

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SIMULATION NUMÉRIQUE DU TRANSFERT RADIATIF
DANS LES ARCS DE DISJONCTEURS À SF₆

ENOH SERGE DIDIER EBY

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLOME DE MAÎTRE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES (M.Sc.A.)
(GÉNIE MÉCANIQUE)

Mars 1997



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-26467-X

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

SIMULATION NUMÉRIQUE DU TRANSFERT RADIATIF
DANS LES ARCS DE DISJONCTEURS À SF₆

présenté par: EBY Enoch Serge Didier

en vue de l'obtention du diplôme de: Maître ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. CAMARERO Ricardo, Ph.D., président

M. TRÉPANIER Jean-Yves, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. BOUCHARD Yvon, M.Sc., membre

*À mon Père Joseph Eby,
À ma Famille pour tout le soutien
durant cette longue période loin d'eux.*

Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mon directeur de recherche, Monsieur Jean-Yves Trépanier, dont la vitalité, la disponibilité et la sympathie ont été d'un apport considérable dans la réalisation de ce projet.

Mes remerciements vont également à l'endroit de Monsieur Marcelo Reggio pour sa disponibilité et ses conseils ainsi qu'à Monsieur Xudong Zhang pour ses remarques pertinentes. J'aimerais aussi remercier le Professeur Michael F. Modest de l'Université de Pennsylvanie pour avoir pris le temps d'éclaircir certains points nébuleux au niveau du transfert radiatif.

Je n'oublie pas les camarades du groupe GRMIAO qui ont rendu ce séjour fort agréable. Je citerai entre autres, Marc, Dominique, André, Samir, Eric, Roberto et tous les autres. J'adresse également un petit mot à ma famille qui n'a cessé de m'épauler et me stimuler durant toute cette période.

Je remercie finalement la compagnie GEC ALSTHOM pour le support financier accordé au projet.

Résumé

Depuis déjà quelques années, il y a un intérêt marqué pour l'utilisation de l'outil informatique pour la prédiction des interactions arc-fluide au sein des disjoncteurs. Ces outils sont de plus en plus utilisés par les manufacturiers de disjoncteurs durant la phase de conception, permettant ainsi de réduire le nombre d'essais expérimentaux, les coûts engendrés par ces derniers étant de plus en plus élevés. L'approche utilisée dans la plupart des logiciels est basée sur la résolution des équations de conservation (masse, quantité de mouvement et énergie) en utilisant les méthodes appropriées. Les effets physiques additionnels tels que les effets de l'arc sur l'écoulement sont couplés avec les équations de conservation. L'un des enjeux importants est la prédiction du rayonnement dans l'arc, un des mécanismes dominants de transfert d'énergie dans l'arc.

Jusqu'à récemment, la plupart des auteurs travaillant sur les aspects de la modélisation des arcs de type disjoncteur, utilisaient la méthode des coefficients d'émission nette. Cependant, cette dernière ne donne une bonne approximation que dans les régions chaudes du plasma. Elle sous-estime les effets d'auto-absorption rencontrés dans une part importante du spectre, en bordure de l'arc.

Une méthode plus récente, la méthode des caractéristiques partielles a été introduite.

Cependant, bien que cette méthode soit plus simple comparativement à la résolution complète des équations du transfert radiatif, elle requiert des ressources informatiques plus importantes puisqu'il faut intégrer suivant plusieurs directions.

À la lumière des difficultés ci-dessus mentionnées, il apparaît que l'intégration d'un modèle de rayonnement dans un code de simulation numérique devrait être aussi précis que la méthode des caractéristiques partielles mais moins coûteux: tel est l'objectif de ce mémoire.

Nous avons donc développé un schéma numérique pour la résolution des équations de transfert radiatif suivant une formulation volumes finis. Le modèle P-1 est utilisé avec les hypothèses de non-diffusion dans le plasma et nous supposons également que le rayonnement émis par les parois est faible par rapport au rayonnement dans l'arc. Cinq bandes de longueurs d'onde sont utilisées afin de prendre en compte la dépendance spectrale du coefficient d'absorption. On commence par déterminer le rayonnement incident dans chaque bande et par suite, le rayonnement net peut être déduit par sommation de la divergence du flux radiatif sur toutes les bandes.

Les calculs numériques ont été d'abord validés à l'aide de plusieurs cas tests et les résultats ont été comparés à ceux obtenus dans le cas de l'hypothèse de plasma isotherme avec la méthode des coefficients d'émission nette. Ce modèle a été également validé avec les solutions obtenues avec la méthode des caractéristiques partielles. Enfin, un cas de résolution complète d'arc de très fort courant a été effectué avec le nouveau modèle. Les résultats sont comparés aux solutions obtenues avec l'ancienne méthode.

De l'analyse des solutions, il ressort que les résultats obtenus dans la zone chaude sont

sensiblement les mêmes avec les deux méthodes, cependant, dans la région froide, il y a plus d'absorption en frontière de l'arc avec le modèle P-1 qu'avec l'ancienne méthode.

La méthode utilisée dans le nouveau modèle permet de simplifier grandement la résolution du transfert radiatif dans les arcs de disjoncteurs à SF_6 . Elle s'avère assez précise, flexible et est moins coûteuse que la méthode des caractéristiques partielles. Les résultats obtenus sont assez prometteurs puisque la méthode permet aussi d'estimer le flux radiatif sur les parois, facteur important dans l'évaluation de l'ablation des buses.

Abstract

Since a few years, there is an increasing interest towards the development and use of computational tools for the prediction of circuit-breaker arc-flow interaction. Such tools are currently being used by major circuit-breaker manufacturers in the design phase, allowing the reduction of related costs due to experiments. Most of these computational approaches are based on the solution of the flow conservation equations by appropriate numerical methods and additional physical processes, such as the arc effect on the flow, are modelled by separated equations and coupled with the flow equations. One of the most important issue in arc modelling is the prediction of energy transfer in the arc.

Until recently, most of the authors working in the modelling aspects of circuit-breakers arc were using the net emission coefficients. However, these coefficients only give an approximation of the radiation leaving the hot part of the plasma and under-estimate the strong self-absorption of an important part of the spectrum at the cold boundary of the arc.

A more recent method, the partial characteristics method has been introduced. Although the method greatly simplifies the radiation problem compared to the complete equation of radiative transfer, the method is still computer intensive since it requires

the integration over solid angle and this is usually carried out using many directions.

By the light of these problems, it seems that for integration with transient arcs simulation, a model as precise as the partial characteristics method but cheaper is required: this is the objective of the present thesis.

A numerical scheme has been developed for the solution of the radiative transfer equation by mean of a finite volume approach. The P-1 Approximation is used assuming non-scattering effects of the plasma and negligible radiative effects of the walls compared to the arc radiation.

Five bands of wavelength have been used to take into account the spectral aspects of the absorption coefficients. We firstly determine the incident radiation over each band and then, the net radiation is deduced by summing the divergence of radiative flux obtained for each band.

Numerical solutions have been validated by using different cases and the results were compared to those obtained for an isothermal plasma by the net emission coefficients method. We also validated the model by comparing our solutions with those obtained using the partial characteristics method. Finally, a complete solution of very high current arc has been investigated comparatively to results by the old method.

The results shows that we obtain the same trends in the hot part of the arc, however there is much more absorption effects observed in the cold region by the P-1 approximation than the old method.

The method used in the new model of radiation simplify greatly the solution of radiative transfer in SF₆ circuit-breaker arcs. It is precise, flexible and cheaper than the

partial characteristics method. The results are promising because the method could also be used to estimate the radiative flux, an important factor when investigating nozzle ablation.

Table des matières

Dédicace	iv
Remerciements	v
Résumé	vi
Abstract	ix
Table des matières	xii
Liste des tableaux	xvi
Liste des figures	xvii
Liste des sigles et abréviations	xxii
Liste des notations	xxiii
Introduction	1
1 Le disjoncteur	4
1.1 Généralités	4
1.2 Fonctionnement	6

1.3	L'arc électrique	7
1.4	Modélisation du disjoncteur	8
1.4.1	L'effet Joule	10
1.4.2	Le rayonnement	11
2	Théorie de base	
	du transfert radiatif	13
2.1	Les modes de transfert de chaleur	13
2.2	Nature du rayonnement thermique	15
2.3	Grandeurs caractéristiques	17
2.3.1	L'intensité du rayonnement I	17
2.3.2	Le rayonnement incident G	18
2.3.3	Le flux de chaleur radiatif	19
2.3.4	Cas idéal: le corps noir	19
2.4	Le rayonnement dans les gaz	20
2.5	Le rayonnement dans les plasmas	20
2.5.1	La transition lié-lié: rayonnement d'excitation	21
2.5.2	La transition lié-libre: recombinaison radiative et attachement radiatif	21
2.5.3	La transition libre-libre: rayonnement de freinage	22
2.6	Formulation mathématique	23
2.6.1	Atténuation du rayonnement	23
2.6.2	Augmentation du rayonnement	24
2.6.3	L'Équation du Transfert Radiatif (ETR)	26
2.6.4	Forme conservative du flux radiatif	27

2.6.5	Méthodes classiques de résolution de l'équation de transfert radiatif	29
2.6.6	La méthode des harmoniques sphériques (P-N)	30
3	Le rayonnement	
	dans les disjoncteurs à SF₆	36
3.1	La méthode des coefficients d'émission nette	37
3.1.1	Description	37
3.1.2	Modèle actuel	38
3.2	La méthode des caractéristiques partielles	41
3.3	Le modèle P-1 par bandes	44
3.3.1	Motivations	44
3.3.2	Coefficients d'absorption moyen	44
3.3.3	Formulation	51
3.3.4	Conditions aux limites	53
4	Solution numérique	
	des équations du modèle P-1	55
4.1	Intégration en volumes finis	56
4.2	Modèle unidimensionnel	57
4.2.1	Terme de surface	57
4.2.2	Terme de volume	59
4.2.3	Équation globale	61
4.2.4	Conditions frontières	61
4.3	Modèle bidimensionnel	62
4.3.1	Discrétisation de l'équation de Laplace	63

4.3.2	Discrétisation de l'équation de Poisson	67
4.3.3	Discrétisation de l'équation de Helmholtz	68
4.4	Résolution du système d'équations	69
5	Résultats et analyses	70
5.1	Validations	71
5.1.1	Équation de Laplace	71
5.1.2	Équation de Poisson	80
5.1.3	Équation de Helmholtz	85
5.2	Cas unidimensionnel	91
5.2.1	Arc isotherme	91
5.2.2	Arc à profil parabolique	94
5.3	Cas bidimensionnel	98
5.4	Cas test de Lewis: arc de 34000 A	108
5.4.1	Description du cas test de Lewis	108
5.4.2	Résultats obtenus avec l'ancien modèle	109
5.4.3	Résultats obtenus avec le modèle P-1	110
5.4.4	Discussion	115
	Conclusion	118
	Références	120

Liste des tableaux

3.1	Bandes spectrales pour les coefficients d'absorption moyens	45
5.1	Flux radiatif sur la buse	106

Liste des figures

1.1	Phases de coupure [3]	6
2.1	Niveaux d'excitation	22
3.1	Coefficient d'absorption spectral du SF_6 [2]	45
3.2	Variation du coefficient continu à $P = 8$ atm [6]	46
3.3	Coefficients d'absorption moyens pour la bande 1 à $P = 1$ atm	47
3.4	Coefficients d'absorption moyens pour la bande 2 à $P = 1$ atm	48
3.5	Coefficients d'absorption moyens pour la bande 3 à $P = 1$ atm	48
3.6	Coefficients d'absorption moyens pour la bande 4 à $P = 1$ atm	49
3.7	Coefficients d'absorption moyens pour la bande 5 à $P = 1$ atm	49
3.8	Fonction de Planck	50
4.1	schéma du volume de contrôle en une dimension	57
4.2	Volume de contrôle pour la frontière gauche	61
4.3	Volume de contrôle barycentrique pour le calcul du rayonnement inci- dent G	63
4.4	Décomposition des normales aux faces	65
5.1	Géométrie utilisée pour l'équation de Laplace	71

5.2	Conditions frontières: équation de Laplace	72
5.3	Comparaison des solutions analytique et numérique dans le cas de l'équation de Laplace	73
5.4	Maillage utilisé pour la résolution de équation de Laplace	74
5.5	Isolignes du rayonnement incident G	74
5.6	Conditions frontières Laplace avec une condition de Marshak sur le rayon externe	75
5.7	Solution de l'équation de Laplace avec la condition de Marshak . . .	76
5.8	Isolignes G avec la condition de Marshak	77
5.9	Conditions frontières: équation de Laplace dans un milieu non-homogène	78
5.10	Comparaison des solutions analytique et numérique: équation de Laplace dans un milieu non-homogène	78
5.11	Erreur absolue pour le calcul de la solution de l'équation de Laplace .	79
5.12	Géométrie utilisée pour la résolution de l'équation de Poisson	80
5.13	Conditions frontières: équation de Poisson	81
5.14	Maillage utilisé dans le cas de l'équation de Poisson	81
5.15	Solution de l'équation de Poisson	82
5.16	Comparaison des solutions analytique et numérique pour l'équation de Poisson dans un milieu homogène	83
5.17	Conditions frontières: équation de Poisson avec deux zones	83
5.18	Comparaison des solutions analytique et numérique: équation de Pois- son avec deux zones	84
5.19	Profil de température pour la validation de l'équation de Helmholtz .	85
5.20	Profil du rayonnement incident dans la bande 1	88
5.21	Profil du rayonnement incident dans la bande 2	89

5.22 Profil du rayonnement incident dans la bande 3	89
5.23 Profil du rayonnement incident dans la bande 4	90
5.24 Profil du rayonnement incident dans la bande 5	90
5.25 Rayon = 0 cm	91
5.26 Rayon = 0.1 cm	92
5.27 Rayon = 0.2 cm	92
5.28 Rayon = 0.5 cm	93
5.29 Rayon = 1 cm	93
5.30 Cas test de Raynal: Profil de température	94
5.31 Rayonnement incident dans la bande 1	95
5.32 Rayonnement incident dans la bande 2	95
5.33 Rayonnement incident dans la bande 3	96
5.34 Rayonnement incident dans la bande 4	96
5.35 Rayonnement incident dans la bande 5	97
5.36 Rayonnement net pour l'arc de Raynal [18]	98
5.37 Maillage pour l'arc de Raynal	99
5.38 Arc de Raynal	99
5.39 Rayonnement incident dans la bande 1 avec la condition de Marshak	100
5.40 Rayonnement incident dans la bande 2 avec la condition de Marshak	100
5.41 Rayonnement incident dans la bande 3 avec la condition de Marshak	101
5.42 Rayonnement incident dans la bande 4 avec la condition de Marshak	101
5.43 Rayonnement incident dans la bande 5 avec la condition de Marshak	102
5.44 Rayonnement net dans la bande 1 avec la condition de Marshak . . .	103
5.45 Rayonnement net dans la bande 2 avec la condition de Marshak . . .	103
5.46 Rayonnement net dans la bande 3 avec la condition de Marshak . . .	104

5.47 Rayonnement net dans la bande 4 avec la condition de Marshak . . .	104
5.48 Rayonnement net dans la bande 5 avec la condition de Marshak . . .	105
5.49 Profil de température d'un arc stabilisé par paroi	106
5.50 Comparaison des résultats obtenus par la méthode P-1 et la méthodes des caractéristiques partielles	107
5.51 Maillage pour le cas test de Lewis	108
5.52 Lignes iso-températures: $(min; max) = (320; 23337) K$	109
5.53 Distribution de pression: $(min; max) = (1, 45; 7, 85) atm$	109
5.54 Rayonnement net: $(min; max) = (-8, 55 \times 10^2; 1, 068 \times 10^3) W/mm^3$	110
5.55 Rayonnement incident dans la bande 1: $(min; max) = (-6, 673 \times 10^1; 7, 227 \times$ $10^4) W/m^2$	111
5.56 Rayonnement incident dans la bande 2: $(min; max) = (-9, 188 \times$ $10^4; 1, 100 \times 10^9) W/m^2$	111
5.57 Rayonnement incident dans la bande 3: $(min; max) = (-3, 985 \times$ $10^7; 2, 160 \times 10^9) W/m^2$	111
5.58 Rayonnement incident dans la bande 4: $(min; max) = (0; 1, 697 \times$ $10^8) W/m^2$	111
5.59 Rayonnement incident dans la bande 5: $(min, max) = (0; 5, 333 \times$ $10^7) W/m^2$	112
5.60 Rayonnement net avec modèle P-1 et la condition de Dirichlet nulle: $(min; max) = (-2, 813 \times 10^3; 8, 885 \times 10^2) W/mm^3$	112
5.61 Rayonnement incident dans la bande 1: $(min, max) = (6, 673 \times 10^1; 7, 224 \times$ $10^4) W/m^2$	113
5.62 Rayonnement incident dans la bande 2: $(min, max) = (-9, 188 \times$ $10^5; 1, 100 \times 10^9) W/m^2$	113

5.63 Rayonnement incident dans la bande 3: $(min, max) = (-3,985 \times 10^7; 2,160 \times 10^9) W/m^2$	113
5.64 Rayonnement incident dans la bande 4: $(min, max) = (3,685 \times 10^8; 5,273 \times 10^8) W/m^2$	114
5.65 Rayonnement incident dans la bande 5: $(min, max) = (1,836 \times 10^7; 6,973 \times 10^7) W/m^2$	114
5.66 Rayonnement net avec modèle P-1 et la condition de Marshak: $(min; max) = (-2,849 \times 10^3; 7.453 \times 10^2) W/mm^3$	115
5.67 Comparaison du rayonnement net dans le plan médian de la section droite du disjoncteur	116
5.68 Flux radiatif sur la buse dans le cas test de Lewis	117

Liste des sigles et abréviations

ETL	Équilibre thermodynamique local
ETR	Équation du transfert radiatif
GRMIAO	Groupe de Recherche en Mécanique de l'Ingénierie Assistée par Ordinateur

Liste des notations

Caractères usuels

A, A_p	surface, surface projetée (m^2)
c, c_0	vitesse de la lumière (dans le vide)
e	énergie interne par unité de masse (J/kg)
G	rayonnement incident (W/m^2)
h	constante de Planck ($6,6262 \times 10^{-34} J.s$)
h	coefficient de convection ($W/m^2 K$)
$\hat{i}$	vecteur unitaire dans la direction x
I	Intensité du rayonnement ($W/m^2 sr$)
I_b	Intensité du corps noir ($W/m^2 sr$)
$\hat{j}$	vecteur unitaire dans la direction y
k	conductibilité thermique (W/mK)
k	constante de Boltzmann ($1,3806 \times 10^{-23} J/K$)
$\hat{k}$	vecteur unitaire dans la direction z
n	indice de réfraction

$\hat{n}$	vecteur normal à la surface
p	pression
P_l, P_m	Polynômes de Legendre associés
$q, \mathbf{q}$	flux de chaleur, vecteur flux de chaleur (W/m^2)
$\mathbf{r}$	vecteur position
$\hat{s}$	vecteur unitaire directionnel
t	temps (s)
T	température (K)
u	densité d'énergie radiative
$\mathbf{u}$	vecteur vitesse
x, y, z	coordonnées cartésiennes
Y_l^m	harmoniques sphériques

Caractères grecs

α	absorptivité
β	coefficient d'extinction
ϵ, ϵ_w	émissivité, émissivité de la paroi
η	nombre d'ondes (cm^{-1})
θ	angle polaire (rad)
κ	coefficient d'absorption (m^{-1})
λ	longueur d'onde (μm)

ν	fréquence (Hz)
ρ	densité du fluide (kg/m^3)
σ	constante de Stephan-Boltzmann ($5,67 \times 10^{-8} W/m^2 K^4$)
σ_s	coefficient de diffusion (scattering)
τ	épaisseur optique
ϕ	angle de phase (rad)
Φ	fonction de phase de la diffusion (sr^{-1})
ψ	angle azimutal (rad)
ω	fréquence angulaire (rad/s)
ω	albédo de la diffusion
Ω	angle solide (sr)

Introduction

L'utilisation de disjoncteurs à hexafluorure de soufre (SF_6) a connu un véritable essor depuis quelques années, surtout dans le domaine des forts courants. Les qualités particulières du SF_6 lui ont valu le mérite d'être considéré comme "le gaz des appareilleurs". Parallèlement à cela, l'outil informatique a fait une percée fulgurante, les coûts de développement expérimentaux étant trop élevés. On a donc assisté depuis lors, à l'émergence de logiciels permettant de simuler divers phénomènes physiques intervenant dans le disjoncteurs [21].

Des phénomènes énergétiques survenant durant la phase d'opération du disjoncteur, le phénomène de rayonnement demeure l'un des plus difficile à modéliser compte tenu des divers aspects qui entrent en jeu. Cependant, il demeure prépondérant. À ce titre, jusque-là, la méthode des coefficients d'émission nette a été utilisée avec un plus ou moins grand succès, moyennant quelques "ajustements". Par contre, cette méthode présente des lacunes dont l'une des principales est la difficulté de prendre en compte les phénomènes d'auto-absorption qui apparaissent en bordure de l'arc. Il faut aussi reconnaître que l'hypothèse de plasma isotherme et cylindrique utilisée dans cette approche est très peu réaliste.

La modélisation du phénomène de rayonnement est assez compliquée, compte tenu surtout de la dépendance spectrale et de la température. Dans les plasmas thermiques, la variation des propriétés radiatives peut être de plusieurs ordres de grandeur et la présence des raies de résonance superposées sur un fond continu ne facilite guère la tâche. Une tentative de solution du problème est venue de la part de Sevast'yanenko par l'introduction de sa technique dite "méthode des caractéristiques partielles". Cette méthode est détaillée dans [20]. Elle permet de prendre en compte à la fois la dépendance spectrale du rayonnement et les gradients effectifs de température, de densités de particules et de pression dans le plasma. Plusieurs auteurs [1, 2, 16, 18, 19] l'ont appliqué avec succès. Cependant, elle est assez coûteuse.

Ce mémoire se propose donc d'introduire une nouvelle approche dans la prise en compte des phénomènes de rayonnement au sein des disjoncteurs. L'idée de base est de remplacer les approches semi-heuristiques pour plutôt tenter d'approximer le rayonnement en partant des équations de base du transfert radiatif. Compte tenu de sa nature intégral-différentielle, une méthode approximative s'avère indispensable pour la résolution numérique. Afin d'allier précision, simplicité et flexibilité, la méthode des harmoniques sphériques est utilisée. Plus spécifiquement, le modèle P-1 est implanté en suivant une approche volumes-finis.

Ce travail se subdivise en cinq chapitres.

Le chapitre premier donne une vue globale du disjoncteur. On y mentionne également la modélisation des aspects énergétiques actuellement utilisée dans le logiciel MC³ en mettant l'emphasis sur le modèle de rayonnement.

Le second chapitre introduit la théorie du transfert radiatif afin d'aider à la compréhension des chapitres subséquents. On montre les divers phénomènes permettant d'aboutir

à l'équation du transfert radiatif.

Dans le troisième chapitre, on présente les divers modèles de rayonnement utilisés dans la résolution du problème de transfert radiatif dans les disjoncteurs à SF_6 . L'épineux problème des coefficients d'absorption est également présenté. Par la suite, les détails de la méthode P-1 par bandes sont exposés.

La résolution des équations du modèle P-1 est présentée au chapitre quatre, ainsi que les différentes phases de validation du solveur. Et enfin, les résultats et une discussion sont présentés au chapitre cinq.

Chapitre 1

Le disjoncteur

1.1 Généralités

Sur un réseau électrique, l'interruption du courant s'avère quelques fois nécessaire. Que ce soit de façon volontaire comme lorsqu'il est nécessaire d'isoler une partie du réseau pour y effectuer des travaux ou de façon accidentelle, en cas de foudre, de vents violents ou de séisme par exemple, la présence du disjoncteur prend toute son importance: il permet de rapidement reconfigurer le réseau et minimise les dommages possibles, conséquences directes des excès de courant qui se développent dans ces situations. Des vies humaines et le matériel (assez coûteux) en aval peuvent donc être ainsi protégés.

Essentiellement formé des trois éléments constitutants, à savoir *deux électrodes*, l'une fixe et l'autre mobile, qui lorsqu'elles se touchent, forment un circuit complet et qui, durant la phase d'opération, se déplacent relativement l'une par rapport à l'autre afin

d'ouvrir le circuit. Ces dernières baignent dans *un agent d'extinction et d'isolation*, par exemple l'hexafluorure de soufre (SF_6), l'air, ou l'huile et le tout est placé dans une enceinte isolante, *la chambre de coupure*.

Depuis quelques années, il y a eu une formidable évolution dans la conception et la fabrication de ces appareils. Diverses techniques de coupure ont vu le jour, permettant ainsi de répondre à des exigences de plus en plus accrues. À ce titre, au niveau des courants moyens, le soufflage autopneumatique marqué par le mouvement relatif d'un piston dans un cylindre afin de créer une surpression qui va générer le soufflage de l'arc, a cédé progressivement le pas à la technique de soufflage par expansion thermique (autosoufflage). Cette dernière est caractérisée par l'utilisation importante de l'énergie d'arc pour la coupure [3]. Cela est attribuable à une meilleure compréhension des phénomènes physiques qui interviennent durant la phase de coupure.

Au niveau des agents d'extinction, l'hexafluorure de soufre a supplanté l'air et l'huile à cause des insuffisances observées chez ces derniers. Par exemple, les disjoncteurs à air exigent une grande pression dans la chambre de coupure, entraînant ainsi des risques d'explosion. L'huile quant à elle, est inflammable, ce qui a déjà entraîné certains dégâts. Le SF_6 tire son épingle du jeu grâce à des propriétés exceptionnelles au niveau de la stabilité chimique, de la rigidité diélectrique et également des propriétés thermiques. En effet, dans les conditions ordinaires, il se présente comme un gaz incolore, inodore, inerte et incombustible possédant une densité élevée du fait de sa masse moléculaire. Le phénomène de dissociation à haute température est presque entièrement réversible et les produits formés lors de la décomposition sont négligeables. Sa bonne tenue diélectrique est attribuable à la dimension de sa molécule et à son affinité à fixer les électrons libres.

1.2 Fonctionnement

La figure 1.1 présente de façon schématique, le principe de coupure dans un disjoncteur à soufflage autopneumatique.

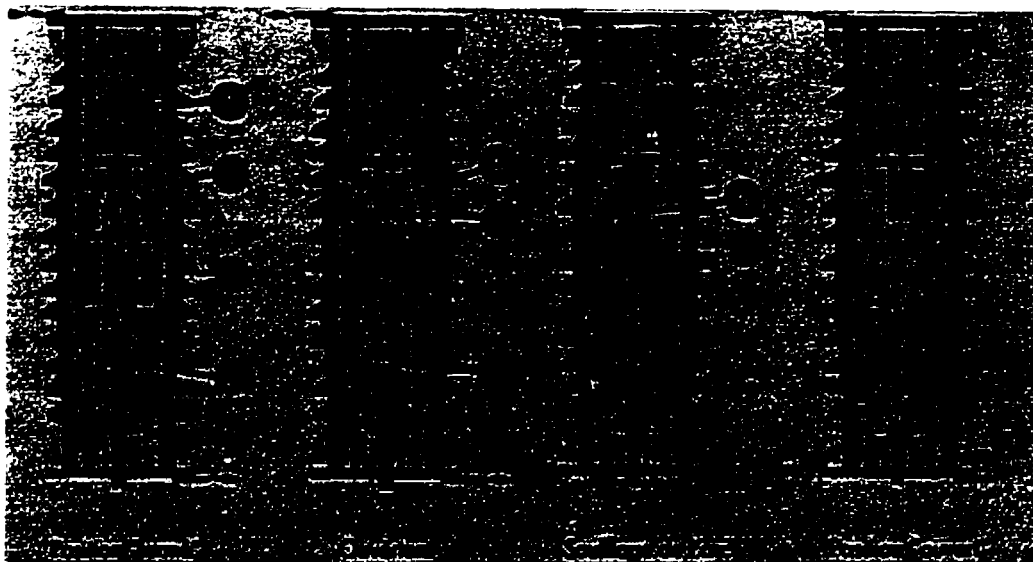


Figure 1.1: Phases de coupure [3]

Quatre phases sont à noter:

- **Position “fermé”**

Le disjoncteur est en condition normale, le circuit étant fermé, le courant circule à travers les électrodes 1 et 2.

- **Ouverture**

En cas de défaut, le mode ouverture est enclenché et la trajectoire du courant est déviée à travers les contacts d’arc 5 et 6. On assiste alors à une suppression progressive due à la diminution du volume disponible pour le gaz créé par le

mouvement du piston 7 et par l'expansion de l'arc lui-même.

- **Soufflage**

L'ouverture du circuit entraîne la formation d'un arc électrique entre les électrodes. L'arc étant conducteur, le courant électrique continue de circuler. Mais, un soufflage énergique de l'arc par le gaz froid fortement comprimé favorisera l'extinction de l'arc lors du passage à zéro du courant.

- **Position "ouvert"**

Après l'extinction de l'arc, le disjoncteur est complètement ouvert.

Le principe de fonctionnement du disjoncteur est identique à celui d'un interrupteur: en position fermée, il laisse passer le courant tandis que lorsqu'un problème survient sur le réseau, le disjoncteur est ouvert et la continuité électrique est ainsi interrompue. Ce principe apparemment fort simple cache tout un ensemble de phénomènes physiques délicats et très complexes qui surviennent lors de l'apparition de l'arc.

1.3 L'arc électrique

L'arc électrique joue un rôle fondamental dans les problèmes de coupure. Il peut être vu comme une réaction du réseau à la continuité électrique. En fait, c'est un plasma issu de la décharge électrique de haute intensité dans un milieu gazeux (SF_6). Les températures rencontrées dans le cas d'un disjoncteur à SF_6 sont de l'ordre de 20 000 K. Le rayonnement étant sensiblement proportionnel à la quatrième puissance de la température, l'importance de prendre en compte les effets radiatifs dans l'arc est évidente.

L'arc assure le passage du courant durant quelques millisecondes, principalement à cause des électrons libres mais aussi des ions positifs qui entretiennent le mécanisme d'ionisation. Pour des courants alternatifs, on met à profit le passage du courant à zéro pour faire passer le milieu gazeux de l'état conducteur à l'état isolant. Au voisinage du courant zéro, les pertes par effet Joule diminuent, entraînant donc un refroidissement de l'arc. Il en résulte une recombinaison des ions et des électrons pour redonner des particules électriquement neutres, de telle sorte que l'ionisation décroît ainsi que la conductance. À ce stade, le soufflage énergétique de SF_6 permet d'annihiler la conductance de l'arc.

Divers autres problèmes peuvent survenir, par exemple, l'emballement thermique, les phénomènes post-arcs, le rallumage thermique, etc... mais ces derniers sortent du cadre de ce mémoire.

1.4 Modélisation du disjoncteur

Depuis déjà quelques années, le logiciel MC³ développé au sein du groupe GRMIAO permet de simuler à la fois l'écoulement du gaz de soufflage et le champ électrique. En supposant un ETL, les équations de conservation de masse, de la quantité de mouvement et d'énergie peuvent être utilisées pour représenter l'interaction arc-fluide. Ces interactions sont modélisées par les équations d'Euler.

En effet, des études numériques et expérimentales ont démontré que les phénomènes visqueux sont secondaires, tout au moins dans la phase de fort courant. La conduction thermique y est négligeable.

Cela se traduit par le système d'équations:

$$\mathbf{U}_t + \nabla \cdot \mathbf{F} = \mathbf{S} \quad (1.1)$$

où $\mathbf{U}$ est le vecteur des variables conservatives, $\mathbf{F}$ la matrice des flux et $\mathbf{S}$ le vecteur des termes sources. Dans un repère axisymétrique, on a:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_x \\ \rho u_y \\ \rho e \end{pmatrix}, \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{P}{y} \\ S_e \end{pmatrix}, \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u_x & \rho u_y \\ \rho u_x u_x + P & \rho u_y u_x \\ \rho u_x u_y & \rho u_y u_y + P \\ \rho u_x e + u_x P & \rho u_y e + u_y P \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

où x et y représentent respectivement les directions axiales et radiales, ρ est la densité, $\mathbf{u} = (u_x, u_y)^\top$ la vitesse du fluide, e l'énergie totale spécifique du fluide, P la pression, S_e le terme source d'énergie comprenant la dissipation Joule et la radiation [23]. Le système d'équations (1.1) est fermé par l'équation d'état $P = p(\rho, i)$, où $i = e - \frac{1}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$ est l'énergie interne du système. Pour un gaz parfait, $p(\rho, i) = (\gamma - 1)\rho i$. Dans le cas d'un plasma de SF_6 en ETL, la fonction $p(\rho, i)$ est obtenue en lissant les données de Frost et Liebermann [4].

L'équation peut être écrite sous sa forme intégrale utilisée couramment dans la formulation volumes finis,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{U} dv + \oint_{\partial V} \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{F} ds = \int_V \mathbf{S} dv, \quad (1.3)$$

où $\hat{\mathbf{n}} = (n_x, n_y)^\top$ est le vecteur normal à la frontière fermée ∂V délimitant la surface du volume de contrôle V .

Dans le schéma employé, les variables conservatives sont résolues de façon explicite dans le temps selon:

$$U_p^{n+1} = U_p^n - \frac{\Delta t}{V} \sum_{k=1}^{N \text{ côtés}} F_k^n L_k + \Delta t S_p^n, \quad (1.4)$$

où L_k représente la longueur du k-ième côté du volume V .

Le schéma de Roe est utilisé dans la discrétisation des flux aux interfaces [24, 23].

L'arc électrique influence le bilan d'énergie à travers deux contributions, soit la dissipation par effet Joule et la radiation.

Le terme source s'écrit donc

$$S_e = S_{Joule} - S_{Radiation}. \quad (1.5)$$

1.4.1 L'effet Joule

La source ohmique est modélisée par la résolution des équations de Maxwell.

En supposant un régime stationnaire, on a

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0, \quad (1.6)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad (1.7)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi \quad (1.8)$$

où $\mathbf{J}$ représente la densité de courant, $\mathbf{E}$ le champ électrique, ϕ le potentiel électrique

et $\sigma = \sigma(T, P)$ la conductivité électrique déduite de [4] pour le SF_6 .

À partir de la loi d'Ohm, on peut donc déduire le terme source par

$$S_{Joule} = \sigma |\mathbf{E}|^2. \quad (1.9)$$

1.4.2 Le rayonnement

Le transport de la radiation dans les arcs de type disjoncteur est principalement localisé dans les régions les plus chaudes du plasma où un échange intensif de radiation a lieu. Le calcul complet du transport radiatif demanderait une intégration compliquée du flux radiatif incident de tous les points du domaine. Dans le cas des arcs électriques de type disjoncteur à géométrie cylindrique, la plupart des auteurs approximent la radiation dans l'arc en utilisant les coefficients d'émission nette introduits par Liebermann et Lowke [8]. Ces coefficients représentent la quantité nette de radiation sortant d'un arc cylindrique isotherme et isobare de rayon R . Ceux-ci sont exprimés en fonction des variables thermodynamiques et du rayon de l'arc sous la forme $U = U(T, P, R)$.

Le modèle actuellement utilisé dans MC³ est basé sur ce concept de coefficient d'émission nette. Ce modèle sera détaillé à la section 3.1.2.

Bien qu'efficace, cette méthode requiert l'estimation de paramètres représentant un facteur de correction pour les coefficients de Liebermann et la fraction du rayonnement qui s'échappe du plasma. Plusieurs valeurs doivent être testées à moins d'avoir une valeur expérimentale de la quantité de rayonnement s'échappant de l'arc. En outre,

la méthode a des difficultés pour la prise en compte des effets d'auto-absorption en frontière de l'arc. C'est dans cette optique que s'insère ce projet: implanter un modèle basé sur la physique du problème. Ce modèle devrait également permettre de déterminer directement le flux sur les buses et les électrodes afin de pouvoir prendre en compte d'autres phénomènes comme l'ablation des buses ou l'interaction arc-électrodes.

Chapitre 2

Théorie de base du transfert radiatif

2.1 Les modes de transfert de chaleur

On distingue trois modes principaux de transfert de chaleur, à savoir:

- la conduction
- la convection
- la radiation

Le transfert de chaleur par conduction est le résultat d'un gradient de température dans le milieu. Pour les gaz et les liquides, celle-ci est transportée d'une molécule à une autre par les collisions moléculaires.

La convection est le transfert d'énergie entre un fluide et une surface solide. Deux phénomènes y sont associés:

le premier concerne la diffusion de l'énergie au niveau du fluide à cause du gradient de température, le second est rattaché au mouvement du fluide.

La radiation est le transfert d'énergie par ondes électromagnétiques. À température supérieure au zéro absolu, tout corps émet et absorbe des ondes électromagnétiques ou des photons de façon continue par élévation ou abaissement des niveaux d'énergie moléculaires. Les longueurs d'ondes et l'intensité de l'émission dépendent de la température du corps émetteur.

La conduction et la convection requièrent la présence d'un milieu pour qu'il y ait transfert d'énergie. La radiation quant à elle, est transmise par ondes électromagnétiques, ce qui lui permet d'être transmise sur une longue distance sans interaction avec un milieu. De ce fait, la radiation est un phénomène très important dans le cas des applications sous vide ou dans l'espace.

Une autre caractéristique importante qui permet de distinguer la radiation de la convection et la conduction est la dépendance au niveau de la température.

En effet, dans le cas de la conduction, la loi de Fourier s'écrit comme suit:

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

avec q_x le flux de chaleur par conduction dans la direction x , k le coefficient de conductivité thermique et T la température.

Dans le cas de la convection, le flux convectif est de la forme:

$$q = h(T_s - T_\infty)$$

où q , h , T_s et T_∞ représentent respectivement le flux de chaleur par convection, le coefficient de convection thermique, la température de la surface et la température du fluide.

Les coefficients de conductivité k et de convection h peuvent dépendre de la température. Cependant, cette dépendance est faible. On peut donc dire que dans le cas de la conduction et de la convection, les flux de chaleur sont linéairement proportionnels à une différence de température.

Par contre, dans le cas de la radiation, on a:

$$q \propto T^4 - T_\infty^4$$

La relation ci-dessus montre bien que la radiation devient très importante (et même peut être dominante) lorsque les températures sont très élevées. Par conséquent, la radiation joue un rôle primordial dans les applications de la combustion (flammes, fours, moteurs, etc.), des réactions nucléaires, des plasmas, etc.

2.2 Nature du rayonnement thermique

La radiation thermique peut être vue comme constituée d'ondes électromagnétiques (théorie des ondes électromagnétiques) ou comme constituée d'un paquet de particules sans masse, les photons (théorie de la mécanique quantique). Aucune de ces théories

ne peut prédire de manière complète le phénomène de radiation. On utilise donc de façon interchangeable l'une ou l'autre de ces théories.

En général, les propriétés radiatives des solides et liquides sont prédites par la théorie des ondes électromagnétiques tandis que dans le cas des gaz, la mécanique quantique est plus appropriée.

Les ondes électromagnétiques ou photons se propagent dans tout milieu à de très hautes vitesses. La vitesse de la lumière est fonction du milieu dans lequel elle est transportée. Elle est liée à la vitesse de la lumière dans le vide par:

$$c = \frac{c_0}{n}, \quad c_0 = 2,998 \times 10^8 \text{ m/s},$$

avec n étant l'indice de réfraction du milieu. Par définition, pour le vide, $n \equiv 1$. Pour la plupart des gaz, $n \approx 1$. Par exemple, l'air à la température ambiante a un indice de réfraction de 1.00029 dans le domaine du visible.

À une onde électromagnétique de fréquence ν , on associe un photon possédant une énergie $h\nu$.

Chaque onde peut être identifiée par l'une ou l'autre des grandeurs suivantes:

fréquence ν	en cycle/s ou $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$
longueur d'onde λ	en $\mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$ ou $\text{\AA} = 10^{-10} \text{ m}$
nombre d'ondes η	en cm^{-1}
fréquence angulaire ω	en rad/s ou s^{-1}

Toutes ces grandeurs sont inter-reliées par:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c}{\lambda} = c\eta$$

Lorsqu'une onde électromagnétique, en se propageant dans un milieu ou le vide, rencontre un autre milieu (solide, liquide, particule), celle-ci peut être réfléchi (partiellement ou totalement) et la partie non-réfléchi va pénétrer dans le milieu. En traversant le milieu, l'onde peut être atténuée. Si cette atténuation est totale, le milieu est dit *opaque*. Par contre, s'il n'y a aucune atténuation, le milieu est dit *transparent*. Un milieu avec une atténuation partielle est dit *semi-transparent*. La transparence du milieu dépend aussi bien du matériau que de son épaisseur. En général, les métaux sont opaques.

Une surface opaque qui ne réfléchit pas la radiation est appelée *corps noir* ou absorbeur parfait. On montre aussi que c'est un émetteur parfait.

2.3 Grandeurs caractéristiques

2.3.1 L'intensité du rayonnement I

Pour caractériser la quantité d'énergie radiative dans une direction donnée, on introduit le concept d'intensité du rayonnement. C'est la quantité d'énergie par unité de temps provenant d'une unité de surface projetée perpendiculairement à la direction considérée et contenue dans un angle solide unitaire.

On distingue:

- l'intensité totale I s'exprimant en $W/m^2/sr$,

- l'intensité monochromatique I_λ en $W/m^2/sr/\mu m$,

Notons que pour les valeurs monochromatiques, on peut utiliser l'une des valeurs λ , ν ou μ . L'unité variera en conséquence. Les valeurs totale et monochromatique sont reliées par:

$$I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) = \int_0^\infty I_\lambda(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}, \lambda) d\lambda \quad (2.1)$$

où $\mathbf{r}$ est le vecteur position fixant le point d'observation et $\hat{\mathbf{s}}$ est le vecteur unitaire directionnel

2.3.2 Le rayonnement incident G

Le rayonnement incident est l'intensité du rayonnement intégrée sur toutes les directions. On a donc

$$G = \int_\Omega I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega \quad (2.2)$$

Il s'exprime en $W.m^{-2}$.

De la même manière, on définit le rayonnement incident monochromatique G_λ et ce dernier est relié au rayonnement incident total par:

$$G = \int_0^\infty G_\lambda d\lambda \quad (2.3)$$

2.3.3 Le flux de chaleur radiatif

Pour caractériser la quantité d'énergie rayonnante traversant un élément de surface de normale $\hat{n}$ dans une direction $\hat{s}$ donnée, on définit le flux par:

$$\mathbf{q} \cdot \hat{n} = \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \hat{s}) \hat{s} \cdot \hat{n} d\Omega. \quad (2.4)$$

Le flux de chaleur radiatif est donc un vecteur défini par

$$\mathbf{q} = \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \hat{s}) \hat{s} d\Omega. \quad (2.5)$$

Il s'exprime également en $W.m^{-2}$.

2.3.4 Cas idéal: le corps noir

Le corps noir est défini comme un corps émettant le maximum de rayonnement à une température donnée. Planck, par une approche statistique assumant que les molécules ne peuvent émettre des photons qu'à des niveaux d'énergie distincts, a montré que l'intensité spectrale du corps noir s'écrit:

$$I_{b\lambda}(T, \lambda) = \frac{2\pi hc_0^2}{n^2 \lambda^5 [e^{(hc_0^2/n\lambda kT)} - 1]}, \quad (2.6)$$

où n est l'indice de réfraction du milieu, h la constante de Planck, $k = 1,3806 \times 10^{-23} J/K$ est la constante de Boltzmann, c_0 la célérité de la lumière dans le vide et T la température absolue.

2.4 Le rayonnement dans les gaz

Très souvent, l'étude du rayonnement est abordée sous le signe de phénomène de surface. Cependant, les gaz peuvent également émettre et absorber un rayonnement. On parle alors d'un milieu participant. Tous les atomes ou molécules transportent une quantité d'énergie constituée par l'énergie cinétique (énergie de translation d'une molécule) et l'énergie interne de chaque molécule. Cette énergie interne moléculaire provient de la contribution des niveaux électroniques, vibratoires et de rotation. Une molécule peut donc absorber un photon, augmentant ainsi son énergie. D'autre part, une molécule peut émettre un photon, abaissant dans ce cas, son énergie.

La mécanique quantique postule que seul un nombre discret de niveaux d'énergie sont possibles. Le changement d'énergie d'une molécule peut seulement détruire ou générer des photons avec des niveaux d'énergie distincts $h\nu$ et par conséquent, des fréquences et des longueurs d'onde bien précises.

La particularité du rayonnement dans les gaz est que le spectre est sélectif, c'est à dire qu'il existe des bandes dans lesquelles les gaz émettent.

2.5 Le rayonnement dans les plasmas

Un plasma étant un gaz fortement ionisé, il présente un comportement beaucoup plus complexe que les gaz ordinaires. Dans l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local, les phénomènes de rayonnement sont dus principalement aux phénomènes de collisions à divers niveaux dans le plasma. Trois modes principaux sont responsables

de l'émission et de l'absorption de rayonnement: la transition lié-lié, la transition lié-libre et la transition libre-libre.

2.5.1 La transition lié-lié: rayonnement d'excitation

Un électron excité sur un niveau d'énergie peut revenir spontanément sur un niveau d'énergie inférieur en émettant un photon. La transition inverse est aussi possible et le photon est alors absorbé. Le spectre de ce type de rayonnement se présente sous forme de raies, puisque les transitions se font à des longueurs d'onde bien précises.

La présence des raies entraîne de sérieuses difficultés dans l'intégration des propriétés radiatives sur le domaine spectral.

2.5.2 La transition lié-libre: recombinaison radiative et attachement radiatif

La recombinaison électron-ion est possible lorsqu'un ion capture un électron circulant dans son champ. L'énergie dégagée lors de cette transformation est égale à la somme de l'énergie cinétique de l'électron libre et de son énergie de liaison. Le rayonnement résultant se présente sous forme d'un continuum.

Dans le cas d'un attachement radiatif, l'électron est capté par un atome neutre, conduisant ainsi à la formation d'un ion négatif et l'émission de rayonnement sur un spectre continu.

2.5.3 La transition libre-libre: rayonnement de freinage

Du fait de l'interaction avec le champ électrique d'un ion ou d'un atome, un électron libre modifie sa direction et sa vitesse. Ce changement brusque de vitesse produit une onde électromagnétique dont l'énergie est empruntée à l'énergie cinétique de la particule. Cela signifie qu'après collision, l'électron peut perdre une fraction de son énergie (freinage) qui est alors émise sous forme de photon. Il peut également être accéléré en absorbant un photon. Le spectre engendré est, dans les deux cas, continu.

La figure 2.1 représente de façon schématique les différents types de transitions.

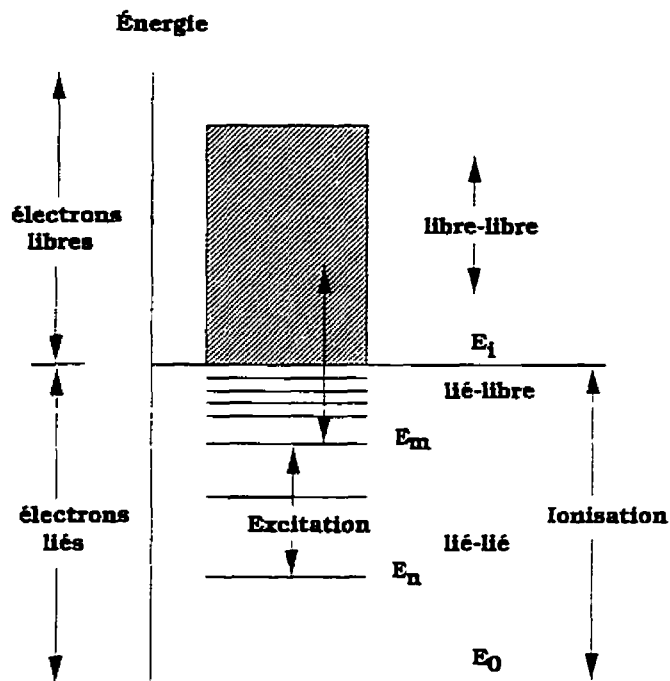


Figure 2.1: Niveaux d'excitation

2.6 Formulation mathématique

2.6.1 Atténuation du rayonnement

Dans un milieu participant, l'intensité du rayonnement peut être atténuée par absorption ou diffusion en traversant le milieu. En faisant comme hypothèse que l'indice de réfraction du milieu est constant, on a les relations ci-dessous:

- absorption

Dans le processus d'absorption, l'intensité du rayonnement est atténuée selon

$$(dI_\lambda)_{abs} = -\kappa_\lambda I_\lambda ds,$$

où κ_λ est le coefficient d'absorption linéaire.

Par intégration, on obtient:

$$\begin{aligned} I_\lambda(s) &= I_\lambda(0) \exp\left(-\int_0^s \kappa_\lambda ds\right) \\ I_\lambda(s) &= I_\lambda(0) \exp(-\tau_\lambda), \end{aligned} \tag{2.7}$$

où $\tau_\lambda = \int_0^s \kappa_\lambda ds$ est l'épaisseur optique pour l'absorption. C'est une mesure du pouvoir que possède une épaisseur de gaz donné, d'absorber une radiation d'une certaine longueur d'onde.

si $\tau \ll 1$, le milieu est dit *optiquement mince*,

par contre, si $\tau \gg 1$, le milieu est dit *optiquement épais*.

- diffusion (“out-scattering”)

Dans le processus de diffusion, l'énergie est redirigée et apparaît comme une augmentation dans une autre direction.

On a une relation similaire au cas de l'absorption:

$$(dI_\lambda)_{sca} = -\sigma_{s\lambda} I_\lambda ds,$$

$\sigma_{s\lambda}$ étant le coefficient de diffusion linéaire.

2.6.2 Augmentation du rayonnement

Un rayon lumineux traversant un milieu participant dans la direction $\hat{s}$ perd de l'énergie par absorption et diffusion ("out scattering") mais au même moment, il reçoit aussi de l'énergie par émission et par diffusion provenant des autres directions ("in scattering").

Cela se traduit par:

• émission

Dans le processus d'émission, la loi de Kirchhoff s'appliquant dans le cas de l'équilibre radiatif, l'intensité du rayonnement augmente selon

$$(dI_\lambda)_{em} = \kappa_\lambda I_{b\lambda} ds,$$

avec $I_{b\lambda}$, l'intensité spectrale du corps noir.

• diffusion ("in-scattering")

Soit Φ_λ la fonction de phase de la diffusion. Elle décrit la probabilité qu'a le rayon lumineux provenant d'une direction $\hat{s}_i$ à être diffusé dans une autre direction $\hat{s}$. Le flux diffus dans la direction $\hat{s}$ et provenant de toutes les directions $\hat{s}_i$ est:

$$(dI_\lambda)_{sca}(\hat{s}) = ds \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{s}_i) \Phi_\lambda(\hat{s}_i, \hat{s}) d\Omega_i$$

On détermine la portion du flux diffusée à partir de $d\Omega_i$ dans toutes les directions par :

$$\sigma_{s\lambda} I_\lambda(\hat{s}_i) dA d\Omega_i d\lambda ds \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \Phi_\lambda(\hat{s}_i, \hat{s}) d\Omega = \sigma_{s\lambda} I_\lambda(\hat{s}_i) dA d\Omega_i d\lambda ds$$

et

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \Phi_\lambda(\hat{s}_i, \hat{s}) d\Omega = 1$$

On distingue principalement trois types de diffusion:

- diffusion isotrope lorsque $\Phi_\lambda = 1$,
- diffusion linéaire anisotrope, $\Phi_\lambda = 1 + A_1 \cos \theta$, A_1 étant une constante et θ l'angle entre le rayon incident et le rayon diffus,
- diffusion de Rayleigh, $\Phi_\lambda = \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \theta)$.

2.6.3 L'Équation du Transfert Radiatif (ETR)

Le bilan du transfert radiatif sur un élément de volume se traduit par:

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{variation de} \\ \text{l'intensité} \\ \text{du rayonnement} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \text{augmentation par} \\ \text{émission et} \\ \text{"in-scattering"} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \text{diminution par} \\ \text{absorption et} \\ \text{"out-scattering"} \end{array} \right\}$$

soit:

$$I_\lambda(s + ds, \hat{s}, t + dt) - I_\lambda(s, \hat{s}, t) = \kappa_\lambda I_{b\lambda}(s, t) ds - \kappa_\lambda I_\lambda(s, \hat{s}, t) ds - \sigma_{s\lambda} I_\lambda(s, \hat{s}, t) ds + \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{s}_i) \Phi_\lambda(\hat{s}_i, \hat{s}) d\Omega_i ds$$

Par un développement de Taylor, il s'en suit que:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\lambda}{\partial t} + \frac{\partial I_\lambda}{\partial s} = \kappa_\lambda I_{b\lambda} - \kappa_\lambda I_\lambda - \sigma_{s\lambda} I_\lambda + \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{s}_i) \Phi_\lambda(\hat{s}_i, \hat{s}) d\Omega_i \quad (2.8)$$

avec $c = \frac{ds}{dt}$, la vitesse de propagation de la radiation.

Par hypothèse, la dépendance temporelle peut être négligée dans la plupart des applications en transfert de chaleur compte tenu des grandes vitesses auxquelles le rayonnement se propage. On obtient finalement l'équation du transfert radiatif:

$$\frac{dI_\lambda}{ds} = \hat{s} \cdot \nabla I_\lambda = \kappa_\lambda I_{b\lambda} - \beta_\lambda I_\lambda + \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{s}_i) \Phi_\lambda(\hat{s}_i, \hat{s}) d\Omega_i \quad (2.9)$$

où $\beta_\lambda \equiv \kappa_\lambda + \sigma_{s\lambda}$ est le coefficient d'extinction qui caractérise l'atténuation totale.

2.6.4 Forme conservative du flux radiatif

Lorsqu'on intègre l'ETR (2.9) sur l'angle solide, on obtient

$$\begin{aligned} \int_{4\pi} \hat{s} \cdot \nabla I_\lambda d\Omega &= \int_{4\pi} \kappa_\lambda I_{b\lambda} d\Omega - \int_{4\pi} \beta_\lambda I_\lambda d\Omega + \\ &\int_{4\pi} \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{s}_i) \Phi_\lambda(\hat{s}_i, \hat{s}) d\Omega_i d\Omega. \end{aligned} \quad (2.10)$$

La direction et la position étant indépendantes, on peut permuter le gradient et l'intégrale. Il s'en suit que:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \int_{4\pi} I_\lambda \hat{s} d\Omega &= 4\pi \kappa_\lambda I_{b\lambda} - \int_{4\pi} \beta_\lambda I_\lambda d\Omega + \\ &\frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{s}_i) \left(\int_{4\pi} \Phi_\lambda(\hat{s}_i, \hat{s}) d\Omega \right) d\Omega_i \end{aligned} \quad (2.11)$$

Sachant que

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \Phi_\lambda(\hat{s}_i, \hat{s}) d\Omega \equiv 1,$$

en utilisant la définition du flux de chaleur (2.5), on arrive à:

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_\lambda = 4\pi \kappa_\lambda I_{b\lambda} - \beta_\lambda \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{s}) d\Omega + \sigma_{s\lambda} \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{s}_i) d\Omega_i. \quad (2.12)$$

Ω et Ω_i étant des variables muettes, on obtient en associant les deux derniers termes à l'aide de la relation $\beta_\lambda = \kappa_\lambda + \sigma_{s\lambda}$,

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{q}_\lambda &= \kappa_\lambda \left(4\pi I_{b\lambda} - \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}) d\Omega \right) \\ &= \kappa_\lambda (4\pi I_{b\lambda} - G_\lambda)\end{aligned}\tag{2.13}$$

Cette équation stipule que la perte nette par radiation dans un volume de contrôle est égale à l'énergie émise moins l'énergie absorbée. On remarque bien que cette forme de l'équation ne contient aucun terme relatif à la diffusion: cela n'est pas surprenant puisque l'énergie diffusée est seulement redirigée dans une autre direction. Elle n'affecte en rien l'énergie contenue dans un volume de contrôle. Pour obtenir les valeurs totales, on intègre sur tout le domaine spectral, ce qui entraîne

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = \int_0^\infty \kappa_\lambda (4\pi I_{b\lambda} - G_\lambda) d\lambda\tag{2.14}$$

C'est la forme conservative de l'équation du transfert radiatif. De plus, ce terme représentant la source d'énergie radiative nette par unité de volume, il est égal au terme source à introduire dans les équations d'Euler. Donc

$$S_{\text{Radiation}} = \nabla \cdot \mathbf{q}.\tag{2.15}$$

2.6.5 Méthodes classiques de résolution de l'équation de transfert radiatif

La résolution de l'équation de transfert radiatif dans un milieu participant est très complexe, à telle enseigne que les méthodes approximatives sont le plus souvent utilisées dans les cas pratiques. On dénombre plusieurs méthodes parmi lesquelles, les plus populaires sont:

la méthode zonale

Basée sur le concept de coefficients de géométrie, elle est essentiellement géométrique dans son approche. Le domaine est subdivisé en un certain nombre de cellules sur lesquelles on effectue l'équilibre.

la méthode de Monte-Carlo

Cette méthode utilise une approche statistique. Les facteurs d'échanges sont automatiquement calculés. C'est probablement la méthode la plus précise mais elle est très coûteuse.

les méthodes de flux

Pour ces méthodes, on suppose que la variation angulaire de l'intensité du rayonnement a une certaine forme. Ceci permet de transformer l'équation intégral-différentielle en une série d'équations différentielles partielles. Dans cette catégorie, les plus utilisées sont:

- la méthode des ordonnées discrètes S_N

Cette méthode est basée sur la représentation discrète de la variation directionnelle de l'intensité. Elle est beaucoup prise en compte ces derniers temps, dans

le domaine du calcul du transfert radiatif [5].

- la méthode des harmoniques sphériques P_N

On suppose que l'intensité du rayonnement peut être approximée par une série finie d'harmoniques sphériques. Cette approche exploite l'orthogonalité des harmoniques sphériques.

Dans notre étude, la dernière méthode ci-dessus mentionnée a été choisie compte tenu de sa flexibilité et de sa facilité d'implantation. La section suivante la décrit en détail.

2.6.6 La méthode des harmoniques sphériques (P–N)

2.6.6.1 Équation générale de l'approximation P–N

L'intensité du rayonnement est fonction de la position et de la direction $I = I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}})$.

Une telle fonction peut être décomposée en série de Fourier sous la forme

$$I = I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l I_l^m(\mathbf{r}) Y_l^m(\hat{\mathbf{s}}), \quad (2.16)$$

où $I_l^m(\mathbf{r})$ représente la dépendance spatiale et $Y_l^m(\hat{\mathbf{s}})$ l'harmonique sphérique définie par:

$$Y_l^m(\hat{\mathbf{s}}) = (-1)^{(m+|m|)/2} \sqrt{\frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} e^{im\psi} P_l^{|m|}(\cos \theta). \quad (2.17)$$

Ici, θ et ψ représentent respectivement les coordonnées polaire et azimutale du vecteur unitaire directionnel $\hat{\mathbf{s}}$, et P_l^m le *polynôme de Legendre associé*.

L'idée maîtresse de cette méthode est de remplacer le développement en série de Fourier dans l'équation de transfert radiatif:

$$\hat{s} \cdot \nabla I_\lambda = \kappa_\lambda I_{b\lambda} - \beta_\lambda I_\lambda + \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{s}_i) \Phi_\lambda(\hat{s}_i, \hat{s}) d\Omega_i \quad (2.18)$$

En multipliant par la suite cette équation par l'harmonique sphérique Y_k^n et en intégrant sur toutes les directions, on obtient plusieurs équations aux dérivées partielles dont les inconnues sont les fonctions I_l^m .

De l'ordre de troncature de la série de Fourier, provient le type de modèle (exemple: P_1 , $l = 1$).

2.6.6.2 Le modèle P-1

En conservant seulement le premier terme de la série, on obtient d'après la définition,

$$I(\mathbf{r}, \hat{s}) = I_0^0 Y_0^0 + I_{-1}^{-1} Y_{-1}^{-1} + I_1^0 Y_1^0 + I_1^1 Y_1^1. \quad (2.19)$$

Comme

$$\begin{aligned} P_0^0(x) &= 1, \\ P_1^0(x) &= x, \\ P_1^1(x) &= -\sqrt{1-x^2}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

on déduit que

$$P_0^0(\cos \theta) = 1,$$

$$P_1^0(\cos \theta) = \cos \theta \quad (2.21)$$

$$P_1^1(\cos \theta) = \sin \theta.$$

Par la suite,

$$I(\mathbf{r}, \theta, \psi) = I_0^0 + I_1^0 \cos \theta - \frac{1}{\sqrt{2}}(I_1^1 e^{i\psi} - I_1^{-1} e^{-i\psi}) \sin \theta \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} &= I_0^0 + I_1^0 \cos \theta + \frac{1}{\sqrt{2}}(I_1^{-1} - I_1^1) \sin \theta \cos \psi \\ &\quad - \frac{i}{\sqrt{2}}(I_1^{-1} + I_1^1) \sin \theta \sin \psi \end{aligned} \quad (2.23)$$

On remarque bien que l'équation ci-dessus a quatre termes: le premier terme est indépendant de la direction, le second est proportionnel à la composante suivant z du vecteur unitaire directionnel $\hat{\mathbf{s}} = \sin \theta \cos \psi \hat{\mathbf{i}} + \sin \theta \sin \psi \hat{\mathbf{j}} + \cos \theta \hat{\mathbf{k}}$, le troisième est proportionnel à s_x et le dernier à s_y . Les variables I_1^1 et I_1^{-1} sont des variables spatiales. La dernière équation peut donc s'écrire:

$$I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) = a(\mathbf{r}) + \mathbf{b}(\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{s}}. \quad (2.24)$$

On remplace cette expression dans la définition du rayonnement incident:

$$G(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega = a(\mathbf{r}) \int_{4\pi} d\Omega + \mathbf{b}(\mathbf{r}) \cdot \int_{4\pi} \hat{\mathbf{s}} d\Omega = 4\pi a(\mathbf{r}), \quad (2.25)$$

puisque

$$\int_{4\pi} \hat{\mathbf{s}} d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \psi \\ \sin \theta \sin \psi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \sin \theta d\theta d\psi = \mathbf{0} \quad (2.26)$$

De la même manière, on obtient pour le flux radiatif:

$$\mathbf{q}(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) \hat{\mathbf{s}} d\Omega = a(\mathbf{r}) \int_{4\pi} \hat{\mathbf{s}} d\Omega + \mathbf{b}(\mathbf{r}) \cdot \int_{4\pi} \hat{\mathbf{s}} \hat{\mathbf{s}} d\Omega = \frac{4\pi}{3} \mathbf{b}(\mathbf{r}), \quad (2.27)$$

car

$$\int_{4\pi} \hat{\mathbf{s}} \hat{\mathbf{s}} d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \psi \\ \sin \theta \sin \psi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \psi \\ \sin \theta \sin \psi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \sin \theta d\theta d\psi = \frac{4\pi}{3} \delta, \quad (2.28)$$

où δ est le tenseur unitaire.

Finalement, en remplaçant les équations (2.25) et (2.27) dans (2.24), il s'en suit

$$I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) = \frac{1}{4\pi} [G(\mathbf{r}) + 3\mathbf{q}(\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{s}}]. \quad (2.29)$$

Pour un milieu supposé linéaire anisotrope, la fonction de phase de diffusion s'écrit:

$$\Phi(\hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{s}}') = 1 + A_1 \hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{s}}', \quad (2.30)$$

où A_1 est la constante d'anisotropie.

Par la suite,

$$\begin{aligned} \int_{4\pi} I(\hat{\mathbf{s}}') \Phi(\hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{s}}') d\Omega' &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} (G + 3\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{s}}') (1 + A_1 \hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{s}}') d\Omega' \\ &= G + A_1 \cdot \mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{s}} \end{aligned} \quad (2.31)$$

En substituant les équations (2.29) et (2.31) dans l'équation du transfert radiatif (2.18),

on obtient

$$\frac{1}{4\pi} \nabla \cdot [\hat{s}(G + 3\mathbf{q} \cdot \hat{s})] + \beta \frac{1}{4\pi} (G + 3\mathbf{q} \cdot \hat{s}) = \beta(1 - \omega)I_b + \frac{\omega\beta}{4\pi} (G + A_1 \cdot \mathbf{q} \cdot \hat{s}) \quad (2.32)$$

où $\omega = \sigma/\beta$ représente l'albedo de diffusion. On intègre alors cette équation sur l'angle solide pour obtenir:

$$\frac{1}{4\pi} \nabla \cdot [3\mathbf{q} \frac{4\pi}{3}] + \beta \frac{1}{4\pi} (G(4\pi)) = \beta(1 - \omega)(4\pi I_b) + \frac{\omega\beta}{4\pi} (G(4\pi)) \quad (2.33)$$

soit

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = \beta(1 - \omega)(4\pi I_b - G) \quad (2.34)$$

De la même manière, en multipliant l'équation approximative (2.32) par $\hat{s}$, on intègre une fois de plus, sur l'angle solide et il vient

$$\nabla G = -\beta(3 - A_1\omega)\mathbf{q}. \quad (2.35)$$

Finalement, pour un milieu participant avec émission, absorption et diffusion linéaire anisotrope, les équations du modèle P-1 se résument à:

$$\nabla G = -\beta(3 - A_1\omega)\mathbf{q} \quad (2.36)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = \beta(1 - \omega)(4\pi I_b - G) \quad (2.37)$$

Ces équations représentent la base du modèle P-1. On l'appliquera par la suite au

disjoncteurs à SF_6 en tenant compte des particularités du milieu.

Chapitre 3

Le rayonnement dans les disjoncteurs à SF₆

Le transfert radiatif dans les disjoncteurs n'a cessé de préoccuper les chercheurs dans le domaine. Identifié comme l'une des sources énergétiques les plus difficiles à prédire, diverses approches simplificatrices ont été proposées. De celles-ci, deux émergent du lot: la méthode des coefficients d'émission nette et la méthode des caractéristiques partielles. Ces méthodes ont été proposées principalement pour réussir à prendre en compte la dépendance spectrale du rayonnement dans de tels plasmas. Nous commencerons par présenter ces méthodes et proposerons par la suite une autre approche qui, à notre sens, allie simplicité, économie et précision.

3.1 La méthode des coefficients d'émission nette

3.1.1 Description

Cette méthode a été introduite par Lieberman et Lowke en 1976 [8, 10]. Dans un plasma en ETL, le coefficient d'absorption effectif κ_ν est le coefficient réel corrigé par l'absorption induite

$$\kappa_\nu = \kappa'_\nu \left[1 - \exp \left(-\frac{h\nu}{kT} \right) \right], \quad (3.1)$$

où κ'_ν est le coefficient d'absorption spectral réel, h et k sont les constantes de Planck et Boltzmann, T la température et ν la fréquence.

Le coefficient d'émission nette $\epsilon_{N\nu}$ est donné par

$$\epsilon_{N\nu} = \epsilon_\nu - I_\nu \kappa_\nu, \quad (3.2)$$

avec I_ν , l'intensité moyenne qui est une fonction du champ de température dans le volume de plasma et le coefficient d'émission spectral est défini par $\epsilon_\nu = 4\pi I_b \kappa_\nu$. Pour un cylindre isotherme de rayon R , I_ν s'exprime comme suit:

$$I_\nu = I_{b\nu} [1 - G_1(\kappa_\nu R)] \quad (3.3)$$

où

$$G_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n [\exp(-x/\sin \theta)] d\theta \quad (3.4)$$

On montre que les résultats obtenus pour une sphère isotherme de rayon R sont à toutes fins pratiques, les mêmes que ceux obtenus dans le cas du cylindre. On obtient donc finalement

$$I_\nu = I_{b\nu}[1 - \exp(-\kappa_\nu R)] \quad (3.5)$$

Le coefficient d'émission nette est obtenu par intégration du coefficient d'émission sur tout le domaine spectral, soit

$$\epsilon_N = \int_0^\infty I_{b\nu} \kappa_\nu \exp(-\kappa_\nu R) d\nu \quad (3.6)$$

Certains auteurs [23] ont montré que les valeurs de Liebermann et Lowke [8] sont sous-estimées. C'est à ce titre que les coefficients utilisés dans le logiciel MC³ sont corrigés par un facteur multiplicatif. Cette méthode donne des résultats raisonnables dans la zone chaude du plasma, mais en contre-partie, ne permet pas de prendre en considération les phénomènes d'auto-absorption observés en frontière de l'arc.

3.1.2 Modèle actuel

Ces coefficients ont été utilisés avec succès pour des modèles d'arcs quasi-1D [22, 23, 24], dans lesquels l'arc est subdivisé en sous-domaine dans la direction axiale suivant les lignes données par un maillage structuré. À chaque position axiale, le modèle d'arc est seulement fonction du rayon local de l'arc et ses propriétés radiatives sont obtenues en utilisant les coefficients d'émission nette. Dans le cas des maillages non-structurés, cette subdivision naturelle ne peut plus être appliquée et une approche

différente doit être utilisée.

Le deuxième problème associé à l'utilisation d'un maillage non-structuré et au calcul d'arc de géométrie complexe est celui de la définition de la couche de ré-absorption. Par exemple, le modèle proposé en [23] calcule le taux de ré-absorption à partir de la distance radiale à l'axe de symétrie, tandis que [22] utilise une ré-absorption complète à la première cellule à l'extérieur de l'arc. Ces méthodes sont satisfaisantes pour un maillage structuré et aligné avec les axes (x,y) de la base cylindrique mais impliquent des suppositions sur la géométrie de l'arc. Leur analyse a amené à la formulation d'un modèle qui dépend fortement de la température et faiblement du rayon de l'arc.

Dans le cas d'un arc de géométrie complexe, Zhang *et al.* [23, 24] proposent de subdiviser l'arc électrique en des contours définis par les iso-lignes du potentiel électrique ϕ . Ce choix est plus naturel car ces iso-lignes sont orthogonales à la densité de courant $\vec{J}$.

Ce nouveau modèle fait intervenir le calcul de la radiation totale comme une fonction du potentiel électrique ϕ et de la température T

$$U_{net} = -k_1 U_e + k_2 U_a \quad (3.7)$$

avec

$$U_e = \alpha U(T, P, 0) \quad (3.8)$$

$$U_a = \begin{cases} \frac{1}{T} & \text{si } T \geq T_{arc} \\ \frac{1}{T_1} & \text{si } T_{arc} > T \geq T_1 \\ 0 & \text{si } T_1 > T \end{cases} \quad (3.9)$$

où $\alpha \geq 1$ est un facteur multiplicatif pour corriger les coefficients d'émission nette, $T_1 (= 3\,600\text{K})$ est une température critique au dessus de laquelle les effets de la radiation et de la dissipation ohmique sont considérées, et T_{arc} est la température fonction de ϕ et exprimée plus bas. Pour évaluer les deux coefficients k_1 et k_2 , on définit des paramètres moyens au niveau de chaque subdivision de l'arc [23]. Ainsi dans la j_{ieme} subdivision du sous-domaine D_j , la température de l'arc T_{arc} et la pression de l'arc P_{arc} sont définies par leur valeur moyenne

$$T_{arc_j} = \frac{1}{V_j} \int_{D_j} T dv, \quad P_{arc_j} = \frac{1}{V_j} \int_{D_j} P dv,$$

où V_j est le volume de D_j . R_{arc} est défini comme étant le rayon d'un arc cylindrique isobare et isotherme à une température T_{arc} et une pression P_{arc} , qui émettrait la même quantité d'énergie W_j que l'arc en situation réelle,

$$R_{arc_j} = \left(\frac{W_j}{\pi L_j U_j} \right)^{1/2},$$

où

$$\begin{aligned} U_j &= \alpha U(T_{arc_j}, P_{arc_j}, 0), \\ L_j &= \Delta\phi_j / \left(\frac{1}{V_j} \int_{D_j} |\nabla\phi| dv \right), \\ W_j &= \int_{D_j} U_e dv, \end{aligned}$$

avec L_j étant l'épaisseur du j -ième sous-domaine.. Il s'en suit que la radiation moyenne émise par l'arc dans le sous-domaine D_j est donné par

$$U_{jm} = \alpha U(T_{arc_j}, P_{arc_j}, R_{arc_j}).$$

Les coefficients k_1 et k_2 sont alors évalués comme des constantes dans chaque sous-domaine

$$\begin{aligned} k_{1,j} &= U_{jm}/U_j, \\ k_{2,j} &= \beta k_{1,j} (\int_{D_j} U_e dv) / (\int_{D_j} U_a dv) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Les paramètre α et β sont utilisés respectivement pour corriger les coefficients d'absorption de Liebermann [8] et tenir compte de la fraction du rayonnement s'échappant du plasma.

3.2 La méthode des caractéristiques partielles

Comme nous l'avons déjà mentionné, la difficulté majeure de la méthode des coefficients d'émission nette est la prise en compte des effets d'auto-absorption en frontière de l'arc. Ses effets sont dus en partie à la différence de température entre le coeur de l'arc et la frontière. Afin de pallier ces carences, Sevast'yanenko introduit au début des années 80, une méthode permettant de prendre en compte à la fois la dépendance spectrale du rayonnement et les gradients de température et de pression dans le plasma. Cette méthode est appelée "méthode des caractéristique partielles".

D'abord appliquée à l'argon [20], d'autres auteurs [1, 17, 18] ont fait son extension au SF_6 . Le principe de base est l'introduction de deux nouvelles fonctions *Som* et ΔSim afin de prendre en compte la température au point considéré et le parcours du rayonnement émanant du centre de l'arc.

Dans cette méthode, la contribution à l'intensité spectrale du rayonnement I_ν à la position X le long du segment XY pour un plasma de longueur unitaire est donné par

$$I_\nu(x) = \int_X^Y I_{b\nu}(x) \kappa_\nu(x) \exp\left(\int_X^x \kappa_\nu(\eta) d(\eta)\right) dx \quad (3.11)$$

L'intensité totale peut être déterminée en intégrant sur toutes les fréquences, soit

$$I = \int_0^\infty I_\nu d\nu \quad (3.12)$$

Le flux radiatif au point X , est défini par

$$q(x) = \int_{4\pi} I(x, \hat{s}) \hat{s} d\Omega \quad (3.13)$$

et le flux net est déterminé par

$$U = 4\pi\epsilon_N = \nabla \cdot q \quad (3.14)$$

L'essence de la méthode des caractéristiques partielles est le calcul à l'avance des intégrales sur le domaine spectral. La fonction *Som* est définie par

$$Som(T_X, T_Y, Y - X) = \int_0^\infty I_{b\nu}(X) \kappa_\nu(X) \times \exp\left(-\int_X^Y \kappa_\nu(x) dx\right) d\nu \quad (3.15)$$

Ces valeurs peuvent être tabulées si on connaît une approximation sur la variation de la température entre X et Y . Cette variation de température est habituellement supposée linéaire. L'intensité en un point X provenant de la direction XY peut donc s'écrire

$$I = \int_X^Y Som(T_X, T_Y, Y - X) dx. \quad (3.16)$$

Pour le calcul du flux radiatif et de sa divergence, la fonction ΔSim est introduite. On a

$$\begin{aligned} \Delta Sim(T_X, T_Y, Y - X) = \int_0^\infty [I_{b\nu}(Y) - I_{b\nu}(X)] \kappa_\nu(X) \kappa_\nu(Y) \times \\ \exp\left(-\int_X^Y \kappa_\nu(x) dx\right) d\nu \end{aligned} \quad (3.17)$$

et l'émission nette est

$$\epsilon_N(X) = Som(T_X, T_Y, Y - X) - \int_0^\infty \Delta Sim(T_X, T_Y, Y - X) d\nu. \quad (3.18)$$

Cette méthode a l'avantage d'être beaucoup plus réaliste et plus précise que la méthode des coefficients d'émission nette. Par contre, elle est assez coûteuse. Nous nous proposons donc d'explorer une autre méthode: le modèle P-1 par bandes de longueurs d'onde.

3.3 Le modèle P-1 par bandes

3.3.1 Motivations

La méthode des caractéristiques partielles est assez précise, cependant elle nécessite beaucoup de ressources. Compte tenu du fait que le transfert radiatif doit être couplé aux équations du mouvement, un modèle moins coûteux serait sans doute plus avantageux.

3.3.2 Coefficients d'absorption moyen

La résolution des équations du modèle P-1 présentées au chapitre précédent impose une bonne connaissance du coefficient d'absorption κ_λ . À haute température, le coefficient d'absorption peut varier de plusieurs ordres de grandeur et on remarque aussi la présence de raies de résonance. Pour illustrer ces propos, la figure 3.1 montre la variation du coefficient d'absorption spectral du SF_6 à une pression de 1 bar et aux températures de 300 K et 20 000 K. Une intégration complète sur le domaine spectral se révèlerait très fastidieuse et ne permettrait donc aucune économie.

On utilisera donc des coefficients d'absorption moyens. Les données pour le SF_6 sont issues de [6] où pour cinq bandes de fréquence (ou de longueurs d'onde), le coefficient moyen été calculé en fonction de la pression et de la température du plasma. La subdivision du domaine spectral fait suite à une analyse du coefficient d'absorption continu.

En effet, on dénote la présence de brusques sauts à certaines fréquences (cf. figure 3.2)

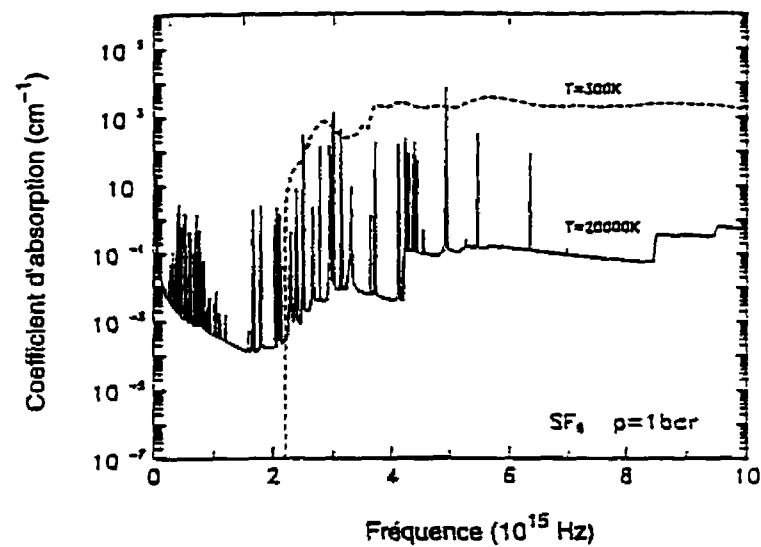


Figure 3.1: Coefficient d'absorption spectral du SF_6 [2]

et ces derniers seront utilisés pour délimiter les bandes.

Le nombre de bandes est également limité à cinq dans le but de pouvoir s'insérer facilement dans un code de simulation numérique. Les bandes sélectionnées sont consignées dans le tableau 3.1. Les trois premières bandes ont des seuils correspondant

Tableau 3.1: Bandes spectrales pour les coefficients d'absorption moyens

bande	intervalle
1	20 nm – 30 nm
2	30 nm – 72,1 nm
3	72,1 nm – 124 nm
4	124 nm – 1240 nm
5	1240 nm – 3000 nm

respectivement à l'énergie d'ionisation du fluor F et des ions S^+ et F^+ . Elles correspondent au spectre ultra-violet. La quatrième bande occupe en partie le visible, le proche ultra-violet et un peu d'infra-rouge, tandis que la dernière bande est dans

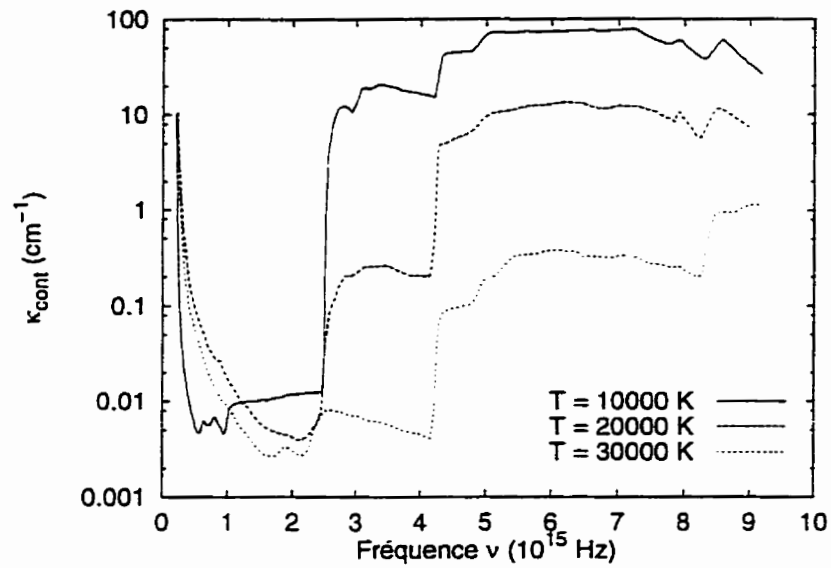


Figure 3.2: Variation du coefficient continu à $P = 8$ atm [6]

l'infra-rouge.

Sur chaque bande, les coefficients d'absorption sont calculés en tenant compte des contributions issues du continuum et des raies. Sur une bande $[\lambda_1, \lambda_2]$, la première contribution est évaluée à l'aide de l'approximation de Planck,

$$\overline{\kappa_c} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \kappa_\lambda I_{b\lambda} d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_{b\lambda} d\lambda}, \quad (3.19)$$

où $\overline{\kappa_c}$ est le coefficient moyen continu.

La deuxième prend en compte les raies de résonance et les raies non auto-absorbées et un facteur de fuite est utilisé pour estimer la quantité de rayonnement non auto-absorbée. Cela introduit une faible dépendance dans la géométrie de l'arc puisque le facteur de fuite dépend de celle-ci. Ainsi, les coefficients d'absorption dépendent également du rayon de l'arc, mais de façon faible.

Pour chaque bande spectrale, les coefficients d'absorption moyens sont calculés en sommant les contributions citées plus hauts. À titre d'exemple, les figures 3.3 à 3.7 montrent la variation des coefficients d'absorption moyens en fonction de la température pour des arcs de rayon respectif $R = 0$ et $R = 5$ mm, à la pression atmosphérique.

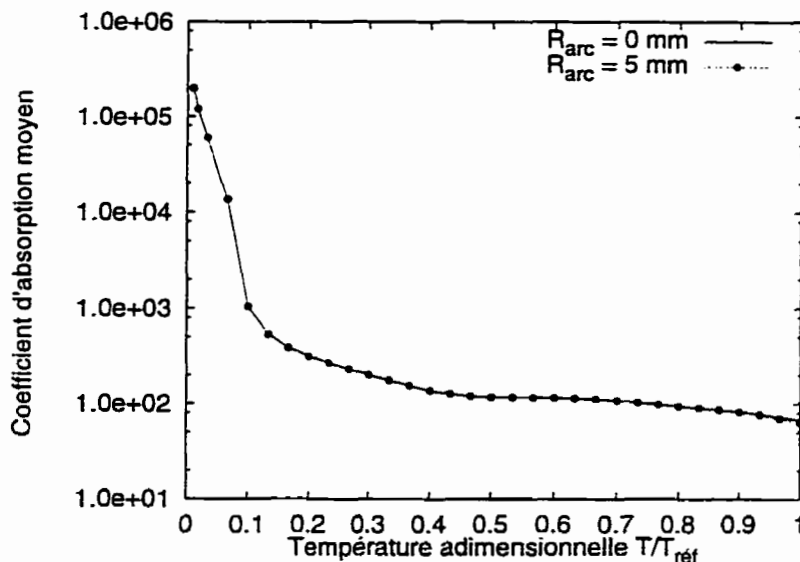


Figure 3.3: Coefficients d'absorption moyens pour la bande 1 à $P = 1$ atm

On remarque que les trois premières bandes ont un comportement semblable: lorsque la température augmente, le coefficient d'absorption diminue progressivement. Dans ces bandes dominées par le rayonnement continu, les processus de recombinaison radiative, d'attachement radiatif et de rayonnement de freinage sont dominants. Par contre, le comportement est inversé dans les deux dernières.

Les figures précédentes montrent également que l'influence du rayon de l'arc est notable surtout dans les bandes 2, 3 et 4.

Le modèle P-1 exige également la connaissance de l'intensité du corps noir sur chaque

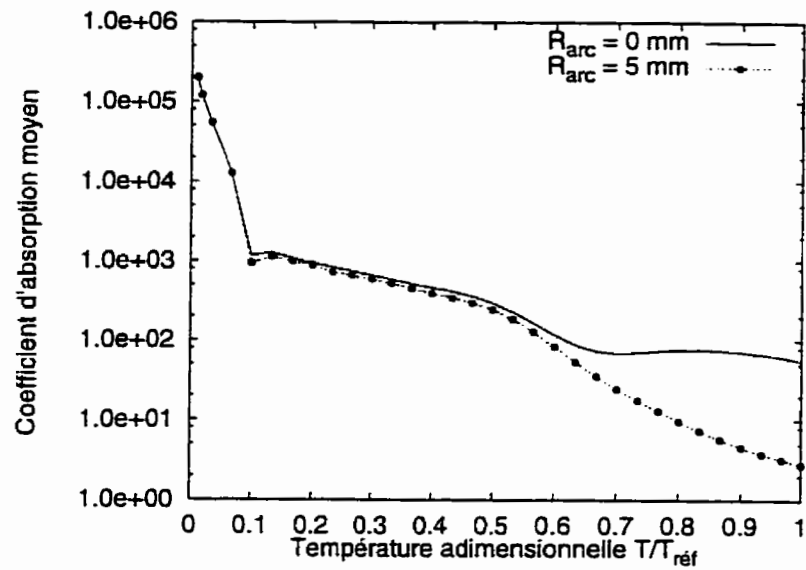


Figure 3.4: Coefficients d'absorption moyens pour la bande 2 à $P = 1 \text{ atm}$

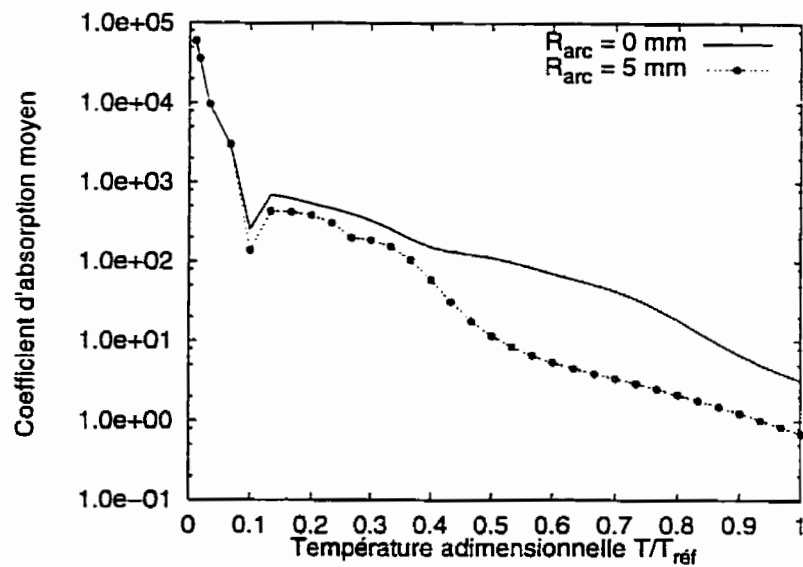


Figure 3.5: Coefficients d'absorption moyens pour la bande 3 à $P = 1 \text{ atm}$

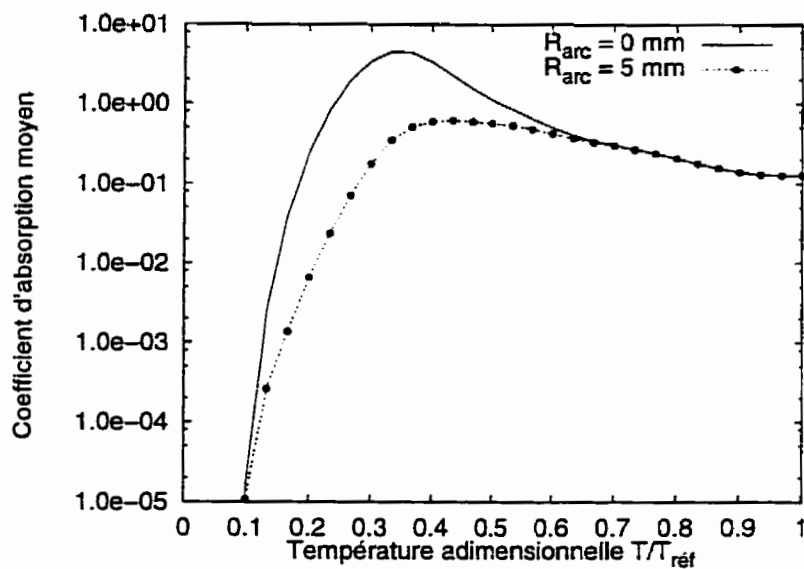


Figure 3.6: Coefficients d'absorption moyens pour la bande 4 à $P = 1 \text{ atm}$

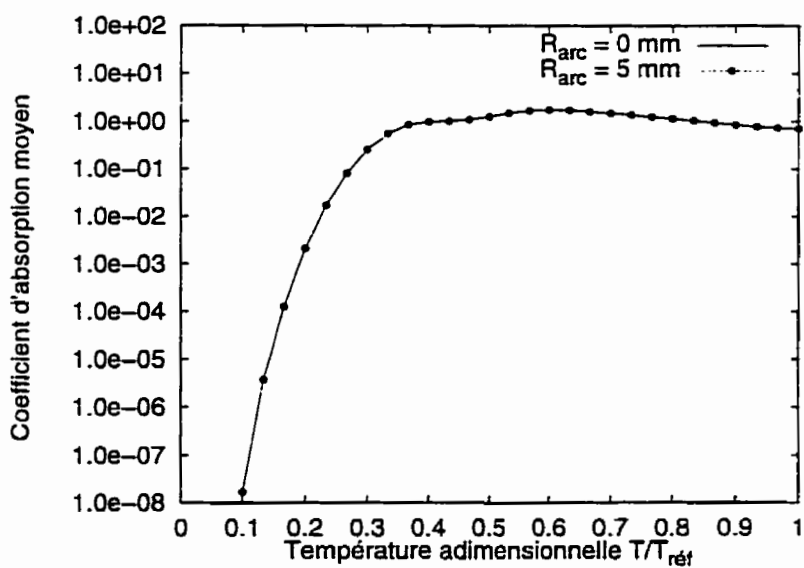


Figure 3.7: Coefficients d'absorption moyens pour la bande 5 à $P = 1 \text{ atm}$

bande. La fonction de Planck (2.6) est donc évaluée dans les cinq bandes et est présentée à la figure 3.8.

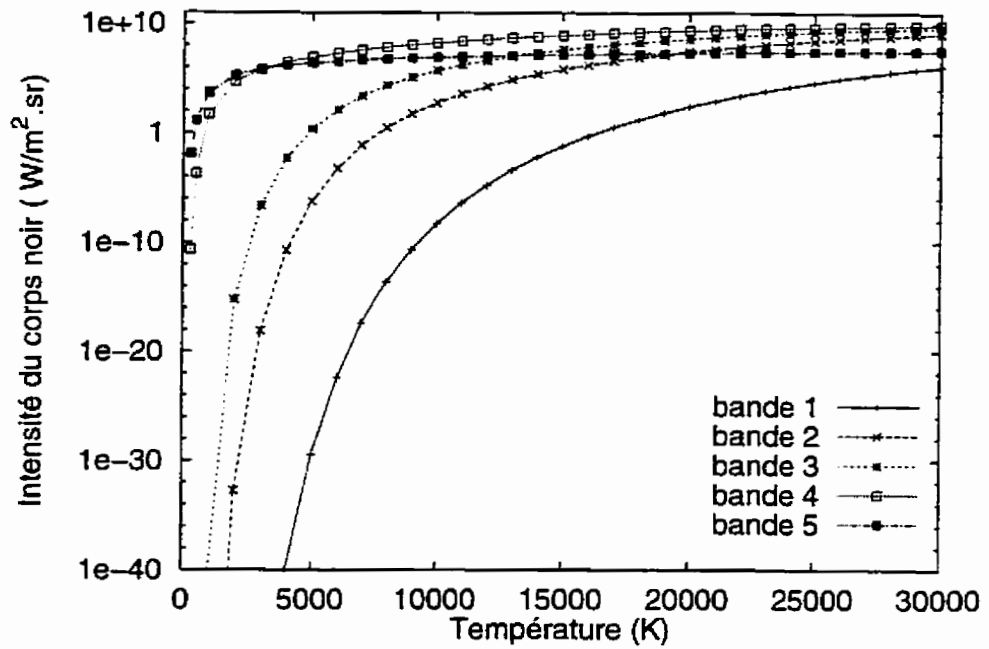


Figure 3.8: Fonction de Planck

Pour les bandes 1, 2, 3 et 4, on remarque que l'intensité du corps noir augmente lorsque la température augmente. Mais dans la bande 5 (I.R.), on note une légère décroissance par rapport aux autres bandes (2, 3, 4).

3.3.3 Formulation

On fait les hypothèses suivantes:

- la diffusion négligeable

En effet, dans le cas des arcs électriques de type disjoncteur, la diffusion provient essentiellement des électrons libres [20]. La densité de particules est telle que le libre parcours moyen des électrons est très grand. Le coefficient de diffusion étant inversement proportionnel à cette distance, on négligera donc le terme de diffusion.

- le rayonnement des parois négligeable face au rayonnement du plasma

La température des parois étant très faible par rapport à la température de l'arc, on peut négliger le rayonnement provenant des parois.

En tenant compte de ces hypothèses, les équations du modèle P-1 se réduisent à:

$$\nabla G_\lambda = -3\kappa_\lambda q_\lambda \quad (3.20)$$

$$\nabla \cdot q_\lambda = \kappa_\lambda (4\pi I_{b\lambda} - G_\lambda) \quad (3.21)$$

La combinaison de ces deux équations conduit à l'équation principale

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\kappa_\lambda} \nabla G_\lambda \right) = 3\kappa_\lambda (G_\lambda - 4\pi I_{b\lambda}) \quad (3.22)$$

Sur chaque bande de longueur d'onde $l = [\lambda_1, \lambda_2]$, le coefficient d'absorption est supposé constant et égal au coefficient d'absorption moyen κ_l , ce qui conduit, après

intégration sur la bande, à

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \left(\frac{1}{\kappa_l} \nabla \overline{G}_l \right) &= 3\kappa_l (\overline{G}_l - 4\pi \overline{I}_{bl}) \\ \nabla \cdot \overline{\mathbf{q}}_l &= \kappa_l (4\pi \overline{I}_{bl} - \overline{G}_l),\end{aligned}\tag{3.23}$$

où

$$\overline{G}_l = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} G^* d\lambda \quad \overline{\mathbf{q}}_l = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \mathbf{q}^* d\lambda \quad \overline{I}_{bl} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_{b\lambda} d\lambda.$$

Pour des raisons de commodité, la forme adimensionnelle est plutôt utilisée. On pose comme variables réduites, les variables étoilées indiquées ci-après:

$$\kappa_l^* = \kappa_l L_{ref}, \quad G_l^* = \frac{G_l}{\sigma T_{ref}^4}, \quad \mathbf{q}_l^* = \frac{\mathbf{q}_l}{\sigma T_{ref}^4}, \quad I_{bl}^* = \frac{I_{bl}}{\sigma T_{ref}^4},$$

avec σ , L_{ref} et T_{ref} respectivement la constante de Boltzmann, la longueur de référence de l'arc et sa température de référence.

Les valeurs totales sont obtenues en intégrant sur tout le domaine spectral, soit

$$G = \int_0^\infty G_\lambda d\lambda, \quad \mathbf{q} = \int_0^\infty \mathbf{q}_\lambda d\lambda, \quad \nabla \cdot \mathbf{q} = \int_0^\infty \nabla \cdot \mathbf{q}_\lambda d\lambda$$

Cela se traduit finalement par:

$$G = \sum_{l=1}^{N_{bandes}} \overline{G}_l, \quad \mathbf{q} = \sum_{l=1}^{N_{bandes}} \overline{\mathbf{q}}_l, \quad \nabla \cdot \mathbf{q} = \sum_{l=1}^{N_{bandes}} \nabla \cdot \overline{\mathbf{q}}_l\tag{3.24}$$

3.3.4 Conditions aux limites

L'équation (3.22) étant du type elliptique, la connaissance des conditions frontières est primordiale. L'une des difficultés de la méthode est l'imposition des conditions frontières. On retrouve dans la littérature plusieurs auteurs [14, 9] qui traitent ce sujet.

Dans notre étude, deux types de frontières ont été imposées. Dans un premier temps, on impose une condition de type Dirichlet ($G = 0$) sur les parois. Cette condition n'est pas tout à fait exacte mais assure une stabilité au niveau numérique. Néanmoins, elle est bien valide dans les trois premières bandes à cause des coefficients d'absorption qui sont très élevés en frontière de l'arc. En outre, l'imposition de cette condition de Dirichlet n'a pas vraiment d'influence au niveau du rayonnement net dans les deux dernières bandes puisque les valeurs des coefficients d'absorption y sont très faibles.

La deuxième condition frontière est une condition de Marshak [11]. C'est une condition de type mixte. En plus des hypothèses mentionnées ci-dessus, on suppose que la paroi est diffuse et opaque. La condition frontière s'écrit alors:

$$-2 \left(\frac{2}{\epsilon_w} - 1 \right) \mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{n}} + G = 0, \quad (3.25)$$

où ϵ_w est l'émissivité de la paroi et $\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ représente le flux normal à cette paroi. Cette dernière équation peut encore s'écrire

$$\frac{1}{\kappa} \nabla G \cdot \hat{\mathbf{n}} = -\frac{3}{2} \frac{\epsilon_w}{2 - \epsilon_w} G. \quad (3.26)$$

C'est sous cette forme que la condition de type Marshak sera appliquée dans la formulation volumes finis.

Chapitre 4

Solution numérique des équations du modèle P-1

Les équations de l'approximation P-1 seront résolues par une approche volumes finis. Deux étapes sont nécessaires dans la résolution de l'ETR: la première consiste à déterminer le rayonnement incident G en tout point. De cette dernière, toutes les autres valeurs peuvent être déduites: le flux radiatif q et le rayonnement net représenté par la divergence du flux radiatif $\nabla \cdot q$. La première étape consiste à résoudre une équation de type Helmholtz par bandes de longueur d'onde. Une méthode directe sera utilisée à cette fin.

4.1 Intégration en volumes finis

La forme conservative est généralement utilisée lors d'une formulation volumes-finis. À ce titre, pour chaque bande, l'équation principale (3.22) est intégrée sur un volume de contrôle V , soit

$$\int_V \nabla \cdot \left(\frac{1}{\kappa_l} \nabla G_l \right) dv = \int_V 3\kappa_l (G_l - 4\pi I_{bl}) dv. \quad (4.1)$$

À l'aide du théorème de la divergence, le membre de droite est transformé en intégrale de surface

$$\oint_{\partial V} \frac{1}{\kappa_l} \nabla G_l \cdot \hat{n} ds = \int_V 3\kappa_l (G_l - 4\pi I_{bl}) dv. \quad (4.2)$$

Ces équations permettent donc de discrétiser l'équation régissant le rayonnement incident G dépendamment du type d'éléments utilisé pour la discrétisation. La résolution de l'équation (4.2) permet de déterminer le rayonnement incident dans chacune des bandes. On utilisera par la suite les équations (3.24) pour déterminer le flux radiatif ainsi que la divergence du flux radiatif. En outre, on fait les hypothèses suivantes:

- le rayonnement incident G varie de façon linéaire sur chaque élément,
- le coefficient d'absorption moyen κ est constant par élément,
- l'intensité du corps noir I_b est aussi constant par élément.

4.2 Modèle unidimensionnel

Dans le cas unidimensionnel axisymétrique, les éléments utilisés sont des segments et le volume de contrôle utilisé est représenté schématiquement par la figure 4.1.

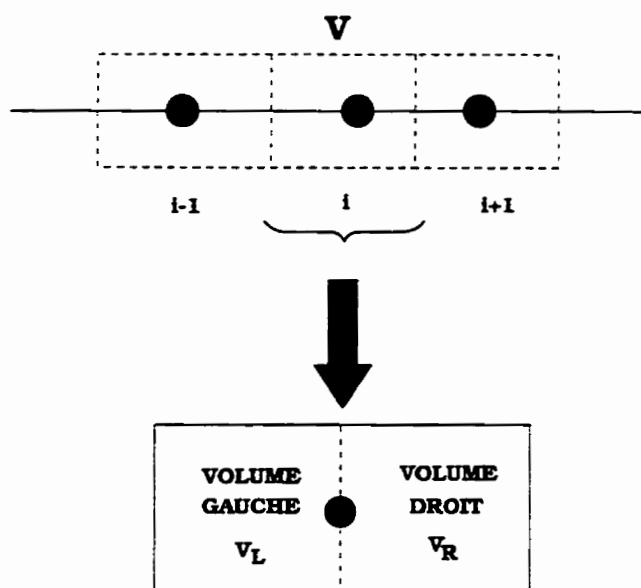


Figure 4.1: schéma du volume de contrôle en une dimension

4.2.1 Terme de surface

En intégrant sur les faces du volume de contrôle, le terme de gauche dans l'équation (4.2) ci-dessus devient:

$$\oint_{\partial V} \frac{1}{\kappa_l} \nabla G \cdot \hat{n} ds = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\nabla G}{\kappa} \right)_i \cdot \Delta S \quad (4.3)$$

En détail,

$$\sum_{i=1}^2 \left(\frac{\nabla G}{\kappa} \right)_i \cdot \Delta S = \left(\frac{\nabla G}{\kappa} \right)_L \left[-2\pi \frac{r_{i-1} + r_i}{2} \right] + \left(\frac{\nabla G}{\kappa} \right)_R \left[2\pi \frac{r_i + r_{i+1}}{2} \right] \quad (4.4)$$

Dans cette notation, les indices L et R indiquent les termes évalués à gauche et à droite respectivement. La relation ci-dessus conduit à:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\nabla G}{\kappa} \right)_i \cdot \Delta S = & \pi \left[\frac{r_{i-1} + r_i}{\kappa_i(r_{i-1} - r_i)} G_{i-1} \right. \\ & - \left(\frac{r_{i-1} + r_i}{\kappa_i(r_i - r_{i-1})} + \frac{r_i + r_{i+1}}{\kappa_{i+1}(r_{i+1} - r_i)} \right) G_i \\ & \left. + \frac{r_i + r_{i+1}}{\kappa_{i+1}(r_{i+1} - r_i)} G_{i+1} \right] \end{aligned} \quad (4.5)$$

Finalement, on peut l'écrire sous la forme compacte suivante:

$$\sum_{i=1}^2 \left(\frac{\nabla G}{\kappa} \right)_i \cdot \Delta S = A_i^1 G_{i-1} + B_i^1 G_i + C_i^1 G_{i+1} \quad (4.6)$$

avec

$$\begin{aligned} A_i^1 &= \pi \frac{r_{i-1} + r_i}{\kappa_i(r_{i-1} - r_i)} \\ B_i^1 &= -\pi \left[\frac{r_{i-1} + r_i}{\kappa_i(r_i - r_{i-1})} + \frac{r_i + r_{i+1}}{\kappa_{i+1}(r_{i+1} - r_i)} \right] \\ C_i^1 &= \pi \frac{r_i + r_{i+1}}{\kappa_{i+1}(r_{i+1} - r_i)} \end{aligned}$$

4.2.2 Terme de volume

On doit évaluer le membre de droite de l'équation (4.2) qui est une intégrale de volume. Avec les hypothèses énoncées ci-dessus, on subdivise le volume en deux sous-volumes (cf. figure 4.2) afin de prendre en compte la discontinuité au niveau des valeurs des coefficients d'absorption κ et de l'intensité du corps noir I_b . Il s'en suit donc:

$$\int_V \kappa(G - 4\pi I_b)dv = \int_{V_L} \kappa(G - 4\pi I_b)dv + \int_{V_R} \kappa(G - 4\pi I_b)dv \quad (4.7)$$

soit

$$\begin{aligned} \int_V \kappa(G - 4\pi I_b)dv = & \int_{V_L} \kappa G dv + \int_{V_R} \kappa G dv - \\ & 4\pi \left[\int_{V_L} \kappa I_b dv + \int_{V_R} \kappa I_b dv \right] \end{aligned} \quad (4.8)$$

Le rayonnement incident G étant supposé linéaire, on peut prendre un point de Gauss sur l'élément de volume considéré. Par conséquent,

$$\text{à gauche} \quad G_L \simeq \frac{1}{4}G_{i-1} + \frac{3}{4}G_i$$

$$\text{à droite} \quad G_R \simeq \frac{3}{4}G_i + \frac{1}{4}G_{i+1}$$

Chacun des termes est donc évalué et on obtient:

- à gauche

$$\begin{aligned} \int_{V_L} \kappa I_b dv &= \kappa_i I_{b_i} V_L \\ \int_{V_L} \kappa G dv &= \kappa_i \left(\frac{1}{4}G_{i-1} + \frac{3}{4}G_i \right) V_L \end{aligned}$$

• à droite

$$\begin{aligned}\int_{V_R} \kappa I_b dv &= \kappa_{i+1} I_{b_{i+1}} V_R, \\ \int_{V_R} \kappa G dv &= \kappa_i \left(\frac{3}{4} G_i + \frac{1}{4} G_{i+1} \right) V_R,\end{aligned}$$

où:

$$\begin{aligned}V_L &= \pi \left[r_i^2 - \left(\frac{r_{i-1} + r_i}{2} \right)^2 \right] \\ V_R &= \pi \left[\left(\frac{r_i + r_{i+1}}{2} \right)^2 - r_i^2 \right]\end{aligned}$$

Il vient donc:

$$\begin{aligned}\int_V \kappa (G - 4\pi I_b) dv &= \kappa_i \left(\frac{1}{4} G_{i-1} + \frac{3}{4} G_i \right) V_L - 4\pi \kappa_i I_{b_i} V_L + \\ &\quad \kappa_i \left(\frac{3}{4} G_i + \frac{1}{4} G_{i+1} \right) V_R - 4\pi \kappa_{i+1} I_{b_{i+1}} V_R\end{aligned}\quad (4.9)$$

ou encore:

$$\int_V 3\kappa (G - 4\pi I_b) dv = A_i^2 G_{i-1} + B_i^2 G_i + C_i^2 G_{i+1} + D_i^2 \quad (4.10)$$

avec

$$\begin{aligned}A_i^2 &= \frac{3}{4} \kappa_i V_L \\ B_i^2 &= \frac{9}{4} (\kappa_i V_L + \kappa_{i+1} V_R) \\ C_i^2 &= \frac{3}{4} \kappa_{i+1} V_R \\ D_i^2 &= -12\pi (\kappa_i V_L I_{b_i} + \kappa_{i+1} V_R I_{b_{i+1}})\end{aligned}$$

4.2.3 Équation globale

L'assemblage des éléments A_i^1, B_i^1, C_i^1 avec les éléments $A_i^2, B_i^2, C_i^2, D_i^2$, conduit au système tridiagonal suivant:

$$[A_i^1 - A_i^2]G_{i-1} + [B_i^1 - B_i^2]G_i + [C_i^1 - C_i^2]G_{i+1} = D_i^2, \quad (4.11)$$

que l'on résout par l'algorithme de Thomas. On déduit par la suite, la divergence du flux radiatif en appliquant les relations vues au chapitre précédent.

4.2.4 Conditions frontières

La condition de symétrie entraîne un flux de rayonnement incident nul sur l'axe. Cela se traduit par une condition de Neumann sur la face gauche.

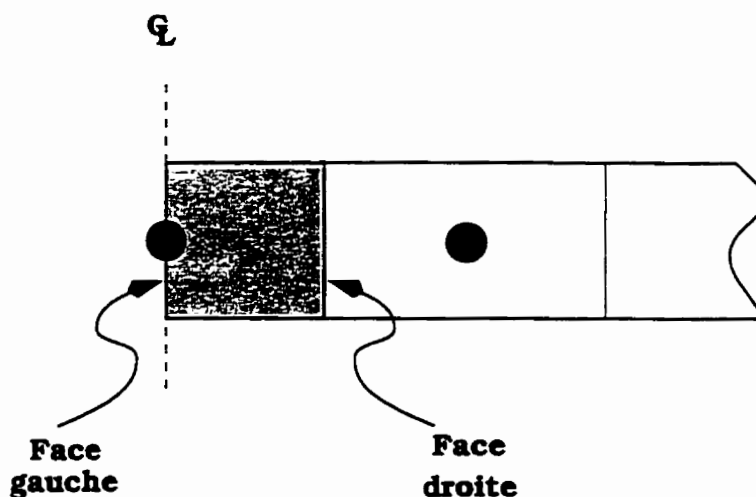


Figure 4.2: Volume de contrôle pour la frontière gauche

On a:

$$\underbrace{\left(\frac{\nabla G}{3\kappa_0}\right)(2\pi r_0)}_{\text{face gauche}} - \underbrace{\left(\frac{\nabla G}{3\kappa_1}\right)\left(2\pi \frac{r_0 + r_1}{2}\right)}_{\text{face droite}} = 4\pi\kappa_1 I_{b_1} V_R - \kappa_1 \left(\frac{3}{4}G_0 + \frac{1}{4}G_1\right)V_R.$$

Le volume V_R est calculé par la formule mentionnée plus haut. Sur la face gauche, on applique la condition de Neumann $\nabla G \cdot \hat{n} = 0$ et on obtient finalement

$$\begin{aligned} \left[\frac{\pi}{3\kappa_1} \frac{r_0 + r_1}{r_0 - r_1} + \frac{3}{4}\kappa_1 V_R \right] G_0 - \\ \left[\frac{\pi}{3\kappa_1} \frac{r_0 + r_1}{r_0 - r_1} + \frac{1}{4}\kappa_1 V_R \right] G_1 = 4\pi I_{b_1} V_R \end{aligned} \quad (4.12)$$

On suppose également que le rayonnement est entièrement absorbé durant son parcours. On impose donc directement la valeur $G_i = 0$ à l'extrémité droite (buse).

4.3 Modèle bidimensionnel

La discrétisation spatiale en deux dimensions sera réalisée à l'aide d'éléments triangulaires, ce qui nous permettra beaucoup de flexibilité dans la discrétisation des géométries complexes. Pour fins de présentation, nous verrons successivement la discrétisation des équations de Laplace et de Poisson, ce qui nous permettra d'arriver à l'équation du transfert radiatif qui est une équation du type Helmholtz. La figure 4.3 présente un volume de contrôle et la localisation des variables G , κ et I_b .

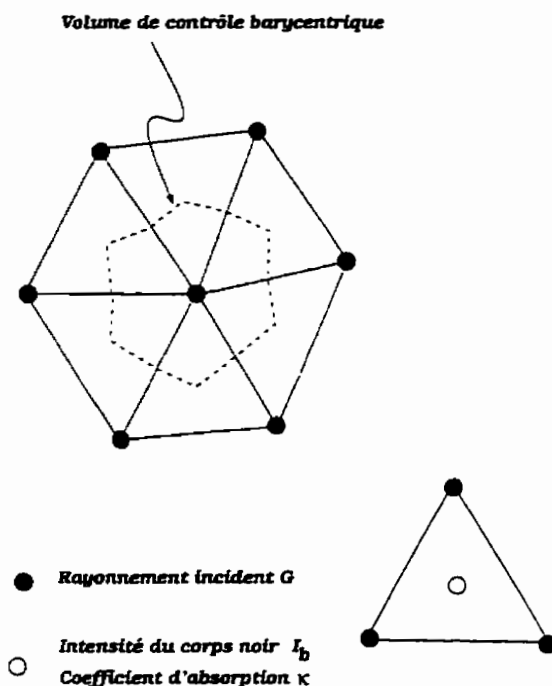


Figure 4.3: Volume de contrôle barycentrique pour le calcul du rayonnement incident G

4.3.1 Discrétisation de l'équation de Laplace

Partant des hypothèses mentionnées plus haut, l'équation de Laplace se réduit à

$$\int_{\partial V} \frac{1}{\kappa} \nabla G \cdot \hat{n} ds = 0. \quad (4.13)$$

Sur un élément triangulaire, une variation linéaire de G selon e qui conduit au polynôme d'interpolation suivant sera utilisé

$$G = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y. \quad (4.14)$$

À partir des valeurs nodales, les coefficients α_i ($i = 1, 2, 3$) s'expriment de la manière suivante

$$\alpha_1 = \frac{1}{2A}[a_i G_i + a_j G_j + a_k G_k], \quad (4.15)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2A}[b_i G_i + b_j G_j + b_k G_k], \quad (4.16)$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2A}[c_i G_i + c_j G_j + c_k G_k]. \quad (4.17)$$

A étant la surface du triangle donnée par

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}$$

On obtient par suite

$$G = N_i G_i + N_j G_j + N_k G_k, \quad (4.18)$$

avec

$$N_i = \frac{1}{2A}[a_i + b_i x + c_i y], \quad \begin{cases} a_i = x_j y_k - x_k y_j \\ b_i = y_j - y_k \\ c_i = x_k - x_j \end{cases} \quad (4.19)$$

$$N_j = \frac{1}{2A}[a_j + b_j x + c_j y], \quad \begin{cases} a_j = x_k y_i - x_i y_k \\ b_j = y_k - y_i \\ c_j = x_i - x_k \end{cases} \quad (4.20)$$

$$N_k = \frac{1}{2A}[a_k + b_k x + c_k y], \quad \begin{cases} a_k = x_i y_j - x_j y_i \\ b_k = y_k - y_i \\ c_k = x_j - x_i \end{cases} \quad (4.21)$$

Sur un triangle, le coefficient d'absorption et le gradient de rayonnement incident étant constant, l'intégrale de surface se décompose sous la forme suivante et les normales aux faces sont indiquées à la figure 4.4:

$$\oint_{\partial V} \frac{1}{\kappa} \nabla G \cdot \hat{n} ds = \frac{1}{\kappa} \nabla G \cdot \left[\oint_{\partial V_R} \hat{n} ds + \oint_{\partial V_L} \hat{n} ds \right] \quad (4.22)$$

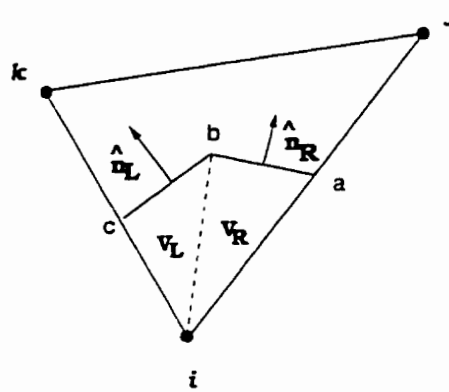


Figure 4.4: Décomposition des normales aux faces

Mais

$$\oint_{\partial V_R} \hat{n} ds = \bar{y}_R(\Delta y_R \hat{i} - \Delta x_R \hat{j}); \quad \oint_{\partial V_L} \hat{n} ds = \bar{y}_L(\Delta y_L \hat{i} - \Delta x_L \hat{j})$$

avec

$$\bar{y}_R = \frac{y_a + y_b}{2}, \quad \bar{y}_L = \frac{y_b + y_c}{2}$$

$$\begin{aligned}\Delta x_R &= x_b - x_a, & \Delta x_L &= x_c - x_b \\ \Delta y_R &= y_b - y_a, & \Delta y_L &= y_c - y_b\end{aligned}$$

Donc

$$\oint_{\partial V} \frac{1}{\kappa} \nabla G \cdot \hat{n} ds = \alpha_2 (\bar{y}_R \Delta y_R + \bar{y}_L \Delta y_L) - \alpha_3 (\bar{y}_R \Delta x_R + \bar{y}_L \Delta x_L) \quad (4.23)$$

Posons

$$\bar{y}_y = \bar{y}_R \Delta y_R + \bar{y}_L \Delta y_L, \quad \bar{y}_x = \bar{y}_R \Delta x_R + \bar{y}_L \Delta x_L \quad (4.24)$$

On obtient finalement

$$\begin{aligned}\oint_{\partial V} \frac{1}{\kappa} \nabla G \cdot \hat{n} ds &= \frac{1}{2A} \frac{1}{\kappa} \left[(b_i \bar{y}_y - c_i \bar{y}_x) G_i + \right. \\ &\quad (b_j \bar{y}_y - c_j \bar{y}_x) G_j + \\ &\quad \left. (b_k \bar{y}_y - c_k \bar{y}_x) G_k \right] \quad (4.25)\end{aligned}$$

On peut donc généraliser ce résultat sur le volume de contrôle barycentrique par

$$\oint_{\partial V} \frac{1}{\kappa} \nabla G \cdot \hat{n} ds = \sum_{i=1}^{N_{voisins}} [\Gamma_i G_i + \Gamma_j G_j + \Gamma_k G_k]_t = 0, \quad (4.26)$$

avec

$$\Gamma_m = \frac{1}{2A} \frac{1}{\kappa} (b_m \bar{y}_y - c_m \bar{y}_x) \quad m = i, j, k. \quad (4.27)$$

Le rayonnement incident total est obtenu par une sommation sur toutes les bandes,

ce qui conduit à

$$\sum_{i=1}^{N_{bandes}} \sum_{t=1}^{N_{voisins}} [\Gamma_i G_i + \Gamma_j G_j + \Gamma_k G_k]_t = 0 \quad (4.28)$$

4.3.2 Discrétisation de l'équation de Poisson

L'ajout d'un terme source à l'équation de Laplace nous conduit à une équation de type Poisson. Dans ce cas, le terme source à intégrer est

$$\oint_{\partial V} \frac{1}{\kappa} \nabla G \cdot \hat{n} ds = -12\pi \int_V \kappa I_b dv \quad (4.29)$$

En axisymétrique, le membre de droite s'intègre avec un point de Gauss. En subdivisant le volume actif en deux sous-triangles V_R et V_L comme présenté à la figure 4.4, on a

$$\int_V \kappa I_b dv = \kappa I_b \left(\int_{V_R} dv + \int_{V_L} dv \right), \quad (4.30)$$

puisque le coefficient d'absorption et l'intensité du corps noir sont constants sur un triangle donné. Nous calculons ainsi le terme source et les valeurs obtenues pour chaque volume de contrôle sont introduites dans le membre de droite du système d'équations linéaires. Le terme source est donc

$$S_t = \int_V \kappa I_b dv. \quad (4.31)$$

4.3.3 Discrétisation de l'équation de Helmholtz

On rajoute aux équations déjà développées, un autre terme source qui est fonction de la variable G elle-même.

$$\int_{\partial V} \frac{1}{\kappa} \nabla G \cdot \hat{n} ds = -12\pi \int_V \kappa I_b dv + 3 \int_V \kappa G dv. \quad (4.32)$$

La dernière intégrale est évaluée à l'aide de trois points de Gauss compte tenu du fait que la fonction à évaluer est quadratique en axisymétrie. On obtient alors la forme suivante

$$\int_V \kappa G dv = \int_{V_R} \kappa G dv + \int_{V_L} \kappa G dv \quad (4.33)$$

Après développement de l'équation ci-dessus, on obtient la forme suivante:

$$\int_V \kappa G dv = \sum_{t=1}^{N_{\text{voisins}}} [\Theta_i G_i + \Theta_j G_j + \Theta_k G_k]_t \quad (4.34)$$

Cela conduit à une équation générale par bande, de la forme

$$\sum_{t=1}^{N_{\text{voisins}}} [\Gamma'_i G_i + \Gamma'_j G_j + \Gamma'_k G_k]_t = S_t, \quad (4.35)$$

avec $\Gamma'_\omega = \Gamma_\omega - \Theta_\omega$ et S_t étant la valeur du terme source sur le triangle t .

4.4 Résolution du système d'équations

Plusieurs méthodes sont disponibles pour la résolution du système d'équations algébriques obtenu. La nature creuse de la matrice entraîne certaines restrictions dans le choix de la méthode. Autre facteur déterminant, la présence de cinq bandes requiert une méthode rapide et efficace. Une méthode directe a donc été choisie. La matrice est stockée en ligne de ciel selon l'algorithme de Page *et al.* [13] et adapté à une méthode de volumes finis. La ligne de ciel est l'enveloppe des lignes et des colonnes de longueur variables qui entoure les termes non-nuls. On commence par faire une rénumérotation des noeuds afin de réduire la largeur du profil de la matrice, puis la résolution proprement dite est faite par une méthode de décomposition LU après le stockage en ligne de ciel.

La méthode de stockage en ligne de ciel consiste à stocker seulement les bras de la matrice dans un seul vecteur. Cela permet une sauvegarde d'espace. Le stockage en ligne de ciel tire toute sa beauté dans le fait qu'il n'est pas nécessaire de stocker les éléments nul hors de la ligne de ciel lors de la factorisation LU car ces derniers sont invariants. Le stockage se fait dans un ordre bien particulier, permettant ainsi de pouvoir accéder aux divers éléments à partir du nouveau vecteur généré.

Chapitre 5

Résultats et analyses

Dans ce chapitre, nous nous proposons, dans un premier temps, de valider la méthode proposée au chapitre précédent par différents cas tests simples pour lesquels des solutions analytiques sont possibles. Nous commencerons par valider les équations de Laplace et de Poisson. Ensuite un modèle unidimensionnel sera utilisé afin de valider l'équation de Helmholtz. On pourra par la suite, comparer nos solutions avec celles obtenues soit par la méthode des coefficients d'émission nette, soit par la méthode des caractéristiques partielles.

Dans le deuxième temps, nous appliquerons la méthode de résolution à une géométrie réelle de disjoncteur, le cas test de Lewis [7]. Ce cas a été déjà traité par Zhang *et al.* [24]; il sera donc facile de comparer les résultats obtenus par les deux méthodes d'évaluation du rayonnement.

5.1 Validations

5.1.1 Équation de Laplace

Pour la résolution de l'équation de Laplace (4.13), la géométrie considérée est constituée de deux cylindres coaxiaux de rayons respectifs R_1 et R_2 et de longueur infinie (cf. figure 5.1).

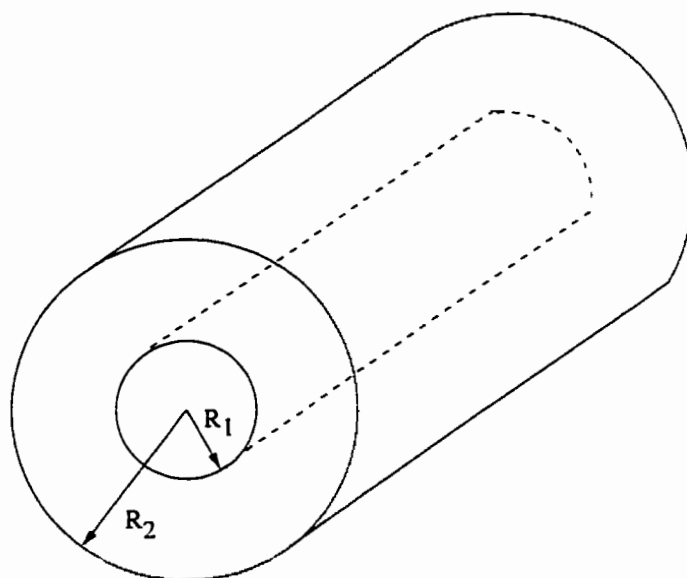


Figure 5.1: Géométrie utilisée pour l'équation de Laplace

L'espace entre les deux cylindres est un milieu (homogène ou non) dont le coefficient d'absorption est κ . Nous présenterons dans les paragraphes suivants, les résultats obtenus selon les conditions frontières imposées.

5.1.1.1 Cylindres coaxiaux dans un milieu homogène et des conditions de Dirichlet

La figure 5.2 présente de façon schématique les conditions frontières imposées.

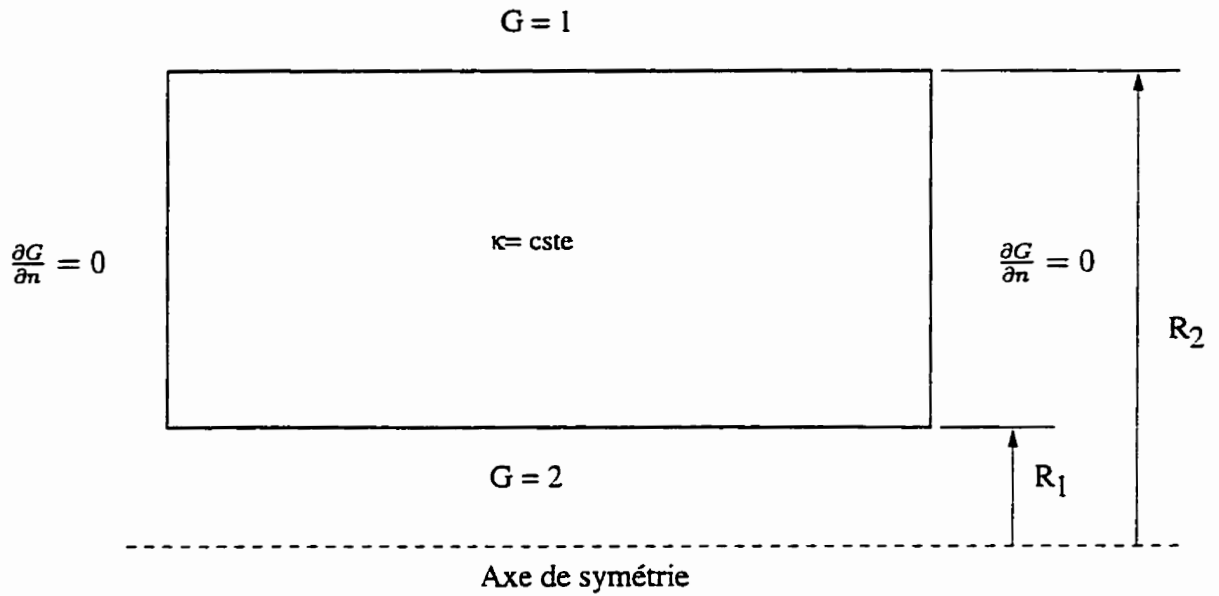


Figure 5.2: Conditions frontières: équation de Laplace

En coordonnées cylindriques, la solution analytique s'écrit:

$$G(r) = \frac{G(R_1)G(R_2) \ln(r/R_1) - \ln(r/R_2)}{\ln(R_2/R_1)}. \quad (5.1)$$

Dans le cas considéré, on a

$$\begin{cases} R_1 = 1, & G(R_1) = 2 \\ R_2 = 2, & G(R_2) = 1. \end{cases}$$

Ce qui conduit à une solution de la forme

$$G(r) = 2 - \frac{\ln(r)}{\ln(2)}.$$

La figure 5.3 compare la solution analytique et la solution numérique.

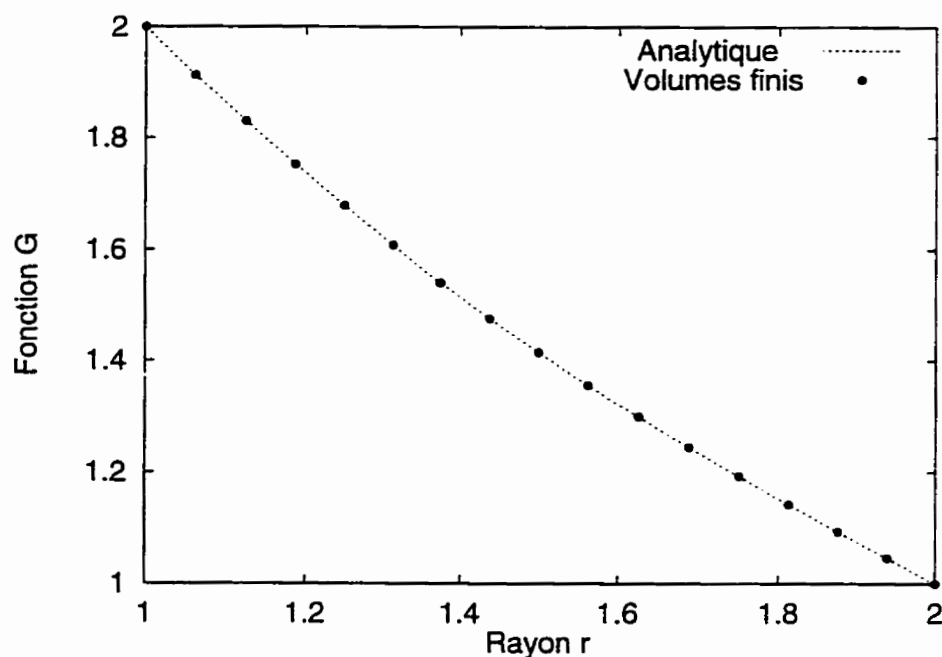


Figure 5.3: Comparaison des solutions analytique et numérique dans le cas de l'équation de Laplace

On a bien une concordance entre la solution analytique et la solution obtenue par la méthode des volumes finis.

Le maillage utilisé est un maillage grossier illustré par la figure 5.4.

Les isolignes de G vérifient bien la condition min-max sur les bords (figure 5.5).

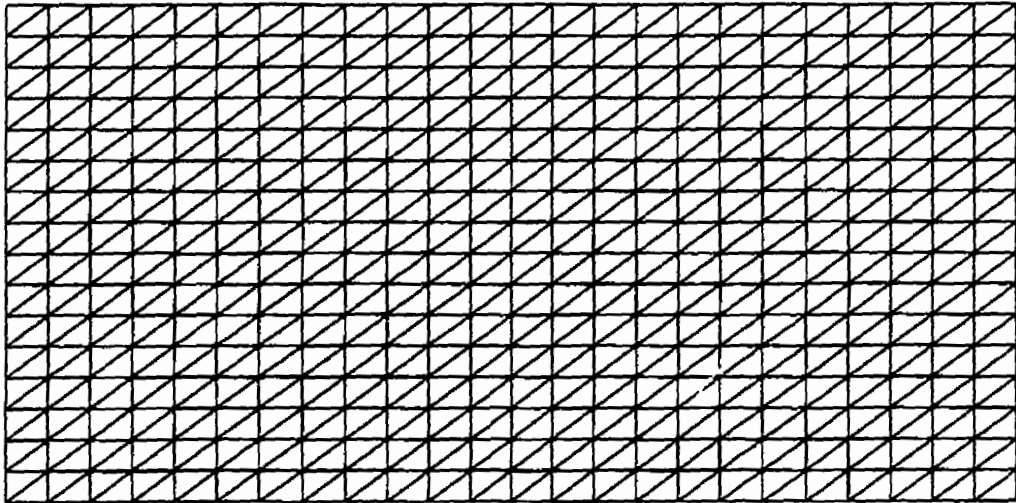


Figure 5.4: Maillage utilisé pour la résolution de équation de Laplace

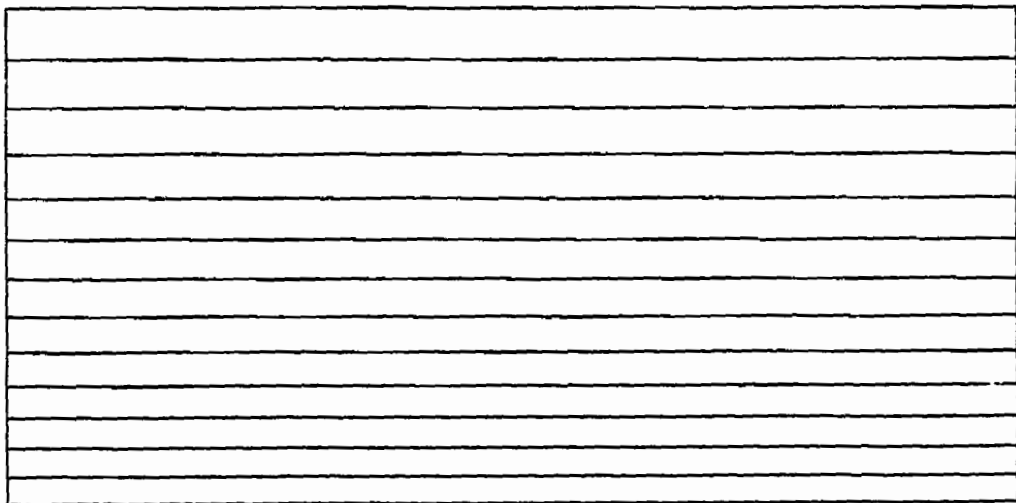


Figure 5.5: Isolignes du rayonnement incident G

5.1.1.2 Cylindres coaxiaux dans un milieu homogène et une condition de Marshak sur le rayon externe

Dans cette partie, on conserve la condition de Dirichlet sur le rayon interne, mais on impose une condition de Marshak sur le rayon externe. On suppose également que le cylindre externe est un corps noir ($\epsilon_w = 1$) et le coefficient d'absorption du milieu est $\kappa = 1$. Schématiquement, les conditions frontières se présentent comme illustrées à la figure 5.6.

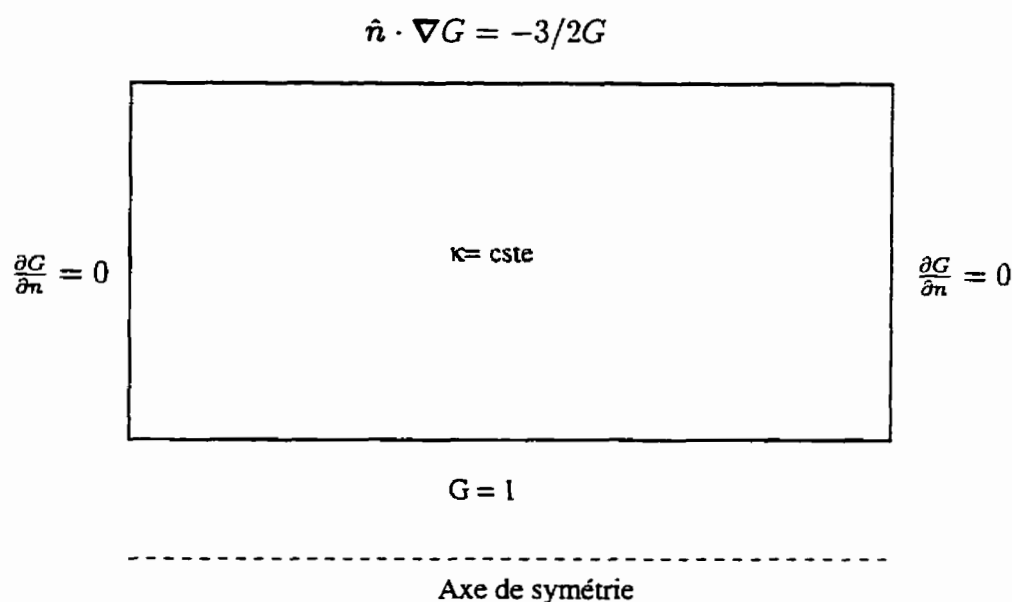


Figure 5.6: Conditions frontières Laplace avec une condition de Marshak sur le rayon externe

La solution analytique s'écrit sous la forme

$$G(r) = \frac{1 + 2\alpha \ln(r/2)}{1 - 2\alpha \ln(2)},$$

avec les conditions

$$\begin{cases} R_1 = 1, & G(R_1) = 1 \\ R_2 = 2, & \left. \frac{dG}{dr} \right|_{r=R_2} = \alpha G, \quad \alpha = -3/2 \end{cases}$$

La figure 5.7 démontre une fois de plus que la solution numérique est en accord avec la solution analytique.

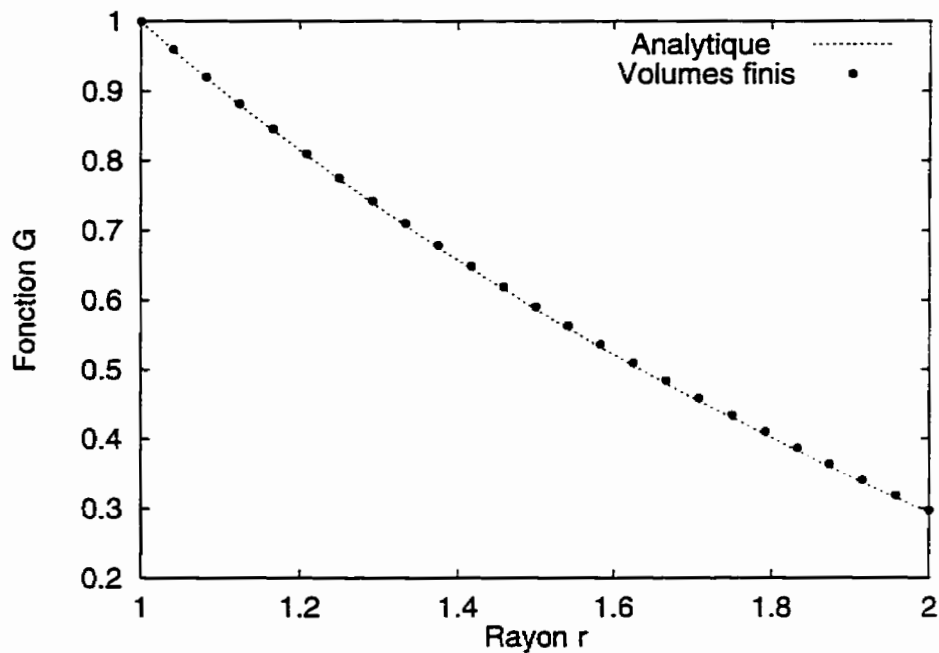


Figure 5.7: Solution de l'équation de Laplace avec la condition de Marshak

Les lignes iso-G sont présentées à la figure 5.8.

5.1.1.3 Milieu non-homogène et des conditions de Dirichlet

Nous considérons un domaine constitué par deux zones dont les coefficients d'absorption sont différents. La solution analytique est obtenue en imposant la continuité du ray-

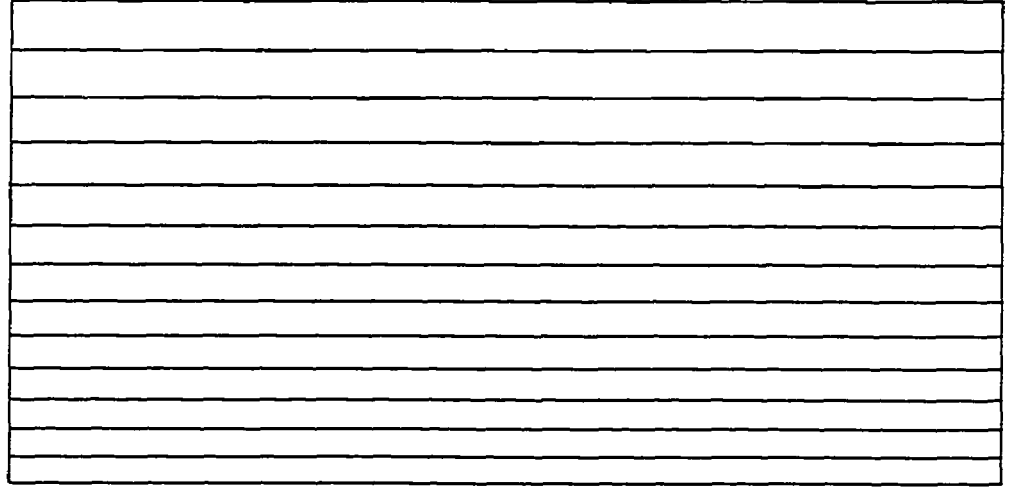


Figure 5.8: Isolignes G avec la condition de Marshak

onnement incident G et du flux de rayonnement à l'interface entre les deux zones.

Avec les conditions indiquées à la figure 5.9, la solution analytique pour des milieux dont coefficients d'absorption sont $\kappa_1 = 1$ et $\kappa_2 = 1/2$ et dont les rayons R_1 , R_i , R_2 sont respectivement 1, 2 et 2.5 s'écrit:

$$G(r) = \begin{cases} 2 - \frac{2 \ln(r)}{\ln(2) + \ln(2.5)} & \text{si } R_1 \leq r \leq R_i \\ \frac{2 \ln(2.5) + \ln(2) - \ln(r)}{\ln(2) + \ln(2.5)} & \text{si } R_i < r \leq R_2 \end{cases}$$

Comme indiqué à la figure 5.10, nos résultats coïncident avec la solution analytique.

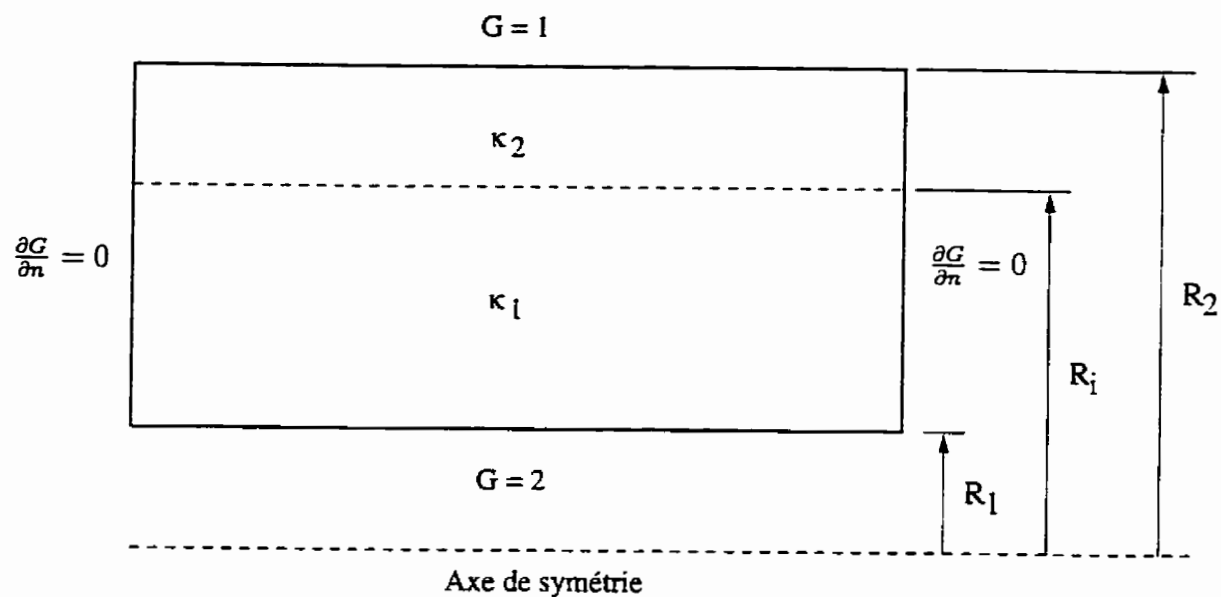


Figure 5.9: Conditions frontières: équation de Laplace dans un milieu non-homogène

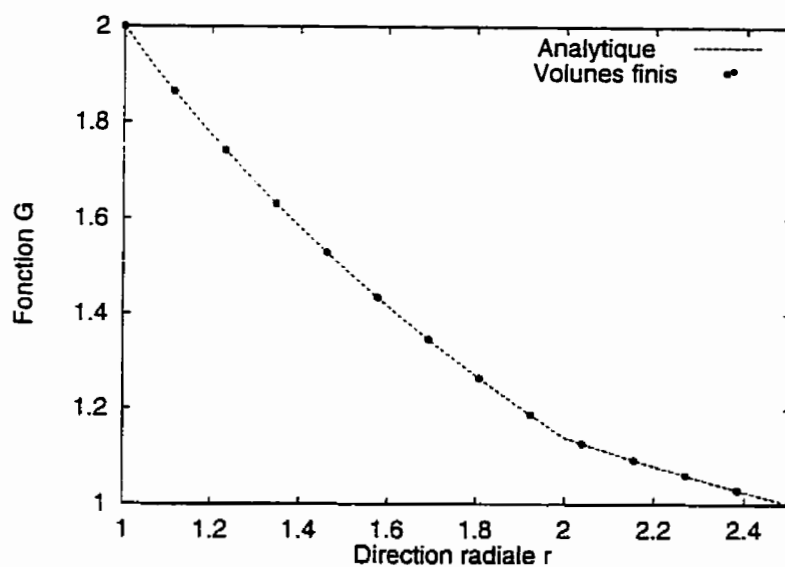


Figure 5.10: Comparaison des solutions analytique et numérique: équation de Laplace dans un milieu non-homogène

5.1.1.4 Analyse de l'erreur

On étudie également l'évolution de l'erreur. En augmentant la discrétisation dans la direction radiale d'un facteur 2, on obtient une diminution de l'erreur d'un facteur 4. Les résultats de la figure 5.11 prouvent bien que le schéma utilisé est du second ordre.

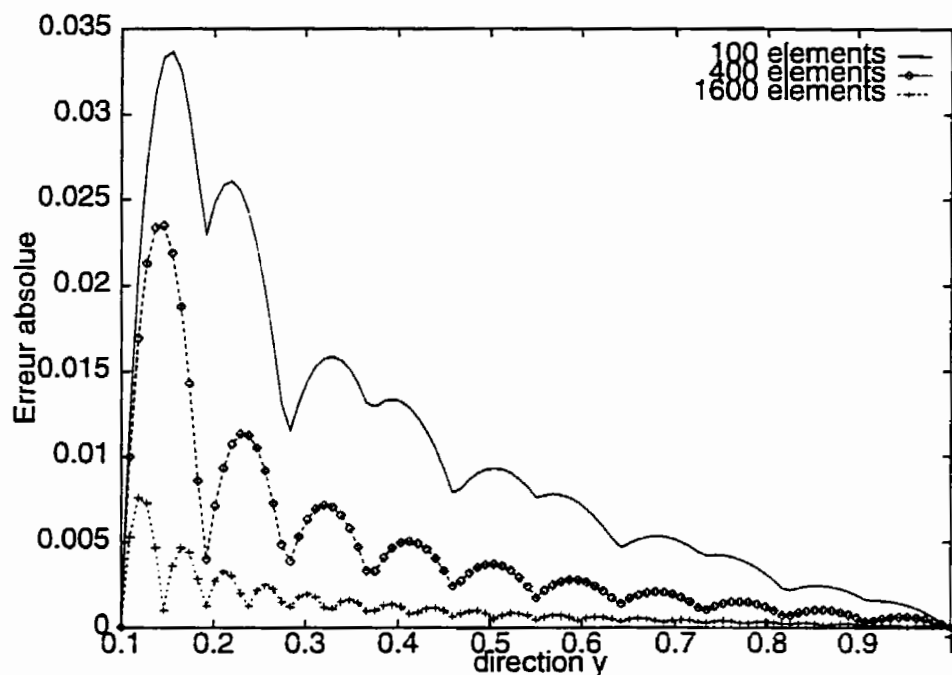


Figure 5.11: Erreur absolue pour le calcul de la solution de l'équation de Laplace

5.1.2 Équation de Poisson

Dans la même optique que l'équation de Laplace, une validation de l'équation de Poisson (4.29) a été effectuée. Nous considérons maintenant deux sphères concentriques de rayons respectifs R_1 et R_2 dont une coupe transversale est représentée schématiquement par la figure 5.12.

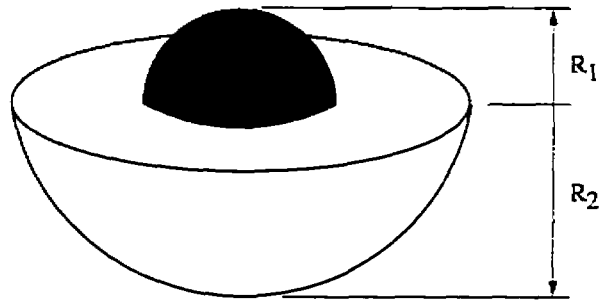


Figure 5.12: Géométrie utilisée pour la résolution de l'équation de Poisson

Nous supposons qu'il n'y pas de dépendance dans les directions polaire et azimutale. Pour des raisons de simplifications, on suppose également que l'intensité du corps noir I_b intervenant dans la relation (4.29) est constante et égale à l'unité.

5.1.2.1 Sphères concentriques dans un milieu homogène et des conditions de Dirichlet

Pour des raisons de symétrie, on peut se limiter à un quart de sphère. Les figures 5.13 à 5.15 présentent successivement les conditions frontières imposées, le maillage utilisé et la solution obtenue.

Nous avons également effectué la comparaison entre la solution analytique et la solution numérique. Avec les conditions frontières indiquées à la figure 5.13, on obtient

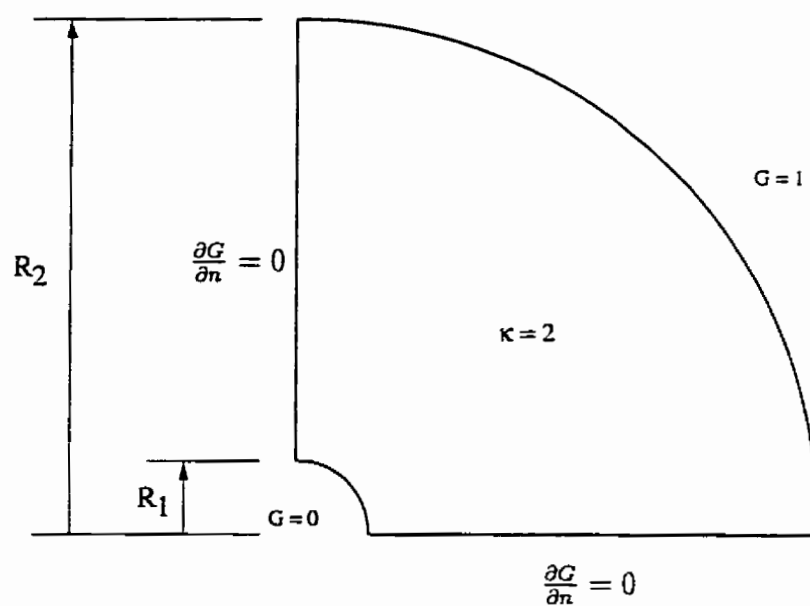


Figure 5.13: Conditions frontières: équation de Poisson

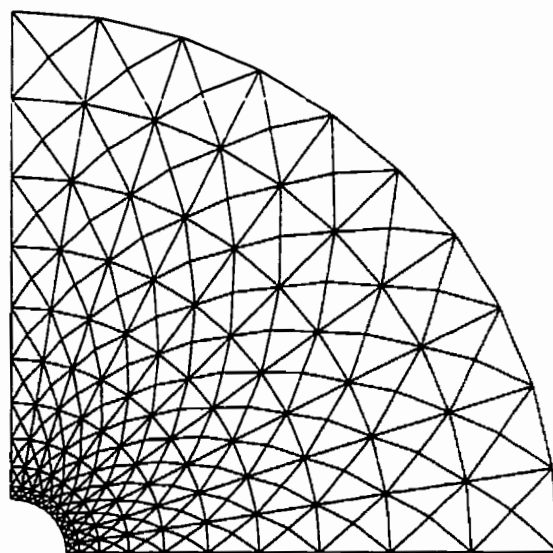


Figure 5.14: Maillage utilisé dans le cas de l'équation de Poisson

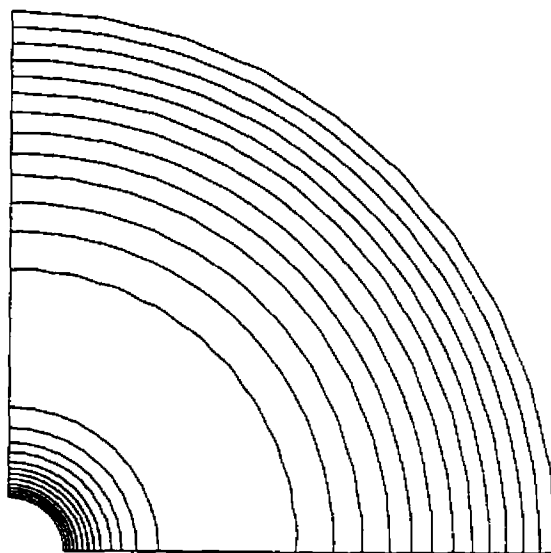


Figure 5.15: Solution de l'équation de Poisson

la solution analytique suivante pour des rayons $R_1 = 1$ et $R_2 = 10$:

$$G(r) = -8\pi r^2 + 10/9 + 888\pi - \frac{10/9 + 880\pi}{r}$$

La comparaison des deux résultats est présentée à la figure 5.16.

5.1.2.2 Sphères concentriques dans un milieu non-homogène et des conditions de Dirichlet

On considère maintenant un domaine comportant deux zones avec des coefficients d'absorption différents. Schématiquement, les conditions frontières sont représentées ci-dessous (figure 5.17).

On suppose les mêmes rayons que dans le cas précédent (milieu homogène) et l'interface

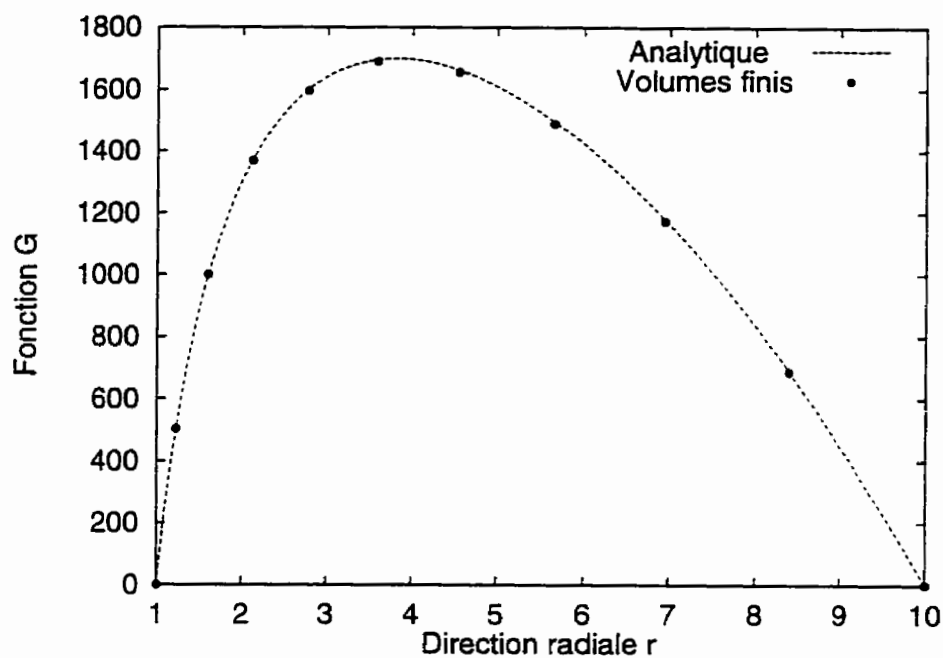


Figure 5.16: Comparaison des solutions analytique et numérique pour l'équation de Poisson dans un milieu homogène

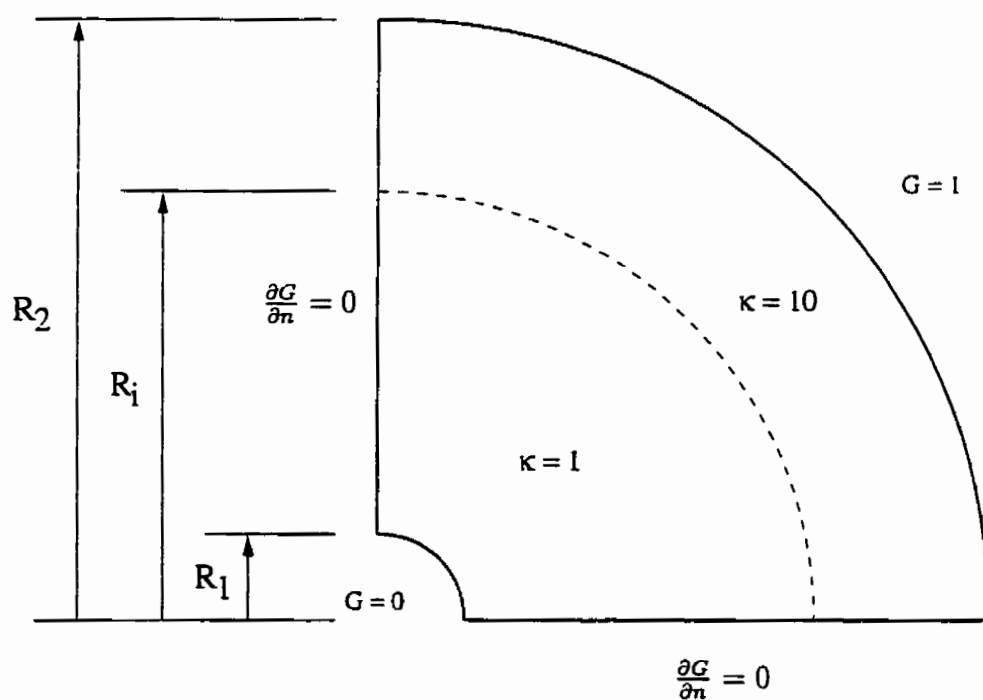


Figure 5.17: Conditions frontières: équation de Poisson avec deux zones

entre les deux zones est située à $R_i = 6$. La solution analytique s'écrit alors:

$$G(r) = \begin{cases} \theta \kappa_1^2 + c_1 + \frac{c_2}{r}, & \text{si } R_1 \leq r \leq R_i \\ \theta \kappa_2^2 + c_3 + \frac{c_4}{r}, & \text{si } R_i < r \leq R_2, \end{cases}$$

où $\theta = -2\pi$, $c_1 = -2563\theta + 2/3$, $c_2 = 2562\theta - 2/3$,

$c_3 = -16450\theta + 5/3$ et $c_4 = 64500\theta - 20/3$.

L'étude comparative des solutions analytique et numérique est illustrée par la figure 5.18.

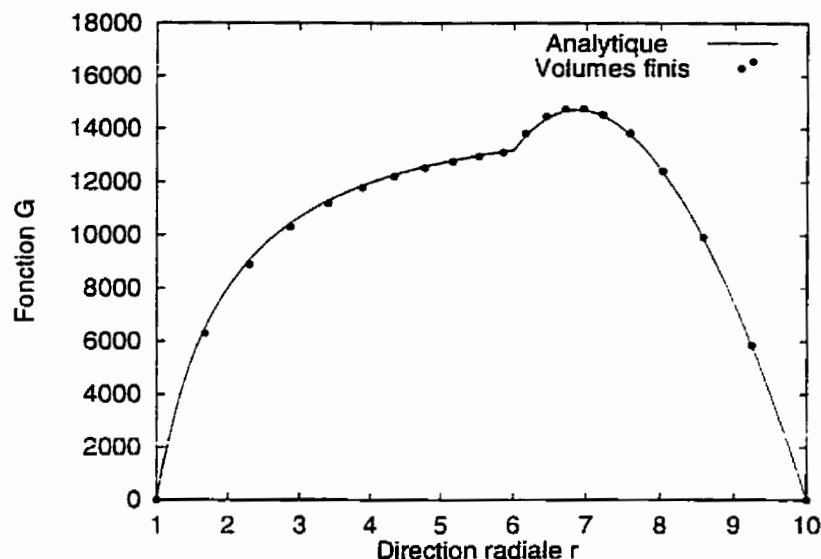


Figure 5.18: Comparaison des solutions analytique et numérique: équation de Poisson avec deux zones

À la suite des ces divers cas tests, nous pouvons conclure que les équations de Laplace et de Poisson sont résolues de façon satisfaisante par le solveur. Nous pouvons maintenant passer au type d'équations qui nous intéresse réellement, l'équation de Helmholtz.

5.1.3 Équation de Helmholtz

Dans le cas unidimensionnel, une solution analytique est possible. Elle servira donc de base à la validation de l'équation de Helmholtz. On considère un plasma isotherme (20000 K) et isobare (1 atm) de forme cylindrique entouré par du SF_6 froid à 300 K. Nous supposons que la température varie seulement dans la direction radiale selon le profil de température indiqué à la figure 5.19.

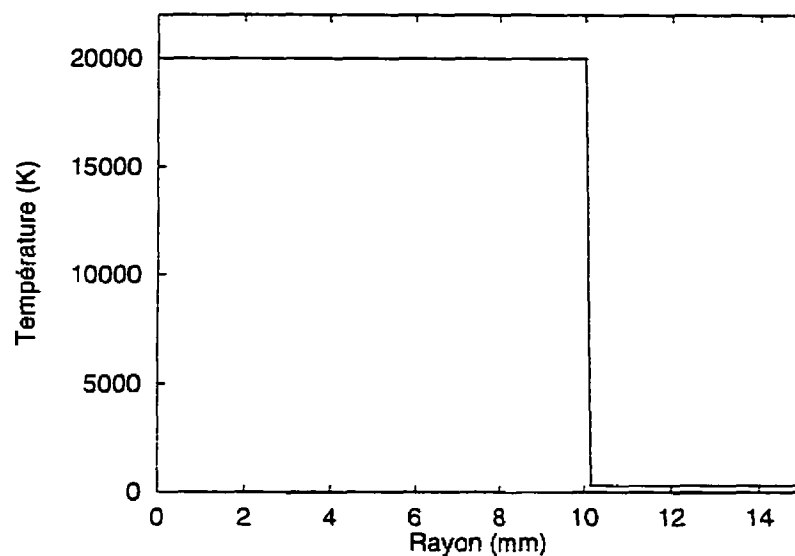


Figure 5.19: Profil de température pour la validation de l'équation de Helmholtz

Le coefficient d'absorption du SF_6 et l'intensité du corps noir varient dans chaque bande et les valeurs sont extraites de [6]. On note une très forte discontinuité entre les propriétés radiatives (κ et I_b) du plasma et celles du SF_6 froid. À titre d'exemple, dans les bandes 1, 2 et 3, le coefficient d'absorption passe d'approximativement 10^2 m^{-1} à 10^5 m^{-1} tandis que l'intensité du corps noir varie de $10^8 \text{ W/m}^2/\text{sr}$ à 0. Nous devons donc porter une attention toute particulière à l'interface plasma-gaz froid.

5.1.3.1 Solution analytique

En coordonnées cylindriques, on a l'équation différentielle ci-dessous

$$\frac{d^2G}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dG}{dr} - 3\kappa^2 G = -12\pi\kappa^2 I_b \quad (5.2)$$

Les propriétés radiatives étant différentes dans les 2 milieux (plasma et gaz froid), l'équation sera résolue dans les 2 régions et le couplage se fera à travers la condition à l'interface.

La condition de symétrie du problème impose au niveau de l'axe, une condition de Neumann, tandis que sur la frontière externe, on impose une condition de Dirichlet nulle. Soit

$$\left. \frac{dG}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad G(r = R_2) = 0 \quad (5.3)$$

Pour les deux dernières bandes, la condition de Dirichlet est imposée suffisamment loin, de telle sorte que tout le rayonnement incident ait le temps d'être complètement absorbé.

À l'interface entre le plasma et le gaz froid, on impose la continuité au niveau du flux radiatif. Ce qui se traduit par:

$$\frac{1}{\kappa_1} \hat{n} \cdot \nabla G_1 = \frac{1}{\kappa_2} \hat{n} \cdot \nabla G_2 \quad (5.4)$$

La résolution conduit aux résultats suivants:

- dans la région 1,

$$G_1(r) = 4\pi I_b + \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{Y_1 I_0(\kappa_1 \sqrt{3} r)}{\kappa_1 I_1(\kappa_1 \sqrt{3} R_1)} \quad (5.5)$$

- dans la région 2, l'intensité du corps noir est nulle. On a donc

$$G_2(r) = \frac{\sqrt{3}}{3} Y_2 \frac{K_0(\kappa_2 \sqrt{3} R_2) I_0(\kappa_2 \sqrt{3} r) - I_0(\kappa_2 \sqrt{3} R_2) K_0(\kappa_2 \sqrt{3} r)}{\kappa_2 I_1(\kappa_2 \sqrt{3} R_1) K_0(\kappa_2 \sqrt{3} R_2)} \quad (5.6)$$

Dans les relations ci-dessus, I_ν et K_ν sont les fonctions de Bessel modifiées respectivement du premier et du second ordre ($\nu = 0$ ou 1). Les grandeurs Y_1 et Y_2 sont les pentes des fonctions G_1 et G_2 à l'interface plasma-gaz froid.

Comme mentionné dans [15] lorsque $r \gg \nu$, on a

$$I_\nu(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \exp(r) \quad (5.7)$$

$$K_\nu(r) = \frac{\pi}{\sqrt{2\pi r}} \exp(-r) \quad (5.8)$$

on obtient donc la forme approximative ci-dessous:

$$G(r) = \begin{cases} 4\pi I_b + \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{Y_1 I_0(\kappa_1 \sqrt{3} r)}{\kappa_1 I_1(\kappa_1 \sqrt{3} R_1)} & r \leq R_1 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{Y_2}{\kappa_2} \sqrt{\frac{R_1}{r}} \frac{\sinh[\kappa_1 \sqrt{3}(r - R_2)]}{\cosh[\kappa_2 \sqrt{3}(R_2 - R_1)]} & R_1 < r \leq R_2 \end{cases}$$

5.1.3.2 Solution numérique

À l'aide des équations développées à la section 4.2, on résout le système. Pour une géométrie à deux zones, les figures 5.20 à 5.24 illustrent les résultats comparativement à ceux obtenus de façon analytique pour les différentes bandes.

On remarque bien que les résultats numériques sont en accord avec la solution semi-analytique. Pour les trois premières bandes, on observe une chute brusque du rayonnement incident à l'interface. Cela est dû au rapport élevé des coefficients d'absorption des deux milieux. Dans les deux dernières, la diminution du rayonnement incident est plus lisse.

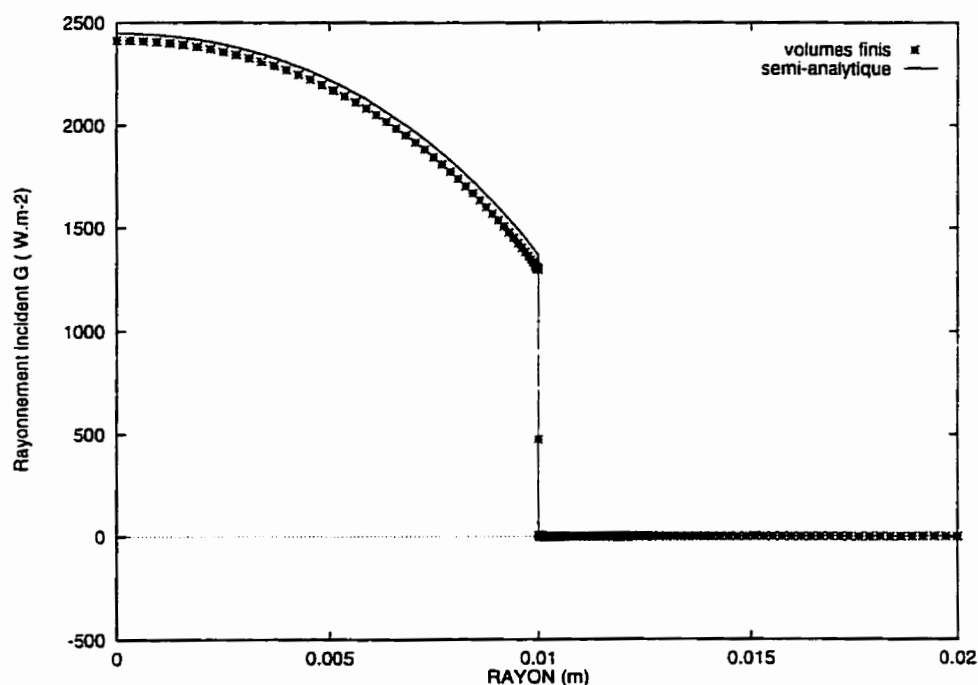


Figure 5.20: Profil du rayonnement incident dans la bande 1

Signalons que la solution est très sensible au maillage. Les résultats ci-dessus ont été obtenus avec une loi de concentration sinusoïdale.

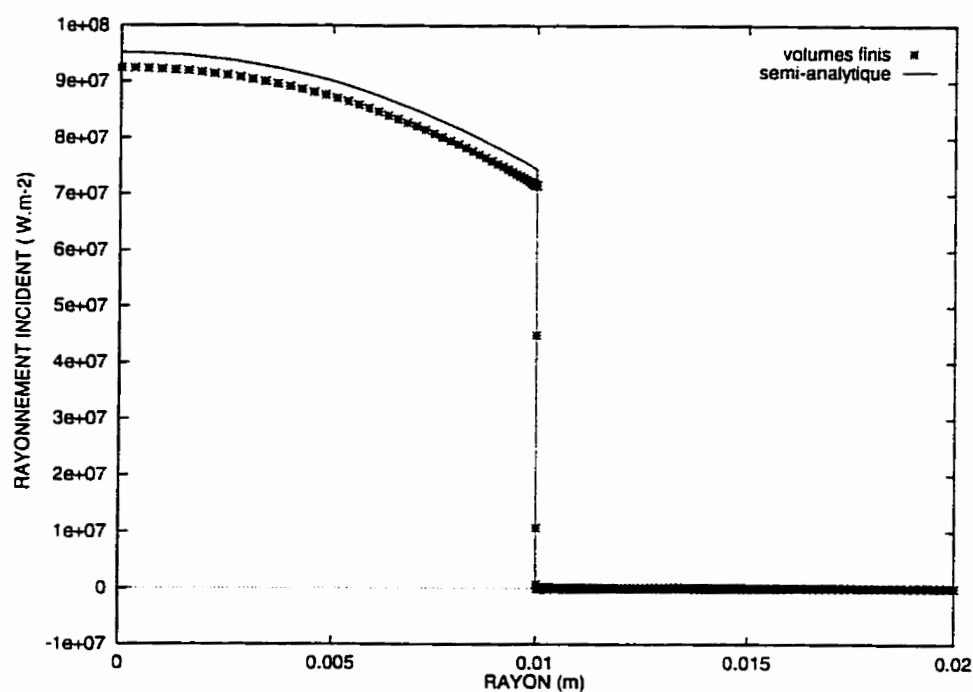


Figure 5.21: Profil du rayonnement incident dans la bande 2

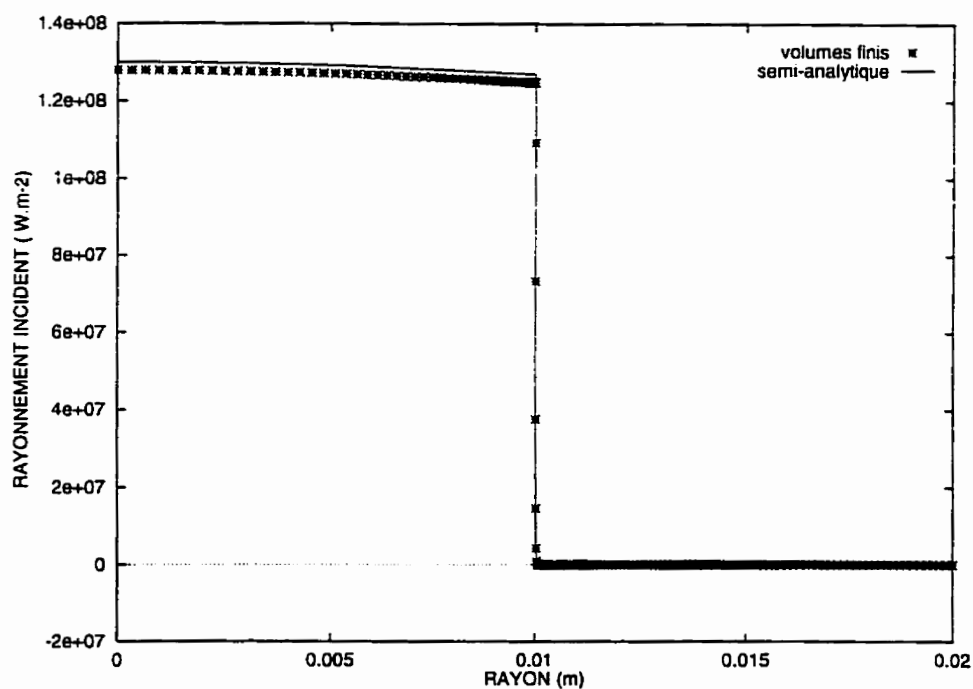


Figure 5.22: Profil du rayonnement incident dans la bande 3

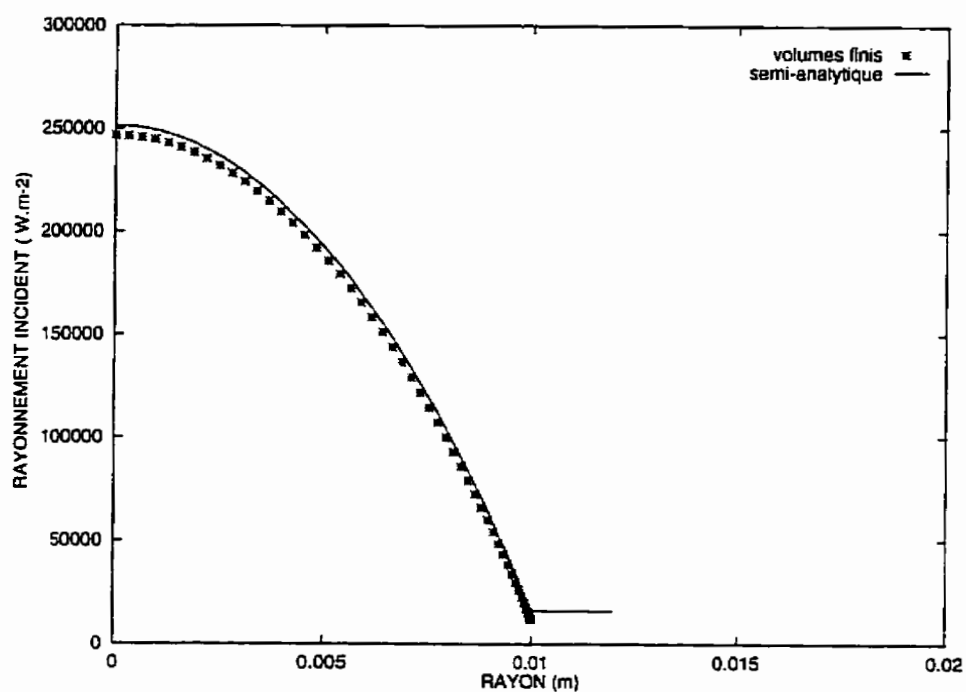


Figure 5.23: Profil du rayonnement incident dans la bande 4

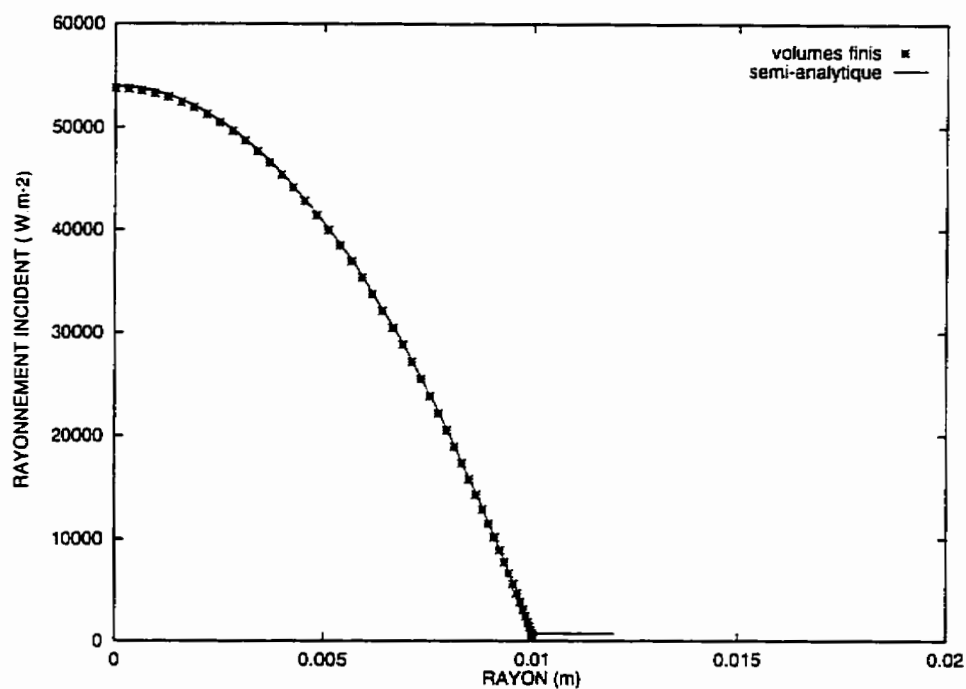


Figure 5.24: Profil du rayonnement incident dans la bande 5

5.2 Cas unidimensionnel

5.2.1 Arc isotherme

La première étape consiste à valider nos résultats avec ceux obtenus par la méthode des coefficients d'émission nette. Pour 5 rayons de plasma différents, on détermine la variation du rayonnement net au centre de l'arc en fonction de la température, la pression étant de 1 atm. Les résultats sont comparés avec ceux de Liebermann et Lowke [8] (cf. figures 5.25 à 5.29).

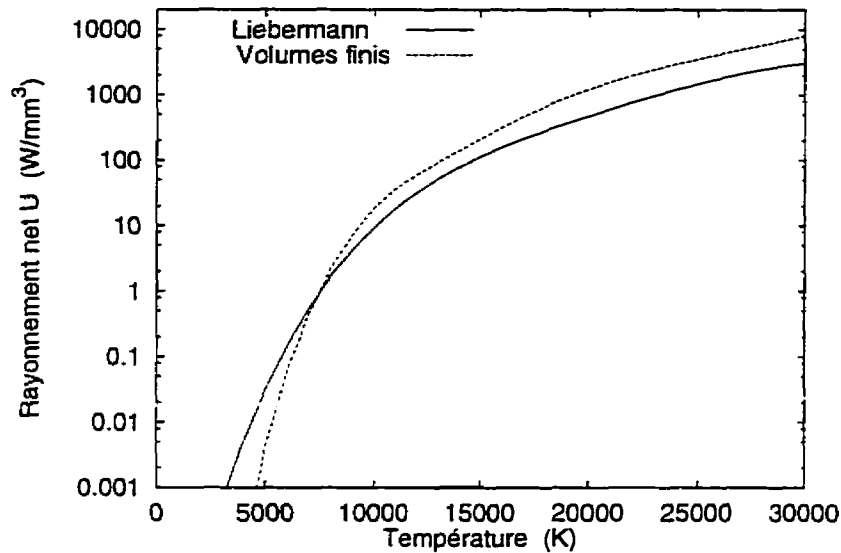


Figure 5.25: Rayon = 0 cm

En moyenne, on note un facteur 2 entre nos résultats et ceux de Liebermann. Cela peut s'expliquer par la différence au niveau des coefficients d'absorption moyens. Mais, ces résultats semblent acceptables dans la mesure où plusieurs auteurs s'accordent pour dire que les résultats de [8] doivent être ajustés par un facteur multiplicatif compris entre 2 et 4.

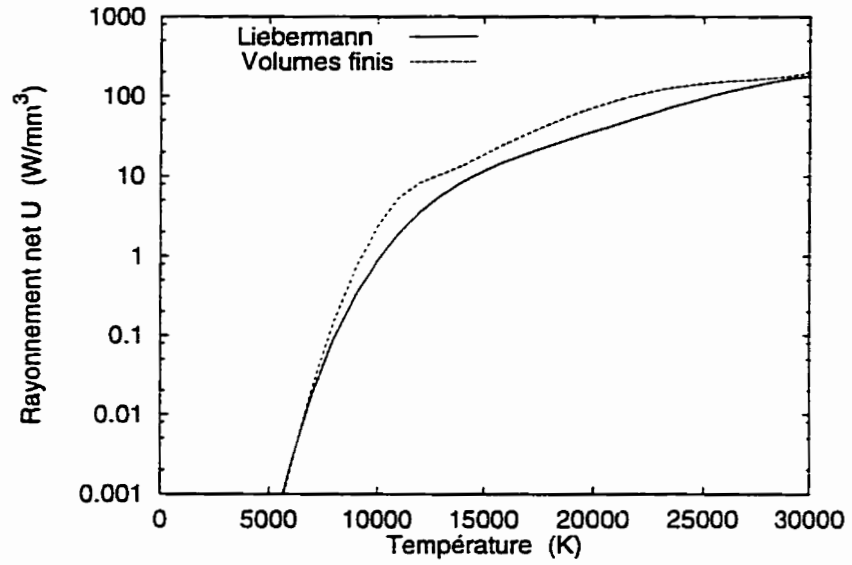


Figure 5.26: Rayon = 0.1 cm

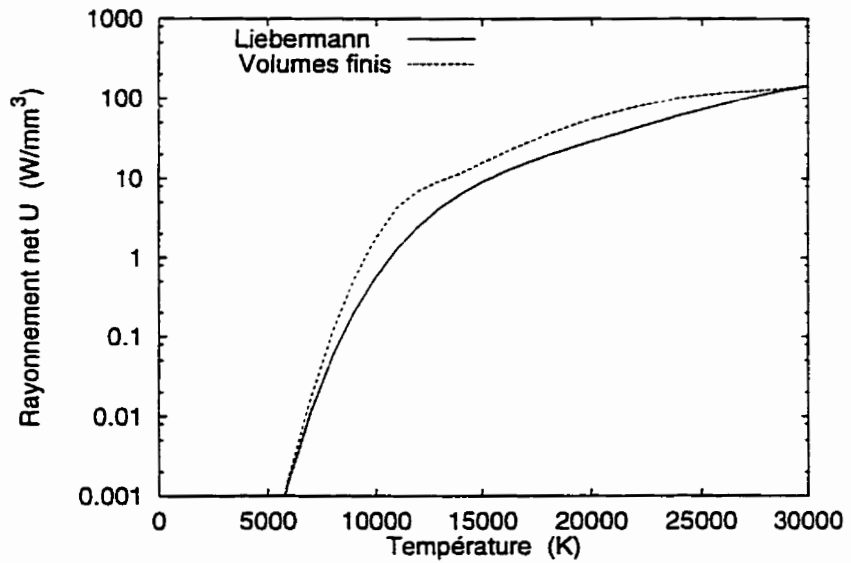


Figure 5.27: Rayon = 0.2 cm

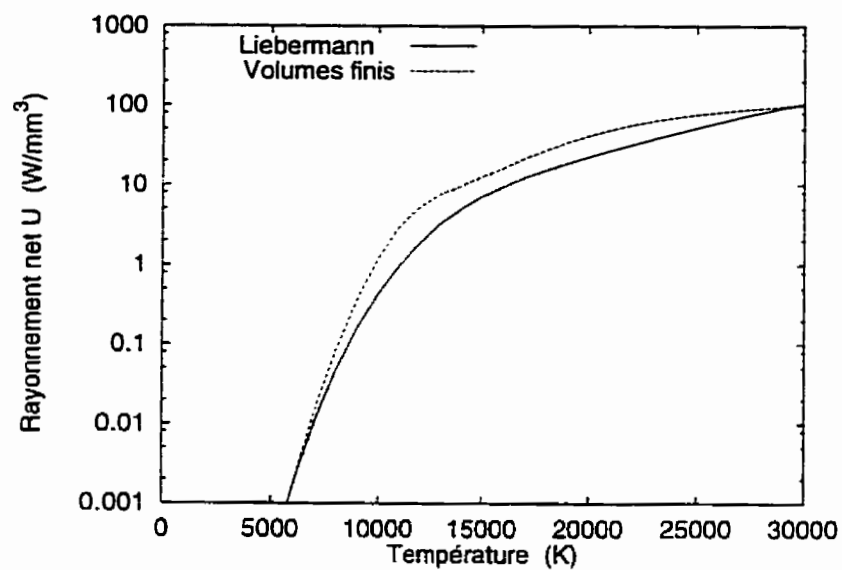


Figure 5.28: Rayon = 0.5 cm

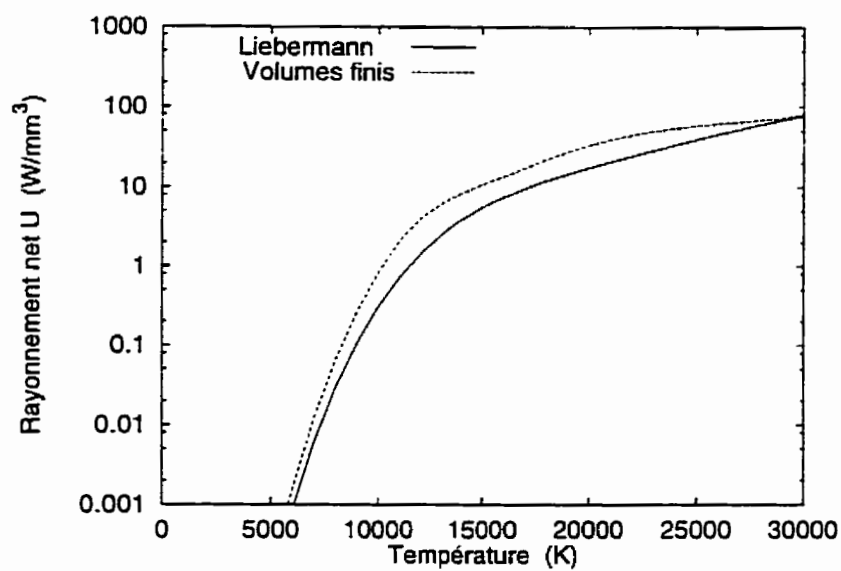


Figure 5.29: Rayon = 1 cm

5.2.2 Arc à profil parabolique

Les résultats obtenus par Raynal [18, 16] en utilisant la méthode des caractéristiques partielles en 3-D sont comparés à ceux obtenus avec la méthode P-1. La géométrie utilisée est un arc de forme cylindrique ayant une longueur de 8 cm et un rayon de 5 mm. On suppose que la température ne varie que dans la direction radiale. Le profil de température utilisé pour les calculs est présenté à la figure 5.30. Il représente des conditions de température assimilable à un arc de disjoncteur de courant $I = 500$ A.

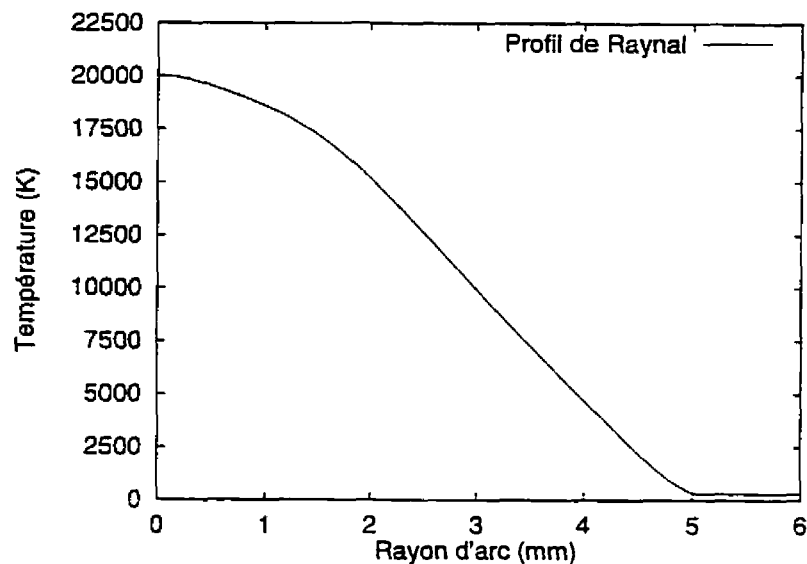


Figure 5.30: Cas test de Raynal: Profil de température

Pour montrer l'influence spectrale au niveau du rayonnement, les figures 5.31 à 5.35 illustrent la variation du rayonnement incident dans les cinq bandes. Dans ce calcul, nous avons supposé un rayonnement incident nul à la paroi.

Les bandes 2 et 3 sont les bandes où le rayonnement incident est le plus élevé. Par contre, la bande 1 a un très faible rayonnement incident.

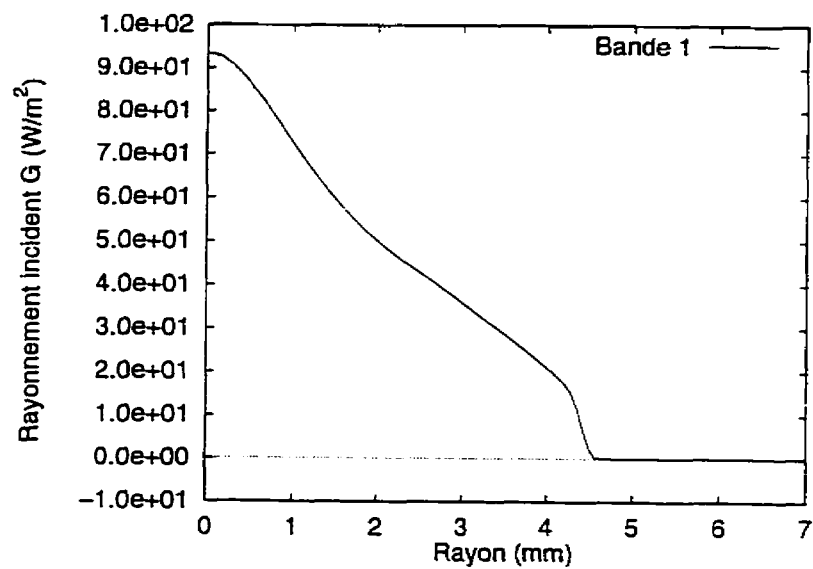


Figure 5.31: Rayonnement incident dans la bande 1

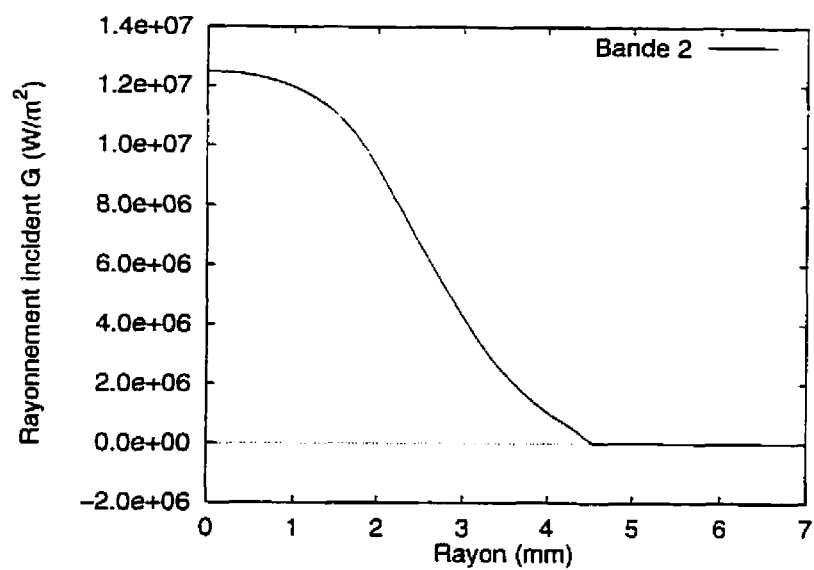


Figure 5.32: Rayonnement incident dans la bande 2

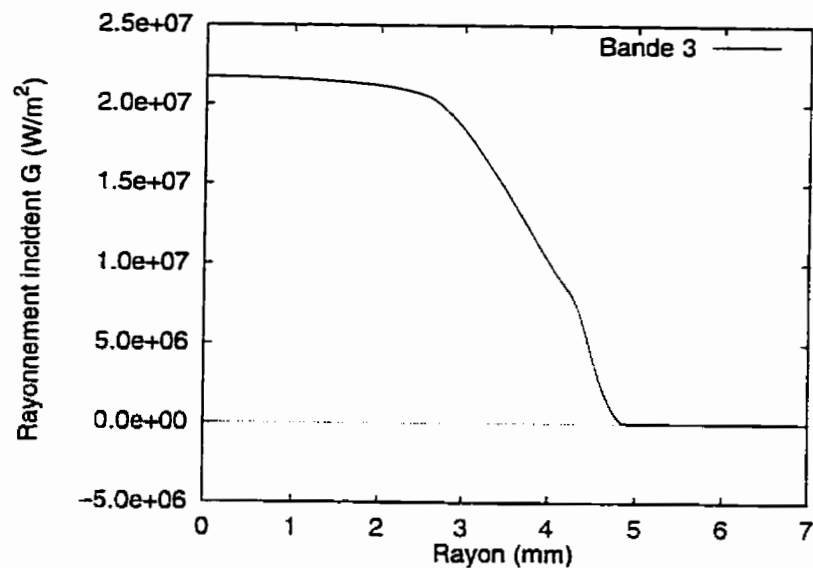


Figure 5.33: Rayonnement incident dans la bande 3

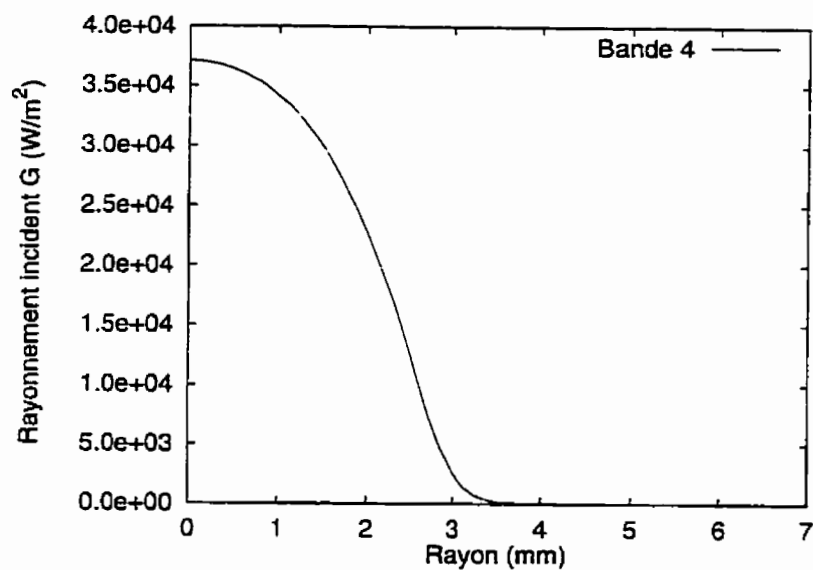


Figure 5.34: Rayonnement incident dans la bande 4

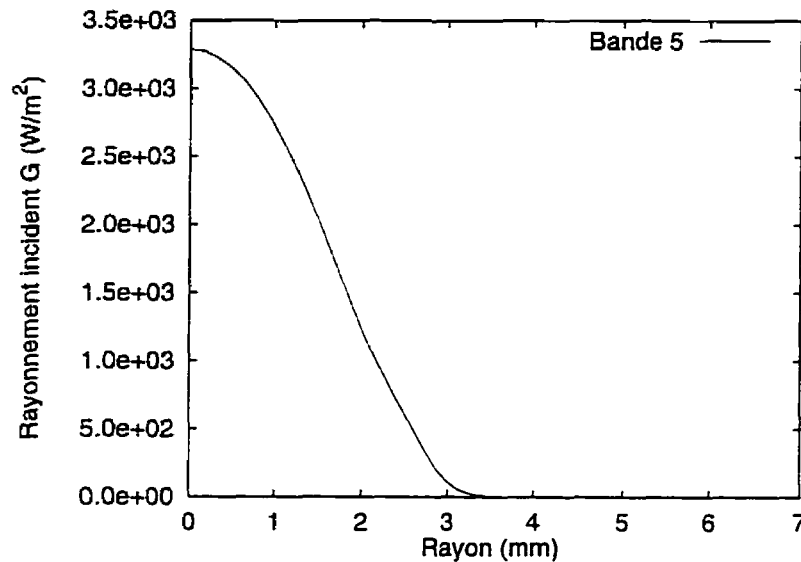


Figure 5.35: Rayonnement incident dans la bande 5

Nous calculons aussi le rayonnement net de l'arc et les résultats sont présentés à la figure 5.36.

On voit que les résultats obtenus par la méthode P-1 ont la même tendance que ceux obtenus par la méthode des caractéristiques partielles par Raynal [18] dans un cas tridimensionnel. Nos résultats indiquent que nous avons un peu plus d'absorption non loin de la frontière de l'arc que dans les calculs effectués avec la méthode des caractéristiques partielles. On note aussi que dans le cas du modèle P-1, à la frontière de l'arc, on a un rayonnement net nul, ce qui n'est pas le cas avec la méthode des caractéristiques partielles. Ce calcul a été aussi effectué avec une condition de Marshak sur la frontière et nous obtenons les mêmes résultats. L'influence de la condition de Marshak se situe au niveau du rayonnement incident dans les bandes 4 et 5. Les coefficients d'absorption étant faibles dans ces bandes, l'influence sur le rayonnement net est minime dans le cas étudié. Nous présenterons des détails sur cette condition dans l'étude en 2-D.

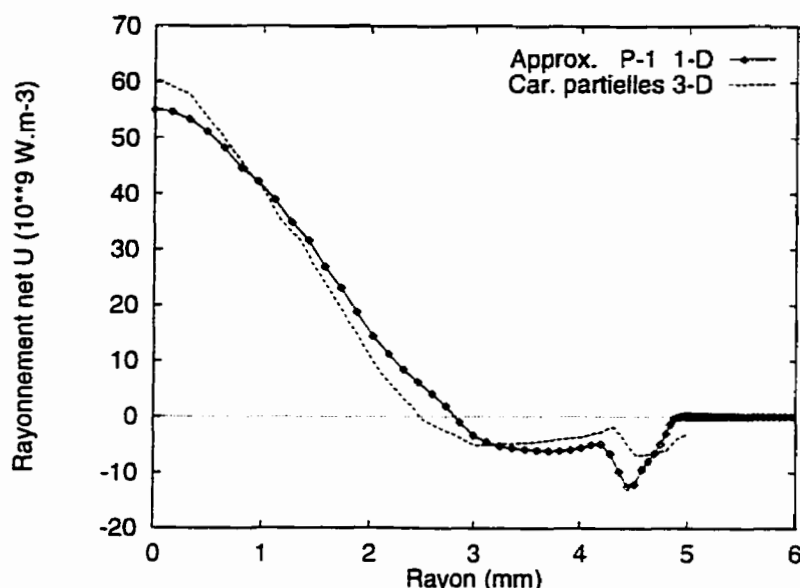


Figure 5.36: Rayonnement net pour l'arc de Raynal [18]

5.3 Cas bidimensionnel

Le cas test de Raynal présenté à la section précédente, a été également implanté en deux dimensions. On utilise le maillage présenté à la figure 5.37. Une coupe radiale permet d'obtenir les résultats à la figure 5.38:

Pour étudier l'influence de la condition frontière, nous avons repris les calculs, mais cette fois-ci, avec des conditions de Marshak sur la paroi. Les figures 5.39 à 5.43 peuvent être comparées aux figures 5.31 à 5.35 présentées plus hauts dans le cas unidimensionnel.

On remarque que dans les bandes 1 à 3, on a les mêmes résultats que lorsqu'on impose une condition de Dirichlet nulle. Comme nous l'avons déjà mentionné, cela était prévisible compte tenu des valeurs élevées au niveau des coefficients d'absorption. Cependant, dans les bandes 4 et 5, on a un comportement totalement différent.

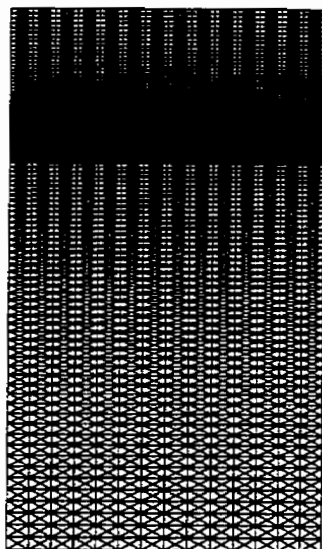


Figure 5.37: Maillage pour l'arc de Raynal

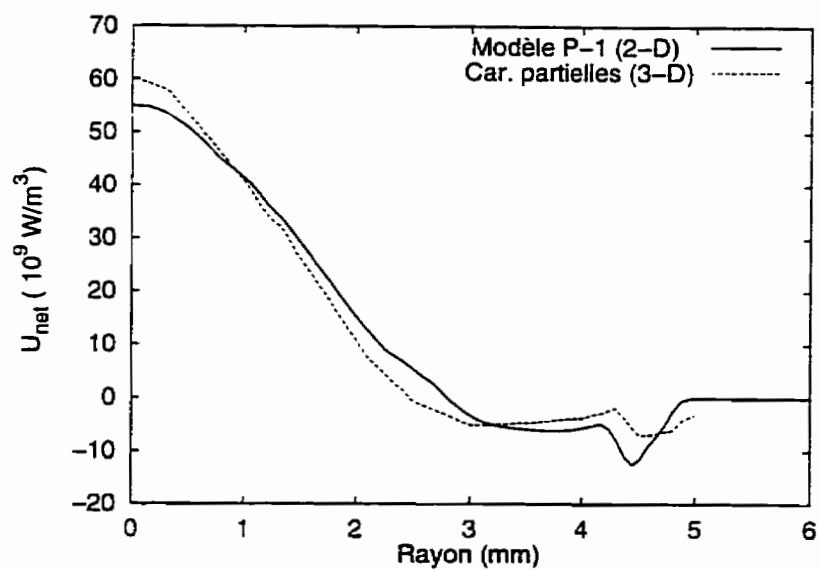


Figure 5.38: Arc de Raynal

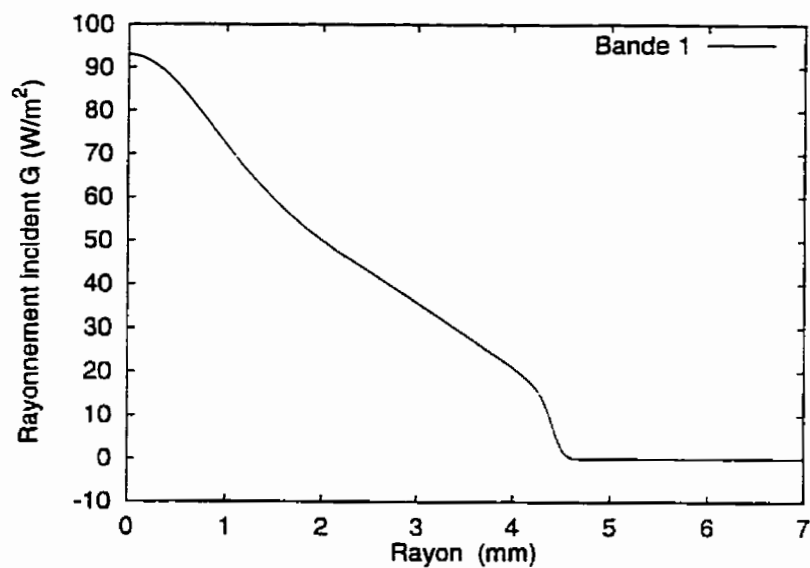


Figure 5.39: Rayonnement incident dans la bande 1 avec la condition de Marshak

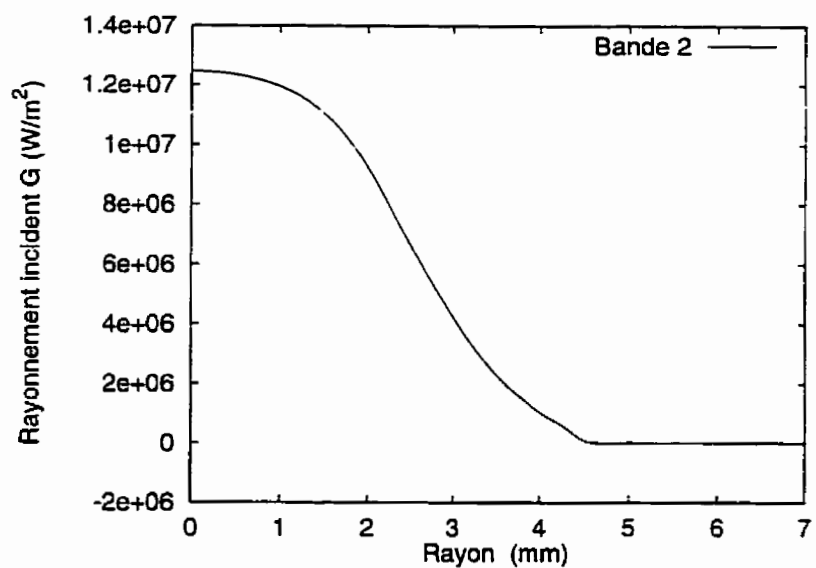


Figure 5.40: Rayonnement incident dans la bande 2 avec la condition de Marshak

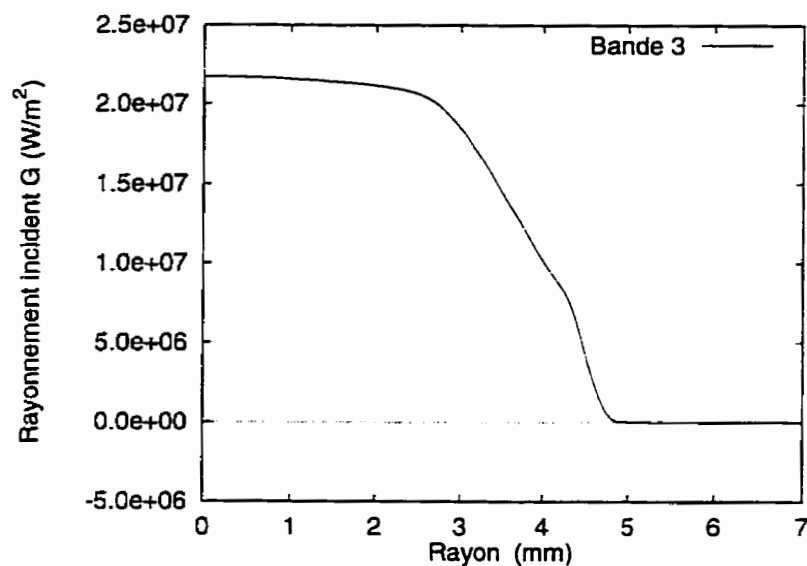


Figure 5.41: Rayonnement incident dans la bande 3 avec la condition de Marshak

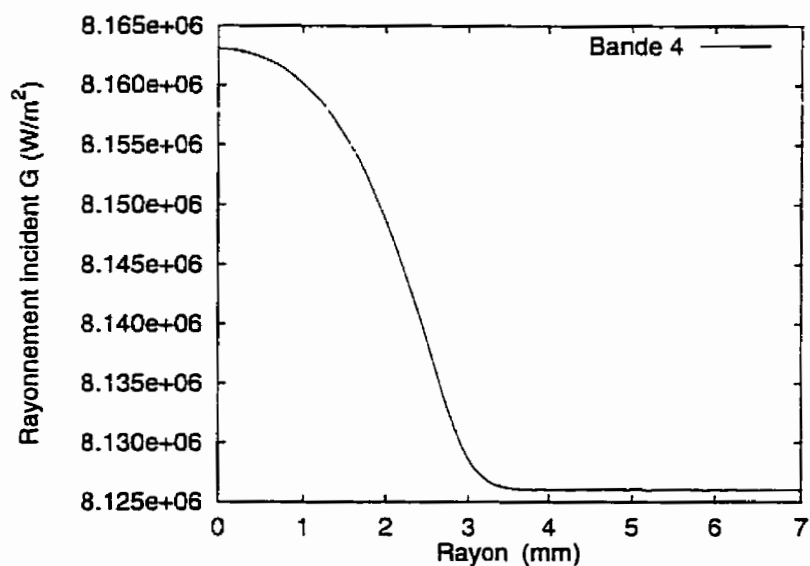


Figure 5.42: Rayonnement incident dans la bande 4 avec la condition de Marshak

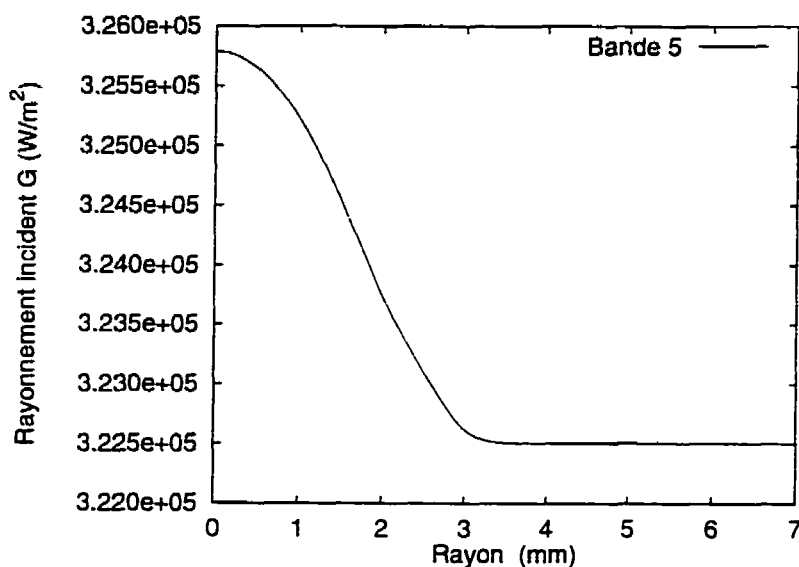


Figure 5.43: Rayonnement incident dans la bande 5 avec la condition de Marshak

Avec la condition de Marshak, le rayonnement incident est quasi-constant dans ces dernières bandes. Les coefficients d'absorption étant très faibles dans ces cas, le plasma est presque transparent: tout le rayonnement émis au coeur de l'arc arrive à la paroi. Malgré ces différences, le rayonnement net par bande présenté aux figures 5.44 à 5.48 reste presque identique au cas de la condition de Dirichlet car la très faible valeur du coefficient d'absorption a pour effet de diminuer le rayonnement net. En fait, la plus grande partie de l'énergie radiative provient des bandes 2 et 3. Dans les bandes 4 et 5, il n'y a pratiquement pas d'absorption. L'arc ne fait qu'émettre de l'énergie qui diminue au fur et à mesure que le rayon augmente.

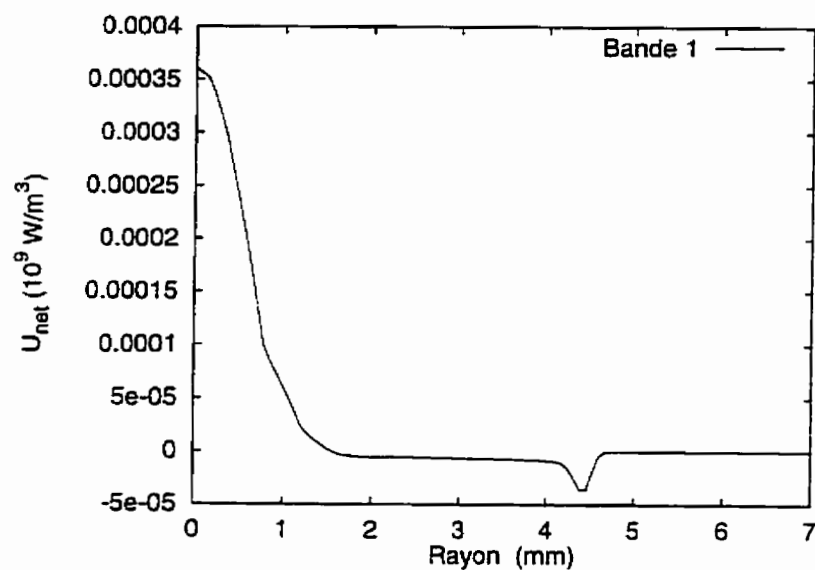


Figure 5.44: Rayonnement net dans la bande 1 avec la condition de Marshak

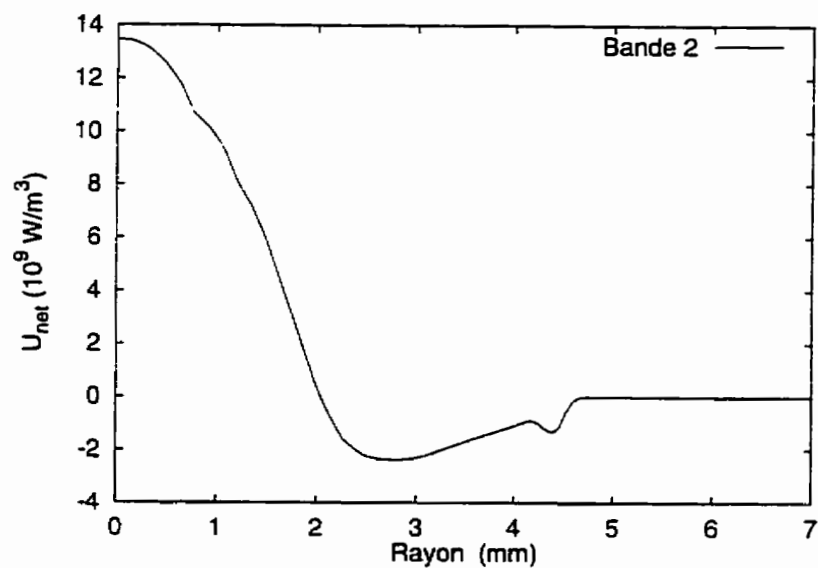


Figure 5.45: Rayonnement net dans la bande 2 avec la condition de Marshak

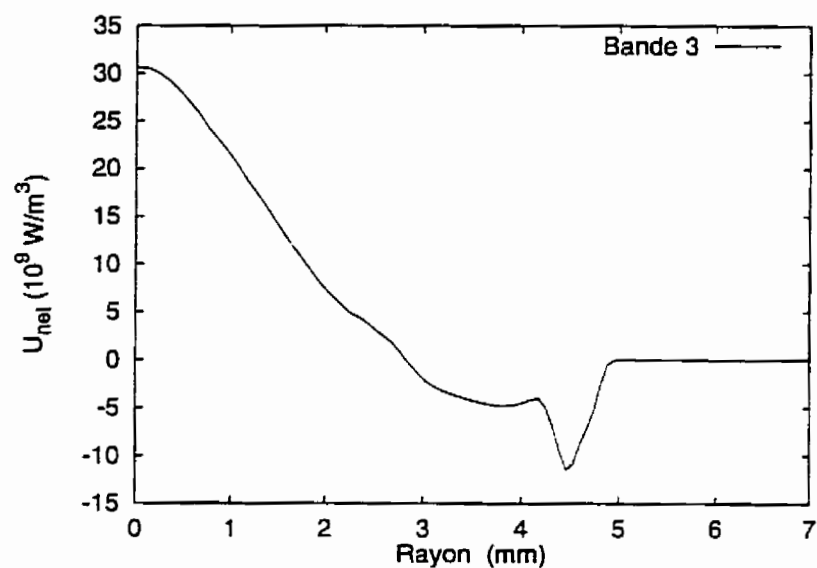


Figure 5.46: Rayonnement net dans la bande 3 avec la condition de Marshak

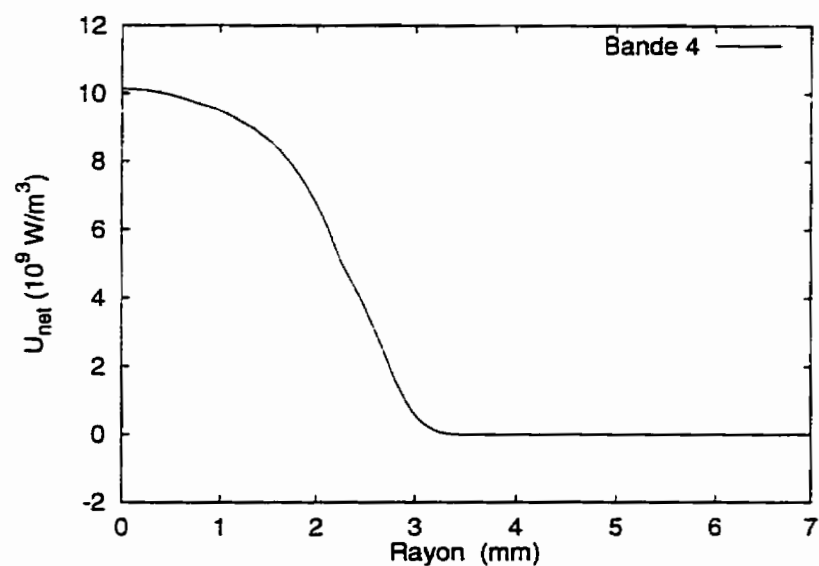


Figure 5.47: Rayonnement net dans la bande 4 avec la condition de Marshak

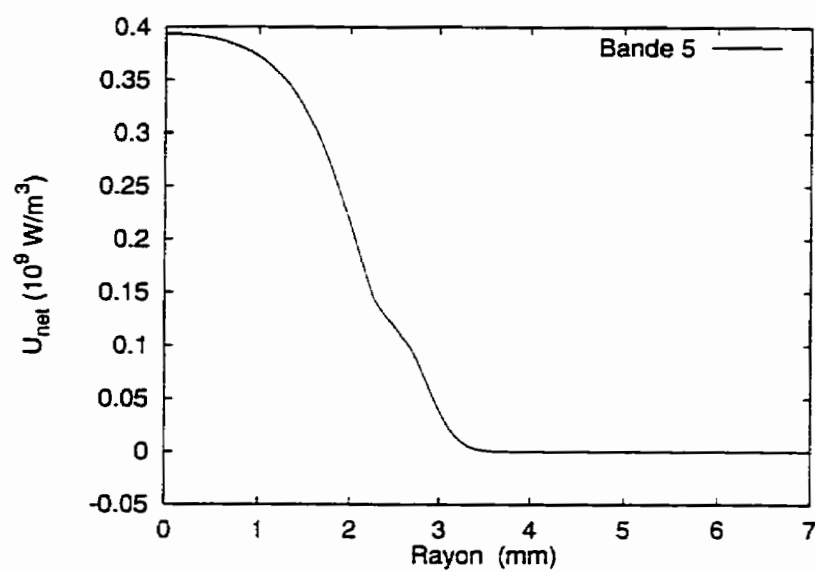


Figure 5.48: Rayonnement net dans la bande 5 avec la condition de Marshak

Le flux radiatif sur la buse a été également calculé. Le tableau 5.1 présente les résultats obtenus selon la condition frontière imposée.

Tableau 5.1: Flux radiatif sur la buse

Condition frontière	Flux radiatif (W/m^2)
Dirichlet nulle	$5,37 \times 10^6$
Marshak	$4,79 \times 10^6$

On observe une différence de l'ordre de 12% au niveau des flux entre les deux types de conditions frontières. Cette valeur semble raisonnable.

Raynal [16] a également effectué des calculs par la méthode des caractéristiques partielles avec un profil de température correspondant à un arc stabilisé par paroi, avec un courant $I = 150A$ et un rayon d'arc $R = 2$ mm. Le profil de température est présenté à la figure 5.49.

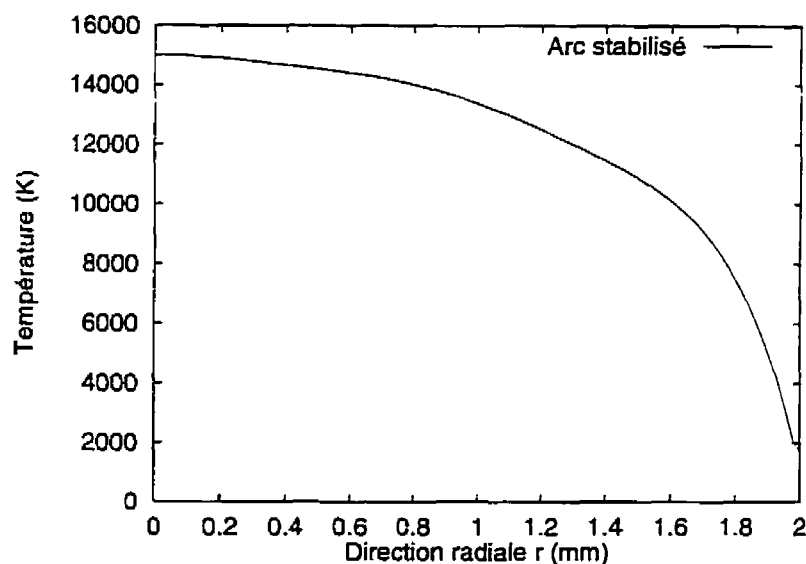


Figure 5.49: Profil de température d'un arc stabilisé par paroi

On note un faible gradient de température dans l'arc, sauf en frontière où la température baisse assez rapidement. La figure 5.50 compare nos résultats à ceux de Raynal.

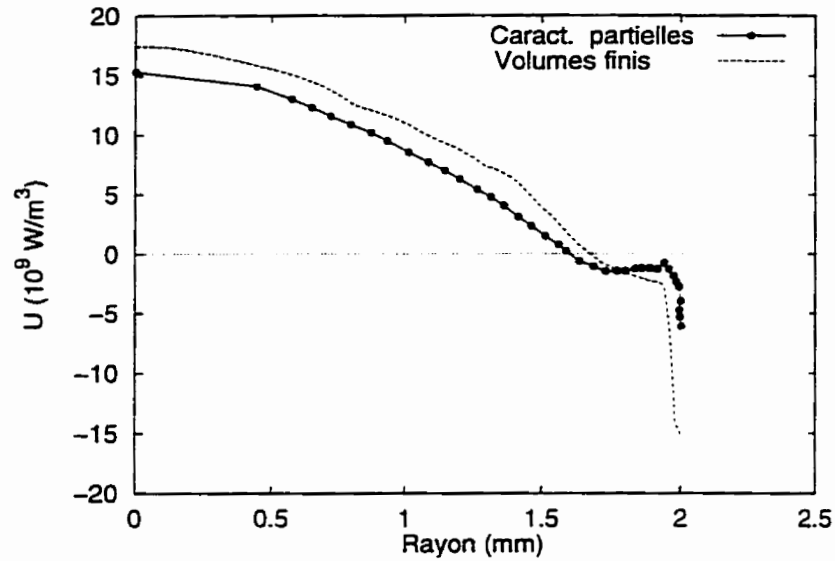


Figure 5.50: Comparaison des résultats obtenus par la méthode P-1 et la méthodes des caractéristiques partielles

Les résultats obtenus indiquent, une fois de plus, la même tendance que dans le cas des caractéristiques partielles. Par contre, l'absorption en bordure de l'arc est plus accentué dans notre cas.

5.4 Cas test de Lewis: arc de 34000 A

Afin de voir l'effet du nouveau modèle sur la résolution de l'interaction arc-fluide, nous appliquons notre modèle de rayonnement au disjoncteur de Lewis. Ce problème a été déjà résolu avec l'ancien modèle par Zhang *et al.* [24]. Nous pourrions alors comparer ces résultats à ceux obtenus par la méthode P-1.

5.4.1 Description du cas test de Lewis

La géométrie du disjoncteur est assimilable à une tuyère convergent-divergent dont la section convergente, inclinée à -45° , est connectée à la section divergente (12° d'inclinaison), par le biais d'une section droite de 10 mm de long et de diamètre 35 mm. Les électrodes ont un diamètre de 32 mm avec des bouts de forme hémisphérique. Le contact en amont est situé à 17,5 mm de l'entrée de la section droite, tandis que celui en aval est situé à 87,5 mm de la sortie de cette section. L'espace inter-électrodes est donc de 105 mm. Les détails peuvent être obtenus dans [7].

Le maillage utilisé pour les calculs est présenté à la figure 5.51. C'est un maillage complètement non-structuré formé de 7460 triangles et 3878 noeuds.



Figure 5.51: Maillage pour le cas test de Lewis

5.4.2 Résultats obtenus avec l'ancien modèle

Les résultats suivants sont issus du calcul de Zhang [24] à l'instant $t = 3,25$ ms et pour un courant crête $I = 34$ kA. Les calculs ont été effectués en supposant un coefficient de correction des coefficients d'émission nette $\alpha = 4$ et un facteur de perte par radiation $\beta = 30\%$.

Le champ de température est présenté à la figure 5.52 et on remarque la présence de trois régions: une région chaude (la température avoisine 23000 K) au coeur l'arc, une région de transition avec un fort gradient de température et l'extérieur de l'arc qui est froid ($T \simeq 320$ K).



Figure 5.52: Lignes iso-températures:
($min; max$) = (320; 23337) K

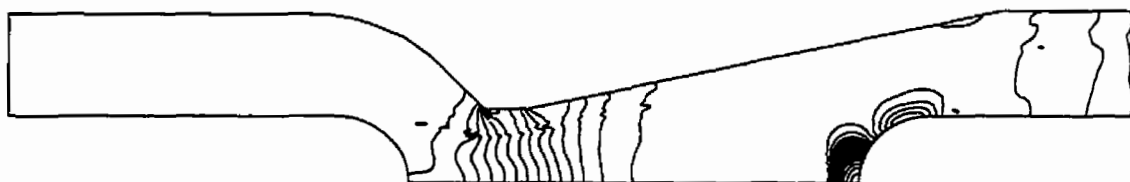


Figure 5.53: Distribution de pression:
($min; max$) = (1,45; 7,85) atm

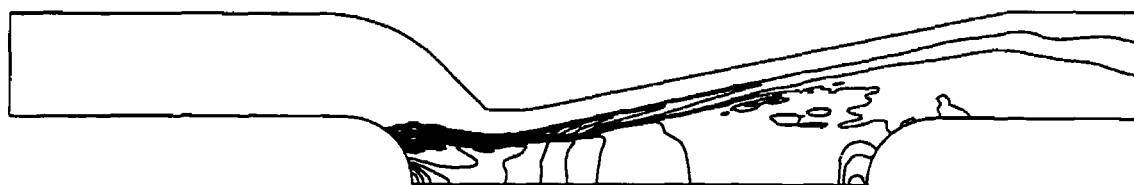


Figure 5.54: Rayonnement net:
 $(min; max) = (-8,55 \times 10^2; 1,068 \times 10^3) \text{ W/mm}^3$

5.4.3 Résultats obtenus avec le modèle P-1

À partir des champs de température et de pression présenté ci-dessus (figures 5.52 et 5.53), nous pouvons évaluer le rayonnement par la méthode P-1. Compte tenu du fait que la condition frontière joue un rôle crucial dans la résolution des équations du modèle, nous avons effectué les calculs en imposant les deux types de conditions frontières sur la buse comme indiqué au paragraphe 3.3.4. Sur les autres parties, les conditions sont identiques. Ainsi, on a des conditions de Neumann respectivement sur l'entrée, la sortie et l'axe de symétrie. Sur les électrodes, on impose des conditions de Marshak.

5.4.3.1 Résultats obtenus avec la condition de Dirichlet nulle

On impose $G = 0$ sur la buse.

Les isolignes du rayonnement incident dans les cinq bandes sont présentées ci-dessous.

On note un fort gradient dans les bandes 1 à 3, principalement orienté dans la direction radiale. Les calculs montrent une fine couche en frontière de l'arc dans laquelle les



Figure 5.55: Rayonnement incident dans la bande 1:
 $(min; max) = (-6,673 \times 10^1; 7,227 \times 10^4) \text{ W/m}^2$

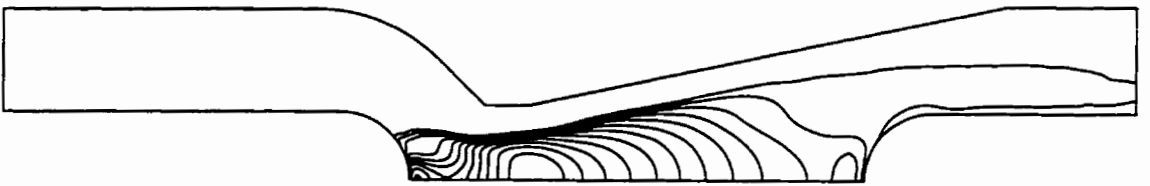


Figure 5.56: Rayonnement incident dans la bande 2:
 $(min; max) = (-9,188 \times 10^4; 1.100 \times 10^9) \text{ W/m}^2$

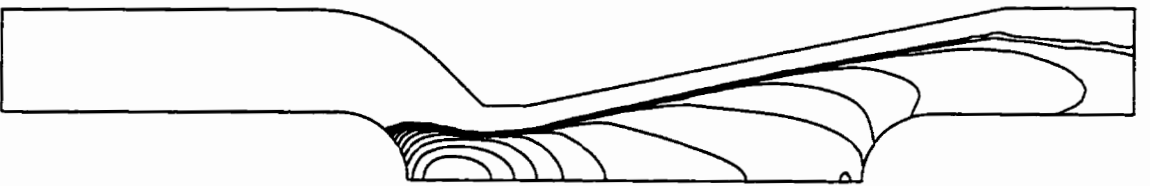


Figure 5.57: Rayonnement incident dans la bande 3:
 $(min; max) = (-3,985 \times 10^7; 2,160 \times 10^9) \text{ W/m}^2$

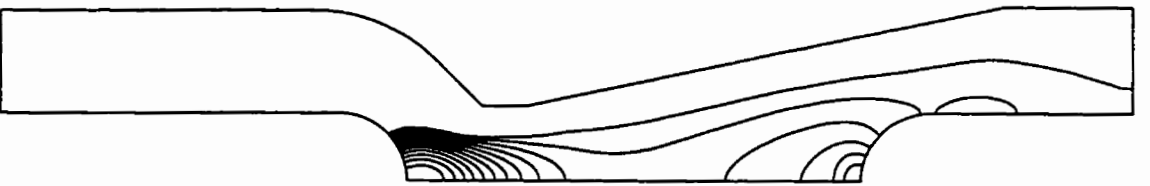


Figure 5.58: Rayonnement incident dans la bande 4:
 $(min; max) = (0; 1,697 \times 10^8) \text{ W/m}^2$

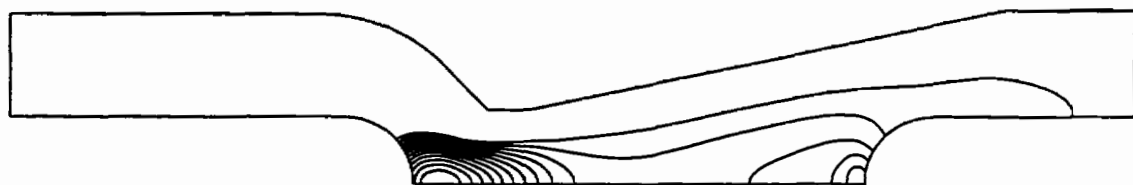


Figure 5.59: Rayonnement incident dans la bande 5:
 $(min, max) = (0; 5.333 \times 10^7) \text{ W/m}^2$

valeurs du rayonnement incident sont négatives. Physiquement, cela est impossible. Ces erreurs doivent être d'ordre numérique. Elles sont négligées puisque l'ordre de grandeur est très faible par rapport aux valeurs calculées.

La figure 5.60 présente le rayonnement net obtenu avec le modèle P-1 avec la condition de Dirichlet nulle.



Figure 5.60: Rayonnement net avec modèle P-1 et la condition de Dirichlet nulle:
 $(min; max) = (-2, 813 \times 10^3; 8.885 \times 10^2) \text{ W/mm}^3$

La différence avec l'ancien modèle (figure 5.54) se situe surtout au niveau du rayonnement absorbé en frontière de l'arc. On a sensiblement les mêmes valeurs au niveau de la quantité de rayonnement émis par l'arc. Le rayonnement net est maximal au niveau de la cathode à cause des fortes températures dans cette zone.

5.4.3.2 Résultats obtenus avec la condition de Marshak

Les mêmes calculs sont effectués en imposant une condition de Marshak sur les électrodes et la buse. On obtient les résultats suivants au niveau du rayonnement incident par bande.

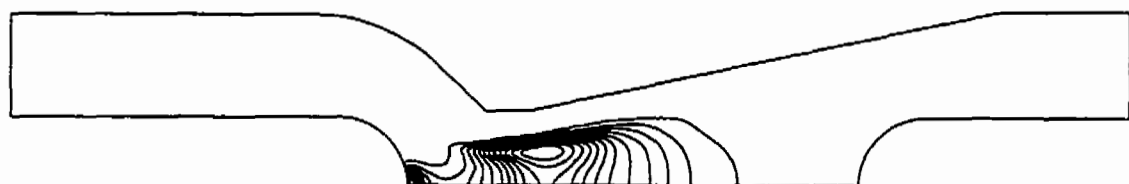


Figure 5.61: Rayonnement incident dans la bande 1:
 $(min, max) = (6,673 \times 10^1; 7,224 \times 10^4) \text{ W/m}^2$

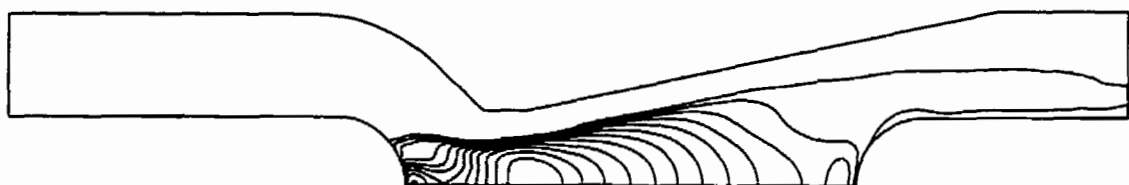


Figure 5.62: Rayonnement incident dans la bande 2:
 $(min, max) = (-9,188 \times 10^5; 1,100 \times 10^9) \text{ W/m}^2$



Figure 5.63: Rayonnement incident dans la bande 3:
 $(min, max) = (-3,985 \times 10^7; 2,160 \times 10^9) \text{ W/m}^2$

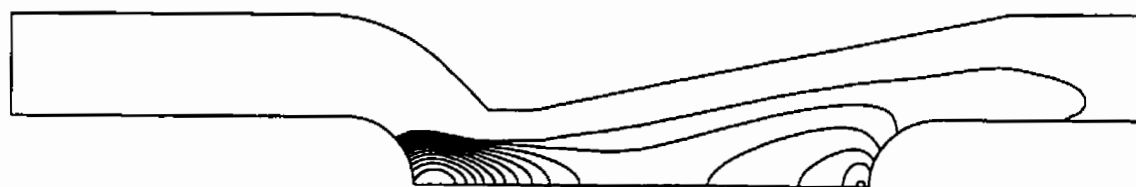


Figure 5.64: Rayonnement incident dans la bande 4:
 $(min, max) = (3,685 \times 10^8; 5,273 \times 10^8) W/m^2$

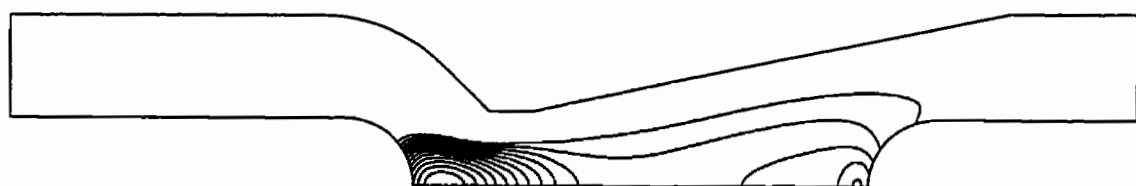


Figure 5.65: Rayonnement incident dans la bande 5:
 $(min, max) = (1,836 \times 10^7; 6,973 \times 10^7) W/m^2$

Le rayonnement net avec la condition de Marshak est illustré par la figure 5.66.

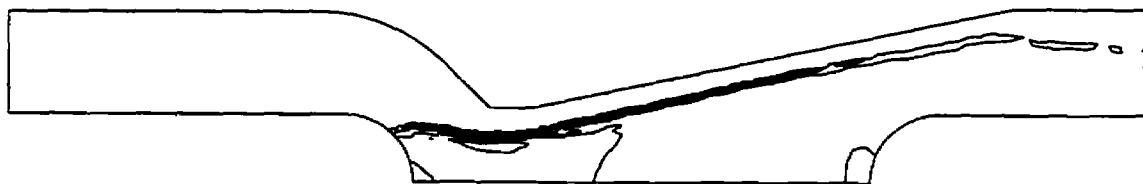


Figure 5.66: Rayonnement net avec modèle P-1 et la condition de Marshak:
 $(min; max) = (-2,849 \times 10^3; 7.453 \times 10^2) W/mm^3$

5.4.4 Discussion

Quelles que soient les conditions imposées avec modèle P-1, les résultats obtenus s'accordent sur le fait que la quantité de rayonnement absorbé en frontière est sous-estimé avec le modèle actuel. On s'y attendait puisque l'une des faiblesses de la méthode des coefficients d'émission nette est la difficulté pour ce modèle de prendre en compte les phénomènes d'auto-absorption en frontière de l'arc. Malgré l'utilisation d'un coefficient de correction d'une valeur de 4, on n'arrive pas à simuler correctement ce phénomène. En outre, cette absorption se fait également dans une couche de plasma plus mince que celle obtenue par l'ancienne méthode. Pour corroborer ces constats, nous présentons une coupe dans le plan médian de la section droite de la buse (cf figure 5.67). On obtient sensiblement les mêmes valeurs dans la région chaude que dans le cas des coefficients d'émission nette. En frontière par contre, le taux d'absorption est beaucoup plus accentué avec le modèle P-1.

Avec la condition de Dirichlet nulle sur les électrodes et la buse, le rayonnement incident est plus confinée et le maximum de rayonnement incident se situe au voisinage

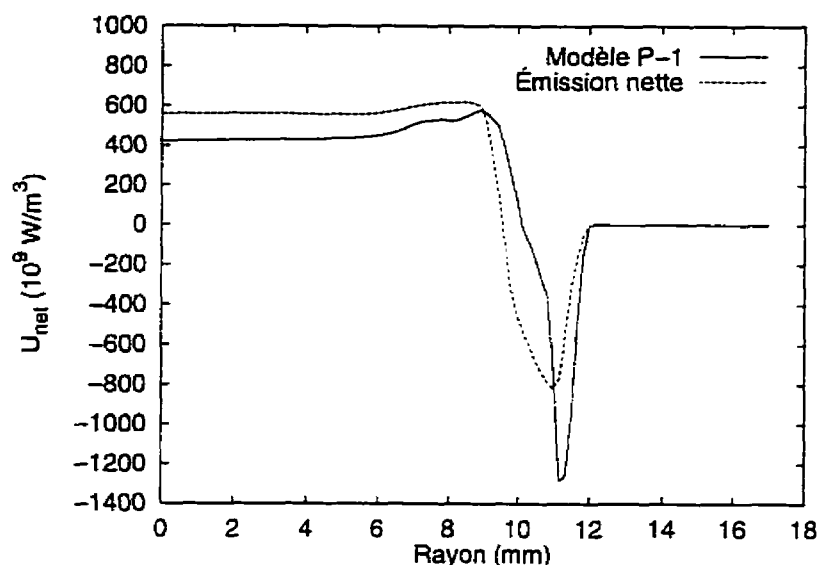


Figure 5.67: Comparaison du rayonnement net dans le plan médian de la section droite du disjoncteur

du col de la tuyère. Le gradient du rayonnement incident est beaucoup plus grand dans la direction radiale.

Avec les conditions de Marshak, nous faisons l'hypothèse selon laquelle la paroi se comporte comme un corps noir. Dans ce cas, tout le rayonnement incident sur la surface est totalement absorbée par celle-ci. Les résultats montrent que le rayonnement incident par bande est du même ordre de grandeur que dans le cas avec les conditions de Dirichlet mais légèrement à la hausse. Au niveau du rayonnement net calculé, on constate que les valeurs sont moins élevées dans la partie chaude que dans le cas des conditions avec Dirichlet nulle. Le fait que le rayonnement incident soit faible près de l'électrode pourrait expliquer cette différence. Loin des parois, les résultats sont assez proches de ceux obtenus par la condition de Dirichlet nulle.

Le flux incident sur la buse provient en majeure partie de la bande 4. Comme indiqué à la figure 5.68, avec la condition de Marshak, le flux radiatif a tendance à être reparti

uniformement sur toute la buse contrairement au flux observé avec la condition de Dirichlet nulle.

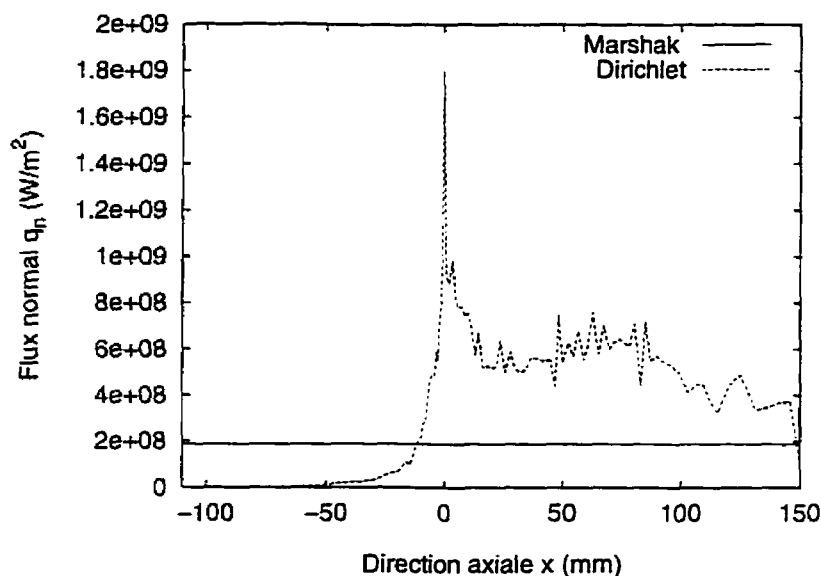


Figure 5.68: Flux radiatif sur la buse dans le cas test de Lewis

Le phénomène observé avec la condition de Marshak ne concorde pas tout à fait avec la physique du problème. Nous suggérons donc l'utilisation de la condition de Dirichlet sur la buse et la condition de Marshak sur les électrodes. La comparaison avec des données expérimentales permettrait de justifier ce choix.

D'autres cas ont été effectués en combinant les conditions de Dirichlet nulles et les conditions de Marshak sur différentes faces du disjoncteur et les résultats sont presque semblables à ceux observés dans le cas exposé ci-dessus.

Conclusion

L'objectif visé à travers ce mémoire était de développer une nouvelle approche dans la prise en compte des effets radiatifs qui surviennent dans les arcs électriques de disjoncteurs à SF_6 . À cause de la nature intégró-différentielle de l'équation du transfert radiatif, nous avons eu recours à une méthode approximative, en l'occurrence, la méthode P-1, pour résoudre cette dernière. La dépendance spectrale du rayonnement a été pris en compte à travers les coefficients d'absorption moyens par bandes de longueurs d'onde.

Le solveur a été validé sur plusieurs cas tests et les résultats sont satisfaisants. L'une des difficultés du modèle est l'imposition des conditions frontières. Le coefficient d'absorption pouvant varier de plusieurs ordre de grandeur, le modèle P-1 se trouve à la limite de validité dans les bandes 4 et 5, car les coefficients d'absorption y sont très petits. Cependant, cela n'a pas de grande influence sur le rayonnement net, utile pour le terme d'énergie dans les équations d'Euler.

Pour ce qui du choix de la condition frontière, l'utilisation de données expérimentales pour valider les conditions frontières utilisées aurait sans doute permis d'élucider le problème de la condition frontière à imposer. Malheureusement, ces données sont

assez rares et les seules données expérimentales dont nous disposions [12] n'ont pu être utilisées pour la validation à cause d'informations manquantes.

Les résultats obtenus dans la résolution du cas test de Lewis ont montré que la quantité de rayonnement absorbé était quelque peu sous-estimée avec l'ancien modèle. En outre, nous avons constaté que l'absorption se faisait sur une très fine couche en frontière de l'arc.

Nous pouvons désormais, à partir d'un champ de température et d'un champ de pression donnés, calculer le rayonnement net. Nous pouvons aussi déterminer le flux normal aux parois, données indispensables pour la prise en compte de l'ablation. Cela nous permet directement de valider les estimations sur le taux de rayonnement s'échappant de l'arc avec le modèle des coefficients d'émission nette.

Pour l'instant, le solveur permet d'effectuer le calcul pour le SF_6 pur. Il serait intéressant de pouvoir effectuer ce même calcul pour l'azote ou des mélanges de cuivre et de SF_6 . Pour cela, il serait souhaitable pour le groupe de développer sa propre expertise dans le calcul des coefficients d'absorption. Des améliorations du modèle sont possibles, surtout au niveau des techniques de résolution. La matrice étant très "rigide", une étude approfondie permettra résoudre certaines difficultés numériques.

Références

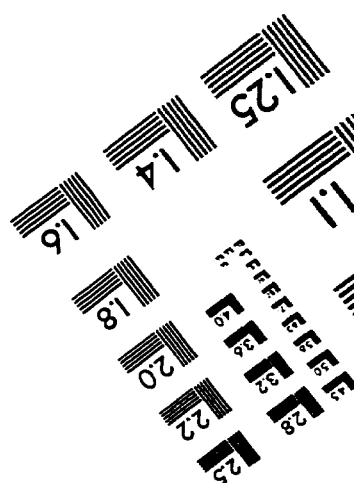
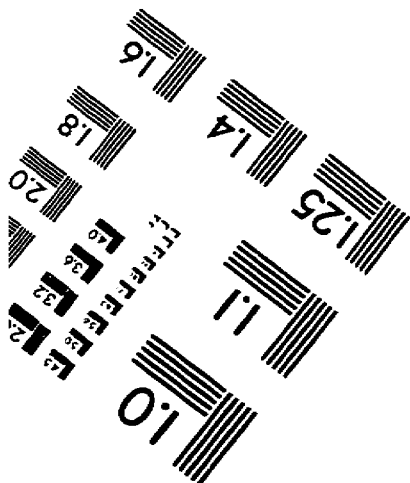
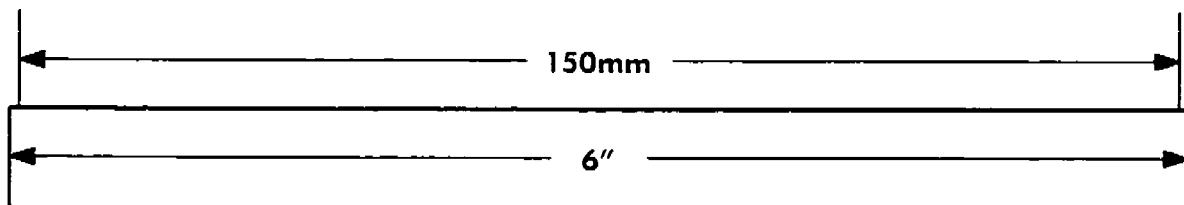
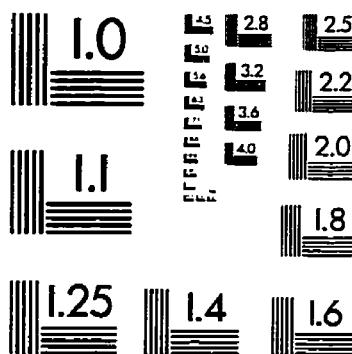
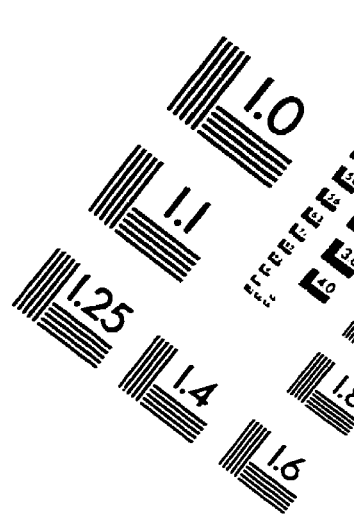
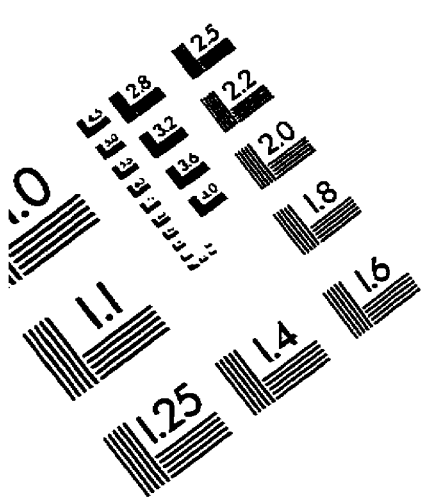
- [1] AUBRECHT, V. et GROSS, B. (1993). Net emission coefficient of radiation in SF_6 arc plasmas. *J. Phys. D: App. Phys.*, 28, 95–100.
- [2] AUBRECHT, V. et LOWKE, J. J. (1994). Calculations of radiation transfer in SF_6 plasmas using the method of partial characteristics. *J. Phys. D: App. Phys.*, 27, 2066–2073.
- [3] DUFOURNET, D. (1994). Disjoncteurs SF_6 : évolution de 1959 à 1994. Rapport technique, GEC Alsthom T&D.
- [4] FROST, L. et LIEBERMANN, R. W. (1971). Composition and transport properties of SF_6 and their use in a simplified enthalpy flow model. *proc. IEEE*, 59, 474–485.
- [5] JAMALUDDIN, A. S. et SMITH, P. J. (1988). Predicting radiative transfer in axisymmetric cylindrical enclosures using the discrete ordinates method. *Combust. Sci. and Tech.*, 62, 173–186.
- [6] LABORATOIRE DÉCHARGES DANS LES GAZ, UNIVERSITÉ PAUL SABATIER DE TOULOUSE (1995). Coefficients d'absorption par bande du SF_6 entre 300 et 30000 K. Communication privée.

- [7] LEWIS, E. (1987). *Thermal properties of an SF₆ circuit-breaker arc during the current zero period*. Thèse de doctorat, The University of Liverpool, Royaume-uni.
- [8] LIEBERMANN, R. W. et LOWKE, J. J. Radiation emission coefficients for sulfur hexafluoride arc plasmas. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. transfer*, 16, 253–264.
- [9] LIU, F., GARBETT, E. S. et SWITHENBANK, J. (1992). The boundary condition of the P_N-approximation used to solve the radiative transfer equation. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 35, 8, 2043–2052.
- [10] LOWKE, J. J. (1978). *Circuit interruption in high-voltage networks*. Plenum.
- [11] MODEST, M. F. (1993). *Radiative Heat Transfer*. McGraw-Hill.
- [12] MOTSCHMANN, H. (1976). Measurement of the radiative power loss during a current half cycle from an SF₆-blown arc in a double-nozzle circuit-breaker model. *Siemens Forsch.*, 5, 278–282.
- [13] PAGE, M. et GARON, A. (1989). LUSS: sous-programmes pour la résolution d'un système d'équations algébriques stockées en ligne de ciel. Rapport technique, École Polytechnique de Montréal, Canada.
- [14] PARK, H. M., AHLUWALIA, R. K. et IM, K. H. (1993). Three-dimensional radiation in absorbing-emitting-scattering media using the modified differential approximation. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 36, 5, 1181–1189.
- [15] PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W. T. et FLANNERY, B. P. (1992). *Numerical Recipes in Fortran: The art of scientific computing*. Cambridge University Press.

- [16] RAYNAL, G. *Calcul du transfert radiatif sans les plasmas thermiques: applications aux arcs dans les mélanges d'hexafluorure de soufre et de cuivre*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse, France.
- [17] RAYNAL, G. et GLEIZES, A. (1994). Calculation of thermal radiation transfer in SF₆ arcs. *High Temp. Chem. Processes*, 3, 389–397.
- [18] RAYNAL, G. et GLEIZES, A. (1995). Radiative transfer calculation in SF₆ arcs plasma using partial characteristics. *Plasma Sources Sci. Technol.*, 4, 152–160.
- [19] RAYNAL, G., VERGNE, P. J. et GLEIZES, A. (1994). Radiative transfer in SF₆-Cu arcs. *J. Phys. D: App. Phys.*, 100, 508–515.
- [20] SOLOUKHIN, R. I. (1987). *Handbook of Radiative Heat Transfer in High-Temperature Gases*. Hemisphere.
- [21] TRÉPANIER, J.-Y., EBY, S. D. et CAMARERO, R. (1996). Engineering issues in the development of CFD circuit-breaker design. XIIth Symposium on Physics of Switching Arc, Brno, Rép. tchèque.
- [22] TRÉPANIER, J.-Y., REGGIO, M. et CAMARERO, R. (1991). LTE computation of axisymmetric arc-flow interaction in circuit-breakers. *IEEE transactions on Plasma Science*, 19, 4, 580–589.
- [23] ZHANG, X. D., TRÉPANIER, J.-Y. et CAMARERO, R. (1994). Modelling and computation of arc-flow in circuit-breakers. *Comp. Fluid Dyn.*, 2, 41–64.
- [24] ZHANG, X. D., TRÉPANIER, J.-Y. et CAMARERO, R. (1997). Numerical investigation of a very high-current SF₆ circuit-breaker arc. 3rd International

conference on electrical contacts, arcs, apparatus and their applications (ICECAAA), Xi'an, Rép. populaire de Chine.

IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



APPLIED IMAGE, Inc.
1653 East Main Street
Rochester, NY 14609 USA
Phone: 716/482-0300
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved