UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

COMPORTEMENT DES PONTS À POUTRES-CAISSONS MULTIPLES

MONIKA RYBAROVA

DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION

DU DIPLÔME DE MAITRÎSE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES (M.Sc.A.)

(GÉNIE CIVIL)

AOÛT 1996

© Monika Rybarova, 1996.

National Library of Canada
Bibliothèque nationale du Canada

Acquisitions and Bibliographic Services
Acquisitions et services bibliographiques

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-26510-2

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

COMPORTEMENT DES PONTS À

POUTRES-CAISSONS MULTIPLES

présenté par: RYBAROVA Monika

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences Appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. TREMBLAY Robert, Ph.D., ing., président

M. MASSICOTTE Bruno, PhD., ing., membre et directeur de recherche

M. HOUDE Jules, PhD., ing., membre et co-directeur de recherche

M. LÉGER Pierre, PhD., ing., membre

...à mon mari

...à tous mes amis

REMERCIEMENTS

L'auteur tient à remercier son directeur de recherche, Bruno Massicotte, pour avoir fait de ce projet de recherche une expérience très enrichissante. Par ses discussions instructives, il a su guider l'auteur sur la route du succès. Aussi, l'auteur tient à remercier son co-directeur de recherche, Jules Houde, pour son support et son appui.

Des remerciements sont adressés à tous ceux qui ont contribué à la réalisation de ce projet. En particulier, l'auteur remercie M. Patrice Normandin pour ses conseils et suggestions à propos de l'utilisation du programme SAPOSTE ainsi que M. Andrej Belica, l'auteur de programme GARUDA.

SOMMAIRE

Depuis les années soixante, les ponts à poutres-caissons mixtes acier-béton sont devenus en Amérique du Nord une solution alternative aux ponts à poutres à âme pleine. Leur popularité est liée à la grande rigidité torsionnelle des sections fermées qui permet d'augmenter la portée et qui est bénéfique pour le comportement structural du pont en favorisant une meilleure distribution transversale des charges vives. Cependant les sections tubulaires sont sujettes à la distorsion, ce qui peut réduire leur rigidité en torsion. La distorsion est un phénomène rattaché à la torsion des poutres à parois minces qui produit des déplacements longitudinaux additionnels dans les éléments d'un tablier, tout au détriment de la rigidité des sections.

Les ponts à poutres-caissons ont un comportement relativement complexe et la présente étude a pour objectif d'améliorer la compréhension des phénomènes qui les caractérisent. Le noyau de cette étude est constitué d'un volet analytique qui se base sur l'utilisation de plusieurs méthodes d'analyse pour étudier le problème de la distorsion. De plus, les analyses réalisées dans la présente étude offrent un bon aperçu du comportement global des ponts à poutres-caissons.

La revue des méthodes d'analyse fait un résumé des études réalisées portant sur la modélisation des ponts-caissons ou sur des essais expérimentaux permettant d'étudier le comportement de ponts-caissons réels.

Une étude de la distorsion réalisée pour des tabliers unicellulaires à section composite et à section en béton a pour but de vérifier la rigidité requise pour les éléments assurant la rigidité transversale du caisson. Une attention particulière est portée à l'utilisation de diverses configurations des diaphragmes intérieurs alors que l'influence de quelques paramètres géométriques sur la rigidité torsionnelle et flexionnelle du caisson est présentée.

Les études paramétriques sont effectuées par la méthode des éléments finis et des plaques plissées afin de vérifier les prescriptions des normes actuelles. À la lumière de certaines déficiences observées, une nouvelle méthode de calcul simplifiée est proposée. L'utilisation de différentes méthodes d'analyse et diverses comparaisons des résultats permettent de faire ressortir les points forts et les points faibles des diverses méthodes d'analyse.

L'initiation d'une étude analytique réalisée pour un pont à poutres-caissons multicellulaires permet d'identifier les méthodes d'analyse qui représentent adéquatement le comportement structural de ce type de tablier.

Enfin, des facteurs de modification pour l'application de la méthode simplifiée pour la future norme canadienne des ponts CHBDC et un cheminement de conception finale des ponts-caissons multiples sont suggérés.

ABSTRACT

Since the nineteen sixties, composite steel-concrete box girder bridges have become an alternative to single plate girders bridge in North America. Their popularity is attached to the high torsional stiffness of closed box sections which allows the construction of bridges with longer span and exhibiting better structural behaviour. This high torsional stiffness of box girders is an important parameter in the determinning of live load lateral distribution factor, which makes box girders better candidates for the construction of bridges. However, the tubular cross section are subjected to distortion that reduces the torsional stiffness. Distortion is a phenomenon associated with the torsion of thin-walled girders. It creates longitudinal warping deformations (displacements) in the elements which reduces the torsional rigidity of the girders.

The behaviour of multiple box girders is relatively complex and the objective of this study is to improve out understanding of the various phenomena influencing their response. This study is focused on analytical methods used to investigate the problem of distortion. The analysis presented in this study gives a general view of the global box-girder behaviour.

The review of the analytical methods focuses on the modeling of box-girder bridges or on some experimental studies carried out to study their actual behaviour.

A parametric study of distortion related to single cell composite and concrete box girders was done to verify the required rigidity of transverse elements located inside the box. The attention is focused on different configurations of interior diaphragms and the influence of geometric parameters on the torsional and flexional stiffness of box-girders.

Another parametric study carried out with the finite element method and the folded plate method permitted to evaluate the appropriateness of the prescriptions included in current bridge design codes. In view of the observed discrepancies, a new simplified method is proposed. By comparing the results of different analytical methods, it was also possible to identify the strengths and weaknesses of various analysis methods.

A study of the behaviour of multicellular box girder was also initiated in order to determine which of analytical methods better predicts the structural behaviour of this type of bridges.

Finally, modification factors to apply the simplified methods of the coming Canadian Highway Bridge Design Code are formulated, also steps for a final design are suggested.

TABLES DES MATIÈRES

DÉDICACE iv

REMERCIEMENTS v

SOMMAIRE vi

ABSTRACT ix

TABLE DES MATIÈRES xi

LISTE DES TABLEAUX xviii

LISTE DES FIGURES xx

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVATIONS xxvii

LISTE DES ANNEXES xxxiv

CHAPITRE I - INTRODUCTION 1

1.1 Généralités 1

1.2 Comportement global d'une poutre-caisson 2

1.3 Études antérieures 6

1.4 Méthode de calcul des normes pour les ponts caissons multiples 11

1.4.1 Analyse de la poutre équivalente 12

1.4.2 Approche de l'AASHTO 13

1.4.3 Approche de l'OHBDC 14

1.4.4 Approche du CHBDC 16

1.5 Problématique 18

1.6 Objectifs du projet 20

1.7 Organisation du mémoire 21

CHAPITRE II - ANALYSE THÉORIQUE DES POUTRES-CAISSONS 24

2.1 Revue des méthodes d'analyses 24

2.1.1 Méthode de la mécanique des solides déformables 26

2.1.2 Méthode de la poutre sur fondations élastiques 27

2.1.3 Méthode des éléments finis 28

2.1.4 Méthode du grillage 29

2.1.5 Méthode des bandes finies et plaques plissées 30

2.2 Méthode des plaques plissées 31

2.2.1 Principes et hypothèses de base de la méthode 31

2.2.2 Description générale de la méthode 33

2.2.3 Déduction mathématique de la matrice de rigidité de prismes 38

2.2.3.1 Approche analytique 39

2.2.3.2 Approche numérique 64

2.2.4 Calcul des efforts et des déformations aux noeuds intermédiaires 71

2.2.5 Comparaison de la MPP avec la méthode des ÉF 75

2.2.6 Logiciel GARUDA 77

2.2.7 Vérification du logiciel GARUDA avec le logiciel SAP90 78

2.2.7.1 Comparaison des contraintes longitudinales de gauchissement 78

2.2.7.2 Comparaison des moments de flexion transversale de l'âme 80

2.2.7.4 Comparaison du gauchissement de la dalle 82

2.2.7.5 Comparaison des déplacements verticaux 82

2.2.8 Discussion 86

2.3 Analyses structurales des ponts à caissons-multiples 87

2.3.1 Analyse structurale par la méthode des plaques plissées 89

2.3.2 Analyse structurale par la méthode du grillage 90

2.3.3 Analyse structurale par la méthode des éléments finis 91

2.3.4 Lignes d'influence pour les efforts 92

2.3.5 Conclusions 100

CHAPITRE III - ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DES PONTS UNICELLULAIRES 102

3.1 Objectifs et généralités 102

3.2 Modélisation de la structure 102

3.3 Étude paramétrique des ponts unicellulaires à section composite 103

3.3.1 Paramètres de l'étude 104

3.3.2 Calcul des rotations dues au chargement de torsion 107

3.3.3 Analyse des résultats de l'étude paramétrique 112

3.3.3.1 Influence de la rigidité des diaphragmes et leur différents agencements sur la diminution de la distorsion 112

3.3.3.2 Influence des paramètres géométriques sur la diminution de la distorsion 114

3.3.4 Calcul de la rigidité transversale du caisson 118

3.3.4.1 Calcul de la rigidité transversale selon les travaux virtuels 118

3.3.4.2 Calcul de la rigidité transversale du caisson selon Steinle 121

3.3.4.3 Influence des paramètres géométriques sur la rigidité du caisson 122

3.3.5 Calcul de la rigidité des diaphragmes 125

3.3.5.1 Influence de la profondeur sur la rigidité des diaphragmes 127

3.3.5.2 Récapitulation des résultats obtenus de l'étude de distorsion 129

3.4 Étude paramétrique des ponts unicellulaires en béton 131

3.4.1 Paramètres géométriques 132

3.4.2 Interprétation des résultats 134

CHAPITRE IV - ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DES PONTS À POUTRES-CAISSONS MULTIPLES 136

4.1 Objectifs et généralités 136

4.2 Étude paramétrique des ponts à caissons-multiples à section composite 137

4.2.1 Géométrie et type de structure 139

4.2.2 Récupération des efforts 143

4.2.2.1 Moments longitudinaux 145

4.2.2.2 Efforts tranchants 147

4.2.3 Comparaison des résultats 148

4.2.4 Sommaire des résultats 151

4.2.5 Conclusions 155

4.3 Étude de sensibilité 157

4.3.1 Objectifs et problématique 157

4.3.2 Déduction des équations empiriques de la norme de l'Ontario. 158

4.3.2.1 Équation caractéristique des plaques orthotropes 160

4.3.2.2 Grillage 163

4.3.2.3 Plaques articulées 165

4.3.2.4 Ponts à poutres-caissons multicellulaires 172

4.3.2.5 Paramètres caractérisant le cas spécial des raidisseurs du bords 174

4.3.2.6 Discussion 176

4.3.3 Méthode d'analyse de l'étude de sensibilité 178

4.3.4 Géométrie et description des ponts 182

4.3.5 Calcul des efforts et des facteurs de distribution 185

4.3.6 Distribution des efforts de flexion en fonction de la rigidité flexionnelle ... 187

4.3.7 Distribution des efforts de flexion en fonction de la rigidité torsionnelle ... 189

4.3.8. Récapitulation des résultats pour la distribution des efforts de flexion 191

4.3.9 Distribution des efforts de cisaillement en fonction de la rigidité flexionnelle 193

4.3.10 Distribution des efforts de cisaillement en fonction de rigidité torsionnelle 194

4.3.11 Récapitulation des résultats pour distribution des efforts de cisaillement 197

4.3.12 Distribution des efforts de flexion et de cisaillement en fonction de la rigidité flexionnelle de la dalle 198

4.3.14 Comparaison des résultats 200

4.3.15 Étude du paramètre β 202

4.3.16 Conclusions 206

CHAPITRE V - ANALYSE D'UN PONT MULTICELLULAIRE 207

5.1 Objectifs et généralités 207

5.2 Méthodes de calcul des normes 209

5.2.1 Approche de la norme S6-M88 209

5.2.2 Approche des normes de l'Ontario et de la future norme canadienne 211

5.2.2.1 Procédure de calcul pour un pont traité d'une dalle évidée 213

5.2.2.2 Procédure de calcul pour un pont traité d'un pont multicellulaire (sans diaphragmes) 221

5.2.3 Approche du CHBDC 224

5.3 Géométrie et type de pont en béton 226

5.3.1 Modélisation du pont par la méthode de grillage 228

5.3.1.1 Discrétisation de la structure 228

5.3.1.2 Comportement de la structure analysée par le grillage 230

5.3.2 Modélisation du pont par la méthode des plaques plissées 241

5.4 Comparaison et interprétation des résultats 243

5.5 Calcul et comparaison des facteurs de distribution 249

5.6 Conclusions 249

CHAPITRE VI - SYNTHÈSE, RECOMMANDATIONS ET CONCLUSIONS GÉNÉRALES 252

6.1 Généralités 252

6.2 Synthèse 252

6.2.1 Analyse théorique des poutres-caissons 252

6.2.2 Étude de la distorsion 254

6.2.3 Étude paramétrique 255

6.2.4 Analyse d'un pont multicellulaire 257

6.3 Recommandations 258

6.3.1 Méthode simplifiée pour la conception des ponts à caissons-multiples 258

6.3.2 Diaphragmes 261

6.4 Conclusions générales 262

6.4.1 Généralités 262

6.4.2 Avantages et inconvénients des méthodes d'analyse 264

6.4.3 Poursuite de l'étude 265

BIBLIOGRAPHIE 267

ANNEXES 273

LISTE DES TABLEAUX

2.1 Description des ponts analysés 88

2.2 Résultats des analyses 99

3.1 Paramètres géométriques de l'étude 105

3.2 Récapitulation des résultats pour les ponts à sections composites 130

3.3 Paramètres géométriques de l'étude pour le caisson en béton 132

4.1 Description des ponts 140

4.2 Espacement des diaphragmes, largeur des tabliers et nombre de voies 142

4.3 Comparaison des moments pour le pont 3-36D 149

4.4 Comparaison d'effort tranchant pour le pont 3-36D 150

4.5 Facteurs d'essieu pour la flexion 152

4.6 Facteurs d'essieu pour l'effort tranchant 153

4.7 Effet des propriétés structurales sur la répartition des efforts 177

4.8 Description des ponts à section composite 182

4.9 Description des ponts en béton 183

4.10 Facteurs de distribution des efforts de flexion en fonction de D_x 192

4.11 Facteurs de distribution des efforts de flexion en fonction de D_{xy} 192

4.12 Facteurs de distribution des efforts de cisaillement en fonction de D_x 197

4.13 Facteurs de distribution des efforts de cisaillement en fonction de D_{xy} 198

4.14 Comparaison des résultats pour la section composite 201

4.15 Comparaison des résultats pour la section en béton 201

5.1 Valeurs du paramètre D de la norme S6 211

5.2 Valeur de D selon OHBDC (1983; 1991) 220

5.3 Valeurs maximales de λ_m et λ_e 224

5.4 Valeurs des paramètres F et C_f selon CHBDC 226

5.5 Moments fléchissants pour une membrure externe 243

5.6 Moments fléchissants pour une membrure interne 244

5.7 Efforts tranchants pour une membrure externe 247

5.8 Efforts tranchant pour une membrure interne 247

5.9 Facteurs d'essieu pour une membrure 250

6.1 Expressions pour F et C_f pour le moment longitudinal 260

6.2 Expressions pour F et C_f pour l'effort tranchant 260

6.3 Recommandations pour CHBDC 262

II.1 Facteurs d'essieu pour les ponts analysés 297

LISTE DES FIGURES

1.1 Types de ponts-caissons 3

1.2 Comportement d'une poutre-caisson 4

2.1 Discrétisation de la structure par différente méthodes d'analyse 25

2.2 Discrétisation de la structure en prismes 33

2.3 Discrétisation du caisson ayant l'épaisseur variable 34

2.4 Efforts internes du prisme 34

2.5 Déplacements du prisme 35

2.6 Définition des prismes différents 38

2.7 Description d'un plaque 39

2.8 Description d'un paroi 41

2.9 Efforts et déplacements aux bords du prisme - 1 44

2.10 Transformation du système local dans le système global (efforts) 51

2.11 Transformation du système local dans le système global (déplacements) 51

2.12 Efforts et déplacements aux bords du prisme - 2 56

2.13 Efforts et déplacements aux bords du prisme - 3 60

2.14 Prisme avec un noeud intermédiaire 72

2.15 Modélisation du pont par le logiciel SAP90 79

2.16 Modélisation du pont par le logiciel GARUDA 79

2.17 Comparaison des contraintes de gauchissement de la dalle 81

2.18 Comparaison des contraintes de gauchissement de la semelle inférieure 81

2.19 Comparaison des moments de flexion transversale en bas de l'âme 83

2.20 Comparaison des moments de flexion transversale en haut de l'âme..... 83

2.21 Comparaison du gauchissement de la dalle 84

2.22 Comparaison du gauchissement de la semelle inférieure..... 84

2.23 Comparaison des déplacements verticaux de l'âme 85

2.24 Comparaison des déplacement verticaux de la semelle inférieure..... 85

2.25 Discrétisation de la structure par la méthode des plaques plissées 89

2.26 Discrétisation de la structure par la méthode du grillage 90

2.27 Lignes d'influence du moment longitudinal dans la poutre gauche (dalle réelle).... 93

2.28 Lignes d'influence du moment longitudinal dans la poutre gauche (dalle équivalente) 93

2.29 Lignes d'influence pour l'effort tranchant dans la poutre gauche (SAP90-verticalement retenu) 94

2.30 Lignes d'influence pour l'effort tranchant dans la poutre gauche (SAP90-verticalement libre) 94

2.31 Conditions aux frontières (SAP90 - verticalement retenu)..... 95

2.32 Conditions aux frontières (SAP90 - verticalement libre)..... 96

2.33 Ligne d'influence de l'effort tranchant avec les positions des maxima 98

3.1 Géométrie de la section transversale.....105

3.2 Types d'agencements des diaphragmes.....106

3.3 Déformées d'un pont sujet à un chargement excentré 108

3.4 Analogie entre la flexion et la torsion 110

3.5 Calcul de la rotation totale de la section 110

3.6 Diminution de la rotation de distorsion pour le pont B2-80 111

3.7 Diminution de la rotation de distorsion pour le pont B1-80 114

3.8 Diminution de la rotation de distorsion pour le pont B4-80 115

3.9 Diminution de la rotation de distorsion pour le pont B4-20 116

3.10 Diminution de la rotation de distorsion pour le pont B4-80 117

3.11 Calcul de la rigidité transversale du cadre 119

3.12 Variation de la rigidité torsionnelle du caisson 123

3.13 Variation de la rigidité transversale du caisson 124

3.14 Calcul de la rigidité d'un diaphragme 126

3.15 Variation de la rigidité des diaphragmes en X en fonction de la profondeur du caisson 128

3.16 Variation de la rigidité des diaphragmes en K en fonction de la profondeur du caisson 128

3.17 Variation de la rotation de distorsion pour les ponts en béton 133

4.1 Discrétisation de la section transversale avec GARUDA 138

4.2 Éléments de rigidité transversale 141

4.3 Ligne de roues du chargements CS-600 143

4.4 Positionnement longitudinal de la charge pour la flexion 144

4.5 Positionnement longitudinal de la charge pour l'effort tranchant 144

4.6 Positionnement transversal de lignes de roues 146

4.7 Tabliers similaires pour la caractérisation 159

4.8 Système de coordonnées pour une plaque orthotrope 161

4.9 Modélisation par la méthode de grillage 164

4.10 Plaque articulée 166

4.11 Plaque articulée simulant trois poutres sous le chargement symétrique de la première harmonie 169

4.12 Interaction de la charge linéaire 169

4.13 Schéma de la structure multicellulaire 173

4.14 Modélisation du tablier par la méthode de grillage 179

4.15 Modèle de la section transversale 180

4.16 Modèle de la poutre équivalente 180

4.17 Modélisation de la structure par la méthode du grillage 185

4.18 Calcul de l'effort tranchant associé à un caisson 186

4.19 Distribution des efforts de flexion pour la section composite 187

4.20 Distribution des efforts de flexion pour la section en béton 188

4.21 Distribution des efforts de flexion pour la section composite 190

4.22 Distribution des efforts de flexion pour la section en béton 190

4.23 Distribution des efforts de cisaillement pour la section composite 195

4.24 Distribution des efforts de cisaillement pour la section en béton 195

4.25 Distribution des efforts de cisaillement pour la section composite 196

4.26 Distribution des efforts de cisaillement pour la section en béton 195

4.27 Distribution des efforts de flexion pour la section composite 199

4.28 Distribution des efforts de cisaillement pour la section composite 199

4.29 Variation du facteur de distribution pour la flexion 204

4.30 Variation du facteur de distribution pour le cisaillement 205

5.1 Distorsion transversale d'un pont multicellulaire 208

5.2 Discrétisation du tablier en membrures principales 210

5.3 Géométrie d'une dalle évidée 212

5.4 Abaques de l'OHBDC pour déterminer les paramètres D et C_f 215

5.5 Abaques de l'OHBDC pour déterminer les paramètres de distorsion 222

5.6 Géométrie du pont multicellulaire 227

5.7 Maillage de la structure multicellulaire 230

5.9 Flexion transversale 233

5.10 Flux de cisaillement dans la section transversale 235

5.11 Efforts de cisaillement et moments torsionnels dans le grillage 235

5.12 Équilibre de la torsion transversale avec les efforts d'une membrure 236

5.13 Équivalence statique des efforts de torsion dans le tablier et grillage 236

5.14 Distorsion dans la cellule et dans la membrure de grillage 238

5.15 Modélisation du pont M3-36 par la méthode des plaques plissées 242

5.16 Section transversale d'un tablier multicellulaire 246

I.1 Géométrie et données du pont B3-60 273

I.2 Modèle avec GARUDA 274

I.3 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B1-20 277

I.4 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B1-40 277

I.5 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B1-60 278

I.6 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B1-80 278

I.7 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B2-20 279

I.8 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B2-40 279

I.9 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B2-60 280

I.10 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B2-80 280

I.11 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B3-20 281

I.12 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B3-40 281

I.13 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B3-60 282

I.14 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B3-80 282

I.15 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B4-20 283

I.16 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B4-40 283

I.17 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B4-60 284

I.18 Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B4-80 284

I.19 Schéma de la section fermée 285

I.20 Calcul de la rigidité transversale du cadre selon la méthode des forces 286

II.1 Lignes d'influence de moment fléchissant (3D-18) 298

II.2 Lignes d'influence de moment fléchissant (3D-36) 298

II.3 Lignes d'influence de moment fléchissant (3D-60) 299

II.4 Lignes d'influence de moment fléchissant (3D-72) 299

II.5 Lignes d'influence de moment fléchissant (5D-18) 300

II.6 Lignes d'influence de moment fléchissant (3D-36) 300

II.7 Lignes d'influence de moment fléchissant (5D-48) 301

II.8 Lignes d'influence de moment fléchissant (5D-72) 301

II.9 Lignes d'influence de moment fléchissant (5D-18a) 302

II.10 Lignes d'influence de moment fléchissant (10D-18) 302

II.11 Géométrie du pont en béton 303

III.1 Géométrie et discrétisation du pont 306

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

Les symboles et les abréviations utilisés dans le cadre de la présente recherche sont groupés en deux catégories s'énumérant comme suit:

1 - Alphabet latin;

2 - Alphabet grec.

1 - ALPHABET LATIN

a	: Largeur projetée d'un élément.
A	: Aire.
AASHTO	: American Association of State Highway and Transportation Officials
AISC	: American Institute of Steel Construction.
A_n	: Solution générale de l'équation différentielle d'une plaque.
A_s	: Aire en cisaillement d'une poutre longitudinale.
A_v	: Aire en cisaillement d'une membrure transversale.
A_0	: Aire incluse dans le périmètre moyen.
b	: Largeur d'un élément dans la méthode des plaques plissées ou largeur du hourdis supérieur d'un caisson simple; demi-largeur du tablier.
B	: Largeur totale du tablier.

B_n	: Solution générale de l'équation différentielle d'une paroi.
B_0	: Largeur totale du hourdis inférieur d'une dalle évidée.
c	: Constante torsionnelle par unité de largeur.
C_f	: Facteur correctif selon la norme de l'Ontario.
d	: Épaisseur de la dalle.
CHBDC	: Canadian Highway Bridge Design Code.
D	: Rigidité de la plaque.
D_g	: Diamètre de la gaine.
D_i	: Rigidité de plaque de l'élément i par unité de largeur.
D_x	: Rigidité flexionnelle dans la direction longitudinale par unité de largeur.
D_{xy}	: Rigidité torsionnelle longitudinale par unité de largeur.
D_y	: Rigidité flexionnelle transversale par unité de largeur.
D_{yx}	: Rigidité torsionnelle transversale par unité de largeur.
E	: Module d'élasticité.
E_a	: Module d'élasticité de l'acier.
E_b	: Module d'élasticité du béton.
E_i	: Module d'élasticité de l'élément i.
EI_c	: Rigidité transversale du caisson.
f	: Flux de cisaillement.
f'_c	: Contrainte ultime de compression du béton (MPa).
F	: Force.

F_D : Facteur de distribution des efforts.

F_E : Facteur d'essieu.

F_y : Contrainte d'écoulement ou limite élastique de l'acier (MPa).

G : Module de cisaillement.

G_a : Module de cisaillement de l'acier.

G_b : Module de cisaillement du béton.

G_i : Module de cisaillement de l'élément i.

h : Hauteur de la section.

h_0 : Hauteur de la section sur la ligne moyenne des hourdis.

h_v : Hauteur des vides dans une dalle évidée.

H : Matrice de transformation.

i : Inertie flexionnelle d'une membrure longitudinale dans une dalle évidée.

i_0 : Inertie torsionnelle d'une membrure longitudinale dans une dalle évidée.

I : Inertie de la section.

I_i : Inertie de l'élément i.

I_c : Inertie radiale de la section.

I_x : Inertie flexionnelle de la section par rapport à l'axe x.

I_y : Inertie flexionnelle de la section par rapport à l'axe y.

I_L : Inertie flexionnelle longitudinale de toute la section du pont.

I_T : Inertie flexionnelle transversale de toute la section du pont.

j : Inertie flexionnelle d'une membrure transversale dans une dalle évidée.

j_0 : Inertie torsionnelle d'une membrure transversale dans une dalle évidée.

J : Constante de St-Venant.

J_i : Constante de St-Venant de l'élément i.

J_L : Inertie torsionnelle longitudinale de toute la section du pont.

J_T : Inertie torsionnelle transversale de toute la section du pont.

${}^{f}k_i$: Élément flexionnel de la matrice de rigidité.

${}^{m}ki$: Élément membrane de la matrice de rigidité.

K_d : Rigidité d'un diaphragme.

K_{ii} : Matrice de rigidité.

l : Longueur d'un élément-prisme.

l_v : Espacement entre les âmes dans une dalle évidée.

L : Longueur d'une poutre; portée du pont.

m_k : Moment torsionnel.

m_t : Moment de flexion transversale.

M_i : Moment de flexion dans l'élément i.

M.T.O. : Ministry of Transportation of Ontario.

M.T.Q. : Ministère des Transports du Québec.

n : Nombre de séries de Fourier.

N : Rapport entre le module de l'acier et le module de l'élément considéré.

OHBDC : Ontario Highway Bridge Design Code.

P_i : Effort membrane dans l'élément-prisme.

Q_i : Effort tranchant dans l'élément-prisme.

S : Espacement des poutres longitudinales.

S_s : Module de la section transversale.

S_i : Vecteur des efforts dans le système global.

S'_i : Vecteur des efforts dans le système local.

S_y : Rigidité en cisaillement transversale.

t_i : Épaisseur de l'élément.

T : Couple de torsion.

T_i : Effort tranchant longitudinal dans un élément-prisme.

x : Axe de coordonnée orienté selon l'axe longitudinal de la poutre.

x' : Axe de coordonnée naturelle orienté selon l'axe longitudinal de la poutre.

u : Déplacement de gauchissement.

u_1 : Déplacement longitudinal unitaire.

v : Déplacement horizontal.

v_1 : Déplacement horizontal unitaire.

V : Effort tranchant.

V_T : Effort tranchant provenant de la torsion.

W : Charge par unité de largeur.

w : Déplacement de distorsion vertical.

w_1 : Déplacement vertical unitaire.

$w_{\hat{a}}$: Épaisseur de l'âme.

w_c : Largeur de la voie carrossable.

y : Axe de coordonnée horizontal.

y' : Axe de coordonnée naturelle orienté selon l'axe horizontal de la poutre.

z : Axe de coordonnée vertical.

2 - ALPHABET GREC

α : Paramètre géométrique.

α_i : Paramètre flexionnel dans une plaque orthotrope.

β : Paramètre caractéristique selon la norme OHBDC.

δ : Paramètre de distorsion selon la norme de l'Ontario.

δ_i : Déformation d'un élément-prisme dans le système local.

δ'_i : Déformation d'un élément-prisme dans le système global.

$\Phi(x',y')$: Fonction de la charge externe pour une plaque orthotrope.

φ : Rotation de l'élément.

φ_i : Rotation de l'élément i.

$\varphi(x,y)$: Fonction d'Airy pour une plaque générale.

λ : Paramètre de réduction selon la norme de l'Ontario.

μ : Facteur de correction selon la norme de l'Ontario.

θ : Paramètre torsionnel dans une plaque orthotrope.

σ : Contrainte longitudinale.

τ : Contrainte de cisaillement.

ν : Coefficient de Poisson.

ξ : Axe de coordonnée global pour un l'élément dans la méthode des plaques plissées orienté selon l'axe longitudinal de la poutre.

η : Axe de coordonnée global pour un élément dans la méthode des plaques plissées orienté selon l'axe horizontal de la poutre.

ς : Axe de coordonnée global pour un élément dans la méthode des plaques plissées orienté selon l'axe vertical de la poutre.

LISTE DES ANNEXES

Annexe I - Étude paramétrique des ponts unicellulaires 273

Annexe II - Étude paramétrique des ponts à poutres-caissons multiples 291

Annexe III - Analyse d'un pont multicellulaire 306

CHAPITRE I

INTRODUCTION

1.1 Généralités

Les ponts sont des éléments essentiels et vitaux pour les sociétés. Au niveau économique, ils jouent un rôle indéniable, assurant la circulation des personnes et des biens. Ils ont aussi un rôle social unificateur amenant les gens à communiquer entre eux. Au sens figuré, le mot pont signifie lien.

Pour ce qui est de la diversité des ponts, l'Amérique du Nord offre une richesse appréciable. Nous y retrouvons presque tous les types de ponts attribuables à diverses époques. L'histoire des trente dernières années est fortement marquée par l'expansion des ponts à poutres-caissons qui sont devenus une solution alternative aux ponts à âme pleine. La grande rigidité torsionnelle des sections fermées contribue à l'augmentation de la portée dû à un meilleur comportement structural. De plus, les ponts à poutres-caissons sont avantageux du point de vue esthétique car leur élégance surclasse les ponts conventionnels.

La figure 1.1 présente une classification des ponts caissons déterminée en fonction de la rigidité en distorsion du tablier qui est décroissante. Ce classement est établi selon la géométrie de la section transversale du pont et du matériau utilisé.

1.2 Comportement global d'une poutre-caisson

En général, le comportement d'une structure est dépendant des chargements appliqués. Dans le domaine des structures de ponts, les efforts fondamentaux agissant sur un pont sont la charge axiale et les moments de flexion et de torsion. Les chargements qui causent les plus importantes sollicitations aux tabliers sont les charges de gravité, comme le poids propre ou les charges mobiles. Les charges de gravité produisent la flexion de la structure mais lorsqu'elles sont appliquées avec une excentricité, elles induisent de la torsion dans les éléments porteurs.

Afin de mieux comprendre le comportement d'une poutre-caisson sollicitée par un chargement torsionnel, il est pratique de le décomposer en ses différents effets, soit son effet flexionnel et son effet torsionnel. Ces phénomènes associés au comportement d'un caisson sollicité par une charge excentrée sont présentés à la figure 1.2. Le problème de l'effet flexionnel est bien maîtrisé par la théorie de la résistance des matériaux classique.

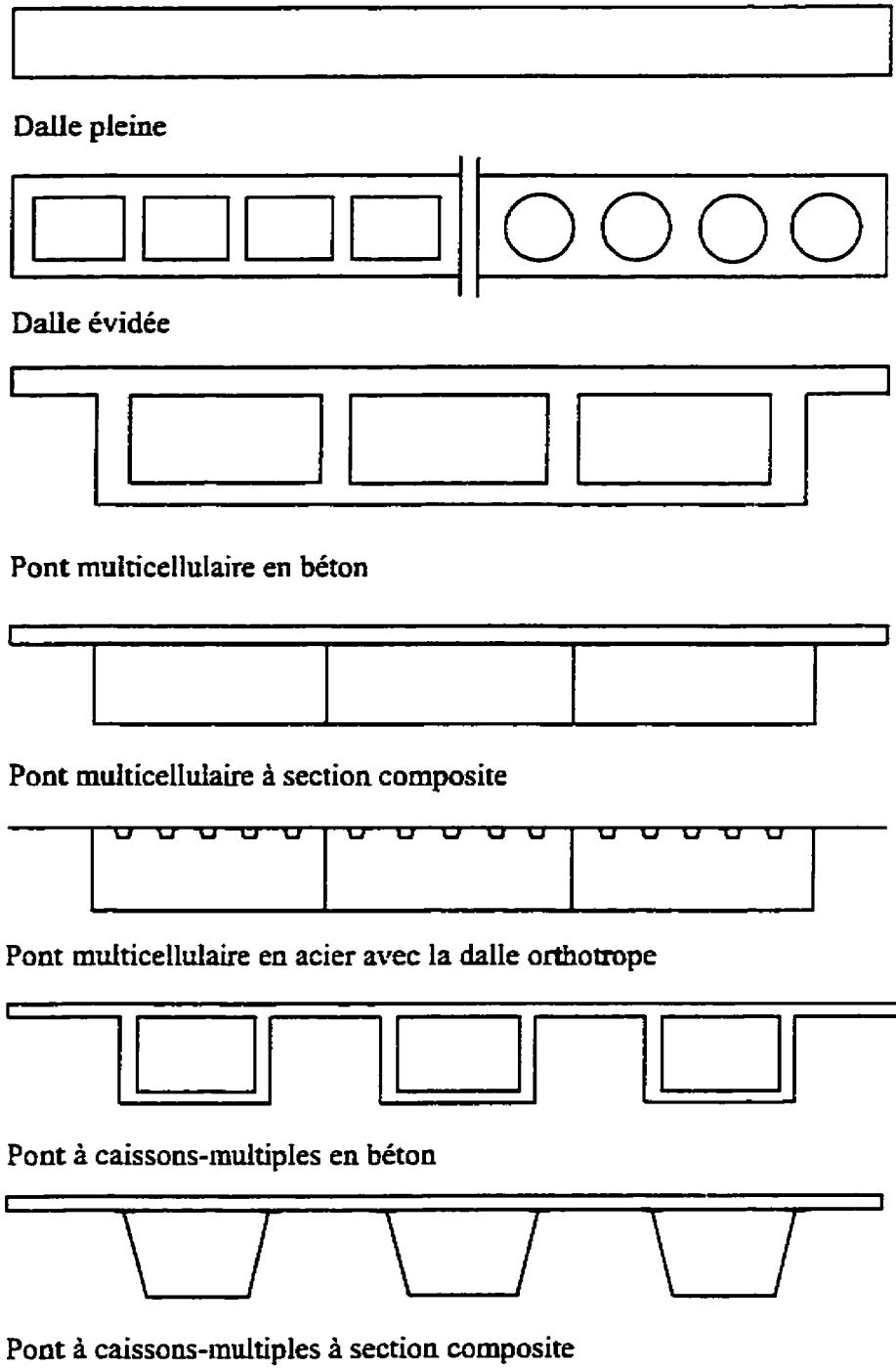
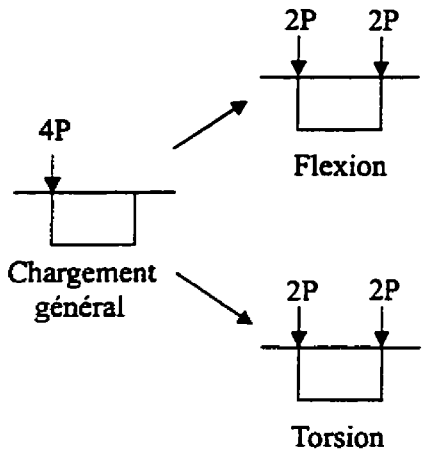
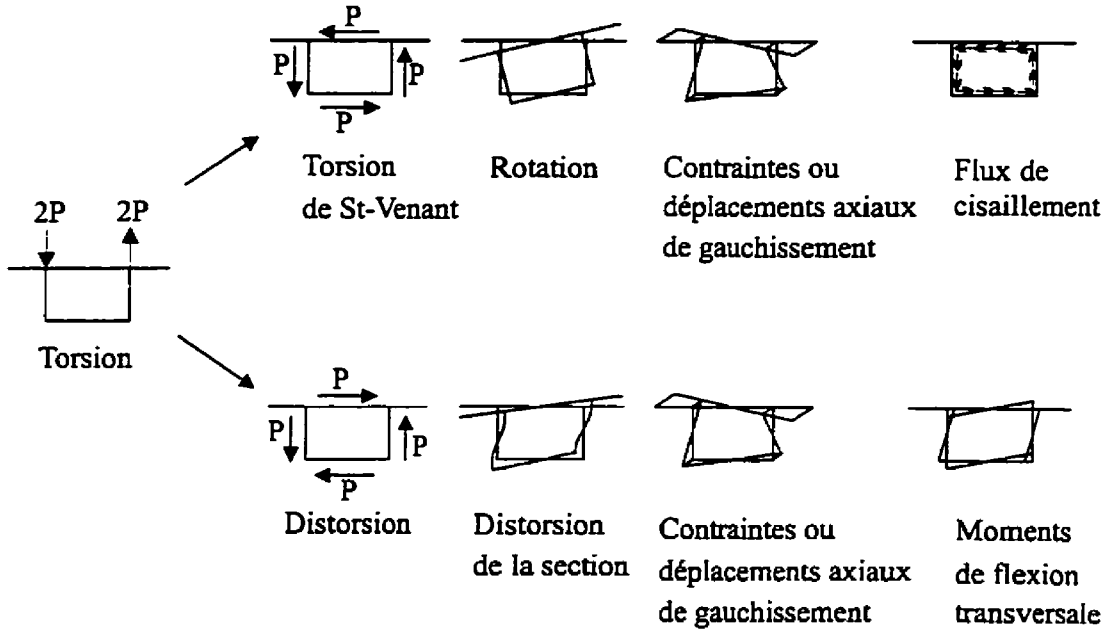


Figure 1.1: Types de ponts-caissons



a) Décomposition en flexion et torsion



b) Composantes de la torsion

Figure 1.2: Comportement d'une poutre-caisson

Étant donné que l'hypothèse de Navier est respectée, la section plane reste plane après sa déformation. Le chargement torsionnel cause une action toute autre que celle prédite par la théorie de St-Venant. La théorie de St-Venant se limite au problème de la torsion libre qui veut que la section de la poutre analysée subisse une rotation de corps rigide. Toutefois, la déformation additionnelle de la section, connue sous le nom de distorsion, peut influencer le comportement torsionnel de la poutre.

Le chargement en torsion possède deux composantes. La première représentée par la torsion, est reconnue par la théorie de St-Venant. Elle est résistée principalement par le flux de cisaillement autour du périmètre de la section fermée. Pour une section qui n'est pas circulaire ou carrée avec des parois d'épaisseur constante, la torsion sera accompagnée de déplacements de gauchissements axiaux. Lorsque ces déplacements sont bloqués ou empêchés, cela induit les contraintes longitudinales dans les parois de la section qui contribuent à la résistance à la torsion.

La deuxième composante, la distorsion, oblige la section de la poutre à se déformer dans son plan. Ce phénomène est résisté par la rigidité flexionnelle des parois dans leur propre plan et par la rigidité de cadre de la section. Ce mode de résistance induit des contraintes de gauchissement dans la section et en plus les contraintes de flexion transversale. Les déformations ou contraintes axiales dues à la distorsion sont grandement réduites lorsque la section comporte des diaphragmes (ou contreventements) intérieurs.

1.3 Études antérieures

L'étude de la torsion et de la distorsion dans les structures de ponts à poutres-caissons a été abordée par plusieurs chercheurs. Le père de la théorie classique des poutres de la résistance des matériaux tenant compte de l'effet de la torsion et distorsion est Vlasov. Dans son ouvrage portant sur la résistance des poutres à parois minces (Vlasov, 1949), il a été le premier à considérer les effets de la distorsion dans l'analyse des structures à section fermée. Cette théorie a été approfondie plus à fond dans les années soixante (Vlasov, 1962). Le principe de la méthode consiste à exprimer les déplacements d'une section par une combinaison linéaire de tous les modes de déformation possibles. Appliquant ce principe et utilisant la théorie de l'élasticité, de la compatibilité des déformations et de l'équilibre des forces (contraintes), ce chercheur a développé une formulation pour les ponts à portée simple.

La solution de cette méthode est basée sur la résolution de systèmes d'équations différentielles simultanées ce qui exige une gymnastique mathématique très complexe. La théorie de Vlasov a été utilisée pour des applications particulières. Par exemple, nous la retrouvons dans le groupe des ponts ayant les tabliers courbes (Dabrowski, 1972) ou encore dans sa formulation approximative (Balaz, 1991) dans laquelle les équations différentielles sont résolues indépendamment pour la torsion et distorsion. Enfin,

l'approche des différences finies pour résoudre les formulations théoriques a également été utilisée par certains chercheurs (Heins et Olenik, 1976).

Dans les plus récentes recherches, nous retrouvons le développement d'éléments de grillage tenant compte directement des effets de la distorsion (Mikkola et Paavola, 1980; Zhang et Lyons, 1984; Kermani et Waldron, 1993). Ainsi, le comportement des tabliers multicellulaires a été abordé et quelques structures ont été modélisées par la méthode de grillage avec distorsion (Razaqpur et Li, 1991). La modélisation des tabliers par la méthode de grillage demande l'utilisation de programmes dédiés ayant des éléments de grande complexité.

Une autre catégorie de méthodes d'analyse repose sur la discrétisation des parois d'un tablier en tranches longitudinales qui sont généralement rectangulaires. Parmi ces méthodes, celles qui sont les plus connues sont la méthode des plaques plissées et la méthode des bandes finies. Elles sont caractérisées par les éléments qui se comportent comme des poutres et la continuité entre les éléments est assurée par la compatibilité des déplacements le long de leurs bords. La solution numérique de ces méthodes requiert l'utilisation des séries harmoniques afin de représenter les déplacements le long des lignes nodales. La méthode des plaques plissées a été utilisée par plusieurs auteurs dans les années soixante (Scordelis, 1966; Mattock et Johnston, 1968; Scordelis, 1969), alors que

la méthode des bandes finies est apparue peu de temps après (Cheung, 1968, Cheung, 1969, Cheung et Cheung, 1971).

Une approche basée uniquement sur la théorie d'élasticité et dont le principe repose sur la superposition des phénomènes de torsion et distorsion a été utilisée dans les années soixante-dix par Kristek (1970). Selon cette approche, il est possible de distinguer les deux effets et de les traiter de façon distincte.

Le comportement de la structure en distorsion peut être bien représenté par l'analogie du comportement d'une poutre sur fondation élastique. Ceci a été relevé par plusieurs auteurs (Vlasov, 1961; Wright et al, 1968). Cette analogie veut que les déplacements différentiels des éléments de la section soient résistés par la rigidité de cadre des parois qui s'apparente à une fondation élastique sur toute la longueur de la poutre.

D'autres chercheurs ont réalisé des études selon lesquelles le comportement d'un tablier à plusieurs caissons multiples a été caractérisé par une plaque ayant des propriétés orthotropes (Cheung et al, 1982). Ces études forment la base des équations empiriques utilisées dans les méthodes simplifiées prescrites par la norme de l'Ontario (MTO, 1983).

La recherche est abondante aussi pour les tabliers multicellulaires et les dalles évidées. Les analyses complexes basées sur la théorie de Vlasov ont été effectuées pour les

tabliers en acier ayant une à quatre cellules (Djubek et Balaz, 1975). La solution tient compte de la flexibilité des parois minces du cadre et de l'influence de la déformation en cisaillement. Les résultats numériques présentent la solution pour les tabliers sans et avec diaphragmes. L'effet de la rigidité des diaphragmes et leur agencement sur la diminution de la distorsion sont démontrés et quelques résultats sont comparés avec ceux obtenus par d'autres chercheurs.

Bakht et al. (1980) présentent une première revue des méthodes d'analyse courantes utilisées au cours des dernières quinze années qui s'adressent aux structures cellulaires et des dalles évidées. Ils examinent les diverses méthodes de calcul des paramètres de la plaque équivalente, qu'il faut connaître pour mener une étude bi-dimensionnelle. Ces études établissent les méthodes de calcul de tous les paramètres d'une plaque orthotrope caractérisant le comportement d'un tablier multicellulaire ou d'une dalle évidée. Ces équations ont d'ailleurs été incorporées à la norme de l'Ontario (MTO, 1978 et 1983).

Les méthodes simplifiées traitant les tabliers multicellulaires et les dalles évidées ont été approfondies par d'autres études paramétriques (Bakht et al., 1981). Celles-ci présentent la philosophie de la détermination des paramètres caractérisant ce type de tablier qui sont nécessaires afin de pouvoir utiliser les méthodes simplifiées de la norme de l'Ontario. De plus, ces études introduisent un paramètre tenant compte de la distorsion ainsi que son

application présentée sous la forme d'abaques que l'on retrouve dans la norme de l'Ontario.

Pour ce qui est la recherche expérimentale, nous présentons quelques essais réalisés sur des ponts à poutres-caissons. Étant donné que ces essais engendrent des coûts importants, certains chercheurs se sont limités à des modèles réduits (Mattock et Johnson, 1968; Kristek, 1970; Cheung, 1993). Afin d'évaluer le comportement réel d'un pont-caisson mixte acier-béton, deux essais complexes ont été réalisés au Canada. Le premier (Cheung et Chan, 1978) a eu pour objectif d'évaluer la performance et le comportement structural du pont Muskwa River en Colombie Britanique ainsi que d'obtenir les informations générales sur la distribution transversale des efforts dus aux charges mobiles. Une comparaison est faite entre les résultats des mesures et ceux que les auteurs ont dérivés au moyen de calculs basés sur la théorie des poutres et les équations contenues dans les réglements applicables aux ponts. Le deuxième essai (Holowka, 1979) a été réalisé sur le pont West Arm Lake Nipissing en Ontario. Le but de ce projet expérimental a été d'étudier le comportement d'un pont mixte torsionnellement très rigide en torsion durant et après les travaux de construction. Les résultats expérimentaux ont été comparés avec ceux obtenus des analyses et les conclusions qui y sont présentées complètent les réponses structurales permettant aux ingénieurs de comparer le comportement réel de ce type de pont avec celui défini par une approche analytique.

La recherche la plus récente (Normandin et MTO, 1994) effectuée sur le pont Radisson au Québec constitue un apport substantiel à l'étude des ponts à poutres-caissons mixtes. Enfin, un essai très complexe réalisé sur le pont SNP traversant la rivière Danube en Slovaquie (Chladny et Balaz, 1994) contribue aux problèmes d'évaluation de la capacité portante des ponts multicellulaires construits en acier.

Toutes les méthodes retrouvées dans la littérature sont en général validées par la méthode des éléments finis ou par des résultats expérimentaux. Bien qu'une grande quantité de méthodes soit disponible, il semble que la solution "idéale" n'a pas été trouvée à ce jour. Comme les méthodes existantes ont un aspect mathématique trop complexe (la théorie classique des poutres de la résistance des matériaux, la méthode des éléments finis et la méthode des plaques plissées), la recherche devrait se poursuivre afin d'arriver à une méthode plus pratique et accessible à des problèmes de conception courants.

1.4 Méthode de calcul des normes pour les ponts caissons-multiples

Aujourd'hui, la puissance grandissante des ordinateurs et l'abondance des programmes d'analyse qui sont disponibles sur le marché permettent d'effectuer la modélisation détaillée des ponts. Toutefois, les méthodes simplifiées proposées par les normes nord-américaines et utilisées dans la pratique demeurent encore plus répandues que les analyses exigeant les outils informatiques. L'utilisation de ces méthodes assure l'efficacité des

calculs et évite des erreurs grossières provenant des analyses complexes. Ainsi, les normes nord-américaines (AASHTO, S6, OHBDC) proposent chacune une approche de dimensionnement pour les ponts à poutres caissons. Dans les sous-sections suivantes, nous allons expliquer la philosophie de ces méthodes, leurs avantages et leurs inconvénients. Une nouvelle approche proposée dans la version préliminaire de la future norme canadienne des ponts (CHBDC, 1997) sera présentée.

1.4.1 Analyse de la poutre équivalente

La philosophie de calcul des méthodes simplifiées consiste à trouver les efforts maximaux, représentant la situation la plus critique pour la distribution transversale des efforts entre les éléments porteurs, à partir d'analyse bi-dimensionnelles et d'appliquer aux résultats un facteur correctif. Pour la flexion, par exemple, on détermine le moment maximal d'une ligne de roue du chargement de calcul et on le multiplie par la valeur du facteur correctif qui est fourni dans la norme:

$$M_{poutre} = M_{2D} \times Facteur\ correctif \qquad [1.1]$$

Nous référons souvent à cette méthode simplifiée sous l'appellation de la méthode de la poutre équivalente. Cette méthode de calcul tient compte essentiellement des facteurs de

réduction applicables au nombre de voies chargées et du cas de chargement critique pour un pont donné.

Le facteur correctif prend différentes formes selon les normes. Dans les anciennes normes de l'AASHTO (1965), dans la norme CSA (1988) et dans les deux premières éditions de la norme OHBDC (MTO, 1978; MTO, 1983), ce facteur est identifié par W_L. Dans la dernière édition de la norme OHBDC (MTO, 1991), il prend la forme de S/D_d. Dans tous les cas, le facteur s'applique à une ligne de roue (ou à un demi camion). Dans la future norme canadienne, ce facteur s'appliquera à un camion complet, tout comme dans la dernière édition de la norme américaine (AASHTO, 1994).

1.4.2 Approche de l'AASHTO

En 1965, un critère de calcul pour les ponts à poutres caissons mixtes acier-béton a été incorporé à la norme de l'American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO, 1965) et est resté inchangé jusqu'à présent (AASHTO, 1994). Le critère a été adopté par la norme canadienne des ponts et nous le retrouvons toujours dans l'édition actuelle de la norme S6-M88 (CSA, 1988). Cette méthode a également été utilisée dans les deux premières éditions de l'Ontario Highway Bridge Design Code (MTO, 1978; MTO, 1983). Le facteur correctif prend la forme suivante:

$$W_L = 0{,}1 + 1{,}7R + \frac{0{,}85}{N_w} \qquad 0{,}5 < R < 1{,}5 \qquad [1.2]$$

où: N_w est le nombre de voies de calcul;

R est le rapport de N_w sur le nombre de caissons.

Cette équation dépend uniquement de variables géométriques, c'est-à-dire que la fraction de l'effort associée à une poutre-caisson est connue dès le design préliminaire, ce qui est un avantage important pour la simplicité des calculs. Avec cette méthode, les concepteurs ont typiquement conçu des ponts pour lesquels le nombre de voies de calcul n'est pas beaucoup plus grand que le nombre de caissons, car la limite supérieure imposée à R est très restrictive. Cependant, l'utilisation d'une telle équation est risquée car elle ne permet pas au concepteur de comprendre le comportement réel de ce genre de pont. Cette équation est applicable aussi bien pour la répartition du moment fléchissant que pour la distribution de l'effort tranchant.

1.4.3 Approche de l'OHBDC

La norme de conception des ponts routiers de l'Ontario (OHBDC, 1991) fournit actuellement aux concepteurs une méthode plus complexe qui tient compte de multiples facteurs géométriques et structuraux. La philosophie de calcul du facteur de roue est conservée; nous exprimons la fraction d'effort attribuable à une poutre par le rapport

S/D_d, où S est l'espacement centre à centre des caissons et D_d le résultat d'un calcul fait à partir des propriétés du pont. Contrairement à la méthode de l'AASHTO, la distribution des efforts ne peut pas être déterminée à la première étape de dimensionnement de la structure. La base de la méthode repose sur le calcul de β, un paramètre puisé de la théorie des plaques orthotropes. Ce paramètre permet de quantifier la rigidité longitudinale d'un tablier de pont à poutres-caissons par rapport à sa rigidité transversale:

$$\beta = \pi \frac{2b}{L}\left(\frac{D_x}{D_{xy}}\right)^{0,5} \qquad [1.3]$$

où: $2b$ est la largeur du pont;

L la portée du pont;

D_x la rigidité flexionnelle par unité de largeur $(EI_{pont}/2b)$;

D_{xy} La rigidité torsionnelle par unité de largeur $(GJ_{pont}/2b)$.

Notons que la rigidité transversale est exprimée en fonction des propriétés torsionnelles des caissons. Suite à l'évaluation de β, nous calculons le paramètre D à l'aide d'un certain nombre d'équations empiriques fournies dans la norme. Des ajustements sont prévus dans le cas où la largeur des voies de calcul dévie de la largeur de référence de 3,3 m, et nous obtenons alors la valeur de D_d. Une majoration dynamique de 0,9 doit être appliquée sur la valeur de D_d dans le cas de l'effort tranchant.

Bien que cette méthode soit assez complexe, elle a été, avec quelques modifications qui sont présentées au chapitre VI, retenue pour la future norme canadienne des ponts (CHBDC).

1.4.4 Approche du CHBDC

À la venue de la future norme canadienne unifiée des ponts routiers (Canadian Highway Bridge Design Code ou CHBDC), une nouvelle approche est proposée pour le calcul avec la poutre équivalente. Dans le but d'apporter simplicité et cohérence à la conception des ponts à poutres-caissons, la philosophie du calcul a été modifiée. La méthode repose sur la philosophie du facteur de voie qui consiste à prendre comme référence les résultats d'un calcul de poutre équivalente effectué avec le camion de design complet ou la charge uniforme entière. Avec les normes actuelles, la moitié des facteurs de roue W_L ou S/D_d devrait être appliquée en combinaison avec le véhicule complet au lieu d'une seule ligne de roues.

La nouvelle approche requiert le calcul de la surcharge routière totale appliquée à toutes les voies de calcul. Admettant une distribution idéale des efforts entre les éléments porteurs, la fraction minimale de l'effort attribuable à une poutre est obtenue en divisant l'effort total par le nombre d'éléments porteurs; il s'agit en fait de l'effort moyen:

$$M_{moy} = \frac{M_{voie} \times N_w \times R_L}{N_c} \qquad V_{moy} = \frac{V_{voie} \times N_w \times R_L}{N_c} \qquad [1.4]$$

où: M_{moy} et V_{moyn} sont les efforts moyens dans chaque poutre-caisson;

M_{voie} et V_{voie} sont les efforts de flexion et l'effort tranchant de l'analyse d'une voie;

N_w est le nombre de voies;

R_L est le coefficient de réduction selon le nombre de voies chargées;

N_c est le nombre de caissons.

L'effort réel dans un élément est alors obtenu en multipliant l'effort moyen donné par l'équation 1.4 par un facteur de modification empirique supérieur à l'unité:

$$M_{casson} = M_{moy} \times F_m \qquad V_{casson} = V_{moy} \times F_v \qquad [1.5]$$

où: M_{casson} et V_{casson} sont les efforts maximaux pour la conception;

F_m est le facteur de modification pour la flexion;

F_v est le facteur de modification pour l'effort tranchant.

Un tablier très rigide aura donc un facteur de modification autour de l'unité, alors qu'un tablier très flexible transversalement aura un facteur beaucoup plus grand que un. Cette

méthode, applicable à tous les types de ponts à poutres-caissons, évite les erreurs provenant des équations empiriques trop complexes et donne au concepteur un indice sur la rigidité de la structure qu'il conçoit. Cette méthode a été proposée pour remplacer toutes les approches des facteurs de roues pour tous les types de ponts.

1.5 Problématique

Le comportement des ponts à poutres-caissons est un phénomène complexe car il est associé avec la distorsion des éléments porteurs. L'approche de calcul qui tient compte de l'effet de la torsion et de la distorsion, tel qu'élaborée par la théorie des poutres de la résistance des matériaux, est compliquée et assez ardue à utiliser. Toutefois, les efforts supplémentaires causés par la distorsion peuvent être importants et ne devraient pas être oubliés lors de la conception d'ouvrages. À ce niveau, d'autres formulations analytiques établies sur des principes plus accessibles du point de vue de productivité de design des structures des ponts seraient bienvenues.

Les méthodes simplifiées de calcul des normes devraient représenter assez bien et de façon sécuritaire le comportement des tabliers à poutres-caissons. Or, des déficiences ont été observées dans les normes actuelles. L'étude réalisée par Normandin (1995) et poursuivie dans cette présente recherche démontre que certaines normes donnent des résultats nettement non-sécuritaires.

En effet, les équations utilisées en conjonction avec la méthode du facteur de roue se sont révélées être très peu sensibles aux paramètres influençant la distribution des efforts. L'équation de la norme S6-M88 (CSA,1988) est totalement indépendante de la longueur du tablier. Ce paramètre est pourtant un des plus importants dans la répartition des efforts. L'approche de la norme de l'Ontario, qui emprunte des calculs de rigidité de la théorie des plaques orthotropes, semble plus raffinée. Par contre, les équations empiriques ne font pas ressortir l'influence de la largeur et la longueur du tablier. De plus, les méthodes simplifiées ne tiennent pas compte de la présence des éléments de rigidité transversale. Enfin, l'écart existant entre les facteurs correctifs obtenus des méthodes empiriques et ceux procurés des méthodes analytiques est souvent très grand.

Bien que la littérature offre une diversité abondante de méthodes d'analyse qui tiennent compte de la torsion et distorsion, la résolution de ces problèmes est généralement trop complexe ou trop longue d'application pour la conception courante. De plus, en pratique, la productivité est assurée par l'utilisation de méthodes moins exactes mais plus rapides. Enfin, l'existence de certains programmes consacrés à l'analyse des ponts à poutres-caissons est généralement limitée à ceux qui les ont développés. D'ailleurs, ils ne sont pas toujours disponibles pour les ingénieurs praticiens.

1.6 Objectifs du projet

La problématique formulée plus haut permet de fixer les objectifs de ce projet. Le principal objectif est de déterminer les points dominants du comportement des ponts à poutres-caissons multiples. Afin d'avoir une meilleure compréhension des phénomènes gouvernant le comportement de ce type de ponts, des analyses paramétriques par éléments finis et plaques plissées seront effectuées. Une étude préliminaire du comportement des ponts à caissons multiples et multicellulaires en béton sera également initiée.

En second lieu, ce projet de recherche a pour objectif d'évaluer la justesse des prescriptions de calcul des normes nord-américaines. Il s'agit de réévaluation des méthodes simplifiées qui ont été mises en doute lors de préparation de la future norme canadienne des ponts prévue pour l'année 1997. Plusieurs analyses paramétriques réalisées sur divers tabliers de conception typique permettra d'évaluer les déficiences que l'on retrouve dans ces méthodes.

Ce projet cherche également à identifier des méthodes de calcul qui soient accessibles aux ingénieurs-concepteurs. La considération des coûts rend impraticable l'utilisation des méthodes analytiques trop complexes. Parmi ces méthodes, on compte la méthode des

éléments finis qui est, d'une part, très fiable pour l'analyse de ponts à poutres-caissons mais, qui d'autre part, nécessite énormément d'efforts lors des calcul courants.

Finalement, ce projet a pour but de justifier le besoin d'utilisation des diaphragmes à l'intérieur des poutres-caissons à section composite et en béton. Cette étude est importante car les éléments contribuant à la rigidité transversale du cadre peuvent amener des coûts de production additionnels, soit par leur poids propre de la structure ou par la main d'oeuvre nécessaire pour leur fabrication et leur installation.

1.7 Organisation du mémoire

Le mémoire est subdivisé en six chapitres et quatre annexes. Outre ce premier chapitre d'introduction, cinq chapitres supplémentaires portant sur les aspects analytiques de la recherche forment le mémoire.

Le chapitre 2 du mémoire porte sur l'analyse théorique des poutres-caissons. Nous présentons quelques méthodes d'analyses, particulièrement la méthodes des plaques plissées qui est élaborée en détail et finalement comparées avec les méthodes des éléments finis et du grillage.

Le chapitre 3 présente une étude de distorsion pour les poutres à caisson unicellulaire, soit pour les tablier mixtes ou pour les tablier en béton. Ce chapitre cherche à déterminer la rigidité requise des diaphragmes pour éviter la distorsion dans les parois de la section transversale. À un niveau analytique, l'influence de certains paramètres géométriques sur la rigidité transversale de la cellule est étudiée. L'utilisation de deux configurations de diaphragmes à l'intérieur du caisson démontre l'efficacité de ces éléments structuraux.

Le chapitre 4 porte sur l'étude paramétrique des ponts à poutres-caissons multiples effectuée avec la méthode des éléments finis, plaques plissées et grillage. En effet, ce chapitre complète l'étude paramétrique initiée par Normandin (1995) et permet d'enrichir la banque de données pour la comparaison des prescriptions de calcul des normes nord-américaines. La deuxième partie de chapitre 4 présente une étude de sensibilité qui s'adresse particulièrement aux prescriptions des équations empiriques de la norme la plus récente de l'Ontario.

Le chapitre 5 aborde la catégorie des ponts à poutres-caissons multicellulaires. Il s'agit d'une analyse d'un pont multicellulaire en béton réalisée par la méthode des plaques plissée, par la méthode des éléments finis et par la méthode du grillage. Enfin, l'importance de l'utilisation des conditions qui limitent l'application des méthodes simplifiées provenant des normes a été vérifiée.

Le chapitre 6, quant à lui, fait une synthèse de ce qui a été présenté dans le mémoire en rappelant les conclusions de chacune des parties présentées. Nous présentons par la suite des conclusions générales sur l'ensemble de projet de recherche. Ce chapitre se termine par quelques recommandations sur l'utilisation des méthodes analytiques et empiriques.

CHAPITRE II

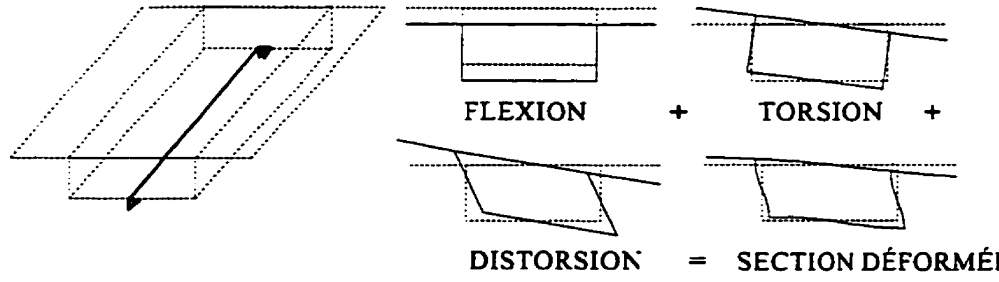
ANALYSE THÉORIQUE DES POUTRES-CAISSONS

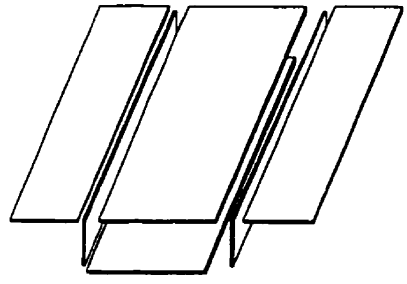
2.1 Revue des méthodes d'analyses

Le comportement des poutres-caissons nous permet de les classer en deux groupes. Le premier groupe comprend les poutres dont la section demeure rigide sous l'action d'un chargement torsionnel, lorsque la section subit une rotation de corps rigide sans subir de distorsion, alors que le deuxième groupe comprend toutes les poutres qui ne répondent pas à cette condition. Pour inclure une poutre dans le premier groupe, il faut utiliser un grand nombre de diaphragmes, et ce, au détriment de l'espace de manoeuvre, des coûts de construction et du poids propre de la structure.

Les tabliers à poutres-caissons ayant une meilleure efficacité et un moindre coût se situent généralement dans le deuxième groupe. Cette section introduit brièvement diverses méthodes d'analyses permettant de faire l'analyse des poutres-caissons comprises dans le deuxième groupe. De ces méthodes, certaines seront exploitées plus à fond subséquemment dans le chapitre. La figure 2.1 présente diverses façons de discrétiser le même pont à l'aide de méthodes d'analyses différentes.

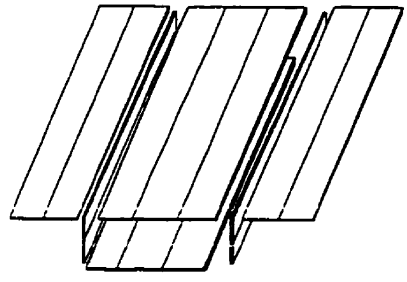
THÉORIE CLASSIQUE DES POUTRES





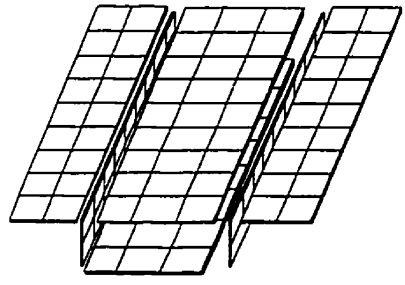
MÉTHODE DES PLAQUES PLISSÉES

(folded plate theory)



MÉTHODE DES BANDES FINIES

(finite strip method)



MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

Figure 2.1: Discrétisation de la structure par différentes méthodes d'analyse

2.1.1 Méthode de la mécanique des solides déformables

La mécanique des solides déformables se présente comme une approche très théorique permettant de faire l'analyse de structures quelconques. Pour l'analyse des poutres-caissons, deux formulations ont été développées selon cette approche: la théorie de Vlasov (1961) et la formulation de Kristek (1970).

La théorie de Vlasov est basée sur la solution mathématique du système d'équations différentielles. Ces équations décrivent simultanément la rotation et le gauchissement d'une section fermée et ouverte. Étant donné que cette approche est très complexe du point de vue mathématique, elle est peu utilisée dans la pratique. Toutefois, pour les calculs de certains types de tabliers, particulièrement ceux avec les poutres à caissons en acier et ayant la dalle orthotrope, la théorie de Vlasov apporte des résultats très précis. Cette théorie existe dans sa version modifiée où les équations différentielles sont solutionnées séparément pour la torsion et la distorsion. Ainsi, plusieurs logiciels, particulièrement SEKTOR (Balaz, 1991), ont été développés et sont couramment utilisés dans les pays de l'Europe centrale (Allemagne, Suisse, République Tchèque et la Slovaquie).

La deuxième formulation de la mécanique des solides déformables a été exploitée par Kristek (1970) et étudiée plus à fond par Normandin (1995), qui a apporté des

modifications à la version originale pour la rendre plus complète et plus fiable. Nous la retrouvons sous l'appellation *"méthode de Kristek améliorée"* car elle permet d'évaluer les contraintes de gauchissement supplémentaires due à la distorsion, les moments de flexion transversale, les contraintes de cisaillement additionnelles et les déplacements de chaque partie de la section. Cette méhode, même si elle est utile pour aider à la compréhension du problème de la distorsion, ne sera pas utilisée dans cette présente recherche.

2.1.2 Méthode de la poutre sur fondation élastique

Cette méthode est fondée sur la mécanique des solides et sa formulation génère une équation différentielle ayant une affinité avec l'équation de base d'une poutre sur fondation élastique. Cette analogie a déjà été observée par certains auteurs dans les années soixante (Vlasov, 1961; Wright et Robinson, 1968). Depuis, plusieurs méthodes ont été développées, mais certains éléments importants ont été omis suite à des hypothèses fautives. Comme pour la formulation de la méthode de Kristek, la prise en compte des éléments manquants a stimulé l'apparition de la *"méthode des deux poutres sur fondation élastique"* qui a été développée par Normandin (1994). Cette méthode ne sera pas utilisée dans la présente étude car elle se limite à des caissons isolés et sert principalement à étudier les problèmes de distorsion.

2.1.3 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est sans doute la méthode la plus exacte, la plus polyvalente et, de ce fait, la plus puissante pour l'analyse des structures. Elle est très fiable et convenable pour faire l'analyse des ponts à poutres-caissons. Vu sa complexité et l'ampleur des efforts qu'elle nécessite, elle est peu utilisée dans la pratique usuelle du génie conseil dans des applications courantes. Par contre, elle est couramment utilisée dans le milieu de la recherche et elle sert souvent de base de référence pour le traitement de problèmes complexes. Dans le cadre de cette étude, la méthode des éléments finis représente le point de comparaison pour d'autres méthodes d'analyse structurale.

Dans le cadre de ce projet, toutes les analyses basées sur la méthode des éléments finis ont été effectuées à l'aide du logiciel commercial SAP90 (Wilson, et Habibullah, 1992). Les modèles de ponts à poutres-caissons ont été réalisés avec des éléments de plaque et coque ainsi que des éléments de poutre. L'ampleur des efforts pour récupérer les résultats des analyses a été réduite par l'utilisation d'un programme de traitement des résultats adapté au logiciel SAP90 et nommé SAPOSTE (Normandin, 1993). Les résultats obtenus par éléments finis et comparés avec d'autres méthodes d'analyse permettent d'évaluer son niveau de précision.

2.1.4 Méthode du grillage

La méthode du grillage décrit un assemblage de poutres unidimensionnelles disposées dans un plan de manière à représenter le comportement d'un tablier. Après la méthode de la poutre équivalente, elle est probablement la plus utilisée en pratique. La méthode du grillage n'est pas une méthode empirique car elle fait intervenir la rigidité des éléments du tablier dans la direction longitudinale et dans la direction transversale. La résolution de la méthode du grillage peut se faire avec un programme d'analyse structurale commercial utilisant la méthode des déplacements.

Bien que la méthode du grillage soit très simple et pratique à utiliser, il est très important de bien comprendre le comportement du pont analysé afin que le modèle le représente le plus adéquatement. Le livre de Hambley (1991) est probablement l'ouvrage le plus complet et le plus détaillé pour l'analyse des tabliers de ponts par la méthode du grillage. Pour ce qui est des tabliers à poutres-caissons, le grillage ne fournit pas les efforts associés à la distorsion, seulement les efforts de flexion, cisaillement et torsion sont disponibles. Toutefois, la combinaison de la méthode du grillage avec celle de la poutre sur fondation élastique, développée en détail par Normandin (1995), permet de modéliser les effets de distorsion. Cependant, pour un pont comportant un nombre suffisant de diaphragmes intérieurs, on démontre dans la présente recherche, que les effets de la distorsion peuvent être omis.

2.1.5 Méthode des bandes finies et plaques plissées

La méthode des bandes finies et plaques plissées sont des méthodes d'analyse harmonique qui se distinguent par l'utilisation de séries de Fourier permettant de représenter les flèches et les charges.

La méthode des bandes finies a été développée par Cheung (1969) et elle est souvent définie comme le cas particulier de la méthode des éléments finis. Une structure analysée par cette méthode est discrétisée par des éléments en forme de bandes ou de prismes allant d'un appui à un autre longitudinalement tandis que transversalement elle est discrétisée comme la méthode des éléments finis.

La méthode des plaques plissées est basée sur les principes de la théorie d'élasticité des contraintes planaires et plaques fléchies et elle a été développée par quelques auteurs dans les années soixante (Scordelis, 1961; Scordelis, 1966; Mattock et Johnston, 1968). Plus tard, le développement du logiciel GARUDA (Belica, 1992) basé sur cette méthode a été réalisé par Andrej Belica à l'Université Technique Slovaque à Bratislava dans le cadre de ses études de doctorat. Comme cette méthode sera abondamment utilisée dans ce projet, nous expliquons son principe plus à fond à la section 2.2.

Vu que la méthode des plaques plissées, tout comme la méthode des bandes finies, implique un nombre d'inconnues moins élevé, elle devient très avantageuse car elle requiert un effort de calcul considérablement moindre. Cependant, il existe certaines conditions limitant son application ce qui rend la méthode moins flexible en comparaison avec la méthode des éléments finis.

2.2 Méthode des plaques plissées

La section suivante porte sur la présentation détaillée du principe de la méthode des plaques plissées que nous avons utilisée dans les analyses des ponts. Nous constatons que le développement suivant est une synthèse de la littérature existante (Kristek, 1979; Belica, 1988). En se basant sur les comparaisons avec d'autres méthodes structurales, nous soulignons les points forts et les points faibles de cette méthode

2.2.1 Principes et hypothèses de base de la méthode

La méthode des plaques plissées s'adresse aux structures à parois minces qui se composent de prismes. Bien que la théorie permette de solutionner une vaste gamme des structures prismatiques, il faut respecter 3 conditions qui limitent son application:

1) l'inertie de la section transversale est constante le long de la poutre;

2) les sections transversales aux appuis d'extrémité sont perpendiculaires à l'axe longitudinal de la poutre;

3) les sections transversales aux appuis d'extrémité sont renforcées par des diaphragmes parfaitement rigides dans leur plan mais entièrement flexibles perpendiculairement à leur propre plan.

Il est également possible en apportant certaines modifications dans l'approche itérative de la méthode de solutionner aussi les structures ayant une inertie variable. Dans le domaine de la théorie d'élasticité, le principe de la méthode des plaques plissées se limite au comportement structural linéaire.

La complexité de la géométrie d'une section transversale ainsi que le ratio des dimensions de la section transversale et de la portée d'une poutre sont peu importants parce que la solution n'est pas basée sur les principes de la poutre ordinaire mais elle est basée sur le principe de la théorie d'élasticité des contraintes planaires et des plaques fléchies.

Étant donné que la structure assemblée par des prismes se conforme avec une structure spatiale réelle, la méthode des plaques plissées représenterait la théorie d'élasticité *"exacte"* à condition que la charge appliquée soit équivalente à un chargement idéal. Un chargement idéal est défini comme le chargement sinusoïdal qui s'exprime excellemment en séries de Fourier. Toutefois, la charge appliquée est quelconque et la seule condition à

satisfaire est que la somme des forces longitudinales doit être nulle. Les éléments prismatiques utilisés peuvent être constitués de divers matériaux. La méthode des plaques plissées traite aussi les structures hyperstatiques ayant différents types de diaphragmes.

2.2.2 Description générale de la méthode

Supposons une structure composée d'éléments prismatiques rectangulaires (Fig. 2.2) et assemblées à leurs bords longitudinaux. Cette structure respecte une des conditions de la méthode des plaques plissées où chaque prisme doit avoir une épaisseur constante.

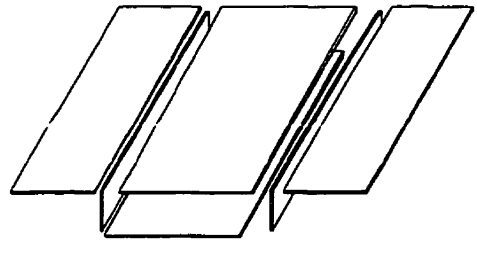


Figure 2.2: Discrétisation de la structure en prismes

Lorsque l'épaisseur de la structure est variable dans la direction transversale, il est souhaitable de diviser la section en plusieurs prismes (Fig. 2.3).

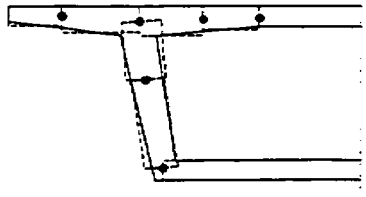


Figure 2.3: Discrétisation du caisson ayant l'épaisseur variable

Les bords longitudinaux des prismes sont soumis à des efforts internes distribués continuellement le long des bords (Fig.2.4). Ces efforts assurent la continuité de la structure après sa déformation.

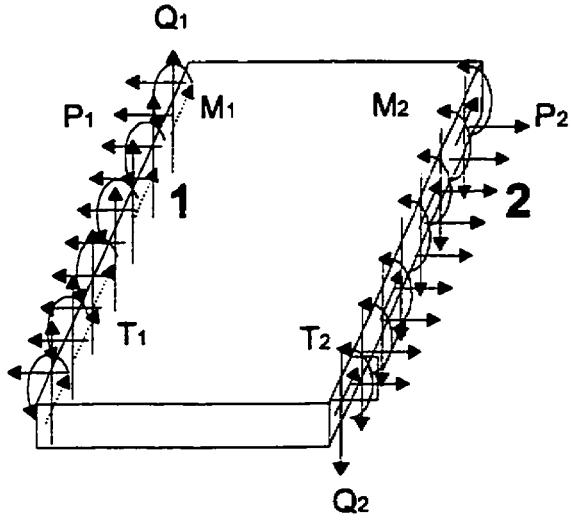


Figure 2.4: Efforts internes du prisme

Il s'agit des forces suivants:

1. le moment de flexion transversal, M;
2. l'effort tranchant agissant perpendiculairement au plan, Q;
3. l'effort tranchant longitudinal, T;
4. l'effort normal - membrane agissant dans le plan, P.

Ces efforts peuvent être arrangés comme les composants du vecteur S:

$$S^T = \langle M_1, M_2, Q_1, Q_2, T_1, T_2, P_1, P_2 \rangle$$

Chaque bord a 4 degrés de liberté (u, v, w, θ), (Fig. 2.5):

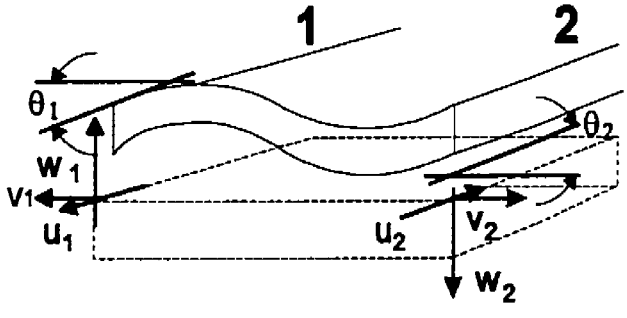


Figure 2.5: Déplacements du prisme

1. le déplacement horizontal, v;
2. le déplacement longitudinal (gauchissement), u;
3. le déplacement vertical, w;
4. la rotation, θ.

Les déplacements peuvent être définis par le vecteur δ:

$$\delta^{T} = \langle \theta_1, \theta_2, w_1, w_2, u_1, u_2, v_1, v_2 \rangle$$

La relation entre les efforts et les déplacements est donnée par l'équation suivante:

$$\{S\}=[k]\times\{\delta\} \qquad [2.1]$$

où k est la matrice de rigidité, de taille 8x8 pour un élément.

Étant donné que les extrémités de chaque élément sont retenues verticalement, tous les efforts ainsi que les déplacements peuvent être exprimés par les séries de Fourier. Pour une $n^{ième}$ - série qui exprime la force S, nous trouvons une $n^{ième}$ - valeur du déplacement δ. Alors l'équation [2.1] peut être écrite indépendamment:

$$\{S_n\}=[k_n]\times\{\delta_n\} \qquad [2.2]$$

Chaque série de Fourier est solutionnée séparément et la somme de toutes les séries représente le résultat. La procédure permet d'opérer avec les amplitudes de chaque série au lieu d'utiliser la fonction. Ceci implique que si les conditions d'équilibre statique et la compatibilité géométrique sont satisfaites aux noeuds d'un élément, elles sont automatiquement satisfaites tout le long du bord entier du prisme. Étant donné que la structure demeure linéaire élastique, son comportement peut être indépendamment séparé en effet flexionnel-plaque et en effet membrane-paroi.

L'effet flexionnel est défini par le moment de flexion M, l'effort tranchant Q et les déformations appropriées dont la rotation θ et le déplacement vertical w. L'effet membrane est défini par l'effort tranchant longitudinal T, la force normale P ainsi que par le déplacement longitudinal u (gauchissement) et horizontal v.

La matrice de rigidité du prisme (8x8) est donc exprimée comme suit:

$$[k]=\begin{bmatrix} {}^{f}k & 0 \\ 0 & {}^{m}k \end{bmatrix} \qquad [2.3]$$

où ${}^{f}k$ et ${}^{m}k$ sont les matrices de rigidité 4x4 pour l'effet flexionnel et membrane respectivement. La relation [2.3] est valide pour les amplitudes de chaque harmonique:

$$\{S_n\} = \begin{bmatrix} {}^{f}k_n & 0 \\ 0 & {}^{m}k_n \end{bmatrix} \qquad [2.4]$$

2.2.3 Déduction mathématique de la matrice de rigidité de prismes

Cette section porte sur la déduction analytique et numérique de la matrice de rigidité de prismes ayant trois différentes conditions aux frontières (Fig.2.6):

- PRISME 1 avec 2 bords longitudinaux encastrés
- PRISME 2 avec 1 bord longitudinal encastré et l'autre libre
- PRISME 3 avec 1 bord longitudinal encastré et l'autre simplement appuyé

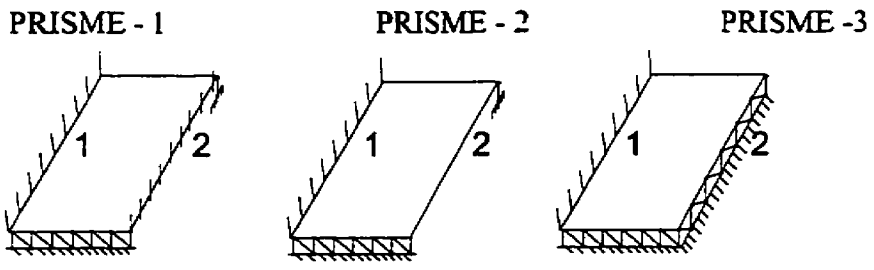


Figure 2.6: Définition des prismes différents

Comme chaque noeud du prisme contient 4 déformations indépendantes, le nombre d'équations nécessaires pour calculer les efforts est égal à 4 fois le nombre de noeuds. Dans le cas du prisme 2, les efforts au bord libre sont nuls.

2.2.3.1 Approche analytique

L'approche analytique est basée sur la solution mathématique de la plaque et de la paroi. Pour mieux comprendre cette déduction, nous faisons un rappel du comportement d'une plaque et d'une paroi de la façon générale.

a) Comportement d'un prisme-plaque

Supposons une plaque de la longueur l, de largeur b, d'épaisseur t, de module d'élasticité E ayant un coefficient de Poisson ν (Fig.2.7). Cette plaque est simplement appuyée à ses extrémités par les diaphragmes. Nous étudions les prismes 1, 2 et 3 pour les trois conditions aux frontières de la figure 2.6.

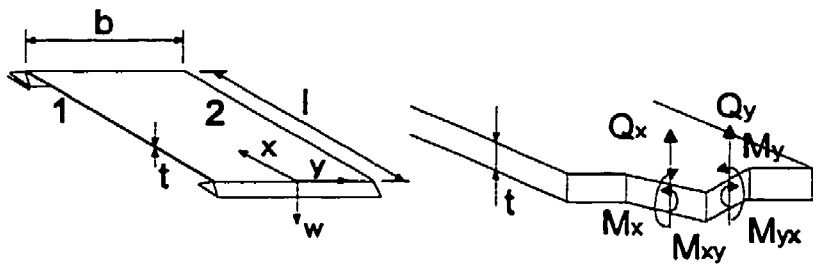


Figure 2.7: Description d'une plaque

La flèche de la plaque sans la charge externe est définie par la fonction *w(x,y)* qui doit satisfaire l'équation suivante:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y} = 0 \qquad [2.5]$$

Si on exprime la fonction *w(x,y)* en une fonction de séries, on obtient:

$$w(x, y) = \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n(y) \sin\frac{n\pi x}{l} \qquad [2.6]$$

Lorsque nous remplaçons [2.6] dans [2.5], nous trouvons l'équation différentielle suivante:

$$\left(\frac{d^4 A_n}{dy^4} - 2\frac{n^2\pi^2}{l^2}\frac{d^2 A_n}{dy^2} + \frac{n^4\pi^4}{l^4} A_n\right) \sin\frac{n\pi x}{l} = 0 \qquad [2.7]$$

pour laquelle la solution générale est:

$$A_n = C_{1n}\cosh\frac{n\pi y}{l} + C_{2n}\frac{n\pi y}{l}\sinh\frac{n\pi y}{l} + C_{3n}\sinh\frac{n\pi y}{l} + C_{4n}\frac{n\pi y}{l}\cosh\frac{n\pi y}{l} \qquad [2.8]$$

où $C_{1n}, C_{2n}, C_{3n}, C_{4n}$ sont des constantes.

b) Comportement d'un prisme-paroi

On suppose une paroi avec de longueur l, de largeur b, d'épaisseur t, de module d'élasticité E ayant un coefficient de Poisson ν (Fig.2.8). La paroi est simplement appuyée à ses extrémités par des contreventements permettant le déplacement dans la direction d'axe x seulement.

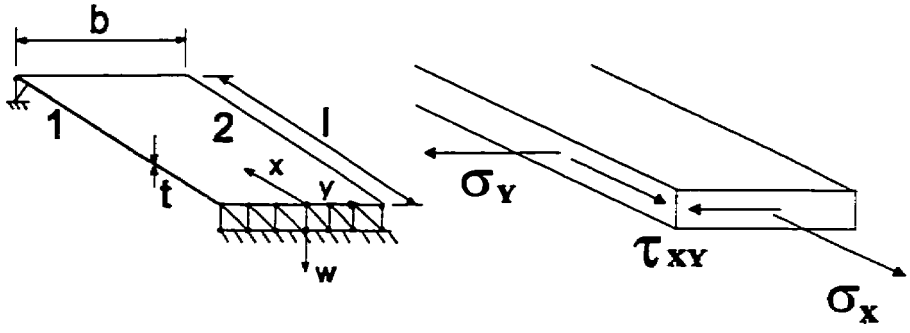


Figure 2.8: Description d'une paroi

L'état des contraintes normales planaires d'une paroi sans la charge externe est défini par la fonction d'Airy $\varphi(x,y)$ qui doit satisfaire l'équation biharmonique suivante:

$$\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} = 0 \qquad [2.9]$$

Ainsi, nous introduisons la fonction $\varphi(x,y)$ exprimée par:

$$j(x,y) = \sum_{n=1}^{n=\infty} B_n(y) \sin \frac{n\pi x}{l} \qquad [2.10]$$

La solution de l'équation [2.10] est similaire à celle de l'équation [2.7]:

$$B_n = K_{1n} \cosh \frac{n\pi y}{l} + K_{2n} \frac{n\pi y}{l} \sinh \frac{n\pi y}{l} + K_{3n} \sinh \frac{n\pi y}{l} + K_{4n} \frac{n\pi y}{l} \cosh \frac{n\pi y}{l} \qquad [2.11]$$

Les contraintes dans les parois sont exprimées par les relations:

$$\begin{aligned} \sigma_{xn} &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{d^2 B_n}{dy^2} \sin \frac{n\pi x}{l} \\ \sigma_{yn} &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -B_n \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \sin \frac{n\pi x}{l} \\ \tau_{xyn} &= -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} = -\frac{dB_n}{dy} \frac{n\pi}{l} \cos \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \qquad [2.12]$$

à l'aide desquelles nous déterminons les efforts internes:

$$\begin{aligned} P_n &= \sigma_{yn} \times t \\ T_n &= \tau_{xyn} \times t \end{aligned} \qquad [2.13]$$

En considérant les conditions aux frontières aux bords transversaux du prisme et en respectant les relations [2.12], nous pouvons déterminer les déplacements des noeuds de la paroi selon les relations suivantes:

$$\sigma_x(0,y)=\sigma_x(l,y)={}^mE\left[\frac{\partial u}{\partial x}\right]_{x=0}={}^mE\left[\frac{\partial u}{\partial x}\right]_{x=l}=0,$$
$$v(0,y)=v(l,y)=0$$

$$u_n=-\frac{1}{{}^mE}\left(\frac{l}{n\pi}\frac{d^2B_n}{dy^2}+{}^m\gamma\frac{n\pi}{l}B_n\right)\cos\frac{n\pi x}{l}$$
$$v_n=\frac{1}{{}^mE}\left[\frac{l^2}{n^2\pi^2}\frac{d^3B_n}{dy^3}-\left(2+{}^m\gamma\right)\frac{dB_n}{dy}\right]\sin\frac{n\pi x}{l} \qquad [2.14]$$

Prisme 1: bords longitudinaux encastrés

Pour que nous puissions trouver la matrice de rigidité du prisme 1, nous appliquons d'abord des déformations unitaires à ses bords (Fig.2.9).

Ensuite, nous cherchons les efforts appropriés (les réactions aux bords du prisme). Pour pouvoir évaluer la matrice de rigidité due à l'effet flexionnel, la plaque doit être solutionnée quatre fois (2 rotations et 2 déplacements verticaux) avec les conditions aux frontières suivantes:

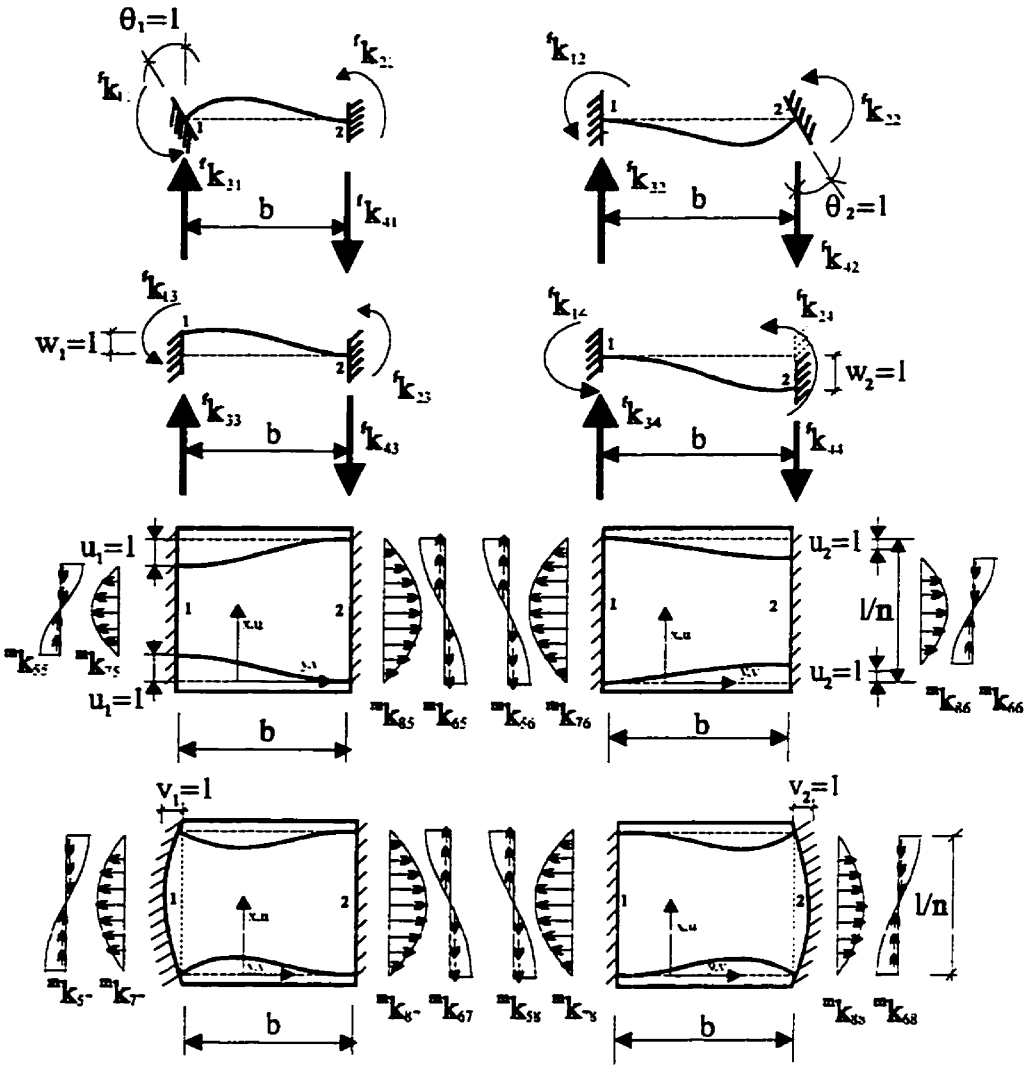


Figure 2.9: Efforts et déplacements aux bords du prisme - 1

1.

$$\theta_{1n}(x) = -\left[\frac{\partial w}{\partial y}\right]_{y=-b/2} = 1 \times \sin\frac{n\pi x}{l}$$

$$\left[\frac{\partial w}{\partial y}\right]_{y=b/2} = w(x,-b/2) = w(x,b/2) = 0 \qquad [2.15]$$

2.
$$\theta_{2n}(x) = -\left[\frac{\partial w}{\partial y}\right]_{y=b/2} = 1 \times \sin\frac{n\pi x}{l}$$
$$\left[\frac{\partial w}{\partial y}\right]_{y=-b/2} = w(x,-b/2) = w(x,b/2) = 0 \qquad [2.16]$$

3.
$$w_{1n}(x) = -w(x,-b/2) = 1 \times \sin\frac{n\pi x}{l}$$
$$\left[\frac{\partial w}{\partial y}\right]_{y=-b/2} = \left[\frac{\partial w}{\partial y}\right]_{y=b/2} = w(x,b/2) = 0 \qquad [2.17]$$

4.
$$w_{2n}(x) = w(x,b/2) = 1 \times \sin\frac{n\pi x}{l}$$
$$\left[\frac{\partial w}{\partial y}\right]_{y=-b/2} = \left[\frac{\partial w}{\partial y}\right]_{y=b/2} = w(x,-b/2) = 0 \qquad [2.18]$$

En remplaçant la solution [2.8] dans l'équation [2.6] et ensuite dans les relations [2.15], [2.16], [2.17] et [2.18], nous obtenons le système algébrique de quatre équations linéaires permettant de trouver les constantes $C_{1n}, C_{2n}, C_{3n}, C_{4n}$:

$$\left[F_n\right] \times \left\{C_{in}\right\} + \left\{P_{jn}\right\} = 0, \qquad i,j=1,\ldots,4 \qquad [2.19]$$

où la matrice F_n est la suivante:

$$F_n = \begin{vmatrix} \sinh a & \sinh a + a\cosh a & -\cosh a & -\cosh a - a\sinh a \\ -\sinh a & -\sinh a - a\cosh a & -\cosh a & -\cosh a - a\sinh a \\ -\cosh a & -a\sinh a & \sinh a & a\cosh a \\ \cosh a & a\sinh a & \sinh a & a\cosh a \end{vmatrix} \qquad [2.20]$$

où $\alpha = \dfrac{n\pi b}{2l}$.

Le vecteur P_m pour chacune des conditions aux frontières est:

$$\begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \qquad [2.21]$$

En résolvant le système des équations [2.19] puis le remplaçant dans [2.8] et plus tard dans [2.6], nous trouvons la flèche qui permet, selon les relations ci-dessous, d'évaluer l'état des contraintes d'une plaque soumise à une déformation unitaire.

$$\begin{aligned}
M_{xm} &= -D\left(\frac{\partial\, w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \\
M_{ym} &= -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \\
M_{xym} &= -D(1-\nu)\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\
Q_{xm} &= -D\left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2}\right) \\
Q_{xm} &= -D\left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y}\right)
\end{aligned} \qquad [2.22]$$

où $$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \qquad [2.23]$$

Pour pouvoir évaluer la matrice de rigidité due à l'effet membrane, nous aurons les conditions aux frontières suivantes:

1. $$u_{1n}(x) = u(x,-b/2) = 1 \times \cos\frac{n\pi x}{l}$$
$$u(x,b/2) = v(x,-b/2) = v(x,b/2) = 0 \qquad [2.24]$$

2. $$u_{2n}(x) = u(x,b/2) = 1 \times \cos\frac{n\pi x}{l}$$
$$u(x,-b/2) = v(x,-b/2) = v(x,b/2) = 0 \qquad [2.25]$$

3. $$v_{1n}(x) = -v(x,-b/2) = 1 \times \sin\frac{n\pi x}{l}$$
$$u(x,-b/2) = u(x,b/2) = v(x,b/2) = 0 \qquad [2.26]$$

4. $$v_{2n}(x) = v(x,b/2) = 1 \times \sin\frac{n\pi x}{l}$$
$$u(x,-b/2) = u(x,b/2) = v(x,-b/2) = 0 \qquad [2.27]$$

En remplaçant la solution [2.11] dans l'équation [2.10] et ensuite dans les relations [2.24], [2.25], [2.26] et [2.27], nous obtenons le système d'équations linéaires à l'aide duquel nous trouvons les constantes $K_{1n}, K_{2n}, K_{3n}, K_{4n}$. Ce système d'équations est similaire à celui de l'équation [2.19]. Les constantes obtenues de ce système puis substituées dans [2.11] et plus tard dans [2.12] permettent de dériver les relations

exprimant l'état des contraintes de membranes, les contraintes aux bords longitudinaux [2.12] ainsi que les déformations [2.14].

Pour ce qui est la matrice de rigidité du prisme 1, elle s'exprime ainsi:

$$\begin{Bmatrix} M_{1n} \\ M_{2n} \\ Q_{1n} \\ Q_{2n} \\ T_{1n} \\ T_{2n} \\ P_{1n} \\ P_{2n} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^f k_{11} & {}^f k_{12} & {}^f k_{13} & {}^f k_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ {}^f k_{21} & {}^f k_{22} & {}^f k_{23} & {}^f k_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ {}^f k_{31} & {}^f k_{32} & {}^f k_{33} & {}^f k_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ {}^f k_{41} & {}^f k_{42} & {}^f k_{43} & {}^f k_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^m k_{55} & {}^m k_{56} & {}^m k_{57} & {}^m k_{58} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^m k_{65} & {}^m k_{66} & {}^m k_{67} & {}^m k_{68} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^m k_{75} & {}^m k_{76} & {}^m k_{77} & {}^m k_{78} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^m k_{85} & {}^m k_{86} & {}^m k_{87} & {}^m k_{88} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ w_1 \\ w_2 \\ u_1 \\ u_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad [2.28]$$

Les éléments de la matrice [2.28] sont déterminés selon les relations suivantes:

<u>Effet flexionnel</u>:

$${}^f k_{11n} = {}^f k_{22n} = D\frac{n\pi}{l}\left(\frac{2\cosh^2\alpha}{2\alpha + \sinh 2\alpha} - \frac{2\sinh^2\alpha}{2\alpha - \sinh 2\alpha}\right)$$

$${}^f k_{12n} = {}^f k_{21n} = -D\frac{n\pi}{l}\left(\frac{2\cosh^2\alpha}{2\alpha + \sinh 2\alpha} + \frac{2\sinh^2\alpha}{2\alpha - \sinh 2\alpha}\right)$$

$${}^f k_{13n} = {}^f k_{31n} = D\frac{n^2\pi^2}{l^2}\left(\frac{\sinh 2\alpha}{2\alpha + \sinh 2\alpha} - \frac{\sinh 2\alpha}{2\alpha - \sinh 2\alpha} - (1 - {}^f\nu)\right)$$

$$^{f}k_{14n}={}^{f}k_{41n}=-D\frac{n^2\pi^2}{l^2}\left(\frac{\sinh 2\alpha}{2\alpha+\sinh 2\alpha}+\frac{\sinh 2\alpha}{2\alpha-\sinh 2\alpha}\right)$$

$$^{f}k_{23n}={}^{f}k_{32n}={}^{f}k_{14n}$$
$$^{f}k_{24n}={}^{f}k_{42n}={}^{f}k_{13n}$$

$$^{f}k_{33n}={}^{f}k_{44n}=D\frac{n^3\pi^3}{l^3}\left(\frac{2\sinh^2\alpha}{2\alpha+\sinh 2\alpha}-\frac{2\cosh\ \alpha}{2\alpha-\sinh 2\alpha}\right)$$

$$^{f}k_{34n}={}^{f}k_{43n}=-D\frac{n^3\pi^3}{l^3}\left(\frac{2\sinh^2\alpha}{2\alpha+\sinh 2\alpha}+\frac{2\cosh^2\alpha}{2\alpha-\sinh 2\alpha}\right) \qquad [2.29]$$

<u>Effet membrane:</u>

$$^{m}k_{11n}={}^{m}k_{22n}=2\frac{{}^{m}E\,{}^{m}t}{(1+{}^{m}\nu)^2}\frac{n\pi}{l}\left(-\frac{\sinh^2\alpha}{2\alpha-\frac{3-{}^{m}\nu}{1+{}^{m}\nu}\sinh 2\alpha}+\frac{\cosh^2\alpha}{2\alpha+\frac{3-{}^{m}\nu}{1+{}^{m}\nu}\sinh 2\alpha}\right)$$

$$^{m}k_{11n}={}^{m}k_{22n}=2\frac{{}^{m}E\,{}^{m}t}{(1+{}^{m}\nu)^2}\frac{n\pi}{l}\left(-\frac{\sinh^2\alpha}{2\alpha-\frac{3-{}^{m}\nu}{1+{}^{m}\nu}\sinh 2\alpha}+\frac{\cosh^2\alpha}{2\alpha+\frac{3-{}^{m}\nu}{1+{}^{m}\nu}\sinh 2\alpha}\right)$$

$$^{m}k_{12n}={}^{m}k_{21n}=-2\frac{{}^{m}E\,{}^{m}t}{(1+{}^{m}\nu)^2}\frac{n\pi}{l}\left(\frac{\sinh^2\alpha}{2\alpha-\frac{3-{}^{m}\nu}{1+{}^{m}\nu}\sinh 2\alpha}+\frac{\cosh^2\alpha}{2\alpha+\frac{3-{}^{m}\nu}{1+{}^{m}\nu}\sinh 2\alpha}\right)$$

$$^{m}k_{13n}={}^{m}k_{31n}=-\frac{{}^{m}E\,{}^{m}t}{(1+{}^{m}\nu)^2}\frac{n\pi}{l}\left(\frac{\sinh 2\alpha}{2\alpha-\frac{3-{}^{m}\nu}{1+{}^{m}\nu}\sinh 2\alpha}-\frac{\sinh 2\alpha}{2\alpha+\frac{3-{}^{m}\nu}{1+{}^{m}\nu}\sinh 2\alpha}+1+{}^{m}\nu\right)$$

$$^{m}k_{14n}={}^{m}k_{41n}=-\frac{^{m}E^{m}t}{(1+^{m}\nu)^{2}}\frac{n\pi}{l}\left(\frac{\sinh 2\alpha}{2\alpha-\frac{3-^{m}\nu}{1+^{m}\nu}\sinh 2\alpha}+\frac{\sinh 2\alpha}{2\alpha+\frac{3-^{m}\nu}{1+^{m}\nu}\sinh 2\alpha}\right)$$

$$^{m}k_{23n}={}^{m}k_{32n}={}^{m}k_{14n}$$

$$^{m}k_{24n}={}^{m}k_{42n}={}^{m}k_{13n}$$

$$^{m}k_{33n}={}^{m}k_{44n}=2\frac{^{m}E^{m}t}{(1+^{m}\nu)^{2}}\frac{n\pi}{l}\left(-\frac{\cosh^{2}\alpha}{2\alpha-\frac{3-^{m}\nu}{1+^{m}\nu}\sinh 2\alpha}+\frac{\sinh^{2}\alpha}{2\alpha+\frac{3-^{m}\nu}{1+^{m}\nu}\sinh 2\alpha}\right)$$

$$^{m}k_{34n}={}^{m}k_{43n}=-2\frac{^{m}E^{m}t}{(1+^{m}\nu)^{2}}\frac{n\pi}{l}\left(\frac{\cosh^{2}\alpha}{2\alpha-\frac{3-^{m}\nu}{1+^{m}\nu}\sinh 2\alpha}+\frac{\sinh^{2}\alpha}{2\alpha+\frac{3-^{m}\nu}{1+^{m}\nu}\sinh 2\alpha}\right) \qquad [2.30]$$

Étant donné que l'élément est positionné dans la position générale (Fig.2.10), il est nécessaire de transformer les forces aux bords $\{S\}$ et les déplacements $\{\delta\}$ du système des cordonnées local dans le système global ξ-η-ζ valable pour toute la structure prismatique.

Pour les déformations $\{\delta\}$ du système global (Fig.2.11)

$$\delta'_{T}=\left\langle \delta'_{\varsigma 1},\delta'_{\eta 1},\delta'_{\xi 1},\delta'_{\theta 1},\delta'_{\varsigma 2},\delta'_{\eta 2},\delta'_{\xi 2},\delta'_{\theta 2}\right\rangle \qquad [2.31]$$

nous pouvons écrire:

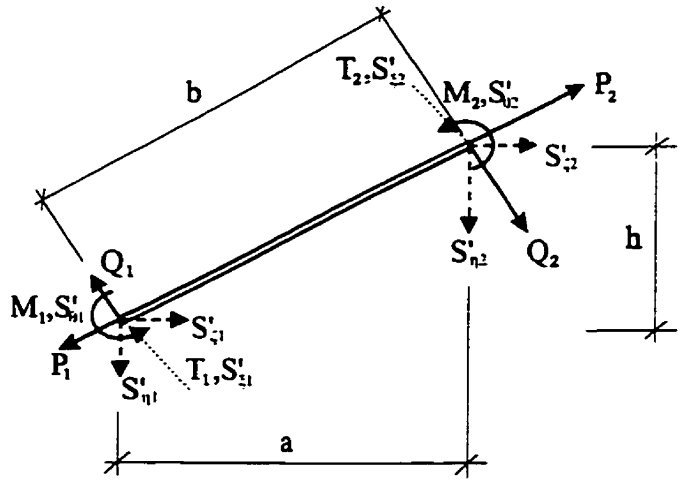


Figure 2.10: Transformation du système local dans le système global (efforts)

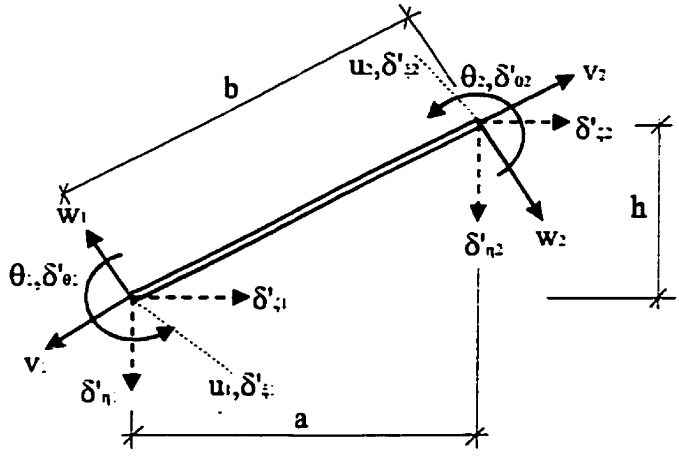


Figure 2.11: Transformation du système local dans le système global (déplacements)

$$[\delta]=[H]\times\{\delta'\} \qquad [2.32]$$

et analogiquement pour toutes les séries de Fourier:

$$\{\delta_n\}=[H]\times\{\delta'_n\} \qquad [2.33]$$

où $[H]$ est la matrice de transformation:

$$[H]=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{h}{b} & -\frac{a}{b} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{h}{b} & \frac{a}{b} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{a}{b} & -\frac{h}{b} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a}{b} & -\frac{h}{b} & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad [2.34]$$

où a et h sont les projections de la largeur b d'élément dans les directions horizontales et verticales respectivement (Fig.2.11).

Quant à la transformation des forces d'un système à l'autre, nous utilisons les relations suivantes:

$$\{S'\}=[H]^T \times \{S\}$$

$$\{S'_n\}=[H]^T \times \{S_n\}$$

$$\{S'_n\}=[H]^T \times [k_n] \times [H] \times \{\delta'_n\}$$

$$\{S'_n\}=[k'_n] \times \{\delta'_n\} \qquad [2.35]$$

où $[k'_n]$ est la matrice de rigidité de $n^{ième}$ harmonique dans le système des coordonnées globales.

Selon la hypothèse de Kirkoff, la théorie expliquée dans cette section s'applique aux prismes ayant un ratio de la longueur l sur la largeur b inférieur à 10 de telle sorte que le comportement de la structure est défini indépendamment par le comportement d'une plaque et d'une paroi. Dans le manuel du logiciel Garuda, dont le développement est basé sur méthode des plaques plissées, nous trouvons cette théorie traitée comme la *théorie d'élasticité mathématique*. Autrement dit, la théorie d'élasticité mathématique représente la théorie d'élasticité des contraintes planaires et des plaques fléchies.

Lorsque le ratio de la longueur l sur la largeur b est supérieur à 10, les prismes peuvent être considérés comme des poutres, dont le comportement converge vers celui caractérisant une plaque renforcée dans une seule direction. Le moment de flexion dans l'autre direction ainsi que l'effet de couplage sont négligés. Cette théorie est traitée dans le manuel du logiciel Garuda comme *la théorie d'élasticité technique* et dans plusieurs

ouvrages nous la retrouvons sous l'expression de la théorie d'élasticité de la poutre simple. En effet, pour la théorie d'élasticité technique, la matrice de rigidité de l'élément est déduite de la théorie d'élasticité de la poutre (les éléments unidimensionnels) sous une forme simplifiée:

<u>Effet flexionnel:</u>

$$\left[{}^{f}k\right]=\begin{bmatrix} 4 & 2 & \frac{6}{b} & \frac{6}{b} \\ 2 & 4 & \frac{6}{b} & \frac{6}{b} \\ \frac{6}{b} & \frac{6}{b} & \frac{12}{b^2} & \frac{12}{b^2} \\ \frac{6}{b} & \frac{6}{b} & \frac{12}{b^2} & \frac{12}{b^2} \end{bmatrix} \times \frac{{}^{f}E\,{}^{f}t^3}{12b} \qquad [2.36]$$

Il est important de noter que les éléments de la matrice de rigidité pour l'effet flexionnel ne sont pas exprimés par n-nombre d'harmoniques puisqu'ils sont identiques pour toutes les séries.

Effet membrane:

$$\left[{}^{m}k_{n}\right]=[I]\begin{bmatrix} \frac{{}^{m}E^{m}tbn^{2}\pi^{2}}{4l^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{{}^{m}E^{m}tbn^{2}\pi^{2}}{12l^{2}}+\frac{{}^{m}E^{m}t}{2b} & 0 & -\frac{{}^{m}E^{m}tn\pi}{4l} \\ 0 & 0 & \frac{{}^{m}E^{m}t}{b} & 0 \\ 0 & -\frac{{}^{m}E^{m}tn\pi}{4l} & 0 & \frac{{}^{m}E^{m}tbn^{2}\pi^{2}}{8l^{2}} \end{bmatrix}[I] \qquad [2.37]$$

où la matrice *[I]* est la suivante:

$$[I]=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad [2.38]$$

Finalement, la matrice [2.37] peut être exprimée par la relation suivante:

$$\left[{}^{m}k_{n}\right]={}^{m}E^{m}t\times\begin{bmatrix} \frac{bn^{2}\pi^{2}}{3l^{2}}+\frac{1}{2b}, & \frac{bn^{2}\pi^{2}}{6l^{2}}-\frac{1}{2b}, & -\frac{n\pi}{4l}, & -\frac{n\pi}{4l} \\ \frac{bn^{2}\pi^{2}}{6l^{2}}-\frac{1}{2b}, & \frac{bn^{2}\pi^{2}}{3l^{2}}+\frac{1}{2b}, & \frac{n\pi}{4l}, & -\frac{n\pi}{4l} \\ -\frac{n\pi}{4l}, & \frac{n\pi}{4l}, & \frac{1}{b}+\frac{bn^{2}\pi^{2}}{8l^{2}}, & \frac{1}{b}-\frac{bn^{2}\pi^{2}}{8l^{2}} \\ \frac{n\pi}{4l}, & -\frac{n\pi}{4l}, & \frac{1}{b}-\frac{bn^{2}\pi^{2}}{8l^{2}}, & \frac{1}{b}+\frac{bn^{2}\pi^{2}}{8l^{2}} \end{bmatrix} \qquad [2.39]$$

Prisme 2: encastré - libre

Nous supposons maintenant le prisme 2 ayant les conditions aux frontières définies à la figure 2.6. Les efforts et les déplacements unitaires induits aux bords du prisme 2 se trouvent à la figure 2.12. Étant donné que le bord 2 de l'élément est libre, la plaque et la paroi sont résolues 2 fois seulement. Les conditions aux frontières sont les suivantes:

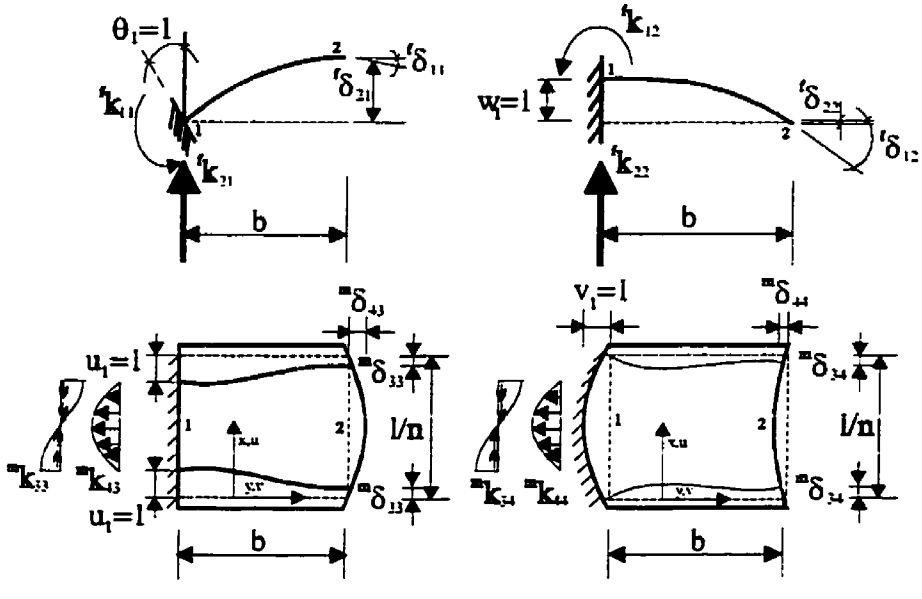


Figure 2.12: Efforts et déplacements aux bords du prisme - 2

<u>Effet flexionnel</u>:

1. $$\theta_l(x) = -\left[\frac{\partial w}{\partial y}\right]_{y=-b/2} = 1 \times \sin\frac{n\pi x}{l}$$

$$w(x,-b/2) = 0, \qquad M_y(x,b/2) = 0, \qquad Q_y(x,b/2) = 0 \qquad [2.40]$$

2. $$w_l(x) = -w(x,b/2) = 1 \times \sin\frac{n\pi x}{l}$$

$$\left[\frac{\partial w}{\partial y}\right]_{y=-b/2} = 0, \qquad M_y(x,b/2) = 0, \qquad Q_y(x,b/2) = 0 \qquad [2.41]$$

<u>Effet membrane</u>:

1. $$u_l(x) = u(x,-b/2) = 1 \times \cos\frac{n\pi x}{l}$$

$$v(x,-b/2) = 0, \qquad \sigma_y(x,b/2) = 0, \qquad \tau_{xy}(x,b/2) = 0 \qquad [2.42]$$

2. $$v_l(x) = -v(x,-b/2) = 1 \times \sin\frac{n\pi x}{l}$$

$$u(x,-b/2) = 0, \qquad \sigma_y(x,b/2) = 0, \qquad \tau_{xy}(x,b/2) = 0 \qquad [2.43]$$

Nous établissons la relation entre les déformations et les efforts:

$$\begin{bmatrix} M_l \\ Q_l \\ T_l \\ P_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^f k_{11} & {}^f k_{12} & 0 & 0 \\ {}^f k_{21} & {}^f k_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^m k_{33} & {}^m k_{34} \\ 0 & 0 & {}^m k_{41} & {}^m k_{44} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \theta_l \\ w_l \\ u_l \\ v_l \end{Bmatrix} \qquad [2.44]$$

à l'aide de laquelle nous pouvons calculer les coefficients de la matrice de rigidité:

$$^{f}k_{11} = D\frac{2\alpha}{b} \times (\frac{(1-v)((3+v)\sinh 4\alpha + 4\alpha(1-v))}{4\cosh^2 2\alpha - (1+v)^2 \sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1-v)^2})$$

$$^{f}k_{12} = {}^{f}k_{21} = D\left(\frac{2\alpha}{b}\right)^2 \times (\frac{(1-v)((1+v)(3+v)\sinh^2 2\alpha - (2\alpha)^2(1-v)^2)}{4\cosh^2 2\alpha - (1+v)^2 \sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1-v)^2})$$

$$^{f}k_{22} = D\left(\frac{2\alpha}{b}\right)^3 \times (\frac{(1-v)((3+v)\sinh 4\alpha - 4\alpha(1-v))}{4\cosh^2 2\alpha - (1+v)^2 \sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1-v)^2})$$

$$^{m}k_{33} = \frac{Et\alpha}{b} \times (\frac{2(\sinh 4\alpha + 4\alpha)}{4\cosh^2 2\alpha - (1-v)^2 \sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1+v)^2})$$

$$^{m}k_{34} = {}^{m}k_{43} = -\frac{Et\alpha}{b} \times (\frac{2((1-v)\sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1+v))}{4\cosh^2 2\alpha - (1-v)^2 \sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1+v)^2})$$

$$^{m}k_{44} = \frac{Et\alpha}{b} \times (\frac{2(\sinh 4\alpha - 4\alpha)}{4\cosh^2 2\alpha - (1-v)^2 \sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1+v)^2}) \qquad [2.45]$$

Ensuite, nous introduisons la relation entre les déformations aux bords du prisme 2;

$$\begin{Bmatrix} \theta_2 \\ w_2 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{f}\delta_{11} & {}^{f}\delta_{12} & 0 & 0 \\ {}^{f}\delta_{21} & {}^{f}\delta_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^{m}\delta_{33} & {}^{m}\delta_{34} \\ 0 & 0 & {}^{m}\delta_{43} & {}^{m}\delta_{44} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ w_1 \\ u_1 \\ v_1 \end{Bmatrix} \qquad [2.46]$$

d'où nous calculons les éléments de la matrice de rigidité:

$$^{f}\delta_{11} = \frac{4(\cosh 2\alpha - \alpha(1-\nu)\sinh 2\alpha)}{4\cosh^2 2\alpha - (1+\nu)^2 \sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1-\nu)^2}$$

$$^{f}\delta_{12} = \frac{\alpha}{b} \times \left(\frac{4((1+\nu)\sinh 2\alpha - 2\alpha(1-\nu)\cosh 2\alpha)}{4\cosh^2 2\alpha - (1+\nu)^2 \sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1-\nu)^2}\right)$$

$$^{f}\delta_{21} = -\frac{b}{\alpha} \times \left(\frac{(1+\nu)\sinh 2\alpha + 2\alpha(1-\nu)\cosh 2\alpha}{4\cosh^2 2\alpha - (1+\nu)^2 \sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1-\nu)^2}\right)$$

$$^{f}\delta_{22} = -\left(\frac{4(\cosh 2\alpha + \alpha(1-\nu)\sinh 2\alpha)}{4\cosh^2 2\alpha - (1+\nu)^2 \sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1-\nu)^2}\right)$$

$$^{m}\delta_{33} = \frac{4(\cosh 2\alpha - \alpha(1+\nu)\sinh 2\alpha)}{4\cosh^2 2\alpha - (1-\nu)^2 \sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1+\nu)^2}$$

$$^{m}\delta_{34} = -\left(\frac{\alpha(1+\nu)^2 \sinh^2 2\alpha + 2(1-\nu)\sinh 2\alpha + 4\alpha(1+\nu)\cosh 2\alpha}{4\cosh^2 2\alpha - (1-\nu)^2 \sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1+\nu)^2}\right)$$

$$^{m}\delta_{43} = \frac{2((1-\nu)\sinh 2\alpha - 2\alpha(1+\nu)\cosh 2\alpha)}{4\cosh^2 2\alpha - (1-\nu)^2 \sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1+\nu)^2}$$

$$^{m}\delta_{44} = -\left(\frac{4(\cosh 2\alpha + \alpha(1+\nu)\sinh 2\alpha)}{4\cosh^2 2\alpha - (1-\nu)^2 \sinh^2 2\alpha + (2\alpha)^2(1+\nu)^2}\right) \qquad [2.47]$$

Prisme 3: encastré - simplement appuyé

Finalement, nous supposons le prisme 3 ayant les conditions aux frontières définies à la figure 2.6. L'application des efforts et des déplacements unitaires aux bords du prisme 3 se trouvent à la figure 2.13. Ainsi, nous introduisons les conditions aux frontières suivantes:

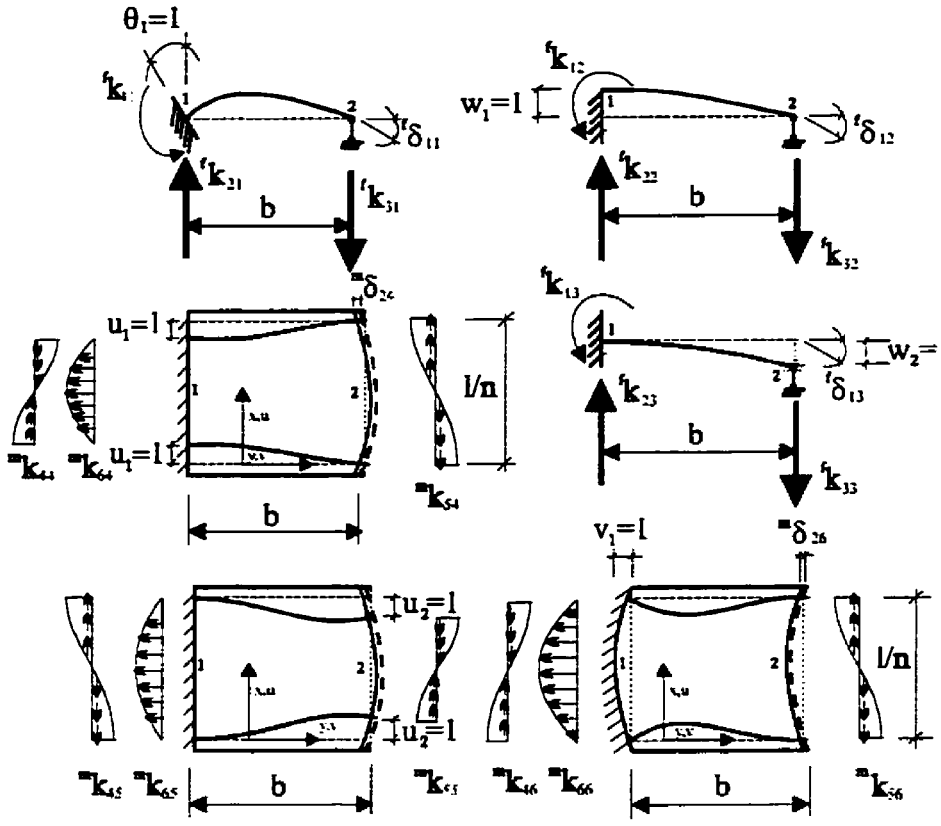


Figure 2.13: Efforts et déplacements aux bords du prisme - 3

<u>Effet flexionnel</u>:

1. $$\theta_l(x) = -\left[\frac{\partial w}{\partial y}\right]_{y=-b/2} = l \times \sin\frac{n\pi x}{l}$$

$$w(x,-b/2)=0, \qquad w(x,b/2)=0, \qquad M_y(x,b/2)=0 \qquad [2.48]$$

2. $w_1(x) = -w(x,-b/2) = 1 \times \sin\frac{n\pi x}{l}$

$$\left[\frac{\partial w}{\partial y}\right]_{y=-b/2} = 0, \qquad w(x,b/2) = 0, \qquad M_y(x,b/2) = 0 \qquad [2.49]$$

<u>Effet membrane</u>:

1. $u_1(x) = u(x,-b/2) = 1 \times \cos\frac{n\pi x}{l}$

$$v(x,-b/2) = 0, \qquad u(x,b/2) = 0, \qquad \sigma_x(x,b/2) = 0 \qquad [2.50]$$

2. $u_2(x) = u(x,b/2) = 1 \times \cos\frac{n\pi x}{l}$

$$v(x,-b/2) = 0, \qquad u(x,-b/2) = 0, \qquad \sigma_y(x,b/2) = 0 \qquad [2.51]$$

3. $v_1(x) = v(x,-b/2) = 1 \times \sin\frac{n\pi x}{l}$

$$u(x,-b/2) = 0, \qquad u(x,b/2) = 0, \qquad \sigma_y = (x,b/2) = 0 \qquad [2.52]$$

La solution du prisme 3 est analogue avec celle du prisme 2. Pour ce qui est la relation entre les efforts et les déplacements, nous obtenons la relation suivante:

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ Q_1 \\ Q_2 \\ T_1 \\ T_2 \\ P_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^f k_{11} & {}^f k_{12} & {}^f k_{13} & 0 & 0 & 0 \\ {}^f k_{21} & {}^f k_{22} & {}^f k_{23} & 0 & 0 & 0 \\ {}^f k_{31} & {}^f k_{32} & {}^f k_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & {}^m k_{44} & {}^m k_{45} & {}^m k_{46} \\ 0 & 0 & 0 & {}^m k_{54} & {}^m k_{55} & {}^m k_{56} \\ 0 & 0 & 0 & {}^m k_{64} & {}^m k_{65} & {}^m k_{66} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ w_1 \\ w_2 \\ u_1 \\ u_2 \\ v_1 \end{Bmatrix} \qquad [2.52]$$

d'où nous calculons les éléments de la matrice de rigidité:

$${}^f k_{11} = D\frac{2\alpha}{b} \times \left(\frac{4\sinh^2 2\alpha}{\sinh 4\alpha - 4\alpha}\right)$$

$${}^f k_{12} = {}^f k_{21} = D\left(\frac{2\alpha}{b}\right)^2 \times \frac{(1+\nu)\sinh 4\alpha + 4\alpha(1-\nu)}{\sinh 4\alpha - 4\alpha}$$

$${}^f k_{22} = {}^f k_{33} = {}^f k_{23} = {}^f k_{32} = D\left(\frac{2\alpha}{b}\right)^3 \times \left(\frac{4\cosh^2 2\alpha}{\sinh 4\alpha - 4\alpha}\right)$$

$${}^f k_{13} = {}^f k_{31} = D\left(\frac{2\alpha}{b}\right)^3 \times \frac{2(2\alpha(1-\nu)\cosh 2\alpha + (1+\nu)\sinh 2\alpha)}{\sinh 4\alpha - 4\alpha}$$

$${}^{fm} k_{44} = {}^f k_{55} = \frac{Et\alpha}{b} \times \frac{8\cosh\ 2\alpha}{(1+\nu)((3-\nu)\sinh 4\alpha + 4\alpha(1+\nu))}$$

$${}^m k_{45} = {}^m k_{54} = \frac{Et\alpha}{b} \times \frac{8(\alpha(1+\nu)\sinh 2\alpha - \cosh 2\alpha)}{(1+\nu)((3-\nu)\sinh 4\alpha + 4\alpha(1+\nu)}$$

$${}^m k_{46} = {}^m k_{64} = -\frac{Et\alpha}{b} \times \frac{2((1-\nu)\sinh 4\alpha + 4\alpha(1+\nu))}{(1+\nu)((3-\nu)\sinh 4\alpha + 4\alpha(1+\nu))}$$

$${}^m k_{56} = {}^m k_{65} = \frac{Et\alpha}{b} \times \frac{4(2\alpha(1+\nu)\cosh 2\alpha + (1-\nu)\sinh 2\alpha)}{(1+\nu)\left[(3-\nu)\sinh 4\alpha + 4\alpha(1+\nu)\right]}$$

$$ {}^{m}k_{66} = \frac{Et\alpha}{b} \times \frac{8\sinh^2\alpha}{(1+\nu)\left[(3-\nu)\sinh 4\alpha + 4\alpha(1+\nu)\right]}. \qquad [2.53] $$

Nous déterminons les déformations aux bords libres à partir de la relation suivante;

$$ \begin{Bmatrix} \theta_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{f}\delta_{11} & {}^{f}\delta_{12} & {}^{f}\delta_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & {}^{m}\delta_{24} & {}^{m}\delta_{25} & {}^{m}\delta_{26} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ w_1 \\ w_2 \\ u_1 \\ u_2 \\ v_1 \end{Bmatrix}, \qquad [2.54] $$

ce qui permet de calculer les coefficients de la matrice de rigidité:

$$ {}^{f}\delta_{11} = \frac{2(\sinh 2\alpha - 2\alpha\cosh 2\alpha)}{\sinh 4\alpha - 4\alpha} $$

$$ {}^{f}\delta_{12} = {}^{f}\delta_{13} = -\frac{1}{b} \times \left(\frac{8\alpha^2\sinh 2\alpha}{\sinh 4\alpha - 4\alpha}\right) $$

$$ {}^{m}\delta_{24} = -\frac{4\alpha(1+\nu)\sinh 2\alpha}{(3-\nu)\sinh 4\alpha + 4\alpha(1+\nu)} $$

$$ {}^{m}\delta_{25} = \frac{2(1-\nu)\cosh^2 2\alpha + (1-\nu)^2\sinh^2 2\alpha - (2\alpha)^2(1+\nu)^2 - 2(1-\nu)}{(3-\nu)\sinh 4\alpha + 4\alpha(1+\nu)} $$

$$ {}^{m}\delta_{26} = -\frac{2\left[(3-\nu)\sinh 2\alpha + 2\alpha(1+\nu)\cosh 2\alpha\right]}{(3-\nu)\sinh 4\alpha + 4\alpha(1+\nu)} \qquad [2.55] $$

2.2.3.2 Approche numérique

L'approche numérique, qui est plus efficace pour la programmation, est basée sur la présence de la matrice de rigidité pour le prisme doublement encastré déjà existante. Les matrices de rigidité des prismes 2 et 3 ayant les conditions aux frontières différentes (Fig.2.6) sont obtenues à l'aide de la manipulation numérique des éléments de la matrice de rigidité du prisme 1. Étant donné que la théorie d'élasticité est limitée au comportement linéaire de la structure, il est suffisant de connaître une seule matrice de rigidité (prisme 1) qui a été déduite analytiquement. En définissant d'autres conditions aux frontières et à l'aide de manipulation algébrique, nous pouvons en déduire la matrice de rigidité pour conditions aux frontières différentes.

Dans cette section, nous démontrons la procédure selon laquelle nous trouvons d'autres matrices de rigidité pour les prismes 2 et 3 en faisant la manipulation algébrique de la matrice de rigidité du prisme 1 déduite analytiquement.

La relation [2.28], valable pour le prisme 1, représente le système de 8 équations linéaires exprimant la relation entre les efforts aux bords $\{S\}$et les déformations $\{\delta\}$. Ceci prouve qu'il peut exister 8 valeurs inconnues (forces ou déformations) qui se calculent à l'aide du système d'équations linéaires et 8 valeurs connues (forces ou déformations) que nous exprimons à partir des conditions aux frontières valables pour le prisme 1.

Ainsi, nous identifions les valeurs connues et inconnues par les suffixes *c* et *i* respectivement, nous obtenons alors les vecteurs $\{S_c\}$, $\{\delta_c\}$ et $\{S_i\}$, $\{\delta_i\}$. La réorganisation de la relation [2.28] par le regroupement des valeurs connues et inconnues permet d'établir une nouvelle relation:

$$\begin{Bmatrix} S_i \\ S_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \delta_c \\ \delta_i \end{Bmatrix} \qquad [2.56]$$

La relation [2.56] peut être réécrite en 2 équations matricielles:

$$\{S_i\} = [K_{11}] \times \{\delta_c\} + [K_{12}] \times \{\delta_i\} \qquad [2.57]$$

$$\{S_c\} = [K_{21}] \times \{\delta_c\} + [K_{22}] \times \{\delta_i\} \qquad [2.58]$$

De la relation [2.58] nous trouvons les déformations inconnues:

$$\{\delta_i\} = [K]^{-1} \times \left(\{S_c\} - [K_{21}] \times \{\delta_c\}\right) \qquad [2.59]$$

et en remplaçant [2.59] dans [2.57], nous pouvons calculer les efforts inconnus:

$$\{S_i\} = [K_{11}] \times \{\delta_c\} + [K_{12}][K_{22}]^{-1} \times \left(\{S_c\} - [K_{21}] \times \{\delta_c\}\right) \qquad [2.60]$$

En composant les éléments de la matrice de rigidité, nous appliquons pas à pas les amplitudes unitaires pour lesquelles nous cherchons les forces appropriées. Cela signifie que le nombre des solutions de la relation [2.59] est égal au nombre des déformations inconnues et le nombre des solutions de la relation [2.61] est égal au nombre d'efforts inconnus. Alors dans la section suivante, nous ne parlerons plus des vecteurs mais des matrices des efforts et des déformations connus et inconnus.

Les conditions aux frontières du prisme 1 permettent d'évaluer la matrice des efforts connus [S_c] et des déformations connues [δ_c]. Lorsque la matrice [δ_c] est unitaire et la matrice [S_c] nulle pour les prismes 2 et 3, les relations [2.59] et [2.60] peuvent être simplifiées:

$$[\delta_i] = -[K_{22}]^{-1} \times [K_{21}] \qquad [2.61]$$

$$[S_i] = [K_{11}] - [K_{12}] \times [K_{22}]^{-1} \times [K_{21}] \qquad [2.62]$$

La matrice des efforts inconnus $[S_i]$ est en fait la matrice de rigidité du prisme 1 obtenue de l'approche numérique et composée des éléments de la matrice de rigidité du prisme 1 qui a été calculée par l'approche analytique.

Prisme 2: encastré - libre

Lorsque nous appliquons la même procédure pour les conditions aux frontières du prisme 2, les efforts au bord libre deviennent nuls. Lorsque les efforts et les déformations unitaires sont appliqués seulement au bord encastré, les efforts inconnus recherchés se trouvent au bord libre. Nous disposons les valeurs dans l'ordre suivant:

- les efforts connus: M_2, Q_2, T_2, P_2;
- les efforts inconnus: M_1, Q_1, T_1, P_1;
- les déformations connues: θ_1, w_1, u_1, v_1;
- les déformations inconnues: θ_2, w_2, u_2, v_2.

La matrice de rigidité du prisme 2, qui provient de la matrice de rigidité réorganisée du prisme 1, devient la suivante:

$$\begin{bmatrix} {}^2K_{11} & {}^2K_{12} \\ {}^2K_{21} & {}^2K_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^1k_{11} & {}^1k_{13} & 0 & 0 & {}^1k_{12} & {}^1k_{14} & 0 & 0 \\ {}^1k_{31} & {}^1k_{33} & 0 & 0 & {}^1k_{32} & {}^1k_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^1k_{55} & {}^1k_{57} & 0 & 0 & {}^1k_{56} & {}^1k_{58} \\ 0 & 0 & {}^1k_{75} & {}^1k_{77} & 0 & 0 & {}^1k_{76} & {}^1k_{78} \\ {}^1k_{21} & {}^1k_{23} & 0 & 0 & {}^1k_{21} & {}^1k_{24} & 0 & 0 \\ {}^1k_{41} & {}^1k_{43} & 0 & 0 & {}^1k_{42} & {}^1k_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^1k_{65} & {}^1k_{67} & 0 & 0 & {}^1k_{66} & {}^1k_{68} \\ 0 & 0 & {}^1k_{85} & {}^1k_{87} & 0 & 0 & {}^1k_{86} & {}^1k_{88} \end{bmatrix} \qquad [2.63]$$

En respectant la relation [2.61], nous obtenons la matrice des déformations inconnues:

$$\left[{}^{2}\delta_i\right]=\begin{bmatrix} {}^{2}\delta_{11} & {}^{2}\delta_{12} & 0 & 0 \\ {}^{2}\delta_{21} & {}^{2}\delta_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^{2}\delta_{33} & {}^{2}\delta_{34} \\ 0 & 0 & {}^{2}\delta_{43} & {}^{2}\delta_{44} \end{bmatrix} \qquad [2.64]$$

où:

$D_1={}^{1}k_{22}.{}^{1}k_{44}-{}^{1}k_{42}.{}^{1}k_{24}$, $\qquad D_2={}^{1}k_{66}.{}^{1}k_{88}-{}^{1}k_{86}.{}^{1}k_{68}$,

${}^{2}\delta_{11}=({}^{1}k_{24}.{}^{1}k_{41}-{}^{1}k_{44}.{}^{1}k_{21})/D_1$, $\qquad {}^{2}\delta_{12}=({}^{1}k_{24}.{}^{1}k_{43}-{}^{1}k_{44}.{}^{1}k_{23})/D_1$,

${}^{2}\delta_{21}=({}^{1}k_{42}.{}^{1}k_{21}-{}^{1}k_{22}{}^{1}k_{41})/D_1$, $\qquad {}^{2}\delta_{22}=({}^{1}k_{42}.{}^{1}k_{23}-{}^{1}k_{22}.{}^{1}k_{43})/D_1$,

${}^{2}\delta_{33}=({}^{1}k_{68}.{}^{1}k_{85}-{}^{1}k_{88}.{}^{1}k_{65})/D_2$, $\qquad {}^{2}\delta_{34}=({}^{1}k_{68}.{}^{1}k_{87}-{}^{1}k_{67}.{}^{1}k_{88})/D_2$,

${}^{2}\delta_{43}=({}^{1}k_{86}.{}^{1}k_{65}-{}^{1}k_{85}.{}^{1}k_{66})/D_2$, $\qquad {}^{2}\delta_{44}=({}^{1}k_{86}.{}^{1}k_{67}-{}^{1}k_{87}.{}^{1}k_{66})/D_2$.

Lorsque la relation [2.63] est remplacée dans la relation [2.62], nous trouvons la matrice des efforts inconnus, c'est à dire la matrice de rigidité du prisme 2;

$$\left[{}^{2}S_i\right]=\left[{}^{2}K\right]=\begin{bmatrix} {}^{2}k_{11} & {}^{2}k_{12} & 0 & 0 \\ {}^{2}k_{21} & {}^{2}k_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^{2}k_{33} & {}^{2}k_{34} \\ 0 & 0 & {}^{2}k_{43} & {}^{2}k_{44} \end{bmatrix} \qquad [2.65]$$

pour laquelle ses éléments sont exprimés par les relations suivantes:

$$^2k_{11}={}^1k_{11}+{}^1k_{12}.{}^2\delta_{11}+{}^1k_{14}.{}^2\delta_{21}, \qquad ^2k_{12}={}^1k_{13}+{}^1k_{12}.{}^2\delta_{12}+{}^1k_{14}.{}^2\delta_{22},$$

$$^2k_{21}={}^1k_{31}+{}^1k_{32}.{}^2\delta_{11}+{}^1k_{34}.{}^2\delta_{21}, \qquad ^2k_{22}={}^1k_{33}+{}^1k_{32}.{}^2\delta_{12}+{}^1k_{34}.{}^2\delta_{22},$$

$$^2k_{33}={}^1k_{55}+{}^1k_{56}.{}^2\delta_{33}+{}^1k_{58}.{}^2\delta_{43}, \qquad ^2k_{34}={}^1k_{57}+{}^1k_{56}.{}^2\delta_{34}+{}^1k_{58}.{}^2\delta_{44},$$

$$^2k_{43}={}^1k_{75}+{}^1k_{76}.{}^2\delta_{33}+{}^1k_{78}.{}^2\delta_{43}, \qquad ^2k_{44}={}^1k_{77}+{}^1k_{76}.{}^2\delta_{34}+{}^1k_{78}.{}^2\delta_{44}.$$

Prisme 3: encastré - simplement appuyé

Nous répétons la même procédure pour le prisme 3 pour les conditions aux frontières définies à la figure 2.6. Les valeurs sont disposées dans l'ordre suivant:

- les efforts connus: M_2, P_2;
- les efforts inconnus: $M_1, Q_1, Q_2, T_1, T_2, P_1$;
- les déformations inconnues: $\theta_1, w_1, w_2, u_1, u_2, v_1$;
- les déformations inconnues: θ_2, v_2.

La matrice réorganisée devient la suivante:

$$\begin{bmatrix} {}^3K_{11} & {}^3K_{12} \\ {}^3K_{21} & {}^3K_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^1k_{11} & {}^1k_{13} & {}^1k_{14} & 0 & 0 & 0 & {}^1k_{12} & 0 \\ {}^1k_{31} & {}^1k_{33} & {}^1k_{34} & 0 & 0 & 0 & {}^1k_{32} & 0 \\ {}^1k_{41} & {}^1k_{43} & {}^1k_{44} & 0 & 0 & 0 & {}^1k_{42} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & {}^1k_{55} & {}^1k_{56} & {}^1k_{57} & 0 & {}^1k_{58} \\ 0 & 0 & 0 & {}^1k_{65} & {}^1k_{66} & {}^1k_{67} & 0 & {}^1k_{68} \\ 0 & 0 & 0 & {}^1k_{75} & {}^1k_{76} & {}^1k_{77} & 0 & {}^1k_{78} \\ {}^1k_{21} & {}^1k_{23} & {}^1k_{24} & 0 & 0 & 0 & {}^1k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & {}^1k_{85} & {}^1k_{86} & {}^1k_{87} & 0 & {}^1k_{88} \end{bmatrix} \qquad [2.66]$$

Analogiquement, nous trouvons la matrice des déformations inconnues:

$$\left[{}^3\delta_i\right] = \begin{bmatrix} {}^3\delta_{11} & {}^3\delta_{12} & {}^3\delta_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & {}^3\delta_{24} & {}^3\delta_{25} & {}^3\delta_{26} \end{bmatrix}, \qquad [2.67]$$

où:

$${}^3\delta_{11} = -{}^1k_{21}/{}^1k_{22}, \qquad {}^3\delta_{12} = -{}^1k_{23}/{}^1k_{22}, \qquad {}^3\delta_{13} = -{}^1k_{24}/{}^1k_{22},$$

$${}^3\delta_{24} = -{}^1k_{85}/{}^1k_{88}, \qquad {}^3\delta_{25} = -{}^1k_{86}/{}^1k_{88}, \qquad {}^3\delta_{26} = -{}^1k_{87}/{}^1k_{88}.$$

La matrice des efforts inconnus ou la matrice de rigidité du prisme 3 se transforme comme suit:

$$\left[{}^3S_i\right]=\left[{}^3K\right]=\begin{bmatrix} {}^3k_{11} & {}^3k_{12} & {}^3k_{13} & 0 & 0 & 0 \\ {}^3k_{21} & {}^3k_{22} & {}^3k_{23} & 0 & 0 & 0 \\ {}^3k_{31} & {}^3k_{32} & {}^3k_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & {}^3k_{44} & {}^3k_{45} & {}^3k_{46} \\ 0 & 0 & 0 & {}^3k_{54} & {}^3k_{55} & {}^3k_{56} \\ 0 & 0 & 0 & {}^3k_{64} & {}^3k_{65} & {}^3k_{66} \end{bmatrix} \qquad [2.68]$$

Finalement, les éléments de cette matrice sont exprimés par les relations suivantes:

$${}^3k_{11}={}^1k_{11}+{}^1k_{12}.{}^3\delta_{11}, \quad {}^3k_{12}={}^1k_{13}+{}^1k_{12}.{}^3\delta_{12}, \quad {}^3k_{13}={}^1k_{14}+{}^1k_{12}.{}^3\delta_{13},$$

$${}^3k_{21}={}^1k_{31}+{}^1k_{32}.{}^3\delta_{11}, \quad {}^3k_{22}={}^1k_{33}+{}^1k_{32}.{}^3\delta_{12}, \quad {}^3k_{23}={}^1k_{34}+{}^1k_{32}.{}^3\delta_{13},$$

$${}^3k_{31}={}^1k_{41}+{}^1k_{42}.{}^3\delta_{11}, \quad {}^3k_{32}={}^1k_{43}+{}^1k_{42}.{}^3\delta_{12}, \quad {}^3k_{33}={}^1k_{44}+{}^1k_{42}.{}^3\delta_{13},$$

$${}^3k_{44}={}^1k_{55}+{}^1k_{58}.{}^3\delta_{24}, \quad {}^3k_{45}={}^1k_{56}+{}^1k_{58}.{}^3\delta_{25}, \quad {}^3k_{46}={}^1k_{57}+{}^1k_{58}.{}^3k_{26},$$

$${}^3k_{54}={}^1k_{65}+{}^1k_{68}.{}^3\delta_{24}, \quad {}^3k_{55}={}^1k_{66}+{}^1k_{68}.{}^3\delta_{25}, \quad {}^3k_{56}={}^1k_{67}+{}^1k_{68}.{}^3\delta_{26},$$

$${}^3k_{64}={}^1k_{75}+{}^1k_{78}.{}^3\delta_{24}, \quad {}^3k_{65}={}^1k_{76}+{}^1k_{78}.{}^3\delta_{25}, \quad {}^3k_{66}={}^1k_{77}+{}^1k_{78}.{}^3\delta_{26}.$$

2.2.4 Calcul des efforts et des déformations aux noeuds intermédiaires

Le principe de calcul est analogue avec celui expliqué dans la section 2.2.3.2. Lorsque nous connaissons les amplitudes des déplacements et des efforts dans un bord du prisme, il est possible de les exprimer aussi à un noeud intermédiaire. Supposons que les prismes 1,2,3 ont le bord numéro 1 encastré (Fig.2.14) dont nous connaissons les amplitudes des

déformations et des efforts. L'objectif est de trouver les amplitudes inconnues au noeud Y qui se trouve entre deux extrémités.

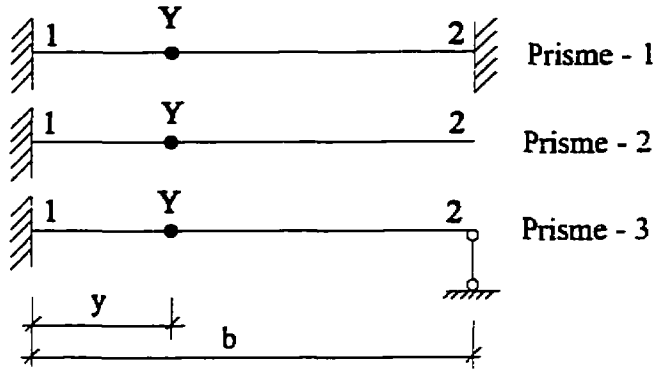


Figure 2.14: Prisme avec 1 noeud intermédiaire

En se référant à la figure 2.14, nous pouvons constater que l'élément ayant des noeuds 1 et Y représente un prisme indépendant encastré à ses bords. La relation entre les efforts et les déformations pour ce type d'élément est déjà connue car il s'agit des conditions aux frontières du prisme 1. Il suffit de remplacer la largeur b par la valeur y (Fig. 2.14) dans le calcul des éléments de la matrice de rigidité. Nous obtenons la relation suivante:

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ M_y \\ Q_1 \\ Q_y \\ T_1 \\ T_y \\ P_1 \\ P_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^y k_{11} & {}^y k_{12} & {}^y k_{13} & {}^y k_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ {}^y k_{21} & {}^y k_{22} & {}^y k_{23} & {}^y k_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ {}^y k_{31} & {}^y k_{32} & {}^y k_{33} & {}^y k_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ {}^y k_{41} & {}^y k_{42} & {}^y k_{43} & {}^y k_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^y k_{55} & {}^y k_{56} & {}^y k_{57} & {}^y k_{58} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^y k_{65} & {}^y k_{66} & {}^y k_{67} & {}^y k_{68} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^y k_{75} & {}^y k_{76} & {}^y k_{77} & {}^y k_{78} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^y k_{85} & {}^y k_{86} & {}^y k_{87} & {}^y k_{88} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_y \\ w_1 \\ w_y \\ u_1 \\ u_y \\ v_1 \\ v_y \end{Bmatrix} \qquad [2.69]$$

Comme auparavant, nous disposons les amplitudes connues $\{S_1\}$ dans l'ordre suivant:

- les efforts connus: M_1, Q_1, T_1, P_1,

- les déformations connues: θ_1, w_1, u_1, v_1,

et les amplitudes inconnues $\{S_y\}$ dans l'ordre suivant:

- les efforts inconnus: M_y, Q_y, T_y, P_y,

- les déformations inconnues: θ_y, w_y, u_y, v_y.

Après l'arrangement de la relation [2.69] nous obtenons:

$$\begin{Bmatrix} S_y \\ S_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^y K_{11} & {}^y K_{12} \\ {}^y K_{21} & {}^y K_{22} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_y \end{Bmatrix} \qquad [2.70]$$

d'où nous exprimons la relation entre les efforts et les déplacements:

$$\begin{Bmatrix} M_y \\ Q_y \\ T_y \\ P_y \\ M_1 \\ Q_1 \\ T_1 \\ P_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^yk_{21} & {}^yk_{23} & 0 & 0 & {}^yk_{22} & {}^yk_{24} & 0 & 0 \\ {}^yk_{41} & {}^yk_{43} & 0 & 0 & {}^yk_{42} & {}^yk_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^yk_{65} & {}^yk_{67} & 0 & 0 & {}^yk_{66} & {}^yk_{68} \\ 0 & 0 & {}^yk_{85} & {}^yk_{87} & 0 & 0 & {}^yk_{86} & {}^yk_{88} \\ {}^yk_{11} & {}^yk_{13} & 0 & 0 & {}^yk_{12} & {}^yk_{14} & 0 & 0 \\ {}^yk_{31} & {}^yk_{33} & 0 & 0 & {}^yk_{32} & {}^yk_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^yk_{55} & {}^yk_{57} & 0 & 0 & {}^yk_{56} & {}^yk_{58} \\ 0 & 0 & {}^yk_{75} & {}^yk_{77} & 0 & 0 & {}^yk_{76} & {}^yk_{78} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ w_1 \\ u_1 \\ v_1 \\ \theta_y \\ w_y \\ u_y \\ v_y \end{Bmatrix} \qquad [2.71]$$

Les relations [2.70] et [2.71] peuvent écrites séparément:

$$\{S_y\} = \left[{}^yK_{11}\right] \times \{\delta_1\} + \left[{}^yK_{12}\right] \times \{\delta_y\} \qquad [2.72]$$

$$\{S_1\} = \left[{}^yK_{21}\right] \times \{\delta_1\} + \left[{}^yK_{22}\right] \times \{\delta_y\} \qquad [2.73]$$

d'où nous trouvons les valeurs des amplitudes des efforts et des déplacements au noeud intermédiaire Y:

$$\{\delta_y\} = \left[{}^yK_{22}\right]^{-1} \times \left(\{S_1\} - \left[{}^yK_{21}\right] \times \{\delta_1\}\right) \qquad [2.74]$$

$$\{S_y\} = \left[{}^yK_{11}\right] \times \{\delta_1\} + \left[{}^yK_{12}\right] \times \left[{}^yK_{22}\right]^{-1} \times \left(\{S_1\} - \left[{}^yK_{21}\right] \times \{\delta_1\}\right). \qquad [2.75]$$

2.2.5 Comparaison de la méthode des plaques plissées avec la méthode des éléments finis

Afin de mieux comprendre la méthode des plaques plissées et pouvoir comparer sa philosophie avec celle de la méthode des éléments finis, nous soulignons pour les deux méthodes d'analyse quelques uns de leur principes différents. Pour empêcher la répétition de noms des deux méthodes, nous introduisons l'abréviation MEF pour la méthode des éléments finis et MPP pour la méthode des plaques plissées.

Étant donné que le fondement de la MEF est basé sur une approche numérique, elle est définie comme une méthode approximative. Vue que l'hypothèse de base de la MPP repose sur les principes de la théorie d'élasticité des contraintes planaires et des plaques fléchies, elle pourrait être traitée comme une méthode "exacte" lorsque des charges idéales sont appliquées car celles-ci sont exprimées par des séries harmoniques.

La matrice de rigidité dans la MEF est déduite par l'approche numérique à l'aide de l'intégration du polynôme d'interpolation tandis que celle de la MPP est déduite par l'approche analytique provenant de la résolution mathématique des équations différentielles des plaques et des membranes. En plus, la matrice de rigidité dans la MEF est évaluée à l'aide de la méthode variationelle définie par le biais d'intégrales telle que l'énergie potentielle tandis que celle de la MPP est déterminée par la méthode directe où

les efforts requis afin d'obtenir les déplacements unitaires aux bords d'élément sont recherchés.

Les éléments de voile mince dans la MEF sont en général des éléments non-conformes. Comme la membrane possède un polynôme d'interpolation du deuxième degré et que pour la plaque on utilise un polynôme du troisième degré, les éléments deviennent incompatibles lorsque deux éléments se trouvent dans deux plans différents. Les éléments dans la MPP sont typiquement compatibles car ils sont entre eux-mêmes assemblés par les articulations parfaites.

Le nombre d'inconnus est plus élevé dans la MEF car un noeud de l'élément possède six degrés de liberté, dont trois déplacements et trois rotations. Par exemple, un élément à quatre noeuds, ce qui représente le nombre de noeuds minimum, aura vingt-quatre degrés de liberté. Un bord de l'élément-prisme dans la MPP en a seulement quatre, dont trois déplacements et une rotation, alors qu'un prisme ayant ses bords libres n'en aura que huit. Ainsi, les éléments dans la MPP ont, longitudinalement, des lignes nodales plutôt que des points nodaux.

La charge dans la MEF est représentée par un polynôme d'interpolation tandis que dans la MPP elle est, comme les déplacements, exprimée par des séries de Fourier. Chaque série est solutionnée séparément et la somme de toutes les séries représente le résultat.

La discrétisation de la structure influence directement la précision des résultats obtenus par la MEF. La précision des résultats de la MPP est dépendante uniquement du nombre de séries de Fourier. Le maillage raffiné de la structure ou le nombre des éléments du modèle n'ont aucun importance sur la précision des résultats.

Cependant, la polyvalence de la MEF est énorme et elle peut être appliquée pour tous les types de tabliers des ponts. Quant à la MPP, il faut respecter les limites de son utilisation (voir section 2.2.1), ce qui la rend beaucoup moins souple.

2.2.6 Logiciel GARUDA

Le logiciel GARUDA, pour lequel le manuel en français est disponible dans le rapport Rybarova et Massicotte (1996), permet de bien maîtriser le comportement des ponts à poutres-caissons. Il traite de presque tous les problèmes associés au phénomène de torsion et distorsion. Bien qu'il soit assez facile à utiliser, une attention particulière doit être portée aux connaissances de la méthode des plaques plissées afin d'interpréter les résultats correctement. Ainsi, l'utilisation du logiciel exige une certaine expérience et pour ce faire, l'auteur du logiciel suggère à l'utilisateur de suivre la convergence de calcul d'une valeur demandée sur l'écran. Évidement, la convergence est différente pour chaque valeur. Quelques conseils à propos de l'utilisation adéquate du logiciel sont fournis dans le manuel d'utilisation.

2.2.7 Vérification du logiciel GARUDA avec le logiciel SAP90

Un pont ayant une seule cellule a été analysé par le logiciel SAP90 et le logiciel GARUDA afin de vérifier la précision des résultats obtenus. La portée simple *(L)* du pont à section mixte était de 50 m alors que la dalle avait une épaisseur de 225 mm et une largeur totale de 5600 mm. Pour ce qui est la partie en acier, la semelle inférieure était de 2800 x 50 mm alors que les âmes avaient des dimensions de 2000 x 12 mm. Les semelles supérieures n'ont pas été modélisées. Les modules d'élasticité du béton et de l'acier *(E)* étaient de 25000 et 200000 MPa, respectivement. Les conditions aux extrémités du pont correspondaient aux appuis simples et les sections étaient assurées par des diaphragmes rigides. Les figures 2.15 et 2.16 montrent les différents modèles du pont utilisés dans les deux analyses. Un couple torsionnel uniforme de 100 kNm/m a été appliqué au pont par le biais de charges verticales agissant dans des directions opposées et appliquées aux jonctions du hourdis supérieur et les âmes.

2.2.7.1 Comparaison des contraintes longitudinales de gauchissement

Les contraintes longitudinales de gauchissement ont été comparées à deux endroits de la section. La figure 2.17 présente les résultats pour les contraintes longitudinales de gauchissement de la dalle sur une ligne à la jonction de la dalle et de l'âme. Les résultats sont présentés en fonction de la position le long de la portée du pont.

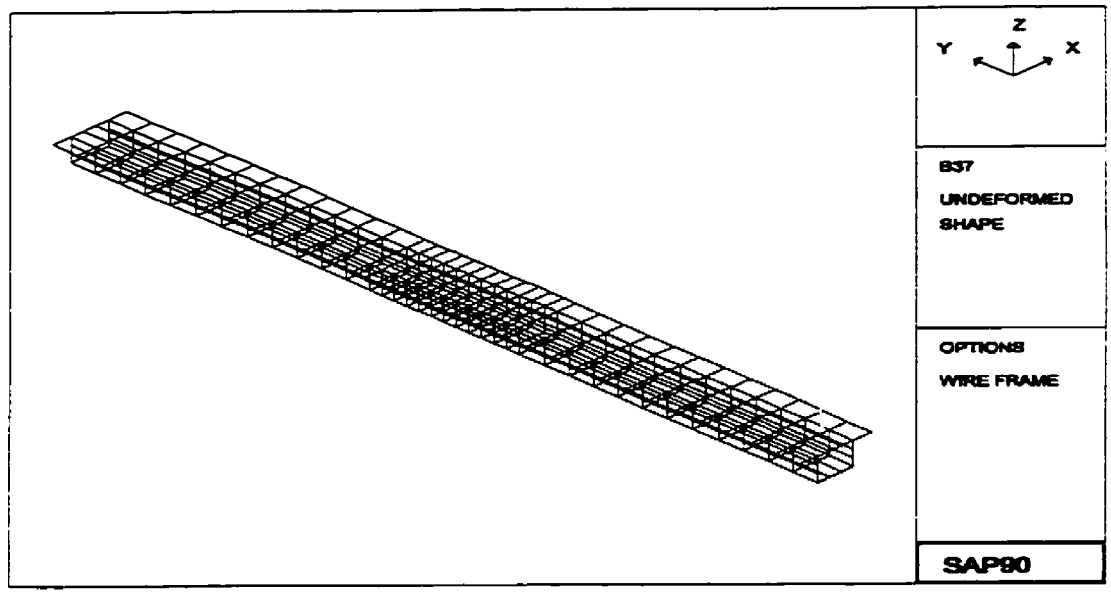


Figure 2.15: Modélisation du pont par le logiciel SAP90

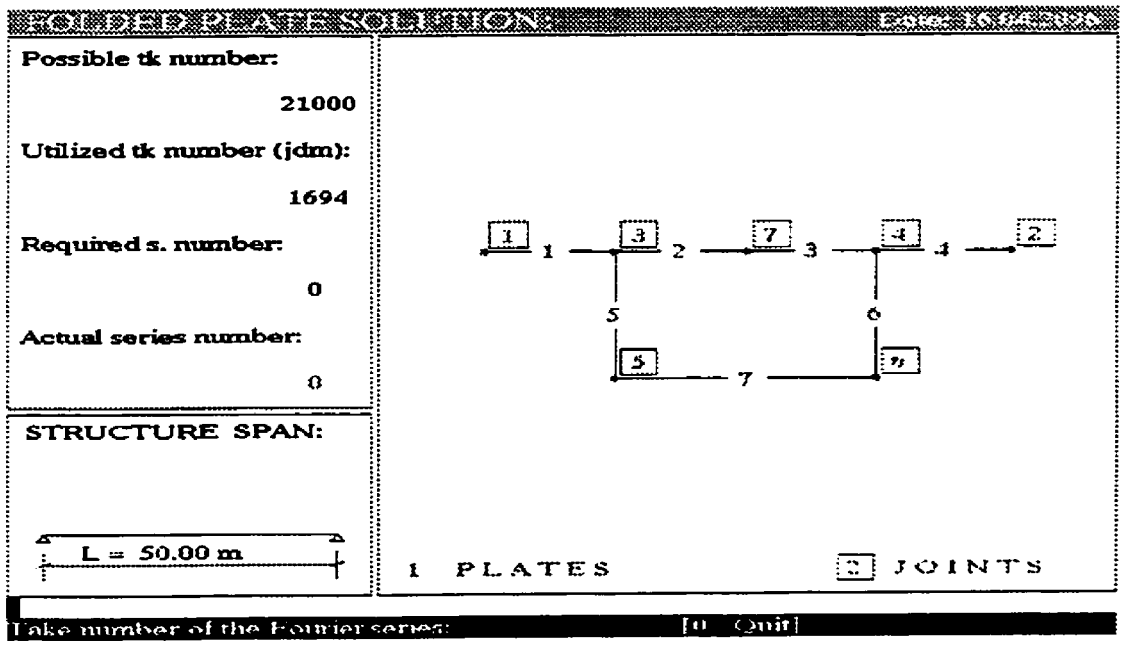


Figure 2.16: Modélisation du pont par le logiciel GARUDA

La figure 2.18 montre les résultats pour la contrainte longitudinale de gauchissement dans la semelle inférieure obtenue à la jonction avec l'âme. Étant donné que le tablier analysé n'est muni de diaphragmes intérieurs qu'à ses extrémités, les contraintes longitudinales obtenues de deux logiciels correspondent aux contraintes longitudinales de gauchissement provenant de la torsion et de la distorsion car seulement la charge torsionnelle a été appliquée. Comme le chargement normal et flexionnel n'ont pas été appliqués, ces contraintes représentent la somme des contraintes longitudinales de gauchissement dues à la torsion et des contraintes normales provenant de la flexion transversale associée à la distorsion.

Dans les deux cas, les résultats obtenus des deux logiciels se comparent très bien. Les contraintes obtenues par le logiciel GARUDA sont supérieures à celles obtenues par le logiciel SAP90. Comme l'écart maximum entre les résultats est seulement de 3 %, on peut conclure que la corrélation entre les résultats est satisfaisante.

2.2.7.2 Comparaison des moments de flexion transversale de l'âme

Étant donné que le caisson analysé ne contenait aucun diaphragme entre les appuis, la section fermée était sujette à la distorsion. Ce phénomène est accompagné par la flexion transversale induite dans les parois de la section qui causent des contraintes normales additionnelles dans la direction transversale.

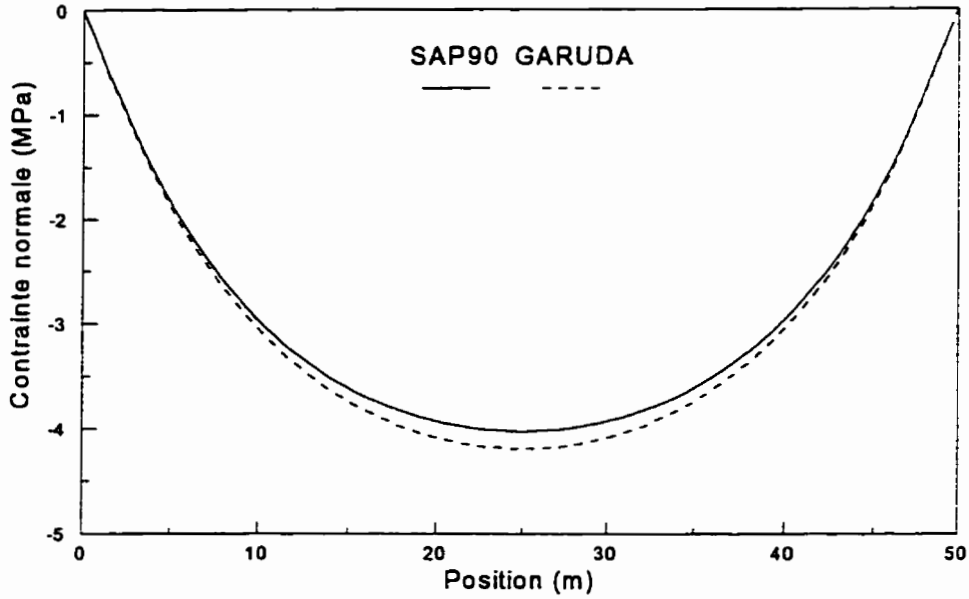


Figure 2.17: Comparaison des contraintes de gauchissement de la dalle

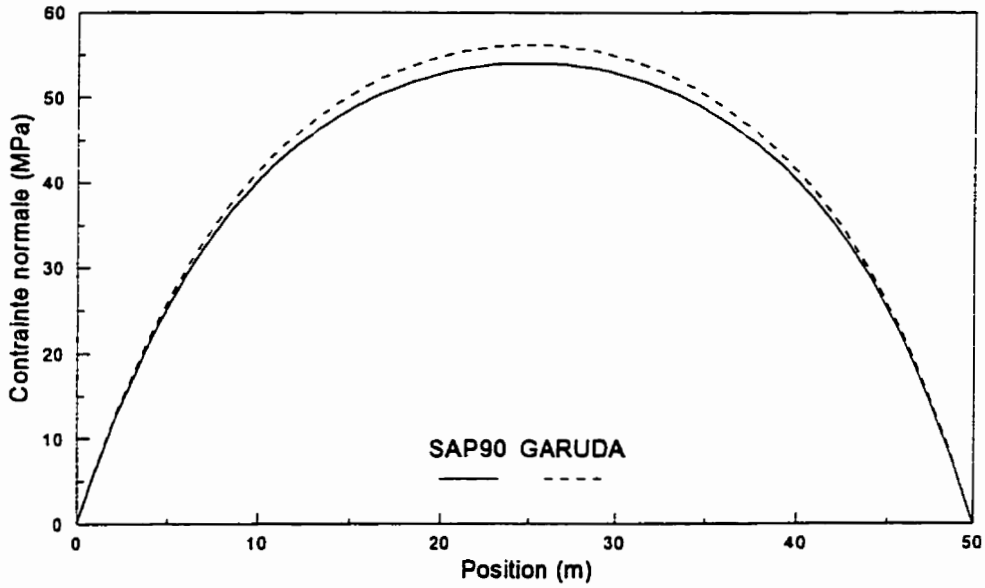


Figure 2.18: Comparaison des contraintes de gauchissement de la semelle inférieure

Les figures 2.19 et 2.20 montrent les moments de flexion transversale en haut et en bas de l'âme. Contrairement à la comparaison des contraintes longitudinales, les résultats obtenus par GARUDA sont inférieurs aux ceux obtenus par SAP90 et l'écart entre les moments varie de 0 à 3 %. Toutefois, la corrélation entre les résultats est acceptable et la précision de calcul du logiciel GARUDA est satisfaisante.

2.2.7.4 Comparaison du gauchissement de la dalle

Les déplacements ont été étudiés afin d'évaluer la précision de calcul du logiciel GARUDA. Les figures 2.21 et 2.22 comparent le gauchissement observé dans le caisson à partir du déplacement longitudinal de la dalle et de la semelle inférieure à leur extrémité. La corrélation entre les résultats est excellente et l'écart de seulement 0,5 % observé aux extrémités du pont est négligeable autant pour aux résultats pour la dalle que pour la semelle inférieure.

2.2.7.5 Comparaison des déplacements verticaux

Comme dans le cas du gauchissement, le déplacement vertical de l'âme (Fig. 2.23) et de la semelle inférieure (Fig. 2.24) obtenus par les deux méthodes d'analyse démontrent une bonne corrélation. L'écart entre les résultats est peut important car sa valeur maximale est de seulement 0,6 %.

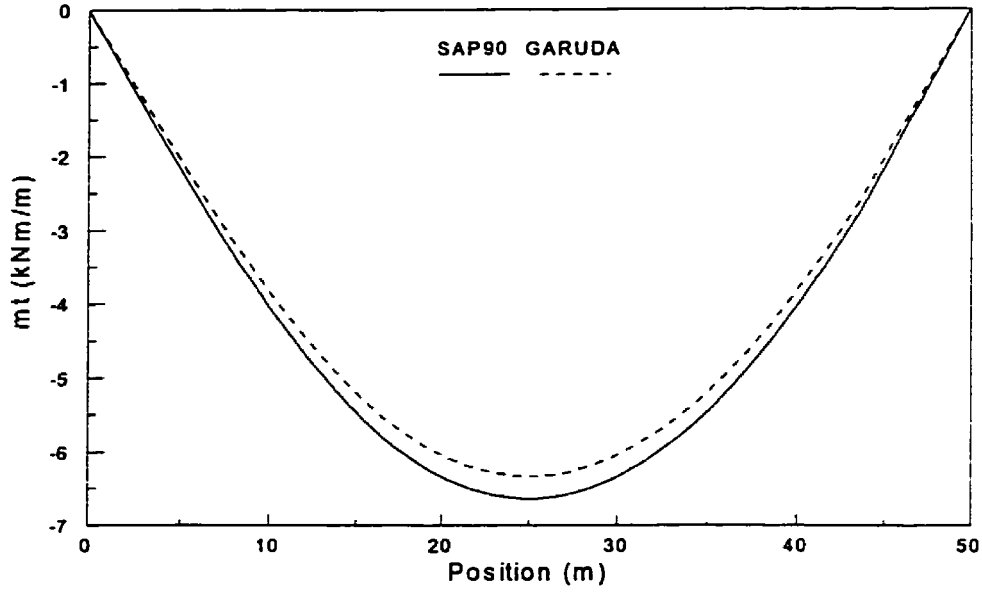


Figure 2.19: Comparaison des moments de flexion transversale en bas de l'âme

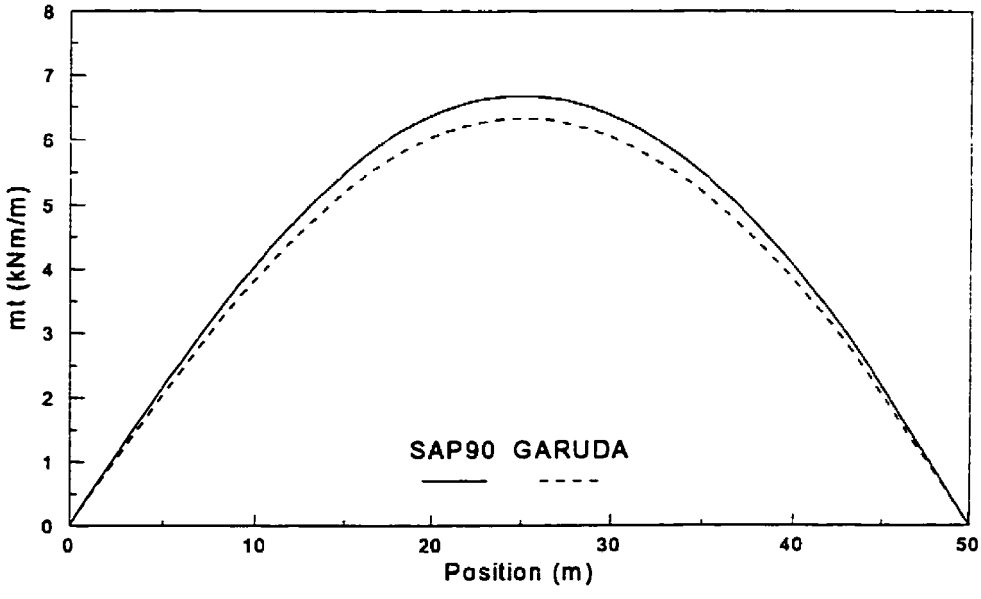


Figure 2.20: Comparaison des moments de flexion transversale en haut de l'âme

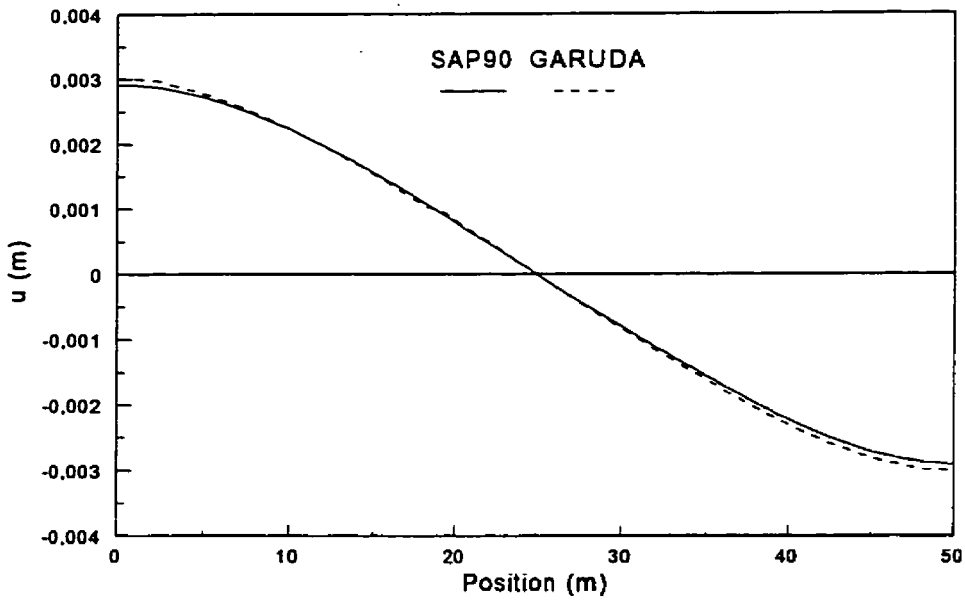


Figure 2.21: Comparaison du gauchissement de la dalle

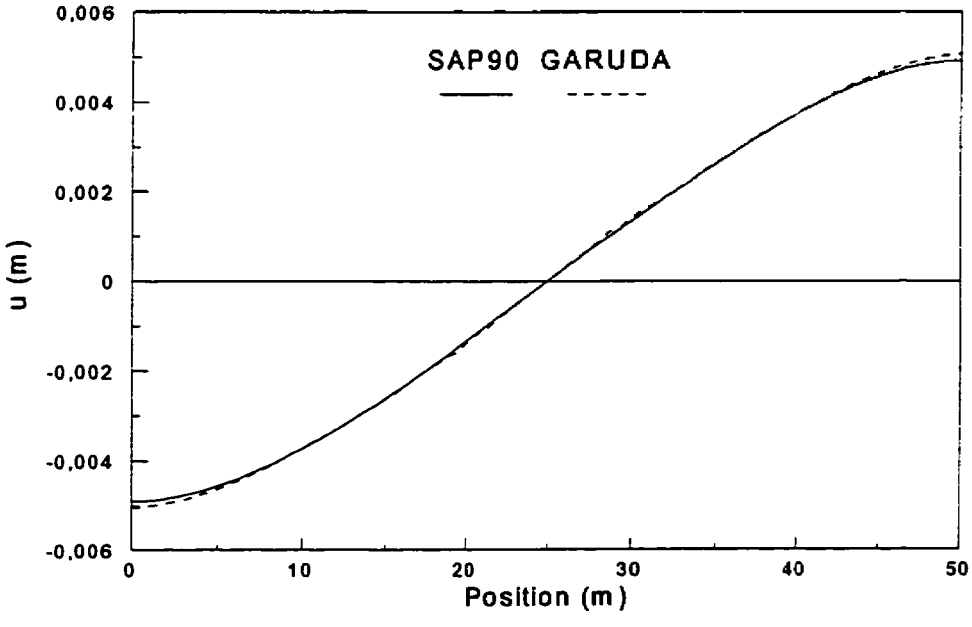


Figure 2.22: Comparaison du gauchissement de la semelle inférieure

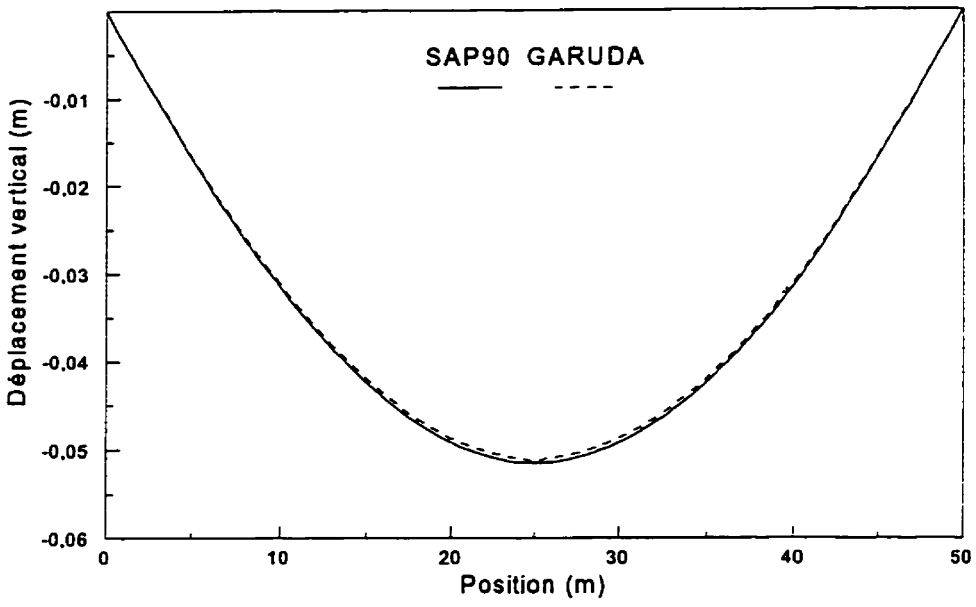


Figure 2.23: Comparaison des déplacements verticaux de l'âme

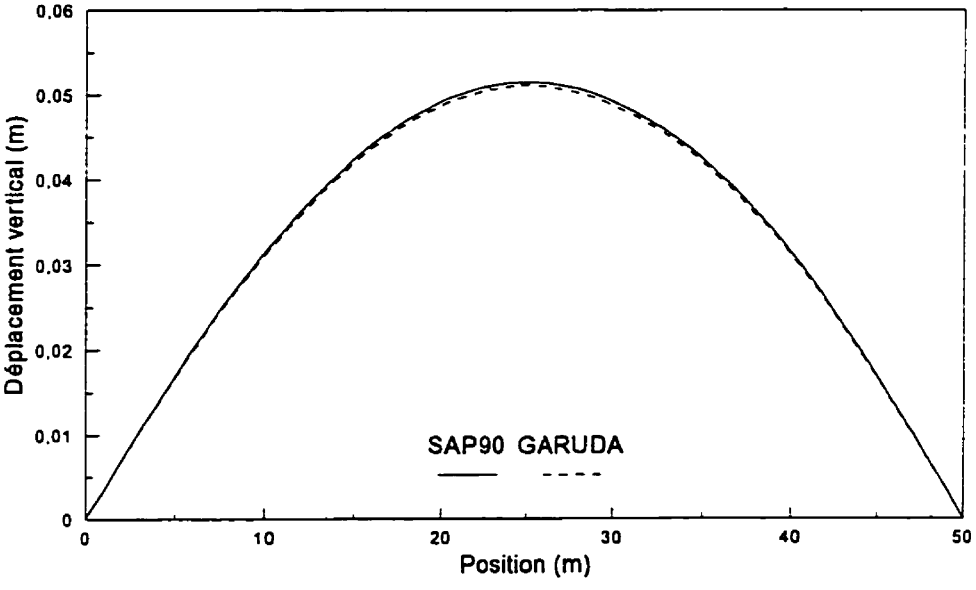


Figure 2.24: Comparaison des déplacements verticaux de la semelle inférieure

2.2.8 Discussion

Les analyses effectuées par le logiciel GARUDA et les comparaisons des résultats avec ceux obtenus par SAP90 ont démontré que la corrélation entre ces logiciels est plus satisfaisante pour les déplacements que pour les efforts et les contraintes. Cette observation découle du fait que dans la méthode des plaques plissées le calcul des déplacements converge plus rapidement vers une valeur stable que pour le calcul des contraintes. Étant donné que les contraintes sont les dérivés des déplacements et que le nombre de séries de Fourier égal à trente a été constant lors du calcul des efforts et déplacements, les valeurs des déplacements sont plus précises que celles des contraintes. Si nous avions doublé, pour le calcul des contraintes, le nombre de séries de Fourier, les valeurs des contraintes auraient différé seulement de 1,8 % en les comparant avec celles obtenues par SAP90.

Les analyses et les comparaisons effectuées ont permis de vérifier l'exactitude du logiciel GARUDA dont le principe repose sur la méthode des plaques plissées. Cette méthode fonctionne parfaitement pour les tabliers possédant des diaphragmes ayant une rigidité réaliste aux efforts. Lorsque les diaphragmes présentent une rigidité trop élevée, le phénomène des effets locaux affecte la distribution réelle des contraintes sur la section transversale. Cette lacune ne découle pas du logiciel mais provient de la méthode elle-même (Belica, 1992).

Bien que ce logiciel soit abondamment utilisé dans le milieu de recherche, son application dans la pratique est plutôt rare. En effet, il sert à résoudre des problèmes particuliers surtout pour les ponts en acier et en béton où l'effet de l'utilisation de diaphragmes à l'intérieur du caisson requiert une attention particulière.

2.3 Analyses structurales des ponts à caissons-multiples

Dans cette section, nous présentons les résultats des analyses d'un pont à deux cellules réalisées avec différentes méthodes. Cette étude a pour objectif de comparer les méthodes analytiques entre elles ainsi que de déterminer celle qui, pour ce type de tablier, représente le mieux le comportement structural de l'ouvrage. Trois méthodes d'analyse ont été choisies: la méthode des plaques plissées, la méthode du grillage et la méthode des éléments finis.

Chaque analyse a été effectuée pour le pont à section composite à deux cellules. Trois portée ont été considérées: 18, 36 et 72 mètres. Chaque pont a été dimensionné selon la norme canadienne CSA-S6 (1988) et les dimensions sont présentées au tableau 2.1.

Les tabliers qui ont été analysés par la méthode des éléments finis et des plaques plissées ont été munis de diaphragmes intérieurs à chaque tiers de la portée pour les ponts à 18 et 36 mètres et à chaque cinquième de la portée pour celui de 72 mètres.

Tableau 2.1: Description des ponts analysés[2]

Portée (m)	Espacement[1] des caissons	Semelles inférieures	Semelles supérieures	Âmes	$h/w_{\hat{a}}$
18	5500	2750x16	300x18	800x8	100<200
36	5500	2750x22	400x25	1500x10	150<200
72	5600	2800x30	500x38	3000x20	150<200

1: centre à centre
2: dimensions en millimètres

Les caissons ont été retenus aux extrémités de la portée de façon à ce que la section transversale ne se déforme pas dans son plan. Étant donné que la discrétisation d'une structure par la méthode du grillage repose sur un assemblage d'éléments unidimensionnels définis par leur propriétés, les diaphragmes intérieurs n'ont pas été modélisés. En effet, les efforts obtenus de l'analyse du grillage ne sont valables que pour les tabliers ayant une flexibilité en distorsion négligeable car la rigidité des poutres-caissons modélisées par cette méthode est basée sur la théorie de St-Venant seulement.

En ce qui concerne la charge appliquée, une ligne de roues de camion standard CS-600 a été utilisée dans toutes les analyses. Elle a été déplacée transversalement dans la mesure où notre modèle permettait. Les efforts maximum pour un caisson complet ont été exprimés pour chaque position transversale.

2.3.1 Analyse structurale par la méthode des plaques plissées

Puisque la méthode des plaques plissées exige que le maillage des structures se fasse uniquement pour la section transversale, les modèles des ponts analysés ont été identiques pour les trois ponts. Seules les coordonnées des noeuds, les épaisseurs des éléments et la portée ont varié. Ceci signifie que le nombre d'éléments et de noeuds a été le même pour chaque pont. La figure 2.25 présente une discrétisation typique du tablier. On notera que les éléments de la dalle se trouvent au centre de la hauteur de la dalle réelle. Les âmes sont alors plus profondes dû au positionnement des noeuds au centre des parois.

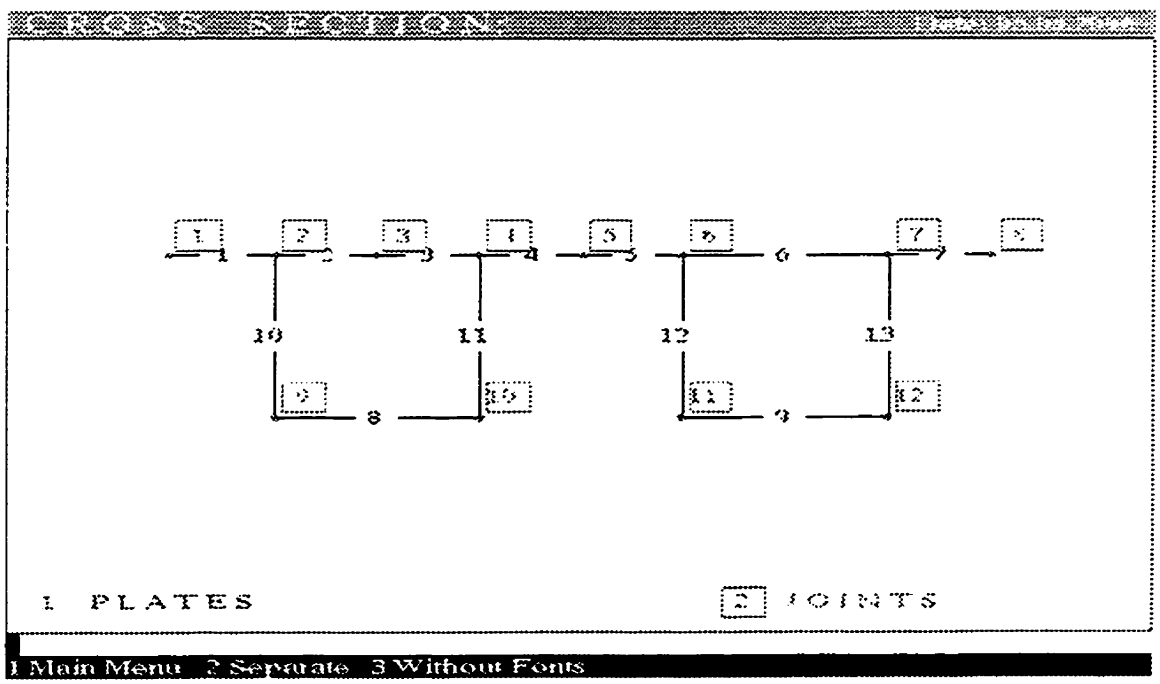


Figure 2.25: Discrétisation de la structure par la méthode des plaques plissées

Afin d'atteindre la convergence satisfaisante des valeurs lors du calcul, environ cinquante termes de séries de Fourier ont été utilisés. Les valeurs maximums des moments de flexion et des efforts tranchants ont été obtenus à partir de l'intégration des contraintes normales et de cisaillement respectivement. L'intégration des contraintes a été réalisée à l'aide du logiciel Lotus. Les analyses ont été effectuées par le logiciel GARUDA (Belica, 1992).

2.3.2 Analyse structurale par la méthode du grillage

L'analyse du grillage basée sur la méthode des éléments finis a été réalisée à l'aide du logiciel SAP90 (Wilson et Habibullah, 1992).

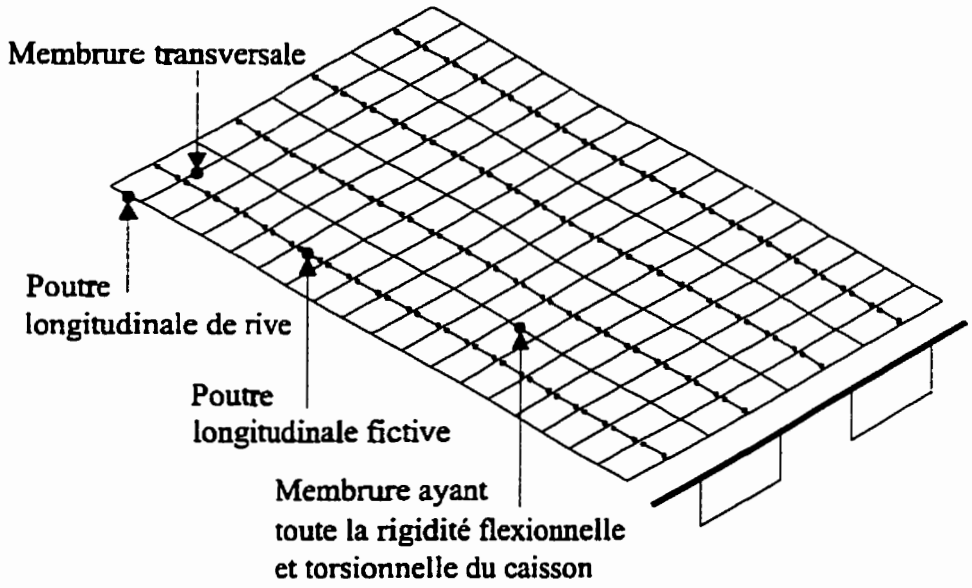


Figure 2.26: Discrétisation de la structure par la méthode du grillage

Le tablier a été discrétisé en membrures longitudinales (poutres-caissons et la dalle) et en membrures transversales (dalle). Afin de pouvoir positionner la ligne de roues à la jonction du hourdis supérieur et de l'âme, des poutres fictives longitudinales ayant les rotules à leurs extrémités ont été insérées parmi les membrures transversales. Une des modélisation par cette méthode est présentées à la figure 2.26.

2.3.3 Analyse structurale par la méthode des éléments finis

Le dernier concept structural a été analysé par la méthode des éléments finis et le logiciel SAP90 (Wilson et Habibullah, 1992). La procédure de modélisation du pont a été accomplie de façon à ce qu'un minimum de deux éléments de voile mince soient utilisés sur la hauteur des âmes, la largeur des semelles inférieures et la largeur de la dalle entre les âmes. Les semelles supérieures ont été modélisées avec des éléments de poutre. Des extensions rigides ont été utilisées pour faire la connexion entre le centre de la dalle et les semelles supérieures pour représenter adéquatement l'inertie des poutres-caissons. Les diaphragmes ont également été modélisés avec des éléments de poutres. La tâche de la récupération des efforts et des contraintes a été simplifiée par l'utilisation d'un logiciel de post-traitement, SAPOSTE (Normandin, 1993) fait sur mesure pour le logiciel SAP90 et pour notre application. En effet, nous avons récupéré les moments de flexion longitudinale par intégration des contraintes normales et l'effort tranchant dans les âmes provenant de l'intégration des contraintes de cisaillement.

2.3.4 Lignes d'influence pour les efforts

Les figures 2.27 et 2.28 présentent les lignes d'influence du moment longitudinal (à 18,5 m) dans le pont de 36 mètres de portée. Chaque figure contient trois lignes d'influence correspondant à chacune des analyses. On remarque que les méthodes des éléments finis et des plaques plissées donnent des résultats très semblables alors que les résultats obtenus par la méthode du grillage sont quelque peu différents. L'analyse par la méthode du grillage a été effectuée pour la flexibilité transversale réelle de la dalle (Fig.2.27) ainsi que pour la flexibilité équivalente de la dalle (Fig.2.28). Le raisonnement de cette procédure de la modélisation est expliqué dans la section 4.3.3.

L'excellente corrélation obtenue entre la méthode des éléments finis et celle des plaques plissées peut être expliquée par le fait que les deux méthodes sont basées sur le même principe de la théorie d'élasticité des contraintes planaires et des plaques fléchies. Le grillage donne des résultats plus satisfaisants lorsque la rigidité flexionnelle transversale de la dalle est remplacée par la rigidité équivalente. Toutefois, le grillage possédant la rigidité flexionnelle réelle de la dalle fournit des résultats acceptables. Quant à la comparaison des lignes d'influence de l'effort tranchant, les résultats sont présentés aux figures 2.29 et 2.30. Étant donné que la modification de la rigidité flexionnelle de la dalle (voir section 4.3.3) n'affecte pas significativement la valeur de l'effort tranchant, seulement les résultats du grillage ayant les rigidités réelles sont présentés.

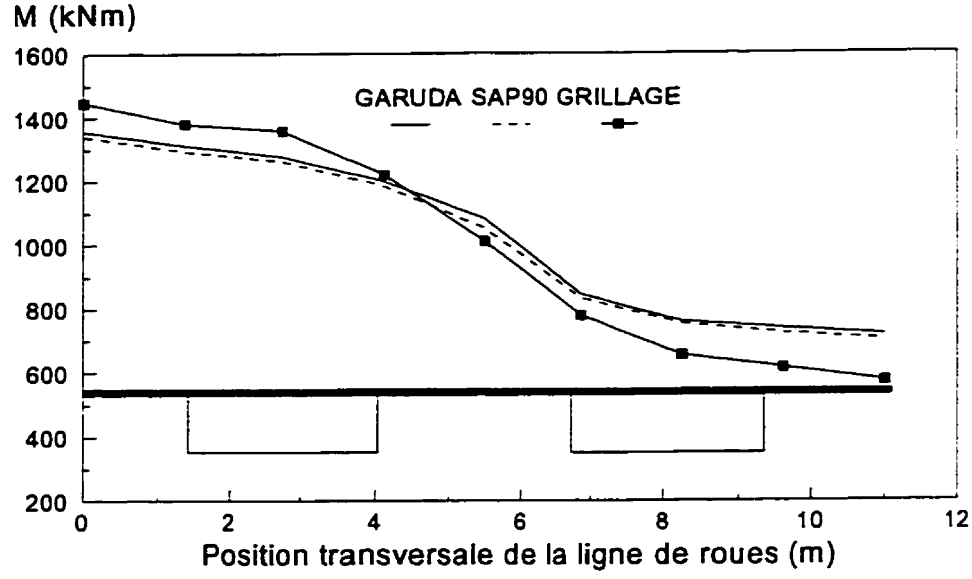


Figure 2.27: Lignes d'influence du moment longitudinal dans la poutre gauche (dalle réelle)

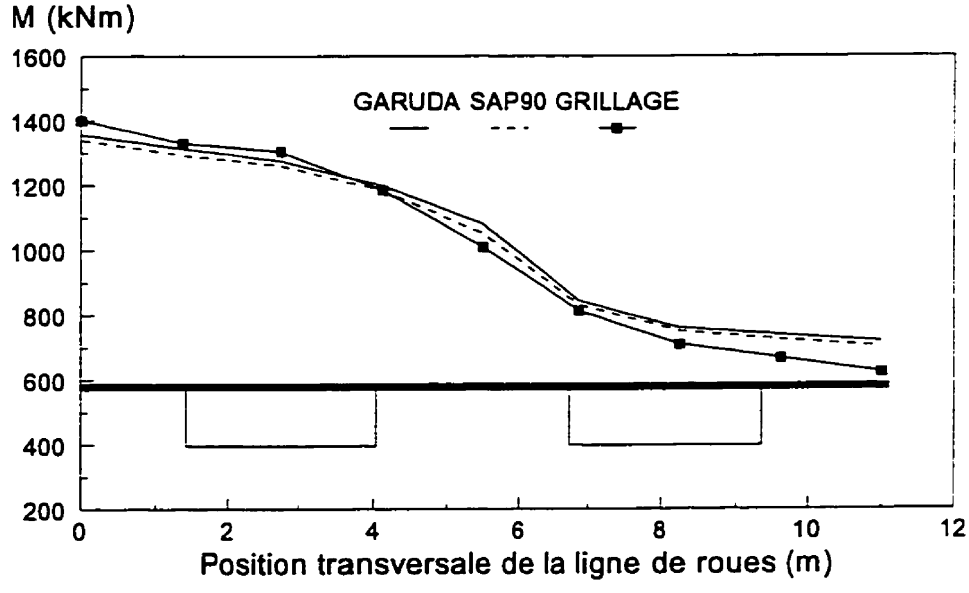


Figure 2.28: Lignes d'influence du moment longitudinal dans la poutre gauche (dalle équivalente)

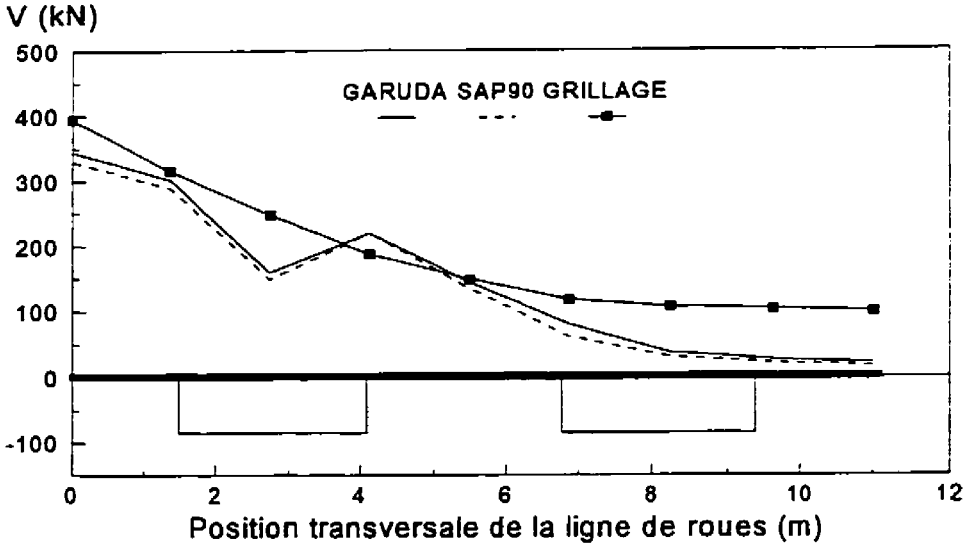


Figure 2.29: Lignes d'influence pour l'effort tranchant dans la poutre gauche (SAP90-verticalement retenu)

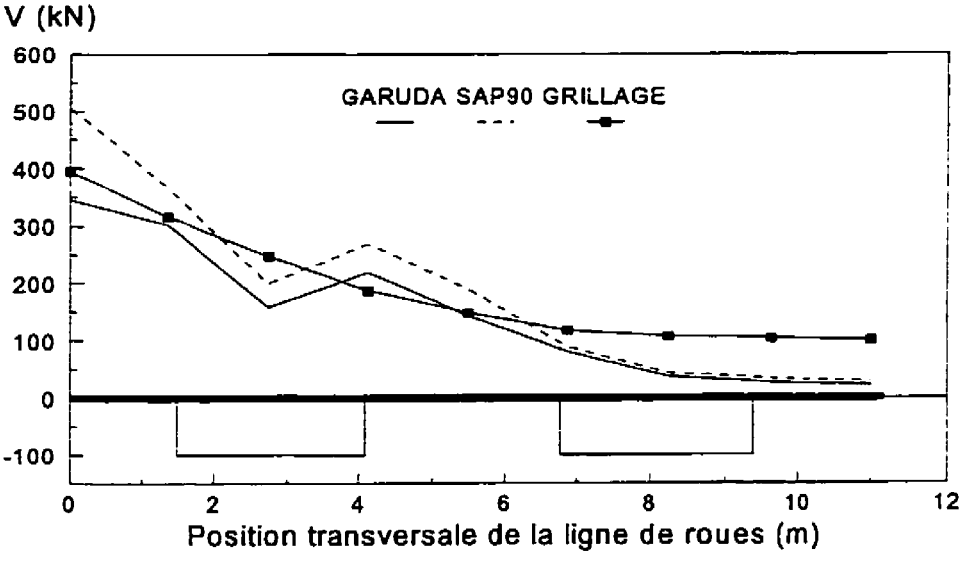


Figure 2.30: Lignes d'influence pour l'effort tranchant dans la poutre gauche (SAP90-verticalement libre)

Les résultats obtenus des analyses par la méthode des éléments finis (SAP90) diffèrent lorsque les conditions aux frontières changent aux extrémités du pont. D'abord, les noeuds à la jonction de la dalle et de l'âme dans les sections aux extrémités du pont sont retenus verticalement et transversalement alors que les noeuds modélisant les porte-à-faux de la dalle ont été retenus verticalement seulement (Fig.2.31). Les mêmes noeuds sont libres longitudinalement.

Figure 2.31: Conditions aux frontières (SAP90-verticalement retenu)

Les résultats pour les conditions aux frontières définies à la figure 2.31 sont présentés à la figure 2.29. Les conditions d'appui définies plus haut correspondent à une section raidie par des diaphragmes rigides dans leur plan mais flexibles hors de leur plan, ce qui fait que les déplacements verticaux sont nuls. Ces conditions d'appui sont identiques dans la méthode des plaques plissées pour laquelle les sections aux extrémités du pont sont toujours appuyées rigidement dans la direction verticale. En fait, la corrélation entre les résultats obtenus de SAP90 et GARUDA est très satisfaisante pour toutes les positions transversales.

Les résultats obtenus des analyses par la méthode des éléments finis et présentés à la figure 2.30 correspondent aux conditions frontières montrées à la figure 2.32. Dans ce cas, les noeuds à la jonction de la dalle et de l'âme dans les section aux extrémités du pont sont libres verticalement et longitudinalement alors qu'ils sont retenus transversalement.

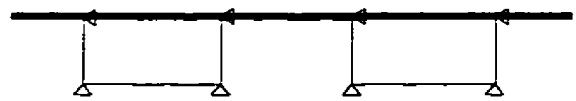


Figure 2.32: Conditions aux frontières (SAP90-verticalement libre)

Cette définition des conditions aux frontières explique le fait que les efforts obtenus par SAP90 sont supérieurs en comparaison avec ceux obtenus par GARUDA.

La ligne d'influence pour l'effort tranchant obtenue de la méthode du grillage diffère significativement des deux autres analyses. Dans les deux cas, une attention particulière doit être apportée à la troisième position transversale où l'effort tranchant est beaucoup plus élevé par rapport à celui provenant de deux autres analyses. En effet, dans les analyses par les éléments finis ou par la méthode des plaques plissées, les efforts de cisaillement sont transférés d'abord par la dalle vers les âmes. Le grillage, quand à lui, représente un assemblage d'éléments unidimensionnels et ne possède aucun élément entre les âmes du caisson qui pourrait leur transférer le cisaillement adéquatement. Toutefois,

les valeurs de l'effort tranchant critiques pour une ligne de roue obtenues de chaque analyse se trouvent dans l'âme extérieure du caisson, ce qui correspond à la deuxième position transversale.

La différence entre la ligne d'influence de grillage et celles des éléments finis est remarquable aux positions transversales de 6 à 11 m, où le grillage donne les efforts tranchants plus grands que SAP90 et GARUDA. Rappelons que dans le grillage, la charge modélisée est une charge mobile pour laquelle la position longitudinale critique ne correspond pas à celle à l'appui. Cette constatation peut être avantageusement expliquée par le principe de Müller-Breslau qui s'applique aisément pour les lignes d'influence pour les grillages.

Ce principe veut que la valeur de la ligne d'influence, pour tout effet donné dans une structure, soit égale à celle de la déformée (flèche) de cette structure obtenue, avec la retenue correspondant à cet effet relâché, lorsque cette structure est soumise à un déplacement unitaire associé à la retenue relâché. Ce principe a été appliqué à notre grillage dans lequel nous avons relâché l'appui vertical de la poutre de gauche et pour ensuite appliquer au même endroit, une force unitaire. Ceci nous a permis d'obtenir la déformée du grillage qui représente la ligne d'influence de l'effort tranchant (Fig. 2.33). Selon la figure 2.33 nous pouvons constater que lorsque le chargement mobile est appliqué aux positions transversales à partir de 5,5 m, l'effort tranchant maximum se

produit à quelques mètres de l'appui, concrètement aux endroits où les déplacements verticaux sont maximum. Ceci fait qu'à partir de cette position transversale, les efforts tranchants de grillage sont plus grands que ceux obtenus des éléments finis ou des plaques plissées pour lesquels les charges étaient appliquées près des appuis..

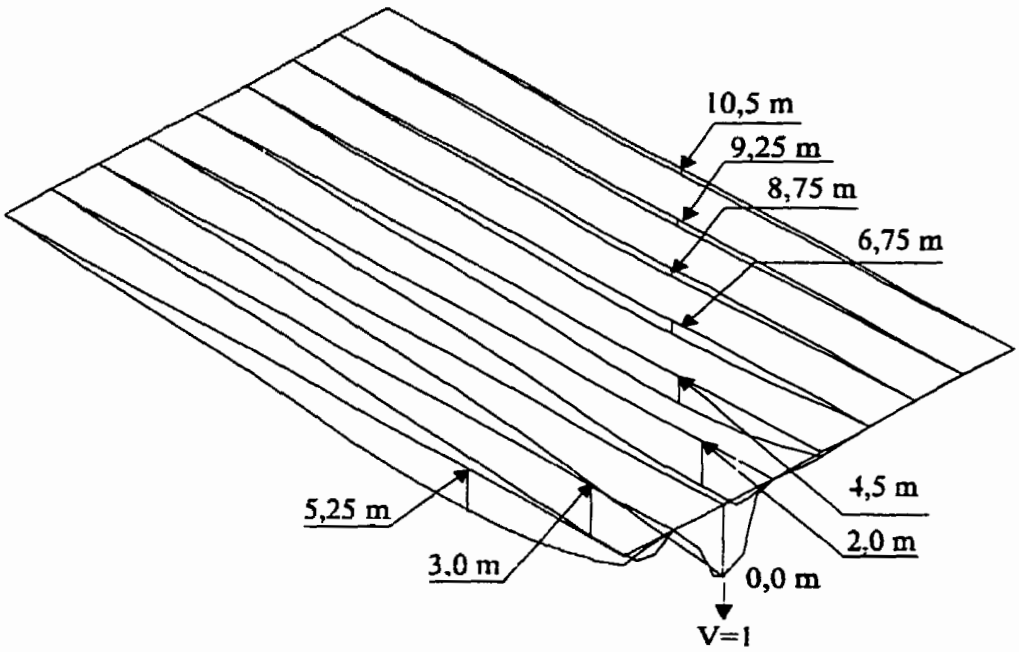


Figure 2.33: Ligne d'influence de l'effort tranchant avec les positions des maxima

Afin de pouvoir comparer les méthodes d'analyse à un niveau quantitatif, le tableau 2.2 présente les résultats numériques de tous les ponts analysés. Les résultats sont présentés pour les moments fléchissants et les efforts tranchants dus au chargement uniforme et pour le moment fléchissant et l'effort tranchant maximum.

Tableau 2.2: Résultats des analyses

Effort	Méthode d'analyse	L=18m	L=36m	L=72m
Moment fléchissant	EF	150	446	1018,8
maximal (kN-m)	PP	156	454	1019,8
(charge uniforme 12 kN/m)	GR	147	442	979,8
Moment fléchissant	EF	494	1340	2871
maximal (kN-m)	PP	516	1357	2909
(ligne de roues de CS-600)	GR	569	1400	2911
Effort tranchant	EF[1]	38,3	58,9	70,8
maximal (kN)	PP	40,6	63,1	78,6
(charge uniforme 12 kN/m)	GR	50,3	81,5	105,9
Effort tranchant	EF[1]	201	328	428,5
maximal (kN)	PP	215	344	435,6
(ligne de roues de CS-600)	GR	255	392	477,2

1: noeuds - verticalement retenus;
EF: éléments finis;
PP: plaques plissées;
GR: grillage.

L'examen de ces résultats indique que pour l'effort maximal sur le pont, alors que toutes les voies sont chargées, la méthode du grillage donne des résultats comparables tant pour le moment fléchissant où la variation n'excède pas 4 % que pour l'effort tranchant qui donne des valeurs plus réalistes car le positionnement des charges aux endroits critiques est pris en compte automatiquement avec l'utilisation des charges mobiles. L'écart plus grand avec la méthode du grillage pour les valeurs extrêmes indique que la méthode n'est

qu'une bonne approximation généralement sécuritaire, qui s'appliquera surtout sur la vérification de la résistance à la fatigue.

2.3.5 Conclusions

Les analyses effectuées par plusieurs logiciels ont démontré que le comportement flexionnel d'un pont-caisson peut être très bien reproduit par toutes les méthodes utilisées. En ce qui concerne la méthode du grillage, elle s'est avérée très convenable pour l'étude de la flexion et, vu sa simplicité au niveau de la modélisation, nous la suggérons comme méthode d'analyse simplifiée.

Dans le cas du cisaillement, l'analyse du grillage est une méthode fiable lorsqu'elle étudie les tabliers sans tenir compte de la distorsion. Elle ne considère en effet que les effets de la torsion de St-Venant, dû au calcul des propriétés structurales des poutres longitudinales. Cependant, pour les analyses portant particulièrement sur l'étude de la torsion et distorsion, elle doit être combinée avec la méthode des deux poutres sur fondation élastique (Normandin, 1994).

La méthode des éléments finis et celle des plaques plissées se sont avérées très fiables et elles peuvent être classées parmi celles qui sont les plus appropriées pour l'étude de la torsion et de la distorsion. Toutefois, parmi toutes les analyses utilisées, la méthode du

grillage s'avère, pour le calcul des efforts maximaux lorsque le pont est pleinement chargé, la méthode la plus pratique.

CHAPITRE III

ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DES PONTS UNICELLULAIRES

3.1 Objectifs et généralités

Ce chapitre présente les résultats d'une analyse paramétrique du comportement des ponts unicellulaires portant particulièrement sur l'effet de la diminution de la distorsion en fonction de l'agencements et la rigidité des diaphragmes. Les objectifs de cette étude sont de justifier l'utilisation des diaphragmes à l'intérieur des caissons tel que requis par les normes et de déterminer la rigidité requise pour les diaphragmes intérieurs afin de limiter les déformations de distorsion provenant des efforts de torsion.

3.2 Modélisation de la structure

L'étude a été réalisée par la méthode des plaques plissées au moyen du logiciel GARUDA (Belica, 1992). La structure a été modélisée par les éléments de voile mince et les diaphragmes intérieurs par les éléments de poutre. Un exemple de la discrétisation de pont par le logiciel GARUDA est présenté à l'Annexe I.

L'étude paramétrique a été effectuée pour deux types des ponts unicellulaires, soient les ponts à section composite et les ponts en béton. L'effet de différents paramètres a été obtenu pour chacun des types de pont.

3.3 Étude paramétrique des ponts unicellulaires à section composite

Les ponts-caissons mixtes sont constitués d'une dalle en béton, aussi appelée hourdis supérieur alors que les âmes, la semelle inférieure et les deux semelles supérieures sont faites de plaques d'acier dont l'épaisseur est très mince comparativement à l'épaisseur de la dalle en béton. Il est alors évident que ce type de caisson, lorsque soumis à un chargement torsionnel, est beaucoup plus sujet aux déformations dans son plan (le gauchissement) ainsi que hors de son plan (la flexion transversale des parois) qu'une poutre-caisson entièrement composée de parois en béton. Pour empêcher la déformation de la section composite, connue sous le nom de distorsion, il peut être nécessaire de renforcer le caisson par des diaphragmes situés à l'intérieur de la section.

La norme canadienne (CSA, 1988) ne prescrit aucun critère pour la conception des diaphragmes. La norme de l'Ontario (MTO, 1991) requiert l'utilisation de diaphragmes à l'intérieur du caisson espacés au maximum de 12 mètres dans le cas d'une section composite et de 18 mètres pour une section en béton (Commentaire de OHBDC, 1991,

chap.3, Tableau C3-9). Toutefois, la norme de l'Ontario ne donne pas d'indications sur la rigidité minimale de ces éléments structuraux ni d'indices sur leur configuration.

3.3.1 Paramètres de l'étude

Plusieurs paramètres ont été étudiés afin de déterminer leur influence: la portée, la largeur et la profondeur du caisson, l'épaisseur de l'âme et de la semelle inférieure, la variation de la rigidité axiale des éléments transversaux (diaphragmes) ainsi que l'agencement des diaphragmes le long de la poutre. De plus, la rigidité flexionnelle, la rigidité torsionnelle et la rigidité transversale du caisson par unité de largeur ont été étudiées en fonction de certains paramètres géométriques. Le calcul de la rigidité transversale des diaphragmes intérieurs pour deux types de configuration (en X et en K) nous a également permis de comparer leur efficacité en fonction de la profondeur du caisson.

Une série de poutres-caissons simplement appuyées a été analysée. Les proportions géométriques de la section transversale ont été déterminées à l'aide des formules empiriques montrées à la figure 3.1. Ces formules procurent des dimensions d'éléments couramment rencontrées pour les ponts réels.

Le tableau 3.1 présente tous les cas de portée de tablier *(L)* et tous les cas de la largeur du caisson *(b)* qui ont été étudiés pour le calcul des rigidités. Les valeurs ombragées ont

également été utilisées pour l'étude sur la diminution de la distorsion en fonction de la rigidité des diaphragmes. Finalement, l'épaisseur de la dalle *(d)* a été fixée à 200 mm alors que l'épaisseur de la semelle inférieure *(t_s)* a été conservée constante à 25 mm pour toutes les combinaisons, deux valeurs courantes pour ce type de structures.

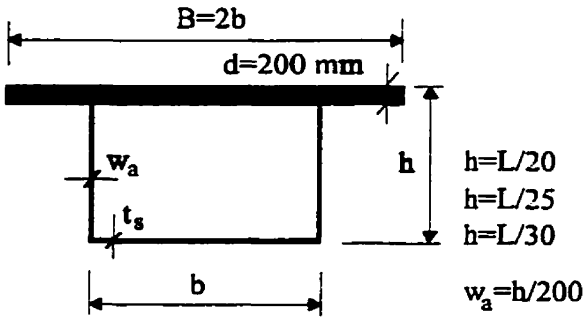


Figure 3.1: Géométrie de la section transversale

Tableau 3.1: Paramètres géométriques de l'étude

PORTÉE L (m)	20	30	40	50	60	70	80	100
LARGEUR b (m)	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	5

Quoique toute charge unitaire aurait pu être utilisée, il est apparu plus logique d'appliquer un chargement correspondant à la charge uniformément répartie maximale que peut supporter la section. Celle-ci est exprimée par les relations [3.1] et [3.2]. Pour

les analyses, la charge totale par unité de longueur, *(q)*, a été appliquée à la jonction de l'âme et du hourdis supérieur de façon à induire un effort de torsion.

$$M_y = \frac{1}{8} qL^2 = S \times F_y \qquad [3.1]$$

$$q = 8 \times \frac{S \times F_y}{L^2} \qquad [3.2]$$

où: S est le module de la section transversale (m^3);

F_y est la limite élastique d'acier = 350MPa;

M_y est le moment de flexion maximal élastique (kN-m);

q est la charge élastique maximale (kN/m).

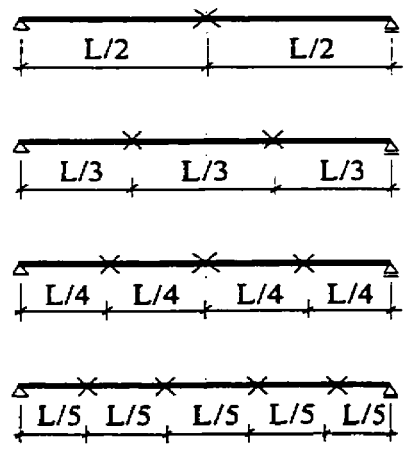


Figure 3.2: Types d'agencements des diaphragmes

Pour le positionnement des diaphragmes intérieurs, nous avons utilisé quatre agencements différents qui sont présentés à la figure 3.2. Une configuration des diaphragmes en X a été retenue. Cette configuration est la plus utilisée dans les structures de ponts. La rigidité axiale *(EA)* a été variée de 200 à 100×10^6 *(N)*, où E est le module d'élasticité *(MPa)* et A est l'aire des diagonales des diaphragmes *(mm^2)*.

3.3.2 Calcul des rotations dues au chargement de torsion

Un chargement général appliqué à une poutre-caisson peut être décomposé en ses différents effets. Nous pouvons voir à la figure 3.3 un schéma qui illustre les divers phénomènes associés à une charge excentrée qui est décomposée pour retrouver les effets flexionnel et torsionnel.

Dans cette section, nous abordons le problème de l'effet torsionnel qui possède deux composantes, une qui induit les effets reconnus par la théorie de St-Venant, et l'autre qui force la section transversale de la poutre à se déformer hors de son plan. Notons que ces deux composantes induisent les déformations importantes de la section dont la rotation due à la torsion de St-Venant, le gauchissement longitudinal dû à la torsion libre ainsi que la rotation, le déplacement vertical et le gauchissement secondaire dus à la distorsion.

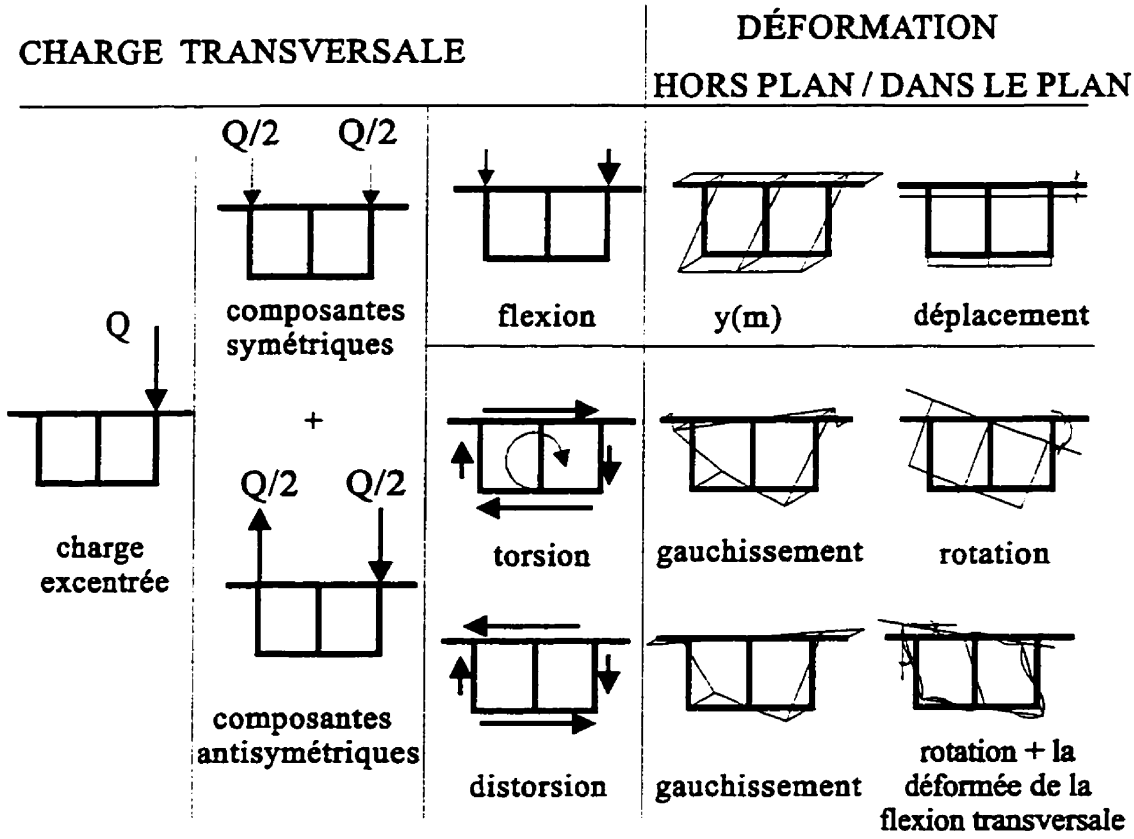


Figure 3.3: Déformées d'un pont sujet à un chargement excentré

En l'absence de diaphragmes transversaux à l'intérieur de la cellule ou pour de diaphragmes de leur rigidité insuffisante ou trop espacés, la distorsion appréhendée est induite dans les parois de la section et sa rotation totale est alors calculée selon l'équation [3.3], où $\varphi_{S\text{-}V}$ est la rotation due à la torsion de St-Venant alors que et $\varphi_{distorsion}$ est la somme des composan tes induites par distorsion:

$$\varphi_{totale} = \varphi_{S-V} + \varphi_{distorsion} \qquad [3.3]$$

La rotation de St-Venant au centre de la travée peut être exprimée à l'aide de la relation suivante provenant de la théorie classique de résistance des matériaux:

$$\varphi_{S-V} = \int_0^{L/2} \frac{T}{GJ} dx \qquad [3.4]$$

où: T est le moment torsionnel (N-m);

G est le module d'élasticité en cisaillement (N/m^2);

J est le moment d'inertie torsionnel (m^4).

Une autre procédure pour le calcul de la rotation de St-Venant est basée sur l'analogie qui existe entre la flexion et la torsion. Cette analogie, démontrée à la figure 3.4, repose sur le fait que le diagramme de l'effort tranchant *(V)* dû à une charge uniformément répartie *(q)* est identique au diagramme du moment torsionnel *(T)* dû à une charge torsionnelle uniformément répartie *(m_t)*. De même, le diagramme du moment fléchissant *(M)* est identique au produit du diagramme de la rotation de St-Venant fois GJ. Cette analogie est très pratique et elle nous permet d'évaluer rapidement la valeur recherchée.

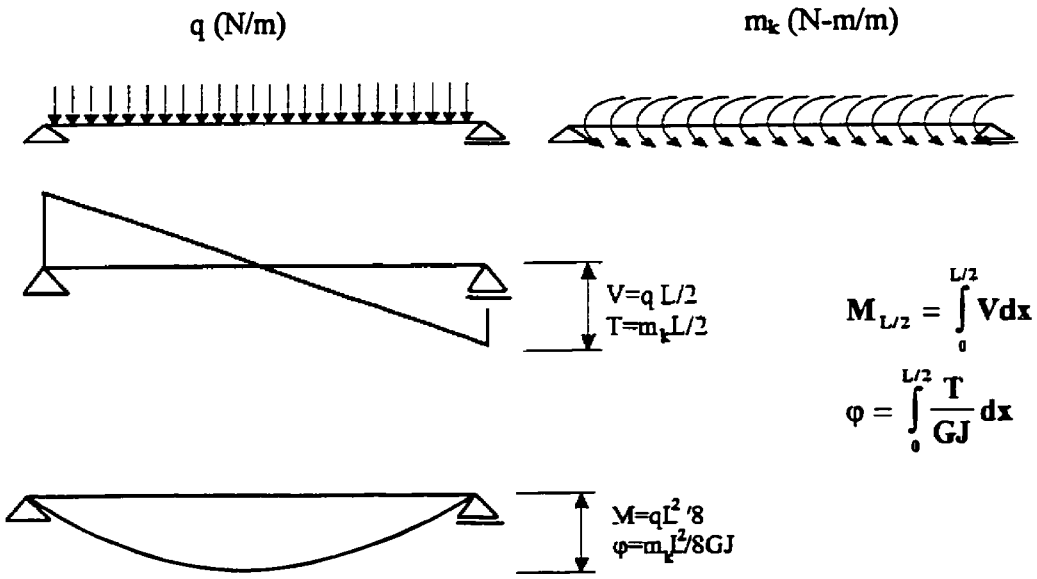


Figure 3.4: Analogie entre la flexion et la torsion

La rotation totale de la section transversale a été prise directement du fichier des résultats du logiciel Garuda et elle a été vérifiée par le calcul simple démontré à la figure 3.5.

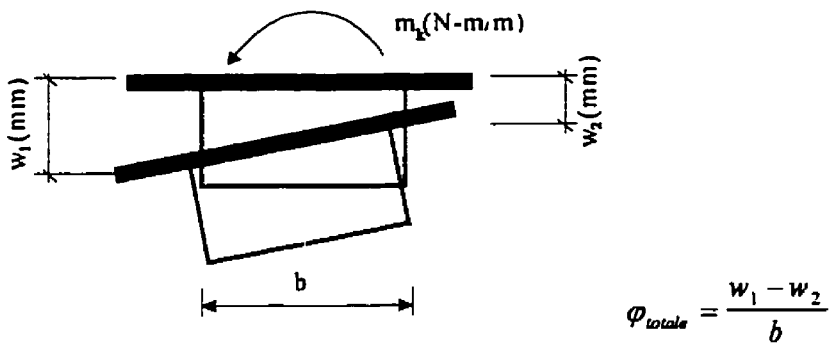


Figure 3.5: Calcul de la rotation totale de la section

Connaissant les valeurs des flèches au droit des âmes ainsi que la rotation de Saint-Venant, le rapport de la rotation totale sur la rotation de St-Venant a été déterminé afin d'avoir un indice du taux de la rotation associé à la distorsion. Ce calcul a été fait d'abord pour le caisson sans diaphragmes. Ensuite, il a été répété pour le caisson contenant des diaphragmes à différents espacements et rigidité. Le résultat graphique d'un pont type est présenté à la figure 3.6. L'axe horizontal présente la rigidité axiale des diaphragmes et l'axe vertical le rapport des rotations. Le titre du graphique PONT B2-80 identifie la largeur de la semelle inférieure *(b)* égale à 2 m et la portée *(L)* du pont égale à 80 m.

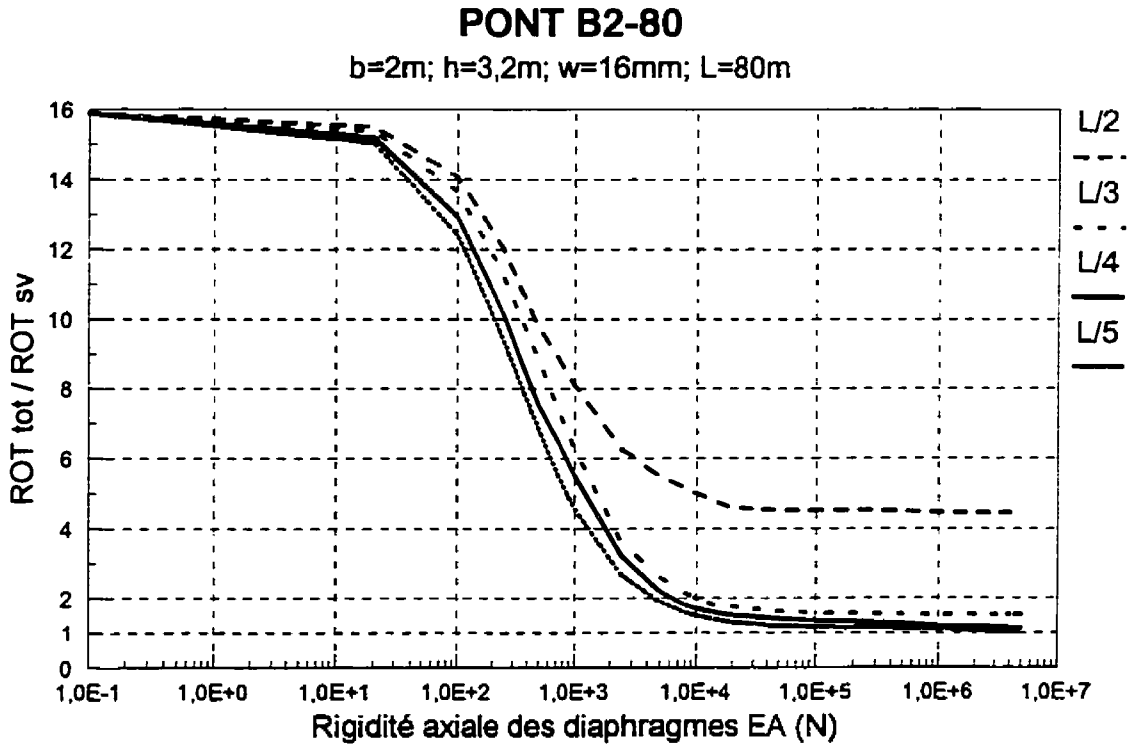


Figure 3.6: Diminution de la rotation de distorsion pour le pont B2-80

Chaque courbe représente un agencement différent des diaphragmes pour la même portée du pont. Par exemple, L/2 correspond à un seul diaphragme positionné à mi-portée alors que L/5 correspond à quatre diaphragmes positionnés à chaque cinquième de la portée. Les paramètres géométriques décrits à la figure 3.1 se trouvent dans le titre du graphique de la figure 3.6.

3.3.3 Analyse des résultats de l'étude paramétrique

Dans cette section, la comparaison et l'interprétation des résultats pour les différents paramètres géométriques sont présentées pour toutes les analyses réalisées pour l'étude. Cependant, les sorties graphiques des poutres étudiées sont fournies dans l'Annexe III.

3.3.3.1 Influence de la rigidité des diaphragmes et leur différents agencements sur la diminution de distorsion

À partir des résultats de la figure 3.6 nous pouvons observer quatre comportements différents du caisson en fonction de l'agencement des diaphragmes. Par exemple, pour le pont à poutre-caisson qui est renforcé seulement à sa mi-portée, soit à 40 m, il est impossible d'éviter le phénomène de distorsion car un seul diaphragme pour un pont de 80 m de longueur est insuffisant. Dans ce cas, le rapport des rotations pour la rigidité

EA=150 000 N est égale à 4,5 ce qui signifie que la rotation de distorsion est de 3,5 fois plus grande que la rotation de St-Venant, ou encore;

$$\frac{\varphi_{TOT}}{\varphi_{SV}} = 4{,}5 \Rightarrow \varphi_{TOT} = 4{,}5 \times \varphi_{SV} = \varphi_{SV} + \varphi_{DIST} \Rightarrow \varphi_{DIST} = 3{,}5 \times \varphi_{SV}$$

Nous pouvons aussi remarquer, qu'à partir de cette rigidité, le rapport des rotations reste constant même en augmentant la valeur de EA. Ceci démontre qu'une augmentation de la rigidité du diaphragme pour cet agencement ne peut pas éliminer complètement la distorsion dans le caisson.

Lorsque les diaphragmes sont positionnés à chaque 16 m de la portée, il est possible de diminuer la distorsion tel que représenté par la quatrième courbe. Le rapport des rotations devient égal à 1 pour un diaphragme de 50 mm^2 de section qui est suffisant pour éliminer de la distorsion. Une bonne diminution de distorsion peut être atteint pour le positionnement des diaphragmes à chaque 20 m de la portée (courbe 3) alors que pour des diaphragmes à 26,7 m, la distorsion est fortement réduite mais non éliminée. Il est intéressant de noter que pour tous les agencements le rapport des rotations diminue très rapidement lorsque la rigidité des diaphragmes atteint un certain seuil. Ce phénomène peut être expliqué par le fait que le pont à poutre-caisson a une grande rigidité torsionnelle et est très sensible aux effets de la distorsion dès qu'une faible valeur de rigidité des éléments transversaux est présente.

3.3.3.2 Influence des paramètres géométriques sur la diminution de distorsion

Dans cette section nous étudions l'influence de la largeur et de la profondeur du caisson sur la rotation de distorsion. D'abord, nous comparons trois caissons de même profondeur (3,2 m) et la semelle inférieure de même épaisseur (25 mm) mais dont la largeur *b* varie: 1 m, 2 m, 3 m et 4 m. Les résultats sont présentés aux figures 3.6, 3.7 et 3.8.

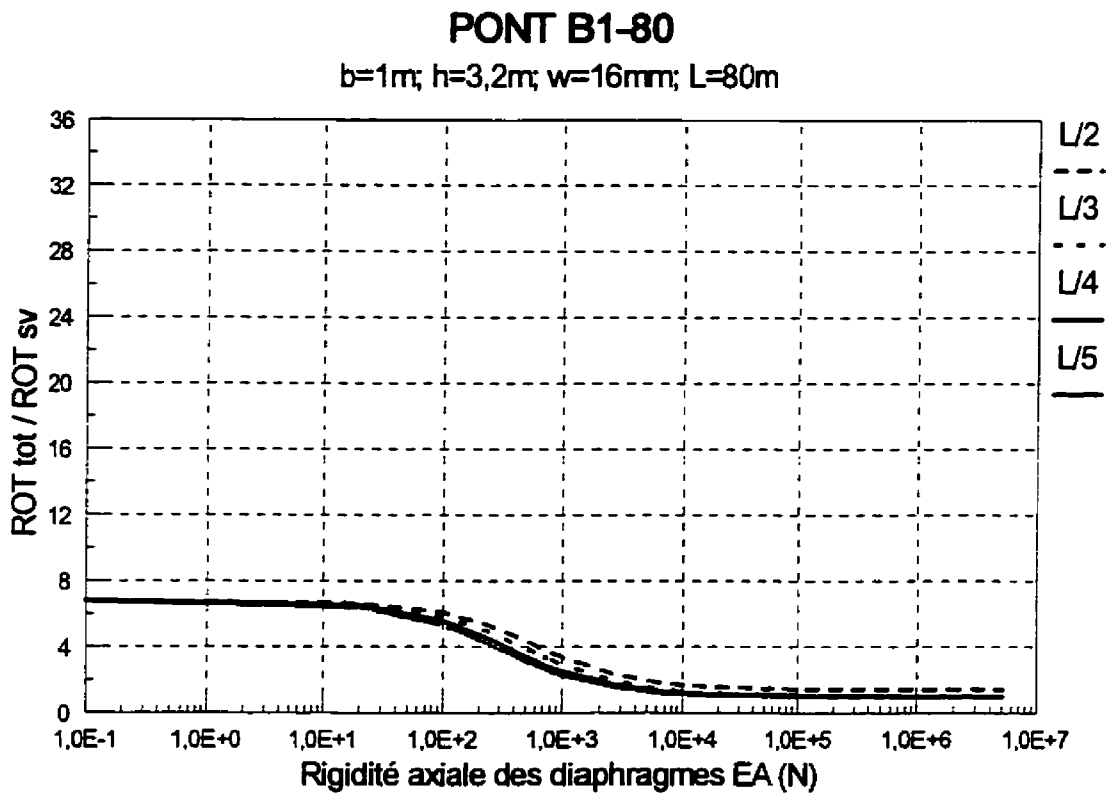


Figure 3.7: Diminution de la rotation de distorsion pour le pont B1-80

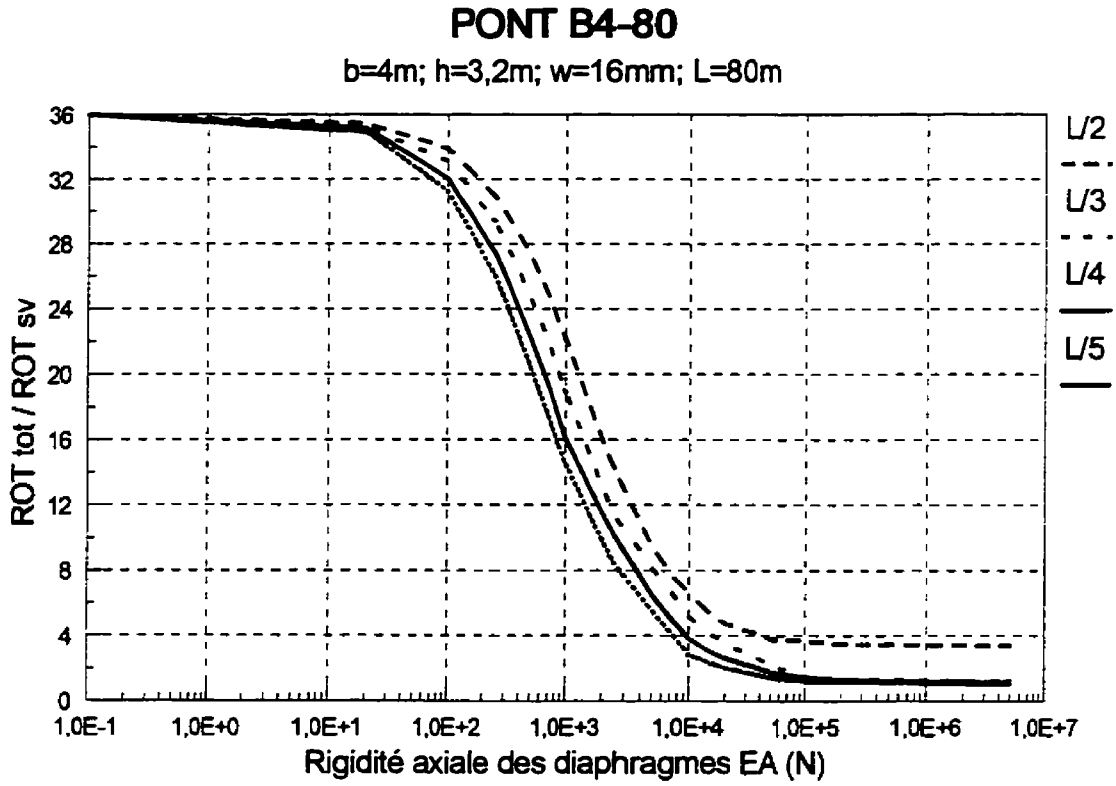


Figure 3.8: Diminution de la rotation de distorsion pour le pont B4-80

En comparant les différents rapports des rotations pour les cas sans diaphragmes ($\varphi_{tot}/\varphi_{SV}$=7, 16 et 36 pour les ponts B1-80, B2-80 et B4-80, respectivement), nous pouvons observer l'influence de la largeur du caisson sur la diminution de distorsion dans les parois. Plus le caisson est large, plus la distorsion est grande. Ceci peut être expliqué par le fait que le caisson B4-80, qui est plus large, subit plus de distorsion et devient plus flexible que ceux qui sont moins larges. Nous pouvons alors conclure que l'augmentation de la largeur du caisson contribue à une augmentation importante de l'effet de distorsion.

Pour ce qui est de la profondeur du caisson, il nous est difficile de prédire la diminution de distorsion en fonction de sa variation, car elle a varié simultanément avec l'épaisseur des âmes. Toutefois, pour deux cas extrêmes (B4-20 et B4-80) présentés aux figures 3.9 et 3.10, et dont la profondeur du caisson varie de 0,8 et 3,2 m, respectivement, nous pouvons tirer la conclusion que le caisson plus profond est plus sensible à la distorsion que celui qui est moins profond.

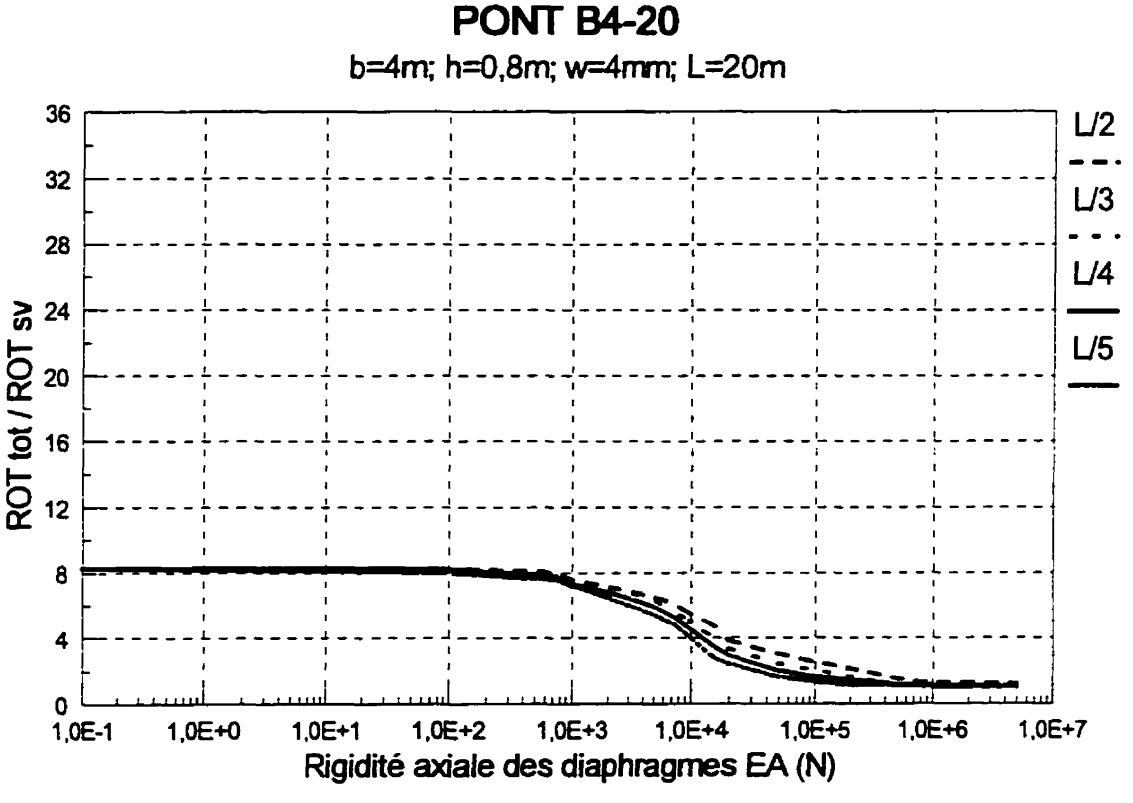


Figure 3.9: Diminution de la rotation de distorsion pour le pont B4-20

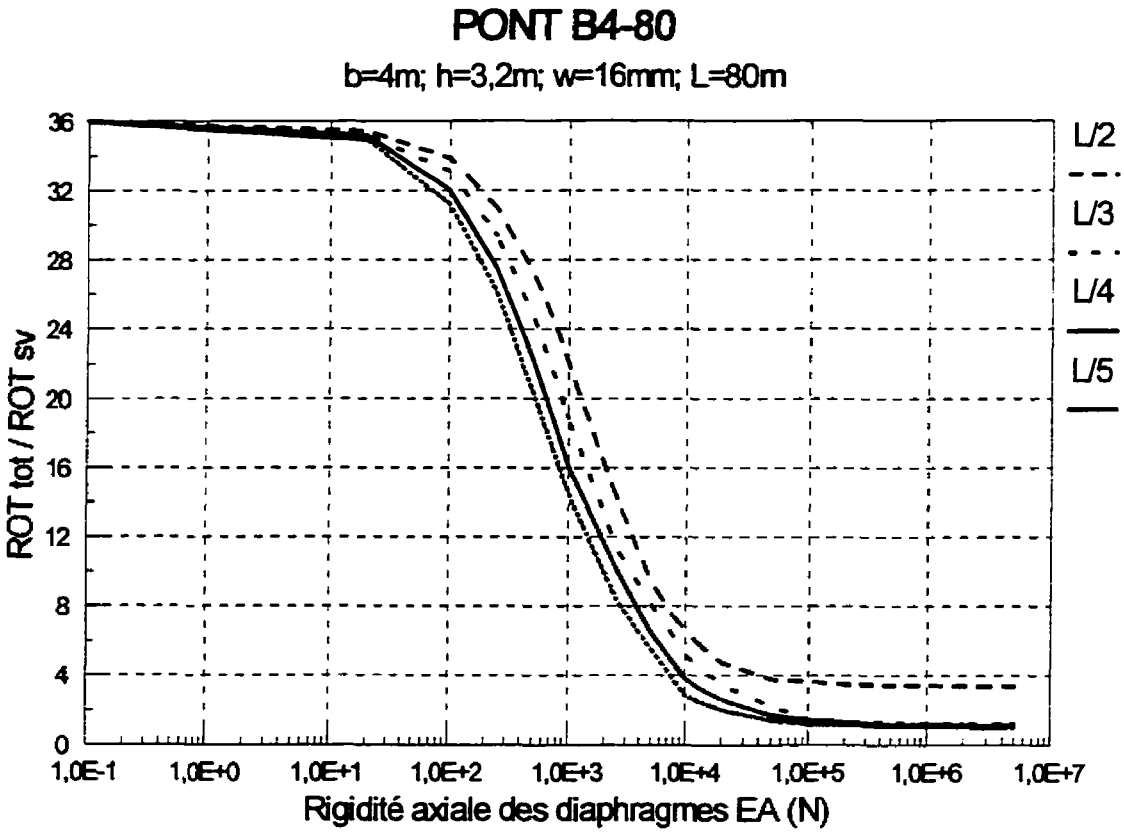


Figure 3.10: Diminution de la rotation de distorsion pour le pont B4-80

3.3.4 Calcul de la rigidité transversale du caisson

La distorsion de la section induit des moments de flexion transversale *(m_t)* dans les parois de la section. Ce phénomène est résisté par la rigidité flexionnelle des parois dans le plan ou encore par la rigidité transversale du caisson. Afin de calculer la rigidité transversale du caisson, nous présentons deux méthodes de calcul. La première est basée sur la méthode énergétique, concrètement sur le principe des travaux virtuels, alors que la deuxième qui s'applique aux sections unicellulaires avec un axe de symétrie, repose sur les formules empiriques de Steinle (1970).

3.3.4.1 Calcul de la rigidité transversale du caisson selon les travaux virtuels

Pour qu'on puisse calculer la rigidité transversale du cadre, il faut d'abord trouver des moments de flexion transversale dus à la rotation unitaire $\rho = 1$, qui est appliquée au caisson modélisé par un cadre. Étant donné que la déformation de la section est antisymétrique, il suffit de résoudre seulement la moitié du cadre qui représente un portique bi-articulé une fois hyperstatique (Fig.3.11). Nous appliquons sur cette structure une force unitaire $\bar{F}=1$ pour laquelle nous calculons la rotation $\bar{\rho}$ qui lui est associée ainsi que les moments fléchissants $\bar{M}$. Finalement, le diagramme des moments transversaux (m_t) sera $\bar{\rho}$-fois plus petit que $\bar{M}$ ou encore:

$$m_t = \bar{M} \times \frac{\rho}{\bar{\rho}} = \frac{\bar{M}}{\bar{\rho}}; \text{ où } \rho = 1 \qquad [3.5]$$

Pour une longueur unitaire du cadre, nous obtenons, par la méthode des forces:

$$\delta_{11} \times \mathbf{X} + \delta_{10} = 0; \qquad \delta_{11} = \int \frac{\bar{M}_1^{\,2}}{EI} ds; \qquad \delta_{10} = \int \frac{\bar{M}_0 \bar{M}_1}{EI} ds \qquad [3.6]$$

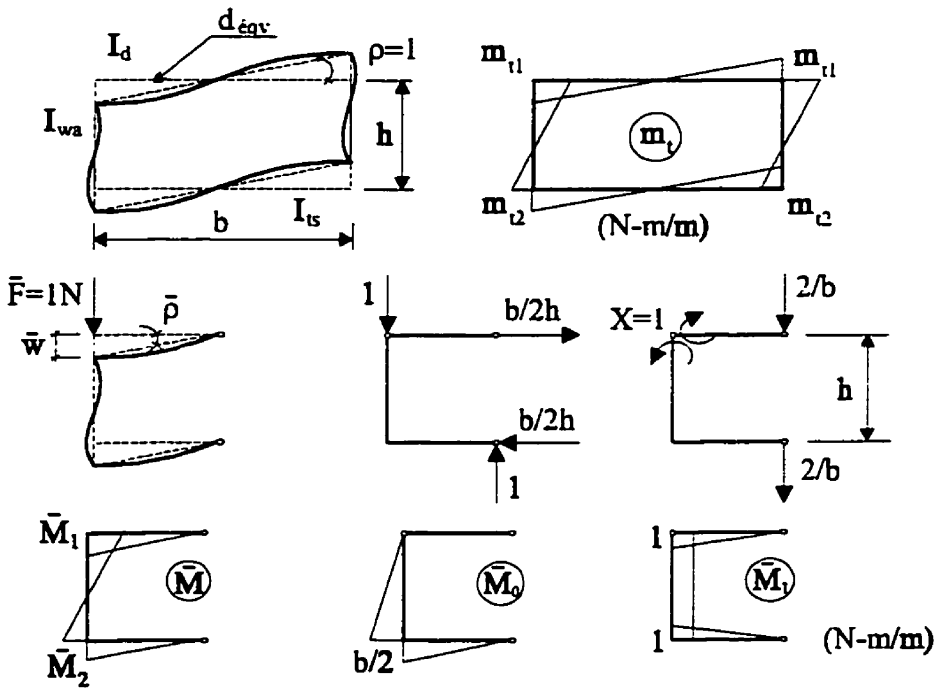


Figure 3.11: Calcul de la rigidité transversale du cadre

à l'aide desquelles nous obtenons les moments de flexion transversale $\bar{M}$:

$$\bar{M} = \bar{M}_0 + X \times \bar{M}_1 \qquad [3.7]$$

Le déplacement vertical ($\bar{w}$) et la rotation ($\bar{\rho}$) due à la force unitaire $\bar{F} = 1$ sont alors exprimés par:

$$\bar{w} = \int \frac{\bar{M}\,\bar{M}_0}{EI} ds \qquad [3.8]$$

$$\bar{\rho} = \frac{\bar{w}}{0{,}5 \times b} \qquad [3.9]$$

Les moments de flexion transversaux sont obtenus de la relation [3.10]:

$$m_t = \bar{M} \frac{EI_d \times \rho}{EI_d \times \bar{\rho}} \qquad [3.10]$$

d'où:

$$EI_d = E_a \frac{d_{éqv}{}^3}{12 \times (1 - \nu^2)} \qquad [3.11]$$

où: $d_{éqv}$ est l'épaisseur équivalente de la dalle (mm);

EI_d est l'inertie de la dalle dans le caisson (N-mm^2/mm^{-1});

v est le coefficient de Poisson.

Appliquant les intégrales de Mohr sur le diagramme des moments de flexion transversale, nous obtenons la rigidité transversale du caisson (EI_c):

$$EI_c = \int \frac{m_t^{\,2}}{EI} ds \qquad [3.12]$$

3.3.4.2 Calcul de la rigidité transversale du caisson selon les formules de Steinle

Il s'agit de l'application des formules empiriques dont la déduction est disponible plus en détail dans la référence Steinle (1970). Le principe repose sur le calcul des inerties des parois exprimées par unité de largeur de la section et sur le calcul du paramètre κ:

$$I_d = \frac{d_{éqv}^{\,3}}{12 \times (1 - v^2)} \qquad [3.13]$$

$$I_{ts} = \frac{t_s^{\,3}}{12 \times (1 - v^2)} \qquad [3.14]$$

$$I_{wa} = \frac{w_a^{\,3}}{12 \times (1 - v^2)} \qquad [3.15]$$

$$\kappa = 1 + \frac{2 \times \frac{b}{h} + 3 \times \frac{I_d + I_{ts}}{I_{wa}}}{\frac{I_d + I_{ts}}{I_{wa}} + 6 \times \frac{h}{b} \times \frac{I_d \times I_{ts}}{I_{wa}^2}} \qquad [3.16]$$

À l'aide de ces formules, la rigidité transversale du cadre est exprimée par la relation suivante:

$$EI_c = E_a \frac{24 \times I_{wa}}{\kappa \times h} \qquad [3.17]$$

Un exemple de calcul de la rigidité transversale du caisson est présenté à l'Annexe I.

3.3.4.3 Influence des paramètres géométriques sur la rigidité du caisson

Cette section étudie la variation de la rigidité torsionnelle et transversale du caisson en fonction de sa profondeur. Les figures 3.12 et 3.13 présentent les résultats pour le caisson dont largeur b a été variée de 1 à 5 mètres mais avec une épaisseur d'âme constante. Les paramètres de cette étude sont décrits dans la section 3.3.1. La rigidité torsionnelle du caisson a été calculée à partir de l'équation classique [3.18] alors que la rigidité transversale l'a été selon les formules de Steinle (1970). Un cas de calcul de la rigidité transversale a été vérifié numériquement pas la méthode des forces.

$$J = \frac{4 \times A_0^{\,2}}{\oint \frac{ds}{dt}} \qquad [3.18]$$

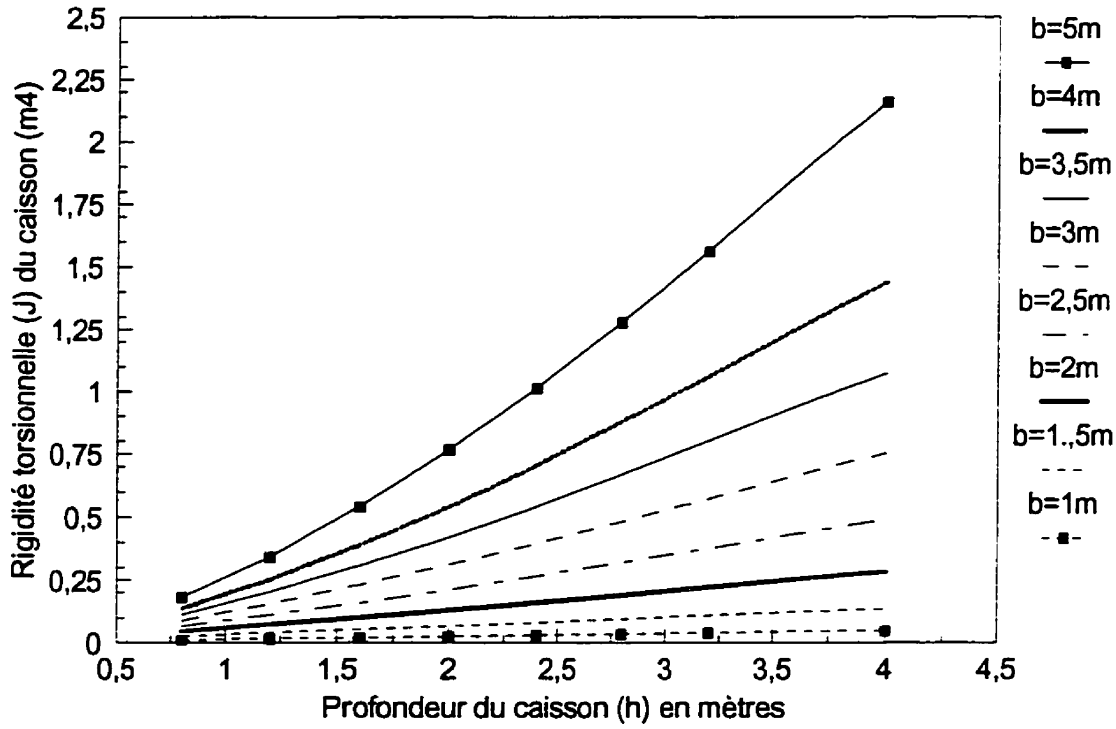


Figure 3.12 Variation de la rigidité torsionnelle du caisson

Les résultats démontrent qu'avec une augmentation de la profondeur du caisson, la section résiste mieux aux effets de la torsion car la rigidité torsionnelle augmente. Les résultats sont inverses lorsque nous étudions la variation de la rigidité transversale du caisson en fonction de sa profondeur. Plus le caisson est profond, plus les âmes deviennent flexibles et plus le caisson subit de distorsion. En effet, cette conclusion est

identique avec celle que nous avons déjà tirée de l'étude de la distorsion à la section 3.3.3.2.

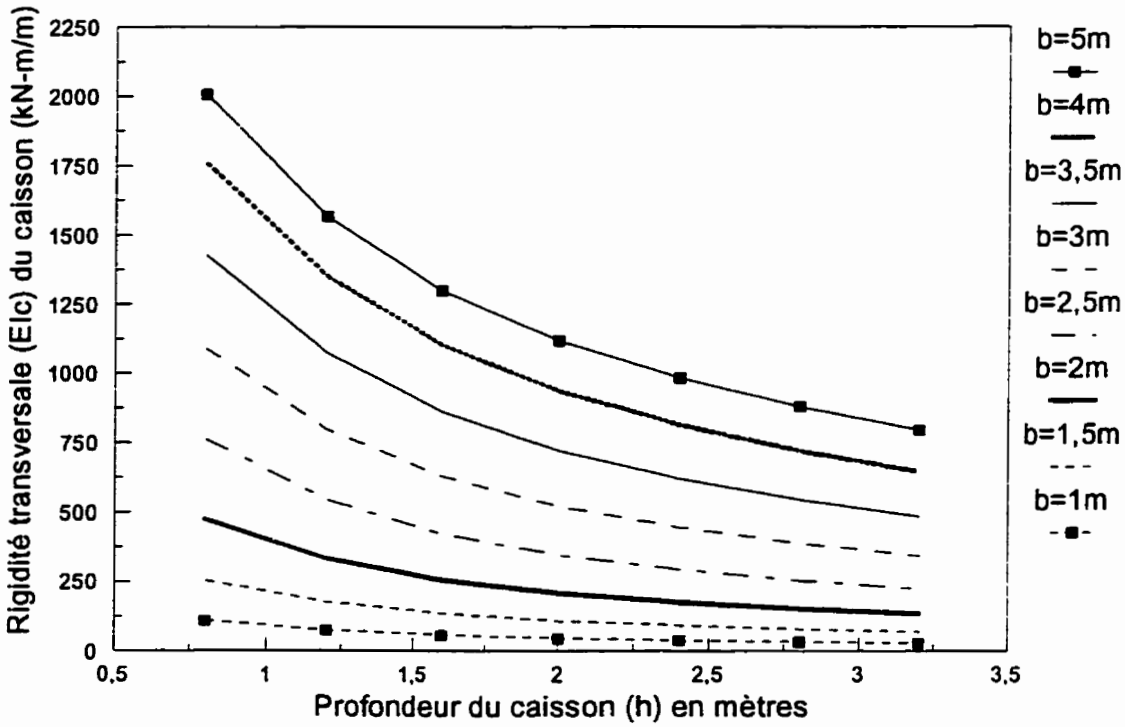


Figure 3.13: Variation de la rigidité transversale du caisson

3.3.5 Calcul de la rigidité des diaphragmes

Le principe de calcul de la rigidité des diaphragmes est basé sur la formulation énergétique qui demande d'exprimer l'énergie accumulée par déformation en fonction du déplacement de distorsion $w(x)$ pour les modes de résistance, soit le gauchissement de la section, la rigidité de cadre et la rigidité en torsion des parois. La flexion des éléments dans leur plan est résistée par leur inertie. La distorsion d'un caisson induit de la flexion transversale dans les éléments et des efforts dans les diaphragmes. Ces effets doivent être considérés car les rigidités qui leur sont associées offrent une résistance additionnelle au chargement appliqué.

Pour tenir compte de la présence des diaphragmes, il faut exprimer l'énergie qu'ils développent en fonction du déplacement de distorsion $w(x)$ correspondant, (Normandin, 1995). Dans ce développement, les diaphragmes ne possèdent aucune rigidité hors-plan et seulement les effets de membrane sont pris en compte. De façon générale, l'énergie accumulée dans un diaphragme s'exprime comme suit:

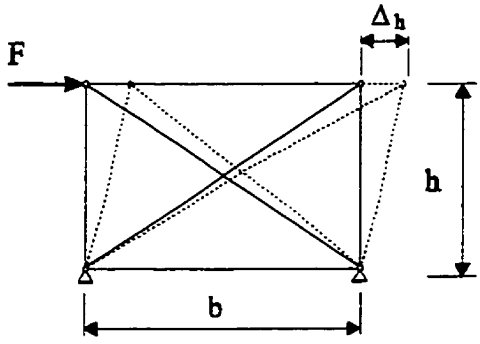
$$U = \frac{1}{2} K_{di} w^2(x_i) \qquad [3.19]$$

où K_{di} est en paramètre évaluant la rigidité du diaphragme et $w(x_i)$ est le déplacement de distorsion à la position où est situé le diaphragme. Pour déterminer les caractéristiques

d'un diaphragme, nous exprimons la rigidité à l'allongement de la diagonale du cadre en fonction du déplacement de distorsion. Un schéma de l'analyse de rigidité d'un diaphragme de configuration quelconque est démontré à la figure 3.14. Rappelons que le contour contenant le diaphragme doit être composé d'éléments rigides relativement aux éléments du diaphragme. L'équation [3.20] permet alors de calculer le paramètre de rigidité K_d qui est relié au déplacement de distorsion w:

$$K_d = 16\frac{h^2}{b^2}K_h \qquad [3.20]$$

Pour un diaphragme formé d'une paire d'éléments disposés en X entre les coins de la section fermée (Fig.3.14), le paramètre K_d est exprimé par la relation suivante:



$$F = K_h \Delta_h$$

$$K_h = \frac{F}{\Delta_h}$$

Figure 3.14: Calcul de la rigidité d'un diaphragme

$$K_d = \frac{32EAh^2}{L_d^{\,3}} \qquad [3.21]$$

où: E est le module d'élasticité du matériau qui constitue le diaphragme;

A est l'aire brute des membrures diagonales;

L_d est la longueur des diagonales.

Les diaphragmes constitués d'éléments disposés en K sont assez communs et le paramètre de rigidité est donné par:

$$K_d = \frac{8EAh^2}{L_d^{\,3}} \qquad [3.22]$$

Finalement, les éléments comprimés du diaphragme sont considérés avoir leur pleine rigidité puisque le flambement n'est pas pris en compte.

3.3.5.1 Influence de la profondeur du caisson sur la rigidité des diaphragmes

Une étude paramétrique a été effectuée afin de déterminer l'influence de la profondeur du caisson sur la rigidité des diaphragmes qui sont constitués en configuration X et en K. La rigidité des diaphragmes a été calculée à partir des équations [3.21] et [3.22]. Un seul paramètre, la profondeur du caisson *(h)*, a été varié pour toutes les largeurs du caisson. Les résultats sont présentés aux figures 3.15 et 3.16.

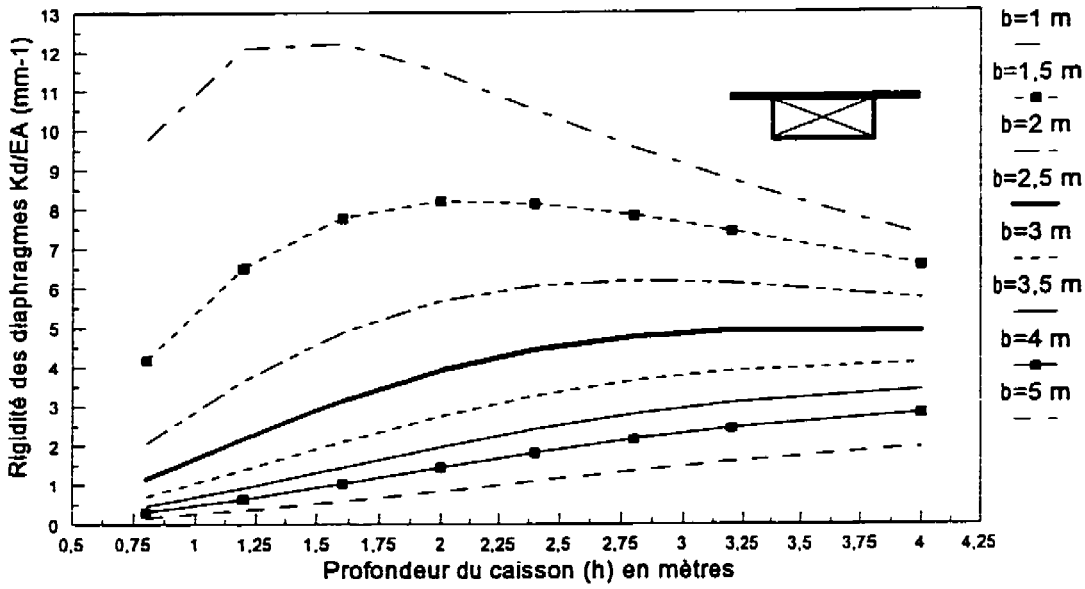


Figure 3.15: Variation de la rigidité des diaphragmes en X en fonction de la profondeur du caisson

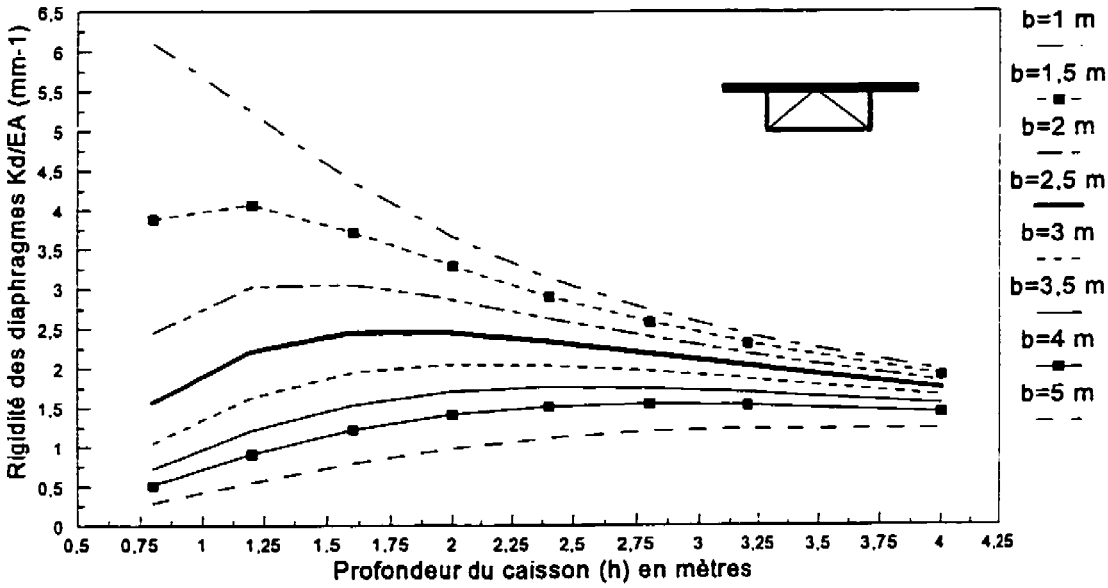


Figure 3.16: Variation de la rigidité des diaphragmes en K en fonction de la profondeur du caisson

Pour toutes les largeurs du caisson, les valeurs de rigidité des diaphragmes de la configuration en X sont supérieures à celles de la configuration en K. Ceci peut être interprété par le fait que les diaphragmes en X sont plus efficaces que ceux en K car leur rigidité est plus élevée ce qui rend le caisson plus rigide.

Ainsi, pour les cellules larges (b=5, 4 et 3 m pour la configuration en X et b=5, 4 et 3 m pour celle en K), l'augmentation de la profondeur du caisson amène une augmentation de la rigidité des diaphragmes, ce qui est l'inverse des cellules étroites où l'augmentation de la profondeur cause la diminution de la rigidité des diaphragmes. Autrement dit, les diaphragmes deviennent le plus efficaces lorsque les dimensions de la section convergent vers les valeurs égales (b=h), ou encore lorsque la section prend une forme carrée.

Au niveau qualitatif de la rigidité totale du caisson, ce sont les diaphragmes en X qui offrent la résistance supérieure. Toutefois, les diaphragmes en K permettent un meilleur accès à l'intérieur du caisson, ce qui est nécessaire lors de l'inspection du pont.

3.3.5.2 Récapitulation des résultats numériques obtenus de l'étude de distorsion

Le tableau 3.2 présente les résultats numériques obtenus de l'étude de distorsion réalisée pour tous les ponts à sections composites.

Tableau 3.2: Récapitulation des résultats pour les ponts à section composite

Pont	# [1]	Esp.[2] (m)	Valeur minimale de φ_T/φ_{SV}	K_d (kN/m)	Pont	# [1]	Esp.[2] (m)	Valeur minimale de φ_T/φ_{SV}	K_d (kN/m)
B1-20	1	10,0	1,55	1406,3	B3-20	1	10,0	1,25	580,6
L=20m	2	6,7	1,03	1234,4	L=20m	2	6,7	1,10	514,7
	3	5,0	1,02	1171,9		3	5,0	1,05	484,9
	4	4,0	1,01	981,3		4	4,0	1,01	455,5
B1-40	1	20,0	2,85	978,8	B3-40	1	20,0	2,10	529,1
L=40m	2	13,3	1,15	899,5	L=40m	2	13,3	1,15	483,7
	3	10,0	1,08	894,2		3	10,0	1,08	468,2
	4	8,0	1,05	851,8		4	8,0	1,05	435,9
B1-60	1	30,0	3,55	711,5	B3-60	1	30,0	3,55	468,7
L=60m	2	20,0	1,45	692,3	L=60m	2	20,0	1,15	453,1
	3	15,0	1,25	673,1		3	15,0	1,07	433,5
	4	12,0	1,15	650,5		4	12,0	1,03	429,7
B1-80	1	40,0	3,45	552,2	B3-80	1	40,0	4,35	410,9
L=80m	2	26,7	1,55	534,3	L=80m	2	26,7	1,30	399,5
	3	20,0	1,28	513,4		3	20,0	1,10	385,8
	4	16,0	1,22	447,8		4	16,0	1,05	378,5
B2-20	1	10,0	1,49	860,5	B4-20	1	10,0	1,85	441,2
L=20m	2	6,7	1,25	813,9	L=20m	2	6,7	1,25	428,9
	3	5,0	1,15	795,3		3	5,0	1,15	404,2
	4	4,0	1,05	767,4		4	4,0	1,09	395,2
B2-40	1	20,0	2,75	722,3	B4-40	1	20,0	2,21	417,8
L=40m	2	13,3	1,05	648,1	L=40m	2	13,3	1,15	410,7
	3	10,0	1,03	562,1		3	10,0	1,08	371,4
	4	8,0	1,01	493,5		4	8,0	1,03	334,5
B2-60	1	30,0	3,99	576,9	B4-60	1	30,0	2,95	386,3
L=60m	2	20,0	1,25	560,9	L=60m	2	20,0	1,15	375,5
	3	15,0	1,08	544,8		3	15,0	1,06	360,5
	4	12,0	1,05	454,6		4	12,0	1,03	326,2
B2-80	1	40,0	4,85	490,7	B4-80	1	40,0	3,95	351,6
L=80m	2	26,7	1,55	450,9	L=80m	2	26,7	2,15	332,1
	3	20,0	1,15	440,3		3	20,0	1,55	324,2
	4	16,0	1,06	403,2		4	16,0	1,10	302,7

1: nombre de diaphragmes
2: espacement des diaphragmes (m)

Ce tableau fournit pour chacune des valeurs minimales de φ_T/φ_{SV} la valeur de la rigidité des diaphragmes K_d qui lui est correspondante. Le tableau 3.2 sert à déterminer le nombre de diaphragmes minimal, leur espacement minimal ainsi que leur rigidité minimale requise. Les résultats numériques présentés au tableau 3.2 montrent que l'élimination de la distorsion est efficace lorsque le caisson possède un nombre de diaphragmes et de rigidité suffisant. Les recommandations portant sur la conception des diaphragmes intérieurs sont présentées au chapitre VI.

3.4 Étude paramétrique des ponts unicellulaires en béton

Puisque le caisson en béton a des parois très épaisses, la rigidité transversale du cadre est remarquablement élevée comparativement à la rigidité transversale des caissons à section composite ou en acier. Nous pouvons donc assumer que le besoin des diaphragmes dans ce type de tablier est moindre et souvent inutile et l'élimination de la distorsion est automatiquement assurée par la rigidité transversale du caisson. Toutefois, il n'existe aucun critère qui prescrit les dimensions minimales du caisson pour assurer sa rigidité transversale. Comme le cisaillement provenant de la torsion est entièrement repris par les âmes du caisson, il est important de dimensionner adéquatement leur épaisseur. Ceci nous a mené à faire une étude paramétrique dont l'objectif principal était d'évaluer l'épaisseur des âmes nécessaire pour minimiser la distorsion dans les parois.

3.4.1 Paramètres géométriques

Plusieurs paramètres ont été étudiés dont l'épaisseur de l'âme *(w)*, la portée du tablier *(L)*, la largeur *(b)* et la profondeur *(h)* du caisson. La définition des paramètres géométriques de la section transversale est identique avec à celle de la figure 3.1 alors que les valeurs utilisées sont présentées dans le tableau 3.3.

Tableau 3.3: Paramètres géométriques de l'étude pour le caisson en béton

Paramètres	Valeurs utilisées
w (mm)	50, 100, 150, 200, 250, 300, 350
L (m)	20, 40, 60, 80
b (m)	2, 4, 6

La profondeur *(h)* du caisson a été déterminée en fonction de la portée *(L)* du tablier selon la relation *L/20* et l'épaisseur des semelles (*d* et *t*) en fonction de la largeur *(b)* du caisson selon la relation *b/20* également.

Une charge uniforme de 1 kN/m^2, transformée en charge linéaire, a été appliquée à la jonction de l'âme avec le hourdis supérieur. Ici, tout comme pour les ponts à section composite, la charge appliquée a peu d'importance car les résultats sont exprimés en valeur relative.

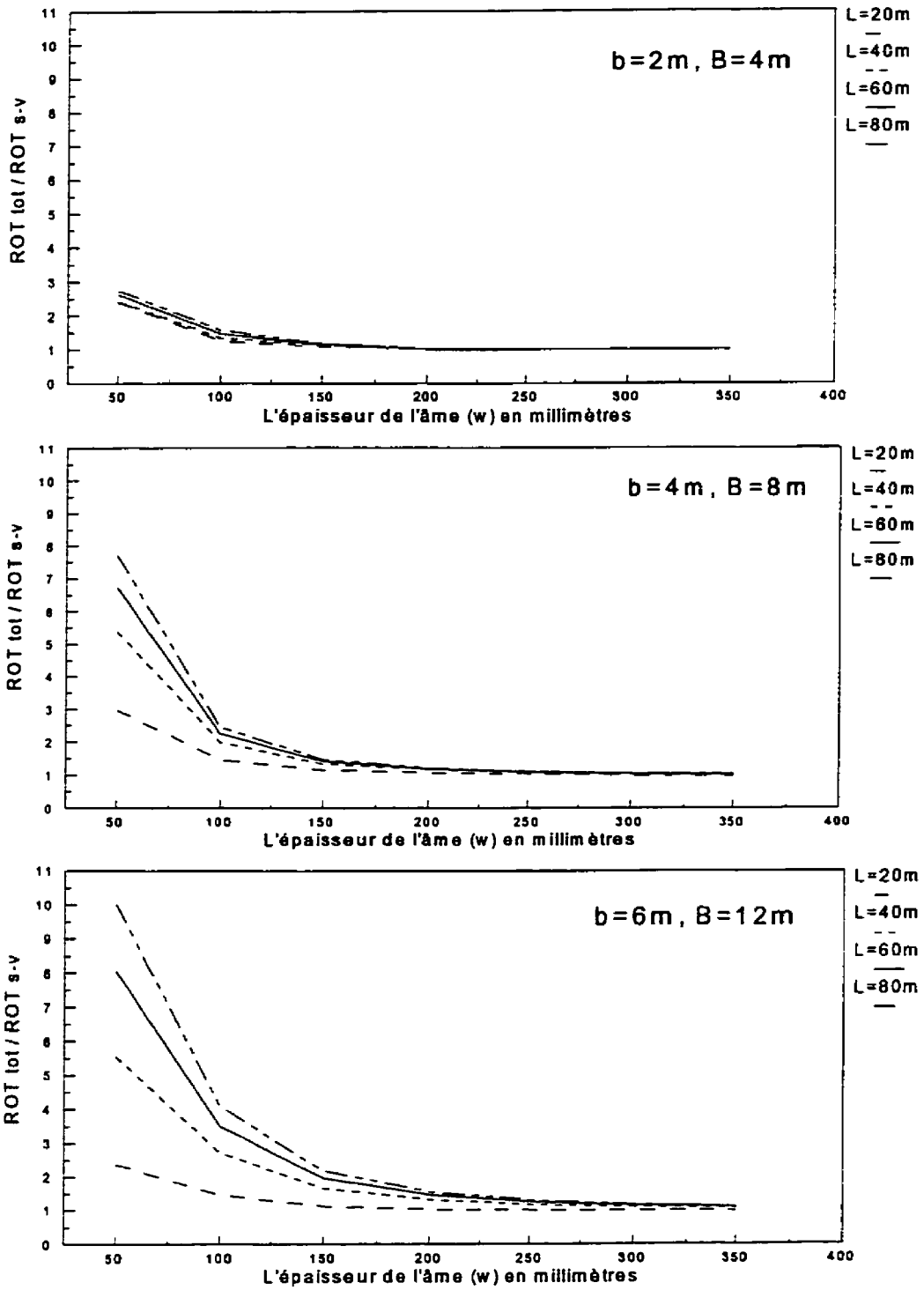


Figure 3.17: Variation de la rotation de distorsion pour les ponts en béton

Les déformations issues de la rotation de St-Venant et de la rotation de distorsion ont été calculées selon les indications données à la section 3.3.2. Les résultats, sous formes graphiques, sont présentés à la figure 3.17.

3.4.2 Interprétation des résultats

Les figures présentées ci-dessus confirment l'hypothèse que la diminution de la rotation de distorsion est proportionnelle à l'augmentation de l'épaisseur de l'âme. Plus les âmes sont épaisses, plus elle sont capables de reprendre le cisaillement provenant de distorsion. L'épaisseur contribue directement à l'augmentation de la rigidité transversale du cadre ce qui permet à une cellule de mieux résister à la flexion transversale dans les parois.

La figure 3.17 donne une analyse détaillée des différents comportements des ponts en fonction des paramètres géométriques, particulièrement de la largeur du caisson. Pour la cellule ayant une largeur 2 mètres, l'élimination de distorsion se réalise lorsque l'épaisseur des âmes est environ de 150 mm pour toutes les portées étudiées. Par contre, pour la cellule ayant une largeur 6 mètres, l'élimination de distorsion est observée à partir d'une épaisseur de l'âme de 350 mm.

Il est évident qu'on observe plus de distorsion dans un caisson de grande portée que pour un très court. Ainsi, le rapport des rotations pour un caisson large est plus élevé que pour un caisson étroit.

Selon cette étude nous pouvons conclure que l'épaisseur de l'âme est le paramètre le plus important puisqu'il contribue directement à la rigidité transversale du cadre et celle-ci est le mode de résistance essentiel pour éviter les effets de distorsion dans une poutre-caisson. Les études ont démontré que le caisson en béton est capable de résister aux effets de distorsion sans les diaphragmes intérieurs à condition que les parois de la section aient une épaisseur suffisante. Les graphiques de la figure 3.17 ont été élaborés pour des caissons en béton de résistance normale, ce qui conduit à des épaisseurs de parois qui minimisent la distorsion dans la section. Toutefois, l'épaisseur des parois pourrait être significativement réduite pour des caissons construits en béton à haute résistance. Dans ce cas les conclusions à l'effet que la distorsion est faible dans les caissons en béton pourraient être modifiées et une plus grande attention devra être portée à la distorsion dans ce cas.

CHAPITRE IV

ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DES PONTS À POUTRES-CAISSONS MULTIPLES

4.1 Objectifs et généralités

Nous avons abordé jusqu'ici le comportement des ponts à poutres-caissons mixtes (acier-béton) ou entièrement en béton à partir de différentes méthodes d'analyse structurale. Ce chapitre présente les résultats d'une étude paramétrique en deux parties portant sur les ponts à poutres-caissons multiples à section composite et en béton. La première partie présente les résultats d'une étude paramétrique du comportement de plusieurs ponts à section composite. La deuxième partie présente les résultats d'une étude de sensibilité de la distribution transversale des efforts entre les caissons des ponts mixtes et en béton, selon leurs propriétés géométriques.

L'objectif principal de cette étude est d'évaluer la justesse des prescriptions des normes nord-américaines (CSA, 1988; OHBDC, 1991; AASHTO, 1994), particulièrement en ce qui concerne la distribution des moments fléchissants et de l'effort tranchant entre les poutres. On tente par cette étude de mettre en évidence les effets de la distorsion pour en informer les ingénieurs-concepteurs et ainsi améliorer la qualité des ouvrages à venir. La venue de la prochaine norme canadienne des ponts (CHBDC) a amené le souci d'y

présenter des informations justes sur le comportement des ponts à poutres-caissons. Enfin, à un niveau plus fondamental, cette étude a pour but de souligner les points dominants du comportement des tabliers constitués de plusieurs poutres-caissons.

4.2 Étude paramétrique des ponts à caissons-multiples à section composite

Cette étude a été faite à l'aide de la méthode des éléments finis avec le logiciel SAP90 (Wilson et Habibullah, 1992) dont la procédure est la même que celle utilisé pour l'étude paramétrique du chapitre II Certains ponts ont été analysés par la méthode des plaques plissées avec le logiciel GARUDA (Belica, 1992) dont le principe a été expliqué dans le chapitre II Les ponts ont été modélisés au moyen d'éléments de voile mince alors que les diaphragmes intérieurs l'ont été avec les éléments de poutre. La discrétisation de la section transversale dans le logiciel GARUDA a été faite de façon à ce que l'on puisse positionner les charges d'une ligne de roues à différentes positions transversales tout en utilisant un nombre minimal d'éléments (Fig.4.1). Rappelons, que la discrétisation de la section transversale de la structure n'a aucune influence sur la précision des résultats. Une convergence satisfaisante pour le calcul des contraintes a été atteinte avec 60 termes de séries de Fourier.

Les efforts maximum ont été obtenus en déplaçant le chargement standard CS-600 longitudinalement et transversalement. Les positions longitudinales donnant les efforts de

flexion et les efforts tranchants les plus grands sont tels qu'obtenues d'une analyse de poutre isostatique. Sur chacun des ponts, le nombre de voies de calcul a été varié entre un et le nombre de voies maximum spécifié dans les normes. Pour chaque cas de chargement, la position des charges à l'intérieur de leur voie a été déterminée pour obtenir les effets maximaux. Les facteurs de réduction des normes canadiennes (CSA, 1988; OHBDC, 91), tenant compte de la simultanéité des charges lorsque plusieurs voies sont chargées, ont été appliqués. Enfin, les efforts maximaux ont été exprimés sous la forme de facteurs d'essieu (définis comme étant le nombre de voies affectant un élément) pour permettre la comparaison avec les équations des normes nord-américaines.

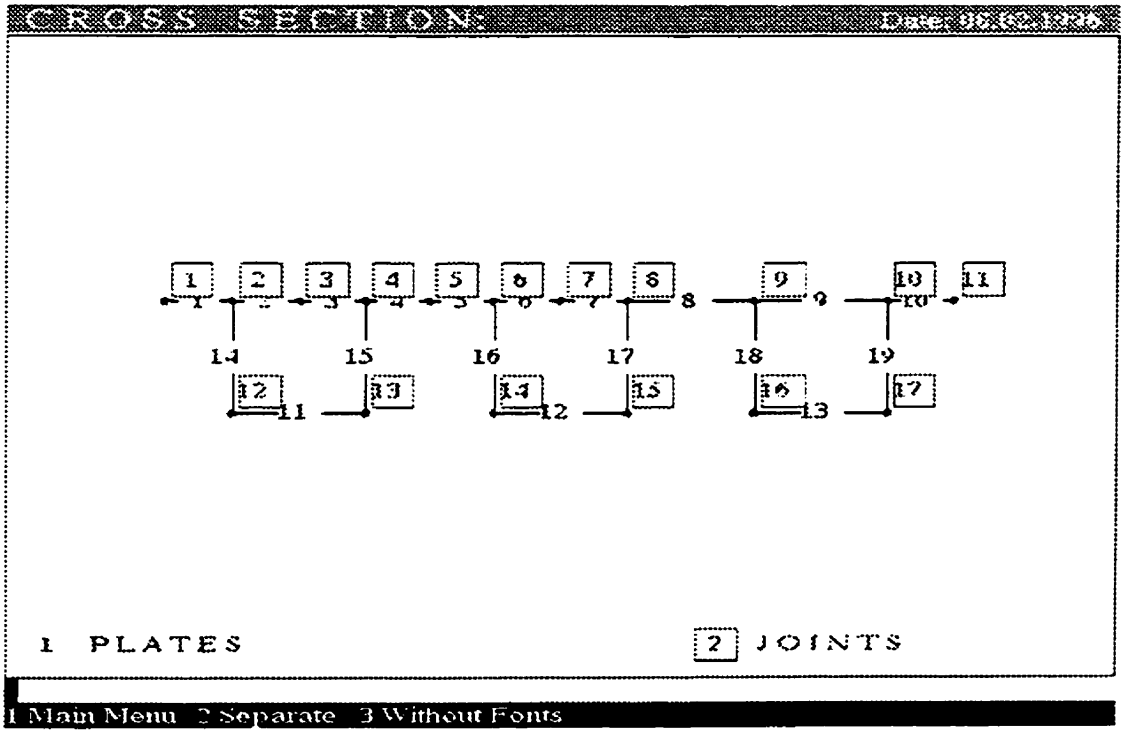


Figure 4.1: Discrétisation de la section transversale avec GARUDA

Les résultats obtenus de l'analyse de la méthode des plaques plissées pour trois ponts types ont été comparés avec les résultats de l'analyse des éléments finis obtenus par Patrice Normandin (1995) à l'aide de logiciel SAP90 (Wilson et Habibullah, 1992).

4.2.1 Géométrie et type de structure

Sept types de tabliers ont été sélectionnés afin de compléter l'étude paramétrique initiée par Normandin (1995). Le tableau 4.1 décrit les cas analysés et la méthode d'analyse utilisée. Le nombre de poutres-caissons utilisé est de 2, 3,5 et 10 alors que la portée des tabliers varie de 18m à 72m.

Les ponts ont été conçus selon la norme S6-88 afin de représenter des conditions réelles. Tous les ponts ont une dalle de béton de 225 mm et une couche d'enrobé bitumineux de 65 mm. La profondeur des âmes a été fixée à L/25 et leur épaisseur a été déterminée de telle façon que les raidisseurs longitudinaux ne soient pas requis. Les semelles supérieures de la section d'acier respectaient les limites d'élancement de classe 2. Pour la surcharge routière, une majoration dynamique de 25% a été appliquée au chargement CS-600 alors qu'une valeur de 10% a été utilisé pour la charge uniforme de 12 kN/m. Une restriction de type C sur les écarts de contraintes à la fibre inférieure a été utilisée pour respecter une conception pour la fatigue de 2 millions de cycles.

Tableau 4.1: Description des ponts

Identification des ponts[1]	Méthode d'analyse et logiciel utilisé[4]	Espacement[2] des caissons[3]	Semelles inférieures[3]	Semelles supérieures[3]	Âmes[3]
2-18 (Rybarova)	GR	5500	2750x16	300x18	800x8
2-36 (Rybarova)	GR	5500	2750x22	400x25	1500x10
2-72 (Rybarova)	GR	5600	2800x30	500x38	3000x20
2-50 (Normandin)	ÉF	5600	2800x25	450x25	2000x12
2-50 (Rybarova)	PP	5600	2800x25	450x25	2000x12
3-18 (Rybarova)[5]	GR	4800			
3-36 (Normandin)	ÉF	4800	2400x22	400x25	1500x10
3-36 (Rybarova)	PP et GR	4800	2400x22	400x25	1500x10
3-60 (Rybarova)	PP	4800	2400x22	450x25	2500x16
3-72 (Normandin)	ÉF	4800	2400x22	450x25	3000x19
3-72 (Rybarova)	GR	4800	2400x22	450x25	3000x19
5-18 (Rybarova)[5]	GR	5600			
5-18a (Rybarova)[5]	GR	2800			
5-36 (Normandin)	ÉF	5600	2800x22	400x25	1500x10
5-36 (Rybarova)	GR	5600	2800x22	400x25	1500x10
5-48 (Normandin)	ÉF	5600	2800x22	400x25	2000x12
5-48 (Rybarova)	GR	5600	2800x22	400x25	2000x12
5-72 (Normandin)	ÉF	5600	2800x22	400x38	3000x19
5-72 (Rybarova)	GR	5600	2800x22	400x38	3000x19
10-18 (Rybarova)[5]	GR	1400			

1: indique le nombre de caissons et la portée en mètres;
2: espacement centre à centre des caissons;
3: dimensions en millimètres;
4: EF: éléments finis; (SAP90);
GR: grillage; (SAP90);
PP: plaques plissées; (GARUDA);
5: dimensions inconnues, propriétés déterminées empiriquement à l'aide des courbes construites en fonction de rapport d'une des propriétés connues et la largeur du tablier et de la portée du pont.

Les vérifications des contraintes de traction à la semelle inférieure ont été faites en supposant une construction non-étayée et les limites de flèche ont été respectées. Les

propriétés des sections sont uniformes sur toute la longueur des tabliers et les détails des éléments choisis sont présentés au tableau 4.1. Les diaphragmes et les contreventements sont constitués de cornières dos-à-dos disposées en croix comme illustré sur la figure 4.2. Des diaphragmes sont toujours présents aux appuis. Le tableau 4.2 décrit l'espacement des diaphragmes et la largeur du tablier des ponts étudiés avec le nombre de voies considérées.

Les ponts sont identifiés par la présence des éléments de rigidité transversale. Par exemple, le nom 2-50 fait la référence à un tablier de deux poutres-caissons ayant une portée de 50 m sans diaphragmes ni contreventement intermédiaire. Les noms 2-50D et 2-50DC font référence aux ponts de même géométrie ayant par contre des diaphragmes intermédiaires, et des diaphragmes et des contreventements, respectivement, tel que définis sur la figure 4.2.

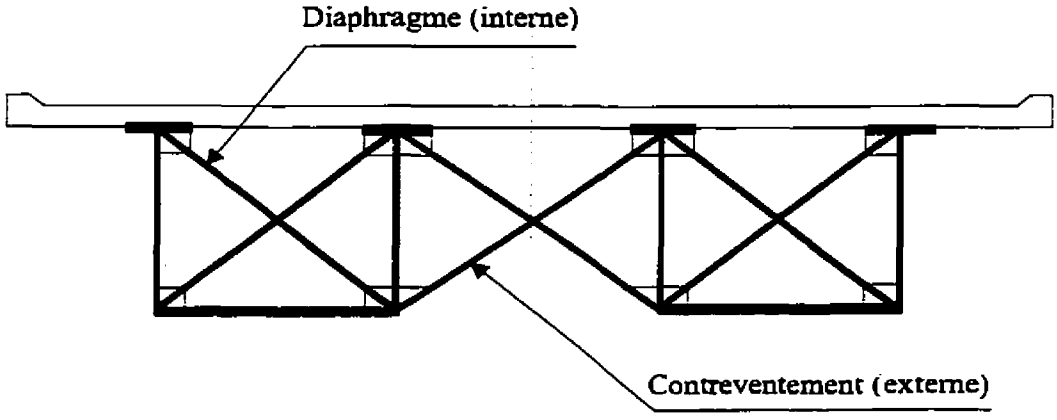


Figure 4.2: Éléments de rigidité transversale

Tableau 4.2: Espacement des diaphragmes, largeur des tabliers et nombre de voies

Identification des ponts	Espacement des diaphragmes (contreventements)	Largeur de tablier (mètres)	Nombre de voies
2-18 (Rybarova)	sans	10.0[1]+1[2]	2 et 3
2-36 (Rybarova)	sans	10.0+1	2 et 3
2-72 (Rybarova)	sans	10.0+1	2 et 3
2-50 (Normandin)	sans, D,DC - 10m c.c	10.2+1	2 et 3
2-50 (Rybarova)	sans,D - 10m c.c	10.2+1	2 et 3
3-18 (Rybarova)	sans	13.5+1	3 et 4
3-36 (Normandin)	D,DC - 12m c.c	13.5+1	3 et 4
3-36 (Rybarova)	D - 12m c.c	13.5+1	3 et 4
3-60 (Rybarova)	D - 12m c.c	13.5+1	3 et 4
3-72 (Normandin)	D,DC - 12m c.c	13.5+1	3 et 4
3-72 (Rybarova)	sans	13.5+1	3 et 4
5-18 (Rybarova)	sans	27.0+1	7
5-18a (Rybarova)	sans	13.5+1	3 et 4
5-36 (Normandin)	D,DC - 12m c.c	24.0+4	6 et 7
5-36 (Rybarova)	sans	27.0+1	7
5-48 (Normandin)	D,DC - 12m c.c	24.0+4	6 et 7
5-48 (Rybarova)	sans	27.0+1	7
5-72 (Normandin)	D,DC - 12m c.c	24.0+4	6 et 7
5-72 (Rybarova)	sans	27.0+1	7
10-18 (Rybarova)	sans	27.0+1	7

1: largeur de la voie carrossable en mètres
2: largeur totale des trottoirs et chasse-roues en mètres

Tous les ponts étudiés dans la présente étude paramétrique ont été analysés seulement avec le chargement standard CS-600 (Fig. 4.3) donnant une répartition transversale des efforts plus défavorable qu'avec la charge uniforme. Cependant, les ponts étudiés par Normandin ont été analysés pour les deux cas de chargement. Tous les résultats qui

présentent les facteurs d'essieux pour le moment fléchissant correspondent à la position longitudinale du chargement selon la figure 4.4 alors que pour l'effort tranchant, le chargement est positionné selon la figure 4.5.

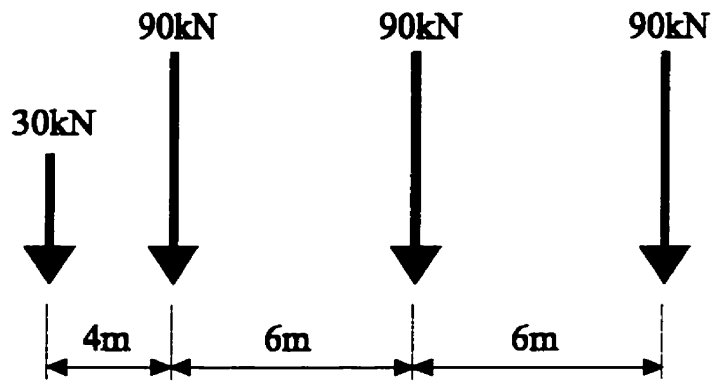


Figure 4.3: Ligne de roues du chargement CS-600

4.2.2 Récupération des efforts

Les efforts et les contraintes obtenus de l'analyse basée sur la méthode des éléments finis ont été récupérés à l'aide de logiciel de post-traitement SAPOST (Normandin, 1993), fait sur mesure pour le logiciel SAP90. Les valeurs des contraintes obtenues de l'analyse avec la méthode des plaques plissées ont été importées dans le logiciel LOTUS 1-2-3 à l'aide duquel nous avons réalisé l'intégration des contraintes. Pour chacun des ponts, nous avons récupéré les contraintes normales et les contraintes de cisaillement.

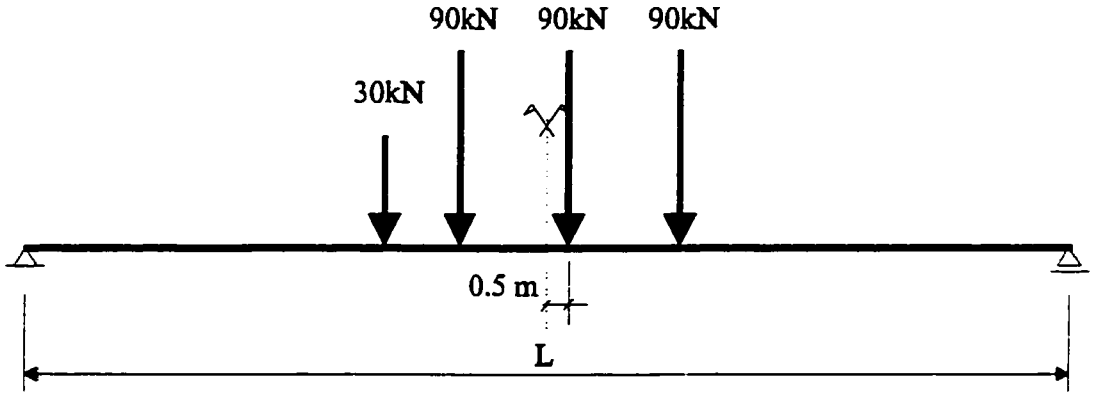


Figure 4.4: Positionnement longitudinal de la charge pour la flexion

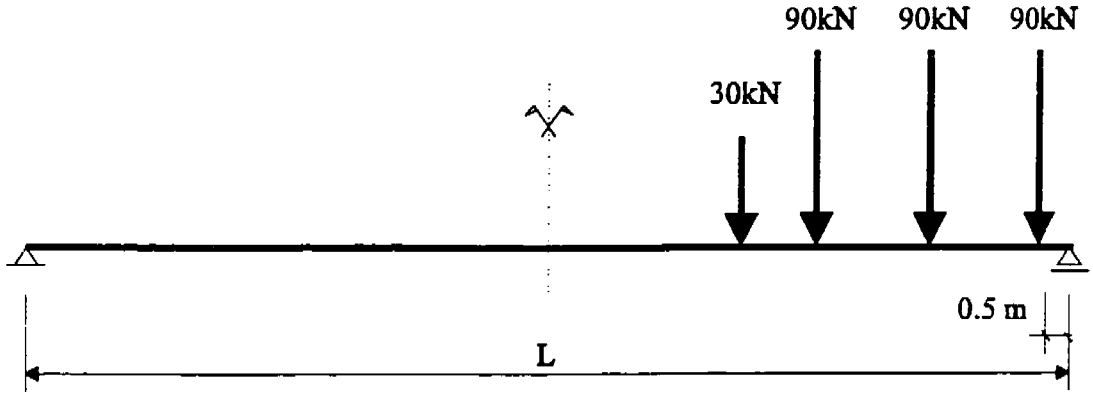


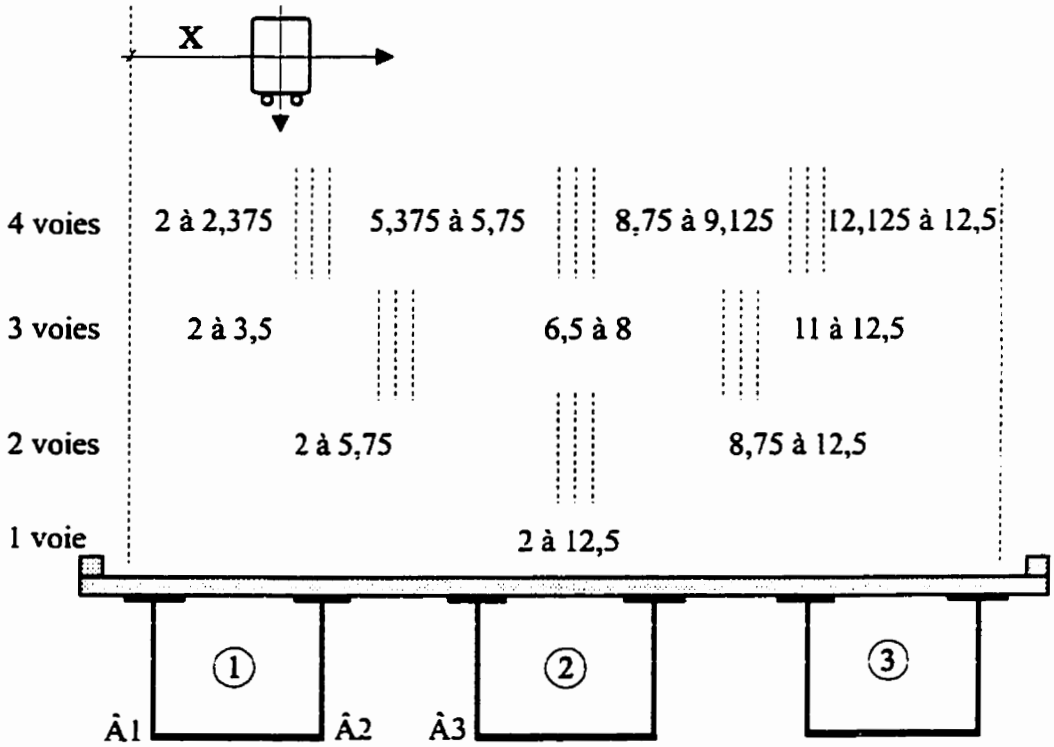
Figure 4.5: Positionnement longitudinal de la charge pour l'effort tranchant

4.2.2.1 Moments longitudinaux

Les moments ont été récupérés dans chacun des éléments longitudinaux pour chaque cas de chargement. Un élément longitudinal est défini comme un caisson (partie fermée) et la portion de la dalle qui lui est tributaire: la somme des moments de tous les éléments longitudinaux à une section donnée correspond au moment tel qu'il serait calculé avec une analyse en deux dimensions. La position critique longitudinale démontrée à la figure 4.4 pour le chargement CS-600 est celle déterminée lors d'une procédure de dimensionnement typique. Transversalement, nous avons déplacé les lignes de roues du camion sur autant de points de chargement que nous le permettait le modèle d'éléments finis ou de plaques plissées, ce qui a permis d'obtenir les lignes d'influence transversales pour les moments dans chaque élément longitudinal en fonction de la position transversale des lignes de roues.

Les efforts causés par un camion complet (deux lignes de roues) sont obtenus en combinant deux lignes d'influence espacées de 1800 mm, tel que prescrit par les normes canadiennes. Les valeurs requises pour les positions de lignes de roues situées entre deux lignes d'analyse sont calculées par interpolation linéaire. À l'aide de la ligne d'influence pour un camion complet, nous pouvons déterminer la position critique des camions à l'intérieur de leur voie. Nous avons effectué cette opération pour toutes les configurations possibles de voies de calcul pour un tablier donné. Par exemple, pour un

tablier de 14,5 m, la largeur carrossable de 13,5 m correspond à la limite entre 3 et 4 voies. Nous avons ainsi calculé les efforts maximums en considérant 1,2,3 et 4 voies de calcul comme montré à la figure 4.6.



Facteur de simultanéité: (CSA, 1988; OHBDC, 1991)

1 voie: $F_s = 1,0$
2 voies: $F_s = 0,9$
3 voies: $F_s = 0,8$
4 voies: $F_s = 0,7$

Figure 4.6: Positionnement transversal de lignes de roues

Pour chaque nombre de voies de calcul utilisé, nous avons effectué toutes les combinaisons possibles par rapport à la simultanéité des chargements dans chacune des voies en appliquant les facteurs de réduction de la norme canadienne (CSA, 1988). Les conditions de symétrie ont été utilisées dans tous les cas possibles. La superposition des résultats est valide avec l'hypothèse d'un comportement linéaire élastique de toute la structure.

4.2.2.2 Efforts tranchants

Les efforts tranchants sont obtenus de l'intégration des contraintes de cisaillement dans chacune des âmes à la section critique. Le chargement utilisé admet une distribution transversale pour toutes les charges étant donné qu'aucune de celle-ci ne se situe directement à l'appui comme montré à la figure 4.5. En effet, un chargement pour lequel la dernière charge serait située directement à l'appui donnerait un effort de cisaillement moins grand dans les âmes, car une portion de la charge serait transmise directement dans l'appui par compression. La position de la première charge près de l'appui a donc été fixée arbitrairement à 0,5 m, soit sur le second noeud longitudinalement dans le cas de l'analyse effectuée à l'aide du logiciel SAP90. Comme dans le cas du moment fléchissant, nous avons déplacé les lignes de roues transversalement pour construire les lignes d'influence du cisaillement dans chacune des âmes en fonction de la position transversale. L'analyse des résultats révèle que dans bien des cas la différence des valeurs de l'effort

tranchant due à la torsion est très grande et nous pouvons même observer des renversements d'efforts. Lors d'analyse par la méthode des éléments finis avec des charges vives seules, des soulèvement ont été retenus par les appuis verticaux bidirectionnels. Toutefois, dans un pont réel, le poids propre de la structure est normalement suffisant pour éviter le soulèvement et les efforts inversés ne font que décomprimer les appareils d'appuis.

4.2.3 Comparaison des résultats

Afin de valider les facteurs de distribution des efforts obtenus à partir du logiciel GARUDA, nous présentons une comparaison des résultats obtenus de ce logiciel à ceux obtenus de la méthode des éléments finis (avec SAP90). Cette comparaison, qui a été effectuée pour le tablier à trois caissons de 36 m de portée, a pour but de démontrer la précision des résultats calculés à l'aide de la méthode des plaques plissées par rapport à ceux obtenus de la méthode des éléments finis. En se référant à la figure 4.6 qui démontre le positionnement transversal de lignes de roues pour le nombre de voies de calcul donné, nous présentons les résultats aux tableaux 4.3 et 4.4.

En comparant les résultats de tableau 4.3, nous pouvons conclure que les valeurs des fractions d'effort pour la flexion calculées à l'aide du logiciel GARUDA sont toujours légèrement plus grandes que celles du logiciel SAP90, ce qui est du côté sécuritaire. Ces

résultats semblent consistants avec ceux de la comparaison des contraintes obtenues de ces deux logiciels présentés dans le chapitre II. Cette dernière avait démontré que l'amplitude des résultats dû à l'analyse des plaques plissées était environ de 3 % supérieure à celle des éléments finis. Nous pouvons donc conclure que les efforts provenant de l'intégration des contraintes des deux analyses structurales présentent une bonne corrélation.

Tableau 4.3: Comparaison des moments pour le pont 3-36D

Moment fléchissant - caisson 1 Camion au centre

# de voies de calcul	# de voies chargées	Facteur d'essieu SAP90	Facteur d'essieu GARUDA	Écart, %
2	1 et 2	0,714	0,736	3,08
3	1,2 et 3	0,849	0,870	2,41
4	1,2,3 et 4	0,956	0,965	2,17

Moment fléchissant - caisson 2 Camion au centre

# de voies de calcul	# de voies chargées	Facteur d'essieu SAP90	Facteur d'essieu GARUDA	Écart, %
2	1 et 2	0,708	0,708	0,00
3	1,2 et 3	0,843	0,860	1,97
4	1,2,3 et 4	0,944	0,962	0,63

Pour ce qui est les efforts tranchants, les résultats du tableau 4.4 démontrent également une bonne corrélation entre deux méthodes d'analyse. Tout comme dans le cas de la

flexion, les efforts tranchants obtenus par la méthode des plaques plissées sont légèrement plus grands que ceux obtenus de la méthode des éléments finis. L'écart entre les efforts se situe entre 0 % et 3,14 %, ce qui est très satisfaisant.

Tableau 4.4: Comparaison d'effort tranchant pour le pont 3-36D

Effort tranchant dans l'âme 1 — Camion à l'appui

# de voies de calcul	# de voies chargées	Facteur d'essieu SAP90	Facteur d'essieu GARUDA	Écart, %
2	1 et 2	0,541	0,524	3,14
3	1,2 et 3	0,541	0,524	3,14
4	1,2,3 et 4	0,541	0,524	3,14

Effort tranchant dans l'âme 2 — Camion à l'appui

# de voies de calcul	# de voies chargées	Facteur d'essieu SAP90	Facteur d'essieu GARUDA	Écart, %
2	1 et 2	0,401	0,401	0,00
3	1,2 et 3	0,460	0,478	3,76
4	1,2,3 et 4	0,457	0,463	1,29

Effort tranchant dans l'âme 3 — Camion à l'appui

# de voies de calcul	# de voies chargées	Facteur d'essieu SAP90	Facteur d'essieu GARUDA	Écart, %
2	1 et 2	0,421	0,433	2,77
3	1,2 et 3	0,553	0,550	0,54
4	1,2,3 et 4	0,542	0,539	0,55

Cette comparaison a justifié que logiciel GARUDA est convenable pour l'utilisation de chargement d'une ligne de roues qui est constituée de quatre charges concentrées. La convergence de calcul suivie sur l'écran a démontré qu'une décomposition de la charge concentrée sur la largeur d'une roue était inutile ce qui n'est pas le cas lorsque nous appliquons seulement une charge concentrée.

4.2.4 Sommaire des résultats

Pour faire suite à notre objectif qui est de comparer les résultats aux prédictions des normes, nous avons identifié les cas critiques pour chaque configuration de pont. Les résultats ont été exprimés en terme de facteurs d'essieu pour comparer directement les résultats avec ceux provenant des méthodes de poutre équivalente des normes. Les résultats sont présentés séparément pour le moment fléchissant et l'effort tranchant dus aux charges vives.

Les résultats pour la flexion longitudinale sont présentés au tableau 4.5. Les facteurs pour le chargement de camion ont été obtenus directement des analyses. Les facteurs de la norme canadienne (CSA, 1988) et de la norme de l'Ontario (MTO, 1991) ont été calculés selon les spécifications de ces normes. Il faut noter que les tablier sans contreventements (entre les caissons) ne sont pas admis par la norme ontarienne.

Tableau 4.5: Facteurs d'essieu pour la flexion

Pont	# de voies	Charge de camion Rybarova	Charge de camion Normandin	CSA-S6 (1988)	OHBDC (1991)
2-18	2 voies	1,011	-	1,467	1,246
2-36	2 voies	0,965	-	1,467	1,186
2-72	2 voies	0,945	-	1,467	1,170
2-50	2 voies	1,071	1,064	1,467	1,188
2-50D	2 voies	0,972	0,938	1,467	1,188
2-50DC	2 voies	-	0,927	1,467	1,188
2-18	3 voies	1,275	-	1,467	1,109
2-36	3 voies	1,209	-	1,467	1,068
2-72	3 voies	1,205	-	1,467	1,061
2-50	3 voies	1,252	1,243	1,467	1,057
2-50D	3 voies	1,249	1,212	1,467	1,057
2-50DC	3 voies	-	1,207	1,467	1,057
3-18	3 voies	0,988	-	1,290	0,961
3-36D	3 voies	0,870	0,849	1,290	0,856
3-36DC	3 voies	-	0,847	1,290	0,856
3-60D	3 voies	0,852	-	1,290	0,819
3-72	3 voies	0,823	-	1,290	0,815
3-72D	3 voies	-	0,823	1,290	0,815
3-72DC	3 voies	-	0,821	1,290	0,815
5-18a	3 voies	0,637	-	0,836	0,561
3-18	4 voies	1,054	-	1,290	1,029
3-36D	4 voies	0,965	0,956	1,290	0,945
3-36DC	4 voies	-	0,947	1,290	0,945
3-60D	4 voies	0,948	-	1,290	0,915
3-72	4 voies	0,941	-	1,290	0,912
3-72D	4 voies	-	0,944	1,290	0,912
3-72DC	4 voies	-	0,941	1,290	0,912
5-18a	4 voies	0,671	-	0,836	0,601
5-36D	6 voies	-	0,827	1,141	1,101
5-36DC	6 voies	-	0,773	1,141	1,101
5-48D	6 voies	-	0,768	1,141	1,052
5-48DC	6 voies	-	0,786	1,141	1,052
5-72D	6 voies	-	0,810	1,141	1,002
5-72DC	6 voies	-	0,781	1,141	1,002

Note: Valeurs non-sécuritaires ombragées

Tableau 4.5: Facteur d'essieu pour la flexion - (suite)

Pont	# de voies	Charge de camion Rybarova	Charge de camion Normandin	CSA-S6 (1988)	OHBDC (1991)
5-18	7 voies	1,174	-	1,301	1,432
5-36	7 voies	1,094	-	1,301	1,107
5-36D	7 voies	-	0,879	1,141	1,175
5-36DC	7 voies	-	0,817	1,141	1,175
5-48	7 voies	0,957	-	1,301	1,059
5-48D	7 voies	-	0,828	1,141	1,135
5-48DC	7 voies	-	0,786	1,141	1,135
5-72	7 voies	0,861	-	1,301	1,010
5-72D	7 voies	-	0,810	1,141	1,094
5-72DC	7 voies	-	0,781	1,141	1,094
10-18	7 voies	0,550	-	0,706	0,614

Note: Valeurs non-sécuritaires ombragées

Tableau 4.6: Facteurs d'essieu pour l'effort tranchant

Pont	# de voies	Charge de camion Rybarova	Charge de camion Normandin	CSA-S6 (1988)	OHBDC (1991)
2-18	2 voies	1,100	-	1,467	1,384
2-36	2 voies	1,192	-	1,467	1,317
2-72	2 voies	1,278	-	1,467	1,300
2-50	2 voies	1,168	1,170	1,467	1,320
2-50D	2 voies	1,182	1,204	1,467	1,320
2-50DC	2 voies	1,178	1,178	1,467	1,320
2-18	3 voies	1,268	-	1,467	1,233
2-36	3 voies	1,360	-	1,467	1,186
2-72	3 voies	1,436	-	1,467	1,179
2-50	3 voies	1,251	1,252	1,467	1,175
2-50D	3 voies	1,235	1,238	1,467	1,175
2-50DC	3 voies	1,266	1,266	1,467	1,175

Note: Valeurs non-sécuritaires ombragées

Tableau 4.6: Facteur d'essieu pour l'effort tranchant - (suite)

Pont	# de voies	Charge de camion Rybarova	Charge de camion Normandin	CSA-S6 (1988)	OHBDC (1991)
3-18	3 voies	0,956	-	1,290	1,068
3-36D	3 voies	1,100	1,106	1,290	0,951
3-36DC	3 voies	-	1,072	1,290	0,951
3-60D	3 voies	1,138	-	1,290	0,910
3-72	3 voies	1,222	-	1,290	0,906
3-72D	3 voies	-	1,222	1,290	0,906
3-72DC	3 voies	-	1,128	1,290	0,906
5-18a	3 voies	0,722	-	0,836	0,623
3-18	4 voies	1,056	-	1,290	1,143
3-36D	4 voies	1,078	1,084	1,290	1,050
3-36DC	4 voies	-	1,148	1,290	1,050
3-60D	4 voies	1,135	-	1,290	1,016
3-72	4 voies	1,200	-	1,290	1,013
3-72D	4 voies	-	1,172	1,290	1,013
3-72DC	4 voies	-	1,200	1,290	1,013
5-18a	4 voies	0,736	-	0,836	0,668
5-36D	6 voies	-	1,220	1,141	1,223
5-36DC	6 voies	-	1,088	1,141	1,223
5-48D	6 voies	-	1,288	1,141	1,169
5-48DC	6 voies	-	1,122	1,141	1,169
5-72D	6 voies	-	1,366	1,141	1,113
5-72DC	6 voies	-	1,164	1,141	1,113
5-18	7 voies	1,122	-	1,301	1,591
5-36	7 voies	1,194	-	1,301	1,230
5-36D	7 voies	-	1,192	1,141	1,306
5-36DC	7 voies	-	1,086	1,141	1,306
5-48	7 voies	1,282	-	1,301	1,177
5-48D	7 voies	-	1,248	1,141	1,261
5-48DC	7 voies	-	1,116	1,141	1,261
5-72	7 voies	1,436	-	1,301	1,122
5-72D	7 voies	-	1,292	1,141	1,215
5-72DC	7 voies	-	1,152	1,141	1,215
10-18	7 voies	0,642	-	0,706	0,682

Note: Valeurs non-sécuritaires ombragées

Toutefois, l'obligation d'utiliser des contreventements stipulée dans cette norme est davantage reliée au comportement de la dalle qu'à celui des éléments porteurs. On constate alors que la norme CSA-S6 fournit des facteurs qui sont généralement sécuritaires pour la flexion. Cependant des écarts allant jusqu'à 60 % existent. La norme S6 ne requiert pas l'utilisation de diaphragmes intermédiaires ni de contreventements entre les poutres. Toutefois, ces éléments sont toujours présents à l'intérieur des caissons afin d'assurer la stabilité de la section lors de la construction et de réduire la distorsion.

Les résultats pour l'effort tranchant sont présentés au tableau 4.6. Les facteurs d'essieu applicables pour la conception d'un caisson correspondent à deux fois la valeur de l'effort tranchant dans l'âme la plus critique. En effet, la distribution latérale de l'effort tranchant étant susceptible au renversement, l'effort dans une âme pourrait être beaucoup plus grand que l'effort tranchant moyen dans le caisson complet. Les prescriptions de la norme canadienne sont identiques pour l'effort tranchant et la flexion longitudinale. Les facteurs de l'effort tranchant de la norme de l'Ontario, par contre, admettent une majoration de 11 % par rapport aux valeurs pour le moment.

4.2.5 Conclusions

Les valeurs de la norme CSA-S6 pour la flexion sont généralement sécuritaires par une marge d'environ 40 %. Par contre, la norme de l'Ontario donne des valeurs non-

sécuritaires pour les ponts à deux caissons, à la limite pour les ponts à trois caissons, et sécuritaires pour les ponts à cinq caissons. Cette méthode est clairement déficiente quant à l'influence de la largeur des tabliers et du nombre de caissons. Ainsi, les facteurs d'essieu pour la flexion obtenus des analyses diminuent avec l'augmentation de la portée du tablier ce qui améliore la distribution du moment fléchissant entre les caissons. Les mêmes tendances peuvent être observées pour les facteurs d'essieux calculés selon la norme de l'Ontario.

Pour ce qui est l'effort tranchant, les prédictions de la norme canadienne (CSA-S6) sont généralement du côté non-sécuritaires ainsi que les facteurs de la norme OHBDC qui sont presque toujours inférieurs aux valeurs des analyses. Pour ce qui est des tendances des facteurs d'essieu pour l'effort tranchant, les analyses ont démontré qu'avec une augmentation de la portée du tablier, les facteurs d'essieux augmentent ou encore la distribution de l'effort tranchant entre les caissons se détériore. Par contre, avec une augmentation de la portée, les facteurs d'essieu calculés selon la norme de l'Ontario diminuent et la distribution de l'effort tranchant s'améliore. Cette conclusion a confirmé l'inexactitude des prescriptions de la norme de l'Ontario.

4.3 Étude de sensibilité

Dans les sections précédentes, nous avons évalué la justesse des prescriptions des normes, particulièrement les formules empiriques qui sont à la base des méthodes simplifiées de la poutre équivalente. Les analyses effectuées jusqu'ici ont permis de comparer les résultats avec ceux que nous obtenons en respectant les relations fournies par les normes actuelles. Pourtant, les variations et les tendances des facteurs des efforts en fonction des paramètres géométriques ainsi qu'en fonction des propriétés structurales n'ont pas été étudiées. Afin de bien comprendre le comportement des ponts-caissons et l'influence de leurs constituants sur la répartition des efforts, nous proposons une étude de sensibilité.

4.3.1 Objectifs et problématique

L'objectif principal de cette étude est de vérifier la pertinence des équations empiriques proposées par la norme de l'Ontario (OHBDC, 1991), ainsi que de vérifier les vraies tendances des coefficients de distribution latérale de la charge en fonction des paramètres géométriques et des propriétés structurales. Bien que l'approche de la norme de l'Ontario semble plus sophistiquée que celle de la norme S6-M88 (CSA, 1988), les équations empiriques qui empruntent des calculs de rigidité à la théorie des plaques orthotropes viennent masquer l'influence des paramètres mentionnés. Il importe donc

d'abord de bien saisir l'essence du cheminement emprunté par ceux qui ont développé la norme de l'Ontario et ensuite de vérifier la validité de leurs hypothèses.

4.3.2 Déduction des équations empiriques de la norme de l'Ontario.

Pour mieux comprendre la déduction des équations empiriques fournies par la norme de l'Ontario, nous retraçons ici le cheminement basé sur la théorie des plaques orthotropes. Une explication approfondie de la méthode est présentée par Bakht et Jaeger (1985) dont nous tirons le principe et la philosophie. Le concept de cette méthode simplifiée d'analyse de pont repose sur des paramètres adimensionnels qui caractérisent la structure.

En effet, le concept de caractérisation est fondé sur l'hypothèse que deux structures similaires, dont la géométrie ne diffère qu'en fonction de paramètres scalaires, et sur lesquelles les charges appliquées diffèrent entre elles également par un scalaire, auront le même patron de flèches. Ainsi, les structures illustrées à la figure 4.7, deux grillages et deux plaques, sont similaires du point de vue da la caractérisation du comportement. Avec la caractérisation des tabliers, il faut définir des paramètres géométriques qui décrivent adéquatement le comportement des tabliers.

La norme de l'Ontario utilise cinq paramètres dénotés $\alpha, \theta, \beta, \delta, \lambda$ pour caractériser le comportement des tabliers que nous définirons plus tard.

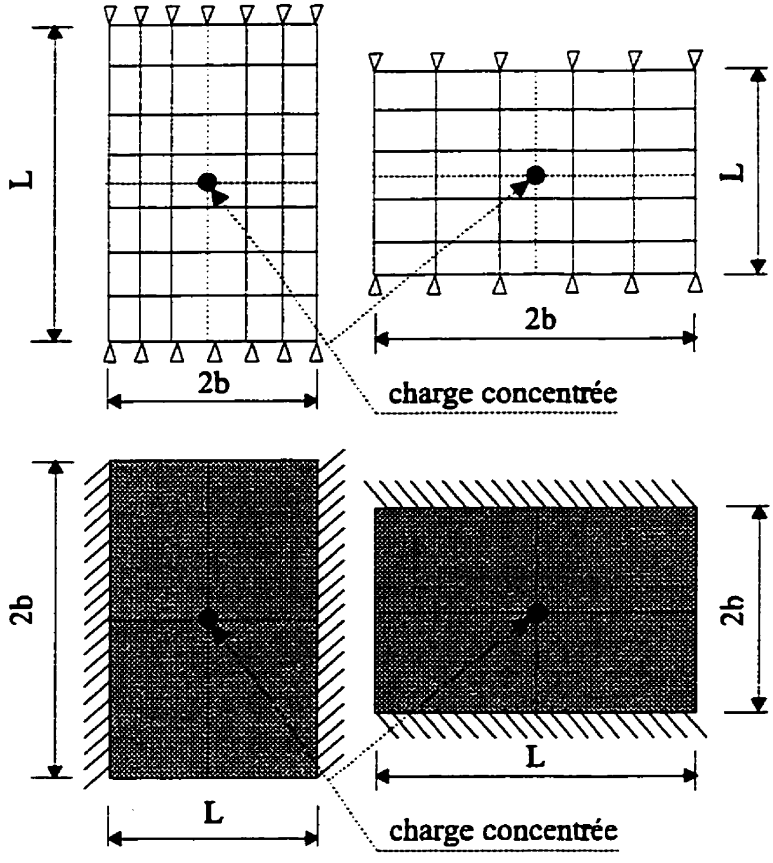


Figure 4.7: Tabliers similaires pour la caractérisation

Chacun de ceux-ci représente un comportement caractéristique particulier. Ces paramètres sont définis en fonction des rigidités flexionnelles et torsionnelles de la méthode des plaques orthotropes. La déduction de ces paramètres provient de l'équation caractéristique des plaques orthotropes et de ses modifications qui dépendent du concept structural approprié à un type de structure donné. En effet, selon le tablier considéré, nous distinguerons quatre concepts structuraux:

1 plaque orthotrope;

2. grillage;

3. plaque articulée;

4. tablier multicellulaire.

4.3.2.1 Équation caractéristique des plaques orthotropes

Selon la théorie d'élasticité des plaques, la flèche d'une plaque orthotrope est gouvernée par l'équation différentielle suivante:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \left(D_{xy} + D_{yx} + D_1 + D_2\right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x,y) \qquad [4.1]$$

où: $D_x = EI_x$ est la rigidité flexionnelle longitudinale par unité de largeur;

$D_{xy} = GJ_{xy}$ est la rigidité torsionnelle longitudinale par unité de largeur;

$D_y = EI_y$ est la rigidité flexionnelle transversale par unité de largeur;

$D_{yx} = GJ_{yx}$ est la rigidité torsionnelle transversale par unité de largeur;

$D_1 = \upsilon D_x$ est la rigidité de couplage entre la flexion dans une direction et la torsion dans l'autre direction tenant compte de l'effet de Poisson;

$D_2 = \upsilon D_y$ est la rigidité de couplage entre la torsion dans une direction et la flexion dans l'autre direction tenant compte de l'effet de Poisson.

Lorsque nous cherchons la forme de la flèche, l'équation [4.1] peut être décrite en termes des cordonnées naturelles $X = \frac{x}{L}$ et $Y = \frac{y}{b}$, où L est la portée et b la demie-largeur de la plaque (Fig. 4.8).

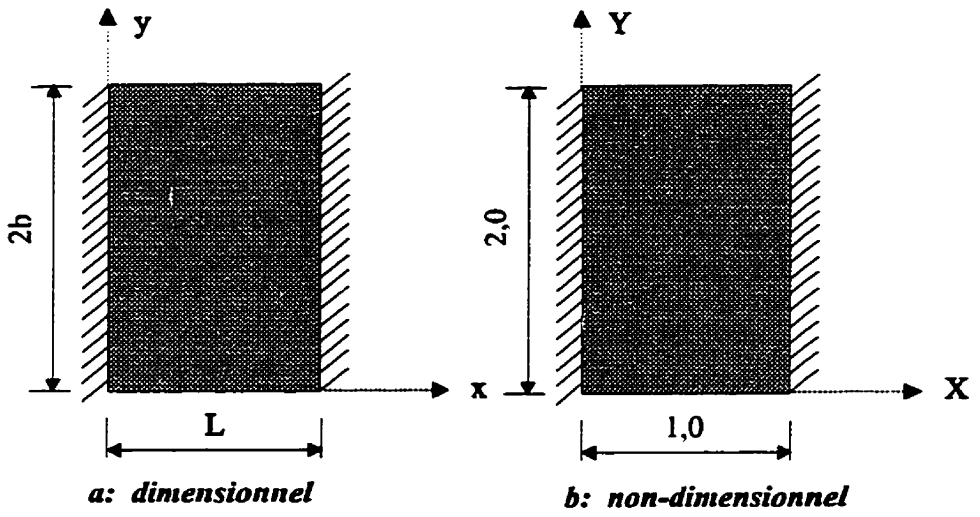


Figure 4.8: Système de coordonnées pour une plaque orthotrope

En définissant les termes suivants:

$$\frac{\partial}{\partial x} \equiv \frac{1}{L}\frac{\partial}{\partial X} \qquad [4.2]$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \equiv \frac{1}{b}\frac{\partial}{\partial Y} \qquad [4.3]$$

et en introduisant ces équations dans [4.1], nous obtenons l'équation suivante:

$$\frac{D_x}{L^4}\frac{\partial^4 w}{\partial X^4}+\left(\frac{D_{xy}+D_{yx}+D_1+D_2}{L^2b^2}\right)\frac{\partial^4 w}{\partial X^2\partial Y^2}+\frac{D_y}{b^4\partial Y}=\Phi(X,Y) \qquad [4.4]$$

où la fonction $\Phi(X,Y)$ exprime la charge externe en fonction des coordonnées naturelles X,Y. Après avoir multiplié l'équation [4.4] par la relation $\frac{L^2b^2}{(D_xD_y)^{0,5}}$, nous obtenons:

$$\theta^2\frac{\partial^4 w}{\partial x'^4}+2\alpha\frac{\partial^4 w}{\partial x'^2\,\partial y'^2}+\frac{1}{\theta^2}\frac{\partial^4 w}{\partial y'^4}=\frac{L^2b^2}{(D_xD_y)^{0,5}}\Phi(x',y') \qquad [4.5]$$

d'où nous tirons le paramètre flexionnel (θ):

$$\theta=\frac{b}{L}\left(\frac{D_x}{D_y}\right)^{0,25} \qquad [4.6]$$

et le paramètre torsionnel (α):

$$\alpha=\frac{D_{xy}+D_{yx}+D_1+D_2}{2(D_xD_y)^{0,5}} \qquad [4.7]$$

Pour deux plaques orthotropes ayant la même distribution du chargement, les termes de droite de l'équation [4.5] seront identiques. Analogiquement, le terme de gauche de l'équation [4.5] est le même car deux plaques possèdent le même patron de flèche, et les valeurs α et θ seront aussi identiques. Nous pouvons alors conclure que les paramètres torsionnel et flexionnel sont les paramètres qui caractérisent la flèche d'une plaque orthotrope rectangulaire.

4.3.2.2 Grillage

Le comportement de la structure analysée par la méthode de grillage est différent de celui basé sur les hypothèses d'une plaque orthotrope. Puisque le coefficient de Poisson associé avec le phénomène de flexion dans deux directions est absent dans le comportement d'une structure analysée par la méthode de grillage, les rigidités D_1 et D_2 sont nulles et l'équation [4.1] est simplifiée. Ainsi, pour un grillage, il est avantageux d'exprimer les paramètres à l'aide des relations d'une plaque orthotrope équivalente qui sont obtenues de la distribution uniforme des rigidités des poutres longitudinales individuelles le long de la largeur et des rigidités des poutres transversales le long de la portée. Par exemple, la rigidité flexionnelle longitudinale *(EI)* d'une poutre est égale à D_x fois S, où S est l'espacement des poutres longitudinales (Fig. 4.9).

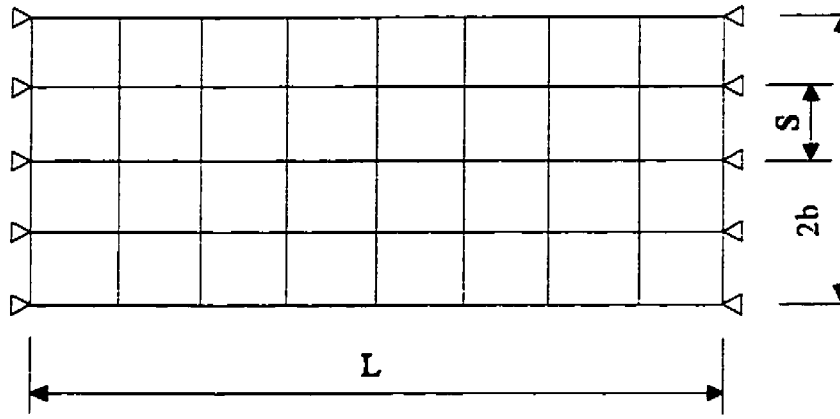


Figure 4.9: Modélisation par la méthode de grillage

Considérant toutes ces hypothèses, nous pouvons adopter les relations suivantes:

$$\alpha_1 = \frac{D_{xy}}{2\left(D_x D_y\right)^{0,5}} \qquad [4.8]$$

$$\alpha_2 = \frac{D_{yx}}{2\left(D_x D_y\right)^{0,5}} \qquad [4.9]$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{D_{xy} + D_{yx}}{2 \times \left(D_x \times D_y\right)^{0,5}} \qquad [4.10]$$

$$\theta = \frac{S}{L}\left(\frac{D_x}{D_y}\right)^{0,25} \qquad [4.11]$$

Lorsque deux grillages différents ont les mêmes valeurs de α_1, α_2 et θ, ces deux grillages soumis au même chargement, auront la même distribution de flèche, d'efforts tranchants, de moments fléchissants et de moments de torsion.

4.3.2.3 Plaques articulées

Le dernier modèle qui s'approche du système structural des ponts-caissons multiples est celui d'une plaque articulée (Fig. 4.10). Il est typique pour ce cas de tablier que la rigidité flexionnelle des membrures transversales soit très petite et que distribution de la charge soit assurée par les efforts de cisaillement. Un tel comportement exige d'assumer une catégorie spéciale de plaques orthotropes pour lesquelles les rigidités flexionnelle et torsionnelle transversale convergent vers zéro. Ainsi, l'effet de couplage est éliminé et les rigidités D_1 et D_2 sont nulles. Lorsque D_y tend vers zéro, les paramètres α et θ exprimés à l'aide des équations [4.7] et [4.6] tendent vers l'infini. Toutefois, l'élimination de D_y entre ces deux relations amène à définir l'expression qui suit:

$$\frac{\theta}{\sqrt{\alpha}} = \sqrt{2}\left(\frac{b}{L}\right)\left(\frac{D_x}{D_{xy}}\right)^{0,5} \qquad [4.12]$$

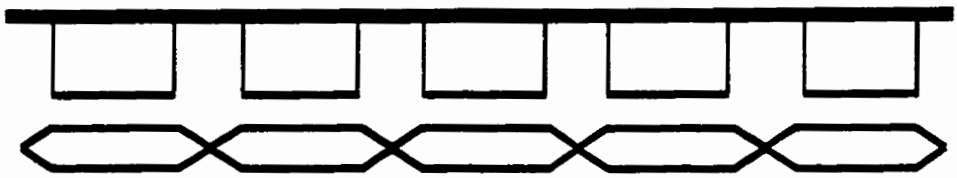


Figure 4.10: Plaque articulée

En substituant la relation $\beta = \sqrt{2}\dfrac{\theta}{\sqrt{\alpha}}$ dans [4.12], nous obtenons le paramètre β tel que définit par la norme de l'Ontario:

$$\beta = \pi \frac{2b}{L}\sqrt{\frac{D_x}{D_{xy}}} \qquad [4.13]$$

Étant donné que les rigidités D_y et D_{yx} deviennent infiniment petites, l'équation différentielle [4.1] de la plaque orthotrope sera la suivante:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + D_{xy} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} = q(x,y) \qquad [4.14]$$

En utilisant les termes des cordonnées naturelles X et Y, l'équation différentielle [4.14] devient:

$$\frac{D_x}{L^4}\frac{\partial^4 w}{\partial X^4}+\frac{D_{xy}}{L^2 b^2}\frac{\partial^4 w}{\partial X^2 \partial Y^2}=\Phi(X,Y) \qquad [4.15]$$

En multipliant l'équation [4.15] par l'expression $\frac{L^2 \times b^2}{D_{xy}}$, nous pouvons écrire:

$$\frac{\beta^2 \partial^4 w}{4\pi^2 \partial X^4}+\frac{\partial^4 w}{\partial X^2 \partial Y^2}=\frac{L^2 b^2}{D_{xy}}\Phi(X,Y) \qquad [4.16]$$

Pour deux plaques articulées ayant une géométrie qui ne diffèrent que par une constante scalaire, le terme de droite de l'équation [4.16] est identique lorsque la forme du chargement appliqué est la même. Ainsi, ces plaques auront le même terme de gauche que celui de l'équation [4.16], lorsque le paramètre β qui caractérise la flèche est identique pour les deux plaques.

Dans le cas des plaques articulées, le paramètre β caractérise aussi le moment de flexion longitudinal, le cisaillement longitudinal et transversal comme illustré aux figures 4.11 et 4.12. La figure 4.11 illustre trois poutres ayant une portée *(L)*, une largeur *(b)*, une rigidité flexionnelle *(EI)* et une rigidité torsionnelle *(GJ)*. Les poutres sont simplement appuyées aux extrémités alors qu'entre elles-mêmes, elles sont librement articulées. La poutre centrale supporte la charge linéaire $P\sin(\pi x / L)$ et les conditions aux frontières

représentent les rotations autour de l'axe longitudinal des poutres qui sont retenues aux extrémités.

En se référant à la figure 4.12, nous supposons que l'effort linéaire dû à l'interaction entre la poutre centrale et celle de gauche est égal à $p\sin(\pi x / L)$. Étant donné que cette plaque est symétrique, le même effort est transmis entre la poutre centrale et celle de droite. Lorsque nous exprimons les flèches de la poutre de rive et centrale *(w)* et la rotation de la section transversale autour de l'axe longitudinal de la poutre de rive *(θ)* en utilisant des séries harmoniques, nous obtenons les relations suivantes:

$$w_1 = a_1 \sin\frac{\pi x}{L} \qquad [4.17]$$

$$w_2 = a_2 \sin\frac{\pi x}{L} \qquad [4.18]$$

$$\theta_1 = c_1 \sin\frac{\pi x}{L} \qquad [4.19]$$

d'où la flèche de la poutre de rive est égale:

$$EI\frac{d^4 w_1}{dx^4} = p\sin\frac{\pi x}{L} \qquad [4.20]$$

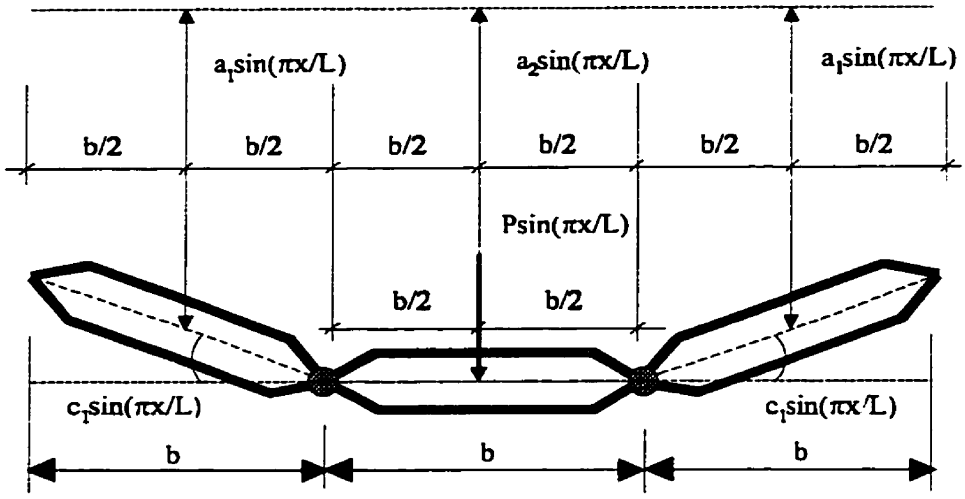


Figure 4.11: Plaque articulée simulant trois poutres sous le chargement symétrique de la première harmonie

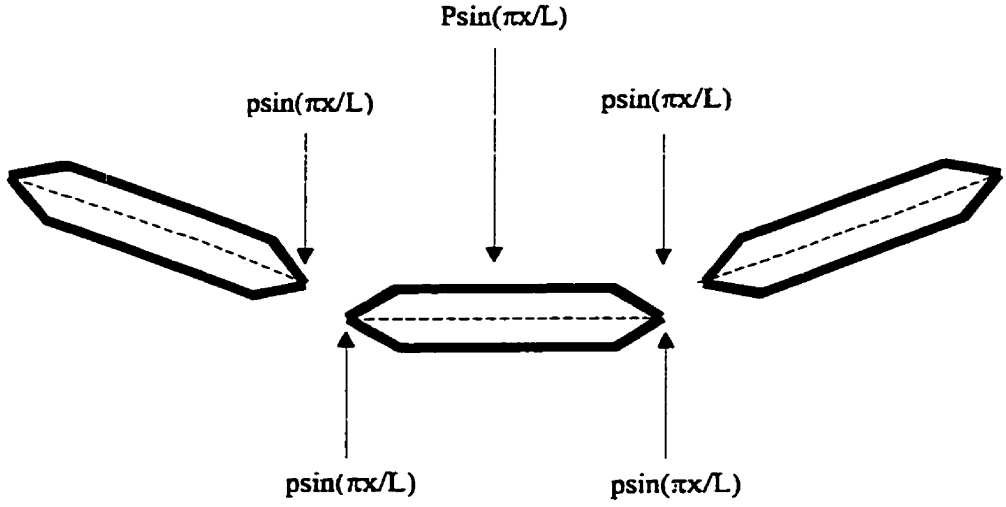


Figure 4.12: Interaction de la charge linéaire

Utilisant l'équation [4.17], nous obtenons:

$$k \times a_1 = p \qquad [4.21]$$

où $$k = EI\frac{\pi^4}{L^4} \qquad [4.22]$$

Analogiquement, pour la flèche de la poutre centrale, nous obtenons:

$$k \times a_2 = P - 2 \times p \qquad [4.23]$$

Pour un élément ayant la longueur δx, nous pouvons exprimer le moment torsionnel:

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{b}{2} \times p \sin\frac{\pi x}{L} \qquad [4.24]$$

puis en introduisant l'expression $T = GJ(d\theta_l / dx)$, nous obtenons:

$$\frac{2\pi^2 GJ}{bL^2} \times c_1 = p. \qquad [4.25]$$

Pour satisfaire la condition de compatibilité, nous écrivons:

$$a_2 = a_1 + \frac{b}{2} \times c_1 \qquad [4.26]$$

Les équations [4.21] jusqu'à [4.26] permettent de déterminer les inconnues p, a_1, a_2 et c_1 au niveau quantitatif.

Finalement, les fractions exprimées par les équations suivantes sont les coefficients de la distribution de la flèche et du moment longitudinal des poutres de rive et centrale soumises au chargement de la première harmonie. Ces fractions démontrent qu'elles sont dépendantes seulement de paramètre β.

$$\frac{p}{P} = \frac{36}{108 + \beta^2} \qquad [4.27]$$

$$\frac{P - 2p}{P} = \frac{36 + \beta^2}{108 + \beta^2} \qquad [4.28]$$

Pour ce qui est la variation du paramètre β, l'équation [4.13] prédit qu'avec une augmentation de D_x le paramètre β augmentera alors que l'on obtient le contraire lorsque nous augmentons D_{xy} qui conduit à la réduction du paramètre β. De plus, selon l'équation [4.13], le paramètre β est proportionnel à la largeur du tablier et inversement proportionnel à la portée du pont. Pour évaluer la justesse de cette équation, nous avons

effectué une étude de sensibilité des ponts-caissons à section composite et en béton que nous présentons aux sections 4.3.6 et suivantes.

4.3.2.4 Ponts à poutres-caissons multicellulaires

Pour la catégorie des ponts multicellulaires et de dalles évidées, la distribution transversale du moment de flexion longitudinal est obtenue par la flèche provenant de la flexion et du cisaillement. Les paramètres α et θ définis dans les sections précédentes ne suffisent plus pour la caractérisation complète de la distribution transversale des efforts. Ceci oblige à introduire le paramètre additionnel δ défini par la relation suivante:

$$\delta = \frac{\pi^2 \times b}{L^2} \times \left(\frac{D_x}{S_y}\right)^{0,5} \qquad [4.29]$$

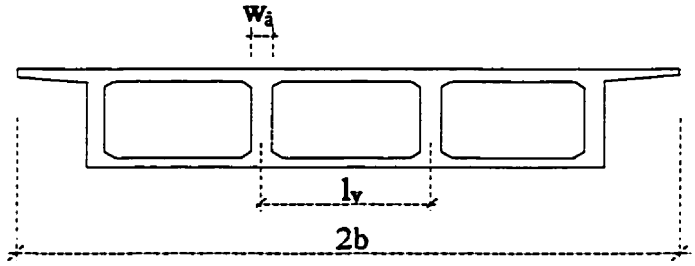
où S_y est la rigidité transversale en cisaillement exprimée par unité de longueur ou le produit du module d'élasticité en cisaillement et l'aire en cisaillement par unité de longueur. En se référant à la figure 4.13, la rigidité en cisaillement transversale pour un pont multicellulaire peut être calculée à partir des relations suivantes:

$$S_y = \frac{E_b\left(t_{sup}^3 + t_{inf}^3\right)}{l_v^2}\left[\frac{w_a^2 \times l_v}{w_a^3 \times l_v + h_0 \times \left(t_{sup}^3 + t_{inf}^3\right)}\right] \qquad [4.30]$$

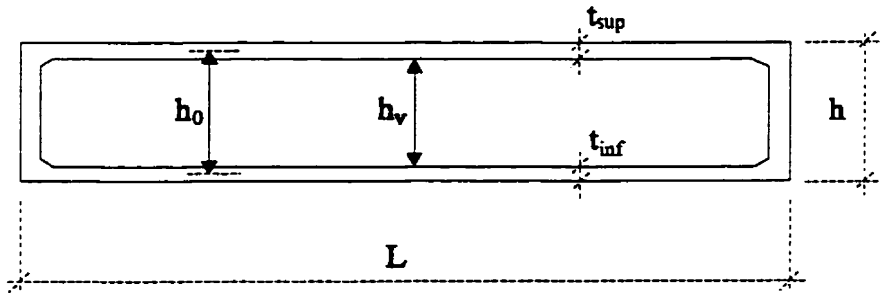
Lorsque l'épaisseur du hourdis supérieur est égale à l'épaisseur de la semelle inférieure, l'équation [4.30] sera simplifiée:

$$S_y = \frac{2 \times E_b \times t_{inf/sup}^3}{l_v^2\left[1 + 2 \times \left(h_0 / l_v\right) \times \left(t_{inf/sup} / w_a\right)^3\right]} \qquad [4.31]$$

De plus, selon les définitions de la figure 4.13 et en supposant l'épaisseur du hourdis supérieur égale à l'épaisseur du hourdis inférieur, les rigidités peuvent être exprimées par des relations suivantes:



a) section transversale



b) section longitudinale

Figure 4.13: Schéma de la structure multicellulaire

$$D_x = 0{,}5 \times E_b \times t_s \times h_0^2 \qquad [4.32]$$

$$D_y = 0{,}5 \times E_b \times t_s \times h_0^2 \qquad [4.33]$$

$$D_{xy} = G_b \times t_s \times h_0^2 \qquad [4.34]$$

$$D_{yx} = D_{xy} \qquad [4.35]$$

$$D_1 = v_b \times D_y \qquad [4.36]$$

$$D_2 = D_1 \qquad [4.37]$$

Substituant les rigidités exprimées ci-dessus dans les équations [4.6] et [4.7], nous obtenons les paramètres θ et α qui complètent la caractérisation de la structure multicellulaire. Dans ce cas, le paramètre flexionnel θ devient égal à b/L alors que le paramètre torsionnel α devient égal à 1,0. Le chapitre V qui porte sur l'analyse des ponts multicellulaires donnera un bref aperçu de l'utilisation des méthodes simplifiées et de la comparaison des résultats avec ceux obtenus des analyses.

4.3.2.5 Paramètres caractérisant le cas spécial des raidisseurs du bords

Pour les plaques orthotropes ayant une rigidité torsionnelle faible, l'effet de la symétrie des poutres de rive sur la distribution du moment longitudinal peut être caractérisé par le paramètre λ qui est défini par la relation:

$$\lambda = \frac{EI}{L}\left(\frac{1}{D_x^3 \times D_y}\right)^{0.25} \qquad [4.38]$$

où EI est la rigidité flexionnelle de chaque poutre de rive. Ce paramètre est en fait un paramètre additionnel caractérisant une plaque orthotrope non-rigidifiée. Ce paramètre est défini de façon à ce que l'effet flexionnel et torsionnel des poutres de rive soient les mêmes pour des valeurs identiques du paramètre λ. Cette considération produira, pour ces deux ponts, le même patron de distribution du moment longitudinal pour le même chargement appliqué. Le paramètre λ est davantage valide pour les tabliers ayant une faible résistance à la torsion que pour ceux qui sont torsionnellement rigides. Ainsi, lors de l'analyse, nous supposons que les rigidités torsionnelles des poutres ont un effet négligeable sur la distribution de la charge.

L'équation suivante, qui a été développée dans la référence par Pama et Cusens (1985) et qui s'applique aux plaques articulées, utilise le chargement exprimé par des séries harmoniques. Dans cette équation, n représente le nombre d'harmoniques, donc la valeur de λ varie proportionnellement avec le nombre de séries considéré:

$$\lambda = \frac{2n\pi \times EI}{L}\left[\frac{1}{D_x\left(D_{xy} + D_{yx} + D_1\right)}\right]^{0.5} \qquad [4.39]$$

Il est important de noter que la validation du paramètre λ n'est pas limitée par le nombre d'harmoniques. Lorsque deux ponts ont la même valeur du paramètre λ correspondante à la première harmonique, le paramètre λ est identique pour les harmoniques plus élevées. Toutefois, la caractérisation du paramètre λ peut-être basée sur la valeur de la première harmonique. Évidement, le patron de la distribution du moment longitudinal correspondant aux différentes harmoniques sera aussi différent. Cependant, pour deux ponts, le patron de la distribution des efforts pour une harmonique donnée est identique lorsqu'ils ont la même valeur de λ en posant n=1 dans la relation [4.39].

4.3.2.6 Discussion

Cette section a pour objectif de relier les paramètres caractéristiques des tabliers $\alpha, \theta, \beta, \delta$ à la distribution des efforts et d'étudier les tendances des facteurs de distribution en fonction de la variation des propriétés structurales. Le facteur de distribution F_D est obtenu à partir de la relation suivante:

$$F_D = \frac{Effort\ réel}{Effort\ moyen} \qquad [4.40]$$

alors que le facteur d'essieu ou le facteur de roue sont obtenus rapidement des relations suivantes:

$$F_E = \frac{Effort\ réel}{Effort_{1\ voie}} \qquad [4.41]$$

$$F_R = \frac{Effort\ réel}{Effort\ moyen_{1\ ligne\ de\ roues}} \qquad [4.42]$$

Ainsi, plus les facteurs de distribution *(F_D)*, d'essieu *(F_E)* ou de roues *(F_R)* sont petits pour une géométrie donnée, meilleure est la répartition transversale des efforts. Le tableau 4.7 résume l'influence des paramètres caractéristiques des tabliers sur les facteurs de distribution des efforts.

Tableau 4.7: Effets des propriétés structurales sur la répartition des efforts

Propriété	Variation	Effet sur la répartition transversale des efforts	Effet sur les paramètres caractéristiques des tabliers				Effet sur F_D, F_E, F_R
			α	θ	β	δ	
D_x	↑	Défavorable	↓	↑	↑	↑	↑
D_y	↑	Favorable	↑	↓	—	—	↓
D_{xy}; D_{yx}	↑	Favorable	↑	—	↓	—	↓

À la limites des tendances exposées au tableau 4.7, il apparaît clairement que le facteur de distribution doit être proportionnel à θ, β et δ alors qu'il doit varier à l'inverse de la variation de α. Le paramètre α est proportionnel à la rigidité transversale et aux rigidités torsionnelles.

Augmenter ces termes améliore la distribution des efforts. Ceci sera mis en évidence au chapitre V (Fig.5.4).

4.3.3 Méthode d'analyse de l'étude de sensibilité

L'étude de sensibilité a été faite par la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel SAP90 (Wilson et Habibullah, 1992). Cependant, étant donné que nous avons eu besoin d'effectuer des calculs répétitifs, une méthode d'analyse simple du point de vue de modélisation a été sélectionnée, soit l'analyse par grillage. De plus, l'analyse par grillage offre la possibilité de varier une seule rigidité à la fois (D_x, D_y, D_{xy}, etc.), ce qui permet d'isoler l'effet de ces paramètres. Toutefois, des ponts ayant des propriétés structurales réelles ont été aussi analysés par la méthode des plaques plissées à l'aide du logiciel GARUDA (Belica, 1992) et les résultats des deux analyses ont été comparés afin de s'assurer de la justesse des analyses simplifiées.

Le principe de modélisation du pont par la méthode de grillage repose sur la méthode de rigidité. Après la méthode de la poutre équivalente, elle est la méthode d'analyse des tabliers la plus répandue. Elle décrit les tabliers au moyen d'un assemblage de poutres unidimensionnelles ayant des rigidités flexionnelles et torsionnelles. Étant donné que la méthode de grillage est la méthode la plus répandue dans le domaine de modélisation des

tabliers, il est important de bien comprendre le comportement du pont afin que le modèle le simule adéquatement.

Le livre de Hambly (1991) est assurément le meilleur ouvrage décrivant l'utilisation de l'analogie de grillage pour l'analyse d'une grande variété de ponts, dont en particulier les ponts à poutres-caissons multiples.

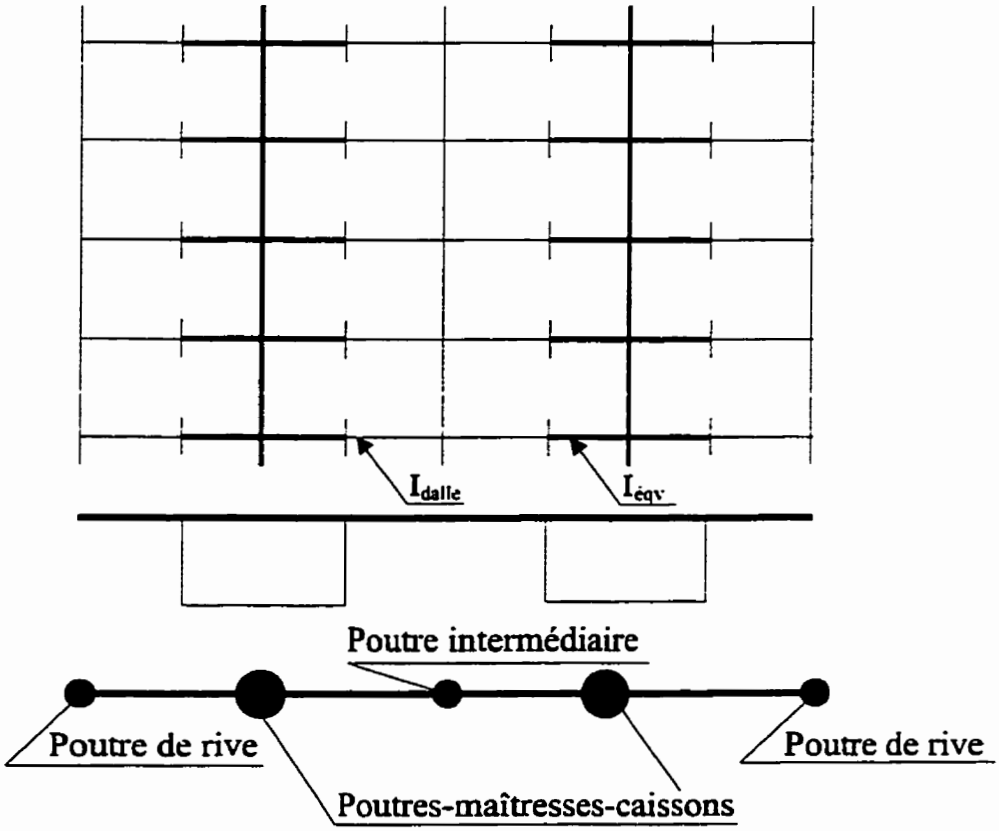


Figure 4.14: Modélisation du tablier par la méthode de grillage

La modélisation du tablier consiste en des poutres-caissons longitudinales ou poutres-maîtresses, ayant une grande rigidité torsionnelle et les poutres longitudinales de rive ou intermédiaires entre les caissons représentant la dalle (Fig. 4.14). Les membrures principales sont jointes entre elles par une dalle flexible qui est discrétisée par des membrures transversales selon le pas du maillage. Cependant, un modèle de grillage fait en sorte que lorsque les poutres longitudinales fléchissent ou subissent une torsion, la dalle du modèle est fléchie, dans le sens transversal, sur une longueur plus grande que la dalle réelle qui, elle, s'appuie sur les âmes des caissons.

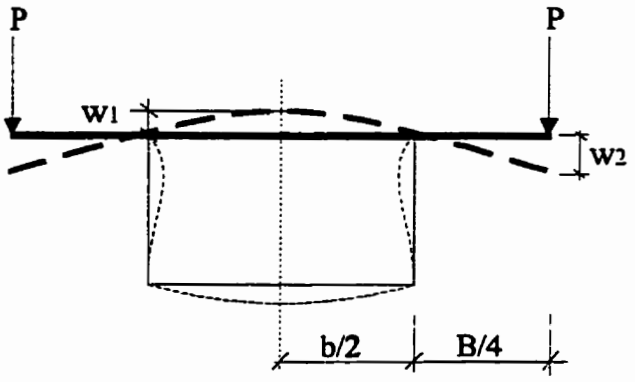


Figure 4.15: Modèle de la section transversale

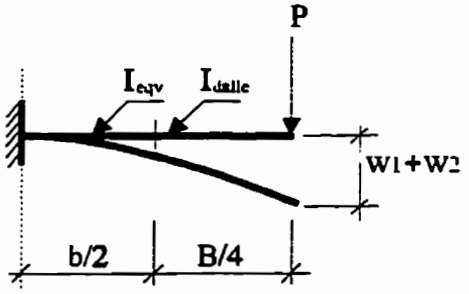


Figure 4.16: Modèle de la poutre équivalente

Pour éliminer la flexibilité artificielle de la dalle dans la partie entre les âmes du caisson, nous avons remplacé la rigidité flexionnelle réelle de la dalle (D_y) par une rigidité équivalente (D_{yeq}). Afin de trouver valeur de cette rigidité équivalente, nous avons simulé une section transversale du tablier (Fig.4.15) et appliqué la charge symétrique aux extrémités de la dalle. Dans ce modèle, nous avons tenu compte de la rigidité des âmes. Ensuite, nous avons exprimé le déplacement vertical total comme la somme du déplacement vertical en porte-à-faux de la dalle et celui au centre du caisson (Fig.4.16). Pour trouver la rigidité équivalente de la dalle, l'inertie flexionnelle de sa partie entre les âmes, modélisée par un élément du modèle poutre-console (Fig.4.16), a été itérativement augmentée jusqu'à ce que le déplacement vertical à l'extrémité libre de la poutre soit égal au déplacement total obtenu de l'analyse du cadre.

Ce calcul a été effectué à l'aide du logiciel SAP90 par les éléments de poutre et dans le cas de la section composite, il a été vérifié par le calcul analytique de la théorie de résistance des matériaux. La pondération de l'inertie équivalente par rapport à l'inertie réelle de la dalle est présentée aux tableaux 4.8 et 4.9 dans la section 4.3.4. Par exemple, 1,566 signifie que l'inertie équivalente vis-à-vis le caisson est 1,566-fois plus grande que l'inertie réelle de la dalle. Il est évident, que dans le cas de la section en béton, l'augmentation de l'inertie de la dalle est supérieure par rapport à celle pour la section composite car la section en béton possède des parois très épaisses qui sont beaucoup moins flexibles. Ainsi, nous pouvons remarquer avec l'augmentation de la profondeur du

caisson que les âmes deviennent plus flexibles et que la correction requise pour l'inertie de la dalle est réduite.

L'étude de sensibilité a été effectuée pour les ponts à section composite acier-béton avec les inerties équivalentes. Les résultats de ces analyses ont démontré qu'une augmentation de la rigidité flexionnelle de la dalle cause une diminution significative des moments fléchissants dans les poutres-caissons mais n'affecte que légèrement les valeurs des efforts tranchants et des moments torsionnels.

4.3.4 Géométrie et description des ponts

Trois types de ponts à section composite et en béton ont été modélisés et leur dimensions sont présentés aux tableaux 4.8 et 4.9. Tous les tabliers sont fait de deux caissons qui ont la même largeur *(2b)*, égale à 11 m et l'épaisseur de la dalle est égale à 225 mm.

Tableau 4.8: Description des ponts à section composite

Portée (m)	Espacement[1] des caissons[2]	Semelles inférieures	Semelles supérieures	Âmes	Modification de l'inertie de la dalle[3]
18	5500	2750x16	300x18	800x8	1,566
36	5500	2750x22	400x25	1500x10	1,600
72	5600	2800x30	500x38	3000x20	1,600

1: centre à centre
2: dimensions en millimètres
3: au-dessus du caisson

Tableau 4.9: Description des ponts en béton

Portée (m)	Espacement[1] des caissons[2]	Semelles inférieures	Semelles supérieures	Âmes	Modification de l'inertie de la dalle[3]
18	5500	3000x200	11000x225	475x250	12,3
36	5500	3000x200	11000x225	1375x250	7,4
72	5600	3050x200	11000x225	3175x250	5,1

1: centre à centre
2: cotes en millimètres
3: au-dessus du caisson

Les ponts à section composite ont été dimensionnés selon la norme CSA-S6 et la procédure de dimensionnement est décrite dans la section 4.2.1. Pour ce qui est des dimensions des ponts en béton, nous avons respecté les prescriptions géométriques proposées par Picard (1985).

Selon Picard, la profondeur de la poutre-caisson (h) est constante pour les portées inférieures à 70 m. Pour les portées comprises entre 70 et 100 m, la hauteur peut rester constante mais l'épaisseur du hourdis inférieur et des âmes augmentent en approchant des appuis. Cependant, cette solution requiert plus de précontrainte et il est généralement plus économique d'utiliser des poutres à hauteur variable lorsque la longueur de la travée dépasse 70 m. Nous avons choisi le tablier à l'inertie constante pour lequel le rapport d'élancement se situe entre 20 et 25, ce qui est caractéristique pour des ponts caissons en béton précontraint. Dans notre cas, la profondeur du caisson a été déterminée à partir d'un rapport L/25. Quant à l'épaisseur du hourdis supérieur, elle est généralement

comprise entre 175 et 250 mm. Comme l'épaisseur du hourdis supérieur dépend souvent des moments de flexion transversaux, une solution souhaitable qui améliore l'encastrement du hourdis sur les âmes est l'ajout de goussets. Ceux-ci permettront de bien résister aux charges routières et aux effets de la distorsion. L'épaisseur de la dalle a été fixée à 225 mm pour toutes nos analyses.

Pour déterminer l'épaisseur minimale de l'âme compatible avec un bon bétonnage, nous devons tenir compte du recouvrement de béton minimum (25 mm), du diamètre des armatures passives (étriers et armatures longitudinales de l'âme), du diamètre de la gaine *(D_g)* et de la hauteur de la section *(h)*. L'épaisseur minimale est égale à ($200+D_g$) si la profondeur *(h)* est inférieure ou égale à 5 m et à [$200(h/5)+D_g$] si elle est supérieure à 5 m. Dans notre cas, la profondeur du caisson ne dépasse jamais 5 m et en supposant une gaine de 50 mm de diamètre, nous obtenons une épaisseur minimale de 250 mm pour les âmes.

Les propriétés de toutes les structures ont été calculées selon les prescriptions de Hambly (1991) et la rigidité flexionnelle *(D_y)* de la partie des membrures transversales au-dessus du caisson a été augmentée. Une charge uniformément répartie de 10 kN/m a été appliquée en bordure du tablier tout le long de la portée (Fig.4.17).

Les facteurs de distribution des efforts dont le moment fléchissant et l'effort tranchant ont été étudiés en fonction de la variation des rigidités flexionnelle (D_x) et torsionnelle (D_{xy}) des poutres-maîtresses ainsi que la rigidité flexionnelle (D_y) de la dalle modélisée par les membrures transversales. Les calculs ont été effectués pour 50 %, 100 % et 200 % de la valeur des rigidités réelles et seulement une rigidité a été variée à la fois.

4.3.5 Calcul des efforts et des facteurs de distribution

Comme les éléments du maillage utilisés dans l'analyse de grillage (Fig. 4.17) sont modélisés par des éléments unidimensionnels, les résultats sont exprimés directement en efforts (kN ou kN-m).

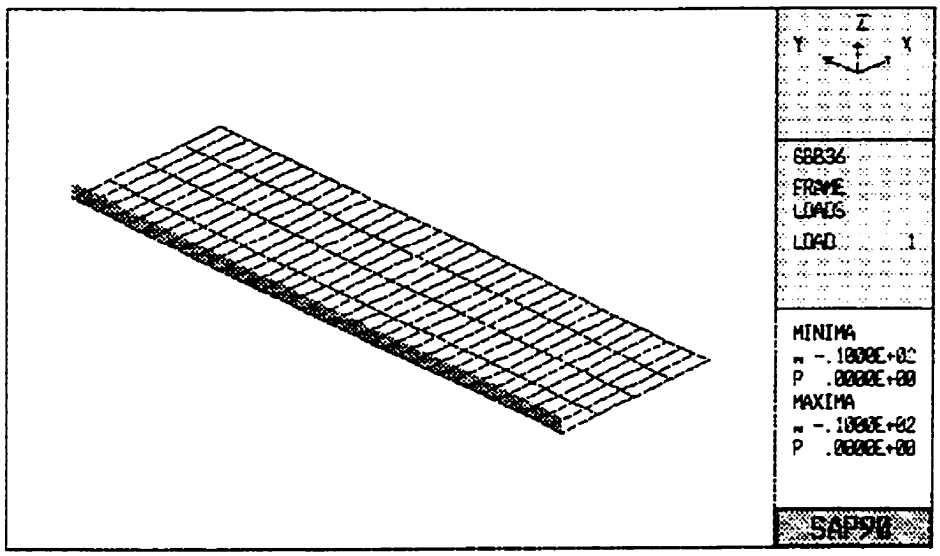
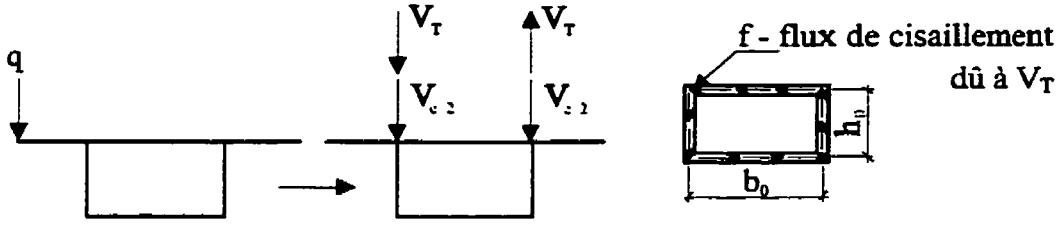


Figure 4.17: Modélisation de la structure par la méthode de grillage

La valeur totale du moment fléchissant dans un caisson est la somme du moment dans une poutre-maîtresse et du moment dans la poutre de rive ainsi que la moitié du moment dans la poutre centrale obtenus à mi-portée et pris directement du fichier de sortie du programme. L'effort tranchant dans le caisson représente la somme de l'effort tranchant dans la poutre-maîtresse et l'effort tranchant dû au flux de cisaillement *(f)* provenant de couple de torsion à l'extrémité du pont (Fig.4.18). Finalement, le rapport de l'effort obtenu de l'analyse de grillage et de l'effort calculé à partir d'une analyse 2D de la poutre isostatique représente le facteur de distribution des efforts associé à un caisson.



$$V_{âme} = \frac{V_c}{2} + V_T = \frac{V_c}{2} + f \times h_0 \qquad f = \frac{T}{2 \times A_0}$$

$$V_{âme} = \frac{V_c}{2} + \frac{T \times h_0}{2 \times A_0} \qquad A_0 = h_0 \times b_0$$

$$V_{âme} = \frac{V_c}{2} + \frac{T}{2 \times b_0} \qquad \boxed{V_{caisson} = 2 \times V_{âme} = V_c + \frac{T}{b_0}}$$

Figure 4.18: Calcul de l'effort tranchant associé à un caisson

4.3.6 Distribution des efforts de flexion en fonction de la rigidité flexionnelle

Aux figures 4.19 et 4.20, nous présentons les résultats de la variation du facteur de distribution des efforts de flexion *(F_d-moment)* en fonction de la rigidité flexionnelle pour la section composite et celle en béton.

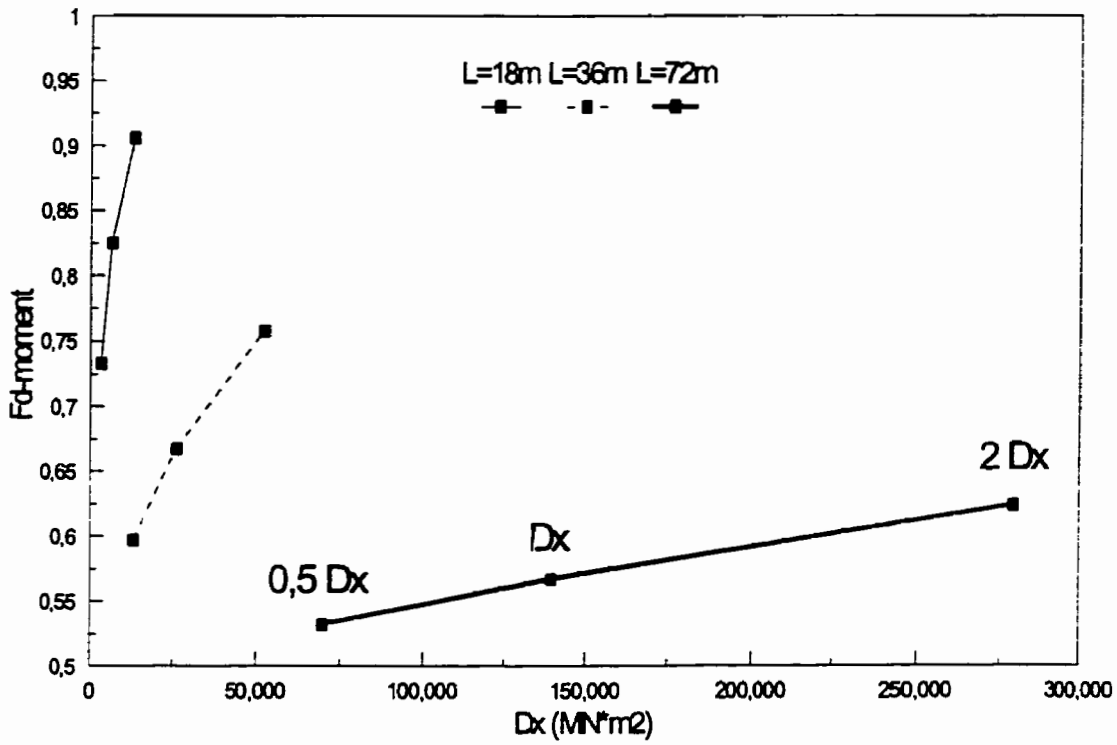


Figure 4.19: Distribution des efforts de flexion pour la section composite

Le graphique présente trois courbes dont chacune correspond à une portée identifiée. Les valeurs des facteurs de distribution sont calculées pour la valeur réelle de D_x (positionnée au milieu), ensuite pour 50 % de D_x (à gauche) et finalement pour 200 % de

D_x (à droite). Quelque soit la portée du tablier, les tendances pour chaque courbe sont les mêmes. Il est important de souligner que nos résultats démontrent qu'avec une augmentation de rigidité flexionnelle (D_x) le facteur de distribution du moment fléchissant augmente. Comme le facteur β obtenu à l'aide de l'équation [4.13] est proportionnel au facteur de distribution des efforts, celui-ci va augmenter avec une augmentation de rigidité flexionnelle (D_x). La tendance prédite par cet équation est confirmée pour le paramètre étudié. La même conclusion peut être tirée pour les ponts en béton, comme démontré à la figure 4.20.

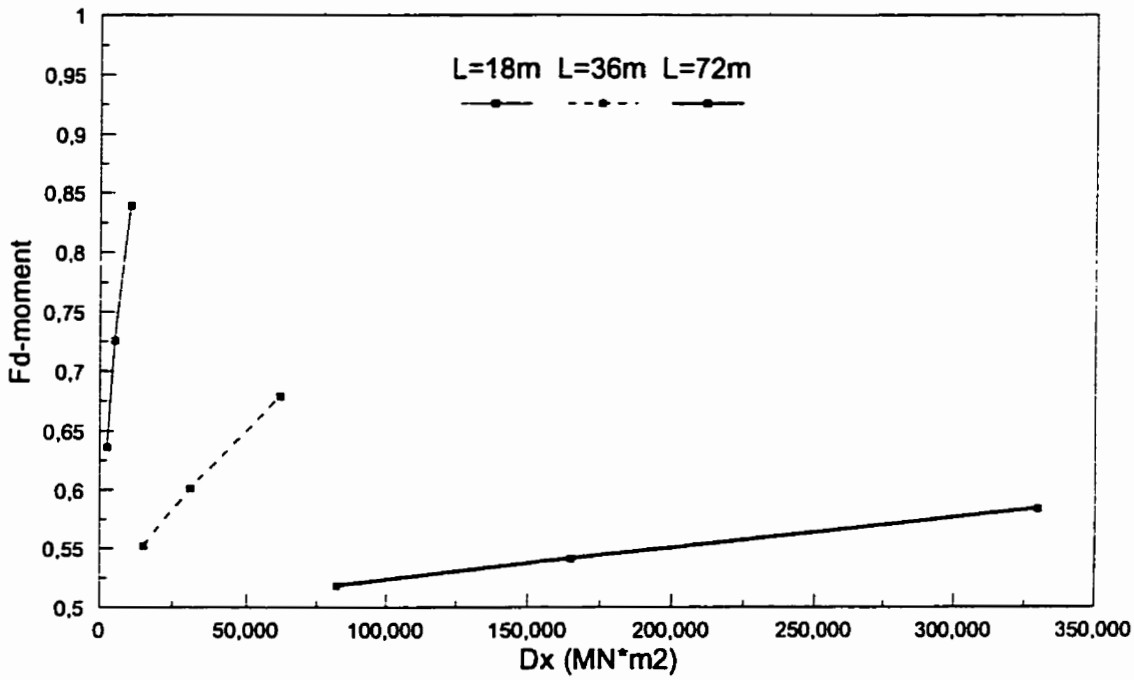


Figure 4.20: Distribution des efforts de flexion pour la section en béton

Nous constatons que les paramètres géométriques, particulièrement la portée du tablier, ont une grande influence sur la répartition des efforts entre les caissons. Par exemple (Fig. 4.19), le facteur de distribution se situe entre 0,532 et 0,624 pour un tablier de 72 m, ce qui n'est pas éloigné de la valeur de 0,5 qui représente la répartition parfaite. Ceci confirme le fait que les poutres-caissons de grande portée sont capables de partager les moments fléchissants entre eux beaucoup mieux que celles ayant une portée plus courte. De plus, lorsque nous comparons les facteurs de distribution pour les ponts de même travée mais de matériaux différents, nous pouvons observer que la répartition des moments fléchissants est meilleure pour le pont en béton que celui à section composite. Cette différence est attribuable à la rigidité transversale de la section qui est supérieure pour les sections en béton en comparaison aux sections composites.

4.3.7 Distribution des efforts de flexion en fonction de la rigidité torsionnelle

Dans l'équation [4.13], la rigidité torsionnelle du caisson (D_{xy}) se retrouve au dénominateur ce qui fait qu'avec son augmentation, le paramètre β de l'équation [4.13] diminue. Comme le facteur de distribution est proportionnel au paramètre β, avec l'augmentation de rigidité torsionnelle (D_{xy}) le facteur d'essieu diminue. Les figures 4.21 et 4.22 présentent les résultats et les tendances obtenus des analyses. Comme dans le cas de l'étude de sensibilité effectuée pour la variation de facteur de distribution en fonction de la rigidité flexionnelle, la justesse de l'équation [4.13] a été confirmée.

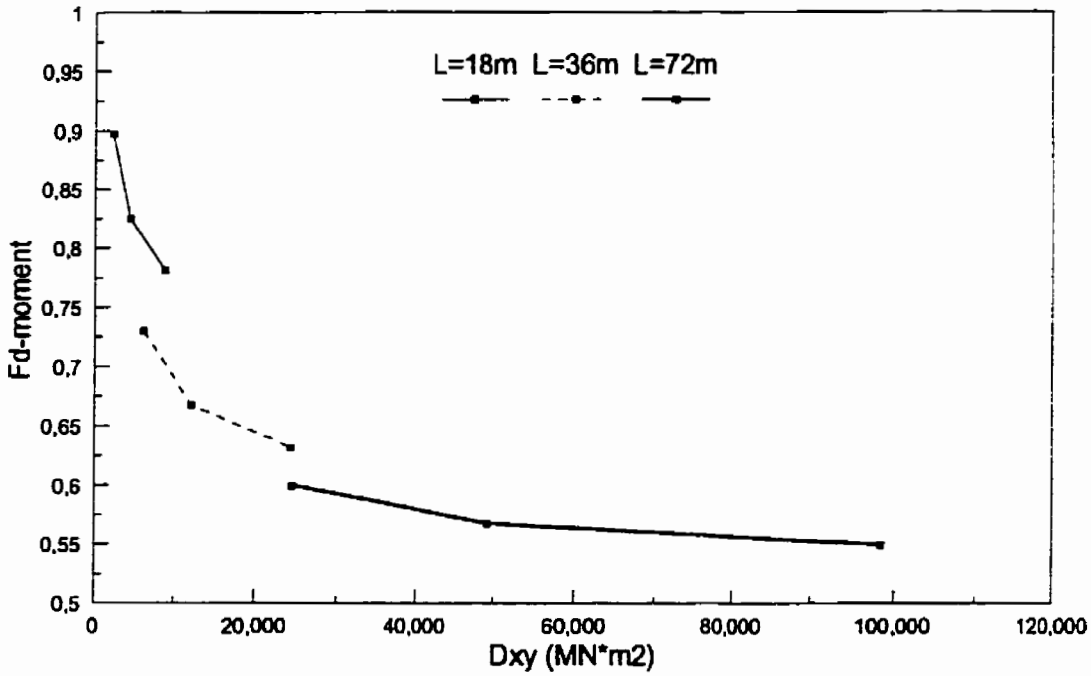


Figure 4.21: Distribution des efforts de flexion pour la section composite

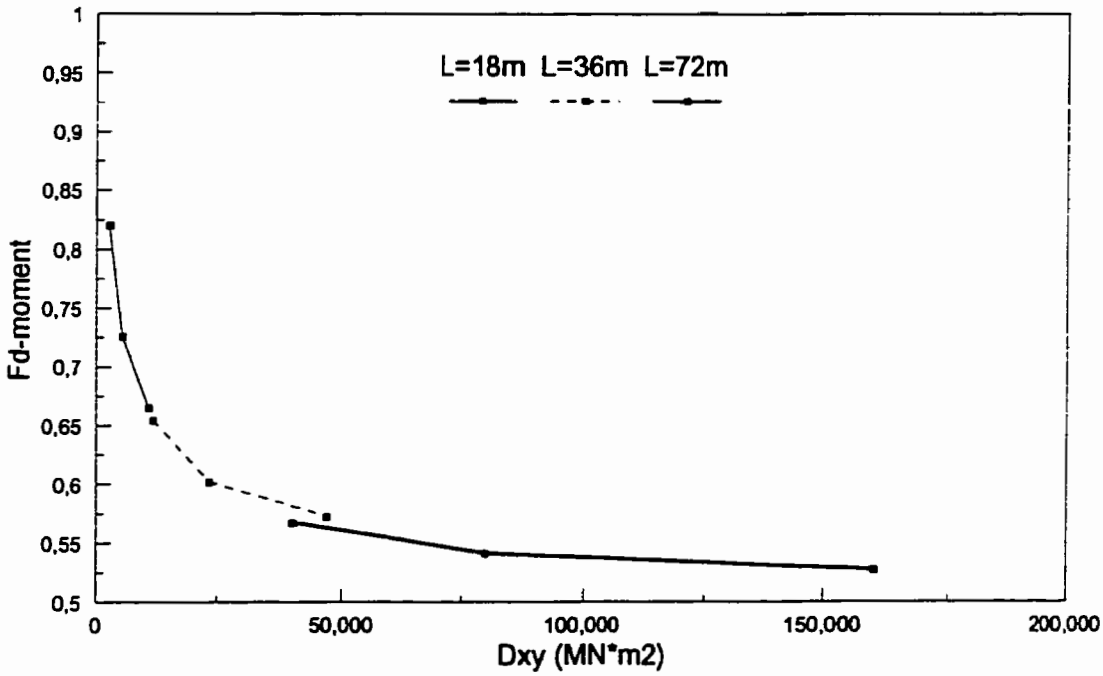


Figure 4.22: Distribution des efforts de flexion pour la section en béton

Les tendances prédites par la relation [4.13] se sont avérées exactes pour la section composite et pour la section en béton. De plus, la conclusion traitant la qualité de la répartition du moment fléchissant en fonction de la portée du tablier est identique. Par exemple, le facteur de distribution pour le pont acier-béton ayant sa portée de 72 m (Fig.4.21) varie de 0,549 à 0,599 ce qui s'approche vers la valeur de 0,5 correspondant à la répartition parfaite alors que le facteur de distribution pour le pont à 18 m se situe entre des valeurs beaucoup plus élevées, soit de 0,897 à 0,781. Une comparaison semblable s'applique aux ponts en béton (Fig.4.22).

4.3.8. Récapitulation des résultats pour la distribution des efforts de flexion

Les tableaux 4.10 et 4.11 résument tous les facteurs de distribution des efforts de flexion en fonction des rigidités flexionnelles et torsionnelles pour tous les ponts étudiés. Au niveau quantitatif, cette récapitulation des résultats numériques permet de tirer des conclusions sur la variation des facteurs de distribution en fonction des propriétés structurales du tablier à section composite et en béton.

Les résultats aux tableaux 4.10 et 4.11 démontrent que les facteurs de distribution pour la section en béton sont toujours inférieurs à ceux de la section composite. Ceci confirme la constatation que la rigidité transversale de la section en béton est supérieure à celle de la

section composite. Cette conclusion est applicable aussi bien pour la variation de la rigidité flexionnelle que pour variation de la rigidité torsionnelle.

Tableau 4.10: Facteurs de distribution des efforts de flexion en fonction de D_x

D_x	50 %		100 %		200 %	
F_D	composite	béton	composite	béton	composite	béton
18 m	0,733	0,636	0,825	0,726	0,906	0,839
36 m	0,597	0,552	0,667	0,601	0,758	0,679
72 m	0,532	0,518	0,567	0,541	0,624	0,584

Tableau 4.11: Facteurs de distribution des efforts de flexion en fonction de D_{xy}

D_{xy}	50 %		100 %		200 %	
F_D	composite	béton	composite	béton	composite	béton
18 m	0,897	0,820	0,825	0,726	0,781	0,665
36 m	0,730	0,654	0,667	0,601	0,631	0,572
72 m	0,599	0,567	0,567	0,541	0,549	0,527

À un niveau quantitatif, nous pouvons comparer le taux d'augmentation du facteur de distribution. Par exemple, pour le tablier à section composite de 18 m de portée, la variation du facteur de distribution (Tab.4.10) entre 50 % de D_x et 200 % de D_x est égale à 1,236 (0,906/0,733) alors que la variation calculée pour le tablier à section composite de 72 m de portée est égale à 1,173 (0,624/0,532). La comparaison de ces deux taux de

variation indique que le facteur de distribution, qui est fonction de la rigidité flexionnelle du caisson, varie 5,4 % plus vite pour un pont court que pour un long. Étant donné que les parois de la section transversale en béton sont plus épaisses, les différences entre 50 %, 100 % et 200 % de l'inertie flexionnelle du caisson sont plus extrêmes. Pour un pont court en béton, ceci entraîne une variation du facteur de distribution de 17 % plus rapide par rapport au pont plus long.

Lorsque le facteur de distribution varie en fonction de la rigidité torsionnelle, les conclusions sont identiques. Pour le tablier composite ayant une portée de 18 m, le facteur de distribution des efforts de flexion diminue de 5,2 % plus rapidement que celui du tablier de 72 m, alors que pour le tablier en béton, la différence entre le pont court et long correspond à 14,6 %.

Les constatations plus haut confirment que les facteurs de distribution des efforts de flexion pour les ponts courts sont plus sensibles à la variation des propriétés structurales que pour le cas des tabliers longs.

4.3.9 Distribution des efforts de cisaillement en fonction de la rigidité flexionnelle

Nous avons été intéressés de savoir si le facteur β de l'équation [4.13] constitue un paramètre à considérer pour le facteur de distribution des efforts de cisaillement. Les

résultats présentés aux figures 4.23 et 4.24 indiquent un comportement opposé à celui de la flexion. Contrairement au cas de flexion, les facteurs de distribution des efforts de cisaillement sont plus grands pour les ponts longs que pour les ponts courts. Ceci signifie que la répartition de l'effort tranchant est moins bonne pour les ponts plus longs que pour les ponts courts. Nous pouvons alors conclure que l'uniformité de la distribution de l'effort tranchant diminue avec l'augmentation de la longueur de tablier, ce qui était prévisible.

Pour ce qui est de la sensibilité de la variation des facteurs de distribution, les tabliers longs sont presque insensibles à réagir au changement d'une propriété structurale. Ce résultat peut être observé aux figures 4.23 et 4.24, où la rigidité flexionnelle et torsionnelle ont été variées. Nous pouvons donc conclure que le paramètre β ne joue pas un rôle important dans la distribution des efforts de cisaillement.

4.3.10 Distribution des efforts de cisaillement en fonction de la rigidité torsionnelle

Tout comme pour le paramètre D_x, les analyses présentées aux figures 4.25 et 4.26 montrent que l'équation [4.13] n'est pas valable pour caractériser le facteur de distribution des efforts de cisaillement lorsque la rigidité torsionnelle du caisson (D_{xy}) est variée. Cette constatation s'applique à tous les ponts étudiés, indépendamment de la portée du tablier, tant pour les ponts mixtes que pour les ponts en béton.

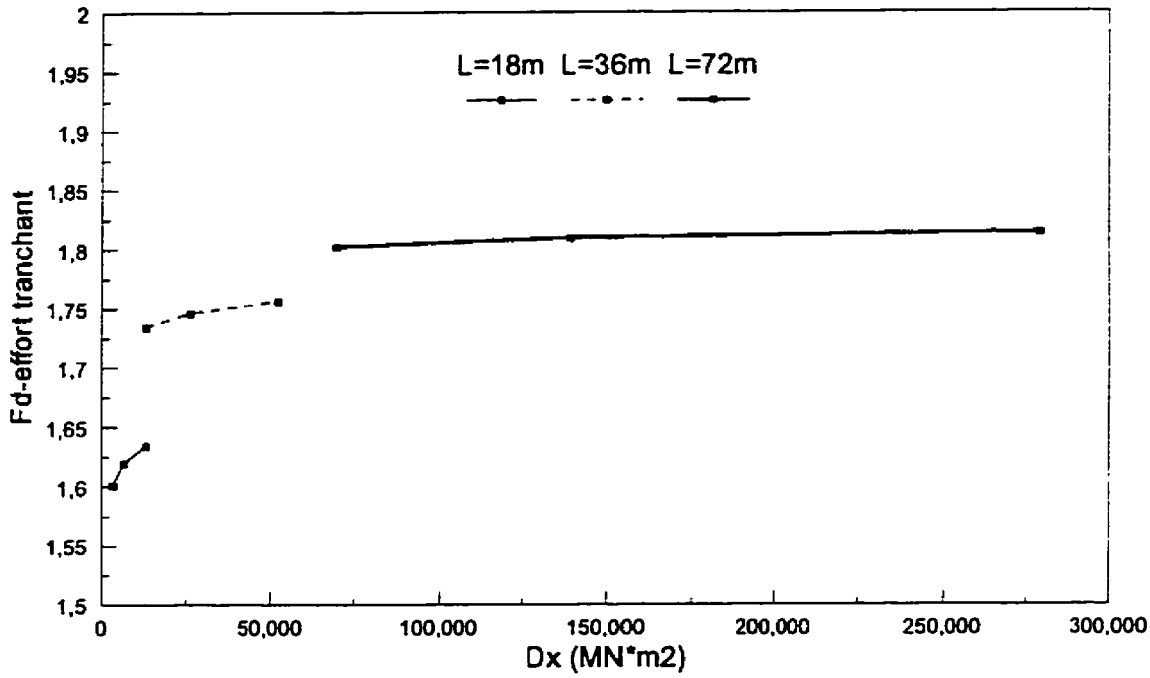


Figure 4.23: Distribution des efforts de cisaillement pour la section composite

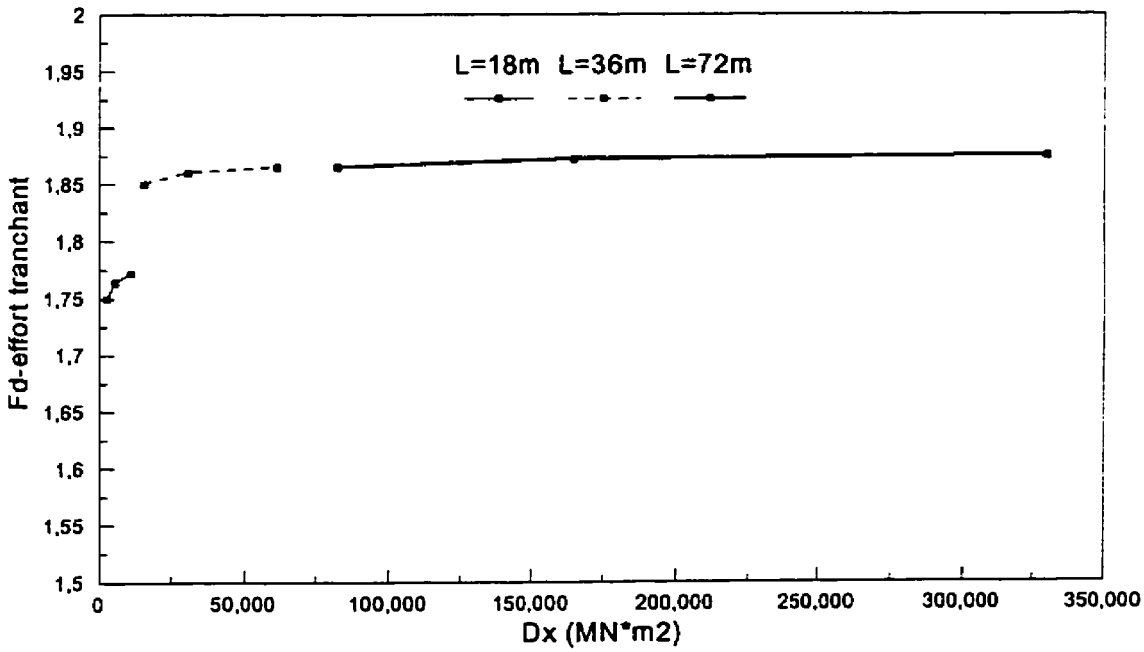


Figure 4.24: Distribution des efforts de cisaillement pour la section en béton

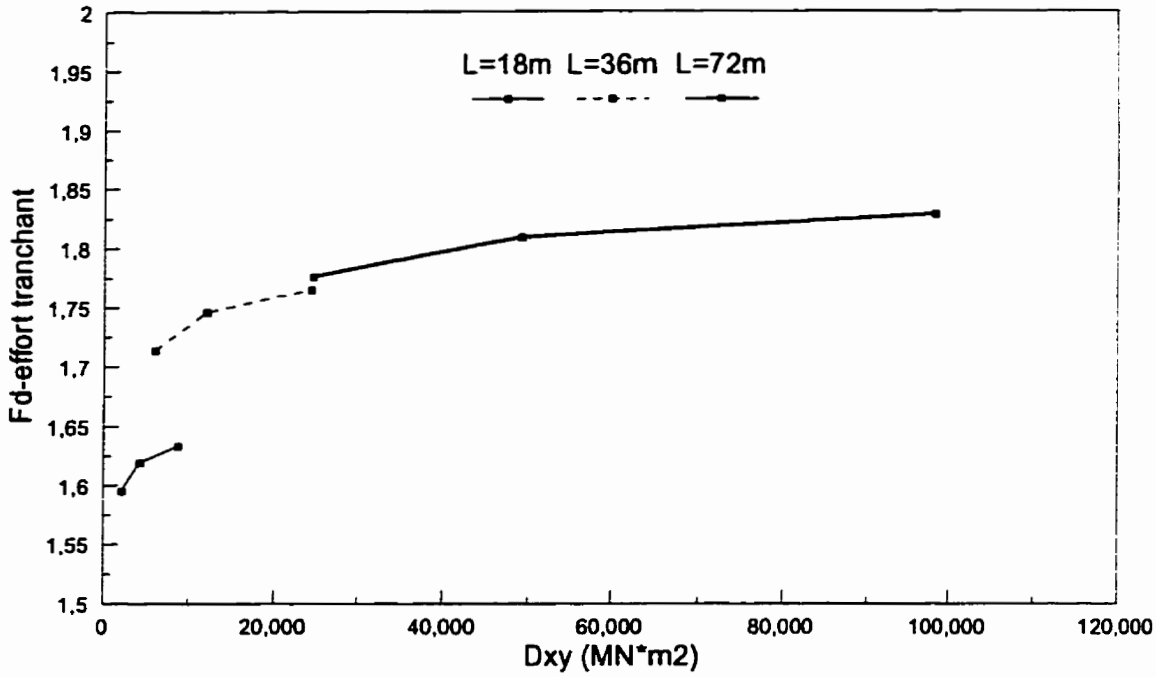


Figure 4.25: Distribution des efforts de cisaillement pour la section composite

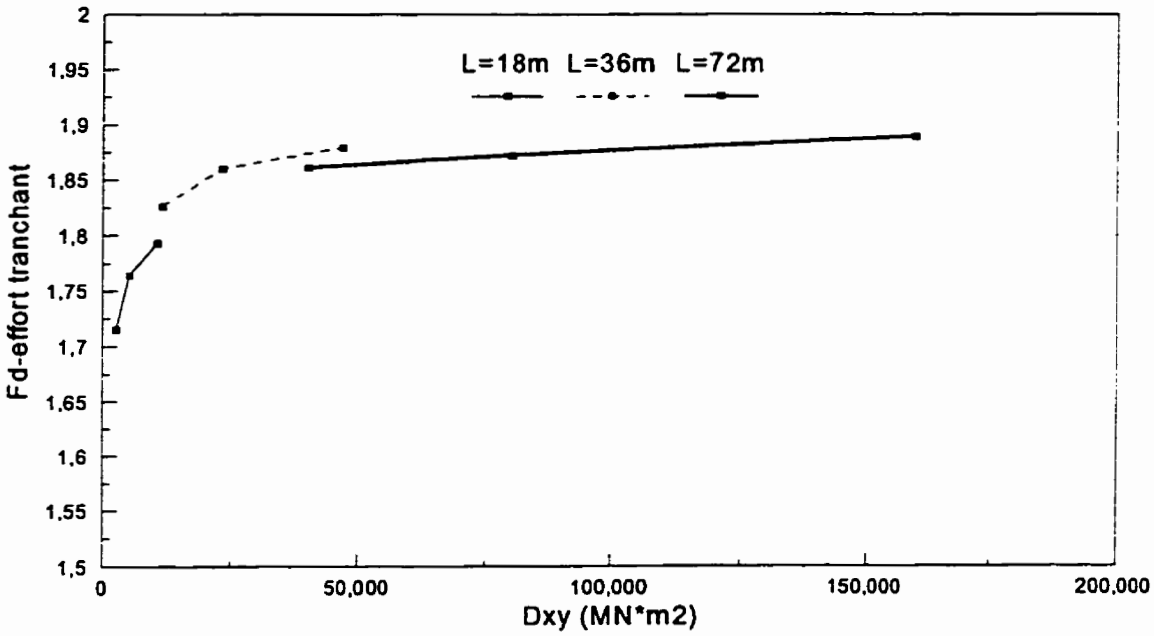


Figure 4.26: Distribution des efforts de cisaillement pour la section en béton

4.3.11 Récapitulation des résultats pour la distribution des efforts de cisaillement

Les tableaux 4.12 et 4.13 résument les résultats obtenus de toutes les analyses. Tout comme dans la sous-section 4.3.8, il s'agit d'une comparaison quantitative de la variation des facteurs de distribution pour les ponts de différentes portées.

Étant donné que la rigidité transversale des caissons en béton est plus grande que celle des sections composites, les ponts en béton retiennent davantage les efforts de cisaillement dus à la torsion que les tabliers à section composite. Pour cette raison, les facteurs de distribution des efforts de cisaillement sont plus grands pour les sections en béton. De plus, la grande rigidité transversale des tabliers en béton fait que le facteur de distribution pour le pont court augmente seulement de 0,7 % plus vite que celui caractérisant le pont qui est long alors que dans le cas des tabliers à section composite, cette différence est de 19,3 %. Ainsi, les ponts en béton sont moins sensibles à une variation des propriétés structurales que ceux à section composite.

Tableau 4.12: Facteurs de distribution des efforts de cisaillement en fonction de D_x

D_x	50 %		100 %		200 %	
F_D	composite	béton	composite	béton	composite	béton
18 m	1,601	1,750	1,619	1,764	1,634	1,772
36 m	1,734	1,850	1,746	1,860	1,756	1,865
72 m	1,802	1,865	1,809	1,872	1,814	1,875

Tableau 4.13: Facteurs de distribution des efforts de cisaillement en fonction de D_{xy}

D_{xy}	50 %		100 %		200 %	
F_D	composite	béton	composite	béton	composite	béton
18 m	1,595	1,715	1,619	1,764	1,633	1,793
36 m	1,713	1,826	1,746	1,860	1,765	1,879
72 m	1,776	1,861	1,809	1,872	1,828	1,889

4.3.12 Distribution des efforts de flexion et de cisaillement en fonction de la rigidité flexionnelle de la dalle

Bien que la norme de l'Ontario ne tienne pas compte de la rigidité flexionnelle (D_y) des membrures transversales dans le calcul de la distribution des efforts dans les ponts caissons, nous présentons les résultats permettant d'observer l'influence des propriétés structurales sur la répartition des efforts entre les caissons. Étant donné que les résultats pour les deux types de sections sont très semblables, seulement ceux pour la section composite sont présentés aux figures 4.27 et 4.28. Les résultats de la figure 4.27 permettent de conclure qu'avec une augmentation de la rigidité flexionnelle (D_y) de la dalle, les facteurs de distribution des efforts de flexion diminuent. Cette augmentation rend les tabliers transversalement plus rigides, ce qui améliore la répartition du moment fléchissant entre les caissons. La même conclusion s'applique à toutes les portées étudiées. Aussi, les facteurs de distribution pour le tablier ayant une portée plus grande convergent vers la distribution parfaite, ce qui a d'ailleurs été démontré auparavant.

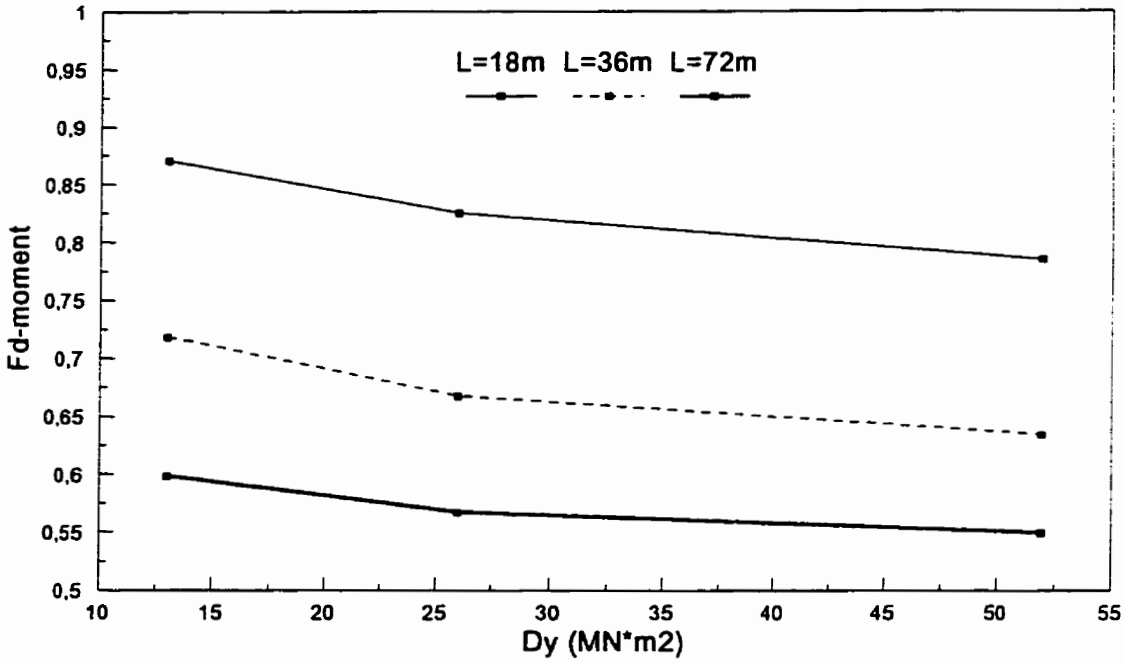


Figure 4.27: Distribution des efforts de flexion pour la section composite

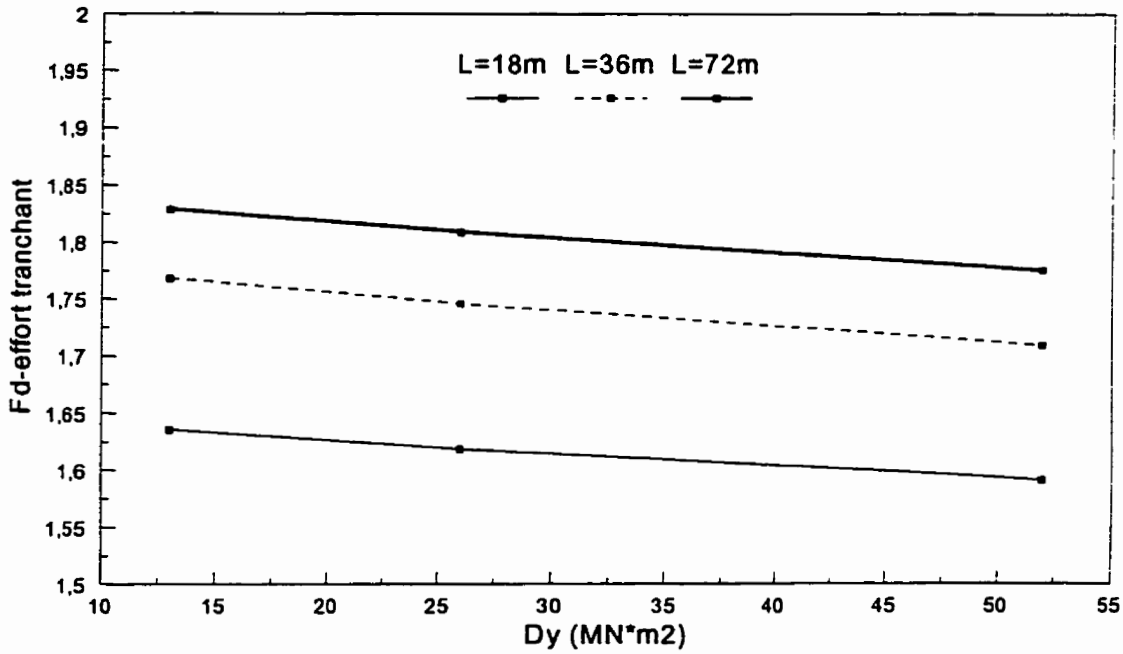


Figure 4.28: Distribution des efforts de cisaillement pour la section composite

En ce qui concerne la distribution des efforts tranchants, l'augmentation de la rigidité flexionnelle de la dalle cause une diminution du facteur de distribution (Fig.4.28). Tout comme dans le cas de flexion, cette augmentation apporte une amélioration dans la répartition des efforts entre les caissons, qui est, à un niveau quantitatif, meilleure pour les ponts courts que pour les ponts longs.

4.3.14 Comparaison des résultats

Bien que plusieurs comparaisons des résultats obtenus de la méthode des plaques plissées avec d'autres méthodes d'analyses structurales aient été effectuées dans les chapitres précédants, les analyses suivantes permettent de démontrer la précision des résultats pour les tabliers faits de matériaux différents. Aussi, ces comparaisons diffèrent des autres par le chargement appliqué qui est, dans les présentes analyses, encore plus excentré puisqu'il s'agit du même chargement qui a été utilisé dans l'étude de sensibilité. Afin d'exprimer les moments fléchissants et les efforts tranchants, nous avons effectué l'intégration des contraintes longitudinales et de cisaillement qui ont été obtenues avec le logiciel Garuda.

Pour ce qui est des résultats de la méthode de grillage, les efforts et les facteurs de distribution sont présentés pour les propriétés structurales réelles pour chacun des tabliers. Finalement, les facteurs de distribution des efforts obtenus de la méthode de grillage sont comparés par rapport à ceux procurés par la méthode des plaques plissées.

Les tableaux 4.14 et 4.15 démontrent les résultats pour les sections composites et en béton. Dans les deux cas, nous pouvons observer une bonne corrélation. La précision des résultats est plus satisfaisante pour les ponts en béton.

Tableau 4.14: Comparaison des résultats pour la section composite

Portée (m)	M (kN-m) Garuda	M (kN-m) Grillage	F_d - moment Garuda	F_d - moment Grillage	% erreur
18	319,3	330,8	0,788	0,816	3,4
36	1030,3	1071,5	0,636	0,661	1,5
72	3538,9	3641,0	0,546	0,562	2,8
Portée (m)	**V (kN)**	**V (kN)**	**F_d -tranchant**	**F_d - tranchant**	**% erreur**
18	144,7	150,3	1,607	1,670	3,7
36	326,4	315,0	1,898	1,830	-3,7
72	665,6	638,2	1,845	1,770	-4,2

Tableau 4.15: Comparaison des résultats pour la section en béton

Portée (m)	M (kN-m) Garuda	M (kN-m) Grillage	F_d - moment Garuda	F_d - moment Grillage	% erreur
18	289	294	0,714	0,726	1,6
36	945	974	0,583	0,602	3,1
72	3430	3502	0,529	0,541	2,2
Portée (m)	**V (kN)**	**V (kN)**	**F_d - tranchant**	**F_d - tranchant**	**% erreur**
18	154,7	158,7	1,763	1,599	2,5
36	332	334,8	1,860	1,711	0,8
72	676	674	1,872	1,749	-0,25

Bien que les sections composites analysées par le logiciels Garuda soient rigidifiées par des diaphragmes intérieurs, leur présence n'élimine pas entièrement la distorsion. Dans les analyses pour les sections composites effectuées par le logiciel Garuda, la distorsion est toujours présente ce qui n'est pas le cas des analyses réalisées par le grillage qui ne tiennent pas compte de la distorsion. Comme les sections en béton sans diaphragmes intérieurs sont transversalement très rigides, l'effet de la distorsion est, dans le logiciel Garuda, presque négligeable et les résultats s'approchent vers ceux de la méthode de grillage. Ceci fait que nous trouvons les écarts plus grands entre les résultats pour la section composite (Tab.4.14) que ceux pour les sections en béton (Tab.4.15).

4.3.15 Étude du paramètre β

Un des objectifs principaux de l'étude de sensibilité était de vérifier la justesse de l'équation [4.13], particulièrement l'exactitude du paramètre β. Afin d'avoir une idée générale de la tendance de ce paramètre pour les ponts à section composite et ceux en béton, nous avons réalisé une brève étude qui nous permet de démontrer la variation du facteur de distribution pour le moment fléchissant (Fig. 4.29) et pour l'effort tranchant (Fig. 4.30) en fonction du paramètre β. Trois valeurs du paramètre β ont été obtenues à partir de l'équation [4.13] dans laquelle la rigidité flexionnelle du caisson (D_x) était variée de 50 % à 200 %. Toutes les analyses de grillage ont été effectuées en gardant constante la rigidité flexionnelle de la dalle (D_y).

Les résultats de la figure 4.29 démontrent que dans le cas de la flexion, les tendances pour la section composite sont identiques à celles de la section en béton. Pour ce qui est des valeurs du facteur de distribution, elles sont plus petites pour les sections en béton ce qui signifie que celles-ci permettent une meilleure répartition des efforts entre les caissons. Les mêmes conclusions peuvent être tirées pour les ponts de toutes portées.

Le cas de l'effort tranchant est similaire (Fig.4.30). Les tendances pour les sections composites sont identiques à celles pour les sections en béton. Le fait que les valeurs du facteur de distribution pour les sections en béton soient supérieures à celles pour les sections composites signifie que les caissons en béton se partagent les efforts tranchants moins bien que les sections composites.

Nous constatons donc que la répartition des efforts de flexion est plus favorable lorsque nous avons des sections rigides en torsion alors qu'une plus grande rigidité torsionnelle tend à concentrer les efforts de cisaillement dans certaines zones et est donc défavorable du point de vue répartition des efforts tranchants.

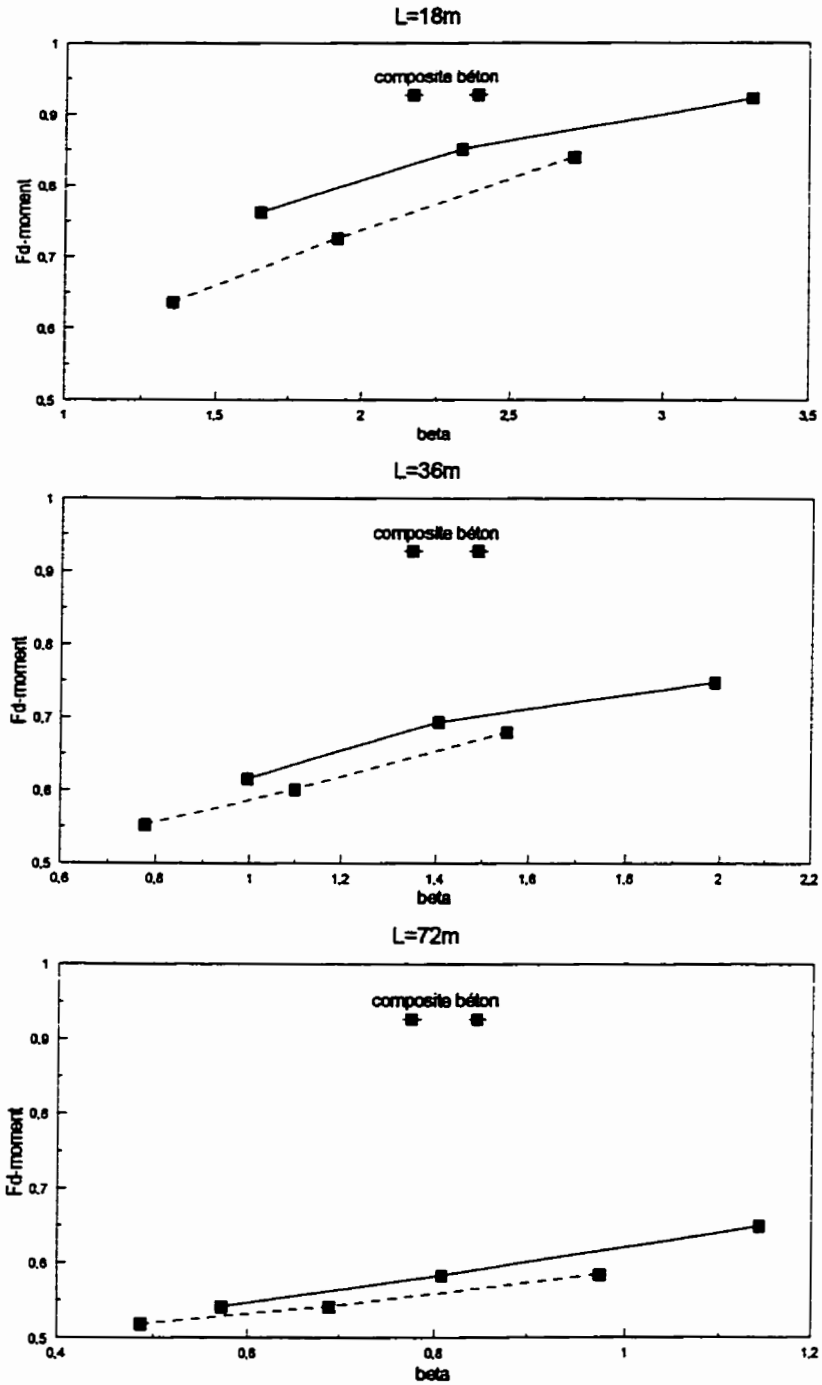


Figure 4.29: Variation du facteur de distribution pour la flexion

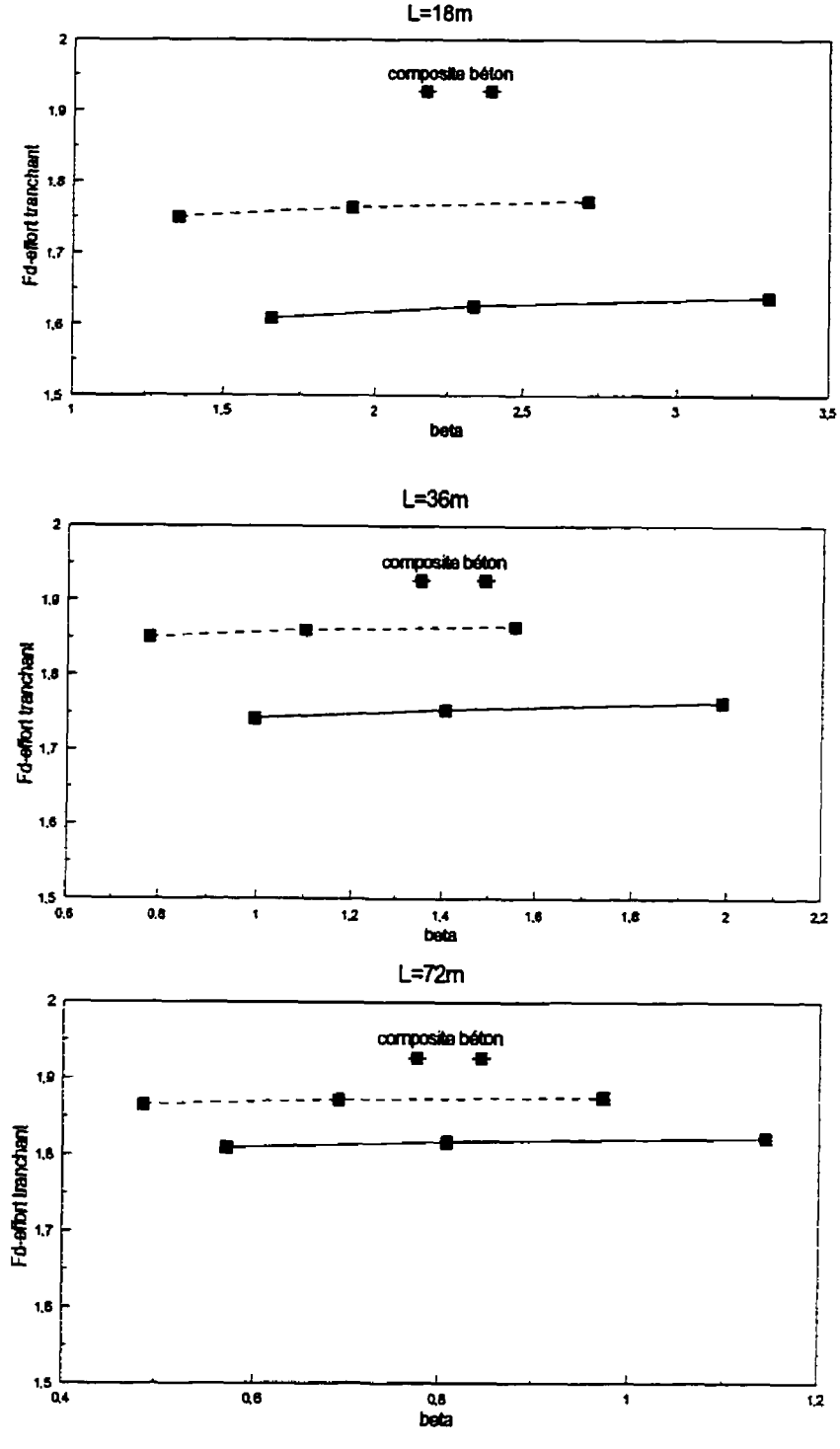


Figure 4.30: Variation du facteur de distribution pour le cisaillement

4.3.16 Conclusions

L'étude de sensibilité nous a permis de bien comprendre le sens de l'équation [4.13] proposée par la norme de l'Ontario. L'étude paramétrique a confirmé que la tendance de cette équation pour le calcul du facteur d'essieu pour le moment fléchissant est adéquate mais qu'elle ne s'applique pas au calcul du facteur d'essieu pour l'effort tranchant.

Aussi, cette étude a démontré les différents degrés de répartition des efforts entre les poutres-caissons en fonction de la portée du tablier. La répartition du moment fléchissant entre les caissons est meilleure pour les ponts longs et, avec une augmentation de la portée du tablier, la répartition des efforts de flexion converge vers la répartition parfaite. En ce qui a trait à l'effort tranchant, nous observons la situation inverse.

La comparaison des résultats obtenus de deux analyses structurales a confirmé que la méthode du grillage donne des résultats acceptables. Cependant, l'effet de la distorsion ne peut pas être connu directement. Enfin, la sensibilité de la répartition des efforts de flexion et des efforts tranchants à la variation du paramètre caractéristique β nous permet d'observer que la méthode des plaques orthotropes sur laquelle les normes de l'Ontario sont basées, caractérise bien le comportement en flexion mais n'est aucunement adaptée à la répartition des efforts tranchants.

CHAPITRE V

ANALYSE D'UN PONT MULTICELLULAIRE

5.1 Objectifs et généralités

Ce chapitre présente le comportement global d'un pont multicellulaire étudié par différentes méthodes d'analyse. L'objectif principal de cette étude est de bien comprendre le système structural caractérisant le comportement réel de ce type de tablier. Ainsi, cette étude a pour objet de vérifier l'importance des limites géométriques prescrites par les normes nord-américaines qu'il faut respecter afin de pouvoir utiliser la méthode simplifiée de répartition des efforts dus aux charges vives..

Un pont multicellulaire permet d'obtenir un système structural s'apparentant à celui des dalles évidées. Lorsque la dimension des vides d'une dalle évidée excède certaines limites prescrites par les normes, tel que mentionné dans la sous-section 5.2, nous obtenons un tablier de type multicellulaire. Dans ce cas, étant donné que les vides sont de dimensions appréciables, la section a tendance à se déformer dans son propre plan dû à la flexion des âmes et des hourdis par rapport à leur axe propre. À cause de cette distorsion, les sections planes longitudinalement avant le chargement ne demeurent pas planes après application des charges.

La distorsion est réduite par la présence de diaphragmes transversaux. Comme montré à la figure 5.1, la section non raidie se déforme comme une poutre Vierendeel alors que celle munie de diaphragmes est plus rigide. L'absence de diaphragmes amène la section à se déformer transversalement due à la trop grande flexibilité des cellules où les parois sont fléchies autour de leur axe propre. Toutefois, le type de déformations engendrées dans la section du tablier vu dans son ensemble, s'apparente à une déformation en cisaillement de sorte que l'on peut assimiler le comportement à celui d'une dalle dont la rigidité transversale en cisaillement est réduite.

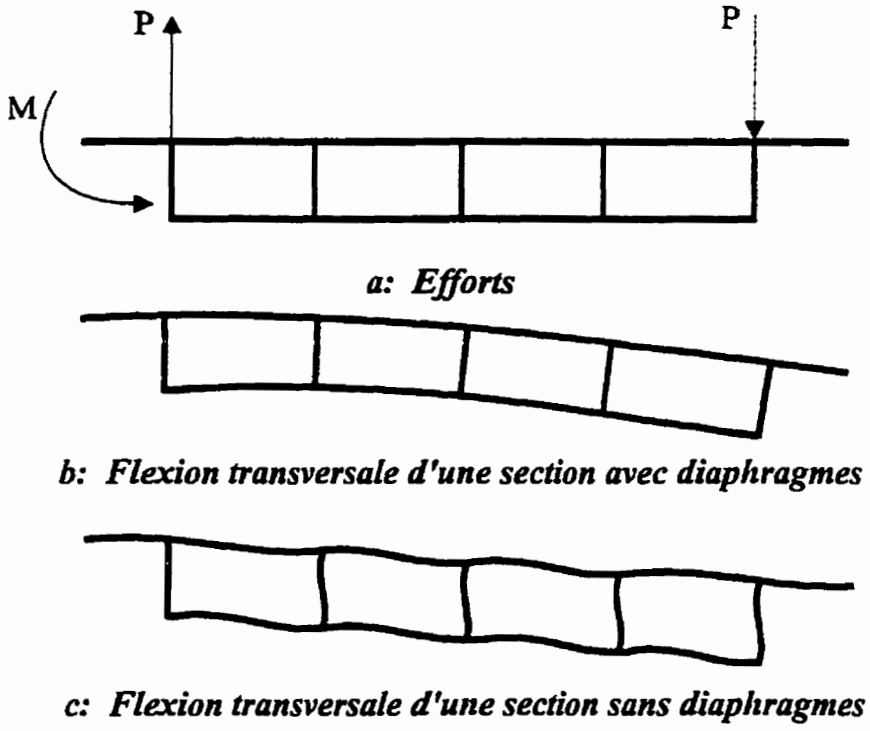


Figure 5.1: Distorsion transversale d'un pont multicellulaire

5.2 Méthodes de calcul des normes

Les normes actuelles se basent sur la philosophie de calcul des méthodes simplifiées qui consistent à trouver les efforts maximaux, représentant la situation la plus critique pour la distribution transversale des efforts entre les éléments porteurs, à partir d'analyses bi-dimensionnelles et d'appliquer aux résultats un facteur correctif fourni par les normes. Ceci permet d'obtenir les efforts pour le dimensionnement à l'aide de la relation [1.1].

5.2.1 Approche de la norme S6-M88

Selon la norme canadienne des ponts S6-M88 (CSA, 1988), le calcul du facteur correctif exprimé pour un essieu du camion est obtenu à partir de la relation suivante:

$$F_E = \frac{S}{2D} \qquad [5.1]$$

où: S est l'espacement des âmes en mètres;

D est la valeur fournie par la norme qui est dépendante du nombre de voies chargées et de la largeur de voie carrossable (Tableau 5.1).

Les valeurs du tableau 5.1 permettent de constater que la norme reconnait une meilleure distribution transversale des efforts pour une dalle évidée pour des largeurs carrossables

inférieures à 13,5 m par rapport aux ponts multicellulaires. Par rapport aux dalles sur poutres, la répartition des efforts est considérée comme étant de 6 à 17 % meilleure pour les dalles évidées par rapport aux dalles sur poutres.

La norme S6 ne fait pas de distinction quant à l'endroit sur la largeur du tablier où se produisent les efforts maximum. Le même facteur correctif s'applique tant pour les membrures externes que pour les membrures internes (Fig.5.2). Étant donné que l'équation [5.1] dépend seulement de variables géométriques, l'effort associé à une poutre longitudinale est connu dès le design préliminaire. Cette équation est applicable aussi bien pour la répartition du moment fléchissant que pour la distribution de l'effort tranchant.

La figure 5.2 montre la décomposition de la section transversale en ses éléments externes et internes. *S* représente l'espacement des âmes du pont-caisson.

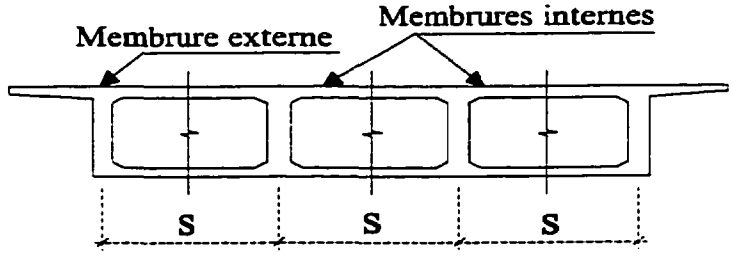


Figure 5.2: Discrétisation du tablier en membrures principales

Tableau 5.1: Valeurs du paramètre D de la norme S6

	$6 \leq w_c^1 < 10$	$10 \leq w_c^1 < 13,5$	$13,5 \leq w_c^1$
Dalles pleines ou évidées	1,90	2,15	2,48
Ponts multicellulaires	1,80	2,05	2,40
Dalles sur poutres	1,80	1,95	2,05

1: largeur de la voie carrossable en mètres

5.2.2 Approche des normes de l'Ontario et de la future norme canadienne

Les normes de l'Ontario (OHBDC, 1983; OHBDC, 1991) et la future norme canadienne des ponts (CHBDC, 1997) limitent la taille des évidements d'un pont multicellulaire pour que celui-ci soit traité comme une dalle évidée. Lorsque ces limites sont satisfaites, l'effet de la distorsion dans les parois de la section transversale peut être négligé. En se référant à la figure 5.3, les limites sont les suivantes:

1. Épaisseur des âmes: $w_{\acute{a}} \geq 0,20 \times h$
2. Hauteur des évidements: $h_v \leq 0,80 \times h$
3. Forme rectangulaire des évidements: $l_v / h_v \leq 1,5$

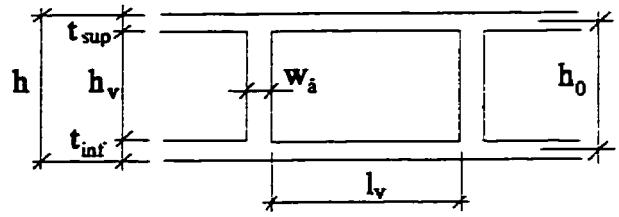


Figure 5.3: Géométrie d'une dalle évidée

Si un caisson ne respecte pas ces limites, nous avons deux possibilités:

1) le pont est considéré comme un pont multicellulaire et est analysé comme tel;
2) on ajoute de diaphragmes en nombre suffisant pour limiter la distorsion:
    - 2a) un minimum de deux diaphragmes intermédiaires par travées, espacés à au plus 18 m;
    - 2b) on considère alors le pont comme une dalle évidée.

Selon la norme de l'Ontario, (OHBDC, 1983), le facteur de distribution transversale de la charge vive n'est pas uniforme pour un caisson comme c'est le cas avec la norme S6. Pour le chargement flexionnel, le facteur de distribution se détermine indépendamment pour la membrure externe et interne alors que pour l'effort tranchant, le facteur est identique pour toutes les portions du pont.

La procédure de calcul des facteurs de distribution repose sur le calcul des paramètres tirés de la théorie des plaques orthotropes. En effet, il s'agit du paramètre flexionnel (θ), du paramètre torsionnel (α) et, dans le cas des ponts multicellulaires, du paramètre de distorsion (δ). Étant donné que ces types de tabliers sont torsionellement beaucoup plus rigides que les ponts à caissons-multiples, le paramètre torsionnel (α) varie peu et il est presque toujours égal à l'unité. Le paramètre flexionnel (θ) est approximativement déterminé par le rapport b / L, où b est la demie-largeur du tablier et L est la portée du pont. Le paramètre de distorsion (δ), qui tient compte de la rigidité en cisaillement transversale (S_y), a déjà été défini dans la sous-section 4.3.2.4 par l'équation [4.29].

5.2.2.1 Procédure de calcul pour un pont traité d'une dalle évidée

Lorsque nous effectuons le dimensionnement aux états limites ultimes selon les normes (OHBDC, 1983; OHBDC, 1991), le facteur d'essieu pour le moment fléchissant est égal à:

$$F_E = \frac{S}{2 \times D_d} \qquad [5.2]$$

où: $$D_d = D \times \left(1 + \frac{\mu \times C_f}{100}\right) \qquad [5.3]$$

$$\mu = \frac{w_e - 3,3}{0,6} \qquad [5.4]$$

$$\alpha = \frac{D_{xy} + D_{yx} + D_1 \times D_2}{2 \times \left(D_x \times D_y\right)^{0.5}} \qquad [5.5]$$

$$\theta = \frac{b}{L} \times \left(\frac{D_x}{D_y}\right)^{0.25} \qquad [5.6]$$

où:

C_f est le facteur de correction pour une largeur de voie plus large que la valeur de 3,3 m utilisée pour calculer D_d à partir de α et θ;

w_e est la largeur d'une voie en mètres;

D est le paramètre obtenu des abaques fournis par la norme et déterminé en fonction des paramètres α et θ ainsi que le nombre de voies de calcul (Fig.5.4).

La procédure de calcul des paramètres α et θ repose sur le calcul des propriétés structurales d'une dalle évidée. La nomenclature utilisée ici est celle retrouvée dans les normes de l'Ontario. Pour les rigidités flexionnelles, nous avons:

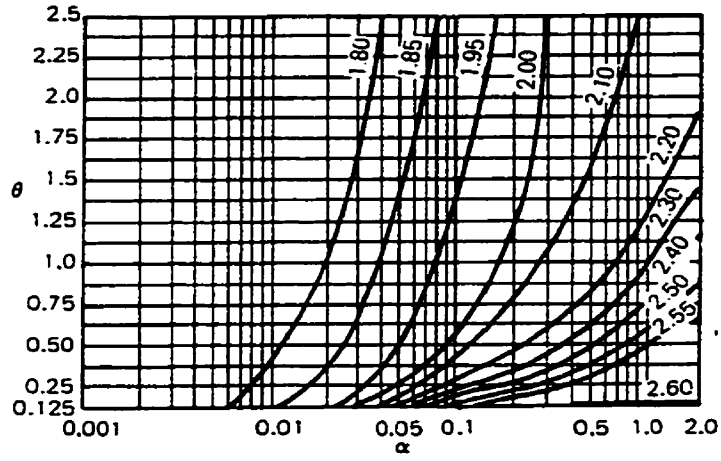
$$D_x = E \times i \qquad [5.7]$$

où: $$i = \frac{h^3 - h_v^3}{12} \qquad [5.8]$$

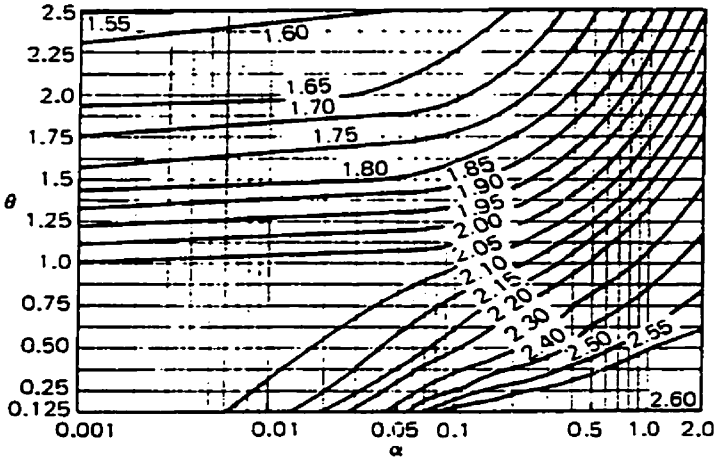
$$D_y = E \times j \qquad [5.9]$$

où: $$j = i \quad \Rightarrow \quad D_x = D_y \qquad [5.10]$$

D pour les membrures externes (en mètres)



D pour les membrures internes (en mètres)



C_f
(en pour-cent)

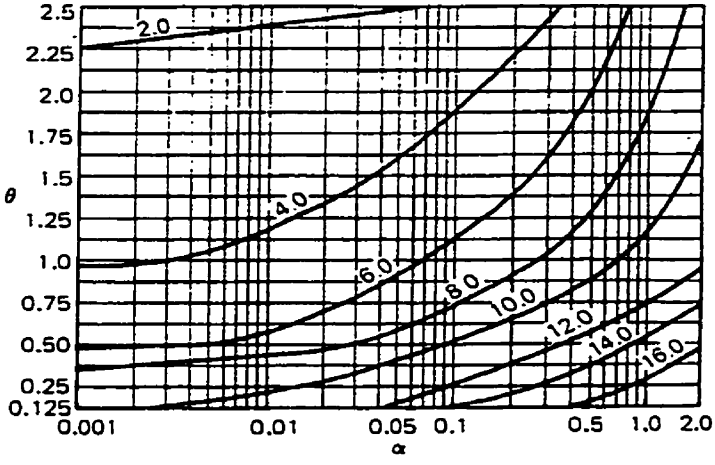


Figure 5.4: Abaques de l'OHBDC pour déterminer les paramètres D et C_f

Avec:

D_x est la rigidité flexionnelle d'une membrure longitudinale exprimée par unité de largeur;

D_y est la rigidité flexionnelle d'une membrure transversale exprimée par unité de largeur;

i est l'inertie flexionnelle d'une membrure longitudinale modélisée dans une dalle évidée et exprimée par unité de largeur ($I_L/2b$);

j est l'inertie flexionnelle d'une membrure transversale modélisée dans une dalle évidée et exprimée par unité de largeur ($J_T/2b$);

E est le module d'élasticité en MPa;

h, h_v sont les dimmensions géométriques définies à la figure 5.3.

Pour les rigidités torsionnelles, nous avons:

$$D_{xy} = G \times i_0 \qquad [5.11]$$

où:

$$i_0 = \frac{1}{2} \times \frac{J_L}{2b} = \frac{4A_T^2}{4b\sum \frac{ds}{dt_p}} = \frac{A_T^2}{b\sum \frac{ds}{dt_p}} \qquad [5.12]$$

et:

$$A_T = 2 \times b \times h_0 \qquad [5.13]$$

$$D_{yx} = G \times j_0 \qquad [5.14]$$

où: $$j_0 = \frac{1}{2} \times \frac{J_T}{L} = \frac{4A_L^2}{2L\sum \frac{ds}{dt_p}} = \frac{2A_L^2}{L\sum \frac{ds}{dt_p}} \qquad [5.15]$$

et: $$A_L = L \times h_0 \qquad [5.16]$$

Avec:

D_{xy} est la rigidité torsionnelle d'une membrure longitudinale exprimée par unité de largeur;

D_{yx} est la rigidité torsionnelle d'une membrure transversale exprimée par unité de largeur;

i_0 est l'inertie torsionnelle d'une membrure longitudinale modélisée dans une dalle évidée et exprimée par unité de largeur ($J_L/2b$);

j_0 est l'inertie torsionnelle d'une membrure transversale modélisée dans une dalle évidée et exprimée par unité de largeur ($J_T/2b$);

A_T est l'aire définie par la ligne moyenne des parois dans la direction transversale;

A_L est l'aire définie par la ligne moyenne des parois dans la direction longitudinale;

t_p est l'épaisseur de chacune des parois;

L est la portée du tablier, en mètres.

Pour les rigidité de couplage, nous avons:

$$D_1 = D_2 = \nu \times min(D_x; D_y) = \nu D_x \qquad [5.17]$$

Donc: $$\alpha = \frac{D_{xy} + D_{yx} + 2\nu D_x}{2D_x} \qquad [5.18]$$

où:

D_1 est la rigidité de couplage entre la flexion dans une direction est la torsion dans l'autre direction tenant compte de l'effet de Poisson;

D_2 est la rigidité de couplage entre la torsion dans une direction et la flexion dans l'autre direction tenant compte de l'effet de Poisson;

ν est le coefficient de Poisson.

Aussi, en assumant que les épaisseurs des hourdis sont égales, $t_{sup} = t_{inf} = t$, et que les termes ds/t des parties horizontales de la section transversale dominent, les chercheurs Cusens et Pama (1975), ont déduit des paramètres (α) et (θ). En se référant à la figure 5.3, nous avons:

$$h_0 = h - t \qquad [5.19]$$

où: $$t = \frac{t_{sup} + t_{inf}}{2} \qquad [5.20]$$

Pour les rigidités torsionnelles dans la direction longitudinale et transversale, nous avons:

$$i_0 \cong \frac{\frac{1}{2} \times 4 \times (2 \times b \times h_0)^2}{2 \times b \times \left[2 \times \frac{2b}{t}\right]} = th_0^2 \qquad [5.21]$$

$$j_0 \cong \frac{\frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times (L \times h_0)^2}{L \times \left[2 \times \frac{L}{t}\right]} = th_0^2 \qquad [5.22]$$

ou encore:

$$D_{xy} = D_{yx} = Gth_0^2 \qquad [5.23]$$

Aussi $$i = j = 2 \times t \times \left(\frac{h_0}{2}\right)^2 = t\frac{h_0^2}{2} \qquad [5.24]$$

et: $$i_0 = j_0 = 2i \qquad [5.25]$$

Introduisant les équations [5.23] et[5.25] dans l'équation [5.18], nous obtenons:

$$\alpha = \frac{G(2i + 2i) + 2vEi}{2Ei} = \frac{4G + 2vE}{2E} = \frac{2G + vE}{E} \qquad [5.26]$$

Aussi, $$G = \frac{E}{2(1+v)} \Rightarrow E = 2G(1+v) \qquad [5.27]$$

Substituant [5.27] dans [5.26], nous obtenons:

$$\alpha = 2\frac{G}{E} + \nu = \frac{2G}{2G(1+\nu)} + \nu = \frac{1}{1+\nu} + \nu = \frac{1+\nu+\nu^2}{1+\nu} \qquad [5.28]$$

Pour un pont en béton, le coefficient de Poisson $\nu = 0,15$ ce qui donne $\nu^2 \cong 0$ et le paramètre α de l'équation [5.28] devient égale à $1,0$. Lorsque les équations [5.7] et [5.9] sont substituées dans l'équation [5.6], nous obtenons le paramètre flexionnel:

$$\theta = \frac{b}{L} \qquad [5.29]$$

Pour ce qui est l'effort tranchant, la valeur de D est déterminée à partir de tableau 5.2 proposé par la norme où elle dépend de nombre de voies de calcul. Le facteur d'essieu est calculé directement avec l'équation [5.2] où D est utilisé à la place de D_d.

Tableau 5.2: Valeur de D selon OHBDC, (1983; 1991)

# de voies de calcul	**1**	**2**	**3**	**4**
D	2,05	1,95	1,95	2,15

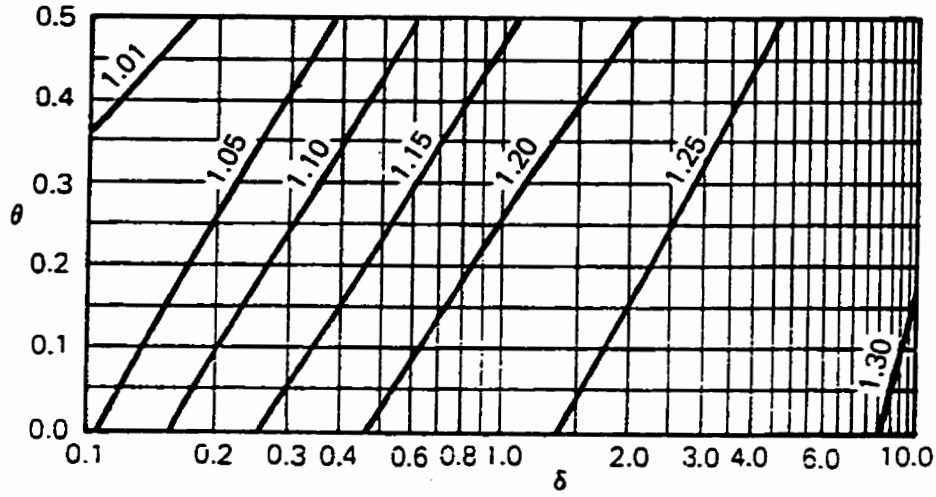
5.2.2.2 Procédure de calcul pour un pont traité d'un pont multicellulaire (sans diaphragmes)

Seule la deuxième édition de la norme de l'Ontario (MTO, 1983) propose une approche simplifiée qui s'applique aux ponts multicellulaires. Les méthodes simplifiées pour les ponts multicellulaires ne sont pas considérées dans l'édition 1991 de la norme de l'Ontario et ne le seront pas non plus dans la future norme canadienne des ponts CHBDC. L'approche de l'OHBDC-83 (MTO, 1983) est toutefois présentée ici.

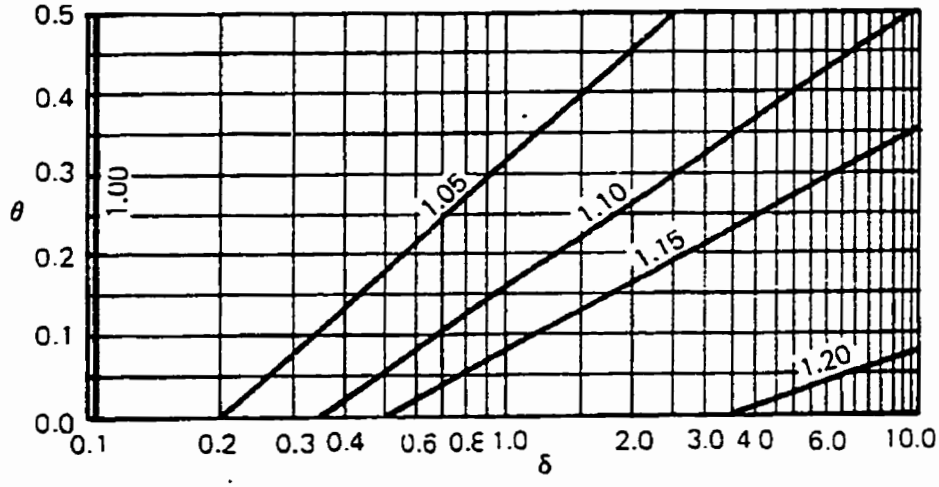
Afin de tenir compte de la distorsion dans les parois de la section transversale, la norme de l'Ontario propose le paramètre additionnel de distorsion δ. La procédure de calcul du paramètre de distorsion est présentée en détail à la sous-section 4.3.2.4. Connaissant les paramètres θ, δ et le nombre de voies de calcul, nous obtenons le facteur de modification λ à partir d'abaques (Fig.5.5) qui sont présentés séparément pour la flexion (λ_m) et le cisaillement (λ_v).

Lorsque nous effectuons le dimensionnement aux états limites ultimes, le facteur d'essieu pour le moment fléchissant est égal à:

$$F_E = \frac{S}{2 \times D_d} \qquad [5.30]$$



a) graphique pour le paramètre λ_m pour 4 voies de calcul



b) graphique pour le paramètre λ_s pour 4 voies de calcul

Figure 5.5: Abaques de l'OHBDC pour déterminer les paramètres de distorsion

où: $$D_d = \frac{D \times \left(1 + \frac{\mu \times C_f}{100}\right)}{\lambda_m} \qquad [5.31]$$

Les valeurs des paramètres μ, D et C_f sont déterminées à l'aide des équations qui s'appliquent aux dalles évidées. La procédure de calcul du facteur d'essieu pour le moment fléchissant s'applique aussi bien à la membrure externe qu'à la membrure interne alors que les abaques fournis par la norme sont différents pour chacune des membrures.

Pour ce qui est du facteur d'essieu pour l'effort tranchant, il est identique pour les membrures externe et interne et il est obtenu de l'équation suivante:

$$F_E = \frac{S}{2 \times D} \times \lambda_s \qquad [5.32]$$

où:

D est le paramètre fournis par la norme ou le tableau 5.2;

λ_s paramètre de distorsion déterminé en fonction de α et θ (Fig.5.5).

Les valeurs maximales de paramètre de distorsion pour la flexion et le cisaillement sont présentées au tableau 5.3:

Tableau 5.3: Valeurs maximales de λ_m et λ_s

# de voies de calcul	2	3	4 et plus
λ_m	1,12	1,09	1,06
λ_s	1,10	1,20	1,20

Le paramètre de distorsion est toujours plus grand ou égal à l'unité. Lorsqu'il est inférieur à un, il est arrondi à l'unité ce qui signifie qu'il y a peu de distorsion dans les parois de la section transversale.

La méthode simplifiée proposée par la norme de l'Ontario n'est pas une méthode pratique car le principe de calcul des facteurs correctifs demande de connaître les propriétés structurales dès le design préliminaire. Comme cette méthode de calcul est complexe, il n'est pas facile pour le concepteur de comprendre le comportement du pont à dimensionner. De plus, l'utilisation des graphiques de même que de longs et fastidieux calculs itératifs comme ceux-ci entraînent plus facilement des erreurs.

5.2.3 Approche du CHBDC

Cette section présente la version préliminaire de la méthode simplifiée proposée par la future norme canadienne des ponts qui s'applique aux dalles pleines et dalles évidées. Le moment pour le dimensionnement est égal à:

$$m = F_m \times m_{avg} \qquad [5.33]$$

où: F_m est le facteur de modification obtenu à partir de l'équation [5.34];

m_{avg} est le moment moyen longitudinal dans une membrure en kN-m/m.

Le facteur de modification est donné par l'équation suivante:

$$F_m = \frac{B}{F \times \left(1 + \frac{\mu \times C_f}{100}\right)} \geq 1{,}05 \qquad [5.34]$$

où: B est la largeur totale du tablier en mètres;

F est un paramètre dépendant du nombre de voies (Tableau 5.4);

C_f est un facteur de correction pour une largeur de voie plus grande que la valeur de 3,3 m;

μ est un paramètre calculé à partir de l'équation [5.4].

Le moment longitudinal moyen dans une membrure longitudinale est obtenu à partir de l'équation suivante:

$$m_{avg} = \frac{n \times M_T \times R_L}{B} \qquad [5.35]$$

où: n est le nombre de voies portées par le pont;

M_T est le moment longitudinal causé par les charges de camions appliquées sur une voies, en kN-m;

R_L est le coefficient de réduction selon le nombre de voies chargées.

Tableau 5.4: Valeurs des paramètres F et C_f selon CHBDC

# de voies de calcul	1	2	3	4
$F_{externe}$	4,20	7,16	9,71-7,46/L	13,9-15,16/L
$F_{interne}$	4,40	7,33-3,5/L	9,89-7,46/L	13,64-10,11/L
C_f	16-36/L	20-40/L	16-30/L	16-30/L

L: la portée du tablier en mètres

5.3 Géométrie et type de pont en béton

Les dimensions du pont étudié sont établies de façon à ce que la géométrie respecte les limites géométriques des cellules à l'exception de la limite # 3 de la sous-section 5.2.2. Le rapport de l'espacement entre les âmes est de la hauteur des évidements $l_v/h_v=2750/1120=2,45>1,5$. En effet, il est généralement aisé de respecter les deux premières limites mais la troisième requiert l'ajout de nombreuse âmes ce qui n'est pas toujours économique. De plus, de nombreuses poutres existantes de ce type ont été

construites avant l'introduction de ces limites, ce qui cause certains problèmes lors de leur évaluation.

La portée simple *(L)* du pont est égale à 36 mètres alors que la profondeur *(h)* du tablier est déterminée à partir du rapport *L/25*, et finalement fixée à 1500 millimètres. Les épaisseurs des parois de la section transversale et les espacements centre à centre des âmes sont démontrés à la figure 5.6. Les valeurs choisies constituent la limite minimale généralement permise pour des constructions en béton de ce type. En réalité, des épaisseurs plus grandes, des âmes en particulier, pourraient être requises pour des questions de capacité structurale. Toutefois, il a été décidé d'utiliser ici des valeurs minimales afin d'avoir le plus de distorsion possible.

Portée L=36m CS 600 f'_c=30 MPa E_b=27 386 MPa

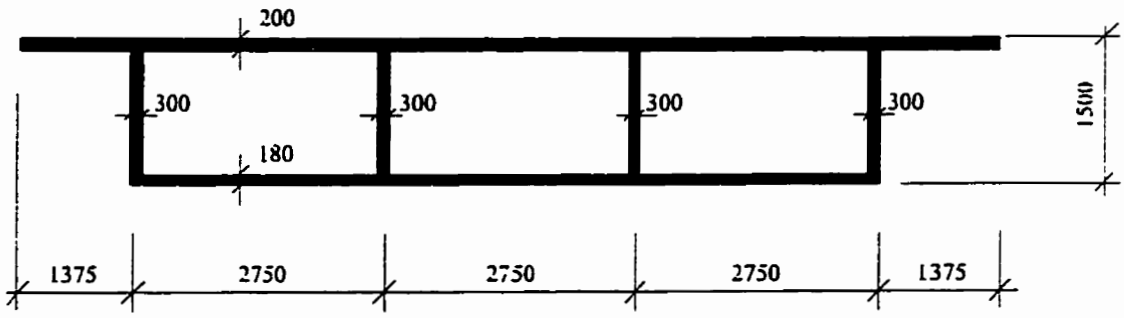


Figure 5.6: Géométrie du pont multicellulaire

Les analyses du pont de la figure 5.3 ont été réalisées par la méthode de grillage au moyen du logiciel SAP90 (Wilson et Habibullah, 1992) et par la méthode des plaques plissées au moyen du logiciel GARUDA (Belica, 1992). Les résultats obtenus des deux méthodes d'analyse ont été comparés alors que les facteurs de distribution des efforts ont été calculés à partir des résultats obtenus par la méthode de grillage.

5.3.1 Modélisation du pont par la méthode de grillage

La modélisation du pont par la méthode de grillage suit les recommandations du livre de Hambly (1991). L'application de cette méthode est suffisamment flexible afin de pouvoir modéliser les tabliers multicellulaires ayant une géométrie variée. Selon Hambly, nous pouvons prendre en compte la variation de l'inertie le long de la poutre, de l'épaisseur des parois de la forme des cellules (circulaires ou rectangulaires) ou encore des tabliers en courbe. Malgré la flexibilité de la méthode, les analyses par la méthode de grillage sont plus appropriées pour les tabliers ayant un nombre de cellules plus grand.

5.3.1.1 Discrétisation de la structure

La discussion suivante, qui porte sur le comportement des tabliers multicellulaires et sur la modélisation du tablier par le grillage, se base sur l'hypothèse que le maillage de la structure est réalisé dans le plan des axes principaux associés à la flexion longitudinale.

Les axes longitudinaux qui représentent les membrures externes, internes et de rive sont coïncidents avec les âmes longitudinales (Fig.5.7). Ce modèle de la structure permet d'obtenir le cisaillement dans les âmes qui correspond directement aux efforts tranchants fournis par le grillage. Afin de pouvoir déplacer le chargement mobile dans les positions transversales entre les âmes, les poutres fictives longitudinales, ayant les propriétés unitaires et rotulées aux extrémités, ont été ajoutées au modèle (Fig.5.7).

Transversalement, le tablier est discrétisé par des poutres transversales espacées d'une distance maximale égale à un quart de la distance entre les points d'inflexion. Ainsi, selon Hambly (1991), des espacements entre les poutres transversales trop élevés causent une discontinuité excessive des moments fléchissants alors qu'un maillage plus raffiné assure une meilleure précision des résultats.

Dans notre cas, le pas du maillage des poutres transversales est égal à un mètre et le nombre des membrures longitudinales utilisé est égal à neuf, ce qui correspond aux neufs positions transversales du chargement. Le chargement appliqué correspond à une ligne de roues d'un camion standard CS-600 qui a été subséquemment déplacé longitudinalement et transversalement afin d'obtenir les efforts maximaux. Neuf positions transversales ont été étudiées alors que longitudinalement, les analyses ont été effectuées pour deux positions, soit au centre pour la flexion et à l'appui pour l'effort tranchant.

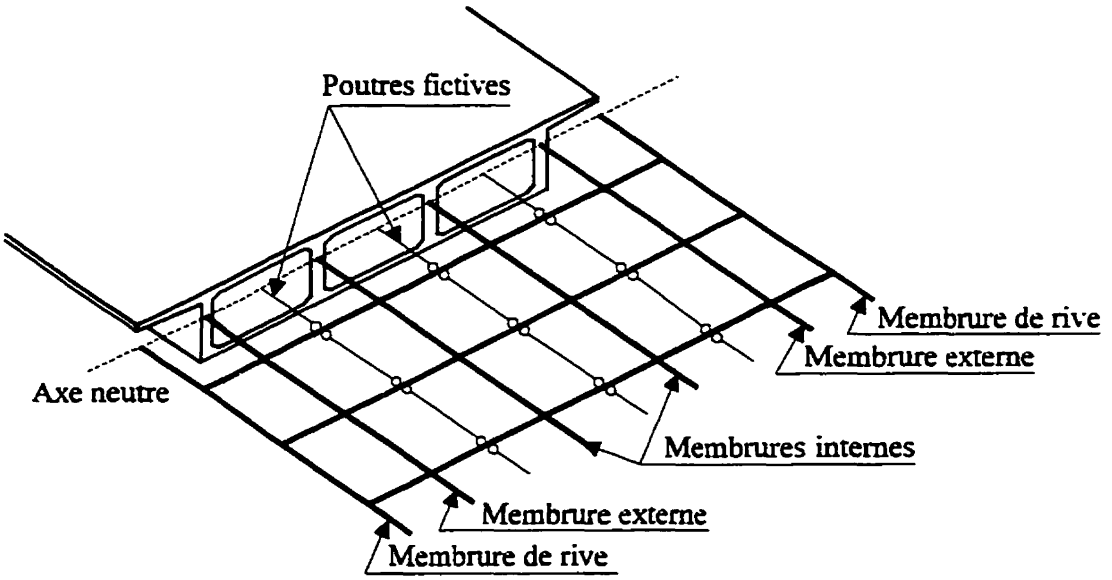


Figure 5.7: Maillage de la structure multicellulaire

5.3.1.2 Comportement de la structure analysée par le grillage

Globalement, la réponse structurale d'un tablier soumis au chargement torsionnel est définie par la flexion longitudinale et transversale, la torsion et la distorsion. Chacun de ces phénomènes est résisté par les propriétés structurales du tablier dont le calcul est une étape importante dans l'analyse globale du pont. Dans les sections suivantes, nous présentons les réponses structurales d'un tablier correspondant à chaque mode de chargement. Toutes les constatations ci-desous se basent sur le raisonnement de Hambly (1991) qui couvre le comportement des tabliers multicellulaires.

a) Flexion longitudinale

La flexion longitudinale est bien reproduite par les membrures longitudinales qui sont obtenues en subdivisant la section transversale (Fig.5.2) en poutres en "I" (membrures internes) et en "T" (membrures externes) de façon à ce que les semelles soient toujours coupées au centre des cellules. La présence des membrures de rive définies par rapport à leur propre axe neutre (Fig.5.7) n'est pas nécessaire pour l'analyse. Cependant, ces membrures permettent de modéliser le chargement le plus excentré. Les propriétés de chacune des membrures longitudinales internes et externes doivent être calculées par rapport à l'axe neutre global de la section transversale. En effet, lorsque les centres de gravité des poutres externes et internes sont positionnés à des niveaux différents, les axes neutres de ces membrures sont décalés.

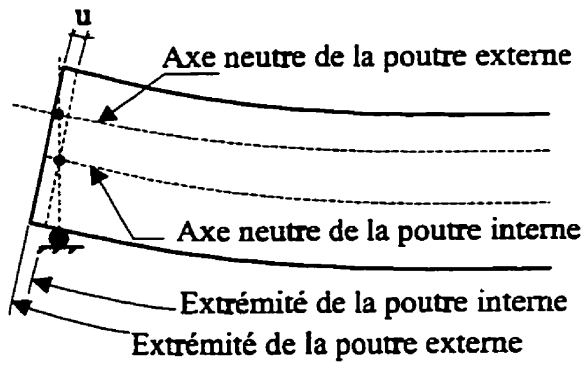


Figure 5.8: Déplacements relatifs des poutres avec les axes neutres différents

Conséquemment, les sections transversales près des extrémités du pont tournent autour de points positionnés à des niveaux différents (Fig.5.8) et leurs déplacements longitudinaux *(u)* deviennent alors relatifs. Cependant, étant donné que les hourdis rendent la section transversalement très rigide en cisaillement, la résistance aux déplacements longitudinaux permet de négliger le décalage des axes neutres de sorte que les déplacements relatifs sont significativement réduits. Cet effet oblige toutes les membrures longitudinales à fléchir autour de l'axe neutre global de la section transversale par rapport à laquelle nous pouvons calculer les contraintes longitudinales qui sont distribuées linéairement.

b) Flexion transversale

La flexion transversale est représentée par la flexion des hourdis supérieur et inférieur (Fig.5.9) qui se produit autour de l'axe neutre global de la section. Ce mode de déformation ne tient pas compte de la flexion transversale des parois qui cause la distorsion. Il s'agit de la flexion qui se produit à condition que les hourdis soient joints par âmes rigides en cisaillement.

Lorsque l'inertie des semelles autour de leur axe propre est négligée, le moment d'inertie de la poutre transversale, calculé par rapport à l'axe neutre et exprimé par unité de longueur, est donné par l'équation suivante, où les termes $t^3_{sup}/12$ et $t^3_{inf}/12$ sont négligés et où la géométrie est montrée à la figure 5.9.

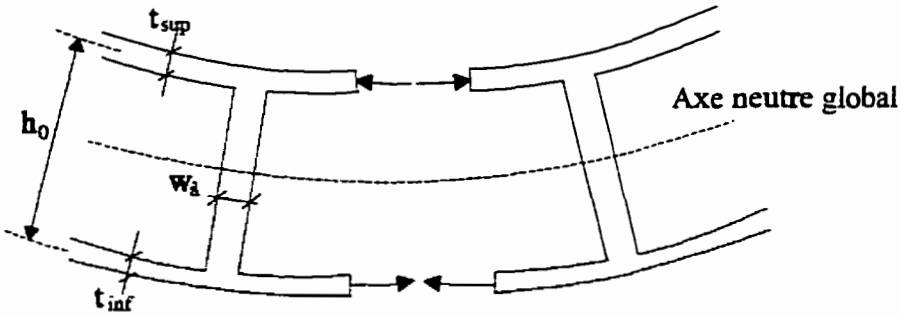


Figure 5.9: Flexion transversale

$$I_t = \frac{h_0^2 \times t_{sup} \times t_{inf}}{\left(t_{sup} + t_{inf}\right)} \qquad [5.36]$$

Étant donné que la méthode du grillage ignore l'effet de Poisson sur l'interaction entre les moments longitudinaux et transversaux, l'analyse effectuée peut introduire certaines erreurs. Aussi,le moment transversal total peut être exprimé par l'équation suivante:

$$M_T = M_{Tgrillage} + \nu \times M_{Lgrillage} \qquad [5.37]$$

où: $M_{Tgrillage}$ est le moment transversal obtenu du grillage;

$M_{Lgrillage}$ est le moment longitudinal obtenu du grillage;

ν est le coefficient de Poisson.

Lorsque le pont est transversalement rigide, $M_{Tgrillage}$ est grand et $\nu M_{Lgrillage}$ est relativement petit. L'équation 5.37 se simplifie:

$$M_T \cong M_{Tgrillage} \qquad [5.37]$$

Lorsque le pont est transversalement flexible, $M_{Tgrillage}$ est petit, le terme $\nu M_{Lgrillage}$ peut être plus grand que $M_{tgrillage}$. Alors le moment transversal total M_T pourrait être beaucoup plus grand que le moment $M_{tgrillage}$ obtenu de l'analyse.

Pour un tablier étroit, l'analyse de grillage introduit une erreur peu importante, les moments transversaux étant grands. Dans ce cas, bien que la dalle entre les âmes soit libre de fléchir transversalement, le tablier se comporte plutôt comme une poutre fléchie longitudinalement. Cependant, lorsque le tablier est large et flexible transversalement, les moments transversaux peuvent être très petits et être plus faibles et, par conséquent, erronnés. L'imprécision des résultats augmente d'ailleurs si le coefficient de Poisson est important.

c) Torsion

La torsion appliquée à un tablier multicellulaire est résistée par le flux de cisaillement qui se produit autour du périmètre de la section transversale comme montré à la figure 5.10.

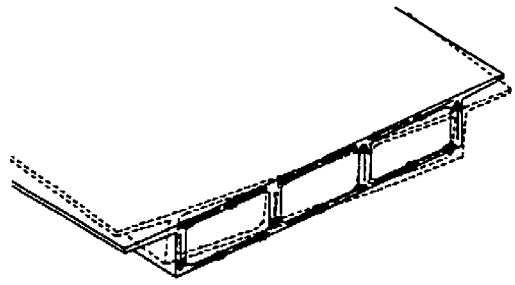


Figure 5.10: Flux de cisaillement dans la section transversale

Lorsque le grillage est soumis à la torsion selon la figure 5.10, les efforts internes de la section transversale sont représentés par les efforts tranchants et les moments torsionnels (Fig. 5.11). Le moment de torsion total est constitué en partie du moment torsionnel dans les membrures longitudinales et en efforts tranchants opposés aux extrémités de chaque élément longitudinal. Ces efforts tranchants sont en équilibre avec les couples torsionnels dans les membrures transversales comme démontré à la figure 5.12

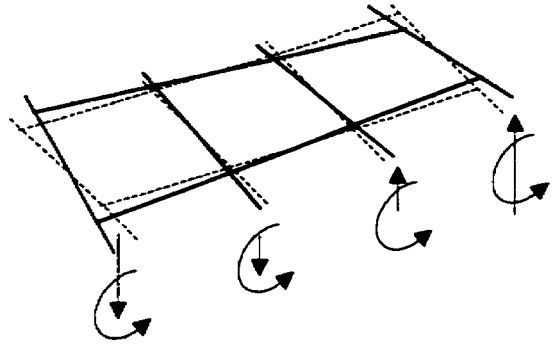


Figure 5.11: Efforts de cisaillement et moments torsionnels dans le grillage

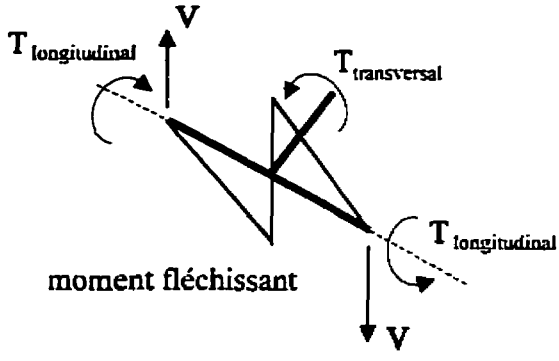


Figure 5.12: Équilibre de la torsion transversale avec les efforts d'une membrure

En coupant les semelles entre les âmes (Fig.5.13), nous pouvons observer que les moments de torsion proviennent des efforts de cisaillement dans les semelles agissant dans des directions opposées alors que les efforts tranchants obtenus de l'analyse de grillage représentent le flux de cisaillement dans les âmes.

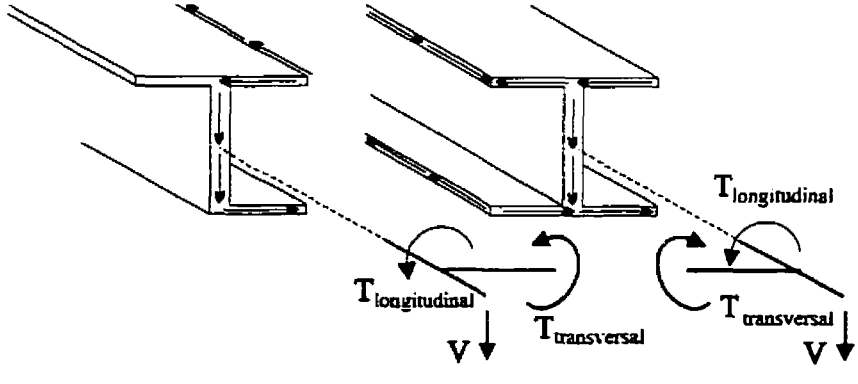


Figure 5.13: Équivalence statique des efforts de torsion dans le tablier et grillage

En se référant à la figure 5.9, la constante torsionnelle *(j)* pour la membrure longitudinale ou transversale, exprimée par unité de largeur de la cellule, est donnée par l'équation suivante, où les termes $t^3_{sup}/6$ et $t^3_{inf}/6$ sont négligés.

$$j = \frac{2h_0^2 \times t_{sup} \times t_{inf}}{\left(t_{sup} + t_{inf}\right)} \qquad [5.38]$$

où les termes $\frac{t^3_{sup}}{6} + \frac{t^3_{inf}}{6}$ sont négligés.

Cette constante est égale à la moitié da la constante torsionnelle de St-Venant d'une poutre caisson large et exprimée par unité de largeur. Ainsi, lorsque le tablier s'apparente à une poutre, la somme de toutes les constantes torsionnelles des membrures longitudinales correspond seulement à la moitié de la constante torsionnelle de St-Venant de la section. Ceci peut être expliqué par le fait que dans le grillage soumis à la torsion, les moments de torsion dans les membrures longitudinales reprennent seulement la moitié de la torsion totale agissant sur la section transversale alors que la deuxième moitié est reprise par les efforts tranchants localisés dans la direction opposée. Finalement, l'aire en cisaillement d'une membrure longitudinale est égale à l'aire transversale de l'âme.

d) Distorsion

Les parois d'une section qui n'est pas munie de diaphragmes intérieures en nombre suffisant sont sujettes à la distorsion transversale. Bien qu'il ne soit pas possible de modéliser directement ce phénomène par la méthode de grillage, une approximation de ce comportement peut être simulée en réduisant la rigidité en cisaillement de la membrure transversale. La réduction de l'aire en cisaillement est obtenue de l'hypothèse qu'une membrure de grillage et la cellule sont sujettes au même taux de cisaillement, ce qui cause une distorsion analogue (Fig.5.14). Pourtant, cette analogie néglige le fait que l'effort tranchant d'une membrure dans le grillage est strictement proportionnel au déplacement vertical dû à la distorsion alors que l'effort tranchant dans une cellule dépend de la continuité des moments transversaux provenant de la flexion des parois qui est située dans les cellules adjacentes. Heureusement, cette différence est très petite et l'hypothèse demeure valide.

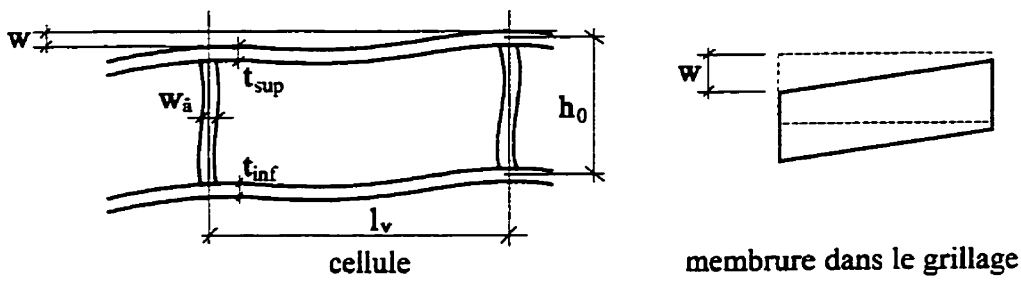


Figure 5.14: Distorsion dans la cellule et dans la membrure de grillage

Afin de déterminer l'aire en cisaillement équivalente pour la membrure transversale, il faut d'abord établir la relation entre le cisaillement dans la cellule et le déplacement de distorsion w. Le cisaillement partagé proportionnellement par la rigidité flexionnelle des semelles est attribué à chaque partie de la cellule à partir des point d'inflexion localisés à mi-largeur entre les âmes. En se référant à la figure 5.14, nous obtenons, selon Hambley (1991), le cisaillement vertical exprimé par unité de largeur:

$$v_{cellule} \cong \frac{\left(t_{sup}^3 + t_{inf}^3\right)}{l_v^3} \times \left[\frac{w_a^3 \times l_v}{w_a^3 \times l_v + \left(t_{sup}^3 + t_{inf}^3\right) \times h_0}\right] \times E_b \times w \qquad [5.39]$$

La relation entre l'effort tranchant et le déplacement de distorsion pour une membrure dans la méthode du grillage, exprimée par unité de largeur, est égale à:

$$v_{grillage} = \frac{A_v \times G \times w}{l_v} \qquad [5.40]$$

où: A_v est l'aire en cisaillement équivalente d'une membrure.

En égalisant les équations [5.39] et [5.40], nous obtenons l'aire en cisaillement équivalente exprimée par unité de largeur:

$$A_v = \frac{\left(t_{sup}^3 + t_{inf}^3\right)}{l_v^2} \times \left[\frac{w_a^3 \times l_v}{w_a^3 \times l_v + \left(t_{sup}^3 + t_{inf}^3\right) \times h_0}\right] \times \frac{E_b}{G_b} \qquad [5.41]$$

L'analyse de grillage du pont défini à la figure 5.6 a été répétée trois fois. La première analyse a été effectuée sans aucune réduction des propriétés structurales. Dans la deuxième analyse, l'effet de la distorsion est pris en compte en réduisant l'aire en cisaillement des membrures transversales alors que dans la troisième analyse, la distorsion est considérée par la réduction de l'inertie flexionnelle des mêmes membrures. Cette dernière approche se base sur des prescriptions de Cusens et Pama (1975) selon lesquelles l'inertie transversale I_y est calculée en additionnant des termes de flexibilité (à une constante près) à partir de l'inertie sans distorsion, I_{y0}, et d'un terme tenant compte de la flexion dans les parois, I_{yl}. Considérant, que les épaisseurs des hourdis sont égales, $t_{sup} = t_{inf} = t$, nous trouvons les définitions suivantes:

$$I_x = \frac{h^3 - h_v^3}{12} \qquad [5.42]$$

$$\frac{1}{I_y} = \frac{1}{I_{y0}} + \frac{1}{I_{yl}} \qquad [5.43]$$

où:

$$I_{y0} = \frac{h^3 - h_v^3}{12} \qquad [5.44]$$

$$I_{y1} = \frac{(2 \times b)^2}{9} \times \frac{t^3 \times w_a^3 \times (h + h_v) / 2}{l_v \times h_v \times (h_v \times t^3 + l_v \times w_a^3)} \qquad [5.45]$$

Le calcul détaillé des propriétés du pont étudié est fourni à l'Annexe V.

5.3.2 Modélisation du pont par la méthode des plaques plissées

La modélisation du tablier repose sur la décomposition de la section transversale en plusieurs éléments longitudinaux ayant la même longueur mais dont l'épaisseur est différente. La section est discrétisée de façon à ce que le modèle représente une structure spatiale qui permet d'obtenir toutes les positions transversales nécessaires pour varier la position du chargement appliqué. Afin de respecter ces conditions, le modèle (Fig.5.15) possède seulement douze noeuds et quatorze éléments longitudinaux pour représenter le pont de la figure 5.6.

En effet, la notation du pont M3-36 de la figure 5.15 signifie qu'il s'agit d'un tablier multicellulaire qui possède trois cellules et dont la portée est de 36 mètres. Afin de pouvoir observer l'ampleur des contraintes dues à la distorsion, le tablier n'a pas été muni de diaphragmes intérieurs.

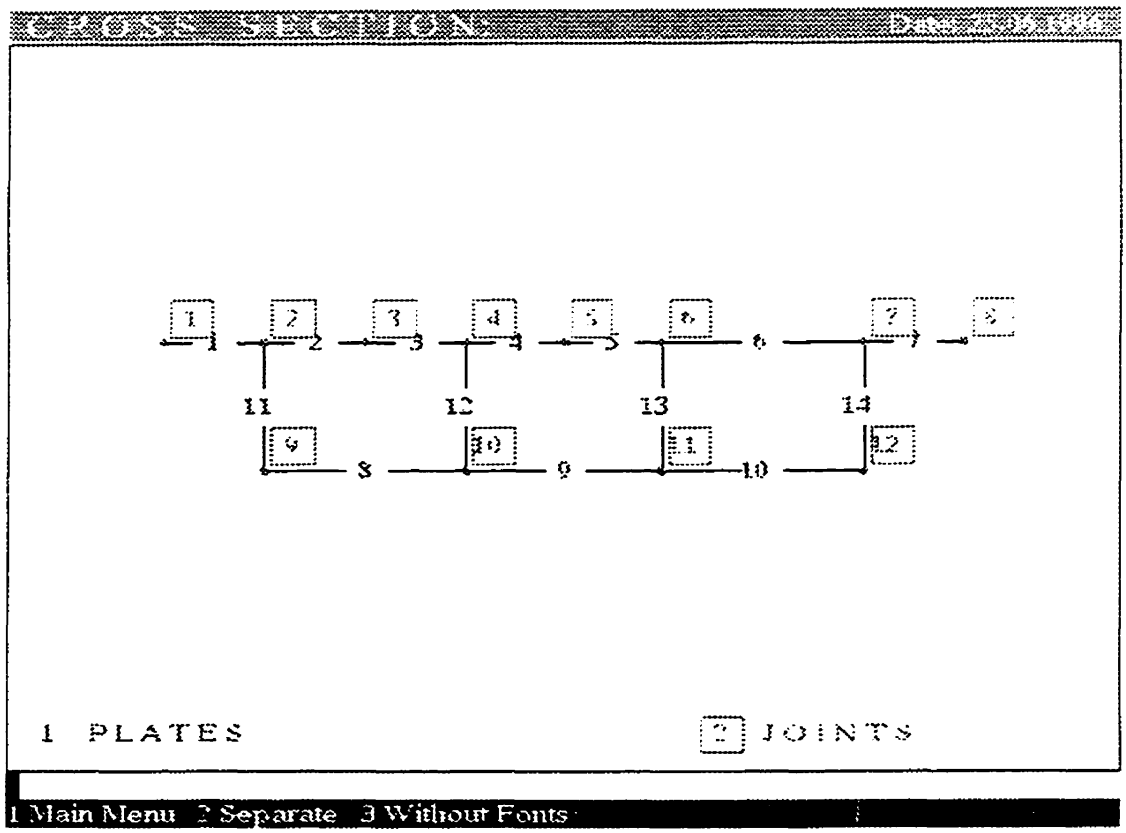


Figure 5.15: Modélisation du pont M3-36 par la méthode des plaques plissées

Les sections aux extrémités du pont comportaient des diaphragmes, ce qui est d'ailleurs une des conditions d'application de la méthode des plaques plissées. Longitudinalement, le chargement, qui correspond à une ligne de roues du camion standard CS-600, a été positionné selon les figures 4.4 et 4.5. Lors de l'exécution du calcul des contraintes, la convergence suffisante, suivie sur l'écran, a été obtenue avec environ 40 termes de séries de Fourier.

5.4 Comparaison et interprétation des résultats

Les résultats pour le moment fléchissant et l'effort tranchant sont présentés séparément pour les membrures externes et internes. Le moment de flexion dans une poutre externe obtenu du grillage représente la somme du moment dans les membrures de rive et externes alors que le moment fléchissant de la méthode des plaques plissées est obtenu à partir de l'intégration des contraintes longitudinales attribuées à la partie externe et calculée par rapport à l'axe neutre global de la section transversale. Le moment fléchissant dans les membrures internes fourni par le grillage est directement tiré du fichier des résultats alors que celui provenant de la méthode des plaques plissées est obtenu de l'intégration des contraintes longitudinales sur la partie de la section qui est attribuée à la membrure interne. Les résultats des moments fléchissants sont présentés aux tableaux 5.5 et 5.6.

Tableau 5.5: Moments fléchissants pour une membrure externe

Position transversale de la charge (m)	Garuda (kN-m)	Grillage (kN-m) A_S réduite	Grillage (kN-m) I réduite	Grillage (kN-m) aucune réduction
0,000	**611,1**	**606,3**	**600,7**	**592,6**
1,375	609,2	594,9	582,2	574,3
2,750	535,2	542,2	534,3	532,7
4,125	523,3	508,8	506,8	510,8
5,500	508,2	488,6	489,4	494,5
6,875	487,5	468,7	474,2	479,3
8,250	476,3	455,8	462,5	464,8
9,625	472,6	442,8	452,1	450,9
11,000	466,2	433,1	442,9	437,2

Tableau 5.6: Moments fléchissants pour une membrure interne

Position transversale de la charge (m)	Garuda (kN-m)	Grillage (kN-m) A_S réduite	Grillage (kN-m) I réduite	Grillage (kN-m) aucune réduction
0,000	509,1	511,5	505,7	514,1
1,375	513,2	508,9	507,4	511,7
2,750	529,4	519,8	516,2	513,4
4,125	**563,2**	**549,3**	**541,2**	**532,3**
5,500	528,1	508,9	508,1	502,9
6,875	505,2	487,2	491,4	491,3
8,250	496,2	477,2	482,3	484,2
9,625	488,6	467,4	472,6	477,6
11,000	476,1	463,5	464,9	471,2

La corrélation entre les deux méthodes d'analyse est très satisfaisante. De plus, l'écart entre les moments fléchissants critiques est plus petit lorsque le grillage tient compte de la distorsion en réduisant l'aire en cisaillement des membrures transversales. Ainsi, chacune des analyses a confirmé que le moment fléchissant maximal se produit dans la membrure externe lorsque le chargement se trouve dans la première position transversale. Étant donné que cette position est la plus excentrée pour la membrure externe, celle-ci subit les plus grandes contraintes de gauchissement ce qui, après leur intégration, donne les plus grandes valeurs des moments fléchissants. Pour ce qui est de la membrure interne, l'écart critique entre les résultats est de 4,9 %. La membrure interne est la plus sollicitée lorsque le chargement se trouve dans la quatrième position transversale. Le moment correspondant est de 9,4 % plus faible que le moment maximal se produisant dans la

membrure externe. Ainsi, le plus grand écart entre les résultats pour la membrure interne est de 3,9 % ce qui est satisfaisant.

Pour ce qui est de l'effort tranchant dans la membrure interne, il est fourni directement dans le fichier des résultats de l'analyse de grillage alors que celui de la méthode des plaques plissées est obtenu de l'intégration des contraintes de cisaillement distribuées dans l'âme. Cette procédure s'applique aussi pour la membrure externe dans le cas de la méthode des plaques plissées . Dans le grillage, l'effort tranchant total dans la membrure externe est la somme de l'effort tranchant direct et du cisaillement additionnel provenant du moment de torsion. En se référant à la figure 5.16, l'effort tranchant total est obtenu des relations suivantes où nous faisons l'hypothèse que la distorsion due à la torsion est faible:

$$V_{total} = V_{grillage} + V_{torsion} \qquad [5.46]$$

$$q = \frac{T}{2 \times A_0} \quad \Rightarrow \quad V = q \times h_0 = \frac{T \times h_0}{2 \times A_0} \qquad [5.47]$$

$$A_0 = B_0 \times h_0 \qquad [5.48]$$

$$V_{torsion} = \frac{T \times h_0}{2 \times B_0 \times h_0} = \frac{T}{2 \times B_0} \qquad [5.49]$$

$$V_{total} = V_{grillage} + \frac{T}{2 \times B_0} \qquad [5.50]$$

Cette équation suppose que la torsion est reprise par des efforts de cisaillement dans une position égale entre les âmes *(T/2B₀)* et les hourdis *(T/2h₀)*.

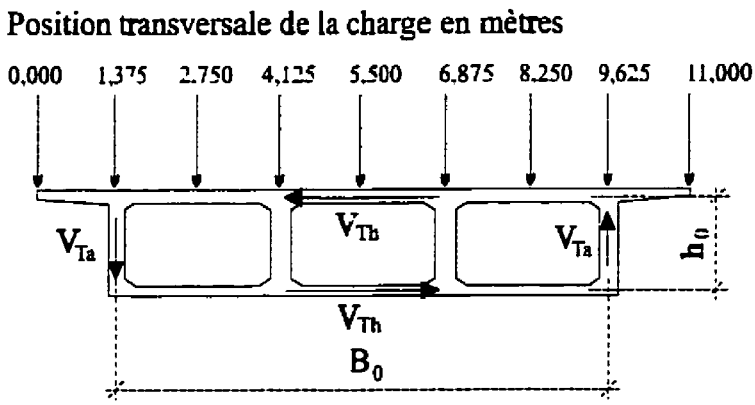


Figure 5.16: Section transversale d'un tablier multicellulaire

Les résultats pour l'effort tranchant sont présentés aux tableaux 5.7. et 5.8:

Contrairement au cas de la flexion, les résultats semblent plus réalistes lorsque l'effet de la distorsion est prise en compte dans l'analyse de grillage en réduisant de l'inertie flexionnelle des membrures transversales. Cette constatation est valide pour chacune des membrures. Ainsi, les valeurs de l'effort tranchant obtenues de l'analyse de grillage où l'inertie a été réduite sont presque toujours supérieures à celles obtenues de la méthode des plaques plissées, ce qui est l'inverse des résultats obtenus pour la flexion. Pour ce qui est des efforts maximaux, l'effort tranchant maximal se produit dans la membrure externe

lorsque le chargement se trouve à l'extrémité du porte-à-faux de la dalle alors que celui dans la membrure interne correspond à la quatrième position transversale où la charge est directement transmise dans l'âme intérieure.

Tableau 5.7: Effort tranchant pour une membrure externe

Position transversale de la charge (m)	Garuda (kN)	Grillage (kN) A_S réduite	Grillage (kN) I réduite	Grillage (kN) aucune réduction
0,000	171,3	176,2	**181,7**	147,2
1,375	161,9	191,5	174,6	157,3
2,750	95,2	108,2	100,4	102,3
4,125	39,1	40,0	42,7	67,8
5,500	26,7	28,4	29,7	47,1
6,875	20,2	17,8	19,5	30,2
8,250	15,3	10,7	14,2	14,9
9,625	10,4	3,67	10,7	0,25
11,000	7,3	-4,1	7,9	-4,7

Tableau 5.8: Effort tranchant pour une membrure interne

Position transversale (m)	Garuda (kN-m)	Grillage (kN) A_S réduite	Grillage (kN) I réduite	Grillage (kN) aucune réduction
0,000	27,1	36,0	27,1	57,0
1,375	36,2	44,4	47,6	60,4
2,750	87,1	95,4	91,6	77,8
4,125	141,5	168,1	**152,2**	113,2
5,500	85,2	94,5	89,7	73,7
6,875	32,6	32,6	38,2	52,7
8,250	26,4	27,2	29,8	45,0
9,625	23,3	22,2	26,7	38,6
11,000	21,2	20,1	18,3	33,5

Pour la membrure externe, il est évident que les résultats obtenus du grillage avec la réduction de l'aire en cisaillement des poutres transversales sont peu réalistes car le cisaillement provenant de la distorsion doit être plus grand pour le chargement le plus excentré, ce qui est le contraire de ce que l'on a obtenu de l'analyse. Par contre, le transfert du cisaillement repris par l'âme s'est avéré plus exact pour les analyses effectuées avec la réduction de l'inertie flexionnelle. Cependant, les écarts entre les résultats du grillage et ceux de la méthode des plaques plissées sont plus grands que pour le cas de la flexion. Ceci est dû aux conditions d'appuis aux extrémités du pont qui sont prédéterminées dans la méthode des plaques plissées alors que dans la méthode de grillage, elles sont définies de façon à ce qu'elles représentent le mieux les conditions aux frontières de la méthode des plaques plissées. Dans l'analyse par Garuda, les sections transversales aux extrémités du pont sont munies de diaphragmes pleins, ce qui fait que tous les déplacements verticaux sont nuls dans cette section. Afin d'éviter le transfert direct de l'effort tranchant dans chacun des diaphragmes, le chargement appliqué a été positionné à 1 mètre de l'appui. Les contraintes de cisaillement ont été récupérées à cette même position. Pour ce qui est de la méthode du grillage, tous les noeuds aux extrémités du pont ont été retenus verticalement et seulement les rotations autour de l'axe longitudinal des membrures principales ont été laissées libres. Les efforts tranchants ont été récupérés directement aux appuis du pont. Nous pouvons alors penser que les efforts tranchants obtenus de Garuda sont sous-estimés (± 3 %) et que le grillage avec l'aire en cisaillement réduite pourrait être la meilleure solution.

Bien que certaines différences entre les résultats pour l'effort tranchant soient moins satisfaisantes, les efforts les plus critiques obtenus des deux analyses sont assez consistants. Afin de pouvoir juger de l'exactitude de la modélisation par chacune des méthodes d'analyse utilisée (surtout dans le cas du cisaillement), une modélisation de ce tablier par les éléments de voiles minces de la méthode des éléments finis serait certainemet la plus appropriée et les résultats pourraient servir comme base de référence pour les deux logiciels utilisés.

5.5 Calcul et comparaison des facteurs de distribution

Les facteurs de distribution des efforts ont été calculés selon la norme canadienne S6-M88 (CSA, 1998) et celle de l'Ontario (OHBDC, 1983). Ces valeurs ont été comparées avec celles obtenues de l'analyse de grillage où, pour les moments fléchissants, l'effet de la distorsion a été pris en compte en réduisant l'aire en cisaillement alors que pour les efforts tranchants, les valeurs correspondent à la réduction de l'inertie flexionnelle des membrures transversales. Les facteurs d'essieu sont présentés au tableau 5.8.

5.6 Conclusions

Pour ce qui est la flexion, les facteurs d'essieu calculés selon la norme S6-M88 sont toujours supérieurs aux valeurs obtenues des analyses. Par contre, la norme de l'Ontario,

(OHBDC, 1983), donne des valeurs inférieures à celles obtenues de l'analyse pour trois voies de calcul alors que pour deux voies de calcul, les facteurs d'essieu sont sécuritaires.

Tableau 5.9: Facteurs d'essieu pour une membrure

	# de voies chargées	F_E - Analyse de grillage	F_E - moyen	F_E - S6-M88	F_E - OHBDC
Moment - externe	2	0,462	0,450	0,639	0,554
	3	0,601	0,600	0,639	0,526[1]
Moment - interne	2	0,453	0,450	0,639	0,561
	3	0,600	0,600	0,639	0,528[1]
Effort tranchant - externe	2	0,590	0,450	0,639	0,705
	3	0,634	0,600	0,639	0,705
Effort tranchant - interne	2	0,612	0,450	0,639	0,705
	3	0,687	0,600	0,639[1]	0,705

1: Valeurs ombragées non-sécuritaires

Pour le tablier étudié, qui ne respecte pas une des limites géométriques permettant d'utiliser la méthode simplifiée prescrite par la norme de l'Ontario, l'augmentation des vides cause une augmentation des contraintes de gauchissement provenant de la distorsion. Le tableau 5.9 montre les différentes tendances des facteurs d'essieu. Les facteurs d'essieu obtenus de l'analyse augmentent avec l'augmentation de nombre de voies de calcul alors que la norme de l'Ontario donne les tendances inverses pour la flexion. Ainsi, toutes les valeurs des facteurs d'essieu obtenues de l'analyse sont

supérieures aux valeurs des facteurs d'essieu moyen, qui sont calculées à partir de l'équation suivante:

$$F_{E-moyen} = \frac{nombre\ de\ voies \times facteur\ de\ simultanéité}{nombre\ de\ membrures\ longitudinales} \qquad [5.51]$$

Pour ce qui est de l'effort tranchant, la norme de l'Ontario donne des valeurs toujours supérieures à celles obtenues de l'analyse. La marge de sécurité est environ de 3 %. Par contre, la norme S6 donne une valeur de facteur d'essieu inférieure à celle obtenue de l'analyse pour la membrure interne et trois voies de calcul. Afin de pouvoir discuter de la pertinence des limites géométriques existantes, il faudrait étudier plusieurs tabliers multicellulaires. En effet, le comportement d'un pont multicellulaire est assez éloigné de celui caractérisant les ponts à caissons-multiples qui sont transversalement beaucoup plus flexibles. Cette spécificité est plus importante lorsque nous déterminons la rigidité transversale du tablier qui est beaucoup plus grande dans les ponts multicellulaires. Comme les ponts multicellulaires sont généralement construits en béton, la rigidité transversale du cadre fait que le comportement du tablier s'apparente plutôt à celui d'une dalle évidée ou d'une dalle pleine.

CHAPITRE VI

SYNTHÈSE, RECOMMANDATIONS ET CONCLUSIONS GÉNÉRALES

6.1 Généralités

Ce mémoire constitue une étude théorique portant sur les méthodes d'analyse des ponts-caissons. Le présent chapitre se veut un sommaire de ce qui a été traité dans ce mémoire en passant en revue les thèmes discutés dans les chapitres précédants, en y présentant les résultats obtenus de chacune des parties, en plus de faire ressortir les principales conclusions.

Une fois la synthèse terminée, nous présentons les conclusions générales qui sont dérivées de la présente étude. De plus, en se référant aux conclusions, nous proposons une série de recommandations pour la conception ainsi que pour des études futures.

6.2 Synthèse

6.2.1 Analyse théorique des poutres-caissons

L'analyse des poutres-caissons peut être réalisée par plusieurs méthodes, notamment par la mécanique des solides déformables, la méthode des éléments finis, la méthode du

grillage, la méthode des bandes finies, la méthodes des plaques plissées et aussi par la méthode de la poutre sur fondation élastique. Pour faire une étude de comportement des tabliers poutres-caissons, nous avons retenu trois méthodes analytiques qui ont été utilisées dans ce présent mémoire.

La première, la méthode des plaques plissées permet d'exprimer les charges et les déplacements par des séries harmoniques et d'inclure tous les efforts associés aux effets de la flexion et la distorsion des ponts-caissons. Étant donné que le présent mémoire cherche à identifier les méthodes d'analyse pouvant tenir compte de la distorsion, nous avons procédé à une étude détaillée de la formulation de la méthode des plaques plissées. Toutefois, les limites imposées par cette méthode la rendent moins flexible en ce qui concerne la géométrie et les conditions aux frontières du tablier.

Deux autres méthodes, qui sont basées sur les principes de la méthode des éléments finis, modélisent les tabliers en utilisant des éléments différents. Les analyses réalisées au moyen d'éléments de voile mince tiennent compte de tous les effets et les résultats, comme dans le cas de la méthode des plaques plissées, sont présentés en contraintes sommant tous les modes de résistance. Par contre, les analyses modélisant les tabliers par les éléments unidimensionnels, soit les analyses de grillage, sont faites en supposant que les efforts ne sont valables que pour les tabliers ayant une flexibilité en distorsion négligeable. Rappelons que le calcul de la rigidité dans une analyse de grillage est basé

sur la théorie de St-Venant seulement. Pour ce qui est de la simplicité d'interprétation des résultats provenant des analyses utilisées, les méthodes des plaques plissées et des éléments finis requièrent des programmes de post-traitement permettant d'effectuer l'intégration des contraintes longitudinales et celles de cisaillement afin d'obtenir des efforts globaux. Par contre les résultats obtenus de l'analyse de grillage sont exprimés directement sous la forme d'efforts, ce qui facilite leur interprétation.

Finalement, une comparaison des résultats, exprimée au moyen des lignes d'influence et présentée à la fin du deuxième chapitre, donne une idée générale sur la pertinence de chacune des méthodes d'analyse utilisées.

6.2.2 Étude de la distorsion

Afin de justifier l'utilisation d'éléments assurant la rigidité transversale des caissons, nous avons réalisé une étude de la distorsion pour les tabliers unicellulaires ayant une section composite ou une section en béton. Pour ce qui est des tabliers à sections composites, nous avons fait ressortir l'influence de plusieurs paramètres régissant la diminution de la distorsion dans le caisson. La diminution de la distorsion est étudiée en fonction de la rigidité axiale des diaphragmes intérieurs de configuration en X. De plus, plusieurs agencements de diaphragmes ont permis d'observer leur efficacité sur la diminution de la distorsion dans les caissons. Les résultats présentés sous forme de graphiques permettent

de déterminer la rigidité et l'espacement minimal afin d'éviter la distorsion dans la cellule. Aussi, l'influence de quelques paramètres géométriques sur la diminution de la distorsion, sur la contribution de la rigidité flexionnelle longitudinale du caisson et celle qui correspond à la rigidité transversale du cadre a été étudiée.

Pour les tabliers en béton, seule l'influence de l'épaisseur des âmes du caisson sur la diminution de la distorsion a été étudiée. Les conclusions ont justifié l'hypothèse qu'à partir d'une épaisseur suffisante des âmes, la présence des diaphragmes à l'intérieur du caisson en béton est inutile. L'épaisseur des parois participe à la rigidité transversale du cadre ce qui permet au caisson de mieux résister aux effets de la distorsion.

6.2.3 Étude paramétrique

L'objectif principal de l'étude paramétrique qui a été effectuée sur plusieurs tabliers de conception typique était d'évaluer la justesse des prescriptions de calcul des normes nord-américaines (CSA, OHBDC et AASHTO), particulièrement en ce qui concerne la distribution des moments fléchissants et de l'effort tranchant entre les éléments porteurs. Cette étude comporte aussi l'étude de sensibilité réalisée pour les ponts à sections composites et à section en béton. Elle a été notamment dirigée vers la vérification des équations empiriques prescrites par la norme de l'Ontario dont la déduction a été dérivée de la théorie des plaques orthotropes. L'influence des principaux paramètres régissant

l'uniformité de la distribution transversale des efforts entre les caissons a été également étudiée. Finalement, les comparaisons des résultats obtenus à partir de plusieurs méthodes analytiques ont permis d'évaluer la performance de chacune des méthodes d'analyse utilisées.

L'étude paramétrique a révélé que les tabliers de ponts à poutres-caissons sont en général très rigides. Cependant, la distribution des efforts est sujette à l'influence de plusieurs paramètres importants. La longueur et la largeur du tablier ont un impact sur la distribution du moment fléchissant, la distribution étant meilleure pour les ponts longs et étroits. L'effort tranchant ne subit pas l'influence des paramètres de la même façon et la distribution de celui-ci est généralement meilleure pour les tabliers plus courts.

La comparaison des facteurs d'essieu indique que dans certains cas les prescriptions des normes existantes sont non-sécuritaires, principalement au niveau de l'effort tranchant. L'étude de sensibilité a confirmé que le comportement prédit par les méthodes simplifiées des normes n'est pas représentatif du comportement réel des structures en fonction des paramètres importants des tabliers à poutres-caissons multiples.

6.2.4 Analyse d'un pont multicellulaire

L'initiation de l'étude analytique d'un pont multicellulaire avait pour objectif d'évaluer l'importance des limites géométriques imposées par les normes nord-américaines afin de pouvoir appliquer les méthodes simplifiées. Ainsi, ce chapitre cherchait à trouver la méthode d'analyse qui serait la plus appropriée afin de bien représenter le comportement de ce type de tablier.

Malgré que cette étude ne portait des analyses que sur un seul pont, elle a offert une idée générale sur l'adéquation de la modélisation du pont par la méthode du grillage tout en respectant les prescriptions de Hambly (1991), particulièrement en ce qui concerne le calcul des propriétés structurales qui tiennent compte de la distorsion dans la section transversale d'une membrure longitudinale.

Pour ce qui est de l'application des méthodes simplifiées, les résultats ont démontré que les limites géométriques imposées par les normes semblent garantir l'introduction des efforts supplémentaires provenant de la distorsion.

6.3 Recommandations

6.3.1 Méthode simplifiée pour la conception des ponts à caissons-multiples

Dans le but d'apporter simplicité et cohérence à la conception des ponts à poutres-caissons, la philosophie de calcul de la méthode simplifiée a été modifiée (CHBDC, 1997). La nouvelle approche requiert le calcul de la surcharge routière totale appliquée à toutes les voies de calcul. En supposant une distribution idéale des efforts entre les caissons, la fraction minimale de l'effort attribuable à une poutre est obtenue en divisant l'effort total par le nombre d'éléments porteurs. En effet, il s'agit de l'effort moyen exprimé par l'équation [1.4]. En appliquant les facteurs de modification pour la flexion et l'effort tranchant, nous obtenons les efforts de dimensionnement calculés à partir de l'équation [1.5].

Le facteur de modification F_M proposé pour le moment fléchissant est le suivant:

$$F_M = \frac{S \times N}{F \times \left(1 + \frac{\mu \times C_f}{100}\right)} \geq 1{,}05 \qquad [6.1]$$

où:

S est l'espacement centre à centre entre les caissons en mètres;

N est le nombre de caissons;

F est le paramètre, exprimé en mètres, déterminé en fonction du nombre de voies et prescrit par le tableau 6.1;

C_f est le facteur de correction, en pour-cent, déterminé en fonction du nombre de voies et prescrit par le tableau 6.1;

μ est le paramètre calculé selon l'équation $\frac{w_e - 3,3}{0,6}$, où w_e est la largeur d'une voie carrossable.

Le facteur d'essieu pour le moment fléchissant est calculé selon l'équation suivante:

$$F_E = \frac{n \times R_L}{N} \times \frac{S \times N}{F \times \left(1 + \frac{\mu \times C_f}{100}\right)} \qquad [6.2]$$

où:

n est le nombre de voies de calcul;

R_L est le facteur de réduction selon le nombre de voies chargées.

Pour ce qui est du facteur de modification pour l'effort tranchant F_V, il est déterminé selon l'équation suivante:

$$F_v = \frac{S \times N}{F} \qquad [6.3]$$

où S et N sont identiques comme dans le cas de la flexion alors que F est déterminé selon le tableau 6.2.

Tableau 6.1: Expressions pour F et C_f pour le moment longitudinal

États limites	# de voies de calcul	F (m)	C_f (%)
Ultimes et utilisation	2	8,5-0,3β	16-2β
	3	11,5-0,5β	16-2β
	4 et plus	14,5-0,7β	16-2β
Fatigue	2 et plus	8,5-0,9β	16-2β

β: le paramètre est calculé selon l'équation [1.3].

Tableau 6.2: Expressions pour F pour l'effort tranchant

États limites	# de voies de calcul	F (m)
Ultimes, utilisation et fatigue	2	7,5
	3	9,5
	4	11,5

Finalement, le facteur d'essieu pour l'effort tranchant est calculé selon l'équation suivante:

$$F_E = \frac{n \times R_L}{N} \times \frac{S \times N}{F} \qquad [6.4]$$

Les équations proposées ont été appliquées afin d'exprimer les facteurs d'essieux pour le moment fléchissant et l'effort tranchant pour tous les ponts analysés. Ensuite, ils ont été comparés avec ceux obtenus des analyses et de l'approche proposée par la norme S6 et celle de l'Ontario. Les résultats qui sont présentés à l'Annexe II démontrent que les facteurs d'essieu calculés pour les ponts à deux, trois et quatre voies selon les équations proposées sont semblables à ceux obtenus des analyses. L'écart entre ces valeurs est environ de dix pour-cent pour les ponts à 2 à 4 voies. Pour les ponts à six et sept voies, l'écart peut atteindre trente pour-cent. La même conclusion peut être tirée en ce qui concerne les facteurs d'essieu pour l'effort tranchant.

6.3.2 Diaphragmes

La norme de l'Ontario requiert pour les sections composites que les diaphragmes soient au nombre minimal de 3 et espacés au plus de 12 m. Cependant aucune règle n'est donnée quant à leur rigidité minimale.

Pour les ponts composites, nous avons démontré au chapitre III que la rigidité (EA/L) minimale requise dépend de la portée du tablier ainsi que du nombre de diaphragmes. Le tableau 3.2 indique le nombre de diaphragmes et la valeur de leur rigidité minimale

requise pour une portée donnée. Pour les sections composites, les recommandations proposées pour la future norme canadienne des ponts CHBDC sont présentées au tableau 6.3:

Tableau 6.3: Recommandations pour CHBDC

Paramètre pour les diaphragmes intérieurs				**Valeur limite**	
Espacement (m)				< 12 m	
Portée L (m)	24	24 à 36	36 à 48	48 à 60	60 à 72
Nombre	1	2	3	4	5

Pour les ponts en béton qui ne sont pas munis de diaphragmes intérieurs, l'épaisseur des âmes d'une section transversale ne devrait pas excéder 350 mm. Une fois cette recommandation respectée, nos calculs montrent que les tabliers à poutres-caissons peuvent être analysés avec la méthode du grillage.

6.4 Conclusions générales

6.4.1 Généralités

L'analyse des ponts à poutres-caissons abordée sous divers angles dans le présent mémoire contribue à une bonne compréhension de leur comportement, ce qui nous permet de tirer des conclusions générales découlant de notre étude. La distorsion d'une poutre-caisson est un phénomène défini comme la déformation de la section de la poutre

dans son plan. Des contraintes de gauchissement, des contraintes de flexion transversale et une flexibilité accrue sont associées aux effets de la distorsion et l'analyse de poutres-caissons ne peut pas se faire uniquement avec la théorie de torsion classique. Les modes de résistance à la distorsion sont: la rigidité au gauchissement, la rigidité de cadre de la section et la rigidité torsionnelle des parois. Dans la rigidité de cadre, nous retrouvons la rigidité apportée par les diaphragmes de la poutre, ceux-ci ayant pour effet de réduire certains effets de la distorsion notamment la flexibilité des parois et les contraintes de flexion transversale.

La méthode des plaques plissées est une méthode convenable pour analyser les ponts-caissons car elle tient compte de tous les effets associés à la torsion. De plus, elle permet d'analyser les ponts contenant des diaphragmes de plusieurs configurations modélisés par les éléments de poutre ainsi que les diaphragmes pleins qui sont toujours présents aux extrémités du pont. Toutefois, cette méthode oblige à respecter certaines limites qui empêchent d'analyser les tabliers à géométrie complexe.

Les diaphragmes n'assurent pas l'élimination complète des effets de la distorsion, même lorsque les critères de leur conception sont respectés. Les contraintes de gauchissement longitudinales se développent malgré leur présence. Cependant, lors de la vérification à l'ultime, les contraintes de gauchissement peuvent être négligées pour la conception des ponts-caissons alors que nous considérons le tablier pleinement chargé transversalement.

Les effets de gauchissement se feront davantage sentir pour des considérations de fatigue où un seul véhicule est considéré sur le pont.

Les méthodes simplifiées des normes nord-américaines se sont révélées inconsistantes par rapport aux résultats de l'étude paramétrique. Pour palier à cette faiblesse, une nouvelle méthode simplifiée de la future norme (CHBDC, 1997) est proposée afin de mieux représenter le comportement réel des tabliers à poutres-caissons.

6.4.2 Avantages et inconvénients des méthodes d'analyse

Afin d'identifier les méthodes d'analyse qui sont appropriées pour les tabliers à poutres-caissons, nous proposons ici un résumé traçant les avantages et les inconvénients de chacune des méthodes d'analyse utilisée dans le présent mémoire. Les méthodes basées sur la théorie des contraintes planaires et des plaques fléchies (la méthode des éléments finis et la méthode des plaques plissées) sont des méthodes très fiables pour ce type de tablier et, en général, répondent à tous les problèmes associés à la distorsion dans une section transversale. De plus, les contraintes de fatigue ainsi que la conception de plusieurs types de diaphragmes sont considérées. Du point de vue de la complexité de la méthode, c'est la méthode des éléments finis qui constitue une approche généralement hors de portée pour le génie-conseil alors que la méthode des plaques plissées est restreinte par certaines limites réduisant son champ d'application. De plus, cette dernière

n'est disponible que dans le milieu de la recherche. À un niveau plus pratique, les deux méthodes sont moins utilisées à cause de l'ampleur des efforts qu'elles requièrent.

La méthode du grillage peut se faire uniquement avec l'hypothèse que la distorsion dans la section transversale n'est pas considérée. Ceci découle du fait que la modélisation de la rigidité des poutres-caissons est basée sur la théorie de St-Venant seulement. La méthode du grillage tient compte de la distribution transversale du moment fléchissant ainsi que de l'effort tranchant. La conception des diaphragmes ne peut pas être étudiée directement. Cependant, il est possible de combiner l'analyse du grillage avec la méthode des deux poutres sur fondation élastique (Normandin, 1995) afin de considérer les effets de la distorsion et de réaliser la conception des diaphragmes.

Finalement, les méthodes simplifiées prescrites par les normes considèrent, dans la conception structurale d'un pont, la distribution des efforts de flexion et de cisaillement, les contraintes de fatigue ainsi que la conception des diaphragmes. Ces dernières sont certainement les plus pratiques pour la conception des ponts dans le génie-conseil.

6.4.3 Poursuite de l'étude

L'étude des ponts-caissons multiples présentée dans ce mémoire peut être poursuivie particulièrement au niveau de:

- l'étude des ponts-caissons à géométrie complexe;
- l'étude des ponts-caissons mixtes continus;
- la détermination de critères simplifiés pour la conception des diaphragmes;
- l'effet d'arc dans la dalle, tel qu'assumé par la norme OHBDC.

L'étude des ponts-caissons multicellulaires peut se poursuivre au niveau de:

- l'étude des ponts ayant des géométries différentes de celle analysée dans ce mémoire;
- l'étude des ponts multicellulaires en béton à plusieurs travées;
- l'étude des ponts multicellulaires constitués d'un plus grand nombre de cellules;
- l'amélioration des méthodes simplifiées pour la distribution des efforts.

Plusieurs des aspects étudiés dans le présent mémoire pourraient être utilisés dans ces études.

BIBLIOGRAPHIE

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS (AASHTO), 1965, *"Standard specifications for Highway bridges"* , American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington DC.

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS (AASHTO), 1994, *"AASHTO LRFD Bridge design specifications - SI Units"*, première édition, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington DC.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC), 1963, *"Design manual for orthotropic steel plate deck bridges"*, New York.

BAKHT, B. et JAEGER, L. G., 1985, *"Bridge analysis simplified"*, McGraw Hill, New York.

BAKHT, B., JAEGER, L. G. et CHEUNG, M. S., 1981, *"Cellular and voided slab bridges"*, ASCE Journal of the structural Division, Vol. 107, pp. 1797-1813.

BAKHT, B., JAEGER, L. G., CHEUNG, M. S. et MUFTI, A. A., 1981, *"The sate of the art in analysis of cellular and voided slab bridges"*, Revue Canadienne de Génie Civil, Vol. 8, pp. 376-391.

BALAZ, I., 1991, *"Vyberovy predmet III, Vybrane state z kovovych konstrukcii III, Mostne a technologicke stavby (Structures de ponts)"*, Université technique slovaque, Département de Génie Civil, section structures, Bratislava.

BALAZ, I. et DJUBEK, J., 1975, *"Box-shaped girders"*, Int. J. mech. Sci., Pergamon Press, Vol. 17, pp. 617-626.

BALAZ, I. et CHLADNY, E., 1994, *"Evaluation problems of the cable-stayed bridge across the Danube in Bratislava"*, La 17ième Conférence internationale des ponts et des structures en acier, Bratislava, Slovaquie.

BELICA, A., 1988, *"Tuhostné matice priziem lomenicovych konstrukcii (Matrices de rigidité des prismes de la méthode des plaques plissées)"*, Journal de Génie Civil, Veda, Vol.36, pp. 327-346.

BELICA, A., 1992, *"Manual pre uzivatela programu Garuda (Manuel d'utilisation du logiciel GARUDA)"*, Université technique slovaque, Département de Génie Civil, section structures, Bratislava.

CANADIAN STANDARD ASSOCIATION (CSA), 1988, *"Calcul des ponts-routes"*, CAN/CSA-S6-M88, Association canadienne de normalisation, Willowdale, Ontario.

CHEUNG, M. S., BAKHT, B. et JAEGER, L. G., 1982, *"Analysis of box-girder bridges by grillage and orthotropic plate method"*, Revue Canadienne de Génie Civil, Vol.9, pp. 595-601.

CHEUNG, M. S. et CHEUNG, Y. K., 1971, *"Analysis of curved box girder bridges by finite strip method"*, Publication IABSE, Vol. 31/I, juin, pp. 1-19.

CHEUNG, M. S. et CHAN, M. Y. T., 1978, *"Live load test on the Muskwa River Bridge"*, Revue Canadienne de Génie Civil, Vol. 5, pp. 186-201.

CHEUNG, Y. K., 1968, *"The finite strip method in the analysis of elastic plates with two opposite simply supported ends"*, Proceedings of the Institute of Civil Engineers, Vol.40, pp. 1-7.

CHEUNG, Y. K., 1969, *"Folded plate structures by finite strip method"*, ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 95, pp. 2963-2979.

CUSENS, A. R. et PAMA, R. P., 1975, *"Bridge deck analysis"*, John Wiley & Sons, Ltd., London.

COLLINS, M. P. et MITCHELL, D., 1991, *"Prestressed concrete structures"*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

DABROWSKI, R., 1972, *"Curved thin-walled girders"*, Cement and Concrete Association, Wexham Springs.

HAMBLEY, E. C., 1991, *"Bridge deck behaviour"*, Chapman and Hall, 2ième édition.

HEINS, C. P. et OLENIK, J. C., 1976, *"Curved box beam bridge analysis"*, Computers and Structures, Vol. 6, pp. 65-73.

KERMANI, B. et WALDRON, P., 1993, *"Behaviour of concrete box girder bridges of deformable cross-section"*, Proc. Insts. Civ. Engrs. Structs. & Brgds., mai, pp. 109-122.

KRISTEK, V., 1979, *"Theory of box girders"*, SNTL, Publishers of Technical Literature, Prague.

KRISTEK, V., 1970, *"Tapered box girders of deformable cross section"*, ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 96, No. ST8, pp. 1791-1792.

MATTOCK, A. H. et JOHNSTON, S. B., 1968, *"Behavior under load of composite box-girder bridges"*, ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 94, No. ST10, pp. 2351-2370.

MIKKOLA, M. J. et PAAVOLA, J., 1980, *"Finite element analysis of box girders"*, Proceedings of the American Society of Civil enginéering, Vol. 106, No. ST6, pp. 1343-1357.

MINISTRY OF TRANSPORTATION OF ONTARIO (MTO), 1978, "Ontario Highway Bridge design Code", 1ière édition, Ministry of Transportation of Ontario, Toronto, Ontario.

MINISTRY OF TRANSPORTATION OF ONTARIO (MTO), 1983, *"Ontario Highway Bridge Design Code"*, 2ième édition, Ministry of Transportation of Ontario, Toronto, Ontario.

MINISTRY OF TRANSPORTATION OF ONTARIO (MTO), 1991, *"Ontario Highway Bridge Design Code"*, 3ième édition, Ministry of Transportation of Ontario, Toronto, Ontario.

MINISTRY OF TRANSPORTATION OF ONTARIO (MTO), 1979, *"Testing of a trapezoidal box girder bridge"*, Ministry of transportation and communications, Downsview, Ontario.

NORMANDIN, P., 1993, *"Étude de comportement d'un pont à poutres-caisson mixte acier-béton"*, Projet de fin d'étude, Département de génie civil, section structures, École Polytechnique de Montréal.

NORMANDIN, P. et MASSICOTTE, B., 1994, *"Analyses paramétriques des ponts à poutres-caissons multiples"*, Rapport EPM/GCS-1994-10, Département de Génie civil, section Structures, École Polytechnique de Montréal.

NORMANDIN, P., 1995, *"Étude du comportement des ponts à poutres-caissons mixtes acier-béton"*, Mémoire de maîtrise, Département de génie civil, section structures, École Polytechnique de Montréal.

OLENIK, J. C. et HEINS, C. P., 1975, *"Diaphragmes for curved box beam bridges"*, ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 101, No. ST10, pp. 2161-2178.

RAZAQPUR, A. Q. et LI, H., 1991, *"Thin-walled multicell box-girder finite element"*, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 117, No. 10, pp. 2953-2971.

SCORDELIS, A. C., 1961, *"Experimental and Analytical Study of a Folded Plate "*, Proceedings of ASCE, Structural Division, December 1961.

SCORDELIS, A. C., 1966, *"A matrix formulation of the Folded Plate Equations"*, Proceedings of ASCE, Structural Division, October 1966.

STEINLE, A., 1970, *"Torsion und profilverformung beim einzelligen Kastenträger"*, Beton - und Stahlbetonbau, Vol. 9/1970, pp215-222.

VLASOV, V. Z., 1949, *"Strojitelnaja mechanika tonkostennych prostranstvennych sistem"*, Strojizdat, Moskva.

VLASOV, V. Z., 1961, *"Thin-walled elastic beams"*, National Science Foundation, Washington, DC.

WILSON, E. L. et HABIBULLAH A., 1992, *"Structural analysis program SAP90, users manual"*, Computers and Structures, inc., Berkeley, California, USA.

WRIGHT, R. N., ABDEL-SAMAD, S. R. et ROBINSON, A. R.., 1968, *"BEF analogy for analysis of box girders"*, ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 94, No. ST7, pp. 1719-1743.

ZHANG, S. H. et LYONS, L. P. R., 1984, *"A thin-walled box beam finite element for curved bridge analysis"*, Computers and Structures, Vol. 18, No. 6, pp. 1035-1046.

ANNEXE I

ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DES PONTS UNICELLULAIRES

I.1 Exemple de la modélisation du pont par le logiciel GARUDA

I.1.1 Géométrie de la structure et fichier des donnés

PONT B3-60

b=3m; h=2,4m; w_a=12mm; L=60m

diaphragmes à chaque cinquième de la portée
EA des diaphragmes = 10E05 N
chargement élastique q=172,8 N/mm

Figure I.1: Géométrie et données du pont B3-60

```
BRIDGE 37K  B3-60
6 6 0 8 0 1 0 2
1 1 1 0
1 1 2 3 5 2
2 3 4 4 1 6
6*2
0 2988 0 2988 -1506 4506
0 0 2488 2488 0 0
200 2*12 25 2*200
28000 3*200000 2*28000
0.15 3*0.3 2*0.15
60000
1 2 172.8 30000 30000
12000 1 4 100 250 E06
12000 2 3 100 250 E06
```

24000 1 4 100 250 E06
24000 2 3 100 250 E06
36000 1 4 100 250 E06
36000 2 3 100 250 E06
48000 1 4 100 250 E06
48000 2 3 100 250 E06

I.1.2 Discrétisation de la structure par le logiciel GARUDA

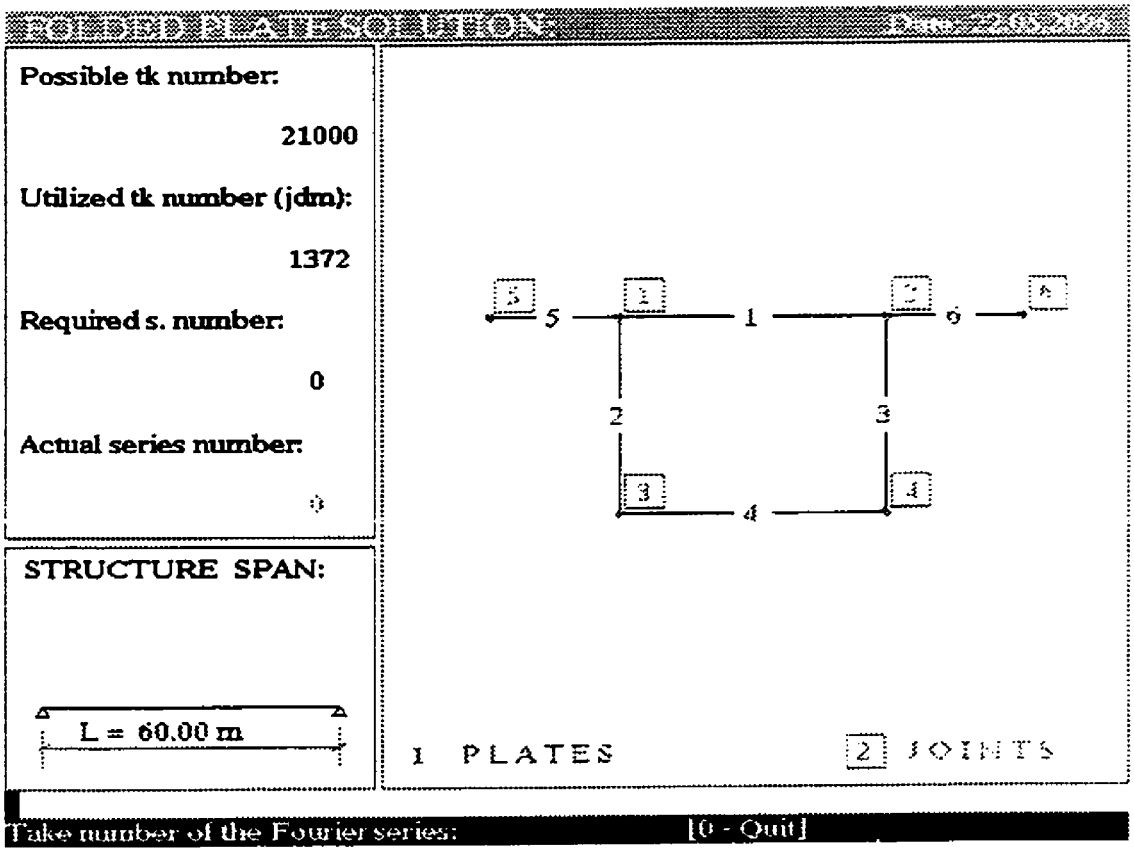


Figure I.2: Modèle avec GARUDA

L2 Calcul de la rotation totale de la section

L'analyse du pont B3-60 fournit les déplacements verticaux w_1=426,73 mm et w_2=412,93 mm. Selon la figure 3.5 on obtient la rotation totale de la section:

$$\varphi_{totale} = (w_1 - w_2)/b = (426,73-412,93)/2988 = 0,004618\ rad$$

La rotation (φ_{totale}) de la section fournie par le logiciel est égale à 0,004618 rad.

L3 Calcul de la rotation de Saint-Venant

Le rapport entre le module de l'acier et le module de béton:

$$N = E_a/E_b = 200000\ MPa\ /28000\ MPa = 7,14$$

Calcul de l'inertie torsionnelle du caisson:

$$J_{tot} = J_{caisson} + J_{dalle}$$

	ds	*t/N*	*N ds/t*
dalle:	*2988*	*28,01*	*106,7*
âmes:	4975	*12*	*414,6*
semelle inférieure:	*2988*	*25*	*119,5*
total:			*640,8*

$A_{moy.} = 2487,5 \times 2988 = 7,432\ m^2$

$J_{caisson} = 4 \times A_{moy.}^2 / total = 4 \times 7,432^2 / 640,8 \times 10^6 = 344,9 \times 10^{-3}\ m^4$

$J_{dalle} = 2 \times (1/3 \times (1,506 \times 0,2^3) / 7,14) = 1,12 \times 10^{-3}\ m^4$

$J_{tot.} = 344,5 \times 10^{-3} + 1,12 \times 10^{-3} = \underline{0,346\ m^4}$

Calcul de moment torsionel m_k:

$S_b = 222,2 \times 10^{-3}\ m^3$

$q = 8 \times S_b \times F_y / L^2 = 8 \times 222,2 \times 10^{-3} \times 350 / 60^2 = 172,8 \times 10^{-3}\ kN/m$ [3.2]

$m_k = q \times b/2 = 172,18 \times 10^{-3} \times 1,5 = 259,2\ kN\text{-}m/m$

Finalement, selon la figure 3.4, on obtient la rotation de St-Venant:

$\varphi_{S\text{-}V} = m_k L^2 / 8\ GJ_{tot.} = 0,2592 \times 60^2 / 8 \times 76\,923 \times 0,346 = 0,004382\ rad$

Rapport des rotations:

$\varphi_{tot.} / \varphi_{S\text{-}V} = 0,004618 / 0,004382 = \underline{1,0537}$

I.4 Résultats de l'étude de distorsion pour les ponts à section composite

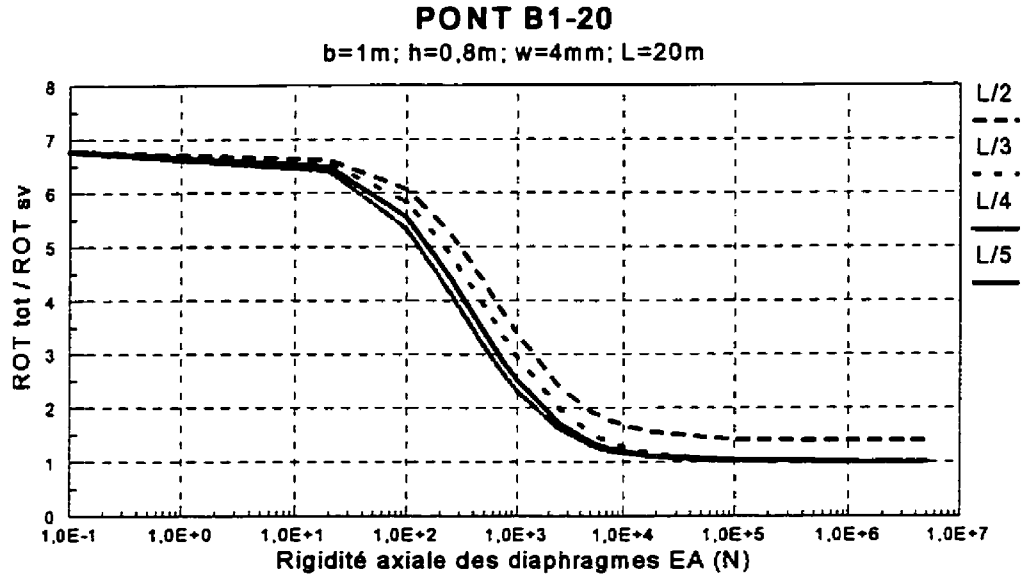


Figure I.3: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B1-20

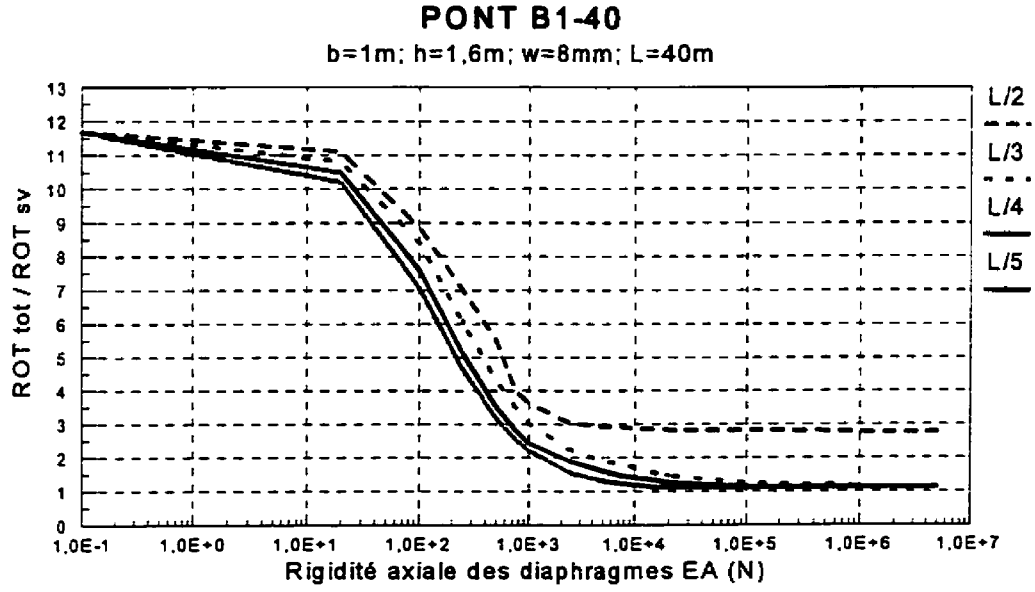


Figure I.4: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B1-40

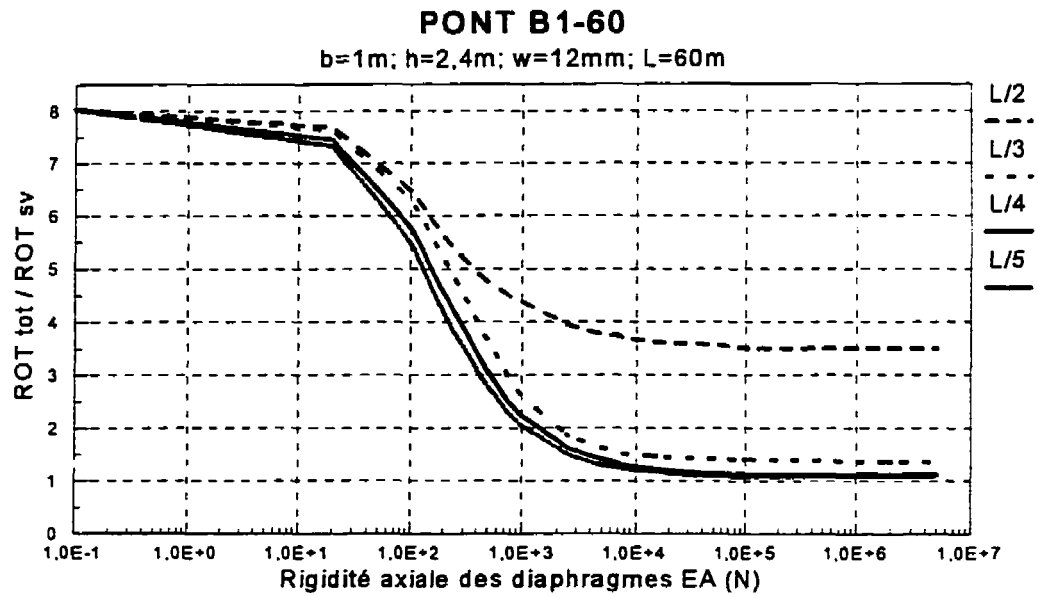


Figure I.5: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B1-60

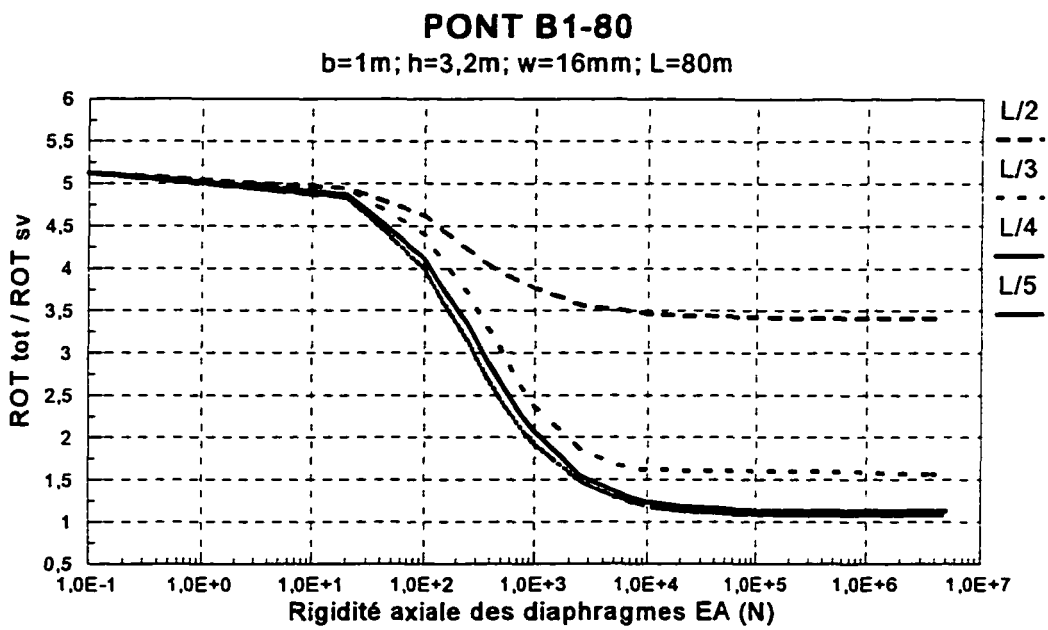


Figure I.6: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B1-80

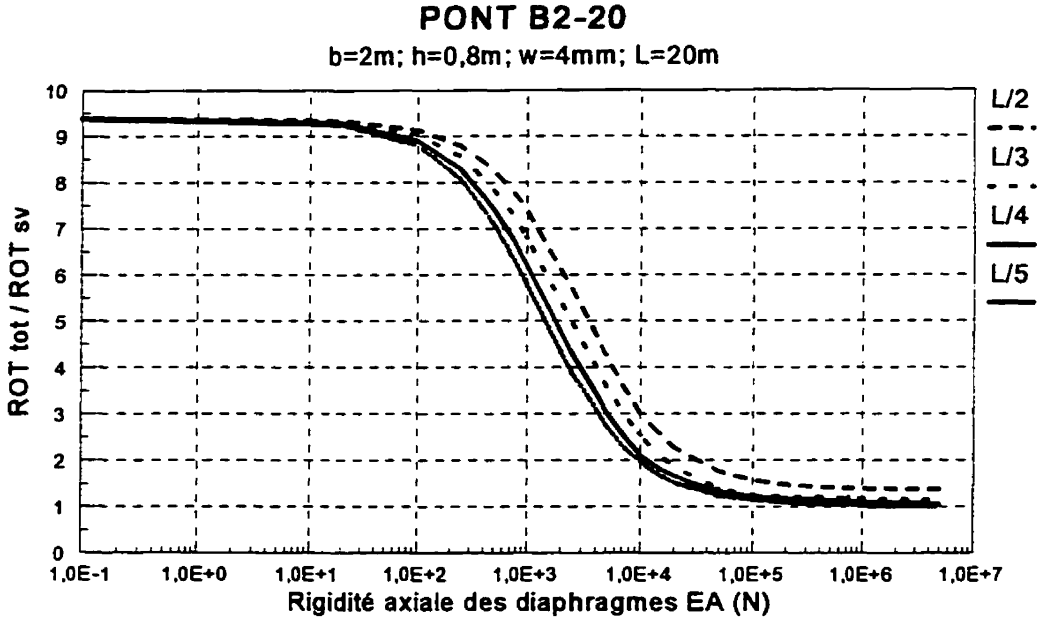


Figure I.7: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B2-20

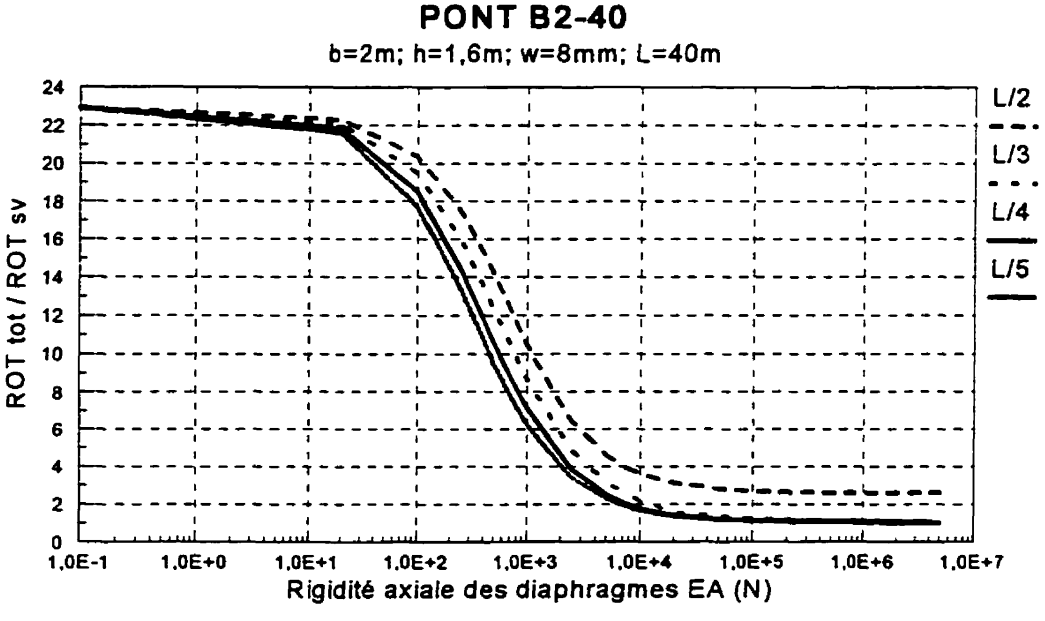


Figure I.8: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B2-40

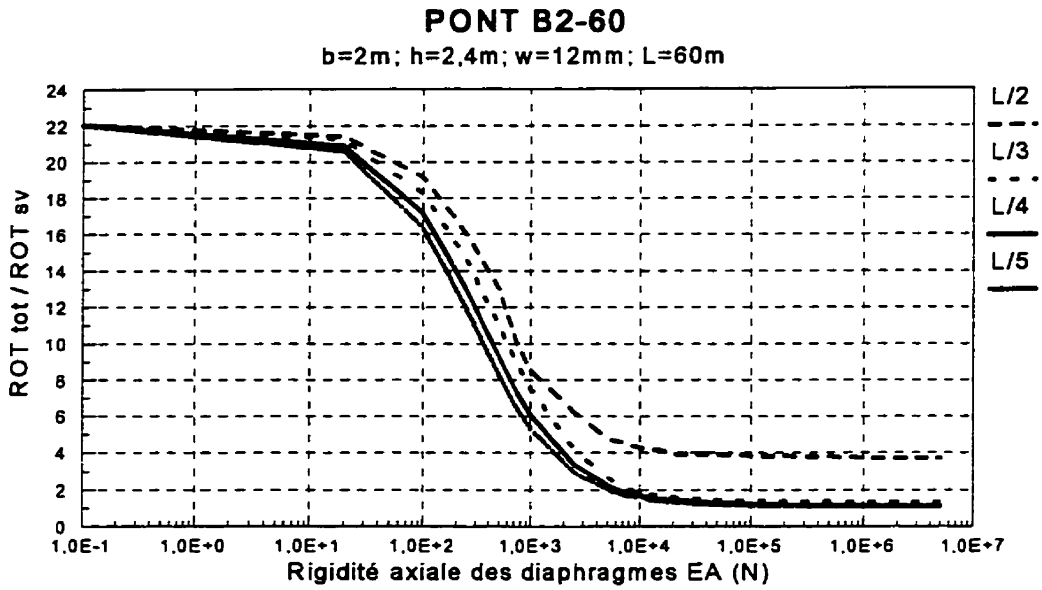


Figure I.9: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B2-60

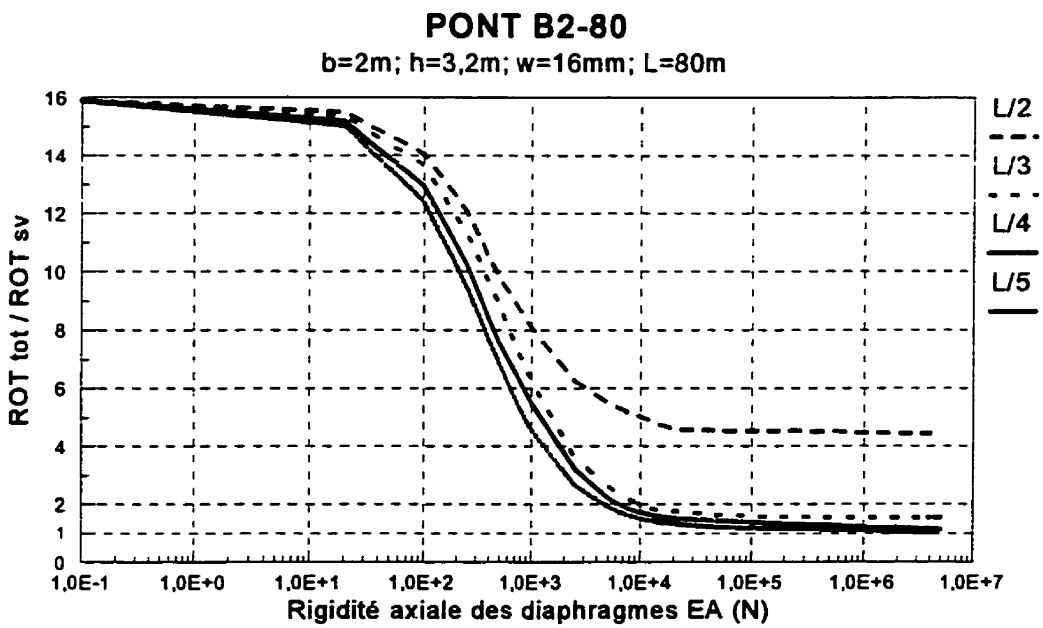


Figure I.10: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B2-80

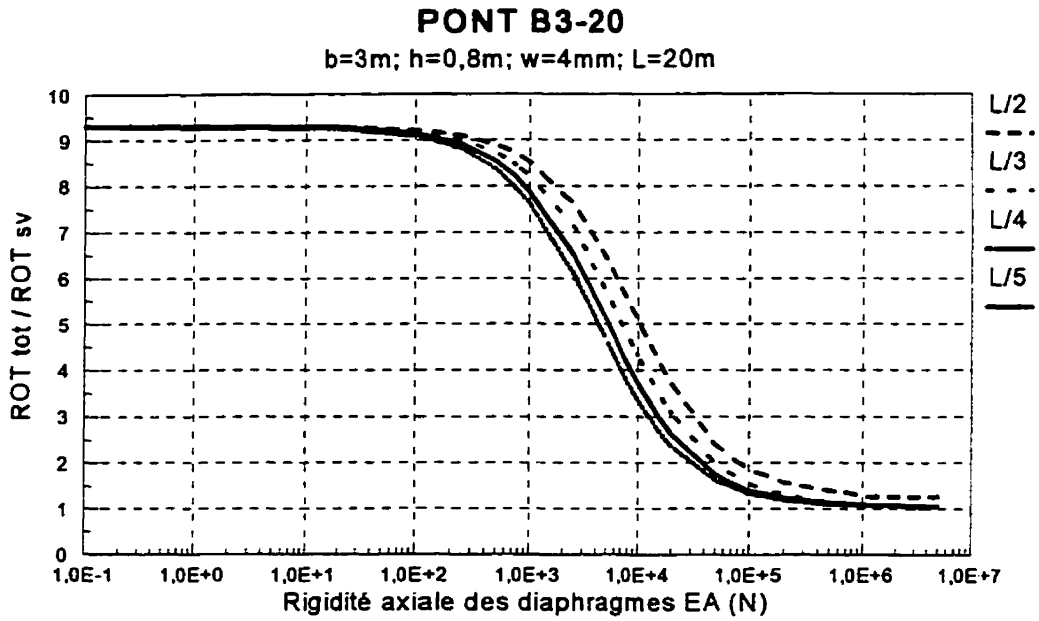


Figure I.11: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B3-20

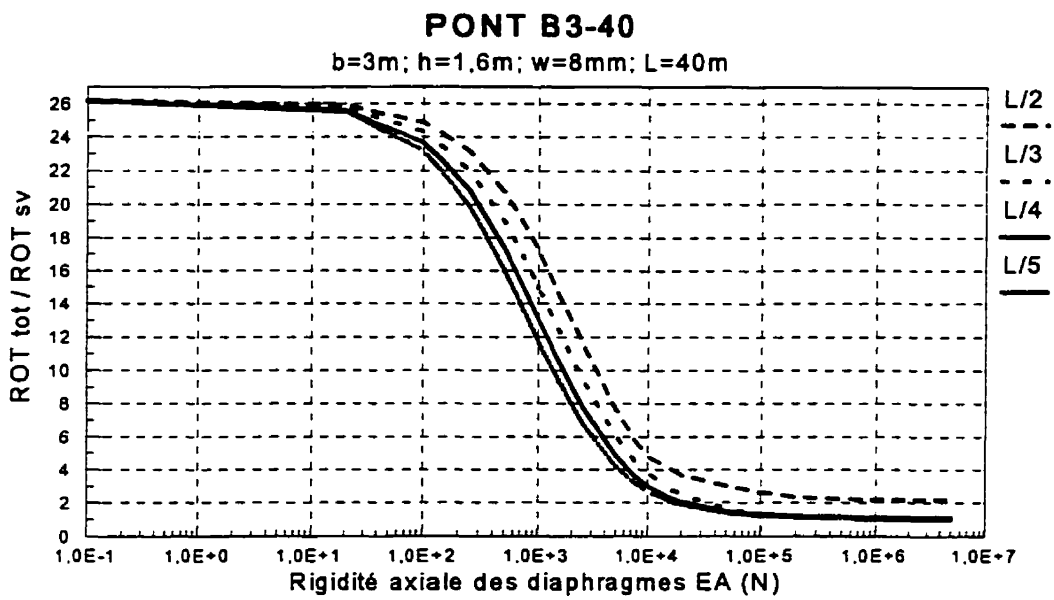


Figure I.12: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B3-40

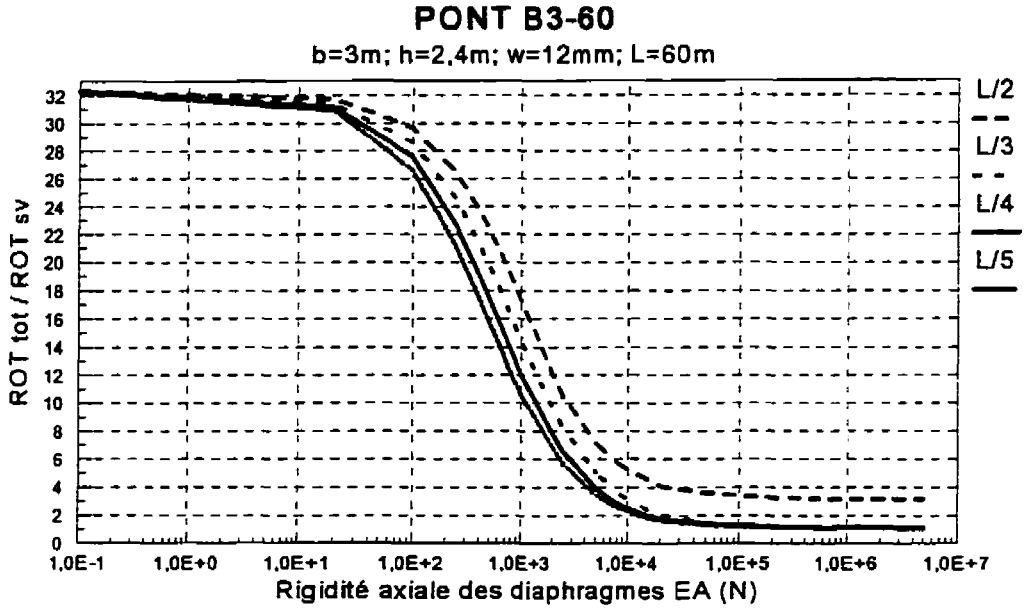


Figure I.13: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B3-60

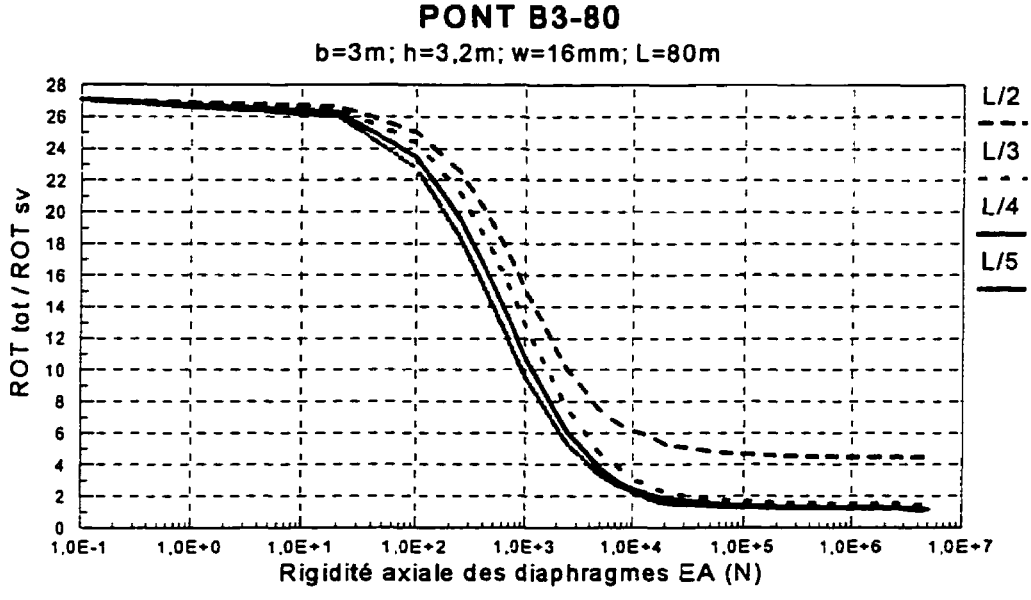


Figure I.14: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B3-80

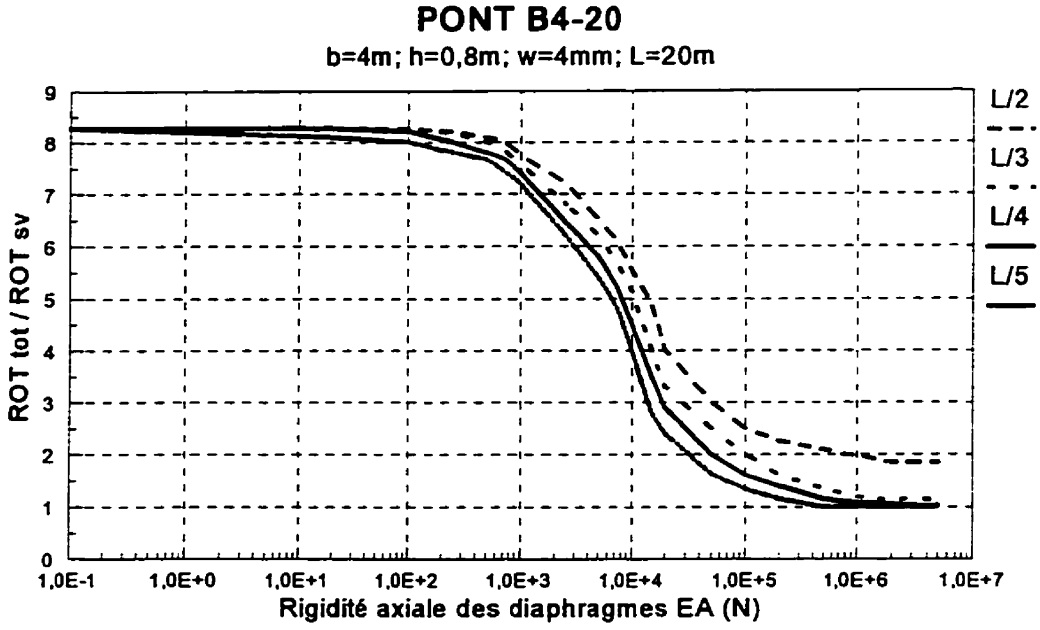


Figure I.15: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B4-20

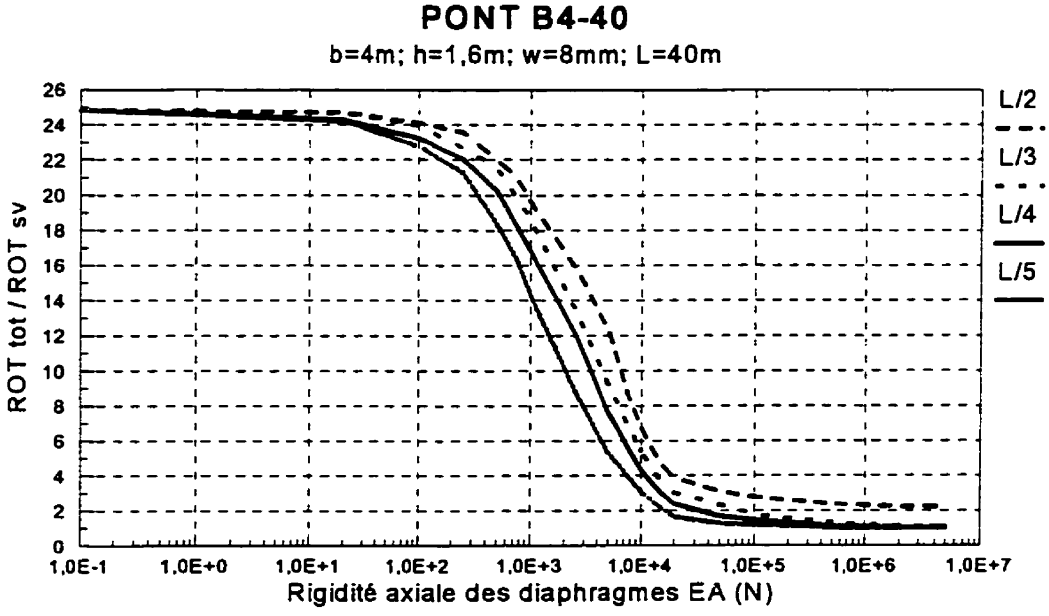


Figure I.16: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B4-40

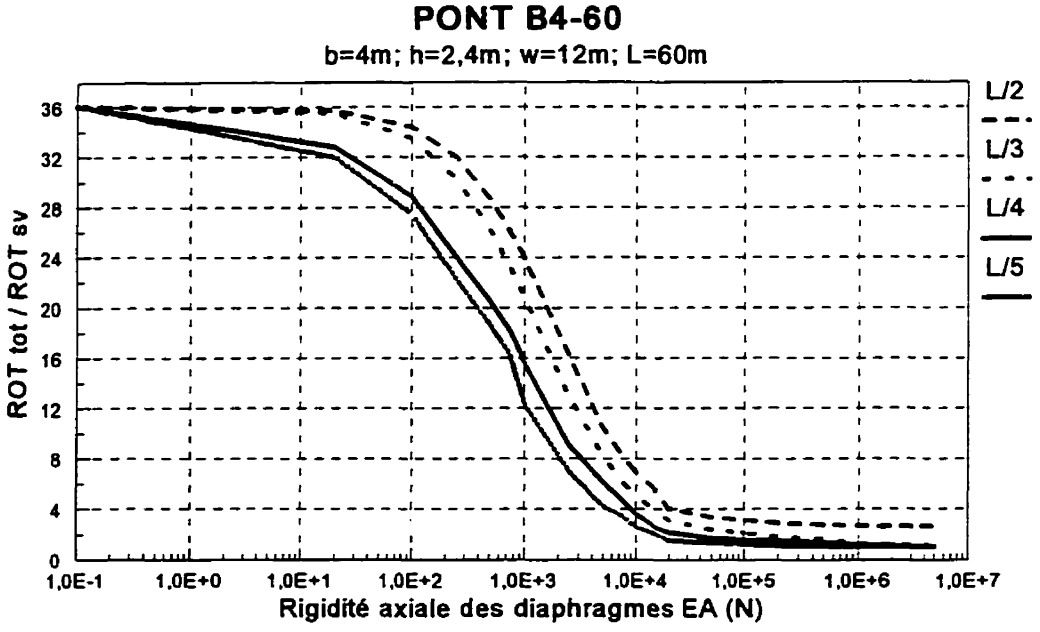


Figure I.17: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B4-60

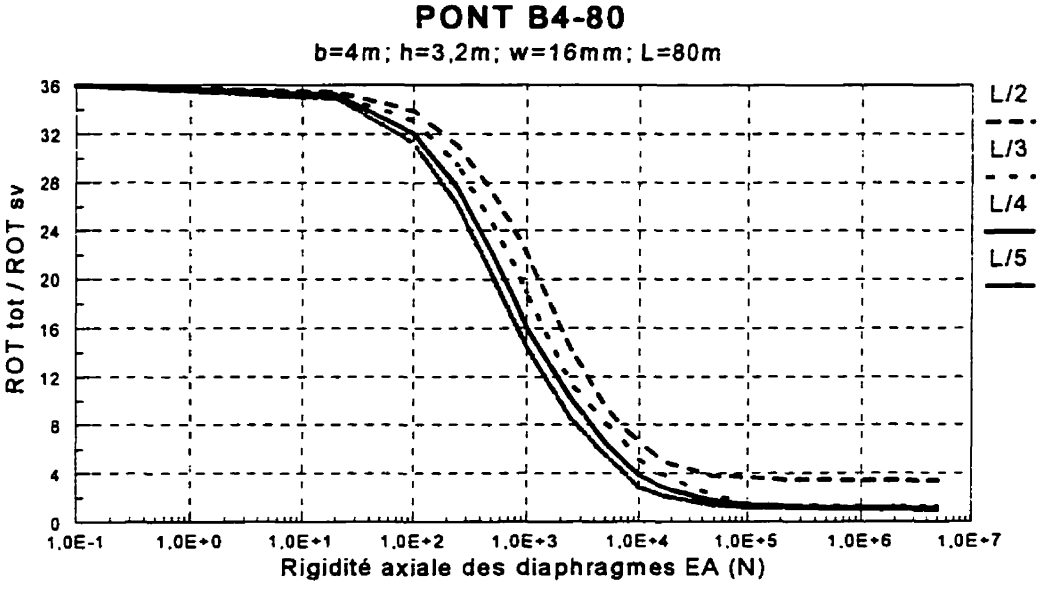


Figure I.18: Diminution de la rotation de distorsion dans le pont B4-80

I.5 Calcul de la rigidité transversale du caisson

Les calculs sont présentés pour le pont B3-40. Le schéma de la section pour laquelle nous avons calculé la rigidité transversale est montré à la figure I.19.

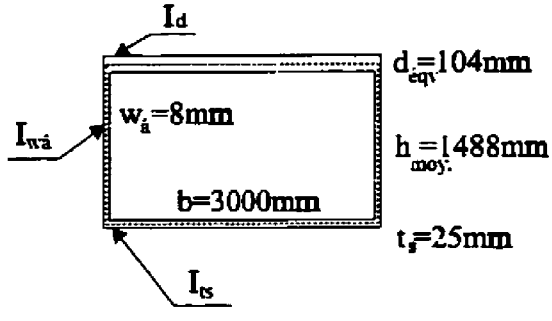


Figure I.19: Schéma de la section fermée

I.5.1 Calcul de la rigidité transversale du cadre selon les travaux virtuels

En se référant à la procédure de calcul présentée dans la section 3.3.4.1, nous transformons d'abord l'épaisseur réelle de la dalle en épaisseur équivalente:

$$E_b I_b = E_a I_a$$

$$E_b \times \frac{1}{12} b d_{éqv}^3 = E_a \times \frac{1}{12} b d^3$$

$$d_{éqv} = d \times \sqrt[3]{\frac{E_a}{E_b}} = 200 \times \sqrt[3]{\frac{28000}{200000}} = 104mm$$

Appliquant la méthode des forces démontrée à figure 3.11, nous trouvons les diagrammes des moments pour un portique bi-articulé (Fig. I.20):

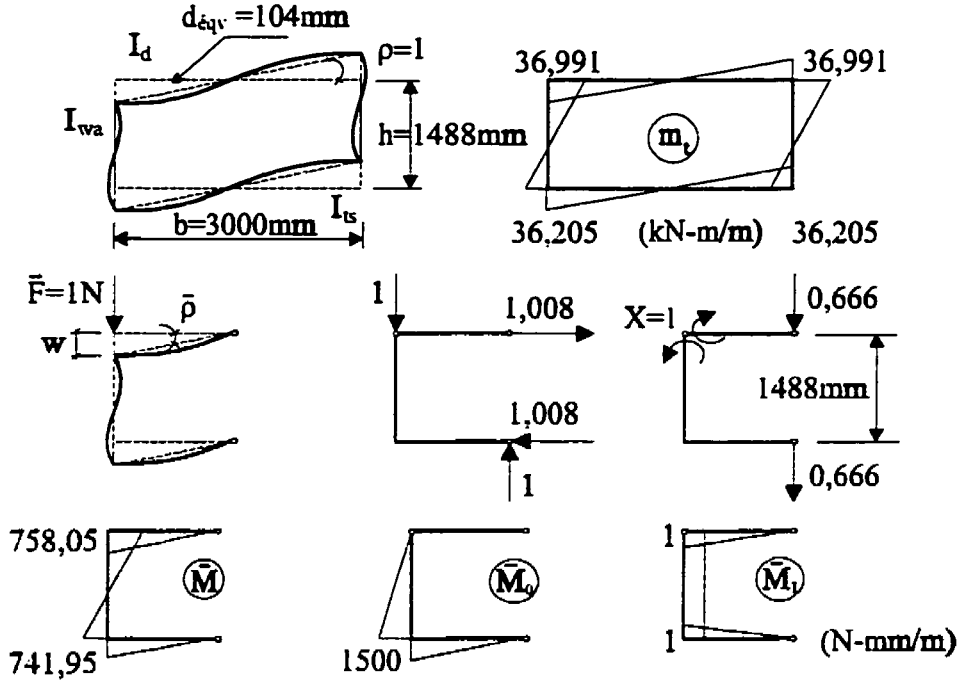


Figure I.20: Calcul de la rigidité transversale du cadre selon la méthode des forces

Utilisant les relations [3.6], nous exprimons les déplacements δ_{ii}:

$$EI_d \times \delta_{11} = \frac{I_d}{I_{ts}} \times \frac{1}{3} \times \frac{b}{2} + \frac{I_d}{I_{wa}} \times h_{moy} + \frac{1}{3} \times \frac{b}{2}$$

$$EI_d \times \delta_{10} = -\frac{I_d}{I_{ts}} \times \frac{1}{3} \times \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \frac{I_d}{I_{wa}} \times \frac{1}{2} \times \frac{b}{2} \times h_{moy.},$$

où:

$$\frac{I_d}{I_{ts}} = \left(\frac{d_{éqv}}{t_s}\right)^3 = \left(\frac{104}{25}\right)^3 = 72$$

$$\frac{I_d}{I_{wa}} = \left(\frac{d_{éqv}}{w_a}\right)^3 = \left(\frac{104}{8}\right)^3 = 2197$$

Ceci permet d'exprimer l'inconnue X:

$$X = -\frac{EI_d \times \delta_{10}}{EI_d \times \delta_{11}} = -\frac{\dfrac{b \times I_d}{6 \times I_{ts}} + \dfrac{h_{moy} \times I_d}{2 \times I_{wa}}}{\dfrac{I_d}{3 \times I_{ts}} + \dfrac{2 \times h_{moy} \times I_d}{b \times I_{wa}} + \dfrac{1}{3}} = -\frac{\dfrac{3000}{6} \times 72 + \dfrac{1488}{2} \times 2197}{\dfrac{1}{3} \times 72 + \dfrac{2 \times 1488}{3000} \times 2197 + \dfrac{1}{3}}$$

$$X = -758{,}05\ Nmm/m$$

Selon l'équation [3.7], nous trouvons les moments de flexion longitudinale $\bar{M}$, qui sont présentés à la figure I.20.

Appliquant les relations [3.8] et [3.9], nous pouvons calculer le déplacement vertical de distorsion ($\bar{w}$) et le gauchissement ($\bar{\rho}$) dus à la force unitaire $\bar{F} = 1$.

$$EI_d \times \bar{w} = 72 \times \frac{1}{3} \times 741{,}95 \times 1500^2 + 2197 \times \frac{1}{6} \times 1500 \times (2 \times 741{,}95 - 758{,}05) \times 1488 =$$

$$= 6{,}333 \times 10^{11}\, N - mm^3 \,/\, mm$$

$$EI_d \times \bar{\rho} = \frac{EI_d \times \bar{w}}{0{,}5 \times b} = \frac{6{,}333 \times 10^{11}}{0{,}5 \times 3000} = 4{,}222 \times 10^8\, N - mm^2 \,/\, mm$$

où:

$$EI_d = 200000 \times \frac{104^3}{12 \times (1 - \nu^2)} = 2{,}06019 \times 10^{10}\, N - mm^2 \,/\, mm$$

Connaissant le gauchissement ($\bar{\rho}$), la relation [3.10] permet de calculer les moments de flexion transversale:

$$m_t = \bar{M} \times \frac{2{,}06019 \times 10^{10} \times 1{,}0}{4{,}222 \times 10^8} = 48{,}8 \times \bar{M}.$$

Les moments de flexion transversale sont présentés à la figure I.20.

Finalement, la rigidité transversale du caisson peut être obtenue de la relation [3.12] ce qui est équivalent à la somme du produit de la multiplication des moments nodaux et des rotations nodales.

$$EI_c = \sum_{i=1}^{4} m_{t,i} \times \rho_i = 2 \times (36205 + 36991) = 146392N - mm / mm = 146,39kN - m / m$$

I.5.2 Calcul de la rigidité transversale du cadre selon les formules de Steinle

À l'aide des équations [3.13], [3.14] et [3.15], nous calculons d'abord les inerties des parois exprimées par unité de largeur de la section de la figure I.19.

$$I_d = \frac{104^3}{12 \times (1 - 0,3^2)} = 103009mm^4 / mm$$

$$I_{ts} = \frac{25^3}{12 \times (1 - 0,3^2)} = 1430,86mm^4 / mm$$

$$I_{wa} = \frac{8^3}{12 \times (1 - 0,3^2)} = 46,886mm^4 / mm$$

Selon la relation [3.16], nous obtenons le paramètre κ:

$$\kappa = 1 + \frac{2 \times \dfrac{3000}{1488} + 3 \times \dfrac{103009 + 1430{,}86}{46{,}886}}{\dfrac{103009 + 1430{,}86}{46{,}886} + 6 \times \dfrac{1488}{3000} \times \dfrac{103009 \times 1430{,}86}{46{,}886^2}} = 1{,}03314$$

Finalement, l'équation [3.17] permet de calculer la rigidité transversale du cadre:

$$EI_c = 200000 \times \frac{24 \times 46{,}886}{1{,}03314 \times 1488} = 146{,}39 kN - m / m.$$

ANNEXE II

ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DES PONTS À POUTRES-CAISSONS MULTIPLES

II.1 Calcul des facteurs de distribution transversale des efforts

Le calcul des facteurs de distribution transversale est présenté pour le pont 3D-72.

a) Méthode simplifiée de la norme canadienne CAN-CSA/S6-M88 (CSA, 1988):

- Le facteur de roue pour le moment fléchissant *(M)* et l'effort tranchant *(V)* indiquant le nombre de lignes de roues affectant un caisson est obtenu comme suit:

$$W_L = 0{,}1 + 1{,}7 \times R + \frac{0{,}85}{N_w} \qquad \text{avec} \qquad 0{,}5 < R < 1{,}5$$

où:

N_w est le nombre de voies de calcul;

R est le rapport de N_w sur le nombre de caisson.

- Étant à la limite du nombre de voies de calcul, nous considérons deux solutions:

3 voies:

$$W_L = 0{,}1 + 1{,}7 \times 1 + \frac{0{,}85}{3}$$

$W_L = 2{,}083$ (facteur de roue pour M et V)

$W_L = 1{,}042$ (facteur d'essieu pour M et V)

4 voies:

$$W_L = 0{,}1 + 1{,}7 \times \frac{4}{3} + \frac{0{,}85}{4}$$

$W_L = 2{,}579$ (facteur de roue pour M et V)

$W_L = 1{,}290$ (facteur d'essieu pour M et V)

b) Méthode simplifiée de la norme de l'Ontario OHBDC-91 (MTO, 1991):

Calcul de l'axe neutre du pont 3-72:

convertion de la section en acier:	$(N=E_a/E_b=200000\ MPa\ /\ 27386\ MPa=7{,}303)$
dalle:	$(14{,}5 \times 0{,}225 \times 0{,}1125)\ /\ 7{,}303$
semelles supérieures:	$(6 \times 0{,}45 \times 0{,}025 \times 0{,}2375)$
âmes:	$(6 \times 3 \times 0{,}019 \times 1{,}75)$
semelles inférieures:	$(3 \times 2{,}4 \times 0{,}022 \times 3{,}261)$
total:	$1{,}1811\ m^3$

Calcul de l'aire totale:

$$A = 14{,}5 \times 0{,}225 / 7{,}303 + 6 \times 0{,}45 \times 0{,}025 + 6 \times 3 \times 0{,}019 + 3 \times 2{,}4 \times 0{,}022 = 1{,}0146\ m^2$$

Position de l'axe neutre: $A.N. = \dfrac{1{,}1811}{1{,}0146} = 1{,}164\ m$

Calcul de l'inertie de la section composite:

dalle: $\left(\dfrac{1}{12} \times 14{,}5 \times 0{,}225^3 + 14{,}5 \times 0{,}225 \times 1{,}0515^2\right) \times \dfrac{1}{7{,}303} = 0{,}4958\ m^4$

semelles supérieures: $6 \times \left(\dfrac{1}{12} \times 0{,}45 \times 0{,}025^3 + 0{,}45 \times 0{,}025 \times 0{,}9265^2\right) = 0{,}0579\ m^4$

âmes: $6 \times \left(\dfrac{1}{12} \times 0{,}019 \times 3^3 + 0{,}019 \times 3 \times 0{,}586^2\right) = 0{,}3739\ m^4$

semelles inférieures: $3 \times \left(\dfrac{1}{12} \times 2{,}4 \times 0{,}022^3 + 2{,}4 \times 0{,}022 \times 2{,}097^2\right) = \underline{0{,}6966\ m^4}$

total pour un tablier complet: $I_t = 1{,}6242\ m^4$

par unité de largeur: $I_p = 0{,}1120\ m^4$

Rigidité par unité de largeur: $D_x = E \times I_p = 200000 \times 0{,}1120 = 22403\ MN\text{-}m^2$

Calcul de l'inertie torsionnelle du caisson:

$$J = 3 \times \left[\frac{4 \times \left(2{,}381 \times 3{,}1485^2\right)}{2 \times \frac{3{,}0}{0{,}019} + \frac{2{,}4}{0{,}022} + \frac{2{,}4}{0{,}225} \times 7{,}303} \right] = 1{,}3413\, m^4$$

par unité de largeur: $D_{xy} = G \times J = 76923 \times 1{,}3413 / 14{,}5 = 7115{,}6\ MN - m^2$

Calcul du paramètre β:

$$\beta = \pi \frac{2 \times b}{L} \times \sqrt{\frac{D_x}{D_{xy}}} = \pi \frac{14{,}5}{72} \times \sqrt{\frac{22403}{7115{,}6}} = 1{,}122$$

<u>3 voies:</u>

$$D = 2{,}70 - 0{,}10\beta = 2{,}70 - 0{,}10 \times 1{,}122 = 2{,}588\ m$$

$$\mu = \frac{w_e - 3{,}3}{0{,}6} = \frac{13{,}5 / 3 - 3{,}3}{0{,}6} = 2{,}0 \leq 1{,}0$$

$$C_f = 16 - 2\beta = 16 - 2 \times 1{,}122 = 13{,}76$$

$$D_d = D\left[1 + \mu \times C_f / 100\right] = 2{,}588\left[1 + 1 \times 13{,}76 / 100\right] = 2{,}944\ m$$

$$\frac{S}{D_d} = \frac{4{,}8}{2{,}944} = 1{,}630$$ (facteur de roue pour M)

$$\frac{S}{2D_d} = \frac{4,8}{2 \times 2,944} = 0,815$$ (facteur d'essieu pour M)

$$1,630 / 0,9 = 1,811$$ (facteur de roue pour V)

$$0,815 / 0,9 = 0,906$$ (facteur d'essieu pour V)

<u>4 voies:</u>

$$D = 2,70 - 0,10\beta = 2,70 - 0,10 \times 1,122 = 2,588\ m$$

$$\mu = \frac{w_e - 3,3}{0,6} = \frac{13,5 / 4 - 3,3}{0,6} = 0,125 \leq 1,0$$

$$C_f = 16 - 2\beta = 16 - 2 \times 1,122 = 13,76$$

$$D_d = D\left[1 + \mu \times C_f / 100\right] = 2,588\left[1 + 0,125 \times 13,76 / 100\right] = 2,632\ m$$

$$\frac{S}{D_d} = \frac{4,8}{2,632} = 1,824$$ (facteur de roue pour M)

$$\frac{S}{2D_d} = \frac{4,8}{2 \times 2,632} = 0,912$$ (facteur d'essieu pour M)

$$1,824 / 0,9 = 1,103$$ (facteur de roue pour V)

$$0,912 / 0,9 = 1,013$$ (facteur d'essieu pour V)

c) <u>Méthode proposée pour la future norme canadienne des pont (CHBDC):</u>

<u>3 voies:</u>

$$F = 11{,}5 - 0{,}5 \times 1{,}122 = 10{,}94$$ (Tableau 6.1)

$$C_f = 16 - 2 \times 1{,}122 = 13{,}76$$ (Tableau 6.1)

$$F_{EM} = \frac{3 \times 0{,}8}{3} \times \frac{4{,}8 \times 3}{10{,}94 \times \left(1 + \frac{1{,}0 \times 13{,}76}{100}\right)} = 0{,}925$$ (F_E pour M)

$$F_{EV} = \frac{3 \times 0{,}8}{3} \times \frac{4{,}8 \times 3}{9{,}5} = 1{,}213$$ (F_E pour V)

<u>4 voies:</u>

$$F = 14{,}5 - 0{,}7 \times 1{,}122 = 13{,}71$$ (Tableau 6.1)

$$C_f = 16 - 2 \times 1{,}122 = 13{,}76$$ (Tableau 6.1)

$$F_{EM} = \frac{4 \times 0{,}7}{3} \times \frac{4{,}8 \times 3}{13{,}71 \times \left(1 + \frac{1{,}0 \times 13{,}76}{100}\right)} = 0{,}963$$ (F_E pour M)

$$F_{EV} = \frac{4 \times 0{,}7}{3} \times \frac{4{,}8 \times 3}{11{,}5} = 1{,}169$$ (F_E pour V)

d) Comparaison des facteurs d'essieux:

Tableau II.1: Facteurs d'essieu pour les ponts analysés

Pont analysé	# de voies de calcul	F_E-moment Analyse	F_E-moment CHBDC	F_E-cisaillement Analyse	F_E-cisaillement CHBDC
2-18D	2	1,011	1,142	1,100	1,320
2-36D	2	0,965	1,084	1,192	1,320
2-72D	2	0,945	1,068	1,278	1,344
2-50DC	2	0,927	1,085	1,178	1,344
2-18D	3	1,275	1,279	1,268	1,389
2-36D	3	1,209	1,215	1,360	1,389
2-72D	3	1,205	1,212	1,436	1,415
2-50DC	3	1,207	1,210	1,266	1,415
3-18D	3	0,988	1,116	0,956	1,213
3-36D	3	0,870	0,978	1,100	1,213
3-60D	3	0,852	0,930	1,138	1,213
3-72D	3	0,823	0,925	1,222	1,213
3-18D	4	1,054	1,131	1,056	1,169
3-36D	4	0,956	1,009	1,078	1,169
3-60D	4	0,948	0,967	1,135	1,169
3-72D	4	0,941	0,963	1,200	1,169
5-36D	6	0,827	1,419	1,220	1,607
5-36DC	6	0,773	1,419	1,088	1,607
5-48D	6	0,768	1,341	1,288	1,607
5-48DC	6	0,786	1,341	1,122	1,607
5-72D	6	0,810	1,263	1,366	1,607
5-72DC	6	0,781	1,263	1,164	1,607
5-18D	7	1,174	2,329	1,122	1,875
5-36	7	1,094	1,665	1,194	1,875
5-36D	7	0,879	1,768	1,192	1,875
5-36DC	7	0,817	1,768	1,086	1,875
5-48	7	0,957	1,575	1,282	1,875
5-48D	7	0,828	1,688	1,248	1,875
5-48DC	7	0,786	1,688	1,116	1,875
5-72	7	0,861	1,484	1,436	1,875
5-72D	7	0,810	1,608	1,292	1,875
5-72DC	7	0,781	1,608	1,152	1,875
10-18D	7	0,550	0,998	0,642	0,803

II. 2 Lignes d'influence de moment fléchissant pour les ponts analysés:

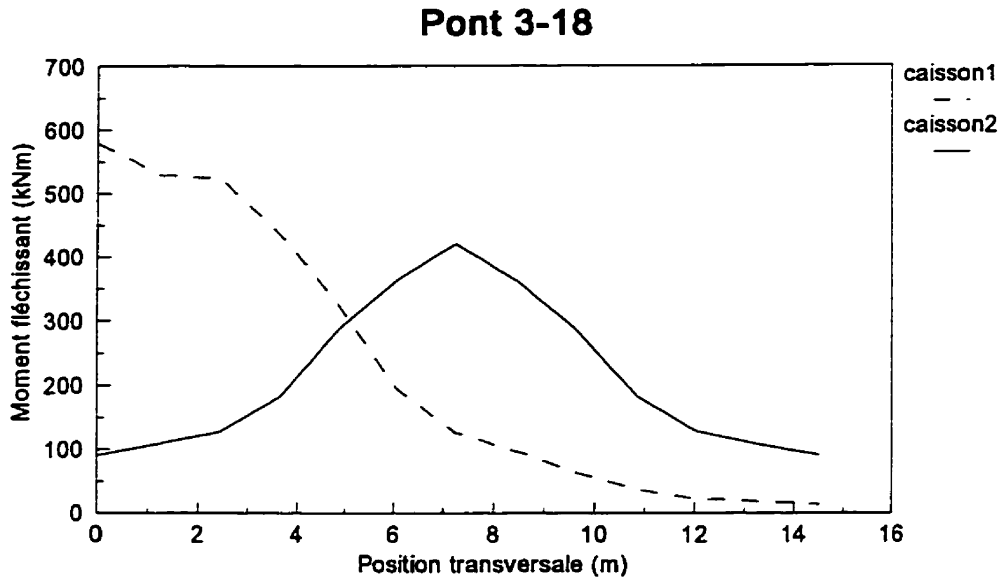


Figure II.1: Lignes d'influence de moment fléchissant (3D-18)

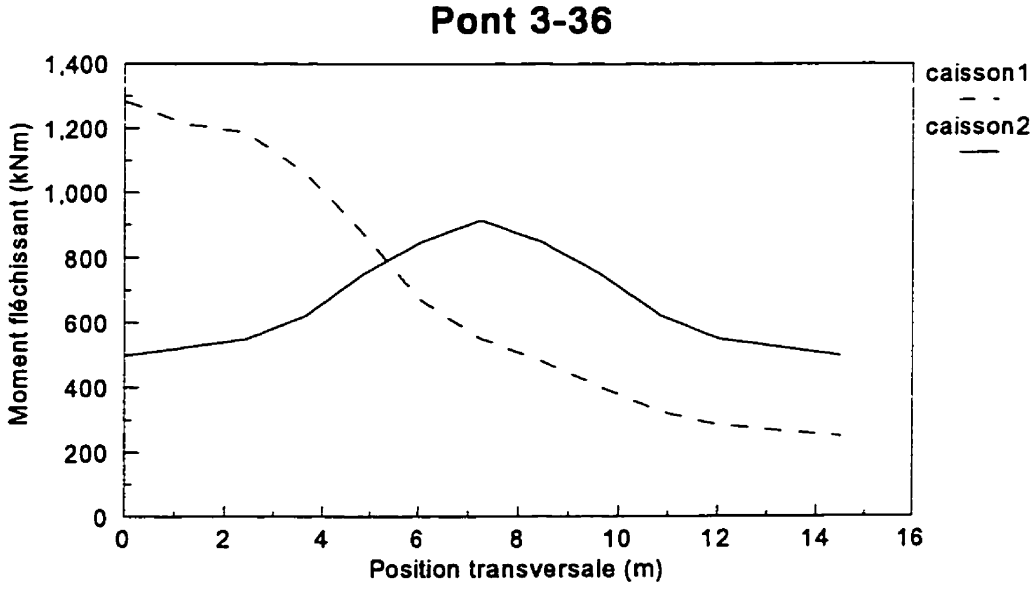


Figure II.2: Lignes d'influence de moment fléchissant (3D-36)

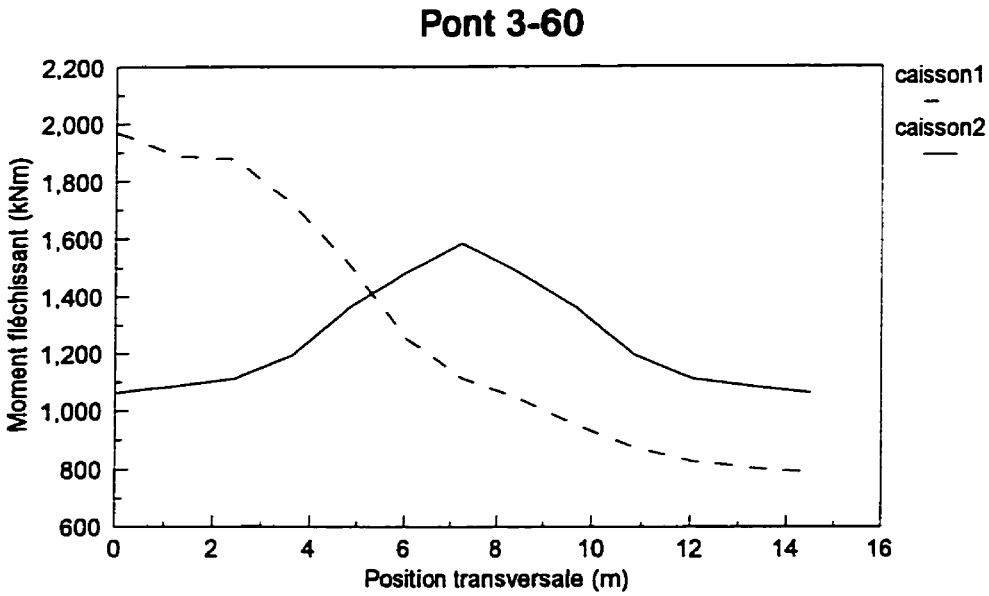


Figure II.3: Lignes d'influence de moment fléchissant (3D-60)

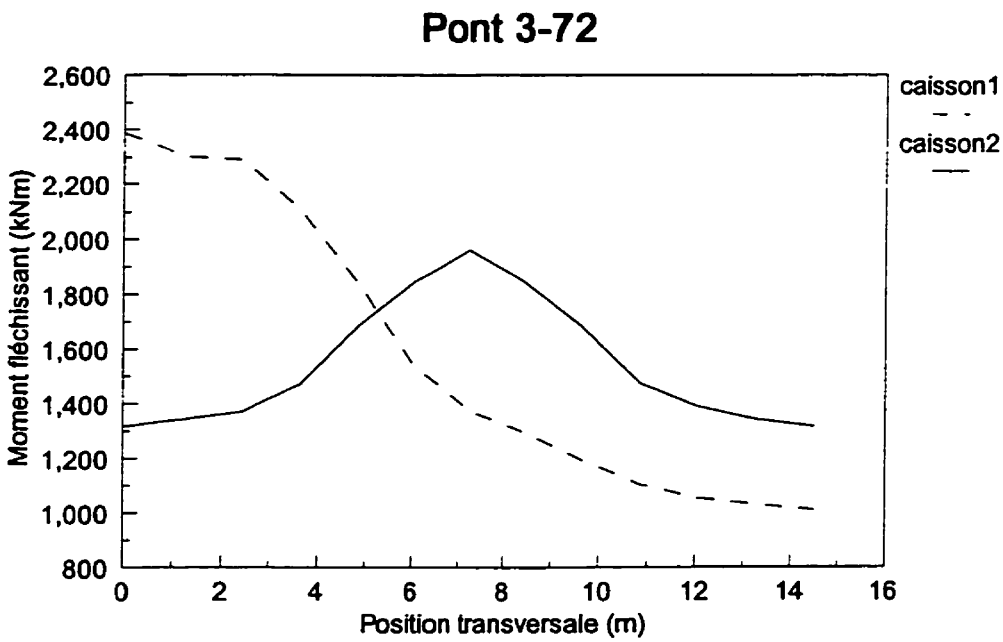


Figure II.4: Lignes d'influence de moment fléchissant (3D-72)

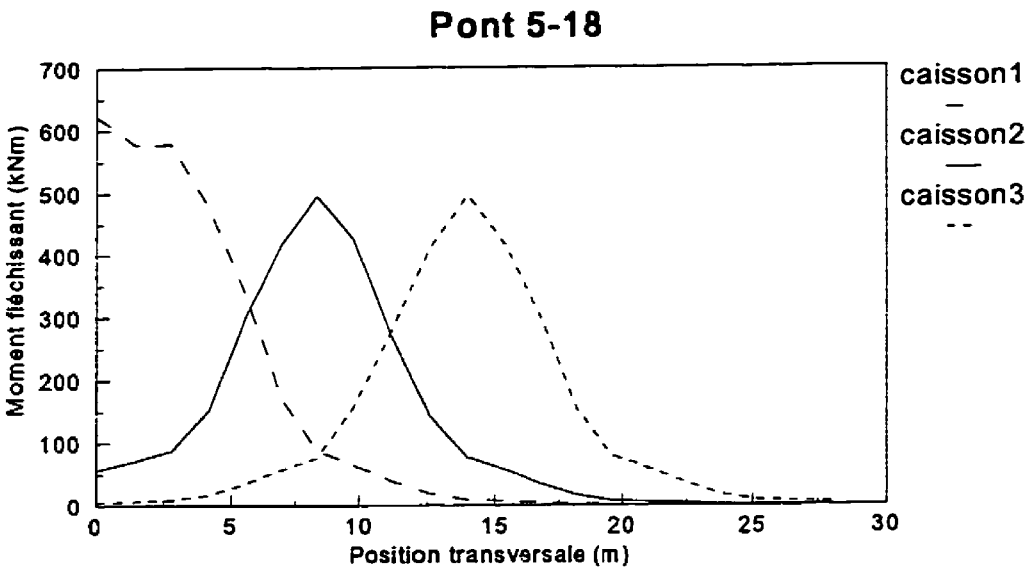


Figure II.5: Lignes d'influence de moment fléchissant (5D-18)

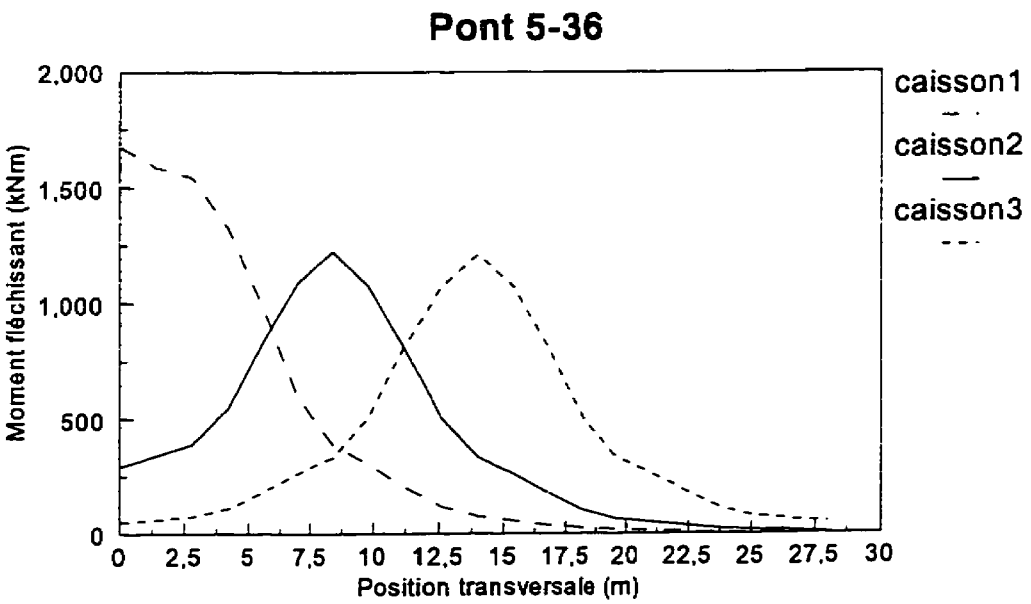


Figure II.6: Lignes d'influence de moment fléchissant (3D-36)

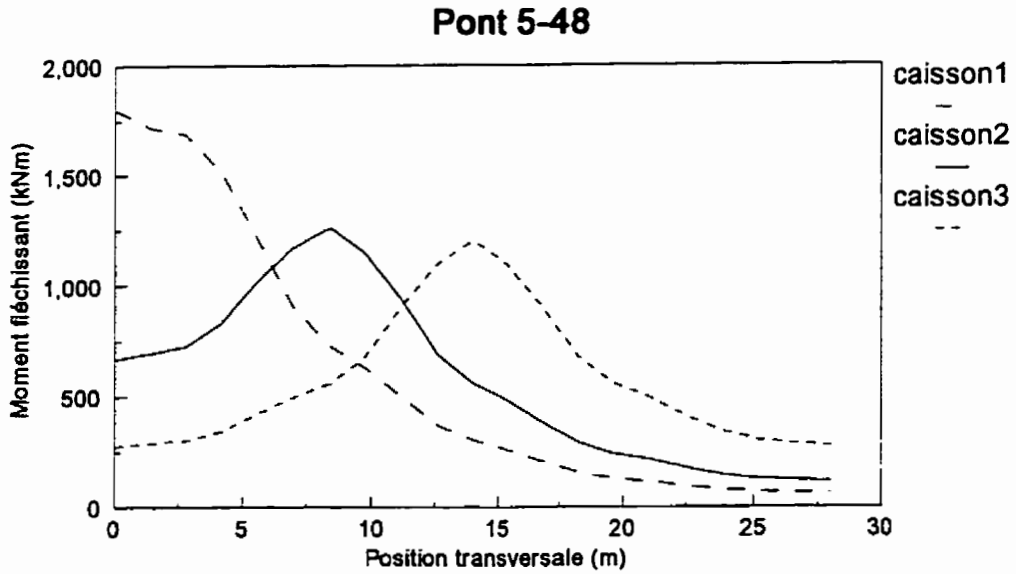


Figure II.7: Lignes d'influence de moment fléchissant (5D-48)

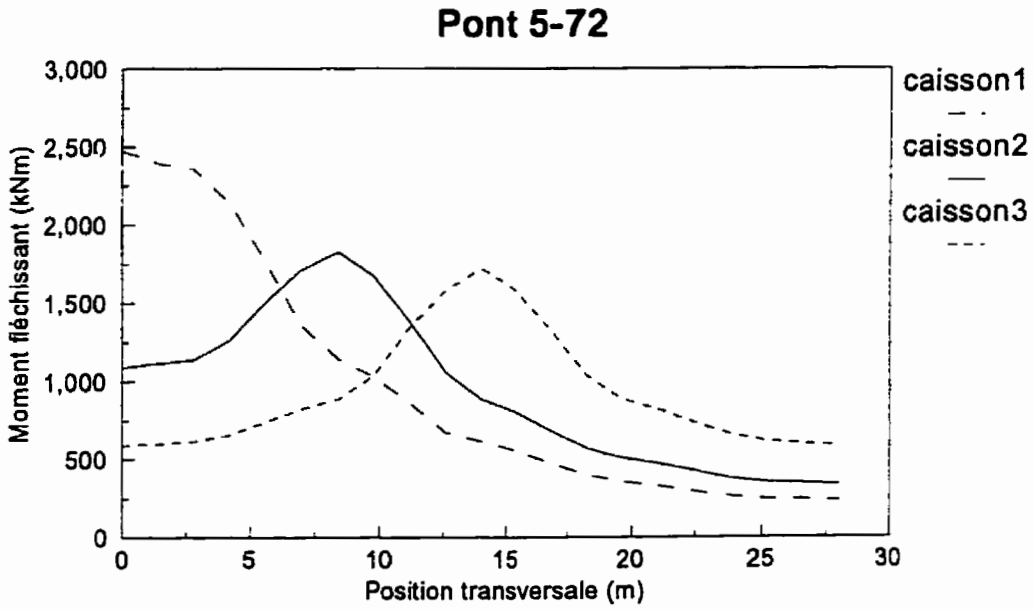


Figure II.8: Lignes d'influence de moment fléchissant (5D-72)

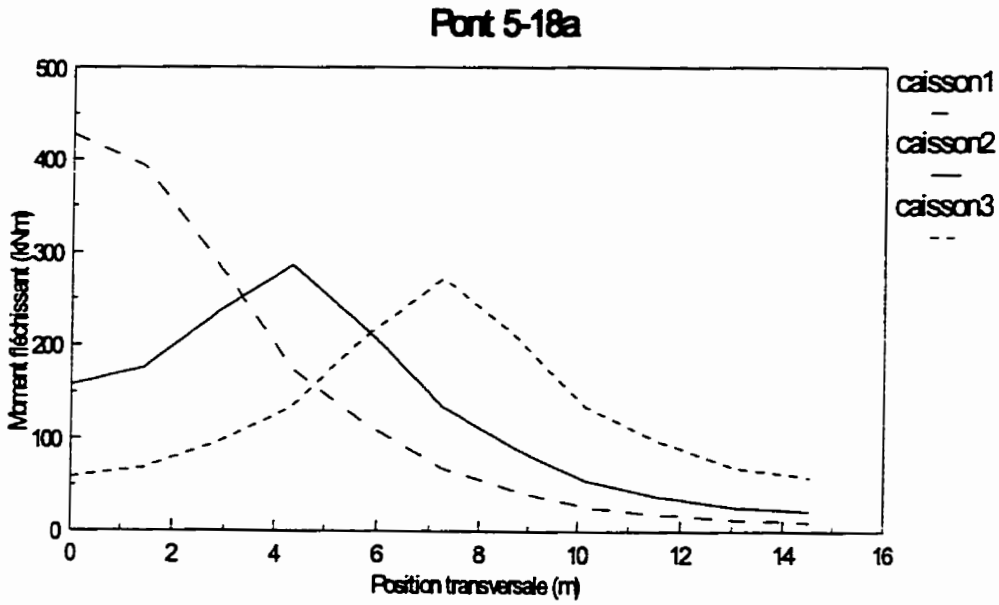


Figure II.9: Lignes d'influence de moment fléchissant (5-18a)

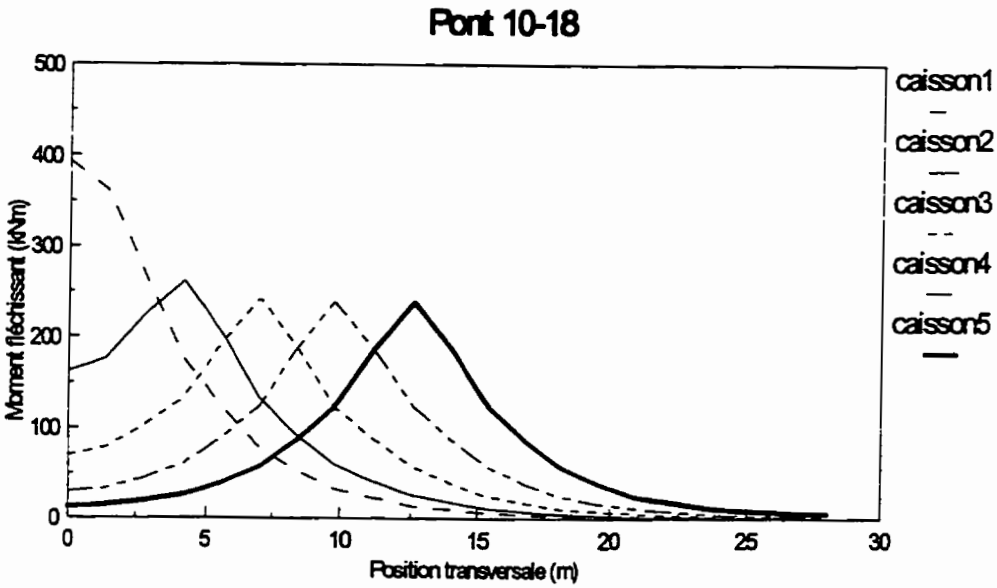


Figure II.10: Lignes d'influence de moment fléchissant (10-18)

II.3 Modélisation du pont en béton par la méthode du grillage

Cette section présente la modélisation du pont en béton qui a été utilisé dans l'étude de sensibilité par la méthode du grillage. Il s'agit d'un pont à deux cellules ayant une portée de 18 mètres. Le principe de la discrétisation du tablier ainsi que le calcul des propriétés structurales respectent les prescriptions du livre de Hambly (1991). En effet, toutes les propriétés sont calculées par rapport à l'axe neutre global de la poutre. La géométrie du pont est présentée à la figure II.11.

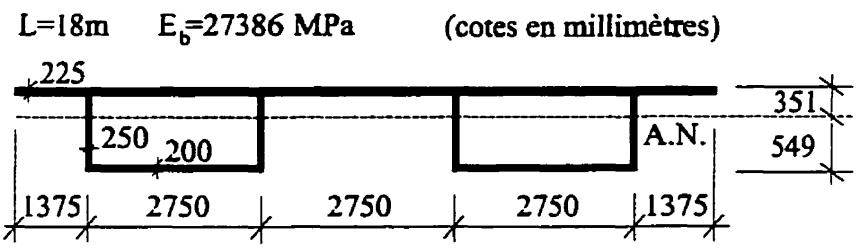


Figure II.11: Géométrie du pont en béton

Calcul de la position de l'axe neutre:

$$A.N. = \frac{11 \times 0{,}225 \times 0{,}1125 + 4 \times 0{,}475 \times 0{,}25 \times 0{,}4625 + 2 \times 3 \times 0{,}2 \pm 0{,}8}{11 \times 0{,}225 + 4 \times 0.25 \times 0.475 + 2 \times 3 \times 0{,}2} = 0{,}351\,m$$

Poutres longitudinales (rive):

- nous utilisons une largeur d'un quart du porte-à faux de la dalle: $\frac{1}{4} \times 1{,}25 = 0{,}3125\,m$

$$A = 0{,}3125 \times 0{,}225 = 0{,}0703\,m^2$$

$$I = \frac{1}{12} \times 0{,}3125 \times 0{,}225^3 + 0{,}3125 \times 0{,}225 \times 0{,}2385^2 = 4{,}296 \times 10^{-3}\ m^4$$

$$J = \frac{1}{6} \times 0{,}3125 \times 0{,}225^3 = 5{,}93 \times 10^{-4}\ m^4$$

$$A_S = \frac{5}{6} \times 0{,}3125 \times 0{,}225 = 0{,}05859\,m^{-2}$$

Poutres longitudinales (caissons):

- nous utilisons une largeur de trois quart du porte-à-faux et la largeur de la semelle inférieure: $\frac{3}{4} \times 1{,}25 + 3 = 4{,}875\,m$

$$A = 4{,}875 \times 0{,}225 + 2 \times 0{,}25 \times 0{,}475 + 3 \times 0{,}2 = 1{,}9344\,m^2$$

dalle: $\left(\frac{1}{12} \times 4{,}875 \times 0{,}225^3 + 4{,}875 \times 0{,}225 \times 0{,}2385^2\right) = 0{,}067\,m^4$

âmes: $2 \times \left(\frac{1}{12} \times 0{,}25 \times 0{,}473^3 + 0{,}25 \times 0{,}475 \times 0{,}1115^2\right) = 0{,}00736\,m^4$

semelle inférieure: $\left(\frac{1}{12} \times 3{,}0 \times 0{,}2^2 + 3{,}0 \times 0{,}2 \times 0{,}449^2\right) = 0{,}1229\,m^4$

I_{totale}: $0{,}1973\ m^4$

$$J = \frac{4 \times (2{,}75 \times 0{,}6875)^2}{\frac{2{,}75}{0{,}2} + 2 \times \frac{0{,}6875}{0{,}25} + \frac{2{,}75}{0{,}225}} = 0{,}4543\, m^4$$

$$A_S = 2 \times 0{,}25 \times (0{,}475 + 0{,}1 + 0{,}1125) = 0{,}3438\, m^2$$

<u>Poutre longitudinale (centrale):</u>

- nous utilisons la lareur $b = 0{,}625\, m$

$$A = 0{,}625 \times 0{,}225 = 0{,}1406\, m^2$$

$$I = \frac{1}{12} \times 0{,}625 \times 0{,}225^3 + 0{,}625 \times 0{,}225 \times 0{,}2385^2 = 8{,}59 \times 10^{-3}\, m^4$$

$$J = \frac{1}{6} \times 0{,}625 \times 0{,}225^3 = 1{,}1865 \times 10^{-3}\, m^4$$

$$A_S = \frac{5}{6} \times 0{,}625 \times 0{,}225 = 0{,}1172\, m^2$$

<u>Poutres transversales:</u>

- nous utilisons le pas de maillage de 1 mètre

$$A = 1{,}0 \times 0{,}225 = 0{,}225\, m^2$$

$$I = \frac{1}{12} \times 1{,}0 \times 0{,}225^3 = 9{,}49 \times 10^{-4}\, m^4$$

$$J = \frac{1}{6} \times 1{,}0 \times 0{,}225^3 = 1{,}898 \times 10^{-3}\, m^4$$

$$A_S = \frac{5}{6} \times 1{,}0 \times 0{,}225 = 0{,}1875\, m^2$$

ANNEXE III

ANALYSE D'UN PONT MULTICELLULAIRE

III.1 Calcul des propriétés du pont modélisé par la méthode du grillage

Portée L=36m CS 600 E_v=27 386 MPa G_s=11 907 MPa

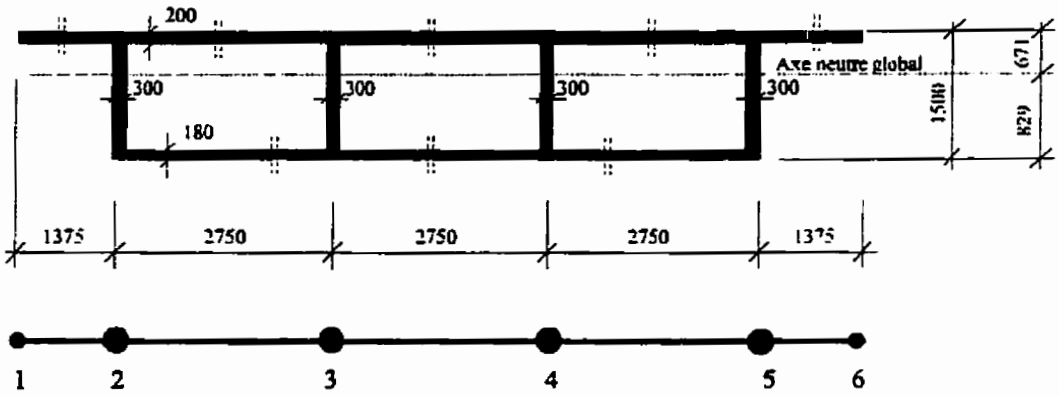


Figure III.1: Géométrie et discrétisation du pont

III.1.1 Propriétés globales

Calcul de la position de l'axe neutre:

$$A.N. = \frac{11 \times 0{,}2 \times 0{,}1 + 8{,}55 \times 0{,}18 \times 1{,}41 + 4 \times 1{,}12 \times 0{,}3 \times{,}076}{11 \times 0{,}2 + 8{,}55 \times 0{,}18 + 4 \times 1{,}12 \times 0{,}3} = 0{,}671\ m$$

Calcul de l'aire total:

$$A = 11 \times 0{,}2 + 8{,}55 \times 0{,}18 + 4 \times 1{,}12 \times 0{,}3 = 5{,}083\ m^2$$

Calcul de l'inertie flexionnelle totale:

$$Dalle:\quad \left(\frac{1}{12} \times 11 \times 0{,}2^3 + 11 \times 0{,}2 \times 0{,}571^2\right) = 0{,}7246\ m^4$$

$$\hat{A}mes:\quad 4 \times \left(\frac{1}{12} \times 0{,}3 \times 1{,}12^3 + 0{,}3 \times 1{,}12 \times 0{,}089^2\right) = 0{,}1511\ m^4$$

$$Semelle\ inf.:\quad \left(\frac{1}{12} \times 8{,}55 \times 0{,}18^3 + 8{,}55 \times 0{,}18 \times 0{,}739^2\right) = 0{,}8446\ m^4$$

$$Totale:\qquad 1{,}7204\ m^4$$

Calcul de la constante torsionnelle (équation 5.38):

$$c = \frac{2 \times 1{,}31^2 \times 0{,}2 \times 0{,}18}{(0{,}2 + 0{,}18)} = 3{,}251 \times 10^{-1}\ m^4 \times m^{-1}$$

III.1.2 Membrures longitudinales # 3 et # 4:

$$A = 2{,}406 \times 0{,}2 + 1{,}12 \times 0{,}3 + 2{,}0625 \times 0{,}18 = 1{,}1885\ m^2$$

$$I = \frac{I_{Totale}}{4} = \frac{1{,}7204}{4} = 0{,}43\ m^4$$

$$J = c \times 2{,}75 = 3{,}251 \times 10^{-1} \times 2{,}75 = 0{,}894\ m^4$$

$$A_s = 1{,}31 \times 0{,}3 = 0{,}393\ m^2$$

III.1.3 Membrures longitudinales # 2 et # 5:

$$A = 2{,}406 \times 0{,}2 + 1{,}12 \times 0{,}3 + 2{,}0625 \times 0{,}18 = 1{,}1885\ m^2$$

$$I = \frac{I_{Totale}}{4} = \frac{17204}{4} = 0{,}43\ m^4$$

$$J = c \times 2{,}75 = 3{,}251 \times 10^{-1} \times 1{,}375 = 0{,}447\ m^4$$

$$A_s = 1{,}31 \times 0{,}3 = 0{,}393\ m^2$$

III.1.4 Membrures longitudinales # 1 et # 6:

$$A = 0{,}688 \times 0{,}2 = 0{,}1376\ m^2$$

$$I = \frac{1}{12} \times 0{,}688 \times 0{,}2^3 = 0{,}00046\ m^4$$

$$J = \frac{1}{6} \times 0{,}688 \times 0{,}2^3 = 9{,}173 \times 10^{-4}\ m^4$$

$$A_s = 0{,}688 \times 0{,}2 = 0{,}1376\ m^2$$

III.1.5 Membrures transversales-intérieures (pas de maillage-1 m):

a) Aucune réduction:

$$A = 1{,}0 \times 0{,}2 + 1{,}0 \times 0{,}18 = 0{,}38\ m^2$$

$$I = \frac{1{,}31^2 \times 0{,}2 \times 0{,}18}{(0{,}2 + 0{,}18)} \times 1{,}0 = 0{,}1626\ m^4$$

$$J = c \times 1{,}0 = 3{,}251 \times 10^{-1} \times 1{,}0 = 0{,}3251\ m^4$$

$$A_s = 1{,}0 \times (0{,}2 + 0{,}18) = 0{,}38\ m^2$$

b) Réduction de l'aire en cisaillement transversale (équation 5.41):

$$A_s = 1{,}0 \times \left(\frac{0{,}2^3 + 0{,}18^3}{2{,}75^2}\right) \times \left[\frac{0{,}3^3 \times 2{,}75}{0{,}3^3 \times 2{,}75 + (0{,}2^3 + 0{,}18^3) \times 1{,}31}\right] \times \frac{27386}{11907} = 3{,}38 \times 10^{-3}\ m^2$$

c) Réduction de l'inertie flexionnelle transversale

$$t = \sqrt[3]{\frac{1{,}5^3 - 1{,}12^3}{12}} = 0{,}191\ m$$

$$I_{y0} = \frac{1{,}5^3 - 1{,}12^3}{12} = 1{,}641 \times 10^{-4}\ m^4 \times m^{-1} \qquad [5.42]$$

$$I_{y1} = \frac{8{,}25^2}{9} \times \frac{0{,}191^3 \times 0{,}3^3 \times 1{,}31}{2{,}75 \times 1{,}12 \times (1{,}12 \times 0{,}191^3 + 2{,}75 \times 0{,}3^3)} = 7{,}375 \times 10^{-3}\ m^4 \times m^{-1} \qquad [5.45]$$

$$\frac{1}{I_y} = \frac{1}{1{,}641 \times 10^{-4}} + \frac{1}{7{,}375 \times 10^{-3}} \Rightarrow \quad I_y = 1{,}0 \times 7{,}058 \times 10^{-3} = 7{,}058 \times 10^{-3}\ m^{-4} \qquad [5.43]$$

III.1.6 Membrures transversales-extérieures (pas de maillage-1 m):

$$A = 1{,}0 \times 0{,}2 = 0{,}2\ m^2$$

$$I = \frac{1}{12} \times 1{,}0 \times 0{,}23 = 6{,}67 \times 10^{-4}\ m^4$$

$$J = \frac{1}{6} \times 1{,}0 \times 0{,}2^3 = 1{,}33 \times 10^{-3}\ m^4$$

$$A_s = 1{,}0 \times 0{,}2 = 0{,}2\ m^2$$

III.2 Calcul des facteurs d'essieu

III.2.1 S6-M88:

Le facteur d'essieu pour le moment fléchissant et pour l'effort tranchant est identique pour chacune des membrures. Selon l'équation [5.1], nous avons:

$$F_E = \frac{2{,}75}{2 \times 2{,}15} = 0{,}639$$

où: D_d est déterminé en considérant 2 et 3 voies de calcul et est égale à 2,15.

III.2.2 OHBDC-83:

a) Flexion:

$$\alpha = 1{,}0$$

$$\theta = \frac{5{,}5}{36} = 0{,}153$$

Selon l'équation [5.4], nous avons:

$$\mu = \frac{5 - 3{,}3}{0{,}6} = 2{,}83 \quad \Rightarrow \quad \mu = 1{,}0$$ pour 2 voies de calcul

$$\mu = \frac{3{,}333 - 3{,}3}{0{,}6} = 0{,}055$$ pour 3 voies de calcul

Membrure externe:

$D=2{,}08$ et $C_f=19{,}3\ \%$ pour 2 voies de calcul

$$D_d = 2{,}08 \times \left(1 + \frac{1 \times 19{,}3}{100}\right) = 2{,}481$$ pour 2 voies de calcul

$D=2{,}59$ et $C_f=16\ \%$ pour 3 voies de calcul

$$D_d = 2{,}59 \times \left(1 + \frac{0{,}055 \times 16}{100}\right) = 2{,}613$$ pour 3 voies de calcul

Afin de pouvoir déterminer le paramètre δ, nous devons calculer la rigidité en cisaillement transversale S_y à partir de l'équation [4.30]:

$$S_y = \frac{27386 \times \left(0{,}2^3 + 0{,}18^3\right)}{2{,}75^2} \times \left[\frac{0{,}3^3 \times 2{,}75}{0{,}3^3 \times 2{,}75 + 1{,}31 \times \left(0{,}2^3 + 0{,}18^3\right)}\right] = 3563{,}8\ MPa \times m^3$$

Le paramètre δ est obtenu à l'aide de l'équation [4.29]:

$$\delta = \frac{\pi^2 \times 5{,}5}{36^2} \times \left(\frac{4699{,}7}{3563{,}8}\right)^{0.5} = 0{,}048$$

En fonction des paramètres δ et θ, nous déterminons le paramètre de réduction $\lambda_m=1,0$. Ce paramètre est déterminé à partir des abaques fournis par la norme. Finalement, pour la membrure externe, nous calculons les facteurs d'essieu:

$$F_E = \frac{2,75}{2 \times 2,481} \times 1,0 = 0,554$$ pour 2 voies de calcul

$$F_E = \frac{2,75}{2 \times 2,613} \times 1,0 = 0,526$$ pour 3 voies de calcul

Membrure interne:

$D=2,055$ et $C_f=19,3\ \%$ pour 2 voies de calcul

$$D_d = 2,055 \times \left(1 + \frac{1 \times 19,3}{100}\right) = 2,452$$ pour 2 voies de calcul

$D=2,581$ et $C_f=16\ \%$ pour 3 voies de calcul

$$D_d = 2,581 \times \left(1 + \frac{0,055 \times 16}{100}\right) = 2,604$$ pour 3 voies de calcul

et pour les facteurs d'essieu, nous avons:

$$F_E = \frac{2,75}{2 \times 2,452} \times 1,0 = 0,561$$ pour 2 voies de calcul

$$F_E = \frac{2,75}{2 \times 2,604} \times 1,0 = 0,528$$ pour 3 voies de calcul

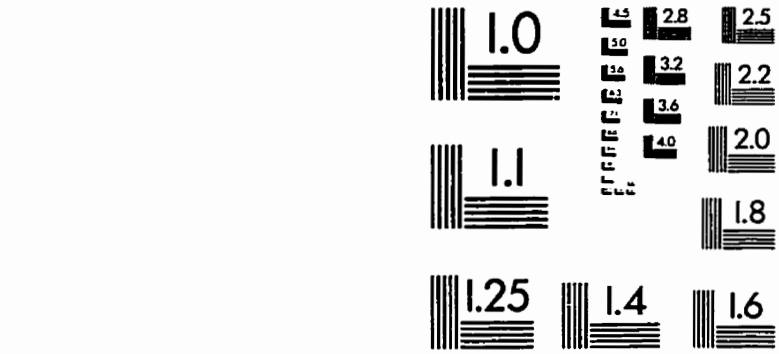
b) Cisaillement:

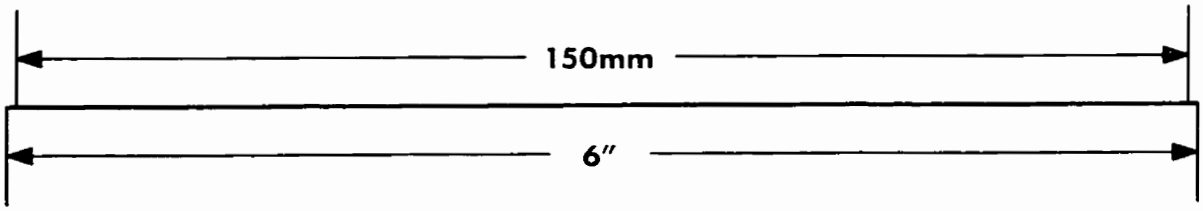
Le facteur d'essieu pour l'effort tranchant est identique pour chacune des membrures. Ainsi, selon les abaques de la norme, le facteur de réduction λ_s est égale à $1,0$. La valeur de paramètre D est identique pour 2 et 3 voies de calcul et égale à $1,95$. Enfin, selon l'équation [5.32], nous obtenons les facteurs d'essieu:

$$F_E = \frac{2,75}{2 \times 1,95} \times 1,0 = 0,705$$ pour 2 voies de calcul

$$F_E = \frac{2,75}{2 \times 1,95} \times 1,0 = 0,705$$ pour 3 voies de calcul.

IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)





APPLIED IMAGE, Inc
1653 East Main Street
Rochester, NY 14609 USA
Phone: 716/482-0300
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved