PolyPublie
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Title:	Affectation de canaux dans les réseaux de téléphonie mobile cellulaire
Auteur: Author:	Pascal Mèdétinmè Adjakplé
Date:	1998
Type:	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
Référence: Citation:	Adjakplé, P. M. (1998). Affectation de canaux dans les réseaux de téléphonie mobile cellulaire [Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/8845/

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: PolyPublie URL:	https://publications.polymtl.ca/8845/
Directeurs de recherche: Advisors:	Brigitte Jaumard
Programme: Program:	Non spécifié

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

AFFECTATION DE CANAUX DANS LES RÉSEAUX DE TÉLÉPHONIE MOBILE CELLULAIRE

PASCAL MÈDÉTINMÈ ADJAKPLÉ
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
ET DE GÉNIE INDUSTRIEL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)
(MATHÉMATIQUES DE L'INGÉNIEUR)
MARS 1998

© Pascal Mèdétinmè Adjakplé, 1998.

National Library of Canada
Acquisitions and Bibliographic Services
395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale du Canada
Acquisitions et services bibliographiques
395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-37371-1

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

AFFECTATION DE CANAUX DANS LES RÉSEAUX DE TÉLÉPHONIE MOBILE CELLULAIRE

présentée par: ADJAKPLÉ Mèdétinmè Pascal
en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiae Doctor
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. SMITH Benjamin T., Ph.D., président
Mme JAUMARD Brigitte, T.Doc., T.Hab., membre et directrice de recherche
M. SORIANO Patrick, Ph.D., membre
Mme JANSSEN Jeannette, Ph.D., examinatrice externe

À mes parents ....

REMERCIEMENTS

Je tiens de prime abord à remercier Michiyo qui m'a toujours soutenu à chaque étape du déroulement des travaux de cette thèse et qui a toujours su quoi faire pour me remplir d'énergie pendant les moments les plus difficiles. En m'écoutant patiemment et en m'amenant à considérer différents aspects de la vie à travers nos innombrables discussions, tu m'as permis de conduire ce travail d'envergure à terme. Tu as su te montrer présente à mes côtés, et dirais-je à chaque instant, malgré les 14 heures de décalage horaire qui nous séparent depuis bientôt 3 ans. "Arigato".

Je salue la mémoire de mon papa qui a été à la fois un ami, et un confident qui a su me communiquer depuis ma tendre enfance le goût d'étudier et d'aller le plus loin possible. Quoique tu ne savais ni lire ni écrire, je devais réciter devant toi chaque soir avant d'aller me coucher mes leçons du lendemain; merci. Merci pour ces jolis cadeaux que tu m'offrais chaque fois que tu recevais mes bulletins de notes de fin de session. Tu as su créer en moi l'envie de réussir et de toujours aller jusqu'au bout des choses que j'entreprends. Merci beaucoup.

Merci maman pour cette grande affection maternelle dont tu m'as toujours entourée. Tu m'as permis, par ton dévouement, de continuer mes études après le décès de papa. Merci beaucoup. Je profite aussi de cette occasion pour exprimer ma gratitude à tous les autres membres de ma famille et j'utilise ici le mot famille au sens africain du terme. Je remercie plus particulièrement mes frères Alphonse, André, Firmin et ma nièce Jacqueline pour leurs précieux soutiens à différentes périodes de mon parcours scolaire.

Je remercie Brigitte Jaumard pour m'avoir donné l'opportunité de faire ma thèse de *Philosophiae Doctor* sur un sujet aussi passionnant que celui de l'affectation

des canaux dans les réseaux de la téléphonie mobile cellulaire et pour m'avoir accordé du financement sur ses fonds de recherche pendant plus de 6 ans.

Merci à Jeannette Janssen, Patrick Soriano, Benjamin Smith pour vos commentaires, corrections et suggestions qui ont grandement contribué à la qualité finale de ce document.

Merci à Igor Sabatin et Jean-Claude Warmoes, deux anciens professeurs qui sont devenus aussi des amis.

Les fréquentes réunions de travail avec les ingénieurs de Bell Mobilité Cellulaire et les discussions très enrichissantes que j'ai eu la chance d'avoir avec ces derniers m'ont permis de comprendre plusieurs aspects pratiques du déploiement des réseaux cellulaires. Je voudrais témoigner ici ma gratitude à Alain Fortier, Sylvain Legaré, Serge Rivard et Pierre-Marc Carrière qui m'ont surtout expliqué avec minutie, le problème d'affectation de canaux tel qu'il se pose dans les réseaux de Bell Mobilité Cellulaire. Je remercie plus particulièrement Alain Fortier directeur général de l'ingénieurie à Bell Mobilité, section Québec, pour avoir financé la plus grande partie des travaux de recherche effectués dans le cadre de la présente thèse.

Merci à Koorush, Yamina, Nedjma, Lucien et Pierre pour tout. J'espère que notre fameuse bande des 4 qui en réalité n'est plus une bande de 4, va dépasser très bientôt le cap de la dizaine.

Merci à tous les amis et collègues du GERAD, Groupe d'Études et de Recherche en Analyse des Décisions, pour l'entraide et l'esprit de partage de la connaissance.

Merci Nongolougo Soro pour les précieuses discussions que nous avons eues durant ton séjour au GERAD. Tu as contribué de façon significative à l'accroissement de mes connaissances dans le domaine des télécommunications et j'ai eu beaucoup de plaisir à travailler avec toi. J'espère que nous aurons l'occasion de renouveler l'expérience...

Merci à tous mes professeurs.

Merci à toutes les sécrétaires du département de mathématiques et de génie industriel. Je remercie plus particulièrement Anne-Marie Goulet, Suzanne Guindon, Diane Bernier et Nathalie Forest, pour leur professionnalisme, leur sympathie et leur si beau sourire.

Merci à tout ceux qui de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce travail...

RÉSUMÉ

La gestion efficace du spectre de fréquences disponibles est d'une importance capitale pour les opérateurs des systèmes de téléphonie cellulaire. Le coût d'exploitation du réseau et donc la marge de profit qu'une compagnie de téléphonie cellulaire peut aller chercher dépend en grande partie, de la capacité à réutiliser de façon optimale les canaux. Le principe fondamental de la téléphonie cellulaire consiste à se donner un ensemble de cellules ou zones géographiques, et à réutiliser chaque fois que les contraintes de compatibilité électromagnétique le permettent, les mêmes canaux à travers ces différentes cellules. Mieux on sait utiliser les canaux disponibles, moins on investira pour de nouveaux équipements dans le but d'éliminer des interférences potentielles, ou de pouvoir desservir un plus grand nombre de clients.

La contribution de cette thèse est d'identifier clairement les problèmes d'affectation statique de canaux tels qu'ils se posent réellement dans l'industrie du cellulaire, d'approfondir les connaissances sur le sujet, de développer des méthodes qui puissent résoudre efficacement des instances de grande taille auxquelles sont confrontés les ingénieurs, de fournir la preuve que ces méthodes marchent sur des exemples réels en proposant des solutions qui prennent en compte la plupart des contraintes d'opération et, le cas échéant, de mettre le doigt sur les démarches algorithmiques qui pourraient être moins concluantes. Cette thèse constitue également un trait d'union entre les travaux souvent théoriques et basés sur des hypothèses simplificatrices de beaucoup de chercheurs, et les préoccupations réelles des ingénieurs. Aussi, nous avons souvent reformulé en des termes plus simples certains résultats de la littérature afin d'éviter les abstractions mathématiques qui ne sont pas indispensables pour notre exposé.

Il y a quelques années, le problème d'affectation de canaux se formulait comme un problème d'optimisation avec pour objectif la minimisation du nombre de canaux distincts utilisés ou la minimisation de la largeur de bande. Ces objectifs étaient

appropriés parce qu'il était encore possible de construire pour ces réseaux, des affectations de fréquences sans interférence. Aujourd'hui, il s'agit de trouver des solutions acceptables en minimisant le niveau global d'interférence des affectations de fréquences proposées. Garder ces interférences à un niveau minimal conduit à un faible taux de blocage des appels, une plus grande capacité en termes du nombre de clients, une meilleure qualité de la communication et des économies en investissement pour de nouveaux équipements.

Nous avons par conséquent considéré deux grandes classes de problèmes d'affectation de canaux: les problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux saturés et les problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux non saturés. Contrairement aux problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux non saturés, les problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux saturés sont les problèmes pour lesquels il n'existe pas d'affectation de canaux sans interférence. Afin de mieux cerner ces deux grandes classes de problèmes, nous avons passé en revue les travaux de recherche antérieurs qui ont été effectués sur le sujet. Cette revue de littérature vient à point nommé car il n'existe pas à date dans la littérature, une étude qui fait la synthèse des travaux sur les affectations statiques de canaux dans les réseaux cellulaires. Pour la première classe de problèmes, nous avons proposé deux algorithmes gloutons et un algorithme multiphase qui inclut une phase de recherche avec tabous. L'objectif considéré est de minimiser le nombre de canaux distincts utilisés sous la limitation de la largeur de bande. Des exemples d'application portant sur certains problèmes réels, obtenus via la compagnie française CRIL (Conception et Réalisation Industrielle de Logiciels) et d'autres provenant de la littérature ont été considérés. Les résultats se comparent très favorablement avec ceux de la littérature. Les algorithmes gloutons plus particulièrement, peuvent être utilisés pour les affectations de canaux en temps réel à cause de leurs temps d'exécution qui sont très faibles.

Les problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux saturés sont très peu étudiés. Pour ceux-ci, nous proposons un algorithme glouton pour construire une solution initiale et un algorithme de recherche avec tabous pour améliorer cette solution initiale. L'objectif considéré est de minimiser le niveau global d'interférences du

réseau. Les canaux sont affectés par blocs. Quoique l'affectation de canaux par blocs soit la plus fréquente dans l'industrie, parce que les solutions ainsi construites permettent de mieux contrôler en pratique les produits d'intermodulation, aucun article de la littérature ne considère de telles affectations. Les canaux sont plutôt affectés individuellement.

L'algorithme glouton et l'algorithme de recherche avec tabous ont été respectivement implantés sous les pseudonymes de HGREEDY et ALPINIST et leurs premières versions ont été installées chez Bell Mobilité Cellulaire. Afin d'évaluer la qualité des solutions de ALPINIST, un nouveau modèle de programmation linéaire en variables $0-1$ a été développé. Chaque variable décrit une affectation potentielle de cellules à un bloc de canaux. Même si un tel programme contient un nombre exponentiel de variables, sa matrice de contraintes peut être implicitement définie. Nous avons par conséquent développé un algorithme de génération de colonnes en vue de la résolution de sa relaxation continue. Les bornes inférieures calculées sont assez précises et indiquent que les solutions obtenues avec ALPINIST sont très bonnes. Aussi, la qualité de ces bornes inférieures laisse entrevoir que l'utilisation d'un algorithme de génération de colonnes, à l'intérieur d'un schéma d'évaluation et séparation progressive constitue une voie intéressante dans le cadre d'une résolution exacte des problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux saturés.

ABSTRACT

An efficient management of the available frequency spectrum is of major importance for cellular system operators. The network operation cost and hence the profit that a cellular company may earn, depends strongly on its ability to reuse efficiently the radio channels. The fundamental principe of cellular telephony is to split an area to be covered into small zones called cells and then to reuse the same channels through these cells as long as the resulting interference level is acceptable. Actually, a good channel reuse scheme will prevent against superfluous investments for new equipments in order to eliminate potential interferences or in order to increase the network capacity.

The contribution of this thesis is to clearly identify the static channel assignment problem as faced by the cellular industry, to increase the knowledge on practical channel assignment, to develop methods for solving efficiently large instances corresponding to urban or metropolitan mobile areas, to show that these methods are effective by proposing solutions which take into account most of the operating constraints and eventually to point out the algorithmic approaches which may be less effective. Indeed, this thesis is a link between the works of several researchers, which are often a bit theoretical with unrealistic assumptions, and the real concerns of engineers. Therefore, we tried to avoid the useless mathematical abstractions and we often reformulate in more simple words the literature results we used.

Until a few years ago, the channel assignment problem was formulated as the minimization of the number of dictinct channels used or the minimization of the span, i.e., the difference between the largest used frequency and the smallest one. These objectives were appropriate since it was possible to construct for the networks, interference free channel assignments. Today, the aim is to construct acceptable solutions

while minimizing the global level of the network interferences. Keeping those interferences at the lowest level results in a low call blocking rate, a bigger network capacity, a better quality of the communications and savings by avoiding superfluous investments for new equipments

We therefore considered two major classes of static channel assignment problems: channel assignment in unsaturated networks and channel assignment in saturated networks. Contrary to channel assignment in unsaturated networks, channel assignment in saturated networks are problems for which there is no solution without interference. In order to better understand these two classes of problems, we review the previous works on the subject. This literature review is also motivated by the fact that there is no such work as long as static channel assignment is concerned. For the first class of channel assignment problems, we designed two greedy algorithms together with one multiphase algorithm which includes a Tabu Search method. The objective consists in minimizing the number of distinct channels used under the span limitation. Applications on real world problems (provided by a french consulting company CRIL: Conception et Réalisation Industrielle de Logiciel) and on literature problems are considered. The results compete favourably with those previously published in the literature. Also, the greedy algorithms can be used for real time channel assignment since their running times are very small.

The channel assignment problems in saturated networks have been less studied. We proposed for this class of problems two algorithms where the objective is to minimize the interference level. An initial solution is constructed by a greedy algorithm. The quality of this initial solution is then improved using an algorithm based on Tabu Search. Channels are assigned using predefined blocks. Although, assigning channels using predefined blocks is very common in the cellular industry because it helps to control intermodulation products, none of the previous works of the literature consider such assignment. The channels are indeed assigned individually. The implementation of the proposed greedy algorithm and the tabu search algorithm are named respectively HGREEDY and ALPINIST. Their first versions were installed at Bell Mobilité Cellulaire.

In order to evaluate the quality of the solutions found by ALPINIST, we proposed a new lower bound for the saturated channel assignment problem. It relies on a reformulation as a linear 0-1 program where each variable corresponds to a potential assignment of a given channel block. Although such a mathematical program has theoretically an exponential number of variables, its constraint matrix can be implicitly defined. Consequently, its linear programming relaxation can be efficiently solved using a column generation method, i.e, generalized linear programming techniques, leading to a new lower bound. Computational experiments are reported on Bell Mobilité Networks. They show that very good solutions are indeed obtained with the ALPNIST tabu search algorithm. Taking into account the quality of such a lower bound, it may be reasonable to solve exactly the $0-1$ program with the addition of a branching scheme to eliminate fractional solutions.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE iv

REMERCIEMENTS v

RÉSUMÉ viii

ABSTRACT xi

TABLE DES MATIÈRES xiv

LISTE DES TABLEAUX xix

LISTE DES FIGURES xxi

LISTE DES ABRÉVIATIONS xxii

CHAPITRE 1 Introduction générale 1

1.1 Architecture et fonctionnement d'un système cellulaire 7

1.2 Affectation des canaux et planification des systèmes cellulaires 13

CHAPITRE 2 Revue de la littérature 17

2.1 Introduction 17

2.2 Quelques définitions 18

2.3 Affectation de canaux dans les réseaux non saturés 25

2.3.1 Les objectifs 25

2.3.2 Les méthodes de résolution 28

2.4 Affectation de canaux dans les réseaux saturées 55

2.4.1 Les objectifs 55

2.4.2 Les méthodes de résolution 56

2.5 Synthèse de la littérature 60

2.6 Conclusion 62

CHAPITRE 3 Affectation de canaux dans les réseaux non saturés . 63

3.1 Notations 63

3.2 Description du problème 64

3.3 Modèles de programmation mathématique 66

3.4 Algorithmes gloutons 68

3.4.1 Heuristique_1 71

3.4.2 Heuristique_2 75

3.5 Algorithme multiphase 76

3.5.1 Phase 1: Initialisation 79

3.5.2 Phase 2: Réduction du nombre de canaux distincts utilisés . . 79

3.5.3 Phase 3: Réduction du nombre d'interférences 80

3.5.4 Phase 4: Modification de l'ensemble des canaux utilisés 82

3.6 Résultats numériques 88

3.6.1 Description des problèmes considérés 88

3.6.2 Bornes inférieures et meilleures solutions connues 92

3.6.3 Résultats des algorithmes gloutons 95

3.6.4 Résultats de l'algorithme de recherche avec tabous 102

3.7 Conclusion 108

CHAPITRE 4 Affectation de canaux dans les réseaux saturés 110

4.1 Introduction 110

4.2 Notations et description du problème 111

4.3 Modélisation du problème 117

4.3.1 Classification des contraintes 117

4.3.2 Fonction objectif 119

4.4 Algorithme glouton HGREEDY 121

4.4.1 Sélection de la cellule courante 121

4.4.2 Sélection de bloc de canaux 123

4.5 Algorithme ALPINIST 124

4.5.1 Types de mouvements et voisinages associés 125

4.5.2 Exploration des voisinages 126

4.5.3 Pseudo-code de ALPINIST 130

4.6 Résultats numériques 133

4.7 Conclusion 139

CHAPITRE 5 Calcul de bornes inférieures 140

5.1 Introduction 140

5.2 Un nouveau modèle de programmation linéaire en variables 0-1 141

5.2.1 Notations 141

5.2.2 Fonction objectif 142

5.2.3 Contraintes 142

5.2.4 Agrégation de contraintes et renforcement de la relaxation continue 145

5.3 Estimation de la qualité des solutions de ALPINIST 149

5.3.1 Formulation quadratique du problème auxiliaire 152

5.3.2 Formulation linéaire du problème auxiliaire 155

5.3.3 Résolution de la formulation quadratique du problème auxiliaire 156

5.3.4 Algorithme de génération de colonnes 159

5.4 Applications numériques 161

5.4.1 Description des problèmes tests 161

5.4.2 Résultats 162

5.4.3 Réseaux sursaturés 164

5.5 Conclusion 166

CHAPITRE 6 Conclusion générale 168

BIBLIOGRAPHIE 172

LISTE DES TABLEAUX

1.1 Numérotation des canaux 5

1.2 Répartition des bandes A et B sur le spectre de fréquences 6

2.1 Liste des canaux de la bande A du standard AMPS 31

2.2 Sommaire de la littérature 60

2.3 Sommaire de la littérature: suite 61

3.1 Problèmes tests 91

3.2 Bornes inférieures et meilleures solutions connues 94

3.3 Résultats de HEURISTIQUE_1 et HEURISTIQUE_2: ($\alpha = 1$) 96

3.4 Résultats de HEURISTIQUE_1 et HEURISTIQUE_2: ($\alpha = .5$) 97

3.5 Résultats de HEURISTIQUE_1 et HEURISTIQUE_2: ($\alpha = 0$) 98

3.6 Réseaux de Philadelphie: comparaison des résultats 99

3.7 Réseaux homogènes 10×10: comparaison des résultats 100

3.8 Résultats obtenus avec MOFAS 105

3.9 MOFAS appliqué aux problèmes de CRIL sans limitation sur $sp_T(S)$ 107

4.1 Caractéristiques des problèmes considérés 134

4.2 Répartition des blocs en fonction de la taille 135

4.3 Affectations initiales obtenues avec HGREEDY à partir des blocs de canaux de l'ensemble $\mathcal{F}_{B8}$ 135

4.4 Affectations finales obtenues avec ALPINIST à partir des blocs de canaux de l'ensemble $\mathcal{F}_{B8}$ 136

4.5 Contraintes co-antenne et contraintes du spectre étendu: niveaux de violation 136

4.6 Affectation de canaux pour *Réseau_2* − 2 avec différents ensembles . 137

5.1 Distribution des contraintes 161

5.2 ALPINIST versus relaxation continue de $MRPLAC$ 162

5.3 Détails sur le déroulement de CAP-GENCOL 162

5.4 Estimation des écarts d'optimalité 164

5.5 Caractéristiques du réseau *Réseau_3* 165

5.6 ALPINIST versus CAP-GENCOL: *Réseau_3* 165

5.7 Estimation des écarts d'optimalité: *Réseau_3* 166

LISTE DES FIGURES

1.1 Architecture de base d'un système cellulaire 8

1.2 Cellule versus antennes omnidirectionnelles 9

1.3 Cellules versus antennes directionnelles 10

2.1 Largeur de bande minimale (a) et nombre de canaux minimum (b) . . 21

2.2 Largeur de bande minimale versus nombre minimum de canaux distincts 27

3.1 Réseau de Philadelphie avec une demande totale de 481 canaux. . . . 90

3.2 Réseau de Philadelphie avec une demande totale de 470 canaux. . . . 90

3.3 Largeur de bande versus nombre d'itérations 103

3.4 Nombre de canaux distincts utilisés versus nombre d'itérations 104

4.1 Illustration de l'effet de perturbation 138

LISTE DES ABRÉVIATIONS

AMPS	Advanced Mobile Phone System.
C450	German Digital System (450 MHz).
CDMA	Code Division Multiple Access.
D-AMPS	Digital Advanced Mobile Phone System.
DCS-1800	Digital Communication System (1800 MHz).
FDMA	Frequency Division Multiple Access.
GSM	Global System for Mobile communications.
MTSO	Mobile Telephone Switching Office.
MPLAC	Modèle de Programmation Linéaire en variables $0-1$ pour les Affectations de Canaux.
MRPLAC	Modèle Relaxé de Programmation Linéaire pour les Affectations de Canaux.

NMT-450	Nordic Mobile Telephone (450 MHz).
NMT-900	Nordic Mobile Telephone (900 MHz).
PACReNoS	Problème d'Affectation de Canaux dans les Réseaux Non Saturés .
PACReS	Problème d'Affectation de Canaux dans les Réseaux Saturés.
PCS	Personnal Communication System.
TACS	Total Acess Cellular System.
TDMA	Time Division Multiple Access.
s.c.	Abréviation de *"sous les contraintes"*.

CHAPITRE 1

Introduction générale

On appelle communication radio mobile toute communication entre deux unités de radiocommunication, l'une ou l'autre pouvant être en mouvement.

La première communication mobile a été réalisée en 1897 par Gugleilmo Marconi, entre une station terrienne et un bateau, sur un parcours de 30 km. Depuis ces premiers balbutiements, la technologie a connu un développement fulgurant pour aboutir à la téléphonie cellulaire. Les premiers réseaux de téléphonie mobile cellulaire conçus pour vendre leur service au grand public ont vu le jour dans les pays scandinaves et au Japon au début des années 1980. Les marchés des États-Unis, du Canada et des pays de l'Europe de l'ouest se sont vus offrir leurs premiers services de radiocommunication mobile cellulaire aux environs de 1985. Puis, l'industrie du cellulaire a connu un essor sans précédent pour afficher la croissance la plus rapide parmi tous les secteurs commerciaux, dans la majorité des pays industrialisés y compris les nouvelles économies émergentes. A titre de comparaison, en Amérique du Nord, il a fallu près de 20 ans avant de brancher le millionième abonné au téléphone conventionnel. L'industrie de la câblodiffusion a pris environ 13 ans pour atteindre son millionième client et 11 années se sont écoulées avant qu'on ait vendu un million de téléviseurs. Il n'a fallu que quatre ans pour franchir le cap du millionième abonné cellulaire en Amérique du Nord. La plupart des projections qui ont été faites (et même les plus optimistes), par les différents experts des marchés des télécommunications, ont été dépassées et très souvent en termes de plusieurs millions d'abonnés.

Au niveau mondial, alors que le nombre d'abonnés du téléphone cellulaire était de 16 millions en 1991, ce chiffre a atteint 55 millions à la fin de 1994 soit environ 1 téléphone cellulaire pour 100 habitants. A la fin de 1995, le nombre d'abonnés a

atteint 85 millions. De 1991 à 1996 l'industrie de la téléphonie cellulaire aura connu une croissance soutenue (en termes d'abonnés) d'environ 52.8%. On projette pour la période allant de 1996 à l'an 2001, une croissance annuelle de 24.3%. Nous invitons le lecteur intéressé par plus d'informations sur la croissance des marchés de télécommunication et en particulier la croissance de marchés de la téléphonie cellulaire à consulter la page internet de l'Union Internationale des Télécommunications[1] (UIT): les références [1, 115] sont particulièrement riches d'informations sur le sujet. Ainsi, le marché du cellulaire comptera plus de 400 millions d'abonnés en l'an 2001. Il est évident que la croissance de la téléphonie cellulaire va encore se poursuivre pendant les décennies à venir. Aucun indicateur aussi bien sur le plan économique que géopolitique ne permet de prédire actuellement un quelconque évanouissement du marché. Bien au contraire, la globalisation de l'économie mondiale avec les exigences qu'elle impose comme celle d'un besoin accru de circulation rapide de l'information sous ces diverses formes (voix, données numériques et images) va continuer de jouer un rôle catalyseur très important dans l'éclosion de cet important secteur d'activité économique qui pour l'instant n'a rejoint qu'environ 2% de la population mondiale. En effet, plusieurs facteurs qui s'auto-alimentent les uns les autres expliquent cette croissance continue du marché des cellulaires. On peut noter entre autres:

- la dérégulation des marchés de télécommunications;
- les nouvelles technologies;
- la compétition et le marketing.

A ces facteurs viennent s'ajouter d'autres éléments d'ordre politique et humanitaire, qui vont contribuer grandement durant les années à venir à la croissance du cellulaire. On peut noter entre autres:

- l'émergence de nouvelles démocraties dans les régions en voie de développement et dans les anciens pays de l'Est;

1. http://www.iut.ch

- le besoin de transfert de technologie, pour un développement durable, des pays riches vers les pays pauvres;
- la nécessité de réduire l'écart économique entre les pays riches et les pays pauvres.

D'ailleurs, le président sud-africain Nelson Mandela (voir [187]), résumait clairement ceci lors de son discours d'ouverture de la conférence internationale sur les télécommunications tenue à Genève en 1995 en ces termes:

"Eliminating the distinction between information rich and information poor countries is ... critical to eliminating economic and other inequalities between North and South, and to improving the quality of life of all humanity."

Le déploiement des réseaux de téléphonie mobile cellulaire coûte moins cher que celui des réseaux de la téléphonie conventionnelle. Ceci fait du cellulaire une alternative intéressante pour les pays en voie de développement qui ont accès à peu de capitaux sur les marchés internationaux et qui font pourtant face à l'urgence de désenclaver leur population par rapport au reste du monde.

Ainsi, un vent de dérégulation et de rerégulation souffle depuis bientôt deux décennies dans le domaine des télécommunications. Cette situation a créé un terrain propice à la compétition. Il s'en est suivi l'apparition sur le marché de technologies nouvelles qui étaient jusqu'alors confinées aux laboratoires des universités et des armées. En effet, plusieurs nouveaux services dans le domaine des télécommunications, plus particulièrement celui de la télécommunication conventionnelle (téléphone avec fil) ont fait leurs apparitions sur le marché. L'envolée de la téléphonie cellulaire s'inscrit dans la même mouvance. Des premières générations de systèmes analogiques tels que les standards NMT-450, C450, RMTS, ..., on est passé très rapidement aux deuxièmes générations d'analogiques comme AMPS, TACS ou NMT-900. Cette deuxième génération de systèmes analogiques cohabite actuellement sur plusieurs marchés avec les systèmes digitaux comme D-AMPS, GSM, CDMA et leurs différentes variantes. Une plus grande mise en œuvre de la téléphonie mobile cellulaire s'annonce dans un avenir très proche avec un vaste déploiement des réseaux micro-cellulaires et des Systèmes de Communication Personnelle (PCS) (utilisant par

exemple le standard DCS-1800). Il faut aussi noter la mise en orbite très prochainement des réseaux de satellites (Iridium, GlobalStar, Odyssey, MSAT, ELLIPSO,....) dédiés partiellement ou totalement à la téléphonie mobile. L'expansion rapide de l'internet offre également une autre possibilité de croissance pour la téléphonie mobile. L'internet représente une application populaire et l'étendue de son marché pourrait justifier de nouveaux investissements en vue d'offrir des services internet via la téléphonie mobile. Ainsi, on pourra voir des hommes d'affaires participer à des réunions de leurs compagnies pendant leurs voyages ou pouvoir avoir accès aux bases de données de leurs compagnies durant leurs voyages ou encore partager à distance, certaines ressources informatiques.

Le spectre de fréquences disponibles pour toutes ces applications est très limité. Dès lors, ces possibilités intéressantes d'expansion de la téléphonie mobile cellulaire posent certains défis de taille. On pourrait mentionner entre autres les défis technologiques, le défi d'une gestion efficace des ressources mises en jeu et le défi de standardisation au niveau international. Dans un tel contexte, la recherche opérationnelle s'impose comme un outil scientifique indispensable à bien des égards pour l'affectation efficace des ressources disponibles et pouvant aussi agir en synergie avec les améliorations technologiques. Ceci est d'autant plus vrai lorsqu'on s'aperçoit que les dernières technologies cellulaires (CDMA, GSM) font plus appel à du logiciel qu'à du matériel.

Dans la technologie FDMA associée au standard AMPS, la bande de fréquences disponibles est subdivisée en des sous-bandes de 30 kHz. Chaque sous-bande constitue un canal et est définie par sa fréquence centrale. Chaque canal est représenté par un nombre entier. Soit y une fréquence centrale, et x le numéro du canal correspondant. Il existe une relation du type $y = ax + b$ entre la fréquence centrale et son numéro de canal. Les coefficients a et b sont positifs. Les détails de la relation entre les canaux et les fréquences centrales sont résumés dans le tableau 1.1 [34].

Avant 1986, le spectre de fréquences alloué pour les communications cellulaires

Tableau 1.1 – *Numérotation des canaux*

Transmetteur	Numéro de canal: f	Fréquence centrale (MHz)
Terminaux mobiles	$1 \leq f \leq 799$	$\frac{.03}{2} + 0.03(f-1) + 825$
	$991 \leq f \leq 1023$	$.03[(f-1) - 1023] + 825$
Stations de base	$1 \leq f \leq 866$	$\frac{.03}{2} + 0.03(f-1) + 870$
	$991 \leq f \leq 1023$	$\frac{.03}{2} + 0.03[(f-1) - 1023] + 870$

en Amérique du nord est:

- pour les transmissions en provenance des terminaux mobiles: de 825 à 845 MHz,
- pour les transmissions en provenance des stations de base: de 870 à 890 MHz.

La FCC ("Federal Communications Commission") aux États-unis a décidé en 1986, d'allouer une bande additionnelle de 10 MHz à l'industrie du cellulaire. Nous nommerons cette bande additionnelle de fréquences, spectre étendu par référence à la bande initiale qui sera appelée spectre de base.

Par souci d'uniformisation de l'utilisation des spectres de fréquences en Amérique du nord, le CRTC (Conseil de Radiodiffusion et des Télécommunications au Canada) retient la stratégie américaine. Ainsi, le spectre de fréquences pour les communications cellulaires devient:

- pour les transmissions en provenance des terminaux mobiles: de 824 à 849 MHz,
- pour les transmissions en provenance des stations de base: de 869 à 894 MHz.

Désormais, le spectre de fréquences alloué aux terminaux mobiles et celui alloué aux stations de base occupent chacun une largeur de bande de 25 MHz et il existe une différence de 20 MHz entre la plus petite fréquence du spectre alloué aux stations de bases et la plus grande fréquence du spectre alloué aux terminaux mobiles. Aussi, on peut observer à partir du tableau 1.1 qu'il y a une symétrie, par rapport à 859 MHz, entre les fréquences des canaux des terminaux mobiles et celles des canaux des

stations de base. Pour le même numéro de canal, il y a une différence de 45 MHz entre les fréquences centrales selon que le canal considéré est le canal d'un terminal mobile ou d'une station de base.

Les règlements fédéraux autorisent de façon générale l'exploitation de systèmes cellulaires à seulement deux compagnies par région. Le spectre de fréquences alloué aux communications cellulaires est donc divisé en deux grandes bandes notées A et B. Le tableau 1.2 illustre la répartition de ces bandes sur le spectre de fréquences disponibles.

Tableau 1.2 – *Répartition des bandes A et B sur le spectre de fréquences*

Transmetteurs	Terminaux mobiles	Fréquence→	824 - 825	825 - 835	835 - 845	845 - 846.5	846.5 - 849
		Canaux→	991 - 1023	1 - 333	333 - 666	666 - 716	716 - 799
		Bande→	A	A	B	A	B
		Spectre→	étendu	base	base	étendu	étendu
	Stations de base	Fréquence→	869 - 870	870 - 880	880 - 890	890 - 891.5	891.5 - 894
		Canaux→	991 - 1023	1 - 333	333 - 666	666 - 716	716 - 799
		Spectre→	étendu	base	base	étendu	étendu
		Bande→	A	A	B	A	B

Dans cette thèse, nous nous intéressons à l'affectation des canaux aux stations de base, dans les réseaux non-saturés et dans les réseaux saturés. Dans le jargon des ingénieurs du cellulaire, nous dirons que nos travaux de recherche se situent au niveau de l'interface radio. Les applications que nous considérons s'appuient essentiellement

sur les systèmes analogiques AMPS ou les systèmes digitaux D-AMPS et exploitent la technologie FDMA.

L'affectation des canaux aux stations de base peut être statique, dynamique ou hybride alors que l'affectation des canaux aux unités mobiles est obligatoirement réalisé en temps réel par le commutateur et donc dynamique. Dans le cas de l'affectation statique (qui est le type d'affectation de canaux aux stations de base adopté dans la plupart des systèmes cellulaires (Lee [125])), les canaux sont affectés pour une période généralement longue. En ce qui concerne l'affectation dynamique, il existe plusieurs schémas. Par exemple, on peut procéder à une réaffectation des canaux dans le système à différentes périodes de la journée ou affecter, en temps réel, les canaux aux sites suivant les besoins. Un algorithme d'affectation de canaux sera utilisé dans le contexte d'une affectation dynamique, si son temps d'exécution est relativement petit (de l'ordre de 0.1 seconde). L'affectation hybride est une combinaison des deux premières méthodes. Une partie des canaux est affectée aux sites cellulaires de façon statique alors que l'autre partie est affectée sur une base dynamique. L'affectation hybride peut également inclure l'emprunt de canaux à d'autres cellules (par exemple les cellules voisines).

Nous discutons dans la prochaine section, de l'architecture et du fonctionnement des systèmes cellulaires. Nous essayerons ensuite, de situer le problème de l'affectation des canaux dans le contexte de la planification des systèmes cellulaires.

1.1 Architecture et fonctionnement d'un système cellulaire

Tout système cellulaire (figure[2] 1.1) est composé essentiellement des trois entités principales suivantes:

2. Cette figure est tirée de Obbad [145].

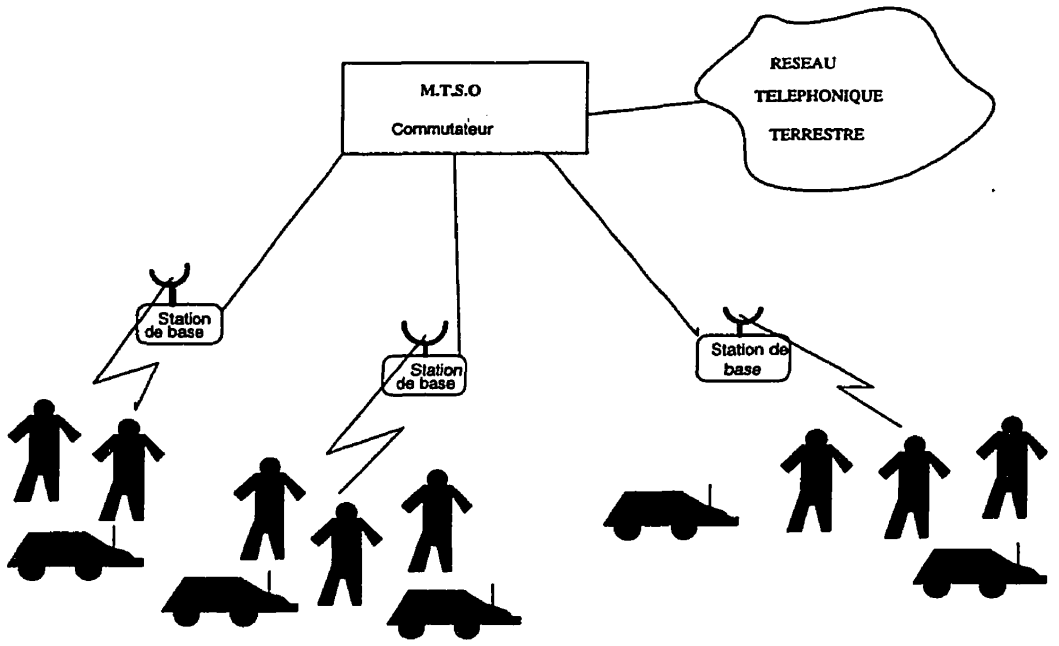


Figure 1.1 – *Architecture de base d'un système cellulaire*

- **Stations de base**: unités fixes utilisant la liaison radio pour gérer et communiquer avec un certain nombre de terminaux mobiles qui se trouvent dans la zone de couverture appelée **cellule**.
  Une cellule est la zone de couverture associée à une station de base. Nous supposerons dans le présent chapitre et dans les chapitres à venir, que chaque cellule est asociée à une et une seule station de base. Par conséquent, nous utiliserons indifféremment les termes cellule et station de base.
  Plusieurs stations de base peuvent être localisées au même endroit géographique. Le site cellulaire d'une cellule est la localisation géographique de sa station de base. Les antennes de chaque cellule sont installées à sa station de base.

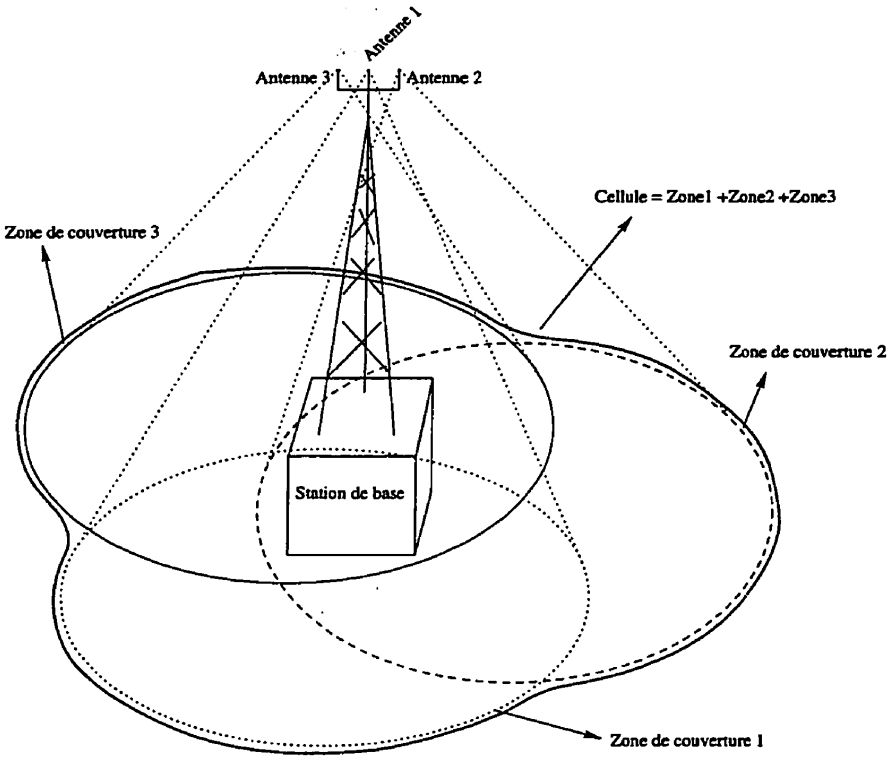


Figure 1.2 – *Cellule versus antennes omnidirectionnelles*

Une antenne omnidirectionnelle est une antenne qui rayonne sur un contour de 360° alors qu'une antenne directionnelle est une antenne qui couvre un secteur d'un angle plus restreint. Les angles de couverture des antennes directionnelles généralement utilisées en téléphonie cellulaire sont de 120° ou 60°.
Nous allons désigner par macro-cellule, un ensemble de cellules, correspondant à des secteurs de 120° ou 60° et dont les stations de base sont localisées au même endroit géographique. Les figures 1.2 et 1.3 illustrent les définitions de cellules et de macro-cellules telles que nous venons de les exposer. Les décalages entre les zones couvertes par les antennes d'une même cellule ont été volontairement exagérés dans le but de mettre en évidence, les zones de couverture de chaque antenne.

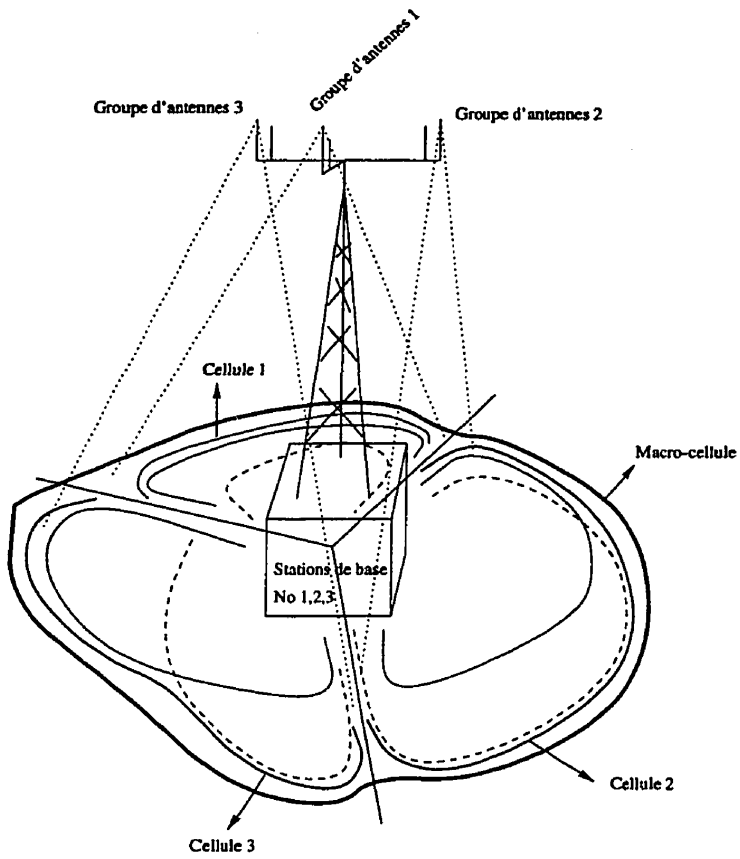


Figure 1.3 – *Cellules versus antennes directionnelles*

- **Commutateur**: appelé aussi **MTSO** ("Mobile Telephone Switching Office"), une unité fixe de commutation permettant de relier les stations de base entre elles et avec le téléphone terrestre. Cette unité est reliée aux stations de base par liens numériques haute vitesse sur fibres optiques, voies hertziennes ou câblées. Elle joue aussi le rôle de processeur central pour le traitement des informations et la gestion des ressources y compris la gestion de la procédure de changement de canal radio en cours de communication connu sous le nom de "Handoff" ou "Handover": en français, on parle de transfert automatique inter-cellulaire dans le cas où le changement de canal est suivi d'un changement de cellule, et de transfert automatique intra-cellulaire lorsque le changement de canal est effectué au sein de la même cellule.

- **Terminaux mobiles**: unités mobiles utilisant la liaison radio pour communiquer avec une autre unité ou avec un poste fixe (téléphone conventionnel) du réseau terrestre via les stations de base et le MTSO. Notons que chaque station de base assure la fonction d'interface entre les unités mobiles et les commutateurs.

Chaque terminal mobile a besoin d'un canal de voix full duplex. En fait, deux canaux[3] de voix sont nécessaires, un canal pour la voix montante (du terminal mobile vers la station de base) et un autre pour la voix descendante (de la station de base vers le terminal mobile) pour communiquer. De plus, chaque station de base a besoin d'un certain nombre de canaux de service pour répondre aux besoins des terminaux actifs qui se trouvent dans sa cellule.

Le principe fondamental de la téléphonie cellulaire est la réutilisation des canaux de même fréquence. En effet, un même canal peut être utilisé simultanément à l'intérieur de plusieurs cellules différentes si elles sont suffisamment éloignées les unes des autres afin de réduire les niveaux d'interférences. Il s'ensuit que deux canaux pourront être utilisés dans deux cellules différentes s'ils n'engendrent qu'un niveau d'interférences contrôlé et compatible avec la qualité du service. Typiquement, nous allons distinguer 5 types d'interférences résultant des incompatibilités électromagnétiques:

- **Interférences co-canal**:
  elles surviennent entre les stations de base qui émettent sur un même canal radio alors qu'elles ne sont pas suffisamment éloignées les unes des autres. Deux canaux f_1 et f_2 devant respecter les contraintes co-canal doivent satisfaire:

$$|f_1 - f_2| \geq 1.$$

3. On ne s'intéresse qu'aux canaux des voies descendantes. Comme le plan de fréquence est divisé en deux parties symétriques, affecter un canal à une station de base (canal pour la voix descendante) revient à affecter le canal symétrique qui va servir pour la voix montante à l'unité mobile.

- **Interférences entre canaux adjacents**:
  ces interférences résultent de la difficulté des équipements radios à rejeter une onde utilisant un canal radio adjacent dans le plan des fréquences au canal radio de l'onde normalement destinée à ces équipements radios. Elles apparaissent généralement dans les zones de chevauchement des couvertures des cellules, zones à l'intérieur desquelles le "handoff" sera souvent exécuté. Deux canaux f_1 et f_2 devant respecter les contraintes entre canaux adjacents doivent satisfaire:

$$|f_1 - f_2| \geq 2.$$

- **Interférences co-antenne**:
  les interférences co-antenne dépendent généralement de la capacité des équipements (combinateurs et filtres) de la station de base à combiner des canaux proches les uns des autres dans le plan des fréquences. Les combinateurs qui sont actuellement sur le marché exigent une séparation d'au moins 510 kHz ce qui correspond à 17 canaux dans le système $AMPS$. Les contraintes qui découlent de ces interférences seront appelées contraintes co-antenne ou encore contraintes d'espacement minimal des canaux d'une même antenne.

- **Interférences co-site**:
  elles surviennent entre les canaux affectés à des antennes localisées au même endroit géographique. On peux noter 3 type d'interférences co-site:

  1. *les interférences co-site entre les canaux affectés à une même antenne; ce cas correspond aux interférences co-antenne décrites précédemment;*
  2. *les interférence co-site entre les canaux affectés à une même station de base, mais utilisés sur des antennes différentes;*
  3. *les interférence co-site entre les canaux affectés à des stations de base différentes mais localisées au même endroit géographique; il peut s'agir par exemple des stations de base installées dans un même édifice (voir la figure 1.3);*

  Dans les chapitres à venir, à chaque fois que nous parlerons de contrainte co-site, nous préciserons à quel type de contrainte co-site nous faisons allusion.
  Dans la littérature, les auteurs supposent implicitement que chaque station de

base possèdent une seule antenne et que les localisations géographiques des stations de base sont distinctes. Ils désignent alors les interférences co-antenne par interférences co-site.

- **Interférences d'intermodulation** :
  l'intermodulation est causée par un ou plusieurs signaux de fréquences différentes qui se superposent dans un élément non linéaire (amplificateur, ...) pour former des signaux à des fréquences composites. Dans un site cellulaire recevant des signaux de plusieurs mobiles à la fois, il peut arriver que deux ou plusieurs ondes se mélangent pour former une nouvelle onde dont la fréquence sera celle d'un canal radio utilisé dans la cellule. Cette onde ne pouvant pas être filtré car étant à une fréquence d'opération du site. On appelle produit d'intermodulation la puissance de sortie aux fréquences nouvelles produites par intermodulation. Pour une puissance d'entrée aux fréquences f_1, f_2, f_3, ..., les fréquences des produits d'intermodulation sont:

$$\pm pf_1 \pm qf_2 \pm rf_3, \ldots$$

  où p,q et r sont des nombres positifs entiers, y compris zéro. L'ordre du produit d'intermodulation est la somme des coefficients p, q et r. Les produits d'intermodulations les plus nuisibles sont ceux du troisième ordre.

1.2 Affectation des canaux et planification des systèmes cellulaires

Les ingénieurs concepteurs des systèmes téléphoniques ont recensé au fil des ans, une variété d'objectifs que doivent satisfaire le déploiement sur une grande échelle des systèmes de téléphonie mobile (Mac Donald [50]). Ces objectifs sont basés sur les intérêts du public, des clients de la téléphonie mobile et des compagnies de téléphonie mobile. Parmi ces objectifs, on peut noter les objectifs de base suivant:

1. *la capacité à desservir un grand nombre de clients;*

2. *l'utilisation efficace du spectre de fréquences;*
3. *la compatibilité avec l'existant (ensemble des systèmes de fréquences déjà en service) à l'échelle d'une région ou d'un pays;*
4. *la possibilité d'extension;*
5. *la possibilité d'adaptation du système à la densité de la circulation;*
6. *la qualité du service;*
7. *un prix de service abordable.*

Les objectifs les plus difficiles à atteindre sont les deux premiers (Mac Donald [50]). La maîtrise de ces deux objectifs conditionne d'ailleurs de façon substantielle l'atteinte des autres objectifs. La mise en œuvre des systèmes de façon à satisfaire ces objectifs posent plusieurs difficultés:

1. **le découpage efficace de la zone à couvrir en cellules;**
   Etant donné la bande de fréquences accordée à une zone, le découpage doit être réalisé de façon à:
   * *satisfaire la demande estimée pour chaque cellule en termes de canaux;*
   * *garder des taux Signal-sur-Bruit (nous entendons par bruit, l'interférence dûe aux autres usagers plus le bruit intrinsèque du milieu de propagation)* $\frac{S}{I+N}$ *satisfaisants;*
   * *maintenir à un niveau raisonnable les coûts liés au déploiement du réseau.*

   Cette étape implique entre autres, une étude du trafic, le dimensionnement du réseau (en fonction de la performance que l'on souhaite avoir dans le réseau) et une étude de la propagation des ondes électromagnétiques sur l'étendue de la zone à couvrir.
2. **la localisation des sites cellulaires (station de base);**
   Le coût des sites peut varier fortement à cause des différences entre les coûts des terrains et surtout à cause de la topographie. Les taille des pylônes requis en dépendent.

3. **l'affectation des fréquences;**
   Il faut réutiliser autant que possible les fréquences déjà allouées tout en respectant les contraintes de compatibilité électromagnétique et les contraintes de demande.

Les deux premiers problèmes sont deux composantes d'un même problème qui est celui de la couverture de réseau. La planification d'un réseau cellulaire inclut ces différents points et est généralement un processus itératif. Nous avons proposé dans le cadre de l'examen général de synthèse [5] un modèle de programmation linéaire en nombres entiers pour le problème de la couverture de réseaux. Ce modèle se prête bien à l'utilisation de la méthode de génération de colonnes pour sa résolution. La configuration des cellules est déterminée dans le problème auxiliaire tandis que la localisation des sites est réalisée dans le problème maître.

La présente thèse a été réalisée dans le but de faire avancer les connaissances, en particulier le savoir faire, au sujet de l'affectation des canaux dans les réseaux (réels) de téléphonie mobile cellulaire. Une grande proportion des travaux de recherche publiés dans la littérature jusqu'à présent s'appuient sur certaines équivalences entre les problèmes d'affectation de canaux et les problèmes de coloration de graphe. Bien souvent, ces travaux se limitent à certains développements théoriques du problème avec quelques exemples d'application qui sont souvent d'ordre académique. Il s'ensuit que les ingénieurs qui font face aux cas réels d'affectation de canaux dans l'industrie ne trouvent généralement pas dans la littérature des résultats qui rencontrent leurs attentes.

La matière que nous présentons dans cette thèse est subdivisée en 4 parties abstraction faite de l'introduction et de la conclusion. La première partie correspond au chapitre 2 et porte sur une revue détaillée de la littérature. Le chapitre 3 traite du problème d'affectation des canaux dans les réseaux non saturés (PACReNoS). Des résultats portant sur certains problèmes réels (obtenus via une compagnie française, CRIL: Conception et Réalisation Industrielle de Logiciels) et certains problèmes de la littérature y sont présentés. Au chapitre 4, nous abordons le problème d'affectation de canaux dans les réseaux saturés (PACReS). Des résultats numériques obtenus à partir des réseaux de Bell Mobilité Cellulaire y sont présentés.

Enfin, dans la quatrième partie de la thèse (chapitre 5), nous présentons une

nouvelle formulation mathématique du PACReS. A partir de ce modèle, des bornes inférieures sont calculées sur les résultats obtenus au chapitre 4.

CHAPITRE 2

Revue de la littérature

2.1 Introduction

Tel que mentionné dans l'introduction générale, les premiers problèmes d'affectation de fréquences remontent au début du 20^e siècle avec les succès de Marconi en 1897 à établir des communications à distance par des canaux d'ondes hertziennes. Quelques années plus tard, on s'est aperçu que des émetteurs (ou récepteurs) géographiquement proches, et opérant sur des canaux non suffisamment espacés, peuvent mutuellement interférer. Il a fallu toutefois attendre le début des années 1960, pour voir apparaître dans la littérature les premières formulations mathématiques du problème [53, 58]. Depuis ce temps, les choses ont beaucoup évolué. Il existe aujourd'hui, un large éventail de publications scientifiques sur les problèmes d'affectation de fréquences, en particulier, les problèmes d'affectation de fréquences se rapportant à la téléphonie mobile cellulaire. Par souci de clarté, nous allons distinguer deux types de réseaux cellulaires: les réseaux cellulaires non saturés et les réseaux cellulaires saturés. Les réseaux non saturés sont les réseaux pour lesquels il existe des affectations de fréquences sans interférence. Quant aux réseaux saturés, ce sont les réseaux pour lesquels il n'existe pas d'affectation de fréquences sans interférence.

Dans la prochaine section, nous définissons quelques termes que nous utiliserons souvent par la suite. Dans la section 2.3, nous examinons pour les réseaux non saturés, les objectifs les plus souvent considérés dans la littérature de même que les méthodes de résolution utilisées. Une étude similaire est réalisée dans la section 2.4 pour les réseaux saturés. Nous tenons à préciser que le but de ce chapitre n'est pas de faire une étude critique de chacun des articles parus dans la littérature. Il s'agit plutôt d'examiner les approches de résolution utilisées jusqu'à date et de tracer un portrait

global de la performance de ces différentes approches. Aussi, cette revue de littérature porte particulièrement sur les affectations statiques de canaux. Nous invitons le lecteur intéressé par les affectations dynamiques, à consulter la revue de littérature de Katzela et Naghshineh [112]. Janssen, Kilakos et Marcotte [108] considèrent un cas particulier des problèmes d'affectation dynamique des canaux, et proposent un algorithme exact pour sa résolution. Dans la section 2.5, nous proposons un tableau qui résume pour un ensemble d'articles, les principales caractéristiques de chacun d'entre eux, par exemple la fonction objectif, les contraintes considérées et la méthode de résolution utilisée. Nous terminons le chapitre par une brève conclusion.

2.2 Quelques définitions

Nous présentons dans cette section, les définitions de certains termes que nous utiliserons souvent dans ce chapitre et dans les chapitres subséquents. Pour plus de détails, le lecteur intéressé pourra se référer à Berge [14].

De façon générale, un graphe G est une paire ordonnée (X, E) composée d'un ensemble de nœuds $X(G)$ et d'un ensemble d'arêtes $E(G)$, qui est un sous-ensemble de $\{\{x, y\} : x, y \in X(G)\}$. Une arête $\{x, y\}$ sera parfois simplement désignée par xy. Il faut noter que x et y peuvent désigner le même nœud. Dans ce cas, l'arête $\{x, y\}$ correspond à une boucle. Un sous-graphe H du graphe G est un graphe qui contient toutes les arêtes de G formées par les nœuds de H.

Deux nœuds reliés par une arête sont deux nœuds adjacents. L'ensemble des nœuds adjacents au nœud x mais différents du nœud x constituent son voisinage $\Gamma(x)$, ainsi $\Gamma(x) = \{y : xy \in E, y \neq x\}$. Le degré d'un nœud x est égal à la cardinalité de l'ensemble $\Gamma(x)$. Un graphe complet est un graphe dans lequel les nœuds sont tous adjacents. Une clique est un ensemble de nœuds dont le sous-graphe correspondant est un graphe complet. Un ensemble stable est un ensemble de nœuds dont le sous-graphe correspondant est tel qu'aucune paire de nœuds distincts, ne forme une

arête.

Un ensemble d'arêtes est une coupe de G si la suppression de cet ensemble d'arêtes déconnecte le graphe G.
On appelle arête-connectivité d'un graphe G, $\lambda(G)$, la cardinalité de la coupe ayant le plus petit nombre d'arêtes (coupe minimale).

La coloration d'un graphe $G = (X, E)$ est l'affectation d'une couleur $g(x) \in \mathbb{N}^*$ à chaque nœud x tel que pour tout $x, y \in X$, $xy \in E \Rightarrow g(x) \neq g(y)$. g est appelée fonction de coloration. Le problème de la coloration du graphe G peut être formellement posé comme suit:

$$\min_{g \in Q} z(g) = |\{g(x_i) : x_i \in X\}|$$

s.c.:

$$(\mathbf{P}) \qquad |g(x_i) - g(x_j)| \neq 0 \qquad i, j = 1, 2, \ldots, n : x_i x_j \in E \qquad (2.1)$$

$$g(x_i) \in \mathbb{N}^* \qquad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (2.2)$$

n désigne le nombre total de nœuds dans le graphe et Q désigne l'ensemble des fonctions de coloration du graphe G. La fonction objectif $z(g)$ correspond au nombre total de couleurs distinctes utilisées par la coloration g. Le nombre chromatique $\chi(G)$ d'un graphe G est le plus petit nombre requis de couleurs pour sa coloration. La largeur de bande d'une coloration g soit $sp(g)$ est la différence entre le plus grand numéro et le plus petit numéro des couleurs utilisées par la coloration g. La plus petite largeur de bande requise pour la coloration du graphe G sera désignée par $sp(G)$. On vérifie sans difficulté que $sp(G) = \chi(G) - 1$, voir Roberts [161].

Soit $\omega(G)$ la cardinalité (nombre de nœuds) de la plus grande clique de G. Le graphe G est un graphe parfait si $\chi(H) = \omega(H)$ pour tout sous-graphe H de G. Le

graphe G est faiblement parfait si $\chi(G) = \omega(G)$. Un graphe parfait est donc aussi faiblement parfait. L'inverse n'est pas nécessairement vrai.
En coloration des graphes, un graphe G est dit critique si $\chi(H) < \chi(G)$ pour tout sous-graphe $H \subset G$.

La T-coloration des graphes est définie de plusieurs façons dans la littérature. Nous présentons ci-après la définition de la T-coloration au sens de Roberts [161] (voir aussi Cozzens et Roberts [36]). Soient T un ensemble d'entiers positifs, $0 \in T$ et Q_T l'ensemble des fonctions de T-coloration du graphe G. Le problème de la T-coloration du graphe G peut être posé comme suit:

$$\min_{g \in Q_T} z(g)$$

s.c.:

$$\textbf{(P1)} \qquad |g(x_i) - g(x_j)| \notin T \qquad i,j = 1,2,\ldots,n : x_i x_j \in E \tag{2.3}$$

$$g(x_i) \in \mathbb{N}^* \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{2.4}$$

La fonction objectif $z(g)$ peut être le nombre total de couleurs distinctes utilisées par la T-coloration g ou sa largeur de bande. $z(g)$ représentera l'un ou l'autre de ces deux objectifs, chaque fois que nous parlerons de T-coloration sans précision particulière au sujet de la fonction objectif. Le nombre T-chromatique $\chi_T(G)$ d'un graphe G est le plus petit nombre de couleurs nécessaire pour sa T-coloration. La largeur de bande d'une T-coloration g soit $sp_T(g)$ est la différence entre le plus grand numéro et le plus petit numéro des couleurs utilisées par la T-coloration g. Nous désignerons la plus petite largeur de bande requise pour la T-coloration de G par $sp_T(G)$. Étant donné un graphe G, il n'existe pas toujours une fonction de T-coloration g qui minimise à la fois le nombre de couleurs distinctes utilisées et la largeur de bande. La figure 2.1 proposée par Roberts [161] illustre cette situation. L'ensemble T considéré est l'ensemble $\{0,1\}$.

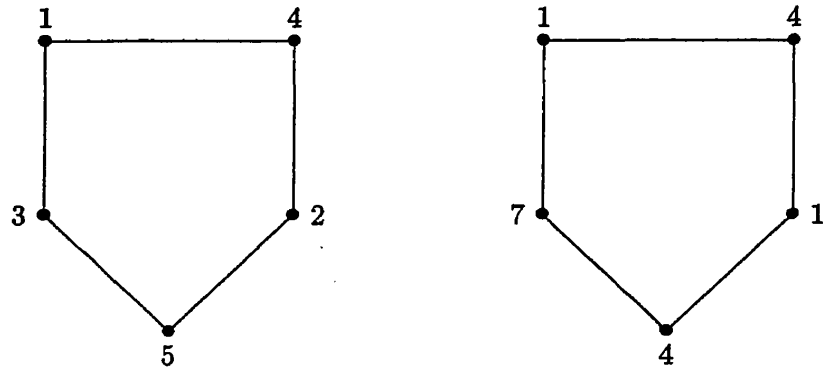


Figure 2.1 – *Largeur de bande minimale* (*a*) *et nombre de canaux minimum* (*b*)

Nous considérerons dans la suite de l'exposé que $0 \in T$, et que Q_T désigne l'ensemble des fonctions de T-coloration du graphe G.

Roberts [161] a considéré également d'autres variantes de la T-coloration. Nous présentons deux de ces variantes, à savoir la T-coloration par des ensembles de couleurs ("set T-coloring") et la T-coloration avec une liste de couleurs candidates à chaque nœud ("list T-coloring").
Le problème de la T-coloration par des ensembles de couleurs consiste à:

$$\min_{g \in Q_T} z(g)$$

s.c.:

$$\textbf{(P2)} \qquad |f - f'| \notin T \qquad \begin{array}{l} i,j = 1,2,\ldots,n : x_i x_j \in E \\ f \in S_i, f' \in S_j \\ S_i = g(x_i), S_j = g(x_j) \end{array} \tag{2.5}$$

$$S_i \subset \mathbb{N}^* \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{2.6}$$

$$|S_i| = d_i \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{2.7}$$

où d_i est le nombre requis de couleurs à chaque nœud x_i.
Si $T = \{0\}$, on obtient une coloration par des ensembles de couleurs telle que définie dans Roberts [159].

La T-coloration avec une liste de couleurs candidates à chaque nœud consiste à:

$$\min_{g \in Q_T} z(g)$$

s.c.:

(P3)

$$|g(x_i) - g(x_j)| \notin T \qquad i,j = 1,2,\ldots,n : x_i x_j \in E \tag{2.8}$$

$$g(x_i) \in F_i \qquad i = 1,2,\ldots,n. \tag{2.9}$$

où F_i est la liste de couleurs candidates au nœud x_i, plus précisément un ensemble d'entiers positifs non nuls. La T-coloration avec une liste de couleurs candidates à chaque nœud a été initialement introduite par Hale [83].

Nous présentons ci-dessous une définition de la T-coloration qui intègre les différentes variantes présentées précédemment, et qui décrit bien les problèmes d'affectation de canaux, en particulier les PACReNoS (voir aussi Gamst [65]) correspondant aux réseaux cellulaires dans lesquels chaque station de base possède une seule antenne. Prochainement, à chaque fois que nous parlerons de T-coloration sans précision, il faudra comprendre T-coloration au sens de cette définition.

Considérons un graphe $G = (X, E, D, C, F)$ défini comme suit:
$X = \{x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n\}$, ensemble des nœuds;
E = ensemble des arêtes du graphe;
D =(d_i), $i = 1,2,\ldots,n$, un vecteur dont chaque composante d_i est un entier positif (poids) non nul associé au nœud x_i; en fait d_i est le nombre requis de couleurs aux

nœud x_i;
$C = (c_{ij})$, $i = 1, 2, \ldots, n$, $j = 1, 2, \ldots, n$, une matrice dont chaque élément c_{ij} est un entier positif associé à l'arête $x_i x_j$;
$F = (F_i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, une liste ordonnée d'ensembles; chaque ensemble F_i est un ensemble d'entiers positifs non nuls associé au nœud x_i.
La T-coloration consiste à associer à chaque nœud x_i du graphe G, un ensemble de couleurs S_i (entiers positifs non nuls) avec $|S_i| = d_i$, tel que:
$|f - f'| \geq c_{ij}$, $i, j = 1, 2, \ldots, n : x_i, x_j \in X$, $f \in S_i$, $f' \in S_j$;
$S_i \subseteq F_i$, $i = 1, 2, \ldots, n : x_i \in X$.

Considérons un réseau cellulaire dans lequel chaque station de base (cellule) possède une seule antenne.
Par rapport aux problèmes d'affectation de canaux (en téléphonie cellulaire), le graphe G représente le graphe d'interférences (potentielles) entre les stations de base. Les paramètres du graphe peuvent être alors interprétés comme suit:

X, ensemble des stations de base;

d_i, demande en canaux à chaque station de base;

c_{ij}, séparation requise dans le plan de fréquences entre les stations de base x_i et x_j reliées par l'arête $x_i x_j$; si $x_i = x_j$, alors c_{ii} désigne la séparation requise entre les canaux alloués à une même station de base;

F_i, ensemble des canaux qui peuvent être affectés à la station de base x_i;

S_i représente l'ensemble des canaux affectés à la station de base x_i;

La fonction objectif considérée peut être la minimisation du nombre de canaux distincts utilisés ou la minimisation de la largeur de bande. Dans le contexte des affectations de canaux, le terme largeur de bande d'une affectation de canaux désigne la différence entre le plus grand numéro et le plus petit numéro des canaux utilisés par

cette affectation.

La T-coloration telle que décrite ci-dessus peut être formulée comme suit:

$$\min_{g \in Q_T} z(g)$$

s.c.:

$$\textbf{(P4)} \qquad |f - f'| \geq c_{ij} \qquad \begin{array}{l} i,j = 1,2,\ldots,n : x_i x_j \in E \\ f \in S_i, f' \in S_j \\ S_i = g(x_i), S_j = g(x_j) \end{array} \tag{2.10}$$

$$S_i \subset F_i \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{2.11}$$

$$|S_i| = d_i \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{2.12}$$

Remarquons que la contrainte (2.11) peut être réécrite comme:

$$|f - f'| \notin T_{ij} \qquad \begin{array}{l} i,j = 1,2,\ldots,n : x_i x_j \in E \\ f \in S_i, f' \in S_j \\ S_i = g(x_i), S_j = g(x_j) \end{array} \tag{2.13}$$

avec $T_{ij} = \{0, 1, 2, \ldots, c_{ij} - 1\}$.

Le graphe d'interférence des cellules, ou plus simplement graphe des cellules, est le graphe dans lequel chaque cellule est représentée par un nœud. Il existe une arête entre deux nœuds si le coefficient de compatibilité c_{ij} entre les cellules représentées par les nœuds x_i et x_j est non nul. Nous supposons que les coefficients c_{ij} sont définis de sorte que, plus leurs valeurs sont élevées et plus les risques d'interférences entre les cellules correspondantes sont élevés. Le poids de chaque cellule est égal à sa demande en canaux.

Le graphe éclaté des cellules ou graphe des demandes, est le graphe d'interférence dans lequel chaque canal requis est représenté par un nœud. Une cellule, représentée par un nœud x_i de poids d_i dans le graphe des cellules, est donc représentée par d_i nœuds de poids unitaire dans le graphe des demandes. Il existe une arête entre deux nœuds donnés si le coefficient de compatibilité entre les cellules correspondantes est non nul.

2.3 Affectation de canaux dans les réseaux non saturés

2.3.1 Les objectifs

Dans les problèmes d'affectation de canaux, l'objectif principal est la gestion efficace du spectre de fréquences allouées. Comme l'a mentionné Hale [83], cet objectif peut être défini de plusieurs façons, conformément aux conditions d'opérations et aux réglementations en vigueur dans la région où le système va être implanté. Pour les PACReNoS, les deux principaux objectifs souvent considérés sont les suivants:

1. *minimiser le nombre de canaux utilisés dans le système sous la limitation de la largeur de bande;*
2. *minimiser la largeur de bande utilisée dans le système.*

Remarquons qu'une limitation de la largeur de bande disponible implique une limitation sur le plus grand numéro de canal si l'affectation du plus petit canal est fixé. Par ailleurs, minimiser directement la largeur de bande consiste à minimiser la différence entre le plus grand numéro et le plus petit numéro des canaux utilisés. Ceci revient à la minimisation du plus grand numéro des canaux utilisés si l'affectation du plus petit numéro est fixée.

En 1970, Metzger observe que le problème d'affectation de canaux, dans les réseaux non saturés, peut être formulé comme un problème de coloration classique de graphe. Ce modèle est basé sur le graphe des demandes. Ainsi, chaque nœud correspond à un canal requis par le système alors que les canaux disponibles dans le système correspondent aux couleurs. Ce modèle ne prend évidemment en compte que les contraintes de compatibilité co-canal et ignore, entre autres, la limitation sur la largeur de bande. En fait, lorsque la constrainte sur la limitation de largeur de bande n'est pas prise en compte, les PACReNoS se réduisent à un problème de coloration de graphe [36]. Le nombre minimum de canaux requis pour satisfaire les demandes des cellules est alors égal au nombre minimum de couleurs distinctes requises pour colorer le graphe des demandes.

La figure 2.2 montre que cette affirmation n'est pas vraie lorsqu'on impose une limitation sur la largeur de bande. Les chiffres entre accolades indiquent les valeurs que ne doivent pas prendre la différence en valeur absolue, entre les couleurs affectées aux extrémités de chaque arête. Supposons qu'une limite de 5 est imposée sur la largeur de bande. Les premiers numéros inscrits sur chaque nœud constituent une affectation de canaux à largeur de bande minimale qui respecte, par ailleurs, la limite sur la largeur de bande. Cette affectation utilise 5 canaux distincts. Hale [83] indique qu'aucune affectation de largeur de bande minimale pour le réseau représenté à la figure 2.2 n'utilise moins de 5 canaux. Les numéros inscrits entre parenthèses constituent une affectation qui utilise un nombre minimum de canaux soit 4 canaux. La largeur de bande de cette affectation est égale à 6.

Des formulations plus complexes du problème d'affectation de canaux dans les réseaux non saturés ont été proposées par la suite avec l'introduction des modèles de T-coloration des graphes (voir Hale [83], Cozzens et Roberts [36] et Gamst [65]).

En pratique, les problèmes d'affectation de canaux varient selon les applications. Il convient alors de trouver pour chaque application, la formulation de la T-coloration qui la modélise le mieux. Ainsi, affecter de façon efficace les canaux aux différents sites reviendraient à la résolution d'un problème de T-coloration avec un objectif qui

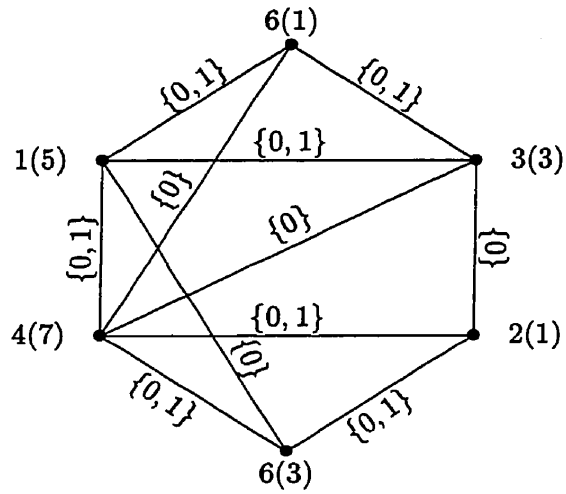


Figure 2.2 – *Largeur de bande minimale versus nombre minimum de canaux distincts*

est défini selon le contexte de l'application. Il peut s'agir par exemple de la minimisation du nombre de canaux distincts utilisés ou de la minimisation de la largeur de bande couverte par ces canaux.

En termes d'affectation de canaux, le problème de T-coloration ($P4$) tel qu'il est décrit à la section 2.2 ne prend pas en compte les contraintes d'intermodulation. Pour prendre en compte l'intermodulation, il faudrait ajouter à la formulation ($P4$), les contraintes additionnelles ci-dessous [21]:

$$f_j - f_k \neq f_k - f_q \quad \begin{array}{l} f_j, f_k, f_q \in S_i \\ f_j > f_k > f_q, \quad i = 1, 2, \ldots, n : d_i \geq 3. \end{array} \tag{2.14}$$

Les produits d'intermodulation pris en compte par ces contraintes sont les produits d'intermodulation du troisième ordre à deux fréquences, interne à une même cellule. Ces contraintes viendraient compliquer davantage le problème ($P4$), qui est déjà difficile à résoudre en soi.

Les problèmes de T-coloration sont NP-complets car ils sont des généralisations des problèmes de coloration de graphe, qui sont connus comme étant NP-complets (Even et Shamir [56]).

2.3.2 Les méthodes de résolution

Plusieurs méthodes sont rapportées dans la littérature. On peut distinguer deux grandes classes de méthodes. Les méthodes exactes et les méthodes heuristiques.

Les méthodes heuristiques sont les plus abondantes. Elles peuvent être subdivisées en plusieurs sous-classes:

- *les méthodes qui procèdent par répétition de patrons génériques de cellules*;
- *les méthodes d'affectation séquentielle*;
- *les métaheuristiques d'optimisation combinatoire.*

2.3.2.1 Répétition de patrons génériques de cellules

L'idée de base de ces méthodes peut se résumer en trois principales étapes:

1. *reformuler le problème d'affectation de canaux sur un réseau très réduit, constitué d'un petit nombre de cellules*;
2. *résoudre le problème d'affectation de canaux associé à ce réseau réduit;*
3. *utiliser ce réseau réduit de cellules comme un patron générique, afin de couvrir le réseau cellulaire initial; ceci implique une répétition de l'affectation de canaux associée au patron générique.*

Les figures 3.1 et 3.2 (voir p.89) sont des exemples de patrons génériques de cellules.

• **Réseau réduit**

Des considérations relatives à la propagation des ondes électromagnétiques suggèrent l'adoption d'une forme circulaire pour les cellules. Toutefois, il est difficile de couvrir entièrement, de façon adéquate, la surface d'un plan avec des régions circulaires. On a soit des portions qui sont couvertes plusieurs fois, ou soit des portions qui ne sont couvertes par aucun des patrons de recouvrement. Il est connu par contre qu'on peut couvrir entièrement, sans chevauchement, une région plane par des figures telles que des triangles équilatéraux, des carrés ou des hexagones. Pour des raisons économiques, les concepteurs de réseaux cellulaires ont adopté l'utilisation des hexagones. Supposons en effet, que les sites cellulaires soient localisés aux centres des cellules. Le rayon cellulaire d'une cellule est la plus grande des distances, entre les points de la cellule et le site cellulaire. Pour un même rayon cellulaire, la forme hexagonale, comparée aux figures telles que les triangles équilatéraux ou les carrés, couvre une plus grande surface [50]. Cette forme permet de minimiser le nombre de cellules nécessaires pour couvrir une région donnée. Elle est donc économiquement plus intéressante.

La réutilisation des canaux est à la base de la technologie cellulaire. Soient R le rayon d'une cellule et D la distance minimale requise entre les sites cellulaires de deux cellules qui utilisent le même canal. On appelle facteur de réutilisation co-canal, le rapport $\frac{D}{R}$. Ce facteur est généralement relié au nombre de cellules du patron utilisé, par la formule $\frac{D}{R} = \sqrt{3Nc}$ où Nc désigne le nombre de cellules du patron considéré. Cette relation découle des arguments basés sur des constructions géométriques [8, 50]. Le réseau réduit n'est rien d'autre que le patron de cellules ainsi construit.

Notons que la couverture du réseau par une répétition de tels patrons suppose l'adoption de certaines hypothèses qui peuvent être, selon le cas, des simplifications très importantes de la réalité, en particulier lorsqu'il s'agit des réseaux urbains et plus spécifiquement des centre-villes où il y a généralement une forte concentration de grands édifices qui sont connus pour leurs effets perturbatoires sur la propagation des ondes électromagnétiques. On peut citer entre autres, les hypothèses suivantes (Mac Donald [50], Boucher, chapitre 1 [19]):

- distribution uniforme du trafic;
- probabilité uniforme de blocage des appels;
- cellules de même taille;
- antennes de même puissance.

Même si les nombres de canaux en demande des cellules du patron générique diffèrent, la répétition d'un tel patron suppose tout de même une certaine périodicité, dans la répartition spatiale des demandes. Ces différentes conditions sont loin d'être respectées pour la plupart des réseaux en opération.

• Affectation de canaux associés au réseau réduit

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour résoudre le problème d'affectation de canaux du réseau réduit. Ainsi, les méthodes décrites dans les prochaines sections peuvent être utilisées. Toutefois, dans l'industrie du cellulaire, d'autres approches ont souvent été utilisées, sans doute à cause de leur simplicité. Soulignons que la majorité des problèmes d'application considérés dans la littérature sont des problèmes réduits à un patron d'hexagones.

Supposons que les demandes soient uniformes, qu'on ne prenne en compte que les contraintes co-canal et que chaque cellule possède 3 antennes. Considérons ensuite une configuration dans laquelle le patron de répétition possède 7 cellules. Étant donné qu'il faut affecter à chaque antenne un sous-groupe de canaux, la première étape consiste à regrouper tous les canaux disponibles en 21 sous-groupes comme le montre le tableau 2.1 dans lequel nous résumons les canaux de voix de la bande A du standard AMPS (voir Boucher [19], chapitre 8; Lee [125], chapitre 8 pour plus de détails).

A chaque cellule C_i $(i = 1, 2, \ldots, 7)$ on affecte les groupes de canaux i, $i + 7$, $i + 14$. Chaque cellule reçoit donc 3 groupes de canaux. Les 21 groupes de canaux

Tableau 2.1 – *Liste des canaux de la bande A du standard AMPS*

	Sous-groupes																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Canaux →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
	63	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126
	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147
	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168
	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189
	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210
	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231
	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252
	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273
	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294
	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|
	670	671	672	673	674	675	676	677	678	679	680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690
	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702	703	704	705	706	707	708	709	710	711
	712	713	714	715	716	717	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|
	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|
	|	|	|	|	|	|	991	992	993	994	995	996	997	998	999	1000	1001	1002	1003	1004	1005
	1006	1007	1008	1009	1010	1011	1012	1013	1014	1015	1016	1017	1018	1019	1020	1021	1022	1023			

sont ainsi totalement affectés aux 7 cellules du patron générique. Étant donné que chaque canal a une largeur de bande de 30 kHz, les canaux affectés à une même cellule par cette démarche sont espacés par un minimum de $6 \times 30kHz + \frac{30}{2}kHz + \frac{30}{2}kHz$, soit 210 kHz. Ce calcul tient compte du fait que les communications sont déployées généralement sur la fréquence centrale, abstraction faite des effets de déviation. D'un point de vue purement co-canal, l'affectation de canaux que nous venons de décrire est optimale. C'est aussi le cas pour plusieurs autres patrons génériques de tailles différentes de 7 (Gamst [65]). Cette optimalité n'est toutefois par nécessairement conservée, et sera même perdue le plus souvent, lorsqu'il s'agit de couvrir un grand réseau par répétition d'un tel patron.

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction générale, les contraintes co-antenne exigent une séparation minimale de 510 kHz entre les canaux combinés sur une même antenne. Ceci correspond à une séparation de 17 canaux. L'affectation de canaux proposée précédemment respecte les contraintes co-antenne car chaque cellule possède 3 antennes. Chacun des trois groupes de canaux affectés à une cellule

est alors monté sur une antenne distincte. Notons que ces antennes peuvent être omnidirectionnelles ou directionnelles. Dans ce dernier cas, chaque antenne couvrira un secteur de 120°.

Plusieurs schémas de regroupement de canaux peuvent être utilisés, en conformité avec le type de patron générique considéré. Nous invitons le lecteur intéressé à plus de détails sur cet aspect du sujet à consulter le chapitre 8 de Boucher [19], le chapitre 8 de Lee [125] ou le chapitre 6 de Conan [34].

Toujours dans la mouvance de répétition de patrons génériques, plusieurs auteurs ont examiné la prise en compte des contraintes de compatibilité électromagnétique entre canaux adjacents. Les auteurs font souvent du cas par cas. Étant donné un patron standard, on se donne une affectation de canaux qui respecte les contraintes co-canal. Cette affectation va être souvent optimale par rapport au nombre de canaux distincts utilisés, car les cellules d'un même patron forment une clique. La prochaine étape consisterait à organiser les canaux de façon à ce que la plus petite distance entre les sites cellulaires des cellules utilisant des canaux adjacents, soit maximisée. Les algorithmes proposés font souvent appel à des constructions géométriques et sont taillés sur mesure pour le cas considéré. Parmi les auteurs les plus souvent cités, on peut noter entre autres les travaux de Mac Donald [50], Arnaud [8] et Gamst [64]. Des auteurs comme Gamst [64] en 1982 et plus tard Mouly [141] en 1991, ont fait usage de certains résultats connus en théorie des groupes pour consolider les bases théoriques des solutions obtenues de façon empirique ou par des constructions géométriques.

- **Couverture du réseau cellulaire initial**

Une fois des affectations réalisables construites pour des patrons standards, les opérateurs des réseaux cellulaires n'ont qu'à répéter ces patrons autant de fois que nécessaire pour couvrir leurs réseaux. Le prix à payer pour une telle simplicité est souvent une grosse sous-optimalité des affectations de canaux obtenues à l'échelle

globale des réseaux considérés.

2.3.2.2 Les méthodes d'affectation séquentielle

Les méthodes d'affectation séquentielle sont des méthodes itératives qui satisfont graduellement, un canal à la fois, les demandes en canaux des cellules. Il existe deux grands schémas d'affectation séquentielle de canaux. Le premier schéma consiste à considérer les nœuds les uns après les autres et affecter au nœud courant un canal donné, compatible avec l'affectation partielle déjà effectuée. Cette stratégie exige qu'on examine, à chaque itération, plusieurs canaux candidats. Elle est connue sous le nom de stratégie de canaux-exhaustifs (Zoellner et Beall [206]). La deuxième stratégie procède comme suit: une fois qu'un canal est considéré, on va l'affecter à autant de nœuds que possible tout en respectant toutes les contraintes du problème. Cette stratégie est une stratégie de demandes exhaustives. La mise en œuvre de ces stratégies suggère naturellement deux questions:

1. *quelle cellule recevra un canal à l'itération courante?*
2. *quel canal sera affecté à la cellule courante?*

Ces deux questions impliquent la création d'une liste ordonnée des cellules et d'une liste ordonnée des canaux. Ces ordres peuvent être statiques ou dynamiques, dans quel cas une mise à jour est effectuée périodiquement (par exemple à chaque itération). Les cellules peuvent être représentées une seule fois dans la liste ordonnée, ou autant de fois que le nombre de canaux qu'elles requièrent. Ce dernier point relève de choix algorithmiques.

La création d'un ordre sur les cellules repose essentiellement sur l'évaluation du niveau de difficulté à affecter un canal à chacune d'entre elles. Pour la résolution des problèmes d'affectation de canaux, les auteurs ont souvent ordonné les nœuds suivant deux principales stratégies. Selon le modèle de graphe considéré, le terme nœud peut

correspondre à une cellule, dans quel cas nous parlerons de graphe des cellules, ou à un canal requis par une cellule donnée et dans ce cas nous parlerons du graphe des demandes.

Une première stratégie consiste à ordonner les nœuds suivant l'ordre décroissant des degrés. On parle de la stratégie de degré maximal en premier. Une deuxième stratégie consiste à supprimer le nœud ayant le plus petit degré. On obtient ainsi un graphe résiduel. On supprime ensuite du graphe résiduel, le nœud ayant le plus petit degré. Ce processus est répété jusqu'à ce que tous les nœuds soient supprimés. Les couleurs (canaux) sont alors affectées aux nœuds dans l'ordre inverse de la suppression (Metzger [138], Zoellner et Beall [206]). On parle de stratégie de degré minimum en dernier ("smallest-last").

Le choix du canal, à l'itération courante, est souvent gouverné par deux principaux objectifs:

- utiliser la plus petite largeur de bande possible;
- s'assurer qu'à chaque itération, il existe au moins un canal compatible avec la cellule courante.

On peut éventuellement se donner des règles qui combinent ces deux priorités.

L'ensemble des algorithmes de la littérature sur les affectations séquentielles de canaux exploitent diverses combinaisons des principes de base énumérés précédemment. Nous exposons brièvement ci-dessous, quelques-uns de ces algorithmes. Ces derniers sont souvent cités dans la littérature.

Box [21] commence avec un ordre arbitraire sur les nœuds. Chaque nœud représente une demande en canal. Les niveaux de difficulté d'affectation des canaux à chacun des nœuds, sont alors initialisés à 0. Il utilise une stratégie de canaux-exhaustifs et affecte au nœud courant, le canal le plus à droite ou le plus à gauche de

la bande de fréquences disponibles. L'idée ici est de procéder de sorte que l'ensemble des canaux utilisés, soit le plus compact possible. On pourrait parvenir au même objectif en utilisant, parmi les canaux disponibles, le plus petit canal compatible. Les nœuds pour lesquels il n'existe pas de canaux compatibles, étant donné l'affectation partielle de canaux déjà effectuée, sont ignorés durant le processus. Les difficultés de traitement de ces nœuds sont alors révisées à la hausse avec des valeurs tirées au hasard dans un intervalle $[a, b]$. Cet intervalle peut être par exemple $[0.15, 0.45]$. Les nœuds du réseau au complet, sont alors réordonnés et le processus d'affectation est réitéré. L'algorithme continue jusqu'à ce qu'il trouve une solution réalisable, ou jusqu'à ce que la limite sur le nombre d'exécutions de l'itération majeure, que nous nommons itération courante dans la description de l'heuristique, soit atteinte. Un pseudo-code de l'algorithme est décrit ci-dessous. Nous considérons à cet effet, le graphe des demandes.

Heuristique de Box

---

1. Initialisation

Considérer les nœuds dans un ordre arbitraire, soit $x_1, x_2, \ldots, x_N$ où $N = \sum_{i=1}^{n} d_i$;

Poser $E_i = 0, \quad i = 1, 2, \ldots, N$;

E_i *évalue la difficulté d'affecter un canal au nœud* x_i;

2. Itération courante

Déterminer *le nœud* x_i *tel que* $E_i = \max_{1 \leq j \leq n} E_j$;

Soit F^i_{comp} *l'ensemble des canaux compatibles avec* x_i, *étant donné l'affectation partielle de canaux déjà effectuée*;

Soient $\underline{f}$ *le plus petit canal de* F^i_{comp} *et* $\overline{f}$ *le plus grand canal de* F^i_{comp};

Pour $i = 1, 2, \ldots, n$

Si $F^i_{comp} \neq \emptyset$

Si *à l'itération précédente, on a affecté au nœud courant le canal* $\underline{f}$, **alors**

Affecter à x_i *le canal* $\overline{f}$;

Sinon

Affecter à x_i *le canal* $\underline{f}$;

Fin Sinon

Sinon

$E_i \leftarrow E_i + rand[a, b]$;

$rand[a, b]$ *est une fonction qui génère au hasard une valeur dans* $[a, b]$;

Fin Sinon

S'il *a été possible d'affecter un canal à chaque nœud* **alors Fin;**

Sinon *réitérer l'étape 2*;

L'algorithme de Box essaie d'intégrer dans son fonctionnement, les difficultés rencontrées durant les itérations précédentes afin de mieux orienter les choix à faire durant les itérations ultérieures. Son temps d'exécution peut être anormalement grand pour une performance globale relativement moyenne. En effet, il s'agit d'une méthode qui ne fait aucune utilisation de la structure du graphe sous-jacent au réseau des cellules. D'autres auteurs ont proposé des algorithmes qui se soustraient aux deux principaux défauts de l'algorithme de Box. Ces algorithmes exploitent, dans une certaine mesure, la structure du graphe sous-jacent au réseau des cellules et n'ont pas de réinitialisation. Ils sont donc généralement non seulement plus rapides, ce qui est important dans l'appréciation d'une heuristique gloutonne, mais également plus performantes en moyenne que l'algorithme de Box. On peut citer entre autres, les algorithmes de Gamst et Rave [69], Sivarajan et McEliece [171], Obbad [145], Plehn [155] et Sung et Wong [183].

Gamst et Rave introduisent la notion de zone interdite. Soit A un ensemble de cellules mutuellement compatibles, c'est-à-dire que le coefficient de compatibilité $c_{ij} = 0$ pour $i, j : x_i, x_j \in A$. Le coefficient c_{ij} est l'écart minimal qui doit exister entre tout canal affecté à la cellule x_i et tout autre canal affecté à la cellule x_j. Soit $\overline{A}$ la zone interdite de A:

$$\overline{A} = \{x_j : c_{ij} \neq 0, x_i \in A\}.$$

$\overline{A}$ est l'ensemble des cellules dans lesquelles on ne peut réutiliser les canaux déjà affectés aux cellules de l'ensemble A. Soit A_k l'ensemble des cellules auxquelles le canal f_k a été déjà affecté. A l'itération courante, la méthode 3 de Gamst et Rave [69] sélectionne le canal f_k dont l'ensemble A_k chevauche le plus avec la zone interdite de la cellule courante. Le chevauchement peut être calculé de plusieurs façons. Par exemple, la somme des demandes de l'intersection des deux zones interdites ou encore la somme des demandes résiduelles de l'intersection des deux zones interdites. Les ordres sur les nœuds sont soit le degré maximum en premier ou le degré minimum en dernier.

Sivarajan et McEliece [171] définissent le degré d'un nœud x_i par la quantité

$(\sum_{j=1}^{n} d_i c_{ij}) - c_{ii}$. Ils essayent ainsi de prendre en compte, l'impact des écarts requis entre canaux à l'intérieur du réseau. Le graphe considéré est le graphe des cellules. Ils proposent plusieurs procédures d'affectation de canaux en combinant les stratégies canaux exhaustifs, demandes exhaustives, degré maximum en premier ou degré minimum en dernier. Il ne proposent cependant aucune stratégie pour le choix du canal à affecter durant l'itération courante.

Pennoti et Boorstyn [154] considèrent le graphe des cellules. Ils proposent une heuristique articulée autour de trois phases. La première phase consiste à réduire la graphe initial à un graphe de taille plus petite en s'appuyant sur le corollaire 1.1 de Matula [134] (voir la borne 3 de la section 2.3.2.4). La deuxième phase utilise la stratégie demandes-exhaustives sur le graphe réduit. La dernière étape consiste à étendre l'affectation de canaux du graphe réduit au graphe initial.

Sung et Wong [183] proposent deux procédures principales qui utilisent la stratégie de demandes exhaustives. La première procédure utilise le critère de zone interdite. La différence entre cette procédure et la procédure de Gamst et Rave décrite précédemment réside dans la façon de calculer le chevauchement entre deux zones interdites. Sung et Wong calculent le chevauchement en comptant le nombre de cellules dans l'intersection des deux zones interdites. Les auteurs espèrent ainsi obtenir la plus grande compacité possible des canaux utilisés, en intégrant la structure du graphe des cellules dans la stratégie de réutilisation des canaux.

La deuxième procédure qui possède deux variantes, diffère de la première par le critère de sélection du canal à utiliser. Elle combine la stratégie demandes exhaustives à d'autres critères secondaires. On sélectionne la cellule de poids maximum. L'étape suivante est de considérer deux canaux adjacents et de les affecter au plus grand nombre de cellules possibles en commençant par la cellule courante. Il n'y a aucun critère particulier pour le choix des deux canaux adjacents. Si suivant cette procédure, on ne réussit à affecter aucun des deux canaux adjacents, alors on choisit deux autres

canaux adjacents. Cette deuxième procédure essaye d'obtenir une meilleure compacité des canaux utilisés, lorsque les contraintes de compatibilité entre canaux adjacents sont prises en compte.

2.3.2.3 Les métaheuristiques d'optimisation combinatoire

Dans la recherche de solutions optimales ou tout au moins jugées satisfaisantes en pratique pour les problèmes combinatoires, plusieurs nouvelles approches de résolution approximative ont été proposées ces dernières années. On peut citer entre autres, les méthodes de recherche avec tabous, le recuit thermodynamique, les algorithmes génétiques et les réseaux de neurones. Ces méthodes sont des métaheuristiques. Elles consistent en un ensemble de règles et de mécanismes généraux qui ont comme fonction de contrôler et de guider une heuristique interne, spécifiquement adaptée au problème à résoudre.

La méthode de recherche avec tabous a été proposée par Glover [74] et indépendemment par Hansen [85] sous l'appellation de "steepest ascent mildest descent". Elle peut être définie comme une méthode itérative avec des séquences d'améliorations et de détériorations de la solution courante, en vue de déterminer le meilleur optimum local. A la différence des algorithmes génétiques ou du recuit thermodynamique qui font appel à des arguments probabilistes afin de transcender l'obstacle des optima locaux, la recherche avec tabous fait appel à la notion de mémoire. Elle consiste à conserver en mémoire des informations sur le cheminement récent effectué durant le processus de recherche afin d'interdire certains mouvements ou certaines transformations qui pourraient ramener la procédure vers des solutions déjà rencontrées. Ces mouvements sont alors déclarés tabous d'où le nom de la méthode. Nous invitons le lecteur intéressé par plus de détails sur la méthode, à consulter les articles fondamentaux de Glover [75, 76], le livre de Glover et Laguna [78] ou les excellents "mode d'emploi" que sont [46], [79] et [96]. Depuis les débuts de la méthode il y a une douzaine d'années, plusieurs applications ont été réalisées dans différents contextes. On peut noter entre autres, les problèmes aussi divers que celui de la satisfiabilité maximale [87], de la coloration des graphes [94], de la T-coloration [35], de la recherche

de clique maximale dans un graphe [178, 179], de localisation et allocation [37], de tournées de véhicule [72], d'horaires [4], d'ordonnancement [200] et bien d'autres. Nous renvoyons le lecteur intéressé à plus d'informations sur les différents champs d'applications de la méthode, au chapitre 2 de la thèse de doctorat de Soriano [177] ou au chapitre 3 de Reeves [158].

Quoique la méthode de recherche avec tabous soit l'une des plus efficaces des heuristiques modernes d'optimisation, ses premières applications aux problèmes d'affectation de canaux de façon générale, et dans les réseaux non saturés en particulier, datent de moins de 5 ans avec le mémoire de maîtrise de Obbad (sous la direction de Jaumard) en 1994. Avant ce mémoire, on peut citer l'article de Costa [35] sur la T-coloration parru en 1993. Ce dernier traite toutefois une représentation très académique du problème. On peut noter d'autres récentes applications de la méthode de recherche avec tabous, aux problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux non saturés, grâce au projet CALMA ("Combinatorial ALgorithms for Military Applications) initié par la France, la Grande-Bretagne et la Hollande dans le cadre du programme RTP ("Research and Technology Project") de EUCLID ("EUropean Coopération for the Long term In Defence") [20, 101, 103, 192]. Les performances de la méthode sur les PACReNoS semblent dépendre du schéma algorithmique utilisé et de la solution de départ [20, 101]. Nous reviendrons sur ce point dans la section 3.6.4 du chapitre 3.

La méthode de recuit thermodynamique a été proposée par Métropolis *et al.* [137] pour simuler le comportement énergétique d'un groupe d'atomes initialement en équilibre à une certaine température t, et soumis à un processus de refroidissement. Une variation négative de l'énergie totale du système est souhaitée, suite à une variation négative (refroidissement) dt de la température. Par contre, l'acceptation d'une variation positive de l'énergie est conditionnée par la valeur de la probabilité $P(dE)$ associée à la variation d'énergie dE. Cette probabilité est évaluée selon la formule de Boltzmann: $P(dE) = exp(-\frac{dE}{kt})$ où k désigne la constante de Boltzmann. Une variation positive dE est acceptée si la probabilité $P(dE)$ est supérieure à une certaine valeur tirée au hasard dans l'intervalle $[0, 1]$. La valeur de t est multipliée

par une constante $a \in [0, 1]$ et on réitère le processus. Lorsque t diminue, la probabilité d'acceptation d'une variation positive diminue et le système d'atomes atteint, en bout de ligne, un état quasi stable qui correspond à un optimum local. Une trentaine d'années après la publication de Metropolis *et al.*, Kirkpatrick, Gelatt et Vecchi [117] proposent l'application de cette technique pour l'optimisation de problèmes combinatoires. Une description des différentes étapes de l'heuristique est présentée dans Hansen et Jaumard [87]. Le lecteur intéressé à plus de détails sur ce problème est invité à consulter le chapitre 2 de Reeves [158]. Une revue des différentes classes d'applications est proposée dans Collins *et al.* [33].

Comme dans le cas de la méthode de recherche avec tabous, les applications de recuit thermodynamique pour la résolution de problèmes d'affectation de canaux ne sont pas nombreux. A notre connaissance, les premiers articles de la littérature, portant sur de pareilles applications remontent en 1993 avec les travaux de Duque-Antón, Kunz et al. [52], Mathar et Mattfeldt [133]. De récentes applications sont rapportées dans la littérature [100, 101, 103]. Les performances de la méthode sont comparables à celles de la méthode de recherche avec tabous sur les PACReNoS [192, 101].

Les algorithmes génétiques sont des méthodes qui exploitent les principes et les mécanismes de l'évolution naturelle des espèces. Le nom algorithme génétique tient son origine de l'analogie entre la représentation de structures complexes, telles que les solutions de problèmes combinatoires, sous forme de vecteurs (association de composantes) et la représentation génétique des chromosomes. Les chromosomes sont des chaînes de caractères (gênes) et sont donc assimilables à des vecteurs. Ils peuvent être alors interprétés, comme des représentations de solutions de problèmes combinatoires. La méthode a été proposée par Holland [98] dans les années 60. Elle est articulée essentiellement autour de trois principaux opérateurs gouvernés par des règles probabilistes. L'étape de la coopération est gouvernée par les opérateurs de la reproduction et de croisement. La reproduction élimine les solutions jugées, en moyenne, mauvaises et accordent plus d'importance aux meilleures solutions en les dupliquant en plus grand nombre. L'opérateur de croisement introduit la diversité dans cette nouvelle population, obtenue par la reproduction des solutions jugées meilleures, en

couplant des paires de solutions dans le but d'engendrer d'autres solutions avec de nouveaux attributs. L'auto-adaptation quant à elle, joue un rôle périphérique dans les algorithmes génétiques. Elle est assurée par l'opérateur de mutation qui change arbitrairement, selon une loi de probabilité donnée, chaque composante x_i de toutes les solutions $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ de la population courante. Nous renvoyons le lecteur intéressé par de plus amples détails sur les fondements de la méthode et sa mise en œuvre pour la résolution de problèmes combinatoires, à Liepins et Hilliard [127], à Davis [43] ou au chapitre 4 de Reeves [158].

Jusqu'à très récemment il existait peu de résultats dans la littérature, sur les applications des algorithmes génétiques aux problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux non saturés. A notre connaissance, les quelques applications qui sont publiées dans la littérature se rapportent aux travaux des groupes de recherche du projet CALMA. On peut noter, entre autres l'article de Crompton et *al.* [38], l'article de Tiourine *et al.* [192] sur les différentes applications des métaheuristiques des groupes impliqués dans le projet et, très récemment, celui de Hurley *et al.* [101] qui est avant tout un rapport sur diverses heuristiques d'affectation de canaux dans les réseaux non saturés expérimentées par les équipes britanniques du projet CALMA. Les algorithmes génétiques semblent, en moyenne, être moins performants que les heuristiques telles que le recuit thermodynamique et la recherche avec tabous sur les PACReNoS. Ils doivent souvent être taillés sur mesure pour les instances spécifiques du PACReNoS considéré si l'on souhaite avoir des résultats satisfaisants [192, 101].

Parmi les métaheuristiques d'optimisation combinatoire, les heuristiques s'appuyant sur les réseaux de neurones sont, à notre connaissance, les premières qui ont été appliquées aux problèmes d'affectation de canaux. On peut citer les travaux de Sengoku *et al.* [165, 166] et ceux de Kunz [120, 121]. Les heuristiques basées sur les réseaux de neurones s'inspirent de la structure des réseaux de neurones biologiques et leurs façons d'encoder les problèmes en vue de leur résolution. Les réseaux de neurones consistent en un grand nombre de composantes. La valeur du signal à la sortie de chacune de ces composantes est une somme non-linéaire des signaux à l'entrée. L'état du réseau est décrit par une fonction énergétique qui atteint son minimum

lorsque le réseau atteint son état d'équilibre. Les bases du calcul à l'aide des réseaux de neurones, remontent au papier de Mc-Culloch et Pitts [39]. Par contre, Hopfield et Tank [99] ont été les premiers à introduire l'idée d'une fonction énergétique pour caractériser l'état d'un réseau de neurones, ouvrant ainsi la porte à l'utilisation de ce modèle pour la résolution des problèmes d'optimisation combinatoire. Le point central de la notion de fonction d'énergie est que cette dernière doit décroître à mesure que le système évolue et selon des règles dynamiques qui lui sont propres. Si on considère une surface d'énergie et que chaque point de la surface représente un niveau d'énergie, les points d'attraction de la surface seraient des optima locaux. Par conséquent, en définissant une fonction d'énergie qui représente adéquatement le problème d'optimisation considéré, on peut montrer que (voir [99]) les états stables du réseau de neurones représentent des solutions optimales du problème d'optimisation correspondant.

Pour les problèmes d'affectation de canaux, chaque canal requis par une cellule est assimilé à un neurone. Chacun des canaux est alors affecté à une cellule donnée, selon l'état final de la sortie du neurone auquel il correspond. Les contraintes du problème sont généralement prises en compte dans la fonction objectif, qui définit l'énergie du système. Notons que la méthode est beaucoup plus appropriée pour l'optimisation sans contraintes. Typiquement les sorties sont binaires. La valeur 1 à la sortie d'un neurone indique que l'association canal-cellule qui correspond à ce neurone est retenue dans la configuration de la solution au problème d'affectation de canaux considéré. La valeur 0 signifie le contraire. La fonction de transfert qui définie la sortie de chaque neurone est une fonction non-linéaire qui dépend de la valeur de l'énergie du système et de sa température. Il existe des fonctions classiques qui sont souvent utilisées dans la littérature. Nous invitons le lecteur intéressé à plus de détails sur la méthode et sa mise en œuvre, à consulter le chapitre 5 de Reeves [158].

La majorité des applications des réseaux de neurones aux problèmes d'affectation de canaux, consiste souvent à déterminer un réseau de neurones qui modélise mieux la variante du PACReNoS considérée [47, 61, 129, 166], et qui permet de réduire éventuellement le nombre de paramètres nécessaires [130, 131]. Remarquons

que l'un des inconvénients majeurs des heuristiques basées sur les réseaux de neurones est que le nombre de paramètres à ajuster est souvent très élevé, sans compter le fait qu'il faut "entraîner" le réseau sur un échantillon d'exemples assez large pour avoir un modèle ayant une performance satisfaisante. Aussi, la mise en œuvre de la méthode peut exiger une quantité élevée d'espace mémoire, si on se réfère aux autres métaheuristiques. Elle se prête par contre très bien, comme les algorithmes génétiques, à la parallélisation [62].

2.3.2.4 Les méthodes exactes

Les méthodes exactes résultent principalement de la formulation des PACReNoS comme des problèmes de T-coloration et consistent essentiellement, à l'utilisation des algorithmes du type séparation et évaluation progressive (ou énumération implicite). Ceci implique la recherche de bonnes bornes sur les paramètres qui constituent la fonction objectif. Les problèmes d'affectation de canaux sont très variés et chaque variante doit faire l'étude de recherche de bornes spécialisées (en dehors des bornes générales) si on veut construire un algorithme efficace en termes de temps de résolution. Plusieurs auteurs ont étudié le calcul des bornes, en considérant diverses variantes de la T-coloration des graphes. On peut citer entre autres, les articles de Cozzens et Roberts [36], Gamst [65], Hertz et de Werra [95], Roberts [161], Sung et Wong [183, 184], Tcha *et al.* [189], Smith et Hurley [173]. La plupart de ces auteurs utilisent une approche constructive pour fabriquer les bornes, exhibant dans une certaine mesure, la démarche algorithmique à suivre pour construire de bonnes solutions par rapport à ces bornes. Ces démarches peuvent être toutefois très coûteuses en temps de calcul. Nous fournissons ci-dessous quelques exemples de bornes bien connues en coloration et en T-coloration des graphes. Rappelons que lorsque la limite sur la largeur de bande n'est pas respectée, les PACReNoS peuvent être formulés comme des problèmes de coloration classique de graphes.

Soit $V \subset X$ un sous-ensemble de nœuds. Désignons par $G[V]$ le sous-graphe de G formé par les éléments de V et $deg_{G[V]}(x)$ le degré du nœud $x \in X$ dans le graphe

$G[V]$.

• **Borne 1**: Berge [14]

Soit $\omega(G)$ la taille de la plus grande clique de G.
Pour tout graphe G on a:

$$\chi(G) \geq \omega(G).$$

• **Borne 2**: Matula [134]

Désignons par V un sous-ensemble de nœuds tel que $V \subset X$ et $\bar{V}$ son complémentaire dans X. $(V, \bar{V})$ constitue une coupe de G et on a:

$$\chi(G[V \cup \bar{V}]) = \chi(G) \leq \max\{\chi(G[V]), \chi(G[\bar{V}]), |(V, \bar{V})| + 1\}.$$

• **Borne 3**: Szekeres et Wilf [185], Matula [134]

Soit $\mathcal{N}$ l'ensemble des sous-ensembles V de X, on a:

$$\chi(G) \leq 1 + \max_{V \in \mathcal{N}} \min_{v \in V} \{deg_{G[V]}(v)\}.$$

• **Borne 4**: Ore [148], Matula [134]

Soit $\lambda(G)$ l'arête-connectivité du graphe G. Si G est critique alors:

$$\chi(G) \leq \lambda(G) + 1.$$

• **Borne 5**: Matula [134]

Posons:

$$\sigma(G) = \max_{H \subseteq G} \lambda(H).$$

Alors:

$$\chi(G) \leq \sigma(G) + 1.$$

∗ **Commentaires**
La borne 3 est dominée par la borne 5. Des colorations qui respectent ces bornes peuvent être construites en $O(m+n)$ (voir [135]).

Considérons la formulation $(P4)$ de T-coloration écrite précédemment. Soit $V \subset X$ un sous-ensemble de nœuds du graphe G. V est dit ν-complet avec $\nu \geq 1$ si les nœuds de V forment un sous-graphe complet avec $c_{ij} \geq \nu$ pour toutes les arêtes $x_i x_j$. En termes d'affectation de canaux, un ensemble ν-complet de cellules est un ensemble de cellules qui forment un graphe d'interférence complet, tel que la séparation exigée entre les canaux affectés à deux cellules quelconques ou entre les canaux affectés à une même cellule soit supérieure ou égale ν. Notons que selon cette définition, tout ensemble ν-complet de nœuds est nécessairement une clique. En effet, une clique est un ensemble 1-complet de nœuds.

Borne 6: Gamst [65]

Soit $V \subset X$ un ensemble ν-complet de nœuds. On a:

$$sp_T(G) \geq \nu \left(\sum_{i:x_i \in V} d_i - 1 \right).$$

Soit $\mathcal{K}$ l'ensemble des cliques du graphe G. Si $\nu = 1$ la relation précédente se réduit à:

$$sp_T(G) \geq \left(\max_{K \in \mathcal{K}} \sum_{i:x_i \in K} d_i \right) - 1.$$

Borne 7: Gamst [65]
Considérons $V \subset X$ un ensemble ν-complet de nœuds et $V' \subseteq V$ un ensemble de nœuds tel que $c_{ij} \geq \nu' \geq \nu$, $x_i \in V'$ et $x_j \in V$. Supposons

$$\sum_{j:x_j \in V \setminus V'} d_j > 0.$$

On a:

$$sp_T(G) \geq \nu' \sum_{i:x_i \in V'} d_i + \nu \left(\sum_{j:x_j \in V \setminus V'} d_j - 1 \right).$$

Borne 8: Gamst [65]
Soit $V \subset X$ un ensemble ν-complet de nœuds. Supposons que $c_{ii} = k > \nu$, $x_i \in V$ et posons $\overline{d} = \max_{i:x_i \in V} d_i$.
Considérons les nœuds de V tels que $d_i = \overline{d}, i = 1, 2, \ldots, r$. Posons:

$L_0 = \sum_{i:x_i \in V} d_i$;
$L_1 = \nu(L_0 - 1)$;
$L_2 = k(\overline{d} - 1) + \nu(r - 1)$;
$k = q\nu + k_0, 0 \leq k \leq \nu$.
Alors:

$sp_T(G) \geq L_1$, pour L_1-$L_2 \geq (\nu - k)(\overline{d} - 1)$;
$sp_T(G) \geq L_2$, pour L_2-$L_1 \geq k(\overline{d} - 1)$;
$sp_T(G) \geq L_3 = L_2 + \left(L_0 - r - q(\overline{d} - 1)\right)(\nu - k)$ dans tous les autres cas.

Considérons la variante ci-dessous du programme ($P4$):

$$\min_{g \in Q} z(g)$$

s.c.:

$$\textbf{(P5)} \qquad \begin{array}{ll} & i,j = 1,2,\ldots,n : x_i x_j \in E \\ |f - f'| \geq 1 & f \in S_i, f' \in S_j \\ & S_i = g(x_i), S_j = g(x_j) \end{array} \tag{2.14}$$

$$|S_i| = d_i \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{2.12}$$

où g est une fonction de coloration qui associe à chaque nœud x_i, un ensemble de couleurs (entiers positifs) consécutives. La fonction objectif $z(g)$ désigne le nombre total de couleurs distinctes utilisées. Le problème ($P5$) correspond à une coloration de graphe par intervalle de couleurs. Ceci ne doit pas être confondu avec la notion de I-coloration définie par Roberts [161] et dans laquelle les ensembles S_i sont des intervalles de nombres réels. On vérifie sans difficulté que (voir [36]):
$sp_T(G) = \chi_T(G) - 1$

*** Hypothèse**
Soit $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n\}$. Supposons que le graphe G soit coloré dans l'ordre $1, 2, \ldots, n$ et que pour chaque nœud x_i, l'ensemble S_i des couleurs qui lui sont affectées débute par la plus petite couleur possible.

Soient $deg_H(v)$ le degré du nœud v dans le graphe H, G_i le sous-graphe formé par les nœuds $x_1, x_2, \ldots, x_i$ dans cet ordre et $\Gamma_H(v)$, l'ensemble des nœuds adjacents à v dans le graphe H.

Nous présentons ci-dessous quelques bornes connues sur $\chi_T(G)$.

• **Borne 9**: Référence: Hertz et de Werra [95]

$$\chi_T(G) \leq \max_{1\leq i\leq n}\left(\min\left(\sum_{k=1}^{i} d_k, d_i + (d_i - 1)deg_{G_i}(x_i) + \sum_{j:x_i\in\Gamma(x_i)} d_j\right)\right).$$

•**Borne 10**: Référence: Hertz et de Werra [95]

$$\chi_T(G) \leq \max_{1\leq i\leq n}\left(d_i + \sum_{j:x_j\in\Gamma(x_i)} d_j\right).$$

Cette borne peut être vue comme une borne analogue à la borne 2 établie pour la coloration.

•**Borne 11**: Hertz et de Werra [95]

Supposons que le graphe G soit un graphe critique. Alors:

$$\chi_T(G) \leq 1 + \sum_{j:x_j\in\Gamma(x_i)} d_j + (deg_G(x_i) + 1)(d_i - 1).$$

•**Borne 12**: Hertz et de Werra [95]

Soit $f(G)$ une fonction à valeur réelle définie sur tout sous-graphe H du graphe G telle que:

$$f(H) \leq f(G)$$

et

$$f(H) \geq \min_{i:x_i\in H}\left[(deg_H(i) + 1)(d_i - 1) + \sum_{j:x_j\in\Gamma_H(x_i)} d_j\right].$$

On a:
$\chi_T(G) \leq 1 + f(G)$
et

$$\chi_T(G) \leq 1 + \max_{H \subseteq G} \min_{i:x_i \in H} \left[(deg_H(x_i) + 1)(d_i - 1) + \sum_{j:x_j \in \Gamma_H(x_i)} d_j \right].$$

Cette borne est une borne analogue à la borne 3 écrite dans le cas de la coloration classique.

*** Commentaires**

Les bornes énumérées ci-dessus ne se dominent pas. Chacune d'elle présente une meilleure qualité selon le graphe. Elles peuvent être évaluées en $O(m+n)$ où m est le nombre d'arêtes et n le nombre de nœuds. Des algorithmes de coloration qui respectent ces bornes peuvent être implantés en $O(m+n)$ (voir [95] et [135]).

Soient q le plus grand commun diviseur des d_i, $i = 1, ..., n$, et G' le graphe obtenu à partir d'un graphe G en divisant tous les d_i par q. On a:

$$\chi_T(G) = q \times \chi_T(G').$$

Cette borne peut être parfois très utile dans la réduction de la taille du problème [24].

Considérons à présent la définition de T-coloration au sens de Cozzens et Roberts, c'est-à-dire la version représentée par la formulation $(P1)$. Nous rappelons cette formulation ci-dessous:

$$\min_{g \in Q_T} z(g)$$

s.c.:

(P1)

$$|g(x_i) - g(x_j)| \notin T \qquad i,j = 1,2,\ldots,n : x_i x_j \in E \tag{2.3}$$

$$g(x_i) \in \mathbb{N}^* \qquad i = 1,2,\ldots,n. \tag{2.4}$$

Plusieurs bornes ont été établies sur la largeur de bande minimale du graphe G soit $sp_T(G)$ avec certaines hypothèses sur G ou sur l'ensemble T. Nous présentons ici quelques unes de ces bornes.

Borne 13: Cozzens et Roberts [36], Roberts [161]

$$\chi(G) - 1 \leq sp_T(G) \leq (r+1)(\chi(G) - 1)$$

r désigne la plus grande valeur de l'ensemble T.

La borne supérieure a été améliorée par Tesman [191]:

$$sp_T(G) \leq t(\chi(G) - 1)$$

t désigne la cardinalité de l'ensemble T.

Borne 14: Cozzens et Roberts [36], Roberts [161]

Soient $\omega(G)$ la taille de la plus grande clique de G, $K_{\omega(G)}$ un graphe complet de $\omega(G)$ nœuds et $K_{\chi(G)}$ un graphe complet de $\chi(G)$ nœuds. Nous rappelons que $\chi(G)$ est le nombre chromatique de G.
On a:

$$sp_T(K_{\omega(G)}) \leq sp_T(G) \leq sp_T(K_{\chi(G)}).$$

Si G est faiblement parfait, alors:

$$sp_{T(G)} = sp_T(K_{\omega(G)}) = sp_T(K_{\chi(G)}).$$

Borne 15: Cozzens et Roberts [1982], Roberts [1991]

Supposons que T est de la forme $\{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, r\} \cup S$ où S est un ensemble qui ne

contient pas de multiples de $r+1$.

$$sp_T(G) = sp_T(K_{\chi(G)}) = (r+1)(\chi(G)-1).$$

Récemment, certains auteurs tels que Kazantzakis *et al.* [113] (1995), Aardal *et al.* [2] (1995), ont adopté une approche différente en faisant appel à des modèles de programmation mathématique en variables 0-1. Un modèle similaire au modèle développé par ces auteurs est décrit dans Obbad [145]. Un exemple de cette formulation, est présenté à la section 3.3 du chapitre 3. L'objectif souvent formulé dans ces modèles, est la minimisation du nombre de canaux distincts utilisés sous la limitation de la largeur de bande. Notons toutefois, qu'il existe très peu d'articles dans la littérature, qui font recours aux modèles de programmation mathématique pour la résolution des PACReNoS. Aussi, les exemples d'application sont souvent de très petite taille. La demande totale en canaux considérée est rarement supérieure à 100. Aardal *et al.* [2] utilisent des coupes à l'intérieur d'un schéma d'évaluation et séparation progressive pour la résolution du modèle qu'ils proposent. Kazantzakis et al. [113] résolvent successivement la relaxation continue de leur modèle en y ajoutant des coupes, jusqu'à l'obtention d'une solution qui respecte les contraintes d'intégrité. Dans le cas où on ne considère que les contraintes co-canal, le problème se réduit au problème de coloration classique des graphes. Mehrotra et Trick [136] proposent pour ce cas particulier, un modèle de génération de colonnes. La plus grande instance des problèmes tests qu'ils considèrent, correspond à un graphe de 864 nœuds avec une densité de 5%. Le poids de chaque nœud est évidemment égal à 1.

Janssen et Kilakos [106] utilisent l'analyse polyédrale pour dériver des bornes sur la largeur de bande. Pour ce faire, ils exploitent les similarités entre le problème de minimisation de la largeur de bande et le problème de voyageur de commerce. Avant d'aller plus en détail, nous allons rappeler quelques définitions.

Une couverture par arêtes du graphe des cellules, est un ensemble d'arêtes,

construit de sorte que chaque nœud x_i soit incident à au moins $2d_i$ arêtes. Nous rappelons que d_i est la demande de la cellule représentée par le nœud x_i. Un tour dans le graphe des cellules est une succession de nœuds telle que, chaque nœud x_i est visité d_i fois. Le tour est fermé s'il commence et finit par le même nœud. La longueur d'une arête est la séparation en canaux requise, entre ces deux extrémités. La longueur d'un tour est la somme des séparations en canaux sur les arêtes du tour. Considérons un graphe complet G et ajoutons un nœud fictif v_0 à ce graphe. Relions v_0 à chaque nœud du graphe G par une arête à laquelle correspond une séparation de valeur nulle. Soit G' le nouveau graphe ainsi construit à partir du graphe G. G' est un graphe complet. Toute T-coloration du graphe G' correspond à un tour dans G': la succession des nœuds est alors définie par l'ordre croissant des couleurs. En reliant le nœud ayant reçu la plus grande couleur à celle ayant reçu la plus petite couleur, le tour devient fermé. La largeur de bande de la T-coloration est supérieure ou égale à la longueur du tour fermé correspondant, puisque la différence entre les couleurs affectées à deux nœuds successifs doit respecter la contrainte de séparation associée aux deux nœuds. Si les demandes en canaux des cellules sont toutes égales à 1, alors un tour fermé est un cycle hamiltonien et le problème qui consiste à trouver le tour fermé de coût minimum revient à résoudre un problème de voyageur de commerce.

Janssen et Kilakos [106] proposent un modèle de programmation mathématique afin de déterminer une couverture par arêtes, de coût minimal, du graphe des cellules. Ce modèle est particulièrement intéressant si on considère les graphes complets. Dans ce cas, la longueur du tour fermé qui parcourt tous les nœuds du graphe est une borne inférieure sur la largeur de bande de la T-coloration du graphe. Par ailleurs, la solution de leur modèle, ou de la relaxation continue de ce dernier, constitue une borne inférieure sur la longueur du tour fermé qui parcourt tous les nœuds du graphe. Les auteurs considèrent le dual du programme mathématique qu'ils proposent et établissent, sous certaines hypothèses, une description complète de tous les points extrêmes du polytope qui correspond au programme dual. Comme le programme initial est un problème de minimisation, la valeur de toute solution réalisable pour son dual, est inférieure ou égale à la valeur de sa solution optimale. La valeur de la solution optimale du dual est donc une borne inférieure sur la largeur de bande.

Les auteurs supposent que les séparations ne peuvent prendre que deux valeurs possibles et que la séparation co-site est au moins deux fois la séparation inter-site. Ils considèrent également une autre variante de leur modèle, sur laquelle ils proposent le même genre d'analyse polyédrale. Les deux auteurs ont ainsi généré les meilleures bornes connues à date sur les problèmes tests considérés.

Nous tenons toutefois à préciser que les bornes calculées directement sur un graphe qui n'est pas complet ou qui ne contient pas de larges cliques peuvent être très mauvaises. En effet, si on considère un graphe qui n'est pas complet, on peut toujours le rendre complet en y ajoutant les arêtes manquantes. Les séparations en canaux associées à ces arêtes additionelles sont alors de valeurs nulles. Dans un tel cas, les bornes inférieures calculées peuvent être significativement mauvaises et même être moins bonnes que les bornes de cliques [173] car elles peuvent prendre des valeurs proches de 0. Il est donc important de pouvoir identifier des cliques intéressantes c'est-à-dire des cliques qui forment des sous-graphes ν-complets avec un ν élevé ou qui sont d'un poids élevé, ou encore qui possèdent une combinaison intéressante de ces deux paramètres. Rappelons que le poids d'un ensemble de nœuds est la somme des poids (demandes en canaux) des nœuds qui forment cet ensemble. La détection de sous-graphes complets intéressants doit par contre pouvoir se faire en des temps de calcul raisonnables, en particulier si une telle détection doit être incorporée dans un algorithme du type évaluation et séparation progressive en tant que module de calcul des bornes. Ceci constitue un des points faibles de la démarche de calcul des bornes que proposent ces auteurs et beaucoup d'autres.

2.4 Affectation de canaux dans les réseaux saturées

2.4.1 Les objectifs

Tel que nous l'avons défini dans l'introduction, un réseau saturé est un réseau pour lequel il n'existe pas d'affectation de canaux sans interférence. Il est par conséquent nécessaire de faire des compromis sur les exigences que doivent satisfaire les affectations de canaux. Ces exigences peuvent consister à tolérer certains niveaux d'interférences dans le réseau, à accepter certains écarts sur les demandes satisfaites par rapport aux demandes en canaux requis, ou à faire un compromis qui est une combinaison des deux précédents. Ceci conduit aux objectifs possibles suivants:

1. *minimiser le nombre de violations des contraintes de compatibilité électromagnétique;*
2. *minimiser la somme pondérée des violations des contraintes de compatibilité électromagnétique de sorte à respecter en premier les contraintes les plus critiques;*
3. *maximiser la demande totale satisfaite à travers le réseau ou minimiser la demande totale non satisfaite;*
4. *minimiser la somme des écarts (positifs) par rapport aux séparations en canaux requises,* $c_{ij} - |f_i - f_j|$*;*
5. *minimiser la probabilité moyenne de blocage des appels dans le réseau;*
6. *optimiser une combinaison des objectifs précédents.*

Il est important de remarquer que les problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux saturés (PACReS) ont été très peu considérés dans la littérature. A notre connaissance, les premières publications sur le sujet datent de 1991 avec les articles de Kunz [120, 121] en 1990 et 1991. Kunz considère une fonction objectif composite qui

combine le nombre de violations des contraintes de compatibilité électromagnétique et la demande totale non-satisfaite.

2.4.2 Les méthodes de résolution

2.4.2.1 Les méthodes heuristiques

Comme nous l'avons mentionné précédemment, il existe très peu de publications sur les affectations de canaux dans les réseaux saturés ou qui considèrent l'un des objectifs énumérés à la section 2.4.1.

Plehn [155] propose une heuristique d'affectation séquentielle qui utilise une stratégie de canaux exhaustifs. Il considère le graphe des cellules. A chacune des arêtes du graphe, il associe une probabilité qui mesure la possibilité qu'une interférence survienne sur cette arête. L'objectif qu'il minimise est la somme à travers le réseau, des probabilités qui dépassent une valeur seuil donnée. La cellule qui va recevoir un canal à l'itération courante, de même que le canal à affecter à la cellule courante sont sélectionnés chacun par rapport à une liste de critères qui sont appliqués séquentiellement. L'auteur mentionne que l'heuristique a été utilisée pour la construction du plan de fréquences d'un réseau en Allemagne, contenant près de 3000 stations de base.

Borndörfer *et al.* [18] considèrent deux matrices qui indiquent pour chaque paire de nœuds, les niveaux des interférences co-canal et des interférences entre canaux adjacents. Les coefficients de ces deux matrices sont compris entre 0 et 1. Notons que les auteurs utilisent le graphe des demandes pour la description du problème d'affectation de canaux qu'ils considèrent. Une troisième matrice décrit les séparations entre canaux, requises entre les nœuds. Cette troisième matrice indique en réalité les paires de nœuds pour lesquels les exigences en termes de séparations de canaux doivent être respectées. Ces contraintes sont des contraintes dures. Les coefficients correspondant

aux autres paires de nœuds sont nuls et les violations des contraintes d'écarts qui les caractérisent sont pénalisées par les coefficients des deux premières matrices. Ces contraintes sont des contraintes molles. Une solution est réalisable lorsqu'elle respecte toutes les contraintes d'écarts décrites par la matrice des séparations en canaux c'est-à-dire lorsqu'elle respecte toutes les contraintes dures. Le problème que ces auteurs considèrent consiste à trouver une affectation réalisable qui minimise la somme totale des mesures d'interférence correspondant aux violations des contraintes molles. Les auteurs proposent deux types d'heuristiques. Une première classe d'heuristiques permet de confectionner une solution réalisable. Une de ces heuristiques est une variante de *Dsatur* [22]. La deuxième classe d'heuristiques essaie d'améliorer la solution initiale. Il s'agit essentiellement de méthodes de descente. L'idée de base d'une de ces heuristiques est de considérer tour à tour chaque nœud et d'effectuer à partir de ce dernier un échange du type 1-opt. En fait, on remplace le canal affecté à ce nœud par un autre canal compatible. Si la nouvelle affectation de canaux ainsi obtenue est meilleure que la précédente, elle devient la solution courante. Une itération majeure de l'heuristique est complétée lorsqu'un échange 1-opt a été essayé sur tous les nœuds. La demande en canaux c'est-à-dire le nombre de nœuds de la plus grande instance traitée est égale à 4240. Le graphe des demandes correspondant a une densité de 6%. Le degré minimum des nœuds est égal à 6 alors que le degré maximum est égal à 561.

Des applications récentes des métaheuristiques d'optimisation combinatoires ont été également publiées dans la littérature. Hurkens et Tiourine [100] considèrent un objectif qui pénalise les violations des contraintes de compatibilité électromagnétique et la révocation des affectations de canaux fixées au préalable dans le réseau. Ils proposent plusieurs algorithmes dont la méthode de recherche avec tabous et le recuit thermodynamique. Ces auteurs proposent également un programme mathématique en variables 0-1 dont la solution constitue une borne inférieure sur la fonction objectif associé au PACReS qu'ils considèrent. Ils utilisent un schéma d'énumération implicite pour la résolution du programme. Les instances d'application qu'ils considèrent sont des instances de petite taille.

Castelino, Hurley et Stephens [26] proposent dans leur article, un algorithme

de recherche avec tabous, un algorithme de descente avec plusieurs réinitialisations et un algorithme génétique. Les exemples d'applications numériques ont été générés aléatoirement. L'objectif considéré est le nombre total de violations des contraintes de compatibilité électromagnétique. La demande totale en canaux de l'instance de plus grande taille traitée est égale à 726. La densité du graphe des demandes (ou de la matrice de compatibilité) correspondant est de 28.5%. Les auteurs travaillent sur le graphe des demandes et ne précisent pas le nombre de cellules dans les réseaux sous-jacents aux problèmes qu'ils considèrent. Les coefficients de la matrice de compatibilité expriment les séparations, en canaux, requises entre les cellules. Aucune information n'est donnée cependant sur la distribution de ces coefficients. Leurs expériences indiquent toutefois que la méthode de recherche avec tabous semble donner de meilleurs résultats par rapport à la méthode de descente avec plusieurs réinitialisations ou par rapport à l'algorithme génétique. D'autres auteurs ont aussi expérimenté les algorithmes génétiques sur les PACReS. On peut citer entre autres, les articles de Hurley et Smith [102], de Jaimes-Romero et Muñoz-Rodriguez [105] et de Lai et Coghill [122].

Kunz [120, 121] aborde le PACReS avec des algorithmes basés sur les réseaux de neurones. Les contraintes de compatibilité électromagnétique prises en compte sont les contraintes co-canal et les contraintes co-site. L'auteur fournit entre autres, un exemple d'application correspondant à un réseau cellulaire de la ville de Helsinki, en Finlande. Les détails sur cet exemple sont fournis dans le tableau 3.6.1 du chapitre 3. Hurley, Thiel et Smith [103] proposent également un algorithme basé sur les réseaux de neurones. Il comparent les performances de la méthode à celles des autres heuristiques modernes d'optimisation combinatoire. Les problèmes tests considérés sont générés aléatoirement. Par rapport à leurs expérimentations, il semble que l'algorithme de recuit thermodynamique donne de meilleurs résultats.

2.4.2.2 Les méthodes exactes

Comme nous l'avons mentionné précédemment, les problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux saturés ont été, jusqu'à date, très peu étudiés dans la littérature. Par conséquent, il n'existe pratiquement pas d'article proposant l'utilisation de méthode exacte pour la résolution de ces problèmes. Les premières publications allant dans ce sens sont très récentes. On peut noter l'article de Giortzis et Turner [73] et celui non encore publié de Fischetti *et al.* [59] qui proposent l'utilisation de modèles de programmation mathématique en variables 0-1. Ces auteurs considèrent comme objectif la minimisation de la demande totale non satisfaite dans les réseaux. Giortzis et Turner utilisent un algorithme d'énumération et séparation progressive pour la résolution exacte de leur modèle. La demande totale de la plus grande instance des problèmes tests considérés est de 232 canaux. Ce problème est tiré de [131].

Fishetti *et al.* proposent l'utilisation de coupes à l'intérieur d'un algorithme d'évaluation et séparation progressive. Ils construisent des coupes à partir des cliques d'un graphe dont les nœuds correspondent à des associations cellule-canal. Nous fournissons plus de détails sur l'utilisation des cliques dans la section 5.2.4 du chapitre 5. Les exemples d'applications considérés se rapportent à des réseaux réels en Italie. Les plus grandes instances résolues contiennent 200 cellules avec des demandes variant entre 2 et 4 par cellule.

2.5 Synthèse de la littérature

Dans cette section, nous proposons un tableau qui résume, pour un ensemble d'articles, les principales caractéristiques de chacun d'entre eux, par exemple la fonction objectif, les contraintes considérées et la méthode de résolution utilisée.

Tableau 2.2 – *Sommaire de la littérature*

	co-canal	canaux adjacents	co-site	intermodulation	spr	χ_T + lim. sur spr	autres objectifs	heuristique	méthode exacte	borne inférieure	patron	taille
Arnaud [8]	x	x	-	-	-	x	-	CR	-	-	RU	M
Box [21]	x	x	x	x	-	x	-	Se	-	-	G	S
Chan et Mahmoud [27]	x	x	x	x	-	x	-	A-H	-	-	G	S
Duque-Antón, Kunz et Rüber [52]	x	x	x	-	-	-	x	SA	-	-	RN, G	M
Funabiki et Takefuji [62]	x	x	x	-	-	x	-	NN	-	-	RN,G	M
Gamst [64]	x	x	-	-	-	x	-	-	x	-	RU	M
Gamst [65]	x	x	x	-	x	-	-	-	-	x	RN	M
Gamst et Rave [69]	x	x	x	-	x	-	-	Se	-	-	RU,RN,G	H
Hurkins et Tiourine [100]	x	x	x	-	-	x	x	TS,SA,A-H	-	x	G	M
Hurley, Smith et Thiel [101]	x	x	x	-	x	-	x	TS,SA,Ge,Se,A-H	-	-	RN,G	M
Janssen et Kilakos [106]	x	x	x	-	x	-	-	-	-	x	RN,G	M
Kim et Kim [116]	x	x	x	-	x	-	-	A-H	x	-	RN	M
Kunz [120][121]	x	-	x	-	-	-	x	NN	-	-	RU, G	L
Lai et Coghill [122]	x	-	x	-	-	-	x	Ge	-	-	RU, G	M
Mathar et Mattsfeld [133]	x	-	-	-	-	-	x	SA,A-H	-	-	RN, G	M
Pennoti et Boorstyn [154]	x	-	-	-	-	x	-	Se	-	-	RN	H
Plehn [155]	x	x	x	-	-	-	x	Se	-	-	G	H
Smith, Hurley et Thiel [174]	x	x	x	-	x	-	-	A-H	-	-	RN	M
Sung et Wong [183]	x	x	x	-	x	-	-	Se	-	x	RN	M
Sung et Wong [184]	x	x	x	-	x	-	-	Se	-	x	RN	M
Tcha, Chung et Tchoi [189]	x	x	x	-	x	-	-	-	-	x	RN	M
Walser [195]	x	x	x	-	x	x	-	A-H	-	-	G	M
Wang et Rappaport [197]	x	x	-	-	-	-	x	A-H	-	-	RU	S
Wang et Rushforth [198]	x	x	x	-	x	-	-	A-H	-	-	RN, G	M
Warners et al. [199]	x	x	x	-	-	x	x	A-H	-	-	G	M
Zoellner et Beall [206]	x	x	-	-	-	x	-	Se	-	-	G	M

Tableau 2.3 – *Sommaire de la littérature: suite*

	co-canal	canaux adjacents	co-site	intermodulation	sp_T	χ_T + lim. sur sp_T	autres objectifs	heuristique	methode exacte	borne inférieure	patron	taille
Aardal et al. [2]	x	x	x	-	-	x	x	-	x	-	G	S
Bouju et al. [20]	x	x	x	-	-	x	-	TS	-	-	G	M
Castelino et al. [26]	x	x	x	-	-	-	x	TS	-	-	G	L
Crompton et al. [38]	x	x	x	-	-	-	x	Ge	-	-	G	M
Mac Donald [50]	x	-	x	-	-	x	-	CR	-	-	RU	-
Gamst [64]	x	-	-	-	-	x	-	CR	-	-	RU	-
Giortzis et al. [73]	x	x	x	-	-	-	x	-	x	-	G	M
Hurley et al. [100]	x	x	x	-	-	-	x	SA,Ge	-	-	G	L
Hurley et al. [103]	x	x	x	-	-	-	x	TS,SA,Ge	-	-	G	L
Jaimes-Romero et al. [105]	x	-	-	-	-	-	x	Ge	-	-	RU,RN	S
Lochtie et al. [130]	x	x	-	-	-	-	x	NN	-	-	GU	M
Lochtie et al. [131]	x	x	-	-	-	x	-	NN	-	-	GU	M
Tiourine et al. [192]	x	x	x	-	x	x	x	TS,SA,Ge	x	-	G	-

Légende:

x = présence du critère correspondant

$-$ = absence du critère correspondant

sp_T = minimisation de la largeur de bande

χ_T = minimisation du nombre de canaux distincts utilisés

NN = réseaux de neurones

TS = recherche avec tabou

SA = recuit thermodynamique

Ge = algorithme génétique

Se = algorithme séquentiel

CR: répétition de patron générique

A-H = autres heuristiques

RU = patron régulier avec distribution uniforme des demandes

RN = patron régulier avec distribution non uniforme des demandes

G = réseau de forme quelconque avec distribution quelconque de demande

GU: réseau de forme quelconque avec distribution uniforme des demandes

taille des problèmes $\Longrightarrow$

S = petit: demande totale comprise entre]0,100]

M = moyen: demande totale comprise entre]100,500]
L = grand: demande totale comprise entre]500,2000]
H = très grand: demande totale > 2000

2.6 Conclusion

Nous avons proposé dans ce chapitre, une revue de la littérature dans laquelle nous avons essayé de mettre en lumière l'état de l'art en ce qui concerne les affectations statiques de canaux. Le but de ce chapitre était d'examiner les approches de résolution utilisées jusqu'à date et de tracer un portrait général de la performance de ces différentes approches. Nous avons aussi proposé un tableau dans lequel nous résumons les principales caractéristiques d'un ensemble d'articles. Notre intention à ce niveau est de permettre au lecteur de se faire rapidement une idée générale de ce qui se fait dans le domaine. Certains papiers sont difficiles à classer et nous avons donc choisi de ne pas les citer dans le tableau de synthèse. Ce tableau n'a donc nullement la prétention de couvrir toutes les publications sur le sujet, ni de couvrir tous les aspects traités dans les papiers qui y sont énumérés.

CHAPITRE 3

Affectation de canaux dans les réseaux non saturés

3.1 Notations

Les notations suivantes seront utilisées tout au long du présent chapitre.

•$X = \{x_i, i = 1, \ldots, n\}$: l'ensemble des cellules (ou stations de base) dans le système.

•$C = (c_{ij})$; $i, j = 1, \ldots, n$: la matrice de compatibilité électromagnétique où c_{ij} représente l'écart minimal qui doit exister entre tout canal affecté à la cellule x_i et tout autre canal affecté à la cellule x_j. Si $i = j$, cet écart permet d'éviter les interférences co-site et si $i \neq j$ il permet d'éviter les interférences co-canal et les interférences entre canaux adjacents.

•$D = (d_i)$; $i = 1, \ldots, n$: le vecteur des demandes dont les éléments représentent le nombre de canaux requis dans chaque cellule. Ainsi d_i représente le nombre de canaux à affecter à la cellule x_i pour satisfaire sa demande .

•$F_{used} \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{i=1,2,\ldots,n} S_i$ représente l'ensemble des canaux utilisés dans le système et S_i l'ensemble des canaux utilisés dans la cellule x_i. $|F_{used}|$ représente donc le nombre total de canaux distincts utilisés dans le système et constitue le paramètre cible à minimiser.

•$S = (S_i)$; $i = 1, \ldots, n$: une affectation de canaux pour l'ensemble du réseau des cellules.

•$F = \{f_1, f_2, \ldots, f_k, \ldots, f_r = f_{max}\}$ est l'ensemble des canaux disponibles dans le système. Le nombre total de canaux étant égal à r.

•$\Gamma(x_i)$: l'ensemble des cellules $x_j \neq x_i$ pour lesquelles on a $c_{ij} > 0$.

G : Le graphe d'interférence des cellules.

•$\chi_T(G)$: nombre minimum de canaux distincts requis pour satisfaire les demandes du réseau X.
•$\chi_T(S) = |F_{used}|$: nombre de canaux distincts utilisés par la solution S.
•$sp_T(G)$: largeur de bande minimale.
•$sp_T(S)$: largeur de bande de la solution S.
Nous utiliserons au besoin, la notation f_k^i pour désigner le canal $f_k \in F_{used}$ lorsque celui-ci est affecté à la cellule x_i. Aussi, le mot conflit sera souvent utilisé pour désigner la violation des contraintes d'écarts décrites par la matrice de compatibilité C.

3.2 Description du problème

Soit le triplet $P = \{X, D, C\}$ où X est le réseau de cellules, D le vecteur des demandes en canaux des cellules et C la matrice de compatibilité. Le problème PACReNoS considéré dans ce chapitre peut être défini de la façon suivante:
étant donné l'ensemble F des canaux disponibles, trouver une affectation de canaux aux cellules du réseau X qui satisfait les contraintes de demande, les contraintes de compatibilité électromagnétique décrites par la matrice C, ainsi que les contraintes d'intermodulation décrites par la relation (4) ci-dessous, et qui minimise le nombre de canaux distincts utilisés. Nous considérons uniquement les intermodulations d'ordre 3 à deux fréquences au sein d'une même cellule. Nous supposons par ailleurs que chaque cellule (station de base) possède une seule antenne.

En pratique, un opérateur cellulaire loue sur une base périodique une bande de fréquences auprès de l'autorité gourvernementale compétente en la matière. Par exemple au Canada, c'est la Commission des Radiodiffusions et des Télécommunications du Canada (CRTC) qui alloue les bandes de fréquences aux opérateurs cellulaires. Par conséquent, le souhait de l'opérateur est de trouver une affectation qui satisfait les diverses contraintes énumérées précédemment et qui respectent la limitation de largeur de bande. Dans le cas où de telles solutions existent, il serait intéressant d'anticiper sur la croissance de la demande en canaux du réseau. Il est donc important de limiter le gaspillage du spectre en minimisant le nombre de canaux

distincts utilisés. La fonction objectif considérée dans ce chapitre s'inscrit dans cette optique.

Une affectation de canaux $S = (S_i)$ est dite Affectation Réalisable de Canaux (ARC) si le système de contraintes P6 suivant est vérifié:

$$\textbf{(P6)} \quad \begin{cases} (1) & S_i \subset F \quad i = 1, \ldots, n \\ (2) & |S_i| = d_i \quad i = 1, \ldots, n \\ (3) & |f_k - f_\ell| \geq c_{ij} \quad \text{pour tout} \quad f_k \in S_i, \quad f_\ell \in S_j, \quad i, j = 1, \ldots, n \\ (4) & f_k - f_\ell \neq f_\ell - f_m \quad \text{pour tout } f_k, f_\ell, f_m \in S_i \text{ tels que} \\ & f_k > f_\ell > f_m. \end{cases}$$

Il peut arriver que certains canaux spécifiques soient interdits à certaines cellules ou que des canaux soient déjà préaffectés. Le PACReNoS peut être alors décrit par le système de contraintes P7 suivant:

$$\textbf{(P7)} \quad \begin{cases} (1) & S_i \subset F \quad i = 1, \ldots, n \\ (2) & |S_i| = d_i \quad i = 1, \ldots, n \\ (3) & |f_k - f_\ell| \geq c_{ij} \quad \text{pour tout} \quad f_k \in S_i, \quad f_\ell \in S_j, \quad i, j = 1, \ldots, n \\ (4) & f_k - f_\ell \neq f_\ell - f_m \quad \text{pour tout } f_k, f_\ell, f_m \in S_i \text{ telles que} \\ & f_k > f_\ell > f_m \\ (5) & A_i \subseteq S_i \quad \text{pour tout} \quad i = 1, \ldots, n \\ (6) & B_i \cap S_i = \emptyset \quad \text{pour tout} \quad i = 1, \ldots, n, \end{cases}$$

où A_i représente l'ensemble des canaux préaffectés dans la cellule x_i et B_i représente l'ensemble des canaux interdits dans la cellule x_i.

Remarque 3.1 *On peut supposer sans perte de généralité que les numéros des canaux disponibles sont des entiers (positifs) consécutifs. Si tel n'est pas le cas, il suffirait d'inclure dans l'ensemble F et dans les ensembles B_i, les canaux manquants. Dans la suite du présent chapitre, nous considérerons que l'ensemble F est de la*

forme:
$F = \{1, 2, 3, \ldots, f_{max}\} \subseteq I\!N^*$.

La contrainte (1) du système (P7) peut être alors réécrite:

$$f_k \leq f_{max} \quad f_k \in S_i, \quad i = 1, \ldots., n.$$

3.3 Modèles de programmation mathématique

Le problème PACReNoS peut être modélisé comme un problème d'affectation avec contraintes supplémentaires. Un modèle similaire à été développé dans Obbad [145].

Soient les variables binaires:

$$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si le canal } f_k \text{ est affecté à la cellule } x_i. \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

pour $i = 1, 2, ..., n$ et $k = 1, 2, ..., r$. Le nombre de canaux utilisés dans la cellule x_i est égal à $\sum_{k=1}^{r} y_{ik}$. Le nombre de fois que le canal f_k a été utilisé dans le réseau s'exprime par $\sum_{i=1}^{n} y_{ik}$.

Le problème d'affectation de canaux avec comme objectif la minimisation du

nombre de canaux distincts utilisés s'écrit comme suit:

$$\min \sum_{k=1}^{r} \min \left\{ \sum_{i=1}^{n} y_{ik}, 1 \right\}$$

s.c.:

$$\sum_{k=1}^{r} y_{ik} \geq d_i \qquad i = 1, 2, \ldots, n \tag{3.1}$$

$$y_{ik} + y_{j\ell} \leq 1 \qquad \text{pour tout } i, j = 1, 2, \ldots, n \text{ et } k, \ell = 1, 2, \ldots, r \text{ tels que } |f_k - f_\ell| < c_{ij} \tag{3.2}$$

(P8)

$$y_{ik} + y_{i\ell} + y_{ip} \leq 2 \qquad \text{pour tout } i = 1, 2, \ldots, n \text{ avec } d_i \geq 3 \text{ et } k, \ell, p = 1, 2, \ldots, r \text{ avec } |f_k - f_\ell| = |f_\ell - f_p| \tag{3.3}$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \qquad i = 1, 2, \ldots, n \ ; \ k = 1, 2, \ldots, r. \tag{3.4}$$

Les contraintes (3.1) sont les contraintes de demandes. Les contraintes (3.2) imposent la compatibilité co-canal, la compatibilité entre canaux adjacents et la compatibilité co-site. Les contraintes (3.3) sont relatives à l'intermodulation. Les interdictions de canaux peuvent être prises en compte en posant:

$$y_{ik} = 0 \text{ pour tout canal } f_k \text{ interdit dans la cellule } x_i;\ i = 1, \ldots, n. \tag{3.5}$$

On peut aussi imposer des affectations de canaux en posant:

$$y_{ik} = 1 \text{ pour tout canal } f_k \text{ préaffecté à la cellule } x_i;\ i = 1, \ldots, n. \tag{3.6}$$

La fonction objectif peut être linéarisée avec l'addition de nouvelles variables $t_k \in \{0, 1\}$ telles que $t_k = \min\{\sum_{i=1}^{n} y_{ik}, 1\}$. Elle devient:

$$\min \sum_{k=1}^{r} t_k \tag{3.7}$$

et les contraintes:

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ik} \geq t_k \qquad k = 1, 2, \ldots, r \tag{3.8}$$

doivent être ajoutées au programme P8.

Le programme (P8) est difficile à résoudre en pratique pour deux raisons: **(i)** le nombre de variables binaires est très élevé, soit $n \times r$; **(ii)** le nombre de contraintes est également très grand.

Nous proposons, dans les sections qui suivent, deux algorithmes gloutons et un algorithme multiphase de recherche avec tabous. En réalité, il s'agit de résoudre le problème PACReNoS en deux étapes:

- la première étape (les algorithmes gloutons) consiste à trouver une affectation de canaux qui pourrait violer éventuellement la contrainte de la largeur de bande.
- la deuxième étape (algorithme multiphase) essaie de faire respecter la limitation de la largeur de bande.

3.4 Algorithmes gloutons

Dans cette section, nous présentons deux algorithmes gloutons qui affectent des canaux aux cellules de façon séquentielle. A chaque itération, on exécute deux opérations majeures: **(i)** choisir la cellule qui va recevoir un canal, **(ii)** choisir le canal qui doit être affecté à la cellule retenue. Les deux algorithmes se distinguent par la

façon de choisir le canal à affecter à la cellule courante.

Sélection de la cellule courante

L'idée de base est de traiter en premier la cellule pour laquelle il serait difficile de trouver, dans les itérations ultérieures, un canal compatible. En d'autres mots, il faut déterminer à chaque itération, la cellule critique. Comme il a été mentionné dans la revue de la littérature, il existe plusieurs façons d'estimer la difficulté à affecter des canaux à une cellule x_i du réseau. Nous proposons ici d'estimer cette difficulté par le nombre de canaux, $E(x_i)$, interdits à la cellule en question. $E(x_i)$ peut être décomposée en deux parties: $E^1(x_i)$ est l'estimation du nombre de canaux interdits à la cellule x_i par les demandes non encore satisfaites de la cellule x_i et des cellules qui lui sont adjacentes alors que $E^2(x_i)$ est le nombre (calcul exact) de canaux interdits à la cellule x_i par les demandes satisfaites de la cellule x_i et des cellules qui lui sont adjacentes. Par souci de clarté, nous allons faire abstraction dans un premier temps des contraintes d'intermodulation.

- **Calcul de $E^1(x_i)$**

Soit x_j une cellule adjacente à la cellule x_i. L'affectation d'un canal à x_i peut entraîner l'interdiction de $2(c_{ij}-1)$ (resp. $2(c_{ii}-1)$) canaux à la cellule x_j (resp. x_i). Soit d_i^1 la demande non satisfaite de la cellule x_i. On a:

$$E^1(x_i) = (d_i^1 - 1)(2c_{ii} - 1) + \sum_{j:x_j \in \Gamma(x_i)} d_j^1(2c_{ij} - 1).$$

Il faut noter que $E^1(x_i)$ est une surestimation du nombre de canaux qui seront éventuellement interdits par les demandes non encore satisfaites car elle ne prend pas en compte le fait que le même canal puisse être interdit plusieurs fois.

• **Calcul de $E^2(x_i)$**

$$E^2(x_i) = |B_i \cup \Big(\bigcup_{f:f \in \bigcup_{j:x_j \in \Gamma(x_i) \cup \{x_i\}} S_j} ([f - c_{ij} + 1, f + c_{ij} - 1] \cap \mathbb{N}^*) \Big)|.$$

Le calcul de $E^2(x_i)$ est une généralisation pour la T-coloration des graphes (le PACReNoS en est un) de la notion de degré de saturation utilisé dans l'heuristique classique de coloration de graphe, *Dsatur* [22], pour créer un ordre dynamique sur les nœuds à colorer. Le degré de saturation d'un nœud est le nombre de couleurs distinctes déjà utilisées pour colorer les nœuds adjacents au nœud en question.

Nous allons réécrire à présent les quantités $E^1(x_i)$ et $E^2(x_2)$ avec la contribution des contraintes d'intermodulation. Soient f_k et f_ℓ deux canaux affectés à la cellule x_i avec $f_k > f_\ell$. Les contraintes d'intermodulation interdisent les canaux suivants à la cellule x_i:

- $2f_k - f_\ell$;
- $\frac{f_k - f_\ell}{2}$ si $f_k - f_\ell \geq 2c_{ii}$;
- $2f_\ell - f_k$ si $f_\ell > c_{ii}$.

Soit f_m un troisième canal affecté à la cellule x_i. Les relations précédentes se justifient par le fait que $|f_k - f_\ell| \neq |f_\ell - f_m|$ et le fait que les canaux affectés à une même cellule x_i sont séparés par au moins c_{ii} canaux.

On en déduit que:

$$E^1(x_i) = (d_i^1 - 1)(2c_{ii} - 1) + \sum_{j:x_j \in \Gamma(x_i)} d_j^1(2c_{ij} - 1) + 3 \times \begin{pmatrix} d_i^1 \\ 2 \end{pmatrix},$$

et

$$E^2(x_i) = |B_i \cup \Big(\bigcup_{f : f \in \bigcup_{j : x_j \in \Gamma(x_i) \cup \{x_i\}} S_j} ([f - c_{ij} + 1, f + c_{ij} - 1] \cap \mathbb{N}^*) \Big) \cup$$

$$\Big(\bigcup_{\substack{f_k, f_\ell \in S_i \\ f_k > f_\ell}} \{2f_k - f_\ell, \frac{f_k - f_\ell}{2}, 2f_\ell - f_k\} \cap \mathbb{N}^* \Big)|.$$

Dans le but d'avoir une estimation plus précise du nombre total de canaux interdits à une cellule x_i, nous allons introduire dans le calcul de $E(x_i)$, un coefficient α dont le but est de corriger la surestimation dans l'évaluation de $E^1(x_1)$ du nombre de canaux interdits. Ainsi nous posons:

$$E(x_i) = \alpha E_1(x_i) + E_2(x_i) \quad \text{avec } \alpha \in [0, 1]$$

La cellule à retenir comme cellule courante est celle qui maximise la valeur de $E(x_i)$. En cas d'ex æquo, la cellule ayant la plus forte demande non satisfaite est retenue. En cas d'ex æquo supplémentaires, la cellule courante est tirée au hasard parmi ces dernières.

3.4.1 Heuristique_1

Comme nous l'avons mentionné précédemment, les deux algorithmes gloutons se distinguent par le choix du canal à affecter à la cellule courante.

Choix du canal à affecter à la cellule courante

L'idée de base est d'affecter à la cellule courante $x_{i^\bullet}$ le canal (compatible avec l'état actuel de la cellule $x_{i^\bullet}$) qui minimise le nombre de nouveaux canaux à interdire dans $x_{i^\bullet}$ et ses cellules adjacentes, suite à l'affectation du dit canal à la cellule $x_{i^\bullet}$.

Soit F_{used} l'ensemble des canaux déjà utilisés durant les itérations ultérieures et $F_{interdits}(x_{i^*})$ l'ensemble des canaux déjà interdits dans la cellule x_{i^*}. On a:

$$F_{interdits}(x_{i^*}) = \Big(\bigcup_{f:f \in \bigcup_{j:x_j \in \Gamma(x_{i^*}) \cup \{x_{i^*}\}} Sj} ([f - c_{i^*j} + 1, f + c_{i^*j} - 1] \cap \mathbb{N}^*)) \cup B_{i^*}.$$

Soit $F_{comp}(x_{i^*})$ l'ensemble des canaux qu'il est encore possible d'affecter à la cellule x_{i^*}. On a:

$$F_{comp}(x_{i^*}) = F_{used} \setminus F_{interdits}(x_{i^*}).$$

On calcule pour chaque canal $f \in F_{comp}$ le nombre de nouveaux canaux à interdire dans la cellule x_{i^*} et les cellules qui lui sont adjacentes, suite à l'affectation du canal f à x_{i^*}. Nous désignons cette quantité par $\nabla E^2(x_{i^*}, f)$.

$$\nabla E^2(x_{i^*}, f) = | \bigcup_{j:x_j \in \Gamma(x_{i^*}) \cup \{x_{i^*}\}} \Big(([f - c_{i^*j} + 1, f + c_{i^*j} - 1] \cap \mathbb{N}^*) \setminus F_{interdits}(x_j) \Big) |.$$

Le canal à affecter à la cellule courante est celui qui minimise $\nabla E^2(x_{i^*}, f)$. En cas d'égalité, nous retenons le plus petit canal (ceci vise à minimiser, en second lieu, la largeur de bande de l'affectation finale).

Dans le cas où l'ensemble $F_{comp}(x_{i^*})$ est vide, on utilise un canal non encore utilisé (le plus petit entier positif) dans le système et qui est compatible avec l'affectation partielle déjà réalisée.

Nous résumons ci-dessous, les grandes lignes de Heuristique_1. Cette représentation suppose l'utilisation d'un maximier construit sur les cellules x_i par rapport aux quantités $E(x_i)$. Rappelons qu'un maximier est un arbre binaire équilibré qui est tel que la valeur de tout nœud père est supérieure ou égale à chacune des valeurs de ses deux fils.

Pseudo-code de Heuristique_1

Initialisation

1 $S_i = A_i, \quad d_i^1 = d_i - |S_i|; \quad i = 1, \ldots, n;$

2 $F_{used} = \bigcup_{1 \leq i \leq n} S_i;$

3 **Pour** $i = 1, \ldots, n;$

4 **Calculer** $E(x_i);$

5 **Construire** *Maximier*;

Itération Courante

6 **Tant que** $(Maximier \neq \emptyset)$ **faire**

7 **Sélectionner** *la cellule* x_{i^*} *qui maximise* $E(x_i)$;

8 **Déterminer** $F_{comp}(x_{i^*})$;

9 **Si** $F_{comp}(x_{i^*}) \neq \emptyset$ **alors**

10 **Sélectionner** *le canal* f^* *qui minimise* $\nabla E^2(x_{i^*}, f)$ *sur* $F_{comp}(x_{i^*})$;

Sinon

11 **Choisir** *le plus petit nouveau canal* f *compatible pour* x_{i^*};

12 $F_{used} \leftarrow F_{used} \cup \{f\};$

Fin Si

13 **Mettre à jour** $d_{i^*}^1$ **et** $E(x_j) \quad j : x_j \in \Gamma(x_{i^*}) \cup \{x_{i^*}\};$

14 **Mettre à jour** *Maximier*;

Fin Tant que.

Soient:

$c_{max} = \max_{i,j=1,2,\ldots,n} c_{ij};$

$deg_{max} = \max_{i=1,2,\ldots,n} |\Gamma(x_i)|;$

$d_{max} = \max_{1=1,\ldots,n} d_i;$

$N = \sum_{1 \leq i \leq n} d_i$, c'est-à-dire la demande totale en canaux du système.

Proposition 3.2 *La complexité de Heuristique_1 sans intermodulation est* $O(\max\{log_2(n), \beta\}.deg_{max}.N)$ *avec* $\beta = c_{max}.d_{max}.deg_{max}$. *Cette complexité devient* $O(c_{max}.deg_{max}.N^2)$ *lorsque les contraintes d'intermodulation sont prises en compte.*

Preuve

• complexité de l'initialisation

La ligne 1 coûte $O(N)$ car $|A_i| \leq d_i$ et par conséquent on a $\sum_{1 \leq i \leq n} |A_i| \leq N$.

La ligne 2 a une complexité de $O(N)$. Il suffit d'utiliser un tableau de dimension sp_{max} où sp_{max} est une borne supérieure sur la largeur de bande du PACReNoS. Faire l'union des ensembles S_i revient alors à copier les ensembles S_i dans le tableau en question.

Associons à chaque cellule x_i un tableau T_i de dimension sp_{max}. Pour chaque cellule x_i, le tableau $T(x_i)$ mémorise les interdictions correspondantes de canaux. On peut alors vérifier en temps constant si un canal donné est interdit à une cellule ou non. L'affectation d'un canal à x_i implique la vérification de $O(2c_{max} - 1)$ (ou $O\big((2c_{max} - 1) + |S_i|\big)$ dans le cas où l'intermodulation est prise en compte) interdictions dans la cellule x_i et un ordre de grandeur similaire d'opérations dans chacune des cellules qui lui sont adjacentes. Par conséquent, le calcul des quantités $E^2(x_i)$ pour l'ensemble du réseau coûte $O\left((2c_{max} - 1)deg_{max}.N\right)$ (ou $O\big(((2c_{max} - 1) + |S_i|)deg_{max}.N\big)$ si l'intermodulation est prise en compte). Le calcul de chaque $E^1(x_i)$ coûte $O(deg_{max})$. Il s'ensuit que la complexité de la boucle $3 - 4$ est $O((2c_{max} - 1)deg_{max}.N)$. Cette complexité est $O\big(((2_{max} - 1) + |S_i|)deg_{max}.N\big)$ si on prend en compte l'intermodulation. La construction du maximier coûte $O(nlog_2(n))$. La complexité de l'initialisation est alors $O(\max\{nlog_2(n), c_{max}.deg_{max}.N\})$. Elle coûte $O(\max\{nlog_2(n), (c_{max} + d_{max}).deg_{max}.N\})$ si l'intermodulation est prise en compte.

•complexité itération courante

La ligne 7 coûte $O(1)$. Pour déterminer le canal qui minimise $\nabla E^2(x_{i^*}, f)$, il faut pour chaque canal compatible, procéder à $(2c_{max} - 1)$ opérations de vérification dans le tableau $T(x_i)$ et procéder au même nombre d'opérations dans chacun des tableaux

associés aux cellules adjacentes à x_i. Ces opérations de vérification ont pour but de déterminer les nouvelles interdictions de canaux résultant de l'affectation d'un canal donné à la cellule x_i. Le nombre total d'opérations nécessaires afin de déterminer le canal qui minimise $\nabla E^2(x_{i^*}, f)$ est $O\left((2c_{max} - 1)deg_{max}.|F_{comp}|\right)$. La ligne 13 coûte $O\left((2c_{max} - 1)deg_{max}\right)$. La mise à jour du maximier coûte $O\left(deg_{max}.log_2(n)\right)$.
L'heuristique finit après un maximum de N itérations. L'exécution de N itérations courantes coûte $\max\{deg_{max}.log_2(n), (2c_{max} - 1)deg_{max}.|F_{comp}|\}.N$. La cardinalité de l'ensemble des canaux compatibles, F_{comp}, est plus petite ou égale à la cardinalité de l'ensemble des canaux déjà utilisés F_{used}. La cardinalité de F_{used} est bornée par N. De plus, on peut montrer facilement que cette cardinalité est bornée par $d_{max}.deg_{max}$ lorsque les contraintes d'intermodulation ne sont pas prises en compte. Il s'ensuit que l'algorithme coûte $O\left(\max\{deg_{max}.log_2(n), c_{max}.d_{max}.deg^2_{max}\}.N\right)$ lorsque les contraintes d'intermodulation ne sont pas prises en compte. Elle coûte $O\left(c_{max}.deg_{max}.N^2\right)$ dans le cas contraire.

3.4.2 Heuristique_2

Choix du canal à affecter à la cellule courante

L'idée de base est d'affecter à la cellule courante x_{i^*}, le canal (compatible avec l'état actuel de la cellule x_{i^*}) qui maximise le nombre de canaux compatibles de la cellule ayant le plus petit nombre de canaux compatibles suite à l'affectation du dit canal à la cellule x_{i^*}.

Soit $K(f, x_{i^*}, x_j)$ le nouvel ensemble des canaux compatibles avec la cellule x_j suite à l'affectation du canal f à la cellule x_{i^*}. Soit $\bar{X}$ l'ensemble des cellules dont les demandes en canaux sont entièrement satisfaites et soit $q(f, x_{i^*})$ la quantité suivante:

$$q(f, x_{i^*}) = \min_{x_j \in \Gamma(x_{i^*}) \setminus \bar{X}} |K(f, x_{i^*}, x_j)|.$$

Le canal à affecter à la cellule courante est celle qui maximise $q(f, x_{i^*})$. Soit f^*

ce canal. On a:

$$q(f^*, x_{i^*}) = \max_{f \in F_{comp}(x_{i^*})} q(f, x_{i^*}).$$

Si $F_{comp}(x_{i^*})$ est vide, on utilise un canal non encore utilisé (le plus petit entier positif) dans le système et qui est compatible avec l'affectation partielle déjà réalisée. La description du pseudo-code de Heuristique_2 est similaire à celle de Heuristique_1 à l'exception de la règle du choix du canal à affecter à la cellule courante (ligne 10). Nous allons donc économiser l'écriture de son pseudo-code.

Proposition 3.3 *Heuristique_2 a la même complexité que Heuristique_1.*

Preuve
La sélection du canal qui maximise la quantité $q(f, x_{i^*})$ est du même ordre de complexité que la sélection du canal qui minimise $\nabla E^2(x_{i^*}, f)$. ∎

3.5 Algorithme multiphase

Les heuristiques développées dans les sections précédentes permettent de résoudre une version relaxée du PACReNoS. La contrainte de limitation de la largeur de bande est relaxée et la minimisation de la largeur de bande est alors considérée comme deuxième objectif. Les affectations de canaux ainsi obtenues ne respectent donc pas nécessairement la limitation de la largeur de bande.
Nous proposons de développer une heuristique de recherche avec tabous à l'intérieur d'un algorithme multiphase pour la résolution du PACReNoS. Le but ici est de deux ordres:

1. obtenir à partir de la solution fournie par Heuristique_1 ou Heuristique_2, une affectation de canaux qui respecte toutes les contraintes du PACReNoS.

2. réduire le nombre de canaux distincts utilisés, si la solution fournie par Heuristique_1 ou Heuristique_2 respecte déjà la limitation de la largeur de bande.

Avant de décrire l'algorithme multiphase, nous allons définir le concept de solution admissible. Lorsqu'il s'agit de résoudre des problèmes combinatoires (de grande taille) par des métaheuristiques, il est d'usage de catégoriser les contraintes afin de caractériser les solutions qui seront explorées. D'une façon générale, pour explorer un ensemble de solutions, on se définit un mouvement élémentaire. Le mouvement élémentaire doit être tel que n'importe quelle solution de l'ensemble considéré puisse être obtenue à partir de n'importe quelle autre solution du même ensemble par une succession de mouvements élémentaires. On parle alors de connectivité de l'espace des solutions. Pour définir un mouvement élémentaire simple qui assure une telle connectivité, il est parfois utile d'enrichir l'espace des solutions réalisables en relaxant certaines contraintes du problème. On parle dans ce cas de solutions admissibles. L'espace réalisable relaxé devient un espace admissible. L'heuristique doit alors contenir un mécanisme d'aller-retour entre l'espace des solutions admissibles et l'espace des solutions réalisables s'il est impératif d'obtenir une solution qui respecte toutes les contraintes du problème. Il faut noter que nous considérons que la solution d'un problème est réalisable lorsqu'elle respecte toutes les contraintes du dit problème. Les solutions admissibles que nous allons considérer ne seront pas réalisables, soit parce qu'elles ne respectent pas la limitation sur la largeur de bande, soit parce qu'elles violent les contraintes d'écarts décrites par la matrice de compatibilité ou les deux.

Dans un premier temps, nous allons présenter une brève description de l'algorithme multiphase que nous proposons. Nous détaillerons ensuite chacune des phases.

Algorithme MOFAS (Minimum-Order Frequency Assignment with Span limitation)

Phase 1: Initialisation.
Trouver une affectation admissible de canaux. Aller à la PHASE 2 si cette solution est réalisable. Sinon, aller à la PHASE 4.

Phase 2: Réduire le nombre de canaux distincts utilisés.
Eliminer un des canaux utilisés par la solution courante en remplaçant chacune de ses occurrences par un autre canal déjà utilisé.

Si l'affectation de canaux résultante demeure une solution réalisable, réitérer la PHASE 2.
Sinon aller à la PHASE 3.

Phase 3: Eliminer les violations des contraintes d'interférences.
Utiliser une heuristique du type recherche avec tabous pour éliminer les violations des contraintes de compatibilité.
Si la solution résultante est une affectation réalisable, aller à la PHASE 2. Sinon, aller à la PHASE 4.

Phase 4: Modifier l'ensemble des canaux utilisés.
Remplacer un canal utilisé dans la solution courante par un canal non encore utilisé et plus petit que le plus grand canal utilisé dans la solution courante. Le canal à remplacer doit être le plus grand canal utilisé si la solution courante ne contient pas de conflits mais viole la contrainte de limitation sur la largeur de bande. Nous dirons qu'un canal f_1 est plus petit qu'un canal f_2 lorsque le numéro de f_1 est plus petit que celui de f_2. D'une façon générale, les numéros des canaux croissent avec les fréquences de ces derniers.

Aller à la PHASE 2 si la solution obtenue suite au remplacement de canal est une solution réalisable, sinon aller à la PHASE 3 si cette solution contient des conflits. Réitérer la PHASE 4, le cas échéant.

L'algorithme s'arrête:

1. après un certain nombre d'exécutions consécutives de la séquence PHASE 3-PHASE 4;
2. si durant la PHASE 4, il n'y a pas de canal non utilisé plus petit que le plus grand canal actuellement utilisé;

3. si la solution courante est réalisable et le nombre de canaux distincts utilisés est égal à une borne inférieure connue sur ce dernier.

3.5.1 Phase 1: Initialisation

Il s'agit de trouver une affectation de canaux qui respecte toutes les contraintes du PACReNoS sauf éventuellement la limitation de la largeur de bande. Cette affectation peut être obtenue avec l'une des heuristiques gloutonnes développées à la section 3.4

3.5.2 Phase 2: Réduction du nombre de canaux distincts utilisés

Choix du canal à supprimer.

Nous simulons l'élimination de chaque canal utilisé. Le canal $f_{k^\bullet}$ à éliminer est sélectionné comme étant celui qui minimise le nombre total de conflits, suite au remplacement de chacune des occurrences du canal $f_{k^\bullet}$ par d'autres canaux déjà utilisés. Les ex æquo sont départagés au hasard. Le canal $f_{k^\bullet}$ devient un canal non utilisé. Si le nombre de conflits générés suite au remplacement de $f_{k^\bullet}$ est non nul et que dans la PHASE 3 on ne réussit pas à éliminer ces conflits alors, la sélection du canal $f_{k^\bullet}$ dans la PHASE 4 à titre de canal non utilisé est interdite pour un certain nombre d'exécutions de la PHASE 4. Ces canaux constituent pour ainsi dire, la liste tabou de la PHASE 4 que nous allons nommer T_1. Le nombre d'itérations pendant lesquelles l'utilisation d'un canal, à titre de canal non utilisé dans la PHASE 4, est interdite est tiré au hasard entre deux valeurs qui sont $borne_inf[T_1]$ et $borne_sup[T_1]$.

Choix des canaux de remplacement.

Considérons les ensembles suivants:

$X_{k^\bullet}$: l'ensemble des cellules auxquelles le canal $f_{k^\bullet}$ est affecté;

S_i' : la nouvelle affectation de canaux à la cellule x_i après l'élimination du canal $f_{k^\bullet}$;

$S_i' = (S_i \setminus f_{k^\bullet}) \cup \{f_{\ell^\bullet}\}$, $f_{\ell^\bullet}$ étant le canal choisi pour remplacer $f_{k^\bullet}$ dans la cellule x_i;

$H_{k^\bullet}$: la liste des canaux sélectionnés pour remplacer les occurrences de $f_{k^\bullet}$; $H_{k^\bullet} = (f_\ell^i), i : x_i \in X_{k^\bullet}, \ell : f_\ell \in F_{used} \setminus \{f_{k^\bullet}\}$.

L'objectif à ce niveau-ci est de remplacer chaque occurrence du canal $f_{k^\bullet}$ de sorte que le nombre de violations de contraintes d'interférences résultantes de l'élimination du canal $f_{k^\bullet}$ soit minimum. En d'autres termes, il s'agit de déterminer le meilleur ensemble $H_{k^\bullet}$. La détermination de ce dernier est aussi difficile que le problème initial d'affectation de canaux. Nous avons donc choisi de remplacer chaque occurrence du canal $f_{k^\bullet}$ d'une façon gloutonne. L'heuristique est séquentielle. Nous considérons séquentiellement chaque cellule x_i à laquelle le canal $f_{k^\bullet}$ est affecté. Le canal $f_{\ell^\bullet} \in F_{used} \setminus f_{k^\bullet}$ choisi pour remplacer $f_{k^\bullet}$ dans la cellule x_i est sélectionné de sorte que le nombre de nouveaux conflits dûs à l'utilisation du canal $f_{\ell^\bullet}$ à la place du canal $f_{k^\bullet}$, dans la cellule x_i, soit minimum. Il faut noter qu'à chaque appel de la PHASE 2, la solution courante est une solution réalisable.

3.5.3 Phase 3: Réduction du nombre d'interférences

Comme nous l'avons mentionné antérieurement, la mise en œuvre de la méthode de recherche avec tabous nécessite la définition de certains éléments de base tels que l'espace des solutions admissibles, le mouvement élémentaire à exécuter à chaque itération, le voisinage à explorer à chaque itération et la liste tabou.

• Espace des solutions admissibles

L'espace des solutions admissibles que nous considérons est l'ensemble des solutions qui respectent toutes les contraintes du PACReNoS sauf les contraintes différentes des contraintes co-antenne imposées par les écarts dans le plan des fréquences décrits par la matrice C, et éventuellement la limitation de largeur de bande.

• Mouvement élémentaire

Soit S une affectation de canaux. La prochaine solution à visiter diffère seulement de S par l'affectation d'un canal à une cellule. Soit f_k^i un canal à remplacer et x_i la cellule dans laquelle le remplacement va avoir lieu. Le voisinage de la solution S induite par le remplacement du canal f_k^i, $\mathcal{N}_{ik}(S)$, peut être écrit comme suit:

$$\mathcal{N}_{ik}(S) = \{S' : S' = (S \setminus S_i) \cup S_i',\ \text{avec}\ S_i' = (S_i \setminus f_k^i) \cup \{f_\ell\}, f_k^i \in S_i, f_\ell \in F_{used} \setminus S_i\}.$$

Le voisinage complet de S, $\mathcal{N}(S)$ s'écrit:

$$\mathcal{N}(S) = \bigcup_{k:f_k \in S_i, i=1,\ldots,n} \mathcal{N}_{ik}(S).$$

Le canal f_{ℓ^*} qui remplace le canal f_k^i doit être un canal déjà utilisé et qui respecte les contraintes co-site liées à la cellule x_i.

• Sélection de la solution voisine à visiter

Soit f un canal affecté à une cellule x et f' un canal affecté à une cellule x', un conflit entre les cellules x et x' est représenté par le quadruplet (x, x', f, f'). Le nombre de solutions voisines induites par chaque conflit est supérieur ou égal à $2(|F_{used}| - d_{max})$ avec $d_{max} = \max_{1 \le i \le n} d_i$. Notons que pour résoudre le conflit représenté par le quadruplet (x, x', f, f'), il faut remplacer soit dans la cellule x le canal f par un autre canal déjà utilisé, ou soit dans la cellule x' le canal f' par par un autre canal déjà utilisé. Remarquons que les ensembles de solutions voisines induits par les conflits ne sont pas nécessairement disjoints.

Nous sélectionnons q conflits au hasard. Nous choisissons ensuite la meilleure des solutions voisines induites par les q conflits sélectionnés. La qualité des solutions est évaluée par la fonction objectif $z(S)$ décrite ci-dessous. Les solutions ex æquo sont départagés au hasard.

• Fonction Objectif

La fonction objectif, $z(S)$, considérée ici est le nombre de violations des contraintes

d'écarts dans le plan de fréquences. Elle s'écrit:

$$z(S) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (\sum_{k,\ell: f_k \in S_i, f_\ell \in S_j} \varphi_{ij}(f_k, f_\ell))$$

avec

$$\varphi_{ij}(f_k, f_\ell) = \begin{cases} 1 & \text{si } |f_k - f_\ell| < m_{ij},\ f_k \in S_i \text{ et } f_\ell \in S_j \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

• Liste tabou

Considérons le couple (x_i, f) où x_i désigne une cellule donnée et f un canal qui peut être utilisé dans la cellule x_i. Soit T_2 la liste tabou de la PHASE 3. Un élément de la liste T_2 peut être représenté par le triplet $(x_i, f, iter_tabou)$. *iter_tabou* désigne le nombre d'itérations pendant lesquelles l'affectation du canal f à x_i est interdite. Dans la présente application, ce nombre est choisi au hasard entre deux valeurs soient $borne_inf[T_2]$ et $borne_sup[T_2]$.

3.5.4 Phase 4: Modification de l'ensemble des canaux utilisés

La PHASE 4 est exécutée après un échec de la PHASE 3 à trouver une affectation de canaux sans violation de contrainte d'écart ou pour réduire la largeur de bande. Rappelons que lorsque l'algorithme MOFAS rentre dans la PHASE 3, la solution courante possède toujours des conflits (violation des contraintes d'écart). L'idée de base dans cette phase-ci est de remplacer un canal (toutes ses occurrences) qui est présentement utilisé dans le réseau par un canal n'appartenant pas à l'ensemble des canaux déjà utilisés. Cette opération est similaire à celle exécutée dans la PHASE 2. Toutefois, les deux phases sont différentes. Dans la PHASE 2, il s'agit de réduire le nombre de canaux utilisés en remplaçant un des canaux (toutes ses occurrences) utilisés dans la solution courante par d'autres canaux déjà utilisés. De plus en rentrant dans la PHASE 2 on a une solution réalisable.

Choix du canal à supprimer.

Critère 1

L'affectation courante de canaux, S, ne contient pas de conflits mais viole la limitation sur la largeur de bande. Nous sélectionnons le canal à supprimer, $f_{k^\bullet}$, comme étant le plus grand canal utilisé ou le plus petit canal utilisé.

Critère 2

L'affectation de canaux, S, contient des conflits c'est-à-dire des violations des contraintes de compatibilité. Le canal à supprimer $f_{k^\bullet}$ est alors choisi comme étant celui qui est impliqué dans le plus grand nombre de conflits. Les ex æquo sont départagés au hasard.

Choix du canal de remplacement.

Le canal de remplacement, f^{new}, est choisi comme étant un canal non utilisé, plus petit que le plus grand canal utilisé dans l'affectation courante et qui minimise le nombre total de nouveaux conflits générés. En cas d'ex æquo, le canal de remplacement est choisi au hasard parmi ces derniers.

Soit $\overline{f}$ le plus grand canal utilisé par l'affectation courante et soit $\underline{f}$ le plus petit canal utilisé. Considérons $\overline{F} = \{\underline{f}, \underline{f}+1, \ldots, \overline{f}-1, \overline{f}\}$ l'ensemble des canaux compris entre $\underline{f}$ et $\overline{f}$. L'ensemble $\overline{F}$ peut être différent de l'ensemble des canaux disponibles F et n'est pas nécessairement inclus dans ce dernier. $\overline{F}$ est inclus dans F seulement si l'affectation courante de canaux respecte la limite sur la largeur de bande.

Soit $w(f_{k^\bullet})$ le nombre de conflits dûs à l'utilisation du canal $f_{k^\bullet}$ par l'affectation courante S. Le canal f^{new} doit être tel que:

$$w(f^{new}) = \min_{f \in \overline{F} \setminus F_{used}} w(f_{k^\bullet}).$$

Nous présentons ci-dessous les pseudo-codes de l'algorithme MOFAS et de ses différentes phases.

Pseudo-code de MOFAS

Exécuter PHASE 1;
$iter_maj \leftarrow 0$;
Tant que $(iter_maj \leq max_iter)$ **et** $(\chi_T(S) \geq orderLwBound)$
  Si $(sp_T(S) \leq spanLimit)$ **et** $z(S) = 0$
    Tant que $z(S) = 0$
      Exécuter PHASE 2;
    Fin Tant que
    $f^- \leftarrow f_{k^*}$;
    /* f_{k^*} *est le dernier canal supprimé dans la* PHASE 2 */
    l'utilisation du canal f^- *dans la* PHASE 4 *à titre de nouveau canal est interdit pendant tabu_iter itérations avec* $tabu_iter \in [borne_inf[T_1], borne_sup[T_1]]$;
    Exécuter PHASE 3;
  Sinon
    Exécuter PHASE 4;
    Si $z(S) > 0$
      Exécuter PHASE 3;
  $iter_maj \leftarrow iter_maj + 1$;
Fin Tant que

PHASE 1: Initialisation

PHASE 1 consiste en l'exécution de HEURISTIQUE 1 ou HEURISTIQUE 2. Le pseudo-code de l'algorithme HEURISTIQUE_1 est présenté à la section 3.4.1. Nous rappelons que le pseudo-code de HEURISTIQUE_2 est similaire à celui de HEURISTIQUE_1.

PHASE 2: Réduction du nombre de canaux distincts utilisés

$z' \leftarrow +\infty$;

$S \leftarrow S_0$;

/*S_0 est la meilleure solution connue sans violations des contraintes d'écarts.*/

Pour chaque nombre entier k tel que $f_k \in F_{used}$

Pour $i = 1, 2, \ldots, n : x_i \in X_k$

$S \leftarrow (S \setminus S_i) \cup (S_i \setminus \{f_k\})$;

Fin Pour

Pour $i = 1, 2, \ldots, n : x_i \in X_k$

Déterminer $f_{\ell^*} \in F_{used}$, $f_{\ell^*} \notin S_i$, tel que

$$w(f^i_{\ell^*}) = \min_{\ell : f_\ell \in F_{used}} w(f^i_\ell)$$

Départager *les ex æquo au hasard*;

$S \leftarrow (S \setminus S_i) \cup (S_i \cup \{f_{\ell^*}\})$;

Fin Pour

Si $z' > z(S)$ **alors**

$f_{k^*} \leftarrow f_k$;

$S' \leftarrow S$;

$z' \leftarrow z(S)$;

Fin Si

Fin Pour chaque

$S \leftarrow S'$;

$S^{best} \leftarrow S$;

$z^{best} \leftarrow z(S)$;

$F_{used} \leftarrow F_{used} \setminus \{f_{k^*}\}$;

PHASE 3: Réduction du nombre d'interférences

iter $\leftarrow 0$;
iter $\leftarrow 0$;
$S \leftarrow S^{best}$;
Tant que (*iter* $\leq$ *rep*) *et* ($z(S^{best}) > 0$) **faire**
Générer *au hasard q conflits*;
Soit $\mathcal{N}_{rest}$ *l'ensemble des solutions voisines induites par ces q conflits*;
Déterminer S' telle que $S' = \min_{\tilde{S} \in \mathcal{N}_{rest}} z(\tilde{S})$;
Départager *les ex æquo au hasard*;
Si $z(S') < z^{best}$ **alors**
$S^{best} \leftarrow S'$;
$z^{best} \leftarrow z(S')$;
iter $\leftarrow 0$;
Sinon
iter $\leftarrow$ *iter* $+ 1$;
Soit f le canal remplacé et x la cellule dans laquelle le remplacement a lieu;
L'affectation de f à x est déclarée tabou pour tabu_iter itérations avec *tabu_iter* $\in$ $[borne_inf[T_2], borne_sup[T_2]]$;
Mettre à jour *la liste tabou* T_2;
Fin Tant que

PHASE 4: Modification de l'emsemble des canaux utilisés

$z' \leftarrow +\infty$;

$\overline{F} = \{\underline{f}, \underline{f}+1, \underline{f}+2, \ldots, \overline{f}-1, \overline{f}\}$;

/ $\underline{f}$ et $\overline{f}$ sont respectivement le plus petit canal et le plus grand canal utilisés par l'affectation courante S */*

Si $(z(S) = 0)$ *et* $(sp_T(S) > spanLimit)$ **alors**

$F_{del} \leftarrow \{\underline{f}, \overline{f}\}$;

Sinon

$F_{del} \leftarrow F_{used}$;

Fin Si

Pour chaque k tel que $f_k \in F_{del}$ et f_k non tabou, **faire**

Pour $i = 1, 2, \ldots, n : x_i \in X_k$

$S \leftarrow S^{best}$;

$S \leftarrow (S \setminus S_i) \cup (S_i \setminus \{f_k\})$;

$S_{tempo} \leftarrow S$;

Fin pour

Pour $\ell = 1, 2, \ldots, |\overline{F} \setminus F_{del}| : f_\ell \in \overline{F} \setminus F_{used}$

Pour $i = 1, 2, \ldots, n : x_i \in X_k$

$S \leftarrow S_{tempo}$;

$S \leftarrow (S \setminus S_i) \cup (S_i \cup \{f_\ell\})$;

Fin Pour

Si $z' > z(S)$ **alors**

$f^{new} \leftarrow f_\ell$;

$S' \leftarrow S$;

$f^{old} \leftarrow f_k$;

Fin Si

Fin Pour

Fin Pour

Mettre à jour *la liste tabou* T_1;

$F_{used} \leftarrow (F_{used} \setminus \{f^{old}\}) \cup \{f^{new}\}$; $S \leftarrow S'$;

3.6 Résultats numériques

3.6.1 Description des problèmes considérés

Nous considérons dans cette section deux types de problèmes: des problèmes pseudo-réels fournis, pour la plupart, par la compagnie CRIL (Conception et Réalisation Industrielles de Logiciels, France) en 1993 et des problèmes de nature un peu plus académique tirés de la littérature. Ces derniers vont nous permettre de comparer les algorithmes proposés à ceux de la littérature. Notons que le problème KUN-21 quoique tiré de la littérature (Kunz [121]), est un problème pseudo-réel correspondant au réseau de la ville de Helsinki, Finland.
Le tableau 3.6.1 résume les principales caractéristiques de ces différents problèmes. Nous présentons un peu plus en détails quelques-uns d'entre eux, ci-dessous.

*** Problème considéré par Pennotti [1976]**
Nombre de cellules : 5

Matrice de compatibilité :

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Vecteur des demandes $D = (7, 8, 10, 2, 12)$.

*** Problème considéré par Box [1978]**
Nombre de cellules : 8

Matrice de compatibilité :

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 3 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Vecteur des demandes $D = (2, 5, 1, 2, 2, 1, 2, 1)$.

* Problèmes Réels fournis par CRIL

CRIL-25

Nombre de cellules: 25

Matrice de compatibilité:

C =

16	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	1	1	0	0	0	2	2	1	1	1
1	16	2	0	0	0	0	0	2	2	1	1	1	2	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	16	0	0	0	0	0	2	2	1	1	1	2	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	16	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	0	2	16	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	0	2	2	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	16	2	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	2	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	2	16	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	2	0	0	0	1	1
1	2	2	0	0	0	0	0	16	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
1	2	2	0	0	0	0	0	2	16	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1	2	2	16	2	2	2	2	2	2	1	1	2	1	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1	2	2	2	16	2	2	2	2	2	1	1	2	1	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1	2	2	2	2	16	2	2	2	2	1	1	2	1	1	0	1	1
2	2	2	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	16	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	1	1	16	2	2	2	1	2	2	1	2	2
1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	1	1	2	16	2	2	1	2	2	1	2	2
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	16	2	2	1	1	0	2	2
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	16	2	1	1	0	2	2
0	0	0	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	1	1	1	1	2	2	16	1	1	0	1	1
2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	16	2	1	2	2
2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	2	16	1	2	2
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	16	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	1	16	2
1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	1	2	16

Vecteur des demandes $D = (8, 6, 6, 1, 4, 4, 8, 8, 8, 8, 4, 9, 8, 4, 4, 10, 8, 9, 8, 4, 5, 4, 8, 1, 1)$.

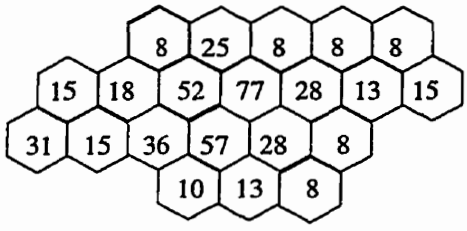


Figure 3.1 – *Réseau de Philadelphie avec une demande totale de 481 canaux.*

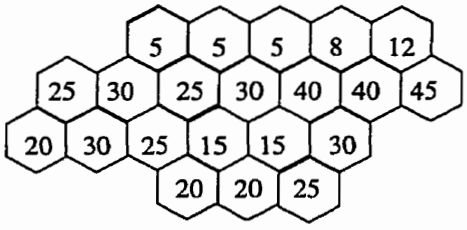


Figure 3.2 – *Réseau de Philadelphie avec une demande totale de 470 canaux.*

Les figures 3.1 et 3.2 sont des patrons standards de 21 cellules hexagonales. Le chiffre inscrit dans chaque cellule indique la demande de la cellule. Il est alors possible de couvrir un réseau entier par une répétition adéquate de tels patrons.

Tableau 3.1 – *Problèmes tests*

problèmes tests		*homo-gènes*	*configuration*	*n*	*demande totale*	*densité de G*	*références*	*objectif*	*c.c.a*	c_{ii}
KUN-25		non	NR	25	167	.45	Kuns [121]	χ_T	1	2
CRIL-25		non	NR	25	148	.67	CRIL	-	2	16
CRIL-42		non	NR	42	340	.54			2	16
CRIL-55		non	NR	55	385	.50			2	16
CRIL-72		non	NR	72	682	.65			2	16
CRIL-190		non	NR	190	1522	.13			2	16
PEN-5		non	NR	5	39	.70	Pennotti et Boorstyn [154]	sp_T	-	1
BOX-8		non	NR	8	16	.93	Box [21]	sp_T	2	3
Réseau de Philadelphie	GAM-21-P1	non	R (Nc = 12)	21	481	.73	Gamst [65]	sp_T	2	5
	GAM-21-P2	non	R (Nc = 7)	21	481	.49			2	5
	GAM-21-P3	non	R (Nc = 12)	21	481	.73			2	7
	GAM-21-P4	non	R (Nc = 7)	21	481	.49			2	7
	GAM-21-P5	non	R (Nc = 12)	21	481	.73			1	5
	GAM-21-P6	non	R (Nc = 7)	21	481	.49			1	5
	GAM-21-P7	non	R (Nc = 12)	21	481	.73			1	7
	GAM-21-P8	non	R (Nc = 7)	21	481	.49			1	7
	GAM-21-Q1	non	R (Nc = 12)	21	470	.73	Siravajan, McEliece et Ketchum [171]		2	5
	GAM-21-Q2	non	R (Nc = 7)	21	470	.49			2	5
	GAM-21-Q3	non	R (Nc = 12)	21	470	.73			2	7
	GAM-21-Q4	non	R (Nc = 7)	21	470	.49			2	7
	GAM-21-Q5	non	R (Nc = 12)	21	470	.73			2	12
GAM-100-P1		oui	R (Nc = 13)	100	800	.29	Gamst et Rave [69]	sp_T	1	1
GAM-100-P2		oui	R (Nc = 13)	100	800	.29			1	2
GAM-100-P3		oui	R (Nc = 13)	100	800	.29			1	3
GAM-100-P4		oui	R (Nc = 13)	100	800	.29			1	4
GAM-100-P5		oui	R (Nc =13)	100	800	.29			1	5
GAM-100-P6		oui	R (Nc = 13)	100	800	.29			1	6
GAM-100-P7		oui	R (Nc = 13)	100	800	.29			1	7
GAM-100-P8		oui	R (Nc = 13)	100	800	.29			1	8
GAM-100-P9		oui	R (Nc = 13)	100	800	.29			1	9
GAM-100-P10		oui	R (Nc = 13)	100	800	.29			1	10
GAM-100-P11		oui	R (Nc = 13)	100	800	.29			1	11
GAM-100-P12		oui	R (Nc = 13)	100	800	.29			1	12
GAM-100-P13		oui	R (Nc = 13)	100	800	.29			1	13

Légende:

NR: non régulier.

R: hexagones héguliers.

Nc: nombre de cellules que contient le patron d'hexagones considéré.

cca: séparation minimum requise en terme de canaux, exigée par les Contraintes entre Canaux Adjacents.

c_{ii}: séparation co-site.

G : graphe associé au réseau des cellules.

homogène: distribution uniforme de la demande.

Les lignes qui suivent décrivent la construction des matrices de compatibilité associées aux réseaux réguliers de cellules hexagonales présentés dans le tableau 3.6.1. Soient R le rayon d'une cellule et D la distance minimale requise entre les sites cellulaires de deux cellules qui utilisent le même canal. Nous savons que le facteur de réutilisation co-canal, $\frac{D}{R}$, est relié au nombre de cellules du patron utilisé par la formule $\frac{D}{R} = \sqrt{3Nc}$ (voir section 2.3.2). On peut alors poser $D = R\sqrt{3Nc}$. Le respect de la distance D dans la réutilisation des canaux permet la définition des contraintes co-canal entre les cellules. En ce qui concerne les contraintes d'adjacence, elles sont construites de façon à ce que deux cellules adjacentes géographiquement ne puissent utiliser des canaux adjacents dans le plan des fréquences. En d'autres termes, les fréquences affectées à des cellules adjacentes doivent être séparées d'au moins 2 canaux.
D'autres auteurs proposent la relation $\frac{D}{R} = 2\sqrt{Nc}$ [8, 64]. Ces différentes formules découlent des arguments basées sur des constructions géométriques et conduisent à toute fin pratique, à la même matrice de compatibilité. Smith et *al.* [175] décrivent différemment, mais de façon équivalente, comment construire ces matrices de compatibilité.

3.6.2 Bornes inférieures et meilleures solutions connues

La borne 1 de la section 2.3.2.4 indique que la cardinalité de la clique de cardinalité maximum du graphe des demandes est une borne inférieure sur le nombre de canaux distincts requis par le PACReNoS.

Remarquons que la cardinalité de la clique de cardinalité maximum du graphe des demandes, est égale au poids de la clique de poids maximum du graphe des cellules.

La tableau 3.2 présente des bornes de cliques de poids maximum sur le nombre optimum de canaux distincts requis pour chacun des problèmes que nous considérons. Ce tableau contient également, pour la plupart des problèmes considérés, des estimations du nombre de canaux nécessaires. Ces estimations sont obtenues par un algorithme de coloration de graphe [94]. Nous résumons également dans ce tableau les bornes inférieures sur la largeur de bande optimale tirées de la littérature [65, 171, 183, 106, 101, 174], de même que les meilleures solutions connues en termes de largeur de bande. Concernant ce dernier point, les auteurs indiqués dans le tableau sont ceux qui ont, à notre connaissance, l'antériorité du résultat.

Nous rappelons que χ_T et sp_T désignent respectivement les valeurs des solutions optimales du PACReNoS en termes du nombre de canaux distincts utilisés et de la largeur de bande. La notation $\chi_T(S)$ est utilisée pour désigner le nombre de canaux distincts utilisés par la solution S alors que $sp_T(S)$ désigne la largeur de bande correspondante.

Tableau 3.2 – *Bornes inférieures et meilleures solutions connues*

Problèmes tests	*Bornes inférieure sur* χ_T *clique de poids maximum*	*Bornes inférieure sur* sp_T [65, 171, 183, 106, 101, 174]	*Estimation du nombre de canaux: coloration [94]*	*Meilleures valeurs connues de* $sp_T(S)$
KUN-21	73	-		72* [121]
CRIL-25	95	-	95	-
CRIL-42	188	-		-
CRIL-55	136	-		-
CRIL-72	410	-	410	-
CRIL-190	358	-		-
PEN-5	25	24		-
BOX-18	14	20		20* [21]
GAM-21-P1	360	426	360	426* [101]
GAM-21-P2	275	426	275	426* [174]
GAM-21-P3	360	532	360	532* [183]
GAM-21-P4	275	532	275	532* [171]
GAM-21-P5	360	380	360	380* [171]
GAM-21-P6	275	380	275	380* [171]
GAM-21-P7	360	532	360	532* [171]
GAM-21-P8	275	532	275	532* [171]
GAM-21-Q1	258	257	258	257* [101]
GAM-21-Q2	180	252	180	252* [174]
GAM-21-Q3	258	308	258	308* [183]
GAM-21-Q4	180	308	180	308* [183]
GAM-21-Q5	258	528	258	528* [171]
GAM-100-P1	104	103	106	105 [69]
GAM-100-P2	104	103	106	105 [69]
GAM-100-P3	104	103	106	109 [69]
GAM-100-P4	104	103	106	110 [69]
GAM-100-P5	104	103	106	110 [69]
GAM-100-P6	104	103	106	115 [69]
GAM-100-P7	104	103	106	114 [69]
GAM-100-P8	104	103	106	103* [69]
GAM-100-P9	104	103	106	103* [69]
GAM-100-P10	104	103	106	103* [69]
GAM-100-P11	104	103	106	123 [69]
GAM-100-P12	104	103	106	122 [69]
GAM-100-P13	104	103	106	103* [69]

(*): valeur optimale.

3.6.3 Résultats des algorithmes gloutons

3.6.3.1 Expérimentation et Observations

Les tests ont été réalisés en considérant deux cas: le cas sans contraintes d'intermodulation et le cas avec contraintes d'intermodulation. Pour chaque cas, nous avons considéré trois valeurs du paramètre α qui sont 1, 0.5 et 0.

Les résultats pour l'ensemble des différents jeux de données sont résumés dans les tableaux 3.3, 3.4 et 3.5. Un examen de ces tableaux permet de faire ressortir certains faits.

- Lorsque l'intermodulation est prise en compte, la largeur de bande utilisée augmente de façon très significative à mesure que l'écart-type de la distribution des demandes augmente. Ainsi, on peut constater que pour une distribution uniforme de la demande comme c'est le cas pour les réseaux homogènes de Gamst et Rave [69], la prise en compte de l'intermodulation n'a presque pas d'effet sur la largeur de bande. Par contre pour un réseau tel que celui correspondant au problème GAM-21-P1, la largeur de bande est presque multipliée par deux lorsque l'intermodulation est prise en compte.
- On peut constater aussi une certaine linéarité entre le temps de calcul et la quantité $c_{max}d_{max}deg_{max}$ définie dans la proposition 3.2. Ceci confirme la précision de nos calculs de complexité particulièrement lorsque l'intermodulation n'est pas prise en compte.

Tableau 3.3 – *Résultats de* HEURISTIQUE_1 *et* HEURISTIQUE_2*:* ($\alpha = 1$)

Problèmes tests	*Sans contraintes d'intermodulation*						*Avec contraintes d'intermodulation*					
	HEURISTIQUE_1			HEURISTIQUE_2			HEURISTIQUE_1			HEURISTIQUE_2		
	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.
KUN-21	73*	72*	.00	73*	72*	.01	73*	77	.00	73*	77	.01
CRIL-25	103	144	.00	103	144	.00	103	152	.01	103	152	.01
CRIL-42	188*	368	.03	188*	368	.03	188*	391	.03	188*	391	.03
CRIL-55	155	368	.03	157	368	.02	158	391	.03	159	391	.02
CRIL-72	414	637	.12	418	637	.13	414	665	.14	413	657	.14
CRIL-190	360	600	.94	358	600	1.03	359	644	1.04	358	643	1.13
PEN-5	25*	24*	.00	25*	24*	.00	29	45	.00	29	42	.00
BOX-8	15	26	.00	15	26	.00	15	25	.00	15	25	.00
GAM-21-P1	360*	450	.02	360*	450	.00	360*	894	.00	361	894	.04
GAM-21-P2	340	462	.03	340	462	.00	316	884	.04	316	884	.05
GAM-21-P3	360*	532*	.03	360*	532*	.03	360*	959	.04	360*	959	.04
GAM-21-P4	349	532*	.03	349	532*	.04	323	959	.04	323	959	.05
GAM-21-P5	360*	380*	.03	360*	380*	.03	360*	911	.03	360*	911	.03
GAM-21-P6	275*	380*	.02	275*	380*	.02	278	911	.04	277	911	.04
GAM-21-P7	360*	532*	.02	360*	532*	.03	360*	959	.03	360*	959	.04
GAM-21-P8	275*	532*	.02	275*	532*	.03	277	959	.03	277	959	.04
GAM-21-Q1	274	282	.03	276	281	.03	282	447	.03	286	452	.02
GAM-21-Q2	220	281	.02	221	279	.02	232	469	.02	233	443	.02
GAM-21-Q3	275	314	.02	278	314	.02	285	459	.03	285	459	.03
GAM-21-Q4	221	321	.02	219	321	.02	234	418	.02	235	430	.03
GAM-21-Q5	279	532	.02	280	532	.02	287	595	.03	284	595	.03
GAM-100-P1	125	124	.04	139	138	.04	128	128	.04	138	139	.05
GAM-100-P2	125	124	.04	130	129	.05	128	127	.04	132	132	.05
GAM-100-P3	122	121	.04	126	125	.05	127	126	.05	128	127	.05
GAM-100-P4	123	122	.05	126	125	.05	125	124	.05	129	128	.06
GAM-100-P5	122	121	.04	127	126	.06	127	126	.05	131	130	.06
GAM-100-P6	122	121	.05	125	124	.06	124	123	.05	131	130	.07
GAM-100-P7	121	120	.05	128	127	.06	128	127	.05	131	131	.06
GAM-100-P8	123	122	.06	126	125	.06	127	126	.06	133	132	.06
GAM-100-P9	125	124	.06	128	127	.06	131	130	.07	134	133	.06
GAM-100-P10	127	126	.06	136	135	.06	130	131	.05	135	134	.07
GAM-100-P11	133	132	.05	136	135	.06	135	136	.05	136	135	.06
GAM-100-P12	131	130	.06	136	135	.06	134	133	.06	138	137	.06
GAM-100-P13	133	132	.05	135	136	.06	136	137	.05	142	141	.06

(*): valeur optimale.

Tableau 3.4 – *Résultats de* HEURISTIQUE_1 *et* HEURISTIQUE_2*:* ($\alpha = .5$)

Problèmes tests	*Sans contraintes d'intermodulation*						*Avec contraintes d'intermodulation*					
	HEURISTIQUE_1			HEURISTIQUE_2			HEURISTIQUE_1			HEURISTIQUE_2		
	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.
KUN-21	73*	72*	.00	73*	73	.00	73*	76	.00	73*	76	.01
CRIL-25	103	144	.00	103	144	.01	102	152	.00	102	152	.01
CRIL-42	188*	368	.02	188*	368	.02	188*	391	.03	188*	391	.03
CRIL-55	160	368	.03	160	368	.02	156	391	.02	158	391	.03
CRIL-72	414	640	0.10	415	640	.12	412	695	.11	413	691	.13
CRIL-190	358*	608	.84	358*	608	.94	358*	664	0.96	358*	664	1.11
PEN-5	25*	24*	.00	25*	24*	.00	29	45	.00	29	42	.00
BOX-8	15	26	.00	15	26	.00	15	24	.00	15	24	.00
GAM-21-P1	360*	459	.02	360*	459	.02	360*	915	.04	360*	1001	.03
GAM-21-P2	340	466	.02	340	466	.03	310	897	.03	311	901	.04
GAM-21-P3	360*	532*	.02	360*	532*	.03	360*	959	.04	360*	959	.04
GAM-21-P4	348	532	.03	348	532	.03	320	959	.04	320	959	.05
GAM-21-P5	360*	380*	.03	360*	380*	.02	360*	911	.03	360*	911	.03
GAM-21-P6	275*	380*	.02	275*	380*	.02	278	911	.03	281	911	.04
GAM-21-P7	360*	532*	.03	360*	532*	.03	360*	959	.04	360*	959	.3
GAM-21-P8	275*	532*	.02	275*	532*	.03	276	959	.04	276	959	.05
GAM-21-Q1	271	283	.02	275	292	.02	298	422	.03	299	408	.02
GAM-21-Q2	224	288	.02	225	293	.02	252	432	.02	248	424	.03
GAM-21-Q3	276	314	.02	283	319	.03	297	411	.02	299	424	.03
GAM-21-Q4	218	328	.02	218	314	.03	258	420	.02	258	430	.02
GAM-21-Q5	285	532	.03	285	532	.03	289	595	.02	288	595	.03
GAM-100-P1	123	122	.03	126	125	.03	123	122	.03	129	139	.04
GAM-100-P2	124	125	.03	125	128	.05	130	129	.04	135	134	.04
GAM-100-P3	121	120	.04	125	126	.05	130	129	.04	136	135	.06
GAM-100-P4	122	124	.04	124	124	.06	131	130	.05	133	133	.06
GAM-100-P5	122	123	.04	126	128	.08	127	126	.05	131	130	.06
GAM-100-P6	121	121	.04	128	127	.06	127	126	.06	131	130	.06
GAM-100-P7	122	126	.05	127	126	.07	127	126	.06	131	130	.07
GAM-100-P8	123	122	.05	128	127	.06	129	133	.06	131	130	.06
GAM-100-P9	124	127	.06	127	126	.06	129	128	.05	133	132	.06
GAM-100-P10	125	128	.06	130	131	.07	130	129	.06	135	135	.06
GAM-100-P11	126	125	.06	129	133	.07	134	141	.06	134	134	.07
GAM-100-P12	127	126	.06	134	133	.07	134	139	.06	139	139	.07
GAM-100-P13	130	133	.06	139	159	.07	139	145	.06	143	145	.07

(*): valeur optimale.

Tableau 3.5 – *Résultats de* HEURISTIQUE_1 *et* HEURISTIQUE_2*:* $(\alpha = 0)$

Problèmes tests	*Sans contraintes d'intermodulation*						*Avec contraintes d'intermodulation*					
	HEURISTIQUE_1			HEURISTIQUE_2			HEURISTIQUE_1			HEURISTIQUE_2		
	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.
KUN-21	73*	72*	.00	73*	72*	.00	73*	78	.01	73*	78	.00
CRIL-25	99	150	.01	99	150	.00	99	168	.01	99	168	.00
CRIL-42	202	370	.02	200	368	.02	204	391	.02	200	391	.02
CRIL-55	160	370	.02	160	370	.03	162	393	.02	162	393	.02
CRIL-72	418	710	.11	418	710	.11	413	777	.12	413	777	.13
CRIL-190	358*	702	.06	358*	702	.71	358*	776	.70	358*	776	.81
PEN-5	25*	24*	.00	25*	24*	.00	28	35	.00	28	35	.00
BOX-8	14*	27	.00	14*	27	.00	15	24	.00	15	24	.00
GAM-21-P1	360*	566	.02	360*	566	.02	360*	970	.03	360*	970	.03
GAM-21-P2	351	560	.03	351	560	.02	322	942	.04	322	936	.04
GAM-21-P3	368	539	.02	368	539	.02	368	1014	.03	368	1014	.03
GAM-21-P4	351	539	.02	351	539	.03	325	1014	.04	325	1014	.04
GAM-21-P5	360*	381	.03	360*	381	.03	360*	912	.04	360*	912	.04
GAM-21-P6	275*	381	.02	275*	381	.03	275*	912	.04	275*	912	.04
GAM-21-P7	360	533	.03	360	533	.03	360	960	.04	360	960	.03
GAM-21-P8	275	533	.02	275	533	.03	275	960	.04	275	960	.04
GAM-21-Q1	296	380	.02	297	330	.02	298	448	.02	300	464	.03
GAM-21-Q2	264	298	.02	261	303	.02	271	451	.03	273	461	.03
GAM-21-Q3	297	364	.02	292	364	.02	288	447	.02	287	447	.02
GAM-21-Q4	275	393	.02	274	400	.01	285	494	.02	286	542	.02
GAM-21-Q5	301	531	.02	299	543	.03	300	639	.02	305	623	.03
GAM-100-P1	114	113	.03	114	113	.03	112	121	.03	112	111	.04
GAM-100-P2	117	118	.03	119	123	.04	116	115	.03	117	120	.04
GAM-100-P3	116	115	.03	118	124	.04	120	122	.03	119	121	.04
GAM-100-P4	115	114	.02	122	123	.04	119	131	.04	120	123	.04
GAM-100-P5	117	118	.03	121	127	.04	119	122	.03	117	133	.04
GAM-100-P6	116	119	.03	120	138	.03	121	122	.03	122	149	.04
GAM-100-P7	120	132	.03	124	139	.04	121	140	.03	126	155	.05
GAM-100-P8	121	133	.03	122	143	.04	121	153	.03	122	161	.04
GAM-100-P9	120	135	.03	121	148	.04	122	139	.03	122	153	.04
GAM-100-P10	123	140	.03	116	153	.04	121	142	.04	120	166	.04
GAM-100-P11	122	157	.03	120	166	.03	119	143	.04	116	165	.04
GAM-100-P12	124	158	.03	119	192	.04	122	143	.03	123	203	.04
GAM-100-P13	122	159	.03	115	182	.03	126	176	.03	114	151	.04

(*): valeur optimale.

3.6.3.2 Discussion et analyse de performance de Heuristique_1 et Heuristique_2

Les principales idées utilisées dans la conceptions des algorithmes gloutons HEURISTIQUE_1 et HEURISTIQUE_2 présentés dans ce chapitre visent en premier lieu la minimisation du nombre de canaux distincts utilisés et en second lieu la minimisation de la largeur de bande. Il s'agit de minimiser le nombre de canaux nécessaires tout en ayant une affectation de canaux la plus compacte possible. Les tableaux 3.6 et 3.7 résument les résultats de divers algorithmes souvent cités dans la littératures sur les réseaux de Philadelphie et les réseaux homogènes 10×10 de Gamst et Rave. Nous y présentons également les meilleurs résultats de HEURISTIQUE_1 et HEURISTIQUE_2 tirés des tableaux 3.3, 3.4 et 3.5. Ces résultats incluent le nombre de canaux distincts utilisés, la largeur de bande et le temps d'exécution. Malheureusement dans la littérature les auteurs ne rapportent que la largeur de bande, laissant souvent de côté le nombre de canaux utilisés de même que le temps d'exécution.

Tableau 3.6 – *Réseaux de Philadelphie: comparaison des résultats*

Problèmes tests	Nc	c.c.a	c_{ii}	*Bornes inférieure sur*		*Siravajan [171]*	*Box [21]*	*Sung et Wong [183]*		HEURISTIQUE_1			HEURISTIQUE_2		
								algo1	*algo2*						
				χ_T	sp_T	$sp_T(S)$	$sp_T(S)$ 100 itérations	$sp_T(S)$	$sp_T(S)$	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.
GAM-21-P1	12	2	5	360	426	459	445	439	449	360	438	.03	360	438	.03
GAM-21-P2	7	2	5	275	426	446	444	435	443	344	444	.04	344	444	.04
GAM-21-P3	12	2	7	360	532	535	532	564	532	360	532	.03	360	532	.03
GAM-21-P4	7	2	7	275	532	532	532	562	532	348	532	.03	348	532	.03
GAM-21-P5	12	1	5	360	380	380	380	380	380	360	380	.03	360	380	.03
GAM-21-P6	7	1	5	275	380	380	380	380	380	275	380	.02	275	380	.02
GAM-21-P7	12	1	7	258	532	532	532	532	532	360	532	.02	360	532	.03
GAM-21-P8	7	1	7	180	532	532	532	532	532	275	532	.02	275	532	.03
GAM-21-Q1	12	2	5	258	257	282	273	290	272	270	277	.02	276	281	.03
GAM-21-Q2	7	2	5	180	257	269	272	272	267	220	281	.02	225	272	.03
GAM-21-Q3	12	2	7	258	308	309	308	313	308	275	314	.02	278	314	.03
GAM-21-Q4	7	2	7	180	308	309	308	322	308	221	321	.02	219	321	.02
GAM-21-Q5	12	2	12	258	528	528	528	529	528	276	532	.02	281	532	.02

Comme nous l'avons mentionné durant la revue de la littérature, plusieurs méthodes heuristiques ont été proposées pour résoudre différentes variantes du PACReNos. Ces différentes méthodes peuvent être regroupées en deux grandes classes:

Tableau 3.7 – *Réseaux homogènes* 10 × 10*: comparaison des résultats*

Problèmes tests	Nc	c.c.a	c_{ii}	*Bornes inférieure sur*		*Gamst et Rave [69]*				HEURISTIQUE_1			HEURISTIQUE_2		
						méthode 3		*méthode 4*							
						V1	V2	V1	V2						
				χ_T	sp_T	$sp_T(S)$	$sp_T(S)$	$sp_T(S)$	$sp_T(S)$	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.	$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$	cpu sec.
GAM-100-1	13	1	1	104	103	105	105	111	107	114	113	.03	114	113	.03
GAM-100-2	13	1	2	104	103	105	105	111	110	117	118	.03	119	123	.03
GAM-100-3	13	1	3	104	103	109	109	114	111	116	115	.03	118	124	.03
GAM-100-4	13	1	4	104	103	112	110	116	114	115	114	.02	122	123	.04
GAM-100-5	13	1	5	104	103	110	111	117	115	117	118	.03	126	125	.04
GAM-100-6	13	1	6	104	103	115	116	120	119	116	119	.03	125	124	.06
GAM-100-7	13	1	7	104	103	114	117	120	121	121	120	.05	127	126	.06
GAM-100-8	13	1	8	104	103	119	116	123	103	123	122	.06	126	125	.06
GAM-100-9	13	1	9	104	103	118	123	120	103	125	124	.06	128	127	.06
GAM-100-10	13	1	10	104	103	124	122	119	103	127	126	.06	130	131	.07
GAM-100-11	13	1	11	104	103	126	123	132	123	126	125	.03	129	133	.07
GAM-100-12	13	1	12	104	103	127	127	134	122	127	126	.03	134	133	.07
GAM-100-13	13	1	13	104	103	129	128	115	103	133	132	.05	135	136	.06

les méthodes d'affectation séquentielles et les méthodes métaheuristiques. Les algorithmes gloutons présentés dans ce chapitre font partie des méthodes d'affectation séquentielle. Leur originalité réside en trois points essentiels:

- la généralisation de la notion de degré de saturation [22] utilisés dans plusieurs heuristiques de coloration des graphes;
- anticipation de l'effet d'interaction mutuelle des demandes non encore satisfaites et l'ajustement de ce dernier par le biais du paramètre α; observons que les résultats sont dans l'ensemble moins bons, lorsque $\alpha = 0$;
- l'anticipation de l'impact du choix du canal courant sur la suite du processus d'affectation.

Les résultats de Heuristique_1 et Heuristique_2 sont satisfaisant à plusieurs égards. Nous donnons ci-dessous à titre indicatif quelques points importants.

1. Les temps d'exécution sont très faibles.
2. Les résultats sont meilleurs, aussi bien du point de vue du nombre de canaux distincts utilisés que du point de vue de la largeur de bande (sans intermodulation) pour les problèmes ayant une plus grande variation au niveau des

demandes en canaux. Ceci constitue un point intéressant car en pratique les demandes en canaux varient souvent de façon significative d'une cellule à une autre.

Ces différents points sont intéressants car ces heuristiques peuvent être alors utilisées dans un environnement intégré pour l'affectation en temps réel des canaux aux stations de base.

De récents résultats parus dans la littératures [106, 101, 174], rapportent des améliorations sur les meilleures solutions connues jusqu'à lors pour les problèmes GAM-21-P1, GAM-21-P2, GAM-21-Q1, GAM-21-Q2. Les méthodes utilisées exploitent trois éléments de base:

1. la structure particulière des dits problèmes;
2. la similitude entre la minimisation de la largeur de bande et le problème de recherche de chemin hamiltonien dans un graphe;
3. le principe de réduction de graphe [154]. Ce dernier point consiste à déterminer un sous-graphe, par exemple la clique de poids maximum, et étendre sa T-coloration à l'ensemble du graphe considéré.

Ces méthodes sont intéressantes mais pourraient poser quelques problèmes pour ce qui concerne la stabilité des résultats, surtout quand il s'agit de méthodes basées sur les points 1 et 3 [174]. Notons que l'efficacité du principe de réduction suppose le choix initial d'un bon sous-graphe. Ces méthodes peuvent aussi être très coûteuses en temps de calcul, mais demeurent intéressantes tant qu'il s'agit de l'affectation des canaux dans le cadre de la planification des réseaux.

3.6.4 Résultats de l'algorithme de recherche avec tabous

Chaque problème test considéré dans cette section est un problème pour lequel les algorithmes gloutons n'ont pas réussi à trouver une solution ayant la meilleure largeur de bande connue, et qui utilise un nombre de canaux égal à la borne inférieure sur le nombre de canaux distincts qui doivent être utilisés. Ainsi, pour les problèmes de la littérature, nous avons pris comme limite sur les largeurs de bande, les meilleures valeurs connues. En ce qui concerne les problèmes de CRIL, les limites sur les largeurs de bande sont égales aux meilleures largeurs de bande obtenues par les heuristiques gloutonnes.

Les solutions obtenues sont résumées dans le tableau 3.8. Pour chaque problème, l'algorithme MOFAS est initialisé avec la meilleure solution obtenue à partir des heuristiques gloutonnes. Il apparaît que MOFAS n'a pas amélioré de façon significative ces solutions. Ce constat demeure vrai même lorsque nous laissons tourner l'algorithme pendant un plus grand nombre d'itérations. En prenant par ailleurs comme solutions initiales des solutions de qualité relativement mauvaise, nous observons des améliorations plus significatives aussi bien par rapport au nombre de canaux distincts utilisés que par rapport à la largeur de bande des solutions obtenues. Toutefois, ces solutions demeurent toujours moins bonnes que les solutions obtenues en fournissant d'assez bonnes solutions initiales.

Considérons par exemple le problème GAM-21-Q1. Nous avons mené deux types de tests sur ce problème en partant d'une solution de mauvaise qualité. Dans le premier test, la valeur cible du nombre de canaux distincts utilisés et la valeur cible de la largeur de bande sont respectivement 258 et 257. Notons que ces valeurs sont optimales pour ce problème. La solution initiale utilise 296 canaux distincts avec une largeur de bande égale à 380. Nous avons obtenu avec l'algorithme MOFAS, une affectation qui utilise 296 canaux et qui a une largeur de bande de 314 canaux. Ceci représente un gain de 66 canaux en termes de la largeur de bande utilisée. La figure 3.3 illustre la variation de la largeur de bande en fonction du nombre d'itérations de

MOFAS. Remarquons que le nombre de canaux distincts utilisés est resté inchangé. En effet, avant que l'algorithme MOFAS ne fasse appel à la PHASE 2 qui minimise le nombre de canaux utilisés, il doit d'abord trouver une solution qui respecte la limite sur la largeur de bande.

Dans le deuxième test, nous avons relevé la limite sur largeur de bande à 400. La solution initiale est la même que précédemment. L'algorithme fournit pour ce cas une affectation de canaux qui utilise 271 canaux et qui a une largeur de bande de 362 canaux. Nous obtenons ainsi en termes du nombre de canaux distincts utilisés, un gain de 25 canaux et en termes de la largeur de bande utilisée, un gain de 18 canaux. La figure 3.4 illustre la variation du nombre de canaux distincts utilisés en fonction du nombre d'itérations.

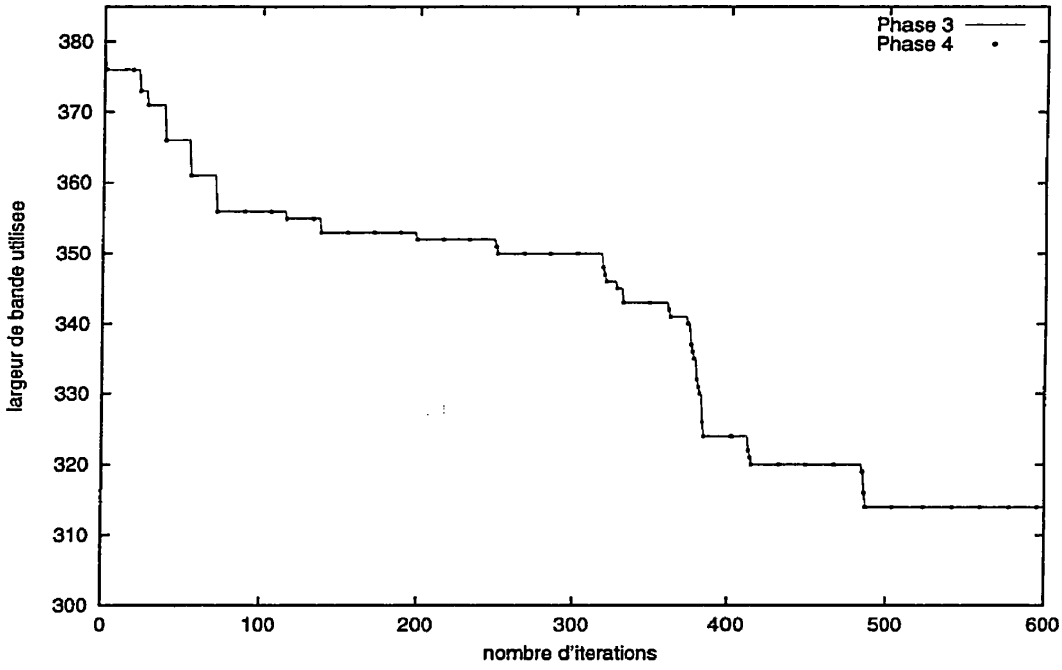


Figure 3.3 – *Largeur de bande versus nombre d'itérations*

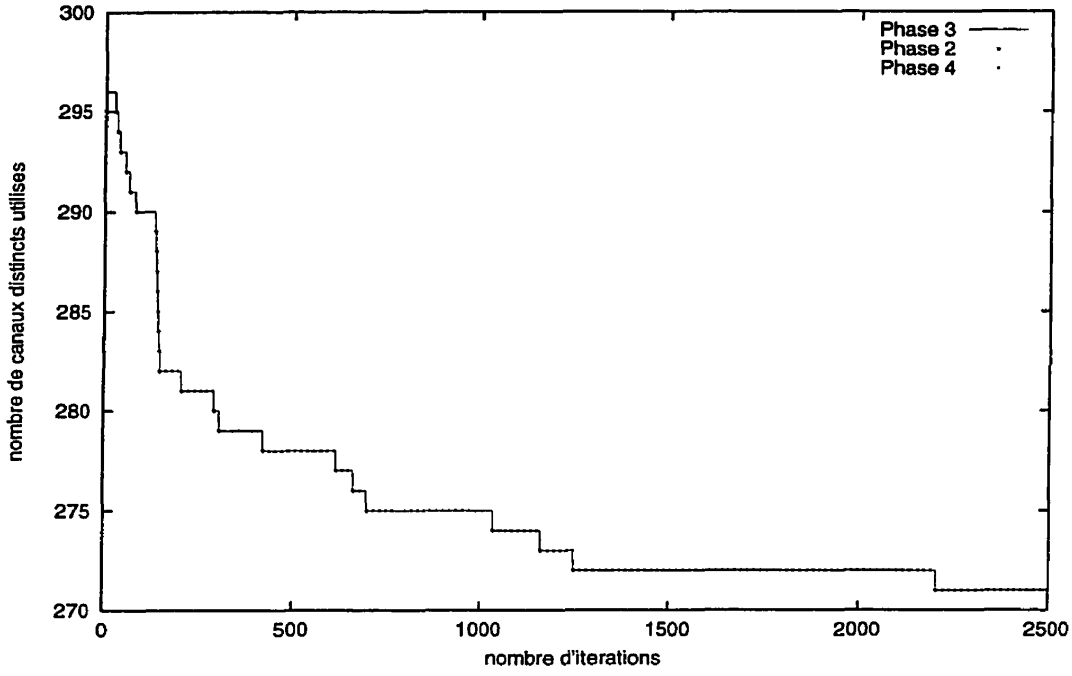


Figure 3.4 – *Nombre de canaux distincts utilisés versus nombre d'itérations*

L'approche développée dans MOFAS consiste à:

- trouver une solution initiale dont la valeur (suivant l'objectif considéré) peut être éventuellement loin de la valeur optimale;
- faire converger graduellement cette solution vers la solution optimale.

Des violations de contraintes, décrites par la matrice de compatibilité, apparaissent au cours des étapes intermédiaires. MOFAS utilise l'algorithme de recherche avec tabous pour éliminer ces conflits. Le processus peut s'arrêter prématurément si la tentative d'éliminer les conflits créés échouent. Quoique la version de tabou implantée à la PHASE 3 de MOFAS soit une version de base, il semble que l'approche

Tableau 3.8 – *Résultats obtenus avec MOFAS*

Problèmes	*Bornes inférieure sur*		$\chi_T(S)$	$sp_T(S)$
	χ_T	sp_T		
CRIL-25	95	-	95	151
CRIL-42	188	-	188	368
CRIL-55	136	-	155	368
CRIL-72	410	-	414	637
CRIL-190	358	-	358	608
GAM-21-P1	360	426	360	447
GAM-21-P2	275	426	340	462
GAM-21-Q1	258	257	271	275
GAM-21-Q2	180	252	211	282
GAM-21-Q3	258	308	275	314
GAM-21-Q4	180	308	220	321
GAM-21-Q5	258	528	279	532
GAM-100-P1	104	103	113	114
GAM-100-P2	104	103	115	119
GAM-100-P3	104	103	116	116
GAM-100-P4	104	103	115	114
GAM-100-P5	104	103	116	116
GAM-100-P6	104	103	115	120
GAM-100-P7	104	103	121	120
GAM-100-P8	104	103	123	122
GAM-100-P9	104	103	123	124
GAM-100-P10	104	103	125	126
GAM-100-P11	104	103	126	125
GAM-100-P12	104	103	126	126
GAM-100-P13	104	103	132	132

développée dans MOFAS éprouve des difficultés sur les problèmes de minimisation du nombre de canaux sous la limitation de largeur de bande et également sur les problèmes de minimisation de la largeur de bande.

Plusieurs auteurs sont arrivés aux mêmes conclusions avec des approches similaires à celle développée dans MOFAS. On peut mentionner entre autres, Bouju *et al.* [20], Tiourine *et al.* [192], Hurley *et al.* [101], Smith et al. [174]. Hurley *et al.* considèrent le graphe des demandes. Dans l'implantation de la phase de recherche avec tabous, ils sélectionnent au hasard q nœuds et affectent à chaque nœud, un canal choisi au hasard. Ils sélectionnent ensuite la meilleure des solutions voisines

ainsi générées. La fonction objectif qu'ils considèrent dans leur phase de recherche avec tabous mesure le nombre de violations des contraintes d'écarts. Bouju *et al.* considèrent quant à eux, le nœud impliqué dans le plus grand nombre de conflits. Ils affectent ensuite à ce nœud, le canal qui génère le plus petit nombre de conflits.

Considérons à nouveau le problème GAM-21-Q1. Hurley *et al.* [101] ont trouvé une solution ayant une largeur de bande égale à 269 (et qui utilise 270 canaux distincts) avec une heuristique de recherche avec tabou à l'intérieur d'un algorithme qui utilise une approche similaire à celle développée dans MOFAS. Pour ce problème, nous trouvons une affectation qui utilise 270 canaux avec une largeur de bande égale à 275 en partant d'une bonne solution initiale. La solution optimale est 258 en termes du nombre de canaux distincts utilisés et 257 en termes de largeur de bande. D'une façon générale, Hurley *et al.* [101] arrivent à des écarts d'optimalité d'environ 5% quand ils considèrent les problèmes découlant des réseaux de Philadelphie décrits par les figures 3.1 et 3.2. Les écarts d'optimalité des solutions de MOFAS pour la majorité de ces problèmes, sont du même ordre de grandeur.

Dans les algorithmes du type MOFAS, le nombre de conflits que contiennent les solutions intermédiaires est généralement très faible. Ceci laisse souvent très peu de place à la recherche avec tabous pour un changement substantiel de la structure de la solution initiale. Par conséquent, si la solution sans conflits correspondant au nombre de canaux couramment utilisés est substantiellement différente de la solution initiale proposée, l'algorithme MOFAS peut éprouver des difficultées. Rappelons que dans le processus d'exploration des solutions, on ne change que l'affectation des fréquences des cellules impliquées dans les conflits et ce, une seule fréquence à la fois.

Bouju et al. [20] rapportent que l'utilisation de la méthode de recherche avec tabous à l'intérieur d'une approche légèrement différente de celle implantée dans MOFAS donne de bien meilleurs résultats pour le problème de minimisation du nombre de canaux sous la limitation de la largeur de bande ou de façon équivalente, sur les problèmes de minimisation de la largeur de bande. Il s'agit de fixer à l'avance une très bonne valeur (par exemple une valeur proche de la borne inférieure) du

nombre de canaux distincts que l'on souhaite utiliser et une très bonne valeur de la largeur de bande que l'on souhaite avoir et partir d'une solution initiale qui respectent ces valeurs limites même si cette dernière contient un très grand nombre de violations des contraintes de compatibilité. L'étape suivante consiste alors à utiliser une métaheuristique telle que la méthode de recherche avec tabous pour éliminer les violations de contraintes. En d'autres termes, il s'agit de transformer le problème de minimisation de canaux ou de minimisation de la largeur de bande en un problème de réalisabilité dans lequel les valeurs cibles visées pour les fonctions objectifs considérées sont imposées comme contraintes. Le prochain chapitre qui traite de la résolution du PACReS confirme la viabilité d'une telle approche. Remarquons que pour l'affectation de canaux dans les réseaux saturés, cette approche paraît plus naturelle car on est dans une situation où il n'existe pas à priori de solution sans violation des contraintes de compatibilité.

L'algorithme MOFAS donne toutefois de meilleurs résultats lorsqu'il n'y pas de limitation de la largeur de bande. Nous résumons dans le tableau 3.9 quelques résultats pour les réseaux de CRIL. Ces résultats confirment le fait que l'approche de l'algorithme MOFAS soit plus intéressante pour les problèmes de coloration de graphes [94] ou de T-coloration sans limitation de la largeur de bande.

Tableau 3.9 – *MOFAS appliqué aux problèmes de CRIL sans limitation sur* $sp_T(S)$

problèmes tests	*borne inférieure* sur χ_T	solutions initiales	solutions finales	différence	cpu seconde
CRIL-25	95	103	95*	8	3
CRIL-42	188	202	188*	14	17
CRIL-55	136	175	147	28	824
CRIL-72	410	419	412	7	67
CRIL-190	358	390	358*	32	193

(*): **valeur optimale**.

3.7 Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre le problème d'affectation de canaux dans les réseaux non saturés. L'objectif considéré est de minimiser le nombre de canaux distincts utilisés sous la limitation de largeur de bande. Notons que cet objectif contient de façon implicite la minimisation de la largeur de bande. Il suffit à cet effet, de fixer la limite sur la largeur de bande à une valeur très faible. Nous avons présenté deux algorithmes gloutons qui se comparent avantageusement aux méthodes de résolution décrites dans la littérature. De plus ces algorithmes peuvent être utilisés pour l'affectation en temps réel des canaux aux stations de base. Un schéma de mise en œuvre de la méthode de recherche avec tabous a été également proposé. Les résultats numériques montrent que ce schéma de mise en œuvre est dans une certaine mesure tributaire de la solution initiale et comporte un grand risque d'arrêt prématuré. Ces résultats confirment ainsi les constats d'autres auteurs qui ont exploité une approche similaire.

Il reste tout de même quelques questions qu'on est en droit de se poser à savoir par exemple la pertinence de considérer comme objectif la minimisation du nombre de canaux distincts sous la limitation de largeur de bande ou la minimisation directe de la largeur de bande. Considérons par exemple les problèmes du réseau de philadelphie. Les bornes inférieures sur la largeur de bande de la plupart de ces problèmes sont supérieures à la largeur de bande disponible dans la bande B (du standard AMPS) allouée à près de la moitié des opérateurs cellulaires en Amérique du nord. Ces exemples datent par ailleurs d'environ deux décennies déjà. Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction générale, les réseaux cellulaires sont en très forte expansion et le nombre d'abonnés ne cesse de croître. Les demandes en canaux augmentent de façon conséquente. Il devient clair qu'en ce qui concerne la plupart des réseaux, surtout les réseaux cellulaires des grandes villes, les chances de trouver une affectation de canaux sans violation d'aucune contrainte de compatibilité (c'est-à-dire une T-coloration propre) à l'intérieur de la largeur de bande allouée sont très faibles. Dans un tel contexte, il apparaît plus approprier de considérer un objectif différent comme par exemple, celui de la minimisation du niveau d'interférence des

affectations proposées. Le chapitre suivant aborde exactement le sujet sous cet aspect.

CHAPITRE 4

Affectation de canaux dans les réseaux saturés

4.1 Introduction

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction générale, la forte croissance du nombre d'abonnés (environ 30% par année) et du volume de trafic, de même que l'émergence de nouvelles technologies (telle que le CDMA), obligent les compagnies de télécommunication à réoptimiser, ou à redéfinir, la structure de leurs réseaux cellulaires. Elles doivent procéder à la réingénierie de leurs réseaux vu la limitation des ressources, en particulier le spectre de fréquences disponibles, et le niveau de la demande à satisfaire. Cette situation fait de l'affectation des fréquences, un sujet plus important que jamais pour les opérateurs des réseaux cellulaires, d'autant plus qu'il doivent désormais gérer dans leurs réseaux, un certain niveau d'interférences. Il y a quelques années, le problème d'affectation de canaux se formulait comme un problème d'optimisation avec comme objectif la minimisation du nombre de canaux distincts utilisés ou la minimisation de la largeur de bande. Ces objectifs étaient appropriés parce qu'il était encore possible de construire pour ces réseaux, des affectations de fréquences sans interférence. Aujourd'hui, il s'agit de trouver des solutions acceptables en minimisant le niveau global d'interférence (par exemple le nombre total de violations des contraintes de compatibilité électromagnétique) des affectations de fréquences proposées. Garder ces interférences à un niveau minimal conduit à: un faible taux de blocage des appels, une plus grande capacité en termes du nombre de clients, une meilleure qualité de la communication et des économies en investissement pour de nouveaux équipements.

Le problème d'affectation de fréquences est un problème combinatoire très difficile. Sa version de base peut être formulée comme un problème de coloration de graphe (Hale [83]). Celui-ci est connu comme étant un problème NP-complet (Even et Shamir [56], Garey et Johnson [70]). Il est très difficile de résoudre exactement des instances de grande taille en des temps de calcul raisonnables. De plus, la plupart des réseaux cellulaires ont des contraintes particulières qui peuvent compliquer davantage la résolution des problèmes d'affectation de canaux correspondants. Dans ce chapitre, le problème d'affectation de canaux que nous considérons consiste à affecter les canaux par blocs de tailles prédéfinies sous les contraintes de compatibilité co-canal, de compatibilité entre canaux adjacents, et de restrictions sur les nombres de canaux alloués à chaque cellule dans le spectre étendu comme dans le spectre de base. Nous prenons aussi en compte les contraintes d'espacement minimal entre les blocs de canaux affectés à chacune des antennes du réseau. Nous proposons deux algorithmes: un algorithme glouton pour la construction d'une affectation initiale et un algorithme de recherche avec tabous pour améliorer la qualité de cette affectation.

Les notations que nous allons utiliser de même que la description du problème sont présentées à la section suivante. Nous discutons de la modélisation du problème dans la section 4.3. L'algorithme glouton que nous proposons est décrit à la section 4.4. La section 4.5 est consacrée à l'algorithme de recherche avec tabous. Nous présentons les resultats numériques à la section 4.6 et nous finissons par une brève conclusion à la section 4.7.

4.2 Notations et description du problème

Le problème d'affectation de canaux que nous considérons dans ce chapitre consiste à affecter, à un réseau $\mathcal{C}$ de cellules, des canaux par blocs de tailles prédéfinies sous deux principales familles de contraintes: les contraintes de compatibilité électromagnétique et les contraintes de trafic. Chaque cellule possède une ou plusieurs antennes localisées à sa station de base. Nous supposons que les canaux disponibles sont regroupés en 21 sous-groupes suivant le standard $AMPS$: Advanced Mobile

Phone System (voir Boucher [19]: chapitre 8 ou Lee [125]: chapitre 8 pour plus de détails). Les canaux à l'intérieur d'un même sous-groupe sont séparés par au moins 20 canaux. En fait, la différence entre les numéros de deux canaux appartenant à un même sous-groupe est un multiple de 21. Il y a environ 400 canaux disponibles et chaque sous-groupe contient un maximum de 19 canaux. Le tableau 2.1 est un exemple de regroupement de canaux suivant le standard $AMPS$. Chaque sous-groupe de canaux est subdivisé en un nombre donné de blocs de canaux de taille prédéfinie. Ces blocs peuvent se chevaucher. Nous rappelons que l'affectation de canaux par blocs est le type d'affectation de canaux qui a toujours été utilisé en pratique par les opérateurs cellulaires. Ce type d'affectation facilite en pratique, le contrôle des produits d'intermodulation.

Les contraintes de compatibilité électromagnétique que nous nous proposons de prendre en compte dans ce chapitre sont: les contraintes co-canal, les contraintes de compatibilité entre canaux adjacents, les contraintes d'espacement minimal (contrainte co-antenne) des blocs de canaux sur les antennes, les contraintes co-site relatives aux canaux utilisés à l'intérieur d'une même station de base mais sur des antennes différentes et les contraintes co-site relatives aux canaux utilisés dans différentes stations de base localisées au même endroit géographique. Les détails sur la nature de ces contraintes ont été décrits dans l'introduction générale.
Les contraintes co-site (autre que les contraintes co-antenne) que nous considérons dans ce chapitre indiquent que des canaux adjacents ne doivent pas être utilisés dans une même station de base ou dans des stations de base localisées au même endroit géographique. Ces contraintes se résument donc à des contraintes de compatibilité entre canaux adjacents. Par conséquent, dans la suite de ce chapitre nous parlerons de contraintes de compatibilité entre canaux adjacents, internes à une même cellule pour désigner les contraintes co-site relatives aux canaux utilisés à l'intérieur d'une même station de base. Par ailleurs, les contraintes de compatibilité de canaux adjacents entre deux cellules distinctes x_i et x_j incluront entre autres, les contraintes co-site relatives aux canaux utilisés dans différentes stations de base localisées au même endroit géographique.

On peut distinguer deux types de contraintes co-antenne: les contraintes co-antenne faibles et les contraintes co-antenne fortes. Une contrainte co-antenne est une contrainte faible si cette contrainte n'implique qu'un seul canal de chaque bloc. La contrainte est dite forte lorsqu'elle porte sur plusieurs canaux des deux blocs impliqués. Pour les instances de problèmes d'affectation que nous allons considérer, les contraintes co-antenne faibles peuvent être violées pour un maximum de 20% des antennes du réseau. Quant aux contraintes co-antenne fortes, elle peuvent être violées pour un maximum de 10% des antennes.

Les contraintes d'intermodulation ne sont pas prises en compte. Toutefois, certains produits d'intermodulation peuvent être contrôlés en pratique en jouant sur les puissances d'émission des antennes. Ce contrôle exploite le fait que les séparations entre les canaux d'un même bloc soient des multiples d'une constante donnée (21 dans notre cas). Le contrôle est beaucoup plus facile à effectuer si les rapports entre les tailles des blocs utilisés et les demandes des cellules sont relativement grands.

Nous discutons prochainement des contraintes de trafic.

(1) Chaque demande d_i est exprimée avec une tolérance de 2. En d'autres termes, le nombre de canaux assignés à chaque cellule x_i doit être au moins $d_i - 2$ et au plus $d_i + 2$. Notons que, contrairement aux bornes inférieures sur les demandes qui sont rigides, les bornes supérieures constituent juste des valeurs cibles et ne sont pas rigides. Le nombre de canaux assignés à une cellule donnée est implicitement limitée par la nature de la fonction objectif. Étant donné que l'objectif consiste à minimiser le niveau global des interférences du réseau, la tendance naturelle consiste à affecter le moins possible de canaux à chaque cellule.

(2) Le nombre de canaux du spectre de base affectés à une cellule doit être au moins d_i^{ba} où d_i^{ba} est une valeur donnée.

(3) Le nombre de canaux du spectre étendu assignés à une cellule doit être au plus d_i^e où d_i^e est une valeur donnée. Ces contraintes peuvent être violées pour au plus 20% des cellules.

Pour les instances que nous allons considérer, d_i^{ba} est égal à 6 alors que d_i^e est égal à $.5d_i$. Remarquons que d_i^e est exprimé en fonction de d_i.

A cause de la nature des mécanismes d'interférence, il arrive souvent que l'incompatibilité électromagnétique se manifeste seulement entre des portions de cellules. Ainsi, les régions de deux cellules x_i et x_j qui sont mutuellement compatibles en utilisation co-canal peuvent partager simultanément le même canal. Les indépendances de couverture co-canal entre cellules peuvent être exprimées par le biais d'une matrice de compatibilité:

$$M^{co} = (M_{ij}^{co}), i, j = 1, \ldots, n$$

où n désigne le nombre de cellules du réseau et $\frac{M_{ij}^{co}}{10}$, la proportion de la zone de couverture de la cellule x_i en incompatibilité co-canal avec la cellule x_j. Ceci étant, les coefficients M_{ij}^{co} sont discrets et normalisés entre 0 et 10.

De façon similaire, nous définissons la matrice de compatibilité entre canaux adjacents:

$$M^{adj} = (M_{ij}^{adj}) \qquad i, j = 1, \ldots, n.$$

Nous supposons que les matrices de compatibilité M^{co} et M^{adj} sont symétriques. Si les matrices initiales qui proviennent des mesures des interférences mutuelles dans le réseau ne sont pas symétriques, nous les modifions comme suit:

$$M_{ij}^{co} = M_{ji}^{co} \leftarrow \max\{M_{ij}^{co}, M_{ji}^{co}\},$$

$$M_{ij}^{adj} = M_{ji}^{adj} \leftarrow \max\{M_{ij}^{adj}, M_{ji}^{adj}\}.$$

Une interférence co-canal (respectivement entre canaux adjacents) entre deux cellules x_i et x_j est dite de niveau M_{ij}^{co} (respectivement M_{ij}^{adj}).

Les matrices M^{co} et M^{adj} dérivent en réalité de la matrice de compatibilité $C = (c_{ij}), i, j = 1, 2, \ldots, n$ décrite dans la section 2.2 et dont les coefficients expriment les contraintes d'écarts en canaux requis entre les stations de bases. La matrice C est suffisante pour décrire les contraintes d'écarts, dans le cadre des problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux non saturés. Par contre, pour la description des problèmes

d'affectation de canaux dans les réseaux saturés, il est nécessaire de préciser l'importance relative des violations des contraintes d'écarts exprimées par la matrice de compatibilité électromagnétique C. La matrice M^{co} exprime l'importance relative des violations des contraintes co-canal tandis que la matrice M^{adj} exprime celle des violations des contraintes relatives à l'utilisation des canaux adjacents. Ainsi, le domaine de variation des coefficients c_{ij} des matrices exprimant les contraintes d'écarts correspondant aux problèmes considérés dans ce chapitre contiendrait 3 valeurs: 1 pour les contraintes co-canal, 2 pour les contraintes entre canaux adjacents et 17 pour les contraintes co-antenne.

Les notations suivantes seront utilisées tout au long de ce chapitre:

$X = \{x_i, i = 1, 2, \ldots, n\}$: l'ensemble des cellules du réseau;

d_i : demande en canaux de la cellule x_i;

F : ensemble des canaux disponibles;

$\mathcal{F}$: ensemble des blocs de canaux disponibles; ces blocs de canaux sont construits à partir des canaux de l'ensemble F; chaque canal de F appartient à au moins un bloc de canaux de l'ensemble $\mathcal{F}$;

F_e : ensemble des canaux du spectre étendu;

F_{ba} : ensemble des canaux du spectre de base;

$\Gamma^{co}(x_i)$: ensemble des cellules $x_j \neq x_i$ qui sont en incompatibilité co-canal avec la cellule x_i, c'est-à-dire l'ensemble des cellules $x_j \neq x_i$ telles que $M^{co}_{ij} > 0$;

$\Gamma^{adj}(x_i)$: ensemble de cellules $x_j \neq x_i$ qui ne devraient pas utiliser des canaux adjacents aux canaux affectés à la cellule x_i, c'est-à-dire l'ensemble des cellules $x_j \neq x_i$ telles que $M^{adj}_{ij} > 0$;

$\Gamma(x_i)$: $\Gamma^{co}(x_i) \cup \Gamma^{adj}(x_i)$;

$\Gamma^{adj}(B_k)$: ensemble des blocs de canaux B_ℓ tels que: $|f' - f| = 1$, $f \in B_k$, $f' \in B_\ell$, $B_k, B_\ell \in \mathcal{F}$;

$\widehat{\Gamma^{adj}(B_k)}$: ensemble des canaux $f' \in F$ tels que: $|f' - f| = 1$, $f \in B_k$;

$|B_k|$: nombre de canaux du bloc B_k;

S : une affectation de blocs de canaux au réseau cellulaire entier;

S_i : une affectation de canaux à la cellule x_i, c'est-à-dire la liste des blocs de canaux affectés à x_i.

Considérant une affectation de bloc de canaux S, nous définissons le vecteur de niveaux d'interférences INTF(S) comme suit:

$$\text{INTF}(S) = (N^{intf_co(\overline{m}^{co}-1)}, N^{intf_adj(\overline{m}^{adj}-1)}, N^{intf_co(\overline{m}^{co}-2)}, N^{intf_adj(\overline{m}^{adj}-2)}, \ldots$$

$$\ldots, N^{intf_co(1)}, N^{intf_adj(1)}).$$

$N^{intf_co(m)}$ désigne le nombre de violations des contraintes de compatibilité co-canal de niveau m et $N^{intf_adj(m)}$ le nombre de violations des contraintes de compatibilité entre canaux adjacents de niveau m. En d'autres termes, $N^{intf_co(m)}$ désigne le nombre de paires de canaux de l'affectation S, qui pourraient produire des interférences co-canal de niveau m. De façon similaire, $N^{intf_adj(m)}$ désigne le nombre de paire de canaux de l'affectation S, qui pourraient produire des interférences entre canaux adjacents de niveaux m.

Le graphe des cellules relatif à la matrice de compatibilité co-canal sera dit graphe $0-adjacent$ des cellules. Quant au graphe des cellules relatif à la matrice de compatibilité entre canaux adjacents, il sera dit graphe $1-adjacent$ des cellules. Une terminologie similaire sera utilisée pour distinguer les graphes des demandes.

Nous utiliserons au besoin, la notation B_k^i pour désigner le bloc de canaux $B_k \in \mathcal{F}$, lorsque B_k est affecté à la cellule x_i.

4.3 Modélisation du problème

Nous supposons qu'il n'existe pas d'affectation sans interférences pour les instances du PACReS que nous nous proposons de résoudre. En d'autres termes, les réseaux cellulaires auxquels ces instances se rapportent sont saturés. La validité de cette hypothèse sera confirmée au chapitre 5 avec le calcul des bornes inférieures. Nous formulons prochainement une fonction objectif au niveau de laquelle nous transférons certaines des contraintes décrites précédemment. Le but poursuivi est de discriminer les affectations afin de retenir celle dont le niveau d'interférence est minimal. Pour ce faire, nous devons procéder à une hiérarchisation des contraintes.

4.3.1 Classification des contraintes

Une interférence co-canal (respectivement entre canaux adjacents) est acceptable si son niveau est inférieur ou égal à une valeur seuil m^{co} (respectivement m^{adj}). De façon similaire, une interférence co-canal (respectivement entre canaux adjacents) est inacceptable si son niveau est au-dessus d'une valeur seuil $\overline{m}^{co}$ (respectivement $\overline{m}^{adj}$). Les interférences co-canal de même que les interférences entre canaux adjacents de niveaux intermédiaires sont tolérées avec un coût discriminant qui peut être assez élevé.

Nous distinguons trois types de contraintes: les contraintes dures, les contraintes de niveau intermédiaire et les contraintes molles. Les contraintes dures qui expriment les exigences minimales que doivent satisfaire toutes les affectations de canaux, sont présentées ci-dessous:

- les contraintes de compatibilité co-canal et les contraintes de compatibilité entre canaux adjacents internes à une même cellule;
- les contraintes de compatibilité co-canal entre deux cellules distinctes x_i et x_j, de niveaux supérieurs à $\overline{m}^{co}$;

- les contraintes de compatibilité de canaux adjacents entre deux cellules distinctes x_i et x_j, de niveaux supérieurs à $\overline{m}^{adj}$;
- les contraintes de demande de canaux;
- les contraintes d'affectation de canaux dans le spectre de base.

Une affectation S de canaux est admissible si les contraintes dures sont satisfaites. Cette affectation sera considérée comme réalisable si en plus de respecter les contraintes dures, elle ne contient aucune interférence co-canal de niveau supérieur à m^{co} et aucune interférence entre canaux adjacents de niveau supérieur à m^{adj}. Les interférences de niveaux inférieurs que pourrait contenir l'affectation S sont prises en compte dans la fonction objectif avec une faible priorité.

Les prochaines contraintes sont des contraintes intermédiaires. Ces contraintes sont transférées dans la fonction objectif avec des facteurs de pénalité choisis de façon à assurer un ordre de priorité dans l'élimination des interférences. Leurs violations sont pénalisées de sorte que les interférences de plus grands niveaux soient éliminées en premier. Il s'agit:

- des contraintes de compatibilité co-canal de niveaux compris entre m^{co} et $\overline{m}^{co}$;
- des contraintes de compatibilité entre canaux adjacent de niveaux compris entre m^{adj} et $\overline{m}^{adj}$.

Les contraintes co-antenne et les contraintes d'affectation de canaux dans le spectre étendu ont été classées molles et vont être utilisées pour départager les solutions ex æquo. Nous avons fait ce choix parce que ces contraintes sont flexibles et peuvent être violées à l'intérieur de certaines marges. Par ailleurs, les contraintes co-antenne ne sont pas des contraintes serrées vu le nombre d'antennes disponibles par cellule (au moins 2) et la distribution des demandes versus les tailles des blocs considérés. De plus, nous pensons que pour une même valeur de la fonction objectif, il y a plusieurs affectations ex æquo à cause des permutations possibles de blocs qui peuvent être réalisées à l'intérieur d'une même affectation.

NOTE TO USERS

Page(s) not included in the original manuscript are unavailable from the author or university. The manuscript was microfilmed as received.

UMI

Une affectation de blocs de canaux S' est considérée meilleure qu'une affectation S'' si $\text{INTF}(S') \preceq \text{INTF}(S'')$ (ordre lexicographique).

Exemple 4.1 *Soient S' et S'' deux affectations de blocs de canaux telles que:*

$$\text{INTF}(S') = (0, 10, 2, 15, \ldots, 4, 5)$$

$$\text{INTF}(S'') = (1, 9, 3, 8, \ldots, 7, 11).$$

S' est meilleure que S''.

La comparaison des solutions peut être par conséquent basée sur la comparaison des vecteurs $\text{INTF}(S)$. Ceci étant, il est toujours possible de trouver des facteurs de pénalité tels que pour toute paire de solutions S', S'' on ait:

$$z(S') \leq z(S'') \quad \text{si et seulement si} \quad \text{INTF}(S') \preceq \text{INTF}(S'').$$

Considérons un vecteur $u = (\alpha, \beta, \gamma)$ où les composantes α, β, γ sont respectivement bornées par $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ and $\overline{\gamma}$. En utilisant l'ordre lexicographique, on a:

$(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) \succ (\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ si et seulement si $p_3\alpha_1 + p_2\beta_1 + p_1\gamma_1 > p_3\alpha_2 + p_2\beta_2 + p_1\gamma_2$

où $p_1 = 1$, $p_2 = \overline{\gamma} + 1$ et $p_3 = (\overline{\beta} + 1)(\overline{\gamma} + 1)$. La discrimination des solutions par l'ordre lexicographique est donc un cas particulier de la discrimination par la fonction objectif $z(S)$ si les facteurs de pénalité appropriés sont utilisés. Nous allons donc conserver la fonction $z(S)$ comme fonction d'évaluation des solutions. De plus, cette fonction offre une plus grande flexibilité vu que l'opérateur du réseau cellulaire peut obtenir un large éventail de solutions en changeant les facteurs de pénalité.

Nous décrivons ci-dessous un autre paramètre qui va être utilisé dans la discriminations des affectations.

Soient $N^{ch\text{-}sp}(S)$ le nombre total de violations des contraintes d'espacement minimal, n_i^q le nombre d'antennes de la cellule x_i et σ_q l'espacement minimal en canaux exigé sur l'antenne q. Considérons les ensembles $\Gamma^r(B_\ell)$ et S_{iq} suivant:

$\Gamma^r(B_\ell)$: ensemble des blocs de canaux B_ℓ tels que: $|f' - f| = r : f \in B_k, f' \in B_\ell$;

S_{iq} : ensemble de blocs de canaux de la cellule x_i affectés à l'antenne q.

On a:

$$N^{ch_sp}(S) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{q=1}^{n_i^a} N_{iq}^{ch_sp}(S),$$

où

$$N_{iq}^{ch_sp}(S) = \sum_{\substack{k,\ell : k \neq \ell \\ B_k, B_\ell \in S_{iq}}} (|B_k \cap \bigcup_{r=1}^{\sigma_q - 1} \widehat{\Gamma^r(B_\ell)}|$$

désigne le nombre de violations des contraintes de compatibilité co-antenne relatives à l'antenne q de la cellule x_i.

4.4 Algorithme glouton HGREEDY

Il s'agit d'affecter d'une façon séquentielle des blocs de canaux aux cellules. A chaque itération, l'algorithme choisi la cellule x_i pour laquelle il serait plus difficile de trouver dans les itérations ultérieures un bloc de canaux compatibles. On affecte ensuite à cette cellule, le bloc de canaux qui génère le plus bas niveau d'interférence possible dans le réseau. Observons que toute la demande en canaux d'une cellule n'est pas nécessairement satisfaite en une seule itération.

4.4.1 Sélection de la cellule courante

Comme il a été mentionné dans le chapitre 3, la difficulté à affecter des blocs de canaux à une cellule x_i peut être évaluée de plusieurs façons. Nous avons choisi d'estimer cette difficulté en pondérant le nombre de canaux interdits à la cellule x_i, par les coefficients des matrices de compatibilité. Soit E_i cette évaluation. E_i peut être décomposée en deux parties: E_i^1 est la pondération du nombre de canaux interdits à la cellule x_i par les demandes résiduelles de la cellule x_i et les cellules qui lui

sont adjacentes, alors que E_i^2 est la pondération du nombre de canaux interdits à la cellule x_i par les demandes déjà satisfaites.

Nous présentons ci-dessous les expressions des quantités E_i^1 et E_i^2. Soient:

$[d_i^1]_b$, estimation de la taille du bloc qui va être probablement affecté à la cellule x_i à l'itération courante;

d_i^1, la demande résiduelle de la cellule x_i;

d_i^2, la demande de la cellule x_i déjà satisfaite.

On a:

$$E_i^1 = \max\{0, \underbrace{(d_i^1 - [d_i^1]_b)M_{ii}^{co}}_{\text{terme 1}}\} + \max\{0, \underbrace{2(d_i^1 - [d_i^1]_b)M_{ii}^{adj}}_{\text{terme 2}}\} + \underbrace{\sum_{j:x_j \in \Gamma^{co}(x_i)} d_j^1 M_{ij}^{co}}_{\text{terme 3}} + 2 \underbrace{\sum_{j:x_j \in \Gamma^{adj}(x_i)} d_j^1 M_{ij}^{adj}}_{\text{terme 4}}$$

où:

terme 1 désigne la pondération du nombre de canaux interdits à la cellule x_i à cause des contraintes de compatibilité co-canal intra-cellulaires;

terme 2 désigne la pondération du nombre de canaux interdits à la cellule x_i à cause des contraintes de compatibilité entre canaux adjacents intra-cellulaires;

terme 3 désigne la pondération du nombre de canaux interdits à la cellule x_i à cause des contraintes de compatibilité co-canal inter-cellulaires;

terme 4 désigne la pondération du nombre de canaux interdits à la cellule x_i à cause des contraintes de compatibilité entre canaux adjacents inter-cellulaires.

Dans notre implantation de HGREEDY, la valeur de $[d_i^1]_b$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ utilisée est égale à la taille du plus petit bloc de l'ensemble des blocs considérés.

Considérons pour chaque cellule x_i une table T_i de dimensions 21×21. T_i a les mêmes dimensions que le tableau 2.1, que nous allons désigner T-AMPS. Construisons la table T_i de sorte que:

$$T_i(r,s) = \max\{0; \max_{x_j \in \Gamma^{co}(x_i) \cup \{x_i\} : f \in F_j} M_{ij}^{co}; \max_{x_j \in \Gamma^{adj}(x_i) \cup \{x_i\} : f \in F_j} M_{ij}^{adj}\}$$

où f est le canal défini par la ligne r et la colonne s de la table T-AMPS. F_j désigne l'ensemble de canaux affectés à la cellule x_j.

Soit λ_i^μ le nombre d'éléments de la table T_i qui ont la valeur μ. La pondération du nombre de canaux interdits à la cellule x_i à cause des affectations de canaux déjà effectuées dans le réseau s'écrit:

$$E_i^2 = \sum_{\mu=1}^{10} \lambda_i^\mu \mu.$$

Comme dans la section 3.4 du chapitre 3, nous allons poser: $E_i = \alpha E_i^1 + E_i^2$ avec $\alpha \in [0, 1]$. A chaque itération, un bloc de canaux est assigné à la cellule x_i qui maximise E_i. En cas d'ex æquo, la cellule ayant la plus forte demande résiduelle est retenue. Les ex æquo supplémentaires sont départagées au hasard.

4.4.2 Sélection de bloc de canaux

L'idée de base est de sélectionner pour la cellule courante x_{i^*}, le bloc de canaux qui minimise l'augmentation du niveau d'interférence du réseau. Soit $\mathcal{F}_{comp}(x_{i^*})$, l'ensemble des blocs de canaux qu'il est encore possible d'assigner à la cellule x_{i^*} tels que l'affectation courante S demeure admissible. Posons $S_i' = S_i \cup \{B_k\}$. Le bloc

$B_{k^\bullet}$ est choisi de sorte que:

$$\frac{z(S') - z(S)}{|B_{k^\bullet}|} = \min_{k:B_k \in \mathcal{F}_{comp}(x_{i^\bullet})} \frac{z(S') - z(S)}{|B_k|}$$

où $S' = (S \setminus S_{i^\bullet}) \cup S'_{i^\bullet}$. Le bloc $B_{k^\bullet}$ minimise l'augmentation marginale de la fonction objectif $z(S)$. Les ex æquos sont séquentiellement départagés avec les objectifs suivants:

1. minimiser le nombre de violations de contraintes de compatibilité co-antenne fortes en premier et le nombre de violations de contraintes de compatibilité co-antenne faibles ensuite;
2. minimiser la quantité $\frac{N^{ch_sp}(S') - N^{ch_sp}(S)}{|B_{k^\bullet}|}$, c'est-à-dire l'augmentation marginale du nombre de violations des contraintes co-antenne;
3. minimiser le rapport $\frac{\left(\sum_{\ell:B_\ell \in S_{i^\bullet} \cup \{B_{k^\bullet}\}} |B_\ell \cap F_e|\right) - \overline{d}^e_{i^\bullet}}{|B_{k^\bullet}|}$, c'est-à-dire l'excédent marginal de nombre de canaux utilisés dans le spectre étendu;
4. maximiser la cardinalité du bloc retenu;
5. maximiser la réutilisation des blocs de canaux.

Les ex æquo supplémentaires sont départagés au hasard.

4.5 Algorithme ALPINIST

Il est très peu probable que l'heuristique HGREEDY décrite à la section précédente fournisse des solutions ne contenant aucune violation des contraintes de compatibilité de niveaux supérieurs aux coefficients m^{co} et m^{adj}. Notons que les décisions prises à une itération donnée ne sont jamais remises en cause. Nous proposons dans cette section un algorithme de type recherche avec tabous pour améliorer les solutions de HGREEDY. Nous décrivons prochainement les différents ingrédients de cet algorithme.

4.5.1 Types de mouvements et voisinages associés

Nous considérons deux types de mouvement. Le premier type de mouvement consiste à changer un seul bloc de canaux à l'intérieur d'une cellule. Soit $\mathcal{F}_{ik}^1 \in \mathcal{F}$ l'ensemble de blocs décrit ci-dessous. Nous rappelons que $\mathcal{F}$ est l'ensemble des blocs de canaux disponibles.

$$\mathcal{F}_{ik}^1 = \{\mathcal{B} \subset \mathcal{F} : d_i - 2 \leq \sum_{\ell:B_\ell \in S_i \setminus B_k^i} |B_\ell| + \sum_{\ell:B_\ell \in \mathcal{B}} |B_\ell| \leq d_i + 2 \text{ et } B_k^i \notin \mathcal{B}\}.$$

Le bloc B_k^i peut être remplacé par chacun des éléments de l'ensemble $\mathcal{F}_{ik}^1$. Le premier type de mouvement consiste donc à remplacer le bloc de canaux B_k^i par un sous-ensemble de blocs, $\tilde{\mathcal{B}}$, élément de l'ensemble $\mathcal{F}_{ik}^1$. L'ensemble $\tilde{\mathcal{B}}$ doit être tel que l'affectation courante demeure réalisable. Si les blocs de canaux utilisés sont sensiblement de même taille, alors le premier type de mouvement équivaut à remplacer un bloc de canaux par un autre. Soit $\mathcal{N}_{ik}^1$ le voisinage de la solution S induit par le bloc B_k^i:

$$\mathcal{N}_{ik}^1 = \{S' : S' = (S \setminus S_i) \cup S_i' \text{ avec } S_i' = (S_i \setminus B_k^i) \cup \mathcal{B}, \mathcal{B} \in \mathcal{F}_{ik}^1, B_k^i \in S_i, B_k^i \notin \mathcal{B}\}.$$

Afin de limiter la taille du voisinage $\mathcal{N}_{ik}^1$, nous allons considérer uniquement les ensembles $\mathcal{B}$, qui ont au plus deux blocs de canaux. Le voisinage complet de la solution S, soit $\mathcal{N}^1$, engendré par les mouvements du premier type s'écrit: $\mathcal{N}^1 = \bigcup_{\substack{i=1,\ldots,n \\ k:B_k \in S_i}} \mathcal{N}_{ik}^1$.

Le second type de mouvement que nous considérons consiste à changer l'ensemble des blocs affectés à une cellule. Soit $\mathcal{F}_i^2$ l'ensemble défini comme suit:

$$\mathcal{F}_i^2 = \{\mathcal{B} \subset \mathcal{F} : d_i - 2 \leq \sum_{\ell:B_\ell \in \mathcal{B}} |B_\ell| \leq d_i + 2 \text{ et } S_i \cap \mathcal{B} = \emptyset\}.$$

Soit $\mathcal{N}_i^2$ le voisinage de la solution S, induit par le remplacement de l'ensemble des blocs de canaux assignés à la cellule x_i:

$$\mathcal{N}_i^2 = \{S' : S' = (S \setminus S_i) \cup \mathcal{B}, \mathcal{B} \in \mathcal{F}_i^2, \mathcal{B} \cap S_i = \emptyset\}.$$

Le voisinage complet de la solution S, soit $\mathcal{N}^2$, induit par les mouvements du second type s'écrit: $\mathcal{N}^2 = \bigcup_{i=1,\ldots,n} \mathcal{N}_i^2$. Chaque itération d'un mouvement du second type est exécutée après plusieurs exécutions de mouvements du premier type. En fait, les mouvements du second type sont utilisés comme mouvements pertubatoires dans le processus d'exploration des solutions admissibles.

4.5.2 Exploration des voisinages

Nous décrivons dans cette section, comment les différents voisinages sont explorés afin de sélectionner la prochaine solution à considérer.

4.5.2.1 Premier type de mouvement

Pour chaque bloc de canaux B_k^i, nous définissons $w(B_k^i)$ comme l'évaluation des interférences générées par l'affectation de celui-ci à la cellule x_i.

$$w(B_k^i) = \sum_{\ell:B_\ell \in S_j, x_j \in \Gamma^{co}(x_i)} p_{ij}^{co} \cdot |B_k^i \cap B_\ell| +$$

$$\sum_{\ell:B_\ell \in S_j, x_j \in \Gamma^{adj}(x_i)} p_{ij}^{adj} \cdot |B_\ell \cap \widehat{\Gamma^{adj}(B_k^i)}|.$$

Rappelons que la valeur de $w(B_k^i)$ ne prend pas en compte les interférences intracellulaires car une solution admissible ne contient pas de telles interférences.

Soit $B_{k^*}^{i^*}$ le bloc à remplacer, x_{i^*} la cellule dans laquelle le remplacement va avoir lieu et $\mathcal{B}^*$ l'ensemble de blocs de remplacement, la transformation qui maximise l'amélioration de la solution courante doit satisfaire:

$$w(B_{k^*}^{i^*}) - w(\mathcal{B}^*) = \max_{\substack{i=1,\ldots,n \\ k:B_k \in S_i}} \max_{\mathcal{B} \in \mathcal{F}_{ik}^1} (w(B_k^i) - w(\mathcal{B})).$$

La détermination à chaque itération, du bloc $B_{k^*}^{i^*}$ et de l'ensemble $\mathcal{B}^*$ qui maximisent l'amélioration de la solution courante peut être très coûteuse en temps de calcul. Nous allons plutôt essayer de trouver un compromis entre la qualité du mouvement à effectuer et le temps de calcul que celui-ci requiert. Soit $B_k^{\bar{i}}$ le bloc de canaux dont l'affectation génère le plus d'interférences. Un mouvement possible pourrait consister à remplacer le bloc $B_k^{\bar{i}}$ par le sous-ensemble de blocs $\tilde{B}$ tel que:

$$w(B_k^{\bar{i}}) - w(\tilde{B}) = \max_{B \in \mathcal{F}_{\bar{i}k}^1} (w(B_k^{\bar{i}}) - w(B)).$$

Ce mouvement est optimal sur le sous-voisinage $\mathcal{N}_{\bar{i}k}^1$ mais ne l'est pas nécessairement sur le voisinage complet $\mathcal{N}^1$. On peut toutefois l'implanter de façon efficace sans recourir à des structures de données complexes. Malheureusement, les expériences numériques ont révélé des problèmes de cyclage indépendemment de la durée des tabous sur les transformations interdites. Des observations du processus d'exploration durant plusieurs essais nous ont permis de comprendre le problème de cyclage qui peut résulter de l'utilisation systématique d'un tel mouvement. Lorsque le processus d'exploration arrive dans une région fortement contrainte du réseau, il devient difficile de réduire le niveau d'interférence d'une cellule sans augmenter celle d'une autre cellule de la même région. A l'itération prochaine, le bloc de canaux qui génère le plus d'interférences est probablement un bloc affecté à une cellule qui se trouve dans la région courante. Le processus se met alors à cycler sur les cellules de la même zone. Pour résoudre ce problème de cyclage, nous avons décidé de considérer les q premiers blocs de canaux qui génère le plus d'interférences. q est un paramètre de la méthode. Nous simulons le remplacement de chacun de ces q blocs. La simulation est arrêtée aussitôt qu'un échange de blocs qui améliore la solution courante est enregistrée. Remarquons que lorsque le paramètre q est égal au nombre total de blocs (non nécessairement distincts) utilisés, alors cette stratégie revient à déterminer la meilleure transformation, telle que définie précédemment. La démarche est résumée dans la procédure décrite ci-dessous.

Procédure EXPLORE: détermination de S', la prochaine solution voisine à considérer.

INITIALISATION

$z(S') \leftarrow +\infty$;

Considérer les voisinages $\mathcal{N}_{ik}^1$ *dans l'ordre décroissant des quantités* $w(B_k^i)$;

$t = 1$;

ITÉRATION COURANTE

Déterminer $\tilde{S}$ *qui minimise* $z(\tilde{S})$ *sur le voisinage courant*;

Si la transformation de S en $\tilde{S}$ est tabou et

Si $z(\tilde{S}) \geq$ *zbest* **alors**

retenir comme $\tilde{S}$, *la prochaine meilleure solution du voisinage courant qui n'implique pas l'exécution d'un mouvement tabou*;

Si $z(\tilde{S}) < z(S')$ **alors**

$S' \leftarrow \tilde{S}$;

$t = t + 1$;

CRITÈRE D'ARRÊT

Si $z(\tilde{S}) < z(S)$ **ou** $t = q$ **alors**

Fin de la *procédure EXPLORE*;

Observons que la procédure EXPLORE est munie d'un critère d'aspiration. Les applications de la méthode de recherche avec tabous, dans la littérature, montrent qu'il est souvent bénéfique d'intégrer de pareils critères dans les processus d'explorations des voisinages. Pour plus de détails sur l'utilisation des critères d'aspiration, nous renvoyons le lecteur à Glover et Laguna [78, 77, 79] ou à Soriano [177] (chapitre 2).

Remarque 4.2 *La procédure* EXPLORE *telle qu'elle a été implantée contient des paramètres additionnels comme par exemple les règles de discrimination des ex æquo.*

Comme dans l'heuristique gloutonne, les ex æquo sont discriminés séquentiellement en se basant sur les objectifs suivants:

1. *minimiser le nombre de violations des contraintes co-antenne fortes en premier et le nombre de violations des contraintes co-antenne faibles ensuite;*
2. *minimiser la quantité* $\frac{N^{ch-sp}(S')-N^{ch-sp}(S)}{|B_{k'}|}$, *c'est-à-dire l'augmentation marginale du nombre de violations des contraintes co-antenne;*
3. *minimiser le rapport* $\frac{\sum_{B_\ell \in S_i \cup \{B_{k'}\}} |B_\ell \cap \mathcal{F}_c| - \vec{d}_i^c}{|B_{k^*}|}$, *c'est-à-dire l'excédent marginal du nombre de canaux utilisés dans le spectre étendu;*

Les ex æquo supplémentaires sont départagés au hasard.

Observons que la nouvelle solution peut être moins bonne que la solution courante. C'est le cas lorsque le remplacement d'aucun des q blocs ne permet d'améliorer la solution courante. Dans de pareilles situations, nous retenons parmi les q transformations celle qui détériore le plus la solution courante. Nous pouvons qualifier cette stratégie de remontée suivant une pente moyenne versus descente suivant la plus forte pente. Cette stratégie permet de ne pas rester longtemps à l'intérieur d'un même plateau durant le processus d'exploration de l'espace des solutions. Rappelons qu'il y a plusieurs affectations ex æquo à cause des permutations possibles de blocs de canaux qui peuvent être réalisées à l'intérieur d'une même solution. Ce type de stratégie a été utilisée par Hansen et Jaumard [85] pour la résolution de problèmes de satisfiabilité. Le comportement de la stratégie qui consiste à exécuter le mouvement qui détériore le moins la solution courante est illustré dans Jaumard et Adjakplé [109].

4.5.2.2 Second type de mouvement

Rappelons que le second type de mouvement consiste à réaffecter des blocs de canaux à une cellule x. Soit $w(x)$ l'évaluation de l'interférence de la cellule x.

$$w(x) = \sum_{k=1,\ldots,|S_i|} w(B_k^i).$$

Nous sélectionnons la cellule x_{i^*} qui maximise $w(x)$ sur l'ensemble des cellules. Nous affectons ensuite de façon séquentielle à la cellule x_{i^*}, les blocs de canaux qui minimisent la variation marginale de la fonction objectif $z(S)$. Les blocs de canaux ex æquo sont départagés comme dans la section précédente.

4.5.3 Pseudo-code de ALPINIST

En utilisant les mouvements du premier type, nous avons conçu une heuristique de recherche avec tabous à l'intérieur d'un algorithme d'optimisation que nous avons nommé ALPINIST. Afin d'améliorer les performances de ALPINIST, nous exécutons de temps à autre un mouvement du second type, comme mouvement pertubatoire du processus.

Désignons par S^{best} la meilleure solution trouvée par ALPINIST durant les itérations précédentes et $z(S^{best})$ sa valeur. Considérons la transformation de la solution courante S en une solution S'. Nous dirons qu'il s'agit d'un mouvement négatif si $z(S) - z(S') < \varepsilon \cdot (z(S) - z(S^{best}))$.
ε est un paramètre. L'heuristique de recherche avec tabou s'arrête après *rep* mouvements négatifs consécutifs. Ceci implique que le nombre d'itérations permises sans qu'il y ait amélioration de la meilleure solution S^{best} est dynamique. En fait, nous avons introduit l'utilisation de ces mouvements négatifs afin d'intensifier le processus de recherche dans les régions de l'espace des solutions qui semblent prometteuses. Cette stratégie permet entre autres d'éviter l'arrêt du processus de recherche juste après une amélioration significative de la solution courante. Nous avons utilisé $\varepsilon = 0.5$ pour nos expérimentations. Poser $\varepsilon = 1$ équivaut à considérer une transformation comme négative, seulement si elle n'améliore pas la meilleure solution déjà rencontrée. Le nombre d'itérations permises sans amélioration de la meilleure solution enregistrée est alors fixé de façon arbitraire et myope par rapport à la topologie de la région (de l'espace des solutions) qui est en exploration. Ceci constitue un point faible pour la plupart des versions de base des algorithmes de recherche avec tabous de la littérature.

Considérons un mouvement du premier type. Soit k' l'indice du *bloc* qui a été remplacé et i' l'indice de la cellule dans laquelle le remplacement a lieu. L'affectation du bloc $B_{k'}$ à la cellule $x_{i'}$ est déclarée tabou pour *tabou_iter* itérations si le remplacement de $B_{k'}$ a détérioré la solution courante. La valeur de *tabou_iter* est tirée au hasard entre deux valeurs limites $TailleMinTabou$ et $TailleMaxTabou$. Plus le paramètre *tabou_iter* est grand plus il est difficile de revenir à la solution courante mais également dans son voisinage. Nous supposons que les valeurs de *tabou_iter* sont telles qu'il existe toujours, à chaque itération, un sous-ensemble de blocs avec lequel on peut remplacer le bloc $B_{k'}$. Considérons à présent un mouvement du second type conduisant à une détérioration de la solution courante. Soit $x_{i'}$ la cellule dans laquelle la réaffectation de canaux a eu lieu et $S_{i'}$ la liste des blocs qui ont été remplacés, l'affectation de chacun des blocs de $S_{i'}$ à $x_{i'}$ est interdite pendant *tabou_iter* itérations. L'algorithme complet consiste à itérer *max_iter* fois l'heuristique de recherche avec tabous, suivie à chaque fois d'un mouvement pertubatoire. Si durant max_fail itérations, il n'y a pas d'amélioration de la meilleure solution enregistrée, le processus de recherche est réinitialisé avec cette meilleure solution. Nous présentons prochainement les détails de l'algorithme.

ALGORITHME ALPINIST

INITIALISATION

Utiliser HGREEDY *pour fabriquer une solution initiale* S^{init} *qui est admissible*; *Désignons par* S *la solution courante*;

$S \leftarrow S^{init}$; $z(S) \leftarrow z(S^{init})$;

$iter_fail \leftarrow 0$;

ITÉRATION COURANTE

Répéter max_iter **fois**

Appliquer l'heuristique de recherche avec tabous;

Exécuter un mouvement du second type;

Si $z(S^{best}) < z(S)$ **alors**

$iter_fail \leftarrow 0$;

$S \leftarrow S^{best}$; $z(S) \leftarrow z(S^{best})$;

Sinon

$iter_fail \leftarrow iter_fail + 1$;

Si $iter_fail \geq max_fail$ **alors**

$S \leftarrow S^{best}$; $z(S) \leftarrow z(S^{best})$;

Révoquer tous les tabous;

Fin Si

Fin Répéter

HEURISTIQUE DE RECHERCHE AVEC TABOUS

iter $\leftarrow 0$;
Tant que *iter* $\leq$ *rep* **et** $z(S) > 0$ **faire**
Soit S' *la nouvelle affectation de bloc de canaux déterminée par la procédure* EXPLORE
Posons $\delta(S) = z(S) - z(S')$ *et* $\delta(S^{best}) = z(S^{best}) - z(S')$;
Si $\delta(S^{best}) > 0$ **alors**
$S^{best} \leftarrow S'$; $z(S^{best}) \leftarrow z(S')$;
iter $\leftarrow 0$;
Sinon
Si $\delta(S) \geq \varepsilon \cdot (z(S) - z(S^{best}))$ **alors**
iter $\leftarrow 0$;
Sinon
iter $\leftarrow$ *iter* $+ 1$;
Si $\delta(S) \leq 0$ **alors**
Soit B *le bloc de canaux à remplacer et* x_i *la cellule dans laquelle le remplacement a lieu;*
L'affectation du bloc B à la cellule x_i *est déclarée tabou pour* *tabu_iter itérations*;
Mettre à jour tous les facteurs tabous;
$S \leftarrow S'$;
Fin Tant que

4.6 Résultats numériques

Les algorithmes HGREEDY et ALPINIST décrits dans les sections précédentes ont été implantés en C (avec quelques modules en $C++$). Les plans de fréquences ont été générés pour 2 réseaux de Bell Mobilité. Le premier réseau est constitué de

85 cellules alors que le second réseau contient 359 cellules. Nous avons considéré 2 instances du second réseau, qui diffèrent par les vecteurs de demandes en canaux. Les caractéristiques de ces réseaux sont résumées dans le tableau 4.1.

Tableau 4.1 – *Caractéristiques des problèmes considérés*

	Réseau_1	*Réseau_2 – 1*	*Réseau_2 – 2*
nombre de cellules	85	359	359
densité de la matrice M^{co}	.79	.17	.17
densité de la matrice M^{adj}	.16	.02	.02
demande en canaux	1231	4720	5719
nombre d'antennes par cellules	2	2	2
séparation co-antenne	17	17	17
m^{co}, m^{adj}	4	4	4
$\overline{m}^{co}$, $\overline{m}^{adj}$	9	9	9

Nous allons utiliser la notation $\mathcal{F}_{Bk}$ pour désigner un ensemble de blocs dont le plus grand bloc est de taille k. Des ensembles de blocs ont été construits en subdivisant les 21 sous-groupes de la table des canaux du standard AMPS (bande A ou B) sur la base de différents patrons. Le tableau 4.2 donne pour chaque ensemble de blocs que nous avons considéré, la répartition des blocs par rapport à leurs tailles. L'ensemble $\mathcal{F}_{B8}$ est l'ensemble de référence.

Les incompatibilités électromagnétiques (ou violations de compatibilités électromagnétiques) des affectations de canaux générées avec l'ensemble de blocs $\mathcal{F}_{B8}$ sont résumées dans le tableau 4.4. A chacune des incompatibilités électromagnétiques correspond une arête distincte du graphe $0 - adjacent$ des demandes ou du graphe $1 - adjacent$ des demandes. Les détails sur les solutions initiales correspondantes sont présentés dans le tableau 4.3. Les colonnes "*#liens*" indiquent, pour chaque niveau d'interférence, le nombre des arêtes du graphe $0 - adjacent$ des cellules ou du graphe $1 - adjacent$ des cellules sujettes à ces interférences. Nous avons utilisé le même vecteur de pénalité pour les violations des contraintes de compatibilité co-canal et les violations des contraintes de compatibilité entre canaux adjacents. On a donc $p^{co}[M^{co}_{ij}] = p^{adj}[M^{adj}_{ij}]$.

Tableau 4.2 – *Répartition des blocs en fonction de la taille*

	Nombre de blocs				
Taille des blocs	$\mathcal{F}_{B8}$	$\mathcal{F}_{B4}$	$\mathcal{F}_{B3}$	$\mathcal{F}_{B2}$	$\mathcal{F}_{B1}$
8	20	0	0	0	0
7	19	0	0	0	0
6	3	0	0	0	0
4	19	81	0	0	0
3	2	21	113	0	0
2	0	3	14	183	0
1	0	0	17	27	393
Nombre total de blocs	63	105	147	210	393

Tableau 4.3 – *Affectations initiales obtenues avec* HGREEDY *à partir des blocs de canaux de l'ensemble* $\mathcal{F}_{B8}$

	Réseau_1		*Réseau_2 – 1*		*Réseau_2 – 2*	
m	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	# liens	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	# liens	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	# liens
1	739	106	583	88	1229	193
2	312	48	522	78	1092	171
3	223	33	312	46	808	129
4	0	0	8	1	115	21
5	73	11	33	5	109	18
6	0	0	0	0	99	16
7	0	0	7	1	80	14
8	0	0	15	3	30	6
9	96	20	27	5	91	19
10	0	0	0	0	0	0

Les affectations de canaux décrites dans cette section sont toutes admissibles selon les critères d'admissibilité décrites à la section 4.3.1. Les violations des contraintes co-antenne et les violations des limites d'utilisation des canaux du spectre étendu, des plans de fréquences des réseaux *Réseau_1* et *Réseau_2 – 1* obtenus avec ALPINIST respectent les limites prescrites (voir tableau 4.5). Ces solutions sont donc acceptables vu qu'elles ne contiennent aucune violation de contraintes de compatibilité co-canal de niveau supérieur à 4 et aucune violation de contraintes de compatibilité entre canaux adjacents de niveau supérieur à 4.

Tableau 4.4 – *Affectations finales obtenues avec* ALPINIST *à partir des blocs de canaux de l'ensemble* $\mathcal{F}_{B8}$

	Réseau_1		*Réseau_2 – 1*		*Réseau_2 – 2*	
m	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	# liens	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	# liens	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	# liens
1	413	67	708	101	1081	152
2	267	38	369	55	1110	176
3	39	7	28	4	978	154
4	0	0	0	0	51	9
5	0	0	0	0	19	4
≥ 6	0	0	0	0	0	0

Tableau 4.5 – *Contraintes co-antenne et contraintes du spectre étendu: niveaux de violation*

	HGREEDY			ALPINIST		
	Réseau_1	*Réseau_2 – 1*	*Réseau_2 – 2*	*Réseau_1*	*Réseau_2 – 1*	*Réseau_2 – 2*
Viol. contr. co-antenne (%)	1.	1.7	4.3	2.	1.	11.1
Viol. constr. spectre étendu (%)	.6	.3	1.	1.	2.	3.

Nous avons étudié l'impact de la taille des blocs sur les affectations en utilisant différents ensembles de blocs. Le tableau 4.6 résume les affectations, de blocs, ainsi obtenues pour le réseau *Réseau_2 – 2*. La qualité (ordre lexicographique sur les violations de contraintes) de ces affectations semble s'améliorer lorsque la taille des blocs décroît. Cette tendance nous semble normale puisque la diminution de la taille des blocs peut être interprétée comme une relaxation de la contrainte obligeant à affecter les canaux par blocs de tailles prédéfinies. Le réseau *Réseau_2 – 2* a été considéré pour cette expérience parce qu'il semble difficile de lui trouver des affectations acceptables à partir des blocs de canaux de l'ensembles $\mathcal{F}_{B8}$.

Notons qu'il est difficile en pratique de contrôler les produits d'intermodulation lorsque les tailles des blocs deviennent trop petites (par exemple les blocs des

Tableau 4.6 – *Affectation de canaux pour Réseau_2 – 2 avec différents ensembles de blocs de canaux*

	$\mathcal{F}_{B8}$		$\mathcal{F}_{B4}$		$\mathcal{F}_{B3}$		$\mathcal{F}_{B2}$		$\mathcal{F}_{B1}$	
m	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	# liens	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	# liens	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	# liens	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	# liens	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	# liens
1	1081	152	1018	234	837	249	920	361	796	446
2	1110	176	1000	246	659	214	678	309	556	366
3	978	154	636	159	328	117	351	175	309	210
4	51	9	19	4	6	1	2	1	0	0
5	19	4	5	2	0	0	0	0	0	0
≥ 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ensembles $\mathcal{F}_{B1}$ et $\mathcal{F}_{B2}$). Il peut être nécessaire dans ces cas, que les algorithmes de résolution prennent en compte les contraintes d'intermodulation. Cependant, en les prenant en compte on court le risque de n'obtenir aucune solution acceptable. Ces contraintes sont généralement très contraignantes en plus de leur nombre souvent très élevé.

Nous donnons ci-dessous, à titre indicatif, les paramètres de ALPINIST utilisés pour l'obtention des résultats présentés dans cette section:

$max_iter = 500$;
$max_fail = 25$;
$rep = 15$;
$TailleMinTabu = 9$;
$TailleMaxTabu = 15$;
$\varepsilon = 0.5$.

Les programmes HGREEDY et ALPINIST ont été exécutés sur une station SUN ULTRA-2/1300. Les temps d'exécution de HGREEDY sont de l'ordre de quelques secondes, souvent en dessous de la minute, pour les instances considérées. Quant à ALPINIST, les temps d'exécution sont de l'ordre de quelques heures. Considérons par exemple le

premier réseau. Le temps d'exécution est égal à 1,38 heures pour un total de 10806 itérations. La meilleure solution a été trouvée à l'itération 4652. En ce qui concerne le réseau *Réseau_2* – 1, le temps d'exécution de ALPINIST est égal à 10,58 heures pour 14172 itérations. La meilleure solution a été trouvée à l'itération 1425.
L'utilisation des mouvements perturbatoires dans l'algorithme ALPINIST semble améliorer de façon significative les performances de ce dernier. Ceci est illustré par le graphique de la figure 4.1. Nous avons représenté la valeur de la fonction objectif en fonction du nombre d'itérations pour les 510 premières itérations. Le signe + a été utilisé pour indiquer les itérations correspondant aux mouvements pertubatoires. On peut observer qu'à chaque perturbation on détériore, souvent de façon significative, la solution courante.

Les blocs de canaux des ensembles décrits dans le tableau 4.2 sont des blocs disjoints. Des résultats obtenus avec des blocs non-disjoints sont présentés dans Jaumard et Adjakplé [109].

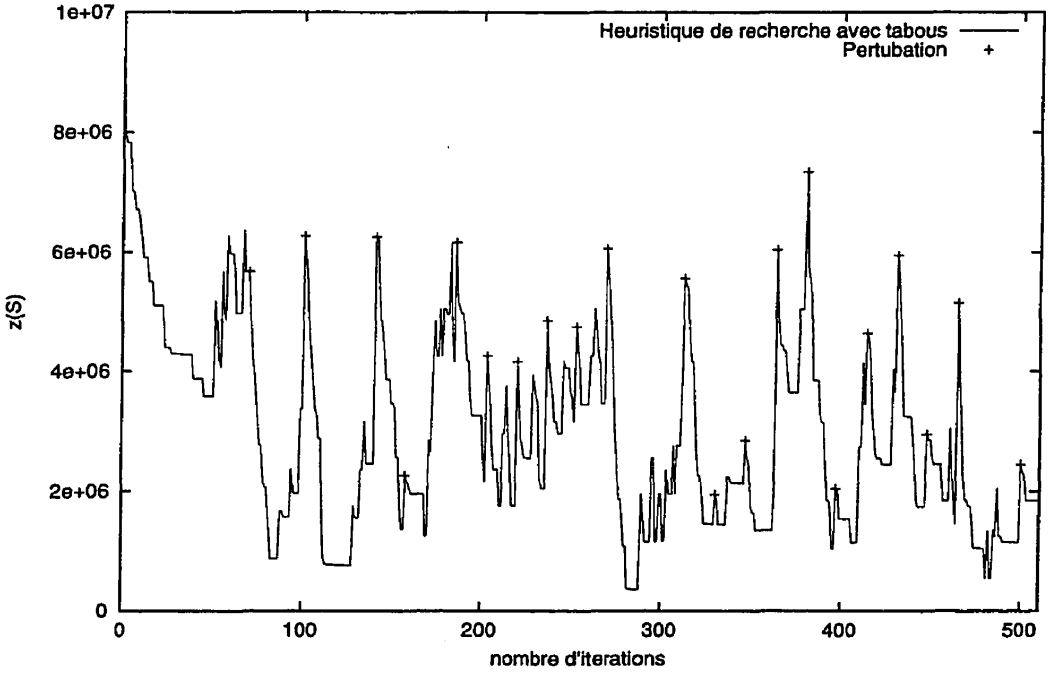


Figure 4.1 – *Illustration de l'effet de perturbation*

4.7 Conclusion

Nous avons considéré dans ce chapitre, le problème d'affectation de canaux dans les réseaux saturés. Les matrices de compatibilité appropriées ont été définies. Les canaux sont assignés par blocs de tailles prédéfinies. L'affectation de canaux par blocs est le type d'affectation adopté par les opérateurs de réseaux de téléphonie cellulaire. Typiquement, les opérateurs se donnent un patron de cellules généralement de forme hexagonale (voir section 3.6.1). Ils répartissent ensuite les sous-groupes de canaux, définis par le standard AMPS, dans les différentes cellules du patron considéré (voir Boucher [19]: chapitre 8). La suite de la démarche consiste à couvrir l'ensemble du réseau avec des patrons identiques au patron de référence considéré. Notons que ces patrons ont la même affectation de canaux que le patron de référence.

A notre connaissance, il n'existe pas dans la littérature des travaux sur l'affectation de canaux par blocs qui s'appuient sur les techniques d'optimisation de la recherche opérationnelle. Nous avons proposé dans ce chapitre, un algorithme d'optimisation basé sur la méthode de recherche avec tabous. Des plans de fréquences réalisables par rapport à différentes exigences pratiques ont été obtenus sur des réseaux de Bell Mobilité Cellulaire.

Le prochain chapitre est consacré à l'estimation de la qualité de ces plans de fréquences.

CHAPITRE 5

Calcul de bornes inférieures

5.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons proposé une démarche heuristique pour l'affectation de canaux dans les réseaux saturés: confection d'une affectation initiale par HGREEDY et amélioration de cette affectation par ALPINIST. La question qui se pose est de savoir quelle est la distance qui sépare les solutions heuristiques de la solution optimale. Plusieurs bornes inférieures ont été proposées dans la littérature concernant la minimisation du nombre de canaux distincts utilisés ou la minimisation de la largeur de bande. Ceci étant, il n'existe pas à notre connaissance dans la littérature de bornes inférieures connues pour l'objectif qui consiste à minimiser le niveau global d'interférence.

Dans ce chapitre, nous proposons une nouvelle formulation de programmation linéaire en variables 0-1 pour le problème d'affectation de canaux dans les réseaux saturés. Chaque variable correspond à l'affectation potentielle d'un sous-ensemble de cellules à un bloc de canaux. Ce modèle contient un nombre exponentiel de variables, ce qui suggère l'utilisation d'une technique du type génération de colonnes pour la résolution de sa relaxation continue. On doit résoudre à chaque itération un problème auxiliaire qui correspond à l'optimisation d'une fonction quadratique en variables 0-1. Il n'est toutefois pas nécessaire de solutionner exactement à toutes les itérations ce problème auxiliaire. Aussi, des méthodes heuristiques efficaces existent déjà dans la littérature pour la résolution des fonctions quadratiques en variables 0-1.

La section prochaine présente les détails du nouveau modèle de programmation

linéaire pour les affectations de canaux ($MPLAC$). Nous rappelons que le problème d'affectation de canaux dans les réseaux saturés, que nous considérons est décrit dans la section 4.2 du chapitre 4. La section 5.3 est consacrée à la formulation de la relaxation du $MPLAC$ conduisant au calcul des bornes inférieures sur les solutions de ALPINIST. Nous présentons également dans cette section, la formulation du problème auxiliaire et une brève description des méthodes de résolution correspondantes. Nous y proposons également un algorithme de génération de colonnes pour résoudre la forme relaxée du $MPLAC$. Les résultats sont présentés à la section 5.4. Le chapitre finit par quelques remarques de conclusion à la section 5.5.

5.2 Un nouveau modèle de programmation linéaire en variables 0-1

5.2.1 Notations

Soit K l'ensemble des indices des blocs de canaux disponibles. Nous définissons des variables binaires y_t ($t \in T$). A chaque variable y_t est associé un bloc de canaux B_k ($k \in K$) et l'ensemble des cellules auxquelles ce bloc est assigné. Cet ensemble de cellules est représenté par le vecteur colonne $a_{.t} = (a_{1t}, a_{2t}, a_{3t}, \ldots, a_{nt})$ tel que:

$$a_{it} = \begin{cases} 1 & \text{si le bloc } B_k \text{ est affecté à la cellule } x_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \qquad i = 1, 2, \ldots, n, t \in T_k.$$

T_k désigne l'ensemble des indices des vecteurs colonnes auxquels le bloc de canaux B_k est associé. L'ensemble T des indices des variables y_t est l'union des ensembles T_k. La variable y_t prend la valeur 1 si l'affectation de bloc de canaux décrite par $a_{.t}$ est sélectionnée et 0 sinon.

5.2.2 Fonction objectif

Nous considérons comme objectif, la minimisation des interférences co-canal. Quant aux interférences entre canaux adjacents, elles sont traitées sous forme de contraintes, où leur niveau est contrôlé par le biais d'un paramètre seuil $\overline{m}^{adj'}$. La fonction objectif telle que formulée dans le chapitre précédent se réduit à l'expression suivante:

$$\min \sum_{t \in T} c_t y_t$$

$$\text{avec: } c_t(a_{.t}) = |B_k| \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{\substack{j=i+1 \\ M_{ij}^{co} \leq \overline{m}_{ij}^{co'}}}^{n} p_{ij}^{co} a_{it} a_{jt}, \quad t \in T_k$$

Le modèle interdit la réutilisation des blocs de canaux lorsque les coefficients de compatibilité sont au-dessus d'une certaine valeur seuil $\overline{m}_{ij}^{co'}$. Nous rappelons que les coefficients p_{ij}^{co} sont des pénalités dont les valeurs dépendent des coefficients M_{ij}^{co} de la matrice de compatibilité co-canal. Le but de l'utilisation de ces pénalités est d'éliminer en premier les interférences de plus grands niveaux. Par conséquent, leurs valeurs croissent avec les valeurs des coefficients M_{ij}^{co}.

5.2.3 Contraintes

Nous formulons ci-dessous les différentes contraintes présentées dans la descriptions du PACReS au chapitre 4.

Les contraintes définissant les demandes en canaux du réseau peuvent s'écrire comme suit:

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T_k} |B_k| a_{it} y_t \geq d_i \qquad i = 1, 2, \ldots, n \tag{5.1}$$

Chaque bloc de canaux doit se voir affecter au plus une colonne dans la solution optimale:

$$\sum_{k \in T_k} y_t \leq 1 \qquad k = 1, 2 \ldots, |K| \tag{5.2}$$

Les contraintes de compatibilité co-canal qui limitent la réutilisation d'un bloc de canaux B_k dans des cellules x_i et x_j non suffisamment éloignées les unes des autres sont décrites ci-dessous. Tel que nous l'avons mentionné précédemment, le modèle interdit la réutilisation des blocs de canaux lorsque les coefficients de compatibilité sont au dessus de la valeur seuil $\overline{m}^{co'}$. Quant aux interférences dont les niveaux sont en dessous de ce seuil, elles sont minimisées selon l'ordre de priorité défini dans la fonction objectif.

$$\sum_{t \in T_k} (a_{it} + a_{jt}) y_t \leq 1 \qquad i, j = 1, 2, \ldots, n, i > j : M_{ij}^{co} > \overline{m}^{co'}; \quad k \in K \tag{5.3}$$

Observons que nous n'avons pas besoin de considérer le cas où $i = j$, c'est-à-dire le fait qu'un bloc de canaux ne peut être assigné plus d'une fois à une cellule. Ce dernier cas est pris en compte par les contraintes (5.2). De plus, il est suffisant de considérer les paires i, j telles que $i > j$ dans les équations (5.3) car la matrice de compatibilité co-canal est symétrique.

Les prochaines contraintes sont les contraintes de compatibilité entre canaux adjacents. Ces contraintes limitent l'utilisation de blocs de canaux adjacents, dans des cellules voisines. Le modèle interdit les interférences entre canaux adjacents lorsque les coefficients de compatibilité sont au-dessus de la valeur seuil $\overline{m}^{adj'}$.

$$\sum_{t \in T_k} a_{it} y_t + \sum_{t \in T_\ell} a_{jt} y_t \leq 1 \qquad \begin{array}{l} i, j = 1, 2, \ldots, n, i \geq j : M_{ij}^{adj} > \overline{m}^{adj'} \\ k, \ell \in K, k \neq \ell : B_k \text{ et } B_\ell \text{ sont adjacents} \end{array} \tag{5.4}$$

De façon similaire, il est suffisant de considérer les paires i, j telles que $i \geq j$

dans les équations (5.4) car la matrice de compatibilité entre canaux adjacents est symétrique.

Les contraintes suivantes imposent des restrictions sur l'affectation de canaux dans le spectre étendu.

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T_k} a_{it} |B_k \cap F_e| y_t \leq d_i^e \qquad i = 1, 2, \ldots, n \tag{5.5}$$

F_e désigne l'ensemble des canaux appartenant au spectre étendu alors que d_i^e est le nombre maximum de canaux dans le spectre étendu qui peuvent être affectés à la cellule x_i.

Une première expression des contraintes d'espacement (contraintes co-antenne) qui imposent une certaine séparation minimum, disons σ, entre les blocs de canaux affectés à une même antenne peut être écrite. Nous verrons dans la section 5.2.4 comment agréger ces contraintes afin de réduire leur nombre.

$$\sum_{t \in T_k \cup T_\ell} a_{it} y_t \leq 1 \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \ldots, n \\ k, \ell \in K, \quad \exists\, f \in B_k \text{ et } f' \in B_\ell : |f - f'| \leq \sigma \end{array} \tag{5.6}$$

Observons que dans l'écriture des contraintes (5.6), nous avons supposé que chaque cellule possède une seule antenne. L'ensemble des contraintes du modèle que nous proposons peuvent être facilement réécrites pour prendre en compte explicitement le fait que chaque cellule possède plus qu'une antenne. Une façon simple d'y parvenir serait de considérer plutôt le réseau des antennes au lieu du réseau des cellules. Chaque variable y_t représenterait alors une association d'un bloc de canaux et d'un ensemble d'antennes. Ce niveau de détail est utile, seulement lorsque les contraintes d'espacement doivent être prises en compte. Nous n'avons pas jugé nécessaire de descendre à ce niveau de détail, puisque notre motivation première pour le développement du

modèle $MPLAC$, est le calcul des bornes inférieures sur les solutions de ALPINIST, et nous ne prendrons pas en compte les contraintes d'espacement dans ce calcul.

Nous terminons par les contraintes d'intégrité sur les variables y_t qui définissent les affectations potentielles.

$$y_t \in \{0,1\} \qquad t \in T \tag{5.7}$$

Le nombre total de contraintes de $MPLAC$ peut devenir très grand, même pour les réseaux cellulaires des villes de taille moyenne. Il peut alors être utile d'agréger certaines contraintes afin de réduire le nombre de ces dernières. Nous présentons dans la section suivante des familles de contraintes qui peuvent être utilisées à cette fin.

5.2.4 Agrégation de contraintes et renforcement de la relaxation continue

Soient deux cellules x_i et x_j. Tel que nous l'avons mentionné au chapitre 4, le coefficient M_{ij}^{co} est toujours supérieur ou égal au coefficient M_{ij}^{adj}. Il s'ensuit que si $\overline{m}^{adj'} \geq \overline{m}^{co'}$, les contraintes (5.4) peuvent être réécrites comme suit:

$$\sum_{t \in T_k \cup T_\ell} (a_{it} + a_{jt}) y_t \leq 1 \qquad \begin{array}{l} i,j = 1,2\ldots,n, i > j : M_{ij}^{adj} > \overline{m}^{adj'} \\ k,\ell \in K, k \neq \ell : B_k \text{ et } B_\ell \text{ sont adjacents} \end{array} \tag{5.8}$$

$$\sum_{t \in T_k \cup T_\ell} a_{it} y_t \leq 1 \qquad \begin{array}{l} i = 1,2,\ldots,n \\ k,\ell \in K, k \neq \ell : B_k \text{ et } B_\ell \text{ sont adjacents} \end{array} \tag{5.9}$$

Si toutefois $\overline{m}^{adj'} < \overline{m}^{co'}$, les contraintes (5.4) ne sont plus équivalentes aux contraintes (5.8)-(5.9) car certaines solutions peuvent être écartées. En effet, $MPLAC$ va mettre à 0 les variables y_t correspondant à des affectations potentielles qui satisfont les contraintes co-canal de niveau M_{ij}^{co} inférieur ou égal à $\overline{m}^{co'}$ mais supérieur à

$\overline{m}^{adj'}$. Néanmoins si on considère une paire de cellules x_i et x_j telle que la contrainte de compatibilité co-canal et la contrainte de compatibilité entre canaux adjacents doivent être toujours respectées, alors l'équivalence entre la contrainte (5.4) et les contraintes (5.8)-(5.9) relatives à la paire x_i et x_j demeure toujours vraie.

Les contraintes (5.8) et (5.9) peuvent être agrégées comme suit:

$$\sum_{q:x_q \in \{x_i,x_j\}} \sum_{t \in T_k \cup T_\ell} a_{qt} y_t \leq 1 \qquad \begin{array}{l} i,j = 1,2,\ldots,n, i \geq j : M_{ij}^{adj} > \overline{m}^{adj'} \\ k,\ell \in K : B_k \text{ et } B_\ell \text{ sont adjacents} \end{array} \tag{5.10}$$

Ces contraintes sont des cas particuliers des contraintes de cliques que nous présentons dans les lignes qui suivent.

Considérons le graphe des cellules relatif à la matrice de compatibilité entre canaux adjacents. Désignons ce graphe par G^{adj}. Supposons que $\overline{m}^{adj'} \geq \overline{m}^{co'}$. Alors, nous pouvons substantiellement réduire le nombre de contraintes tout en améliorant la qualité de la borne inférieure sur la solution du problème d'affectation de canaux fournie par la relaxation continue du $MPLAC$. Soit H_c le sous-ensemble de cellules, telle que $M_{ij}^{adj} > \overline{m}^{adj'}$ pour toute paire de cellules x_i et x_j appartenant à H_c. H_c est une clique du graphe G^{adj}. Les contraintes (5.4) relatives aux arêtes de la clique H_c peuvent être remplacées par la contrainte qui suit:

$$\sum_{i:x_i \in H_c} \sum_{t \in T_k \cup T_\ell} a_{it} y_t \leq 1 \qquad k,\ell \in K : B_k \text{ et } B_\ell \text{ sont adjacents.} \tag{5.11}$$

Si le sous-ensemble de cellules H_c est tel que les contraintes de compatibilité co-canal et les contraintes de compatibilité entre canaux adjacents doivent être toujours respectées entre ses cellules, alors l'équivalence entre la contrainte (5.11) et les contraintes (5.4) relatives aux arêtes de la clique H_c reste vraie même si $\overline{m}^{adj'} < \overline{m}^{co'}$. Toute paire de cellules x_i et x_j appartenant à la même macro-cellule est telle que $M_{ij}^{co} = M_{ij}^{adj} = 10$. Nous rappelons qu'une macro-cellule est un ensemble de cellules

qui partagent le même site cellulaire. Les interférences de ce niveau 10 doivent être toujours respectées. Par conséquent, $MPLAC$ interdit les interférences de ce niveau. Nous utilisons dans la version relaxée de $MPLAC$ décrite à la section 5.3, les contraintes (5.11) pour agréger les contraintes (5.4) associées aux arêtes internes aux macro-cellules.

Considérons deux blocs B_k et B_ℓ. Nous dirons que B_k et B_ℓ sont $\sigma - adjacents$ s'il existe un canal f appartenant au bloc B_k et un canal f' appartenant au bloc B_ℓ tels que $|f - f'| = \sigma$. De façon similaire, deux cellules x_i et x_j sont $\sigma - adjacentes$ s'il est interdit d'affecter aux cellules x_i et x_j deux canaux f et f' tels que $|f - f'| \leq \sigma$.

Remarque 5.1 *Deux cellules x_i et x_j $\sigma - adjacentes$ sont aussi adjacents aux niveaux* $0, 1, 2, \ldots, \sigma - 1$.

Considérons G_c^σ, un graphe des cellules défini de sorte qu'il existe une arête entre les nœuds représentant deux cellules données, si ces deux cellules sont $\sigma - adjacentes$ et G_b^σ, un graphe des blocs de canaux défini de sorte qu'il existe une arête entre les nœuds représentant deux blocs donnés, si ces deux blocs sont $r - adjacents$ avec $r \leq \sigma$. Soient H_c^σ, une clique du graphe G_c^σ et H_b^σ une clique du graphe G_b^σ.

Une forme générale de contrainte de clique d'adjacence à un niveau σ peut être formulée comme suit:

$$\sum_{i:x_i \in H_c^\sigma} \sum_{\substack{t \in T_k \\ k:B_k \in H_b^\sigma}} a_{it} y_t \leq 1. \tag{5.12}$$

Les contraintes (5.12) peuvent être utilisées pour réduire le nombre de contraintes d'espacement (5.6). Considérons le graphe G_b^{16} et H_b^{16} une clique de ce graphe. Les contraintes d'espacement, (5.6), correspondant à une antenne donnée et qui sont

induites par les arêtes de la cliques H_b^{16} peuvent être remplacées par la contrainte:

$$\sum_{t \in T_k, k: B_k \in H_b^{16}} a_{it} y_t \leq 1. \tag{5.13}$$

Étudions maintenant le cas particulier des contraintes d'espacement dures. Supposons que le regroupement standard (AMPS) des blocs de canaux en 21 sous-groupes est utilisé et que les types de blocs considérés sont $T8$, $B7$ et $E4$ (blocs de l'ensemble $\mathcal{F}_{B8}$ du tableau 4.2). Chaque sous-groupe de canaux est subdivisé en trois types de blocs. Les contraintes fortes d'espacement se déroulent entre les blocs d'un même type. Considérons un des types de blocs, par exemple le type $T8$. Soit $G_b^{16}(T8)$ le graphe des blocs correspondant. $G_b^{16}(T8)$ contient 21 nœuds et 390 arêtes. Pour une antenne A_i donnée, il faut donc 390 contraintes (5.6) pour le type de bloc $T8$ soit 1170 contraintes (5.6), pour prendre en compte les exigences fortes d'espacement, associées à cette antenne. Considérons les cliques du graphe $G_b^{16}(T8)$, énumérées ci-dessous:

1 blocs $T8$ du sous-groupe 1 au sous-groupe 16;

2 blocs $T8$ du sous-groupe 2 au sous-groupe 17;

3 blocs $T8$ du sous-groupe 3 au sous-groupe 18;

4 blocs $T8$ du sous-groupe 4 au sous-groupe 19;

5 blocs $T8$ du sous-groupe 5 au sous-groupe 20;

6 blocs $T8$ du sous-groupe 6 au sous-groupe 21.

Les exigences d'espacement (sur l'antenne A_i) relatives à un bloc du type $T8$ peuvent être exprimées par 6 contraintes (5.13), correspondant aux cliques définies ci-dessus. Il s'ensuit que, pour une antenne donnée, les exigences fortes d'espacement peuvent être entièrement prises en compte par 18 contraintes (5.13) à la place de 1170 contraintes (5.6).

En plus de réduire le nombre total de contraintes, les contraintes de cliques sont des contraintes plus fortes comparées aux contraintes induites par des arêtes prises isolément. Leur utilisation a donc pour avantage de renforcer la relaxation continue du modèle. Padberg [149] a été l'un des premiers à utiliser les inégalités de cliques dans le contexte des problèmes de "mise en boîte" afin de renforcer la relaxation continue du modèle correspondant. Aardal et *al.* [2] et Fischetti et *al.* [59] ont récemment utilisé des contraintes de cliques (co-canal) pour résoudre des problèmes d'affectation de fréquences. Selon la terminologie proposée dans cette section, les contraintes de cliques que ces auteurs utilisent sont des contraintes de cliques du graphe des cellules $0-adjacents$.

Nous finirons cette section par une autre famille de contraintes de renforcement. Étant donné la taille des blocs de canaux, la satisfaction de la demande d_i d'une cellule exige au moins $\lceil \frac{d_i}{\max\limits_{k \in K} |B_k|} \rceil$ blocs de canaux. Ceci peut être exprimé par les contraintes suivantes:

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T_k} a_{it} y_t \geq \lceil \frac{d_i}{\max\limits_{k \in K} |B_k|} \rceil \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (5.14)$$

5.3 Estimation de la qualité des solutions de ALPINIST

Dans le chapitre 4, nous avons développé un algorithme métaheuristique pour l'affectation des canaux dans les réseaux saturés. Afin d'estimer la qualité des solutions produites par cet algorithme, nous nous proposons de relaxer *MPLAC* en laissant tomber les contraintes d'espacement et les contraintes d'intermodulation. Nous obtenons ainsi un modèle réduit. Remarquons que dans le chapitre 4, les contraintes d'intermodulation non pas été prises en compte non plus. Les contraintes d'espacement ont été, quant à elles, utilisées pour départager les ex æquo. Le calcul des bornes sur les solutions d'ALPINIST va être effectué en se limitant à la résolution

de la relaxation continue de ce modèle réduit. Nous présentons ci-après la synthèse du modèle que nous nous proposons de résoudre avec l'algorithme de génération de colonnes CAP-GENCOL décrit à la section 5.3.4. Nous allons désigner cette version relaxée du modèle $MPLAC$ par $MRPLAC$. Afin de faciliter l'écriture des programmes mathématiques, nous utiliserons dans la suite de ce chapitre, la notation $B_k \sim B_\ell$ pour signifier que les blocs de canaux B_k et B_ℓ sont adjacents. Nous utiliserons par ailleurs la notation, $x_i \nleftrightarrow x_j$ pour signifier que les cellules x_i et x_j n'appartiennent pas à la même macro-cellule.

$$\min \sum_{t \in T} c_t y_t$$

s.c.:

$$\sum_{k in K} \sum_{t \in T_k} |B_k| a_{it} y_t \geq d_i \qquad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (5.1)$$

$$\sum_{t \in T_k} y_t \leq 1 \qquad k = 1, 2 \ldots, |K| \qquad (5.2)$$

$$\sum_{t \in T_k} (a_{it} + a_{jt}) y_t \leq 1 \qquad \begin{array}{l} i, j = 1, 2, \ldots, n, i > j : \\ M_{ij}^{co} > \overline{m}^{co'}; k \in K \end{array} \qquad (5.3)$$

(MRPLAC)

$$\sum_{t \in T_k} a_{it} y_t + \sum_{t \in T_\ell} a_{jt} y_t \leq 1 \qquad \begin{array}{l} i, j = 1, 2, \ldots, n : \\ M_{ij}^{adj} > \overline{m}^{adj'}, x_i \nleftrightarrow x_j \\ k, \ell \in K \text{ avec } k \neq \ell : \\ B_k \sim B_\ell \end{array} \qquad (5.4)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T_k} a_{it} |B_k \cap F_e| y_t \leq d_i^e \qquad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (5.5)$$

$$\sum_{i : x_i \in C_q} \sum_{t \in T_k \cup T_\ell} a_{it} y_t \leq 1 \qquad \begin{array}{l} k, \ell \in K : B_k \sim B_\ell \\ q = 1, 2, \ldots, n_0 \end{array} \qquad (5.11)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T_k} a_{it} y_t \geq \lceil \frac{d_i}{\max\limits_{k \in K} |B_k|} \rceil \qquad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (5.14)$$

$$0 \leq y_t \leq 1 \qquad t \in T \qquad (5.7)$$

Le paramètre n_0 désigne le nombre total de macro-cellules. Les contraintes (5.11) remplacent les contraintes (5.4) internes aux macro-cellules.

Le programme $MRPLAC$ contient $(2^n - 1)|K|$ variables. Ce nombre peut être très élevé même pour des problèmes de petite taille. La technique de génération de colonnes se prête bien à sa résolution. Elle permet de ne pas écrire explicitement toutes les variables du problème. Les techniques de programmation linéaire généralisée (méthodes de décomposition ou génération de colonnes) ont été introduites par Dantzig, Orden et Wolfe (1955) [42] pour la décomposition des grands problèmes en variables continues. La technique de génération de colonnes consiste à résoudre une série de programmes linéaires de taille restreinte. A une itération donnée, de nouvelles variables de coûts réduits négatifs (lorsqu'il s'agit d'un problème de minimisation) sont générées et ajoutées au programme mathématique précédent. Le problème qui consiste à générer de nouvelles variables est généralement appelé problème auxiliaire. Le programme linéaire restreint est appelé problème maître. Nous invitons le lecteur intéressé par plus de détails sur la méthode à consulter Chvátal [31] ou Lasdon [123].

Dans le cadre de l'application que nous considérons, les contraintes de compatibilité co-canal vont être traitées au niveau du problème auxiliaire. Le programme mathématique du problème maître que nous désignons PM, n'est rien d'autre que le programme $MRPLAC$ sans les contraintes co-canal. Sa formulation est présentée ci-dessous.

$$\min \sum_{t \in T} c_t y_t$$

s.c.:

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T_k} |B_k| a_{it} y_t \geq d_i \qquad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (\pi^1) \qquad (5.1)$$

$$\sum_{t \in T_k} y_t \leq 1 \qquad k = 1, 2 \ldots, |K| \qquad (\pi^2) \qquad (5.2)$$

$$\sum_{t \in T_k} a_{it} y_t + \sum_{t \in T_\ell} a_{jt} y_t \leq 1 \qquad \begin{array}{l} i, j = 1, 2, \ldots, n, i \geq j : \\ M_{ij}^{adj} > \overline{m}^{adj'}, x_i \nleftrightarrow c_j \\ k, \ell \in K \text{ avec } k \neq \ell : \\ B_k \sim B_\ell \end{array} \qquad (\pi^4) \qquad (5.4)$$

$$(PM) \quad \sum_{k \in K} \sum_{t \in T_k} a_{it} |B_k \cap F_e| y_t \leq d_i^e \quad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (\pi^5) \qquad (5.5)$$

$$\sum_{i : x_i \in C_q} \sum_{t \in T_k \cup T_\ell} a_{it} y_t \leq 1 \qquad \begin{array}{l} k, \ell \in K : B_k \sim B_\ell \\ q = 1, 2, \ldots, n_0 \end{array} \qquad (\pi^{11}) \qquad (5.11)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T_k} a_{it} y_t \geq \left\lceil \frac{d_i}{\max\limits_{k \in K} |B_k|} \right\rceil \quad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (\pi^{14}) \qquad (5.14)$$

$$0 \leq y_t \leq 1 \qquad t \in T \qquad (5.7)$$

π^1,π^2, π^4,π^5,π^{11}, π^{14} sont respectivement les vecteurs duaux associées aux contraintes désignées. Rappelons que si $\overline{m}^{adj'} \geq \overline{m}^{co'}$, alors les contraintes (5.4) peuvent être remplacées par les contraintes (5.10).

5.3.1 Formulation quadratique du problème auxiliaire

Dans un algorithme de génération de colonnes, le problème auxiliaire consiste à générer une nouvelle colonne qui sera ajoutée au problème maître si elle est de coût réduit négatif. Dans le modèle $MRPLAC$, chaque variable $y_t (t \in T_k)$ représente l'affectation du vecteur colonne $a_{.t}$ (sous-ensemble de cellules) au bloc de canaux B_k. Le problème qui consiste à générer la colonne de plus petit coût réduit, pour un bloc

de canaux B_k donné, peut être alors formulé comme suit:

$$\min \overline{c}_t(a_{.t})$$

s.c.:

$$(\mathbf{P^k Aux_Q_1}) \qquad a_{it} + a_{jt} \leq 1 \quad \begin{matrix} i,j = 1,2,\ldots,n : \\ i > j, \quad M_{ij}^{co} > \overline{m}^{co'} \end{matrix} \tag{5.15}$$

$$a_{it} \in \{0,1\} \quad i = 1,2,\ldots,n \tag{5.16}$$

où $\overline{c}_t(a_{.t})$ désigne le coût réduit.

$$\overline{c}_t(a_{.t}) = c_t(a_{.t}) - \Big(\sum_{i=1}^{n} |B_k| a_{it}\pi_i^1 + \pi_t^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1, x_i \Leftrightarrow x_j \\ M_{ij}^{adj} > \overline{m}^{adj'}}}^{n} \sum_{\substack{\ell \in K, \ell \neq k \\ B_\ell \sim B_k}} a_{it}\pi_{ijk\ell}^4$$

$$+ \sum_{q=1}^{n_0} \sum_{q: x_i \in C_q} \sum_{\substack{\ell \in K, \ell \neq k \\ B_\ell \sim B_k}} \pi_{qk\ell}^{11} + \sum_{i=1}^{n} |B_k \cap F_e| a_{it}\pi_i^5 + \sum_{i=1}^{n} a_{it}\pi_i^{14}\Big)$$

On peut réécrire $\overline{c}_t(a_{.t})$ comme suit:

$$\overline{c}_t(a_{.t}) = c_t(a_{.t}) - \pi_t^2 - \Bigg(\sum_{i=1}^{n} a_{it}\Big(|B_k|\pi_i^1 + \sum_{\substack{j=1, x_i \Leftrightarrow x_j \\ M_{ij}^{adj} > m^{adj}}}^{n} \sum_{\substack{\ell \in K, \ell \neq k \\ B_\ell \sim B_k}} \pi_{ijk\ell}^4$$

$$+ \sum_{\substack{q=1 \\ x_i \in C}}^{n_0} \sum_{\substack{\ell \in K, \ell \neq k \\ B_\ell \sim B_k}} \pi_{qk\ell}^{11} + |B_k \cap F_e|\pi_i^5 + \sum_{i=1}^{n} \pi_i^{14}\Big)\Bigg)$$

Soit $\overline{\pi}_i$ la variable duale composite associée à la cellule x_i

$$\overline{\pi}_i = |B_k|\pi_i^1 + \sum_{\substack{j=1 \\ M_{ij}^{adj} > m^{adj}}}^{n} \sum_{\substack{\ell \in K, \ell \neq k \\ B_\ell \sim B_k}} \pi_{ijk\ell}^4 + \sum_{\substack{q=1 \\ x_i \in C}}^{n_0} \sum_{\substack{\ell \in K, \ell \neq k \\ B_\ell \sim B_k}} \pi_{qk\ell}^{11}$$

$$+|B_k \cap F_e|\pi_i^5 + \sum_{i=1}^{n} \pi_i^{14}$$

Le coût réduit $\overline{c}_t(a_{.t})$ peut alors s'écrire:

$$\overline{c}_t(a_{.t}) = c_t(a_{.t}) - \sum_{i=1}^{n} a_{it}\overline{\pi}_i - \pi_t^2.$$

Le programme $P^k\text{Aux}_Q\text{_1}$ est quadratique à cause des termes $a_{it}a_{jt}$ du coût c_t. Il s'agit d'un programme quadratique avec des contraintes classiques, souvent utilisées dans la description des ensembles stables d'un graphe.

Dans le cadre de la présente thèse, nous nous proposons de résoudre le programme $P^k\text{Aux}_Q\text{_1}$ en le réduisant à un programme quadratique non contraint en variables 0-1. Nous avons choisi cette approche car nous avons déjà à notre disposition, un outil efficace de résolution des programmes quadratiques non contraints en variables 0-1. Les contraintes de stable du programme $P^k\text{Aux}_Q\text{_1}$ peuvent être transférées dans la fonction objectif, accompagnées d'un facteur de pénalité. Ceci permet de réécrire $P^k\text{Aux}_Q\text{_1}$ comme un programme quadratique non contraint en variables 0-1. De plus, on peut laisser tomber les indices t dans la formulation du problème auxiliaire vu que l'expression de ce dernier ne dépend que du bloc de canaux B_k et des variables duales. Posant $\alpha_i = a_{it}$ pour $i = 1, 2, \ldots, n$, on a:

$$(\mathbf{P^k Aux_Q_2}): \qquad \min_{\alpha \in \{0,1\}^n} \overline{c}(\alpha) + L \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{\substack{j=i+1 \\ M_{ij}^{co} > \overline{m}^{co'}}}^{n} \alpha_i \alpha_j$$

Observons que si le facteur de pénalité $L > \max_{1 \leq i \leq n} |\overline{\pi}_i|$, alors les programmes $P^k\text{Aux}_Q\text{_1}$ et $P^k\text{Aux}_Q\text{_2}$ sont équivalents à l'optimalité.

Nous présentons ci-dessous une formulation linéaire du problème auxiliaire. Cette dernière formulation permet d'interpréter plus facilement le problème auxiliaire comme un problème combinatoire de graphe.

5.3.2 Formulation linéaire du problème auxiliaire

Chaque cellule x_i a un coût dual composite $\overline{\pi}_i$ qui lui est associé. Pour un bloc de canaux B_k, la génération de la colonne de plus petit coût réduit qui lui est associé peut être formulée comme la sélection d'un ensemble de cellules simultanément avec la sélection des arêtes appropriées, au coût minimum. Il s'agit en fait de déterminer le sous-graphe de poids minimum dans le graphe des cellules en interférence co-canal. Les cellules correspondent aux nœuds alors qu'une arête entre deux nœuds indique que les deux cellules correspondantes ne doivent pas utiliser le même canal. Deux cellules x_i et x_j qui sont telles que le coefficient M_{ij}^{co} est inférieur ou égal à la valeur seuil $\overline{m}_{ij}^{co'}$ peuvent utiliser le même canal au coût p_{ij}^{co}. Le poids d'un nœud est la valeur duale composite $\overline{\pi}_i$ alors que celui d'une arête $x_i x_j$ est le coefficient p_{ij}^{co}. Le problème de la sélection du sous-graphe de poids minimum peut être alors formulé comme suit:

$$\min \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{\substack{j=i+1 \\ M_{ij}^{co} <= \overline{m}_{ij}^{co'}}}^{n} p_{ij}^{co} w_{ij} - \sum_{i=1}^{n} \overline{\pi}^i a_{it} - \pi_t^2$$

s.c.:

$$(\mathbf{P^k Aux_L}) \qquad a_{it} + a_{jt} \leq 1 \qquad \begin{matrix} i,j = 1,2,\ldots,n : \\ i > j, \quad M_{ij}^{co} > \overline{m}^{co'} \end{matrix} \qquad (5.17)$$

$$w_{ij} \geq a_{it} + a_{jt} - 1 \qquad i,j = 1,2,\ldots,n, j > i \qquad (5.18)$$

$$a_{jt}, w_{ij} \in \{0,1\} \qquad i,j = 1,2,\ldots,n, j > i \qquad (5.19)$$

Le sous-graphe généré est un ensemble stable si le coût c_t associé est nul. Le

programme $P^k\text{Aux}_L$ est une linéarisation du programme $P^k\text{Aux}_Q$. L'expression de sa fonction objectif n'est rien d'autre que celle du coût réduit établie précédemment, réécrite avec les nouvelles variables w_{ij}. Les contraintes co-canal internes aux macro-cellules peuvent être remplacées par des contraintes de clique similaires aux contraintes 5.11. En utilisant les variables $\alpha_i, i = 1, 2, \ldots, n$, définies dans la section précédente, le programme $P^k\text{Aux}_L$ prend la forme suivante:

$$\min \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{\substack{j=i+1 \\ M_{ij}^{co} <= m_{ij}^{co}}}^{n} p_{ij}^{co} w_{ij} - \sum_{i=1}^{n} \overline{\pi}^i \alpha_i - \pi_t^2$$

s.c.:

$$(\mathbf{P^k Aux_L}) \qquad \begin{aligned} \alpha_i + \alpha_j &\leq 1 && i, j = 1, 2, \ldots, n : \\ & && i > j, x_i \not\Leftrightarrow x_j \text{ et} \\ & && M_{ij}^{co} > \overline{m}^{co'} && (5.20) \\ \sum_{i:x_i \in C_q} \alpha_i &\leq 1 && q = 1, 2, \ldots, n_0 && (5.21) \\ w_{ij} &\geq \alpha_i + \alpha_j - 1 && i, j = 1, 2, \ldots, n, j > i && (5.18) \\ \alpha_j, w_{ij} &\in \{0, 1\} && i, j = 1, 2, \ldots, n, j > i && (5.19) \end{aligned}$$

5.3.3 Résolution de la formulation quadratique du problème auxiliaire

5.3.3.1 Méthode Heuristique

Dans un algorithme de génération de colonnes, il est suffisant à une itération donnée de considérer une colonne ayant un coût réduit négatif qui n'est pas nécessairement le plus petit coût réduit. Le problème auxiliaire peut être alors résolu par une méthode heuristique aussi longtemps que cette dernière est capable de fournir une colonne de coût réduit négatif. Vu les méthodes proposées dans la littérature, nous avons décidé d'utiliser une heuristique de recherche avec tabous dont les détails

sont décrits dans Parenteau [152] (voir aussi Hansen, Jaumard et Parreira [90]). Nous présentons ci-dessous, une brève description de cette heuristique.

---

procédure TS:

Étape 1: *Soient α une solution réalisable et $\overline{c}(\alpha)$ la valeur associée à α. Soient α^* la meilleure solution connue et $\overline{c}(\alpha^*)$ sa valeur: $\alpha^* := \alpha$ et $\overline{c}^* := \overline{c}(\alpha)$; poser T, l'ensemble des mouvement interdits, égal à l'ensemble vide; fixer une valeur du paramètre Rep, comme critère d'arrêt; poser $Nbiter_Tabu = 0$;*

Étape 2: *Transformer la solution α en une solution α_j obtenue après un mouvement dans la $j^{\text{ième}}$ direction et évaluer $\delta_j = \overline{c}(\alpha_j) - \overline{c}(\alpha)$ pour tous les mouvement j tels que $p_j = 0$. Soit $\delta_k = \min\{\delta_j | p_j = 0\}$; si $\delta_k \geq 0$, alors $p_k = p$;*
poser $\alpha := \alpha_k$;

Étape 3: *Si $\overline{c}(\alpha_k) < \overline{c}^*$, alors $\alpha^* := \alpha_k$, $\overline{c}^* := \overline{c}(\alpha_k)$ et $Nbiter_Tabu = 0$;*

Étape 4: *Si $Nbiter_Tabu = Rep$, alors FIN;*
sinon, mettre à jour l'ensemble T et aller à l'étape 2;

Le paramètre p_j représente le nombre d'itérations pendant lesquelles le mouvement j va demeurer interdit. Lorsqu'une détérioration de la fonction objectif est enregistrée après avoir effectué le mouvement j, le paramètre p_j prend la valeur p. La valeur p est tirée au hasard entre deux valeurs limites $TailleMinTabu$ et $TailleMaxTabu$.

5.3.3.2 Méthode Exacte

Lorsque l'heuristique de recherche avec tabous retourne une colonne de coût réduit positif ou nul, il est nécessaire de résoudre exactement le problème auxiliaire afin d'itérer à nouveau la méthode du simplexe. S'il est impossible de trouver une colonne de coût réduit négatif par une méthode exacte, alors la solution courante est optimale. Nous nous proposons d'utiliser un algorithme d'énumération implicite. Cet algorithme exploite, à chaque nœud de l'arbre d'énumération, des informations fournies par les dérivées partielles de la fonction objectif en faisant appel aux conditions d'optimalité du premier ordre et du second ordre. Le but de l'opération est de fixer à l'avance les valeurs de certaines variables ou d'établir des relations logiques entre les valeurs des variables à l'optimalité. Les détails de cet algorithme sont décrits dans Parenteau [152] (voir aussi Pardalos et Rodgers [151]). Nous donnons ci-dessous un exemple de règles de fixation des variables à partir des conditions d'optimalité du premier ordre. Nous invitons le lecteur intéressé à en savoir plus au sujet des règles de fixation des variables ou des relaxations logiques entres les valeurs des variables à l'optimalité, à consulter Hammer et Hansen [55], Hammer, Hansen et Simeone [84].

Considérons la fonction quadratique en variables $0-1$, $f(\alpha) = \sum_i \sum_j p_{ij}\alpha_i\alpha_j$, $\alpha \in \{0,1\}^n$. Définissons par rapport au vecteur α, un vecteur $\alpha^j = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{j-1}, \overline{\alpha}_j, \alpha_{j+1}, \ldots, \alpha_n)$. $\overline{\alpha}_j$ est le complément de α_j. Si α est un minimum de la fonction f, alors pour n'importe quel indice j, on a $f(\alpha) \leq f(\alpha^j)$ ou de façon équivalente (condition d'optimalité du premier ordre):

$$\alpha_j(p_{jj} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} p_{ij}\alpha_{ij}) \leq \overline{\alpha}_j(p_{jj} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} p_{ij}\alpha_{ij}) \tag{5.22}$$

Posons $\Delta_j = p_{jj} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} p_{ij}\alpha_{ij}$. Δ_j est la dérivée partielle première de f par rapport à α_j. La relation (5.22) implique $(1-2\alpha_j)\Delta_j \geq 0$. Autrement dit, $\Delta_j > 0$ implique $\alpha_j = 0$ et $\Delta_j < 0$ implique $x_j = 1$.

Supposons que $\Delta_j \in [a, b]$ avec $a = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \alpha_{ij}^{-} + \alpha_{ii}$ et $b = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \alpha_{ij}^{+} + \alpha_{ii}$. Les paramètres α_{ij}^{-} et α_{ij}^{+} désignent respectivement les coefficients négatifs et positifs de l'expression de Δ_j. Si $b < 0$ alors $\alpha_j = 1$ et si $a > 0$ alors $\alpha_j = 0$.
Remarquons qu'un programme quadratique en variables 0−1 avec des termes linéaires peut toujours être facilement reécrit sous la forme d'un programme quadratique en variables $0 - 1$ ne contenant que des termes quadratiques.

5.3.4 Algorithme de génération de colonnes

Nous présentons ci-après les détails de l'algorithme de génération de colonnes que nous proposons pour résoudre $MRPLAC$.

Algorithme CAP-GENCOL

---

1. Initialisation

Construire une première série de colonnes à partir d'un algorithme d'affectation de canaux tel que ALPINIST *ou* HGREEDY. *Construire à partir des vecteurs $a_{.t}$ qui définissent ces colonnes, les contraintes correspondantes. S'il y a des contraintes qui ne sont incidentes à aucune des colonnes initiales, associer une variable artificielle avec un coût C suffisamment grand à chacune d'elles.*

Résoudre le programme linéaire correspondant avec la phase 1 de l'algorithme de simplexe;

2. Itération Courante

Pour chaque $k \in K$ **faire**

Résoudre le problème auxiliaire correspondant au bloc B_k avec l'heuristique tabou.

Si $\overline{c}_k \geq 0$ **alors**

Résoudre exactement le problème auxiliaire correspondant à B_k.

Si $\overline{c}_k < 0$ **alors**

Ajouter la colonne correspondante au problème maître.

Fin Si

Fin Si

S'il *n'existe aucun* $k \in K$ *tel que* $\overline{c}_k < 0$ **alors FIN.**

Si *la base courante ne contient aucune variable artificielle* **alors**

la solution de base courante définit une affectation de canaux optimale pour les valeurs seuils $\overline{m}^{co'}$ et $\overline{m}^{adj'}$.

Sinon, *il n'existe pas de solution réalisable pour les valeurs seuils $\overline{m}^{co'}$ et $\overline{m}^{adj'}$.*

Fin Si

Réoptimiser le problème maître avec l'algorithme de simplexe.

5.4 Applications numériques

5.4.1 Description des problèmes tests

Nous considérons les réseaux *Réseau_1* et *Réseau_2 – 1* décrits à la section 4.6 du chapitre 4. La distribution des contraintes du programme (PM) associées à ces réseaux est résumée dans le tableau 5.1.

Tableau 5.1 – *Distribution des contraintes*

Contraintes	*Réseau_1*	*Réseau_2 – 1*
5.1	85	359
5.2	63	63
5.4	22 326	65 636
5.11	1830	10 187
5.5	85	359
5.14	85	359
nombre total de contraintes	24 454	76 963

Les demandes en canaux considérées sont les demandes réellement satisfaites par la solution dont nous estimons la qualité. Les limites sur l'utilisation du spectre étendu, c'est-à-dire les valeurs des quantités d_i^e, $i = 1, 2, \ldots, n$, sont par défaut $0.5d_i$. Toutefois, ces valeurs sont réajustées à la hausse dans les cellules x_i auxquelles ALPINIST a assigné plus de la moitié des canaux requis dans le spectre étendu. Les valeurs des paramètres de contrôle du niveau des interférences co-canal et du niveau des interférences entre canaux adjacents, $\overline{m}^{co'}$ et $\overline{m}^{adj'}$, ont été fixées à 3. Remarquons qu'il existe (tableau 5.2) au moins une affectation de blocs de canaux qui ne contient aucune violation de contraintes de compatibilité co-canal de niveau supérieur à 3 et aucune violation de contraintes de compatibilité entre canaux adjacents de niveau supérieur à 3. Nous avons utilisé le même vecteur de pénalité pour les violations des contraintes de compatibilité co-canal et les violations des contraintes de compatibilité entre canaux adjacents. Ainsi on a $p^{co} = p^{adj} = [1, 2, 3, 10000, 50000, 150000, 400000, 400000, 400000, 500000]$. Ce vecteur de pénalité est donné à titre indicatif. Le facteur de pénalité L est fixé à 4 000 000.

5.4.2 Résultats

L'algorithme CAP-GENCOL décrit dans la section précédente a été implanté en C, avec quelques modules en $C++$. Cette implantation intègre l'optimiseur $CPLEX$ (version 5.0) pour la résolution du problème maître. Le programme résultant a été exécuté sur une station SUN ULTRA-2/1300. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 5.2. Nous rappelons également dans ce tableau les résultats de ALPINIST. La colonne $z(S)/niveau$ indique, pour chaque niveau d'interférence, la valeur de la fonction objectif $z(S)$. Notons que, dans le cas de l'évaluation des solutions de ALPINIST, les interférences entre canaux adjacents sont prises en compte.
Le tableau 5.3 présente quelques éléments d'information sur le déroulement de l'algorithme CAP-GENCOL.

Tableau 5.2 – ALPINIST *versus relaxation continue de* $MRPLAC$

	ALPINIST				CAP_GENCOL			
	Réseau_1		*Réseau_2 – 1*		*Réseau_1*		*Réseau_2 – 1 (*)*	
m	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	$z(S)/niveau$	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	$z(S)/niveau$	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	$z(S)/niveau$	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	$z(S)/niveau$
1	413	413	708	708	267.07	267.07	622.41	622.41
2	267	534	369	738	79.1	158.2	174.5	349
3	39	117	28	84	0	0	0	0
≥ 4	0	0	0	0	0	0	0	0
$\sum$	719	1064	1105	1530	346.17	425.27	796.91	971.41

(*) Cette instance n'a pas été résolue jusqu'à l'optimalité. Aussi, le problème auxiliaire a été exclusivement résolue de façon heuristique. Nous nous proposons

Tableau 5.3 – *Détails sur le déroulement de* CAP-GENCOL

	Nombre d'itérations				Temps cpu (seconde)			
	H. Tabou	Algo. Exacte	Cplex Phase_I	Cplex	H.Tabou	Algo. Exacte	Cplex	CAP_GENCOL
Réseau_1	4536	1748	2035	97 340	24.3	238.2	3041.4	3315.9
Réseau_2 – 1	6049	0	10 727	552 731	383.8	0	129 362.2	129 871.3

d'estimer prochainement, les écarts d'optimalité associés aux plans de fréquences des réseaux *Réseau_1* et *Réseau_2 – 1* obtenus avec ALPINIST. Les solutions fournies par ALPINIST contiennent des incompatibilités co-canal et des incompatibilités entre

canaux adjacents. Comme nous l'avons observé dans la section 4.6, à chaque incompatibilité correspond une arête distincte du graphe $0-$*adjacent* des demandes ou du graphe $1-$*adjacent* des demandes.

Le nombre maximal d'incompatibilités co-canal et d'incompatibilités entre canaux adjacents que peut contenir une affectation donnée, est borné par le nombre d'arêtes dans le graphe $0-$*adjacent* des demandes. Ceci s'explique par les deux faits suivants:

1. $M_{ij}^{co} \geq M_{ij}^{adj}$ *quelle que soit la paire de cellules* $x_i x_j$;
2. *on ne peut enregistrer simultanément sur une même paire de nœuds, une incompatibilité co-canal et une incompatibilité entre canaux adjacents.*

Remarquons que le graphe $0-$*adjacent* des demandes et le graphe $1-$*adjacent* des demandes ont le même ensemble de nœuds. Tel que nous l'avons défini dans la section 2.2, les nœuds d'un graphe des demandes correspondent aux canaux requis.

Par abus de langage, nous dirons qu'une arête du graphe $0-$*adjacent* des demandes, respectivement du graphe $1-$*adjacent* des demandes, est violée par une affectation donnée de canaux, si cette affectation de canaux est telle que l'arête considérée est sujette à une incompatibilité co-canal ou respectivement à une incompatibilité entre canaux adjacents.
Considérons les paramètres suivant:

- $\lambda^1(S)$, le nombre d'arêtes du graphe $0-$*adjacent* ou du graphe $1-$*adjacent* des demandes, violées par l'affectation de canaux S;
- $\lambda^2(S)$, le nombre d'arêtes du graphe $0-$*adjacent* ou du graphe $1-$*adjacent* des demandes, non violées par l'affectation de canaux S;

Soit λ le nombre d'arêtes du graphe $0-adjacent$ des demandes. On a:

$$\lambda^2(S) = \lambda - \lambda^1(S).$$

Considérons $\underline{\lambda}^1$, une borne inférieure sur le nombre d'arêtes violées par les solutions optimales et soit $\overline{\lambda}^2$, la borne supérieure sur le nombre d'arêtes non violées par les solution optimales, telle que:

$$\overline{\lambda}^2 = \lambda - \underline{\lambda}^1.$$

Désignons par $gap_{opt}(S)$, l'écart d'optimalité associé à la solution S. $gap_{opt}(S)$ peut être défini par rapport au nombre d'arêtes non violées. Remarquons que le nombre d'arêtes, dans le graphe des cellules, non sujets à des incompatibilités co-canal ou à des incompatibilités entre canaux adjacents est un des critères utilisés par les opérateurs cellulaires afin d'apprécier la qualité de leurs réseaux. On a:

$$gap_{opt}(S) \leq 1 - \frac{\lambda^2(S)}{\overline{\lambda}^2} = \frac{\overline{\lambda}^2 - \lambda^2(S)}{\overline{\lambda}^2}.$$

Si l'écart d'optimalité, $gap_{opt}(S)$, est exprimé en pourcentage, alors on peut dire que dans chaque 100 arêtes non violées à l'optimalité, la solution S viole $gap_{opt}(S)$ arêtes additionnelles.

Nous pouvons à présent, estimer les écarts d'optimalité des solutions de ALPINIST pour les réseaux *Réseau_1* et *Réseau_2 – 1* à partir des résultats du tableau 5.2. Le tableau 5.4 résume le calcul de ces écarts.

Tableau 5.4 – *Estimation des écarts d'optimalité*

	λ	$\lambda^1(S)$	$\lambda^2(S)$	$\underline{\lambda}^1$	$\overline{\lambda}^2$	$gap_{opt}(S)$
Réseau_1	534 560	719	533 841	346.17	534 213.83	.07%
Réseau_2 – 1	2 159 836	1105	2 158 731	796.91	2 157 934.09	.05%

5.4.3 Réseaux sursaturés

Nous considérons dans cette section un cas de figure où Alpinist n'a pas réussi à trouver une solution acceptable, c'est-à-dire une solution sans interférence de niveau

supérieur à 4. Les caractéristiques du réseau considéré, que nous désignons *Réseau_3*, sont décrites dans le tableau 5.5. Nous avons exécuté le programme CAP-GENCOL sur cet exemple. Le but poursuivi ici est de vérifier s'il existe une solution acceptable pour cette instance. En effet, si la solution optimale du programme CAP-GENCOL contient des violations de contraintes de compatibilité de niveaux supérieurs à 4, alors on pourra conclure qu'il n'existe pas de solution acceptable pour cette instance en particulier. Par contre, nous ne pourrions rien conclure dans ce sens si cette solution ne contient aucune violation de niveau supérieur à 4, car les solutions optimales du programme CAP-GENCOL sont des bornes inférieures sur les solutions d'affectation de canaux auxquels nous nous intéressons.

Tableau 5.5 – *Caractéristiques du réseau Réseau_3*

	Réseau_3
nombre de cellules	103
densité de la matrice M^{co}	.96
densité de la matrice M^{adj}	.21
demande en canaux	2108
nombre d'antennes par cellules	2
séparation co-antenne	17
m^{co}, m^{adj}	4
$\overline{m}^{co}$, $\overline{m}^{adj}$	9

Nous résumons dans le tableau 5.6, les résultats de ALPINIST et de CAP-GENCOL.

Tableau 5.6 – ALPINIST *versus* CAP-GENCOL*: Réseau_3*

	ALPINIST		CAP-GENCOL	
	Réseau_3		*Réseau_3*	
m	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	$z(S)$/*niveau*	$N^{intf_co}(m)$ + $N^{inf_adj}(m)$	$z(S)$/*niveau*
1	1818	1818	790.18	790.18
2	863	1726	1093.07	2186.14
3	835	2505	1536	4608
4	726	36 300	613.824	30 691.2
5	1242	621 000	69	3450
6	331	827 500	0	0
7	141	1 410 000	0	0
8	48	2 400 000	0	0
≥ 9	0	0	0	0
$\sum$	6004	5 300 849	4102.04	41 725.52

Les résultats du tableau 5.6 nous permettent de conclure qu'il n'existe pas

d'affectation de canaux acceptable pour le réseau *Réseau_3*, car la solution de CAP-GENCOL contient des violations de contraintes de compatibilité électromagnétique de niveau supérieur à 4. Les valeurs des paramètres de contrôle du niveau des interférences co-canal et du niveau des interférences entre canaux adjacents, $\overline{m}^{co'}$ et $\overline{m}^{adj'}$, ont été fixées à 8. Observons que la borne inférieure sur le nombre total de violations des écart de compatibilité électromagnétique, tous niveaux confondus, est visiblement élevé. Ceci permet de relativiser le nombre élevé de violations des écarts de compatibilité électromagnétique que contient l'affectation de canaux obtenue avec ALPINIST. Le calcul de l'écart d'optimalité de la solution de ALPINIST pour le *Réseau_3* est résumé dans le tableau 5.7.

Tableau 5.7 – *Estimation des écarts d'optimalité: Réseau_3*

	λ	$\lambda^1(S)$	$\lambda^2(S)$	$\underline{\lambda}^1$	$\overline{\lambda}^2$	$gap_{opt}(S)$
Réseau_3 – 2	1 978 759	6004	1 972 755	4102.04	1 974 657	.1%

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une nouvelle formulation de programmation linéaire en variables $0-1$ pour le problème d'affectation de canaux dans les réseaux saturés. Ce modèle nous a permis d'établir clairement que les réseaux de Bell Mobilité Cellulaire considérés sont réellement des réseaux saturés. Étant donné que les valeurs des bornes calculées précédemment sont différentes de 0, on peut conclure qu'il n'existe pas d'affectation de canaux admissible, c'est-à-dire sans incompatibilité co-canal ou sans incompatibilité entre canaux adjacents.

Lorsque ALPINIST ne trouve pas de solutions acceptables, plusieurs actions peuvent être menées sur les cellules impliquées dans les violations de contraintes de compatibilité de niveaux supérieurs à 4, afin de rendre la solution trouvée par ALPINIST acceptable. Le but ultime de ces actions est de modifier les matrices de compatibilité. On peut donc subdiviser les cellules concernées, ajuster les puissances d'émission des antennes de ces cellules, installer de nouveaux équipements ou avoir recours à

d'autres techniques appropriées. Ces différentes actions impliquent des coûts additionnels pour l'exploitation du réseau. Il est donc très important de s'assurer qu'il n'existe effectivement pas de solutions acceptables pour l'instance considérée. Dans un tel contexte, la résolution exacte du $PACReS$ pourrait être un outil de décision bien indiqué, en plus de fournir la solution exacte du problème d'affectation de canaux considéré. La résolution de la relaxation continue du modèle que nous proposons, peut permettre de conclure, pour certaines instances, qu'il n'existe pas de solutions acceptables. C'est le cas de l'exemple que nous avons considéré dans la section précédente. Toutefois, si la solution de la relaxation continue ne contient pas des incompatibilités de niveaux supérieurs à 4, nous ne pouvons rien conclure. Les bornes inférieures calculées précédemment semblent être d'assez bonne qualité vu la nature du problème à résoudre. Ceci nous amène à dire que l'intégration de la procédure de génération de colonnes dans un schéma d'évaluation et séparation progressive pourrait permettre de résoudre exactement le modèle $MPLAC$. Cette avenue mérite d'être explorée dans un futur développement.

CHAPITRE 6

Conclusion générale

Cette thèse a été réalisée dans le but de contribuer à l'accroissement des connaissances, en particulier le savoir faire, sur les affectations de canaux dans les systèmes (réels) de téléphonie mobile cellulaire. Dans cette optique, nous avons d'abord identifié deux grandes classes de problèmes d'affectation de canaux: les problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux non saturés et les problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux saturés. Afin de mieux situer nos travaux par rapport à l'état de l'art dans le domaine, nous avons consacré un chapitre à la revue de la littérature. Ce chapitre vient combler un certain vide dans ce domaine de recherche car à notre connaissance, il n'existe pas dans la littérature un article qui fait une synthèse de ce qu'on sait faire réellement en matière d'affectation statique de canaux dans les systèmes de téléphonie mobile cellulaire.

Dans le cadre des problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux non saturés, nous avons proposés deux algorithmes gloutons qui exploitent une stratégie de "canaux-exhaustifs" avec la généralisation de la notion de degré de saturation pour le choix de la cellule à traiter à l'itération courante. Ces algorithmes intègrent des paramètres dynamiques qui mesurent les difficultés relatives au choix de la cellule à traiter à l'itération courante et au choix du canal à affecter à cette cellule. Les résultats se comparent favorablement avec la majorité des heuristiques de la littérature et permettent de conclure que les algorithmes proposés anticipent assez bien les effets d'interaction mutuelle des demandes non encore satisfaites, ainsi que les effets du choix du canal courant sur la suite du processus d'affectation. Aussi, les temps d'exécution de ces algorithmes sont très faibles, ce qui permet d'envisager leur utilisation dans un contexte d'affectation de canaux en temps réel.

Un algorithme du type recherche avec tabous a également été développé. Les expériences montrent que des améliorations marginales, par rapport à la largeur de bande utilisée ou au nombre de canaux distincts utilisés, peuvent être réalisées. Les résultats du schéma algorithmique développé semblent toutefois dépendre des solutions initiales utilisées, ce qui confirme les constats récents d'autres auteurs qui ont suivi une approche similaire. La démarche adoptée est cependant instructive en ce sens qu'elle permet d'identifier les mises en œuvre de la méthode de recherche avec tabous, et des heuristiques d'optimisation moderne de façon générale, qui sont susceptibles de bien fonctionner sur les problèmes d'affectation de canaux dans les réseaux non saturés et celles qui pourraient moins bien fonctionner [20].

Au chapitre 4, nous avons considéré les problèmes d'affectation de canaux par blocs dans les réseaux saturés. A notre connaissance, c'est la première fois que des méthodes de recherche opérationnelle sont utilisées pour affecter des canaux par blocs dans les systèmes de téléphonie cellulaire. Un algorithme glouton a été proposé pour la construction d'une affectation initiale. Afin d'améliorer cette solution initiale et de la rendre, ultimement, acceptable par rapport à des contraintes réelles d'opération de réseaux cellulaires spécifiées par les ingénieurs de Bell Mobilité Cellulaire, nous avons développé un algorithme de recherche avec tabous. Cet algorithme contient des mouvements perturbatoires dont l'exécution de temps à autre semble être très bénéfique sur les performances de la méthode. L'algorithme de construction d'affectation initiale de canaux et l'algorithme de recherche avec tabous ont été respectivement implantés sous les pseudonymes de HGREEDY et ALPINIST. Les premières versions ont été installées chez Bell Mobilité Cellulaire.

Toujours dans le cadre des $PACReS$, nous avons développé, dans le chapitre 5, un nouveau modèle de programmation linéaire en variables $0-1$, $MPLAC$. Les motivations pour le développement d'un tel modèle sont multiples:

1. *apprécier la qualité des solutions de* ALPINIST;
2. *fournir un cadre de calcul des bornes inférieures sur les solution des* $PACReS$ *(rappelons que les objectifs considérés pour les* $PACReNoS$ *et les* $PACReS$ *ne sont pas les mêmes, par conséquent les résultats de bornes connus pour les*

PACReNoS, tels que les bornes de cliques, ne s'appliquent pas dans le cadre des PACReS);

3. *pouvoir décider, dans le contexte des applications considérées, s'il existe ou non des solutions acceptables;*
4. *baliser le chemin pour la résolution exacte des PACReS.*

Une version réduite du modèle *MPLAC* a été considérée et un algorithme de génération de colonnes a été développé afin de résoudre la relaxation continue de ce modèle réduit. Les solutions de cette relaxation semblent nous indiquer que les solutions d'ALPINIST sont de très bonne qualité.

L'ensemble de ces résultats ne constituent bien sûr qu'une étape dans la longue démarche qui mènera à un véritable savoir faire au sujet des affectations de canaux dans les réseaux de téléphonie mobile cellulaire. Néamoins, ils ont permis de mettre en relief les avantages que pourraient apporter, à ce nouveau secteur d'activité économique, un mélange bien dosé des méthodes de la recherche opérationnelle et de l'informatique.

La résolution exacte et efficace du modèle *MPLAC* constitue une voie intéressante qui doit être explorée dans les développements futurs. Il s'agit en particulier de la résolution du problème auxiliaire associé à l'utilisation de la technique de génération de colonnes. Nous avons proposé deux formulations du problème auxiliaire. Une formulation quadratique et une formulation linéaire. Nous avons utilisé dans cette thèse la formulation quadratique, vu que nous disposions déjà dans notre groupe de recherche, d'une boîte noire pour la résolution des problèmes quadratiques. Des travaux de recherches sont encore nécessaires dans le but de développer des algorithmes de résolution des problèmes quadratiques qui exploitent de façon plus efficace les structures particulières du programme auxiliaire associé au modèle *MPLAC*. La résolution exacte du dit programme auxiliaire prend encore énormément de temps lorsqu'il s'agit des réseaux cellulaires de très grande taille pour permettre d'envisager

une résolution exacte du modèle $MPLAC$ à l'intérieur d'un schéma d'évaluation et séparation progressive dans un temps de calcul raisonnable. Aussi, il serait utile de voir dans quelle mesure la résolution de la formulation linéaire du problème auxiliaire peut être une alternative intéressante.

Remarquons pour finir, qu'il est toujours possible de déployer un algorithme de séparation et évaluation progressive dans lequel le problème auxiliaire est résolu uniquement de façon heuristique. Il s'agira alors bien entendu, d'un algorithme approximatif.

BIBLIOGRAPHIE

[1] ———. Challenges to the Network: Telecommunications and the Internet. International Telecommunication Union, http://www.itu.ch/ti/papers, September 1997.

[2] AARDAL K.I., HIPOLITO A., VAN HOESEL C.P.M., JANSEN B., ROOS C. et TERLAKY T., (1995). A Branch-and-Cut Algorithm for the Frequency Assignment Problem. Technical report, EUCLID CALMA Radio Link Frequency Assignment Project, T.U. Eindhoven and T.U. Delf.

[3] AARTS E.H.L. et KORST J.H.M., (1989). *Simulated Annealing and Boltzmann Machines.* Wiley.

[4] ADJAKPLÉ P.M., (1994). Confection automatique des horaires de l'Ecole Polytechnique de Montréal. Master's thesis, Ecole Polytechnique de Montréal.

[5] ADJAKPLÉ P.M., (1995). Planification des systèmes de téléphonie mobile cellulaire. Rapport présenté dans le cadre de la partie orale de l'examen générale de synthèse, École Polytechnique de Montréal.

[6] ADJAKPLÉ P.M. et JAUMARD B., (1997). Greedy and Tabu Search Heuristics for Channel Block Assignment in Cellular Systems. Technical Report G-97-45, GERAD, Ecole Polytechnique de MontréaL.

[7] ANDERSON L.G., (1973). A Simulation Study of Some Dynamic Channel Assignment Algorithms in a High Capacity Mobile Telecommunications System. *IEEE Transactions on Communications*, COM-21:1294–1301.

[8] ARNAUD J-F., (1980). Frequency Planning for Broadcast Services in Europe. *Proceedings of the IEEE*, 68(12,):1515–1522.

[9] ATKINSON M.D., SANTORO N. et URRUTIA J., (1986). Integer Sets with Distinct Sums and Differences and Carrier Frequency Assignments for Nonlinear Repeaters. *IEEE Transactions on Communications*, COM-34(6):614–617.

[10] BABCOCK W.C., (1953). Intermodulation Interference in Radio Systems. *The Bell System Technical Journal*, 31:63–73.

[11] BACON D.F., (1996). VHF and UHF Area-Coverage. In M.P.M. Hall, L.W. Barclay, and M.T. Hewitt, editors, *Propagation of Radiowaves*, chapter 18. Institution of Electrical Engineers.

[12] BALDI P., (1990). On a Generalized Family of Colorings. *Graphs and Combinatorics*, 6:95–110.

[13] BALDI P. et POSNER E.C., (1990) Graph Coloring Bounds for Cellular Radio. *Computers and Mathematics with Applications*, 19(10):91–97.

[14] BERGE C., (1973). *Graphes et hypergraphes.* Dunod Université, Paris.

[15] BERMOND J.C., (1979). Graceful Graphs, Radio Antennae and French Windmills. In R.J. Wilson, editor, *Graph Theory and Combinatorics*, 18–37.

[16] BERMOND J.C., BROUWER A.E. et GERMA A., (1976). Système de triplets et différences associées. In *Combinatoire et théorie des graphes*, volume 260, pages 35–38, Paris. Colloques Internationaux C.N.R.S.

[17] BLOOM G.S. et GOLOMB S.W., (1977). Applications of Numbered Undirected Graphs. In *Proceedings of the IEEE*, 65(4):562–570.

[18] BORNDÖRFER R., EISENBLÄTTER A., GRÖTSCHEL M. et MARTIN A., (1997). Frequency Assignment in Cellular Phone Networks. preprint sc 97-35, Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik, Berlin.

[19] BOUCHER N.J., (1992) *The Cellular Radio Handbook.* Quantum Publishing, Mendicino, Californie.

[20] BOUJU A., BOYCE J.F., DIMITROPOULOS C.H.D. et VOM SCHEIDT G., (1995). Tabu Search for the Radio Links Frequency Assignment Problem. In *Conference on Applied Decision Technologies: Modern Heuristic Methods*, 233–250, Brunel University.

[21] BOX F., (1978). A Heuristic Technique for Assigning Frequencies to Mobile Radio Nets. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, VT-27(2):57–64.

[22] BRÉLAZ D., (1979). New Methods to Color the Vertices of a Graph. *Communication of the ACM*, 22(4):251–256.

[23] BROWN J.R., (1972). Chromatic Scheduling and the Chromatic Number Problem. *Management Science*, 19(4):456–463.

[24] CANGALOVIC M. et SCHEUDER J.A.M., (1991). Exact Coloring Algorithm for Weighted Graphs Applied to Timetabling Problems with Lectures of Different Lenghts. *European Journal of Operational Research*, 51:248–258.

[25] CARRAGHAN R. et PARDALOS P., (1990). An Exact Algorithm for the Maximum Clique Problem. *Operations Research Letters*, 9:375–382.

[26] CASTELINO D.J., HURLEY S. et STEPHENS N.M., (1996). A Tabu Search Algorithm for Frequency Assignment. *Annals of Operations Research*, 63:301–319.

[27] CHAN G.K. et MAHMOUD S.A., (1986). A Spectrum-Efficient Interference-Free Frequency Allocation Scheme for a Cellular Radio System. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, VT-35(1):15–21.

[28] CHAN K.G., (1991). Propagation and Coverage Prediction for Cellular Radio Systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 40(4):665–670.

[29] CHAN K.G., (1992). Effects of Sectorization on the Spectrum Efficiency of Cellular Radio Systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 41(3):217–225.

[30] CHVÁTAL V., (1976). On the Strong Perfect Graph Conjecture. *Journal of Combinatorial Theory (B)*, 139–141.

[31] CHVÁTAL V., (1983). *Linear Programming.* Freeman, New York.

[32] COHN S.I., (1977). Radar frequency assignment. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 19(3):326–330.

[33] COLLINS N.E., EGLESE R.W., et GOLDEN B.L., (1988). Simulated Annealing-an Annotated Bibliography. *AJMMS*, 8:209–307.

[34] CONAN J., (1993). *Introduction à la Radio Téléphonie Cellulaire, cours 3.530.* École Polytechnique de Montréal, *N°*1882.

[35] COSTA D., (1993). On the Use of Some Known Methods for T-colorings of Graphs. *Annals of Operations Research*, 41:343–358.

[36] COZZENS M.B. et ROBERTS F.S., (1982). T-Colorings of Graphs and the Channel Assignment Problem. *Congressus Numerantium*, 35:191–208.

[37] CRAINIC T.G., GENDREAU M., SORIANO P. et TOULOUSE M., (1993). A Tabu Search Procedure for Multicommodity Location/Allocation with Balancing Requirements. *Annals of Operations Research*, 41:359–384.

[38] CROMPTON W., HURLEY S. et STEPHENS N.M., (1994). A Parallel Genetic Algorithm for Frequency Assignment Problems. In *2nd IEE/IEEE Conference Int. Symp. on Signal Processing, Robotics and Neural Networks*, pages 81–84, Lille, France.

[39] CULLOCH W.S. et PITTS W., (1943). A logical Calculus of ideas immanent in nervous activity. *Bulletin of Mathematical Biophysic*, 5:115–133.

[40] DADSON C.E., DURKIN J., et MARTIN R.E., (1975). Computer Prediction of Field Strenght in the Planning of Radio Systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, VT-24:1–8.

[41] DAHL G., JORNSTEN K., LOVNES G., et SVAET S., (1995). Graph Optimization Problems in Connection with the Management of Mobile Communications Systems. *Telecommunication Systems*, 3:319–339.

[42] DANTZIG G.B., ORDEN A., et WOLFE P., (1955). The Generalized Simplex Method for Minimizing a Linear Form Under Linear Inequality Restraints. *Pacific Journal of Mathematics*, 5:183–195.

[43] DAVIS L., (1991). *Handbook of Genetic Algorithms.* Van Nostrand ReinHold, New York.

[44] DE WERRA D., (1990). Heuristics for Graph Coloring. In G. Tinhofer, E. Mayr, and H. Nolteneier, editors, *Computational Graph Theory, volume 7 of Computing, Supplement*, pages 191–208. Springer-Verlag, Berlin.

[45] DE WERRA D. et GAY Y., (1994). Chromatic Scheduling and Frequency Assignment. *Discrete Applied Mathematics*, 49(1-3):165–174.

[46] DE WERRA D. et HERTZ A., (1989) Tabu Search Techniques: A Tutorial and an Application to Neural Networks. *OR Spektrum*, 11:131–141.

[47] DEL RE E., FANTACCI R. et RONGA L., (1996). A Dynamic Channel Allocation Technique Based on Hopfield Neural Network. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 45(1):26–32.

[48] DELFOUR M. et TOWAIJ S., (1991). Spectrum Quality Indicators for the Land Mobile System. In *IEEE 41th Vehicular Technology Conference*, pages 710–715.

[49] DIMITRIJEVIĆ D.D. et VUCETIĆ J., (1993). Design and Performance Analysis of the Algorithms for Channel Allocation in Cellular Networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 42(4):526–534, 1993.

[50] DONALD V.H., (1979) The Cellular Concept. *The Bell System Technical Journal*, 58(1):17–37.

[51] DORNE R. et HAO J.-K., (1997). Tabu Search for Graph Coloring, T-coloring and Set T-coloring. In *2nd International Conference on Metaheuristics - MIC97*, pages 1–12, Sophia-Antipolis, France.

[52] DUQUA-ANTÓN M., KUNZ D. et RÜBER B., (1993). Channel Assignment for Cellular Radio Using Simulated Annealing. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 42(1):14–21.

[53] EDEN H., FASTER H.W. et KALBEITZER K.H. (1960). More Recent Methods of Television Network Planning and The Results Obtained. *E.B.U. Review*, 60(A):54–59.

[54] ELNOUBI S.M., (1992). Three-Dimensional Cellular Systems for Aeronautical Mobile Radio Communications. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 41(4):322–328.

[55] HAMMER P.L. et HANSEN P., (1981). Logical Relations in Quadratic 0-1 Programming. *Revue Roumaine de Mathematiques Pures et Appliquées*, 26(3):421–429.

[56] EVEN I.S., et SHAMIR A., (1976). On the Complexity of Timetabling and Multicommodity Flow Problems. *SIAM Journal on Computing*, 5(4):691–703.

[57] FANG R.J.F. et SANDRIN W.A., (1977). Carrier Frequency Assignment for Nonlinear Repeaters. *Comsat. Tech. Rev.*, 227–245.

[58] FASTER H.W., (1960) The Mathematical Theory Underlying the Planning of Transmitter Networks. *E.B.U. Review*, 60(A):60–69.

[59] FISHETTI M., LEPSCHY C., MINERVA G., JACUR G.R. et TOTO E., (1997) Frequency Assignment in Mobile Radio Systems Using Branch-and-Cut Techniques. preprint, Dipartimento di Matematica e Informatica, Università di Udine, Italy, fishdei.unipd.it.

[60] FRULLONE M., RIVA G, GRAZIOSO P. et FALCIASECCA G., (1996). Advanced Planning Criteria for Cellular Systems. *IEEE Personal Communications*, 10–15.

[61] FUNABIKI N. et NISHIKAWA S., (1995) An Improved Neural Network for Channel Assignment Problems in Cellular Mobile Communication Systems. *IEICE Trans. Commun.*, E78-B(8):1187–1196.

[62] FUNABIKI N. et TAKEFUJI Y., (1992). A Neural Network Parallel Algorithm for Channel Assignment Problems in Cellular Radio Networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 41(4):430–437.

[63] FURUKAWA H. et AKAIWA Y., (1993) Self-Organized Reuse Partitionning. In *IEEE 43th Vehicular Technology Conference*, pages 524–527.

[64] GAMST A., (1982). Homogeneous Distribution of Frequencies in a Regular Hexagonal Cell System. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, VT-31(3,):132–144.

[65] GAMST A., (1986). Some Lower Bounds for a Class of Frequency Assignment Problems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, VT-35(1,):8–14.

[66] GAMST A., (1988) A resource allocation technique for fdma systems. *Alta Frequenza*, LVII(2):89–96.

[67] GAMST A., BECK R. SIMON R. et ZINN E.G., (1985). An Integrated Approach to Cellular Radio Network Planning. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 35:21–25.

[68] GAMST A. et RALF K., (1990) Computational Complexity of Some Interference Graph Calculations. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 39(2):140–149.

[69] GAMST A. et RAVE W., (1982). On Frequency Assignment in Mobile Automatic Telephone Systems. *Proc. Globecom'82*, B3.1.1–B3.1.7.

[70] GAREY M.R. et JOHNSON D.S., (1979). *Computers and Intractability, A Guide to the Theory of NP-completeness.* W.H. Freeman, San francisco, CA.

[71] GELLER D., (1975). The Chromatic Number and Other Functions of the Lexicographic Product. *Journal of Combinatorial Theory (B)*, 19:87–95.

[72] GENDREAU M., HERTZ A. et LAPORTE G., (1994). A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem. *Management Science.*

[73] GIORTZIS A.I. et TURNER L.F., (1996). A Mathematical Programming Approach to the Channel Assignment Problem in Radio Networks. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 42(2):736–740.

[74] GLOVER F., (1986). Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence. *Computers and Operations Research*, 5:533–549.

[75] GLOVER F., (1989). Tabu Search - Part I. *ORSA Journal on Computing*, 1:190–206.

[76] GLOVER F., (1990). Tabu Search - Part II. *ORSA Journal on Computing*, 2:4–32.

[77] GLOVER F. et LAGUNA M., (1993). Tabu Search. In *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial*, chapter 3. Blackwell.

[78] GLOVER F. et LAGUNA M., (1997). *Tabu Search.* Kluwer Academic Publishers, 101 Philip Drive, Assinippi Park, Norwell, Massachussetts 02061 USA.

[79] GLOVER F., TAILLARD E. et DE WERRA D., (1992). A User's Guide to Tabu Search. *Annals of Operations Research*, 41:3–28.

[80] GOLOMB S.W., (1972). How to Number a Graph. *Graph Theory and Computing*, pages 23–37.

[81] GONDRAN M., et MINOUX M., (1979). *Graphes et algorithmes.* Eyrolles, Paris.

[82] GUDMUNDSON M., (1991). Analysis of Handover Algorithms. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 41:537–542.

[83] HALE W. K., (1980). Frequency Assignment: Theory and Applications. *Proceeding of the IEE*, 68(12):1497–1514.

[84] HAMMER P.L., HANSEN P. et SIMEONE B., (1984). Roof Duality, Complementation and Persistency in Quadratic 0-1 Optimization. *Mathematical Programming*, 28:121–155.

[85] HANSEN P., (1986). The Steepest Ascent Mildest Descent Heuristic for Combinatorial Programming. In *Congress on Numerical Methods in Combinatorial Programming*, Capri, Italy.

[86] HANSEN P., HERTZ A. et KUPLINSKY J., (1993). Bounded Vertex Coloring of Graphs. *Discrete Mathematics*, 111:305–312.

[87] HANSEN P. et JAUMARD B., (1987) Algorithms for the Maximum Satisfiability Problem. Technical report, Rutcor Research Report, New Brunswick, NJ., November 1987.

[88] HANSEN P. et JAUMARD B., (1989). Algorithms for the Maximum Satisfiability Problem. *Computing*, 44:279–303.

[89] HANSEN P., JAUMARD B. et MEYER C., (1997). On Lower Bounds for Numbered Complete Graphs. Technical Report G-97-09, GERAD, March.

[90] HANSEN P., JAUMARD B., MLADENOVIC N. et PARREIRA A., (1998). Variable Neighborhood Search for Weighted Maximum Satisfiability. preprint.

[91] HASHEMI H., (1990). A Study of Performance Degradation of Small-Cell Radio Systems Caused by Improper Antenna Positioning. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 39(3):213–217.

[92] HASHEMI H., (1991). Pulse Ranging Radiolocation Technique and its Application to Channel Assignment in Digital Cellular Radio. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 41:675–680.

[93] HERTZ A., (1989). *La coloration des sommets d'un graphe et son application à la confection d'horaires.* thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.

[94] HERTZ A. et DE WERRA D., (1987). Using Tabu Search Techniques for Graph Coloring. *Computing*, 345–351.

[95] HERTZ A. et DE WERRA D., (1988). Consecutive Coloring on Graphs. *Zeitschrift für Operations Research*, 32:1–8, 1988.

[96] HERTZ A. et DE WERRA D., (1990). The Tabu Search Metaheuristic: How We Used It. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 1:111–121.

[97] HO S.-H. et TCHA D.-W., (1992). Prioritized Channel Assignment in a Cellular Radio Netwrok. *IEEE Transactions on Communications*, 40(7):1259–1269.

[98] HOLLAND J.H., (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems.* University of Michigan Press, Ann Arbor.

[99] HOPFIELD J.J. et TANK D.W., (1985). Neural Computation of Decisions in Optimisation Problems. *Biological Cybernetics*, 52:141–152.

[100] HURKENS C.A.J. et TIOURINE S.R. (1995). Upper and Lower Bounding Techniques for Frequency Assignment Problems. preprint, Departement of Mathematics and Computing Science, Eindhoven University of Techonology.

[101] HURLEY S., SMITH D. H. et THIEL S. U., (1997). FASoft: A System for Discrete Channel Frequency Assignment. *Radio Science*, 32(5):1921–1939.

[102] HURLEY S. et SMITH D.H., (1995). Fixed Spectrum Frequency Assignment Using Natural Algorithms. In *Proceedings of the First Conference on Genetic Algorithms in Engineering Systems*, 373–378, Sheffield.

[103] HURLEY S., THIEL S.U. et SMITH D.H., (1996). A Comparison of Local Search Algorithms for Radio Link Frequency Assignment Problems. In *11th Annual ACM Symposium on Applied Computing*, 251–257, Philadelphia, USA.

[104] JABBARI B., (1996). Teletraffic Aspects of Evolving and Next-Generation Wireless Communication Netwroks. *IEEE Personal Communications*, pages 4–9.

[105] JAIMES-ROMERO F.J. et MUÑOZ-RODRÍGUEZ D., (1996). Channel Assignment in Cellular Systems using Genetic Algorithms. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 46(2):741–745.

[106] JANSSEN J. et KILAKOS K., (1996). Polyhedral Analysis of Channel Assignment Problems: (I) Tours. Technical Report CDAM-96-17, London School of Economics and Political Science.

[107] JANSSEN J. et KILAKOS K., (1996). Polyhedral Analysis of Channel Assignment Problems: (II) Tilings. Technical Report CDAM-96-17, London School of Economics and Political Science.

[108] JANSSEN J., KILAKOS K. et MARCOTTE O., (1996). Fixed Preference Channel Allocation for Cellular Telephone Systems. Technical Report LSE-CDMA-96-07, London School of Economics and Political Science.

[109] JAUMARD B. et ADJAKPLÉ P.M., (1996). Optimization of Channel Assignment in Bell Mobilité Cellular Systems. Technical report, GERAD.

[110] JIANG H. et RAPPAPORT S.S., (1993). CBWL: A New Channel Assignment and Sharing Method for Cellular Communication Systems. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 43:189–193.

[111] KAMMERLANDER K., (1984). An Advanced Mobile Radio Telephone System with Optimum Frequency Utilization. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 33(3):205–213.

[112] KATZELA I. et NAGHSHINEH M., (1996). Channel Assignment Schemes for Cellular Mobile Telecommunication Systems: A Comprehensive Survey. *IEEE Personal Communications*, 11–31.

[113] KAZANTZAKIS M.G., DEMESTICHAS P.P. ET ANAGNOSTOU M.E., (1995). Optimum Frequency Reuse in Mobile Telephony Systems. *International journal of Communication Systems*, 8:185–190.

[114] KEISER B.E., (1977). Frequency Management Techniques: Shifting the Demands on the Spectrum. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, EMC-19(3).

[115] KELLEY T., (1996). Forecasting the Mobile Communications Market: A Finger in the Airwaves. Technical report, International Telecommunication Union, http://www.itu.int/ti/papers/hkmobile/hkmobile.htm.

[116] KIM S. et KIM S-L., (1994). A Two Phase Algorithm for Frequency Assignment in Cellular Mobile Systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 43(3,):542–548.

[117] KIRPATRICK S., GELATT C.D. et VECCHI M.P. (1983). Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 220(4598):671–674.

[118] KLØVE T., (1990). Bounds and Constructions of Disjoints Sets of Distinct Difference Sets. *IEEE Transactions on Information Theory*, 36(1):184–190.

[119] KUBALE M. et JACKOWSKI B., (1985). A Generalized Implicit Enumeration Algorithm for Graph Coloring. *Communication of the ACM*, 28(4):412–418.

[120] KUNZ D., (1990). Pratical Channel Assignment Using Neural Networks. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 39: 652–655.

[121] KUNZ D., (1991) Channel Assignment for Cellular Radio Using Neural Networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 40(1):188–193.

[122] LAI W.K. et COGHILL G.G., (1996). Channel Assignment through Evolutionary Optimization. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 45(1):91–96.

[123] LASDON S.L., (1970). *Optimization Theory for Large Systems.* MacMillan, New York.

[124] LEE W.C.Y., (1986). *Mobile Communications Design Fundamentals.* Howard W. Sams & Co., Indiana.

[125] LEE W.C.Y., (1989). *Mobile Cellular Telecommunications Systems.* McGraw-Hill.

[126] LEESE R.A., (1997). A Unified Approach to Problems in Radio Channel Assignment. In C. Mitchell, editor, *Applications of Combinatorial Mathematics*, 60, pages 155–167. Oxford University Press.

[127] LIEPPINS G.E. et HILLARD M.R., (1989). Genetic Algorithms: Foundations and Applications. *Annals of Operations Research*, 31–58.

[128] LIU D.D., (1992). T-colorings of Graphs. *Discrete Mathematics*, 101:203–212.

[129] LOCHTIE G.D. (1993). Frequency Assignment using Artificial Neural Networks. In *IEE Antennas and Propagation*, 948–951.

[130] LOCHTIE G.D. et MEHLER M.J., (1995). Channel Assignment Using A Subspace Approach to Neural Networks. In *IEE Antennas and Propagation*, 296–300.

[131] LOCHTIE G.D. et MEHLER M.J., (1995). Subspace Approach to Channel Assignment in Mobile Communication Networks. In *IEE Proceedings on Communications*, volume 142-3, 179–185.

[132] MAJOR P.A., (1977). A Paramater-Sensitive Frequency-Assignment Method. *IEEE Transaction on Electromagnetic Compatibility*, 19(3):330–332.

[133] MATHAR R. et MATTFELDT J., (1993). Channel Assignment in Cellular Radio Networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 42(4):647–656.

[134] MATULA D. W., (1972). Bounded Color Functions on Graphs. *Networks*, 29–44.

[135] MATULA D.W. et BECK L.L., (1983). Smallest-last Ordering and Clustering and Graph Coloring Algorithms. *Journal of the ACM*, 30(3):417–417.

[136] MEHROTRA A. et TRICK M.A., (1995). A Column Generation Approach for Graph Coloring. *Les journées de l'optimisation, Montréal*, preprint: http://mat.gsia.cmu.edu/trick.html.

[137] METROPOLIS N., ROSENBLUTH A., TELLER A. et TELLER E., (1953). Equation of state calculations by fast computing machines. *J. Chem. Phys.*, 21:1087–1092.

[138] METZGER B.H., (1970). Spectrum Management Technique. In *38th National ORSA Meeting*, Detroit, MI.

[139] MORENO A.S., (1993). An Analytical Procedure for Frequency Planning. In *IEEE 43th Vehicular Technology Conference*, pages 176–180.

[140] MORITO S., SALKIN H.M. et WILLIAMS D.E., (1980). Two Backtrack Algorithms for the Radio Frequency Intermodulation Problem. *Applied Mathematics and Optimization*, 6:221–240.

[141] MOULY M., (1991). Regular Cellular Reuse Patterns. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 41:681–688.

[142] NANDA S., (1993). Teletraffic Models for Urban and Suburban Microcells: Cells Sizes and Handoff Rates. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 42(4):673–682.

[143] NETTLETON R.W. et SCHOLOEMER G.R., (1989). A High Capacity Assignment Method for Cellular Mobile Telephone Systems. In *IEEE 39th Vehicular Technology Conference*, pages 359–367.

[144] NOMURA T. et YOSHIKAWA N., (1976). Multiple Radio Zone Plans in Mobile Radio Systems. *IEEE Transaction On Vehicular Technology*, 25(3):68–74.

[145] OBBAD M., (1994). Heuristiques pour l'allocation de canaux en radiotéléphonie cellulaire. Master's thesis, Ecole Polytechnique de Montréal.

[146] OH S.H. et TCHA D.W., (1992) Prioritized Channel Assignment in a Cellular Radio Network. *IEEE Transactions on Communications*, 40(7):1259–1269.

[147] OKASAKA S., ONOE S., YASUDA S. et MAEBARA A., (1991). A New Location Updating Method for Digital Cellular Systems. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 41:345–350.

[148] ORE O., (1967). *The Four Color Problem.* New York Academic Press.

[149] PADBERG M., (1973). On the Facial Structure of Set Packing Polyhedra. *Mathematical Programming*, 5:199–215.

[150] PANZER H. et BECK R., (1990). Adaptative Resource Allocation in Metropolitan Area Cellular Mobile Radio Systems. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 40:638–645.

[151] PARDALOS P.M. et RODGERS P., (1990). Computational Aspects of a Branch and Bound Algorithm for Quadratic Zero-One Programming. *Computing*, 45:131–136.

[152] PARENTEAU P., (1992). Développement d'un algorithme exact pour la programmation non linéaire en variables 0-1 sans contraintes. Mémoire de diplôme d'ingénieur (sous la direction de b. jaumard), GERAD et Institut National des Télécommunications, Evry, (France).

[153] PENNOTTI R. J., (1976). *Channel Assignment in Cellular Mobile Telecommunication Systems.* thèse de PhD, Polytechnique Institute of New York.

[154] PENNOTTI R.J. et BOORSTYN R.R., (1976). Channel Assignments for Cellular Mobile Telecommunications Systems. *Proc. NTC*, pages 165.1–165.5.

[155] PLEHN J., (1994). Applied Frequency Assignment. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 44(2):853–857.

[156] RAPPAPORT S.S., (1991). The Multiple-Call Hand-off Problem in High-Capacity Cellular Communications Systems. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 40(3):546–557.

[157] RAYCHAUDHURI A., (1985). *Intersection Assignment, T-coloring, and Power of Graphs.* thèse de PhD, Departement of Mathematics, Ritgers University, New Brunswick, NJ.

[158] REEVES C.R., éditeur, (1993). *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems.* Advanced Topics in Computer Science. Blackwell.

[159] ROBERTS F.S., (1979). On the Mobile Radio Frequency Assignment Problem and the Trafic Light Phasing Problem. *Annals of New York Academic Sciences*, 319:466–483.

[160] ROBERTS F.S., (1988). From Garbage to Rainbows: Generalizations of Graph Coloring and their Applications. *Combinatorics and Applications.*

[161] ROBERTS F.S., (1991). T-Colorings of Graphs: Recent Results and Open Problems. *Discrete Mathematics*, 93:229–245.

[162] ROSA A., (1968). On Certain Valuation of the Vertices of a Graph. In P. Rosenstiehl, editor, *Théorie des graphes*, pages 349–355, Paris, Dunod.

[163] ROSA A., (1977). Labelling Snakes. *Ars Combinatoria*, 3:67–74.

[164] SAUL S., (1976). n-Tuple Colorings and Associated Graphs. *Journal of Combinatorial Theory (B)*, 20:185–203.

[165] SENGOKU M., NAKANO K., SHINODA S., YAMAGUSHI Y. et ABE T., (1989). Channel Assignment in a Cellular Mobile Radio System using Neural Netwoks. Technical Report CAS89-106, IEICE.

[166] SENGOKU M., NAKANO K., SHINODA S., YAMAGUSHI Y. et ABE T., (1991). Channel Assignment in a Cellular Mobile Communication System and an Application of Neural Networks. *Trans. IEICE*, J-74-B-I:190–200.

[167] SENGOKU M., H. TAMURA, SHINODA S., ABE T. et KAJITANI Y., (1991). M. Sengoku, H. Tamura, S. Shinoda, T. Abe, and Y. Kajitani. Graph Theoretical Considerations of Channel Offset Systems in a Cellular Mobile System. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 40(2):405–411.

[168] SHU L.P. et CHEN J.W., (1991). Dynamic Grouping Algorithm for Cellular Communications Systems. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 41:689–692.

[169] SIMONS J.G., (1974). A variant of Difference Sets. In *Proceedings of the Fifth Southeastern Conf. on Combinatorics, Graph Theory and Computing*, 625–645.

[170] SINGH R., (1981). Channel Assignment Schemes and Traffic Capacities of Mobile Radio Systems. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 31:281–284.

[171] SIRAVAJAN K.N., McELIECE R.J. et KETCHUM J.W., (1989). Channel Assignment in Cellular Radio. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 39:846–850.

[172] SMITH D.H., (1988). Graph Colouring and Frequency Assignment. *Ars Combinatoria*, 25C:205–212.

[173] SMITH D.H. et HURLEY S., (1997). Bounds for the Frequency Assignment Problem. *Discrete Mathematics*, 167/168:571–582.

[174] SMITH D.H., HURLEY S. et THIEL S.U., (1997). Improving heuristics for the frequency assignment problem. *European Journal of Operational Research.*

[175] SMITH D.H., HURLEY S., THIEL S.U. et ALLEN S.M., (1994). Benchmarks for the Channel Assignment Problem. *IEEE Transactions on Vehicular Technology.*

[176] SONG P., HAN Y., KIM H. et CHOI K., (1993). A Fixed Assignment Plan for Three-Dimensional Cellular System. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 43:156–159.

[177] SORIANO P., (1994). *Application de la méthode de recherche avec tabous à divers problèmes d'optimisation combinatoire.* thèse de PhD, Département d'informatique et de recherche opérationnelle, Université de Montréal.

[178] SORIANO P. et GENDREAU M., (1996). Diversification Strategies in Tabu Search Algorithms for the Maximum Clique Problem. *Annals of Operations Research*, 63:189–207.

[179] SORIANO P. et GENDREAU M., (1996). Tabu Search Algorithms for the Maximum Clique Problem. In D.S. Johnsonn and M.A. Trick, editors, *Cliques Coloring and Satisfiability,*, volume 26. DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science.

[180] STÖCKER A.C., (1982). Co-channel Interference and its Avoidance in Closed-spaced Systems. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 31(3):145–150.

[181] STÖCKER A.C., (1984). Small-Cell Systems. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 33(4):269–275.

[182] STÖCKER F., (1984). A Computerized Frequency Assignment Method Based on the Theory of Graphs. *EBU Technical Review*, (207):201–214.

[183] SUNG C-W. et WONG W-S., (1995). A Graph Theoretic Approach to the Channel Assignment Problem in Cellular Systems. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 45(2):604–608.

[184] SUNG C-W. et WONG W-S., (1996). Sequential Packing Algorithm for Channel Assignment under Co-Channel and Adjacent Channel Interference Constraint. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 46(3):676–686.

[185] SZEKERES G. et WILF S., (1968). An Inequality for the Chromatic Number of a Graph. *Journal of Combinatorial Theory*, 4:1–3.

[186] TAJIMA J. et IMAMARU K., (1988). A Strategy for Flexible Channel Assignment in Mobile Communication Systems. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 37(3):92–103.

[187] TARJANNE P., (1996). Developpement of Communication and Information Systems in Africa: Challenge and Perspectives. International Telecommunication Union, http://www.itu.ch/ti/papers/papers.htm.

[188] TAWFIK H., (1990). Frequency Planning Considerations for Digital Cellular Systems. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 40:200–206.

[189] TCHA D.-W., CHUNG Y.-J. et CHOI T.-J., (1997). A New Lower Bound for the Frequency Assignment Problem. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 5(1):34–39.

[190] TESMAN A.B., (1993). List T-colorings of Graphs. *Discrete Applied Mathematics*, 45:277–289.

[191] TESMAN A.B., (1989). *T-coloring, List T-coloring, Set T-coloring of Graphs.* thèse de PhD, Departement of Mathematics, Rutgers University, New Brunswick, NJ, 89.

[192] TIOURINE S., HURKENS C. et LENSTRA J.K., (1995). An overview of algorithmic approaches to frequency assignment problems. Eindhoven University of Technology, http://www.ph.kcl.ac.uk/ hcd/CALMA/compare.html.

[193] VIJAYAN R. et HOLTZMAN J.M., (1993). A Model for Analyzing Handoff Algorithms. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 42(4):351–356.

[194] VUCETIĆ J., (1993). A Hardware Implementation of Channel Allocation Algorithms Based on a Space-Bandwith Model of a cellular Network. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 42(4):444–455.

[195] WALSER J.P., (1996). Feasible Cellular Frequency Assignment Using Constraint Programming Abstractions. *http: www.ps.uni-sb.de/Popers/abstract/fa96.html.*

[196] WANG D. I., (1985). *The Channel Assignment Problem and Closed Neighborhood Containment Graphs.* thèse de PhD, Northeastern University, Boston, MA.

[197] WANG S-W. et RAPPAPORT S.S., (1989). Signal-to-interference Calculations for Balanced Channel Assignment Patterns. *IEEE Transactions on Communications*, 37(10,):1077–1087.

[198] WANG W. et RUSHFORTH C., (1996). An Adaptive Local Search Algorithm for the Channel Assignment Problem (CAP). *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 45(3):459–466.

[199] WARNERS J.P., TERLAKY T., ROOS C. et JANSEN B., (1995). A Potential Reduction Approach to the Frequency Assignment Problem. Technical report, Delft University of Technology.

[200] WIDMER M., (1991). Job Shop Scheduling with Tooling Constraints: A Tabu Search Approach. *Journal of the Operational Research Society*, 24(1):75–82.

[201] WU W.W., MILLER E.F., PRITCHARD W.L. et PICKHOLTZ R.L., (1994). Mobile Satellite Communications. In *Proceedings of the IEEE*, 82(9):1431–1447.

[202] YATES J.A. et FOOSE W.A., (1993). A Simplified Approach to Growth Planning for Cellular Systems. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 43:544–546.

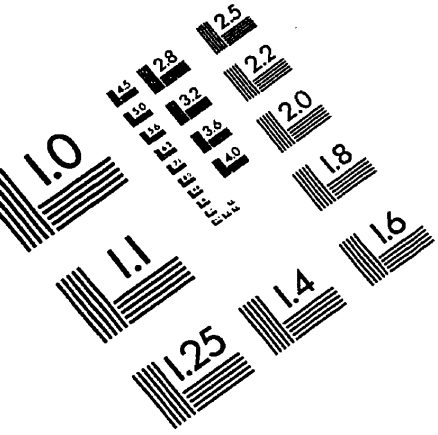
[203] ZANDER J., (1993). Generalized Reuse Partitionning in Cellular Mobile Radio. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 43:181–184.

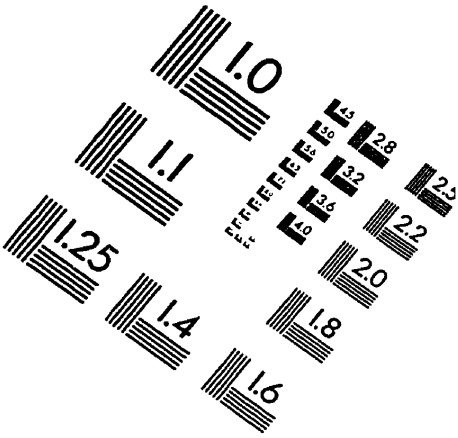
[204] ZHAN M. et YUM T-S.P., (1989). Comparisons of Channel-Assignment Strategies in Cellular Mobile Telephone Systems. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 38(4):181–184.

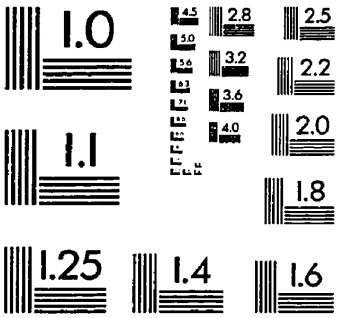
[205] ZHANG M. et YUM T-S.P., (1991). The Nonuniform Compact Pattern Allocation Algorithm for Cellular Mobile Systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 40(2):387–391.

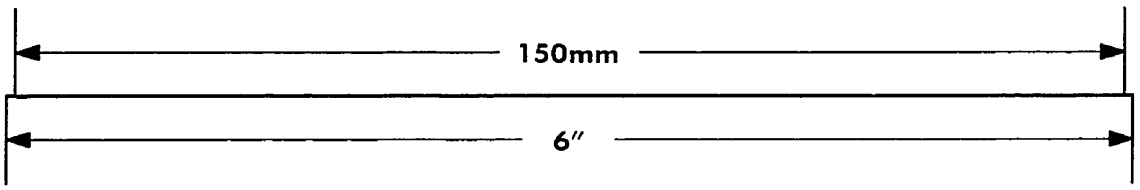
[206] ZOELLNER J.A. et BEALL C.L., (1977). A Breakthrough in Spectrum Conserving Frequency Assignment Technology. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, EMC-19(3):313–319.

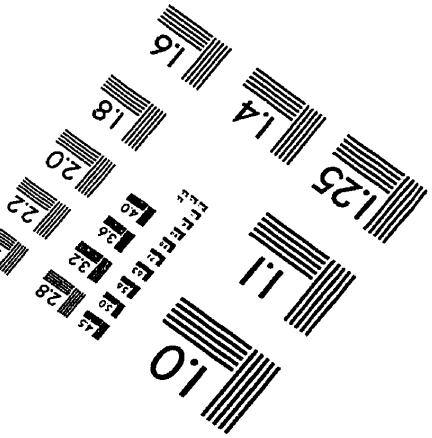
IMAGE EVALUATION
TEST TARGET (QA-3)

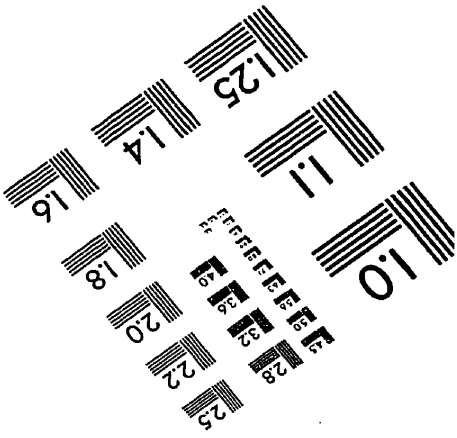












APPLIED IMAGE, Inc
1653 East Main Street
Rochester, NY 14609 USA
Phone: 716/482-0300
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved