

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

AUTOMATISATION D'UNE PELLE MÉCANIQUE

EMMANUEL BISSÉ

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLOME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)
(GÉNIE MÉCANIQUE)

MARS 1997



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-26413-0

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

AUTOMATISATION D'UNE PELLE MÉCANIQUE

présentée par : BISSÉ Emmanuel

en vue de l'obtention du diplôme de : *Philosophiae Doctor*

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. HURTEAU Richard, D. ING., Président

M. BOUKAS El-Kébir, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. HEMAMI Ahmad, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. MAYER René, Ph.D., membre

M. PICHÉ Paul, Ph.D., membre

DÉDICACE

Cette thèse est dédiée à mon frère NGUÈNÈ BISSÉ NICODÈME OLIVIER décédé pendant que je menais des recherches conduisant à ce document. à qui je n'ai pu dire au revoir. Que son âme repose en paix et qu'il sache que je ne l'oublierai jamais.

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à M. BOUKAS El Kébir et M. HEMAMI Ahmad, respectivement mon directeur et mon codirecteur de recherche pour l'encadrement et tout le support qu'ils m'ont témoigné tout au long de cette thèse. Je remercie également le groupe de recherche en perception et robotique de Polytechnique pour le support technique et logistique qu'il m'a apporté durant mon séjour en son sein. Enfin je remercie les membres du jury de l'honneur qu'ils me font en acceptant d'examiner cette thèse.

Résumé

La présente thèse porte sur des études préliminaires en vue de l'automatisation d'une opération de chargement de matériaux à l'aide d'un chargeur transporteur minier communément appelé " Load-Haul-Dump" (LHD). Le principal sujet abordé dans cette recherche est le développement d'une stratégie de chargement en terme de trajectoire du mouvement de la pelle mécanique.

L'opération de chargement se répétant des milliers de fois durant de la vie d'un véhicule de chargement, tout gain en temps ou en énergie pendant un chargement peut donner lieu à des économies importantes à long terme. Pour cette raison, le choix de la stratégie de chargement doit être basée sur des critères précis par exemple un critère minimisant l'énergie devrait être utilisé pour choisir la trajectoire de godet. L'aspect le plus difficile dans une tâche de chargement ou d'excavation est de dominer la résistance du matériau à la pénétration d'un outil. En outre, cette résistance varie avec le chemin. Dès lors, il devient évident que pour minimiser l'énergie de chargement une attention particulière doit être accordée à la planification du chemin.

Dans cette thèse, nous avons développé un modèle de la pression dans une pile de matériaux. Basé sur ce modèle, nous avons déterminé certaines forces apparaissant au moment du chargement.

Une stratégie de chargement basée sur un chemin optimal a été proposée. Des résultats de simulations numériques sont présentés le long de la thèse.

Abstract

This research is a part of studies for the automation of a loading task with a "Load-Haul-Dump" unit. The main problem addressed in this research is to develop a loading strategy in terms of the trajectory of motion for the loading bucket.

Because the loading operation is repeated so many times in the life of a loading machine, any small gain in the form of energy consumption or time saving during one loading operation leads to large gains in the end. For this reason a loading strategy must be based upon a sound criteria. For example, a minimum energy trajectory must be selected for the motion of the bucket. The most difficult part in a loading or an excavation task is to dominate the resistance of material for scooping moreover the resistance is varying with the path. Then, it is obvious that to minimize energy usage, a particular focus must be made on the path planning.

In this research, we developed a model of pressure in a pile of particles. Based on that model, we determine the forces acting on a loading bucket during an excavation or a loading task. We also proposed an optimal strategy of loading based on an optimal path. Numerical simulation and experimental results are presented.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iv
DEMERCIEMENTS	v
RÉSUMÉ	vi
ABSTRACT	vii
TABLE DES MATIÈRES	viii
LISTE DES ANNEXES	x
LISTE DES FIGURES	xi
LISTE DES TABLEAUX	xvi
 CHAPITRE 1 INTRODUCTION GÉNÉRALE	 1
1.1 Introduction	1
1.2 Objectifs	2
1.3 Revue historique	3
1.4 Revue bibliographique	5
1.5 Problématique	9
1.6 Méthodologie	12

CHAPITRE 2	ANALYSE DES FORCES DE CHARGEMENT ..	15
2.1	Introduction	15
2.2	Étude de la pression dans une pile de matériaux	16
2.3	Étude des forces	40
2.4	Conclusion	51
CHAPITRE 3	PLANIFICATION ET GÉNÉRATION DE	
	TRAJECTOIRE DE MOUVEMENT DE LA PELLE	54
3.1	Introduction	54
3.2	Formulation du problème	55
3.3	Chemin proposé	59
3.4	Résultats numériques	65
3.5	Résultats pratiques	68
3.6	Comparaison des trajectoires	77
3.7	Conclusion	103
CHAPITRE 4	CONCEPTION D'UN SUPERVISEUR	111
4.1	Introduction	111
4.2	Stratégie d'évitement d'obstacles	112
4.3	Structure globale du programme de chargement	120
4.4	Analyse des résultats et conclusion	129
CHAPITRE 5	CONCLUSION GÉNÉRALE	140
5.1	Recherches futures	144
	RÉFÉRENCES	145
	ANNEXES	150

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A LES MODÈLES CINÉMATIQUE ET

DYNAMIQUE DU LHD	150
A.1 Introduction	150
A.2 Modèle cinématique	151
A.3 Modèle dynamique	155

ANNEXE B DÉVELOPPEMENT D'UNE LOI DE

COMMANDE	162
B.1 Introduction	162
B.2 Problématique de la commande	162
B.3 Résultats des simulations	170

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Schéma d'un chargeur transporteur minier de type "LHD" ..	1
Figure 2.1	Particules sphériques disposées en diamant	17
Figure 2.2	Disposition des particules en forme de diamant	18
Figure 2.3	Empilement de minerai sous forme de couches	20
Figure 2.4	Schéma d'application des conditions aux frontières.....	20
Figure 2.5	Diagramme du corps libre de particules dans un empilement conique	23
Figure 2.6	Diagramme du corps libre des particules dans un empilement horizontal	29
Figure 2.7	Formation des matrices P_{ij}	33
Figure 2.8	Lignes isobares	39
Figure 2.9	Forces identifiées par Mikhirev	40
Figure 2.10	Forces considérées par Hemami	42
Figure 2.11	Forces et trajectoire de chargement	43
Figure 2.12	Forces active et passive	44
Figure 2.13	Force infinitésimale active ou passive et force de frottement	45
Figure 2.14	Centre de gravité	48
Figure 3.1	Configuration de la pile de matériaux.....	56
Figure 3.2	Les courbes identifiées par les indices $i = 1, 2, \dots, 5$, représentent les chemins optimaux correspondants aux surfaces $\Omega_d = 0.025m^2, 0.050m^2, 0.075m^2, 0.100m^2$ et $0.125m^2$, respectivement.	66

Figure 3.3	L'évolution du remplissage pour les courbes identifiées à la figure 3.2. est représentée sur ce graphique par les courbes identifiées respectivement par $i = 1, 2, \dots, 5$.	66
Figure 3.4	Variation de l'angle β (confondu pour les 5 courbes).	67
Figure 3.5	Les courbes de la gauche vers la droite représentent les chemins optimaux correspondant aux surfaces $\Omega_d = 0.487m^2, 0.974m^2, 1.460m^2, 1.947m^2$ et $2.434m^2$, respectivement.	68
Figure 3.6	Schéma simplifié du miniLHD	69
Figure 3.7	Schémas du godet	69
Figure 3.8	Courbes d'erreur sur d, θ_2, θ_3 pendant le chargement	76
Figure 3.9	Schéma du godet	78
Figure 3.10	Configuration de la pelle	84
Figure 3.11	Trajectoire, vitesse, accélération et dérivée de l'accélération du point L.	87
Figure 3.12	Variations de l'orientation α_c de la pelle et de sa dérivée $\dot{\alpha}_c$	87
Figure 3.13	Variations de d, θ_2, θ_3 et leurs dérivées respectives $\dot{d}, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$.	89
Figure 3.14	Consommation d'énergie	90
Figure 3.15	Vérification des collisions.	91
Figure 3.16	Profil de vitesse angulaire ω .	91
Figure 3.17	Variation des angles θ_2, θ_3 et de leurs dérivées respectives.	93
Figure 3.18	Consommation d'énergie pour différentes trajectoires.	94
Figure 3.19	Comparaison de la variation de α_c dans deux cas: la solution préconisée et la trajectoire de α_c débutant à 0% de chemin 95	

Figure 3.20	Variations de d , θ_2 , θ_3 et leurs dérivées respectives $\dot{d}$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$ dans le cas de la stratégie 2.	96
Figure 3.21	Vérification des collisions (stratégie 2)	97
Figure 3.22	Les profils de la vitesse angulaire $\dot{\alpha}_c$ pour la stratégie 3.	98
Figure 3.23	Chemin de la stratégie 3.	99
Figure 3.24	Les profils de vitesse pour la stratégie 3	100
Figure 3.25	Vérification des collisions (3)	101
Figure 3.26	Les profils de vitesse 4	102
Figure 3.27	Vérification des collisions (4)	102
Figure 3.28	Énergie nécessaire : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)	106
Figure 3.29	Poids et moment du poids : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)	107
Figure 3.30	Force et couple total : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)	107
Figure 3.31	Les forces passives et les couples associés : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)	108
Figure 3.32	Force de friction : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)	108
Figure 3.33	Force de coupe : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)	109
Figure 3.34	Comparaison des modules des forces par rapport à la force totale : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)	109
Figure 3.35	Vitesse et variations de θ_2 , θ_3 et d : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)	110
Figure 4.1	Procédures de dégagement et d'évitement d'obstacles	115
Figure 4.2	Nouvelle enveloppe $\mathcal{C}_1$ et nouveau chemin	117

Figure 4.3	Module de planification	120
Figure 4.4	Module cinématique	122
Figure 4.5	Module d'estimation	122
Figure 4.6	Module de commande	123
Figure 4.7	Structure globale	124
Figure 4.8	Chemin après évitement d'obstacles essai N° 1	134
Figure 4.9	Agrandissement de la figure précédente	134
Figure 4.10	Chemin après évitement d'obstacles essai N° 2	135
Figure 4.11	Chemin après évitement d'obstacles essai N° 3	135
Figure 4.12	Chemin après évitement d'obstacles essai N° 4	136
Figure 4.13	Agrandissement de la figure précédente	136
Figure 4.14	Chemin après évitement d'obstacles essai N° 5	137
Figure 4.15	Agrandissement de la figure précédente	137
Figure 4.16	Variations de d , θ_2 , θ_3 et leurs dérivées respectives $\dot{d}$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$	138
Figure 4.17	Variation de la commande et des forces extérieures	138
Figure 4.18	Variation des paramètres	139
Figure 4.19	Variation de la surface de glissement S	139
Figure A.1	Schéma du LHD	152
Figure A.2	Schéma du simplifié du LHD	153
Figure A.3	Diagramme du corps libre du LHD	156
Figure B.1	Trajectoire dans le plan XZ de la lame de la pelle	172
Figure B.2	Variations en fonction du temps de d , θ_2 , θ_3 , $\dot{d}$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$	173
Figure B.3	Commande et forces estimées	173
Figure B.4	Variation des paramètres	174
Figure B.5	Variation de la surface de glissement S	174

Figure B.6 Variation des forces dues aux termes non diagonaux du	
tenseur d'inertie	175

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 Couches horizontales, colonnes 1 à 10.....	35
Tableau 2.2 Couches horizontales, colonnes 11 à 20	36
Tableau 2.3 Couches coniques, colonnes 1 à 10	37
Tableau 2.4 Couches coniques, colonnes 11 à 20	38
Tableau 3.1 Résultats des calculs numériques	65
Tableau 3.2 Résultats des calculs numériques second exemple	67
Tableau 3.3 Dimensions du godet (v =volume, s =surface).....	70
Tableau 3.4 Valeurs des angles $\psi_1, \psi_2, \psi_{T1}, \psi_6, \psi_7$	70
Tableau 3.5 Dimensions du bras de la pelle	70
Tableau 3.6 Limites des variables	70
Tableau 3.7 Tableau des gains K_v , et des constantes de temps τ , utilisés comme valeurs initiales des paramètres du système	75
Tableau 3.8 Gains des contrôleurs	75
Tableau 3.9 Paramètres géométriques de la pelle	78
Tableau 3.10 Dérivée de l'accélération	86
Tableau 3.11 Paramètres de la stratégie 2	97
Tableau 3.12 Paramètres de la stratégie 3	100
Tableau 4.1 Tableau des règles	114
Tableau 4.2 Choix des incréments $\delta(.)$ et $\Delta(.)$	116
Tableau 4.3 Routine 1.....	118
Tableau 4.4 Algorithme de replanification.....	119

Tableau 5.1 Tableau comparatif des thèmes abordés dans ce travail avec ceux abordés par Dasys. Hemami et Sarata.....	141
Tableau A.1 Paramètres de Denavit-Hartenberg.....	155
Tableau B.1 Tables des paramètres nominaux du véhicule	172

CHAPITRE

1

INTRODUCTION GÉNÉRALE

1.1 INTRODUCTION

Ce travail est une étude en vue de l'automatisation de l'opération de chargement de matériaux à l'aide de pelles mécaniques communément appelées LHD qui dénote " Load Haul Dump ". La figure 1.1 illustre ce type de véhicule. Les avantages de l'automatisation de ces véhicules sont nombreux : améliora-

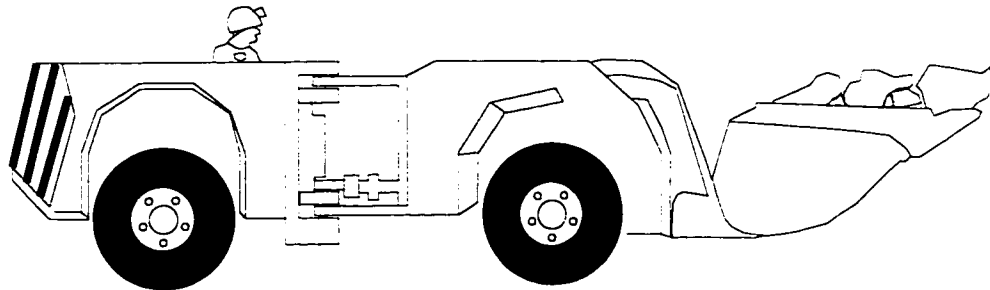


Figure 1.1 Schéma d'un chargeur transporteur minier de type "LHD"

tion de la sécurité des travailleurs et des équipements, réduction directe des coûts d'extraction et de transport du minerai et l'accroissement de la productivité entre autres. Le travail mené dans cette thèse porte essentiellement sur les aspects suivants :

- la modélisation des forces de chargement :
- la planification du chemin et le contrôle du mouvement.

Les LHD sont manipulés à l'heure actuelle par des opérateurs humains expérimentés. Ces derniers possèdent par expérience une bonne connaissance des matériaux, des machines utilisées, de l'interaction entre les matériaux et les machines, de la dynamique du chargement. Cependant il ne nous est pas possible de dire avec certitude quelles informations précises l'opérateur a accumulé pendant ces années d'expérience et comment il s'en sert au moment du chargement. Par contre pour automatiser le chargement, les machines requièrent des algorithmes de prise de décision basés sur des connaissances comparables à celles de l'opérateur humain. Or, nous savons que l'opérateur humain fonde ces décisions sur l'expérience et l'analyse de la situation courante. Pour la compréhension de la dynamique du chargement, il est nécessaire de mener des études pratiques sur le terrain. Cependant il serait moins coûteux de mener une partie importante de ces études par simulation. À cette fin, il sera indiqué de développer des modèles du matériau et des forces, de planifier une tâche de chargement et de développer un contrôleur d'une pelle mécanique. Ensuite, utiliser ces outils pour simuler une opération de chargement aussi réaliste que possible. La simulation nous donne la flexibilité de changer le scénario, les événements se produisant, leur ordre et leurs amplitudes, pour une meilleure compréhension.

1.2 OBJECTIFS

L'objectif de cette thèse est de mener un ensemble d'études concourant à l'automatisation de l'opération de chargement du minerai. L'automatisation ici est dans le sens de la *"réalisation autonome d'une tâche par une machine"*. Les

études nécessaires à cette fin sont nombreuses: nous nous limiterons dans cette thèse à celles portant sur:

- 1) la connaissance du système mécanique (**étude cinématique et dynamique**):
- 2) la connaissance du matériau (**caractéristiques physiques du matériau: frottement, pression, résistance à la coupe, poids, forces de chargement**), de l'interaction de ce dernier avec la pelle mécanique au moment du chargement (force de chargement, dynamique du chargement):
- 3) la définition, la planification et le contrôle de la tâche de chargement.

Ces différentes études seront appuyées par des simulations numériques et quelques essais pratiques sur le prototype de LHD de laboratoire.

1.3 REVUE HISTORIQUE

L'industrie minière porte aujourd'hui une attention de plus en plus grande sur l'automatisation de certaines tâches de production: en particulier l'excavation, le chargement et le transport du minerai dans les mines souterraines.

L'évolution de l'industrie minière en général est semblable à celle des autres industries, comme l'industrie agricole par exemple. Elle est passée progressivement du travail manuel à la mécanisation et aujourd'hui on parle d'automatisation. La philosophie et les orientations de la recherche dans ce secteur de l'industrie ont aussi suivi un cheminement similaire. Les premiers travaux visaient de toute évidence l'allégement du travail manuel au moyen de la mécanisation. Donc ces travaux ont porté pour la plupart sur le design d'équipements. Cela a conduit à la fabrication des engins énormes d'excavation.

de chargement et de transport tels qu'on les connaît aujourd'hui (exemple : les LHD). Les travaux de recherche portant spécifiquement sur les LHD ou des équipements de la même famille comme les bulldozers, niveleuses ont été axés pour la plupart sur les études de forces (Alabuzhev et al., 1967). (Mikhirev, 1972). (Verklov et al., 1973). (Zelnin et al., 1987). D'autres travaux similaires sont cités par ces auteurs : la plupart sont écrits en langue russe et ne sont pas traduits en anglais ou français.

Vers les années 80, les développements dans les domaines de l'électronique, l'informatique et les succès de la robotique dans l'industrie ravivent l'intérêt des chercheurs et des industries minières pour l'automatisation. Plusieurs projets de recherche sont mis de l'avant dans différentes compagnies minières. On peut citer ici quelques exemples : en 1975 la compagnie Inco fait l'essai de la téléopération d'un LHD à ciel ouvert (Scoble, 1994). Les années 90 sont beaucoup plus fructueuses dans le domaine de l'automatisation minière. Quelques démonstrations éloquentes illustrent ce dynamisme : en 1993 a eu lieu la démonstration de la première application en production de la téléopération de plusieurs LHD, via satellite, de machines souterraines à partir de Sudbury (Scoble, 1994); en 1994 la compagnie Noranda expérimente le chargement autonome par un LHD dans une mine souterraine (Dasys et al., 1994).

Parallèlement à ces travaux dans les industries, des recherches se font dans des universités et des centres de recherche. Nous ferons dans la section qui suit une revue critique de certains de ces travaux jugés pertinents par rapport aux sujets abordés dans cette thèse.

1.4 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Les travaux concernant particulièrement les pelles mécaniques ne sont pas très nombreux . Nous pouvons néanmoins citer ceux de (Alabuzhev et al., 1965) qui ont porté sur l'étude de la puissance consommée par une pelle mécanique pendant le chargement. Mentionnons aussi les travaux de (Mikhirev et al., 1973) portant sur la détermination de la longueur du bras d'un chargeur de mine. En 1983 le travail de (Mikhirev, 1983) présentait à nouveau une étude sur le chargement d'une pelle mécanique par cycles répétitifs. Dans ce travail il modélise les forces agissant sur la pelle pendant le chargement. Le profil de chargement qu'il utilise comporte deux niveaux : une pénétration horizontale de la pelle suivie d'une rotation de celle-ci dans un mouvement général plan. Certaines constantes utilisées dans ce travail ne sont pas données, ce qui le rend presque inutilisable pour nous. En plus on ne sait pas si le profil de chargement qu'il propose est meilleur que celui de (Alabuzhev et al., 1965). Plusieurs années plus tard, Mikhirev en 1986 présente à nouveau une étude sur le design d'une pelle mécanique automatique. Dans cette étude il parle plutôt des aspects généraux sans donner d'équations explicites.

Lorsqu'on envisage l'automatisation d'une tâche manuelle il se pose toujours la question de savoir si l'automatisation va apporter un gain de productivité. Cette question a été étudiée expérimentalement par Verklov et al., (1973). Ils sont arrivés à un gain de productivité de 50 à 70 % selon leur procédure expérimentale. Mentionnons ici que des travaux de chargement autonome similaires menés en 1994 par (Dasys et al., 1994) aboutissent plutôt à une productivité équivalente à un opérateur humain expérimenté. D'autres travaux publiés par Fabrichnyi et al., (1984), portent sur une procédure de sélection des paramètres d'opération d'un excavateur.

Depuis les années 90, une nouvelle approche se dessine dans la littérature sur l'automatisation des pelles mécaniques. C'est une approche robotique qui vise à utiliser les techniques développées pour les manipulateurs et les robots mobiles aux véhicules de chargement et de transport du minerai. Elle est mise de l'avant par un nombre de plus en plus grand de chercheurs. Mentionnons (Bullock et al., 1990), (Keiko et al., 1990), (Vähä et al., 1991), (Seward et al., 1992), (Hemami et al., 1992). Les premiers (Bullock et al., 1990) ont utilisé un robot manipulateur à 4 degrés de liberté pour simuler une opération d'excavation autonome. Le contrôle du robot était basé sur la résistance détectée par les capteurs de forces placés sur les poutres du bras du manipulateur. Une stratégie de supervision basée sur des ajustements discrets de la trajectoire permettait une planification continue. Ce travail accuse toutefois certaines insuffisances : la première est qu'il ne présente pratiquement aucune équation ni modèle du système utilisé; la seconde est que le manipulateur est fixe. Parallèlement à ces travaux, la même année (Keiko et al., 1990) présentaient une étude similaire. Les auteurs ont introduit, dans la planification, la notion de modèle spatial de l'image ("spatial image model"). Ce concept peut être résumé comme suit: définition des règles de production — prédiction de l'image (*à partir du modèle de l'image*) — estimation de l'image (*à partir des données issues des capteurs, dans le cas présent les capteurs de force*) — correction de l'image — planification de la nouvelle action — contrôle. Ses auteurs ont appliqué cette méthode sur un manipulateur à 6 degrés de liberté avec des capteurs de forces aux six axes pour l'excavation du sable. Ce travail représente une voie de recherche intéressante. Sa faiblesse principale est que les essais ne sont faits que pour un seul matériau soit le sable. Vähä et al., présentent en 1992 dans leur travail le modèle dynamique d'un type particulier d'excavateur et un modèle du sol. Tandis que (Seward et al., 1992) présentent l'architecture et le logiciel qu'ils ont employés pour l'implantation d'une stratégie de contrôle d'un excavateur autonome " LUCIE ". L'excavateur utilisé dans cette étude est similaire à celui

modélisé par (Vähä et al., 1992). Une étude spécifique des LHD est présentée par (Hemami et al., 1992). Les auteurs font une étude exhaustive des forces agissant au niveau des actionneurs (pistons) et du godet. La même année (Hemami, 1992) présente une étude de mouvement de la pelle pendant une opération de coupe et de chargement du minerai.

Parmi les publications récentes, nous pouvons citer (Sarara, 1993), (Hemami, 1994), (Hemami et al., 1994). Sarara présente une approche de chargement autonome en plusieurs points : dans un premier temps il modélise la pile de matériaux par des colonnes verticales de particules et fait la mise à jour de sa forme à l'aide de l'image d'une caméra laser CCD. Par la suite il fait une planification de la tâche en utilisant le modèle de la pile à l'aide de méthodes empiriques. L'auteur présente des résultats de simulations numériques de cette Méthode. Hemami en 1994 présente une approche d'approximation de la masse de matériau dans le godet pendant le chargement, la même année (Hemami et al., 1994) présentent une étude plus étendue des forces actives pendant le chargement. L'étude des forces d'excavation a aussi intéressé plusieurs chercheurs par le passé (Alabuzhev et al., 1965), (Rodionov et al., 1957), (Mikhirev, 1983), (Zelenin et al., 1987), (McCarthy, 1988). En parcourant certains de ces travaux, on constate dans le cas des travaux de (Mikhirev, 1983) que l'approche présentée permet le calcul de toutes les forces identifiées par l'auteur. Cependant, certaines constantes présentes dans ces formules ne sont pas données par l'auteur. De plus, on ne dispose pas d'études permettant de déterminer l'influence des propriétés du matériau sur ces constantes. Par contre, les travaux de (Zelenin et al., 1987) aboutissent à des formules empiriques, avec l'avantage de donner les constantes intervenant dans ces dernières. Cependant l'étude ne couvre pas certains aspects particuliers au chargement (faiblesse de la cohésion du matériau, déformation de la pile pendant le chargement, la pression dans la pile de matériaux, les formes de certaines forces apparaissant pendant le chargement). Enfin,

les travaux de génie civil et de mécanique des sols présentés par (McCarthy, 1988) comportent un inconvénient majeur pour l'automatisation. Le problème concerne les approximations faites pour le calcul de certaines forces. Le calcul des sollicitations ici vise à déterminer les dimensions des structures (par exemples : mur de soutènement, barrage, ponts etc...). De tels ouvrages sont conçus pour résister pendant des dizaines d'années. Les ingénieurs qui les conçoivent utilisent des facteurs de sécurité assez grands pour assurer cette durabilité. Ils n'ont besoin dans la plupart des cas que de l'ordre de grandeur des sollicitations qui agissent sur la structure. Ils conçoivent alors une structure qui peut supporter plusieurs fois des sollicitations de cet ordre de grandeur. Sur le plan économique le surplus de coûts lié au facteur de sécurité, lorsqu'il est réparti sur la durée de vie de la structure devient négligeable.

Mais dans le chargement de matériaux étant une opération répétitive, un petit gain de temps ou d'énergie pendant un cycle représente pour la durée de vie d'une machine de chargement un gain énorme. Pour cette raison une estimation erronée des forces n'est pas souhaitable. En effet, cela pourrait entraîner des erreurs de planification et de prises de décisions qui auraient pour conséquences des coûts additionnels.

Remarque

Cette revue de la littérature nous fait constater que l'automatisation d'une opération de chargement à l'aide d'une pelle mécanique n'est pas un problème résolu. Bien au contraire c'est une tâche difficile à accomplir à cause de nombreux problèmes posés. Parmi les principaux problèmes, on ne retiendra que les suivants :

- 1) Une étude des propriétés du matériau, en particulier la recherche de caractéristiques "générales, invariantes du type de matériau et de son degré de fragmentation " n'est pas disponible. Nous pensons que de telles caractéristiques permettraient de définir ou de développer des modèles de forces de chargement assez généraux. Cela rendrait possible la conception des machines de chargement autonomes capables de charger différents matériaux sans ajustements significatifs de la machine ou de ces paramètres de contrôle.
- 2) La planification de la tâche de chargement proprement dite et son contrôle. On constate que, dans la littérature, plusieurs stratégies sont proposées. Sachant que le chargement est une opération répétitive et que tout gain de temps ou d'énergie pendant un cycle est très important alors le problème qui se pose est celui de l'optimisation de cette tâche.

1.5 PROBLÉMATIQUE

La revue de la littérature a permis de ressortir un certain nombre de problèmes. Nous ne pouvons les traiter tous dans le cadre de cette thèse. Ainsi nous ne nous limiterons qu'à ceux qui suivent :

- 1.) Comment modéliser les forces de chargement ?
- 2.) Comment planifier la tâche de chargement ?
- 3.) Quelle loi de contrôle peut-on appliquer au système pour réaliser la tâche de chargement définie ci-dessus ?

1.5.1 La problématique de modélisation des forces de pénétration dans le matériau

Les propriétés des sols ont été beaucoup étudiées en mécanique des sols (McCarthy, 1988). La plupart des résultats présentés par cet auteur portent sur les sols compacts ou relativement durs. Les données essentielles qu'on peut retirer de ces travaux sont principalement les coefficients de frottement, les angles de repos¹, pour tout résumer, les propriétés statiques des matériaux. Bien évidemment ces résultats nous seraient d'une grande utilité dans notre recherche mais ils ne sont pas suffisants pour plusieurs raisons : 1) le chargement est une opération dynamique et rapide comparativement au mouvement du sol d'un mur de rétention. 2) Le matériau est fragmenté et ses propriétés ont probablement changé. C'est pour ces raisons que des études des propriétés des matériaux fragmentés sont nécessaires. D'un autre côté des modèles empiriques des forces d'excavation ont été présentés par Zelenin et son équipe (Zelenin et al., 1987). Il serait appréciable de développer les modèles non empiriques de ces forces. Pour y parvenir la détermination de certaines caractéristiques propres aux matériaux s'avère utile. Il est question ici de définir des caractéristiques communes aux matériaux fragmentés qui soient invariantes à la fois du type de matériaux, de leur degré de fragmentation et de toutes ses caractéristiques naturelles (le coefficient de frottement ...). De telles caractéristiques permettraient de définir de façon générale les forces apparaissant pendant le chargement. Nous visons, entre autre un modèle de forces dont la structure comprendrait une partie indépendante du type de matériau, de son degré de fragmentation et de ces constantes physiques. Divers travaux antérieurs ont indiqué l'importante place des forces dans la définition de la tâche de chargement (Mikhirev et al., 1983). (Fabrichnyi et al., 1984) et (Hemami et al., 1992) entre autres.

¹ Il a été constaté que tout matériau concassé et empilé, conserve un angle constant avec l'horizontal peu importe la hauteur de la pile. Cet angle est désigné par angle de repos du matériau.

1.5.2 La problématique de définition de la tâche

En robotique, la modélisation de la tâche est une partie déterminante de sa réalisation. En effet si la modélisation ne s'avère pas adéquate, la trajectoire du robot obtenue peut conduire à des zones de singularités, ou inaccessibles rendant impossible ou impropre la réalisation de la tâche. De plus, dans le cas d'une opération de chargement de matériaux, le problème de forces entre en jeu. Les contraintes que ces dernières apportent sont de s'assurer que le véhicule utilisé est à même de développer les forces exigées par la réalisation de la tâche planifiée. En somme, la planification de la tâche est une opération qui intègre les contraintes liées à l'équipement, au matériau et d'autres telles que temps de réalisation etc. Puisque le chargement de matériaux est une opération qui peut se répéter des milliers de fois, alors tout gain en temps ou en énergie à chaque prise s'avère significatif à long terme. En conséquence, l'optimisation de la tâche est requise.

1.5.3 La problématique du développement d'un contrôleur

Pour réaliser la tâche de chargement, il faut contrôler les mouvements de la pelle mécanique (LHD). Les obstacles majeurs au contrôle sont : 1) la mauvaise connaissance des paramètres réels du système à contrôler : 2) la variation possible de ces paramètres : 3) la présence de perturbations importantes (forces de chargement). Le problème posé est donc de développer un contrôleur robuste face à tous ces problèmes.

1.6 MÉTHODOLOGIE

Les problèmes énumérés dans cette thèse touchent plusieurs champs d'activité : la planification de la tâche, la cinématique, la dynamique et le contrôle. Il est presque impossible de trouver une méthodologie qui s'appliquerait de façon identique à chaque problème posé. Nous avons donc développé une méthodologie spécifique à chaque problème.

1.6.1 La méthodologie de modélisation des forces

Pour développer les modèles des forces, nous avons commencé par développer un modèle de la pression dans une pile de matériaux fragmentés. Les équations de pression obtenues seront utilisées pour exprimer certaines forces.

1.6.2 La méthodologie de planification de la tâche

La planification de la tâche est faite de la manière suivante :

- définition des contraintes (volume de matériau à charger, forces maximales que peut développer la pelle mécanique, dimensions de la pelle, région de chargement) :
- formulation d'un problème d'optimisation du chemin de chargement :
- développement d'une solution par des méthodes heuristiques.

1.6.3 La méthode de développement du contrôleur

Le problème de contrôle posé ici diffère de celui de la robotique essentiellement par l'amplitude des forces. La formulation de ce problème tel que nous le verrons en détail peut se ramener à une simple question de poursuite de

trajectoire. Les forces de chargement seront alors considérées comme des perturbations. Pour rejeter ces perturbations de façon efficace, nous allons intégrer leurs estimés dans la loi de commande. Ces estimés proviendront des modèles de forces proposés. On pourrait aussi envisager une adaptation de ces estimés pour plus de robustesse. Quant à la loi de commande proprement dite, étant donné que les paramètres exacts du système ne sont pas tous connus et qu'ils peuvent être variables, nous avons dû développer une loi de commande adaptative. Les forces en jeu étant très importantes et considérant les erreurs d'estimation, pour plus de robustesse, nous y avons intégré une composante de commande par mode de glissement.

1.7 CONTENU DE LA THÈSE

La thèse est structurée de la manière suivante:

Au chapitre 2, nous présentons une analyse de forces de chargement. L'étude dynamique du LHD montre que pendant le chargement un certain nombre de forces agissent sur ce dernier. Les expériences effectuées par différents chercheurs montrent que ces forces varient en direction et en intensité pendant le chargement. L'objectif du chapitre est de développer les modèles de ces forces de façon à pouvoir déterminer à chaque instant pendant le chargement la direction, le sens et le module de ces dernières.

Le chapitre 3 est destiné à la planification de la tâche de chargement. Le but de cette opération étant de ramasser un volume donné de minerai, plusieurs approches sont envisageables. Dans ce chapitre nous présentons une nouvelle méthode de planification basée sur un critère d'optimalité minimisant l'énergie de chargement. Une étude comparative de plusieurs stratégies de chargement publiée dans la littérature incluant celle proposée dans cette thèse est présentée.

L'étude compare les performances des stratégies par rapport à la consommation d'énergie lors du chargement.

Au chapitre 4 nous présentons comment l'intégration des modèles des forces, la planification de la trajectoire et la loi de commande présentée en annexe peuvent être faite dans une stratégie de chargement globale.

Au chapitre 5 nous présentons nos conclusions générales, une analyse critique des résultats et des suggestions de recherches futures.

L'annexe A contient le modèle dynamique de la pelle mécanique utilisée en simulation et l'annexe B, la loi de commande proposée.

CHAPITRE

2

**ANALYSE DES FORCES DE
CHARGEMENT****2.1 INTRODUCTION**

Dans la perspective de développer un contrôleur plus efficace qui tienne compte de la variation des forces pendant le chargement, nous avons développé les équations dynamiques du mouvement du LHD qui sont présentées en annexe. Dans ces équations apparaissent des forces désignées par *forces extérieures* dont nous ne connaissons ni les expressions analytiques ni les lois de variation pendant le chargement. Cependant ces forces ont une signification précise : ce sont les forces à vaincre pour déplacer le matériau. Des analyses et des études d'évaluation de ces forces ont déjà été menées par plusieurs chercheurs (Mikhirev, 1983). (Fabrichnyi et al., 1984). (Zelenin et al., 1987). (McCarthy, 1988). (Hemami et al., 1992). (Hemami et al., 1994). Tel que nous l'avons mentionné à la revue de la littérature, certains de ces travaux ont été faits dans des conditions particulières et ne sont pas généralisables ou utilisables dans leur état actuel. C'est pourquoi dans ce chapitre nous essayerons d'approfondir ces travaux et rechercher des formulations plus générales et non empiriques dans la mesure du possible.

Dans la première partie de ce chapitre, nous allons développer un modèle de la pression dans un empilement de matériaux quelconque. Cette étude est

d'autant plus importante que dans les travaux de mécanique des sols et de génie civil que nous avons lus (McCarthy, 1983), les isobares sont supposées horizontales. Or pour un empilement de surface non horizontale et non semi-infinie, cette hypothèse est grossière. Si pour de travaux de génie civil de telles approximations peuvent être acceptables, pour des besoins de contrôle et d'économie d'énergie de chargement, une précision plus grande sera nécessaire. C'est ce qui justifie une analyse plus approfondie de la variation de la pression dans les empilements de matériaux. Par la suite, nous présenterons un modèle de forces développé à partir des équations de la pression présentées plus tôt. Nos objectifs sont d'un côté de réduire le nombre de forces soit en identifiant celles qui sont négligeables soit en regroupant celles qui sont semblables.

Le chapitre est organisé de la manière suivante : à la section 2, nous présentons une étude de la variation de la pression dans une pile de matériaux quelconques. La section 3 est consacrée à l'étude des forces proprement dites. Enfin, à la section 4 nous présenterons une conclusion.

2.2 ÉTUDE DE LA PRESSION DANS UNE PILE DE MATÉRIAUX

La plupart des travaux de calcul de forces en génie civil et de mécanique des sols (McCarthy, 1988) sont basés sur une hypothèse fondamentale. Celle-ci suppose que dans un empilement de matériaux de surface horizontale et semi-infinie la pression verticale à une profondeur h est de γh , où γ est le poids volumique du matériau. Cependant, lorsque la surface est inclinée et non semi-infinie, on ne connaît pas la loi de variation de la pression dans l'empilement. Certains auteurs comme Coulomb cité par McCarthy, (1988) la supposent aussi proportionnelle à la hauteur mais il n'existe véritablement pas de preuves

mathématiques ou expérimentales de cette hypothèse. Dans l'étude qui suit, nous cherchons à déterminer une loi de variation de cette pression sous un certain nombre d'hypothèses. Ces hypothèses sont les suivantes :

- le matériau est uniforme, les particules sont supposées identiques;
- les propriétés du matériau sont les mêmes à toutes les profondeurs.
- Le matériau est sans cohésion et sans forces électrostatiques et électromagnétiques.

2.2.1 Disposition théorique des particules

Expérimentalement il a été constaté que tout matériau concassé a un angle d'empilement spécifique ϕ indépendant de la hauteur de l'empilement (McCarthy, 1988). Cet angle est mesuré entre le plan horizontal et la ligne de plus grande pente du cône de l'empilement. Considérons

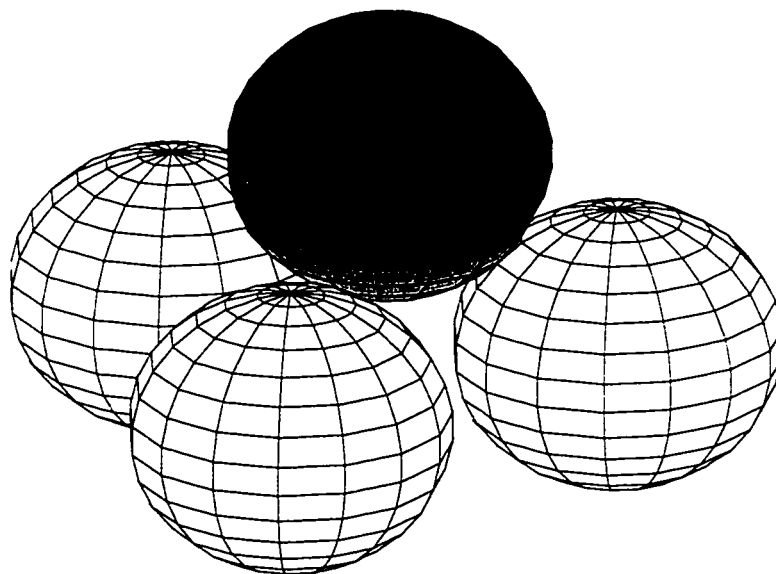


Figure 2.1 Particules sphériques disposées en diamant

maintenant un matériau quelconque dont les particules concassées ont un di-

amètre moyen d_p . Si on considère une disposition spatiale de ces particules en diamant (figure 2.1), pour satisfaire l'angle de repos ϕ de l'empilement, il faut un espace entre les particules dans le plan horizontal. Désignons par Δd_p cet espace (figure 2.2). Appelons ABC le triangle constituant la base du diamant et E son centre. Soit D le sommet du diamant, les points A, B, C, D sont respectivement les centres de gravité des particules schématisées à la figure 2.1. On a $AD = CD = BD = d_p$. Désignons par l_p la distance entre les centroïdes de deux particules voisines dans le plan horizontal. Le triangle ABC étant équilatéral, on a $\alpha = \frac{\pi}{3}$, $l_c = AE = BE = DE$. La distance inter-particulaire Δd_p peut être dérivée de la manière suivante: considérant le triangle ADE, on a

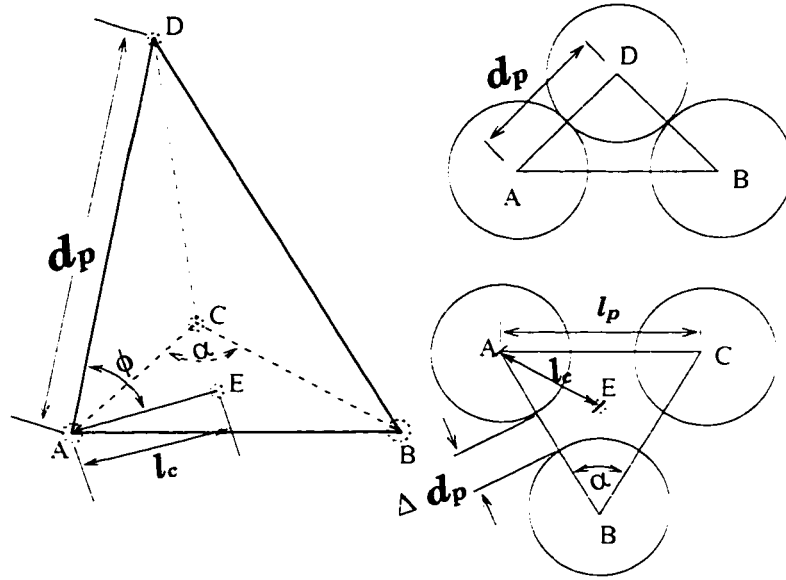


Figure 2.2 Disposition des particules en forme de diamant

$$l_c = d_p \cos(\phi) \quad (2.1)$$

considérant le triangle ABE, on a

$$l_p = 2l_c \cos(\alpha/2) = 2d_p \cos(\phi) \cos(\alpha/2) \quad (2.2)$$

d'où la distance inter-particulaire Δd_p

$$\Delta d_p = l_p - d_p = d_p(2 \cos(\phi) \cos(\alpha/2) - 1). \quad (2.3)$$

Pour une répartition spatiale des particules en pyramide on a $\alpha = 60^\circ$, pour un cône à cinq côtés $\alpha = 108^\circ$ (degrés). Cette distance inter-particulaire doit être considérée quand on étudie le déplacement des particules et dans le calcul de la masse volumique réelle.

2.2.2 Répartition de la pression dans un empilement de matériaux

Considérons l'empilement de particules de matériaux de la figure 2.3. On suppose que ces particules reposent suivant des couches successives et que ces couches sont uniformes. Les couches sont numérotées par ordre croissant de la surface vers l'intérieur par j ($j = 0, \dots, m$) (figure 2.3). Sur chaque couche, on numérote les particules par ordre croissant de i , du sommet vers le sol $i = 0, \dots, n$. On assume que la pression verticale dans l'empilement est créée par le poids des particules et les conditions aux frontières dans le plan vertical. On désigne par γ_0 le poids d'une particule. Nous allons graduellement calculer la pression dans l'empilement en commençant par les couches extérieures.

Transmission des conditions aux frontières

- Équilibre de la particule ($p(0,0)$)

Considérons la particule au-dessus de la pile ($p(0,0)$) (figure 2.4, sur laquelle une force quelconque F_{co} faisant un angle ζ_0 agit. Cette force crée une condition à la frontière verticale désignée par C_0 . Étudions la transmission de cette dernière aux autres particules.

Soit $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ les réactions respectives des particules voisines $p(1,0)$ et $p'(1,0)$. $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ ont les composantes respectives $(\mathbf{R}_{1x}, \mathbf{R}_{1z})$ et $(\mathbf{R}_{2x}, \mathbf{R}_{2z})$. Si

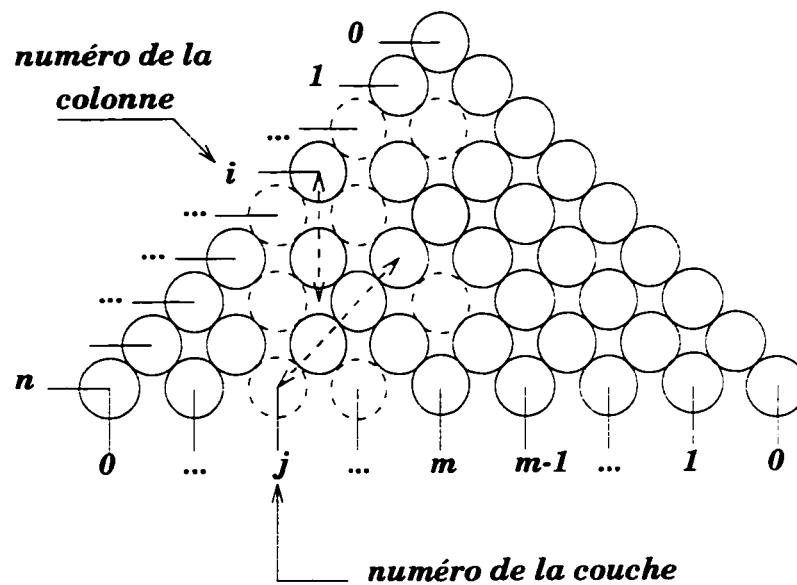


Figure 2.3 Empilement de minéral sous forme de couches

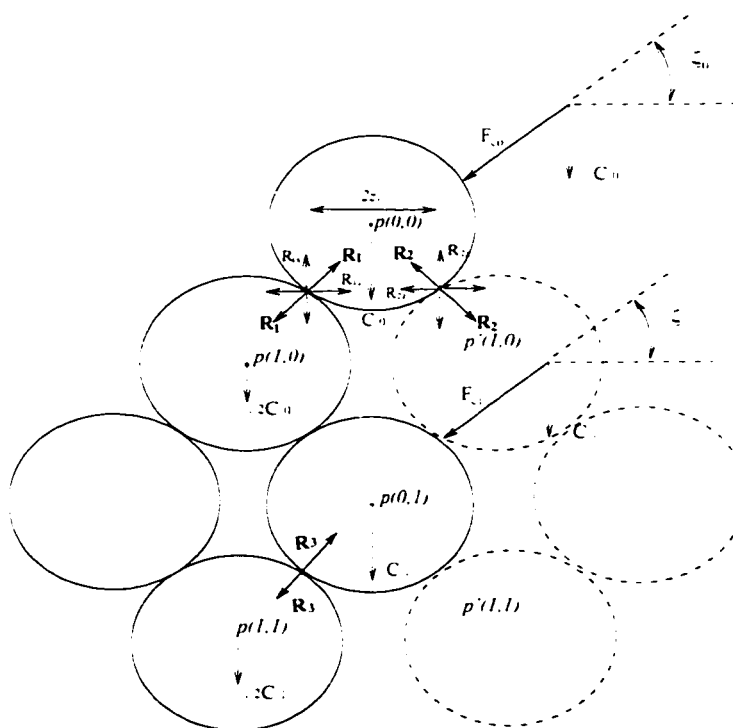


Figure 2.4 Schéma d'application des conditions aux frontières

on considère la particule sans masse. l'équilibre de cette particule donne:

$$-F_{co} \cos(\zeta_0) - R_{2z} - R_{1z} = 0 \quad (2.4)$$

$$R_{2x} + R_{1x} - C_0 = 0. \quad (2.5)$$

Appliquons l'équilibre des moments aux points d'application de la réaction R_1 . La force F_{co} est dirigée suivant un angle ζ_0 par rapport à l'horizontale. Elle est supposée dirigée suivant un rayon de la sphère. Le moment qu'elle crée au point d'application de R_1 est $F_{co} \cos(\zeta_0) r \sin(o)$, le moment dû à la résistance R_{2x} est $2R_{2x} r \cos(o)$. On obtient la condition d'équilibre suivante :

$$-F_{co} \cos(\zeta_0) r \sin(o) - 2R_{2x} r \cos(o) - C_0 r \cos(o) = 0 \quad (2.6)$$

de l'équation (2.6) on tire R_{2x} donnée par

$$R_{2x} = \frac{1}{2} C_0 - \frac{1}{2} F_{co} \cos(\zeta_0) \tan(o) \quad (2.7)$$

or $F_{co} \cos(\zeta_0) = \frac{C_0}{\tan(\zeta_0)}$ d'où

$$R_{2x} = \frac{1}{2} C_0 \left(1 - \frac{\tan(o)}{\tan(\zeta_0)} \right) \quad (2.8)$$

En remplaçant R_{2x} dans l'équation (2.5), on obtient l'expression suivante :

$$R_{1x} = \frac{1}{2} C_0 \left(1 + \frac{\tan(o)}{\tan(\zeta_0)} \right). \quad (2.9)$$

Posons

$$\epsilon = \frac{\tan(o)}{\tan(\zeta_0)}$$

les équations (2.8) et (2.9) se réduisent alors à :

$$R_{1x} = \frac{1}{2} C_0 (1 + \epsilon) \quad (2.10)$$

$$R_{2x} = \frac{1}{2} C_0 (1 - \epsilon) \quad (2.11)$$

• Équilibre de la particule ($p(0, 1)$)

Pour cette particule, l'équilibre se complique d'avantage. On a la force F_{c1}

qui agit du côté droit sous un angle ζ_1 . À cela s'ajoutent les conditions aux frontières transmises par la particule $(p(0,0))$ en transitant par les particules $(p(1,0))$ et $(p'(1,0))$. Alors l'équilibre des particules $(p(0,j))$ sera de plus en plus difficile à écrire. De plus, il est physiquement impossible de mesurer les angles ζ_i ($i = 0, 1, \dots, j, \dots, m$). Pour simplifier le problème, on ne va considérer que les conditions aux frontières verticales c'est à dire $\zeta_i = \frac{\pi}{2}$. Cette simplification a pour effet de négliger le terme $\frac{1}{2}C_0\epsilon$ dans l'expression de $\mathbf{R}_{1r}$, et $\mathbf{R}_{2r}$. De toutes façons, ces conditions aux frontières s'estompent rapidement lorsqu'on se déplace le long d'une couche. Leur diminution se fait à une vitesse de $(\frac{1}{2})^n$. On voit que lorsque $n = 4$, il ne reste plus que 6.25% de la valeur initiale. Ces conditions sont cependant significatives aux voisinages des particules $(p(0,j))$.

Remarque : notons que, si on ne considère que les conditions aux frontières verticales (C_i , $i = 0, 1, \dots, m$), lorsqu'elles sont ramenées au centre de gravité des particules, elles s'additionnent au poids. Par conséquent, elles ne peuvent se diffuser que de la même manière que celui-ci.

Pression de la première couche

Calculons la charge verticale qui s'exerce au centre de masse de la $j^{ème}$ particule de la première couche ($j = 0$). Désignons par $p_{(i,j)}$ la $i^{ème}$ particule de la $j^{ème}$ couche et par $W_{(i,j)}$ la charge verticale à son centre de gravité.

Particule $p_{(0,0)}$: cette particule supporte son poids et la condition aux frontières projetée sur le plan vertical c_0

$$W_{(0,0)} = \gamma_0 - c_0.$$

Note : pour le calcul de la pression, on peut commencer l'intégration à partir de la particule au sommet ou, de n'importe quelle particule dans la couche. Si la particule n'est pas au sommet, elle reçoit déjà une charge provenant des particules supérieures. S'il s'exerce explicitement une force sur la particule du

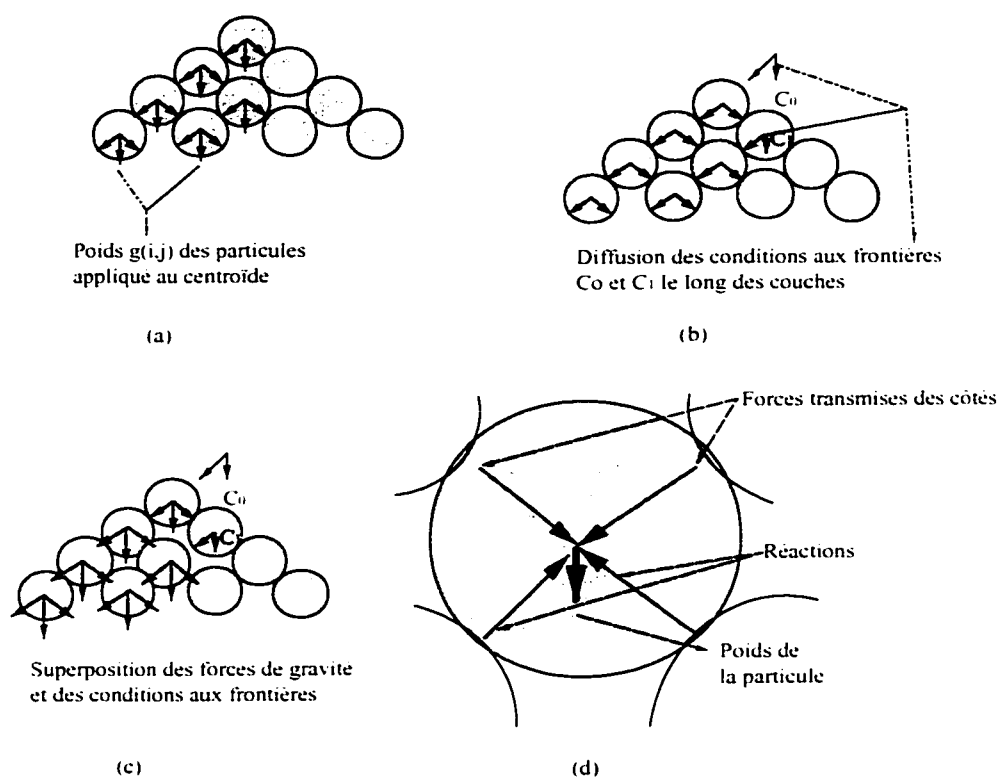


Figure 2.5 Diagramme du corps libre de particules dans un empilement conique

sommet, cette charge est désignée par condition aux frontières. Dans ce problème nous nous sommes intéressés uniquement à la composante verticale de cette charge. La figure 2.5 montre la diffusion de cette condition aux frontières et le diagramme du corps libre d'une particule dans la pile.

Particule $p_{(1,0)}$: elle supporte son propre poids et une fraction η de la charge $W_{(0,0)}$ transférée par la particule $p_{(0,0)}$. On a donc

$$W_{(1,0)} = \gamma_0 + \eta(\gamma_0 + c_0)$$

Particule $p_{(2,0)}$: de la même manière que précédemment, on calcule la charge de la particule $p_{(2,0)}$:

$$W_{(2,0)} = \gamma_0 + \eta W_{(1,0)} = \gamma_0 + \eta\gamma_0 + \eta^2\gamma_0 + \eta^2c_0$$

Particule $p_{(i,0)}$: ainsi, la particule $p_{(i,0)}$ va supporter la charge

$$W_{(i,0)} = \gamma_0 + \eta\gamma_0 + \eta^2\gamma_0 + \dots + \eta^i\gamma_0 + \eta^i c_0$$

cette série nous donne :

$$W_{(i,0)} = \gamma_0 \left(\frac{1 - \eta^{i+1}}{1 - \eta} \right) + \eta^i c_0 \quad (2.12)$$

Charge dans la deuxième couche

Pour étudier la deuxième couche numérotée ($j = 1$), on considère que la charge agissant sur la particule vient de deux sources :

- dans un premier temps on considère sa charge comme si elle avait été la première couche. Cette charge est représentée au niveau de la $i^{ième}$ particule de cette couche par l'équation :

$$W_{(i,1)} = \gamma_0 \left(\frac{1 - \eta^{i+1}}{1 - \eta} \right) + \eta^i c_1 \quad (2.13)$$

où c_1 est la condition à la frontière pour la première particule de la couche.

- Étant donné qu'effectivement cette couche n'est pas la première, elle supporte la charge provenant de la couche qui est au-dessus d'elle. Cette charge transférée de la couche supérieure est donnée par l'équation suivante :

$$T_{(i,1)} = \sum_{k=0}^{i-1} \eta^{i-2-k} W_{(k,0)}.$$

Le développement de cette somme donne:

$$\begin{aligned}
 T_{(i,1)} &= \eta^{i-2} W_{(0,0)} + \eta^{i-1} W_{(1,0)} + \dots + \eta^2 W_{(i,0)} + \eta W_{(i-1,0)} \\
 &= \eta^{i-2} \gamma_0 \left(\frac{1-\eta}{1-\eta} \right) + \eta^{i-1} \gamma_0 \left(\frac{1-\eta^{1-1}}{1-\eta} \right) + \dots + \eta^2 \gamma_0 \left(\frac{1-\eta^{i-1}}{1-\eta} \right) \\
 &\quad - \eta \gamma_0 \left(\frac{1-\eta^{i-2}}{1-\eta} \right) + c_0 \underbrace{(\eta^{i-2} + \eta^{i-2} - \dots - \eta^{i-2} - \eta^{i-3})}_{i-2 \text{ termes}} \\
 &= (i-2) \eta^{i-2} c_0 + \frac{\gamma_0}{1-\eta} [(\eta^{i-2} + \eta^{i-1} - \dots - \eta^2 - \eta) \\
 &\quad - \underbrace{(\eta^{i-3} + \eta^{i-3} - \dots - \eta^{i-3} - \eta^{i-3})}_{i-2 \text{ termes}}] \\
 &= (i-2) \eta^{i-2} c_0 + \frac{\gamma_0}{(1-\eta)} [\eta(\eta^{i-1} - \eta^i - \dots - \eta - 1) - (i-2) \eta^{i-3}] \\
 &= (i-2) \eta^{i-2} c_0 + \frac{\gamma_0}{(1-\eta)} \left[\frac{\eta}{1-\eta} - \frac{\eta^{i-3}}{1-\eta} - (i-2) \eta^{i-3} \right] \\
 &= (i-2) \eta^{i-2} c_0 + \gamma_0 \frac{\eta}{(1-\eta)^2} - \gamma_0 \left[(i-2) \frac{\eta^{i-3}}{1-\eta} - \frac{\eta^{i-3}}{(1-\eta)^2} \right] \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

on obtient finalement

$$T_{(i,1)} = (i-2) \eta^{i-2} c_0 + \gamma_0 \left[\frac{\eta}{(1-\eta)^2} - (i-2) \frac{\eta^{i-3}}{1-\eta} - \frac{\eta^{i-3}}{(1-\eta)^2} \right]. \quad (2.15)$$

En ajoutant $T_{(i,1)}$ à $W_{(i,0)}$ et posons

$$C_{(i,1)} = (i+2) \eta^{i-2} c_0 + \eta^i c_1.$$

on obtient $W_{(i,1)}$ dont l'expression est la suivante:

$$\begin{aligned}
 W_{(i,1)} &= C_{(i,1)} + \gamma_0 \left(\frac{1-\eta^{i+1}}{1-\eta} \right) + \gamma_0 \left[\frac{\eta}{(1-\eta)^2} - (i-2) \frac{\eta^{i-3}}{1-\eta} - \frac{\eta^{i-3}}{(1-\eta)^2} \right] \\
 &= C_{(i,1)} + \frac{\gamma_0}{1-\eta} \left(1 + \frac{\eta}{1-\eta} \right) + \gamma_0 \left[\frac{\eta^{i+1}}{1-\eta} + (i-2) \frac{\eta^{i-3}}{1-\eta} - \frac{\eta^{i-3}}{(1-\eta)^2} \right] \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

Désignons par

$$R_{(i,1)} = -C_{(i,1)} + \gamma_0 \left[\frac{\eta^{i+1}}{1-\eta} + (i+2) \frac{\eta^{i+3}}{1-\eta} - \frac{\eta^{i+3}}{(1-\eta)^2} \right]$$

le résidu du calcul de la charge de la particule $p_{(i,1)}$, on a

$$W_{(i,1)} = \frac{\gamma_0}{1-\eta} \left(1 - \frac{\eta}{1-\eta} \right) - R_{(i,1)}. \quad (2.17)$$

Pression dans la troisième couche

De la même façon que nous avons calculé $T_{(i,1)}$, on calcule $T_{(i,2)}$

$$T_{(i,2)} = \sum_{k=0}^{i+1} \eta^{i+2-k} W_{(k,1)} \quad (2.18)$$

on peut décomposer $T_{(i,2)}$ en deux termes: un terme sans condition aux frontières dénommées $TT_{(i,2)}$ et le terme des conditions aux frontières $C_{(i,2)}$. Le développement de $TT_{(i,2)}$ donne

$$\begin{aligned} TT_{(i,2)} &= \frac{\gamma_0}{1-\eta} \left(1 - \frac{\eta}{1-\eta} \right) [\eta^{i+2} - \dots - \eta] \\ &\quad - \gamma_0 \left\{ \frac{1}{1-\eta} (\eta^{i+2-0} \eta^{0-1} + \eta^{i+2-1} \eta^{1-1} - \dots - \eta^{i+2-i-1} \eta^{i+1-1}) \right. \\ &\quad - \frac{1}{1-\eta} [(0+2) \eta^{i+2-0} \eta^{0-3} - (1+2) \eta^{i+2-1} \eta^{1-3} - \dots \\ &\quad - (i+1+2) \eta^{i+2-i-1} \eta^{i+1-3}] \\ &\quad \left. - \frac{1}{(1-\eta)^2} [\eta^{i+2-0} \eta^{0+3} + \eta^{i+2-1} \eta^{1+3} - \dots - \eta^{i+2-i-1} \eta^{i+1+3}] \right\} \\ &= \frac{\gamma_0}{1-\eta} \left(1 - \frac{\eta}{1-\eta} \right) [\eta^{i+2} - \dots - \eta] \\ &\quad - \gamma_0 \left\{ (i+2) \frac{\eta^{i+3}}{1-\eta} \left(1 + \frac{\eta^2}{1-\eta} \right) - \frac{\eta^{i+5}}{1-\eta} \underbrace{(2+3+\dots+(i+3))}_{i+2 \text{ termes}} \right\} \\ &= \frac{\gamma_0}{1-\eta} \left(1 - \frac{\eta}{1-\eta} \right) [\eta^{i+2} - \dots - \eta] \\ &\quad - \gamma_0 \left\{ (i+2) \frac{\eta^{i+3}}{1-\eta} \left(1 + \frac{\eta^2}{1-\eta} \right) + \left(\frac{(i+4)(i+3)}{2} - 1 \right) \frac{\eta^{i+5}}{1-\eta} \right\} \\ &= \gamma_0 \frac{\eta}{1-\eta} \left(1 + \frac{\eta}{1-\eta} \right) [\eta^{i+1} - \dots - \eta + 1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\gamma_0(i+2)\frac{\eta^{i+3}}{1-\eta}\left(1+\frac{\eta^2}{1-\eta}\right) - \gamma_0\left(\frac{(i+4)(i-3)}{2} - 1\right)\frac{\eta^{i+5}}{1-\eta} \\
= & \gamma_0\frac{\eta}{(1-\eta)^2}\left(1-\frac{\eta}{1-\eta}\right) - \gamma_0\frac{\eta^{i+3}}{(1-\eta)^2}\left(1-\frac{\eta}{1-\eta}\right) \\
& -\gamma_0(i+2)\frac{\eta^{i+3}}{1-\eta}\left(1+\frac{\eta^2}{1-\eta}\right) - \gamma_0\left(\frac{(i+4)(i-3)}{2} - 1\right)\frac{\eta^{i+5}}{1-\eta}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Le terme partiel des conditions aux frontières est développé de la manière suivante (dans ce terme il manque seulement la condition pour la première particule de la couche $\eta^i c_2$):

$$\begin{aligned}
C_{(i,2)}^* &= \sum_{k=0}^{i-1} \eta^{(i+2-k)} C_{(k,1)} \\
&= c_0[(0+2)\eta^{i+2-0}\eta^{0+3} - (1+2)\eta^{i+2-1}\eta^{1+3} - \dots \\
&\quad -(i-1+2)\eta^{i+2-i+1}\eta^{i-1+3}] - (i+2)\eta^{i+2}c_1 \\
&= \left(\frac{(i+4)(i-3)}{2} - 1\right)\eta^{i+4}c_0 - (i+2)\eta^{i+2}c_1
\end{aligned} \tag{2.20}$$

enfin on a

$$\begin{aligned}
T_{(i,2)} &= C_{(i,2)} - \gamma_0\frac{\eta}{(1-\eta)^2}\left(1-\frac{\eta}{1-\eta}\right) - \gamma_0\frac{\eta^{i+3}}{(1-\eta)^2}\left(1-\frac{\eta}{1-\eta}\right) \\
&\quad -\gamma_0(i+2)\frac{\eta^{i+3}}{1-\eta}\left(1+\frac{\eta^2}{1-\eta}\right) - \gamma_0\left(\frac{(i+4)(i-3)}{2} - 1\right)\frac{\eta^{i+5}}{1-\eta}
\end{aligned} \tag{2.21}$$

en ajoutant $T_{(i,2)}$ à $W_{(i,0)}$ et en posant la condition aux frontières

$$C_{(i,2)} = C_{(i,2)}^* - \eta^i c_2.$$

on obtient $W_{(i,2)}$ donné par l'expression suivante:

$$\begin{aligned}
W_{(i,2)} &= \gamma_0\left(\frac{1-\eta^{i+1}}{1-\eta}\right) + C_{(i,2)} - \gamma_0\frac{\eta}{(1-\eta)^2}\left(1-\frac{\eta}{1-\eta}\right) - \gamma_0\frac{\eta^{i+3}}{(1-\eta)^2}\left(1-\frac{\eta}{1-\eta}\right) \\
&\quad -\gamma_0(i+2)\frac{\eta^{i+3}}{1-\eta}\left(1+\frac{\eta^2}{1-\eta}\right) - \gamma_0\left(\frac{(i+4)(i-3)}{2} - 1\right)\frac{\eta^{i+5}}{1-\eta} \\
&= \frac{\gamma_0}{1-\eta}\left[1+\frac{\eta}{1-\eta}+\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)^2\right] + C_{(i,2)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\gamma_0 \frac{\eta^{i+1}}{1-\eta} - \gamma_0 \frac{\eta^{i+3}}{(1-\eta)^2} \left(1 - \frac{\eta}{1-\eta}\right) \\
& - \gamma_0(i+2) \frac{\eta^{i+3}}{1-\eta} \left(1 + \frac{\eta^2}{1-\eta}\right) - \gamma_0 \left(\frac{(i+4)(i+3)}{2} - 1\right) \frac{\eta^{i+5}}{1-\eta}
\end{aligned} \tag{2.22}$$

en posant

$$\begin{aligned}
R_{(i,2)} = & -C_{(i,2)} - \gamma_0 \frac{\eta^{i+1}}{1-\eta} - \gamma_0 \frac{\eta^{i+3}}{(1-\eta)^2} \left(1 - \frac{\eta}{1-\eta}\right) \\
& - \gamma_0(i+2) \frac{\eta^{i+3}}{1-\eta} \left(1 + \frac{\eta^2}{1-\eta}\right) + \gamma_0 \left(\frac{(i+4)(i+3)}{2} - 1\right) \frac{\eta^{i+5}}{1-\eta}
\end{aligned} \tag{2.23}$$

on obtient

$$W_{(i,2)} = \frac{\gamma_0}{1-\eta} \left[1 - \frac{\eta}{1-\eta} - \left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)^2\right] - R_{(i,2)} \tag{2.24}$$

En continuant ce développement jusqu'au terme $W_{(i,j)}$ on obtient

$$W_{(i,j)} = \frac{\gamma_0}{1-\eta} \left[1 - \frac{\eta}{1-\eta} - \dots - \left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)^j\right] - R_{(i,j)} \tag{2.25}$$

on constate que pour $\eta = \frac{1}{2}$ le premier terme de l'équation (2.25) est une série arithmétique de terme 1 dont la somme est $j+1$ pour cette valeur de η . $W_{(i,j)}$ est donné par:

$$W_{(i,j)} = 2(j+1)\gamma_0 - R_{(i,j)}. \tag{2.26}$$

Pour une pile de particules données, lorsqu'on est éloigné du centre et du sommet ($j \rightarrow 0$ et $i \rightarrow \infty$) on a

$$R_{(i,j)} \rightarrow 0.$$

Par conséquent la charge limite sur une particule de la couche j est

$$W_{(\infty,j)} = 2(j+1)\gamma_0 \tag{2.27}$$

Conséquence : selon nos hypothèses, on a considéré les particules uniformes et identiques. Par symétrie, la charge transmise par une particule aux particules

de dessous ne peut être qu'identique des côtés gauche et droit dans un plan vertical. Ce qui justifie le choix du facteur $\eta = \frac{1}{2}$. Le résultat de l'équation (2.27) signifie que la couche j est une isobare à l'infini. Par conséquent les isobares sont parallèles au plan de repos du minerai c'est-à-dire parallèles à la ligne de plus grande pente.

2.2.3 Pression dans un empilement semi-infini à surface horizontale

Pour le même minerai utilisé dans le cas précédent, on comble l'espace de minerai tel que d'un côté, son horizon soit infini et de l'autre on ait une frontière verticale. On assume que l'espace inter-particulaire dans le plan horizontal est conservé. On numérote à nouveau les couches du haut vers la bas par j ($j = 0, 1, \dots, m, \dots, \infty$). Les particules sont numérotées de la frontière vers l'horizon infini par i ($i = 0, 1, \dots, n, \dots, \infty$). Les particules ont le même poids spécifique γ_0 .

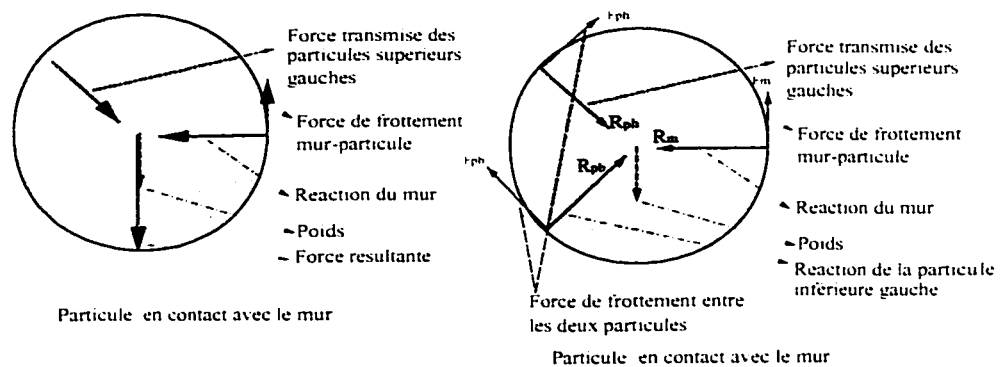


Figure 2.6 Diagramme du corps libre des particules dans un empilement horizontal

Étude de l'équilibre des particules en contact avec le mur vertical

Selon la figure 2.6. la particule en contact avec le mur est soumise à son poids désigné par $g(i, j)$. la force transmise par la particule de la couche de dessus en contact avec elle R_{ph} . la réaction de la particule de la couche de dessous R_{pb} . la réaction du mur R_m . les forces de frottement au contact avec le mur F_m . les particules de dessus et de dessous respectivement F_{ph} et F_{pb} . Si la particule n'effectue aucun mouvement de rotation autour d'elle même. les forces de frottement seront nulles. Le cas contraire ces forces seront telles que la somme des moments qu'elles provoquent au centre de la particule soit nulle. Ce qui donne la relation

$$R(F_{ph} - F_{pb}) = RF_m$$

d'où

$$F_{ph} - F_{pb} = F_m \quad (2.28)$$

les équations d'équilibre vertical et horizontal donnent respectivement les équations suivantes :

$$R_{ph} \sin(\alpha) - g(i, j) = F_m - R_{pb} \sin(\alpha) \quad (2.29)$$

$$(R_{ph} - R_{pb}) \cos(\alpha) = R_m \quad (2.30)$$

Pour la première couche. on a $R_{ph} = F_{ph} = 0$. En supposant que les particules au repos ne glissent pas le long du mur et qu'elles n'effectuent aucun mouvement de rotation autour d'elles mêmes. on peut considérer toutes les forces de frottement nulles. Par conséquent. la condition aux frontières verticales nulles. Il est entendu que le mur n'effectue aucun mouvement et n'exerce aucune pression sur les particules.

Remarque : nous avons considéré une couche semi-infinie. Pour le calcul de la pression nous allons considérer des particules suffisamment éloignées du mur pour que celles-ci ne soient pas affectées par la condition à la frontière issue du

mur. On peut alors considérer qu'une particule de la couche de dessus projetée sur deux dimensions, repose sur deux particules. En réalité, chaque particule repose au moins sur trois autres. Mais on peut ramener les forces verticales à deux dimensions.

Pression dans la première couche horizontale semi-infinie

Pour cette couche, la pression est de γ_0 pour toutes les particules. Désignons par $I_{(i,0)}$ cette pression, on a

$$I_{(i,0)} = \gamma_0 \quad (2.31)$$

Pression dans la deuxième couche horizontale semi-infinie

Chaque particule de cette couche devra supporter sa propre charge et celle qui lui est transférée de la couche supérieure. On assume que la charge transférée de la couche supérieure vient d'une moitié de la particule supérieure de gauche et l'autre moitié de la particule supérieure de droite (*à cause des suppositions d'uniformité des particules et de leur disposition régulière*). On a donc

$$I_{(i,1)} = \gamma_0 + \frac{1}{2}\gamma_0 + \frac{1}{2}\gamma_0 = 2\gamma_0 \quad (2.32)$$

Pression dans une couche horizontale semi-infinie quelconque

En répétant le calcul précédent on arrive à une suite arithmétique dont la somme pour la $j^{\text{ième}}$ particule est

$$I_{(i,j)} = (j+1)\gamma_0. \quad (2.33)$$

Conséquence: on constate aussi ici que les isobares sont suivant les couches. Ce résultat est conforme aux hypothèses utilisées par plusieurs chercheurs pour

le sol. (McCarthy, 1988, Zelenin et al., 1987). Cependant, quand on le compare au résultat de l'équation (2.27), on observe un facteur de 2. Cette observation nous pousse à mener une analyse plus détaillée des résultats ainsi obtenus.

Considérons un cône de matériaux d'une hauteur H et un empilement horizontal semi-infini de même hauteur. Appelons m le nombre de couches coniques et m^* le nombre de couches horizontales semi-infinies. On constate que (figure 2.7)

$$m^* = 2m$$

Ceci signifie qu'à la verticale du sommet du cône d'après l'équation (2.26), la pression sera légèrement inférieure à la pression d'une hauteur équivalente de minerai avec surface horizontale et horizons semi-infinis. Mais loin de la verticale du sommet du cône, (dans la région où l'équation (2.27) est valide) la pression à une profondeur quelconque h de la surface du cône est égale à la pression correspondant de la même profondeur h d'un empilement à couches horizontales semi-infinies.

2.2.4 Résultats du calcul numérique

Les résultats obtenus par calcul numérique confirment notamment que les isobares sont suivant les couches. Les facteurs 2 et 1 apparaissant aux équations (2.27) et (2.33) sont obtenus aussi numériquement (tableaux 2.1 à 2.4). Les valeurs numériques ont été obtenues comme suit :

■ Empilement conique

On appelle P_{ij} , ($i=1, \dots, n$ et $j=1, \dots, m$) la matrice de particules où i représente la ligne et j la colonne. Pour former les deux côtés du cône, on prend P_{nm} avec $m = 2n$. On adopte le code suivant:

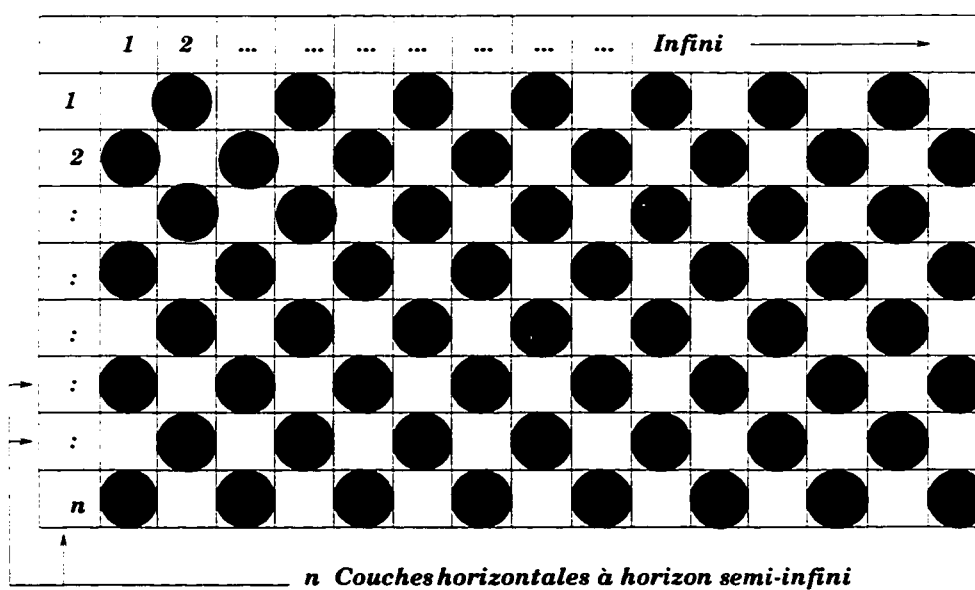
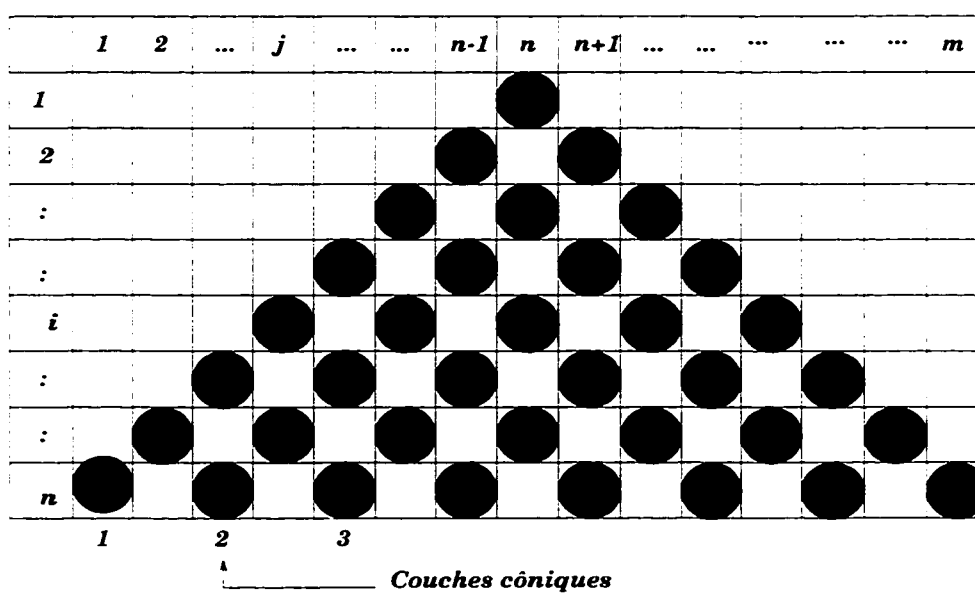


Figure 2.7 Formation des matrices P_{ij}

1. une case (i,j) de la matrice P_{ij} contenant une particule a la valeur 1 (un) $P_{(i,j)} = 1$ à l'état initial:

2. un espace vide a la valeur zéro $P_{(i,j)} = 0$ à l'état initial

La particule du sommet du cône a les coordonnées $(1,n)$ $P_{(1,n)} = 1$. les particules suivantes ont les coordonnées $(2,n-1)$, $(2,n+1)$ (voir figure 2.7). $(2,n)$ est un espace. Cette construction est répétée jusqu'à la couche la plus basse.

■ Empilement horizontal

La formation de la matrice des particules dans ce cas est beaucoup plus simple. Chaque particule doit avoir un espace au-dessus en dessous et des deux côtés. Les particules sont en contact suivant les deux diagonales (figure 2.7).

Pour calculer la pression sur la particule (i,j) , on considère sa charge qui est de 1 s'il existe une particule à cette position et zéro si c'est un espace vide. On ajoute 1/2 de la charge provenant de la diagonale de gauche et un demi de la charge provenant de la diagonale de droite. Cette disposition des particules fait en sorte que les particules ne pourront transférer de charges qu'aux particules et les espaces vides aux espaces vides. Dans le cas d'une matrice de (20×40) on a obtenu les résultats des tableaux 2.1 à 2.4.

Les graphiques de la figure 2.8 montrent les lignes isobares dans le cas d'un empilement conique et d'un empilement à couches horizontales.

2.2.5 Conclusion partielle

Cette étude sur la répartition de la pression dans les empilements de matériaux nous a permis de tirer deux conclusions majeures:

Tableau 2.1 Couches horizontales, colonnes 1 à 10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		1		1		1		1		1
2	1.50		2		2		2		2	
3		2.75		3		3		3		3
4	2.38		3.88		4		4		4	
5		4.12		4.94		5		5		5
6	3.06		5.53		5.97		6		6	
7		5.30		6.75		6.98		7		7
8	3.65		7.02		7.87		7.99		8	
9		6.34		8.45		8.93		9		9
10	4.17		8.39		9.69		9.96		10	
11		7.28		10.04		10.83		10.98		11
12	4.64		9.66		11.43		11.90		11.99	
13		8.15		11.55		12.67		12.95		12.99
14	5.07		10.85		13.11		13.81		13.97	
15		8.96		12.98		14.46		14.89		14.98
16	5.48		11.97		14.72		15.67		15.94	
17		9.72		14.34		16.19		16.80		16.96
18	5.86		13.03		16.27		17.50		17.88	
19		10.45		15.65		17.88		18.69		18.93
20	6.22		14.05		17.77		19.29		19.81	

Tableau 2.2 Couches horizontales, colonnes 11 à 20

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1		1		1		1		1		1
2	2		2		2		2		2	
3		3		3		3		3		3
4	4		4		4		4		4	
5		5		5		5		5		5
6	6		6		6		6		6	
7		7		7		7		7		7
8	8		8		8		8		8	
9		9		9		9		9		9
10	10		10		10		10		10	
11		11		11		11		11		11
12	12		12		12		12		12	
13		13		13		13		13		13
14	14		14		14		14		14	
15		15		15		15		15		15
16	15.99		16		16		16		16	
17		17		17		17		17		17
18	17.98		18		18		18		18	
19		18.99		19		19		19		19
20	19.96		19.99		20		20		20	

Tableau 2.3 Couches coniques. colonnes 1 à 10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										2.00
12									2.00	
13								2.00		4.00
14							2.00		4.00	
15						2.00		4.00		5.99
16					2.00		4.00		5.99	
17				2.00		4.00		6.00		7.98
18			2.00		4.00		6.00		7.99	
19		2.00		4.00		6.00		7.99		9.97
20	2.00		4.00		6.00		8.00		9.98	

Tableau 2.4 Couches coniques, colonnes 11 à 20

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1										1.00
2									1.50	
3								1.75		2.50
4							1.88		3.12	
5						1.94		3.50		4.12
6					1.97		3.72		4.81	
7				1.98		3.84		5.27		5.81
8			1.99		3.91		5.55		6.54	
9		2.00		3.95		5.73		7.05		7.54
10	2.00		3.97		5.84		7.39		8.29	
11		3.99		5.91		7.62		8.84		9.29
12	3.99		5.95		7.76		9.23		10.07	
13		5.97		7.86		9.50		10.65		11.07
14	5.98		7.91		9.68		11.07		11.86	
15		7.95		9.79		11.37		12.47		12.86
16	7.97		9.87		11.58		12.92		13.66	
17		9.92		11.73		13.25		14.29		14.66
18	9.95		11.82		13.49		14.77		15.48	
19		11.89		13.66		15.13		16.12		16.48
20	11.93		13.77		15.39		16.63		17.30	

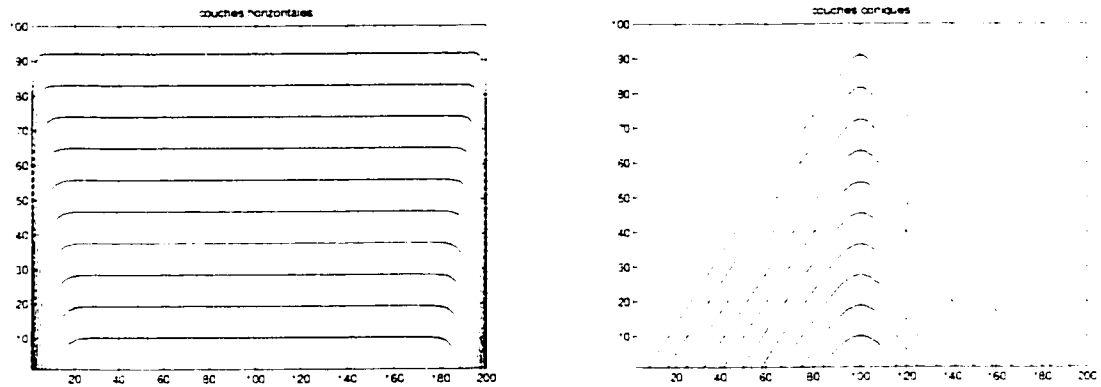


Figure 2.8 Lignes isobares

- la première est que les isobares dans un empilement quelconque de matériaux sont suivant les couches à l'infini.
- La deuxième conclusion majeure est que la pression à la $n^{\text{ième}}$ couche est $n\gamma_0$ pour un empilement horizontal et de $2n\gamma_0$ pour un empilement conique. Cependant pour une même hauteur réelle de matériaux, le nombre de couches coniques est la moitié du nombre de couche horizontales.

2.3 ÉTUDE DES FORCES

Parmi les travaux portant sur les forces d'excavation et de chargement que nous avons rencontré dans la littérature, deux auteurs font particulièrement une description exhaustive de ces forces (Mikhirev, 1983). (Hemami et al. 1994). En

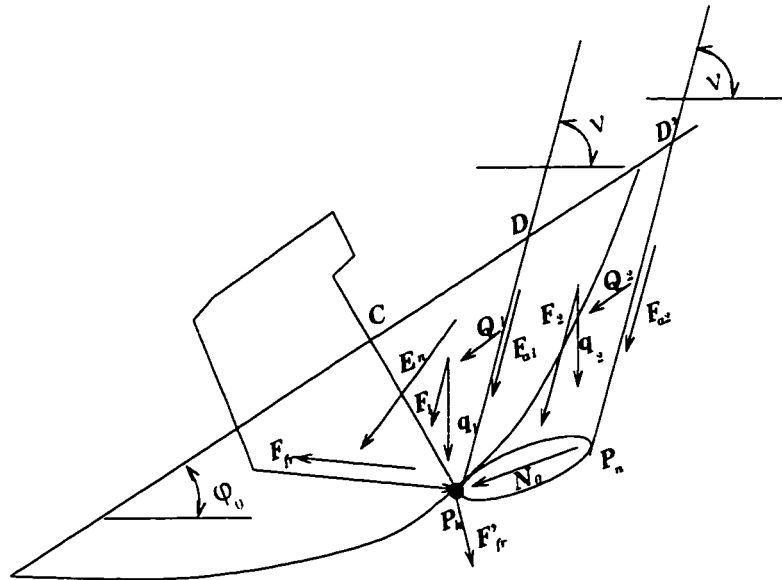


Figure 2.9 Forces identifiées par Mikhirev

se référant à la figure 2.9 ces forces sont:

F_1 : force de frottement entre la face $C P_k D$ du premier prisme de minerai et le reste du matériau:

F_{a1} : force de frottement entre les deux prismes:

F_2 : force de frottement entre la face $P_k P_n D' D$ du second prisme et le reste du minerai:

F_{a2} : force de frottement entre la face avant du second prisme et le reste de minerai:

F_g : force de pesanteur agissant sur la pelle:

Q_1 : force de contact entre les deux prismes:

Q_2 : force de contact entre le deuxième prisme et le reste de minerai:

F_{fr} : force de frottement entre le minerai et la pelle:

F'_{fr} : force de frottement entre le noyau compact et la lame de la pelle:

N_0 : force de frottement due au mouvement du noyau compact dans le minerai.

- Tous les moments sont calculés par rapport à la lame de la pelle désignée ici par le point P_k de coordonnées (x, z) .

$M_{F_{l1}}$: moment de la force F_{l1} par rapport au point P_k :

- tous les autres moments seront identifiés de façon similaire, c'est-à-dire indexés par le nom de la force dont il représente le moment.

ν, φ : sont respectivement l'angle de glissement des prismes et l'angle de repos du minerai.

Il est à noter que dans cette méthode de modélisation, on utilise plusieurs constantes dont la détermination n'est pas systématique. En particulier l'angle ν n'est pas donné par l'auteur. De plus, on ne sait pas l'influence du type de matériau sur ce dernier. Pour ces raisons et pour des besoins de simplification, (Hemami et al. 1994), ont proposé une autre façon de considérer ces forces (figure 2.10). Les forces indiquées à la figure 2.10 sont:

f_1 : la force qui compense le poids:

f_2 : la force qui compense la résistance du matériau sous la pelle:

f_3 : la force qui compense la friction acier minerai:

f_4 : la force de coupe:

f_5 : la même force que (McCarthy, 1988) désigne par (force passive ou active).

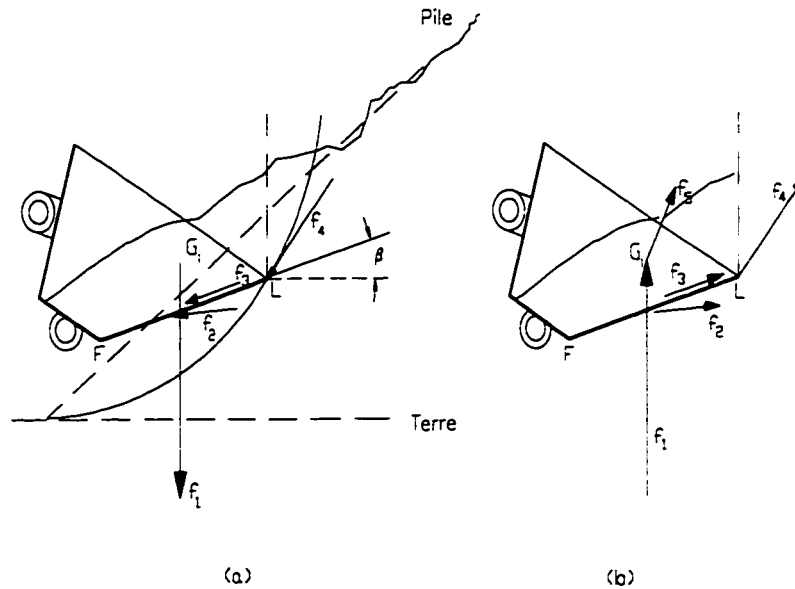


Figure 2.10 Forces considérées par Hemami

Une description plus approfondie de ces forces est donnée par (Hemami et al. 1994).

Comme on peut le constater, le premier auteur a identifié un nombre très élevé de forces (figure 2.9), alors que le second réduit de façon significative ce nombre. La force f_2 désignant la résistance du matériau sous la pelle peut être négligée si on effectue un choix approprié d'un chemin de chargement qui minimise le frottement entre le minerai et le bas de la pelle. Ceci nous conduit à ne considérer que quatre forces qui sont: le poids du matériau $\mathbf{W}$, la force de frottement entre le minerai et la pelle notée $\mathbf{N}$, la force de coupe de la lame de la pelle $\mathbf{F}$ et force dite "passive" ou "active" du minerai s'opposant à la progression de la pelle $\mathbf{P}$ (figure 2.11).

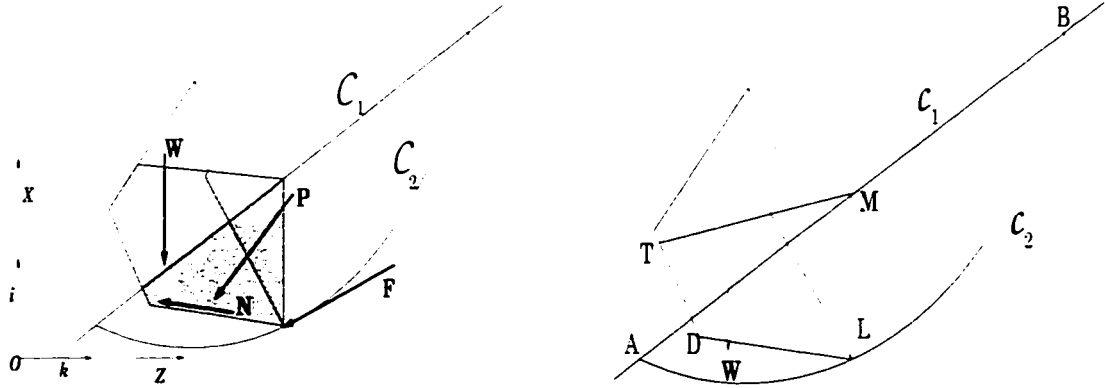


Figure 2.11 Forces et trajectoire de chargement

2.3.1 Calcul des forces

Pour le calcul de ces forces, nous utilisons les méthodologies préconisées par (Zelenin et al. 1987), (Hemami et al. 1994) et les connaissances de la mécanique des sols (McCarthy, 1988).

Le poids W :

C'est le poids du minerai du point initial de chargement noté A sur la figure 2.11, à la position actuelle de la pelle (point L). Le volume associé à ce poids est considéré proportionnel à la surface ALM et à la section latérale LMTD. Le point M est pris à la verticale du point L. Connaissant la section ALM le point T est déterminé tel que les sections ALM et LMTD soient égales.

La force active ou passive P :

Les notions de forces actives ou passives viennent des études de mécanique des sols et de génie civil (McCarthy, 1988). Ces forces sont décrites de la manière suivante:

- **force active** : lorsqu'un mur retenant le sol s'éloigne de celui-ci, le sol le suit, à cause du frottement sol-sol, les particules ont tendance à se retenir les unes les autres. La conséquence est qu'il se crée une force qui s'oppose au mouvement du sol. Le mur reçoit donc une charge inférieure à la charge statique qu'il supportait. La force restante qu'il reçoit est appelée *force active*.
- **Force passive** : si par contre, le mur se déplace vers le sol qu'il retient, à cause du frottement sol-sol, il se crée une force qui s'oppose à la progression du mur. Cette résistance du sol au déplacement du mur est désignée par *résistance passive*, d'où l'appellation de la force passive.

Dans certaines circonstances, ces deux types de forces peuvent agir simultanément sur un même mur tel qu'illustré à la figure 2.12. Pour calculer ces forces nous adoptons l'approche suivante: on considère un point C_k de la surface in-

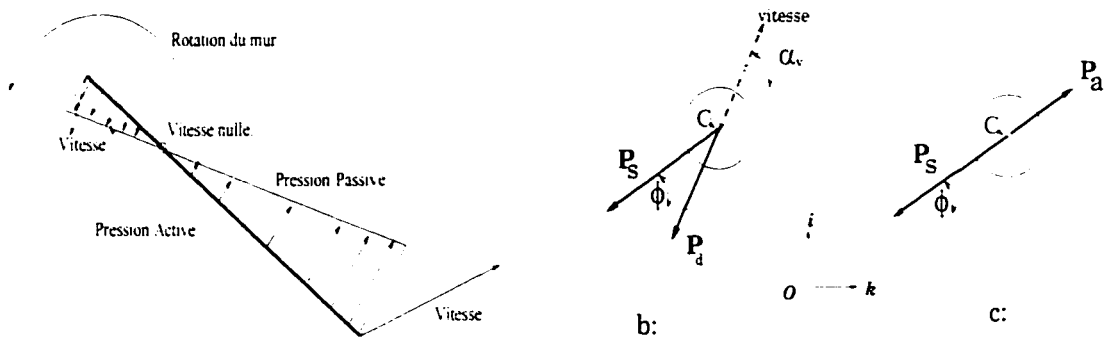


Figure 2.12 Forces active et passive

érieure de la pelle à une profondeur h de la surface du cône $\mathcal{C}_1$ (figure 2.13). La pression au point C_k d'après les équations (2.27) et (2.33) peut s'écrire γh . La force infinitésimale statique dans la direction parallèle à la surface du cône $\mathcal{C}_1$ est donnée par

$$dp_s = \frac{\gamma h}{\sin(o)} \cos(o) dh. \quad (2.34)$$

où dh est un élément infinitésimal de hauteur, b est la largeur de la pelle, ϕ est l'angle de repos du minerai ou la pente du cône C_1 et γ est le poids volumique du matériau.

Force active: la force active est due à la force statique donnée par l'équation (2.34) et à la force active de frottement entre particules donnée par

$$dp_a = \mu_a \frac{\gamma b h}{\tan(\phi)} \cos(\phi) dh. \quad (2.35)$$

où μ_a est le coefficient de frottement actif sol-sol. La force active infinitésimale résultante est donnée par

$$dp_{act} = (dp_s - dp_a) \begin{bmatrix} -\sin(\phi) \\ 0 \\ -\cos(\phi) \end{bmatrix}. \quad (2.36)$$

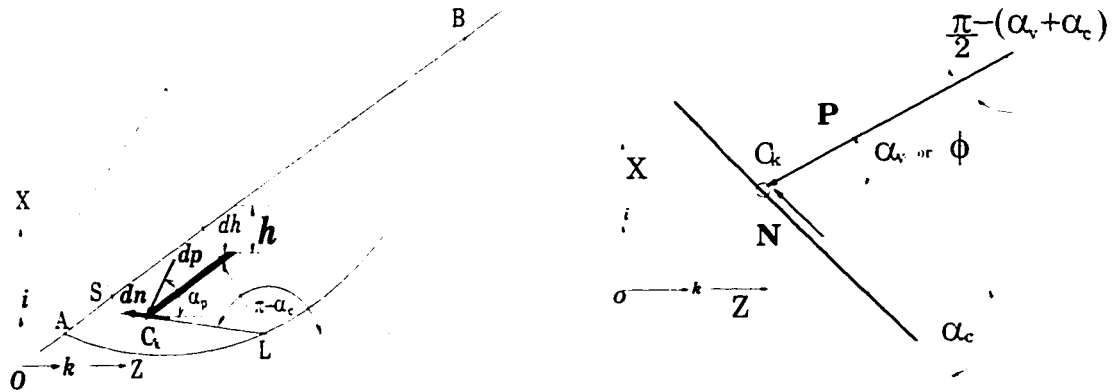


Figure 2.13 Force infinitésimale active ou passive et force de frottement

Force passive : les deux composantes de forces considérées dans le calcul de la force passive n'ont pas la même direction. La composante statique est parallèle à C_1 alors que la seconde composante (dynamique) a la direction et le sens opposé de la vitesse au point C_k tel qui illustré à la figure 2.12. Le module

de la composante dynamique est donné par

$$dp_d = \mu_p \frac{\gamma bh}{\sin(\alpha)} \cos(\alpha) dh. \quad (2.37)$$

où μ_p est le coefficient de frottement passif sol-sol. ce dernier est nul si la vitesse est nulle. Nous considérons dans ce problème que le coefficient de frottement sol-sol actif est différent du même coefficient en mode passif. En se rapportant aux systèmes d'axes indiqués à la figure 2.13. la force passive infinitésimale s'exprime:

$$d\mathbf{p}_{pass} = dp_s \begin{bmatrix} -\sin(\alpha) \\ 0 \\ -\cos(\alpha) \end{bmatrix} - dp_d \begin{bmatrix} -\sin(\alpha_c) \\ 0 \\ -\cos(\alpha_c) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

où α_c est l'angle de la vitesse au point C_k avec l'axe OZ (figure 2.12).

La force passive $\mathbf{P}$ est l'intégrale de l'une ou la combinaison des forces infinitésimales $d\mathbf{p}_{act}$ et $d\mathbf{p}_{pass}$.

Force de frottement:

Appelons ν le coefficient de frottement acier-sol et α_c l'angle de la surface intérieure de la pelle avec l'axe OZ. Les forces de frottement infinitésimales $d\mathbf{n}$ dans les cas passif ou actif sont données par

$$d\mathbf{n}_{pass} = \nu [dp_s \sin(\alpha_c - \alpha) + dp_d \sin(\alpha_c - \alpha_c)] \begin{bmatrix} \sin(\alpha_c) \\ 0 \\ -\cos(\alpha_c) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$d\mathbf{n}_{act} = \nu (dp_s - dp_a) \sin(\alpha_c + \alpha) \begin{bmatrix} \sin(\alpha_c) \\ 0 \\ -\cos(\alpha_c) \end{bmatrix}. \quad (2.40)$$

De la même manière que $\mathbf{P}$ a été calculé. $\mathbf{N}$ est l'intégrale des forces infinitésimales actives ou passives.

Force de coupe:

Dans ce travail, nous utiliserons le modèle de force de coupe proposé par (Zelenin et al. 1987) et rapporté par (Hemami et al. 1994). Selon ces auteurs, cette force s'exprime de la façon suivante:

$$F = 10C_0(x_M - x_L)^{1.35}(1 - 2.6b)(1 - 0.0057\alpha_c)(1 - 0.03s)\alpha_0\kappa \quad (2.41)$$

où C_0 est une constante dépendant du type de sol, $(x_M - x_L)$ est la profondeur du point de coupe L (en centimètres), b (en mètres) est la largeur de la pelle, α_c (en degré) est l'angle de coupe tel que montré à la figure 2.12, s (en centimètres) est l'épaisseur de la lame de coupe de la pelle, α_0 est l'angle d'aiguisement de la lame de coupe et κ est un facteur qui dépend du type de coupe effectué. Pour le détail sur toutes ses constantes, nous invitons le lecteur à lire (Zelenin et al. 1987) ou (Hemami et al. 1994).

2.3.2 Calcul des moments

Toutes les forces identifiées et modélisées plus haut causent des moments au niveau des articulations. Pour simplifier le calcul de ces moments, on utilisera l'approche robotique préconisée par (Hemami et al. 1992). Celle-ci consiste à ramener la résultante de toutes les forces et couples au niveau de la lame de coupe. En multipliant le jacobien transposé par le vecteur de ces forces et couples, on obtient les forces et couples agissant au niveau des articulations. à cet effet, on peut déjà dire que les moments de la force de frottement $\mathbf{N}$ et celui de la force de coupe $\mathbf{F}$ au point L sont nuls. Nous montrerons plus tard comment calculer le moment de la force passive $\mathbf{P}$. Pour calculer le moment du poids, il nous faut déterminer la position du centre de gravité du minerai se trouvant dans la pelle. Nous savons qu'en réalité ce minerai ne se répartit pas de façon uniforme dans la pelle. Mais pour simplifier le problème, nous allons

assumer une répartition uniforme. L'approche de calcul de ce centre de gravité est la suivante:

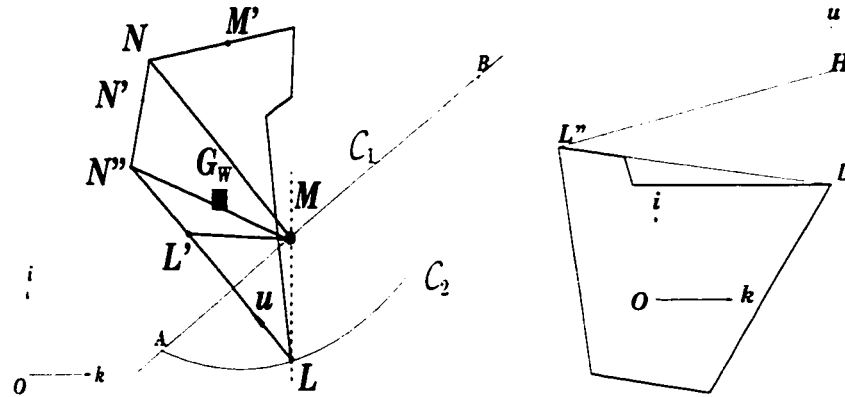


Figure 2.14 Centre de gravité

Première situation: En se référant à la figure 2.14, au début du chargement la section latéral ALM est inférieure à la section LMN''. On assimilera le volume à la section latérale par commodité de langage. Soit Ω le volume de minéral chargé dans cette phase, on détermine le point L' (figure 2.14) tel que le volume LML' soit égal à Ω . Désignons par $\Omega_{LML'}$ le dit volume. Son expression dans le référentiel de base (O, OX, OY, OZ) est donnée par

$$\Omega_{LML'} = \frac{1}{2}[(z_M x_L - x_M z_L) + (z_{L'} x_M - x_{L'} z_M) + (z_L x_{L'} - x_L z_{L'})] = \Omega. \quad (2.42)$$

Soit $\mathbf{u}$ un vecteur directeur de la droite définie par les points L et N'', $\mathbf{u}$ peut s'écrire

$$\mathbf{u} = \frac{(x_{N''} - x_L)}{\|\overline{LN''}\|} \mathbf{i} + \frac{(z_{N''} - z_L)}{\|\overline{LN''}\|} \mathbf{k}. \quad (2.43)$$

où $x_{(.)}$ et $z_{(.)}$ sont les coordonnées du point (.) et $\mathbf{i}$ et $\mathbf{k}$ sont les vecteurs de base du référentiel (O, OX, OY, OZ).

Soit $(x_{L'}, z_{L'})$ les coordonnées du point L'. Le point L' peut être localisé par un paramètre λ tel que $\overline{LL'} = \lambda \mathbf{u}$, étant donné que $\overline{LL'} = \overline{LO} - \overline{OL'}$ on

peut donc écrire que $\overline{OL'} = \overline{OL} + \lambda \mathbf{u}$. En remplaçant $\mathbf{u}$ par sa valeur, L' et L par leurs coordonnées respectives, on obtient l'équation suivante:

$$\begin{cases} x_{L'} = x_L + \lambda u_x \\ z_{L'} = z_L + \lambda u_z \end{cases} \quad (2.44)$$

où u_x, u_z sont les coordonnées du vecteur $\mathbf{u}$.

En substituant $(x_{L'}, z_{L'})$ dans l'équation (2.42) on obtient

$$\begin{aligned} (x_L + \lambda u_x)(z_L - z_M) + (z_L + \lambda u_z)(x_M - x_L) &= 2\Omega_{LML'} - z_M x_L - x_M z_L \\ \lambda[u_x(z_L - z_M) + u_z(x_M - x_L)] &= 2\Omega_{LML'} \end{aligned} \quad (2.45)$$

et finalement λ déterminant la position du point L' est donné par

$$\lambda = \frac{2\Omega_{LML'}}{u_x(z_L - z_M) + u_z(x_M - x_L)}. \quad (2.46)$$

Lorsque la section ALM est supérieure à la surface LMN'' par la même approche on déterminera le point N' et par la suite le point M'.

Deuxième situation : de façon générale à la fin du chargement d'une pelle mécanique, le volume de matériaux ramassés est souvent supérieur au volume réel de la pelle. Le matériau excédentaire se met alors au dessus. Étant donné que son volume est significatif parfois 30% du volume de la pelle il ne peut pas être négligé. Dans cette étude, nous supposons que ce volume occupe dans l'espace la région LHL'' tel que montré à la figure 2.14. Dans ce cas $\mathbf{u} = \mathbf{v}$ et λ est donné par

$$\lambda = \frac{2\Omega_{LHL''}}{z_{L''} - z_L} \quad (2.47)$$

Le centre de masse:

Désignons par G le centre de masse du minerai ramassé et (x_G, z_G) ses coordonnées dans le référentiel de base. Pour déterminer G, nous subdivisons la section remplie de minerai en sous sections triangulaires de centroïde G_i de

coordonnées respectives (x_{G_i}, z_{G_i}) et de poids W_i . Les coordonnées du point G sont données par

$$x_G - x_L = \frac{\sum_{i=1}^m (x_{G_i} - x_L) W_i}{\sum_{i=1}^m W_i} \quad (2.48)$$

$$z_G - z_L = \frac{\sum_{i=1}^m (z_{G_i} - z_L) W_i}{\sum_{i=1}^m W_i}. \quad (2.49)$$

Expressions des moments

Après avoir déterminé la position du centre de gravité du minerai dans la pelle le moment du poids est simplement calculé comme il suit:

$$M_{W^*} = \overrightarrow{LG} \times \overrightarrow{W} \quad (2.50)$$

où $\overrightarrow{W} = -W\mathbf{z}$, et $\times$ est le symbole du produit vectoriel de deux vecteurs.

Le moment infinitésimal $d\mathbf{m}$ causé au point L par les forces passives ou actives infinitésimales $d\mathbf{p}$ à l'instant considéré est donné par

$$d\mathbf{m} = \overrightarrow{LC_k} \times d\mathbf{p} \quad (2.51)$$

Le moment total M_p engendré par les forces passives et actives est l'intégrale de $d\mathbf{m}$ du point S au point L (figure 2.12).

2.3.3 Calcul de l'énergie de chargement

Nous présentons dans ce qui suit la méthode de calcul de l'énergie nécessaire au chargement. Cette formule sera utilisée ultérieurement dans cette thèse. L'énergie considérée est essentiellement mécanique donc les formules sont connues c'est à dire force fois déplacement ou couple fois variation de l'angle. Pour calculer l'énergie de chargement de matériaux, on ramène toutes les forces et couple à l'instant donné au niveau de la lame de coupe symbolisée par le point L dans le plan. La résultante des forces est ensuite décomposée suivant les axes

(X_0, Z_0) et le couple résultant suivant Y_0 . L'énergie totale de chargement est l'intégrale le long du chemin du travail de ces forces et couples

$$E = \int_{\alpha_c(l)}^{\alpha_c(f)} M_L(\mathcal{O}, \alpha_c, x, z) d\alpha_c - \int_{x_A}^{x_B} F_x(\mathcal{O}, \alpha_c, x, z) dx - \int_{z_A}^{z_B} F_z(\mathcal{O}, \alpha_c, x, z) dz \quad (2.52)$$

où F_x, F_z sont respectivement les composantes suivant X_0, Z_0 de la force résultante au point L et M_L le moment résultant.

2.4 CONCLUSION

Ce chapitre a contribué à la compréhension de la variation de la pression dans une pile de matériaux concassés. Les principales révélations sont les suivantes :

- Les isobares dans une pile de matériaux sont suivant les couches (les couches étant définies telles que montrées à la figure 2.3).
- La pression double d'une couche à l'autre quand on traverse la pile de l'extérieur vers l'intérieur.
- Selon la disposition théorique de particules choisie dans cette thèse, on constate que pour une même hauteur d'un empilement de matériaux, une pile de matériaux à surface horizontale à horizon infini ou semi-infini aura deux fois plus de couches qu'une pile de matériaux conique (figure 2.7). La conséquence de ceci est que la pression à la verticale du sommet du cône est légèrement inférieure à celle d'un empilement à surface horizontale. Notons que dans cette région de la pile conique le résidu de l'équation (2.26) n'est pas nul.

Les résultats obtenus ont été utilisés pour le calcul des forces de chargement en particulier, les forces actives, passives et de frottement. Ces résultats obtenus

ne sont pas encore confirmés expérimentalement. Néanmoins, nous pouvons discuter ces résultats par rapport aux hypothèses.

1. La première hypothèse est la supposition des particules sphériques de même taille. Cette hypothèse n'est pas vraie en pratique. Cependant il n'est pas envisageable de construire un modèle qui tienne compte de la taille et des formes réelles des particules. On pourrait cependant envisager dans des études ultérieures que les particules demeurent sphériques mais de tailles variables. Une telle étude n'est pas menée dans cette thèse. Mais les résultats principaux présentés ici, ne sont pas directement liés à la taille des particules.
2. La seconde hypothèse considère que les propriétés du matériau sont les mêmes à toutes les profondeurs. Cette hypothèse, jusqu'à un certain point est vraie car, dans ce travail, on considère des matériaux durs concassés qui viennent d'être déposés. On peut cependant imaginer qu'à une certaine profondeur, dû au poids du matériau du dessus, la distance inter-particulaire pourrait être modifiée. Ceci aura pour effet, l'augmentation du nombre de couches et de ce fait même, une augmentation de la pression. Ceci sera similaire au phénomène de compaction du sol dans le cas des sols à propriétés non uniformes. Même dans cette situation, le calcul de la pression basé sur les couches demeurera applicable.
3. La dernière hypothèse négligeait les forces de cohésion, électromagnétiques et électrostatiques. Les forces de cohésion ne peuvent plus exister car le matériau est supposé déjà concassé. Les deux autres types de forces sont faibles de façon générale pour la plupart des matériaux. De plus, ces forces sont faibles par rapport aux forces en jeu pendant le chargement.

Du modèle à l'application pratique

Dans ce chapitre, nous avons utilisé le modèle de pression pour le calcul des forces passives, actives et de frottement. Tel que nous l'avons mentionné plutôt, pour ces calculs, nous avons utilisé les résultats aux limites (équation 2.27). Ceci se justifie par le fait que nous considérons un matériau concassé. Car dans ce cas, même si la pile est petite, on aura assez de particules par couche pour considérer le résidu de l'équation (2.26) nul. De plus, les simulations numériques des tables 2.3 et 2.4 nous montrent que la convergence vers les isobares se fait assez rapidement. Donc sur un plan pratique, on pourrait n'utiliser que les résultats aux limites.

L'objectif de ce travail étant de réaliser le chargement complet de la pelle, afin de déterminer la variation de ces forces pendant cette action, il est nécessaire de connaître le chemin de chargement. Ce problème de planification de chemin fera l'objet du prochain chapitre.

CHAPITRE

3

PLANIFICATION ET GÉNÉRATION DE TRAJECTOIRE DE MOUVEMENT DE LA PELLE

3.1 INTRODUCTION

Au terme du chapitre précédent, nous avons présenté une méthodologie de modélisation et de calcul des forces de chargement. Les travaux antérieurs notamment ceux de (Alabuzhev et al., 1967), (Mikhirev, 1983), (Fabrichnyi et al., 1984), (McCarthy, 1988), (Hemami et al., 1992), (Hemami et al., 1994) ont établi que ces forces dépendent de la trajectoire. D'un autre côté, notre objectif est de développer une loi de commande du chargement qui tienne compte de la variation de ces forces pour plus de robustesse. À cet effet, il nous faut connaître à chaque instant les valeurs ou les estimés des forces agissant sur la pelle. Étant donné que ces forces dépendent de la trajectoire, le choix de cette dernière est d'une importance capitale dans le développement de la stratégie de chargement.

Dans ce chapitre, nous allons développer une méthodologie de planification de chemin minimisant la longueur du chemin et tel que le volume de minerai ramassé soit égal au volume désiré. Cette façon de procéder nous évite de rechercher directement la trajectoire qui minimise les forces. Ce qui pourrait être très difficile à déterminer vu que les lois de variation des forces ne sont pas connues. Nous allons valider cette approche en comparant les résultats obtenus avec ceux d'autres chercheurs pris dans la littérature.

Le chapitre est organisé de la manière suivante : à la section 2 nous allons poser le problème de planification de chemin et à la section 3 la solution proposée sera présentée. Les résultats des simulations numériques et d'implantation sur un système réel et une conclusion partielle seront présentés à la section 4. La confirmation de notre hypothèse de minimisation d'énergie est discutée et présentée à la section 5 par le billet d'une étude comparative.

3.2 FORMULATION DU PROBLÈME

Lors d'une opération d'excavation ou de chargement de minerai plusieurs forces résistantes apparaissent (Hemami et al., 1994). (Mikhirev, 1983). On sait également que le long du chemin de chargement, ces forces varient en direction et en intensité. Bien qu'on ne connaisse pas les lois de variation de celles-ci, on peut néanmoins penser que, si on détermine le chemin minimisant ces dernières, on réalisera un gain en énergie. Dans cette perspective, nous allons considérer les facteurs suivants:

- Il est inutile de remplir la pelle plus que nécessaire. Ceci veut dire qu'il n'est pas nécessaire de faire une surcharge de la pelle pendant sa pénétration de telle sorte qu'à la sortie de la pile l'excédant de matériaux retombe.
- Il n'est pas nécessaire de faire une pénétration excessive de la pelle ou la soulever après son chargement, plus haut que nécessaire.

Ces deux critères impliquent que le mouvement de la pelle doit être minimal pendant le chargement et que simultanément, on prenne le volume désiré de minerai. Ceci fait appel à un problème d'optimisation que nous allons énoncer dans ce qui suit.

3.2.1 Définitions

Le chemin optimal est le lieu des points de coordonnées (x, z, β) dans le référentiel de base (O, i, j, k) satisfaisant les conditions d'optimalité. Dans la perspective de formuler le problème d'optimisation, il est nécessaire de définir les termes utilisés, les limites de l'espace de travail ainsi que les conditions aux frontières. Le critère d'optimalité est l'énergie consommée pendant le chargement. À ce stade de notre recherche nous pouvons envisager grossièrement que cette énergie est proportionnelle à la longueur du chemin. D'un autre côté, nous savons que la longueur du chemin dépend des déplacements horizontaux et verticaux de la pelle. Dans ce sens, minimiser ces déplacements revient à minimiser la longueur du chemin. La validité de ces choix ne pourra être justifiée qu'en comparant les résultats obtenus avec ceux déjà existants. Ce travail sera fait dans la suite. Il est considéré que le volume de la pelle est proportionnel à sa surface latérale. Mais aussi que, le volume de minerai ramassé pendant le chargement est proportionnel à la surface latérale creusée dans l'empilement (figure 3.1). Pour formuler notre problème, nous allons considérer les définitions suivantes:

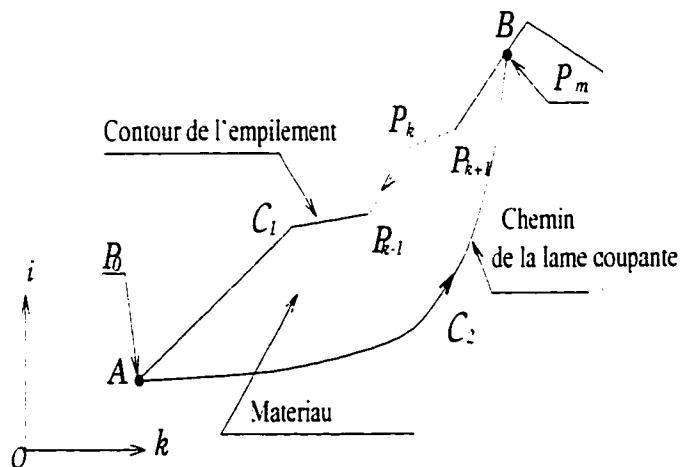


Figure 3.1 Configuration de la pile de matériaux

$\mathcal{C}_1$: Désigne *l'enveloppe*: c'est une suite de segments de droites consécutifs définissant la configuration extérieure de l'empilement de matériaux dans le référentiel de base $(O, \mathbf{i}, \mathbf{k})$.

$\mathcal{C}_2$: La *courbe paramétrique*: est définie dans le référentiel de base de la manière suivante: un point M de l'espace de coordonnées (x, z) appartient à $\mathcal{C}_2$ s'il existe un entier n , un réel σ et des paramètres réels $(a_0, a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^{(n+1)}$, $(b_0, b_1, \dots, b_n) \in \mathbb{R}^{(n+1)}$ tel que

$$\begin{cases} x &= \sum_{i=0}^n a_i \sigma^i \\ z &= \sum_{i=0}^n b_i \sigma^i \\ \tan(\beta) &= (\frac{\partial x}{\partial \sigma}) / (\frac{\partial z}{\partial \sigma}) \end{cases} \quad (3.1)$$

où β est l'angle de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_2$ avec le vecteur $\mathbf{k}$ au point M .

$\mathcal{W}$: *L'espace de travail*: c'est l'ensemble des courbes $\mathcal{C}_2$ qui ont au plus deux points en commun avec l'enveloppe $\mathcal{C}_1$ et tel que si deux points A et B de coordonnées (X_A, Z_A) et (X_B, Z_B) sont les points communs à $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_2 \in \mathcal{W}$ si et seulement si

$$\begin{cases} X_A &= \sum_{i=0}^n a_i \sigma_A^i \\ Z_A &= \sum_{i=0}^n b_i \sigma_A^i \\ \cos(\beta_A) &= \sum_{i=0}^n i b_i \sigma_A^{i-1} \\ \sin(\beta_A) &= \sum_{i=0}^n i a_i \sigma_A^{i-1} \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\begin{cases} X_B &= \sum_{i=0}^n a_i \sigma_B^i \\ Z_B &= \sum_{i=0}^n b_i \sigma_B^i \\ \cos(\beta_B) &= \sum_{i=0}^n i b_i \sigma_B^{i-1} \\ \sin(\beta_B) &= \sum_{i=0}^n i a_i \sigma_B^{i-1} \end{cases} \quad (3.3)$$

où σ_A et σ_B sont réels et les conditions aux frontières satisfaites. Soit $X_{A_{min}}, X_{A_{max}}, Z_{A_{min}}, Z_{A_{max}}, X_{B_{min}}, X_{B_{max}}, Z_{B_{min}}, Z_{B_{max}}, \beta_{A_{min}}, \beta_{A_{max}}, \beta_{B_{min}}, \beta_{B_{max}}$ les conditions aux frontières sont les suivantes:

$$X_{A_{min}} \leq X_A \leq X_{A_{max}} \quad (3.4)$$

$$X_{B_{min}} \leq X_B \leq X_{B_{max}} \quad (3.5)$$

$$Z_{A_{min}} \leq Z_A \leq Z_{A_{max}} \quad (3.6)$$

$$Z_{B_{min}} \leq Z_B \leq Z_{B_{max}} \quad (3.7)$$

$$\beta_{A_{min}} \leq \beta_A \leq \beta_{A_{max}} \quad (3.8)$$

$$\beta_{B_{min}} \leq \beta_B \leq \beta_{B_{max}} \quad (3.9)$$

$\mathcal{C}$: *Le contour fermé*: il est formé de deux parties:

- la première est la partie de la courbe $\mathcal{C}_2$ appartenant à l'espace de travail $\mathcal{W}$, commençant au point A et qui se termine au point B (figure 3.1).
- La seconde est la partie de la courbe $\mathcal{C}_1$ commençant au point B et aboutissant au point A .

Ω : *La surface équivalente au volume normalisé* : c'est la surface du contour fermé $\mathcal{C}$.

J : *La fonction coût*: est la longueur du chemin du point A au point B le long de la courbe $\mathcal{C}_2$; elle est déterminée de la manière suivante:

$$J = \int_{\sigma_A}^{\sigma_B} \left(\sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \sigma}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \sigma}\right)^2} \right) d\sigma \quad (3.10)$$

3.2.2 Le chemin optimal

Le chargement du minerai a pour objet de déplacer un volume spécifique de minerai. Soit Ω_d le volume normalisé correspondant, le problème d'optimisation peut se formuler de la manière suivante :

Étant donné un empilement de matériaux décrit par une enveloppe $\mathcal{C}_1$, trouver la courbe $\mathcal{C}_2$ dans l'espace de travail $\mathcal{W}$ qui minimise la fonction coût J et tel que le volume normalisé Ω entouré par le contour $\mathcal{C}$ soit égal à Ω_d et $\beta_A \leq \beta \leq \beta_B$ (cette contrainte nous assure qu'on garde la même concavité).

3.3 CHEMIN PROPOSÉ

Le degré du polynôme paramétrique

Des équations (3.2) et (3.10) il apparaît que si $(X_A, Z_A, \beta_A, \sigma_A), (X_B, Z_B, \beta_B, \sigma_B)$ sont connus, un polynôme cubique donne une solution unique pour les paramètres a_i et b_i pour $i = 0, \dots, 3$, alors nous choisissons

$$n = 3.$$

Calcul du volume normalisé

Soit $\vec{F} = M\mathbf{z} + N\mathbf{k}$ un vecteur du plan (où M et N seront définis par la suite), et $\vec{n} = \frac{dx}{ds}\mathbf{k} - \frac{dz}{ds}\mathbf{z}$ la normale extérieure au contour $\mathcal{C}$, où ds est un élément infinitésimal de la surface intérieure du contour $\mathcal{C}$. Appliquant le théorème de Green (O'Neil, 1991) à $\vec{F}$, on peut écrire :

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{F} \vec{n} ds = \int \int_{\Omega} \nabla F dv \quad (3.11)$$

où $dv = dx dz$ est un élément de volume normalisé et ∇ est l'opérateur de la divergence. En développant les deux membres de l'équation (3.11) on obtient

$$\begin{aligned} \oint_{\mathcal{C}} \vec{F} \vec{n} ds &= \oint_{\mathcal{C}} (M\mathbf{z} + N\mathbf{k}) \left(\frac{dx}{ds}\mathbf{k} - \frac{dz}{ds}\mathbf{z} \right) ds \\ &= \oint_{\mathcal{C}} N dx - M dz \end{aligned} \quad (3.12)$$

étant donné que le vecteur $\vec{F}$ est arbitraire, on peut donc le choisir tel que

$$\begin{aligned} \int \int_{\Omega} \nabla F dv &= \int \int_{\Omega} \left(\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial z} \right) dv \\ &= \int \int_{\Omega} dx dz. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Cette égalité peut encore s'écrire

$$\int \int_{\Omega} dx dz = \int \int_{\Omega} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) dx dz = \int \int_{\Omega} \left(\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial z} \right) dx dz. \quad (3.14)$$

Une solution possible de l'équation (3.14) est

$$\left(\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial z}\right) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) \quad (3.15)$$

qui peut entraîner un choix de M et N suivant:

$$M = \frac{1}{2}x + M_0 \quad (3.16)$$

$$N = \frac{1}{2}z + N_0 \quad (3.17)$$

où M_0 et N_0 sont des constantes qui peuvent être prises nulles. Substituant M et N des équations (3.16) et (3.17), dans (3.12) donne

$$\Omega = \oint_{\mathcal{C}} \bar{F} \bar{n} ds = \oint_{\mathcal{C}} \frac{1}{2} z dx - \frac{1}{2} x dz \quad (3.18)$$

En utilisant la définition de $\mathcal{C}$ l'équation (3.18) devient

$$\Omega = \int_{\mathcal{C} \cap \mathcal{C}_1} \frac{1}{2} z_1 dx_1 - \frac{1}{2} x_1 dz_1 + \int_{\mathcal{C} \cap \mathcal{C}_2} \frac{1}{2} z_2 dx_2 - \frac{1}{2} x_2 dz_2 \quad (3.19)$$

où x_1, z_1, x_2, z_2 définissent x et z le long de l'enveloppe $\mathcal{C}_1$ et de la courbe $\mathcal{C}_2$ respectivement.

L'enveloppe $\mathcal{C}_1$ étant généralement un ensemble de segments, on considère une représentation de $\mathcal{C} \cap \mathcal{C}_1$ par un ensemble de points définissant les débuts et les fins des segments $\mathcal{C} \cap \mathcal{C}_1 = \{P_0, P_1, \dots, P_m\}$ où m est le nombre total de segments. Considérons un segment quelconque de $\mathcal{C} \cap \mathcal{C}_1$ débutant au point P_k et aboutissant en P_{k-1} . Il est assumé que $P_k \neq P_{k-1}$ et $0 < k \leq m$. Un vecteur directeur de la droite passant par P_k et P_{k-1} dans la direction $P_k - P_{k-1}$ est

$$\mathbf{u}_{k,k-1} = \frac{(X_{k-1} - X_k)}{\|\overline{P_k P_{k-1}}\|} \mathbf{i} + \frac{(Z_{k-1} - Z_k)}{\|\overline{P_k P_{k-1}}\|} \mathbf{k}. \quad (3.20)$$

Un point P quelconque du segment P_k à P_{k-1} de coordonnées (X, Z) peut être repéré par un paramètre λ tel que

$$\overline{P_k P} = \lambda \mathbf{u}_{k,k-1} = \overline{P_k O} - \overline{OP} \quad (3.21)$$

qui s'écrit encore

$$\overline{OP} = \overline{OP_k} + \lambda \mathbf{u}_{k,k-1} \quad (3.22)$$

où λ est réel et compris dans l'intervalle $[0, \|\overline{P_k P_{k-1}}\|]$. En solutionnant l'équation (3.22) en X et Z , on obtient

$$\begin{cases} X &= X_k + \lambda u_x \\ Z &= Z_k + \lambda u_z \end{cases} \quad (3.23)$$

où

$$\begin{cases} u_x &= \frac{(X_{k-1} - X_k)}{\|\overline{P_k P_{k-1}}\|} \\ u_z &= \frac{(Z_{k-1} - Z_k)}{\|\overline{P_k P_{k-1}}\|} \end{cases}$$

Le segment étant supposé connu, la variable dans les expressions de x_1 et z_1 est λ . C'est ainsi que nous pouvons écrire

$$x_1 = X_k + \lambda u_x, \quad dx_1 = u_x d\lambda \quad (3.24)$$

$$z_1 = Z_k + \lambda u_z, \quad dz_1 = u_z d\lambda. \quad (3.25)$$

Avec ces expressions de x_1 et z_1 , l'expression analytique de $\int_{\mathcal{C} \cap \mathcal{C}_1} \frac{1}{2} z_1 dx_1 - \frac{1}{2} x_1 dz_1$ se donne comme il suit:

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{C} \cap \mathcal{C}_1} \frac{1}{2} z_1 dx_1 - \frac{1}{2} x_1 dz_1 &= \sum_{k=1}^m \left[\int_0^{\lambda_{k,k-1}} \frac{1}{2} (Z_k + \lambda u_z) u_x d\lambda - \frac{1}{2} (X_k + \lambda u_x) u_z d\lambda \right] \\ &= \sum_{k=1}^m \frac{1}{2} [(Z_k X_{k-1} - X_k Z_{k-1})] \end{aligned} \quad (3.26)$$

où $\lambda_{k,k-1} = \|\overline{P_k P_{k-1}}\|$. Pour la seconde partie du contour $\mathcal{C}$ ($\mathcal{C} \cap \mathcal{C}_2$), les polynômes paramétriques définis aux équations (3.1), avec $n = 3$ sont utilisés. Ces fonctions et leurs dérivées partielles par rapport à σ sont données par les équations suivantes:

$$x_2 = a_3 \sigma^3 + a_2 \sigma^2 + a_1 \sigma + a_0 \quad (3.27)$$

$$dx_2 = (3a_3\sigma^2 + 2a_2\sigma + a_1)d\sigma \quad (3.28)$$

$$z_2 = b_3\sigma^3 + b_2\sigma^2 + b_1\sigma + b_0 \quad (3.29)$$

$$dz_2 = (3b_3\sigma^2 + 2b_2\sigma + b_1)d\sigma \quad (3.30)$$

Pour une courbe $\mathcal{C}_2$ dans l'espace de travail $\mathcal{W}$ la seconde partie de l'équation (3.19) s'exprime ainsi:

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{C} \cap \mathcal{C}_2} \frac{1}{2} z_2 dx_2 - \frac{1}{2} x_2 dz_2 &= \frac{1}{2} \int_{\sigma_A}^{\sigma_B} (b_3\sigma^3 \\ &+ b_2\sigma^2 + b_1\sigma + b_0)(3a_3\sigma^2 + 2a_2\sigma + a_1)d\sigma \\ &- \frac{1}{2} \int_{\sigma_A}^{\sigma_B} (a_3\sigma^3 + a_2\sigma^2 + a_1\sigma + a_0)(3b_3\sigma^2 \\ &+ 2b_2\sigma + b_1)d\sigma = c_5(\sigma_B^5 - \sigma_A^5) + c_4(\sigma_B^4 - \sigma_A^4) \\ &+ c_3(\sigma_B^3 - \sigma_A^3) + c_2(\sigma_B^2 - \sigma_A^2) + c_1(\sigma_B - \sigma_A) \end{aligned} \quad (3.31)$$

où c_i , $i = 1, \dots, 5$ sont donnés par

$$\begin{aligned} c_5 &= \frac{1}{10}(a_3b_2 - b_3a_2) \\ c_4 &= \frac{1}{4}(a_3b_1 - b_3a_1) \\ c_3 &= \frac{1}{6}(3a_3b_0 - 3b_3a_0 - a_1b_2 - a_2b_1) \\ c_2 &= \frac{1}{2}(a_2b_0 - b_2a_0) \\ c_1 &= \frac{1}{2}(a_1b_0 - b_1a_0) \end{aligned}$$

En combinant les résultats des équations (3.26) et (3.31) on obtient l'expression suivante du volume normalisé

$$\begin{aligned} \Omega &= c_5(\sigma_B^5 - \sigma_A^5) + c_4(\sigma_B^4 - \sigma_A^4) \\ &+ c_3(\sigma_B^3 - \sigma_A^3) + c_2(\sigma_B^2 - \sigma_A^2) \\ &+ c_1(\sigma_B - \sigma_A) \\ &+ \sum_{k=1}^m \frac{1}{2}(Z_k X_{k-1} - X_k Z_{k-1}) \end{aligned} \quad (3.32)$$

3.3.1 Vérification de l' angle β

Pour vérifier plus facilement que β respecte les conditions aux frontières en tout temps, ($\beta_A \leq \beta \leq \beta_B$), on considère en premier lieu que β est continu

$\forall \sigma \in [\sigma_A, \sigma_B]$ (Bissé et al. 1995). En suite on cherche si $\exists \sigma_0 \in [\sigma_A, \sigma_B]$ tel que

$$(\mathcal{J}(\sigma_0) < \mathcal{J}(\sigma_A)) \quad \text{ou} \quad (\mathcal{J}(\sigma_0) > \mathcal{J}(\sigma_B)) \quad (3.33)$$

compte tenu de l'équation (3.1)

$$\tan(\mathcal{J}(\sigma)) = \left(\frac{\partial x}{\partial \sigma} \right) / \left(\frac{\partial z}{\partial \sigma} \right)$$

En dérivant membre à membre l'équation précédente par rapport au temps et en isolant $\dot{\mathcal{J}}$, on obtient

$$\dot{\mathcal{J}} = \dot{\sigma} \left(\frac{(\partial^2 x / \partial \sigma^2)(\partial z / \partial \sigma) - (\partial^2 z / \partial \sigma^2)(\partial x / \partial \sigma)}{[(\partial x / \partial \sigma)^2 + (\partial y / \partial \sigma)^2]} \right) \quad (3.34)$$

or nous savons qu'une fonction atteint un maximum ou un minimum local ou global au point où sa dérivée devient nulle. Alors, en posant $\dot{\mathcal{J}} = 0$ et en solutionnant cette équation pour σ , on détermine les valeurs de σ pour lesquelles, on aurait un maximum. $\dot{\mathcal{J}} = 0$ nous donne finalement l'équation de second ordre suivante:

$$3(a_3 b_2 - a_2 b_3) \sigma^2 - 3(a_3 b_1 - a_1 b_3) \sigma - a_2 b_1 - a_1 b_2 = 0. \quad (3.35)$$

Après avoir solutionné cette équation, on vérifie si les valeurs obtenues sont réelles et si les maxima correspondants satisfont les conditions aux frontières.

3.3.2 Algorithme d'optimisation

Nous avons utilisé la méthode de recherche de la section d'or (Reklatis et al. 1983) pour concevoir l'algorithme de résolution du problème d'optimisation. Cet algorithme est le suivant:

I: Valeurs initiales

- On suppose que le volume désiré Ω_d est donné, les paramètres de départ $Z_A, X_A, \mathcal{J}_A, Z_B, X_B, \mathcal{J}_B, \sigma_A, \sigma_B$ sont choisis tels que les conditions aux

frontières soient respectées (équations (3.2) à (3.9))

- on calcule Ω pour les paramètres correspondants

II: La Boucle de recherche de la solution

- Dans cette boucle, on cherche la valeur optimale de Z en utilisant la méthode de la section d'or "golden search algorithm" sous les conditions suivantes :

- 1) vérifier si $((|\Omega - \Omega_d| < \epsilon_\Omega) \text{ ou } (\Omega > \Omega_d))$ éliminer l'intervalle correspondant:
- 2) assigner les nouvelles valeurs à Z_B et calculer le X_B correspondant sur l'enveloppe.
- 3) appeler la routine de calcul de Ω optimal pour les valeurs actuelles de $Z_A, X_A, \beta_A, Z_B, X_B, \beta_B, \sigma_A, \sigma_B$
- 4) quitter si $(|Z - Z_{B_f}| < \epsilon_Z)$

■ Fin de la boucle

sorties $Z_A, X_A, \beta_A, Z_B, X_B, \beta_B, \sigma_A, \sigma_B$.

* La routine de calcul de Ω optimal

- Pour les valeurs actuelles de $Z_A, X_A, \beta_A, Z_B, X_B, \beta_B$ chercher le σ optimal en utilisant **Golden Search Algorithm**

- a) vérifier si $(\beta_{min} \leq \beta \leq \beta_{max})$ et éliminer l'intervalle correspondant
- calculer Ω

- b) quitter si $((|\sigma - \sigma_f| < \epsilon_\sigma) \text{ et } (\Omega > \Omega_d))$

- **Fin routine**

III: Sorties finales

La sortie finale du programme d'optimisation nous donne les dernières valeurs de $Z_A, X_A, \beta_A, Z_B, X_B, \beta_B, \sigma_A, \sigma_B$ et Ω

Tableau 3.1 Résultats des calculs numériques

$\Omega_d \text{ (m}^2\text{)}$	0.025	0.050	0.075	0.100	0.125
$\Omega_f \text{ (m}^2\text{)}$	0.022	0.047	0.072	0.097	0.122
ϵ_Ω	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
$Z_{B_{init}} \text{ (m)}$	1.710	1.710	1.710	1.710	1.710
$Z_B \text{ (m)}$	0.350	0.512	0.633	0.735	0.824
ϵ_Z	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
σ_B	0.463	0.677	0.838	0.972	1.090
ϵ_σ	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
$N_{iteration}$	13	13	12	14	13

3.4 RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Des calculs numériques menés sur une station Sun Sparc 2 avec l'algorithme précédent et programmé dans l'environnement matlab ont donné les résultats présentés aux tables 3.1 et 3.2. Nous avons utilisé pour ces exemples, les valeurs de départ suivantes $\sigma_A = 0$, $X_A = Z_A = 0$, $\beta_A = 0$ et $\beta_B = \pi/2$, $\beta_{min} = 0$ et $\beta_{max} = \pi/2$. Les résultats graphiques sont présentés aux figures 3.2 à 3.5. Aux tables 3.1 et 3.2, Ω_d et Ω_f sont respectivement les valeurs désirées et obtenues. Les ϵ_Ω , ϵ_Z , ϵ_σ sont les tolérances respectives en Ω , Z , et σ . Les chemins correspondant aux résultats numériques ainsi obtenus sont présentés à la figure 3.2. La progression du remplissage de la pelle en fonction de σ est montrée à la figure 3.3 et la variation de β est présentée à la figure 3.4.

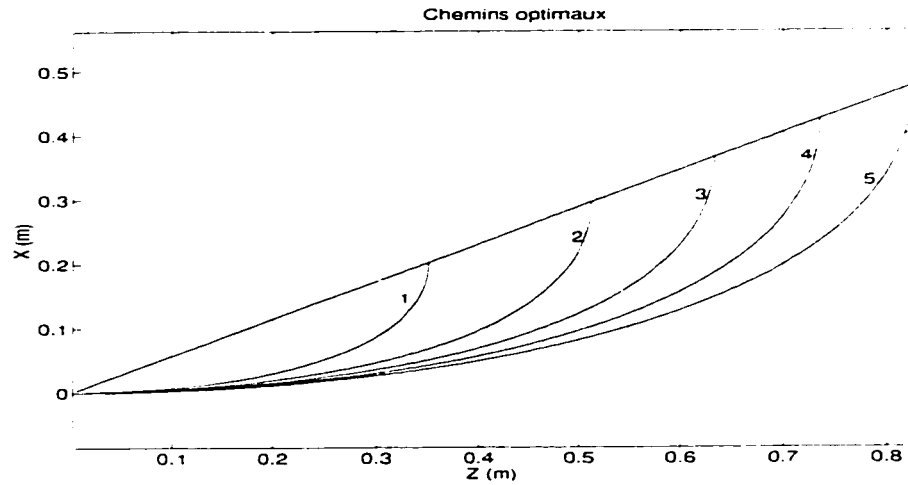


Figure 3.2 Les courbes identifiées par les indices $i = 1, 2, \dots, 5$, représentent les chemins optimaux correspondants aux surfaces $\Omega_d = 0.025m^2, 0.050m^2, 0.075m^2, 0.100m^2$ et $0.125m^2$, respectivement.

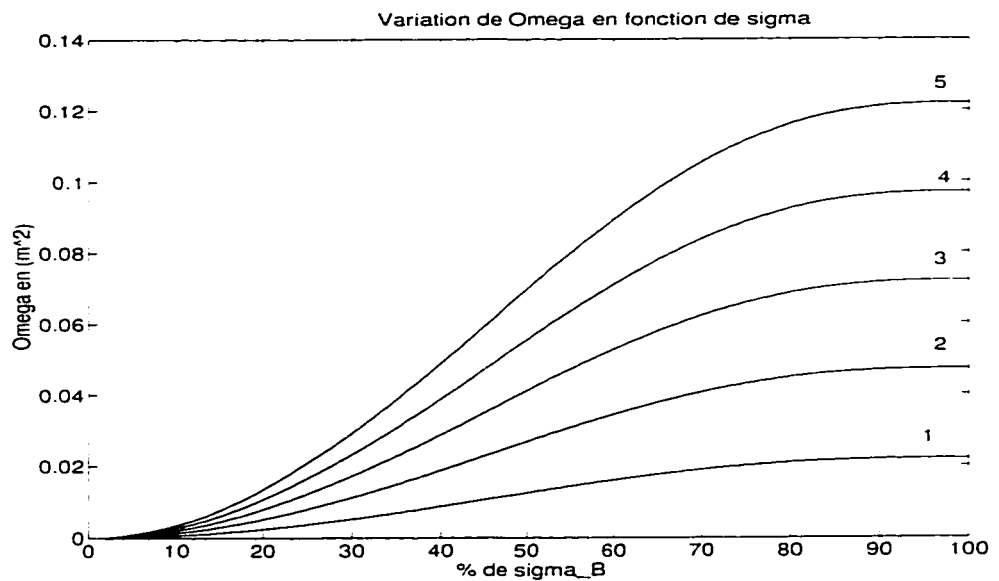


Figure 3.3 L'évolution du remplissage pour les courbes identifiées à la figure 3.2, est représentée sur ce graphique par les courbes identifiées respectivement par $i = 1, 2, \dots, 5$.

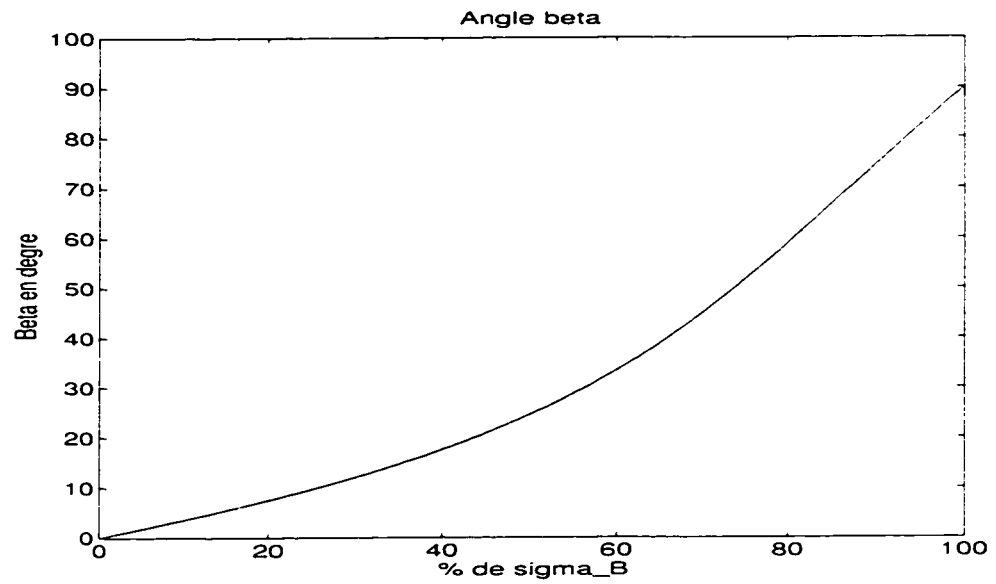


Figure 3.4 Variation de l'angle β (confondu pour les 5 courbes).

Tableau 3.2 Résultats des calculs numériques second exemple

Ω_d	Ω_f	$Z_{B_{int}}$	Z_B	σ_B
0.487	0.487	1.103	0.734	2.207
0.974	0.974	2.207	1.172	3.583
1.460	1.460	3.310	1.586	4.121
1.947	1.948	4.414	2.062	4.387
2.434	2.434	5.517	2.353	6.555

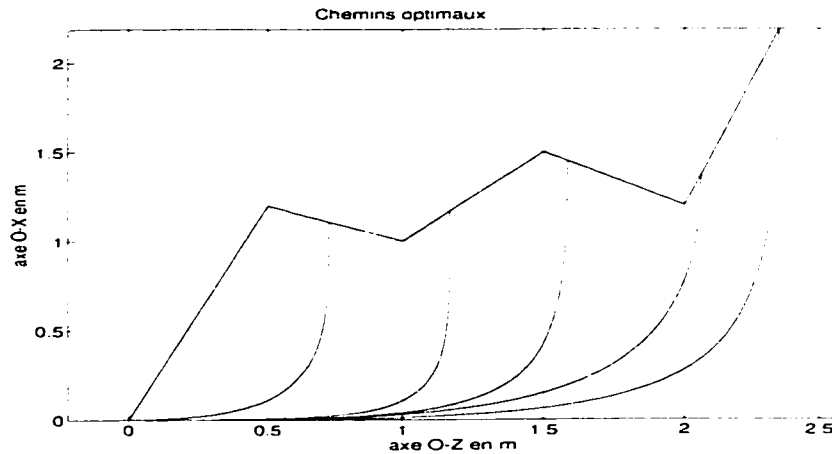


Figure 3.5 Les courbes de la gauche vers la droite représentent les chemins optimaux correspondant aux surfaces $\Omega_d = 0.487m^2$, $0.974m^2$, $1.460m^2$, $1.947m^2$ et $2.434m^2$, respectivement.

3.5 RÉSULTATS PRATIQUES

La stratégie de planification présentée dans ce chapitre nous permet d'obtenir des équations analytiques du chemin de la pelle et le volume de minerai ramassé. La question qui demeure, est celle de savoir si ce chemin peut être appliqué dans un contexte réel de suivi de chemin. La réponse à cette question est *affirmative*, nous dirons comment et présenterons quelques résultats pratiques. Afin de tester cette stratégie de planification, nous devons :

- disposer d'une pelle mécanique;
- générer une trajectoire dans l'espace des joints à partir du chemin planifié;
- implanter sur cette pelle mécanique un contrôleur de suivi de chemin.

La pelle mécanique

Nous avons utilisé pour cette implantation la petite pelle mécanique "miniLHD" du groupe de recherche en perception et robotique (GRPR) de l'École Polytechnique de Montréal. Le schéma simplifié de celle-ci est présenté à la figure 3.6. Le godet de cette pelle est schématisé à la figure 3.7. Ces dimensions sont données

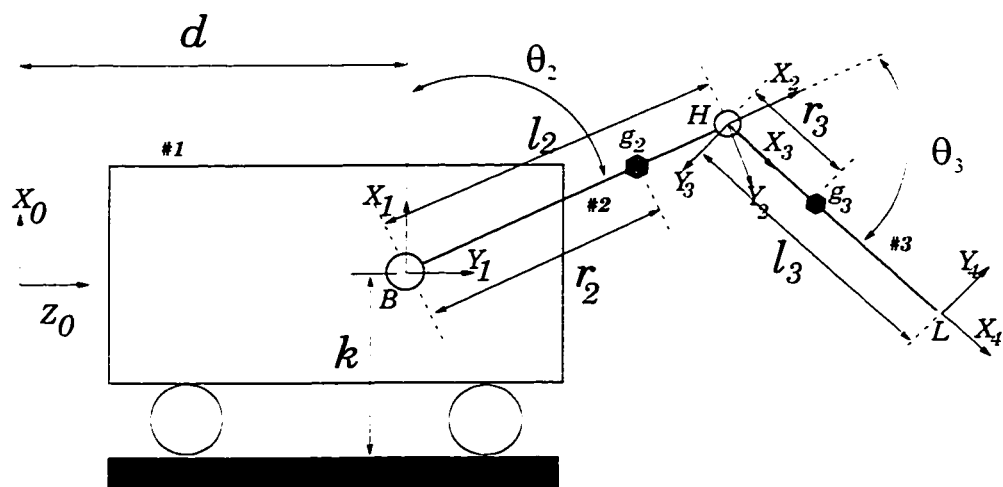


Figure 3.6 Schéma simplifié du miniLHD

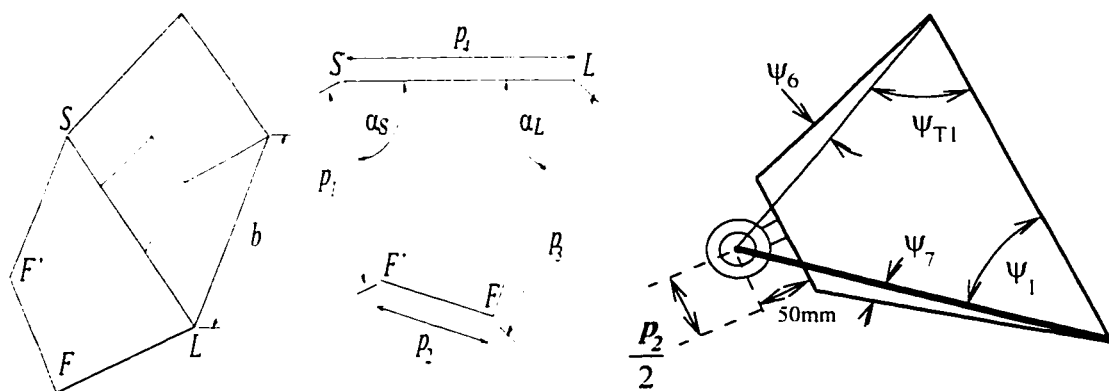


Figure 3.7 Schémas du godet

aux tables 3.3 à 3.6 .

Tableau 3.3 Dimensions du godet (v=volume, s=surface)

p_1	p_2	p_3	p_4	b	v	s
230mm	130mm	300mm	395mm	348mm	.021m ³	.0604 m ²

Tableau 3.4 Valeurs des angles $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_{T1}, \varphi_6, \varphi_7$

φ_1	φ_2	φ_{T1}	φ_6	φ_7
44.69°	10.23°	64.95°	11.72°	4.35°

Tableau 3.5 Dimensions du bras de la pelle

k	l_2	l_3
385 mm	935 mm	380 mm

La trajectoire

À partir du chemin $(x(\sigma), z(\sigma))$, nous allons générer une trajectoire désirée dans l'espace des joints $(d_d(t), \theta_{2_d}(t), \theta_{3_d}(t))$. Il est plus simple de calculer dans un premier temps les dérivées $(\dot{d}_d(t), \dot{\theta}_{2_d}(t), \dot{\theta}_{3_d}(t))$. Le chemin du point L étant connu, nous définissons aussi une loi de variation de l'orientation α_c de la pelle le long de ce chemin. Le choix de cette loi sera discuté à la section 3.6.3. Par la suite, nous choisissons un profil de vitesse du point L le long du chemin

Tableau 3.6 Limites des variables

variables	θ_2 (degrés)	θ_3 (degrés)	d (mm)	x (mm)	y_c (mm)
Pos. zéro	$\pi/2$	0	-	385	-
maximum	107	-46	-	-250	-
minimum	68	64	-	1060	-

(également, ce choix est détaillé à la section 3.6.3). En résumé, on obtient la trajectoire comme suit :

L'orientation de la pelle α_c donnée par

$$\alpha_c = \frac{\pi}{2} - (\theta_2 + \theta_3) - \psi. \quad (3.36)$$

est modélisée par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \alpha_c &= a_\alpha \sigma + b_\alpha \\ \alpha_{cA} &= a_\alpha \sigma_A + b_\alpha \\ \alpha_{cB} &= a_\alpha \sigma_B + b_\alpha \end{cases} \quad (3.37)$$

La dérivée de l'accélération du point L est obtenue en résolvant le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{a}(\frac{1}{2}T_{k2}t_{max} - \frac{1}{4}T_{k2}^2 - \frac{30}{128}t_{max}^2) - V_0 &= V_f \\ \dot{a}(\frac{3}{8}T_{k2}t_{max}^2 - \frac{3}{8}T_{k2}^2t_{max} + \frac{1}{8}T_{k2}^3 - \frac{342}{3072}t_{max}^3) - V_0t_{max} &= d_{max} \end{cases} \quad (3.38)$$

où t_{max} est le temps d'exécution, V_0 la vitesse initiale, d_{max} la longueur du chemin. Cette dernière est aussi donnée par l'équation suivante :

$$d_{max} = \int_{\sigma_A}^{\sigma_B} \left(\sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \sigma}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \sigma}\right)^2} \right) d\sigma. \quad (3.39)$$

La vitesse du point L s'exprime encore

$$V = \dot{\sigma} \left(\sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \sigma}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \sigma}\right)^2} \right). \quad (3.40)$$

Les composantes en x et z de cette vitesse et la vitesse angulaire de la pelle sont données par :

$$\begin{cases} \dot{x}(\sigma) &= \dot{\sigma} \left(\frac{\partial x}{\partial \sigma} \right) \\ \dot{z}(\sigma) &= \dot{\sigma} \left(\frac{\partial z}{\partial \sigma} \right) \\ \dot{\alpha}_c(\sigma) &= \dot{\sigma} a_\alpha. \end{cases} \quad (3.41)$$

La vitesse désirée dans l'espace des joints est donnée par

$$\dot{\mathbf{q}}_d = \begin{bmatrix} \dot{d}_d \\ \dot{\theta}_{2,d} \\ \dot{\theta}_{3,d} \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}(\sigma) \\ \dot{z}(\sigma) \\ \dot{\alpha}_c(\sigma) \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$\mathbf{J}$ étant le jacobien de la pelle donné par :

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -(l_2 S_2 + l_3 S_{23}) & -l_3 S_{23} \\ 1 & (l_2 C_2 + l_3 C_{23}) & l_3 C_{23} \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

le calcul de $\mathbf{J}$ est détaillé en annexe A.

Le contrôleur

Nous avons appliqué la loi de commande développée en annexe B pour le contrôle des moteurs électriques du miniLHD. Ces derniers ont été identifiés comme des systèmes dont les fonctions de transfert ont la forme:

$$\frac{\theta(s)}{\tau(s)} = G(s) = \frac{K_v}{s(1 + \tau s)}. \quad (3.44)$$

D'un autre côté, on sait que l'équation mécanique d'un moteur électrique peut être donnée par (D'Souza, 1988) :

$$\tau = I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + \tau_d \quad (3.45)$$

où I , c et τ_d sont respectivement le moment d'inertie, le coefficient de dissipation et la charge. $\dot{\theta}$ est la vitesse angulaire du moteur et $\ddot{\theta}$ son accélération. En écrivant la transformée en s de l'équation (3.45) lorsque $\tau_d = 0$, on obtient l'équation suivante:

$$\frac{\theta(s)}{\tau(s)} = G(s) = \frac{1/c}{s(1 + I/cs)} \quad (3.46)$$

qui est similaire à l'équation (3.44). On peut donc par identification dire que

$$c = \frac{1}{K_v} \quad (3.47)$$

$$I = \frac{\tau}{K_v}. \quad (3.48)$$

À partir de l'équation (3.46), on peut réécrire la dynamique du système sous la forme

$$\mathbf{Y}\boldsymbol{\gamma} = I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} = \tau - \tau_d \quad (3.49)$$

avec $\mathbf{Y} = [\ddot{\theta} \ \dot{\theta}]$ et $\boldsymbol{\gamma}^T = [I \ c]$ où X^T représente la transposée du vecteur X .

Afin de contrôler le moteur considéré, on choisit une loi de commande τ de la forme

$$\tau = \mathbf{Y}(\dot{\theta}_r, \ddot{\theta}_r)\boldsymbol{\varphi} + Ks + u_p \quad (3.50)$$

où $\boldsymbol{\varphi}$ est un estimé de $\boldsymbol{\gamma}$, K est un gain réel et u_p est la partie de la commande destinée à contrer les perturbations.

Stabilité

Afin d'étudier la stabilité de la loi de commande définie à l'équation (3.50), on définit

$$\dot{\theta}_r = \dot{\theta}_d - \lambda(\theta - \theta_d) \quad (3.51)$$

où $\dot{\theta}_d$, θ_d sont respectivement les valeurs désirées de $\dot{\theta}$, θ . On choisit une surface de glissement s définie par $s = \dot{\theta} - \dot{\theta}_r$ telle que, le mode de glissement ait lieu sur cette dernière et l'erreur $\theta_e = \theta - \theta_d$ tende vers zéro asymptotiquement lorsque $t \rightarrow \infty$. Prenons une fonction scalaire de Lyapunov de la forme $v = sIs$. Le système défini par l'équation 3.45 est stable au sens de Lyapunov si pour $s = 0$, $v = 0$ et pour $s \neq 0$, $v \leq 0$. Ceci signifie que v doit être une fonction commençant à zéro et décroissante dans le temps, donc sa dérivée doit être négative. Compte tenu de la définition de v , on a

$$\dot{v} = 2s\dot{s}I - s^2\dot{I} \quad (3.52)$$

En supposant l'inertie I du moteur constante, on a $\dot{I} = 0$ par conséquent l'équation (3.52) devient $\dot{v} = 2s\dot{s}I$. Or d'après l'équation (3.45) on a $\ddot{\theta}I = -c\dot{\theta} - \tau_d + \tau$. En substituant τ par sa définition de l'équation (3.49), on obtient

$$\ddot{\theta}_r I = -c\dot{\theta}_r - \tau_d + \mathbf{Y}\boldsymbol{\varphi} + Ks + u_p. \quad (3.53)$$

De l'équation (3.49), on tire

$$\ddot{\theta}I = \mathbf{Y}(\dot{\theta}, \ddot{\theta})\boldsymbol{\gamma} - c\dot{\theta}. \quad (3.54)$$

En soustrayant membre à membre l'équations (3.53) de (3.54) et en considérant que sur la surface de glissement l'erreur est nulle on obtient :

$$\dot{s}I = (\ddot{\theta} - \ddot{\theta}_r)I = \mathbf{Y}(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\varphi}) - (K - c)\mathbf{s} - (u_p - \tau_d). \quad (3.55)$$

En multipliant cette dernière équation par s , on obtient v (équation 3.52) à une constante positive près. Ce qui donne

$$v = \mathbf{Y}(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\varphi})\mathbf{s} - (K - c)\mathbf{s}^2 - (u_p - \tau_d)\mathbf{s} \quad (3.56)$$

on voit que $v \leq 0$ si on choisit :

$$\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\varphi} = -\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{Y}^T\mathbf{s} \quad (3.57)$$

$$K - c \leq 0 \quad (3.58)$$

$$u_p - \tau_d = k\mathbf{s} \quad (3.59)$$

où $\boldsymbol{\Gamma}$ est une matrice définie semi-positive, $k \geq 0$ et $K \leq c$. On écrira alors la commande τ comme suit :

$$\tau = \mathbf{Y}(\dot{\theta}_r, \ddot{\theta}_r)\boldsymbol{\varphi} - K\mathbf{s} + \tau_m - K_\epsilon |\theta - \theta_d| \text{signe}(\mathbf{s}) \quad (3.60)$$

où K_ϵ est un réel positif. Les constantes des moteurs sont résumées au tableau 3.7. Les gains du contrôleur sont donnés au tableau 3.8. Les valeurs de départ des paramètres $\boldsymbol{\varphi}$ ont été choisies dans l'ordre de grandeur des valeurs identifiées. Ces valeurs sont données dans le tableau 3.7

Note : à ce stade de développement de cette loi de commande, les gains sont encore choisis par essai-erreur.

Résultats de l'implantation

Nous avons utilisé la pelle mécanique décrite ci-dessus pour suivre une trajectoire

Tableau 3.7 Tableau des gains K_{v_i} et des constantes de temps τ_i utilisés comme valeurs initiales des paramètres du système

Actionneur	K_{v_i}	τ_i	J_i [N/rad ²]	c_i [Ns/rad]
ROUES	.244	.2	.82	4.1
ARTICULATION	.489	.51	1.042	2.045
PELLE $_{(\theta_3)}$	.1	.18	1.8	10
PELLE $_{(\theta_2)}$	.124	.14	1.129	8.064

Tableau 3.8 Gains des contrôleurs

λ	K	K_e	Γ
15	-100	1500	300

de chargement planifiée par la méthodologie proposée. Les courbes de la figure 3.8 sont les résultats expérimentaux montrant les erreurs de poursuite de la trajectoire dans l'espace des joints. On peut remarquer que l'erreur de poursuite sur d (déplacement de la base) demeure inférieure à 3cm et que celles sur θ_2 et θ_3 demeurent inférieures à 2 degrés. La fréquence d'échantillonnage utilisée était de 100Hz.

En conclusion, cette implantation démontre que la stratégie de planification de chemin décrite dans ce chapitre et le contrôleur proposé en annexe B sont utilisables sur des systèmes physiques.

3.5.1 Conclusion partielle

Dans cette première partie, nous avons étudié le problème de recherche du meilleur chemin d'excavation ou de chargement du minerai par une pelle

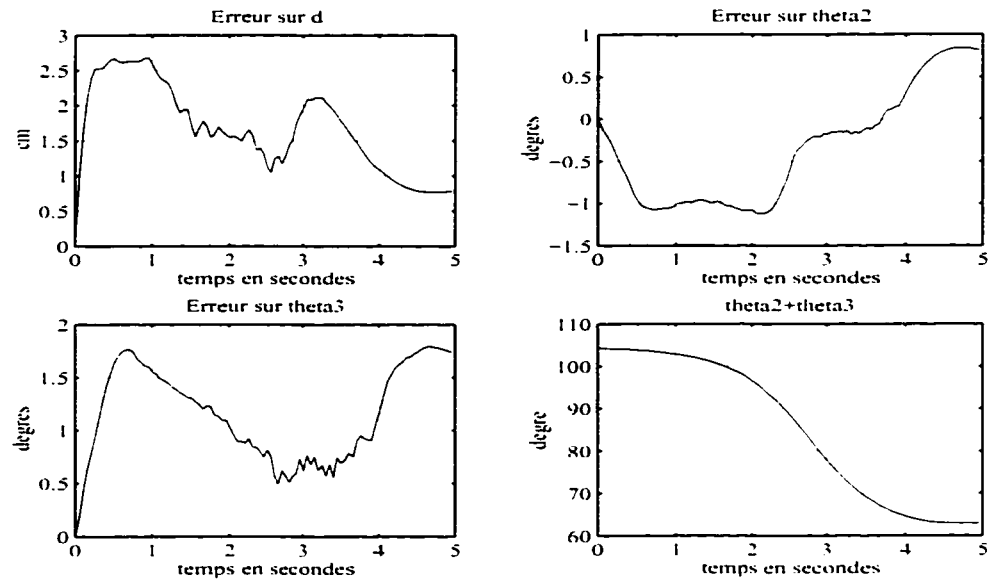


Figure 3.8 Courbes d'erreur sur d , θ_2 , θ_3 pendant le chargement

mécanique. Le critère d'optimisation utilisé est basé la longueur minimale du chemin. Ce critère est lié à la consommation d'énergie dans ce sens qu'on a supposé que l'énergie consommé pendant l'excavation est grossièrement proportionnelle à la longueur du chemin. Les résultats numériques et expérimentaux et les graphiques présentés permettent de conclure que l'algorithme de résolution proposé est fonctionnel. Cependant un jugement consistant sur la consommation d'énergie pour de tels chemins ne peut être donné qu'après comparaison avec des chemins proposés par d'autres chercheurs.

3.6 COMPARAISON DES TRAJECTOIRES

Contrairement à certaines tâches automatisées ou robotisées pour lesquelles le chemin de l'outil est unique (*soudage, perçage de trous, collage, coupe d'une pièce etc ...*), la tâche de chargement du minerai offre plusieurs possibilités de solutions. Le choix du chemin dans un tel contexte devient difficile ou tout au moins nécessite que des critères de sélection soient définis. Au stade actuel de la recherche sur l'automatisation des opérations de chargement des pelles mécaniques, de tels critères ne sont pas encore clairement définis. Le chargement/déchargement du minerai sont des opérations qui s'effectuent des millions et des millions de fois pendant l'exploitation d'une mine, des économies importantes peuvent être faites en effectuant un choix judicieux du chemin. Au cours des sections précédentes, nous avons proposé une méthode de planification d'un chemin optimal. Cette prétention ne peut avoir un sens que si nous comparons avantageusement les performances de ce chemin aux autres déjà proposés. Dans ce qui suit, nous allons discuter en premier des critères de comparaison suivis de la description des chemins sélectionnés dans la littérature. Nous compléterons par la présentation de la comparaison par simulation proprement dite.

3.6.1 Modèle de la pelle mécanique utilisée

Le godet de la pelle mécanique utilisée dans cette étude est illustré à la figure 3.9 et ses caractéristiques sont données à la table 3.9. Le point de fixation de la première membrure de la pelle est à une hauteur k du sol. La vitesse de rotation de la pelle est désignée par ω .

Tableau 3.9 Paramètres géométriques de la pelle

p_1	p_2	p_3	p_4	q_1	q_2	l_2	l_3	k
1.20m	0.66m	1.55m	2.05m	1.95m	.35m	2.40m	1.98m	0.8m
α_L	α_S	α_{c_A}	α_{c_B}	θ_{2_A}	θ_{2_B}	θ_{23_A}	θ_{23_B}	ϕ
48°	73°	-10°	43°	84°	110°	var	57°	30°

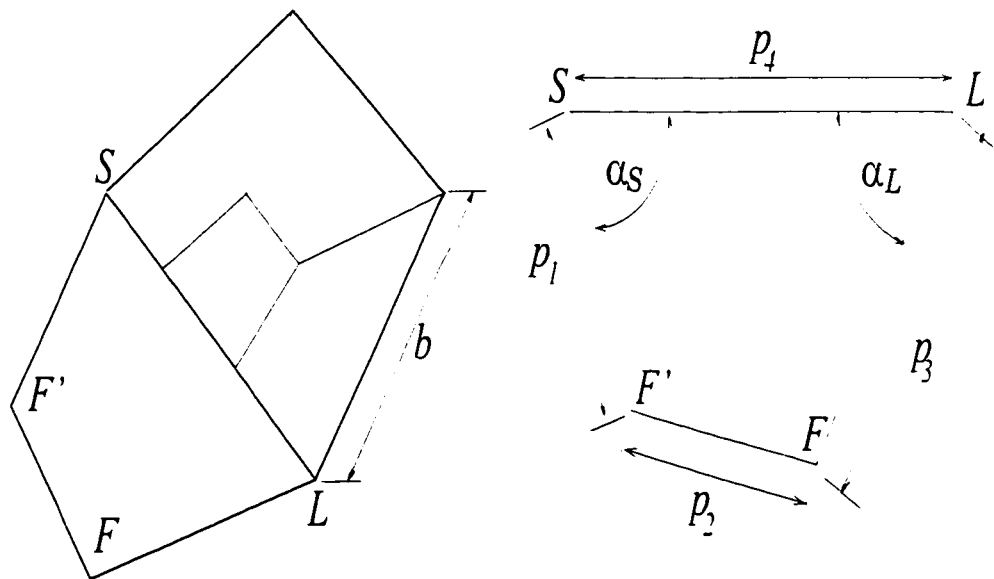


Figure 3.9 Schéma du godet

3.6.2 Critères de comparaison

Dans le domaine de la robotique, les critères de comparaison des algorithmes *de contrôle, de calcul de la cinématique directe ou inverse, de calcul du jacobien et de l'inverse du jacobien* sont nombreux. Les plus utilisés tiennent compte de la *durée des calculs* et de la *durée de réalisation*; le *nombre d'opérations mathématiques* effectuées; de la *simplicité* et de la *flexibilité* de l'algorithme; de la *précision*, du *coût financier*, de la *consommation énergétique*. Nous discuterons plus en détail de chacun de ces critères par la suite. Mais avant, notons dans le cas d'un problème pratique tel que le chargement du minerai que, ces critères sont insuffisants. Car, il y a des contraintes physiques et de réalisation qui s'ajoutent au problème (contraintes dont, les critères énoncés plus tôt ne tiennent pas compte). Exemple : dans le cas du chargement d'une pelle, un algorithme peut donner une trajectoire optimale mais avec une pelle renversée. Une telle solution sera rejetée. Nous avons donc dans ce problème, introduit un nouveau critère que nous désignons par critère de *fonctionnalité*. Le critère de comparaison final sera une combinaison de plusieurs de ces critères. Mais avant le choix de ces derniers, examinons la signification de chaque critère.

- *La fonctionnalité*

Ce critère tient compte des contraintes supplémentaires telles que les contraintes de réalisation. Dans ce problème, cette contrainte conduit au rejet de toutes les solutions aboutissant à des trajectoires entraînant des frottements significatifs entre le bas de la pelle et le matériau en dessous. Cette contrainte nous paraît très importante car, si elle n'est pas satisfaite, on peut aboutir à l'impossibilité de réaliser la tâche (par exemple : blocage physique de la pelle). Ce critère sera retenu pour la comparaison des stratégies.

- *La consommation énergétique*

Ce critère est pertinent pour plusieurs raisons : 1.) elle contribue aux coûts

financier de l'exploitation d'une mine. 2.) la quantité d'énergie consommée par la même machine dans les mêmes conditions d'opération est un nombre fini (invariance du critère). Ce critère sera retenu pour la comparaison des stratégies.

- *Les durées des calculs et de réalisation*

Ce critère considère deux aspects : le temps requis à un ordinateur pour calculer la solution et le temps que prendra une pelle mécanique pour se charger en suivant la trajectoire obtenue. Le premier peut revêtir une importance dans un contexte de calculer "on-line" de la trajectoire. Cependant, cet handicap peut être contourné en précalculant la trajectoire et en la mémorisant. Ce temps nous permet seulement de donner les écarts relatifs en durées de calcul de différentes stratégies car la durée réelle des calculs dépend des ordinateurs et de leurs états.

Le second temps, celui de réalisation ne peut pas être discuté de façon consistante à ce stade car, il dépend du type de contrôleur utilisé. Cependant, on peut sans risque majeur de se tromper dire qu'une stratégie qui conduit à des cycles répétitifs prendra plus de temps à se réaliser. Ce critère sera utilisé à titre indicatif ou pour les fins d'analyse.

- *Le nombre d'opérations mathématiques*

Ce critère est relatif car pour un même micro-ordinateur, certaines opérations mathématiques prennent plus de temps à être effectuées que d'autres. Donc une évaluation basée uniquement sur le nombre d'opérations peut ne pas traduire la rapidité d'un algorithme. Aussi, pour le même type d'opération, la grandeur des chiffres influence la durée des calculs. En plus, la rapidité des processeurs des machines peut rendre sans importance la différence du nombre d'opérations. Même connaissant le nombre d'opérations mathématiques d'un algorithme, on ne peut dire à priori le nombre d'itérations nécessaires pour obtenir une solution. Donc ce critère n'est pas très efficace pour déterminer les performances d'un algorithme.

- *La simplicité d'un algorithme*

C'est aussi un critère relatif car, il est très subjectif de dire qu'un algorithme est simple. On ne saurait dire si un algorithme est simple parce qu'il utilise très peu d'équations mathématiques, de formules, de boucles, de contraintes, etc... En plus, suivant les outils de développement dont on peut disposer, un algorithme qui s'écrit simplement peut être difficile à programmer ou à modifier. Il y a aussi les problèmes de robustesse, de stabilité, de précision et de répétabilité qui peuvent se poser. Ce critère manque d'objectivité. Il ne peut être retenu.

- *La précision d'un algorithme*

Elle mesure l'écart relatif entre les valeurs réelles (données expérimentales ou des solutions analytiques à un problème) et les résultats obtenus par la résolution du problème par ledit algorithme. Par exemple, dans le cas du chargement de matériau, on désire un volume Ω_d . L'algorithme le plus précis sera celui qui nous donne une trajectoire finale pour laquelle le volume ramassé sera le plus près possible de Ω_d . Cette précision dépend des approximations faites par exemple, pour calculer le volume par une méthode qui ne donne pas la formule analytique de ce dernier, on peut utiliser la méthode du trapèze. On sait qu'avec cette méthode le résultat variera avec le pas. Le problème de précision dans le cas du chargement ne s'avère pas très important car, en pratique, ces pelles sont souvent surchargées même à 30% au-dessus de leur capacité. Donc la marge d'erreur acceptable est grande. En plus, le surplus de matériaux retombe dans la pile. On retiendra que ce critère n'est pas déterminant pour la comparaison.

- *Les coûts financiers*

De tous les critères énoncés plus tôt, celui du coût financier est déterminant. Peu importe la rapidité, la simplicité ou la précision d'un algorithme, s'il ne rencontre pas les contraintes budgétaires il ne peut être implanté. Le critère coût intègre les coûts de développement, les coûts d'implantation et ceux d'opération.

Dans le cas du chargement du minerai, le fait que l'opération de chargement et déchargement doive s'effectuer des millions et des millions de fois au cours de la vie d'une machine, implique qu'une infime économie pendant chaque opération représente des économies importantes à la longue. La meilleure trajectoire de chargement sera le compromis entre la rapidité, la précision, la robustesse et le coût d'opération associé. Étant donné qu'à ce stade on ne peut pas évaluer les différents coûts de développement et d'implantation, on ne pourra évaluer qu'une composante des coûts d'exploitations en particulier la consommation énergétique.

- **Les Critères retenus**

Nous avons retenu pour la suite du document les critères de comparaison qui suivent :

- **le critère énergétique** (est le critère principal de comparaison car lié aux coûts financiers):
- **le critère de fonctionnalité** (est une contrainte):
- **le temps de calcul** (est retenu à titre indicatif).

3.6.3 Calcul de l'énergie

Pour calculer l'énergie de chargement de matériaux, on ramène toutes les forces et les moments à l'instant donné au niveau de la lame de coupe symbolisée par le point L dans le plan. La résultante des forces est ensuite décomposée suivant les axes (X_0, Z_0) et le moment résultant suivant Y_0 . L'énergie totale de chargement est l'intégrale le long du chemin du travail de ces forces et des moments. La formule générale de cette énergie est donnée comme suit :

$$E = \int_{\alpha_c(i)}^{\alpha_c(f)} M_L(o, \alpha_c, x, z) d\alpha_c + \int_{x_A}^{x_B} F_x(o, \alpha_c, x, z) dx - \int_{z_A}^{z_B} F_z(o, \alpha_c, x, z) dz \quad (3.61)$$

où F_x, F_z sont respectivement les composantes suivant les axes X_0, Z_0 de la force résultante au point L et M_L le moment résultant. De façon pratique pour calculer cette énergie, nous allons utiliser la puissance mécanique. On sait que la puissance mécanique est le produit de la force par la vitesse. Nous savons aussi que l'énergie dissipée pendant l'intervalle de temps Δt est le produit de la puissance par l'intervalle de temps. Alors la variation d'énergie mécanique à la $k^{ième}$ période d'échantillonnage sera

$$\Delta E(k) = (\dot{\alpha}_c(k)M_L(k) - \dot{x}(k)F_x(k) - \dot{z}(k)F_z(k))T. \quad (3.62)$$

où T est la période d'échantillonnage. L'énergie totale sera alors :

$$E = \sum_{k=0}^n \Delta E(k) \quad (3.63)$$

Les équations (3.62) et (3.63) seront utilisées dans tout le document pour le calcul de l'énergie.

3.6.4 Description des stratégies de chargement

Pour évaluer le chemin de chargement présenté plus tôt, nous allons le confronter à d'autres stratégies. La littérature dans ce domaine n'étant pas très abondante, on peut dire avec un risque minime de se tromper que c'est la majorité des stratégies publiées à ce jour. Ces stratégies sont celles de (Mikhirev, 1983), (Fabrichniy et al. 1984), et (Hemami, 1992).

Stratégie 1

C'est celle qui est développée dans cette thèse, elle tient compte de deux choses: le chemin de la lame de la pelle et l'orientation de celle-ci.

- Le chemin de la lame de la pelle (point L sur la figure 3.9) défini par les équations (3.1).
- L'angle α_c du côté FL de la pelle avec l'axe Z_0 (figure 3.10). Cet angle est donné par:

$$\alpha_c = \frac{\pi}{2} - (\theta_2 + \theta_3) - \psi. \quad (3.64)$$

La politique de variation de cet angle est un facteur déterminant de la stratégie

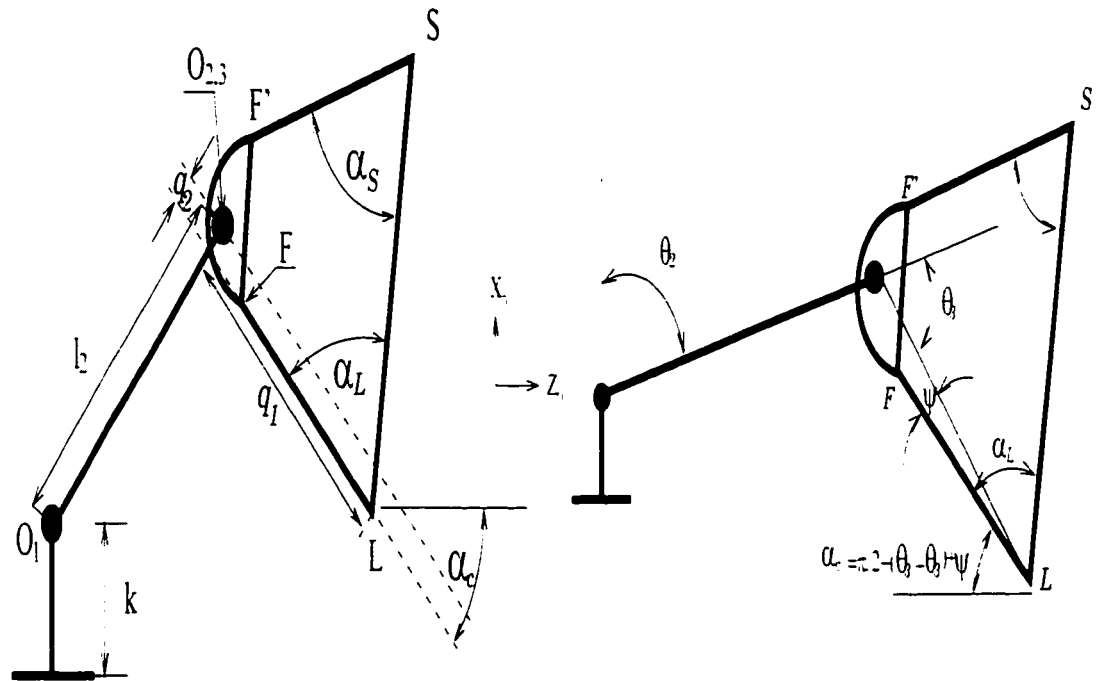


Figure 3.10 Configuration de la pelle

de chargement. Dans ce travail, nous analysons deux politiques de variation de cet angle. Il faut en premier lieu remarquer que les seules valeurs connues de

l'angle α_c sont sa valeur initiale notée α_{cA} et sa valeur finale α_{cB} . Ces valeurs peuvent être choisies arbitrairement ou en se servant de l'expertise des opérateurs humains expérimentés. Quant aux vitesses angulaires initiale et finale, nous n'avons à priori aucune raison de les fixer d'une manière ou d'une autre. Si on choisit une fonction spline pour définir l'angle α_c , étant donné que nous ne possédons que deux équations indépendantes une droite serait suffisante. Alors, on a deux possibilités :

- La première est de choisir α_c comme une droite du paramètre σ (*le même utilisé pour déterminer le chemin (x, z) à l'équation 3.1*) tel que

$$\begin{cases} \alpha_c &= a_\alpha \sigma - b_\alpha \\ \alpha_{cA} &= a_\alpha \sigma_A - b_\alpha \\ \alpha_{cB} &= a_\alpha \sigma_B - b_\alpha \end{cases} \quad (3.65)$$

où a_α , b_α sont des coefficients réels, σ_A , σ_B sont respectivement les valeurs du paramètre σ au point initial et au point final.

- Étant donné que $\beta(\sigma)$ est connu sur tout le chemin, une solution de la forme suivante est possible:

$$\begin{cases} \alpha_c &= \beta(\sigma) + a_\alpha \sigma - b_\alpha \\ \alpha_{cA} &= \beta(\sigma_A) + a_\alpha \sigma_A - b_\alpha \\ \alpha_{cB} &= \beta(\sigma_B) + a_\alpha \sigma_B - b_\alpha \end{cases} \quad (3.66)$$

à ce stade, il est difficile de favoriser l'une des solutions. Ce qui nous permettra de choisir l'une ou l'autre des solutions c'est sa performance en fonction des critères choisis. En analysant théoriquement la consommation énergétique des deux solutions on peut faire les observations suivantes:

- Si on considère les mêmes hypothèses que pour la planification du chemin, c'est-à-dire que l'énergie est proportionnelle à la longueur du chemin, on dira ici que l'énergie due aux couples sera proportionnelle à la rotation de la pelle. Par conséquent, la solution optimale sera celle qui minimise la rotation de

Tableau 3.10 Dérivée de l'accélération

$0 \rightarrow \frac{t_{max}}{8}$	$\frac{t_{max}}{8} \rightarrow \frac{t_{max}}{4}$	$\frac{t_{max}}{4} \rightarrow T_{k2}$	$T_{k2} \rightarrow \frac{(T_{k2}+t_{max})}{2}$	$\frac{(T_{k2}+t_{max})}{2} \rightarrow t_{max}$
$\dot{a}$	$-\dot{a}$	0	$-\dot{a}$	$\dot{a}$

la pelle. Ainsi on peut déjà prédire que la solution de l'équation (3.65) sera la meilleure.

- De plus, du point de vue calcul le nombre d'opérations qu'elle exige est inférieur à la seconde solution. Cependant, on ne peut pas se prononcer sur sa fonctionnalité.

Dans ce qui suit, nous allons comparer par simulation ces deux solutions. Les trajectoires utilisées sont générées de la manière suivante: pour le chemin considéré nous avons adopté la politique d'accélération suivante (table 3.10).

- accélération/décélération de $t = 0$ à $t = t_{max}/4$;
- vitesse constante de $t_{max}/4$ à T_{k2}
- décélération/accélération de T_{k2} à t_{max}

T_{k2} et $\dot{a}$ sont solutions des équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{a}(\frac{1}{2}T_{k2}t_{max} - \frac{1}{4}T_{k2}^2 - \frac{30}{128}t_{max}^2) + V_0 & = & V_f \\ \dot{a}(\frac{3}{8}T_{k2}t_{max}^2 - \frac{3}{8}T_{k2}^2t_{max} + \frac{1}{8}T_{k2}^3 - \frac{342}{3072}t_{max}^3) + V_0t_{max} & = & d_{max} \end{cases} \quad (3.67)$$

où V_0 est la vitesse initiale non nulle. Cette stratégie donne une variation de la vitesse du point L qui a la forme montrée à la figure 3.11. Les variations de l'orientation de la pelle α_c et de sa dérivée sont présentées à la figure 3.12. La courbe en traits pleins représente la variation de α_c suivant l'équation (3.65) et celle en traits interrompus correspondent à l'équation (3.66).

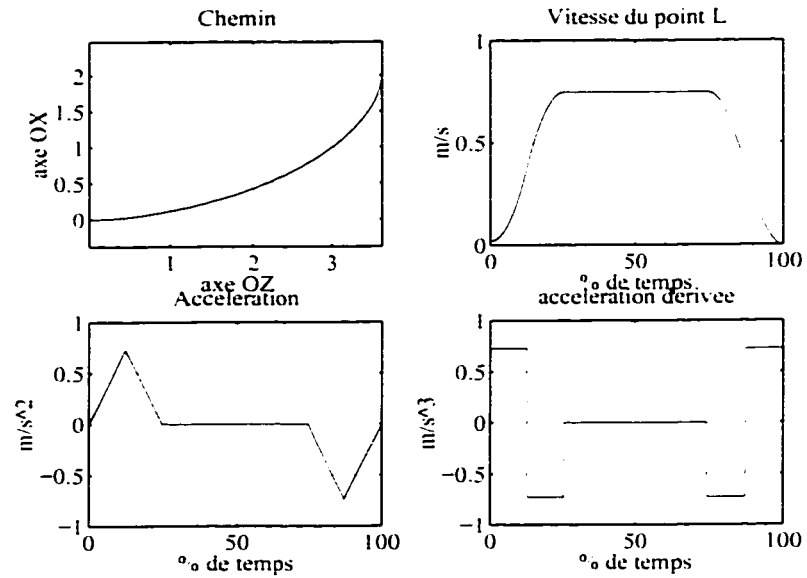


Figure 3.11 Trajectoire, vitesse, accélération et dérivée de l'accélération du point L.

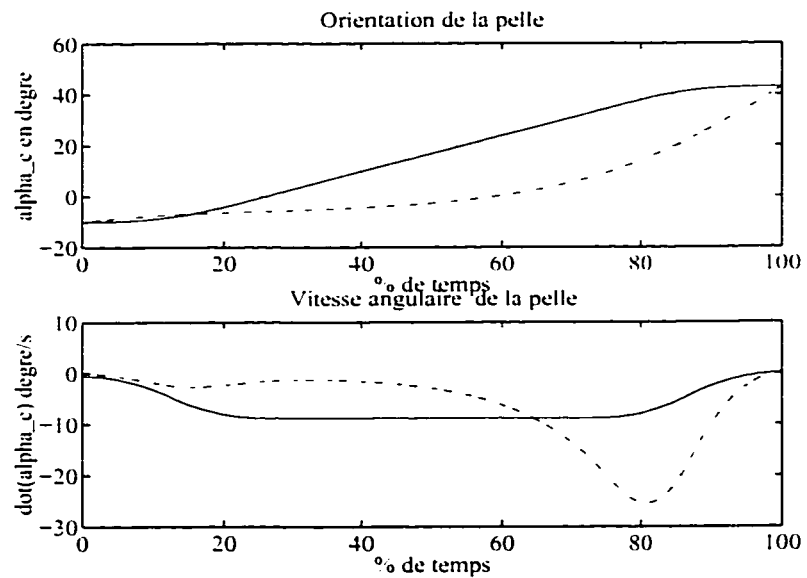


Figure 3.12 Variations de l'orientation α_c de la pelle et de sa dérivée $\dot{\alpha}_c$

Note : à la figure 3.12 montrant la variations de l'orientation α_c de la pelle et de sa dérivée $\dot{\alpha}_c$, la courbe en traits pleins représente la variation de α_c suivant l'équation ($\alpha_c = a_\alpha \sigma + b_\alpha$) et celle en traits interrompus correspond à l'équation ($\alpha_c = \beta(\sigma) + a_\alpha \sigma + b_\alpha$).

On calcule la longueur totale du chemin d_{max} donnée par

$$d_{max} = \int_{\sigma_A}^{\sigma_B} \left(\sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \sigma} \right)^2} \right) d\sigma \quad (3.68)$$

en assumant que cette distance sera parcourue pendant le temps t_{max} suivant le profil d'accélération du tableau 3.10. Mais d'un autre côté, cette vitesse du point L est aussi donnée par

$$V = \dot{\sigma} \left(\sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \sigma} \right)^2} \right). \quad (3.69)$$

De l'équation (3.69) on détermine $\dot{\sigma}$, avec ce résultat on calcul $\dot{x}$, $\dot{z}$, $\dot{\alpha}_c$ donnés par:

$$\begin{cases} \dot{x}(\sigma) &= \dot{\sigma} \left(\frac{\partial x}{\partial \sigma} \right) \\ \dot{z}(\sigma) &= \dot{\sigma} \left(\frac{\partial z}{\partial \sigma} \right) \\ \dot{\alpha}_c(\sigma) &= \dot{\sigma} a_\alpha \end{cases} \quad (3.70)$$

Finalement, la trajectoire désirée dans l'espace des configurations est donnée par

$$\dot{\mathbf{q}}_d = \begin{bmatrix} \dot{d}_d \\ \dot{\theta}_{2_d} \\ \dot{\theta}_{3_d} \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}(\sigma) \\ \dot{z}(\sigma) \\ \dot{\alpha}_c(\sigma) \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

où $\mathbf{J}^{-1}$ est l'inverse de la matrice jacobienne par rapport à l'outil terminal. La figure 3.13 montre les variations de d , θ_2 , θ_3 et leurs dérivées respectives $\dot{d}$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$. Les courbes solides et interrompues correspondent respectivement aux mêmes cas que décrits plus haut.

Note : à la figure 3.13 les variations de d , θ_2 , θ_3 et leurs dérivées respectives $\dot{d}$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$, les courbes en traits pleins représentent les variations suivant l'équation

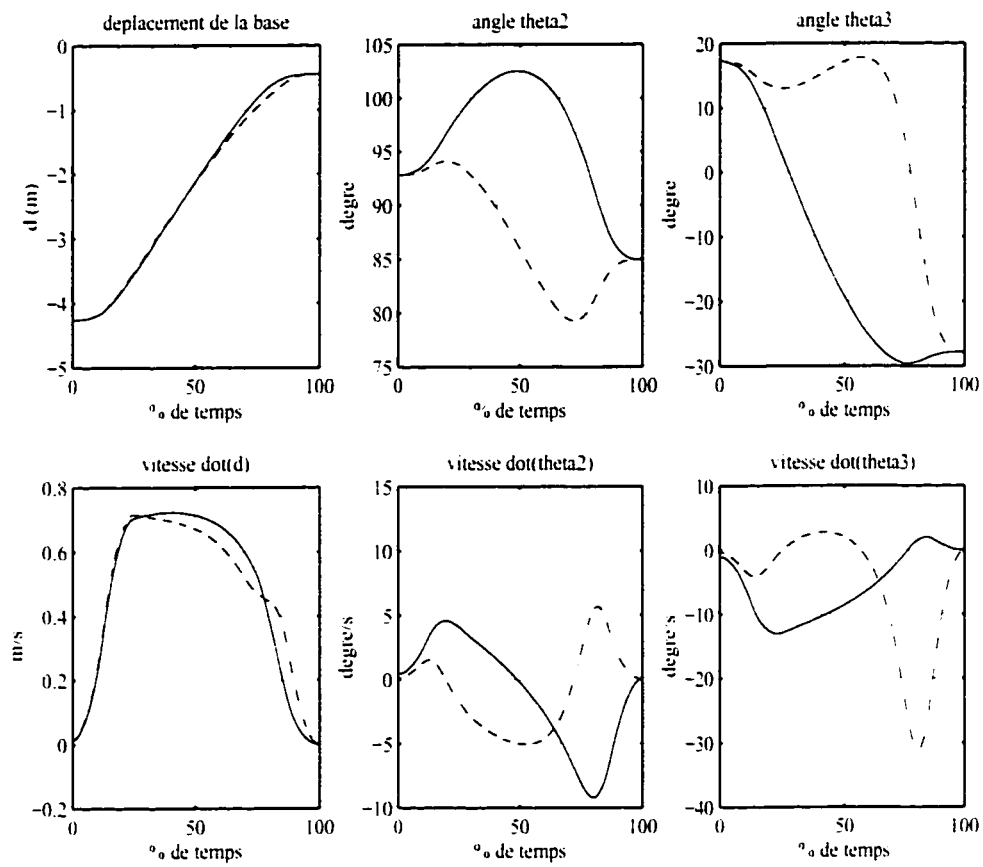


Figure 3.13 Variations de d , θ_2 , θ_3 et leurs dérivées respectives $\dot{d}$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$.

($\alpha_c = a_\alpha \sigma - b_\alpha$) et celles en traits interrompus correspondent à l'équation ($\alpha_c = \beta(\sigma) - a_\alpha \sigma - b_\alpha$).

La comparaison de l'énergie pour les deux cas est présentée à la figure 3.14. Tel qu'on le prévoyait, le premier cas (courbe b1) correspond à la solution à énergie minimale.

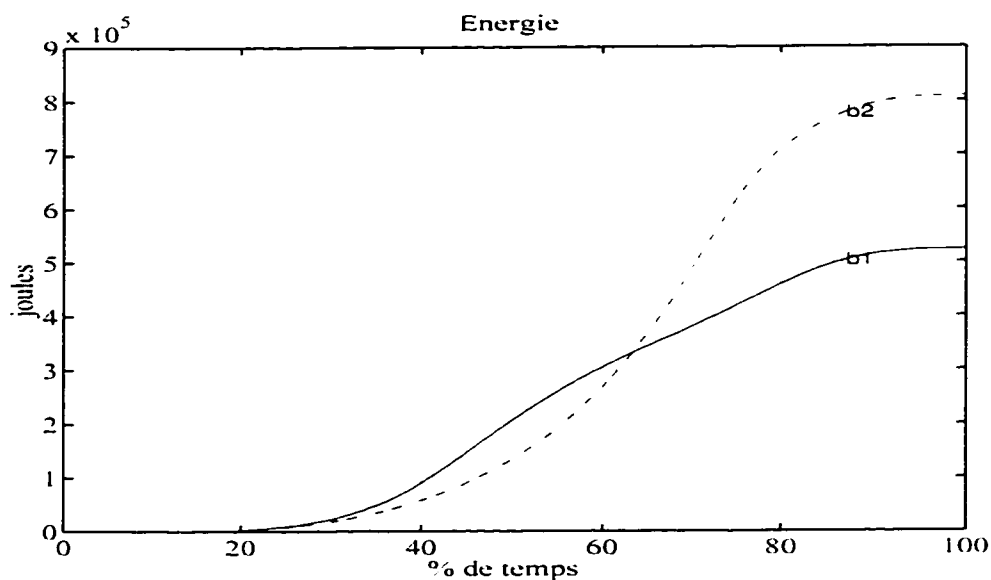


Figure 3.14 Consommation d'énergie

Note : à la figure 3.14 la courbe en traits pleins représente la variation suivant l'équation ($\alpha_c = a_\alpha \sigma - b_\alpha$) et celle en traits interrompus correspond à l'équation ($\alpha_c = \beta(\sigma) - a_\alpha \sigma - b_\alpha$).

La vérification de la fonctionnalité des méthodes est présentée à la figure 3.15. On constate que dans les deux cas, le bas de la pelle n'entre pas en collision avec le chemin initial du point L.

Note : à la figure 3.15, la courbe en traits pleins représente les configurations suivant l'équation ($\alpha_c = a_\alpha \sigma + b_\alpha$) et celle en traits interrompus correspond à l'équation ($\alpha_c = \beta(\sigma) + a_\alpha \sigma + b_\alpha$).

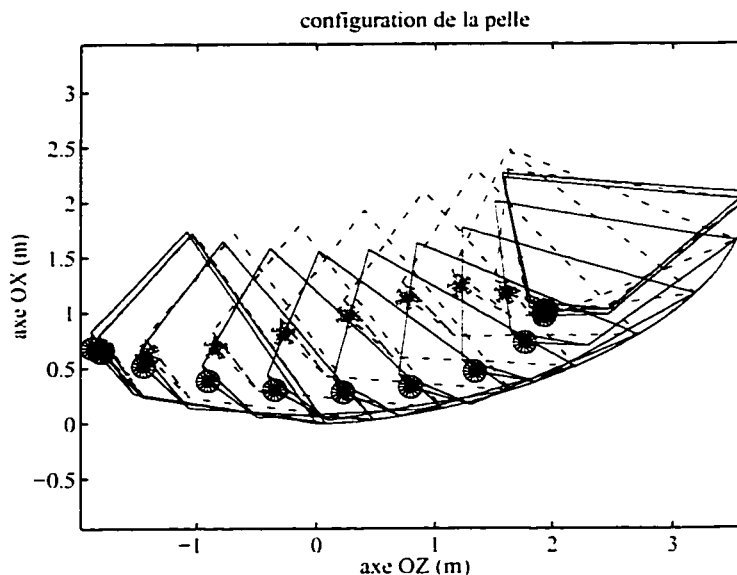


Figure 3.15 Vérification des collisions.

Remarque : cette stratégie donne une flexibilité sur le choix de la façon de tourner la pelle pendant le chargement. Cependant la rotation optimale est donnée par l'équation (3.65).

Nous avons aussi analysé le comportement de cette stratégie en énergie de chargement consommée pour d'autres types de trajectoires de l'angle α_c . On a, à cette fin, choisi un profil de vitesse ω similaire à celui de la figure 3.16.

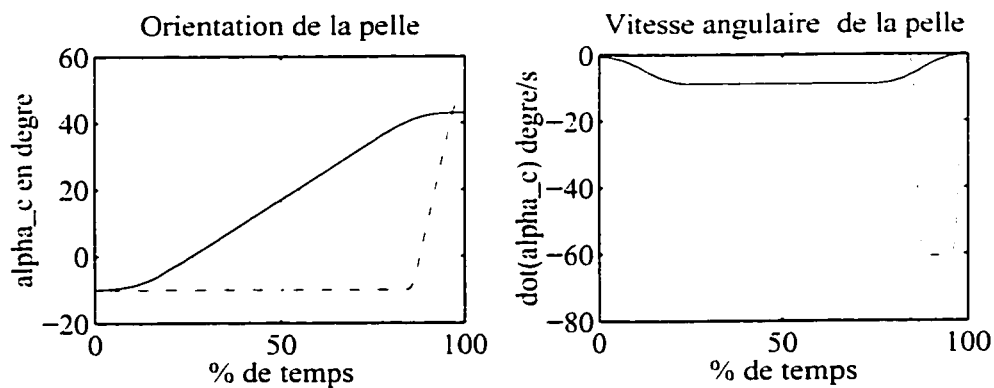


Figure 3.16 Profil de vitesse angulaire ω .

Note : à la figure 3.16 la courbe en traits pleins représente la variation de α_c commençant au début et celle en traits interrompus correspond à α_c constant sur une portion de la trajectoire.

L'angle α_c est maintenu fixe sur une première partie du chemin. la rotation totale s'effectue le long de la partie restante suivant le profil de vitesse angulaire ω indiqué. Le résultat est présenté à la figure 3.18.

En abscisse, on a le pourcentage de longueur de chemin parcouru avant le début de la rotation. En ordonnées, on a la valeur d'énergie de chargement correspondant (courbe en trait plein). La ligne horizontale en traits interrompus donne l'énergie de chargement correspondant à une variation de α_c donnée par l'équation (3.66) et celle avec des "o" indique celle de l'équation (3.65).

Observations et analyses : tel qu'on le constate, en bas de 80% du chemin parcouru la solution de l'équation (3.65) reste meilleure sauf pour quelques points du début. Bien qu'au delà de 80% de chemin parcouru les solutions des trajectoires soient apparemment meilleures en terme énergétique, il y a d'autres aspects à considérer. Ces aspects sont :

- les contraintes sur les vitesses maximales des actionneurs.
- Le second point à considérer est la violation possible des angles limites θ_{2min} , θ_{2max} , θ_{3min} , θ_{3max} . Comme on le voit à la figure 3.17 à 95% de chemin parcouru les angles limites peuvent être dépassés.

Note : la figure 3.17 présente les variation des angles θ_2 , θ_3 et les vitesses respectives dans les cas de début de la rotation à 5% (courbe en traits pleins) et 95% (courbe en traits interrompus) du chemin parcouru.

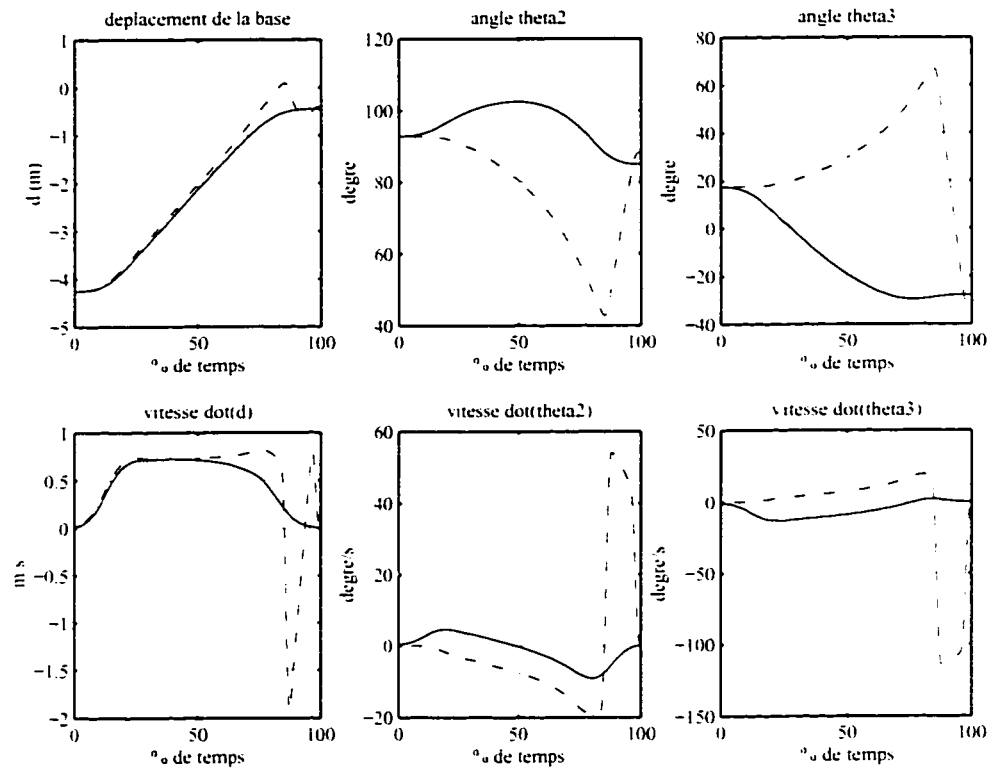


Figure 3.17 Variation des angles θ_2 , θ_3 et de leurs dérivées respectives.

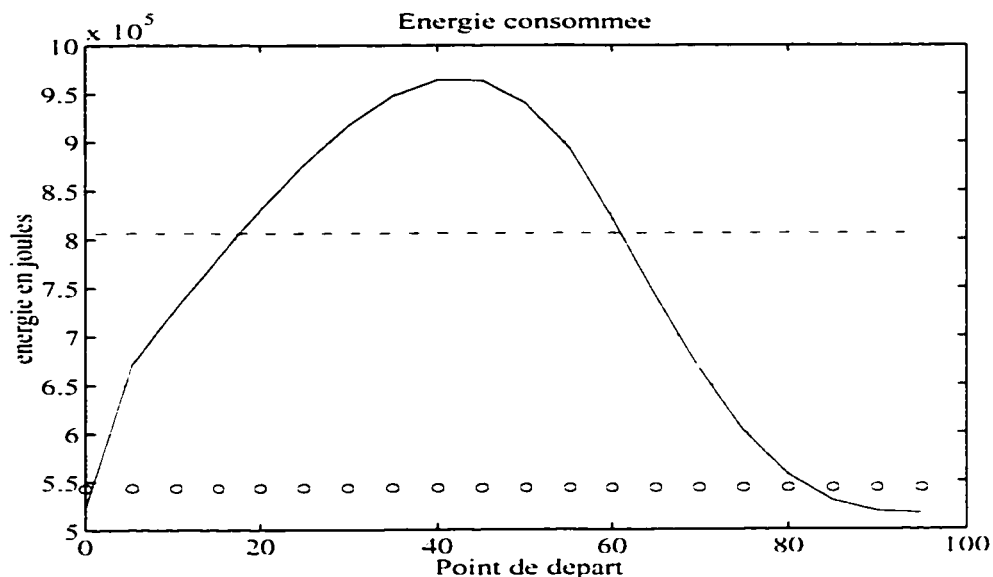


Figure 3.18 Consommation d'énergie pour différentes trajectoires.

Note : à la figure 3.18 en abscisse, on a le pourcentage de longueur de chemin parcouru avant le début de la rotation. En ordonnées, on a la valeur d'énergie de chargement correspondante (courbe en trait plein). La ligne horizontale en traits interrompus donne l'énergie de chargement correspondant à une variation de α_c donnée par l'équation ($\alpha_c = \beta(\sigma) - a_\alpha \sigma - b_\alpha$) et celle avec des "o" indique celle de l'équation ($\alpha_c = a_\alpha \sigma + b_\alpha$).

On constate que pour le point de départ (*pourcentage de distance parcouru nul*) et des points voisins à ce dernier, l'énergie de chargement est inférieure à celle de la solution de l'équation (3.65). Ce résultat n'est pas très significatif. Pour le comprendre, revenons sur les courbes de l'angle α_c (figure 3.19). On voit que la différence entre les deux solutions n'est pas très importante moins de 1 degré en valeur absolue. De plus le pourcentage de différence en énergie est inférieur à 4%.

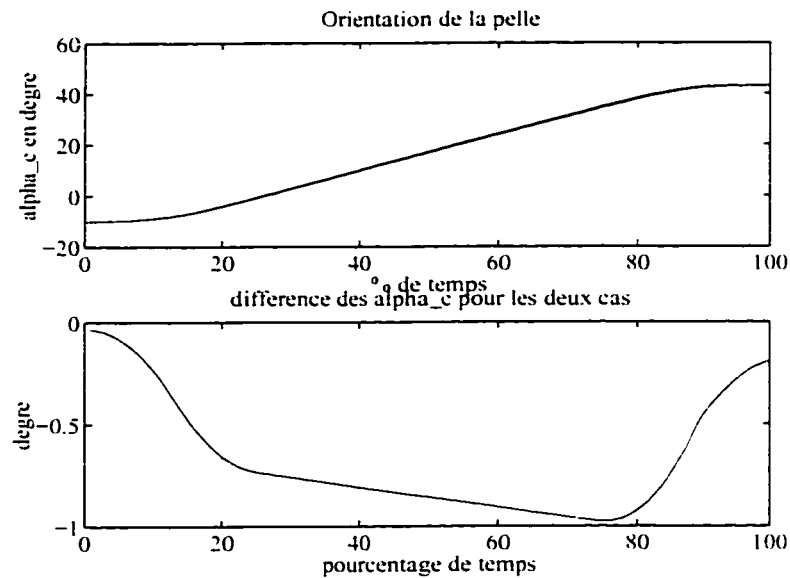


Figure 3.19 Comparaison de la variation de α_c dans deux cas: la solution préconisée et la trajectoire de α_c débutant à 0% de chemin

Stratégie 2

Cette stratégie, proposée par (Hemami, 1994) est basée sur la trajectoire obtenue en prédéterminant une loi de variation des vitesses des joints $\dot{d}$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$. Les variations de ces vitesses sont données à la figure 3.20. Cette stratégie ne donnant pas systématiquement le volume de minerai désiré, il faut un algorithme de recherche des valeurs désirées de $\dot{d}$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$ qui conduisent au volume recherché. L'algorithme développé pour cette recherche dans le cadre de cette thèse est le suivant:

Algorithme 2

I données:

- valeurs minimales et maximales de (X_{min}, X_{max}) ;
- valeur initiale de α_c , α_{cA} , θ_{2i} , θ_{3i}

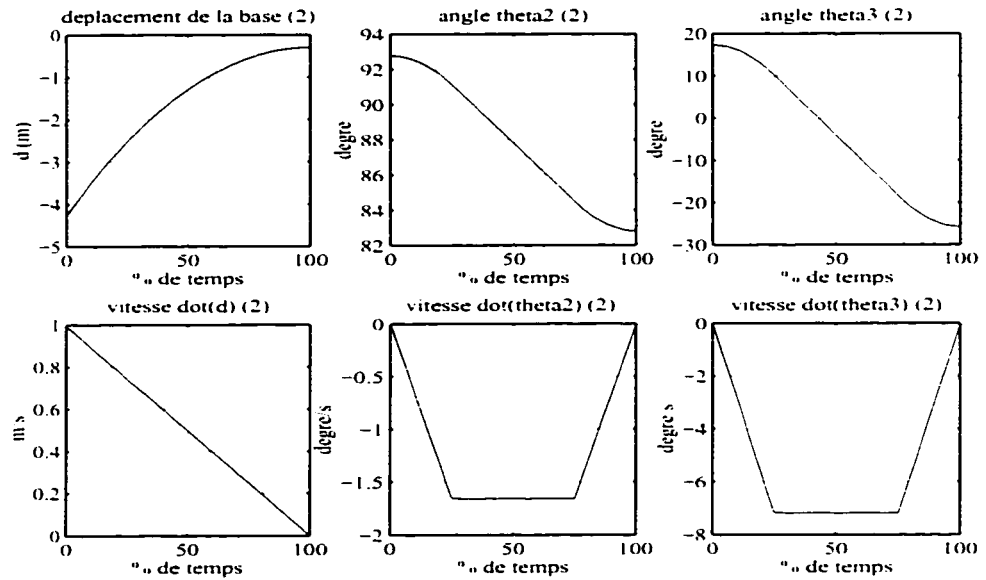


Figure 3.20 Variations de d , θ_2 , θ_3 et leurs dérivées respectives $\dot{d}$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$ dans le cas de la stratégie 2.

1. Initialisation

$x_I = X_{min}$, $x_F = X_{max}$, $x_f = x_F$;

calculer z_I , z_F , θ_{2i} , θ_{2f} , θ_{3i} , θ_{3f} , d_i , d_f ;

calculer le volume Ω

2. si $\Omega > \Omega_d$, poser $x_f = x_I + \frac{(-1+\sqrt{5})}{2}(x_F - x_I)$;

3. sinon répéter à partir de **I** jusqu'à obtenir $\Omega > \Omega_d$ si c'est impossible retourner un message et arrêter le programme;

4. calculer à nouveau z_I , z_F , θ_{2i} , θ_{2f} , θ_{3i} , θ_{3f} , d_i , d_f ;

calculer le volume Ω

■ début de la boucle “**While** (($|\Omega - \Omega_d| > \epsilon_\Omega$) and ($|x_I - x_F| > \epsilon_X$))”

a) si $\Omega > \Omega_d$

poser $x_F = x_f$, $x_f = x_I + \frac{(-1+\sqrt{5})}{2}(x_F - x_I)$

b) si $\Omega < \Omega_d$

poser $x_I = x_f$, $x_f = x_I + \frac{(-1+\sqrt{5})}{2}(x_F - x_I)$

c) calculer z_i , z_f , θ_{2i} , θ_{2f} , θ_{3i} , θ_{3f} , d_i , d_f :

calculer le volume Ω

■ fin de la boucle "While"

sorties: θ_{2i} , θ_{2f} , θ_{3i} , θ_{3f} , d_i , d_f : le volume Ω

Pour le volume utilisé, nous obtenons les paramètres présentés à la table 3.11.

La figure 3.21 présente le chemin sans collisions obtenu

Tableau 3.11 Paramètres de la stratégie 2

X_A	X_B	Z_A	Z_B	θ_{2A}	θ_{2B}	θ_{3A}	θ_{3B}	d_i	d_f
0m	2.17m	0m	3.75m	92.8°	82.8°	17.4°	-25.6°	-4.25m	-.28m

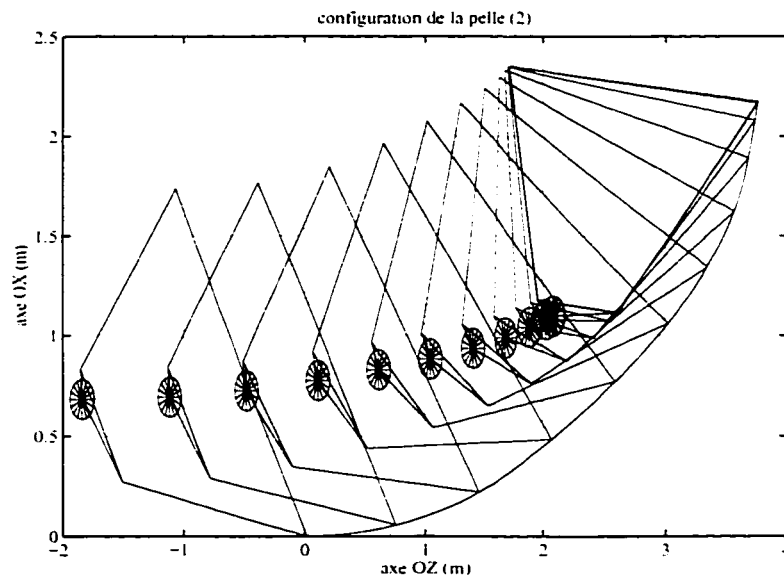


Figure 3.21 Vérification des collisions (stratégie 2)

Stratégie 3

Cette stratégie a été proposée par (Fabrichnyi et al. 1984) elle considère un chargement en deux phases. Une première phase qui est une pénétration en ligne droite de la pelle d'une longueur L_P . La seconde est une trajectoire curviligne où la pelle est dans un mouvement général plan et la trajectoire du point L de la pelle est un arc de cercle. La rotation de la pelle est déterminée par le profil de vitesse angulaire $\dot{\alpha}_c$ montré à la figure 3.22. Les paramètres de ce chemin sont les suivants: L_P la longueur de la pénétration initiale, R le rayon de l'arc de cercle, θ l'angle de l'arc de cercle, ϕ l'angle de repos du minerai, ψ_T l'angle de la tangente à l'arc de cercle avec l'horizontale au point d'intersection de ce dernier avec la droite de première pénétration (figure 3.23). Ce chemin donne

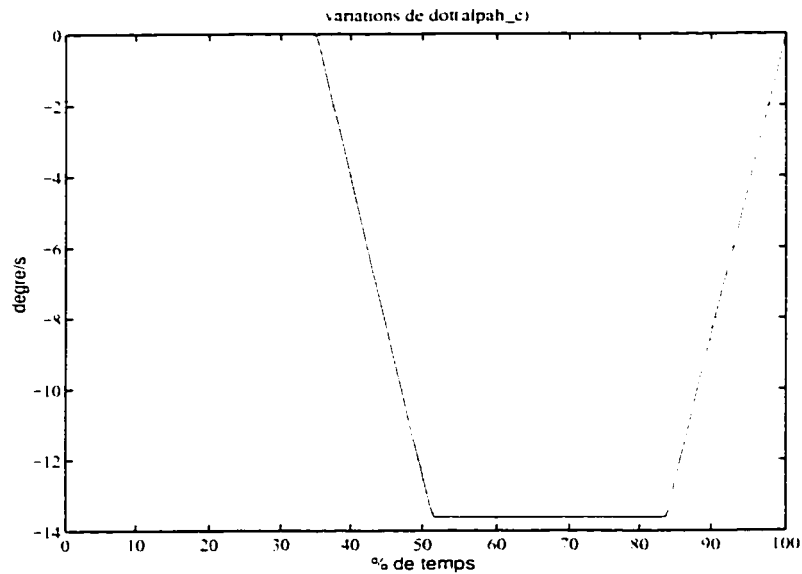


Figure 3.22 Les profils de la vitesse angulaire $\dot{\alpha}_c$ pour la stratégie 3.

un volume normalisé donné par l'équation suivante (Fabrichnyi et al. 1984)

$$\Omega = RL_P \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\psi_T - \frac{\theta}{2}) + R^2 \left(\frac{\pi\theta}{360} - \frac{1}{2} \sin(\theta) \right) \quad (3.72)$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\cos(\phi - \psi_T) - \frac{L_P}{R} \sin(\phi) \right) - \psi_T - \psi_F \quad (3.73)$$

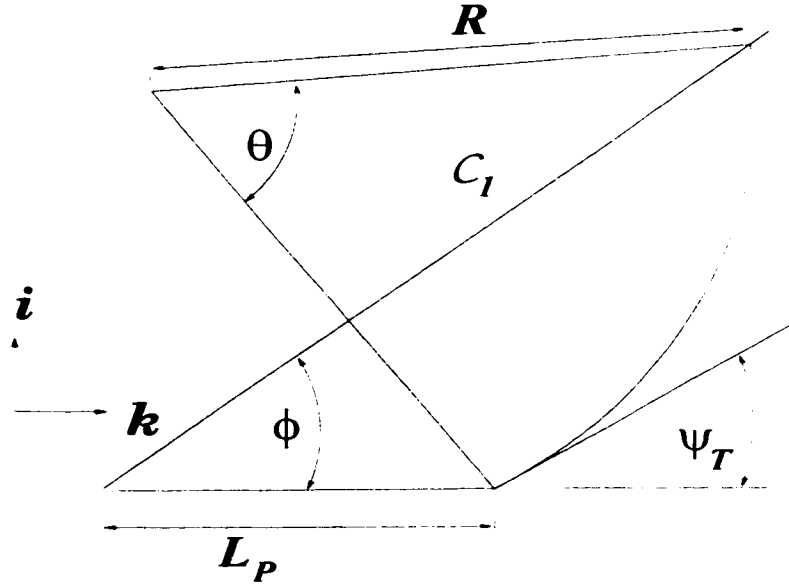


Figure 3.23 Chemin de la stratégie 3.

La détermination des paramètres L_P , θ , ψ_T , et R pour un volume de minéral désiré Ω_d n'est pas systématique. Le nombre d'équations dont nous disposons étant inférieur à celui des paramètres, ceux-ci seront déterminés par une recherche heuristique. Le but est de déterminer les paramètres L_P , θ , ψ_T , et R pour un volume de matériaux désiré qui maximise la longueur de première pénétration L_P . L'algorithme utilisé est le suivant :

Algorithme 3:

I Initialisation

- Ω_d est donné ainsi que les valeurs limites de L_P , ψ_T , R ;

II On solutionne le problème par la méthode de la section d'or "*Golden Search algorithm*" en utilisant 3 boucles imbriquées pour déterminer L_P , R , ψ_T qui maximise L_P .

III Sorties

Ω , L_P , φ_T , φ_F et θ .

Résultats: pour la pelle mécanique utilisée, nous obtenons les résultats présentés à la table 3.12. La variation de d , θ_2 et θ_3 et de leurs dérivées est présentée à la figure 3.24. La vérification de la fonctionnalité de cette trajectoire est également faite à la figure 3.25.

Tableau 3.12 Paramètres de la stratégie 3

L_P	R	φ_T	φ_F	θ
1.38m	5.52m	26.2°	-7°	33°

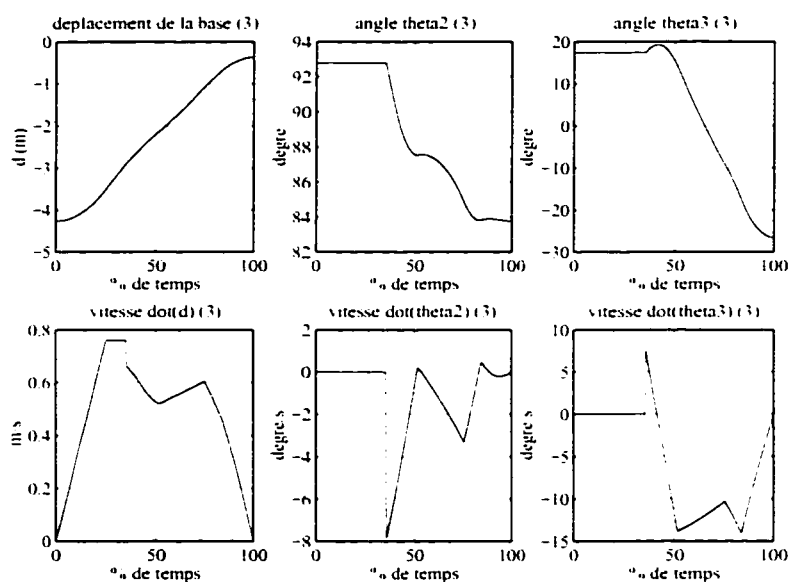


Figure 3.24 Les profils de vitesse pour la stratégie 3

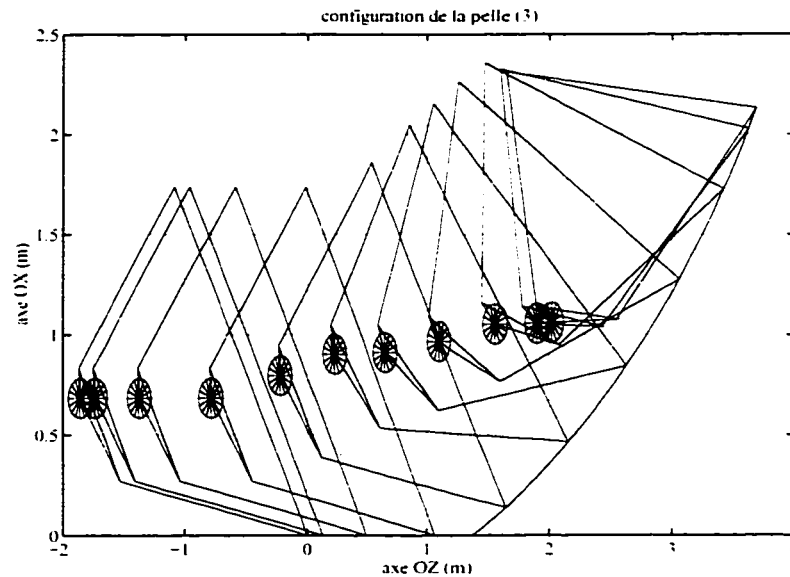


Figure 3.25 Vérification des collisions (3)

Stratégie 4

Cette stratégie proposée par (Mikhirev, 1983) est similaire à la précédente, elle commence par une pénétration de la pelle jusqu'à ce que la composante horizontale de la force atteigne son maximum. Ensuite débute une phase de rotation similaire à la stratégie précédente, à cette phase, la trajectoire du point L est un arc de cercle et la pelle est en rotation suivant un profil de vitesse similaire à celui de la figure 3.22. Cette rotation se poursuit jusqu'à ce que la composante horizontale de la force soit inférieure à un minimum. Si la pelle n'est pas encore suffisamment remplie, un nouveau cycle commence. Dans le cas où elle l'est assez, elle termine le cycle. Les variations des degrés de liberté de la pelle et de leurs vitesses sont présentées à la figure 3.26. La vérification des collisions du reste de la pelle avec le chemin initial du point L est faite à la figure 3.26.

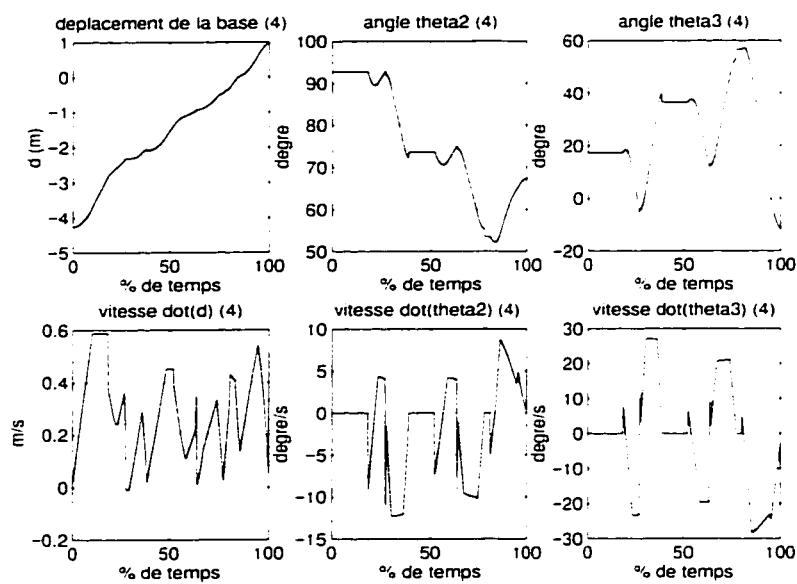


Figure 3.26 Les profils de vitesse 4

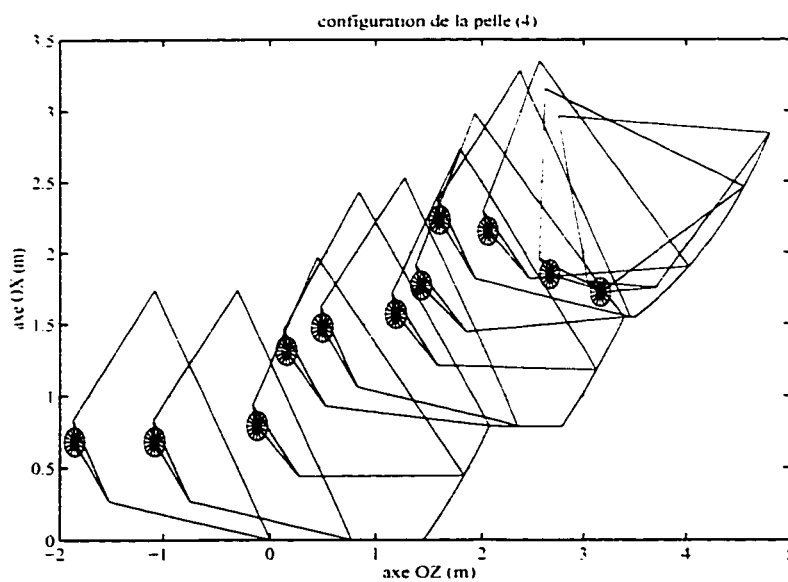


Figure 3.27 Vérification des collisions (4)

3.6.5 Comparaison et discussion

Les résultats des simulations numériques des quatre stratégies décrites plus haut sont présentées de la figure 3.28 à la figure 3.35. La figure 3.28 montre la consommation totale d'énergie de chaque stratégie. La figure 3.29 présente le poids total de minerai chargé dans chaque cas et le moment associé à ce poids au point L. Les autres forces considérées sont présentées de la figure 3.31 à la figure 3.33 alors que la force totale et le moment résultant au point L sont montrés à la figure 3.30. La figure 3.34 indique en pourcentage les rapports en modules de la force totale par rapport à chaque force considérée pour les quatre stratégies. À la figure 3.35 on présente une comparaison de la variation de d , θ_2 , θ_3 et celle de leurs dérivées.

Du point de vue de la consommation d'énergie (figure 3.28), on voit que la stratégie 4 est la plus consommatrice d'énergie et la stratégie 1 la moins consommatrice.

L'analyse de la contribution des forces (figure 3.34) montre que dans tous les cas, la force de frottement a une contribution inférieure à 10% en générale.

3.7 CONCLUSION

La contribution de ce chapitre est de présenter une méthodologie de planification d'un chemin optimal de chargement. La formulation du problème d'optimisation est basée sur une hypothèse simplificatrice. Cette dernière nous a permis d'accélérer énormément la résolution numérique du problème. Elle consiste à supposer que le travail des forces de chargement est proportionnel à la longueur du chemin. Le critère d'optimalité étant de minimiser ce travail, cela revient tout simplement à minimiser la longueur du chemin. Le chemin obtenu en solutionnant le problème d'optimisation posé n'est qu'une partie de la solu-

tion. En effet la solution complète est un chemin dans l'espace de joints. Pour le déterminer, il nous fallait déterminer au préalable, une politique de rotation de la pelle. Tel que nous l'avons constaté pendant notre analyse, le travail dépend de façon significative de la stratégie de rotation de la pelle: les graphiques comparatifs de la consommation d'énergie de la figure 3.14. Le choix de cette stratégie a été déterminé par les constats faits en simulation. En particulier les résultats présentés à la figure 3.18 montrant la consommation d'énergie en fonction du pourcentage du chemin parcouru avant le début de la rotation de la pelle sont très révélateurs. On constate que pour le même chemin de la lame dans l'espace cartésien, la stratégie de rotation de la pelle modifie de façon significative la consommation d'énergie. Sans résoudre un problème d'optimisation, nous avons choisi une stratégie de rotation qui minimise l'angle. La solution optimale dans ce cas aurait été une rotation nulle de la pelle ou, une rotation maximale dans la région où les moments sont faibles ou nuls. Cependant ces deux solutions ne sont pas appropriées.

On pourrait pousser l'analyse plus loin et dire qu'un avantage majeur de la méthodologie de chargement proposée, est la flexibilité qu'elle nous procure quant au choix du chemin dans l'espace des joints. En comparant les graphiques des figures 3.18 et 3.29, on constate que pour le même chemin dans l'espace cartésien, si le choix de la stratégie de rotation de la pelle n'est pas appropriée, le chemin que nous proposons pourrait ne pas être le meilleur comparé aux stratégies 2 et 3.

D'autres révélations que les simulations comparatives nous apportent sont à la figure 3.34, où on constate que dans les quatre cas, les forces de frottement sont négligeables. De plus quand on compare les amplitudes des forces et des moments résultants, on constate aussi que la stratégie que nous proposons donne les plus petites valeurs.

De la simulation à l'implantation

Pour la stratégie de chargement proposée plusieurs questions peuvent être posées. On pourrait se demander quelle est la signification physique du paramètre σ utilisé dans la planification ? Quelles sont les précautions à prendre au moment de l'implantation de cet algorithme sur un système réel ? Cet algorithme doit-il être utilisé "on-line" ou "off-line" ? Quelles sont les limites de la méthode? etc...

- Le paramètre σ est un réel pour lequel nous n'avons pas encore trouvé une signification physique. Ce paramètre est lié à la vitesse d'un point du chemin par une équation différentielle (équation (3.69)).

- Les précautions à prendre au moment de l'implantation de cet algorithme sur un système réel sont nombreuses. La plus importante est de respecter les contraintes imposées lors de la formulation du problème d'optimisation. En particulier on doit maintenir les paramètres σ à l'intérieur de ces bornes. Au moment de l'implantation en temps réel, σ est obtenu en intégrant l'équation (3.69). La vitesse V provenant de la lecture des capteurs (encodeur etc.), cette lecture étant toujours bruitée, cela peut affecter le calcul de σ au point de l'écart de ces bornes. S'il advient une telle situation, on replanifie tout simplement le bout de chemin restant.

- Cet algorithme a été implanté avec succès sur un prototype de LHD de laboratoire à l'école Polytechnique. Les résultats de cette implantation sont présentés à la figure 3.8. Nous y présentons les erreurs de poursuite des variables des joints d , θ_2 et θ_3 . On constate que les erreurs de poursuite sont inférieures à 3cm pour la variable d et de 2 degrés pour les variables θ_2 et θ_3 .

- Dans le cas de l'implantation que nous avons effectué, la planification se faisait "on-line".

- L'implantation de cet algorithme en temps réel peut avoir des limites principalement au niveau de la résolution du problème d'optimisation. On peut y remédier de plusieurs façons: on pourrait choisir les paramètres d'optimisation tel que les points de départ et σ de départ de façon à accélérer la convergence. L'autre solution serait de résoudre le problème d'optimisation "off-line". À cet stade du développement de cet algorithme nous ne pouvons pas prétendre avoir fait suffisamment d'essais pour conclure que la méthode est sans faille. Nous espérons que les travaux futurs nous indiquerons les limites.

Au chapitre suivant, nous allons montrer comment on peut utiliser les forces modélisées et la trajectoire planifiée pour réaliser une tâche de chargement.

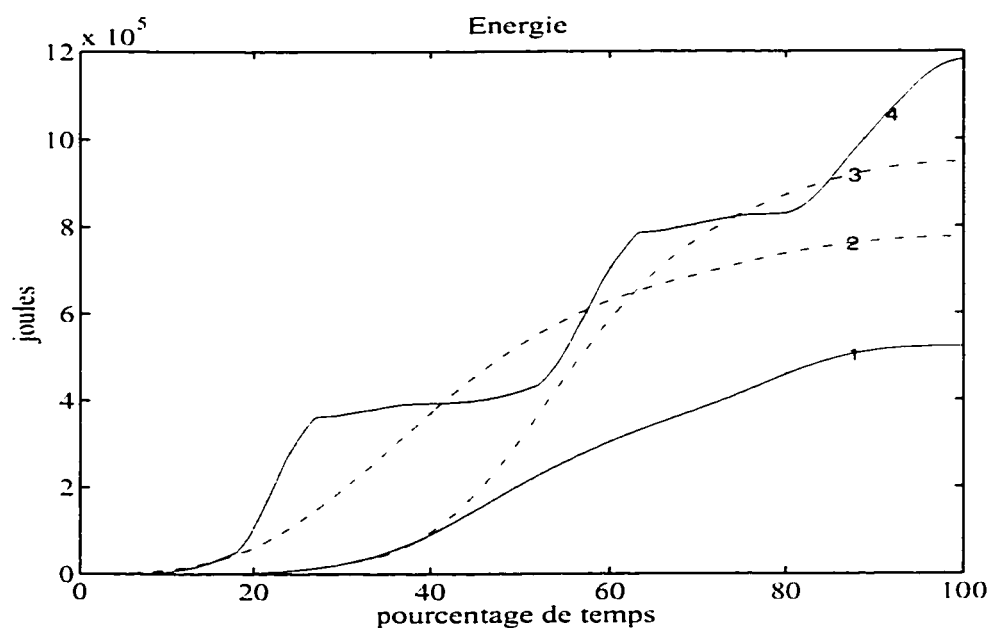


Figure 3.28 Énergie nécessaire : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)

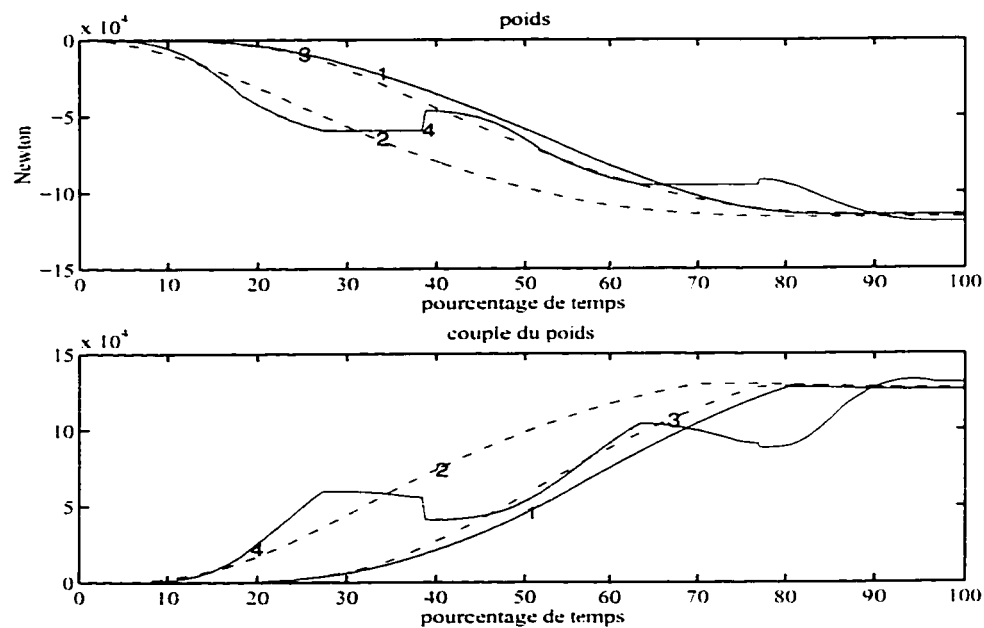


Figure 3.29 Poids et moment du poids : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)

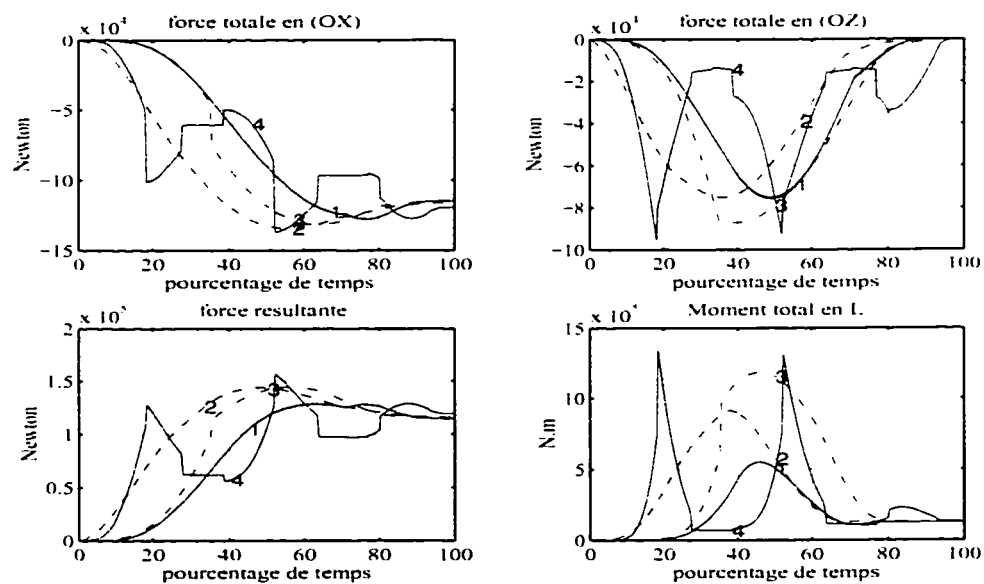


Figure 3.30 Force et couple total : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)

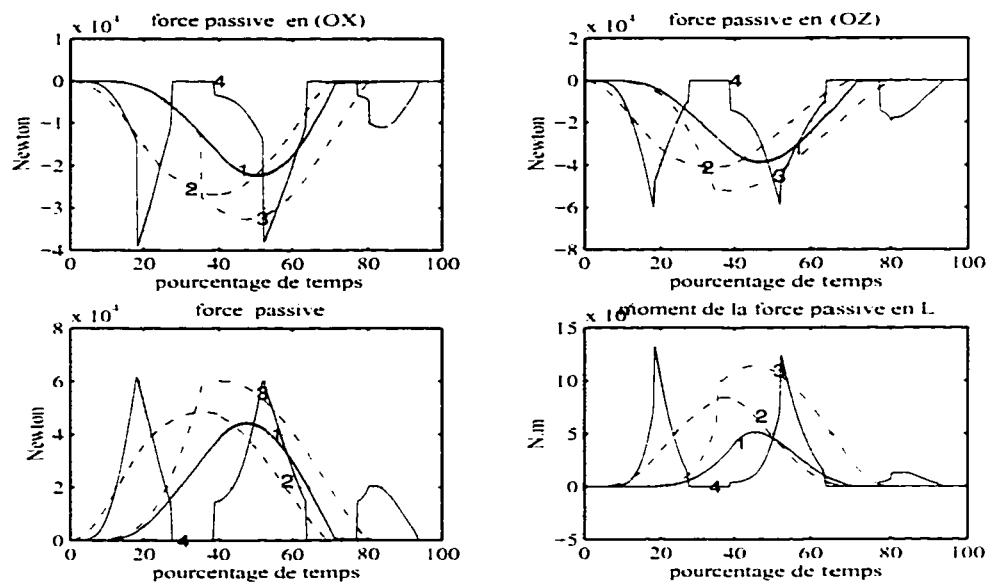


Figure 3.31 Les forces passives et les couples associés : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)

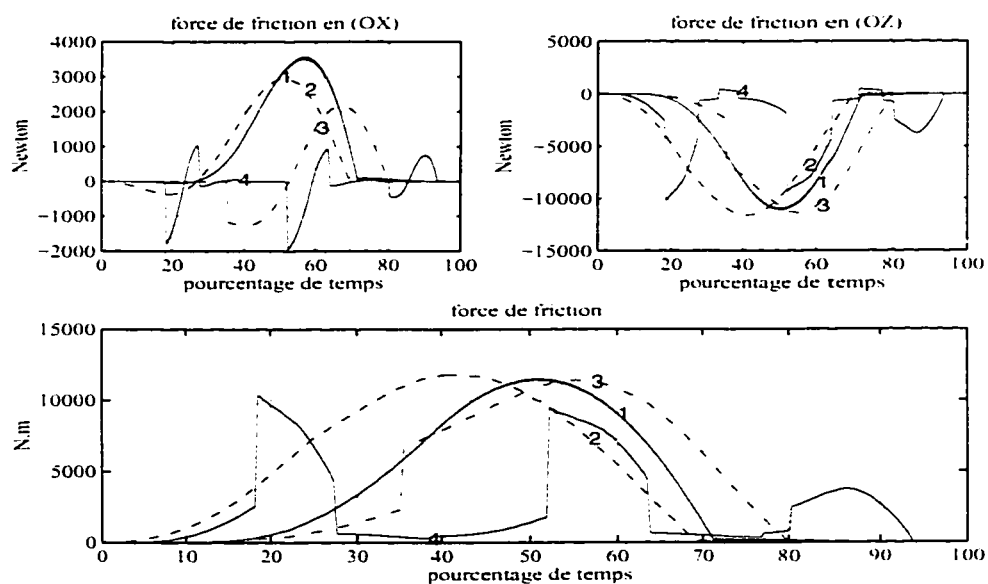


Figure 3.32 Force de friction : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)

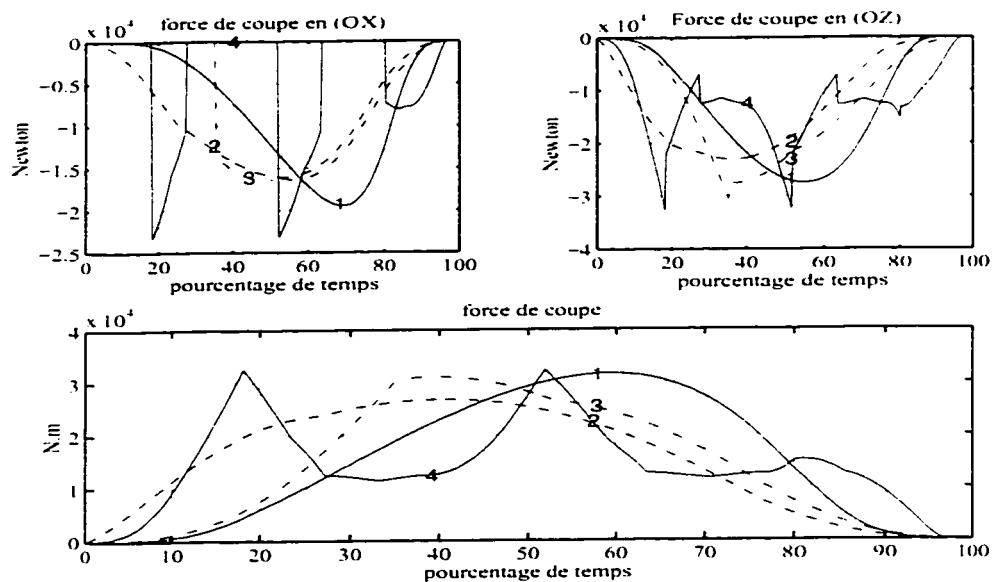


Figure 3.33 Force de coupe : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)

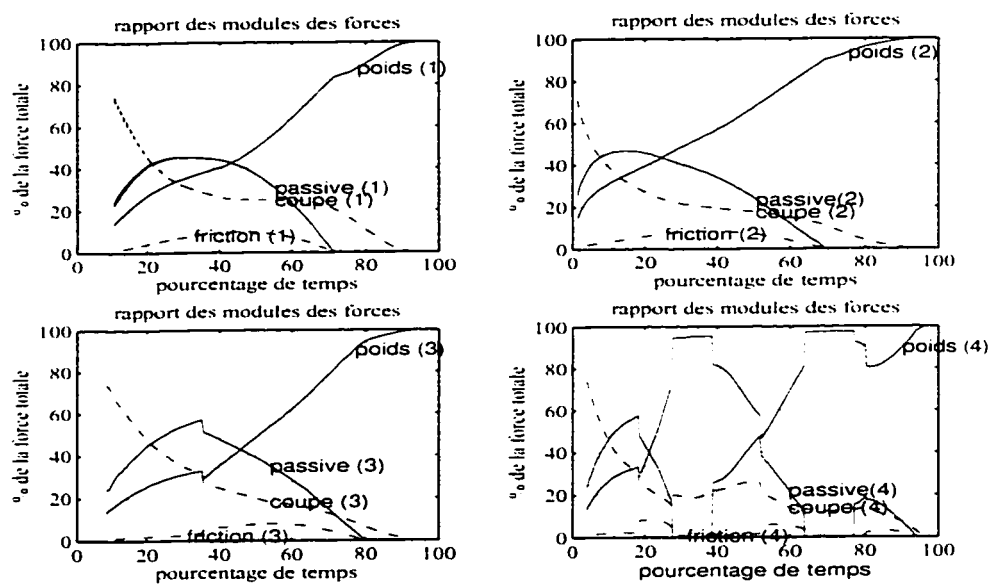


Figure 3.34 Comparaison des modules des forces par rapport à la force totale : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)

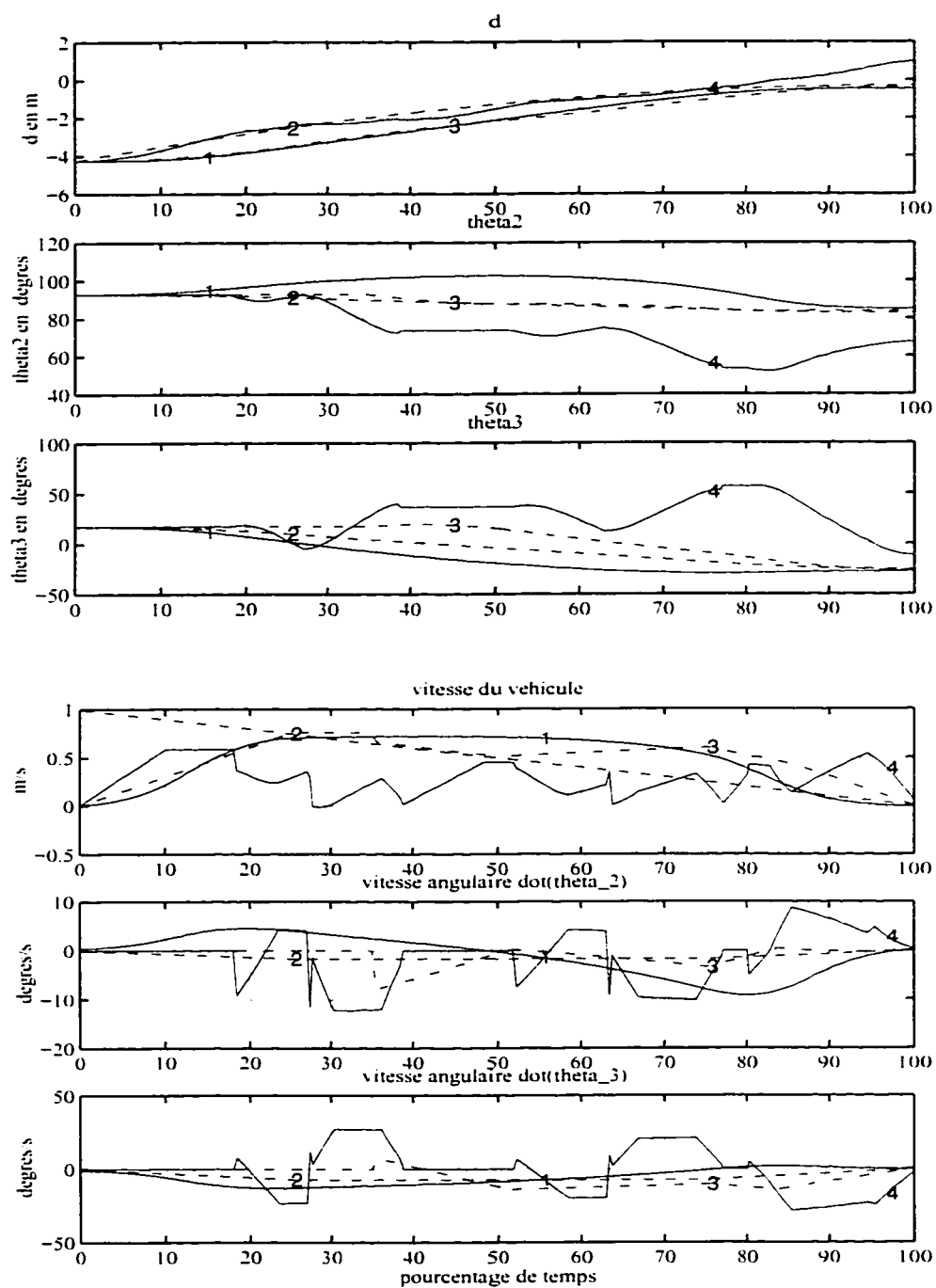


Figure 3.35 Vitesse et variations de θ_2 , θ_3 et d : la courbe i est associée à la stratégie i ($i=1, 2, 3$ et 4)

CHAPITRE

4

CONCEPTION D'UN SUPERVISEUR

4.1 INTRODUCTION

Ce chapitre est une préparation en vue de l'implantation des algorithmes et techniques développées sur un système physique. Il permet d'effectuer des simulations numériques préparatoires et de valider l'agencement des différents algorithmes et techniques. Il procure à la fin, un outil de simulation et d'analyse du chargement autonome. Cet outil permettrait d'étudier par voie de simulations, l'impact de différents facteurs, paramètres et algorithmes sur la productivité d'une mine opérée par un système autonome. Cependant les algorithmes déjà présentés ne sont pas complets. Dans ce sens qu'ils n'abordent pas le problème d'évitement d'obstacles.

Dans un premier temps dans ce chapitre nous présenterons un algorithme d'évitement d'obstacles. En second lieu, nous allons regrouper les algorithmes et techniques utilisés par module. La description et les schémas des modules seront présentés. Le schéma global d'agencement des modules sera présenté à la fin suivi de résultats de simulations numériques.

4.2 STRATÉGIE D'ÉVITEMENT D'OBSTACLES

La planification du chemin se fait sur la base de deux considérations principales: les lectures des capteurs et les instructions de l'opérateur humain.

- L'opérateur humain prend les décisions tels que le choix de la pile de matériau à charger, le volume à prendre à chaque chargement, le nombre de cycles à faire, le nombre d'essais à faire en cas d'obstacles, déclencher l'arrêt d'urgence.

- Les capteurs donnent la configuration et l'état actuel du véhicule et permettent d'estimer son degré de remplissage.

En comparant les lectures des capteurs aux valeurs désirées, on peut déterminer des irrégularités de chargement et prendre des décisions conformément aux règles établies.

4.2.1 Les règles de décision

En fonction des objectifs fixés par l'opérateur, et des situations qui se présentent pendant le chargement (obstacle, pelle vide, anomalie quelconque de chargement), le système doit prendre de façon autonome un certain nombre de décisions. Ces décisions vont concerner l'évitement d'obstacles, la replanification ou le déclenchement d'une situation d'urgence.

La détection d'un obstacle peut se faire de plusieurs façons : on peut utiliser les informations provenant des capteurs de forces ou les discontinuités irrégulières des états réels du système. On peut envisager pour plus de robustesse, qu'il soit convenable de combiner ces deux types d'informations. Par exemple avec le retour en force, on peut borner la plage de force acceptable au voisinage de la valeur estimée à la position actuelle de la pelle. Au-dessus de

cette plage. on pourrait envisager la présence d'un obstacle et en-dessous on estimerait la pelle vide.

Une telle approche présente cependant des inconvénients. Le premier est que l'on peut arrêter le chargement pour un obstacle dont le dégagement ne nécessite pas une force excédant la capacité de la machine et dont la force de dégagement nécessaire est au-dessus de la plage fixée. Le deuxième facteur est le délai nécessaire à la détection d'un obstacle. En réalité pendant le dégagement d'un obstacle il s'écoule un certain temps. Pendant ce temps, la force nécessaire au dégagement de l'obstacle demeure supérieure à la force estimée dans cette région. La persistance de la force au-dessus de la plage fixée est donc aussi un moyen d'identification d'un obstacle. Les règles d'identification de l'obstacle sont énoncées comme un processus de décisions. Les décisions sont prises en fonction de l'état actuel du véhicule et de la situation précédente en se basant sur un certain nombre de règles et de propriétés. Ces règles sont résumées comme suit:

- **Règle 1:** Continuer le chargement jusqu'à la détection d'un obstacle;
- **Règle 2:** Si un obstacle est détecté engager la procédure de dégagement;
- **Règle 3:** Si à la fin de la procédure de dégagement de l'obstacle ce dernier persiste, engager la procédure d'évitement;
- **Règle 4:** Si à la fin de la procédure d'évitement l'obstacle persiste, faire appel à l'opérateur humain.

Ces règles sont détaillées à la table 4.1 et à la figure 4.1.

Tableau 4.1 Tableau des règles

Règle 2:	Procédure de dégagement
	1 - forcer le chargement pendant un délai Δt_d: 2 - répéter la procédure de chargement N_d fois ou jusqu'à dégagement de l'obstacle.
Règle 3:	Procédure d'évitement
	• <u>Directions d'évitement</u>
	D_1: "up", vers le haut D_2: "back", en arrière D_3: "down", vers le bas
	• <u>Priorités</u>
	1 - en cas d'obstacles ou après une descente avec succès, la première priorité est de reculer (direction D_2). 2 - Si le recul s'accomplit avec succès, la priorité est de monter (direction D_1). 3 - Si le recul échoue à cause d'un obstacle, la priorité devient de descendre (direction D_3). 4 - Après la descente qu'il y ait succès ou non, retourner à la priorité 1, jusqu'à ce que la montée s'effectue avec succès ou que le nombre de cycles permis soit dépassé. 5 - si la montée s'effectue avec succès, passer à la <i>replanification</i>

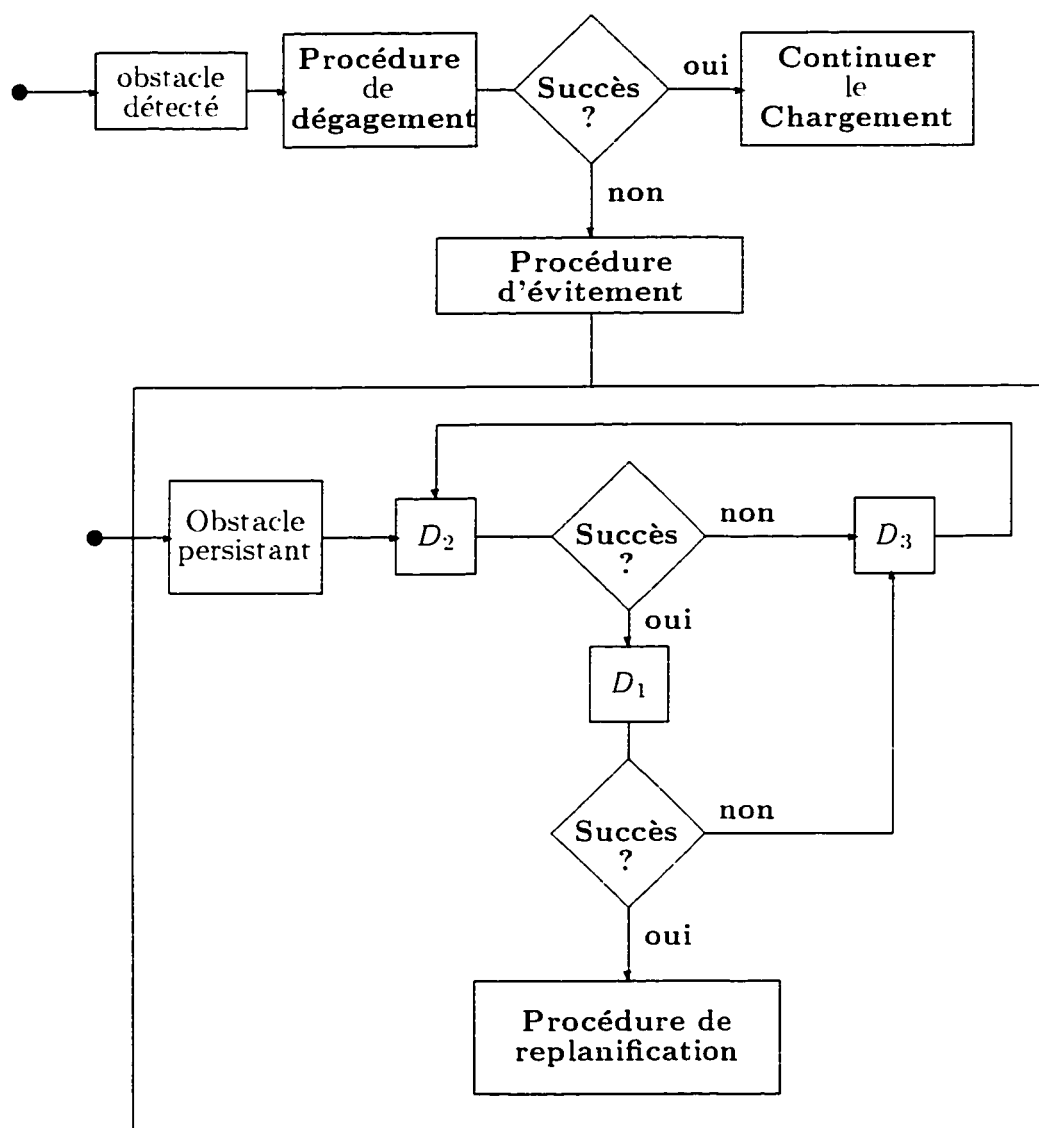


Figure 4.1 Procédures de dégagement et d'évitement d'obstacles

4.2.2 Procédure d'évitement d'obstacles

Pour éviter un obstacle notre stratégie est de reculer le véhicule d'une petite distance δz suivant l'axe OZ ou d'une grande distance ΔZ selon le même axe. Ensuite de soulever ou d'abaisser la pelle respectivement d'une petite ou d'une grande distance δx , ΔX . Si aucun obstacle n'est détecté au cours de cette manœuvre, on planifie un nouveau chemin à partir de la position (X_A, Z_A) avec

$$\begin{cases} X_A = x - \delta x \\ Z_A = z - \delta z \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\begin{cases} X_A = x - \Delta X \\ Z_A = z - \Delta Z \end{cases} \quad (4.2)$$

On pose $\Delta X = n\delta x$ et $\Delta Z = n\delta z$ où n est un entier. On pose comme convention qu'à partir de la position (x_o, z_o) où on détecte un obstacle, tout obstacle détecté dans un cercle de rayon $r_o = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Z)^2}$ est le même obstacle que le précédent. Le choix de l'incrément $\delta(.)$ ou $\Delta(.)$ se fait de la façon suivante: Après la procédure d'évitement de l'obstacle, l'enveloppe $\mathcal{C}_1$ change. La nou-

Tableau 4.2 Choix des incréments $\delta(.)$ et $\Delta(.)$

1:	Première détection de l'obstacle
	pendant les n premiers essais utiliser l'incrément δ calculer X_A, Z_A par l'équation (4.1)
2:	Après n essais sans succès
	calculer X_A, Z_A par l'équation (4.2) reinitialiser le compteur des essais à zéro $n = 0$ passer à la replanification

velle enveloppe est considérée à partir du nouveau point A , le point suivant de l'enveloppe est à l'intersection de la verticale passant par le point A et la courbe $\mathcal{C}_1$ d'origine tel que montré à la figure 4.2.

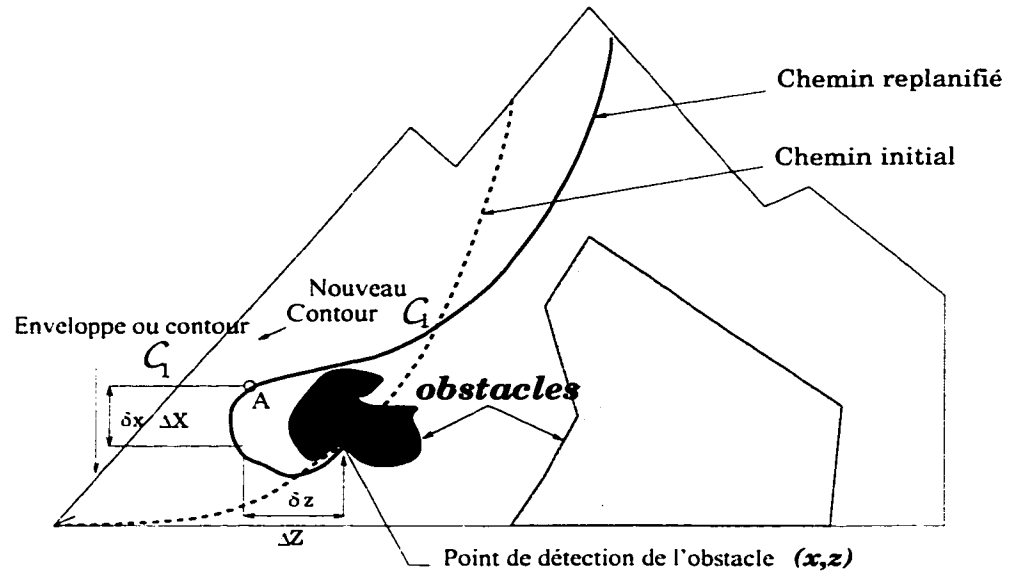


Figure 4.2 Nouvelle enveloppe C_1 et nouveau chemin

4.2.3 Procédure de replanification

On a remarqué que, pour le chemin paramétrique $x(\sigma)$, $z(\sigma)$ vérifiant les conditions initiales $(X_A, Z_A, \beta_A, \beta_B)$, si on fixe $(X_A, Z_A, \beta_A, \beta_B)$ et que le point (X_B, Z_B) se déplace le long d'une droite, la relation

$$\beta_A \leq \beta = \tan^{-1} \left(\left(\frac{\partial x}{\partial \sigma} \right) / \left(\frac{\partial z}{\partial \sigma} \right) \right) \leq \beta_B \quad (4.3)$$

demeure vraie, $(\beta_B - \beta_A < \pi)$ tant que

$$d_{AB} = \left(\sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2} \right) \quad (4.4)$$

$$\sigma_B - \sigma_A \leq k_\sigma d_{AB} \quad (4.5)$$

où k_σ est une constante.

Pour la recherche de la solution $(X_A, Z_A, X_B, Z_B, \beta_A, \beta_B, \sigma_A, \sigma_B)$ optimale, on procède selon l'algorithme décrit à la table 4.4

NOTE TO USERS

Page(s) not included in the original manuscript are unavailable from the author or university. The manuscript was microfilmed as received.

UMI

Tableau 4.4 Algorithme de replanification

1:	Initialisation
	fixer les limites z_{max}, x_{max}, β_{max}, β_{min}, z_{min}, x_{min} fixer Ω_d, ϵ_Ω, ϵ_z, ϵ_σ prendre des valeurs (X_A, Z_A, X_B, Z_B, β_A, β_B) satisfaisant les conditions aux frontières (équations (3.2) à (3.9)) rechercher k_σ de la manière suivante: “While” (équation (4.3)) & (équation (4.5)) $k_\sigma = k_\sigma + \Delta k_\sigma$ “End” du “while” avec $\Delta k_\sigma > 0$ calculer Ω correspondant (utiliser l'équation (3.32)) poser $z_I = Z_A$, $z_F = Z_B$, $z_f = z_F$
2:	“While” (boucle principale) $z_F - z_I > \epsilon_z$ “IF” ($\Omega < \Omega_d$) & ($\Omega - \Omega_d > \epsilon_\Omega$) $x_I = z_f$, et $x_f = z_I + \frac{(-1+\sqrt{5})}{2}(z_F - z_I)$ “ELSEIF” ($\Omega - \Omega_d < \epsilon_\Omega$) $x_F = z_f$, et $x_f = z_I + \frac{(-1+\sqrt{5})}{2}(z_F - z_I)$ “ELSEIF” ($\Omega > \Omega_d$) assigner $Z_B = z_f$, calculer le X_B correspondant, $\sigma_B = k_\sigma d_{AB}$ <u>appeler la Routine 1:</u> (table 4.3) “ELSE” $x_I = z_f$, et $x_f = z_I + \frac{(-1+\sqrt{5})}{2}(z_F - z_I)$ “End” du “ELSE” “End” “While” (boucle principale)
3:	sorties
	X_A , Z_A , X_B , Z_B , β_A , β_B , σ_A , σ_B

4.3 STRUCTURE GLOBALE DU PROGRAMME DE CHARGEMENT

Afin de simplifier l'intégration de tous les algorithmes développés en vue du chargement autonome de la pelle mécanique, nous les avons regroupés en quatre modules. Les modules ont été composés en fonction de la similarité des sorties des algorithmes. Ainsi, nous avons le module de planification, le module cinématique, le module d'estimation et le module de commande.

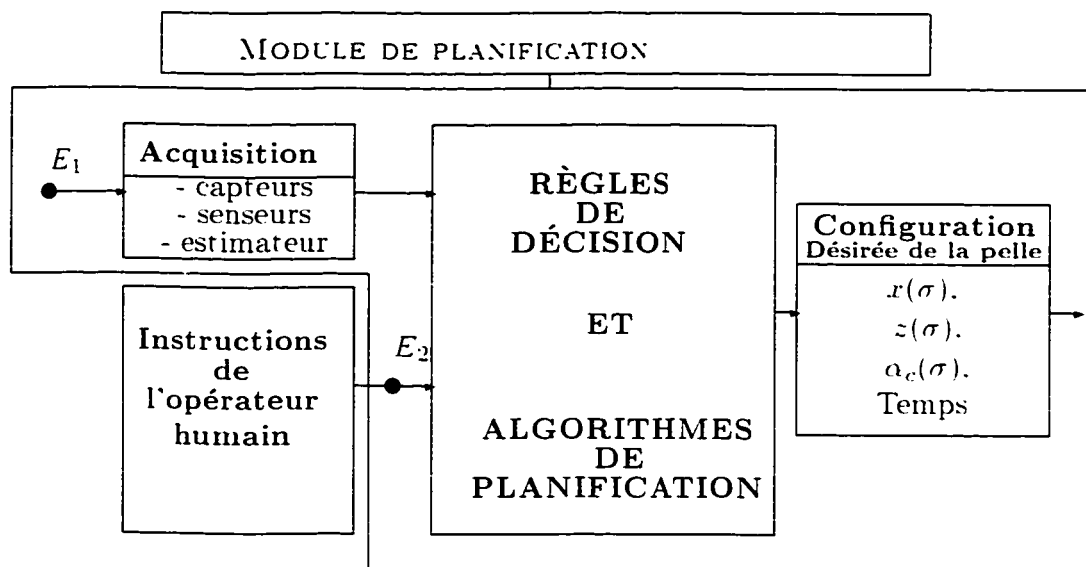


Figure 4.3 Module de planification

- **Le module de planification**

C'est à ce niveau que se fait la planification du chemin en fonction des instructions de l'opérateur humain et des règles établies, la replanification en vue de l'évitement d'un obstacle et le déclenchement d'un arrêt d'urgence. Ce module utilise les informations provenant des capteurs (*état du véhicule*).

forces mesurées), de l'estimateur (*force estimée dans cette région*) afin de prendre les décisions qui s'imposent. Les sorties de ce module sont les chemins $(x(\sigma), z(\sigma), \alpha_c(\sigma))$ et la durée d'exécution désirée. Le diagramme de ce module est donné à la figure 4.3.

• Le module cinématique

Ce module utilise comme entrées l'acquisition des capteurs (*état du véhicule*) et la sortie du module de planification. Le chemin obtenu du module de planification et le temps spécifié sont utilisés pour générer la trajectoire désirée. Avec les lectures des capteurs on calcule la cinématique inverse afin de déterminer la configuration et la position réelle de la pelle dans l'espace. Les sorties de ce module sont la trajectoire désirée $(x_d(t), z_d(t), d_d(t), \theta_{2,d}(t), \theta_{3,d}(t), (\dot{x}_d(t), \dot{z}_d(t), \dot{d}_d(t), \dot{\theta}_{2,d}(t), \dot{\theta}_{3,d}(t)), (\ddot{x}_d(t), \ddot{z}_d(t), \ddot{d}_d(t), \ddot{\theta}_{2,d}(t), \ddot{\theta}_{3,d}(t)))$ et la trajectoire réelle de pelle $(x(t), z(t), d(t), \theta_2(t), \theta_3(t), (\dot{x}(t), \dot{z}(t), \dot{d}(t), \dot{\theta}_2(t), \dot{\theta}_3(t)), (\ddot{x}(t), \ddot{z}(t), \ddot{d}(t), \ddot{\theta}_2(t), \ddot{\theta}_3(t)))$. On se base sur les équations cinématiques directes et inverses de la pelle mécanique pour déterminer ses trajectoires réelles et désirées. Le diagramme de ce module est donné à la figure 4.4.

• Le module d'estimation

Les entrées de ce module sont la configuration désirée et la configuration réelle du véhicule. Il utilise la cinématique directe et les modèles des forces pour calculer les estimés des forces résistantes. Dans ce module on calcul les paramètres adaptés du système. Les sorties de ce module sont les couples résistants estimés τ_m et les couples de la dynamique estimés $\mathbf{Y}\varphi$.

• Le module de commande

Dans l'optique d'une implantation en temps réel, ce module fait la fusion de couples résistants, la dynamique nominale estimée et la composante de la commande par mode de glissement. Le couple total obtenu est envoyé aux

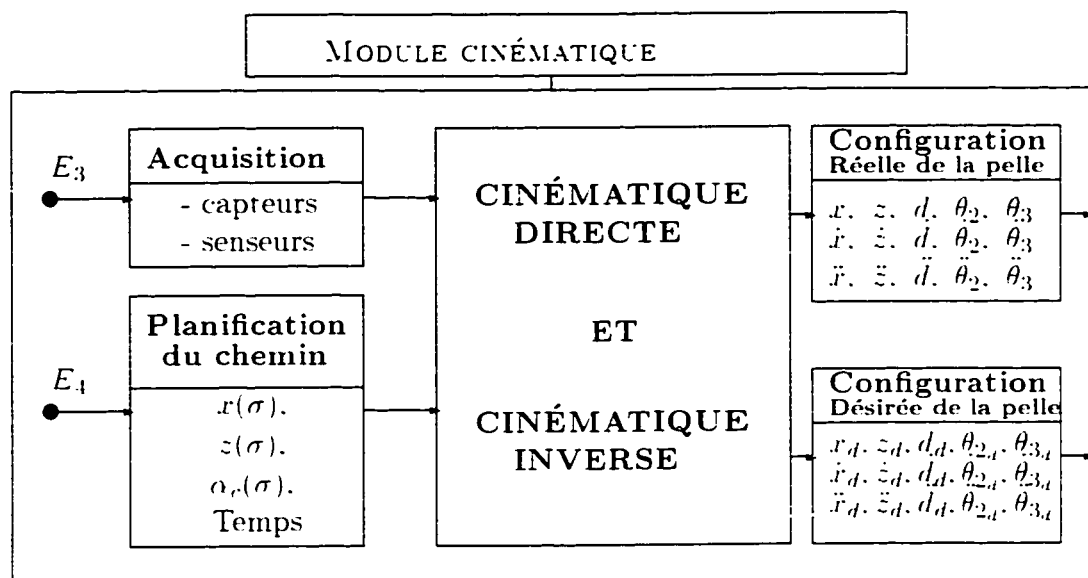


Figure 4.4 Module cinématique

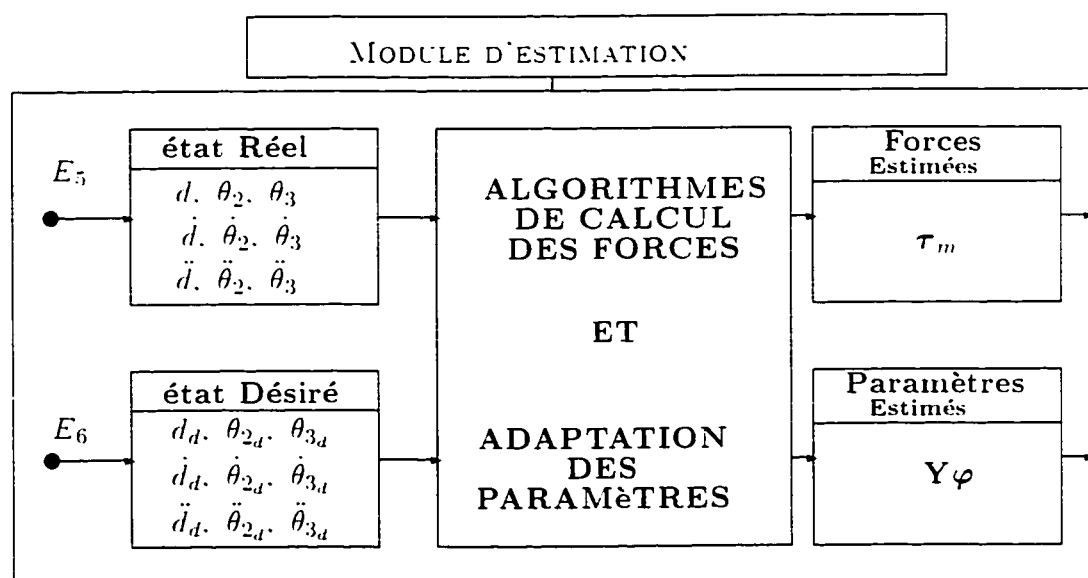


Figure 4.5 Module d'estimation

actionneurs à chaque période après une conversion en signal analogique. Les entrées de ce module sont les sorties du module d'estimation. Sa sortie est le couple total. Ce couple peut être présenté sous forme numérique ou analogique. Le schéma de ce module est donné à la figure 4.6.

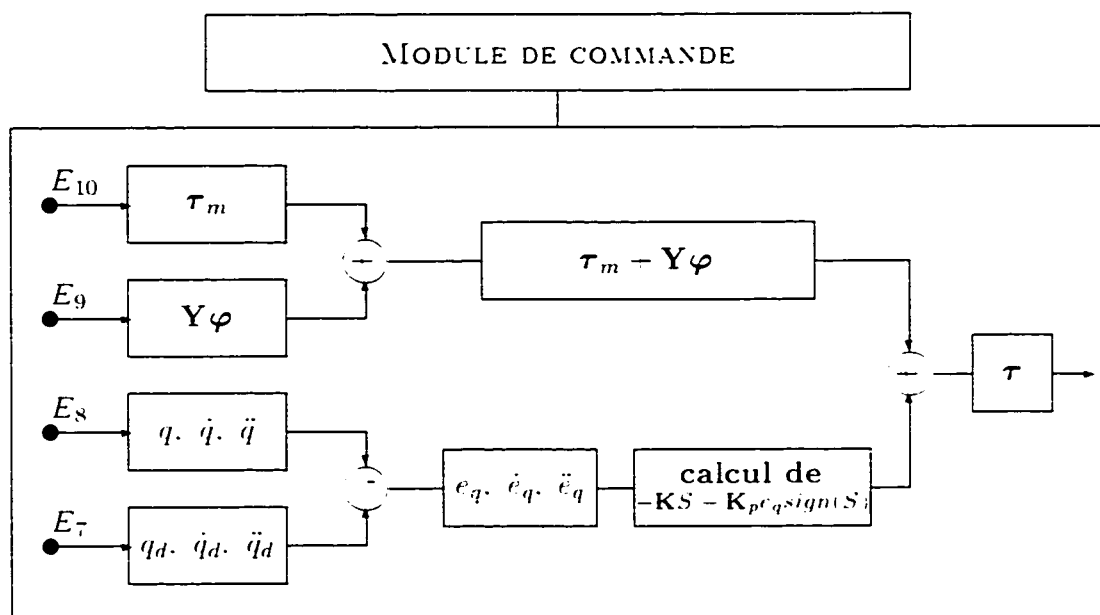


Figure 4.6 Module de commande

• Le module d'intégration global

Tous les modules (planification, cinématique, estimation, commande) sont mis ensemble pour réaliser le chargement suivant le schéma de la figure 4.7.

4.3.1 Procédure de simulation

Nous avons effectué des simulations avec le logiciel matlab sur des ordinateurs Sun/Sparc-2. Le modèle de LHD utilisé est celui présenté dans cette thèse en annexe A. Son jacobien est donné par l'équation A.8 et ces équations

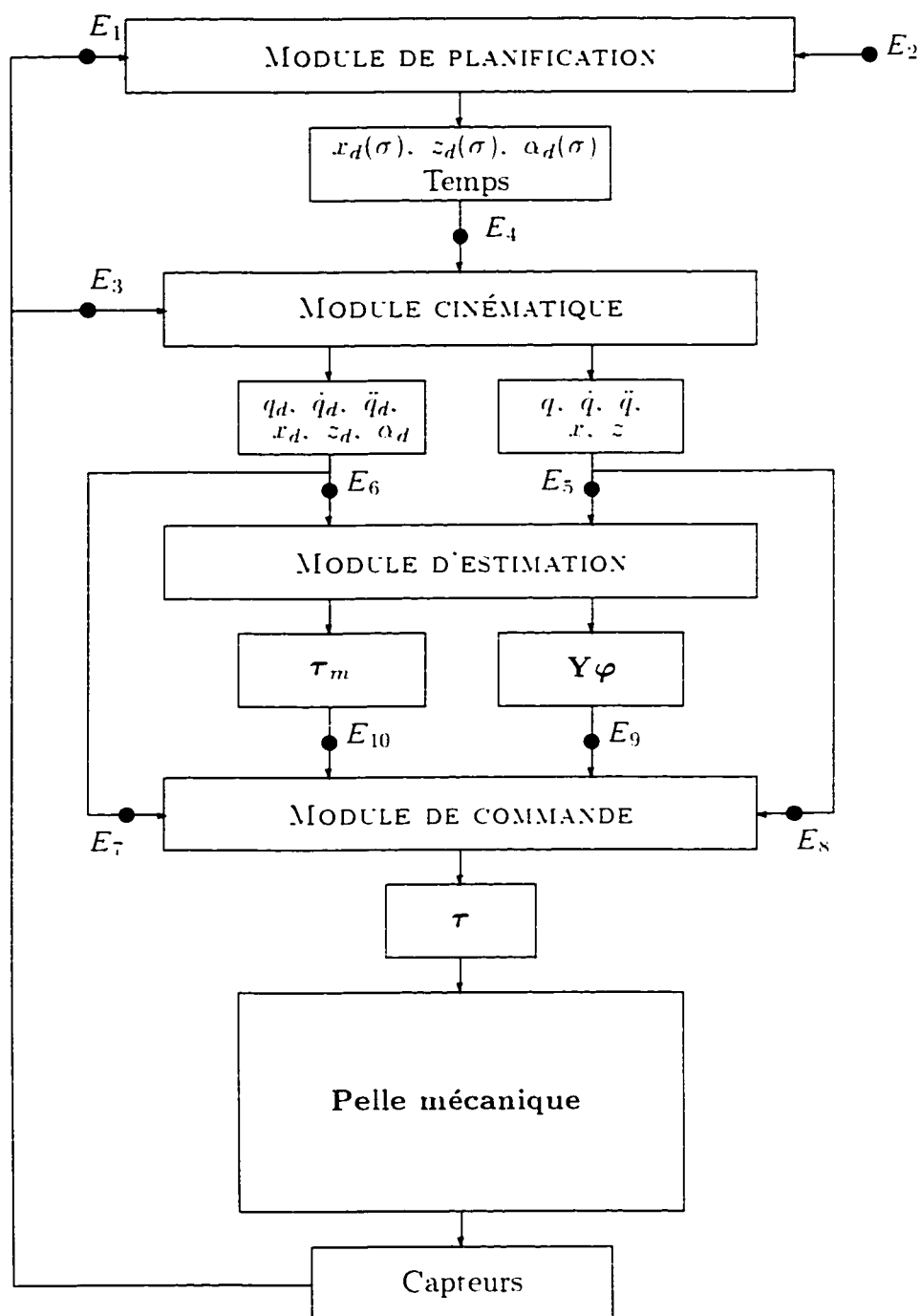


Figure 4.7 Structure globale

dynamiques sont (A.26, A.27 et A.28). La simulation se déroule de la manière suivante :

1: Les données

on suppose que sont disponibles :

1. le volume désiré de minerai Ω_d ;
2. la configuration $\mathcal{C}_1$ de la pile de minerai;
3. les frontières de x , z et β ;

2: Appel du module de planification

Ce dernier utilise les algorithmes de planification (section 3.3.2) et de replanification (figure 4.3 et 4.4). À la sortie de ce module, on obtient les coordonnées cartésiennes du point L (la lame de la pelle) $x(\sigma)$, $z(\sigma)$ et l'orientation $\alpha_c(\sigma)$ de celle-ci. Ce module donne aussi une estimation du temps de chargement requis.

3: Appel du module cinématique

Il utilise les équations de la vitesse du point L présentées par la stratégie 1 décrite à la section 3.6.3. (équations (3.69), (3.70), (3.71), (3.65), (3.66)).

Il en résulte de ce module :

- d'un côté, les positions vitesses et accélération désirées en coordonnées de joints et en coordonnées cartésiennes;
- de l'autre, la configuration réelle actuelle du LHD en coordonnées de joints et cartésiennes. Cette configuration réelle peut être obtenue par la conversion des lectures des encodeurs ou tout autres types de capteurs de position du LHD, ou par des simulations numériques. À la sortie de cette procédure, les variables suivantes seront disponibles en mémoire ou sur fichier : $x_d(t)$, $z_d(t)$, $d_d(t)$, $\theta_{2_d}(t)$, $\theta_{3_d}(t)$, $(\dot{x}_d(t), \dot{z}_d(t), \dot{d}_d(t), \dot{\theta}_{2_d}(t), \dot{\theta}_{3_d}(t))$, $(\ddot{x}_d(t), \ddot{z}_d(t), \ddot{d}_d(t), \ddot{\theta}_{2_d}(t), \ddot{\theta}_{3_d}(t))$ et la trajectoire réelle de pelle $(x(t), z(t), d(t), \theta_2(t), \theta_3(t))$, $(\dot{x}(t), \dot{z}(t), \dot{d}(t), \dot{\theta}_2(t), \dot{\theta}_3(t))$, $(\ddot{x}(t), \ddot{z}(t), \ddot{d}(t), \ddot{\theta}_2(t), \ddot{\theta}_3(t))$.

4: Appel du module d'estimation

Ce module admet les données suivantes :

1. la configuration actuelle de la pelle dans l'espace cartésien et celui des joints:
 2. la forme de la pile de matériaux $\mathcal{C}_1$.
- Il utilise les équations des forces (équations (2.34) à (2.38), (2.41), (2.50), (2.51), (2.42)). Ces équations permettent d'évaluer le poids du minerai dans la pelle $\mathbf{W}$, la force de coupe appliquée à la lame $\mathbf{F}$, la force de frottement $\mathbf{N}$, les forces passives et actives $\mathbf{P}$, le moment du poids ($\mathbf{M}_W$) et celui de forces passives ($\mathbf{M}_P$) appliqués au point L.
 - Par la suite, on calcule les couples et forces générés par ($\mathbf{W}$, $\mathbf{F}$, $\mathbf{N}$, $\mathbf{P}$, $\mathbf{M}_W$, $\mathbf{M}_P$) au niveau des articulations désignées par τ_m .
 - Dans le même module on effectue l'adaptation des paramètres à partir des équations (B.4), (B.27), (B.33), (B.34) et (B.35). Le résultat de cette adaptation est $\mathbf{Y}\varphi$.

5: Appel du module de commande

Au moment de l'appel de ce module, sont déjà disponibles en mémoire :

1. les états du système et leurs valeurs désirées ($\mathbf{q}$, $\mathbf{q}_d$, $\dot{\mathbf{q}}$, $\dot{\mathbf{q}}_d$):
2. les estimés des couples extérieurs ou leurs mesures (τ_m):
3. les termes d'adaptation de paramètres $\mathbf{Y}\varphi$.

On utilise l'équation (B.13) pour le calcul des couples appliqués aux actionneurs au moment de la simulation ou de l'implantation en temps réel.

Afin d'obtenir les états simulés du système, nous appliquons les couples calculés à l'équation (B.13) au modèle dynamique de la pelle mécanique présenté dans l'annexe A (équations (A.26) à (A.28)). Ces équations sont ensuite intégrées à l'aide de la méthode de Runge-Kutta ou celle d'Euler. Le résultat

de cette simulation est dans un premier temps la configuration de la pelle dans l'espace des joints $\mathbf{q}$. En second lieu, cette dernière est reconvertie par le module cinématique en coordonnées cartésiennes x, z . Ces états sont réutilisés pour le module d'estimation pour le calcul des forces.

Déroulement de la simulation

Le but de la simulation est de charger un volume désiré de matériau en présence d'obstacles aléatoires. Les obstacles sont de formes variées (en 2-dimensions : cercle, rectangle, triangle, carré). Leurs dimensions et leurs localisations dans l'espace sont aléatoires.

La simulation est réalisée de la manière suivante : connaissant le volume initial désiré de matériau, on planifie un chemin initial et on génère la trajectoire initiale. Ensuite, on lance une simulation du chargement. Si au cours du chargement le LHD rencontre un obstacle, on replanifie et on régénère une nouvelle trajectoire. Cette opération est répétée jusqu'à l'obtention du volume recherché de matériaux ou jusqu'à l'abandon s'il est impossible de l'obtenir.

Note : un obstacle est détecté par la localisation du point L à l'intérieur ou à la frontière de l'espace qu'il occupe.

Résultats des simulations numériques

Les simulations faites permettent de vérifier graphiquement l'évitement d'obstacles et la poursuite de la trajectoire. Mais elles donnent aussi l'occasion d'observer le comportement des variables d , θ_2 , θ_3 et leurs dérivées $\dot{d}$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$, les couples appliqués aux actionneurs τ , les forces résistantes τ_m , et les paramètres φ .

• L'évitement d'obstacles

Les figures 4.8, 4.10, 4.11, 4.12, 4.14 présentent différents essais effectués en présence d'obstacles. Tels que les graphiques le démontrent, dans tous les cas, les résultats obtenus confirment que l'algorithme d'évitement d'obstacles est efficace.

• La poursuite de la trajectoire

Les figures 4.13 et 4.15 présentent chacune deux graphiques. Le graphique de dessus de chaque figure montre du côté gauche la trajectoire qu'a suivi le point L. Dans le reste du graphique, on montre l'enveloppe de la pile de minerai. Le second graphique est un agrandissement de la région où le minerai a été enlevé. Quand on observe de près le second graphique, on voit deux courbes qui tendent à se superposer mais qui ne le sont pas tout à fait. La trajectoire planifiée est en traits interrompus et la trajectoire simulée est en traits pleins. Les figures (4.8, 4.10, 4.11, 4.13, 4.15) montrent que la poursuite est assez bonne.

• Comportement des variables et des paramètres

La figure 4.16 présente les variations de d , θ_2 , θ_3 et leurs dérivées $\dot{d}$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$ correspondant au chargement de la figure 4.8. La figure 4.17 présente les variations des couples appliqués aux actionneurs F , τ_2 , τ_3 et celles des couples résistants F_{ext} , τ_{ext2} , τ_{ext3} . La figure 4.18 présente les variations des paramètres φ . On remarque que ces paramètres demeurent en moyenne au voisinage de leurs valeurs initiales malgré quelques sauts. Ce comportement est normal car, cette loi d'adaptation suppose des paramètres constants lorsque la surface de glissement demeure au voisinage de zéro tel que l'indique la figure 4.19.

4.4 ANALYSE DES RÉSULTATS ET CONCLUSION

Aux chapitres 2., nous avons développé un modèle de la pression dans une pile de matériaux et appliqué ce modèle au calcul des forces. Au chapitre 3., nous avons proposé une méthode de planification du chemin de chargement. La stratégie proposée a été comparée avantageusement à trois autres stratégies existantes. Dans ce chapitre, nous proposons une façon de mettre en valeur ces résultats afin de réaliser l'objectif principal qui est le chargement autonome.

Dans des circonstances réelles, les LHD buttent sur des obstacles au moment du chargement. Il est donc à prévoir une stratégie d'évitement de ces derniers. Dans ce chapitre, en plus d'utiliser les outils développés aux chapitres 2 et 3, nous proposons une stratégie d'évitement d'obstacles. L'application de tous ces algorithmes sur un système réel nécessite que ce dernier soit contrôlé. Aussi dans cette thèse, nous proposons une nouvelle loi de commande. Cette dernière est présentée en annexe B. Nous avons choisi de la mettre en annexe pour alléger le document. Cette loi de commande est utilisée pour contrôler un LHD effectuant une tâche de chargement autonome. Ce LHD autonome fait aussi appel à nos algorithmes de planification et replanification de chemin, d'évitement d'obstacles et à notre méthode de calcul de forces afin de réaliser cette tâche. Les résultats des simulations peuvent être interprétés de plusieurs façons. Nous allons dans notre analyse porter notre attention sur les points suivants :

1: La cohésion

Bien que tous les modules soient simulés de façon individuelle, leur intégration peut générer de nouveaux problèmes. Les simulations faites nous démontrent que les modules s'intègrent parfaitement.

2: L'évitement d'obstacles

Rappelons que les obstacles ne sont pas visibles. Par conséquent, on ne

connait ni leurs dimensions ni leur localisation. Les objectifs étant de ramasser un volume de minerai donné dans un délai donné, on peut se demander si la stratégie d'évitement d'obstacle proposée peut toujours permettre d'atteindre ces objectifs. Les facteurs pouvant affecter le temps de chargement et le volume de matériaux sont nombreux. Retenons essentiellement les impacts : des pas ΔX , ΔZ , δx , δz et ceux de la taille des obstacles, des dimensions de la pelle, de la vitesse de chargement et du contrôle du LHD.

1. Impact des pas ΔX , ΔZ , δx , δz et des tailles des obstacles

Pour gagner du temps, il est nécessaire de minimiser les replanifications. Ceci peut être atteint en choisissant les pas tels que le chemin replanifié ne rencontre pas le même obstacle. Cependant les dimensions des obstacles ne sont pas connues. Si dans une situation réelle on possédait des données sur les fréquences d'apparition de certains diamètres d'obstacles, on pourrait donc choisir nos pas tels qu'on puisse les éviter d'un coup. La solution que nous voyons à ce stade pour optimiser le temps de chargement est une recherche expérimentale des pas de replanification.

2. Les dimensions de la pelle

Les pas ΔX , ΔZ , δx , δz peuvent être choisis en fonction de la taille de la pelle et du degré de fragmentation du matériau. Théoriquement on peut penser qu'une grande pelle chargeant de gros morceaux de matériaux en faisant de grands pas d'évitement, chargera plus vite qu'une petite pelle qui charge des grands morceaux en faisant de petits pas. Mais cette situation est purement hypothétique. On s'attend raisonnablement à des scénarios où, les grosses pelles vont charger les gros morceaux et les petites les petits morceaux. Donc les dimensions de la pelle ne devraient pas affecter le temps ni le volume de matériau toutes proportions gardées. Mais en réalité, seule l'expérimentation pourra nous permettre de conclure de façon objective.

3. La vitesse de chargement

Théoriquement, plus le chargement est rapide, plus on gagnera du temps. Cependant, on n'a pas analysé la précision de poursuite en fonction de la vitesse de notre contrôleur. Or nous savons que le volume de minerai attendu est fonction d'une bonne poursuite du chemin planifié. L'augmentation de la vitesse de chargement pose un dilemme. Si elle améliore le temps de chargement, elle peut aussi, détériorer le volume de matériaux chargé.

4. L'impact du contrôleur

Le contrôleur limite par sa capacité de poursuite, la vitesse à laquelle la pelle peut se déplacer pendant le chargement en maintenant l'erreur de poursuite dans une plage donnée. Sa précision détermine aussi le pourcentage de volume de minerai que l'on peut ramasser pendant un chargement. C'est un élément déterminant de la productivité du chargement autonome. Cette étude ne permet pas de quantifier son impact. Il serait souhaitable dans des recherches futures d'analyser plus spécifiquement son impact. Cela permettrait aussi de déterminer par leur capacité à atteindre les objectifs, les contrôleurs appropriés pour ce type d'action.

Analyse de la loi de contrôle

Le dernier point de l'analyse précédente fait ressortir l'importance du contrôle dans les résultats globaux du chargement autonome telle que la productivité. On est alors en droit de se demander si la loi de contrôle proposée présente des avantages spécifiques.

- Dans un premier temps signalons que nous n'avons pas effectué une étude comparative de cette loi de contrôle par rapport aux autres.

- Cependant, nous pouvons souligner ici que, la conception de cette dernière a été faite avec en esprit le problème du chargement. Ce contrôleur a été développé pour intégrer les mesures des forces ou leurs estimés. Ce qui lui procure ce bon comportement en poursuite. On peut noter que l'erreur de poursuite par ce contrôleur est quasiment invariante du degré de chargement de la pelle et des forces résistantes. Le calcul de cette commande est plus rapide grâce aux simplifications introduites au modèle dynamique. En effet pour les fins de commande, on a négligé les termes non diagonaux des matrices d'inertie et de celle des forces centrifuges et de Coriolis. Bien que les termes négligés soient significatifs, tels que montrés à la figure B.6, les résultats de la poursuite demeurent bons. En fait les résultats présentés montrent que le contrôleur développé est robuste.

De la simulation à l'implantation

Ce chapitre est une préparation à l'implantation sur système réel. Dans un premier temps on veut montrer que l'intégration de tous les modules développés peut se faire sans conflit. Ceci se confirme par le fait qu'aucun module n'a corrompu les résultats d'un autre. Quelques points importants qui font obstacle à l'implantation aujourd'hui sont :

- 1: le manque de paramètres réel du LHD tels les dimensions, masses et moments d'inertie;
- 2: les données sur le matériau telles que la configuration, la taille moyenne des particules, les coefficients de frottement etc...;
- 3: le temps de calcul, c'est le temps nécessaire pour calculer la trajectoire, les estimés des forces, faire l'adaptation des paramètres, et calculer la commande. Dans un contexte de commande en temps réel, ce temps ne devrait pas excéder une période d'échantillonnage. Cependant, étant donné que le

chemin et la trajectoire sont connus d'avance, la pile de matériau étant aussi supposée connue, certains de ces termes peuvent être calculés d'avance et mémorisés.

- 4: Si toutes ces conditions étaient satisfaites, les premiers essais viseraient à déterminer les valeurs appropriées des constantes et gains nécessaires au contrôle (par exemple les pas ΔX , ΔZ , δx , δz).

Contribution du chapitre

Dans ce chapitre nous avons mis en oeuvre tous les algorithmes, méthodes et modèles développés dans cette thèse pour construire un outil d'analyse et d'étude du chargement autonome. Les résultats de cette recherche peuvent être utilisés pour des fins de simulation ou d'implantation sur un système physique dans un but d'analyse des performances des méthodes par exemple :

- les méthodes de planification de chemin et de calcul des forces;
- les stratégies d'évitement d'obstacle;
- les performances des contrôleurs.

Il peut aussi être utilisé pour étudier l'impact de différents facteurs sur la productivité par exemple :

- l'impact de la taille de la pelle sur la productivité et celui du niveau de fragmentation du matériau;
- la vitesse optimale de production;
- les contrôleurs;

pour ne citer que ces quelques aspects.

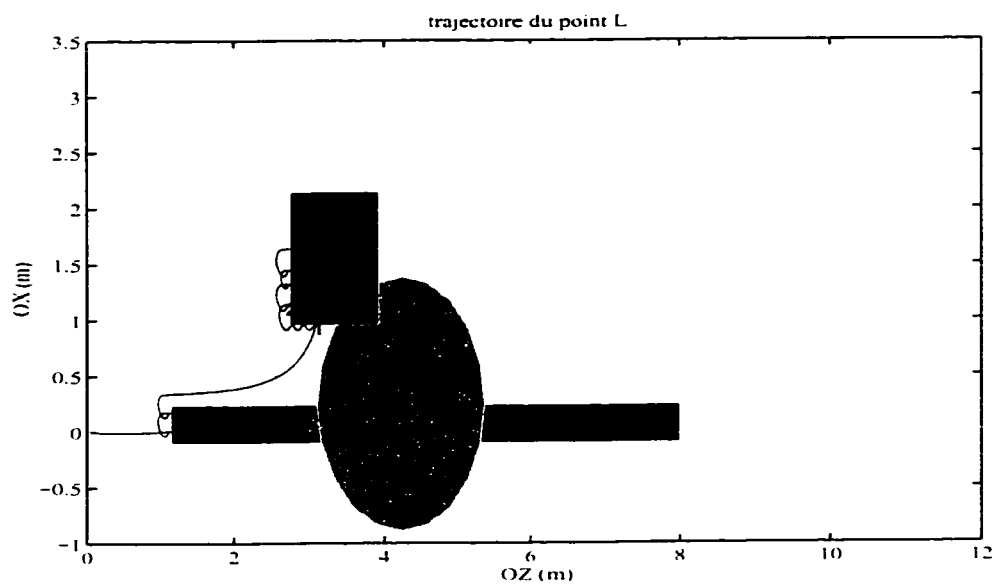


Figure 4.8 Chemin après évitement d'obstacles essai N° 1

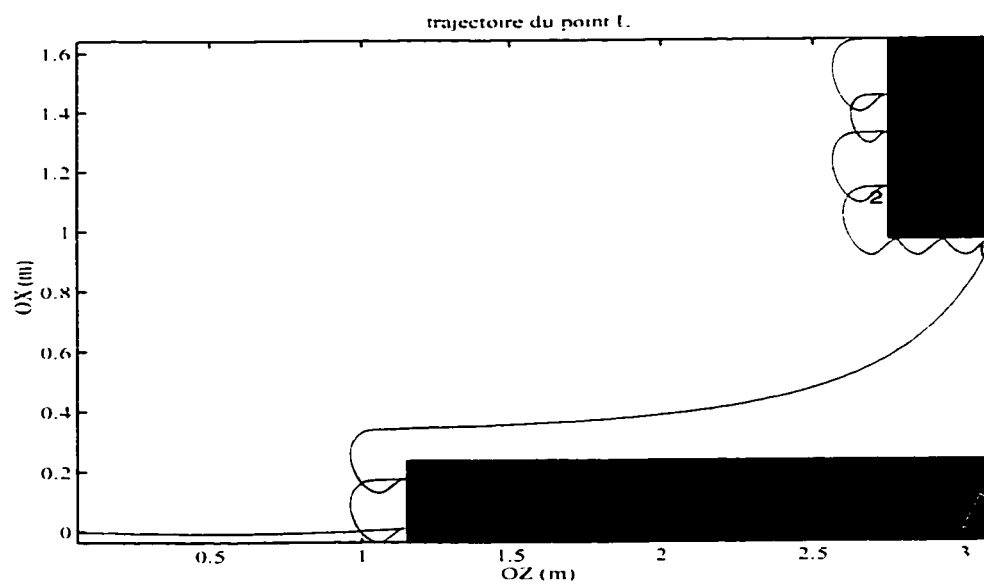


Figure 4.9 Agrandissement de la figure précédente

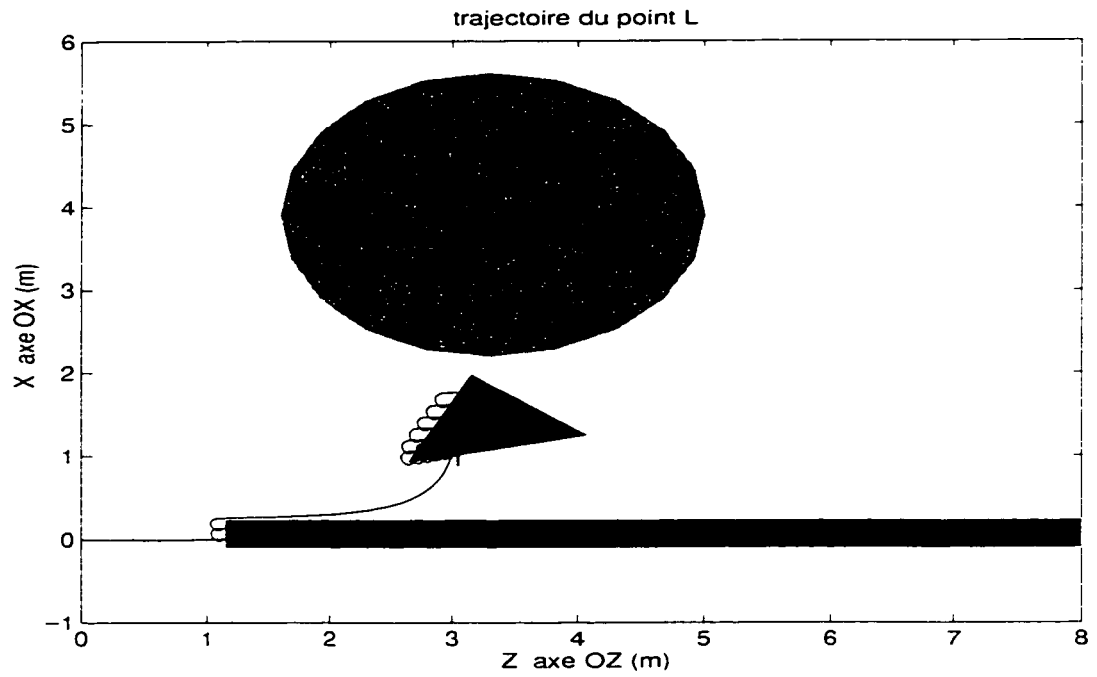


Figure 4.10 Chemin après évitement d'obstacles essai N° 2

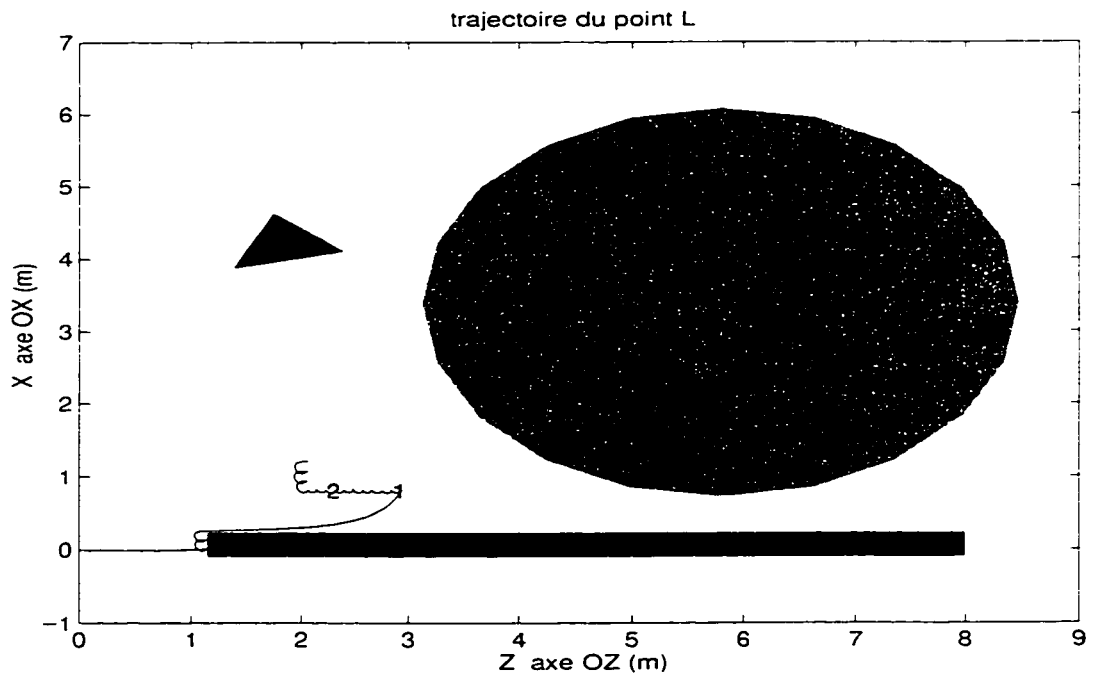


Figure 4.11 Chemin après évitement d'obstacles essai N° 3

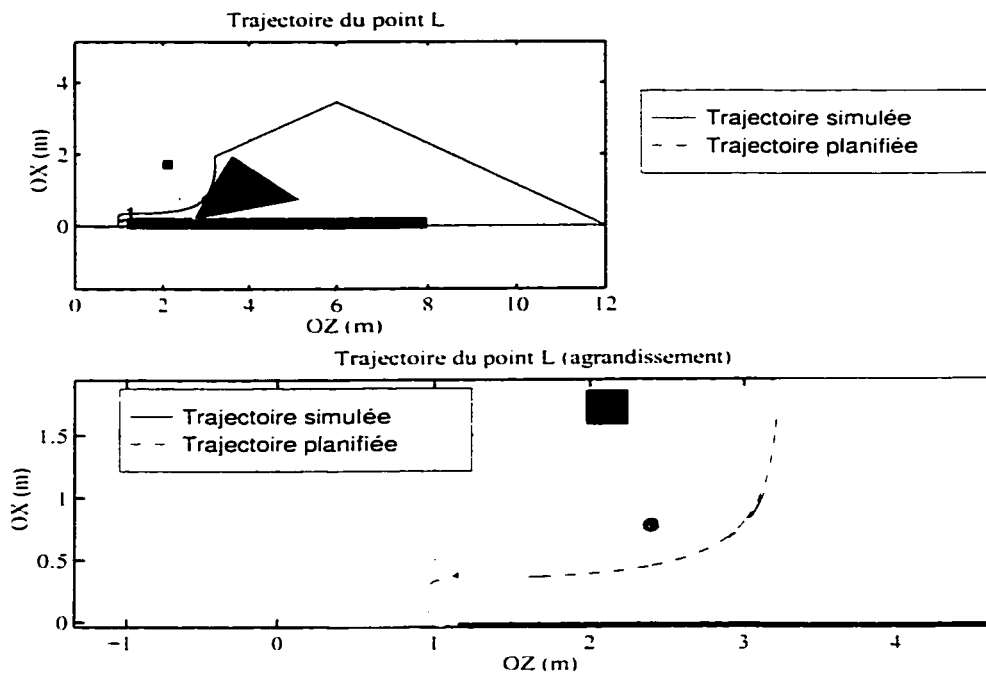


Figure 4.12 Chemin après évitement d'obstacles essai N° 4

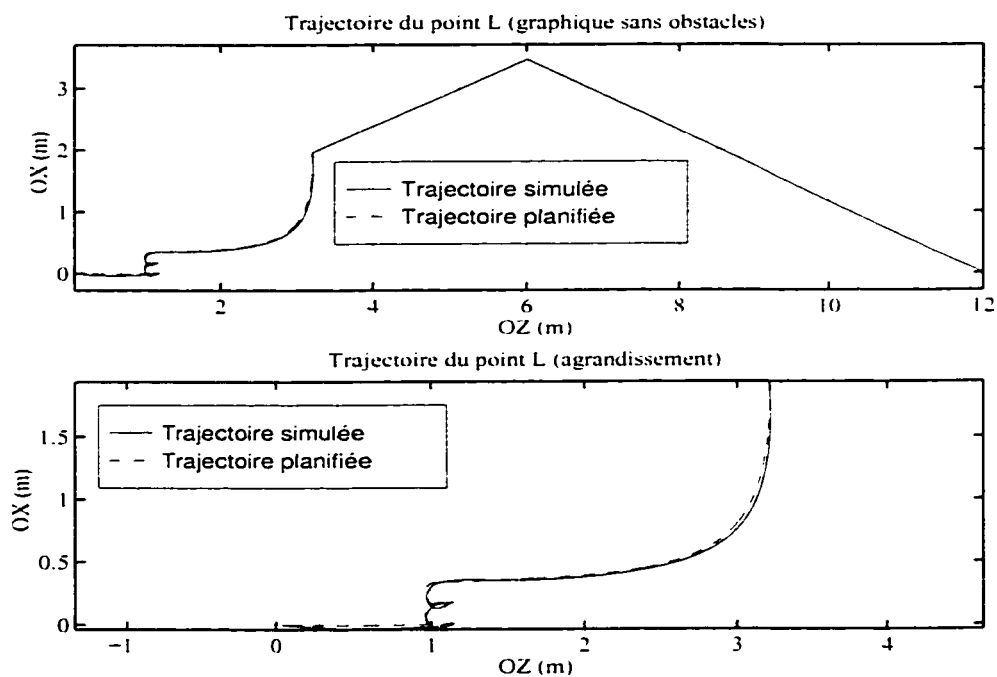


Figure 4.13 Agrandissement de la figure précédente

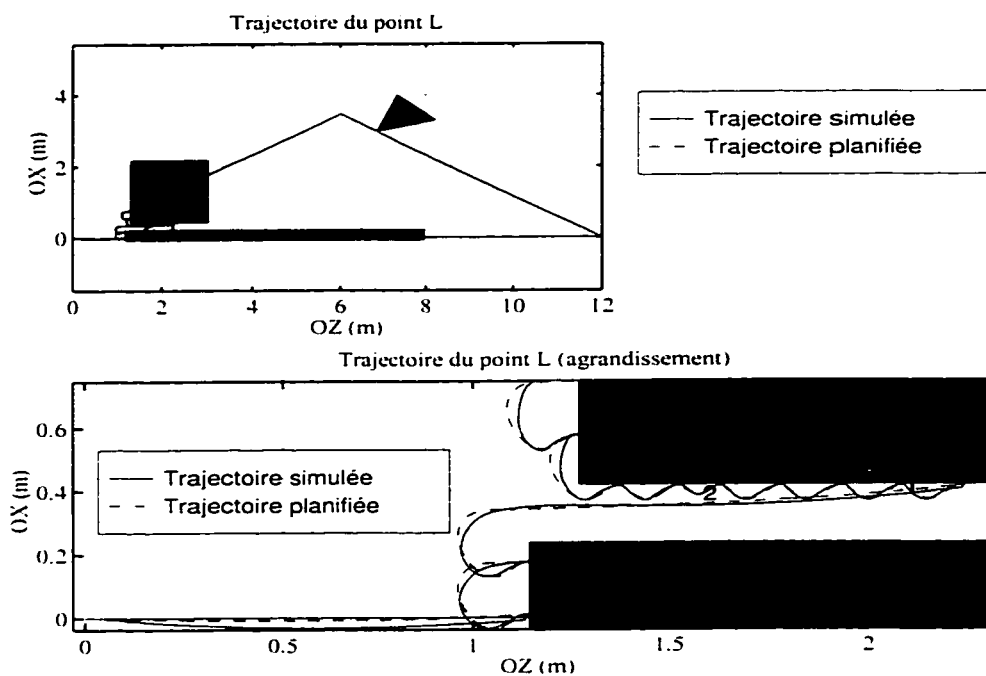


Figure 4.14 Chemin après évitement d'obstacles essai N° 5

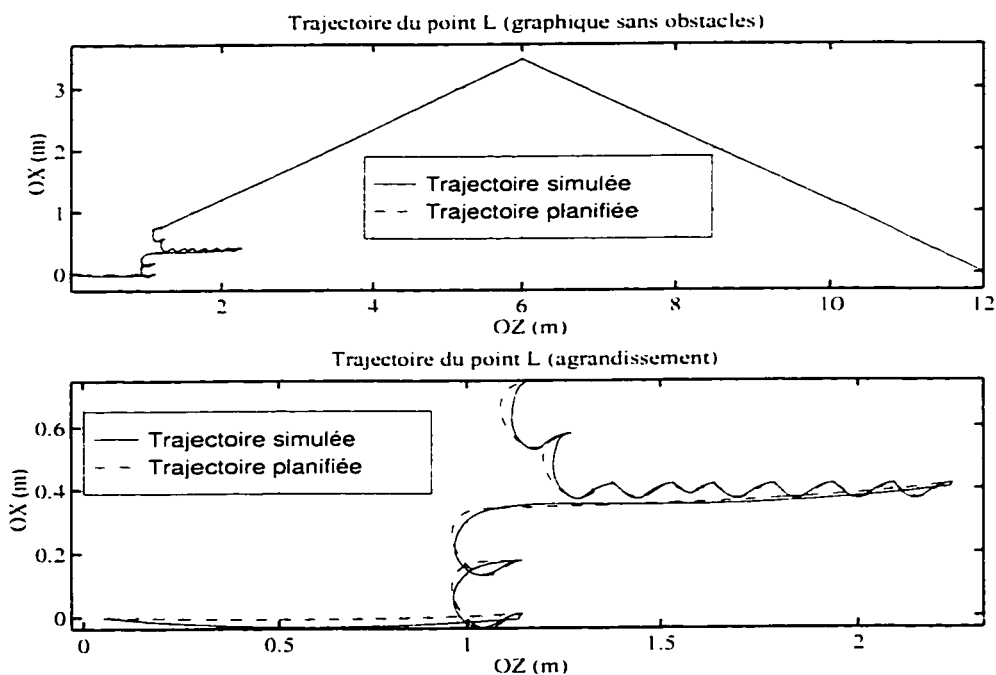


Figure 4.15 Agrandissement de la figure précédente

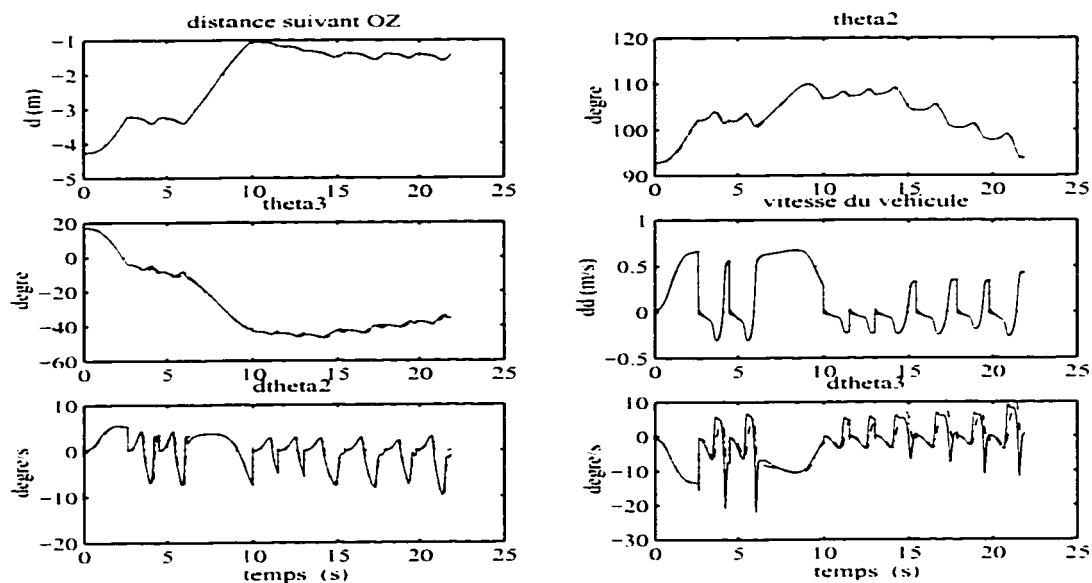


Figure 4.16 Variations de d , θ_2 , θ_3 et leurs dérivées respectives $\dot{d}$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$

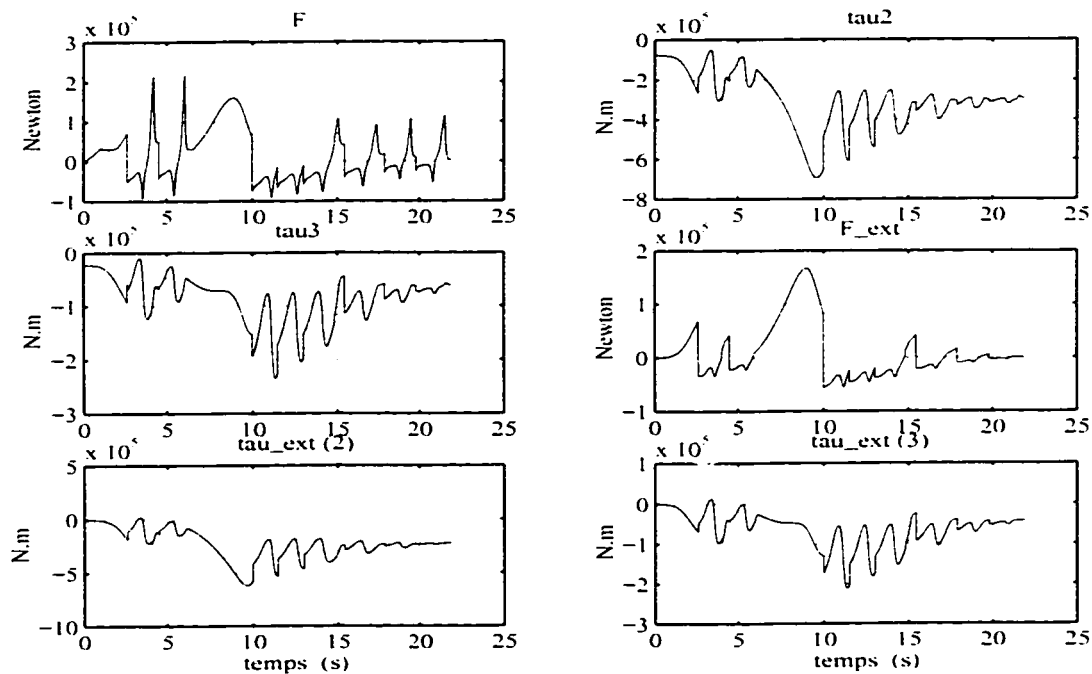


Figure 4.17 Variation de la commande et des forces extérieures

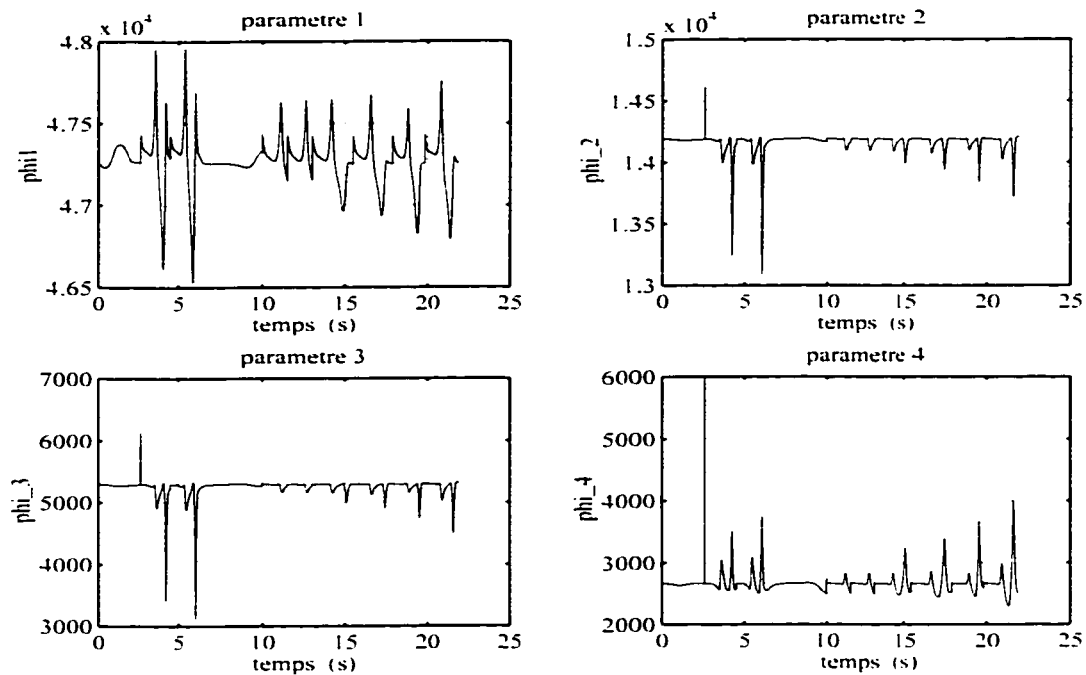


Figure 4.18 Variation des paramètres

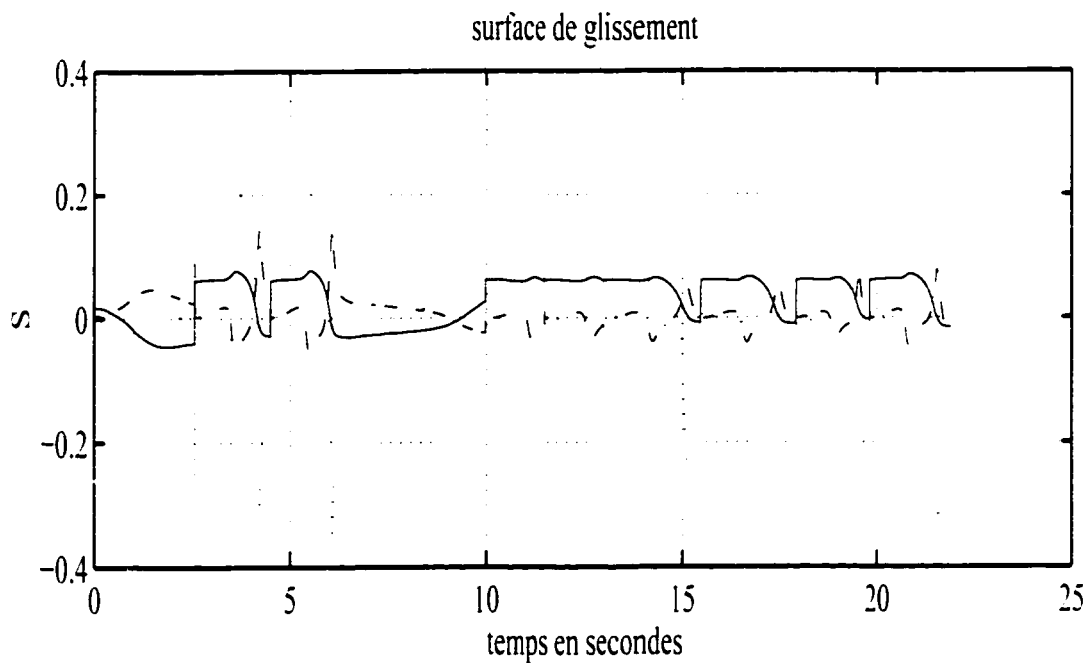


Figure 4.19 Variation de la surface de glissement S

CHAPITRE

5

CONCLUSION GÉNÉRALE

Afin de bien ressortir l'originalité et la contribution de ce travail de recherche, nous allons dans un premier temps le positionner par rapport à certains travaux de recherche majeurs ayant trait à l'automatisation du chargement du minerai. Ensuite, nous reviendrons plus en détail sur les points pertinents de ce travail. Parmi les travaux majeurs récents portant sur l'automatisation des pelles mécaniques dédiées au chargement de matériaux, nous avons retenu pour les fins de cette comparaison, les travaux de Dasys (Dasys et al., 1994), Hemami (Hemami et al., 1992, 94) et Sarata (Sarata, 1993). Le choix de ces trois auteurs est justifié par leur complémentarité et le fait qu'ils abordent plusieurs problèmes pertinents de l'automatisation du chargement de matériaux à l'aide de pelles mécaniques. Les premiers auteurs en l'occurrence Dasys et al., (1994) ont effectué des travaux pratiques sur un véhicule minier. Malheureusement ces recherches étant faites dans l'industrie, les résultats demeurent confidentiels et ne peuvent être adéquatement comparés aux autres. Quant à Hemami et al., (1992, 1994), ils ont effectué une modélisation d'un LHD d'un point de vue de la robotique, analysé les forces et proposé une trajectoire de chargement. Le troisième auteur (Sarata, 1993) présente un modèle de la pile de matériaux, une stratégie de chargement qui permet la mise à jour de la forme de la pile. Le tableau 5.1 présente plus en détail, les points importants et distinctifs de chacun des travaux.

Tel que le tableau 5.1 l'indique, le travail mené dans cette thèse se distingue de ceux présentés par Dasys et al., (1994), Hemami et al., (1992-94) et (Sarata,

Tableau 5.1 Tableau comparatif des thèmes abordés dans ce travail avec ceux abordés par Dasys, Hemami et Sarata

Bissé	Dasys	Hemami	Sarata
<u>Modèle du matériau</u>			
matériau est supposé fait de couches inclinées, étude de la pression	confidentiel	pas abordé	le matériau est supposé fait de colonnes verticales
<u>Analyse des forces</u>			
considération de quatre forces principales	confidentiel	considération de 5 forces et description de ces dernières	non présenté explicitement
<u>Calcul des forces</u>			
modèle de forces actives passives et de frottement	confidentiel	calcul du poids et des couples aux actionneurs	non présenté
<u>Planification de chemin</u>			
chemin optimal et résultats comparatifs	non abordé	planification d'une trajectoire	planification de la tâche par une méthode empirique
<u>Stratégie de chargement globale</u>			
stratégie basée sur le chemin optimal planifié	confidentiel	non abordé	stratégie utilisant la mise à jour de la forme de la pile

1993) sur plusieurs points. Ce travail a été axé principalement sur la modélisation de la pression dans une pile de matériaux concassés et la planification d'un chemin optimal de chargement.

- Afin de simplifier la modélisation de la pression, nous avons supposé le matériau fait de particules uniformes et de diamètre constant et les propriétés du matériau les mêmes à toutes les profondeurs. Les résultats obtenus nous indiquent que la pression dans la pile croît de l'extérieur vers l'intérieur en doublant d'une couche à l'autre. On peut aussi noter que, le nombre de couches de matériau pour une pile conique d'une hauteur donnée est égal à la moitié du nombre de couches pour la même hauteur d'un matériau empilé horizontalement.

Les points faibles de ce résultat viennent des hypothèses en particulier, le fait que nous considérons les particules identiques. Nous savons que cette hypothèse n'est pas vraie en réalité, cependant elle nous permet de simplifier le problème et d'arriver rapidement à un résultat qui pourra être ajusté avec l'expérimentation. L'hypothèse selon laquelle nous considérons les propriétés du matériau uniforme, nous semble réaliste car dans ce problème il est sous-entendu que les matériaux à charger ne se sont pas déposés assez longtemps pour développer les forces de cohésion ou pour se compacter.

Bien que ces hypothèses aient été discutées largement au chapitre 2, nous pensons néanmoins qu'il serait utile de poursuivre des études afin de vérifier l'impact de l'invalidité de ces dernières sur les résultats.

- À la suite de l'étude de la pression dans la pile, nous avons présenté les modèles de certaines forces en particulier les forces actives, passives et celle de frottement. Une fois de plus les modèles proposés sont théoriques et devraient être validés par l'expérimentation.

• La planification du chemin de chargement a aussi occupé une place importante dans cette recherche. Nous avons proposé un algorithme de planification d'un chemin optimal. L'étude comparative présentée à la suite du chapitre 3 montre que le chemin proposé présente des avantages vis-à-vis des autres chemins existants dans la littérature. Le paramètre σ utilisé dans la planification n'a aucune signification physique. Des résultats expérimentaux présentés montrent que les trajectoires déduites à partir de ce chemin peuvent être poursuivies en temps réel avec précision. Cependant il y a des précautions à prendre quant à l'utilisation du paramètre σ , en particulier le respect des contraintes d'optimisation pendant la poursuite de la trajectoire. Un autre fait à considérer est que pour tirer le plus d'avantages de ce chemin, il faudrait minimiser les mouvements de rotation de la pelle, car les observations faites pendant ce travail nous ont révélé que cette rotation a une contribution importante au travail des couples de chargement.

• Enfin, nous avons proposé une stratégie globale de chargement dont le but était de connecter tous les algorithmes et modèles développés en vue d'une implantation sur système physique. La méthodologie que nous avons utilisée dans ce chapitre est de regrouper les algorithmes sous forme de module et construire un schéma d'agencement de ces modules. Les résultats de cette stratégie se traduisent par une trajectoire et un volume de matériaux ramassés en présence d'obstacles. La contribution de ce chapitre est d'effectuer les simulations préparatoires en vue d'une implantation sur une pelle mécanique réelle ou de l'analyse du chargement autonome.

5.1 RECHERCHES FUTURES

En plus des approfondissements de recherches déjà mentionnés tout au long de la thèse, les recherches peuvent être poursuivies sur les aspects suivants :

- validation expérimentale du modèle de la pression dans les piles de matériaux:
- modélisation des forces et validation expérimentale:
- implantation sur un système physique de la stratégie proposée:
- étude des propriétés des matériaux concassés et leur impact sur les forces de chargement:
- les problèmes d'identification, de localisation du matériau et détermination de la forme de la pile:
- les problèmes de navigation et de détection d'obstacles.

La liste étant longue, nous n'avons cité que ces quelques aspects.

RÉFÉRENCES

- ALABUZEV. P. M., BALYSHKIN. P. G., KANAEV. M. G. et MIKIREV P. A. (1967). Power Consumption During Scooping by a Loading Machine Shovel. *Soviet Mining Sciences* N^o 4. pp. 444-49.
- ATKIN. R. H. (1959). *Classical Dynamic* John Wiley & Sons. New York. Printed in Great Britain.
- BENTOUNES. M.. (1995). *Planification de trajectoire des robots mobiles autonomes dans des ateliers flexibles*. Thèse de Doctorat École Polytechnique de Montréal.
- BUCKLEY. C. E.. (1989). A Foundation for the *Flexible-Trajectory* Approach to Numeric Path Planning. *The Int. Journal of Robotic Research*. Vol. 8, No. 3, JUNE.
- BULLOCK. D. M., SUDHEER. M., et IRVING. J. O.. (1990). Force and Geometry Constraints in Robot Excavation. *Engineering, Construction, and operation in Space II Proc. Space 90 Part II*. Publ by ASCE. Boston Society of Civil Engineers Sect. Boston, MA, USA. pp. 960-69.
- CARELLI. R. et KELLY R. (1991). An Adaptive Impedance/Force Controller for Robot Manipulators. *IEEE Trans. on Aut. Contr.* V.36, Aug. pp.967-71.
- CHIAVIRINI. S., SICILIANO B. et VILLANI L.. (1992). A Stable Force/Position Controller for Robot Manipulators. *Proceedings of the 31st Conference on Decision and Control Tucson, Arizona . Dec.* pp. 1869-74.

- CHUN-YI. SU. TIN-PUI LEUNG. et QI-JIE ZHOU (1992). Force/Motion Control of Constrained Robots Using Sliding Mode. *IEEE Trans. on Automatic control*. Vol. 37. No. 5. May pp. 668-72.
- DASYS A., DROUIN A. et GEOFFROY L.. (1994). Teaching an LHD to Muck. *6th Canadian Symposium on Mining Automation oct.* pp. 87-93.
- DENAVIT. J. et HARTENBERG R. S.. (1955). A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanism Based on Matrices. *Journal of Applied Mechanics*. pp 215-221.
- D'SOUZA. A. F. et GARG K. V.. (1984). *Advanced Dynamics Modeling and Analysis*. Printice-Hall. inc Englewood Cliffs. New Jersey.
- D'SOUZA. A. F.. 1988. *Design of Control Systems*. Printice Hall. Inc New Jersey U.S.A.
- FABRICHNYI. YU F.. MEKK V. A.. ÉTINGER I. M. et BABOSHIN K. V.. (1984). Selection of Operating Machinery Parameters for a Bucket Excavator. *Soviet Mining Sc. Vol.20 N° 4*. pp.315-19.
- HEMAMI. A.. et L. DANESHMEND. (1992). Force Analysis for Automation of the Loading Operation in an LHD-Loader. *Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation, Nice, France*. pp.645-51.
- HEMAMI. A.. (1992). Motion Trajectory Study in the Scooping Operation of an LHD-Loader. *Proc. 11th Int. Mining Electrotechnology Conference, Morgantown, WV*
- HEMAMI. A.. (1992b). Study of Bucket Trajectory in Automatic Scooping with Load-Haul-Dump Loaders. *Trans. Institution Mining, Metallurgy, section A. 102*. pp. A37-A42
- HEMAMI. A.. (1992c). Modeling, Analysis and Preliminary Studies for Automatic Scooping Loading in a Mechanical Loader. *International Journal of Surface Mining and Reclamation Vol. 6*. pp. 151-159.

HEMAMI. A., GOULET S. et AUBERTIN M.. (1994). On the Resistance of Particulate Media to Excavation: Application to Bucket Loading. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment* vol. 8, pp. 125-129.

HEMAMI. A.. (1994). An Approximation of the Weight of the Loaded Material During the Scooping Operation of a Mechanical Loader. *Int. Journal of Surface Mining Reclamation and Environment* vol. 8, pp. 125-129.

HOGGAN. N.. (1985). Impedance Control : An Approach to Manipulation. *Journal of Dyn. Syst. Measurement, and control* Vol. 107, pp. 1-23.

JIANG. K., SENEVIRATNE. L.D. et EARLES. S.W.E. (1993). Finding The 3D Shortest Path With Visibility Graph and Minimum Potential Energy. *Proc. of the 1993 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intl. Robots and Syst. Yokohama, Japan, July 26-30*, pp. 679-84.

JUNEAU. L.. (1993). *Étude d'un système de guidage Autonome pour des environnements structurés*. Mémoire de maîtrise es sciences appliquées. École Polytechnique de Montréal.

KHATIB. O., et BURDICK J. (1986). Motion and Force Control of Robot Manipulators. *Proc. of the 1986 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* pp.1381-86.

KEIKO. H. TASTSUYA. N. TATSUO. A. et HIRONORI. A.. (1990). Spacial Image Model for Manipulation of Shape Variable Objects and Application to Excavation" *IEEE Int. Workshop on Intelligent Rob. and Syst.* pp. 645-50.

McCARTHY. D. A .. (1988). *Essential of Soil Mechanics and Foundations : Basic Geotechnics*. Third edition. Printice Hall, New Jersey.

- McCLAMROCH, N. H., et WANG, D. (1988). Feedback Stabilization and Tracking of Constrained Robots. *IEEE trans. on Automatic Control*. Vol. 33. No. 5. pp. 119-125
- McCLAMROCH, N. H., et WANG, d. (1990). Linear Feedback Control of Position and Contact Force for a Nonlinear Constrained Mechanism. *IEEE trans. on Automatic Control*. Vol. 33. No. 5. pp.640-45.
- MIKHIREV, P. A., (1983). Theory of the Working Cycle of Automated Rock-Loader Machines of Periodic Action. *Soviet Mining Sciences* Vol. 19. N° 6. pp.515-22.
- MIKHIREV, P. A., (1986). Design of Automated Loading Buckets. *Soviet Mining Science* Vol. 22. #4. July-Aug. pp.292-97.
- O'NEIL, P.V., (1991). *Advanced Engineering Mathematics*. Third Edition. 1991 Wadsworth, Inc.
- RAIBERT, M. H., et CRAIG, J. J. (1981). Hybrid Position/Force Control of Manipulators. *Trans. of the ASME* Vol. 102. JUNE pp.126-33.
- REKLASTIS, G. V., RAVINDRAN, A., RAGSDELL, K. M., (1983). *Engineering Optimization Methods and Application*. A. Wiley Interscience Publication New York. pp 43-44.
- Sarata, S., (1993). Concept of an autonomous system for piled ore shoveling. *Mine Mechanization and Automation*. Almgren, Kumar (eds). 1993 Balkman. Rotterdam. ISBN 90 54103140.
- SCOBLE, M., (1994). Competitive at depth : Re-engineering and hardrock mining process. *Pocceedings of the 1st North American Rock Mechanics Symposium*. pp. 35-46.
- SINGH, S. (1991). An Operation Space Approach to Robotic Excavation. *Proc. of the 1991 IEEE Int. Symp. on Intelligent Control 13-15 August*. Arlington, Virginia. pp.481-86

SEWARD. D., BRADLEY D., MANN. J. et GOODWIN M. (1992). Controlling an Intelligent Excavator for Autonomous Digging in Difficult Ground. *The 9th Int. Symp. on Automation and Robotics in Construction 3-5 June*. pp.743-750.

SLOTINE. J. J. E.. 1987. On the Adaptive Control of Robot Manipulators. *The Int. Journal of Robotics Research Vol. 6. No. 3. Feb.* pp. 49-59.

VÄHÄ P.K., KOIVO A.J., SKIBNIEWSKI M. J.. (1991). Excavator Dynamics and Effect of Soil on Digging. *The 8th Int. Symp. on Automation and Robotics in Construction 3-5 June. Messe Stuttgart*. pp.297-306.

VOLPE. R., et KHOSLA P. (1991). Experimental Verification of a Strategy Impact Control. *Proc. of the 1991 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation Sacramento, California April*. pp.1854-1860.

VERKLOV B. A., ROVENOK A. I., LYASHENKO V. V., et ZHUKOV V. A.. (1973). Experimental Investigation of a Continuous Loader with Controlled Approach Speed. *Soviet Mining Vol. 9, N° 3*. pp. 293-95.

WANG. D., et McCLAMROCH H. (1993). Position and Force Control for Constrained Manipulator Motion : Lyapunov's Direct Method. *IEEE Trans. on Robotics and Automat. Vol. 9. No. 3. JUNE*. pp. 308-13.

WHITNEY. D. E. (1987). Historical Perspective and State of the Art in Robot Force Control. *The Int. Journal of Robotics Research. Vol . 6. No. 1*. pp.3-14.

WOLOVICH. W. A.. (1987). *Robotics : Basics Analysis*. CBS College Publising.

ZELENIN. A. N., BALONEV V. I. et KEROV I. P. (1987). *Machines for Moving the Earth*. Amerind Publishing Co. New Delhi

ANNEXE

A

LES MODÈLES CINÉMATIQUE ET DYNAMIQUE DU LHD

A.1 INTRODUCTION

De façon générale le design de contrôleurs de robots est abordé dans la littérature de deux façons :

- la première approche utilise uniquement les données cinématiques telles que la position, la vitesse et l'accélération désirée.
- La seconde façon considère l'information dynamique.

Les contrôleurs basés sur la cinématique ont donné d'excellents résultats dans plusieurs cas. En particulier pour le guidage des véhicules miniers LHD, nous pouvons citer par exemple les travaux de (Juneau, 1993). Il faut cependant noter que dans ce cas particulier de (Juneau, 1993) et dans la plupart des cas de contrôle basé sur la cinématique, il n'y pas de forces extérieures qui agissent sur le système. Dans le cas où il en existe, ces forces sont généralement connues ou ne sont pas très grandes. Le problèmes de chargement de matériaux fait apparaître des forces très importantes qui ne sont pas connues. Ce qui nous fait pencher à priori au moment du design d'un contrôleur à tenir compte de la dynamique du véhicule ou d'intégrer dans le développement du contrôleur

les forces de chargement. Ceci nous conduit donc à étudier la dynamique d'un véhicule en particulier un LHD afin de mener des simulations réalistes.

Cet annexe est organisé de la manière suivante : à la section 2 on présente le modèle cinématique du LHD. La section 3 est réservée au développement du modèle dynamique. Une conclusion sera présentée à la section 4.

A.2 MODÈLE CINÉMATIQUE

Afin de simplifier le développement des modèles cinématique et dynamique, certaines hypothèses seront considérées. L'hypothèse principale est la suivante : pendant le chargement, la pelle mécanique est assimilée à un robot manipulateur à trois degrés de liberté. Sa première membrure notée #1 est prismatique. Les deuxième et troisième membrures (#2 et #3) sont rotatives. Cette hypothèse sous-entend que :

- le système est holonôme;
- il roule sans glisser;
- le sol a une surface plane;
- les roues du véhicule supportant la pelle sont rigides.

A.2.1 Description du système

Nous considérons dans cette étude le modèle simplifié de la pelle mécanique utilisée dans les travaux de (Hemami et al. 1992) figure A.1. Ce système à trois degrés de liberté est composé :

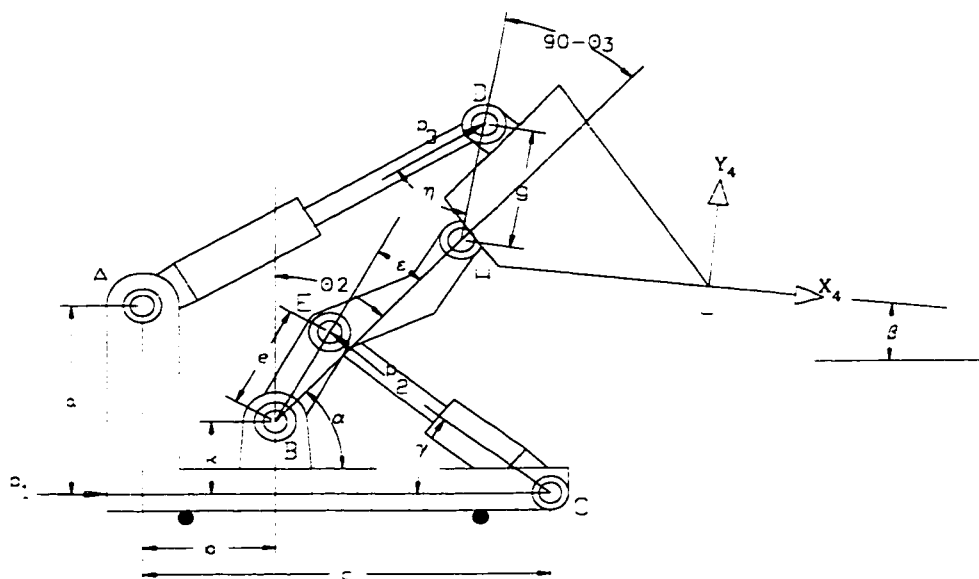


Figure A.1 Schéma du LHD

- d'une plate forme mobile dans un plan. Son mouvement constitue le premier degré de liberté noté d :
- du vérin CE actionnant le degré de liberté θ_2 qui assure le mouvement vertical de la pelle :
- du vérin AD actionnant le degré de liberté θ_3 , ce dernier assure la rotation de la pelle.

On assigne à ce véhicule, les systèmes de référence (O_i, X_i, Y_i, Z_i) avec $i = 0, \dots, 3$ (figure A.2) selon les règles introduites par (Denavit et Hartenberg, 1955) et

montrés à la figure A.2. (O_0, X_0, Y_0, Z_0) est le référentiel de base, (O_1, X_1, Y_1, Z_1) est un référentiel mobile fixe au point B dont l'axe X_1 est parallèle à l'axe X_0 et l'axe Y_1 est parallèle à l'axe Z_0 . Le référentiel (O_2, X_2, Y_2, Z_2) est fixé au point H tel que l'axe X_2 ait la direction et le sens du vecteur $\overrightarrow{BH}$. Le référentiel (O_3, X_3, Y_3, Z_3) est aussi fixé au point H mais le vecteur X_3 a la direction et le sens du vecteur $\overrightarrow{HL}$. La figure A.3 montre le modèle simplifié

de l'appareil. On désigne par g_i le centroïde de la membrure i , par $\mathbf{g}_i$ et $\dot{\mathbf{g}}_i$ respectivement sa position et sa vitesse dans le référentiel de base. La position du système de référence (O_1, X_1, Y_1, Z_1) caractérisant la position de la plate-forme est repérée par la distance d . L'angle θ_2 donne la rotation du bras BL . Le centroïde de cette membrure se trouve à la distance r_2 de O_1 (figure A.2) et la longueur de cette dernière est de l_2 . L'orientation de la troisième membrure par rapport à la seconde est donnée par θ_3 . Le centre de gravité de cette dernière (g_3) est à la distance r_3 de O_2 et sa longueur est de l_3 (figure A.2). On désigne par

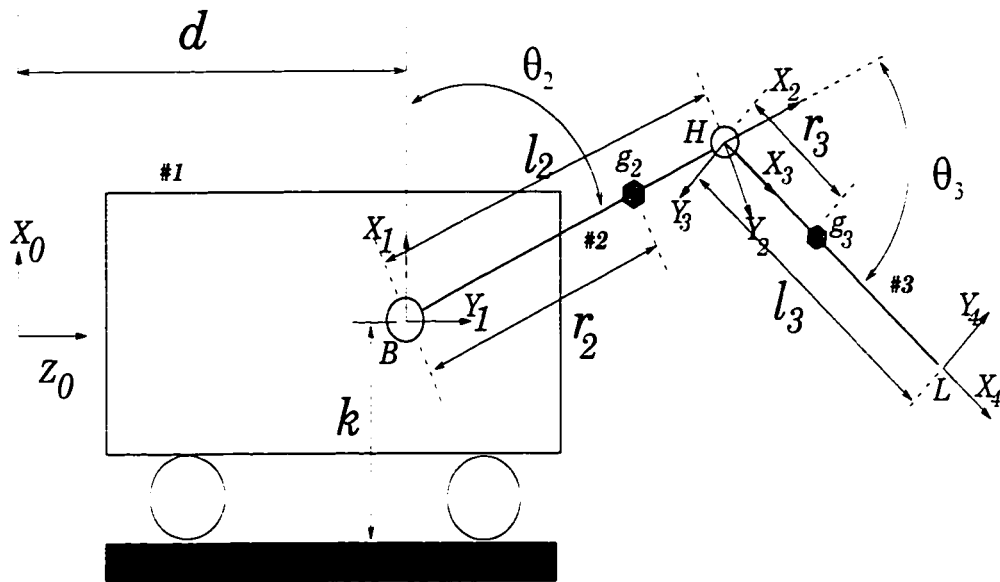


Figure A.2 Schéma du simplifié du LHD

m_i , I_i , $i = 1, 2, 3$ respectivement les masses et moments d'inertie centroïdaux des membrures #i.

A.2.2 Les équations cinématiques du LHD

Considérant les hypothèses précédentes et se référant à la figure A.2, les paramètres de (Denavit et Hartenberg, 1955) tels que définis par (Hemami et al. 1992) sont présentés dans la table A.1. Les angles sont comptés positifs

dans le sens anti-horaire. Soient ω_i , $\dot{g}_i$, $i=1,2,3$ respectivement les vitesses angulaires et linéaires des membrures #i dans le référentiel de base. La base (membrure #1) étant toujours dans un mouvement linéaire, on a $\omega_1 = 0$. La membrure #2 effectue un mouvement de rotation dans un sens horaire dans le référentiel de base autour de l'axe OY_0 . La vitesse angulaire de cette dernière est donc $\omega_2 = -\dot{\theta}_2 \mathcal{J}$. La troisième membrure effectue aussi un mouvement de rotation dans le sens horaire dans le référentiel de base de vitesse angulaire $\omega_3 = -(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \mathcal{J}$. En résumé on a :

$$\omega_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} : \omega_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} : \omega_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ 0 \end{bmatrix} : \quad (\text{A.1})$$

La membrure #1 est en mouvement rectiligne le long de l'axe Z_0 de vitesse $\dot{g}_1 = \dot{d} \mathbf{k}$. La membrure #2 effectue une translation de vitesse $\dot{d}$ le long de l'axe Z_0 suivi d'une rotation de vitesse angulaire $\dot{\theta}_2$ autour de l'axe Y_1 dans le sens horaire. Ceci donne dans le référentiel de base les vitesses linéaires suivantes :

$$\dot{g}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{d} \end{bmatrix} : \dot{g}_2 = \begin{bmatrix} -r_2 \dot{\theta}_2 S_2 \\ 0 \\ \dot{d} - r_2 \dot{\theta}_2 C_2 \end{bmatrix} : \quad (\text{A.2})$$

La membrure #3 effectue un mouvement de rotation relatif par rapport à la seconde membrure. La vitesse linéaire de son centre de gravité est donnée par la relation suivante :

$$\dot{g}_3 = \begin{bmatrix} -(l_2 \dot{\theta}_2 S_2 + r_3 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) S_{23}) \\ 0 \\ \dot{d} + l_2 \dot{\theta}_2 C_2 + r_3 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) C_{23} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

où C_i , C_{ij} , S_i , S_{ij} désignent respectivement les cosinus, sinus des angles θ_i , $(\theta_i + \theta_j)$. Désignons par $p(X, Y, Z)$ les coordonnées cartésiennes du bout du manipulateur et par ψ son orientation par rapport à l'axe Z_0 du référentiel de base. Les composantes (X, Y, Z) et ψ sont données par

$$X = k + l_2 C_2 + l_3 C_{23} \quad (\text{A.4})$$

$$Y = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$Z = d + l_2 S_2 + l_3 S_{23} \quad (\text{A.6})$$

$$\psi = \pi/2 - (\theta_2 + \theta_3) \quad (\text{A.7})$$

La matrice jacobienne réduite J_L de ce robot pour le point L dans le système de coordonnées de base (O_0, X_0, Y_0, Z_0) s'écrit alors :

$$J_L = \begin{bmatrix} 0 & -(l_2 S_2 + l_3 S_{23}) & -l_3 S_{23} \\ 1 & (l_2 C_2 + l_3 C_{23}) & l_3 C_{23} \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Tableau A.1 Paramètres de Denavit-Hartenberg

membrure	α	a	d	θ	type
1	90°	0	var=d	0	Prismatique
2	0	l_2	0	var= θ_2	rotatif
3	0	0	0	var= θ_3	rotatif

A.3 MODÈLE DYNAMIQUE

Étant donné que le système est considéré holonôme, on peut utiliser la formulation de Lagrange pour écrire ses équations dynamiques du mouvement. Cette méthode consiste à calculer les énergies cinétique et potentielle du système et à utiliser les équations de Lagrange (Wolovich, 1987) pour dériver les équations du mouvement. Nous allons dans un premier temps faire le diagramme du corps libre du système et identifier les forces en action. Ensuite, nous calculerons les énergies cinétique et potentielle du système et finalement nous allons dériver les équations du mouvement.

A.3.1 Identification des forces

En se référant au diagramme du corps libre de la figure A.3. on peut identifier les forces suivantes :

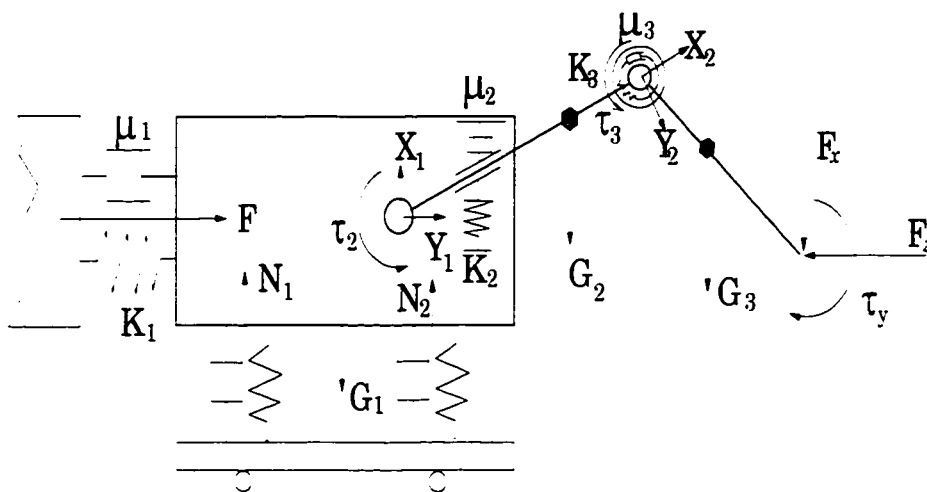


Figure A.3 Diagramme du corps libre du LHD

- **les forces gravitationnelles :**

elles sont identifiées sur le schéma par les symboles G_i avec $i=1,2,3$. Le véhicule étant en équilibre sur le sol, les réactions au sol N_1 et N_2 équilibrent le poids de l'ensemble du véhicule et de sa charge.

- **Les forces élastiques :**

elles sont symbolisées par les rigidités K_i et localisées à plusieurs positions :

- a) Au niveau des roues : en réalité, les roues sont flexibles. Mais pour simplifier le problème, nous les avons considérées parfaitement rigides. Donc dans les équations dynamiques, le terme de forces élastiques liées aux roues n'apparaîtra pas.
- b) Les forces élastiques apparaissant au niveau des joints rotatifs K_2 et K_3 :

c) La force élastique apparaissant au niveau de l'articulation prismatique (entre les deux blocs du véhicule) est identifiée par la rigidité K_1 .

■ **Les forces de frottement visqueux :**

elles sont identifiées sur le schéma par les coefficients de frottement visqueux μ_i , $i=1,2,3$.

■ **Les forces des actionneurs :**

ce sont les forces nécessaires au mouvement du véhicule, elles sont développées par les pistons et la propulsion de véhicule. On les identifie par :

F la force de propulsion du véhicule :

τ_2 le couple actionnant la rotation de la membrure #2:

τ_3 le couple activant la rotation de la pelle (membrure #3).

■ **Les forces extérieures :**

Ce sont principalement les forces de résistance au chargement. Leur résultante sera calculée et ramenée à une force totale de composante F_x et F_z et un couple τ_y agissant à l'extrémité L de la pelle.

A.3.2 Calcul de l'énergie cinétique

L'énergie cinétique totale du système s'écrit (Meriam et Kraige, 1986). (Atkin, 1959). (Downey et al. 1964) :

$$E_c = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{2} \dot{\mathbf{g}}_i^2 m_i - \frac{1}{2} I_i \omega_i^2 \right) \quad (\text{A.9})$$

où les $\dot{\mathbf{g}}_i$ sont les vitesses linéaires dont les expressions des carrés sont les suivantes :

$$\dot{\mathbf{g}}_1^2 = \dot{d}^2 \quad \dot{\mathbf{g}}_2^2 = \dot{d}^2 + 2r_2 C_2 \dot{d} \dot{\theta}_2 + r_2^2 \dot{\theta}_2^2 \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{g}}_3^2 = & \dot{d}^2 + 2r_3 C_{23} \dot{d} (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) + 2l_2 C_2 \dot{d} \dot{\theta}_2 \\ & + l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + 2l_2 r_3 C_3 \dot{\theta}_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) + r_3 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

où les C_i et C_{ij} signifient respectivement $\cos(\theta_i)$ et $\cos(\theta_i - \theta_j)$ et les notations S_i et S_{ij} signifient respectivement $\sin(\theta_i)$ et $\sin(\theta_i - \theta_j)$. Les ω_i sont les vitesses angulaires, et leurs carrés sont donnés par :

$$\omega_1^2 = 0, \quad \omega_2^2 = \dot{\theta}_2^2, \quad \omega_3^2 = (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3)^2 \quad (\text{A.12})$$

L'énergie cinétique totale du système s'écrit alors :

$$\begin{aligned} E_c = & \frac{1}{2}[(m_1 + m_2 + m_3)\dot{d}^2 + (m_2 r_2^2 + m_3(l_2^2 + r_3^2 + 2l_2 r_3 C_3) - I_2 - I_3)\dot{\theta}_2^2 \\ & + (m_3 r_3^2 + I_3)\dot{\theta}_3^2 + (m_2 r_2 C_2 + m_3 l_2 C_2 + m_3 r_3 C_{23})\dot{d}\dot{\theta}_2 \\ & + m_3 r_3 C_{23}\dot{d}\dot{\theta}_3 + (m_3 r_3^2 + m_3 l_2 r_3 C_3 + I_3)\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3] \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

A.3.3 Calcul de l'énergie potentielle

L'énergie potentielle est la somme de deux termes (Meriam et al. 1986), l'énergie potentielle élastique E_{pk} et l'énergie potentielle de gravité E_{pg} . Ces deux termes s'écrivent :

$$E_{pk} = \frac{1}{2}[K_1(\Delta d)^2 + K_2(\Delta\theta_2)^2 + K_3(\Delta\theta_3)^2] \quad (\text{A.14})$$

où $\Delta(.)$ est la variation de $(.)$ et

$$E_{pg} = g(m_2 r_2 C_2 + m_3(l_2 C_2 + r_3 C_{23})) \quad (\text{A.15})$$

où g est la constante de gravité. Si on considère que les rigidités sont suffisantes pour compenser les charges des membrures, partant d'une position d'équilibre $(d_\epsilon, \theta_{2\epsilon}, \theta_{3\epsilon})$ où la compression ou l'extension des ressorts équilibre les charges des membrures, on a $\Delta d = d - d_\epsilon$, $\Delta\theta_2 = \theta_2 - \theta_{2\epsilon}$ et $\Delta\theta_3 = \theta_3 - \theta_{3\epsilon}$. L'énergie potentielle élastique totale est donc :

$$E_{pk} = \frac{1}{2}(K_1(d - d_\epsilon)^2 + K_2(\theta_2 - \theta_{2\epsilon})^2 + K_3(\theta_3 - \theta_{3\epsilon})^2). \quad (\text{A.16})$$

L'énergie potentielle totale du système s'écrit alors

$$\begin{aligned} E_p = & \frac{1}{2}(K_1(d - d_\epsilon)^2 + K_2(\theta_2 - \theta_{2\epsilon})^2 + K_3(\theta_3 - \theta_{3\epsilon})^2) \\ & + g m_2 r_2 C_2 + m_3 g(l_2 C_2 + r_3 C_{23}) \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

A.3.4 Calcul de la fonction de dissipation de Rayleigh

Pour les forces de frottement visqueux que nous avons identifiées plus tôt, on peut définir la fonction de dissipation D encore appelée fonction de Rayleigh (D'Souza et al. 1984) par

$$D = \mu_1 \dot{d}^2 + \mu_2 \dot{\theta}_2^2 + \mu_3 \dot{\theta}_3^2 \quad (\text{A.18})$$

A.3.5 Dérivation des équations du mouvement

Désignons par $\mathbf{q}$ le vecteur des coordonnées généralisées du système et par $\dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ respectivement sa dérivée et sa seconde dérivée temporelle. En se référant aux degrés de liberté du système identifiés plus tôt, on a

$$\ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \ddot{d} \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{d} \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} d \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.19})$$

En désignant par $\mathcal{L} = E_c - E_p$ la fonction scalaire de Lagrange (D'Souza et al. 1984) et par $q_i, \dot{q}_i$ respectivement le $i^{\text{ème}}$ élément de $\mathbf{q}$ et de $\dot{\mathbf{q}}$ les équations de Lagrange décrivant le mouvement du système sont obtenues de la manière suivante :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = \tau_i \quad (\text{A.20})$$

où les τ_i sont les forces généralisées. En dérivant les termes respectifs de l'équation précédente et en faisant les regroupements, les équations dynamiques du mouvement peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\mathbf{I}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{K}(\mathbf{q}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\tau}_\mu(\dot{\mathbf{q}}) + \boldsymbol{\tau}_{ext} = \boldsymbol{\tau} \quad (\text{A.21})$$

où

$$\mathbf{K}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} K_1(d - d_e) \\ K_2(\theta_2 - \theta_{2e}) \\ K_3(\theta_3 - \theta_{3e}) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_\mu(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \mu_1 \dot{d} \\ \mu_2 \dot{\theta}_2 \\ \mu_3 \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}; \quad (\text{A.22})$$

$\mathbf{I}(\mathbf{q})$ le tenseur d'inertie défini par :

$$\mathbf{I}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{bmatrix} \text{ et } \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.23})$$

où $\mathbf{B}$ est le vecteur des forces centrifuges et de Coriolis. $\mathbf{G}$ le vecteur des forces de gravité est donné par :

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = - \begin{bmatrix} 0 \\ m_2 r_2 g S_2 + m_3 g (l_2 S_2 + r_3 S_{23}) \\ m_3 g r_3 S_{23} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.24})$$

Le vecteur des forces et couples fournis par les actionneurs $\boldsymbol{\tau}$ et celui des perturbations $\boldsymbol{\tau}_{ext}$ sont respectivement exprimés comme suit :

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} F \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} \text{ et } \boldsymbol{\tau}_{ext} = \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \tau_{2ext} \\ \tau_{3ext} \end{bmatrix} = J_R^T \begin{bmatrix} F_r \\ F_z \\ \tau_\eta \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

où J_L^T est la transposée de la matrice jacobienne de l'organe terminal par rapport au référentiel de base.

A.3.6 Expressions des équations complètes du

mouvement

Les équations dynamiques complètes du système ainsi développées s'expriment de la manière suivante :

$$\begin{aligned} & (m_1 + m_2 + m_3)\ddot{d} - (m_2 r_2 C_2 + m_3 l_2 C_2 + m_3 r_3 C_{23})\ddot{\theta}_2 - (m_3 r_3 C_{23})\ddot{\theta}_3 \\ & - (m_2 r_2 S_2 + m_3 l_2 S_2)\dot{\theta}_2^2 - m_3 r_3 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 + K_1(d - d_e) - \mu_1 \dot{d} - F_{ext} = F \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

$$\begin{aligned}
& (m_2 r_2 C_2 + m_3 l_2 C_2 + m_3 r_3 C_{23}) \ddot{d} - (m_2 r_2^2 + m_3 l_2^2 + m_3 r_3^2 + 2m_3 l_2 r_3 C_3 \\
& + I_2 + I_3) \ddot{\theta}_2 + (m_3 r_3^2 + m_3 l_2 r_3 C_3 + I_3) \ddot{\theta}_3 - m_3 l_2 r_3 S_3 \dot{\theta}_3 (2\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) \\
& - m_2 g r_2 S_2 - m_3 g l_2 S_2 - m_3 g r_3 S_{23} - K_2(\theta_2 - \theta_{2e}) - \mu \dot{\theta}_2 + \tau_{2,rt} = \tau_2 \quad (\text{A.27})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (m_3 r_3 C_{23}) \ddot{d} + (m_3 r_3^2 + m_3 l_2 r_3 C_3 + I_3) \ddot{\theta}_2 + (m_3 r_3^2 + I_3) \ddot{\theta}_3 \\
& + m_3 r_3 l_2 S_3 \dot{\theta}_2^2 - m_3 g r_3 S_{23} + K_3(\theta_3 - \theta_{3e}) - \mu \dot{\theta}_3 + \tau_{3,rt} = \tau_3. \quad (\text{A.28})
\end{aligned}$$

On peut donc identifier les termes suivants :

$$\mathbf{B}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} \text{ avec } \begin{cases} B_1 = -(m_2 r_2 S_2 + m_3 l_2 S_2) \dot{\theta}_2^2 - m_3 r_3 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3)^2 \\ B_2 = -m_3 l_2 r_3 S_3 \dot{\theta}_3 (2\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) \\ B_3 = -m_3 r_3 l_2 S_3 \dot{\theta}_2^2 \end{cases} \quad (\text{A.29})$$

et

$$\begin{aligned}
I_{11} &= m_1 + m_2 + m_3 \\
I_{22} &= m_2 r_2^2 + m_3 (l_2^2 + r_3^2) + 2m_3 l_2 r_3 C_3 + I_2 + I_3 \\
I_{33} &= m_3 r_3^2 + I_3 \\
I_{12} = I_{21} &= m_2 r_2 C_2 + m_3 (r_3 C_{23} + l_2 C_2) \\
I_{13} = I_{31} &= m_3 r_3 C_{23} \\
I_{23} = I_{32} &= m_3 (l_2 r_3 C_3 + r_3^2) + I_3
\end{aligned}$$

ANNEXE

B

**DÉVELOPPEMENT D'UNE LOI DE
COMMANDE****B.1 INTRODUCTION**

Au cours des chapitres précédents, nous avons développé les modèles cinématique et dynamique du véhicule, les modèles des forces de chargement, planifié le chemin et généré la trajectoire de chargement. La poursuite de cette trajectoire compte tenu des forces résistantes existantes, nécessite un contrôle approprié. Dans cette section, nous présentons la loi de commande développée. Cette loi de commande est conçue pour assurer le suivi de la trajectoire désirée et vaincre les forces résistantes apparaissant lors du chargement. Nous allons en premier lieu poser la problématique du développement d'une telle loi de commande. Par la suite nous présenterons la loi de commande proprement dite, suivie des résultats des simulations numériques.

B.2 PROBLÉMATIQUE DE LA COMMANDE

La modélisation des forces de chargement nous a montré que ces dernières sont très importantes et variables en module et en direction le long du chemin. Ces forces possèdent des composantes dans la direction de déplacement de l'outil (*lame coupante de la pelle*) non nulles. Les modèles proposés ne permettent

qu'une évaluation approximative de ces forces. Donc pendant l'opération du véhicule ces forces ne seront pas connues avec précision.

Les lois de commande de force rencontrées dans la littérature, que ce soit les lois de contrôle hybride en force/position (Raibert et Craig, 1981), la méthode des multiplicateurs de lagrange (McClamroch et Wang, 1988, 1990) ou celle du contrôle d'impédance (Hoggan, 1985), ne permettent pas de contrôler la force dans la direction du mouvement : le contrôle hybride force/position ainsi que la méthode des multiplicateurs de lagrange ne permettent de contrôler que la force orthogonale à la surface de contrainte. Le contrôle de force par la méthode d'impédance n'a pas encore été expérimentée à notre connaissance avec succès sur des systèmes physiques. De plus, de tout ce que nous avons rencontré dans la littérature, les forces contrôlées sont généralement faibles (de quelques Newtons seulement). Le problème posé par le chargement de matériaux se distingue du problème de contrôle de force tel qu'il se pose traditionnellement en robotique. Ce problème peut être formulé de la manière suivante :

étant donné un outil soumis à des sollicitations au cours de son mouvement, développer une loi de commande capable d'assurer la poursuite précise de la trajectoire désirée par ce dernier.

Selon cette formulation du problème, la connaissance des sollicitations exactes n'est pas nécessaire. De plus il pourrait ne pas être nécessaire d'intégrer ces sollicitations dans la loi de commande. Cependant, comme nous l'avons déjà mentionné dans cette thèse, il s'avère qu'en pratique les contrôleurs qui ne tiennent pas compte de la variation des sollicitations dans leur développement donnent de piètres performances dans ces cas. C'est pourquoi la loi de commande développée tient compte de ces variations.

B.2.1 Hypothèses

Afin d'élaborer la loi de commande nous allons faire certaines hypothèses:

- les paramètres nominaux du véhicule sont constants ou varient très lentement:
- les forces résistantes sont estimables ou mesurables:
- les états du système sont disponibles ou estimables.

On désigne par $\mathbf{F}_{ext}$ le vecteur des forces et couples résistants agissant sur le système et $\mathbf{F}_m$ son estimé. Si on désigne par $\Delta\mathbf{F}_m$ l'erreur d'estimation, on peut écrire

$$\mathbf{F}_{ext} = \mathbf{F}_m - \Delta\mathbf{F}_m. \quad (\text{B.1})$$

Si on désigne par $\boldsymbol{\tau}_{ext}$ la charge réelle transférée au niveau des actionneurs, et $\boldsymbol{\tau}_m$ sa valeur estimée à l'instant t . Pour un manipulateur robotique on peut écrire:

$$\boldsymbol{\tau}_{ext} = \mathbf{J}^T \mathbf{F}_{ext} = \mathbf{J}^T (\mathbf{F}_m - \Delta\mathbf{F}_m) \quad (\text{B.2})$$

$$\boldsymbol{\tau}_m = \mathbf{J}^T \mathbf{F}_m \quad (\text{B.3})$$

où $\mathbf{J}^T$ est le jacobien transposé du robot.

Philosophie de la méthode: étant donné la grandeur des forces mises en jeux dans les cas du chargement des matériaux, et tenant compte du fait qu'on peut les estimer, il nous apparaît plus efficace d'intégrer ces estimés dans la loi de commande. La compensation devrait alors servir à absorber les erreurs d'estimation des forces et des paramètres nominaux du système. Pour renforcer la robustesse de la commande nous intégrons à cette loi de commande, une adaptation des paramètres et une commande par mode de glissement.

Remarque

Pour certains robots manipulateurs, les équations dynamiques peuvent être relativement simples. Il est facile dans un tel contexte de développer une loi de commande qui prenne en considération tous les termes du modèle. Dans d'autres cas, compte tenu de la taille souvent énorme des équations dynamiques certaines simplifications s'imposent. Nous développons dans cette section une loi de commande pour le modèle dynamique complet.

B.2.2 Mode de glissement

Le problème de la poursuite de trajectoire est posé comme suit: *connaissant les grandeurs $\mathbf{q}_d$, $\dot{\mathbf{q}}_d$ et $\ddot{\mathbf{q}}_d \in R^n$, trouver une loi de commande $\boldsymbol{\tau}$ et une surface de glissement $\mathbf{S} = 0$ tel que le mode de glissement ait lieu sur la surface de glissement, et tel que l'erreur $\mathbf{q}_e = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d \in R^n$ tend vers zéro asymptotiquement lorsque $t \rightarrow \infty$. La surface de glissement choisie est un hyperplan tel que:*

$$\mathbf{S} = \dot{\mathbf{q}}_e - \boldsymbol{\lambda} \mathbf{q}_e \quad (\text{B.4})$$

où $\boldsymbol{\lambda}$ est une matrice définie positive dont, toutes les valeurs propres sont strictement à partie réelle négative.

Ainsi, si le mode de glissement existe, alors il sera décrit entièrement par l'équation différentielle linéaire suivante:

$$\dot{\mathbf{q}}_e(t) = -\boldsymbol{\lambda} \mathbf{q}_e(t) \quad (\text{B.5})$$

De plus, sachant que

$$\mathbf{q}_e = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d \implies \dot{\mathbf{q}}_e = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d \quad (\text{B.6})$$

en ajoutant $\boldsymbol{\lambda} \mathbf{q}_e$ des deux côtés de l'équation (B.6), on aura :

$$\dot{\mathbf{q}}_e + \boldsymbol{\lambda} \mathbf{q}_e = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d + \boldsymbol{\lambda} \mathbf{q}_e \quad (\text{B.7})$$

où

$$\dot{\mathbf{q}}_d - \lambda \mathbf{q}_e = \dot{\mathbf{q}} - (\dot{\mathbf{q}}_e - \lambda \mathbf{q}_e). \quad (\text{B.8})$$

Sachant que $(\dot{\mathbf{q}}_e - \lambda \mathbf{q}_e)$ est égal à $\mathbf{S}$, alors si $\mathbf{S} = 0$ l'équation (B.8) devient :

$$\mathbf{S} = 0 \implies \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}_r = \dot{\mathbf{q}}_d - \lambda \mathbf{q}_e \quad (\text{B.9})$$

où $\dot{\mathbf{q}}_r$ est un vecteur de variables de références. Admettons que les équations dynamiques d'un manipulateur robotique peuvent se mettre sous la forme (Wolovich, 1987):

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) - \boldsymbol{\tau}_{\text{ext}} = \boldsymbol{\tau} \quad (\text{B.10})$$

où $\mathbf{q}$ est le vecteur des coordonnées généralisées. $\mathbf{I}$ est le tenseur d'inertie. $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$ est le vecteur des forces centrifuges et de Coriolis. $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ est le vecteur des forces gravitationnelles et élastiques, et $\boldsymbol{\tau}$ le vecteur des commandes.

Afin de formuler la loi d'adaptation, nous admettons que la partie de gauche de l'équation (B.10) peut se mettre sous la forme (Slotine, 1987):

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\gamma}. \quad (\text{B.11})$$

où $\boldsymbol{\gamma}$ est un vecteur fonction des paramètres du système.

Lorsque le mode de glissement existe, et que la surface de glissement $\mathbf{S} = 0$ (équation (B.9)), on peut encore mettre l'équation (B.11) sous la forme

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\boldsymbol{\gamma}. \quad (\text{B.12})$$

étant donné que les paramètres réels du système $\boldsymbol{\gamma}$ ne sont généralement pas connus, dans la loi de commande on utilise généralement leurs estimés désignés ici par $\boldsymbol{\varphi}$. On voit que même lorsque la surface de glissement est nulle, si on remplace $\boldsymbol{\gamma}$ par $\boldsymbol{\varphi}$ dans l'équation (B.12), l'équation ne sera pas équilibrée. De façon pratique, la surface de glissement $\mathbf{S}$ ne sera pas nulle mais voisine de zéro. Alors pour équilibrer l'équation (B.10), on choisit une commande $\boldsymbol{\tau}$ de la forme

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\boldsymbol{\varphi} - \mathbf{K}_1\mathbf{S} + \boldsymbol{\tau}_p \quad (\text{B.13})$$

où le terme $\mathbf{K}_1 \mathbf{S}$ est destiné à compenser les incertitudes sur la connaissance des paramètres et le fait que la surface de glissement n'est pas nulle. Le terme τ_p est destiné à compenser les perturbations extérieures. Cependant, ce choix bien que justifié ne nous garantit pas d'office la stabilité du système. Dans le paragraphe suivant nous allons étudier la stabilité de cette loi de commande.

B.2.3 Étude de la stabilité de la commande

L'analyse de la stabilité permet de déterminer comment choisir φ , $\mathbf{K}_1$ et τ_p pour assurer la stabilité du système. À cette fin, on utilise le théorème de Lyapunov (Slotine, 1987). Selon ce théorème, si on choisit une fonction scalaire de Lyapunov des états du système, le système décrit par ces états est stable si cette fonction est nulle pour tout état nul et négative partout ailleurs.

On peut remarquer que la surface de glissement $\mathbf{S}$ définie à l'équation (B.4) est fonction des états du système. En choisissant une fonction de Lyapunov de la forme

$$V = \mathbf{S}^T \mathbf{I} \mathbf{S}. \quad (\text{B.14})$$

il est évident que si $\mathbf{S}$ est nul, V l'est aussi. Or $\mathbf{S} = 0$ signifie qu'on est sur la surface de glissement donc les états suivent les références. Par contre, si $\mathbf{S} \neq 0$, en dérivant les deux membres de l'équation (B.14) par rapport au temps et utilisant la propriété selon laquelle (Slotine, 1987)

$$\dot{\mathbf{q}}^T (\dot{\mathbf{I}} - 2\mathbf{C}) \dot{\mathbf{q}} = 0, \quad (\text{B.15})$$

on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{S}}^T \mathbf{I} \mathbf{S} + \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{I}} \mathbf{S} + \mathbf{S}^T \mathbf{I} \dot{\mathbf{S}}) \\ &= \mathbf{S}^T \mathbf{I} \dot{\mathbf{S}} + \mathbf{S}^T \mathbf{C} \mathbf{S} \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Or $\dot{\mathbf{S}} = \ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}_r$, ce qui donne

des équations (B.10), (B.12) et (B.13) les relations suivantes:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}\ddot{\mathbf{q}} &= -\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G}(\mathbf{q}) - \boldsymbol{\tau}_{ext} + \boldsymbol{\tau} \\ &= -\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G}(\mathbf{q}) - \boldsymbol{\tau}_{ext} + \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\boldsymbol{\varphi} - \mathbf{K}_1\mathbf{S} - \boldsymbol{\tau}_p \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

étant donné que sur la surface de glissement $\dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}_r$ on peut écrire

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{q}}_r = -\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)\boldsymbol{\gamma}. \quad (\text{B.18})$$

Par conséquent $\mathbf{I}(\ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}_r)$ s'écrit de la manière suivante:

$$\mathbf{I}(\ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}_r) = (\mathbf{Y}\boldsymbol{\varphi} - \mathbf{Y}\boldsymbol{\gamma}) - \mathbf{C}\mathbf{S} - \mathbf{S}^T\mathbf{K}_1\mathbf{S} + (\boldsymbol{\tau}_{ext} - \boldsymbol{\tau}_p) \quad (\text{B.19})$$

En substituant l'équation (B.19) dans (B.16) on obtient

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}} &= \mathbf{S}^T(\mathbf{Y}\boldsymbol{\varphi} - \mathbf{Y}\boldsymbol{\gamma}) - \mathbf{S}^T\mathbf{C}\mathbf{S} - \mathbf{S}^T\mathbf{K}_1\mathbf{S} + \mathbf{S}^T\mathbf{C}\mathbf{S} + \mathbf{S}^T(\boldsymbol{\tau}_p - \boldsymbol{\tau}_{ext}) \\ &= \mathbf{S}^T\mathbf{Y}(\boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\gamma}) - \mathbf{S}^T\mathbf{K}_1\mathbf{S} + \mathbf{S}^T(\boldsymbol{\tau}_p - \boldsymbol{\tau}_m). \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

Afin de garantir la stabilité du système on choisit

$$\mathbf{K}_1 \geq 0 \quad (\text{B.21})$$

$$\boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\gamma} = -\Gamma\mathbf{Y}^T\mathbf{S} \quad (\text{B.22})$$

$$\boldsymbol{\tau}_p - \boldsymbol{\tau}_{ext} = -\epsilon\text{sign}(\mathbf{S}) \quad (\text{B.23})$$

où $\mathbf{K}_1$, Γ sont des matrices symétriques définies positives et ϵ est une matrice diagonale de gains positifs. En pratique à l'équation (B.23) on utilisera la valeur estimée de $\boldsymbol{\tau}_{ext}$ notée $\boldsymbol{\tau}_m$. Pour assurer la stabilité dans ce cas, on choisit $\boldsymbol{\tau}_p$ de la manière suivante:

$$\boldsymbol{\tau}_p = \boldsymbol{\tau}_m - \mathbf{K}_p \|\mathbf{q} - \mathbf{q}_d\| \text{signe}(\mathbf{S}) \quad (\text{B.24})$$

De l'équation (B.22) on déduit une loi d'adaptation suivante: si à l'instant $t = kT$, T étant la période d'échantillonnage et k un entier, on a

$$\boldsymbol{\varphi}(kT) = \boldsymbol{\gamma} - \Gamma(\mathbf{Y}^T\mathbf{S})_k \quad (\text{B.25})$$

à l'instant $t = (k + 1)T$, les paramètres nominaux γ étant constants on aura

$$\varphi((k + 1)T) = \gamma - \Gamma(\mathbf{Y}^T \mathbf{S})_{k+1} \quad (\text{B.26})$$

on déduit donc

$$\varphi((k + 1)T) = \varphi(kT) - \Gamma(\mathbf{Y}^T \mathbf{S})_k - \Gamma(\mathbf{Y}^T \mathbf{S})_{k+1}. \quad (\text{B.27})$$

la loi de commande τ devient alors

$$\tau = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \varphi - \mathbf{K}_1 \mathbf{S} + \tau_m - \mathbf{K}_p \mid \mathbf{q} - \mathbf{q}_d \mid \text{signe}(\mathbf{S}) \quad (\text{B.28})$$

Remarque

La plupart des systèmes mécaniques présentent souvent des équations dynamiques non-linéaires avec des couplages importants. De plus, ces équations sont généralement très longues et font appel à beaucoup de calculs numériques. Ce qui est un handicap pour l'implantation en temps réel de la loi de commande. Si on pouvait négliger les termes d'influence et les termes non diagonaux de la matrice d'inertie lors du calcul de la commande, on réduirait considérablement le nombre d'opérations mathématiques. Par conséquent diminuer la durée du calcul de la commande. L'algorithme que nous proposons veut répondre à ce besoin.

Il est important de noter que cet algorithme n'est pas un algorithme de découplage dans le sens propre du terme, mais plutôt, une technique de calcul rapide de la commande. Considérons un système mécanique représenté par le modèle dynamique de l'équation (B.10); désignons par I_{ii} la matrice des termes diagonaux de I et C_{ii} la portion de la matrice C définie telle que $\dot{\mathbf{q}}^T (\dot{I}_{ii} - 2C_{ii}) \dot{\mathbf{q}} =$

0. Nous pouvons réécrire l'équation (B.10) de la manière suivante:

$$\mathbf{I}_n \ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{C}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + [(\mathbf{I} - \mathbf{I}_n) \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{C} - \mathbf{C}_n)(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{P}_{rt} - \mathbf{G}(\mathbf{q})] = \mathbf{u} \quad (\text{B.29})$$

posons

$$\boldsymbol{\tau}_{ext} = [(\mathbf{I} - \mathbf{I}_n) \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{C} - \mathbf{C}_n)(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{P}_{rt} - \mathbf{G}(\mathbf{q})] \quad (\text{B.30})$$

l'équation (B.29) devient alors

$$\mathbf{I}_n \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau}_{ext} = \boldsymbol{\tau} \quad (\text{B.31})$$

l'équation (B.31) est en tout point semblable à l'équation (B.10). En supposant qu'il est possible d'obtenir une estimation $\boldsymbol{\tau}_m$ de $\boldsymbol{\tau}_{ext}$, on applique alors au système une commande de la forme de l'équation (B.28).

B.3 RÉSULTATS DES SIMULATIONS

Pour la pelle mécanique dont les équations dynamiques sont présentées en annexe A., (équations A.26 à A.28), en faisant la transformation (B.31) on obtient le système suivant:

$$\begin{bmatrix} \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2 - 2\varphi_3 C_3 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_4 \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\varphi_3 \dot{q}_3 S_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) - \boldsymbol{\tau}_{ext} = \boldsymbol{\tau} \quad (\text{B.32})$$

avec

$$\begin{cases} \varphi_1 = m_1 + m_2 + m_3 \\ \varphi_2 = m_2 r_2^2 + m_3 l_2^2 + m_3 r_3^2 + I_2 + I_3 \\ \varphi_3 = m_3 r_3 l_2 \\ \varphi_4 = m_3 r_3^2 + I_3 \end{cases} \quad (\text{B.33})$$

On définit la matrice $\mathbf{Y}$ de la manière suivante:

$$\mathbf{Y} = \left[\begin{array}{c|c|c|c} \ddot{d} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \ddot{\theta}_2 & 2C_3 \ddot{\theta}_2 - \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 S_3 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \ddot{\theta}_3 \end{array} \right] \quad (\text{B.34})$$

le vecteur des paramètres φ est défini de la manière suivante:

$$\varphi = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_3 \ \varphi_4]^T \quad (\text{B.35})$$

où ^{T} est le symbole de la transposée d'une matrice ou d'un vecteur.

Choix des gains

Nous avons choisi toutes les matrices de gains diagonales. Leurs valeurs numériques ont été déterminées de la manière suivantes:

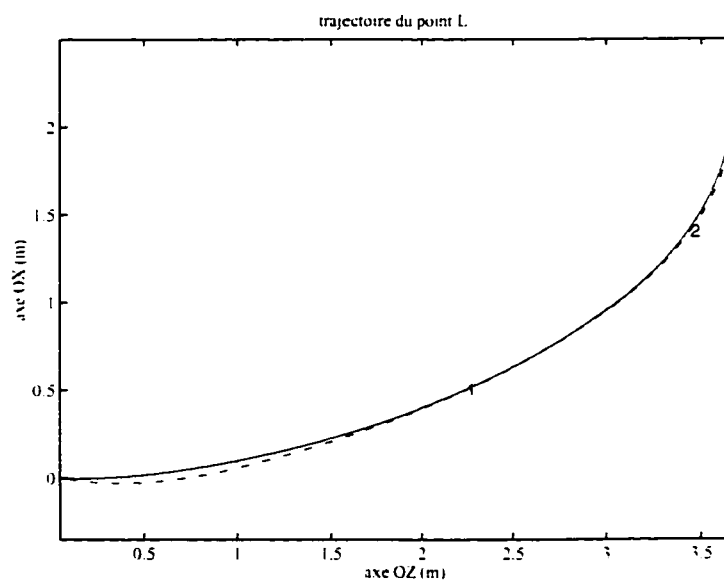
- λ est choisie par un placement de pôles:
- Γ est une matrice qui accélère l'adaptation des paramètres si ses composantes sont > 1 et vice versa. Nous l'avons choisie égale à l'unité.
- K accroît la précision de poursuite. On l'ajuste jusqu'à obtenir satisfaction il est préférable de commencer par zéro et l'augmenter progressivement.
- K_p assure la robustesse de la commande. On le choisit de la même manière que K et en considérant que τ_p doit avoir l'ordre de grandeur des perturbations. Ce gain améliore aussi l'erreur en régime permanent.

Les valeurs des saturations seront déterminées selon le besoin par essai-erreur. Il est aussi nécessaire d'avoir $S = 0$ à l'état initial. Les paramètres nominaux et les gains utilisés sont donnés dans les tableaux suivants:

$$\begin{aligned} \varphi &= [47250 \ 14190 \ 5292 \ 2664]^T; \\ \Gamma &= \text{diag}([7500 \ 7500 \ 7500 \ 7500]); \\ K &= \text{diag}([12500 \ 25000 \ 12500]); \\ K_p &= \text{diag}([1250 \ 2500 \ 1250]); \\ \lambda &= \text{diag}([7 \ 7 \ 6]) \end{aligned} \quad (\text{B.36})$$

Tableau B.1 Tables des paramètres nominaux du véhicule

m_1 (kg)	m_2 (kg)	m_3 (kg)	μ_1 N.s/m	μ_2 N.rad/s	μ_3 N.rad/s
50000	500	2000	100	100	100
l_2 (m)	l_3 (m)	r_3 (m)	I_2 kgm ²	I_3 kgm ²	g N/kg
2.45	1.25	1.2	20	80	9.81

**Figure B.1** Trajectoire dans le plan XZ de la lame de la pelle

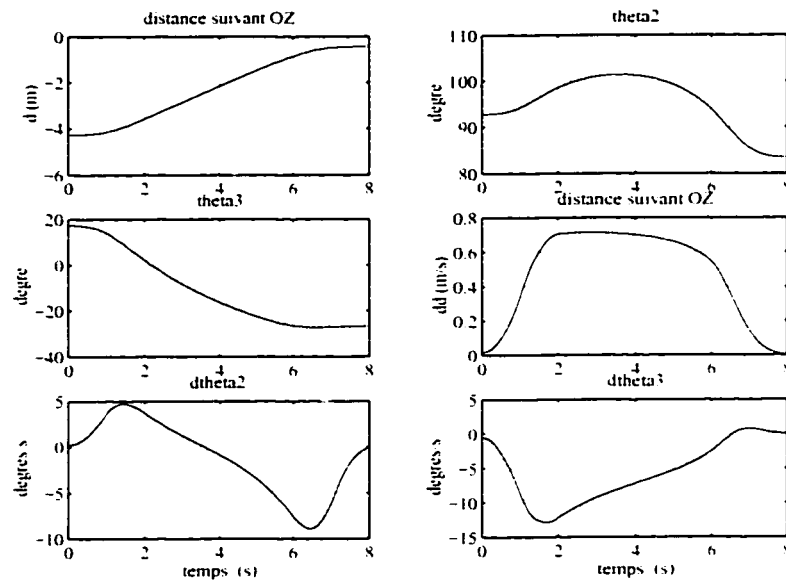


Figure B.2 Variations en fonction du temps de d , θ_2 , θ_3 , $\dot{d}$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$

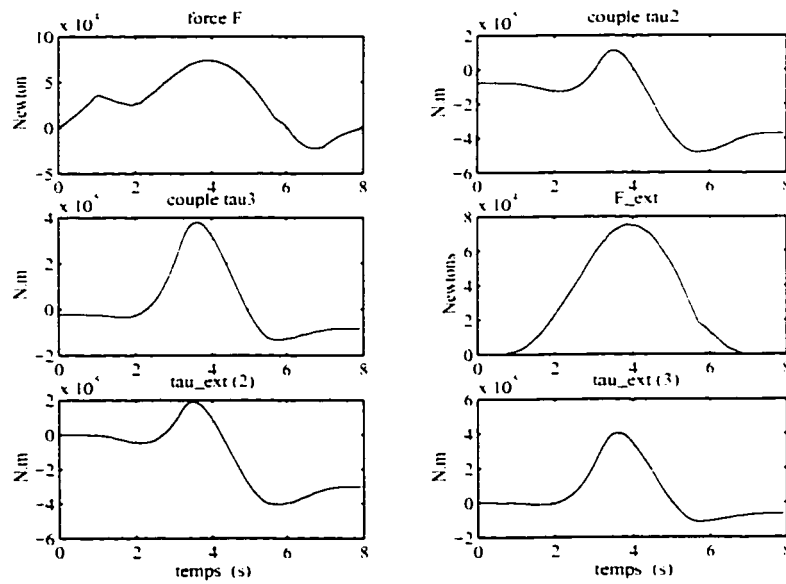


Figure B.3 Commande et forces estimées

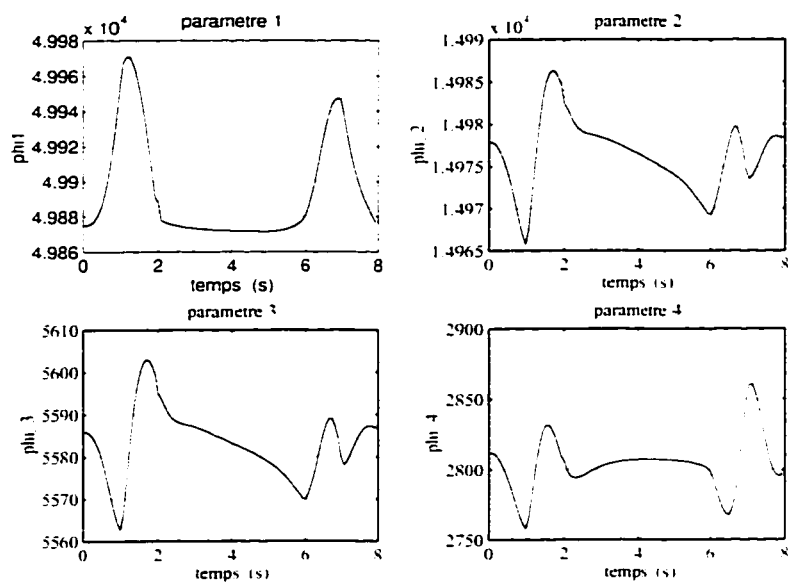


Figure B.4 Variation des paramètres

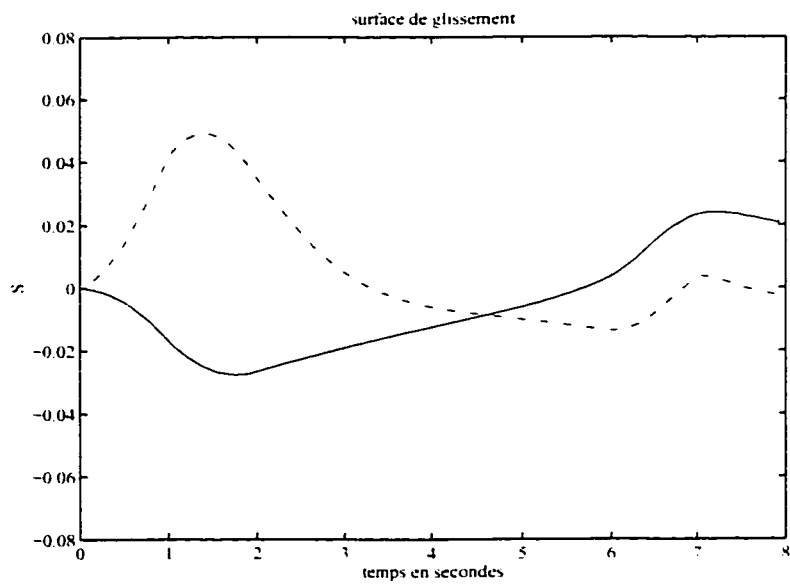


Figure B.5 Variation de la surface de glissement S

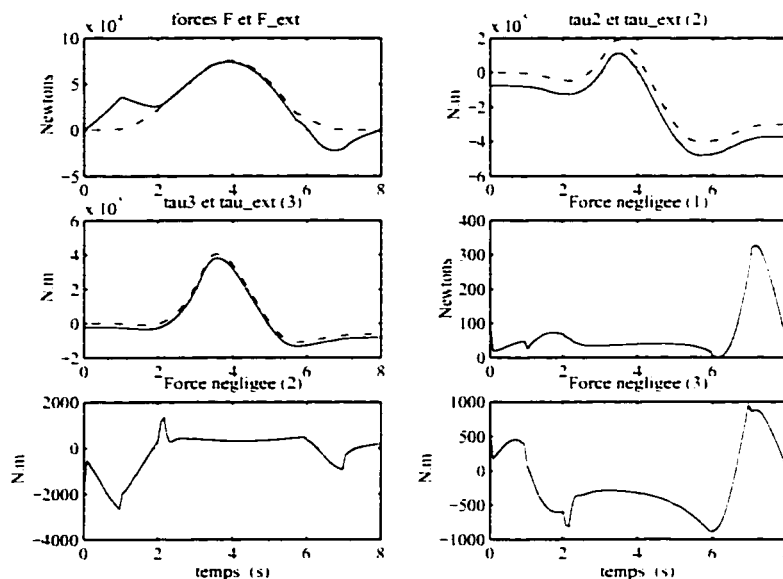
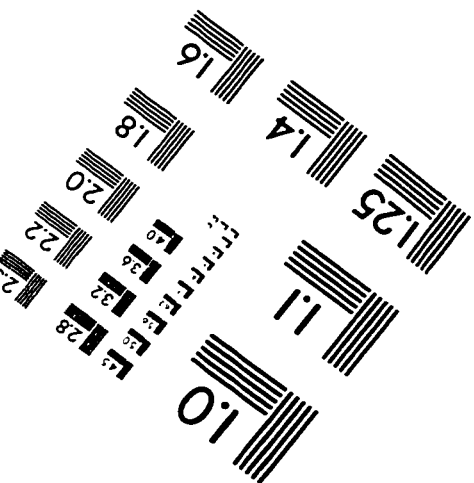
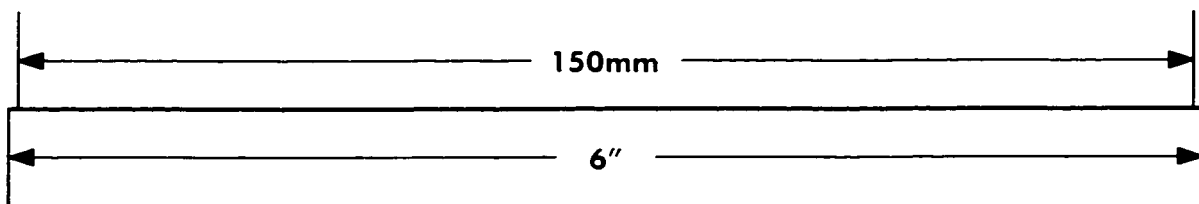
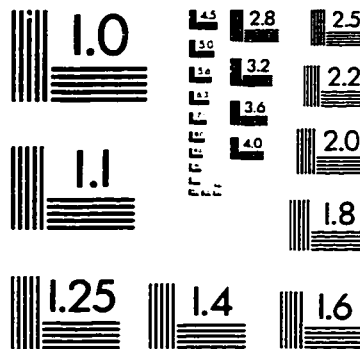
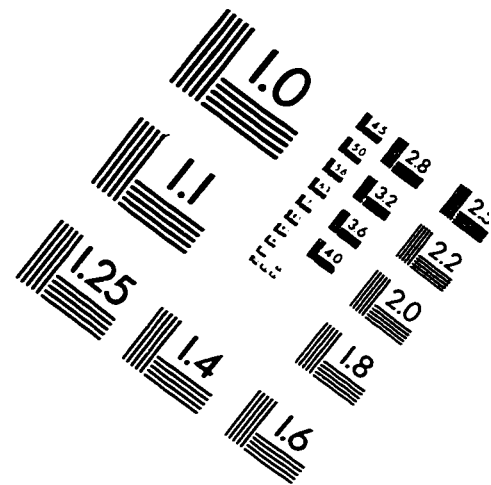
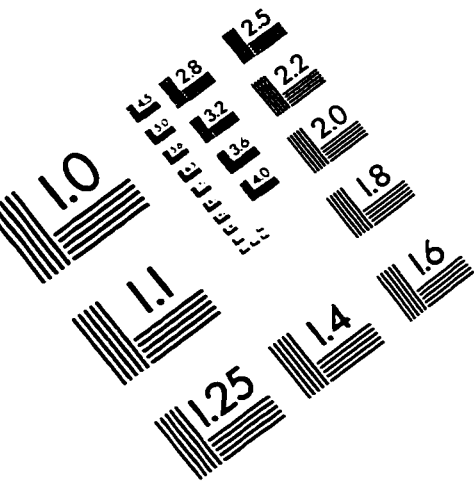


Figure B.6 Variation des forces dues aux termes non diagonaux du tenseur d'inertie

Remarque

Nous avons présenté dans cette annexe une loi de commande basée sur l'estimation des forces résistantes et qui intègre à la fois la commande adaptative et la commande par mode de glissement. Théoriquement cette loi de commande possède tous les éléments qui pourraient lui procurer une très bonne robustesse. Les résultats des simulations numériques présentés à la figure B.1 montrent que la lame de la pelle suit bien la trajectoire désirée. Les graphiques de la figure B.2 montrent le déplacement de la plate-forme d et les angles des deux membrures θ_2 et θ_3 ainsi que leurs vitesses respectives $\dot{d}$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$. Ce résultat confirme également que l'orientation de la pelle suit la trajectoire désirée. Les couples nécessaires au mouvement de la pelle mécanique ainsi que les estimés des forces résistantes sont présentés à la figure B.3. La figure B.4 montre la variation des paramètres. Tel qu'on le constate, les paramètres ne convergent pas nécessairement vers les paramètres nominaux. Pour comprendre ce résultat, revenons à l'équation d'adaptation (équation B.27): on remarque que, si la surface de

IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



APPLIED IMAGE, Inc
1653 East Main Street
Rochester, NY 14609 USA
Phone: 716/482-0300
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved

