

**Titre:** Modèles de cavitation et calcul d'écoulements dans une cascade  
Title:

**Auteur:** Liem Ta Thanh  
Author:

**Date:** 1997

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Ta Thanh, L. (1997). Modèles de cavitation et calcul d'écoulements dans une cascade [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/9025/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/9025/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Ricardo Camarero, & André Garon  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÈLES DE CAVITATION ET CALCUL D'ÉCOULEMENTS  
DANS UNE CASCADE

LIEM TA THANH  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
AVRIL 1997

© Liem Ta Thanh, 1997.



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*

*Our file* *Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-26521-8

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

MODÈLES DE CAVITATION ET CALCUL D'ÉCOULEMENTS  
DANS UNE CASCADE

présenté par: TA THANH Liem

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. REGGIO Marcelo, Ph.D., Président

M. CAMARERO Ricardo, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. GARON André, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. TRÉPANIÉ Jean-Yves, membre

## REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes vifs remerciements à mes directeurs de recherche, le Professeur Ricardo Camarero et le Professeur André Garon pour leur gentillesse, leur disponibilité, leur patience et la confiance qu'ils m'ont témoignée en m'offrant l'opportunité de réaliser cette maîtrise.

Merci également à Marie-Isabelle Farinas, Roberto MARRANO et les étudiants dans mon appartement pour leur aide précieuse.

Pour le support financier, je remercie le programme québécois de bourses d'excellence. La réalisation de cet ouvrage n'aurait pas été possible sans son aide financière.

Finalement, je tiens à remercier ma famille, Nga, Tri, Thuy pour leur support et leur compréhension.

## RÉSUMÉ

Le sujet de ce mémoire est l'étude générale de la cavitation - un phénomène important dans les machines hydrauliques - et la simulation numérique de l'écoulement d'un fluide visqueux et incompressible à travers d'une cascade.

La cavitation prend des formes très différentes résultant des interactions complexes des divers phénomènes. Afin de caractériser le phénomène de la cavitation, on utilise le nombre de cavitation. Dans le cas d'application en turbomachine, le nombre de Thoma est utilisé.

La cavitation à bulles libres se manifeste sous forme de micro-bulles libres ou d'un nuage de bulles qui explosent à une pression inférieure à une pression critique puis implosent dans les champs de pression plus élevés. La condition d'apparition de la cavitation à bulles libres dépend de plusieurs paramètres: la taille initiale de la bulle, la pression dans un écoulement, la tension superficielle, les propriétés du fluide, l'évolution thermodynamique du gaz dans la bulle, la concentration volumique des germes...

Par contre, pour la cavitation attachée, une cavité reste globalement fixe à la paroi. Le développement de la cavitation attachée dépend de l'état de la couche limite en régime non-cavitant et du nombre de cavitation. Pour qu'une poche de cavitation attachée se développe sur une paroi, il faut remplir deux conditions. Premièrement, la couche limite doit être collée à la paroi pour assurer l'équilibre mécanique de la cavité. Deuxièmement, la pression dans la zone décollée doit être inférieure à la pression de vapeur pour que la vaporisation se produise. Les modèles de la cavitation attachée sont aussi présentés.

La simulation numérique de l'écoulement d'un fluide incompressible d'une cascade bidimensionnel plan périodique est étudiée. L'écoulement est supposé incompressible, laminaire, isotherme et permanent.

On discrétise les équations de Navier-Stokes par la méthode des éléments finis. Plus précisément, la forme faible des équations est obtenue par l'approche variationnelle et par l'intermédiaire d'éléments triangulaires à six noeuds ayant un taux de convergence de 2. L'approximation en vitesse est quadratique et continue par élément tandis que l'approximation en pression est linéaire et discontinue par élément.

La méthode des éléments finis avec adaptivité du maillage a été appliquée à l'optimisation d'une cascade pour des nombres de Reynolds variant de 100 à 1000. Un estimateur d'erreur est utilisé lors du processus d'adaptation du maillage. Le principe de base de cette technique est d'obtenir une équirépartition de l'erreur de la solution sur tout le maillage, en satisfaisant une erreur relative cible. Par exemple, toutes les solutions ont été calculées pour des erreurs relatives de 5%, 10% et 15%. L'étude paramétrique avait pour but de trouver les conditions de fonctionnement en fonction de l'angle du profil qui minimise la perte de charge. Cette étude, comportant 3 angles du profil et 3 angles d'entrée de l'écoulement à 2 nombres de Reynolds différents pour chacune d'entre elles, a été rendue possible grâce à un programme d'automatisation des tâches qui utilise la montée en Re. Les résultats démontrent que, pour le cas laminaire et incompressible, la perte de charge à travers la cascade diminue lorsque le nombre de Re augmente. De plus, la perte de charge est minimum si l'angle du profil est de  $5^{\circ}$  et l'angle d'entrée est de  $10^{\circ}$ .

## ABSTRACT

The topic of thesis is the study of cavitation - an important phenomenon in hydraulics engines - and the numerical simulation of incompressible viscous fluid flow in a cascade.

Complex interactions of different phenomena give rise to the different aspects of cavitation. In order to characterize the cavitation phenomenon, we use the cavitation number. In turbomachinery applications, Thoma number is used.

The free bubbles cavitation is characterized by very small free bubbles or a cloud of bubbles that blow up when the pressure is decreased below the critical pressure and thereafter implode in the highest pressure fields. Free bubbles cavitation depends of the following parameters: the bubble initial size, the flow pressure, the surface tension, the flow properties, the thermodynamic process of the gas in the bubble, the germs volumetric concentration...

On the other hand, the attached cavitation is the one which is globally fixed at the wall. Attached cavitation development depends of the cavitation number and the condition of the boundary layer when there is no cavitation. Two conditions must be satisfied to see the appearance of attached cavitation. The first condition is that the boundary layer must be attached at the wall to ensure cavitation mechanical equilibrium. The second one is that the pressure in the separated region must be lower than the vapor pressure so that vaporization can be held. The attached cavitation models are also presented in this work.

The numerical simulation of incompressible fluid flow for a two-dimensional geometry with a periodic boundary is studied. The fluid flow is assumed to be incompressible, laminar, isothermal and steady.

We discretize the Navier-Stokes equations with the finite element method. More precisely, the weak form is obtained with the variational approach and with six nodes triangular elements where the rate of convergence is second order. Thus, the velocity field is quadratic and continuous across elements while the pressure field is linear and discontinuous across elements.

The finite element method with mesh adaptation was applied to find the optimum of a cascade for different Reynolds numbers varying between 100 to 1000. An error estimator is used for mesh adaptation process. The idea behind this technique is that all elements have the same average error which satisfy the relative target error. For example, all the solutions in this work were solved with a relative error of 5%, 10%, and 15%. A parametric study was performed to find the working conditions as a function of the angle of attack which minimize the friction loss.

This study is made up with three angles of attack, three different angles for the inlet flow and two different Reynolds numbers. All the possible cases were set in a task automation program which performs a rise of the Reynolds number. The results show that for incompressible and laminar cases, the friction loss across the cascade decreases as the Reynolds number increases. Also, the friction loss is minimum for an angle of  $5^{\circ}$  and for an inlet flow angle of  $10^{\circ}$ .

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....	iv
RÉSUMÉ .....	v
ABSTRACT.....	vii
TABLE DES MATIÈRES .....	ix
LISTE DES TABLEAUX.....	xi
LISTE DES FIGURES .....	xii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	xviii
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 : DESCRIPTION DU PHÉNOMÈNE DE CAVITATION.....	3
1.1 Définition de la cavitation .....	3
1.2 Nombre de cavitation et nombre de Thoma.....	4
1.3 Cavitation à bulles libres.....	8
1.4 Cavitation attachée.....	11
1.5 Modèle de la cavitation attachée.....	15

CHAPITRE 2 :DISCRÉTISATION .....	19
2.1 Équation de Navier - Stokes .....	19
2.2 Formulation variationelle.....	20
2.3 Formulation bidimensionnelle cartésienne .....	22
2.4 Discrétisation par éléments finis.....	23
2.5 Adimensionalisation des équations.....	25
2-6 Estimateur d'erreur .....	26
2.7 Conditions aux limites .....	28
CHAPITRE 3 : STRATÉGIE NUMÉRIQUE DE SOLUTION.....	29
3.1 Linéarisation du système d'équation .....	29
3.2 Les outils informatiques disponibles .....	31
3.3 Stratégie de solution.....	31
CHAPITRE 4 : PRÉSENTATION DES RÉSULTATS.....	33
4.1 Hypothèses de modélisation et stratégie numérique.....	33
4.2 Résultats comparatifs pour des configurations .....	37
4.3 Analyse des résultats et discussions.....	68
4.3.1 Effet du nombre de Reynolds .....	68
4.3.2 Effet de l'angle Alpha et de l'angle Beta.....	69
CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS.....	83
RÉFÉRENCES .....	85

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 4.1 Éventail des valeurs de différents paramètres adimensionnelles utilisées pour l'étude paramétrique.....	34
Tableau 4-2: Différence entre la perte de charge pour les essais avec une erreur relative de 10% et de 5% à un Re de 100 .....	36
Tableau 4- 3 : Différence entre la perte de charge pour les essais avec une erreur relative de 10% et de 5% à un Re de 1000 .....	37
Tableau 4-4 : Pourcentage de différence entre la perte de charge pour des angles Beta et Alpha différents en Reynolds de 1000 et de 100 .....	68
Tableau 4-5 : Le pourcentage de la perte de charge de l'écoulement aux angles Alpha de 100 et 150 par rapport à la perte de charge à Alpha de 00.....	69
Tableau 4-6 : Le pourcentage entre la perte de charge de l'écoulement aux Beta de 100 et 150 avec la perte de charge à Beta de 50 .....	70
Tableau 4- 7 :Perte de charge en fonction de Re pour les angles Beta et Alpha différentes avec l'erreur relative de 5%, 10% et 15%.....	75

## LISTE DES FIGURES

Figure 1-1 : Définition de l'implantation d'une turbine hydraulique .....	7
Figure 1-2 : Modèle de cavité attachée sur un profil 2D .....	12
Figure 1-3 : Modèle de cavité attaché.....	16
Figure 1-4 : Modèles de la cavitation partielles.....	17
Figure 2-1 : Noeuds en vitesse et pression associées à l'élément Taylor - Hood ( $P_1, P_2$ ).....	24
Figure 2-2 : Géométrie et conditions limites .....	28
Figure 4-1 : Différence entre la perte de charge pour les essais avec une erreur relative de 10% et de 5% à un Re de 100 .....	35
Figure 4-2 : Différence entre la perte de charge pour les essais avec une erreur relative de 10% et de 5% à un Re de 1000 .....	36
Figure 4-3 : Maillage adaptés à 15% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	39
Figure 4-4 : Maillage adaptés à 15% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	39
Figure 4-5 : Maillage adaptés à 15% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	40
Figure 4-6 : Maillage adaptés à 10% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	40
Figure 4-7 : Maillage adaptés à 10% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	41
Figure 4-8 : Maillage adaptés à 10% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	41

Figure 4-9 : Maillage adaptés à 5% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	42
Figure 4-10 : Maillage adaptés à 5% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	42
Figure 4-11 : Maillage adaptés à 5% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	43
Figure 4-12 : Maillage adaptés à 15% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	43
Figure 4-13 : Maillage adaptés à 15% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	44
Figure 4-14 : Maillage adaptés à 15% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	44
Figure 4-15 : Maillage adaptés à 10% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	45
Figure 4-16 : Maillage adaptés à 10% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	45
Figure 4-17 : Maillage adaptés à 10% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	46
Figure 4-18 : Maillage adaptés à 5% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	46
Figure 4-19 : Maillage adaptés à 5% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	47
Figure 4-20 : Maillage adaptés à 5% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	47
Figure 4-21 : Maillage adaptés à 15% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	48
Figure 4-22 : Maillage adaptés à 15% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	48

Figure 4-23 : Maillage adaptés à 15% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	49
Figure 4-24 : Maillage adaptés à 10% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	49
Figure 4-25 : Maillage adaptés à 10% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	50
Figure 4-26 : Maillage adaptés à 10% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	50
Figure 4-27 : Maillage adaptés à 5% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	51
Figure 4-28 : Maillage adaptés à 5% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	51
Figure 4-29 : Maillage adaptés à 5% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	52
Figure 4-30 : Iso de vitesses à 5% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	53
Figure 4-31 : Iso de vitesses à 5% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	53
Figure 4-32 : Iso de vitesses à 5% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	54
Figure 4-33 : Iso de vitesses à 5% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	54
Figure 4-34 : Iso de vitesses à 5% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	55
Figure 4-35 : Iso de vitesses à 5% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	55
Figure 4-36 : Iso de vitesses à 5% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	56

Figure 4-37 : Iso de vitesses à 5% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	56
Figure 4-38 : Iso de vitesses à 5% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	57
Figure 4-39 : Iso de pressions à 5% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	58
Figure 4-40 : Iso de pressions à 5% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	58
Figure 4-41 : Iso de pressions à 5% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	59
Figure 4-42 : Iso de pressions à 5% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	59
Figure 4-43 : Iso de pressions à 5% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	60
Figure 4-44 : Iso de pressions à 5% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	60
Figure 4-45 : Iso de pressions à 5% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000 .....	61
Figure 4-46 : Iso de pressions à 5% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	61
Figure 4-47 : Champs de vitesses à 5% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	62
Figure 4-48 : Champs de vitesses à 5% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	63
Figure 4-49 : Champs de vitesses à 5% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	63
Figure 4-50 : Champs de vitesses à 5% pour $\beta$ de $5^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	64

Figure 4-51 : Champs de vitesses à 5% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	64
Figure 4-52 : Champs de vitesses à 5% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	65
Figure 4-53 : Champs de vitesses à 5% pour $\beta$ de $10^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	65
Figure 4-54 : Champs de vitesses à 5% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $0^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	66
Figure 4-55 : Champs de vitesses à 5% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $10^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	66
Figure 4-56 : Champs de vitesses à 5% pour $\beta$ de $15^0$ , $\alpha$ de $15^0$ avec Re de 100 et de 1000.....	67
Figure 4-57 : La perte de charge en fonction de Re avec $\beta = 5^0$ et $\alpha = 0^0$ .....	71
Figure 4-58 : La perte de charge en fonction de Re avec $\beta = 5^0$ et $\alpha = 10^0$ .....	71
Figure 4-59 : La perte de charge en fonction de Re avec $\beta = 5^0$ et $\alpha = 15^0$ .....	71
Figure 4-60 : La perte de charge en fonction de Re avec $\beta = 10^0$ et $\alpha = 0^0$ .....	72
Figure 4-61 : La perte de charge en fonction de Re avec $\beta = 10^0$ et $\alpha = 10^0$ .....	72
Figure 4-62 : La perte de charge en fonction de Re avec $\beta = 10^0$ et $\alpha = 15^0$ .....	72
Figure 4-63 : La perte de charge en fonction de Re avec $\beta = 15^0$ et $\alpha = 0^0$ .....	73
Figure 4-64 : La perte de charge en fonction de Re avec $\beta = 15^0$ et $\alpha = 10^0$ .....	73
Figure 4-65 : La perte de charge en fonction de Re avec $\beta = 15^0$ et $\alpha = 15^0$ .....	73
Figure 4-66 : Perte de charge en fonction des angles $\beta$ et $\alpha$ pour un Re de 100 et une erreur relative de 5%.....	76
Figure 4-67 : Perte de charge en fonction des angles $\beta$ et $\alpha$ pour un Re de 1000 et une erreur relative de 5%.....	77
Figure 4-68 : Perte de charge en fonction des angles $\alpha$ pour un Re de 100 et $\beta$ de $5^0$ .....	78

Figure 4-69 : Perte de charge en fonction des angles $\alpha$ pour un Re de 100 et $\beta$ de $10^0$ .....	78
Figure 4-70 : Perte de charge en fonction des angles $\alpha$ pour un Re de 100 et $\beta$ de $15^0$ .....	78
Figure 4-71 : Perte de charge en fonction des angles $\alpha$ pour un Re de 1000 et $\beta$ de $5^0$ .....	79
Figure 4-72 : Perte de charge en fonction des angles $\alpha$ pour un Re de 1000 et $\beta$ de $10^0$ .....	79
Figure 4-73 : Perte de charge en fonction des angles $\alpha$ pour un Re de 1000 et $\beta$ de $15^0$ .....	79
Figure 4-74 : Perte de charge en fonction des angles $\beta$ pour un Re de 100 et $\alpha$ de $0^0$ .....	80
Figure 4-75 : Perte de charge en fonction des angles $\beta$ pour un Re de 100 et $\alpha$ de $10^0$ .....	80
Figure 4-76 : Perte de charge en fonction des angles $\beta$ pour un Re de 100 et $\alpha$ de $15^0$ .....	80
Figure 4-77 : Perte de charge en fonction des angles $\beta$ pour un Re de 1000 et $\alpha$ de $0^0$ .....	81
Figure 4-78 : Perte de charge en fonction des angles $\beta$ pour un Re de 1000 et $\alpha$ de $10^0$ .....	81
Figure 4-79 : Perte de charge en fonction des angles $\beta$ pour un Re de 1000 et $\alpha$ de $15^0$ .....	81

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

## Chapitre 1

$\sigma$	nombre de cavitation
$p_0$	pression de référence, $\text{N/m}^2$
$p_v$	pression de vapeur du fluide, $\text{N/m}^2$
$\rho$	densité du fluide, $\text{kg/m}^3$
$U_0$	vitesse de référence, $\text{m/s}$
$\sigma_c$	nombre critique de cavitation
$\sigma_T$	nombre de Thoma
NPSE	énergie massique nette à l'aspiration
E	énergie hydraulique massique transférée à la machine
g	accélération gravitationnelle, $9.81 \text{ m/s}^2$
$H_i$	hauteur de la section d'aspiration, m
$Z_i$	niveau de l'aspiration de la machine, m
$Z_{ref}$	niveau de référence de la machine, m
$C_i$	vitesse du fluide à l'aspiration, $\text{m/s}$
$H_s$	hauteur d'implantation de la machine, m
R	rayon de la bulle
$\mu$	viscosité dynamique du fluide, $\text{kg/m.s}$
$P_{\infty 0}$	pression à l'infini à l'instant initial, $\text{N/m}^2$
$P_{\infty}$	pression à l'infini, $\text{N/m}^2$
S	tension superficielle
$R_0$	rayon de la bulle à l'initial
k	exposant polytropique

$R_{cr}$	rayon critique
$P_{cs}$	pression critique, $N/m^2$
$P_{cs}$	pression critique statique, $N/m^2$
$P_{cd}$	pression critique dynamique, $N/m^2$
$C_{pdl}$	coefficient de pression au point de décollement laminaire

## Chapitre 2

$\  \cdot \ $	norme au sens des distributions
$\Gamma$	frontière du domaine
$\  \cdot \ _1$	norme énergie
$\nabla$	opérateur gradient
$u, v$	composantes cartésiennes de la vitesse de fluide $\mathbf{u}$ , m/s
$\mathbf{u}$	vitesse du fluide, m/s
$f$	force de corps agissants sur le fluide
$\sigma$	tenseur des contraintes, $N/m^2$
$I$	tenseur métrique
$\dot{\gamma}(\mathbf{u})$	tenseur du taux de déformation
$\sim$	identification des fonctions tests
$H^1(\Omega)$	espace de Hilbert
$L^2(\Omega)$	espace des fonctions de carré sommable
$\Omega$	domaine de calcul
$\Omega_e$	domaine élémentaire
$\hat{t}$	tractions
$u_h$	vecteur de la solution numérique
$p$	pression du fluide, $N/m^2$

$p$	degré des interpolants utilisées
$e$	erreur sur la solution
$h$	taille caractéristique élémentaire
$h_{optimale,e}$	taille caractéristique élémentaire optimale
$N$	nombre des éléments

### Chapitre 3

A	matrice
b	vecteur des valeurs connues
R	résidu
J	matrice jacobienne
$\varepsilon$	critère d'arrêt pour la convergence de la solution

### Chapitre 4

$\alpha$	angle d'entrée de l'écoulement
$\beta$	angle du profil
$\delta P$	perte de charge entre la sortie et l'entrée de la cascade
Re	nombre de Reynolds

## Introduction

Les phénomènes de cavitation ont une importance considérable dans la conception et le fonctionnement des équipements industriels. La cavitation peut affecter la performance, par exemple, en augmentant la traînée dans les véhicules hydronautiques, limiter la poussée dans le système de propulsion en diminuant la puissance de sortie. Dans les turbomachines l'impact de la cavitation sur le rendement et la chute de la hauteur de refoulement peut être important. D'autre part, la cavitation se manifeste souvent par d'autres effets négatifs: bruit, vibration et érosion se produisent dans les turbines ou les vannes quand ils travaillent en régime cavitant. L'érosion causée par la cavitation peut créer des cratères sur les parois de la machine après plusieurs années d'opération ou bien faire des dommages importants pendant une courte durée de travail [12]. Du point de vue de l'ingénieur, deux questions se posent. Premièrement, la cavitation apparaît à quel régime de fonctionnement. Deuxièmement, pour des raisons économiques, on accepte que les machines fonctionnent au régime cavitant, mais alors quelles sont les conséquences sur les machines en fonction de la durée d'opération.

Ce mémoire comprend deux parties principales. La première partie présente une description de la cavitation. La deuxième partie traite de la simulation numérique de l'écoulement à travers d'une cascade en utilisant la méthode des éléments finis afin de déterminer la configuration optimale de la cascade.

Le chapitre 1 est une description générale sur la cavitation. Il présente une définition de la cavitation, les différents types et décrit leur interaction; soit la cavitation attachée et la

cavitation à bulle libre. Ce chapitre se termine en présentant les modèles de la cavitation attachée.

Le chapitre 2 présente les équations de Navier-Stokes. Après l'obtention de la formulation variationnelle de ces équations, le problème est discrétisé par éléments finis. Le choix des éléments ainsi que le choix de l'adimensionnalisation sont ensuite présentés. Le caractère distinctif de la méthode numérique utilisée est l'adaptation du maillage par estimateur d'erreur.

Le chapitre 3 illustre la stratégie numérique utilisée. Elle consiste en une résolution de problème en effectuant une montée du nombre de Reynolds.

Le chapitre 4 présente les résultats obtenus lors de la simulation de l'écoulement. Dans un premier temps, la validation de la stratégie numérique est présentée en comparant l'écart entre trois solutions obtenues avec l'erreur relative différente pour démontrer l'indépendance de la solution par rapport au maillage. Dans un second temps, l'influence des angles d'incidences, des angles de placement du profil, du nombre de Reynolds sur la perte de charge est présenté.

# Chapitre 1

## Description du phénomène de cavitation

### 1.1 Définition de la cavitation.

La cavitation est la formation de cavités et de bulles de vapeur au sein d'un milieu liquide initialement homogène à cause des forces hydrodynamiques [24]. Elle prend des formes très différentes selon la configuration de l'écoulement, la forme et le mouvement des parois et les propriétés physiques du fluide. Par exemple, les cavités peuvent être soit sphériques ou déformées, isolées ou regroupées en nuages de bulles, en mince nappes ou en bandes .... Ces différentes manifestations de la cavitation peuvent être classées en trois catégories:

1. La cavitation à bulles libres où des bulles distinctes ou des bulles combinées qui sont transportées avec l'écoulement.
2. La cavitation attachée qui se présente sous forme d'une poche plus ou moins longue attachée à une aube ou paroi.
3. Les tourbillons cavitants qui résultent des basses pressions engendrées dans les zones où la vorticité est fortement concentrée.

Chacune de ces catégories de cavitation est caractérisée par trois phases:

- L'apparition de la cavitation.
- Une phase intermédiaire d'interaction entre la cavité et l'écoulement .
- L'implosion de la cavité.

L'évolution de chaque phase est très complexe et dépend de plusieurs facteurs:

- L'apparition de la cavitation dépend des conditions hydrodynamiques ( effets de la couche limite et de turbulence, de viscosité, de la sur vitesse locale ou du caractère non permanent...), de la qualité du liquide ( le contenu en suspension etc.).

- Dans la phase intermédiaire, les bulles de cavitation peuvent être transportées avec l'écoulement ou bien entrer en collision avec d'autres bulles ou s'unir à celles-ci. De plus, dans le cas des bulles qui ont une vitesse relative par rapport au liquide qui les entoure, il peut y avoir transfert de masse entre les bulles et le liquide.

- L'implosion d'une cavité dépend également de plusieurs facteurs comme la proximité d'une paroi ou d'autre cavité.

Dans un écoulement cavitant, plusieurs types de cavitation peuvent coexister: La cavitation à bulles libres coexiste avec la cavitation attachée. C'est le cas qui se produit généralement sur les aubes des turbines hydrauliques.

La cavitation est la résultante des interactions complexes de ces divers phénomènes physiques. Elle ne peut pas se caractériser seulement par le nombre de cavitation ou le nombre de Thoma (dans le cas des turbines hydrauliques). Cependant, ces deux paramètres sont utilisés pour caractériser la susceptibilité d'un écoulement à la cavitation.

## 1.2 Nombre de cavitation et nombre de Thoma.

Afin de caractériser le phénomène de cavitation, on définit le nombre de cavitation,  $\sigma$  :

$$\sigma = \frac{P_0 - P_v}{1/2\rho U_0^2} \quad (1-1)$$

Où  $U_0$ ,  $p_0$  et  $p_v$  représentent la vitesse, la pression de référence de l'écoulement et la pression de vapeur du liquide respectivement. Ce paramètre fondamental représente le rapport de la chute de pression et l'énergie cinétique. Plusieurs paramètres hydrodynamiques reliés à la cavitation sont considérés comme étant fonction uniquement du nombre de cavitation lorsqu'il y a similitude exacte entre un modèle et un prototype.

Un paramètre important dans l'étude de la cavitation est le nombre critique de cavitation  $\sigma_c$ . Lorsque  $\sigma$  est légèrement plus petit que  $\sigma_c$ , il y a peu de cavitation dans l'écoulement, alors que pour des valeurs de  $\sigma$  beaucoup plus petites que  $\sigma_c$ , le niveau de cavitation est très élevé. Dans les turbines hydrauliques,  $\sigma_c$  dépend du type de la turbine (axial ou radial...).

Bien que  $\sigma$  soit un paramètre très utilisé, par exemple pour faire des relations entre l'écoulement dans un modèle et celui dans un prototype, le nombre de cavitation n'est pas universel et le nombre de cavitation critique de cavitation ne peut donc pas déterminer à lui seul l'apparition de cavitation. Ce phénomène dépend d'un grand nombre de facteurs, par exemple, de l'état de la couche limite, de l'angle d'attaque du profile et de la concentration des particules en suspensions ou contaminants....

Dans le cas d'applications en turbomachines, le nombre de Thoma est défini comme le facteur de cavitation obtenu en adimensionnalisant l'énergie massique nette à l'aspiration par l'énergie massique  $E$  de la machine [12].

$$\sigma_T = \frac{NPSE}{E} \quad (1-2)$$

Ici NPSE est l'énergie massique nette à l'aspiration ( Net Positive Suction Specific Energy). Cette énergie représente la différence entre l'énergie massique  $gH_i$  de la section d'aspiration ( relative à la côte de référence de la machine) et l'énergie massique correspondant à la pression de vapeur.

$$NPSE = \left( gH_i - gZ_{ref} \right) - \frac{p_v}{\rho} \quad (1-3)$$

Par définition, l'énergie massique  $gH_i$  à la section d'aspiration est :

$$gH_i = \frac{p_i}{\rho} + gZ_i + \frac{1}{2} C_i^2 \quad (1-4)$$

En substituant cette expression dans celle du NPSE, on obtient:

$$NPSE = \frac{p_i}{\rho} + g \left( Z_i - Z_{ref} \right) + \frac{1}{2} C_i^2 - \frac{p_v}{\rho} \quad (1-5)$$

Et en introduisant la hauteur d'implantation de la machine  $H_S$  définie comme la différence entre le niveau libre du réservoir aval et le niveau de référence de la machine  $Z_{ref}$ ,

$$H_S = Z_{ref} - Z_a, \quad (1-6)$$

on a pour la turbine:

$$NPSE = \frac{p_a}{\rho} - gH_s - \frac{p_v}{\rho} - \frac{1}{2}C_i^2 \quad (1-7)$$

Dans (1-2),  $E$  est l'énergie hydraulique massique transférée à la machine. Elle est définie par:

$$E = gH_i - gH_f = E_t + E_r \quad (1-8)$$

$E_t$  est l'énergie massique transférée à l'aubage et aux faces intérieures de la roue.

$E_r$  est la perte d'énergie massique par la présence des différents organes fixes.

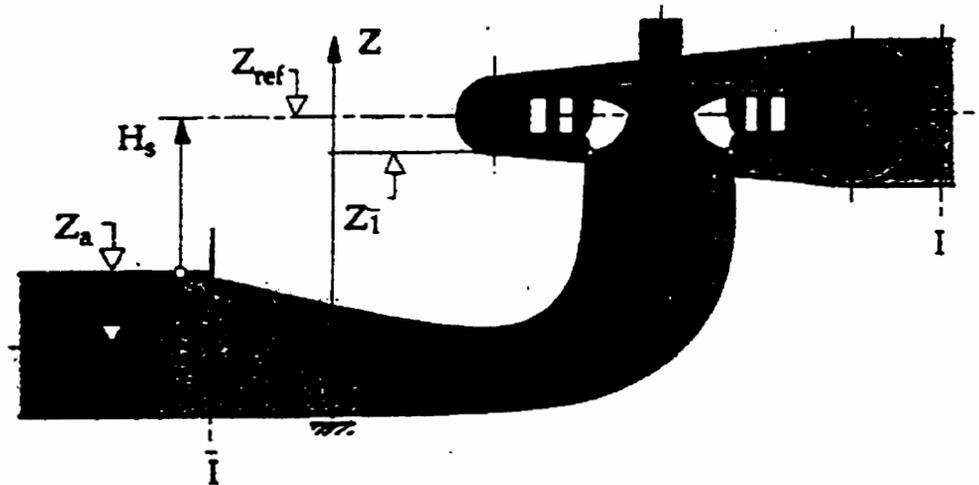


Figure 1-1 : Définition de l'implantation d'une turbine hydraulique

### 1.3 Cavitation à bulles libres.

La cavitation à bulles libres se manifeste sous forme de micro-bulles libres, généralement convectées par l'écoulement, qui explosent quand elles sont exposées à une pression inférieure à une pression critique puis implosent dans les champs de pression plus élevée.

Dans le cas idéal d'une bulle sphérique contenant de la vapeur et du gaz non condensable, le liquide occupe un domaine grand par rapport à la dimension de la bulle. L'équation de Reyleigh- Plesset décrit l'équilibre dynamique de la paroi d'une bulle isolée est [12] :

$$\rho \left[ R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 \right] + \frac{4\mu}{R} \frac{dR}{dt} = \left( P_{\infty 0} - P_v + \frac{2S}{R_0} \right) \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3k} - P_{\infty} + P_v - \frac{2S}{R} \quad (1-9)$$

avec  $R$  le rayon de la bulle,  $R_0$  le rayon de la bulle à l'instant initial,  $k$  l'exposant polytropique caractéristique de la transformation thermodynamique,  $S$  la tension superficielle,  $\mu$  la viscosité dynamique,  $P_{\infty}$  et  $P_{\infty 0}$  respectivement la pression à l'infini en fonction du temps et la pression à l'infini à l'instant initial  $P(R_0) = P_{\infty 0}$ , et,  $P_g$  et  $P_v$  la pression partielle du gaz non condensable et la pression de vapeur saturante à l'intérieur de la bulle.

En supposant que les termes de gauche sont négligeables devant les termes de droite et en supposant que la bulle est isotherme ( $k = 1$ ), on se ramène à la solution de l'équilibre quasi-statique. Il existe une valeur critique  $R_{cr}$  du rayon qui correspond à un minimum de  $(P_{\infty} - P_v)$  et ainsi  $P_{\infty}$  prend la valeur critique  $P_{cs}$ [12].

$$R_{cr} = \sqrt{\frac{3 \left( P_{\infty 0} - P_v + \frac{2S}{R_0} \right) R_0^3}{2S}} \quad (1-10)$$

$$P_{cs} = P_v - \frac{4S}{3R_{cr}} \quad (1-11)$$

Raable [23] a montré que pour des valeurs de  $R$  inférieurs à un rayon critique,  $R_{cr}$ , la bulle est stable. C'est à dire si le rayon est augmenté ou diminué momentanément, la somme des forces agissant sur la bulle fait en sorte que celle-ci revient à sa taille initiale. Par contre, pour des valeurs de  $R$  supérieurs à  $R_{cs}$ , la bulle est instable et peut croître de manière explosive.

En d'autre mot, les micro bulles doivent avoir un rayon supérieurs à  $R_{cs}$  pour qu'il y ai cavitation. Les bulles ayant un rayon inférieur au rayon critique ne peuvent pas exploser et ne sont pas des germes actifs de cavitation.

Dans le travail de Dugué et al [11], on tient compte des termes dynamiques dans l'équation de Rayleigh - Plesset. Cette situation est assimilable à un saut brutal de pression. La pression critique dynamique dépend de l'évolution thermodynamique du gaz dans la bulle ( le coefficient  $k$  ). Pour un germe de rayon  $R_0$  et même pour la transformation thermodynamique, la pression critique quasi - statique (  $P_{cs}$  ) est inférieure ou égale à la pression critique dynamique. Il est impossible de dire a priori si un germe explose plus tôt avec un comportement de gaz isotherme ou plus tard avec un comportement adiabatique de gaz. On défini ainsi un critère flou de cavitation [12]:

Si  $P_{\infty} < P_{cs} (k = 1,4)$  il y a la cavitation.

Si  $P_{cs} (k = 1,4) < P_{\infty} < P_{cd} (k=1)$  il y a un risque de cavitation.

Et si  $P_{cd} (k = 1) < P_{\infty}$

il n'y a pas de cavitation.

Comme le montre la brève analyse ci - dessus, la cavitation à bulle libre ne peut se produire qu'en présence de germes: soit des micro - bulles ou soit des cavités de gaz logées dans des crevasses d'une paroi [14]. Selon Arndt [2] et Rood [24], les germes peuvent également être des particules ou des micro - organismes en suspension dans l'écoulement.

La dynamique de la bulle lors de sa croissance et de son affaissement est influencée par plusieurs facteurs comme la compressibilité du fluide, le contenu de gaz dans la bulle, la viscosité du fluide, la tension superficielle [14].

L'hypothèse de bulle sphérique en phase de croissance ainsi que pour une bulle isolée en phase d'implosion est valide dans un environnement statique. La bulle de cavitation perd sa symétrie lorsqu'elle est exposée à des gradients de pression ou lorsqu'elle implose à proximité d'une paroi ou d'autres bulles [22], [5]. Si la bulle est à proximité d'une paroi, elle s'aplatit et puis, un micro - jet de liquide à haute vitesse traverse la bulle. Les micro-jets peuvent causer des cratères dont le diamètre est légèrement plus élevé que le diamètre du micro - jet. S'ils ne causent pas de cratère, ils contribuent toutefois à la détérioration de la surface par la force de puissants impacts répétitifs à très haute fréquence.

D'après l'étude paramétrique expérimentale de Dorey et Nienaltowska[10], la pression générée par l'impact du micro - jet déclenche l'implosion presque simultanée des cavités résiduelles de la bulle qui peut également contribuer à la formation des cratères.

Dans le travail de Chahine et Duraiswan [6], les interactions entre les bulles d'un nuage de bulles de cavitation sont étudiées. Les bulles sont libres d'entrer en collision les unes avec les autres sans se fusionner ni se fragmenter. La simulation indique que la

dynamique d'une bulle isolée est différente de celle d'une bulle dans un nuage de bulles et la compressibilité de l'écoulement semble avoir un effet important sur la dynamique d'un nuage de bulle. L'application de ce modèle est limitée à des petits nombres de bulles en raison des ressources informatiques qu'elle nécessite. La dynamique d'un nuage de bulles remplies de gaz et de vapeur est étudiée par Klaseboer et Bruin [16]. En absence de gaz non - condensable, les bulles s'affaissent complètement alors qu'elles rebondissent lorsque les bulles de cavitation contiennent à la fois vapeur et gaz.

Dans un écoulement cavitant à bulles libres, les bulles sont plus ou moins dispersées dans un écoulement. La répartition des bulles est non-uniforme et dépend de l'écoulement. C'est un écoulement diphasique complexes et plus difficile à modéliser. Il dépend du nombre de composantes, de la concentration volumique de germes, de l'échange entre les phases, de la turbulence.

## 1.4 Cavitation attachée.

Contrairement à la cavitation par bulles, dans la cavitation par poche attachée, la phase de vapeur constitue une cavité qui reste globalement fixe à la paroi. Une cavité attachée à un profil est illustrée à la figure 1-2

Dans ce schéma, la position du début de la cavité attachée appelé le point de détachement. L'écoulement le long de la paroi est dévié par la présence de la cavité et se réattache de la paroi dans un sillage derrière. Ce sillage est généralement turbulent, non stationnaire et composé de liquide et de cavités libres. Certaines de celles - ci sont transportées avec l'écoulement et implosent en aval. D'autres se glissent sous la poche par un phénomène de jet rentrant. Dans ce cas, l'écoulement autour d'une poche de cavitation attachée ne peut pas être stationnaire mais plutôt cyclique [2], [9].

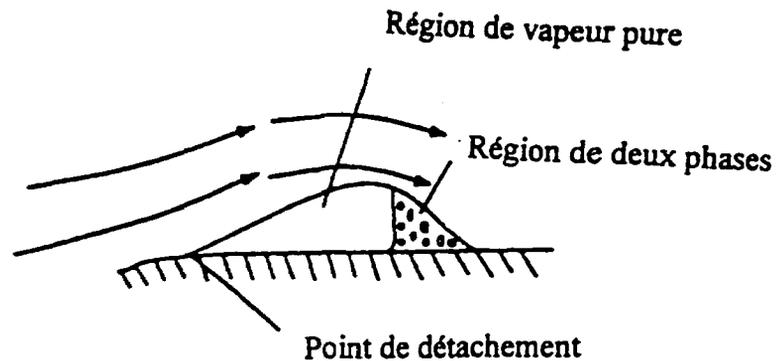


Figure 1-2 : Modèle de cavité attachée sur un profil 2D

La cavité attachée est plus épaisse pour des nombres de Reynolds relativement bas et des angles d'attaques relativement élevés. Elle est instable et un jet rentrant peut remonter sous celle-ci, dans certains cas, jusqu'au point de détachement et déclencher périodiquement le lâcher d'une portion de la poche. Elle est plus mince dans les cas aux nombres de Reynolds élevés et faibles incidences [4]. Dans ce cas, elle est plus stable et a un arrière mieux défini qu'une poche épaisse.

Une poche de cavitation constitue une zone où la pression est constante et égale à la pression de vapeur saturante  $p_v$ . Cela est vrai seulement pour la partie amont de la cavité qui est constituée de vapeur pure. La zone de fermeture qui est par contre constituée d'un mélange diphasique est une zone où la pression diffère sensiblement de  $p_v$  et se raccorde progressivement à la pression en aval. Dans le cas une poche de cavitation contient non seulement de la vapeur mais aussi des gaz incondensables, la pression dans la cavité est alors égale à la pression de vapeur saturante augmentée de la pression partielle de gaz. La

loi de pression moyenne dans la zone de fermeture dépend fortement de l'allure de la poche et des fluctuations de sa zone arrière.

Le développement de la cavitation attachée dépend de l'état de la couche limite en régime non - cavitant et du nombre de cavitation de l'écoulement [12]. Pour des conditions de la couche limite favorable, l'influence du nombre de cavitation est la suivante: Si les valeurs de  $\sigma$  sont supérieures au nombre critique  $\sigma_c$ , Il n'y a pas de cavitation. Lorsque la valeur de  $\sigma$  est réduit légèrement en dessous de  $\sigma_c$ , une courte poche attachée se forme sur la paroi. La cavitation est alors appelée la cavitation partielle. La longueur de la cavité augmente au fur et à mesure que le nombre de cavitation diminue. Finalement, pour des valeurs de  $\sigma$  encore plus faibles, la cavité couvre totalement la longueur de la paroi en l'aval et peut dépasser le bord de fuite en se terminant dans l'écoulement libre. C'est la supercavitation.

La structure de la couche limite détermine les conditions d'apparition de la cavitation et la valeur du paramètre de cavitation.

Si la couche limite est laminaire et décolle de la paroi sans recoller, la cavitation n'apparaît pas sous une forme attachée à la paroi. Il s'agit à l'origine d'une cavitation de cisaillement qui apparaît au sein même du fluide soit au coeur de filament tourbillonnaire tridimensionnel. Il est difficile de prévoir la valeur de  $\sigma$  à laquelle la cavitation apparaît. On peut seulement remarquer que  $\sigma_c$  est généralement supérieur à  $-C_{pdl}$ , l'opposé du coefficient de pression au point de décollement laminaire.

Si, après transition, la couche limite recolle à la paroi et si l'écoulement présente donc une bulle de décollement laminaire, la cavitation apparaît sous la forme d'une petite bande attachée à la paroi. Elle est constituée d'un chapelet de bulle piégée dans la petite

zone de recirculation que constitue la bulle de décollement. La valeur de  $\sigma_c$  est alors voisine de  $-C_{pdl}$ .

Enfin, si la couche limite turbulente ou en cours de transition reste entièrement collé à la paroi sans présenter de bulle de décollement et si le profil était parfaitement lisse et si l'eau ne contenait aucun germe de cavitation, aucune cavitation n'apparaîtrait sur la paroi. En réalité, la cavitation apparaît soit sous la forme de bulles isolés accrochés à des rugosités, soit sous la forme de bulle séparées issues de germes de cavitation.

Pour qu'une poche de cavitation puisse exister sur une paroi, l'écoulement non cavitant de base peut décoller un point de la paroi. Dans ce cas, la zone derrière le décollement de la couche limite est une zone morte de recirculation où les vitesses sont petites. Si la pression est suffisamment basse, une cavité peut se développer. L'existence d'un décollement est, pour une cavité, la seule façon de s'attacher à la paroi.

Dans le cas des aubes minces, des profils à courbure continue avec angle d'attaque faible, la formation d'une poche de cavitation attachée n'est possible que si la couche limite doit décoller de la paroi [13]. La ligne de courant qui décolle de la paroi se sépare tangentiellement de celle-ci tandis que la cavité, du fait de la tension superficielle, se détache au point D de façon non tangentielle. Il existe un petit écart entre le point de détachement et de décollement qu'on peut estimer [1]. D'après Arakeri et Franc et Michel [13], le point de détachement de la poche se situe toujours en aval du point de décollement laminaire. Il existe une région en amont de la cavité où la pression est inférieure à celle dans la cavité.

Dépendant de la qualité du liquide, la cavitation attachée et la cavitation aux bulles libres peuvent coexister. L'expérience montre que si la teneur en germes est petite, les deux types de cavitation peuvent se développer simultanément. Par contre, au dessus d'une

concentration critique, la poche de cavitation disparaît et en ce moment là , la cavitation est celle de bulles séparées [12].

En résumé, on peut dire que deux conditions doivent être remplies pour qu'une poche de cavitation attachée se développe sur une paroi [12] :

1. La couche limite doit être collée à la paroi pour assurer l'équilibre mécanique de la cavité.
2. La pression dans la zone décollée doit être inférieure à la pression de vapeur  $P_v$  pour que la vaporisation se produise.

### 1.5 Modèle de la cavitation attachée.

L'écoulement où il y a la cavitation attachée peut être divisé en trois parties:

1. L'écoulement extérieur liquide.
2. La cavité gazeuse attachée à la paroi.
3. Le sillage diphasé à l'arrière de la cavité.

Une poche de cavitation attachée est généralement modélisée tel qu'illustré en figure 1-3 où le point D indique le point de détachement de la cavité; T est la fin de la cavité et L est le point de rattachement. La portion TL est le sillage après la poche de cavitation qui peut se raccorder ou non au profil selon le modèle de fermeture utilisé.

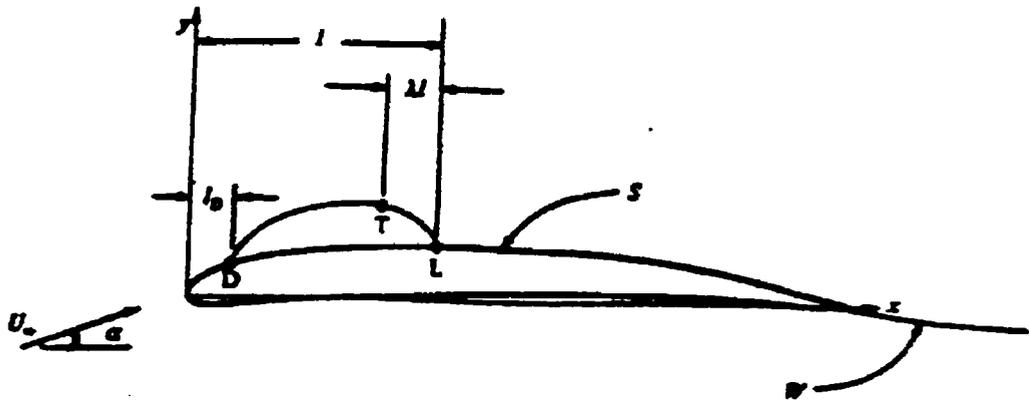


Figure 1-3 : Modèle de cavité attaché

La plupart des modèles de prédiction de la cavitation attachée sont de types potentiels avec les hypothèses que l'écoulement extérieur est irrotationnel, non-visqueux et incompressible [17], [15], [20], [25]. La présence de la cavité est modélisée par l'imposition des conditions frontières.

La courbe DTL qui représente l'interface entre la cavité et l'écoulement extérieur est une ligne de courant le long de laquelle des conditions d'imperméabilité (vitesse normale nulle) sont imposées. En plus, l'interface DT est simultanément une ligne isobare (la pression dans la cavité est constante et approximativement égale à la pression de vapeur du liquide). La pression le long de la courbe TL n'est pas spécifiée et dépend du modèle de fermeture (loi de raccordement) utilisé.

Il existe plusieurs modèles de fermeture de la cavité (Figure 1-4). Le modèle le plus simple est le modèle fermé, sans sillage: la cavité se referme directement sur le profil. (Figure 1-4 a). Ce modèle contient une approximation importante: la vitesse présumée constante le long de la surface de la cavité devient nulle au point B. Un deuxième type de

modèle de fermeture comprend une zone de transition entre la fin de la cavité et le point de rattachement. Une loi empirique décrit la variation de la pression ou de la vitesse entre B et S. En raison de sa simplicité, ce modèle de fermeture est appliqué dans plusieurs travaux de recherches [15], [17]. Dans les modèles ouverts, la cavité ne se referme pas directement sur le profil mais plutôt suit un sillage (Figure 1-4 c et d). Dans ces modèles, l'épaisseur du sillage est présentée par une épaisseur de déplacement constante ou spécifiée par une loi empirique.

La modélisation de la cavité attachée par un écoulement potentiel nécessite plusieurs données empiriques (exemple, le point de détachement, longueur de la cavité, loi de raccordement....) et la qualité des résultats dépend de ces données.

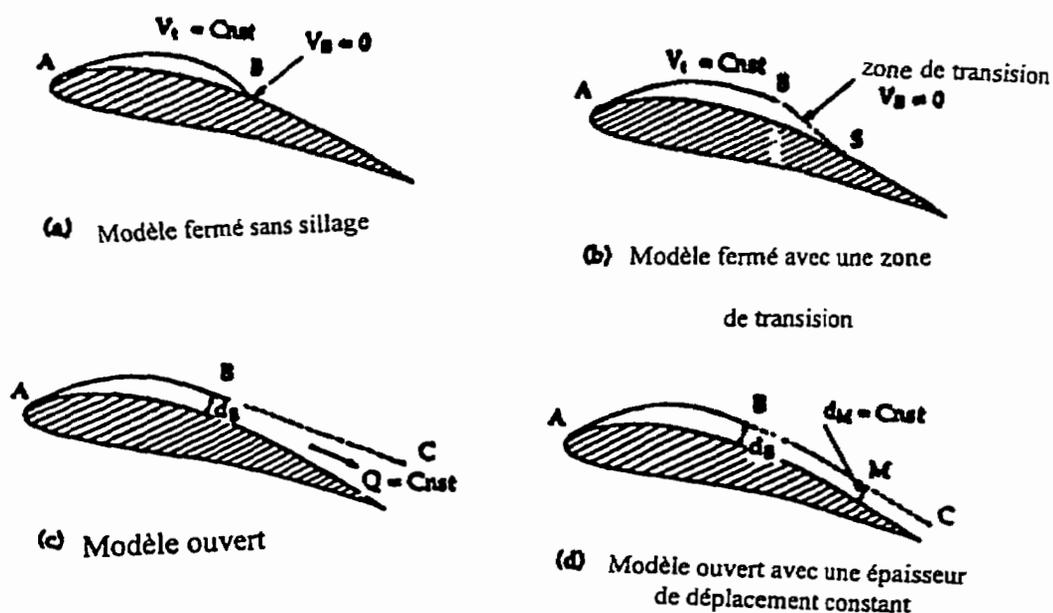


Figure 1-4 : Modèles de la cavitation partielles

Par contre, Chen et Heister [7] solutionnent les équations de Navier - Stokes sans turbulence pour déterminer la forme d'une cavité autour d'un profil axisymétrique. Une forme de cavité est discrétisée en segments linéaires. L'algorithme utilisé pour corriger la forme de la cavité est basé sur une modification de l'angle entre deux segments voisins en fonction des pressions adjacentes. Le sillage est décrit par un modèle empirique. La forme finale de la cavité est obtenue lorsque la pression à la surface de la cavité est constante et égale à la pression de vapeur du liquide. L'approche du type Navier - Stokes demande moins de données empiriques que les méthodes de type de potentielle, et de ce fait, comportent un avantage important par rapport à celles - ci.

## Chapitre 2

### Discrétisation

Le calcul numérique de la vitesse et de la pression dans une cascade nécessite la résolution des équations de Navier - Stokes. Ce chapitre commence par la présentation des équations de Navier - Stokes et la formulation variationnelle. La discrétisation par éléments finis de ces équations est présentée. Le choix de l'adimensionnalisation et des conditions aux limites y est aussi expliqué.

#### 2.1 Équation de Navier - Stokes

Dans le cas d'un écoulement incompressible, en régime permanent, le système d'équation aux dérivées partielles se résume à l'équation de conservation de la quantité de mouvement qui contient le terme de convection non - linéaire:

$$\rho(u \cdot \nabla) u = \nabla \cdot \sigma + f \quad (2-1)$$

et à l'équation de la continuité qui exprime le principe de conservation de la masse et joue le rôle de contrainte d'incompressibilité [8] :

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (2-2)$$

Où :

$u$  : champ de vitesse;

- $\rho$  : densité du fluide;  
 $\sigma$  : tenseur des contraintes;  
 $f$  : forces de corps agissant sur le fluide;

Le tenseur des contraintes est défini par la formulation suivante [8]:

$$\sigma = -pI + \mu \dot{\gamma}(u) \quad (2-3)$$

Où :

- $p$  : pression du fluide;  
 $I$  : tenseur métrique;  
 $\dot{\gamma}(u) = [\nabla u + \nabla^T u]$ : tenseur du taux de déformation.

## 2.2 Formulation variationnelle.

La résolution d'un système d'équations par la méthode des éléments finis demande leur transformation en une formulation variationnelle. Cette forme s'obtient en multipliant les équations par une fonction test appropriée et en les intégrant sur le domaine de calcul  $\Omega$ . Ces fonctions appartiennent aux espaces suivants:

$$\tilde{u} \in H^1(\Omega) \quad (2-5)$$

$$\tilde{p} \in L^2(\Omega) \quad (2-6)$$

$$H^1(\Omega) = \left\{ u \in L^2(\Omega) \mid \frac{\partial u}{\partial x_i} \in L^2(\Omega) \right\} \quad (2-7)$$

$$L^2(\Omega) = \left\{ u \mid \int_{\Omega} u^2 d\Omega < \infty \right\} \quad (2-8)$$

Ici,  $H^1(\Omega)$  représente l'espace de Hilbert comprenant les fonctions qui appartiennent à  $L^2(\Omega)$  dont les dérivées premières, prises au sens des distributions, appartiennent à  $L^2(\Omega)$ ; et  $L^2(\Omega)$ , l'ensemble des fonctions de carrés sommables sur  $\Omega$ .

Les fonctions test choisies doivent s'annuler aux frontières où on impose des conditions de Dirichlet et doivent faire partie de l'espace approprié. Pour les équations de Navier - Stokes, les fonctions test pour les vitesses doivent faire partie de l'espace de Hilbert, alors qu'elle est suffisant pour celles de pressions faire partie de l'espace des fonctions de carré sommable  $L^2(\Omega)$ .

En multipliant par les fonctions test appropriées, le système d'équation peut s'écrire de la façon suivante:

$$\int_{\Omega} \tilde{u} \cdot \{ \rho (u \cdot \nabla) u - \nabla \cdot \sigma \} d\Omega = \int_{\Omega} \tilde{u} \cdot f d\Omega \quad (2-9)$$

$$- \int_{\Omega} \tilde{p} \nabla \cdot u d\Omega = 0 \quad (2-10)$$

En utilisant la relation suivante:

$$\nabla \cdot (\sigma \cdot \tilde{u}) = (\nabla \cdot \sigma) \cdot \tilde{u} + \sigma : \nabla \tilde{u} \quad (2-11)$$

Le terme contenant le tenseur des contraintes peut être transformé de la façon suivante:

$$\int_{\Omega} (\nabla \cdot \sigma) \cdot \tilde{u} d\Omega = \int_{\Omega} \nabla \cdot (\sigma \cdot \tilde{u}) d\Omega - \int_{\Omega} \sigma : \nabla \tilde{u} d\Omega \quad (2-12)$$

Où deux points indiquent la double contraction. En appliquant le théorème de la divergence, le premier terme de droite devient:

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (\sigma \cdot \tilde{u}) d\Omega = \int_{\Gamma} (\sigma \cdot \tilde{u}) \cdot n d\Gamma \quad (2-13)$$

Après substitution, la formulation variationnelle des équations de Navier - Stokes devient:

$$\int_{\Omega} \tilde{u} \cdot \{ \rho (u \cdot \nabla) u \} d\Omega + \int_{\Omega} \sigma : \nabla \tilde{u} d\Omega = \int_{\Omega} \tilde{u} \cdot f d\Omega + \int_{\Gamma} (\sigma \cdot \tilde{u}) \cdot n d\Gamma \quad (2-14)$$

$$- \int_{\Omega} \tilde{p} \nabla \cdot u d\Omega = 0 \quad (2-15)$$

### 2.3 Formulation bidimensionnelle cartésienne.

Dans le cas de l'écoulement bidimensionnelle cartésien, le tenseur des contraintes prend la forme suivante:

$$[\sigma_{ij}] = -pI + \mu \begin{bmatrix} 2 \frac{\partial u}{\partial x} & \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 2 \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

et les équations du mouvement selon x et y ainsi que la continuité s'écrivent:

$$\int_{\Omega} \tilde{u} \rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) d\Omega + \int_{\Omega} \left\{ \sigma_{xx} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \sigma_{xy} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right\} d\Omega = \int_{\Omega} \tilde{u} f_x d\Omega + \int_{\Gamma} \tilde{u} \tilde{t}_x d\Gamma \quad (2-17)$$

$$\int_{\Omega} \tilde{v} \rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) d\Omega + \int_{\Omega} \left\{ \sigma_{yx} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \sigma_{yy} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right\} d\Omega = \int_{\Omega} \tilde{v} f_y d\Omega + \int_{\Gamma} \tilde{v} \tilde{t}_y d\Gamma \quad (2-18)$$

$$-\int_{\Omega} \tilde{p} \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right\} d\Omega = 0 \quad (2-19)$$

Où l'aire d'intégration infinitésimale est donnée par:

$$d\Omega = dx.dy \quad (2-20)$$

et les tractions aux frontières par:

$$\hat{t}_x = \sigma_{xx} n_x + \sigma_{xy} n_y \quad (2-21)$$

$$\hat{t}_y = \sigma_{yx} n_x + \sigma_{yy} n_y \quad (2-22)$$

Le problème variationnel revient à trouver les solutions pour  $u$  et  $v \in H^1(\Omega)$  et  $p \in L^2(\Omega)$  telle que le système précédent possède une solution unique.

## 2.4 Discrétisation par éléments finis.

La solution discrète du système d'équation consiste en une approximation de la solution exacte  $u$ ,  $v$ ,  $p$  par  $u_h$ ,  $v_h$ ,  $p_h$ . Ces approximations appartiennent aux espaces discrets  $V_h \subset H^1(\Omega)$  pour la vitesse et  $Q_h \subset L^2(\Omega)$  pour la pression.

Conséquemment, les interpolations élémentaires doivent au moins être linéaires en vitesse et constantes par élément en pression. De plus, il est préférable de choisir des approximations qui respectent la condition de Brezzi - Babuska et qui ont fait leur preuve du point de vue de la stabilité numérique. D'autre part, les éléments triangulaires qui permettent la modélisation des géométries complexes et le raffinement du maillage, sont idéaux pour l'adaptativité du maillage avec l'équirépartition de l'erreur.

L'élément choisi est le  $P_2$  et  $P_1$  dont les interpolations sont quadratiques en vitesse et linéaire en pression

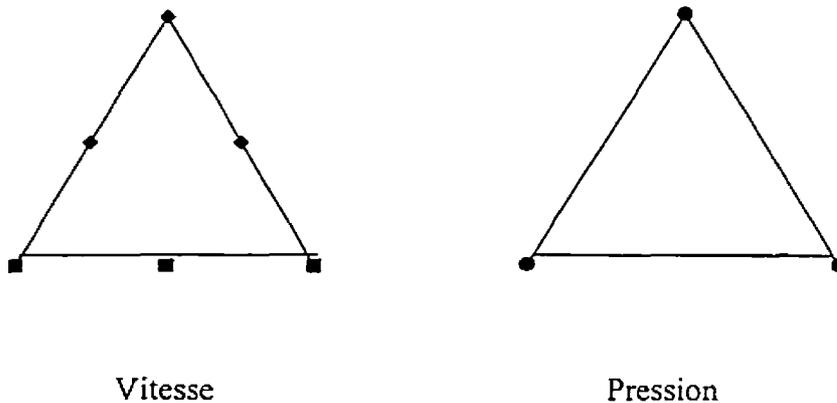


Figure 2-1 : Noeuds en vitesse et pression associées à l'élément Taylor - Hood ( $P_1, P_2$ )

Le nouveau système à résoudre, pour chaque élément  $\Omega_e$  devient alors:

$$\begin{aligned}
 \int_{\Omega} \tilde{u}_h \rho \left( u_h \frac{\partial u_h}{\partial x} + v_h \frac{\partial u_h}{\partial y} \right) d\Omega_e + \int_{\Omega} \mu \left\{ \sigma_{xx} \frac{\partial u_h}{\partial x} + \sigma_{xy} \frac{\partial v_h}{\partial y} \right\} d\Omega_e \\
 = \int_{\Omega} \tilde{u}_h f_x d\Omega_e + \int_{\Gamma_i} \tilde{u}_h \tilde{t}_x d\Gamma_e
 \end{aligned} \tag{2-23}$$

$$\int_{\Omega} \tilde{v}_h \rho \left( u_h \frac{\partial v_h}{\partial x} + v_h \frac{\partial \tilde{v}_h}{\partial y} \right) d\Omega_e + \int_{\Omega} \mu \left\{ \sigma_{xx} \frac{\partial \tilde{v}_h}{\partial x} + \sigma_{yy} \frac{\partial v_h}{\partial y} \right\} d\Omega_e$$

$$= \int_{\Omega} \tilde{v}_h f_y d\Omega_e + \int_{\Gamma_i} \tilde{v}_h \tilde{t}_y d\Gamma_e \quad (2-24)$$

$$- \int_{\Omega} \tilde{p}_h \left\{ \frac{\partial u_h}{\partial x} + \frac{\partial v_h}{\partial y} \right\} d\Omega_e = 0 \quad (2-25)$$

Où

$$\sigma = -p_h I + \mu [\nabla u_h + \nabla^T u_h] \quad (2-26)$$

$$\tilde{u}_h, \tilde{v}_h \in V_h$$

$$\tilde{p}_h, p_h \in Q_h$$

## 2.5 Adimensionalisation des équations

Les équations de Navier - Stokes dans le cas d'un écoulement incompressible, en régime permanent et les propriétés du fluide constantes se résume à l'équation de la conservation de la quantité de mouvement et à l'équation de conservation de la masse:

$$\rho (u \cdot \nabla) u = \nabla \cdot [-p I + \mu (\nabla u + \nabla^T u)] + f \quad (2-27)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (2-28)$$

On choisi des paramètres de références caractéristiques du problème à résoudre:

$U_0$  : une vitesse de référence

$P_0$  : une pression de référence et égale à  $\rho U_0^2$

$L_0$  : une longueur de référence.

Et on introduit les variables adimensionnelles:

$$\tilde{x} = \frac{x}{L_0} \quad (2-29)$$

$$\tilde{u} = \frac{u}{U_0} \quad (2-30)$$

$$\tilde{p} = \frac{p}{P_0} = \frac{p}{\rho U_0^2} \quad (2-31)$$

en remplaçant ces quantités dans les équations (2-29), (2-30) et (2-31), on obtient la forme adimensionnelle suivante:

$$(\tilde{u} \cdot \nabla) \tilde{u} = \tilde{\nabla} \tilde{p} + \frac{1}{\text{Re}} \tilde{\nabla} \cdot [(\tilde{\nabla} \tilde{u} + \tilde{\nabla}^T \tilde{u})] + \hat{f} \quad (2-32)$$

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{u} = 0 \quad (2-33)$$

## 2-6 Estimateur d'erreur.

La stratégie numérique utilisée pour la résolution du problème de l'écoulement à travers une cascade est l'utilisation d'un estimateur d'erreur (erreur relative cible) permettant le processus d'adaptation du maillage.

L'estimateur d'erreur utilisé est basé sur un algorithme de projection [19] qui tente de rendre la solution projetée plus riche que la solution numérique. La différence entre la solution exacte  $u$  et la solution numérique  $u_h$  calculé sur l'espace de discrétisation est une erreur d'approximation:

$$\|e\|_{1,\epsilon} = \|u - u_h\|_{1,\epsilon}$$

Comme  $u$  est à priori inconnu, on approxime la solution exacte par une projection, notée  $u^*$ , de la solution numérique  $u_h$ .

$$\|u - u_h\|_{1,e} \cong \|u^* - u_h\|_{1,e}$$

Par construction de la solution projetée, la norme de l'erreur dépend uniquement des gradients de la solution [21], on peut donc écrire:

$$\|e\|_{1,e} \cong \|\nabla u^* - \nabla u_h\|_{1,e}$$

L'erreur d'approximation de la solution peut être minimisée soit en réduisant la taille des éléments, soit en augmentant le degré d'approximation [21].

$$\|u - u_h\|_{1,e} \leq ch_e^p \|u\|_{k+1,e}$$

où :

- c: une constante indépendante de  $u$  et  $u_h$ .
- $h_e$ : la taille élémentaire caractéristique d'un élément.
- p: le taux de convergence ( $p = k + 1 - m > 0$ ).
- k: l'ordre de polynômes d'interpolation.
- m: prend la valeur de 1 pour les équations de second ordre.

À l'aide de l'approximation d'erreur, on peut définir la taille optimale ( $h$  optimale) d'un élément en fonction de l'erreur relative cible:

$$h_{optimale,e} = h_e \frac{\text{Erreur relative cible} \times \|u_h\|_{1,\Omega}}{\|e\|_{1,e} \times \sqrt{N}}$$

Où  $N$  représente le nombre d'éléments. On obtient une taille optimale de chaque élément en fonction de l'erreur sur  $u$ ,  $v$  et  $p$ . On conserve la taille optimale minimum pour modifier le maillage existant. La technique d'adaptation construit donc un nouveau maillage, à l'aide de la librairie ADX, où l'estimateur d'erreur définit la taille optimale des éléments en posant comme principe que tout élément doit contribuer également à l'erreur visé (équitartition de l'erreur).

L'erreur relative cible est un indicateur et ne donne aucune information sur l'erreur de la solution. Cependant, une solution adaptée à un faible pourcentage est plus précise que celle à un pourcentage plus élevé et en comparant les solutions correspondant à des erreurs relatives différentes, on peut vérifier si la solution numérique est indépendante ou non du maillage.

## 2.7 Conditions aux limites

Les conditions limites dans le cas de l'écoulement à travers une cascade sont des conditions dites de Dirichlet pour la vitesse à l'entrée. Dans le cas d'une paroi solide, les composantes de vitesse sont nulles: adhérence à la paroi.

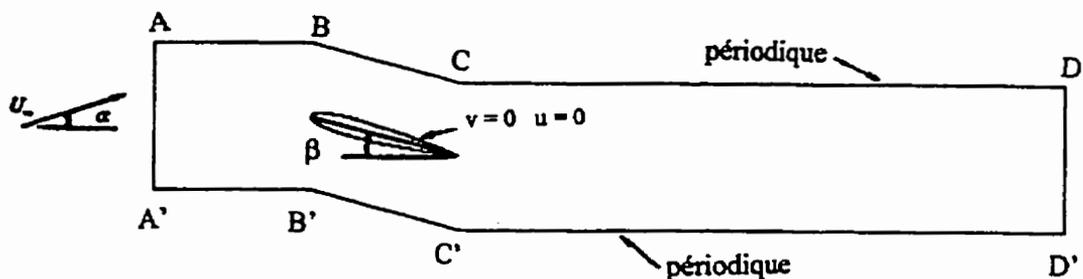


Figure 2-2 : Géométrie et conditions limites

## Chapitre 3

### Stratégie numérique de résolution

L'étude de la performance d'une cascade nécessite la résolution des équations de Navier-Stokes à plusieurs régimes de l'écoulement ( $Re$ ) et pour des conditions d'entrées différentes, tout en adaptant le maillage afin de contrôler l'erreur sur la solution. De plus, la linéarisation des équations implique une convergence conditionnelle à la solution initiale. Pour obtenir la solution à des nombres de  $Re$  élevés en régime permanent, il faut résoudre d'abord l'écoulement pour un faible de  $Re$ . Ensuite, on utilise cette solution comme une solution initiale pour résoudre à un  $Re$  plus grand, ce qui est appelé une montée en  $Re$ .

#### 3.1 Linéarisation du système d'équation.

Les équations de Navier - Stokes constituent un système d'équations non-linéaires dû à la présence du terme  $\rho(u \cdot \nabla)u$ . La méthode de Newton a été utilisée pour linéariser le système d'équation.

De façon générale, on doit résoudre le système d'équation suivant:

$$A(x^n) x^n = b \quad (3-1)$$

Où  $x^n$  représente le vecteur des inconnus. Si on connaît une solution initiale à l'intégration  $n$ , on cherche la solution à l'intégration suivante  $n+1$ . On écrit  $x^{n+1}$  sous forme:

$$x^{n+1} = x^n + \delta x \quad (3-2)$$

En remplaçant (2) dans (1), on obtient:

$$A(x^n + \delta x)(x^n + \delta x) = b \quad (3-3)$$

On développe en série de Taylor, l'équation devient:

$$A(x^n)x^n + \frac{\partial}{\partial x} [A(x^n)x^n] \delta x + 0(\text{sup}) = b \quad (3-4)$$

En négligeant les termes d'ordres supérieurs, on obtient le système d'équation à résoudre pour le vecteur de correction  $\delta x$ :

$$\frac{\partial}{\partial x} [A(x^n)x^n] \delta x = b - A(x^n)(x^n) \quad (3-5)$$

La matrice de gauche est appelé la matrice jacobienne et le vecteur à droit est le résidu.

$$J(x^n)\delta x = -R(x^n) \quad (3-6)$$

De façon générale, on considère que la solution a convergé lorsque la norme du résidu ainsi que la norme de la correction sont toutes deux plus petites que le critère d'arrêt  $\varepsilon$

$$\|\delta x\| \leq \varepsilon \quad (3-7)$$

$$\|R(x^{n+1})\| \leq \varepsilon \quad (3-8)$$

### 3.2 Les outils informatiques disponibles

La résolution du système d'équation, en variables primitives, par la méthode des éléments finis se fait à partir du programme EF, qui utilise la base de données PIRATE (Programme Intégré de Résolution, d'Analyse et de Traitement par Élément finis) développée par le groupe de recherche MIAO de l'école Polytechnique de Montréal. Les programmes GEO et MARS permettent de créer les géométries ainsi que leur maillage. La librairie ADX permet l'adaptation du maillage et le logiciel VU est utilisé pour visualiser la solution. Le programme EF résolu les équations sous forme du système matriciel suivant:

$$\begin{bmatrix} K_{uu} + A_{uu} + L_{uu} & K_{uv} + L_{uv} & B_{up} \\ K_{vu} + L_{vu} & K_{vv} + A_{vv} + L_{vv} & B_{vp} \\ B_{pu} & B_{pv} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_u \\ \delta_v \\ \delta_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_u \\ -R_v \\ -R_p \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

Ici:  $K_{uu}$ ,  $K_{uv}$ ,  $K_{vu}$ ,  $K_{vv}$ : Matrices de diffusion

$B_{up}$ ,  $B_{vp}$ : Gradient faible

$B_{pu}$ ,  $B_{pv}$ : Divergence faible

$A_{uu}$ ,  $A_{vv}$ : Matrices de convection

$L_{uu}$ ,  $L_{uv}$ ,  $L_{vu}$ ,  $L_{vv}$ : Matrices de linéarisation de Newton

### 3.3 Stratégie de solution

1. Lire le nombre de géométrie et de maillage.
2. Boucler pour effectuer la montée de Re:
  - Lire le nombre de Re cible.

3. Boucler pour interpoler la solution et adapter le maillage :

- Convertir la géométrie du format MARS à EF.
- Interpoler la solution entre les maillages adaptés pour un même  $Re$ .
- Appeler EF pour résoudre et ADX pour adapter le maillage.

◇ Si la solution est convergée et que tous les cycles d'adaptation sont complétés, sauvegarder la solution et le nouveau maillage, puis retourner à 2.

◇ Si la solution diverge, diminuer le nombre de Reynolds et répéter 3.

◇ Si la solution diverge même avec un saut en  $Re$  de un, arrêter les essais pour ces conditions frontières.

◇ S'il y a une erreur fatale, arrêter tous les essais.

Noter que si la solution diverge à un nombre de Reynolds quelconque, les essais ne sont pas interrompus. Le programme réduit l'écart entre le dernier nombre de  $Re$  où la solution a été convergée pour tous les cycles d'adaptation et le nombre de  $Re$  courant. Le processus continue. Si la solution diverge même avec un saut de  $Re$  de 1, les essais seront interrompus.

## Chapitre 4

### Présentation des résultats

Ce chapitre présente les résultats obtenues lors des simulations de l'écoulement dans une cascade. Après avoir présenté le modèle physique et la stratégie numérique utilisée, plusieurs résultats concernant la configuration, la condition d'entrée... sont analysés. À partir de ces résultats, on cherche à quelle condition, la perte de charge est minimum.

#### 4.1 Hypothèses de modélisation et stratégie numérique.

On cherche à minimiser la perte de charge de l'écoulement à travers une cascade pour des conditions d'entrée différentes de l'écoulement et pour les angles différents du profil. On suppose que l'écoulement à travers cette cascade soit incompressible, laminaire et isotherme. De plus, il est périodique.

La géométrie de cette cascade est illustrée schématiquement à la figure 2.2. Le profil NACA se fait avec la direction  $x$  un angle  $\beta$ . La corde du profil a été choisie comme la longueur caractéristique. La vitesse d'entrée est uniforme et fait avec la direction  $x$  un angle  $\alpha$ . Sur les frontières ABCD, A'B'C'D', on impose la condition périodique. Le but étant d'obtenir la configuration optimale, on simule les différents régimes de l'écoulement en modifiant les conditions : l'angle d'entrée ( $\alpha = 0^0, 10^0$  et  $15^0$ ) et l'angle du profil ( $\beta = 5^0, 10^0$  et  $15^0$ ) pour des nombres de Reynolds qui varient de  $10^2$  à  $10^3$ , ainsi

que pour des erreurs relatives cibles de 5%, 10% et 15%. Le tableau suivant présente les valeurs considérées.

Paramètre	Descriptions	Valeurs
Re	Nombre de Reynolds	$10^2, 10^3$
$\alpha$	L'angle d'attaque	$0^0, 10^0, 15^0$
$\beta$	L'angle du profil	$5^0, 10^0, 15^0$

Tableau 4.1 Éventail des valeurs de différents paramètres adimensionnelles utilisées pour l'étude paramétrique.

On vérifie que si la solution a convergé en évaluant la différence entre la perte de charge obtenue pour les essais avec l'erreur relative de 10% et l'erreur relative de 5%, ce qui est illustré dans la figure 4-2 et figure 4-3. La plupart des différences entre les pertes de charge à 5% et à 10% se situe bien en dessous de 0,003505 à Re de 100 et de 0,005 à Re de 1000, ce qui indique que la solution est suffisamment convergée.

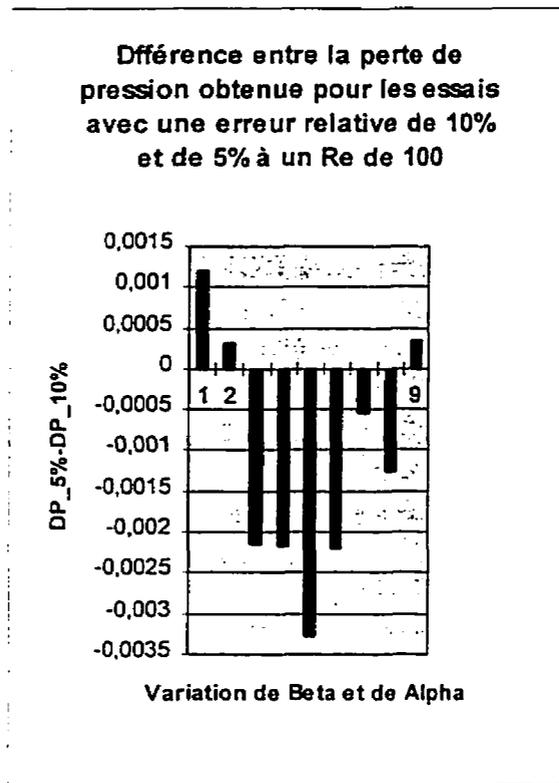


Figure 4- 1 : Différence entre la perte de charge pour les essais avec une erreur relative de 10% et de 5% à un Re de 100.

Beta = 5 <sup>0</sup>			
	Alpha = 0 <sup>0</sup>	Alpha = 10 <sup>0</sup>	Alpha = 15 <sup>0</sup>
$\delta P_{5\%} - \delta P_{10\%}$	-0,00103745	-0,00178222	-0,00182904

Beta = 10 <sup>0</sup>			
	Alpha = 0 <sup>0</sup>	Alpha = 10 <sup>0</sup>	Alpha = 15 <sup>0</sup>
$\delta P_{5\%} - \delta P_{10\%}$	-0,00182904	-0,00490372	-0,00018794

	Beta = 15°		
	Alpha = 0°	Alpha = 10°	Alpha = 15°
$\delta P_{5\%} - \delta P_{10\%}$	-0,00317295	-0,00283796	-0,00135675

Tableau 4-2: Différence entre la perte de charge pour les essais avec une erreur relative de 10% et de 5% à un Re de 100

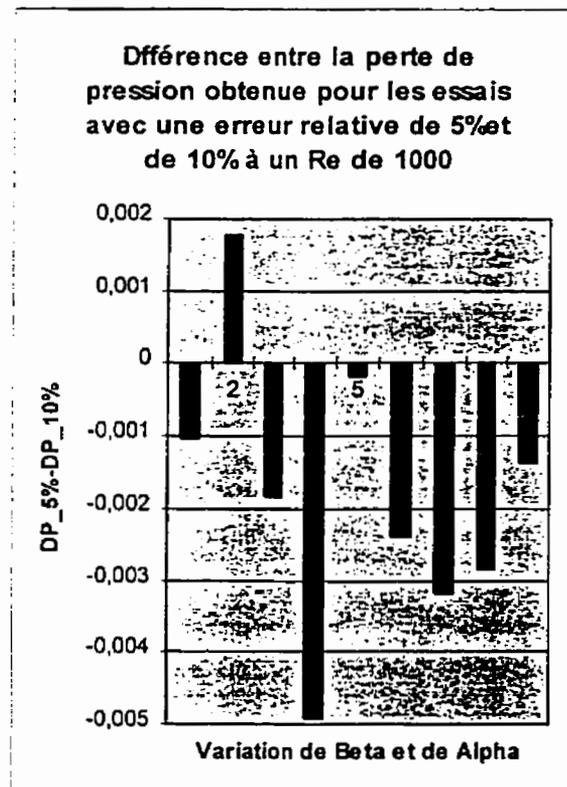


Figure 4- 2 : Différence entre la perte de charge pour les essais avec une erreur relative de 10% et de 5% à un Re de 1000.

Beta = 5°			
	Alpha = 0°	Alpha = 10°	Alpha = 15°
$\delta P_{5\%} - \delta P_{10\%}$	-0,00119461	0,0003193	-0,00214327

Beta = 10°			
	Alpha = 0°	Alpha = 10°	Alpha = 15°
$\delta P_{5\%} - \delta P_{10\%}$	-0,00216904	-0,00328884	-0,00219541

Beta = 15°			
	Alpha = 0°	Alpha = 10°	Alpha = 15°
$\delta P_{5\%} - \delta P_{10\%}$	-0,00053357	-0,00127043	0,00034098

Tableau 4- 3 : Différence entre la perte de charge pour les essais avec une erreur relative de 10% et de 5% à un Re de 1000.

## 4.2 Résultats comparatifs pour des configurations différentes.

Des simulations sont réalisées pour trois configurations avec l'angle du pdrofil  $\beta$  de  $5^\circ$ ,  $10^\circ$  et  $15^\circ$ . Ces configurations sont illustrées à la figure 2.2. On impose les conditions de Dirichlet de la vitesse addimensionnelle à l'entrée ( $V_\infty = 1$ ). On simule avec trois angles  $\alpha$  ( $\alpha = 0^\circ, 10^\circ$  et  $15^\circ$ ). À partir des maillages initiaux, des résultats en termes de maillages, d'iso de vitesses, d'iso de pressions et de champs de vitesses sont obtenus pour des erreurs relatives de 5%, 10% et 15% et pour l'angles  $\alpha$  de  $0^\circ$ ,  $10^\circ$  et  $15^\circ$  au nombre de Reynolds de  $10^2$  et  $10^3$ .

En observant l'évolution des maillages ( de figure 4-4 à figure 4-25 ) en fonction du nombre de Reynolds et de l'erreur relative, on remarque que plus l'erreur relative diminue, plus il y a d'éléments dans la zone où le gradient de vitesse forte et le maillage illustre l'amincissement de la couche limite sur le profil, ainsi que les sillages générés par la présence du profil. Les solutions étant les mêmes à 5%, 10% et 15%, seule les iso de la vitesse, iso de la pression et les champs de la vitesse adaptés à 5% sont présentés.

Les iso de vitesse présentent l'évolutions de la couche limite et du sillage en fonction de Reynolds et l'angle  $\alpha$ . Plus le nombre de Reynolds augmente, plus la couche limite et le sillage sont minces. On observe aussi une zone de recirculation inter-aube. Cette zone diminue lorsque le nombre de Reynolds augmente.

Sur les iso de pression, on observe une petite zone au bord d'attaque où la pression varie beaucoup.

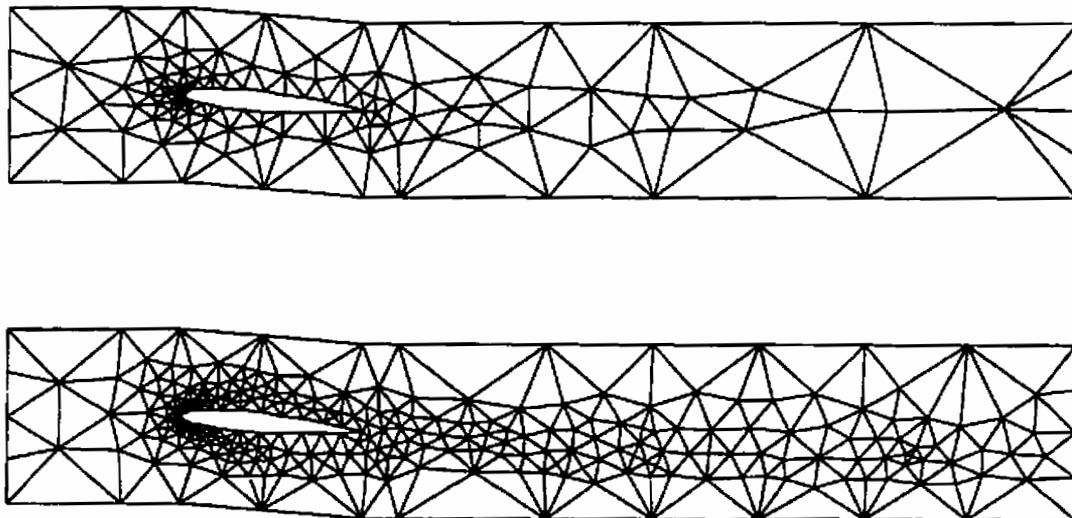


Figure 4.3: Maillages adaptés à 15% pour Beta de  $5^{\circ}$ , Alpha de  $0^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

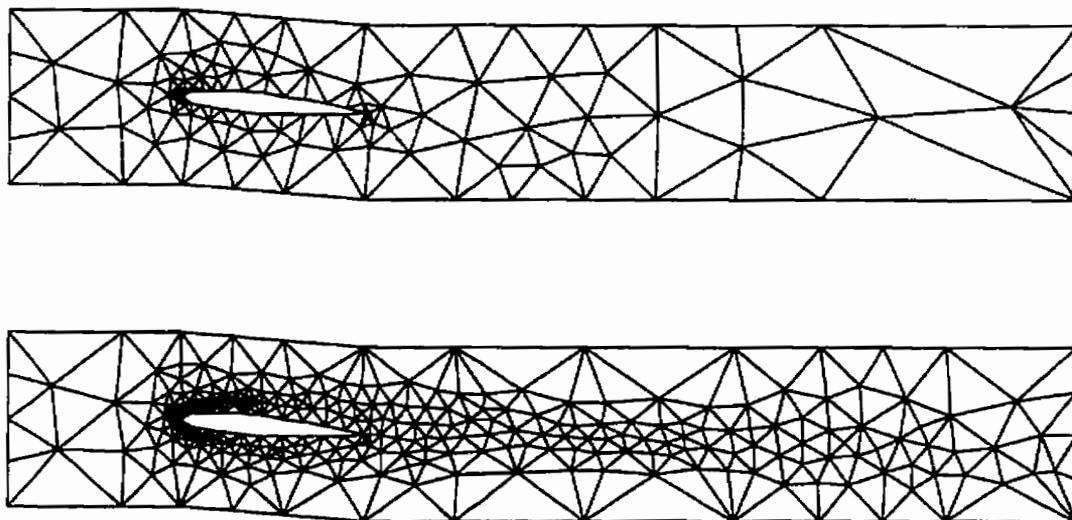


Figure 4.4: Maillages adaptés à 15% pour Beta de  $5^{\circ}$ , alpha de  $10^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

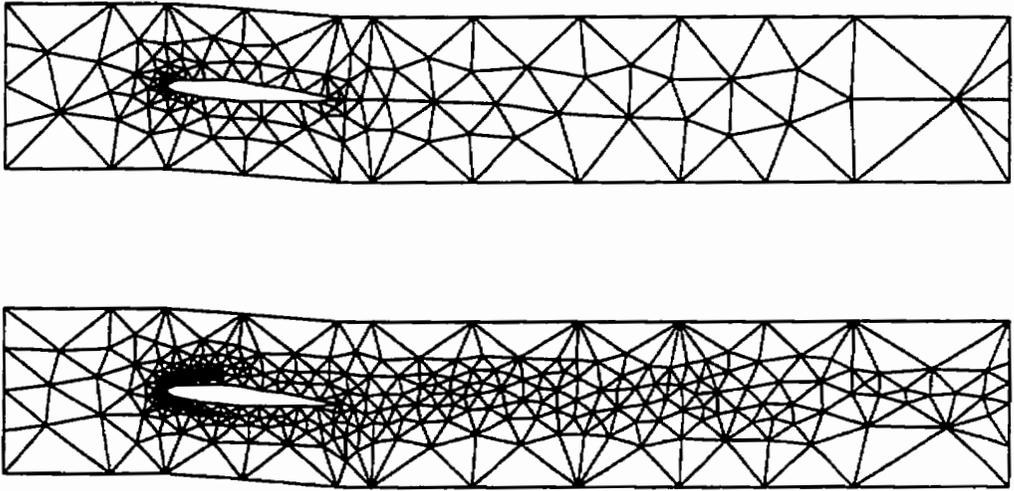


Figure 4.5: Maillages adaptés à 15% pour Beta de  $5^{\circ}$ , Alpha de  $15^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

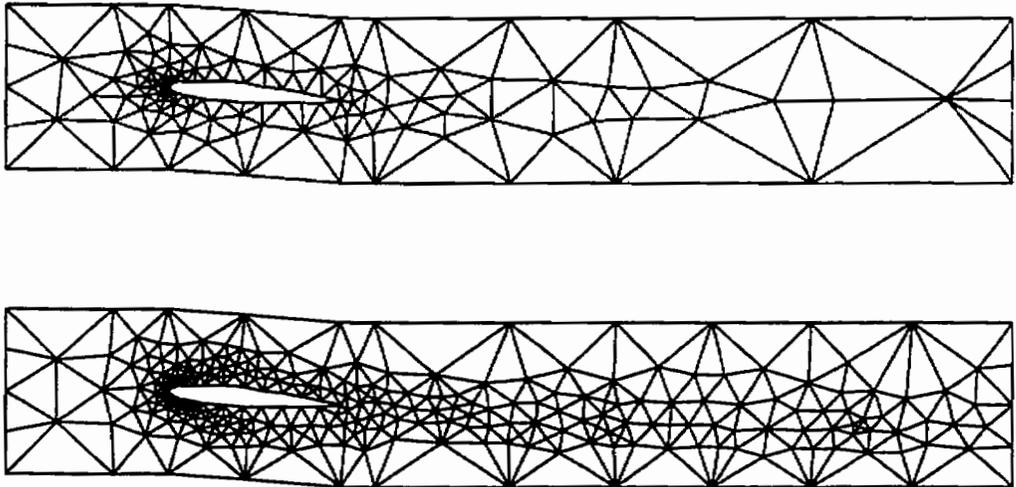


Figure 4.6: Maillages adaptés à 10% pour Beta de  $5^{\circ}$ , alpha de  $0^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

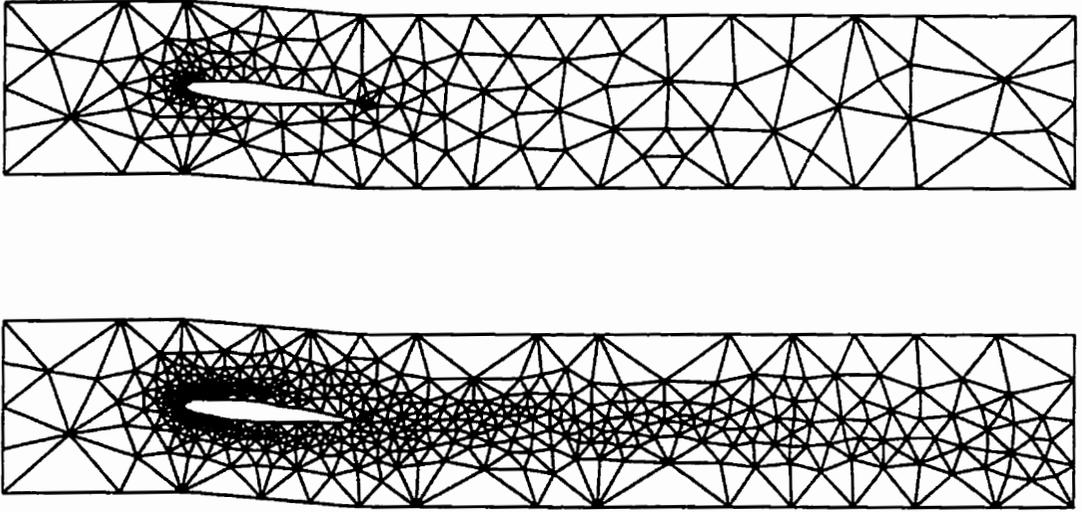


Figure 4.7: Maillages adaptés à 10% pour Beta de  $5^{\circ}$ , Alpha de  $10^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

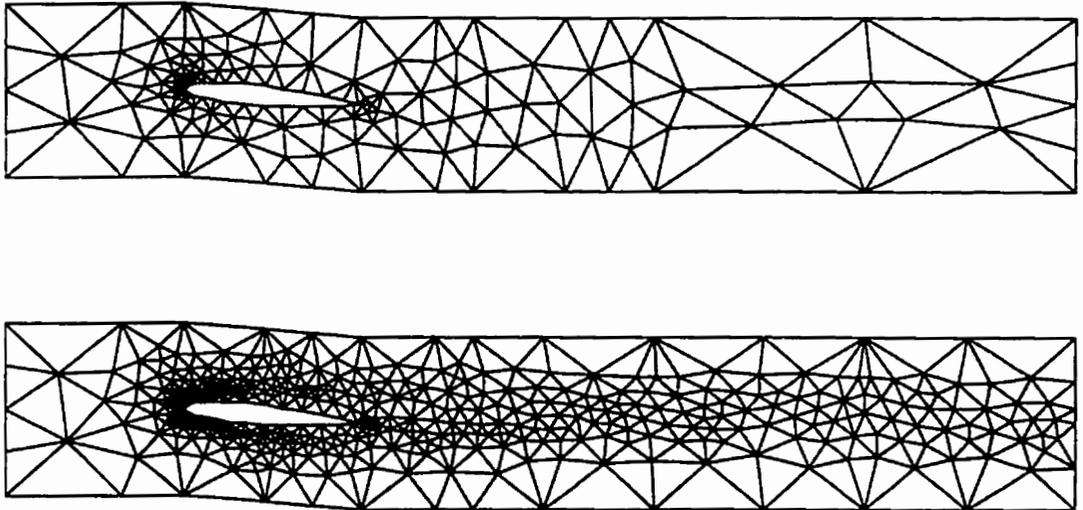


Figure 4.8: Maillages adaptés à 10% pour Beta de  $5^{\circ}$ , alpha de  $15^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

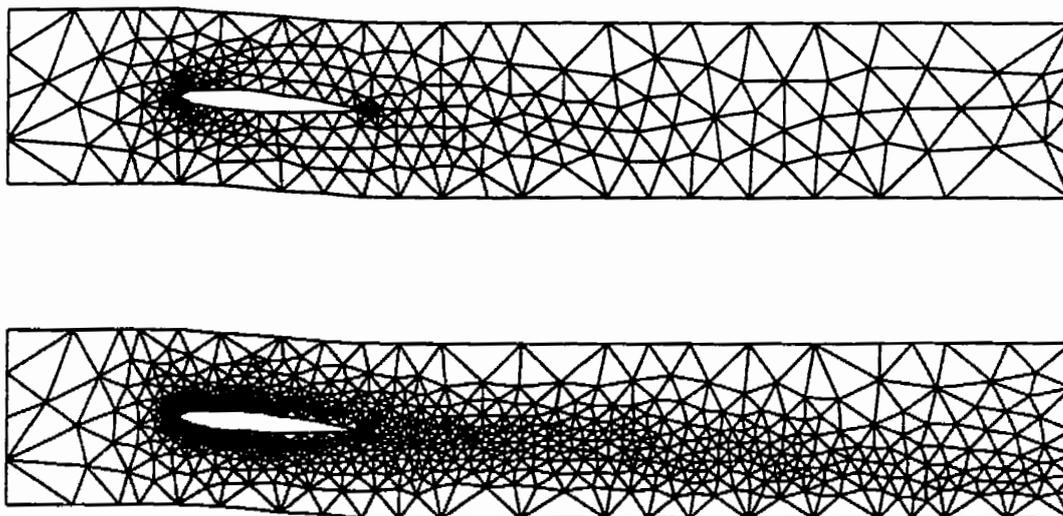


Figure 4.9: Maillages adaptés à 5% pour Beta de  $5^{\circ}$ , Alpha de  $0^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

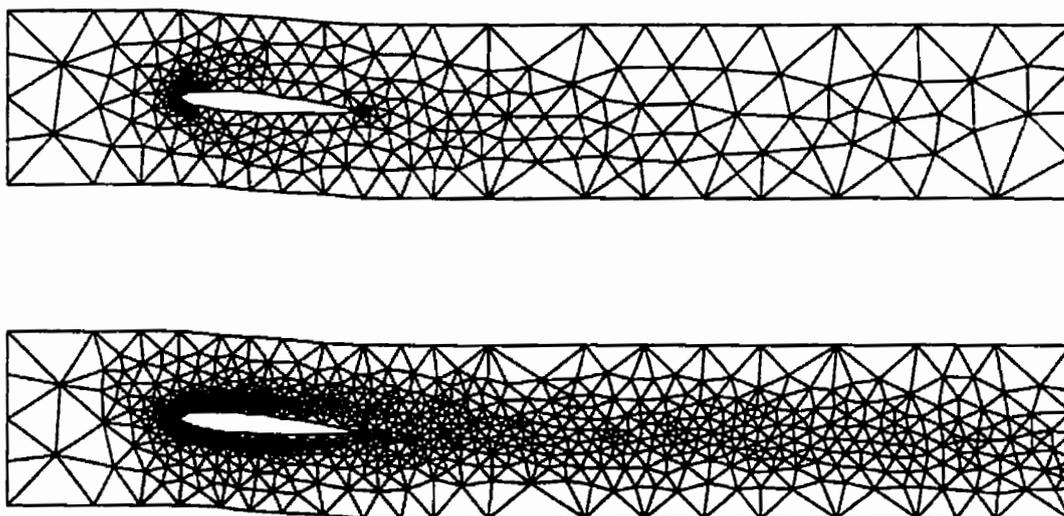


Figure 4.10: Maillages adaptés à 5% pour Beta de  $5^{\circ}$ , alpha de  $10^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

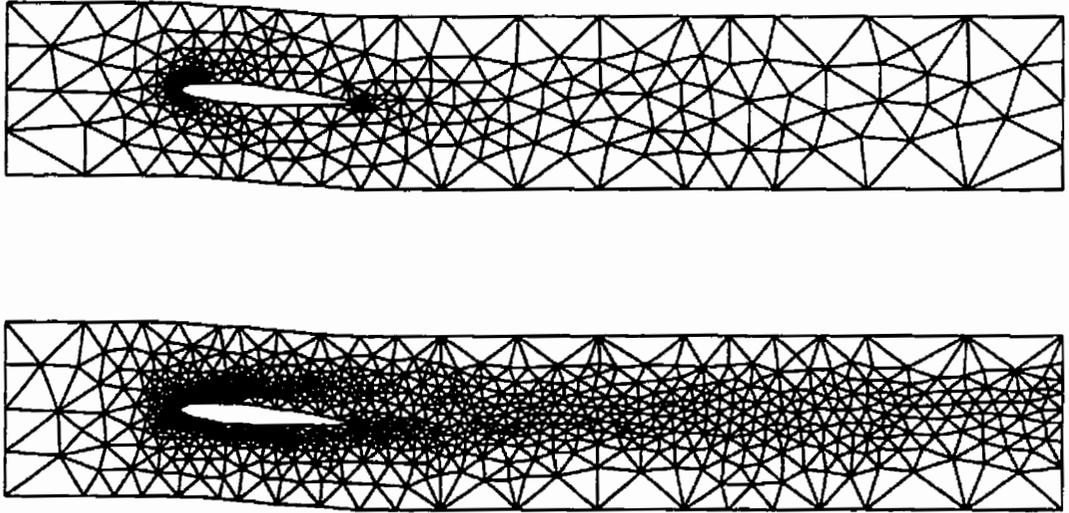


Figure 4.11: Maillages adaptés à 5% pour Beta de  $5^{\circ}$ , Alpha de  $15^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

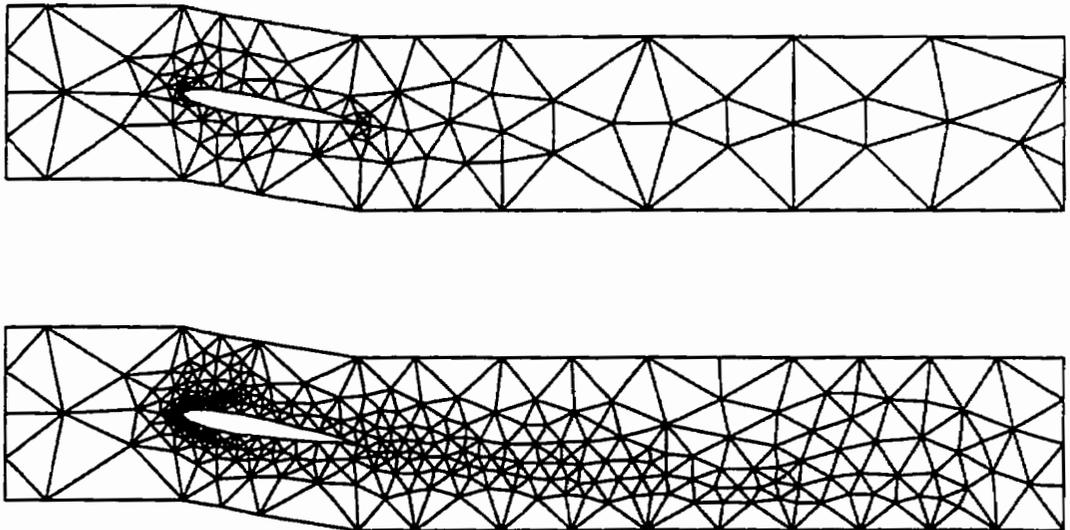


Figure 4.12: Maillages adaptés à 15% pour Beta de  $10^{\circ}$ , alpha de  $0^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

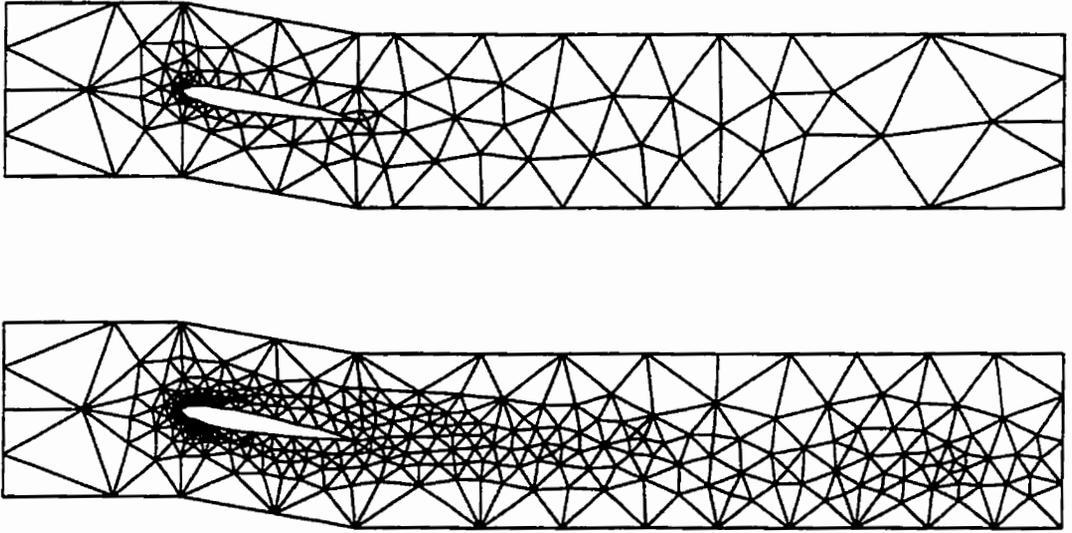


Figure 4.13: Maillages adaptés à 15% pour Beta de  $10^0$ , Alpha de  $10^0$  avec Re de 100 et de 1000

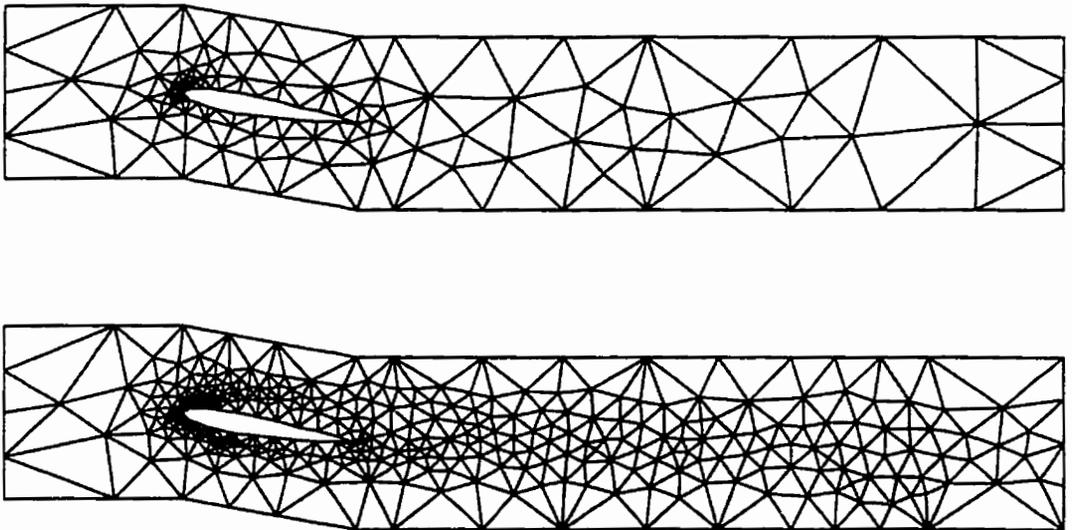


Figure 4.14: Maillages adaptés à 15% pour Beta de  $10^0$ , alpha de  $15^0$  avec Re de 100 et de 1000

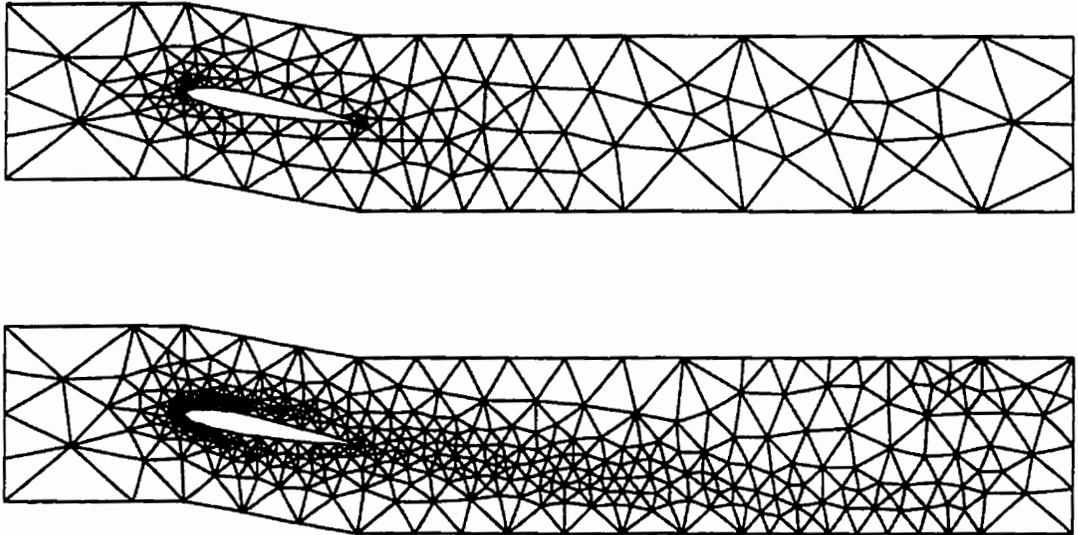


Figure 4.15: Maillages adaptés à 10% pour Beta de  $10^0$ , Alpha de  $0^0$  avec Re de 100 et de 1000

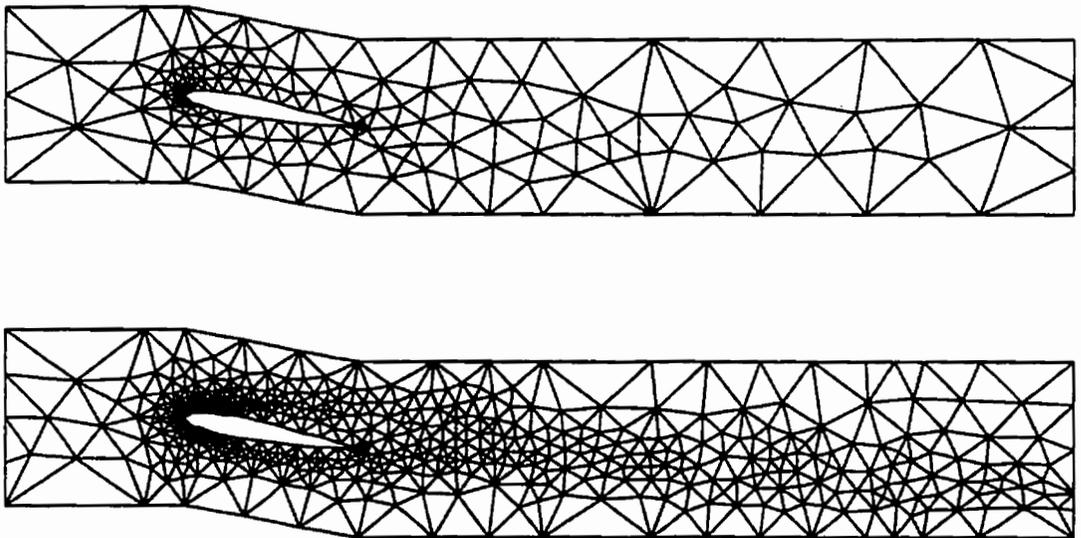


Figure 4.16: Maillages adaptés à 10% pour Beta de  $10^0$ , alpha de  $10^0$  avec Re de 100 et de 1000

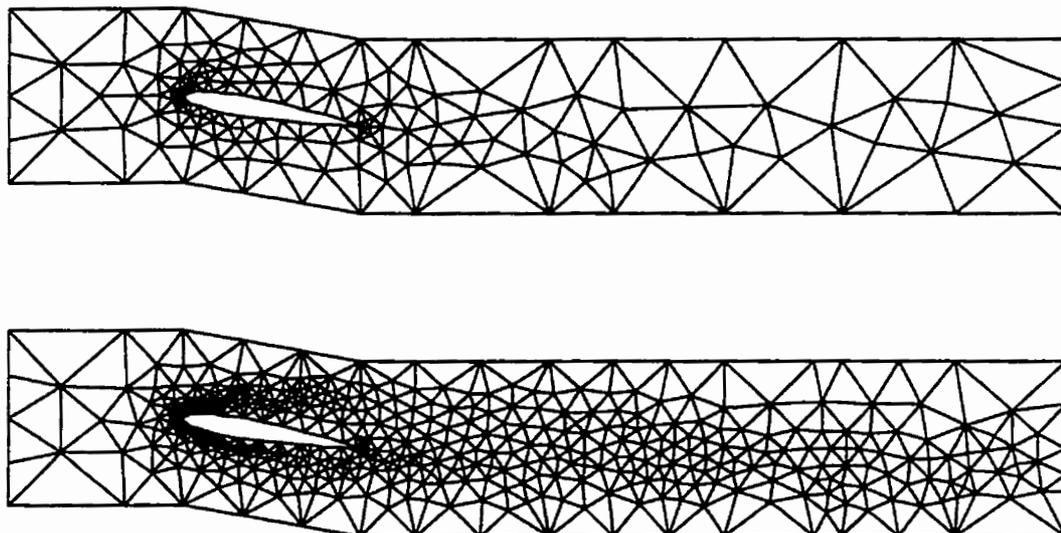


Figure 4.17: Maillages adaptés à 10% pour Beta de  $10^0$ , Alpha de  $15^0$  avec Re de 100 et de 1000

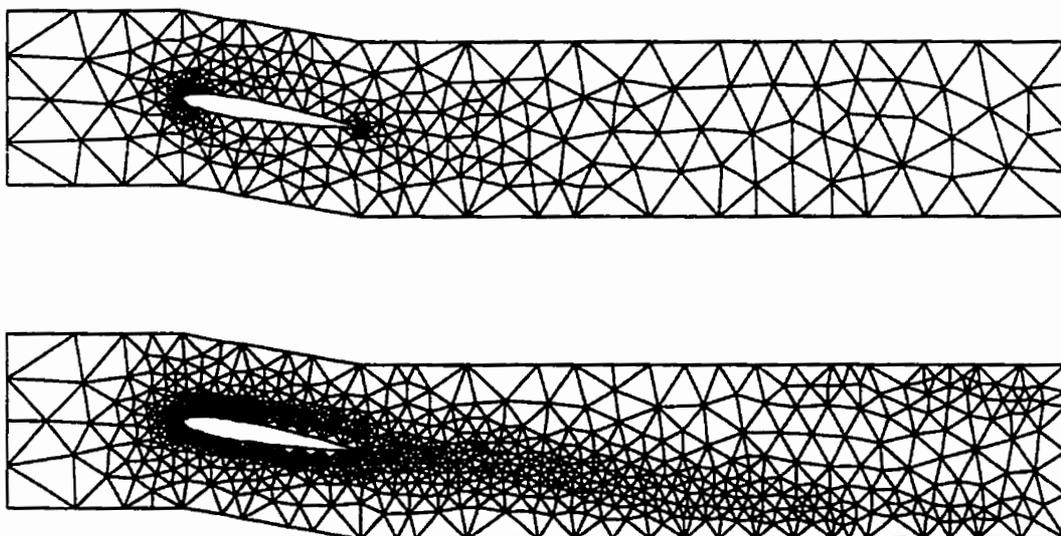


Figure 4.18: Maillages adaptés à 5% pour Beta de  $10^0$ , alpha de  $0^0$  avec Re de 100 et de 1000

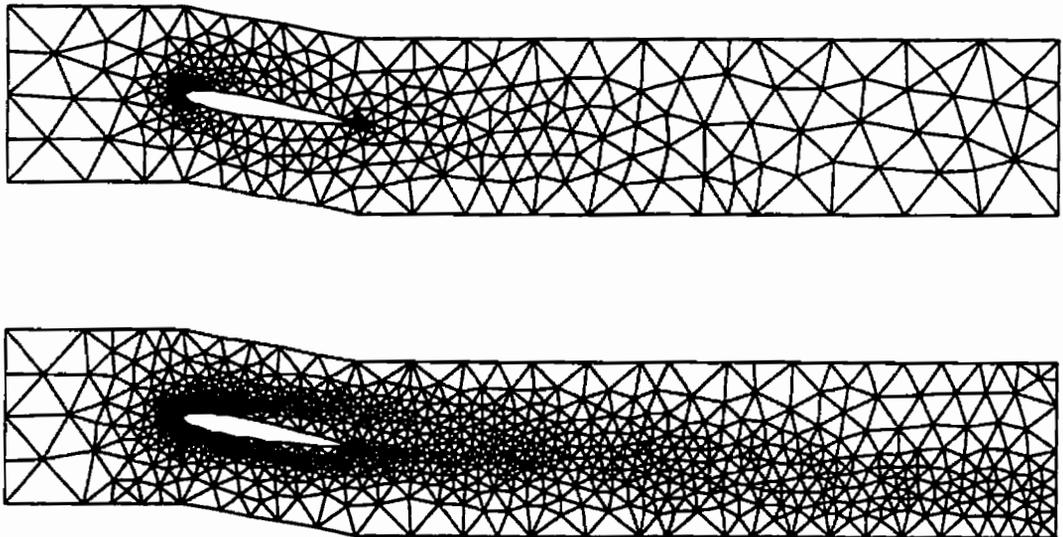


Figure 4.19: Maillages adaptés à 5% pour Beta de  $10^0$ , Alpha de  $10^0$  avec Re de 100 et de 1000

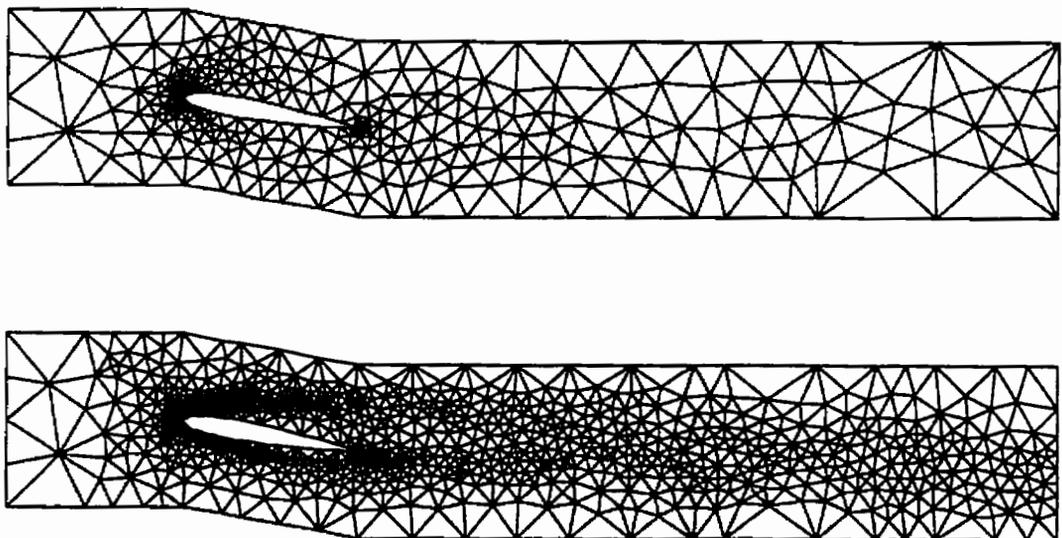


Figure 4.20: Maillages adaptés à 5% pour Beta de  $10^0$ , alpha de  $15^0$  avec Re de 100 et de 1000

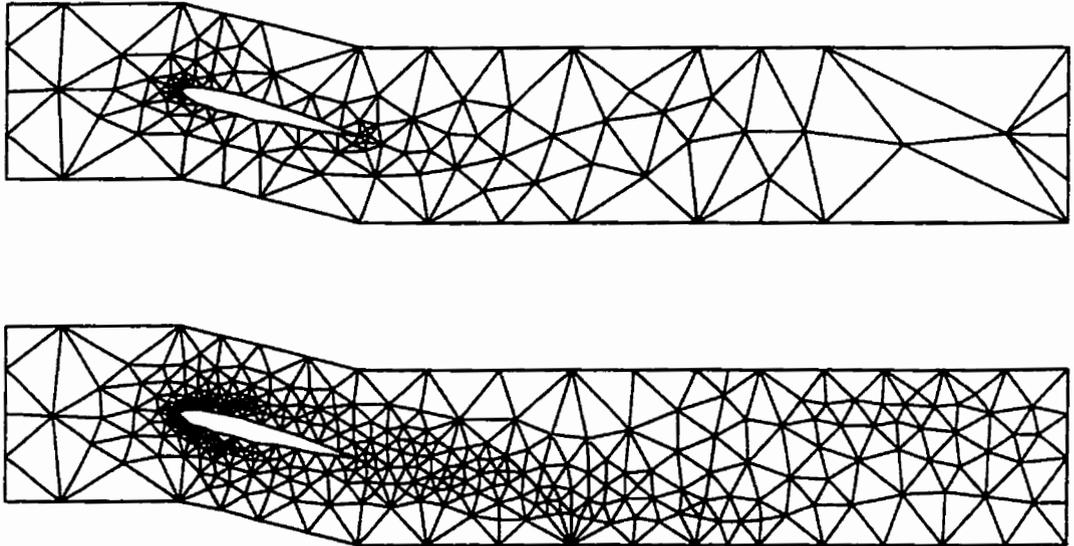


Figure 4.21: Maillages adaptés à 15% pour Beta de  $15^0$ , Alpha de  $0^0$  avec Re de 100 et de 1000

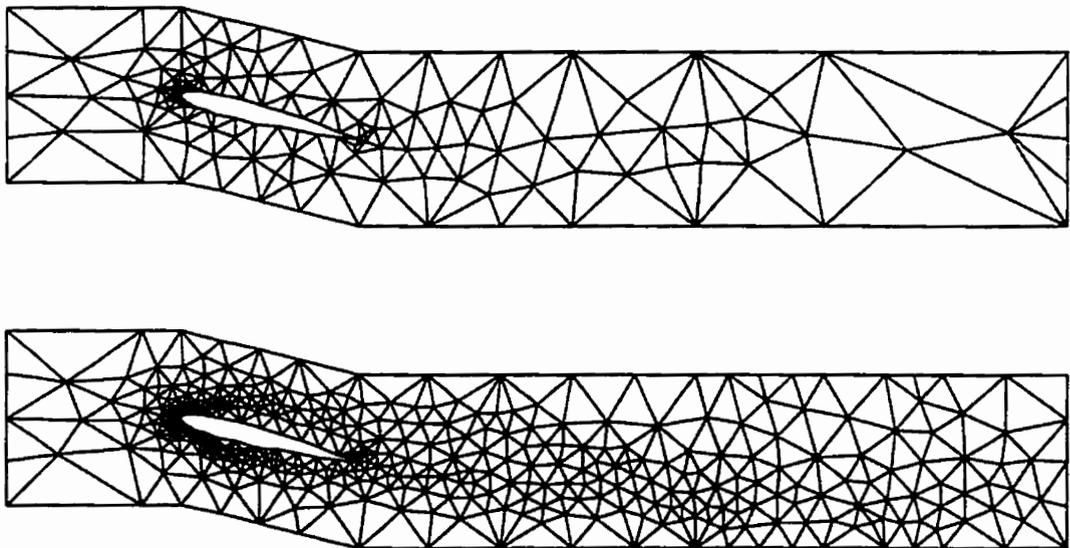


Figure 4.22: Maillages adaptés à 15% pour Beta de  $15^0$ , alpha de  $10^0$  avec Re de 100 et de 1000

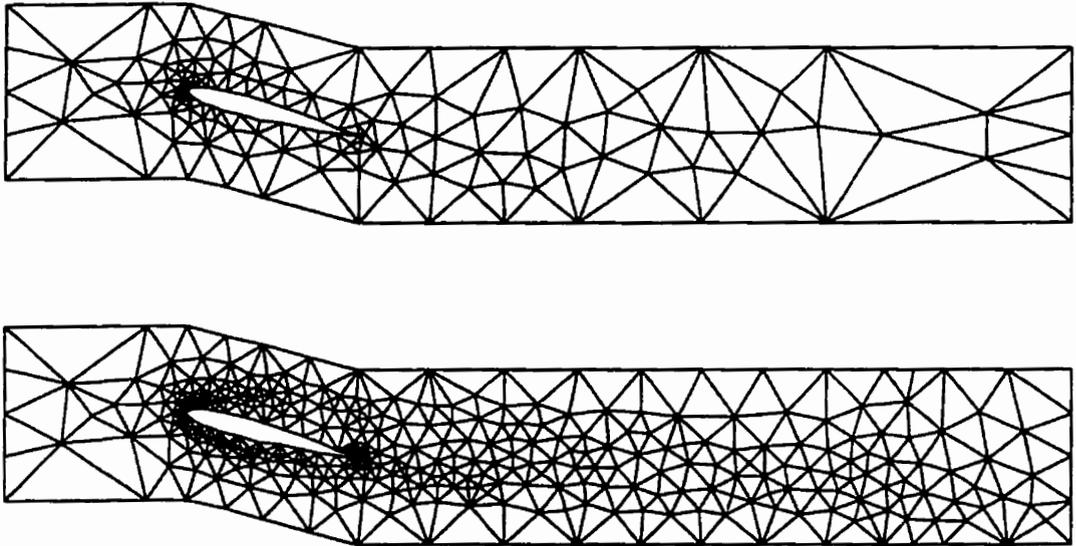


Figure 4.23: Maillages adaptés à 15% pour Beta de  $15^0$ , Alpha de  $15^0$  avec Re de 100 et de 1000

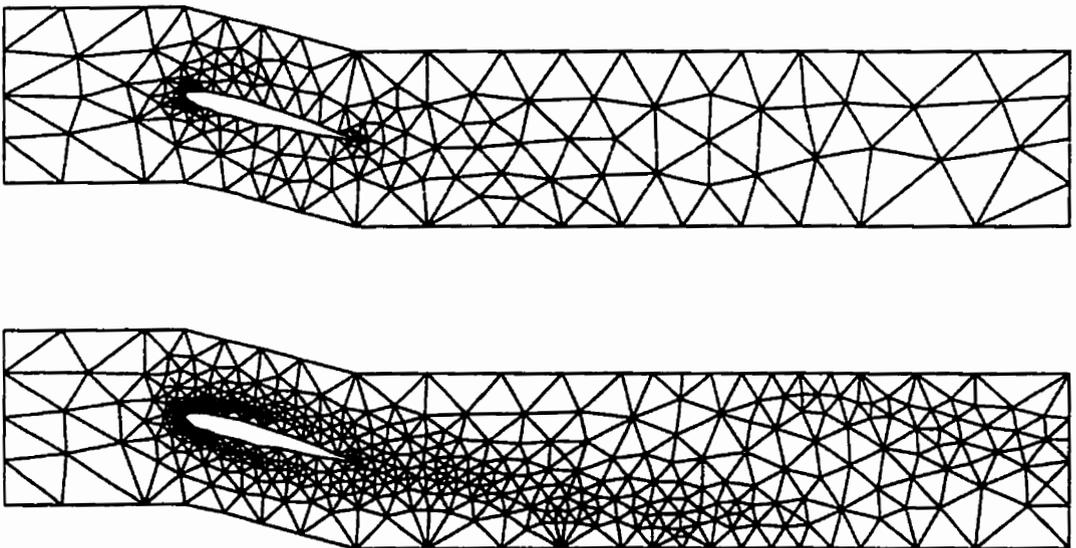


Figure 4.24: Maillages adaptés à 10% pour Beta de  $15^0$ , alpha de  $0^0$  avec Re de 100 et de 1000

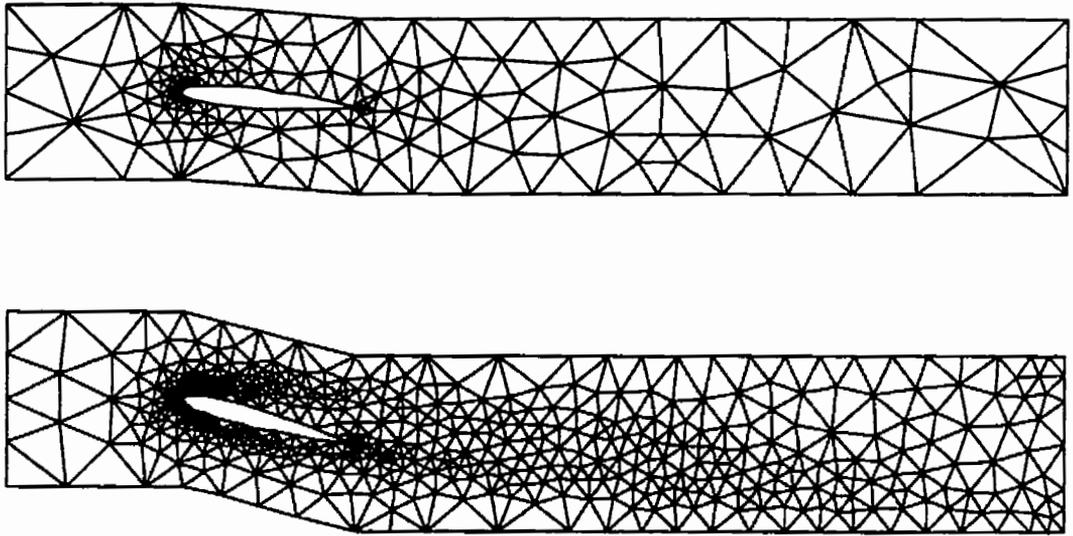


Figure 4.25: Maillages adaptés à 10% pour Beta de  $15^0$ , Alpha de  $10^0$  avec Re de 100 et de 1000

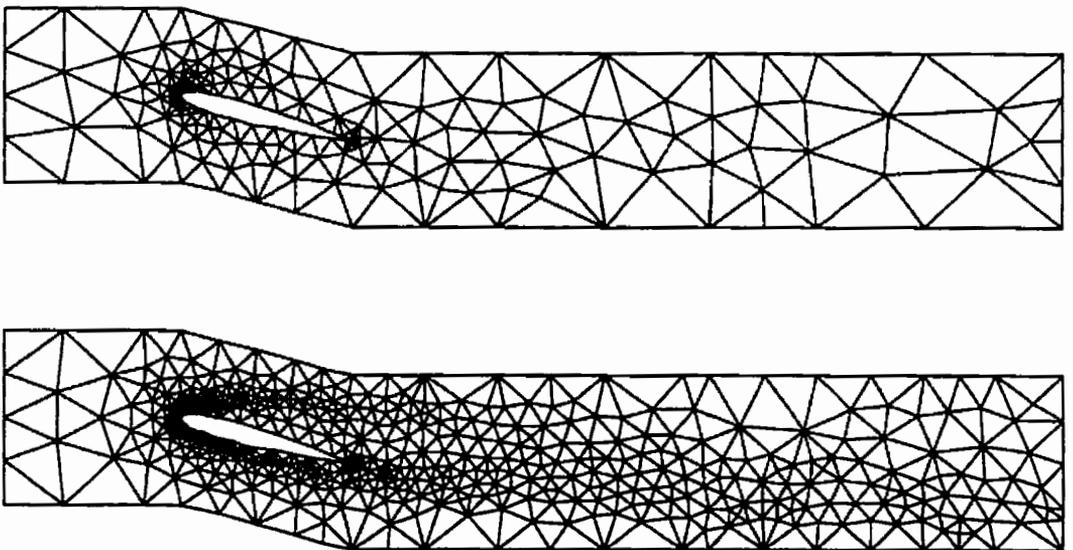


Figure 4.26: Maillages adaptés à 10% pour Beta de  $15^0$ , alpha de  $15^0$  avec Re de 100 et de 1000

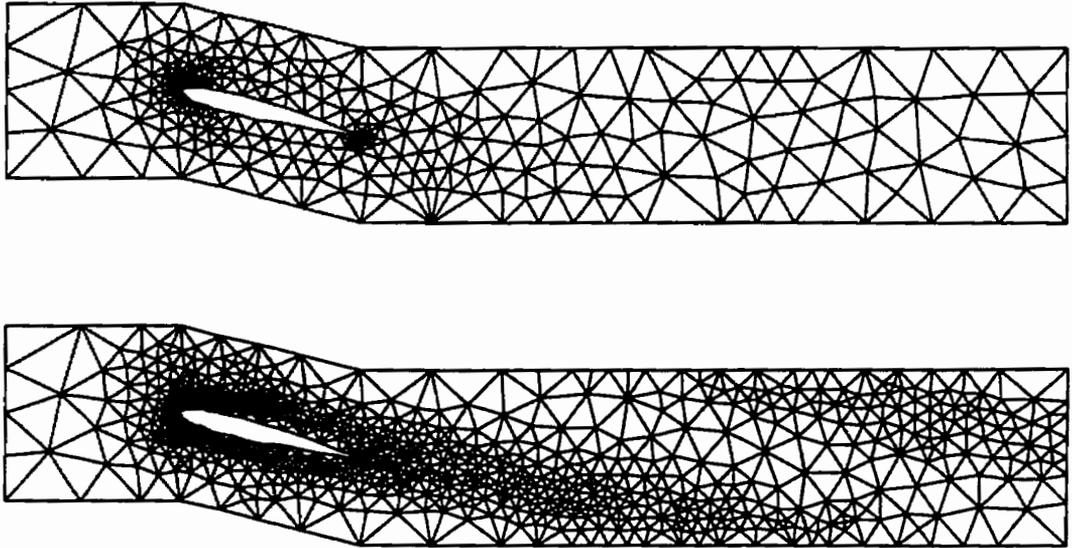


Figure 4.27: Maillages adaptés à 5% pour Beta de  $15^0$ , Alpha de  $0^0$  avec Re de 100 et de 1000

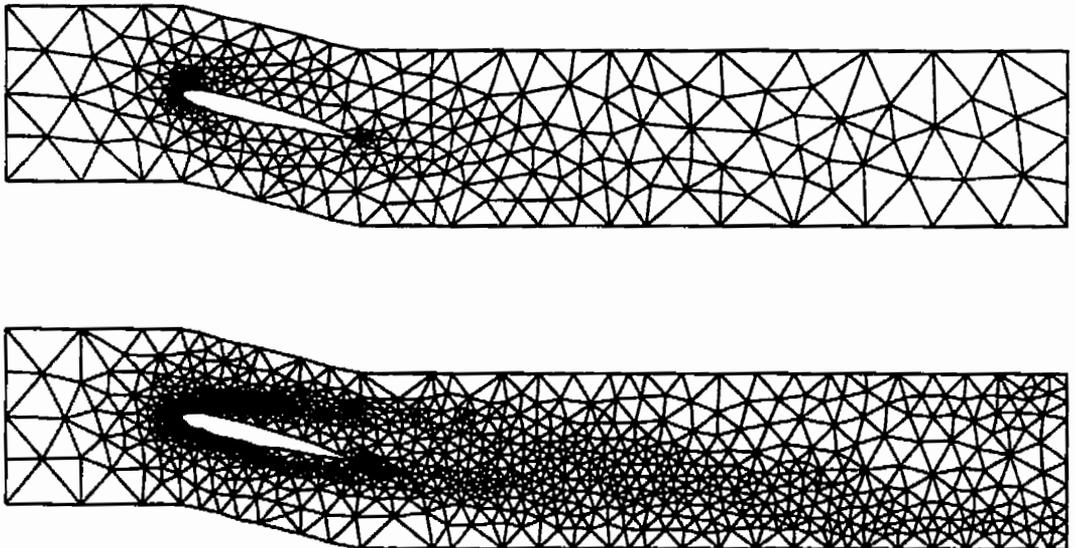


Figure 4.28: Maillages adaptés à 5% pour Beta de  $15^0$ , alpha de  $10^0$  avec Re de 100 et de 1000

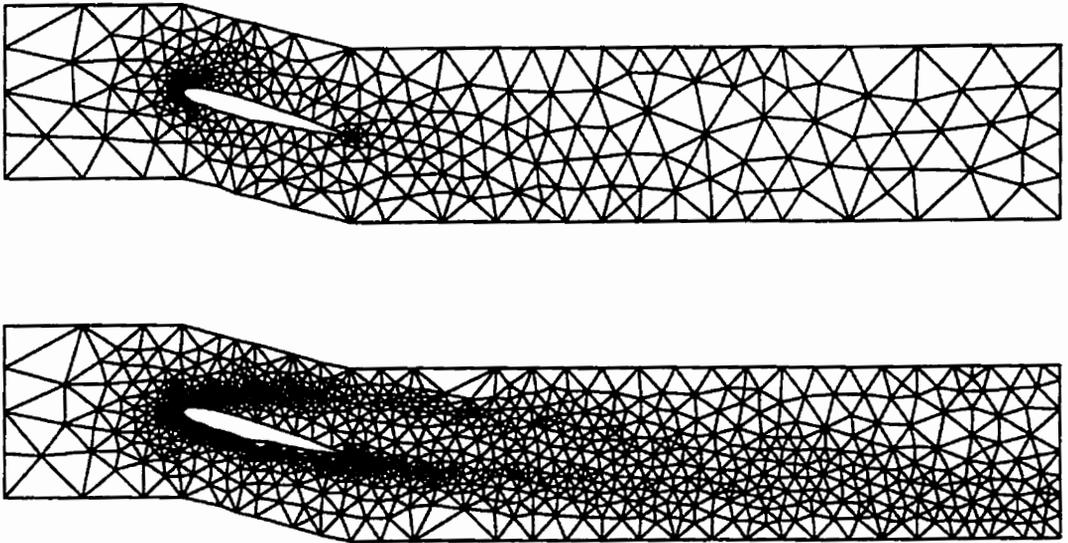


Figure 4.29: Maillages adaptés à 5% pour Beta de  $15^\circ$ , Alpha de  $15^\circ$  avec Re de 100 et de 1000

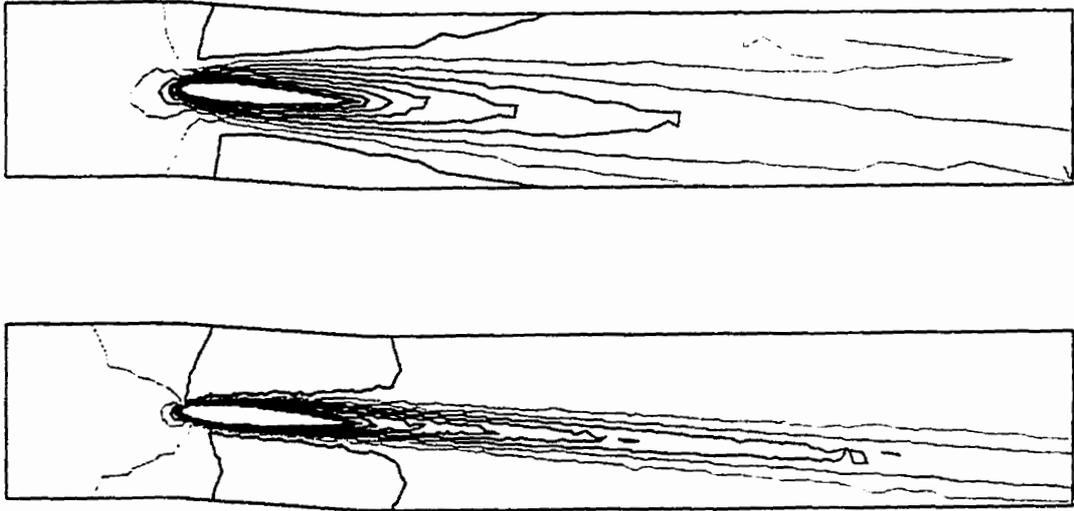


Figure 4.30: Iso de vitesses à 5% pour Beta de  $5^{\circ}$ , Alpha de  $0^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

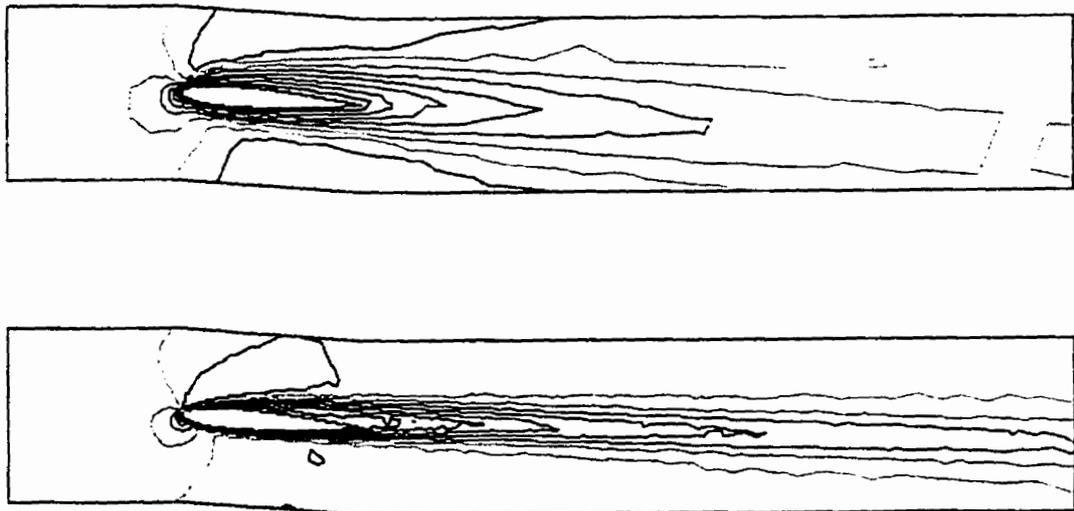


Figure 4.31: Iso de vitesses à 5% pour Beta de  $5^{\circ}$ , Alpha de  $10^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

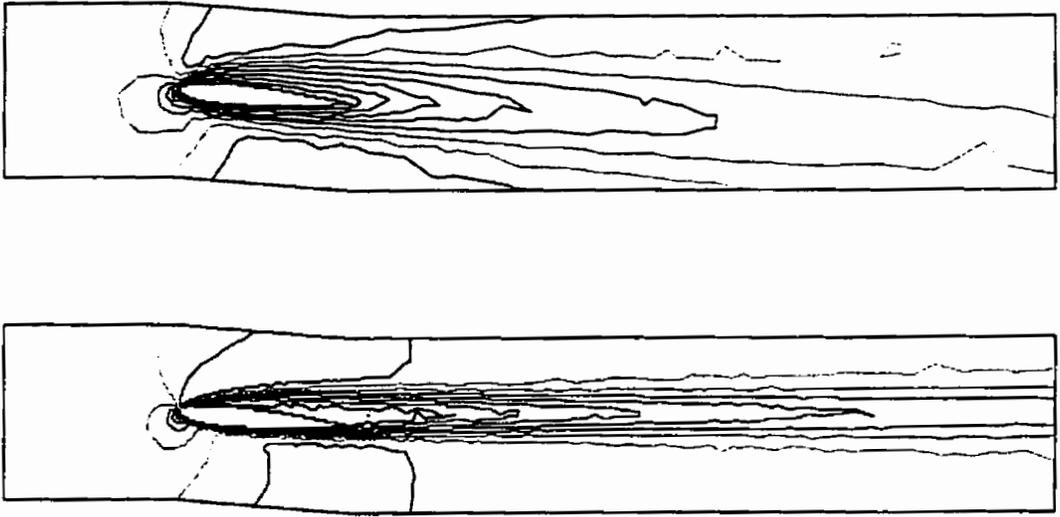


Figure 4.32: Iso de vitesses à 5% pour Beta de  $5^{\circ}$ , Alpha de  $15^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

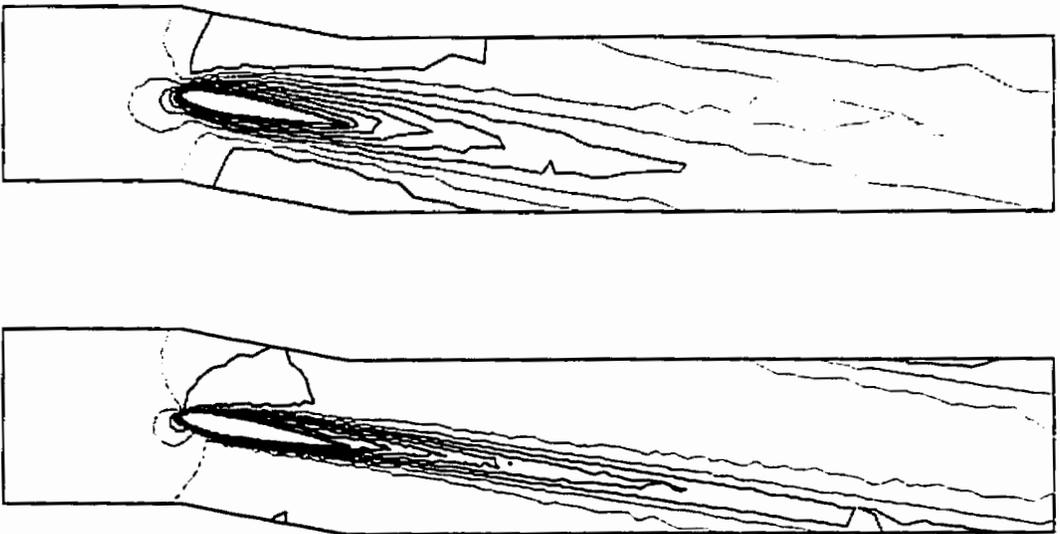


Figure 4.33: Iso de vitesses à 5% pour Beta de  $10^{\circ}$ , Alpha de  $0^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

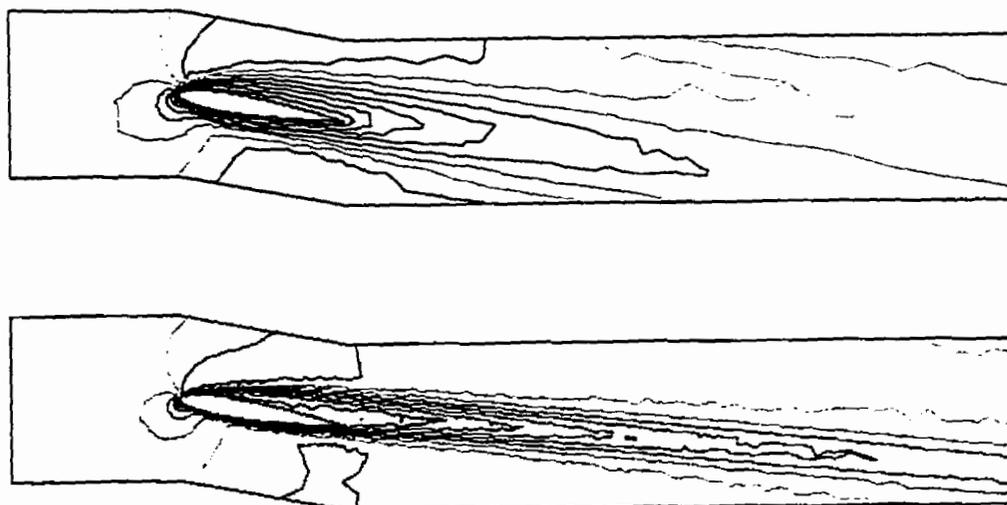


Figure 4.34: Iso de vitesses à 5% pour Beta de  $10^0$ , Alpha de  $10^0$  avec Re de 100 et de 1000



Figure 4.35: Iso de vitesses à 5% pour Beta de  $10^0$ , Alpha de  $15^0$  avec Re de 100 et de 1000



Figure 4.36: Iso de vitesses à 5% pour Beta de  $15^{\circ}$ , Alpha de  $0^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

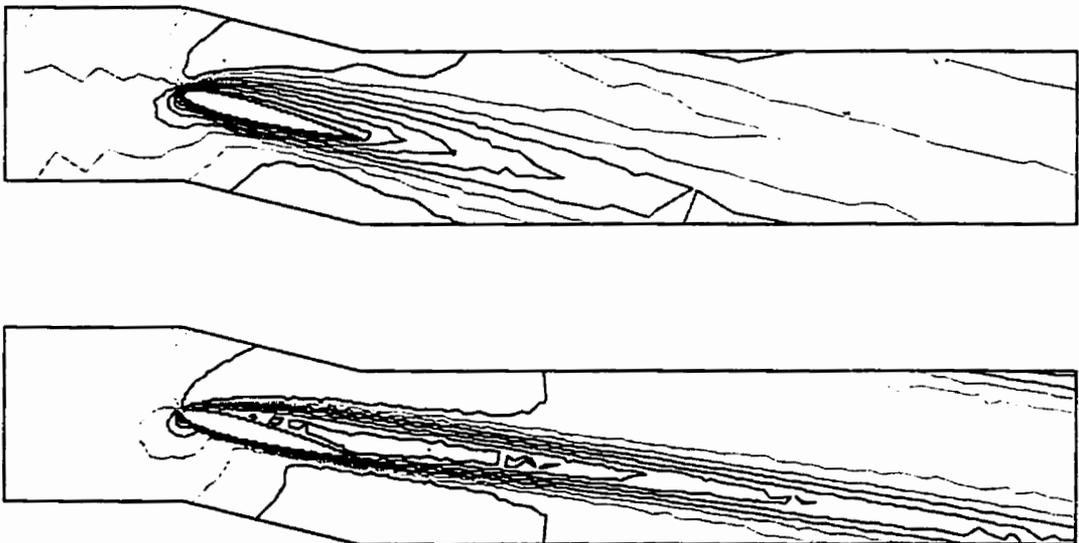


Figure 4.37: Iso de vitesses à 5% pour Beta de  $15^{\circ}$ , Alpha de  $10^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

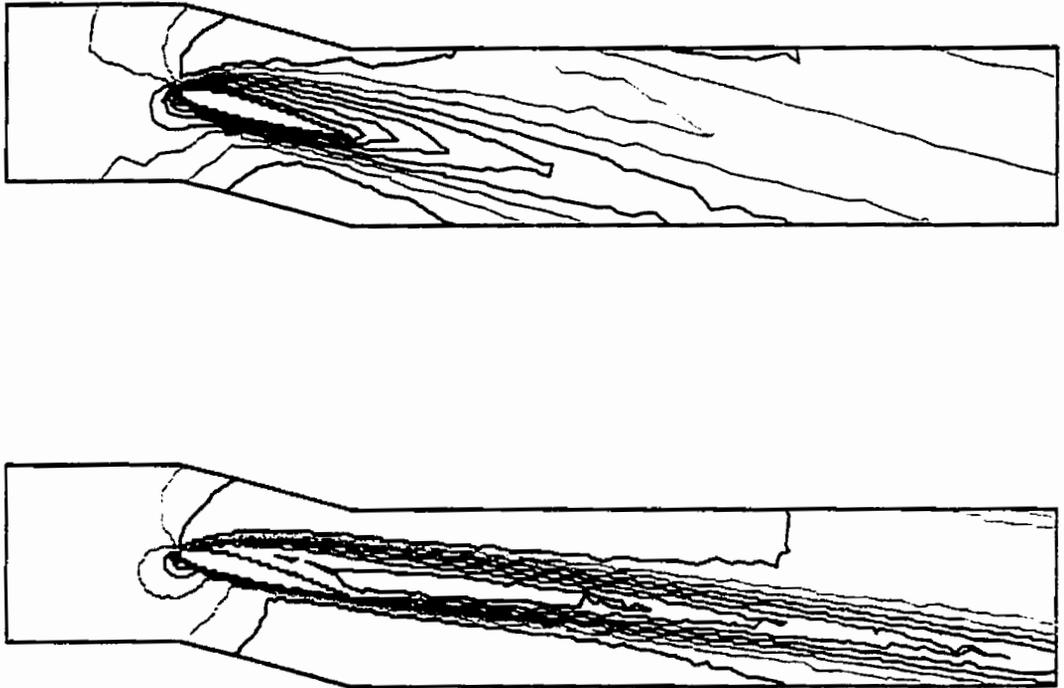


Figure 4.38: Champs de vitesses à 5% pour Beta de  $15^{\circ}$ , Alpha de  $15^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

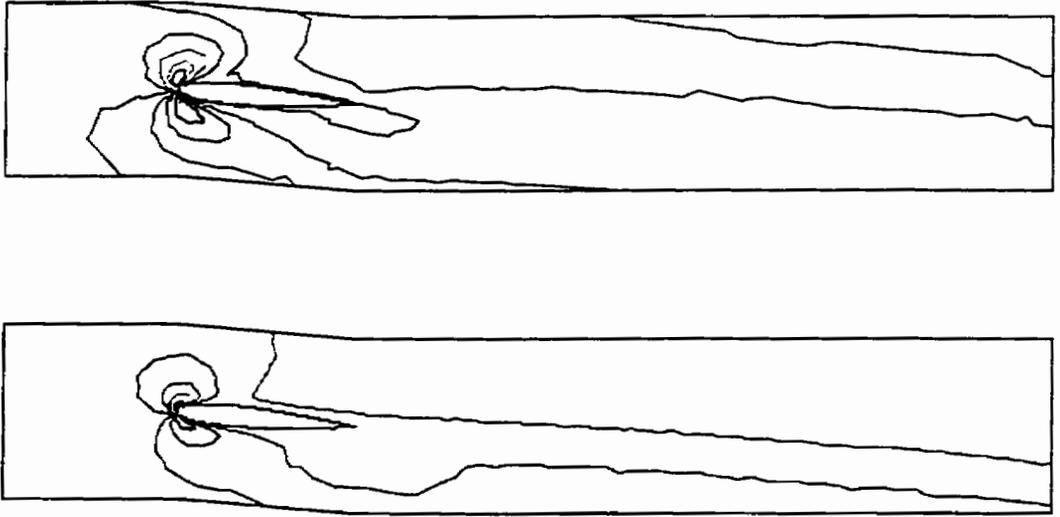


Figure 4.39: Iso de pressions à 5% pour Beta de  $5^\circ$ , Alpha de  $0^\circ$  avec Re de 100 et de 1000

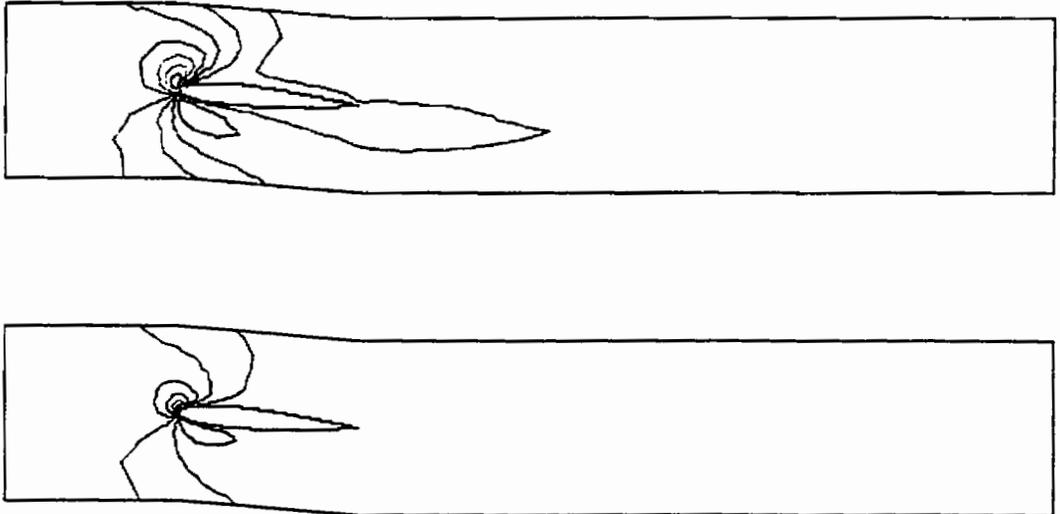


Figure 4.40: Iso de pressions à 5% pour Beta de  $5^\circ$ , alpha de  $10^\circ$  avec Re de 100 et de 1000

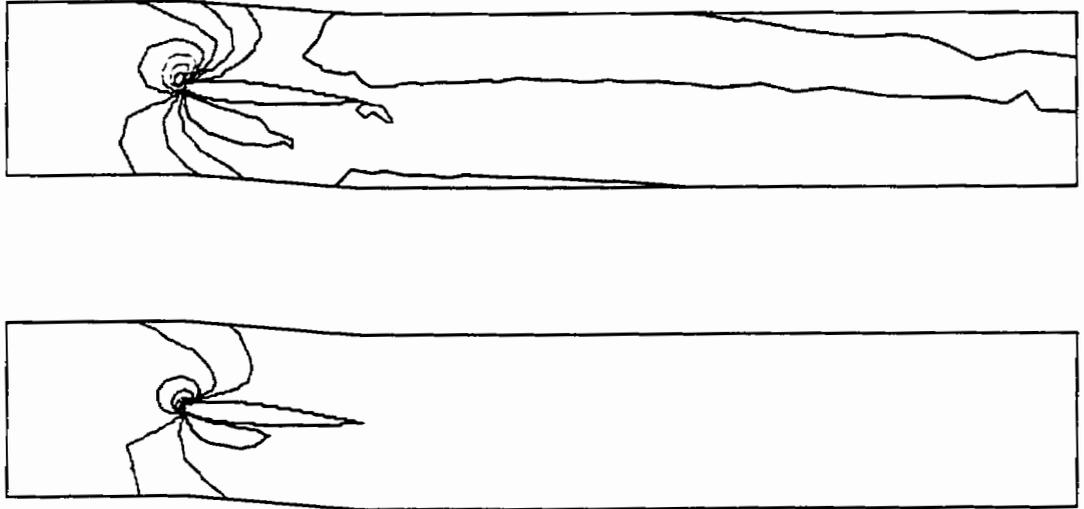


Figure 4.41: Iso de pressions à 5% pour Beta de  $5^\circ$ , Alpha de  $15^\circ$  avec Re de 100 et de 1000

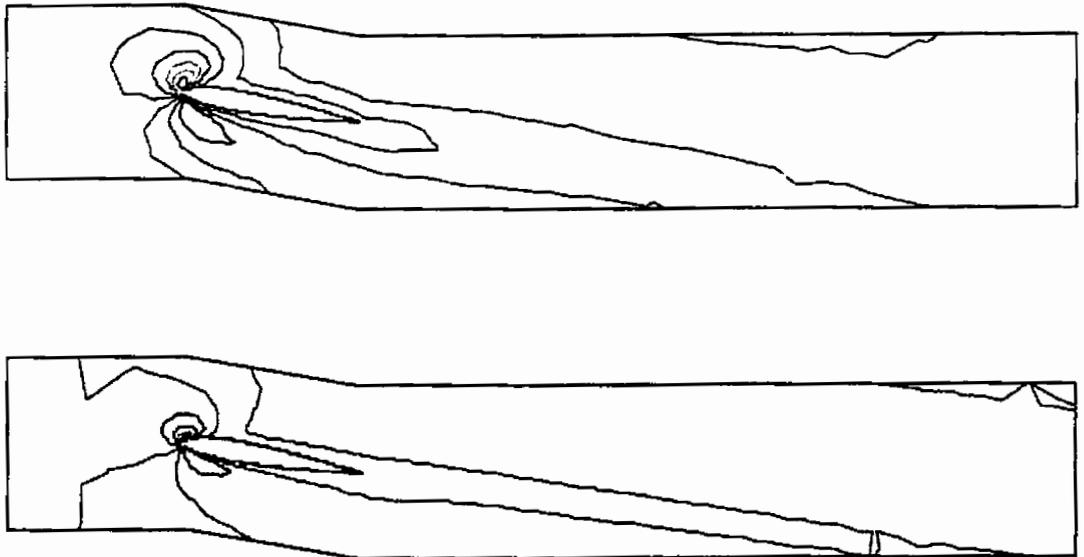


Figure 4.42: Iso de pressions à 5% pour Beta de  $10^\circ$ , alpha de  $0^\circ$  avec Re de 100 et de 1000

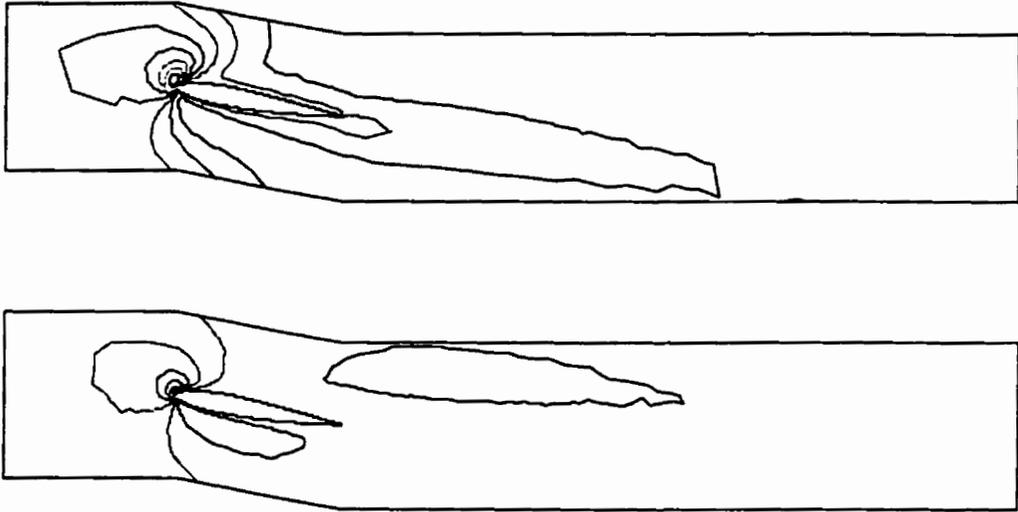


Figure 4.43: Iso de pressions à 5% pour Beta de  $10^0$ . Alpha de  $10^0$  avec Re de 100 et de 1000

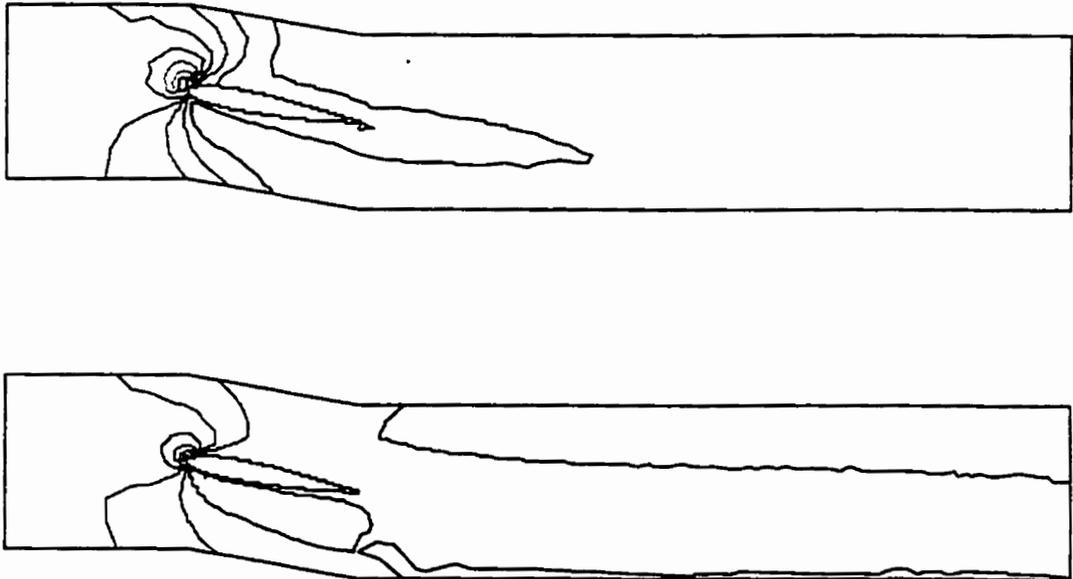


Figure 4.44: Iso de pressions à 5% pour Beta de  $10^0$ , alpha de  $15^0$  avec Re de 100 et de 1000

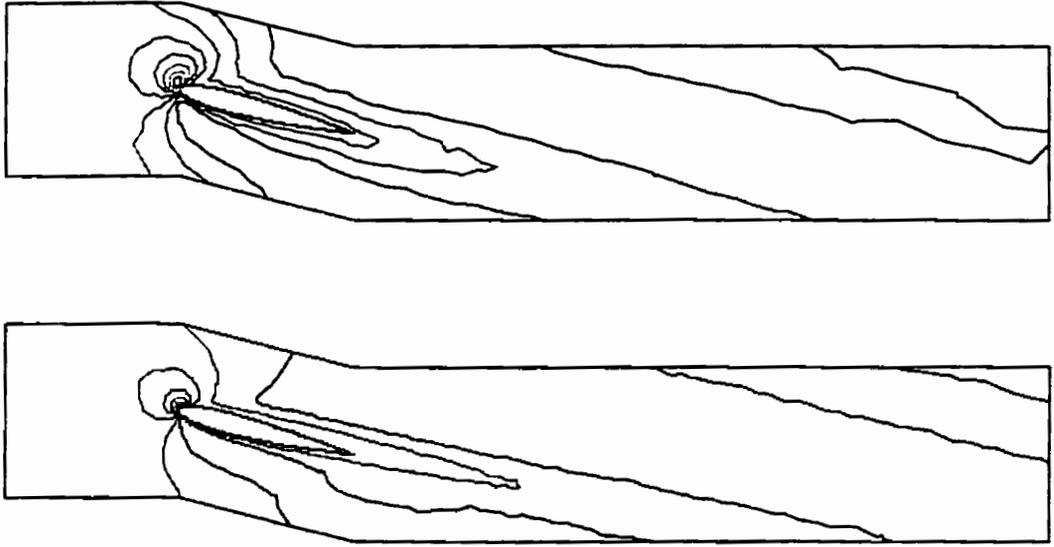


Figure 4.45: Iso de pressions à 5% pour Beta de  $15^\circ$ , Alpha de  $0^\circ$  avec Re de 100 et de 1000

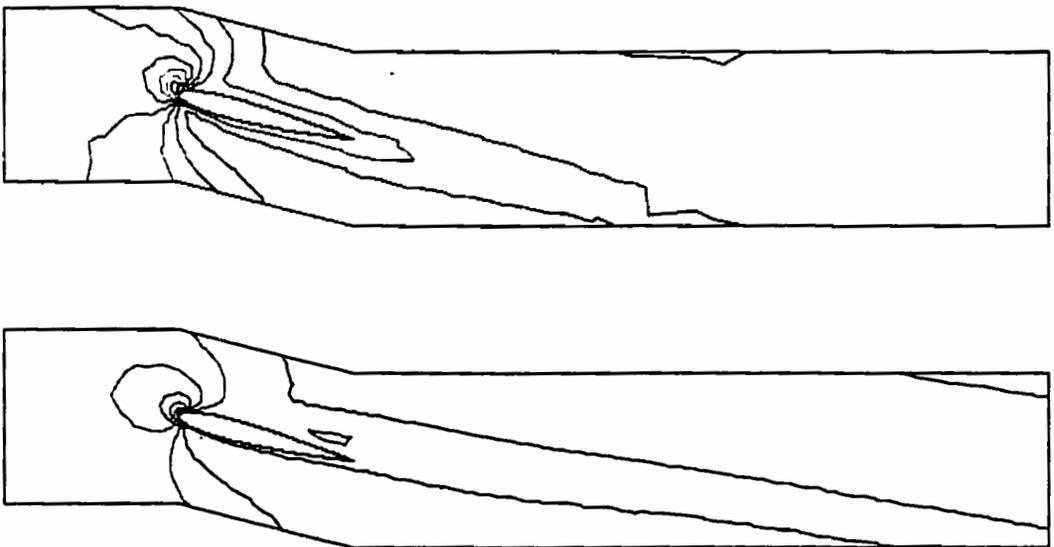


Figure 4.46: Iso de pressions à 5% pour Beta de  $15^\circ$ , alpha de  $10^\circ$  avec Re de 100 et de 1000

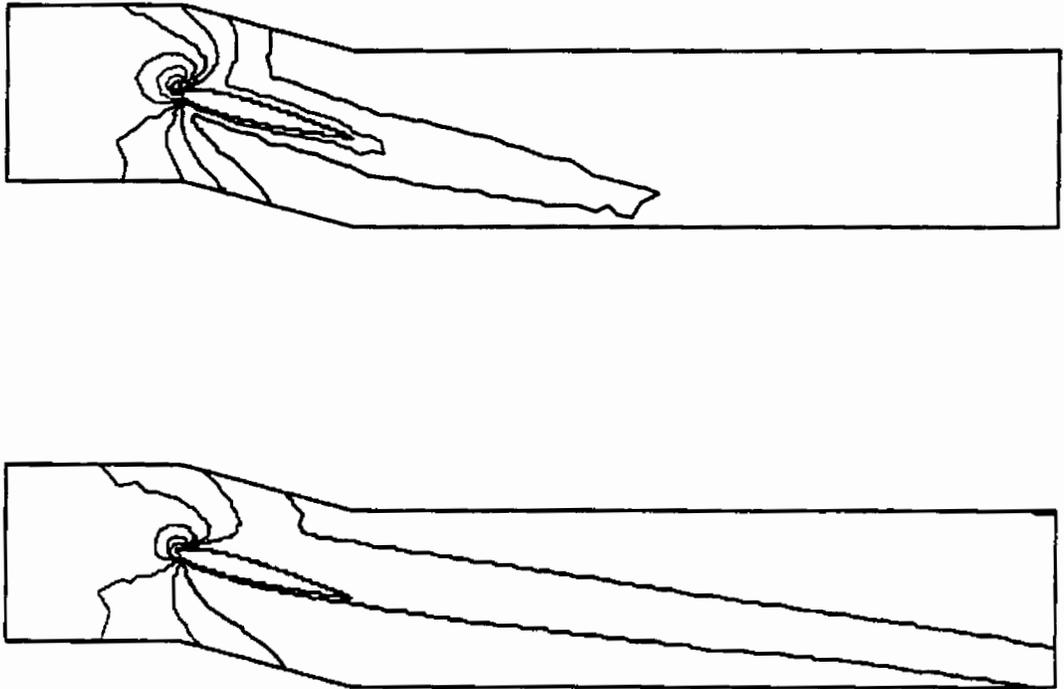


Figure 4.47: Champs de vitesses à 5% pour Beta de  $15^\circ$ , Alpha de  $15^\circ$  avec  $Re$  de 100 et de 1000

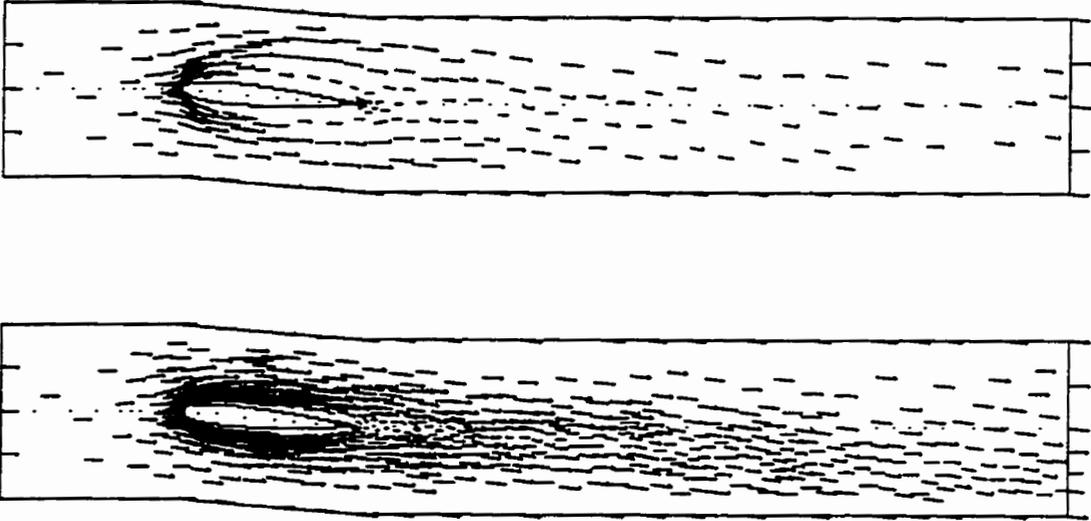


Figure 4.48: Champs de vitesses à 5% pour Beta de 5°, Alpha de 0° avec Re de 100 et de 1000

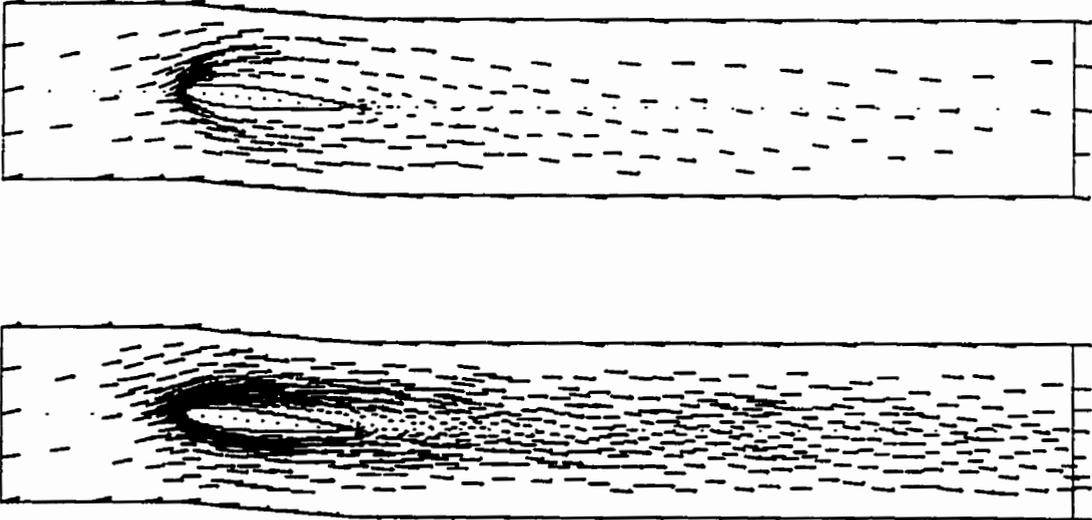


Figure 4.49: Champs de vitesses à 5% pour Beta de 5°, alpha de 10° avec Re de 100 et de 1000

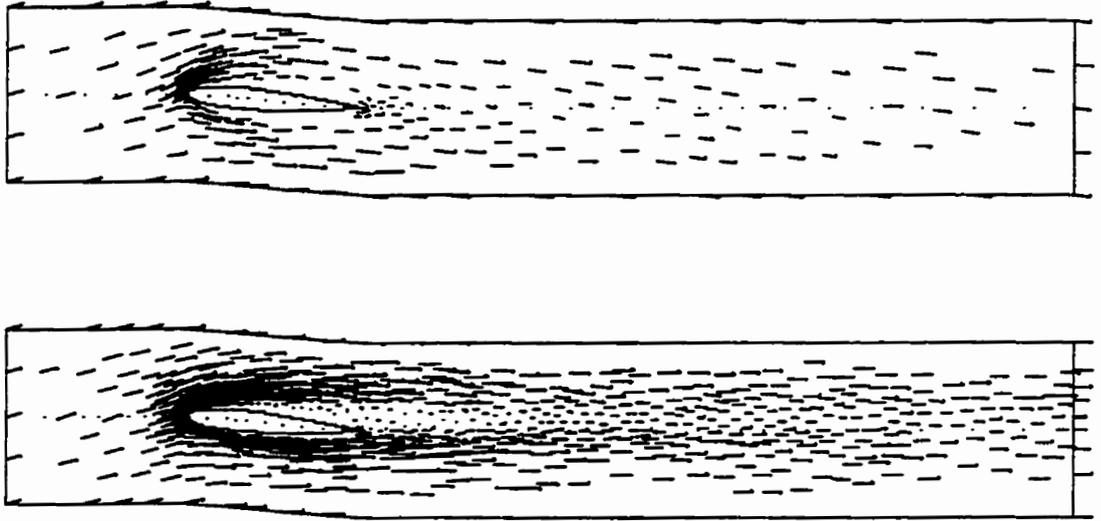


Figure 4.50: Champs de vitesses à 5% pour Beta de  $5^{\circ}$ , Alpha de  $15^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

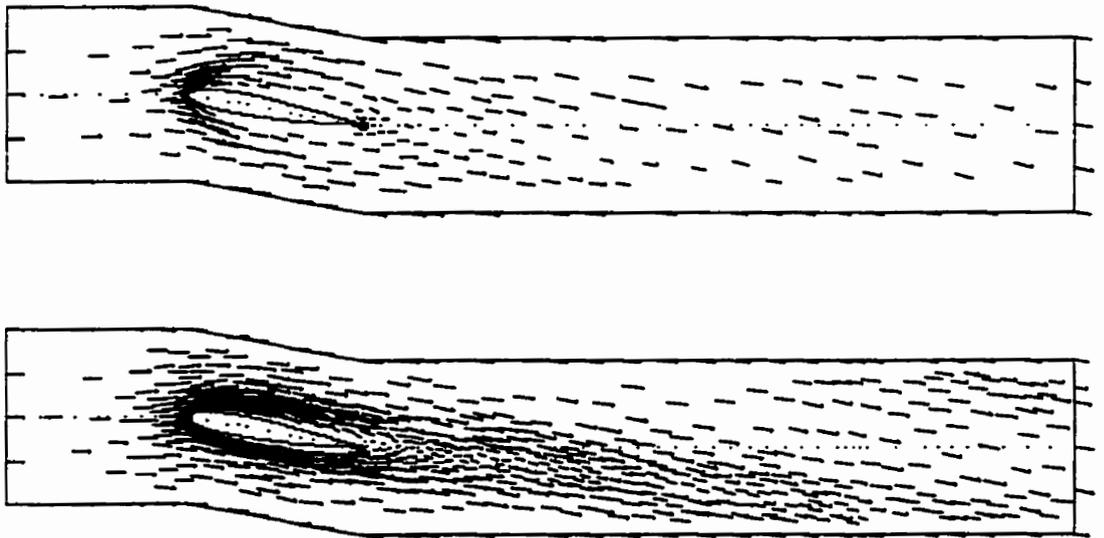


Figure 4.51: Champs de vitesses à 5% pour Beta de  $10^{\circ}$ , alpha de  $0^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

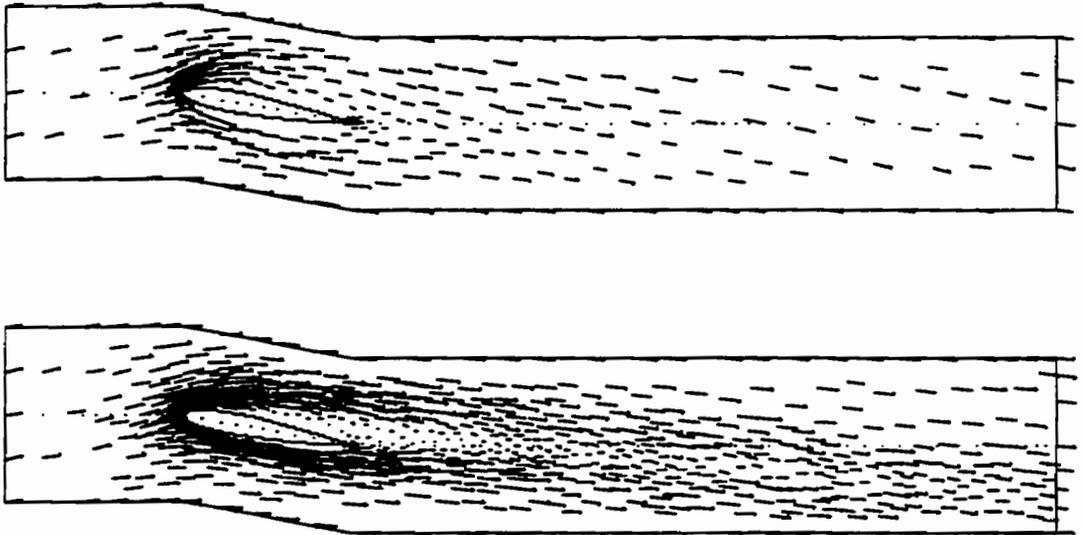


Figure 4.52: Champs de vitesses à 5% pour Beta de  $10^0$ , Alpha de  $10^0$  avec Re de 100 et de 1000

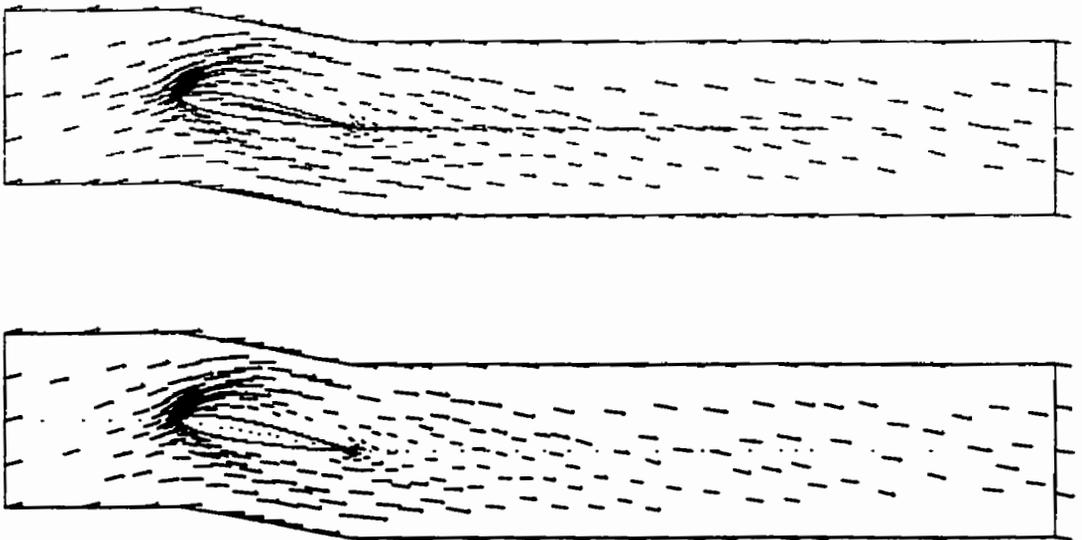


Figure 4.53: Champs de vitesses à 5% pour Beta de  $10^0$ , alpha de  $15^0$  avec Re de 100 et de 1000

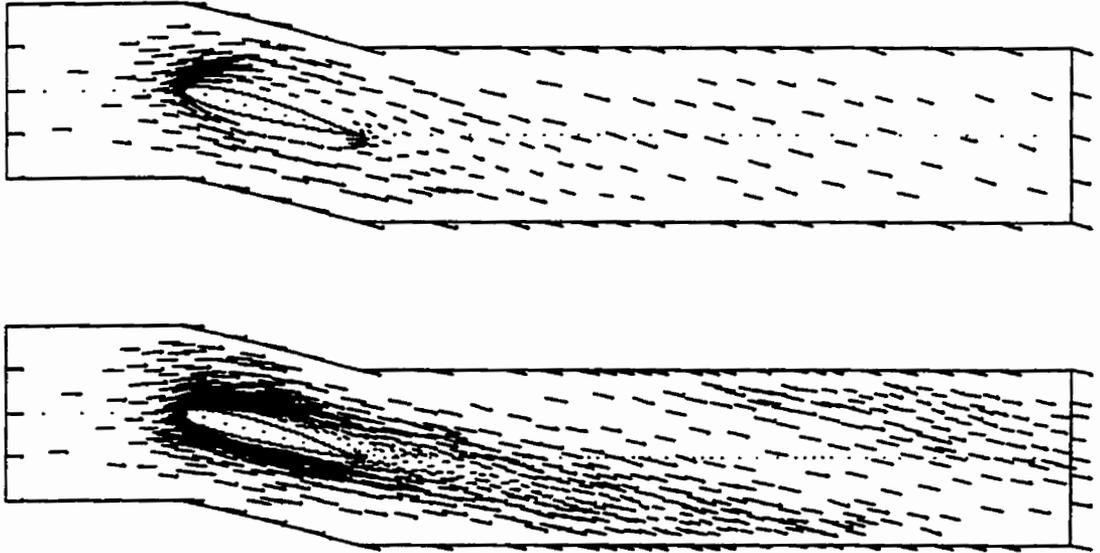


Figure 4.54: Champs de vitesses à 5% pour Beta de  $15^{\circ}$ , Alpha de  $0^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

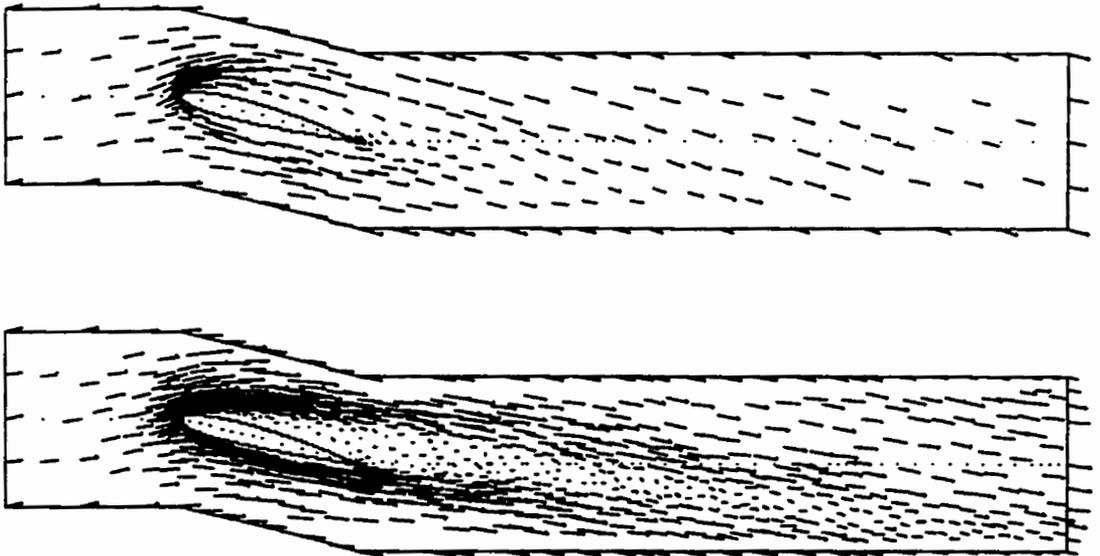


Figure 4.55: Champs de vitesses à 5% pour Beta de  $15^{\circ}$ , alpha de  $10^{\circ}$  avec Re de 100 et de 1000

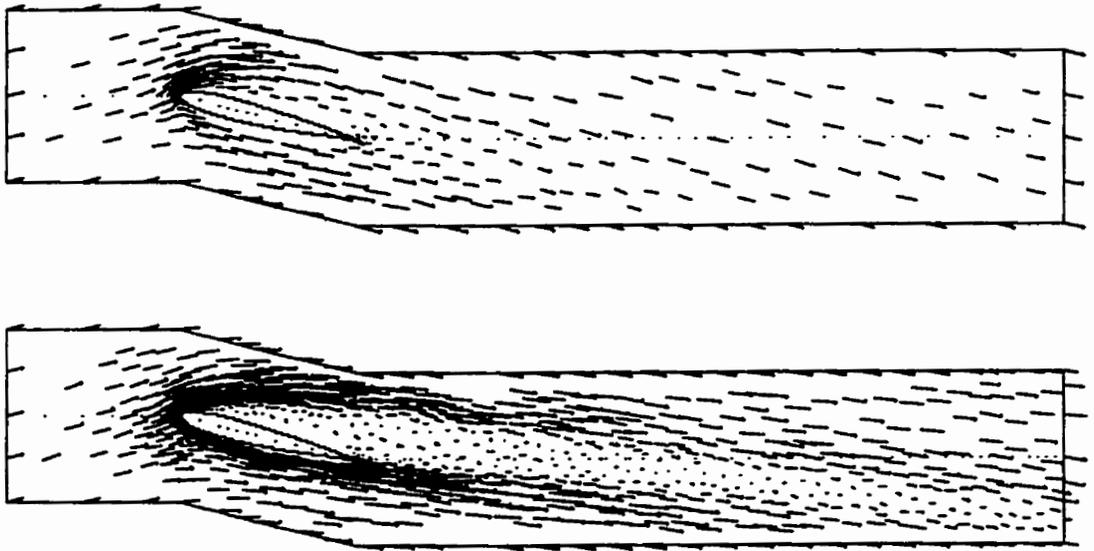


Figure 4.56: Champs de vitesses à 5% pour Beta de  $15^\circ$ , Alpha de  $15^\circ$  avec Re de 100 et de 1000

### 4.3 Analyse des résultats et discussions

L'analyse des résultats est décomposée à isoler et analyser individuellement les paramètres qui sont susceptibles d'influencer la perte de charge: soit l'effet du nombre de Reynolds, l'effet de l'angle d'attaque, l'effet de l'angle du profil.

#### 4.3.1 Effet du nombre de Reynolds

Les résultats sont présentés sur les figures 4-53 à 4-61 et sur le tableau 4-4. On remarque que la perte de charge diminue lorsque le nombre de Reynolds augmente. Cette diminution de perte de charge est associée à la diminution de la viscosité qui diminue l'effet de freinage de l'écoulement par les parois immobiles.

Beta = 5°			
	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 10^\circ$	$\alpha = 15^\circ$
$\delta P_{1000}/\delta P_{100}$	0,28	0,28	0,32
Beta = 10°			
	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 10^\circ$	$\alpha = 15^\circ$
$\delta P_{1000}/\delta P_{100}$	0,315	0,37	0,47
Beta = 15°			
	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 10^\circ$	$\alpha = 15^\circ$
$\delta P_{1000}/\delta P_{100}$	0,357	0,5	0,689

Tableau 4-4 : Pourcentage de différence entre la perte de charge pour des angles Beta et Alpha différents en Reynolds de 1000 et de 100.

Les résultats du tableau 4-4 indique dans le cas d'un Reynolds de 1000, la perte de charge est de 28% à 68,9% moins que la perte de charge à nombre de Reynolds de 100.

L'augmentation de performance d'une cascade semble indiquer que l'effet de freinage de l'écoulement dû au travail de la viscosité et la condition d'adhérence à la paroi diminue très rapidement lorsque le nombre de Reynolds augmente.

#### 4.3.2 Effet de l'angle Alpha et de l'angle Beta.

Étudions maintenant l'effet des angles  $\alpha$  et  $\beta$  sur la perte de charge à travers cette cascade.

	$\beta = 5^0$		$\beta = 10^0$		$\beta = 15^0$	
	$\delta P_{10}/\delta P_0$	$\delta P_{15}/\delta P_0$	$\delta P_{10}/\delta P_0$	$\delta P_{15}/\delta P_0$	$\delta P_{10}/\delta P_0$	$\delta P_{15}/\delta P_0$
Re =100	0,96738	0,92630	0,981447	0,947	1	0,9782
Re =1000	0,961	1,032	1,12	1,42	1,4349	1,905

Tableau 4-5 : Le pourcentage de la perte de charge de l'écoulement aux angles Alpha de  $10^0$  et  $15^0$  par rapport à la perte de charge à Alpha de  $0^0$

Dans le tableau 4-5, les indices de  $\delta P$  correspondent aux angles de  $\alpha$  de  $0^0$ ,  $10^0$  et  $15^0$ . On prend la perte de charge à  $\alpha = 0^0$  ( $\beta = 5^0$ ) correspondant à Re =100 et à Re = 1000 comme les valeurs de référence ( $\delta P_0$ ). À l'aide de ce tableau, il apparaît qu'au nombre de Reynolds de 100, aux angles Beta différents, lorsque l'angle Alpha augmente, le rapport entre la perte de charge à Alpha de  $10^0$  ( et de  $15^0$ ) avec la perte de charge à Alpha de  $0^0$  ne varie pas beaucoup. Par contre, lorsque le nombre de Reynolds est de 1000, la perte de

charge à Alpha de  $15^{\circ}$  ( $\beta = 15^{\circ}$ ) est de 1,9 fois plus que la perte de charge à Alpha de  $0^{\circ}$  ( $\beta = 5^{\circ}$ )

	Alpha = $0^{\circ}$		Alpha = $10^{\circ}$		Alpha = $15^{\circ}$	
	$\delta P_{10}/\delta P_5$	$\delta P_{15}/\delta P_5$	$\delta P_{10}/\delta P_5$	$\delta P_{15}/\delta P_5$	$\delta P_{10}/\delta P_5$	$\delta P_{15}/\delta P_5$
Re = 100	1,07464	1,19166	1,09029	1,23620	1,29102	1,258
Re = 1000	1,190848	1,485826	1,38826	2,21842	1,63993	2,745

Tableau 4-6 : Le pourcentage entre la perte de charge de l'écoulement aux Beta de  $10^{\circ}$  et  $15^{\circ}$  avec la perte de charge à Beta de  $5^{\circ}$

Dans le tableau 4-6, les indices de  $\delta P$  correspondent aux angles de  $\beta$  de  $5^{\circ}$ ,  $10^{\circ}$  et  $15^{\circ}$ . On prend la perte de charge à  $\beta = 5^{\circ}$  ( $\alpha = 0^{\circ}$ ) correspondant à Re = 100 et à Re = 1000 comme les valeurs de référence ( $\delta P_5$ ). Il apparaît clairement que l'influence de l'angle Beta est prépondérante. À l'angle Alpha constant, plus l'angle Beta augmente, plus la perte de charge est élevée surtout à Re de 1000.

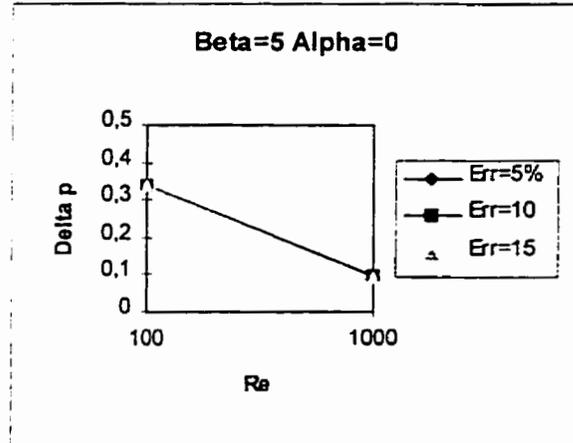


Figure 4-57 : La perte de charge en fonction de Re avec Beta =  $5^0$  et Alpha =  $0^0$

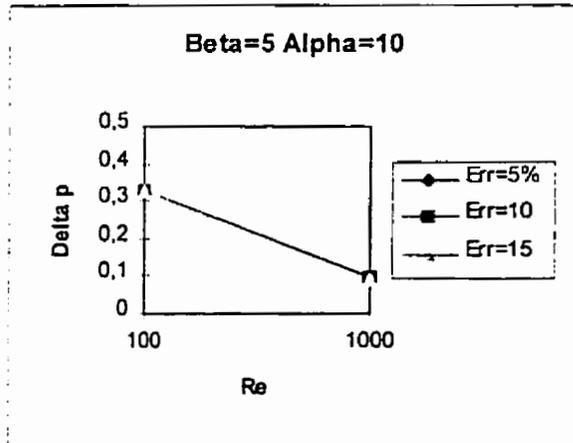


Figure 4-58 : La perte de charge en fonction de Re avec Beta =  $5^0$  et Alpha =  $10^0$

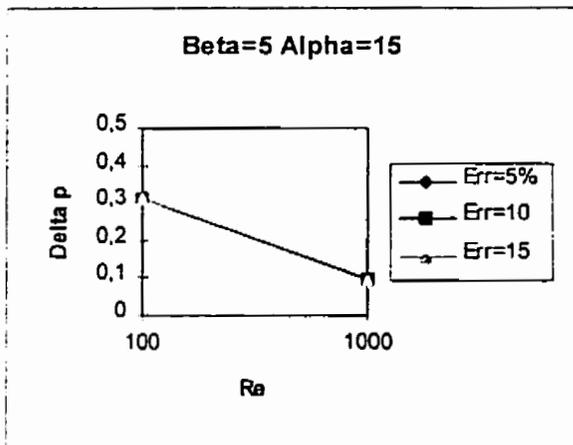


Figure 4-59 : La perte de charge en fonction de Re avec Beta =  $5^0$  et Alpha =  $15^0$

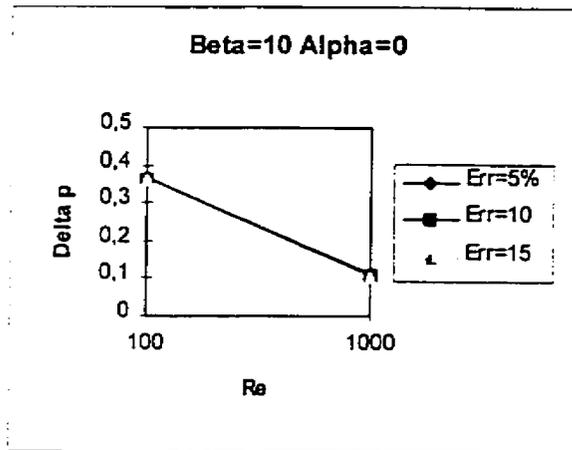


Figure 4-60 : La perte de charge en fonction de Re avec Beta =  $10^0$  et Alpha =  $0^0$

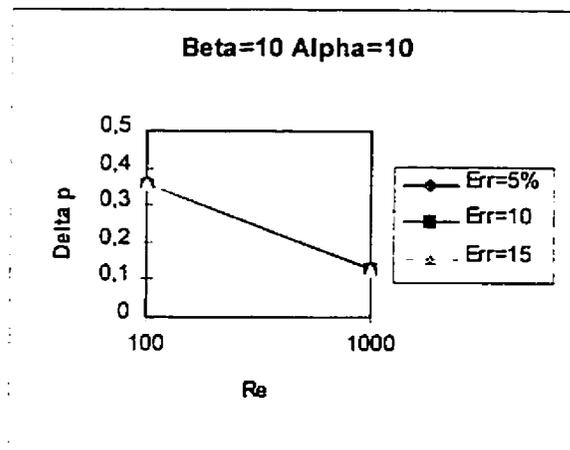


Figure 4-61 : La perte de charge en fonction de Re avec Beta =  $10^0$  et Alpha =  $10^0$

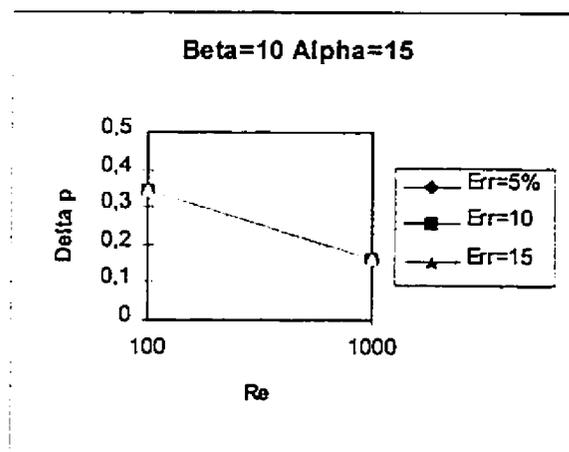


Figure 4-62 : La perte de charge en fonction de Re avec Beta =  $10^0$  et Alpha =  $15^0$

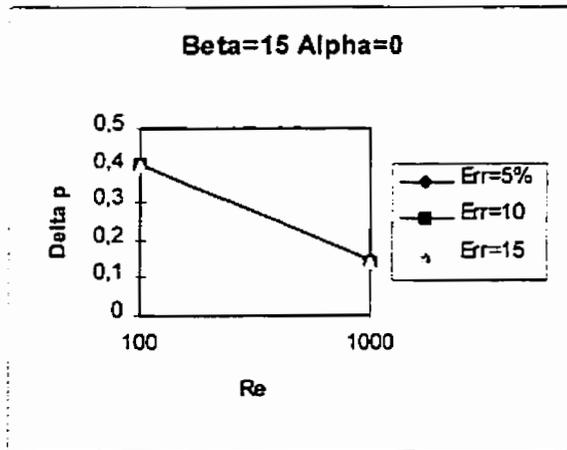


Figure 4-63 : La perte de charge en fonction de Re avec Beta =  $15^0$  et Alpha =  $0^0$

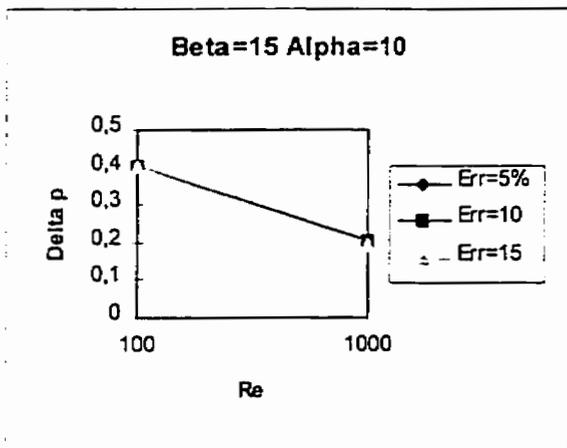


Figure 4-64 : La perte de charge en fonction de Re avec Beta =  $15^0$  et Alpha =  $10^0$

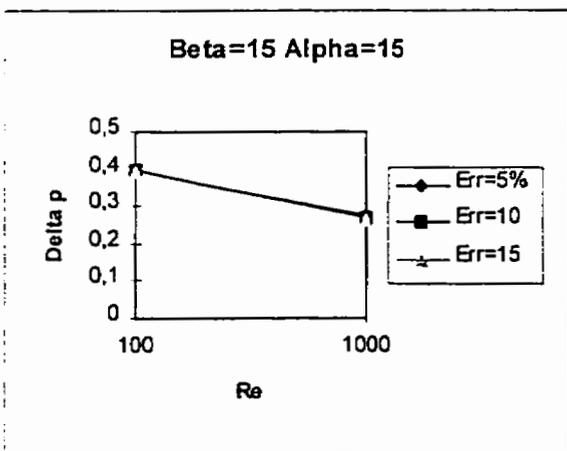


Figure 4-65: La perte de charge en fonction de Re avec Beta =  $15^0$  et Alpha =  $15^0$

	$\delta P_{5\%}$		
	Beta = $5^{\circ}$ , Alpha = $0^{\circ}$	Beta = $5^{\circ}$ , Alpha = $10^{\circ}$	Beta = $5^{\circ}$ , Alpha = $15^{\circ}$
Re=100	0,33891854	0,32786489	0,31394221
Re=1000	0,096261302	0,092514198	0,099291235

	$\delta P_{10\%}$		
	Beta = $5^{\circ}$ , Alpha = $0^{\circ}$	Beta = $5^{\circ}$ , Alpha = $10^{\circ}$	Beta = $5^{\circ}$ , Alpha = $15^{\circ}$
Re=100	0,34011315	0,32818419	0,31171814
Re=1000	0,095223848	0,094293644	0,097462196

	$\delta P_{15\%}$		
	Beta = $5^{\circ}$ , Alpha = $0^{\circ}$	Beta = $5^{\circ}$ , Alpha = $10^{\circ}$	Beta = $5^{\circ}$ , Alpha = $15^{\circ}$
Re=100	0,34076063	0,32591992	0,31212924
Re=1000	0,093977524	0,090562281	0,091433646

	$\delta P_{5\%}$		
	Beta = $10^{\circ}$ , Alpha = $0^{\circ}$	Beta = $10^{\circ}$ , Alpha = $10^{\circ}$	Beta = $10^{\circ}$ , Alpha = $15^{\circ}$
Re=100	0,36421476	0,35746728	0,34504179
Re=1000	0,11463263	0,12843381	0,16283115

	$\delta P_{10\%}$		
	Beta = $10^{\circ}$ , Alpha = $0^{\circ}$	Beta = $10^{\circ}$ , Alpha = $10^{\circ}$	Beta = $10^{\circ}$ , Alpha = $15^{\circ}$
Re=100	0,36204572	0,35417844	0,34284638
Re=1000	0,10972891	0,12824587	0,16042747

$\delta P_{15\%}$			
	Beta=10 <sup>0</sup> , Alpha=0 <sup>0</sup>	Beta=10 <sup>0</sup> , Alpha=10 <sup>0</sup>	Beta=10 <sup>0</sup> , Alpha=15 <sup>0</sup>
Re=100	0,36255338	0,35604626	0,34339336
Re=1000	0,10251419	0,12548449	0,16106437

$\delta P_{5\%}$			
	Beta=15 <sup>0</sup> , Alpha=0 <sup>0</sup>	Beta=15 <sup>0</sup> , Alpha=10 <sup>0</sup>	Beta=15 <sup>0</sup> , Alpha=15 <sup>0</sup>
Re=100	0,40387542	0,40530843	0,39507617
Re=1000	0,14302764	0,20523554	0,27255436

$\delta P_{10\%}$			
	Beta=15 <sup>0</sup> , Alpha=0 <sup>0</sup>	Beta=15 <sup>0</sup> , Alpha=10 <sup>0</sup>	Beta=15 <sup>0</sup> , Alpha=15 <sup>0</sup>
Re=100	0,40334185	0,404038	0,39541715
Re=1000	0,13985469	0,20239758	0,27119761

$\delta P_{15\%}$			
	Beta=15 <sup>0</sup> , Alpha=0 <sup>0</sup>	Beta=15 <sup>0</sup> , Alpha=10 <sup>0</sup>	Beta=15 <sup>0</sup> , Alpha=15 <sup>0</sup>
Re=100	0,39971544	0,40347741	0,39230809
Re=1000	0,14162774	0,1960009	0,26085899

Tableau 4- 7: Perte de charge en fonction de Re pour les angles Beta et Alpha différentes avec l'erreur relative de 5%, 10% et 15%.

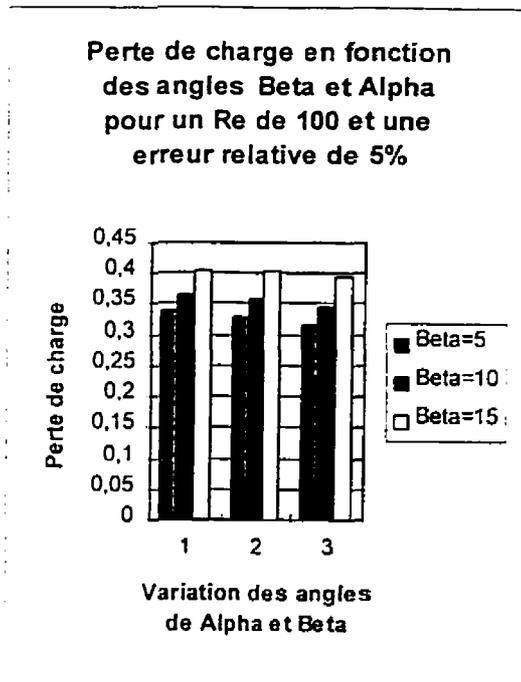


Figure 4-66: Perte de charge en fonction des angles Beta et Alpha pour un Re de 100 et une erreur relative de 5%

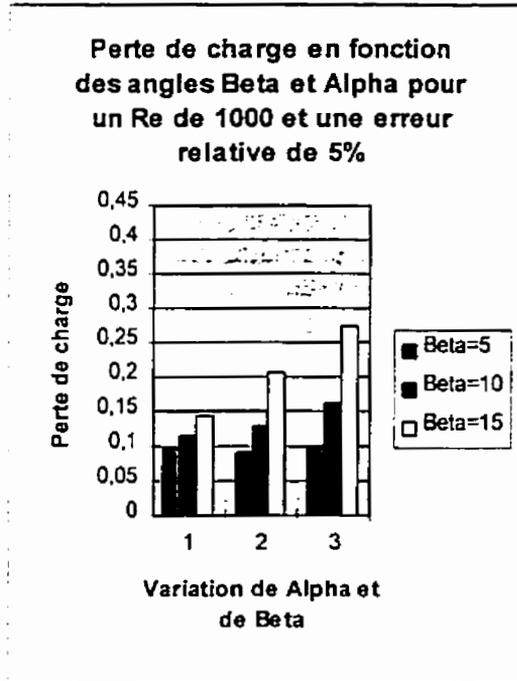


Figure 4-67 : Perte de charge en fonction des angles Beta et Alpha pour un Re de 1000 et une erreur relative de 5%

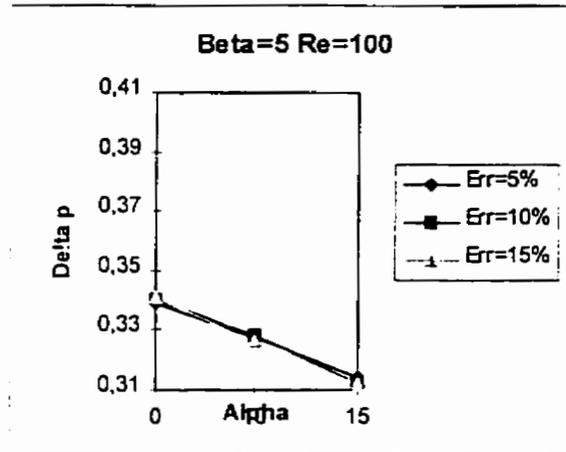


Figure 4- 68 : Perte de charge en fonction des angles Alpha pour un Re de 100 et Beta de  $5^{\circ}$

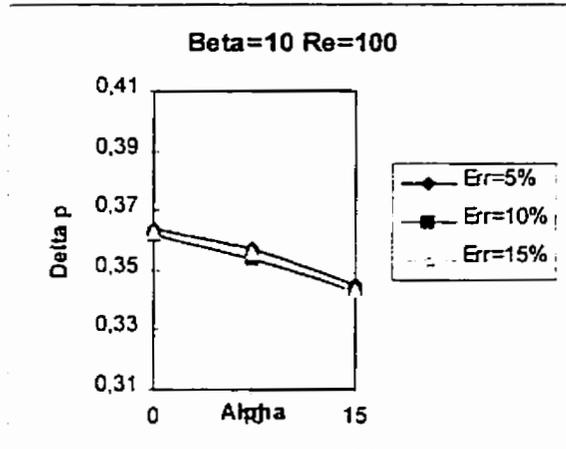


Figure 4-69 : Perte de charge en fonction des angles Alpha pour un Re de 100 et Beta de  $10^{\circ}$

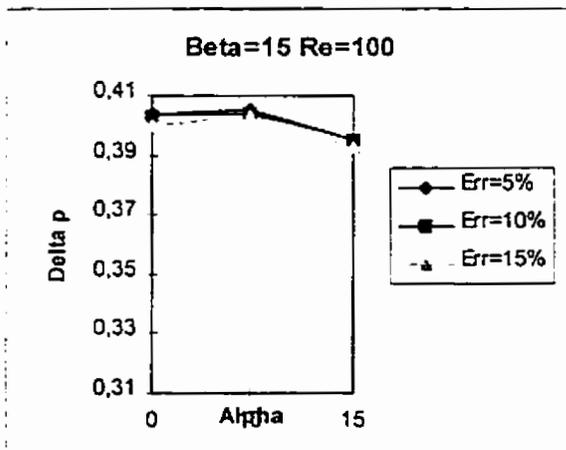


Figure 4-70 : Perte de charge en fonction des angles Alpha pour un Re de 100 et Beta de  $15^{\circ}$

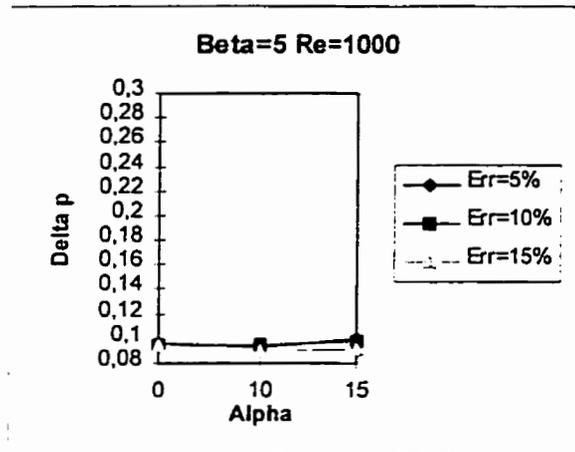


Figure 4-71 : Perte de charge en fonction des angles Alpha pour un Re de 1000 et Beta de  $5^0$

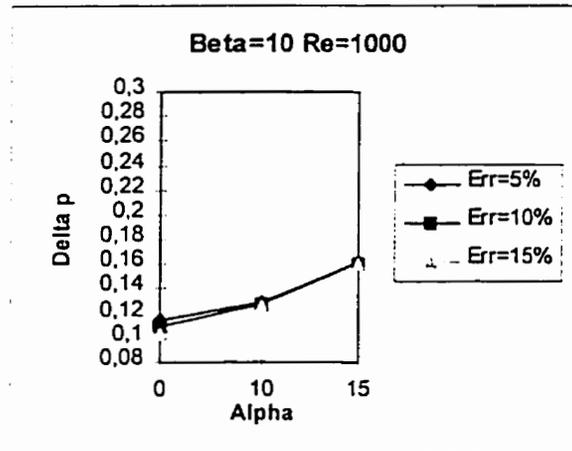


Figure 4-72 : Perte de charge en fonction des angles Alpha pour un Re de 1000 et Beta de  $10^0$

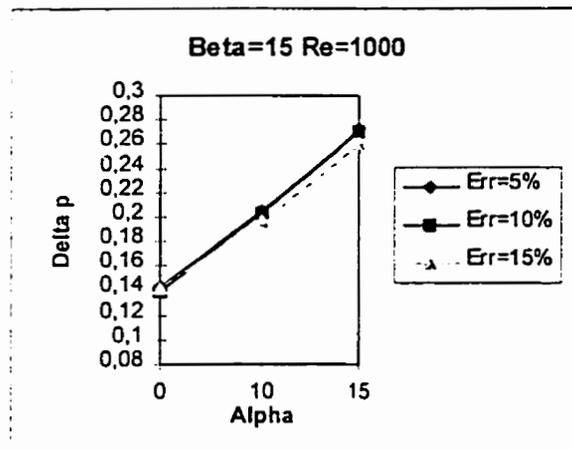


Figure 4-73 : Perte de charge en fonction des angles Alpha pour un Re de 1000 et Beta de  $15^0$

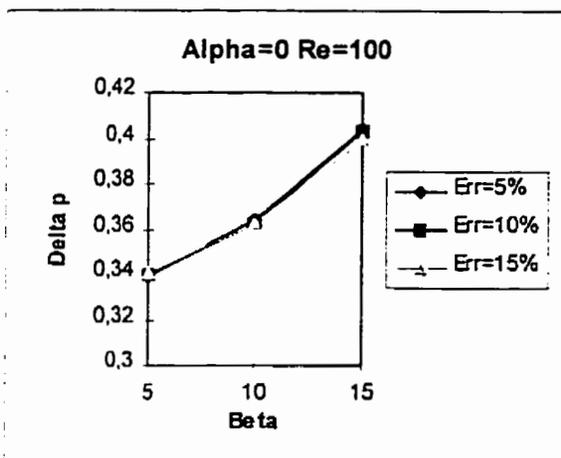


Figure 4-74 : Perte de charge en fonction des angles Beta pour un Re de 100 et Alpha de  $0^{\circ}$

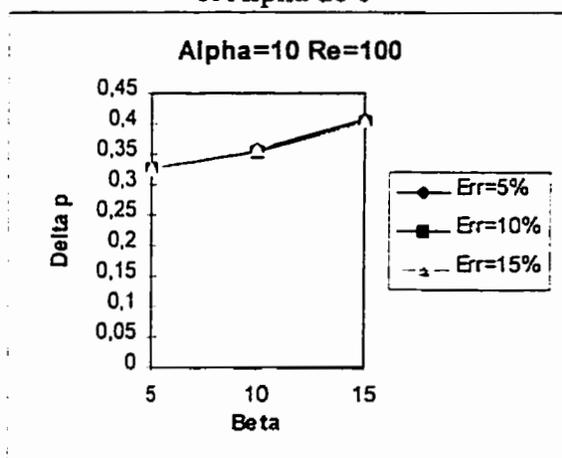


Figure 4-75 : Perte de charge en fonction des angles Beta pour un Re de 100 et Alpha de  $10^{\circ}$

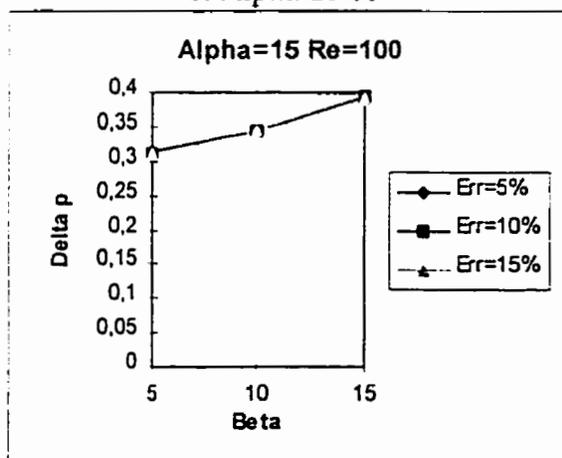


Figure 4-76 : Perte de charge en fonction des angles Beta pour un Re de 100 et Alpha de  $15^{\circ}$

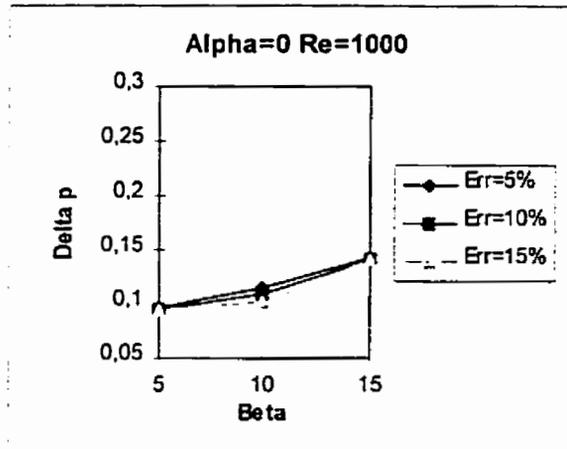


Figure 4-77 : Perte de charge en fonction des angles Beta pour un Re de 1000 et Alpha de  $0^{\circ}$

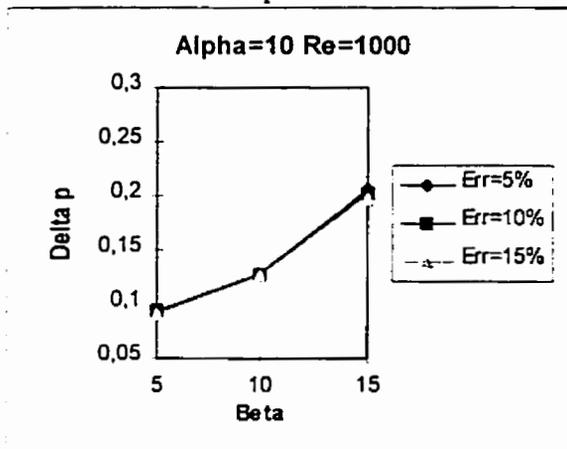


Figure 4-78 : Perte de charge en fonction des angles Beta pour un Re de 1000 et Alpha de  $10^{\circ}$

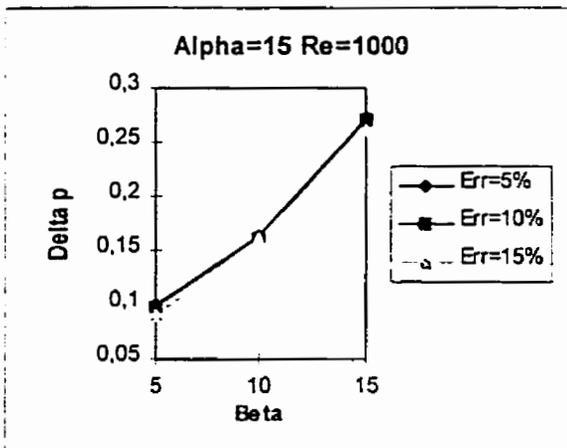


Figure 4-79 : Perte de charge en fonction des angles Beta pour un Re de 1000 et Alpha de  $15^{\circ}$

L'ensemble des variations de l'angle Beta et Alpha sont étudiés simultanément afin de pouvoir évaluer non seulement la performance de cette cascade mais aussi l'importance des différentes variables. La figure 4-62 et 4-63 présentent donc la perte de charge pour chacune de combinaisons Alpha et Beta pour un nombre de Reynolds de 100 et de 1000 et une erreur relative de 5%.

On remarque l'allure en escalier de la figure 4-62 et 4-63 dans laquelle chaque groupe (1, 2 et 3) correspond à chaque l'angle  $\alpha$  ( $0^{\circ}$ ,  $10^{\circ}$  et  $15^{\circ}$ ). En observant ces figures, la perte de charge est minimum si  $\beta = 5^{\circ}$  et  $\alpha = 10^{\circ}$ .

## Conclusion et recommandations

Le présent ouvrage porte sur l'étude générale de la cavitation ainsi que la simulation numérique de l'écoulement laminaire, incompressible et isotherme à travers d'une cascade à l'aide de la méthode des éléments finis et des équations de Navier-Stokes dans le but de déterminer la perte de charge minimum correspondant à la condition d'entrée de l'écoulement et à l'angle du profil.

Nous avons étudié le phénomène de la cavitation afin de comprendre mieux la physique et l'influence des facteurs sur la cavitation. Les critères d'apparition de la cavitation à bulles libres et de la cavitation attachée ont été présentés.

Les équations de Navier-stokes ont été discrétisées par la méthode des éléments finis en utilisant un estimateur d'erreur lors du processus d'adaptation. La stratégie utilisée démarre la simulation à partir d'un maillage initial uniforme, puis l'adapte à l'erreur relative définie. Pour obtenir la solution à des nombres de Reynolds élevés, une montée de  $Re$  qui satisfait une convergence conditionnelle à la solution initiale a été appliquée. Les simulations d'une cascade ont donné différents résultats en fonction de l'angle d'entrée de l'écoulement et de l'angle du profil. L'étude paramétrique de la cascade mesurait l'effet du nombre de Reynolds, de l'angle d'entrée de l'écoulement et de l'angle du profil. L'analyse de l'effet du nombre de Reynolds indique que la perte de charge diminue très fort lorsque le nombre de Reynolds augmente de 100 à 1000. Au nombre de Reynolds de 100, l'influence de l'angle d'entrée ( $\alpha$ ) et l'angle du profil ( $\beta$ ) sur la perte de

charge est moins élevée que ceux qui au nombre de Reynolds de 1000. La perte de charge est élevée aux angles d'entrée de  $10^0$  à  $15^0$  et aux angles du profil de  $10^0$  à  $15^0$ .

Un modèle de turbulence serait utilisé pour la simulation de l'écoulement dans la cascade et ses résultats seraient comparés avec les résultats du cas laminaire.

La distribution de la pression dans une cascade nous donnerait l'information sur la cavitation.

## Références

- [1] ARAKERI, V.M. (1975 ). Viscous Effects on the Position of Cavitation Separation from Smooth Bodie, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 68, 779-799.
- [2] ARNDT, R.E.A. ( 1981). Cavitation in Fluid Mechinery and Hydraulic Structures, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol.13, 273-328.
- [3] ARNDT, R.E.A. et Keller, A.P. ( Sept. 1992). Water Quality Effets on the Position of Cavitation Separation from Smooth Bodies, ASME Journal of fluids Engineering, Vol. 114, 430-438.
- [4] AVELLAN, F. et DUPONT, P. ( 1988). Étude du sillage d'une poche de caviation partielle se développant sur un profil hydraulique bidimensionnel , La Houille Blanche, No. 7/8, 507-515.
- [5] BLAKE, J.R., TAIB, B.B. et DOHERTY, G. ( 1986). Transient Cavities near Boundaries. Part I. Rigid Boundary. Journal of fluid Mechanics, Vol. 170, 479-497.
- [6] CHAHINE, G.L. et DURAISWAMI, R. ( Dec. 1992). Dynamical Interactions in a Multi-Bubble Cloud, ASME Journal of Fluid Engineering, Vol. 144, 680-686.
- [7] CHEN, Y., HEISTER, S.D. ( Sep. 1994). A Numerical Treament for Attached Cavitation, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 116, 613-618.

- [8] CURRIE, I.G. ( 1993). Fundamental Mechanics of fluids , 2d éd. McGraw-Hill.
- [9] DELANNOY, Y. et KUENY, J.L. ( 1990). Two phase low Approach in Unsteddy Cavitation Modelling. Cavitation and Multiphase Flow Forum 1990, Toroto. ASME FED vol 98. 153-158.
- [10] DOREY, J.M. et NIENALTOWSKA, E. ( 1988). Empreinte dû à l'implosion de bulles isolées : Étude paramétrique expérimentale , La Houille Blanche, No. 7/8, 563-570.
- [11] DUGUÉ, C., FRUMAN, D.H., BILLSRD, J.Y. et CERRUTTI P. (1990). Dynamic Criterion for Cavitation of Bubbes, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 114, 250-254.
- [12] FRANC, J.P., AVELLAN, F., BELAHADJI, J.Y., BILLARD, J.Y., BRIANÇON-MARJOLLET, L., FRÉCHOU, D., FRUMAND, H., KARIMI, A., KUENY J.L. et MICHEL, J.M. La Cavitation - Mécanismes physiques et aspects industriels.
- [13] FRANC, J.P. et MICHEL, J.M. (1985). Attached Cavitation and the Boundary Layer: Experimental Investigation and Numerical Treatment, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 154, 63-90.
- [14] HAMMITT, F.G. ( 1980). Cavitation and Multiphase Flow Phenomena. McGraw Hill.
- [15] KINNAS, S.A. et FINE, N.E. ( 1993). Anumerical nonlinear analysis of the flow around two- and three- dimensional partially cavitating hydrofoils, Journal of Fluid Mechanics. Vol. 254, 151-181.

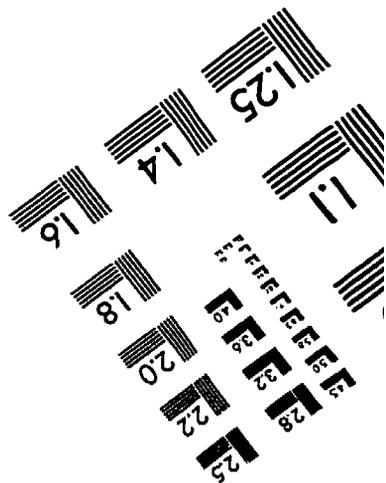
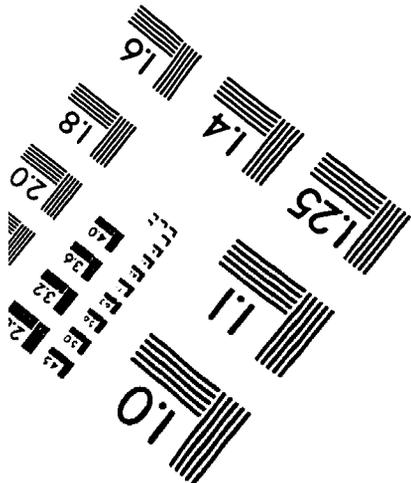
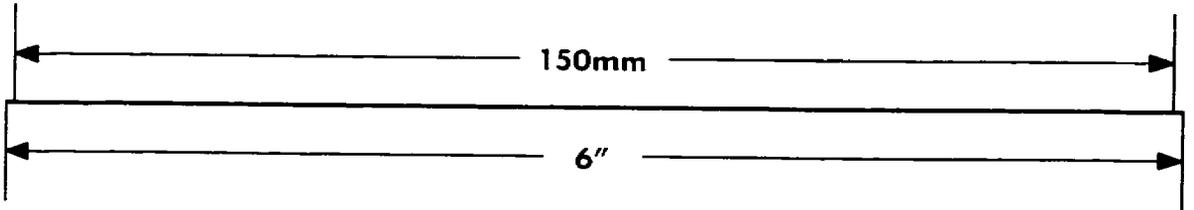
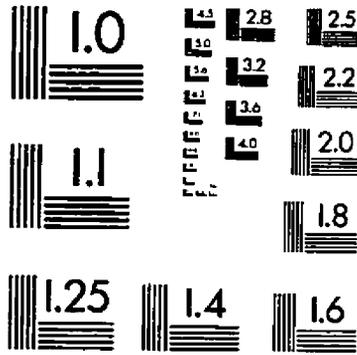
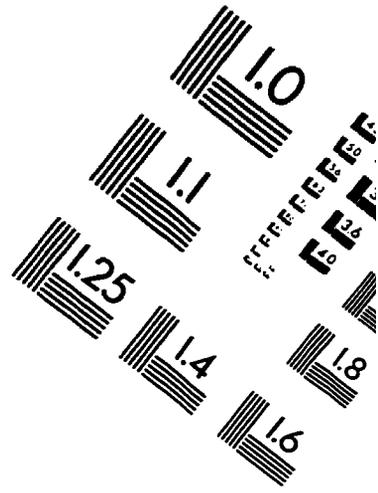
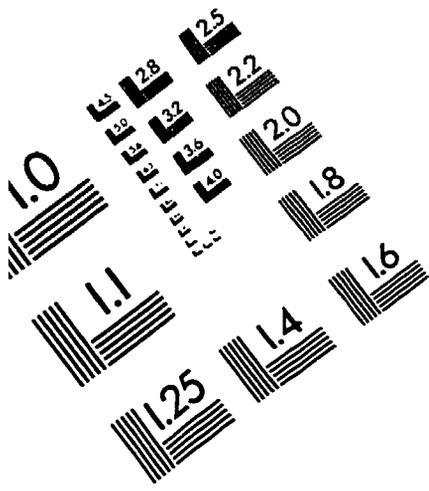
- [16] KLASEBOER, E. et BRUIN, G.J. ( 1992). Behaviour of a Cloud of Bubbles Filled with Vapour and a Small Amount of Noncondensable Gaz, La Huille Blanche, No. 7/8, 545-550.
- [17] KUENY, J.L. et DESCLAUX, J. ( 1981). Theoretical Analysis of Cavitation in Rocket Engine Inducers, Pumping Machinery, ASME FED-1981, 11-17.
- [18] KUENY, J.L., SCHULTZ, J.L. et DESCLAUX, J. ( 1988). Numerical Prediction of Partial Cavitation in Pumps and Inducers, Symposium 1988 Trondheim.
- [19] LABBÉ, P. (1993). Analyse par éléments finis de la résistance électrique dans les joints brasés. Mémoire de maîtrise ès sciences appliquées. Département de génie mécanique.
- [20] LEMONNIER , H. et ROWE, A. ( 1988). Another approach in modelling cavitating flows, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 195, 557-580.
- [21] FARINAS, M.I. (1995). Simulation numérique de la convection naturelle d'un fluide Newtonien entre deux cylindres concentriques avec ou sans ailettes. Mémoire de maîtrise ès sciences appliquées. Département de génie mécanique.
- [22] PLESSET, M.S. et CHAPMAN, R.B. (1993). Collapse of an Initially Spherical Vapour Cavity in the Neighbourhood of a solid boundary, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 47, part 2 , 293-290.
- [23] RAABE, J. ( 1985). Hydro Power. The Design, Use and Function of Hydromechanical Hydraulic and electrical Equipment. V.D.I. Verlag GmBh, Düsseldorf.

[24] ROOD, E.F. ( June 1991). Review - mechanisms of Cavitation Inception, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 113, 163-175.

[25] ROWE, A. et BLOTIAUX, O. ( 1993). Aspects of Modeling Partially Caviting Flows, Journal of Ship Research, Vol. 37, No.1, 34-48.

[26] REDDY, J.N. ( 1993). An Introduction to the Finite Element Method, 2d ed. College Station. Texas 77843. McGraw-Hill, inc.

# IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



**APPLIED IMAGE, Inc**  
1653 East Main Street  
Rochester, NY 14609 USA  
Phone: 716/482-0300  
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc.. All Rights Reserved