



**Titre:** Détermination des propriétés hydrogéologiques de l'aquifère de lachenaie par géoradar et polarisation spontanée  
**Title:** lachenaie par géoradar et polarisation spontanée

**Auteur:** Erwan Gloaguen  
**Author:**

**Date:** 2000

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Gloaguen, E. (2000). Détermination des propriétés hydrogéologiques de l'aquifère de lachenaie par géoradar et polarisation spontanée [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/8818/>  
**Citation:**

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/8818/>  
**PolyPublie URL:**

**Directeurs de recherche:** Michel Chouteau, & Denis Marcotte  
**Advisors:**

**Programme:** Unspecified  
**Program:**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

DÉTERMINATION DES PROPRIÉTÉS HYDROGÉOLOGIQUES DE L'AQUIFÈRE DE  
LACHENAIE PAR GÉORADAR ET POLARISATION SPONTANÉE

Erwan GLOAGUEN

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(Génie Minéral)

Août 2000



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*

*Our file* *Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-57407-5

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

DÉTERMINATION DES PROPRIÉTÉS HYDROGÉOLOGIQUES DE L'AQUIFÈRE DE  
LACHENAIE PAR GÉORADAR ET POLARISATION SPONTANÉE

présenté par: GLOAGUEN, Erwan

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. LECLERC Guy, Ph.D., président

M. CHOUTEAU Michel, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. MARCOTTE Denis, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. BELLEFLEUR Gilles, Ph.D., membre

## Remerciements

Je voudrais remercier les Fonds pour la Formation des Chercheurs et l'Aide à la Recherche du Québec (FCAR numéro ER 2850) pour avoir assuré le soutien financier nécessaire à la réalisation de cette recherche.

Je voudrais aussi remercier les étudiants en géophysique Bernard Giroux, Olivier Boulanger et Pierrick Chasseriau pour leur aide et leurs conseils lors de l'acquisition des données géophysiques.

Il me fait également très plaisir de signifier ma gratitude au jury et plus particulièrement à Gilles Bellefleur pour la critique très constructive de ce travail.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mes codirecteurs, Michel Chouteau et Denis Marcotte, ainsi qu'à Robert Chapuis pour leurs conseils et leur soutien.

Nous voulons aussi remercier Antonio Gatien, responsable technique du test de pompage et des levés hydrogéologiques.

Il faut aussi remercier les étudiants du baccalauréat en génie géologique pour l'acquisition des données hydrogéologiques, qu'il pleuve, qu'il vente ou qu'il neige et ceci de jour et de nuit!

# Résumé

La connaissance des sols et du réseau d'écoulement de l'eau souterraine est essentielle à la prévention, la caractérisation et même à la rémediation des problèmes environnementaux causés par les contaminants organiques et inorganiques. La détermination du champ des porosités et des conductivités hydrauliques, à une échelle appropriée au problème étudié, constitue un des défis géoscientifiques majeurs à relever.

Le but principal de ce mémoire est d'améliorer et de développer les outils de caractérisation des champs de porosité et de conductivité hydraulique. Pour atteindre ce but, nous nous sommes fixés les objectifs d'étudier les relations entre les propriétés hydrogéologiques et physiques et de développer et d'utiliser les méthodes géophysiques les plus appropriées pour déterminer la stratigraphie et les propriétés liées à l'écoulement. Nous avons décidé d'utiliser deux techniques, la tomographie de polarisation spontanée (PS) et la tomographie géoradar (GPR). La première consiste à mesurer le potentiel électrique en fonction du gradient de pression dans les pores d'une matrice poreuse dans laquelle s'écoule un fluide (potentiel d'électrofiltration). Nous avons effectué une recherche bibliographique sur les différents mécanismes de la polarisation spontanée pour, ensuite, nous consacrer plus spécifiquement au cas particulier du potentiel d'électrofiltration. L'étude du potentiel d'électrofiltration sur des mesures en laboratoire nous ont permis de confirmer la relation de linéarité entre la pression et le potentiel mesuré. Nous avons aussi effectué un levé de potentiel d'électrofiltration sur le site test de l'Ecole Polytechnique situé à Lachenaie (banlieue

nord de Montréal). La séquence stratigraphique du site consiste en une couche de sable à grains moyens à grossiers reposant sur une couche imperméable d'argile. Le site est instrumenté avec des piézomètres et les charges hydrauliques étaient relevées régulièrement. Quelques relevés à la tarière ont été effectués afin de connaître la distribution verticale du contenu en eau et la stratigraphie. Les mesures de potentiel étaient combinées à un test de pompage et à des tests de traceurs. Le pompage a été réalisé à plusieurs débits. Les pompages par palier permettent de faire varier plusieurs fois la pression par rapport à l'état initial et ceci pour chaque position dans le voisinage du puits de pompage. Parce que la nappe avait un niveau anormalement bas, nous n'avons pas pu pomper aux débits désirés. Or, les débits utilisés se sont avérés trop faibles pour déterminer la relation de linéarité entre la pression et le potentiel électrique. Seules huit électrodes présentaient une corrélation de type linéaire. De ces huit électrodes, nous avons déterminé un coefficient de linéarité moyen de 0.12 mV/KPa. Ce faible coefficient peut être attribué à la forte conductivité de l'eau. Lorsque l'on tient compte de la conductivité, la valeur obtenue concorde avec les résultats de la littérature.

Les données géophysiques, souvent bien échantillonnées peuvent compléter les données hydrogéologiques afin de déterminer la porosité et la conductivité hydraulique d'un aquifère. Un levé GPR 3D fut réalisé à Lachenaie, au même endroit que le levé PS. Les temps aller-retour des réflexions GPR ont été corrélés avec les informations stratigraphiques et hydrogéologiques; le cokrigeage de données radar et hydrogéologiques donne la distribution spatiale des vitesses des ondes radar dans les milieux traversés. La porosité et la conductivité hydraulique ont été estimées à partir des relations CRIM et Kozeny-Carman, respectivement. Un test de pompage et un test de traceur ont été effectués avec l'aide d'un puits situé au centre de notre site de mesures GPR. Ces tests nous ont donné une valeur moyenne de la conduc-

tivité hydraulique. Les résultats du cokrigeage dans la zone saturée montrent que les paramètres estimés sont très proches des résultats obtenus par les mesures hydrogéologiques. La moyenne géométrique de la porosité est proche de celle obtenue en laboratoire. La moyenne géométrique de la conductivité hydraulique dérivée du GPR est bien corrélée avec les valeurs obtenues par les tests de traceur et de pompage. L'étalement de la distribution des valeurs de conductivité hydraulique est assez large : cela indique que, par endroit, la vitesse d'écoulement de la nappe peut être plus ou moins élevée que celle prédite par le test de pompage. L'atténuation des ondes radar est aussi un bon indicateur de la distribution de la porosité. A partir des fortes valeurs de saturation et de la conductivité électrique de l'eau échantillonnée dans les piézomètres, la porosité est déterminée en utilisant la formulation d'Archie. Dans la zone non saturée, le contenu en eau, estimé à partir des vitesses des ondes GPR en utilisant les formulations de Topp et CRIM, est semblable à celui obtenu en laboratoire.

Le cokrigeage des temps de réflexion GPR et des données hydro/stratigraphiques permet une estimation précise des vitesses des ondes radar et ceci avec une résolution bien supérieure à la méthode CDP. Par conséquent, dans les limites d'utilisation et d'interprétation du GPR, la porosité, la saturation et la conductivité hydraulique peuvent être estimées de façon précise et avec une haute résolution spatiale.



# Abstract

Determination of the porosity and hydraulic conductivity, at an appropriate scale, is one of the major geoscientific challenge.

The principal objective of this thesis is to improve and develop porosity and hydraulic characterisation tools. To reach this goal, we decided to study the relationships between physical and hydrogeological properties and to develop and use the most appropriate geophysical methods to map stratigraphy and flow.

We used two methods, spontaneous potential (SP) tomography and ground penetrating radar (GPR) tomography. The first consists in measuring the electrical potential as a function of the water pressure in a matrix pores (electrokinetic potential). This method is divided into two parts. The first part of the bibliography concern all the self-potential mechanism. The second one concern more specifically the electrokinetic potential.

We measured the electrokinetic potential in a laboratory. The results confirm the linear correlation between the water pore pressure potential and the electrical potential measured at the surface. We made a in situ survey at the test site of the Ecole Polytechnique of Montréal, located in Lachenaie (Qc). The stratigraphy consists in a coarse to medium sand sequence overlying an impermeable clay layer. The site is instrumented with piezometers and water levels are frequently monitored. Vertical determination of moisture and granulometry at a resolution of 10 cm were made at a few locations. The potential measurements were collected before, during and after a

pumping test. The pumping tests were made at three constants pumping rates. This gave as many potential-pressure measurements as number of electrodes. Tracer tests were performed, but the low aquifer level prevented pumping at the desired rate. This made the pressure potential too weak to measure significant surface electrical potentials. Only eight electrodes show linear correlation between the pressure and electrical potential. From those eight electrodes, we estimated a low proportionality coefficient of 0.12 mV/KPa. The low coefficient are explained with the high water conductivity, and correlated with other results in the literature.

Densely sampled geophysical data can supplement hydrogeological data for estimating the porosity and hydraulic conductivity spatial distribution over an aquifer. A 3D GPR survey was performed over a shallow unconfined aquifer. The GPR reflection times were correlated with piezometric and stratigraphic information : cokriging of both data yields the spatial distribution of the radar velocities within the layers. Porosity and hydraulic conductivities are estimated using the CRIM and Kozeny-Carman formulations respectively. A pumping test and a tracer test both done using a well in the center of the survey zone provide a measure of the average hydraulic conductivity and its anisotropy. The results from cokriging in the saturated zone show that the estimated parameters agree well with the measured hydrogeological data. The geometric mean of the porosity is close to the laboratory measurements. The geometric mean of the GPR-derived hydraulic conductivities fits the values obtained from the pumping and tracer tests. The range of estimated hydraulic conductivities is quite large. This indicates that flow could be much faster or slower than the one predicted from the pumping test in some places. Radar attenuation is also found to be a good indicator of porosity distribution. From the observed (high) attenuations and water electrical conductivities collected in the piezometers, porosity is determined using Archie's formula. In the vadose zone, moisture content estimated from the

GPR velocities using either CRIM or Topp formulations agree well with the ones from the lab measurements.

Cokriging of the radar reflection times and of the hydrogeological/stratigraphic data leads to an accurate estimate of the radar velocities with a precision and a spatial resolution much higher than the CDP technique. Therefore, within the limits of the interpretative models, porosity, saturation and hydraulic conductivities can accurately be estimated with a high spatial resolution over the survey zone.

# Table des matières

REMERCIEMENTS . . . . .	iv
RÉSUMÉ . . . . .	v
ABSTRACT . . . . .	viii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	xi
LISTE DES FIGURES . . . . .	xv
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xix
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xx
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xxii
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 1 : LA POLARISATION SPONTANÉE . . . . .	5
1.1 Etudes des mécanismes de polarisation spontanée (PS) . . . . .	5
1.1.1 Introduction . . . . .	5
1.1.2 Les sources des anomalies PS . . . . .	6
1.1.2.1 Le potentiel de minéralisation . . . . .	6

1.1.2.2	Potentiels électrochimiques . . . . .	8
1.1.2.3	Potentiel thermoélectrique . . . . .	11
1.1.2.4	Potentiel dû aux électrodes . . . . .	11
1.1.2.5	Potentiel dû à la topographie . . . . .	12
1.1.2.6	Potentiel d'électro-filtration . . . . .	12
1.1.3	Influence de la distribution des résistivités . . . . .	13
1.2	Le potentiel d'électro-filtration . . . . .	13
1.2.1	Le potentiel électrique généré par un colloïde dans un fluide . . . . .	14
1.2.2	Double couche de Helmholtz ou Electrical Double Layer (EDL) . . . . .	15
1.2.2.1	Structure de la double couche . . . . .	16
1.2.2.2	Quantification du problème . . . . .	19
1.2.2.3	Absorption spécifique, pH, hydratation, température : leurs conséquences sur le potentiel mesuré . . . . .	21
1.2.3	Le potentiel PS dans un tube capillaire . . . . .	26
1.2.4	Le potentiel d'électro-filtration dans un échantillon poreux . . . . .	28
1.3	Le couplage de flux . . . . .	30
1.4	Description des applications de la PS . . . . .	33
1.4.1	Exploration minérale . . . . .	33
1.4.2	Géotechnique : recherche de zones d'infiltration d'eau . . . . .	33
1.4.3	Prévention des tremblements de terre et des éruptions volcaniques . . . . .	33
1.4.4	Environnement . . . . .	34
1.5	Techniques de modélisation . . . . .	35
1.5.1	Pourquoi modéliser ? . . . . .	35
1.5.2	Quelles sont les différentes approches . . . . .	35
1.5.2.1	Le problème aux frontières . . . . .	36
1.5.2.2	En conclusion . . . . .	39

1.5.3	L'approche de Patella (1997 a et b) . . . . .	40
1.6	Essais en laboratoire . . . . .	41
1.6.1	Présentation de la méthode des essais et des résultats . . . . .	41
1.6.2	Techniques de mesures . . . . .	44
1.6.2.1	Mesures et résultats . . . . .	46
1.6.3	Conclusion pour les essais en laboratoire . . . . .	48
1.6.4	Récapitulatif des conclusions . . . . .	50
1.7	Mesures effectuées sur le site de Lachenaie . . . . .	51
1.8	Préparation du levé . . . . .	51
1.8.1	Présentation du site et des données . . . . .	53
1.8.2	Test de pompage . . . . .	54
1.8.3	Discussion . . . . .	56
1.8.4	Conclusion . . . . .	57
<b>CHAPITRE 2 : LE RADAR GÉOLOGIQUE . . . . .</b>		<b>71</b>
2.1	Equations fondamentales . . . . .	71
2.1.1	Comportement de la matière vis à vis du champ magnétique . . . . .	72
2.1.2	Comportement de la matière vis à vis du champ électrique . . . . .	72
2.1.2.1	La conductivité électrique . . . . .	72
2.1.2.2	La permittivité électrique . . . . .	73
2.1.2.3	Courant total et paramètres effectifs . . . . .	74
2.1.2.4	Les équations de Maxwell . . . . .	75
2.1.3	Les équations de diffusion-propagation . . . . .	76
2.1.4	Généralités . . . . .	78
2.1.5	Perte d'énergie et atténuation . . . . .	78

2.1.6	La constante diélectrique aux fréquences radar . . . . .	79
2.2	Résumé de l'article. . . . .	80
2.3	Estimation of hydraulic conductivity of an unconfined aquifer using cokriging of GPR and hydrogeological data . . . . .	82
2.3.1	abstract . . . . .	82
2.3.2	Introduction . . . . .	83
2.3.3	Theoretical overview . . . . .	85
2.3.3.1	Geostatistics . . . . .	85
2.3.4	Estimation of water content . . . . .	94
2.3.5	Acquisition and analysis . . . . .	95
2.3.5.1	Acquisition . . . . .	95
2.3.5.2	Analysis . . . . .	96
2.3.5.3	Error estimation . . . . .	102
2.3.6	Discussion . . . . .	103
2.3.7	Conclusion . . . . .	105
	<b>CONCLUSIONS . . . . .</b>	<b>119</b>
	<b>RÉFÉRENCES . . . . .</b>	<b>121</b>
	<b>ANNEXE . . . . .</b>	<b>140</b>

## Liste des figures

1.1	Première approximation de l'EDL . . . . .	16
1.2	La molécule d'eau a deux liaisons O-H, et la polarisation apparaît car les deux électrons sont plus proches de l'atome d'oxygène . . . . .	18
1.3	Orientation de la molécule d'eau en fonction de la charge de la surface du solide . . . . .	18
1.4	Variation du potentiel d'électro-filtration en fonction de la pression du fluide pour le matériau formé de grains de quartz et à différents pH .	20
1.5	Variation du potentiel $\zeta$ et du potentiel d'électro-filtration en fonction du pH et de la température . . . . .	22
1.6	Variation du potentiel $\zeta$ pour l'anorthite, l'enstatite et la dunite en fonction du pH . . . . .	23
1.7	Variation du potentiel $\zeta$ pour l'anorthite, l'enstatite et la dunite en fonction du pH . . . . .	24
1.8	Variation du potentiel $\zeta$ pour la granodiorite, l'andésite et le gabbro en fonction du pH . . . . .	24
1.9	Variation du potentiel $\zeta$ en fonction de la température . . . . .	25
1.10	Variation du potentiel électrocinétique par unité de pression en fonction de la température . . . . .	26



1.11 Variation du potentiel électrocinétique et de la conductivité effective de la surface du solide en fonction du rayon hydraulique $m$ . $pH=7$ . $T=45^{\circ}C$ . . . . .	27
1.12 Variation du potentiel $\zeta$ du quartz en fonction de la concentration en $Al(NO_3)_3$ . $T=22^{\circ}C$ . . . . .	28
1.13 Dimensions de la cuve et positions des lignes de mesures . . . . .	41
1.14 Montage utilisé pour les mesures en laboratoire . . . . .	44
1.15 Potentiels (en mV) mesurés dans la cuve et interpolés avec la fonction $V_4$ de Matlab . . . . .	47
1.16 Potentiels en mV krigés avec un modèle gaussien (plateau=50. portées de 1.5 selon X et 9 selon Y et effet pépète nul) . . . . .	48
1.17 Validation croisée faites dans Matlab avec notre modèle. La taille des cercles est proportionnelle à la différence entre les valeurs obtenues par validation croisée et les valeurs brutes. Le signe de la différence (mV) est indiqué à l'intérieur des cercles . . . . .	49
1.18 Exemple de résultat attendu pour les tests de pompage (Friborg. 1996)	52
1.19 Lithologie du site de mesure de Lachenaie . . . . .	54
1.20 Disposition des pots poreux sur la grille . . . . .	55
1.21 Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour l'ensemble des piézomètres . . . . .	58
1.22 Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 69.5-29 . . . . .	59
1.23 Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 69.5-29.5 . . . . .	60
1.24 Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 69.5-30 . . . . .	61

1.25	Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 69-31 . . . . .	62
1.26	Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 69,5-31 . . . . .	63
1.27	Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 69,5-31.5 . . . . .	64
1.28	Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 70,5-29 . . . . .	65
1.29	Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 71-30 . . . . .	66
1.30	Position des huit points retenus . . . . .	67
1.31	Les huit points rencontrant le critère de sélection * . . . . .	68
1.32	Les huit ensembles de points, moins leur constante DC associée . . . . .	69
1.33	Modélisation des droites retenues de pente moyenne, minimum et maximum . . . . .	70
2.1	Hydrostratigraphy of the test site. (hc : capillary rise. Sw : saturation. The Sw graph is obtained from the in situ sample analysis during a dry period. . . . .	106
2.2	Position of the piezometers on the GPR grid .o : clay depth measurements; ● : hydraulic head measurements . . . . .	107
2.3	3D representation of the GPR data, with synthetic radar trace. DA : Direct arrivals of radar wave in the air; Rf : reflection on a high water content layer; CFG : capillary fringe gradient; clay : clay surface . . . . .	108
2.4	Theoretical and experimental omnidirectionnal variogram for EM travel-time from surface to water table (spherical model of range. 1.5 and sill. 2.1) . . . . .	109

2.5	Theoretical and experimental omnidirectionnal variogram for EM travel-time from surface to clay surface (exponential model of range, 0.6 and sill, 7.5) . . . . .	110
2.6	Ground stratification obtained by cokriging . . . . .	111
2.7	Radar velocity distribution in the unsaturated layer . . . . .	112
2.8	Velocity distribution in the saturated layer . . . . .	113
2.9	Dielectric constant distribution in the unsaturated and saturated layers	114
2.10	Estimated porosity distribution . . . . .	115
2.11	Distribution of estimated conductivity in the saturated sand . . . . .	116
2.12	Estimated volumetric water content of the aeration zone . . . . .	117
2.13	Distribution of estimated conductivity in the saturated sand with only three piezometers (70-30, 70-32.5 and 69-30) . . . . .	118

## Liste des tableaux

1.1	Les différentes source de potentiel PS . . . . .	6
1.2	Réactions chimiques sources du potentiel de minéralisation (Friborg, 1996) . . . . .	7
1.3	Corrélation entre le rayon moléculaire et l'absorption . . . . .	21
1.4	Liste des flux . . . . .	31
1.5	Valeurs des paramètres utilisés pour la modélisation. Les valeurs de $\zeta$ sont obtenues à partir des potentiels des huit électrodes retenues. . .	67

## Liste des sigles et abréviations

$I$  Courant (A)

$R$  Résistance ( $\Omega$ )

$\frac{\Delta\phi}{\Delta P}$  Potentiel électrocinétique ( $mV.KPa^{-1}$ )

$\epsilon$  Constante diélectrique ( $F.m^{-1}$ )

$\zeta$  Potentiel zeta (mV)

$\mu$  Viscosité du fluide (*Poiseuil*. $m^{-2}$ )

$\sigma_f$  Conductivité du fluide ( $mS.m^{-1}$ )

$\sigma_s$  Conductivité du solide ( $mS.m^{-1}$ )

$\gamma_s$  Densité de charges à la surface du solide ( $C.m^{-2}$ )

$\gamma_f$  Densité de charges opposées dans le fluide ( $C.m^{-2}$ )

$t$  Tortuosité des pores (m)

$m$  Rayon hydraulique (m)

$p$  Porosité du système

$\epsilon_0$  Permittivité du vide ( $F.m^{-1}$ )

$\epsilon_r$  Permittivité relative

$q$  Charge élémentaire (C)

$k$  Constante de Boltzman

$K$  Conductivité hydraulique (m/s)

$T$  Température (celcius)

$n_o$  Concentration du fluide en ions ( $mol.L^{-1}$ )

$M$  Moment dipolaire de la molécule d'eau

## Liste des annexes

ANNEXE A : DÉVELOPPEMENT DE L'ÉQUATION DE HELMHOLTZ- SMOLUCHOWSKI . . . . .	140
--	-----

# Introduction

La connaissance des sols et du réseau d'écoulement de l'eau souterraine est essentielle à la prévention, la caractérisation et même à la rémediation des problèmes environnementaux causés par les contaminants organiques et inorganiques. La détermination de la porosité et des conductivités hydrauliques, à une échelle appropriée au problème étudié, constitue un des défis géoscientifiques majeurs à relever.

Le but principal de ce mémoire est d'améliorer et de développer les outils de caractérisation des champs de porosité et de conductivité hydraulique. Pour atteindre ce but, nous nous sommes fixés les objectifs d'étudier les relations entre les propriétés hydrogéologiques et physiques et de développer et d'utiliser les méthodes géophysiques les plus appropriées pour déterminer la stratigraphie et les propriétés liées à l'écoulement. Nous avons décidé d'utiliser deux techniques, la tomographie de polarisation spontanée (PS) et la tomographie géoradar (GPR).

Un site d'expérimentation est essentiel à l'approche proposée. Le site de Lachenaie (nord de Montréal) a été utilisé au cours des dernières années pour faire des levés géophysiques et hydrogéologiques. Le site de 100 m  $\times$  100 m est situé à proximité du site d'enfouissement sanitaire de BFI. La stratigraphie se compose d'une couche de sable moyen à grossier (3.5 m) partiellement saturée qui repose sur un aquitard (20 m d'argiles de Champlain). Le site est instrumenté de 44 piézomètres qui interceptent la nappe libre à environ 1.9 m et l'argile à environ 3.5 m. Nous nous sommes restreints à une zone de 5 par 6.5 m centrée sur un puits de pompage pour faire nos levés



tomographiques.

Le premier chapitre concerne l'étude des champs de potentiels générés par le passage d'un fluide dans une matrice poreuse (méthode PS). Le second chapitre traite de l'estimation des conductivités hydrauliques par l'utilisation conjointe du radar de surface (GPR), de la géostatistique et de l'hydrogéologie.

### **La polarisation spontanée**

La méthode de polarisation spontanée est basée sur l'étude des potentiels électriques générés par des sources naturelles.

Nous allons commencer par donner une description des différentes sources de la polarisation spontanée, puis en donner les différentes applications. Nous poursuivrons par la présentation de différentes techniques de modélisation de la réponse du potentiel d'électro-filtration, cas particulier de la polarisation spontanée. Le potentiel d'électro-filtration correspond au potentiel électrique généré par le passage d'un fluide dans une matrice poreuse. Le potentiel électrique et la pression sont reliés par un coefficient de proportionnalité correspondant aux propriétés physiques de la matrice et du fluide.

Nous présenterons ensuite les mesures en laboratoire et l'interprétation de ces mesures. Nous montrerons qu'il existe une corrélation entre la circulation d'un fluide dans une matrice poreuse et le potentiel électrique mesuré à la surface.

Nous avons aussi effectué des mesures de potentiel d'électro-filtration au-dessus de la nappe libre du site test de l'Ecole Polytechnique, situé à Lachenaie, banlieue nord de Montréal (Canada). Malgré la faible épaisseur de la nappe libre nous avons pu effectuer un test de pompage à plusieurs débits. En ne gardant que les mesures qui présentaient une bonne corrélation linéaire entre le potentiel et la pression, nous avons évalué le coefficient de proportionnalité. Comme la conductivité de l'eau était

forte et que les différents débits de pompage étaient faibles, les potentiels mesurés en fonction de la pression n'ont pas présentés les variations de voltage attendues.

## GPR

Les paramètres hydrogéologiques tels que la conductivité hydraulique et la porosité sont très importants, car ils contrôlent l'écoulement des nappes et donc des polluants possibles. Malheureusement, le nombre de mesures hydrauliques in-situ est souvent trop faible pour déterminer avec précision le champ des conductivités hydrauliques. De plus, les tests de pompage ne peuvent donner qu'une valeur moyenne de la conductivité hydraulique horizontale, et ceci, à l'échelle du mètre.

Une façon d'affiner les mesures de conductivité hydraulique est de contraindre le champ de conductivités avec des informations additionnelles telles que les charges hydrauliques durant un test de pompage. Certaines méthodes géophysiques permettent de cartographier, à une fine échelle, le toit de la nappe d'eau et de l'aquitard. C'est le cas de la méthode GPR, qui fournit le temps aller-retour mis par une onde électromagnétique pour parcourir la distance entre la surface et les interfaces entre des milieux de propriétés électriques différents. En utilisant la géostatistique, nous pouvons interpoler le champ de charges hydrauliques sur le même maillage que les mesures GPR. Donc, nous avons accès à la profondeur ainsi qu'au temps de parcours des ondes EM aux différents réflecteurs déterminés. Nous pouvons donc connaître la distribution de la vitesse des ondes électromagnétiques dans les couches. Nous savons que cette vitesse peut être reliée à la porosité totale. Une fois la distribution de porosité obtenue, nous pouvons estimer la conductivité hydraulique, grâce à la formule de Kozeny-Carman.

De plus, il est possible de déterminer le contenu en eau de la couche non saturée

à partir de la relation de Topp (1997). Grâce aux échantillons d'eau prélevés dans les piézomètres, il est possible d'évaluer la résistivité du milieu en utilisant la relation d'Archie. L'atténuation des ondes électromagnétiques est un paramètre caractéristique des milieux poreux. Celle-ci peut être déterminée à partir des traces radar ou calculé. Les évaluations indépendantes de l'atténuation permettent de valider l'estimé cokrigé de la porosité.

# Chapitre 1

## La polarisation spontanée

### 1.1 Etudes des mécanismes de polarisation spontanée (PS)

#### 1.1.1 Introduction

Par définition, le potentiel est le travail requis pour déplacer une charge unitaire (électrique dans notre cas) vers une position donnée de l'espace, généralement à partir de l'infini. Ainsi, une *différence de potentiel*  $\Delta V_{AB}$  est le travail requis pour déplacer une charge d'un point A vers un point B. Nous définirons les différentes sources du potentiel électrocinétique, puis, nous étudierons les paramètres pouvant influencer sa magnitude et sa genèse. Nous décrirons l'étude du potentiel d'électro-filtration en laboratoire et notamment, l'approximation du tube capillaire et son extension à une plus grande échelle.

Nous passerons ensuite à la présentation de nos mesures en laboratoire, ainsi qu'aux mesures in-situ. Nous terminerons par l'interprétation des résultats.

### 1.1.2 Les sources des anomalies PS

La polariation spontanée correspond à la mesure d'un potentiel électrique statique généré naturellement. Le terme PS regroupe le potentiel de minéralisation, le potentiel d'électro-filtration, le potentiel de diffusion, le potentiel d'absorption, le potentiel thermo-électrique, le potentiel d'électrode et le potentiel dû à la végétation. Le tableau 1.1 présente les différents aspects de la polarisation spontanée ainsi que le signe et l'amplitude de l'anomalie associée.

TAB. 1.1: Les différentes source de potentiel PS

Source	Signe et amplitude de l'anomalie
Potentiel de minéralisation	Négatif, jusqu'à plusieurs centaines de mV
Potentiel de diffusion	±, jusqu'à plusieurs centaines de mV
Potentiel de Nernst	Positif, jusqu'à plusieurs dizaines de mV
Potentiel d'absorption	±, jusqu'à plusieurs centaines de mV
Potentiel de végétation	Négatifs, jusqu'à plusieurs centaines de mV
Potentiel thermoélectrique	±, 20mV → quelques volts
Potentiel de topographie	Négatif, quelques mV
Potentiel d'électro-filtration	±, jusqu'à plusieurs dizaines de mV

#### 1.1.2.1 Le potentiel de minéralisation

Tout d'abord, ce potentiel est la source de fortes anomalies PS locales. Ces anomalies sont souvent recensées comme étant dues à la présence de sulfures (d'où leur autre nom : sulphide potential), mais, en fait, elles sont dues à la présence de n'importe quel métal électriquement conducteur ayant une partie de son volume dans un liquide. Les anomalies maximales ont été enregistrées au-dessus de gisements de pyrite, chalcopryrite, pyrrhotite, sphalérite, galène et graphite (Telford et al., 1990). C'est la présence d'un gradient électro-chimique qui provoque ce genre de potentiel dans le sol. L'explication du potentiel de minéralisation qui suit est essentiellement tirée de la thèse de Friborg (1996).

TAB. 1.2: Réactions chimiques sources du potentiel de minéralisation (Friborg, 1996)

Réactions dans la partie inférieure	Réactions dans la partie supérieure
$H_2O \rightarrow O_2 + 2H^+ + 2e^-$	$Fe^{3+} + e^- \rightarrow Fe^{2+}$
$Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + e^-$	$Fe^{3+} + e^- \rightarrow Fe^{2+}$
$Mn^{2+} \rightarrow Mn^{4+} + 2e^-$	$Mn^{4+} + 2e^- \rightarrow Mn^{2+}$
$2H_2O \rightarrow O_2 + 4H^+ + 4e^-$	$O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$
$4OH^- \rightarrow O_2 + 2H_2O + 4e^-$	$O_2 + 2H_2O + 4e^- \rightarrow 4OH^-$
$Métal-S \rightarrow Me^{2+} + S + 2e^-$	$2e^- + Métal-S \rightarrow Métal S^{2-}$

Jusqu'à présent, le mécanisme de ce phénomène était attribué à une différence de pH ou à une réaction d'oxydo-réduction entre l'eau de la nappe et le corps électriquement conducteur (gisements métallifères). Sato et Money (1960) (d'après Telford et al., 1990) expliquent que le sulfure n'a pas une action directe dans la réaction chimique, mais agirait seulement comme un conducteur d'électrons. Il existe différentes réactions électrochimiques permettant de créer un potentiel à l'interface solide-liquide. Les potentiels résultant de ces réactions peuvent être calculés par les équations de Nernst (Reynolds, 1997). Le tableau 1.2 (selon Kilty, 1984 et Friborg, 1996) présente quelques réactions possibles pouvant se produire à l'interface sulfure-mort terrain.

Cependant, nous pouvons remarquer que les réactions chimiques du tableau 1.2 nécessitent un équilibre chimique. Ceci ne peut être vrai si et seulement s'il n'y a pas de courant, et dans ce cas, cela voudrait dire qu'il n'y aurait pas d'anomalies PS (Friborg, 1996). En réalité, le voltage est fonction des réactions aux interfaces sulfure - mort terrain, mais aussi de la distribution des conductivités, qui déterminent le circuit emprunté par le courant.

Chaque réaction évoquée dans le tableau 1.2 est une source possible de PS. Ces réactions nous donnent l'intensité de la réaction à l'équilibre. D'après la théorie de la thermodynamique dynamique (Kilty, 1984), lorsqu'un courant circule dans le sol, quatre potentiels sont générés :

- la différence de potentiel à l'intérieur du corps.  $V_{sulfure}$
- la différence de potentiel dans le sol à l'extérieur du corps.  $IR$
- le potentiel à l'interface où se produit l'électronation.  $\Delta\Phi_e$
- le potentiel à l'interface où se produit la désélectronation.  $\Delta\Phi_d$

D'après la loi de Kirchhoff, la somme de ces potentiels doit être nulle :

$$-V_{sulfure} + (\Delta\Phi_e - \Delta\Phi_d) = IR \quad (1.1)$$

avec,  $I$  : courant traversant le circuit et  $R$ , la résistance du mort-terrain.

L'anomalie PS est en partie due à la variation du potentiel  $IR$ . Si le courant augmente, alors,  $IR$  augmente, et conséquemment, l'anomalie PS aussi. De plus, si  $I$  augmente, les potentiels aux interfaces décroissent. Les variations des potentiels aux interfaces par rapport à leur équilibre sont connues sous le nom de "overpotentials".

### 1.1.2.2 Potentiels électrochimiques

#### *Le Potentiel de diffusion*

Une différence de concentration et de mobilité des ions dans de l'eau circulant dans un sol produit un potentiel nommé potentiel de diffusion (Reynolds, 1997 ; Friborg, 1996 ; Telford et al., 1990).

Si dans le sol une espèce d'ion est localement en concentration différente alors, une force de diffusion va agir afin de minimiser les écarts de concentration. Il y aura alors un transport physique des ions selon leur mobilité. L'équilibre est atteint de façon différente suivant la mobilité des ions : il en résulte un courant dit de diffusion. Le signe du courant dépendra des ions en causes (anions ou cations plus ou moins

mobiles). Pour un électrolyte contenant des ions monovalents, comme une solution de NaCl, le potentiel de diffusion,  $E_D$  (V), généré par un gradient de concentration sera de la forme (Reynolds, 1997) :

$$E_D = -\frac{RT(I_{Na} - I_{Cl})}{nF(I_{Na} + I_{Cl})} \ln \frac{C_1}{C_2} \quad (1.2)$$

avec R : constante universelle des gaz ( $8.31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ), T : température absolue (273.15 K), F : constante de Faraday ( $9.65 \times 10^{-4} \text{ C.mol}^{-1}$ ), C1 et C2 : concentrations des électrolytes ( $\text{mol.m}^{-3}$ ),  $I_{Na}$  et  $I_{Cl}$  : mobilité des ions Na et Cl, respectivement (en  $\text{m}^2.\text{V}^{-1}.\text{s}^{-1}$ ). C'est la différence de mobilité entre les ions qui provoque ce potentiel. Cette différence de potentiel, lorsque nous sommes à l'équilibre, est contrée par un courant de conduction, qui agit dans le sens inverse du courant de diffusion. Si aucune autre source n'est à proximité, ce courant de conduction produit une anomalie PS mesurable. Cette source de potentiel sous-entend que, à un moment donné, il y ait une source d'ions quelque part. En effet, ce potentiel étant dû à un mouvement physique d'ions et s'il n'y a pas de source perpétuelle, l'équilibre ne peut que se produire. Certains auteurs parlent de possibilité de réactions avec le sol (oxydo-réduction) (Nourbehecht, 1963).

Le potentiel de diffusion, qui peut être de quelques dizaines de millivolts, est souvent un désagrément dans la prospection PS ; il tend à masquer les anomalies recherchées.

### *Potentiel de Nernst*

Le potentiel de Nernst est en quelque sorte un cas particulier du potentiel de diffusion. Si la différence de mobilité des ions en solution est négligeable, le potentiel est uniquement généré par la différence de concentration d'ions en solution entre deux



points du sol homogène. Dans les applications en forage, le potentiel de Nernst est appelé "shale potential".

$$E_D = -\frac{RT}{nF} \ln \frac{C_1}{C_2} \quad (1.3)$$

### *Potentiel d'absorption*

Le potentiel d'absorption est attribué à l'effet d'absorption d'ions positifs à la surface de veines de quartz, de pegmatites ou de couches d'argile. D'après Reynolds (1997), l'amplitude de ce phénomène peut atteindre +100 mV à l'aplomb de gisements de pegmatites. Ce potentiel serait généré par l'absorption spécifique d'ions par la membrane chargée des corps en solution. Comme nous le verrons plus tard, cette absorption spécifique dépend de la résistivité de la solution et des propriétés du solide immergé. Cependant, nous remarquons qu'un tel processus atteint l'équilibre rapidement s'il n'y a pas de transport d'ions.

### *Potentiel dû à la végétation*

Tout d'abord, notons que nous mesurons le potentiel à la surface du sol entre deux électrodes, et, donc, nous devons absolument avoir un contact d'impédance fini entre le sol et chaque électrode. Suivant les lois d'oxydo-réduction, il y aura donc une interaction entre chacune des électrodes et le sol.

Les causes de ce potentiel sont multiples et sont très variables dans le temps. Les racines des plantes agissent comme des rétenseurs d'eau, ce qui revient à augmenter l'humidité du sol. Et, s'il y a une différence d'humidité dans le sol entre les deux électrodes, un potentiel sera mesuré. Il est possible aussi qu'un potentiel de diffusion ait lieu aux environs des électrodes. Un potentiel de ce type montre une anomalie positive à l'électrode située dans la partie la plus humide. Si l'électrode de référence est située dans une partie sans végétation (ce qui est recommandé) et que l'autre

électrode se retrouve dans une partie plus humide, le potentiel mesuré sera négatif. Les potentiels mesurés sont parfois supérieurs à 300 mV (Reynolds, 1997).

En outre, les plantes, au niveau de leurs racines, ont des échanges continus de minéraux avec l'eau, absorbant certains et rejetant d'autres. Il est possible que ce potentiel soit mesurable et interfère avec les autres anomalies PS.

### 1.1.2.3 Potentiel thermoélectrique

De nombreux auteurs ont travaillé sur les sources de ce potentiel. Il revient à Nourbehecht (1963) d'avoir exprimé le plus clairement et le plus en détail l'expression mathématique du phénomène, appelé couplage thermoélectrique. Lorsqu'un gradient de température est maintenu dans un sol, un voltage apparaît dans la direction du gradient de température. En ce qui concerne le mécanisme, Corwin et Hoover (1979) expliquent que la cause peut être la différence de diffusion des ions sous l'action d'un gradient de température dans le fluide circulant dans les pores du sol, mais aussi la diffusion des électrons et des donneurs d'ions. Ce processus est nommé l'effet Soret. Le rapport du gradient de voltage sur le gradient de température est appelé couplage thermoélectrique ( $\frac{\partial V}{\partial T} = C_T$ ).

Les données présentées par Nourbehecht (1963) donnent les couplages thermoélectriques pour plusieurs types de roches. Ceux-ci couvrent des valeurs comprises entre -0.09 jusqu'à +1.36  $mV.^{\circ}C^{-1}$  avec une moyenne autour de 0.27  $mV.^{\circ}C^{-1}$ .

### 1.1.2.4 Potentiel dû aux électrodes

Ce potentiel est généré par les différences internes des électrodes et est, en aucun cas, produit par les conditions du sol. C'est à dire que, si deux électrodes sont placées dans des mêmes conditions et qu'aucun gradient de potentiel n'existe dans la région d'intérêt, un potentiel pourra être observé entre les électrodes (même s'il s'agit

d'électrodes non-polarisables).

De plus, la différence de constitution des électrodes entraîne des réactions indépendantes de celles-ci face aux variations de température ou d'humidité. D'après Friborg (1996), il peut y avoir une variation de 0.3 à 1 mV par pourcent d'humidité en plus, dépendant du type d'électrodes et du type de sol.

D'autre part, les résultats de Morrison et al. (1979) montrent que, la différence de potentiel entre deux électrodes, placées à la surface d'un sol sec et à la surface d'un sol humide, peut varier jusqu'à 70 mV. Donc, le sol, même s'il n'est pas la cause directe de ce potentiel, peut jouer le rôle d'un amplificateur.

#### **1.1.2.5 Potentiel dû à la topographie**

Même si ce potentiel est bien documenté dans Friborg (1996), Jouniaux et al. (1994), Keller et Frisknecht (1967) et Fournier (1989), les explications restent souvent peu claires. Il semble que ce soit un cas particulier de l'électro-filtration, c'est à dire, l'écoulement d'un fluide dans une matrice poreuse.

#### **1.1.2.6 Potentiel d'électro-filtration**

Le potentiel d'électro-filtration fait l'objet de la section suivante et nous ne donnerons ici qu'une description sommaire de ces mécanismes.

Le passage d'un fluide à travers une matrice poreuse peut générer un potentiel électrique appelé potentiel électrocinétique, potentiel d'électro-filtration, ou, en anglais, streaming potential. La source de ce potentiel est essentiellement l'interaction des ions en solution avec la double couche de Helmholtz, située en surface de la matrice solide. Dans un tube capillaire, le potentiel  $\Delta V$  produit par le passage d'un fluide de résistivité  $\rho$ , de constante diélectrique  $\epsilon$  et de viscosité  $\eta$ , sous une force de pression  $\Delta P$  est de la forme :

$$\Delta V = \frac{\rho \epsilon \zeta}{4\pi\eta} \Delta P \quad (1.4)$$

avec  $\zeta$ , le potentiel de la double couche de Helmholtz, appelé potentiel “zeta”.

Les anomalies PS produites par ce mécanisme sont positives ou négatives. Nous pouvons remarquer que si les propriétés de la matrice sont constantes, ainsi que celles du fluide qui la traverse, seul le potentiel zeta et le gradient de pression peuvent faire varier le potentiel électrique. En fait, nous verrons plus tard que c’est le potentiel zeta qui va modifier le signe de la réponse et qui, en grande partie, contrôle les variations du potentiel électrique.

### 1.1.3 Influence de la distribution des résistivités

Pour tout problème de propagation de courant ou de potentiel, le problème des frontières est présent. Ici, nous définissons comme frontières, l’interface entre deux milieux de propriétés électriques différentes (conductivité). La distribution des conductivités dans le sol définit le circuit que le courant va emprunter, et, donc contrôle la forme et l’amplitude de l’anomalie mesurée en surface.

## 1.2 Le potentiel d’électro-filtration

Le potentiel d’électro-filtration est généré par le passage d’un fluide dans une matrice solide ayant une porosité effective non-nulle. Ce potentiel est relié directement à la densité de courant  $I$  et au flux du fluide  $J$ . Cependant, le paramètre qui influence le plus le potentiel électrocinétique est le potentiel  $\zeta$ , qui caractérise l’interface fluide-solide. L’étude de ce paramètre dans la situation simple d’un métal en présence d’une solution oxydante, en statique, c’est à dire lorsqu’il n’y a pas de mouvement relatif

entre les deux phases, a été étudié en laboratoire par de nombreux auteurs (Abaza et Clyde, 1969, Corvin, 1979, 1984, Balanis, 1989, Bogoslovsky, 1972, 1973, 1977).

D'après ces auteurs, le potentiel  $\zeta$  est fonction :

- du pH de la solution
- de la concentration en ions de la solution
- de la température du système
- de la sorte d'ions en présence dans la solution
- de la nature de la phase solide
- de la pression dans le système

### 1.2.1 Le potentiel électrique généré par un colloïde dans un fluide

“Si deux phases de constitutions chimiques différentes sont en contact, une différence de potentiel électrique se développe entre les deux phases.” (Bockris et Drazic, 1972). La région affectée par ce potentiel se trouve être la région où apparaît le potentiel électrocinétique.

Il existe un modèle assez simple de représentation de cette interphase. Si nous stipulons que la phase solide est chargée négativement en surface et que le contenu en ions de l'électrolyte est essentiellement cationique et balance exactement la charge du solide, alors, ce système peut être comparé aux deux plaques d'un condensateur. Le potentiel généré entre les deux plaques est alors simple à décrire (figure 1.1).

Cependant, ce n'est qu'une première approche et la compréhension du phénomène passe par la compréhension des colloïdes en présence d'une phase fluide. Tout d'abord, un colloïde est défini comme une particule macroscopique à l'échelle atomique. Celle-ci peut donc avoir une atmosphère électrique et gravitationnelle. D'après, Feynman

(1979), l'influence de l'atmosphère électrostatique due à un colloïde placé dans un fluide en fonction de la distance à la surface du solide est donnée par :

$$A(x) = A(0) \exp^{-\frac{x}{D}} \quad (1.5)$$

avec :

$$D \text{ (en Debye)} = \left( \frac{\epsilon_0 k T}{2 n_0 q^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.6)$$

Le nombre  $D$  s'appelle la longueur de Debye, et constitue une mesure de l'épaisseur de la gaine ionique qui entoure une particule chargée dans un électrolyte. Avec  $A(0)$  : potentiel à la surface du solide ( $x=0$ ),  $A(x)$  : potentiel à la distance  $x$  du solide,  $k$  : constante de Boltzman,  $T$  : température,  $n_0$  : concentration en ions,  $\epsilon_0$  : permittivité du vide,  $q$  : charge élémentaire ( $1.6 \times 10^{-19}$  coulombs).

Nous pouvons remarquer d'ores et déjà que, théoriquement, plus on augmente la température plus la couche de Debye augmente et, plus la concentration de la solution diminue, plus la couche de Debye épaisse. Dans ces conditions (statiques), la charge totale à grande distance du colloïde est nulle, les charges se répartissant de façon uniforme autour des particules.

### 1.2.2 Double couche de Helmholtz ou Electrical Double Layer (EDL)

Le concept de double couche a été présenté par de nombreux auteurs dont Helmholtz, Smoluchowsky, Gouy, Chapman, Stern ou Bockris (d'après Bockris et Drazic, 1972). Ce dernier a présenté une théorie qui est une combinaison des autres et permet une généralisation.

### 1.2.2.1 Structure de la double couche

La structure de ce système est comparable à une atmosphère gravitationnelle. La partie la plus proche du colloïde est très attractive alors que la partie la plus éloignée l'est moins.

Supposons un colloïde placé dans un électrolyte. En mode statique, la densité de charges  $\gamma_s$  de la surface du solide est totalement compensée par la densité de charges opposées  $\gamma_f$  du liquide. De plus,  $\gamma_s$  est divisée en deux parties (Bockris et Drazic, 1972).

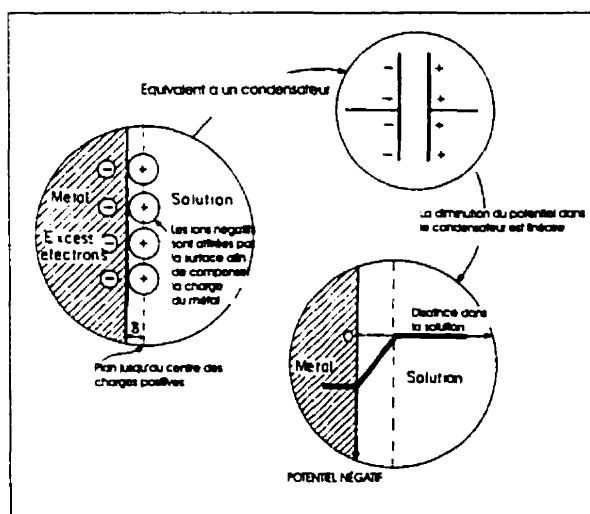


Figure 1.1: Première approximation de l'EDL

⇒ La première ( $\gamma_H$ ), est composée de charges partiellement fixées par le solide. Celle-ci est, elle aussi, divisible en deux parties :

- L'IHP, où Inner Helmholtz Plane, est peuplée d'ions partiellement déshydratés qui sont fixés au solide par absorption spécifique.
- L'OHP, Outer Helmholtz Plane, est quant à elle peuplée d'ions hydratés qui sont attirés électriquement par la phase solide hydratée. Les forces en jeu sont moindres que dans l'IHP.

⇒ La seconde ( $\gamma_G$ ) est la couche de diffusion de Gouy. Elle est peuplée d'ions qui sont soumis à l'attraction électrique du solide, mais aussi au désordre thermodynamique (Gouy a établi cette hypothèse en montrant qu'une couche fixe ne survivrait pas à l'agitation thermique des ions en solution).

C'est dans la partie diffuse que va se jouer le mécanisme d'électro-filtration. En effet, si le fluide est en mouvement et que la phase solide n'est pas en solution, il est possible de cisailer les charges les plus externes de la partie diffuse. La décroissance du potentiel est liée à la distance à la partie solide et, le potentiel où peut se produire un cisaillement des charges en solution est appelé potentiel  $\zeta$ . De nombreux phénomènes sont liés au déplacement relatif des charges de part et d'autre de la zone de cisaillement. Les phénomènes qui nous concernent sont l'électro-osmose, l'électrophorèse et le potentiel électrocinétique. En outre, d'après la théorie de la thermodynamique irréversible (Nourbehecht, 1963), tous ces phénomènes ont en commun le potentiel  $\zeta$ . Ce potentiel, comme nous le verrons plus tard en détail, n'est pas intrinsèquement défini pour une sorte de matériau. Il dépend aussi du fluide, de sa concentration en ions et de la vitesse du fluide dans les pores.

*note : L'endroit où apparaît le potentiel  $\zeta$  peut être vu comme la distance à laquelle un corps ne permet plus de garder un objet dans son atmosphère gravitationnelle.*

*Il existe deux sortes de potentiels générés par un tel système :*

- La première revient à reprendre notre modèle simple du condensateur. Ici, nous ne considérons pas les liens entre les différentes particules chargées du fluide, et nous assumons que notre fluide est un diélectrique parfait. La différence de potentiel entre les deux phases est alors donnée par la formule du potentiel dû à un excès de charges sur les plaques d'un condensateur :



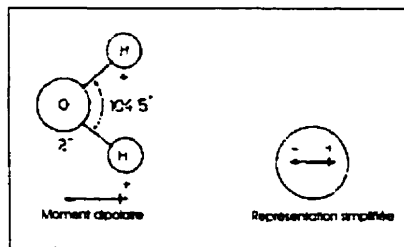


Figure 1.2: La molécule d'eau a deux liaisons O-H. et la polarisation apparaît car les deux électrons sont plus proches de l'atome d'oxygène

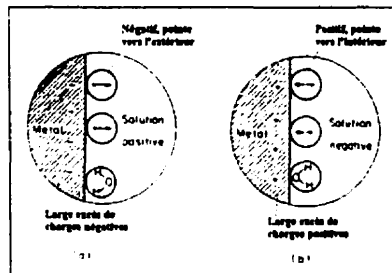


Figure 1.3: Orientation de la molécule d'eau en fonction de la charge de la surface du solide

$$\Delta\psi = \frac{q\delta}{\epsilon_r\epsilon_0} \quad (1.7)$$

où  $\epsilon_r$  est la constante diélectrique entre les deux phases,  $\delta$  est la distance moyenne entre les deux phases et  $q$  est la charge électrique élémentaire.

- La seconde est due au moment dipolaire du diélectrique lui-même, en l'occurrence l'eau (figure 1.2). Nous pouvons imaginer la molécule d'eau comme un petit dipôle. Le moment dipolaire de l'eau est provoqué par le fait que le système liaison H-O-H n'est pas neutre; l'atome d'oxygène contient deux électrons qui compensent la charge positive élémentaire des deux atomes d'hydrogène. Cependant, ces électrons se trouvent plus près de l'atome d'oxygène, provoquant ainsi un moment électrostatique. Le moment dipolaire  $M$  d'une molécule d'eau est égale à  $6.2 \times 10^{-30} C.m = 1.86$  debye.

Désormais, nous savons que, si la matrice est chargée négativement, la molécule d'eau s'orientera de telle sorte que le système tende à être neutre, c'est à dire que les atomes d'hydrogène feront face aux grains de la matrice, et, si la matrice est chargée positivement, ce sont les atomes d'oxygène qui feront face aux grains (figure 1.3). Il est, maintenant, facile de montrer que, pour un modèle électrostatique simple, la différence de potentiel générée par un tel système est donnée par :

$$\Delta\chi = M \frac{(N_{\uparrow} - N_{\downarrow})}{\epsilon_r \epsilon_0} \quad (1.8)$$

où,  $N_{\uparrow}$  et  $N_{\downarrow}$  sont le nombre de molécules d'eau ayant leur atome d'oxygène collé au colloïde et le nombre de molécules d'eau ayant leurs atomes d'hydrogène collés au colloïde, respectivement.

Ce potentiel est appelé potentiel d'absorption. D'autres substances que l'eau, hydratées ou non, peuvent aussi être absorbées par l'atmosphère de la phase solide et ainsi contribuer à la différence de potentiel.

Le potentiel total est la somme de ces deux potentiels ( $\Delta_{total} = \Delta\psi + \Delta\chi$ ).

#### 1.2.2.2 Quantification du problème

D'après Bockris et Drazic (1972), nous pouvons estimer le potentiel généré par une double couche de Helmholtz en fonction de l'excès de charges à l'intérieur de celle-ci. Une différence de potentiel typique pour une interface électrochimique est de l'ordre de 0.1 V à 1V. La différence de potentiel due à une EDL de 1 angstroem d'épaisseur donne un champ de force électrique de  $10^{10} \text{ V.m}^{-1}$ . C'est un champ très fort qui va permettre aux électrons de passer à travers l'interface. Il faut aussi se rappeler que ce champ, et par conséquent la vitesse de transfert des électrons entre les deux phases, n'est pas uniquement contrôlé par le nombre de charges, mais aussi par leur

distribution dans l'espace.

De plus, un faible excès de charges engendre une forte amplification de l'action de l'EDL (Bockris et Drazic, 1972). D'après les auteurs, un excès de charge typique d'une EDL est de  $0.1 \text{ C.m}^{-2}$ . Une mole d'électrons apporte approximativement  $10^5 \text{ C}$ , ce qui implique qu'une charge de  $0.1 \text{ C}$  représente  $10^{-6}$  mole d'électrons. En outre,  $10^{-6}$  mole d'électrons représente  $6 \times 10^{17}$  électrons par mètre carré alors que la valeur typique du nombre d'atomes sur une surface est de  $10^{10}$ . Ceci montre qu'il suffit simplement qu'un faible pourcentage des atomes aient un excès de charges électroniques pour provoquer une charge surfacique de  $0.1 \text{ C.m}^{-2}$  dans l'EDL. Ce même excès d'électrons permet de rentabiliser la vitesse des réactions par un facteur de  $10^5$  (Bockris et Drazic, 1972).

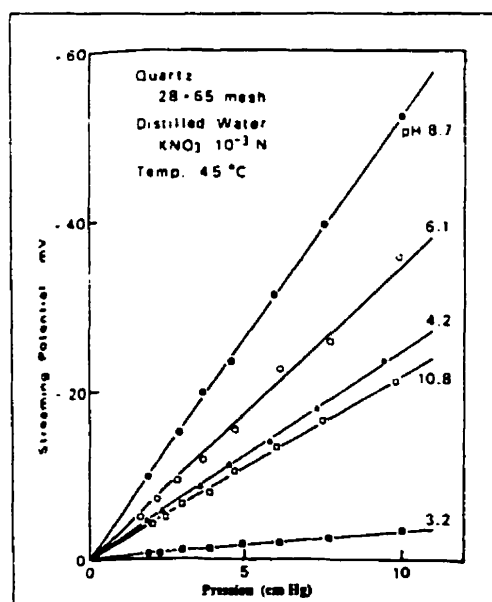
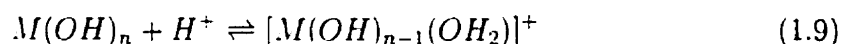


Figure 1.4: Variation du potentiel d'électro-filtration en fonction de la pression du fluide pour le matériau formé de grains de quartz et à différents pH

### 1.2.2.3 Absorption spécifique, pH, hydratation, température : leurs conséquences sur le potentiel mesuré

Le potentiel d'électro-filtration est une fonction linéaire croissante de la pression (fig.4) (Ishido et Mizutani, 1981) : c'est à dire que, plus la pression augmente dans les pores, plus la valeur absolue du potentiel généré sera importante, et ce, à travers un coefficient constant. La pente de cette fonction linéaire est dépendante de tous les facteurs qui affectent le potentiel électrocinétique.

La quantification du potentiel à la surface du solide est bien connue des chimistes. En effet, les ions (M) réagissent avec la solution aqueuse pour former un hydroxyle :



Nous voyons que ce sont  $H^+$  et  $OH^-$  qui contrôlent le nombre de charges sur la surface et particulièrement la concentration en proton (pH de la solution).  $H^+$  et  $OH^-$  ont la propriété de quitter littéralement la solution car ils se font absorber par la phase solide. C'est la même chose pour les ions hydratés. Le phénomène de dépendance du potentiel à la nature des ions est bien connu à haute concentration ( $> 10^{-3} Mol.L^{-1}$ ) (Eagland et Allen, 1976). Celle-ci dépend du rayon de la molécule ionique hydratée car plus la molécule est petite, plus elle est mobile et plus la densité de molécules dans l'EDL peut être élevée. D'ailleurs, il existe une classification des ions selon leur capacité à être absorbés (Tableau 1.3).

TAB. 1.3: Corrélation entre le rayon moléculaire et l'absorption

Sorte d'ions	$Li^+$	$Na^+$	$K^+$	$Cs^+$
Rayon de l'ion déshydraté	0.34	0.276	0.23	0.228
Rayon de l'ion hydraté	0.34	0.375	0.413	0.449
$\zeta$ en mV à $10^{-6} Mol.L^{-1}$	80	65	25	20

NB : L'absorption spécifique agit indifféremment sur la molécule hydratée ou dés-hydratée.

Toujours d'après Eagland et Allen (1976), lorsqu'il n'y a pas d'absorption spécifique, il y a une diminution du potentiel  $\zeta$  de 20 mV par décade de concentration. Cette valeur est proche de la réalité dans le cas d'ions ayant un faible pouvoir à être absorbé (lithium, calcium...).

L'explication est que la présence de protons en solution provoquerait une augmentation du décrochement (Eagland et Allen, 1976). Cette augmentation, dans les liquides ayant la capacité d'établir des liaisons hydrogènes, serait due à la formation de structures spatiales volumineuses (aucune contrainte n'a été observée dans les liquides non-hydrogénés). Il y a donc une dépendance de la structure spatiale de l'hydratation des ions. Cette structure va influencer la mobilité et le diamètre des ions.

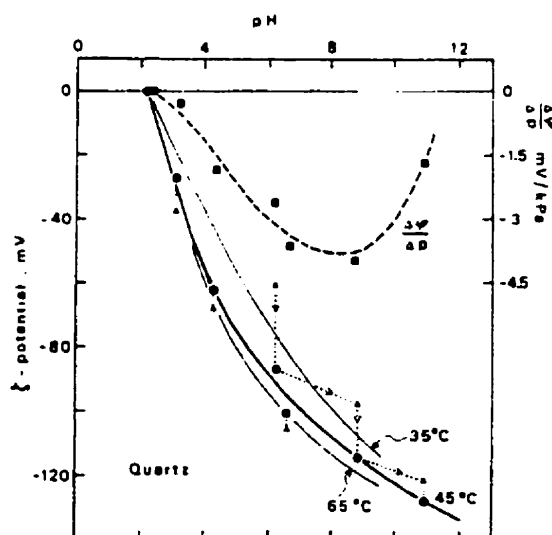


Figure 1.5: Variation du potentiel  $\zeta$  et du potentiel d'électro-filtration en fonction du pH et de la température

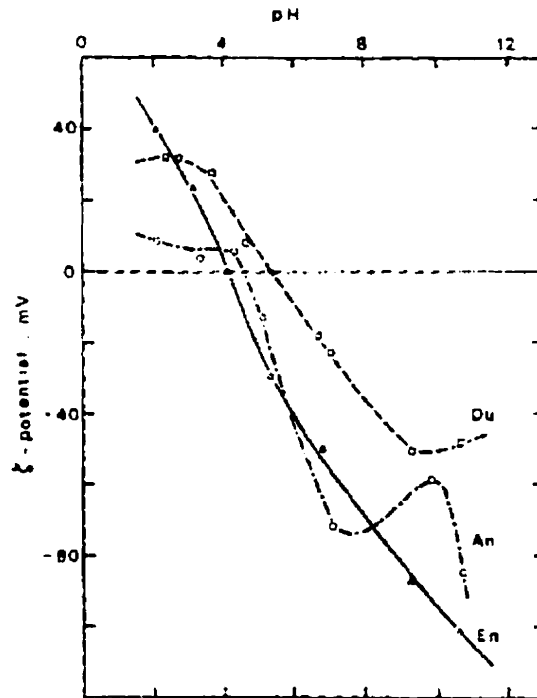


Figure 1.6: Variation du potentiel  $\zeta$  pour l'anorthite, l'enstatite et la dunite en fonction du pH

Le pH est une conséquence de la concentration en  $OH^-$  et  $H_3O^+$ . D'après ce que nous avons vu précédemment, le pH aura un effet important sur le potentiel.

Le pH a un tel impact sur le potentiel qu'il peut non seulement modifier le potentiel de manière significative, mais aussi il peut inverser le signe de la réponse. Il existe alors un pH pour lequel le potentiel est nul (i.e la charge nette est nulle. Ce potentiel est noté IEP (pour IsoElectric Point). De nombreux chimistes ont étudié la variation du potentiel en fonction de la sorte de minéral utilisé. Ils ont montré que seul l'IEP varie avec le pH. Sinon, le potentiel est très similaire d'une roche à l'autre (fig. 1.5, 1.6, 1.7 et 1.8).

La concentration, qui est très liée avec le pH, va elle aussi avoir la même influence sur la réponse (fig. 1.12).

La température a un effet sur le potentiel (fig. 1.9 et 1.10). Plus la température

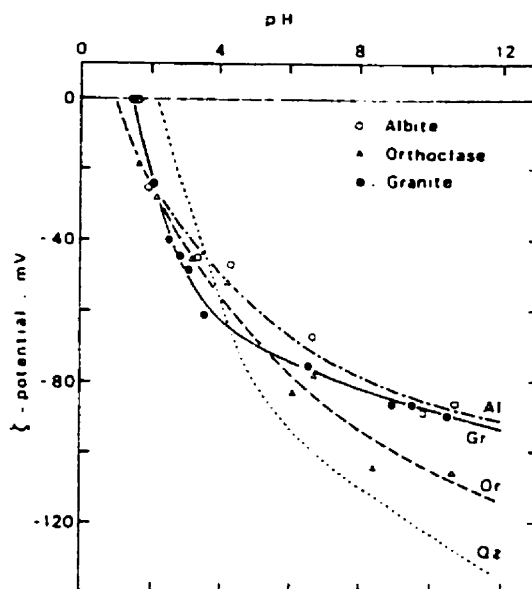


Figure 1.7: Variation du potentiel  $\zeta$  pour l'anorthite, l'enstatite et la dunite en fonction du pH

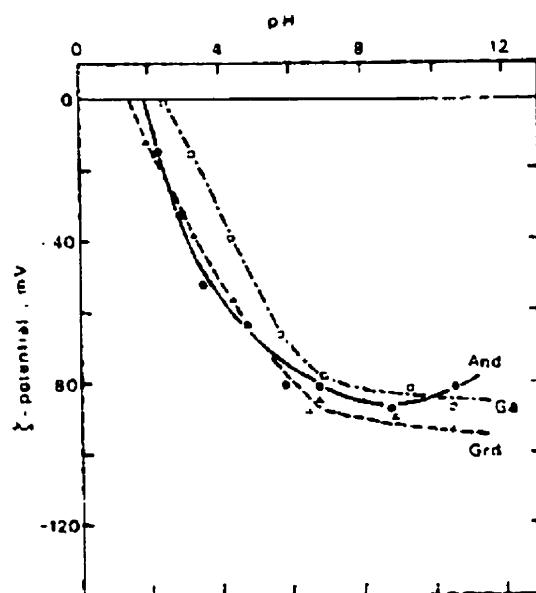


Figure 1.8: Variation du potentiel  $\zeta$  pour la granodiorite, l'andésite et le gabbro en fonction du pH

(Variation du potentiel  $\zeta$  en fonction du pH dans des solutions aqueuses de  $10^{-3}$   $KNO_3$  à  $T=45^\circ C$ )

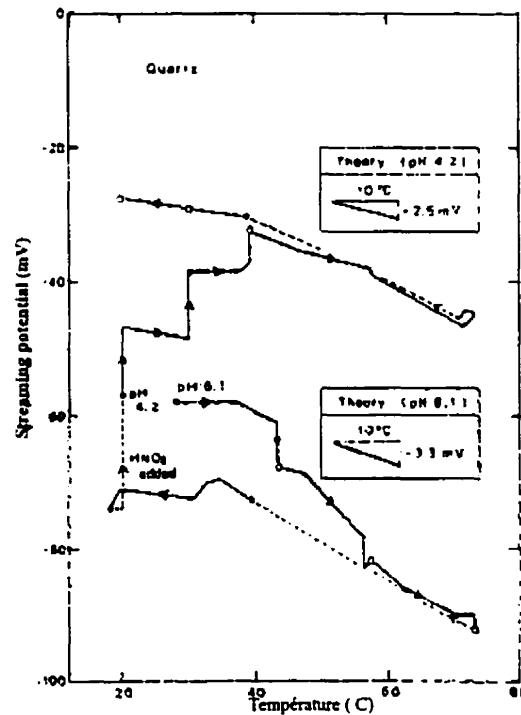


Figure 1.9: Variation du potentiel  $\zeta$  en fonction de la température

augmente, plus le potentiel augmente. Cet effet a été démontré expérimentalement (Ishido et Mizutani, 1981 et Feynman, 1979). La raison de cette augmentation est la désabsorption des ions  $H^+$ , ce qui a pour conséquence d'augmenter la valeur du potentiel à la surface de la phase solide. Cette augmentation provoque l'expansion de l'EDL et permet donc d'avoir une augmentation de l'attraction électrostatique à une distance donnée.

La forme des pores et notamment le rayon hydraulique ont aussi leur importance (Figure 1.11). Le rayon hydraulique,  $m$ , va influencer la conductivité du système ; en effet, la conductivité totale du système fluide-solide est donnée par :



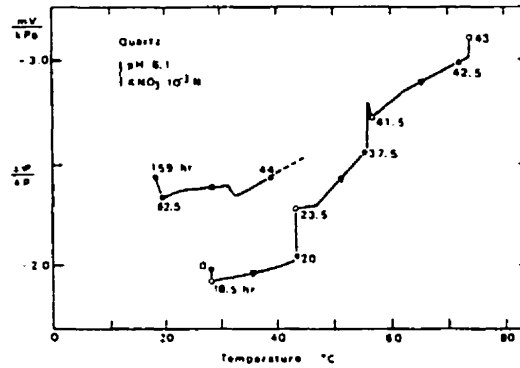


Figure 1.10: Variation du potentiel électrocinétique par unité de pression en fonction de la température

(Variation du potentiel électrocinétique en fonction de la température. pH=6.1 dans une solution aqueuse de  $10^{-3}$   $KNO_3$ . Les valeurs initiales sont les cercles et les valeurs finales sont les disques.)

$$\sigma = \sigma_f + m^{-1}\sigma_s \quad (1.10)$$

avec  $\sigma_f$  conductivité du fluide,  $\sigma_s$  conductivité de la surface du solide. Nous remarquons que, lorsque  $m$  diminue, la conductivité totale augmente.

Dans les zones où  $m$  est petit, le potentiel diminue lorsque la conductivité totale augmente. Dans le cas du système quartz-eau à pH=7 de concentration =  $10^{-3}$  N  $KNO_3$  et à  $T^\circ = 45^\circ\text{C}$ , la valeur de  $m$  où  $\sigma$  commence à diminuer est de  $10^{-5}$  m. Cette valeur augmente lorsque la concentration diminue car la contribution de  $\sigma_s$  est supérieure lorsque la concentration est faible.

### 1.2.3 Le potentiel PS dans un tube capillaire

Lorsqu'un fluide passe à travers un tube capillaire, la partie mobile de la double couche est entraînée avec le fluide, ce qui provoque un courant de convection,  $I_{conv}$ . Le champ électrique produit par l'accumulation de charges au bout du tube capillaire,

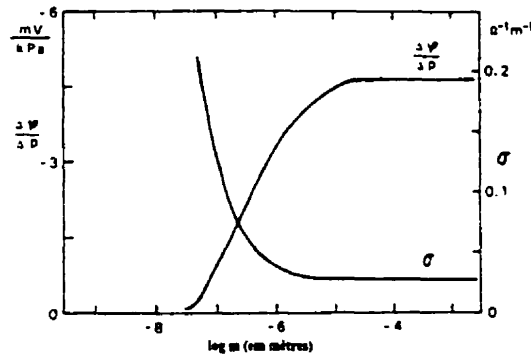


Figure 1.11: Variation du potentiel électrocinétique et de la conductivité effective de la surface du solide en fonction du rayon hydraulique  $m$ .  $\text{pH}=7$ ,  $T=45$  °C

entraîne un courant de conduction,  $I_{cond}$ , à travers le fluide dans la direction opposée au courant de convection. A l'équilibre, les deux courants ont des amplitudes égales et le courant électrique total est nul à l'intérieur du tube (Cependant, la densité de courant n'est pas la même en tout point du tube).

L'équation qui décrit le potentiel d'électro-filtration dans un tube capillaire est :

$$I_{conv} + I_{cond} = 0 \iff \frac{\Delta V}{\Delta P} = \frac{\epsilon \zeta}{\eta(\sigma_o + 2\frac{\sigma_s}{r})} \quad (1.11)$$

Cette équation est connue sous le nom d'équation de Helmholtz-Smoluchowski. Elle stipule que, pour un milieu donné et un fluide donné, le rapport de la variation du potentiel électrique  $\Delta V$  généré et de la variation de pression  $\Delta P$  est constant. Si la conduction de la surface des capillaires est faible par rapport à la conductivité du fluide, nous pouvons remarquer que le rapport est indépendant du rayon du capillaire. La raison est que le facteur géométrique pour le calcul du flux du fluide est le même que le facteur géométrique du flux de courant passant à travers le fluide. Cela veut dire que la matrice doit être électriquement isolée. La conductivité de la surface du

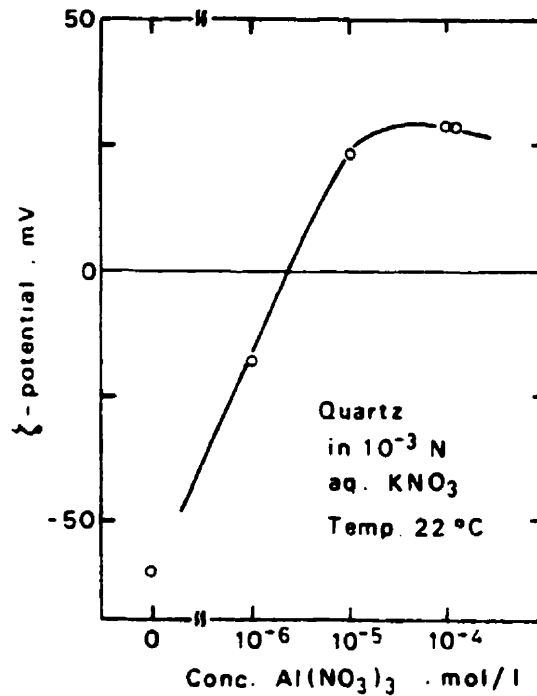


Figure 1.12: Variation du potentiel  $\zeta$  du quartz en fonction de la concentration en  $\text{Al}(\text{NO}_3)_3$ .  $T=22^\circ\text{C}$

capillaire est importante dans deux cas :

- si le rayon du capillaire est très petit, alors le rapport  $\frac{a}{r}$  est très grand
- si la conductivité du fluide est très faible.

#### 1.2.4 Le potentiel d'électro-filtration dans un échantillon poreux

Supposons que l'espace pris par les pores puisse être approximé par  $N$  capillaires par unité de surface ayant tous le même rayon,  $r_i$ . La somme des courants de convection est alors égale à :

$$I_{conv} = -\frac{\epsilon\zeta}{\eta l} \Delta P \sum_{i=1}^N \pi r_i^2 \quad (1.12)$$

De même, la somme des courants de conduction est (en supposant une matrice isolante)

$$I_{cond} = \sigma_o \frac{\Delta V}{l} \sum_{i=1}^N \pi r_i^2 \quad (1.13)$$

À l'équilibre, nous avons  $I_{conv} + I_{cond} = 0$ , d'où :

$$\frac{\Delta V}{\Delta P} = \frac{\epsilon\zeta}{\eta\sigma_o} \quad (1.14)$$

D'après Friborg (1996), si nous utilisons la conductivité globale,  $\sigma_b$ , l'équation pour le courant de conduction devient :

$$I_{cond} = \frac{\Delta V \sigma_b}{l} \quad (1.15)$$

Dans ce cas, à l'équilibre, nous avons :

$$\frac{\Delta V}{\Delta P} = \frac{\epsilon\zeta}{\eta\sigma_b} \sum_{i=1}^N r_i^2 \quad (1.16)$$

Nous remarquons que la somme représente l'espace pris par les pores par unité de surface sur une section perpendiculaire à l'écoulement du fluide dans l'échantillon. Si

les pores sont distribués de façon constante dans l'échantillon. alors, cette somme est la porosité,  $\phi$ , de l'échantillon.

$$\frac{\Delta V}{\Delta P} = \frac{\epsilon \zeta}{\eta \sigma_b} \phi \quad (1.17)$$

Nous remarquons, en utilisant le principe d'identité, que  $\sigma_b = \sigma_o \phi$ . Nous voyons ici, une des relations empiriques d'Archie (Reynolds, 1997). En effet, la relation d'Archie dans les tubes capillaires est de la forme :

$$\sigma_b = \sigma_o \phi^m \quad (1.18)$$

où  $m$  est une constante empirique reliée au degré de cimentation.

### 1.3 Le couplage de flux

Cette formulation est basée sur la théorie de la thermodynamique irréversible (Nourbehecht, 1963). Cette formulation est très générale et peut être appliquée à tout phénomène mettant en jeu une force qui déclenche un flux. L'équation générale de ce phénomène est donnée par :

$$J_i = \sum_{j=1}^n L_{ij} \cdot X_j \quad (1.19)$$

où  $J_i$  est le flux par unité de surface de type  $i$ ,  $L_{ij}$  est le coefficient de couplage reliant le flux de type  $i$  à la force de type  $j$  et  $X_j$  est le gradient associé à la force de type  $j$ . Les phénomènes impliquant des coefficients de couplages tels que  $i=j$ , sont connus sous le nom de *flux directs*. Les phénomènes dont un gradient d'une force entraîne le flux d'une autre sont connus sous le nom de *couplage de flux* (Nourbehecht, 1963). Il

existe deux limitations à l'application de cette théorie :

- Le milieu doit être localement homogène.
- Tous les flux doivent être reliés de façon linéaire à leur force associée.

TAB. 1.4: Liste des flux

	<b>Gradient hydraulique</b>	<b>Gradient électrique</b>	<b>Gradient thermique</b>	<b>Gradient chimique</b>
Flux du fluide	Cond. hydraulique (loi de Darcy)	Electro-osmose	Thermo-osmose	Normal-osmose
Flux électrique	Streaming potential	Cond. électrique (loi d'Ohm)	L'effet Seebeck	Diffusion et potentiel de membrane
Flux de chaleur	Transfert isotherme de la chaleur	L'effet Peltier	Cond. thermique (loi de Fournier)	L'effet Dufour
Flux d'ions	Streaming current	Electrophorèse	L'effet Soret	Diffusion (loi de Fick)

L'équation précédente peut être simplifiée si nous supposons que tous les processus n'interviennent pas dans toutes réactions. Par exemple, pour le potentiel d'électro-filtration, seules les réactions mettant en cause le flux d'un fluide et du courant électrique sont à prendre en compte. Ceci nous amène aux deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} Q &= -L_{11} \nabla P - L_{12} \nabla V \\ J &= -L_{21} \nabla P - L_{22} \nabla V \end{aligned} \quad (1.20)$$

où  $J$  est la densité de courant électrique,  $Q$  est la vitesse du fluide.  $V$  est le potentiel électrique.  $P$  est la pression et les coefficients  $L_{ij}$  sont les coefficients de couplage.  $L_{11}$  est la conductivité hydraulique ( $K$ ),  $L_{12}$  est le coefficient de l'électro-osmose.  $L_{21}$  est le coefficient du potentiel d'électro-filtration et  $L_{22}$  est la conductivité électrique ( $\sigma_b$ ).

D'après les lois de la thermodynamique (relation de Onsager, Friborg, 1996) les coefficients symétriques doivent être égaux. Nous retrouvons donc la forme connue :

$$\begin{aligned} Q &= -K \nabla P - L \nabla V \\ J &= -L \nabla P - \sigma_b \nabla V \end{aligned} \quad (1.21)$$

Si nous posons  $J=0$ , nous avons :

$$\frac{\nabla V}{\nabla P} = -\frac{L}{\sigma_b} \quad (1.22)$$

Si nous admettons que l'échantillon est de longueur  $l$ , alors, les approximations suivantes sont admissibles :

$$\begin{cases} \nabla P \approx \frac{\Delta P}{l} \\ \nabla V \approx \frac{\Delta V}{l} \end{cases} \quad (1.23)$$

Nous pouvons alors comparer les équation 1.14 et 1.22 pour retrouver la valeur du coefficient de couplage,

$$-\frac{L}{\sigma_b} = \frac{\epsilon \zeta}{\eta \sigma_0} \quad (1.24)$$

Le rapport  $\frac{\epsilon \zeta}{\sigma_0}$  est connu sous le nom de Facteur de formation (F), et, suivant les formules d'Archie (Reynolds, 1997), F est relié à la porosité par :

$$F = \frac{\sigma_b}{\sigma_0} = \phi^m \quad (1.25)$$

où,  $m$  est une valeur empirique qui dépend de la cimentation dans les pores. Les valeurs de  $m$  varient entre 1.3 pour les faibles valeurs de cimentation et 2 pour les haut facteurs de cimentation.

## **1.4 Description des applications de la PS**

### **1.4.1 Exploration minérale**

Les méthodes de polarisation spontanée ont d'abord été développées pour les applications à l'exploration minérale et sont très bien documentées (Burr, 1982, De Witte, 1948 et Keller et Frishknecht, 1967).

La technique est simple et permet une grande couverture spatiale à un coût minime. Les anomalies recherchées sont des anomalies négatives pouvant atteindre quelques centaines de millivolts.

### **1.4.2 Géotechnique : recherche de zones d'infiltration d'eau**

Les applications à la géotechnique sont elles aussi très nombreuses et très bien documentées, surtout par Bogoslovsky et Ogilvy (1970a, 1970b, 1972, 1973 et 1977). Une de leurs principales applications consiste à rechercher les zones d'infiltration d'eau dans les barrages en terre (Bogoslovsky et Ogilvy, 1970b). La méthode consiste à mesurer les potentiels électriques sur l'ensemble du barrage et à repérer les zones présentant des anomalies. Cette application est directement liée au potentiel d'électro-filtration.

Il existe aussi des applications marines de la PS, là encore dans le but de détecter des fuites dans les barrages en terre (Jansen et al., 1996).

### **1.4.3 Prévention des tremblements de terre et des éruptions volcaniques**

Dans les zones volcaniquement à risque, la température et la pression du sol et des eaux sous-terraines augmentent avec la remontée du magma. Ces phénomènes génèrent le potentiel thermo-électrique. De même, l'approche d'un tremblement de



terre est accompagnée par une augmentation de la pression et peut provoquer un potentiel thermo-électrique. De nombreux auteurs européens et japonais ont travaillé sur ces phénomènes (Apostopoulos et al., 1997, Hashimoto et Tanaka, 1995, Somasundaran et Kulkarni, 1973 et Schiavone et Quarto, 1984).

#### **1.4.4 Environnement**

Les applications pour l'environnement sont elles aussi très nombreuses mais plus récentes. Elles cherchent surtout à trouver la présence d'un écoulement d'eau dans le sol ou la présence de zone d'épanchement de polluant dans le sol. Les travaux les plus représentatifs sont Friborg (1996), Corwin (1984), Ernston et Sherer (1986), Ogilvy et Bogoslovsky (1979).

## 1.5 Techniques de modélisation

### 1.5.1 Pourquoi modéliser ?

Nous mesurons le potentiel électrique à la surface du sol : les formules de Helmholtz s'appliquent si le potentiel est mesuré à la surface de la nappe. Il faut donc trouver un moyen de référencer le potentiel non plus à la surface de la nappe mais à l'interface sable-air. Une méthode numérique simple consiste à modéliser le phénomène. Il faut donc trouver l'expression de ce potentiel en tout point de l'espace et définir les frontières.

### 1.5.2 Quelles sont les différentes approches

Dans la littérature, il existe deux formulations pour modéliser le potentiel d'électrofiltration. Fittermann (1978) dérive l'expression de la PS en termes du potentiel électrique total qui est la somme du courant de conduction et du courant de convection produits par l'écoulement primaire. La source du potentiel est la double couche électrique située à la frontière entre des milieux ayant des coefficients de couplage de flux différents. D'après Fittermann (1978), une condition nécessaire et suffisante pour assurer le flux du courant et une anomalie mesurable en surface est d'avoir une variation de pression le long des frontières entre des régions ayant des coefficients de couplage de flux différents.

Une autre formulation a été proposée par Sill (1983). Celui-ci représente la densité de courant totale comme la somme d'un courant de convection et de conduction. En assumant une divergence de densité de courant totale nulle, il obtient une expression pour les sources des courants de conduction (Eskola, 1999). Le potentiel obtenu par cette formulation est le vrai potentiel électrique mesuré à la surface du sol.

Les deux formulations ont été utilisées pour interpréter des données de terrain.

Par exemple, Schiavone et Quarto (1984) et Fournier (1989) ont utilisé la formulation de Fittermann (1978), alors que Friborg (1996), Parasnis (1986) ont préféré la formulation de Sill (1983).

Il a été démontré par l'étude de solutions analytiques simples que les deux formulations sont équivalentes, même si cela n'est pas évident au premier abord (Eskola, 1999).

### 1.5.2.1 Le problème aux frontières

Considérons un potentiel d'électro-filtration généré par un flux sur une surface de discontinuité de coefficient de couplage, de résistivité et de charge hydraulique,  $S$ . La pression qui produit le flux est connue sur l'ensemble de la région. Une formulation complète pour le problème des frontières est donnée par Fittermann (1978) :

$$\psi = \phi + CP \quad (1.26)$$

$$J = -\sigma \nabla \psi \quad (1.27)$$

avec :  $\psi$ , le potentiel total,  $\phi$ , le potentiel électrique (courant de conduction),  $J$  : la densité de courant totale,  $\sigma$  : la conductivité électrique,  $C$  : le coefficient de couplage et  $P$  : la pression. Le produit  $CP$  représente le potentiel du courant de convection généré par le flux primaire.

En absence de sources, la divergence de  $J$  est nulle et pour une sous-région homogène, le potentiel total doit satisfaire l'équation de Laplace :

$$\nabla \cdot J = 0 \quad (1.28)$$

$$\nabla^2 \psi = 0 \quad (1.29)$$

Pour déterminer complètement le problème, il faut spécifier les conditions aux frontières des sous-régions. De l'équation 1.28, il résulte que la composante normale de la densité de courant  $J$  est continue à travers une surface,  $S$ , séparant deux sous-régions 1 et 2.

$$I_{1n} = I_{2n} \quad (1.30)$$

De plus, le potentiel électrique et la pression doivent être continus à travers la surface  $S$ .

$$\phi_1 = \phi_2 \quad (1.31)$$

et,

$$P_1 = P_2 \quad (1.32)$$

En incluant les équations 1.30, 1.31 et 1.32 dans 1.26 et 1.27, les conditions frontières que doit remplir le potentiel total sont décrites par :

$$\psi_1 - \psi_2 = (C_1 - C_2)P \quad (1.33)$$

et,

$$\sigma_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial n} = \sigma_2 \frac{\partial \psi_2}{\partial n} \quad (1.34)$$

avec  $\partial n$ , dérivée partielle dans la direction normale à la frontière.

Les équations 1.29, 1.33 et 1.34 définissent la totalité des conditions frontières pour le potentiel total,  $\psi$ .

Une alternative à ces conditions existe en réécrivant les équations 1.29, 1.33 et 1.34 en termes de potentiel électrique,  $\phi$ . En substituant les équations 1.26, 1.27 dans 1.28, nous retrouvons l'équation de Poisson pour  $\phi$ .

$$\nabla^2 \phi = -C \nabla P \quad (1.35)$$

Les conditions frontières que doit satisfaire  $\phi$  sont obtenues à partir des équations 1.31 et 1.34 sous la forme :

$$\phi_1 - \phi_2 = 0 \quad (1.36)$$

$$\sigma_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial n} - \sigma_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} = \sigma_1 C_1 \frac{\partial P_1}{\partial n} - \sigma_2 C_2 \frac{\partial P_2}{\partial n} \quad (1.37)$$

Le problème des conditions aux frontières de la valeur du potentiel  $\psi$  et du potentiel électrique  $\phi$  peut, alors, être converti en problème d'intégrales, en appliquant la seconde identité de Green (Eskola, 1999). Les résultats obtenus par l'auteur sont donnés par :

$$\phi_2 = \phi_p + \int_S \frac{1}{\sigma_1} G \left[ \sigma_2 C_2 \frac{\partial P_2}{\partial n} - \sigma_1 C_1 \frac{\partial P_1}{\partial n} \right] dS + \int_S G \left[ \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1 \right] \frac{\partial \phi_2}{\partial n} dS \quad (1.38)$$

$$\phi_1 = \phi_p + \int_S \frac{1}{\sigma_2} G \left[ \sigma_2 C_2 \frac{\partial P_2}{\partial n} - \sigma_1 C_1 \frac{\partial P_1}{\partial n} \right] dS + \int_S G \left[ 1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right] \frac{\partial \phi_1}{\partial n} dS \quad (1.39)$$

avec :  $G$  : fonction de Green.  $S$  : surface de la frontière concernée entre deux sous-régions 1 et 2 et  $\phi_p$  : potentiel électrique dû aux sources de courant de conduction à la source de pression. Après transformation (Eskola, 1999), celui-ci peut être représenté par :

$$\phi_p = -\frac{C}{K} \int_{V_p} G \nabla \cdot Q dV_p \quad (1.40)$$

avec  $K$  : conductivité hydraulique et  $Q$  : vitesse de Darcy.

Si  $\sigma_1 = \sigma_2$ , alors, la seconde intégrale dans 1.38 et 1.39 est nulle. Le potentiel est alors calculé par intégration directe de la première intégrale qui représente le potentiel d'une surface de sources connues.

Si  $\sigma_1 \neq \sigma_2$ , il faut développer les intégrales. La représentation en intégrales du potentiel est alors utilisée pour calculer les potentiels à partir de leurs composantes normales à la surface  $S$ .

### 1.5.2.2 En conclusion

Comme l'ont décrit Friborg (1996) et Sill (1983), le modèle de potentiel électrique réconcilie le modèle théorique avec le mécanisme physique qui produit le potentiel d'électro-filtration. Fitterman (1978) a essayé de donner une explication physique à la double source du potentiel total en suggérant qu'ils étaient générés par le flux parallèle aux frontières. Bien que l'analyse des sources de Fittermann semble possible, la double source est, en réalité, active partout sur la surface où il y a un changement

de coefficient de couplage et où la pression est non-nulle. La double couche doit donc être considérée comme une source fictive.

### **1.5.3 L'approche de Patella (1997 a et b)**

L'approche de Patella est de montrer que l'étude du champ de potentiel PS causé par n'importe quelle configuration de sol ayant une géométrie complexe de résistivité, peut être ramenée à résoudre la variation spatiale du potentiel électrique dû à des sources ponctuelles de courant. Dans les faits, cela revient à trouver la distribution spatiale de charges unitaires dans le sol et de considérer le problème comme un simple problème d'électrostatique. Dans ses articles, Patella (1997 a et b) introduit une fonction de probabilité associée à la distribution verticale des charges. L'introduction de cette fonction permet de rendre la distribution la plus compacte possible le long de la verticale.

Cependant, cette solution ne tient pas compte des mécanismes de la PS et ne permet pas de retrouver une distribution strictement surfacique des charges. Le circuit équivalent au passage d'eau dans des pores est un ensemble de circuits en parallèle (chaque micro-tube à travers lequel passe l'eau). Le potentiel généré par un tel circuit est parfaitement identique à un potentiel généré par une accumulation de charges sur une interface sable saturé-non saturé.





Deux couches horizontales de sable séparées par une membrane imperméable en bentonite permettent d'effectuer des écoulements indépendants dans la couche inférieure et/ou supérieure. La cuve est instrumentée de 47 piézomètres disposés de façon non régulière. La prise de mesure de potentiel sera effectuée sur une grille régulière. Les lignes de mesures sont espacées de 30 cm et les mesures seront prises tout les 45 cm le long des lignes (fig. 1.13).

Nous voulons détecter une différence de potentiel électrique, c'est à dire une différence de voltage entre deux points de mesure en surface. Cette différence de potentiel est provoquée par la différence de charge hydraulique entre ces deux points (nous n'essayons pas de mesurer une circulation de courant comme l'ont déjà fait Ishido et Mizutani (1981)).

#### Le matériel de mesure

Le matériel de mesure comprend des électrodes non-polarisables en l'occurrence des pots-poreux fabriqués par Phoenix. Ce sont des pots en plastique de forme cylindrique avec une base poreuse : à l'intérieur, une électrode de plomb trempe dans une solution saturée de chlorure de plomb sous forme de gel.

Pourquoi utiliser des pots-poreux ?

*Si deux barres d'un même métal sont en contact avec le sol, il se produi une augmentation immédiate de la polarisation entre les deux électrodes (polrisation d'électrode). La différence de potentiel entre les deux points de contact des électrodes sera alors la somme de l'effet des électrodes et de la polarisation par électro-filtration dans le sol. Dans un pot-poreux, la solution de chlorure de plomb sert d'intermédiaire avec le sol et va éliminer la polarisation entre les deux électrodes (Burr, 1982).*

De plus, à cause de la différence de porosité qu'il peut y avoir entre deux pots poreux, un potentiel peut être mesuré entre les pots. Pour mesurer ce potentiel, il suffit de placer les électrodes proches l'une de l'autre sur le terrain, de lire la différence de

potentiel, de faire la même opération en inversant les positions des pots, de faire la moyenne des mesures. Il suffira de retrancher cette valeur à chaque mesure prise sur la grille (ce potentiel est normalement indépendant du terrain). Si la différence est trop grande, il faut changer de pots. Les changements brusques de potentiel peuvent survenir s'il y a une fissure dans un des pots, si la solution est en contact direct avec un métal ou si la solution dans les pots est désaturée. Toutes ces raisons font que l'on doit vérifier les pots assez souvent (au moins avant et après chaque levé). De plus, afin de prévenir la désaturation, il est préférable de mettre les pots dans les mêmes conditions de température et d'humidité (Burr, 1982). Pour lire le potentiel, nous avons utilisé deux voltmètres numériques : l'un est un modèle de la compagnie Fluke et fonctionne sur batteries, l'autre est un modèle de la compagnie Keithley et fonctionne sur secteur. Les deux ont un filtre à rejet pour les harmoniques du 50 Hz et du 60 Hz.

Cependant, nous avons remarqué qu'à basses fréquences (0.1 Hz) et à potentiel faible, la mesure n'était plus possible, car la lecture sur le voltmètre ne se stabilisait pas. Comme nous ne connaissions pas la fréquence et l'amplitude du bruit que nous allions mesurer et qu'il était donc possible de se trouver dans le cas où le potentiel AC à basse fréquence soit de l'ordre de grandeur du DC, nous avons décidé d'utiliser un filtre passe-bas. Le fait que le potentiel d'électro-filtration ait une signature DC va nous permettre de filtrer les bruits même s'ils sont de basse fréquences (Corwin, 1984). Le filtrage peut se faire de manière électronique avec un simple filtre passe-bas. Le filtre utilisé est un filtre actif fabriqué par la compagnie Ithaco. Nous avons choisi un filtre de type Butterworth, qui coupe les hautes fréquences à raison de 24 dB/octave au-dessus de la fréquence de coupure. Il y a une autre solution qui a l'avantage d'intégrer la totalité du signal recherché, mais a le désavantage d'être plus coûteuse. Celle-ci consiste à prendre de nombreuses mesures en un temps très

court et à recommencer le plus souvent possible. De cette façon, le bruit peut être éliminé statistiquement. En effet, si nous mesurons de nombreuses fois dans le temps le potentiel entre deux points, nous remarquons que le bruit, de plus haute fréquence que le potentiel électrocinétique, oscille de part et d'autre de la moyenne des mesures. Autrement dit, si nous prenons un grand nombre de mesures, le bruit s'annule autour de la moyenne. Cette méthode, accompagnée d'une analyse spectrale, permet une plus grande précision qu'un filtre-rejet. Cependant, elle nécessitait l'achat d'un système d'acquisition numérique multiplé et de nombreuses électrodes non-polarisables que nous n'avions pas à l'époque des mesures.

### 1.6.2 Techniques de mesures

La prise des données sera faite selon les méthodes déjà vérifiées et éprouvées par de nombreux géophysiciens (Burr, 1982 et Corwin et Hoover, 1979).

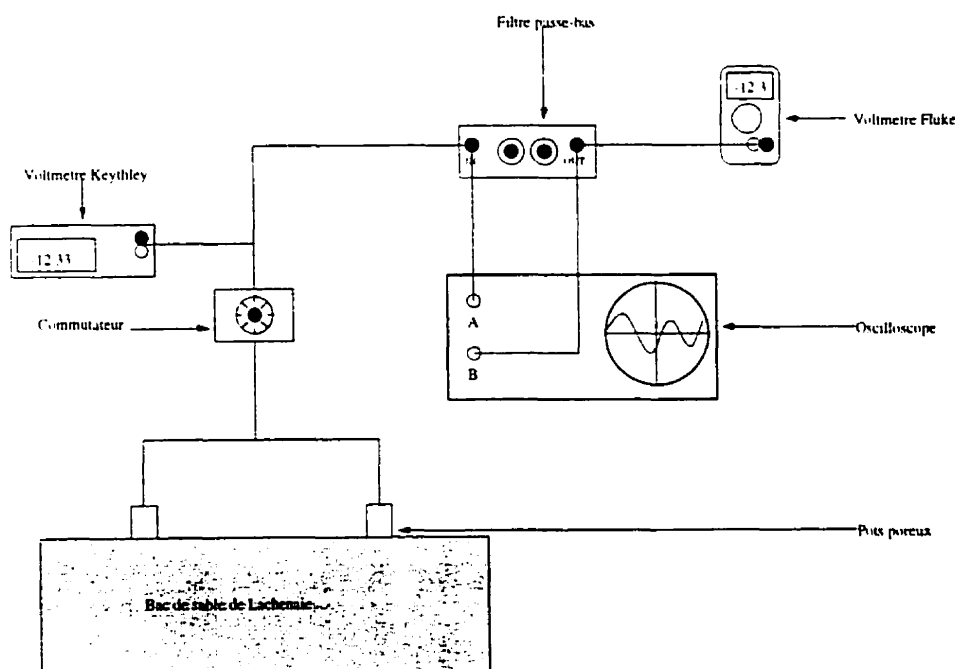


Figure 1.14: Montage utilisé pour les mesures en laboratoire

Il existe deux façons reconnues de prendre des mesures PS :

- La première consiste à mesurer un potentiel avec une distance fixe entre les électrodes et à déplacer le couple le long du profil défini ("leapfrog" ou "gradient"). Cette méthode a l'avantage de permettre la mesure de petits gradients et donc une meilleure définition spatiale. De plus, elle nécessite une faible longueur de fil, ce qui permet une meilleure communication entre les opérateurs. Pour obtenir le champ total, il faut faire la somme des potentiels mesurés. Donc, si à chaque mesure nous commettons une erreur ajoutée à l'erreur due à la polarisation des électrodes nous aurons une valeur du champ total avec une grande d'erreur. Afin de pallier à la sommation des erreurs dues à la polarisation, il est possible d'alterner les deux électrodes. Cette méthode est conseillée pour les grands profils (Burr, 1982).

- La seconde consiste à mesurer le potentiel en déplaçant une électrode et en gardant l'autre fixe ("total field"). L'erreur due à la polarisation est présente, mais comme les mesures ne sont pas additionnées, l'erreur de chaque mesure est limitée à la valeur maximum de polarisation (Corwin et Hoover, 1979).

Son désavantage est qu'elle nécessite des grands câbles et que, plus la distance entre les deux électrodes est grande, plus il est difficile d'identifier la cause du potentiel. C'est cette dernière méthode que nous allons utiliser car nous avons une faible surface à investiguer et nous voulons réduire au maximum les erreurs. De plus, elle permet d'effectuer plus facilement des profils parallèles.

Nous laisserons une électrode fixe afin de pouvoir associer les différents profils entre eux. Cela permettra aussi de visionner les dérives au cours de la prise des mesures. Nous allons aussi effectuer des aller-retours afin d'observer les variations temporelles éventuelles en chaque point de mesure et cela sur chaque profil.

### 1.6.2.1 Mesures et résultats

La prise des mesures s'est déroulée sur 5 jours, du 18-08-97 au 22-08-97. Les deux premières journées ont permis de se familiariser avec les techniques de mesure et de vérifier le montage (fig. 1.14) et la stabilité des mesure dans le temps.

Tout d'abord, nous avons vérifié que l'électronique du montage n'engendrait pas d'erreur et que le signal n'était pas trop affecté par l'électronique. Pour ce faire, nous avons pris des mesures directement avec le voltmètre, puis en passant par le commutateur et enfin par le reste du montage, c'est à dire le filtre passe-bas et l'oscilloscope.

La référence a été placée au milieu du dispositif, sur la ligne 5 et à 1.05 m de la station zéro (figure 1.13). En valeur absolue, plus la distance séparant les pots poreux est grande, plus le potentiel est élevé. Mais, ce qui est encore plus important pour nous, c'est que cette variation ne soit pas due à un effet géométrique. Le fait qu'en amont le potentiel soit positif et qu'en aval il soit négatif, nous confirme que le phénomène responsable de l'effet PS mesuré est bien le passage de l'eau dans les pores du sable. De plus, afin de nous assurer que ce que nous mesurions n'était pas dû aux conditions du dispositif de mesure (cuve et électronique), nous avons effectué des mesures de potentiel sans écoulement. Ces mesures ne présentaient pas de corrélation spatiale dans le sens de l'écoulement.

Lorsque le filtre est ouvert, c'est-à-dire que la fréquence de coupure est de 10000 Hz, la différence entre le potentiel mesuré via le commutateur et le potentiel mesuré après filtrage est nulle. Le filtre n'engendre pas ou peu de bruit électronique. Notre oscilloscope avait un problème de masse et il devenait impossible de stabiliser le signal. Il aurait fallu un oscilloscope à batteries afin d'éliminer ce problème. Bien que les amplitudes étaient amplifiées, l'oscilloscope a permis de visionner les fréquences importantes du signal d'entrée et du signal filtré. Les fréquences remarquables du signal d'entrée sont le 60 Hz et ses harmoniques. Le signal filtré est presque DC.

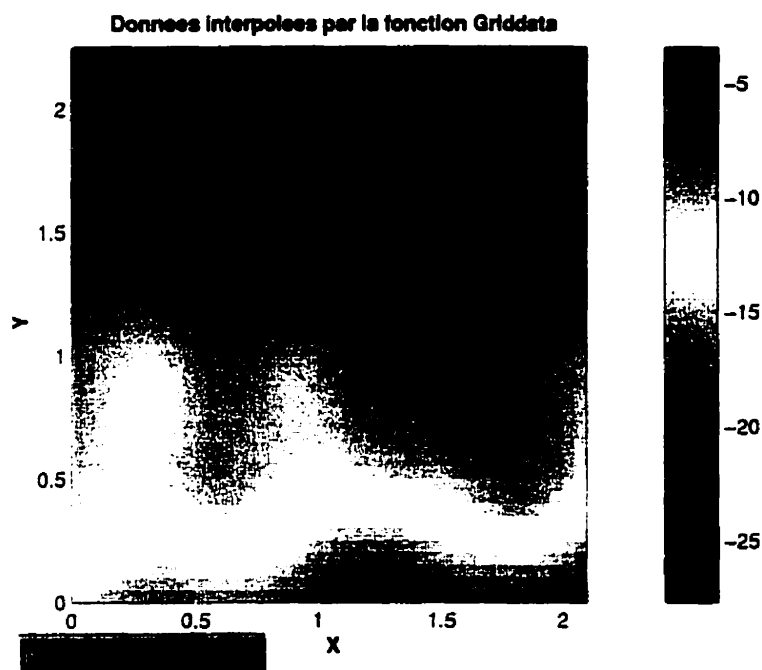


Figure 1.15: Potentiels (en mV) mesurés dans la cuve et interpolés avec la fonction  $V_4$  de Matlab

On remarque que pendant les cinq jours de mesure les variations entre le pot de référence et les 7 autres pots restent toujours inférieures à 2.5 mV en absolu. De plus, ces variations ne sont pas toujours dans le même sens un jour sur l'autre, donc il est inutile de chercher à corriger ces variations comme une dérive. Cependant, comme nous voulions tenir compte des variations, nous avons décidé de prendre la moyenne pour corriger les mesures des potentiels avec les différences dues aux propriétés de chaque pot poreux.

A la figure 1.16, nous présentons les cartes des valeurs interpolées par krigeage avant et après filtrage pour le 21-08-97 (fig 1.16 et 1.17). Nous remarquons qu'à la position (0,1.2), le potentiel est zéro. Cette zone correspond à l'entrée de l'eau. Nous pouvons voir que le potentiel diminue de façon régulière le long de l'axe Y. La pente est assez régulière (-11 mV par mètre). De plus, on peut d'ores et déjà voir qu'il y a peu de différence entre les mesures filtrées et non filtrées et qu'il y a peu ou pas d'effet

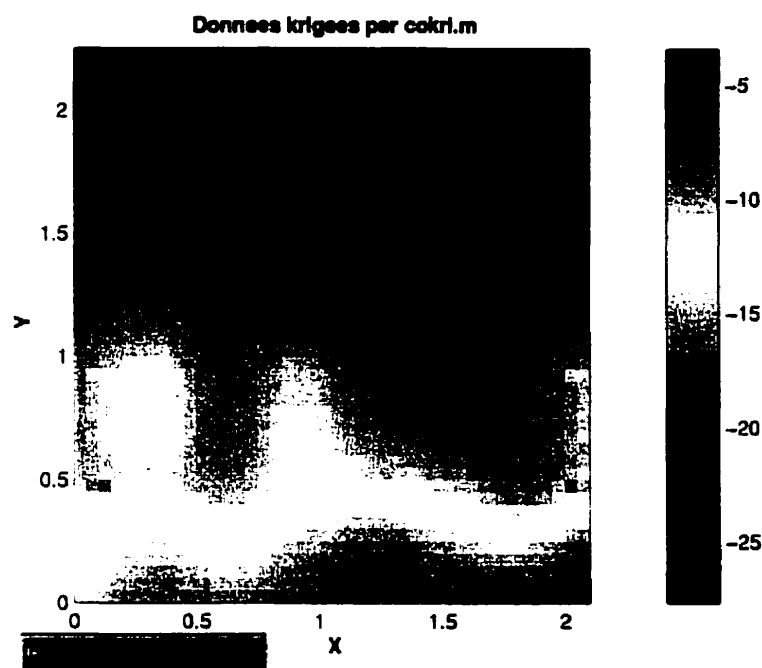


Figure 1.16: Potentiels en mV krigés avec un modèle gaussien (plateau=50, portées de 1.5 selon X et 9 selon Y et effet pépite nul)

de bord. Les variations de potentiels perpendiculairement à l'écoulement (selon l'axe X) sont quasi nulles.

Une fois l'écoulement de l'eau dans la cuve stabilisé, nous avons mesuré le débit. La mesure du débit est fort simple. Nous laissons se déverser pendant deux minutes l'eau à la sortie de la cuve. Le débit étant le rapport du volume d'eau sur le temps.

Les valeurs de débit sont en moyenne de  $2.5 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1} \pm 0.3$

### 1.6.3 Conclusion pour les essais en laboratoire

Les mesures PS que nous avons effectuées sont très prometteuses. En effet, la réponse PS de l'électro-filtration est très facilement mesurable. Pour un débit relativement faible de  $2.5 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , nous avons des potentiels de -11 mV par mètre. Par ailleurs, lorsque l'eau ne circule pas, les valeurs du potentiel mesuré sont quasi nulles. Nous pouvons aussi dire que les filtres à rejet des voltmètres sont très efficaces.

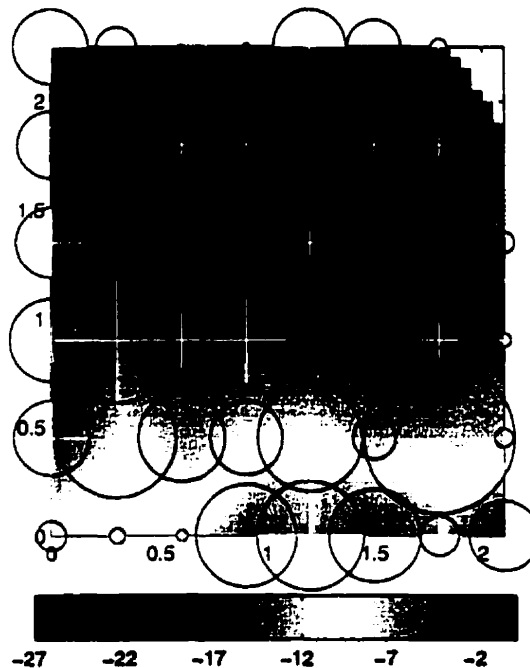


Figure 1.17: Validation croisée faites dans Matlab avec notre modèle. La taille des cercles est proportionnelle à la différence entre les valeurs obtenues par validation croisée et les valeurs brutes. Le signe de la différence (mV) est indiqué à l'intérieur des cercles

Les différences entre les mesures filtrées et prises directement avec le voltmètre sont inférieures à 1 mV. Pourtant, le signal brut, visionné à l'oscilloscope, est très bruité par les harmoniques du 60 Hz. Il ne sera donc peut être pas nécessaire de construire un filtre pour les mesures sur le site test extérieur de Lachenaie. De plus, nous n'avons pas eu de problèmes d'impédances trop élevées et nous n'avons pas eu de problèmes de dérive des pots poreux.

Lorsque l'eau s'écoule de façon laminaire et à vitesse constante, la réponse PS est très stable dans le temps. Le gradient dans le sens du mouvement de l'eau nous donne une indication de la variation de la vitesse d'écoulement de l'eau. Dans la cuve, la vitesse de l'eau est relativement constante.

Nous savons aussi que (Bogoslovsky et Ogilvy, 1970) :



- la présence d'argile provoquera une anomalie positive
- la présence locale de matériel grossier sera caractérisée par une anomalie négative
- un drainage provoquera une anomalie négative
- un pompage provoquera une anomalie positive

#### 1.6.4 Récapitulatif des conclusions

Au stade où nous sommes, nous savons que nous pouvons donner le sens de l'écoulement de l'eau dans un aquifère à nappe libre dans un sable de porosité moyenne. Cependant, nous ne connaissons pas la variation de la réponse du "streaming potential" en fonction du débit et nous n'avons pas encore montré le lien entre les paramètres physiques de l'écoulement et le potentiel mesuré en surface. Il faudrait faire d'autres mesures en cuve en faisant varier le débit.

Le fait que les valeurs de potentiel obtenues au cours de l'essai en laboratoire soient négatives peut être expliqué par un pH faible ou par une absorption spécifique de certains ions qui a engendré une inversion de la conductivité de surface du solide. Malheureusement, nous n'avons mesuré ni le pH, ni la conductivité électrique de l'eau. En revanche, l'eau de la cuve dans laquelle nous avons fait les mesures était contaminée par des bactéries et nous savons, d'après les hydrogéologues, que cela a fortement modifié les propriétés physiques de l'eau.

## 1.7 Mesures effectuées sur le site de Lachenaie

### 1.8 Préparation du levé

Les résultats obtenus en laboratoire et les différentes recherches de Friborg (1996), permettent d'anticiper que la relation de linéarité qui unit le potentiel électrique au gradient de pression peut être déterminée. En effet, il est aisé de provoquer plusieurs gradients de pression différents entre deux points, et il se peut même que dans certains cas ils soient naturels ; nous pouvons penser aux écoulements sur des pentes naturelles (montagnes, collines). Dans notre cas, la topographie est plane et l'écoulement naturel est trop faible pour donner des valeurs significatives de potentiel. Il ne nous reste donc qu'un moyen artificiel de faire varier la pression, le pompage. En pompant, nous pouvons faire varier la charge hydraulique entre deux points et, par la même occasion, faire varier la pression entre ces deux points. Cela se vérifie grâce aux équations de Bernoulli en négligeant le terme de vitesse.

$$\frac{dP}{d_{2-1}} = \rho g(h_1 - h_2) \quad (1.41)$$

avec :  $\rho$ , masse spécifique de l'eau,  $g$  : accélération gravitationnelle,  $\frac{dP}{d_{2-1}}$  : différence de pression entre le point 1 et le point 2.

En fait, nous ne pouvons mesurer cette pression, mais nous assimilons le gradient de charge à la force créant le champ de pression équivalent (pression due à l'effet gravitationnel). Comme nous mesurons des gradients seules les différences nous importent.

En théorie, seul un pompage nous suffirait pour déterminer le coefficient de linéarité, car nous disposerions pour chaque emplacement d'électrode de deux couples pression-potentiel ce qui est suffisant pour tracer une droite (la valeur sans pompage et la

valeur avec pompage). Cependant, l'utilisation de seulement deux points engendre une grande incertitude et, il faut aussi que le signal sans pompage soit mesurable au-delà du niveau de bruit. C'est pourquoi, nous avons décidé de faire des pompages par paliers. En ayant plusieurs différences de pression, et ce, pour chaque position d'électrode, nous pourrions retrouver avec une plus grande confiance le coefficient de linéarité (figure 1.18).

La droite ne passe pas forcément par zéro, car à l'effet d'électro-filtration peuvent aussi s'ajouter toutes les sortes de PS. Ce fait est remarquable dans la thèse de Friborg (1996). Ce bruit est souvent supérieur à 20 mV, mais, comme nous ne voulons déterminer que la pente de la droite passant par les différents couples pression-voltage, ce bruit ne nous importe pas.

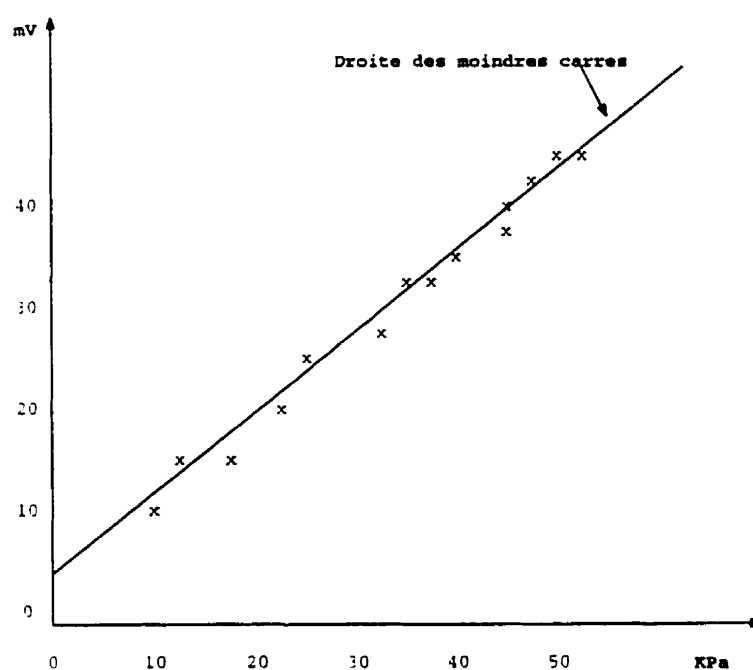


Figure 1.18: Exemple de résultat attendu pour les tests de pompage (Friborg, 1996)

### 1.8.1 Présentation du site et des données

Nous avons effectué une campagne de mesures PS en novembre 1998 sur le site test de l'École Polytechnique situé à Lachenaie, dans la banlieue nord de Montréal. Ce site a été retenu pour sa topographie relativement plane et la proximité d'un étang qui semble maintenir une charge constante à la nappe (Acevedo, 1996). La géologie du site est composée en surface d'une couche de sable moyen de 3.5 mètres avec de fines couches de silt reposant sur une couche d'argile de Champlain de 20 mètres (fig. 1.19). L'argile représente un aquitard, sa conductivité hydraulique moyenne étant de  $10^{-7} \text{ cm.s}^{-1}$ . Sur cette argile repose une nappe libre d'épaisseur moyenne de 1.6 mètre qui s'écoule à 45 degrés par rapport à la direction de la grille (fig. 1.20). Les pots poreux sont distribués à chaque noeud de la grille et la référence se trouve à l'extérieur de la grille à 7 mètres du puits sur la ligne 30 (position 80-30).

Nous avons préalablement vérifié que les pots poreux gardaient une différence de potentiel similaire entre eux avant et après le pompage et lorsque l'écoulement permanent était atteint. Cela a permis de s'assurer la stabilité de la mesure et de la fiabilité des pots poreux. Tous les pots poreux présentaient la même courbe de stabilisation avec le sol, et, le temps de stabilisation variait de 28 à 35 mn.

Le matériel d'acquisition utilisé est un résistivimètre SAS 4000 muni du système multi-électrodes Lund de la société ABEM. Le potentiel est mesuré entre chaque pot et la référence. Cela permet d'avoir des valeurs de potentiel plus importantes en amplitude que si la référence était sur la grille (lorsque la distance entre les pots augmente, le potentiel augmente). Cependant, pour le traitement, nous avons recalculé les potentiels avec une nouvelle référence située à la position 70-30, position du puits de pompage.

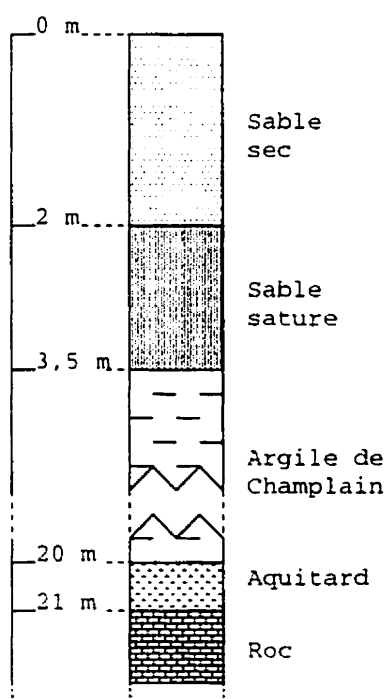


Figure 1.19: Lithologie du site de mesure de Lachenaie

### 1.8.2 Test de pompage

Nous avons décidé de faire un test de pompage par paliers. Cependant, nous avons éprouvé beaucoup de difficulté à garder une pression de pompage stable, ce qui se traduisait par une fluctuation du niveau d'eau. Les débits pompés étaient de 7, 14 et 21 litres par minute alors que nous visions 20, 40, 60, 80, 100 L/mn. Chaque palier nécessitait une journée afin d'atteindre un écoulement quasi permanent. Les mesures se sont donc étalées sur quatre jours. Les résultats des données corrigées pour la dérive des pots sont présentés à la figure 1.21. Nous remarquons que les pentes de l'ensemble des droites sont assez disparates.

En revanche, si nous vérifions les dispersions entre les droites des moindres carrés et leur nuage de points associé, il ne reste seulement huit positions d'électrodes pour lesquelles la corrélation entre les points de mesures et leur droite est supérieure à 0.5. Les graphiques pression-potentiel de ces points sont montrés aux figures 1.22, 1.23,

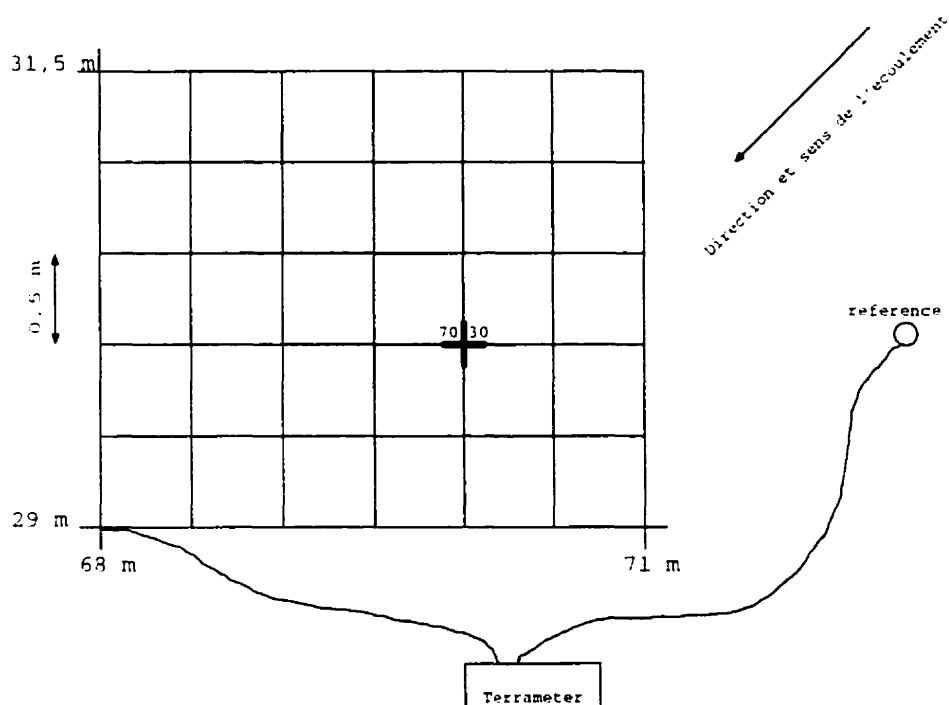


Figure 1.20: Disposition des pots poreux sur la grille

1.24, 1.25, 1.26, 1.27, 1.28 et 1.29. Leur position est montrée sur la figure 1.30. En fait, l'opération consiste à ne retenir que les points pour lesquels le nuage de points se rapproche le plus d'une droite, c'est à dire que leur écart type soit faible. Une fois cette opération faite, nous avons un ensemble de huit droites qui ont des pentes très similaires. Elles sont représentées à la figure 1.31. La pente maximale est de  $0.2073 \text{ mV.KPa}^{-1}$ , la pente minimale est de  $0.0615 \text{ mV.KPa}^{-1}$  et la pente moyenne est de  $0.1285 \text{ mV.KPa}^{-1}$ . Ces valeurs de coefficient de proportionnalité sont faibles par rapport aux valeurs mesurée en laboratoire (Abaza et al., 1969, Ishido et Mizutani, 1981). Mais, si on tient compte de la forte conductivité de l'eau, les résultats obtenus sont cohérents avec les résultats d'autres études (Friborg, 1996).

Nous pouvons aussi soustraire le potentiel à la pression nulle à chacun des points et vérifier si le nuage de l'ensemble des points est cohérent. La figure 1.32 montre bien que la cohérence est respectée, et, qu'il existe bien un potentiel DC, indépendant de

l'électro-filtration. Il est donc intéressant de pouvoir le déterminer, car, lorsqu'on ne mesure qu'à un seul débit, nous ne pouvons tenir compte de ce potentiel. Ce potentiel DC est, possiblement, le bruit généré par les autres types d'anomalies PS.

Nous avons donc un ensemble de valeur du coefficient de linéarité pour différentes positions sur notre grille de mesures. Nous pouvons donc modéliser les différents coefficients. Rappelons que le coefficient est de la forme  $\frac{\zeta}{\sigma\eta}\Phi$ . Le tableau 1.5 montre les valeurs des paramètres utilisés pour la modélisation. Il existe plusieurs options de traitement suivant les mesures acquises : la première, celle que nous avons utilisée, est de modéliser le potentiel  $\zeta$  en fonction des valeurs de constantes diélectriques et de conductivités obtenues par le GPR, la tomographie DC et les échantillons d'eau. Les valeurs de potentiel  $\zeta$  obtenues sont cohérentes avec les valeurs types pour des sables (Abaza et al., 1969, Ishido et Mazutani, 1981). Les faibles valeurs de potentiel sont donc essentiellement dues aux fortes valeurs de conductivité électrique de l'eau.

Une autre approche serait de déterminer les valeurs de résistivité du milieu par une autre méthode (tomographie DC ou GPR) et de déterminer la porosité en fixant une valeur de potentiel  $\zeta$  moyenne. Une dernière approche serait de fixer la porosité à l'aide des valeurs obtenues par les essais de pompage ou GPR, de fixer la valeur du potentiel  $\zeta$  et de déterminer ainsi la conductivité du milieu. Nous voyons bien qu'il y a plus d'inconnues que de paramètres. Pour modéliser, il faut fixer une valeur arbitraire pour au moins un paramètre. Si nous ne voulons pas laisser trop de place à l'*a priori*, il faudrait, alors, passer par un processus d'inversion.

### 1.8.3 Discussion

La nappe d'eau avait un niveau plus bas de un mètre par rapport à la normale. Il nous a donc été impossible de pomper aux débits voulus, soit 20, 40, 60, 80, 100 litres par minute. Comme, dans notre cas, le débit est la source indirecte du mécanisme de

PS, les valeurs obtenues de potentiel étaient trop faibles pour pouvoir être interprétées complètement. Il serait donc intéressant de pouvoir recommencer le même genre de mesures à un moment où la nappe serait plus élevée ou sur un autre site où la nappe serait plus stable. En outre, comme le potentiel décroît de façon linéaire en fonction de la distance, plus la nappe est profonde, plus l'effet en surface sera faible.

Le site de Lachenaie présentait quand même un avantage. Le sol n'est constitué quasiment que de sable. Il n'y a donc pas ou peu d'autres sources PS. L'application de la PS pour l'environnement est conditionnelle à la possibilité de mesures significatives reliées uniquement au mouvement de l'eau. Les applications de la PS sur des sols argileux ou sur des sols à forte végétation ne sont pas conseillées.

Il serait souhaitable de poursuivre les essais en laboratoire afin de caractériser un peu mieux le potentiel zéta. La configuration de la cuve ne nous permettait pas de faire varier le débit. Nous n'avons donc pas pu déterminer le seuil de détectabilité, ni le coefficient de proportionnalité entre le potentiel électrique et la pression. Cela nous aurait permis de pouvoir mieux interpréter nos mesures de terrain. Cela aurait aussi permis de savoir si le débit naturel donnait lieu à un potentiel mesurable en surface.

#### 1.8.4 Conclusion

Nous avons remarqué qu'il était possible de déterminer la valeur du coefficient  $\frac{\epsilon \zeta}{\eta \sigma_n}$  par l'étude conjointe d'un essai de pompage par palier et la tomographie PS. Cependant, afin d'avoir des valeurs significatives de conductivité électrique, il faudrait pouvoir pomper à plusieurs débits qui soient les plus élevés possible. En effet, nous notons facilement que sur les graphiques voltage-pression, il ne ressort que trois groupes de points, c'est à dire que le premier pompage à  $7 \text{ L.mn}^{-1}$  ne permet pas des variations significatives de voltage par rapport à l'écoulement normal.

De plus, les fortes valeurs de conductivité diminuent de façon significative le po-



tentiel électrique mesuré en surface. Cependant, les valeurs obtenues de coefficient de proportionnalité sont cohérentes avec les valeurs obtenues dans d'autres études.

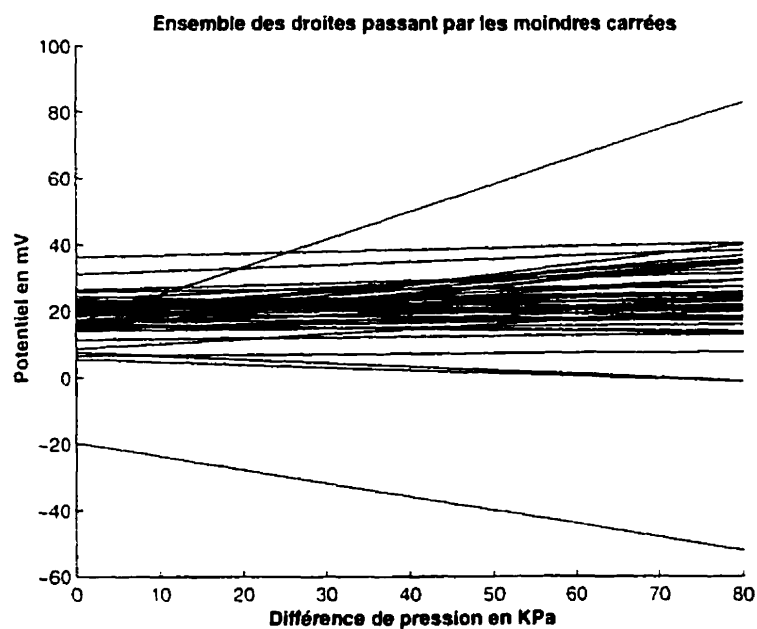


Figure 1.21: Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour l'ensemble des piézomètres

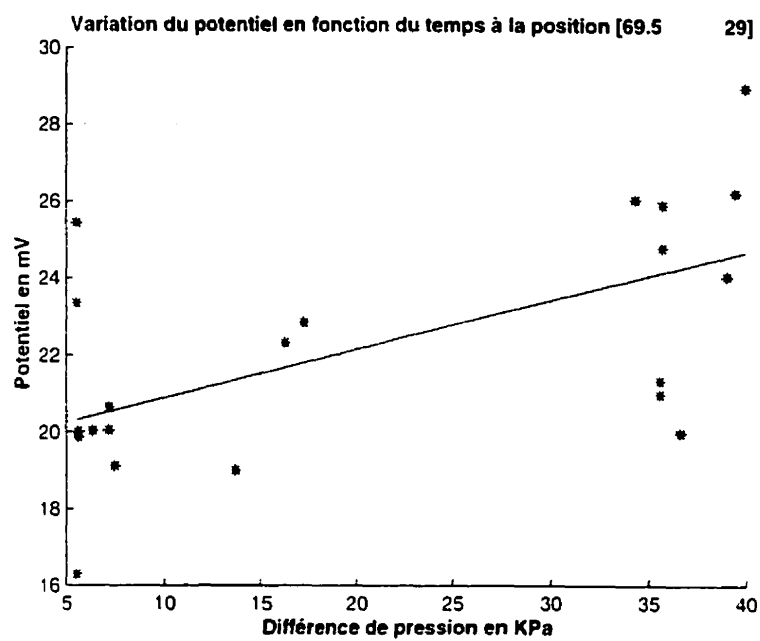


Figure 1.22: Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 69.5-29

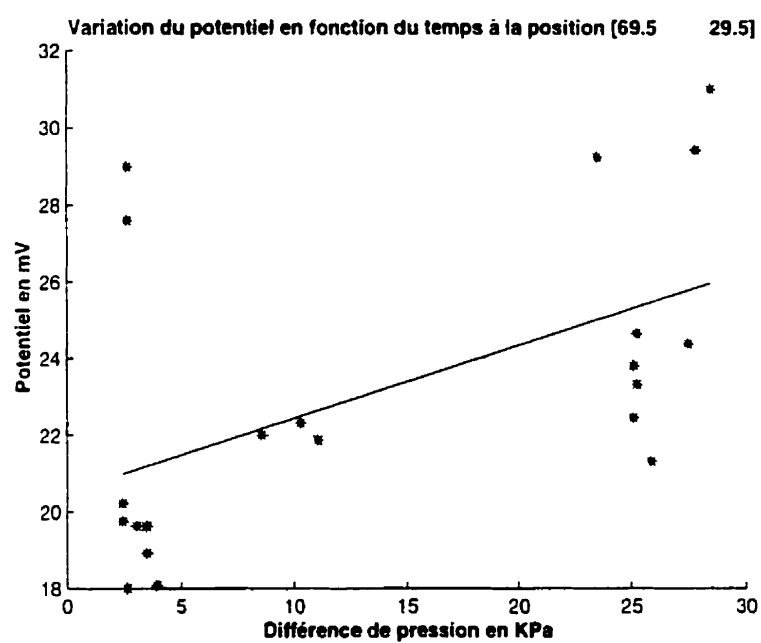


Figure 1.23: Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 69,5-29,5

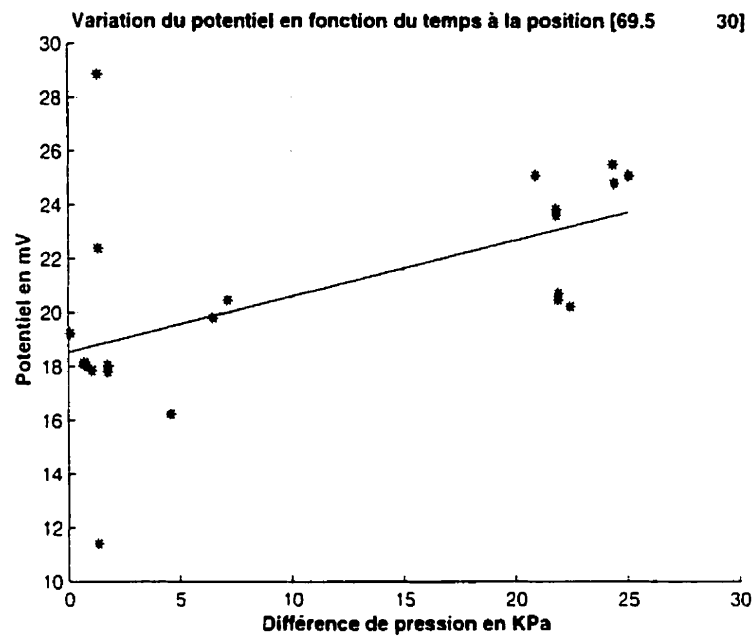


Figure 1.24: Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 69.5-30

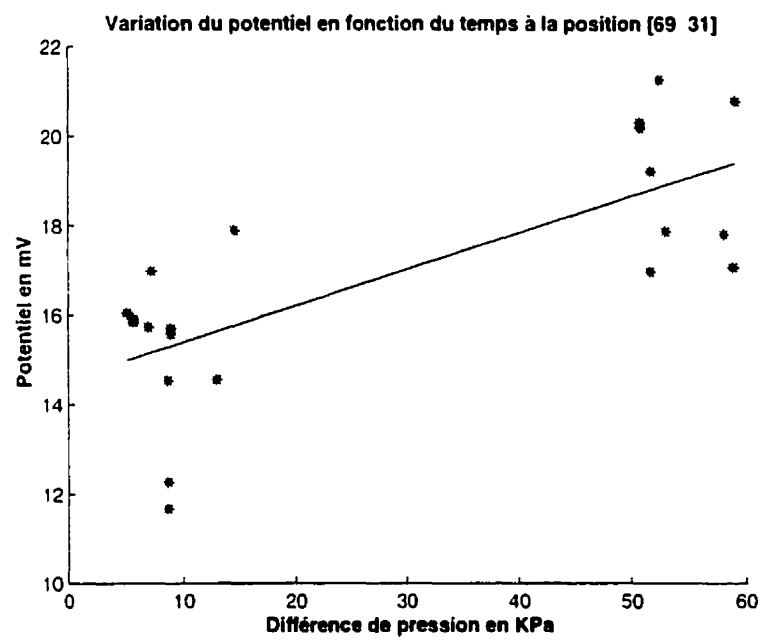


Figure 1.25: Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 69-31

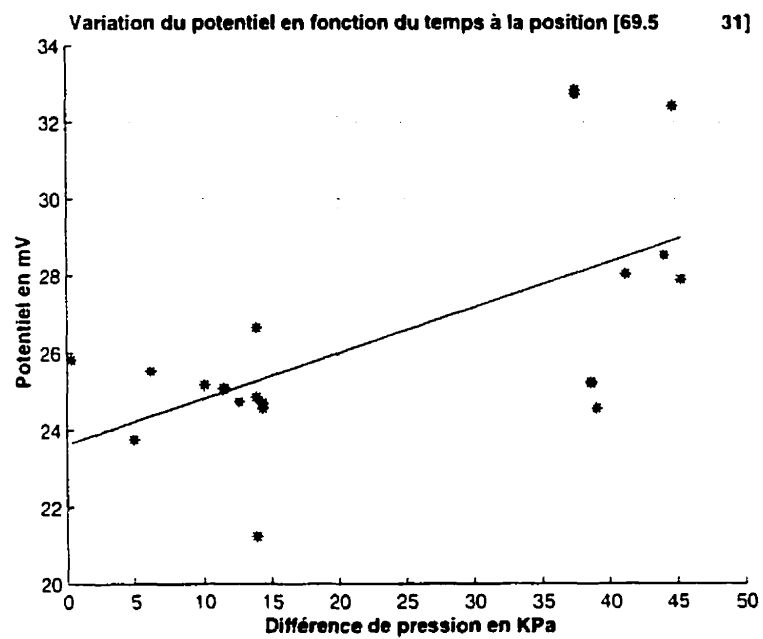


Figure 1.26: Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 69.5-31

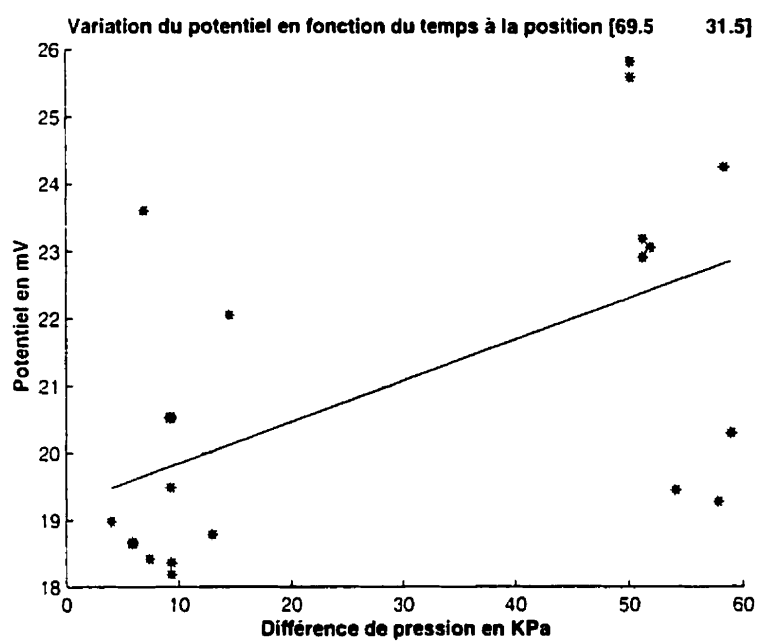


Figure 1.27: Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 69,5-31,5

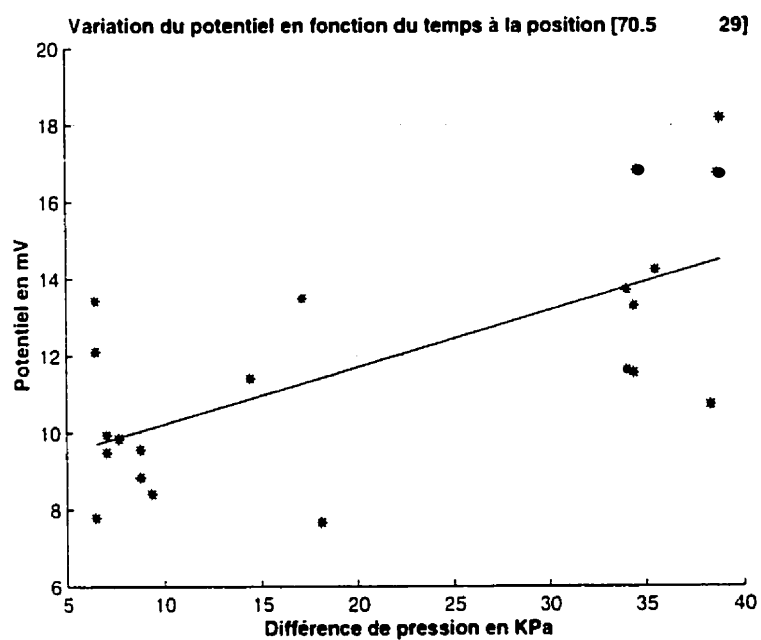


Figure 1.28: Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 70.5-29



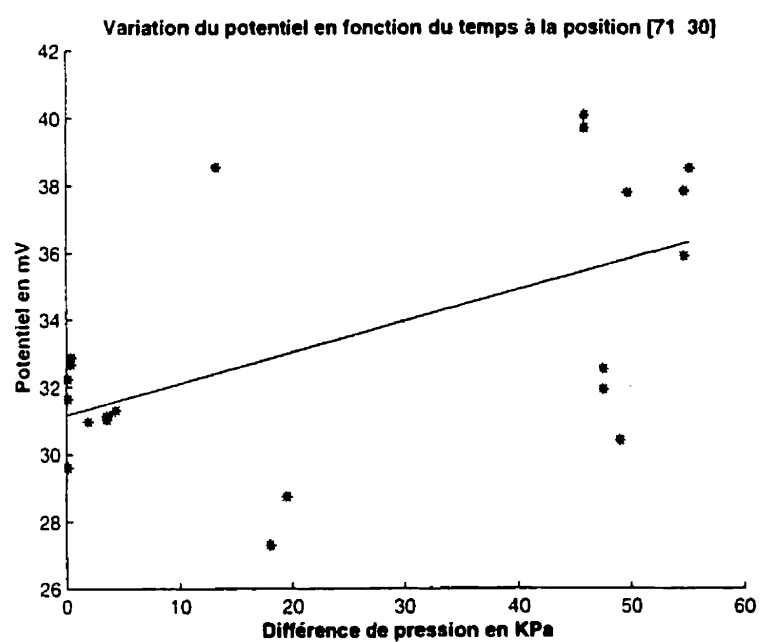


Figure 1.29: Distribution des valeurs des potentiels en fonction de la pression pour le piézomètre 71-30

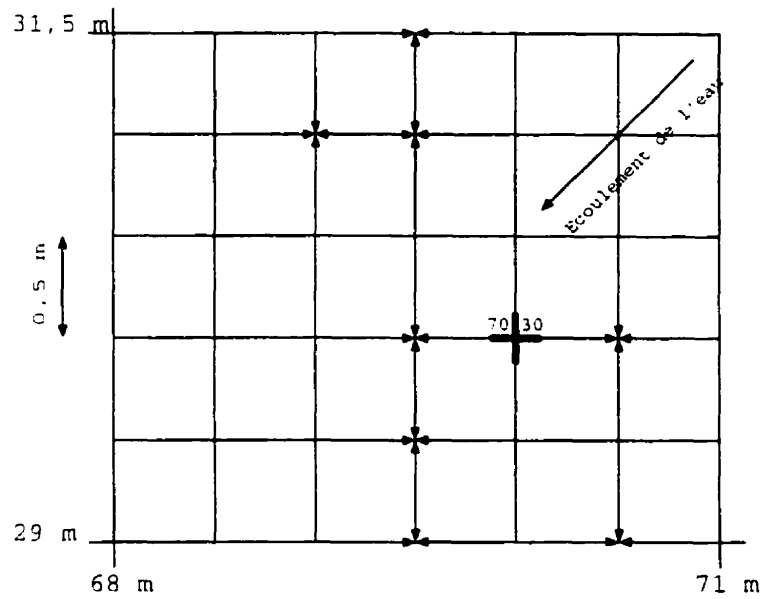


Figure 1.30: Position des huit points retenus

TAB. 1.5: Valeurs des paramètres utilisés pour la modélisation. Les valeurs de  $\zeta$  sont obtenues à partir des potentiels des huit électrodes retenues.

permittivité ( $C^2.J^{-1}.m^{-1}$ )	$22*8.854187817*1e-12$
viscosité (Poises)	0.0012
conductivité de l'eau ( $mS.m^{-1}$ )	108
porosité effective	0.35
$\zeta$ moyen (mV)	80
$\zeta$ min (mV)	40
$\zeta$ max (mV)	130

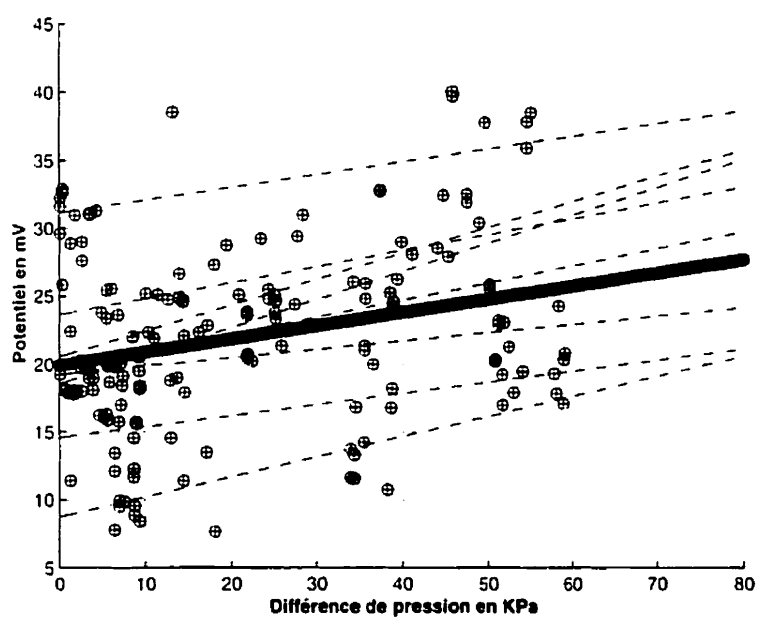


Figure 1.31: Les huit points rencontrant le critère de sélection \*

\* corrélation entre le nuage de points et la droite des moindres carrés associée inférieure à 0,5

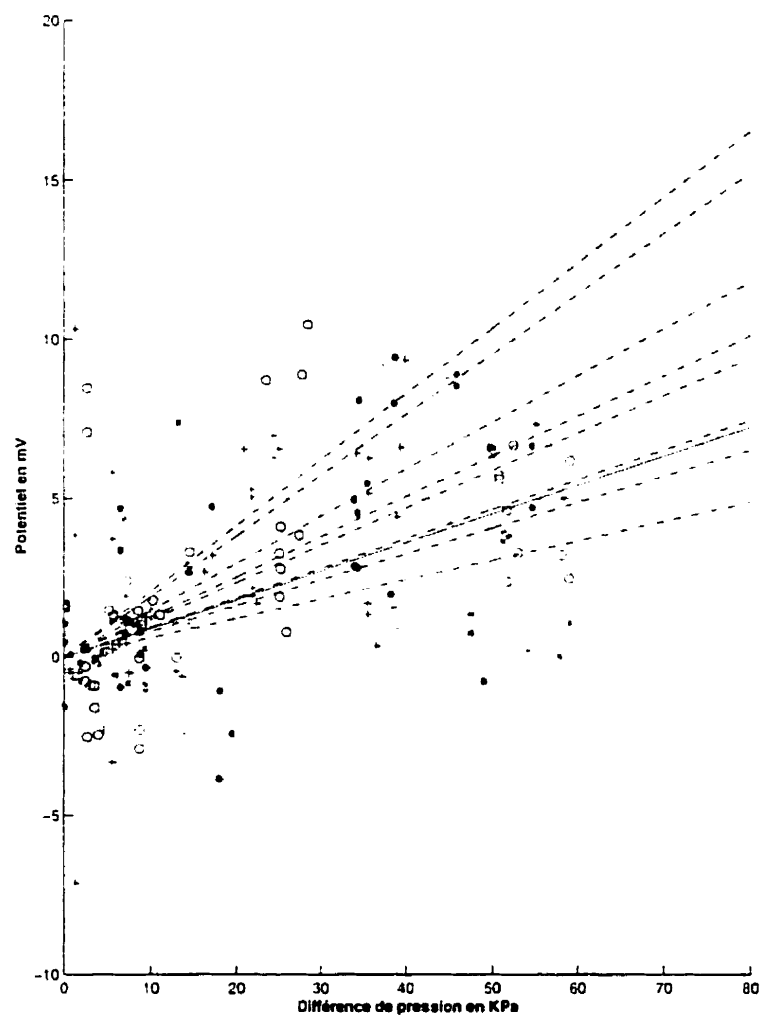


Figure 1.32: Les huit ensembles de points, moins leur constante DC associée

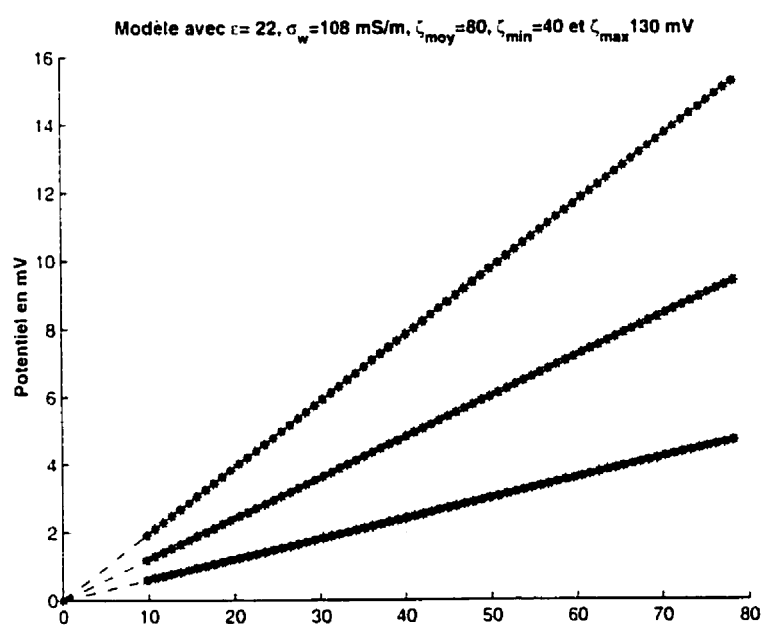


Figure 1.33: Modélisation des droites retenues de pente moyenne, minimum et maximum

# Chapitre 2

## Le Radar Géologique

Ce chapitre, tiré essentiellement de la thèse de Hollender (1999), est destiné à l'étude et à la compréhension des phénomènes électromagnétiques dans les milieux géologiques aux fréquences radar. Le Radar Géologique ou Ground Probing Radar (GPR) est le terme général employé pour décrire les techniques qui utilisent les ondes radio comme source. Les ondes radio sont typiquement comprises dans l'intervalle de 1 à 1000 MHz. A l'instar de la sismique ou du sonar, le GPR mesure le temps aller-retour entre la position d'émission et un réflecteur. Les réflecteurs sont caractérisés par des contrastes de propriétés électriques, notamment des contrastes de permittivité électrique.

### 2.1 Equations fondamentales

Ce premier paragraph a pour objectif de rappeler succinctement les différentes relations et paramètres constitutifs utilisés pour décrire le comportement de la matière face au champ électromagnétique. Le formalisme mathématique qui sera utilisé dans la suite de ce mémoire sera précisé ici.

### 2.1.1 Comportement de la matière vis à vis du champ magnétique

La permittivité magnétique  $\mu$  (H/m) décrit le comportement d'une matière soumise à un champ magnétique  $\vec{H}$  (A/m). En l'absence d'un moment magnétique permanent (aimantation rémanente), l'induction magnétique  $\vec{B}$  (T) s'écrit :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.1)$$

Pour la plupart des matériaux géologiques, leur permittivité est celle du vide. La permittivité du vide est égale à  $4\pi 10^{-7}$  H/m.

### 2.1.2 Comportement de la matière vis à vis du champ électrique

Afin de décrire le comportement d'un matériau face à un champ électrique  $\vec{E}$  (V/m), il faut distinguer le mouvement des charges libres, caractérisé par la densité de courant de conduction  $\vec{J}_c$  (A/m<sup>2</sup>), et le mouvement de charges liées, caractérisé par la densité de courant de déplacement (ou de polarisation)  $\vec{J}_d$  (A/m<sup>2</sup>).

#### 2.1.2.1 La conductivité électrique

Sous l'effet d'un champ électrique, le mouvement des charges libres est caractérisé par la conductivité électrique  $\sigma$  (S/m) selon la loi d'Ohm :

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E} \quad (2.2)$$

La conductivité est un paramètre complexe :

$$\sigma = \sigma' + i\sigma'' \quad (2.3)$$

avec :  $i = \sqrt{-1}$

Ce formalisme reflète le fait que les charges libres ne répondent pas nécessairement instantanément au champ électrique.

### 2.1.2.2 La permittivité électrique

Sous l'effet d'un champ électrique, le mouvement de charges liées est caractérisé par la permittivité diélectrique  $\epsilon$  (F/m), qui décrit le pouvoir de polarisation du milieu. Le vecteur d'induction électrique  $\vec{D}$  (C/m<sup>2</sup>) s'écrit :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (2.4)$$

Dans le vide, malgré l'absence de charges liées, le déplacement électrique n'est pas nul. On définit alors la permittivité diélectrique du vide  $\epsilon_0$ , qui est égale à  $8.84 \cdot 10^{-12}$  F/m.

La loi de conservation des charges permet d'aboutir à la relation exprimant les courants de déplacement  $\vec{J}_d$  en fonction du champ électrique :

$$\vec{J}_d = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.5)$$

A l'instar de la conductivité électrique,  $\epsilon$  est une grandeur complexe :

$$\epsilon = \epsilon' + \epsilon'' \quad (2.6)$$

Cette équation montre que les charges liées (comme les molécules à moment di-



polaire non nul telles que les molécules d'eau), ne répondent pas nécessairement instantanément en quadrature de phase au champ électrique.

### 2.1.2.3 Courant total et paramètres effectifs

La somme de la densité de courant de conduction et de la densité de courant de déplacement définit la densité de courant totale  $\vec{J}$  (A/m<sup>2</sup>) :

$$\vec{J} = \vec{J}_c + \vec{J}_d \quad (2.7)$$

Si la relation précédente est exprimée dans le domaine de Fourier, les expressions suivantes peuvent être établies :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.8)$$

$$\vec{J} = [(\sigma' + \omega\epsilon'') + i(\sigma'' + \omega\epsilon')] \vec{E} \quad (2.9)$$

$$\vec{J} = \left[ \left( \epsilon' + \frac{\sigma''}{\omega} \right) - i \left( \epsilon'' + \frac{\sigma'}{\omega} \right) \right] \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.10)$$

Cette représentation démontre que la partie imaginaire de la permittivité joue le rôle d'une conductivité et vice-versa. Dans ces équations, nous ne faisons plus la distinction entre courants de conduction et de déplacement. Apparaît alors la notion de permittivité et de conductivité effectives.

$$\vec{J} = \sigma_e \vec{E} = (\sigma'_e + i\sigma''_e) \vec{E} \quad (2.11)$$

$$\vec{J} = \epsilon_e \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = (\epsilon'_e - i\epsilon''_e) \vec{E} \quad (2.12)$$

$$\sigma_e = i\omega\epsilon_e \quad (2.13)$$

avec :  $\sigma'_e = \sigma' + \omega\epsilon''$  ,  $\sigma''_e = \sigma'' + \omega\epsilon'$   
 $\epsilon'_e = \epsilon' + \frac{\sigma''}{\omega}$  et  $\epsilon''_e = \epsilon'' + \frac{\sigma'}{\omega}$

Ces formulations sont très importantes car, expérimentalement, on ne sait quantifier que les paramètres effectifs.

#### 2.1.2.4 Les équations de Maxwell

À partir de maintenant, nous posons  $\vec{E} \equiv E$  pour alléger l'écriture. Les équations de Maxwell permettent de décrire les liens unissant les paramètres magnétiques (H, B,  $\mu$ ) et électriques (E, D,  $\epsilon$ ,  $\sigma$ ) :

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.14)$$

$$\nabla \cdot D = \rho_l \quad (2.15)$$

$$\nabla \times H = J_c + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (2.16)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2.17)$$

avec  $\rho_l$  densité de charges libres par unité de volume (C/m<sup>3</sup>).

### 2.1.3 Les équations de diffusion-propagation

Les équations de Maxwell complétées des équations 2.1, 2.2 et 2.4. permettent d'établir les équations de diffusion-propagation :

$$\Delta E = \sigma \mu \frac{\partial E}{\partial t} + \epsilon \mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (2.18)$$

$$\Delta B = \sigma \mu \frac{\partial B}{\partial t} + \epsilon \mu \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad (2.19)$$

Dans la suite, nous ne développerons que les relations relatives aux champs électriques puisqu'ils représentent l'essentiel de la mesure radar.

Exprimé dans le domaine de Fourier, l'expression 2.18 peut se réécrire :

$$\Delta E = \gamma^2 E. \quad (2.20)$$

avec  $\gamma$  facteur de Helmholtz (rad/m<sup>2</sup>) égal à :  $\gamma^2 = i\omega\mu(\sigma + i\omega\epsilon)$

Si on sonde un matériau à une fréquence telle que  $\omega\epsilon \ll \sigma$ , alors, l'essentiel de l'énergie transmise se fera sous la forme de diffusion par des courants de conduction. Dans l'équation 2.18, c'est le premier terme qui domine.

A l'inverse, si on sonde un matériau à une fréquence telle que  $\omega\epsilon \gg \sigma$ , alors, l'essentiel de l'énergie transmise se fera sous la forme de propagation par des courants de déplacement. Dans l'équation 2.18, c'est le second terme qui domine.

Aux fréquences radar, la plupart des matériaux géologiques transmettent l'énergie sous la forme propagative.

La solution de l'équation 2.20 pour une onde plane polarisée dans la direction de  $z$  (m) se propageant dans la direction  $x$  (m) dans le domaine de Fourier s'écrit :

$$E(\omega, x) = E_o(\omega, x = 0)e^{ikx} \quad (2.21)$$

avec  $k$  (rad/m) est le nombre d'onde. Cette grandeur est souvent exprimée en fonction de sa partie réelle, notée  $\beta$  (rad/m) et appelée facteur de phase et de sa partie imaginaire, notée  $\alpha$  (rad/m) et appelée facteur d'atténuation.

$$k = -i\gamma = \beta - i\alpha \quad (2.22)$$

L'une des applications les plus intéressante est l'expression du nombre d'onde :

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon_e} \quad (2.23)$$

On peut alors exprimer les facteurs  $\beta$  et  $\alpha$  de la manière suivante :

$$\begin{cases} \alpha = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \left[ \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^2} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \\ \beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \left[ \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^2} + 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (2.24)$$

Il est courant d'exprimer les phénomènes de propagation en terme de vitesse,  $v$  :

$$v = \frac{\omega}{\beta} \quad (2.25)$$

### 2.1.4 Généralités

La popularité croissante du GPR tient dans le fait que la plupart des matériaux permettent la transmission des ondes électromagnétiques. Certains matériaux comme la glace sont virtuellement transparent aux ondes radios et permettent des investigations très profondes. D'autres comme l'eau ou l'argile sont d'excellent réflecteurs. C'est le contraste de constante diélectrique entre des matériaux adjacents qui permet aux ondes radios d'être réfléchies. Plus le contraste sera élevé, plus la réflexion sera énergétique. La proportion d'énergie réfléchie est donnée par le coefficient de réflexion,  $R$ . Ce coefficient est déterminé par les contrastes de constantes diélectriques relatives.

$$R = \frac{\sqrt{\epsilon_{r1}} - \sqrt{\epsilon_{r2}}}{\sqrt{\epsilon_{r2}} + \sqrt{\epsilon_{r1}}} \quad (2.26)$$

avec,  $\epsilon_{r1}$  et  $\epsilon_{r2}$  les constantes diélectriques relatives pour les couches planes 1 et 2.  $R$  est compris entre  $\pm 1$  et la proportion du signal transmis est  $1-R$ . Ceci n'est valide que pour un réflecteur plan éclairé à incidence normale et en supposant qu'il n'y a pas d'autres pertes dans le signal.

### 2.1.5 Perte d'énergie et atténuation

La perte d'énergie apparaît comme la conséquence de la réflexion et de la transmission à chaque interface. En outre, s'il y a dans le sol des objets de même dimension (ou presque) que la longueur d'onde du signal radar, cela provoque de la dispersion d'énergie de façon aléatoire. D'autres causes de pertes d'énergie sont l'absorption, qui consiste en la transformation de l'énergie de l'onde EM en chaleur, et le cône d'émission qui diffuse le signal sur un grand volume.

Une cause fondamentale de la perte d'énergie est l'atténuation qui dépend des propriétés physiques du matériau investigué, ainsi que de la fréquence de l'onde transmise.

Plus précisément, l'atténuation est une fonction complexe de la constante diélectrique  $\epsilon$  et de la conductivité électrique  $\sigma$  du milieu traversé. Le coefficient d'atténuation  $\alpha$  dépend des propriétés électriques ( $\sigma$ ), magnétiques ( $\mu$ ) et diélectriques ( $\epsilon$ ) du milieu, ainsi que de la fréquence du signal émis. Pour une impulsion d'énergie  $E_0$  transmise dans un milieu d'atténuation  $\alpha$ , l'énergie à la distance  $x$  de l'antenne est donnée par :

$$\frac{E_r}{E_o} = \exp^{-\alpha x} \quad (2.27)$$

### 2.1.6 La constante diélectrique aux fréquences radar

Quelques remarques :

- Dans la plupart des matériaux géologiques, la constante diélectrique varie entre 5 et 50 (Hollender, 1999).
- La conductivité électrique couvre plusieurs ordres de grandeur pour un même matériau.
- La présence et le pourcentage d'eau influence donc fortement la constante diélectrique et la conductivité des matériaux (La constante diélectrique de l'eau est de 80). La présence d'une couche saturée représente un excellent réflecteur.
- Même si la majeure partie de l'énergie se transmet dans le mode propagatif, on ne peut négliger la partie qui est transmise en conduction.
- La plupart des matériaux géologiques ont des perméabilités très proches de celles du vide. Cependant, les cibles recherchées sont des matériaux de nature métallique (canalisations, bidons, etc...). L'hypothèse de  $\mu = \mu_o$  n'est plus valide et on doit tenir compte de la variabilité de  $\mu$ .

## 2.2 Résumé de l'article.

Les données géophysiques, souvent bien échantillonnées peuvent compléter les données hydrogéologiques afin de déterminer la porosité et la conductivité hydraulique d'un aquifère. Une campagne d'acquisition de données GPR 3D fut effectuée au-dessus d'un aquifère à nappe libre. La séquence stratigraphique consiste en une couche de sable à grains moyens à grossiers au-dessus d'une couche imperméable d'argile. Le site est instrumenté avec des piézomètres et les charges hydrauliques ont été relevées régulièrement. Quelques relevés à la carrière ont été effectués afin de connaître la distribution verticale du contenu en eau. Les temps aller-retour des réflexions GPR ont été corrélés avec les informations stratigraphiques et hydrogéologiques : le cokrigeage de données radar et hydrogéologiques donne la distribution spatiale des vitesses des ondes radar dans les milieux traversés. La porosité et la conductivité hydraulique ont été estimées à partir des relations CRIM et Kozeny-Carman, respectivement. Un test de pompage a été effectué à partir d'un puits situé au centre de notre site de mesures GPR et les tests de traceurs ont été effectués à l'aide de quatre piézomètres situés à quelques mètres autour du puits. Ces tests nous ont donné une valeur moyenne de la conductivité hydraulique, ainsi que sa possible anisotropie. Les résultats du cokrigeage dans la zone saturée montre que les paramètres estimés sont très proches des résultats obtenus par les mesures hydrogéologiques. La moyenne géométrique de la porosité est proche de celle obtenue en laboratoire. La moyenne géométrique de la conductivité hydraulique dérivée du GPR corrèle bien les valeurs obtenues par les tests de traceur et de pompage. L'étalement de la distribution des conductivités hydrauliques est assez large : cela indique que, par endroit, la vitesse d'écoulement de la nappe peut être plus ou moins élevée que celle prédite par le test de pompage. L'atténuation des ondes radar est aussi un bon indicateur de la distribution de la porosité. A partir des conductivités électriques de l'eau échantillonnée dans les piézomètres et de la conductivité électrique

estimée du sol, la porosité est déterminée en utilisant la formulation d'Archie. Dans la zone non saturée, le contenu en eau estimé à partir des vitesses des ondes GPR en utilisant les formulations de Topp et CRIM est semblable à celui obtenu en laboratoire.

Le cokrigeage des temps de réflexion GPR et des données hydro/stratigraphiques permet une estimation précise des vitesses des ondes radar et ceci avec une résolution bien supérieure à la méthode CDP. Par conséquent, dans les limites d'utilisation et d'interprétation, la porosité, la saturation et la conductivité hydraulique peuvent être estimées de façon précise et avec une haute résolution spatiale par cette méthode.



## 2.3 Estimation of hydraulic conductivity of an unconfined aquifer using cokriging of GPR and hydrogeological data

Gloaguen, E., Chouteau, M., Marcotte, D. et Chapuis, R.

*Département des Génies Civil, Géologique et des Mines, École Polytechnique de Montréal,*

*C.P. 6079, Succursale Centre-Ville, Montréal, H3C 3A7, Canada*

### 2.3.1 abstract

Densely sampled geophysical data can supplement hydrogeological data for estimating the spatial distribution of porosity and hydraulic conductivity over an aquifer. A 3D GPR survey was performed over a shallow unconfined aquifer consisting of a coarse to medium sand sequence overlying an impermeable clay layer. The site is instrumented with piezometers and water levels are frequently monitored. Vertical determination of moisture and granulometry at a resolution of 10 cm were made at a few locations. The GPR reflection times were correlated with piezometric and stratigraphic information: cokriging of both data yields the spatial distribution of the radar velocities within the layers. Porosity and hydraulic conductivities are estimated using the CRIM and Kozeny-Carman formulations respectively. A pumping test and a tracer test both done using a well in the center of the survey zone provide a measure of the average hydraulic conductivity and its anisotropy. The results from cokriging in the saturated zone show that the estimated parameters agree very well with the measured hydrogeological data. The geometric mean of the porosity is close to the laboratory measurements. The geometric mean of the GPR-derived hydraulic conductivities fits the values obtained from the pumping and tracer tests. The range of estimated hydraulic conductivities is quite large: it indicates that flow could be much

faster or slower than the one predicted from the pumping test in some places. Radar attenuation is also found to be a good indicator of porosity distribution. From the observed (high) attenuations and water electrical conductivities collected in the piezometers, porosity is determined using Archie's formula. In the vadose zone, moisture content estimated from the GPR velocities using either CRIM or Topp formulations agree well with the ones from the lab measurements. Cokriging of the radar reflection times and of the hydrogeological/stratigraphic data leads to an accurate estimate of the radar velocities with a precision and a spatial resolution much higher than the CDP technique. Therefore, within the limits of the interpretative models, porosity, saturation and hydraulic conductivities can accurately be estimated with a high spatial resolution over the survey zone.

### **2.3.2 Introduction**

Knowledge of the distribution of porosity and hydraulic conductivity is of paramount importance in environmental sciences, because these parameters control water and pollutants movement. Usually in hydrogeological studies, porosity would be estimated by the ratio of the bulk mass density of core samples and the particle mass density: hydraulic conductivities will be estimated by a pumping test and/or by the Kozeny-Carman relation (Freeze and Cherry, 1979, pp. 337-352). Unfortunately, the number of in situ hydraulic data is generally not sufficient to have an accurate determination of the spatial field of conductivities. Moreover, a pumping test gives only a weighted average of the horizontal hydraulic conductivity at a scale of several meters. An usual way to model the hydraulic conductivity field in more detail consists in constraining the field with additional information such as hydraulic head measurements during a pumping test (Chapuis et al., 1998). An abundance of indirect measurements of conductivities, even not accurate, should allow a better modeling of the

conductivity field, and consequently, of the flow.

Geophysical methods provide, at a very low cost, a large amount of information on various physical properties and on the stratigraphy of the soil (van Overmeeren, 1994, Knight, 1997). The problem of integrating hydro-stratigraphical and geophysical data measured at various scales can be resolved using geostatistics. For example, Knight (1997) and Rea and Knight (1995) used Ground Penetrating Radar (GPR) data to detail the stratigraphy of soils. It is possible to interpolate on a fine and regular grid a distribution of incompletely sampled data, as generally hydrogeological data are, using the structure of the well sampled geophysical data. GPR allows the determination of the EM travel time from the surface to an interface between two layers of different dielectric constants. As GPR reflection may occur at the unsaturated-saturated interface, there exists a correlation between GPR data and hydrogeological parameters.

A test survey was performed on a small grid of 6 by 5 meters at the test site of Ecole Polytechnique, located in Lachenaie, Québec (Canada). This test site consists in a 3.5 m medium-to-coarse sand layer partially saturated resting on a 20 m clay layer. Hydraulic head measurements were obtained from 7 piezometers penetrating up to the clay layer. It is possible to determine the 2D distribution of the saturated and unsaturated layer thicknesses combining piezometric, stratigraphic and GPR data with geostatistics. Once the depths to the piezometric level and to clay are determined, the travel times are used to compute the velocity fields. The velocity itself can be related to the volumetric water content using the CRIM relation (Dannowski and Yamaranci, 1999, Garrouch and Sharma, 1994, Hubbard, 1997, Knight and al., 1987, 1990, 1995 and 1997, Knoll et al., 1995). In addition, the Kozeny-Carman relation (Todd, 1980, pp. 361, Chapuis et al., 1998) is used to estimate the hydraulic conductivity. Topp's formulation was used to compute the saturation, from the dielectric

constant (Topp et al., 1980).

From the observed radar attenuations in the unsaturated and saturated sands the bulk electrical conductivity was estimated. Using Archie's formula, the porosity was computed given the electrical conductivity of the water sampled in the piezometers. The porosity estimated from attenuation coefficients should be the same as the one obtained from radar velocity.

We first present an overview of the geostatistical tools used in this paper, namely variogram and cokriging, and we show the theoretical correlation between GPR and hydrogeological data. Then, we will describe acquisition and processing of the test survey data. Finally we will discuss the results and the performance of the methodology.

### 2.3.3 Theoretical overview

#### 2.3.3.1 Geostatistics

This section shows how the spatially well sampled GPR reflections can be used to estimate the spatial distribution of hydraulic head and depth-to-clay on a fine regular grid. To do this, we introduce three concepts : covariography, intrinsic correlation and cokriging.

The covariogram,  $C(h)$ , (or covariance) measures the covariance of the variable of interest at two points as a function of the distance between these points. This function is usually decreasing with increasing distance and for a critical distance, the range, becomes null. At the distance zero, the covariogram value is simply the variance of the variable of interest (Journel and Huijbregts, 1978, pp. 303-444). The covariogram

is defined as (Wackernagel, 1995, pp. 37) :

$$\begin{cases} E[Z(x)] = m \\ E[Z(x).Z(x+h)] - m^2 = C(h) \\ \text{for all } x, x+h \in D \end{cases} \quad (2.28)$$

where  $E[Z(x)]$  is the mathematical expectation of the random function  $Z(x)$ , the mean of each variable  $Z(x)$  at any point of the domain is equal to a constant  $m$ .  $Z(x)$  is the value of the function at the position  $x$ ,  $Z(x+h)$  is the value of the function at the position  $x+h$  and  $D$  is the spatial domain.

The cross-covariogram (also called cross-covariance) measures the covariances between two different variables as a function of the distance vector between the points where these variables are defined. The cross-covariogram,  $C_{ij}(h)$  of a set of  $N$  random functions  $Z_i(x)$  is defined as (Wackernagel, 1995, pp. 131) :

$$\begin{cases} E[Z_i(x)] = m_i \\ E[(Z_i(x) - m_i)(Z_j(x+h) - m_j)] = C_{ij}(h) \\ \text{for all } x, x+h \in D, i, j = 1, \dots, N \end{cases} \quad (2.29)$$

where the mean of each variable  $Z_i(x)$  at any point of the domain is equal to a constant  $m_i$ .

A particular model, called intrinsic correlation, arises when the covariances and cross-covariances of two variables can be assumed proportional to each other. The coefficient of proportionality between the two covariograms is then equal to the ratio of the variances and the simple correlation between the two variables suffices to define the cross-covariogram (Journel and Huijbregts, 1978, pp. 326).

Cokriging (Journel and Huijbregts, 1978, Myers, 1982) is a mathematical interpolation and extrapolation tool which uses the spatial statistics of the data set to

estimate a property at unsampled locations. Without loss of generality we give the cokriging equations for the fully sampled case (i.e. every variable is observed at each data point). The cokriging estimator has the form :

$$z_0^* = \Lambda^{bT} z^b \quad (2.30)$$

where,  $z_0^*$  is the  $p \times 1$  estimated vector of the  $p$  variables at point  $x_0$  of coordinate  $[x_1, x_2, \dots, x_d]$ ,  $d$  is the dimensionality of the field.

$z^b$  is given by :

$$z^b = \begin{pmatrix} z \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

where,  $z$  is a  $np \times 1$  vector and  $0$  is a  $p \times 1$  vector of zeros. The first  $p$  values of  $z$  correspond to the first row of the  $n \times p$  data matrix, the next  $p$  values to the second row and so on.

$\Lambda^b$  is the  $(n+1)p \times p$  matrix of cokriging lambda weights that satisfy the equation :

$$K^b \Lambda^b = K_0^b \quad (2.32)$$

with :

$$K^b = \begin{pmatrix} K & \Pi \\ \Pi^T & 0 \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

where,  $K$  is the  $np \times np$  matrix of point-point covariances between data points: this matrix is formed of  $n \times n$  sub matrices  $K_{ij}$ , each of size  $p \times p$ .  $K_{ij}$  represents the

covariances between points  $i$  and  $j$  for the  $p$  variables.  $\Pi$  is the  $np \times p$  matrix formed of  $n$  identity matrices of size  $p$ ,  $0$  is a  $p \times p$  matrix of zeros, and

$$K_0^b = \begin{pmatrix} K_0 \\ I \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

where,  $I$  is a  $p \times p$  identity matrix,  $K_0$ , is the  $np \times p$  matrix of point-point covariances between data points and point to estimate. The ordinary cokriging variances of each individual variable  $k$  are given by :

$$\sigma_k^2 = \sigma_p^2 - \text{diag}_p(K_0^{bT} \Lambda^b) \quad (2.35)$$

where,  $\sigma_p^2$  is the  $p \times 1$  vector of point variances for the  $p$  variables and  $\text{diag}_p(K_0^{bT} \Lambda^b)$  is a vector formed of the  $p$  diagonal elements of  $K_0^{bT} \Lambda^b$ .

A useful tool to verify the performance of the cokriging is the cross-validation. This consists in cokriging the measured values after removal of data one at a time for each variable. If the difference between measured and calculated data is small, then, the cokriging performs well. Also, the standardized errors of prediction should present a variance close to one. If this is not the case, then, the coregionalization model should be revised.

Applications of cokriging in geophysics also exist in the seismic refraction method for imaging bedrock topography (Nyquist et al., 1996) and in gas reservoir modelling (Journel and Huijbregts, 1978, pp. 335).

### *Ground Penetrating Radar principles*

A good tutorial of the GPR theory and practise can be found in Ulriksen (1982) and Davis and Annan (1989). Here, we briefly present the important concepts.

If a very short EM pulse is transmitted by an electric dipole into the ground, it propagates in the subsurface with a velocity depending on the electrical properties of the ground. For a layered subsurface with contrasting electrical properties, a part of the EM energy is reflected back to the surface where it is detected by a receiver dipole and recorded. Synchronization between the transmitter and the receiver systems allows the determination of the time taken for the EM pulse to be reflected back. Usually, the EM pulse is defined by a central frequency and a bandwidth. The radar frequency range is commonly 10-1000 MHz. For a monochromatic radar wave, in the far field domain, the amplitude of the EM wave,  $A_r$ , at a distance  $r$  of the source is given by the initial EM pulse amplitude,  $A_0$ , the attenuation constant,  $\alpha$  and the phase constant,  $\beta$ .

$$A_r = \frac{A_0}{r} e^{-(\alpha + i\beta)r} \cdot e^{-i\omega t} \quad (2.36)$$

with :

$$\begin{cases} \alpha = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \left[ \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^2} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \\ \beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \left[ \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^2} + 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (2.37)$$

where  $\omega$  is the angular frequency,  $\mu$  is the magnetic permeability (H/m),  $\epsilon$  is the electrical permittivity (F/m) and  $\sigma$  is the electric conductivity (s/m). The attenuation constant characterizes the amplitude reduction of the radar wave caused by the physical properties of the transmitting media.



From  $\beta$ , the phase velocity of the radar signal can be determined :

$$v = \frac{\omega}{\beta} \quad (2.38)$$

For low-loss medium (good dielectric),  $\left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2 \ll 1$  (Balanis, 1989, pp. 149. Annan and Daniels, 1998) and  $v$  becomes :

$$v = \frac{\omega}{\beta} \approx \sqrt{\frac{1}{k\mu_0\epsilon_0}} \quad (2.39)$$

where  $k = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$  is the relative permittivity or dielectric constant,  $\epsilon$  is the medium electric permittivity,  $\epsilon_0$  is the permittivity of the free space. Usually, the magnetic properties of most geologic materials do not vary significantly from the magnetic properties of free space. Therefore, the effect of variations in magnetic properties do not have to be considered when making electromagnetic measurements and  $\mu \approx \mu_0$ , permeability of the free space ( $4\pi \times 10^{-7}$  H/m).

At an interface between two layers of contrasting electrical properties, the radar wave is partitioned into a reflected and a transmitted wave. The reflected amplitude is depending on the reflection coefficient,  $R$ , which is, for normal incident signal, given by :

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (2.40)$$

where,  $Z_{i(i=1,2)}$  is the electrical impedance of the medium  $i$ ,

$$Z_i = \sqrt{\frac{i\omega\mu}{\sigma + i\omega\epsilon}} \quad (2.41)$$

For low-loss medium, i.e.  $\left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2 \ll 1$ ,  $R$  is equal to :

$$R = \frac{\sqrt{k_1} - \sqrt{k_2}}{\sqrt{k_1} + \sqrt{k_2}} \quad (2.42)$$

where,  $k_i (i=1,2)$  is the dielectric constant of the medium  $i$ .

As noted by Annan and Daniels (1998), generally, the dielectric constant is complex :

$$k = k' + i \left( k'' + \left( \frac{\sigma_{dc}}{\omega\epsilon_0} \right) \right) \quad (2.43)$$

where,  $k$  is the complex dielectric constant of the soil,  $k'$  is the real part of the dielectric constant,  $k''$  is the imaginary part or the electric loss,  $\sigma_{dc}$  is the zero-frequency conductivity and  $i$  is  $(-1)^{\frac{1}{2}}$ . The variables which affect the electrical response in soils are texture, structure, soluble salts, water content, temperature, density, and measurement frequency. Over the frequency range of 10MHz to 1GHz, the real part of the dielectric constant does not appear strongly frequency dependent (Topp, 1980). Davis and Annan (1977) also indicated that the dielectric loss,  $k''$ , was considerably less than  $k'$  in this frequency range. Thus, when operating at radar frequencies and if the soil is a good dielectric the dependence of radar velocity on electrical conductivity is negligible. In such medium, the velocity of EM waves is related only to the real part of the dielectric constant (equation 2.39).

Even though not easily measurable, the effects of electrical loss may exist. Therefore, Topp et al. (1980) call the measured dielectric constant apparent dielectric constant,  $k_a$ . For low loss and nearly homogeneous materials,  $k_a = k' \approx k$ .

Knowing the depth of the reflectors (from stratigraphic control) and reflection times allow the determination of the horizontal distribution of velocity in each layer. Once the velocity distribution is known, the dielectric constant distribution is com-

puted using equation 2.39.

#### *Determination of porosity and hydraulic conductivity*

A relation between dielectric constant and porosity, extensively described by Knoll et al. (1995), Hubbard et al. (1997), Knight (1997) and Yu et al. (1999) is modeled by the Complex Refractive Index Method (CRIM). This relation was first used in seismic for oil reservoir estimation, and after some modifications, was extended to describe the total dielectric constant (Wharton et al., 1980, from Knight, 1990) :

$$\sqrt{k^*} = \sum_i V_i \sqrt{k_i^*} \quad (2.44)$$

where,  $V_i$ , volume fraction of the component,  $i$ ,  $k_i^*$  is the complex dielectric constant of the component  $i$ .

This relation can be expanded for the case of unsaturated medium. If the matrix is assumed to be an insulator, i.e. if there is no clay, the imaginary part of the dielectric constant is negligible and the CRIM relation becomes.

$$\Phi = \frac{\sqrt{k_{total}} - V_{sand}\sqrt{k_{sand}}}{\sqrt{k_{air}} - V_{sand}\sqrt{k_{sand}} + S_w(\sqrt{k_{water}} - \sqrt{k_{air}})} \quad (2.45)$$

where,  $k$  : dielectric constant of the medium ( $\approx 4.8$  for the sand,  $\approx 18$  for clay, 1 for air and 80 for water (Knight and Endres, 1990),  $V_{sand}$  : sand fraction vs the complete solid fraction (between 0 and 1),  $S_w$  : saturation coefficient (between 0, dry, and 1, saturated) and  $\Phi$  : total porosity.

In order to compare the real stratigraphy of the test site with our results, a few vertical holes were bored using an hand auger a few days before the GPR survey. Sand samples were collected each 0.4 m between 0 and 2.5 m. From analysis of the

collected sand samples it was observed that the volume of clay is negligible. Therefore the porosity can be estimated using equation 2.45. The hydraulic conductivity can be estimated using the Kozeny-Carman relation (Todd, 1980, pp. 361).

$$K = \frac{C g \Phi^3}{\mu_{water} \rho_{water} S_p^2 D_R^2 (1 - \Phi)^2} \quad (2.46)$$

where,  $K$ , is the hydraulic conductivity ( $m.s^{-1}$ ),  $C$ , is a constant related to the shape of the grain,  $g$ , is the gravitational acceleration ( $9.8 m.s^{-2}$ ),  $\mu_{water}$ , is the dynamic viscosity of water ( $1.2 \times 10^{-4} Pa.s$ ),  $\rho_{water}$ , is the volumetric mass of water ( $Kg.m^{-3}$ ),  $D_R$ , is the sand density,  $S_p$ , is specific surface of sand ( $m^2.Kg^{-1}$ ) and  $\Phi$ , is the total porosity.

The greatest difficulty with the Kozeny-Carman relation is to determine the specific surface. One method uses the granulometric curve (Chapuis and Montour, 1992, Chapuis and Légaré, 1992). However, as the granulometric curves are not known at the interpolation grid, we have to assume this parameter is constant throughout the field. The impact of this assumption will be to decrease somehow the variance of the estimated hydraulic conductivities and to decrease the precision of the estimates.

For a given porous medium, there exists a critical porosity,  $\Phi_c$  above which water can flow freely. From Mavko and Nur (1997), the threshold for sands is about 2 to 4 %. The Kozeny-Carman relation can be adapted to take it into account :

$$K = \frac{C g}{\mu_{water} \rho_{water} S_p^2 D_R^2} \frac{(\Phi - \Phi_c)^3}{(1 + \Phi_c - \Phi)^2} \quad (2.47)$$

The results of 206 experiments show an average value of  $C$  about 0.39 for sand (Chapuis and Montour, 1992). The laboratory water characteristics are  $\mu_w = 0.0012 Pa.s$  and  $\rho_w = 999.84 Kg.m^{-3}$  at  $25^\circ C$ . The variation of these parameters with temperature is too small to have a significant influence on the results.

### 2.3.4 Estimation of water content

The volumetric water content,  $V_w$  is simply related to saturation and porosity (Freeze and Cherry, 1979, pp. 34).

$$V_w = S_w \Phi \quad (2.48)$$

Estimates obtained from GPR data can be compared with the moisture content measured at the lab in sand samples using an oven-drying technique (Freeze and Cherry, 1979, pp. 213-216).

It is not possible using equation 2.45 to estimate the spatial distribution of the porosity in the unsaturated layer because water saturation is not known. Therefore, to estimate water content, we have to assume that the spatial distribution of the porosity is the same as the one of the saturated layer. With this assumption, we can model the saturation that best fits the estimated dielectric constant of the unsaturated layer in equation 2.45.

However Topp et al. (1980) have shown that the dielectric constant of a soil is strongly dependent on the water content and only weakly on the actual porosity, soil type, density, temperature for frequencies between 20 MHz and 1GHz. They propose a simple empirical relation between the volumetric water content and the dielectric constant of a soil.

$$V_w = -5.3 \times 10^{-2} + 2.92 \times 10^{-2} k_{total} - 5.5 \times 10^{-4} k_{total}^2 + 4.3 \times 10^{-6} k_{total}^3 \quad (2.49)$$

For the saturated layer ( $S_w = 1$ ), the soil moisture content is directly related to the porosity.

Other relations have been derived to estimate volumetric water content from the bulk dielectric constant (Dannowski and Yamaranci, 1999; Yu et al., 1999). They all

give estimates very close to the ones obtained using the Topp and CRIM relations.

## 2.3.5 Acquisition and analysis

### 2.3.5.1 Acquisition

In December 1998, a GPR survey was performed at the test site of Ecole Polytechnique, located in Lachenaie, near Montréal (Canada). The shallow unconfined aquifer consists of a 3.5 m thick sand layer with some thin intercalated silt layers overlying a 20 m-thick Champlain clay layer (figure 2.1).

The grain size of the sand is middle to coarse ( $D_{10} = 0.28$  mm and  $D_{60} = 0.71$  mm) and the clay is an aquitard (with hydraulic conductivity of  $10^{-7}$  cm.s<sup>-1</sup>). The GPR survey area is 6.25 x 5 m: 7 piezometers, distributed in a cross-like manner (figure 2.2) allow observation of the hydrogeological data. Depth-to-clay was measured during the installation of the piezometers and the hydraulic head was measured a few days before the GPR survey. Seven depth-to-clay data and five hydraulic head data were available. A Pulse Ekko IV (Sensors & Softwares), with a 200 MHz antenna was used for collecting the GPR data. The sampling interval is 0.2 m along the lines spaced by 0.25 m. The antennae were perpendicular broad-side oriented and 64 traces were stacked at each point.

Traces have been band-pass filtered, corrected for drift and static corrections have been applied. In figure 2.3, a 3D cube has been generated using all the traces. Amplitudes are gained using a SEC gain and are displayed as function of position (x, y) and time. A SEC gain (Spherical Exponential Compensation) consists in choosing the best velocity and attenuation of the ground in order to most effectively compensate for spherical spreading and exponential attenuation.

### 2.3.5.2 Analysis

The radar reflection at the saturated-unsaturated sand interface does not occur at the piezometric level, but at the maximum gradient of the capillary fringe. From the in situ volumetric water content measurements, we found a capillary rise,  $h_c$ , of approximately 30 centimeters above the piezometric level. This value is a common value for middle-to-coarse sands (Todd, 1980, pp. 35). The maximum capillary gradient is at mid-height of the capillary fringe. To compute the velocity, the first half of the capillary fringe is included in the aeration zone, and the other half is included in the saturated zone. To ensure that the good reflectors were picked, we modeled the GPR response for the hydrostratigraphic model of the survey zone using Pulse EKKO42 synthetic radargram software (figure 2.3). The model consists of an unsaturated sand layer of 1.6 meter with a dielectric constant of 12. The capillary fringe is located between 1.6 and 1.9 meter and the dielectric constant increases from 12 to 22, following the capillary fringe model (Todd, 1980, pp. 32). From the 1D synthetic radar traces we found that the saturated-unsaturated sand interface (USI) reflection occurs at 40 ns and the sand-clay interface (SCI) reflection occurs at 100 ns. From the in situ sand samples, we correlated the reflection at 20 ns with a thin layer of high water content (rising rapidly from 5-10 % to 30 %). The reflections between 50 and 100 ns are possibly caused by slight variations in the sand granulometry (silty, coarse) or/and by multiples reflections of the upper reflectors.

Using the results of the 1D synthetic, the reflection times corresponding to the USI and SCI were systematically picked for all traces. Times were corrected for the offset delay. The offset delay is the time taken by the radar wave to travel from the transmitter to the receiver in the air. Reflections were then correlated with piezometric information, piezometric level and depth-to-clay, where available.

Simple correlations between piezometric and radar data were calculated to be 0.9

and 0.8 for the USI and SCI, respectively. The computed experimental variograms of reflection times for both interfaces did not show anisotropy. Therefore, figures 2.4 and 2.5 show only the omnidirectional variograms. Both experimental variograms were modeled. For the USI reflection time, the model is spherical with a sill of  $2.1 \text{ ns}^2$  and a range of 1.5 m and, for the SCI reflection time, the model is exponential with a sill of  $7.5 \text{ ns}^2$  and a range of 0.6 m.

The cross-validation is computed with the program *COKRI* developed by Marcotte (1991). The difference between cross-validated and measured data appears gaussian. For both variables we calculated the mean squared standardized errors, which consist in the square difference between observed and calculated data divided by the cokriging variances. These statistics should be close to one if the cokriging variances adequately predict the precision of the estimation. We obtained 0.9936 for travel time to water and 0.9523 for travel time to clay (measured at 676 points) and 1.08 for water depth (measured at 5 points) and 1.06 for clay depth (measured at 7 points). Figure 2.6 displays the depth distribution obtained by cokriging. The mean depth of the water table is 1.9 meters and the mean depth to the clay is 3.5 meters. The variations of the water table are centimetric whereas the variations are decimetric for the clay depth.

Because the ordinary cokriging estimator has no bias, the estimated reflectors depth is only defined with the reflection time structure and the piezometrical measurements. It means, that if there is a constant translation of all the reflection times, the estimated depth will not vary. We know that the reflected wave is not exactly vertical because of the offset distance between the transmitter and the receiver. The time difference between an ideal vertically reflected wave (zero-offset) and the actual finite-offset two-way travel time is called the offset time. At the points where we measured the piezometrical data and the travel time, the offset correction is simply a geometric correction. Because, we know that the spatial variations of physical para-



meters (electrical conductivity) are small we made the offset correction in the same manner with the estimated depth and the measured travel times. If there were large spatial variations of the physical properties, depths to the reflectors would have to be known in every place where the changes occur.

We estimated the depth and we measured the travel time of both reflectors. Thus, the velocity of the two layers can be computed (figures 2.7 and 2.8). The geometric mean of the estimated velocities for the unsaturated sand is about 0.088 m/ns with a standard deviation of 0.0032 *m.ns*, whereas, for the saturated sand, the velocity is about 0.064 m/ns with a standard deviation of 0.0022 *m.ns*. We also did two CMP surveys located at 70-29 and 70-32. We ran a velocity analysis using the pulseEKKO42 software. The mean velocity for the first layer was  $0.10 \pm 0.01$  m/ns. The saturated layer has a mean interval velocity of  $0.069 \pm 0.01$  m/ns. Thus, in average, the two methods give close results. But, one advantage of GPR is that we can assess the spatial distribution of the velocity. Also, with GPR, each value is associated with a small volume of sand whereas the CMP velocity is an integration of the velocities over a large volume of sand.

The usual dry sand velocity is around 0.15 m/ns (Annan and Daniels, 1998) whereas our estimated velocities of the aeration zone have a geometric mean of 0.088 m/ns. This difference can be explained by the high water content in pores. Indeed, the dielectric constant of water is much larger than the dielectric constant of the dry sand (80 for water and 4.7 for dry sand) and a small amount of water in pores increases dramatically the dielectric constant of the medium. We note that we had 7 mm/day of rain during the 10 days preceding the survey. Also, we note that the 20 ns reflection (figure 2.3) is possibly a retention layer located approximatively at one meter under the surface. In the in situ samples, we found a volumetric water content higher than 30 % in this layer.

Using the estimated velocity in equation 2.39, we computed the spatial distribution of the dielectric constants of both layers. Figure 2.9 shows the results which agree with the published values (Annan and Daniels, 1998). The geometric mean is 11.7 for the unsaturated sand and 22 for saturated sand. The standard deviations are 0.85 and 1.53, for the unsaturated and saturated sand, respectively. For the unsaturated layer, the values are larger than expected, but, again, it can be explained by the high water content in the pores.

Generally, the dielectric constants of air and water are almost invariant over a survey area. Moreover, under the assumption that the CRIM and the Topp relations give similar estimates of the water content and that the sand is completely saturated in the saturated zone ( $S_w = 1$ ), it is possible to compute the dielectric constant of the pure sand. The dielectric constant of the Lachenaie sand is found to be 4.85.

Under the assumption that the dielectric constants of the sand and of the water are invariant over the survey area and using equation 2.45, we estimated the porosity of the saturated sand. The geometric mean of the calculated porosity is  $37 \% \pm 0.05 \%$  which compares well with the measured value on sand samples in laboratory (40 %). The figure 2.10 shows the porosity distribution. The variation is quite significant, but the mean value obtained is comparable with the value obtained in laboratory.

Then, the Kozeny-Carman relation is used to estimate the distribution of the hydraulic conductivity (figure 2.11). The mean of the two laboratory measurements of the specific surface (6.68 and  $7.24 \text{ m}^2 \cdot \text{Kg}^{-1}$ ) was used to compute the Kozeny-Carman equation. The critical porosity was taken to be 3 %, the mean value for sands as proposed by Mavko and Nur (1997). The geometric mean of the estimated hydraulic conductivity is  $8 \times 10^{-4} \text{ m/s}$  whereas the pumping test gives a mean conductivity of  $7 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ . The standard deviation of our estimate is  $2.2 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ . Obviously, the geometric mean of the estimated conductivity is close to the value measured during

the pumping test, despite we had to assume that some parameters, as the specific surface, are constants over the volume of sand investigated.

The horizontal distribution of the soil moisture in the unsaturated sand was estimated using the computed dielectric constant of the aeration zone and the porosity of the saturated sand. This hypothesis is valid because the moisture content is not very dependent on the porosity (Yu et al., 1999) and there is no great variations in the vertical granulometry distribution. Using equation 2.45, we found the degree of saturation. To compare our estimate with the in situ samples analysis, we transformed the saturation into the volumetric water content. Figure 2.12 shows the results of GPR estimate. The geometric mean of the volumetric water content is about 20 %, the minimum 15 % and the maximum 24 %. We also estimated the volumetric water content of the unsaturated layer using equation 2.49. For the saturated layer, the volumetric water content is equivalent to the porosity, because saturation is assumed to be 100 %. The differences between the CRIM and Topp estimates are small (less than  $\pm 1\%$ ).

These estimated parameters represent an average of the vertical distribution of the soil moisture. These values are larger than those obtained with the in situ samples (15%). However, the sampling was done ten days before the GPR survey. As it rained steadily during the period between the sand sampling and the GPR survey, it is expected that the estimated moisture be higher than the one obtained with the sand sample analysis.

The attenuation coefficients have been estimated from the collected radar traces for the unsaturated and saturated zones. The attenuation was calculated for the unsaturated zone using three techniques. First, it was computed from the amplitude envelop with time (using the EKKO42 software subroutine POWRLOT). Second a SEC gain was applied to traces until the reflection amplitude was similar to the direct

ground arrival amplitude. Third, the attenuation was estimated from the variation of amplitude of the direct arrival in the ground from CMP measurements using equation 2.36. For the saturated layer, only the two first techniques were applied. The geometric mean of the estimated attenuation is 0.46 Np/m for the unsaturated sand and is 1.05 Np/m for the saturated sand. The bulk conductivity of the ground was then estimated using the relation between the observed attenuation coefficient, the previously estimated dielectric constant and the bulk conductivity (equation 2.37). Partitioning of the energy at the interfaces is included in the observed attenuation when using reflected waves. The geometric mean of the estimated conductivity is 25 mS/m for the saturated layer. A Schlumberger DC resistivity sounding survey was made on the same area, six months before: that gave conductivities about 20 to 33 mS/m and 1-2.5 mS/m for the saturated and unsaturated layers, respectively. It is possible to estimate the porosity from the electric conductivity of the saturated medium if the conductivity of the pore water is known. Archie's formulation states that (Annan and Daniels, 1998) :

$$\sigma = a \Phi^m S_w^n \sigma_w + \sigma_c \quad (2.50)$$

where,  $\sigma_w$ , is the conductivity of the water and  $\sigma_c$ , is the conductivity of the soil grain surface and a, m, n are constants (Annan and Daniels, 1998, Reynolds, 1997, pp. 348). From the literature, we choose, as appropriate constants values for a, m and n, 0.88, 1.3 and 2, respectively. Because of the low conductivity of the grain matrix with regard to the water conductivity,  $\sigma_c$  can be neglected. The water conductivity was found to be constant in the five piezometers. Its value is 105 mS/m at T=10 °C. Using the relation 2.50, the porosity was estimated to be 36%. For the unsaturated layer, the estimate is dependant on the conductivity of the water which may well be lower in that zone since it consists of water percolating from recent rain falls. We

have no conductivity measurements available of the water in the unsaturated zone. Using bulk conductivities of 1-2.5 mS/m obtained from DC resistivity soundings and the volumetric water content determined previously from radar velocities, the mean of the estimated conductivity of the water would be 20 mS/m.

### 2.3.5.3 Error estimation

We stated that the topography was flat. In fact, a high-resolution topographic survey of the area has shown that the maximum elevation difference is 0.06 m. This mean an error of  $6 \times 10^{-1}$  ns. for a average velocity of 0.09 m/ns. Thus, the topography can be neglected for this survey site in comparison with the trace sampling interval of 0.8 ns.

The error on specific surface measurements is, at least, equal to the difference between the two measured values,  $0.56 \text{ m}^2 \cdot \text{Kg}^{-1}$ . The critical porosity is known within a range of 3 %. But, those parameters were considered constants, an assumption that reduces the estimated variances.

The cross-validation gives an error about 2 ns and 2 cm for dry sand and 5 ns and 7 cm for saturated sand. As we have shown, the mean square standardized error confirms that the chosen model is adequate.

The error on each picking is about plus or minus one sample interval, 0.8 ns. Thus, the maximum error on the picking of the saturated-unsaturated interface is about 1.6 ns and about 2.5 ns for the sand-clay interface (the picking error is summed at each interface).

We computed the porosity and the hydraulic conductivity with an added white noise of maximum 3.5 ns and standard deviation of 2 ns on both picking. The covariogram models were changed to fit the new experimental data. The geometric mean porosity and conductivity values with and without the noise are within 1% of each

other: the spatial distribution remains the same.

Because ordinary cokriging is independent of the means of the variables, the estimated porosity and conductivity structures do not change if a constant is added.

### 2.3.6 Discussion

In the cokriging, there is no limit on the number of variables that can be used. Thus, any other geophysical method which gives information on subsurface topography of the interfaces can be used as a secondary variable. For example, seismic refraction or electric survey may give important information on subsurface layers depth.

The applicability of the presented method to more complex aquifers have been test on synthetic models (Gloaguen et al., 2000). If the topography of the interfaces between the layers is complex but the properties within the layers are homogeneous, cokriging provides good determination of both layer depths and dielectric constants. However, if there are variations both in layers topography and in physical properties, there is an uncertainty on parameter estimations. Piezometrical informations or indirect dielectric constant information given by TDR or borehole radar survey have to be known in the anomalous area.

In many cases, only a few numbers of piezometers are available. The figure 2.13 shows the results of the computed hydraulic conductivity using only three piezometers. Their positions are 70-30, 70-32.5 and 69-30. The results are very similar to the one obtained using all the piezometers. The geometric mean is  $8.2 \times 10^{-4}$  m/s with a standard deviation of  $1.84 \times 10^{-4}$  m.s. The standard deviation is, as expected, slightly lower with three piezometers than with all the piezometers.

Most of our estimates of hydrogeological properties were done independently of the measured hydrogeological data. Only "depth-to-water" and "depth-to-clay" measured

in the piezometers were used to constrain the distribution of porosity and hydraulic conductivity obtained from GPR data. The measured porosities and hydraulic conductivities known at a few places were only used to validate the results. The method presented here could be modified to honour hydrogeological parameters where measured.

The dielectric constant and attenuation fields estimated from the GPR surface data could also be either validated or constrained using transmission radar measurements carried out with small borehole probes inserted in the piezometers. The moisture content in the unsaturated zone could also be determined using moisture probes.

The spread of the statistical distribution of estimated parameters is probably a combined effect of the real spatial variability of these parameters and the consequence of the processing errors. At this stage, it is not possible to determine separately the contributions of these two factors.

Many of the parameters used in this study had to be fixed more or less arbitrarily, sometimes because we had no measurements of the parameter (dielectric constants of sand and water) and sometimes because we had not enough data to have an idea of the spatial distribution of the parameter (specific surface measurements). Another limitation of this study is the implicit assumption of constant porosity along the vertical direction in the estimation of the saturation of the aeration zone. Only lateral variations were considered in our model.

One key variable in the velocity determination is the volumetric water content in the unsaturated zone. This quantity is highly sensitive to climatic conditions prevailing a few days before the survey. Moreover, these conditions could be substantially different from those at the time when sand samples were collected in the field. It complicates greatly the task of comparison of results and validation of the model.

### 2.3.7 Conclusion

In spite of the limitations presented above, we have shown that it is possible to use well sampled geophysical data to complete under-sampled hydraulic head or stratigraphic data. The small area size of the test site does not limit the applicability of the method to larger areas.

We have shown that it is possible to have an estimation of soil porosity and hydraulic conductivity using geophysical and hydrogeological data and geostatistics tools. In this respect, one important contribution of GPR data is to enable to model the covariance function for the “depth-to-interface” variable. This would not have been otherwise possible using only 7 piezometrical values. A precise mapping of the position of the interfaces was obtained with a small number of piezometers which could result in savings.

In addition to the “depth-to-interface” estimation, GPR enables mapping of the lateral variations of porosity and, then, of hydraulic conductivity, assuming a known mean specific surface value. Note that the relative values of these parameters, between adjacent grid positions, are not very sensitive to the various assumptions made for their computation: however, their absolute values are. The piezometric head is locally a function of the contrast of conductivities. Thus, the natural flow path is expected to be well described by the estimated hydraulic conductivity field.

The research project was made possible thanks to the financial support of the Fonds pour la Formation des Chercheurs et l'Aide à la Recherche of Quebec (FCAR number ER 2850).



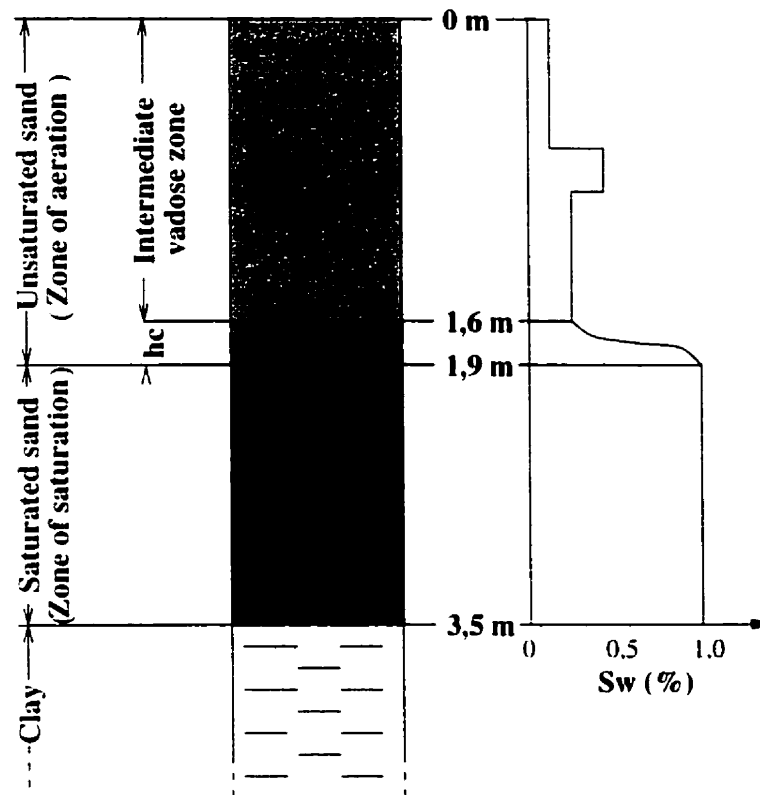


Figure 2.1: Hydrostratigraphy of the test site. ( $h_c$  : capillary rise.  $S_w$  : saturation. The  $S_w$  graph is obtained from the in situ sample analysis during a dry period.

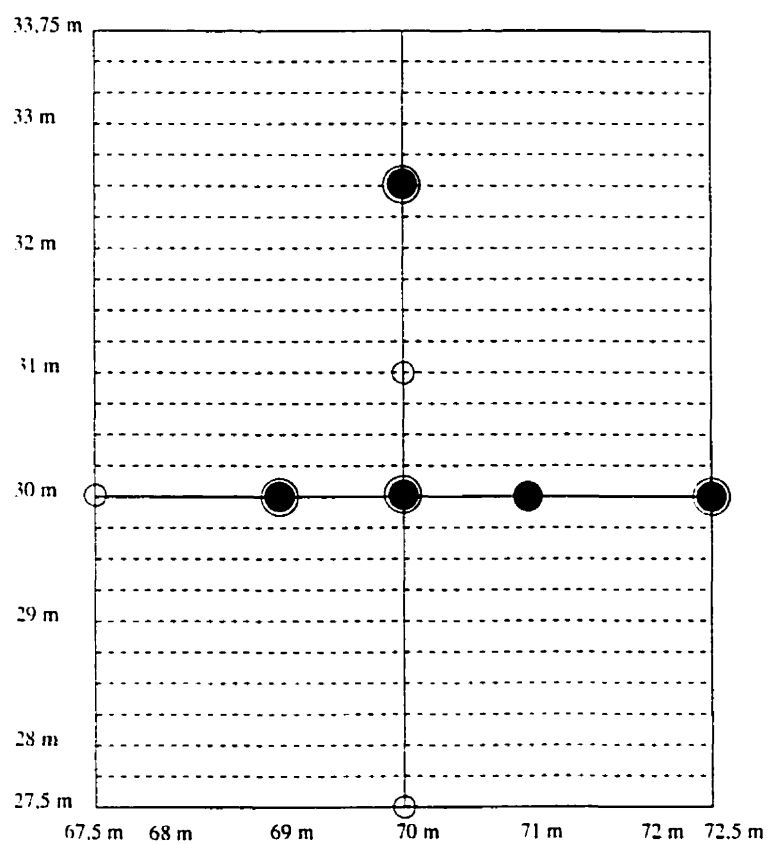


Figure 2.2: Position of the piezometers on the GPR grid ○ : clay depth measurements; ● : hydraulic head measurements

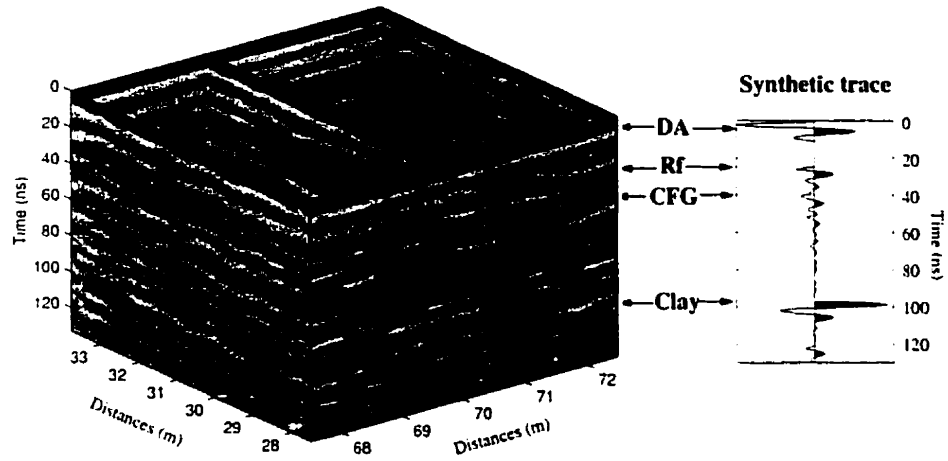


Figure 2.3: 3D representation of the GPR data, with synthetic radar trace.  
 DA : Direct arrivals of radar wave in the air ; Rf : reflection on a high water content layer ; CFG : capillary fringe gradient ; clay : clay surface

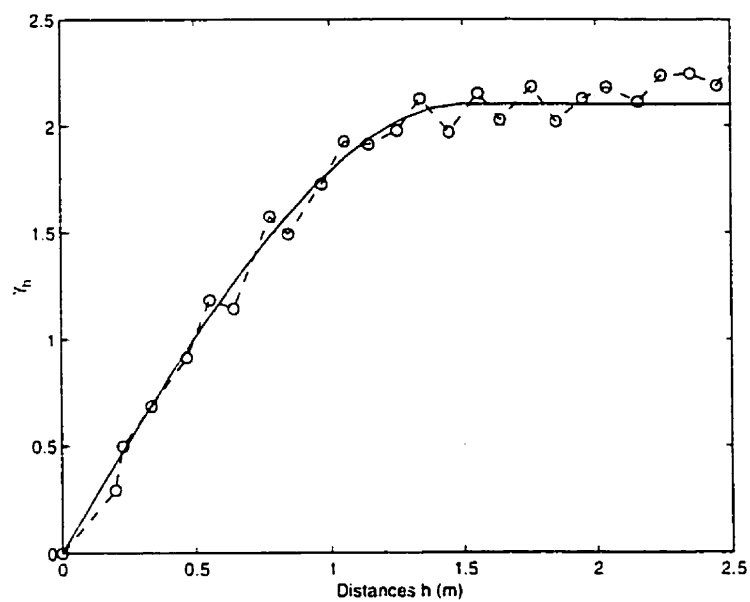


Figure 2.4: Theoretical and experimental omnidirectional variogram for EM travel-time from surface to water table (spherical model of range, 1.5 and sill, 2.1)

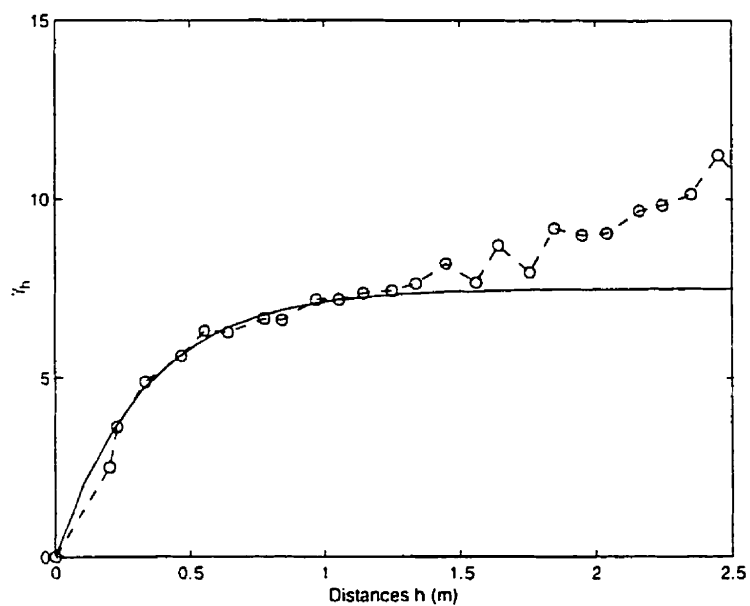


Figure 2.5: Theoretical and experimental omnidirectional variogram for EM travel-time from surface to clay surface (exponential model of range, 0.6 and sill, 7.5)

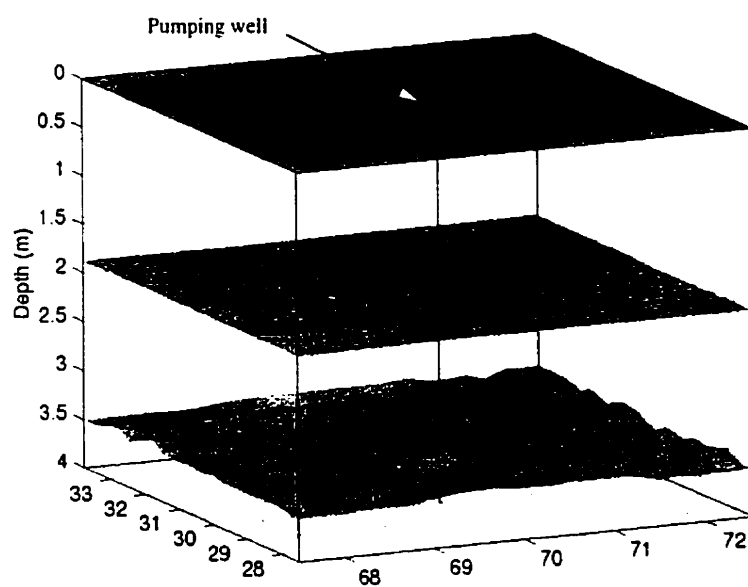


Figure 2.6: Ground stratification obtained by cokriging

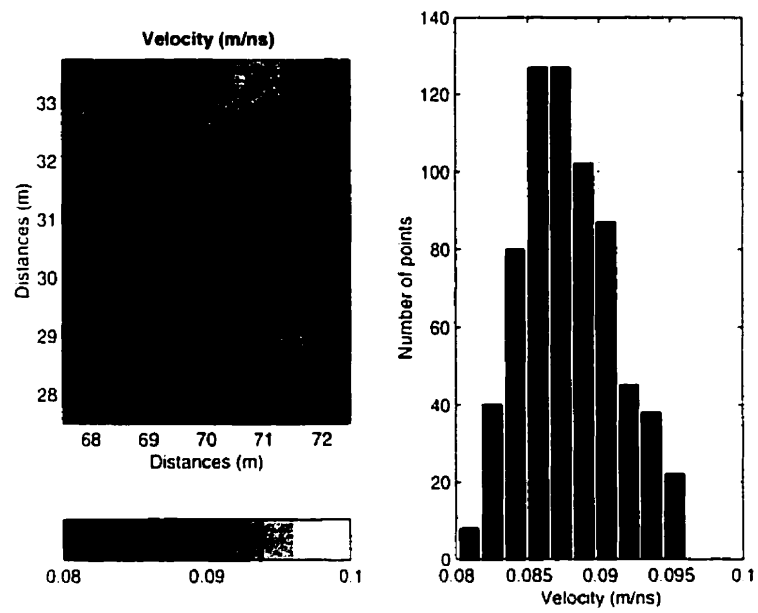


Figure 2.7: Radar velocity distribution in the unsaturated layer

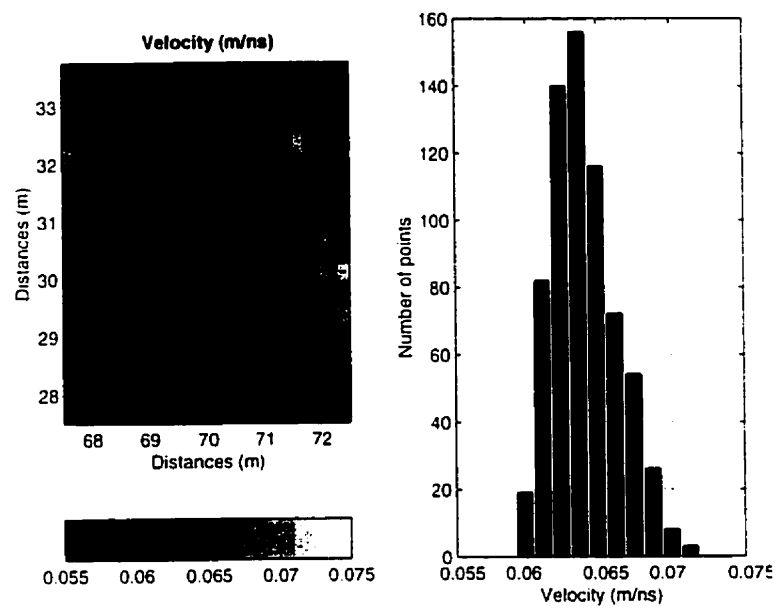


Figure 2.8: Velocity distribution in the saturated layer



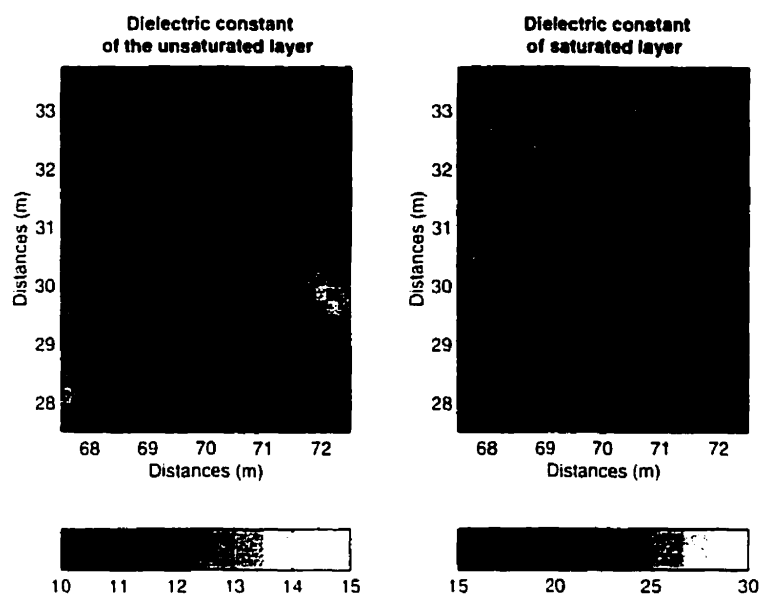


Figure 2.9: Dielectric constant distribution in the unsaturated and saturated layers

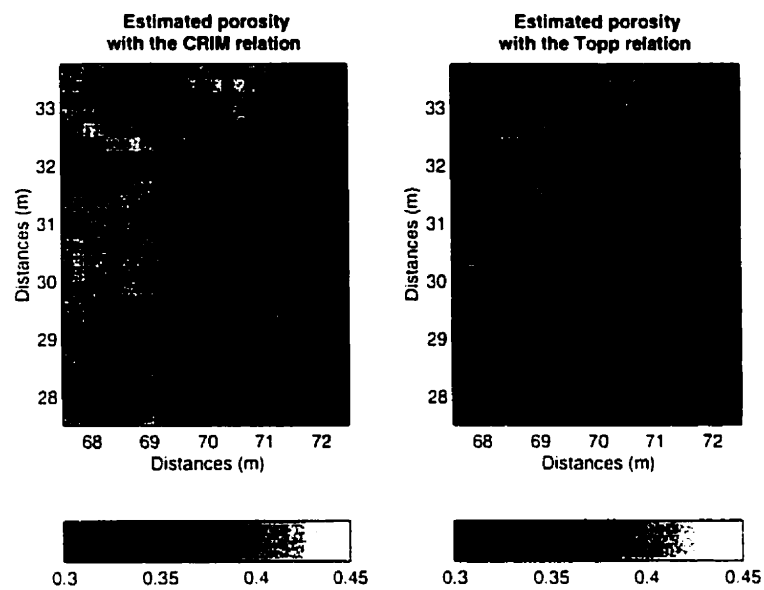


Figure 2.10: Estimated porosity distribution

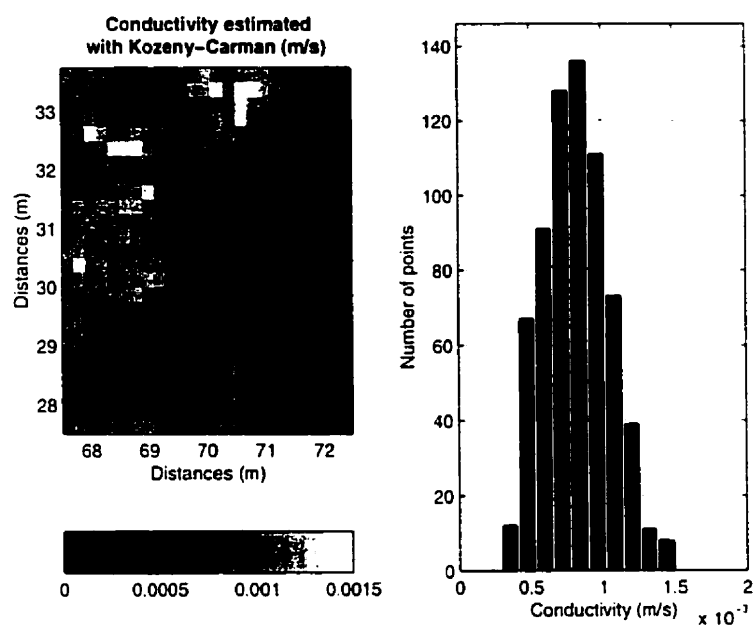


Figure 2.11: Distribution of estimated conductivity in the saturated sand

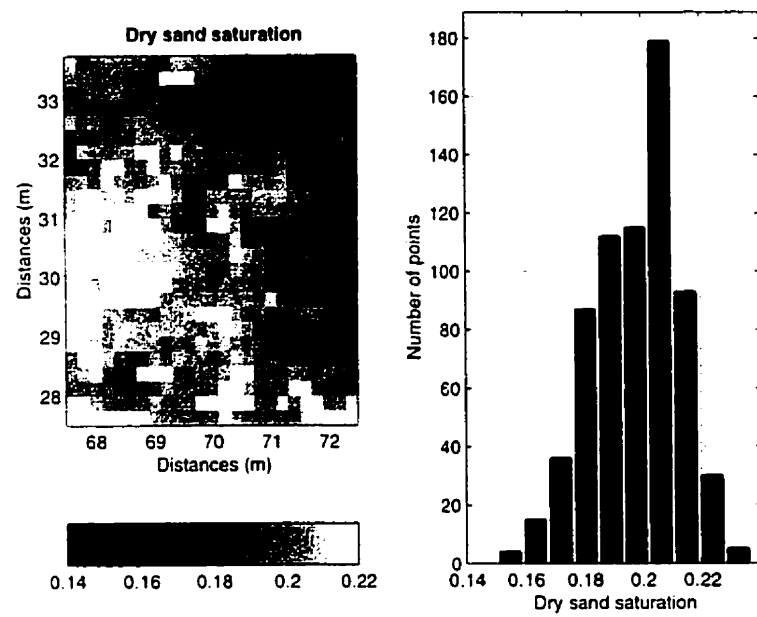


Figure 2.12: Estimated volumetric water content of the aeration zone

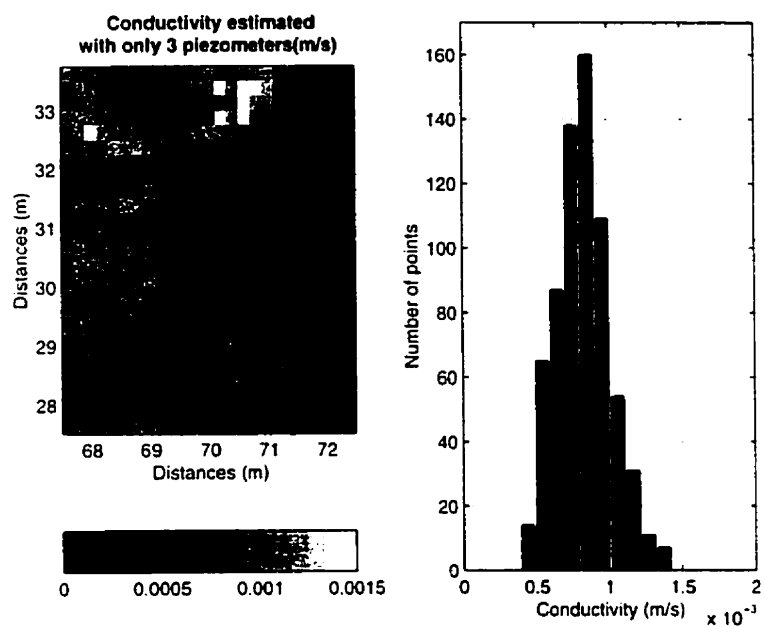


Figure 2.13: Distribution of estimated conductivity in the saturated sand with only three piezometers (70-30, 70-32.5 and 69-30)

## Conclusions

Durant cette étude, nous avons montré qu'il est possible d'utiliser les méthodes géophysiques dans le but de contraindre l'estimation des paramètres d'écoulement d'un aquifère à nappe libre.

Nous avons remarqué qu'on pouvait déterminer la valeur du coefficient  $\frac{\epsilon\zeta}{\eta\sigma_o}$  par l'étude conjointe d'un essai de pompage par palier et la tomographie PS.

Malgré les limitations de la méthode GPR, nous avons montré qu'il est possible d'utiliser les mesures radar bien échantillonnées pour compléter les données hydrostratigraphiques, souvent mal échantillonnées. La faible superficie du site de mesure n'est, en aucun cas, une indication que la méthode ne peut être appliquée à des sites plus grands.

Nous avons montré que la porosité et la conductivité hydraulique de sable à grain moyens en utilisant des outils hydrogéologiques, géophysiques et géostatistiques pouvaient être déterminées. Une importante contribution des données GPR est de permettre la caractérisation du modèle de covariance des profondeurs aux interfaces. Il aurait été impossible de déterminer ce modèle avec uniquement 7 données hydrostratigraphiques. Cela permet de connaître de manière précise la profondeur des interfaces recherchées et ceci à un faible coût.

Le sable du site de Lachenaie est un sable avec un contenu en argile quasi nul et, les variations spatiales sont faibles. Dans un cas où le sol serait plus complexe, l'influence de l'argile sur la PS et le GPR devrait être prise en compte. Suivant la

disposition dans l'espace de l'argile, la conductivité hydraulique sera plus ou moins affectée : si l'argile est disposée sous forme de lamelles horizontales, la conductivité hydraulique est peu affectée. Par contre, si la même quantité d'argile est répartie dans les pores, la porosité et donc la conductivité hydraulique diminue. Il faut donc non seulement caractériser le contenu en argile, mais aussi, sa répartition dans l'espace. Par ailleurs, les lamelles d'argiles sont d'excellents réflecteurs radar. Le croisement de l'information GPR avec des échantillons de sol non mélangés peut permettre de différencier les deux cas de figures.

Malgré les déboires rencontrés, il semble que l'estimé de la constante diélectrique obtenu par GPR puisse contraindre l'estimation du potentiel zéta. L'évaluation de la conductivité électrique aurait permis de contraindre encore mieux le potentiel zéta.

Il serait intéressant de connaître les relations, mêmes empiriques, entre le potentiel PS et la conductivité hydraulique. De même, la relation entre la constante diélectrique et la conductivité hydraulique permettrait à la méthode d'être moins dépendante des mesures hydrogéologiques de laboratoire.

## RÉFÉRENCES

- ABAZA, M. M. I. et CLYDE, C. G., 1969. Evaluation of the rate of flow through porous media using electrokinetic phenomena. *Water Resources Research*, 5 : pp. 470-483.
- ABDELRAHAM, E., AMMAR, A. A., SHARAFELDIN, S. M. et HASSASSEIN, H. I., 1997. Shape and depth solutions from numerical horizontal self-potential gradients. *Journal of Applied Geophysics*, 36 : pp. 31-43.
- ABDELRAHAM, E. et SHARAFELDIN, S. M., 1997. A least-square approach to depth determination from self-potential anomalies caused by horizontal cylinders and spheres. *Geophysics*, 32 : pp. 47-48.
- ACEVEDO, N., 1996. Méthodes d'étude d'un aquifère à nappe libre : application au cas de Lachenaie. *Mémoire de maîtrise, Ecole Polytechnique de Montréal*.
- AHMAD, M. U., 1964. A laboratory study of streaming potentials. *Geophysical Prospecting*, 12 : pp. 4-64.
- ANNAN, A. P. et DANIELS, J., 1998. Ground Penetrating Radar. *SAGEEP98 course*. Chicago



- ANTRAYGUES, P. et AUBERT, M., 1993. Self-potential by two-phase flow in a porous medium : experimental study and volcanological applications. *Journal of Geophysical Research*, 98 : pp. 22273-22281.
- APOSTOPOULOS, G., LOUIS, I. et LAGIOS, E., 1997. The self-potential method in the geothermal exploration of Greece. *Geophysics*, 62 : pp. 1715-1723.
- BALANIS, C.A., 1989. *Advanced engineering electromagnetics*. John Wiley & Sons.
- BARLOW, C. A. et MACDONALD, J. R., 1967. *Theory of discreteness of charge effects in the electrolyte compact double layer*. tome 6, chap. 1, pp. 1-194. Interscience.
- BIRCH, F. S., 1998. Imaging the water table by filtering self-potential profiles. *Ground Water*, 36 : pp. 779-782.
- BOCKRIS, J. O. et DRAZIC, D. M., 1972. *Electro-Chimical Science*, chap. 2, pp. 22-78. Taylor and Francis LTD.
- BOGOSLOVSKY, V. A. et OGILVY, A. A., 1970a. Natural potential anomalies as a quantitative index of the rate of seepage from water reservoir. *Geophysical Prospecting*, 18 : pp. 261-268.
- BOGOSLOVSKY, V. A. et OGILVY, A. A. 1970b. Application of geophysical methods for studying the technical status of earth dams. *Geophysical Prospecting*, 18 : pp. 758-773.

- BOGOSLOVSKY, V. A. et OGILVY, A. A., 1972. The study of streaming potentials on fissured media models. *Geophysical Prospecting*, 20 : pp. 109-117.
- BOGOSLOVSKY, V. A. et OGILVY, A. A., 1973. Deformations of natural electric fields near drainage structures. *Geophysics*, 21 : pp. 716-723.
- BOGOSLOVSKY, V. A. et OGILVY, A. A., 1977. Geophysical methods for the investigation of landslide. *Geophysics*, 42 : pp. 562-571.
- BOUBEKRAOUI, S., Courteaud, M., Aubert, M., Albouy, Y. et Coudray, J., 1998. New insights into the hydrogeology of basaltic shield volcano from comparaison between self-potential and electromagnetic data : Piton de la Fournaise, Indian Ocean. *Journal of Applied Geophysics*, 40 : pp. 164-177.
- BROZ, Z. et EPSTEIN, N., 1976. Electrokinetic flow trough porous media composed of fine cylindrical capillaries. *Journal of Colloid and Interface Science*, 56 : pp. 605-612.
- BURR, S. V., 1982. A guide to prospecting by the self-potential method. Ontario Geological Survey lecture.
- BUTLER, D. K. et LLOPIS, J. L., 1984. assessment of anomalous seepage conditions. *Tech. Rep. U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station*, pp. 153-173.
- CHAPUIS, R. P., CHENAF, D., MARCOTTE, D. et CHOUTEAU, M., 1998. Pumping test in an unconfined aquifer in Lachenaie. *51st Canadian Geotechnical Conference (in french)*, Edmonton : pp. 515-522.

- CHAPUIS, R. P. et LÉGARÉ, P. P., 1992. A simple method for determining the surface area of fine aggregate and fillers bituminous sandstones. *ASTM STP1147* : pp. 177-186.
- CHAPUIS, R. P. et MONTOUR, I., 1992. Evaluation of the Kozeny-Carman equation to predict hydraulic conductivity. *45th Canadian Geotechnical Conference (in french)*, Toronto : pp. 78.1-78.10.
- COOPER, G. R. J., 1990. Inversion of self-potential anomalies. (programme d'inversion de potentiels de minéralisation)
- CORWIN, R. F. et HOOVER, D. B., 1979. The Self-Potential Method in Geothermal Exploration. *Geophysics*, 44 : pp. 226-245.
- CORWIN, R. F., 1984. The Self-Potential Method for Environmental and Engineering Applications. *Geophysics*, 45, pp. 256-263.
- DANNOWSKI, G. et YAMARANCI, U., 1999. Estimation of water content and porosity using combined radar and geoelectrical measurements. *EJEEG*, 4 : pp. 71-85.
- DAVIS, J. L. and ANNAN, A. P., 1989. Ground penetrating radar for high resolution mapping of soil and rock stratigraphy. *Geophysical Prospecting*, 37 : pp. 531-551.
- DE WITTE, L., 1948. A new method of interpretation of self-potential field data. *Geophysics*, pp. 600-608.

- DUKHIN, S. S. et DERJAGUIN, B. V., 1975. *Surface and Colloid Science*. John Wiley and Sons.
- EAGLAND, D. et ALLEN, A. P., 1976. The influence of hydration upon the potential at the shear plane of a hydrophobic surface in the presence of various electrolytes. *Colloid and Interface Science*, 1 : pp. 245-256.
- ERNSTSON, K. et SCHERER, U., 1986. Self-Potential Variations with Time and their relation to Hydrogeologic and Meteorological Parameters. *Geophysics*, 51 : pp. 1967-1977.
- ESKOLA, L., 1999. Electrokinetic potential modelisation. (unpublished paper).
- FEYNMAN, R., 1979. *Le cours de physique de Feynman, Electromagnétisme*. Inter-Editions.
- FITTERMAN, D. V., 1978. Calculation of Self-Potential Anomalies near Vertical Contacts. *Geophysics*, 44 : pp. 195-206.
- FITTERMAN, D. V., 1979. Errata. *Geophysics*, pp. 1326.
- FITTERMAN, D. V., 1978. Electrokinetic and magnetic anomalies associated with dilatant regions in layered earth. *Journal of Geophysical Research*, 83 : pp. 5923-5928.

- FITTERMAN, D. V., 1980. Relationship of the Self-Potential Green's Function to Solutions of Controlled-Source direct-Current Potential Problems. *Geophysics*, pp. 1879-1881.
- FITTERMAN, D. V., 1983. Modeling of self-potential anomalies near vertical dykes. *Geophysics*, 48 : pp. 171-180.
- FITTERMAN, D. V., 1984. Thermoelectrical self-potential anomalies and their relationship to the solid angle subtended by the source region. *Geophysics*, 49 : pp. 165-169.
- FITTERMAN, D. V. et CORWIN, R. F., 1980. Inversion of Self-Potential Data from the Cerro Prieto geothermal Field, Mexico. *Geophysics*, 47 : pp. 938-945.
- FOURNIER, C., 1989. Spontaneous potentials and resistivity surveys applied to hydrogeology in volcanic area : case history of the Chaîne des Puiys. *Geophysical Prospecting*, 37 : pp. 647-668.
- FRIBORG, J., 1996. Experimental and theoretical investigations into the streaming potential phenomenon with special reference to applications in glaciated terrain. *Thèse de doctorat, Université de Lulea, Suède.*
- FREEZE, R. A. et CHERRY, J. A., 1979. *Groundwater*. Prentice-Hall Canada Inc. : pp. 39.
- GARROUCH, A. A. et SHARMA, M. M., 1994. The influence of clay content, salinity,

- stress, and wettability on the dielectric properties of brine-saturated rocks : 10 Hz to 10 MHz. *Geophysics*, 59 : pp. 909-917.
- GEX, P., 1993. Mesures d'électrofiltration sur le glissement de terrain de la Fasse (Préalpes romandes, Suisse). *Hydrogéologie*, 3 : pp. 239-246.
- HAMMANN M., MAURER H. R., GREEN, A. G. et HORSTMAYER, H., 1997. Self-potential image reconstruction : capabilities and limitations. *JEEG*, 2 : pp. 21-35.
- HAMMANN, M. et al., 1998. Delineation of Groundwater-Flow with the Self-Potential Tomography. *In proceeding SAGEEP'98*, Chicago, pp. 256-259.
- HASHIMOTO, T. et TANAKA, Y., 1995. A large self-potential anomaly on Unzen volcano, Shimara peninsula, Kyushu island, Japan. *Geophysical Research Letters*, 22 : pp. 191-194.
- HOLLENDER, F., 1999. Interprétation de la distorsion des signaux géoradar propagés et réfléchis. Développement d'une tomographie par bandes de fréquence. *Thèse de Doctorat. Institut National Polytechnique de Grenoble*.
- HUBBARD, S. S., 1997. Ground-penetrating-radar-assisted saturation and permeability estimation in bimodal systems. *Water Resources Research*, 33 : pp. 971-990
- HUBBARD, S. S., PETERSON, J. E., MAJER, E. L., WILLIAMS, K. H., ZAWISLANSKI et P. T., ROBERTS, J., 1997. Estimation of permeable pathways and water

- content using tomographic radar data. *The Leading Edge*, nov : pp. 1623-1628.
- ISHIDO, T. et MIZUTANI, H., 1981. Experimental and Theoretical Basis of Electrokinetic Phenomena in Rock-Water Systems and its Applications to Geophysics. *Journal of Geophysical Research*. 86 : pp. 1763-1775.
- ISHIDO, T. et al., 1997. Repeated self-potential profiling of Izu-Oshima volcano, Japan. *Journal of Geomag. and Geoelectr.*, 49 : pp. 1267-1278.
- JAMES, R. O. et HEALY, T. W., 1972. Adsorption of hydrolyzable metal ions at the oxyde-water interface. *Journal of Colloid Interface Science*, 40 : pp. 53-64.
- JANSEN, J., BILLINGTON, N., SNIDER, F. et JURCEK, P., 1996. Marine SP surveys for dam seepage investigations : evaluation of array geometries trough modeling and field. *Journal of Environmental and Engineering Geophysics*, 1 : pp. 37-45.
- JIM, T. C. et ZHANG, J., 1996. A geostatistical inverse method for variably saturated flow in the vadose zone. *Water Resources Research*, 32 : pp. 2757-2766.
- JOUNIAUX, L., LALLEMANT, S. et POZZI, J-P., 1994. Changes in the permeability, streaming potential and resistivity of a claystone from the Nakai prism under stress. *Geophysical Research Letters*, 21 : pp. 149-152.
- JOUNIAUX, L. et POZZI, J-P., 1995. Streaming potential and permeability of saturated sandstones under triaxial stress : consequences for electrotelluric anomalies

- prior to earthquakes. *Journal of Geophysical Research*, 100 : pp. 10197-10209.
- JOUNIAUX, L. et POZZI, J-P., 1995. Permeability dependence of streaming potential in rocks for various fluid conductivities. *Journal of Geophysical Research*, pp. 485-488.
- JOURNEL, A. G. et HUIJBREGTS, C. J., 1978. *Mining geostatistics*. Academic Press. London.
- KELLER, G. V. et FRISHKNECHT, F. C., 1967. *Electrical Methods in geophysical prospecting*. Pergamon Press.
- KELLY, W. E. et MARES, S., 1993. *Applied geophysics in hydrogeological and engineering practice*. Elsevier.
- KILTY, K. T., 1984. On the origin and interpretation of self-potential anomalies. *Geophysical Prospecting*, 32 : pp. 51-62.
- KNIGHT, R. J., 1997. The role of ground penetrating radar and geostatistics in reservoir description. *The Leading Edge*, nov : pp. 1617-1722.
- KNIGHT, R. J. et ABAD, A., 1995. Rock/water interaction in dielectric properties : experiments with hydrophobic sandstones. *Geophysics*, 60 : pp. 431-436.
- KNIGHT, R. J. et ENDRES, A., 1990. A new concept in modeling the dielectric response of sandstones : defining a wetted rock and bulk water system. *Geophysics*,



55 : pp. 586-594.

KNIGHT, R. J. et NUR, A., 1987. The dielectric constant of sandstones, 60 KHz to 4 MHz. *Geophysics*, 52 : pp. 644-654.

KNOLL, M. D., KNIGHT, R. J. et BROWN, E., 1995. Can accurate estimates of permeability be obtained from measurements of dielectric properties? *Proc. SAGEEP, English Geophysical Society*, pp. 25-35.

KOEFOD, O., 1979. *Geosounding principles*, 1 et 2. Elsevier.

KORPI, G. K. et DE BRUYN, P. L., 1972. Measurement of streaming potential. *Journal of Colloid and Interface Science*, 40 : pp. 263-266.

LAPAJNE, J., 1976. Hydrogeological Parameters from Streaming Potential Anomalies. *Presented at the 3rd Intern. sympos. on underground water tracing, Univ Press Ljubljana* : pp. 133-139.

LEE, T., 1975. An integral equation and its solution for some two- and three-dimensional problems in resistivity and induced polarization. *G.J.R.*, 42 : pp. 81-95.

LEVINE, S., MARIOTT, J. R., NEALE, G. et EPSTEIN, N., 1974. Theory of electrokinetic flow in fine cylindrical capillaries at high zeta-potential, *Journal of Colloid Interface*, 52 : pp. 136-149.

- LI, P. et N. F. Uren. 1997. The modelling of direct current electric potential in arbitrarily anisotropic half-space containing a conductive 3D body. *Journal of Applied Geophysics*, 38 : pp. 57-76.
- LILE, O. B.. 1996. Self potential anomaly over a sulphide conductor tested for use as a current source. *Journal of Applied Geophysics*, 36 : pp. 97-104.
- LINDELL, I. S., ERMULTU, M. E., NIKOSKINENE, K. I. et ELORANTA, E. H.. 1993. Short note : Static image principle for anisotropic-conducting half-space problems : PEC and PMC boundaries. *Geophysics*, 59 : pp. 1861-1864.
- MARCOTTE, D.. 1991. Cokriging with Matlab. *Computer & Geosciences*, 17 : pp. 1265-1280.
- MARCOTTE, D., 1993. Corrigendum. *Computer & Geosciences*, 19 : pp. 871.
- MASSENET, F. et VAN NGOC, P., 1984. Mapping and surveillance of active fissure zones on a volcano by self-potential method, Etna, Sicily. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 24 : pp. 315-338.
- MAVKO, G. et NUR, A., 1997. The effect of a percolation threshold in the Kozeny-Carman relation. *Geophysics*, 62 : pp. 1480-1482.
- MITCHELL, J K.. 1991. Conduction phenomena : from theory to geotechnical practice. *Géotechnique*, 41 : pp. 299-340.

- MORGAN, F. D., WILLIAMS, E. R. et MADDEN, T. R., 1989. Streaming potential properties of Westerly granite with applications. *Journal of Geophysical Research*, 94 : pp. 12449-12461.
- MUCCINO, J. C., GRAY, W. G. et FERRAND, L. A., 1998. Toward an improved understanding of multiphase flow in porous media. *Reviews of Geophysics*, 36 : pp. 401-422.
- MYERS, D. E., 1982. Matrix formulation of co-kriging. *Jour. Math. Geology*, 14 : 249-257.
- NOURBEHECHT, B., 1963. Irreversible Thermodynamic Effects in Inhomogeneous Media and their Applications in certain Geoelectric Problems. *Thèse de doctorat. M.I.T.*
- NUR, A., MAVKO, G., DVORKIN, J. et GALMUDI, D., 1998. Critical porosity : a key to relating physical properties to porosity in rocks. *The Leading Edge*, march : pp.357-362.
- NYQUIST, J. E., DOLL, W. E., DAVIS, R. K. and HOPKINS, R. A., 1996. Cokriging surface topography and seismic refraction data for bedrock topography. *JEEG*, 1 : 67-74
- OGILVY, A. A. et BOGOSLOVSKY, V. A., 1979. The possibilities of geophysical method applied for investigating the impact of man on the geological medium. *Geophysical Prospecting*, 27 : pp. 775-789.

- PARASNIS, D. S., 1986. Principles of applied geophysics. Chapman & Hall.
- PARSONS, R., 1961. *The structure of the electrical double layer and its influence on the rate of electrode reaction*. Interscience.
- PATELLA, D., 1997a. Introduction to ground surface self-potential tomography. *Geophysical Prospecting*, 45 : pp. 653-681.
- PATELLA, D., 1997b. Self-potential global tomography including topographic effect. *Geophysical Prospecting*, 45 : pp. 843-863.
- PERRIER, F. E. et al., 1997. A one-year systematic study of electrodes for long period measurements of electric field in geophysical environments. *Journal of Geomag. and Geoelectr.*, 49 : pp.1677-1696.
- PFANNKUCH, H. O., 1972. *On the correlation of electrical conductivity properties of porous systems with viscous flow transport coefficient*. Elsevier.
- PRIDE, S. R. et MORGAN, F. D., 1991. Electrokinetic dissipation induced by seismic waves. *Geophysics*, 56 : pp. 914-925.
- RAMACHANDRA RAO, M.B., 1953. *Self-Potential Anomalies Due to Subsurface Water Flow at Garimenapenta*, Madras State, India. Mining Engineering, march : pp. 401-403.

- REA, J. and KNIGHT, R., 1995. The use of ground penetrating radar for aquifer characterization : an example from southwestern British Columbia. *Forum on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems*, Orlando, Florida, U.S.A., april : 23-26.
- REVIL, A., CATHLES III, L. M., LOSH, S. et NUNN, J. A., 1988. Electrical conductivity in shaly sands with geophysical applications. *Journal of Geophysical Research*, 93 : pp. 23925-23936.
- REVIL, A., 1999. Ionic diffusivity, electrical conductivity, membrane and thermoelectric potentials in colloids and granular porous media : a unified model. *Journal of Colloid interface Science*, 212 : pp. 503-522.
- REVIL, A., 1999. Pervasive pressure-solution transfer : a poro-visco-plastic model. *Geophysical Research Letters*, 26 : pp. 255-258.
- REYNOLDS, J. M., 1997. *An introduction to applied and environmental geophysics*. Wiley and Sons.
- RICE, C. L. et WHITEHEAD, R., 1965. Electokinetic flow in a narrow cylindrical capillary. *Journal of Physical Chemistry*, 69 : pp. 4017-4024.
- ROBERT, A., 1998. Dielectric permittivity of concrete between 50 MHz and 1 GHz and GPR measurements for building materials evaluation. *Journal of Applied Geophysics*, 40 : pp89-94.

- ROBINSON, M., PASK, J. A. et FUESTENAU, D. W., 1950. Surface charge of alumina and magnesia in aqueous media. *Jour. of Amer. Ceram. Soc.*, 47 : pp. 516-520.
- SANDBERG, S. K. FITTS, C. R. et VERSTEEG, R., 1997. Geophysical monitoring of a groundwater tracer in the Gray delta, Maine. *SAGEEP Proc* : pp. 493-502.
- SATO, M. et MOONEY, H. M., 1960. The electrochemical mechanics of sulfide self-potentials. *Geophysics*, 25 : pp. 226-249.
- SAUCK, W. A., ATEKWANA, E. A. et NASH, M. S., 1998. High conductivities associated with NAPL plume imaged by integrated geophysical techniques. *JEEG*, 2 : pp. 203-212.
- SCHIAVONE, D. et QUARTO, R., 1984. Self-Potential Prospecting in the Study of Water Movements. *Geoexploration*, 22 : pp. 47-58.
- SEN, P. N., 1991. Correspondence between Membrane Potential and Conductivity. *Geophysics*, 56 : pp. 461-471.
- SILL, W. R., 1983. Self-potential Modeling from Primary Flows. *Geophysics*, 48 : pp. 76-86.
- SIRLES, P., 1997. Seepage investigation using geophysical techniques at Coursier Lake Dam, B.C., Canada. *SAGEEP Proc.*, 321-331.

- SKIANIS, G. A. et PAPADOPOULOS, T. D., 1993. A contribution to the study of the production mechanism of sulphide mineralization self-potential. *First Break*, 11 : pp. 119-125.
- SKIANIS, G. A. et HERNANDEZ, M. C., 1999. Effects of transverse electric anisotropy on self-potential anomalies. *Journal of Applied Geophysics*, 41 : pp. 93-104.
- SOMASUNDARAN, P., HEALY, T. W. et FUERSTENAU, D. F., 1964. Surfactant adsorption at the solid-liquid interface. Dependence of mechanism on chain length. *Journal of Physical Chemistry*, 68 : pp. 3562-3566.
- SOMASUNDARAN, P. et KULKARNI, R. D., 1973. A new streaming potential apparatus and study of temperature effects using it. *Journal of Colloid and Interface Science*, 45 : pp. 591-600.
- SPRUNT, E. A., MERCER, T. B. et DJABBARAH, N. F., 1994. Streaming potential from multiphase flow. *Geophysics*, 59 : pp. 707-711.
- SUNDARARAJAN, N., RAO, P. S. et SUNITHA, S., 1998. An analytical method to interpret self-potential anomalies caused by 2-D inclined sheets. *Geophysics*, 63 : pp. 1551-1555.
- TELFORD, W. M., GELDART, L.P. et SHERIFF, R. E., 1990. *Applied Geophysics*. Cambridge University Press.
- TEWARI, P. H. et MCLEAN, A. W., 1971. Temperature dependence of point zero

charge of alumina and magnetite. *Journal of Colloid and interface Science*, 40 : pp. 267-272.

TODD, D. K., 1980. *Groundwater Hydrogeology*. John Wiley & Sons.

TOPP, G. C., DAVIS, J. L. et ANNAN, A. P., 1980. Electromagnetic determination of soil water content : measurements in coaxial transmission lines. *Water Ressources Research*, 16 : pp. 574-582.

TUMAN, V. S., 1963. Streaming potentials at very high differencial pressures. *Journal of Applied Physics*, 34 : pp. 2014-2019.

TURNER, G., 1994. Subsurface radar propagation deconvolution. *Geophysics*, 59 : pp. 215-223.

ULRIKSEN, P., 1982. Application of impulse radar to civil engineering. *PhD. Thesis, Lund university of technology*, Lund. Sweden.

VAN OVERMEEREN, R. A., 1994. Georadar for hydrogeologist. *First Break*, 12 : pp. 402-417.

VAN OVERMEEREN, R. A., 1994. High speed georadar data acquisition for ground water exploration in the Netherland. *PulseEkkoReview* : pp. 1057-1073.

VAN NGOC, P. et al., 1990. Anomalie de polarisation spontanée sur la Soufrière de Guadeloupe. Relations avec la structure interne du volcan. *Volcanologie*, pp. 181-



196.

VETTER, K. J., 1967. *Electrochemical kinetics*. Academic Press.

WACKERNAGEL, H., 1995. *Multivariate Geostatistics*. Springer, Berlin.

WATILLON, A. et DE BACKER, R., 1969. Potentiel d'écoulement, courant d'écoulement et conductance de surface à l'interface eau-verre. *Electroanalytical Chemistry and Interacial Electrochemistry*, 25 : pp. 181-196.

WURMSTICH, B. et MORGAN, F. D., 1969. Potentiel d'écoulement, courant d'écoulement et conductance de surface à l'interface eau-verre. *Electroanalytical Chemistry and Interacial Electrochemistry*, 59 : pp. 46-56.

YEUNG, A. T. et al., 1992. A new apparatus for the evaluation of electro-kinetic processes in hazardous waste management. *Geotechnical Testing Journal*, 15 : pp. 207-216.

YEUNG, A. T. et MITCHELL, J. K., 1993. Coupled fluid, electrical and chemical flows in soil. *Géotechnique*, 43 : pp. 121-134.

YOUNG, C. T., 1996. Can radar be used to predict hydraulic conductivity?. *GPR'96 Proc.* : pp. 161-165.

YU, C., WARRICK, W. and CONKLIN, M. H., 1999. Derived functions of time domain reflectometry for soil moisture measurements. *Water Resources Research*, 35 :

1789-1796.

ZLOTNICKI, J., FEUILLARD, M. et HAMMOUYA, G., 1994. Water circulations on La Soufrière volcano by self-potential surveys (Guadeloupe, lesser Antilles). Renew of volcanic Activity? *Journal of Geomagn. and Geoelectr.*, pp. 797-813.

ZODHY, A. A. R., ANDERSON, L. A. et MUFFLER, L. J. P., 1973. Resistivity, self-potential, and induced-polarization surveys of a vapor-dominated geothermal system. *Geophysics*, pp. 1130-1144.

## Annexe A

# Développement de l'équation de Helmholtz-Smoluchowski

Dans l'annexe qui suit, nous allons redémontrer l'équation de Helmholtz - Smoluchowski.

La vitesse axiale d'un fluide produite par un gradient de pression  $\Delta P$  à travers un tube capillaire de rayon  $r$  et de longueur  $l$  est donnée par l'équation de Poiseuil :

$$\nu(y) = \frac{\Delta P}{4\eta l} (r^2 - y^2) \quad (\text{A.1})$$

avec  $\eta$ , viscosité du fluide (Pa.s), et  $y$  est la distance radiale au centre du tube. Dans notre cas,  $r$  est la distance entre le centre et le plan de cisaillement des charges électriques. Si la densité d'excès de charges est  $\rho(y)$  en  $C.m^{-3}$ , alors, le produit  $\nu(y).\rho(y)$  est égal à la densité de courant de convection. Comme nous le savons, le courant total est égal à la densité de charges par unité de surface  $A$  :

$$I_{conv} = \int_A J_{conv} dA = \int_0^r 2\pi y \nu(y) \rho(y) dy \quad (A.2)$$

Le courant de convection tend vers zéro de façon très rapide lorsque la distance au tube capillaire augmente. Donc, seules les valeurs de  $y$  proches de  $r$  ou inférieures à  $r$  influenceront la valeur de l'intégrale ci-dessus. Nous pouvons donc remplacer  $r$  par  $y$  dans le facteur  $r+y$  dans l'identité  $r^2 - y^2 = (r+y)(r-y)$ . La vitesse devient alors :

$$\nu(y) \approx \frac{\Delta P}{2\eta l} r(r-y) \quad (A.3)$$

En remplaçant  $(r-y)$  par  $x$  (où  $x$  est la distance au mur du tube capillaire), nous avons :

$$\nu(x) \approx \frac{r\Delta P}{2\eta l} x \quad (A.4)$$

Maintenant, en combinant les deux équations, nous obtenons :

$$I_{conv} = - \int_r^0 2\pi(r-x) \frac{rx\Delta P}{2\eta l} \rho(x) dx \quad (A.5)$$

Comme seule la région proche de  $x=0$  contribue au courant, il est possible de simplifier l'équation en posant  $r-x \approx r$ . Ce qui donne :

$$I_{conv} = -\pi \frac{r^2 \Delta P}{\eta l} \int_r^0 x \rho(x) dx \quad (A.6)$$

L'équation de Poisson nous donne la relation qu'il existe entre la densité de charges  $\rho$ , la permittivité électrique  $\epsilon$  et le potentiel électrique  $\psi$ , dans la partie diffuse de la double couche de Helmholtz :

$$\nabla^2 \psi = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (\text{A.7})$$

Pour un cas unidimensionnel dans la direction de  $x$  :

$$\nabla^2 \psi = \frac{d^2 \psi}{dx^2} \quad (\text{A.8})$$

Nous avons donc la densité de charges dans la direction de  $x$  égale à :

$$\rho(x) = -\epsilon \frac{d^2 \psi}{dx^2} \quad (\text{A.9})$$

Si nous remplaçons la densité de charges par sa valeur dans l'équation du courant de convection, nous avons :

$$I_{conv} = \frac{\pi r^2 \Delta P}{\eta l} \int_r^0 x \epsilon \frac{d^2 \psi}{dx^2} dx \quad (\text{A.10})$$

En intégrant par partie :

$$I_{conv} = \frac{\epsilon \pi r^2 \Delta P}{\eta l} \left[ \left( x \frac{d\psi}{dx} \right)_{x=r}^{x=0} - \int_r^0 \frac{d\psi}{dx} dx \right] \quad (\text{A.11})$$

Le premier terme de l'équation devient zéro car si  $x$  égal à zéro, le terme tend vers zéro et si  $x=r$ , c'est le terme  $\frac{dw}{dx}$  qui tend vers zéro. L'intégrale  $\int_0^\zeta d\psi$  représente la différence de potentiel entre le centre du capillaire où  $\psi$  égal zéro et le mur du tube capillaire où le plan de cisaillement. Le potentiel au plan de cisaillement est, par définition, égal au potentiel  $\zeta$ .

Nous trouvons :

$$I_{conv} = -\frac{\epsilon\pi r^2 \Delta P}{\eta l} \int_0^\zeta d\psi \quad (\text{A.12})$$

$$I_{conv} = -\frac{\epsilon\zeta\pi r^2}{\eta l} \Delta P \quad (\text{A.13})$$

Le potentiel d'électrofiltration produit un courant de conduction dans la direction opposée au courant de convection. La valeur de ce courant est donnée par la loi d'Ohm :

$$I_{cond} = \frac{\Delta V}{R} \quad (\text{A.14})$$

où  $\Delta V$  est le potentiel d'électrofiltration et  $R$  est la résistance du fluide dans le circuit. La résistance d'un tel fluide dans un tube capillaire est donné par : (si  $\sigma_s$  est la conductivité de la surface du capillaire et si  $\sigma_o$  est la conductivité du fluide)

$$\frac{1}{R} = \frac{\pi r^2 \sigma_o}{l} + \frac{2\pi r \sigma_s}{l} \quad (\text{A.15})$$

Si nous remplaçons  $R$  par sa valeur, nous avons :

$$I_{cond} = \frac{\pi r^2 \sigma_o \Delta V}{l} + \frac{2\pi r \sigma_s \Delta V}{l} \quad (\text{A.16})$$

Si nous sommes à l'équilibre, la somme du courant de conduction et du courant de convection doit être nulle.

$$I_{conv} + I_{cond} = 0 \iff \frac{\Delta V}{\Delta P} = \frac{\epsilon \zeta}{\eta(\sigma_o + 2\frac{\sigma_s}{r})} \quad (\text{A.17})$$