivante, toutes les variables et toutes les bornes concernant les réservoirs sont des vecteurs de dimension 2 alors que les variables et les bornes se rapportant aux centrales sont des vecteurs de dimension 7. Le pas de temps est la semaine plutôt que la journée. Ajoutons aussi que les fonctions de pénalités sont les mêmes pour toutes périodes  $t = 1, 2, \dots, 52$ . La notation utilisée sera définie comme suit.

$S_t$	contenus des réservoirs à la fin de la semaine $t$
$R_t$	débites des réservoirs durant de la semaine $t$
$Q_t$	débites des centrales durant la semaine $t$
$T_t^{max}$	turbines maximaux possibles aux centrales durant la semaine $t$
$S_t^{critique}$	contenus maximaux critiques des réservoirs
$S_t^{min}$	contenus minimaux des réservoirs à la fin de la semaine $t$
$S_t^{max}$	contenus maximaux des réservoirs à la fin de la semaine $t$
$R_t^{deriv}$	débites devant être destinés à la dérivation durant la période $t$
$R_t^{min\_hors}$	débites minimaux hors-système des réservoirs durant la semaine $t$
$R_t^{min}$	débites minimaux des réservoirs durant la semaine $t$
$R_t^{max}$	débites maximaux des réservoirs durant la semaine $t$
$R_t^{critique}$	débites maximaux critiques des réservoirs durant la semaine $t$
$Q_t^{min}$	débites minimaux des centrales durant la semaine $t$
$Q_t^{max}$	débites maximaux des centrales durant la semaine $t$
$L_t(S_t, R_t)$	fonction de pénalité dépendante du contenu des réservoirs à la fin de la semaine $t$ ainsi que du débit des réservoirs durant la semaine $t$
$P_t(Q_t)$	fonction de pénalité dépendante du débit des centrales durant la semaine $t$

(3.21)

Avec cette notation, la fonction objectif s'établit comme suit

$$\text{Minimiser } \mathbf{E}_{App} \left\{ \sum_{t=1}^{52} -G_t(Q_t) + L_t(S_t, R_t) + P_t(Q_t) - \Phi(S_{52}) \right\}$$

Les fonctions de pénalités  $L_t$  et  $P_t$  s'établissent comme suit pour chaque période  $t$ .

$$\begin{aligned}
L_t(S_t, R_t) = & 1 * \text{pen\_niv\_min} [e * \max(0, S_t^{\min} - S_t)] \\
& + 1 * \text{pen\_niv\_max} [e * \max(0, S_t - S^{\max})] \\
& + 1 * \text{pen\_niv\_crit} [e * \max(0, S_t - S^{\text{critique}})] \\
& + 1 * \text{pen\_deb\_hors} [e * \max(0, R_t^{\min\_hors} - R_t)]^2 \\
& + 2 * \text{pen\_devers} [e * \max(0, R_t^{\text{deriv}} - R_t)] \\
& + 1 * \text{pen\_deb\_min} [e * \max(0, R_t^{\min} - R_t)]^2 \\
& + 1 * \text{pen\_deb\_max} [e * \max(0, R_t - R^{\max})] \\
& + 5 * \text{pen\_deb\_max} [e * \max(0, R_t - R^{\text{critique}})]
\end{aligned} \tag{3.22}$$

et

$$\begin{aligned}
P_t(Q_t) = & 1 * \text{pen\_deb\_min} [e * \max(0, Q_t^{\min} - Q_t)]^2 \\
= & 1 * \text{pen\_deb\_max} [e * \max(0, Q_t - Q_t^{\max})] \\
& + 5 * \text{pen\_deb\_max} [e * \max(0, Q_t - Q^{\text{critique}})] \\
& + 1 * \text{pen\_devers} [e * \max(0, Q_t - T_t^{\max})]
\end{aligned} \tag{3.23}$$

où

- la fonction  $\max$  est appliquée élément par élément et
- le vecteur ligne  $e = (1, 1, \dots, 1)$  est de dimension compatible.

et

- $\text{pen\_niv\_min} = 100$
- $\text{pen\_niv\_max} = 100$
- $\text{pen\_niv\_crit} = 200$
- $\text{pen\_deb\_hors} = 0$
- $\text{pen\_devers} = 0$
- $\text{pen\_deb\_min} = 100$
- $\text{pen\_deb\_max} = 100$

La valeur d'une pénalité pour la violation d'une borne est choisie par le gestionnaire. Elle est transmise au programme lors de la lecture du fichier d'entrée (cf prochaine sous-section).

Tel que cela sera davantage explicité dans la suite de ce chapitre, ce problème peut être solutionné par la programmation dynamique stochastique (SDP). Cela consiste à solutionner, à rebours, l'équation suivante

$$J_t(S_{t-1}) = \min_{R_t} \mathbf{E}_{App} \left\{ \left[ -G_t(Q_t) + L_t(S_t, R_t) + P_t(Q_t) - \Phi(S_{52}) \right] \right\} \quad (3.24)$$

Pour la fonction  $\Phi(S_{52})$ , elle s'établit par la procédure suivante décrite par Turgeon dans [39].

1. Posez  $\Phi() = 0$  et résolvez 3.24 à rebours pour une période d'une année.
2. Ensuite posez  $\Phi() = J_1()$  et résoudre de nouveau à rebours pour une période d'une année.
3. Répéter la procédure jusqu'à ce que la valeur de  $\Phi(S_{52})$  ne change pas au cours de deux itérations annuelles consécutives ou lorsque le nombre maximal d'itérations autorisé a été atteint.

La fonction  $G$  est la fonction qui détermine la production d'électricité. Je reviendrai sur ces fonctions dans la section suivante.

### Contraintes considérées

Une fois que les contraintes de niveau, de débit, de déversement et de turbinage ont été intégrées à la fonction objectif sous forme de pénalités, il ne reste plus que les contraintes d'équilibre sur l'état des réservoirs lors de deux périodes consécutives ainsi que les contraintes de non négativité sur les variables. Les contraintes sont les mêmes pour toutes les périodes. J'introduirai aussi le vecteur  $App_t$  qui établit les apports aléatoires des réservoirs et des centrales. Pour que les dimensions des vecteurs soient compatibles j'utiliserai la notation  $App_t^S$  pour désigner un vecteur de dimension 2 donnant les apports aux seuls réservoirs. Finalement, j'ajouterai également des

contraintes établissant la dynamique des débits aux différentes centrales.

$$\begin{aligned}
S_t &= S_{t-1} + App_t^S - R_t \\
S_t &> 0 \\
R_t^i &> 0 \\
Q_{tj} &= \begin{cases} R_{t,0} + App_{t,j} & \text{si } j = 1. \\ R_{t,8} + Q_{t,j-1} + App_{t,j} & \text{si } j = 5. \\ Q_{t,j-1} + App_{t,j} & \text{si } j = 2, 3, 4, 6, 7. \end{cases} \\
Q_t &> 0
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Notons que la contrainte  $S_t = S_{t-1} + App_t^S - R_t$  résulte du fait que les deux barrages sont en parallèle et qu'ils sont tous les deux à la tête des eaux. Cela fait en sorte qu'aucun des deux ne reçoit les débits de l'autre non plus que des centrales. Les contraintes  $Q_{tj}$  ont été introduites pour représenter la dynamique des débits.

Cela nous donne le modèle suivant pour le problème sans contrainte d'entretien

$$\begin{aligned}
\text{Minimiser} \quad & \mathbf{E}_{App} \left\{ \sum_{t=1}^{52} -G_t(Q_t) + L_t(S_t, R_t) + P_t(Q_t) - \Phi(S_{52}) \right\} \\
\text{s.c.} \quad & S_t = S_{t-1} + App_t^S - R_t & \forall t \\
& S_t > 0 & \forall t \\
& R_t > 0 & \forall t \\
& Q_{tj} = \begin{cases} R_{t,0} + App_{t,j} & \text{si } j = 1. \\ R_{t,8} + Q_{t,j-1} + App_{t,j} & \text{si } j = 5. \\ Q_{t,j-1} + App_{t,j} & \text{si } j = 2, 3, 4, 6, 7. \end{cases} & \forall t \\
& Q_t > 0 & \forall t \\
& t = 1, 2, \dots, 52
\end{aligned} \tag{3.26}$$

### 3.3 Un programme de gestion des ressources hydriques

Nous avons vu précédemment quel est le modèle mathématique choisi pour résoudre le problème d'optimisation des réserves d'eau. J'examine maintenant l'implémentation réalisée pour le résoudre.

### 3.3.1 Choix d'une méthode d'optimisation

Tel qu'exposé dans la revue de la littérature, il existe un éventail de méthodes pour optimiser des stocks d'eau. Plutôt que de bâtir mon propre outil à partir de zéro, j'ai eu le privilège d'avoir accès à plusieurs logiciels déjà existants qui effectuent ce travail. Mon directeur de thèse, M. André Turgeon et son adjoint, M. Stéphane Krau, ont mis à ma disposition plusieurs programmes de gestion des stocks d'eau qu'ils ont eux-mêmes élaborés. Dans la plupart des cas, les programmes que j'ai eu l'opportunité de consulter tenaient compte d'un facteur de corrélation des apports dans le temps. Ce paramètre est certainement très important en pratique mais n'est pas essentiel dans le cadre de cette étude d'autant plus que le pas de temps choisi ici est la semaine plutôt que la journée. L'absence de ce facteur de corrélation diminue beaucoup la complexité des algorithmes. De plus, compte-tenu de la méthode de résolution choisie, la considération d'un facteur de corrélation temporelle ou spatiale n'aurait eu aucun impact sur la solution. Cette affirmation sera davantage justifiée dans le chapitre cinq.

L'outil qui en est résulté, nommé OptiHebdo, détermine les soutirages optimaux devant être effectués durant chacune des cinquante deux périodes de temps de l'horizon. Cette règle de décision est indexée par la période, l'apport ainsi que par les états, au début de la période, des deux réservoirs du système. Ce logiciel, dans deux de ses phases les plus importantes, repose sur la programmation dynamique. Plusieurs autres étapes reposent sur des fondements mathématiques relativement complexes. Dans le reste de ce chapitre je vais examiner les principaux aspects mathématiques et algorithmiques de ce logiciel.

### 3.3.2 Un programme de gestion : OptiHebdo

La meilleure façon d'expliquer le fonctionnement du logiciel est d'en donner le pseudo-code de haut niveau (algorithme 3.1). Par la suite je commenterai chacune de ses principales composantes.

---

#### Algorithme 3.1 OptiHebdo

---

- 1: **Début**
  - 2: Valider l'existence et ouvrir les fichiers d'instructions et de données sur les apports et les installations.
  - 3: Lire le fichier d'instructions.
  - 4: Calculer le vecteur *prapp*.
  - 5: Lire le fichier de données sur les installations.
  - 6: Lire le fichier de données sur les apports et traiter ces données.
  - 7: Déterminer le rendement optimal des groupes.
  - 8: Optimiser les soutirages.
  - 9: Stocker les règles de gestion optimales en fichier.
  - 10: **Fin**
- 

#### Validation (2)

Il s'agit essentiellement d'une phase de validation de l'existence des fichiers de données nécessaires au restant du programme.

#### Lecture du fichier d'instructions (3)

Au début le logiciel lit le fichier d'instructions qui contient une série de spécifications du gestionnaire sur le traitement qui doit être effectué. On y indique la date de mise-à-jour des données, des spécifications sur les scénarios de simulations, le nombre d'années de rodage que le logiciel doit effectuer ainsi que le coût de la pénalité rattachée à un déversement. Pour ce fichier comme pour les suivants, il est évidemment

nécessaire qu'il y ait une concordance parfaite entre l'ordre d'entrée des informations dans le fichier et l'ordre de lecture programmé dans le logiciel.

#### Calculer le vecteur $prapp$ (4)

Le vecteur  $prapp$  dont il est question ici, donnera les probabilités associées à onze zones disjointes de la courbes normale standard symétriquement distribuées autour de 0. Les probabilité déterminées par cette discrétisation de la courbe normale standard serviront ultérieurement aux calculs de la valeur de la fonction objectif du sous-programme d'optimisation. Dans ce dernier sous-programme, onze apports discrets possibles seront considérés pour chaque période de temps et à chacun de ces apports discrets, la probabilité correspondante sera associée.

La détermination des valeurs réelles des apports, pour chaque période et pour chaque site, ainsi que leur transformation en apports normalisés seront abordées plus loin. Pour l'instant, il s'agit uniquement de calculer les probabilités associées à onze zones de la courbe normale standard.

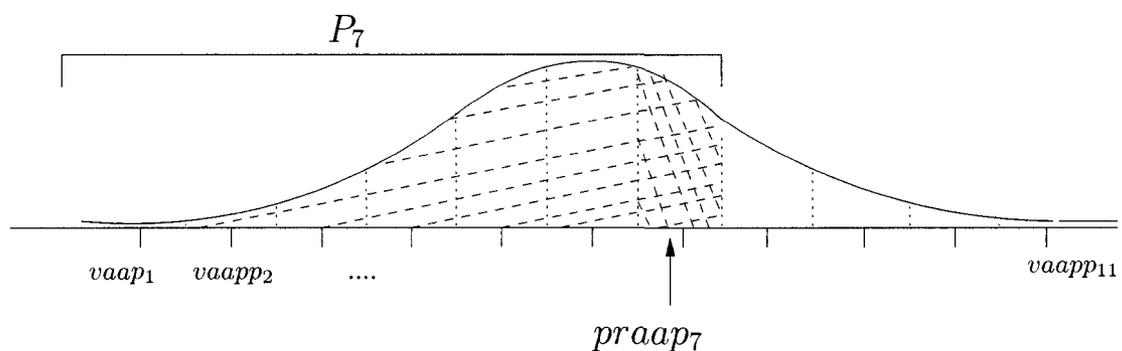


Figure 3.1 – Valeur associée à  $praap_k$

Le vecteur  $vaapp$  est une constante du programme qui contient  $N0\_APP$  valeurs distinctes, symétriquement distribuées autour de 0 d'une variable aléatoire de loi

Normale (0, 1). Une fonction nommée *probabilité* ( ) calcule la probabilité

$$P_k = P\left(X < (vaapp_k + vaapp_{k+1}) * \frac{1}{2}\right), \quad 1 \leq k \leq NO\_APP - 1$$

et

$$prapp_k = P_k - P_{k-1}, \quad 2 \leq k \leq NO\_APP,$$

avec le cas de base  $prapp_1 = P_1 - 0$  et le cas final  $prapp_{11} = 1 - P_{10}$ .

Dans le logiciel ,  $NO\_APP = 11$  et

$$vaapp = \{-2.27, -1.82, -1.36, -0.91, -0.45, 0.0, 0.45, 0.91, 1.36, 1.82, 2.27\}$$

Bref, le vecteur *prapp* donne les probabilités associées à 11 zones disjointes de la courbe normale standard symétriquement distribuées autour de 0 tel qu'illustré par la figure 2.1.

### **Lecture du fichier sur les installations (5)**

Le sous-programme de lecture des installations initialise toute une série de structures de données concernant les installations de la rivière étudiée en lisant le fichier concernant les installations. Lors de cette phase, les structures de données suivantes seront initialisées avec les informations contenues dans les fichiers.

- **Les installations en général**

Le nom de chaque site, le nom du site en aval, le nombre de stations de lecture d'apports associées à chaque site ainsi que le nom de ces stations, le coefficient de bassin du site, la capacité des déversoirs et la capacité de dérivation du site sont les principales informations colligées pour chaque installations de la rivière, qu'il s'agisse de réservoirs ou de centrales.

- **Les réservoirs**

Pour les réservoirs, les principales informations spécifiques qui sont colligées sont le domaine d'exploitation, le niveau maximal critique, la capacité de la réserve utile, les courbes d'emménagement, les courbes d'évacuation, les niveaux maximum et minimum d'exploitation ainsi que le niveau initial du réservoir.

- **Les centrales**

Les principales informations spécifiques aux centrales qui seront colligées lors de cette lecture sont les niveaux des biefs amont et aval, la perte de charge dans les conduites, la hauteur de référence et la hauteur moyenne, le nombre de courbes-types et les courbes de débits.

### **Lecture du fichier des apports (6)**

La fonction de lecture d'apports fait plus qu'uniquement lire les séries mères. En fait, les apports de l'historique serviront de point de départ aux apports aléatoires qui seront considérés dans l'optimisation. Pour y parvenir, un traitement en quelques étapes doit être effectué.

Une première étape consiste à déterminer la loi de probabilité applicable aux apports de chaque période. Pour cela, on utilisera une méthode paramétrique qui consiste à déterminer une loi de distribution des variables aléatoires. Une fois la loi trouvée on enregistre ensuite les paramètres de cette distribution. La loi de distribution des apports d'une période donnée sera choisie parmi l'une des lois suivantes

1. Loi Normale  $(\mu, \sigma^2)$
2. Loi LogNormale à deux paramètres  $(\mu, \sigma^2)$
3. Loi LogNormale à trois paramètres  $(\mu, \sigma^2, \lambda)$
4. Loi Gamma  $(\alpha, \theta)$

Le choix de ces lois se justifie par l'usage du milieu hydrologique. Ce sont généralement ces lois qui sont utilisées pour modéliser les données étudiées ici. Pour la loi Gamma, elle est depuis longtemps utilisée pour modéliser plusieurs phénomènes naturels incluant les écoulements que ce soit sur une base quotidienne, mensuelle ou annuelle [22], [24, p.19, chap 18]. Pour les lois Normale, LogNormale à deux paramètres et LogNormale à trois paramètres, Loucks [22, p. 114] nous dit qu'elles «are certainly the most widely used distributions in science and engineering». Cela est particulièrement vrai dans la science hydrologique. La détermination de la loi de distribution des apports, le calcul de leurs statistiques et leur transformation en une loi Normale ( $\mu, \sigma^2$ ) est un processus assez complexe. Examinons comment cela procède.

Pour chaque période  $t$ , deux variables, respectivement  $amin$  et  $amax$ , sont initialisées aux valeurs des apports minimum et maximum des séries mères. On construit aussi le vecteur  $app$  qui contient toutes les données de la série mère pour la période  $t$ .

Une fois ces étapes préliminaires effectuées, la fonction *distribution\_probabilité()* est appelée. Cette fonction vise à déterminer la loi de distribution du vecteur  $app$  et à calculer ses statistiques. Mentionnons que le vecteur  $app$  contient les cinquante-cinq données d'apports relatives à un site pour une période donnée. Pour chacun des neuf sites de lecture d'apport, il y a donc cinquante-deux vecteurs  $app$ , chacun d'entre eux étant de dimension 55. Le traitement de ces vecteurs d'apports est le même pour tous les sites et pour toutes les périodes.

Cette fonction, procède comme suit. A l'appel, un premier vecteur  $p$ , de la dimension de la série mère ( $NO\_SÉRIE = 55$ ), est construit. Ce vecteur contiendra l'espérance mathématique de la  $k^{ième}$  plus grande donnée lorsqu'on suppose que les données proviennent d'une distribution gaussienne. Cette espérance mathématique est obtenue avec la formule de Blom

$$p[k] = \frac{k - \frac{3}{8}}{NO\_SÉRIE + \frac{1}{4}} - 0.5 \quad k = 1, 2, \dots, NO\_SÉRIE$$

Cette formule est réputée n'avoir pratiquement aucun biais pour la distribution Normale [24]. Pour le construire on appelle la fonction *plotting positions()* qui calcule  $p[k]$  pour chaque donnée de la série mère. Une fois  $p[k]$  déterminé, on pose

$$q[k] = |p[k]| \quad k = 1, 2, \dots, NO\_SÉRIE$$

On parcourt ensuite un tableau *pr\_cumul[]* de 350 valeurs discrètes situées entre 0 et 0.5 pour déterminer l'intervalle  $[n, n + 1]$  à l'intérieur duquel se situe  $q[k]$ ,  $1 \leq n \leq 349$ ,  $k = 1, \dots, NO\_SÉRIE$ . Ce tableau de valeurs discrètes représente une suite d'intervalles  $[pr\_cumul[n], pr\_cumul[n + 1]]$ . La soustraction du terme  $\frac{1}{2}$  dans la formule de Blom (au lieu de 1 habituellement) fait en sorte que cette discrétisation ne couvre que l'intervalle  $[0, \frac{1}{2}]$  au lieu de l'intervalle  $[0, 1]$ . Ensuite, pour chaque élément  $q[k]$ , on détermine une valeur  $v[k]$ . Cette assignation de la valeur de  $v[k]$  se fait en identifiant l'intervalle  $[pr\_cumul[n], pr\_cumul[n + 1]]$  dans lequel se situe  $q[k]$ . Les calculs suivants sont effectués pour déterminer la valeur de l'interpolation qui sera assignée à  $v[k]$ .

$$\begin{aligned} cc &= \frac{pr\_cumul[n+1]-q[k]}{pr\_cumul[n+1]-pr\_cumul[n]} && \text{et} \\ v[k] &= 0.01 (cc (n - 1) + (1 - cc) n) \end{aligned}$$

Par construction, la valeur de  $v[k]$ , qui est positive, se situera entre 0 et 3.5 écarts-types de 0. Afin de bâtir un vecteur de valeurs symétriquement distribuées autour de 0, dans un premier temps, nous construirons le vecteur  $V_e$  tel que

**pour** k allant de 0 à *NO\_SÉRIE* **effectuer**

**si**  $p[k] < 0$  **alors**

$$V_e[k] = -v[k]$$

**sinon**

$$V_e[k] = v[k]$$

On calcule ensuite la moyenne  $V_{emoy} = \sum_{k=1}^{NO\_SÉRIE} V_e[k] \frac{1}{NO\_SÉRIE}$  et on obtient le vecteur désiré  $V_e$  en soustrayant cette moyenne à chaque élément, c'est-à-dire

$$V_e[k] = V_e[k] - V_{emoy}$$

Une fois déterminé le vecteur  $V_e$  de l'espérance mathématique de la  $k^{\text{ième}}$  plus grande donnée, on détermine les statistiques de  $app$ . Si l'asymétrie associée au troisième moment de  $app$  est négative on considérera que  $app$  est symétriquement distribué et suit une loi Normale  $(\mu, \sigma^2)$ .

Si cette assymétrie de  $app$  est positive, alors on commence un processus itératif de calcul des coefficients de Filliben et de transformation du vecteur original. Le test de Filliben utilise une corrélation  $rf$  entre les observations ordonnées et la valeur obtenue par l'application de la formule de Blom. Des valeurs de  $rf$  près de 1 suggèrent que l'observation peut vraisemblablement découler de la loi de distribution présumée [24]. Essentiellement,  $rf$  mesure la linéarité du graphe de probabilité (*plotting position*) étant donné la supposition que les données proviennent de la loi Normale.

On commence par transformer le vecteur  $app$  en un vecteur  $y_0$  en ordonnant les valeurs de  $app$  par ordre croissant et en soustrayant la moyenne à chaque entrée. Par la suite, on calcule le coefficient de Filliben,  $rf_0$  associé au vecteur  $y_0$ .

$$rf_0 = \frac{\sum_{i=1}^{NO\_SÉRIE} y_0[i] V_e[i]}{(a b)^{\frac{1}{2}}}$$

où

$$a = \sum_{i=1}^{NO\_SÉRIE} (y_0[i])^2$$

et

$$b = \sum_{i=1}^{NO\_SÉRIE} (V_e[i])^2$$

Une fois ce premier test effectué, on transforme le vecteur  $app$  en un vecteur  $y'_1$  suivant la transformation suivante.

$$y'_1[k] = \log app[k] \quad k = 1, \dots, \text{No\_Série}$$

et

$$y_1 = y'_1 \text{ ordonné en ordre croissant}$$

Formellement  $X$  sera de loi LogNormale de paramètres  $(\mu, \sigma^2)$ , si  $Y = \log(X)$  est distribué selon la loi Normale  $(\mu, \sigma^2)$ . Les paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$  de  $Y$  sont déterminés par

$$\mu = \frac{1}{\text{NO\_SÉRIE}} \sum_{i=1}^{\text{NO\_SÉRIE}} \log(\text{app}[i])$$

et

$$\sigma^2 = \frac{1}{\text{NO\_SÉRIE}} \sum_{i=1}^{\text{NO\_SÉRIE}} [\log(\text{app}[i]) - \mu]^2$$

Donc la transformation permet hypothétiquement d'obtenir un vecteur de loi Normale si le vecteur original est de loi LogNormale. Si la variance n'est pas négligeable (moins de 0.0001), le test de Filliben est appliqué au vecteur  $y_1$  et le coefficient  $rf_1$  sera associé à  $y_1$ . Dans le cas où la variance est nulle,  $rf_1 = 0$

Après ce calcul, une nouvelle transformation est appliquée. Cette fois, la présomption est que les apports sont distribués suivant une loi LogNormale à trois paramètres (ou loi LogNormale décalée), le troisième paramètre étant le décalage. Formellement,  $X$  sera de loi LogNormale à trois paramètres  $(\mu, \sigma^2, \lambda)$  si  $Y = \log(X - \lambda)$  est de loi Normale  $(\mu, \sigma^2)$ ,  $\lambda$  représentant le paramètre de décalage. En utilisant la lettre  $\xi$  pour désigner l'asymétrie (aussi nommée skew) du vecteur initial  $\text{app}$ , alors le paramètre de décalage  $\lambda$  s'obtient par le calcul de l'estimateur suivant

$$\begin{aligned} a &= \xi^2 \\ b &= 1 + 0.5 a \\ c &= (a + 0.25 a^2)^{\frac{1}{2}} \\ d &= (b + c)^{\frac{1}{3}} + (b - c)^{\frac{1}{3}} - 1 \\ \lambda &\cong \frac{\text{app}_\mu - \text{app}_\sigma}{(d-1)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

Dans cette dernière expression,  $\text{app}_\mu$  et  $\text{app}_\sigma$  désignent respectivement la moyenne et l'écart-type des données du vecteur  $\text{app}$ . Notons que d'autres estimateurs permettent

d'estimer la valeur de  $\lambda$ . Loucks [22] et Maidment [24] recommandent tous les deux d'utiliser l'estimateur

$$\lambda \cong \frac{amin * amax - \tilde{x}_{0.50}^2}{amin + amax - 2 \tilde{x}_{0.50}^2},$$

où  $\tilde{x}_{0.50}$  est la valeur médiane de l'échantillon.

Sous l'hypothèse que le vecteur d'apports est de loi LogNormale décalée, on applique la transformation suivante au vecteur  $app$  pour de nouveau obtenir un vecteur de distribution présumée de loi Normale  $(\mu, \sigma^2)$ .

$$y'_2[k] = \log(app[k] - \lambda)$$

$$y_2 = y'_2 \text{ classé en ordre croissant}$$

Les paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$  de  $Y$  sont déterminés par

$$\mu = \frac{1}{NO\_SÉRIE} \sum_{i=1}^{NO\_SÉRIE} \log(app[i] - \lambda)$$

et

$$\sigma^2 = \frac{1}{NO\_SÉRIE} \sum_{i=1}^{NO\_SÉRIE} [\log(app[i] - \lambda) - \mu]^2$$

Encore une fois, si la variance n'est pas négligeable, le test de Filliben est appliqué au vecteur  $y_2$  et le coefficient  $rf_2$  sera associé à  $y_2$ . Si la variance est négligeable,  $rf_2 = 0$

La dernière transformation vise à transformer un vecteur hypothétiquement de loi Gamma en un vecteur de loi Normale. Cette transformation s'effectuera en suivant la transformation de Wilson-Hilferty donnée dans l'algorithme 3.2 [22, p.116].

Le coefficient de Filliben de  $y_3$  sera non nul uniquement si  $amin \geq app_\mu - 2.0 * \frac{app_\sigma}{\xi}$  et que sa variance n'est pas négligeable. Dans les autres cas  $rf_3 = 0$ . Finalement, le coefficient  $rf_3$  sera associé à  $y_3$ .

La détermination de la loi de distribution applicable à chaque période  $t$  se fera en comparant les coefficients  $rf_0$ ,  $rf_1$ ,  $rf_2$ , et  $rf_3$ . Si  $rf_0$  est le plus grand coefficient, la loi de distribution associée à cette période sera la loi Normale. Dans le cas où un autre coefficient est le plus élevé, la loi correspondante suivante sera associée au coefficient  $rf_i$ ,  $i = 1, \dots, 3$  ayant la valeur la plus élevée : la loi LogNormale à deux paramètres à  $rf_1$ , la loi LogNormale à trois paramètres à  $rf_2$  et la loi Gamma à  $rf_3$ .

Ainsi, à la fin de la lecture des données sur les apports, la loi de distribution des apports et les paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$ , ainsi que les paramètres  $\lambda$ ,  $\alpha$  et  $\theta$  le cas échéant, de chacun des sites pour chacune des périodes sont déterminés. De plus par des transformations ces données ont toutes été ramenées à des données sous des lois Normales ( $\mu, \sigma^2$ ). Tous les paramètres et les statistiques de ces variables aléatoires sont conservés dans une structure de données.

---

**Algorithme 3.2** Transformation d'une variable de loi Gamma en loi Normale

---

```

1: Début
2: si  $amin > app_u - 2.0 \frac{app_\sigma}{\xi}$  alors
3:    $a = 0.5 \frac{\xi}{app_\sigma}$ 
4:    $b = 1.0 - a * app_\mu$ 
5:    $c = \frac{\xi^2}{36^2}$ 
6:   pour chaque période de temps  $k$  effectuer
7:      $d = b + a app[k]$ 
8:     si  $d < 0.0$  alors
9:        $d = 0$ 
10:     $y'_3[k] = 6 \frac{d^{\frac{1}{3}} + c - 1}{\xi}$ 
11:     $y_3 = y'_3$  classé en ordre croissant
12:    Trouver la variance de  $y_3$ 
13:    si la variance de  $y_3$  n'est pas négligeable alors
14:      Calculer le coefficient de Filliben  $rf_3$ 
15:    sinon
16:       $rf_3 = 0$ 
17:    sinon
18:       $rf_3 = 0$ 
19: Fin

```

---

Il est connu qu'il est possible de transformer une variable  $X$  de loi Normale  $(\mu, \sigma^2)$  en une variable  $Z$  de loi Normale  $(0, 1)$  par la transformation

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1).$$

Lors de la phase d'optimisation, nous utiliserons *NO\_APP* valeurs discrètes d'une variable  $Z$  de loi Normale  $(0, 1)$  pour déterminer les variables aléatoires de loi Normale  $(\mu, \sigma^2)$ . Pour y parvenir, nous utiliserons la transformation inverse

$$X = Z \sigma + \mu$$

Une fois cela effectué, le calcul des apports aléatoires sera effectué en tenant compte des diverses lois de distribution particulières de chaque période et des paramètres propres à chaque distribution. Nous examinerons davantage cette question de la détermination des apports aléatoires dans la sous-section concernant l'optimisation. Examinons maintenant le rendement optimal des groupes.

### **Déterminer le rendement optimal des groupes (7)**

Nous avons vu précédemment que le but recherché est de faire fonctionner les turbines avec le rendement optimal si possible. Les débits seront discrétisés. Pour les centrales ayant une capacité de turbinage inférieure à  $1000 \text{ m}^3/\text{sec}$  la discrétisation couvrira chaque valeur entière. Pour les centrales ayant une capacité supérieure à  $1000 \text{ m}^3/\text{sec}$  la discrétisation sera effectuée pour 1000 valeurs discrètes uniformément réparties entre zéro et la capacité maximale de turbinage de la centrale.

Examinons de quelle manière cela s'effectue.

#### Modèle mathématique

Soit  $f_j(Q_j)$ , la fonction donnant la puissance générée par la turbine  $j$  par un débit  $Q_j$ . Soit  $No\_Turb_i$  le nombre de turbines installées dans la centrale  $i$ . Soit  $pu$  une puissance située entre 0 et  $pu_i^{\max}$ ,  $pu_i^{\max}$  étant la puissance maximale que peuvent générer toutes les turbines disponibles de la centrale  $i$ . D'autre part, soit  $Q_j^{\min}$  et  $Q_j^{\max}$ , respectivement les débits minimal et maximal qui peuvent être turbinés par le groupe  $j$  de la centrale  $i$ . Le modèle mathématique du problème de chargement optimal des groupes peut être formulé comme suit

$$\begin{aligned}
\text{Min} \quad & \sum_{j=1}^{No\_Turb} Q_j \\
\text{s.c.} \quad & \sum_{j=1}^{No\_Turb} f_j(Q_j) \geq pu \\
& Q_j^{\min} \leq Q_j \leq Q_j^{\max}, \quad \forall j = 1, \dots, No\_Turb
\end{aligned} \tag{3.27}$$

En résolvant ce problème pour différentes valeurs de  $pu$  situées dans l'intervalle  $[0, pu_i^{\max}]$ , nous obtiendrons les différents chargements optimaux applicables à cette centrale.

Le problème pourrait également être formulé pour différentes valeurs discrètes du débit. Posons que  $g_j(pu_j)$  est la fonction qui détermine le débit nécessaire pour que le groupe  $j$  génère une puissance de  $pu_j$ . Cela correspond à la courbe puissance-débit définie par les polynômes (2.1). Soit  $Q$  un débit situé entre 0 et  $Q_i^{\max}$ ,  $Q_i^{\max}$  étant le débit maximum turbinable dans la centrale  $i$ ,  $Q_i^{\max} = \sum_j Q_j^{\max}$ . Une autre formulation du problème de chargement optimal des groupes pourrait être

$$\begin{aligned}
\text{Max} \quad & \sum_{j=1}^{No\_Turb} pu_j \\
\text{s.c.} \quad & \sum_{j=1}^{No\_Turb} g_j(pu_j) \leq Q \\
& pu_j^{\min} \leq pu_j \leq pu_j^{\max}, \quad \forall j = 1, \dots, No\_Turb
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Encore une fois, si nous résolvons ce problème pour différentes valeurs discrètes de  $Q$  entre 0 et  $Q_i^{\max}$  nous obtiendrons les différents chargements optimaux applicables à cette centrale.

En pratique, ce sont les fonctions de puissance-débit (2.1) que contiennent les fichiers d'Hydro-Québec pour chaque turbine. Nous avons déjà vu que ces fonctions, définies par des polynômes, sont corrigées pour tenir compte de la perte de charge ainsi que d'une hauteur réelle différente de la hauteur de référence (voir les équations 2.2 et 2.3). Pour solutionner le chargement optimal des groupes, nous chercherons à déterminer, pour des valeurs discrètes de débits, quels sont les chargements qui génèrent les plus grandes puissances. C'est donc le deuxième problème qui sera résolu. La programmation dynamique sera utilisée pour résoudre ce problème.

### Résolution par la programmation dynamique

La solution du problème de chargement optimal des groupes peut être obtenue par la programmation dynamique. Des deux formulations possibles du problème, attardons nous uniquement à celle qui permet de résoudre 3.28.

Soit  $N$  le nombre turbines disponibles d'une centrale  $i$  et  $Q$  un débit tel que  $0 < Q \leq Q_i^{\max}$  où  $Q_i^{\max}$  est le débit maximal turbinable par la centrale  $i$ . Définissons également

$Y_j(Q)$	la fonction qui détermine la puissance maximale produite par les turbines $j, j + 1, \dots, N$ d'une centrale avec un débit disponible $Q$ à une hauteur de chute de référence connue, $1 \leq j \leq N$
$u_j(Q)$	portion du débit $Q$ affectée à la turbine $j$
$y_j(Q, u_j(Q))$	la fonction qui détermine la puissance produite par la $j^{\text{ième}}$ turbine d'une centrale lorsqu'un débit $Q$ est disponible et que la décision est d'affecter une portion $u_j(Q)$ de ce débit à la turbine $j$
$f_j(Q, u_j(Q))$	la fonction qui détermine le débit restant pour les turbines $j + 1, \dots, N$ lorsqu'un débit $u_j(Q)$ a été affecté à la turbine $j$ . Ici, $f_j(Q, u_j(Q)) = Q - u_j(Q)$ .

Avec cette notation, nous obtenons les équations de récurrences suivantes

$$\begin{aligned} Y_N(Q) &= y_N(Q) & \forall Q, 0 < Q \leq Q_i^{max} \\ Y_j(Q) &= \max_{u \in U_j(Q)} \{y_j(Q, u) + Y_{j+1}(f_j(Q, u))\} & 1 \leq j \leq N \end{aligned}$$

où  $Y_N(Q) = y_N(Q)$  est la puissance couplée au débit  $Q$  lors de la discrétisation effectuée (cf sous-section sur la lecture du fichier sur les installations ). Si le débit  $Q$  n'est pas une des valeurs de la discrétisation effectuée, alors une interpolation est effectuée avec les valeurs discrètes  $\underline{Q}$  et  $\overline{Q}$  entre lesquelles se situe  $Q$ . Notons que,  $U_j(Q)$  est l'ensemble des décisions possibles qui peuvent être prises pour la turbine  $j$ , c'est-à-dire  $U_j(Q) = \{Q : 0 \leq Q \leq Q_j^{max}\}$  et  $u_j(Q) \in U_j(Q)$ .

L'équation de Bellman qui permet de formuler le problème pour les  $N$  turbines d'une centrale est

$$Y_1(Q) = \max_{u \in U_1(Q)} \{y_1(Q, u) + Y_2(f_1(Q, u))\} \quad (3.29)$$

Dans la sous-section suivante portant sur l'implémentation informatique, j'examinerai de façon plus détaillée de quelle manière on parvient à déterminer la solution optimale.

### Implémentation du rendement optimal des groupes

Deux sous-programmes effectuent la recherche des chargements optimaux des groupes. Un premier, *Courbe\_generation\_identique()*, effectue ce travail lorsque tous les groupes installés dans une centrale sont pareils, alors que *Courbe\_generation\_différente()* fait ce travail lorsqu'il y a plus d'un seul type de groupes installés dans une même centrale.

Étant donné que le cas où les groupes sont différents est une généralisation, je me limiterai à examiner ce seul cas. Examinons d'abord le pseudo-code de haut niveau de cet algorithme.

---

**Algorithme 3.3** Détermination du rendement optimal des groupes.
 

---

- 1: **Début**
  - 2: **pour** chaque turbine  $j$  **effectuer**
  - 3: Déterminer le point de rendement maximal  $Q_j^{opt}$ .
  - 4: **pour** chaque débit  $deb$  entre  $Q_j^{opt}$  et  $Cap\_tur_j$  **effectuer**
  - 5: Calculer la valeur de la production marginale.
  - 6: Classer les turbines en ordre décroissant de rendement optimal  $\{Tur_1, Tur_2, \dots, Tur_n\}$ .
  - 7: Classer toutes les valeurs des productions marginales en ordre décroissant  $[marg[1], marg[2], \dots, marg[n]]$
  - 8: **pour** chaque unité de débit  $deb$  entre 0 et  $Cap\_tur_1$  **effectuer**
  - 9:  $Sol[1][deb] = Tur_1(deb)$ .
  - 10: **pour**  $ng$  allant de 2 à  $No\_tur_i$ , dans l'ordre **effectuer**
  - 11: Initialisation :  $Sol[ng][deb] = Sol[ng - 1][deb]$ .
  - 12: **pour** chaque unité de débit  $deb$  entre  $\sum_{k=1}^{ng-1} Q_k^{opt}$  et  $\sum_{k=1}^{ng} Q_k^{opt} + C$  **effectuer**
  - 13: **pour**  $part$  allant de 0 à  $\left( deb - \sum_{k=1}^{ng-1} Q_k^{opt} \right)$  **effectuer**
  - 14: **pour**  $npart$  allant de 0 à  $part$  **effectuer**
  - 15:  $pu = Sol[ng - 1]\left[ \sum_{k=1}^{ng-1} Q_k^{opt} + npart \right].pu + Pu_{Tur_{ng}}(part - npart)$
  - 16: **si**  $pu > pu^*$  **alors**
  - 17: Mettre à jour  $Sol[ng][deb]^*$
  - 18: Mettre à jour le vecteur des Marginales
  - 19: **pour** chaque débit  $deb$  entre  $\sum_{k=1}^{ng} Q_k^{opt} + C$  et  $\sum_{k=1}^{ng} Cap\_Tur_k$  **effectuer**
  - 20:  $Sol[ng][deb]^* = Sol[ng]\left[ \sum_{k=1}^{ng} Q_k^{opt} + C \right] \bigcup_{k=1}^{deb - \sum_{k=1}^{ng} Q_k^{opt}} marg[k]$
  - 21: **Fin**
- 

**analyse du pseudo-code**

Le but poursuivi est non seulement de connaître la puissance que peut optimalement générer optimalement la centrale pour tous les débits possibles compris entre 0 et la capacité de turbinage de la centrale, mais également de connaître de quelles façons ces débits doivent être répartis entre les différentes turbines de la centrale.

La première étape consiste à classer les turbines par ordre décroissant de rendement. Nous calculons aussi la valeur marginale de la production de chacune des turbines pour chacune des unités de débits possibles qui excède son débit optimal (ligne 2 à 7). Étant donné que la fonction de rendement d'une turbine est une courbe concave qui atteint son maximum au point de rendement optimal, les valeurs des productions marginales diminueront toujours entre ce point de rendement optimal et le maximum turbinable de la turbine. Par exemple, le débit optimal de la turbine 0 de la centrale Rapide-Blanc est de  $87 \text{ m}^3/\text{s}$ . Avec  $86 \text{ m}^3/\text{s}$ , la production de cette turbine est de 19.49 MW alors qu'avec  $87 \text{ m}^3/\text{s}$  la puissance produite est de 20.78. Avec  $88 \text{ m}^3/\text{s}$  la production est de 22.05 alors qu'avec  $89 \text{ m}^3/\text{s}$  la production est de 23.16. Ainsi la valeur marginale de la 87<sup>ème</sup> unité de débit est  $20.78 - 19.49 = 1.29$ . Les valeurs marginales des 88<sup>ème</sup>, 89<sup>ème</sup>, 90<sup>ème</sup>, 91<sup>ème</sup> et 92<sup>ème</sup> unités de débit sont respectivement 1.27, 1.1, 0.93, 0.80, 0.68 et 0.58. Cette valeur marginale tombe à 0.12 pour la 131<sup>ème</sup> unité de débit.

Pour une turbine et un débit donnés, la marginale représente donc la puissance additionnelle qui est produite en ajoutant une unité de débit. Toutes ces marginales peuvent être classées en ordre décroissant, peu importe la turbine d'origine.

Le classement des valeurs marginales par ordre décroissant (ligne 7) permettra de déterminer les chargements pour des débits supérieurs au point de chargement optimal. Évidemment, les marginales doivent être sélectionnées dans le sous ensemble des turbines visées par  $ng$ . À partir du point de chargement optimal  $Q_j^{opt}$  de la turbine  $j$ , la fonction marginale est une fonction strictement décroissante.

À ce stade il est utile de remarquer qu'un débit  $deb = Q_1^{opt} + Q_2^{opt}$  pourrait ne pas être optimalement chargé en affectant un débit de  $Q_1^{opt}$  à la première turbine et un débit de  $Q_2^{opt}$  à la seconde. En effet, dépendamment des différences de rendement entre les turbines il pourrait être préférable d'affecter, par exemple, un débit de  $Q_1^{opt} + 1$  à la

première turbine et  $Q_2^{opt} - 1$  à la seconde. C'est pourquoi il est nécessaire de procéder à un chargement qui assure que toutes les turbines du sous ensemble sont chargées chacune au moins jusqu'à leur point de chargement optimal. C'est pourquoi, une constante  $C$  doit être additionnée. Règle générale  $C = 10$  suffit amplement. Puisque certaines des turbines risquent d'être chargées au-delà de leur point de chargement optimal, il faut aussi mettre à jour le vecteur des marginales à la fin de l'itération (ligne 18).

L'algorithme procédera en calculant successivement les chargements optimaux avec la meilleure turbine (ligne 9) puis ensuite avec les deux meilleures turbines, les trois meilleures turbines, etc (boucle ligne 10).

À chaque itération, la solution pour le nombre courant de groupes est initialisée à la solution trouvée pour un groupe de moins (ligne 11). Il s'agit alors de déterminer à partir de quel débit il devient optimal de démarrer la nouvelle turbine disponible plutôt que « surcharger » les turbines précédentes. C'est ce travail qu'effectue les boucles imbriquées des lignes 12, 13 et 14.

La boucle 12 cible tous les débits possibles qui excèdent le chargement optimal des turbines précédentes. Ces débits additionnels pourront

1. Être attribué entièrement au sous-groupe de turbines précédemment sélectionné  
ou,
2. Être partagé entre le sous-groupe de turbines précédemment sélectionné et la nouvelle turbine disponible.

Pour examiner toutes les solutions possibles, il faut examiner tous les partages entiers de ce débit additionnel en deux parts distinctes, à savoir une première part attribuée aux sous-groupe de turbines précédemment choisie et une deuxième part attribuée à la nouvelle turbine. C'est cet examen qui est effectué dans ces boucles imbriquées. Le

critère de sélection de la solution optimale est le partage qui génère la plus grande puissance.

Notons ici que cet algorithme n'examine pas les solutions qui consisteraient à diminuer le chargement des turbines précédemment sélectionnées en deçà de leur chargement optimal afin d'affecter des débits additionnels à la nouvelle turbine. Ces vérifications sont inutiles puisque ce sont toujours les meilleures turbines qui sont sélectionnées d'abord.

Une dernière tâche doit être effectuée. Il s'agit de déterminer de quelle manière doivent être chargés tous les débits qui excèdent le chargement optimal de  $ng$  groupes. Les seuls débits qui nous intéressent ici, sont ceux qui se situent entre le chargement optimal de tous les groupes choisis et la capacité totale de turbinage de ces groupes. Puisque, pour une turbine donnée, au-delà de son chargement optimal, les valeurs marginales sont toujours décroissantes pour chaque unité de débit additionnelle, il s'agit alors de choisir de répartir ces unités de débits additionnelle aux turbines les plus performantes. Cela s'effectuera en sélectionnant un nombre adéquat d'éléments dans la liste ordonnée. Évidemment, cette sélection doit s'effectuée parmi les turbines visées.

Soulignons ici qu'entre les deux points  $\sum_{k=1}^{ng-1} Q_k^{opt}$  et  $\sum_{k=1}^{ng} Q_k^{opt}$  il y a une valeur unique à partir de laquelle il devient préférable d'utiliser la  $ng^{\text{ème}}$  turbine plutôt que de surcharger les  $ng - 1$  premières. Pour toute valeur inférieure à ce seuil, il n'est pas optimal d'utiliser  $ng$  turbines alors que pour tout débit supérieur à ce seuil, il est toujours optimal d'utiliser les  $ng$  turbines.

Cette affirmation pourrait être formalisée dans la proposition suivante.

### Proposition

Soit les turbines 1, 2, ..., k, un ensemble des k turbines les plus performantes d'une centrale et soit k+1, la turbine ayant le k + 1<sup>ème</sup> rendement de la centrale. Il existe une valeur unique deb, telle que  $\sum_{j=1}^k Q_j^{opt} < deb < \sum_{j=1}^{k+1} Cap\_tur_j$ , à partir de laquelle il devient optimal d'utiliser la k + 1<sup>ème</sup> turbine.

Supposons que cette valeur n'était pas unique et qu'il existerait au moins deux valeurs  $deb_1$  et  $deb_2$  à partir desquelles il serait optimal d'utiliser la k + 1<sup>ème</sup> turbine. Posons  $deb_1 < deb_2$ . Puisque  $deb_1$  est un seuil, cela signifie qu'avec  $deb_1 - 1$  unités de débit, il est optimal de n'utiliser que k turbines et qu'avec  $deb_1$  unités de débit cela devient optimal d'utiliser les k+1 turbines. Nous pouvons dire la même chose, *mutatis mutandi*, pour  $deb_2$ . C'est donc dire qu'il existe une valeur  $deb_q$  telle que  $deb_1 < deb_q < deb_2$  et telle qu'il est optimal de charger  $deb_q$  sur les k+1 turbines et qu'il est optimal de charger  $deb_q + 1$  sur les k premières turbines.

Puisque les k premières turbines ont toutes un rendement supérieures à la k + 1<sup>ème</sup> turbine, il est nécessairement optimal d'utiliser uniquement les k premières turbines pour charger  $\sum_{j=1}^k Q_j^{opt}$  unités de débit. Donc  $deb_1 > \sum_{j=1}^k Q_j^{opt}$ .

Puisque  $deb_1$  est un seuil, les unités de débit additionnelles peuvent être chargées en fonction de leur classement dans la liste ordonnée des marginales. Suivant cette liste, la  $deb_1 + 1$ <sup>ème</sup> unité de débit procure un rendement inférieur à celui que procure le chargement de la k + 1<sup>ème</sup> turbine.

La fonction de rendement d'une turbine étant croissante jusqu'à son point de chargement optimal et décroissante au-delà de ce point, on constate immédiatement une contradiction dans la proposition que  $deb_q$  puisse être un seuil.

En effet, pour que  $deb_q$  soit chargé uniquement sur les  $k$  premières turbines, il faudrait nécessairement conclure que toutes les valeurs marginales décroissantes entre  $deb_1$  et  $deb_q$  procurerait un rendement supérieur au chargement de la  $k + 1^{\text{ème}}$  turbine.  $\square$

La solution optimale pour la centrale, sera obtenue lorsque  $ng$  atteindra sa valeur maximale, soit le nombre de groupes installés. Ainsi, à la fin de l'algorithme, nous savons, pour tous les débits  $deb$  possibles d'une centrale,

1. Quel sous-ensemble de turbines doit être utilisé pour turbiner  $deb$ .
2. Quel débit spécifique doit être attribuer à chaque turbine de ce sous-ensemble.
3. Quelle sera la puissance produite par ce sous-ensemble de turbines.

Nous verrons que ces informations seront utiles pour traiter le problème principal de cette thèse. Examinons maintenant la phase d'optimisation de ce programme.

### Optimiser les soutirages (8)

L'objectif poursuivi par cette fonction est de déterminer les soutirages optimaux à effectuer de chaque réservoir à chaque période de l'année.

Rappelons que le problème sans contraintes d'entretien est formulé comme suit (équation 3.26) :

$$\begin{array}{ll} \text{Minimiser} & \mathbf{E}_{App} \left\{ \sum_{t=1}^{52} -G_t(Q_t) + L_t(S_t, R_t) + P_t(Q_t) - \Phi(S_{52}) \right\} \\ \text{s.c.} & S_t = S_{t-1} + App_t - R_t \\ & S_t > 0 \\ & R_t > 0 \\ & Q_t > 0 \\ & t = 1, 2, \dots, 52 \end{array}$$

où la signification des principales variables est

$S_t$	contenus des réservoirs à la fin de la semaine $t$
$R_t$	débits des réservoirs durant de la semaine $t$
$Q_t$	débits des centrales durant la semaine $t$
$L_t(S_t, R_t)$	fonction de pénalité dépendante du contenu des réservoirs à la fin de la semaine $t$ ainsi que du débit des réservoirs durant la semaine $t$
$P_t(Q_t)$	fonction de pénalité dépendante du débit des centrales durant la semaine $t$
$G_t(Q_t)$	fonction de production dépendante du débit des centrales réservoirs au début et à la fin de la période, des apports courants ainsi que du soutirage effectué durant la période

Rappelons aussi que tous ces symboles représentent des vecteurs. Ainsi

- $S_t, R_t$  sont de dimension 2 puisque le système comporte deux réservoirs.
- $Q_t, G_t$  sont de dimensions 7 puisque le système comporte sept centrales de production hydro-électrique.
- $L_t$  et  $P_t$  sont des scalaires.

Les débits aux centrales sont dépendants des soutirages des réservoirs ainsi que des apports. En résolvant ce problème pour toutes les différentes combinaisons de  $S_{t,1}$  et  $S_{t,2}$ , respectivement les états des réservoirs un et deux, et en considérant la probabilité de chaque apport, nous obtenons les différents soutirages optimaux possibles. Ce problème peut être résolu par la programmation dynamique stochastique. Si nous définissons  $J_1^*(S_0)$  comme étant la solution optimale de 3.26, alors l'équation de Bellman correspondante à ce problème est

$$J_1^*(S_0) = \min_{R_1} \mathbf{E}_{App} \left\{ [-G_1(Q_1) + L_1(S_1, R_1) + P_1(Q_1)] + J_2^*(S_1) \right\}$$

où  $S_1 = S_0 + App_1 - R_1$

Nous obtenons ainsi les équations de récurrences suivantes

$$J_{52}^*(S_{51}) = \min_{R_{52}} \mathbf{E}_{App} \left\{ [-G_{52}(Q_{52}) + L_{52}(S_{52}, R_{52}) + P_{52}(Q_{52}) - \Phi(S_{52})] \right\}$$

$$J_t^*(S_{t-1}) = \min_{R_t} \mathbf{E}_{App} \left\{ [-G_t(Q_t) + L_t(S_t, R_t) + P_t(Q_t)] + J_{t+1}^*(S_t) \right\}$$

pour  $t = 1, 2, \dots, 52$ .

$\Phi(S_{52})$  est initialisé à 0. Puis à chaque passe annuelle, on prend  $\Phi(S) = J_1^*(S)$  tel qu'indiqué plus haut (page 47).

Pour s'assurer de trouver la règle optimale pour toutes les périodes de l'année, le calcul sera itéré à rebours sur plusieurs passes annuelles, chacune des passes améliorant la solution précédente. Suivant l'algorithme d'itération des valeurs, les calculs convergeront vers la politique annuelle optimale [7]. En pratique, il suffira d'itérer les calculs sur trois passes annuelles pour converger vers la politique optimale.

Le programme OptiHebdo est en mesure de gérer des systèmes hydriques comptant un ou deux réservoirs situés en série ou en parallèle. Un sous-programme, *optimisation1()* traite les cas où un seul réservoir est impliqué. Le sous-programme *optimisation2()* s'occupe des situations impliquant deux réservoirs. Étant donné qu'il y a deux réservoirs sur la rivière St-Maurice, je me limiterai à examiner ce seul cas. Enonçons maintenant le pseudo-code de l'algorithme de programmation dynamique. Ensuite, je commenterai cet algorithme.

### Système hydrique à deux réservoirs

Le pseudo-code de haut niveau de la fonction d'optimisation traitant deux réservoirs est donné par l'algorithme 3.4.

---

**Algorithme 3.4** Optimisation des réserves d'eau : 2 réservoirs
 

---

```

1: Début
2: Déterminer si les réservoirs sont en série ou en parallèle.
3: Déterminer NO_ÉTAT-1 intervalles entre le vol_min et le vol_max de chacun des
   réservoirs lors de la dernière période
4: pour chaque année de rodage effectuer
5:   pour chaque pas de temps  $t$ , à rebours effectuer
6:     pour chaque apport  $j$  effectuer
7:       pour chaque installation effectuer
8:         Déterminer l'apport réel
9:       pour chaque état  $S_{t,1}$  du réservoir 1 effectuer
10:        pour chaque état  $S_{t,2}$  du réservoir 2 effectuer
11:          Déterminer le tirage optimal du réservoir 1
12:          Déterminer le tirage optimal du réservoir 2
13:        pour chaque installation  $i$  effectuer
14:          Calculer la production  $prod[i]$  et les pénalités  $pen[i]$ 
15:          Établir la valeur de  $coût\_min$ 
16:           $f\_obj_{S_{t,1}, S_{t,2}}^t + = coût\_min * prapp[j]$ 
17:        Inscrire la règle optimale en fichier
18:      Inscrire la valeur de la fonction objectif en fichier
19: Fin

```

---

***analyse du pseudo-code***

L'algorithme commence par déterminer si les réservoirs sont en série ou en parallèle (ligne 2). Cette distinction a son importance puisque le principe de l'écoulement instantané ne concerne que les sites qui n'ont pas de capacité de rétention (pour être plus précis je dois souligner que les centrales au fil de l'eau ont toutes un petit réservoir adjacent. Cependant compte-tenu des volumes d'eau impliqués, ces capacités sont si petites qu'il est justifié d'en faire abstraction). Ainsi, dans le cas de réservoirs en série, ce qui n'est pas le cas des réservoirs Gouin et Mattawin, les volumes relâchés par le réservoir en amont sont considérés comme des apports pour le réservoir en aval.

La détermination des NO\_ÉTAT de chaque réservoir (lignes 3) permettra de déter-

miner NO\_ÉTAT-1 intervalles. Ces intervalles seront les valeurs discrètes considérées dans les boucles sur les états possibles des réservoirs. Ces intervalles sont déterminés en deux étapes. D'abord on soustrait le volume minimal du volume maximal. Ces deux bornes sont spécifiées par le gestionnaire dans le fichier sur les installations. Ensuite, une fonction *états\_originiaux()* est appelée pour déterminer NO\_ÉTAT valeurs discrètes qui segmentent cette différence en NO\_ÉTAT-1 intervalles. Les discrétisations ne sont pas les mêmes pour chaque réservoir. Le réservoir Gouin est segmenté en cinquante et un niveaux alors que le réservoir Mattawin est segmenté en onze niveaux.

Le calcul des apports réels à chaque installation (ligne 8), pour une période  $t$  fixée, est ensuite effectué. Les apports sont cumulatifs pour les installations situées en aval les unes des autres. On se rappelle aussi que pour chaque période, la loi de distribution et les paramètres des apports aléatoires avaient été déterminés (cf la sous-section sur la lecture des apports).

À ce stade, le programme appelle la fonction *apports\_trans()* afin d'obtenir des valeurs réelles  $X_j$  pour les apports aléatoires. Pour y parvenir, cette fonction effectue deux transformations. La première transformation vise à obtenir une variable aléatoire  $Y_j$  de loi Normale  $(\mu, \sigma^2)$ . Il s'agit de la transformation qui vise à déterminer une variable aléatoire  $Y_j$  de loi  $N(\mu, \sigma^2)$  lorsqu'on connaît une variable aléatoire  $Z_j$  de loi  $N(0, 1)$  et que la moyenne  $\mu$  et la variance  $\sigma^2$  sont connues. La transformation est

$$Y_j = Z_j \sigma + \mu$$

Dans cette expression  $Z_j$  est égale à *vaapp[j]* (cf sous-section sur le vecteur *prapp*) et  $\sigma$  et  $\mu$  sont respectivement l'écart-type et la moyenne de l'apport établis précédemment. La deuxième transformation est dépendante de la loi de distribution de l'apport. L'algorithme 3.5 énonce les fonctions inverses qui sont utilisées pour obtenir une variable ayant la loi de distribution désirée.

---

**Algorithme 3.5** Détermination de l'apport réel
 

---

```

1: Début
2: si  $Y_j \sim N(\mu, \sigma^2)$  alors
3:    $X_j = Y_j$ 
4: sinon si  $Y_j \sim LN(\mu, \sigma^2)$  alors
5:    $X_j = e^{Y_j}$ 
6: sinon si  $Y_j \sim LN(\mu, \sigma^2, \lambda)$  alors
7:    $X_j = e^{Y_j} + \lambda$ 
8: sinon si  $Y_j \sim Gamma(\alpha, \theta)$  alors
9:    $b = \frac{\xi^2}{36}$ 
10:   $a = (\frac{Y_j \xi}{6} - b + 1)^3$ 
11:   $c = \frac{2\sigma}{\xi}$ 
12:   $d = \mu - c$ 
13:  si  $a \leq 0$  alors
14:     $X_j = d$ 
15:  sinon
16:     $X_j = d + c a$ 
17: Fin

```

---

La détermination des soutirages des réservoirs 1 et 2 s'effectue en plusieurs étapes. Ces étapes impliquent cinq programmes. Plutôt que d'examiner le détail de ce processus qui est extrêmement complexe je me limiterai à énoncer les principes poursuivis.

Pour des états courants  $S_{t,1}$  du réservoir 1 et  $S_{t,2}$  du réservoir 2, le relâchement d'eau, cumulé aux apports intermédiaires, générera les débits dans les différentes centrales en aval. Cela permettra la génération d'électricité aux centrales situées en aval de ces réservoirs. Ces débits ne doivent pas excéder la capacité de turbinage maximal des différentes centrales en aval puisque les volumes d'eau qui excèdent ces limites sont improductifs. D'autre part, ces débits ne doivent pas être trop bas non plus puisque dans ce cas il y a accumulation dans les réservoirs. Cette rétention pourra faire en sorte que les états finaux des réservoirs excèdent les niveaux permis. Des calculs sont effectués afin de concilier ces différentes contraintes qui sont parfois contradictoires. Les tirages initiaux sont alors déterminés.

Ces soutirages permettront la génération d'électricité. Cela occasionnera parfois des pénalités (pour insuffisance ou surplus des débits). De même, compte-tenu des apports courants, jumelés aux tirages, nous sommes en mesure de déterminer les états finaux des réservoirs. Ces états finaux justifieront possiblement le calcul de d'autres pénalités.

Les productions et les pénalités générées par les soutirages immédiats des réservoirs sont calculées. Ce sont les bénéfices immédiats qu'on peut retirer de ces soutirages. En plus de ces bénéfices immédiats, on doit aussi tenir compte de la valeur future des réserves d'eau qui resteront en stock à la fin de la période. Pour une combinaison d'états  $(S_{t,1}^{fin}, S_{t,2}^{fin})$  à la fin de la période courante  $t$ , la valeur future est donnée par la valeur de la fonction objectif calculée pour la période  $t + 1$  lorsque les états des réservoirs un et deux sont respectivement  $S_{t,1}^{fin}$  et  $S_{t,2}^{fin}$ . Ces différents calculs se résument à l'équation suivante.

$$\text{coûts} = \sum_{n \in \text{inst}} (\text{pen}[n] - \text{prod}[n]) + \text{fobj}_{S_{t,1}^{fin}, S_{t,2}^{fin}}^{t+1} \quad (3.30)$$

Les calculs sont effectués à rebours sur les périodes (en commençant par la période 52 et en remontant jusqu'à la période 1). Ainsi, la valeur future  $f\_obj_{S_{t,1}^{fin}, S_{t,2}^{fin}}^{t+1}$  correspondant à la situation  $S_{t,1}^{fin}$  et  $S_{t,2}^{fin}$  pour la période  $t + 1$  a déjà été calculée. À la valeur immédiate que peut procurer les soutirages, on doit donc additionner la valeur future des stocks d'eau.

Une fois ces calculs préliminaires effectués, la question se pose de savoir s'il pourrait être bénéfique de soutirer un peu plus ou un peu moins dans chaque réservoir. Il y a toujours quatre possibilités qui s'offrent.

1. Augmenter les tirages immédiats des réservoirs 1 et 2.
2. Augmenter le tirage immédiat du réservoir 1 et baisser le tirage immédiat du réservoir 2.

3. Augmenter le tirage immédiat du réservoir 2 et baisser le tirage immédiat du réservoir 1.
4. Baisser les tirages immédiats des réservoirs 1 et 2.

Ces quatre calculs sont effectués selon l'équation 3.30. À chaque fois on détermine la valeur finale des stocks. L'option qui offre la meilleure valeur est sélectionnée comme résultat final. Ces différents calculs d'augmentation ou de baisse des soutirages immédiats sont effectués en s'assurant que ces augmentations et ces baisses fassent en sorte que les états finaux des réservoirs 1 et 2 soient tels que  $\underline{S}_{t,1} \leq S_{t,1}^{fin} \leq \overline{S}_{t,1}$  et  $\underline{S}_{t,2} \leq S_{t,2}^{fin} \leq \overline{S}_{t,2}$ . Dans cette expression  $\underline{S}_{t,i}$  et  $\overline{S}_{t,i}$  représentent respectivement les bornes inférieures et supérieures de l'intervalle à l'intérieur duquel se trouve le niveau d'eau  $S_{t,i}$  du réservoir  $i$ .

Ces différents calculs sont effectués pour toutes les combinaisons possibles des états  $S_{t,1}$  du réservoir un,  $S_{t,2}$  du réservoir deux, de  $j$ , l'apport courant et de  $t$ , la période courante. De plus ils sont itérés sur trois passes annuelles. Le but de ces itérations annuelles est d'obtenir les mêmes règles de gestion sur deux passes annuelles consécutives. En pratique, ceci survient au terme de la troisième passe annuelle.

### **Stocker les règles de gestion optimales en fichier (9)**

À la fin de l'exécution de OptiHebdo, nous possédons donc deux règles de gestion. La première détermine le chargement optimal des groupes et la seconde détermine les soutirages optimaux des réservoirs. Pour suivre les protocoles en place à l'Hydro-Québec, ces règles sont inscrites dans différents fichiers auxquels il sera possible de faire appel lors des phases subséquentes.

Ces deux règles optimales de gestion ont été déterminées par la programmation dynamique. Le but de cette thèse n'étant pas de comparer les différents paradigmes

de détermination des règles optimales de gestion, ce sont donc les règles de gestion optimale ainsi déterminées qui seront utilisées pour résoudre le problème principal de cette thèse, soit la détermination d'un horaire de mise en entretien des turbines. Examinons maintenant de quelle manière il est possible de tester l'application de ces règles et d'obtenir des informations utiles pour la résolution de ce problème principal.

## CHAPITRE 4 : APPLICATION DE LA RÈGLE OPTIMALE DE GESTION

A ce stade, la règle de gestion déterminée par le programme OptiHebdo a permis d'établir les soutirages optimaux qui doivent être effectués dans chacun des deux réservoirs. Cette règle de gestion est indexée par la période, l'apport et par l'état (niveau) de chacun des réservoirs. Dans le cas de la rivière St-Maurice, cela représente 320892 règles optimales différentes selon la combinaison de la période courante (52), de l'apport courant (11) et des niveaux au début de la période des réservoirs Gouin(51) et Mattawin (11). Soulignons aussi qu'il y a deux ensembles de 320892 règles distinctes. Le premier est applicable au réservoir Gouin et le second est applicable au réservoir Mattawin.

C'est l'application de ces règles optimales de gestion sur l'opération des réservoirs, couplées à celles sur le chargement optimal des groupes, qui permettra d'obtenir plusieurs informations utiles. Cette phase d'application des règles de gestion est nommée « simulation ».

Il existe deux types différents de simulations. Il y a les simulations fondées sur les données historiques d'apports et les autres, basées sur des scénarios synthétiques d'apports. Pour cette thèse j'ai utilisé des données historiques. Tel qu'expliqué précédemment (cf section sur les apports au chapitre 1), certaines transformations effectuées font en sorte que les données transformées ne reflètent pas strictement la réalité historique.

## 4.1 Déroutement de la simulation

La simulation de la gestion d'un système hydrique à deux réservoirs est effectuée par le sous-programme *simulation2()*. Puisqu'il y a cinquante cinq séries de données, il y aura cinquante cinq simulations effectuées. Examinons le pseudo-code de haut niveau de cet algorithme.

---

**Algorithme 4.1** Simulation de la gestion d'un système hydrique à deux réservoirs

---

- 1: **Début**
  - 2: Déterminer les états possibles de chacun des réservoirs
  - 3: Lire les règles de gestion
  - 4: Établir le niveau initial de chaque réservoir
  - 5: **pour** chaque simulation **effectuer**
  - 6:   **pour** chaque pas de temps **effectuer**
  - 7:     **pour** chaque site sur la rivière **effectuer**
  - 8:       Déterminer le turbinage maximal
  - 9:       Lire l'apport courant
  - 10:      Cumuler les apports de tous les sites en amont
  - 11:     **pour** chaque réservoir **effectuer**
  - 12:       Déterminer les tirages minimum et maximum
  - 13:      Déterminer les apports normaux pour chacun des sites.
  - 14:      Sélectionner la règle de gestion compte-tenu de la période courante, de l'apport courant ainsi que des états de chacun des réservoirs.
  - 15:     **pour** chaque réservoir **effectuer**
  - 16:       Déterminer le tirage de l'optimiseur
  - 17:       Vérifier le respect des contraintes de niveau des réservoirs
  - 18:       Vérifier le respect des contraintes de débit des centrales
  - 19:       Ajuster les tirages si des contraintes dures sont violées
  - 20:     **pour** chaque site **effectuer**
  - 21:       Déterminer la production
  - 22:       Observer les violations
  - 23:      Stocker les résultats
  - 24: Imprimer les résultats
  - 25: **Fin**
- 

*analyse du pseudo-code*

Le niveau initial des réservoirs est établi par la lecture des données sur les installations. La détermination du turbinage maximal de chaque site (instruction 8) est faite pour fixer une limite supérieure à la production possible de chaque site. Le cumul des apports sur les sites en aval les uns des autres (ligne 10) est effectué en suivant le principe de l'écoulement instantané de tous les volumes d'eau durant une période donnée, qu'il s'agisse des tirages ou des apports. Ce principe de l'écoulement instantané ne concerne que les centrales au fil de l'eau.

Essentiellement, la détermination de l'apport normal (ligne 13) est effectuée afin d'établir la règle de gestion applicable à la situation courante. En effet, l'indexation de la règle de gestion a été effectuée, notamment, en fonction de l'apport courant. Or la loi de distribution de cet apport, on l'a vu (cf section sur la lecture des apports), peut être la loi Normale( $\mu, \sigma^2$ ) , la loi LogNormale( $\mu, \sigma^2$ ), la loi LogNormale( $\mu, \sigma^2, \lambda$ ) ou la loi Gamma( $\alpha, \theta$ ). Afin de n'avoir qu'une seule et unique règle de gestion, peu importe la loi de distribution des apports de la période, celle-ci a été indexée en fonction des *NO\_APP*(11) valeurs discrètes de la loi Normale (0,1). La fonction *apport\_normal()* effectue la transformation appropriée en vérifiant la loi applicable à la période  $t$ . Spécifions également que la loi de distribution des apports pour chaque période est celle qui avait été établie précédemment(cf section sur la lecture des apports).

La règle de gestion dicte quels sont les soutirages qui doivent être effectués compte-tenu de la situation courante. Lorsque les états  $S_1$  et  $S_2$ , respectivement des réservoirs Gouin et Mattawin ne correspondent pas exactement aux valeurs discrètes retenues pour l'indexation de la règle de gestion, une combinaison linéaire est effectuée sur les règles de gestion déterminées pour les valeurs discrètes inférieure et supérieure retenues pour l'indexation.

Une fois que le tirage est déterminé, une ou plusieurs vérifications additionnelles sont effectuées afin de s'assurer que, compte-tenu du cumul des apports courant, ni les

niveaux critiques des réservoirs, ni les débits maximums admissibles des centrales ne soient excédés (ligne 19).

La génération d'électricité de chaque centrale découlant des soutirages est ensuite calculée. De plus, chaque violation observée est consignée. Il peut s'agir de violations relatives aux contenus des réservoirs tout autant que des violations aux débits de chaque installation.

Finalement toutes les informations utiles obtenues lors de ces cinquante cinq simulations sont stockées dans différentes structures de données et parfois imprimées en fichier. Cette écriture en fichier est faite afin de suivre les méthodes de fonctionnement en vigueur au sein d'Hydro-Québec. Examinons de façon plus détaillée quelles sont les informations utiles qui résultent de cette phase de simulation.

## 4.2 Résultats de la simulation

Les premières informations stockées concernent la loi de distribution des apports pour chaque période  $t$  ainsi que certaines statistiques observées. Les principales statistiques conservées sont la *moyenne*, le *minimum*, le *maximum*, l'*écart-type* et l'*asymétrie*. Un exemple est donné au tableau 4.1. Mentionnons que bien que ces informations étaient disponibles précédemment, c'est lors de la phase de simulation qu'elles sont écrites en fichier.

Tableau 4.1 – Statistiques des apports au site Gouin

mois	jour	moy	min	max	e-t	skew	dist
		$m^3/sec$	$m^3/sec$	$m^3/sec$	$m^3/sec$		
AVR	24	711	622	799	36.08	-0.21	normale
MAI	1	507	381	856	79.71	2.32	log-normale-2
MAI	8	372	282	598	70.22	1.45	gamma
MAI	15	291	196	718	85.30	2.78	log-normale-3
MAI	22	227	127	481	68.49	1.15	log-normale-3
MAI	29	198	100	590	91.44	2.36	log-normale-3
JUN	5	180	95	373	70.47	1.09	log-normale-2
JUN	12	171	82	436	74.06	1.20	gamma
JUN	19	156	79	319	55.01	1.04	gamma
JUN	26	147	80	283	39.59	0.86	log-normale-3
JUL	3	149	76	313	45.47	1.60	log-normale-3
JUL	10	148	68	331	50.67	1.65	log-normale-3
JUL	17	158	74	471	76.03	2.21	log-normale-3
JUL	24	165	83	686	100.12	3.21	log-normale-3
JUL	31	145	21	439	88.05	1.38	log-normale-2
AOU	7	134	4	499	105.39	1.77	log-normale-3
AOU	14	132	4	394	98.10	1.17	gamma
AOU	21	125	4	346	86.57	0.95	gamma
AOU	28	121	18	340	74.11	1.22	gamma
SEP	4	129	6	358	80.32	0.93	gamma
SEP	11	141	6	361	88.19	0.71	gamma
SEP	18	144	7	450	90.24	0.95	gamma
SEP	25	168	23	470	103.89	0.92	gamma
OCT	2	173	18	361	81.64	0.44	gamma
OCT	9	175	17	328	78.48	0.27	gamma
OCT	16	190	16	562	105.32	1.19	log-normale-3
OCT	23	190	19	559	122.78	1.44	log-normale-3
OCT	30	181	32	542	100.00	1.22	log-normale-3
NOV	6	182	21	489	96.01	0.86	log-normale-3
NOV	13	180	22	462	94.95	0.75	gamma
NOV	20	180	21	447	96.17	0.84	gamma
NOV	27	166	35	491	88.07	1.29	log-normale-2
DEC	4	141	14	380	77.22	1.19	log-normale-3
DEC	11	125	13	317	68.18	1.27	log-normale-3
DEC	18	111	12	273	51.56	1.01	log-normale-3
DEC	25	99	11	231	46.10	0.97	log-normale-3

Tableau 4.1 Statistiques des apports au site Gouin (suite et fin)

mois	jour	moy	min	max	e-t	skew	dist
		$m^3/sec$	$m^3/sec$	$m^3/sec$	$m^3/sec$		
JAN	1	79	9	170	36.04	0.40	log-normale-3
JAN	8	70	8	136	28.69	0.01	gamma
JAN	15	68	8	131	28.65	0.26	log-normale-3
JAN	22	65	8	139	28.03	0.47	log-normale-3
JAN	29	58	8	127	26.59	0.67	gamma
FEV	5	52	8	123	29.78	0.71	log-normale-2
FEV	12	51	8	112	28.69	0.61	log-normale-2
FEV	19	51	8	195	34.09	1.67	log-normale-2
FEV	26	62	27	203	28.58	2.33	log-normale-2
MAR	5	68	20	140	27.49	0.45	gamma
MAR	12	69	19	156	27.29	0.51	log-normale-3
MAR	19	75	19	162	30.98	0.44	gamma
MAR	26	98	30	276	59.21	1.48	log-normale-2
AVR	2	126	46	514	92.29	2.41	log-normale-2
AVR	9	152	48	761	129.02	2.92	log-normale-2
AVR	16	251	75	885	171.15	1.85	gamma

Une seconde série d'informations se rapportent aux débits observés à chaque centrale. Les statistiques les plus importantes sur ces débits ont été retenues, soit la moyenne, le minimum et le maximum observés durant les cinquante cinq simulations. La génération moyenne d'électricité est aussi rapportée de même que le nombre de fois où des déversements ont été observés. Un exemple est présenté dans le tableau 4.2.

Tableau 4.2 – Débits observés à la centrale Rapide-Blanc

mois	jour	apport		debit		generation	dever
		moy	min	moy	max	moyenne	(moyenne)
		$m^3/sec$	$m^3/sec$	$m^3/sec$	$m^3/sec$	$KW/H$	$m^3/sec$
AVR	24	123	37	451	1442	22049	7(120)
MAI	1	217	186	627	955	29536	23(69)
MAI	8	217	145	649	1076	31423	13(97)
MAI	15	217	220	660	923	32520	10(72)
MAI	22	217	109	452	950	22664	2 (46)
MAI	29	217	116	503	873	26011	0
JUN	5	94	64	240	622	12704	0
JUN	12	94	71	300	675	15826	0
JUN	19	94	40	228	482	12030	0
JUN	26	94	33	256	745	13467	0
JUL	3	67	16	214	618	11318	0
JUL	10	67	29	220	605	11606	0
JUL	17	67	54	243	468	12856	0
JUL	24	67	16	165	692	8682	0
JUL	31	67	17	218	627	11544	0
AOU	7	52	14	147	540	7792	0
AOU	14	52	36	222	500	11729	0
AOU	21	52	13	153	434	8070	0
AOU	28	52	10	214	585	11297	0
SEP	4	53	32	142	366	7499	0
SEP	11	53	17	157	455	8308	0
SEP	18	53	28	167	634	8812	0
SEP	25	53	24	213	673	11222	0
OCT	2	71	21	235	472	12432	0
OCT	9	71	24	191	517	10080	0
OCT	16	71	50	262	512	13842	0
OCT	23	71	51	209	694	10982	0
OCT	30	71	35	315	629	16657	0
NOV	6	70	66	172	607	9096	0
NOV	13	70	46	301	679	15879	0
NOV	20	70	53	195	547	10304	0
NOV	27	70	38	307	631	16196	0
DEC	4	41	50	220	535	11618	0
DEC	11	41	13	194	568	10259	0
DEC	18	41	26	171	486	9018	0
DEC	25	41	25	183	523	9671	0

Tableau 4.2 Débits observés à la centrale Rapide-Blanc (suite et fin)

mois	jour	apport		debit		generation	dever
		moy	min	moy	max	moyenne	(moyenne)
		$m^3/sec$	$m^3/sec$	$m^3/sec$	$m^3/sec$	$KW/H$	$m^3/sec$
JAN	1	20	15	170	458	8971	0
JAN	8	20	17	122	431	6437	0
JAN	15	20	10	111	341	5894	0
JAN	22	20	13	71	297	3734	0
JAN	29	20	21	94	255	4993	0
FEV	5	15	7	88	282	4644	0
FEV	12	15	8	99	325	5224	0
FEV	19	15	11	93	269	4925	0
FEV	26	15	4	121	454	6394	0
MAR	5	18	8	116	296	6153	0
MAR	12	18	2	61	279	3210	0
MAR	19	18	7	115	424	6105	0
MAR	26	18	11	83	452	4400	0
AVR	2	123	48	216	554	11430	0
AVR	9	123	37	180	742	9452	0
AVR	16	123	28	241	723	12672	0

Ces informations sont colligées pour chacune des installations de la rivière où il y a une production d'électricité. On voit, dans le tableau précédent, que les apports moyens hebdomadaires sont les mêmes pour toutes les semaines d'un même mois alors que vraisemblablement, ils devraient fluctuer. Ceci a pour effet de fausser un peu les statistiques.

À ce stade, je me permets de souligner les raisons qui m'amène à croire que ce biais n'est pas aussi important qu'il pourrait paraître l'être. Premièrement, pour la grande majorité des sites au fil de l'eau, les apports sont nettement moindres que les apports aux réservoirs Gouin et Mattawin. Ceci est vrai pour la grande majorité des périodes. Deuxièmement, ces variations intra-mensuelles sont sensibles principalement durant la période de crue du printemps qui dure environ six semaines. Durant le restant de

l'année, les variations intra-mensuelles sont beaucoup moins importantes. Au-delà de ces deux considérations générales, tel que je l'expliquerai dans le prochain chapitre, ce biais ne devrait que peu ou prou influencer la détermination d'un horaire d'arrêts selon la méthode développée. Je reviendrai sur ce point.

Dans la colonne des déversements, on constate que durant les semaines du 24 avril au 22 mai il arrive que les débits excèdent la capacité de turbinage de la centrale Rapide-Blanc. On retrouve cette situation pour toutes les centrales. Parfois des déversements sont observés durant d'autres périodes. Par exemple, à la centrale La Tuque, trois déversements sont observés durant la semaine du 12 juin et un autre est observé durant la semaine du 31 juillet. Parfois les déversements sont plus fréquents. Par exemple, à la centrale Trenche, trente-cinq déversements sont observés durant la semaine du 8 mai.

Une gestion optimale des stocks d'eau cherche à éviter les déversements. En effet l'eau déversée est non productive. Cependant de tels déversements sont parfois inévitables. C'est le cas par exemple lorsque les apports intermédiaires sont supérieurs à la capacité de turbinage de la centrale. Par exemple, en 1974, durant la semaine du 15 mai, les apports intermédiaires étaient respectivement 528, 428, 324, 198 et 978  $m^3/s$  aux centrales Rapide-Blanc, Trenche, Beaumont, La Tuque et Grand-Mère. Malgré un soutirage nul du réservoir Gouin durant cette période on observait alors des débits de 528, 956, 1280, 1478 et 2456  $m^3/s$  respectivement aux centrales Rapide-Blanc, Trenche, Beaumont, La Tuque et Grand-Mère. Hormis pour la centrale Rapide-Blanc, tous ces débits excèdent les capacités de turbinage des centrales mentionnées.

Ainsi, plusieurs déversements sont inévitables. Cela découle des conditions climatiques naturelles du Québec. Au Québec, les installations de production hydroélectrique sont utilisées à pleine capacité durant certaines périodes alors qu'elles sont sous-utilisées durant plusieurs autres périodes. Ces conditions climatiques particulières du Québec ont un caractère cyclique sur une base annuelle.

Dans un programme comme OptiHebdo où des contraintes de demande pour chaque période ne sont pas considérées, on observe que les turbines sont très extensivement utilisées durant les mois d'avril et de mai. Durant ces périodes le taux d'utilisation des turbines avoisine 100%. Cela est très logique puisque les seuls apports intermédiaires durant ces périodes suffisent souvent à eux seuls à saturer la capacité de turbinage des centrales.

Par contre, durant d'autres périodes, les turbines sont sous-utilisées. C'est le cas durant certaines périodes de l'été et de l'automne. Durant ces périodes, plusieurs turbines sont très peu sollicitées.

Soulignons aussi que la règle optimale de gestion des réservoirs commande généralement de les vider, au moins partiellement, durant la période qui précède la crue printanière. Un des buts poursuivis par cette stratégie est de permettre d'accumuler les apports dans les réservoirs durant la période de crue printanière et de réduire au minimum les soutirages. Durant certaines périodes, les apports intermédiaires suffisent à eux seuls à saturer la capacité de turbinage des centrales. Tout soutirage durant ces périodes ne génère aucune production additionnelle et se traduit simplement par des déversements improductifs. Pour préserver l'eau, la règle de gestion commande alors de la conserver dans les réservoirs.

Le caractère cyclique des conditions climatiques au Québec a donc une influence certaine sur la règle de gestion des réservoirs. Dans le chapitre suivant, j'examinerai davantage de quelle manière il est possible de tirer profit de ce caractère cyclique des débits pour confectionner un horaire d'arrêts.

Pour les réservoirs, il y a un fichier qui collige différentes informations concernant son opération. Un exemple est donné dans le tableau 4.3.

Soulignons finalement qu'un dernier fichier «violations» collige les renseignements sur les violations rencontrées lors des cinquante cinq simulations. Ces violations peuvent

Tableau 4.3 – Statistiques sur l’opération du réservoir Mattawin durant les mois d’avril, mai et juin.

mois	jour		niveau			tirage			apport
		min	moy	max	min	moy	max	moyen	
		<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	$m^3/s$	$m^3/s$	$m^3/s$	$m^3/s$	
AVRIL	3	346.0	352.6	358.8	0	64	235	91	
AVRIL	10	346.0	352.8	359.1	0	67	323	105	
AVRIL	17	346.0	353.1	359.1	3	107	302	205	
AVRIL	24	346.7	353.8	359.1	0	94	323	703	
MAI	1	351.8	355.8	359.1	1	208	323	265	
MAI	8	352.2	356.1	359.1	9	179	323	186	
MAI	15	352.6	355.8	359.1	41	176	323	137	
MAI	22	352.0	355.9	359.1	0	114	249	104	
MAI	29	352.1	355.9	359.1	2	154	320	82	
JUN	5	351.0	355.4	359.1	0	98	253	69	
JUN	12	350.7	355.2	359.0	0	98	236	65	
JUN	19	349.7	355.0	358.8	0	66	246	59	
JUN	26	349.4	355.0	359.0	0	65	288	59	

concerner le contenu des réservoirs (lorsque le niveau d’un des réservoir excède le niveau maximum ou lorsqu’il n’atteint pas son niveau minimum) ainsi que les débits de la rivière enregistrés aux centrales. En outre de ces informations inscrites en fichier, rappelons que nous disposons aussi d’une structure de données qui contient, pour chaque centrale et pour chaque période, la règle de chargement optimal des turbines pour chaque débit possible de la centrale.

Comme on vient de le voir, au terme de la phase de simulation, nous possédons plusieurs informations. Il s’agira de voir de quelles manières il sera possible de les exploiter pour résoudre le problème posé. J’examinerai dans le chapitre qui suit de quelle façon ces informations peuvent être utilisées.

## CHAPITRE 5 : DÉTERMINER UN HORAIRE D'ARRÊTS

### 5.1 Présentation du problème

Les arrêts dont il est ici question sont des arrêts de relativement courte durée, soit de deux à six semaines chacun. Ces arrêts visent à permettre à des équipes de travail de nettoyer les turbines, d'effectuer des travaux d'entretien ou plus simplement d'inspecter les équipements. Il ne s'agit pas d'arrêts de longues durées qui seraient rendus nécessaires par un bris soudain ou par le besoin de remplacer une turbine. Les turbines visées par ces arrêts de courtes durées, leur localisation ainsi que la durée de l'arrêt de chaque turbine sont fixés par le gestionnaire. Rajoutons aussi que pour chaque turbine visée par une demande d'entretien, la période prévue doit être continue.

Les règles de gestion optimale obtenues à la suite de l'exécution d'OptiHebdo sont des solutions qui ne tiennent pas compte des contraintes d'entretien. Cela veut dire que pour établir ces règles optimales, durant toutes les périodes, toutes les turbines installées à chaque centrale étaient considérées disponibles. On conçoit aisément que les solutions optimales précédemment obtenues ont de fortes chances de ne plus être optimales, ni même réalisables, s'il advenait que la capacité de production des centrales se trouvait amoindrie par la mise en entretien, durant certaines périodes de l'année, de certaines turbines.

Ce qui apparaît aussi, c'est que la valeur de la solution optimale du problème sans contraintes d'entretien, lorsque les règles de gestion sont confrontées à des données réelles lors de la phase de simulations, constitue une borne inférieure sur la valeur de la

solution optimale du problème avec contraintes d'entretien lorsqu'elle sera appliquée aux mêmes simulations.

La relation entre la solution optimale du problème sans contraintes d'entretien et la solution optimale du problème avec contraintes d'entretien sera au coeur de la méthode qui sera développée.

L'examen de cette question procédera comme suit. Je commencerai par effectuer un bref survol de la littérature sur la question de la détermination d'un horaire d'entretien des turbines. Pour le cas d'espèce de la rivière St-Maurice, j'examinerai les nouvelles contraintes particulières qui doivent être respectées. J'établirai ensuite la modélisation qui résulte de l'ajout de ces contraintes. J'effectuerai alors une analyse de la problématique qui s'est posée tant sur le plan pratique que théorique. Je développerai par la suite une fonction auxiliaire qui permettra d'évaluer différentes solutions. Une systématisation de la recherche par la fonction auxiliaire sera ensuite exposée. Je généraliserai la méthode de résolution pour différents systèmes hydriques. Finalement, je formulerai certains commentaires et mes conclusions sur cette approche.

## 5.2 Revue de la littérature

Il existe une très abondante littérature scientifique portant sur la détermination d'horaires d'entretien de turbines. Plusieurs de ces études tiennent compte d'éléments stochastiques divers. Le prix de l'électricité sur le marché et le niveau de la demande sont certains des éléments stochastiques considérés dans [1], [9] et [26]. Parfois la variable stochastique considérée concerne le taux de panne [41] ou de dégradation de l'équipement [29]. Ces types de considérations sont étrangers à la présente thèse.

Soulignons aussi que la majorité du temps, les articles étudiés portent sur des équipements thermiques ou nucléaires et non sur des équipements hydroélectriques.

Les problèmes décrits dans ces articles, malgré une apparente similitude, sont très différents du problème traité dans cette thèse. Dans les cas thermiques ou nucléaire, des coûts beaucoup plus importants que dans le cas hydroélectrique sont liés au seul fait d'arrêter ou de démarrer des turbines. Une autre différence majeure tient dans le fait que la fonction de production des centrales thermiques ou nucléaires n'est dépendantes d'aucune variable stochastique.

Lorsque la variable stochastique considérée est le prix de l'électricité sur le marché ou le niveau de la demande, l'évaluation des coûts liés à une solution donnée peut être obtenue en une fraction de seconde. Dans le cas étudié dans cette thèse, l'évaluation de la valeur d'une solution au problème d'entretien des turbines exige que l'on détermine d'abord les règles optimales de gestion (chargement optimal des groupes et règles de gestion des réservoirs) propres à l'horaire d'entretien déterminé par cette solution. Nous verrons que l'évaluation de ces règles optimales ne s'effectue pas très rapidement. Ce n'est qu'une fois que ces règles ont été déterminées qu'il devient possible de les évaluer dans le cadre d'une simulation.

Parmi la centaine de publications consultées traitant de cette question de la détermination d'un horaire optimal d'entretien des turbines, je n'en ai pas vu aucune qui considèrerait l'imbrication de ce problème dans un problème plus général de gestion des stocks d'eau.

Parmi les multiples méthodes rapportées dans la littérature pour construire un horaire optimal d'entretien des turbines, aucune ne m'est apparue satisfaisante dans le contexte posé par la gestion du système hydrique de la rivière St-Maurice. Je développerai davantage les raisons soutenant cette affirmation dans une sous-section

ultérieure (cf sous-section intitulée «considérations sur la problématique de confection d'un horaire optimal»).

Ceci étant dit, examinons maintenant les contraintes additionnelles qui doivent être considérées pour confectionner un horaire optimal d'entretien des turbines.

### 5.3 Contraintes particulières

Un gestionnaire des installations m'a fait part d'un seul type de contraintes particulières à considérer dans l'élaboration d'un horaire d'entretien. Il s'agit d'une limitation du nombre de turbines qui peuvent être arrêtées simultanément dans une même centrale. Ces limitations s'établissent comme suit

- Pas plus de deux turbines aux la centrales Rapide-Blanc, Trenché, Beaumont, La Tuque et La Gabelle.
- Pas plus de trois turbines aux centrales Grand-Mère et Shawinigan .

Outre le fait que ces contraintes peuvent être justifiées par la disponibilité des équipes d'entretien, nous pouvons aussi croire que ces contraintes permettent de garantir, en tout temps, une capacité minimale de production, tant pour chaque centrale que pour l'ensemble du système hydrique. La flexibilité, sur la capacité de production potentielle des centrales, qu'elle donne à l'équipe de gestion pour faire face à certains impondérables est peut être la raison pour laquelle ces contraintes ont été formulées.

Quoiqu'il en soit, outre ces contraintes, le gestionnaire ne m'a pas fait part d'autres contraintes utiles à considérer. Notamment, il n'y a pas de contraintes d'urgence, les arrêts visés pouvant être programmés durant n'importe plage horaire de l'horizon considéré (l'année).

## 5.4 Modélisation du problème de détermination d'un horaire optimal

Au modèle initial 3.26, nous devons ajouter des contraintes additionnelles qui tiendront compte de la durée des arrêts requis pour chaque turbine ainsi qu'une contrainte pour assurer la consécution de ces arrêts. Pour modéliser ces contraintes, j'utiliserai les variables suivantes

$$\rho_{jit} \begin{cases} 1 & \text{si la turbine } j \text{ de la centrale } i \text{ est disponible durant la période } t, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$\Gamma$  l'ensemble des turbines visées par les demandes d'arrêts  
 $\alpha_{j,i}$  la durée de l'arrêt requis pour la turbine  $j$  de la centrale  $i$

Nous aurons les contraintes additionnelles suivantes.

- Pour calculer le nombre de semaines d'arrêts.

$$\sum_{t=1}^{52} (1 - \rho_{jit}) \geq \alpha_{ji} \quad \forall (j, i) \in \Gamma \quad (5.1)$$

- Pour établir la consécution des arrêts.

$$\sum_{t=1}^{52} (1 - \rho_{jit})(1 - \rho_{ji((t+1) \bmod 52)}) \dots (1 - \rho_{ji,((t+\alpha_{ji}-1) \bmod 52)}) \geq 1 \quad \forall (j, i) \in \Gamma \quad (5.2)$$

- Pour limiter le nombre de turbines simultanément arrêtées dans les centrales Rapide-Blanc, Trenche, Beaumont, La Tuque et La Gabelle.

$$\sum_j (1 - \rho_{ji,t}) \leq 2 \quad \forall t, \forall i \in \{1, 2, 3, 4, 7\} \quad (5.3)$$

- Pour limiter le nombre de turbines simultannément arrêtées dans les centrales Grand-Mère et Shawinigan.

$$\sum_j (1 - \rho_{ji,t}) \leq 3 \quad \forall t, i \in \{5, 6\} \quad (5.4)$$

Soulignons qu'il y a une certaine redondance entre les contraintes 5.1 d'une part et les contraintes 5.2 d'autre part. Je ne m'en formaliserai pas pour l'instant et je les conserverai pour la clarté qu'elles apportent.

En incorporant ces contraintes au modèle précédent et en ajoutant le caractère binaire des variables  $\rho_{j,i,t}$ , nous obtenons le modèle suivant pour le problème avec contraintes d'entretien  $P$ .

$$\begin{aligned}
& \text{Minimiser} && \mathbf{E}_{App} \left\{ \sum_{t=1}^{52} -G_t'(Q_t) + L_t(S_t, R_t) + P_t(M_t) - \Phi(S_{52}) \right\} \\
& \text{s.c.} && \\
& && \sum_{t=1}^{52} (1 - \rho_{j,i,t}) \geq \alpha_{j,i} \quad \forall (j, i) \in \Gamma \\
& && \sum_{t=1}^{52} (1 - \rho_{j,i,t})(1 - \rho_{j,i,((t+1) \bmod 52)}) \dots (1 - \rho_{j,i,(t+\alpha_{j,i}-1) \bmod 52}) \geq 1 \quad \forall (j, i) \in \Gamma \\
& && \sum_j (1 - \rho_{j,i,t}) \leq 2 \quad \forall t, \forall i \in \{1, 2, 3, 4, 7\} \\
& && \sum_j (1 - \rho_{j,i,t}) \leq 3 \quad \forall t, i \in \{5, 6\} \\
& && S_t = S_{t-1} + App_t - R_t \quad \forall t \\
& && S_t > 0 \quad \forall t \\
& && R_t > 0 \quad \forall t \\
& && M_t > 0 \quad \forall t \\
& && \rho_{j,i,t} \in \{0, 1\} \quad \forall j, \forall i, \forall t \\
& && t = 1, 2, \dots, 52
\end{aligned}$$

où  $G_t'$  est la fonction de production qui tient compte des turbines disponibles durant la période  $t$ .

Le modèle qui en résulte est non convexe et stochastique. L'ajout des contraintes d'entretien augmente considérablement la dimension du problème. Ces questions seront examinées davantage dans la section qui suit.

## 5.5 Considérations sur la problématique de confection d'un horaire optimal

D'abord, rappelons que c'est ce modèle, sans les contraintes d'arrêts, qui a fait l'objet du logiciel OptiHebdo. Le logiciel, après les phases préliminaires, doit déterminer le chargement optimal des groupes et la règle optimale de soutirage. Ces deux sous-programmes sont évidemment dépendants du sous-ensemble de turbines disponibles durant chaque période. Il est manifeste qu'une règle de chargement « optimal », ne vaudrait plus grand chose si elle prévoyait le chargement d'une turbine non disponible. De même, la règle « optimale » de gestion tient compte, pour chaque période, de la capacité de chaque centrale à produire de l'électricité. Cette règle aussi ne vaudrait plus grand chose si les capacités de production de chaque centrale étaient modifiées par la mise en arrêt de certaines turbines durant certaines périodes.

Abstraction faite de la contrainte relative au nombre de turbines pouvant être arrêtées simultanément, considérons maintenant la possibilité de devoir programmer les arrêts, pour des périodes de deux à six semaines chacun, des cinq turbines d'une centrale. On obtient  $52^5$  combinaisons possibles, soit environ  $3.82 \cdot 10^8$ . Ce nombre s'obtient en considérant qu'il y a cinquante deux plages consécutives possibles d'arrêts pour chaque turbine.

Pour une centrale de six turbines, le nombre de combinaisons possibles s'élève déjà à environ  $1.977 \cdot 10^{10}$ . Pour des centrales ayant neuf et onze turbines, le nombre de combinaisons possibles sera respectivement d'environ  $2.779 \cdot 10^{15}$  et  $7.311 \cdot 10^{18}$ . On constate donc que pour l'ensemble de la rivière - sept centrales ayant respectivement 6, 6, 6, 6, 9, 11 et 5 turbines - l'ensemble des horaires possibles d'arrêts comporte plus de  $10^{81}$  éléments. La considération du nombre maximal de turbines pouvant être arrêtées simultanément réduira beaucoup le nombre de solutions réalisables. Cependant, à prime abord, le nombre d'horaires réalisables demeure considérable.

Le problème consiste à explorer adéquatement l'espace solution pour y trouver une solution optimale ou une solution  $\epsilon$ -optimale. Une solution  $\epsilon$ -optimale est une solution dont la valeur approche la solution optimale à moins de  $\epsilon$ . Deux problèmes majeurs apparaissent d'emblée.

Premièrement, nous ne connaissons pas la solution optimale. Nous ne connaissons pas non plus de règles d'optimalité qui nous permettraient de la reconnaître lorsque nous la trouverons. Deuxièmement, l'évaluation d'une solution, qu'elle quelle soit, exige l'évaluation de la fonction objectif lorsqu'elle est confrontée aux données des simulations. La règle de gestion optimale associée à une solution du problème de mise hors-service des turbines sera meilleure qu'une autre lorsque la valeur de la fonction objectif, évaluée dans le cadre des simulations, donnera de meilleurs résultats. Or, pour obtenir cette évaluation nous devons successivement effectuer les opérations suivantes pour toutes les solutions candidates au problème d'entretien

1. Déterminer le chargement optimal des groupes et la règle de gestion optimale des réservoirs.
2. Simuler l'application de ces règles sur les données historiques.
3. Évaluer la valeur de la fonction objectif à la suite de chacune de ces simulations et les comparer entre elles.

Or il faut savoir que dans dans l'état actuel du code source, une itération du logiciel OptiHebdo prend environ cent dix (110) secondes. Ce qui est onéreux, en terme de temps, c'est surtout la détermination de la règle de gestion optimale des réservoirs. Les fonctions qui déterminent le rendement optimal des groupes et qui effectuent la simulation sur les données historiques sont également coûteuses en terme de temps. Cependant, cela est nettement moindre que le temps requis pour déterminer la règle optimale de gestion des réservoirs. Bien qu'il soit certainement possible d'améliorer le code source, il reste que la détermination du chargement optimal des groupes et

de la règle optimale de gestion propre à chaque solution candidate ainsi que leur évaluation dans le cadre de simulations prendraient un temps considérable.

Avec le logiciel OptiHebdo, en une heure, il serait possible de comparer environ trente trois (33) solutions candidates. En une semaine de travail continu d'un ordinateur, ce nombre s'élèverait à environ cinq mille cinq cents (5500). On le constate, compte tenu du nombre considérable de solutions possibles, tout algorithme ou heuristique de recherche devrait être d'une efficacité redoutable pour permettre d'approcher la solution optimale dans un délai raisonnable. Ceci est d'autant plus vrai que le problème  $P$  ne possède guère de belles qualités.

Comme il n'y avait pas de progrès significatifs à espérer de l'amélioration du code source, force m'était donc d'admettre que la recherche d'une solution optimale ou  $\epsilon$ -optimale devait procéder autrement que par le calcul itératif des règles optimales de gestion et de rendement des groupes ainsi que par le calcul de la valeur de la fonction objectif associée à chaque solution candidate au problème de mises hors-service lorsqu'elle serait évaluée dans le cadre d'une simulation.

Or comment évaluer la valeur d'une solution candidate au problème avec contrainte d'entretien sans établir les règles optimales qui lui sont associées ni les tester par des simulations? C'est sur cette question que porte la prochaine section.

## 5.6 Développement d'une fonction auxiliaire de recherche

L'application des règles optimales de gestion déterminées par le logiciel OptiHebdo sur les données historiques permet d'obtenir plusieurs renseignements. Je rappelle que ces simulations se sont déroulées en considérant que toutes les turbines de toutes les centrales étaient disponibles.

Parmi ces renseignements, nous avons, pour chaque période et pour chaque centrale, l'information sur le débit le plus élevé observé au cours des cinquante-cinq années visées par la simulation. Nommons  $deb_i^{\max}$  le débit de plus élevé observé lors des simulations à la centrale  $i$  durant la période  $t$ , c'est-à-dire

$$deb_i^{\max} = \text{MAX}_{s \in \text{sim}} (deb_i^s) \quad \forall i, \forall t$$

Outre cette information, nous connaissons aussi la règle optimale de chargement des groupes déterminée par le programme OptiHebdo. Cette règle, tout comme la règle de gestion des réservoirs, a été déterminée en considérant que toutes les turbines installées étaient disponibles. Elle établit de quelle manière un débit doit être réparti entre les turbines d'une centrale afin que la production d'électricité soit maximale. Cette règle est calculée pour chaque unité entière de débit comprise entre le débit nul et la capacité maximale de turbinage de la centrale.

Examinons quelques exemples présentés dans le tableau 5.1. On constate qu'à la centrale Rapide-Blanc, tous les groupes sont chargés avec  $131 \text{ m}^3$  d'eau lorsque le débit est de  $978 \text{ m}^3$  d'eau. Cependant, lorsque le débit est de  $403 \text{ m}^3/s$  d'eau, le chargement optimal consiste à affecter  $101 \text{ m}^3$  d'eau à chacune des trois premières turbines,  $100 \text{ m}^3$  d'eau à la quatrième et rien aux deux dernières.

En déterminant le chargement optimal de tous les  $deb_i^{\max}$ , nous apprenons de quelles façons ont été affectés les plus forts débits durant les cinquante cinq années étudiées lors des simulations. Mentionnons immédiatement que dans la suite du texte, pour les  $deb_i^{\max}$ , les centrales seront indexées de 0 à 6 de l'amont vers l'aval. L'indice 0 sera attribué à la centrale Rapide-Blanc, l'indice 1 à la centrale Trenché, l'indice 2 à la centrale Beaumont, etc

Nous pouvons d'ores et déjà effectuer une première vérification. En considérant tous les  $deb_i^{\max}$ , existe-t-il des périodes consécutives d'inactivités d'une même turbine qui

Tableau 5.1 – Exemples de chargements optimaux.

Centrale	période	$deb_{i_t}^{max}$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$
		$m^3/s$	$m^3/s$	$m^3/s$	$m^3/s$	$m^3/s$	$m^3/s$	$m^3/s$
Rapide-Blanc	1	978	131	131	131	131	131	131
Rapide-Blanc	10	575	96	96	96	96	96	0
Rapide-Blanc	11	403	101	101	101	100	0	0
Rapide-Blanc	40	389	98	97	97	97	0	0
Trenche	1	1025	121	129	127	124	126	126
Trenche	10	631	121	129	5	124	126	126
Trenche	11	421	100	110	0	0	104	106
Trenche	40	421	100	110	0	0	104	106
Beaumont	1	1077	148	145	148	146	149	149
Beaumont	10	746	125	122	119	146	117	116
Beaumont	11	491	0	110	104	86	95	96
Beaumont	40	586	113	108	102	79	92	92

### Hauteur de chute moyenne

permettraient d’y planifier son entretien? La réponse à cette question est oui. En utilisant la répartition dictée par la règle de chargement optimal des groupes du problème sans contrainte d’entretien de  $deb_{0_t}^{max}$ , on constate qu’à la centrale Rapide-Blanc, la turbine 4 n’est jamais utilisée entre les périodes 38 et 47 inclusivement. Cela signifie, que malgré qu’elle était disponible durant ces périodes et en considérant le débit maximal des cinquante-cinq années visée par les simulations, il n’était pas opportun de l’utiliser.

Nous pouvons relever plusieurs autres exemples. Par exemple, en poursuivant avec la centrale Rapide-Blanc, on constate que malgré que les débits soient fixés à  $deb_{0_t}^{max}$  durant les périodes 38 à 43 inclusivement, la turbine 3 n’est jamais utilisée alors que la turbine 5 est inactive durant les périodes 15 à 17 inclusivement ainsi que durant les périodes 23 à 25 inclusivement. Il s’agit uniquement d’exemples relevés pour la centrale Rapide-Blanc. Avant de poursuivre plus avant sur cette avenue, il m’apparaît indiqué de formuler les remarque et proposition suivantes.

### Remarque

*Il n'est théoriquement pas impossible qu'un débit  $deb_{i,t} < deb_{i,t}^{max}$  soit chargé optimalement d'une manière très différente de  $deb_{i,t}^{max}$ . Le chargement optimal de  $deb_{i,t}$  pourrait théoriquement impliquer un sous-ensemble de turbines différent du sous-ensemble de turbines impliqué pour  $deb_{i,t}^{max}$ . En pratique cependant, tel n'est pas le cas. La règle de chargement optimal des groupes prévoit d'utiliser d'abord les turbines les plus performantes et d'ensuite sélectionner les turbines les moins performantes. Ainsi en pratique, les turbines les plus performantes sont toujours utilisées alors que les turbines les moins performantes sont mises au repos lorsque le débit n'est pas suffisamment élevé.*

Formalisons maintenant une première constatation assez évidente.

### Proposition

*Soit  $P_R$  le problème sans contrainte d'entretien et  $s_R^*$  sa solution optimale. Soit  $P$  le problème avec contraintes d'entretiens et  $s^*$ , sa solution optimale. Alors*

$$P_R \text{ est une relaxation de } P. \quad (5.5)$$

*Si  $f_R^*$  est la valeur de l'objectif obtenue en simulant  $s_R^*$  avec un jeu de données «sim» et si  $f^*$  est la valeur de l'objectif, obtenue en simulant  $s^*$  sur le même jeu de données «sim» alors*

$$f_R^* \leq f^* \quad \forall \text{ sim.}$$

Puisque  $P$  est le même problème que  $P_R$  auquel on a ajouté des contraintes alors que  $G' \leq G$  pour toutes les périodes, les deux conclusions s'infèrent de la définition même d'une relaxation.  $\square$

Ceci étant dit, la méthode énoncée jusqu'ici permet déjà de trouver des solutions optimales à certaines instances. Par exemple, en reprenant l'exemple de la centrale Rapide-Blanc, si l'ensemble des turbines visées par la demande d'arrêts est  $\Gamma = \{(0, 3), (0, 4), (0, 5)\}$  et que  $\alpha_{0,3} = 6$ ,  $\alpha_{0,4} = 6$  et  $\alpha_{0,5} = 3$ , on constate que nous pourrions planifier les arrêts durant les périodes d'inutilisation de ces turbines.

En agissant de la sorte, avec une telle instance, les valeurs de l'objectif du problème avec contraintes d'entretien  $P$ ,  $f_j$ , pour  $j = 1, 2, \dots, 55$ , calculées en appliquant  $s^*$  sur chacun des cinquante-cinq jeux de données, seraient exactement les mêmes que les valeurs  $f_{R,j}^*$  de l'objectif du problème sans contraintes d'entretien  $P_R$  calculées sur les mêmes jeux de données.  $P_R$  étant une relaxation de  $P$  et  $f_{R,j}^*$  étant la valeur optimale de l'objectif lors de la simulation  $j$  lorsque les règles optimales de gestion sont appliquées, nous avons alors la certitude que les  $f_j$  obtenues sont les valeurs de solutions optimales puisque pour ces instances, pour tout  $j$ ,  $f_{R,j}^* = f_j$ . Donc dans ces cas,  $f_j = f_j^*$  pour tout  $j$ .

Nous dirons que de telles solutions sont des solutions de coût nul puisqu'elles n'altèrent en rien la solution optimale de  $P_R$ . L'heuristique de recherche de la solution  $\epsilon$ -optimale, présentée dans la section qui suit, sera une systématisation de la méthode décrite ci-haut.

## 5.7 Généralisation de l'application d'une fonction auxiliaire de recherche

Tel qu'expliqué auparavant, il serait trop onéreux de procéder itérativement à la détermination, pour chaque solution candidate,

1. du chargement optimal des groupes,

2. des règles optimales de gestion des réservoirs et de chargement des groupes,
3. du calcul de  $f_j$ , la valeur de la fonction objectif de la solution candidate lors de la simulation  $j$ ,  $j = 1, \dots, 55$ .

L'idéal serait qu'en examinant les résultats des simulations, on puisse trouver, en nombres suffisants, des périodes d'inutilisation des différentes turbines qui permettent leur mise en entretien sans altérer les solutions optimales de  $P_R$  pour chaque jeu de données des simulations. Tel que ce sera ci-après illustré, cela ne sera pas possible.

La fonction objectif  $f_j$  étant trop ardue à évaluer pour chaque solution candidate, il faut définir une nouvelle fonction qui pourra servir à étalonner l'évaluation des solutions candidates au problème d'entretien.

Afin de pouvoir utiliser les informations qui proviennent de la solution optimale de  $P_R$ , nous pouvons construire une matrice des  $deb_i^{\max}$ . Ensuite, pour chaque centrale  $i$ , nous pouvons construire la matrice  $M_{j\ t}^i$ , où  $j = 1 \dots \text{No\_turb}_i$ ,  $\text{No\_turb}_i$  étant le nombre de trubines installées dans la centrale  $i$ . Cette dernière matrice servira à identifier l'utilisation qui a été faite de chaque turbine  $j$ , de la centrale  $i$ , durant la période  $t$ , par les règles de gestion optimales déterminées dans  $P_R$  lorsque le débit est  $deb_i^{\max}$ .

Une première approche testée a été de considérer  $M_{j\ t}^i$  comme une matrice booléenne, c'est-à-dire,

$$[m_{j\ t}^i] = \begin{cases} 1 & \text{si la turbine } j \text{ de la centrale } i \text{ est utilisée durant la période } t \text{ lorsque} \\ & \text{le débit est } deb_i^{\max} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où  $[m_{j\ t}^i]$  est un élément de  $M_{j\ t}^i$ . Il convient de souligner deux points immédiatement. Premièrement il est évident que le scénario qui consiste à considérer, pour chaque période et chaque centrale, le plus élevé de tous les débits observés durant les cinquante cinq simulations n'est pas un scénario réaliste. Il s'agit en fait d'un scénario catastrophe. Je reviendrai la dessus.

Deuxièmement, mentionnons aussi que tous les tests informatiques dont il sera question dans cette thèse porteront toujours sur le pire cas possible, soit celui qui consiste à déterminer un horaire planifiant l'arrêt des quarante-neuf turbines de la rivière, chaque arrêt étant de la durée maximale possible, soit six semaines.

Ainsi, toutes les discussions qui suivront porteront, à n'en pas douter, sur le pire cas imaginable. En effet, outre le fait que le scénario d'apports a une probabilité quasi nulle de survenir, il est hautement improbable que le gestionnaire entreprenne, durant une même année, l'inspection de la totalité de ses turbines installées, chaque inspection devant durer le temps maximum possible. Je reviendrai aussi sur ce point.

Ces remarques étant faites, examinons de quelles manières la matrice  $M_{j,t}^i$ , telle que construite, permet la recherche d'une solution de coût nul. Cela consiste, dans un premier temps, à vérifier si, pour chaque ligne de  $M_{j,t}^i$ , il existe au moins une séquence de six zéros consécutifs, c'est-à-dire

$$\sum_{\ell=t}^{(t+5) \bmod 52} [m_{j,\ell}^i] = 0$$

pour au moins un  $t \in \{1, 2, \dots, 52\}$ . Afin d'illustrer le propos, le tableau suivant donne toutes les séquences au cours desquelles il serait possible d'effectuer l'entretien des turbines de la centrale Beaumont sans que cela n'altère la production d'électricité calculée pour  $P_R$ .

Comme l'illustre ce tableau, nous ne pouvons pas associer une séquence de six zéros consécutifs à chacune des turbines. Or, si de telles séquences n'existent pas pour une ou plusieurs turbines, sans parler de la contrainte relative au nombre maximal de turbines pouvant être arrêtées simultanément, comment est-il possible de déterminer les meilleures séquences de six semaines consécutives au cours desquelles il serait opportun de fixer l'entretien de ces turbines? Pour une turbine  $j$  donnée, serait-il

Tableau 5.2 – Séquences d'inutilisation des turbines de la centrale Beaumont lorsque le débit, pour chaque période, est  $deb_2^{\max}$ .

Turbine	début	fin
0	38	43
	45	48
1	39	43
	45	46
2	-	-
3	36	41
	43	44
4	-	-
5	-	-

opportun de rechercher la séquence qui minimise le nombre de périodes au cours desquelles elle est utilisée, tel qu'établit par l'équation suivante ?

$$seq_{min} = \text{MIN}_{seq} \sum_{t \in seq} [m_{j,t}^i]$$

Telle que construite, la matrice booléenne  $M_{j,t}^i$ , ne transmet qu'une seule information sur la solution optimale de  $P_R$ , soit d'établir si l'utilisation de la turbine  $j$  de la centrale  $i$  était requise par les règles optimales de gestion de  $P_R$  durant la période  $t$  avec un débit fixé à  $deb_i^{\max}$ . Pour les périodes au cours desquelles  $M_{j,t}^i$  nous indique que les différentes turbines sont utilisées, nous ne possédons aucune autre information. Notamment, nous ne connaissons pas le volume d'eau affecté à chaque turbine par la règle de chargement optimal des groupes déterminée pour  $P_R$ . On conçoit facilement les limites de cette approche.

On pourrait croire que la mise en arrêt d'une turbine à laquelle un très faible débit a été attribué par la règle de chargement optimal de  $deb_i^{\max}$  porterait beaucoup moins à conséquence que si cette même règle lui avait attribué un très fort débit.

Construisons plutôt une matrice  $M_{j,t}^i$  qui contiendrait davantage d'informations provenant de l'application des règles optimales de  $P_R$  lors des simulations. Ainsi, au lieu de contenir une information booléenne, posons que

$$[m_{j,t}^i] = [deb_{j,i,t}^{\max}]$$

où  $deb_{j,i,t}^{\max}$  indique la portion de  $deb_i^{\max}$  affectée à la turbine  $j$  de la centrale  $i$  durant la période  $t$  par la règle de chargement optimal déterminée lors de la résolution de  $P_R$ .

Chacune de ces matrices  $M_{j,t}^i, i = 0, \dots, 6$ , nous informe ainsi du débit affecté à chacune des turbines lors de chacune des périodes lorsque nous considérons le débit maximal des cinquante-cinq années considérées. Un exemple est présenté dans le tableau 5.3.

Au vu de ce tableau, il apparaît assez évident qu'il est impossible de trouver suffisamment de périodes d'inactivité des turbines pour y programmer des entretiens sans que cela n'affecte la production d'électricité calculée pour  $P_R$ . Pour pouvoir arrêter chacune des turbines durant une période de six semaines, nous devons nous demander ce qu'il adviendra de ces débits. Par exemple, en fixant l'arrêt de la turbine 5 de la centrale La Tuque durant les périodes 1 à 6 inclusivement, il y aurait un débit hebdomadaire moyen de 131 mètres cubes qui ne serait plus turbiné. Il deviendrait donc à risque de devoir être déversé. Par contre en fixant l'arrêt de cette même turbine durant les périodes 38 à 44 inclusivement, ce serait un débit moyen d'un peu plus de 106 mètres cubes par seconde qui deviendrait à risque. Cela semble déjà mieux.

Bien sur, compte-tenu d'un horaire d'arrêts déterminé, il serait toujours loisible de calculer de nouveau les règles de gestions optimales associées à cette nouvelle disponibilité restreinte des turbines. De cette façon, les débits d'eau pourraient être redéployés sur d'autres périodes et ainsi éviter de subir les pertes sèches d'eau que

Tableau 5.3 –  $[m_j^3] = [deb_{j,3}^{\max}]$  pour la centrale La Tuque (pour chaque turbine, les périodes 1 à 13 sont sur la première ligne, les périodes 14 à 26 sur la ligne suivante, etc).

turbines	capacité	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	143	143	143	143	143	143	143	143	143	123	143	125	143	122
		143	143	139	117	116	137	108	99	139	143	124	133	131
		143	143	143	143	139	143	116	134	110	111	109	96	110
		123	117	112	104	109	108	103	92	96	112	143	143	143
1	132	132	132	132	132	132	132	132	132	110	132	111	132	109
		132	132	119	107	106	117	102	97	118	130	110	115	114
		132	132	132	132	118	132	106	116	103	104	103	96	103
		110	107	104	100	103	102	100	94	95	104	132	132	132
2	143	143	143	143	143	143	143	143	143	123	143	125	143	122
		143	143	139	117	116	137	108	99	139	143	123	132	131
		143	143	143	143	139	143	116	134	110	111	109	96	110
		0	0	0	104	0	108	103	92	96	112	143	143	143
3	143	143	143	143	143	143	143	143	143	123	143	124	143	122
		143	143	139	117	116	137	107	99	139	143	123	132	130
		143	143	143	143	139	143	115	134	110	111	109	96	0
		0	0	0	0	0	107	0	0	95	112	143	143	143
4	143	143	143	143	143	143	143	143	143	122	143	124	143	122
		143	143	139	117	115	137	0	98	139	143	123	132	130
		143	143	143	143	138	143	115	133	109	111	0	96	0
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	143	143	143
5	131	131	131	131	131	131	131	131	131	114	131	115	131	113
		131	131	124	111	110	123	105	99	124	131	115	120	119
		131	131	131	131	124	131	110	121	106	107	106	98	106
		114	110	107	102	106	105	102	95	97	107	131	131	131

j'appréhende. Cependant en procédant de la sorte, je retrouve l'écueil que je tentais de contourner, soit d'avoir à itérer l'exécution du logiciel OptiHebdo de nombreuses fois. Comme on l'a vu, ce n'est qu'une très infime proportion des solutions candidates qui pourraient être évaluées dans un délai raisonnable. Ceci n'est pas souhaitable. Il faut chercher à éviter d'avoir à itérer le calcul coûteux des règles de gestion propres

à chaque solution candidate.

Une première façon de procéder consisterait à déterminer quelles seraient les séquences d'arrêts qui minimiseraient les volumes d'eau potentiellement perdus. Le risque de devoir déverser d'importants débits d'eau de façon improductive serait considérablement diminué si les débits d'eau mis à risques étaient limités. Un autre avantage de procéder ainsi serait d'obtenir aisément une borne sur la valeur de la solution optimale. Avant d'aller plus avant sur ces différentes questions, définissons d'abord cette fonction auxiliaire de recherche des séquences d'arrêts occasionnant les plus faibles pertes d'eau potentielles.

### 5.7.1 Définition de la fonction auxiliaire de recherche

Ici il s'agit de développer une fonction qui en regard d'un débit fixé à  $deb_{i,t}^{\max} \forall i, t$ , cherchera à minimiser les pertes d'eau tout en assurant la satisfaction des besoins de mises en entretien exprimés par le gestionnaire.

Plutôt que de simplement chercher les séquences qui minimiseraient le total des volumes d'eau attribués à une turbine donnée, poussons plus avant ce raisonnement et examinons plutôt les séquences qui minimiseraient le potentiel de perte d'eau de la centrale. Pour l'établir, il faudra nécessairement tenir compte des volumes d'eau attribués aux autres turbines de la centrale. En connaissant ces volumes d'eau, nous sommes également en mesure de déterminer quelles sont les capacités résiduelles de turbinage de chacune des turbines de la centrale.

Donc, nous cherchons à vérifier si, pour une turbine  $j_0$  donnée, la capacité résiduelle de turbinage des autres turbines disponibles de la centrale permettrait d'absorber la portion du débit  $deb_{i,t}^{\max}$  attribuée à la turbine  $j_0$  durant toute la durée d'une séquence

d'arrêts donnée. Je nommerai cette portion  $deb_{i,j_0,t}^{max}$ . La portion non transférable de ces débits sera nommée  $deb_{i,j_0,séq}^{supp}$ . Les débits non transférables durant une séquence donnée seront établis comme suit.

$$deb_{i,j_0,séq}^{supp} = \sum_{t \in séq} MAX \left( deb_{i,j_0,t}^{max} - \sum_{j \neq j_0} (Cap\_tur_{i,j} - deb_{i,j,t}^{max}), 0 \right) \quad (5.6)$$

où  $Cap\_tur_{i,j}$  est la capacité de turbinage de la turbine  $j$  de la centrale  $i$ . Par définition nous avons  $Cap\_tur_{i,j} \geq deb_{i,j,t}^{max}$  pour tous  $i, j$ , et  $t$ . En effet, les  $deb_{i,j,t}^{max}$  ont été déterminés par la règle de chargement optimal des groupes et sont donc toujours inférieurs à la capacité de turbinage de la turbine visée. Dans cette équation 5.6, séq désigne une séquence de six semaines consécutives.

Il s'agit alors de déterminer la séquence de périodes qui minimise ce  $deb_{i,j_0,séq}^{supp}$ . Nous pouvons définir la séquence séq( $s$ ) comme une séquence de six semaines débutant lors de la semaine  $s$ . La séquence minimale sera alors déterminée comme suit.

$$deb_{i,j_0,*}^{supp} = MIN_{s=1,2,\dots,52} deb_{i,j_0,séq(s)}^{supp} \quad (5.7)$$

Ici, nous devons remarquer qu'il est possible que deux ou trois turbines soient mises en entretien durant les mêmes périodes, dépendamment de la centrale visée. Durant la séquence de mise en entretien d'une turbine, nous ne pouvons pas cumuler sa capacité résiduelle puisqu'elle n'est plus disponible. J'utiliserai les variables binaires  $\rho_{jit}$  précédemment définies pour tenir compte de cela. Ceci mène à l'équation suivante.

$$deb_{i,j_0,*}^{supp} = MIN_{s=1,2,\dots,52} \sum_{t \in séq(s)} MAX \left( deb_{i,j_0,t}^{max} - \sum_{j \neq j_0} \rho_{jit} (Cap\_tur_{i,j} - deb_{i,j,t}^{max}), 0 \right) \quad (5.8)$$

Dans le problème auxiliaire qu'on cherche à définir, nous retrouverons aussi les contraintes 5.2, 5.3 et 5.4 de  $P$ . Ces contraintes concernent la durée minimale des

mises en entretien, la consécution des mises en arrêts et le nombre maximal de mises en entretien simultanées. Les  $\rho_{j,i,t}$  seront toujours des variables binaires.

D'autre part, les  $deb_{i,t}^{max}$  proviennent des résultats des simulations, qui eux mêmes ont été obtenus en simulant la règle optimale de  $P_R$  sur différents jeux de données d'apports. Or la solution optimale de  $P_R$  tenait compte des contraintes sur l'état des réservoirs lors de ces différentes simulations. Maintenant, il est improbable que les contraintes d'équilibre puissent être rencontrées. En effet, il est possible qu'un  $deb_{1,t}^{max}$  à la centrale Trenche soit survenu durant la simulation  $j$  alors que pour la même période  $t$ , le  $deb_{2,t}^{max}$  de la centrale Beaumont, immédiatement en aval de la centrale Trenche, soit survenu durant la simulation  $l$ , avec  $j \neq l$ . Pour que les contraintes sur l'état de la rivière puissent s'appliquer au problème tel que construit, il faudrait sélectionner tous les  $deb_{i,t}^{max}$  en provenance d'une seule et unique simulation. Or, tel que construit, les  $deb_{i,t}^{max}$  sont beaucoup plus contraignants que ne le seraient, par exemple, les débits moyens les plus élevés rencontrés lors des simulations. Avec de tels débits moyens il y aurait des probabilités non négligeables que durant certaines périodes, les débits réels soient supérieurs à ces débits moyens. Ainsi, si l'horaire d'arrêts était basé sur un débit inférieur à  $deb_{i,t}^{max}$ , il y aurait des probabilités non négligeables que des débits réels supérieurs excèdent la capacité de turbinage d'une centrale durant certaines périodes. Pour éviter de tels impondérables, pour l'instant, je m'en tiendrai donc à ne considérer que les  $deb_{i,t}^{max}$  pour lesquels nous savons que

$$P(deb_{i,t}^{reel} \geq deb_{i,t}^{max}) \approx 0.$$

Dans le prochain chapitre, j'exposerai certains traitements de ces  $deb_{i,t}^{max}$  qu'ils seraient possible d'envisager. Pour l'instant cependant, je les conserverai tels quels. Quant aux contraintes d'équilibre sur l'état de la rivière, elles doivent être évacuées du problème auxiliaire. Elles n'y ont pas de pertinence. La modélisation du problème auxiliaire  $P_{aux}$  prendra donc la forme suivante.

$$\text{Minimiser } \sum_{i=0}^6 \sum_{(j,i) \in \Gamma} \sum_{s \in \text{séq}} deb_{i,j_0,*}^{supp}$$

s.c.

$$deb_{i,j_0,*}^{supp} = \underset{s=1,2,\dots,52}{MIN} \sum_{t \in \text{séq}(s)} \underset{j \neq j_0}{MAX} \left( deb_{i,j_0,t}^{max} - \sum_{j \neq j_0} \rho_{j i t} (Cap\_tur_{i,j} - deb_{i,j,t}^{max}), 0 \right)$$

$$\sum_{t=1}^{52} (1 - \rho_{j i t}) \geq \alpha_{j i}$$

$$\forall (j, i) \in \Gamma$$

$$\sum_{t=1}^{52} (1 - \rho_{j i t})(1 - \rho_{j i (t+1) \bmod 52}) \dots (1 - \rho_{j i (t+\alpha_{j i}-1) \bmod 52}) \geq 1$$

$$\forall (j, i) \in \Gamma$$

$$\sum_j (1 - \rho_{j i, t}) \leq 2$$

$$\forall t, \forall i \in \{1, 2, 3, 4, 7\}$$

$$\sum_j (1 - \rho_{j i, t}) \leq 3$$

$$\forall t, i \in \{5, 6\}$$

$$\rho_{j i, t} \in \{0, 1\}$$

$$\forall j, \forall i, \forall t$$

$$t = 1, 2, \dots, 52$$

Le principal mérite du problème auxiliaire est d'avoir évacué le problème de gestion des réservoirs et conséquemment des débits de la rivière. Ceci n'est pas négligeable. Dans la suite de ce chapitre, j'examinerai de quelle manière il peut être résolu et quel est son lien avec le problème principal  $P$ .

C'est la fonction auxiliaire telle que définit ci-haut qui sera utilisée dans la suite de cette thèse. Cependant il peut être intéressant d'examiner une modélisation qui utiliserait des variables de séquences plutôt que des variables hebdomadaires. J'examinerai ci-après quelques unes des particularités d'un programme de recherche qui utiliserait des variables de séquences plutôt que des variables hebdomadaires.

### Fonction de recherche en variables de séquences

L'utilisation de variables de séquences plutôt que des variables hebdomadaires permettrait d'obtenir une modélisation qui éliminerait les contraintes de produits. La modélisation avec des variables de séquence dépend de la longueur de la séquence

et du type de centrale visée. Le nombre de variables de séquences variera considérablement selon la longueur des séquences d'entretien. De même, ce nombre variera considérablement selon que l'on considère une centrale où deux entretiens simultanés peuvent être effectués ou une centrale dans laquelle trois entretiens simultanés peuvent être effectués.

Ci-après, je ne considérerai que des séquences d'entretien de six semaines dans une centrale où deux entretiens maximum peuvent être effectués.

Deux types de variables doivent être considérées. Il y a d'abord des variables de séquences n'impliquant qu'une seule turbine. Ces variables permettront d'identifier les séquences au cours desquelles une seule turbine devrait être entretenue. Ces variables simples seront définies comme suit.

$$seq_{i,j,t} = \begin{cases} 1 & \text{si la turbine } j \text{ de la centrale } i \text{ est mise en entretien durant} \\ & \text{la séquence de six semaines débutant lors de la période } t. \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Nous devons également définir des variables de séquences qui impliquent deux turbines. Ces variables visent à considérer les possibilités que les entretiens de deux turbines puissent se chevaucher. Tel que l'illustre le tableau 5.4, lorsque nous fixons une séquence d'entretien d'une turbine, il y a alors onze chevauchements différents possibles pour les séquences d'entretien d'une seconde turbine. Rajoutons aussi que ces chevauchements peuvent impliquer n'importe quelle paire de turbines visées par les entretiens. Si par hypothèse, toutes les six turbines d'une centrale devaient être entretenues, nous aurions alors 312 variables simples et 8580 variables doubles à considérer.

Le nombre de variables simples s'établit en considérant que pour chaque turbine, il y a cinquante deux séquences possibles. Le nombre de variables doubles est établi en

sommant le nombre de chevauchements des séquences des turbines 0 et 1 (572), 0 et 2 (572),...,0 et 5 (572). On calcule ensuite le nombre de chevauchements des séquences des turbines 1 et 2 (572), 1 et 3 (572),...,1 et 5 (572). On procède ensuite à calculer le nombre de chevauchements des séquences des turbines 2 et 3 (572), 2 et 4 (572) et 2 et 5 (572) et ainsi de suite. En sommant, on établit alors le nombre de variables doubles.

Tableau 5.4 – Chevauchements possibles de séquences

<i>turb</i> <sub>1</sub>					1	2	3	4	5	6								
<i>turb</i> <sub>2</sub>	1	2	3	4	5	6												
<i>turb</i> <sub>2</sub>		1	2	3	4	5	6											
<i>turb</i> <sub>2</sub>			1	2	3	4	5	6										
<i>turb</i> <sub>2</sub>				1	2	3	4	5	6									
<i>turb</i> <sub>2</sub>					1	2	3	4	5	6								
<i>turb</i> <sub>2</sub>						1	2	3	4	5	6							
<i>turb</i> <sub>2</sub>							1	2	3	4	5	6						
<i>turb</i> <sub>2</sub>								1	2	3	4	5	6					
<i>turb</i> <sub>2</sub>									1	2	3	4	5	6				
<i>turb</i> <sub>2</sub>										1	2	3	4	5	6			
<i>turb</i> <sub>2</sub>											1	2	3	4	5	6		

Chacune de ces variables doubles est caractérisée par

1. Les deux turbines impliquées.
2. Le début de la séquence d'entretien de chacune des turbines.

Ces variables doubles seront définies comme suit.

$$seq_{i,(j_A,j_B),(t_A,t_B)} = \begin{cases} 1 & \text{si les turbines } j_A \text{ et } j_B \text{ de la centrale } i \text{ sont mise en entretien} \\ & \text{durant les séquences de six semaines débutant respectivement} \\ & \text{lors des période } t_A \text{ et } t_B \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Nous devons noter ici que  $1 \leq t_A \leq 52$  et  $(t_A - 5) \bmod 52 \leq t_B \leq (t_A + 5) \bmod 52$ .

Nous aurons les contraintes suivantes

- Contraintes assurant les entretiens.

$$\sum_t seq_{i,j,t} + \sum_{t_A} seq_{i,(j_A,j_B),(t_A,t_B)} + \sum_{t_B} seq_{i,(j_A,j_B),(t_A,t_B)} = 1 \quad \forall (i,j) \in \Gamma$$

- Contraintes de simultanéité des entretiens

$$\sum_j seq_{i,j,t} + \sum_{j_A} seq_{i,(j_A,j_B),(t_A,t_B)} + \sum_{j_B} seq_{i,(j_A,j_B),(t_A,t_B)} \leq 2$$

$$\forall i \in \{1, 2, 3, 4, 7\}, \forall t = 1, \dots, 52$$

Le calcul des « coûts » rattachés à une solution donnée est plus compliqué qu'il ne l'était avec les variables hebdomadaires. Il faut tenir compte de la superposition possible dans le temps

1. D'une variable simple et d'une variable double
2. De deux variables doubles

On doit aussi tenir compte des variables simples et des variables doubles qui ne sont superposées à aucune autre.

On doit ici comprendre que ces superpositions ne peuvent se faire que lorsqu'il y a un maximum de deux turbines visées (et non trois ou quatre). Ces superpositions peuvent se faire sur les « queues » des variables. Pour chaque période  $t$  il faut donc déterminer les turbines disponibles et celles visées par les entretiens. Les variables de séquences (qui sont des variables binaires), serviront à multiplier des constantes préalablement calculées.

Finalement, comme dans le cas de variables hebdomadaires, la fonction objectif consistera à sommer les coûts d'une solution. La somme minimale serait alors associée à une solution optimale du problème auxiliaire.

Je ne m'attarderai pas davantage aux questions soulevées à la résolution du problème auxiliaire en utilisant des variables de séquences plutôt que des variables hebdomadaires. Dans le reste de cette thèse et dans les programmes informatiques sous-jacents,

j'ai uniquement utilisé les variables hebdomadaires. J'aborderai dans les conclusions de cette thèse, les développements ultérieurs qu'il conviendrait, selon moi, d'effectuer. La recherche, par variables de séquences, des solutions optimales au problème auxiliaire fait partie de ces développements ultérieurs. Cela m'apparaît d'autant plus souhaitable, que cela permettrait vraisemblablement d'utiliser les puissants logiciels de programmation linéaire disponible sur le marché.

Revenons donc à la recherche des solutions optimales du problèmes auxiliaire. Cependant, avant, examinons les relations existant entre les solutions optimales de  $P_R$  et de  $P_{aux}$ .

### 5.7.2 Relations entre la solution optimale du problème sans contrainte d'entretien et la solution optimale du problème auxiliaire

Tout d'abord, nous devons prendre pour acquis que certaines pertes sont inévitables. En effet, même avec toutes les turbines disponibles, il arrive que les  $deb_{i,t}^{\max}$  dépassent les capacités de turbinage de la centrale. Dans ces cas il y a nécessairement des pertes. Ces pertes inévitables ne seront pas considérées ici puisqu'elles sont constantes dans les deux problèmes. Lorsque j'utiliserai le terme «perte», je ferai toujours référence à des volumes d'eau qui seraient turbinés si toutes les turbines étaient disponibles et qui ne pourront plus l'être lorsqu'un horaire d'arrêts sera imposé.

Dans un premier temps, examinons la situation si la mise en arrêt d'une turbine ne provoquerait pas de pertes durant une période  $t$  donnée. Dans ce cas, les turbines restant disponibles dans la centrale seraient en mesure d'absorber le débit que la règle optimale de chargement des groupes de  $P_R$  dévoluerait normalement à la turbine mise en entretien. Si  $T_i$  est l'ensemble des turbines de la centrale  $i$ ,  $t_0$  la turbine mise en

entretien et  $A_i = T_i \setminus \{t_0\}$  est le groupe de turbines restant disponibles nous avons donc la situation suivante

$$deb_{i,t}^{\max} \leq \sum_{j \in A_i} Cap\_tur_{i,j}$$

où  $Cap\_tur_{i,j}$  désigne la capacité de la turbine  $j$  de la centrale  $i$ .

La question qui se pose alors est de savoir quelle est la différence de production d'électricité lorsque  $deb_{i,t}^{\max}$  est chargé dans les turbines de  $T_i$  et lorsqu'il est chargé dans les turbines de  $A_i$  ?

Le tableau 5.5 indique comment seraient chargés différents débits à la centrale La Tuque lorsque cinq ou six turbines de cette centrale sont disponibles. Dans ce cas, le sous-ensemble  $A_3 = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ .

Tableau 5.5 – Chargements de différents débits par 5 ou 6 turbines de la centrale La Tuque

Débit	5 turbines	$pu_5$	6 turbines	$pu_6$
$m^3/s$		$MW$		$MW$
500	[101, 98, 101, 101, 0, 101]	142.85	[101, 98, 101, 101, 0, 101]	142.85
520	[106, 101, 105, 105, 0, 103]	148.25	[106, 101, 105, 105, 0, 103]	148.25
540	[110, 103, 110, 110, 0, 107]	153.11	[110, 103, 110, 110, 0, 107]	153.11
560	[115, 106, 115, 115, 0, 109]	157.52	[ 93, 94, 93, 93, 92, 95]	158.27
580	[120, 108, 120, 120, 0, 112]	161.56	[ 97, 96, 97, 97, 96, 98]	164.95
600	[125, 111, 125, 124, 0, 115]	165.30	[101, 98, 101, 100, 100, 100]	170.97
620	[130, 114, 129, 129, 0, 118]	168.78	[105, 100, 104, 104, 104, 103]	176.44
640	[135, 116, 134, 134, 0, 121]	172.04	[109, 102, 108, 108, 108, 105]	181.45

On constate que pour des débits de 500, 520 ou 540  $m^3/s$ , le chargement optimal, lorsque six turbines sont disponibles, est exactement le même que si uniquement les cinq turbines de  $A_3$  étaient disponibles. Avec un débit de 560  $m^3/s$ , la règle de chargement optimal de  $P_R$  détermine qu'il serait préférable d'utiliser les six turbines.

Elle le justifie en calculant que la production serait alors de 158.27 *MW* au lieu de 157.52 *MW* avec les seules turbines de  $A_3$ . Avec un débit de 640  $m^3/s$ , la règle de chargement justifie l'utilisation de six groupes pour une production de 181.45 *MW* en comparaison de 172.04 *MW* avec les turbines de  $A_3$ .

Si, durant une séquence de six semaines consécutives, il y avait un débit constant de 640  $m^3/s$  à la centrale La Tuque et que la décision était prise d'entretenir la turbine 4, alors il y aurait une perte de production de 9.41 *MW* pendant toute la durée de la séquence. À l'examen du tableau on constate aussi que plus le débit s'accroît, plus la perte de production s'accroît. Ceci n'est pas l'effet du hasard.

On a vu que le rendement ( $\frac{prod}{deb}$ ) d'une turbine  $j$  donnée atteint son maximum avec un certain débit que j'ai nommé  $Q_j^{opt}$  (cf section sur le chargement optimal des groupes). Pour une centrale dont toutes les turbines sont identiques, le rendement est optimal lorsque toutes les turbines installées fonctionnent, chacune chargée avec un débit de  $Q_{opt}^j m^3/s$ . Qu'arrive-t-il si on ajoute 1  $m^3/s$  à  $deb_i^{opt}$ ? Ce débit additionnel sera dévolu à l'une des turbines de la centrale, disons la turbine  $j$ . Dès lors, cette turbine  $j$  ne fonctionnera plus avec le débit  $Q_j^{opt}$  qui lui procure le rendement optimal mais plutôt avec un débit  $Q_j^{opt} + 1$  qui lui donne un rendement légèrement inférieur. En effet, la fonction de rendement d'une turbine est toujours strictement décroissante sur l'intervalle de débits  $[Q_j^{opt}, Cap_{tur_j}]$ . Dépendamment des turbines, la décroissance totale du rendement entre ces deux points variera entre 5% et 15%. On peut donc conclure que le rendement de la centrale dont toutes les turbines sont semblables diminuera, par rapport à son rendement optimal, pour tous les débits supérieurs à  $deb_i^{opt}$ . En corrolaire à cela, notons que la fonction de rendement est croissante dans l'intervalle  $[0, deb_i^{opt}]$ .

Pour les centrales dont les turbines ne sont pas toutes semblables, telles qu'elles ont été construites, les fonctions de rendements des centrales sont des fonctions concaves

par parties(cf section sur le rendement optimal des groupes). Elles ont été construites en reliant des optimums locaux. Or, parmi ces optimums locaux, il y a un optimum global.

D'une façon similaire au cas où les turbines sont identiques, dans ces centrales, les débits supérieurs à cet optimum global donnent des rendements décroissants. En utilisant la même notation  $deb_i^{opt}$  pour désigner le point de rendement optimal, nous aurons des rendements décroissants dans l'intervalle  $[deb_i^{opt}, deb_i^{max}]$ . Pour la centrale La Tuque  $deb_3^{opt} = 610$  alors que  $deb_3^{max} = 835$ . Dans l'intervalle de débits  $[610, 835]$ , le rendement est décroissant. Lorsque le débit est 610, le rendement de la centrale La Tuque est d'environ 0.2849. Lorsque le débit atteint 835 le rendement est de 0.2588. La baisse de rendement est d'un peu plus de 9% entre ces deux points. Le phénomène est le même pour tous les sous-ensembles de turbines. Par exemple, avec les 5 turbines de  $A_3$ , le rendement optimal de 0.2857 est atteint avec un débit de 502  $m^3/s$ . Ce rendement baisse à 0.2570 lorsque le débit est de 704  $m^3/s$ , soit le volume maximum turbinable pour ce sous-ensemble de turbines.

Les débits de 502 (pour 5 turbines) et 610 (pour six turbines) sont des optimums globaux respectivement pour les rendements de  $A_3 = \{0, 1, 2, 3, 5\}$  et  $T_3$ . Entre ces deux points, il y a un certain point à partir duquel il est plus rentable d'utiliser les six turbines de la centrale que les cinq turbines de  $A_3$ . Dans ce cas particulier, ce point correspond à un débit de 555  $m^3/s$ . Pour un débit de 554  $m^3/s$  il demeure optimal de n'utiliser que les turbines de  $A_3$  avec les chargements  $[114, 105, 114, 113, 0, 108]$ . Ces chargements génèrent une puissance de 156.2351 MW. Lorsque le débit est de 555  $m^3/s$ , les turbines de  $A_3$  ont les chargements  $[114, 105, 114, 114, 0, 108]$  qui génèrent une puissance de 156.4515 MW alors que le chargement de  $T_3$ ,  $[92, 93, 92, 92, 91, 95]$  génère une puissance légèrement supérieure de 156.4851 MW.

Ainsi, la fonction de production de  $T_3$  est exactement la même que celle de  $A_3$  jusqu'à ce point. Au delà de ce point, la fonction de production de  $T_3$  génère des valeurs plus

grandes que celle de  $A_3$ . Pour y arriver, elle utilise la turbine additionnelle dont elle dispose et elle répartit alors différemment le débit. Nous avons nommé  $G$  la fonction de production de  $T_3$  et nommons maintenant  $G_A$  la fonction de production lorsqu'uniquement les turbines de  $A_3$  sont disponibles. Pour un débit qui peut être turbiné par  $A_3$ , la différence entre les deux fonctions de production atteindra son maximum à  $704 \text{ m}^3/\text{s}$ , soit le débit maximum que peut turbiner les turbines de  $A_3$ . À ce point, le rendement a atteint sa décroissance maximale pour les débits turbinables par  $A_3$ . Bref, pour un transfert de débit de  $T_3$  vers  $A_3$  qui n'occasionne aucune perte d'eau, la perte de production maximale sera de  $G(704) - G_A(704)$ . Dans ce cas précis nous avons

$$G(704) - G_A(704) = 195.1372 - 180.9175 = 14.22$$

En revenant à l'exemple, on constate qu'évidemment, pour toute période  $t$ , nous avons  $G_A(704) = G_A(705) = G_A(706) = \dots = 180.9175$  puisque  $A_3$  atteint sa capacité limite de turbinage avec un débit de 704 mètres cubes par seconde. Tous les principes énoncés ci-haut en prenant l'exemple de la centrale La Tuque, sont valables pour toutes les centrales  $i$  et pour tous les sous-ensembles  $A_i \subset T_i$ .

Nous sommes donc en mesure de calculer une borne sur la perte de production qui pourrait résulter d'un transfert des turbines d'une centrale vers un sous-ensemble des turbines de cette même centrale. Ces différentes constatations peuvent s'énoncées dans la proposition suivante.

### Proposition

*Soit  $P_R$  le problème sans contraintes d'entretien et  $s_R^*$  sa solution optimale. Soit  $P_{aux}$  le problème auxiliaire qui consiste à minimiser les pertes d'eau lors de transferts et  $s_{aux}^*$  sa solution optimale. Soit  $A_{t,i}^*$ , le sous-ensemble des turbines de la centrale  $i$  durant la période  $t$  tel que déterminé par  $s_{aux}^*$ . Si  $G'_{A,t,i}(\cdot)$  est la fonction de production*

du sous-ensemble de turbine  $A_{t,i}^*$  et  $G_i()$  la fonction de production de la centrale  $i$  lorsque toutes les turbines installées sont disponibles, alors la perte de production en appliquant  $s_{aux}^*$  sur un jeu de donnée  $deb^{max}$  est

$$\text{perte} = \sum_{t=1}^{52} \sum_{i=1}^7 G_i(deb_{i,t}^{max}) - \sum_{t=1}^{52} \sum_{i=1}^7 G'_{A,t,i}(deb_{i,t}^{max})$$

Les débits étant fixés à  $deb_{i,t}^{max}$ , la fonction de production de  $P_R$  devient déterministe. Toutes les turbines sont disponibles dans  $P_R$ . La production associée à la solution optimale  $s_{aux}^*$  sera celle qui sera associée aux sous-ensembles  $A_{i,t}$  de turbines disponibles dans chaque centrale durant chaque période. La différence de production avec un même débit  $deb_{i,t}^{max}$  est alors établie.  $\square$

Une solution optimale au problème auxiliaire procure donc une borne sur la perte de productivité. On a vu que les contraintes sur la gestion de la rivière ne pouvaient pas s'appliquer au problème auxiliaire. Cependant, ces contraintes s'appliquent à  $P$ , le problème avec les contraintes d'entretien, exactement de la même manière qu'elles s'appliquent à  $P_R$ . Maintenant, examinons ce qu'il adviendrait de la valeur de  $f$  de la solution de  $P$  si on utilisait les  $A_{t,i}^*$  déterminés par  $s_{aux}^*$  sur un jeu de données d'apport  $sim_j$ .

Puisque les  $A_{t,i}^*$  ont été déterminés avec les débits les plus élevés possibles, nous avons la quasi-certitude que tous les débits qui seraient déterminés sous n'importe quel jeu de données seraient inférieurs ou égaux aux  $deb_{i,t}^{max}$ . Pour chacun des débits qui seraient établis sur la base d'un jeu de données d'apports, la perte de production serait donc inférieure ou égale à la borne établit pour la solution optimale du problème auxiliaire.

Les contraintes de gestion de  $P$  étant exactement les mêmes que celles de  $P_R$ , la seule différence dans le calcul des fonctions objectifs de  $P$  et  $P_R$  proviendraient alors du

calcul de la valeur de la production. Ceci permet de formuler le corollaire suivant qui permet de borner inférieurement et supérieurement la valeur de la solution optimale au problème avec contraintes d'entretiens.

### Corollaire

*Soit  $f_{aux}$  la valeur de la solution du problème d'entretien  $P$  lorsqu'on utilise les sous-ensembles de turbines déterminés par la solution optimale du problème auxiliaire sur un jeu de données «sim»,  $f^*$  la valeur de la solution optimale de ce même problème avec le même jeu de données et  $f_R^*$  la valeur de la solution optimale du problème sans contrainte d'entretien avec le même jeu de données. Alors*

$$f_R^* \leq f^* \leq f_{aux}$$

La première inégalité découle de la proposition 5.5. La seconde inégalité découle du fait que  $s_{aux}^*$  est une solution réalisable de  $P$ .  $\square$

Ces bornes sur la valeur  $f^*$  de la solution optimale de  $P$  sont relativement serrées lorsqu'il est possible de trouver un horaire d'arrêts qui n'occasionne pas de perte d'eau. Lorsque des pertes d'eau sont inévitables pour le problème auxiliaire, nous verrons qu'elles seront aussi inévitables pour  $P$ . Un exemple de calcul sera donné plus avant. Nous devons aussi noter qu'une partie de ces pertes peuvent être inévitables. En effet, si la meilleure turbine d'une centrale est mise en arrêt, alors la production avec le sous-ensemble de turbines disponibles sera inévitablement moindre. Cela découle intrinsèquement de la mise en entretien.

Dans le cas où il n'y a pas de perte d'eau, la perte de production correspond, dans la pire des hypothèses, à devoir turbiner un débit avec un rendement inférieur à celui qui serait obtenu si toutes les turbines étaient disponibles. Si nous choissions

une séquence d'arrêts avec perte d'eau, le rendement obtenu sur ces débits perdus est alors 100% inférieur à celui qui serait obtenu si toutes les turbines étaient disponibles. Cette constatation est un facteur très important qui milite en faveur de l'approche heuristique qui consiste à trouver la solution du problème avec contraintes d'entretiens par le biais de la solution optimale du problème auxiliaire.

Il est important de souligner que pour toutes les périodes et toutes les centrales au cours desquelles il n'y a pas de mises en entretien, la solution optimale de  $P_R$  peut continuer d'être appliquée telle quelle. En utilisant la solution optimale du problème auxiliaire, nous avons donc

1. L'assurance d'une borne sur la perte de production durant les mises en entretien.
2. L'assurance qu'il n'y aura aucune perte de production durant les périodes non touchées par l'horaire d'entretien.

À ce stade, un dernier point mérite d'être relevé. Deux solutions optimales différentes au problème auxiliaire, c'est-à-dire deux solutions ayant les mêmes pertes d'eau, pourraient donner des productions différentes d'électricité sur un même jeu de données d'apports *sim*. En effet, le choix d'une séquence d'arrêts d'une turbine qui aurait pour effet de saturer les autres turbines disponibles serait moins rentable que si les transferts occasionnés par cette séquence n'avaient pas cet effet. Dans cette thèse, je considérerai cependant que toutes ces solutions optimales au problème auxiliaire sont des solutions  $\epsilon$ -équivalentes pour le problème avec contraintes d'entretiens. Éventuellement, il pourrait être opportun de comparer la valeur des différentes solutions optimales du problème auxiliaire. J'aborderai cette question dans la conclusion.

### 5.7.3 Développement de l'algorithme de recherche

D'emblée, l'utilisation d'une fonction auxiliaire semble présenter de très nombreux avantages. Un des principaux est d'éviter de devoir itérer le processus de détermina-

tion des règles optimales de gestion pour chaque solution candidate. Avant de voir les autres améliorations qu'il est possible d'apporter à cette approche, soulignons l'argument qui m'apparaît être le plus important à son soutien.

### Proposition

*Considérons un débit fixé à  $deb_i^{max}$ ,  $i = 0, \dots, 6$ ,  $t = 1, \dots, 52$ . Soient  $s_{aux}^*$  la solution optimale globale au problème auxiliaire et  $s_{aux,i}^*$ ,  $i = 0, \dots, 6$ , les solutions optimales locales à chaque centrale pour ce même problème. Alors*

$$s_{aux}^* = \bigcup_{i=0}^6 s_{aux,i}^*$$

Pour se convaincre de la justesse de cet énoncé, il suffit de constater que, le débit étant fixé pour chaque centrale, toute solution trouvée pour une centrale n'aura en conséquence aucune incidence sur la solution du problème pour une autre centrale.  $\square$

Cette approche diminue donc considérablement la complexité du problème. Avec un débit ainsi fixé, la solution optimale globale devient l'union de solutions optimales locales. En poursuivant l'exemple de la centrale La Tuque, je souligne que les capacités de turbinage des six turbines de cette centrale, telles qu'indiquées dans le tableau 5.3, sont en valeurs entières

$$[143, 132, 143, 143, 143, 131] \text{ m}^3/\text{s}.$$

Comme le montre le tableau 5.3, les capacités de chaque turbine disponibles ne sont pas toujours totalement utilisées. Les turbines sont parfois utilisées à pleine capacité. Par exemple, durant les périodes 1 à 8 inclusivement, avec des débits fixés à

$deb_3^{\max}$ , la règle de chargement optimal prévoit le chargement maximal de chacune des six turbines de la centrale. Cependant, durant d'autres périodes l'équipement disponible est sous-utilisé. Par exemple, durant la période 40 aucune des turbines n'est utilisée à pleine capacité. Durant cette période, le débit dévolu à chaque turbine par la règle de chargement optimal des groupes, pour un débit fixé à  $deb_{3,40}^{\max}$ , est  $[123, 110, 0, 0, 0, 114] m^3/s$ . Durant la période 47 les débits affectés à chaque turbine sont  $[92, 94, 92, 0, 0, 95] m^3/s$ .

Poursuivons avec l'exemple de la centrale La Tuque et considérons maintenant les débits additionnels qu'il pourrait être possible de transférer durant chacune des périodes de l'horizon. Ces débits apparaissent au tableau 5.6

Tableau 5.6 – Capacité de turbinage disponible pour la centrale La Tuque compte-tenu d'un débit  $deb_3^{\max}$ .

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	0	0	0	0	0	0	120	0	111	0	125
0	0	36	149	157	47	305	244	37	2	117	71	80
0	0	0	0	38	0	157	63	187	180	299	257	406
488	501	512	425	517	305	427	462	356	288	0	0	0

Nommons  $Disp_{i,t}$ ,  $i = 0, \dots, 6$ , le vecteur des disponibilités de turbinage de chaque centrale.

Ces «disponibilités» de turbinage ont été établies en sommant les capacités résiduelles de chaque turbine pour chaque période  $t$ , c'est-à-dire

$$Disp_{i,t} = \sum_{j=1}^{No\_turb_i} MAX\{Cap\_tur_{i,j} - deb_{j,i,t}^{\max}, 0\} \quad \forall i \quad \forall t$$

où  $No\_turb_i$  est le nombre de turbines de la centrale  $i$  et  $Cap\_tur_{i,j}$  est la capacité maximale de turbinage de chacune des turbines de cette centrale.

Ces disponibilités de transférer l'eau permettent déjà d'en savoir plus sur ce qu'il adviendrait de l'eau affectée à une turbine par les règles de gestions optimales de  $P_R$  si la décision était prise d'entretenir cette turbine durant une séquence donnée. La capacité résiduelle de turbinage nous permet de savoir si une partie, ou même la totalité des volumes d'eau affectés à une turbine donnée pourrait être transférée à un sous-ensemble des turbines de la centrale qui resteraient disponibles.

En considérant les disponibilités résiduelles des turbines comme étant des volumes d'eau transférables il est alors possible de rechercher, pour chaque turbine, des séquences de six semaines au cours desquelles les volumes d'eau qui lui étaient affectés par les règles optimales de  $P_R$  pourraient être transférés aux autres turbines de la centrale.

L'étape suivante consiste à calculer le « coût » de chaque séquence. Le notion de coût réfère ici aux volumes d'eau qui ne pourraient pas être transférés d'une turbine mise en arrêt aux autres turbines de la centrale durant les différentes périodes de la séquence. En poursuivant avec l'exemple de la centrale La Tuque et en commençant par la turbine 5, on trouve les coûts associés à chacune des séquences d'arrêts possibles de cette turbine. Ces coûts apparaissent au tableau 5.7.

Tableau 5.7 – Coûts des séquences de six semaines d'arrêts de la turbine 5 de la centrale La Tuque compte-tenu de débits  $deb_3^{\max}$ .

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
786	786	786	666	666	555	555	430	430	550	514	494	363
441	310	179	178	307	321	297	348	479	516	518	635	668
748	617	554	423	292	199	68	68	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	131	262	393	524	655	786	786	786

Soulignons que les coûts exposés dans le tableau 5.7 ont été établis en sommant, sur chaque période d'une séquence donnée, les volumes d'eau non transférables. Pour une

séquence débutant à la période  $t$  et se terminant à la période  $t + 5$ , les coûts, pour la turbine 5, sont donc calculés comme suit

$$\sum_{n=t}^{(t+5) \bmod 52} \text{Max}\{0, \text{Cap\_tur}_{3,5} - \text{Disp}_n^3\}$$

Ainsi, le coût 555 mentionnée à la sixième colonne de la première ligne veut dire que la somme des débits non transférables durant les périodes 6 à 11 inclusivement s'élèvent à  $555 \text{ m}^3/\text{s}$  d'eau. Dans ce cas précis, les volumes d'eau qu'on voudrait pouvoir transférer sont  $131 \text{ m}^3/\text{s}$  durant les périodes 6, 7 et 8,  $114 \text{ m}^3/\text{s}$  durant la période 9,  $131 \text{ m}^3/\text{s}$  durant la période 10 et  $115 \text{ m}^3/\text{s}$  durant la période 11. Durant cette séquence, les autres turbines de la centrale pourraient absorber  $0 \text{ m}^3$  durant les périodes 6, 7, et 8,  $103 \text{ m}^3/\text{s}$  par seconde durant la période 9,  $0 \text{ m}^3/\text{s}$  durant la période 10 et  $95 \text{ m}^3/\text{s}$  durant la période 11. Les volumes d'eau non transférables sont donc de  $131 \text{ m}^3/\text{s}$  durant les périodes 6, 7, 8 et 10,  $11 \text{ m}^3/\text{s}$  durant la période 9 et finalement  $20 \text{ m}^3/\text{s}$  durant la période 11 d'où le total de 555.

Notons immédiatement que le coût, établi à 555, ne représente pas un débit régulier sur toute la durée de la séquence. Il représente un cumul, sur toutes les périodes de la séquence, des débits hebdomadaires moyens qui seraient mis à risques. Une autre façon de représenter le coût potentiel serait de diviser ce nombre 555 par la durée de la séquence, en l'occurrence 6. Nous obtiendrions alors le nombre 92.5. Ce dernier nombre représenterait le débit moyen (en  $\text{m}^3/\text{s}$ ) qui serait mis à risque par le choix de cette séquence d'arrêts.

On constate que plusieurs séquences ont un coût de 0. Durant ces séquences, tous les débits dévolus à la turbine 5 par la règle de chargement optimal de  $P_R$ , lorsque le débit est  $deb_3^{\max}_t$ , pourraient être transférés aux autres turbines de la centrale. Tous les volumes qui seraient transférés de la sorte seraient alors turbinés plutôt que risquer

d'être déversés. Pour illustrer la méthode, fixons maintenant la séquence d'arrêts de la turbine 5 durant les périodes 35 à 40 inclusivement.

Avant le choix de cette séquence d'arrêts, les disponibilités de la centrale étaient données par le vecteur  $Disp_{3,35}^0, Disp_{3,36}^0, \dots, Disp_{3,40}^0$ . L'indice 0, indique qu'aucune séquences d'arrêts n' a encore été fixé. Elles étaient

$$[187, 180, 299, 257, 406, 488] m^3/s$$

Ces disponibilités ont été modifiées par le choix de la séquence d'arrêts de la turbine 5. Durant ces périodes les quantités affectées à la turbine 5 étaient

$$[106, 107, 106, 98, 106, 114] m^3/s$$

La mise-à-jour de  $Disp_{3,t}$  implique de tenir compte de ces transferts. En outre, cette mise-à-jour implique aussi de considérer que la turbine 5 ne peut plus recevoir de transfert durant les périodes de la séquence ainsi fixée. Le nouveau vecteur  $Disp_{3,t}^1$  s'obtiendra donc de  $Disp_{3,t}^0$  par le calcul suivant

$$\begin{aligned} Disp_{3,t}^1 &= \text{Max}\{Disp_{3,t}^0 - \text{Cap\_tur}_{3,5}, 0\} && \text{pour } t \in \{35, 36, \dots, 40\} \\ Disp_{3,t}^1 &= Disp_{3,t}^0 && \text{pour } t \notin \{35, 36, \dots, 40\} \end{aligned}$$

Une fois que  $Disp_{3,t}^1$  est établi, nous pouvons maintenant vérifier s'il ne serait pas possible de trouver une séquence d'arrêts pour une deuxième turbine de la centrale. Prenons la turbine 1. On trouve maintenant les coûts exposés au tableau 5.8 pour cette turbine.

On choisit maintenant une séquence de coût minimum (séquence 39) et on itère ainsi le processus jusqu'à ce que toutes les séquences d'arrêts de toutes les turbines d'une centrale aient été déterminées.

Mentionnons de nouveau, que pour chaque turbine il existe cinquante-deux séquences d'arrêts possibles. En effet, il faut aussi considérer les séquences débutant les dernières semaines de l'année et se terminant durant les premières semaines de l'année.

Tableau 5.8 – Coûts des séquences de six semaines d’arrêt de la turbine 0 de la centrale La Tuque compte-tenu d’un débits  $deb_3^{\max}$  et après le choix de la séquence d’arrêts de la turbine 5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
858	858	858	738	738	627	627	502	502	622	586	554	411
489	346	203	202	343	369	345	408	551	588	590	707	740
820	677	614	558	509	404	278	278	198	111	17	17	0
0	0	0	0	0	143	286	429	572	715	858	858	858

Par exemple, nous pourrions considérer la séquence de six semaines débutant à la cinquantième semaine et se terminant à la troisième semaine. Le nombre de séquences d’arrêts à considérer pour une turbine est toujours cinquante-deux et ce peu importe la durée  $\alpha_{i,j}$  de l’arrêt requis par le gestionnaire pour la turbine  $j$  de la centrale  $i$ .

La résolution algorithmique de la recherche des séquences de coût minimum sera exposée dans les prochaines sous-sections. L’algorithme de recherche, de type *glouton* est présenté dans la sous-section suivante.

#### 5.7.4 Algorithme de recherche

Un premier algorithme de recherche de telles séquences a été construit. Son pseudo-code est énoncé dans l’algorithme 5.1

##### *analyse du pseudo-code*

La classification initiale des turbines en ordre décroissant d’utilisation se justifie par les tests initiaux effectués. Il m’est apparu préférable de planifier l’arrêt des turbines les plus occupées d’abord pour ensuite planifier l’arrêt des turbines les moins occupées. En procédant suivant l’ordre numérique des turbines, il arrivait que des séquences au cours desquelles il était possible de transférer d’importants volumes d’eau

---

**Algorithme 5.1** Algorithme de recherche des séquences avec pertes minimales
 

---

```

1: Début
2: pour chaque centrale effectuer
3:   Ordonner les turbines par ordre décroissant d'utilisation
4: pour chaque centrale effectuer
5:   pour chaque turbine effectuer
6:     Déterminer le coût de chaque séquence d'arrêts
7: pour chaque centrale effectuer
8:   pour chaque turbine dans l'ordre décroissant d'utilisation effectuer
9:     répéter
10:      si la séquence courante est de coût nul pour la turbine courante et que le
      nombre d'arrêts déjà programmés durant les périodes visées n'excède pas
      la limite établie alors
11:        Fixer la période d'arrêts de la turbine courante à la séquence courante.
12:        Ajuster les disponibilités résiduelles en conséquences
13:      sinon si la séquence courante est de coût moindre que  $seq_{min}$  et que le
      nombre d'arrêts déjà programmés durant les périodes visées n'excède pas
      la limite établie alors
14:         $seq_{min} = seq_{courante}$ 
15:      jusqu'à ce qu'une séquence de coût nul a été trouvée ou que toutes les
      séquences aient été vérifiées
16:      si la séquence d'arrêts de la turbine courante n'a pas été fixée alors
17:        Fixer la période d'arrêts de la turbine courante à  $seq_{min}$ 
18:        Ajuster les disponibilités résiduelles en conséquences
19: Fin

```

---

se trouvaient accaparées par des turbines relativement peu utilisées. Cela faisait en sorte que les arrêts des turbines les plus achalandées devaient être fixés durant des séquences au cours desquelles la disponibilité de transférer des volumes d'eau était moindre. Cela résultait en de plus grandes pertes d'eau.

La notion «d'ordre décroissant d'utilisation» est moins triviale qu'il n'y paraît. J'ai établi cet ordre en évaluant la somme, sur tout l'horizon, les capacités inutilisées de chaque turbine, c'est-à-dire,  $Cap\_Inutilisée_j = \sum_{t=1}^{52} Cap\_tur_{i,j} - deb_{j,i,t}^{max}$ , où  $Cap\_tur_{i,j}$  désigne la capacité de turbinage de la turbine  $j$  de la centrale  $i$ . Cette somme est établie pour chaque turbine d'une même centrale. Ensuite, ces  $Cap\_Inutilisée_j$  sont

classées en ordre croissant. L'ordre croissant d'inutilisation donne alors l'ordre décroissant d'utilisation. Il ne m'est pas apparu utile de pondérer ces  $Cap_{Inutilisée_j}$  par les capacités des turbines. Cela ne changeait généralement pas les ordres ainsi construits.

Cette façon d'établir l'ordre d'utilisation donne de relativement bons résultats pour six des sept centrales de la rivière. Cependant, pour la centrale Shawinigan, elle donne de mauvais résultats. Je reviendrai sur cette question dans l'analyse des résultats obtenus.

L'algorithme est de type glouton. Il fixe l'arrêt du groupe courant dès qu'il rencontre une séquence de coût nul. S'il n'en rencontre pas, alors il choisit la séquence de coût minimum. Le coût d'une séquence est toujours évalué en terme de volume d'eau perdu, volumes qui sont calculés de la manière expliquée précédemment.

Cet algorithme est très peu couteux en termes d'opérations informatiques et s'exécute très rapidement. Soulignons aussi qu'il est facilement adaptable pour tester les coûts des horaires d'arrêts avec différentes valeurs pour les contraintes sur la simultanéité des arrêts.

Des tests ont été fait en considérant

- Aucune contrainte sur la simultanéité des arrêts.
- Les contraintes formulées pour chacune des centrales aux équations 5.3 et 5.4.

Le tableau comparatif 5.9 donne les résultats obtenus lorsque la contrainte 5.3 est respectée (c'est-à dire que la limite est fixée à 2 pour le nombre maximum de turbines pouvant être arrêtés simultanément) et lorsqu'elle est relaxée. Ces résultats concernent les cinq centrales visées par la contrainte 5.3. Toutes les séquences d'arrêts dont il est ici question sont des séquences de six semaines chacune. Je souligne

que l'ordre utilisé pour choisir les séquences d'arrêts des turbines correspond toujours à l'ordre d'énumération des turbines dans les différents tableaux présentés.

Tableau 5.9 – Tableau comparatif des horaires d'arrêts déterminés par l'algorithme sans et avec la contrainte 5.3.

Centrale	Turbine	Début Fin		Coûts	Début fin		Coûts
		aucune contrainte			maximum 2 turbines		
Rapide-Blanc	0	14	19	0	14	19	0
	1	30	35	0	30	35	0
	2	34	39	0	34	39	0
	3	38	43	0	38	43	0
	4	38	43	0	40	45	0
	5	40	45	0	44	49	0
Trenche	4	15	20	0	15	20	0
	0	34	39	0	34	39	0
	5	38	43	0	38	43	0
	3	38	43	0	40	45	0
	1	40	44	0	44	49	129
	2	43	48	39	37	43	127
Beaumont	2	15	20	0	15	20	0
	4	32	37	0	32	37	0
	5	36	42	0	36	41	0
	1	38	43	0	38	43	0
	0	38	43	0	42	47	0
	3	43	48	0	19	24	16
La Tuque	5	34	39	0	34	39	0
	1	38	43	0	38	43	0
	0	39	44	0	40	45	0
	2	40	45	0	44	49	143
	3	43	48	174	16	21	202
	4	36	41	199	32	37	278
La Gabelle	4	36	41	0	36	41	0
	0	38	43	0	38	43	0
	1	42	47	0	42	47	0
	2	43	48	438	44	49	522
	3	35	41	452	16	21	581

On constate que pour la centrale Rapide-Blanc, l'algorithme détermine un horaire d'arrêts qui permettrait la mise en arrêt de toutes les turbines de cette centrale sans qu'aucune perte d'eau ne risque de survenir. Pour la centrale Beaumont les pertes potentielles sont presque nulles dans le cas avec contraintes.

Les pertes sont plus importantes pour les centrales Trenche, La Tuque et La Gabelle. Cela était prévisible. Le principe de l'écoulement instantané des débits est implémenté dans OptiHebdo. Cela signifie que toutes les installations au fil de l'eau reçoivent les débits des autres installations au fil de l'eau situées en amont durant la même période (sauf s'il y avait un réservoir en chemin, ce qui n'est pas le cas de la rivière St-Maurice). De même, plus la rivière progresse vers son embouchure, plus les débits sont gonflés par les apports intermédiaires.

En conséquence nous aurons obligatoirement la situation suivante

$$deb_{0,t}^{\max} \leq deb_{1,t}^{\max} \leq deb_{2,t}^{\max} \dots \leq deb_{6,t}^{\max} \quad \forall t$$

Dans l'immense majorité des cas, c'est un signe d'inégalité stricte qui aurait dû être utilisé. En effet, il n'y a que quelques cas rarissimes d'apports intermédiaires nuls.

Selon ce que certains gestionnaires m'ont dit, cela correspond à la réalité. Ca ne résulte donc pas d'une fiction informatique qu'aurait créée l'implémentation du principe de l'écoulement instantané. Dans ce contexte, on pourrait croire que les capacités de turbinage dans les différentes centrales en aval les unes des autres devraient croître proportionnellement au débit. Or tel n'est pas le cas sur la rivière St-Maurice.

Tel qu'exposé au début du chapitre 2, les capacités de turbinage sont successivement, en  $m^3/s$ , 788 (Rapide-Blanc), 755 (Trenche), 887 (Beaumont), 837 (La Tuque), 1575 (Grand-Mère), 1058 (Shawinigan) et 996 (La Gabelle).

J'anticipe sur la présentation des résultats pour les centrales Grand-Mère et Shawinigan mais je relève ici qu'il est remarquable de constater que les trois centrales où pratiquement aucune perte n'est enregistrée sont celles où la capacité de turbinage s'accroît par rapport à la centrale précédente (en incluant la centrale Rapide-Blanc qui est la première) alors que les quatre centrales où des pertes surviennent sont des centrales où la capacité de turbinage décroît par rapport à la centrale qui la précède immédiatement.

Pour avoir une vue globale de l'efficacité de l'algorithme, examinons les données du tableau 5.10 où sont présentés les résultats pour les centrales Grand-Mère et Shawinigan. Rappelons que pour ces centrales, trois turbines peuvent être arrêtées simultanément.

Pour la centrale Grand-Mère, les horaires d'arrêts sont sensiblement différents selon que l'on considère le cas sans contrainte ou avec la contrainte 5.4. Cependant dans les deux cas il n'y a aucune perte d'eau.

Pour la centrale Shawinigan, les deux horaires impliquent des pertes d'eau. Ces pertes sont beaucoup plus considérables lorsque la contrainte 5.4 est considérée. Une des raisons expliquant cela est l'anachronisme déjà mentionné. En effet, la capacité de turbinage de la centrale Shawinigan est de  $517 \text{ m}^3/\text{s}$  de moins que la centrale Grand-Mère qui la précède sur la rivière. Dans le cas de cette centrale une autre raison pourrait expliquer ces pertes. Elle tient à l'ordre du choix des séquences d'arrêts de l'algorithme.

La centrale Shawinigan est équipée de onze groupes. Cinq de ces groupes sont relativement petits (capacité de  $45 \text{ m}^3/\text{s}$  pour les groupes 0, 1, 2, 3 et 4), trois groupes ont une capacité intermédiaire ( $109 \text{ m}^3/\text{s}$  pour les groupes 5, 6 et 7) alors que les trois derniers groupes ont une capacité de  $168 \text{ m}^3/\text{s}$  (groupes 8, 9 et 10). Les cinq

Tableau 5.10 – Horaires d’entretiens déterminé par l’algorithme pour les centrales Grand-Mère et Shawinigan, sans et avec contraintes sur le nombre maximal de turbines arrêtées.

Centrale	Turbine	Début Fin		Coûts	Début Fin		Coûts
		aucune contrainte			maximum 3 turbines		
Grand-Mère	5	6	11	0	8	13	0
	0	8	13	0	8	13	0
	2	8	13	0	8	13	0
	4	10	15	0	14	19	0
	3	12	17	0	14	19	0
	1	12	17	0	14	19	0
	6	15	20	0	20	25	0
	7	19	24	0	30	35	0
	8	32	37	0	36	42	0
Shawinigan	2	32	37	0	32	37	0
	1	34	39	0	34	39	0
	3	34	39	0	34	39	0
	0	35	40	0	38	43	0
	4	36	41	0	40	45	0
	8	37	42	0	40	45	0
	5	38	43	0	16	21	127
	10	40	45	0	44	49	271
	9	43	48	59	46	51	541
	6	16	21	129	19	24	287
	7	43	48	133	14	19	335

petits groupes sont ceux qui sont le plus sollicités par la règle de chargement optimal de  $P_R$  et ce, pratiquement pour tous les débits possibles. Les trois plus gros groupes sont ceux qui sont généralement les moins sollicités. Cela tient au fait que le rendement des petits groupes est supérieur à celui des grands groupes. Pour cette raison, la règle optimale de  $P_R$  prévoit généralement le chargement des petits groupes avant de solliciter les grands groupes lorsque les débits deviennent plus élevés.

Cette situation fait en sorte que l’algorithme établit l’ordre du choix des séquences

d'arrêts en donnant priorité aux petites turbines qui ont relativement peu d'eau à transférer. Certaines séquences au cours desquelles il y a de grandes capacités de transfert d'eau sont ainsi accaparées par les petites turbines alors qu'il ne reste plus de bonnes séquences lorsque vient le temps de fixer l'arrêt des plus grosses turbines, les bonnes séquences ayant déjà été accaparées par les petites turbines. J'entend par «bonne séquence», une séquence qui offre des bonnes possibilités de transferts d'eau.

J'ai refait d'autres tests en modifiant l'ordre du choix des séquences d'arrêts des turbines de la centrale Shawinigan. Examinons maintenant les résultats observés avec un autre ordre de choix des séquences d'arrêts à la centrale Shawinigan. Ces résultats sont présentés dans le tableau 5.11. Dans ce cas, l'ordre a été arbitrairement déterminé. Il accorde priorité aux plus grosses turbines dans l'ordre suivant : 8, 9, 10, 5, 6, 7, 2, 1, 3, 0 et 4. Le choix des séquences d'arrêts tient également compte de la contrainte 5.4 sur le nombre maximal de turbines pouvant être arrêtées simultanément.

Tableau 5.11 – Horaires d'entretiens de la centrale Shawinigan respectant la contrainte 5.3, déterminés en suivant l'ordre 8, 9, 10, 5, 6, 7, 2, 1, 3, 0 et 4.

Centrale	Turbine	Début	Fin	Coûts
Shawinigan	8	36	41	0
	9	37	42	0
	10	42	47	0
	5	43	48	35
	6	38	43	99
	7	16	21	134
	2	32	37	0
	1	19	24	55
	3	31	36	75
	0	45	51	128
	4	12	17	135

En examinant les tableaux 5.10 et 5.11 nous constatons qu'en fixant d'abord les arrêts des turbines les plus achalandées (tableau 5.10) nous pouvons trouver des séquences

d'arrêts sans perte d'eau pour six des onze turbines de la centrale (turbines 2, 3, 1, 0, 4 et 8). Pour les cinq autres turbines, il y a des pertes d'eau totalisant 1561 mètres cubes. En fixant d'abord les arrêts des plus grosses turbines (tableau 5.11), nous pouvons trouver des séquences sans perte d'eau uniquement pour quatre turbines. Pour les sept autres, il y a des pertes d'eau totalisant 661 mètres cubes. Ainsi, bien que le nombre de séquences avec perte d'eau soit plus élevé, le total des pertes est considérablement moindre.

Cela suggère qu'il y a des améliorations à apporter à l'algorithme déterminant les séquences d'arrêts. Ce sera l'objet de la prochaine section. Pour l'instant, nous pouvons néanmoins tirer certaines conclusions.

### **Analyse des résultats de l'algorithme**

L'algorithme est simple à implémenter et très peu coûteux en termes informatiques. Il établit un classement préliminaire de l'ordre de choix des séquences d'arrêts fondé sur un critère d'utilisation. Ce critère est relativement efficace lorsque toutes les turbines installées dans une centrale sont de capacité similaire comme c'est le cas dans les centrales Rapide-Blanc, Trenche, Beaumont, La Tuque et La Gabelle. Ce critère ne porte pas à conséquence pour la centrale Grand-Mère alors qu'il entraîne de mauvais résultats à la centrale Shawinigan.

Dans l'ensemble il donne d'excellents résultats sur la rivière St-Maurice. Son grand mérite est qu'il permet

- d'identifier des séquences d'arrêts de six semaines sans perte d'eau pour toutes les turbines des centrales Rapide-Blanc et Grand-Mère.
- d'identifier des séquences d'arrêts de six semaines sans perte d'eau pour plusieurs turbines de chacune des centrales Beaumont, Trenche, La Tuque, Shawinigan et La Gabelle.

Un gestionnaire des installations serait en mesure d'évaluer si ces résultats peuvent satisfaire les besoins. En effet, si les gestionnaires ne prévoient pas plus de deux ou trois entretiens de turbines dans chaque centrale annuellement, je peux affirmer que tous ces entretiens pourraient se faire sans encourir le risque de devoir déverser une seule goutte d'eau. Une adaptation mineure de l'algorithme permettrait soit de limiter le nombre de turbines visées par les entretiens, soit de fixer un ordre différent pour le choix des séquences d'entretiens et d'ainsi obtenir les séquences d'arrêts sans perte d'eau pour les turbines choisies.

En effet, l'algorithme fixe les arrêts des turbines les uns après les autres en suivant l'ordre déterminé. Des modifications très mineures permettraient de fixer cet ordre plutôt que d'utiliser l'ordre déterminé par l'algorithme. Par exemple, si uniquement les deux turbines 2 et 5 de la centrale Trenche (au lieu des six) étaient visées par la demande d'entretien, il suffirait de mettre ces turbines avant les autres turbines dans l'ordre du choix des entretiens de sorte que les meilleures séquences deviendraient accessibles.

Le choix subséquent des entretiens des turbines qui suivent dans l'ordre du choix des séquences d'arrêts n'ayant aucune incidence sur le choix des premiers, il s'ensuit que toutes les solutions partielles qui suivent l'ordre de choix des entretiens peuvent être considérées comme les meilleures solutions de l'algorithme pour ces sous-ensembles de turbines.

L'algorithme pourrait aussi être légèrement modifié pour permettre la recherche de séquences d'arrêts de moins de six semaines. Actuellement, la durée des entretiens est fixée invariablement à six semaines. Pour rechercher des séquences moins longues, une première solution pourrait être de tronquer les séquences de six semaines qui ont été déterminées. Pour des séquences ainsi tronquées, les coûts ne pourraient alors qu'être inférieurs ou égaux à ceux calculés par l'algorithme pour des séquences de

six semaines. Dans le cas des centrales Rapides-Blanc et Grand-Mère, puisque les séquences de six semaines trouvées n'occasionnent pas de perte d'eau, il s'ensuit que n'importe quelle sous-séquence incluse dans une des séquences déterminées ne risquera pas elle non plus de générer des pertes d'eau.

Cependant, dans le cas général, il serait préférable que la recherche de séquences d'arrêts moins longues que six semaines se fasse autrement. Avec quelques modifications relativement mineures aux programmes existants, plutôt que de tronquer les séquences de six semaines déterminées actuellement par le programme, il serait possible de calculer directement le coût de séquences de moins longues durées. En effet, actuellement le programme n'évalue que les coûts rattachés aux séquences de six semaines et il sélectionne soit une séquence sans perte d'eau, soit la séquence avec la moindre perte d'eau s'il n'existe aucune séquence sans perte d'eau. Cependant, ce faisant, certaines sous-séquences de durée inférieures à six semaines, sans perte d'eau ou avec de faibles pertes d'eau, sont vraisemblablement écartées dans le processus. Des modifications relativement mineures aux programmes pourraient permettre de paramétrer cette donnée et ainsi permettre la recherche de séquences d'arrêts moins longues.

Ceci étant dit, pour cette thèse, j'ai préféré concentrer ma recherche sur les seules solutions du pire cas. Il conviendra, si le besoin est manifesté, d'apporter certaines modifications aux programmes existants afin de permettre de traiter des instances moins problématiques.

Finalement je souligne de nouveau que toutes ces séquences d'arrêts sont établies en considérant un scénario catastrophe de débits qui a une probabilité quasi nulle de survenir. On peut croire que les bons résultats obtenus découlent de la situation climatique particulière du Québec.

Les cycles climatiques naturels du Québec font en sorte que durant certaines périodes, les installations sont utilisées à pleine capacité alors que durant d'autres périodes

les installations sont sous-utilisées. Ces périodes de sous-utilisation dégagent ainsi plusieurs plages pour l'entretien des équipements.

Les résultats observés jusqu'à présent sont conformes à cette description générale. Bien qu'il est très probable que ces résultats soient satisfaisants à des fins de gestion, il m'apparaît utile de poursuivre la recherche des séquences d'arrêts qui minimise les pertes d'eau dans le contexte de la rivière St-Maurice ainsi que dans un contexte où la situation climatique pourrait être différente. Dans la prochaine sous-section, j'examinerai de quelle manière il est possible d'améliorer la recherche des séquences d'arrêts et de diminuer davantage les pertes d'eau dans le contexte particulier de la rivière St-Maurice.

### **5.7.5 Amélioration de la recherche des séquences de coûts minimums**

On se rappelle que sur la rivière St-Maurice, les turbines installées dans une même centrale ne sont généralement pas toutes pareilles. Alors qu'il y a un seul type de turbine installé à la centrale Rapide-Blanc, il y a respectivement six, six, trois, quatre, trois et deux types différents de turbines installées aux centrale Trenche, Beaumont, La Tuque, Grand-Mère, Shawinigan et La Gabelle (cf chapitre 1).

L'exemple de la centrale Shawinigan démontre que l'ordre de choix des séquences d'arrêts des différentes turbines d'une même centrale peut avoir une incidence sur les volumes d'eau potentiellement perdus. L'exemple donné montrait que si l'ordre de choix des séquences d'arrêts accordait priorité aux turbines les plus grosses, alors le volume total d'eau potentiellement perdu pouvait diminuer considérablement (dans l'hypothèse où le gestionnaire aurait formulé la demande de mise en entretien de toutes les turbines installées à cette centrale).

Rappelons que sur la rivière St-Maurice les capacités de turbinage ( $m^3/s$ ) des différents groupes installés dans les différentes centrales sont, en suivant l'ordre de numérotation des turbines,

- Rapide-Blanc : 131, 131, 131, 131, 131, 131.
- Trenche : 121, 129, 127, 124, 126, 127.
- Beaumont : 148, 145, 148, 146, 149, 149.
- La Tuque : 143, 132, 143, 143, 143, 131.
- Grand-Mère : 91, 91, 91, 91, 91, 111, 337, 337, 337.
- Shawinigan : 45, 45, 45, 45, 45, 108, 108, 108, 168, 168, 168.
- La Gabelle : 201, 201, 201, 201, 191.

Pour chacune des centrales Rapide-Blanc, Trenche, Beaumont, La Tuque et La Gabelle, les turbines installées sont de capacités relativement semblables. Pour ces centrales, il m'apparaît quand même intéressant de tester différents ordres de choix des séquences d'arrêts. Étant donné qu'avec un ordre de choix accordant priorité aux turbines les plus utilisées on observait déjà une solution sans perte d'eau pour les centrales Rapide-Blanc et Beaumont (les pertes sont pratiquement nulles) je m'intéresserai uniquement aux trois centrales pour lesquelles nous n'avons pas trouver de solutions sans perte d'eau.

Pour une centrale dans laquelle on désire établir des séquences d'arrêts pour chacune des  $n$  turbines installées, il y a  $n!$  ordres différents possibles.

Il y a six turbines installées dans chacune des centrales Trenche et La Tuque, alors qu'il y a cinq turbines installées à la centrale La Gabelle. Pour chacune de ces trois centrales, j'ai obtenu les solutions de l'algorithme pour chacune des  $n!$  façons de déterminer l'ordre de choix des séquences d'arrêts. Examinons les résultats obtenus pour chacune de ces centrales. Tous les tests qui suivent sont fait en respectant la

contrainte 5.3 (p.94). J'examinerai ensuite les résultats obtenus pour la centrale Shawinigan où la contrainte 5.4 (p.94) sera considérée.

### *Trenche*

Pour la centrale Trenche, la solution obtenue lorsque l'ordre de choix des séquences d'arrêts est basé sur le critère de l'utilisation décroissante donnait une perte totale de  $256 m^3/s$  d'eau. Je rappelle que ce nombre n'est pas une perte moyenne pendant six semaines, mais bien le total, sur toutes les turbines et sur les six semaines de chacune des séquences, de toutes les pertes hebdomadaires moyennes pour le scénario catastrophe. Pour chaque turbine, la moyenne hebdomadaire de perte s'établit en divisant la perte par la durée de la séquence. Par exemple, pour la centrale Trenche, les séquences d'arrêts précédemment déterminées occasionneraient des pertes potentielles moyennes de

- $0 m^3/s$  pour l'arrêt de la turbine 4 durant chacune des six semaines [15-20].
- $0 m^3/s$  pour l'arrêt de la turbine 0 durant chacune des six semaines [34-39].
- $0 m^3/s$  pour l'arrêt de la turbine 5 durant chacune des six semaines [38-43].
- $0 m^3/s$  pour l'arrêt de la turbine 3 durant chacune des six semaines [40-45].
- $21.5 m^3/s$  pour l'arrêt de la turbine 1 durant chacune des six semaines [44-49].
- $21.16 m^3/s$  pour l'arrêt de la turbine 2 durant chacune des six semaines [37-43].

Rappelons aussi que pour cette solution, l'ordre de choix des séquences d'arrêts était [4, 0, 5, 3, 1, 2].

Disons tout de suite que cette solution n'est pas la meilleure. Les meilleures solutions présentent des pertes totales de  $238 m^3/sec$  (pour une durée d'une semaine). Il existe plusieurs solutions de ce coût. Les différents paramètres d'une de ces solutions sont présentées dans le tableau 5.12 .

Tableau 5.12 – Horaires d’entretien d’une solution optimale pour la centrale Trenché

Turb	Solution		
	Début	Fin	Coûts ( $m^3/s$ )
2	15	20	0
3	34	39	0
1	38	43	0
4	40	45	0
5	44	49	126
0	32	37	112

On constate que toutes ces solutions utilisent les mêmes séquences d’arrêts, soit les séquences [38 – 43], [34 – 39], [40 – 45], [15 – 20], [44 – 49] et [32 – 37]. Cependant, ces séquences ne sont pas nécessairement sélectionnées dans le même ordre. Dans certaines des solutions optimales, la turbine 2 est la première dont les arrêts sont fixés. Pour d’autres solutions optimales, ce sera la turbine 4 ou même la turbine 5 dont les arrêts seront d’abord fixés.

Ces résultats tendent de plus en plus à démontrer que le critère d’utilisation n’est pas le seul critère qui doit être considéré. À la centrale Trenché, le taux moyen d’utilisation de la turbine la plus occupée est d’environ 0.91%. Ceci étant dit, on doit cependant remarquer que la dimension des turbines varie. La turbine 0 est la plus petite des turbines de la centrale Trenché (capacité de  $121 m^3/s$ ) alors que la turbine 1 est la plus grosse ( $129 m^3/s$ ). Il apparaît possible qu’une turbine puisse avoir de plus forts débits à transférer qu’une autre et qu’elle ne parvienne pas à le faire lorsque les meilleures séquences d’arrêts sont déjà accaparées par les turbines dont les arrêts sont déjà fixés. Il devient de plus en plus évident qu’un critère lié à la capacité de la turbine doit être considéré.

Les pires solutions à la centrale Trenché ont un coût de  $280 m^3/s$ . Une de ces pires solutions est présentée dans le tableau 5.13.

Tableau 5.13 – Exemple d’une des pires solutions pour la centrale Trenché

Turbine	Pire solution		
	Début	Fin	Coûts
3	15	20	0
5	34	39	0
0	38	43	0
4	40	45	0
2	44	49	127
1	32	37	153

*La Tuque*

Pour la centrale La Tuque, la solution obtenue, lorsque l’ordre de choix des séquences d’arrêts est basé sur le critère de l’utilisation décroissante, donnait un coût total de  $623 m^3/s$ . L’ordre de choix de des séquences d’arrêts était alors [5, 1, 0, 2, 3, 4].

À cette centrale, les meilleures solutions ont un coût total de  $578 m^3/s$  (nombreuses solutions) et les pires  $659 m^3/s$ . Un exemple de solution optimale est présenté dans le tableau 5.14 alors qu’un exemple d’une des pires solutions observée est présenté dans le tableau 5.15.

Tableau 5.14 – Exemple de solution optimale pour la centrale La Tuque

Turbine	Solution optimale		
	Début	Fin	Coûts
1	34	39	0
0	38	43	0
2	40	45	0
3	44	49	143
4	16	21	202
5	32	37	233

Une particularité des solutions de la centrale La Tuque est que toutes les solutions,

sans exception, prévoient que des pertes peuvent survenir dès qu'une quatrième turbine est mise en entretien, et ce, peu importe quelles sont les trois premières turbines dont les séquences d'arrêts sont fixées. Cependant, toutes les solutions, sans exception, prévoient qu'il est possible d'effectuer les entretiens de trois turbines, peu importe lesquelles, sans encourir aucun risque de perdre de l'eau. Ce constat peut avoir son importance pour un gestionnaire qui souhaiterait établir un cycle multi-annuel d'entretiens des turbines de cette centrale.

Tableau 5.15 – Exemple d'une des pires solutions pour la centrale La Tuque

Turbine	Pire solution		
	Début	Fin	Coûts
2	34	39	0
1	38	43	0
5	40	45	0
0	44	49	143
3	16	21	202
4	32	37	314

Examinons maintenant les résultats obtenus pour la centrale La Gabelle.

### *La Gabelle*

À cette centrale, la solution obtenue lorsque l'ordre de choix des séquences d'arrêts est basé sur le critère de l'utilisation décroissante donnait une perte totale de  $1103 \text{ m}^3/\text{s}$ . Cet ordre était le suivant [4, 0, 1, 2, 3].

La solution précédemment trouvée fait partie du groupe des moins bonnes solutions. Les meilleures solutions sont de coût  $1057 \text{ m}^3/\text{s}$ . Un exemple d'une bonne solution est présenté au tableau 5.16.

Pour cette centrale on peut aussi noter que toutes les solutions obtenues, sans exception, en fixant d'abord la séquence d'arrêts de la turbine 4, font partie du groupe des

Tableau 5.16 – Exemple d’une des meilleures solutions pour la centrale La Gabelle

Turbine	Meilleure solution		
	Début	Fin	Coûts
0	36	41	0
1	38	43	0
2	42	47	0
3	44	49	522
4	16	21	535

mauvaises solutions. Cette turbine est à la fois la plus occupée et la plus petite des turbines de la centrale La Gabelle sa capacité étant de  $191 \text{ m}^3/\text{s}$  en comparaison de la capacité de  $201 \text{ m}^3/\text{s}$  pour toutes les autres turbines de la centrale. Cela tend à confirmer le fait que les meilleures séquences, au cours desquelles d’importants transferts sont possibles, doivent être réservées pour la mise en arrêts des turbines qui ont les plus forts volumes d’eau à transférer.

Comme dans le cas de la centrale La Tuque, on constate, à l’examen des différentes solutions, qu’il n’est pas possible d’avoir quatre séquences d’arrêts sans perte d’eau alors qu’il est toujours possible d’en avoir trois, et ce, peu importe l’ordre de choix des séquences d’arrêts.

Attardons nous maintenant à la centrale Shawinigan.

### *Shawinigan*

Pour la centrale Shawinigan, on a déjà vu qu’il y a un intérêt certain à modifier l’ordre de choix des séquences d’arrêts. Puisque cette centrale compte onze turbines, la vérification de tous les ordres de séquences d’arrêts nécessiterait  $11!$  itérations, soit 39916800. Alors qu’il est aisé de vérifier les solutions pour tous les ordres possibles lorsqu’il y a peu de turbines, il devient très vite fastidieux d’effectuer cette vérification

lorsque le nombre de turbines installées est élevé. La vérification de tous les ordres possibles n'est cependant pas une tâche démesurée compte-tenu de la capacité des ordinateurs. Je n'ai cependant pas procédé de cette façon.

À cette centrale, j'ai arbitrairement établi que les séquences d'arrêts pour les turbines 0, 1, 2, 3 et 4 devaient être les dernières à être fixées. Entre elles, j'ai utilisé l'ordre préalablement déterminé, soit [2, 3, 1, 0, 4]. Les six turbines restantes ont été divisées en deux groupes. Le premier groupe comportait les turbines ayant une capacité de  $108 \text{ m}^3/\text{s}$ , soit les turbines 5, 6 et 7. Le second groupe comptait les turbines ayant une capacité de  $168 \text{ m}^3/\text{s}$ , soit les turbines 8, 9 et 10. J'ai d'abord effectué les tests en accordant priorité au groupe des plus grosses turbines, puis les turbines intermédiaires et enfin les petites turbines. Dans une deuxième série de tests, j'ai d'abord accordé priorité au groupe des turbines intermédiaires, pour suivre avec les grosses turbines et à la fin avec les petites turbines.

Pour chacune des deux séries de tests, j'ai effectué toutes les permutations possibles des turbines d'un même groupe, sauf pour le groupe des petites turbines. Il y a donc eu deux séries de trente-six tests effectués. Dans la première série j'ai testé les  $3!$  ordres possibles pour les grosses turbines avec les  $3!$  ordres possibles pour les turbines intermédiaires. Dans la seconde série de tests, j'ai simplement inversé l'ordre de ces deux groupes.

Toutes les solutions où les séquences d'arrêts des turbines 8, 9 et 10 sont déterminées en premier ont un coût de  $548 \text{ m}^3/\text{s}$  ce qui est la solution de coût minimum obtenue. On remarque que toutes les solutions obtenues en fixant d'abord les arrêts des plus petites turbines, suivi de la fixation des arrêts des turbines intermédiaires et finalement des plus grosses turbines ont un coût de  $2043 \text{ m}^3/\text{s}$ , ce qui est la pire valeur observée. Au vu de ces résultats, on peut conclure qu'il faut considérer l'utilisation et la capacité de la turbine.

Tableau 5.17 – Une des meilleures solutions pour la centrale Shawinigan

Turbine	Meilleure solution		
	Début	Fin	Coûts
8	34	39	0
9	37	42	0
10	38	43	0
5	40	45	0
7	43	48	0
6	16	21	127
2	44	49	45
3	19	24	52
1	32	37	54
0	10	15	135
4	14	19	135

Une des meilleures solutions trouvées est donnée dans le tableau 5.17

### Résultats de l'algorithme de recherche des séquences de coûts minimums

Dans le cas de la rivière St-Maurice, il y a plusieurs conclusions qu'il est possible de tirer à l'analyse des résultats obtenus. Les principales conclusions m'apparaissent être les suivantes.

- Il est possible de déterminer la solution optimale à la fonction auxiliaire en examinant tous les ordres possibles pour le choix des séquences d'arrêts.
- Pour chacune des centrales il est possible de déterminer le nombre de turbines qu'il est possible d'entretenir durant l'année en ayant la quasi certitude de ne pas perdre d'eau.
- Aucun critère unique quant à l'ordre de choix des séquences d'arrêts n'apparaît déterminant.

À ce stade, je me limiterai à conclure que, puisque tous les ordres possibles peuvent

être examinés, sous les hypothèses considérées, nous pouvons obtenir une solution optimale pour la fonction auxiliaire qui est de minimiser les pertes d'eau. Sur la rivière St-Maurice, il est donc possible de comparer toutes les solutions possibles pour la détermination d'un horaire d'arrêts de toutes les turbines de toutes les centrales. Si le gestionnaire ne désire pas mettre en entretien toutes les turbines d'une centrale donnée, mais uniquement  $n$  d'entre elles, alors il n'y a plus que  $n!$  ordres à vérifier.

Ceci étant dit, on doit noter qu'il n'est pas très fréquent de rencontrer des centrales comptant plus de dix turbines. Cependant, il demeure que certaines centrales comportent un nombre de turbines trop grand pour permettre une vérification exhaustive de toutes les solutions possibles. Par exemple, la centrale La Grande-2 compte seize turbines. Si un gestionnaire décidait d'entretenir toutes les turbines installées à cette centrale durant une même année, il y aurait plus de vingt trillions ordres possibles à vérifier. Il est évidemment impensable de procéder de la sorte pour ce genre d'installation. Il faudrait bâtir un programme linéaire et envisager une méthode de décomposition du problème pour la recherche des séquences de moindres coûts. Je ne me suis guère attardé à ce problème puisqu'il ne se posait pas sur la rivière St-Maurice et que, d'après ce que j'ai compris, il est fort improbable que dans une grande centrale un gestionnaire décide d'entretenir toutes ses turbines durant la même année.

La seconde conclusion m'apparaît aussi très pertinente en pratique. En effet, s'il fallait établir un cycle multi-annuel pour l'entretien des turbines, il serait possible de le construire en ayant la garantie, sous les hypothèses formulées, de ne jamais perdre d'eau. Par exemple, un cycle biennal d'entretien des turbines de la centrale La Tuque (trois turbines par année) garantirait de ne jamais subir de perte d'eau.

La dernière conclusion n'est guère importante en pratique. En effet, puisqu'il est presque toujours possible d'effectuer la vérification exhaustive de tous les ordres de choix des séquences d'arrêts, il m'apparaît moins important de poursuivre la recherche d'un critère qui nous garantirait de déterminer l'ordre optimal au premier essai.

### 5.7.6 Calcul de la borne supérieure sur la perte de production de la solution optimale du problème auxiliaire

Effectuons un calcul de la perte maximale de production d'électricité si on cherchait à déterminer la mise en arrêts, durant des périodes de six semaines chacune, des turbines 4, 2 et 1 de la centrale La Tuque.

Lorsque nous fixons d'abord les arrêts de ces trois turbines, nous obtenons une solution qui consiste à fixer, respectivement, les séquences d'arrêts de la turbine 4 durant les période [34,39], de la turbine 2 durant les périodes [38, 43] et de la turbine 1 durant les périodes [40, 45].

Durant les périodes 34 à 45 inclusivement, les  $deb_{3,t}^{\max}$  sont

$$[648, 655, 536, 578, 429, 347, 334, 323, 410, 318, 530, 408]$$

Pour les mêmes périodes, les capacités de transfert sont données par le vecteur  $Disp^3$ .

$$[187, 180, 299, 257, 406, 488, 501, 512, 425, 517, 305, 427]$$

Le tableau 5.18 donne l'évolution du vecteur  $Disp^3$  au fur et à mesure de la fixation des séquences d'arrêts.

Il s'agit maintenant de savoir quelle serait la perte maximale que pourrait provoquer la mise en entretien des turbines aux périodes choisies? Pour répondre à cette question, il s'agit de comparer la puissance produite par les  $deb_{3,t}^{\max}$  lorsque ces débits sont chargés sur l'ensemble des six turbines de la centrale ( $T_3$ ) et lorsqu'ils sont chargés sur les sous-ensembles de turbines qui demeurent disponibles lorsque les arrêts sont fixés.

Tableau 5.18 – Mise à jour des capacités de transfert à la suite de la fixation des séquences d'arrêts

période	$deb_{3,t}^{\max}$	$Disp_0^3$	$Disp_1^3$	$Disp_2^3$	$Disp_3^3$
34	648	187	44	-	-
35	655	180	37	-	-
36	536	299	156	-	-
37	578	257	114	-	-
38	429	406	263	120	-
39	347	488	345	202	-
40	334	501	-	358	226
41	323	512	-	369	237
42	410	425	-	282	150
43	318	517	-	374	242
44	530	305	-	-	173
45	408	427	-	-	295

En examinant le tableau 5.18, on constate que pour les périodes [34-37], le sous-ensemble des turbines qui demeureront disponibles sera  $\{0, 1, 2, 3, 5\}$ . Pour les périodes [38, 39], deux turbines seront arrêtées simultanément et le sous-ensemble disponible sera  $\{0, 1, 3, 5\}$ . Pour les périodes [40, 43] deux turbines seront également arrêtées et durant cette période le sous-ensemble des turbines qui resteront disponibles sera  $\{0, 3, 4, 5\}$ . Pour les périodes [44,45] une seule turbine sera en entretien et les turbines qui resteront disponibles seront  $\{0, 2, 3, 4, 5\}$ .

Le tableau 5.19 énonce les puissances qui seraient produites par les différents sous-ensembles de turbines compte-tenu d'un  $deb_{3,t}^{\max}$ .

Il n'y a que pendant trois des douze périodes visées qu'il y aurait un risque non négligeable de subir des pertes, soit durant les périodes 34, 35 et 37. Par exemple, durant la période 34, un  $deb_{3,34}^{\max} = 648m^3$  serait chargé comme suit sur l'ensemble  $T_3$  des turbines de la centrale.

[110, 103, 110, 110, 109, 106]

Tableau 5.19 – Puissances produites lorsque les  $deb_{3,t}^{\max}$  sont chargés sur 4, 5 ou 6 turbines.

période	$deb_{3,t}^{\max}$	$Puiss_6$	$Puiss_5$	$Puiss_4$	Pertes maximales
34	648	183.937	173.536	-	10.401
35	655	184.947	174.461	-	10.486
36	536	152.177	152.177	-	0
37	578	164.315	161.171	-	3.144
38	429	122.184	-	122.184	0
39	347	97.278	-	97.278	0
40	334	94.753	-	94.753	0
41	323	92.402	-	92.402	0
42	410	117.485	-	117.485	0
43	318	91.256	-	91.256	0
44	530	150.743	150.743	-	0
45	408	116.953	116.953	-	0

Ce chargement pourrait générer une puissance de 183.937 MW. Ce même  $deb_{3,34}^{\max}$  serait chargé comme suit sur  $A_3 = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ .

$$[134, 122, 134, 134, 0, 122]$$

La puissance que générerait ce chargement serait de 173.536 MW.

Ainsi avec un débit égal à  $deb_{3,34}^{\max} = 648m^3$ , la perte de production qui résulterait de l'indisponibilité de la turbine 4 serait de 10.401 MW. Pour tout débit inférieur à  $deb_{3,34}^{\max}$ , la perte ne pourrait qu'être inférieure. Puisque le  $deb_{3,34}^{\max}$  fait partie de l'enveloppe supérieure des débits observés à cette centrale durant cette semaine de l'année au cours des 55 années visées par les simulations, la probabilité est très forte que les débits réels soient inférieurs à cette donnée.

Durant les périodes visées par des trois séquences d'arrêts de six semaines chacune, il y aurait une puissance totale de 24.031 MW qui serait à risque d'être perdue. Durant ces douze semaines, les  $deb_{3,t}^{\max}$  généraient 1568.43 MW si toutes les turbines étaient

disponibles alors que ces mêmes  $deb_{3,t}^{\max}$  généreraient 1544.4 MW. Le rapport entre ces deux valeurs est d'environ 98.5%.

Cependant, nous devons aussi tenir compte du fait que durant toutes les autres périodes de l'année, cette solution n'altère en rien la capacité de production de la centrale. En considérant des  $deb_{3,t}^{\max}$  durant chacune des périodes de l'année, la capacité de production qui résulterait de cet horaires d'arrêts des turbines 4, 2 et 1 serait supérieur à 99.7% de ce qu'elle est lorsque toutes les turbines sont disponibles.

Cette borne supérieure sur la perte de production pour l'entretien de trois turbines (sans perte d'eau) m'apparaît très raisonnable.

### 5.7.7 Conclusion sur la résolution de $P$ par la solution de $P_{aux}$

La méthode qui consiste à approcher la solution optimale du problème avec les contraintes d'entretien par la solution optimale du problème auxiliaire présente beaucoup d'avantages. Parmi ceux-ci, je relève, *inter alia*

- Cela évite de devoir itérer l'exécution d'un logiciel de gestion de système hydrique sur différentes solutions candidates. Les programmes de gestion de système hydrique ne sont généralement pas des programmes qui s'exécutent très rapidement. La volumineuse littérature scientifique sur le sujet démontre bien que la gestion de système hydrique multi-centrales, multi-réservoirs présente beaucoup de difficultés. Chaque méthode de résolution à ses adeptes et ses détracteurs, mais le trait commun à toutes ces méthodes est qu'elles doivent faire des compromis sur les paramètres du problème pour permettre une résolution dans un délai raisonnable. Dans l'état actuel de la science, construire un programme de gestion qui puisse s'itérer un nombre considérable de fois dans un délai raisonnable exigerait tellement

de compromis sur la modélisation du problème que nous pourrions légitimement questionner la qualité de sa solution. La qualité de la solution obtenue par la résolution du problème auxiliaire n'est certainement pas de moindre qualité que les solutions approximatives qui pourraient être obtenues par l'itération de tels programmes simplifiés.

- La solution optimale globale du problème auxiliaire s'obtient par l'union des solutions optimales locales. Cela diminue considérablement la complexité de la recherche.
- La solution du problème auxiliaire procure une garantie, avec une probabilité avoisinant 100%, que la perte de production n'excédera pas la borne supérieure déterminée. De plus, cette borne supérieure est d'excellente qualité lorsque les séquences d'arrêts ne provoquent pas de pertes d'eau. Conséquemment, elle procure une borne supérieure d'excellente qualité sur la valeur de la solution optimale du problème avec contrainte d'entretien.
- La détermination des  $deb_{i,t}^{\max}$  fait en sorte que pour la résolution du problème auxiliaire, il est superflu de considérer plusieurs paramètres importants dans la gestion de systèmes hydriques. Notamment, les considérations liées aux délais d'écoulement de l'eau entre les différents sites et les considérations liées aux corrélations spatiales et temporelles des apports entre les différents sites deviennent sans objet. En effet, tous ces paramètres, dont le traitement est généralement complexe, ont comme principale utilité de permettre de déterminer les débits des centrales le plus justement possible. Or, en fixant les débits des centrales à  $deb_{i,t}^{\max}$ , il importe peu de savoir qu'elle est la corrélation entre les débits de deux ou plusieurs centrales, la corrélation entre les débits d'une même centrale au cours de deux périodes consécutives ou le délai de l'écoulement de l'eau entre des centrales en aval les unes des autres. Toutes ces questions sont implicitement considérées en choisissant l'enveloppe supérieure des débits.
- Les solutions observées donnent beaucoup d'informations aux gestionnaires pour la confection des horaires d'entretiens. Notamment, il est possible de savoir combien

de turbines de chaque centrale il est possible d'entretenir, durant une même année sans risquer de perdre de l'eau. Il est aussi possible de déterminer des cycles multi-annuels d'entretiens de toutes les turbines d'une même centrale en ayant la garantie de ne jamais perdre d'eau.

- L'implémentation informatique offre beaucoup de souplesse. Ainsi, un gestionnaire peut facilement être informé de la perte maximale de production qu'il risque d'encourir s'il prenait la décision de modifier une solution observée. Je souligne ce point précis puisqu'il s'agissait d'une des questions originales que les gestionnaires d'Hydro-Québec m'avaient formulée au début de cette thèse.

Je ne vois guère d'inconvénients à cette méthode. Je souligne cependant que, la méthode développée étant une approche heuristique, il n'y a aucune garantie que la solution qu'elle détermine est une solution optimale.

Pour terminer, je rajouterais aussi que la méthode développée offre des avenues intéressantes d'améliorations. Notamment, elle pourrait être améliorée en recherchant, parmi les séquences d'arrêts de mêmes coûts ou même de coûts différents, celles qui donnent les meilleures bornes supérieures sur la perte de production. Pour cette thèse j'ai considéré que toutes les solutions avec les mêmes pertes d'eau étaient  $\epsilon$ -équivalentes et je n'ai pas considéré les solutions occasionnant de plus fortes pertes d'eau.

Elle permet aussi de déterminer d'autres enveloppes de débits que celle des  $deb_{i,t}^{\max}$  que j'ai utilisée. Ce point m'apparaît suffisamment important pour que je lui consacre le prochain chapitre.

## CHAPITRE 6 : MODIFICATIONS DE L'ENVELOPPE SUPÉRIEURE DES $DEB_{I,T}^{MAX}$

Jusqu'à présent, je m'étais surtout attardé à solutionner le problème de la confection d'un horaire de mise en entretien des turbines de la rivière St-Maurice. Comme on l'a vu, pour plusieurs des centrales il est possible d'obtenir des séquences d'arrêts sans perte d'eau pour toutes les turbines installées. Qu'arrive-t-il cependant s'il est impossible de trouver de telles séquences ?

Un tel cas survient uniquement dans le cas où toutes les turbines de la centrale sont saturées ou quasi-saturées par les  $deb_{i,t}^{max}$ . Avec de tels débits fixés, peu importe la méthode de recherche utilisée, des pertes sont inévitables. La méthode de recherche des séquences de coût minimum demeure donc valable. Cependant, elle peut ne pas être ni réaliste, ni utile.

J'ai choisi de travailler avec un scénario catastrophe de débits afin de tester les limites de la méthode dans des conditions extrêmes. Ce scénario catastrophe ne présente qu'un seul avantage : celui de garantir qu'en appliquant les solutions observées, la probabilité d'avoir des pertes d'eau supérieures à celles qui ont été établies sont, à toutes fins pratiques, nulles. Par contre, les probabilités sont très fortes d'avoir des débits largement inférieurs aux  $deb_{i,t}^{max}$  utilisés pour construire l'horaire d'entretien.

Ce qui justifie l'appellation de « scénario catastrophe », c'est le fait que pour chaque centrale et pour chaque période, j'ai choisi  $deb_{i,t}^{max}$ , le débit le plus élevé observé à la centrale  $i$  durant la période  $t$  au cours des cinquante-cinq années pour lesquelles je possédais des données. Dans le choix d'un débit, y incluant  $deb_{i,t}^{max}$ , deux éléments interviennent. Il y a d'abord les soutirages effectués dans le ou les réservoirs en

amont de la centrale  $i$ . Ces soutirages sont déterminés objectivement par une règle de gestion optimale. L'autre élément qui intervient dans le choix des débits est les apports aléatoires. Ces apports gonflent directement le débit de la rivière et sont cumulés en suivant le principe de l'écoulement instantané sur toutes les centrales au fil de l'eau situées en aval les unes des autres. Il y a ainsi un lien direct entre les plus forts apports observés et les  $deb_{i,t}^{\max}$ .

En déterminant les horaires d'arrêts des turbines en relation avec les  $deb_{i,t}^{\max}$ , on se trouve en quelque sorte à se prémunir contre toutes éventualités. Le débit considéré pour le choix des horaires d'arrêts étant le pire qui puisse survenir, on est ainsi assuré de ne jamais nécessiter les turbines pendant les périodes au cours desquelles elles ont été mises en entretien (si on a observé une solution sans perte d'eau).

En considérant une telle enveloppe supérieure sur les débits on fait possiblement preuve d'une prudence à la fois exagérée et sous-optimale. De plus on restreint peut-être indûment le nombre de solutions. Peut-être serait-il préférable d'encourir un certain risque de ne pas avoir considéré les pires débits possibles pour avoir, en contrepartie plus de solutions de coûts nuls qui offriraient un choix pour la sélection des séquences d'arrêts.

Je ne suis pas en mesure de répondre à ces questions. Cependant, il ne m'apparaît pas malaisé d'apporter quelques ajustements à la méthode développée de façon à pouvoir considérer différents scénarios de débits.

Disons d'abord qu'il serait aisé pour un gestionnaire de déterminer un horaire d'arrêts sur la foi d'un seul scénario d'apports. Il suffirait alors de simuler l'application des règles de gestion optimales de  $P_R$  sur ce seul scénario. Il n'y aurait alors qu'un seul scénario de débits à considérer pour fixer les  $deb_{i,t}^{\max}$ .

S'il y a plusieurs scénarios différents d'apports, comme c'est le cas pour la rivière St-Maurice, il ne saurait être question de modifier les tirages des réservoirs déterminés

par la règle de gestion. Cependant, un traitement statistique des apports pourrait diminuer les  $deb_{i,t}^{\max}$ .

Dans le programme OptiHebdo, une des étapes préliminaires consiste à déterminer les lois de distribution des apports et calculer leurs paramètres. Prenons l'exemple des apports du réservoir Gouin durant la semaine du 22 mai. Durant les cinquante-cinq années considérées, les apports de cette période sont présentés dans le tableau 6.1.

Tableau 6.1 – Apports 1950-2004 au site Gouin, en  $m^3/s$

1950-1960	173	144	290	144	227	169	263	218	237	202	212
1961-1971	220	302	232	190	238	257	222	151	287	224	166
1972-1982	137	220	481	174	331	128	176	256	185	383	142
1983-1993	328	339	246	314	244	184	214	231	186	216	255
1994-2004	224	267	221	322	127	147	217	159	238	163	268

Pour cette période, les statistiques obtenues nous indiquent que ces apports ont une distribution de loi LogNormale décalée. En consultant les structures de données appropriées, on apprend que les différents paramètres de cette distribution sont les suivants.

1. Moyenne :  $\mu = 227 m^3/s$
2. Écart-type :  $\sigma = 68.49 m^3/s$
3. Décalage :  $\lambda = 40 m^3/s$
4. Plus petit apport :  $amin_4 = 127 m^3/s$
5. Plus grand apport :  $amax_4 = 481 m^3/s$

Suite à la transformation en variable de loi Normale (cf chapitre 2 sous-section sur la lecture des apports), les paramètres deviennent

1. Moyenne :  $\mu = 5.17$
2. écart-type :  $\sigma = 0.34$

On constate qu'un apport comme  $amax_4$ , a une probabilité très faible de survenir. Nous avons  $\log(481 - 40) \approx 6.09$ . En conséquence,

$$Pr[N(5.17, 0.34^2) \geq 6.09] \cong 0.003.$$

Il y a donc trois chances sur mille de voir un apport de cette ampleur survenir durant la période 4. Si nous considérons plutôt une probabilité limite de 1%, il suffirait alors de considérer  $amax_4 = 427$ . En effet,  $\log(427 - 40) \approx 5.96$  et

$$Pr[N(5.17, 0.34^2) \geq 5.96] \cong 0.01.$$

Ainsi en considérant un risque de 1%, au lieu de 0.3%, d'avoir un apport supérieur à celui qui aurait été considéré lors du choix des horaires d'arrêts, nous pourrions nous satisfaire de  $amax_4 = 427$  plutôt que  $amax_4 = 481$ . Un traitement préliminaire des données d'apports, traitement qui consisterait à éliminer les données rarissimes, aurait ainsi un effet direct sur la fixation des  $deb_{i,t}^{\max}$ .

En utilisant toujours les  $deb_{i,t}^{\max}$  tel qu'établis, on accorde ainsi une importance qui peut paraître démesurée à plusieurs apports rarissimes. De plus cette importance démesurée se répercute sur tous les sites en aval du site où l'apport extravagant a été enregistré en raison du principe de l'écoulement instantané des débits.

De nombreuses données d'apports qui ont été considérées apparaissent encore plus extravagantes que l'exemple présenté ci-haut. Par exemple, l'apport maximal de  $686 \text{ m}^3/\text{s}$  au réservoir Gouin durant la semaine du 24 juillet (loi LogNormale décalée,  $\mu = 165$ ,  $\sigma = 100$ ,  $\lambda = 48$ ) est supérieur de près de cinq écart-types à sa moyenne. Sa probabilité de survenir est de moins d'une chance sur dix milles suivant sa loi de distribution. Il est encore moins probable d'avoir un apport aussi élevé que l'apport

maximal de  $353 \text{ m}^3/\text{s}$  au réservoir Mattawin durant la semaine du 16 octobre (loi LogNormale de moyenne 59 et d'écart-type 51.03) qui se situe à près de six écarts-types au dessus de sa moyenne. Tous ces apports qui, ont une probabilité quasi nulle de survenir, gonflent peut-être indûment les  $deb_{i,t}^{\max}$ .

Pour les apports des sites intermédiaires, tel que je l'expliquais au chapitre deux, j'ai obtenu des données mensuelles que j'ai transformées en données hebdomadaires. Les lois de distributions et les statistiques des différentes périodes apparaissent donc sujettes à caution. Cependant, pour ces apports également, un examen sommaire des données démontre qu'elles contiennent plusieurs apports qui apparaissent extravagants. Contrairement aux apports des réservoirs qui ont un effet indirect, mais néanmoins très réel, sur les débits (puisqu'ils sont traités préalablement par la règle de gestion), les apports intermédiaires ont un effet direct puisqu'ils sont automatiquement cumulés sur les débits de tous les sites en amont.

Une élimination des apports extravagants auraient donc une influence certaine sur les  $deb_{i,t}^{\max}$ . En réduisant ainsi les  $deb_{i,t}^{\max}$  par l'élimination de certaines données rarissimes, on créerait cependant un risque réel de planifier l'arrêts de certaines turbines durant des périodes au cours desquelles elles pourraient être sollicitées s'il advenait que des apports extravagants surviennent durant ces mêmes périodes. Il s'agirait pour le gestionnaire de déterminer le niveau de risque acceptable.

Il m'apparaîtrait plus souhaitable de déterminer tous les  $deb_{i,t}^{\max}$  en fonction d'un tel risque mesuré que de les établir comme je l'ai fait précédemment. Cela m'apparaîtrait donner beaucoup plus de réalisme aux débits qui seraient ainsi déterminés que ne peuvent l'être le faire  $deb_{i,t}^{\max}$ .

En effet, dépendamment des scénarios d'apports utilisés lors de la phase de simulation, il peut y avoir

1. Des risques importants de perte d'eau si l'entretien d'une turbine est fixé durant une période au cours de laquelle les  $deb_{i,t}^{\max}$  n'étaient pas suffisamment élevés.
2. Des risques de surestimer les pertes potentielles durant certaines périodes si les  $deb_{i,t}^{\max}$  étaient trop élevés.

Dans le premier cas, on ne se prémunit pas suffisamment contre les risques de pertes alors que dans le second cas on se prive possiblement de plusieurs séquences sans perte d'eau.

Dans cette thèse, les  $deb_{i,t}^{\max}$  ont généralement pour effet de grossièrement surestimer les pertes potentielles. Par exemple, à la centrale La Tuque, le taux moyen d'utilisation des différentes turbines avoisine 90%. Or selon ce que des gestionnaires m'ont dit, le taux moyen d'utilisation avoisinerait plutôt 60%.

Dans le contexte choisi, il est quand même remarquable de constater qu'il a été possible de déterminer des horaires d'arrêts sans perte d'eau pour 35 des 49 turbines de la rivière durant la même année. Pour les quatorze turbines pour lesquelles cela n'a pas été possible, plutôt que de choisir les séquences produisant les pertes minimales, j'opterais plutôt pour recommencer tout le processus avec un scénario d'apports uniques  $app_{i,t}$  qui seraient déterminés en fonction de la probabilité suivante.

$$Pr[app_{i,t}^{\text{réel}} > app_{i,t}] < \theta, \quad \forall i, \forall t$$

où  $\theta$  serait un seuil déterminé par le gestionnaire. De façon explicite, connaissant la loi de distribution  $D_{i,t}$  des apports au site  $i$  durant la période  $t$ , les  $app_{i,t}$  seraient établis comme suit

$$D_{i,t}^{-1}(1 - \theta) = app_{i,t}$$

Les données historiques continueraient d'avoir leur utilité. En effet, ce sont ces données qui permettent de déterminer les lois de distribution et les paramètres des différentes distributions. Elles pourraient également servir à tester l'efficacité des solutions déterminées.

Ce traitement préliminaire des données d'apports m'apparaît être particulièrement indiqué dans le cas de systèmes hydriques qui ne seraient pas sujet aux grandes variations saisonnières que nous connaissons au Québec. En effet, au Québec, nous bénéficions naturellement de grandes plages de temps au cours desquelles les équipements sont sous-utilisés, ce qui permet leur mise en entretien sans risque de perte d'eau. Nous l'avons vu, malgré des  $deb_{i,t}^{\max}$  catastrophiques, il reste possible de confectionner des horaires d'entretien sans perte d'eau.

Cette situation peut être différente ailleurs. Par exemple, il est possible que des  $deb_{i,t}^{\max}$  catastrophiques saturent complètement toutes les turbines de toutes les centrales d'un système hydrique durant toutes les périodes. Il n'y aurait alors aucune possibilité de transfert et la méthode ne fonctionnerait pas. Cependant, avec un choix de  $deb_{i,t}^{\max}$  qui respecterait un risque calculé, nous pourrions alors dégager suffisamment de capacité de transfert pour sélectionner les périodes les moins à risques pour la mise en entretien des turbines.

Je rajoute aussi qu'au Québec, un tel traitement préliminaire pourrait avoir un effet bénéfique. Il pourrait donner beaucoup plus de flexibilité pour déterminer les séquences d'arrêts sans perte d'eau. Cette flexibilité serait vraisemblablement souhaitable dans le cas, par exemple, où des contraintes de production minimale par période seraient fixées.

Étant donné que les fonctions de distributions sont connues, nous pourrions également déterminer le niveau de risque  $\theta$  pour lequel il est possible de déterminer les séquences d'entretiens sans perte d'eau.

Ceci étant dit, je dois ajouter que je n'ai procédé à aucun test impliquant des données d'apports traitées. Je crois cependant qu'il serait souhaitable de le faire.

## CHAPITRE 7 : CONCLUSION

J'ai déjà formulé mes conclusions détaillées en regard de la méthode de résolution proposée. Quoiqu'il y ait toujours place à amélioration, globalement, j'oserais prétendre que le problème principal et le problème accessoire qui m'avaient été posés sont tous les deux résolus.

Pour le problème principal, soit la détermination d'un horaire optimal d'arrêts des turbines, les solutions qu'il est possible d'obtenir, lorsqu'elles n'impliquent pas de pertes d'eau, sont si rapprochées des solutions du problème relaxé qu'il est difficile de croire qu'un redéploiement des réserves d'eau pourrait les améliorer. Bien qu'il ne m'est pas possible de prouver l'optimalité de la solution obtenue il demeure que la solution optimale au problème avec contraintes d'entretien devra obligatoirement être

1. Une solution qui n'implique pas de modifier les règles optimales de gestion des réservoirs déterminées pour  $P_R$ , ou
2. Une solution qui implique de modifier les règles optimales de gestion des réservoirs déterminées pour  $P_R$ ,

Si la solution optimale en était une qui n'implique pas de modifier les règles optimales de gestion des réservoirs et qu'elle n'était pas non plus une des solutions optimales du problème auxiliaire, alors il faudrait nécessairement qu'elle implique davantage de perte d'eau que la solution optimale du problème auxiliaire. Dans un tel cas, il faudrait nécessairement que certains débits puissent être turbinés avec des rendements largement supérieurs à ceux de la solution optimale du problème auxiliaire. En effet, ce sera là la seule façon imaginable de compenser la perte sèche qui découlerait des pertes additionnelles.

Or ces rendements ne pourraient pas être supérieurs à ceux qui ont été obtenus pour  $P_R$  par définition même d'une relaxation. Compte-tenu que dans ce cas la valeur  $f^*$  de cette solution optimale  $s^*$  générerait quand même des pertes, il découle que cette solution sera encore plus proche de  $f_{aux}$  que  $f_{aux}^*$  l'est de  $f_R^*$ . Dans tous les cas nous sommes à l'intérieur des bornes établies. Dans un tel cas, je crois que nous pouvons dire que  $s_{aux}$  est une solution  $\epsilon$ -optimale.

Dans le second cas aussi  $s_{aux}$  se révèle être une solution  $\epsilon$ -optimale. En effet, si un recalcul des règles optimales de gestion est nécessaires pour obtenir  $s^*$ , alors, par la définition même d'une relaxation, force nous est de constater que  $f^*$  sera supérieure à  $f_R^*$ . Dans un tel cas, nous ne pouvons pas évaluer uniquement les données de production. Il faudrait aussi tenir compte d'un calcul peut-être différent de pénalités. Cependant, en termes de valeur globale, cette valeur  $f^*$  de  $s^*$  ne pourra qu'être près de  $f_{aux}^*$ . Dans ce cas aussi je crois que nous pouvons dire que  $s_{aux}$  est une solution  $\epsilon$ -optimale.

Dans le cas où il y a des pertes d'eau, il s'agirait alors de traiter préalablement les données d'apports tel que cela a été suggéré. Bien que je n' ai pas procédé à de tels traitements, pour la rivière St-Maurice, avec de telles données traitées, il m'apparaît évident qu'il serait possible de déterminer un horaire d'arrêts de six semaines chacun pour les quarante-neuf turbines de la rivière durant la même année sans que cela ne génère aucune perte d'eau.

Dans le cas général, ce prétraitement des données d'apports m'apparaît également souhaitable. Il donnerait une mesure beaucoup plus juste des risques réels de perte d'eau que ne peut le faire un scénario catastrophe de débits.

Quant au problème accessoire qui m'avait été confié, soit de déterminer la valeur marginale d'un déplacement d'une séquence d'arrêts, je crois pouvoir dire qu'il est

également résolu par l'utilisation de la fonction auxiliaire. En effet, si le gestionnaire désire, *a priori*, fixer lui-même les dates d'une séquence d'arrêts il devient facile, avec quelques modifications informatiques, de calculer une borne sur la perte de production de cette séquence et de rechercher les séquences d'arrêts optimales pour les autres turbines.

Des avenues pour améliorer la méthode restent explorer. J'en ai moi-même énoncées quelques unes. En particulier, je pense qu'une méthode de pondération des différentes séquences et une recherche des meilleures séquences pondérées devraient être développée. Le poids associés à chaque séquence (une forme de pénalité) pourrait être déterminé en fonction de l'éloignement du chargement qu'une telle séquence entraîne en comparaison d'avec le chargement optimal du sous groupes de turbines restantes durant la séquence d'entretiens. Cela pourrait faire l'objet de travaux futurs.

Néanmoins, globalement, je crois pouvoir conclure que le problème de détermination d'un horaire optimal d'arrêts des groupes est solutionné par la méthode développée dans cette thèse.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] ABDULWHAB, A., BILLINGTON, R., ELDMATY, A.A., FARIED, S.O.(2004). Maintenance scheduling optimization using a genetic algorithm (GA) with probabilistic fitness function, *Elec. Power Comp. and Syst.* 32 (12), pp. 1239-1254.
  
- [2] ALLE, A., PAPAGEORGIOU, LG., PINTO, JM.(2004). A mathematical programming approach for cyclic production and cleaning scheduling of multistage continuous plants, *Computers & chemical engineering* 28 (1-2), pp. 3-15.
  
- [3] ARUNKUMAR, S., YEH, W.W-G.(1973). Probabilistic models in the design and operation of multi-purpose reservoir system, *Contrib. 144, Calif. Water Resour. Cent., Univ. of Calif.*.
  
- [4] BAZARRA, M., SHERALI, H., SHETTY, C.(1993). *Nonlinear programming : Theory and algorithms*, Wiley, New-York.
  
- [5] BECKER, L., YEH, W. W-G (1974). Optimization of real time operation of multiple-reservoir system, *Water Resour. Res.*, 10(6), 1107-1112 .
  
- [6] BELLMAN, R.E.(1957). *Dynamic Programming*, Princeton University Press, Princeton.
  
- [7] BERTSEKAS, D.P.(2005). *Dynamic programming and optimal control*, Athena scientific, Boston.

- [8] CHATTOPADHYAY, D.(1994). Operational planning of power-system- an integrated approach, Energy sources 16(1), pp. 59-73.
- [9] CHATTOPADHYAY, D.(2004). Life-cycle maintenance management of generating units in a competitive environment, IEEE Transactions on power system 19 (2), pp. 1181-1189.
- [10] CHU, W.S., YEH, W.W-G. (1978). A nonlinear programming algorithm for real-time hourly reservoirs operations, Water resour. Bull., 14(5), 1048-1063.
- [11] (1980) DAGLI, C.H., MILES, J.F. (1980). Determining operating policies for a water resource system of reservoirs, J. Hydrol, 47(34), 297-306.
- [12] DANTZIG, G. B.(1955). Linear Programming under uncertainty, Manage.Sci., 1(3/4), 197-206.
- [13] DANTZIG, G. B. ET MADANSKY, A. (1961). On the solution of two-state linear programs under uncertainty, Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, pp 165-176, University of California Press, Berkeley.
- [14] EL-AMIN, I., DUFFUAA, S., ABBAS, M.(2000). A tabu search algorithm for maintenance scheduling of generating units, Electric power systems research 54 (2), pp. 91-99.
- [15] FIACCO, A.V. ET McCORMICK, G.P.(1968). Nonlinear Programming : Sequential Unconstrained Minimization Techniques, John Wiley, New-York.

- [16] HALL, W.A. et SHEPHARD, R.W. (1967). Optimum operations for planning of a complex water resources system, Tech. Rep. 122 (UCLA-ENG 67-54), Water Resour. Cent., Sch. of Eng. and Appl. Sci. Univ. of Calif., Los Angeles.
- [17] HAMMADIA, A.(2000). Contributions à l'optimisation, en temps réel et à court terme, des ressources hydroélectriques d'une rivière, Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal.
- [18] KRALJ, B., RAJAKOVIC, N.(1994). Multiobjective programming in power-system optimization- new approach to generator, International journal of electrical power & energy systems, 16(4), pp 211-220.
- [19] LABADIE, J.W. (2004). *Optimal Operation of Multireservoir Systems : State-of-the-Art Review*, Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 130, No. 2, 93-111.
- [20] LEE, E.S., WAZIRUDDIN, S.(1970). Applying gradient projection and conjugate gradient to the optimum operation of reservoirs, Water Resour. bull. 6(5), 713-724.
- [21] LOUCKS, D.P. (1968). Computer model for reservoir regulations, J.Sanit.Eng.Div., Am.Soc.Civ.Eng., 94(SA4), 657-669.
- [22] LOUCKS, D.P., STEDINGER, J., HAITH, D. (1981). Water resource systems planning and analysis, Prentice-Hall , N.J..
- [23] LOUCKS,D.P., SIGVALDASON, O.T. (1982). Multiple-reservoir operation in North America, The Operation of Multiple Reservoir Systems, édité par

Z.Kaczmarek et J.Kindler, International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Autriche.

- [24] MAIDMENT, D.R.(1993). Handbook of Hydrology, McGraw-Hill.
- [25] MARWALI, M.K.C., SHAHIDEHPOUR, S.M.(1999). A probabilistic approach to generation maintenance scheduler with network constraint, Int. Journ. of Elec. Power and Energy Syst. 21 (8), pp 533-545.
- [26] MO, B., HAUGSTAD, A., FOSSO, OB.(1997). The integrating long -and-short-term models for hydro scheduling, Hydropower '97 : proceedings of the 3rd International Conference on Hydropower, Trondheim/Norway/30 June-2 July, pp. 279-285.
- [27] NEMHAUSER, G.L. (1966). Introduction to Dynamic Programming, John Wiley.
- [28] PENG, W., RUI, M., TAO, X., YANG, H.C., HE, R.M.(2004). Research on multi-objective optimum-model of unit maintenance scheduling under the condition of electricity market, Pro. 2004 IEEE International conference on electric utility deregulation, restructuring and power technologies, vol. 1, et 2, 196-199.
- [29] PONCET, A(2000). Probabilistic maintenance scheduling, Probabilistic safety assessment and management, VOL 1-4 (34) : 1119-1124.
- [30] PREKOPA, A.(1980). Network planning using two-stage programming under uncertainty, Recent Results in Stochastic Programming , Springer-Verlag, New-York.

- [31] REVELLE, C., JOERES, E. ET KIRBY, W.(1969). The linear decision rule in reservoir management and design, Development of the stochastic model, Water Resour. Res., 5(4) 767-777.
- [32] ROSENTHAL, R.E.(1980). The status of optimization models for the operation of multireservoir systems with stochastic inflows and non separable benefits, Res. Rep. 75, Tenn. Water Resour. Res. Cent..
- [33] SIGVALDASON, O.T.(1976). A simulation model for operating a multipurpose multireservoir system, Water Resour. Res. 12(2), 263-278.
- [34] SILVA, EL., MOROZOWSKI, M., FONSECA, LGS, OLIVIERA, GC, MELO, ACG, MELLO, JCO (1995). Transmission constrained maintenance scheduling of generating units- A stochastic-programming approach, IEEE Transactions on power systems 10 (2), pp 695-701.
- [35] TAUXE, G., INMAN, R., MADES, D.(1980). Multiple objectives, reservoirs operations, J. Water Resour. Plan. Manag., 106(1) 225-238.
- [36] TERLAKY, T.(1996). Interior point method of interior point programming, Kluwer Academic, Dordrecht, Pays-Bas.
- [37] TURGEON, A.(1981). A decomposition method for the long-term scheduling of reservoirs in series, Water Resour. Res., 17(6), 1565-1570.
- [38] TURGEON, A.(1981). Optimal short-term hydro scheduling from the principle of progressive optimality, Water Resour. Res., 17(3), 481-486.
- [39] TURGEON, A.(2006). The management of a multi-purpose reservoir, Cahier du GERAD, G-2006-50.

- [40] YEH, W.W-G (1985). Reservoir Management and Operations Models : A State-of-the-Art Review, Water Resources Research, vol.21, No.12, pp. 1797–1818.
- [41] ZANG, T., NAKAMURA, M, HATAZAKI, H (2002). A decision methodology for maintenance interval of equipment by ordering based on element reparation-replacement rate, 2002 IEEE Power engineering society summer meeting, VOLS 1-3, Conference Proceedings : 969-974.