

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTUDE ET CONCEPTION DE COMPOSANTS PASSIFS
EN TECHNOLOGIE NRD
POUR APPLICATIONS EN ONDES MILLIMÉTRIQUES

FRANÇOIS BOONE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET DE GÉNIE INFORMATIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIÆ DOCTOR (Ph.D.)
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)
AVRIL 2000



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-53529-0

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Cette thèse intitulée:

ÉTUDE ET CONCEPTION DE COMPOSANTS PASSIFS
EN TECHNOLOGIE NRD
POUR APPLICATIONS EN ONDES MILLIMÉTRIQUES

présentée par: BOONE François

en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiæ Doctor (Ph.D.)

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

BOSISIO Renato G., M.Sc., président

WU Ke, Ph.D., membre et directeur de recherche

LECOURS Michel, Ph.D., membre

SAVARD Pierre, Ph.D., membre

À Corentine,
qui m'a soutenue et épaulée avec
amour et patience durant ce doctorat.
À Samuel.

REMERCIEMENTS

Je voudrais remercier chaleureusement le Professeur Ke Wu pour la confiance qu'il m'a témoigné dès le début et tout au long de ces études, pour les conseils qu'il m'a donnés et pour l'expérience technique qu'il a partagée. Sous sa supervision, j'ai pu apprécier son souci constant de l'innovation. Je le remercie également pour l'aide financière qu'il m'a accordée tout au long de ces études.

Je souhaite vivement remercier le personnel de soutien du laboratoire. Merci à René Archambault pour la gestion informatique, à Jules Gauthier pour la fabrication, l'aide aux mesures et ses conseils, et à Ginette Desparois pour tous les petits cotés administratifs.

Je remercie également les membres des équipes de recherche du Centre Poly-Grames, particulièrement Tongqing Wang, Pierre-Richard Renaud, Jean-Daniel Richerd, pour les fructueuses discussions, leur coopération et leur amitié.

Je remercie tous les étudiants du Professeur Ke Wu pour leur collaboration enrichissante et leur amabilité, et plus particulièrement Yves Cassivi pour les remarques constructives concernant le chapitre 5 et les annexes.

Je remercie enfin l'équipe L^AT_EX du laboratoire (Jean François-Blain, Éric Choinière et Louis Antoine Blais) pour leur initiation à ce merveilleux logiciel.

RÉSUMÉ

Sous la demande intensive de moyens de communications utilisant les micro-ondes et les ondes millimétriques, le développement de circuits fiables, compacts et de faible coût est nécessaire. Une des voies retenues pour réaliser ce type de circuit est le développement des circuits hybrides, qui combinent plusieurs technologies et qui en exploitent leurs avantages respectifs. Le guide Diélectrique Non Rayonnant (NRD) est un guide diélectrique qui possède les avantages suivants: faibles pertes, faible coût potentiel, facteur de qualité très élevé. De par sa géométrie, le guide NRD peut facilement se combiner avec des circuits planaires, ce qui en fait un guide parfait pour les circuits hybrides.

Cet ouvrage traite donc des propriétés du guide NRD et de la conception de composants passifs tels que filtres et diplexeurs.

Le diagramme de dispersion, établi pour différentes conditions de fermeture du guide NRD, permet de visualiser l'aspect multimodal de ce guide. Le mode fondamental LSM, choisi pour des raisons de faibles pertes, a une fréquence de coupure plus élevée que le premier mode LSE apparaissant sur une ligne de transmission en guide NRD. Pour un guide NRD infini dans la direction transverse, un phénomène de disparition de modes est mis en évidence et les fréquences de disparition sont calculées précisément. Le diagramme d'opération du guide NRD est établi et son interprétation est donnée. À partir d'un tel diagramme, de nouvelles courbes de choix des dimensions et du rapport des constantes diélectriques du guide NRD sont établies. Il est alors montré que la largeur de bande maximale que peut avoir le guide NRD, est de 25,78 % pour un rapport de constante diélectrique environ égal à 5,75. Le calcul des impédances caractéristique et modale est fait et, comme pour toute ligne de transmission non-TEM et multimodale, il n'existe pas une et une seule définition de l'impédance caractéristique. Les champs des modes propagatifs sont déterminés et représentés dans la structure.

Plusieurs techniques d'excitation sont passées en revue et une transition guide rectangulaire/guide NRD est présentée. Les mesures montrent des pertes de l'ordre de -1.3 dB sur 4 GHz de largeur de bande pour deux transitions mises dos-à-dos et séparées d'une longueur de ligne de 7,62 cm.

À partir de ces caractéristiques, des discontinuités quelconques dans le guide NRD ont pu être calculées. Pour ce faire, la méthode de raccordement modal couplée à la résonance transverse multi-modale permet de calculer la matrice de diffraction d'une discontinuité en fonction des dimensions géométriques et de la fréquence. Ainsi, un important couplage entre les modes propagatifs du guide NRD a été mis en évidence conduisant à une forte perte de puissance en transmission. Les courbes présentées pour déterminer les dimensions du guide NRD tiennent compte de ce phénomène et permettent de s'assurer qu'il n'aura pas lieu. Différents types de discontinuités, intervenant dans la conception de plusieurs composants en guide NRD, sont étudiés. D'une part, un effet de bout est caractérisé numériquement et de façon expérimentale, les résultats concordant parfaitement. D'autre part, trois types de couplage, utilisés entre les résonateurs d'un filtre, sont présentés: un couplage par air, un couplage par fine couche diélectrique et un couplage par trou. Ce dernier semble être le meilleur type de couplage puisque, non seulement il garantit la rigidité du filtre, mais aussi il permet d'obtenir, sous certaines conditions, des filtres plus compacts. Enfin, les bandes interdites dans des structures périodiques sont étudiées en fonction des dimensions géométriques et de la fréquence.

La conception de filtre est ensuite étudiée en profondeur. Elle repose sur deux points fondamentaux: la notion de modèle équivalent des discontinuités et la recherche d'un filtre passe-bas prototype correspondant au gabarit souhaité. Dans le cas des filtres classiques de type Butterworth et Chebychev, le filtre passe-bas prototype ne pose pas de problème et l'accent est mis sur les modèles équivalents et plus particulièrement sur les inverseurs d'impédance K ou d'admittance J . Un

logiciel efficace a été réalisé et la conception, l'optimisation et la simulation du filtre se font en un temps assez court. La validation du logiciel est faite par mesures, qui correspondent assez bien à la prédiction. Dans le cas d'un filtre présentant un ou plusieurs zéros de transmission, un filtre passe-bas prototype est conçu et les valeurs des composants sont calculées précisément en fonction du gabarit souhaité. Puis par optimisation successive, le filtre est réalisé en utilisant comme discontinuité de base un double résonateur. La procédure est présentée en détail pour le cas général et un exemple de filtre avec un zéro de transmission est présenté comme application.

D'autre part, des structures multiportes sont calculées à l'aide d'une méthode indirecte, utilisant le calcul des matrices de diffraction pour une discontinuité quelconque. Les structures pouvant être calculées sont des structures de deux à quatre portes, situées dans des plans non-colinéaires. Les résultats de notre logiciel sont validés par des simulations de HFSS et la correspondance est excellente. À partir de ce logiciel, un diviseur de puissance est étudié. Il repose sur la conversion du mode fondamental LSM en entrée en deux modes propagatifs LSE dans les bras de sortie. La division est presque parfaite et est égale en moyenne à 3,4 dB sur 4 GHz. Pour revenir au mode fondamental, un convertisseur de mode est utilisé. Il consiste en un coude à 90 degrés permettant une conversion du mode LSE vers le mode LSM avec une perte inférieure à 0,4 dB sur 2,65 GHz. Ainsi un diviseur de puissance LSM vers LSM est conçu. En ajoutant deux filtres respectant les spécifications du système LMCS, un diplexeur LMCS est réalisé. Les résultats sont très prometteurs. Deux isolations importantes ont pu être mises en évidence. L'une peut être contrôlée par l'ordre des filtres et atteint un maximum de $-56,63$ dB dans le cas d'un ordre 7; l'autre reste encore trop élevée ($-20,78$ dB) mais plusieurs pistes sont envisagées pour y remédier.

Enfin, de nouvelles évolutions de guide NRD sont présentées ce qui permettrait une utilisation optimale des circuits NRD dans des circuits hybrides en trois

dimensions. Une courte étude de la propagation dans de telle structure est faite et le champ électromagnétique est calculé et présenté.

ABSTRACT

Under the extensive demand for microwaves and millimeter-waves communication systems, the development of reliable, compact and inexpensive circuits is necessary. One way to achieve this type of circuit is the development of hybrid circuits, which combine several technologies and which exploit their respective advantages. The Non-Radiative Dielectric (NRD) guide is a dielectric guide that possesses the following advantages: weak losses, potentially low cost, very high quality factor. By its geometry, the NRD guide can be easily combined with planar circuits, which makes such guide very attractive for the hybrid circuits.

This work deals with the properties of the NRD guide and the design of passive components such as filters and diplexers.

The dispersive diagram, established for various enclosure conditions, allows to show the multimodal aspect of NRD guide. The first LSM is chosen as the fundamental mode due to its weak losses, but its cut-off frequency is higher than one of the first LSE mode supported by a NRD transmission line. For an infinite NRD guide in the transverse direction, a modal disappearance phenomenon is put in evidence and the vanishing frequencies are exactly calculated. The operational diagram of the NRD guide is then established and its interpretation is given. From such a diagram, new sets of easy-to-use design curves are determined in order to select an optimal choice of geometrical parameters and dielectric constant ratio of NRD guide. It is shown that the NRD guide has a maximal frequency bandwidth of 25,78 % for a dielectric constant ratio of about 5,75. The calculation of characteristic and modal impedances is made and, as for any non-TEM and multimodal transmission line, a single definition of the characteristic impedance does not exist. The fields of propagative modes are determined and presented for all the structure. Then, several launch techniques are reviewed and a rectangular/NRD guide transition is presented. Measures show losses of the order

of $-1,3$ dB for a 4 GHz frequency bandwidth for two back-to-back transitions, kept apart from each other by a line of 7,62 cm of length.

From these characteristics, a class of non-radiative dielectric (NRD) guide discontinuities is carefully studied. To do it, a mode-matching technique with a multi-modal transverse resonance condition is formulated to derive a generalized scattering matrix according to the geometrical dimensions and to the frequency, that allows accounting for effects of higher-order modes and inter-mode coupling. A new and important mode conversion and power transfer among principal NRD-guide modes are, in particular, characterized for design consideration of NRD-guide components and circuits. New sets of easy-to-use design curves take into account this phenomenon and make sure that it will not take place. Various basic and practically useful discontinuities involved in the design of almost every NRD-guide component, which include open-ends, junctions, steps and gaps are analyzed. On one hand, an open-end effect is characterized numerically and in an experimental way, and results are found to be in a good agreement. On the other hand, three types of coupling structure involving in the filter design are presented: air gap discontinuity, double-step discontinuity and notch discontinuity. This last one seems to be the best type of coupling structure because, not only it guarantees the rigidity of the filter, but also it allows to obtain the more compact filters under certain conditions. Finally, dispersion diagrams of periodic NRD structures are also given and frequency stop-band are studied according to geometrical dimensions and to frequency.

The conception of filters is then studied in depth, based on two fundamental concepts: the notion of equivalent model of discontinuities and the search for a low-pass prototype network. In the case of the classic Butterworth and Chebychev scheme, the low-pass prototype network is not a problem and the focus is put on equivalent models, with an emphasis on impedance K or admittance J inverters. An effective software was realized and conception, optimization and simulation of

any filter is made in a short time. Measures are done to validate the software and results are in good agreement with prediction. In the case of a filter having one or several transmission zeros, a low-pass prototype network is synthesized and the component values are calculated exactly according to filter requirements. Then by a powerful iterative optimization procedure, the filter is realized by using a double resonator as the basic discontinuity. The design procedure is detailed for the general case and an example of filter with one transmission zero is presented as application.

Moreover, multi-port structures, which can have from two to four ports placed in non-colinear plane, are calculated by an indirect method, based on the previous generalized scattering matrix calculation of any discontinuity. The results of our software are confirmed by HFSS's simulations and correspondence is excellent. By using this software, a power divider is designed. It is based on the conversion of the fundamental LSM mode at the input to two propagative LSE modes at two outputs. Power division is almost complete and is equal, on average, to 3.4 dB on 4 GHz. A mode converter is therefore used to return in the fundamental mode. It consists of an 90-degree elbow, allowing a conversion of the LSE mode towards the LSM mode, with a loss lower than 0.4 dB on 2.65 GHz. Thus a LSM to LSM power divider is designed. By adding two filters respecting the specifications of the LMCS system, a LMCS diplexer is also designed. Results are very promising. Two important isolations were identified. The first one can be controlled by the order of the filters and reaches a maximum of -56.63 dB in the case of an order 7 filter. The other one is still too high (-20.78 dB) but several ways are reviewed to remedy it.

Finally, new concepts of NRD guide are presented what would allow an optimal use of NRD guides in 3-D hybrid circuits. A short study of the propagation in such structures is made and the electromagnetic field is calculated and plotted according to geometrical parameters.

TABLE DES MATIÈRES

Dédicace	iv
Remerciements	v
Résumé	vi
Abstract	x
Table des matières	xiii
Liste des figures	xvii
Liste des tableaux	xxv
Liste des annexes	xxvii
Liste des sigles et abréviations	xxix
Liste des notations	xxx
Introduction	1
1 Revue bibliographique	5
1.1 L'état de l'art pour les guides NRD	5
1.1.1 Caractéristiques des guides NRD	5
1.1.2 Composants et systèmes en technologie NRD	8
1.2 Technique d'excitation du guide NRD	14
1.3 Méthode numérique préconisée	16
2 Caractéristiques du guide NRD	18
2.1 Introduction	18

2.2	Diagramme de dispersion du guide NRD	19
2.2.1	Structure fermée par des murs électriques	21
2.2.2	Structure fermée par des murs magnétiques	24
2.2.3	Structure infiniment longue	26
2.2.4	Fréquences de coupure et de disparition	32
2.2.5	Choix des conditions de fermeture	33
2.3	Diagramme d'opération du guide NRD	35
2.3.1	Établissement et interprétation du diagramme d'opération .	36
2.3.2	Choix des dimensions du guide NRD	42
2.4	Impédance caractéristique et impédance de mode	46
2.5	Représentation des champs	50
2.6	Excitation du guide NRD	55
2.6.1	L'excitation à l'aide d'un guide coaxial	55
2.6.2	L'excitation à l'aide d'un guide rectangulaire	56
3	Couplage de modes	60
3.1	Introduction	60
3.2	Calcul de la matrice de diffraction S	60
3.3	Mode conversion and design consideration of integrated Non- Radiative Dielectric (NRD) components and discontinuities	64
3.3.1	Abstract	64
3.3.2	Introduction	65
3.3.3	Multi-modal transverse resonance theory	66
3.3.4	Critical design consideration and waveguiding properties . .	69
3.3.5	Conclusion	88
4	Conception de filtres passe-bande	90
4.1	Introduction	90
4.2	Modèles équivalents	92

4.2.1	Circuit équivalent en T	93
4.2.2	Inverseur d'impédance	95
4.2.3	Présentation des résultats des modèles équivalents	95
4.3	Filtres de la famille Chebyshev	96
4.3.1	Rappel	96
4.3.2	Conception des filtres de type Butterworth ou Chebyshev . .	99
4.3.3	Exemples	107
4.4	Filtres avec zéros de transmission	109
4.4.1	Fonction d'atténuation	109
4.4.2	Synthèse du filtre passe-bas prototype	110
4.4.3	Exemple canonique	113
4.4.4	Conception du filtre passe-bande	119
4.5	Conclusion	120
5	Multi-portes	122
5.1	Introduction	122
5.2	Full-Wave Modal Analysis of NRD Guide T-Junction	123
5.2.1	Abstract	123
5.2.2	Introduction	123
5.2.3	Theory	124
5.3	Numerical Results	127
5.3.1	Conclusion	130
5.3.2	Résultats complémentaires	130
5.4	Diplexeur	132
5.4.1	Filtres passe-bande	133
5.4.2	Diviseur de puissance	135
5.4.3	Conception et optimisation du diplexeur	143
5.5	Conclusion	148

6 Évolution de la structure du guide NRD	150
6.1 Introduction	150
6.2 Caractéristiques de propagation	152
6.3 Conclusion	158
Synthèse et conclusion	159
Bibliographie	163

LISTE DES FIGURES

1	Représentation générale du Guide Diélectrique Non-Rayonnant . . .	3
2.1	Diagramme de dispersion normalisé pour un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$ — Conditions de Fermeture (C.F.): murs électriques	24
2.2	Diagramme de dispersion normalisé pour un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$ — Conditions de Fermeture (C.F.): murs magnétiques	26
2.3	Diagramme de dispersion normalisé pour un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$ — Conditions de Fermeture (C.F.): guide infini	28
2.4	Diagramme de dispersion complexe et normalisé pour un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$ — Conditions de Fermeture (C.F.): guide infini — (a) mode LSE — (b) mode LSM	31
2.5	Comparaison des diagrammes de dispersion pour un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$, pour les trois types de Conditions de Fermetures (C.F.)	33
2.6	Influence des murs électriques sur les constantes de propagations pour un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, $\epsilon_{r2} = 6,15$ et ℓ_1 variable	35
2.7	Diagramme d'opération pour un guide NRD symétrique à trois couches diélectriques définies par $\epsilon_{r1} = 1$ et $\epsilon_{r2} = 6,15$ — Conditions de Fermeture (C.F.): guide infini	38
2.8	Détermination de la largeur de bande d'un guide NRD à partir du diagramme d'opération	39

2.9	Largeur de bande Δf déterminée à partir du diagramme d'opération pour différents guides NRD symétriques à trois couches définies par $\epsilon_{r1} = 1$ et ϵ_{r2} variable	41
2.10	Largeur de bande maximale et rapport b/a correspondant en fonction du rapport des constantes diélectriques d'un guide NRD symétrique à trois couches	43
2.11	Choix des dimensions d'un guide NRD symétrique à trois couches - Les courbes sont normalisées par rapport aux diélectriques et à la longueur d'onde centrale $\lambda_c = c/f_c$ - (a) Largeur de bande - (b) Largeur b normalisée	45
2.12	Impédances caractéristique (Z_c) et de mode (Z_m) pour un guide NRD symétrique à trois couches défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$	49
2.13	Composantes des champs pour le mode LSE_{10} se propageant dans un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$	51
2.14	Composantes des champs pour le mode LSM_{10} se propageant dans un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$	52
2.15	Ligne de champ et intensité du champ pour le mode LSE_{10} d'un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$ — (a) Champ E — (b) Champ H	53
2.16	Ligne de champ et intensité du champ pour le mode LSM_{10} d'un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$ — (a) Champ E — (b) Champ H	54
2.17	Résultats de mesures de transitions d'un guide rectangulaire WR-28 vers un guide NRD défini par $a = 3,44$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$ et: — (a) $b = 5,7$ mm, $\epsilon_{r2} = 2,04$ — (b) $b = 3,556$ mm, $\epsilon_{r2} = 2,56$	58

3.1	Discontinuit�e quelconque dans un guide NRD	61
3.2	Vérification de l'orthogonalité en puissance des modes pour un guide NRD défini par $a = 5,00$ mm, $b = 3,556$ mm et $\epsilon_r = 2,56$	62
3.3	Cross section view of a generalized NRD-guide — (a) multilayered structure — (b) ith slice in the model.	67
3.4	Convergence behavior of results for an NRD gap discontinuity with $a = 5,00$ mm, $b = 3,556$ mm, $\epsilon_r = 2,56$ — (a) air gap discontinuity — (b) reflection coefficient.	69
3.5	Design curves for the optimal choice of geometrical parameters of NRD-guide for a variety of dielectric materials: Teflon $\epsilon_r = 2,04$, polystyrene $\epsilon_r = 2,56$, TMM ₃ $\epsilon_r = 3,27$, quartz $\epsilon_r = 3,8$, TMM ₄ $\epsilon_r = 4,5$, RT/Duroid 6006 $\epsilon_r = 6,15$, TMM ₉ $\epsilon_r = 9,2$ (TMM and RT/Duroid 6006 are the trademarks of Rogers Corporation).	71
3.6	Calculated and measured propagation constant for an NRD with $a = 5,00$ mm, $b = 3,556$ mm, $\epsilon_r = 2,56$	72
3.7	Geometrical model and S-parameter model of the mode transfer or mode conversion for a generalized gap discontinuity — (a) misalignment of a gaped dielectric discontinuity — (b) parametric equivalence of LSM-LSE self-mode and inter-mode couplings.	74
3.8	Self-mode and inter-mode coupling characteristics in the case of an LSM-LSE mode conversion (backward and forward transmissions) considering various mis-aligned discontinuities with $a = 5,00$ mm, $b = 3,556$ mm, and $\epsilon_r = 2,56$	75
3.9	Frequency response of the self-mode and inter-mode coupling effects for the LSM-LSE mode conversion in the case of the edge-to-edge offset discontinuity ($w/b = 1$).	77

3.10 Dispersion characteristics of the LSM ₁₀ to LSE ₁₁ mode and power transfers for a discontinuity with $w = 0$, $d = 0,5b$, $a = 5,00$ mm, $b = 5,00$ mm, and $\epsilon_r = 2,56$	79
3.11 Open-end discontinuity and circuit model of an NRD-guide — (a) longitudinal geometry of the open-end discontinuity with $a = 5,00$ mm, $b = 3,556$ mm, and $\epsilon_r = 2,56$ — (b) equivalent representation of a lumped reactance — (c) equivalent representation of a line length.	80
3.12 (a) — Calculated and measured results of S-parameters for the NRD open-end discontinuity, amplitude of the reflection coefficient. . . .	81
3.12 (b) — Calculated and measured results of S-parameters for the NRD open-end discontinuity, phase of the reflection coefficient.	82
3.12 (c) — Calculated and measured results of S-parameters for the NRD open-end discontinuity, extracted ℓ_{eq} for the equivalent model. . . .	82
3.13 Three typical discontinuities frequently encountered in the design of NRD circuits and components. The NRD-guide is determined by $a = 5,00$ mm, $b = 3,556$ mm, $\epsilon_r = 2,56$ — (a) air-gap discontinuity — (b) double-step discontinuity with a width t for the coupling section — (c) notch discontinuity with $L = b - t$ — (d) pi-equivalent circuit for LSM ₁₀ mode — (e) equivalent J -inverter.	84
3.14 Equivalent parameters for the J -inverter extracted for the discontinuities — (a) and (b) J and ϕ parameters for the double-step discontinuity — (c) and (d) J and ϕ parameters for the notch discontinuity — (e) and (f) β/k_0 design curves for the mode coupling.	86

3.15	Dispersion diagram $f - \beta$ for NRD-guide periodic structures. In all cases, the NRD-guide dimensions are $a = 5,00$ mm and $b = 3,556$ mm and $\epsilon_r = 2,56$ — (a) geometrical view of the periodic structures — (b) $d_1 = d_2 = d/2$, $t = 1,5b$ — (c) $d_1 = d_2 = b$ — (d) $d_1 + d_2 = 2b$, $t = 1,5b$ — (e) $d_1 + d_2 = 2b$, $t = 1,5b$	87
4.1	Modèles équivalents des trois topologies de la figure 3.13 — (a) modèle équivalent en T — (b) modèle équivalent avec inverseur d'impédance	93
4.2	Valeurs des réactances normalisées x_1 et x_2 pour le guide NRD n°1 défini par le tableau 4.1 et pour la topologie (a) de la figure 3.13 . .	96
4.3	Valeurs des inverseurs d'impédance K normalisés et de la phase ϕ pour le guide NRD n°1 défini par le tableau 4.1 et pour la topologie (a) de la figure 3.13	97
4.4	Valeurs des réactances normalisées x_1 et x_2 pour le guide NRD n°1 défini par le tableau 4.1 et pour la topologie (b) de la figure 3.13 . .	97
4.5	Valeurs des inverseurs d'impédance K normalisés et de la phase ϕ pour le guide NRD n°1 défini par le tableau 4.1 et pour la topologie (b) de la figure 3.13	98
4.6	Valeurs des réactances normalisées x_1 et x_2 pour le guide NRD n°1 défini par le tableau 4.1 et pour la topologie (c) de la figure 3.13 . .	98
4.7	Valeurs des inverseurs d'impédance K normalisés et de la phase ϕ pour le guide NRD n°1 défini par le tableau 4.1 et pour la topologie (c) de la figure 3.13	99
4.8	Schéma bloc d'un filtre passe-bande en utilisant des inverseurs d'impédances	101
4.9	Organigramme du programme de conception	104

4.10 Réponses fréquentielles d'un filtre passe bande d'ordre 5 utilisant la topologie (a) de la figure 3.13, avant et après l'optimisation itérative	108
4.11 Réponse fréquentielle d'un filtre passe bande d'ordre 3 utilisant la topologie (c) de la figure 3.13, avec le guide n°3 défini par le tableau 4.1 et où $t = 3.81$ mm	108
4.12 Circuit du filtre passe-bas prototype pour les filtres à zéros de transmission avec $r_e = r_s = 1$	113
4.13 Réponse théorique d'un filtre centrée à 28 GHz, avec 2% de largeur de bande et possédant un zéro de transmission à 31 GHz	114
4.14 Circuits équivalents du filtre à zéro de transmission — (a) filtre passe-bas prototype — (b) circuit équivalent pour l'admittance paire — (c) circuit équivalent pour l'admittance impaire	116
4.15 Réponse en fréquence de deux filtres d'ordre trois utilisant des topologies différentes	120
5.1 Generalized three-port NRD junction — (a) Top and cross-sectional views for each port — (b) Its equivalent circuit.	125
5.2 Typical convergence behavior of a NRD T-junction at $f = 28$ GHz.	128
5.3 Calculated S-parameters with the present algorithm and HFSS package for a NRD T-junction — (a) Transmission characteristics from port 1 to port 2 — (b) Reflection characteristics at ports 1 and 2.	129
5.3 (Cont'd) Calculated S-parameters with the present algorithm and HFSS package for a NRD T-junction. — (c) Transmission characteristics from port 2 to port 3.	130
5.4 Phases des paramètres S calculés par la présente méthode et par HFSS pour une jonction en T. — (a) pour les coefficients de transmission de la porte 1 à la porte 2. — (b) pour les coefficients de réflexion à la porte 1 et à la porte 2.	131

5.4	(<i>Suite</i>) Phases des paramètres S calculés par la présente méthode et par HFSS pour une jonction en T. — (c) pour les coefficients de transmission de la porte 2 à la porte 3.	132
5.5	Schéma bloc d'un diplexeur	133
5.6	Réponses fréquentielles des filtres passe-bandes utilisés pour le diplexeur — (a) Filtres d'ordre 5 — (b) Filtres d'ordre 7.	134
5.7	(a) Jonction en T étudiée avec définition de la longueur ℓ en mm — (b), (c), (d) Les trois cas possibles lorsque ℓ varie.	136
5.8	Étude des paramètres S d'une jonction en T en fonction de la longueur ℓ — (a) Coefficients de transmission de la porte 1 à la porte 2 — (b) Coefficients de reflexion de la porte 1 et de la porte 2 — (c) Coefficients de transmission de la porte 2 à la porte 3 — (d) Différence de phase entre les coefficients.	137
5.9	Étude des paramètres S de la jonction en T en fonction de la fréquence avec $\ell = 3,556$ mm — (a) Coefficients de transmission de la porte 1 à la porte 2 — (b) Coefficients de reflexion de la porte 1 et de la porte 2 — (c) Coefficients de transmission de la porte 2 à la porte 3 — (d) Différence de phase entre les coefficients.	138
5.10	(a) Coude à 90 degrés étudié avec définition de la longueur ℓ en mm — (b), (c), (d) Les trois cas possibles lorsque ℓ varie.	140
5.11	Étude des paramètres S d'un coude à 90 degrés en fonction de la longueur ℓ — (a) Coefficients de transmission de la porte 1 à la porte 2 — (b) Coefficients de reflexion de la porte 1.	142
5.12	Étude des paramètres S d'un coude à 90 degrés en fonction de la fréquence avec $\ell = 2,667$ mm — (a) Coefficients de transmission de la porte 1 à la porte 2 — (b) Coefficients de reflexion de la porte 1.	142
5.13	Schéma du diviseur de puissance utilisé dans les diplexeurs.	143

5.14 Réponse fréquentielle de chaque diplexeur constitué d'un diviseur de puissance, de deux lignes de transmission et de deux filtres — (a) filtres d'ordre 5 — (b) filtres d'ordre 7.	144
5.15 Réponses fréquentielles du filtre de fréquence centrale basse pour le mode LSM_{10} et du filtre parasite de fréquence centrale haute pour le mode LSE_{10} — (a) filtres d'ordre 5 — (b) filtres d'ordre 7.	147
6.1 Évolutions du NRD vers les SICs (<i>Substrate Integrated Circuits</i>) — (a) avec des trous, excitation en coplanaire — (b) avec des fentes, excitation en micro-ruban — (c) avec des fentes, excitation en micro-ruban inversé — (d) guide NRD symétrique à trois couches équivalent	151
6.2 Sections transversales des structures étudiées — (a) structures réelles — (b) structure équivalente	153
6.3 Valeur de la constante diélectrique effective ϵ_{eff} pour des structures comportant un nombre variable de trous, de diamètre e et espacés d'une distance $t = e$	154
6.4 Convergence de la constante de propagation normalisée pour la structure à trous de la figure 6.2(a) et pour la structure dite <i>classique</i> , pour une fréquence de 28 GHz	155
6.5 Structure SICs à trous vue de dessus	156
6.6 Module des champs électrique et magnétique dans le plan transverse d'une structure à nombre de trous variable	157
A.1 Guide d'onde cylindrique de section quelconque	175
A.2 Guide homogène et isotrope	179
A.3 Structure multicouche	185
C.1 Configuration d'un trois portes général.	210
C.2 Circuit équivalent pour un trois-ports.	212

LISTE DES TABLEAUX

2.1	Fréquences de coupure (en GHz) pour un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$	32
2.2	Fréquences de disparition (en GHz) pour un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$ et dont la dimension transverse est infinie	32
2.3	Paramètres de conception d'un guide NRD symétrique à trois couches	43
3.1	Cutoff frequencies in GHz of the first two modes for the NRD-guide with $a = 5,00$ mm and $b = 5,0$ mm and $\epsilon_r = 2,56$	78
4.1	Définition des trois guides NRD utilisés	95
4.2	Conception des filtres d'amplitude	100
4.3	Zéros des polynômes $R(\Omega) + jQ(\Omega)$ et $R(\Omega) - jQ(\Omega)$	115
4.4	Valeurs normalisées des composants des circuits équivalents représentés à la figure 4.14	119
5.1	Définition des gabarits des filtres utilisés pour le diplexeur	133
5.2	Caractéristiques des diplexeurs simulés	145
A.1	Méthodologie de recherche des solutions modales	180
A.2	Champs transverses modaux	181
A.3	Impédances et admittances de mode normalisée dans la direction u	187
B.1	Champ électromagnétique dans une structure multicouche	204
B.2	Définition des fonctions $\phi_m^{(\cdot,\cdot)}$ et $\psi_m^{(\cdot,\cdot)}$	205
B.3	Définition des paramètres pour l'expression des champs modaux	205
B.4	Champ électromagnétique dans un guide rectangulaire	206

B.5	Définition des paramètres pour l'expression des champs modaux du	
	guide rectangulaire	206

LISTE DES ANNEXES

A	Formulation	174
A.1	Équation d'onde	174
A.1.1	Forme transversale de l'équation d'onde	175
A.1.2	Forme longitudinale de l'équation d'onde	178
A.2	Recherche des solutions modales	179
A.2.1	Solutions modales transverses	179
A.2.2	Solutions modales longitudinales	184
A.3	Calcul des constantes de propagation γ dans une structure multicouche	184
A.3.1	Matrice chaîne $C_m^k(u)$	185
A.3.2	Équation caractéristique	187
A.4	Expression des champs modaux dans une structure multicouche	194
A.4.1	Champs tangentiels	194
A.4.2	Champs longitudinaux	197
A.4.3	Simplification des fonctions des $\mathcal{F}_m^k(u)$ et $\mathcal{F}_m'^k(u)$	198
B	Expression des champs	202
B.1	Structures Multicouches	202
B.2	Guides Rectangulaires	205
C	Calcul des matrices de diffraction	207
C.1	Pour une discontinuité uniaxiale	207
C.2	Pour un trois-portes	210
C.3	Expression de $T_{a,in}^{sk}$ et $T_{b,in}^{sk}$	217
D	Notes	218
D.1	Polynômes de Chebyshev	218

D.2 Fonction de Zolotarev	218
-------------------------------------	-----

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

éqn.	équation
HFSS	High Frequency Structure Simulator
IEEE-MTT	Microwave Theory and Technique, revue de l'organisation IEEE
IMSL	International Mathematical and Statistical Library
LMCS	Local to Multi-point Communication System
LMDS	Local to Multi-point Distributed Service
LSE	Longitudinal Section Electric
LSM	Longitudinal Section Magnetic
MGWL	Microwave and Guide Wave Letters, revue de l'organisation IEEE
NRD	NonRadiative Dielectric guide
RFICs	Radio Frequency integrated Circuits
SICs	Substrate Integrated Circuits
TE	Transverse Electric
TEM	Transverse ElectroMagnetique
TM	Transverse Magnetic
TPG	Temps de propagation de groupe
WLAN	Wireless Local Area Network
§	Paragraphe

LISTE DES NOTATIONS

$A(\omega)$	Atténuation du voltage en fonction de la pulsation ω
$A(p)$	Fonction d'atténuation
α	Constante d'atténuation
β	Contante de propagation
c	Vitesse de la lumière dans le vide: $3.0010^8 m.s^{-1}$
$D_n(p)$	Polynome de la variable p
$\vec{E}$	Champ électrique
$\vec{E}_t$	Champ électrique tangentiel
$E_{(.)}(p)$	Polynome pair de la variable p
$\vec{e}$	Champ électrique modal
f	Fréquence de l'onde considérée
γ	$\alpha + j\beta$. Constante de propagation complexe selon z
g_k	Composantes discrètes normalisées du filtre passe-bas prototype
$\vec{H}$	Champ magnétique
$\vec{H}_t$	Champ magnétique tangentiel
$\vec{h}$	Champ magnétique modal
$\Im(z)$	Partie imaginaire de z
$\vec{j}$	densité de courant
j	Nombre complexe dont le carré est égal à -1
k_o	Constante de propagation dans le vide: $k_o = \frac{2\pi f}{c}$
ℓ_r	Longueur réelle d'un résonnateur
ℓ_{th}	Longueur théorique d'un résonnateur
λ_g	Longueur d'onde guidée dans une ligne de transmission
$O_{(.)}(p)$	Polynome pair de la variable p

Ω	Pulsation normalisée
ω	Pulsation: $\omega = 2\pi f$
ω_0	Pulsation centrale: $\omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2}$
ω_1	Pulsation de coupure basse
ω_2	Pulsation de coupure haute
P	Paramètre de pente réactif en Ohm (Ω)
$P_e(p)$	Polynôme de la variable p égal au numérateur de $1 + y_e$
$P_o(p)$	Polynôme de la variable p égal au numérateur de $1 - y_o$
p	Pulsation complexe normalisée $p = j\Omega$
p_k	Paramètre de pente réactif normalisé du résonnateur k
Q	Facteur de qualité
$Q(\Omega)$	Polynôme à coefficients réels de la variable Ω
$R(\Omega)$	Polynôme à coefficients réels de la variable Ω
$Re(z)$	Partie réelle de z
r_e	Impédance d'entrée normalisée
r_s	Impédance de sortie normalisée
s	variable complexe égale à $j\omega$
y_e	admittance normalisée paire
y_o	admittance normalisée impaire
z	Direction z

INTRODUCTION

Les systèmes de communication ont beaucoup évolué ces dernières années avec l'utilisation des technologies des micro-ondes et des ondes millimétriques. Traditionnellement réservées aux applications militaires, le transfert de ces technologies dans le domaine des applications commerciales a provoqué un essor fulgurant dans quatre principaux domaines: les systèmes de communication personnels (SCP), les communications par satellites, l'électronique automobile et les réseaux de communication sans fils (WLAN/LMCS/LMDS). Tous ces domaines requièrent l'utilisation de circuits fiables, compacts, très performants et de faible coût. Les circuits intégrés radio-fréquence (RFIC) peuvent répondre en partie à ces besoins, mais sont difficilement utilisables pour des composants de haute performance en ondes millimétriques, principalement à cause de pertes trop élevées. En fait, il semble que la combinaison des RFIC avec la technologie des guides en ondes millimétriques soit une solution innovatrice pour réaliser des circuits répondant à tous ces critères. Ceci conduit à l'émergence de circuits hybrides permettant de tirer avantage de chaque technologie. Si l'utilisation de guides rectangulaires ne permet pas d'obtenir des circuits compacts et légers, les guides diélectriques sont en revanche utilisables pour une telle combinaison. Différents types de guides diélectriques ont été étudiés mais peu sont utilisés principalement en raison de très fortes pertes par radiation que présentent ces guides. Toutefois, depuis l'invention du guide Diélectrique Non Rayonnant (NRD) (Yoneyama et Nishida, 1981), cet handicap est contourné. Présentant de faibles pertes et d'un coût raisonnable, ce guide se prête parfaitement à la conception de circuits hybrides.

Pour ce faire, il faut disposer d'une bibliothèque complète de données et de caractéristiques du guide NRD. Il faut aussi être en mesure de pouvoir concevoir certains composants parfaitement adaptés à cette technologie. Ces deux objectifs font l'objet de la présente étude, qui se présente de la manière suivante.

Le premier chapitre est consacré à une revue bibliographique dans laquelle l'état de l'art du guide NRD sera présenté et plusieurs travaux nécessaires à la présente recherche seront cités. Le deuxième chapitre traite des caractéristiques en deux dimensions du guide NRD. Le diagramme de dispersion, les différentes conditions de fermetures du guide, le diagramme d'opération, l'impédance caractéristique, les expressions des champs et les méthodes d'excitation du guide NRD sont les notions indispensables qui sont étudiées en détail. Le chapitre trois utilise ces données afin de calculer la matrice de diffraction d'une discontinuité quelconque. Un important phénomène de couplage est mis à jour et de nouvelles courbes de conception du guide NRD sont proposées pour l'éliminer. Plusieurs types de discontinuités sont étudiés, discontinuités que l'on retrouve dans les filtres et les structures périodiques. Le chapitre quatre est consacré à la conception de filtres. Après avoir revu les méthodes classiques de Chebychev et Butterworth, une méthode de conception de filtre à zéros de transmission est présentée en détail. Le chapitre cinq développe une méthode pour le calcul de multi-portes en NRD. Cette méthode permet d'étudier des circuits de deux à quatre portes non colinéaires. L'étude d'un diplexeur à 28 GHz (bande LMCS), composé d'un diviseur de puissance et de deux filtres, est présentée comme application. Enfin, le chapitre six décrit les dernières évolutions du guide NRD afin de le rendre plus facilement réalisable et intégrable.

Pour faciliter la lecture du texte, les différents chapitres décrivent en détail les démarches utilisées et les résultats obtenus tandis que toute la théorie nécessaire à la présente étude est réunie en annexe.

Mais, avant de commencer ce travail, il est nécessaire de préciser quelques notions et définitions qui seront utilisées tout au long de cet ouvrage.

- *Guide diélectrique Non-rayonnant*

Un guide diélectrique non rayonnant (NRD) est représenté à la figure 1. Il est constitué de deux diélectriques de constante ϵ_{r1} et ϵ_{r2} telles que $\epsilon_{r2} > \epsilon_{r1}$. Le diélectrique à constante plus élevée est aussi appelé cœur du NRD. La

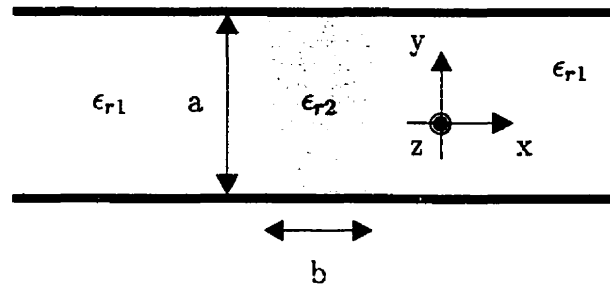


Figure 1: Représentation générale du Guide Diélectrique Non-Rayonnant

hauteur et la largeur du cœur du NRD sont respectivement nommées a et b . Enfin, lorsque $\epsilon_{r1} = 1$, le guide NRD est dit *classique*.

- *Condition de non-rayonnement*

La condition de non-rayonnement est à la base du fonctionnement du guide NRD et permet de le distinguer du guide H. Il est connu qu'il existe, pour les modes non TEM, un phénomène de coupure entre deux plaques métalliques parallèle. C'est-à-dire que si l'espacement entre ces deux plaques est trop faible, une onde non TEM ne peut pas se propager. Le guide NRD est alors conçu de telle manière que ce phénomène de coupure se produise seulement pour les couches de diélectrique de constante ϵ_{r1} . L'onde électromagnétique non TEM ne peut donc se propager que dans le cœur du NRD et ne peut pas fuir par les côtés. Le cœur sert donc de guide à l'onde et le fonctionnement du guide NRD est à rapprocher de celui d'une fibre optique. La condition de non-rayonnement peut s'exprimer alors par:

$$a \leq \frac{\lambda_0}{2\sqrt{\epsilon_{r1}}} \quad (1)$$

où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide.

- *Conditions de fermeture*

Le guide NRD est une structure ouverte, c'est-à-dire que sa dimension dans

l'axe des x (cf. figure 1) est finie. Pour faciliter la présente étude, il est nécessaire de fermer la structure. Pour ce faire, chaque moyen employé est appelé condition de fermeture.

CHAPITRE 1

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

La revue bibliographique se veut de présenter non seulement l'état de l'art du guide Diélectrique Non Rayonnant (NRD) en tant que tel, mais également celui d'autres travaux dont l'étude est nécessaire pour réaliser la présente recherche.

1.1 L'état de l'art pour les guides NRD

La littérature sur le sujet des guides NRD est abondante, mais peut surprendre par le fait que peu d'études théoriques générales ont été menées. Les articles recensés ne présentent donc souvent que des résultats de mesures.

1.1.1 Caractéristiques des guides NRD

Le guide diélectrique non-rayonnant est présenté pour la première fois en 1981 (Yoneyama et Nishida, 1981). Il se place dans le prolongement direct de l'étude des guides diélectriques en général. Une description exhaustive des principales propriétés du guide et de ses applications potentielles est faite trois ans plus tard (Yoneyama, 1984). Plusieurs de ces propriétés sont à souligner:

- Les modes qui se propagent dans un guide NRD sont de nature hybride et sont donc nommés sous la forme LSE_{mn} et LSM_{mn} . Bien que le mode LSE_{10} présente une fréquence de coupure plus basse que le mode LSM_{10} , ce dernier est choisi comme mode fondamental du fait des moindres pertes qu'il engendre (Yoneyama, 1984; Yoneyama *et al.*, 1984b).
- Pour minimiser ces pertes, deux facteurs sont importants: le choix d'un diélectrique à faibles pertes (minimisation des pertes diélectriques) et l'augmentation de la distance de séparation entre les deux plaques du guide

(minimisation des pertes de conduction). Or, augmenter cette dimension provoque, pour des diélectriques à constante élevée, une très forte diminution de la largeur de bande opérationnelle du fait de l'apparition d'un mode d'ordre supérieur. Pour contrer ce phénomène, le guide NRD isolé a été envisagé (Yoneyama *et al.*, 1983a) mais, en contre-partie, des modes à fuite¹ apparaissent (Wu *et al.*, 1994).

- La largeur de bande en fonction des dimensions géométriques du guide NRD est calculée à l'aide du diagramme d'opération.

Toutefois, à partir de ces informations, la conception d'un guide NRD reste une étape complexe. Le choix des paramètres géométriques et du diélectrique sont des paramètres importants qui influencent la largeur de bande, les pertes et la faisabilité du guide NRD de façon non triviale et parfois contradictoire. Il sera donc important de considérer ces données et de les exploiter de façon optimale afin de faciliter la conception d'un tel guide.

D'autre part, il est sous entendu dans la littérature que des murs électriques sont placés aux extrémités du guide pour permettre une description modale plus aisée de la propagation dans un guide NRD. Si l'éloignement de ces murs du ruban diélectrique est de l'ordre de la longueur d'onde, leur influence est négligeable. Une étude approfondie de l'influence de ces murs électriques pour le guide H et le guide NRD a été menée (Nallo *et al.*, 1993; Nallo *et al.*, 1994b). Il en résulte l'apparition de modes complexes qui provoquent des ondes à fuite pour un guide H et donc une perte de puissance. Pour ce qui est du NRD, l'apparition d'une telle onde est impossible du fait du phénomène de coupure inhérent au guide NRD (Nallo *et al.*, 1994b). Ainsi, le mode complexe trouvé par la résolution mathématique des équations régissant le guide NRD n'a qu'une signification non physique. La conclusion est donc qu'il ne peut y avoir de pertes par des ondes à fuite dans le

¹en anglais, *leaky wave*

NRD. Si cette constatation est très importante, elle laisse inexplicée la disparition soudaine de modes de propagation dans le diagramme de dispersion du guide. Ceci pourrait venir du fait que le guide NRD utilisé dans l'étude de Nallo suppose que les plaques métalliques du guide sont infinies, ce qui est une autre approximation. Pour clore cette difficile question, il faut noter un autre travail fait dans le but de concevoir une antenne (Sanchez et Oliner, 1987). Une méthode intéressante est proposée pour calculer les constantes de propagation dans un guide NRD en tenant compte de l'ouverture présente aux extrémités du guide.

Si donc il ne peut y avoir de pertes par des ondes à fuite dans le guide NRD, des pertes peuvent exister par l'excitation possible d'un mode TEM, ce que soulignent très peu d'articles. Ces modes TEM peuvent être de deux types:

- Le mode TEM excité entre les deux plaques du guide. Ce mode est très gênant car il n'est pas supprimé par le phénomène de coupure inhérent au guide NRD puisque ce mode existe quelle que soit la fréquence d'opération. Le silence dont ce mode fait l'objet dans la littérature peut provenir du fait qu'implicitement le guide NRD est suppose fermé par des murs électriques, ce qui supprime l'existence du mode TEM de la même façon que dans un guide rectangulaire.
- Le mode TEM qui apparaît lors de la conception d'un supprimeur de mode (Yoshinaga et Yoneyama, 1988; Yoneyama, 1989). Le but recherché par le supprimeur de mode est d'atténuer le plus possible les modes LSE dont les fréquences de coupure sont plus basses que celle du mode LSM. Pour ce faire une partie métallique est ajoutée dans le diélectrique. Le guide NRD résultant peut alors être vu comme une structure micro-ruban suspendue, dans laquelle peut se propager un mode TEM. Afin de contourner ce problème, le supprimeur de mode doit être conçu comme un filtre passe bas pour le mode TEM (Huang et Wu, 1996).

En résumé, une étude approfondie reste à faire pour permettre une conception plus aisée du guide et pour mettre en évidence des phénomènes physiques qui semblent parfois mal expliqués, bien que le guide NRD soit déjà largement utilisé, comme il est vu dans le paragraphe suivant.

1.1.2 Composants et systèmes en technologie NRD

De nombreux composants et systèmes utilisant le guide NRD ont été développés, parfois seulement à partir d'une approche expérimentale. Ces différents travaux, déjà réalisés, sont passés en revue.

D'une part, plusieurs études succinctes ont été faites pour différents composants. En premier lieu, un travail de conception de charge adaptée en technologie NRD est à mentionner. Cette tentative expérimentale repose sur l'adjonction de fines couches de film résistif de part et d'autre du cœur du NRD (Yoneyama et Nishida, 1983; Yoneyama, 1984). Les résultats présentés sont très succincts et une étude approfondie reste à faire. Puis, l'étude d'un résonnateur en anneau a été plusieurs fois abordée pour prouver la faisabilité d'un tel composant, sans que les auteurs n'entrent dans de grands développements (Yoneyama et Nishida, 1983; Yoneyama, 1984; Frezza *et al.*, 1990). Il faut également souligner l'étude d'un circulateur (Yoshinaga et Yoneyama, 1988) utilisant la notion de circuit équivalent, dans lequel des supprimeurs de modes sont introduits pour éviter la conversion des modes LSM vers les modes LSE. Pour améliorer les performances du circulateur, une adaptation d'impédance, consistant en un transformateur d'impédance demi-onde d'un étage, est réalisée pour chaque entrée/sortie. Enfin, l'étude expérimentale d'un circuit en T est à noter (Yoneyama et Nishida, 1985). Cet article propose une topologie du circuit en T déterminée expérimentalement, ainsi que l'ajout d'une petite plaque métallique pour améliorer l'adaptation du port d'entrée. Si, dans cet article, un circuit en T est effectivement réalisé et les résultats obtenus sont

convenables (-4 dB dans chaque bras de sortie sur 2Ghz, autour de 35Ghz), il a toutefois fallu procéder par tâtonnement à tous les niveaux de la conception. Aucune simulation ni prédiction de la structure n'est faite.

D'autre part, certains composants ont été étudiés plus profondément. La ligne courbe en guide NRD a fait l'objet d'études assez complètes (Yoneyama *et al.*, 1982; Yoneyama *et al.*, 1986). Il en résulte que les courbes en guide NRD présentent de faibles pertes par rayonnement qui proviennent du phénomène de coupure du guide. En revanche, un important transfert de puissance entre les modes LSM_{10} et LSE_{10} est souligné et peut être associé à des pertes. Si ce phénomène est d'abord seulement supposé (Yoneyama *et al.*, 1982), il est confirmé par l'utilisation de la théorie des modes couplés (Yoneyama *et al.*, 1986). Toutefois, dans ce dernier cas, il est possible de minimiser ce transfert d'énergie par un choix judicieux du rayon de courbure et de la largeur de la ligne.

Les coupleurs ont également fait l'objet de plusieurs études (Yoneyama et Nishida, 1981; Yoneyama, 1984; Yoneyama *et al.*, 1983b). Pour des coupleurs de type parallèle, les résultats peuvent être obtenus de manière rigoureuse (Yoneyama et Nishida, 1981). Toutefois une approximation tirée de la méthode de Marcuse (Marcuse, 1971) permet non seulement d'obtenir de très bons résultats sans de longs développements, mais aussi d'élargir l'étude à des coupleurs de forme courbe, beaucoup plus pratiques à utiliser (Yoneyama *et al.*, 1983b). Cette approximation met l'accent sur l'importance de tenir compte de la déformation du champ due à la courbure de la ligne. Ainsi, un coupleur 0 dB, où toute l'énergie est transférée, de même qu'un coupleur 3 dB sont réalisés et les résultats expérimentaux obtenus sont convenables. Toutefois, ils mettent en lumière l'influence des modes d'ordre supérieur, qui font échouer la tentative de conception d'un diviseur de puissance en phase. De plus, le seul paramètre de contrôle de tels coupleurs est la distance entre les deux rubans de diélectrique. Pour s'affranchir d'une telle dépendance vis-à-vis de ce paramètre, l'idée d'un coupleur à ondes de fuite guidées est utilisée et

appliquée au guide NRD (Niu *et al.*, 1993). Les résultats expérimentaux présentés montrent que le couplage se fait alors par l'onde de fuite et ne dépend plus de la distance séparant les deux guides NRD.

Les filtres ont également été étudiés en utilisant le guide NRD. De par la nature de ce guide, ces filtres sont nécessairement des filtres passe-bande ou coupe-s bande. Pour les filtres passe-bande, après plusieurs approches succinctes (Yoneyama, 1984; Yoneyama et Nishida, 1983), une méthode de conception générale, qui reprenant la notion des inverseurs K (Matthaei *et al.*, 1980), est développée (Yoneyama *et al.*, 1984a). La topologie des filtres est composée de blocs de diélectrique agissant comme résonateurs. Le nombre et les dimensions de ces résonateurs, ainsi que les dimensions qui les séparent sont déterminés par le gabarit du filtre que l'on souhaite obtenir. Après quelques ajustements, les mesures effectuées correspondent au gabarit du filtre souhaité, tant au niveau de la largeur de bande que des pertes d'insertion ne dépassant pas 0,3 dB pour trois résonateurs, à 50 GHz. Le positionnement des résonateurs reste toutefois l'étape critique de ce genre de filtre. Pour éviter ce problème, un filtre monobloc est aussi réalisé en joignant les résonateurs par un ruban de diélectrique, dont la largeur maximale est déterminée afin que tous les modes soient à la coupure dans ce tronçon. Or, pour que le filtre soit vraiment rigide, il faut que cette largeur soit la plus grande possible, ce qui présente malheureusement le désavantage d'augmenter la longueur totale du filtre. Il faut donc faire un compromis.

Pour les filtres coupe-bande (Malherbe et Olivier, 1986), la conception est plus complexe et repose sur l'étude de lignes couplées, afin de réaliser à la fois un stub² en circuit ouvert et une ligne de transmission. Le couplage entre les deux lignes est fortement perturbé par les effets de bout du ruban diélectrique et l'ajout de plaque métallique pour garantir le court-circuit est alors proposé. Ainsi l'étude

²Ce mot anglais, qui pourrait se traduire par tronçon, a été gardé pour une meilleur compréhension

d'une telle structure de couplage est faite afin d'obtenir un modèle équivalent permettant d'utiliser les méthodes classiques de conception de filtres coupe-bande. cependant, deux inconvénients majeurs sont pointés du doigt par les auteurs. Le premier est le choix de leur guide NRD qui présente une largeur de bande réduite (15,6%). Le second est plus important et concerne la dimension du filtre (environ 17 cm de long) qui est prohibitive pour l'intégration d'un tel composant dans un système plus élaboré. C'est pourquoi, une approche utilisant des résonateurs-stubs est envisagée pour la conception de ce type de filtre (Malherbe et Olivier, 1987; Malherbe et Coetzee, 1987). Il faut toutefois souligner que la méthode proposée est, en partie, expérimentale puisque la fréquence de résonance et la largeur de bande des stub-résonateurs sont déterminées expérimentalement. Ceci rend complexe, voire impossible, la conception systématique de filtre coupe-bande puisque qu'une série de mesures très précises sera absolument nécessaire avant chaque nouvelle conception.

Pour diminuer la longueur excessive des filtres NRD lorsque le gabarit souhaité comporte des exigences sévères, un nouveau type de couplage a été présenté (Huang *et al.*, 1994). Le couplage des résonateurs, qui se faisait soit par une discontinuité du ruban diélectrique, soit par un ruban de largeur réduite, se fait par un iris inductif d'épaisseur finie. Non seulement la longueur du filtre se trouve être réduite, mais le nombre de paramètres pour contrôler le couplage est augmenté, ce qui laisse un plus grand degré de liberté pour l'optimisation de la réponse en fréquence. De plus, il semblerait que cette réponse en fréquence soit plus abrupte. Toutefois, le gain sur la dimension du filtre est obtenu au détriment de la fabrication, qui devient plus complexe.

Enfin, pour terminer cette discussion sur les filtres, deux articles récents proposent deux pistes intéressantes sur lesquelles de nombreux travaux restent à faire (Nallo *et al.*, 1994a; Huang et Wu, 1995). Le premier article est uniquement expérimental et traite des filtres à modes duaux pour le guide NRD. Les modes

duaux sont deux modes dont les fréquences de résonance sont très proches. Ils peuvent être excités et couplés pour réaliser un filtre à double pôle à l'aide d'un résonateur unique. Non seulement la taille du filtre est alors considérablement réduite, mais la réponse en fréquence du filtre est aussi nettement améliorée et peut présenter des zéros de transmission. Différentes méthodes d'excitation de ces modes duaux sont passées en revue dans cet article, avant de proposer différentes topologies de filtres passe-bandes, et quelques résultats de mesure pour montrer la pertinence des recherches menées dans cette direction. Le second article repose sur l'excitation et le couplage de deux modes différents qui se propagent dans un résonateur double en guide NRD. La conception d'un filtre passe-bande présentant un pôle d'atténuation se fait ici uniquement par optimisation. Vu le nombre important de paramètres qui entrent en ligne de compte, l'optimisation est longue mais l'intérêt d'un tel filtre demeure, car il permet d'obtenir une réponse en fréquence particulièrement abrupte d'un côté de la bande passante, ce qui est très intéressant pour des applications comme les diplexeurs.

Il faut noter également un important travail effectué au sujet des antennes utilisant le guide NRD. Ce guide peut servir directement d'antenne en réalisant une fente dans les plans métalliques du guide (Malherbe, 1984; Malherbe *et al.*, 1984; Malherbe, 1986; Malherbe, 1988) ou en approchant suffisamment le ruban diélectrique du bord des plaques métalliques (Qing *et al.*, 1987; Rong et Sun, 1991; Sanchez et Oliner, 1987). Dans ce cas, la connaissance précise des constantes de propagation et de la distribution des champs est requise. Plus récemment, le guide NRD a été utilisé pour exciter une antenne planaire par l'intermédiaire de modes à fuite. Ces modes sont obtenus par des entailles pratiquées dans le ruban de diélectrique du guide NRD (Maamria *et al.*, 1993; Yoneyama, 1992).

Comme l'illustre ce dernier cas, le guide NRD est alors intégré comme sous-système d'un ensemble plus complexe. En fait, ceci se généralise lorsque des composants actifs sont utilisés dans les circuits NRD. Plusieurs exemples peuvent

être trouvés dans la littérature: d'une part un détecteur de puissance, un mélangeur ou un modulateur pulsé utilisant des diodes (Kuroki et Yoneyama, 1990); d'autre part, un amplificateur utilisant un transistor HEMT (Artuzi et Yoneyama, 1990). Le couplage entre le guide NRD et les lignes de transmission planaire se fait alors par une petite antenne imprimée. Le couplage est d'autant plus aisé que la radiation de l'antenne en dehors du cœur du NRD est impossible à cause de l'effet de coupure du guide NRD. De plus, une légère adaptation peut se faire en optimisant la distance entre le guide NRD et le circuit planaire et en ajoutant une fine couche de diélectrique de haute permittivité. Enfin, des systèmes complets ont été réalisés en technologie NRD. Par exemple, un émetteur/récepteur à 35 GHz (Yoneyama, 1989; Yoneyama, 1991) où, comme précédemment, les composants actifs sont ramenés sur des circuits planaires placés entre les deux plaques du guide NRD. Ce dernier exemple montre la faisabilité et la compacité d'un tel système. Un autre exemple est donné par la conception d'un six ports à 60GHz en technologie NRD, où des diodes sont utilisées comme détecteurs de puissance (Yoneyama et Tamae, 1997).

Le principal inconvénient d'un tel système est la limitation d'espace pour les circuits planaires. Effectivement, ces circuits doivent pouvoir être insérés entre les deux plaques du guide et cette dimension est limitée par la condition de non rayonnement. D'autre part, pour éviter l'apparition de mode TEM radiatif, tous les circuits planaires sont conçus de telle manière qu'ils se comportent comme des filtres passe-bas pour ce type de mode. Ceci augmente sérieusement la difficulté de conception des circuits planaires d'alimentation des composants actifs. Tout récemment, un nouveau concept très prometteur de couplage entre circuit planaire et guide NRD a été introduit (Wu et Han, 1997), ce qui permet d'éviter le confinement des circuits planaires. Pour illustrer et valider ce concept, la conception d'un oscillateur utilisant cette nouvelle technique a été réalisée (Wu et Han, 1996).

Pour terminer cette revue bibliographique sur le guide NRD, on peut citer une évolution importante de ce guide: le guide NRD cannelé (GNRD: Grooved NonRadiative dielectric). Ce guide peut propager des modes à fuite et est particulièrement avantageux dans le cas des antennes (Ma et Yamashita, 1993; Zhongxiang *et al.*, 1990)

1.2 Technique d'excitation du guide NRD

La littérature sur le sujet de l'excitation du guide NRD n'est pas très prolifique et ne donne généralement pas de résultats très précis. D'une part à cause de la complexité du problème et d'autre part à cause de la difficulté rencontrée pour réaliser des mesures. L'excitation du guide NRD peut être classé en deux grandes catégories:

- *Transitions Guide rectangulaire - Guide NRD*

Ces transitions reprennent la même idée que celle utilisée pour l'excitation des guides diélectriques (Malherbe *et al.*, 1980). Dans un guide rectangulaire évasé en cornet, on introduit une pointe de diélectrique. Le cornet peut être dans les plans E et H, ou seulement l'un des deux, suivant les dimensions du guide rectangulaire et du guide NRD, dimensions qui dépendent de la fréquence. De plus, la pointe diélectrique peut être faite dans une ou deux directions et être plus ou moins enfoncée dans le guide rectangulaire. Dans un premier temps, une transition a été réalisée par essais expérimentaux successifs (Yoneyama et Nishida, 1983). Mais les mesures réalisées dépendent également de la charge adaptée utilisée. Par ailleurs, une méthode, qui fait usage de fonctions transcendentes (Hecken, 1972), a été proposée pour concevoir de telles transitions (Malherbe *et al.*, 1985). Le profil métallique de la transition est imposé alors que le profil du diélectrique est calculé. Le coefficient de réflexion reporté est mesuré pour deux transitions dos-à-dos ce

qui évite de concevoir une charge adaptée en guide NRD. Cependant, dans cette étude, une erreur a été commise dans le choix des dimensions du guide NRD et la condition de non rayonnement du guide NRD n'est pas respectée sur toute la plage de mesure en fréquence. Il en résulte que les meilleurs résultats de la transition sont obtenus dans la plage de fréquence où le guide NRD se comporte comme un guide H et les pertes par rayonnement sont alors plausibles, ce qui diminue le coefficient de réflexion. Enfin, cette conception ne prend en considération que le mode fondamental et ne tient pas compte des modes d'ordre supérieur.

- *Transition, Ligne planaire - Guide NRD*

La première transition entre ces deux types de guide est une transition entre une ligne à ruban (stripline) et le guide NRD (Dawn et Sachidananda, 1990). Une approche mathématique utilisant les fonctions de Green permet de calculer les impédances d'entrée de la ligne à ruban et du guide NRD. Le choix de l'impédance est de 50Ω pour permettre d'adapter la ligne à ruban à une ligne coaxiale. Cette procédure, lourde en calcul, permet d'obtenir un taux d'ondes stationnaires inférieur à 3 sur une plage de fréquence de 5,18% autour de 53,6 GHz. Ces résultats sont médiocres comparés à ceux que l'on peut obtenir à partir d'une transition guide rectangulaire-guide NRD. Pour terminer, on notera le travail effectué dans (Han et Wu, 1996) où un nouveau type de transition ligne planaire - guide NRD est proposé. Les résultats obtenus sont très prometteurs: un coefficient de transmission en moyenne de -3 dB entre 18 et 21 GHz pour une ligne microruban et 18 et 20 GHz pour une ligne coplanaire.

1.3 Méthode numérique préconisée

La méthode numérique choisie pour la présente étude, principalement à cause de la simplicité de la géométrie du guide NRD, est la méthode de raccordement modal, plus connue sous le nom de *Mode Matching*. Cette méthode a été étudiée en détail et a permis de trouver des solutions exactes pour certaines structures (Mittra et Lee, 1971). Toutefois, peu de structures présentent de telles solutions et la méthode de raccordement modal reste donc une méthode numérique pour laquelle il est nécessaire de faire des approximations. Cette méthode numérique a déjà été utilisée avec succès pour de nombreuses structures, telles que les discontinuités dans les guides d'onde, l'étude des microrubans et des lignes à fente, la conception de filtre en guide rectangulaire et en ligne microruban. La première étape de cette méthode (Itoh, 1989) consiste en la description mathématique des modes orthonormaux se propageant dans le guide considéré, ce qui se fait assez simplement pour le guide NRD. Ces modes sont alors appelés modes propres et constituent une base dans le sens mathématique du terme. Le champ total peut alors se développer sur cette base de modes à l'aide de coefficients inconnus, appelés coefficients d'expansion. En écrivant la continuité des champs et en tirant profit de l'orthogonalité des modes, il est possible d'extraire un système d'équations dont les inconnues sont ces coefficients d'expansion. Il est à noter que ce système est de dimension infinie puisque la base des modes propres est elle-même de dimension infinie. Pour pouvoir résoudre le problème, il faut le ramener à un problème de dimension finie et donc réaliser une troncature. De ce fait, un problème de convergence relative, inhérent à cette méthode, est introduit. Une étude rigoureuse de la convergence est donc nécessaire puisque le résultat peut converger vers différentes valeurs suivant la troncature réalisée. Cette convergence relative provient d'une part, du fait que la condition de continuité des champs peut ne pas être vérifiée sur les angles vifs des conducteurs (Mittra et Lee, 1971), et d'autre part, d'un mauvais conditionnement

du système à résoudre (Leroy, 1983). Cet inconvénient peut être amoindri si un soin attentif est porté à la formulation du problème (Eleftheriades *et al.*, 1994; Itoh, 1989), ce qui permet d'augmenter sa précision du problème tout en diminuant la dimension du système à résoudre. Enfin, dans la cadre de la présente étude qui s'applique au guide NRD, la méthode de raccordement modal est en partie analytique ce qui engendre un gain de temps de calcul appréciable.

Cette méthode est couplée à une méthode de mise en cascade de matrices de diffraction généralisées (Chu et Itoh, 1986; Mansour et Macphie, 1986; Omar et Schünemann, 1985) afin de permettre l'étude de systèmes plus complexes. Cette solution est préférée à l'utilisation de matrices de transmission cascadables car certains articles (Chu et Itoh, 1986; Omar et Schünemann, 1985) soulignent que, pour l'étude de discontinuités en chaîne, l'utilisation de ces matrices de transmission entraîne une perte d'information sur les champs. Deux algorithmes sont alors développés pour permettre de cascader des matrices généralisées de diffraction. Il est très important de noter qu'il est possible, en utilisant une formulation adéquate, de minimiser l'influence de la convergence relative inhérente à la méthode de raccordement modal lors de la mise en cascade de multiples discontinuités et d'améliorer le temps de calcul pour certains cas (Mansour et Macphie, 1986).

Ainsi ces deux méthodes permettent d'analyser une grande variété de ligne de transmission et peuvent s'appliquer au guide NRD. Les résultats obtenus seront de bonne précision et le temps de calcul relativement faible si elles sont utilisées adéquatement.

CHAPITRE 2

CARACTÉRISTIQUES DU GUIDE NRD

2.1 Introduction

Suite à la revue bibliographique du chapitre 1, le guide NRD apparaît comme un guide d'onde inhomogène multi-modal. Une étude approfondie en deux dimensions du guide NRD semble donc nécessaire, d'une part pour maîtriser le comportement et les caractéristiques fréquentielles de ce guide et d'autre part, pour permettre des développements plus complexes afin de concevoir des composants utilisant ce guide.

Dans un premier temps, l'étude du diagramme de dispersion permet de mettre en évidence les modes qui se propagent dans la structure, de même que leurs fréquences de coupure et de disparition en fonction des conditions de fermeture du guide. Ainsi, un choix de condition de fermeture peut être fait. Deuxièmement, le diagramme d'opération est introduit et permet de définir la largeur de bande et de choisir les dimensions du guide NRD pour que celui-ci fonctionne à la fréquence souhaitée. De nouvelles courbes qui permettent une conception facile et rapide du guide sont introduites. Troisièmement, les impédances caractéristique et de mode sont calculées dans le cas du guide NRD, après un bref rappel du problème de leur définition dans le contexte des guides multi-modal non TEM. Quatrièmement, à partir du calcul des constantes de propagation, les champs électrique et magnétique pour les deux types de mode présents dans le guide NRD sont tracés ainsi que les courants induits sur les plaques métalliques du guide. Enfin, le problème de l'excitation du guide NRD par différentes technologies est passé en revue et des résultats sont présentés.

2.2 Diagramme de dispersion du guide NRD

Le diagramme de dispersion est un diagramme représentant les constantes de propagation $\gamma = \alpha + j\beta$ d'une ligne de transmission quelconque en fonction de la fréquence. Généralement, dans les milieux sans pertes, les constantes de propagation γ sont soit imaginaires pures, soit réelles. Dans le premier cas, $\gamma = j\beta$ et le mode est dit propagatif. β est alors représenté en fonction de la fréquence dans la partie supérieure du diagramme. Dans le second cas, $\gamma = \alpha$ et le mode est dit à la coupure ou évanescent. α est alors représenté en fonction de la fréquence dans la partie inférieure du diagramme. Les courbes ainsi obtenues des parties inférieure et supérieure du diagramme sont continues et se rattachent aux fréquences dites de coupures pour lesquelles les constantes de propagation sont nulles: $\gamma = 0$. Enfin, lorsque toutes les constantes de propagation sont normalisées par rapport à la constante de propagation k_0 d'une onde dans l'espace libre et vide, le diagramme de dispersion est dit normalisé

Dans certains cas de milieux sans pertes, il se peut que la constante de propagation γ soit complexe et comporte donc une partie réelle et une partie imaginaire non nulles. C'est le cas des structures ouvertes comportant des ondes de fuite ou des structures fermées comportant des modes complexes. Pour ne pas passer à un diagramme de dispersion en trois dimensions, les parties réelle et imaginaire des constantes de propagation complexes sont représentées comme décrit au paragraphe précédent. Cependant les courbes de dispersion de ces modes ne sont plus continues et le diagramme de dispersion se complique alors singulièrement.

Le diagramme de dispersion comporte beaucoup d'informations. En premier lieu, à une fréquence donnée, il permet de connaître le nombre de modes qui se propagent. Ainsi il est possible de déterminer la plage en fréquence sur laquelle la ligne de transmission est monomode, c'est-à-dire qu'un seul mode se propage. Il donne également les fréquences de coupure, fréquences pour lesquelles un mode

passer du type évanescent au type propagatif et où l'on a $\gamma = 0$. Enfin, comme l'indique son nom, il caractérise la dispersion, c'est à dire l'étalement dans le temps, du signal à la sortie de la ligne de transmission. En effet, la non-linéarité des constantes de propagation en fonction de la fréquence conduit à une vitesse de groupe variable en fréquence. Chaque composante fréquentielle du signal se propage alors à une vitesse différente le long de la ligne de transmission et prend un temps différent pour parcourir la longueur de cette ligne, ce qui provoque l'étalement temporel du signal en sortie. Ainsi, sur un diagramme de dispersion normalisé, un mode propagatif sera d'autant moins dispersif que sa constante de propagation normalisée sera constante. En règle générale, un mode est très dispersif lorsqu'il s'approche de sa fréquence de coupure, et l'est de moins en moins lorsqu'il s'en éloigne.

Le diagramme de dispersion est donc déterminé en recherchant toutes les constantes de propagation existant dans la ligne de transmission considérée. Ces constantes de propagation sont les solutions de l'équation caractéristique propre à la ligne. Pour le cas d'un NRD multi couche, l'équation caractéristique peut s'écrire¹:

$$\begin{pmatrix} \vec{E}_{ti}^K(0) \\ \vec{J}_i^K(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \prod_{k=K-1}^{k=2} C_i^k(\ell_k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{E}_{ti}^1(\ell_K) \\ \vec{J}_i^1(\ell_K) \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

à laquelle il faut ajouter les conditions de fermeture du guide.

Dans ce qui suit, l'accent est mis sur un guide NRD dont les dimensions sont données comme suit: $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$ (air), et $\epsilon_{r2} = 6,15$ (RT/Duroid®6006). Le diagramme de dispersion d'un tel guide pour des conditions de fermeture variables est alors recherché.

¹Cf éqn. A.80, p.188

2.2.1 Structure fermée par des murs électriques

L'équation caractéristique 2.1 précédente peut être développée et s'écrire²:

$$a_{12}(\gamma, f) = 0 \quad (2.2)$$

La fonction a_{12} est donc calculée en effectuant le produit matriciel des trois matrices chaînes³ des trois couches définies dans notre structure. La notation utilisée à l'Annexe A est simplifiée en indiquant les constantes de propagation q par le numéro de la couche considérée, soit 1 ou 2 puisque la couche 3 est identique à la première. Enfin, les deux types de mode LSE et LSM sont distingués, puisque leurs impédances modales diffèrent.

- Pour les modes LSE:

$$\begin{aligned} a_{12} &= -2j \frac{\mu_r k_0}{q_1} \sinh(q_1 \ell_1) \cosh(q_1 \ell_1) \cosh(q_2 \ell_2) \cdots \\ &\quad - j \frac{\mu_r k_0}{q_2} \left[\frac{q_2^2}{q_1^2} \sinh^2(q_1 \ell_1) + \cosh^2(q_1 \ell_1) \right] \sinh(q_2 \ell_2) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

En divisant l'équation 2.3 par $-2j\mu_r k_0/q_1 \sinh(q_1 \ell_1) \cosh(q_1 \ell_1) \cosh(q_2 \ell_2)$, il vient:

$$1 + \frac{1}{2} \left[\frac{q_2}{q_1} \tanh(q_1 \ell_1) + \frac{q_1}{q_2} \coth(q_1 \ell_1) \right] \tanh(q_2 \ell_2) = 0 \quad (2.4)$$

$\tanh(q_2 \ell_2)$ peut alors être exprimé en fonction de $\tanh(q_2 \ell_2/2)$ et en poursuivant simplement le calcul, il est possible d'écrire:

$$1 + \tanh^2(q_2 \frac{\ell_2}{2}) + \frac{q_2}{q_1} \tanh(q_1 \ell_1) \tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) + \frac{q_1}{q_2} \coth(q_1 \ell_1) \tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) = 0$$

²Cf §A.3.2.2, p.192

³Cf §A.3.1, p.185

$$\begin{aligned}
1 + \tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) \left[\tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) + \frac{q_2}{q_1} \tanh(q_1 \ell_1) \right] + \frac{q_1}{q_2} \coth(q_1 \ell_1) \tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) &= 0 \\
\tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) \left[\tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) + \frac{q_2}{q_1} \tanh(q_1 \ell_1) \right] + \dots & \\
\frac{q_1}{q_2} \coth(q_1 \ell_1) \left[\tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) + \frac{q_2}{q_1} \tanh(q_1 \ell_1) \right] &= 0 \\
\left[\tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) + \frac{q_2}{q_1} \tanh(q_1 \ell_1) \right] \left[\tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) + \frac{q_2}{q_1} \coth(q_1 \ell_1) \right] &= 0
\end{aligned}$$

soit

$$q_2 \tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) = -q_1 \coth(q_1 \ell_1) \quad (2.5)$$

$$q_2 \coth(q_2 \frac{\ell_2}{2}) = -q_1 \coth(q_1 \ell_1) \quad (2.6)$$

Ces deux dernières équations sont les équations à résoudre pour trouver les constantes de propagation des modes LSE pairs et impairs respectivement. Ce sont généralement ces équations qui sont données dans la littérature (Collin, 1991).

- Pour les modes LSM:

$$\begin{aligned}
a_{12} &= 2j \frac{q_1}{\epsilon_{r1} k_0} \sinh(q_1 \ell_1) \cosh(q_1 \ell_1) \cosh(q_2 \ell_2) + \dots \\
& j \frac{q_2}{\epsilon_{r2} k_0} \left[\left(\frac{\epsilon_{r2}}{q_2} \right)^2 \left(\frac{q_1}{\epsilon_{r1}} \right)^2 \sinh^2(q_1 \ell_1) + \cosh^2(q_1 \ell_1) \right] \sinh(q_2 \ell_2) \quad (2.7) \\
&= 0
\end{aligned}$$

De même, en divisant l'équation 2.7 par $2j q_1 / (\epsilon_{r1} k_0) \sinh(q_1 \ell_1) \cosh(q_1 \ell_1) \cosh(q_2 \ell_2)$, il vient:

$$1 + \frac{1}{2} \left[\frac{\epsilon_{r2}}{q_2} \frac{q_1}{\epsilon_{r1}} \tanh(q_1 \ell_1) + \frac{\epsilon_{r1}}{q_1} \frac{q_2}{\epsilon_{r2}} \coth(q_1 \ell_1) \right] \tanh(q_2 \ell_2) = 0 \quad (2.8)$$

En utilisant un développement en tout point semblable à celui utilisé pour les modes LSE, les équations caractéristiques des modes LSM pairs et impairs peuvent

s'écrire respectivement:

$$q_2 \tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) = -\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} q_1 \tanh(q_1 \ell_1) \quad (2.9)$$

$$q_2 \coth(q_2 \frac{\ell_2}{2}) = -\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} q_1 \tanh(q_1 \ell_1) \quad (2.10)$$

et ce sont ces équations que l'on trouve généralement dans la littérature (Collin, 1991).

Pour pouvoir tracer le diagramme de dispersion, il faut donc résoudre les équations 2.5, 2.6, 2.9 et 2.10, auxquelles il faut rajouter les équations⁴ 2.11 et 2.12 ci-dessous. Toutefois ces équations présentent l'inconvénient majeur de posséder des pôles et des zéros, ce qui complexifie grandement une recherche automatique de tous les zéros. L'avantage fondamental d'utiliser l'équation caractéristique générale 2.2 est que cette dernière ne possède aucun pôles. La recherche des zéros, et par le fait même des constantes de propagation, en est d'autant simplifiée. Il est à noter que l'équation 2.2 est équivalente aux quatre équations 2.5, 2.6, 2.9 et 2.10, c'est-à-dire que les solutions sont identiques, et qu'elle n'introduit aucune solution parasite ou supplémentaire puisqu'aucune simplification n'est faite.

$$\gamma^2 + q_1^2 + \epsilon_{r1} \mu_r k_0^2 = \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \quad (2.11)$$

$$\gamma^2 + q_2^2 + \epsilon_{r2} \mu_r k_0^2 = \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \quad (2.12)$$

Ainsi les constantes de propagation peuvent être calculées en fonction de la fréquence à partir des équations 2.2, 2.11 et 2.12. Le résultat obtenu est donné à la figure 2.1. Seuls les modes jugés significatifs sont représentés, afin de ne pas trop alourdir la figure.

⁴Cf. éqn. A.41, p.181

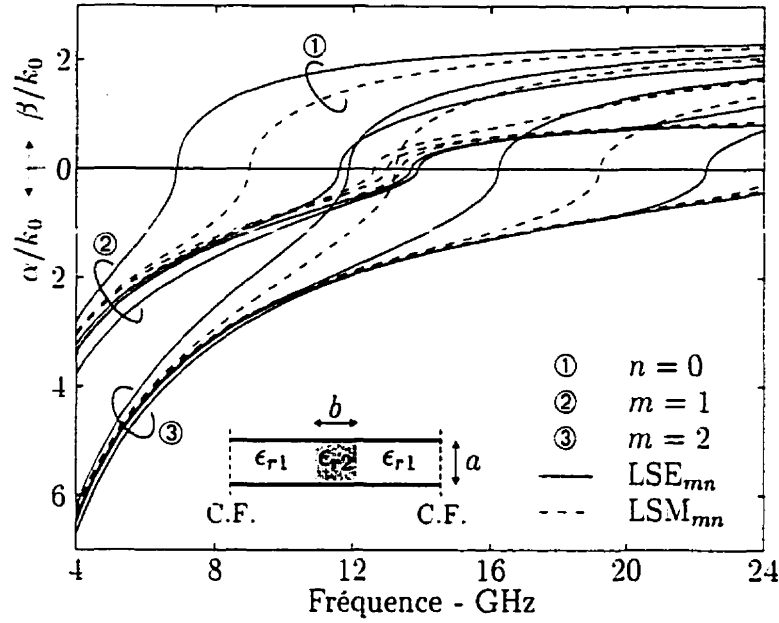


Figure 2.1: Diagramme de dispersion normalisé pour un guide NRD défini par $a = 11.7$ mm. $b = 6.6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6, 15$ — Conditions de Fermeture (C.F.): murs électriques

2.2.2 Structure fermée par des murs magnétiques

L'équation caractéristique 2.1 peut également être développée et, dans le cas des murs magnétiques comme conditions de fermeture, s'écrire⁵:

$$a_{21}(\gamma, f) = 0 \quad (2.13)$$

De la même manière qu'au paragraphe précédent, la fonction a_{21} est calculée en effectuant le produit matriciel des trois matrices chaînes des trois couches définies dans notre structure. Cela conduit, en distinguant les deux types de mode LSE et LSM, puisque leurs impédances modales diffèrent, aux équations suivantes:

⁵Cf §A.3.2.3. p.193

- Pour les modes LSE:

$$\begin{aligned}
 a_{21} &= 2j \frac{q_1}{\mu_r k_0} \sinh(q_1 \ell_1) \cosh(q_1 \ell_1) \cosh(q_2 \ell_2) + \dots \\
 &\quad j \frac{q_2}{\mu_r k_0} \left[\frac{q_1^2}{q_2^2} \sinh^2(q_1 \ell_1) + \cosh^2(q_1 \ell_1) \right] \sinh(q_2 \ell_2) \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

ce qui conduit pour les modes pairs et impairs respectivement, aux équations:

$$q_2 \tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) = -q_1 \tanh(q_1 \ell_1) \tag{2.15}$$

$$q_2 \coth(q_2 \frac{\ell_2}{2}) = -q_1 \tanh(q_1 \ell_1) \tag{2.16}$$

- Pour les modes LSM:

$$\begin{aligned}
 a_{21} &= -2j \frac{\epsilon_{r1} k_0}{q_1} \sinh(q_1 \ell_1) \cosh(q_1 \ell_1) \cosh(q_2 \ell_2) \dots \\
 &\quad -j \frac{\epsilon_{r2} k_0}{q_2} \left[\left(\frac{\epsilon_{r1}}{q_1} \right)^2 \left(\frac{q_2}{\epsilon_{r2}} \right)^2 \sinh^2(q_1 \ell_1) + \cosh^2(q_1 \ell_1) \right] \sinh(q_2 \ell_2) \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

ce qui conduit pour les modes pairs et impairs respectivement, aux équations:

$$q_2 \tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) = -\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} q_1 \tanh(q_1 \ell_1) \tag{2.18}$$

$$q_2 \coth(q_2 \frac{\ell_2}{2}) = -\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} q_1 \coth(q_1 \ell_1) \tag{2.19}$$

De même, l'équation caractéristique générale 2.13 couplée aux équations 2.11 et 2.12 est privilégiée pour calculer les constantes de propagation. Le résultat obtenu est donné à la figure 2.2, où seuls les modes jugés significatifs sont représentés.

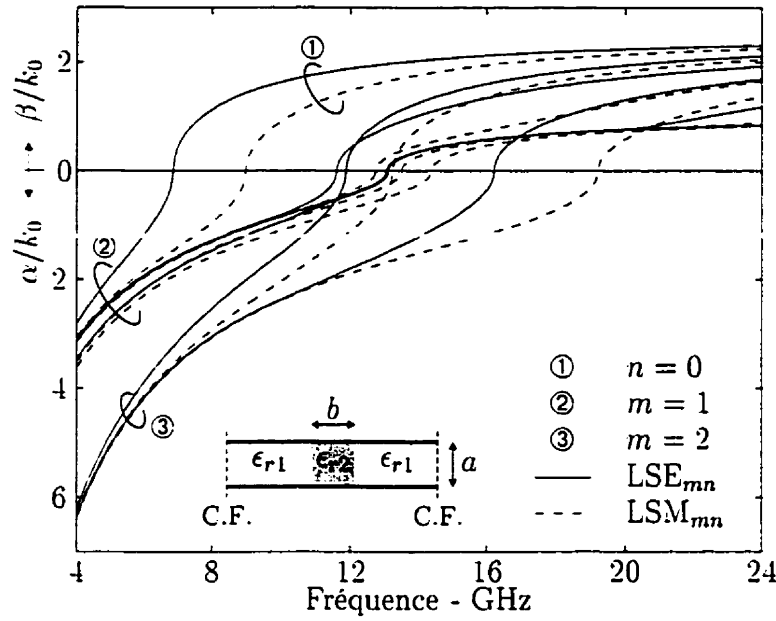


Figure 2.2: Diagramme de dispersion normalisé pour un guide NRD défini par $a = 11.7$ mm, $b = 6.6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6.15$ — Conditions de Fermeture (C.F.): murs magnétiques

2.2.3 Structure infiniment longue

En utilisant les mêmes notations qu'aux deux paragraphes précédents, l'équation caractéristique 2.1 peut se mettre sous la forme suivante⁶:

$$\bar{z}_1 \bar{z}_3 c_{21} - \bar{z}_1 c_{11} - \bar{z}_3 c_{22} + c_{12} = 0 \quad (2.20)$$

où $\bar{z}_1$ et $\bar{z}_3$ sont les impédances normalisées des modes considérés dans les couches 1 et 3 respectivement, et c_{ij} , $(i, j) \in [1, 2]^2$, sont les coefficients de la matrice chaîne de la couche centrale. En remarquant que les couches 1 et 3 sont identiques, cette dernière équation peut se simplifier pour donner finalement:

$$\bar{z}_1^2 c_{21} - \bar{z}_1 (c_{11} + c_{22}) + c_{12} = 0 \quad (2.21)$$

⁶Cf éqn. A.89, p.190

soit:

– Pour les modes LSE:

$$-2j \frac{\mu_r k_0}{q_1} \cosh(q_2 \ell_2) - j \frac{\mu_r k_0}{q_1} \left[\frac{q_2}{q_1} + \frac{q_1}{q_2} \right] \sinh(q_2 \ell_2) = 0 \quad (2.22)$$

$$(2.23)$$

et en utilisant le même procédé, il vient pour les modes pairs et impairs respectivement:

$$q_2 \tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) = -q_1 \quad (2.24)$$

$$q_2 \coth(q_2 \frac{\ell_2}{2}) = -q_1 \quad (2.25)$$

– Pour les modes LSM:

$$2j \frac{q_1}{\epsilon_{r1} k_0} \cosh(q_2 \ell_2) + j \frac{q_1}{\epsilon_{r1} k_0} \left[\frac{\epsilon_{r1} q_2}{\epsilon_{r2} q_1} + \frac{\epsilon_{r2} q_1}{\epsilon_{r1} q_2} \right] \sinh(q_2 \ell_2) = 0 \quad (2.26)$$

$$(2.27)$$

et il vient pour les modes pairs et impairs respectivement:

$$q_2 \tanh(q_2 \frac{\ell_2}{2}) = -\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} q_1 \quad (2.28)$$

$$q_2 \coth(q_2 \frac{\ell_2}{2}) = -\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} q_1 \quad (2.29)$$

Les équations précédentes peuvent être également déduites des équations 2.5. 2.6, 2.9 et 2.10 d'une part ou, d'autre part, 2.15, 2.16, 2.18 et 2.19 en faisant tendre la longueur ℓ_1 vers l'infini. Pour les mêmes raisons que dans les deux paragraphes précédents, l'équation caractéristique générale 2.24, couplée aux équations 2.11 et 2.12 est utilisée afin d'établir le diagramme de dispersion. Enfin, pour être exact, dans le cas des modes LSE, l'impédance normalisée est remplacée par l'admittance

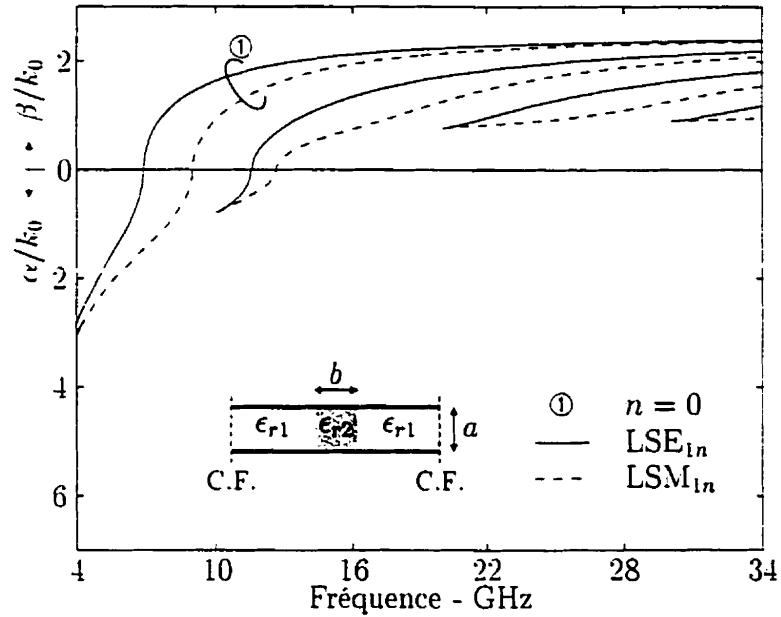


Figure 2.3: Diagramme de dispersion normalisé pour un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$ — Conditions de Fermeture (C.F.): guide infini

normalisée afin d'éviter l'apparition d'un pôle. Le résultat ainsi obtenu est donné à la figure 2.3, où seuls les modes avec $m = 1$ sont représentés.

De la figure 2.3, deux constations importantes sont à faire: d'une part, le nombre de modes présents dans le cas du guide infiniment long est très inférieur aux nombres de modes présents dans les cas des conditions de fermeture murs électriques et murs magnétiques; d'autre part, des modes disparaissent brutalement à des fréquences qui seront nommées *fréquences de disparition*.

La première constatation s'explique par le fait qu'il n'y a plus de modes de boîtier, puisque ce boîtier n'existe plus. Les modes présents sont alors seulement ceux qui peuvent être transportés par le ruban diélectrique du guide NRD.

Pour la seconde constatation, les modes disparaissent lorsque la valeur de la constante de propagation dans l'air et dans la direction transverse, q_1 , atteint la

valeur critique $q_{lc} = 0$. Ceci se produit aux points de fréquences données par⁷:

$$f_d = (n - 1) \frac{c}{2b} \frac{1}{\sqrt{(\epsilon_{r2} - \epsilon_{r1})}} \quad (2.30)$$

Cette valeur q_{lc} est critique puisqu'alors se produit un changement de signe de la constante q_i , ce qui correspond physiquement à un changement de direction de propagation. Lorsque se produit ce changement de direction de propagation, l'amplitude et donc la puissance transportée par les modes, augmente lorsque l'on s'écarte du centre du guide. Ce qui est physiquement impossible.

Cette valeur critique n'est atteinte que si les indices des modes LSE_{mn} ou LSM_{mn} vérifient la relation suivante, appelée *condition de disparition* d'un mode⁷ (Nallo et al., 1993):

$$n - 1 \leq m \frac{b}{a} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} - 1} \quad (2.31)$$

Il est important de noter qu'avec cette condition, la disparition des modes pour un guide NRD ne peut se faire que si le mode est à la coupure⁷. Dans le cas de la figure 2.3, la limite en fréquence du guide NRD est $f_{max} = 12,82$ GHz. Pour des fréquences supérieures, le guide se comporte comme un guide H.

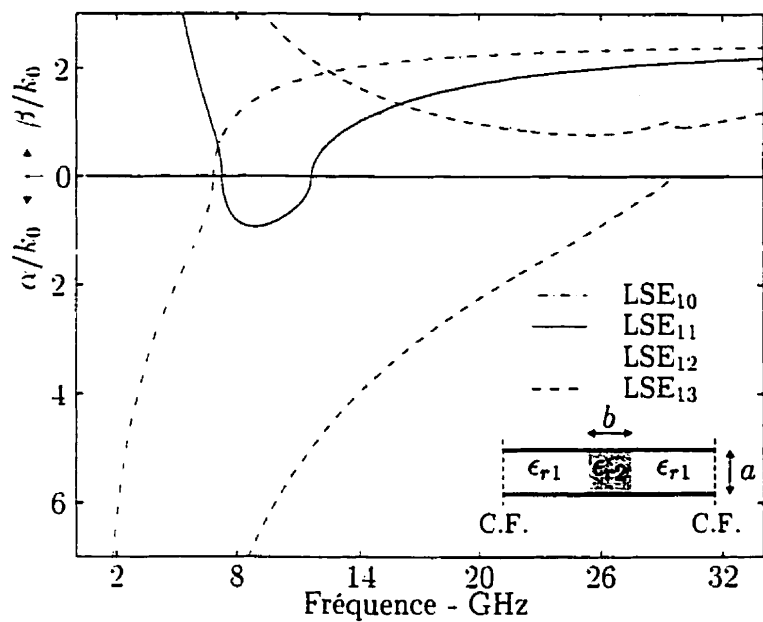
D'un point de vue mathématique, l'équation caractéristique, qui était dans les deux paragraphes précédents purement imaginaire, devient complexe. Il faut donc faire une recherche de solution dans le plan complexe, ce qui nécessite un effort non négligeable au niveau de la programmation. De plus, les procédures de recherche de solution dans le plan complexe exigent un point de départ, qui doit être assez proche de la solution recherchée. Il est alors judicieux de choisir comme point de départ pour chaque mode propre au mode NRD, la solution trouvée précédemment (Cf. fig. 2.3) à la fréquence maximale. La solution ainsi trouvée sert alors de point de

⁷Cf. §A.3.2.1, p.190

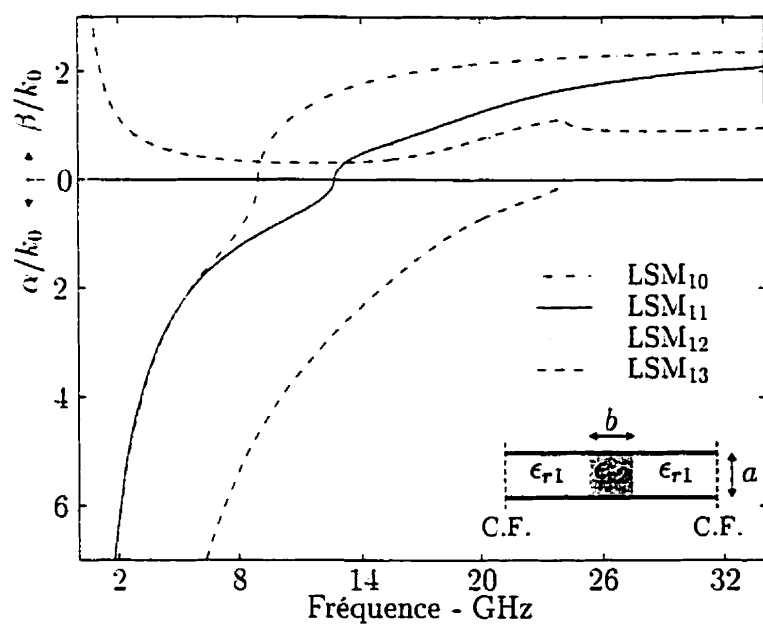
départ pour le pas de fréquence suivant, dans le sens décroissant. Cette méthode permet donc d'obtenir tous les modes propagatifs, évanescents ou complexes du guide NRD pour une fréquence inférieure à la fréquence maximale choisie. Par contre, elle ne permet pas de déterminer les modes qui ont déjà une constante de propagation complexe à la fréquence maximale. Le résultat obtenu par cette méthode est présenté à la figure 2.4, où chaque courbe de dispersion des modes qui disparaissent est complétée.

À partir des figures 2.2.3 et 2.2.3, deux zones peuvent être mises en évidence (Lampariello *et al.*, 1990; Nallo *et al.*, 1994b).

- Une première zone délimitée par la fréquence de disparition et la fréquence où la constante de propagation devient complexe, notée f_L . La solution trouvée n'a pas de sens physique du fait du changement de direction de propagation dans les couches diélectriques de constante ϵ_{r1} . La constante de propagation est purement réelle ou imaginaire, mais la fonction caractéristique est complexe.
- Une deuxième zone ayant pour borne supérieure la fréquence f_L déterminée ci-dessus. où la constante de propagation est complexe et représente un mode à fuite. La perte en puissance se reporte sur les modes TE_1 ou TM_1 présents dans les couches diélectriques de constante ϵ_{r1} si la *condition de fuite* (Nallo *et al.*, 1994b) est vérifiée. Cependant, puisque la condition de non-rayonnement du guide NRD nous garantit que tous les modes, et donc les modes TE_1 ou TM_1 sont à la coupure, la fuite en puissance ne peut avoir lieu. et ce malgré le fait que la condition de fuite soit réalisée. La constante de propagation complexe trouvée correspond à un mode non physique. Pour mémoire, la constante de propagation et la fonction caractéristique dont elle est la solution, sont complexes.



(a)



(b)

Figure 2.4: Diagramme de dispersion complexe et normalisé pour un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$ — Conditions de Fermeture (C.F.): guide infini — (a) mode LSE — (b) mode LSM

Tableau 2.1: Fréquences de coupure (en GHz) pour un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$

C.F.	murs électriques		murs magnétiques		guide infini	
Mode	LSE	LSM	LSE	LSM	LSE	LSM
$m = 1, n = 0$	6,8524	8,9776	6,8524	8,9777	6,8524	8,9777
$m = 1, n = 1$	11,6009	12,6241	11,5980	12,7194	11,5994	12,6596
$m = 1, n = 2$	13,7009	12,9984	13,0491	13,4972	—	—
$m = 1, n = 3$	13,8929	13,4150	13,1164	14,3673	—	—
$m = 2, n = 0$	11,8795	13,2485	11,8795	13,2485	11,8795	13,2485
$m = 2, n = 1$	16,2152	19,2085	16,2152	19,2085	16,2152	19,2085

Tableau 2.2: Fréquences de disparition (en GHz) pour un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$ et dont la dimension transverse est infinie

C.F.	Mode	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$
guide infini	LSE/LSM	0,0	10,0148	20,0297	30,0445

Il en résulte que, malgré l'apparition de modes dits à fuite dans le diagramme de dispersion du guide NRD, aucune perte en puissance ne peut se faire et que le comportement de non-rayonnement intrinsèque au guide NRD reste valide. Cette remarque importante sous-entend que les modes considérés dans le guide NRD ont un indice m égal à 1. Pour d'autre valeur de cet indice, des modes à fuite peuvent être générés.

2.2.4 Fréquences de coupure et de disparition

Les fréquences de coupure peuvent être lues directement sur les diagrammes de dispersion précédents. Cependant, pour une meilleure précision, elles sont calculées grâce aux équations caractéristiques se rapportant à chacune des conditions de fermeture et dans lesquelles $\gamma = 0$ est imposé, couplées aux équations 2.11 et 2.12. Ceci conduit donc à une équation d'une seule variable, la fréquence, dont les solutions sont les fréquences de coupure. Le tableau 2.1 résume les résultats obtenus.

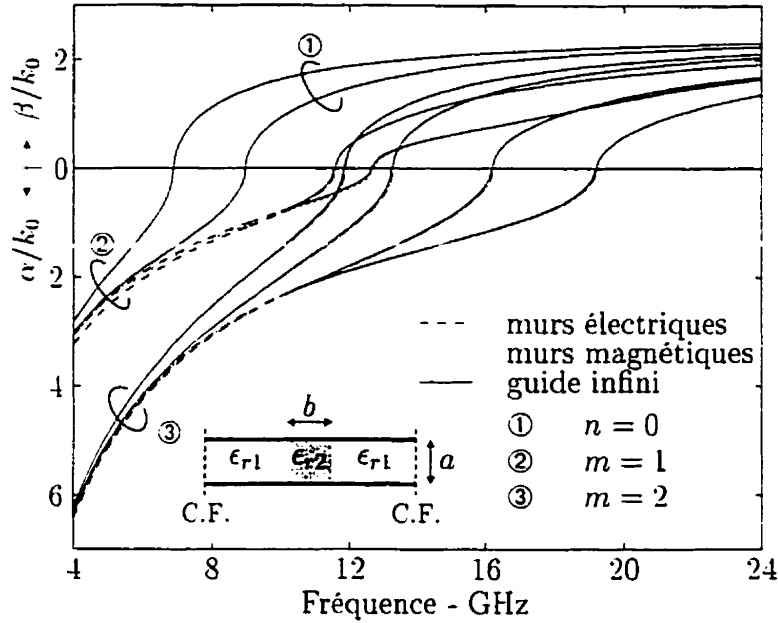


Figure 2.5: Comparaison des diagrammes de dispersion pour un guide NRD défini par $a = 11.7$ mm, $b = 6.6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6, 15$, pour les trois types de Conditions de Fermetures (C.F.)

Comme il a été vu dans les paragraphes précédents, les fréquences de disparition ne se définissent que pour le guide NRD ayant des conditions de fermeture en guide infini. Leurs valeurs se calculent à partir de l'équation 2.30, indépendamment du type d'onde. Le tableau 2.2 résume les résultats obtenus.

2.2.5 Choix des conditions de fermeture

Il est important de souligner en premier lieu que les trois conditions aux frontières proposées sont toutes les trois des approximations de la réalité et donnent des résultats semblables pour les modes propagatifs propres au guide NRD. La figure 2.5, qui représente la superposition des trois diagrammes de dispersion, pour les modes jugés significatifs, confirme ce résultat.

Cependant, les conditions de fermeture en guide infini posent un problème, bien qu'elles soient peut-être les conditions les plus proches de la réalité. Le problème, comme il a déjà été souligné, vient de la stratégie à adopter pour trouver toutes les constantes de propagation associées aux modes présents dans la structure dont il est question. Avec ces conditions de fermeture, il semble impossible de déterminer tous les modes présents à une fréquence donnée de manière automatique à partir d'un logiciel, c'est-à-dire sans l'intervention de l'utilisateur de ce logiciel.

Il faut donc choisir entre les conditions de fermeture en murs électriques ou murs magnétiques. Dans ces deux cas, une procédure efficace a été développée pour déterminer tous les modes présents dans la structure à une fréquence donnée. Le choix s'est porté sur des murs électriques pour fermer le guide NRD, et ceci principalement afin de pouvoir calculer par la suite des structures plus complexes, en utilisant la théorie des circuits multi-ports⁸.

Si les murs électriques sont placés assez loin, leur influence est négligeable, comme cela a déjà été mentionné au paragraphe 2.2.3. La figure 2.6 caractérise, pour le guide NRD considéré, cette notion de *assez loin*.

En fonction de la distance ℓ_1 séparant les murs électriques du ruban diélectrique constituant le guide NRD, le rapport des constantes de propagation dans le cas d'une structure fermée par des murs électriques et dans le cas du guide infini, peut être formé. La figure 2.6 représente ce rapport pour les deux premiers modes, à savoir les modes LSE_{10} et LSM_{10} . La convergence est franche et rapide. Cette étude est faite à la fréquence minimale de la plage d'utilisation du guide, soit pour le cas présent à 9 GHz. Ceci vient du fait que si la fréquence est augmentée, la constante de propagation augmente et les champs se concentrent à l'intérieur du ruban diélectrique. Il en résulte que pour une distance ℓ_1 fixe, la distance électrique équivalente augmente et les murs électriques semblent s'écarter. La convergence est donc plus rapide à une fréquence plus élevée.

⁸Cf. Chapitre 5, p.122

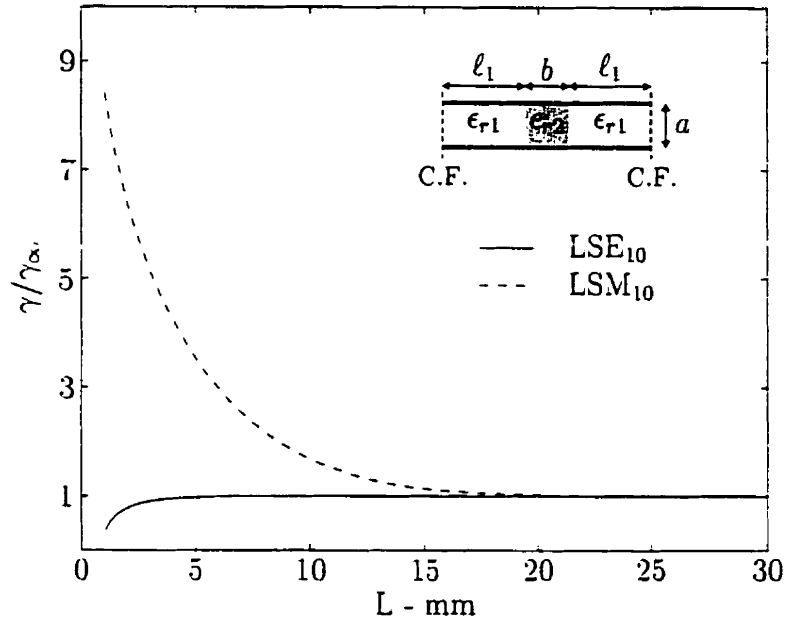


Figure 2.6: Influence des murs électriques sur les constantes de propagations pour un guide NRD défini par $a = 11.7$ mm, $b = 6.6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, $\epsilon_{r2} = 6, 15$ et ℓ_1 variable

En résumé, le diagramme de dispersion permet de caractériser les modes se propageant dans une structure NRD fermée par trois types de conditions de fermeture. Le choix de la fermeture s'est portée sur les murs électriques et leur influence est étudiée. Toutefois, un inconvénient majeur du diagramme de dispersion doit être souligné. Ce diagramme n'est valide que pour une géométrie donnée. Il s'agit d'un bon outil d'analyse une fois un guide NRD sélectionné, mais il n'est d'aucune aide pour concevoir ce guide. Pour cela il faut avoir recours au diagramme dit d'opération.

2.3 Diagramme d'opération du guide NRD

Le diagramme d'opération est un diagramme *normalisé* représentant l'évolution des fréquences de coupure des différents modes d'une ligne de transmission en fonction des dimensions géométriques de cette ligne. La normalisation se fait par

rapport à $\bar{k}_0 = k_0/2\pi$ pour toutes les constantes de propagation (c'est à dire γ , q et k_o). Si cette notion de normalisation complique l'établissement du diagramme d'opération et sa signification, elle permet en revanche d'obtenir un diagramme d'opération borné en abscisse quelque soit le guide NRD considéré. Dans ce paragraphe, le diagramme d'opération est établi, diverses interprétations possibles sont expliquées et de nouvelles courbes qui permettent de concevoir facilement un guide NRD sont introduites.

2.3.1 Établissement et interprétation du diagramme d'opération

Pour démystifier le problème, le diagramme d'opération du guide NRD précédemment utilisé, infiniment long dans sa direction transverse, est établi précisément. Les dimensions a et b deviennent alors des variables, tandis que les diélectriques $\epsilon_{r1} = 1$ et $\epsilon_{r2} = 6.15$ sont fixés.

Sachant que ce diagramme représente l'ensemble des fréquences de coupure, la condition $\gamma = 0$ peut être imposée dans les équations 2.11 et 2.12. En normalisant par rapport à $\bar{k}_0$, il vient:

$$(q_{n,i}\lambda_0)^2 = (2\pi)^2 \left[\left(\frac{m}{2x} \right)^2 - \epsilon_{ri}\mu_{ri} \right] \quad (2.32)$$

avec n et m indiquant les numéros des modes LSE_{mn} et LSM_{mn} , i , le numéro de la couche et λ_0 étant égal à $1/\bar{k}_0$. Enfin, x est la variable $a\bar{k}_0 = a/\lambda_0$.

Or, pour les modes LSE, les équations 2.24 et 2.25 peuvent se récrire:

$$(q_{n,2}\lambda_0) \tanh \left((q_{n,2}\lambda_0) \frac{y}{2} \right) = -q_{n,1}\lambda_0 \quad (2.33)$$

$$(q_{n,2}\lambda_0) \coth \left((q_{n,2}\lambda_0) \frac{y}{2} \right) = -q_{n,1}\lambda_0 \quad (2.34)$$

où y est la variable $\ell_2\bar{k}_0 = b/\lambda_0$.

Ainsi, en utilisant le fait que les constantes $q_{n,2}$ sont imaginaires pures, il est possible de déterminer l'ensemble des points où $\gamma = 0$, soit l'ensemble des fréquences de coupure, pour les modes pairs et impairs respectivement, par les équations suivantes:

$$y_m = \frac{2}{\Im(q_{n,2})\lambda_0} \left\{ \arctan \left(\frac{q_{n,1}\lambda_0}{\Im(q_{n,2})\lambda_0} \right) + (m-1)\pi \right\} \quad (2.35)$$

$$y_m = \frac{2}{\Im(q_{n,2})\lambda_0} \left\{ \arctan \left(-\frac{\Im(q_{n,2})\lambda_0}{q_{n,1}\lambda_0} \right) + m\pi \right\} \quad (2.36)$$

avec $\Im(z)$ indiquant la partie imaginaire de z .

De même pour les modes LSM, l'ensemble des fréquences de coupure est donné, pour les modes pairs et impairs respectivement, par les équations suivantes:

$$y_m = \frac{2}{\Im(q_{n,2})\lambda_0} \left\{ \arctan \left(\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \frac{q_{n,1}\lambda_0}{\Im(q_{n,2})\lambda_0} \right) + (m-1)\pi \right\} \quad (2.37)$$

$$y_m = \frac{2}{\Im(q_{n,2})\lambda_0} \left\{ \arctan \left(-\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} \frac{\Im(q_{n,2})\lambda_0}{q_{n,1}\lambda_0} \right) + m\pi \right\} \quad (2.38)$$

Pour les fréquences de coupure des modes pairs, c'est à dire pour les équations 2.35 et 2.37, on a $m \in \mathbb{N}^*$ et $n = 2p$ et les modes LSE et LSM sont indicés par 10, 12, ..., 20, 22, ... De même, pour les fréquences de coupure des modes impairs, c'est à dire pour les équations 2.36 et 2.38, on a $m \in \mathbb{N}^*$ et $n = 2p$, $p \in \mathbb{N}^*$ et les modes LSE et LSM sont indicés par 11, 13, ..., 21, 23, ...

À l'aide des équations 2.35 à 2.38, il est possible de tracer le diagramme d'opération du guide NRD considéré et le résultat est donné à la figure 2.7.

Il est évident que l'axe des abscisses de la figure 2.7 est limité à la valeur de 0,5 puisque le guide NRD doit vérifier la condition de non-rayonnement. Par contre, il semble que chaque faisceau de courbes correspondant à un indice m différent, est borné par une valeur minimale notée $x_{min}(m)$. Ces valeurs limites sont données

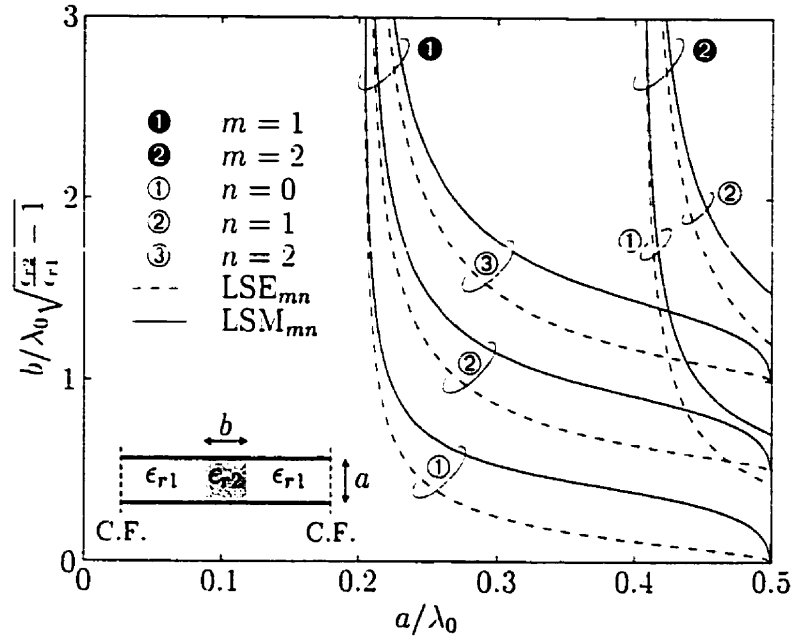


Figure 2.7: Diagramme d'opération pour un guide NRD symétrique à trois couches diélectriques définies par $\epsilon_{r1} = 1$ et $\epsilon_{r2} = 6.15$ — Conditions de Fermeture (C.F.): guide infini

par la relation:

$$x_{min}(m) = \frac{m}{2\sqrt{\epsilon_{r2}}} \quad (2.39)$$

et correspondent physiquement aux fréquences de coupure intrinsèques d'un guide constitué de deux plaques métalliques parallèles remplies de diélectrique de constante ϵ_{r2} .

Le diagramme d'opération peut donc être interprété de la manière suivante. Chaque courbe, qui divise le plan (x, y) en deux parties distinctes, représente les différentes fréquences de coupure du mode considéré. Par conséquent, la partie inférieure à la courbe indique que le mode est à la coupure, tandis que la partie supérieure indique que ce même mode se propage. Ainsi, pour le guide NRD, pour lequel le mode LSM_{10} a été choisi mode fondamental en raison de ses faibles pertes (Yoneyama, 1984; Yoneyama et Nishida, 1981), l'ensemble des dimensions

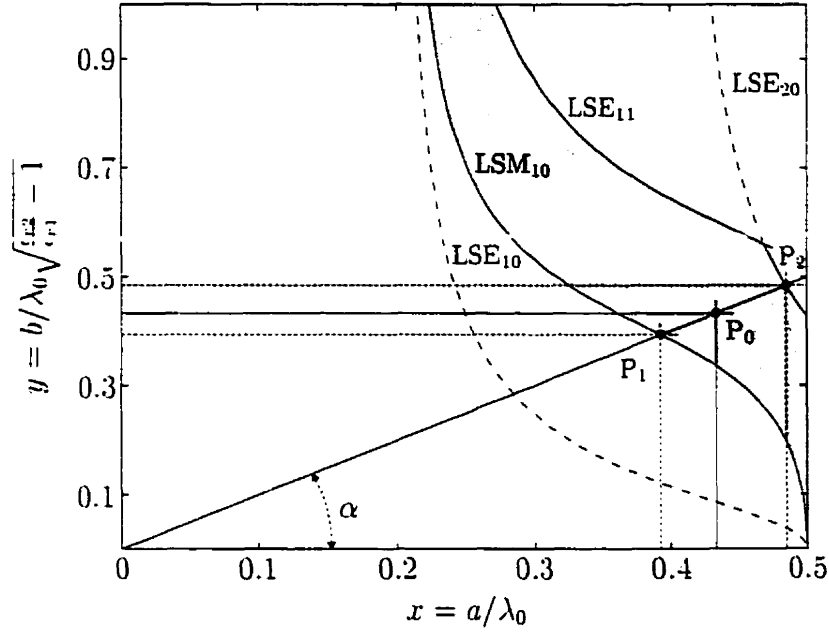


Figure 2.8: Détermination de la largeur de bande d'un guide NRD à partir du diagramme d'opération

géométriques a et b peut être déterminé afin que ce mode fondamental puisse se propager dans la structure sans être perturbé par des modes d'ordre supérieur. Pour le guide NRD défini plus haut, cet ensemble est représenté par la partie ombrée sur la figure 2.8 et est borné par les courbes de fréquence de coupure des modes LSM_{10} , LSE_{11} , LSE_{20} et la condition de non-rayonnement $a/\lambda_0 = 0,5$. Comme le montre les figures 2.7 et 2.8, le mode LSE_{10} pourra se propager dans la structure, puisque tous les points de la partie ombrée sont au-dessus de la courbe des fréquences de coupure de ce mode. Toutefois, par abus de langage, la zone ainsi mise en évidence sera appelée *zone monomode* du mode fondamental.

Par ailleurs, il faut noter que les deux axes du diagramme d'opération dépendent à la fois des dimensions géométriques a et b du guide NRD, et de la fréquence f par l'intermédiaire de la longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = c/f$. La lecture de ce diagramme d'opération est donc double, ce qui rend sa signification difficile. D'une

part, si la fréquence de coupure d'un mode est donnée, un ensemble de dimensions a et b du guide peut être déterminé. D'autre part, si les dimensions géométriques a et b sont connues, les fréquences de coupure de tous les modes peuvent être déterminées. Le diagramme d'opération permet alors de déterminer la *largeur de bande* pour le mode fondamental LSM₁₀ d'un guide NRD donné. Pour ce faire, l'exemple ci-dessous est utilisé.

Soit un guide NRD défini par ses dimensions a et b et une fréquence f_0 donnée. Le point d'opération $P_0(x_0, y_0)$ peut alors être déterminé et est porté sur la figure 2.9. Lorsque la fréquence varie, le point P_0 se déplace sur une droite passant par l'origine des axes et de coefficient directeur α donné par:

$$\alpha = \frac{b}{a} \sqrt{\epsilon_{r2} - \epsilon_{r1}} \quad (2.40)$$

La fréquence minimale d'opération f_{min} est atteinte lorsque le point P_0 atteint le point $P_1(x_1, y_1)$ situé sur la courbe des fréquences de coupure du mode fondamental LSM₁₀. De même, la fréquence maximale d'opération f_{max} est atteinte lorsque le point P_0 atteint le point $P_2(x_2, y_2)$. Ce point P_2 peut se situer, dépendamment du coefficient directeur α , sur trois courbes différentes définissant trois fréquences maximales différentes:

- la fréquence de coupure du mode LSE₁₁
- la fréquence de coupure du mode LSE₂₀
- la fréquence maximale pour que la condition de non-rayonnement soit valide.

Les fréquences minimales et maximales étant déterminées, la largeur de bande du mode fondamental, notée Δf , peut être calculée par:

$$\Delta f = 2 \frac{f_{max} - f_{min}}{f_{max} + f_{min}} \quad (2.41)$$

La figure 2.9 montre le résultat obtenu pour différents guides NRD symétriques à trois couches.

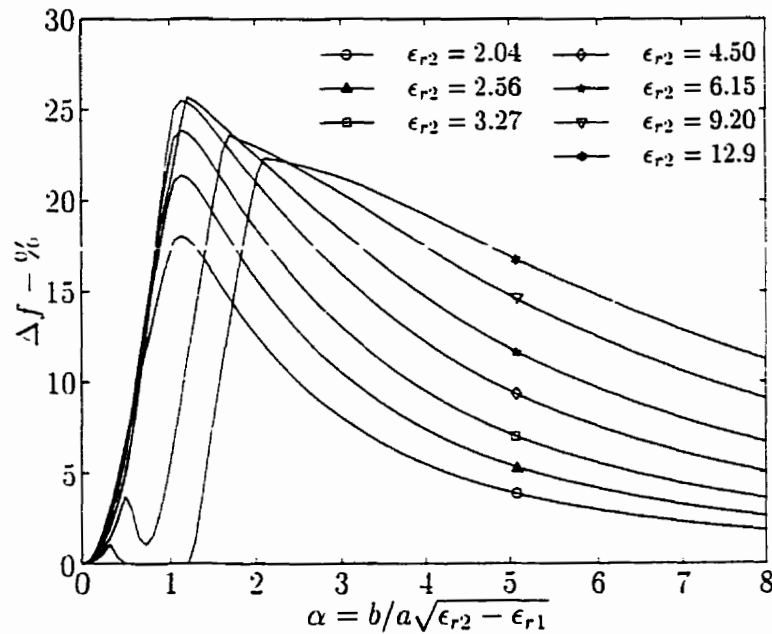


Figure 2.9: Largeur de bande Δf déterminée à partir du diagramme d'opération pour différents guides NRD symétriques à trois couches définies par $\epsilon_{r1} = 1$ et ϵ_{r2} variable

Pour un tel guide, les deux couches extérieures sont constituées d'air ce qui donne $\epsilon_{r1} = 1$, tandis que la couche centrale a une constante diélectrique ϵ_{r2} variable. Il est important de noter qu'à partir d'une première constante diélectrique critique, notée ϵ_{rc1} et dont la valeur est $\epsilon_{rc1} = 5,249$, le mode LSE_{20} vient interférer dans la zone du mode fondamental mise en évidence à la figure 2.8, ce qui réduit la largeur de bande. Ce phénomène peut se voir sur les courbes dont la constante diélectrique est supérieure à cette valeur critique, et plus particulièrement pour $\epsilon_{r2} = 9,2$. De plus, il existe une seconde valeur critique, notée ϵ_{rc2} et dont la valeur est $\epsilon_{rc2} = 9,468$ pour laquelle la courbe des fréquences de coupure du mode LSE_{20} sur le diagramme d'opération vient couper celle du mode fondamental LSM_{10} . La zone du mode fondamental est alors scindée en deux parties distinctes mettant en évidence un phénomène appelé *phénomène de pincement*. Ce phénomène se voit parfaitement sur la figure 2.9 pour $\epsilon_{r2} = 12,9$.

Pour chaque diélectrique ϵ_{r2} , les courbes de la figure 2.9 présentent un maximum. La largeur de bande maximale, notée $(\Delta f)_{max}$ peut alors être calculée en fonction du paramètre α . Or, connaissant les constantes diélectriques ϵ_{r1} et ϵ_{r2} , le rapport des dimensions géométriques b/a du guide NRD peut également être calculé. Il en résulte que la largeur de bande maximale ainsi que le rapport des dimensions géométriques b/a peuvent être représentés en fonction du rapport des constantes diélectriques constituant un guide NRD symétrique à trois couche. Le résultat est donnée à la figure 2.10. Cette figure nous montre que la largeur de bande maximale d'un guide NRD symétrique à trois couches est bornée à 25,78% et que cette valeur est atteinte pour un ratio des constantes diélectriques autour de 5.75. De plus, il semble qu'autour d'une valeur de ce ratio de 6,00, la largeur de bande maximale est perturbée et va en diminuant. Ceci s'explique par le fait que le mode LSE_{20} perturbe non seulement la zone monomode du mode fondamental, mais aussi la valeur maximale de la largeur de bande.

2.3.2 Choix des dimensions du guide NRD

D'après les résultats précédents, il semble possible de choisir les dimensions du guide et les constantes diélectriques pour obtenir, par exemple, une largeur de bande maximale. Effectivement, une fois les diélectriques sélectionnés, le rapport $\epsilon_{r2}/\epsilon_{r1}$ peut être formé et d'après la figure 2.10, la largeur de bande maximale et le ratio b/a déterminés. Toutefois, tout choix des dimensions géométriques a et b respectant le ratio obtenu, impose une fréquence centrale d'opération définie par:

$$f_c = \frac{f_{min} + f_{max}}{2} \quad (2.42)$$

fréquence qui ne sera pas forcément celle souhaitée. Ainsi, un guide NRD peut être conçu en respectant le critère de largeur de bande mais opérant dans une autre gamme de fréquence. Au demeurant, la seule méthode qui permet d'obtenir la

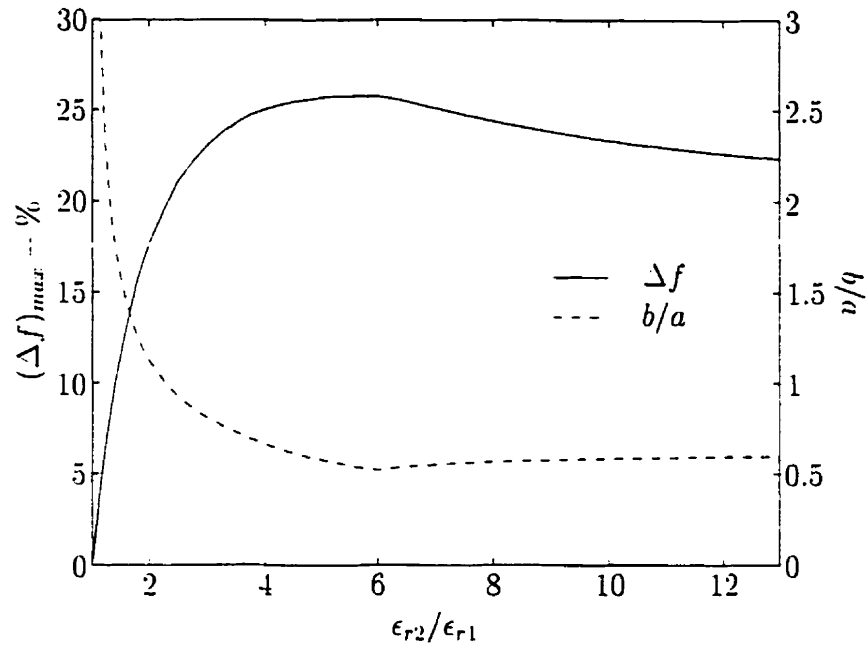


Figure 2.10: Largeur de bande maximale et rapport b/a correspondant en fonction du rapport des constantes diélectriques d'un guide NRD symétrique à trois couches

fréquence centrale souhaitée est celle dite du *tatonnement*. La conception d'un guide NRD reste à ce stade délicat et aléatoire.

Afin de régler ce problème, de nouvelles courbes de conception sont introduites afin d'obtenir efficacement les bonnes dimensions d'un guide NRD fonctionnant autour d'une fréquence centrale désirée. Ainsi, ces courbes, représentées aux figures 2.11 et 3.5, répondent aux questions récapitulées dans le tableau 2.3. Dans ce tableau, les données marquées en caractères gras indiquent que ces données

Tableau 2.3: Paramètres de conception d'un guide NRD symétrique à trois couches

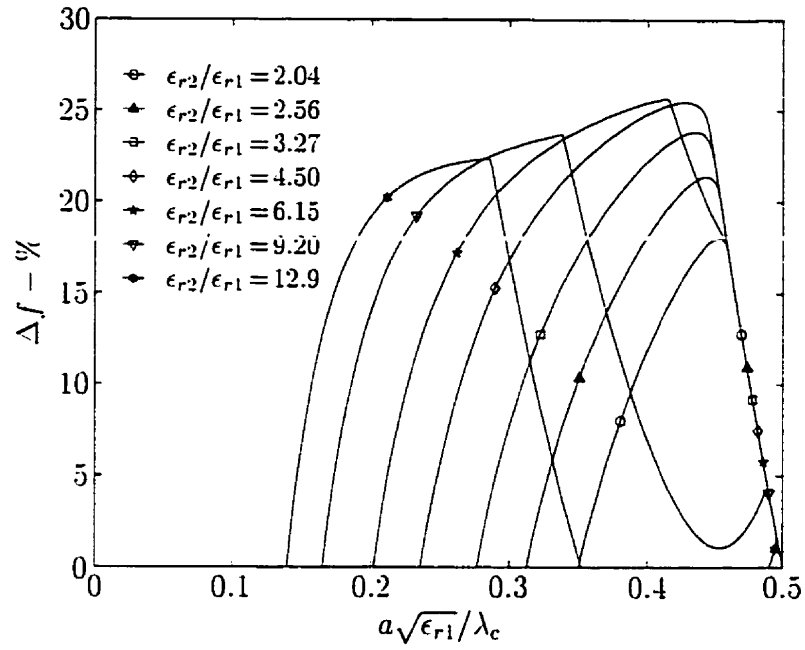
Paramètres						
Donnés				Recherchés		
ϵ_{r1}	ϵ_{r2}	a	f_c	Δf	b	—
ϵ_{r1}	ϵ_{r2}	b	f_c	Δf	a	—
—	—	Δf	f_c	$a\sqrt{\epsilon_{r1}}$	b	$\epsilon_{r2}/\epsilon_{r1}$

sont obligatoires tandis que les autres données sont facultatives. Si ces données facultatives ne sont pas déterminées comme entrées, elles deviennent des paramètres recherchés.

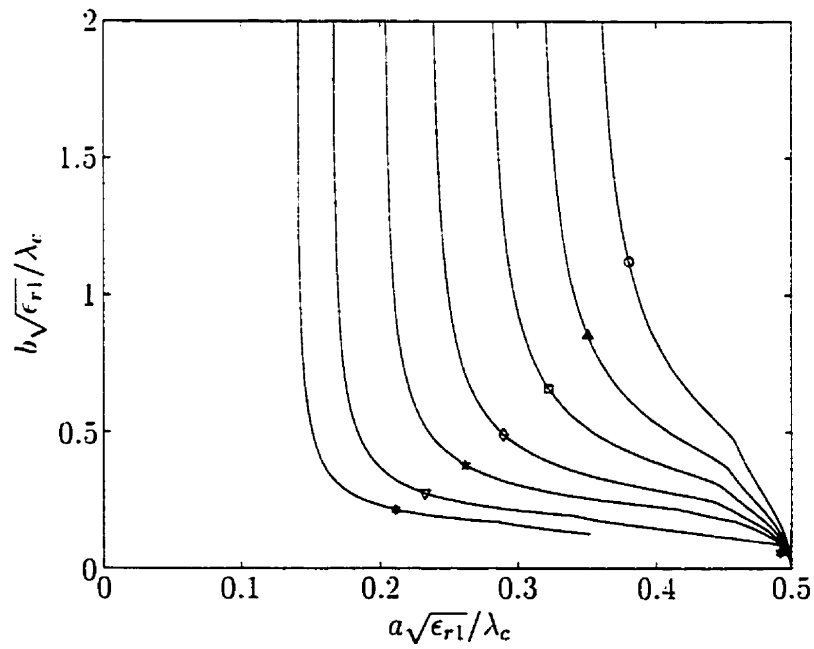
La figure 2.11 représente d'une part, la largeur de bande en pourcentage en fonction de la variable $a\sqrt{\epsilon_{r1}}/\lambda_c$ et d'autre part, la largeur b normalisée en fonction de cette même variable⁹. Les courbes de cette figure sont alors normalisées non seulement par rapport à la longueur d'onde de la fréquence centrale λ_c , mais également par rapport au diélectrique des couches extérieures. Ainsi, chaque courbe est valide pour le rapport des constantes diélectriques indiqué sur la légende et ce, quelque soit le diélectrique constituant l'extérieure du cœur du guide NRD. La limitation d'une telle figure vient du fait que les constantes diélectriques sont intrinsèques au matériel utilisé. Les rapports entre deux constantes diélectriques sont alors aléatoires et non répétitifs. Il s'en suit que si ϵ_{r1} de la figure 2.11 n'a pas pour valeur un, qui correspond à une couche d'air, les rapports indiqués ont peu de chance de conduire pour le cœur du guide NRD, à une constante diélectrique correspondant à un matériel réel. Mais ces courbes sont intéressantes pour donner une idée générale du comportement du guide NRD. En particulier, le ratio optimal pour obtenir une largeur de bande maximale peut être retrouvé.

La figure 3.5, page 71, donne le même type de courbes mais en fonction de la variable b/λ_c . La normalisation n'est faite que par rapport à la longueur d'onde de la fréquence centrale, suite à la remarque précédente portant sur le rapport des constantes diélectrique. D'autre part, le choix d'avoir porté b normalisé en abscisse vient d'une considération propre à la conception. Effectivement, le paragraphe 2.6 présentera diverses façons d'exciter le guide NRD. L'une d'entre elles est d'utiliser une transition du guide rectangulaire au guide NRD. Il est alors souhaitable, pour minimiser la difficulté de réalisation de ces transitions, de choisir la largeur b du

⁹Cette largeur b peut ne pas être définie si la largeur de bande est nulle, cf. figure 2.11.(b), cas $\epsilon_{r2}/\epsilon_{r1} = 12,9$



(a)



(b)

Figure 2.11: Choix des dimensions d'un guide NRD symétrique à trois couches - Les courbes sont normalisées par rapport aux diélectriques et à la longueur d'onde centrale $\lambda_c = c/f_c$ - (a) Largeur de bande - (b) Largeur b normalisée

guide NRD comme étant égale à la *hauteur* b du guide rectangulaire. Dans ce cas, connaissant le guide rectangulaire permettant l'excitation, la largeur b est donnée et les autres paramètres sont recherchés.

Enfin, pour conclure ce paragraphe, les courbes des figures 2.11 et 3.5 permettent également de comparer les largeurs de bande des guides NRD constitués de diélectriques différents, pour des dimensions géométriques identiques ou non. Ceci peut être intéressant dans le cadre de jonctions entre guide NRD à cœurs différents.

2.4 Impédance caractéristique et impédance de mode

Le concept d'impédance caractéristique est très utile en micro-ondes car il permet la modélisation des structures physiques par des composants électriques discrets. Ces derniers peuvent être normalisés par rapport à l'impédance caractéristique du circuit ce qui ouvre sur l'utilisation de l'abaque de Smith et de ses nombreuses applications.

Cette impédance caractéristique est définie de façon unique et quelque soit la fréquence pour des structures propageant des modes TEM. Pour des modes quasi-TEM, cette impédance peut être définie de la même manière, mais pour une plage en fréquence limitée. En revanche, pour les structures propageant des modes hybrides¹⁰, comme les guides NRD, les guides rectangulaires, les lignes coplanaires, etc . . . l'impédance caractéristique peut se définir de façon multiple et les différents résultats ne sont hélas pas consistants. Il faut donc faire un choix parmi les trois définitions suivantes, les plus couramment adoptées dans la littérature.

¹⁰Le mot *hybride* est utilisé ici pour nommer tous les modes qui ne sont pas TEM ou quasi-TEM, c'est-à-dire tous les modes ayant une composante non négligeable selon la direction de propagation

- définition en tension–courant

$$Z_c = \frac{V}{I} \quad (2.43)$$

- définition en tension–puissance

$$Z_c = \frac{V^2}{2P} \quad (2.44)$$

- définition en puissance–courant

$$Z_c = \frac{2P}{I^2} \quad (2.45)$$

avec, pour les trois définitions d'impédance, la tension, le courant et la puissance calculés par:

$$V = \oint_C \vec{E} d\vec{\ell} \quad (2.46)$$

$$I = \oint_C \vec{H} d\vec{\ell} \quad (2.47)$$

$$P = \int_S \vec{E} \wedge \vec{H}^* d\vec{S} \quad (2.48)$$

où les champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{H}$ sont les champs totaux et sont donc la combinaison des champs des modes se propageant dans le guide, à savoir les modes LSE₁₀ et LSM₁₀ d'après le paragraphe 2.3.1. Toutefois, par une excitation appropriée ou par l'ajout de supprimeurs de modes, il est possible de garantir l'existence et la propagation d'un seul mode. Les champs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ utilisés pour le calcul de la tension, du courant et de la puissance, sont alors soit les champs du mode LSE, soit les champs du mode LSM.

Le choix de la définition de l'impédance caractéristique sera motivé par la remarque suivante. Pour un mode LSE, la tension V calculée entre les deux plaques

métalliques du guide NRD dépend du lieu où l'on se place pour faire le calcul (c'est-à-dire de l'abscisse x) tandis que le courant circulant sur les plaques est indépendant des coordonnées. Le choix de l'impédance caractéristique se portera donc sur la définition en puissance-courant (équation 2.45) pour ce mode. En revanche, pour un mode LSM le courant I dépend du lieu où l'on se place pour faire le calcul (c'est-à-dire de l'abscisse x) tandis que la tension est indépendante des coordonnées. Il est judicieux d'utiliser la définition en tension-puissance (équation 2.44) pour calculer l'impédance caractéristique pour ce type de mode. Puisque la définition de l'impédance caractéristique change suivant le mode considéré, il est difficile de définir de manière simple une unique impédance caractérisant la propagation dans un guide NRD. L'impédance caractéristique calculée par ces formules est alors une approximation.

D'autre part, il faut noter l'existence de l'impédance de mode, qui caractérise un mode en particulier. Habituellement, pour les ondes TEM, cette impédance de mode est reliée à l'impédance caractéristique par un facteur qui dépend à la fois des dimensions géométriques et du milieu dans lequel se propage cette onde. Pour le cas de modes hybrides, et en plus dans des structures multimodes, cette relation n'est plus valide.

L'impédance de mode est alors définie de façon générale par:

$$Z_m = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} \quad (2.49)$$

D'après les expressions des champs¹¹, l'impédance de mode ne se calcule que par l'une ou l'autre expression puisque $E_x = 0$ pour les modes LSE et $H_x = 0$ pour

¹¹ Cf. tableaux B.1 à B.3, pp.204-205

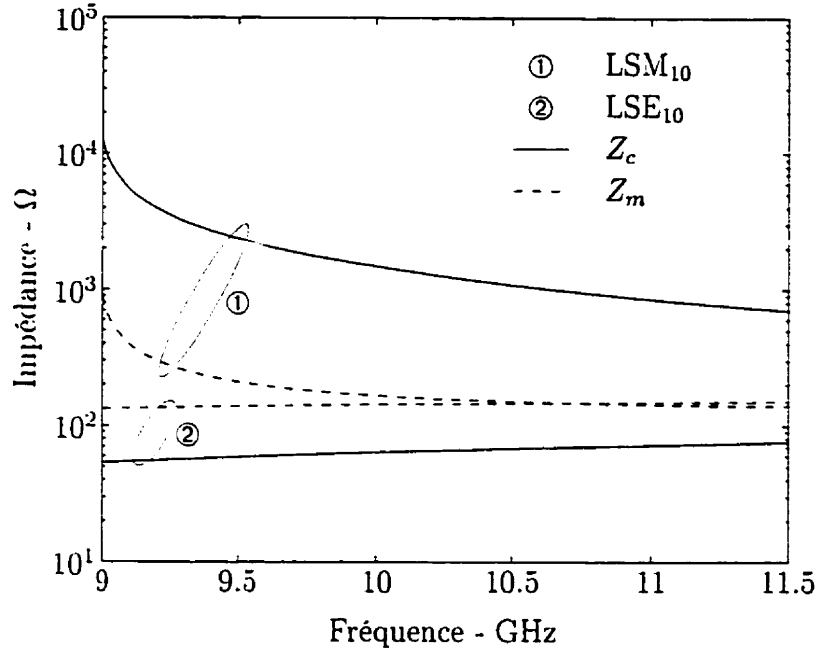


Figure 2.12: Impédances caractéristique (Z_c) et de mode (Z_m) pour un guide NRD symétrique à trois couches défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$

les modes LSM. Il vient donc, pour les modes LSE:

$$Z_m^{LSE} = -j\mu_r\eta_0k_0 \frac{\gamma}{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \gamma^2} \quad (2.50)$$

et pour les modes LSM:

$$Z_m^{LSM} = \frac{j\eta_0 \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \gamma^2}{\epsilon_r k_0 \gamma} \quad (2.51)$$

La figure 2.12 donne un exemple d'impédance caractéristique et d'impédance de mode pour un guide NRD symétrique à trois couches défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$ et ayant pour conditions de fermeture des murs électriques.

Il est donc important de remarquer que l'impédance caractéristique du mode LSM_{10} décroît lorsque la fréquence augmente tout en restant à un niveau très élevé.

Pour comparaison, l'impédance caractéristique d'une ligne à fente ne dépasse pas 300Ω .

Il est donc très difficile de déterminer précisément l'impédance caractéristique du guide NRD. Une approche dite *circuit* nécessitant la connaissance de cette impédance caractéristique est donc délaissée pour une approche dite *en champ*¹² pour toute conception ultérieure en guide NRD. Ceci conduit alors à obtenir tout circuit équivalent en valeur normalisée.

2.5 Représentation des champs

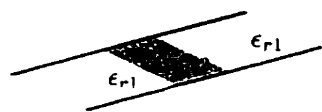
L'expression des champs LSE et LSM dans un guide NRD multi-couche a été établi en détail¹³. Il est alors possible de représenter ces champs pour un guide NRD symétrique à trois couches défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$. et $\epsilon_{r2} = 6,15$. à la fréquence de 10,25 GHz et ayant pour conditions de fermeture des murs électriques. Les figures 2.13 et 2.14 donnent les cinq composantes non nulles des champs LSE_{10} et LSM_{10} respectivement.

À partir de ces composantes, les lignes de champs pour le mode LSE_{10} et le mode fondamental LSM_{10} sont déterminées et le résultat est donné aux figures 2.15 et 2.16 respectivement. De plus, l'intensité du champ total est également représentée.

Ces lignes de champ sont importantes pour concevoir des transitions guide planaire (micro-ruban, coplanaire)/guide NRD et optimiser le couplage des modes fondamentaux. Ces transitions, permettant l'excitation du guide NRD, vont faire l'objet du paragraphe suivant.

¹²traduction libre du mot anglais *fullwave*

¹³Cf. §A.4. p.194 et tableau B.1. p.204



(a) Guide NRD

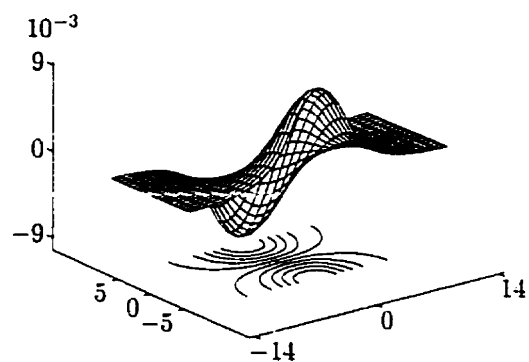
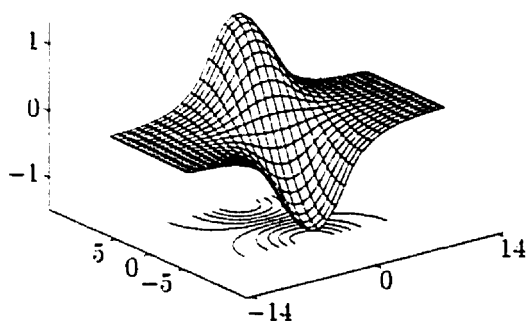
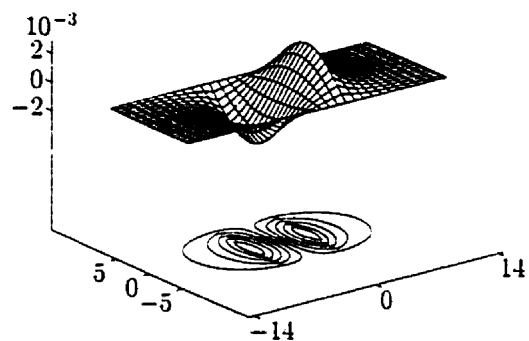
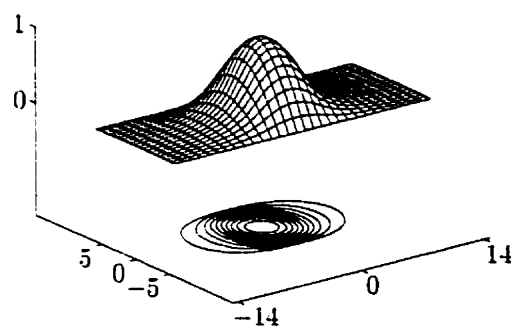
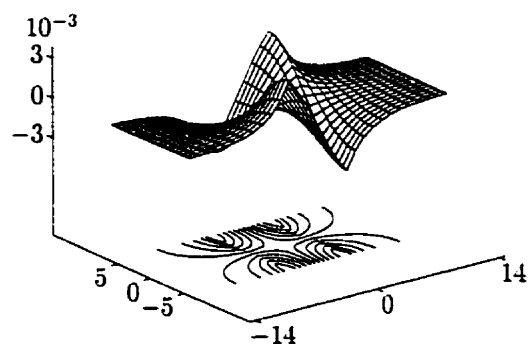
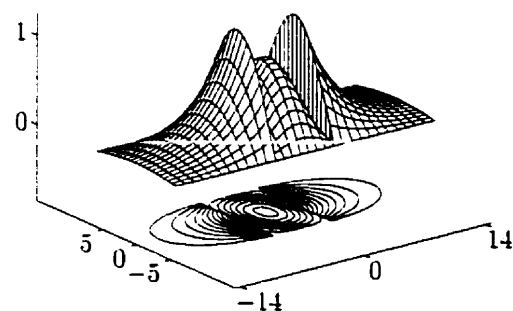
(b) H_x (c) E_y (d) H_y (e) E_z (f) H_z

Figure 2.13: Composantes des champs pour le mode LSE_{10} se propageant dans un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$

(a) E_x 

(b) Guide NRD

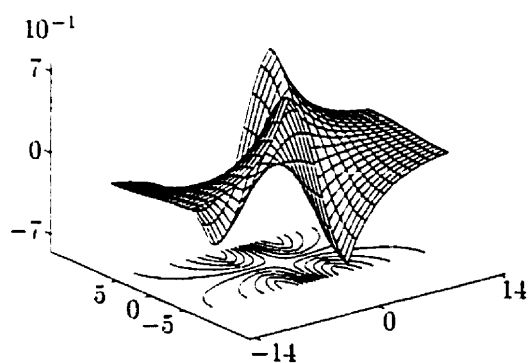
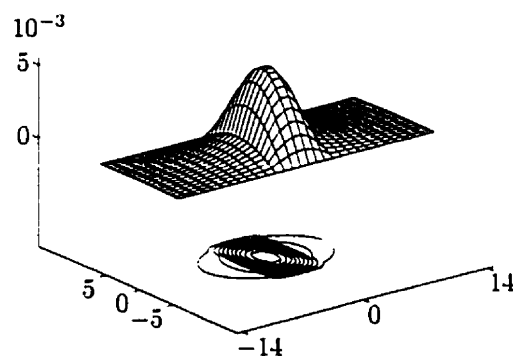
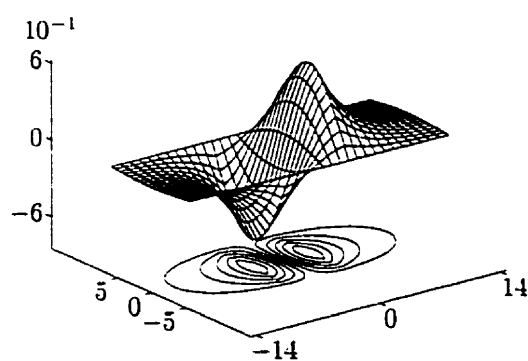
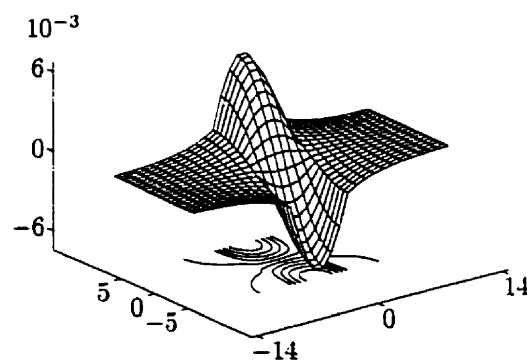
(c) E_y (d) H_y (e) E_z (f) H_z

Figure 2.14: Composantes des champs pour le mode LSM_{10} se propageant dans un guide NRD défini par $a = 11,7$ mm, $b = 6,6$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6,15$

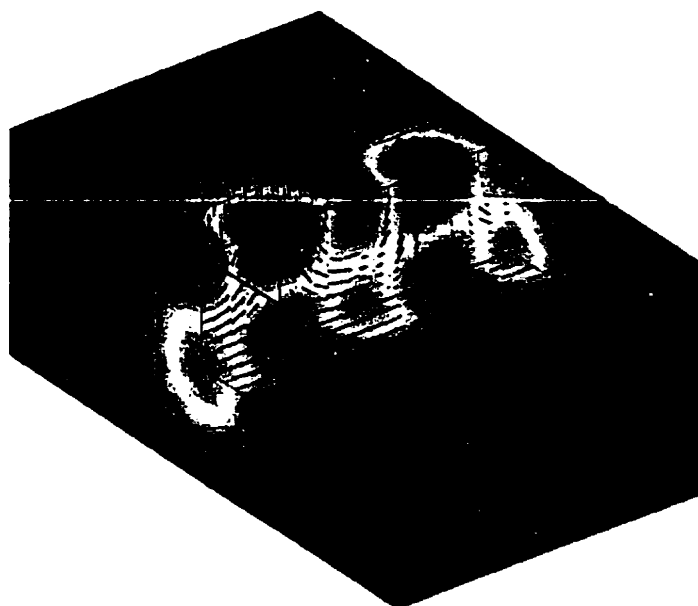
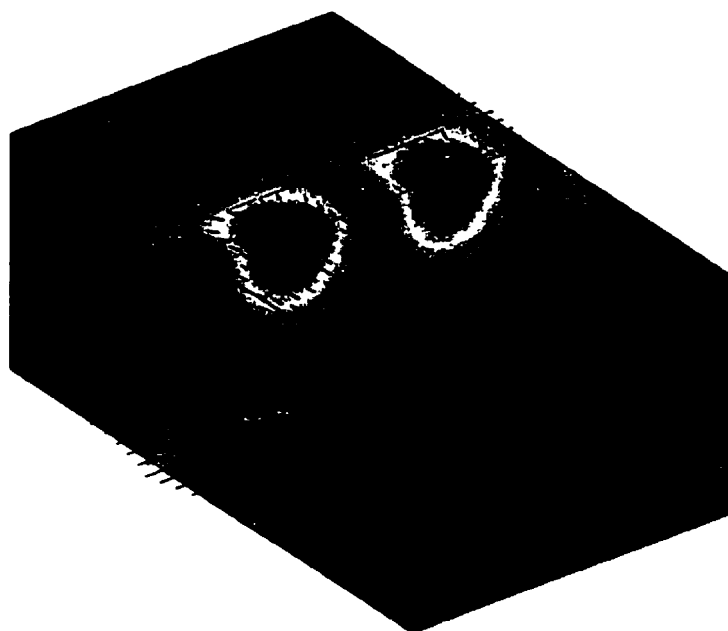
(a) Champ E (b) Champ H

Figure 2.15: Ligne de champ et intensité du champ pour le mode LSE_{11} d'un guide NRD défini par $a = 11.7mm$, $b = 6.6mm$, $s\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6.15$ — (a) Champ E — (b) Champ H

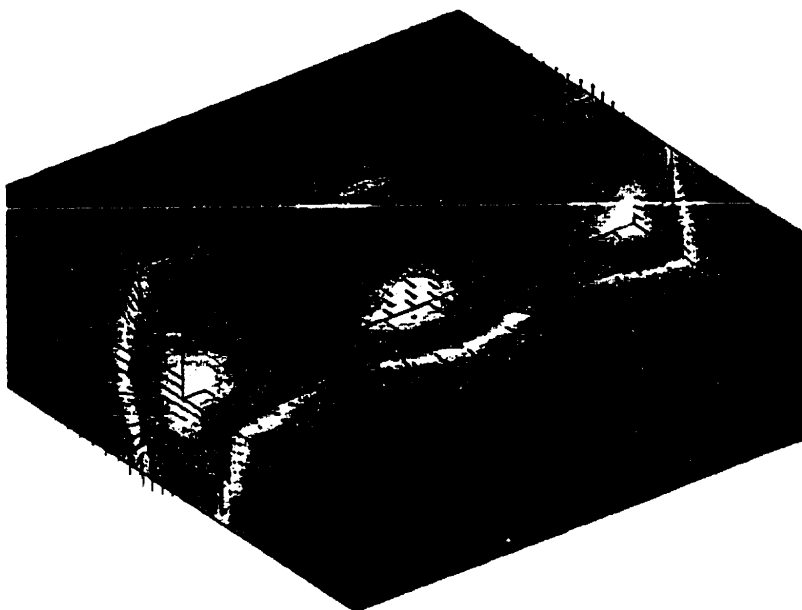
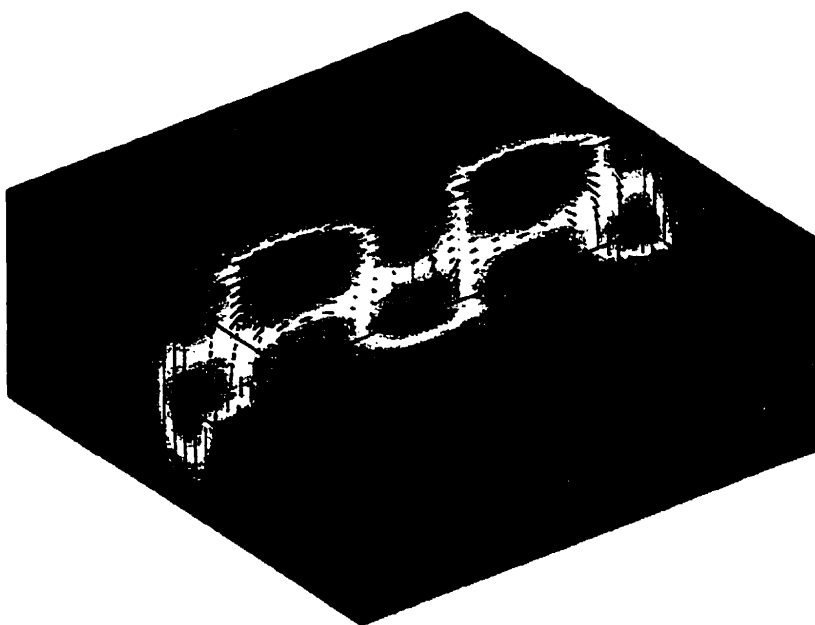
(c) Champ E (d) Champ H

Figure 2.16: Ligne de champ pour le mode LSM_{11} d'un guide NRD défini par $a = 11.7mm$, $b = 6.6mm$, $\epsilon_{r1} = 1$, et $\epsilon_{r2} = 6.15$ — (a) Champ E — (b) Champ H

2.6 Excitation du guide NRD

L'excitation du guide NRD est une problématique importante. Elle permet de mesurer ou d'intégrer des circuits NRD dans d'autres systèmes micro-ondes. Il est donc absolument nécessaire de relier le guide NRD à une ligne de transmission connue. Il faut alors réaliser une transition dont l'objectif est d'exciter dans le guide NRD le mode de propagation désiré. De plus, cette transition devra être large bande pour exploiter toutes les capacités du guide NRD. L'excitation peut alors se faire principalement de deux manières: directement ou à l'aide d'un guide intermédiaire.

2.6.1 L'excitation à l'aide d'un guide coaxial

L'excitation est dite directe lorsqu'une sonde coaxiale excite le mode voulu, c'est-à-dire soit le mode LSE, soit le mode LSM. Dans tous les cas, la bande de fréquence est choisie de telle manière qu'un seul mode LSE ou LSM puisse se propager. Pour le mode LSE, une mauvaise adaptation provoque un mauvais coefficient de réflexion, mais en aucun cas une dispersion de la puissance sur d'autres modes puisque seul le mode LSE est présent dans le NRD. Il en va autrement pour le mode LSM. Effectivement, malgré un bon choix de plage de fréquence garantissant l'existence d'un unique mode LSM, la possibilité de propagation des modes LSE dont la fréquence de coupure est plus basse ne peut être évitée. Une mauvaise adaptation entre la sonde et le guide NRD provoque donc soit un mauvais coefficient de réflexion, soit une perte de la puissance dans des modes non-désirés. D'autre part, l'introduction d'une sonde coaxiale entre les deux plaques du guide NRD peut provoquer l'excitation d'un mode TEM et donc une forte perte de puissance par radiation aux extrémités des plaques de métal. Enfin, la modélisation de la sonde dans un tel guide est un problème très complexe et l'étude en est de ce fait principalement expérimentale. Une autre solution est alors envisagée.

2.6.2 L'excitation à l'aide d'un guide rectangulaire

Le guide rectangulaire peut être choisi pour exciter le guide NRD. Ceci est motivé par la ressemblance des distributions des champs électriques se propageant dans ces guides, à savoir les modes TE_{10} et LSM_{10} respectivement.

Le choix du guide rectangulaire se fait selon la liste des standards, ce qui permet, pour réaliser des mesures, de choisir une transition guide coaxiale/guide rectangulaire existante¹⁴. En revanche, un compromis doit être fait entre les dimensions et la largeur de bande du NRD afin de minimiser la discontinuités entre ce guide et le guide rectangulaire. Plusieurs types de transition ont été envisagées et certaines ont été mesurées:

- Une transition dite *douce*, pour laquelle les profils du diélectrique et du métal sont optimisés. Les profils peuvent être choisis de forme sinusoïdale, exponentielle ou selon un polynôme d'ordre 3. Le fait de pouvoir optimiser tous les profils géométriques représente une nouveauté par rapport aux travaux précédents (Malherbe *et al.*, 1985). Cependant, il faut prendre en compte d'importantes considérations techniques et en particulier, la précision de réalisation. Si sur le profil métallique cette précision peut-être bonne voire excellente à l'aide d'une fraiseuse numérique ($2,54 \mu m$), il est difficile d'obtenir une bonne précision sur le profil du diélectrique et le choix du diélectrique devient crucial. Le téflon ($\epsilon_r = 2,04$) est facilement machinable mais il semble être trop souple, le rendant quasiment inutilisable. Des diélectriques comme la série TMM (constantes diélectriques de 3,27, 4,5, 6,0 et 9,2) sont eux trop durs et trop friables car ils s'apparentent à de la céramique. Le meilleur compromis trouvé est donc l'utilisation du polystyrène de constante diélectrique $\epsilon_r = 2,56$, malgré des pertes diélectriques plus élevés.

¹⁴Le laboratoire dispose d'un analyseur de réseau de type HP8510c, avec des sorties en 2,4 mm

Deux réalisations de transition *douce* ont été faites. Les résultats sont les suivants:

- La première réalisation présente des profils métallique et diélectrique de type polynomiale d'ordre trois. Les résultats obtenus ne sont pas bons. Si la largeur de bande et la fréquence de coupure sont respectés, les pertes d'insertion sont de l'ordre de 15dB pour deux transitions, ce qui est inutilisable. Ceci peut être expliqué par la présence de multiples réflexions dans les transitions et par la précision de réalisation en particulier pour la pointe du diélectrique.
- La deuxième réalisation présente des profils métallique et diélectrique linéaires. La pointe en diélectrique est faite soit de téflon, soit de polystyrène. Les résultats sont meilleurs que la transition précédente et ils sont reportés à la figure 2.17(a) pour le cas du téflon et 2.17(b) pour le cas du polystyrène. Ces mesures¹⁴ ont été calibrée à l'aide d'un kit TRL en guide rectangulaire WR28. Ces résultats représentent donc les coefficients de transmission et de réflexion pour deux transitions guide rectangulaire/NRD mis dos à dos, séparées ou non par une longueur de ligne intermédiaire de 76,2 mm. La première analyse de ces résultats montrent que le coefficient de transmission en dessous la fréquence de coupure du mode fondamental n'est pas atténué brutalement, particulièrement dans le cas où les transitions sont dos à dos sans ligne intermédiaire. Ceci s'explique par le fait que le mode fondamental LSM_{10} n'est pas parfaitement établi à la sortie de la transition et que le couplage entre les transitions se fait également par d'autres modes. En revanche, lorsque qu'une ligne intermédiaire est placée entre les deux transitions, la forme abrupte de la transition est bien marquée et la puissance se transmet à partir des fréquences

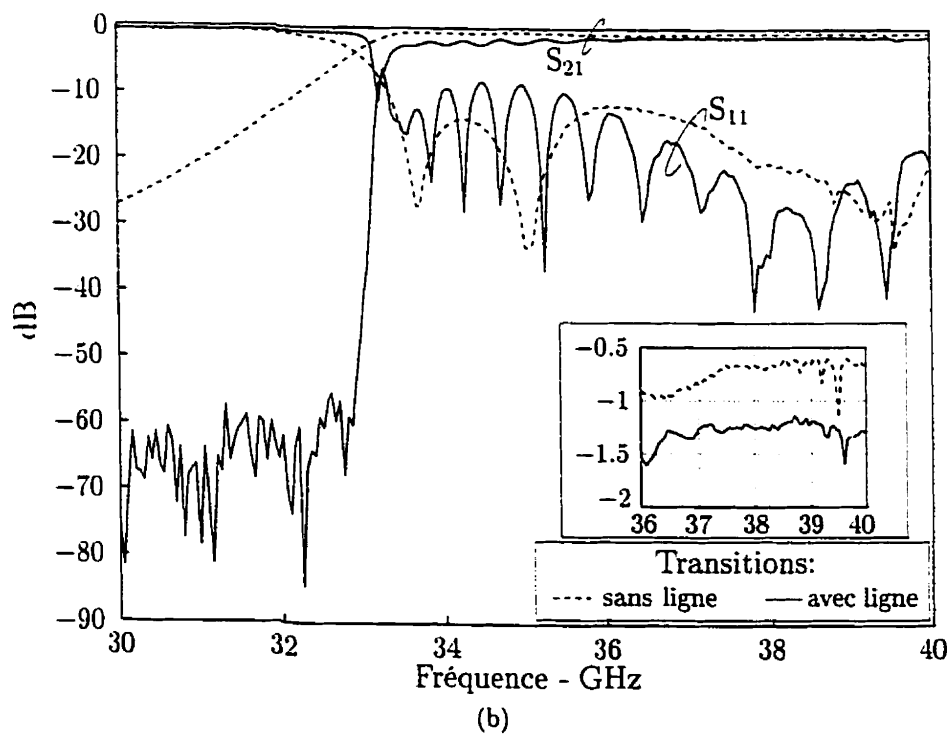
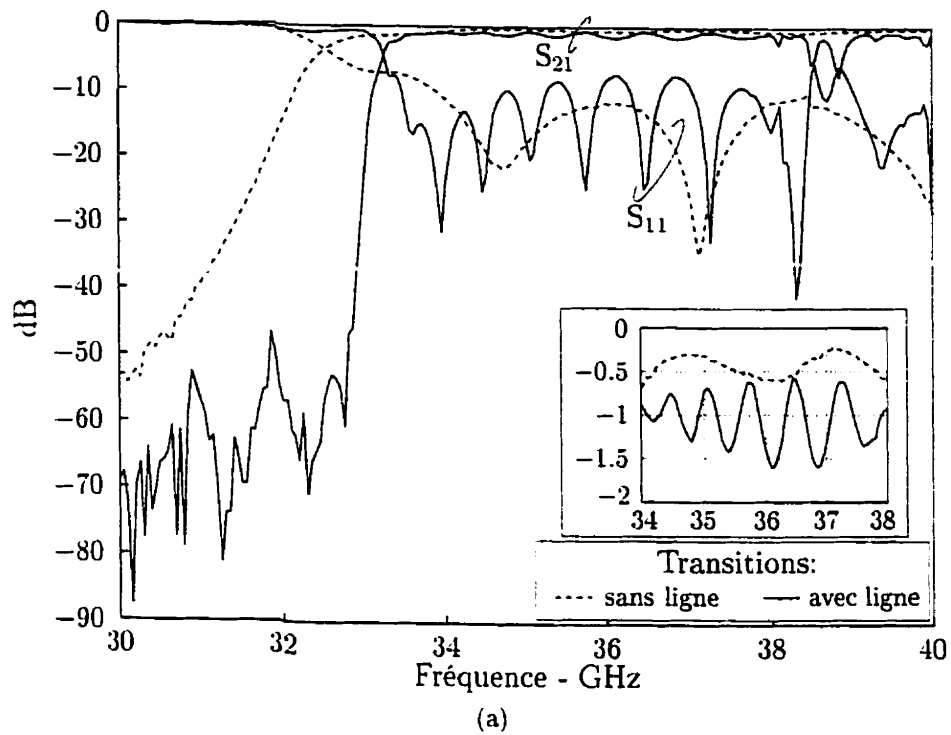


Figure 2.17: Résultats de mesures de transitions d'un guide rectangulaire WR-28 vers un guide NRD défini par $a = 3,44$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$ et: — (a) $b = 5,7$ mm, $\epsilon_{r2} = 2,04$ — (b) $b = 3,556$ mm, $\epsilon_{r2} = 2,56$

de coupure du mode fondamental LSM_{10} , à savoir 33,14 GHz pour le téflon et 33,49 GHz pour le polystyrène. Pour le téflon (figure 2.17(a)), le coefficient de transmission oscille entre $-0,6$ dB et $-1,6$ dB entre 34 GHz et 38 GHz. Cette oscillation importante est due aux multiples réflexions entre les deux transitions, séparées par la ligne intermédiaire. À 38,5 GHz, il y a une forte perturbation, qui peut s'expliquer, à la lumière du chapitre 3 par l'apparition d'un deuxième mode LSE. Pour le polystyrène (figure 2.17(b)), une oscillation, semblable à celle observée pour le téflon, existe entre 34 et 36 GHz autour de -2 dB. Puis le coefficient de transmission se situe entre $-1,1$ dB et $-1,5$ dB entre 36 GHz et 40 GHz. Ces mesures viennent confirmer le peu de pertes que présente le guide NRD. La ligne de transmission ajoutée entraîne des pertes diélectriques évaluée en première approximation à environ 0,5 dB. Le reste des pertes est à attribuer à chacune des transitions, ce qui, dans le pire cas, donne 0,5 dB de pertes par transition.

En conclusion de ces résultats, la transition ayant du polystyrène comme diélectrique est parfaitement utilisable dans la bande de 36 à 40 GHz.

- Une transition dite *abrupte* entre le guide rectangulaire et le NRD. Mais il faut noter qu'une telle transition ne peut pas être large bande. Pour améliorer la largeur de bande, l'adaptation quart d'onde peut être envisagée (Matthaei *et al.*, 1980). Or il est apparu que pour une bonne adaptation, deux étages sont insuffisants. Il faut donc envisager N étages. La question de la pertinence d'une telle solution peut se poser puisque le problème de réalisation d'une pointe en diélectrique va se poser. Cependant, une transition abrupte pourrait être utilisée dans le cadre de filtres passe-bande NRD si la largeur de bande requise n'est pas prohibitive.

CHAPITRE 3

COUPLAGE DE MODES

3.1 Introduction

L'étude en deux dimensions précédente a permis de mettre en évidence que le guide NRD est un guide multi-modal. La question du couplage des modes sur une ligne de transmission est alors importante, car ce couplage peut entraîner lors d'une propagation sur une simple ligne de transmission, des phénomènes de dispersion modale non négligeables, c'est à dire un transfert de puissance d'un mode à l'autre. A fortiori, ce couplage peut être crucial lorsque la ligne de transmission présente des discontinuités, comme par exemple un élargissement du cœur du NRD. Dans ce dernier cas, le couplage sera mis en évidence par la matrice de diffraction.

Ce chapitre étudie la question du couplage des modes pour le guide NRD en présence de discontinuités. Dans une première partie, la propriété du non couplage en puissance des modes du guide NRD est utilisée pour calculer la matrice de diffraction. Les détails des calculs sont reportés en annexe C.1 pour alléger le texte. Dans la seconde partie, une étude poussée sur les discontinuités est réalisée et un important couplage entre les modes est mis en évidence. Cette deuxième partie est présentée par l'article¹ *Mode conversion and design consideration of integrated Non-Radiative Dielectric (NRD) components and discontinuities*² accepté pour publication à la revue IEEE-MTT.

3.2 Calcul de la matrice de diffraction S

Considérons la discontinuité quelconque de la figure 3.1. L'élargissement du

¹Les auteurs sont: Francois Boone et Ke Wu, Senior Member, IEEE

²This work was financially sponsored by the Natural Sciences and Engineering Research Council (NSERC) of Canada.

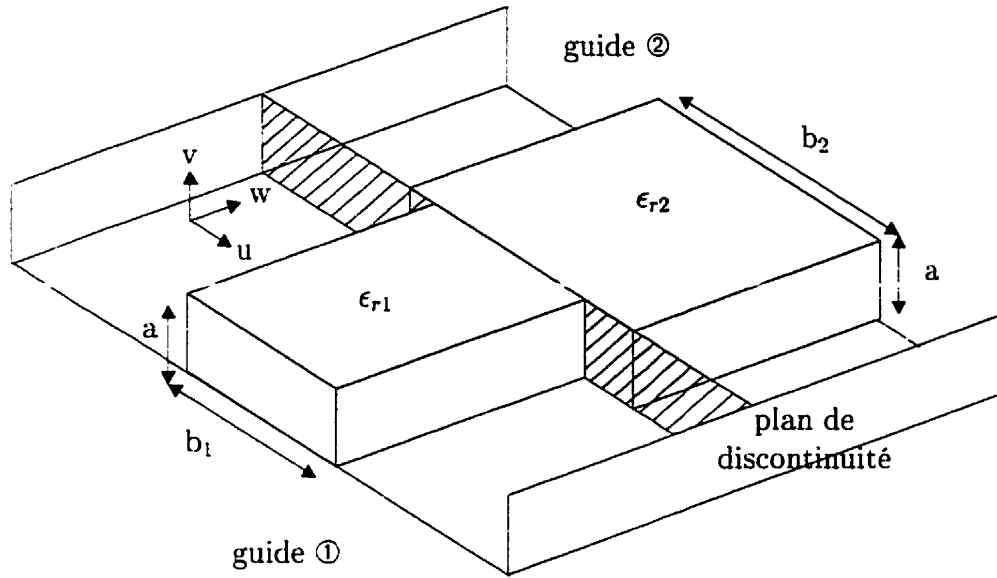


Figure 3.1: Discontinuité quelconque dans un guide NRD

cœur du guide NRD se fait brutalement dans le plan dit *plan de discontinuité*. Ce plan met alors en évidence deux guides NRD définis par leurs dimensions respectives $a \times b_1$ et $a \times b_2$. Pour chacun de ces guides, supposés fermés par des conditions de fermeture murs électriques, toutes les constantes de propagation ainsi que la distribution du champ électromagnétique sont parfaitement caractérisées. D'après l'expression de ces champs³, les modes de type LSE peuvent ne pas être orthogonaux aux modes de type LSM, mais ces deux types de modes sont orthogonaux en puissance. La preuve de cette caractéristique peut être trouvée dans la littérature (Oliner *et al.*, 1981; Peng et Oliner, 1981) et une simple vérification est reportée à la figure 3.2. Sur cette figure, la matrice de couplage en puissance, définie par l'équation 3.5 et appliquée à un seul guide, est représentée. Le résultat montre une matrice diagonale, vérifiant ainsi l'orthogonalité de tous les modes en puissance. Les termes croisés ou résiduels ont une amplitude inférieure à 10^{-8} et ne sont donc pas visibles sur la figure.

³Cf. tableaux B.1 à B.3, pp.204-205

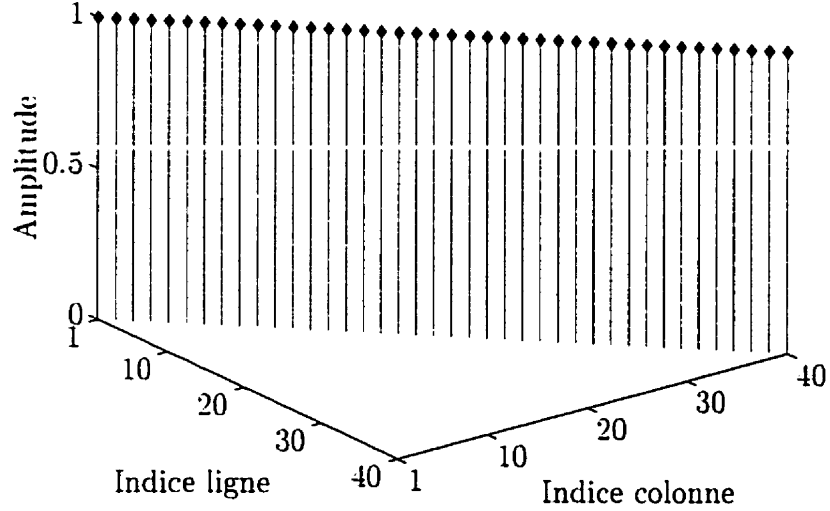


Figure 3.2: Vérification de l'orthogonalité en puissance des modes pour un guide NRD défini par $a = 5.00$ mm, $b = 3.556$ mm et $\epsilon_r = 2.56$

Physiquement, cette propriété se traduit par le fait qu'il n'y aura pas de dispersion modale pour une simple ligne de transmission constituée par un guide NRD parfaitement uniforme. La distribution de puissance sur chaque mode en sortie de la ligne de transmission sera donc la même que la distribution en puissance à l'entrée.

Mathématiquement, cette propriété s'écrit:

$$\int_{S_1} (e_n^{(1)} \wedge h_m^{(1)*}) \cdot \vec{n} dS = P_n \delta_{nm} \quad (3.1)$$

$$\int_{S_2} (e_n^{(2)} \wedge h_m^{(2)*}) \cdot \vec{n} dS = Q_m \delta_{nm} \quad (3.2)$$

où S_1 et S_2 sont les sections droites des guides 1 et 2 respectivement.

Ainsi, grâce à cette propriété, la matrice de diffraction d'une discontinuité telle que montrée à la figure 3.1 peut être calculée par la méthode de *raccordement modal*⁴ (Itoh, 1989; Omar et Schünemann, 1985).

Principalement, la conservation des champs électrique et magnétique dans le plan de discontinuité est écrite par:

$$\vec{E}_t^{(1)} = \vec{E}_t^{(2)} \quad (3.3)$$

$$\vec{H}_t^{(1)} = \vec{H}_t^{(2)} \quad (3.4)$$

où l'indice t indique le plan de discontinuité, soit le plan transverse par rapport à la direction de propagation, et où les exposants 1 et 2 indiquent le numéro du guide. Il est important de noter que ces deux équations de continuité garantissent la conservation de la puissance (Omar et Schünemann, 1985).

En définissant le produit scalaire suivant,

$$A_{mn} = \int_S \left(e_n^{(2)} \wedge h_m^{(1)*} \right) \cdot \vec{n} dS \quad (3.5)$$

avec $\vec{n}$ la normale au plan de discontinuité de surface $S = S_1 \cap S_2$, et en utilisant l'orthogonalité en puissance des modes (équations 3.1 et 3.2), les équations 3.3 et 3.4 peuvent s'écrire:

$$[\lambda_P] \begin{pmatrix} a^1 + b^1 \end{pmatrix} = [A] \begin{pmatrix} a^2 + b^2 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

$$[\lambda_Q]^* \begin{pmatrix} b^2 - a^2 \end{pmatrix} = [A]^* \begin{pmatrix} a^1 - b^1 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

En définissant alors les deux matrices R et T par:

$$[R] = [\lambda_P]^{-1} [A] \quad (3.8)$$

⁴traduction de l'expression anglaise *mode matching*

$$[T] = [\lambda_Q]^{-1*} [A]^{*t} \quad (3.9)$$

la matrice de diffraction peut s'écrire:

$$\begin{bmatrix} b^{(1)} \\ b^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [S_{11}] & [S_{12}] \\ [S_{21}] & [S_{22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^{(1)} \\ a^{(2)} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

avec:

$$[S_{11}] = ([R][T] + [I])^{-1} ([R][T] - [I]) \quad (3.11)$$

$$[S_{12}] = 2([R][T] + [I])^{-1} [R] \quad (3.12)$$

$$[S_{21}] = [T]([I] - [S_{11}]) \quad (3.13)$$

$$[S_{22}] = [I] - [T][S_{12}] \quad (3.14)$$

dont les dimensions sont $M \times M$, $M \times N$, $N \times M$ et $N \times N$ respectivement et $[I]$ une matrice unité de dimension correctement choisie.

Ainsi la matrice de diffraction d'une discontinuité quelconque peut être établie. L'étude du couplage des modes dans une discontinuité est faite dans la section suivante.

3.3 Mode conversion and design consideration of integrated Non-Radiative Dielectric (NRD) components and discontinuities

3.3.1 Abstract

A class of non-radiative dielectric (NRD) guide discontinuities is studied towards the establishment of design rules of NRD-guide circuits and components for millimeter-wave applications. A mode-matching technique with a multi-modal transverse resonance condition is formulated to derive a generalized scattering matrix that allows accounting for effects of higher-order modes and inter-mode

coupling. Transmission properties of NRD-structure featuring a multilayered dielectric in cross-section are presented. Mode conversion and power transfer among principal NRD-guide modes are in particular characterized for design consideration of NRD-guide components and circuits. New sets of easy-to-use design curves are introduced, thereby allowing practitioners to choose appropriate dielectric materials and NRD-guide topologies. Equivalent circuit models are extracted from the generalized S-matrix for some basic and practically useful discontinuities involved in the design of almost every NRD-guide component, which include open-ends, junctions, steps and gaps. Calculated results of the selected structures are found to be in a good agreement with measurements. Dispersion diagrams of periodic NRD structures are also given in this work.

Indexing Terms: CAD, millimeter-waves, non-radiative dielectric (NRD) waveguide, mode-matching method, discontinuities, mode coupling and conversion.

3.3.2 Introduction

Wireless communications are being expanded into millimeter-wave range, which spark research interests in searching for low-cost and high-performance building blocks. Being successful in the realization of RF and microwave circuits and systems, hybrid and monolithic technologies still present the principal driving force behind the development of millimeter-wave circuits and systems on the basis of various forms of multilayered planar structure and micro-fabrication processing. In parallel, waveguide techniques have been widely used in the design of loss-sensitive building blocks such as filters and other passive components as the planar structure cannot fundamentally overcome its own transmission loss leading to undesirable low-Q performance. Non-radiative dielectric (NRD) guide (Yoneyama et Nishida, 1981) is recognized as the first dielectric waveguide that has been found practically meaningful (Oliner, 1984) in the low-cost and low-loss circuit design

since it suppresses the inherent radiation loss of a dielectric waveguide and allows it to have sharp bends and other geometrical discontinuities. Such discontinuities are the foundation for the circuit design. Very recently, the hybrid integration technology (Wu et Han, 1997; Wu, 1998) of planar circuits and NRD-guide has been proposed, which offers some unique possibility of exploring advantageous features of each structure in a combined scheme while offsetting the individual inherent shortcoming. Modeling and characterization of planar structure have been well documented as opposed to the NRD-guide whose design rules and electrical properties still need to be discussed in depth to achieve circuit optimization even though a number of NRD-guide components have been developed (Yoneyama et Nishida, 1993; Miao, 1997).

To this end, a class of discontinuities commonly used in the design of NRD circuits and components are studied, and useful design databases are extracted from a mode-matching technique. This numerical scheme is formulated with a multi-modal transverse resonance condition considering a multilayer cross-section. A generalized S-matrix is derived for NRD discontinuities that allows accounting for effects of higher-order modes and inter-mode coupling. Equivalent circuit models are developed from calculated results for the purposes of design and optimization of basic discontinuity structures. The models are also validated by measurements for several typical discontinuities such as open ends. Dispersion diagram for periodic NRD structures are also developed.

3.3.3 Multi-modal transverse resonance theory

Figure 3.3 shows the cross-section of a generalized NRD-guide consisting of N -dielectric layers. The cross section is defined by the plane $x - y$ and the wave propagation is along z axis. The spacing between the two metallic plates designated as a is slightly less than a half of wavelength in free space as required

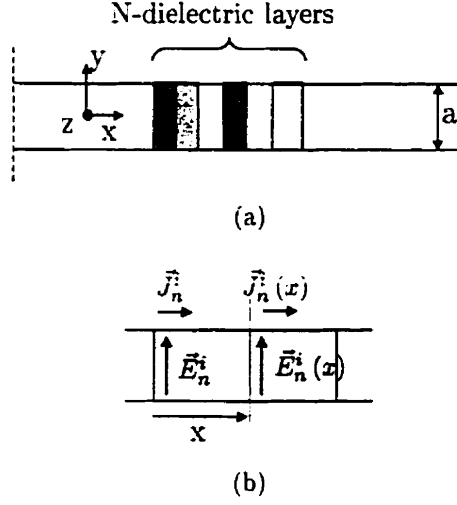


Figure 3.3: Cross section view of a generalized NRD-guide — (a) multilayered structure — (b) i th slice in the model.

for the non-radiative waveguiding condition. In our modeling, the transverse section of the structure is terminated by metallic walls that are placed far enough from the dielectric part in order to avoid potential field interference. In fact, the analysis allows also having a complete unbounded cross-section. A multi-mode transverse resonance technique (TRT) similar to (Itoh, 1989) is applied to determine propagation constants for LSE and LSM modes in an exact manner. As for a mode numbered as n^{th} , the modal electric field $\vec{E}_T$ and the equivalent current density $\vec{J}_T$ perpendicular to the cross-section (tangential fields in parallel to the dielectric interfaces) are formulated for i^{th} dielectric layer as follows:

$$\begin{pmatrix} |\vec{E}_T^i(x)\rangle \\ |\vec{J}_T^i(x)\rangle \end{pmatrix} = C_n^i(x) \begin{pmatrix} |\vec{E}_T^i\rangle \\ |\vec{J}_T^i\rangle \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

in which $\vec{J}_T$ is defined by:

$$\vec{J}_T = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \vec{H} \times \vec{x} \quad (3.16)$$

and

$$C_n^i(x) = \begin{pmatrix} \cosh(q_n x) & -j \frac{\lambda_n^\alpha}{q_n} \sinh(q_n x) \\ j \frac{q_n}{\lambda_n^\alpha} \sinh(q_n x) & \cosh(q_n x) \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

with $\gamma^2 + \epsilon_r^i k_0^2 + q_n^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2$ where the symbol α refers to either LSE or LSM modes with $\lambda_n^{LSE} = k_0$ and $\lambda_n^{LSM} = -\frac{q_n^2}{\epsilon_r^i k_0}$ and the subscript T refers to the plane $y = z$.

The x -oriented components of fields can simply deduced from Maxwell's equations $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ and $\nabla \cdot \vec{H} = 0$. The field patterns and electrical description of the fundamental NRD modes can be found in (Yoneyama et Nishida, 1981; Yoneyama, 1984). Then, the analytical knowledge of field expansion throughout the structure allows the use of a mode matching method or a multi-mode equivalent network approach and then a generalized S-matrix can be derived for an NRD-guide discontinuity as formulated in (Omar et Schünemann, 1985). Useful design parameters characterizing the fundamental LSM₁₀ mode can be extracted from this matrix such as insertion and return losses. The mode-matching method is usually known to have a relative convergence problem. This drawback is avoided in our modeling since the spacing of the metallic plates remains always unchanged according to the design principle of NRD-guide (Yoneyama et Nishida, 1981). The behavior of a simple convergence is described in figure 3.4(b) for the reflection coefficient of a gap discontinuity as shown in figure 3.4(a). The shorter the gap d becomes, the more important the influence of higher-order modes will be. Therefore, the number of mode used in the modeling should be large enough to achieve the convergence. In any case, our analysis shows that 20 terms for LSE and LSM modes, respectively, seem to be largely sufficient for the required convergence and accuracy.

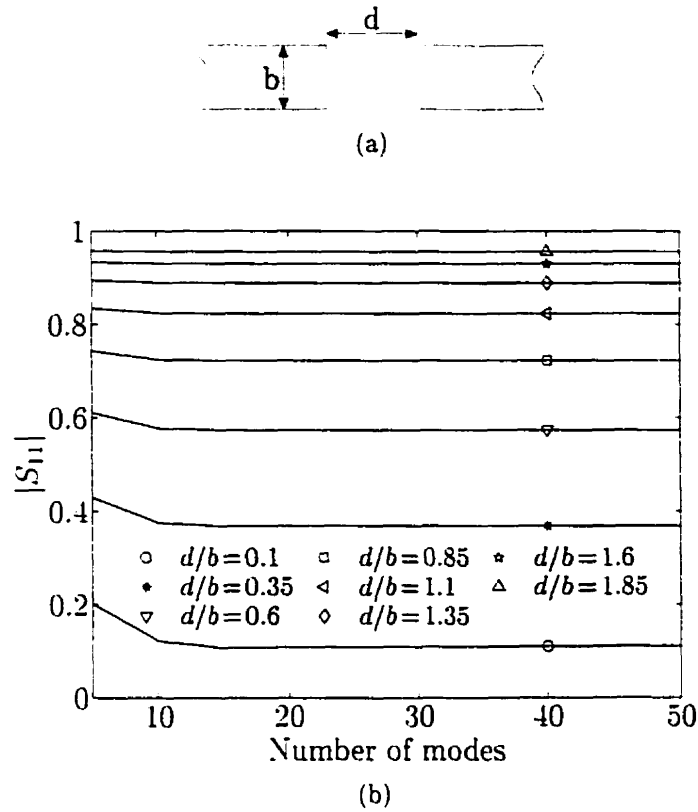


Figure 3.4: Convergence behavior of results for an NRD gap discontinuity with $a = 5.00$ mm, $b = 3.556$ mm, $\epsilon_r = 2.56$ — (a) air gap discontinuity — (b) reflection coefficient.

3.3.4 Critical design consideration and waveguiding properties

3.3.4.1 Dimension Choice of NRD-guide

To begin with, the conventional NRD-guide is used to showcase the dimension choice of NRD-guide even though it has been perceived as a matured procedure. Once a low-loss dielectric material is selected for the design and construction for a particular NRD-guide component, the optimal choice of the NRD-guide geometry such as cross-sectional dimensions is the first critical step towards optimized design of the NRD-guide component. In fact, the choice of an appropriate dielectric material available nowadays is also much involved in it, which requires a concurrent design consideration. Design diagrams and some other useful curves were first

introduced in (Yoneyama, 1984) to characterize the effective monomode frequency bandwidth versus geometric dimensions for LSM_{10} operation.

Nevertheless, the optimal choice of NRD-guide dimensions still remains difficult and not so obvious with the help of the characteristic curves given in (Yoneyama, 1984) for two main reasons. First, the geometric dimensions of NRD-guide are given only in a quotient form b/a so as to obtain a maximum frequency bandwidth. Second, the operating frequency center is also fixed by this quotient b/a , showing a very limited flexibility for the designer.

To make this procedure easier and convenient, we introduce in figure 3.5 a set of curves standing for a class of frequently used dielectrics. These curves that are related to the fractional bandwidth of frequency Δf and center frequency f_c (or wavelength λ_c) allow the user to quickly determine geometric dimensions of NRD-guide for a given dielectric material. Let us choose f_c to begin with and one of the three characteristic parameters Δf , a , b , the most appropriate dielectric material can be selected from the curve reading and subsequently, the two remaining unknown parameters can be determined to get the maximum frequency bandwidth available for the structure. In addition, such dimensions obtained from this procedure guarantee that only the first LSE_{10} mode and the fundamental mode LSM_{10} propagate along the NRD-guide. This is also a condition to minimize potential mode transfer or mode conversion between LSM to LSE, as it will be shown later. At least, the seemingly odd behavior of the characteristic curve for $\epsilon_r = 9.2$ in the case of a small b/λ_c is caused by the suppression of a higher LSE mode in the fundamental mode operating bandwidth.

Now, an NRD-guide is designed as an example for operating around $f_c = 28$ GHz. This guide is supposedly excited by an empty rectangular waveguide to NRD-guide transition. For a neat geometric matching between the two different guides, it may be common to choose the width b of NRD-guide equal to the height b of the rectangular waveguide. In this case, the rectangular waveguide WR-28

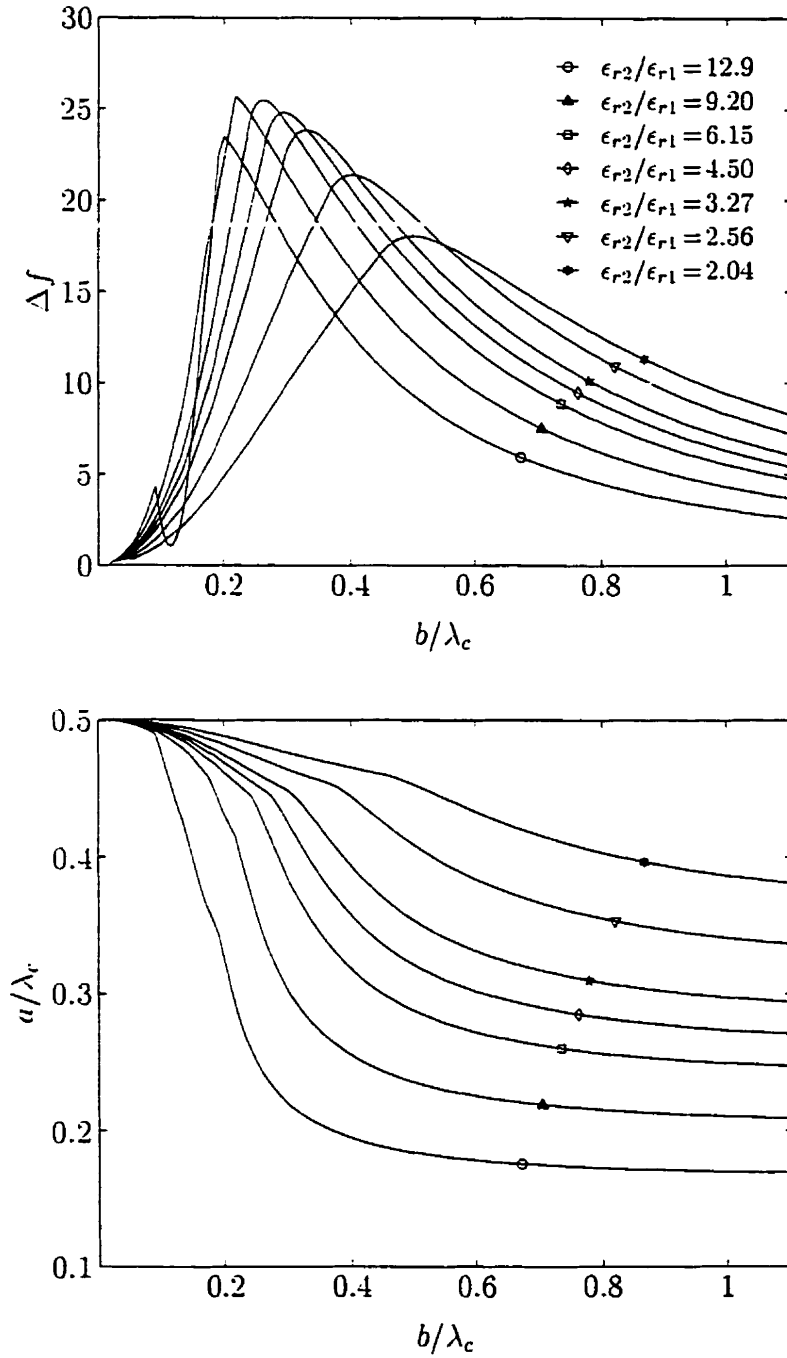


Figure 3.5: Design curves for the optimal choice of geometrical parameters of NRD-guide for a variety of dielectric materials: Teflon $\epsilon_r = 2,04$, polystyrene $\epsilon_r = 2,56$, TMM₃ $\epsilon_r = 3,27$, quartz $\epsilon_r = 3,8$, TMM₄ $\epsilon_r = 4,5$, RT/Duroid 6006 $\epsilon_r = 6,15$, TMM₉ $\epsilon_r = 9,2$ (TMM and RT/Duroid 6006 are the trademarks of Rogers Corporation).

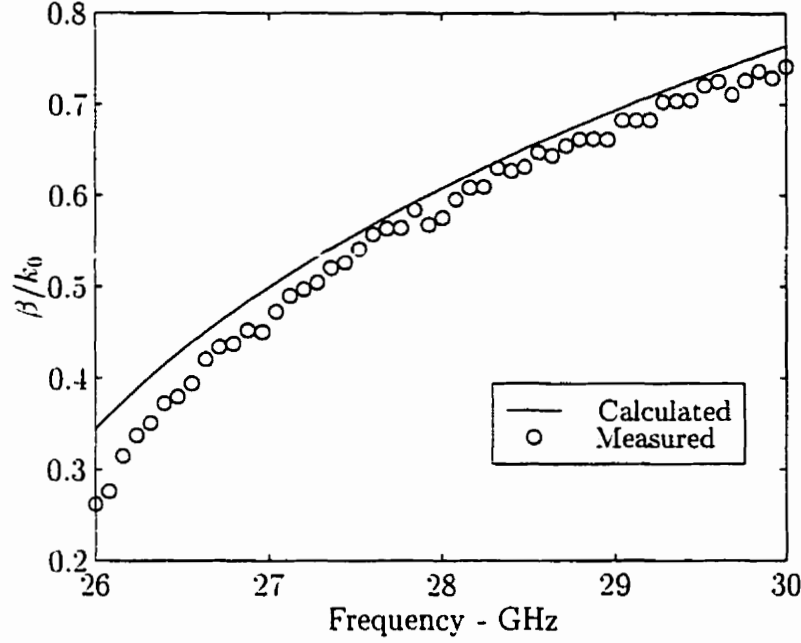


Figure 3.6: Calculated and measured propagation constant for an NRD with $a = 5.00$ mm, $b = 3.556$ mm, $\epsilon_r = 2.56$.

is selected for use in this frequency range, which gives rise to $b = 3.556$ mm. As such, the ratio b/λ_c can be calculated and the optimum dielectric can be identified from the curves. In our case, Polystyrene dielectric block is used throughout the paper and its *epsilon_r* is approximately equal to 2,56. This gives us $a = 4.918$ mm with $\Delta f = 17.91\%$. To simplify the fabrication process, $a = 5,0$ mm is chosen and the resulting NRD-guide has a bandwidth of 17,53% and $f_c = 27,5819$ GHz. This outcome of the NRD-guide design will be used throughout this paper.

To validate our modeling technique and design procedure of NRD-guide, a series of measurements are carried out to extract propagation constants of the designed 28 GHz NRD-guide. A pair of coax-to-rectangular waveguide-NRD guide transitions was used to launch the fundamental LSM_{10} mode with a TRL de-embedding procedure as detailed in (Rubin, 1990). This TRL procedure allows us to not only extract S-parameters of a DUT but also the propagation constant

of the NRD-guide. Figure 3.6 shows the calculated and measured results for the propagation constant, which are in good agreement over the frequency range of interest. The observable discrepancy may be caused by our low-precision of mechanical fabrication of the NRD-guide and its related testing block.

3.3.4.2 Inter-Mode Coupling (Mode Conversion) Effect

The inter-mode coupling effect or mode conversion between two orthogonal fundamental modes presents one of the important guided-wave properties of NRD-guide. In some cases, the power transfer happens inevitably from the fundamental LSM mode to its LSE counterpart if special NRD-guide discontinuities are encountered such as off-axial discontinuity or unbalanced or even asymmetric geometry along the waveguiding direction (Xu *et al.*, 1994). Generally speaking, all of NRD-guide discontinuities are subject to this mode coupling effect but may not always opt for it, depending on the input mode excitation or NRD coupling mechanism. This mode conversion effect may be characterized by a transmission loss for the fundamental mode, which may be harmful in some applications (misalignment, for example) or useful in the others (power division, for example), depending on the circumstances. Figure 3.7(a) depicts two NRD-guide lines that are not aligned axially but with some offset in the cross-sectional direction.

In the case of a mode conversion, both modes fulfill the guiding condition along the NRD-guide structure and its equivalent model should be regarded as a network of four ports with modal incident and reflected waves as shown in figure 3.7(b). The inter-mode coupling can be judged by a 4×4 scattering matrix with two pair

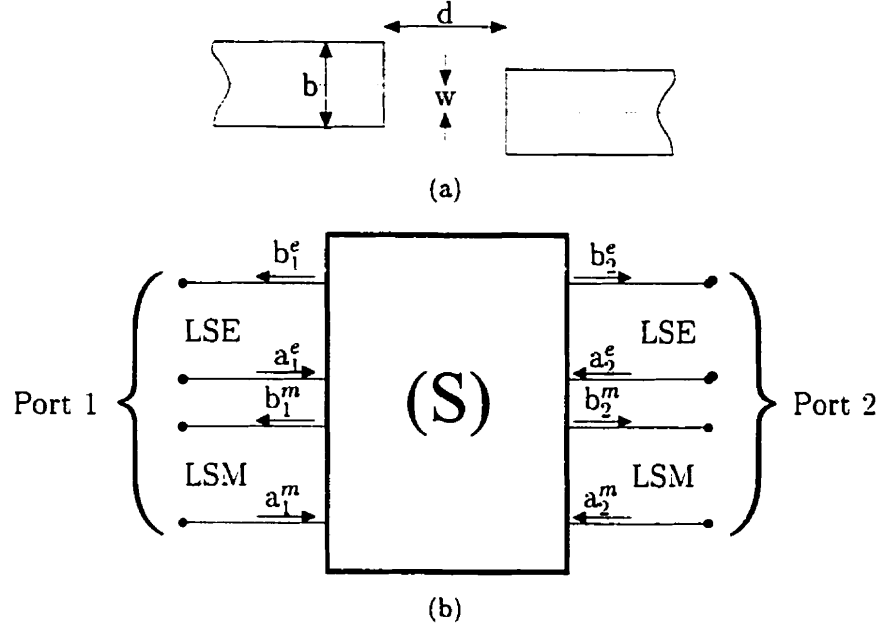


Figure 3.7: Geometrical model and S-parameter model of the mode transfer or mode conversion for a generalized gap discontinuity — (a) misalignment of a gaped dielectric discontinuity — (b) parametric equivalence of LSM-LSE self-mode and inter-mode couplings.

of incident and reflected waves as follows:

$$\begin{pmatrix} b_1^e \\ b_1^m \\ b_2^e \\ b_2^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}^{ee} & S_{11}^{em} & S_{12}^{ee} & S_{12}^{em} \\ S_{11}^{me} & S_{11}^{mm} & S_{12}^{me} & S_{12}^{mm} \\ S_{21}^{ee} & S_{21}^{em} & S_{22}^{ee} & S_{22}^{em} \\ S_{21}^{me} & S_{21}^{mm} & S_{22}^{me} & S_{22}^{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1^e \\ a_1^m \\ a_2^e \\ a_2^m \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Therefore, the generation of such a matrix is the most critical issue in the understanding of mode conversion and power transfer between the LSM_{10} (with the superscript m) and LSE_{10} (with e) modes. In our case, the mode conversion and power transfer from LSM_{10} to LSE_{10} are especially studied even though the reverse case can be made in a very similar way. As indicated in Figure 3.7(b), the inter-mode coupling can be classified into two categories: forward and backward couplings, which are characterized by S_{21}^{me}/S_{21}^{em} or S_{12}^{me}/S_{12}^{em} and S_{11}^{me}/S_{11}^{em} or

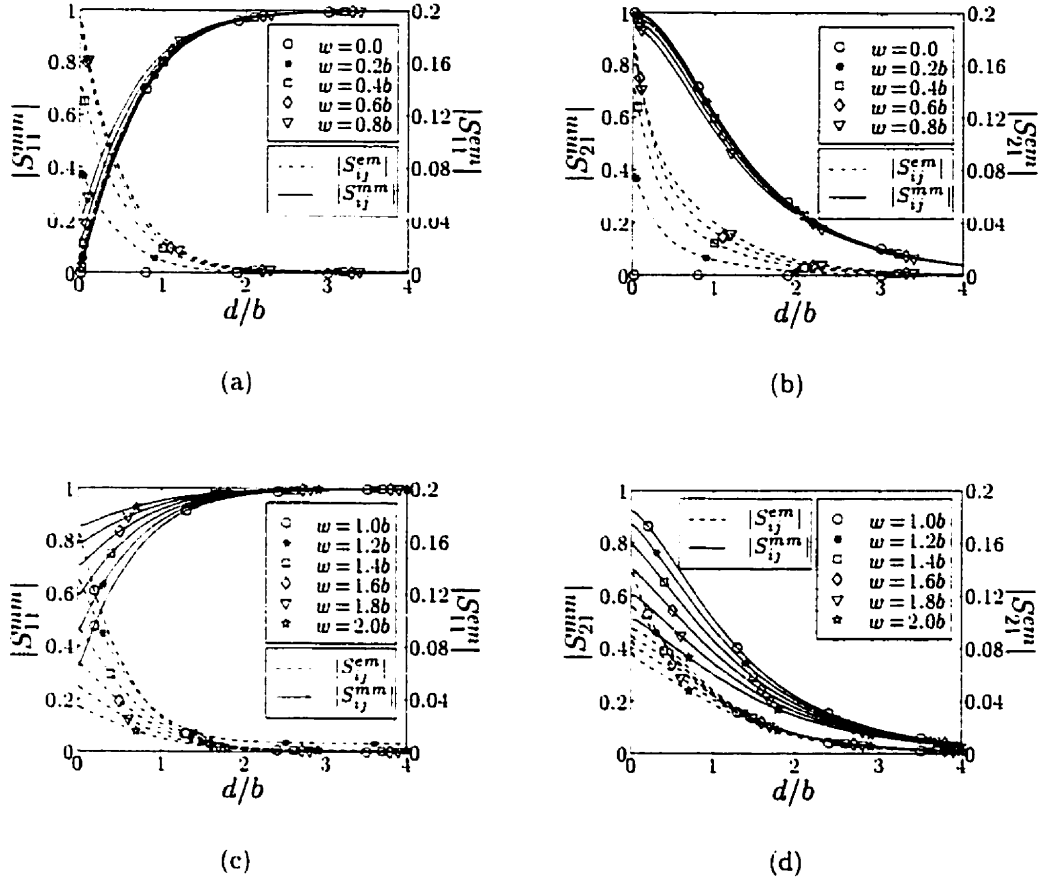


Figure 3.8: Self-mode and inter-mode coupling characteristics in the case of an LSM-LSE mode conversion (backward and forward transmissions) considering various mis-aligned discontinuities with $a = 5.00$ mm, $b = 3.556$ mm, and $\epsilon_r = 2.56$.

S_{22}^{me}/S_{22}^{em} . The reciprocal properties and energy conservation theorems are applied to this lossless case.

Figure 3.8 shows a set of characteristic curves of selected scattering parameters obtained at 28 GHz from the generalized S -matrix for inter-mode and self-mode couplings. The results are generated as a function of the normalized gap ratio d/b versus the normalized offset parameter (or misalignment) w/b . It indicates that the inter-mode coupling is rather strong as long as w/b remains smaller than 1.0. No coupling occurs between the two modes in the case of $w/b = 0$ because the two

modes are in the state of orthogonality. In any case, this strong coupling happens for a mis-aligned small gap (usually $d/b < 1.5$). This observation is applied to all the cases regardless of the forward or backward coupling. Such a coupling becomes monotonically reduced with w/b and d/b for the case of $w/b > 1.0$. The inter-mode coupling may be negligible once the parameter d/b is greater than 2.0, standing for a large gap. Interestingly, the maximum inter-mode coupling takes place around $w/b = 1$ and otherwise it is decreased in a gradual manner. This phenomenon suggests that the LSM_{10} mode should effectively be converted into its LSE counterpart if the exact offset (edge-to-edge or $w/b = 1.0$) arrangement of two NRD-guides is made. Such a unique feature of mode conversion is rather important for the design of NRD-guide power dividing and combining components. In addition, our results indicates the necessity of using a field-theory based package for NRD-guide component design if an offset geometry is involved, which is subject to a significant mode conversion at both input and output ports. It is found in figure 3.8 that the self-mode coupling (reflection and transmission) is quite as usual except for the offset influence. This influence is much more pronounced for $w/b > 1.0$. In any case, the LSM_{10} mode transmission and reflection coefficients are significantly affected for a small gap and the mode power will be completely reflected back once d/b goes beyond 2.0. Then, the two NRD-guides are independent and the mode conversion disappears completely.

To complement our discussion, figure 3.9 shows frequency responses of the S -parameters depicting the self-mode and inter-mode coupling in the case of the edge-to-edge offset discontinuity ($w/b = 1$). Such curves indicate that the inter-mode coupling behaves relatively flatly over the bandwidth of interest, and it can be enhanced as the height a of NRD-guide is close to its wavelength limiting value. As previously discussed, the inter-mode coupling decreases as d/b increases, and the structure exhibits predominantly a self-mode coupling effect.

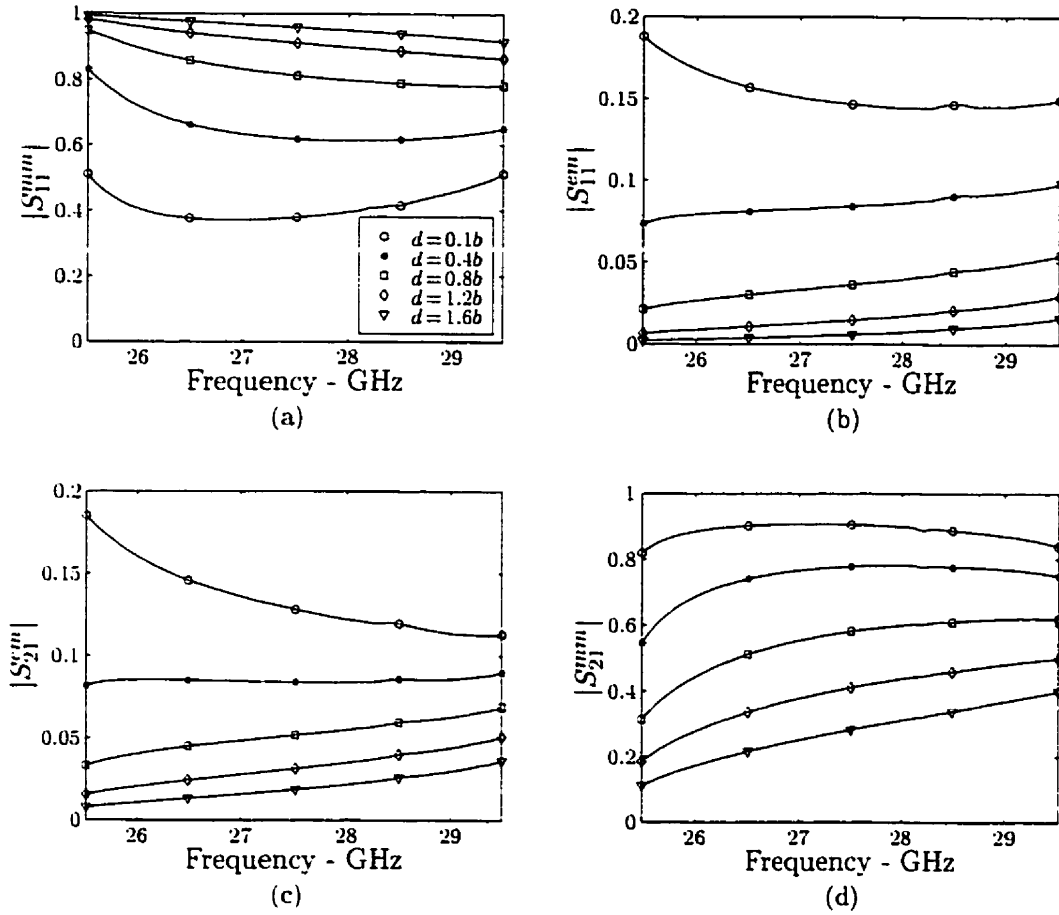


Figure 3.9: Frequency response of the self-mode and inter-mode coupling effects for the LSM-LSE mode conversion in the case of the edge-to-edge offset discontinuity ($w/b = 1$).

Now, let us have a close look at the effect of mode conversion to the second LSE mode, namely, LSM_{10} to LSE_{11} for $w/b = 0$, $d/b = 0.5$, $a = b = 5.0$ mm. The choice of $w/b = 0$ guarantees the absence of a coupling between the two fundamental modes LSE_{10} and LSM_{10} because of the modal orthogonality. In the proximity of a discontinuity, the inter-mode coupling or mode conversion between LSE_{11} and LSM_{10} will take place. Note that the modes LSE_{10} and LSE_{11} are different in field profile. Table 3.1 gives the cutoff frequencies in GHz for the selected NRD-guide for the first guided-modes, indicating that the potential inter-mode coupling can occur only if the operating frequency is higher than the cutoff frequency of LSE_{11} .

Tableau 3.1: Cutoff frequencies in GHz of the first two modes for the NRD-guide with $a = 5,00$ mm and $b = 5,0$ mm and $\epsilon_r = 2,56$.

n/m	LSE_{nm}	LSM_{nm}
0/1	21,541	—
1/1	28,688	23,220
0/2	—	29,533

mode (28.688 GHz). The power conservation for LSM_{10} mode is simply described with normalized terms by the following equation if $f < 28,688$ GHz:

$$P_{total}^{mm} = |S_{11}^{mm}|^2 + |S_{21}^{mm}|^2 = 1 \quad (3.19)$$

and the power transfer $P_{transfer}^{em}$ is equal to zero. Figure 3.10 displays two pairs of graphs showing the frequency response of the inter-mode coupling or mode conversion from LSM_{10} to LSE_{11} . It can be observed that equation 3.19 is no longer valid for LSM_{10} mode once the NRD-guide is used at frequency larger than 28.688 GHz and the power transfer increases and reaches a maximum of 7,79%. The mode conversion from LSM_{10} to LSE_{11} is well characterized by the behavior change in characteristic parameters such as S_{11}^{em} and S_{21}^{em} while S_{11}^{mm} and S_{21}^{mm} are subject to an abrupt power loss around the cutoff frequency and then exhibit smooth frequency response with a continued signal loss.

3.3.4.3 NRD-guide Open-End Effect

Open-end of an NRD-guide is one of the geometrical discontinuities as shown in figure 3.11(a), which is frequently encountered in the design of passive components and active devices. In this example, the cross-section of NRD-guide is characterized by $a = 5,0$ mm and $b = 3,556$ mm. Similar to that of a planar transmission line, dispersive fringing effects of the open-end can be represented or extracted by a lumped reactance modeled as a shunt susceptance (figure 3.11(b)). This

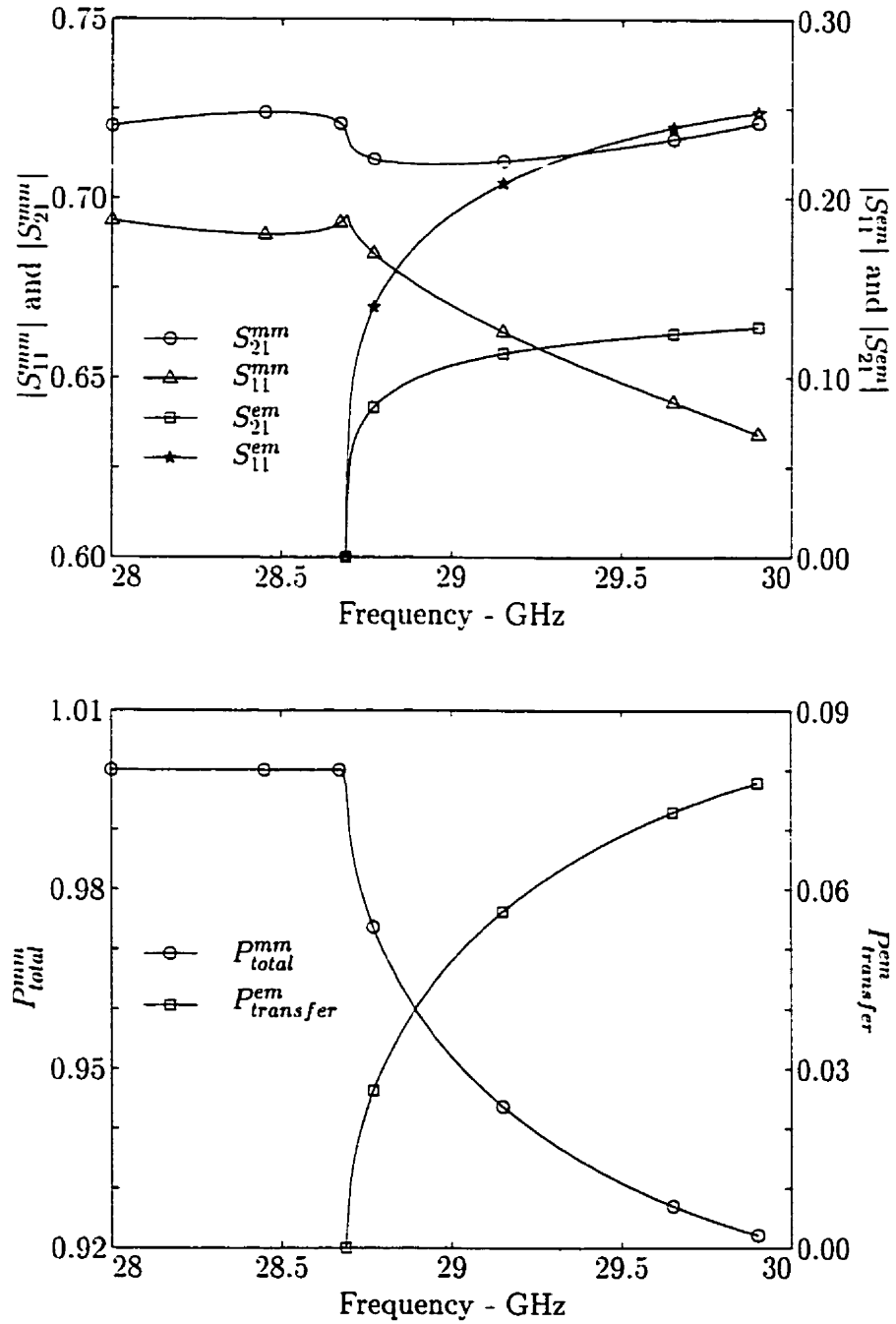


Figure 3.10: Dispersion characteristics of the LSM_{10} to LSE_{11} mode and power transfers for a discontinuity with $w = 0$, $d = 0.5b$, $a = 5.00$ mm, $b = 5.00$ mm, and $\epsilon_r = 2.56$.

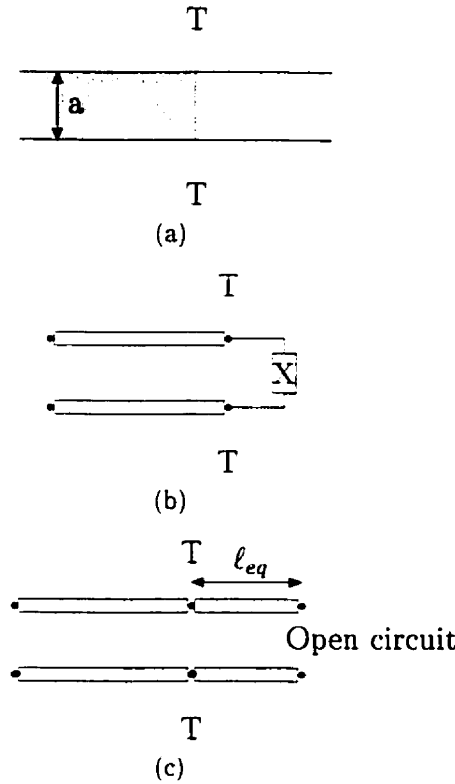


Figure 3.11: Open-end discontinuity and circuit model of an NRD-guide — (a) longitudinal geometry of the open-end discontinuity with $a = 5,00$ mm, $b = 3,556$ mm, and $\epsilon_r = 2,56$ — (b) equivalent representation of a lumped reactance — (c) equivalent representation of a line length.

susceptance may exhibit either a capacitance for LSE mode or an inductance for LSM mode, which establishes the reference plane for an electrically ideal open-end. This is usually done by extending an effective length of the same NRD strip to simulate such capacitive or inductive effects as indicated in figure 3.11(c). This effective (or equivalent) length ℓ_{eq} , which is useful for the design consideration of NRD-guide components, can be obtained for the fundamental LSM_{10} mode, for example, by:

$$\ell_{eq} = \frac{arg(\Gamma)}{2\beta_{LSM}} \quad (3.20)$$

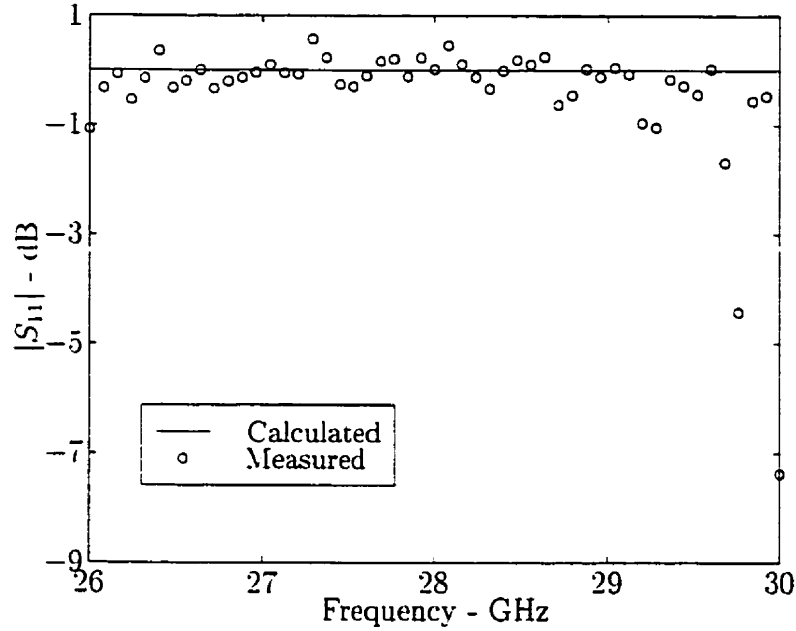


Figure 3.12: (a) — Calculated and measured results of S-parameters for the NRD open-end discontinuity, amplitude of the reflection coefficient.

in which Γ is the reflection coefficient measured or calculated at the physical plane of open-end in question. Measured and calculated amplitude and phase of S_{11} at the plane of the open-end are plotted in figure 3.12(a) and (b), respectively.

It can be seen that errors of measurement are well observed over the frequency range of interests. In particular, the 26,5 GHz cutoff effect of the mode launcher from the rectangular waveguide causes to a large extent of the phase deviation, and also the fabrication tolerance and calibration errors may contribute to the mismatch between the two results, which are however found to be in good agreement. The difference of results around the upper part of the frequency range may come from the fact that a is very close to the spacing limitation governed by the non-radiative condition of the guide which is a half of wavelength in free space, or other unknown factors. In any case, the calculated effective length ℓ_{eq} as shown in figure 3.12(c) is very close to the measured one, thereby validating our model.

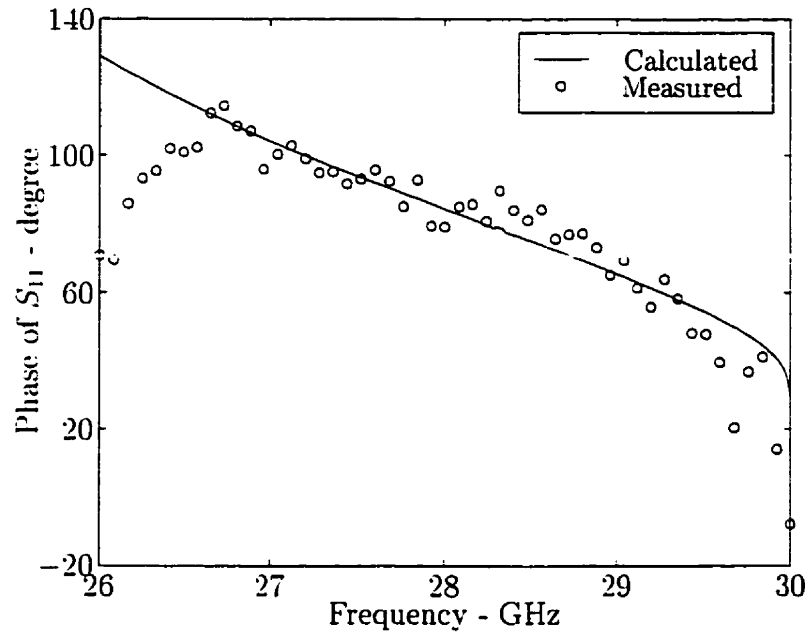


Figure 3.12: (b) — Calculated and measured results of S-parameters for the NRD open-end discontinuity, phase of the reflection coefficient.

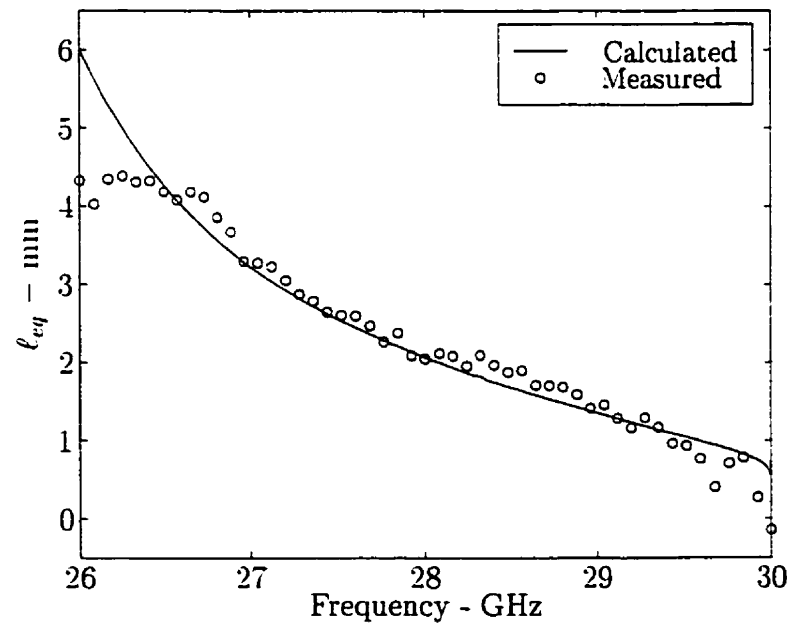


Figure 3.12: (c) — Calculated and measured results of S-parameters for the NRD open-end discontinuity, extracted l_{eq} for the equivalent model.

3.3.4.4 Electrical Characteristics of Typical NRD-guide Discontinuities

There are so many variety of NRD-guide discontinuities that our work is only centered herewith on three basic discontinuities as shown in figure 3.13 for a NRD-guide with cross-section of $a \times b = 5,0 \times 3,556 \text{ mm}^2$. The structures, namely, (a) air gap discontinuity; (b) double-step discontinuity; and (c) notch discontinuity, are some fundamental building blocks of a large number of passive components, in particular in the design of filters. Generally speaking, the double step and notch discontinuities share almost the same guided-wave behavior. As the dielectric thickness t becomes large or the notch width ($L = b - t$) is narrow in the coupling section, both LSE_{10} and LSM_{10} modes can propagate along it as a normal transmission line and the discontinuity effects of the structures are much less pronounced. Oppositely, the two modes are evanescent and coupling between the interconnected two NRD-guides is realized by such evanescent modes similar to the air-gap case of figure 3.13(a). In this case, the coupling section may be better characterized by designer-friendly K - or J -inverter parameter (Matthaei *et al.*, 1980) as described by figure 3.13(e). J (admittance inverter parameter) and ϕ (equivalent length) are calculated as a function of d/b on the basis of LSM_{10} pi-equivalent circuit (figure 3.13(d)) by:

$$J = Y_0 \left| \tan \left(\frac{\phi}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{b_a}{Y_0} \right) \right) \right| \quad (3.21)$$

$$\phi = -\tan^{-1} \left(\frac{2b_b}{Y_0} + \frac{b_a}{Y_0} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{b_a}{Y_0} \right) \quad (3.22)$$

where Y_0 is the characteristic admittance of the NRD guide.

Figures 3.14(a) and (b) give two groups of the design curves for J/Y_0 and ϕ values, respectively, of double-step discontinuities, which also involve the air gap discontinuity case ($t = 0$). It can be expected that the inverter parameter shows exponential decays versus d/b for which a larger thickness t brings up more

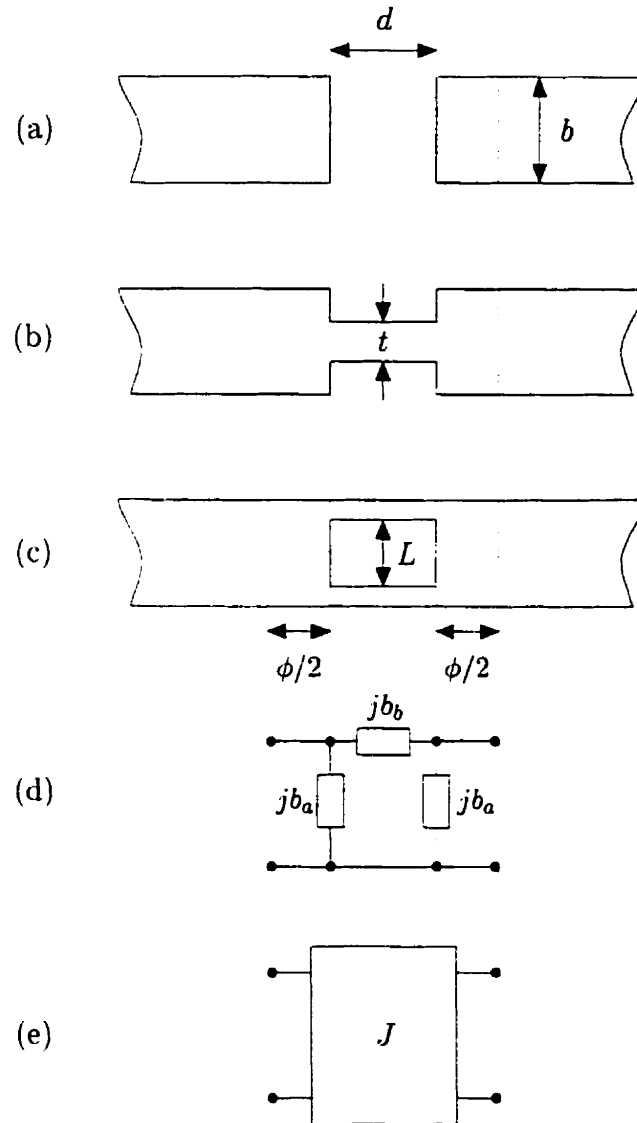


Figure 3.13: Three typical discontinuities frequently encountered in the design of NRD circuits and components. The NRD-guide is determined by $a = 5,00$ mm, $b = 3,556$ mm, $\epsilon_r = 2,56$ — (a) air-gap discontinuity — (b) double-step discontinuity with a width t for the coupling section — (c) notch discontinuity with $L = b - t$ — (d) pi-equivalent circuit for LSM₁₀ mode — (e) equivalent J -inverter.

reactance effects, which can be read very well in figure 3.14(b). Nevertheless, the critical value of t is found to be equal to 0,558356 mm in our example, for which the boundary line of coupling and propagation between the input and output ports can be identified through evanescent modes or guided-modes. This is an important feature for the design of filters and other passive components. Similar results can be generated for a number of notch discontinuities with as shown in figures 3.14(c) and (d), for which the critical value of t is found to be 0,65100 mm.

In the case of an NRD-guide filter design, to name an example, the filter prototype constraints usually yield a set of pre-designated constants J/Y_0 regardless of the filter topology. For example, the typical inverter parameters for a five poles filter operating at 28 GHz with a 3% bandwidth are $J_1/Y_0 = J_5/Y_0 = 0,4507$, $J_2/Y_0 = J_4/Y_0 = 0,1858$ and $J_3/Y_0 = 0,1416$. While keeping the same set of J/Y_0 values, it is rather flexible for practitioner to choose an appropriate NRD-guide coupling section. It is easy to predict from the design curves that a differential change of the filter topology produces simultaneous incremental offsets Δd and $\Delta \phi$ in length d of the coupling section and in equivalent length ϕ of the extracted J -inverter. It can then be justified that the filter size can be reduced if and only if:

$$\beta_{NRD} < \beta_{eff} \quad (3.23)$$

where β_{NRD} denotes the propagation constant of the NRD-guide at center frequency of the design, and the new parameter β_{eff} is defined by the following differential term:

$$\beta_{eff} = -\frac{\Delta \phi}{\Delta d} \quad (3.24)$$

Some useful results for β_{eff}/k_0 are plotted in figure 3.14(e) for the double-step discontinuity and figure 3.14(f) for the notch discontinuity. In our example, the

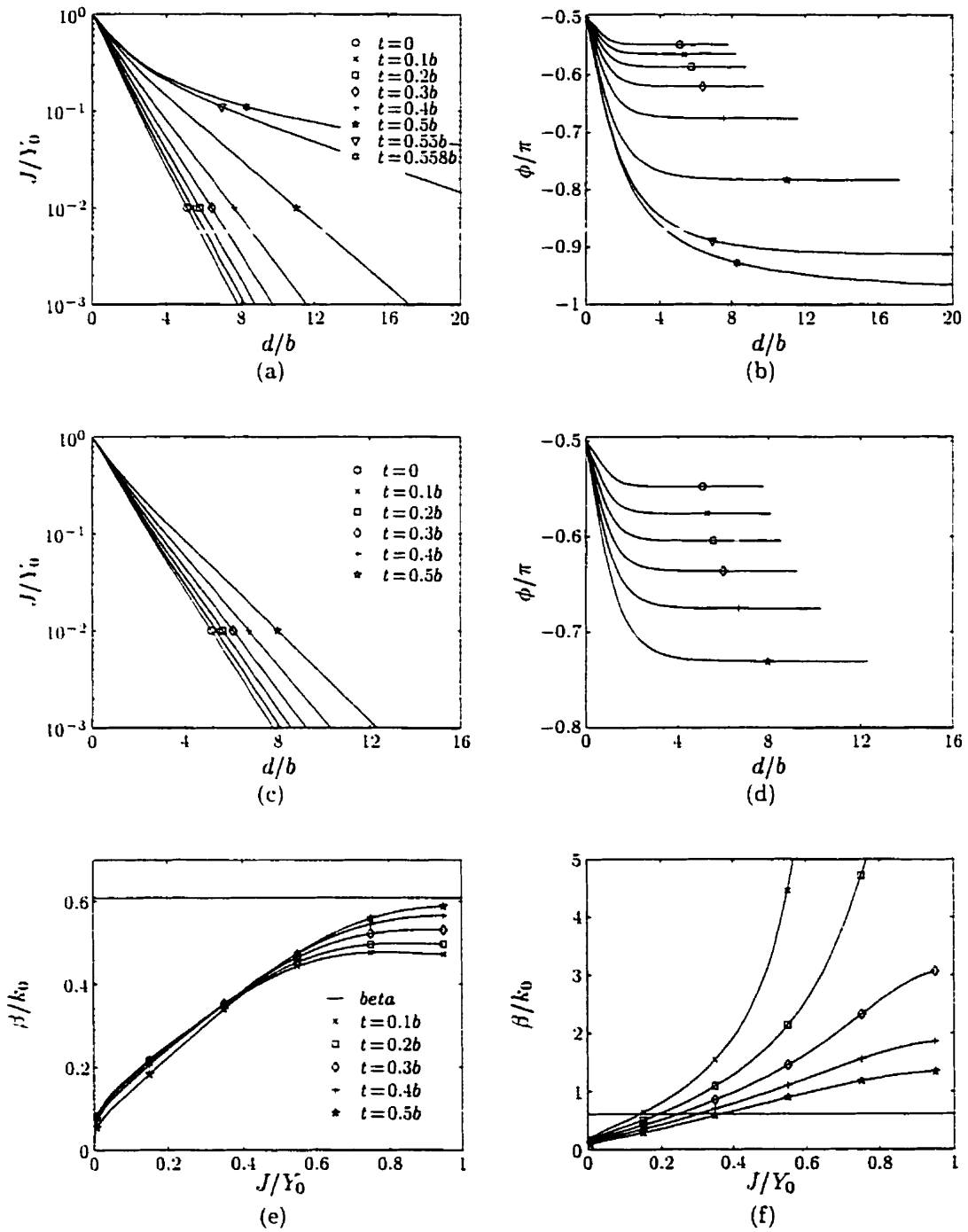


Figure 3.14: Equivalent parameters for the J -inverter extracted for the discontinuities — (a) and (b) J and ϕ parameters for the double-step discontinuity — (c) and (d) J and ϕ parameters for the notch discontinuity — (e) and (f) β/k_0 design curves for the mode coupling.

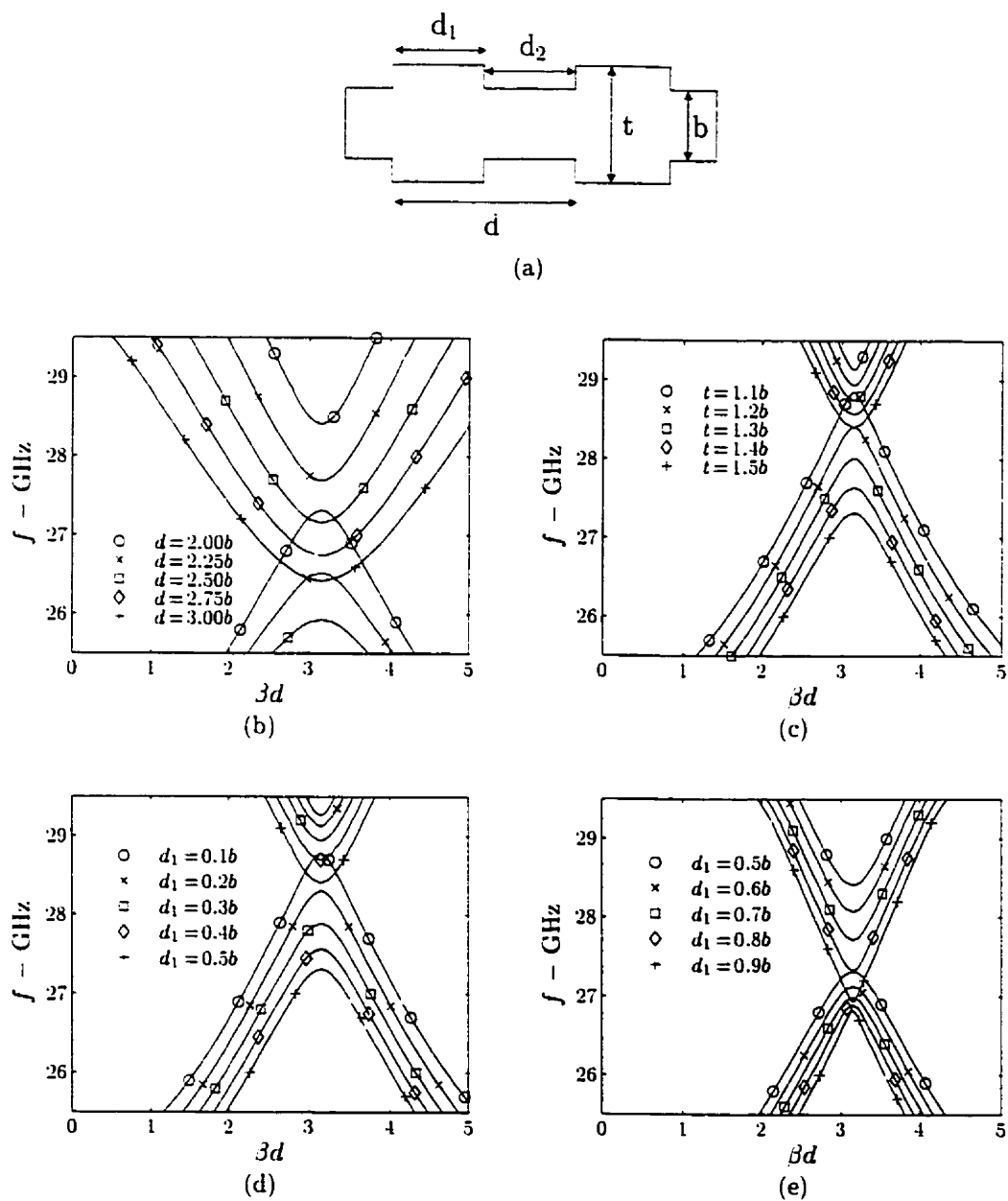


Figure 3.15: Dispersion diagram $f - \beta$ for NRD-guide periodic structures. In all cases, the NRD-guide dimensions are $a = 5,00$ mm and $b = 3,556$ mm and $\epsilon_r = 2,56$ — (a) geometrical view of the periodic structures — (b) $d_1 = d_2 = d/2$, $t = 1,5b$ — (c) $d_1 = d_2 = b$ — (d) $d_1 + d_2 = 2b$, $t = 1,5b$ — (e) $d_1 + d_2 = 2b$, $t = 1,5b$.

center frequency is 28 GHz and then β_{NRD}/k_0 is 0,6079. The derived curves point out that, on one hand, a filter designed with the double-step discontinuity coupling scheme presents always a longer size than with the air gap discontinuity section. In a practical design, the former coupling structure seems to be a judicious choice over the latter since this structure-based filter has a single dielectric block free from any alignment problem and the unwanted LSM_{10} to LSE_{10} mode conversion or power transfer loss can effectively be avoided. On the other hand, a design on the basis of the notch discontinuity can be shorter than other filter topologies and this structure poses no misalignment problem. This design consideration is significant in minimizing the filter size. Such a size reduction merits some special attention in the choice of a suitable coupling section for transmission loss reduction at millimeter-wave frequency.

Infinite periodic grating NRD-guide structures are found useful for filter design or other use, in particular, in the prediction of pass-band and stop-band locations over the frequency range of interest. An NRD-guide ring may be periodically loaded with stubs, which presents a typical example for the suppression of potential spurious resonance. In this case, Floquet's theorem is applied to obtain the $f - \beta$ dispersion diagram as shown in figure 3.15(b)-(e) for a periodic NRD-guide of figure 3.15(a) with the same cross-section as the above-described examples. Other parameters are variable such as t , d_1 , d_2 and $d = d_1 + d_2$. These design curves indicate some interesting parametric influence on the stop-band characteristics of the periodic structure.

3.3.5 Conclusion

In this paper, a generalized S -matrix technique of NRD-guide discontinuities and components is derived from a mode-matching technique with transverse resonance scheme, considering high-order mode coupling and power transfer.

Some important properties of NRD-guide discontinuities are revealed for design consideration. Useful design feature and rules are extensively discussed and presented for frequently used structures with a large number of design curves and diagrams. In particular, design principle in the choice of an appropriate NRD-guide is proposed for designer to choose the best possible geometry per dielectric material. Mode conversion and power transfer from LSM_{10} to LSE_{10} and LSE_{11} are studied in detail and single-block-coupling structures are proposed to avoid any potential misalignment problem in the axial direction. New characteristic parameters are introduced in minimizing the size of an NRD-guide circuit. Dispersion $f - \beta$ diagrams are also presented for the design purpose of a periodic NRD-guide with emphasis on frequency response⁵.

⁵ACKNOWLEDGMENT: The authors would like to thank one of the reviewers for his or her useful comments that allow us to improve the paper in many aspects.

CHAPITRE 4

CONCEPTION DE FILTRES PASSE-BANDE

4.1 Introduction

Après l'étude approfondie en deux dimensions du guide NRD faite au chapitre 2, la caractérisation des discontinuités et du couplage entre les modes faite au chapitre 3, la conception de composants intervenant dans les systèmes de communication peut être envisagée en utilisant le guide NRD. Les filtres sont des composants présents dans tous les émetteurs/récepteurs. L'utilisation de lignes planaires pour la conception de ces filtres posent deux problèmes fondamentaux lorsque la fréquence augmente. D'une part, les pertes de ces lignes sont importantes, que ce soit les pertes par transmission ou les pertes par rayonnement. D'autre part, l'incapacité à faire des résonateurs à haut facteur de qualité, principalement à cause du rayonnement, empêche la réalisation de filtres très sélectifs. Pour contourner ces deux problèmes, la technologie des guides rectangulaires est souvent utilisée. Les pertes par rayonnement sont alors totalement évitées puisque la structure est fermée et des facteurs de qualité raisonnables peuvent être atteints pour garantir une bonne sélectivité. En revanche, le poids, l'espace occupé et l'intégration avec les circuits planaires sont les principaux désavantages de ces guides rectangulaires. Le guide NRD apparaît donc comme un excellent compromis entre ces deux technologies. D'une part les pertes par rayonnement sont évitées grâce à la condition de non-rayonnement et les pertes par transmission sont faibles pour le mode fondamental. D'autre part, les résonateurs diélectriques sont réputés pour leur grand facteur de qualité. De plus, le poids et la taille de tel circuits sont réduits par rapport au guide rectangulaire. Enfin, les plus récents développements laissent entrevoir des

perspectives très prometteuses quant à leur intégration avec des circuits planaires (Cf. chapitre 6).

Ce chapitre est donc consacré à l'étude et la conception de filtres utilisant le guide NRD. Les filtres envisagés seront tous de type passe-bande, seul type véritable à exister. Effectivement, de par la nature du guide NRD conduisant à une fréquence de coupure du mode fondamental, les filtres passe-bas réels sont impossibles à réaliser, à moins d'envisager un filtre passe-bas à fréquence minimale. De même, les filtres passe-haut sont perturbés par l'apparition des modes supérieurs et, surtout, par le non respect de la condition de non-rayonnement lorsque la fréquence augmente. Il faut alors parler de filtres passe-haut à fréquence maximale. Dans tous les cas, le filtre passe-bande est donc le mieux adapté.

Pour caractériser les filtres, il existe plusieurs paramètres dont les plus importants sont l'atténuation, la phase et le délai de groupe ou temps de propagation de groupe (TPG). Ces paramètres caractérisent le comportement dynamique du filtre en transmission. Plusieurs familles de filtres peuvent alors être déterminées suivant ces paramètres dont deux sont prédominantes:

- *La famille Chebyshev*: les filtres de cette famille se concentrent sur l'atténuation du signal qui doit fournir une bonne réjection et une bonne sélectivité au détriment de la phase et du TPG. Les filtres de Butterworth, de Chebyshev, de Chebyshev inversé et de Cauer font partie de cette famille. Ces filtres sont aussi dits *filtres d'amplitude*.
- *La famille Gauss*: l'accent est mis sur la linéarité de la phase permettant un TPG constant minimisant ainsi la dispersion du signal dans le temps. En revanche la sélectivité et la réjection sont moindres. Les filtres de Gauss, de Bessel et les filtres à phase linéaire avec une erreur à oscillation constante font partie de cette famille

Ce chapitre se bornera à étudier les filtres d'amplitude. Enfin seuls les filtres passifs sont envisagés suivant l'argument d'Orchad stipulant que les filtres passifs sont les moins sensibles aux variations des composants et donc ayant une réponse stable dans le temps.

Dans un premier temps, un modèle équivalent sera développé pour établir la correspondance entre le circuit électrique du filtre et les dimensions géométriques des résonateurs du guide NRD. La synthèse des filtres d'amplitude sera alors abordée et différents types d'optimisation seront développés pour parfaire la conception. Puis, pour augmenter les performances des filtres, un nouveau type de filtre est utilisé et une nouvelle méthode de conception est proposée. Cette méthode est décrite en détail et permet la conception et l'optimisation pas à pas de ce nouveau type de filtre. Enfin, tout au long de ce chapitre, de nombreux résultats de simulation et de mesure seront présentés.

4.2 Modèles équivalents

La réalisation d'un filtre aux fréquences micro-ondes repose sur le développement d'un modèle équivalent permettant de faire le lien entre la structure physique du guide utilisé et le circuit électrique du filtre. Pour le guide NRD, trois topologies de discontinuités élémentaires, représentées à la figure 3.13, page 84, ont été retenues pour la structure physique. Ces trois topologies représentent des discontinuités uniaxiales garantissant ainsi le non-couplage des modes LSE et LSM tout le long de la structure, si les dimensions du guide NRD sont choisies comme décrit dans le chapitre 3. Ces topologies peuvent être remplacées principalement par deux types de modèle équivalent qui sont le circuit équivalent en T^1 et l'inverseur d'impédance, tous les deux représentés à la figure 4.1.

¹Le modèle dual en Π existe aussi

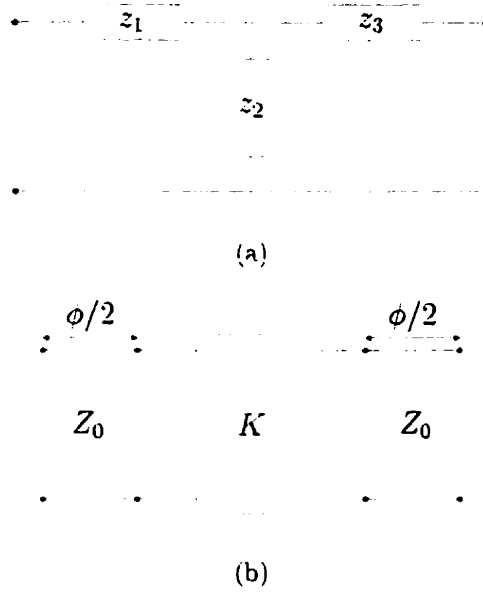


Figure 4.1: Modèles équivalents des trois topologies de la figure 3.13 — (a) modèle équivalent en T — (b) modèle équivalent avec inverseur d'impédance

4.2.1 Circuit équivalent en T

Suivant la même procédure qu'au paragraphe 3.2, page 60, la matrice de diffraction S généralisée de chaque structure peut être calculée. Du fait du non couplage des modes LSE et LSM, la matrice de diffraction associée au mode LSM, notée S^e , peut en être extraite. Ainsi la matrice impédance normalisée du mode LSM peut être calculée par:

$$Z^e = (I - S^e)(I + S^e) \quad (4.1)$$

où S^e est une matrice 2×2 et I est la matrice unité.

Cette matrice impédance permet de déduire le circuit équivalent *normalisé* en T représenté à la figure 4.1(a). Puisque les diélectriques utilisés pour le guide NRD sont isotropes, linéaires, homogènes et sans charge, les trois topologies étudiées

sont réciproques et la matrice impédance résultante est symétrique, ce qui s'écrit:

$$z_{12}^e = z_{21}^e \quad (4.2)$$

Il en résulte alors avec les formules suivantes:

$$z_1 = z_{11}^e - z_{12}^e \quad (4.3)$$

$$z_2 = z_{12}^e = z_{21}^e \quad (4.4)$$

$$z_3 = z_{22}^e - z_{12}^e \quad (4.5)$$

D'autre part, puisque les trois structures de la figure 3.13 sont symétriques, la relation suivante peut s'écrire:

$$z_{11}^e = z_{22}^e \quad (4.6)$$

Enfin, puisque les pertes diélectriques et de conduction sont négligées, il n'y a aucune perte en puissance par dissipation. Ceci conduit à:

$$Re(z_{ij}^e) = 0 \quad (4.7)$$

pour tout $(i, j) \in [1, 2]^2$ et où $Re(\cdot)$ signifie partie réelle. Les équations 4.3 à 4.7 permettent alors de déterminer les réactances *normalisées* du modèle équivalent x_1 , x_2 et x_3 définies par:

$$z_1 = jx_1 \quad (4.8)$$

$$z_2 = jx_2 \quad (4.9)$$

$$z_3 = jx_3 \quad (4.10)$$

Tableau 4.1: Définition des trois guides NRD utilisés

#	a (mm)	b (mm)	ϵ_r	Bande	f_{min} (GHz)	f_{max} (GHz)
1	5.080	4.318	6.15	K	17.06	21.45
2	3.81	2.54	6.00	Ka	25.666	32.888
3	3.440	5.700	2.04	Q	33.73	39.06

4.2.2 Inverseur d'impédance

Il est aussi très utile d'introduire un modèle équivalent faisant intervenir un inverseur d'impédance comme représenté à la figure 4.1(b). Cette notion d'inverseur d'impédance a été largement étudiée et est couramment utilisé dans le domaine des micro-ondes (Matthaei *et al.*, 1980). Les formules 4.11 et 4.12 ci-dessous permettent le passage du modèle en T normalisé au modèle avec inverseur d'impédance *normalisé*².

$$\phi = -\arctan(x_1) - \arctan(x_1 + 2x_2) \quad (4.11)$$

$$\frac{K}{Z_0} = \left| \tan\left(\frac{\phi}{2} + \arctan(x_1)\right) \right| \quad (4.12)$$

4.2.3 Présentation des résultats des modèles équivalents

Trois guides NRD, opérant à des bandes de fréquence différentes, ont été retenus pour l'étude des modèles équivalents³. Le tableau 4.1 donne les dimensions, les constantes diélectriques et la plage opérationnelle en fréquence de ces trois guides NRD et leur attribue un numéro de référence. Pour le guide n°1, les figures 4.2 à 4.7 donnent les valeurs des réactances normalisées x_1 et x_2 , des inverseurs d'impédance normalisés K/Z_0 et des phases correspondantes ϕ , en fonction de paramètres géométriques de la structure, pour des fréquences couvrant la plage opérationnelle

²Le modèle équivalent en Π conduit au modèle avec inverseur d'admittance

³Pour le guide n°2, malgré le choix de $\epsilon_r = 6.0$, la largeur de bande n'est pas optimale, ceci venant du fait que la hauteur a du NRD est imposé.

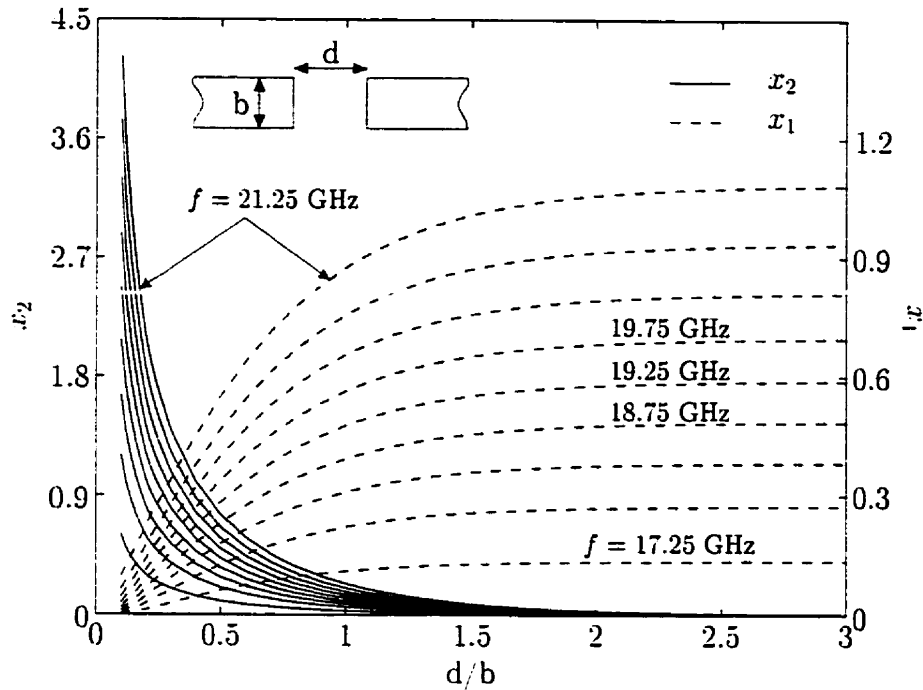


Figure 4.2: Valeurs des réactances normalisées x_1 et x_2 pour le guide NRD n°1 défini par le tableau 4.1 et pour la topologie (a) de la figure 3.13

du guide NRD et pour les trois topologies mentionnées à la figure 3.13. Pour les guides n°2 et 3, les résultats sont totalement analogues, seules les échelles des axes diffèrent d'un guide à l'autre. Les résultats ne sont donc pas présentés dans ce présent document.

4.3 Filtres de la famille Chebyshev

4.3.1 Rappel

Le principe de conception des filtres d'amplitude, quelle que soit la bande de fréquence considérée, est bien connue. À partir du gabarit souhaité, un filtre passe bas, dit *filtre passe bas prototype* peut être déterminé par une simple transposition en fréquence. Le filtre passe bas prototype idéal est irréalisable car ceci entraînerait un système non causal. La fonction de transfert du filtre passe bas prototype ainsi

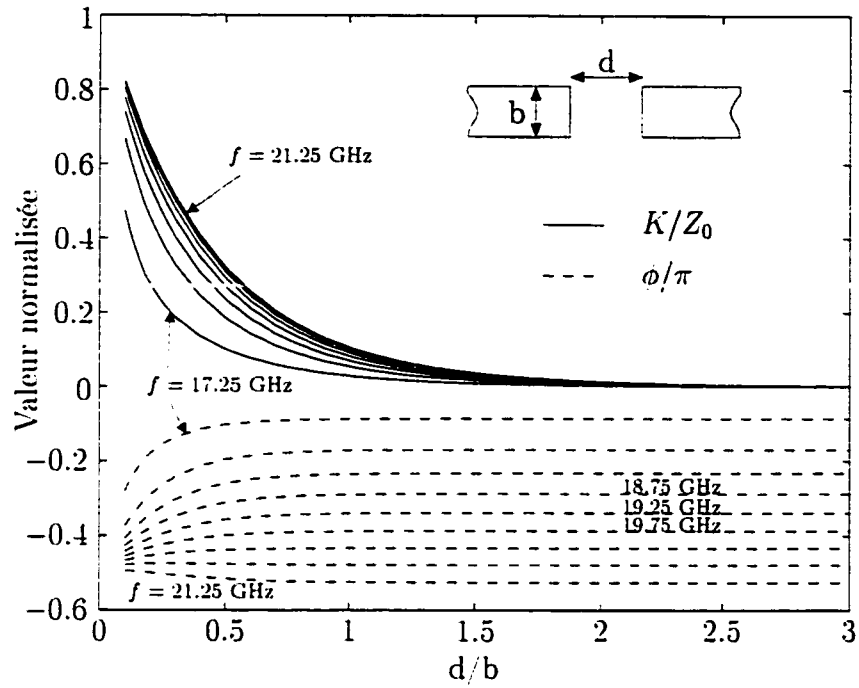


Figure 4.3: Valeurs des inverseurs d'impédance K normalisés et de la phase ϕ pour le guide NRD n°1 défini par le tableau 4.1 et pour la topologie (a) de la figure 3.13

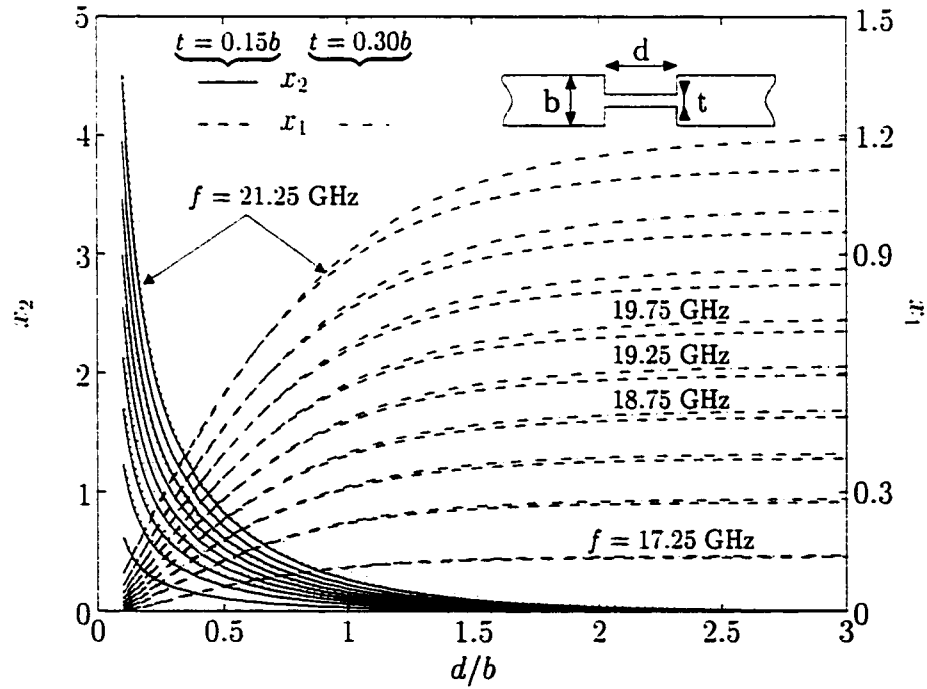


Figure 4.4: Valeurs des réactances normalisées x_1 et x_2 pour le guide NRD n°1 défini par le tableau 4.1 et pour la topologie (b) de la figure 3.13

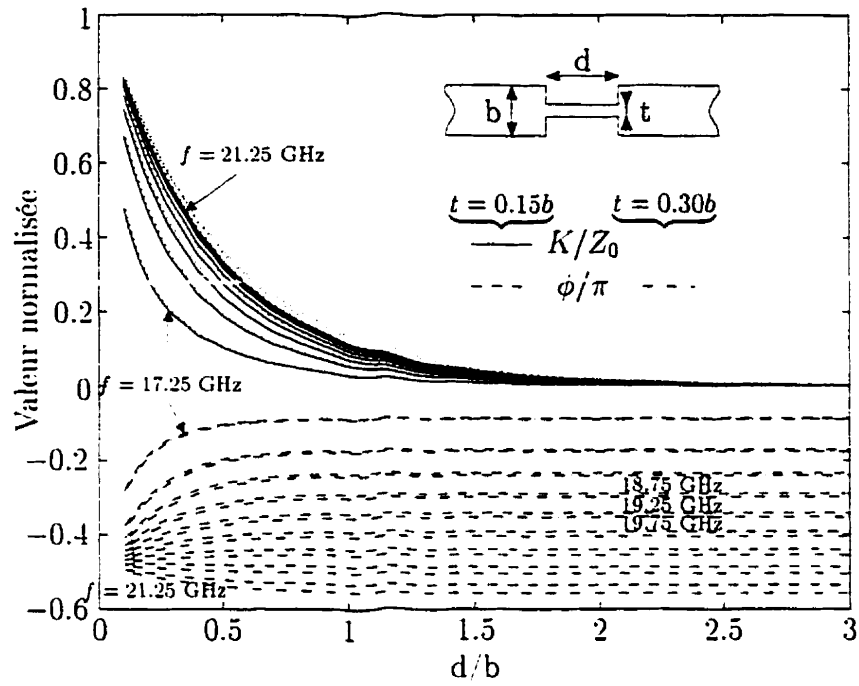


Figure 4.5: Valeurs des inverseurs d'impédance K normalisés et de la phase ϕ pour le guide NRD n°1 défini par le tableau 4.1 et pour la topologie (b) de la figure 3.13

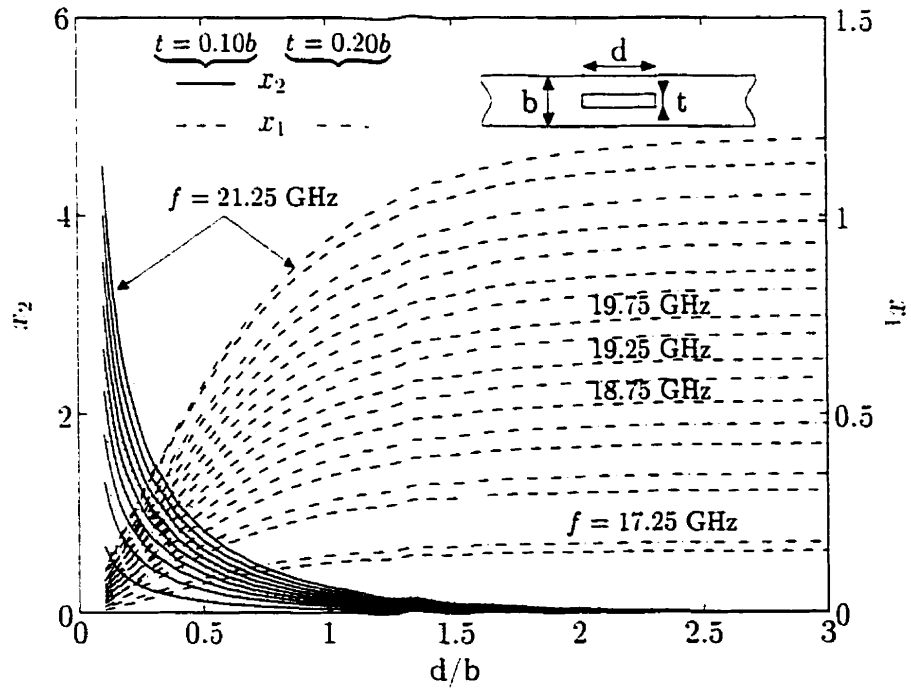


Figure 4.6: Valeurs des réactances normalisées x_1 et x_2 pour le guide NRD n°1 défini par le tableau 4.1 et pour la topologie (c) de la figure 3.13

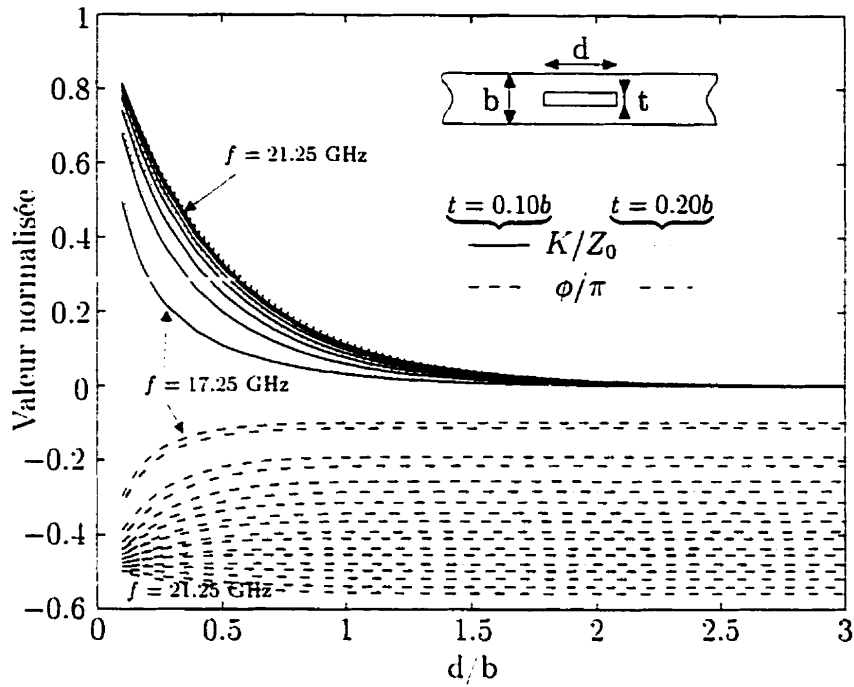


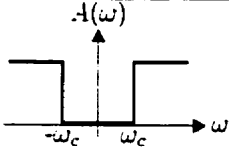
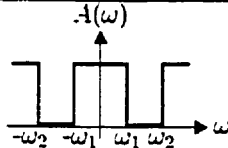
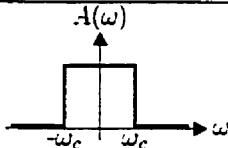
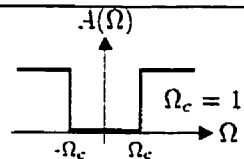
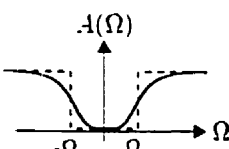
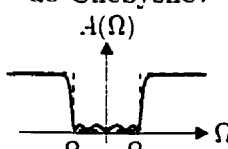
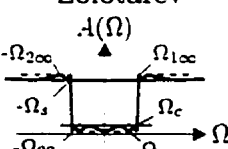
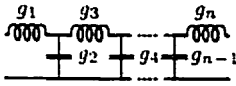
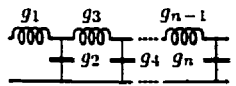
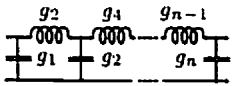
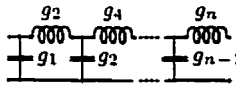
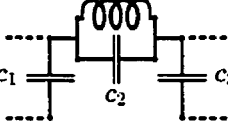
Figure 4.7: Valeurs des inverseurs d'impédance K normalisés et de la phase ϕ pour le guide NRD n°1 défini par le tableau 4.1 et pour la topologie (c) de la figure 3.13

obtenu doit être approchée par des fonctions d'approximation qui, pour certaines, ont données leur nom aux filtres même: Butterworth, Chebyshev, Cauer. La fonction de transfert ainsi approximée peut alors être décomposée en éléments inductifs et capacitifs dont les valeurs sont connues. Le tableau 4.2 résume parfaitement la procédure. Il est complété par les expressions des fonctions de Chebyshev et de Zolotarev données respectivement aux paragraphes D.1 et D.2 de l'annexe D.

4.3.2 Conception des filtres de type Butterworth ou Chebyshev

Le filtre passe-bas prototype obtenu à partir des deux premières colonnes du tableau 4.2 peut se transformer en faisant intervenir les inverseurs d'impédance (Collin, 1991; Matthaei *et al.*, 1980). Cette transformation aboutit au schéma bloc de la figure 4.8 représentant un filtre passe bande général. Ce schéma représente

Tableau 4.2: Conception des filtres d'amplitude

Type			
	Filtre Passe-bas	Filtre Passe-bande	Filtre Passe-haut
Transformation en fréquence	$\Omega = \frac{\omega}{\omega_c}$	$\Omega = \frac{\omega\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$	$\Omega = \frac{\omega_c}{\omega}$
Filtre Passe-bas Prototype	 $\Omega_c = 1$		
Approximation	Butterworth $A^2(j\Omega) = 1 + \Omega^{2n}$ 	Chebyshev $A^2(j\Omega) = 1 + \epsilon^2 C_n^2(\Omega)$ $C_n(\Omega)$: Polynôme de Chebyshev 	Cauev $A^2(j\Omega) = 1 + \epsilon^2 C_n^2(\Omega)$ $C_n(\Omega)$: Fonction de Zolotarev 
Conception	1^{ère} forme  n impair  n pair 2^{ième} forme  n impair  n pair		La conception du filtre se fait à partir de l'impédance d'entrée z_{11}. Les pôles d'atténuation sont extraits à l'aide d'un circuit résolvant:  La relation suivante est valide: $\Omega_{10}\Omega_{1\infty} = \Omega_{20}\Omega_{2\infty} = \dots = \Omega_c\Omega_s$
	$g_k = 2 \sin(\theta_k)$ $\theta_k = \frac{2k-1}{2n} \pi$ $k = 1, 2, \dots, n$	$g_1 = \frac{2}{\eta} \sin(\frac{\pi}{n})$ $g_k = \frac{4 \sin(\theta_k) \sin(\theta_k + \frac{\pi}{n})}{g_{k-1}(\eta^2 + \sin^2(\frac{k\pi}{n}))}$ $\theta_k = \frac{2k-1}{2n} \pi$ $k = 2, 3, \dots, n$	

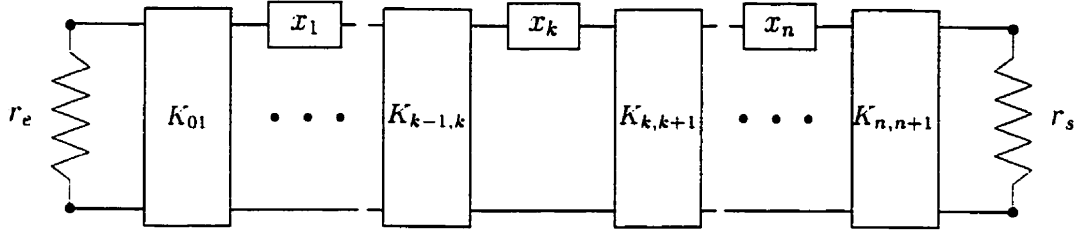


Figure 4.8: Schéma bloc d'un filtre passe-bande en utilisant des inverseurs d'impédances

une succession de résonateurs définis par leur réactance normalisée x_k , couplés entre eux par l'intermédiaire d'inverseurs d'impédance. Les valeurs théoriques des inverseurs d'impédance sont données par les équations suivantes:

$$K_{01} = Z_0 \sqrt{\frac{r_e p_1 w}{g_0 g_1}} \quad (4.13)$$

$$K_{k,k+1} = Z_0 w \sqrt{\frac{p_k p_{k+1}}{g_k g_{k+1}}} \quad (4.14)$$

$$K_{n,n+1} = Z_0 \sqrt{\frac{r_b p_n w}{g_n g_{n+1}}} \quad (4.15)$$

avec $w = (\omega_2 - \omega_1)/\omega_0$ et $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$, grandeurs classiques des filtres passe-bandes. Les valeurs $(g_k)_{k \in [0, n+1]}$ sont les valeurs des composants discrets du filtre passe-bas prototype et sont données dans le tableau 4.2. Les paramètres $(p_k)_{k \in [0, n+1]}$ sont les paramètres de pente réactifs normalisés des résonateurs et sont définis au paragraphe suivant. Enfin, les valeurs r_e et r_s sont respectivement les impédances normalisée d'entrée et de sortie. Puisque l'entrée et la sortie du guide sont constituées d'un guide NRD identique à celui du résonateur, ces impédances normalisées sont égales à un.

4.3.2.1 Paramètre de pente d'un résonateur

Par définition (Matthaei *et al.*, 1980), le paramètre de pente réactif d'un résonateur est donné par la formule suivante:

$$P = \frac{\omega_0}{2} \left. \frac{dX(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (4.16)$$

où $X(\omega)$ est la réactance du résonateur.

Si le résonateur est constitué d'une ligne de transmission de longueur ℓ , court-circuitée à une extrémité, la réactance sera:

$$X(\omega) = Z_0 \tan(\beta(\omega)\ell) \quad (4.17)$$

D'une part, cette ligne de transmission résonne à la pulsation ω_0 si et seulement si $X(\omega_0) = 0$ ce qui conduit à la définition de la longueur des résonateurs:

$$\ell_{th} = k \frac{\lambda_{g0}}{2} \quad (4.18)$$

pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, et où λ_{g0} est la longueur d'onde guidée dans la ligne de transmission à la pulsation ω_0 .

D'autre part, et d'après la définition 4.16, le paramètre de pente réactif d'une ligne de transmission est alors donné par:

$$P = Z_0 \frac{\omega_0 \ell_{th}}{2} \left. \frac{d\beta(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (4.19)$$

Pour le guide NRD, en utilisant les équations 2.11, 2.12 et 2.28, il vient:

$$\frac{d\beta(\omega)}{d\omega} = \epsilon_r \frac{2(q_2^2 + \epsilon_r q_1^2) + bq_1(q_2^2 + \epsilon_r^2 q_1^2)}{2\epsilon_r(q_2^2 + q_1^2) + bq_1(q_2^2 + \epsilon_r^2 q_1^2)} \frac{\omega}{\beta(\omega)c^2} \quad (4.20)$$

avec $\epsilon_r = \epsilon_{r2}/\epsilon_{r1}$.

En reportant cette expression dans l'équation 4.19, le paramètre de pente réactif normalisé peut être obtenu et est donné par:

$$p = \frac{P}{Z_0} \quad (4.21)$$

$$= \frac{\pi}{2} \left(\frac{\sqrt{\epsilon_r} k_0}{\beta(\omega_0)} \right)^2 \frac{2(q_2^2(\omega_0) + \epsilon_r q_1^2(\omega_0)) + bq_1(\omega_0)(q_2^2(\omega_0) + \epsilon_r^2 q_1^2(\omega_0))}{2\epsilon_r(q_2^2(\omega_0) + q_1^2(\omega_0)) + bq_1(\omega_0)(q_2^2(\omega_0) + \epsilon_r^2 q_1^2(\omega_0))} \quad (4.22)$$

4.3.2.2 Procédure de conception

À partir des équations précédentes, la conception de filtres de type Butterworth ou Chebyshev en utilisant le guide NRD peut être faite. La procédure est résumée par l'organigramme de la figure 4.9. Les données entrées par l'utilisateur sont: le gabarit du filtre constitué de la fréquence centrale f_0 , la largeur de bande du filtre Δf en pourcentage, l'atténuation maximale dans la bande Att_1 et l'atténuation minimale au dehors de la bande Att_2 ; les dimensions géométriques du guide NRD à savoir sa hauteur a , sa largeur b et la constante diélectrique ϵ_r ; et enfin le type de topologie choisi en fixant si nécessaire la valeur de t . Les valeurs théoriques des inverseurs d'impédance K_k^{th} peuvent alors être calculées à l'aide des équations 4.13 à 4.15 sachant que r_e et r_s sont égales à l'unité. La valeur pratique de chaque inverseur d'impédance est alors calculée à partir des modèles équivalents par l'équation 4.12. Une procédure d'optimisation⁴ permet alors d'ajuster la distance d_k entre chaque résonateur pour obtenir la valeur K_k^{th} souhaitée. Ceci permet d'obtenir d'une part les distances entre les résonateurs et d'autre part, les phases ϕ_k résultantes des inverseurs d'impédances. Ces phases permettent alors de calculer

⁴DZBREN de la bibliothèque IMSL

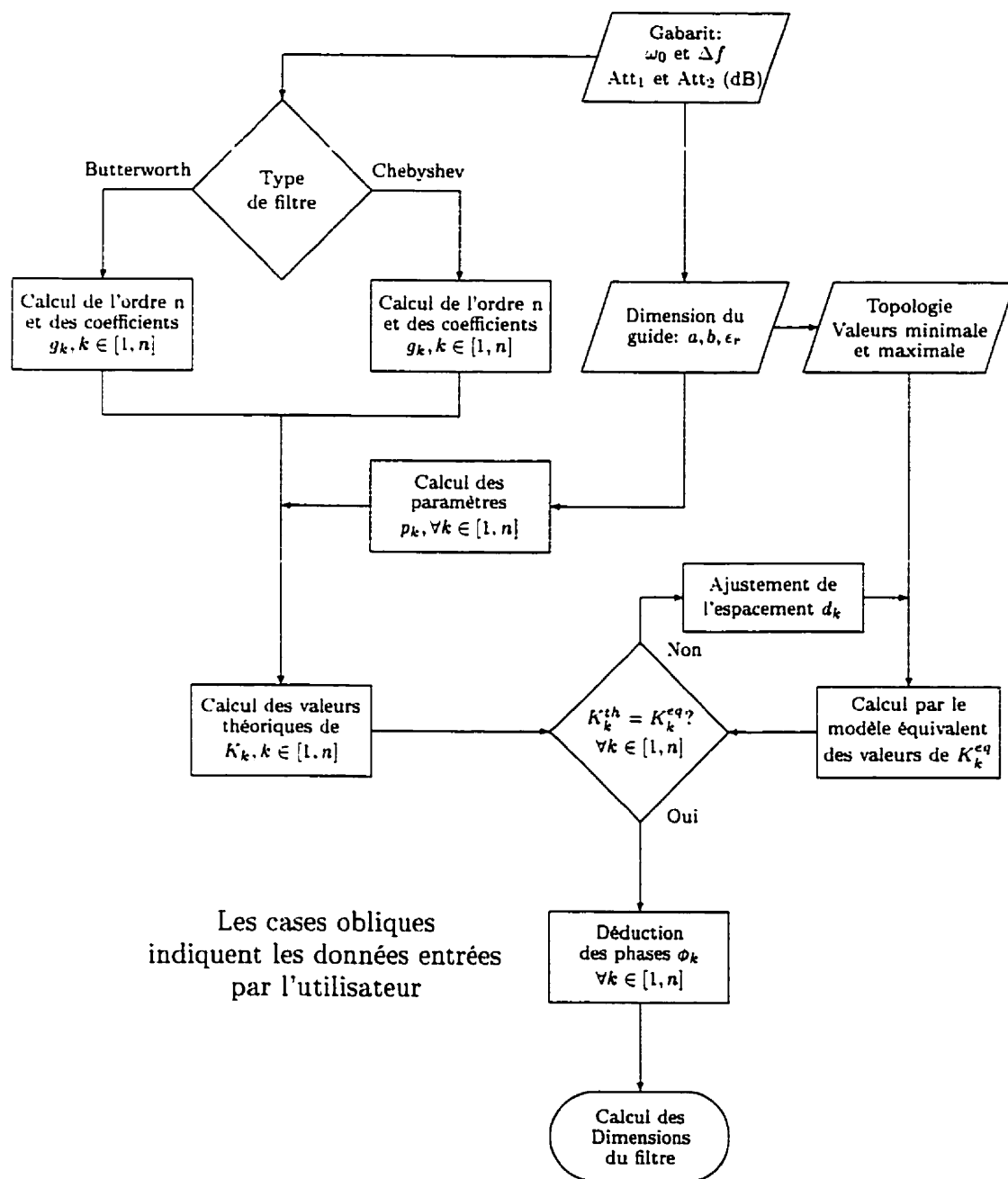


Figure 4.9: Organigramme du programme de conception

la longueur réelle ℓ_r de chaque résonateur par la formule suivante:

$$\ell_{r,k} = \frac{\lambda_0 + (\phi_{k-1,k} + \phi_{k,k+1})}{2} \quad (4.23)$$

Les dimensions des résonateurs $\ell_{r,k}$ et des distances entre ces résonateurs d_k , obtenues par la conception, permettent de simuler le filtre. Le résultat obtenu est convenable mais, dans tous les cas rencontrés, le gabarit n'était pas parfaitement respecté. Ceci peut s'expliquer d'une part par le fait que le guide est fortement dispersif et que la conception est faite seulement pour la pulsation centrale ω_o et, d'autre part, du fait de l'influence importante des modes d'ordre supérieure. De manière générale, le filtre est bien centré à la fréquence centrale choisie mais sa largeur de bande et les atténuations ne sont pas celles spécifiées par le gabarit. Une procédure d'optimisation est donc indispensable.

4.3.2.3 Optimisation

Deux types d'optimisation ont été envisagés: l'une dite *générale*, l'autre dite *itérative*.

- *optimisation générale*: l'optimisation est faite sur toute la largeur de bande considérée, que ce soit la bande passante ou la bande de réjection. La répartition des points en fréquence est soit linéaire, soit logarithmique, ce qui permet de concentrer l'optimisation sur les coins critiques du gabarit. La fonction d'erreur peut être choisie sur les paramètres de transmission et de réflexion ou seulement sur le paramètre de transmission, en valeur naturelle ou en decibel. Enfin, trois fonctions d'optimisation ont été utilisées⁵, la plus rapide étant celle utilisant les moindres carrés associée à un algorithme modifié de Levenberg-Marquardt.

⁵DBCLSF, DBCONF et DBCPOL de la bibliothèque IMSL

Le principal avantage d'une telle procédure d'optimisation tient dans le fait que pour l'ordre du filtre donné par la conception, l'utilisateur peut essayer d'optimiser le filtre avec des contraintes plus sévères que celles du gabarit. L'optimisation peut prendre du temps (plusieurs heures de temps CPU) puisque le nombre de variables, égal à $2n + 1$, où n est l'ordre du filtre, augmente avec l'ordre du filtre. De plus le résultat peut être décevant puisque l'optimisation peut tomber dans un minimum local.

- *optimisation itérative*: cette méthode permet de découper le travail d'optimisation en tâches distinctes dont les objectifs à atteindre sont bien déterminés et le nombre de variables restreint (Guglielmi, 1994). Chaque tâche correspond à l'optimisation d'un résonateur. Le but à atteindre est déterminé par la réponse en fréquence de ce résonateur obtenue grâce à la simulation du modèle équivalent théorique donné à la figure 4.8. Le nombre de variables sera de trois pour le premier résonateur, à savoir $d_1, \ell_{r,1}, d_2$, et de quatre pour le résonateur k , à savoir $\ell_{r,k-1}, d_k, \ell_{r,k}, d_{k+1}$. Dans ce dernier cas, la longueur $\ell_{r,k-1}$ du résonateur précédent et le couplage d_k entre les deux résonateurs sont à nouveau optimisés du fait de l'interaction entre les résonateurs, mais leur variation reste très faible.

Une telle procédure d'optimisation est très efficace et très rapide: d'une part parce que l'objectif à atteindre est très bien défini et, d'autre part parce que le nombre de variables est non seulement réduit, mais une partie d'entre elles sont déjà proches du résultat final. Il en résulte que le temps CPU d'une optimisation d'un filtre reste dans tous les cas raisonnable (inférieur à une heure pour l'ordre 7). En revanche, l'optimisation ne permet d'atteindre qu'au mieux le gabarit initialement donné, sans l'améliorer pour l'ordre du filtre donné par la conception. Cette restriction n'est toutefois pas

contraignante puisque, généralement, l'utilisateur donne comme spécification le gabarit du filtre qu'il souhaite concevoir.

4.3.3 Exemples

La figure 4.10 donne un exemple de conception et d'optimisation itérative d'un filtre, dont la fréquence centrale est 28 GHz et la largeur de bande 3%. Pour la bande passante, cette figure montre clairement que le résultat de la conception donne un filtre plus étroit que celui souhaité, principalement à cause du caractère dispersif du guide NRD, comme il a déjà été mentionné. L'optimisation itérative permet d'améliorer grandement cette largeur de bande, qui respecte alors le gabarit souhaité. Ceci se fait au détriment de la bande de réjection dont la détérioration est de 10dB environ. Outre cette détérioration, la partie supérieure de la bande de réjection semble présenter un effet de répétition, bien connu pour les circuits à composants distribués. Toutefois, il est à noter que cette répétition ne se fait pas à deux fois la fréquence centrale (c'est à dire ici à 56GHz). L'explication possible vient du fait que plus la fréquence augmente, plus le guide NRD se rapproche de la fréquence limite d'opération, pour laquelle les deux plaques métalliques ne jouent plus le rôle de coupure. L'influence de modes d'ordre supérieur qui apparaîtront à cette fréquence semble déjà perturber le comportement du filtre. Enfin, la partie inférieure de la bande de réjection est toujours bonne puisque la fréquence de coupure du mode fondamental garantit une bonne atténuation.

La figure 4.11 montre un exemple de mesure d'un filtre NRD autour de 37.6 GHz. Un bon accord entre la pratique et la simulation est observé. De plus, cette courbe montre le peu de pertes que présente le guide NRD. Pour obtenir ce résultat, une calibration TRL a été faite.

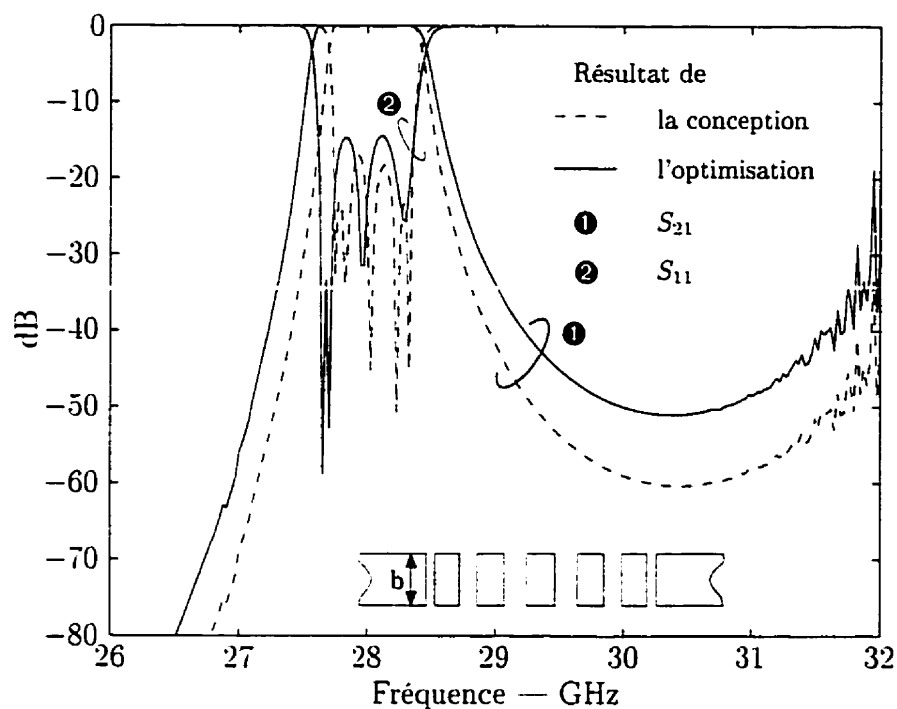


Figure 4.10: Réponses fréquentielles d'un filtre passe bande d'ordre 5 utilisant la topologie (a) de la figure 3.13, avant et après l'optimisation itérative

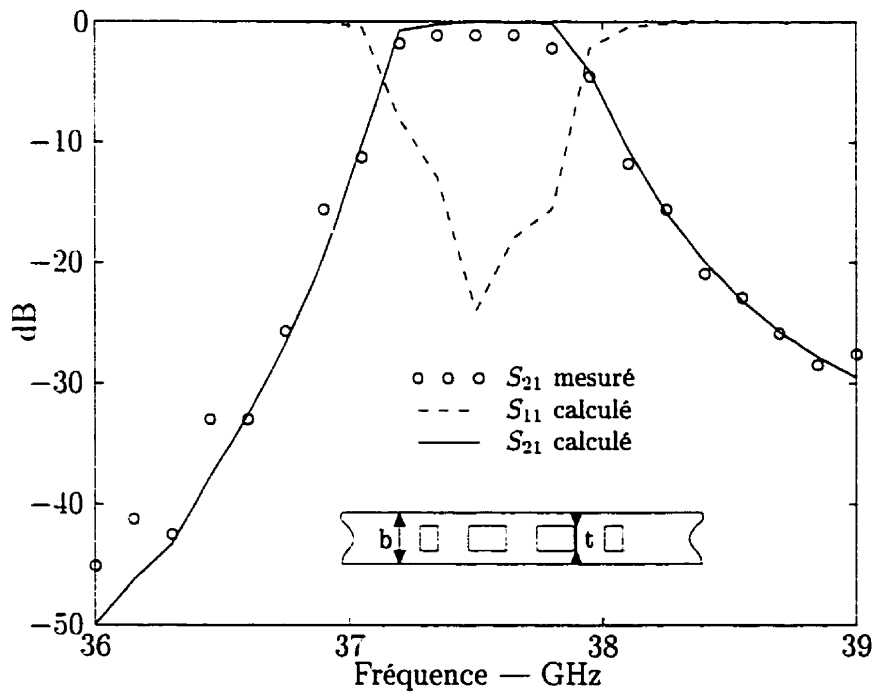


Figure 4.11: Réponse fréquentielle d'un filtre passe bande d'ordre 3 utilisant la topologie (c) de la figure 3.13, avec le guide n°3 défini par le tableau 4.1 et où $t = 3.81$ mm

4.4 Filtres avec zéros de transmission

Pour améliorer la bande de réjection, particulièrement dans la bande supérieure pour les filtres NRD, il est intéressant de placer un ou plusieurs *zéros de transmission*. Ainsi, en ces points, l'atténuation sera très forte, ce qui augmente le niveau moyen de réjection. Il est important de noter que cette propriété peut être obtenue avec des guides NRD en plaçant judicieusement deux résonateurs en parallèle (Huang et Wu, 1995). Ce type de double résonateur est donc *l'élément constitutif* d'un filtre NRD à zéros de transmission. La méthode de conception pour un tel filtre est basée sur la méthode de conception décrite au paragraphe 4.3.1. Après avoir déterminé une fonction d'atténuation convenable permettant l'introduction de pôles d'atténuation, un circuit électrique du filtre passe-bas prototype peut être déterminé. La conception du filtre passe bande repose sur l'optimisation itérative, puisque la conception directe du filtre passe-bas prototype est laborieuse, voire impossible.

4.4.1 Fonction d'atténuation

Les filtres de Cauer tels que présentés dans le tableau 4.2 peuvent être une solution pour placer ces zéros de transmission. Mais leur inconvénient majeur est leur présence par paires, placées de façon symétrique avec les zéros d'atténuation, comme le rappelle l'expression dans la dernière ligne du tableau 4.2, page 100, pour les filtres de Cauer.

Afin de pouvoir contrôler le nombre et la position des zéros de transmission, les fonctions de Zolotarev des filtres de Cauer sont remplacées par les fonctions de Chebyshev généralisées (Chambers et Rhodes, 1983; Macchiarella, 1995) s'exprimant par:

$$C_n(\Omega) = \cos \left[\left(n - \sum_1^L m_i \right) \cos^{-1} \Omega + \sum_1^L m_i \cos^{-1} \left(\frac{1 - \Omega \Omega_i}{\Omega - \Omega_i} \right) \right] \quad (4.24)$$

où L est le nombre total des zéros de transmission et m_i , le nombre de zéros placé à la pulsation Ω_i . Cette expression des fonctions de Chebyshev généralisées est à comparer avec l'expression des fonctions de Chebyshev classique donnée au paragraphe D.1 de l'annexe D.

La fonction d'atténuation du filtre pass-bas prototype est alors:

$$|A(j\Omega)|^2 = 1 + \epsilon^2 C_n^2(\Omega) = (1 + j\epsilon C_n(\Omega))(1 - j\epsilon C_n(\Omega)) \quad (4.25)$$

4.4.2 Synthèse du filtre passe-bas prototype

Afin d'obtenir un réseau électrique correspondant au filtre passe-bas prototype, la synthèse de la fonction d'atténuation peut se faire à partir des admittances paire y_e et impaire y_o , ce qui donnera un circuit électrique symétrique. Ces admittances peuvent être déterminées en utilisant le fait qu'elles sont reliées au coefficient de transmission par:

$$S_{21}(p)S_{21}(-p) = \left| \frac{y_e(p) - y_o(p)}{(1 + y_e(p))(1 + y_o(p))} \right|^2 \quad (4.26)$$

$$= \frac{1}{1 - D_n^2(p)} \quad (4.27)$$

où $p = j\Omega$ est la pulsation complexe normalisée et $D_n(p) = j\epsilon C_n(\Omega)$.

En développant cette équation, les propriétés 4.28 à 4.31 peuvent être établies (Rhodes et Alseyab, 1980):

$$\text{Numérateur de } (1 + D_n(p)) = \text{Numérateur de } [(1 - y_e)(1 + y_o)] \quad (4.28)$$

$$\text{Zéros de } (1 + D_n(p)) = \text{Zéros de } [(1 + y_o)] \quad (4.29)$$

$$\text{Numérateur de } (1 - D_n(p)) = \text{Numérateur de } [(1 + y_e)(1 - y_o)] \quad (4.30)$$

$$\text{Zéros de } (1 - D_n(p)) = \text{Zéros de } [(1 + y_e)] \quad (4.31)$$

Le numérateur de $1 + y_e$ (respectivement $1 + y_o$) est donc obtenu en multipliant entre eux tous les zéros à partie réelle négative⁶ de la fonction $1 - D_n(p)$ (respectivement $1 + D_n(p)$). Le numérateur de $1 + y_e$ (respectivement $1 + y_o$) est alors un polynôme de Hurwitz⁷, noté $P_e(p)$ (respectivement $P_o(p)$). Pour le cas pair, ce polynôme peut s'écrire sous la forme:

$$P_e(p) = E_{e1}(p) + O_{e1}(p) + j(E_{e2}(p) + O_{e2}(p)) \quad (4.32)$$

où E_{ei} , $i = 1, 2$ sont des polynômes pairs et O_{ei} , $i = 1, 2$ sont des polynômes impairs. Ainsi, l'expression de l'admittance pair est (Chambers et Rhodes, 1983; Rhodes, 1970):

$$y_e(p) = \begin{cases} \frac{E_{e1}(p) + jO_{e2}(p)}{O_{e1}(p) + jE_{e2}(p)} & \text{si } \deg(P) \text{ est pair} \\ \frac{O_{e1}(p) + jE_{e2}(p)}{E_{e1}(p) + jO_{e2}(p)} & \text{si } \deg(P) \text{ est impair} \end{cases} \quad (4.33)$$

Pour le cas impair, un développement semblable peut être fait et l'expression de l'admittance impaire y_o peut être déduite de l'équation 4.33 en remplaçant l'indice e par l'indice o .

La méthode précédemment décrite permet ainsi de déterminer les admittances paire y_e et impaire y_o . D'après les propriétés 4.29 et 4.31, il est donc nécessaire de rechercher tous les zéros des fonctions $1 + j\epsilon C_n(\Omega)$ et $1 - j\epsilon C_n(\Omega)$ et de les multiplier par le complexe j pour obtenir ceux des fonctions $1 + D_n(p)$ et $1 - D_n(p)$. Cependant, la recherche de tous ces zéros est un problème très complexe, vu l'expression de la fonction de Chebyshev généralisée définie par l'équation 4.24. Pour contourner ce problème, il est nécessaire de trouver un polynôme rationnel de la variable Ω , de

⁶Seuls les zéros à partie réelle négative sont retenus pour garantir la stabilité de la fonction de transfert dans le domaine du temps

⁷Par définition, les polynômes de Hurwitz sont les polynômes dont toutes les racines sont à partie réelle négative.

degré n et à coefficients réels équivalent à la fonction de Chebyshev généralisée. En introduisant les polynômes $Q(\Omega)$ et $R(\Omega)$, il est possible d'écrire:

$$\epsilon C_n(\Omega) = \frac{Q(\Omega)}{R(\Omega)} \quad (4.34)$$

Une méthode itérative simple et très efficace permet de déterminer les polynômes $R(\Omega)$ et $Q(\Omega)$ (Cameron, 1982a). Les zéros des fonctions $1 + j\epsilon C_n(\Omega)$ et $1 - j\epsilon C_n(\Omega)$ sont alors déterminées en recherchant les zéros des polynômes⁸ $R(\Omega) + jQ(\Omega)$ et $R(\Omega) - jQ(\Omega)$.

À partir de l'expression des admittances paire et impaire, la synthèse se fait en combinant judicieusement les méthodes classiques énumérées ci-dessous (Chambers et Rhodes, 1983):

- extraction des pôles à l'infini donnant les valeurs des capacités normalisées
- division de polynômes du même ordre donnant les valeurs des suceptances invariables en fréquence
- extraction de pôles à la pulsation $p_i = j\Omega_i$ donnant un circuit capacité - suceptance invariable en fréquence en parrallèle

De plus, pour garder une représentation des résonateurs en parallèle, des inverseurs d'impédance unitaires sont utilisés. Le circuit du filtre passe-bas prototype est alors entièrement déterminé et est constitué de capacités, de suceptances invariables en fréquence et d'inverseurs d'impédance. La figure 4.12 représente de façon générique ce circuit.

Pour poursuivre la conception, il faudrait trouver un modèle équivalent de l'élément constitutif permettant de faire le lien entre le circuit électrique du filtre passe-bas prototype et les dimensions du filtre NRD. Pour éviter cette difficulté,

⁸La fonction *roots* de MATLAB[®] est utilisé pour la recherche de zéros de polynomes.

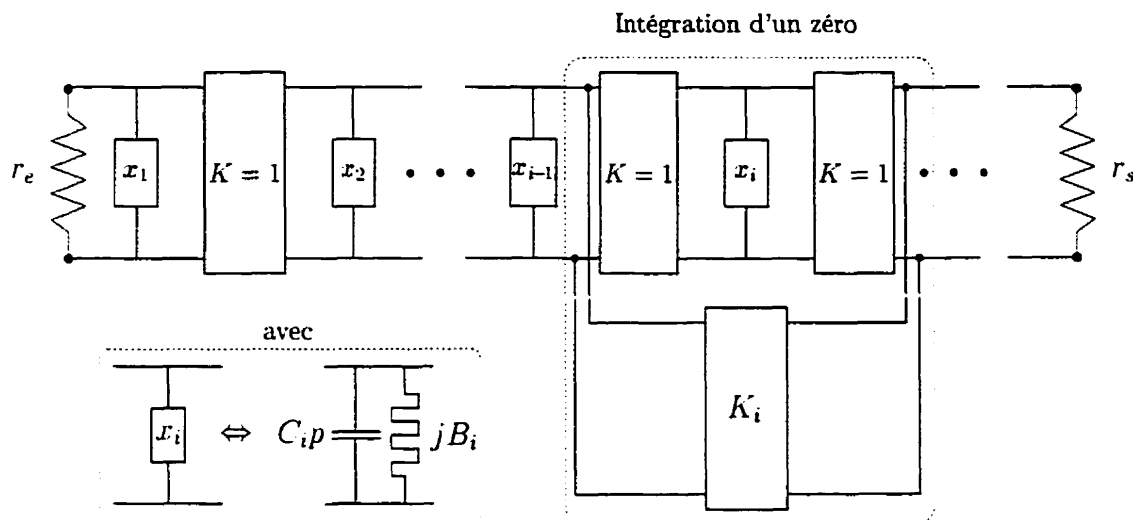


Figure 4.12: Circuit du filtre passe-bas prototype pour les filtres à zéros de transmission avec $r_e = r_s = 1$

il est judicieusement remarqué que l'optimisation itérative convient parfaitement à la conception de ce filtre. Effectivement, du circuit électrique du filtre passe-bas prototype, les résonateurs peuvent être identifiées et leur réponse théorique en fréquence peut être simulée. Ce résultat correspond alors à l'objectif à atteindre pour le résonateur réel en guide NRD. Ainsi un filtre à zéros de transmission peut être conçu.

Pour expliciter et clarifier chaque étape du processus de conception qui vient d'être présenté, un exemple est maintenant traité en détail.

4.4.3 Exemple canonique

Le filtre à concevoir est un filtre centré à $f_0 = 28$ GHz, ayant 2% de largeur de bande, une atténuation de 0.1 dB dans la bande passante et présentant une réjection de -70 dB à 31 GHz.

Les fréquences limites de la bande passante sont alors $f_1 = 27.72$ GHz et $f_2 = 28.28$ GHz. Pour garantir la réjection, un zéro de transmission est placé à la

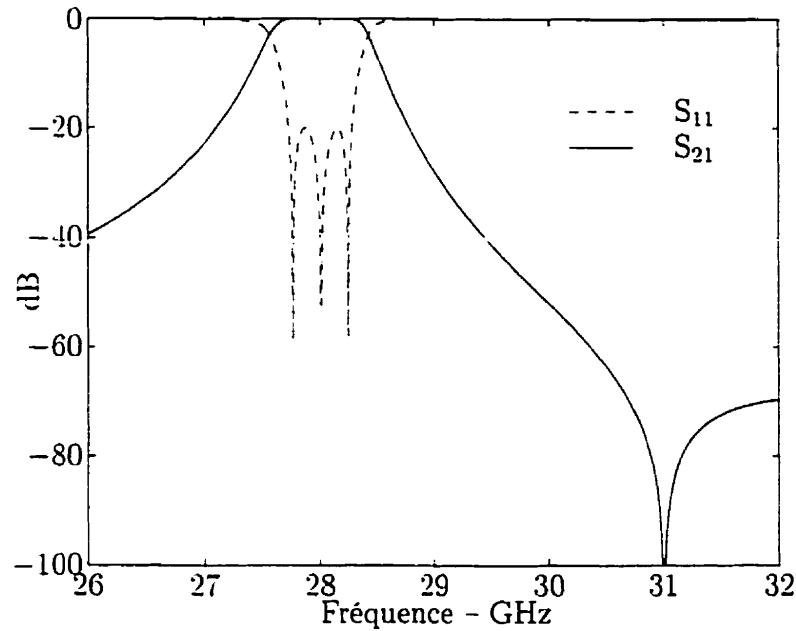


Figure 4.13: Réponse théorique d'un filtre centrée à 28 GHz, avec 2% de largeur de bande et possédant un zéro de transmission à 31 GHz

fréquence de 31 GHz. Enfin, il apparaîst qu'un filtre d'ordre trois est suffisant pour vérifier un tel gabarit. La fonction de Chebyshev généralisée peut alors s'exprimer par:

$$C_3(\Omega) = \cos \left[2 \cos^{-1} \Omega + \cos^{-1} \left(\frac{1 - \Omega \Omega_{31}}{\Omega - \Omega_{31}} \right) \right] \quad (4.35)$$

avec la transformation en fréquence classique pour les filtres passe-bande:

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_2 - \omega_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (4.36)$$

et $\omega_0 = 2\pi f_0$.

La réponse fréquentielle théorique d'un tel filtre est alors donnée à la figure 4.13.

Tableau 4.3: Zéros des polynômes $R(\Omega) + jQ(\Omega)$ et $R(\Omega) - jQ(\Omega)$

	Partie réelle	Partie imaginaire	Zéro de:
1	-0.53468552669673	1.31972976515956	$R(\Omega) + jQ(\Omega)$
2	-1.17172002981835	0.07777610240008	$R(\Omega) - jQ(\Omega)$
3	-0.63703450312162	-1.34836968446921	$R(\Omega) + jQ(\Omega)$
4	0.53468552669673	1.31972976515956	$R(\Omega) - jQ(\Omega)$
5	1.17172002981835	0.07777610240008	$R(\Omega) + jQ(\Omega)$
6	0.63703450312162	-1.34836968446921	$R(\Omega) - jQ(\Omega)$

Les polynômes $Q(\Omega)$ et $R(\Omega)$ sont alors:

$$Q(\Omega) = 0.40105\Omega^3 - 0.01971\Omega^2 - 0.30054\Omega + 0.00985 \quad (4.37)$$

$$R(\Omega) = -0.09804\Omega + 1.00000 \quad (4.38)$$

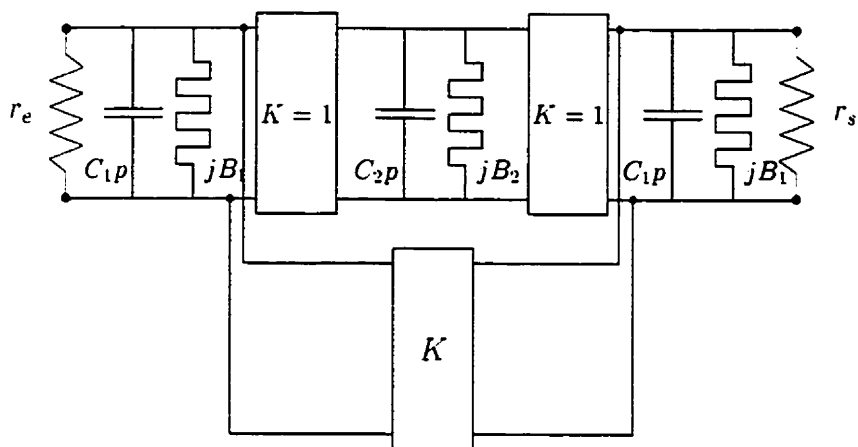
À partir de ces polynômes, les zéros de $R(\Omega) + jQ(\Omega)$ et $R(\Omega) - jQ(\Omega)$ sont calculés et sont multipliés par le complexe j pour obtenir les zéros des fonctions $1 + jD_n(\Omega)$ et $1 - jD_n(\Omega)$. Le tableau 4.3 donne les valeurs de ces zéros numérotées de 1 à 6 et classées d'une part, selon le signe de leur partie réelle et d'autre part, selon l'ordre décroissant de leur partie imaginaire.

Les admittances paire et impaire sont obtenues en suivant la procédure décrite au paragraphe 4.4.2 précédent. Le résultat est alors:

$$y_e = \frac{p^2 + j0.02864p + 2.12010}{1.17172p - j0.11976} \quad (4.39)$$

$$y_o = \frac{p - j0.07778}{1.17172} \quad (4.40)$$

Puisque l'ordre du filtre est 3 et afin de conserver la symétrie dans la topologie du filtre, le zéro de transmission sera placé au centre du filtre. Le filtre passe-bas prototype correspondant est alors représenté à la figure 4.14(a). Les circuits équivalent des deux admittances en sont alors déduits et sont représentés aux



(a) Filtre passe-bas prototype d'ordre 3

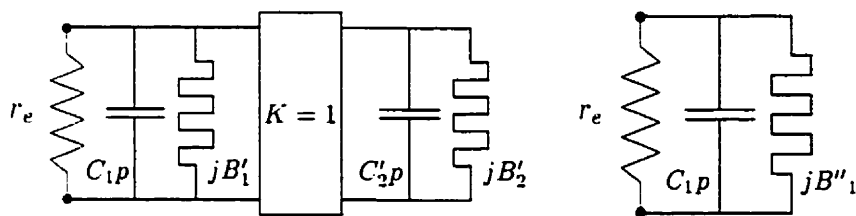
(b) y_e (c) y_o

Figure 4.14: Circuits équivalents du filtre à zéro de transmission — (a) filtre passe-bas prototype — (b) circuit équivalent pour l'admittance paire — (c) circuit équivalent pour l'admittance impaire

figures 4.14(b) et 4.14(c). Leurs composants peuvent s'exprimer en fonction des composants du circuit du filtre pass-bas prototype de la manière suivante. D'une part l'admittance paire est obtenue en plaçant un circuit ouvert au centre du filtre passe-bas prototype. En écrivant l'inverseur d'impédance sous la forme:

$$\begin{pmatrix} 0 & jK \\ j/K & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & jK \\ j/K & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & jK \\ j/K & 1 \end{pmatrix} \quad (4.41)$$

il vient:

$$B'_1 = B_1 - K \quad (4.42)$$

et d'autre part C'_2 et B'_2 s'expriment par:

$$C'_2 = \frac{C_2}{2} \quad (4.43)$$

$$B'_2 = \frac{B_2}{2} \quad (4.44)$$

D'autre part, l'admittance impaire est obtenue en plaçant un court circuit au centre du filtre passe-bas prototype. En utilisant l'équation 4.41, il vient:

$$B''_1 = B_1 + K \quad (4.45)$$

Des équations 4.42 et 4.45, les valeurs des paramètres B_1 et K sont déduits et sont égales à:

$$B_1 = \frac{B'_1 + B''_1}{2} \quad (4.46)$$

$$K = \frac{B''_1 - B'_1}{2} \quad (4.47)$$

Enfin, la synthèse des admittances paire et impaire est faite en utilisant les méthodes décrites au paragraphe 4.4.2 précédent conduisant à leur décomposition en fraction élémentaire. Les valeurs des composants sont alors calculées. Pour le cas de l'admittance paire, il vient:

$$y_e = 0.85344p + \frac{j0.13084p + 2.12009}{1.17172p - j0.11976} = C_1p + y'_e \quad (4.48)$$

et la capacité C_1 est obtenue par extraction du pole à l'infini, soit:

$$C_1 = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{y_e}{p} = 0.85344 \quad (4.49)$$

La suceptance invariable en fréquence B'_1 est obtenue par division des polynomes du même ordre constituant l'admittance y'_e définie par l'équation 4.48. Il vient:

$$y'_e = j0.11672 + \frac{1}{0.55618p - j0.05685} = jB'_1 + \frac{1}{y''_e} \quad (4.50)$$

Enfin, l'admittance y''_e définie par l'équation 4.50 est représentée après avoir introduit un inverseur d'impédance unitaire, conduisant à la détermination des valeurs de la capacité C'_2 et de la suceptance invariable en fréquence B'_2 .

Pour le cas de l'admittance impaire, une technique analogue peut être utilisée. Toutefois, étant donné l'ordre peu élevé du filtre, il vient directement:

$$y_o = 0.85344p - j0.06638 = C_1p + jB''_1 \quad (4.51)$$

Tous les composants du filtre passe-bas prototype sont alors déterminés en utilisant les équations 4.46 et 4.47. Le tableau 4.4 donne les valeurs normalisées de tous les composants des circuits représentés à la figure 4.14.

Tableau 4.4: Valeurs normalisées des composants des circuits équivalents représentés à la figure 4.14

y_e		y_o		Filtre passe-bas prototype	
C_1	0.85344	C_1	0.85344	C_1	0.85344
B'_1	0.11672	B''_1	-0.06638	B_1	0.02265
C'_2	0.55618			C_2	1.11236
B'_2	-0.05685			B_2	-0.11369
				K	-0.08902

4.4.4 Conception du filtre passe-bande

La conception du filtre passe bande avec zéros de transmission se fait à l'aide de l'optimisation itérative présentée au paragraphe 4.3.2.3. Effectivement, à partir du circuit équivalent de la figure 4.14(a) et en utilisant les valeurs des composants données dans le tableau 4.4, il est possible de simuler la réponse fréquentielle théorique résonateur par résonateur. Cette réponse fréquentielle devient le but à atteindre pour la simulation d'un résonateur diélectrique en utilisant le programme développé. Pour chaque résonateur permettant l'intégration d'un zéro de transmission, un élément constitutif est utilisé à la place du simple résonateur. L'avantage principal de ce type d'optimisation est le fait d'avoir un nombre réduit de variables et un objectif à atteindre bien déterminé. Le gain en temps de calcul est alors appréciable.

Le résultat obtenu pour le filtre étudié au paragraphe 4.4.3 est représenté à la figure 4.15. Sur cette même figure, la réponse fréquentielle d'un filtre de Chebyshev d'ordre trois centré à 28.4 GHz, ayant la même largeur de bande de 2% et optimisé par la méthode itérative décrite au paragraphe 4.3.2.3, est également représentée.

Plusieurs remarques sont à faire. D'une part, le zéro de transmission est bien placé à la fréquence souhaitée de 31 GHz et l'atténuation de -70 dB est bien respectée. Par conséquent l'amélioration de la partie supérieure de la bande de réjection est très grande. Par rapport au filtre de Chebyshev de même ordre,

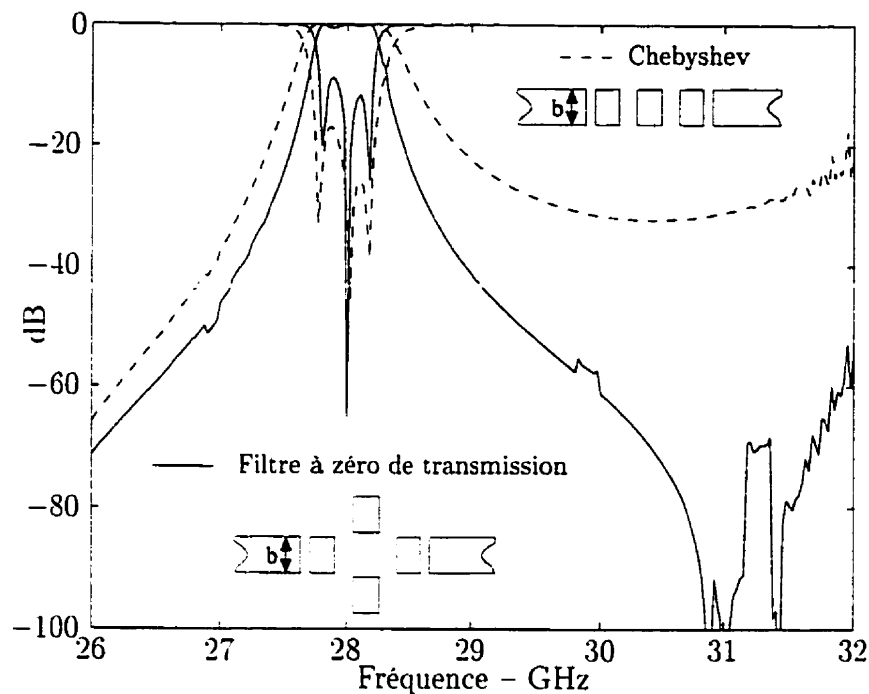


Figure 4.15: Réponse en fréquence de deux filtres d'ordre trois utilisant des topologies différentes

l'atténuation est de 40 dB supérieure entre 30 et 32 GHz. D'autre part, le fait d'avoir placé un zéro de transmission à 31 GHz diminue aussi l'effet de répétition rencontré au paragraphe 4.3.3. Cependant, l'amélioration de la bande de réjection se fait au détriment de la bande passante qui est d'une part moins large (bien que centrée à 28 GHz) et dont l'oscillation est, d'autre part, plus élevée que la spécification de 0.1 dB. Toutefois, il est à noter que l'ordre du filtre est très faible et que la bande passante pourra être améliorée en augmentant cet ordre, tout en conservant l'avantage de la forte atténuation dans la bande de réjection.

4.5 Conclusion

La conception des filtres passe-bandes d'amplitude en guide NRD a été étudiée en détail. Partant de l'approche classique Butterworth-Chebyshev, un modèle équivalent pour des discontinuités uniaxiales a été développé afin d'introduire des inverseurs d'impédance pour la conception des filtres. Cette conception est

complétée par un algorithme d'optimisation employant une méthode itérative permettant un gain substantiel en temps de calcul pour un résultat performant. Afin d'améliorer la partie supérieure de la bande de réjection, qui présente un effet de répétition, un nouveau type de filtre a été introduit permettant de placer un ou plusieurs zéros de transmission. La méthode de conception de tels filtres a été exposée en détail. Les résultats obtenus sont très performants.

Pour conclure sur les filtres, il faut rappeler ici l'étude faite au chapitre 3 sur la longueur des filtres en fonction du type de couplage. Les filtres à zéros de transmission sont d'une longueur équivalente à ceux ayant un couplage par gap d'air. Comme ces filtres, ils présentent également un problème d'alignement des résonateurs. En revanche, leur réponse fréquentielle est grandement améliorée. Enfin, il est à souligné que l'expérience de l'utilisateur dans la conception de filtre est importante, lui permettant entre autre de choisir la topologie la mieux adaptée pour le filtre à réaliser.

CHAPITRE 5

MULTI-PORTES

5.1 Introduction

Toutes les structures analysées dans les chapitres précédents présentaient la propriété d'être uniaxiales, c'est-à-dire que les structures ne comportaient que deux portes, situées l'une en face de l'autre dans des plans parallèles. Or, si ce type de topologie convient pour des filtres par exemple, d'autres composants, comme des diviseurs de puissance, présentent plusieurs portes situées dans des plans différents.

Ce chapitre est donc consacré au développement d'un logiciel qui permet l'analyse de structures comportant de deux à quatre portes, dans des plans distincts. La méthode utilisée est dite indirecte car le calcul porte sur la matrice admittance généralisée qui, une fois obtenue, permet de calculer la matrice de diffraction généralisée du multi-portes. Elle repose sur le calcul de chaque coefficient de la matrice admittance à partir des courants induits, par une excitation connue, sur les murs électriques fermant les portes autres que la porte d'excitation. Ces courants induits sont calculés à partir du champ magnétique présent sur ces murs électriques, ce champ étant lui-même déterminé en utilisant le logiciel développé pour calculer les matrices de diffraction généralisées pour tout types de discontinuités. Cette méthode appliquée au guide NRD est présentée succinctement¹ sous forme d'un article² *Full-Wave Modal Analysis of Generalized NRD Guide T-Junction*³ accepté pour publication à la revue MGWL. Après avoir comparé les résultats obtenus avec ceux du logiciel HFSS, l'étude d'un diviseur de

¹Une présentation complète de la méthode est développée au § C.2 de l'annexe C, page 210

²Les auteurs sont: Francois Boone et Ke Wu, Senior Member, IEEE

³This work was financially sponsored by the Natural Sciences and Engineering Research Council (NSERC) of Canada.

puissance constitué d'une jonction en T et de deux coudes à 90 degrés est faite. Couplé à deux filtres judicieusement conçu, un diplexeur pour des applications LMCS est développé et les résultats sont prometteurs.

5.2 Full-Wave Modal Analysis of NRD Guide T-Junction

5.2.1 Abstract

A full-wave analysis is made for a NRD guide T-junction. It is developed on the basis of a mode-matching scheme combined with a cascading procedure that allows formulating generalized admittance and generalized scattering matrices. Results obtained by this technique are compared with HFSS results and they are found in an excellent agreement. Our calculations indicate a strong coupling that may take place between LSE and LSM modes among ports of the junction.

Indexing Terms: NRD guide, T-junction, Mode-Matching Method. Generalized Scattering Matrix.

5.2.2 Introduction

Millimeter-wave technology holds the key for future broadband systems. It consists of planar and/or non-planar building blocks including various waveguides. The non-radiative dielectric (NRD) guide (Yoneyama et Nishida, 1981) has been recognized as the one of the most attractive structures due to its unmatched properties such as radiationless and low-loss transmission as well as potentially low cost. Recently, a hybrid integration technology has been proposed and it offers the possibility of combining advantages of planar circuit and NRD-guide platforms, and at the same time overcoming their drawbacks (Wu et Han, 1997; Wu, 1998) . To date, design aspects and modeling results have well been documented for planar circuits. However, limited modeling work has been reported for basic

NRD structures such as T-junction, which are critical in the design of NRD-related circuits and devices.

In this work, a NRD T-junction is studied by a mode-matching approach coupled with a cascading procedure. This scheme allows the formulation of a generalized S-matrix derived from a generalized admittance matrix, thereby leading to a very accurate and efficient algorithm. Since our analysis technique for NRD-guide T-junction is not necessarily restricted to its standard geometrical form, a much more complicated shape of T-junction can be considered that leads to a more generalized T-junction.

5.2.3 Theory

A generalized three-port NRD-guide junction is represented in figure 5.1. The cross-section of each NRD port is defined with height a and width b . The white square region defined by a coordinate (v, y, u) may be in the form of any NRD circuit. Then, electromagnetic fields can be expressed for each port as:

$$\vec{E} = \sum_{n=1}^N v_n(z) \vec{e}_{nt} + \sum_{n=1}^N i_n(z) e_{nz} \vec{z} \quad (5.1)$$

$$\vec{H} = \sum_{n=1}^N i_n(z) \vec{h}_{nt} + \sum_{n=1}^N v_n(z) h_{nz} \vec{z} \quad (5.2)$$

where $\vec{e}_n$ and $\vec{h}_n$ are the normalized modal fields of LSE or LSM mode. In this way, equivalent modal voltage $v_n(z)$ and equivalent modal current $i_n(z)$ can be given in terms of incident and reflected waves (Collin, 1991) .

$$v_n(z) = a_n e^{-\gamma z} + b_n e^{\gamma z} \quad (5.3)$$

$$i_n(z) = a_n e^{-\gamma z} - b_n e^{\gamma z} \quad (5.4)$$

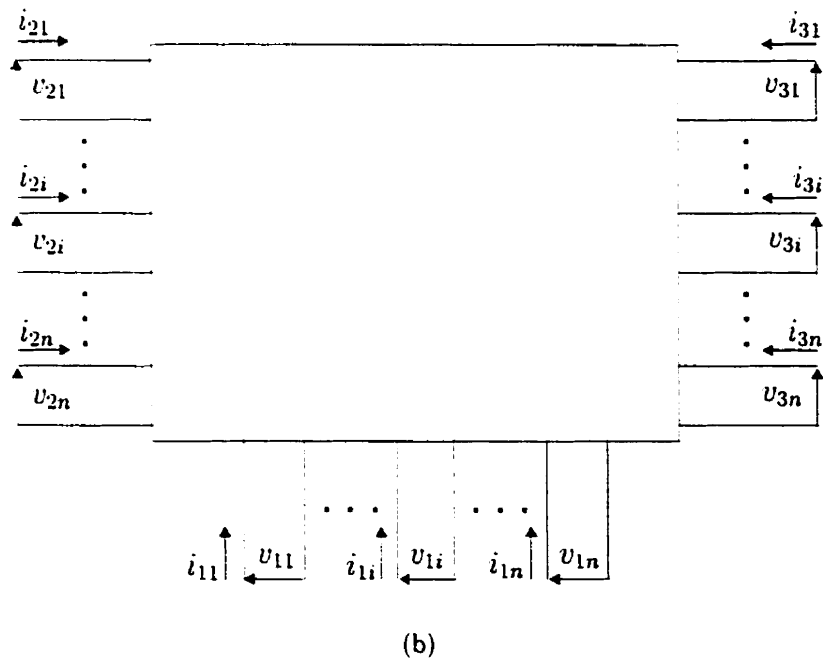
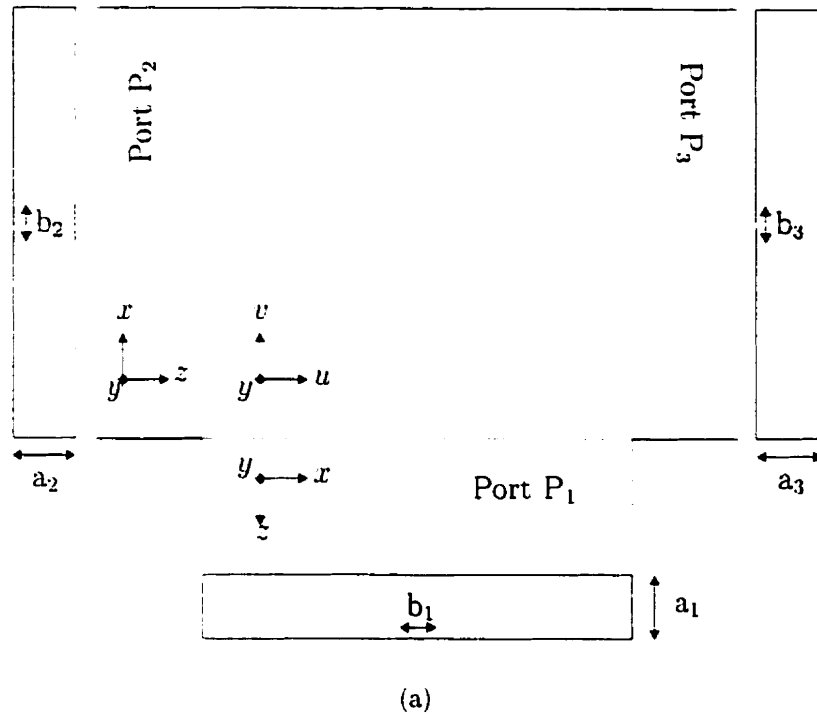


Figure 5.1: Generalized three-port NRD junction – (a) Top and cross-sectional views for each port – (b) Its equivalent circuit.

Since LSE and LSM modes are mutually orthogonal in power, the following relation should be verified:

$$\int_S (\vec{e}_m \wedge \vec{h}_n^*) \cdot \vec{z} dS = \lambda_n \delta_{mn} \quad (5.5)$$

and the equivalent modal current at port s is simply given by:

$$i_{s,n}(z) = \frac{1}{\lambda_n^*} \int_S (\vec{e}_{s,n}^* \wedge \vec{H}) \cdot \vec{z} dS \quad (5.6)$$

An equivalent circuit can be deduced and it is represented in figure 5.2.3 (Sharp, 1967) . The admittance matrix is then defined by:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

where i_s and v_s are vectors of order n_s , Y_{sr} is a $(n_s \times n_r)$ matrix and $(s, r) \in \{1, 2, 3\}$. If all ports are short-circuited except port r by electric wall, all the equivalent modal voltages $v_{s,n}(z)$ are equal to zero except $v_{r,n}(z)$. Thus the sub-matrix admittance Y_{sr}^* is defined by:

$$[i_s] = Y_{sr}^* [v_r] \quad (5.8)$$

Following a procedure similar to that in (Wang et Zaki, 1996) , each sub-matrix admittance Y_{sr}^* can be calculated by using a mode matching technique combined with equation 5.6 as the definition of equivalent modal current where H is the total magnetic field on the electric wall at port s excited by port r . So a generalized S matrix is derived from its corresponding Y matrix through:

$$S = (Id + Y)^{-1}(Id - Y) \quad (5.9)$$

where Id is the identity matrix.

5.3 Numerical Results

The developed algorithm is used to analyze a T-junction defined by $a_1 = a_2 = a_3 = 5$ mm, $b_1 = 3.75$ mm, $b_2 = b_3 = 3.556$ mm, $\epsilon_r = 2.56$ and $\ell = 2$ mm, where ℓ is the length of the open-end stub. Moreover, in our modeling, the transverse section of each port is terminated by metallic walls that are placed at 10 mm from the center of dielectric part. This length is found large enough to avoid field interference in 26 to 30 GHz frequency band. Under such a geometrical condition, two fundamental guided modes are present at each port, that is LSE_{10} mode and the LSM_{10} mode. Usually, the LSM fundamental mode is preferred in the design with its lowest loss properties (Yoneyama, 1984). Nevertheless, the LSE_{10} mode is known to have its cut-off frequency lower than its LSM counterpart, suggesting that modal coupling and power transfer between them may be inevitable in a discontinuity region such as T-junction. In our studies, modes numbered 1, 3 and 5 are LSE_{10} modes, and modes numbered 2, 4 and 6 are LSM_{10} ones.

Now, the first step is to check the convergence characteristics of this method with respect to the number of mode used in the algorithm. Since the structure is lossless, the following power error matrix can be defined:

$$E = Id - |SS^*| \quad (5.10)$$

from which the average, maximum and minimum power errors are easily extracted. In this way, error-bar plots may be performed and numerical results for a typical example is shown in figure 5.2.

A large number of multi-port structures were studied, and it is found that 30 modes are a good tradeoff in view of the computational accuracy and efficiency. Note that this developed algorithm is much faster and more efficient for our modeling problems than its discretization-based counterparts such as the finite element method as used in the commercial package HFSS.

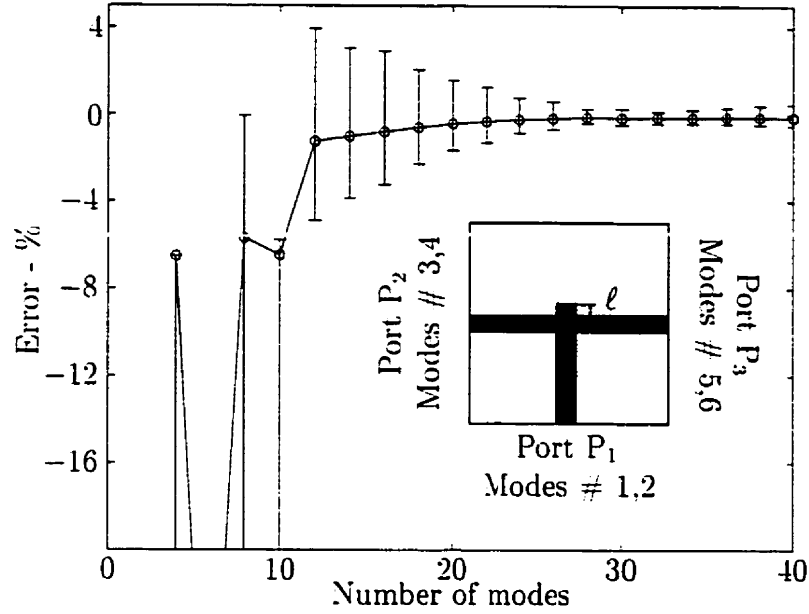


Figure 5.2: Typical convergence behavior of a NRD T-junction at $f = 28$ GHz.

Results from this algorithm and HFSS are plotted together in figure 5.3, showing a very good agreement between the two different approaches. The symmetry of structure is respected and therefore the following results have been established:

$$|S_{42}| = |S_{62}| \quad (5.11)$$

$$|S_{32}| = |S_{52}| \quad (5.12)$$

$$|S_{41}| = |S_{61}| \quad (5.13)$$

$$|S_{61}| = |S_{51}| \quad (5.14)$$

This example indicates that there is a strong coupling between LSE-3 mode (respectively LSM-4 mode) at port P_2 and LSM-2 mode (respectively LSE-1 mode) at port P_1 . It can be expected that a complete mode transfer is realizable from LSE to LSM from port P_2 and P_3 to port P_1 if the T-junction geometry is adequately designed.

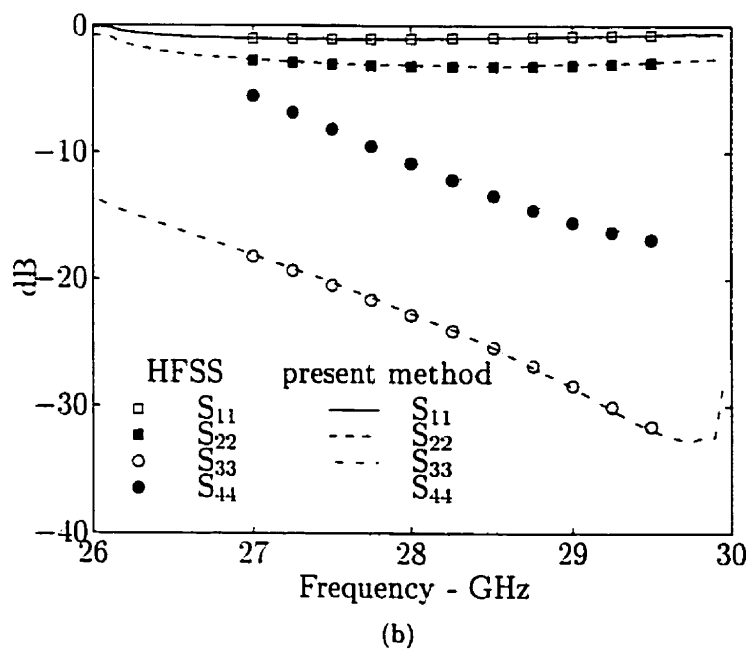
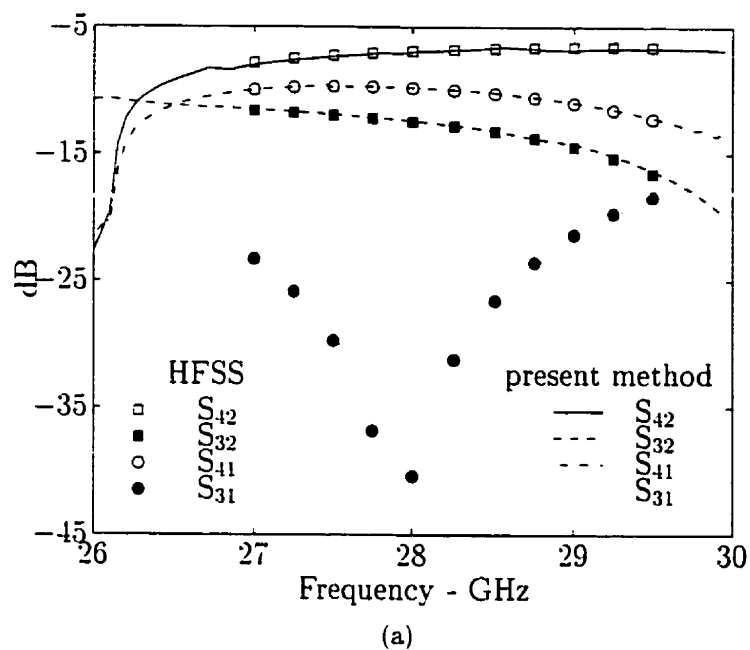


Figure 5.3: Calculated S-parameters with the present algorithm and HFSS package for a NRD T-junction — (a) Transmission characteristics from port 1 to port 2 — (b) Reflection characteristics at ports 1 and 2.

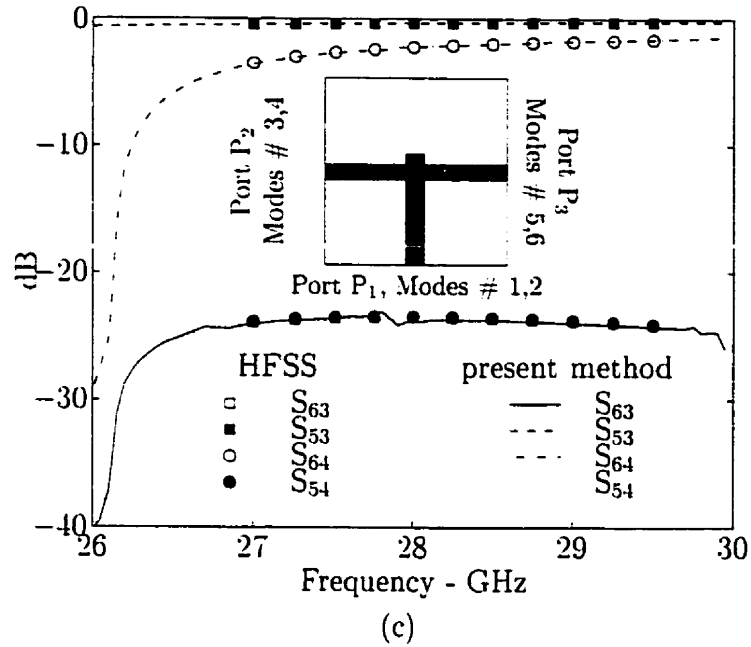


Figure 5.3: (*Cont'd*) Calculated S -parameters with the present algorithm and HFSS package for a NRD T-junction. — (c) Transmission characteristics from port 2 to port 3.

5.3.1 Conclusion

A full-wave algorithm is developed for modeling the generalized NRD T-junction. It is based on a mode-matching method combined with a cascading procedure. Our results are well compared with HFSS results, also showing a strong coupling between LSE and LSM modes in the junction⁴.

5.3.2 Résultats complémentaires

Pour terminer la comparaison des résultats avec le logiciel HFSS, la figure 5.4 représente les phases des paramètres S pour la jonction en T définie au paragraphe 5.3.

⁴ACKNOWLEDGMENT: The authors are grateful to Y. Cassivy and D. Deslandes for having a fruitful discussion and also for providing the HFSS results.

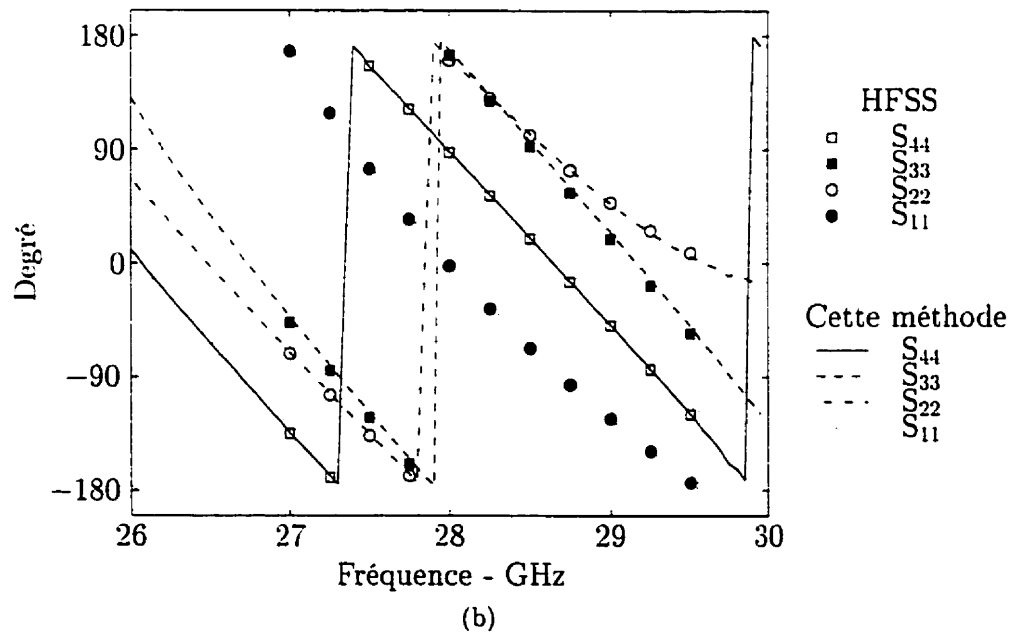
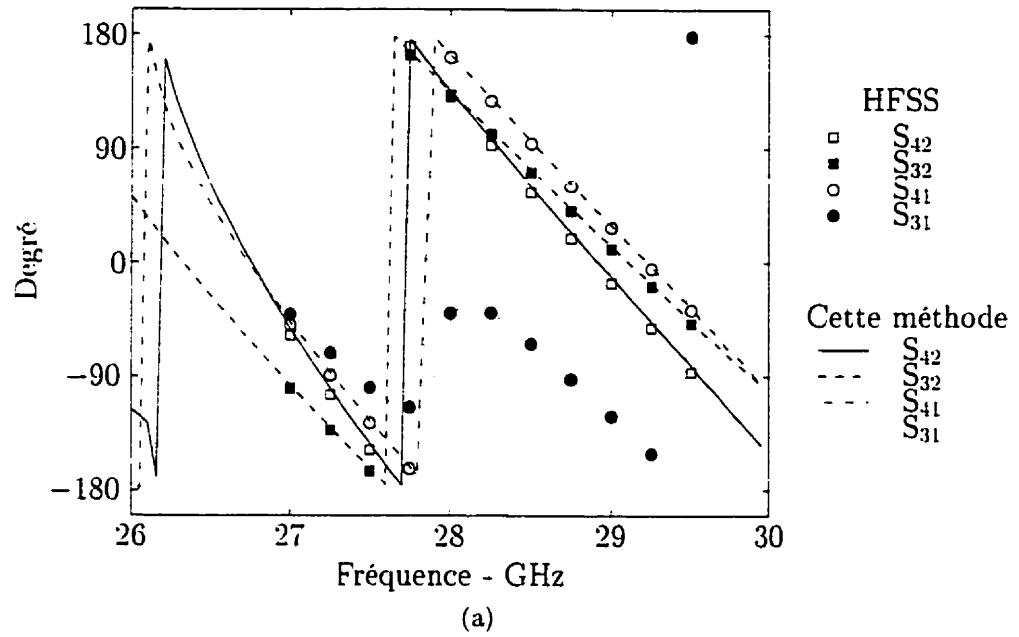


Figure 5.4: Phases des paramètres S calculés par la présente méthode et par HFSS pour une jonction en T. — (a) pour les coefficients de transmission de la porte 1 à la porte 2. — (b) pour les coefficients de réflexion à la porte 1 et à la porte 2.

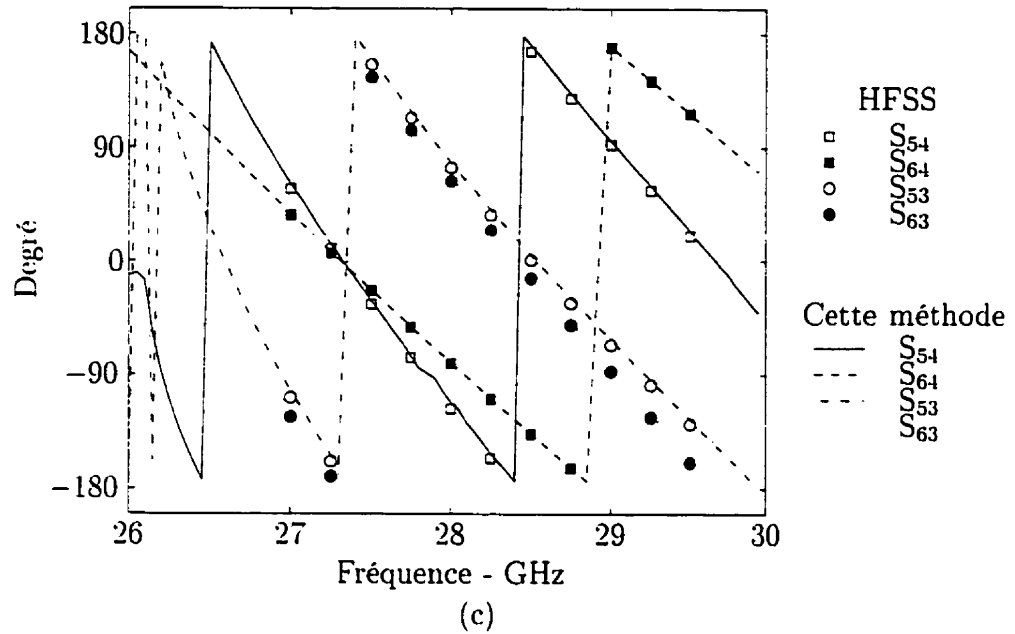


Figure 5.4: (Suite) Phases des paramètres S calculés par la présente méthode et par HFSS pour une jonction en T. — (c) pour les coefficients de transmission de la porte 2 à la porte 3.

5.4 Diplexeur

La conception d'un diplexeur, composant essentiel pour les systèmes de télécommunication, est une application potentielle de l'utilisation d'un circuit multi-portes. Le schéma bloc d'un diplexeur est représenté à la figure 5.5. Ce diplexeur est composé d'un diviseur de puissance et de deux filtres passe-bande, l'un centré à une fréquence f_{c1} , dite fréquence centrale basse, et l'autre centré à une fréquence f_{c2} , dite fréquence centrale haute. Les deux longueurs de ligne ℓ_1 et ℓ_2 , placées entre le diviseur et les filtres, permettent d'ajuster les phases des signaux afin de réaliser et d'optimiser le diplexeur.

Chaque partie du diplexeur a été étudiée séparément et les matrices de diffraction S de chaque élément ont été obtenues. Une mise en cascade des matrices S a permis d'obtenir le résultat final. La méthode utilisée pour chaque partie est décrite dans les paragraphes suivants.

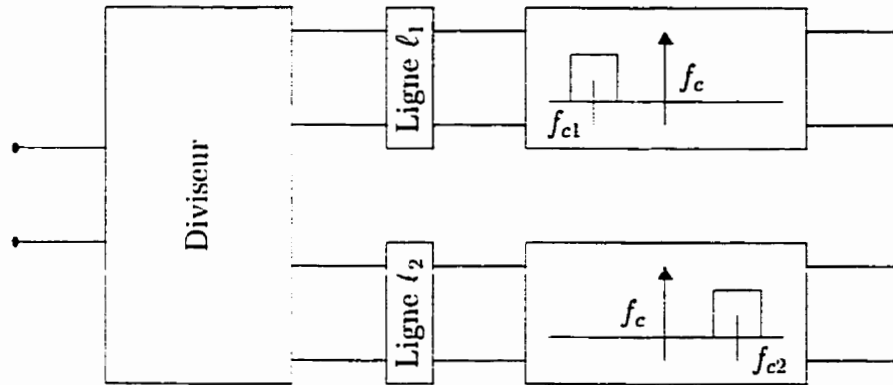


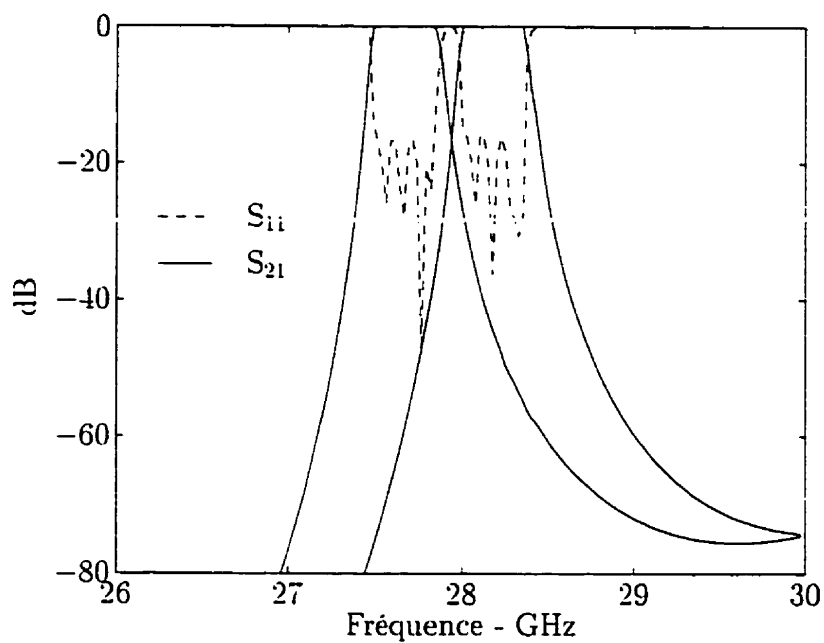
Figure 5.5: Schéma bloc d'un diplexeur

Tableau 5.1: Définition des gabarits des filtres utilisés pour le diplexeur

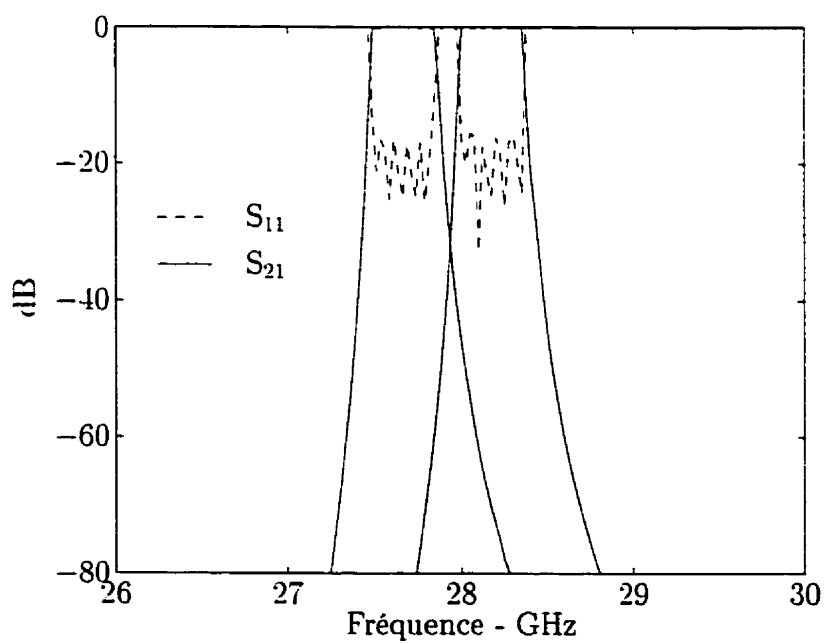
		Filtres d'ordre 5		Filtres d'ordre 7	
f_c	GHz	27.675	28.175	27.675	28.175
f_{min}	GHz	27.50	28.0	27.50	28.0
f_{max}	GHz	27.85	28.35	27.85	28.35
Δf	%	1.26	1.24	1.26	1.24
A_{bande}	dB	0.1	0.1	0.1	0.1
f_{r1}	GHz	27.35	27.85	27.35	27.85
f_{r2}	GHz	28.0	28.50	28.0	28.50
Réjection	dB	20.0	20.0	50.0	50.0

5.4.1 Filtres passe-bande

Les filtres passe-bande utilisés, d'ordre N , sont de topologie classique et sont donc constitués de N résonateurs séparés par des espaces d'air. Ils répondent aux spécifications projetées pour le système LMCS. Ainsi, les fréquences centrales basse et haute sont respectivement 27,675 GHz et 28,175 GHz et la bande passante de chaque filtre est de 350 MHz. Leur conception et leur optimisation ne posent aucun problème et deux filtres ont été obtenus pour chaque bande, l'un d'ordre 5 et l'autre d'ordre 7. Les données précises des filtres sont rapportées dans le tableau 5.1 et leurs réponses fréquentielles sont présentées à la figure 5.6.



(a)



(b)

Figure 5.6: Réponses fréquentielles des filtres passe-bandes utilisés pour le diplexeur — (a) Filtres d'ordre 5 — (b) Filtres d'ordre 7.

5.4.2 Diviseur de puissance

Le diviseur de puissance est composé principalement d'une jonction en T, à laquelle deux coudes à 90 degrés sont rajoutés. Effectivement, comme il a déjà été souligné et comme il est montré dans les paragraphes suivants, la jonction en T provoque un transfert du mode LSM vers le mode LSE (réciproquement LSE vers LSM). Il est donc nécessaire d'obtenir un transfert inverse, c'est à dire du mode LSE vers le mode LSM (réciproquement LSM vers LSE), pour retrouver le mode fondamental LSM (réciproquement le mode LSE) aux différentes sorties du diplexeur. Les coudes à 90 degrés servent donc à réaliser ce transfert inverse. L'étude de la jonction en T de même que celle des coudes sont présentées ci-après.

5.4.2.1 Étude approfondie d'une jonction en T

La jonction en T étudiée est représentée à la figure 5.7(a) et les dimensions de chaque porte, définie sur la figure 5.1(a), sont: $a_1 = a_2 = a_3 = 5$ mm, $b_1 = b_2 = b_3 = 3,556$ mm. La constante diélectrique est $\epsilon_r = 2,56$. Une étude géométrique selon le paramètre ℓ , définie sur la figure 5.7(a), et une étude en fréquence sont réalisées.

● Influence du paramètre ℓ

Suivant la valeur du paramètre ℓ , la jonction en T présente différents aspects. Ainsi, lorsque la distance ℓ est négative, la structure forme un stub par rapport à la jonction en T. En revanche, lorsque ℓ est positif, une encoche est faite dans la structure, et lorsque ℓ est suffisamment grand, les trois guides NRD qui constituaient le T deviennent indépendants. Ces différentes géométries de la structure sont illustrées aux figures 5.7(b),(c) et (d). L'étude est faite à la fréquence centrale, soit $f = 28$ GHz.

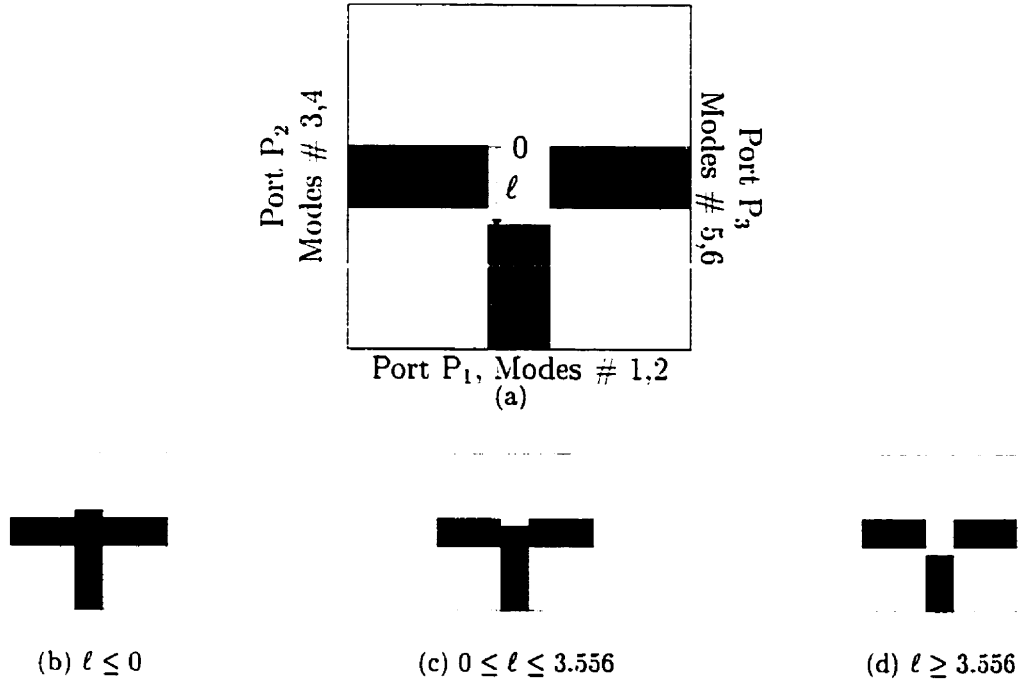


Figure 5.7: (a) Jonction en T étudiée avec définition de la longueur ℓ en mm — (b), (c), (d) Les trois cas possibles lorsque ℓ varie.

Les résultats sont reportés à la figure 5.8. Ces courbes montrent qu'il existe un point remarquable pour $\ell = 3,556$ mm. En ce point, le comportement est le suivant:

- La puissance injectée à la porte 1 sur le mode LSE_{10} se divise également en amplitude et en phase aux portes 2 et 3 sur les modes LSM_{10} avec une atténuation de $-3,38$ dB. La puissance réfléchie à la porte 1 l'est uniquement sur le mode LSE_{10} et est faible ($-13,94$ dB).
- La puissance injectée à la porte 1 sur le mode LSM_{10} se divise également en amplitude et en opposition de phase aux portes 2 et 3 sur les modes LSE_{10} avec une atténuation de $-3,18$ dB. La puissance réfléchie à la porte 1 l'est uniquement sur le mode LSM_{10} et est quasi minimale ($-17,83$ dB).

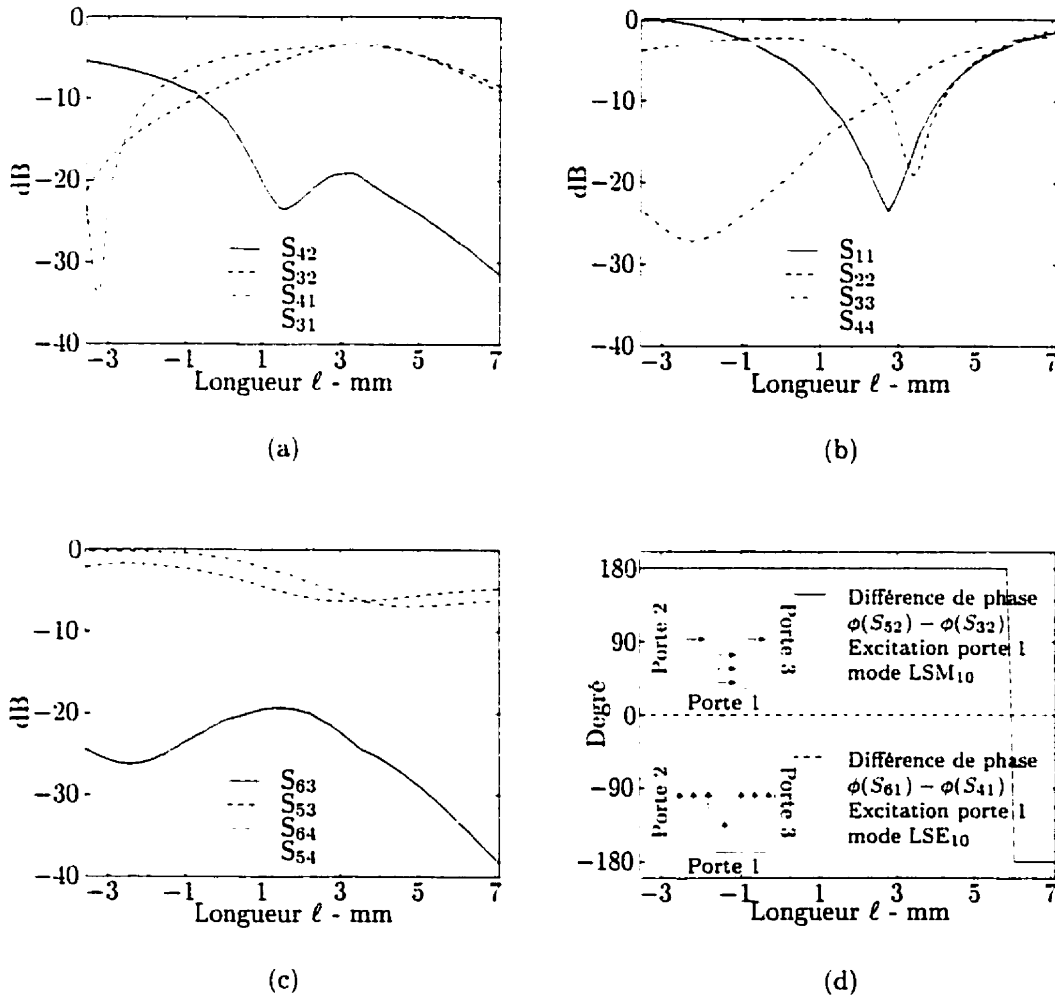


Figure 5.8: Étude des paramètres S d'une jonction en T en fonction de la longueur ℓ — (a) Coefficients de transmission de la porte 1 à la porte 2 — (b) Coefficients de réflexion de la porte 1 et de la porte 2 — (c) Coefficients de transmission de la porte 2 à la porte 3 — (d) Différence de phase entre les coefficients.

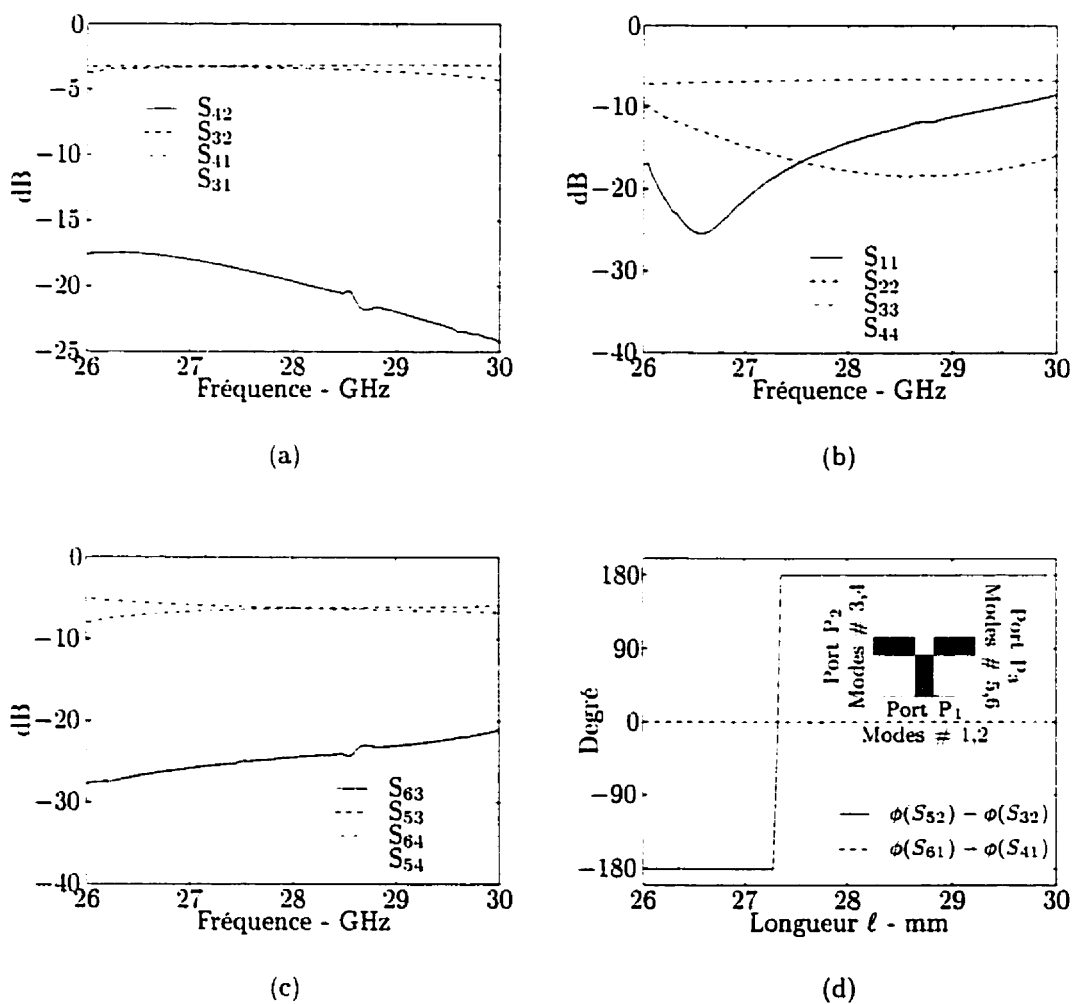


Figure 5.9: Étude des paramètres S de la jonction en T en fonction de la fréquence avec $\ell = 3,556$ mm — (a) Coefficients de transmission de la porte 1 à la porte 2 — (b) Coefficients de réflexion de la porte 1 et de la porte 2 — (c) Coefficients de transmission de la porte 2 à la porte 3 — (d) Différence de phase entre les coefficients.

- La puissance transférée de la porte 2 à la porte 3 par les modes LSE_{10} et LSM_{10} est identique et présente une atténuation de $-6,24$ dB. De plus, le couplage entre ces modes est identique et faible ($-24,5$ dB).

En revanche, il faut souligner que l'adaptation des deux modes propagatifs à la porte 1 n'est pas simultanée. Si l'adaptation du mode LSM_{10} est optimale pour $\ell = 3,556$ mm, celle pour le mode LSE_{10} est obtenue pour une longueur ℓ légèrement inférieure à 3 mm.

● *Variation en fréquence*

Au point remarquable $\ell = 3,556$ mm défini précédemment, une étude selon la fréquence est faite. La plage de fréquence couverte va de 26 GHz à 30 GHz et correspond à la bande de fréquence du mode fondamental de chaque porte. Le résultat est représenté à la figure 5.9. Ces courbes montrent que le comportement de la structure est pratiquement stable en fonction de la fréquence en ce qui concerne le transfert de mode entre la porte 1 et les deux portes 2 et 3. Le transfert du mode LSM_{10} de la porte 1 au mode LSE_{10} des portes 2 et 3 varie de $-3,69$ dB à 26 GHz à $-3,15$ dB à 30 GHz. Le transfert du mode LSE_{10} de la porte 1 au mode LSM_{10} des portes 2 et 3 varie de $-3,29$ dB à 26 GHz à $-3,70$ dB à 28,75 GHz, puis se dégrade avec la fréquence pour atteindre $-4,3$ dB à 30 GHz.

Ainsi, une géométrie d'une jonction en T est déterminée pour diviser une onde incidente de type LSM à la porte 1 en deux ondes de même amplitude de type LSE aux portes 2 et 3, sur une largeur de bande d'environ 3 GHz. Afin de pouvoir retrouver le mode fondamentale LSM aux portes 2 et 3, deux coudes à 90 degrés sont ajoutés.

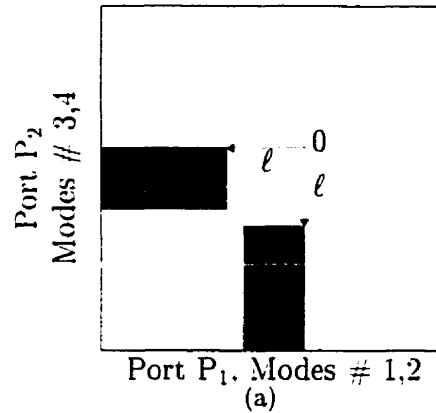
(b) $\ell \leq 0$ (c) $0 \leq \ell \leq 3.556$ (d) $\ell \geq 3.556$

Figure 5.10: (a) Coude à 90 degrés étudié avec définition de la longueur ℓ en mm — (b), (c), (d) Les trois cas possibles lorsque ℓ varie.

5.4.2.2 Étude approfondie d'un coude

Le coude à 90 degrés étudié dans le cas présent est représenté à la figure 5.10(a) et les dimensions de chaque porte, définies sur la figure 5.1(a), sont: $a_1 = a_2 = 5$ mm. $b_1 = b_2 = 3.556$ mm. La constante diélectrique est $\epsilon_r = 2.56$. Une étude géométrique selon le paramètre ℓ , définie sur la figure 5.10(a), et une étude en fréquence sont réalisées.

- *Influence du paramètre ℓ*

Suivant la valeur du paramètre ℓ , le coude à 90 degrés présente différents aspects, représentés sur les figures 5.10(b), (c) et (d). L'étude selon la longueur ℓ est faite à la fréquence centrale, soit $f = 28$ GHz. Les résultats sont rapportés à la figure 5.11. Comme pour la jonction en T précédemment

étudiée. ces résultats montrent un point remarquable pour $\ell = 2,6$ mm environ. En ce point, les propriétés sont les suivantes:

- La puissance injectée à la porte 1 sur le mode LSE_{10} se reporte pratiquement intégralement sur le mode LSM_{10} à la porte 2. L'atténuation du transfert est d'environ 0,3 dB. La réflexion de ce mode sur lui-même est minimale ($-28,25$ dB).
- La puissance injectée à la porte 1 sur le mode LSM_{10} se reporte pratiquement intégralement sur le mode LSE_{10} à la porte 2. L'atténuation du transfert est d'environ 0,3 dB. La réflexion de ce mode sur lui-même est minimale ($-19,6$ dB).
- Le transfert en réflexion à la porte 1, c'est-à-dire la puissance réfléchie sur le mode LSM_{10} si le mode LSE_{10} est excité (respectivement LSE_{10} si le mode LSM_{10} est excité) est de $-15,5$ dB. De plus, la réflexion du mode excité sur lui-même à la porte 1 est plus faible: $-28,25$ dB pour le mode LSE_{10} et $-19,62$ dB pour le mode LSM_{10} .

- *Variation en fréquence*

Au point remarquable $\ell = 2,6$ mm défini précédemment, une étude selon la fréquence de 26 GHz à 30 GHz est faite. Le résultat est représenté à la figure 5.12. Ces courbes montrent que le comportement de la structure est stable en fonction de la fréquence. Le transfert de mode de la porte 1 à la porte 2, que ce soit du mode LSE vers le mode LSM, ou bien du mode LSM vers le mode LSE, est d'environ $-1,0$ db à 26,0 GHz, de $-0,4$ db à 27,35 GHz et reste pratiquement constant jusqu'à 30,0 GHz où il atteint $-0,35$ dB. Le transfert maximum est atteint à la fréquence de 28,15 GHz et a pour valeur $-0,29$ dB.

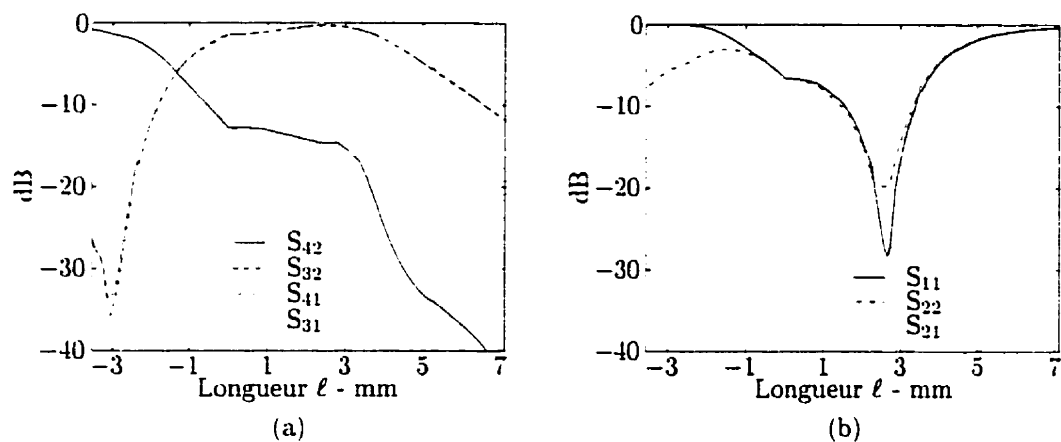


Figure 5.11: Étude des paramètres S d'un coude à 90 degrés en fonction de la longueur ℓ — (a) Coefficients de transmission de la porte 1 à la porte 2 — (b) Coefficients de réflexion de la porte 1.

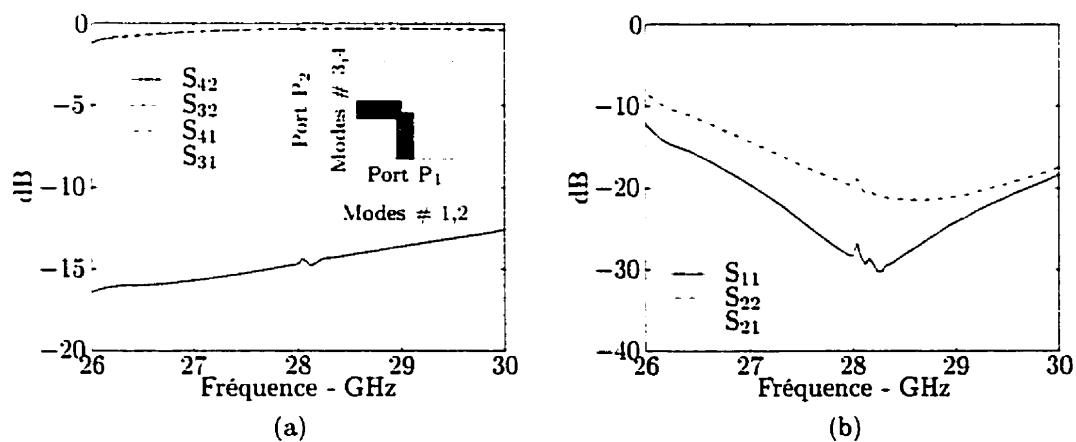


Figure 5.12: Étude des paramètres S d'un coude à 90 degrés en fonction de la fréquence avec $\ell = 2.667$ mm — (a) Coefficients de transmission de la porte 1 à la porte 2 — (b) Coefficients de réflexion de la porte 1.

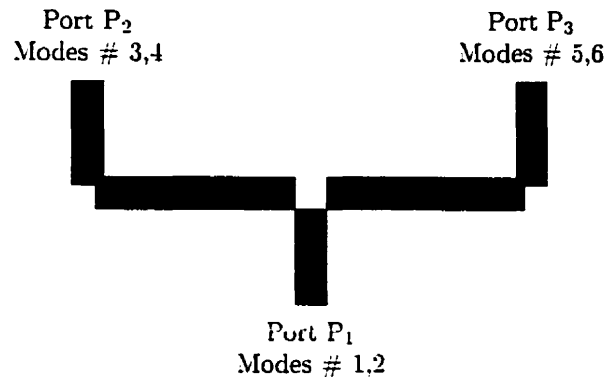


Figure 5.13: Schéma du diviseur de puissance utilisé dans les diplexeurs.

5.4.2.3 Conclusion sur le diviseur de puissance

Après l'étude faite sur une jonction en T et un coude à 90 degrés, le diviseur de puissance peut être conçu en rassemblant ces deux sous-parties comme le montre la figure 5.13. Il permet ainsi de diviser une onde incidente LSM (respectivement LSE) à la porte 1 en deux ondes LSM (respectivement LSE) de mêmes amplitudes aux portes 2 et 3 sur une largeur de bande allant de 26 GHz à environ 29 GHz.

5.4.3 Conception et optimisation du diplexeur

Deux diplexeurs sont analysés. L'un avec les filtres d'ordre cinq et l'autre avec ceux d'ordre sept. Leur conception est réalisée en cascadeant les différentes matrices de diffraction obtenues pour chaque sous-ensemble, à savoir la jonction en T, les coudes à 90 degrés, les lignes de transmission et les filtres. Les deux lignes de transmission, représentée à la figure 5.5, permettent d'optimiser les performances des diplexeurs. Les réponses en fréquences des diplexeurs sont représentées à la figure 5.14. Leurs caractéristiques chiffrées sont reportées dans le tableau 5.2.

Ces courbes montrent que le comportement général de chacun de ces diplexeurs est semblable. En particulier, la forme de chaque filtre est conservé, même si une dégradation des bandes passantes, et par conséquent des coefficients de réflexion, est à souligner. L'optimisation n'est donc pas parfaite du fait que seulement

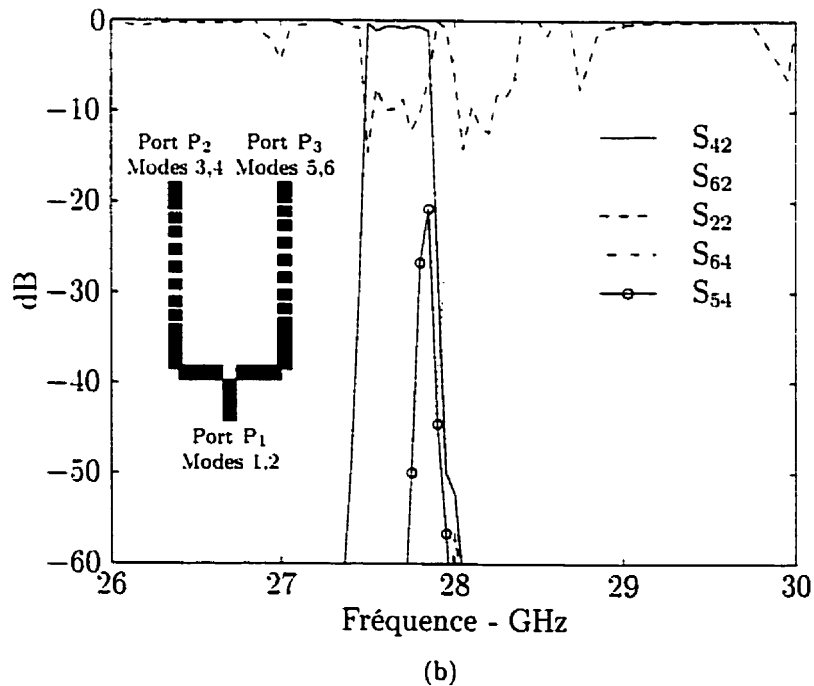
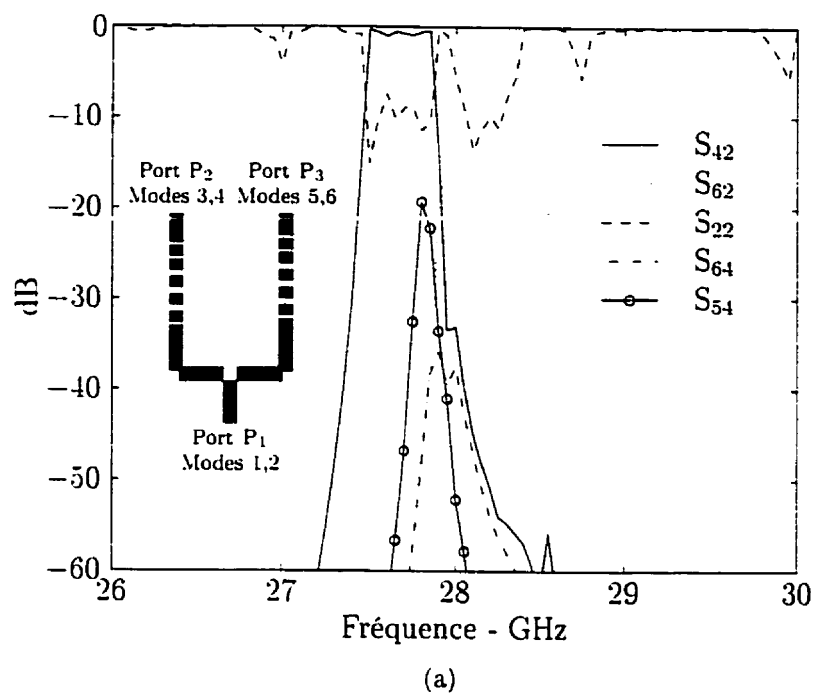


Figure 5.14: Réponse fréquentielle de chaque diplexeur constitué d'un diviseur de puissance, de deux lignes de transmission et de deux filtres — (a) filtres d'ordre 5 — (b) filtres d'ordre 7.

Tableau 5.2: Caractéristiques des diplexeurs simulés

		Filtres d'ordre 5		Filtres d'ordre 7	
		Min	Max	Min	Max
Bande passante basse	dB	-1,02	-0,29	-1,18	-0,31
Bande passante haute	dB	-1,67	-0,41	-1,59	-0,51
Isolation directe	dB	-35,79		-56,63	
Isolation couplée	dB	-19,29		-20,78	

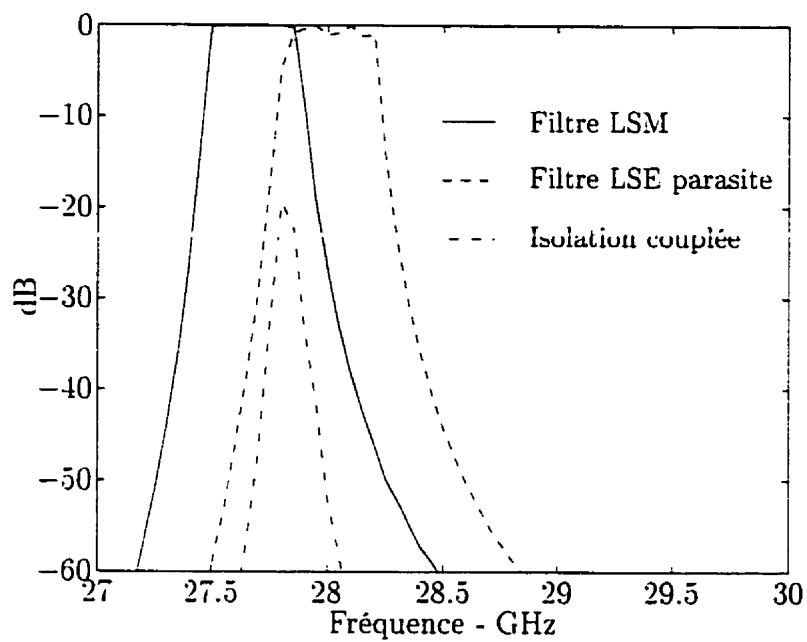
deux variables sont considérées. Cette optimisation pourrait être améliorée en augmentant le nombre de ces variables.

D'autre part, puisque plusieurs modes peuvent se propager, à savoir le mode LSE_{10} et le mode LSM_{10} , plusieurs types d'isolation peuvent être définies. L'*isolation directe* peut être définie comme l'isolation entre les modes fondamentaux LSM_{10} aux portes 2 et 3. Cette isolation est d'un comportement normal pour les diplexeurs, c'est à dire que la courbe est située dans la partie de chevauchement des deux filtres. Par conséquent, puisque cette partie diminue avec l'augmentation de l'ordre des filtres, l'isolation directe peut donc être parfaitement maîtrisée. Ainsi, en passant de filtres d'ordre 5 aux filtres d'ordre 7, un gain de 20,84 dB est obtenu sur l'isolation directe. L'autre type d'isolation, appelée *isolation couplée* ou *isolation de couplage* concerne l'isolation entre le mode LSM_{10} à la portes 2 et le mode LSE_{10} à la portes 3. Il s'agit en fait d'un couplage parasite puisque le mode LSE_{10} est un mode non-recherché dans le fonctionnement du guide NRD. Cette isolation couplée est hélas élevée et l'ordre des filtres n'a pratiquement aucune influence puisque le passage d'un ordre 5 à un ordre 7 ne permet qu'un gain de seulement 1,49 dB. À quoi est due cette mauvaise isolation de couplage? Elle est due à un phénomène peu souligné pour le moment. Lorsqu'un utilisateur conçoit un filtre pour le mode fondamental LSM_{10} avec des spécifications bien précises, il conçoit malheureusement en même temps un filtre pour le mode LSE_{10} dont les

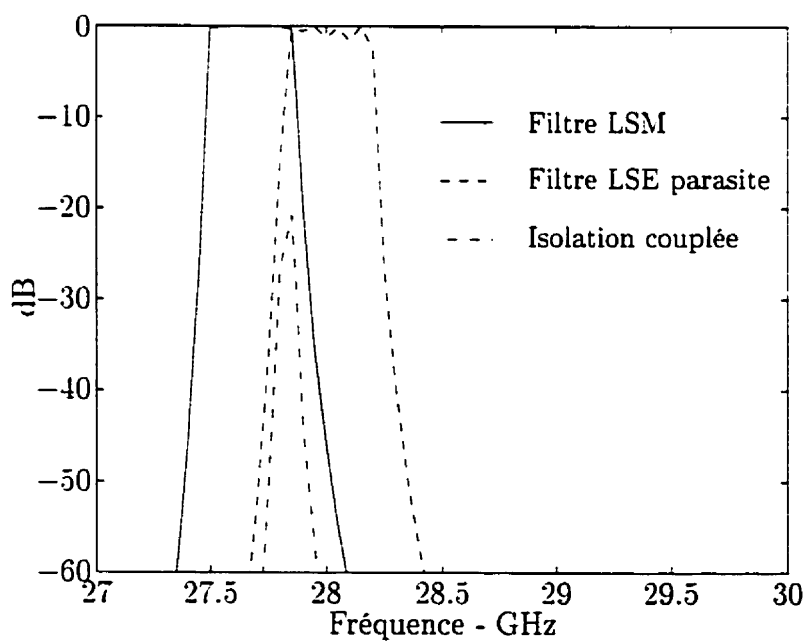
spécifications sont inconnues. Si ce phénomène ne pose pas de problème pour des topologies ne créant pas de couplage entre les modes, il en va tout autrement pour les diplexeurs envisagés qui utilisent le mode LSE_{10} comme mode de propagation. Ainsi donc, l'isolation de couplage apparaît dans la bande commune entre le filtre LSM de fréquence centrale basse et le filtre LSE parasite de fréquence centrale haute. Une représentation de ces filtres et de leur bande commune en fonction de l'ordre, est montrée à la figure 5.15. L'onde incidente en mode LSM à la porte 2 est donc filtrée par le filtre de fréquence centrale basse et se transforme principalement en mode LSE après le coude à 90 degrés. Ce mode LSE sera à nouveau convertit en mode LSM par le second coude à 90 degrés, puis filtré à la porte 3 par le filtre de fréquence centrale haute. Cependant, puisque les coudes ne sont pas parfaits, une partie du mode LSE sera transférée en mode LSE à la porte 3 et passera à travers le filtre parasite de fréquence centrale haute, provoquant ainsi l'isolation de couplage. Enfin il est à noter que le même raisonnement s'applique en partant d'un mode LSM à la porte 3. Toutefois, puisque le filtre à fréquence centrale haute pour le mode LSM_{10} et le filtre parasite de fréquence centrale basse pour le mode LSE_{10} n'ont aucune partie commune, l'isolation est parfaite et atteint au maximum -91.7 dB.

Enfin, les courbes de la figure 5.14 montrent également deux pertes de puissance pour le coefficient de réflexion S_{22} situées aux fréquences 27 GHz et 28,75 GHz. Ces deux pertes de puissance s'expliquent différemment. À 27 GHz, le mode LSM_{10} de la porte 1 est converti en mode LSE_{10} à la porte 2 qui passe à travers le filtre parasite de fréquence centrale basse, justement situé à cette fréquence. Il s'agit là encore d'une mauvaise *isolation couplée*. Pour la fréquence de 28,75 GHz, le mode LSM_{10} de la porte 1 est réfléchi en mode LSE_{10} à la porte 1.

Pour conclure cette discussion, plusieurs pistes peuvent être envisagées pour améliorer ces diplexeurs:



(a)



(b)

Figure 5.15: Réponses fréquentielles du filtre de fréquence centrale basse pour le mode LSM_{10} et du filtre parasite de fréquence centrale haute pour le mode LSE_{10} — (a) filtres d'ordre 5 — (b) filtres d'ordre 7.

- pour améliorer les performances de l'isolation couplée, il serait utile d'augmenter le nombre de variables et d'inclure dans la fonction d'erreur l'isolation couplée, ce qui n'a pas été fait dans les exemples précédents. En particulier, les dimensions de la jonction en T et du coude à 90 degrés pourraient faire l'objet d'une optimisation. Il va s'en dire que le temps de calcul serait décuplé et deviendrait peut être prohibitif pour un nombre de point en fréquence important. Pour contrer ce phénomène, l'introduction d'un modèle équivalent pour la jonction en T et les coudes, tenant compte de tous les modes propagatifs, serait judicieux et novateur.
- pour améliorer la performance des bandes passantes du diplexeur, une méthode itérative d'optimisation pourrait être envisagée (Guglielmi, 1994), cette méthode ayant déjà donnée de bons résultats pour les filtres⁵.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une méthode numérique s'appuyant sur la technique de raccordement modal (mode matching) a été mise au point pour calculer des structures du type coude à angle droit et jonction en T. Une comparaison entre cette méthode et le logiciel HFSS utilisant la méthode des éléments finis, a montré une parfaite adéquation des résultats tant au niveau de l'amplitude qu'au niveau de la phase. En utilisant le logiciel développé, une jonction en T et un coude à 90 degrés ont été développés pour réaliser un diviseur de puissance. Couplé à deux filtres, un diplexeur pour des applications LMCS a été réalisé. Des résultats prometteurs ont été obtenus et une démarche a été proposée pour obtenir des améliorations substantielles. Pour terminer ce chapitre, un autre type de diplexeur ou de diviseur de puissance pourrait être envisagé, en utilisant une topologie en Y, à formes arrondies et douces, permettant une division directe du mode fondamental

⁵Cf. § 4.3.2.3, page 106

LSM sans passage par le mode LSE. Toutefois, une étude approfondie d'une telle structure mettrait peut être en évidence un couplage parasite avec le mode LSE.

CHAPITRE 6

ÉVOLUTION DE LA STRUCTURE DU GUIDE NRD

6.1 Introduction

Plusieurs problèmes ont été rencontrés de manière récurrente durant cette étude et ont affecté la réalisation précise des circuits. D'une part, pour que le guide NRD fonctionne correctement, il est nécessaire d'avoir des sections de diélectriques bien droites et parallèles. Ceci n'est pas toujours aisé pour des diélectriques trop mous comme des Duroïd ou du Téflon. D'autres diélectriques peuvent être également trop durs pour pouvoir obtenir facilement les formes désirées. C'est le cas des diélectriques en céramique (TMM) ou contenant de la céramique. D'autre part, le positionnement précis des résonateurs n'a été réglé qu'en partie et reste difficile pour le cas des filtres à zéros de transmission. Enfin, l'excitation du mode LSM dans le guide NRD reste un problème complexe, bien que les derniers travaux sur les transitions guides planaires-NRD sont très encourageants.

Ces problèmes ainsi que l'intégration des guides NRD avec les circuits planaires, que ce soient les lignes micro-rubans, à fentes ou coplanaires, force à repenser la géométrie de base du guide NRD. Deux évolutions notables peuvent être soulignées dont l'idée originale est de pouvoir intégrer le guide NRD dans le même substrat que les circuits planaires. Le canal central ou le cœur du NRD peut alors être réalisé de deux façons, en perçant une série de petits trous (cf. figure 6.1(a)) ou bien en réalisant des fentes (cf. figures 6.1(b) et 6.1(c)) dans le substrat. La constante diélectrique effective du substrat au dehors du cœur est donc réduite et l'ensemble paraît être un guide NRD symétrique à trois couches (cf. figure 6.1(d)). L'excitation du guide peut se faire par ligne micro-ruban à travers une fente dans le plan de masse mais également par ligne coplanaire en tirant avantage de l'épaisseur

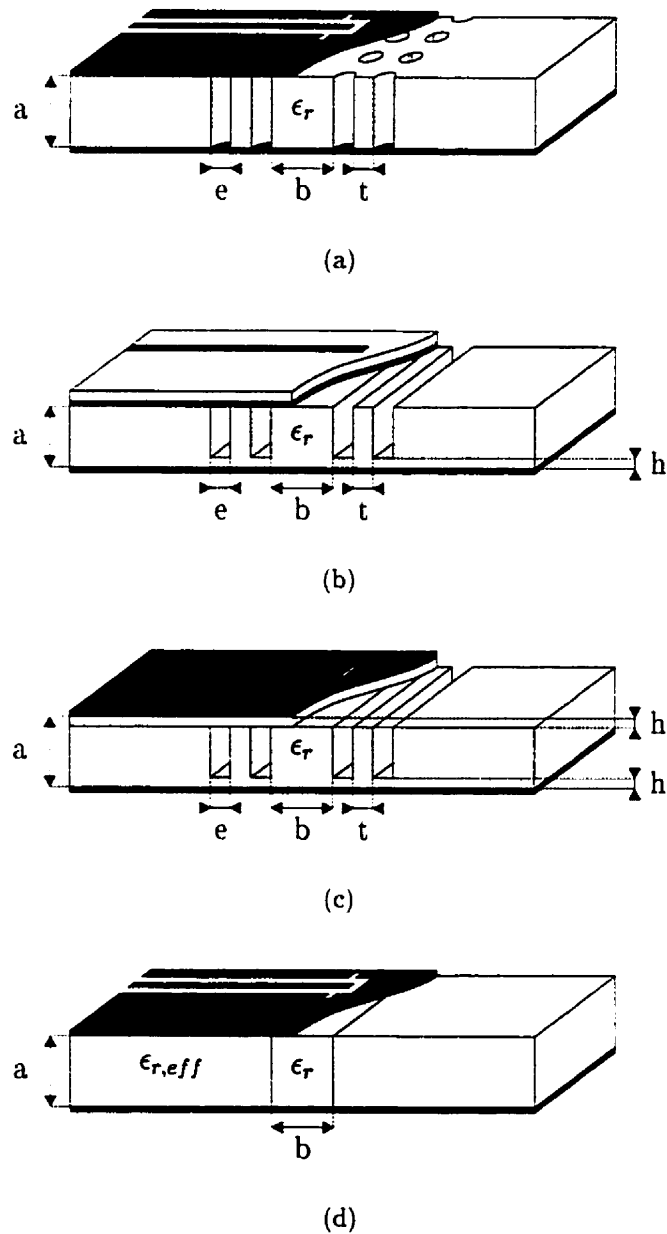


Figure 6.1: Évolutions du NRD vers les SICs (*Substrate Integrated Circuits*) — (a) avec des trous, excitation en coplanaire — (b) avec des fentes, excitation en micro-ruban — (c) avec des fentes, excitation en micro-ruban inversé — (d) guide NRD symétrique à trois couches équivalent

du substrat. Les circuits planaires et NRD sont alors parfaitement intégrés et de telles structures seront appelées *Substrate Integrated Circuits* (SICs).

Ce chapitre présente donc les premiers résultats de l'étude de telles structures. Une étude en deux dimensions est faite pour calculer la constante de propagation du mode LSM en fonction du nombre de trous et de leur taille. Ceci permet de calculer la constante diélectrique effective et de tracer les champs dans la structure.

Le guide NRD utilisé aura les caractéristiques suivantes: $a = 2,54$ mm, $b = 5.08$ mm, $\epsilon_{r1} = 1$ (air), et $\epsilon_{r2} = 6,15$ (RT/Duroid®6006). Ce diélectrique est choisi car il représente un bon compromis entre pertes diélectriques et comportement mécanique. Toutefois, la hauteur standard maximale choisie ne permet pas d'obtenir un guide optimisé pour la largeur de bande. Ainsi cette largeur de bande est de $\Delta f = 13.08\%$ pour des fréquences minimale et maximale respectivement de 26.34 GHz et 30.02 GHz. Elle est cependant suffisante pour explorer les SIC's.

6.2 Caractéristiques de propagation

Pour bien préciser la géométrie des structures étudiées, la figure 6.1 les représente avec différentes configurations d'excitation. Il est à noter que le cas de la figure 6.1(b) est à éviter en raison de la non symétrie de la structure, malgré sa plus grande facilité de réalisation. Cette non symétrie dans le plan transverse peut provoquer l'excitation de mode à fuite en présence d'une discontinuité (Wu *et al.*, 1998). Pour rester dans la validité du logiciel développé, la coupe transverse représentée à la figure 6.2(a) est étudiée. Cette coupe transverse correspond à une structure à trous comme celle représenté à la figure 6.1(a) mais également à une structure semblable à la figure 6.1(b) et possédant des fentes touchant les deux plaques métalliques.

Ce guide de la figure 6.2(a) peut être comparé au guide de la figure 6.2(b) pour lequel la constante diélectrique effective ϵ_{eff} peut être calculée afin d'obtenir

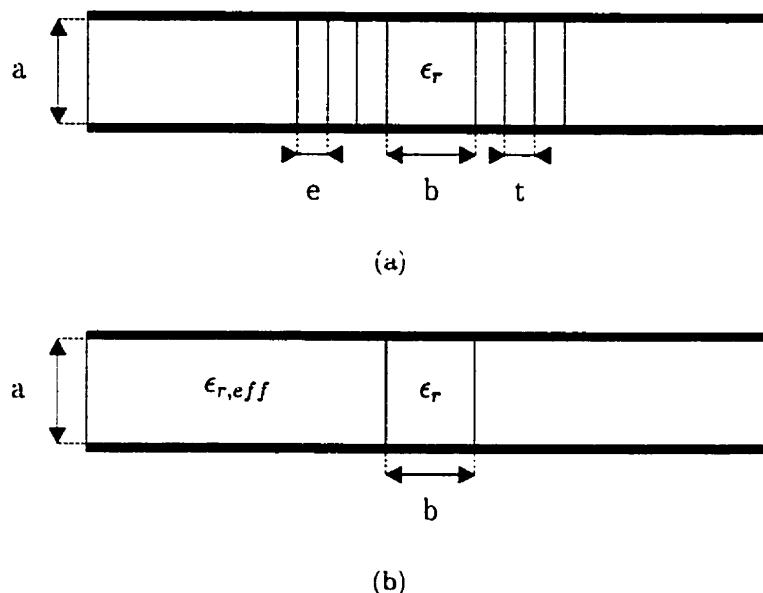


Figure 6.2: Sections transversales des structures étudiées — (a) structures réelles — (b) structure équivalente

les mêmes constantes de propagation. La figure 6.3 donne le résultat obtenu en fonction de la fréquence, pour différentes largeurs de trous et pour un nombre de trou variable¹. Ce résultat est quasi linéaire en fréquence quelque soit le nombre de trous et leur grandeur. En tendance générale, plus les trous sont gros et nombreux, plus la constante diélectrique effective tend vers un, ce qui est normal puisque la structure tend vers un NRD classique. De plus, lorsque le nombre de trous augmente, et ce quelque soit leur dimension, la valeur de la constante diélectrique effective ϵ_{eff} converge. Pour cette raison, les figures 6.3(c) et 6.3(d) sont quasi-superposables. Ces courbes semblent donc indiquer que le choix des trous doit se porter sur un diamètre important et que dans ce cas, leur nombre est d'importance moindre. Un autre résultat, corrolaire au précédent, vient confirmer cette hypothèse. La figure 6.4 représente la constante de propagation en fonction

¹Le nombre de trous tel que défini correspond au nombre de trous situés que d'un côté du ruban central. Le nombre de trous total est donc double.

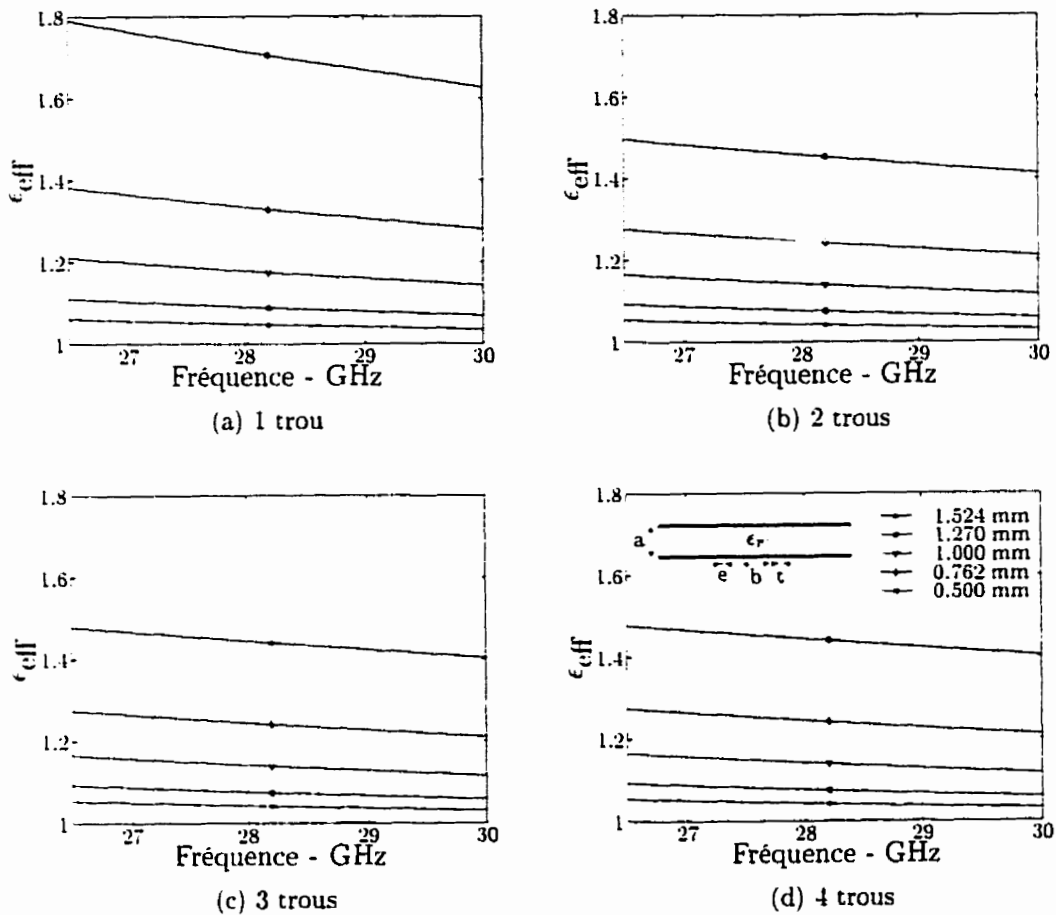


Figure 6.3: Valeur de la constante diélectrique effective ϵ_{eff} pour des structures comportant un nombre variable de trous, de diamètre e et espacés d'une distance $t = e$.

du nombre de trous, pour différentes grandeurs de ces trous. La constante de propagation de la structure symétrique à trois couches, dite structure *classique*, est également représentée. Ce résultat montre donc que les constantes de propagation convergent rapidement et que cette convergence est atteinte pour tous les cas dès que la structure est composée de trois trous. En revanche, les valeurs de convergence sont différentes et plus les trous sont petits, plus cette valeur est éloignée de la constante de propagation de la structure *classique*. En résumé, plus les trous sont grands, plus la constante de propagation tend vers celle de la structure *classique* et plus la constante diélectrique effective tend vers un. La structure SIC's ainsi

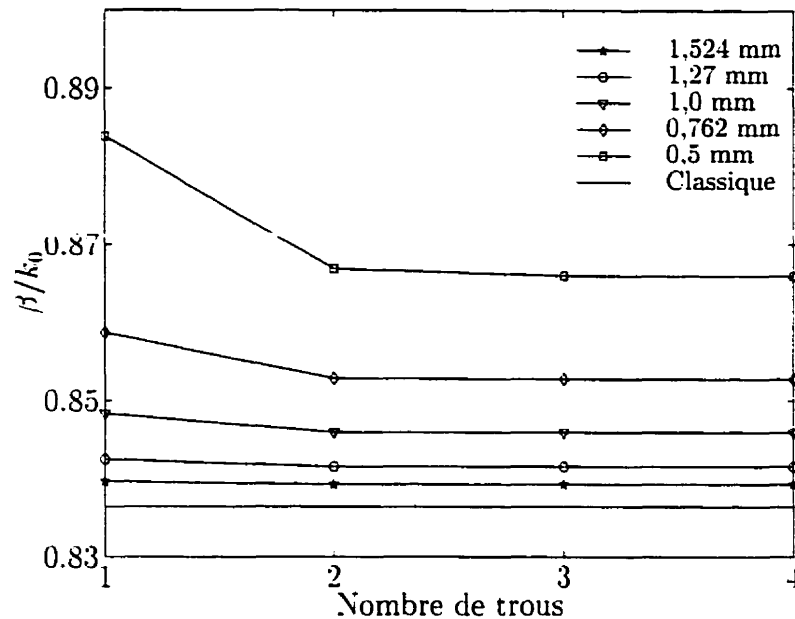


Figure 6.4: Convergence de la constante de propagation normalisée pour la structure à trous de la figure 6.2(a) et pour la structure dite *classique*, pour une fréquence de 28 GHz

déterminée aura donc des caractéristiques de propagation et de largeur de bande très semblables à celle de la structure *classique*.

Cependant deux points très importants doivent être soulignés avant de pouvoir décider clairement de la taille des trous:

- l'étude précédente n'est faite qu'en deux dimensions. La figure 6.5 représente une structure à trous du type de la figure 6.1(a) vue de dessus et permet de voir l'axe de propagation z . Cette figure montre clairement que le canal central ainsi déterminé ne sera pas uniforme et se rapproche plus de structure périodique telle que définies dans le chapitre 3, à la figure 3.15, page 87. Il faut donc s'attendre à des bandes interdites pour la propagation, effet qui doit être évité. De plus, pour garantir une certaine rigidité du substrat, les trous sont d'autant plus éloignés que leur diamètre est important. Il en résulte qu'un guide diélectrique transverse, dont l'axe de propagation est l'axe x ,

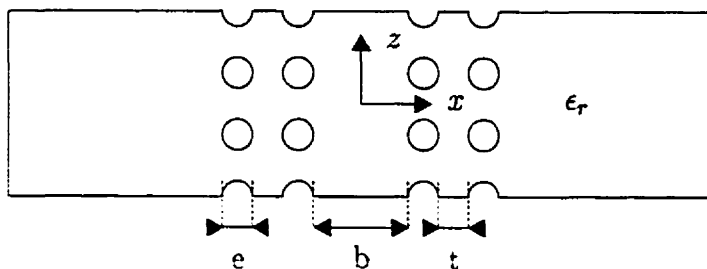


Figure 6.5: Structure SICs à trous vue de dessus

est constitué entre les trous (Cf. figure 6.5) et une partie importante de la puissance pourra se dissiper dans toute la structure. Pour contrer ces deux phénomènes, les trous doivent avoir les diamètres les plus petits possibles. Le canal central tend alors vers un canal uniforme et les guides diélectriques transverses sont quasi inexistant.

- la convergence de la constante de propagation β telle que montrée à la figure 6.4 ne garantit pas la concentration du champ dans le ruban central. Cette concentration est nécessaire pour que l'onde se propage le long de ce ruban et ainsi, éviter les fuites potentiels sur les côtés, sachant que l'ajout du diélectrique annule la condition de non rayonnement (cf. éqn. 1, page 3). La figure 6.6 représente le module des champs électriques et magnétiques dans la structure pour un nombre variable de trous dont les diamètres sont tous égaux à 0,5 mm. Si la convergence de la constante de propagation est atteinte dès trois trous, la figure 6.6 montre clairement que 4 rangées de trous de part et d'autre du ruban central sont nécessaires pour garantir la concentration des champs électrique et magnétique dans le ruban.

Il est donc nécessaire de faire un compromis entre la taille des trous, leur nombre et la largeur de bande résultante. Dans les cas pratiques, le choix des dimensions des trous doit se porter sur des diamètres les plus petits possibles afin de garantir une bonne uniformité du canal central. La constante de propagation

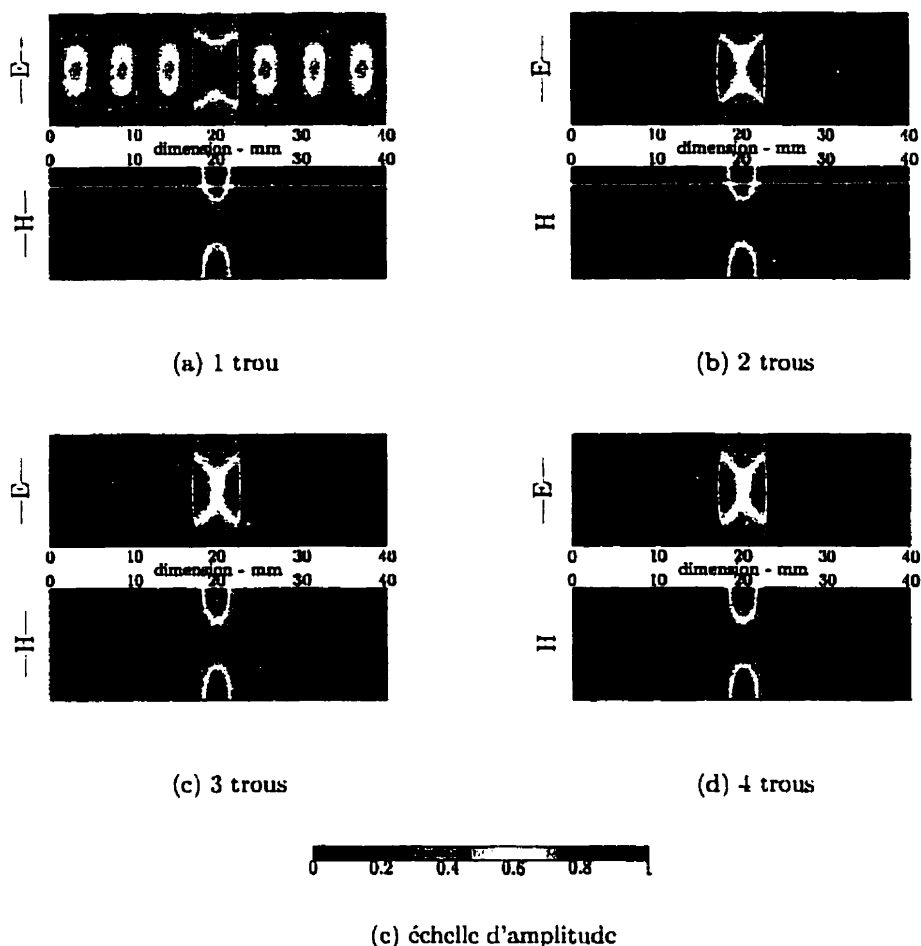


Figure 6.6: Module des champs électrique et magnétique dans le plan transverse d'une structure à nombre de trous variable

propagation et par conséquent les caractéristiques du guide ainsi déterminées sont alors éloignées du guide NRD classique. Pour ce qui est des structures à fente, les problèmes soulevés précédemment, à savoir les bandes interdites caractéristiques des structures périodiques et l'existence de guides diélectriques transverses, sont inexistants. Le choix se porte donc sur des fentes plus larges en nombre plus restreint. La largeur des fentes dépend maintenant de la rigidité de la structure obtenue et de la concentration du champ électromagnétique dans le ruban central.

6.3 Conclusion

Il a été présenté rapidement une étude en deux dimensions de nouveaux guides NRD, només SICs, pouvant s'intégrer facilement dans les circuits planaires. Deux structures sont mises en évidence. L'une possède des trous dont les dimensions doivent être rigoureusement choisies. L'analyse d'une telle structure en trois dimensions doit être entièrement développée. L'autre structure est constituée de fentes et il semble que le logiciel développé lors de ce doctorat pourrait fournir de bonnes approximations pour concevoir certains composants.

SYNTHÈSE ET CONCLUSION

La présente étude des guides NRD mène au développement de logiciels qui permettent de mettre en lumière les propriétés intrinsèques de ces guides et de concevoir filtres et diplexeurs.

La propagation dans le guide NRD est parfaitement caractérisée par l'établissement du diagramme de dispersion pour différentes conditions de fermeture. Les fréquences de coupure, les fréquences de disparition, les constantes de propagation des modes propagatifs, à la coupure ou complexes sont précisément calculées. Le diagramme d'opération est présenté et permet d'établir de nouvelles courbes qui offrent la possibilité de choisir efficacement les dimensions géométriques de même que le rapport des constantes diélectriques du guide NRD. L'impédance caractéristique est calculée mais, comme habituellement pour les lignes hybrides, elle ne peut être définie de façon unique. Enfin, les champs des modes propagatifs sont précisément calculés et représentés.

À partir de ces caractéristiques en deux dimensions, la matrice de diffraction d'une discontinuité quelconque peut désormais être calculée en utilisant la méthode de raccordement modal. Une étude approfondie de différentes discontinuités met en évidence un important couplage entre le mode fondamental LSM_{10} et le mode d'ordre supérieur LSE_{11} et propose une solution pour y remédier. Ces discontinuités sont généralement utilisées dans la conception de filtres pour réaliser un couplage adéquat. Une importante discussion est donc tenue à propos de la longueur des filtres en fonction du type de couplage, et donc des discontinuités utilisées.

La conception de filtres en technologie NRD est étudiée en détail. Basé sur la conception classique de Chebychev ou Butterworth, faisant appel à la notion des inverseurs d'impédance K , un logiciel très efficace de conception de filtres a été développé. À partir d'un gabarit fixé par l'utilisateur, le logiciel calcule les dimensions requises du filtre et propose différentes stratégies d'optimisation. La

plus efficace est sans aucun doute l'optimisation itérative qui permet d'obtenir la réponse souhaitée en un temps raisonnable (dans tous les cas rencontrés, moins d'une heure). Afin d'améliorer les réponses fréquentielles de ces filtres, et en particulier afin de pouvoir placer un ou plusieurs zéros de transmission, un nouveau type de filtre est introduit. La procédure de conception est présentée en détail et repose sur la synthèse d'un filtre passe-bas prototype couplée à la technique de l'optimisation itérative. Les résultats obtenus sont très performants et des filtres très sélectifs ou à très forte réjection peuvent être conçus.

Le calcul d'un multi-porte est ensuite effectué en utilisant, en partie, l'algorithme développé pour le calcul de la matrice de diffraction de discontinuité. La méthode utilisée est dite indirecte car la matrice de diffraction est déduite du calcul de la matrice d'impédance. Les résultats obtenus à partir des logiciels développés sont comparés à HFSS et sont en parfaite concordance. Une jonction en T et un coude à 90 degrés sont étudiés. Dans les deux cas, un transfert de puissance des modes LSM vers les modes LSE est mis en évidence. En utilisant ce transfert et en optimisant les dimensions convenablement, un diviseur de puissance fonctionnant sur le mode LSM est développé. Ce diviseur présente de faibles pertes sur une large bande. Ainsi, en ajoutant deux filtres convenablement conçus, un diplexeur pour applications LMDS est développé. Les résultats obtenus sont très prometteurs. Deux isolations sont définies: l'une directe qui s'améliore grandement avec l'ordre des filtres, l'autre dite de couplage et pour laquelle une démarche a été proposée pour obtenir des améliorations substantielles.

Enfin, des évolutions notables du guide NRD sont soulignées et une étude de propagation est faite. Les constantes de propagation et les champs sont calculés dans ces nouvelles structures. De plus, à partir de cette étude, un modèle équivalent est proposé et une discussion sur le choix des dimensions géométriques est faite.

Les résultats de la présente étude affinent l'expertise dans le domaine du guide NRD et permettent d'envisager plusieurs travaux ultérieurs.

- *Pertes diélectriques*

Les pertes diélectriques pourraient être intégrées aux logiciels développés en tenant compte d'une constante diélectrique complexe. La difficulté viendrait principalement de la recherche des constantes de propagation dans le plan complexe. Pour contourner ce problème, il peut être suggéré de rechercher ces constantes en prenant comme point de départ le cas sans perte.

- *Extension du programme*

Les géométries pouvant être traitées facilement et rapidement sont actuellement les géométries qui présentent des discontinuités abruptes ou *en marches d'escalier*. Pour pouvoir tenir compte de discontinuités douces et donc de contours arrondis, il serait souhaitable de développer une nouvelle procédure. Une des méthodes numériques potentiellement utilisable est la méthode des éléments aux frontières¹. Cette méthode a l'avantage de pouvoir bien se coupler à la méthode de raccordement modal (Abdulnour *et al.*, 1994).

- *Nouvelles perspectives*

Avec la procédure précédemment développée, il serait possible d'envisager les évolutions suivantes:

- des filtres à résonateurs circulaires ou à trous circulaires. Ce dernier type de filtre serait très facilement réalisable. Le couplage pourrait être ajusté à l'aide du diamètre du trou.
- un diviseur de puissance en Y. Il serait alors possible de s'affranchir du passage par le mode LSE tel que développé dans ce travail. En particulier, pour les diplexeurs, un tel diviseur supprimerait l'isolation de couplage. D'autre part, ce type de diviseur pourrait être plus facilement

¹Boundary Element Method (BEM) en anglais

utilisé dans le réseau d'alimentation d'antennes utilisant des éléments rayonnants en NRD.

- *Nouveaux développements*

En ce qui concerne les nouvelles structures NRD présentées dans le chapitre 6, un modèle équivalent plus poussé reste à développer, ce qui permettrait de faire de la conception sans utiliser un logiciel 3D.

Enfin, les logiciels développés dans le cadre du présent travail offrent un excellent potentiel en vue de travaux plus complexes qui utiliseront le guide NRD comme sous-composant.

BIBLIOGRAPHIE

- Abdulnour, J., Wu, K., Akyel, C., Marchildon, L. et Bosisio, R. G. (décembre 1994).
Modelling of arbitrarily shaped mmic and hybrid planar circuits with a mixed
waveguide model boundary integral method. *IEE Proc. Microw. Antennas
Propag.*, vol. 141, n^o. 6, pp. 495–500.
- Artuzi, W. A. et Yoneyama, T. (1990). A HEMT amplifier for NRD guide
integrated circuits. Dans *3rd APMC*, pp. 147–150. Tokyo, Japan.
- Boone, F., Hindson, D., Caron, M., Abdulnour, J. et Wu, K. (septembre 1999).
Design and properties of integrated millimeter-wave bandpass filters using
nonradiative dielectric waveguide for broadband wireless system. Dans *SPIE*.
Boston, U.S.A.
- Boone, F. et Wu, K. (août 1996). A multiple strip NonRadiative Dielectric guide
filter design. Dans *ANTEM*, vol. 1, pp. 815–818. Montréal, Canada.
- Boone, F. et Wu, K. (janvier 1997). Design and optimization of NRD-guide
components. Dans *PIERS*, vol. 1, p. 210. Hong-Kong.
- Boone, F. et Wu, K. (accepté pour publication a). Full-wave modal analysis of nrd
guide t-junction. *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*.
- Boone, F. et Wu, K. (accepté pour publication b). Mode conversion and design
consideration of integrated non-radiative dielectric (NRD) components and
discontinuities. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*.
- Cameron, R. J. (1982a). Fast generation of Chebyshev filter prototypes
with asymmetrically prescribed transmission zeros. *ESA Journal*, vol. 6,
pp. 83–95.

- Cameron, R. J. (1982b). General prototype network synthesis methods for microwave filters. *ESA Journal*, vol. 6, pp. 193–206.
- Chambers, D. S. G. et Rhodes, J. D. (janvier 1983). A low-pass prototype network allowing the placing of integrated poles at real frequencies. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-31, n°. 1, pp. 40–45.
- Chu, T. S. et Itoh, T. (février 1986). Generalized scattering matrix method for analysis of cascaded and offset microstrip step discontinuities. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-34, n°. 2, pp. 280–284.
- Collin, R. E. (1991). *Field Theory of Guided Waves*. IEEE Press, New York, U.S.A.
- Dawn, D. et Sachidananda, M. (1990). Analysis and design of strip line to NRD guide transition. Dans *3^d APMC*, pp. 15–18. Tokyo, Japan.
- Eleftheriades, G. V., Omar, A. S., Katehi, L. P. B. et Rebeiz, G. M. (octobre 1994). Some important properties of waveguide junction generalized scattering matrices in the context of the mode matching technique. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-42, n°. 10, pp. 1896–1903.
- Frezza, F., Gerosa, G., Guglielmi, M. et Lampariello, P. (1990). NRD waveguide ring resonator. Dans *APMC*, vol. 1, pp. 3–6. Tokyo, Japon.
- Guglielmi, M. (juillet 1994). Simple CAD procedure for microwave filters and multiplexers. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-42, n°. 7, pp. 1347–1352.
- Han, L. et Wu, K. (décembre 1996). An integrated transition of cpw to NRD-guide for use in millimeter wave circuits. Dans *3^d APMC*, pp. 1277–1280. India.

- Harrington, R. F. (1961). Time-harmonic electromagnetic fields. McGraw-Hill Book Company, Inc.
- Hecken, R. P. (novembre 1972). A near optimum matching section without discontinuities. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-20, n°. 11, pp. 734–739.
- Huang, J. et Wu, K. (mai 1995). A two-path multimode band-pass filters using the nonradiative dielectric (NRD) waveguide technology. Dans *IEEE MTT-S International Microwave Symposium*, vol. 3, pp. 1547–1550. Orlando, U.S.A.
- Huang, J. et Wu, K. (juin 1996). Computer-aided design and optimization of NRD-guide mode suppressors. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-44, n°. 6, pp. 905–910.
- Huang, J., Wu, K., Wang, T. et Bosisio, R. G. (décembre 1994). Rigorous fields theoretical design and optimization of novel window-coupled NRD-guide band-pass filters. Dans *APMC*, vol. 1, pp. 79–82. Tokyo, Japon.
- Itoh, T. (1989). Numerical Techniques For Microwave And Millimeter-Wave Passive Structures. John Wiley & Sons.
- Kuroki, F. et Yoneyama, T. (septembre 1990). Nonradiative dielectric waveguide circuit components using beam-lead diodes. *Electronics and communications in Japan, Part 2*, vol. 73, n°. 9, pp. 35–40.
- Lampariello, P., Frezza, F. et Oliner, A. A. (décembre 1990). The transition region between bound-wave and leaky-wave ranges for a partially dielectric-loaded open guiding structure. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-38, n°. 12, pp. 1831–1836.

- Leroy, M. (juillet 1983). On the convergence of numerical results in modal analysis. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-31, n°. 7, pp. 655–659.
- Ma, Z. et Yamashita, E. (juin 1993). Wave leakage from groove NRD structures. *IEEE Microwave Guided Wave Letters*, vol. 3, n°. 6, pp. 170–172.
- Maamria, K., Wagatsuma, T. et Yoneyama, T. (décembre 1993). Leaky NRD guide as a feeder for microwave planar antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-41, n°. 12, pp. 1680–1686.
- Macchiarella, G. (septembre 1995). An effective technique for the synthesis of an equiripple low pass prototype filter with asymmetric frequency response and arbitrary transfer function zeros. Dans 25^{ième} *European Microwave Conference*, pp. 722–724. Bologne, Italie.
- Malherbe, J. A. G. (décembre 1984). The design of a slot array in nonradiative dielectric waveguide—Part 1: Theory. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-32, n°. 12, pp. 1335–1340.
- Malherbe, J. A. G. (24th April 1986). Integrated travelling-wave antenna for nonradiative dielectric waveguide. *Electronics letters*, vol. 22, n°. 9, pp. 481–482.
- Malherbe, J. A. G. (septembre 1988). A leaky-wave antenna in nonradiative dielectric waveguide. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-36, n°. 9, pp. 1231–1235.
- Malherbe, J. A. G., Cloete, J. H. et Lösch, I. E. (juin 1985). A transition from rectangular to nonradiating dielectric waveguide. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-33, n°. 6, pp. 539–543.

- Malherbe, J. A. G., Cloete, J. H., Lösch, I. E., Robson, M. W. et Davidson, D. B. (décembre 1984). The design of a slot array in nonradiative dielectric waveguide—Part 2: Experiment. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-32, n°. 12, pp. 1341–1344.
- Malherbe, J. A. G. et Coetzee, J. C. (décembre 1987). Band-stop filter in nonradiative dielectric waveguide using rectangular resonators. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-35, n°. 12, pp. 1161–1163.
- Malherbe, J. A. G. et Olivier, J. C. (décembre 1986). Band-stop filter constructed in coupled nonradiative dielectric waveguide. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-34, n°. 12, pp. 1408–1412.
- Malherbe, J. A. G. et Olivier, J. C. (juillet 1987). Resonant coupled stub in nonradiative dielectric waveguide. *Electronics letters*, vol. 23, n°. 14, pp. 749–750.
- Malherbe, J. A. G., Trinh, T. N. et Mittra, R. (novembre 1980). Transition from metal to dielectric waveguide. *Microwave journal*, vol. 23, n°. 9, pp. 71–74.
- Mansour, R. R. et Macphie, R. H. (décembre 1986). An improved transmission matrix formulation of cascaded discontinuities and its application to E-plane circuits. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-34, n°. 12, pp. 1490–1498.
- Marcuse, D. (Juillet-Août 1971). The coupling of degenerate modes in two parallel dielectric waveguide. *Bell Syst. Tech. Journal*, vol. 50, pp. 1791–1816.
- Matthaei, G., Young, L. et Jones, E. (1980). Microwave filters, Impedance-matching networks, and coupling structures. Artech House Books.

- Miao, J. F. (janvier 1997). Studies of NRD waveguide in China. Dans *PIERS*, vol. 1, p. 203. Hong-Kong.
- Mittra, R. et Lee, W. W. (1971). Analytical techniques in the theory of guided waves. Macmillan, New York, U.S.A.
- Nallo, C. D., Frezza, F., Galli, A., Gerosa, G., Guglielmi, M. et Lampariello, P. (mai 1994a). Experimental investigation on NRD-guide dual mode filters. Dans *IEEE MTT-S International Microwave Symposium*, vol. 1, pp. 237-240. San Diego, U.S.A.
- Nallo, C. D., Frezza, F., Galli, A., Gerosa, G. et Lampariello, P. (1993). Radiation modes, leaky waves and dyadic green's functions in nonradiative dielectric waveguide. Dans *APMC*, vol. 1, pp. 5.23-5.26.
- Nallo, C. D., Frezza, F., Galli, A., Lampariello, P. et Oliner, A. A. (12 1994b). Properties of NRD-guide and h-guide higher-order modes: physical and nonphysical ranges. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-42, n°. 12, pp. 2429-2434.
- Niu, D., Yoneyama, T. et Itoh, T. (juin 1993). Measurement of NRD-guide leaky wave coupler in ka band. Dans *IEEE MTT-S International Microwave Symposium*, vol. 3, pp. 1207-1210. Atlanta, U.S.A.
- Oliner, A. A. (septembre 1984). Historical perspectives on microwave field theory. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-32, n°. 9, pp. 1022-1045.
- Oliner, A. A., Peng, S. T., Hsu, T. I. et Sanchez, A. (septembre 1981). Guidance and leakage properties of a class of open dielectric waveguide: Part II—New physical effects. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-29, n°. 9, pp. 855-869.

- Omar, A. S. et Schünemann, K. (septembre 1985). Transmission matrix representation of finline discontinuities. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-33, n°. 9, pp. 765–770.
- Peng, S. T. et Oliner, A. A. (septembre 1981). Guidance and leakage properties of a class of open dielectric waveguide: Part I—Mathematical formulations. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-29, n°. 9, pp. 843–854.
- Qing, H., Oliner, A. A. et Sanchez, A. (août 1987). A new leaky-waveguide for millimeter waves using nonradiative dielectric (NRD) waveguide — Part 2: Comparison with experiments. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-35, n°. 8, pp. 748–752.
- Rhodes, J. D. (juin 1970). A low-pass prototype network for microwave linear phase filters. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-18, n°. 6, pp. 290–301.
- Rhodes, J. D. et Alseyab, S. A. (décembre 1980). The generalized Chebyshev low-pass prototype filter. *Int.J. Circuit Theory Appl.*, vol. 8, n°. 12, pp. 113–125.
- Rong, A. S. et Sun, Z. L. (septembre 1991). Radiation of millimeter waves from NRD leaky wave antennas with tapered transition and tuning aperture. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-39, n°. 9, pp. 1366–1371.
- Rubin, D. (juin 1990). De-embedding MM wave MICs with TRL. *Microwave Journal*, vol. 33, n°. 6, pp. 141–150.
- Sanchez, A. et Oliner, A. A. (août 1987). A new leaky-waveguide for millimeter waves using nonradiative dielectric (NRD) waveguide — Part 1: Accurate theory. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-35, n°. 8, pp. 737–747.

- Sharp, E. D. (feb 1967). An exact calculation for a T-junction of rectangular waveguides having arbitrary cross sections. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-15, n°. 2, pp. 109–116.
- Wang, C. et Zaki, K. A. (décembre 1996). Full-wave modeling of generalized double ridge waveguide T-junctions. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-44, n°. 12, pp. 2536–2542.
- Wu, K. (1998). Hybrid three-dimensional planar/non-planar circuits for microwave and millimeter-wave applications: The state of the art and challenge. *Facta Universitatis (NIS), Series: Electronics and Energetics*, vol. 11, n°. 1, pp. 87–101.
- Wu, K., Dallaire, J. et Boone, F. (décembre 1998). Channelized non-radiative dielectric (NRD) guide for hybrid and monolithic integration technology. Dans *3rd APMC*, pp. xx–xx. Tokyo, Japan.
- Wu, K. et Han, L. (septembre 1996). Integrated planar NRD oscillator suitable for low cost millimeter-wave applications. *IEEE Microwave Guided Wave Letters*, vol. 6, n°. 9, pp. 329–331.
- Wu, K. et Han, L. (juin 1997). Hybrid integration technology of planar circuits and NRD-Guide for cost-effective microwave and millimeter-wave applications. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-45, n°. 6, pp. 946–954.
- Wu, K., Huang, J., Ittipiboon, A., Cuhaci, M. et Bosisio, R. G. (août 1994). Propagation characteristics of composite nonradiative dielectric waveguides considering dielectric and ohmic losses. Dans *ANTEM*, pp. 295–298. Ottawa, Canada.

- Xu, S., Wu, X. et Yoneyama, T. (juin 1994). Scattering properties of discontinuities in NRD guide. Dans *Proc.-Microw. Antennas Propag.*, vol. 3, pp. 205–210.
- Yoneyama, T. (1984). Nonradiative dielectric waveguide. *Infrared and Millimeter-waves*, vol. 11, pp. 61–98.
- Yoneyama, T. (1989). Millimeter-wave transmitter and receiver using the nonradiative dielectric waveguide. Dans *IEEE MTT-S International Microwave Symposium*, pp. 1083–1086. Long Beach, U.S.A.
- Yoneyama, T. (février 1991). Millimeter-wave integrated circuits using nonradiative dielectric waveguide. *Electronics and communications in Japan, Part 2*, vol. 74, n°. 2, pp. 20–28.
- Yoneyama, T. (1992). Recent development in NRD-guide technology. *Annales des télécommunications*, vol. 47, n°. 11-12, pp. 508–514.
- Yoneyama, T., Fujita, S. et Nishida, S. (décembre 1983a). Insulated nonradiative dielectric waveguide for millimeter-wave integrated circuits. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-31, n°. 12, pp. 1002–1008.
- Yoneyama, T., Kuroki, F. et Nishida, S. (décembre 1984a). Design of nonradiative dielectric waveguide filters. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-32, n°. 12, pp. 1659–1661.
- Yoneyama, T. et Nishida, S. (novembre 1981). Nonradiative dielectric waveguide for millimeter wave integrated circuits. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-29, n°. 11, pp. 1188–1192.
- Yoneyama, T. et Nishida, S. (mars 1983). Nonradiative dielectric waveguide circuit components. *International Journal of Infrared and Millimeter-Waves*, vol. 4, n°. 3, pp. 439–449.

- Yoneyama, T. et Nishida, S. (novembre 1985). Nonradiative dielectric waveguide T-junctions for millimeter wave applications. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-33, n°. 11, pp. 1239–1241.
- Yoneyama, T. et Nishida, S. (1993). Nonradiative dielectric waveguide circuit components. *International Journal of Infrared and Millimeter waves*, vol. 4, pp. 439–449.
- Yoneyama, T. et Tamae, T. (janvier 1997). Millimeter wave six-port system using NRD-guide. Dans *PIERS*, vol. 1, p. 163. Hong-Kong.
- Yoneyama, T., Tamaki, H. et Nishida, S. (août 1986). Analysis and measurements of nonradiative dielectric waveguide bends. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-34, n°. 8, pp. 876–882.
- Yoneyama, T., Tozawa, N. et Nishida, S. (août 1983b). Coupling characteristics of nonradiative dielectric waveguides. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-31, n°. 8, pp. 648–654.
- Yoneyama, T., Tozawa, N. et Nishida, S. (août 1984b). Loss measurements of nonradiative dielectric waveguide. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-32, n°. 8, pp. 943–946.
- Yoneyama, T., Yamaguchi, M. et Nishida, S. (décembre 1982). Bends in nonradiative dielectric waveguide. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-30, n°. 12, pp. 2146–2150.
- Yoshinaga, H. et Yoneyama, T. (novembre 1988). Design and fabrication of a nonradiative dielectric waveguide circulator. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-36, n°. 11, pp. 1526–1529.

Zhongxiang, S., Xiaoming, L. et Sifan, L. (1990). Dispersion characteristics of groove nonradiative dielectric waveguide with anisotropic substrate. Dans *3^d APMC*, pp. 19–22. Tokyo, Japan.

Zverev, A. I. (1967). Handbook of filter synthesis. John Wiley & Son, New York, U.S.A.

ANNEXE A

FORMULATION

A.1 Équation d'onde

Supposons une onde électromagnétique se propageant dans un espace repéré par les coordonnées u , v , et w , constitué d'un milieu isotrope ne contenant aucune source. D'une façon générale, les équations de Maxwell peuvent s'écrire:

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (\text{A.1})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} \quad (\text{A.2})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad (\text{A.4})$$

En multipliant vectoriellement les équations A.1 et A.2 par l'opérateur Nabla, il vient:

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -j\omega\mu\vec{\nabla} \wedge \vec{H} \quad (\text{A.5})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{H}) - \nabla^2 \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{\nabla} \wedge \vec{E} \quad (\text{A.6})$$

Enfin, en reportant respectivement A.2, A.3 et A.1, A.4 dans A.5 et A.6, l'équation différentielle suivante pour les champs électrique et magnétique peut s'écrire:

$$\left(\nabla^2 + \omega^2\epsilon\mu \right) \begin{vmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{A.7})$$

Cette équation est dite *équation d'onde* ou *équation de propagation*.

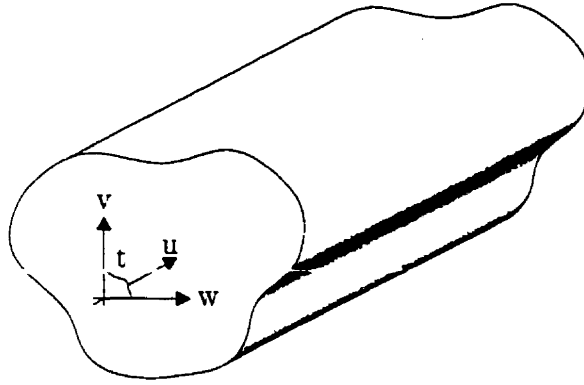


Figure A.1: Guide d'onde cylindrique de section quelconque

Dans le cas particulier, mais très fréquent, de l'étude de la propagation dans un guide d'onde cylindrique tel que présenté à la figure A.1, l'indépendance du champ transverse vis à vis de l'axe de propagation peut être mise en évidence, ce qui conduit aux formes *transversale* et *longitudinale* de l'équation d'onde.

A.1.1 Forme transversale de l'équation d'onde

La forme transversale de l'équation d'onde est donc un ensemble d'équations où seules les composantes du plan transverse sont présentes, montrant clairement la séparation plan transverse/axe longitudinal.

Pour obtenir ces équations, posons u la direction de l'axe du cylindre et t le plan orthogonale à cette direction comme défini à la figure A.1. L'opérateur $\vec{\nabla}$ et les champs électrique et magnétique peuvent alors se décomposer selon cette direction u et ce plan transverse t de la manière suivante:

$$\vec{\nabla} = \vec{\nabla}_u + \vec{\nabla}_t \quad (\text{A.8})$$

$$\vec{E} = \vec{E}_u + \vec{E}_t \quad (\text{A.9})$$

$$\vec{H} = \vec{H}_u + \vec{H}_t \quad (\text{A.10})$$

En reportant ces expressions dans A.1 et A.2, il vient:

$$\left(\vec{\nabla}_t + \nabla_u \vec{u}\right) \wedge \left(\vec{E}_t + E_u \vec{u}\right) = -j\omega\mu \left(\vec{H}_t + H_u \vec{u}\right) \quad (\text{A.11})$$

$$\left(\vec{\nabla}_t + \nabla_u \vec{u}\right) \wedge \left(\vec{H}_t + H_u \vec{u}\right) = j\omega\epsilon \left(\vec{E}_t + E_u \vec{u}\right) \quad (\text{A.12})$$

En décomposant ces équations selon le plan transverse t et la direction u , il vient:

- selon t :

$$\vec{\nabla}_t \wedge E_u \vec{u} + \nabla_u \vec{u} \wedge \vec{E}_t = -j\omega\mu \vec{H}_t \quad (\text{A.13})$$

$$\vec{\nabla}_t \wedge H_u \vec{u} + \nabla_u \vec{u} \wedge \vec{H}_t = j\omega\epsilon \vec{E}_t \quad (\text{A.14})$$

- selon u :

$$\vec{\nabla}_t \wedge \vec{E}_t = -j\omega\mu H_u \vec{u} \quad (\text{A.15})$$

$$\vec{\nabla}_t \wedge \vec{H}_t = j\omega\epsilon E_u \vec{u} \quad (\text{A.16})$$

Les parties longitudinales des champs dans équations A.13 et A.14 sont éliminées en y substituant leur expression tirée des équations A.15 et A.16. Il vient alors:

$$\frac{1}{j\omega\epsilon} \vec{\nabla}_t \wedge (\vec{\nabla}_t \wedge \vec{H}_t) + \nabla_u \vec{u} \wedge \vec{E}_t = -j\omega\mu \vec{H}_t \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{1}{-j\omega\mu} \vec{\nabla}_t \wedge (\vec{\nabla}_t \wedge \vec{E}_t) + \nabla_u \vec{u} \wedge \vec{H}_t = j\omega\epsilon \vec{E}_t \quad (\text{A.18})$$

En définissant η_0 par:

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (\text{A.19})$$

il vient:

$$\omega \epsilon = \omega \epsilon_0 \epsilon_r = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \epsilon_r = \frac{\epsilon_r k_0}{\eta_0} \quad (\text{A.20})$$

$$\omega \mu = \omega \mu_0 \mu_r = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \mu_r = \mu_r k_0 \eta_0 \quad (\text{A.21})$$

Ainsi, en reportant A.20 et A.21 dans A.17 et A.18, la forme transversale de l'équation d'onde peut s'écrire:

$$\left[\mu_r k_0 (\cdot) - \frac{1}{\epsilon_r k_0} \vec{\nabla}_t \wedge \vec{\nabla}_t \wedge (\cdot) \right] \vec{H}_t = \frac{j}{\eta_0} \nabla_u \vec{u} \wedge \vec{E}_t \quad (\text{A.22})$$

$$\left[\epsilon_r k_0 (\cdot) - \frac{1}{\mu_r k_0} \vec{\nabla}_t \wedge \vec{\nabla}_t \wedge (\cdot) \right] \vec{E}_t = -j \eta_0 \nabla_u \vec{u} \wedge \vec{H}_t \quad (\text{A.23})$$

Pour marquer l'indépendance des champs transversaux vis à vis de la direction de propagation, le vecteur $\vec{u}$ peut être éliminé des équations précédentes. Pour ce faire, un nouveau vecteur, appelé *densité de courant*, est introduit et est défini par:

$$\vec{J} = \eta_0 \vec{H}_t \wedge \vec{u} \quad (\text{A.24})$$

En remarquant que:

$$\vec{\nabla}_t \wedge \vec{\nabla}_t \wedge \vec{X} = \begin{vmatrix} 0 \\ -\nabla_w^2 X_v + \nabla_v \nabla_w X_w \\ -\nabla_v^2 X_w + \nabla_v \nabla_w X_v \end{vmatrix} \quad (\text{A.25})$$

et en ne gardant que les composantes non nulles du vecteur $\vec{X}$, c'est-à-dire les composantes selon v et w tout en gardant la même notation (abus de notation), l'équation A.25 peut être réécrite comme suit:

$$\vec{\nabla}_t \wedge \vec{\nabla}_t \wedge \vec{X} = - \begin{pmatrix} \nabla_w^2 & -\nabla_v \nabla_w \\ -\nabla_v \nabla_w & \nabla_v^2 \end{pmatrix} \vec{X} \quad (\text{A.26})$$

Dans ces conditions, la forme transversale de l'équation d'onde peut s'écrire:

$$\left[\mu_r k_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{\epsilon_r k_0} \begin{pmatrix} \nabla_v^2 & \nabla_v \nabla_w \\ \nabla_v \nabla_w & \nabla_w^2 \end{pmatrix} \right] \vec{J} = j \nabla_u \vec{E}_t \quad (\text{A.27})$$

$$\left[\epsilon_r k_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{\mu_r k_0} \begin{pmatrix} \nabla_w^2 & -\nabla_v \nabla_w \\ -\nabla_v \nabla_w & \nabla_v^2 \end{pmatrix} \right] \vec{E}_t = j \nabla_u \vec{J} \quad (\text{A.28})$$

où tous les vecteurs n'ont que deux composantes: l'une selon v et l'autre selon w .

A.1.2 Forme longitudinale de l'équation d'onde

Les composantes longitudinales des champs électrique et magnétique peuvent alors s'exprimer en fonction des champs transverses. Multiplions scalairement les équations A.15 et A.16 par le vecteur $\vec{u}$. Il vient:

$$-j\omega\mu H_u = (\vec{\nabla}_t \wedge \vec{E}_t) \cdot \vec{u} \quad (\text{A.29})$$

$$j\omega\epsilon E_u = (\vec{\nabla}_t \wedge \vec{H}_t) \cdot \vec{u} \quad (\text{A.30})$$

Or, pour tout vecteur $\vec{A}_t$, la relation suivante peut s'écrire:

$$\vec{\nabla}_t \cdot (\vec{u} \wedge \vec{A}_t) = \overbrace{(\vec{\nabla}_t \wedge \vec{u}) \cdot \vec{A}_t}^{0 \text{ car } \vec{u} = \text{cste}} - \vec{u} \cdot (\vec{\nabla}_t \wedge \vec{A}_t) \quad (\text{A.31})$$

$$\Rightarrow (\vec{\nabla}_t \wedge \vec{A}_t) \cdot \vec{u} = -\vec{\nabla}_t \cdot (\vec{u} \wedge \vec{A}_t) \quad (\text{A.32})$$

En reportant A.32 dans A.29 et A.30, il vient:

$$j\omega\mu H_u = \vec{\nabla}_t \cdot (\vec{u} \wedge \vec{E}_t) \quad (\text{A.33})$$

$$j\omega\epsilon E_u = \vec{\nabla}_t \cdot (\vec{H}_t \wedge \vec{u}) \quad (\text{A.34})$$

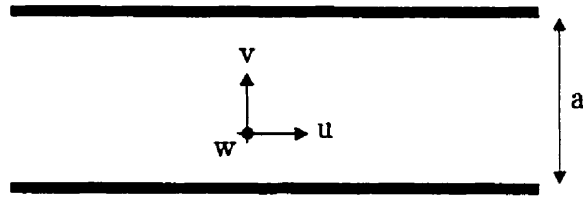


Figure A.2: Guide homogène et isotrope

En résumé, ces deux dernières équations permettent de déterminer les composantes longitudinales des champs lorsque les champs transverses sont connus.

A.2 Recherche des solutions modales

Les solutions directes des équations de Maxwell sont appelées *solutions modales*. La solution générale des équations de Maxwell est alors une superposition de l'ensemble de ces solutions modales. Pour l'étude des guides NRD, il faut nous intéresser aux solutions modales dans le cas particulier d'un guide homogène et isotrope, fermé par des murs électrique dans la direction v et de longueur infinie dans les directions u et w , comme représenté à la figure A.2. Les solutions modales *transverses* sont recherchées avant les solutions modales *longitudinales*.

A.2.1 Solutions modales transverses

La méthode utilisé est la méthode classique (Harrington, 1961) et est clairement résumé par le tableau A.1.

En appliquant pas à pas cette méthode, les champs transverses modaux $\vec{E}_{tm}$ et $\vec{H}_{tm}$ peuvent être calculés. Tous les résultats sont récapitulés dans le tableau A.2.

Le vecteur densité de courant $\vec{J}$ se déduit facilement de l'équation A.24. Il vient:

$$\vec{J}_m = \eta_0 \vec{H}_{tm} \wedge \vec{u} = \eta_0 I_m(u) \vec{h}_{tm} \wedge \vec{u} \quad (\text{A.35})$$

Tableau A.1: Méthodologie de recherche des solutions modales

	Mode TE _u	Mode TM _u
Équation transverse de Helmholtz	$\nabla_t^2 \psi_m + k_m^2 \psi_m = 0$ avec $\psi_m = V(v)W(w)$	
Conditions aux frontières	selon v $\frac{\partial \psi_m}{\partial v} = 0$ pour $v = 0$ ou $v = a$	$\psi_m = 0$
	selon w $\psi_m = 0$ pour $w \rightarrow +\infty$	
Champ transverse générateur	$\vec{h}_{tm} = -\nabla_t \psi_m$	$\vec{e}_{tm} = -\nabla_t \psi_m$
Normalisation	$\int_S \vec{h}_{tm} \cdot \vec{h}_{ti}^* dS = \delta_{mi}$	$\int_S \vec{e}_{tm} \cdot \vec{e}_{ti}^* dS = \delta_{mi}$
Champ transverse dual	$\vec{e}_{tm} = \vec{h}_{tm} \wedge \vec{u}$	$\vec{h}_{tm} = \vec{u} \wedge \vec{e}_{tm}$
Champ transverse modal	$\vec{E}_{tm} = V_m(u) \vec{e}_{tm}$ $\vec{H}_{tm} = I_m(u) \vec{h}_{tm}$	

En définissant $J_m(u) = \eta_0 I_m(u)$ et en remarquant que $\vec{e}_{tm} = \vec{h}_{tm} \wedge \vec{u}$, il vient:

$$\vec{J}_m = J_m(u) \vec{e}_{tm} \quad (\text{A.36})$$

Il faut maintenant déterminer les fonctions $V_m(u)$ et $I_m(u)$ qui apparaissent dans l'expression des champs transverses modaux $\vec{E}_{tm}$ et $\vec{H}_{tm}$. Pour ce faire la forme *transversale* de l'équation d'onde est utilisée, c'est-à-dire les équations A.27 et A.28, dans lesquelles les expressions trouvées pour les champs transverses électrique et magnétique sont reportées. Il vient alors:

- Pour le mode TE_u:

$$\frac{\partial V_m(u)}{\partial u} = -j\mu_r\eta_0 k_0 I_m(u) \quad (\text{A.37})$$

$$\frac{\partial I_m(u)}{\partial u} = j \frac{(q_m)^2}{\mu_r\eta_0 k_0} V_m(u) \quad (\text{A.38})$$

Tableau A.2: Champs transverses modaux

	Mode TE _u	Mode TM _u
ψ_m	$\psi_m \sim \cos(\frac{m\pi}{a}v)e^{-\gamma w}, \forall m$	$\psi_m \sim \sin(\frac{m\pi}{a}v)e^{-\gamma w}, m \neq 0$
Cste de normalisation	$\frac{1}{\sigma_m} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \gamma ^2} = \frac{1}{\sigma_m} \sqrt{X}$	
Champ transverse générateur	$h_{mv} = \frac{m\pi}{a} \frac{\sigma_m}{\sqrt{X}} \sin(\frac{m\pi}{a}v)e^{-\gamma w}$ $h_{mw} = \gamma \frac{\sigma_m}{\sqrt{X}} \cos(\frac{m\pi}{a}v)e^{-\gamma w}$	$e_{mv} = -\frac{m\pi}{a} \frac{\sigma_m}{\sqrt{X}} \cos(\frac{m\pi}{a}v)e^{-\gamma w}$ $e_{mw} = \gamma \frac{\sigma_m}{\sqrt{X}} \sin(\frac{m\pi}{a}v)e^{-\gamma w}$
Champ transverse dual	$e_{mv} = \gamma \frac{\sigma_m}{\sqrt{X}} \cos(\frac{m\pi}{a}v)e^{-\gamma w}$ $e_{mw} = -\frac{m\pi}{a} \frac{\sigma_m}{\sqrt{X}} \sin(\frac{m\pi}{a}v)e^{-\gamma w}$	$h_{mv} = -\gamma \frac{\sigma_m}{\sqrt{X}} \sin(\frac{m\pi}{a}v)e^{-\gamma w}$ $h_{mw} = -\frac{m\pi}{a} \frac{\sigma_m}{\sqrt{X}} \cos(\frac{m\pi}{a}v)e^{-\gamma w}$
Avec	$k_m^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \gamma^2$ $\sigma_m = \sqrt{1/a}$ si $m = 0$, $\sigma_m = \sqrt{2/a}$ si $m \neq 0$	
Champ transverse modal	$\vec{E}_{tm} = V_m(u)\vec{e}_{tm}$ $\vec{H}_{tm} = I_m(u)\vec{h}_{tm}$	
Densité de courant	$\vec{J} = \eta_0 \vec{H}_{tm} \wedge \vec{u} = J_m(u)\vec{e}_{tm}$ avec $J_m(u) = \eta_0 I_m(u)$	

- Pour le mode TM_u:

$$\frac{\partial V_m(u)}{\partial u} = j \frac{\eta_0}{\epsilon_r k_0} (q_m)^2 I_m(u) \quad (\text{A.39})$$

$$\frac{\partial I_m(u)}{\partial u} = -j \frac{\epsilon_r k_0}{\eta_0} V_m(u) \quad (\text{A.40})$$

avec:

$$(q_m)^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \mu_r \epsilon_r k_0^2 - \gamma^2 = k_m^2 - \mu_r \epsilon_r k_0^2 \quad (\text{A.41})$$

En combinant les équations A.37 et A.38 d'une part, et les équations A.39 et A.40 d'autre part, les deux équations différentielles suivantes sont obtenues dans les deux cas:

$$\frac{\partial^2 V_m(u)}{\partial u^2} - (q_m)^2 V_m(u) = 0 \quad (\text{A.42})$$

$$\frac{\partial^2 I_m(u)}{\partial u^2} - (q_m)^2 I_m(u) = 0 \quad (\text{A.43})$$

dont les solutions sont de la forme:

$$V_m(u) = c_1 e^{-q_m u} + c_2 e^{q_m u} \quad (\text{A.44})$$

$$I_m(u) = c_3 e^{-q_m u} + c_4 e^{q_m u} \quad (\text{A.45})$$

q_m apparaît donc comme la constante de propagation de l'onde suivant la direction u . En reportant ces solutions dans les systèmes d'équations (A.37, A.38) et (A.39, A.40), il vient:

- Pour le mode TE_u :

$$c_3 = -j \frac{q_m}{\mu_r \eta_0 k_0} c_1 \quad (\text{A.46})$$

$$c_4 = j \frac{q_m}{\mu_r \eta_0 k_0} c_2 \quad (\text{A.47})$$

- Pour le mode TM_u :

$$c_3 = j \frac{\epsilon_r k_0}{\eta_0 q_m} c_1 \quad (\text{A.48})$$

$$c_4 = -j \frac{\epsilon_r k_0}{\eta_0 q_m} c_2 \quad (\text{A.49})$$

En définissant les admittances de mode dans la direction u par:

$$Y_{mu}^{TE} = \frac{1}{Z_{mu}^{TE}} = -j \frac{q_m}{\mu_r \eta_0 k_0} \quad (\text{A.50})$$

$$Y_{mu}^{TM} = \frac{1}{Z_{mu}^{TM}} = j \frac{\epsilon_r k_0}{\eta_0 q_m} \quad (\text{A.51})$$

et en posant:

$$c_1 = V_m^+ \quad (\text{A.52})$$

$$c_2 = V_m^- \quad (\text{A.53})$$

les fonctions $V_m(u)$ et $I_m(u)$ s'expriment par:

$$V_m(u) = V_m^+ e^{-q_m u} + V_m^- e^{q_m u} \quad (\text{A.54})$$

$$\begin{aligned} I_m(u) &= Y_{mu} (V_m^+ e^{-q_m u} - V_m^- e^{q_m u}) \\ &= I_m^+ e^{-q_m u} - I_m^- e^{q_m u} \end{aligned} \quad (\text{A.55})$$

d'où est déduite l'expression de $J_m(u)$:

$$\begin{aligned} J_m(u) &= \eta_0 I_m(u) \\ &= \eta_0 Y_{mu} (V_m^+ e^{-q_m u} - V_m^- e^{q_m u}) \\ &= J_m^+ e^{-q_m u} - J_m^- e^{q_m u} \end{aligned} \quad (\text{A.56})$$

avec Y_{mu} pour Y_{mu}^{TE} ou Y_{mu}^{TM} dépendemment du mode considéré. Le champ transverse modal est alors parfaitement caractérisé et s'écrit finalement:

$$\vec{E}_{tm}(u) = V_m(u) \vec{e}_{tm} \quad (\text{A.57})$$

$$\vec{H}_{tm}(u) = I_m(u) \vec{h}_{tm} \quad (\text{A.58})$$

$$\vec{J}_m(u) = J_m(u) \vec{e}_{tm} \quad (\text{A.59})$$

A.2.2 Solutions modales longitudinales

Pour obtenir la partie longitudinale des champs modaux, la forme *longitudinale* de l'équation d'onde est utilisée. c'est-à-dire les équations A.33 et A.34. Il vient alors:

- Pour le mode TE_u :

$$E_{mu} = 0 \quad (A.60)$$

$$H_{mu} = -jV_m(u) \frac{\sigma_m}{\mu_r \eta_0 k_0} \frac{k_m^2}{\sqrt{X}} \cos\left(\frac{m\pi}{a}v\right) e^{-\gamma w} \quad (A.61)$$

- Pour le mode TM_u :

$$E_{mu} = -jI_m(u) \frac{\eta_0 \sigma_m}{\epsilon_r k_0} \frac{k_m^2}{\sqrt{X}} \sin\left(\frac{m\pi}{a}v\right) e^{-\gamma w} \quad (A.62)$$

$$H_{mu} = 0 \quad (A.63)$$

A.3 Calcul des constantes de propagation γ dans une structure multicouche

La figure A.3 représente la structure multicouche à laquelle nous nous intéressons. Dans chaque couche, la détermination du champ modal peut être faite comme dans la section A.2 précédente. En écrivant la continuité du champ électromagnétique à l'interface des différentes couches, l'équation caractéristique du guide NRD peut être déterminée. Afin de pouvoir écrire cette continuité des champs, il est très judicieux de faire apparaître pour chaque couche k , $k \in [1, K]$ et pour chaque mode m présent dans cette couche, la matrice dite matrice *chaîne*, notée $C_m^k(u)$. L'équation caractéristique ainsi obtenue est fonction de la variable

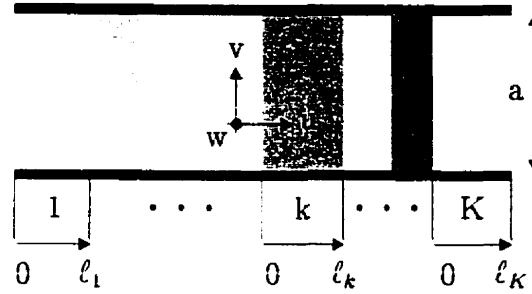


Figure A.3: Structure multicouche

γ . Résoudre cette équation permet de trouver les valeurs de γ pour lesquelles une distribution du champ électromagnétique existe¹ dans le guide NRD. Ces valeurs sont nommées traditionnellement constantes de propagation et sont quantifiées selon deux indices.

A.3.1 Matrice chaîne $C_m^k(u)$

La matrice *chaîne* est la matrice qui relie, pour une couche k déterminée et pour un mode m donné, les champs électrique et densité de courant en un point u quelconque à l'intérieure de cette couche, aux champs électrique et densité de courant définis à l'entrée de la couche, c'est à dire pour $u = 0$.

Particularisons alors notre étude au mode m présent dans la couche k , définie à la figure A.3, dont l'entrée et la sortie sont situées aux abscisses $u = 0$ et $u = \ell_k$ respectivement. À l'aide des équations A.54 à A.59, il vient:

- à l'entrée:

$$\vec{E}_{tm}^k(0) = V_m(0)\vec{e}_{tm} = (V_m^+ + V_m^-)\vec{e}_{tm} \quad (\text{A.64})$$

$$\vec{J}_m^k(0) = \eta_0 I_m(0)\vec{e}_{tm} = \eta_0 Y_{mu}^k (V_m^+ - V_m^-)\vec{e}_{tm} \quad (\text{A.65})$$

¹c'est-à-dire que toutes les conditions aux limites et aux frontières sont vérifiées

- au point u tel que $u < \ell_k$:

$$\vec{E}_{tm}^k(u) = V_m(u)\vec{e}_{tm} = \left(V_m^+ e^{-q_m^k u} + V_m^- e^{q_m^k u}\right)\vec{e}_{tm} \quad (\text{A.66})$$

$$\vec{J}_m^k(u) = \eta_0 I_m(u)\vec{e}_{tm} = \eta_0 Y_{mu}^k \left(V_m^+ e^{-q_m^k u} - V_m^- e^{q_m^k u}\right)\vec{e}_{tm} \quad (\text{A.67})$$

Des équations A.64 et A.65 il vient:

$$V_m^+ \vec{e}_{tm} = \frac{1}{2\eta_0 Y_{mu}^k} \left(\eta_0 Y_{mu}^k \vec{E}_{tm}^k(0) + \vec{J}_m^k(0) \right) \quad (\text{A.68})$$

$$V_m^- \vec{e}_{tm} = \frac{1}{2\eta_0 Y_{mu}^k} \left(\eta_0 Y_{mu}^k \vec{E}_{tm}^k(0) - \vec{J}_m^k(0) \right) \quad (\text{A.69})$$

En reportant ces deux dernières équations dans A.66 et A.67, il vient:

$$\vec{E}_{tm}^k(u) = \cosh(q_m^k u) \vec{E}_{tm}^k(0) - \frac{Z_{mu}^k}{\eta_0} \sinh(q_m^k u) \vec{J}_m^k(0) \quad (\text{A.70})$$

$$\vec{J}_m^k(u) = -\eta_0 Y_{mu}^k \sinh(q_m^k u) \vec{E}_{tm}^k(0) + \cosh(q_m^k u) \vec{J}_m^k(0) \quad (\text{A.71})$$

En définissant les impédances et admittances de mode normalisées dans la direction u respectivement par:

$$\bar{z}_{mu}^k = \frac{Z_{mu}^k}{\eta_0} \quad (\text{A.72})$$

$$\bar{y}_{mu}^k = \frac{1}{\bar{z}_{mu}^k} = \eta_0 Y_{mu}^k \quad (\text{A.73})$$

dont les valeurs sont données au tableau A.3, la matrice chaine $C_m^k(u)$ s'écrit:

$$C_m^k(u) = \begin{pmatrix} \cosh(q_m^k u) & -\bar{z}_{mu}^k \sinh(q_m^k u) \\ -\bar{y}_{mu}^k \sinh(q_m^k u) & \cosh(q_m^k u) \end{pmatrix} \quad (\text{A.74})$$

Tableau A.3: Impédances et admittances de mode normalisée dans la direction u

	$\bar{z}_{mu}^k$	$\bar{y}_{mu}^k$
Mode TE _{u}	$j \frac{\mu_r k_0}{q_m^k}$	$-j \frac{q_m^k}{\mu_r k_0}$
Mode TM _{u}	$-j \frac{q_m^k}{\epsilon_r k_0}$	$j \frac{\epsilon_r k_0}{q_m^k}$

et dans ces conditions, il vient:

$$\begin{pmatrix} \bar{E}_{tm}^k(u) \\ \bar{J}_m^k(u) \end{pmatrix} = C_m^k(u) \begin{pmatrix} \bar{E}_{tm}^k(0) \\ \bar{J}_m^k(0) \end{pmatrix} \quad (\text{A.75})$$

A.3.2 Équation caractéristique

Pour déterminer l'équation caractéristique, dont les solutions sont les constantes de propagation de notre structure multicouche, il faut écrire la continuité des champs au niveau des interfaces et tenir compte des conditions de fermeture de la structure dans la direction u .

Pour toutes les interfaces entre les couches k et $k+1$, $k \in [1, K-1]$, la continuité du champ électrique et du champ magnétique peut être écrite, ce qui se traduit par:

$$\bar{E}_{tm}^k(\ell_k) = \bar{E}_{tm}^{k+1}(0) \quad (\text{A.76})$$

$$\bar{H}_{tm}^k(\ell_k) = \bar{H}_{tm}^{k+1}(0) \quad (\text{A.77})$$

cette dernière équation étant équivalente à:

$$\bar{J}_m^k(\ell_k) = \bar{J}_m^{k+1}(0) \quad (\text{A.78})$$

D'autre part, nous avons, d'après A.75:

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_{tm}^k(\ell_k) \\ \tilde{J}_m^k(\ell_k) \end{pmatrix} = C_m^k(\ell_k) \begin{pmatrix} \tilde{E}_{tm}^k(0) \\ \tilde{J}_m^k(0) \end{pmatrix} \quad (\text{A.79})$$

En combinant les équations A.76, A.78 et A.79, l'équation caractéristique générale s'écrit:

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_{tm}^K(0) \\ \tilde{J}_m^K(0) \end{pmatrix} = \left(\prod_{k=K-1}^{k=2} C_m^k(\ell_k) \right) \begin{pmatrix} \tilde{E}_{tm}^1(\ell_1) \\ \tilde{J}_m^1(\ell_1) \end{pmatrix} \quad (\text{A.80})$$

L'équation caractéristique ainsi définie dépend uniquement de la variable γ puisque les valeurs q_m^k sont reliées à γ par la relation A.41. Cette dernière relation introduit un premier indice, m , dit indice physique puisqu'il correspond au nombre de demi-périodes de la distribution du champ selon la direction v . Lorsque m est fixé, il existe alors plusieurs solutions distinctes en γ . Chaque solution distincte est indicée par n . Ce deuxième indice n'a pas de signification physique, comme c'est le cas pour un guide rectangulaire, mais sert uniquement à numérotter les solutions.

Cette équation caractéristique peut alors être développée en fonction des conditions de fermeture de la structure selon la direction u . Quatre cas particuliers sont mis en évidence.

A.3.2.1 Structure infiniment longue selon u

Dans ce cas, les couches 1 et K sont particulières dans le sens où l'onde ne se propage que dans une direction vers l'infini. Il faut donc reprendre le développement des équations A.64 à A.67 pour lesquelles il ne faut faire apparaître que l'onde négative V_m^- pour la couche 1 et l'onde positive V_m^+ pour la couche K .

Pour la couche 1, il vient:

$$\vec{E}_{tm}^1(\ell_1) = -\bar{z}_{mu}^1 \vec{J}_m^1(\ell_1) \quad (\text{A.81})$$

Et pour la couche K :

$$\vec{E}_{tm}^K(0) = \bar{z}_{mu}^K \vec{J}_m^K(0) \quad (\text{A.82})$$

En posant, dans l'équation A.80:

$$A = \left(\prod_{k=K-1}^{k=2} C_m^k(\ell_k) \right) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A.83})$$

il vient:

$$\vec{E}_{tm}^K(0) = a_{11} \vec{E}_{tm}^1(\ell_1) + a_{12} \vec{J}_m^1(\ell_1) \quad (\text{A.84})$$

$$\vec{J}_m^K(0) = a_{21} \vec{E}_{tm}^1(\ell_1) + a_{22} \vec{J}_m^1(\ell_1) \quad (\text{A.85})$$

En reportant A.81 dans ces deux dernières équations, il vient:

$$\vec{E}_{tm}^K(0) = (-a_{11} \bar{z}_{mu}^1 + a_{12}) \vec{J}_m^1(\ell_1) \quad (\text{A.86})$$

$$\vec{J}_m^K(0) = (-a_{21} \bar{z}_{mu}^1 + a_{22}) \vec{J}_m^1(\ell_1) \quad (\text{A.87})$$

Et enfin, en reportant A.86 et A.87 dans A.82, il vient:

$$(-a_{11} \bar{z}_{mu}^1 + a_{12}) \vec{J}_m^1(\ell_1) = \bar{z}_{mu}^K (-a_{21} \bar{z}_{mu}^1 + a_{22}) \vec{J}_m^1(\ell_1) \quad (\text{A.88})$$

En simplifiant par $\tilde{J}_m^1(\ell_1)$ (qui est a priori différent de zéro), l'équation caractéristique s'obtient dans le cas de conditions de fermeture énoncées ci dessus:

$$\tilde{z}_{mu}^1 \tilde{z}_{mu}^K a_{21} - \tilde{z}_{mu}^1 a_{11} - \tilde{z}_{mu}^K a_{22} + a_{12} = 0 \quad (\text{A.89})$$

Application au cas particulier d'un guide symétrique à trois couches diélectriques

Dans ce cas, les couches 1 et 3 sont identiques et l'équation caractéristique se résume à:

$$\left(\tilde{z}_{mu}^1\right)^2 c_{21} - \tilde{z}_{mu}^1 (c_{11} + c_{22}) + c_{12} = 0 \quad (\text{A.90})$$

Le comportement de la constante de propagation γ en fonction de la fréquence est alors singulier et les fréquences suivantes peuvent être mises en évidence:

- *fréquence de disparition* — dans le cas critique pour lequel $q_m^1 = q_m^3 = 0$.
cette équation peut s'écrire pour les modes LSE:

$$\tilde{y}_{mu}^2 \sinh(q_m^2 b) = 0 \quad (\text{A.91})$$

et pour les modes LSM:

$$\tilde{z}_{mu}^2 \sinh(q_m^2 b) = 0 \quad (\text{A.92})$$

Les équations A.91 et A.92 ont pour solution, autre que la solution triviale:

$$q_m^2 = j \frac{n\pi}{b} \quad (\text{A.93})$$

En écrivant l'équation A.41 pour les couches 1 et 2 et en faisant la différence, il vient:

$$(\epsilon_{r2} - \epsilon_{r1})k_0^2 + (q_m^2)^2 = 0 \quad (\text{A.94})$$

Les fréquences pour lesquelles cette équation est vraie peuvent s'écrire:

$$f_d = n \frac{c}{2b} \frac{1}{\sqrt{(\epsilon_{r2} - \epsilon_{r1})}} \quad (\text{A.95})$$

et elles sont appelées *fréquences de disparition*.

- *fréquence de coupure et fréquence de disparition* — dans le cas limite pour lequel $\gamma = 0$ et $q_m^1 = q_m^3 = 0$, l'équation A.41 s'écrit dans la couche 1:

$$\epsilon_{r1}k_0^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \quad (\text{A.96})$$

En reportant la valeur de k_0^2 trouvée par A.96 dans A.94 et en utilisant A.93, il vient:

$$n = m \frac{b}{a} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} - 1} \quad (\text{A.97})$$

Cette dernière équation représente le cas limite pour lequel les fréquences de coupure et de disparition sont confondues. Ce cas est extrêmement rare car il faut que cette équation soit vraie avec $(m, n) \in \mathbb{N}^2$. Deux autres cas s'en déduisent alors:

- le mode est évanescent où à la coupure, soit $\gamma = \alpha$. L'équation A.41 donne alors:

$$k_0 \leq \frac{m\pi}{a} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{r1}}} \quad (\text{A.98})$$

et l'équation A.97 s'écrit:

$$n \leq m \frac{b}{a} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} - 1} \quad (\text{A.99})$$

Il est important de noter que l'équation A.98 nous garantit que le guide fonctionne bien en guide NRD, c'est à dire que la condition de non-rayonnement est vérifiée

– le mode est propagatif, soit $\gamma = j\beta$. L'équation A.41 donne alors:

$$k_0 \geq \frac{m\pi}{a} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{r1}}} \quad (\text{A.100})$$

et l'équation A.97 s'écrit:

$$n \geq m \frac{b}{a} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} - 1} \quad (\text{A.101})$$

L'équation A.100 nous garantit alors que la plage en fréquence pour le guide NRD est dépassée et que le guide fonctionne en guide H.

En résumé, dans le cas d'un guide symétrique à trois couches diélectriques et infiniment long dans la direction transverse, la disparition des modes se fait aux fréquences f_d . Les modes qui disparaissent sont évanescents si le guide est dans son fonctionnement de guide NRD, et propagatif si le guide est dans son fonctionnement de guide H.

A.3.2.2 Structure fermée par des murs électriques

Dans ce cas, les couches 1 et K sont traitées comme toutes les autres couches et l'équation A.80 peut s'écrire:

$$\begin{pmatrix} \bar{E}_{tm}^K(\ell_K) \\ \bar{J}_m^K(\ell_K) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \bar{E}_{tm}^1(0) \\ \bar{J}_m^1(0) \end{pmatrix} \quad (\text{A.102})$$

avec

$$A = \left(\prod_{k=K}^{k=1} C_m^k(\ell_k) \right) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A.103})$$

Il vient donc:

$$\vec{E}_{tm}^K(\ell_K) = a_{11}\vec{E}_{tm}^1(0) + a_{12}\vec{J}_m^1(0) \quad (\text{A.104})$$

$$\vec{J}_m^K(\ell_K) = a_{21}\vec{E}_{tm}^1(0) + a_{22}\vec{J}_m^1(0) \quad (\text{A.105})$$

Or, le champ électrique tangentiel est par nature nul sur les murs électriques, ce qui conduit à écrire que $\vec{E}_{tm}^K(\ell_K) = \vec{0}$ et $\vec{E}_{tm}^1(0) = \vec{0}$. En reportant ce résultat dans l'équation précédente A.104 et en simplifiant par $\vec{J}_m^1(0)$ (qui est a priori différent de zéro), l'équation caractéristique pour le cas d'une structure fermée par des murs électriques est obtenue:

$$a_{12} = 0 \quad (\text{A.106})$$

A.3.2.3 Structure fermée par des murs magnétiques

Dans ce cas, les couches 1 et K sont également traitées comme toutes les autres couches et les équations A.102 à A.105 restent valides. Or le champ magnétique tangentiel est par définition nul sur les murs magnétiques, ce qui conduit à écrire que $\vec{J}_m^K(\ell_K) = \vec{0}$ et $\vec{J}_m^1(0) = \vec{0}$. En reportant ces expressions dans l'équation A.105 et en simplifiant par $\vec{E}_{tm}^1(0)$ (qui est a priori différent de zéro), l'équation caractéristique pour le cas d'une structure fermée par des murs magnétiques est obtenue:

$$a_{21} = 0 \quad (\text{A.107})$$

A.3.2.4 Structure ouverte

De même, les couches 1 et K sont traitées comme toutes les autres couches et les équations A.102 à A.105 restent valides. Il faut maintenant connaître les impédances du guide ouvert pour chaque mode et les introduire dans l'équation caractéristique. Ces impédances seront complexes et la recherche de zéros se fait dans le plan complexe, ce qui rend la recherche systématique des zéros délicate.

A.4 Expression des champs modaux dans une structure multicouche

Nous avons vu dans la section A.2 comment trouver le champ électromagnétique dans une couche homogène et isotrope. Nous allons utiliser ce résultat pour exprimer les champs électrique et magnétique dans une structure composée d'un nombre défini de couches homogènes et isotropes, structure représentée à la figure A.3.

Il est important de préciser les conditions de fermeture de la structure pour le calcul du champ. Nous traiterons complètement le cas où la structure est fermée par des *murs électriques*, et donnerons quelques conseils pour le cas de murs magnétiques.

Nous procéderons encore une fois en recherchant dans un premier temps les champs transversaux ou tangentiels, puis nous en déduirons les champs longitudinaux grâce aux équations A.33 et A.34.

A.4.1 Champs tangentiels

Les conditions de fermeture *murs électriques* permettent de déterminer les champs électrique et densité de courant (et par conséquent magnétique) dans la première couche de notre structure. Il vient d'après A.54:

$$\vec{E}_{tm}^1(0) = (V_m^+ + V_m^-) \vec{e}_{tm} = \vec{0} \quad (\text{A.108})$$

soit:

$$V_m^+ = -V_m^- \quad (\text{A.109})$$

et en reportant dans A.57 et A.59:

$$\vec{E}_{tm}^1(u) = -2V_m^+ \sinh(q_m^1 u) \vec{e}_{tm} \quad (\text{A.110})$$

$$\vec{J}_m^1(u) = 2\eta_0 Y_{mu}^1 V_m^+ \cosh(q_m^1 u) \vec{e}_{tm} \quad (\text{A.111})$$

En notant $\nu_m = 2V_m^+$, les champs tangentiels dans la couche 1 sont:

$$\vec{E}_{tm}^1(u) = -\nu_m \sinh(q_m^1 u) \vec{e}_{tm} \quad (\text{A.112})$$

$$\vec{J}_m^1(u) = \nu_m \bar{Y}_{mu}^1 \cosh(q_m^1 u) \vec{e}_{tm} \quad (\text{A.113})$$

ce qui donne à l'interface avec la couche 2:

$$\vec{E}_{tm}^1(\ell_1) = -\nu'_m \vec{e}_{tm} \quad (\text{A.114})$$

$$\vec{J}_m^1(\ell_1) = \nu'_m \tau_m \bar{Y}_{mu}^1 \vec{e}_{tm} \quad (\text{A.115})$$

avec $\nu'_m = \nu_m \sinh(q_m^1 \ell_1)$ et $\tau_m = \cosh(q_m^1 \ell_1) / \sinh(q_m^1 \ell_1)$.

Pour le cas de murs magnétiques comme condition de fermeture, le champ densité de courant est nul sur ce mur. Ceci conduit à l'égalité $V_m^+ = V_m^-$ et entraîne des changements consécutifs.

À partir de ces résultats, l'expression des champs électriques et densité de courant en tout point de la structure multicouche peut être déterminée. Effectivement, en reprenant les équations A.75, A.76 et A.78 et en introduisant

l'expression des champs donnés par A.114 et A.115, il vient pour tout $k \in [2, K]$:

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_{tm}^k(u) \\ \tilde{J}_m^k(u) \end{pmatrix} = \nu'_m C_m^k(u) \cdot a^k \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ \tau_m \bar{y}_{mu}^1 \end{pmatrix} \tilde{e}_{tm} \quad (\text{A.116})$$

avec:

$$a^k = \begin{cases} Id, & \text{pour } k = 2 \\ \prod_{j=k-1, j>2}^{j=2} C_m^j(\ell_j), & \forall k \in [3, K] \end{cases} \quad (\text{A.117})$$

Il vient alors:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{tm}^k(u) &= -\nu'_m \left(C_{m,11}^k(u) a_{11}^k + C_{m,12}^k(u) a_{21}^k \dots \right. \\ &\quad \left. - \tau_m \bar{y}_{mu}^1 \left(C_{m,11}^k(u) a_{12}^k + C_{m,12}^k(u) a_{22}^k \right) \right) \tilde{e}_{tm} \end{aligned} \quad (\text{A.118})$$

$$\begin{aligned} \tilde{J}_m^k(u) &= -\nu'_m \left(C_{m,21}^k(u) a_{11}^k + C_{m,22}^k(u) a_{21}^k \dots \right. \\ &\quad \left. - \tau_m \bar{y}_{mu}^1 \left(C_{m,21}^k(u) a_{12}^k + C_{m,22}^k(u) a_{22}^k \right) \right) \tilde{e}_{tm} \end{aligned} \quad (\text{A.119})$$

ce qui s'écrit plus simplement:

$$\tilde{E}_{tm}^k(u) = -\nu'_m \left(v_{m,1}^k C_{m,11}^k(u) + v_{m,2}^k C_{m,12}^k(u) \right) \tilde{e}_{tm} \quad (\text{A.120})$$

$$\tilde{J}_m^k(u) = -\nu'_m \left(v_{m,1}^k C_{m,21}^k(u) + v_{m,2}^k C_{m,22}^k(u) \right) \tilde{e}_{tm} \quad (\text{A.121})$$

avec:

$$v_{m,1}^k = a_{11}^k - \tau_m \bar{y}_{mu}^1 a_{12}^k \quad (\text{A.122})$$

$$v_{m,2}^k = a_{21}^k - \tau_m \bar{y}_{mu}^1 a_{22}^k \quad (\text{A.123})$$

Enfin, le champ magnétique tangentiel se déduit du champ densité de courant dans chaque couche par:

$$\vec{H}_{tm}^k(u) = \frac{1}{\eta_0} \vec{u} \wedge \vec{J}_m^k \quad (\text{A.124})$$

soit, pour la couche 1:

$$\vec{H}_{tm}^1(u) = \nu_m Y_{mu}^1 \cosh(q_m^1 u) \vec{h}_{tm} \quad (\text{A.125})$$

et pour les couches k , $k \in [2, K]$:

$$\vec{H}_{tm}^k(u) = -\frac{\nu'_m}{\eta_0} \left(v_{m,1}^k C_{m,21}^k(u) + v_{m,2}^k C_{m,22}^k(u) \right) \vec{h}_{tm} \quad (\text{A.126})$$

Ainsi, tous les champs tangentiels sont définis dans toute la structure.

A.4.2 Champs longitudinaux

À partir des équations A.110 et A.120 pour le champ électrique et les équations A.125 et A.126 pour le champ magnétique, il vient:

$$\vec{E}_{tm}^k(u) = -\nu' \mathcal{F}_m^k(u) \vec{e}_{tm} \quad (\text{A.127})$$

$$\vec{H}_{tm}^k(u) = \nu' \mathcal{F}_m^k(u) \vec{h}_{tm} \quad (\text{A.128})$$

avec pour la couche 1:

$$\mathcal{F}_m^1(u) = \frac{\sinh(q_m^1 u)}{\sinh(q_m^1 \ell_1)} \quad (\text{A.129})$$

$$\mathcal{F}_m^1(u) = Y_{mu}^1 \frac{\cosh(q_m^1 u)}{\sinh(q_m^1 \ell_1)} \quad (\text{A.130})$$

et pour les couches k , $k \in [2, K]$:

$$\mathcal{F}_m^k(u) = v_{m,1}^k C_{m,11}^k(u) + v_{m,2}^k C_{m,12}^k(u) \quad (\text{A.131})$$

$$\mathcal{F}_m'^k(u) = -\frac{1}{\eta_0} \left(v_{m,1}^k C_{m,21}^k(u) + v_{m,2}^k C_{m,22}^k(u) \right) \quad (\text{A.132})$$

Les fonctions $\mathcal{F}_m^k$ et $\mathcal{F}_m'^k$ dépendent seulement de la variable u et sont donc indépendantes des composantes v et w . Il en résulte que d'après les équations A.57 et A.58 et le calcul mené à la section A.2.2, les expressions des champs longitudinaux électriques et magnétiques sont directement:

- Pour le mode TE_u :

$$E_{mu}^k(u) = 0 \quad (\text{A.133})$$

$$H_{mu}^k(u) = j\nu' \mathcal{F}_m^k(u) \frac{\sigma_m}{\mu_r \eta_0 k_0} \frac{k_m^2}{\sqrt{X}} \cos\left(\frac{m\pi}{a}v\right) e^{-\gamma w} \quad (\text{A.134})$$

- Pour le mode TM_u :

$$E_{mu}^k(u) = -j\nu' \mathcal{F}_m'^k(u) \frac{\eta_0 \sigma_m}{\epsilon_r k_0} \frac{k_m^2}{\sqrt{X}} \sin\left(\frac{m\pi}{a}v\right) e^{-\gamma w} \quad (\text{A.135})$$

$$H_{mu}^k(u) = 0 \quad (\text{A.136})$$

A.4.3 Simplification des fonctions des $\mathcal{F}_m^k(u)$ et $\mathcal{F}_m'^k(u)$

Les expressions de $\mathcal{F}_m^k$ et $\mathcal{F}_m'^k$ peuvent être explicitées et simplifiées afin de mettre en évidence un parallèle entre les expressions des champs des modes TE_u et TM_u .

Dans un premier temps, l'expression de $\mathcal{F}_m^1$ est rappelée et la fonction $\mathcal{F}_m'^1$ dans la couche 1 est développée en remplaçant l'expression de Y_{mu}^1 suivant le mode considéré.

$$\mathcal{F}_m^1 = \frac{\sinh(q_m^1(u))}{\sinh(q_m^1(\ell_1))} \quad (\text{A.137})$$

$\mathcal{F}_m^l$ devient pour le mode TE:

$$\mathcal{F}_m^l = -j \frac{q_m^l}{\mu_r \eta_0 k_0} \frac{\cosh(q_m^l(u))}{\sinh(q_m^l(\ell_1))} \quad (\text{A.138})$$

et pour le mode TM:

$$\mathcal{F}_m^l = j \frac{\epsilon_r k_0}{\eta_0 q_m^l} \frac{\cosh(q_m^l(u))}{\sinh(q_m^l(\ell_1))} \quad (\text{A.139})$$

En posant:

$$\phi_m^{l,TE_u}(u) = \frac{\sinh(q_m^l u)}{\sinh(q_m^l \ell_1)} \quad (\text{A.140})$$

$$\phi_m^{l,TM_u}(u) = \frac{\epsilon_r \cosh(q_m^l u)}{q_m^l \sinh(q_m^l \ell_1)} \quad (\text{A.141})$$

les fonctions $\mathcal{F}_m^l(u)$ et $\mathcal{F}_m^l(u)$ s'écrivent, pour le mode TE_u par:

$$\mathcal{F}_m^l(u) = \phi_m^{l,TE_u}(u) \quad (\text{A.142})$$

$$\mathcal{F}_m^l(u) = -j \frac{1}{\mu_r \eta_0 k_0} \frac{d\phi_m^{l,TE_u}}{du}(u) \quad (\text{A.143})$$

et pour le mode TM_u par:

$$\mathcal{F}_m^l(u) = \frac{1}{\epsilon_r} \frac{d\phi_m^{l,TM_u}}{du}(u) \quad (\text{A.144})$$

$$\mathcal{F}_m^l(u) = j \frac{k_0}{\eta_0} \phi_m^{l,TM_u}(u) \quad (\text{A.145})$$

De même, les fonctions $\mathcal{F}_m^k$ et $\mathcal{F}_m^k$ dans la couche k , pour $k \in [2, K]$, peuvent être développées en remplaçant les expressions des coefficients de la matrice chaîne suivant le mode considéré. Pour le mode TE, il vient:

$$\mathcal{F}_m^k = v_{m,1}^k \cosh(q_m^k u) - j v_{m,2}^k \frac{\mu_r k_0}{q_m^k} \sinh(q_m^k u) \quad (\text{A.146})$$

$$\mathcal{F}_m^k = -\frac{1}{\eta_0} \left(j v_{m,1}^k \frac{q_m^k}{\mu_r k_0} \sinh(q_m^k u) + v_{m,2}^k \cosh(q_m^k u) \right) \quad (\text{A.147})$$

et pour le mode TM_u , il vient:

$$\mathcal{F}_m^k = v_{m,1}^k \cosh(q_m^k u) + j v_{m,2}^k \frac{q_m^k}{\epsilon_r k_0} \sinh(q_m^k u) \quad (\text{A.148})$$

$$\mathcal{F}_m^k = -\frac{1}{\eta_0} \left(-j v_{m,1}^k \frac{\epsilon_r k_0}{q_m^k} \sinh(q_m^k u) + v_{m,2}^k \cosh(q_m^k u) \right) \quad (\text{A.149})$$

En posant:

$$\phi_m^{k,TE_u}(u) = v_{m,1}^k \cosh(q_m^k u) - j v_{m,2}^k \frac{\mu_r k_0}{q_m^k} \sinh(q_m^k u) \quad (\text{A.150})$$

$$\phi_m^{k,TM_u}(u) = \epsilon_r \left(\frac{v_{m,1}^k}{q_m^k} \sinh(q_m^k u) + j \frac{v_{m,2}^k}{\epsilon_r k_0} \cosh(q_m^k u) \right) \quad (\text{A.151})$$

Les fonctions $\mathcal{F}_m^k(u)$ et $\mathcal{F}_m^k(u)$ s'écrivent, pour le mode TE_u par:

$$\mathcal{F}_m^k(u) = \phi_m^{k,TE_u}(u) \quad (\text{A.152})$$

$$\mathcal{F}_m^k(u) = -j \frac{1}{\mu_r \eta_0 k_0} \frac{d\phi_m^{k,TE_u}}{du}(u) \quad (\text{A.153})$$

et pour le mode TM_u par:

$$\mathcal{F}_m^k(u) = \frac{1}{\epsilon_r} \frac{d\phi_m^{k,TM_u}}{du}(u) \quad (\text{A.154})$$

$$\mathcal{F}_m^k(u) = j \frac{k_0}{\eta_0} \phi_m^{k,TM_u}(u) \quad (\text{A.155})$$

pour tout k . $k \in [2, K]$. D'après les équations A.127 et A.128, les champs tangentiels sont alors:

● Pour le mode TE_u , $\forall k \in [1, K]$:

$$\vec{E}_{tm}^k(u) = -\nu' \phi_m^{k,TE_u}(u) \vec{e}_{tm} \quad (\text{A.156})$$

$$\vec{H}_{tm}^k(u) = -j \frac{\nu'}{\mu_r \eta_0 k_0} \frac{d\phi_m^{k, TE_u}}{du}(u) \vec{h}_{tm} \quad (\text{A.157})$$

- Pour le mode TM_u , $\forall k \in [1, K]$:

$$\vec{E}_{tm}^k(u) = -\frac{\nu'}{\epsilon_r} \frac{d\phi_m^{k, TM_u}}{du}(u) \vec{e}_{tm} \quad (\text{A.158})$$

$$\vec{H}_{tm}^k(u) = j\nu' \frac{k_0}{\eta_0} \phi_m^{k, TM_u}(u) \vec{h}_{tm} \quad (\text{A.159})$$

Et enfin, d'après les équations A.133, A.134 et A.135, A.136, les expressions des champs longitudinaux sont:

- Pour le mode TE_u :

$$E_{mu}^k(u) = 0 \quad (\text{A.160})$$

$$H_{mu}^k(u) = j\nu' \phi_m^{k, TE_u}(u) \frac{\sigma_m}{\mu_r \eta_0 k_0} \frac{k_m^2}{\sqrt{\lambda}} \cos\left(\frac{m\pi}{a}v\right) e^{-\gamma w} \quad (\text{A.161})$$

- Pour le mode TM_u :

$$E_{mu}^k(u) = \nu' \phi_m^{k, TM_u}(u) \frac{\sigma_m}{\epsilon_r} \frac{k_m^2}{\sqrt{\lambda}} \sin\left(\frac{m\pi}{a}v\right) e^{-\gamma w} \quad (\text{A.162})$$

$$H_{mu}^k(u) = 0 \quad (\text{A.163})$$

ANNEXE B

EXPRESSION DES CHAMPS

B.1 Structures Multicouches

Dans le paragraphe A.4 de l'annexe A précédente, les champs *modaux* électromagnétiques dans une structure multi-couche ont été établis. Pour ce faire, la direction u perpendiculaire aux interfaces diélectriques a été privilégiée. Toutefois, la propagation des champs dans une structure multi-couche comme définie à la figure A.3 et respectant la condition de non-rayonnement, se fait selon l'axe w . Il est donc nécessaire de récrire les expressions des champs modaux trouvées à l'annexe précédente en privilégiant cette fois-ci la direction w . En se rappelant que la structure multi-couche étudiée représente un guide cylindrique tel que défini au paragraphe A.1 de l'annexe A, il est possible de mettre en évidence l'indépendance de la direction de propagation et du plan transversale et d'écrire, pour chaque mode, le champ électromagnétique tangentiel de type TE_u ou TM_u sous la forme:

$$\vec{E}_{tm} = v_m(w)\vec{e}_{tm}(u, v) \quad (B.1)$$

$$\vec{H}_{tm} = i_m(w)\vec{h}_{tm}(u, v) \quad (B.2)$$

où w est la direction de propagation et où l'indice t indique le plan transversale (u, v) . De plus, les champs $\vec{e}_{tm}(u, v)$ et $\vec{h}_{tm}(u, v)$ sont les champs modaux trouvés au paragraphe A.4 de l'annexe A, dans lesquels les fonctions de la variable w sont supprimées et une translation selon l'axe y est faite pour centrer le repère utilisé. D'autre part, il est important de noter un abus de notation. Les lettres minuscules e et h sont utilisées dans les équations B.1 et B.2 sans pour autant indiquer que

les champs sont normalisés et sans liens directs avec la notation utilisée dans le tableau A.1¹. Enfin, v_m et i_m sont respectivement les tensions et courants modaux.

En reportant ces expressions dans la forme transversale de l'équation d'onde, c'est-à-dire dans les équations A.27 et A.28, pour les modes TE_u d'une part et pour les modes TM_u d'autre part, il vient les relations fondamentales suivantes:

$$\frac{dv_m(w)}{dw} = -\gamma i_m(w) \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{di_m(w)}{dw} = -\gamma v_m(w) \quad (\text{B.4})$$

ce qui conduit aux équations différentielles:

$$\left(\frac{d^2}{dw^2} - \gamma^2 \right) \begin{vmatrix} v_m(w) \\ i_m(w) \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{B.5})$$

Les solutions de ces équations différentielles sont alors:

$$v_m(w) = a_m e^{-\gamma w} + b_m e^{\gamma w} \quad (\text{B.6})$$

$$i_m(w) = c_m e^{-\gamma w} + d_m e^{\gamma w} \quad (\text{B.7})$$

qui, reportées dans les équations B.3 et B.4 conduisent à:

$$c_m = a_m \quad (\text{B.8})$$

$$d_m = -b_m \quad (\text{B.9})$$

Les tension et courant modal peuvent finalement s'écrire:

$$v_m(w) = a_m e^{-\gamma w} + b_m e^{\gamma w} \quad (\text{B.10})$$

$$i_m(w) = a_m e^{-\gamma w} - b_m e^{\gamma w} \quad (\text{B.11})$$

¹La normalisation des champs sera plutôt notée par les symboles $\bar{e}$ et $\bar{h}$

Tableau B.1: Champ électromagnétique dans une structure multicouche

	Mode TE _u ou h	Mode TM _u ou e
e_{mu}	0	$\frac{1}{\epsilon_r^k} K_{m,2} \phi_m^{k,e}(u) \sin(\kappa(v))$
e_{mv}	$-K_{m,1} \phi_m^{k,h}(u) \cos(\kappa(v))$	$K_{m,2} \psi_m^{k,e}(u) \cos(\kappa(v))$
e_{mw}	$K_{m,1} \frac{m\pi/a}{\gamma} \phi_m^{k,h}(u) \sin(\kappa(v))$	$-K_{m,2} \frac{\gamma}{m\pi/a} \psi_m^{k,e}(u) \sin(\kappa(v))$
h_{mu}	$\frac{j}{\eta_0 k_0} \frac{1}{\mu_r^k} K_{m,2} \phi_m^{k,h}(u) \cos(\kappa(v))$	0
h_{mv}	$-\frac{j}{\eta_0 k_0} K_{m,2} \psi_m^{k,h}(u) \sin(\kappa(v))$	$-j \frac{k_0}{\eta_0} K_{m,1} \phi_m^{k,e}(u) \sin(\kappa(v))$
h_{mw}	$\frac{-j}{\eta_0 k_0} K_{m,2} \frac{\gamma}{m\pi/a} \psi_m^{k,h}(u) \cos(\kappa(v))$	$-j \frac{k_0}{\eta_0} K_{m,1} \frac{m\pi/a}{\gamma} \phi_m^{k,e}(u) \cos(\kappa(v))$

La forme longitudinale de l'équation d'onde permet de calculer les champs longitudinaux des modes TE_u et TM_u dans la structure multicouche. Ainsi, en reportant les equations B.1 et B.2 dans les équations A.33 et A.34, les champs longitudinaux peuvent s'écrire:

$$E_{mw} = i_m(w) e_{mw} \quad (\text{B.12})$$

$$H_{mw} = v_m(w) h_{mw} \quad (\text{B.13})$$

Le champ électromagnétique total est alors:

$$\vec{E} = \sum_{m=1}^{\infty} v_m(w) \vec{e}_{tm}(u, v) + \sum_{m=1}^{\infty} i_m(w) e_{mw}(u, v) \vec{w} \quad (\text{B.14})$$

$$\vec{H} = \sum_{m=1}^{\infty} i_m(w) \vec{h}_{tm}(u, v) + \sum_{m=1}^{\infty} v_m(w) h_{mw}(u, v) \vec{w} \quad (\text{B.15})$$

et les expressions des champs e_{mu} , e_{mv} , e_{mw} , h_{mu} , h_{mv} et h_{mw} sont données par les tableaux B.1, B.2 et B.3. Enfin, il est important de noter que lorsque les champs électrique $\vec{e}_m$ et magnétique $\vec{h}_m$ sont normalisés en puissance, les coefficients a_m et

Tableau B.2: Définition des fonctions $\phi_m^{(\cdot,\cdot)}$ et $\psi_m^{(\cdot,\cdot)}$

	Mode TE _u ou h	Mode TM _u ou e
$\psi_k^{1,(\cdot)}(u)$	$\frac{m\pi/a}{k_m^2} \frac{1}{\mu_r^k} \frac{d\phi_m^{k,h}}{du}(u)$	$\frac{m\pi/a}{k_m^2} \frac{1}{\epsilon_r^k} \frac{d\phi_m^{k,e}}{du}(u)$
$\phi_{mu}^{1,(\cdot)}(u)$	$\frac{\sinh(q_{mu}^1 u)}{\sinh(q_{mu}^1 l_1)}$	$\frac{\epsilon_r^k}{q_{mu}^1} \frac{\cosh(q_{mu}^1 u)}{\sinh(q_{mu}^1 l_1)}$
$\phi_m^{k,(\cdot)}(u)$	$v_{m,1}^k \cosh(q_{mu}^k u) - \dots$ $j v_{m,2}^k \frac{\mu_r^k k_0}{q_{mu}^k} \sinh(q_{mu}^k u)$	$\epsilon_r^k \left(\frac{v_{m,1}^k}{q_{mu}^k} \sinh(q_{mu}^k u) + \dots \right.$ $\left. j \frac{v_{m,2}^k}{\epsilon_r^k k_0} \cosh(q_{mu}^k u) \right)$

Tableau B.3: Définition des paramètres pour l'expression des champs modaux

$$\begin{aligned}
K_{m,1} &= \nu' \sigma_m \frac{\gamma}{\sqrt{X}} & k_m^2 &= \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 - \gamma^2 \\
K_{m,2} &= \nu' \sigma_m \frac{k_m^2}{\sqrt{X}} & X &= \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + |\gamma|^2 \\
\sigma_m &= \begin{cases} \sqrt{1/a} & \text{si } m = 0 \\ \sqrt{2/a} & \text{si } m \neq 0 \end{cases} & \kappa(v) &= \frac{m\pi}{a} (v + \frac{b}{2}) \\
& & \gamma^2 + \epsilon_r^k k_0^2 + (q_{mu}^k)^2 &= \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \\
& & v_{m,1}^k \text{ et } v_{m,2}^k &\text{sont définis par les équations A.122 et A.123}
\end{aligned}$$

b_m représentent respectivement la puissance transportée par l'onde incidente (vers les w croissants) et la puissance transportée l'onde réfléchie (vers les w décroissants).

B.2 Guides Rectangulaires

Les champs dans un guide rectangulaire sont obtenus en utilisant directement la méthode décrite par le tableau A.1.

Tableau B.4: Champ électromagnétique dans un guide rectangulaire

	Mode TE _u ou h	Mode TM _u ou e
e_{mu}	$\frac{\sigma_{mn}}{b} \frac{n}{\sqrt{X}} \cos(\theta(u)) \sin(\kappa(v))$	$-\frac{2}{a} \frac{m}{\sqrt{X}} \cos(\theta(u)) \sin(\kappa(v))$
e_{mv}	$-\frac{\sigma_{mn}}{a} \frac{m}{\sqrt{X}} \sin(\theta(u)) \cos(\kappa(v))$	$-\frac{2}{b} \frac{n}{\sqrt{X}} \sin(\theta(u)) \cos(\kappa(v))$
e_{mw}	0	$-j\eta_0 \frac{2\pi}{\epsilon_r k_0} \frac{\sqrt{X}}{ab} \sin(\theta(u)) \sin(\kappa(v))$
h_{mu}	$\frac{\sigma_{mn}}{a} \frac{m}{\sqrt{X}} \sin(\theta(u)) \cos(\kappa(v))$	$\frac{2}{b} \frac{n}{\sqrt{X}} \sin(\theta(u)) \cos(\kappa(v))$
h_{mv}	$\frac{\sigma_{mn}}{b} \frac{n}{\sqrt{X}} \cos(\theta(u)) \sin(\kappa(v))$	$-\frac{2}{a} \frac{m}{\sqrt{X}} \cos(\theta(u)) \sin(\kappa(v))$
h_{mw}	$-j \frac{\pi}{\eta_0 k_0 \mu_r} \frac{\sigma_{mn}}{ab} \sqrt{X} \cos(\theta(u)) \cos(\kappa(v))$	0

Tableau B.5: Définition des paramètres pour l'expression des champs modaux du guide rectangulaire

$$\begin{aligned}
 X &= m^2 \frac{b}{a} + n^2 \frac{a}{b} & \theta(u) &= \frac{m\pi}{a} \left(u + \frac{a}{2} \right) \\
 \sigma_m &= \begin{cases} \sqrt{2} & \text{si } m \text{ ou } n = 0 \\ 2 & \text{si } m \text{ et } n \neq 0 \end{cases} & \kappa(v) &= \frac{n\pi}{b} \left(v + \frac{b}{2} \right)
 \end{aligned}$$

Ainsi, le champ électromagnétique total dans le guide rectangulaire peut s'écrire:

$$\vec{E} = \sum_{m=1}^{\infty} v_m(w) \vec{e}_{tm}(u, v) + \sum_{m=1}^{\infty} i_m(w) e_{mw}(u, v) \vec{w} \quad (\text{B.16})$$

$$\vec{H} = \sum_{m=1}^{\infty} i_m(w) \vec{h}_{tm}(u, v) + \sum_{m=1}^{\infty} v_m(w) h_{mw}(u, v) \vec{w} \quad (\text{B.17})$$

et les expressions des champs e_{mu} , e_{mv} , e_{mw} , h_{mu} , h_{mv} et h_{mw} sont données par les tableaux B.4 et B.5

ANNEXE C

CALCUL DES MATRICES DE DIFFRACTION

C.1 Pour une discontinuité uniaxiale

Une discontinuité quelconque est représentée à la figure 3.1, page 61. Le plan de discontinuité est situé à $w = 0$ et présente deux surfaces: S_1 du coté du guide 1 et S_2 du coté du guide 2. L'intersection de ces deux surfaces est notée S . Pour chaque guide, l'orthogonalité des modes peut s'écrire:

$$\int_{S_1} (e_n^{(1)} \wedge h_m^{(1)*}) \cdot \vec{n} dS = P_n \delta_{nm} \quad (\text{C.1})$$

$$\int_{S_2} (e_n^{(2)} \wedge h_m^{(2)*}) \cdot \vec{n} dS = Q_m \delta_{nm} \quad (\text{C.2})$$

De plus, en écrivant la continuité des champs tangentiels électrique et magnétique sur la surface S , il vient:

$$\vec{E}_t^{(1)} = \vec{E}_t^{(2)} \quad (\text{C.3})$$

$$\vec{H}_t^{(1)} = \vec{H}_t^{(2)} \quad (\text{C.4})$$

En utilisant les équations B.14 et B.15, il vient:

$$\sum_{m=1}^{\infty} v_m^{(1)}(0) \vec{e}_{tm}^{(1)}(u, v) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n^{(2)}(0) \vec{e}_{tn}^{(2)}(u, v) \quad (\text{C.5})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} i_m^{(1)}(0) \vec{h}_{tm}^{(1)}(u, v) = \sum_{n=1}^{\infty} i_n^{(2)}(0) \vec{h}_{tn}^{(2)}(u, v) \quad (\text{C.6})$$

En multipliant vectoriellement à droite l'équation C.5 par $\vec{h}_{tp}^{(1)*}(u, v)$ et en multipliant vectoriellement à gauche l'équation C.6 par $\vec{e}_{tp}^{(2)*}(u, v)$, il vient:

$$\sum_{m=1}^{\infty} v_m^{(1)}(0) \vec{e}_{tm}^{(1)}(u, v) \wedge \vec{h}_{tp}^{(1)*}(u, v) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n^{(2)}(0) \vec{e}_{tn}^{(2)}(u, v) \wedge \vec{h}_{tp}^{(1)*}(u, v) \quad (C.7)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} i_m^{(1)}(0) \vec{e}_{tp}^{(2)*}(u, v) \wedge \vec{h}_{tm}^{(1)}(u, v) = \sum_{n=1}^{\infty} i_n^{(2)}(0) \vec{e}_{tp}^{(2)*}(u, v) \wedge \vec{h}_{tn}^{(2)}(u, v) \quad (C.8)$$

En intégrant les équations C.7 et C.8 sur les surface de discontinuité S_1 et S_2 respectivement, et en tenant compte de l'orthogonalité des modes, il vient:

$$v_m^{(1)}(0) P_m = \sum_{n=1}^{\infty} v_n^{(2)}(0) A_{mn} \quad (C.9)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} i_m^{(1)}(0) A_{nm}^* = i_n^{(2)}(0) Q_n^* \quad (C.10)$$

avec:

$$\begin{aligned} A_{mn} &= \int_S \vec{e}_{tn}^{(2)}(u, v) \wedge \vec{h}_{tm}^{(1)*}(u, v) dS \\ &= \int_S (e_n^{(2)} \wedge h_m^{(1)*}) \cdot \vec{w} dS \end{aligned} \quad (C.11)$$

En remplaçant les tension et courant modaux par leur expression (équation B.10 et B.11 respectivement), il vient:

$$(a_m^{(1)} + b_m^{(1)}) P_m = \sum_{n=1}^{\infty} v_n^{(2)}(0) A_{mn} \quad (C.12)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} i_m^{(1)}(0) A_{nm}^* = (a_n^{(2)} - b_n^{(2)}) Q_n^* \quad (C.13)$$

L'équation C.12 est vraie quelque soit l'indice m et l'équation C.13 est vraie quelque soit l'indice n . Chacune d'entre-elle représente donc un système de M et N équations respectivement, pouvant s'écrire, sous forme matricielle, de la façon

suivante:

$$[\lambda_P] (a^1 + b^1) = [A] (a^2 + b^2) \quad (\text{C.14})$$

$$[\lambda_Q]^* (b^2 - a^2) = [A]^{\star t} (a^1 - b^1) \quad (\text{C.15})$$

avec:

- $[\lambda_P]$ une matrice diagonale de dimension $M \times M$ et d'éléments P_m .
- $[\lambda_Q]$ une matrice diagonale de dimension $N \times N$ et d'éléments Q_n .
- $[A]$ une matrice de dimension $M \times N$ et d'éléments A_{mn} .

En définissant alors les deux matrices R et T par:

$$[R] = [\lambda_P]^{-1} [A] \quad (\text{C.16})$$

$$[T] = [\lambda_Q]^{-1*} [A]^{\star t} \quad (\text{C.17})$$

les équations C.14 et C.15 peuvent s'écrire:

$$a^{(1)} + b^{(1)} = [R] (a^{(2)} + b^{(2)}) \quad (\text{C.18})$$

$$b^{(2)} - a^{(2)} = [T] (a^{(1)} - b^{(1)}) \quad (\text{C.19})$$

Finalement, la matrice de diffraction peut s'écrire:

$$\begin{bmatrix} b^{(1)} \\ b^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [S_{11}] & [S_{12}] \\ [S_{21}] & [S_{22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^{(1)} \\ a^{(2)} \end{bmatrix} \quad (\text{C.20})$$

avec:

$$[S_{11}] = ([R][T] + [I])^{-1} ([R][T] - [I]) \quad (\text{C.21})$$

$$[S_{12}] = 2 ([R][T] + [I])^{-1} [R] \quad (\text{C.22})$$

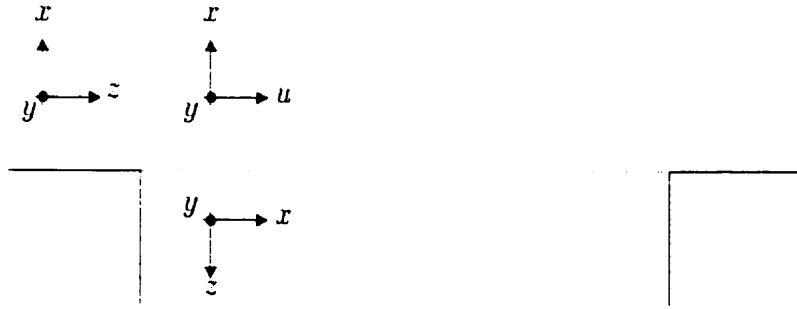


Figure C.1: Configuration d'un trois portes général.

$$[S_{21}] = [T] ([I] - [S_{11}]) \quad (\text{C.23})$$

$$[S_{22}] = [I] - [T] [S_{12}] \quad (\text{C.24})$$

dont les dimensions sont $M \times M$, $M \times N$, $N \times M$ et $N \times N$ respectivement et $[I]$ une matrice unité de dimension correctement choisie.

C.2 Pour un trois-portes

La figure C.1 représente un trois portes général, où la partie centrale est quelconque. Pour chaque porte, le champ total peut écrire:

$$\vec{E} = \sum_{n=1}^N v_n(z) \vec{e}_{nt} + \sum_{n=1}^N i_n(z) e_{nz} \vec{z} \quad (\text{C.25})$$

$$\vec{H} = \sum_{n=1}^N i_n(z) \vec{h}_{nt} + \sum_{n=1}^N v_n(z) h_{nz} \vec{z} \quad (\text{C.26})$$

De plus, la propriété fondamentale d'orthogonalité des champs modaux LSE/LSM peut s'écrire:

$$\int_S (\vec{e}_m \wedge \vec{h}_n^*) \cdot \vec{z} dS = \int_S (e_{mx} h_{ny}^* - e_{my} h_{nx}^*) dS = \lambda_n \delta_{mn} \quad (C.27)$$

Il vient alors:

$$\int_S (\vec{e}_m \wedge \vec{H}^*) \cdot \vec{z} dS = \int_S \sum_{n=1}^N \left(\begin{array}{c|c} e_{mx} & i_n(z)^* h_{nx}^* \\ e_{my} & i_n(z)^* h_{ny}^* \\ e_{mz} & v_n(z)^* h_{nz}^* \end{array} \right) \cdot \vec{z} dS \quad (C.28)$$

Soit:

$$\int_S (\vec{e}_m \wedge \vec{H}^*) \cdot \vec{z} dS = \sum_{n=1}^N \int_S i_n(z)^* (e_{mx} h_{ny}^* - e_{my} h_{nx}^*) dS \quad (C.29)$$

D'où l'expression du courant modal:

$$i_n(z) = \frac{1}{\lambda_n^*} \int_S (\vec{e}_n^* \wedge \vec{H}) \cdot \vec{z} dS \quad (C.30)$$

D'autre part, v_n et i_n s'expriment en fonction des ondes de puissance par:

$$v_n(z) = a_n e^{-\gamma z} + b_n e^{\gamma z} \quad (C.31)$$

$$i_n(z) = a_n e^{-\gamma z} - b_n e^{\gamma z} \quad (C.32)$$

ce qui conduit aux relations fondamentales suivantes:

$$\frac{\partial v_n(z)}{\partial z} = -\gamma i_n(z) \quad (C.33)$$

$$\frac{\partial i_n(z)}{\partial z} = -\gamma v_n(z) \quad (C.34)$$

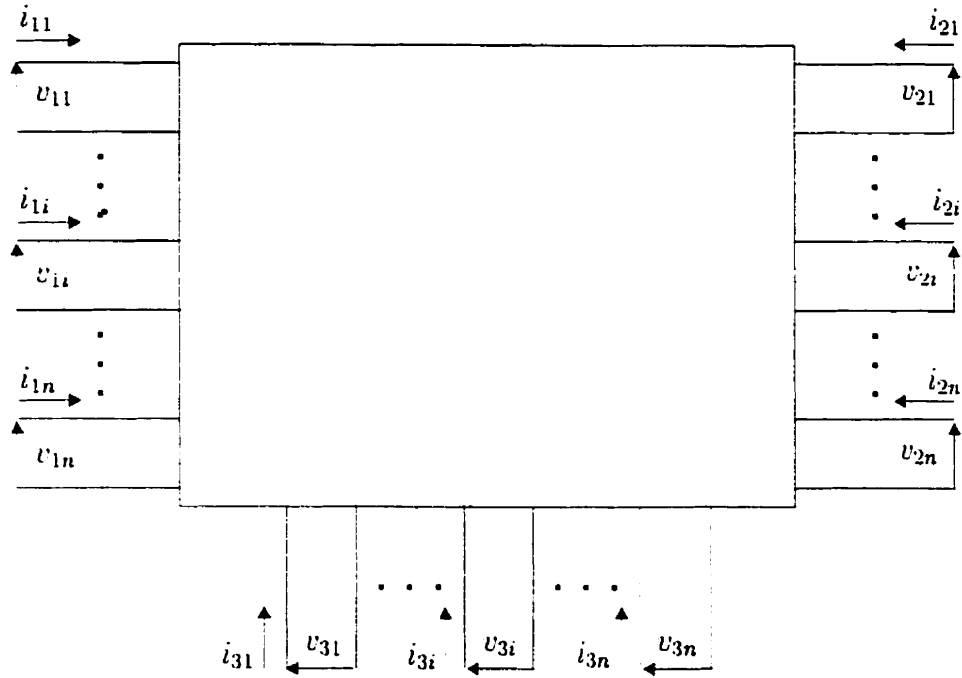


Figure C.2: Circuit équivalent pour un trois-ports.

Le circuit équivalent, représenté à la figure C.2, peut en être déduit. À chaque porte, la tension $v_n(z)$ et le courant $i_n(z)$ sont associés au mode n . La matrice admittance $[Y]$ peut alors être écrite comme suit:

$$\begin{bmatrix} i_{11} \\ \vdots \\ i_{1n} \\ i_{21} \\ \vdots \\ i_{2n} \\ i_{31} \\ \vdots \\ i_{3n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{11}^{11} & \dots & Y_{1n}^{11} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1}^{11} & \dots & Y_{nn}^{11} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Y_{11}^{12} & \dots & Y_{1n}^{12} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1}^{12} & \dots & Y_{nn}^{12} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Y_{11}^{13} & \dots & Y_{1n}^{13} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1}^{13} & \dots & Y_{nn}^{13} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Y_{11}^{21} & \dots & Y_{1n}^{21} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1}^{21} & \dots & Y_{nn}^{21} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Y_{11}^{22} & \dots & Y_{1n}^{22} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1}^{22} & \dots & Y_{nn}^{22} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Y_{11}^{23} & \dots & Y_{1n}^{23} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1}^{23} & \dots & Y_{nn}^{23} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Y_{11}^{31} & \dots & Y_{1n}^{31} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1}^{31} & \dots & Y_{nn}^{31} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Y_{11}^{32} & \dots & Y_{1n}^{32} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1}^{32} & \dots & Y_{nn}^{32} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} Y_{11}^{33} & \dots & Y_{1n}^{33} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1}^{33} & \dots & Y_{nn}^{33} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{11} \\ \vdots \\ v_{1n} \\ v_{21} \\ \vdots \\ v_{2n} \\ v_{31} \\ \vdots \\ v_{3n} \end{bmatrix} \quad (C.35)$$

soit:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Y^{11}] & [Y^{12}] & [Y^{13}] \\ [Y^{21}] & [Y^{22}] & [Y^{23}] \\ [Y^{31}] & [Y^{32}] & [Y^{33}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (C.36)$$

Si toutes les portes sont fermées par des murs électriques à l'exception de la porte r , toutes les tensions $v_n(z)$ seront nulles à l'exception de la tension $v_r(z)$. Il vient donc:

$$[Y^{sr}] = [i_s][v_r]^{-1} \quad (\text{C.37})$$

Pour calculer la matrice admittance $[Y^{sr}]$, la matrice courant $[i_r]$ est d'abord calculée. Cette matrice est définie, d'après C.30, par:

$$[i_s] = \begin{bmatrix} i_{s1} \\ \vdots \\ i_{si} \\ \vdots \\ i_{sN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_1^*} \int_S (\vec{e}_{s1}^* \wedge \vec{H}^r) \cdot \vec{z} dS \\ \vdots \\ \frac{1}{\lambda_i^*} \int_S (\vec{e}_{si}^* \wedge \vec{H}^r) \cdot \vec{z} dS \\ \vdots \\ \frac{1}{\lambda_N^*} \int_S (\vec{e}_{sN}^* \wedge \vec{H}^r) \cdot \vec{z} dS \end{bmatrix} \quad (\text{C.38})$$

Il faut donc calculer le champ magnétique $\vec{H}^r$ sur le court-circuit de la porte s , excité par la porte r . Soit K le nombre de tranches dans le port s et $(\vec{u}, \vec{y}, \vec{z})$ le repère du port s . La relation suivante peut s'écrire:

$$\int_S (\vec{e}_{si}^* \wedge \vec{H}^r) \cdot \vec{z} dS = \sum_{k=1}^K \left(\int_{S_k} (\vec{e}_{si}^* \wedge \vec{H}^r) \cdot \vec{z} dS_k \right) \quad (\text{C.39})$$

où $\vec{H}^{rk}$ est le champ magnétique excité par la porte r dans la tranche k . Dans ce même repère, ce champ magnétique peut s'écrire:

$$\vec{H}^{rk} = \sum_{n=1}^N i_n(u) \vec{h}_{nt'} + \sum_{n=1}^N v_n(u) \vec{h}_{nu} \quad (\text{C.40})$$

où t' indique le plan $(\vec{y}, -\vec{z})$.

En reportant C.31 et C.32 dans C.40, il vient:

$$\begin{aligned}\tilde{H}^{rk} &= \sum_{n=1}^N \left(a_n^{rk} e^{-\gamma_n u} - b_n^{rk} e^{\gamma_n u} \right) \tilde{h}_{n\nu'} + \sum_{n=1}^N \left(a_n^{rk} e^{-\gamma_n u} + b_n^{rk} e^{\gamma_n u} \right) h_{nu} \tilde{u} \quad (C.41) \\ &= \sum_{n=1}^N \left(a_n^{rk} e^{-\gamma_n u} \tilde{h}_{n\nu'} - b_n^{rk} e^{\gamma_n u} \tilde{h}_{n\nu'} \right) + \sum_{n=1}^N \left(a_n^{rk} e^{-\gamma_n u} h_{nu} \tilde{u} + b_n^{rk} e^{\gamma_n u} h_{nu} \tilde{u} \right)\end{aligned}$$

En regroupant les termes en a_n^{rk} d'une part et b_n^{rk} d'autre part, il vient:

$$\tilde{H}^{rk} = \sum_{n=1}^N a_n^{rk} \left(e^{-\gamma_n u} \tilde{h}_{n\nu'} + e^{-\gamma_n u} h_{nu} \tilde{u} \right) - b_n^{rk} \left(e^{\gamma_n u} \tilde{h}_{n\nu'} - e^{\gamma_n u} h_{nu} \tilde{u} \right) \quad (C.42)$$

En definissant:

$$\tilde{h}_{an}^k = e^{-\gamma_n u} \tilde{h}_{n\nu'} + e^{-\gamma_n u} h_{nu} \tilde{u} \quad (C.43)$$

$$\tilde{h}_{bn}^k = e^{\gamma_n u} \tilde{h}_{n\nu'} - e^{\gamma_n u} h_{nu} \tilde{u} \quad (C.44)$$

il vient:

$$\tilde{H}^{rk} = \sum_{n=1}^N a_n^{rk} \tilde{h}_{an}^k - b_n^{rk} \tilde{h}_{bn}^k \quad (C.45)$$

En reportant C.45 dans C.39, il vient:

$$\begin{aligned}i_{si} &= \frac{1}{\lambda_i^*} \sum_{k=1}^K \left[\int_{S_k} \left(\vec{e}_{si}^* \wedge \tilde{H}^{rk} \right) \cdot \vec{z} dS_k \right] \\ &= \frac{1}{\lambda_i^*} \sum_{k=1}^K \left[\int_{S_k} \left\{ \sum_{n=1}^N a_n^{rk} \left(\vec{e}_{si}^* \wedge \tilde{h}_{an}^k \right) \cdot \vec{z} - \sum_{n=1}^N b_n^{rk} \left(\vec{e}_{si}^* \wedge \tilde{h}_{bn}^k \right) \cdot \vec{z} \right\} dS_k \right] \quad (C.46)\end{aligned}$$

Étant donnée la définition des champs $\tilde{h}_{an}^k$ et $\tilde{h}_{bn}^k$ dans C.43 et C.44 respectivement, a_n^{rk} et b_n^{rk} sont donc indépendants de la surface S_k . Après avoir d'une part inversé la sommation sur n et l'intégrale et, d'autre part, sorti les coefficients a_n^{rk} et b_n^{rk} de

cette intégrale, l'équation C.46 devient:

$$i_{si} = \frac{1}{\lambda_i^*} \sum_{k=1}^K \left[\sum_{n=1}^N a_n^{rk} \int_{S_k} (\vec{e}_{si}^* \wedge \vec{h}_{an}^k) \cdot \vec{z} dS_k - \sum_{n=1}^N b_n^{rk} \int_{S_k} (\vec{e}_{si}^* \wedge \vec{h}_{bn}^k) \cdot \vec{z} dS_k \right] \quad (C.47)$$

Posons alors:

$$T_{a,in}^{sk} = \int_{S_k} (\vec{e}_{si}^* \wedge \vec{h}_{an}^k) \cdot \vec{z} dS_k \quad (C.48)$$

$$T_{b,in}^{sk} = \int_{S_k} (\vec{e}_{si}^* \wedge \vec{h}_{bn}^k) \cdot \vec{z} dS_k \quad (C.49)$$

L'équation C.47 devient alors:

$$i_{si} = \frac{1}{\lambda_i^*} \sum_{k=1}^K \left[\sum_{n=1}^N a_n^{rk} T_{a,in}^{sk} - \sum_{n=1}^N b_n^{rk} T_{b,in}^{sk} \right] \quad (C.50)$$

Ce qui se récrit:

$$i_{si} = \frac{1}{\lambda_i^*} \sum_{k=1}^K (T_{a,i}^{sk}) [a^{rk}] - (T_{b,i}^{sk}) [b^{rk}] \quad (C.51)$$

où $[a^{rk}]$ et $[b^{rk}]$ sont les vecteurs des ondes de puissance incidente et réfléchie respectivement, et où $(T_{a,i}^{sk})$ et $(T_{b,i}^{sk})$ sont des vecteurs lignes.

D'après les relations entre les coefficients des ondes incidentes et réfléchies, il vient:

$$[a^{rk}] = [M_a^{rk}] [a^r] \quad (C.52)$$

$$[b^{rk}] = [M_b^{rk}] [a^r] \quad (C.53)$$

d'où

$$i_{si} = \frac{1}{\lambda_i^*} \left(\sum_{k=1}^K (T_{a,i}^{sk}) [M_a^{rk}] - (T_{b,i}^{sk}) [M_b^{rk}] \right) [a^r] \quad (C.54)$$

La matrice courant $[i_s]$ est alors donnée par:

$$[i_s] = [\lambda]^* \left(\sum_{k=1}^K ([T_a^{sk}] [M_a^{rk}] - [T_b^{sk}] [M_b^{rk}]) \right) [a^r] \quad (\text{C.55})$$

avec $[\lambda]$ matrice diagonale dont les éléments sont $\frac{1}{\lambda_i}$, $\forall i \in [1, N]$.

Exprimons maintenant, au port r , la relation entre le vecteur onde incidente $[a^r]$ et le vecteur tension $[v^r]$, composé de toutes les tensions modales v_n^r . D'après l'équation C.31 et dans le plan de référence du port s , c'est-à-dire pour $z = 0$, il vient:

$$[v^r] = [a^r] + [b^r] \quad (\text{C.56})$$

Or la structure est fermée par des murs électriques excepté au port r . La relation supplémentaire suivante peut alors s'écrire:

$$[b^r] = [\Gamma^r][a^r] \quad (\text{C.57})$$

En reportant les équations C.56 et C.57 dans C.55, il vient:

$$[i_s] = [\lambda]^* \left(\sum_{k=1}^K ([T_a^{sk}] [M_a^{rk}] - [T_b^{sk}] [M_b^{rk}]) \right) [U + \Gamma^r]^{-1} [v^r] \quad (\text{C.58})$$

où U est la matrice identité.

De C.37, l'expression de $[Y^{sr}]$ est finalement:

$$[Y^{sr}] = [\lambda]^* \left(\sum_{k=1}^K ([T_a^{sk}] [M_a^{rk}] - [T_b^{sk}] [M_b^{rk}]) \right) [U + \Gamma^r]^{-1} \quad (\text{C.59})$$

C.3 Expression de $T_{a,in}^{sk}$ et $T_{b,in}^{sk}$

Rappelons l'expression de $T_{a,in}^{sk}$ et $T_{b,in}^{sk}$.

$$T_{a,in}^{sk} = \int_{S_k} (\vec{e}_{si}^* \wedge \vec{h}_{an}^k) \cdot \vec{z} dS_k \quad (C.60)$$

$$T_{b,in}^{sk} = \int_{S_k} (\vec{e}_{si}^* \wedge \vec{h}_{bn}^k) \cdot \vec{z} dS_k \quad (C.61)$$

En reportant les expressions des champs magnétiques incidents et réfléchis définies par les équations C.43 et C.44, et en utilisant le repère $(\vec{u}, \vec{y}, \vec{z})$, il vient:

$$T_{a,in}^{sk} = \int_{S_k} e^{-\gamma \vec{u}} \begin{vmatrix} e_{u,si}^* \\ e_{y,si}^* \\ e_{z,si}^* \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} h_{u,n}^k \\ h_{y,n}^k \\ -h_{z,n}^k \end{vmatrix} \cdot \vec{z} dS_k \quad (C.62)$$

$$T_{b,in}^{sk} = \int_{S_k} e^{\gamma \vec{u}} \begin{vmatrix} e_{u,si}^* \\ e_{y,si}^* \\ e_{z,si}^* \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} -h_{u,n}^k \\ h_{y,n}^k \\ -h_{z,n}^k \end{vmatrix} \cdot \vec{z} dS_k \quad (C.63)$$

ce qui peut s'écrire:

$$T_{a,in}^{sk} = T_{a1,in}^{sk} - T_{a2,in}^{sk} \quad (C.64)$$

$$T_{b,in}^{sk} = T_{b1,in}^{sk} + T_{b2,in}^{sk} \quad (C.65)$$

avec:

$$T_{a1,in}^{sk} = \int_{S_k} e^{-\gamma \vec{u}} e_{u,si}^* h_{y,n}^k dS_k \quad (C.66)$$

$$T_{a2,in}^{sk} = \int_{S_k} e^{-\gamma \vec{u}} e_{y,si}^* h_{u,n}^k dS_k \quad (C.67)$$

$$T_{b1,in}^{sk} = \int_{S_k} e^{\gamma \vec{u}} e_{u,si}^* h_{y,n}^k dS_k \quad (C.68)$$

$$T_{b2,in}^{sk} = \int_{S_k} e^{\gamma \vec{u}} e_{y,si}^* h_{u,n}^k dS_k \quad (C.69)$$

ANNEXE D

NOTES

D.1 Polynômes de Chebyshev

Les polynômes de Chebyshev sont définis par:

$$C_n(x) = \begin{cases} \cos(n \arccos(x)) & \text{si } |x| \leq 1 \\ \cosh(n \cosh^{-1}(x)) & \text{si } |x| \geq 1 \end{cases} \quad (\text{D.1})$$

et sont reliés entre eux par la formule de récurrence suivante:

$$C_0 = 1 \quad (\text{D.2})$$

$$C_1 = x \quad (\text{D.3})$$

$$C_{n+1}(x) = 2xC_n(x) - C_{n-1}(x) \quad (\text{D.4})$$

pour tout $n \geq 2$

D.2 Fonction de Zolotarev

Les fonctions de Zolotarev sont définies par:

$$C_n(x) = \begin{cases} \frac{A(x^2 - x_1^2)(x^2 - x_3^2) \cdots (x^2 - x_{n-1}^2)}{(x^2 - x_2^2)(x^2 - x_4^2) \cdots (x^2 - x_n^2)} & \text{si } n = 2p \\ \frac{Bx(x^2 - x_1^2)(x^2 - x_3^2) \cdots (x^2 - x_{n-1}^2)}{(x^2 - x_2^2)(x^2 - x_4^2) \cdots (x^2 - x_n^2)} & \text{si } n = 2p + 1 \end{cases} \quad (\text{D.5})$$

et les zéros et les pôles des fonctions C_n sont reliés par:

$$x_1 x_2 = x_3 x_4 = \cdots = x_{n-1} x_n \quad (\text{D.6})$$