UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

COMMANDE NON LINÉAIRE D'UN MOTEUR À RÉLUCTANCE VARIABLE

LOFTI BEN AMOR

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET DE GÉNIE INFORMATIQUE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE

PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)

(GÉNIE ÉLECTRIQUE)

Octobre 1996

©Lotfi Ben Amor, 1996

National Library of Canada
Bibliothèque nationale du Canada

Acquisitions and Bibliographic Services
Acquisitions et services bibliographiques

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-26409-2

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

COMMANDE NON LINÉAIRE D'UN MOTEUR À RÉLUCTANCE VARIABLE

présentée par: **BEN AMOR Lotfi**
en vue de l'obtension du diplôme de: Philosophiae Doctor
a été dûement acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. MARCEAU Richard, Ph.D., président
M. OLIVIER Guy, Ph.D., membre et directeur de recherche
M. DESSAINT, Louis A. , **Ph.D.**, membre et codirecteur de recherche
M. DE SANTIS Romano, Ph.D., membre
M. LE-HUY Hoang, Doc. ing., membre

À mon père **Mongi** et ma mère **Saïda**
À ma femme **Radhia** et ma fille **Nésrine**
À mes **Frères** et **Soeurs**

Remerciements

Je tiens à exprimer ma gratitude à mes directeurs de thèse, les professeurs Louis.A-Dessaint et Guy Olivier pour leurs supports et conseils inestimables tout au long de cette recherche. Leurs encadrements exemplaires et leurs expériences considérables dans le domaine m'ont permis de mener à terme mon projet de recherche. Qu'ils soient assurés de ma reconnaissance la plus sincère.

J'exprime mes remerciements les plus sincères au professeur Ouassima Akhrif. Elle a passé énormément de temps à m'aider et à me faire profiter de son expérience dans le domaine. J'ai fortement apprécié la contribution considérable qu'elle a apportée dans les différentes publications issues de ce projet.

Mes remerciements vont aussi aux professeurs Richard Marceau, Romano Desantis et Hoang Le-Huy pour avoir accepté d'être membre du jury.

De plus, je tiens à remercier tous les étudiants, chercheurs et personnel travaillant au sein du GRÉPCI pour leur coopération et la bonne ambiance de travail qui y régnait .

Je suis particulièrement reconnaissant aux professeurs et secrétaires du département de génie électrique de l'École de Technologie Supérieure pour l'accueil que j'ai reçu.

Mes sincères remerciements vont à mes amis Mohamed Ben Slima, Nabil Zouari et Ridha El Gharbi pour leurs soutiens et encouragements.

Enfin, ma reconnaissance la plus profonde va à ma famille qui m'a toujours soutenu et encouragé à poursuivre mes études.

RÉSUMÉ

Dans cette thèse, on présente une étude détaillée de deux stratégies de commande non linéaire appliquée à la machine à réluctance variable. Les stratégies proposées permettent de compenser pour les non-linéarités du moteur et réduire, considérablement, l'ondulation du couple.

La première stratégie consiste à commander la position du moteur en effectuant une linéarisation au sens entrées-état du modèle. Un schéma de commande non adaptative est simulé en premier. La robustesse d'un tel schéma est ensuite analisée. Afin de compenser pour les incertitudes paramétriques du modèle nous proposons schéma de commande adaptative. Pour éviter la mesure de l'accélération du moteur, nous proposons d'utiliser le principe de l'erreur augmentée. Même si les résultats de simulation sont concluants, la complexité de calcul des lois de commande en temps réel reste la principale limitation de cette stratégie. De plus, elle ne répond pas à tous les critères d'une application industrielle.

La deuxième stratégie consiste à commander le couple instantané du moteur en effectuant une linéarisation au sens entrées-sorties du modèle. Même si elle requiert une mesure précise du couple instantané, une telle solution permet non seulement de réduire considérablement les calculs en temps réel, mais aussi de répondre aux exigences de plusieurs applications industrielles. De plus, la commande de position ou de vitesse s'effectue plus facilement si le moteur est commandé en couple. En effet, seul le modèle mécanique est considéré pour le calcul des lois de commande.

ABSTRACT

In this thesis two non linear control strategies are designed for a three phase switched reluctance motor. These strategies compensate for the motor non-linearities and reduce the torque ripple of the motor.

The first control strategy is an input-state linearisation. The motor position and the unselected currents are the outputs. First, the non adaptive scheme is considered. The, robustness of such a control scheme is analysed. Second, the adaptive scheme is designed in order to compensate for model uncertainties. To avoid the need for acceleration measurement we propose to use the augmented error principle. Using such a control scheme, real time calculations are tedious and industrial requirements are not entirely fulfilled.

The second control strategy is an outputs-inputs linearisation. The motor torque and the unselected currents are the outputs. This control scheme requires the instantaneous torque measurement. The motor parameters uncertainty is compensated by the adaptive scheme. The second control strategy requires less real time calculations and reduces the torque ripple considerably. Since the torque is directly controlled, speed or position controller can be designed using the mechanical model only.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE iv

REMERCIEMENTS v

RÉSUMÉ vi

ABSTRACT vii

LISTE DES FIGURES xiii

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS xvii

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1: LITTÉRATURE ET PROBLÉMATIQUE

1.1 Historique de la machine à réluctance variable (MRV) 4

1.2 Littérature 9

1.2.1 Conception 10

1.2.2 Modélisation 12

1.2.3 Problèmes de commande 14

1.2.4 Théories associées à la commande 17

1.3 Motivations et contributions 19

CHAPITRE II:GÉNÉRALITÉS SUR LA MACHINE À RELUCTANCE VARIABLE

2.1 Principe de fonctionnement 22

2.2 Critères de conception 27

2.3 Alimentation de la machine 30

2.4 Modèle simplifié de la machine 37

2.4.1 Partie électromagnétique 37

2.4.2 Partie mécanique 39

CHAPITRE III:COMMANDE NON LINÉAIRE ET ADAPTATIVE:RAPPEL THÉORIQUE

3.1 Théorie de la linéarisation par retour d'état 40

3.1.1 Définitions et théorèmes 40

3.1.1.1 Difféomorphisme 40

3.1.1.2 Dérivée de Lie 40

3.1.1.3 Crochet de Lie 41

3.1.1.4 Théorème de Frobenius 42

3.1.2 Linéarisation au sens entrées-état d'un système monovariable 43

3.1.2.1 Conditions pour une linéarisation au sens entrées-état 44

3.1.2.1 Étapes à suivre 44

3.1.2.1 Exemple de linéarisation au sens entrées-état 45

3.1.3 Linéarisation au sens entrée-sortie d'un système monovariable 47

3.1.3.1 Génération de la relation entrée-sortie linéaire 48

3.1.3.2 Forme normale, dynamiques internes et dynamiques zéro 49

3.2 Commande adaptative des systèmes linéarisables 58

3.2.1 Adaptation des paramètres (algortithme du gradient) 60

3.2.1.1 Étapes de conception 61

3.2.1.2 Stabilité et convergence de l'algorithme du gradient 62

3.2.1.3 Propriétés de convergence 63

3.2.2 Commande adaptative des systèmes monvariables 63

3.2.2.1 Indice caractéristique r=1 63

3.2.2.2 Indice caractéristique r>1 65

3.2.3 Commande adaptative des systèmes multivariables 68

CHAPITRE IV:APPLICATION DES STRATÉGIES NON LINÉAIRES À LA COMMANDE DU MOTEUR À RELUCTANCE VARIABLE

4.1 Introduction 69

4.2 Dynamiques du moteur 69

4.2.1 Équations d'état du moteur 71

4.2.2 Logique de la commutation 72

4.2.3 Paramétrisation linéaire du modèle 74

4.3 Linéarisation au sens entrées-état: commande de position 78

4.3.1 Objectifs de la commande 79

4.3.2 Commande de position sans adaptation des paramètres 80

4.3.3 Commande de position avec adaptation des paramètres 85

4.3.3.1 Linéarisation du modèle paramétrisé 86

4.3.3.2 Lois de commande et lois d'adaptation basée sur l'erreur augmentée 89

4.3.4 Analyse des résultats et étude comparative des deux stratégies de commande 94

4.3.4.1 Performances en boucle ouverte 94

4.3.4.2 Performancesde la commande linéarisante et non adaptative de position 97

4.3.4.3 Performances de la commande linéarisante et adaptative de position 105

4.3.4.4 Étude comparative des deux lois de commande 111

4.4 Linéarisation au sens entrées-sorties: Commande du couple instantané du moteur 113

4.4.1 Amélioration de la logique de commutation 113

4.4.2 Objectifs de la commande 114

4.4.3 Linéarisation 115

4.4.3.1 Cas où les paramètres sont connus 115

4.4.3.2 Adaptation des paramètres électriques pour la commande du couple 120

4.4.4 Commande linéarisante et adaptative de la position et/ou de la vitesse .. 124

4.4.4.1 Commande de vitesse 125

4.4.4.2 Commande de position 127

4.4.5 Analyse des résultats 127

CHAPITRE V:ASPECTS DE LA MODÉLISATION, DE LA MESURE ET L'IMPLANTATION EN TEMPS RÉEL DES LOIS DE COMMANDE PROPOSÉES

5.1 Introduction 133

5.2 Structures électromécaniques de moteur 134

5.3 Mesure des caractéristiques magnétiques (flux-courants-positions) 136

5.4 Modèles analytiques à partir des mesures recueillies 138

5.5 Problèmes de mesure du couple électromagnétique du moteur 141

5.5.1 Caractéristiques couples-courants-positions:mesure du couple en temps différé 141

5.5.2 Calcul du couple par l'estimation en temps réel du flux 142

5.6 Aspects de l'implantation en temps réel des algorithmes de commande 146

CONCLUSION 149

BIBLIOGRAPHIE 151

LISTE DES FIGURES

1.1 Moteurs de Charles G.Page (1835-1840) 5

1.2 Moteur de Graiffe (1840 environ) 5

1.3 Moteur élémentaire de Froment (1845) 6

1.4 Moteur pas à pas (32 dents rotoriques) de C.L.Walker (1919) 8

1.5 Un des premiers moteurs à réluctance variable à double saillance (1920 environ) 9

2.1 Circuit magnétique à réluctance variable 22

2.2 Relation flux-courant pour un circuit non saturé 23

2.3 Caractéristique magnétique d'un circuit reluctant 23

2.4 Circuit d'excitation 24

2.5 Étapes de rotation d'une MRV 25

2.6 Profil idéalisé de l'inductance 26

2.7 Répartition de l'énergie électrique : (a) circuit linéaire.(b) circuit saturé (cas pratique) . (c) cas idéal avec saturation extrême 27

2.8 Paramètres géométriques d'une MRV du type 6/4 29

2.9 Conversion d'énergie pendant un pas du moteur 31

2.10 Convertisseurs à récupération passive de l'énergie (a) récupération résistive (b) récupération dans une diode Zéner 32

2.11 Structures d'alimentation d'une MRV 32

2.12 Convertisseur à récupération indirecte à la source 33

2.13 Convertisseur à récupération indirecte à la phase suivante 34

2.14 Convertisseurs pour moteur à réluctance variables 36

3.1 Configuration mécanique du système moteur-charge 46

4.1 Caractéristiques couples-positions-courants 72
4.2 Système commutateur -machine 73
4.3 Inductance par phase du moteur 75
4.4 Analyse harmonique de l'inductance 75
4.5 Schéma de commande de position par la linéarisation au sens entrées-état 93
4.6 Système d'alimentation et d'autopilotage du moteur à réluctance variable ... 95
4.7 Couple total développé en boucle ouverte 95
4.8 Trajectoire de la position désirée 96
4.9 Position du moteur 96
4.10 Erreur de poursuite 97
4.11 Erreur quadratique (sans incertitude) 97
4.12 Couple total produit par le moteur 97
4.13 Tension aux bornes de la phase 1 du moteur 97
4.14 Courant dans la phase 1 du moteur 100
4.15 Erreur de poursuite (incertitude sur la masse M de la charge) 101
4.16 Erreur de poursuite (incertitude sur le moment d'inertie J) 101
4.17 Erreur de poursuite (incertitude sur la résistance par phase R) 101
4.18 Erreur de poursuite (incertitude sur le paramètre a) 102
4.19 Erreur de poursuite (incertitude sur le paramètre b) 102
4.20 Erreur de poursuite (incertitude sur le paramètre Ψ_s) 102
4.21 Erreurs quadratiques $\sum(\theta-\theta_d)^2$ pour les différentes incertitudes 103
4.22 Couple développé (sans mesure de l'accélération) 104
4.23 Erreur de poursuite (sans mesure de l'accélération) 104
4.24 Trajectoire désirée 105
4.25 Position réelle du moteur 105

4.26 Erreur de position (commande linéarisante et adaptative) 106
4.27 Erreur quadratique (commande linéarisante et adaptative) 106
4.28 Couple électromagnétique et couple de charge 107
4.29 Accélération réelle et estimée 108
4.30 Évolution du couple lors d'une variation de la charge 108
4.31 Tension de commande u_1 : sans adaptation des paramètres 109
4.32 Tension de commande u_1 : avec adaptation des paramètres 109
4.33 Courants du moteur 110
4.34 Schéma de la commande linéarisante et adaptative du couple 123
4.35 Schéma de commande de vitesse ou de position du moteur commandé en couple 124
4.36 Schéma de simulation 127
4.37 Réponse à un échelon de couple 128
4.38 Erreur de poursuite du couple 128
4.39 Tension appliquée à la phase 1 du moteur 129
4.40 Courants du moteur 129
4.41 Réponse du couple à une référence sinusoïdale 130
4.42 Réponse à une trajectoire de vitesse (_) vitesse réelle (--) vitesse désirée 131
4.43 Erreur de vitesse 131
4.44 Réponse à une trajectoire de position (_) position réelle (--) position désirée 132
4.45 Erreur de position 132

5.1 Caractéristique couple vitesse du moteur DDM-2215 B (_) 134
5.2 Vue d'une section du moteur DDM-2215 B 134
5.3 Inductance par phase du moteur 136
5.4 Caractéristiques magnétiques (flux-courants-positions) d'une phase 137
5.5 Caractéristiques couples-courants-positions 140

5.6 Réluctance obtenue à partir des caractéristiques magnétiques 142
5.7 Dérivée de la reluctance par phase 143
5.8 Couple réel (_) et couple estimé (–) 144
5.9 Diagramme temporel de la commande numérique du MRV 146
5.10 Algorithme de commande en temps réel du MRV 147
5.11 Schéma du système de commande en temps réel du couple 148

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

B: coefficient de frottement

E: force contre électromotrice

f: champ de vecteurs

g: champ de vecteur

g_r : accélération due à la gravitation

h_r: hauteur des dents rotoriques

I: courant

Ij: courant de la phase j

J: moment d'inertie

K: indice de la phase sélectionnée

K-1, k+1: indices des phases nonsélectionnées

L_{min}: inductance minimale

L_{max}: inductance maximale

l : longeure de la tige

L: longueure active

$L_f h$: dérivée de Lie de h le long du champ de vecteur f

$L_j(\theta)$: inductance de la phase j

M: masse de la charge

M(s): fonction de transfert du filtre

N_s: nombre de dents au stator

N_r: nombre de dents au rotor

P: vecteur des paramètres réel du système

$\hat{P}$: vecteur des parmètres estimés

$P(\theta)$: pérméance

q: nombre de phases

r_i : indice caractéristique correspondant à la sortie yi.

r : indice caractéristique total

R_r: rayon du rotor

R_m: rayon du moteur

R: résistance par phase du moteur

T: couple électromagnétique total

$T_j(I,\theta)$: couple électromagnétique développé par phase

T_{moy}: couple moyen par phase

T_L: couple de charge

u: tension

uj: tension de la phase j

v: nouveau vecteur d'entrées

$\hat{v}$: nouveau vecteur d'entrées calculé à partir de paramètres estimés

V: fonction de Lyapunov

W : vecteur de fonctions mesurables

W_{ph} : énergie

W_{ph}' : coénergie

W_m : énergie mécanique

W_e: énergie électrique

W_p: énergie électromagnétique convertie

W_R: énergie électromagnétique non convertie

x: vecteur d'état

x_o: point d'équilibre

y: vecteur de sorties

z: vecteur des nouveaux coordonnées du système

α : accélération

α_d : accélération désirée

$\hat{\alpha}$: accélération éstimée

β_s: arc polaire statorique

β_r: arc polaire rotorique

θ: position

θ_d : position désirée

θ_a: position alignée

θ_n: position non alignée

η: vecteur des varibles rendues non observables par la linéarisation

ψ : flux

ψ_j: flux de la phase j

$\mathcal{R}_j(\theta)$: réluctance de la phase j

ζ: vecteur des nouveaux coordonnées observable du système

Φ: application (difféomorphisme)

Ω_{xo}: voisinage de x_o

∇h: gradient de h par rapport au vecteur d'état x

ϕ: vecteur d'erreurs d'estimation

ω : vitesse angulaire

ω_d : vitesse angulaire désirée

INTRODUCTION

Les actionneurs électriques ont toujours constitué des éléments indispensables au fonctionnement des procédés industriels durant ce siècle. De plus, vue la tendance vers l'exploitation de sources d'énergie non polluantes, l'utilisation des moteurs électriques dans les différents secteurs de l'industrie ne fera qu'augmenter.

Plusieurs types de machines ont été inventés au début de siècle, seulement quelques unes ont été introduites dans les applications industrielles. Vu l'état d'avancement dans les domaines de l'électronique de puissance, de l'informatique et de la commande, les caractéristiques des moteurs électriques étaient mal exploitées et le critère de choix était essentiellement la simplicité de commande. C'est ainsi que le moteur à courant continu était fortement utilisé dans les applications industrielles et domestiques, contrairement à d'autres comme le moteur synchrone, asynchrone et à réluctance variable.

Malgré la simplicité de sa fabrication et ses bonnes caractéristiques électromagnétiques, le moteur à réluctance variable était peu utilisé. La complexité de sa commande et l'ondulation élevée du couple qu'il développe constituaient, son principal handicap.

Pendant les deux dernières décennies, des développements technologiques remarquables ont été réalisés dans le domaine de l'électronique de puissance et de l'informatique. Ceci a permis de relancer les travaux sur la machine à réluctance variable. Les nouvelles techniques de conception assistée par ordinateur ont permis de concevoir différentes structures de machines performantes. De plus, de nouveaux interrupteurs de puissance très performants et des nouvelles topologies de convertisseurs ont permis une alimentation à rendement amélioré du moteur permettant ainsi une exploitation beaucoup plus efficace de la machine.

En même temps, des travaux on été entrepris tant au niveau de la modélisation que de la commande. À cause de sa structure électromagnétique, le moteur à réluctance variable développe un couple fortement pulsatoire causant des bruits acoustiques considérables. De plus, dû à son fonctionnement en saturation et à sa réluctance variable, le moteur est un système dont le modèle est fortement non linéaire et incertain. Finalement, à cause de la diversité des configurations, aucune forme de modèle ne peut être généralisée .

Même si les techniques de commande linéaire sont maintenant bien développées, elles ne peuvent être appliquées à la commande du moteur à réluctance variable. Les lois de commande développées à partir de son modèle linéarisé autour d'un point d'opération ne peuvent aboutir à des performances dynamiques acceptables.

C'est seulement durant les deux dernières décennies que la théorie des systèmes non linéaires a connu un avancement considérable. La technique de linéarisation par retour d'état figure parmi les résultats les plus importants. Cette technique consiste à inverser le modèle non linéaire pour obtenir une relation entrées-état ou entrées-sorties linéaire et appliquer les techniques de commande linéaire classiques.

L'inconvénient d'une telle technique est que l'inversion est basée sur la connaissance exacte du modèle. En pratique, il est irréaliste de considérer l'hypothèse d'un modèle exact. Donc, l'application d'une telle technique au moteur à réluctance variable ne peut aboutir à la linéarisation escomptée. Cependant, la combinaison des techniques de commande adaptative avec celle de la commande linéarisante permet une linéarisation même en présence d'incertitudes paramétriques du modèle.

Même si la contribution principale de cette recherche se situe au niveau de la commande du moteur, des études et des résultats concernant les autres aspects associées à la machine

à réluctance variable seront présentés. Cette thèse est divisée en cinq chapitres. Dans le chapitre I, nous présentons l'historique, la littérature concernant les travaux de conception, de modélisation et de commande de la machine à réluctance variable. Nous évoquerons aussi les motivations qui justifient la réalisation d'une telle recherche ainsi que les contributions apportées dans le domaine.

Le chapitre II traite des généralités sur la machine. Son principe de fonctionnement, les critères de sa conception, les topologies de convertisseurs qui lui sont associés et finalement son modèle simplifié seront présentés

Dans le chapitre III, on détaille les différents aspects théoriques reliés à la commande linéarisante et adaptative.

Dans le chapitre IV, on présente tous les développements concernant l'application des deux techniques de commande non linéaire et adaptative au moteur à réluctance variable. La première consiste à effectuer une linéarisation entrées-état pour commande directe de la position du moteur. La deuxième consiste à effectuer une linéarisation au sens entrées-sorties pour la commande du couple instantané du moteur. Dans ce chapitre nous étudions le problème de singularité survenant au moment de la commutation et nous proposerons des solutions pour y remédier. Les résultats de simulation et l'analyse des performances de chacune des méthodes seront présentés.

Finalement on a consacré le chapitre V aux aspects de la modélisation, de la mesure des paramètres et des caractéristiques électromagnétiques ainsi qu'à l'implantation en temps réel des lois de commande proposées.

CHAPITRE I

LITTÉRATURE ET PROBLÉMATIQUE

1.1 Historique de la machine à réluctance variable

Bien avant que la machine à courant continu n'arrive à maturité et occupe une place importante dans plusieurs applications industrielles, de nombreuses machines, connues aujourd'hui sous le nom de machines à réluctance variable, étaient proposées. Parmi les inventeurs, citons le physicien russe Jacobi qui, dans un rapport présenté à l'Académie des sciences de Saint Petersburgh en 1834, propose d'appliquer l'électromagnétisme aux machines et décrit une structure tournante à réluctance variable. Dans (Duma,1968; Harris et aliés 1981) on rapporte que le professeur et physicien américain Charles Grafton Page a réalisé entre 1835 et 1840 plusieurs dispositifs originaux à fer tournant. La Figure 1.1 montre trois moteurs de Charles Grafton Page. On remarque que les courants de bobines étaient commutés par des interrupteurs mécaniques en synchronisme avec le mouvement, assurant ainsi un autopilotage mécanique.

En France, vers 1840, l'ingénieur Graiffe (Laurancin, 1870) a construit un moteur de démonstration. Comme le montre la Figure 1.2, ce moteur est aussi autopiloté mécaniquement. D'autres moteurs similaires furent conçus en 1837 par l'Américain Davenport pour actionner une presse d'imprimerie et par l'Écossais Robert Davidson en 1839 pour l'entraînement d'un tour. À cette époque, le français Gustave Froment réalise un moteur de grandes dimensions (Darris, 1883).

Davidson a utilisé l'un des premiers moteurs tournants à réluctance variable en 1842 pour entraîner à 6 km/h un véhicule ferroviaire électrique (Darris, 1883). En 1845, Gustave Froment réalise un moteur tournant performant, ancêtre des moteurs à réluctance variable

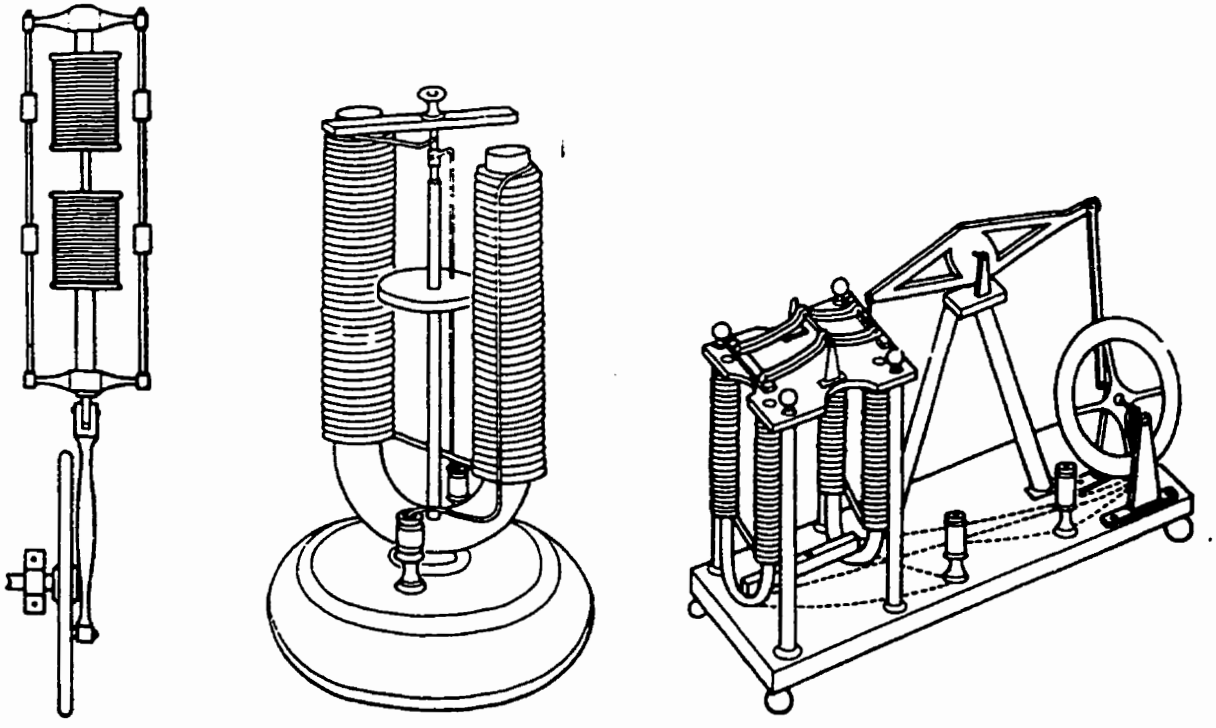


Figure 1.1 : Moteurs de Charles G.Page (1835-1840)

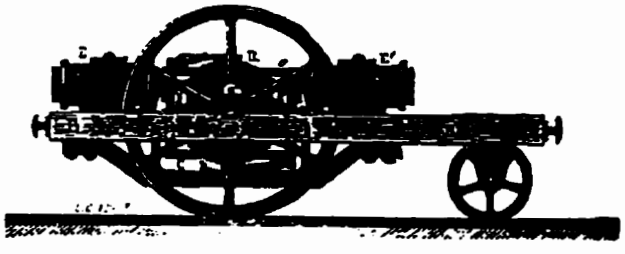


Figure 1.2 : Moteur de Graiffe (1840 environ)

à double saillance. Ce moteur a servi à entraîner des machines à tracer des divisions

(Laurancin, 1870) sur les règles à cadrans, etc.

La Figure 1.3 tirée de (Dumas, 1968) montre un moteur à 4 phases où on peut voir la disposition astucieuse des bobines d'une même phase. Ceci permet de minimiser la longueur des trajets du flux dans les circuits de retour. Ce moteur fut utilisé pour remonter des poids d'horloge (Dumas, 1968) et pour entraîner une meule à chanvre (Japing, 1967).

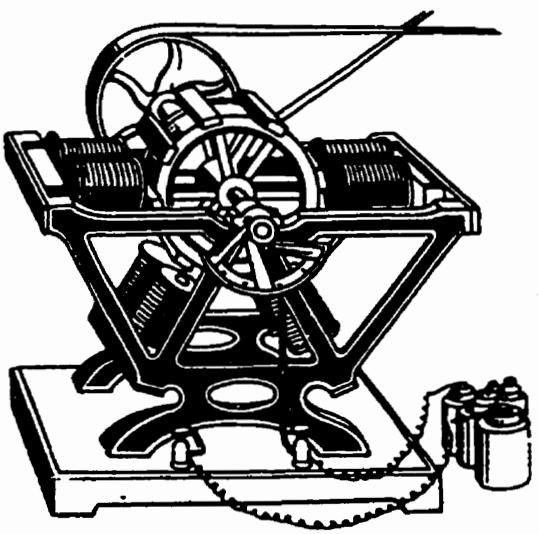


Figure 1.3 : Moteur élémentaire de Froment (1845)

Un autre dispositif plus puissant a été construit par Froment. Ce moteur est constitué d'un empilage de 5 structures élémentaires (Beltran, 1991) comprenant chacune 4 électroaimants à deux pôles bobinés et commutateur mécanique permettant l'autopilotage. Le couple de ce moteur a atteint 500 N.m environ. Il faut mentionner que toutes ces machines à réluctance variable n'ont été utilisées que pour des

fonctionnements en mode moteur. Leur apparence passive n'a pas laissé entrevoir leur réversibilité.

Depuis, le moteur à réluctance variable est resté marginal. Il fut dépassé par les machines synchrones permettant de réaliser les plus grands générateurs, par les machines asynchrones pouvant se mettre en marche sans dispositif auxiliaire et fonctionner sur le réseau alternatif et, évidemment, par les machines à courant continu à collecteur, facilement commandables pour fonctionner à vitesse variable.

Malgré tout cela, le moteur à réluctance variable n'a pas complètement disparu. Ainsi, il a actionné des systèmes d'horlogerie (horloge Froment,1854), des jouets (petits moteurs monophasés) vers 1900-1910, des dispositifs de transmission électrique (synchro-machines dans les bateaux de guerre) en 1920, des rasoirs (Remington) ou encore des tourne-disques (78 tr/min).

C'est vers les années 1910 que les moteurs pas à pas à réluctance variable commencent à être appliqués à des entraînements différents. Une invention originale de l'ingénieur écossais C.L.Walker a fait l'objet d'un dépôt de brevet au Royaume-Uni en 1919 (Kenjo,1992; Kant,1989). La structure proposée est présentée à la Figure 1.4. C'est l'une des premières structures à double saillance qui sont apparues dans les années 1920. La Figure 1.5 montre un moteur du type 6/4 qui a été utilisé dans les bateaux de guerre des années 20.

La théorie dans ce domaine a suivi les premières applications. Dans un article présenté par Karapetoff(1927), on décrit le principe de la génération d'efforts dans les machines à réluctance variable. Dans les années 30, les moteurs synchrones à pôles saillants non excités (synchrones à réluctance variable) ont commencé à être étudiés. Ces moteurs, pouvant démarrer d'une façon autonome et offrant une vitesse précise et constante,

étaient choisis pour plusieurs applications. Ils ont été, cependant, d'un emploi assez restreint à cause de leur facteur de puissance et de leur rendement faible. Ce n'est que

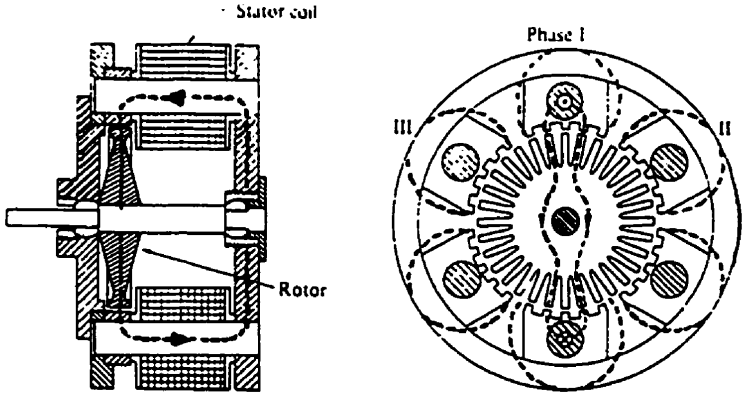


Figure 1.4 : Moteur pas à pas (32 dents rotoriques) de C.L.Walker (1919)

dans les années 60 qu'on s'est intéressé de nouveau aux moteurs à réluctance variable (Lawrenson, 1964). C'est dans universités anglaises (à Leeds et à Nottingham) que furent entrepris les travaux en premier. Ensuite, sont apparus les moteurs synchrones à réluctance variable à rotor segmenté, à barrières de flux et à rotor axialement laminé (Lawrenson, 1967). On a pu augmenter ainsi le rapport de saillance et, par là, le facteur de puissance.

À la même époque, naissait un nouvel intérêt pour les moteurs à réluctance variable à grand nombre de dents et fort couple massique. Ces moteurs semblaient bien adaptés à

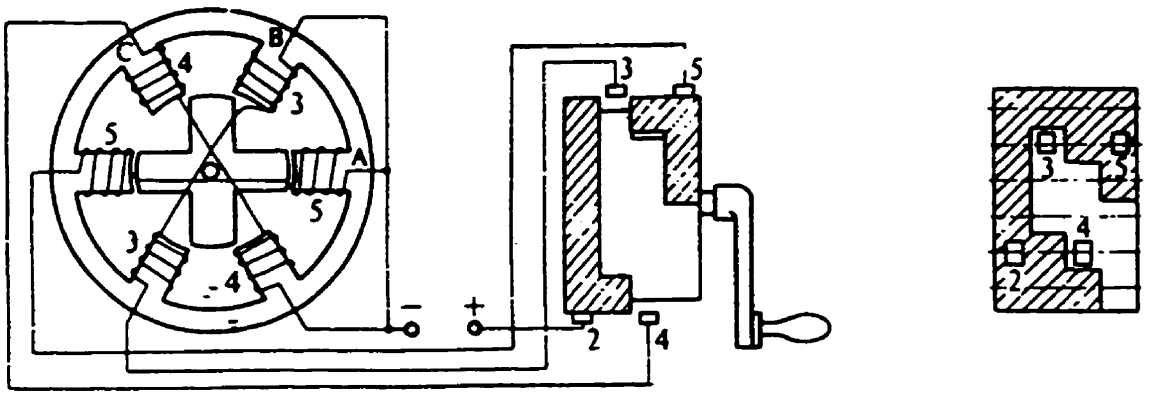


Figure 1.5 : Un des premiers moteurs à réluctance variable à double saillance (1920 environ)

la réalisation d'entraînements directs à basse vitesse pour les roues de véhicules, les bras de robots etc. Nazar (1969) a donné le nom de moteur à réluctance variable à double saillance autocommuté (Switched Reluctance Motor).

Multon (1994) présente une étude de l'historique et traite des aspects de conception , d'alimentation et de modélisation des machines à réluctance variable. Quelques informations, citées précédemment, sont tirées de cet ouvrage.

1.2 Littérature

Dans cette partie, nous présentons un ensemble de publications et d'ouvrages qui traitent de la conception, l'optimisation, l'alimentation, la modélisation, la commande des machines à réluctance variable ainsi que des théories appliquées dans ce projet.

1.2.1 Conception

Les moteurs à réluctance variable (MRV) présentent un très grand nombre de structures. Cependant, peu d'entre elles ont atteint le stade de fabrication industrielle, à cause, généralement, des difficultés technologiques et/ou du coût inacceptable. Les machines à entrefer axial, polydiscoïdes réalisées dans les années 70 et 80 par (Unnewehr, 1973; Unnewehr et Koch, 1974) ont présenté des problèmes mécaniques. Ceci est dû au fait que des efforts normaux importants qui, en s'exerçant sur toute la surface active, tendent à déformer les disques ou à les déséquilibrer. Puisque les MRV requièrent un faible entrefer pour donner des hautes performances, il est préférable d'employer des structures cylindriques. Avec de telles structures, la coaxialité peut atteindre une bonne précision difficile à obtenir avec des disques alignés. Dans (Chatratana, 1980; Chan, 1987; Byrne et Lacy, 1976; Compter, 1984), on présente plusieurs structures monophasées et biphasées originales dans l'espoir de minimiser le nombre de semi-conducteurs et ainsi le prix de l'alimentation.

Ce sont les équipes anglaises qui se sont lancées les premières dans la conception et l'étude des MRV. Miller (1989) et Lawrenson (1974) , ont défini le fameux triangle de faisabilité des angles dentaires. À la fin des années 70, les machines vernier à grand nombre de dents ont été développées pour l'entraînement direct de roues de véhicules (Lawrenson et al, 1980). Dans (Multon, 1993; Multon et al, 1990) on décrit des critères de conception d'un moteur à réluctance variable autocommuté alimenté en courant. Il met en évidence les principaux paramètres géométriques à optimiser pour obtenir des meilleures performances. Dans (Finch et al, 1985) on présente une méthode de conception d'une MRV à plusieurs dents par pôle. Ce sont les japonais qui ont proposé les premiers moteurs ayant un couple massique élevé. Citons la publication de Takeda (1988) où il présente un prototype pour un entraînement direct. La compagnie NSK a, de son côté, mis sur le marché des moteurs à haute performance capables de produire de 1

jusqu'à 500 Nm tournant à des vitesses allant jusqu'à 3 tr/s. Une description plus détaillée est présentée par Pradeep (1989) et Welburn (1984). Il faut citer aussi la compagnie américaine Superior Electric qui fabrique des moteurs ayant des performances semblables à celui de la compagnie NSK. Radun (1992) propose une structure possédant une puissance volumique élevée pour une application aérospatiale.

Moallem (1992) présente une étude de l'effet du profil du rotor sur la production de couple du moteur. Lavatt (1992) étudie l'effet du nombre de pôles par phase sur le fonctionnement du moteur. Une étude de l'influence de la forme du circuit magnétique sur la production de couple a été présentée par Corda (1990). Philips (1990) propose une machine à faible bruit acoustique. Une technique de conception permettant de réduire l'ondulation de couple a été proposée par Wallas (1990). Il faut remarquer que contrairement aux machines classiques, il n'existe pas de méthodes et de procédures bien établies à suivre lors de la conception des MRV.

Comme la conception, l'alimentation de la machine à réluctance variable a connu, ces dernières années, un intérêt important auprès de plusieurs groupes de chercheurs. Miller (1985) présente les résultats d'une étude portant sur les critères de dimensionnement d'un entraînement à base de MRV. Harris (1985) présente une revue complète sur le dimentionnement des convertisseurs associés aux machines à réluctance variable. Davis (1981) présente aussi des résultats de travaux portant sur le dimensionnement de convertisseurs. Depuis des années, plusieurs configurations de convertisseurs ont été proposées. Le Huy (1989) propose un convertisseur unipolair à base de GTO et muni d'un circuit de régulation de courant. L'annulation du courant d'une phase est réalisée par un circuit résonnant, formé d'un condensateur de commutation et de l'inductance de la phase correspondante. L'énergie stockée est en suite transférée à la phase suivante à travers un autre circuit résonant formé par le même condensateur de commutation et l'inductance de la phase suivante. Une telle

configuration permet une commutation rapide. Cependant, puisque l'énergie très importante stockée dans le condensateur doit inévitablement être transférée à la phase suivante, un fort courant circule à chaque début de conduction. Des fortes ondulations de couple sont ainsi produites. Dans (Le Huy et al, 1991), on propose un convertisseur de courant à base de thyristors et fonctionnant en quasi résonance. Un circuit résonant, un thyristor principal et un thyristor de roue libre sont utilisés pour l'établissement et la régulation du courant de la phase conductrice. Une commutation à courant nul des thyristors principaux est ainsi assurée. De plus, l'annulation du courant d'une phase est réalisée en évacuant son énergie dans un condensateur dont la tension est régulée à l'aide d'un hacheur. Hava (1992) propose différentes topologies de convertisseurs à résonance et à commutation à courant nul. Afin d'améliorer certaines performances du système convertisseur-moteur, des travaux d'optimisation ont été effectués particulièrement au niveau du convertisseur. Citons le travail de Torrey et Lang (1991) où il présente un mode d'excitation permettant d'avoir une efficacité optimale.

1.2.2 Modélisation

La modélisation est une étape importante dans le processus de l'analyse, de la conception et de la commande d'une machine à réluctance variable. On peut trouver les principes de base dans Wodson (1968), Meisel (1966), et Miller (1989). Une revue complète sur les méthodes de conception et de modélisation de la machine à réluctance variable a été présentée par les auteurs (Fulton et Stephenson , 1988). Dans (Byrne et O'Dwyer, 1976) ont présenter un travail similaire.

Suite à ces travaux, plusieurs essais ont été effectués pour obtenir les caractéristiques magnétiques de la machine en utilisant les techniques des éléments finis (Moallem et al, 1990). À partir de ces caractéristiques, le courant ainsi que le couple peuvent être

calculés directement en utilisant la méthode de Stephenson et Corda (1979). Un compromis entre la précision d'interpolation et le temps de calcul doit cependant être fait. Afin d'éviter ces limitations, Ray et Davis (1979) proposent un ensemble d'expressions analytiques des courants. Les formes d'onde des courants obtenus sont comparables à celles observées en pratique. Le fait de négliger les non-linéarités du circuit magnétique limite la précision du modèle. Aucune analyse de la production du couple ni de l'effet de la force électromagnétique n'a été présentée. De plus, tout le modèle est basé sur l'inductance propre $L(\theta)$ et la saturation est négligée.

Harris (1975) présente des méthodes de prédiction du couple statique en fonction de la position. Ce sont des méthodes graphiques qui fournissent des informations détaillées sur le processus de conversion de l'énergie. Miller (1990) présente une analyse basée sur un modèle non linéaire idéalisé. Dans cette analyse, le couple moyen est exprimé en fonction du courant crête. Le modèle présenté prend en considération l'effet de bord. La force contre-électromotrice dépend de l'angle de chevauchement des dents statoriques avec les dents rotoriques. Elle est utilisée pour déterminer la condition pour l'obtention d'une forme aplatie du courant.

Tous ces travaux ont fourni des données du moteur en mode statique. Peu d'informations ont été fournies sur la modélisation dynamique de la structure magnétique. Des modèles magnétiques linéarisés par partie ont été décrits dans (Ilic-Spong , Miller, Macmin et Thorp, 1987). Avec ces modèles, il était impossible de reconstituer les caractéristiques réelles du moteur avec précision. Dans (Miller 1990) on présente un modèle analytique des caractéristiques de magnétisation non linéaires du moteur. Dans ce modèle, le flux est exprimé en fonction de la position et le courant d'excitation. Le modèle inclut toutes les caractéristiques électromagnétiques et dynamiques. Ce modèle a été largement utilisé pour la conception assistée par ordinateur et l'analyse des performances, particulièrement au stade du

dimensionnement. Une expression du couple a été déduite à partir de ces caractéristiques. Dans la même année, Torrey (1990) propose un modèle d'une machine de 60 kW et de son convertisseur. C'est un modèle analytique qui tient compte de tous les phénomènes électromagnétiques (statiques et dynamiques). La validation expérimentale montre bien qu'un tel modèle permet de prédire avec précision les performances dynamiques du moteur.

Il est évident que la modélisation d'un moteur à réluctance variable nécessite un travail fastidieux, tant au niveau de la collecte qu'au niveau du traitement et de la caractérisation analytique des données électromagnétiques du moteur. Un ensemble de compromis doit, cependant, être fait entre temps de calcul, temps de recueil des données et précision du modèle. De plus, seules les caractéristiques statiques peuvent être convenablement modélisées. En ce qui concerne les caractéristiques dynamiques, beaucoup de travail reste à faire.

1.2.3 Problèmes de commande

Plusieurs stratégies de commande sont maintenant bien établies pour les machines classiques. Le taux d'ondulation de couple observé dans les moteurs à courant continu et dans les moteurs à courant alternatif alimentés par une source sinusoïdale est nettement moins élevé que celui observé dans les moteur à réluctance variable. Pour les moteurs à courant continu, le couple est proportionnel au courant d'induit lorsque le flux est maintenu constant. Le couple instantané est une fonction non linéaire des courants de phase et de la position du rotor. Cependant, en effectuant la fameuse transformation de coordonnées (connue sous le nom de transformation de Park) par rapport à un référentiel tournant avec le rotor selon les deux axes d et q, le couple instantané devient proportionnel à la composante quadratique du courant.

Contrairement à ces machines, le moteur à réluctance variable produit un couple purement réluctant et fortement ondulatoire. À cause de la structure magnétique, le couple est une fonction fortement non linéaire du courant et de la position. De plus, à cause de la nature de l'alimentation unipolaire qui lui est associée, il est impossible de trouver une transformation pour le découplage du système, comme le fait la transformation abc/dq pour les machines à courant alternatif.

À cause de l'évolution relativement lente qu'a connue la machine à réluctance variable, seulement quelques stratégies de commande ont été développées. En effet, ce n'est qu'au début des années 60 que des travaux sur la commande et la conception de ces machines ont été entrepris, après une période d'abandon qui a duré près d'un siècle depuis son invention.

Les difficultés au niveau de la commande sont dues, d'une part, à la nature pulsatoire du couple instantané et, d'autre part, aux relations fortement non linéaires entre les variables d'état et les entrées du système convertisseur-moteur. Il s'agit, en effet, d'un système multivariable et fortement non linéaire. Les non-linéarités sont due à la structure magnétique de la machine (réluctance variable et saturation). Les techniques de la commande linéaire ne peuvent donc garantir des performances dynamiques acceptables. De plus, les modèles disponibles ne représentent souvent que les caractéristiques statiques du système et les paramètres ne peuvent être déterminés d'une façon précise et sont souvent inconnus et varient en fonction du temps.

L'étude et le développement d'un entraînement à vitesse variable ont fait l'objet d'une publication de Lawrenson (1980). Aussi, des résultats concernant des applications à haute vitesse de la machine à réluctance variable ont été présentés dans (Lang et Vallese, 1985). Dans ce genre d'application, le profil de couple n'était pas très important mais ce sont les critères de conception du moteur ainsi que ceux du convertisseur qui étaient

particulièrement considérés. Seules des stratégies de commande en boucle ouverte ont été, cependant, adoptées. Le moteur a été, en effet, alimenté par une tension constante appliquée selon une stratégie de commutation électronique simple. Une forte ondulation de couple a donc été observée et des courants résiduels, causés par la force contre-électromotrice à haute vitesse, généraient des couples inverses.

Bose (1986) propose des stratégies de commande de couple et de vitesse en appliquant les techniques de la commande par retour d'état. Les non-linéarités du moteur sont cependant négligées et le calcul du couple est effectué par l'estimation du rendement et de la puissance du moteur. Une forte ondulation de couple est obtenue particulièrement à basse vitesse, limitant ainsi l'application d'une telle méthode à des entraînements à haute vitesse. Dans (Ilic-Spong , Miller, Macmin et Thorp, 1987), on considère les non-linéarités du couple et la théorie de Floquet est utilisée pour le découplage du modèle. La méthode suppose, cependant, un modèle d'inductance linéarisé par parties et considère une vitesse de rotation constante. Avec cette méthode, les spécifications dynamiques du couple n'ont pu être réalisées.

Dans (Byrne, Mc Mullin et O'Dwyer, 1985; Byrne et Devitt, 1985) on présente les résultats portant sur la conception d'une structure magnétique permettant l'utilisation de schémas de commande de courant beaucoup plus simples et moins contraignants pour le convertisseur de puissance. De tels résultats n'ont pu, cependant, être généralisés à cause de la diversité de structures et des types de machines à réluctance variable.

La technique de linéarisation par retour d'état a été utilisée par Ilic-Spong (1987) pour réaliser une commande de position. Toutes les non-linéarités du système ont pu être compensées. L'ondulation du couple a été réduite de façon significative. Cette méthode nécessite, cependant, la mesure directe de l'accélération et suppose la connaissance de tous les paramètres du moteur.

Taylor (1988) propose une stratégie de commande utilisant un modèle réduit de la machine. Les courants sont considérés comme variables de commande. C'est à partir de la valeur du couple désiré et la position du rotor que la référence des courants est déduite en utilisant les caractéristiques couple-courant-position préalablement mesurées et stockées dans des EPROM. La régulation des courants est effectuée en utilisant la technique du fort gain. L'idée de commander la machine en utilisant les tableaux de ses propres caractéristiques, préalablement mesurées et stockées, est relativement facile à implanter, car peu de calculs numériques sont nécessaires en temps réel. La compagnie Switched Reluctance Motor Ltd l'utilise en effet dans ses systèmes d'entraînement. Une telle méthode nécessite cependant un travail de mesures préliminaires très fastidieux limitant ainsi son application pour différents types de machines à réluctance variable.

1.2.4 Théories associées à la commande

La théorie pour la commande des systèmes linéaires est maintenant bien établie. En effet, un grand nombre d'ouvrages traitent de la commande P,PI, PID (Kuo, 1991; Ogata, 1990; Franklin et al, 1994), de la commande par retour d'état, de la commande optimale (Foulard et al, 1987), de la commande adaptative (Astrom et al, 1989; Goodwin et al, 1984), de la commande robuste (Vidyasagar , 1985) et d'autres. Afin de pouvoir utiliser les techniques de la commande linéaire, les ingénieurs considèrent, dans la plupart des cas, des modèles linéarisés autour d'un point d'opération bien défini. De telles techniques permettent d'obtenir de bonnes performances pour un fonctionnement au voisinage du point d'opération mais elles échouent dans le cas où le système est fortement non linéaire ou lorsque le système doit fonctionner sur une large plage d'opération.

Le développement des outils nécessaires pour l'étude, l'analyse et la commande des systèmes non linéaires consiste actuellement en un défi de taille pour les théoriciens comme pour les ingénieurs. Étant donné que dans ce projet nous appliquons la commande non linéaire basée sur la géométrie différentielle aux moteurs à réluctance variable, nous nous limitons à citer les ouvrages et les publications qui traitent de ce volet théorique.

Citons d'abord l'ouvrage de Wonham (1979) où on présente la théorie géométrique des systèmes linéaires. Pour les systèmes non linéaires, les premiers travaux ont été présentés par Lobry (1970). C'est à partir de ces travaux que plusieurs résultats ont été obtenus sous forme qualitative (commandabilité, observabilité, réalisabilité). Des méthodes de conception puissantes ont été développées ultérieurement pour le découplage de la perturbation, le découplage entre les entrées et les sorties ainsi que la linéarisation par retour d'état du système.

La linéarisation au sens entrées-état a été développée, en premier, par Kerner (1973) qui propose un changement de coordonnées seulement, puis par Brockett (1978) qui introduit le principe du retour d'état équivalent. Hunt, Su et Meyer (1983) ont présente des conditions nécessaires pour une linéarisation par retour d'état local ainsi qu'une méthode générale de la construction de la transformation linéarisante. Cependant, de telles conditions sont souvent difficiles à respecter.

C'est avec la linéarisation au sens entrée-sortie développée par Hirschorn (1979), Byrnes et Isidori (1986) qu'une linéarisation partielle est possible. En effet, on a démontré qu'il est possible de trouver un retour d'état et un changement de coordonnées permettant de linéariser les relations entrées-sorties d'un système. Une telle technique génère des dynamiques internes rendues inobservables par le retour d'état. La stabilité des ces dynamiques doit alors être vérifiée. Les systèmes dont les dynamiques internes sont

asymptotiquement stables sont définis dans (Byrnes et Isidori, 1986) comme des systèmes à phase minimale. Isidori (1989) développe la théorie approfondie de la linéarisation des systèmes non linéaires.

Bien que les méthodes géométriques se présentent dans une forme élégante, deux limites majeures sont identifiées. Premièrement, les méthodes géométriques sont exprimées en terme de langage de géométrie différentielle très sophistiqué et difficilement accessible. De plus, les calculs associés à de telles théories sont souvent très fastidieux. Des progiciels permettant de faire ce genre de développement sont maintenant disponibles (Akhrif, 1987; Akhrif et Blankenship, 1988, Mathworks, 1993). Deuxièmement, la linéarisation exacte nécessite la connaissance exacte du modèle pour une implantation pratique. Nous montrerons dans cette thèse qu'on peut remédier à cette dernière limitation en ayant recours à la commande adaptative. Récemment, plusieurs travaux concernant la commande non linéaire et adaptative sont apparus (Sastry et Isidori, 1989; Akhrif, 1989; Taylor et al, 1988). Une telle commande combine la technique de linéarisation à celle de la commande adaptative des systèmes linéaires.

1.3 Motivations et contributions

Trois principales motivations nous ont poussés à mener ce travail. La première est notre intérêt aux machines à réluctance variable. En effet, comparées aux autres types de machines électriques, les MRV présentent la particularité de ne pas posséder de conducteurs au rotor. Cette simplicité leur permet de fonctionner à haute vitesse comme à basse vitesse. Les machines à réluctance variable combinent les qualités des machines synchrones et celles des machines à courant continu sans balais. Les avantages de telles machines sont nombreux. En plus d'être simple à construire, le rotor possède souvent une faible inertie. Le stator est aussi simple à construire et les phases fonctionnent

presque indépendamment les unes des autres (les inductances mutuelles sont faibles). Les pertes sont généralement localisées au stator qui est relativement facile à refroidir. La température maximale permissible au rotor est relativement élevée à cause de l'absence d'aimants. Les convertisseurs unipolaires qui leur sont associés sont peu coûteux et simples à commander. En cas de défaut, la tension de circuit ouvert et le courant de court-circuit sont très faibles. Le couple de démarrage peut être élevé sans entraîner une montée excessive du courant (cas des moteurs classiques). Ainsi, leurs performances associées à leurs bas coûts de fabrication leur réservent une place de choix dans plusieurs applications.

La deuxième motivation se situe aux limitations et aux problèmes que soulèvent les machines à réluctance variable dans un entraînement à vitesse variable. En effet, la réduction de l'ondulation élevée de couple ainsi que la conception de commandes performantes pour les MRV, représentent pour nous un défi de taille puisque en plus d'avoir des caractéristiques fortement non linéaires, les paramètres sont souvent inconnus. Le peu de travaux effectués dans ce domaine justifie, d'autre part, l'intérêt que nous portons à résoudre ce genre de problèmes.

La troisième source est l'opportunité de pouvoir appliquer une théorie, relativement nouvelle, de linéarisation par retour d'état à la résolution des problèmes d'électrotechnique. La combinaison d'une telle théorie avec celle de la commande adaptative permet, en effet, non seulement de compenser les non-linéarités mais aussi les incertitudes dues aux erreurs de modélisation ainsi qu'à la variation des paramètres du système.

Notre première contribution consiste à développer une stratégie de commande linéarisante par retour d'état pour la commande de position de la machine à réluctance variable. Avec une telle stratégie, on compense toutes les non-linéarités en linéarisant

le système au sens entrées-état. Ceci permet, par conséquence, l'utilisation des techniques de commande linéaires classiques pour imposer une dynamique en boucle fermée au moteur. Afin de rendre possible l'implantation d'une telle stratégie de commande, nous proposons de combiner la commande adaptative à la commande linéarisante. Ainsi, en effectuant une adaptation en temps réel de tous les paramètres du système, nous compensons pour les non-linéarités sans nécessiter la connaissance des paramètres de l'ensemble moteur-charge (souvent inconnus ou difficiles à mesurer). Pour éviter la mesure de l'accélération du moteur, nous proposons d'utiliser le principe de l'erreur augmentée présenté dans (Sastry et al, 1989). Nous montrerons que l'application d'une telle solution permet, d'une part, de réaliser des poursuites de trajectoires de position avec une grande précision et, d'autre part, de réduire considérablement les ondulations de couple (principal handicap du MRV).

La deuxième contribution consiste à développer une commande non linéaire et adaptative du couple instantané du moteur. La deuxième stratégie de commande permet de répondre aux exigences de plusieurs applications industrielles. Elle permet, en effet, de réaliser une MRV commandée en couple ayant des performances comparables à celles des moteurs à courant continu. En plus d'améliorer davantage les performances du moteur, cette stratégie permet de simplifier et réduire considérablement les calculs. Une telle simplification est obtenue tant au niveau du développement qu'au niveau de l'implantation en temps réel de la commande. La méthode consiste à effectuer une linéarisation partielle, au sens entrées-sorties avec le choix du couple instantané comme variable de sortie.

CHAPITRE II

GÉNÉRALITÉS SUR LA MACHINE À RÉLUCTANCE VARIABLE

2.1 Principe de fonctionnement

Le fonctionnement du moteur à réluctance variable est basé sur le principe de variation de la réluctance provoquée par la déformation du circuit magnétique. La production de couple est donc d'origine purement réluctante (tendance d'un circuit magnétique à minimiser sa réluctance ou maximiser son inductance).

Considérons un circuit magnétique sans hystérésis comportant un seul enroulement de n spires. Comme le montre la Figure 2.1, ce circuit présente une partie mobile. La position de cette partie tournante est repérée par l'angle θ que fait l'axe géométrique A_x avec l'axe A_y. On peut remarquer que la réluctance (ou l'inductance) du circuit magnétique varie en fonction de la position θ. La position alignée $\theta=0$ (A_x confondu à A_y) correspond à l'inductance maximale (réluctance minimale), contrairement à $\theta=\pi/2$ où le circuit possède son inductance minimale.

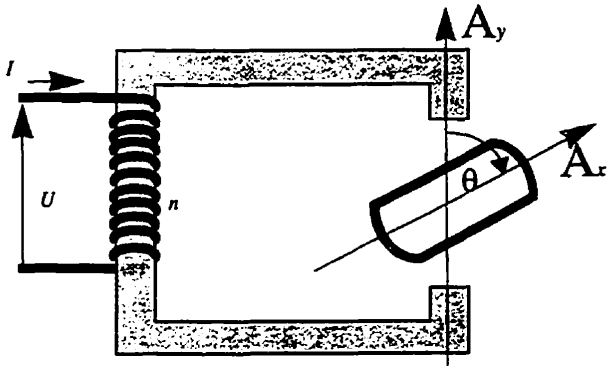


Figure 2.1 : Circuit magnétique à réluctance variable

Si la saturation magnétique est négligeable, la relation entre le flux ψ et le courant I, pour

une position donnée, est une droite telle que montrée à la Figure 2.2. La pente de cette dernière représente l'inductance L du circuit à la position θ.

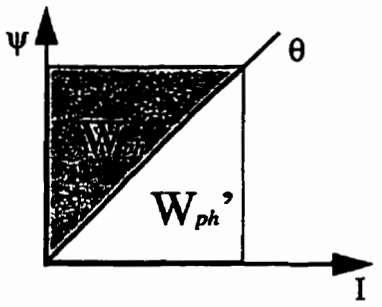


Figure 2.2 : Relation flux-courant pour un circuit non saturé

Dans le cas d'un circuit saturé, la relation est nonlinéaire. On peut toutefois obtenir une représentation de la caractéristique magnétique du circuit, comme le montre la Figure 2.3. On peut voir aussi que le flux varie en fonction de θ entre deux valeurs extrêmes de même signe. Il est maximal pour θ=0 ou θ=π. En l'absence de couple antagoniste, la partie tournante aura tendance à occuper ces positions, d'après la règle du flux maximal. Pour des raisons semblables, les positions θ = ±π/2 à flux minimal seront instables.

Figure 2.3 : Caractéristique magnétique d'un circuit réluctant

Sachant le principe de fonctionnement du circuit magnétique montré précédemment, on peut déduire celui de la machine à réluctance variable.

Une MRV comporte un rotor et un stator, tous deux à pôles saillants. Ils sont tous deux faits de matériau magnétique classique. Sur chaque pôle statorique, des enroulements diamétralement opposés sont reliés pour former une phase du moteur. Le rotor consiste tout simplement en une pièce en matériaux ferromagnétique, cylindrique, possédant un certain nombre de pôles le long de sa circonférence. Les nombres de pôles au rotor et au stator sont différents. Plusieurs combinaisons sont possibles, suivant l'application considérée.

Considérons un moteur du type 6/4 montré à la Figure 2.4. Chacune des phases est connectée à la source à travers un demi-pont asymétrique. À la Figure 2.5, on montre les étapes de rotation de la machine. Si, à la position 1, la phase 1 est excitée, le rotor se positionne alors de façon à aligner une de ses paires de pôles avec celle de la phase 1 (position 2). La réluctance est alors minimisée, le nombre de lignes du champ est maximal. La position 2 est donc une position d'équilibre du rotor. Si, à cette position, la phase 2 est excitée, alors la réluctance de la machine vue par la source cc est élevée et les lignes du champ magnétique sont déformées. Par conséquent, le rotor tourne encore pour s'aligner avec la phase 2. L'angle de rotation que fait le moteur pour passer de la position 3 à la position 4 constitue le pas du moteur.

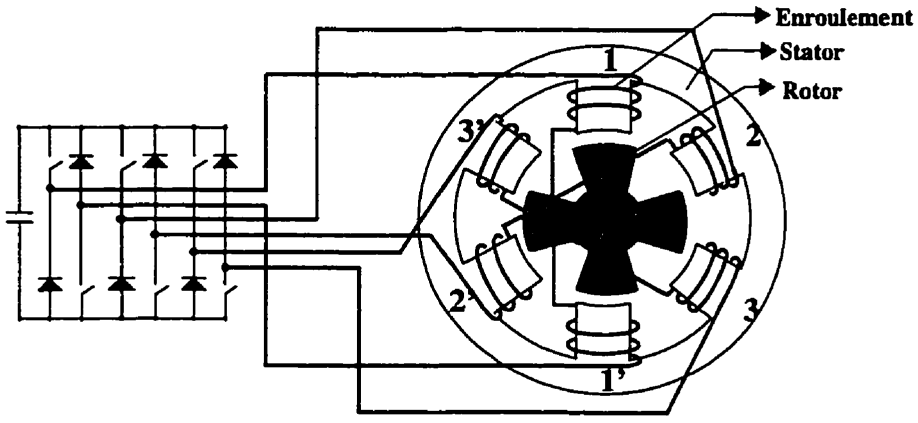


Figure 2.4 : Circuit d'excitation

L'explication de la rotation en termes de pas du moteur n'est qu'un moyen pour faciliter l'étude. En pratique, la commutation du courant d'une phase à une autre s'effectue avant que les positions d'équilibre successives soient atteintes. De la sorte, on obtient une rotation uniforme du rotor. Lorsque le rotor tourne, chaque phase présente une variation cyclique de son inductance.

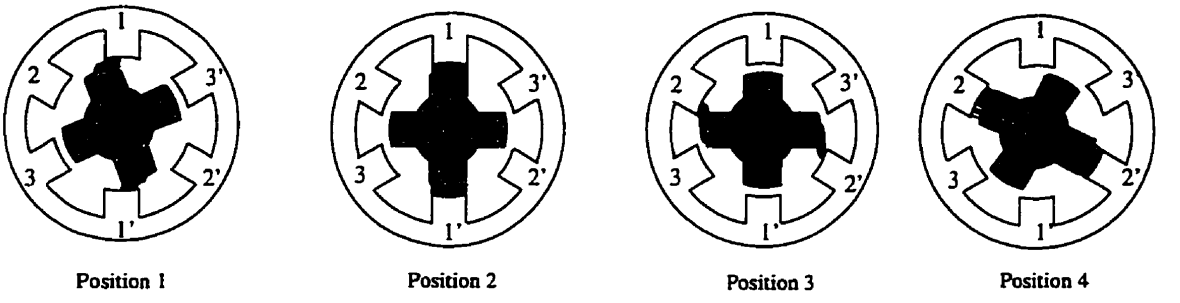


Figure 2.5 : Étapes de rotation d'une MRV

Si on néglige la saturation et les effets de bord, cette variation d'inductance propre par phase est linéaire, comme le montre la Figure 2.6. La périodicité de l'inductance est égale à ($2\pi/N_R$). La signification physique des différentes régions de la Figure 2.6 est la suivante.

- R_p : de θ_0 à θ_1, à θ_0 les fronts des pôles rotoriques rencontrent les fronts des pôles statoriques. L'inductance commence à augmenter à mesure que le rotor tourne. Lorsque les fronts des pôles rotoriques rencontrent les fronts arrières des pôles statoriques, l'inductance atteint sa valeur maximale(θ_1) . Un couple positif est produit dans cette région.

- R_{01} : de θ_1 à θ_2, l'inductance reste constante et égale à L_{max}. Comme le montre la Figure 1.14, cette zone est réduite à un point ($\theta_1=\theta_2$) lorsque les pôles du rotor et du

stator sont de même largeur. Le couple développé est nul dans cette région puisque L est constante.

- R_n : de θ_2 à θ_3, l'inductance décroît linéairement jusqu'à L_{min}, ceci se produit lorsque les fronts arrières des pôles rotoriques rencontrent les fronts arrières des pôles statoriques. Si la phase est alimentée pendant cette région, un couple négatif sera produit.

- R_{02} : de θ_3 à θ_4, les pôles saillants rotoriques ne font aucunement face aux pôles statoriques. L'inductance est constante et égale à L_{min} et aucune production de couple n'est possible pendant cet intervalle.

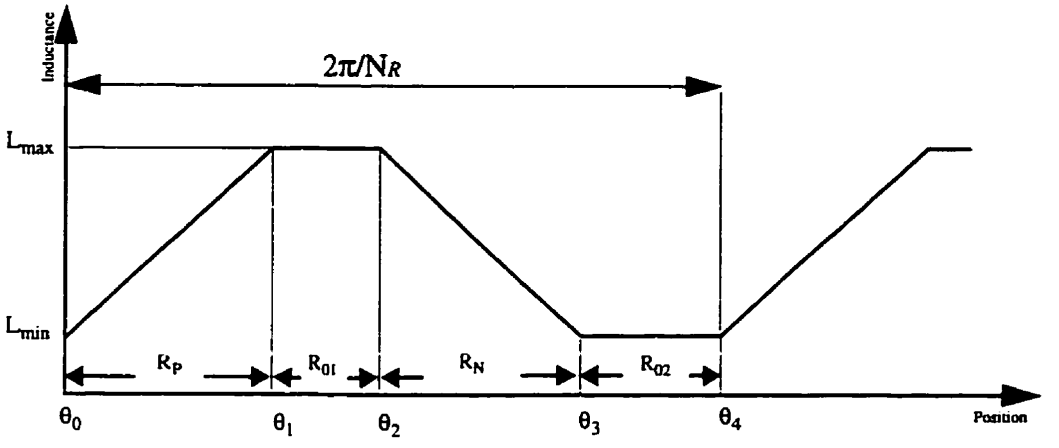


Figure 2.6 : Profil idéalisé de l'inductance

Comme le montre la figure 2.3, la courbe de magnétisation s'infléchit lorsque la machine est saturée. Pour une rotation $d\theta$, l'aire représentant l'énergie mécanique est supérieure à la moitié de l'énergie électrique fournie. Ceci est illustré à la Figure 2.7.b. Un cas extrême est montré à la Figure 2.7.c. Il s'agit d'une machine qui sature à un niveau d'excitation relativement faible. Dans ce cas, l'efficacité approche *100%*, cependant un tel cas n'est pas réalisable en pratique, car il exige un matériau magnétique à perméance très élevée et un entrefer presque nul.

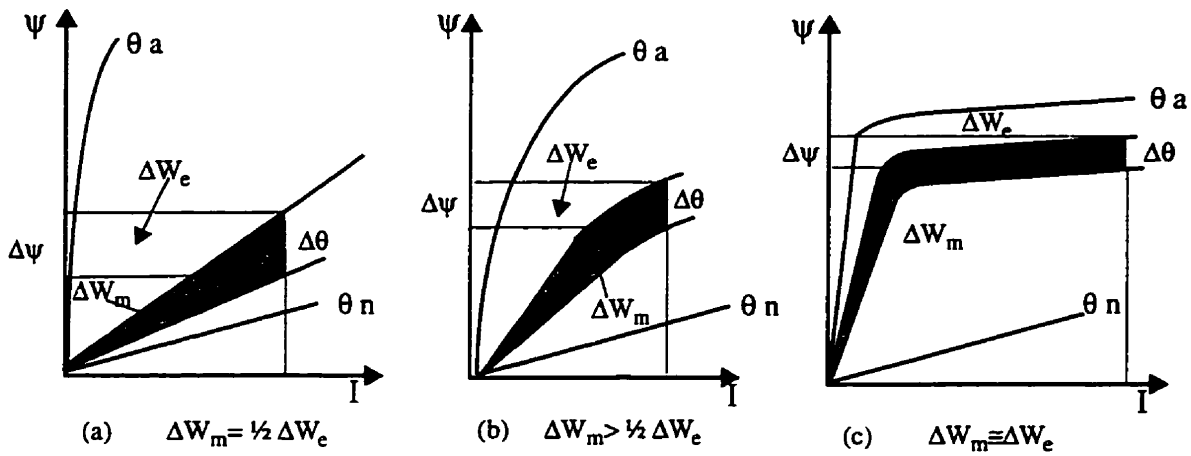


Figure 2.7 : Répartition de l'énergie électrique : (a) circuit linéaire (b) circuit saturé (cas pratique) (c) cas idéal avec saturation extrême.

Ceci montre que la saturation de la MRV améliore son efficacité, ce qui permet de diminuer le facteur de surdimensionnement du convertisseur. Pour une même puissance donnée à l'entrée, le couple produit par une MRV saturable est supérieur à celui développé par une machine ayant une caractéristique magnétique linéaire. D'autre part, l'énergie emmagasinée dans le circuit magnétique est en partie dissipée sous forme de pertes Joule lors de son retour à la source cc. Si cette énergie est réduite (par la saturation), les pertes Joule peuvent être réduites en conséquence, ce qui améliore le rendement de la MRV.

2.2 Critères de conception

Les performances des MRV sont intimement liées à leur géométrie. Toutefois, contrairement aux machines classiques, il n'existe pas de règle universelle régissant la conception des MRV. Un compromis doit être fait sur les critères de performance définis dans le cahier de charge.

Dans ce travail, nous nous limitons à définir les considérations à prendre lors de la conception. Des résultats ont été présentés par les auteurs (Krishnan et al, 1988; Multon, 1993; Miles, 1993, Radun, 1992; Miller, 1989).

Il est d'abord nécessaire d'effectuer le choix de la structure *(Ns/Nr)*. Le nombre de dents rotoriques définit directement la fréquence d'alimentation et influence fortement les pertes fer. Le nombre de phases q doit être déterminé à partir des critères de complexité de l'ensemble convertisseur-machine. Pour assurer un démarrage dans les deux sens de rotation à n'importe quelle position du rotor, le plus petit commun multiple de Ns et Nr doit être égal à *qNr*. Il faut aussi déterminer le type de tôles le mieux adapté. Il est évident que les caractéristiques du matériau magnétique ont une importance considérable sur les performances de la machine. Il est primordial, en particulier, d'avoir une perméabilité et une induction à saturation élevée. La figure 2.8 montre les principaux paramètres à calculer lors de la conception de la machine.

La minimisation de la longueur e de l'entrefer permet de maximiser le couple moyen sans augmenter la puissance des interrupteurs (avantage typique des MRV). Cette minimisation est cependant limitée par les contraintes mécaniques et par le bruit acoustique. L'arc polaire statorique β_s détermine la plage angulaire de production d'effort dans la mesure où l'arc polaire rotorique β_r est supérieure à β_s . L'angle le plus faible parmis β_r et β_s doit être supérieur à $2\pi/qNr$ afin d'assurer la continuité du couple lors du passage d'une phase à l'autre. Pour réduire le couple pulsatoire, on a intérêt à maximiser β_s, mais ceci réduit la surface de bobinage, augmente les pertes Joules, réduit les angles de commutation et dégrade ainsi le facteur de dimensionnement du convertisseur.

L'épaisseur de culasse e_c est déterminée de façon à réduire la chute de potentiel magnétique dans le long trajet de culasse. Une valeur trop importante empiète

cependant sur la place allouée au bobinage.

Afin de maximiser le rapport couple moyen sur perte Joule, on doit optimiser le rayon de l'entrefer (R_r), ce qui revient souvent à optimiser $Kr = (R_r / R_m)$.

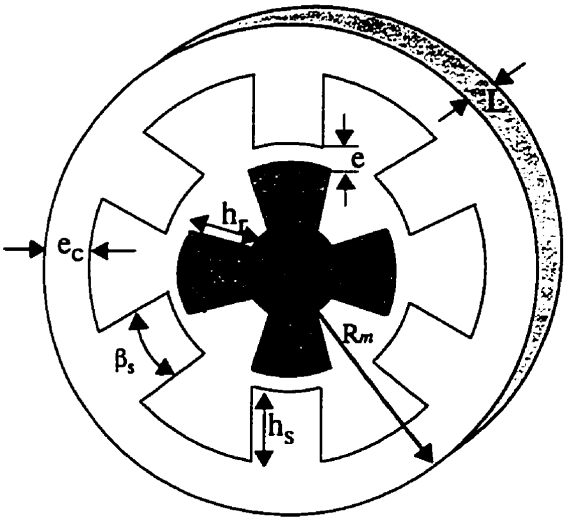


Figure 2.8 : Paramètres géométriques d'une MRV du type 6/4

En ce qui concerne le rotor, la valeur de l'arc polaire rotorique β_r a une importance considérable quand à la forme d'onde naturelle de la perméance ou du flux. Afin de minimiser la perméance d'opposition, la hauteur h_r des dents rotoriques doit être suffisamment élevée et l'arc polaire statorique β_s doit être inférieure à $((2\pi/N_r) - \beta_r)$. La hauteur ne doit cependant pas être excessive afin que la section de passage du flux entre la base des dents et l'arbre soit suffisante. Le diamètre d'arbre doit être suffisant pour permettre la transmission du couple nominal à la vitesse nominale donnés par le cahier de charge.

La longueur active L est le dernier paramètre géométrique à choisir. Le couple est sensiblement proportionnel à L. La longueur doit cependant être réduite pour limiter la

flexion de l'arbre. Le nombre de spires n du bobinage représente l'élément d'adaptation du moteur à l'alimentation et se détermine en fin de processus. Il est calculé pour permettre d'atteindre le flux maximal nécessaire pour obtenir le couple souhaité à la vitesse correspondante la plus élevée.

2.3 Alimentation de la machine

Les critères de fonctionnement d'un moteur portent en effet sur son accélération, éventuellement son aptitude à fonctionner à vitesse constante ou variable pour rejoindre sa future position d'équilibre, sa décélération et finalement le couple de maintien qu'il peut développer une fois la position finale est atteinte. Ces critères mécaniques doivent se traduire en critères électriques afin de déterminer les exigences imposées au choix de la structure magnétique et de l'alimentation du moteur.

L'électronique de puissance moderne permet de réaliser des alimentations performantes. Encore faut-il savoir clairement le but à atteindre et les moyens consentis. Pour les petites puissances, le critère essentiel est souvent celui de la simplicité et de la réduction des coûts. L'accroissement des puissances des moteurs et l'utilisation des composantes électroniques de puissance nous obligent à prendre en considération la notion de rendement. Les circuits d'amplification de puissance deviennent alors de plus en plus complexes. Dans cette section nous allons étudier quelques structures.

Comme c'est mentionné précédemment, le signe du couple produit par une MRV est indépendant de la polarité du courant dans les enroulements. Des convertisseurs unipolaires peuvent donc être utilisés pour alimenter des MRV. Ces convertisseurs comprennent en général moins d'interrupteurs que ceux utilisés pour alimenter les machines à courant alternatif classiques. De plus, chaque phase peut être alimentée

indépendamment, ce qui donne une sûreté de fonctionnement plus élevée que dans les machines à commutation électronique traditionnelles. Depuis quelques années, plusieurs configurations ont été présentées et d'autres restent à trouver. Dans cette partie nous nous limitons à présenter les différents configurations proposées et monter brièvement leur principaux avantages et limitations.

Pour le fonctionnement d'une MRV, l'onduleur d'alimentation doit assurer les fonctions suivantes :

- La magnétisation qui consiste à appliquer une tension positive suffisante pour permettre la croissance du courant.

- La régulation du courant pour le fonctionnement à base vitesse. Cette régulation est produite par modulation de la tension continue d'alimentation.

- La démagnétisation qui consiste à appliquer une tension moyenne négative pour faire décroître et annuler le courant à la fin de chaque cycle de conversion. En effet, comme le montre la figure 2.10, une certaine quantité d'énergie électromagnétique non convertie W_R doit être extraite du circuit magnétique après chaque commutation. Plusieurs méthodes de récupération peuvent être utilisées.

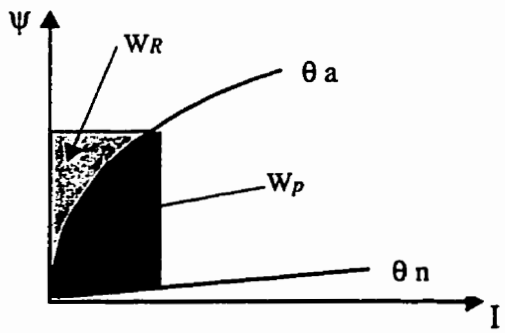


Figure 2.9 : Conversion d'énergie pendant un pas du moteur

La figure 2.11 montre deux convertisseurs à récupération passive. Avec ce genre de récupération, l'énergie est plutôt dissipée dans des résistances ou des diodes Zéner. En plus d'avoir un rendement faible, ces convertisseurs ne peuvent assurer une évacuation rapide de l'énergie. Une évacuation lente provoque l'apparition de courants résiduels, particulièrement à haute vitesse.

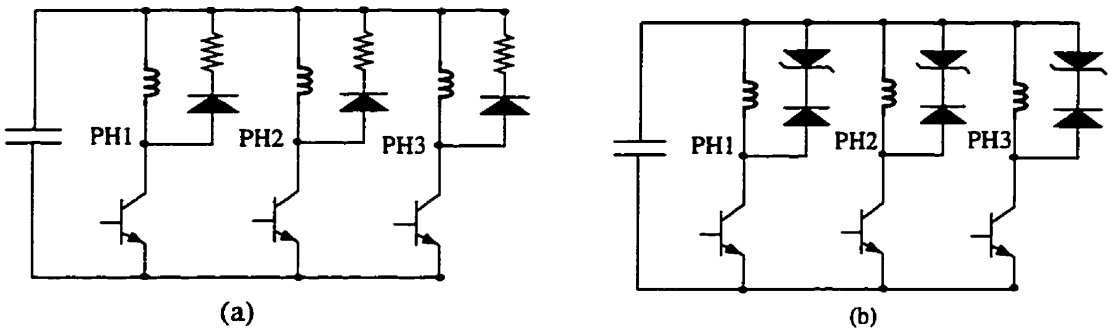


Figure 2.10 : Convertisseurs à récupération passive de l'énergie (a) récupération résistive (b) récupération dans une diode Zéner

L'énergie peut, cependant, être renvoyée directement à la source. Le demi-pont asymétrique montré à la figure 2.9.a qui est le convertisseur de base pour les MRV, permet la récupération directe à la source. Il utilise deux interrupteurs principaux par phase. Les deux diodes de récupération par phase assurent le retour de l'énergie accumulée durant la phase active vers la source.

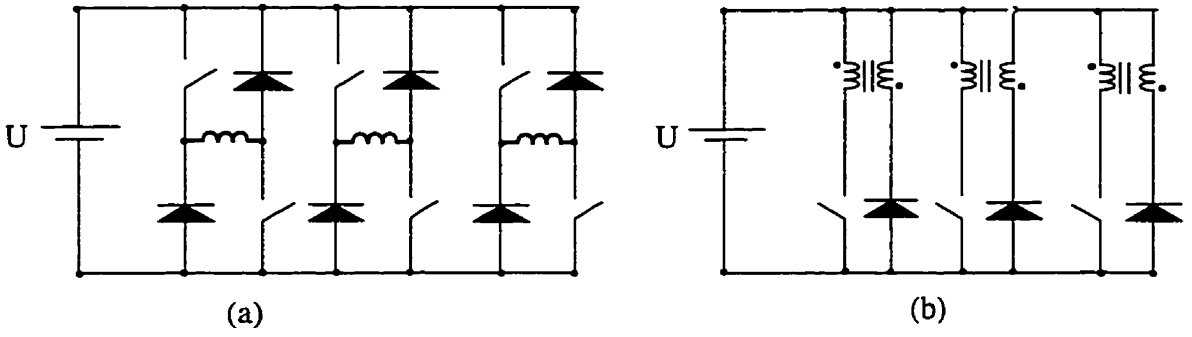


Figure 2.11 : Structures d'alimentation d'une MRV

La deuxième configuration montrée à la figure 2.11.b exige, cependant, une machine à enroulements bifilaires. Dans cette configuration l'énergie accumulée est retournée vers la source à travers l'enroulement secondaire et la diode de roue libre. Ce convertisseur est inévitablement surdimensionné car ses pertes Joules sont approximativement doublées et les interrupteurs subissent un doublement de la tension. D'autre part, la régulation du courant par découpage pose un problème de pertes de commutation lié au couplage magnétique imparfait des deux enroulements. Cette configuration s'avère, cependant, intéressante à très basse tension (application pour un équipement automobile fonctionnant sous 12 V où les contraintes de coût sont de première importance).

L'énergie peut, aussi, être retournée indirectement à la source en utilisant la configuration montrée à la figure 2.12. Ce convertisseur permet de stocker provisoirement dans un condensateur pour la retourner vers la source à travers un hacheur.

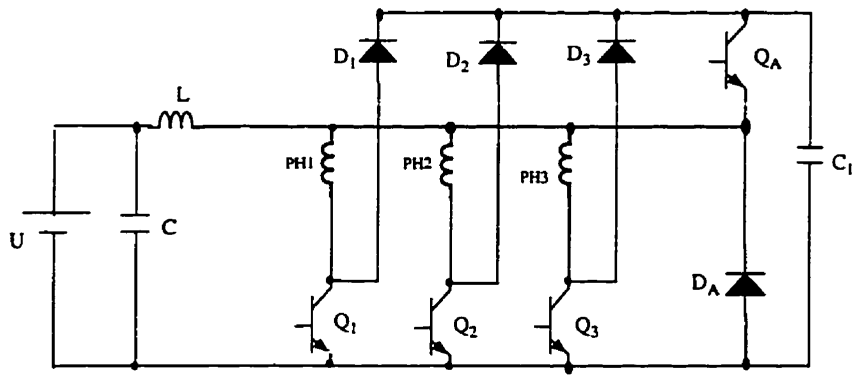


Figure 2.12 : Convertisseur à récupération indirecte à la source

Une récupération dans le moteur est possible en utilisant la configuration montrée à la figure 2.13 où l'énergie est stockée dans un condensateur pour être réinjectée dans la phase suivante pour y accélérer l'établissement du courant.

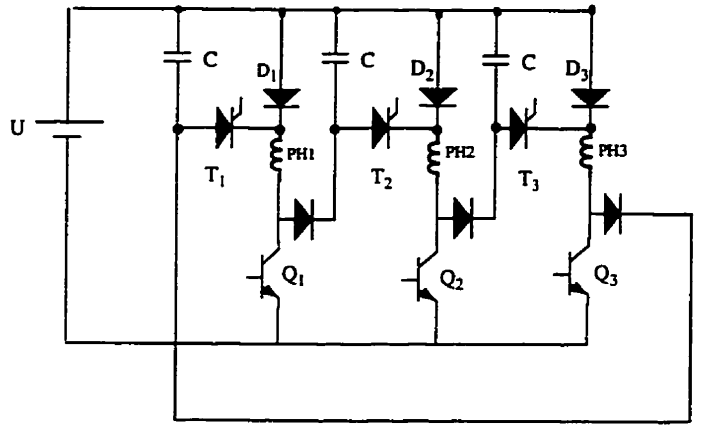


Figure 2.13 : Convertisseur à récupération indirecte à la phase suivante

Pour des raisons de rendement et de dissipation thermique, la solution basée sur le renvoi direct de l'énergie à la source est la plus fréquemment utilisée. Cependant, lorsque l'on a affaire à des faibles puissances et que l'on recherche une économie maximale du convertisseur, on peut avoir recours à des convertisseurs à récupération passive.

Dans (Vucosavic et al, 1991), on compare plusieurs structures assez classiques avec deux types de moteurs. Le premier est un 8/6 destiné à une application qui requiert un fort couple à haute vitesse (10 kW, 32 N.m, jusqu'à 3000 r/min). Le second est un 6/2 prévu pour un entraînement de broche à grande vitesse (10 kW) et devant fonctionner dans une très large plage de vitesse. Cinq configurations de convertisseurs sont analysées et comparées. Les convertisseurs sont alimentés par une source de tension unique (sans point-milieu) et les enroulements du moteur sont unifilaires. La figure 2.14.a montre un convertisseur à demi-pont asymétrique. La figure 2.14.b montre un convertisseur constitué d'un hacheur direct en tête et d'un transistor aiguilleur par phase. Un autre convertisseur sensiblement identique au précédent est montré à la figure 2.14.c . Celui-ci utilise, en supplément, un filtre LC entre le hacheur et les

aiguilleurs.

La figure 2.14.d montre une configuration constituée d'un seul interrupteur par phase et d'un hacheur de démagnétisation appelé C-Dump. Avec cette configuration, il est possible de réguler la tension de démagnétisation et de renvoyer l'énergie fournie par le moteur (celle non convertie en mode moteur ou celle générée en mode frein). Finalement, la figure 2.14.e montre un onduleur très particulier permettant la suppression du condensateur de filtrage dans le cas d'alimentation par le réseau redressé.

L'analyse a montré que les convertisseur b et c ne permettent pas une utilisation optimale de la machine car ils ne donnent pas simultanément la pleine tension pour magnétiser une phase et démagnétiser la précédante. Ceci n'est pas permis pour un fonctionnement à haute vitesse et limite la puissance maximale du moteur, à moins d'accepter un surdimensionnement important des semi-conducteurs. Le convertisseur d possède de bonnes performances mais il requiert une inductance de lissage haute fréquence et un condensateur haute tension. Lorsque seul le mode moteur est utilisé, le coût peut être acceptable mais s'il faut prévoir le freinage à pleine puissance, le coût d'un tel convertisseur devient prohibitif. Le convertisseur de la figure 2.14.e utilise un transistor auxiliaire (QA) permettant la magnétisation de la phase alimentée et des diodes D1, D2, D3 pour la démagnétisation. La démagnétisation se fait sous une tension négative égale à la tension du condensateur moins la tension redressée. Cette configuration pose un problème quant aux formes particulièrement déformées des courants d'entrées. De plus, parmi les convertisseurs étudiés, c'est celui qui nécessite la plus grande puissance de dimensionnement. Finalement, c'est la configuration à base de demi-pont asymétrique qui se révèle la plus avantageuse dans la très grande majorité des applications. En effet, c'est elle qui offre le meilleur compromis coût-performances de l'entraînement

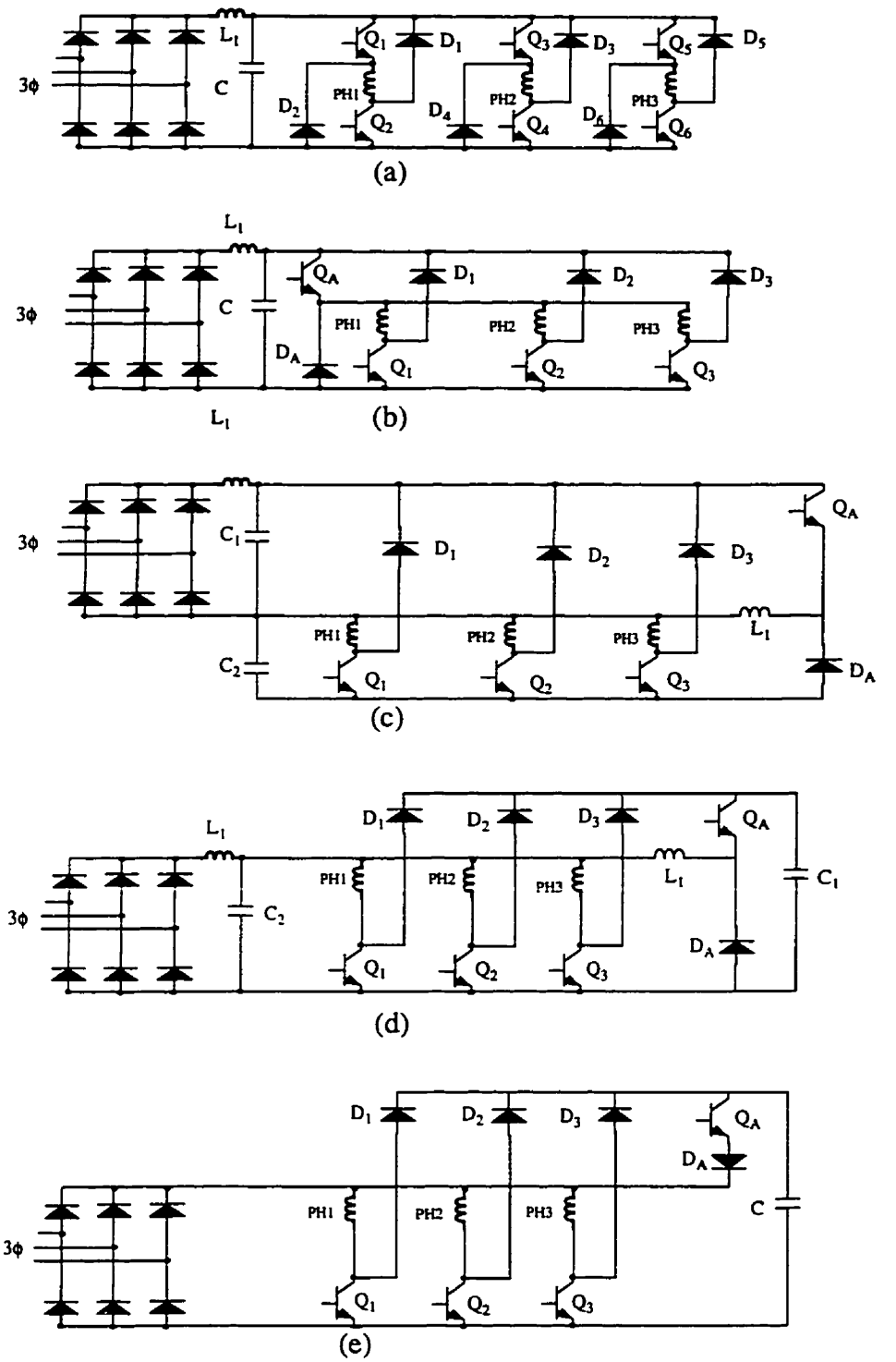


Figure 2.14 : Convertisseurs pour moteur à réluctance variables

2.4 Modèle simplifié de la machine

Dans le but de décrire, le plus simplement possible, la dynamique de la machine à réluctance variable, nous proposons un modèle très simplifié de celle-ci. On doit négliger, cependant, l'effet de la mutuelle, l'hystérisis, l'effet de bord, la saturation du circuit magnétique et les harmoniques supérieures à 1. De plus on ne considère pas les nonlinéarités dues aux commutations du convertisseur de puissance.

2.4.1 Partie électromagnétique

Dans ce cas, la relation (ψ,I) est celle montrée à la figure 2.2. Le flux total par phase ψ et propotionnel au courant et peut s'exprimer comme suit.

$$\psi = L(\theta) I = n^2 P(\theta) I = \frac{n^2}{\Re(\theta)} I \qquad (2.1)$$

où Ψ est le flux total, n le nombre de spire, $L(\theta)$ est l'inductance propre par phase, $P(\theta)$ et $\Re(\theta)$ sont respectivement la perméance et la réluctance par phase du moteur.

L'énergie W_{ph} et la coénergie W_{ph}' d'une phase sont définies par

$$W_{ph}' = \int_0^I \Psi dI \qquad (2.2)$$

$$W_{ph} = \int_0^{\Psi} I \, d\Psi \qquad (2.3)$$

Lorsque une phase du moteur est excitée par un courant I, le couple instantané développé s'exprime comme

$$T = \left.\frac{\delta W_{ph}'}{\delta \theta}\right|_{I = constante} = \left.\frac{\delta W_{ph}}{\delta \theta}\right|_{\psi = constante} \qquad (2.4)$$

Si on néglige la saturation, nous pouvons alors déduire les relations suivantes

$$W_{ph} = W_{ph}' = \frac{1}{2} L(\theta) I^2 \tag{2.5}$$

En substituant (2.5) dans (2.4), nous obtenons l'expression suivante du couple instantané:

$$T = \frac{1}{2} \frac{dL(\theta)}{d\theta} I^2 = -\frac{1}{2} \frac{d\Re(\theta)}{d\theta} \Psi^2 \tag{2.6}$$

La figure 2.6 représente le profil de l'inductance propre d'une phase. Celle-ci est de forme trapézoïdale et peut être approximée par sa fondamentale définie par

$$L(\theta) = L_a + L_b \sin(N_R\theta) \tag{2.7}$$

L'expression du couple moyen est défini par

$$T_{moy} = (travail)/pas \times \frac{nombre\ de\ pas\ /tour}{2\pi} = W_p \frac{qN_R}{2\pi} \tag{2.8}$$

Afin d'analyser l'évolution des courants ,vitesse et position de la machine on fait appel aux équations dynamiques du système. L'équation de tension d'une phase du moteur est définie par

$$u = R\ I + \frac{d\psi(I,\theta)}{dt} \tag{2.9}$$

Si on développe d'avantage cette équation on peut mettre en évidence la force contre-électromotrice du moteur

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial\psi}{\partial I}\frac{dI}{dt} + \omega \frac{\partial\psi}{\partial\theta} = L(\theta)\frac{dI}{dt} + E \tag{2.10}$$

et l'équation de tension devient

$$u = R\ I + L(\theta)\frac{dI}{dt} + E \tag{2.11}$$

Si l'on néglige la saturation on obtient

$$\frac{d\psi}{dt} = L(\theta)\frac{dI}{dt} + I\ \omega\ \frac{dL(\theta)}{dt} \tag{2.12}$$

et

$$u = R\ I + L(\theta)\frac{dI}{dt} + I\ \omega\ \frac{dL(\theta)}{dt} \tag{2.13}$$

2.4.2 Partie mécanique

Si l'on néglige le frottement sec et si on suppose un couple de charge linéaire, on peut définir un modèle mécanique linéaire de la forme.

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \tag{2.14}$$

$$J\frac{d\omega}{dt} = T - B\ \omega - T_L \tag{2.15}$$

où J est le moment d'inertie du moteur, B le coefficient de frottement visqueux du moteur et T_L le couple de charge.

Le modèle présenté dans cette partie est loin d'être le modèle réel du moteur (particulièrement dans la région de saturation). Il permet, cependant, de comprendre le principe de fonctionnement de la machine. Dans le chapitre 4 de cette thèse nous décrirons en détail un modèle beaucoup plus réaliste où la saturation du moteur ainsi que les nonlinéarités de la charge seront prises en considération.

CHAPITRE III

COMMANDE NON LINÉAIRE ET ADAPTATIVE: RAPPEL THÉORIQUE

Notre contribution principale consiste à appliquer les théories de la commande non linéaire et de la commande adaptative au moteur à réluctance variable. Les développements détaillés de telles théories ainsi que des exemples d'application peuvent être retrouvés dans plusieurs publications Isidori (1989), Sastry (1989), Slotine (1991) et Fossard (1993). Cependant, afin de faciliter la compréhension des développements présentés au chapitre IV, il est préférable de rappeler certaines définitions et théorèmes et montrer les procédures à suivre pour réaliser une commande linéarisante et adaptative d'un système.

3.1 Théorie de la linéarisation par retour d'état

3.1.1 Définitions et théorèmes

3.1.1.1 Difféomorphisme

Définition 3.1 (Slotine, 1991). Soit x_0 un point d'opération et $\Omega_{xo} \subset R^n$ un voisinage de x_0. L'application $\Phi : R^n \rightarrow R^n$, définie dans la région Ω_{xo} est appelée difféomorphisme local si elle est différentiable et son inverse Φ^{-1} existe et est différentiable. De plus , si $\Omega_{xo}=R^n$ alors $\Phi(x)$ est un difféomorphisme global.

3.1.1.2 Dérivée de Lie

Définition 3.2 (Slotine, 1991). Soit $h: R^n \rightarrow R$, une application différentiable et $f: R^n \rightarrow$

R^n , un champ de vecteurs défini dans R^n . L'application scalaire représentée par la dérivée de h le long du champ f et définie par

$$L_f\ h = \nabla h\ f \tag{3.1}$$

est appelée dérivée de Lie dans la direction de f. Le vecteur ligne ∇h représente le gradient de h par rapport à un vecteur x et est décrit par

$$\nabla h = \frac{\partial h}{\partial x} = \left[\frac{\partial h}{\partial x_1} \ \ldots\ldots \ \frac{\partial h}{\partial x_n}\right] \tag{3.2}$$

En utilisant 3.1 nous pouvons définir les relations suivantes:

$$L_f^0\ h = h \tag{3.3}$$

$$L_f^i\ h = \nabla\ (L_f^{i-1} h) f \qquad \text{pour} \quad i=1,2,\ldots \tag{3.4}$$

3.1.1.3 Crochet de Lie

Définition 3.3 (Slotine, 1991). Soit f et g deux champs de vecteurs. Le crochet de Lie de f et g est un champ de vecteur défini par

$$[f,g] = \nabla g\ \ f\ -\ \nabla f\ \ g \tag{3.5}$$

où ∇g et ∇f représentent respectivement les gradients de g *et* f par rapport à x. Le crochet de Lie est représenté souvent par $ad_f g$

On définit aussi,

$$ad_f^0\ g = g \quad \ldots\ldots\ldots \quad ad_f^i\ g = [f,\ ad_f^{i-1}\ g] \qquad pour\ i=1,2,\ldots \tag{3.6}$$

Les crochets de Lie ont les propriétés suivantes

. asymétrie

$$[f, g] = - [g, f] \tag{3.7}$$

. bilinéarité

$$[\alpha f_1 + \beta f_2, g] = \alpha [f_1, g] + \beta [f_2, g] \tag{3.8}$$

. identité de Jacobi

$$[f_1, [f_2, f_3]] + [f_2, [f_3, f_1]] + [f_3, [f_1, f_2]] = 0 \tag{3.9}$$

3.1.1.4 Théorème de Frobenius

Définition 3.4 (Slotine, 1991). Soit $F=\{f_1,.....f_m\}$ un ensemble de champs de vecteurs linéairement indépendants défini dans R^n. F est complètement intégrable si et seulement s'il existe $(n-m)$ fonctions scalaires h_1, h_2, ...h_{n-m} qui satisfont les équations différentielles partielles définies par

$$\nabla h_i \quad f_j(x) = 0 \qquad \forall \text{ x} \quad \text{avec} \quad 1 \leq i \leq n\text{-}m \quad \text{et} \quad 1 \leq j \leq m. \tag{3.10}$$

Définition 3.5 (Slotine, 1991). L'ensemble de champs de vecteurs linéairement indépendants F est involutif si et seulement s'il existe des fonctions α_{ijk} : $R^n \rightarrow R$ tel que

$$[f_i, f_j](x) = \sum_{k=1}^{m} \alpha_{ijk}(x) f(x) \qquad \forall x \ \ et \ \ \forall \ i, j \tag{3.11}$$

Théorème 3.1 Soit F un ensemble de champs de vecteurs linéairement indépendants. F est complètement intégrable si et seulement s'il est involutif.

3.1.2 Linéarisation au sens entrées-état d'un système monovariable

Pour faciliter la description de la méthode, nous considérons, en premier lieu, le cas d'un système non linéaire monovariable. En ce sens, soit le système non linéaire d'ordre n décrit par les équations suivantes

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)\ u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{3.12}$$

Où $x \in R^n$ est le vecteur d'état du système, f et $g : R^n \rightarrow R^n$ sont des champs de vecteurs différentiables, u et y sont l'entrée et la sortie du système respectivement. Posons $x_0 \in R^n$ un point d'opération du système et $\Omega_{xo} \subset R^n$ un voisinage de x_0.

Il s'agit de vérifier si on peut trouver une transformation de coordonnées $z=\Phi(x)$ (difféomorphisme) et une transformation non linéaire de la commande de la forme

$$u = \Gamma(x) + \beta(x)\, v \tag{3.13}$$

de façon à obtenir des relations linéaires entre le nouvel état z et la nouvelle entrée v calculée à partir de la dynamique désirée du système.

Définition 3.6. Un système monovariable de la forme 3.12 est linéarisable au sens entrée-état s'il existe une région $\Omega_{xo} \subset R^n$, un difféomorphisme $\Phi : \Omega_{xo} \rightarrow R^n$ et une loi de commande non linéaire $u=\alpha(x) + \beta(x)v$ telles que les nouvelles variables d'état $z = \Phi(x)$ et la nouvelle entrée v forme un système linéaire invariant dans le temps de la forme canonique suivante:

$$\dot{z} = a\ z + b\ v \tag{3.14}$$

où

$$a = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(n \times n)} \qquad et \qquad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix}_{(n \times 1)}$$

Le nouveau vecteur de coordonnées $\Phi(x)$ et la loi de commande non linéaire u s'appellent respectivement l'état linéarisant et la commande linéarisante du système.

3.1.2.1 Conditions pour une linéarisation au sens entrée-état

Théorème 3.2 Soit un système de la forme 3.12. Ce système est linéarisable au sens entrée-état si est seulement s'il existe un voisinage Ω_{xo} telles que les conditions suivantes sont vérifiées:

- les champs de vecteurs $\{g, ad_f g,...,ad_f^{n-1} g\}$ sont linéairement indépendants dans Ω_{xo}
- l'ensemble de vecteurs $\{g, ad_f g,...,ad_f^{n-2} g\}$ est involutif dans Ω_{xo}..

La première condition peut être interprétée comme une condition de commandabilité du système non linéaire.

3.1.2.2 Étapes à suivre

La linéarisation au sens entrée-état est réalisée en quatre étapes. La première consiste à construire les champs de vecteurs $\{g, ad_f g,...,ad_f^{n-1} g\}$. La deuxième consiste à vérifier si les conditions de commandabilité et d'involutivité sont satisfaites. La troisième

consiste à choisir le premier élément z_1 du nouveau vecteur d'état z de façon à respecter les conditions:

$$\nabla z_1 ad_f^i \; g = 0 \qquad i=0,\ldots,(n-2) \tag{3.15}$$

$$\nabla z_1 \; ad_f^{n-1} \; g \neq 0 \tag{3.16}$$

La quatrième étape consiste à construire le nouveau vecteur d'état $z = [z_1 \quad L_f z_1 \ldots L_f^{n-1} z_1]^T$ ainsi que la transformation de la commande définie par $u = \Gamma(x) + \beta(x)\, v$:

avec

$$\Gamma(x) = -\frac{L_f^n \; z_1}{L_g L_f^{n-1} \; z_1} \qquad , \qquad \beta(x) = -\frac{1}{L_g L_f^{n-1} \; z_1}$$

et v est la nouvelle entrée du système calculée à partir de la dynamique de l'erreur désirée.

3.1.2.3 Exemple de linéarisation au sens entrée-état

La figure 3.1 montre une configuration pendule d'un système moteur-charge. Le moteur entraîne un pendule. Un tel système peut être représenté par un modèle non linéaire du deuxième ordre.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\, u \tag{3.17}$$

$$x = \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix} \quad ; \quad f(x) = \begin{bmatrix} \omega \\ -\frac{B}{J}\omega - \frac{Mg_r l}{J} \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad ; \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad ; \quad u = T$$

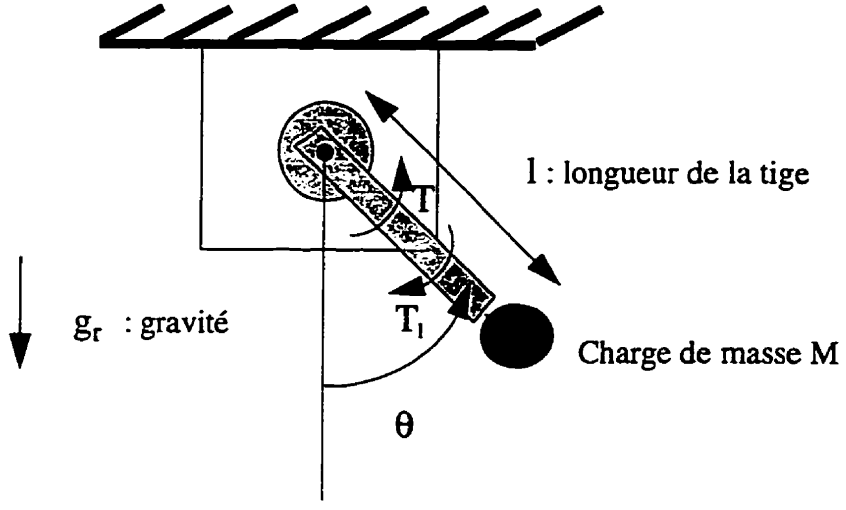


Figure 3.1 : Configuration mécanique du système moteur-charge

La première étape consiste à vérifier la linéarisabilité du système. Dans ce sens nous pouvons démontrer que les deux vecteurs

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad et \quad ad_f g(x) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \\ \frac{B}{J^2} \end{bmatrix}$$

sont linéairement indépendants.

Ensuite, on vérifie que l'ensemble $\{g\}$ est involutif. Le système est donc linéarisable au sens entrée-état. Le premier élément z_1 du nouvel état z est choisi de sorte que

$$\nabla z_1 g = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial z_1}{\partial \theta} \times 0 + \frac{\partial z_1}{\partial \omega} \times \frac{1}{J} = 0 \qquad (3.18)$$

$$\nabla z_1 \, adf\, g \neq 0 \qquad \Rightarrow \qquad -\frac{\partial z_1}{\partial \theta} \times \frac{1}{J} + \frac{\partial z_1}{\partial \omega} \times \frac{B_f}{J^2} \neq 0 \qquad (3.19)$$

La solution $z_1 = \theta$ vérifie les conditions (3.18) et (3.19). Alors $z=[z_1 \quad L_f z_1]^T=[\theta \quad \omega]^T$ devient le nouvel état du système.

En posant

$$\Gamma(x) = -\frac{L_f^2 \; z_1}{L_g L_f^1 \; z_1} = B_f\omega + Mg_r l \sin\theta \qquad et \qquad \beta(x) = -\frac{l}{L_g L_f^1 \; z_1} = J$$

la loi de commande linéarisante devient

$$u=[B_f\omega+Mgl\, sin(\theta)] + J\, v \tag{3.20}$$

où v peut être calculée à partir de l'équation dynamique de l'erreur défini par

$$\ddot{e} + \alpha_1\dot{e} + \alpha_2 e = 0 \qquad \text{avec } e=\theta_d - \theta \tag{3.21}$$

Puisque $v = \dot{\omega}$ alors on obtient

$$v = \dot{\omega} = \dot{\omega}_d + \alpha_1(\omega_d - \omega) + \alpha_2(\theta_d - \theta) \tag{3.22}$$

où θ_d et ω_d sont respectivement la position et la vitesse désirées.

Le choix de α_1 et de α_2 dépend des pôles désirés en boucle fermée .

3.1.3 Linéarisation au sens entrée-sortie d'un système monovariable

Lorsque la linéarisation au sens entrée-état n'est pas réalisable, il est possible de faire une linéarisation au sens entrée-sortie en dérivant successivement la sortie du système jusqu'à retrouver l'entrée u. En posant la nouvelle entrée v égale à la dérivée la plus élevée de

la sortie, on obtient une relation linéaire entre y et v.

3.1.3.1 Génération de la relation entrée-sortie linéaire

On dérive la sortie y par rapport au temps pour obtenir

$$y^{(1)} = L_f \; h(x) + L_g L_f^0 \; h(x) \;\; u \tag{3.23}$$

Si $L_g L_f^0 \; h(x) \quad \neq 0$ on s'arrête sinon on dérive encore jusqu'à obtenir

$$y^{(r)} = L_f^r \; h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x) \;\; u \qquad \text{avec } L_g L_f^{r-i} \; h(x) \quad \neq 0$$

où $L_f h$ et $L_g \; h$ sont les dérivées de Lie de h le long de f et g respectivement. L'entier r est l'indice caractéristique du système. Il est le plus petit entier qui vérifie

$$L_g L_f^i \; h(x)=0 \qquad \forall \, x \in R^n \quad i=0,.....,r-2 \tag{3.24}$$

$$L_g L_f^{r-1} \; h(x) \neq 0 \qquad \forall \, x \in R^n \tag{3.25}$$

et il correspond au nombre de dérivation par rapport au temps de la sortie pour retrouver l'entrée u. Si on applique la loi de commande de la forme

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} \; h(x)} \left[- \;\; L_f^r \;\; h(x) \;\; + \;\; v \right] \tag{3.26}$$

au système (3.12) on obtient une relation linéaire entre la sortie et l'entrée v

$$y^{(r)} = v \tag{3.27}$$

où v est la nouvelle entrée du système calculée pour stabiliser la sortie y ou pour forcer la sortie à suivre une certaine trajectoire $y_d(t)$.

3.1.3.2 Forme normale , dynamiques internes et dynamiques zéro

Si l'entier r est égal à l'ordre du système ($r=n$) alors la linéarisation au sens entrée-sortie résulte en une linéarisation complète au sens entrée-état. Dans le cas où $r < n$, la linéarisation est partielle et seules la sortie y ainsi que ses $(r-1)$ dérivées successives sont linéairement liées avec la nouvelle entrée v. Il y a $(n-r)$ variables du système qui forment la dynamique interne rendue inobservable par la linéarisation.

Dans Ω_{xo} , la forme normale du système est définie par

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xi \quad + \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (a(\xi,\eta) + b(\xi,\eta)\, u) \tag{3.28}$$

$$\dot{\eta} = W(\xi,\eta) \tag{3.29}$$

avec $\quad a(\xi,\eta) = L^r_f \quad ; \quad b(\xi,\eta) = L_g L_f^{r-1} h(x)$

$$\xi = [\,\xi_1 \quad \xi_2 \dots \xi_r]^T = [\,y \quad y^{(1)} \dots y^{(r-1)}\,]^T \quad et \quad \eta = [\eta_1 \dots \eta_{n-r}]^T$$

où ξ_i et η_j sont les coordonnées normales du système. Le vecteur η est choisi de façon à obtenir un difféomorphisme défini par

$$\Phi(x) = z = [\,\xi_1 \dots\dots\dots\dots \xi_r\,,\ \eta_1 \dots\dots\dots\dots \eta_{n-r}]^T$$

Pour que $\Phi(x)$ soit un difféomorphisme, il faut que la matrice Jacobienne $\frac{\delta f}{\delta x}$ soit inversible c'est-à-dire que les vecteurs $\nabla\xi_1$ ... $\nabla\xi_r$, $\nabla\eta_1 ... \nabla\eta_{r-1}$ sont linéairement indépendants.

Lemme 3.1 Si un système de la forme 3.12 possède un indice caractéristique r dans une région Ω_{xo}, cela implique que $\nabla\xi_1$ ... $\nabla\xi_r$ sont linéairement indépendants.

Il ne reste qu'à trouver $(n-r)$ variables η_j $(j=1, ..., n-r)$ de sorte que les vecteurs

$$\nabla\xi_1, ..., \nabla\xi_r, \nabla\eta_1, ..., \nabla\eta_{n-r}$$

soient linéairement indépendants.

Par définition $\nabla\eta_j$ vérifie

$$\nabla\eta_j\, g = 0 \qquad 1 \leq j \leq n-r \tag{3.30}$$

On peut voir clairement que la linéarisation au sens entrée-sortie décompose le système en deux dynamiques. La première est dite externe et est définie par une relation linéaire entre la sortie y et la nouvelle entrée v. La deuxième est dite interne et elle est générée par la linéarisation au sens entrée-sortie. Il s'agit maintenant de vérifier rigoureusement la stabilité de la dynamique interne, étroitement liée à celle du système.

La dynamique interne est définie par l'équation $\dot{\eta} = W(\xi, \eta)$ de la forme normale du système. Généralement, cette dynamique dépend de ξ. Si on choisit une loi de commande $u_0(x)$ qui annule le vecteur ξ, alors nous obtenons une dynamique nulle (propriété intrinsèque du système non linéaire). C'est en étudiant cette dynamique que nous pourrions tirer des conclusions sur la stabilité de la dynamique interne et par conséquent celle du système.

$$\text{Si } y = 0 \Rightarrow y^{(r)}(t) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad u_o(x) = -\frac{a(0,\eta)}{b(0,\eta)}$$

La forme normale du système devient alors

$$\dot{\xi} = 0 \tag{3.31}$$

$$\dot{\eta} = W(0,\eta) \tag{3.32}$$

Par définition, les équations 3.31 et 3.32 représentent la dynamique zéro du système non linéaire 3.12.

Dans certains cas, l'équation 3.30 est difficile à résoudre, mais il est toujours possible de choisir les éléments η_j de façon à former un difféomorphisme. La description du système dans les nouvelles coordonnées est décrite par

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= \xi_3 \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_r &= a(\xi,\eta) + b(\xi,\eta)\,u \\ \dot{\eta} &= W_1(\xi,\eta) + W_1(\xi,\eta)\,u \end{aligned} \tag{3.33}$$

En remplaçant u par u_0 on obtient la dynamique zéro définie par

$$\dot{\eta} = W_1(0,\eta) - W_2(0,\eta)\frac{a(0,\eta)}{b(0,\eta)} \tag{3.34}$$

La stabilité de la dynamique zéro est une condition nécessaire et non suffisante pour la stabilité du système en boucle fermée.

Définition 3.7 Le système non linéaire 3.8 est à phase minimale si sa dynamique zéro

est asymptotiquement stable.

En plus du fait que le système doit être à phase minimale, la nouvelle entrée doit être choisie convenablement afin d'assurer la stabilité du système en boucle fermée.

Pour un problème de stabilisation, la loi de commande v est définie par

$$v = -\alpha_{r-1} y^{(r-1)} - \alpha_{r-2} y^{(r-2)} - \dots - \alpha_0 y \tag{3.35}$$

où $\alpha_{r-1}, \alpha_{r-2}, \dots, \alpha_0$ sont des coefficients réels calculés pour que les racines du polynôme de Hurwitz défini par

$$P(s) = s^r + \alpha_{r-1} s^{r-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0$$

soient strictement à gauche de l'axe des imaginaires du plan complexe. La loi de commande linéarisante devient alors

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} y} \left[- L_f^{(r)} y - \alpha_{r-1} y^{(r-1)} - \dots - \alpha_1 \dot{y} - \alpha_0 y \right] \tag{3.36}$$

Ainsi on garantit que

$$\lim_{t \to \infty} \xi(t) = 0 \quad et \quad \lim_{t \to \infty} y(t) = 0$$

Pour assurer la poursuite d'une trajectoire y_d, les lois de commande v et u sont définis par

$$v = y_d^{(r)} - \alpha_{r-1} (y^{(r-1)} - y_d^{(r-1)}) - \dots - \alpha_0 (y - y_d) \tag{3.37}$$

et

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} y}\left[- \quad L_f^r y \; + \; y_d^{(r)} - \alpha_{r-1} e^{(r-1)} - \ldots - \alpha_1 e^{(1)} \; - \alpha_0 e\right] \qquad (3.38)$$

permettant ainsi d'avoir

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = 0 \qquad avec \qquad e(t) = y(t) - y_d(t)$$

3.1.4 Linéarisation par retour d'état des systèmes multivariables

Dans cette section, nous décrivons la théorie de linéarisation par retour d'état appliquée aux systèmes multivariables.

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^{m} g_i(x)\, u_i \qquad (3.39)$$

avec $x \in R^n$, f, g_1, ... , g_m des champs de vecteurs C^∞ définis dans R^n .
Soit le système multivariable défini par

Définition 3.9 Soit un système de la forme 3.39 avec un vecteur de sorties déja établi

$$y = [\, h_1(x) \quad h_2(x) \quad \ldots\ldots h_m(x)]^T$$

Ce système possède les indices caractéristiques $r_1, \ldots, r_m$ au voisinage Ω_{xo}. d'un point *d'opération* x_0 si :

$$\sum_{j=1}^{m} L_{g_j} L_f^k \; h_i \; u_j = 0 \quad pour \quad 0 \le k < r_i - 1 \quad et \quad 1 \le i, j \le m \qquad \forall x \in \Omega_{xo}$$

. La matrice de dimension *(m×m)*

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & L_{g_2} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \ldots\ldots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_2(x) & L_{g_2} L_f^{r_2-1} h_2(x) & \ldots\ldots & L_{g_m} L_f^{r_2-1} h_2(x) \\ \ldots & \ldots & \ldots\ldots & \ldots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & L_{g_2} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \ldots\ldots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix} \tag{3.40}$$

est inversible $\forall x \in \Omega_{xo}$.

L'indice caractéristique r_i est égal au nombre de dérivations nécessaires de la sortie y_i pour retrouver au moins une entrée u_j. Ceci est traduit par

$$\sum_{j=1}^{m} L_{g_j} L_f^k h_i \, u_j = 0 \qquad 0 \le k < r_i - 1 \tag{3.41}$$

et

$$\exists \; j \quad tel \; que \quad L_{g_j} L_f^{r_i - 1} h_i(x) \neq 0$$

3.1.4.1 Linéarisation au sens entrées-état

Lemme 3.2. Le système 3.39 est linéarisable au sens entrées-état si et seulement si il existe un voisinage Ω_{xo} de x_0 et m fonctions réelles h_1, h_2, ...h_m définies dans Ω_{xo} tel que le système

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^{m} g_i(x) u_i \tag{3.42}$$

$$y = [\, h_1(x) \quad h_2(x) \quad \ldots\ldots h_m(x)]^T$$

possède un indice caractéristique $r = r_1+r_2+.....+r_m = n$.

S'il est possible de trouver un vecteur de sortie tel que l'indice caractéristique du système r = n alors on peut définir un difféomorphisme

$$z = \Phi(x) \qquad avec \qquad \Phi(0) = 0 \tag{3.43}$$

et un vecteur de commande de la forme

$$u_i = \Gamma_i(x) + \sum_{j=1}^{m} \beta_{ij}(x)\, v_i \qquad avec \qquad \Gamma(0) = 0 \quad i=1,...,m \tag{3.44}$$

telle que si appliquée au système 3.40, les nouvelles coordonnées z et les nouvelles entrées v forment un système linéaire de la forme

$$\dot{z} = a\ z + b\ v \tag{3.45}$$

avec

$$a_{(n\times n)} = diag(a_1,....., a_m) \tag{3.46}$$

$$b_{(n\times m)} = diag(b_1,....., b_m) \tag{3.47}$$

$$z_{(n\times 1)} = col(z^1,....., z^m)$$

$$v=[v_1 ,... , v_m]^T$$

où

$$a_j = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(k_j\times k_j)} \quad ; \quad b_j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{(k_j\times 1)} \tag{3.48}$$

k_j est l'indice caractéristique associé à la sortie y_j. Si on choisit $y_j = [1 \quad 0.....0]z^j$ les indices caractéristique k_j deviennent égales aux indice caractéristiques r_j est l'indice caractéristique total du système devient $k = k_1 + k_2 + ... + k_m = n$.

3.1.4.2 Linéarisation au sens entrées-sorties

Lorsque le vecteur de sortie est déja choisi, on vérifie si l'indice caractéristique totale r est égale à l'ordre du système n. Si c'est vrai le système est linéarisable au sens entrée-état sinon il est possible de réaliser une linéarisation partielle au sens entrée-sorties.

Soit le système multivariable défini par

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^{m} g_i(x)\, u_i \tag{3.49}$$

$$y = [\, h_1(x) \quad h_2(x) \quad .....h_m(x)]^T$$

ayant les indices caractéristiques $r_1, r_2, ..., r_m$

On peut écrire

$$y_i^{(r_i)} = L_f^{r_i} h_i \quad + \quad \sum_{i=1}^{m} L_{g_i} L_f^{r_i - 1} h_i \; u_i \tag{3.50}$$

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \dots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1 \\ \dots \\ L_f^{r_m} h_m \end{bmatrix} \quad + \quad A(x) \begin{bmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_m \end{bmatrix} \tag{3.51}$$

Si $A(x)$ est non singulière, la loi de commande linéarisante devient

$$u = \Gamma(x) + \beta(x)\, v \tag{3.52}$$

avec

$$\Gamma(x) = -A(x)^{-1}\begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1 \\ \dots \\ L_f^{r_m} h_m \end{bmatrix} \quad , \quad \beta(x) = A(x)^{-1} \quad , \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_m \end{bmatrix} \quad et \quad v = \begin{bmatrix} v_1 \\ \dots \\ v_m \end{bmatrix}$$

L'application d'une telle loi de commande permet d'avoir une relation entrées-sorties linéaire

$$\begin{bmatrix} y_1^{r_1} \\ \dots \\ y_m^{r_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \dots \\ v_m \end{bmatrix}$$

Proposition 3.1 Si un système multivariable de la forme 3.35 possède un indice caractéristique total $r = r_1 + \dots + r_m$ $(r \leq n)$ dans un voisinage Ω_{xo} alors

Si $(r=n)$, le système est donc linéarisable au sens entrées-état et le nouveau vecteur d'état est de la forme

$$z = \xi = [\xi_1, \xi_2, \dots\dots, \xi_m]^T_{(n\times 1)} \qquad avec\ \xi_i = [y_i, \dots, y_i^{(ri-1)}]^T_{(ri\times 1)} \qquad i=1,\dots,m$$

Si $(r < n)$, le système est alors partiellement linéarisable et il existe des dynamiques internes rendues inobservables par la linéarisation. Comme pour le cas monovariable, le vecteur

$$\xi=[\xi_1,\xi_2,\ldots\ldots,\xi_m]^T{}_{(r\times 1)} \quad \text{où } \xi_i = \left[\xi_{i_1}, \ldots\ldots, \xi_{i_{ri}}\right]^T = \left[y_i, \ldots\ldots, y_i^{r_i-1}\right]^T$$

forme une partie du nouveau vecteur d'état du système. Cependant, il est toujours possible de trouver $(n\text{-}r)$ autres coordonnées $[\eta_1,\ldots\ldots\eta_{n-r}]$ de façon à former une transformation de coordonnées $\Phi(x)=z$ dans Ω_{xo}.

De plus, si la distribution $\{g_1, \ldots, g_m\}$ est involutive dans Ω_{xo} alors chaque élément η_i peut être choisie pour satisfaire la condition

$$L_{g_j}\ \eta_i(x) = 0 \qquad 1 \le i \le n\text{-}r \quad , \quad 1 \le j \le m \quad et \quad \forall\, x \in \Omega_{xo}$$

La description du système dans ses nouvelles coordonnées devient alors

$$\begin{aligned}
&\dot{\xi}_{1_1} = \xi_{1_2} \\
&\vdots \\
&\dot{\xi}_{1_{r1}} = L_f^{r_1}\ h_1 \quad + \quad \sum_{j=1}^{m} L_{g_j}\ L_f^{r_1-1} h_1\ u_j \\
&\vdots \\
&\dot{\xi}_{m_1} = \xi_{m_2} \\
&\vdots \\
&\dot{\xi}_{m_{rm}} = L_f^{r_m}\ h_m \quad + \quad \sum_{j=1}^{m} L_{g_j}\ L_f^{r_m-1} h_m\ u_j \\
&\dot{\eta} = W(\xi, \eta)
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Dans le cas où la distribution $\{g_1, \ldots, g_m\}$ n'est pas involutive la dynamique interne devient de la forme

$$\dot{\eta} = W_1(\xi, \eta) + W_2(\xi, \eta)\, u \tag{3.54}$$

3.2 Commande adaptative des systèmes linéarisables

Le principal désavantage de la commande linéarisante est qu'elle se base sur la connaissance du modèle exact du système. En effet, dans la majorité des cas on ne peut connaître de façon précise le modèle réel du système.

Pour des systèmes ayant des incertitudes paramétriques, nous pouvons faire appel aux techniques de la commande adaptative. La combinaison de ces techniques avec celles de la commande linéarisante présentées précédemment permet de réaliser une commande linéarisante robuste face aux incertitudes paramétriques du système.

Dans ce projet, nous proposons d'appliquer la méthode présentée par Sastry et Isidori (1989). La méthode s'applique aux systèmes linéarisables à phase minimale. Contrairement à d'autres, cette méthode ne suppose aucune condition de réversibilité (matching condition). Elle suppose cependant que les paramètres du système apparaissent d'une façon linéaire dans le modèle et que les non-linéarités vérifient la condition d'accroissement linéaire(linear growth).

Considérons un système non linéaire incertain de la forme

$$\dot{x} = f(x, p) + \sum_{j=1}^{m} g_j(x, p)\, u_j \tag{3.55}$$

$$y = h(x)$$

où $x \in R^n$, $u \in R^m$ et $p \in R^q$ sont respectivement le vecteur d'état, l'entrée et le vecteur de paramètres inconnus mais considérés constant ou variant lentement dans le temps.
Puisqu'on suppose que les paramètres apparaissent linéairement dans le modèle, le vecteur de sortie y peut être exprimé comme suit

$$y(t) = W(t)\,p$$

Soit $e = y - y_d$, un vecteur d'erreur entre la sortie y et la trajectoire désirée y_d.

L'objectif de la commande adaptative et linéarisante consiste à trouver une loi de commande

$$u = \alpha(\hat{p}, x, y_d) \tag{3.56}$$

et une loi d'adaptation

$$\frac{d\hat{p}}{dt} = \eta(\hat{p}, x, y_d) \tag{3.57}$$

de sorte que

- $x(t)$ *et* $\hat{p}$ soient bornés
- $\lim_{t \to 0} e(t) = 0$

3.2.1 Adaptation des paramètres (algorithme du gradient)

L'algorithme du gradient est l'algorithme d'adaptation en temps réel le plus simple à concevoir et à réaliser. Dans cette section nous décrivons les étapes de conception ainsi

que les propriétés de stabilité, de convergence et de robustesse d'un tel algorithme.

3.2.1.1 Étapes de conception

Soit un système incertain linéairement paramétrisé. Soit l'erreur de de poursuite $e=y-y_d$. Soit p le vecteur de paramètres supposés inconnus. Nous pouvons écrire

$$e = \hat{p}^T W - p^T W = \phi^T W \tag{3.58}$$

avec $\phi = \hat{p} - p$ l'erreur d'estimation et W un vecteur de fonctions mesurables.

L'idée de base consiste à adapter les paramètres $\hat{p}$ de façon à réduire l'erreur de poursuite. Si les paramètres sont constants ou varient lentement dans le temps, alors la variation des paramètres estimées $\hat{p}$ doit être opposée au gradient du carré de l'erreur de prédiction par rapport à $\hat{p}$ telle que:

$$\dot{\hat{p}} = -p_0 \frac{\partial [e^T e]}{\partial \hat{p}} \tag{3.59}$$

où p_o est le gain d'adaptation.

En utilisant l'équation 3. 56, on peut écrire l'expression de la loi d'adaptation sous sa forme standard

$$\dot{\hat{p}} = -p_o \, We \tag{3.60}$$

ou sous sa forme normalisée

$$\dot{\hat{p}} = -p_o \frac{We}{1 + \gamma W^T W} \tag{3.61}$$

3.2.1.2 Stabilité et convergence de l'algorithme du gradient

Théorème 3.4 Soit un système linéairement paramétrisé ayant une équation d'erreur linéaire de la forme 3.56 avec W un vecteur de fonctions mesurables bornées ($W \in L\infty$) et continues par partie. Si on applique la loi d'adaptation de la forme 3.59 alors

- $e \in L\infty \cap L_2$
- $\phi \in L\infty$

En effet, nous pouvons démontrer que

$$\dot{\phi} = -p_0 W^T W \phi \tag{3.62}$$

Supposons la fonction de Lyapunov $V = \phi^T \phi$ alors il est facile de vérifier que

$$\dot{V} = -2p_0 \ \phi^T W^T W \phi = -2p_0 e^T e \quad \leq 0$$

Donc

$$0 \leq V(t) \leq V(0) \ \forall \ t \geq 0 \qquad \Rightarrow V, \phi \in L\infty$$

Donc, on peut déduire que $e \in L\infty \cap L_2$ et $\phi \in L\infty$.

De plus, puisque W est bornée ($W \in L\infty$) et que la dynamique désirée est stable alors la dérivée de l'erreur $\dot{e}$ est bornée ($\dot{e} \in L\infty$). Finalement, puisque $\dot{e}$ et e sont uniformément bornée et que $e \in L_2$ alors

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = 0$$

La convergence des paramètres estimés est obtenue seulement lorsque le vecteur W est continuellement excité (riche en fréquence).

Définition 3.6 Un vecteur de fonctions mesurables W est continuellement excité s'il existe α_1, α_2, $\delta > 0$ telle que

$$\alpha_2 I \geq \int_{t_0}^{t_0+\delta} W(\tau)\, W^T(\tau) \geq \alpha_1 I \tag{3.63}$$

où I est la matrice identité

Une telle condition est souvent difficile à vérifier. Dans ce travail, la convergence des paramètres n'est pas nécessaire puisque seule l'erreur de poursuite doit converger vers zéro.

3.2.1.3 Propriétés de convergence

La robustesse de l'algorithme du gradient dépend de plusieurs facteurs comme le niveau d'excitation du vecteur W, la variation des paramètres réels du système, l'erreur de modélisation et la valeur du gain d'adaptation. Le niveau d'excitation du vecteur W dépend du type de commande utilisé. Si ce niveau d'excitation est faible alors on peut ajouter des signaux riches en fréquence au niveau de l'entrée pour améliorer l'estimation des paramètres. Si les paramètres réels varient rapidement il sera plus difficile d'estimer précisément.

3.2.2 Commande adaptative des systèmes monovariables

3.2.2.1 Indice caractéristique $r = 1$

Soit le modèle linéairement paramétrisé suivant

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^{n_1} p_{f_i} f_i(x) + \sum_{j=1}^{n_2} p_{g_j} g_j(x) \quad u \tag{3.64}$$

où p_{f_i} et p_{g_j} sont les paramètres du système tandis que $f_i(x)$ et $g_j(x)$ sont des fonctions mesurables. Puisque les paramètres réels sont inconnus alors le modèle estimé devient

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^{n_1} \hat{p}_{f_i} f_i(x) + \sum_{j=1}^{n_2} \hat{p}_{g_j} g_j(x) \quad u = \hat{f}(x) + \hat{g}(x)\, u \tag{3.65}$$

où $\hat{p}_{f_i}$, $\hat{p}_{g_j}$ sont respectivement les estimés de p_{f_i} et p_{g_j} à l'instant t. Par conséquent, la loi de commande linéarisante devient

$$u = \frac{1}{L_{\hat{g}} h} (-L_{\hat{f}} h \quad + v) \tag{3.66}$$

avec

$$L_{\hat{f}} h = \sum_{i=1}^{n_1} \hat{p}_{f_i} L_{f_i} h \qquad L_{\hat{g}} h = \sum_{i=1}^{n_1} \hat{p}_{g_i} L_{g_i} h$$

Posons

$$pf = \begin{bmatrix} pf_1 \\ \dots \\ pf_{n_1} \end{bmatrix} \quad , \quad pg = \begin{bmatrix} pg_1 \\ \dots \\ pg_{n_2} \end{bmatrix} \quad , \quad p = \begin{bmatrix} pf \\ pg \end{bmatrix}$$

$\hat{p}f$, $\hat{p}g$ et $\hat{p}$ les estimés respectives de pf, pg et p.

$$W_1 = \begin{bmatrix} L_{f_1} h \\ \dots \\ L_{f_{n1}} h \end{bmatrix} \quad , \quad W_2 = \begin{bmatrix} L_{g_1} h \\ \dots \\ L_{g_{n2}} h \end{bmatrix} \left(\frac{-L_{\hat{f}} h + \quad -v}{L_{\hat{g}} h} \right) \quad , \quad \phi = p - \hat{p} \quad , \quad W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix}$$

Si on applique la loi de commande linéaire

$$v = \dot{y}_d + \alpha(y_d - y) \tag{3.67}$$

alors nous pouvons montrer que l'erreur de poursuite $(e=y-y_d)$ satisfait l'équation suivante.

$$\dot{e} + \alpha e = \phi^T W \tag{3.68}$$

Si on choisit la fonction de Lyapunov

$$V = V(e, \phi) = \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2}\phi^T\phi \tag{3.69}$$

on obtient

$$\dot{V} = -\alpha e^2 + \phi^T\dot{\phi} + \phi^T e W \tag{3.70}$$

Si on annule le terme $\phi^T\dot{\phi} + \phi^T e W$, en prenant la loi d'adaptation de la forme

$$\dot{\phi} = -eW \tag{3.71}$$

alors la stabilité du système ainsi que la convergence de l'erreur de poursuite à zéro sont assurées. De plus, si les paramètres réels sont constants ou varient lentement dans le temps alors la loi d'adaptation devient

$$\dot{\hat{p}} = -\dot{\phi} = eW \tag{3.72}$$

3.2.2.2 Indice caractéristique r > 1

Dans ce cas, la loi de commande linéarisante devient

$$u = \frac{1}{L_{\hat{g}} L_{\hat{f}}^{r-1} h}\left(-L_{\hat{f}}^{r} h + \hat{v}\right) \tag{3.73}$$

avec $L_{\hat{f}}^{r}h$ et $L_{\hat{g}}L_{\hat{f}}^{r-1}h$ sont les estimés de $L_f^r h$ et $L_g L_f^{r-1}h$ respectivement. Il faut remarquer que le vecteur de paramètres à estimer peut être différent de celui du départ. Par exemple: lorsque $r=2$ on peut démontrer que

$$L_{\hat{f}}^{2}h = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} L_{f_i}(L_{f_j}h) \;\; \hat{p}_{f_i}\hat{p}_{f_j} \tag{3.74}$$

$$L_g L_f h = \sum_{j=1}^{n_2} \sum_{i=1}^{n_1} L_{g_j}(L_{f_i}h) \qquad \hat{p}_{f_i} \;\; (\hat{p}_{g_j})^2 \tag{3.75}$$

Pour réaliser une poursuite de trajectoire la loi de commande linéaire est

$$v = y_d^{(r)} + \alpha_1 (y_d^{(r-1)} - y^{(r-1)}) + \ldots + \alpha_{r-1}(y_d^{(1)} - y^{(1)}) + \alpha_r (y_d - y) \tag{3.76}$$

avec $y^{(i)} = L_f^i \; h(x)$ pour $i = 0, \ldots, r-1$. En appliquant la loi de commande 3.70 on obtient

$$e^{(r)} + \alpha_1 e^{(r-1)} + \ldots + \alpha_{r-1} e^{(1)} + \alpha_r e = \phi^T W \tag{3.77}$$

Lorsque les dérivées successives de y ne sont pas disponibles elles sont remplacées par leurs estimées $L_{\hat{f}} \; h$, $L_{\hat{f}}^2 \; h, \ldots, L_{\hat{f}}^{r-1} \; h$ et la loi de commande linéaire devient

$$\hat{v} = y_d^r + \alpha_1 \left(y_d^{r-1} - L_{\hat{f}}^{r-1} h \right) + \ldots + \alpha_r (y_d - y) \tag{3.78}$$

et l'équation dynamique de l'erreur devient

$$e^{(r)} + \alpha_1 e^{(r-1)} + \ldots + \alpha_{r-1} e^{(1)} + \alpha_r e = \phi^T W_1 + \phi^T W_2 = \phi^T W \text{ , avec } e = (y_d - y)$$

Lorsque les variables $e^{(1)}, e^{(2)}, e^{(3)}, \ldots, e^{(r-1)}$ ne sont pas disponibles, on fait appel à l'erreur augmentée définie par

$$e_1 = e + \left[\hat{p}^T M(s)\, W - M(s)\, \hat{p}^T W\right] \tag{3.79}$$

où

$$e = M(s)\, \phi^T W, \tag{3.80}$$

$$M(s) = \frac{1}{s^r + \alpha_1 s^{r-1} + \ldots + \alpha_{r-1} s + \alpha_r} \tag{3.81}$$

et

$$\hat{p} = \phi + p \tag{3.82}$$

On peut démonter que

$$e_1 = e + [\phi^T M(s)\, W - M(s)\, \phi^T W] \tag{3.83}$$

En remplacant 3.75 dans 3.78 on obtient

$$e_1 = \phi^T \zeta \tag{3.84}$$

avec

$$\zeta = M(s)\, W \tag{3.85}$$

L'équation 3.79 est une forme standard de la commande adaptative. Nous pouvons, dans ce cas définir une loi d'adaptation standard

$$\dot{\hat{p}} = -\dot{\phi} = \gamma_0\, e_1\, \zeta \tag{3.86}$$

ou normalisée

$$\dot{\hat{p}} = -\dot{\phi} = \gamma_0 \frac{e_1\, \zeta}{1 + \zeta^T\, \zeta} \tag{3.87}$$

3.2.3 Commande adaptative des systèmes multivariables

Pour les systèmes non linéaires multivariables, nous procédons d'une façon similaire à celle utilisée précédemment en considérant chacune des sorties du système. En effet pour chaque sortie, nous déterminons les vecteurs de paramètres ainsi que les fonctions mesurables correspondantes. La loi de commande linéaire devient

$$\hat{v}_j = y_{j_d}^{rj} + \alpha_1 \left(y_{j_d}^{rj-1} - L_{\hat{f}_j}^{rj-1} h_j \right) + \ldots\ldots + \alpha_{r_j} (y_{j_d} - y_j) \tag{3.88}$$

L'équation dynamique de l'erreur est donc défini par

$$e_j^{rj} + \alpha_1 e_j^{rj-1} + \ldots + \alpha_{r_j - 1} \dot{e}_j + \alpha_{r_j} e_j = \phi_j^T W_{j_1} + \phi^T W_{j_2} = \phi_j^T W_j \qquad \text{avec } e_j = (y_{jd} - y_j)$$

La loi de commande à appliquer à un système multivariable est définie par

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \ldots \\ u_m \end{bmatrix} = \hat{A}(x)^{-1} \left(- \begin{bmatrix} L_{\hat{f}}^{r_1} h_1 \\ \ldots \\ L_{\hat{f}}^{r_m} h_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{v}_1 \\ \ldots \\ \hat{v}_m \end{bmatrix} \right)$$

où

$$\hat{A}(x) = \begin{bmatrix} L_{\hat{g}_1} L_{\hat{f}}^{r_1 - 1} h_1(x) & L_{\hat{g}_2} L_{\hat{f}}^{r_1 - 1} h_1(x) & \ldots\ldots & L_{\hat{g}_m} L_{\hat{f}}^{r_1 - 1} h_1(x) \\ L_{\hat{g}_1} L_{\hat{f}}^{r_2 - 1} h_2(x) & L_{\hat{g}_2} L_{\hat{f}}^{r_2 - 1} h_2(x) & \ldots\ldots & L_{\hat{g}_m} L_{\hat{f}}^{r_2 - 1} h_2(x) \\ \ldots & \ldots & \ldots\ldots & \ldots \\ L_{\hat{g}_1} L_f^{r_m - 1} h_m(x) & L_{g_2} L_f^{r_m - 1} h_m(x) & \ldots\ldots & L_{g_m} L_f^{r_m - 1} h_m(x) \end{bmatrix}$$

CHAPITRE IV

APPLICATION DES STRATÉGIES NON LINÉAIRES À LA COMMANDE DU MOTEUR À RÉLUCTANCE VARIABLE

4.1 Introduction

Les difficultés au niveau de la commande sont principalement dues aux nonlinéarités du système convertisseur-moteur. L'ondulation excessive du couple de ce genre de moteur est due en grande partie aux non-linéarités du système. Avec les stratégies de commande classiques il est impossible de commander les variables du système (courants, couple, position, vitesse).

Dans ce chapitre nous proposons deux stratégies de commande, linéarisantes et adaptatives. La première stratégie consiste à commander directement la position du moteur à l'aide d'une linéarisation au sens entrées-état. La deuxième stratégie consiste à commander le couple du moteur en effectuant une linéarisation au sens entrées-sorties. Pour chacune des stratégies, une description détaillée des étapes de conception de la commande ainsi qu'une analyse des performances obtenues seront présentées. Enfin, dans le but de robustifier de telles stratégies de commande, une version adaptative sera élaborée.

4.2 Dynamiques du moteur

Dans le chapitre 2 nous avons présenté un modèle simplifié de la machine afin d'expliquer son principe de fonctionnement. Dans cette section, nous présentons un modèle non linéaire du moteur à réluctance variable. Le moteur à réluctance variable est un moteur à double saillance n'ayant aucun bobinage ni aimant à son

rotor. Contrairement aux autres moteurs triphasés à courant alternatif, les phases du MRV fonctionnent indépendamment l'une de l'autre car l'inductance mutuelle est souvent très faible à cause de la symétrie des pôles. Le signe du couple ne dépend que de la position du rotor et seul un courant positif est nécessaire pour la production de couple. Contrairement aux moteurs CC, les MRV possèdent une structure magnétique fortement non linéaire puisqu'ils fonctionnent en saturation. On peut définir deux dynamiques, l'une électrique et l'autre mécanique.

Pour la partie électrique, on peut définir les équations de tension pour chacune des phases en utilisant la loi de Kirchoff.

$$u_j = RI_j + \frac{d\psi_j}{dt} \tag{4.1}$$

Les variables u_j, I_j, R,ψ_j sont respectivement la tension appliquée, le courant, la résistance et le flux produit par la phase j. Le flux ψ_j est une fonction non linéaire de la position et du courant à cause de la périodicité de l'alignement entre les pôles du stator et ceux du rotor d'une part et la saturation du circuit magnétique d'autre part. L'expression du flux tenant compte de ces deux phénomènes est

$$\psi_j(\theta, I_j) = \psi_s(1 - e^{(-I_j \; f_j(\theta))}) \tag{4.2}$$

ψ_s est la valeur du flux de saturation et $f_j(\theta)$ est une série de Fourier modélisant la variation de l'inductance de la phase j en fonction de la position (Illic-Spong et al, 1989).

$$f_j(\theta) = a + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(nN_R\,\theta - (j-1)\frac{2\pi}{3}\right) + c_n \cos\left(nN_R\,\theta - (j-1)\frac{2\pi}{3}\right) \tag{4.3}$$

La particularité des MRV est que le signe du couple ne dépend que de la position du rotor. Le couple produit par phase est donné par

$$T_j(\theta, I_j) = \frac{\partial W_j'}{\partial \theta}(\theta, I_j) \tag{4.4}$$

où

$$W_j'(\theta, I_j) = \int_0^{I_j} \psi_j(\theta, I_j)\, dI_j \tag{4.5}$$

À partir de 4.4 et 4.5, nous obtenons l'expression suivante

$$T_j(\theta, I_j) = \frac{\psi_s}{f(\theta)} \frac{df_j(\theta)}{d\theta} \left[1 - (1 + I_j f_j(\theta))\, e^{(-I_j f_j(\theta))} \right] \tag{4.6}$$

Le couple total produit par le moteur est donnée par

$$T(\theta, I_1, I_2, I_3) = \Sigma_{j=1}^{3} T_j(\theta, I_j) \tag{4.7}$$

4.2.1 Équations d'état du moteur

Les variables d'état évoluant dans le moteur sont la position θ, la vitesse ω et les courants I_1, I_2 et I_3. Ces variables d'état sont couplées entre elles. Les équations d'état regroupant les dynamiques électriques et mécaniques du moteur sont données par

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \tag{4.8}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} T - \frac{B}{J} \omega - T_L \tag{4.9}$$

$$\frac{dI_j}{dt} = -\frac{\delta \psi_j}{\delta I_j} \left(R I_j + \frac{\delta \psi_j}{\delta \theta}\, \omega - u_j \right) \quad j=1,2,3 \tag{4.10}$$

Avec T_L le couple de charge et u_j la tension appliquée à la phase j.

Le vecteur d'état et le vecteur d'entrées sont respectivement

$x=[\theta \quad \omega \quad I_1 \quad I_2 \quad I_3]^T$ et $u=[u_1 \quad u_2 \quad u_3]^T$.

Le vecteur de sorties $y = h(x)$ est choisi de façon à rencontrer les objectifs de la commande.

4.2.2 Logique de la commutation

La figure 4.1 montre les caractéristiques statiques couples-courants-positions du moteur. À partir des ces caractéristiques, il est possible de concevoir une logique de commutation qui détermine l'indice de la phase qu'il faut exciter pour produire un couple de signe désiré peu importe la position du rotor.

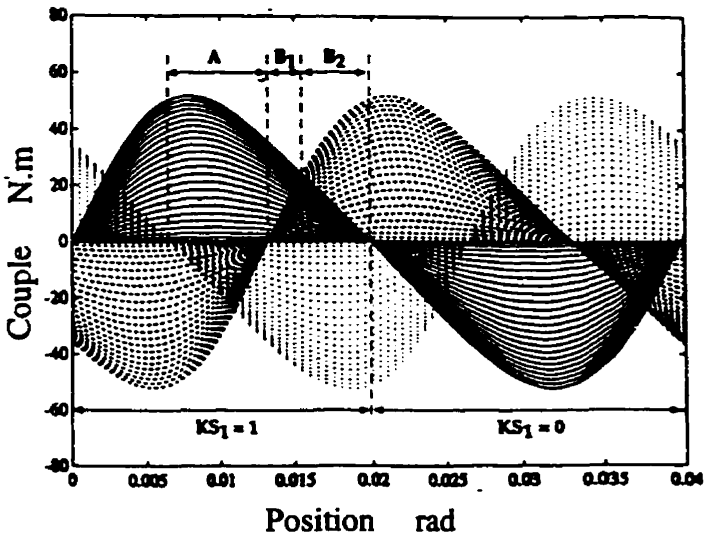


Figure 4.1 : Caractéristiques couples-positions-courants

Comme le montre la figure 4.2, le commutateur utilisé possède deux entrées (la position et le signe du couple) et une sortie (l'indice de la phase à exciter). Pour des positions positives, l'indice de la phase sélectionnée (K) est défini par

$$K = 1 + int\left[\frac{3N_R}{2\pi}\ |\theta| + \theta_0\right]\ mod\ 3 \tag{4.11}$$

avec $\theta_0 = \theta_0^-\ \ si\ T_{ed} < 0$ et $\theta_0 = \theta_0^+\ \ si\ T_{ed} > 0$

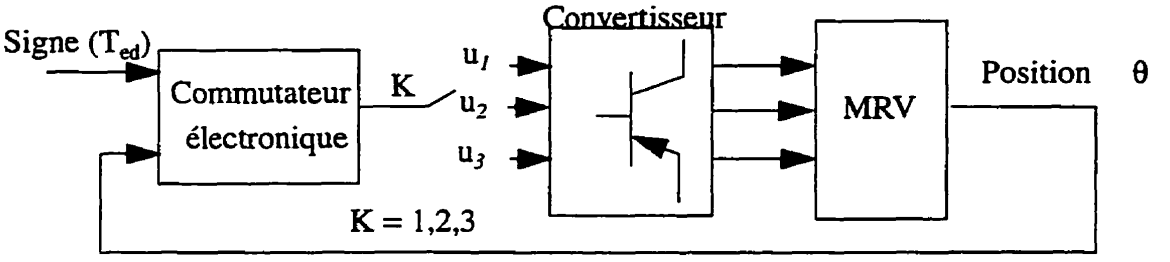


Figure 4.2 : Système commutateur -machine

Pour des positions négatives, l'équation 4.11 est utilisée et la permutation suivante est effectuée.

Si K=3, l'indice de la phase sélectionnée est 2

Si K=2, l'indice de la phase sélectionnée est 3

Si K=1, l'indice de la phase sélectionnée est 1

Dans la suite de cette thèse, l'indice *K* sera celui de la phase actuellement sélectionnée tandis que *K-1* et *K+1* seront ceux des phases non sélectionnées.

Si K=1, les indices des phases non sélectionnées sont K-1=3 et K+1 =2

Si K=2 , les indices des phases non sélectionnées sont K-1=1 et K+1 =3

Si K=3, les indices des phases non sélectionnées sont K-1=2 et K+1 =1

4.2.3 Paramétrisation linéaire du modèle

Une condition nécessaire à l'application de l'algorithme d'adaptation proposée est de

considérer que les paramètres du système apparaissent d'une façon linéaire dans le modèle. Une paramétrisation linéaire est souvent effectuée. Pour décrire la procédure de paramétrisation, on considère le système monovariable de la forme

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\,u \tag{4.12}$$

Où $x \in R^n$ est l'état du système *et* $f \in R^n$ et $g \in R^n$ sont des champs de vecteurs C^∞ différentiables, u est l'entrée du système et y est la sortie du système. La paramétrisation du modèle consiste à exprimer les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme d'une sommation de la forme

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n_1} p_{f_i} f_i(x) \qquad g(x) = \sum_{j=1}^{n_2} p_{g_j} g_j(x) \tag{4.13}$$

Dans le cas du moteur à réluctance variable, les paramètres sont non linéairement liés aux variables du système. Pour paramétriser le modèle, on considère les hypothèses suivantes.

. En négligeant la saturation du moteur nous obtenons

$$\Psi_j(\theta, I_j) = L_j(\theta)\, I_j \tag{4.14}$$

. Seule la fondamentale de l'inductance est considérée.

. L'approximation du terme $\left(\frac{\delta\psi_j}{\delta I_j}\right)^{-1}$ à l'aide de la série de Taylor d'ordre six est utilisée.

La figure 4.3 montre l'inductance par phase du moteur. La figure 4.4 montre son contenu en harmonique. Cette analyse harmonique montre que les harmoniques d'ordre supérieur à 1 sont très faibles. Donc, seule la fondamentale peut être considérée.

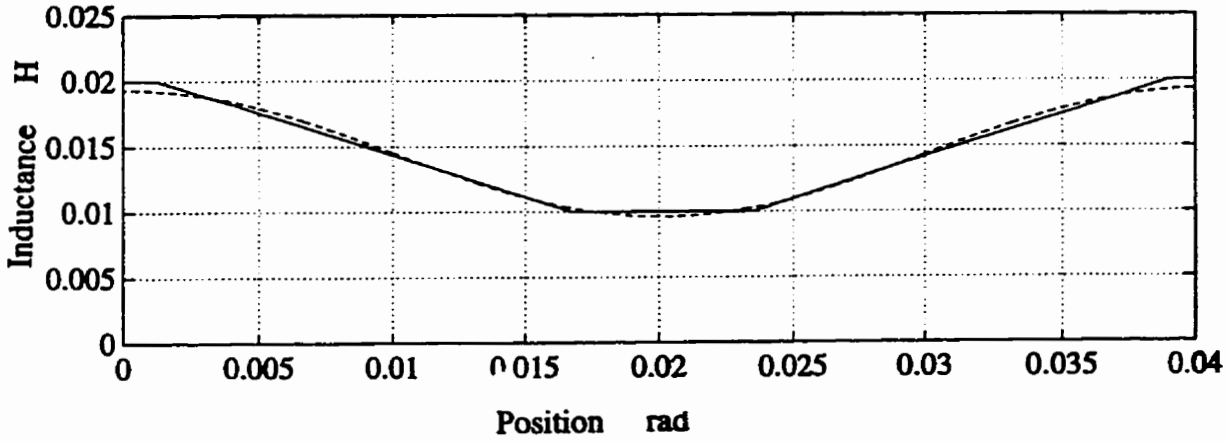


Figure 4.3 : Inductance par phase du moteur

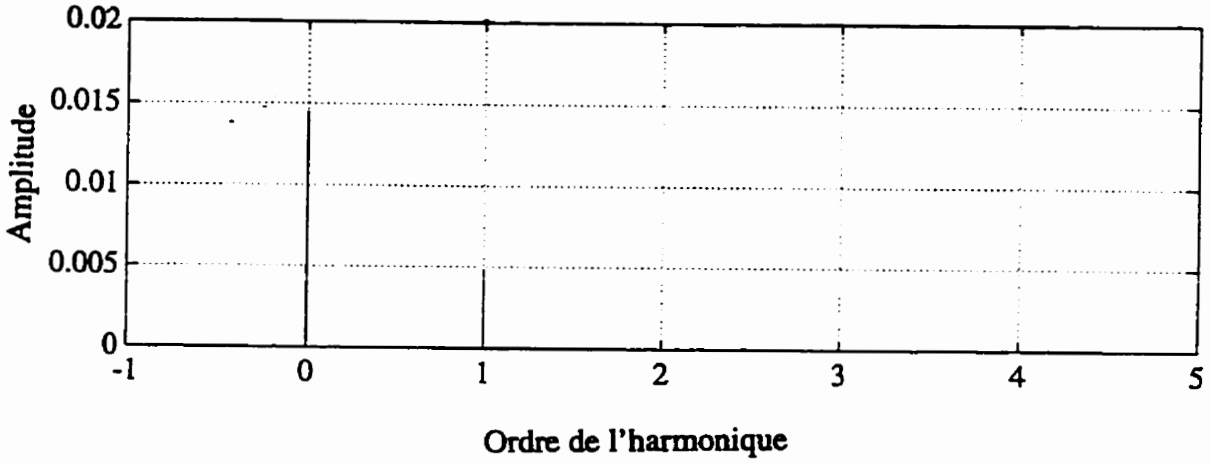


Figure 4.4 : Analyse harmonique de l'inductance

En utilisant ces hypothèses nous pouvons écrire

$$L_j(\theta) = \psi_s \ [a + bS_j] \tag{4.15}$$

$$\psi_j(\theta, I_j) = L_j(\theta) I_j = \psi_s \ [a + bS_j] I_j \tag{4.16}$$

et

$$\frac{\delta\psi_j}{\delta I_j} = \alpha + \alpha\beta \ S_j \qquad \frac{\delta\psi_j}{\delta\theta} = \frac{\delta L_j}{\delta\theta} I_j = \alpha\beta N_R C_j I_j$$

avec $\alpha = \psi_s a \quad , \quad \beta = \frac{b}{a}$

$$C_j = \cos\left(N_R\ \theta - (j-1)\frac{2\pi}{3}\right) \qquad S_j = \sin\left(N_R\ \theta - (j-1)\frac{2\pi}{3}\right) \qquad j=1,\ 2,\ 3$$

$$T_j = \frac{1}{2} I_j^2 \frac{\delta L_j}{\delta\theta} = \frac{1}{2}\alpha\beta N_R\ C_j\ I_j^2 \tag{4.17}$$

$$T = \frac{1}{2}\alpha\beta N_R\ (C_1 I_1^2 + C_2\ I_2^2\ + C_3 I_3^2) \tag{4.18}$$

En utilisant la troisième hypothèse on obtient

$$\left(\frac{\delta\psi_j}{\delta I_j}\right)^{-1} = \frac{1}{\alpha}(1 - \beta S_j + \beta^2 S_j^2 - \beta^3 S_j^3 + \beta^4 S_j^4 - \beta^5 S_j^5 + \beta^6 S_j^6) \tag{4.19}$$

Si nous supposons que l'ensemble moteur charge est dans une configuration de pendule, comme le montre la figure 3.1, alors le couple de charge sera défini par

$$T_L = M g_r l \sin(\theta) \tag{4.20}$$

Le modèle paramétrisé est par conséquent défini par les relations suivantes:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \tag{4.21}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = [p_\omega]^T [f_\omega] \tag{4.22}$$

$$\frac{dI_K}{dt} = [p_f]^T [f_K] + [p_g]^T [g_K]\, u_K \tag{4.23}$$

$$\frac{dI_{K-1}}{dt} = [p_f]^T [f_{K-1}] + [p_f]^T [g_{K-1}]\, u_{K-1} \tag{4.24}$$

$$\frac{dI_{K+1}}{dt} = [p_f]^T [f_{K+1}] + [p_f]^T [g_{K+1}]\, u_{K+1} \tag{4.25}$$

Posons

$$f(x) = \begin{bmatrix} \omega \\ [p_\omega]^T [f_\omega] \\ [p_f]^T [f_K] \\ [p_f]^T [f_{K-1}] \\ [p_f]^T [f_{K+1}] \end{bmatrix} \tag{4.26}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ [p_g]^T [g_K] & 0 & 0 \\ 0 & [p_g]^T [g_{K-1}] & 0 \\ 0 & 0 & [p_g]^T [g_{K+1}] \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

où $[p_\omega]$, $[p_f]$ *et* $[p_g]$ sont des vecteurs de paramètres du modèle

$$p_f = \begin{bmatrix} p_{f1} \\ \dots \\ p_{f14} \end{bmatrix} \qquad p_g = \begin{bmatrix} p_{g1} \\ \dots \\ p_{g7} \end{bmatrix} \qquad [p_\omega] = \begin{bmatrix} p_{\omega 1} \\ p_{\omega 2} \end{bmatrix}$$

et $[f_\omega]$, $[f_j]$ *et* $[g_j]$ sont des fonctions mesurables définies par

$$f_j(x) = \begin{bmatrix} f_{1j}(x) \\ \dots \\ f_{14j}(x) \end{bmatrix} \qquad g_j(x) = \begin{bmatrix} g_{1j}(x) \\ \dots \\ g_{7j}(x) \end{bmatrix} \qquad f_\omega(x) = \begin{bmatrix} f_{\omega 1}(x) \\ f_{\omega 2}(x) \end{bmatrix}$$

avec

$$p_{f1} = \frac{r}{\alpha}, \quad p_{f2} = \frac{\beta r}{\alpha}, \quad p_{f3} = \frac{\beta^2 r}{\alpha}, \quad p_{f4} = \frac{\beta^3 r}{\alpha}, \quad p_{f5} = \frac{\beta^4 r}{\alpha}, \quad p_{f6} = \frac{\beta^5 r}{\alpha},$$

$$p_{f7} = \frac{\beta^6 r}{\alpha}, \quad p_{f8} = \beta, \quad p_{f9} = \beta^2, \quad p_{f10} = \beta^3, \quad p_{f11} = \beta^4, \quad p_{f12} = \beta^5$$

$$p_{f13} = \beta^6, \quad p_{f14} = \beta^7, \quad p_{g1} = \frac{1}{\alpha}, \quad p_{g2} = \frac{\beta}{\alpha}, \quad p_{g3} = \frac{\beta^2}{\alpha}, \quad p_{g4} = \frac{\beta^3}{\alpha},$$

$$p_{g5} = \frac{\beta^4}{\alpha} \quad , \quad p_{g6} = \frac{\beta^5}{\alpha} \quad , \quad p_{g7} = \frac{\beta^6}{\alpha} \quad , \quad p_{\omega 1} = \frac{\alpha\beta}{J} \quad , \quad p_{\omega 2} = \frac{M}{J} \quad ,$$

$$f_{1j} = -I_j \quad , \quad f_{2j} = S_j I_j \quad , \quad f_{3j} = -S_j^2 \; I_j \quad , \quad f_{4j} = S_j^3 I_j \quad , \quad f_{5j} = -S_j^4 \; I_j$$

$$f_{6j} = S_j^5 I_j \quad , \quad f_{7j} = -S_j^6 I_j \quad , \quad f_{8j} = -N_R C_j \; I_j \; \omega \quad , \quad f_{9j} = N_R C_j \; S_j \; I_j \; \omega$$

$$f_{10j} = -N_R C_j \; S_j^2 \; I_j \; \omega \quad , \quad f_{11j} = N_R C_j \; S_j^3 \; I_j \; \omega \quad , \quad f_{12j} = -N_R C_j \; S_j^4 \; I_j \; \omega,$$

$$f_{13j} = N_R C_j \; S_j^5 \; I_j \; \omega \quad , \quad f_{14j} = -N_R C_j \; S_j^6 \; I_j \; \omega,$$

$$g_{1j} = 1 \quad , \quad g_{2j} = -S_j \quad , \quad g_{3j} = S_j^2 \quad , \quad g_{4j} = -S_j^3 \quad , \quad g_{5j} = S_j^4,$$

$$g_{6j} = -S_j^5 \quad , \quad g_{7j} = S_j^6 \quad , \quad f_{\omega 1} = \frac{1}{2} N_R \left(\Sigma_{j=1}^{3} (C_j \; I_j^2) \right) \quad \text{et} \quad f_{\omega 2} = -gl\sin\theta$$

4.3 Linéarisation au sens entrées-état : commande de position

Avec le choix de la position et des courants non sélectionnés comme sorties du système il est possible de réaliser une linéarisation au sens entrées-état du moteur. Dans (Illic-Spong et aliés , 1987) on fait un tel choix de sorties pour développer la linéarisation au sens entrées-état du moteur. De plus, on présente un modèle non linéaire du moteur qui tient compte du phénomène da saturation. On propose aussi une logique de commutation pour l'autopilotage du moteur. La technique de linéarisation est appliquée au modèle du cinquième ordre du système. Une telle stratégie suppose que les courants, position, vitesse et accélération du moteur sont mesurables. De plus, en considérant une telle hypothèse on montre qu'avec des forts gains, la commande devient robuste face à un certain niveau d'incertitude paramétrique du système (masse de la

charge, résistance par phase, inductance, moment d'inertie).

À notre avis l'hypothèse de mesurer l'accélération n'est pas fondée. De plus, les incertitudes paramétriques du système sont souvent élevées.

Afin de rendre la commande proposée par Illic-Spong (1987) réalisable, nous proposons d'adapter les paramètres du système. Avec une telle approche, on réalise une commande robuste façe aux incertitudes paramétriques du modèle sans nécessiter la mesure de l'accélération du moteur.

Dans ce chapitre nous proposons de simuler la commande linéarisante non adaptative avec les mêmes conditions utilisées dans (Illic-Spong, 1987).

4.3.1 Objectifs de la commande

Afin de simplifier la commande du système, on définit les objectifs suivants

- l'entrée u_K est la seule entrée responsable de la production du couple (commande de position)

- les courants I_{K-1} et I_{K+1} doivent être annulés rapidement pour découpler les phases non sélectionnées de la production de couple

4.3.2 Commande de position sans adaptation des paramètres

Considérons le modèle d'état du moteur de la forme

$$\dot{x} = f(x) + \Sigma_{j=1}^{3} g_j(x)\, u_j \tag{4.28}$$

$$y=h(x)$$

avec

$$x = [\theta \quad \omega \quad I_K \quad I_{K-1} \quad I_{K+1}]^T \quad , u = [u_K \quad u_{K-1} \quad u_{K+1}]^T , \quad y=[\theta \; I_{K-1} \; I_{K+1}]^T \quad \text{et}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} \omega \\ \frac{1}{J}\left(\Sigma_{j=1}^{3} T_j - T_L(\theta) - B\omega\right) \\ -\left(\frac{\delta\psi_K}{\delta I_K}\right)^{-1}\left(RI_K + \frac{\delta\psi_K}{\delta\theta}\omega\right) \\ -\left(\frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\right)^{-1}\left(RI_{K-1} + \frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta\theta}\omega\right) \\ -\left(\frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\right)^{-1}\left(RI_{K+1} + \frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta\theta}\omega\right) \end{bmatrix} \quad , \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{\delta\psi_K}{\delta I_K}\right)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\right)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\right)^{-1} \end{bmatrix}$$

où $\quad g(x)=[g_K \quad g_{K-1} \quad g_{K+1}]$

Considérons la sortie $y_1=h_1(x) = \theta$. En dérivant une première fois on obtient

$$y_1^{(1)} = L_f h_1(x) + \Sigma_{j=1}^{3} (L_{g_j} h_1(x))\, u_j \quad = \nabla h_1 \; f(x) + \nabla h_1 \Sigma_{j=1}^{3} g_j(x)\, u_j \quad (4.29)$$

Nous pouvons vérifier que

$$\nabla h_1 = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (4.30)$$

$$L_f \; h_1(x) = \omega \quad \text{et} \quad \Sigma_{j=1}^{3} (L_{g_j} h_1(x))\, u_j = 0$$

D'où

$$y_1^{(1)} = \omega \quad (4.31)$$

En dérivant une deuxième fois, on obtient

$$y_1^{(2)} = L_f^2\ h_1(x) + \Sigma_{j=1}^3 (L_{g_j} L_f h_1(x))\, u_j = \nabla y_1^{(1)}\ f(x) + \nabla y_1^{(1)} \Sigma_{j=1}^3 g_j(x)\, u_j \quad (4.32)$$

Puisque

$$\nabla y_1^{(1)} = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (4.33)$$

$$L_f^2\ h_1(x) = \frac{1}{J}(\Sigma_{j=1}^3 T_j - T_L(\theta) - B\omega) \qquad \Sigma_{j=1}^3 (L_{g_j} L_f h_1(x))\, u_j = 0$$

on obtient

$$y_1^{(2)} = \frac{1}{J}(\Sigma_{j=1}^3 T_j - T_L(\theta) - B\omega) \quad (4.34)$$

En dérivant une troisième fois, nous obtenons

$$y_1^{(3)} = L_f^3\ h_1(x) + \Sigma_{j=1}^3 L_{g_j} L_f^2 h_1(x)\, u_j = \nabla y_1^{(2)}\ f(x) + \nabla y_1^{(2)} \Sigma_{j=1}^3 g_j(x)\, u \quad (4.35)$$

Puisque

$$\nabla y_1^{(2)} = \left[\frac{1}{J}\left(\Sigma_{j=1}^3 \frac{\delta T_j}{\delta\theta} - \frac{\delta T_L}{\delta\theta}\right) \quad -\frac{1}{J}\frac{\delta T_L}{\delta\omega} \quad \frac{1}{J}\frac{\delta T_K}{\delta I_K} \quad \frac{1}{J}\frac{\delta T_{K-1}}{\delta I_{K-1}} \quad \frac{1}{J}\frac{\delta T_{K+1}}{\delta I_{K+1}} \right] (4.36)$$

on obtient

$$L_f^3\ h_1(x) = \frac{1}{J}\Sigma_{j=1}^3 \left(\frac{\delta T_j}{\delta\theta}\omega - \frac{\delta T_j}{\delta I_j}\left(\frac{\delta\psi_j}{\delta I_j}\right)^{-1}\left(RI_K + \frac{\delta\psi_K}{\delta\theta}\omega\right)\right) - \frac{1}{J}\frac{\delta T_L}{\delta\theta}\omega \quad (4.37)$$

et

$$\Sigma_{j=1}^3 L_{g_j} L_f^2 h_1(x)\, u_j = \Sigma_{j=1}^3 \frac{\delta T_j}{\delta I_j}\left(\frac{\delta\psi_j}{\delta I_j}\right)^{-1} u_j \quad (4.38)$$

d'où

$$y_1^{(3)} = \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{3}\left(\frac{\delta T_j}{\delta\theta}\omega - \frac{\delta T_j}{\delta I_j}\left(\frac{\delta\psi_j}{\delta I_j}\right)^{-1}\left(RI_j + \frac{\delta\psi_j}{\delta\theta}\omega\right)\right) - \frac{1}{J}\frac{\delta T_L}{\delta\theta}\omega + \sum_{j=1}^{3}\frac{\delta T_j}{\delta I_j}\left(\frac{\delta\psi_j}{\delta I_j}\right)^{-1} u_j \quad (4.39)$$

C'est après trois dérivations successives de la sortie y_1 qu'on retrouve l'entrée. L'indice caractéristique correspondant à y_1 est donc $r_1 = 3$.

Considérons maintenant la deuxième sortie $y_2 = h_2(x) = I_{K-1}$. En dérivant une première fois par rapport au temps, on obtient

$$y_2^{(1)} = L_f h_2(x) + \sum_{j=1}^{3}(L_{g_j} h_2(x))\, u_j = \nabla h_2\, f(x) + \nabla h_2 \sum_{j=1}^{3} g_j(x)\, u_j \quad (4.40)$$

Nous pouvons vérifier que

$$\nabla h2 = [\,0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0\,] \quad (4.41)$$

$$L_f\, h_2(x) = -\left(\frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\right)^{-1}\left(RI_{K-1} + \frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta\theta}\omega\right) \quad (4.42)$$

$$\sum_{j=1}^{3}(L_{g_j} h_2(x))\, u_j = \left(\frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\right)^{-1} u_{K-1} \quad (4.43)$$

D'où

$$y_2^{(1)} = -\left(\frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\right)^{-1}\left(RI_{K-1} + \frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta\theta}\omega\right) + \left(\frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\right)^{-1} u_{K-1} \quad (4.44)$$

et l'indice caractéristique correspondant à y_2 est $r_2 = 1$

Considérons finalement la troisième sortie $y_3 = h_3(x) = I_{K+1}$

En dérivant une première fois, on obtient

$$y_3^{(1)} = L_f h_3(x) + \sum_{j=1}^{3} (L_{g_j} h_3(x))\, u_j \quad = \nabla h_3 \; f(x) + \nabla h_3 \sum_{j=1}^{3} g_j(x)\, u_j \qquad (4.45)$$

Nous pouvons vérifier que

$$\nabla h3 = [\,0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1\,] \qquad (4.46)$$

$$L_f \; h_3(x) = -\left(\frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\right)^{-1}\left(RI_{K+1} + \frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta\theta}\omega\right) \qquad (4.47)$$

$$\sum_{j=1}^{3} (L_{g_j} h_3(x))\, u_j = \left(\frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\right)^{-1} u_{K+1} \qquad (4.48)$$

D'où

$$y_3^{(1)} = -\left(\frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\right)^{-1}\left(RI_{K+1} + \frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta\theta}\omega\right) + \left(\frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\right)^{-1} u_{K+1} \qquad (4.49)$$

et l'indice caractéristique correspondant à y_3 est $r_3 = 1$

L'indice caractéristique total est donc $r = r_1 + r_2 + r_3 = 5$. Puisque r est égale à l'ordre du système alors la linéarisation est complète (au sens entrées-état).

Soit

$$z = [\theta \quad \omega \quad \alpha \quad I_{K-1} \quad I_{K+1}]^T \qquad (4.50)$$

le nouvel état du système

avec

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \qquad (4.51)$$

et

$$v = \left[\dot{\alpha} \quad \dot{I}_{K-1} \quad \dot{I}_{K+1}\right]^T = [v_K \quad v_{K-1} \quad v_{K+1}]^T. \qquad (4.52)$$

le nouveau vecteur d'entrées calculé en utilisant les techniques de la commande linéaire.

$$v_{K+1} = cI_{K+1}$$

$$v_{K-1} = cI_{K-1}$$

$$v_K = \dot{\alpha}_d + c_0 \times \int (\theta - \theta_d) + c_1 (\theta - \theta_d) + c_2 (\omega - \omega_d) + c_3 (\alpha - \alpha_d) \qquad (4.53)$$

Si l'on pose

$$A(x) = \begin{bmatrix} \frac{\delta T_K}{\delta I_K}\left(\frac{\delta \psi_K}{\delta I_K}\right)^{-1} & \frac{\delta T_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\left(\frac{\delta \psi_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\right)^{-1} & \frac{\delta T_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\left(\frac{\delta \psi_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\right)^{-1} \\ 0 & \left(\frac{\delta \psi_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\right)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\delta \psi_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\right)^{-1} \end{bmatrix} \qquad (4.54)$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{3}\left(\frac{\delta T_j}{\delta \theta}\omega - \frac{\delta T_j}{\delta I_j}\left(\frac{\delta \psi_j}{\delta I_j}\right)^{-1}\left(RI_j + \frac{\delta \psi_j}{\delta \theta}\omega\right)\right) - \frac{1}{J}\frac{\delta T_L}{\delta \theta}\omega \\ -\left(\frac{\delta \psi_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\right)^{-1}\left(RI_{K-1} + \frac{\delta \psi_{K-1}}{\delta \theta}\omega\right) \\ -\left(\frac{\delta \psi_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\right)^{-1}\left(RI_{K+1} + \frac{\delta \psi_{K+1}}{\delta \theta}\omega\right) \end{bmatrix} \qquad (4.55)$$

$$v = B(x) + A(x)\,u \qquad (4.56)$$

Si l'on applique la loi de commande

$$u = A^{-1}(x)\,[v - B(x)] \qquad (4.57)$$

on obtient la forme normale définie par

$$\dot{z} = az + bv \tag{4.58}$$

avec

$$a = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Remarque : Au début de chaque intervalle d'alimentation de la phase d'indice K, le courant I_K est nul. À cette instant la matrice $A(x)$ devient singulière et la tension de commande u_K tend à une valeur élevée. Deux solutions nous permettent de remédier à ce problème. La première consiste à limiter la tension de commande u_K afin de réduire l'ondulation de couple à l'instant de commutation. La deuxième consiste à alimenter deux phases adjacentes afin de maintenir $I_K > 0$. Dans cette section, la première solution est utilisée tandis que la deuxième sera utilisée dans la commande du couple instantané.

4.3.3 Commande de position avec adaptation des paramètres

Dans la section 4.3.2 nous avons montré qu'avec le choix de la position du moteur et des courants I_{K-1} et I_{K+1} comme sorties, nous pouvons réaliser une linéarisation au sens entrées-état du système. Cependant, cette linéarisation nécessite la connaissance du modèle et la mesure de l'accélération du moteur. La linéarisation adaptative du système utilisant le principe de l'erreur augmentée permettra de compenser les non-linéarités du moteur sans nécessiter la mesure de son accélération ni la conaissance a priori de ses paramètres .

L'approche utilisée s'applique au modèle linéairement paramétrisé du moteur. D'autres

approches s'appliquent au modèle dans lequel les paramètres apparaissent d'une façon non linéaire. De telles approches on été developpées par Akhrif (1989) et Taylor (1988).

4.3.3.1 Linéarisation du modèle paramétrisé

Considérons la première sortie $y_l = h_l(x) = \theta$. Nous pouvons vérifier que

$$L_f\ h_1(x) = \omega \qquad \sum_{j=1}^{3} (L_{g_j} h_1(x))\, u_j = 0$$

$$L_f^2\ h_1(x) = [p_\omega]^T [f_\omega] \qquad \sum_{j=1}^{3} (L_{g_j} L_f h_1(x))\, u_j = 0$$

d'où

$$y_1^{(1)} = \omega \tag{4.59}$$

$$y_l^{(2)} = [p_\omega]^T [f_\omega] \tag{4.60}$$

En dérivant une troisième fois nous obtenons

$$y_1^{(3)} = L_f^3\ h_1(x) + \sum_{j=1}^{3} L_{g_j} L_f^2 h_1(x)\, u_j = \nabla y_1^{(2)}\ f(x) + \nabla y_1^{(2)} \sum_{j=1}^{3} g_j(x)\, u \tag{4.61}$$

Puisque

$$\nabla y_1^{(2)} = [p_\omega]^T_{(1\times 2)} \begin{bmatrix} \frac{\delta f_\omega}{\delta\theta} & \frac{\delta f_\omega}{\delta\omega} & \frac{\delta f_\omega}{\delta I_K} & \frac{\delta f_\omega}{\delta I_{K-1}} & \frac{\delta f_\omega}{\delta I_{K+1}} \end{bmatrix}_{(2\times 5)} \tag{4.62}$$

$$\frac{\delta f_\omega}{\delta\theta} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{3} -\frac{N_R}{2} S_j\ I_j^2 \\ -gl\cos\theta \end{bmatrix} \quad \frac{\delta f_\omega}{\delta\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \frac{\delta f_\omega}{\delta I_j} = \begin{bmatrix} N_R\ C_j I_j \\ 0 \end{bmatrix} \qquad j = 1, 2, 3$$

et

$$\sum_{j=1}^{3} L_{g_j} L_f^2 h_1(x)\, u_j = p_\omega [p_g]^T_{(7\times 1)} \quad \left[\sum_{j=1}^{3} g_j N_R \;\; C_j \;\; I_j \;\; u_j\right]_{(7\times 3)} \qquad (4.63)$$

Posons

$$p_{p1} = \begin{bmatrix} p_{\omega 1} \\ p_{\omega 2} \\ p_{\omega 1}[p_f] \end{bmatrix}_{(16\times 1)} \qquad p_{p2} = p_{\omega 1}[p_g]$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{3} -\frac{N_R}{2} S_j \;\; I_j^2 \;\; \omega \\ -gl\cos(\theta)\,\omega \\ \sum_{j=1}^{3} -\frac{N_R^2}{2} \;\; f_j C_j \;\; I_j^2 \end{bmatrix} \quad , \quad W_2 = \begin{bmatrix} g_K \;\; N_R \;\; C_K I_K u_K \\ g_{K-1} \;\; N_R \;\; C_{K-1} I_{K-1} u_{K-1} \\ g_{K+1} \;\; N_R \;\; C_{K+1} I_{K+1} u_{K+1} \end{bmatrix}$$

On obtient finalement

$$L_f^3 \; h_1(x) = [p_{p1}]^T W_1 \quad \text{et} \quad \sum_{j=1}^{3} (L_{g_j} L_f^2 h_1(x))\, u_j = [p_{p2}]^T W_2$$

d'où $$y_1^{(3)} = [p_{p1}]\, W_1 + [p_{p2}]\, W_2$$

Considérons maintenant la deuxième sortie $y_2 = h_2(x) = I_{K-1}$. Nous pouvons vérifier que

$$L_f \; h_2(x) = [p_f]^T [f_{K-1}] \quad \text{et} \quad \sum_{j=1}^{3} (L_{g_j} h_2(x))\, u_j = [p_g]^T [g_{K-1}]\, u_{K-1}$$

D'où

$$y_2^{(1)} = [p_f]^T [f_{K-1}] + [p_g]^T [g_{K-1}]\, u_{K-1} \qquad (4.64)$$

Considérons finalement la troisième sortie $y_3 = h_3(x) = I_{K+1}$. Nous pouvons vérifier que

$$L_f\ h_3(x) = [p_f]^T[f_{K+1}] \quad \text{et} \quad \sum_{j=1}^{3}(L_{g_j}h_3(x))\,u_j = [p_g]^T[g_{K+1}]\,u_{K+1}$$

D'où

$$y_3^{(1)} = [p_f]^T[f_{K+1}] + [p_g]^T[g_{K+1}]\,u_{K+1} \tag{4.65}$$

Le nouvel état du système devient

$$z = \begin{bmatrix} y_1 & y_1^{(1)} & y_1^{(2)} & y_2 & y_3 \end{bmatrix}^T = [\ \theta \quad \omega \quad \alpha \quad I_{K-1} \quad I_{K+1}\ ]^T \tag{4.66}$$

où

$$\alpha = [p_\omega]^T[f_\omega] \tag{4.67}$$

l'accélération du moteur.

Posons

$$v = [v_K \quad v_{K-1} \quad v_{K+1}\ ]^T = \begin{bmatrix} y_1^{(3)} & y_2^{(1)} & y_3^{(1)} \end{bmatrix}^T \tag{4.68}$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} L_f^3\ h_1(x) \\ L_f\ h_2(x) \\ L_f\ h_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [pp_1]^T W_1 \\ [p_f]^T[f_{K-1}] \\ [p_f]^T[f_{K+1}] \end{bmatrix} \tag{4.69}$$

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1}L_f^2h_1(x) & L_{g_2}L_f^2h_1(x) & L_{g_3}L_f^2h_1(x) \\ L_{g_1}h_2(x) & L_{g_2}h_2(x) & L_{g_3}h_2(x) \\ L_{g_1}h_3(x) & L_{g_2}h_3(x) & L_{g_3}h_3(x) \end{bmatrix} \tag{4.70}$$

La loi de commande non linéaire devient

$$u = \Gamma(x) + \beta(x)\, v \tag{4.71}$$

avec

$$\Gamma = -A^{-1}(x)\, B(x) \qquad et \qquad \beta(x) = A^{-1}(x)$$

Le nouveau vecteur d'entrées v est calculé à partir de l'équation de l'erreur désirée.

4.3.3.2 Loi de commande et loi d'adaptation utilisant l'erreur augmentée

Puisque les paramètres sont inconnus, la loi de commande u doit être exprimée en fonction des paramètres estimés. On obtient alors

$$u = \hat{\Gamma}(x) + \hat{\beta}(x)\, \hat{v} \tag{4.72}$$

avec

$$\hat{\Gamma} = -\hat{A}^{-1}(x)\, \hat{B}(x) \qquad et \qquad \hat{\beta}(x) = \hat{A}^{-1}(x) \tag{4.73}$$

L'équation de l'erreur est définie par

$$\hat{e}_p^{(3)} + \alpha_1 \hat{e}_p^{(2)} + \alpha_2 e_p^{(1)} + \alpha_3 e_p = 0 \tag{4.74}$$

où $e_p = \theta - \theta_d$, $e_p^{(1)} = \omega - \omega_d$, $\hat{e}_p^{(2)} = \hat{\alpha} - \alpha_d$, $\hat{e}_p^{(3)} = \hat{\alpha}^{(1)} - \alpha_d^{(1)}$, α_1, α_2 et α_3 sont des paramètres correspondant aux pôles désirés et $\hat{\alpha}$ l'accélération éstimée.

$$\hat{\alpha} = \left[\hat{p}_\omega\right]^T [f_\omega] \tag{4.75}$$

On peut écrire

$$\hat{v}_K = \alpha_d^{(1)} + \alpha_1 \hat{e}_p^{(2)} + \alpha_2 e_p^{(1)} + \alpha_3 e_p \tag{4.76}$$

Posons

$$\phi_1 = p_{p1} - \hat{p}_{p1} \ , \ \phi_2 = p_{p2} - \hat{p}_{p2} \ , \qquad \phi = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \ , \ [p_p] = \begin{bmatrix} p_{p1} \\ p_{p2} \end{bmatrix} \ , \ W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix}$$

on obtient

$$\alpha^{(1)} = [p_{p1}]^T W_1 + [p_{p2}]^T W_2 \qquad \text{et} \qquad \hat{v}_K = \left[\hat{p}_{p1}\right]^T W_1 + \left[\hat{p}_{p2}\right]^T W_2$$

$$\alpha^{(1)} = [p_{p1}]^T W_1 + [p_{p2}]^T W_2 - \hat{v}_K + \hat{v}_K = \phi_1 W_1 + \phi_2 W_2 + \hat{v}_K \tag{4.77}$$

$$\alpha^{(1)} = \phi W + \hat{v}_K \tag{4.78}$$

D'où la forme classique suivante

$$\hat{e}_p^{(3)} + \alpha_1 \hat{e}_p^{(2)} + \alpha_2 e_p^{(1)} + \alpha_3 e_p = \phi^T W \tag{4.79}$$

Soit un filtre d'ordre trois défini par

$$M(s) = \frac{1}{s^3 + \alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3} \tag{4.80}$$

L'erreur de position peut donc être définie par

$$e_p = M(s)\,\phi^T W \tag{4.81}$$

Il est souvent difficile de mesurer l'accélération du moteur. Pour cela nous proposons d'utiliser, à la place de e_p, une erreur augmentée e_{pl} définie par

$$e_{p1} = e_p + \left[\left[\hat{p}_p\right]^T M(s)\,W - M(s)\left[\hat{p}_p\right]^T W\right] \tag{4.82}$$

Comme montré dans 3.2.2.2 on peut écrire

$$e_{p1} = \phi^T \zeta \tag{4.83}$$

avec

$$\zeta = M(s)\,W \tag{4.84}$$

Le vecteur ζ est obtenu par une simple intégration des équations d'état du filtre M(s) ayant comme entrée le vecteur W. L'équation 4.82 est une forme standard de la commande adaptative. En appliquant l'algorithme du gradient on obtient la loi d'adaptation suivante.

$$\dot{\phi} = \frac{-p_0 e_{p1}\zeta}{1+\zeta^T\zeta} \tag{4.85}$$

$$\dot{\hat{p}}_p = \frac{p_0 e_{p1}\zeta}{1+\zeta^T\zeta} \tag{4.86}$$

Afin de simplifier la commande de position, les phases non sélectionnées doivent être découplées de la production du couple. Pour cela les courants I_{K-1} et I_{K+1} doivent être annulés le plus rapidement possible.

Les équations d'erreurs dynamiques sont définies par

$$e_{K-1}^{(1)} + \alpha\ e_{K-1} = 0 \qquad\qquad e_{K+1}^{(1)} + \alpha\ e_{K+1} = 0$$

où $$e_{K-1} = (I_{K-1} - I_{dK-1}) \qquad\qquad e_{K+1} = (I_{K+1} - I_{dK+1})$$

Les nouvelles entrées correspondantes sont définies par

$$\hat{v}_{K-1} = I_{dK-1}^{(1)} - \alpha e_{K-1} \qquad\qquad \hat{v}_{K+1} = I_{dK+1}^{(1)} - \alpha e_{K+1}$$

Posons

$$\phi_{C1_i} = p_{f1_i} - \hat{p}_{f1_i}\ ,\quad \phi_{c2_i} = p_{f2_i} - \hat{p}_{f2_i}\ ,\qquad \phi_{c_i} = \begin{bmatrix} \phi_{c1_i} \\ \phi_{c2_i} \end{bmatrix}$$

$$\left[p_{c_i}\right] = \begin{bmatrix} p_{c1_i} \\ p_{c2_i} \end{bmatrix}\ ,\quad W_{c_i} = \begin{bmatrix} f_i \\ g_i u_i \end{bmatrix} \qquad \text{avec} \quad i = K\text{-}1\ ,\ K\text{+}1$$

On peut écrire

$$I_i^{(1)} = v_i = \left[p_{f_i}\right]^T f_i + \left[p_{g_i}\right]^T g_i u_i - \hat{v}_i + \hat{v}_i \tag{4.87}$$

d'où

$$e_i^{(1)} + \alpha e_i = \phi_{c_i}^T W_{c_i} \tag{4.88}$$

et la loi d'adaptation devient

$$\left[\dot{\hat{p}}_{c_i}\right] = \frac{p_0 e_i W_{c_i}}{1 + W_{c_i}^T W_{c_i}} \tag{4.89}$$

Les lois de commande linéarisantes à appliquer au système sont définies par

$$u_{K-1} = \frac{1}{\left[\hat{p}_g\right]^T \left[g_{K-1}\right]} \left[\hat{v}_{K-1} - \left[\hat{p}_f\right]^T f_{K-1}\right] \tag{4.90}$$

$$u_{K+1} = \frac{1}{\left[\hat{p}_g\right]^T \left[g_{K+1}\right]} \left[\hat{v}_{K+1} - \left[\hat{p}_f\right]^T f_{K+1}\right] \tag{4.91}$$

$$u_K = \frac{1}{\left[\hat{p}_{p2}\right]^T \left[g_K N_R C_K \;\; I_K\right]} \Big[\hat{v}_K - \left[\hat{p}_{p1}\right]^T W_1 - N_R \left[\hat{p}_{p2}\right]^T$$

$$\times \left(g_{K-1} C_{K-1} I_{K-1} u_{K-1} + g_{K+1} C_{K+1} I_{K+1} u_{K+1}\right) \Big] \tag{4.92}$$

Le schéma décrivant cette stratégie de commande est montré à la figure 4.5.

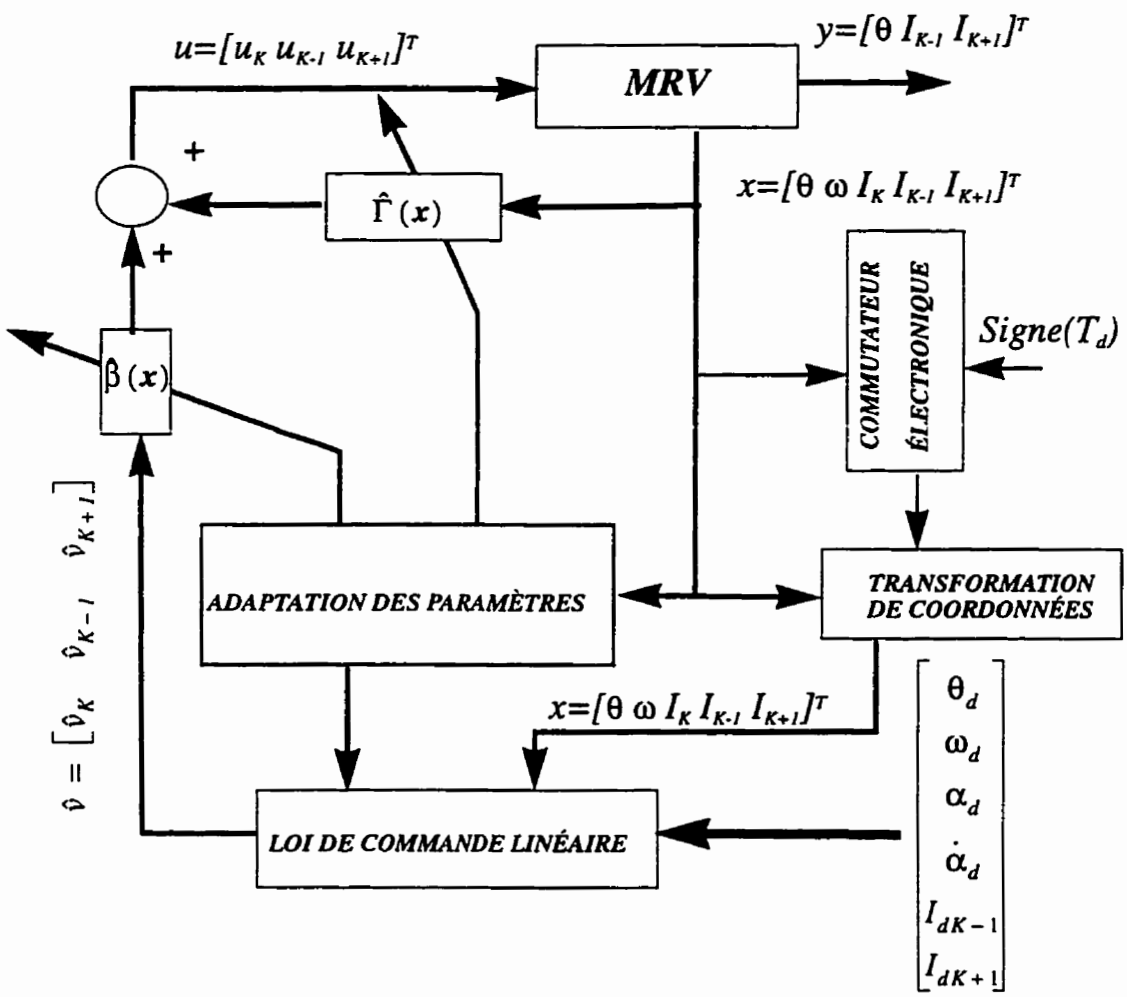


Figure 4.5 : Schéma de commande de position par la linéarisation au sens entrées-état

4.3.4 Analyse des résultats et étude comparative des deux stratégies de commande

4.3.4.1 Performances en boucle ouverte

Afin d'évaluer les performances et effectuer une étude comparative des deux stratégies de commande, nous avons considérer les mêmes paramètres utilisés par Illic-Spong (1987). Ces paramètres sont montrés au tableau 4.1.

Tableau 4.1 : Paramètres du moteur

N_R	R (Ω)	Ψs(wb)	a (1/A)	b (1/A)	J(kgm²)	M (kg)	l (m)	u_{max}
25	0.3	0.25	0.024	0.019	1	5	0.5	50

Pour déterminer les paramètres de commutation, nous avons simulé les caractéristiques couple-courant-position du moteur. La figure 4.1 montre ces caractéristiques obtenues à partir de l'équation 4.6. Les paramètres de la commutation sont les positions de commutation θ_o^+ et θ_o^- à utiliser dans l'équation 4.27 du commutateur. Ces paramètres sont choisis de façon à ce que la commutation d'une phase à l'autre se réalise au milieu de la zone de chevauchement. Ces paramètres sont: $\theta_o^+ = 0.0125$ et $\theta_o^- = 0.1125$.

La figure 4.1 montre bien la nature pulsatoire du couple par phase. Ces ondulations se retrouvent au niveau du couple total développé par la machine. La figure 4.7 montre le couple total produit par le moteur. Ce couple est obtenu lorsqu'on alimente successivement les phases du moteur selon la logique de commutation décrite dans 4.2.2. Comme le montre la figure 4.6 le moteur est alimenté avec un demi-pont asymétrique à modulation de largeur d'impulsion (MLI). Celui-ci permet d'imposer une tension moyenne u aux bornes de la phase sélectionnée.

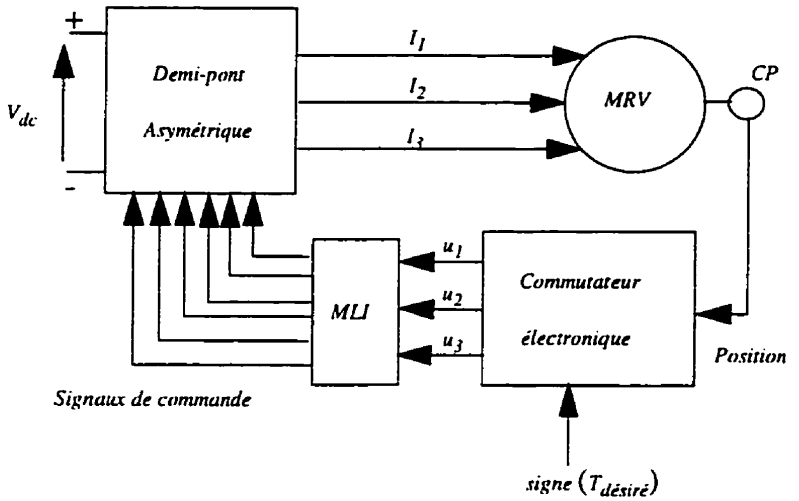


Figure 4.6 : Système d'alimentation et d'autopilotage du moteur à réluctance variable

L'ondulation élevée du couple en boucle ouverte se traduit par des faibles performances dynamiques du moteur.

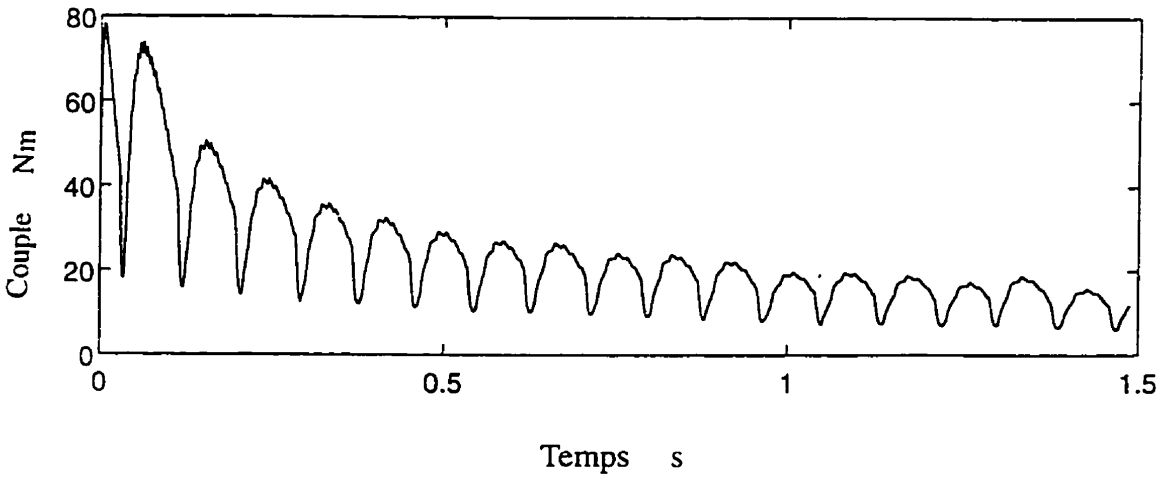


Figure 4.7 : Couple total développé en boucle ouverte

4.3.4.2 Performances de la commande linéarisante est non adaptative de position

Comme dans (Illic-Spong et al, 1987), on considère la configuration moteur-charge comme le montre la figure 3.1. Dans cette publication on ne tient pas compte du convertisseur de puissance et la tension calculée par la loi de commande est appliquée directement au moteur. La fréquence d'échantillonnage utilisée est f_s =2 kHz. Les figures 4.8 et 4.9 montrent respectivement la position désirée et la position réelle du moteur.

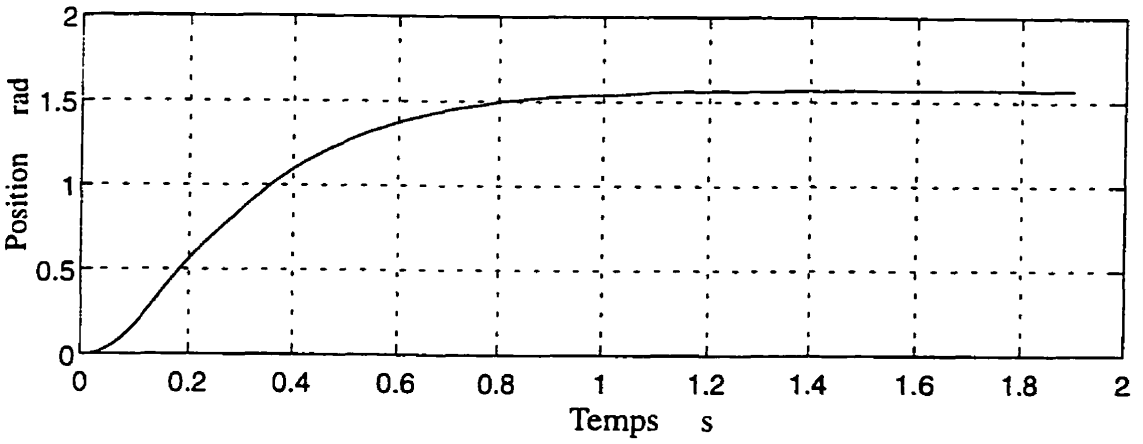


Figure 4.8 : Trajectoire de la position désirée

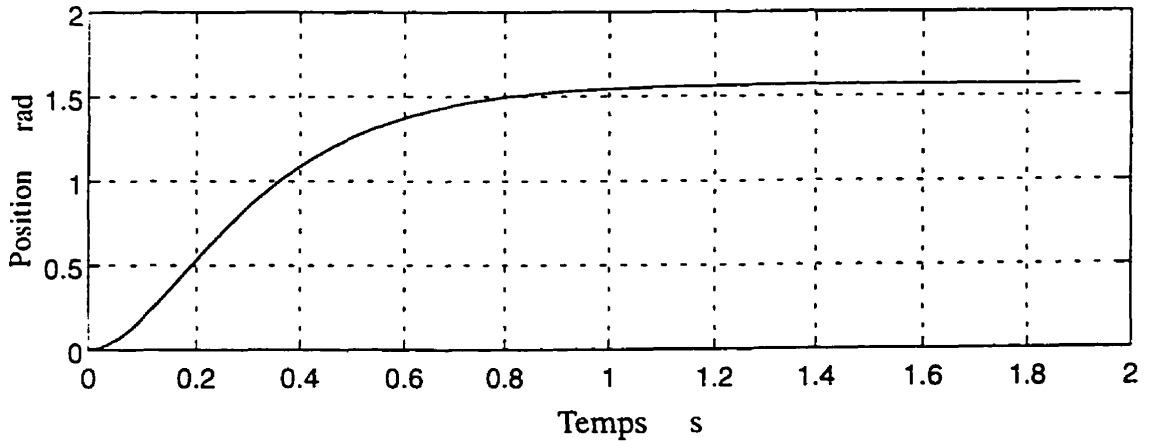


Figure 4.9 : Position du moteur

La figure 4.10 montre l'erreur de poursuite obtenue en choisissant les paramètres c_1, c_2, et c_3 du régulateur 4.52 pour que les trois pôles de l'équation dynamique de l'erreur soient à s = -30. Avec un tel choix on obtient une erreur maximale en régime permanent égale à 1.5 %. La figure 4.11 montre l'erreur quadratique $\sum(\theta-\theta_d)^2$ correspondante. Une telle erreur permet de mesurer les performances du système en boucle fermée.

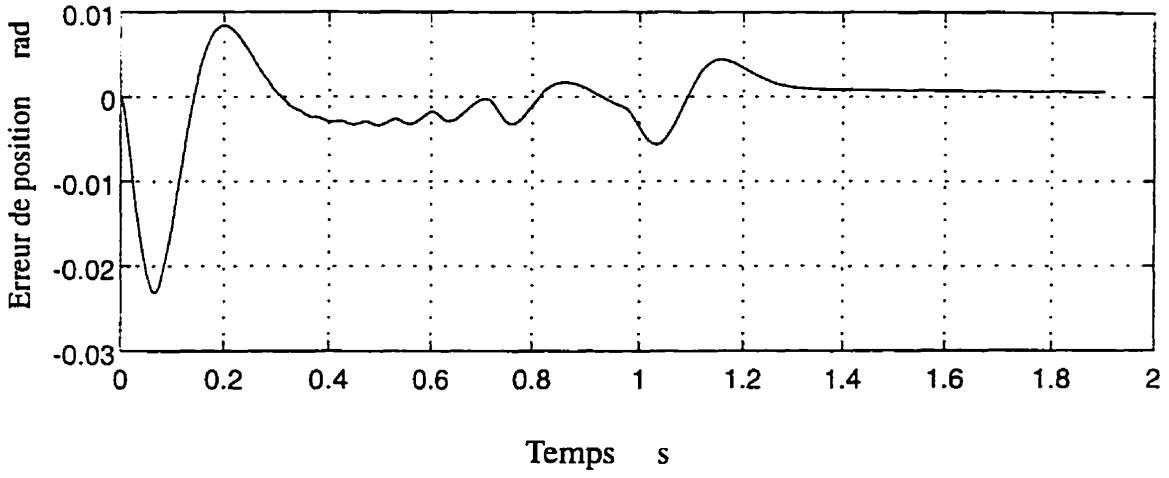


Figure 4.10 : Erreur de poursuite

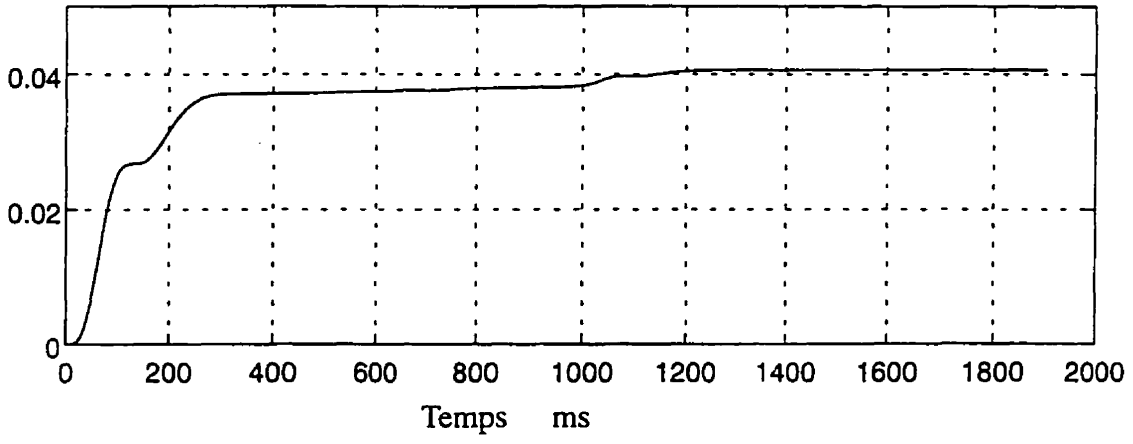


Figure 4.11 : Erreur quadratique (sans incertitudes)

La figure 4.12 montre le couple total produit par le moteur ainsi que le couple de charge. Cette figure montre que les ondulations de couple obtenues avec la commande linéarisante sont beaucoup moins élevée que celle observées en boucle ouverte.

La particularité d'un tel système de commande réside dans la logique de commutation utilisée. En effet, la structure de la commande est variable car le vecteur de sortie choisi dépend de la position du moteur.

$$y = [\theta \quad I_{K-1} \quad I_{K+1}]^T = \begin{cases} [\theta \quad I_3 \quad I_2]^T & si \quad K = 1 \\ [\theta \quad I_1 \quad I_3]^T & si \quad K = 2 \\ [\theta \quad I_2 \quad I_1]^T & si \quad K = 3 \end{cases}$$

Trois transformations de coordonnées sont donc possibles.

$$z = [\theta \quad \omega \quad \alpha \quad I_{K-1} \quad I_{K+1}]^T = \begin{cases} [\theta \quad \omega \quad \alpha \quad I_3 \quad I_2]^T & si \quad K = 1 \\ [\theta \quad \omega \quad \alpha \quad I_1 \quad I_3]^T & si \quad K = 2 \\ [\theta \quad \omega \quad \alpha \quad I_2 \quad I_1]^T & si \quad K = 3 \end{cases}$$

Il est important de remarquer qu'une transition d'une structure à une autre se produit à chaque commutation. On observe l'effet d'une telle transition sur le couple. En effet, comme le montre la figure 4.10, à chaque commutation, une ondulation considérable apparaît au niveau du couple. Une telle ondulation peut être réduite en modifiant la logique de commutation ainsi que les objectifs de la commande. Une solution consiste à alimenter deux phases adjacentes durant l'intervalle de commutation. Cela permet de réduire l'ondulation du couple. Une telle solution sera adoptée dans la stratégie de commande de couple à la section 4.4.

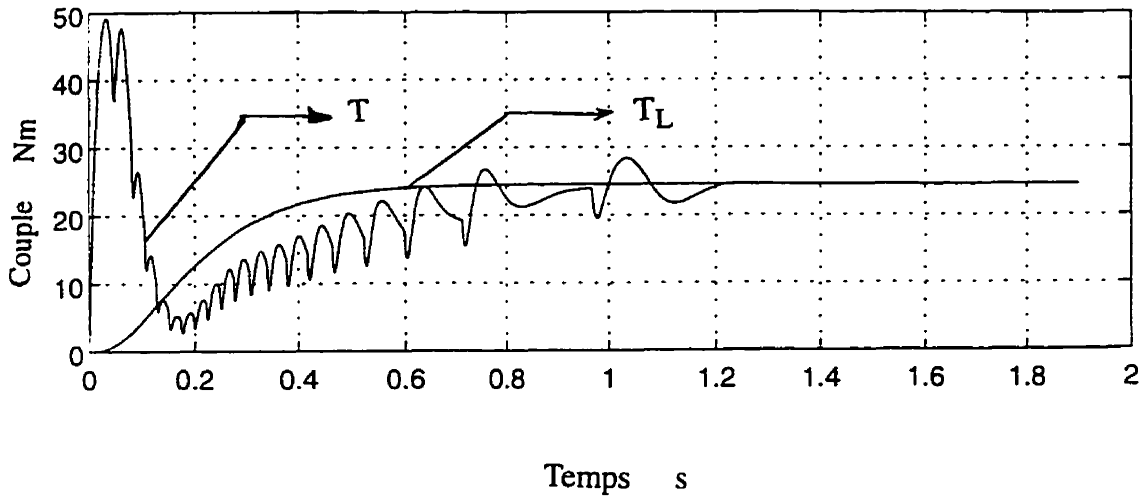


Figure 4.12 : Couple total produit par le moteur

Les figures 4.13 et 4.14 montrent respectivement les tensions et les courant dans le moteur.

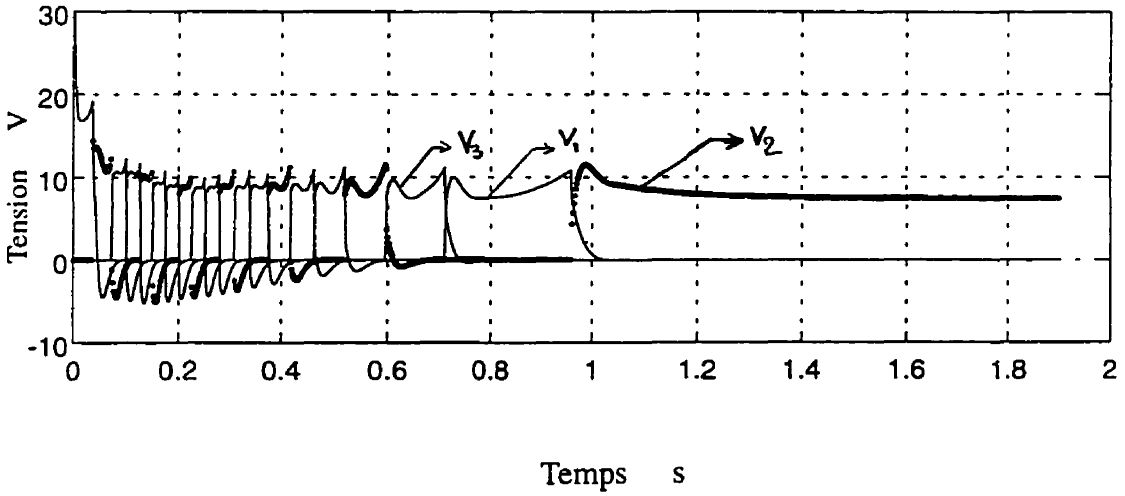


Figure 4.13 : Tensions aux bornes du moteur

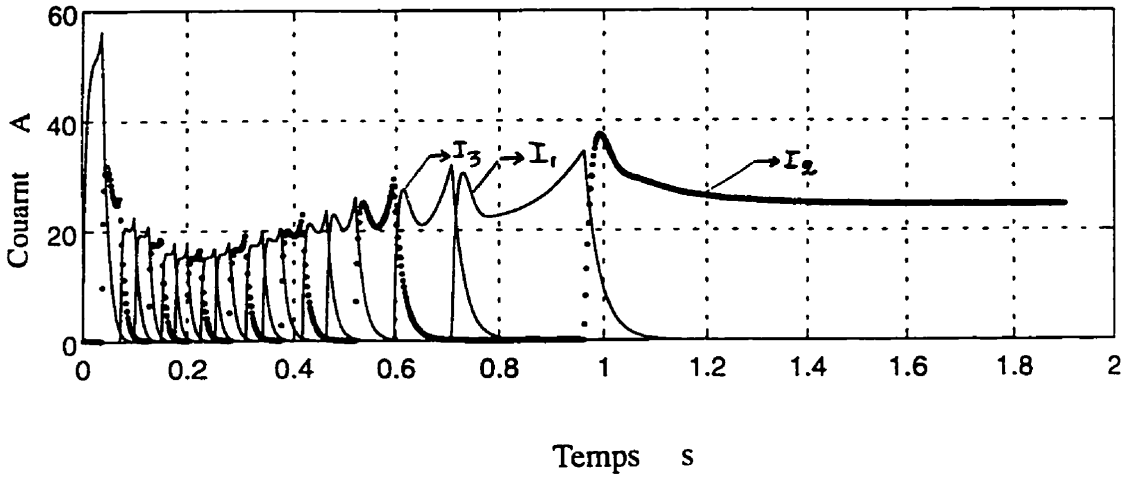


Figure 4.14 : Courants dans le moteur

Il faut remarquer que dans cette simulation, on suppose que l'on connaît le modèle exact du système moteur-charge et qu'on mesure toutes les variables d'état du moteur ainsi que l'accélération du moteur.

Cette stratégie de commande peut être robuste face à certaines incertitudes paramétriques (masse, moment d'inertie, résistance par phase, paramètres magnétiques)du modèle à condition qu'on mesure l'accélération du moteur. Une telle robustesse peut être obtenue en augmentant considérablement les gains c_1, c_2 et c_3 du régulateur 4.53.

Ainsi, nous avons augmenté les gains du régulateur pour avoir des pôles de l'équation dynamique de l'erreur égales à p = -170. Ceci a donné les résultats suivants.

Les figures 4.15, 4.16, 4.17, 4.18, 4.19 et 4.20 montrent respectivement les erreurs de poursuite obtenues lors d'incertitudes au niveau de la masse M de la charge, du moment d'inertie J, de la résistance par phase R est des coefficients a b et Ψ.

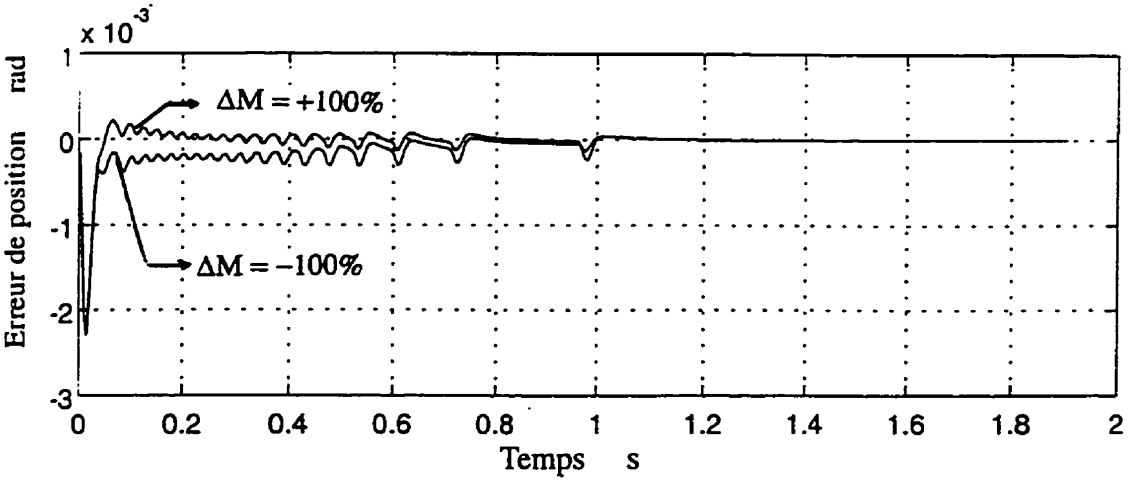


Figure 4.15 : Erreur de poursuite (incertitude sur la masse M de la charge)

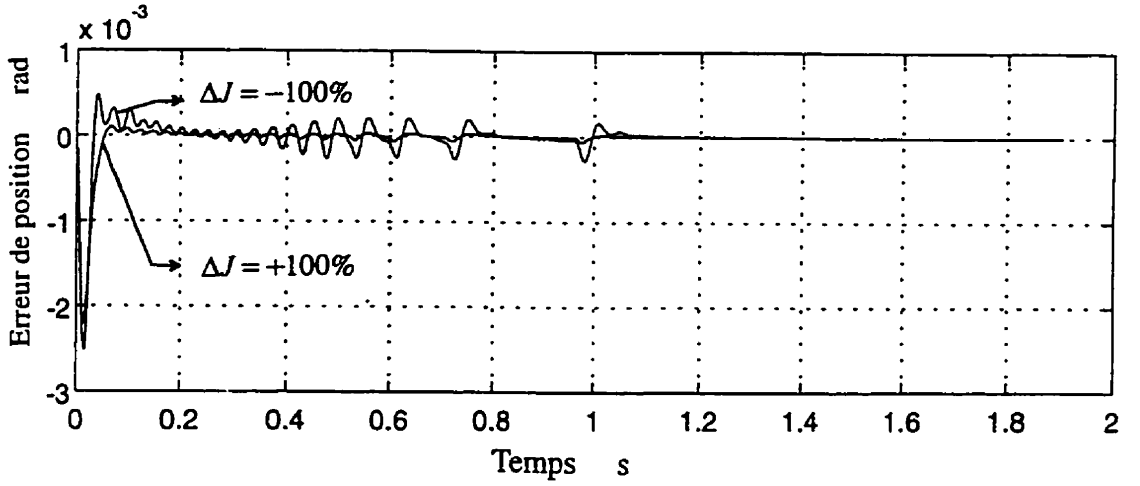


Figure 4.16 : Erreur de poursuite (incertitude sur le moment d'inertie J)

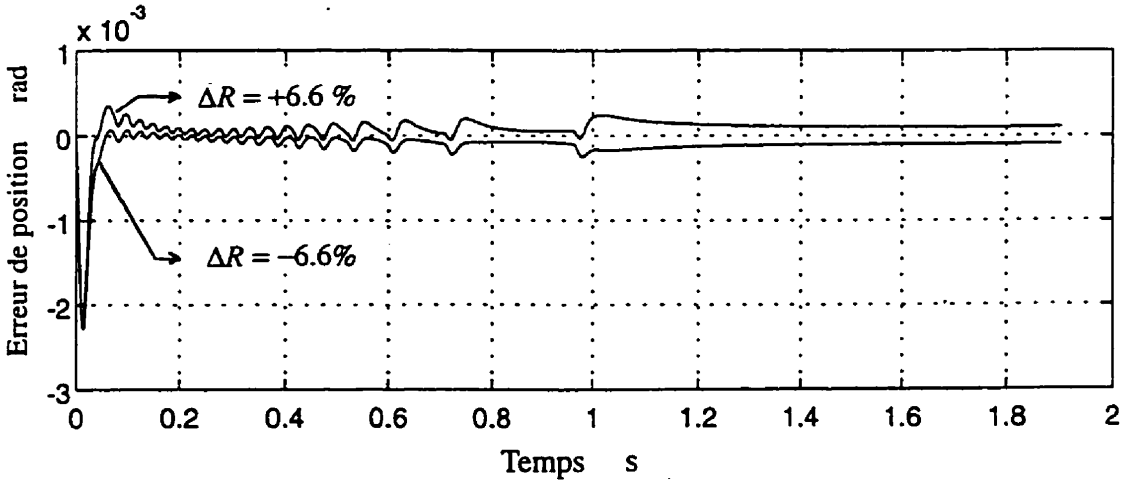


Figure 4.17 : Erreur de poursuite (incertitude sur la résistance par phase R)

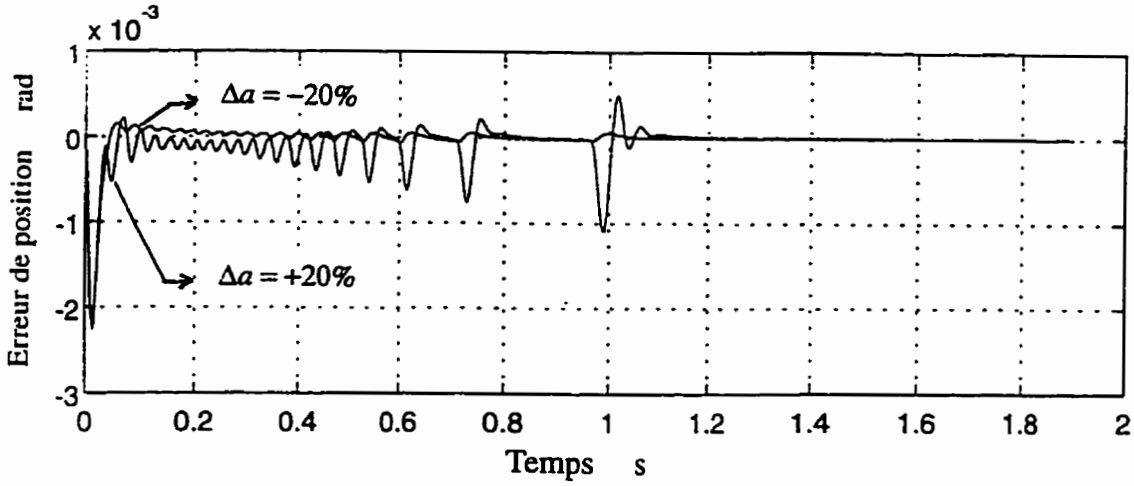


Figure 4.18 : Erreur de poursuite (incertitude sur le paramètre a)

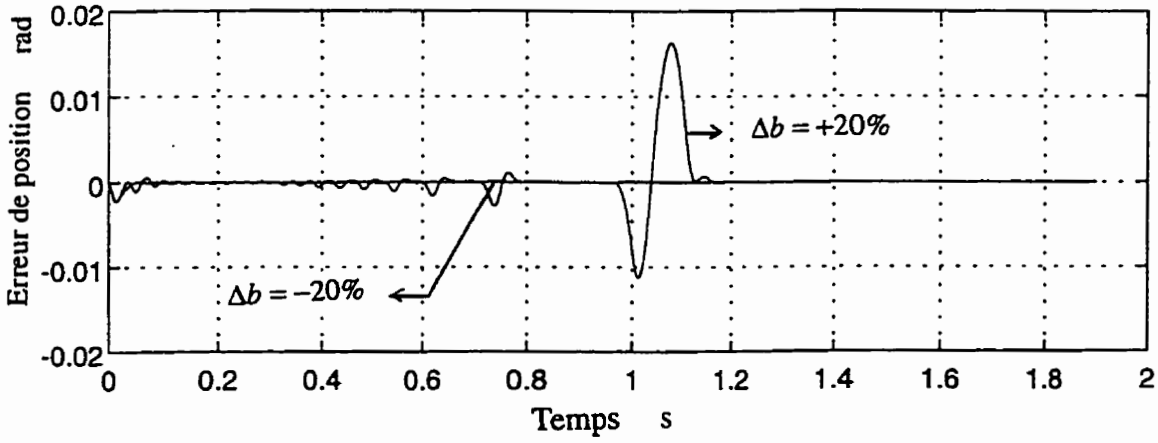


Figure 4.19 : Erreur de poursuite (incertitude sur le paramètre b)

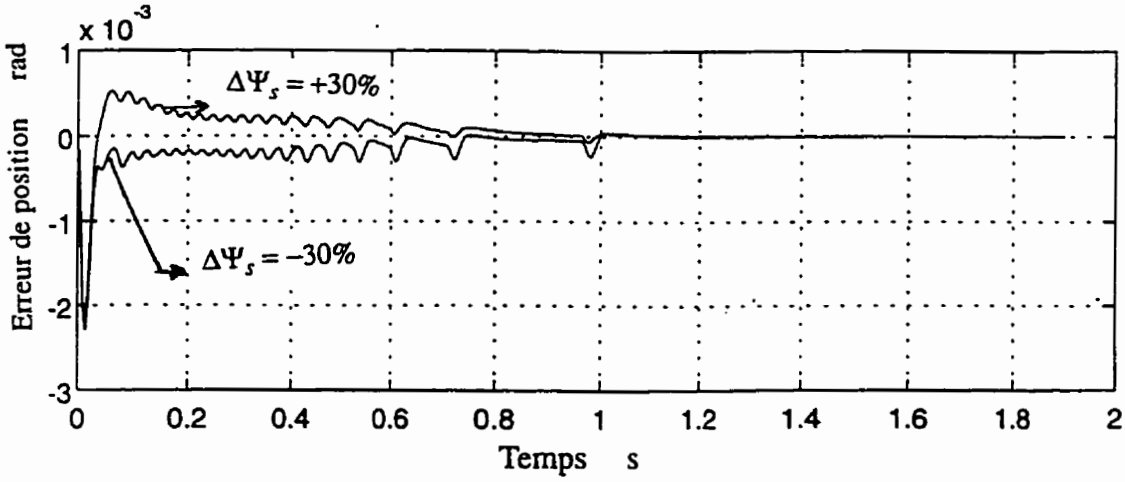


Figure 4.20 : Erreur de poursuite (incertitude sur le paramètre Ψs)

La figure 4.18 montre les erreurs quadratiques qui correspondent aux différentes incertitudes paramétriques du modèle. Cette figure montre que la structure de commande est fortement sensible à l'incertitude du paramètre b .

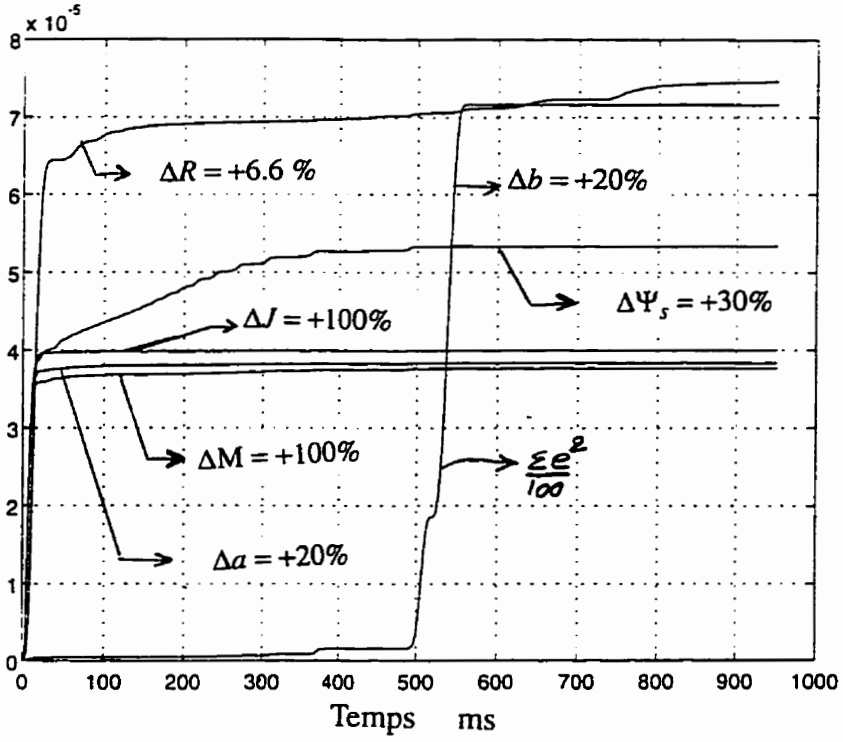


Figure 4.21 : Erreurs quadratiques $\sum (\theta - \theta_d)^2$ pour les différentes incertitudes

Il faut remarquer que même si ces résultats montrent une certaine robustesse de la commande linéarisante et non adaptative face aux incertitudes paramétriques, il demeure pas moins que cette méthode requiert l'accélération du moteur. En effet, les figures 4.22 et 4.23 montrent que sans la mesure de l'accélération on obtient une ondulation excessive du couple et une erreur de poursuite oscillatoire même en connaissant le modèle exact du système.

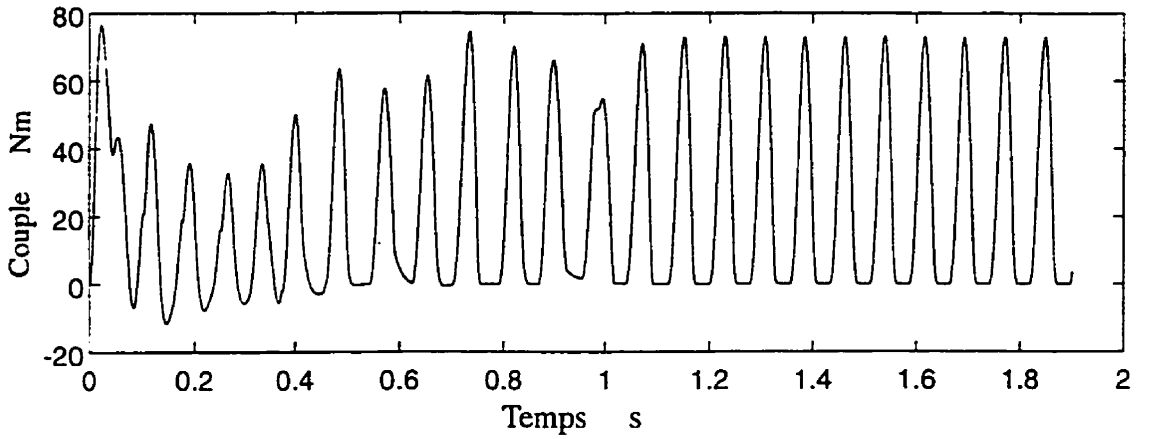


Figure 4.22 : Couple développé (sans mesure de l'accélération)

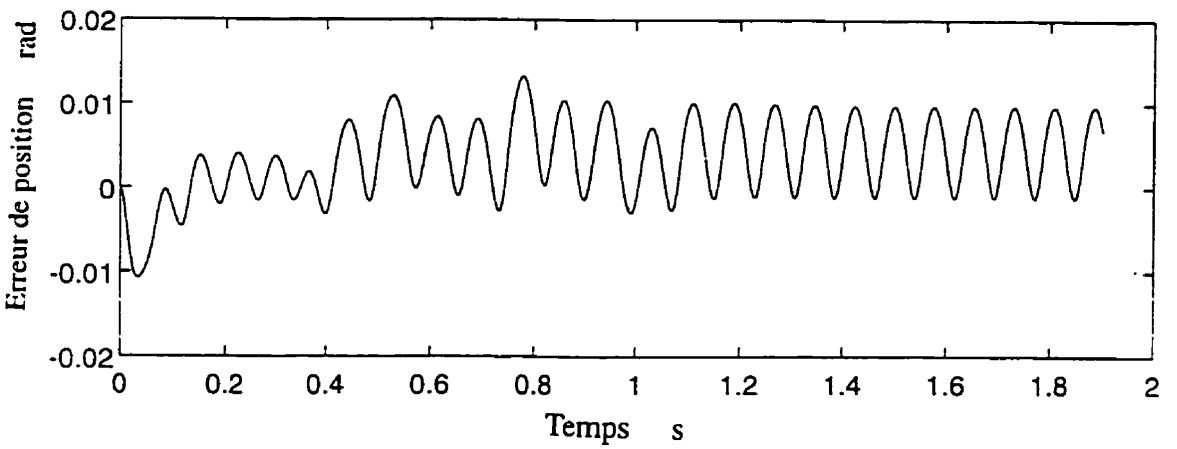


Figure 4.23 : Erreur de poursuite (sans mesure de l'accélération)

4.3.4.3 Performances de la commande linéarisante et adaptative de position

Avec cette structure de commande, nous supposons qu'aucun paramètre n'est mesurable et que seule la structure du modèle paramétrisé est connue. Pour vérifier les performances d'une telle structure de commande nous avons considéré les paramètres

réels montrés au tableau 4.1. La loi d'adaptation est déduite du modèle paramétrisé 4.21-4.25 dans lequel on néglige l'effet de la saturation. Pour effectuer la simulation nous avons posé tous les paramètres initiaux à une seule valeur soit 0.001. Le gain d'adaptation est p_0 =0.0005.

Les figures 4.24 et 4.25 montrent respectivement la trajectoire désirée θ_d et la position réelle θ du moteur. La figure 4.26 montre l'erreur de position (θ-θ_d).

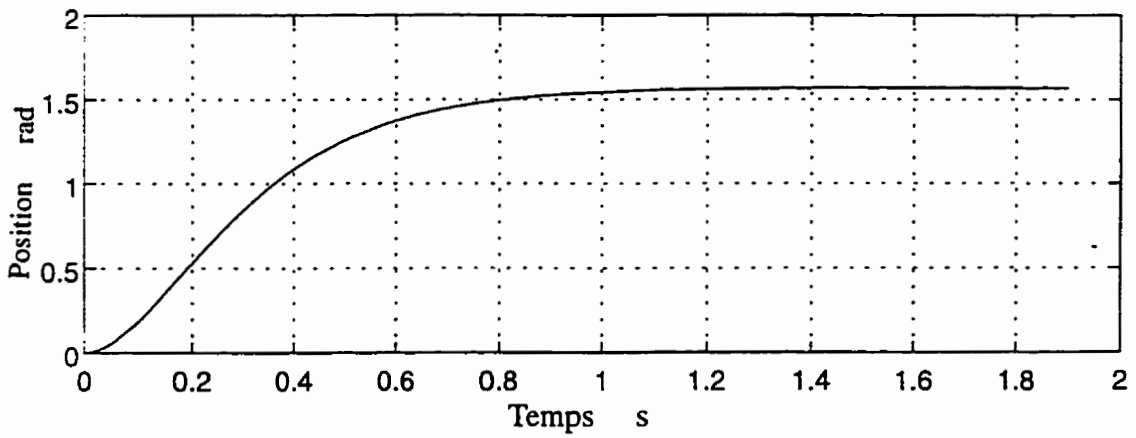


Figure 4.24 : Trajectoire désirée

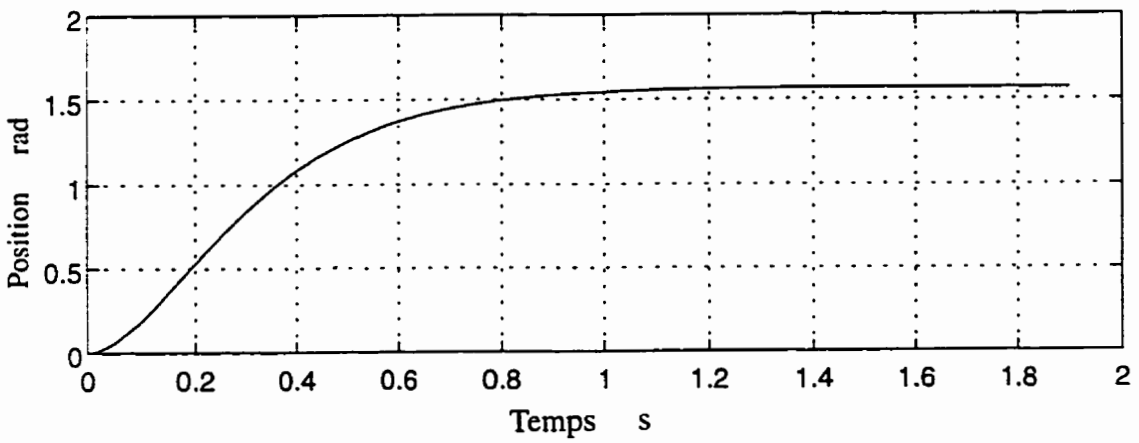


Figure 4.25 : Position réelle du moteur

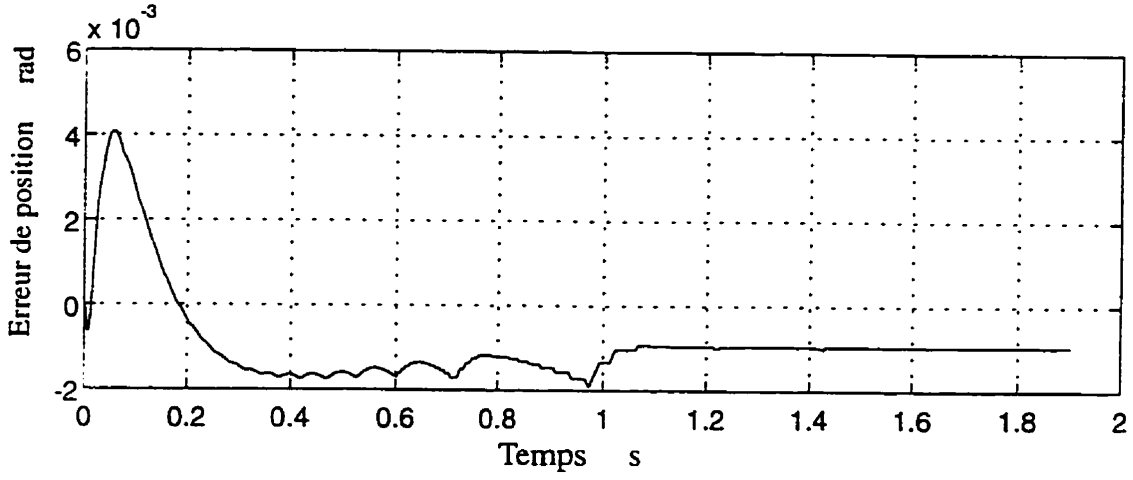


Figure 4.26 : Erreur de position (commande linéarisante et adaptative)

L'adaptation des paramètres permet d'annuler l'erreur de poursuite quelque soient les paramètres réels du système.

La figure 4.27 montre l'erreur quadratique de la commande adaptative en fonction du temps.

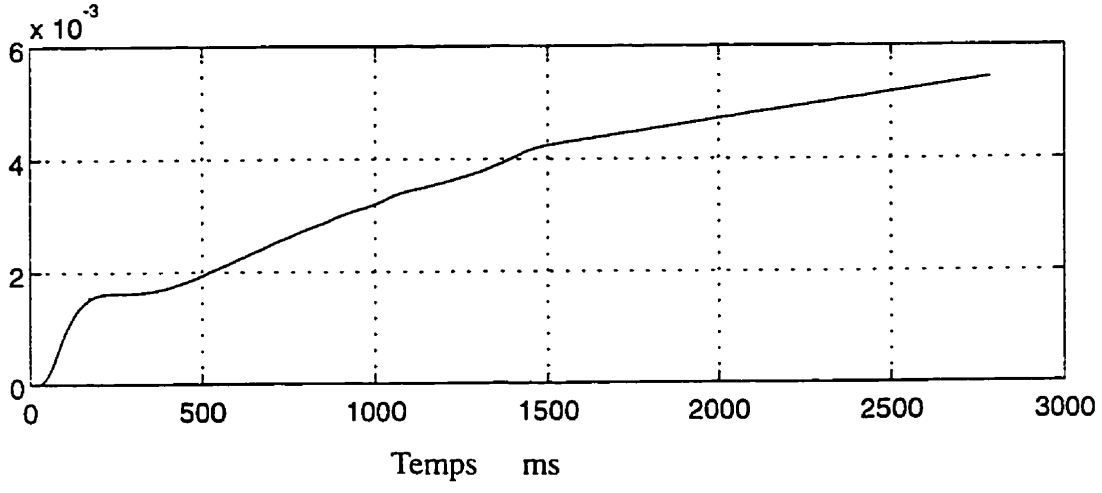


Figure 4.27 : Erreur quadratique (commande linéarisante et adaptative)

La figure 4.28 montre le couple développé pour assurer la poursuite d'une telle

trajectoire. On remarque que l'ondulation du couple est fortement réduite. Cependant, on peut observer que des crêtes de couple apparaissent au voisinage de chaque commutation. Ceci est dû en partie à la faible valeur de I_K durant la commutation. C'est à ce moment que la matrice A(x) s'approche de la singularité qui ce traduit par un effort de commande élevé. La logique de commutation proposée dans 4.3.1 simplifie la commande mais ne permet pas d'éliminer ces crêtes de couple. Donc une amélioration de la logique de commutation s'impose. Nous verrons cela à la section 4.4.1.

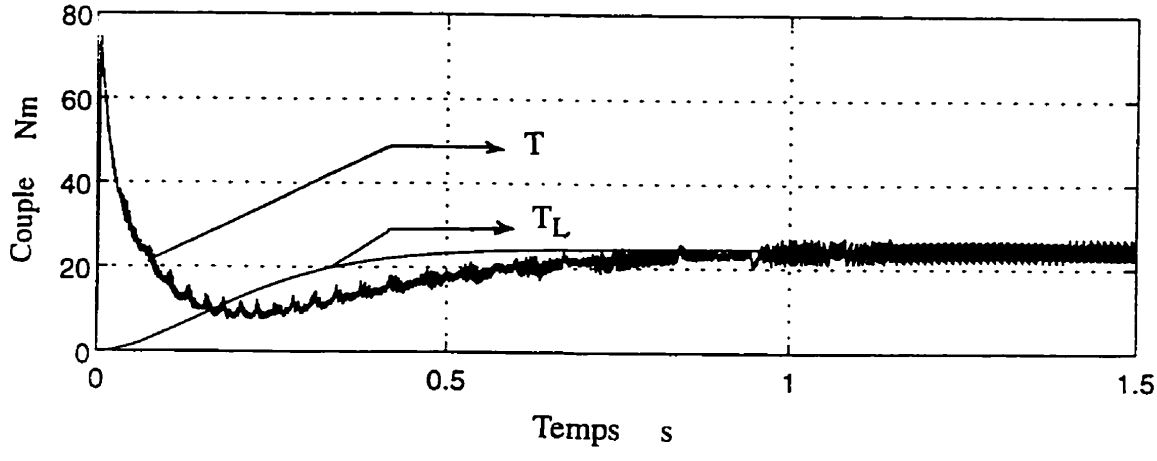


Figure 4.28 : Couple électromagnétique et couple de charge

Dans cette simulation nous avons considéré que tous les paramètres du moteur sont inconnus. Les lois de commande 4-95-4.97 sont donc appliquées au moteur. La commande linéaire $\hat{v}_K$ est basée en partie sur des valeurs estimées, particulièrement l'accélération du moteur. Il est donc important de voir l'évolution de celle-ci et d'évaluer l'effet d'une telle estimation sur les performances de la commande. La figure 4.29 montre l'accélération réelle et estimée du moteur. L'erreur d'estimation est due, en partie, à la paramétrisation linéaire du modèle et d'autre part à l'algorithme d'adaptation qui ne permet par nécessairement une convergence des paramètres. À notre avis, cette

erreur d'estimation a peu d'effet sur les performances du système puisque l'effort de la commande dépend essentiellement de l'erreur de position et non pas de l'accélération.

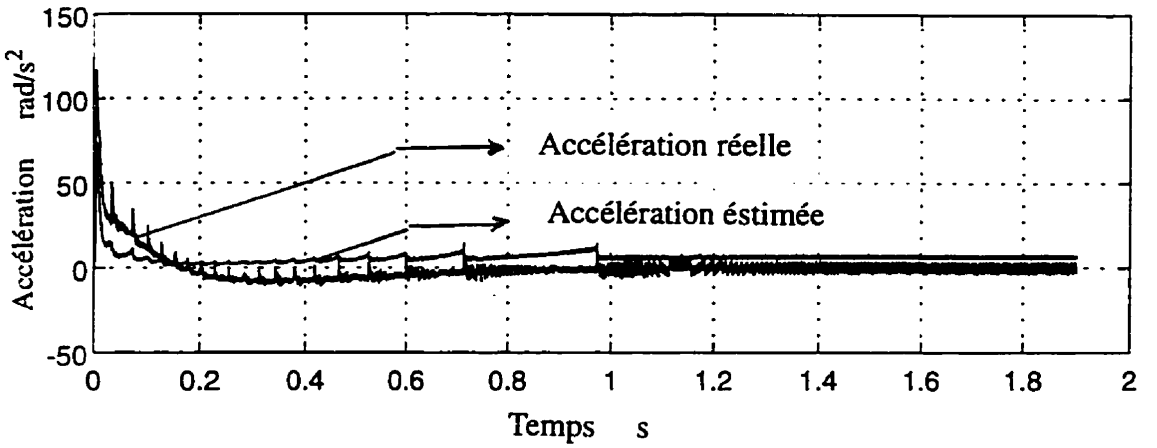


Figure 4.29 : Accélération réelle et estimée

Afin d'évaluer la robustesse de notre commande adaptative, nous avons simulé une variation de *100%* de la masse de la charge à l'instant $t=1s$. La figure 4.30 montre qu'à cet instant le couple évolue rapidement afin d'assurer une faible erreur de poursuite.

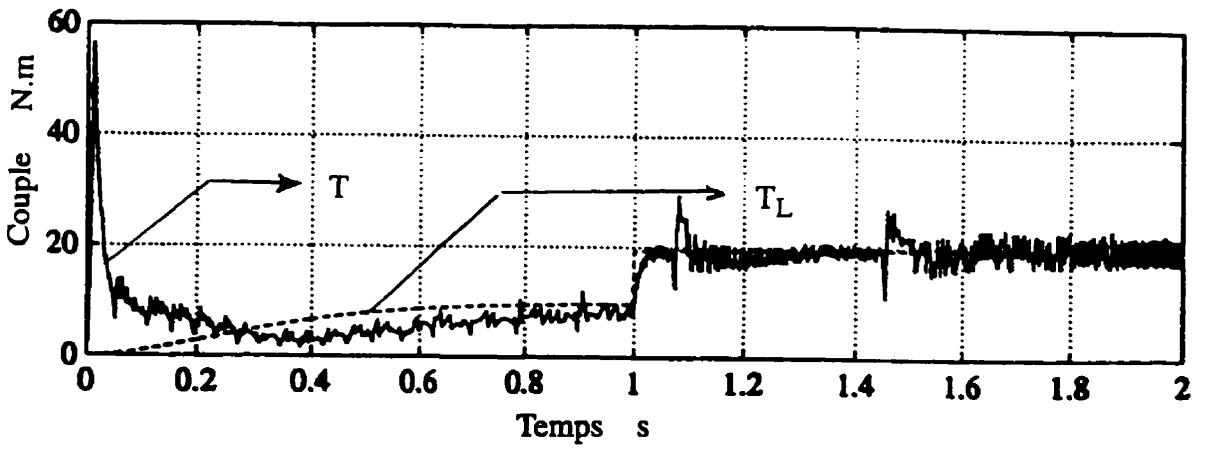


Figure 4.30 : Évolution du couple lors d'une variation de la charge

La figure 4.31 montre l'allure d'une tension de phase obtenue avec la commande linéarisante et non adaptative 4.57. Avec une telle loi commande on obtient des tensions u_j lisse. Cependant, la figure 4.32 montre qu'en utilisant les lois de commande adaptatives 4.95-4.97 on obtient des tensions de commande u_j hachées. Ceci est dû au fait que la commande est calculée pour compenser, non seulement les non-linéarités mais aussi les incertitudes structurelles et paramétriques du modèle.

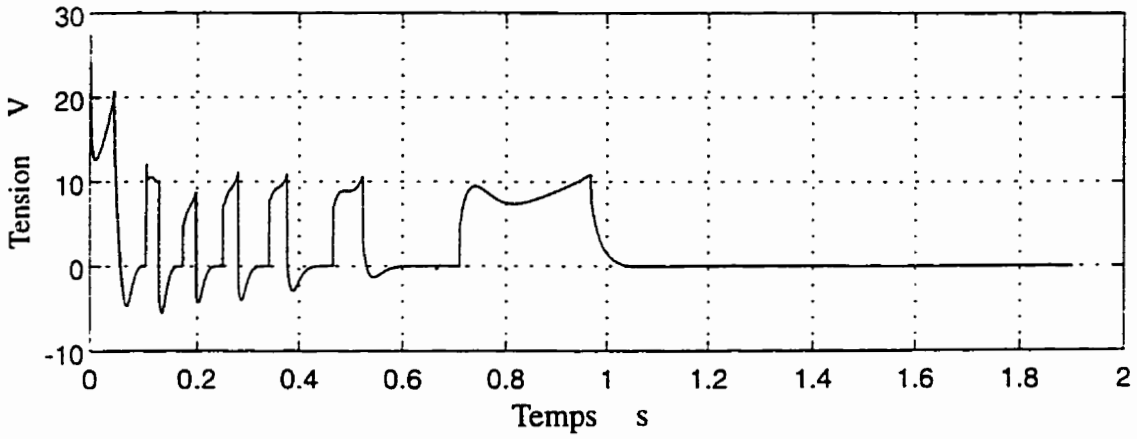


Figure 4.31 : Tension de commande u_j : sans adaptation des paramètres

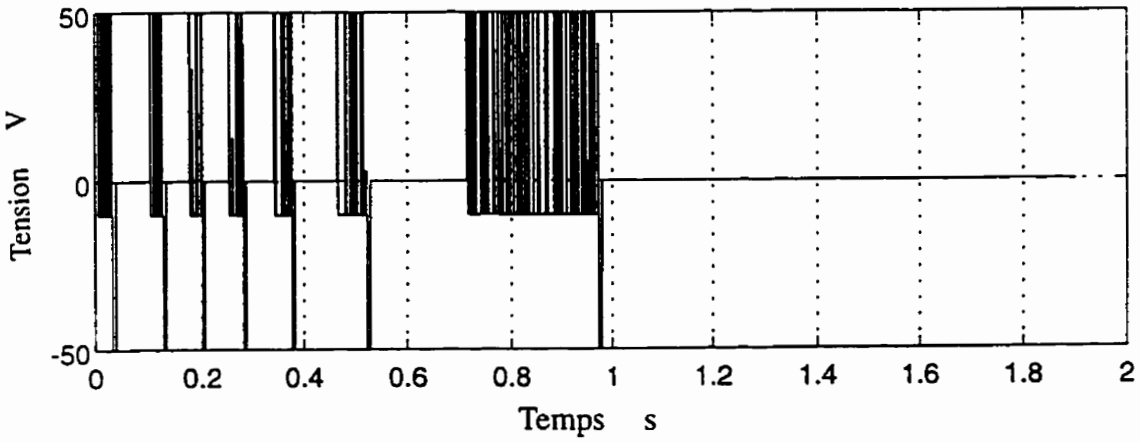


Figure 4.32 : Tension de commande u_j : avec adaptation des paramètres

Les courants dans les enroulements de la machine sont montrés à la figure 4.33. C'est la forme particulière de ces courants qui permet de réduire l'ondulation du couple. On constate que l'application de la commande linéarisante et adaptative permet de compenser les non-linéarités et de réduire l'ondulation du couple sans nécessiter des efforts de commande plus élevés. La valeur élevée du courant au démarrage est due principalement à une accélération désirée élevée au démarrage. Ce courant de démarrage peut être réduit en modifiant la trajectoire désirée.

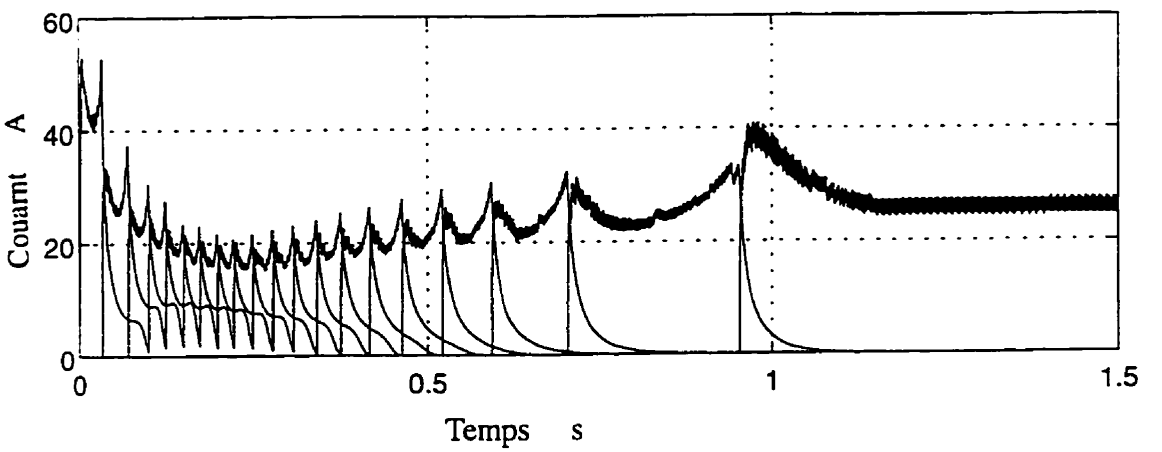


Figure 4.33 : Courants du moteur

Dans Ben Amor (1993), on présente une étude détaillée d'une telle approche. Dans Ben Amor (1994), on présente une commande adaptative et linéarisante de la machine synchrone à aimant permanent.

4.3.4.4 Étude comparative des deux lois de commande

Le tableau 4.2 résume notre étude comparative des deux structures de commande.

Tableau 4.2 : Étude comparative des deux lois de commande

Critère d'évaluation	Structure non adaptative	Structure adaptative
Temps de réponse (s)	1.2	1.2
Erreur statique (rad)	0.001	0.0005
Erreur quadratique moyenne	0.00002	0.0036
Erreur transitoire maximale (rad)	0.02	0.002
Robustesse façe aux incertitudes paramétriques du modèle	- Incertitudes maximales $\Delta M_{max} = 100$ % ; $\Delta J_{max} = 100$ % $\Delta R_{max} = 6.6$ % ; $\Delta a_{max} = 20$ % $\Delta b_{max} = 20$ % ; $\Delta \Psi s_{max} = 30$ %	Tous les paramètres sont considérés inconnus (tous les paramètres initiaux sont égaux à 0.001)
Robustesse façe aux incertitudes structurelles du modèle	- Requiert la connaissance de la structure du modèle	Assure une bonne poursuite de la trajectoire même si basée sur le modèle paramétrisé du moteur
Variables à mesurer	- Toutes les variables d'état + - L'accélération	- Toutes les variables d'état - Ne nécessite pas la mesure de l'accélération
Effort de commande I_{max} (A)	60	60
Complexité	Moyenne	Élevée
Réalisabilité	- Impossible si on ne mesure pas l'accélération ou si on ne connait pas les paramètres. - Temps de calcul moyen	- Nécessite des calculs en temps réel exessifs (calcul de l'erreur augmentée) - Nécessite une fréquence d'échantillonnage plus élevée

4.4 Linéarisation au sens entrées-sorties : Commande du couple instantané du moteur

Dans la section 4.3, nous avons présenté une stratégie de commande linéarisante et adaptative pour la régulation de position du moteur. Une telle stratégie permet de réduire considérablement l'ondulation de couple. Cependant, afin d'éviter la mesure de l'accélération du moteur, une erreur augmentée est utilisée. La détermination d'une telle erreur nécessite des calculs énormes et compromet par conséquent l'implantation en temps réel de la méthode. Finalement, cette stratégie ne peut répondre à toutes les exigences requises dans une application industrielle. Particulièrement lorsque la commande du couple ou de la vitesse est requise.

Si on parvient à commander le couple instantané du moteur à réluctance variable, ce dernier se comportera comme un moteur à courant continu et la commande de la position ou de la vitesse sera facilement réalisable. En plus, le choix du couple comme variable de sortie simplifie passablement les développements mathématiques requis lors de la linéarisation et réduit le calcul en temps réel de la commande.

4.4.1 Amélioration de la logique de commutation

Avec une logique de commutation appropriée, il est possible de réduire considérablement les crêtes de couple obtenues avec la stratégie précédente.

Dans la section précédente, on considère que seulement une phase est excitée à la fois. En effet, seule la phase K est responsable de la production du couple. Cette logique permet de simplifier la commande. Cependant de fortes tensions de commande surgissent au début de chaque conduction de la phase sélectionné produisant de fortes ondulations de couple. Ceci est due au problème de singularité de la matrice de la

commande linéarisante A(x) qui survient à chaque fois que $I_K = 0$. Pour remédier à ce problème, nous proposons une nouvelle stratégie de commutation où deux phases adjacentes sont excitées en même temps lors de la commutation. Ainsi, on assure un courant I_K non nul et on augmente la capacité de production de couple.

Pour décrire cette logique, on se réfère à la figure 4.1. Sur cette figure, on montre les caractéristiques couples-positions-courants de trois phases du moteur ainsi que des indices pour différents intervalles de fonctionnement. Pour chaque signe de couple, on identifie trois intervalles différents. Par exemple, pour un couple positif nous considérons la zone A $(\Sigma Ksj=1)$ où seule la phase d'indice K est capable de produire un couple positif, la zone B_1 $(\Sigma Ksj=2)$ où seules les phases d'indices K et $K+1$ produisent des couples positifs et finalement la zone B_2 (ΣKsj=2) où seules les phases d'indices K et $K-1$ produisent des couples positifs. Une répartition similaire est appliquée pour un couple négatif.

Ainsi le nouveau commutateur électronique possède deux entrées qui sont le signe du couple ainsi que la position du moteur et deux sorties qui sont l'indice K dicté par 4.11 et l'indice de la phase adjacente à exciter pendant les intervalles de commutation B_1 et B_2.

4.4.2 Objectifs de la commande

Pour commander le couple instantané du moteur et en utilisant la logique de commutation décrite précédemment, les objectifs de commande suivants doivent être établies.

- l'entrée u_K est la seule entrée responsable de la production du couple pendant l'intervalle A $(\Sigma Ksj=1)$ tandis que les courants I_{K-1} et I_{K+1} sont forcés de s'annuler.
- afin de réduire les ondulations de couple ainsi que les singularités survenant lors de la commutation, deux phases adjacentes doivent être excitées (les phases K et $K+1$

durant B_1 et les phases K et K-1 durant B_2). Pour réaliser de tels objectifs, nous devons choisir le couple ainsi que les deux courants I_{K+1} et I_{K-1} comme sorties.

4.4.3 Linéarisation

Dans cette partie nous appliquons en premier lieu la linéarisation au sens entrées-sorties au modèle non paramétrisé afin de vérifier la linéarisabilité du système. Ensuite, nous effectuerons une linéarisation adaptative basée sur le modèle paramétrisé pour commander le couple du moteur. Une commande de position et de vitesse du moteur commandé en couple est enfin développée.

4.4.3.1 Cas où les paramètres sont connus

Soit le modèle non-paramétrisé de la forme

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(x) + g(x)\,u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{4.93}$$

Où $x=[\theta \quad \omega \quad I_K \quad I_{K-1} \quad I_{K+1}]^T$ le vecteur d'état, $u=[\ u_K \quad u_{K-1} \quad u_{K+1}]^T$ le vecteur d'entrées, $y=h(x)=[\mathrm{T} \quad I_{K-1} \quad I_{K+1}\ ]^T$ le vecteur des sorties choisi de façon à respecter les objectifs de la commande et $f(x)$ et $g(x)$ sont données.

$$f(x) = \begin{bmatrix} \omega \\ \frac{1}{J}(T - T_L(\theta) - B\omega) \\ -\left(\frac{\delta\psi_K}{\delta I_K}\right)^{-1}\left(RI_K + \frac{\delta\psi_K}{\delta\theta}\omega\right) \\ -\left(\frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\right)^{-1}\left(RI_{K-1} + \frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta\theta}\omega\right) \\ -\left(\frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\right)^{-1}\left(RI_{K+1} + \frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta\theta}\omega\right) \end{bmatrix}, \; g(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{\delta\psi_K}{\delta I_K}\right)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\right)^{-1-1} & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\right)^{-1} \end{bmatrix}$$

La relation entre le vecteur d'entrées u et le vecteur de sorties y est fortement non linéaire. Pour obtenir une relation linéaire entre la sortie y et une nouvelle entrée v, les quatre étapes nécessaires lors d'une linéarisation au sens entrées-sorties doivent être effectuées. Premièrement, une linéarisation partielle est effectuée en dérivant chacune des sorties par rapport au temps. Deuxièmement, les dynamiques internes rendues inobservables par la linéarisation sont déterminées. Troisièmement, la stabilité de celles-ci est vérifiée. Finalement, les lois de commande linéarisante sont déterminées.

Considérons la première sortie y_1 = T. En dérivant une première fois par rapport au temps on obtient

$$y_1^{(1)} = \dot{T} = \Sigma_{j=1}^{3}\frac{\delta T_j}{\delta\theta}\omega - \Sigma_{j=1}^{3}\frac{\delta T_j}{\delta I_j}\left(\frac{\delta\psi_j}{\delta I_j}\right)^{-1}\left(RI_j + \frac{\delta\psi_j}{\delta\theta}\omega\right) + \Sigma_{j=1}^{3}\frac{\delta T_j}{\delta I_j}g_j u_j \qquad (4.94)$$

Après une seule dérivation, on retrouve les entrées du système. Donc l'indice caractéristique associé à y_1 est $r_1 = 1$.

Considérons la deuxième sortie $y_2 = I_{K-1}$. En dérivant une première fois par rapport au

temps on obtient

$$y_2^{(1)} = \dot{I}_{K-1} = -\left(\frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\right)^{-1}\left(RI_{K-1} + \frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta\theta}\omega\right) + g_{K-1}\ u_{K-1} \tag{4.95}$$

On remarque que l'indice caractéristique associé à y_2 est $r_2 = 1$.

Considérons enfin la troisième sortie $y_3 = I_{K+1}$. En dérivant une première fois par rapport au temps on obtient

$$y_3^{(1)} = \dot{I}_{K+1} = -\left(\frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\right)^{-1}\left(RI_{K+1} + \frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta\theta}\omega\right) + g_{K+1}\ u_{K+1} \tag{4.96}$$

On remarque que l'indice caractéristique associé à y_3 est $r_3 = 1$. Donc, l'indice caractéristique total est $r = r_1 + r_2 + r_3 = 3$

Posons

$$B(x) = \begin{bmatrix} \Sigma_{j=1}^{3}\frac{\delta T_j}{\delta\theta}\ \omega - \Sigma_{j=1}^{3}\frac{\delta T_j}{\delta I_j}\left(\frac{\delta\psi_j}{\delta I_j}\right)^{-1}\left(RI_j + \frac{\delta\psi_j}{\delta\theta}\omega\right) \\ -\left(\frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\right)^{-1}\left(RI_{K-1} + \frac{\delta\psi_{K-1}}{\delta\theta}\omega\right) \\ -\left(\frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\right)^{-1}\left(RI_{K+1} + \frac{\delta\psi_{K+1}}{\delta\theta}\omega\right) \end{bmatrix} \tag{4.97}$$

$$A(x) = \begin{bmatrix} \frac{\delta T_K}{\delta I_K}\ g_K & \frac{\delta T_{K-1}}{\delta I_{K-1}}\ g_{K-1} & \frac{\delta T_{K+1}}{\delta I_{K+1}}\ g_{K+1} \\ 0 & g_{K-1} & 0 \\ 0 & 0 & g_{K-1} \end{bmatrix} \tag{4.98}$$

Si la loi de commande

$$u=A(x)^{-1}\,[\,-B(x)+v] \tag{4.99}$$

est appliquée au système, on obtiendra une relation linéaire entre le nouveau vecteur d'entrées v et le vecteur de sortie y.

$$y^{(1)} = \begin{bmatrix} T^{(1)} \\ I_{K-1}^{(1)} \\ I_{K+1}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_K \\ v_{K-1} \\ v_{K+1} \end{bmatrix} = v \tag{4.100}$$

La transformation 4.103 est possible seulement si $I_K \neq 0$. Une telle condition est respectée en utilisant la logique de commutation proposée dans 4.4.1.

Puisque $r<5$ le système est partiellement linéarisable et il existe une dynamique interne. Les sorties T, I_{K-1} et I_{K+1} forment la première partie du nouveau vecteur d'état.

Posons

$$z = \Phi(x) = [\xi^T \quad \eta^T]^T \tag{4.101}$$

avec $\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$ et $\eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}$

Pour que η_k soit une variable du nouvel état z, il faut

$$\Sigma_{j=1}^{3} L_{g_j}\eta_k(x) = 0 \tag{4.102}$$

La position et la vitesse du moteur vérifient cette condition. Le nouvel état devient donc

$$z=[T \quad I_{K-1} \quad I_{K+1} \quad \theta \quad \omega]^T \tag{4.103}$$

Pour vérifier la stabilité de la dynamique interne nous devons mettre le système sous sa forme normale et déduire la dynamique nulle correspondante. La forme normale du système est définie par

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \\ \dot{\xi}_3 \end{bmatrix} = B(\xi, \eta) + A(\xi, \eta)\, u \tag{4.104}$$

$$\dot{\eta} = \begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_2 \\ \frac{1}{J} Mg \sin(\eta_1) - \frac{B}{J}\eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} T \tag{4.105}$$

La dynamique zéro est définie par

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_1 &= \eta_2 \\ \dot{\eta}_2 &= -\frac{Mg}{J}\sin(\eta_1) - \frac{B}{J}\eta_2 \end{aligned} \tag{4.106}$$

Si on choisit la fonction énergie V(x) comme fonction de Lyapunov on obtient

$$V(x) = Mgl(1 - \cos(\eta_1)) + \frac{1}{2}Ml^2\eta_2^2 \quad \geq 0 \tag{4.107}$$

La dérivée d'une telle fonction est définie par

$$\dot{V}(x) = Mgl\sin(\eta_1)\,\eta_2 + \eta_2 Ml^2\left[-\frac{g}{l}\sin(\eta_1) - \frac{B}{Ml^2}\eta_2^2\right] \tag{4.108}$$

$$\dot{V}(x) = -B\eta_2^2 \quad \leq 0 \qquad et \quad \dot{V}(x) < 0 \forall \ \eta_2 \neq 0 \tag{4.109}$$

La fonction $\dot{V}(x)$ est semi-définie négative. Toutefois, on remarque que

$$\eta_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{\eta}_1 = 0 \Rightarrow \eta_1 = cte$$

$$\eta_2 = 0 \quad et \quad \dot{\eta}_2 = 0 \Rightarrow \sin(\eta_1) = 0$$

Donc la condition $\dot{V}(x) = 0$ ne peut se maintenir qu'aux points d'équilibre $\eta_0 = (0, 0)$ et $\eta_1 = (0, \pi)$. On peut déduire que η_0 est asymptotiquement stable. Par conséquent, le système 4.42 est à phase minimale.

4.4.3.2 Adaptation des paramètres électriques pour la commande du couple

Les développements effectués précédemment supposent que tous les paramètres sont connus. Une telle hypothèse est rarement valable en pratique et une adaptation des paramètres est donc requise. Pour cela nous considérons le modèle paramétrisé 4.21-4.25.

Considérons la première sortie $y_1 = h_1(x) = T$

$$T = p\frac{1}{2}N_R\left[C_1 I_1^2 \quad C_2 I_2^2 \quad C_2 I_2^2\right] \qquad \text{avec} \quad p = \alpha\beta \qquad (4.110)$$

En dérivant y_1 une première fois, par rapport au temps, on obtient

$$\dot{y}_1 = \dot{T} = [p_{T1}]^T W_{T1} + [p_{T2}]^T W_{T2} \qquad (4.111)$$

avec

$$W_{T1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}N_R\omega \ \Sigma_{j=1}^{3} S_j I_j \\ \Sigma_{j=1}^{3} N_R C_j I_j [f_j] \end{bmatrix} \qquad W_{T2} = \left[\Sigma_{j=1}^{3} N_R C_j [g_j] u_j\right]$$

et

$$[p_{T1}] = \begin{bmatrix} p \\ p[p_f] \end{bmatrix} \qquad [p_{T2}] = p[p_g]$$

Puisque les paramètres sont adaptés, la loi de commande linéaire devient

$$\hat{v}_K = \left[\hat{p}_{T1}\right]^T W_{T1} + \left[\hat{p}_{T2}\right]^T W_{T2} = \dot{T}_d - \alpha_1 e_T \tag{4.112}$$

où e_T=T-T_d est l'erreur de couple et α_1 un paramètre calculé à partir des pôles désirés.

Posons

$$\phi_{T1} = [p_{T1}] - \left[\hat{p}_{T1}\right] \quad \phi_{T2} = [p_{T2}] - \left[\hat{p}_{T2}\right] \quad \phi_T = \begin{bmatrix} \phi_{T1} \\ \phi_{T2} \end{bmatrix} \qquad W_T = \begin{bmatrix} W_{T1} \\ W_{T2} \end{bmatrix}$$

D'où

$$T = v_K = [p_{T1}]^T W_{T1} + [p_{T2}]^T W_{T2} + \hat{v}_K - \hat{v}_K = \phi^T W^T + \hat{v}_K \tag{4.113}$$

et l'erreur de poursuite vérifie

$$\dot{e}_T + \alpha_1 e_T = \phi^T W_T \tag{4.114}$$

Nous utilisons la loi d'adaptation normalisée du gradient défini par

$$\left[\dot{\hat{p}}_T\right] = \frac{p_0 e_T W_T}{1 + W_T^T W_T} \tag{4.115}$$

Durant l'intervalle A, les courants non sélectionnés I_{K-1} et I_{K+1} doivent être annulés le plus rapidement possible. Ceci est réalisé en appliquant des tensions de commande u_{K-1} et u_{K+1}.

Durant l'intervalle de commutation B_1, les phases K et $K+1$ sont excitées. Finalement, durant l'intervalle de commutation B_2, les phases K et $K-1$ sont excitées. Durant ces deux intervalles de commutation, la phase d'indice autre que K est excitée avec une tension moyenne fixe tandis que celle d'indice K est excitée selon la loi de commande u_K. Ainsi, cette stratégie de commutation permet d'assurer la réversibilité de la matrice A(x) réduisant par conséquent l'ondulation du couple dans la zone de commutation.

En dérivant les deux sorties I_{K-1} et I_{K+1} on obtient

$$y_2^{(1)} = I_{K-1} = [p_f]^T f_{K-1} + [p_g]^T g_{K-1} u_{K-1} = v_{K-1} \tag{4.116}$$

$$y_3^{(1)} = I_{K+1} = [p_f]^T f_{K+1} + [p_g]^T g_{K+1} u_{K+1} = v_{K+1} \tag{4.117}$$

Les lois de commande linéaire associées à ces deux sorties sont

$$\hat{v}_{K-1} = \dot{I}_{d_{K-1}} - \alpha_2 (I_{K-1} - I_{d_{K-1}}) \tag{4.118}$$

$$\hat{v}_{K+1} = \dot{I}_{d_{K+1}} - \alpha_2 (I_{K+1} - I_{d_{K+1}}) \tag{4.119}$$

Posons

$$\phi C_{1i} = [p_f] - \left[\hat{p}_{f_i}\right] \quad ; \quad \phi C_{2i} = [p_g] - \left[\hat{p}_{g_i}\right] \quad ; \quad \phi C_i = \begin{bmatrix} \phi C_{1i} \\ \phi C_{2i} \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}c_i = \begin{bmatrix} \hat{p}_{f_i} \\ \hat{p}_{g_i} \end{bmatrix} \quad ; \quad WC_i = \begin{bmatrix} f_i \\ g_i u_i \end{bmatrix} \quad avec \quad i = K\text{-}1,\ K+1$$

Nous pouvons écrire

$$\dot{I}_{K-1} = v_{K-1} = [p_f]^T f_{K-1} + [p_g]^T g_{K-1} u_{K-1} + \hat{v}_{K-1} - \hat{v}_{K-1}$$
$$= [\phi C_{K-1}]^T W C_{K-1} + \hat{v}_{K-1}$$

$$\dot{I}_{K+1} = v_{K+1} = [p_f]^T f_{K+1} + [p_g]^T g_{K+1} u_{K+1} + \hat{v}_{K+1} - \hat{v}_{K+1}$$
$$= [\phi C_{K+1}]^T W C_{K+1} + \hat{v}_{K+1}$$

L'erreur de poursuite $e_i = I_i - I_{di}$ du courant non sélectionné d'indice i satisfait l'équation

$$\dot{e}_i + \alpha_2 e_i = [\phi C_i]^T W C_i \tag{4.120}$$

et la loi d'adaptation est définie par

$$\left[\dot{\hat{p}} c_i\right] = \frac{p_0 e_i W C_i}{1 + W C_i^T W_i} \qquad avec \quad i = K\text{-}1,\ K\text{+}1 \tag{4.121}$$

Finalement, les lois de commande linéarisantes à appliquer au système sont définies par

$$u_{K-1} = \frac{1}{\left[\hat{p}_{g_{K-1}}\right]^T [g_{K-1}]} \left[\hat{v}_{K-1} - \left[\hat{p}_{f_{K-1}}\right]^T f_{K-1}\right] \tag{4.122}$$

$$u_{K+1} = \frac{1}{\left[\hat{p}_{g_{K+1}}\right]^T [g_{K+1}]} \left[\hat{v}_{K+1} - \left[\hat{p}_{f_{K+1}}\right]^T f_{K+1}\right] \tag{4.123}$$

$$u_K = \frac{1}{\left[\hat{p}_{T2}\right]^T [g_K N_R C_K \ \ I_K]} \Big[\hat{v}_K - \left[\hat{p}_{T1}\right]^T W_{T1} - N_R \left[\hat{p}_{T2}\right]^T$$
$$\times (g_{K-1} C_{K-1} I_{K-1} u_{K-1} + g_{K+1} C_{K+1} I_{K+1} u_{K+1}) \Big] \tag{4.124}$$

Le schéma de commande est présenté à la figure 4.34

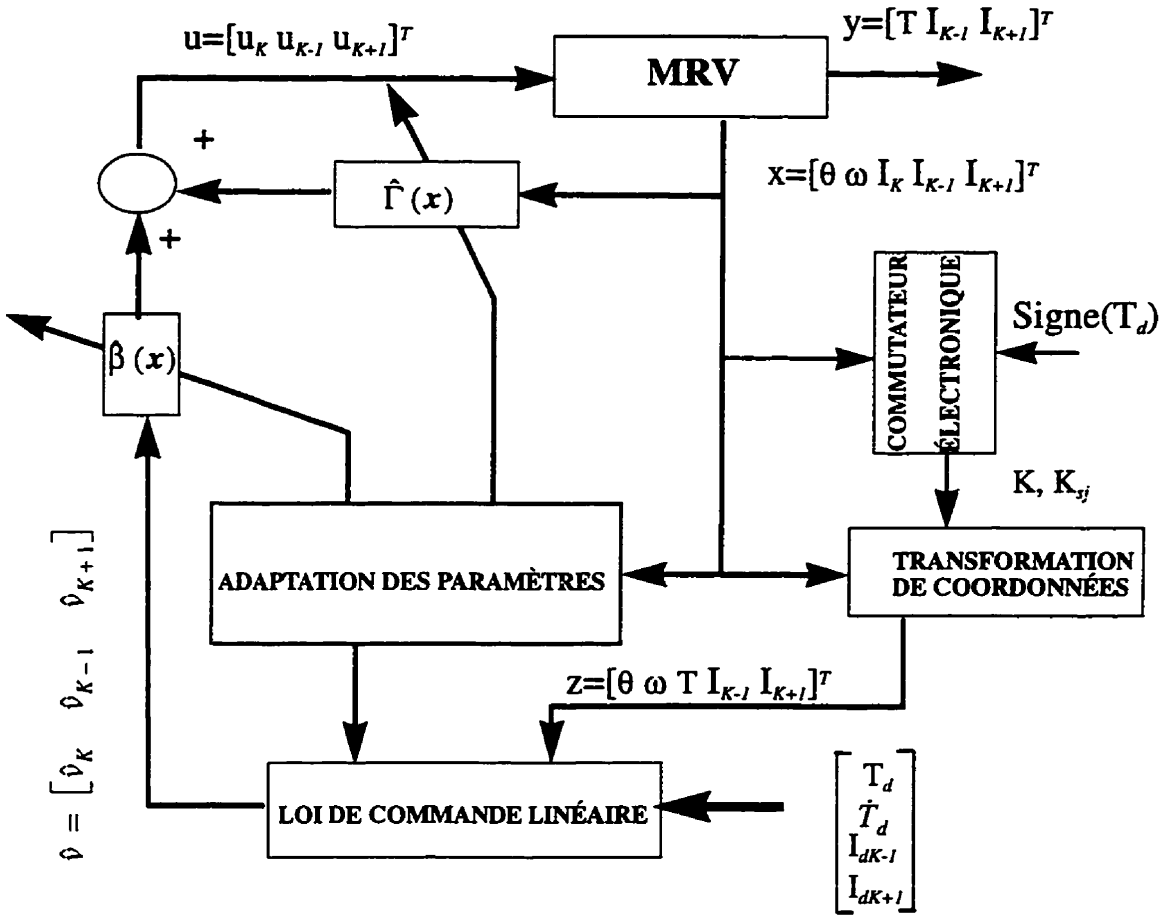


Figure 4.34 : Schéma de la commande linéarisante et adaptative du couple

4.4.4 Commande linéarisante et adaptative de la position et/ou de la vitesse

Étant commandé en couple, le moteur à réluctance variable peut être facilement commandé en position ou en vitesse. Dans le cas où les paramètres mécaniques sont inconnus et que la charge est non linéaire, on peut appliquer une commande linéarisante et adaptative afin de réaliser des poursuites à haute précision.

Le schéma de commande devient

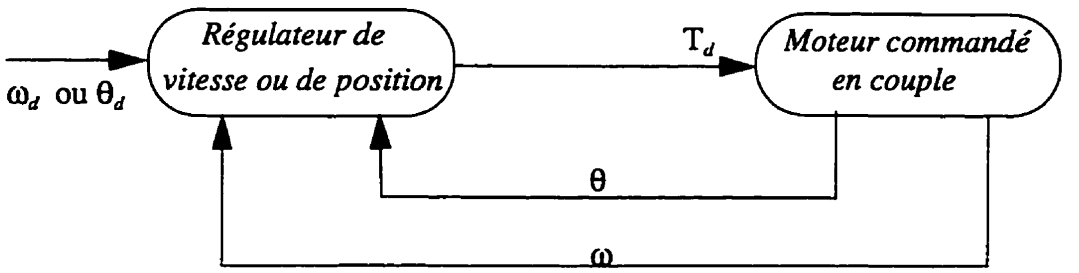


Figure 4.35 : Schéma de commande de vitesse ou de position du moteur commandé en couple

En supposant que le moteur est en position de pendule, le modèle mécanique paramétrisé est défini par

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \tag{4.125}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = [p_1]^T [f_\omega] + [p_2]^T [g_\omega] T \tag{4.126}$$

avec

$$[p_1] = \begin{bmatrix} \frac{M}{J} \\ \frac{B}{J} \end{bmatrix} \quad , \quad [p_2] = \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad , \quad [f_\omega] = \begin{bmatrix} -gl\sin(\theta) \\ -\omega \end{bmatrix} \quad , \quad [g_\omega] = [1]$$

θ, ω sont les variables d'état et T l'entrée du système mécanique

Posons $\quad [W_1] = [f_\omega] \quad$ et $\quad [W_2] = [g_\omega] T$

4.4.4.1 Commande de vitesse

Considérons $y = \omega$ comme sortie du système. En dérivant y une seule fois par rapport

au temps on obtient

$$\dot{y} = \dot{\omega} = [p_1]^T W_1 + [p_2]^T W_2 \tag{4.127}$$

Soit

$$\hat{v}_\omega = \dot{\omega} = \left[\hat{p}_1\right]^T W_1 + \left[\hat{p}_2\right]^T W_2 = \dot{\omega}_d - \alpha_1 e_\omega \tag{4.128}$$

où $e_\omega = \omega - \omega_d$ est l'erreur de vitesse et α_l un paramètre choisi en fonction de la dynamique mécanique désirée.

Posons

$$\phi_1 = [p_1] - \left[\hat{p}_1\right]^T \ , \ \phi_2 = [p_1] - \left[\hat{p}_1\right]^T \ , \phi = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}, \ p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} \text{ et } W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix}$$

on obtient

$$\dot{\omega} = v_\omega = \left[\hat{p}_1\right]^T W_1 + \left[\hat{p}_2\right]^T W_2 + \hat{v}_\omega - \hat{v}_\omega = \phi^T W + \hat{v}_\omega \tag{4.129}$$

et l'erreur de poursuite satisfait

$$\dot{e}_\omega + \alpha_1 e_\omega = \phi^T W \tag{4.130}$$

Dans ce cas, il n'est pas nécessaire de considérer une erreur augmentée. On utilise la loi d'adaptation normalisée du gradient définie par

$$[\hat{p}] = \frac{p_0 e_\omega W}{1 + W^T W} \tag{4.131}$$

Afin d'obtenir une erreur nulle en régime permanent on choisit

$$v_\omega = \dot{\omega}_d - \alpha_1 e_\omega - \gamma_1 \int e_\omega dt \tag{4.132}$$

d'où la loi de commande linéarisante

$$T = \frac{1}{\left[\hat{p}_2\right]^T g_\omega}\left[v_\omega - \left[\hat{p}_1\right]^T W_1\right] \tag{4.133}$$

Une telle commande constitue le couple de référence à appliquer au moteur .

4.4.4.2 Commande de position

Dans ce cas nous choisissons la position comme sortie en posant $y = \theta$. Afin de retrouver l'entrée on doit dériver la position deux fois par rapport au temps.

$$\dot{y} = \omega \tag{4.134}$$

$$\ddot{y} = \dot{\omega} = \left[\hat{p}_1\right]^T W_1 + \left[\hat{p}_2\right]^T [g_\omega]\, T \tag{4.135}$$

En choisissant la nouvelle entrée

$$v_p = \dot{\omega}_d - \beta_1 \dot{e}_p - \beta_2 e_p - \lambda_1 \int e_p dt \tag{4.136}$$

et la loi d'adaptation

$$[\hat{p}] = \frac{p_0 e_p W}{1 + W^T W} \tag{4.137}$$

on obtient la loi de commande linéarisante de la forme

$$T = \frac{1}{\left[\hat{p}_2\right]^T g_\omega}\left[v_p - \left[\hat{p}_1\right]^T W_1\right] \tag{4.138}$$

4.4.5 Analyse des résultats

La commande linéarisante du couple nécessite une mesure précise du couple instantané

du moteur. Pour simuler la mesure du couple instantané du moteur on utilise les caractéristiques couples-courants-positions de la figure 4.1. En effet, ces caractéristiques peuvent être facilement mesurées sur le moteur puis mémorisées dans des tables (EPROM). L'utilisation d'une telle technique de mesure nécessite très peu de calculs en temps réel.

Les lois de commande u_K, u_{K-1} et u_{K+1} données par 4.126-4.128 sont calculées à chaque 200µs et imposées au moteur par un convertisseur MLI fonctionnant à une fréquence f_c = *25 kHz*. La tension à l'entrée du convertisseur en demi-pont est *Vcc=50 V.*

La figure 4.36 montre les conditions de l'expérience simulée.

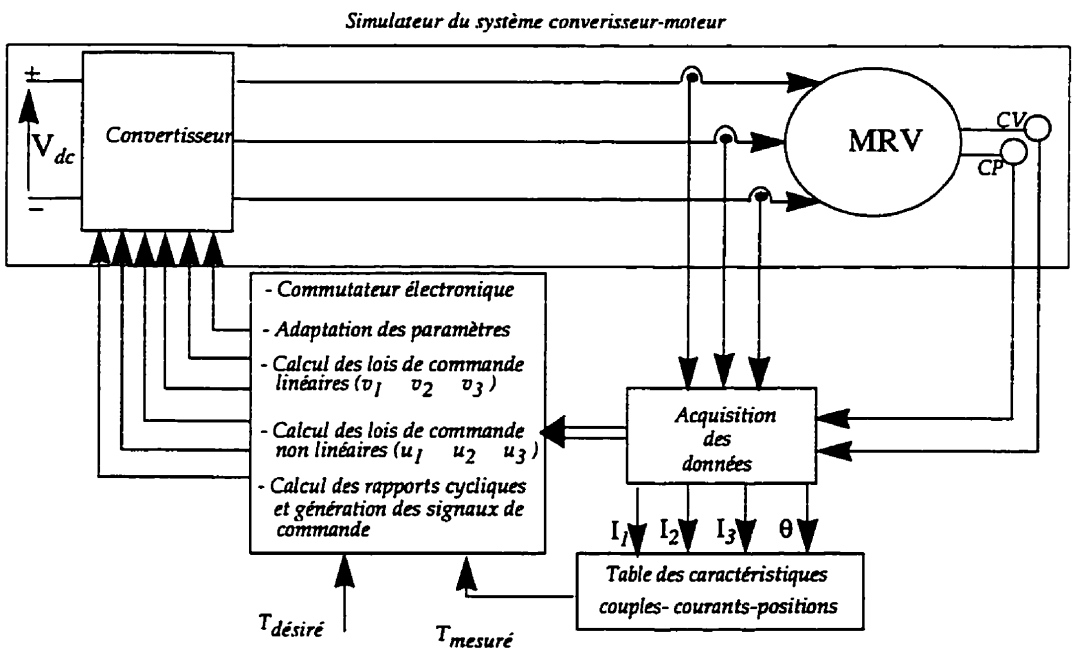


Figure 4.36 : Schéma de simulation

La figure 4.37 montre la réponse à un échelon de couple *40 Nm*. La figure 4.38 montre que l'erreur de poursuite reste inférieure à 12 % de la valeur désirée. En effet c'est

l'alimentation à deux phases qui a permis d'éliminer le problème de singularité et de réduire l'ondulation du couple durant la commutation.

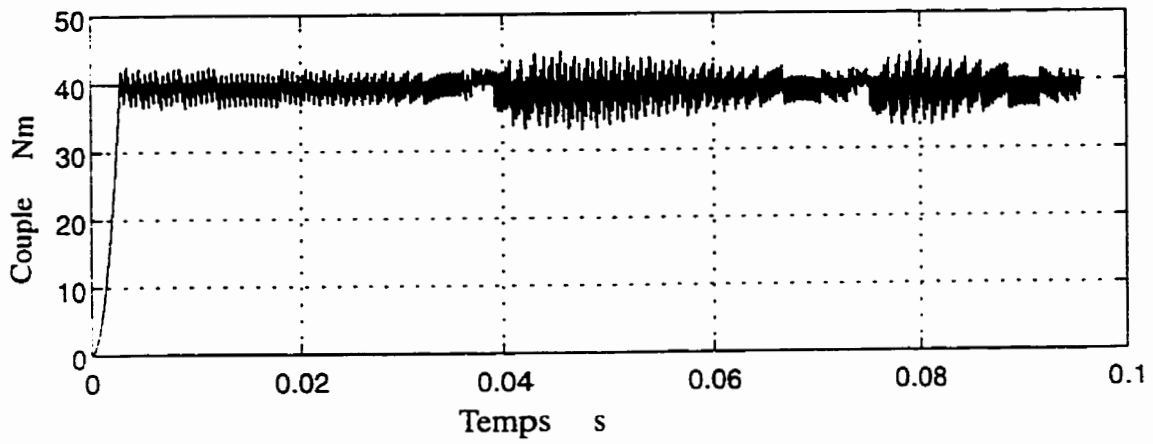


Figure 4.37 : Réponse à un échelon de couple

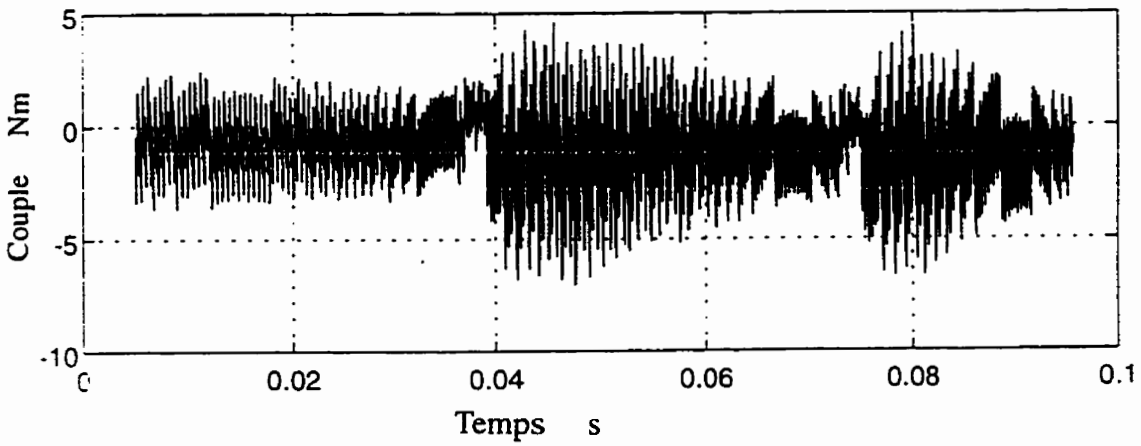


Figure 4.38 : Erreur de poursuite du couple

La figure 4.39 montre la tension appliquée à la phase 1 du moteur. D'autre part, on peut voir l'effet de l'alimentation de deux phases adjacentes pendant les intervalles de commutation. Due à la nature inductive du moteur, la fréquence de *25kHz* se reflète très peu sur les courants et couple du moteur.

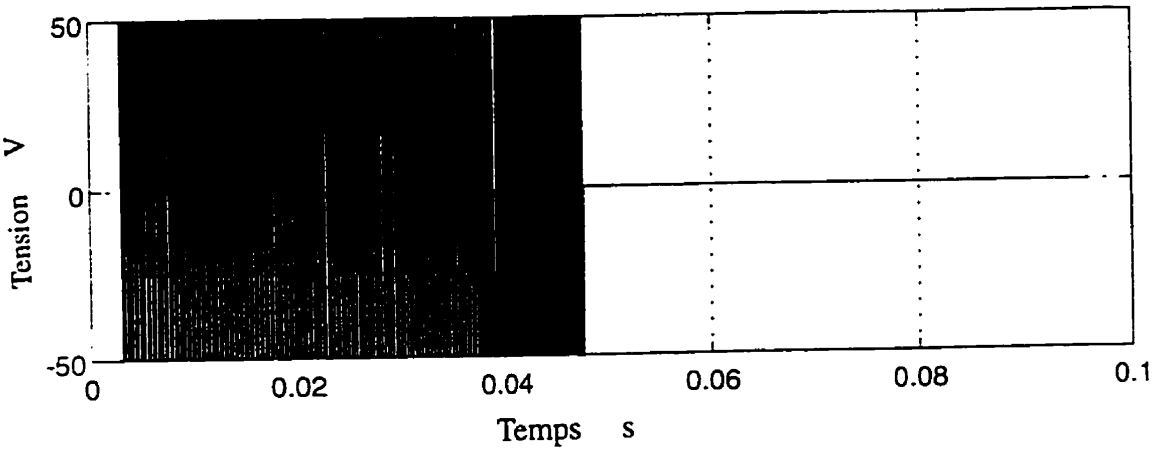


Figure 4.39 : Tension appliquée à la phase 1 du moteur

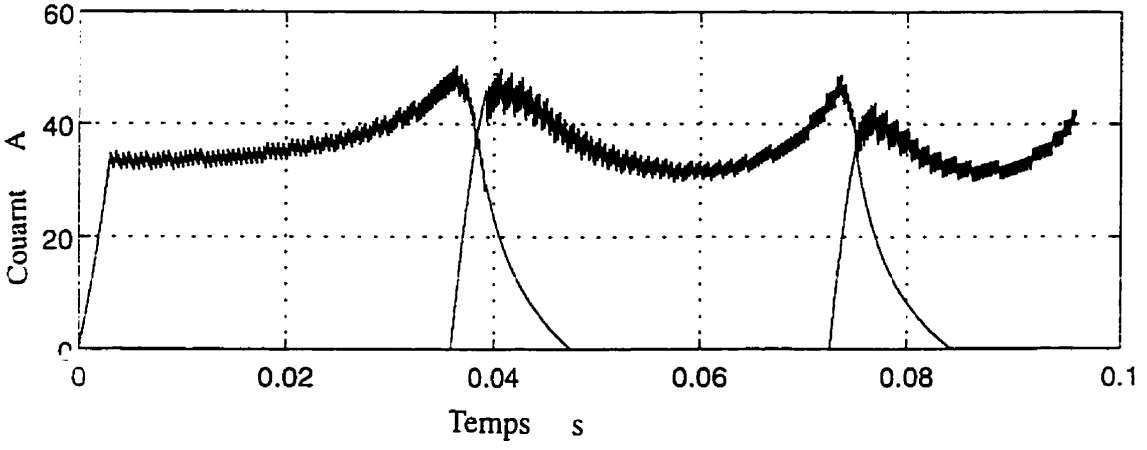


Figure 4.40 : Courants du moteur

Pour réaliser des poursuites de trajectoires de position ou de vitesse, le couple désiré a souvent une allure quelconque. Afin d'évaluer les performances de la stratégie dans de telles circonstances nous avons simulé la réponse à une référence sinusoïdale. Les couples réel et désiré sont montrés à la figure 4.41. L'erreur de traînage observée est due en partie au choix des paramètres de commande de l'équation 4.117.

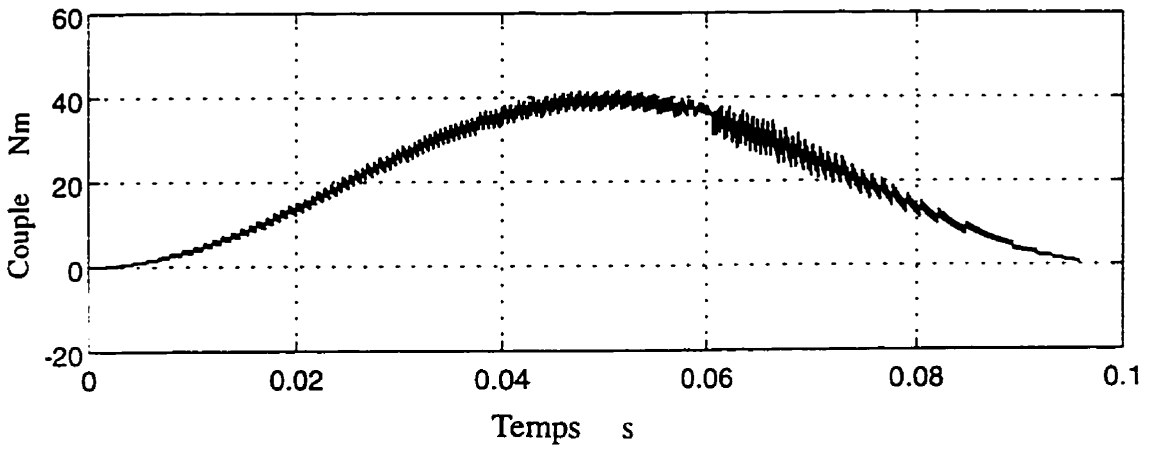


Figure 4.41 : Réponse du couple à une référence sinusoïdale

Étant commandé en couple, le moteur à réluctance variable possède des performances comparables à celles d'un moteur à courant continu. En considérant seulement le modèle mécanique du moteur nous avons conçu deux boucles externes pour la commande de la vitesse et de la position. Dans ce cas, c'est le couple du moteur qui constitue l'élément de commande du système mécanique et les lois de commande 4.137 et 4.142 sont calculées pour la vitesse et la position respectivement. À ce niveau, seuls les paramètres mécaniques sont adaptés.

Afin d'évaluer les performances de la boucle de vitesse nous avons simulé la réponse du moteur à une trajectoire de 5 rad/s. La figure 4.42 montre la vitesse réelle et désirée du moteur. Comme le montre la figure 4.43, l'erreur de vitesse reste inférieure à 2 rad/s pendant toute la période de la simulation.

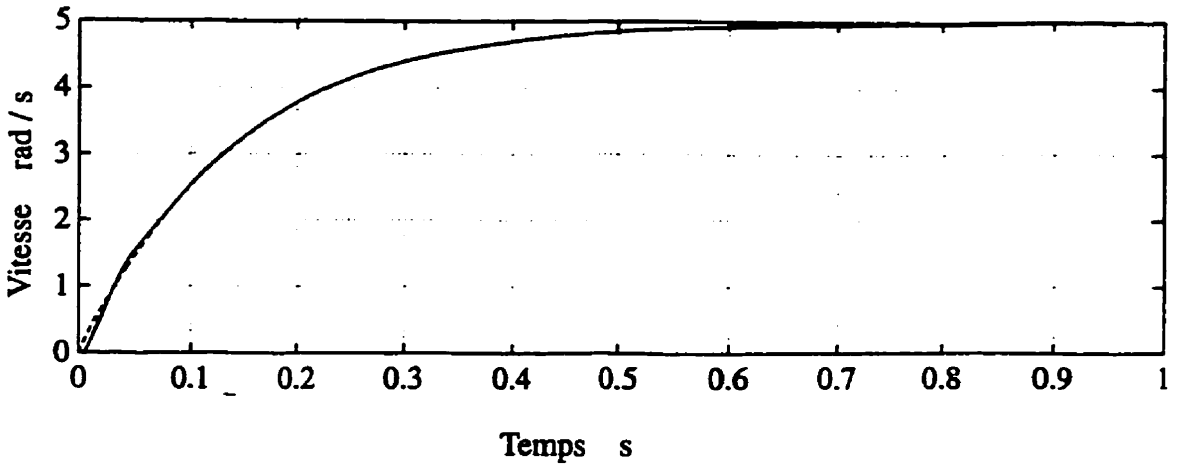


Figure 4.42 : Réponse à une trajectoire de vitesse (—) vitesse réelle (--) vitesse désirée

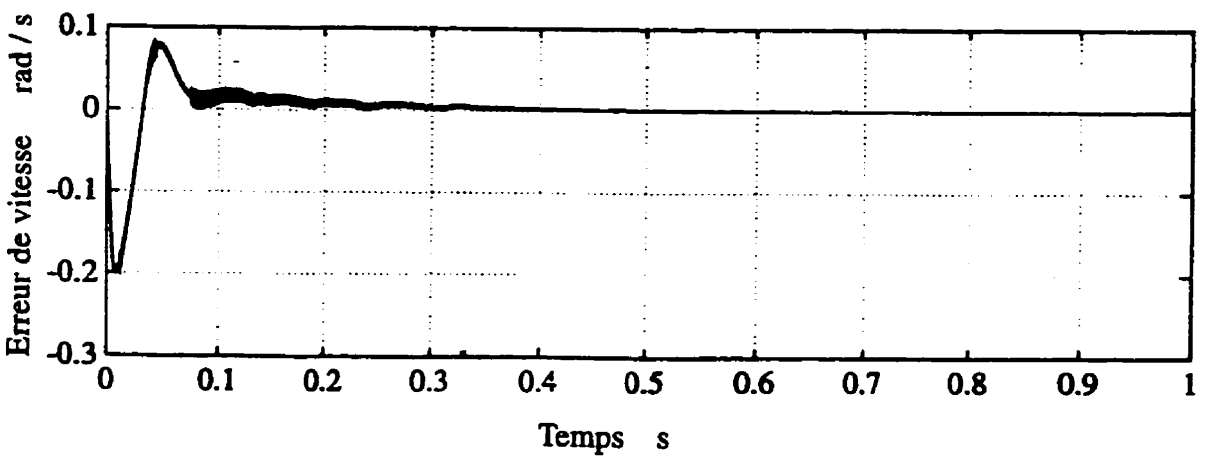


Figure 4.43 : Erreur de vitesse

La figure 4.44 montre la réponse à un échelon de position de 1.57 rad. Comme le montre la figure 4.45, l'erreur de poursuite demeure inférieure à 0.02 rad. Le hachage à haute fréquence observé est due principalement à la commande MLI du convertisseur.

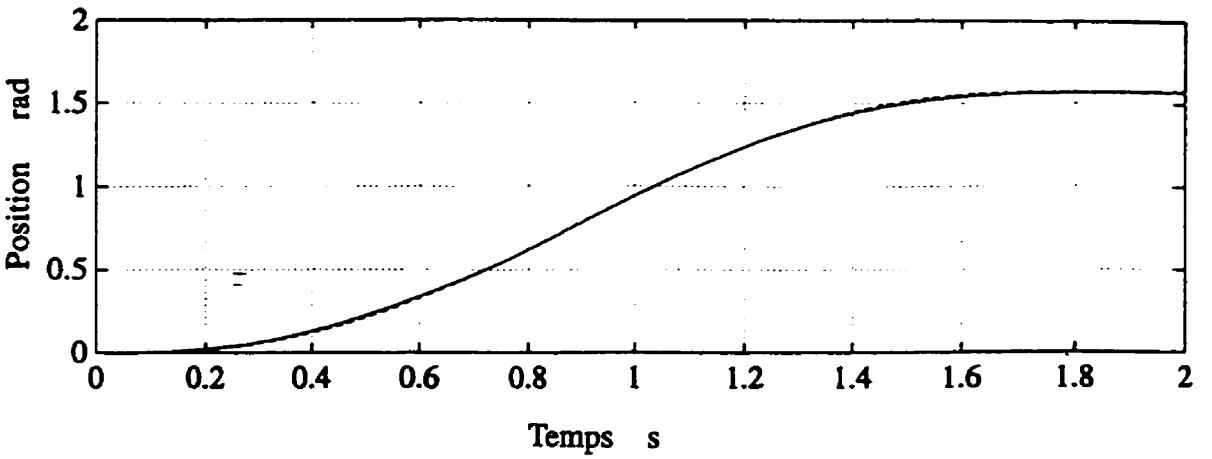


Figure 4.44 : Réponse à une trajectoire de position (—) position réelle (--) position désirée

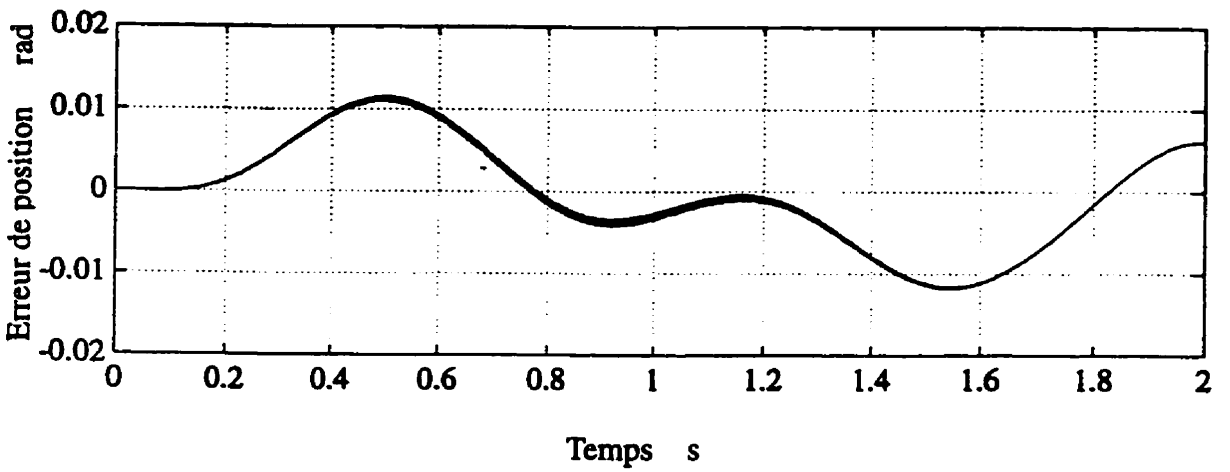


Figure 4.45 : Erreur de position

CHAPITRE V

Aspects de la modélisation, de la mesure et de l'implantation en temps réel des lois de commande proposées

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous décrivons les aspects de la modélisation, de la mesure et de l'implantation en temps réel des lois de commande proposées. Dans ce chapitre on ne présente pas les résultats expérimentaux des lois de commande non linéaires proposée. Cependant nous présentons les résultats expérimentaux associés à toutes les étapes préliminaires nécessaires à l'implantation en temps réel. Ainsi, ce chapitre permet de montrer les contraintes réelles et d'évaluer la réalisabilité des structures de commandes non linéaires proposées.

5.2 Structures électromécaniques du moteur

Pour cette étude nous avons considéré le moteur DDM-2215 B de Superior Electric. C'est un moteur triphasé pouvant produire un couple de 40 N.m à des vitesses inférieures à 1.7 rad/s. Le tableau 5.1 montre les paramètres de ce moteur.

Tableau 5.1: Paramètres du moteur DDM-2215 B

Nombre de phases: q	Nombre de dents au rotor: N_R	Nombre de plots (pôles) statoriques: N_S	Nombre de pas : $N_P = q\,N_R$	Angle d'un pas : $\theta_p = 2\pi/N_P$ (rd)	Périodicité : $\theta_T = 2\pi/N_R$ (rd)
3	156	18	468	0.0134256	0.04027682

La caractéristique couple-vitesse du moteur est montrée à la figure 5.1.

La figure 5.2 illustre une section du moteur. Dans cette figure, on peut voir la configuration physique du stator et du rotor et en particulier la double saillance du moteur.

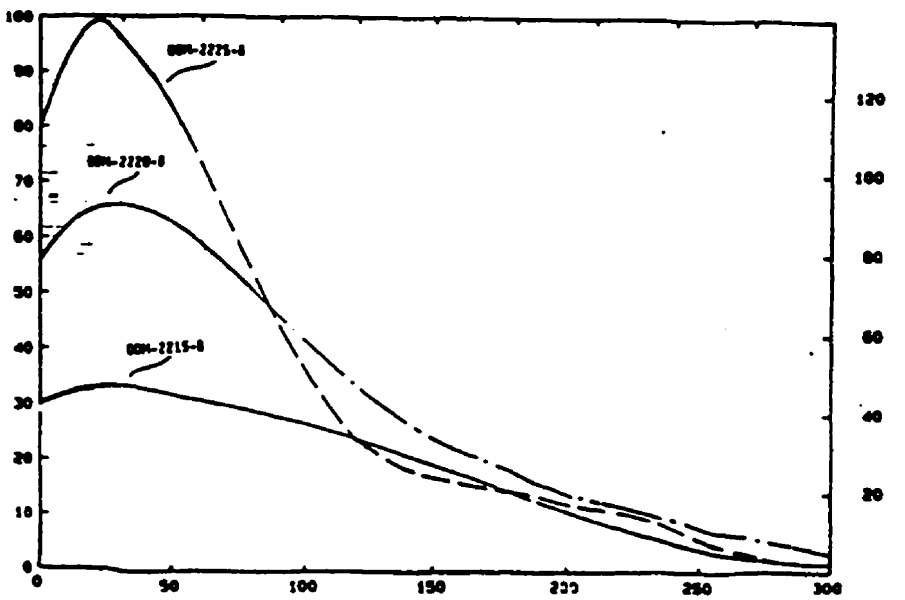


Figure 5.1 : Caractéristique couple vitesse du moteur DDM-2215 B (—)

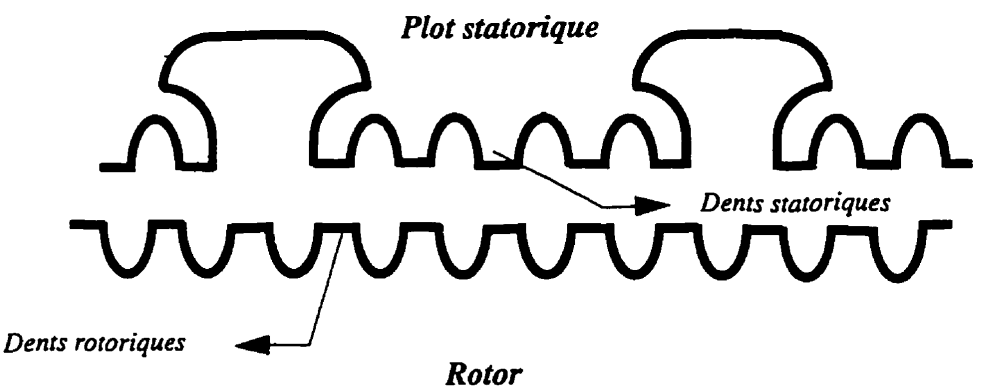


Figure 5.2 : Vue d'une section du moteur DDM-2215 B

5.3 Mesure des caractéristiques magnétiques (flux-courants-positions)

La connaissance de ces caractéristiques est d'une grande importance puisqu'elles contiennent toutes les non-linéarités et représente le couplage entre les parties électrique et mécanique du moteur. C'est à partir de ces caractéristiques que les modèles analytiques sont développés. La mesure de ces caractéristiques doit donc être effectuée minutieusement.

Faute de capteur, il est impossible de mesurer le flux directement sur la machine. Cependant il est possible de le déduire en intégrant numériquement l'équation de tension.

$$\psi = \int (v - RI)\, dt \tag{5.1}$$

Cette méthode nécessite la mesure de la tension, du courant, la valeur précise de la résistance par phase du moteur et la connaissance exacte de la valeur initiale du flux au début de chaque intégration.

Un essai en courant continu a permis de mesurer une résistance par phase $R=0.302\Omega$. Un essai en courant alternatif nous permet de mesurer approximativement l'inductance par phase du moteur. La figure 5.3 montre l'inductance pour différents niveaux d'excitation.

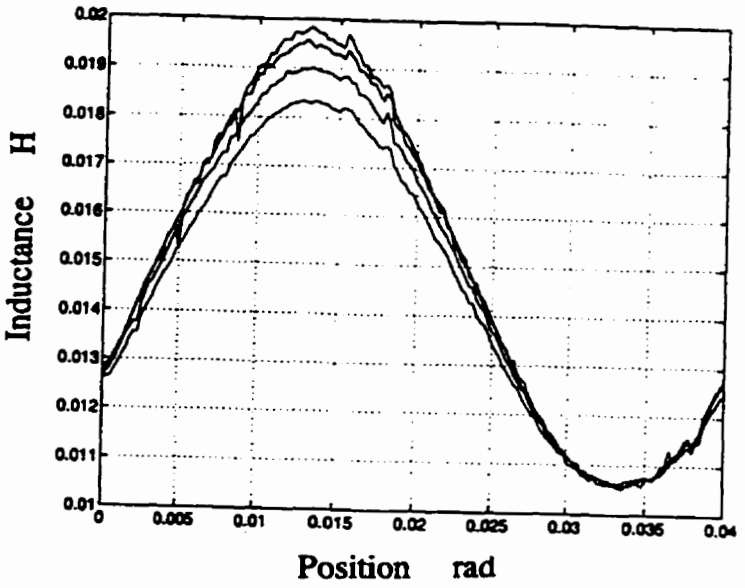


Figure 5.3 : Inductance par phase du moteur

Pour mesurer les caractéristiques magnétiques du moteur, nous avons suivi la procédure suivante.

La phase du moteur est alimentée par une source de tension sinusoïdale de fréquence f=60Hz et d'amplitude permettant d'atteindre 20 A. Ainsi, le flux est établi durant l'alternance positive puis annulé complètement durant l'alternance négative. Le système d'acquisition est composé d'un oscilloscope numérique qui communique avec un PC à travers son port de communication RS232. La méthode consiste à bloquer le moteur à une position désirée puis alimenter la phase concernée et effectuer une acquisition du courant et de la tension pendant le premier demi cycle positif de la tension. Cette opération est répétée pour plusieurs positions.

À partir des fichiers de données recueillies, on intègre pour trouver une caractéristique flux-courants pour chacune des positions. Pour éviter le problème de la condition

initiale, nous commençons l'intégration au début de chaque alternance positive. Ainsi, on s'assure que la valeur initiale du flux est nulle puisque le flux est annulé durant l'alternance négative. La figure 5.4 montre les caractéristiques flux-courants-positions d'une phase, mesurées sur une demi période électrique du moteur. On peut remarquer deux régions, une linéaire où le moteur est non saturé et l'autre non linéaire où le moteur est saturé.

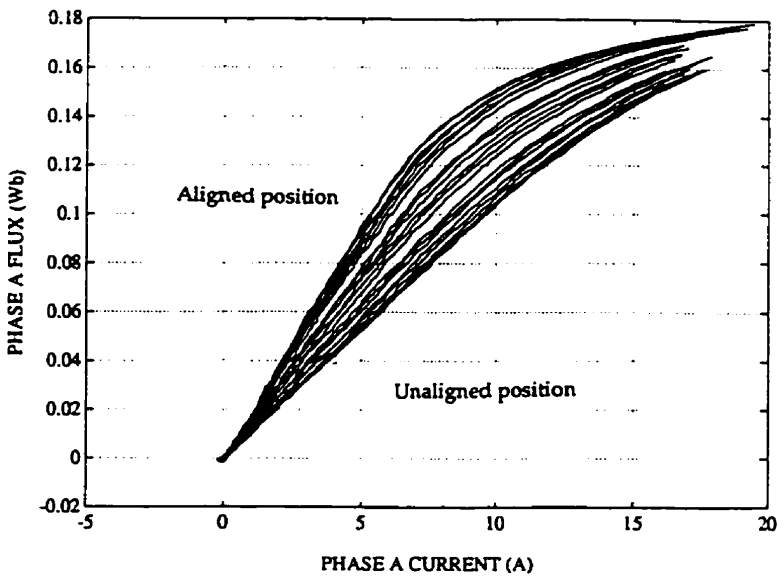


Figure 5.4 : Caractéristiques magnétiques (flux-courants-positions) d'une phase

5.4 Modèles analytiques à partir des mesures recueillies

Lorsque le courant de phase est inférieur à 5 A, le circuit magnétique n'est pas saturé et les caractéristiques flux-courants peuvent être approximées par des droites. De plus, en considérant seulement la fondamentale de l'inductance, le flux peut être approximé par

$$\psi_j(\theta, I_j) = L_j(\theta) I_j = \psi_s \; [a + bS_j] I_j \tag{5.2}$$

La pente représentant la variation du flux par rapport au courant est une fonction de la position et peut être exprimée par

$$\frac{\delta\psi_j}{\delta I_j} = \psi_s a + \psi_s b \ S_j$$

La variation du flux par rapport à la position dépend non seulement de la position mais aussi du courant injecté au moteur. Cette variation est représentée par

$$\frac{\delta\psi_j}{\delta\theta} = \frac{\delta L_j}{\delta\theta} I_j \ = \psi_s b N_R C_j I_.$$

où

$$C_j = \cos\left(N_R \ \theta - (j-1)\frac{2\pi}{3}\right) \qquad S_j = \sin\left(N_R \ \theta - (j-1)\frac{2\pi}{3}\right) \qquad j=1, 2, 3$$

Cependant, à des courants supérieurs à 5 A, le circuit magnétique devient saturé. Dans une telle région la saturation peut être modélisée par la fonction exponentielle et le flux devient

$$\psi_j(\theta, I_j) = \psi_s\left(1 - e^{(-I_j \ f_j(\theta))}\right) \tag{5.3}$$

Où ψ_s est la valeur du flux de saturation et $f_j(\theta)$ est la fondamentale de la transformée de Fourier modélisant la variation de l'inductance de la phase j en fonction de la position.

$$f_j(\theta) = a + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(nN_R \ \theta - (j-1)\frac{2\pi}{3}\right) + c_n \cos\left(nN_R \ \theta - (j-1)\frac{2\pi}{3}\right) \tag{5.4}$$

Si seulement la composante fondamentale de $f_j(\theta)$ est considérée alors les caractéristiques montrées à la figure5.3 peuvent êtres approximées par

$$\psi_j(\theta, I_j) = \psi_s\left(1 - e^{(-I_j \ (a + \ b_1 S_j))}\right) \tag{5.5}$$

Afin de représenter le plus fidèlement possible les caractéristiques de la figure 5.4 avec le modèle 5.5 nous avons choisi $\psi_s = 0.18$, a = 0.11 et b = 0.030.

Même si le terme exponentiel tient compte de la saturation du moteur il reste toutefois qu'un tel modèle ne peut prédire d'une façon précise les dynamiques du moteur D0215. Un travail plus élaborée doit être effectué pour obtenir un modèle du moteur spécifié, suffisamment performant pour les régions où la saturation magnétique est considérable. À cette fin, on peut se baser sur le travail Torrey (1991) pour déterminer un modèle de la forme

$$\psi(\theta, I) = a_1(\theta)\left(1 - e^{a_2(\theta) I}\right) + a_3(\theta) I \tag{5.6}$$

Contrairement au modèle 5.5, le modèle 5.6 contient beaucoup plus de paramètres variables en fonction de la position. Ce choix semble plus réaliste car le niveau de saturation dépend non seulement du courant mais aussi de la position du moteur (position des dents rotorique pae rapport aux dents statoriques).

Le coefficient $a_1(\theta)$ représente la valeur du flux à mesure que le circuit magnétique rentre en saturation. Le coefficient $a_2(\theta)$ modélise le degré de saturation du moteur et $a_3(\theta)$ modélise l'inductance incrémentale à forts courants. Ces paramètres peuvent être déterminés en utilisant la méthode des moindres carrées non linéaire Bevington (1969).

Le désavantage principale du modèle 5.6 est que ce dernier est difficilement utilisable puisqu'il nécessite des développements mathématiques excessivement complexes pour concevoir une commande non linéaire par retour d'état. Par conséquent, l'implantation en temps réel des lois de commandes linéarisantes issues d'un tel modèle sera difficilement réalisable.

5.5 Problèmes de mesure du couple électromagnétique du moteur

5.5.1 Caractéristiques couples-courants-positions: mesure du couple en temps différé

Pour réaliser une commande du couple on a besoin de connaître le couple instantané total développé par le moteur. La méthode la plus rapide et la plus précise consiste à utiliser une table où sont stockées toutes les caractéristiques couples-courants-positions du moteur. De telles caractéristiques peuvent êtres déterminées à partir des caractéristiques magnétiques du moteur. Aussi, elles peuvent êtres mesurées directement sur la machine. Pour ce faire, on bloque le rotor à une position désirée, on excite une phase avec un courant continu et on fait l'acquisition du couple à l'aide d'une jauge de contrainte. Une telle mesure est répété pour différents courants et positions du moteur. La figure 5.5 montre les caractéristiques de la phase 1 mesurées sur une période électrique (360°). Celles des phases 2 et 3 sont obtenues en effectuant des décalages de $4\pi/(3N_R)$ et $8\pi/(3N_R)$ respectivement. Ces données sont stockées dans une table pour déduire éventuellement, à partir du courant et de la position, le couple en temps réel.

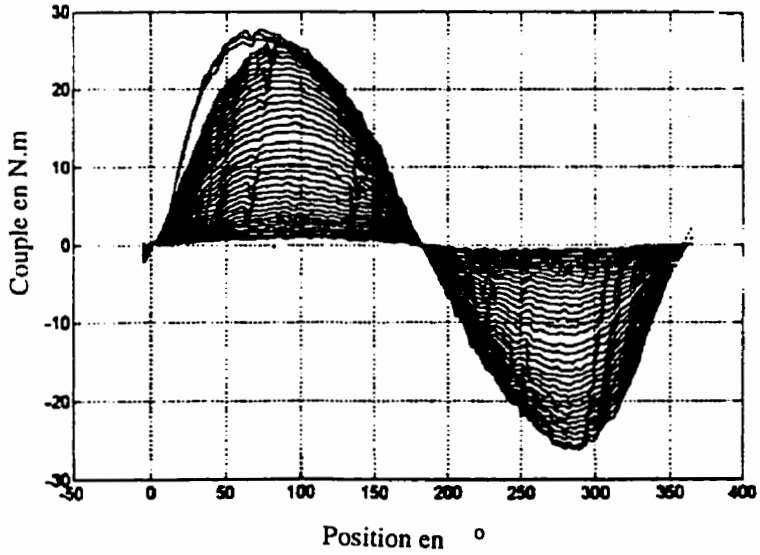


Figure 5.5 : Caractéristiques couples-courants-positions

5.5.2 Calcul du couple par l'estimation en temps réel du flux

Une autre méthode de mesure du couple basée sur l'estimation du flux en temps réel et la connaissance des réluctances a été développée par Filicori (1993).

Dans cette méthode, on considère que la force magnétomotrice ($NI = H(\theta,\psi)$) peut ce décomposer en deux termes. Le premier représente l'effet de la saturation du matériau ferromagnétique. C'est un terme non linéaire et indépendant de la position du moteur. Le deuxième terme représente l'effet de la variation périodique de l'entrefer en fonction de la position du moteur (réluctance variable). Dans ce cas le courant s'exprime par

$$I = F(\psi) + \Re(\theta) \times \psi \tag{5.7}$$

où $\Re(\theta)$ est l'image de la réluctance par phase du moteur (on l'appelle la réluctance normalisée de l'entrefer) et $F(\psi)$ est donné par

$$F(\psi) = F_1\psi + F^*(\psi) \tag{5.8}$$

où

$$F^*(\psi) = \Sigma_{i=2}^{n}(F_i\psi^i) \tag{5.9}$$

d'où

$$I = [F_1\psi + F^*(\psi)] + \Re(\theta)\psi = F^*(\psi) + \Re^o(\theta)\psi \tag{5.10}$$

avec $\Re^o(\theta) = (F_1 + \Re(\theta))$

Pour des faibles valeurs du flux, le courant I peut être approximé par

$$I = (\Re^o(\theta))\,\psi \tag{5.11}$$

Le terme $\Re^o(\theta)$ peut être facilement mesuré. En effet il représente l'inverse de la pente de la courbe $\psi(\theta,I)$ au voisinage de $I=0$.

$$\Re^o(\theta) = \left.\frac{\partial I}{\partial \psi(\theta, I)}\right|_{I=0} \tag{5.12}$$

La figure 5.6 montre la réluctance $\Re^o(\theta)$ déterminée à partir des caractéristiques magnétiques.

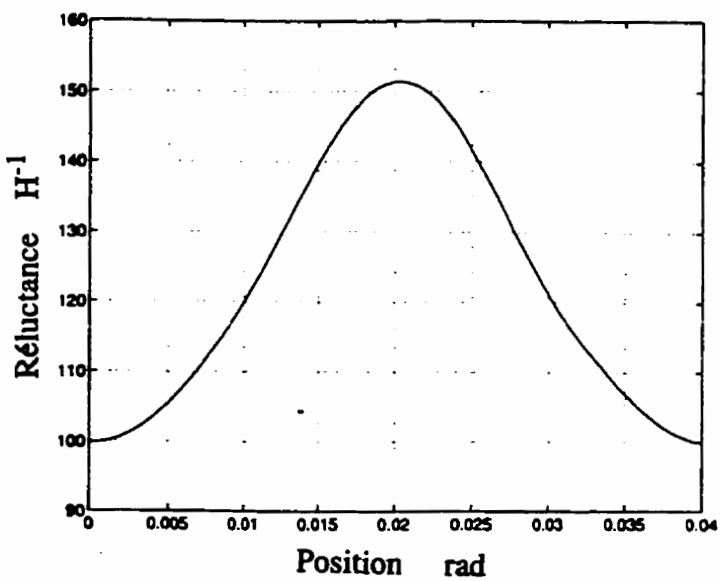


Figure 5.6 : Réluctance obtenue à partir des caractéristiques magnétiques

Puisque $\dfrac{d\Re(\theta)}{d\theta} = \dfrac{d\Re^o(\theta)}{d\theta}$ alors le couple par phase peut s'exprimer par

$$T = -\frac{1}{2}\frac{d\Re(\theta)}{dt}\psi^2 \tag{5.13}$$

La terme $\frac{d\Re^{o}(\theta)}{d\theta}$ est montrée à la figure 5.7.

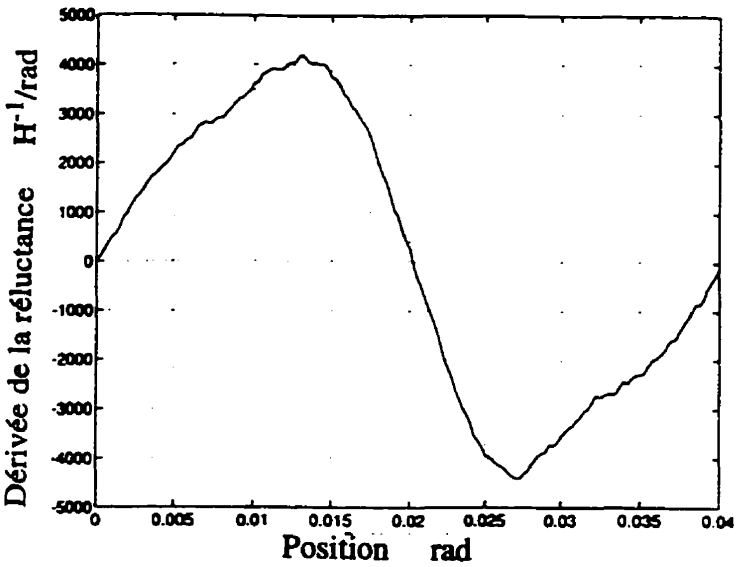


Figure 5.7 : Dérivée de la réluctance par phase

Le calcul en temps réel du flux par phase nécessite une fréquence d'échantillonnage du courant 5 fois supérieure à celle du convertisseur. La mesure de la tension ne nécessite aucun capteur car celle ci est déduite des états des interrupteurs.

Afin d'évaluer la précision d'une telle méthode nous avons effectuer des simulations. Les résultats de simulation sont montrés à la figure 5.8. On remarque que les performances de cette méthode se dégradent à mesure que le niveau d'excitation augmente. Ceci veut dire que les modèles 5.7 et 5.8 ne sont pas valables pour les régions où le moteur est fortement saturé. De plus, même si elle a été utilisée avec succès dans (Flicori et al, 1993) sur un moteur NSK, elle ne peut être appliquée à toutes les configurations de machines existantes, en particulier au moteur D0215 de Superior Electric. En effet des essais pratiques ont été effectuées au laboratoire et les résultats

obtenus ne peuvent confirmer la généralité de la méthode. Probablement les hypothèses considérées ne sont pas justifiées pour le moteur considéré, et par conséquent un ajustement des modèles 5.7 et 5.8 doit être effectué.

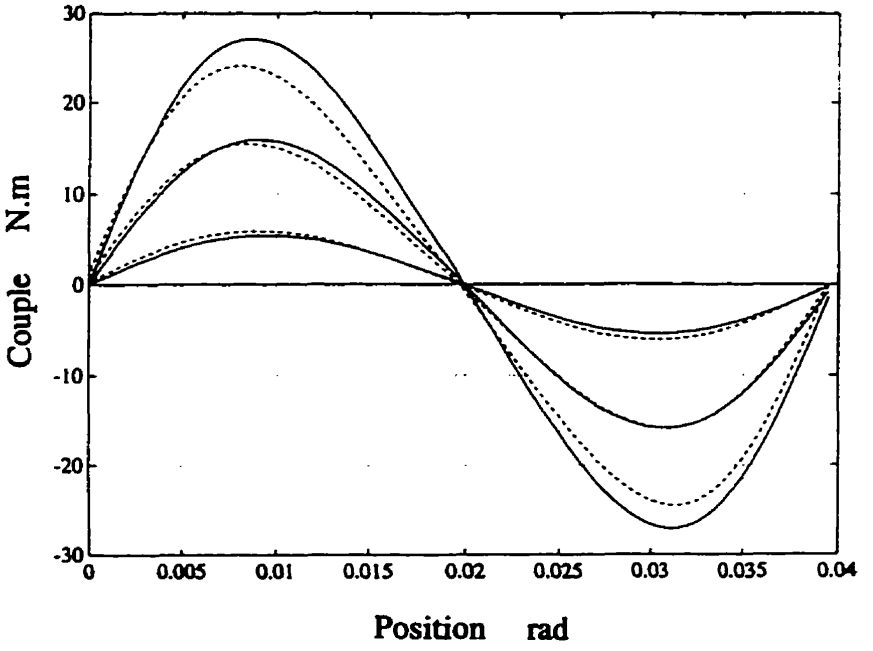


Figure 5.8 : Couple réel (—) et couple estimé (--)

Ceci nous mène à conclure que la méthode de mesure basée sur les caractéristiques couples-courants-positions demeure la solution la plus judicieuse. De telles caractéristiques peuvent être mémorisée dans une table et utilisées pour déduire le couple ou servir à effectuer l'apprentissage d'un réseau de neurones qui pourra être implanté facilement en temps réel Hebert (1995).

5.6 Aspects de l'implantation en temps réel des algorithmes de commande

Même si les résultats de simulation semblent concluants, il est important d'évaluer les différentes contraintes associées à la réalisation pratique et proposer des solutions pour une éventuelle implantation en temps réel des algorithmes proposées.

Plusieurs questions fondamentales associées à l'implantation en temps réel doivent être abordées. Premièrement, il faut vérifier si l'introduction d'éléments d'échantillonnage et de blocage rend impossible la linéarisation par retour d'état du système considéré. Le choix de la période d'échantillonnage est très important car il détermine non seulement les performances mais aussi le coût du système de commande. Théoriquement on doit échantillonner à des fréquences supérieures à deux fois la bande passante du système en boucle fermée f_c. Cependant, en pratique, afin d'obtenir des performances acceptables on propose d'échantillonner à des fréquences supérieures à dix fois la bande passante du système continu en boucle fermée. Dans le cas du système fortement non linéaire convertisseur-moteur, la simulation nous a montré que la linéarisation est possible seulement si on échantillonne à une fréquence très élevée par rapport à celle normalement utilisée pour les systèmes continus ($10\ f_c$). En effet, même si la constante de temps électrique la plus faible est $\tau_{min} = 33ms$, la période d'échantillonnage minimale à considérer est $T_s = 200\mu s$. Cela veut dire qu'il faut échantillonner à une fréquence $f_s = 160 f_c$ et non pas $10 f_c$. Ceci s'explique par le fait que l'inversion en temps réel du modèle nécessite la connaissance précise en temps réel de l'état du système.

Deuxièmement, il faut faire le choix des différents éléments nécessaires pour l'exécution des différentes tâches de la commande, à savoir le système d'acquisition, le système de communication permettant de lancer des tâches de commande et de stocker les variables à analyser, la puissance du calculateur numérique, le système d'interfaçage entre les circuits de commande et les circuits puissance et finalement le programme de commande.

Le choix de l'environnement dépend non seulement de la puissance du calculateur numérique et du système d'acquisition mais aussi de la flexibilité et de la facilité d'exploitation du système. Plusieurs systèmes de développement sont actuellement disponibles sur le marché. Ces systèmes utilisent des processeurs numériques de signal puissants, programmables en langage évolué et pouvant communiquer avec un ordinateur

personnel. Dans ce sens, citons les systèmes comme DSPACE, MX31 Modular Embedded System et Matrix. De tels systèmes de développement facilitent et accélèrent considérablement l'implantation pratique des commandes proposées.

Dans ce projet nous n'avons pas discrétisé de modèle. En effet, nous avons conçu une loi de commande continu à partir du modèle continu du moteur.

Cependant, lors de la simulation nous avons appliqué la loi de commande non linéaire continue en mode discret en utilisant un échantillonneur bloqueur d'ordre zéro. La figure 5.9 montre le diagramme de temps du régulateur. À l'instant kT_S on effectue l'acquisition des variables d'état qui dure t_1. Ensuite, on effectue l'adaptation des paramètres pendant t_2, on calcule les lois de commandes linéarisantes pendant t_3 et finalement on calcule les rapports cycliques et les signaux de commande à envoyer au convertisseur. Ainsi l'application de la commande u(kT_S) ne s'applique qu'à l'instant $(k+1)T_S$ et dure toute l'intervalle $[kT_S\ ,\ (k+1)T_S]$. À ce délai d'une période d'échantillonnage s'ajoute un délai due à la modulation par la largeur d'impulsion. En effet, la tension u(kT_S) n'est imposée réellement au moteur qu'après un délai moyen égal à la moitié de la période de hachage du convertisseur. Ce délai est très faible par rapport à la période d'échantionnage et influence peu les performances du système

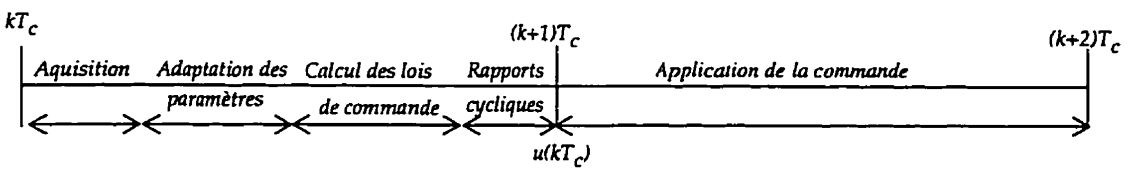


Figure 5.9 : Diagramme temporel de la commande numérique du MRV

La figure 5.10 montre l'algorithme à utiliser pour réaliser en temps réel la commande proposée.

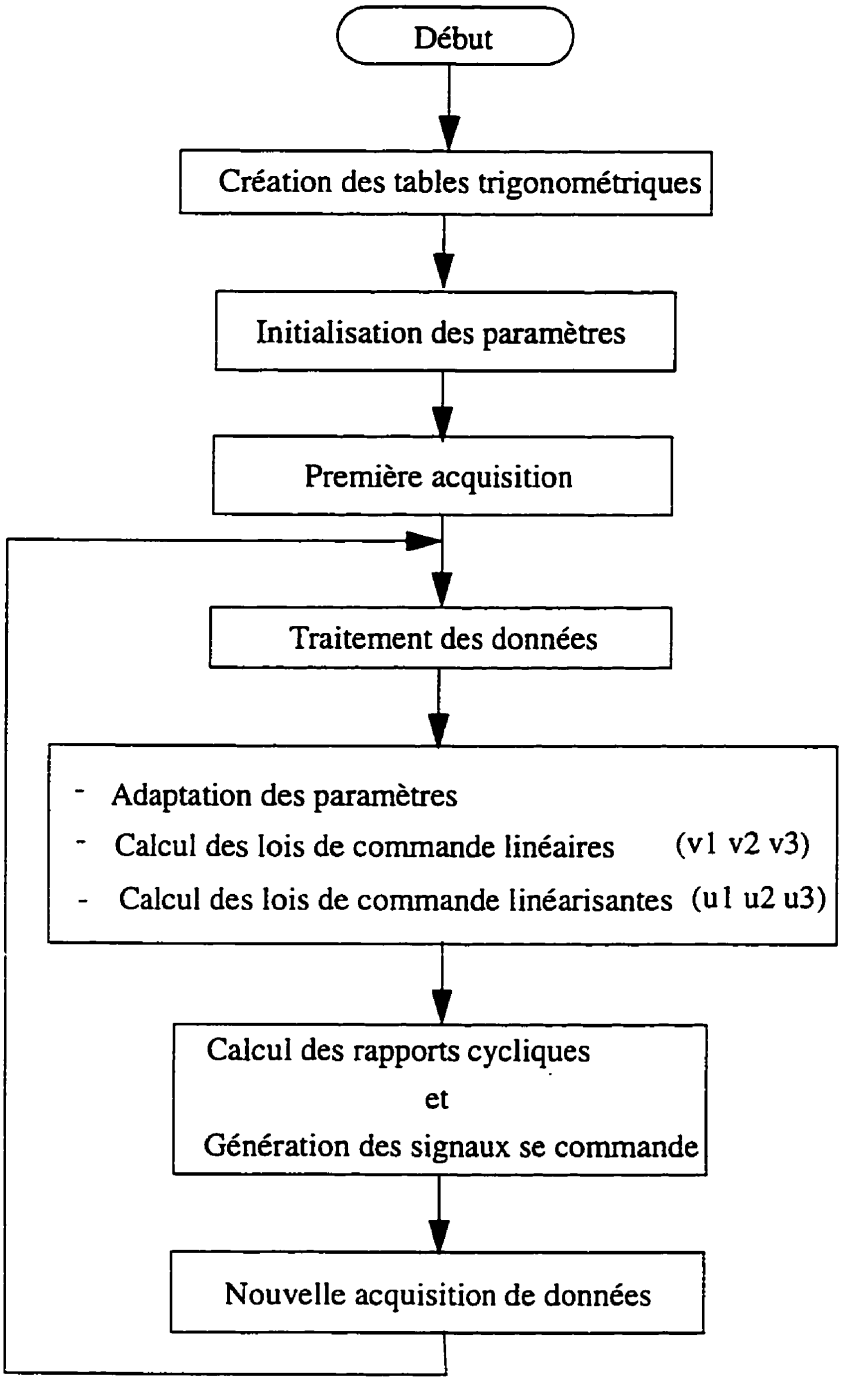


Figure 5.10 : Algorithme de commande en temps réel du MRV

La figure 5.11 résume le système de commande de couple à réaliser .

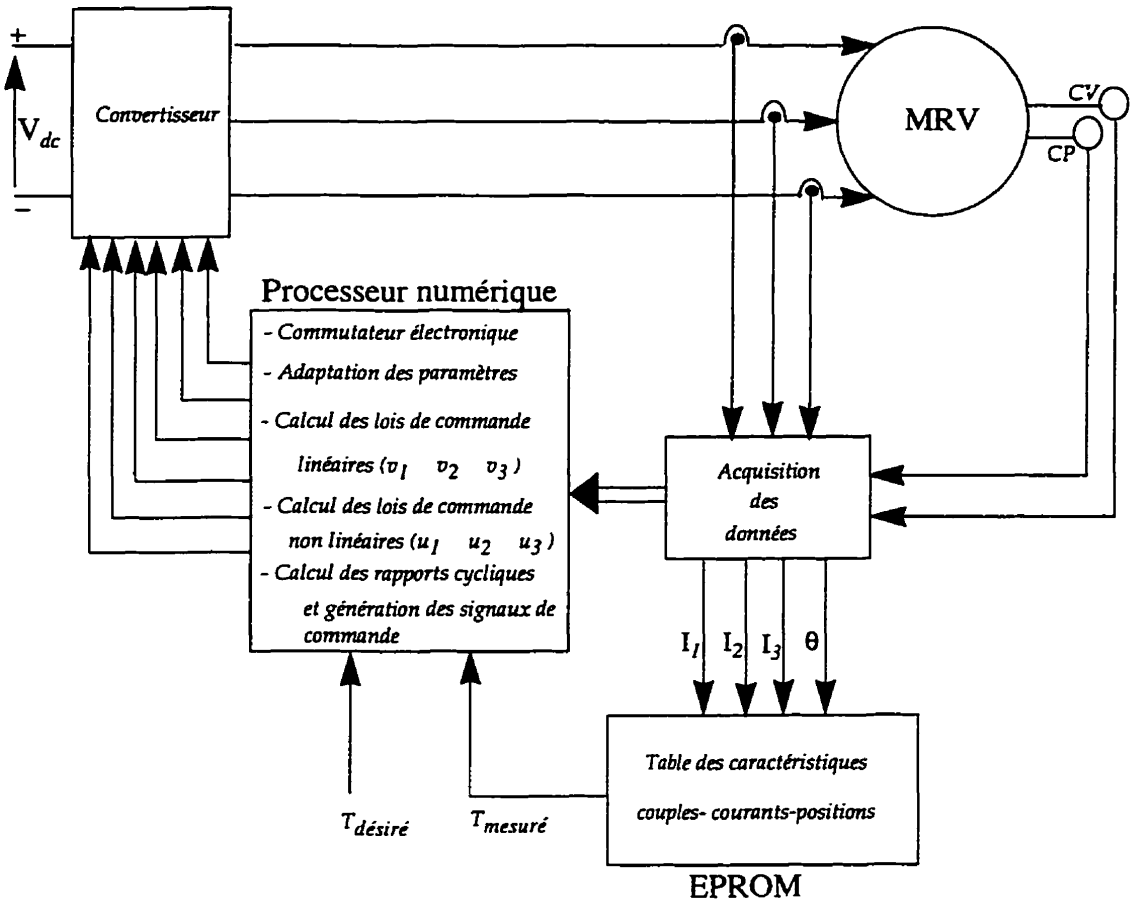


Figure 5.11 : schéma de commande en temps réel du couple

CONCLUSION

La revue historique et la littérature concernant la machine à réluctance variable nous ont montré l'état de l'art dans le domaine. Il faut remarquer que même si des développements considérables ont été réalisés au niveau de la conception et de l'alimentation d'une telle machine, un travail énorme reste à faire au niveau de sa modélisation et de sa commande. En effet, à cause de sa structure électromagnétique, il est extrêmement difficile d'obtenir un modèle analytique suffisamment précis. De plus, son couple fortement pulsatoire et sa nature fortement non linéaire font qu'il est impossible d'obtenir des bonnes performances dynamiques en utilisant de simples lois de commande linéaire.

Le désir d'obtenir des performances dynamiques comparables à celles du moteur cc, d'une part, et l'application de nouvelles techniques de commande, d'autre part, constituent les principales sources de motivation.

Dans cette thèse, nous avons présenté une étude complète de la commande non linéaire et adaptative de la machine à réluctance variable. Notre contribution est d'avoir développé des stratégies de commande permettant de compenser pour les non-linéarités du moteur et réduire les ondulations de couple même en présence d'incertitudes paramétriques dans le modèle. En effet, c'est en utilisant la loi du gradient que l'adaptation des paramètres a rendu possible la linéarisation du système.

Lors de la conception des lois de commandes nous avons remarqué que l'inversion du modèle n'est possible que lorsque le courant I_K de la phase sélectionnée est non nul. Avec la stratégie de commutation présentée dans 4.3.1, le courant I_K est nul durant la commutation, ce qui cause un effort de commande très élevé qui se traduit par un

couple crête élevé. Pour remédier à ce problème nous avons limité la tension de commande. Une solution beaucoup plus efficace consiste à alimenter deux phases adjacentes pendant l'intervalle de commutation. Une telle stratégie de commutation a permis de réduire considérablement non seulement la crête de couple pendant la commutation mais aussi les efforts de commande.

Les performances obtenues avec la stratégie de commande du couple instantané avec logique de commutation améliorée sont nettement meilleures que celles obtenues en effectuant une linéarisation au sens entrées-état pour une commande directe de position. En effet, même si la commande du couple requiert une mesure précise du couple instantané, elle requiert moins de calculs en temps réel et elle répond mieux aux exigences d'une application industrielle.

Dans le chapitre V, nous avons traité les aspects de mesure des caractéristiques électromagnétiques du moteur ainsi que celles de la modélisation du moteur à partir de ses caractéristiques électromagnétiques. Même si le modèle analytique 5.6 est suffisamment performant pour le moteur saturé, il présente le désavantage de conduire à des lois de commande difficilement réalisables. Le modèle 5.5 que nous avons choisi pour développer le simulateur du moteur est moins précis. Cependant, il permet de concevoir des lois de commande beaucoup moin complexes.

Aussi, nous avons traité les aspects de l'implantation pratique des stratégies de commande proposées. L'implantation pratique de ces lois de commande n'a pas été effectuée. Cependant, nous avons décrit les étatpes à suivre ainsi que les differentes aspects à considérer (frépquence d'échantillonnage, mesure du couple, choix du Microcontroleur etc..). L'implantation pratique demeure une étape de validation nécessaire et peut être effectuée dans le cadre d'un prochain projet de recherche.

BIBLIOGRAPHIE

AKHRIF, O. (1989). Nonlinear adaptive control with application to flexible structures, Doctoral Thesis, Maryland University.

AKHRIF, O. (1987), Using computer algebra for design of nonlinear control systems, M.S. Thesis, Univ. of Maryland, College Park, MD.

AKHRIF. O. et BLANKENSHIP. G.L.(1988). Computer algebra algorithm for nonlinear control. NATO ASI Series, Vol. F47, Advanced Computing Concepts and Techniques in Control Engineering, Edited by Denham, M.J et Laub, A.J, Springer-Verlag.

ASTROM, K.J. et WITTENMARK, B. (1989). Adaptive control. Addison Wesley.

BELTRAN, A. (1991). La fée électricité. Découvertes Gallimard, Sciences et techniques.

BEN AMOR, L, DESSAINT, L-A et AKHRIF, O. (1993 March-April), Adaptive feedback linearisation for position control of a switched reluctance motor: analysis and simulation, International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Vol.7, 117-136.

BEN AMOR, L, DESSAINT, L-A, GHRIBI,M et AKHRIF, O. (1994 Sept), Adaptive nonlinear control of a permanent magnet synchronous Motor, IEEE-IECON'94, Italy, pp 2110-2115.

BEN AMOR, L, DESSAINT, L-A et AKHRIF, O. (1995 March), Adaptive nonlinear torque control of a switched reluctance motor via flux observation, Transactions on

Mathematics and Computers in Simulation, Vol.38, 345-358.

BEVINGTON, P.R. (1969). Data reduction and error analysis for the physical sciences. McGraw-Hill, New York, Chap.11.

BOSE, B.K., MILLER, T.J.E. et SZCZESNY, P.M. et BICKNELL, W.H.(1986). Microcomputer control of switched reluctance motor. IEEE Transactions on Industrial Applications, 22, 4, 708-715.

BROCKETT, R.W. (1978). Feedback invariants for non linear systems, IFAC Congress, p. 1115-1120.

BYRNE, J.V. et LACY, J.G. (1976 March.). Characteristics of saturable stepper and reluctance motors. IEE conference on small special electric machines, 136, 93-96.

BYRNE, J.V. et O'DWYER, J.B. (1976 JUL.). Saturable variable reluctance machine simulation using exponential functions. Proceedings of International Conference on Stepping Motors and Systems. University of leeds, U.K, 11-16.

BYRNE, J.V. et DEVITT, F. (1985 OCT). Design and performance of a saturable variable reluctance servo motor. Proceedings on Motor Control Conference, 139-146.

BYRNE, J.V., McMULLIN, M.F. et O'DWYER, B.(1985 OCT). A high performance variable reluctance drive: a new brushless servo, Proceedings on Motor Control Conference, 147-160.

BYRNES, C.I. et ISIDORI, A. (1986). Asymptotic expansions, root-loci and the global stability of nonlinear feedback systems. Algebric and Geometric Methods in Control

Theory, M.Fliess, M. Hazewinkel, Ed. Reidel Pub. co.

CHAN, C.C. (1987 FEB.). Low-cost electric controlled variable speed reluctance motors. IEEE transactions on industrial electronics, 34, 1, 95-100.

CHATRATANA, S., BOLTON, H.R. et PEDDER, D.A.G. (1980). Investigations into small single-phase switched reluctance motors. IEE conference on small special electric machines, 4p.

COMPTER, J.C. (1984). Microprocessor controlled single-phase reluctance motor. Proceedings on drives , motors and controls, Brighton, 64-68.

CORDA, J., MASIC, S., BAKLAR, I. et SELJUBAC, N. (1990). Effect of the form of magnetic circuit on torque pulsations of switched reluctance motor. International Conference on Electric Machines, 88-93.

DARIS, G. (1883). Tout par l'électricité. A.Mame&fils éditeur

DAVIS, R.M., RAY, W.F. et BLAKE, R.J. (1981 MARCH.). Inverter drive for switched reluctance motor : circuits and component ratings. IEE Proceedings, 128, 2, 126-136.

DUMAS, M. (1968). Histoire générale des techniques. Presses Universitaire de France, Tome 3, 435-436.

FILICORI, F., GUARINO LO BIANCO, C. et TONIELLI, A. (1993). Modelling and optimization for the control of a variable reluctance direct drive motor. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 40, 105-115.

FINCH, J.W., HARRIS, M.R., METWALLY, H.B.M. et MUSOKE, A. (1985). Switched reluctance motors with multiple teeth per pole:Philosophy of design, IEE Second International Conference on Electric Machines and Drives, 134-138.

FOULARD, C., GENTIL,S. et SANDRAZ, J.P. (1987). Commande et régulation par calculateur numérique, Eyrolles.

FRANKLIN, G.F., DAVID POWELL, J. et EMAMI-NAEINI, A. (1994). Feedback control of dynamic systems, Addison Wesley.

FULTON, N.N. et STEPHENSON, J.M. (1988). A review of switched reluctance machine design. International Conference on Electric Machines.

GOODWIN, G.C et SIN, K.S. (1984). Adaptive filtering, prediction and control. Prentice Hall.

HARRIS, M.R., ANDJAGHOLI, V., LAWRENSON, P.J., HUGHES, A. et ERTAN, B. (1975). Unifying approach to the static torque of stepping-motor structures. IBID., 122, 1121-1127.

HARRIS, M.R et aliés (1981 sept.). Discussion on variable speed switched reluctance motors. IEE Proceedings, 128, 5, 260-276.

HARRIS, M.R., MILLER, T.J.E. et FINCH, J.W. (1985 OCT.). A review of the integral horspower switched reluctance drive. IEEE Industrial Applications Society Annual Conference.

HAVA, A.M., BLASKO, V. et LIPO, T.A. (1992 SEP-OCT.). A modified C-dump

converter for variable reluctance machines. IEEE Transactions on Industrial Applications Society, 28, 5, 1017-1022.

HÉBERT, B.J., DESSAINT, L.A. et OLIVIER, G. (1995). Apprentissage d'un réseau de neurones visant la minimisation des ondulations de couple d'une machine à réluctance. IEEE Congrès Canadien de Génie Électrique et informatique. 292-295.

HIRSCHORN, R.M. (1979). Invertibility of multivariable nonlinear systems, IEEE Transactions on Automatic Control, AC-24, 855-865.

HUNT, R.L., SU, R. et MEYER, G. (1983). Global transformations of nonlinear systems, IEEE Transactions on Automatic Control., AC-28, 24-31.

ILLIC'-SPONG, M., MARINO, R., PERESADA, S.M. et TAYLOR, D.G. (1987). Feedback linearising control of switched reluctance motors. IEEE Transactions on Automatic Control, 32,371-379.

ILIC-SPONG, M., MILLER, T.J.E., MACMIN, S.R. et THORP, J.S. (1987 JAN.) Instantaneous torque control of electric motor drives. IEEE Transactions on Power Electronics, PE-2, 1, 55-61.

ISIDORY, A.(1989). Nonlinear control systems, Springer-Verlag New York.

JAPING, E. et DEPRZ, M. (1967). Le transport de force par l'électricité. Editions Foucher.

KARAPETOFF. (1927). Mechanical forces between electric current and saturated

magnetic fields. IEE transactions, 46, 563-569.

KENJO, T. (1992). Stepping motors and their microprocessor controls. Oxford science publications.

KERNER, A.J. (1973), On the equivalence of control systems and the linearization of nonlinear systems, SIAM. J Control, 11, p 670.

KRISHNAN, R., ARUMUGAM, R. et LINDSAY, J.F. (1988 MAY.). Design procedure for switched-reluctance motors. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol 24, No.3, 456-461.

KUO, B.C (1991). Automatic control systems. Prentice-Hall.

LANG, J.H. et VALLESE, F.T. (1985). Variable-reluctance motor drives for electric vehicle propulsion. MIT Final Report. DOE/CS-54209-26.

LAURANCIN, P. (1870). L'étincelle électrique son histoire et ses applications. Librairie d'éducation, Paris.

LAWRENSON, P.J. (1964 Aug). Theory and performance of polyphase reluctance machines. IEE proceedings, 111, 1435-1445.

LAWRENSON, P.J. (1974). Synthesis and performance of improved reluctance motors. Proceedings international conference on electric machines, London, c3.1-c3.10.

LAWRENSON, P.J. et AGU. (1967 May). Development in the performance and theory of segmental rotor reluctance machines. IEE proceedings, 114, 645-653.

LAWRENSON, P.J., STEPHENSON, J.M., BLENKINSOP, P.T., CORDA, J. et FULTON, N.N. (1980 JULY.). Variable Speed switched reluctance motors. IEE proceedings, 127, 4, 253-265.

LE HUY, H., SLIMANI, K. et VIAROUGE, P. (1991 OCT.). A current controlled quasi-resonant converter for switched reluctance motor. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 38, 5, 355-362.

LE HUY, H., VIAROUGE, P. et FRANCOEUR, B. (1989 JUNE.). A novel unipolar converter for switched reluctance motor. Power Electronics Society Conference, 3-10.

LOBRY, C.(1970). Controlabilité des systèmes non linéaires, SIAM J. Control, 8, 573-605.

LOVATT, H.C. et STEPHENSON, J.M. (1992 JULY.). Influence of number of poles per phase in switched reluctance motors. IEE Proceedings, 139, 4, 303-314.

Math Works, Matlab, Nonlinear control toolbox, 1993.

MEISEL, J. (1966). Principles of electromechanical energy conversion. Mcgraw-Hill.

MILLER, T.J.E. (1989). Brushless permanent-magnet and reluctance motor drives. Oxford science publication.

MILES, A.R. (1991 SEP.). design of a 5Mw, 9000 V switched reluctance motor. IEEE Transactions on Electric Circuits. Vol.6, No.3, 484-491.

MILLER, T.J.E. (1985 OCT.). Converter volt ampere requirements of the switched reluctance motor drive. IEEE Transactions on industry applications, IA-21, 5, 1136-1144.

MILLER, T.J.E. et McGILP, M. (1990 NOV.). Nonlinear theory of switched reluctance motor for rapid computer-aided design. IEE proceedings, 137, 6, 337-347.

MOALLEM, M. et ONG, C.M. (1990 DEC.). Predicting the torque of a switched reluctance machine from its finite element field solution. IEEE Transactions on Energy Conversion, 5, 4.

MOALLEM, M., ONG, C.M. et UNNEWEHR, L.E. (1992 MAR-APRIL.). Effect of rotor profiles on the torque of a switched reluctance motor. IEEE Transactions on Industrial Applications, 28, 2, 364-369.

MULTON, B. (1994). Conception et alimentation électronique des machines à réluctance variable à double saillance. Rapport de synthèse en vue d'obtenir l'habilitation à diriger des recherches, LÉSIR, École normale supérieure de Cachan, France.

MULTON, B. (1993 MARS.). Principe et éléments de dimentionnement des machines à réluctance variable à double saillance autopilotées. Journées électronique club EEA, Belfort, pp 19.

MULTON, B., BONOT, D. et HUBE, J.M. (1990 JUILLET). Conception d'un moteur à réluctance autocommuté alimenté en courant, Congrès MOPP, EPFL Lausane.

NAZAR, S.A. (1969 June). DC switched reluctance motor. IEE proceedings, 116, 1048-1049.

OGATA, K. (1990). Modern control engineering, Prentice Hall.

PHILIPS, D.A. (1990). A novel high performance low noise switched reluctance motor. International Conference on Electric Machines, 801-805.

PRADEEP, K., GOEL, Ph.D. ET CUSHING, Ira. (1989 FEB). Direct- drive SR motor. Power Conversion & Intelligent Motion , 52-55.

RADUN, A.J. (1992 JAN-FEB.). High power density switched reluctance motor drive for aerospace applications. IEEE Transactions on Industrial Applications, 28, 1, 113-119.

RAY, W.F. et DAVIS, R.M. (1979). Inverter drive for doubly-salient reluctance motor: its fundamental behaviours, linear analysis and cost implications. IEE Journal of Electric Power Applications, 2, 6, 185-193.

SASTRY, S. et ISIDORI. (1989). Adaptive control of linearizable systems. IEEE Transaction on Automatic Control, 34, 1123-1131.

Slotine, J.J et L, W. (1991). Applied nonlinear control. Prentice-Hall, New Jersey.

STEPHENSON, J.M et CORDA, J. (1979 MAY.). Computation of torque and current in doubly salient reluctance motors from nonlinear magnetization data. IEE Proceedings on Electric Power Applications, 126, 5, 393-396.

TAKEDA, J., ISHIKAWA, S., HIRASA, T. et TAKECHI, H. (1988). High torque variable reluctance motor with an axial construction for direct drives. International Conference on Electric Machines, 2, 521-524.

TAYLOR, D.G., KOKOTOVIC, P., MARINO, R. et KANELLAKOPOULOS, I. (1988), Adaptive regulation of nonlinear systems with unmodelled dynamics, Preprint, University of Illinois.

TAYLOR, D.G.(1988 JUNE.). Design and implementation of a linearizing and decoupling feedback transformation for switched reluctance motor. Proceedings 17th Symposum on Incermental Motion Control Systems and Devices, 173-184.

TAYLOR, D.G., KOKOTOVIC, P.V., MARINO, R. et KANELLAKOPOULOS, I. (1988 JUNE.). Adaptive regulation of nonlinear systems with unmodelled dynamics. American Control Conference, Atlanta.

TORREY, D.A. et LANG, J.H. (1991 JAN.). Optimal- efficiency excitation of variable reluctance motor drives. IEE Proceedings, 138, 1, 1-14.

TORREY, D.A. et LANG, J.H. (1990 SEPT). Modeling a nonlinear variable-reluctance motor drive. IEE Proceedings, 137, Pt.B, 5, 314-326.

UNNEWEHR, L.E. (1973). Series-commutated SCR controllers for variable-speed reluctance motor drives. PESC, 188-191.

UNNEWEHR, L.E. et KOCH, W.H. (1974). An axial air-gap reluctance motor for variable speed applications. IEEE transaction on power application society, 93, 1, 367-374.

VUKOSAVIC, S. et STEPHANOVIC, V.R. (1991 NOV-DEC.). SRM inverter topologies: a comparative evaluation. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.27, No.6, 1034-1047.

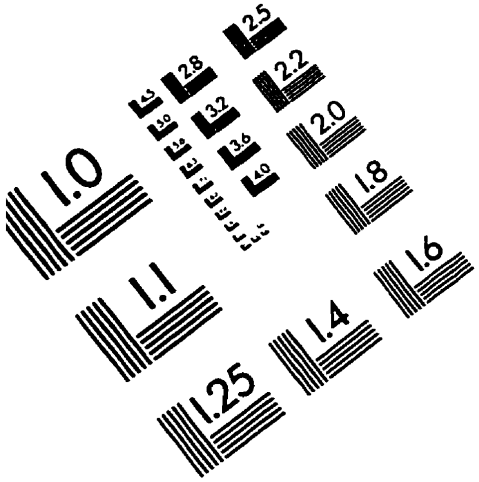
WALLACE, R.S. et TAYLOR, D.G. (1990 AUG.). Three-phase switched reluctance motor design to reduce torque ripple. International Conference on Electric Machines, 783-787.

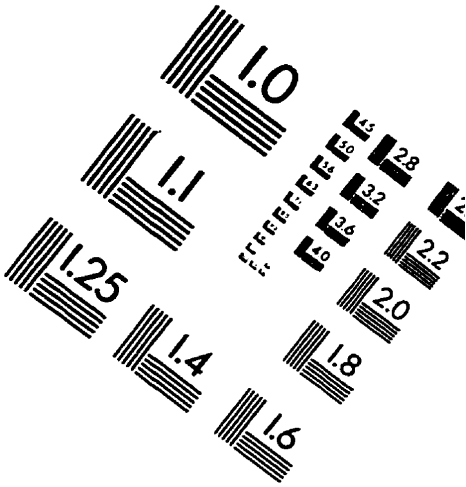
WELBURN, R. (1984). Ultra high torque motor system for direct drive robotics. PCI/ Motor-Con, Atlantic City, N.J.

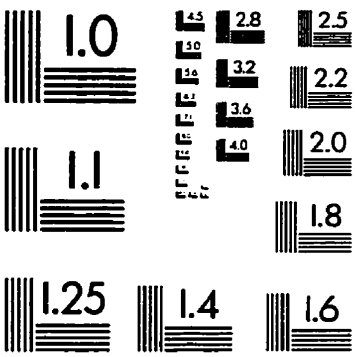
WONHAM, W.M. (1969). Linear multivariable control: a geometric approach, Springer Verlag.

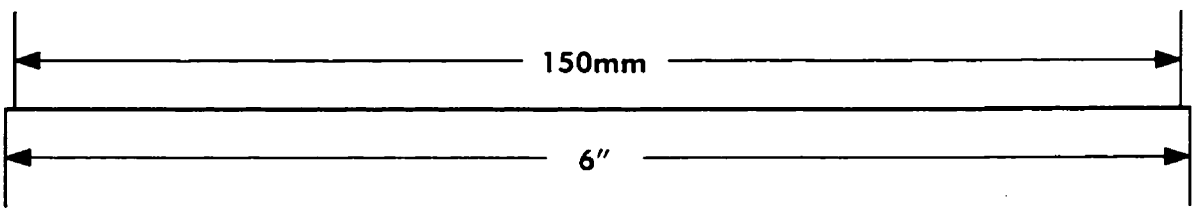
WOODSON, H.H. et MELCHER, J.R (1968). Electromechanical dynamics., Vol 1, New York Wiley.

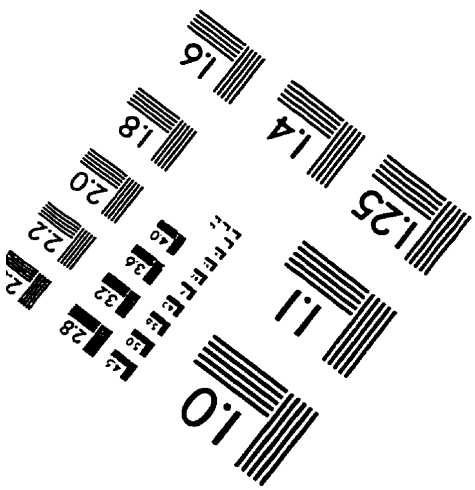
IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)

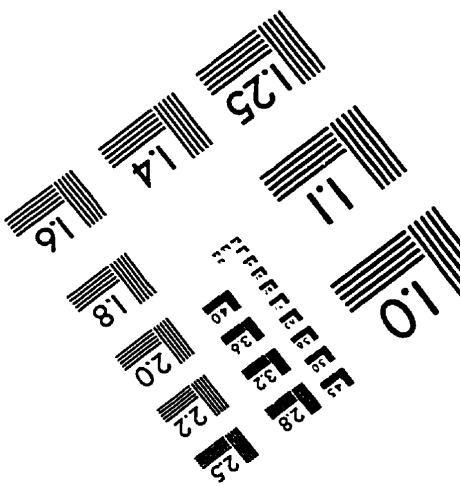












APPLIED IMAGE, Inc
1653 East Main Street
Rochester, NY 14609 USA
Phone: 716/482-0300
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved