



**Titre:** Simulation numérique du transfert de chaleur dans un transformateur à l'huile  
Title:

**Auteur:** Sébastien Geoffroy  
Author:

**Date:** 2000

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Geoffroy, S. (2000). Simulation numérique du transfert de chaleur dans un transformateur à l'huile [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].  
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/8793/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/8793/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Ricardo Camarero, & François McKenty  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

## **NOTE TO USERS**

**This reproduction is the best copy available.**

UMI<sup>\*</sup>



UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SIMULATION NUMÉRIQUE DU TRANSFERT DE CHALEUR DANS UN  
TRANSFORMATEUR À L'HUILE

SÉBASTIEN GEOFFROY  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLOME DE MAÎTRE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
AOÛT 2000



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*

*Our file* *Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-57406-7

**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

SIMULATION NUMÉRIQUE DU TRANSFERT DE CHALEUR DANS UN  
TRANSFORMATEUR À L'HUILE

présenté par: GEOFFROY Sébastien

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. REGGIO Marcelo, Ph.D., président

M. CAMARERO Ricardo, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. MCKENTY François, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. CHAABAN Mohamed, Ph.D., membre

A tout ceux qui me sont chers.

## **REMERCIEMENTS**

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à mes directeur et codirecteur de recherche, D<sup>r</sup> Ricardo Camarero et D<sup>r</sup> François McKenty ainsi qu'à D<sup>r</sup> Mohamed Chaaban. Ceux-ci n'ont ménagé ni leur temps ni leurs efforts pour m'aider à mener à terme ce projet.

Je tiens également à remercier mes amis Luc Gravel et Roberto Marrano pour leurs précieux conseils.

Je remercie la fondation FCAR Hydro-Québec pour son soutien financier ainsi que mes collègues du CERCA pour leur soutien technique.



## RÉSUMÉ

Un transformateur à l'huile est constitué de cinq éléments principaux: l'enroulement haute tension, l'enroulement basse tension, le noyau, l'huile et la cuve. Depuis quelques années, des recherches poussées sont effectuées afin de connaître les distributions de températures dans ces éléments. La connaissance des températures maximales est particulièrement importante dans le cas des enroulements. Ceux-ci sont constitués de conducteurs métalliques et de papier. Le papier est l'élément qui détermine la vie utile d'un transformateur.

À ce jour, quelques modèles numériques ont été développés pour prédire la température de point chaud dans les enroulements des transformateurs. Ceux-ci sont plutôt simplistes, seule la balance énergétique est considérée et les échanges convectifs sont simulés à l'aide d'équations empiriques.

Dans ce travail, un modèle numérique est réalisé afin de vérifier l'applicabilité de la méthode des volumes finis à la modélisation du transfert de chaleur dans un transformateur à l'huile. La viscosité élevée de l'huile permet de résoudre le système en régime laminaire. Les échanges par conduction et par convection naturelle sont considérés. Le couplage entre la température et le champ de vitesses associé à la convection naturelle implique une résolution en régime transitoire. La discrétisation des équations de Navier-Stokes se fait sur un maillage constitué d'éléments hexaédriques. L'algorithme de résolution PISO est utilisé pour résoudre les différentes équations.

Les résultats numériques sont comparés à des résultats expérimentaux recueillis dans les laboratoires de l'IREQ. Les résultats numériques obtenus ont une précision acceptable pour fins d'ingénierie.

L'utilisation de la méthode des volumes finis comme outil dans la conception de transformateurs nécessite toutefois une puissance informatique considérable. Le temps de calcul est le facteur critique lors d'une simulation en régime transitoire d'un système qui atteint l'équilibre thermique après vingt-quatre heures de fonctionnement. Trente-quatre jours de calculs ont été nécessaires pour simuler quatre heures de fonctionnement et ce, avec cinq processeurs R12000 de 300 Mhz.

Ce travail permet néanmoins de vérifier l'utilité de la méthode des volumes finis dans le design thermique de transformateurs. La visualisation des écoulements et des températures permet de mieux comprendre les phénomènes d'échange en jeu.

## ABSTRACT

An oil-filled transformer is made up of five main parts: The high voltage winding, the low voltage winding, the core, the oil and the tank. Over the last years, advanced research has been made in order to determine temperatures distributions in those elements. The knowledge of maximum temperatures is especially important in the case of windings. Those ones are made of wire and insulating paper. The paper is the element that determines the useful life of a transformer.

Until now, a few numerical models have been created to predict hot spot temperature in transformer windings. Those models are rather simplistic, only the energy balance is considered and the convective exchanges are simulated by empirical relations.

In this study, a numerical model is created to verify the applicability of the finite volume method to the modelisation of heat transfert in an oil-filled transformer. The oil high viscosity allow a laminar flow resolution. Conductive and free convective heat transfert are considered. Free convection coupling between temperature and velocity field imply a transient resolution. Navier-Stokes equations discretisation is made on an hexaedral elements grid. PISO algorithm is used to solve various equations.

Numerical results are compared to IREQ's experimental results. Numerical results are enough accurate for engineering aims.

The use of the finite volume method in transformers design requires considerable computing ressources. Computing time is the limiting factor in transient simulation of a system that reaches thermal equilibrium after 24 hours. It took 34 days to simulate 4 hours of working with 5 R12000 300 Mhz processors.

The study can verify the finite volume method utility in transformers thermal design. Visualisation of flow and temperature helps to understand the exchange phenomena.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iv
REMERCIEMENTS . . . . .	v
RÉSUMÉ . . . . .	vi
ABSTRACT . . . . .	viii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	x
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xiii
LISTE DES FIGURES . . . . .	xiv
LISTE DES NOTATIONS . . . . .	xvii
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 1 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE . . . . .	4
1.1 Généralités . . . . .	4
1.2 Norme IEEE Std C57.91-1995 . . . . .	8
1.3 Études expérimentales . . . . .	12
1.4 Modélisation numérique . . . . .	16
1.4.1 Modèle analogue . . . . .	16
1.4.2 Modèle d'éléments finis couplé à un modèle analogue . . . . .	19
1.4.3 Modèle à trois éléments . . . . .	20
1.4.4 Modèle de différences finies . . . . .	21
1.5 Conclusion . . . . .	23

CHAPITRE 2 FORMULATION MATHÉMATIQUE . . . . .	24
2.1 Description du problème . . . . .	24
2.2 Équations de base . . . . .	25
2.2.1 Équations de conservation dans les fluides . . . . .	25
2.2.2 Équation de conservation dans les solides . . . . .	26
2.2.3 Équation générale de transport . . . . .	26
2.3 Conditions frontières . . . . .	26
2.3.1 La paroi conductrice . . . . .	26
2.3.2 La paroi à température fixe . . . . .	27
2.3.3 La paroi adiabatique . . . . .	27
CHAPITRE 3 SOLUTION NUMÉRIQUE . . . . .	28
3.1 Intégration de l'équation de transport . . . . .	28
3.2 Discrétisation de l'équation de transport . . . . .	29
3.3 Traitement de la pression . . . . .	33
3.4 Algorithme de résolution . . . . .	36
CHAPITRE 4 MAILLAGE ET PARAMÈTRES DE SIMULATION . . . . .	42
4.1 Enroulement basse tension externe . . . . .	43
4.2 Enroulement basse tension interne . . . . .	48
4.3 Enroulement haute tension . . . . .	49
4.4 Noyaux . . . . .	51
4.5 Huile . . . . .	52
4.6 Air interne . . . . .	54
4.7 Structure externe du transformateur . . . . .	55
4.8 Air ambiant . . . . .	57
4.9 Conditions frontières . . . . .	59
4.10 Conditions initiales . . . . .	59
4.11 Historique transitoire . . . . .	59
4.12 Résumé des paramètres de contrôle . . . . .	60
CHAPITRE 5 RÉSULTATS . . . . .	62
5.1 Validation des résultats numériques . . . . .	62
5.1.1 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux . . . . .	62

5.1.2	Validation du volume d'air ambiant . . . . .	71
5.1.3	Validation du pas de temps . . . . .	72
5.2	Analyse des résultats numériques . . . . .	73
5.2.1	Champs de vitesses et de températures dans l'huile . . . . .	73
5.2.2	Densités et viscosités de l'huile . . . . .	93
5.2.3	Températures des composantes internes . . . . .	96
5.2.4	Températures dans les canaux de refroidissement . . . . .	106
CONCLUSION . . . . .		109
ANNEXE . . . . .		111
RÉFÉRENCES . . . . .		114

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1	Coefficients de l'équation de transport discrétisée . . . . .	33
Tableau 3.2	Coefficients de convection et de diffusion . . . . .	33
Tableau 3.3	Coefficients de l'équation de correction des pressions . . . . .	39
Tableau 3.4	Coefficients de la seconde équation de correction des pressions	40
Tableau 4.1	Paramètres de simulation pour l'enroulement basse tension externe . . . . .	48
Tableau 4.2	Paramètres de simulation pour l'enroulement basse tension interne . . . . .	49
Tableau 4.3	Paramètres de simulation pour l'enroulement haute tension .	50
Tableau 4.4	Paramètres de simulation pour les noyaux . . . . .	51
Tableau 4.5	Paramètres de simulation pour l'huile . . . . .	52
Tableau 4.6	Paramètres de simulation pour l'air interne . . . . .	55
Tableau 4.7	Paramètres de simulation pour la structure du transformateur	56
Tableau 4.8	Paramètres de simulation pour l'air ambiant . . . . .	58
Tableau 4.9	Historique transitoire . . . . .	60
Tableau 4.10	Paramètres de résolution . . . . .	61
Tableau 5.1	Coefficients de diffusivité des enroulements . . . . .	104



## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Principe d'un transformateur à deux enroulements . . . . .	5
Figure 1.2	Viscosités dynamiques d'une huile naphténique et d'une huile paraffinique . . . . .	14
Figure 1.3	Circuit analogue thermique d'un transformateur . . . . .	16
Figure 3.1	Volume de contrôle unidimensionnel . . . . .	29
Figure 3.2	Pression en damier . . . . .	34
Figure 3.3	Maillage décalé . . . . .	35
Figure 4.1	Maillage des composantes internes du transformateur . . . . .	43
Figure 4.2	Maillage de l'enroulement basse tension externe . . . . .	44
Figure 4.3	Maillage de l'enroulement basse tension interne . . . . .	49
Figure 4.4	Maillage de l'enroulement haute tension . . . . .	50
Figure 4.5	Maillage des noyaux . . . . .	51
Figure 4.6	Maillage de l'huile . . . . .	52
Figure 4.7	Densité de l'huile voltesso 35 en fonction de la température . . .	53
Figure 4.8	Viscosité dynamique de l'huile voltesso 35 en fonction de la température . . . . .	53
Figure 4.9	Maillage de l'air interne . . . . .	54
Figure 4.10	Maillage de la structure externe du transformateur . . . . .	56
Figure 4.11	Coupe de la structure externe du transformateur . . . . .	57
Figure 4.12	Maillage de l'air ambiant . . . . .	58
Figure 5.1	Emplacement des thermocouples . . . . .	63
Figure 5.2	Données expérimentales . . . . .	64
Figure 5.3	Données numériques . . . . .	64
Figure 5.4	Résultats expérimentaux et numériques pour la fibre optique .	65

Figure 5.5	Résultats expérimentaux et numériques pour le thermocouple 24	65
Figure 5.6	Résultats expérimentaux et numériques pour le thermocouple 23	66
Figure 5.7	Résultats expérimentaux et numériques pour le thermocouple 22	66
Figure 5.8	Charge et tension appliquées au transformateur . . . . .	67
Figure 5.9	Résultats expérimentaux au démarrage du transformateur . .	68
Figure 5.10	Résultats expérimentaux décalés et numériques pour la fibre optique . . . . .	69
Figure 5.11	Résultats expérimentaux décalés et numériques pour le thermo- couple 24 . . . . .	69
Figure 5.12	Résultats expérimentaux décalés et numériques pour le thermo- couple 23 . . . . .	70
Figure 5.13	Résultats expérimentaux décalés et numériques pour le thermo- couple 22 . . . . .	70
Figure 5.14	Températures de l'air ambiant à $t=4$ heures . . . . .	72
Figure 5.15	Vitesses de l'huile dans le plan YZ à $t=1$ minute . . . . .	74
Figure 5.16	Températures de l'huile dans le plan YZ à $t=1$ minute . . . .	75
Figure 5.17	Vitesses de l'huile dans le plan YZ à $t=3$ minutes . . . . .	76
Figure 5.18	Températures de l'huile dans le plan YZ à $t=3$ minutes . . . .	77
Figure 5.19	Vitesses de l'huile dans le plan YZ à $t=5$ minutes . . . . .	78
Figure 5.20	Températures de l'huile dans le plan YZ à $t=5$ minutes . . . .	79
Figure 5.21	Vitesses de l'huile dans le plan YZ à $t=9$ minutes . . . . .	80
Figure 5.22	Températures de l'huile dans le plan YZ à $t=9$ minutes . . . .	81
Figure 5.23	Vitesses de l'huile dans le plan YZ à $t=45$ minutes . . . . .	82
Figure 5.24	Températures de l'huile dans le plan YZ à $t=45$ minutes . . .	83
Figure 5.25	Vitesses de l'huile dans le plan YZ à $t=2$ heures . . . . .	84
Figure 5.26	Températures de l'huile dans le plan YZ à $t=2$ heures . . . .	85
Figure 5.27	Vitesses de l'huile dans le plan YZ à $t=4$ heures . . . . .	86
Figure 5.28	Températures de l'huile dans le plan YZ à $t=4$ heures . . . .	87
Figure 5.29	Vitesses de l'huile dans le plan XZ à $t=4$ heures . . . . .	89
Figure 5.30	Températures de l'huile dans le plan XZ à $t=4$ heures . . . .	90
Figure 5.31	Vitesses de l'huile dans le plan XY à $t=4$ heures . . . . .	91
Figure 5.32	Températures de l'huile dans le plan XY à $t=4$ heures . . . .	92

Figure 5.33 Densités de l'huile dans le plan YZ à t=4 heures . . . . .	93
Figure 5.34 Viscosités de l'huile dans le plan YZ à t=4 heures . . . . .	95
Figure 5.35 Température des composantes internes à t=1 minute . . . . .	96
Figure 5.36 Température des composantes internes à t=3 minutes . . . . .	97
Figure 5.37 Température des composantes internes à t=9 minutes . . . . .	98
Figure 5.38 Température des composantes internes à t=45 minutes . . . . .	99
Figure 5.39 Température des composantes internes à t=4 heures . . . . .	100
Figure 5.40 Température des composantes internes dans le plan YZ à t=4 heures . . . . .	101
Figure 5.41 Température des composantes internes dans le plan XZ à t=4 heures . . . . .	102
Figure 5.42 Température des composantes internes dans le plan XY à t=4 heures . . . . .	103
Figure 5.43 Températures minimales des composantes internes . . . . .	105
Figure 5.44 Températures maximales des composantes internes . . . . .	105
Figure 5.45 Températures moyennes des composantes internes . . . . .	106
Figure 5.46 Températures de l'huile au centre du canal basse tension à t=1 minute . . . . .	107
Figure 5.47 Températures de l'huile au centre du canal basse tension à t=9 minutes . . . . .	107
Figure 5.48 Températures de l'huile au centre du canal basse tension à t=45 minutes . . . . .	108
Figure 5.49 Températures de l'huile au centre du canal basse tension à t=4 heures . . . . .	108

## LISTE DES NOTATIONS

### Caractères usuels

$A$	aire
$a$	coefficient des voisins dans l'équation de transport discrétisée
$b$	terme source
$C$	capacité thermique ou chaleur spécifique
$CV$	volume de contrôle
$D$	diffusion
$F$	flux massique
$F_{AA}$	facteur d'accélération de vieillissement
$F_{EQA}$	facteur d'accélération de vieillissement équivalent
$G$	conductance
$g$	accélération gravitationnelle
$h$	coefficient de convection
$I$	charge
$k$	conductivité
$M$	masse moléculaire
$N$	nombre de tours
$n$	rapport d'enroulement ou normale
$p$	pression
$Q$	terme source

$q$	terme source volumique
$R$	résistance ou constante des gaz
$S$	terme source
$T$	température
$t$	temps ou épaisseur
$u$	vitesse selon la direction x
$U_c$	coefficient de transfert convectif
$U_r$	coefficient de transfert radiatif
$V$	tension ou volume
$v$	vitesse selon la direction y
$w$	vitesse selon la direction z
$x$	première coordonnée cartésienne
$y$	seconde coordonnée cartésienne
$z$	troisième coordonnée cartésienne

### Caractères grecs

$\Delta\Theta_H$	différence entre la température de point chaud et la température de l'huile au sommet de la cuve
$\Delta\Theta_{TO}$	différence entre la température de l'huile au sommet de la cuve et la température ambiante
$\Gamma$	coefficient de diffusion
$\mu$	viscosité dynamique
$\phi$	flux magnétique ou variable scalaire
$\rho$	densité
$\Theta$	température
$\Theta_A$	température ambiante

$\Theta_H$  température de point chaud

## Indices

1	radiale
2	circonférentielle
3	longitudinale
<i>a</i>	propriété de l'air
<i>B</i>	bas
<i>c</i>	propriété de l'assemblage noyau et enroulements
<i>E</i>	est
<i>i</i>	propriété interne(en second indice)
<i>N</i>	nord
<i>o</i>	propriété de l'huile ou propriété externe(en second indice)
<i>P</i>	centre
<i>r</i>	propriété des radiateurs
<i>S</i>	sud
<i>T</i>	haut
<i>t</i>	propriété de la cuve
<i>W</i>	ouest

## INTRODUCTION

Les réseaux de distribution d'énergie modernes sont habituellement très complexes. Ceux-ci offrent un large éventail de tensions et possèdent un nombre élevé d'interconnexions et de points de distribution. À chaque endroit où il y a changement de tension, un transformateur est nécessaire.

Les transformateurs peuvent être classés en deux grandes catégories: Les transformateurs de puissance et les transformateurs de distribution. Les transformateurs de puissance couvrent une plage de puissances allant de 1500 kVA à plusieurs centaines de MVA. Les transformateurs de distribution, qui ajustent la tension finale, couvrent la plage de puissance allant de 10 kVA à 1500 kVA.

Un transformateur à l'huile est constitué de cinq éléments principaux: L'enroulement haute tension, l'enroulement basse tension, le noyau, l'huile et la cuve. Depuis quelques années, des études poussées sont réalisées par les services publics et les manufacturiers afin de déterminer les distributions de température dans ces éléments.

La connaissance des températures maximales est particulièrement importante dans le cas des enroulements. Ceux-ci sont constitués d'un conducteur métallique et de papier. Le papier, qui sert d'isolant électrique, est l'élément qui détermine la vie utile d'un transformateur. Sa dégradation dépend de la température, du contenu en humidité et du contenu en oxygène. Les systèmes de préservation de l'huile permettent de minimiser les effets de l'humidité et de l'oxygène, la température devenant le principal paramètre de contrôle. Comme la température n'est pas uniforme dans les enroulements, la partie qui opère à la température la plus élevée est celle qui se détériorera le plus rapidement. Dans les études de vieillissement, cette température est communément appelée température de point chaud. Pour faciliter la dissipation

de la chaleur, les manufacturiers laissent habituellement des espaces vides à l'intérieur des enroulements. Ces canaux permettent au fluide de refroidissement de circuler par convection naturelle et d'extraire une partie de la chaleur générée par effet Joule.

Pour chaque modèle de transformateur, un niveau de charge est suggéré pour une température ambiante fixe. Cette charge permet de limiter à un niveau acceptable les températures dans l'huile et dans les enroulements. Lors de situations urgentes ou lorsque la demande électrique est élevée, il se peut que le transformateur doive fonctionner à des charges supérieures à celles suggérées.

Outre la perte de vie utile du matériel isolant, les risques d'une telle surcharge sont les suivants:

- Formation de gaz qui diminuent la capacité diélectrique du transformateur;
- Réduction de la force mécanique du conducteur et du matériel isolant;
- Expansion thermique qui peut entraîner une déformation permanente de certaines composantes;
- Augmentation de pression qui produit des fuites aux joints d'étanchéité;
- Formation d'arcs électriques;
- Dommages aux équipements auxiliaires du transformateur.

Afin de minimiser ces risques, il est primordial de connaître la distribution des températures à l'intérieur d'un transformateur. La simulation numérique permet de modéliser ce genre de phénomène. Les modèles présentés à ce jour utilisent des relations empiriques pour simuler les effets de la convection. La résolution des équations de Navier-Stokes par la méthode des volumes finis constitue une approche plus rigoureuse. Cette méthode est intéressante car elle permet d'observer les échanges convectifs entre les différents éléments. La visualisation des écoulements permet alors une meilleure compréhension des phénomènes d'échanges en jeu.



Le but de cette étude est donc de vérifier l'applicabilité de la méthode des volumes finis à la modélisation d'un transformateur. Pour atteindre celui-ci, nous comptons:

- Modéliser un transformateur à ailettes de refroidissement à l'aide du logiciel STAR-CD;
- Comparer les résultats numériques aux résultats expérimentaux obtenus dans les laboratoires de l'Institut de Recherche en Électricité du Québec (IREQ).

Suite à cette introduction, une présentation des concepts généraux, des normes actuelles et des recherches sur le comportement thermique des transformateurs est faite au chapitre 1. Les équations gouvernant les échanges par conduction et convection naturelle sont développées au chapitre 2. Le chapitre 3 traite de la discrétisation de ces équations. Dans le chapitre 4, nous présentons le domaine de calcul discrétisé ainsi que les paramètres de calcul. Au chapitre 5, nous comparons les résultats numériques aux résultats expérimentaux et analysons les phénomènes associés à l'échauffement d'un transformateur. Nous concluons en présentant les extensions possibles de cette étude.

## CHAPITRE 1

### REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Dans ce chapitre, nous effectuons une revue de la littérature relative au comportement thermique des transformateurs. Celle-ci est divisée en quatre grands volets. Le premier traite des concepts généraux associés aux transformateurs. Le second présente les normes nord américaines qui réglementent le chargement des transformateurs à l'huile. Le troisième traite des études expérimentales sur le transfert de chaleur dans les transformateurs. Le dernier volet de ce chapitre est consacré aux modèles de prédiction des températures dans les transformateurs.

#### 1.1 Généralités

Quelques ouvrages sont consacrés aux transformateurs de puissance en général. Austin, Stigant et Franklin(1973) et Feinberg(1979) traitent, entre autre, des principes généraux de l'électromagnétisme, de l'échauffement et des méthodes de refroidissement des transformateurs.

#### Principes d'électromagnétisme

Pour un enroulement de  $N$  tours soumis à un flux magnétique  $\phi$ , la loi de l'induction électromagnétique de Faraday prédit un voltage  $V$  de:

$$V = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (1.1)$$

Un transformateur idéal peut être représenté par la figure ci-dessous, l'indice 1 représente le côté haute tension alors que l'indice 2 est associé au côté basse tension.

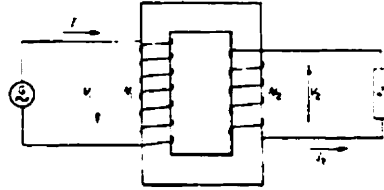


Figure 1.1: Principe d'un transformateur à deux enroulements

D'après la loi de Faraday, la tension  $V_1$  aux bornes de la bobine primaire est donnée par:

$$V_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (1.2)$$

Si l'on suppose que le flux magnétique ne s'échappe pas du noyau, le flux à travers chaque spire de l'enroulement primaire est égal au flux à travers chaque spire de l'enroulement secondaire. La tension  $V_2$  aux bornes de la bobine secondaire est donc donnée par:

$$V_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt} \quad (1.3)$$

En définissant le rapport d'enroulement  $n$  par:

$$n = \frac{N_2}{N_1} \quad (1.4)$$

Nous obtenons, en jumelant les équations (1.2) et (1.3):

$$\frac{V_2}{V_1} = n \quad (1.5)$$

Dans le cas d'un transformateur idéal, toute la puissance d'entrée doit être transférée à la sortie:

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 \quad (1.6)$$

Le ratio de courants peut donc être défini en fonction du rapport d'enroulement:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{n} \quad (1.7)$$

L'enroulement basse tension sera donc soumis à une charge plus importante que l'enroulement haute tension. Lorsque la charge varie, le voltage à la sortie du transformateur est maintenu constant en variant le rapport d'enroulement.

## Pertes

Les pertes constituent la partie de la puissance électrique d'un transformateur qui est transformée en puissance thermique. Celles-ci sont indésirables mais inévitables lors du fonctionnement d'un transformateur. Les pertes sont divisées en deux catégories, les pertes sous vide et les pertes sous charge.

Les pertes sous vide se produisent dans le noyau sous l'effet d'hystérésis magnétique et des courants de Foucault. La partie due à l'hystérésis magnétique est proportionnelle à la fréquence de la source d'alimentation électrique et à la valeur maximale du flux magnétique élevé à une puissance de 1.6 à 2.5, selon le matériau du noyau. La partie des pertes résultant des courants de Foucault est proportionnelle au carré de la fréquence, de la valeur maximale du flux magnétique et de l'épaisseur de la tôle formant le noyau.

Les pertes sous charge résultent du courant dans les enroulements. La majeure partie de ces pertes se produisent dans les conducteurs et est formée de deux composantes: Les perte  $I^2R$  et les pertes par courant de Foucault dans les conducteurs. Les pertes  $I^2R$ , comme le terme l'indique, sont égales au produit du courant circulant dans l'enroulement élevé au carré et de la résistance de celui-ci. Ces pertes sont minimisées en ayant une résistance d'enroulement le plus faible possible. Le noyau d'un transformateur possède une réluctance magnétique indésirable. À cause de cette réluctance, une partie du flux magnétique est transférée à l'extérieur du noyau. Ce phénomène est appelé flux de perte ou pertes vagabondes. L'amplitude de ce flux est proportionnelle au courant dans les enroulements. Les pertes par courant de Foucault sont produites dans la partie des conducteurs traversée par le flux magnétique du noyau. Celles-ci sont minimisées en utilisant un conducteur mince. Une faible partie des pertes sous charge se produisent lorsque le flux magnétique du noyau traverse la cuve et les autres éléments métalliques du transformateur.

## **Méthodes de refroidissement**

Il existe plusieurs méthodes permettant d'évacuer la chaleur générée dans le noyau et les enroulements d'un transformateur. Celles-ci sont généralement représentées par les acronymes suivants:

- ON: Refroidissement par convection naturelle de l'huile;
- OF: Refroidissement par convection forcée de l'huile;
- ONAN: Refroidissement par convection naturelle de l'huile dans un échangeur de chaleur huile-air avec convection naturelle de l'air;
- ONAF: Refroidissement par convection naturelle de l'huile dans un échangeur de chaleur huile-air avec convection forcée de l'air;
- OFAF: Refroidissement par convection forcée de l'huile dans un échangeur de chaleur huile-air avec convection forcée de l'air;
- OW: Refroidissement par convection naturelle de l'huile dans un échangeur de chaleur huile-eau;
- OFW: Refroidissement par convection forcée de l'huile dans un échangeur de chaleur huile-eau.

### **1.2 Norme IEEE Std C57.91-1995**

La norme IEEE Std C57.91-1995 (IEEE Guide for Loading Mineral-Oil-Immersed Transformers) présente les directives à suivre lors du chargement d'un transformateur à l'huile. Celle-ci s'applique aux transformateurs de distribution et de puissance utilisant une classe d'isolant qui tolère une température moyenne des enroulements de 95°C. Cette norme traite, entre autre, de la durée de vie du matériel isolant, du calcul de la température de point chaud et de l'effet de la température ambiante.

### Durée de vie du matériel isolant

La relation entre la détérioration du matériel isolant et la température est déterminée par l'adaptation de l'équation d'Arrhénius suivante:

$$\text{Unités de vie normale} = Ae^{\left[\frac{B}{\Theta_H + 273}\right]} \quad (1.8)$$

où

A et B sont des constantes empiriques;

$\Theta_H$  est la température de point chaud.

À l'aide de données expérimentales et en fixant une température de point chaud de référence à  $110^\circ\text{C}$ , l'équation (1.8) devient:

$$\text{Unités de vie normale} = 9.80 \times 10^{-18} e^{\left[\frac{15000}{\Theta_H + 273}\right]} \quad (1.9)$$

Les données en service indiquent une durée de vie moyenne de 20 ans pour un transformateur de distribution opérant à une température de point chaud de  $110^\circ\text{C}$ . Selon l'équation précédente, une température de point chaud de  $110^\circ\text{C}$  correspond à une unité de vie normale. Le vieillissement est accéléré pour des températures supérieures à  $110^\circ\text{C}$  alors qu'il est réduit pour des températures inférieures à cette valeur.

Une adaptation de l'équation (1.9) permet de calculer un facteur d'accélération de vieillissement:

$$F_{AA} = e^{\left[\frac{15000}{383}\right] - \left[\frac{15000}{\Theta_H + 273}\right]} \quad (1.10)$$

À partir de l'équation (1.10), nous pouvons déterminer que le vieillissement du papier sera accéléré par un facteur de deux si la température maximale dans les enroulements est de  $117^{\circ}\text{C}$  plutôt que de  $110^{\circ}\text{C}$ . D'où l'importance de connaître les distributions de température dans les enroulements.

Pour un cycle de charge donné, un facteur d'accélération de vieillissement équivalent peut être calculé:

$$F_{EQA} = \frac{\sum_{n=1}^N F_{AA_n} \Delta t_n}{\sum_{n=1}^N \Delta t_n} \quad (1.11)$$

où

$n$  est l'indice de l'intervalle de temps;

$N$  est le nombre total d'intervalles;

$F_{AA_n}$  est le facteur d'accélération de vieillissement associé à l'intervalle  $n$ ;

$\Delta t_n$  est l'intervalle de temps.

La perte de vie utile pour un chargement équivalent d'une durée  $t$  est donné par:

$$\text{Pourcentage de durée de vie utile perdue} = \frac{F_{EQA} \times t \times 100}{\text{Durée de vie normale}} \quad (1.12)$$

### Calcul de la température de point chaud

La détermination de la perte de vie utile du matériel isolant implique la connaissance de la température maximale dans les enroulements. Cette température est connue pour le niveau de charge suggéré par le manufacturier. Pour toutes autres conditions d'exploitation, une procédure est décrite pour déterminer la température de point chaud. On suppose que celle-ci est la somme de trois composantes:



$$\Theta_H = \Theta_A + \Delta\Theta_{TO} + \Delta\Theta_H \quad (1.13)$$

où

$\Theta_A$  est la température ambiante;

$\Delta\Theta_{TO}$  est la différence entre la température de l'huile au sommet de la cuve et la température ambiante;

$\Delta\Theta_H$  est la différence entre la température du point chaud et la température de l'huile au sommet de la cuve.

Les deux derniers termes de l'équation (1.13) sont évalués à l'aide d'équations empiriques qui impliquent la connaissance des éléments suivants:

- La charge;
- La différence de température entre l'huile au sommet de la cuve et l'air ambiant pour un niveau de charge de 100%;
- La différence de température entre l'huile au fond de la cuve et l'air ambiant pour un niveau de charge de 100%;
- La différence entre la température moyenne de l'enroulement et la température de l'air ambiant pour un niveau de charge de 100%;
- La différence de température entre le point chaud et l'air ambiant pour un niveau de charge de 100%;
- Les pertes dans les enroulements pour un niveau de charge de 100%;
- Les pertes dans les noyaux à un niveau de charge de 100%;
- Le poids du noyau, des enroulements et de la cuve;
- Le volume d'huile dans le transformateur et les équipements auxiliaires.

On obtient les valeurs précédentes à l'aide d'un essai d'échauffement.

### **Influence de la température ambiante**

Le niveau de charge proposé par le manufacturier est calculé pour une température moyenne journalière de  $30^{\circ}\text{C}$ . Lorsque les températures s'éloignent de cette valeur, des corrections à la charge admissible s'imposent pour conserver la durée de vie utile du matériel isolant. Le guide suggère de diminuer la charge de 1.5% par  $1^{\circ}\text{C}$  pour des températures moyennes supérieures à  $30^{\circ}\text{C}$ . Lorsque les températures moyennes sont inférieures à  $30^{\circ}\text{C}$  le guide conseille d'augmenter la charge de 1% par  $1^{\circ}\text{C}$ . Ces valeurs sont applicables aux transformateurs refroidis par convection naturelle de l'huile et de l'air.

### **1.3 Études expérimentales**

Cette section présente les développements récents dans le domaine de la caractérisation du comportement thermique des transformateurs.

#### **Validation du guide de charge**

Douglas, Lawrence et Templeton(1985) ont réalisé des tests de surcharge sur un transformateur de 224 MVA. Des essais ont été effectués pour des niveaux de charge de 130% et 150%. Les auteurs ont conclu que les équations du guide de charge IEEE étaient relativement précises quant à la détermination des températures de l'huile et des enroulements à l'équilibre. Thaden, Metha, Tuli et Grubb(1995) sont arrivés à la même conclusion.

Pierce(1992) a évalué les performances thermiques d'un enroulement. Pour différents niveaux de charge, il a effectué des tests transitoires et à l'état permanent, sous convection naturelle et forcée de l'huile. La distribution de température dans l'enroulement selon la hauteur n'était pas linéaire, telle que prévue. Le profil de température était constitué d'une suite de maximums et de minimums pour la convection naturelle de l'huile. La distribution était plus uniforme pour la convection forcée de l'huile. La position du point chaud était différente et moins prévisible pour la convection naturelle

que pour la convection forcée, particulièrement lors de surcharge. À ce moment, la température de l'huile dans les canaux s'élevait rapidement avec une constante de temps égale à celle de l'enroulement. Un guide de charge amélioré a été développé en tenant compte de la viscosité de l'huile, du changement de résistance, de la température dans les canaux de refroidissement et de l'emplacement du point chaud.

### **Influence du mode de convection**

Godec et Sarunac(1992) ont évalué les conséquences de l'ajout d'une pompe dans la tuyauterie située entre la cuve et les radiateurs d'un transformateur de 40 MVA. Des tests ont été effectués avec et sans pompe. L'ajout d'une pompe a eu pour effets d'uniformiser la température de l'huile, d'augmenter la température moyenne dans les enroulements et de diminuer la température du point chaud. De nouveaux algorithmes de calcul des températures ont été développés pour différents modes de refroidissement.

### **Performances thermiques des huiles à basse température**

L'utilisation de transformateurs dans les régions à climat nordique a été à l'origine d'études sur le comportement visqueux des huiles à basses températures.

Northrup et Thompson(1984) ont évalué les propriétés à basse température d'un transformateur rempli d'un hydrocarbure à haute densité. Le but de l'étude était d'évaluer la possibilité de surchauffe d'un transformateur lorsque démarré à une température inférieure au point d'écoulement de l'huile. Les performances de l'huile à haute densité ont été comparées à celles d'une huile conventionnelle. Les deux huiles ont été testées sur un transformateur à ailettes et un transformateur à radiateurs. Aucune surchauffe ou emballement thermique n'a été constaté. Pour les deux modes de refroidissement les températures maximales dans les enroulements étaient de beaucoup inférieures aux normes suggérées. À basse température, le transformateur rempli d'une huile à haute densité s'est échauffé plus rapidement que le transformateur utilisant une huile minérale conventionnelle. Pour une température ambiante de 25°C les températures de fonctionnement étaient semblables pour les deux types d'huiles. Les résultats indiquaient qu'un transformateur utilisant un hydrocarbure à haute densité

peut tolérer des surcharges importantes au démarrage et en opération continue à basse température.

Langhame, Castonguay, Bédard et St-Onge(1985) ont effectué une étude comparative à basse température entre une huile naphénique et une huile paraffinique. Les huiles présentaient des viscosités similaires à des températures supérieures à  $0^{\circ}\text{C}$ . Lorsque les températures étaient inférieures à  $-20^{\circ}\text{C}$ , le comportement non-newtonien de l'huile paraffinique s'intensifiait. Autour de  $-24^{\circ}\text{C}$  (point de trouble), la viscosité a augmenté avec le temps pour se stabiliser deux jours plus tard. Celle-ci était alors 80 fois supérieure à sa valeur initiale. La figure ci-dessous présente les viscosités dynamiques des deux huiles. On remarque la viscosité variable de l'huile paraffinique autour de  $-24^{\circ}\text{C}$ .

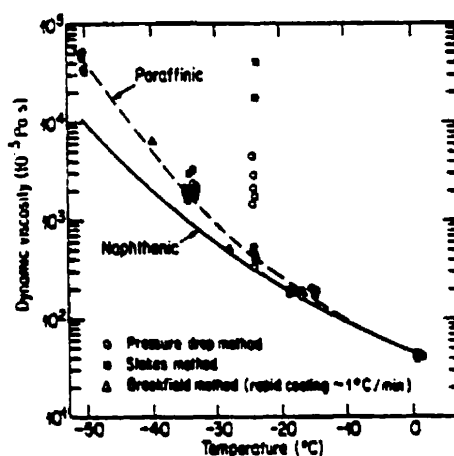


Figure 1.2: Viscosités dynamiques d'une huile naphénique et d'une huile paraffinique

L'huile paraffinique était inutilisable dans une pompe centrifuge autour de  $-24^{\circ}\text{C}$  et à moins de  $-50^{\circ}\text{C}$ . Les propriétés thermiques des huiles ont été comparées à l'aide d'un montage expérimental constitué d'une cuve cylindrique et de deux radiateurs. Le montage permettait une dissipation de chaleur de  $5920 \text{ W}$  pour une température ambiante de  $20^{\circ}\text{C}$ . La température de surface de l'huile paraffinique a atteint  $125^{\circ}\text{C}$  pour une température ambiante de  $-24^{\circ}\text{C}$ . Pour une huile naphénique, une température de surface de  $50^{\circ}\text{C}$  a été atteinte pour une température ambiante de  $-50^{\circ}\text{C}$ . Le comportement visqueux de l'huile paraffinique rendait celle-ci inutilisable pour des températures inférieures à  $-20^{\circ}\text{C}$ .

Aubin et Langhame(1992) ont développé une méthode de calcul de charge à basse température. Le modèle utilisé dans la norme ANSI n'était pas réaliste pour des températures faibles où une surcharge élevée instantanée. La température de surface de l'huile n'était pas une bonne référence pour caractériser les effets transitoires, la température au sommet des canaux de refroidissement étant préférable. Un modèle basé sur la température de l'huile au fond de la cuve, la température du point chaud et la température de surface au sommet des canaux a été proposé. De  $0^{\circ}\text{C}$  à  $40^{\circ}\text{C}$ , le modèle a prédit des températures similaires à celles du modèle ANSI. À basse température, les résultats du nouveau modèle étaient plus fidèles car celui-ci prenait en considération les variations de viscosité.

### **Autres domaines d'études**

Emanuel et Wang(1985) ont développé un guide de charge prenant en considération l'échauffement induit par courants non-sinusoïdaux. Galli et Cox(1996) et Bishop, Baranowski, Heat et Benna(1996) ont étudié les effets du contenu harmonique du courant sur l'échauffement des transformateurs.

Pierce(1992 et 1994) a effectué des tests paramétriques et développé un guide de charge pour les transformateurs à sec.

## 1.4 Modélisation numérique

Les pages suivantes sont consacrées aux modèles numériques développés pour prédire les distributions de températures dans les transformateurs.

### 1.4.1 Modèle analogue

Lindsay(1984) a développé le modèle analogue thermique équivalent d'un transformateur (figure 1.3).

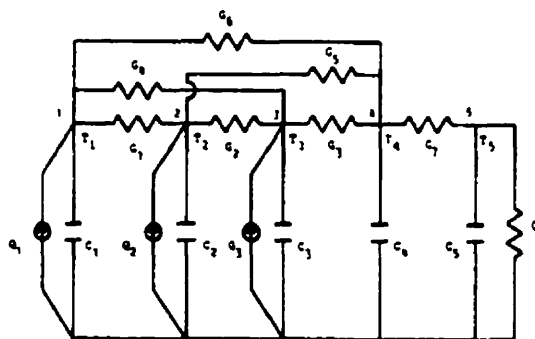


Figure 1.3: Circuit analogue thermique d'un transformateur

Les valeurs moyennes des températures sont évaluées pour:

- L'enroulement haute tension (T1);
- L'enroulement basse tension (T2);
- Le noyau (T3);
- L'huile (T4);
- La cuve (T5).

Les capacités thermiques sont déterminées pour:

- L'enroulement haute tension (C1);
- L'enroulement basse tension (C2);
- Le noyau (C3);
- L'huile (C4);
- La cuve (C5).

Les capacités des différents éléments sont obtenues à l'aide de la relation (1.14).

$$C = \rho c V \quad (1.14)$$

où

$\rho$  est la densité;

$c$  est la chaleur spécifique;

$V$  est le volume.

Les huit conductances correspondent au transfert de chaleur entre:

- L'enroulement haute tension et l'enroulement basse tension (G1);
- L'enroulement basse tension et le noyau (G2);
- Le noyau et l'huile (G3);
- L'enroulement haute tension et le noyau (G4);
- L'enroulement basse tension et l'huile (G5);
- L'enroulement haute tension et l'huile (G6);

- L'huile et la cuve (G7);
- La cuve et l'air (G8).

Ces conductances sont obtenues expérimentalement pour différents niveaux de charge.

Trois éléments sont générateurs de chaleur, soit:

- L'enroulement haute tension (Q1);
- L'enroulement basse tension (Q2);
- Le noyau (Q3).

Le comportement thermique transitoire des différents éléments est déterminé en solutionnant l'équation (1.15) à l'aide de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

$$\frac{dT}{dt} = -C^{-1}GT + C^{-1}Q \quad (1.15)$$

où

$T$  est le vecteur des températures;

$C$  est la matrice des capacités thermiques;

$G$  est la matrice des conductances thermiques;

$Q$  est le vecteur des sources de chaleur.

Lindsay(1984) a obtenu avec ce modèle des solutions pour une charge constante et pour un chargement hebdomadaire typique. Les résultats numériques concordaient avec les valeurs mesurées expérimentalement.



### 1.4.2 Modèle d'éléments finis couplé à un modèle analogue

Hwang, Grady et Sanders(1988) ont combiné le modèle analogue de Lindsay(1984) à un modèle d'éléments finis.

Le nouveau modèle permet de calculer la distribution de température pour une section des enroulements en solutionnant l'équation de conduction bidimensionnelle (1.16).

$$k_x \frac{\partial^2 \Theta(x, y)}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 \Theta(x, y)}{\partial y^2} = q \quad (1.16)$$

où

$\Theta(x, y)$  est la température de l'enroulement à la position  $x$  et  $y$ ;

$k_x, k_y$  sont les conductivités dans les directions  $x$  et  $y$ ;

$q$  est une source de température.

Comme pour le modèle de Lindsay(1984), la température moyenne de chaque élément est obtenue à l'aide du modèle analogue. Les conditions de transfert de chaleur à la surface de l'enroulement sont déterminées à partir de ces valeurs moyennes. Une fois les conditions frontières posées, l'équation de conduction est solutionnée par la méthode des éléments finis.

Les résultats numériques de Hwang, Grady et Sanders(1988) ont été comparés à des résultats expérimentaux. Les prédictions du modèle étaient plus précises que les valeurs obtenues à l'aide de la norme IEEE.

### 1.4.3 Modèle à trois éléments

Alegi et Black(1990) ont proposé un modèle permettant la détermination des températures de trois éléments:

1. L'assemblage noyau, enroulement haute tension et enroulement basse tension;
2. L'huile;
3. L'assemblage cuve et radiateurs.

La balance énergétique faite sur ces trois éléments conduit à une série de trois équations différentielles ordinaires.

La balance sur l'assemblage noyau, enroulement haute tension et enroulement basse tension est donnée par la relation (1.17).

$$q_{gen} = (mc_p)_c \frac{dT_c}{dt} + h_c A_c (T_c - T_o) \quad (1.17)$$

Le terme  $q_{gen}$  représente la somme des pertes dans les enroulements et le noyau,  $m$  est la masse,  $c_p$  est la chaleur spécifique,  $T$  est la température,  $t$  est le temps,  $h$  est un coefficient de convection et  $A$  est une surface d'échange. L'indice  $c$  réfère à une propriété de l'assemblage noyau et enroulements et l'indice  $o$  réfère à une propriété de l'huile.

L'équation (1.18) représente la balance énergétique effectuée sur l'huile:

$$h_c A_c (T_c - T_o) = (mc_p)_o \frac{dT_o}{dt} + h_{t,i} A_t (T_o - T_t) + h_{r,i} A_r (T_o - T_t) \quad (1.18)$$

L'indice  $t$  réfère à une propriété de la cuve, l'indice  $r$  réfère à une propriété des radiateurs et le second indice  $i$  réfère à une propriété interne.

La balance sur l'assemblage cuve et radiateurs conduit à:

$$\begin{aligned} & A_s \alpha_s q''_{sun} + (A_t + A_r) \alpha_I \sigma T_a^4 + h_{t,i} A_t (T_o - T_t) + h_{r,i} A_r (T_o - T_t) \\ & = (mc_p)_t \frac{dT_t}{dt} + h_{t,o} A_t (T_t - T_a) + h_{r,o} A_r (T_t - T_a) + A_t \epsilon_I \sigma T_t^4 + A_r \epsilon_I \sigma T_t^4 \end{aligned} \quad (1.19)$$

où  $\alpha$  est un coefficient d'absorptivité,  $q''_{sun}$  est le flux solaire,  $\sigma$  est la constante de Stefan-Boltzmann et  $\epsilon$  est un coefficient d'émissivité. L'indice  $a$  réfère à une propriété de l'air et le second indice  $o$  réfère à une propriété externe.

Le modèle suppose que chaque composante a une température uniforme et que la chaleur générée dans le noyau et les enroulements est distribuée uniformément. Les coefficients de convection sont déterminés à l'aide d'équations empiriques. La convection à l'extérieur du transformateur peut être naturelle ou forcée alors que dans l'huile, seule la convection naturelle est considérée.

La méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 est utilisée pour solutionner le système d'équations.

Alegi et Black(1990) ont déterminé que les températures moyennes calculées à l'aide du modèle étaient conservatrices comparativement aux mesures prises sur un transformateur de distribution. Les résultats étaient toutefois moins conservateurs que ceux précisés dans la norme IEEE.

#### 1.4.4 Modèle de différences finies

Pierce(1994) a développé un modèle de différences finies destiné aux transformateurs à sec qui permet d'évaluer l'effet de certains paramètres sur la température de point chaud.

Le modèle considère les échanges conductifs, convectifs et radiatifs. Les températures sont évaluées à partir de la balance nodale suivante:

$$\begin{aligned} &\text{Chaleur générée} + \text{Chaleur ajoutée par conduction} \\ &= \text{Pertes par radiation} + \text{Pertes par convection} \end{aligned} \quad (1.20)$$

Pour un noeud  $i,j,k$ , la chaleur ajoutée par conduction, les pertes par radiation et les pertes par convection sont évalués par:

$$Q_{cond(i,j,k)} = \sum K(T - T_{i,j,k}) \quad (1.21)$$

$$Q_{rad(i,j,k)} = U r_{i,j,k} T_{i,j,k} \quad (1.22)$$

$$Q_{conv(i,j,k)} = U c_{i,j,k} T_{i,j,k} \quad (1.23)$$

où

$K$  est la conductivité du chemin entre le noeud  $i, j, k$  et un noeud adjacent;

$T$  est la température d'un noeud adjacent;

$U r_{i,j,k}$  est un coefficient de transfert radiatif;

$U c_{i,j,k}$  est un coefficient de transfert convectif.

En insérant les équations (1.21), (1.22) et (1.23) dans (1.20), nous obtenons:

$$Q_{i,j,k} + \sum K(T - T_{i,j,k}) = U r_{i,j,k} T_{i,j,k} + U c_{i,j,k} T_{i,j,k} \quad (1.24)$$

L'isolement de  $T_{i,j,k}$  dans l'équation (1.24) permet d'évaluer les températures en tout point du transformateur. Les échanges convectifs et radiatifs sont pris en considé-

ration lorsque le noeud  $i,j,k$  est à la surface du transformateur ou du canal de refroidissement. Deux corrélations empiriques sont utilisées pour simuler la convection à la surface du transformateur et dans les canaux de refroidissement.

Le modèle de Pierce(1994) a prédit des températures maximales avec une précision raisonnable. Le ratio température du point chaud sur température moyenne de l'enroulement semblait être peu influencé par le nombre d'épaisseurs de conducteur, l'épaisseur du matériel isolant et le calibre du conducteur. La hauteur de l'enroulement était le paramètre ayant le plus d'influence sur le ratio. L'étude a confirmé que les normes de l'IEEE devaient être révisées.

### 1.5 Conclusion

Les modèles présentés à la section précédente sont simplistes. Seule la balance énergétique est considérée, aucun modèle ne solutionne les équations du mouvement. Le modèle analogue et le modèle à trois éléments calculent les températures moyennes uniquement. Ces modèles ne permettent pas la détermination directe de la température de point chaud. Celle-ci doit être extrapolée de la température moyenne des enroulements. Le modèle analogue et le modèle d'éléments finis nécessitent de nombreux essais expérimentaux pour déterminer les conductances sous divers niveaux de charge.

Les hypothèses simplificatrices des modèles précédents justifient le développement d'un modèle plus représentatif des nombreux phénomènes physiques présents à l'intérieur d'un transformateur.

## **CHAPITRE 2**

### **FORMULATION MATHÉMATIQUE**

Ce chapitre est consacré à la description du problème à résoudre ainsi qu'à la présentation des équations gouvernant celui-ci.

#### **2.1 Description du problème**

Dans cette étude, nous cherchons à prédire, par la méthode des volumes finis, les champs de vitesses, de températures et de pressions d'un transformateur et de son environnement immédiat. L'échauffement du système est produit par des sources de chaleur situées dans les enroulements et le noyau. La chaleur provoque des variations de densité dans l'huile et dans l'air avoisinant. Les variations de densité combinées à l'action de la force gravitationnelle met les fluides en mouvement. Les enroulements et le noyau ne sont pas modélisés en détail, des coefficients de conduction équivalents sont utilisés pour représenter l'alternance des couches de conducteur et de papier. La viscosité élevée de l'huile permet de résoudre le système en régime laminaire. Le couplage entre la température et le champ de vitesses associé à la convection naturelle implique une résolution en régime instationnaire.

## 2.2 Équations de base

### 2.2.1 Équations de conservation dans les fluides

Nous présentons ici les équations qui gouvernent la convection naturelle en régime laminaire instationnaire. Les équations de Navier-Stokes forment un système d'équations couplées qui expriment la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Dans un système de coordonnées cartésiennes tridimensionnel (x,y,z), ces équations prennent la forme suivante (Bejan 1984):

#### Équation de la continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

#### Équation du mouvement selon x

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.2)$$

#### Équation du mouvement selon y

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial y} \quad (2.3)$$

#### Équation du mouvement selon z

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g \quad (2.4)$$

#### Équation de l'énergie

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (2.5)$$

### 2.2.2 Équation de conservation dans les solides

Pour un solide anisotrope contenant un terme source, l'équation de l'énergie se résume à:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + S_T \quad (2.6)$$

### 2.2.3 Équation générale de transport

Les équations précédentes peuvent être exprimées sous la forme générale donnée par l'équation (2.7):

$$\rho \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} + w \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = \Gamma \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) + S_\phi \quad (2.7)$$

où  $\Gamma$  est un coefficient de diffusion et  $\phi$  est une variable dépendante.

## 2.3 Conditions frontières

Trois types de conditions frontières sont utilisées dans le modèle à l'étude: La paroi conductrice, la paroi à température fixe et la paroi adiabatique.

### 2.3.1 La paroi conductrice

La paroi conductrice est utilisée entre les éléments solides et liquides du maillage. Pour ce type de frontière, une condition de non glissement est imposée au fluide ( $u=v=w=0$ ). Les équations de l'énergie dans le fluide et le solide sont solutionnées simultanément de manière à ce que la continuité du flux de chaleur soit satisfaite à l'interface fluide/solide.



### **2.3.2 La paroi à température fixe**

À cette paroi, la température est fixée à la valeur souhaitée. Une condition de non glissement y est également appliquée.

### **2.3.3 La paroi adiabatique**

Pour ce type de frontière, une condition de non glissement est imposée aux vitesses et le gradient de température dans la direction normale à la paroi est nul.

## CHAPITRE 3

### SOLUTION NUMÉRIQUE

#### 3.1 Intégration de l'équation de transport

Pour discrétiser selon la méthode des volumes finis, l'équation de transport instationnaire (2.7) est utilisée sous la forme suivante:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) + S_\phi \quad (3.1)$$

où  $\mathbf{u}$  est le vecteur vitesse.

La méthode des volumes finis consiste en l'intégration de l'équation (3.1) sur un volume de contrôle tridimensionnel CV:

$$\int_{CV} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{CV} \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) dV = \int_{CV} \text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) dV + \int_{CV} S_\phi dV \quad (3.2)$$

Les termes convectif et diffusifs sont réécrits sous forme d'intégrales de surface en utilisant le théorème de la divergence de Gauss:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{CV} \rho \phi dV \right) + \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad} \phi) dA + \int_{CV} S_\phi dV \quad (3.3)$$

où  $\mathbf{n}$  est la normale de l'élément de surface  $dA$ .

En intégrant sur un intervalle de temps  $\Delta t$ , nous obtenons la forme générale de l'équation de transport intégrée:

$$\begin{aligned} \int_{\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{CV} (\rho \phi) dV \right) dt + \int_{\Delta t} \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) dA dt \\ = \int_{\Delta t} \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad} \phi) dA dt + \int_{\Delta t} \int_{CV} S_\phi dV dt \end{aligned} \quad (3.4)$$

### 3.2 Discrétisation de l'équation de transport

Les termes de l'équation de transport seront d'abord discrétisés pour le cas unidimensionnel. Le modèle sera par la suite étendu à un problème tridimensionnel.

Soit un volume de contrôle de centre  $P$  borné par des volumes de centres  $W$  et  $E$ :

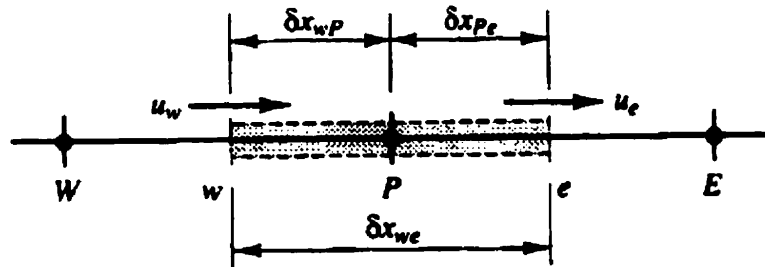


Figure 3.1: Volume de contrôle unidimensionnel

Les indices majuscules sont associés aux centres des cellules alors que les indices minuscules sont associés aux faces.

### Discrétisation du terme transitoire

Le terme transitoire de l'équation (3.4) peut être approché par:

$$\int_{\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{CV} (\rho \phi) dV \right) dt = \frac{\rho(\phi_P - \phi_P^o) \Delta V}{\Delta t} \quad (3.5)$$

L'exposant  $o$  fait référence aux valeurs calculées au temps  $t$ , alors que les valeurs au temps  $t + \Delta t$  n'ont pas d'exposants.

### Discrétisation du terme convectif

Le second terme de l'équation (3.4) représente la contribution de la convection, celle-ci est exprimée en terme de valeurs moyennes aux faces du volume de contrôle:

$$\int_{\Delta t} \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) dA dt = (\rho u A \phi)_e - (\rho u A \phi)_w \quad (3.6)$$

L'équation (3.6) peut être réécrite sous la forme suivante:

$$\int_{\Delta t} \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) dA dt = F_e \phi_e - F_w \phi_w \quad (3.7)$$

où  $F_i$  est le flux massique à la face  $i$ .

Les variables  $\phi$  de l'équation (3.6) doivent être définies en terme de valeurs stockées au centre du volume de contrôle. L'utilisation d'un schéma "upwind" entraîne les valeurs de flux convectifs suivants:

$$F_e \phi_e = F_e \begin{cases} \phi_P & F_e, F_w \geq 0 \\ \phi_E & F_e, F_w < 0 \end{cases}$$

$$F_w \phi_w = F_w \begin{cases} \phi_W & F_e, F_w \geq 0 \\ \phi_P & F_e, F_w < 0 \end{cases}$$

### Discretisation du terme diffusif

La diffusion aux faces d'un volume de contrôle de centre P est donnée par:

$$\int_{\Delta t} \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad} \phi) dA dt = (\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x})_e - (\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x})_w \quad (3.8)$$

L'évaluation de l'équation (3.8) à l'aide de différences centrées conduit à:

$$\int_{\Delta t} \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad} \phi) dA dt = (\frac{\Gamma A}{\Delta X_{PE}})_e (\phi_E - \phi_P) - (\frac{\Gamma A}{\Delta X_{WP}})_w (\phi_P - \phi_W) \quad (3.9)$$

L'équation (3.9) peut être réécrite sous la forme suivante:

$$\int_{\Delta t} \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad} \phi) dA dt = D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W) \quad (3.10)$$

où  $D_i$  est la diffusion à la face i.

### Discrétisation du terme source

Le terme source est évalué au centre des volumes de contrôle et est donné par:

$$\int_{\Delta t} \int_{CV} S_{\phi} dV dt = S_u - S_P \phi_P \quad (3.11)$$

### Discrétisation temporelle

L'utilisation d'un schéma implicite conduit à une évaluation des variables  $\phi$  au niveau de temps  $t + \Delta t$ .

### Équation de transport discrétisée

En insérant les termes discrétisés dans l'équation (3.4) et en étendant le modèle unidimensionnel à un modèle tridimensionnel, nous obtenons la forme générale de l'équation de transport discrétisée suivante:

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_N \phi_N + a_B \phi_B + a_T \phi_T + a_P^0 \phi_P^0 + S_U \quad (3.12)$$

où

$$\begin{aligned} a_P &= a_W + a_E + a_S + a_N + a_B + a_T + a_P^0 + \Delta F - S_P \\ a_P^0 &= \frac{\rho_P^0 \Delta V}{\Delta t} \end{aligned}$$

Pour un schéma "upwind" implicite, les coefficients des voisins prennent les valeurs suivantes:

Tableau 3.1: Coefficients de l'équation de transport discrétisée

$a_W$	$D_w + \max(F_w, 0)$
$a_E$	$D_e + \max(0, -F_e)$
$a_S$	$D_s + \max(F_s, 0)$
$a_N$	$D_n + \max(0, -F_n)$
$a_B$	$D_b + \max(F_b, 0)$
$a_T$	$D_t + \max(0, -F_t)$
$\Delta F$	$F_e - F_w + F_n - F_s + F_t - F_b$

Dans le tableau précédent, les flux convectifs et diffusifs sont donnés par:

Tableau 3.2: Coefficients de convection et de diffusion

Face	$F$	$D$
$w$	$(\rho u)_w \cdot A_w$	$\frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} \cdot A_w$
$e$	$(\rho u)_e \cdot A_e$	$\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} \cdot A_e$
$s$	$(\rho v)_s \cdot A_s$	$\frac{\Gamma_s}{\delta y_{SP}} \cdot A_s$
$n$	$(\rho v)_n \cdot A_n$	$\frac{\Gamma_n}{\delta y_{PN}} \cdot A_n$
$b$	$(\rho w)_b \cdot A_b$	$\frac{\Gamma_b}{\delta z_{BP}} \cdot A_b$
$t$	$(\rho w)_t \cdot A_t$	$\frac{\Gamma_t}{\delta z_{PT}} \cdot A_t$

### 3.3 Traitement de la pression

La principale difficulté dans la détermination du champ de vitesses provient du champ de pressions qui est inconnu. La pression n'apparaît pas implicitement dans les équations du mouvement discrétisées, elle est incluse dans le terme source. Le champ de pressions est indirectement spécifié par l'équation de continuité. Quand un champ de pressions valable est substitué dans les équations du mouvement, le champ de vitesses résultant satisfait la continuité.

Le terme de pression dans les équations du mouvement nécessite un traitement spécial. Si la pression et les vitesses sont stockées au même endroit d'un volume de contrôle, un champ de pressions non uniforme peut agir comme un champ uniforme dans les

équations du mouvement. Par exemple, l'évaluation du gradient de pression selon la direction  $x$  pour le volume de contrôle de la figure 3.2 donne:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_E - p_W}{2\delta x} = 0 \quad (3.13)$$

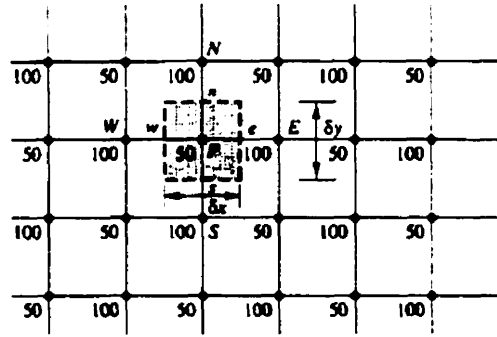


Figure 3.2: Pression en damier

Ce problème peut être résolu en utilisant un maillage décalé pour les composantes de la vitesse. Les variables scalaires sont toujours évaluées aux noeuds du maillage, alors que les composantes de la vitesse sont calculées sur des maillages décalés centrés aux faces des cellules. STAR-CD utilise une variante de cette méthode pour calculer le champ de pressions du modèle. La figure 3.3 présente un maillage décalé pour un écoulement bidimensionnel.

Le gradient de pression selon la direction  $x$  pour le volume de contrôle  $u$  de la figure 3.3 est donné par:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_P - p_W}{\delta x_u} \quad (3.14)$$

La substitution des pressions de la figure 3.2 dans l'équation (3.14) conduit à un gradient de pression non nul.



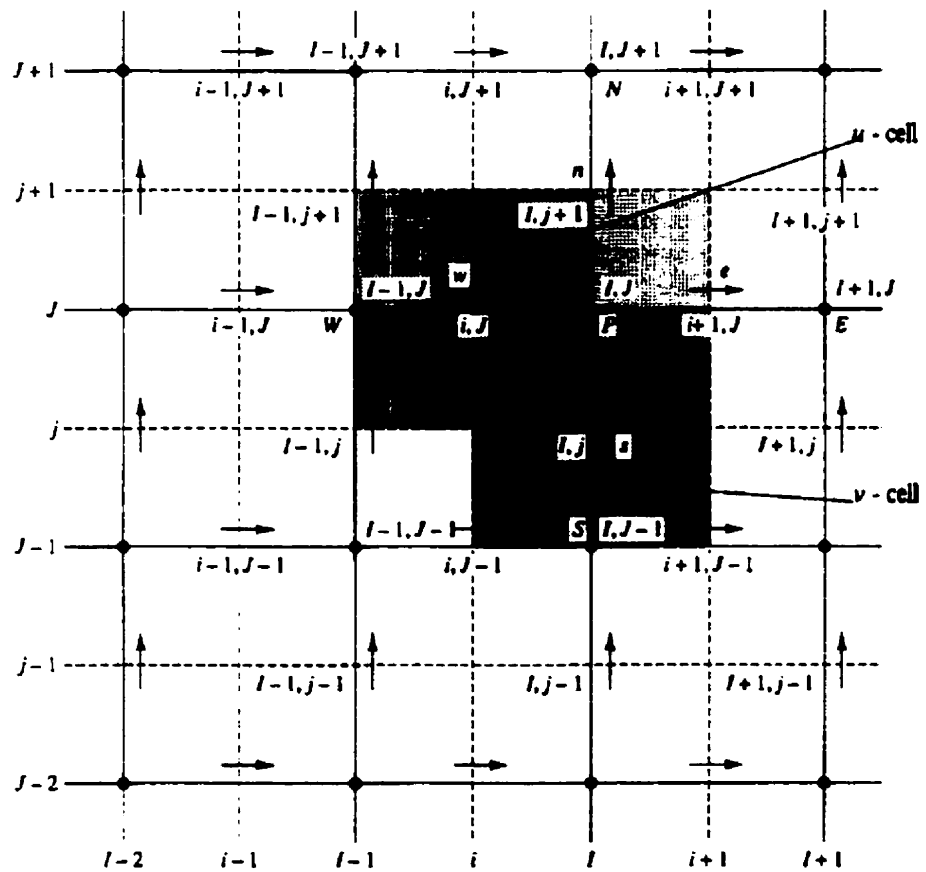


Figure 3.3: Maillage décalé

Le gradient de pression peut donc être discrétisé à l'aide d'une interpolation linéaire entre les noeuds de pression situés aux faces du volume de contrôle. En utilisant la notation de la figure 3.3, les équations du mouvement pour u, v et w deviennent:

$$a_{i,j,k} u_{i,j,k} = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_{I-1,j,k} - p_{I,j,k}) A_{i,j,k} + a_{i,j,k}^0 u_{i,j,k}^0 + b_{i,j,k} \quad (3.15)$$

$$a_{I,j,k} v_{I,j,k} = \sum a_{nb} v_{nb} + (p_{I,j,k-1} - p_{I,j,k}) A_{I,j,k} + a_{I,j,k}^0 v_{I,j,k}^0 + b_{I,j,k} \quad (3.16)$$

$$a_{I,j,k} w_{I,j,k} = \sum a_{nb} w_{nb} + (p_{I,j,k} - p_{I,j,k+1}) A_{I,j,k} + a_{I,j,k}^0 w_{I,j,k}^0 + b_{I,j,k} \quad (3.17)$$

L'indice *nb* signifie "noeud voisin" et le terme *b* représente une source de mouvement.

### 3.4 Algorithme de résolution

Pour résoudre les problèmes de nature transitoire, STAR-CD utilise une variante de l'algorithme de résolution PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operator) développé par Issa(1986). L'algorithme PISO originel implique une étape de prédiction et deux étapes de correction pour chaque pas de temps.

### Étape de prédiction

À partir d'un champ de pression initial  $p^*$ , les équations (3.15), (3.16) et (3.17) sont solutionnées pour déterminer les composantes de vitesses  $u^*$ ,  $v^*$  et  $w^*$ :

$$a_{i,J,K} u_{i,J,K}^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + (p_{I-1,J,K}^* - p_{I,J,K}^*) A_{i,J,K} + a_{i,J,K}^0 u_{i,J,K}^0 + b_{i,J,K} \quad (3.18)$$

$$a_{I,j,K} v_{I,j,K}^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + (p_{I,J-1,K}^* - p_{I,J,K}^*) A_{I,j,K} + a_{I,j,K}^0 v_{I,j,K}^0 + b_{I,j,K} \quad (3.19)$$

$$a_{I,J,k} w_{I,J,k}^* = \sum a_{nb} w_{nb}^* + (p_{I,J,K-1}^* - p_{I,J,K}^*) A_{I,J,k} + a_{I,J,k}^0 w_{I,J,k}^0 + b_{I,J,k} \quad (3.20)$$

### Première étape de correction

Les champs de vitesses  $u^*$ ,  $v^*$  et  $w^*$  vont satisfaire la continuité lorsque le champ de pressions  $p^*$  sera exact. Une première étape de correction est introduite afin d'obtenir des champs de vitesses  $u^{**}$ ,  $v^{**}$  et  $w^{**}$  qui satisfont l'équation de continuité. Ces vitesses sont approchées par les relations suivantes:

$$u_{i,J,K}^{**} = u_{i,J,K}^* + d_{i,J,K} (p'_{I-1,J,K} - p'_{I,J,K}) \quad (3.21)$$

$$v_{I,j,K}^{**} = v_{I,j,K}^* + d_{I,j,K} (p'_{I,J-1,K} - p'_{I,J,K}) \quad (3.22)$$

$$w_{I,J,k}^{**} = w_{I,J,k}^* + d_{I,J,k} (p'_{I,J,K-1} - p'_{I,J,K}) \quad (3.23)$$

où

$$d = \frac{\Delta}{a}$$

L'introduction des vitesses corrigées dans l'équation de la continuité discrétisée (3.24) conduit à une équation permettant la détermination des corrections sur la pression  $p'$  (équation (3.25)).

$$\begin{aligned} & [(\rho u^{**} A)_{i+1,J,K} - (\rho u^{**} A)_{i-1,J,K}] \\ & + [(\rho v^{**} A)_{I,j+1,K} - (\rho v^{**} A)_{I,j-1,K}] \\ & + [(\rho w^{**} A)_{I,J,k+1} - (\rho w^{**} A)_{I,J,k-1}] = 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} a_{I,J,K} p'_{I,J,K} &= a_{I+1,J,K} p'_{I+1,J,K} + a_{I-1,J,K} p'_{I-1,J,K} \\ &+ a_{I,J+1,K} p'_{I,J+1,K} + a_{I,J-1,K} p'_{I,J-1,K} \\ &+ a_{I,J,K+1} p'_{I,J,K+1} + a_{I,J,K-1} p'_{I,J,K-1} + b'_{I,J,K} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Les coefficients de l'équation (3.25) sont évalués par:

Tableau 3.3: Coefficients de l'équation de correction des pressions

$a_{I+1,J,K}$	$(\rho d.A)_{i+1,J,K}$
$a_{I-1,J,K}$	$(\rho d.A)_{i,J,K}$
$a_{I,J+1,K}$	$(\rho d.A)_{I,j+1,K}$
$a_{I,J-1,K}$	$(\rho d.A)_{I,j,K}$
$a_{I,J,K+1}$	$(\rho d.A)_{I,J,k+1}$
$a_{I,J,K-1}$	$(\rho d.A)_{I,J,k}$
$a_{I,J,K}$	$a_{I+1,J,K} + a_{I-1,J,K}$ $+ a_{I,J+1,K} + a_{I,J-1,K}$ $+ a_{I,J,K+1} + a_{I,J,K-1}$
$b'_{I,J,K}$	$(\rho u^*.A)_{i,J,K} - (\rho u^*.A)_{i+1,J,K}$ $+ (\rho v^*.A)_{I,j,K} - (\rho v^*.A)_{I,j+1,K}$ $+ (\rho w^*.A)_{I,J,k} - (\rho w^*.A)_{I,J,k+1}$ $+ (\frac{\rho^0 - \rho}{\Delta t} \Delta V)_{I,J,K}$

Une fois les corrections de pression évaluées, les vitesses sont corrigées selon les équation (3.21) à (3.23). La pression corrigée est donnée par:

$$p_{I,J,K}^{**} = p_{I,J,K}^* + p'_{I,J,K} \quad (3.26)$$

### Seconde étape de correction

Une seconde correction est effectuée sur la pression en solutionnant l'équation ci-dessous:

$$\begin{aligned}
 a_{I,J,K} p''_{I,J,K} &= a_{I+1,J,K} p''_{I+1,J,K} + a_{I-1,J,K} p''_{I-1,J,K} \\
 &+ a_{I,J+1,K} p''_{I,J+1,K} + a_{I,J-1,K} p''_{I,J-1,K} \\
 &+ a_{I,J,K+1} p''_{I,J,K+1} + a_{I,J,K-1} p''_{I,J,K-1} + b''_{I,J,K}
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Les coefficients de l'expression précédente sont évalués par:

Tableau 3.4: Coefficients de la seconde équation de correction des pressions

$a_{I+1,J,K}$	$(\rho d.A)_{i+1,J,K}$
$a_{I-1,J,K}$	$(\rho d.A)_{i,J,K}$
$a_{I,J+1,K}$	$(\rho d.A)_{I,j+1,K}$
$a_{I,J-1,K}$	$(\rho d.A)_{I,j,K}$
$a_{I,J,K+1}$	$(\rho d.A)_{I,J,k+1}$
$a_{I,J,K-1}$	$(\rho d.A)_{I,J,k}$
$a_{I,J,K}$	$a_{I+1,J,K} + a_{I-1,J,K}$ $+ a_{I,J+1,K} + a_{I,J-1,K}$ $+ a_{I,J,K+1} + a_{I,J,K-1}$
$b''_{I,J,K}$	$\left[ \left( \frac{\rho A}{a} \right)_{i,J,K} \sum a_{nb} (u_{nb}^{**} - u_{nb}^*) - \left( \frac{\rho A}{a} \right)_{i+1,J,K} \sum a_{nb} (u_{nb}^{**} - u_{nb}^*) \right.$ $+ \left( \frac{\rho A}{a} \right)_{I,j,K} \sum a_{nb} (v_{nb}^{**} - v_{nb}^*) - \left( \frac{\rho A}{a} \right)_{I,j+1,K} \sum a_{nb} (v_{nb}^{**} - v_{nb}^*)$ $+ \left( \frac{\rho A}{a} \right)_{I,J,k} \sum a_{nb} (w_{nb}^{**} - w_{nb}^*) - \left( \frac{\rho A}{a} \right)_{I,J,k+1} \sum a_{nb} (w_{nb}^{**} - w_{nb}^*) \left. \right]$ $+ \left( \frac{(\rho^0 - \rho) \Delta V}{\Delta t} \right)_{I,J,K}$

Le champ de pressions doublement corrigé est donné par:

$$p^{***} = p^{**} + p'' = p^* + p' + p'' \tag{3.28}$$

Les vitesses doublement corrigées sont évaluées par:

$$u_{i,j,k}^{***} = u_{i,j,k}^{**} + \frac{\sum a_{nb}(u_{nb}^{**} - u_{nb}^*)}{a_{i,j,k}} + d_{i,j,k}(p_{i-1,j,k}'' - p_{i,j,k}'') \quad (3.29)$$

$$v_{i,j,k}^{***} = v_{i,j,k}^{**} + \frac{\sum a_{nb}(v_{nb}^{**} - v_{nb}^*)}{a_{i,j,k}} + d_{i,j,k}(p_{i,j-1,k}'' - p_{i,j,k}'') \quad (3.30)$$

$$w_{i,j,k}^{***} = w_{i,j,k}^{**} + \frac{\sum a_{nb}(w_{nb}^{**} - w_{nb}^*)}{a_{i,j,k}} + d_{i,j,k}(p_{i,j,k-1}'' - p_{i,j,k}'') \quad (3.31)$$

Les équations de transport de scalaire sont ensuite solutionnées en posant  $p = p^{***}$ ,  $u = u^{***}$ ,  $v = v^{***}$  et  $w = w^{***}$ :

$$\begin{aligned} a_{i,j,k}\phi_{i,j,k} &= a_{i-1,j,k}\phi_{i-1,j,k} + a_{i+1,j,k}\phi_{i+1,j,k} \\ &+ a_{i,j-1,k}\phi_{i,j-1,k} + a_{i,j+1,k}\phi_{i,j+1,k} \\ &+ a_{i,j,k-1}\phi_{i,j,k-1} + a_{i,j,k+1}\phi_{i,j,k+1} \\ &+ a_{i,j,k}^0\phi_{i,j,k}^0 + b_{i,j,k} \end{aligned} \quad (3.32)$$

## CHAPITRE 4

### MAILLAGE ET PARAMÈTRES DE SIMULATION

Ce chapitre est consacré au maillage du transformateur ainsi qu'aux paramètres nécessaires à la simulation. La première partie de ce chapitre traite du maillage et des caractéristiques physiques de chacune des régions du domaine de calcul. Les conditions frontières et les conditions initiales sont ensuite discutées. Nous terminons avec la présentation de l'historique transitoire.

Le transformateur à l'étude est un transformateur résidentiel à ailettes de refroidissement Ferranti-Packard de 167 kVA. Celui-ci est constitué d'un enroulement basse tension externe, d'un enroulement basse tension interne, d'un enroulement haute tension et de deux noyaux. L'arrangement de ces diverses composantes est présenté à la figure 4.1. Les enroulements ne sont pas symétriques par rapport au plan XZ passant par le centre des noyaux. Un des côtés possède un rayon externe de 15.875 *cm* alors que l'autre a un rayon de 12.7 *cm*.

Le maillage a été réalisé à partir du plan et des croquis présentés à l'annexe 1. Le modèle final est constitué de 781721 noeuds et de 728508 cellules.



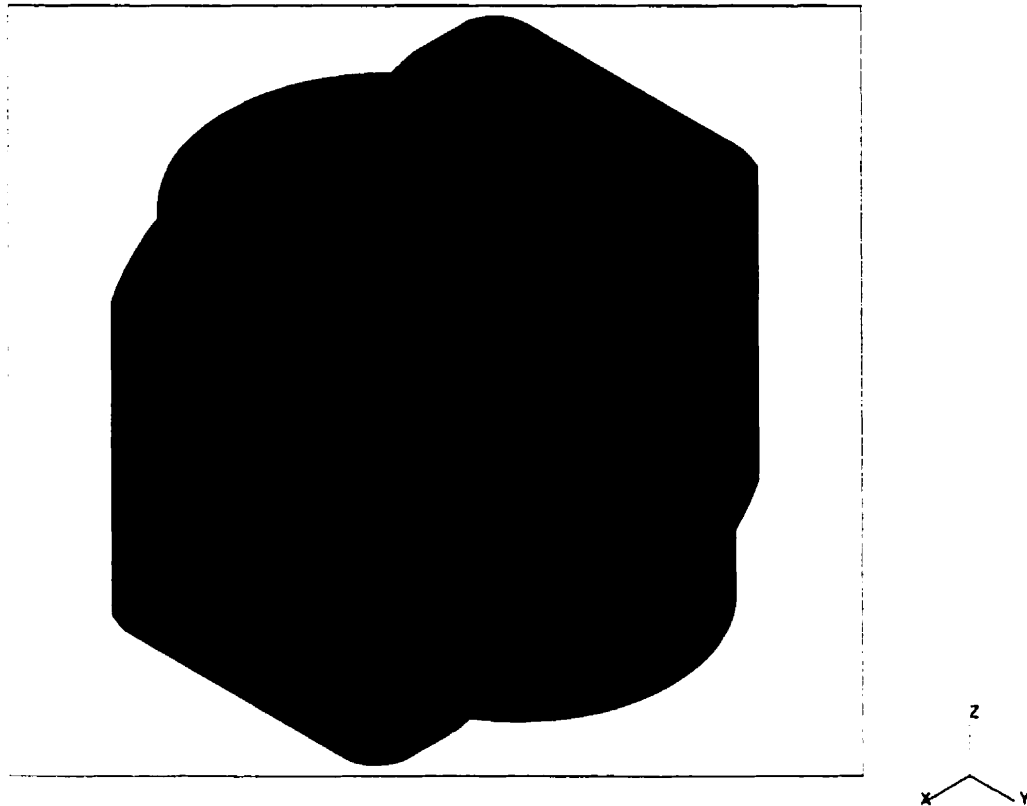


Figure 4.1: Maillage des composantes internes du transformateur

#### 4.1 Enroulement basse tension externe

L'enroulement basse tension externe est constitué de huit tours de feuillard d'aluminium, chaque tour étant séparé du précédent par une mince couche de papier. Le feuillard d'aluminium a une épaisseur de  $2.3\text{ mm}$  alors que le papier a une épaisseur  $0.254\text{ mm}$ . L'aluminium et le papier ne sont pas modélisés en détail, des conductivités équivalentes sont utilisées selon les trois directions principales. Le maillage de l'enroulement basse tension externe est présenté à la page suivante.

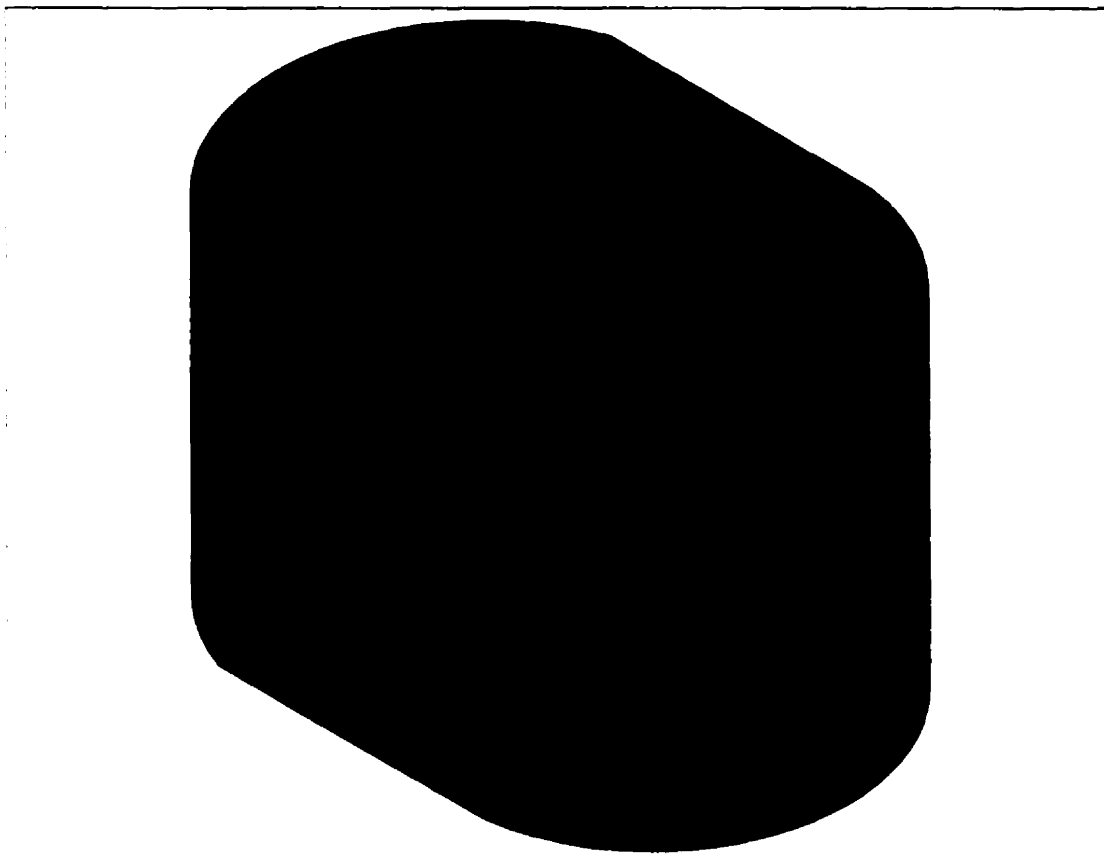


Figure 4.2: Maillage de l'enroulement basse tension externe

### **Évaluation des conductivités équivalentes**

Les conductivités sont définies dans le système de coordonnées locales de chaque cellule.

#### **Conductivité radiale**

La conductivité radiale est déterminée à l'aide d'une mise en série des conductivités de l'aluminium et du papier (équation (4.1)).

$$k_1 = \left( \left( \frac{t_{al}}{k_{al}} N_{al} + \frac{t_p}{k_p} N_p \right) \frac{1}{t_{al} N_{al} + t_p N_p} \right)^{-1} \quad (4.1)$$

où

$t$  est l'épaisseur du matériau;

$k$  est la conductivité du matériau;

$N$  est le nombre de tours du matériau.

L'évaluation de l'équation précédente pour l'enroulement basse tension externe conduit à:

$$k_1 = \left( \frac{2.3}{208} 8 + \frac{0.254}{0.2} 8 \right) \frac{1}{2.3 \times 8 + 0.254 \times 8} = 1.9937 \frac{W}{m^0C} \quad (4.2)$$

### Conductivité circonférentielle

La conductivité circonférentielle est déterminée à l'aide d'une mise en parallèle des conductivités de l'aluminium et du papier:

$$k_2 = (k_{al} t_{al} N_{al} + k_p t_p N_p) \frac{1}{t_{al} N_{al} + t_p N_p} \quad (4.3)$$

L'évaluation de l'équation précédente conduit à:

$$k_2 = (208 \times 2.3 \times 8 + 0.2 \times 0.254 \times 8) \frac{1}{2.3 \times 8 + 0.254 \times 8} = 187.3339 \frac{W}{m^0C} \quad (4.4)$$

### Conductivité longitudinale

La conductivité longitudinale est également déterminée par une mise en parallèle des conductivités de l'aluminium et du papier. Celle-ci est donc identique à la conductivité circonférentielle:

$$k_3 = 187.3339 \frac{W}{m^{\circ}C} \quad (4.5)$$

### Évaluation du terme source

La connaissance des pertes à une température donnée permet de définir un terme source qui varie linéairement avec la température. Pour l'enroulement basse tension externe, ces pertes ont été évaluées à 237 W pour une température moyenne de 358 K.

La relation entre la résistance et la température est donnée par:

$$R_T = R_{293}(1 + \alpha \Delta T) \quad (4.6)$$

L'indice  $T$  fait référence à une propriété à une température quelconque alors que l'indice 293 fait référence à une propriété évaluée à une température de 293 K.

La plupart des pertes dans l'enroulement sont de type  $I^2 R$ . Pour un fonctionnement à charge constante, les pertes dans l'enroulement varient proportionnellement avec la résistance. Nous pouvons donc écrire:

$$Q_T = Q_{293}(1 + \alpha \Delta T) \quad (4.7)$$

La connaissance des pertes à 358 K permet d'évaluer l'expression précédente:

$$287 = Q_{293}(1 + 4.03 \times 10^{-3} \times 65) \quad (4.8)$$

En isolant  $Q_{293}$ , nous obtenons:

$$Q_{293} = 138.6472W \quad (4.9)$$

L'équation (4.7) peut être réécrite sous la forme suivante:

$$Q_T = 138.6472(1 + 4.03 \times 10^{-3}(T - 293)) \quad (4.10)$$

Ou plus simplement:

$$Q_T = -41.1163 + 0.9165T \quad (4.11)$$

Le terme source volumique est donné par:

$$q_T = \frac{Q_T}{V} \quad (4.12)$$

L'enroulement basse tension externe a un volume de  $11.62 \times 10^{-3}m^3$ , la combinaison des équations (4.11) et (4.12) conduit à l'expression (4.13).

$$q_T = -3535.9744 + 78.8206T \quad (4.13)$$

### Paramètres de simulation

Les différents paramètres de simulation pour l'enroulement basse tension externe sont résumés dans le tableau ci-dessous:

Tableau 4.1: Paramètres de simulation pour l'enroulement basse tension externe

$\rho$	$2700 \text{ kg/m}^3$
$C$	$920 \text{ J/kgK}$
$k_1$	$1.9937 \text{ W/mK}$
$k_2$	$187.3339 \text{ W/mK}$
$k_3$	$187.3339 \text{ W/mK}$
$q_T$	$-3535.9744 + 78.8206T \text{ W/m}^3$

### 4.2 Enroulement basse tension interne

L'enroulement basse tension interne, comme l'enroulement basse tension externe, est constitué de huit tours de feuillard d'aluminium. Un canal de refroidissement est situé à chacune de ses extrémités. Les caractéristiques du feuillard d'aluminium et du papier sont les mêmes que pour l'enroulement basse tension externe. Les conductivités équivalentes sont donc les mêmes que pour l'enroulement extérieur. Les pertes dans l'enroulement interne sont de  $175 \text{ W}$  pour une température moyenne de  $258 \text{ K}$ . Le terme source de l'enroulement interne est déterminé en utilisant la même démarche que pour l'enroulement externe. Le maillage de l'enroulement basse tension interne et les paramètres de simulation sont présentés à la page suivante.

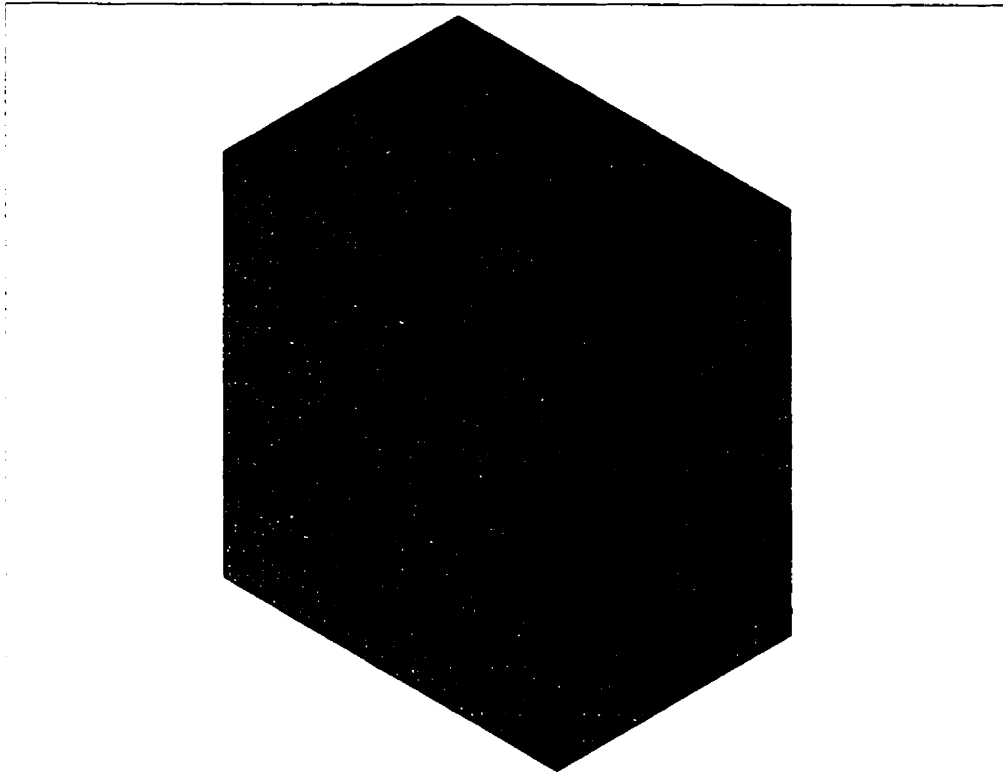


Figure 4.3: Maillage de l'enroulement basse tension interne

Tableau 4.2: Paramètres de simulation pour l'enroulement basse tension interne

$\rho$	$2700 \text{ kg/m}^3$
$C$	$920 \text{ J/kgK}$
$k_1$	$1.9937 \text{ W/mK}$
$k_2$	$187.3339 \text{ W/mK}$
$k_3$	$187.3339 \text{ W/mK}$
$q_T$	$-4008.3567 + 89.3505T \text{ W/m}^3$

### 4.3 Enroulement haute tension

L'enroulement haute tension est formé d'un fil de cuivre entouré de papier. Le conducteur a un diamètre de  $3.3147 \text{ mm}$  alors que l'isolant a une épaisseur de  $0.762 \text{ mm}$ . Trois canaux de refroidissement sont situés de chaque côté de l'enroulement. Les pertes dans celui-ci sont de  $415 \text{ W}$  pour une température moyenne de  $258 \text{ K}$ . Le maillage de l'enroulement haute tension est présenté à la figure 4.4. Les paramètres de simulation sont résumés au tableau 4.3.

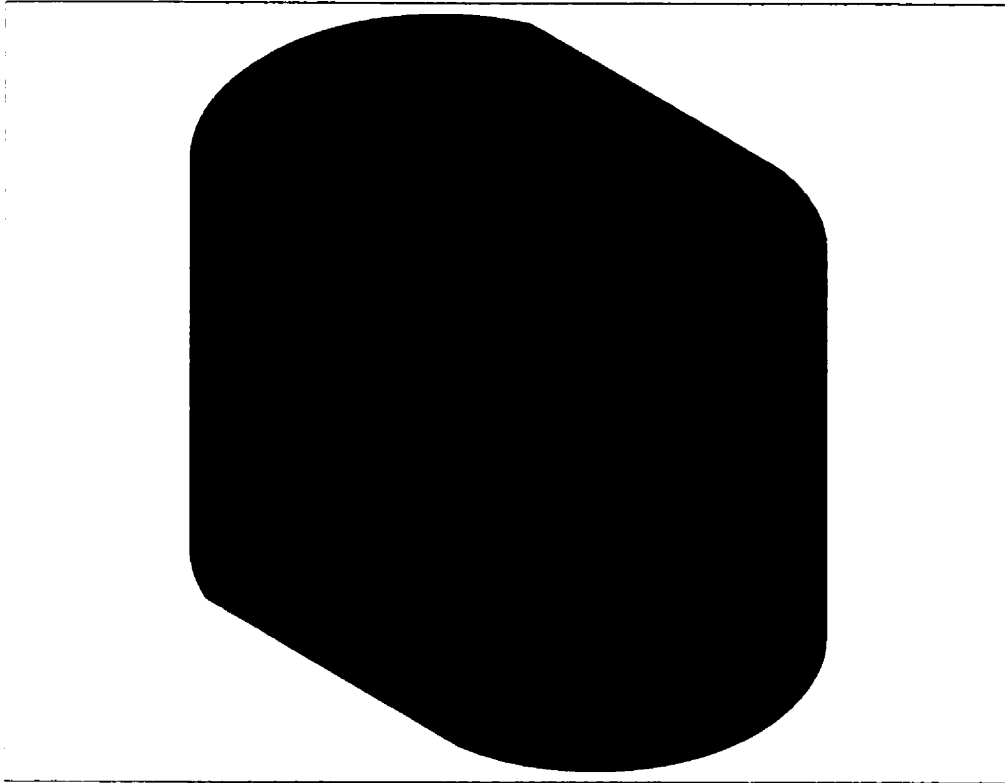


Figure 4.4: Maillage de l'enroulement haute tension

Tableau 4.3: Paramètres de simulation pour l'enroulement haute tension

$\rho$	$8900 \text{ kg/m}^3$
$C$	$385 \text{ J/kgK}$
$k_1$	$0.6224 \text{ W/mK}$
$k_2$	$216.4334 \text{ W/mK}$
$k_3$	$0.6224 \text{ W/mK}$
$q_T$	$-2350.7265 + 60.9833T \text{ W/m}^3$



#### 4.4 Noyaux

Les noyaux sont constitués de tôles d'un alliage d'acier et de silicone. Les pertes dans les noyaux sont de  $250\text{ W}$  pour une température moyenne de  $258\text{ K}$ . Ces pertes ne sont pas fonction de la résistance du matériau et sont donc constantes. La figure ci-dessous présente le maillage des noyaux. Les paramètres de simulation sont résumés dans le tableau 4.4.

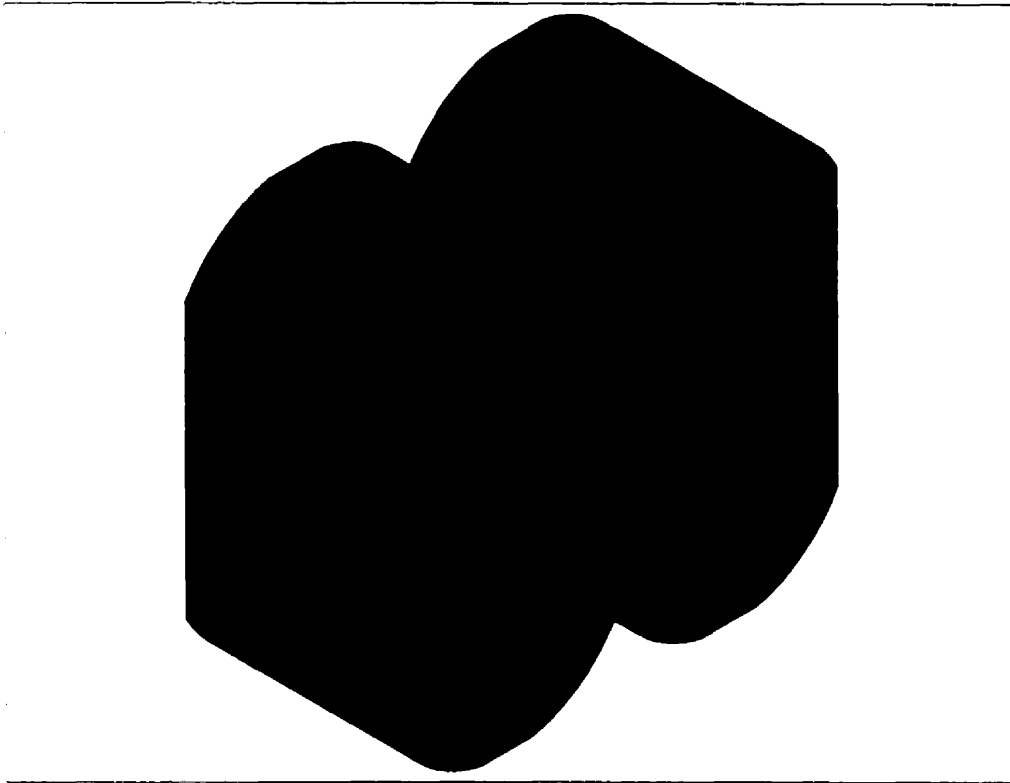


Figure 4.5: Maillage des noyaux

Tableau 4.4: Paramètres de simulation pour les noyaux

$\rho$	$7800\text{ kg/m}^3$
$C$	$460\text{ J/kgK}$
$k_1$	$2\text{ W/mK}$
$k_2$	$10\text{ W/mK}$
$k_3$	$10\text{ W/mK}$
$q_T$	$5982.4642\text{ W/m}^3$

#### 4.5 Huile

L'huile isolante du transformateur est de type Voltesso 35. Les figures 4.7 et 4.8 illustrent les variations de densité et de viscosité de cette huile selon la température. Des fonctions sont développées pour modéliser ces propriétés. L'accélération gravitationnelle est prise en considération dans ce fluide. La figure ci-dessous représente le maillage de l'huile. Les paramètres de simulation de l'huile sont présentés au tableau 4.5.

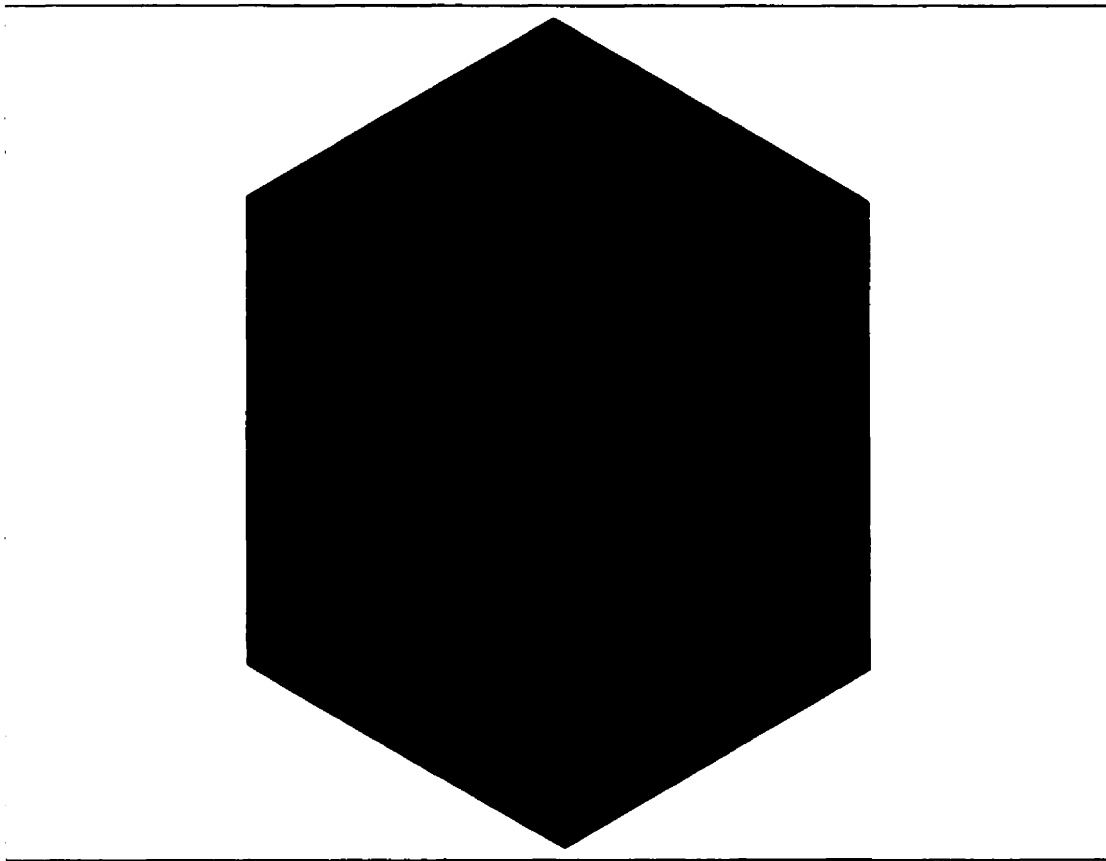


Figure 4.6: Maillage de l'huile

Tableau 4.5: Paramètres de simulation pour l'huile

$\rho$	$-0.664T + 1062.332 \text{ kg/m}^3$
$C$	$1700 \text{ J/kgK}$
$k$	$0.1111 \text{ W/mK}$
$\mu$	$-3.73971 \times 10^{-8} T^3 + 3.97636 \times 10^{-5} T^2 - 1.41335 \times 10^{-2} T + 1.68188 \text{ Ns/m}^2$

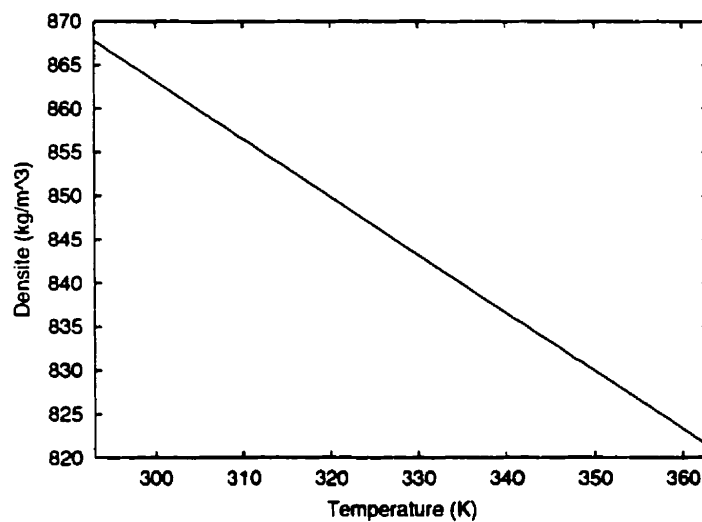


Figure 4.7: Densité de l'huile voltesso 35 en fonction de la température

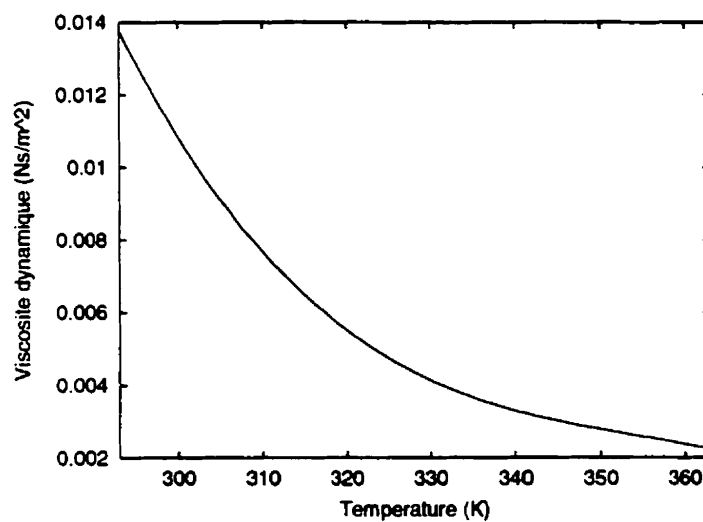


Figure 4.8: Viscosité dynamique de l'huile voltesso 35 en fonction de la température

#### 4.6 Air interne

L'huile n'occupe pas la totalité du volume interne du transformateur. Un espace libre est laissé au sommet de la cuve pour permettre les variations de densité de l'huile. La densité de l'air interne varie selon la loi des gaz parfaits. Cette relation est illustrée à la page suivante. L'accélération gravitationnelle est prise en considération dans ce fluide. La figure ci-dessous représente le maillage de l'air interne. Les paramètres de simulation de l'air interne sont présentés à la page suivante.

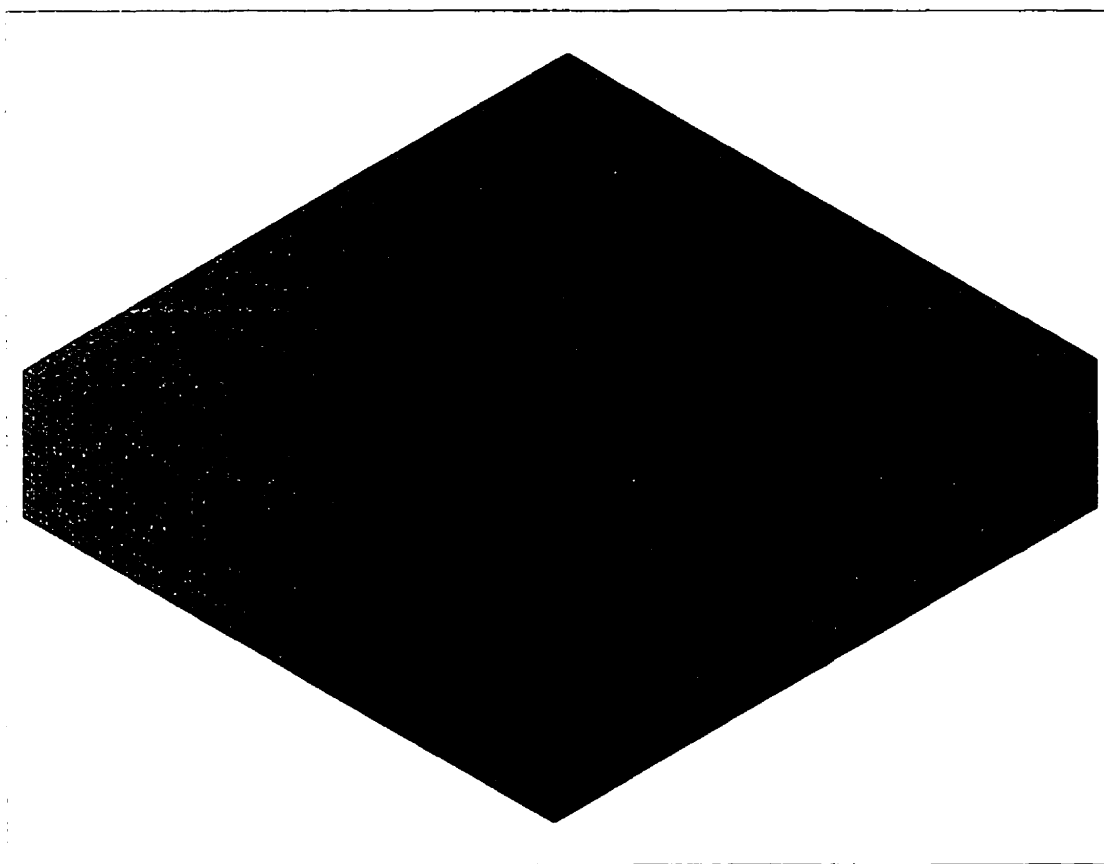


Figure 4.9: Maillage de l'air interne

## Loi des gaz parfaits

$$\rho = \frac{PM}{RT} \quad (4.14)$$

où

$P$  est la pression;

$M$  est la masse moléculaire;

$R$  est la constante des gaz universelle;

$T$  est la température.

Tableau 4.6: Paramètres de simulation pour l'air interne

$M$	28.96 kg/kmol
$C$	1006 J/kgK
$k$	0.02637 W/mK
$\mu$	$1.81 \times 10^{-5}$ Ns/m <sup>2</sup>

## 4.7 Structure externe du transformateur

La cuve, les ailettes et les pattes sont constitués d'acier. La figure de la page suivante présente le maillage de la structure externe du transformateur. Les paramètres de simulation sont résumés au tableau 4.7.

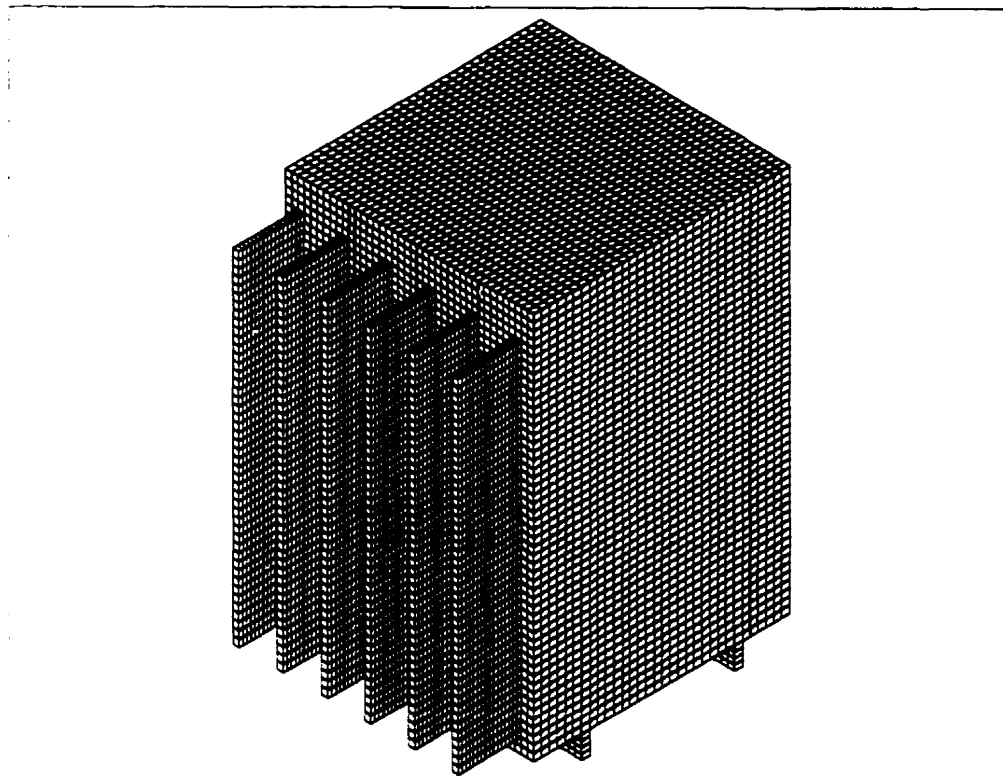


Figure 4.10: Maillage de la structure externe du transformateur

Tableau 4.7: Paramètres de simulation pour la structure du transformateur

$\rho$	$7800 \text{ kg/m}^3$
$C$	$460 \text{ J/kgK}$
$k$	$75 \text{ W/mK}$

Deux fluides de nature différente doivent être séparés par des éléments solides lorsque modélisés à l'aide du logiciel STAR-CD. Une mince couche d'acier est donc ajoutée entre l'huile et l'air interne. Cette caractéristique du maillage est illustrée à la figure 4.11.

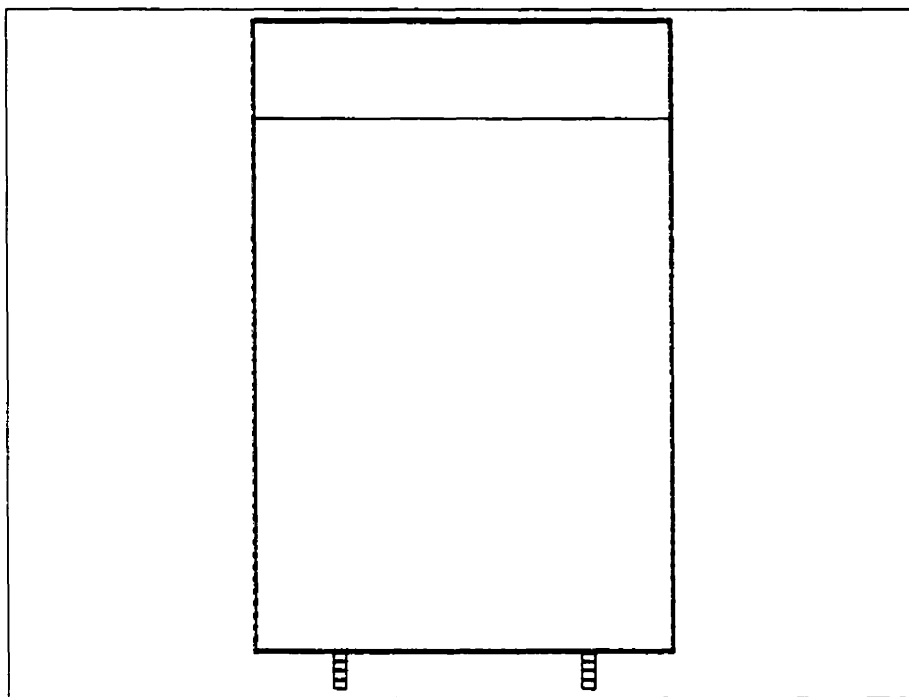


Figure 4.11: Coupe de la structure externe du transformateur

#### 4.8 Air ambiant

Les études expérimentales réalisées à l'IREQ étaient effectuées dans un entrepôt à aire ouverte. Nous devons donc réduire ce domaine afin de diminuer le temps de calcul. Nous avons délimité le domaine de manière à ce que les parois verticales du transformateur et du volume d'air ambiant soient distantes de  $1.5\text{ m}$ . La distance entre le sommet transformateur et la partie supérieure du volume d'air ambiant a été fixée à  $6\text{ m}$ . La validation de ce volume sera effectuée lors de l'analyse des résultats. La densité de l'air externe varie selon la loi des gaz parfaits. L'accélération gravitationnelle est prise en considération dans ce fluide. Le maillage de l'air externe ainsi que les paramètres de simulation sont présentés à la page suivante.

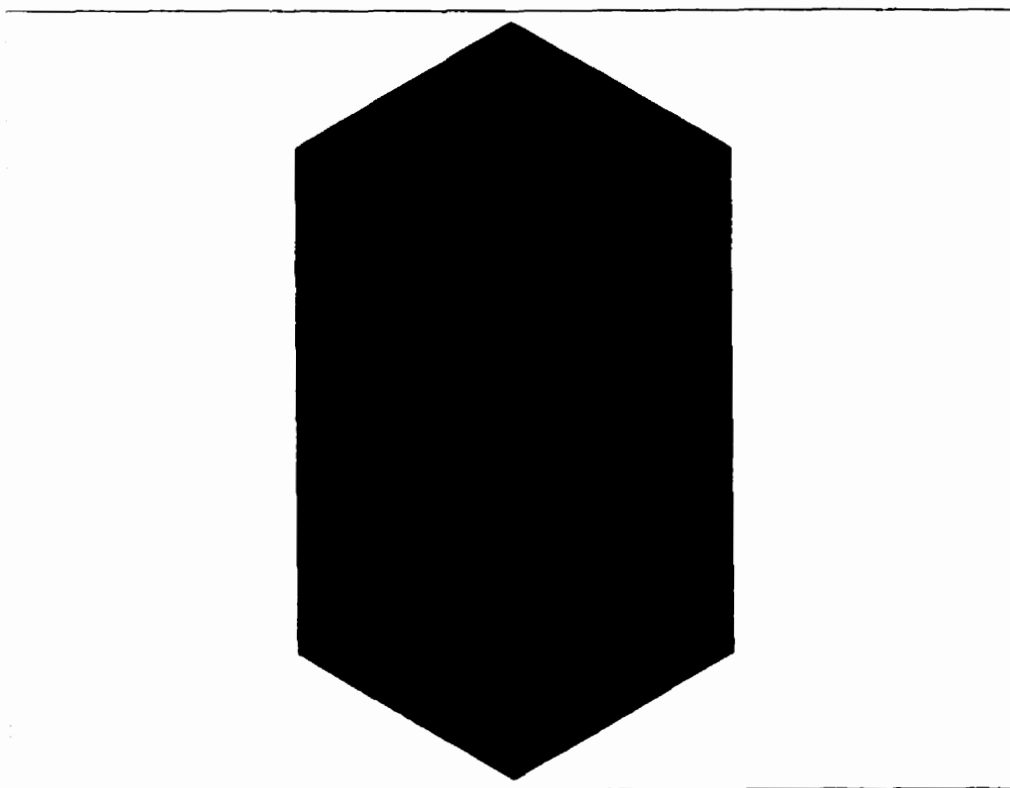


Figure 4.12: Maillage de l'air ambiant

Tableau 4.8: Paramètres de simulation pour l'air ambiant

$M$	$28.96 \text{ kg/kmol}$
$C$	$1006 \text{ J/kgK}$
$k$	$0.02637 \text{ W/mK}$
$\mu$	$1.81 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$



## 4.9 Conditions frontières

Une condition de paroi conductrice est imposée entre les éléments fluides et solides du maillage. Le volume d'air ambiant est borné à la base et au sommet par des parois adiabatiques. Des parois à température fixe de  $297\text{ K}$  bornent les surfaces externes verticales du volume d'air ambiant.

## 4.10 Conditions initiales

Au départ du calcul, tous les fluides sont au repos et la température est uniforme à  $297\text{ K}$ .

## 4.11 Historique transitoire

Tel que discuté au chapitre précédent, l'algorithme de résolution PISO est utilisé pour résoudre les équations de transport sur le domaine discrétisé. L'algorithme modifié utilisé dans STAR-CD effectue un nombre indéterminé d'étapes de correction. Lors d'une étape de correction, l'algorithme peut également effectuer plusieurs balayages pour une variable.

Le paramètre clé lors de calculs transitoires avec l'algorithme PISO est le pas de temps  $\Delta t$ . Un pas de temps court permet d'assurer une précision temporelle mais nécessite un temps de calcul supplémentaire. Le temps de calcul est un paramètre critique, particulièrement pour le problème à l'étude. En effet, pour ce type de transformateur, l'équilibre thermique est atteint après 24 heures de fonctionnement en temps réel.

Des essais ont été effectués en augmentant graduellement le pas de temps de 0.1 secondes à 10 secondes, la solution effectuait quelques pas de temps à 10 secondes et divergeait par la suite. Des essais ont été effectués avec un pas de temps maximal de 8 secondes, le même phénomène s'est produit. Finalement, un pas de temps maximal de 5 secondes n'a pas causé de divergences de la solution. La validité de ce pas de temps sera discutée au chapitre suivant.

L'historique transitoire est présenté au tableau 4.9.

Tableau 4.9: Historique transitoire

$\Delta t$	Nombre d'itérations
0.1	10
0.5	118
1	60
2	30
5	3000

#### 4.12 Résumé des paramètres de contrôle

Le tableau de la page suivante résume les paramètres nécessaires à la résolution du problème.

Tableau 4.10: Paramètres de résolution

Enroulement basse tension externe	$\rho$	$2700 \text{ kg/m}^3$
	$C$	$920 \text{ J/kgK}$
	$k$	$k_1 = 1.9937, k_2 = 187.3339, k_3 = 187.3339 \text{ W/mK}$
	$q_T$	$-3535.9744 + 78.8206T \text{ W/m}^3$
Enroulement basse tension interne	$\rho$	$2700 \text{ kg/m}^3$
	$C$	$920 \text{ J/kgK}$
	$k$	$k_1 = 1.9937, k_2 = 187.3339, k_3 = 187.3339 \text{ W/mK}$
	$q_T$	$-4008.3567 + 89.3505T \text{ W/m}^3$
Enroulement haute tension	$\rho$	$8900 \text{ kg/m}^3$
	$C$	$385 \text{ J/kgK}$
	$k$	$k_1 = 0.6244, k_2 = 216.4334, k_3 = 0.6244 \text{ W/mK}$
	$q_T$	$-2350.7265 + 60.9833T \text{ W/m}^3$
Noyaux	$\rho$	$7800 \text{ kg/m}^3$
	$C$	$460 \text{ J/kgK}$
	$k$	$k_1 = 2, k_2 = 10, k_3 = 10 \text{ W/mK}$
	$q_T$	$5982.4642 \text{ W/m}^3$
Huile	$\rho$	$-0.664T + 1062.332 \text{ kg/m}^3$
	$C$	$1700 \text{ J/kgK}$
	$k$	$0.1111 \text{ W/mK}$
	$\mu$	$-3.739708 \times 10^{-8} T^3 + 3.976363 \times 10^{-5} T^2 - 1.413354 \times 10^{-2} T + 1.681881 \text{ Ns/m}^2$
Air	$M$	$28.96 \text{ kg/kmol}$
	$C$	$1006 \text{ J/kgK}$
	$k$	$0.02637 \text{ W/mK}$
	$\mu$	$1.81 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$
Structure	$\rho$	$7800 \text{ kg/m}^3$
	$C$	$460 \text{ J/kgK}$
	$k$	$75 \text{ W/mK}$
	$\Delta t$	Nombre d'itérations
Historique transitoire	0.1	10
	0.5	118
	1	60
	2	30
	5	3000

## **CHAPITRE 5**

### **RÉSULTATS**

Ce chapitre est consacré à la validation et à l'analyse des résultats numériques.

Des tentatives de résolution à l'état permanent ont d'abord été effectuées. Des essais avec différents algorithmes de résolution et sous divers niveaux de relaxation ont produit une oscillation des résidus et une non convergence de la solution.

En utilisant l'algorithme de résolution transitoire PISO, il nous a été impossible de simuler le cycle d'échauffement complet du transformateur car le temps de calcul associé à un tel cycle était trop important. Nous avons donc simulé les quatre premières heures de fonctionnement. En utilisant 5 processeurs R12000 de 300Mhz, la simulation a nécessité environ 34 jours de calcul.

#### **5.1 Validation des résultats numériques**

Cette section compare les résultats numériques à des résultats expérimentaux correspondants. Le volume d'air ambiant ainsi que le pas de temps sont également validés.

##### **5.1.1 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux**

Le transformateur à l'étude a été instrumenté à l'aide de thermocouples et de fibres optiques dans les laboratoires de l'IREQ. Deux thermocouples mesuraient la température ambiante, six mesuraient les températures de surface du transformateur et quatre mesuraient les températures de l'huile à différentes profondeurs. Trois fibres



La figure 5.2 présente les résultats obtenus expérimentalement pour les quatre points de mesure sélectionnés. La figure 5.3 présente les résultats numériques correspondants. Les deux figures montrent un accroissement de température instantané dans le canal de refroidissement et une élévation de température plus graduelle à l'extérieur de ceux-ci. Ces résultats sont en accord avec ceux de Pierce(1992) qui indiquent que la température de l'huile dans les canaux s'élève plus rapidement qu'ailleurs, avec une constante de temps égale à celle de l'enroulement.

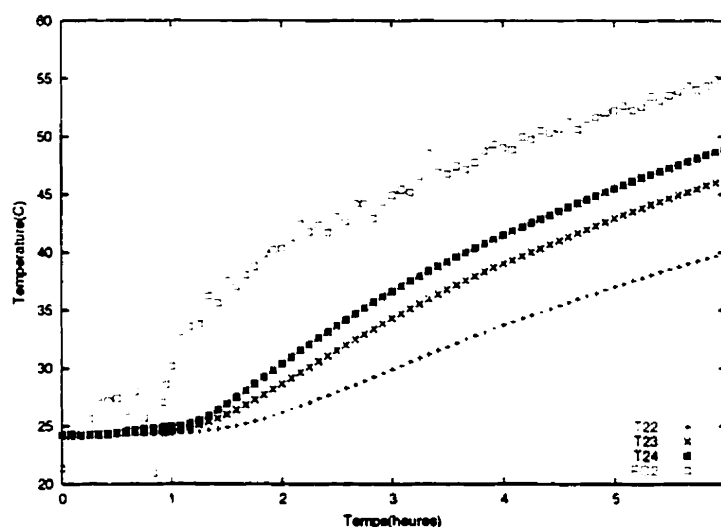


Figure 5.2: Données expérimentales

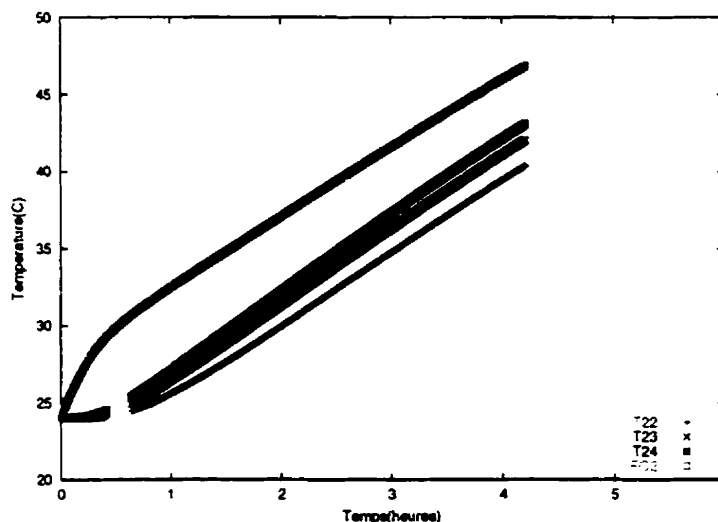


Figure 5.3: Données numériques

Les figures 5.4 à 5.7 comparent les valeurs numériques aux valeurs expérimentales pour chacun des points de mesure.

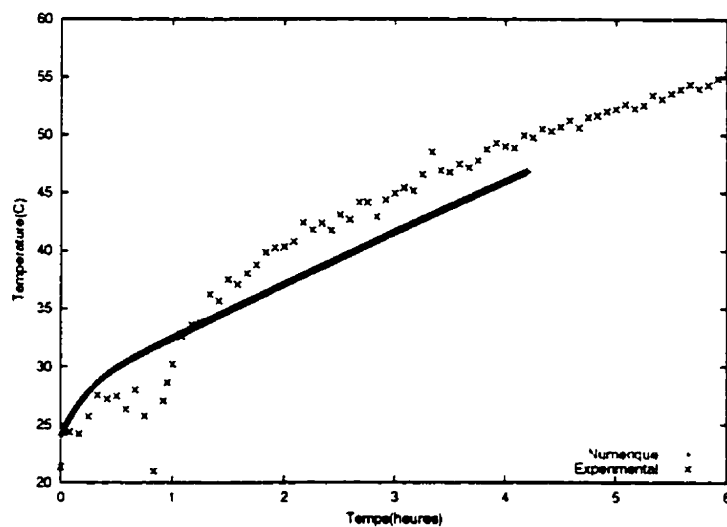


Figure 5.4: Résultats expérimentaux et numériques pour la fibre optique

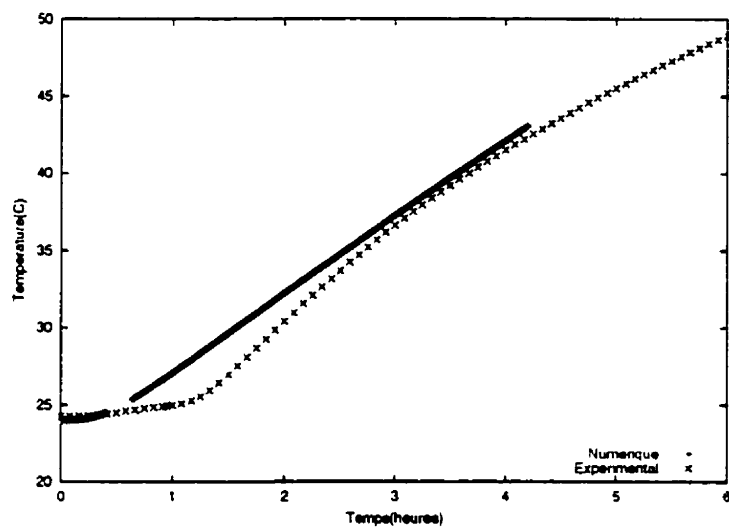


Figure 5.5: Résultats expérimentaux et numériques pour le thermocouple 24

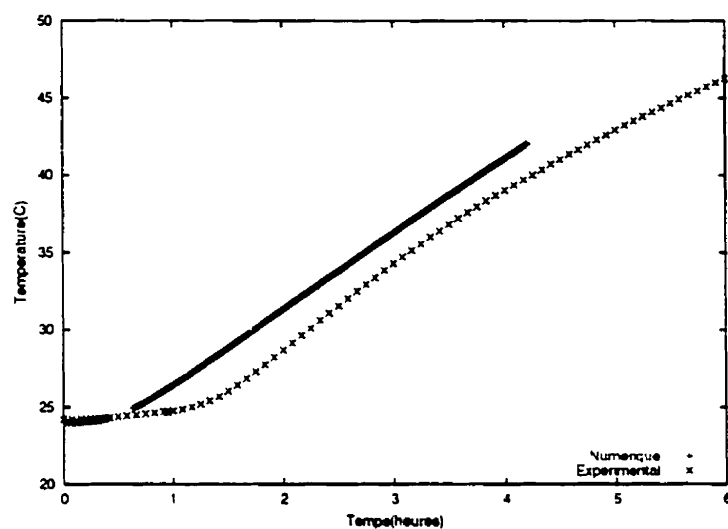


Figure 5.6: Résultats expérimentaux et numériques pour le thermocouple 23

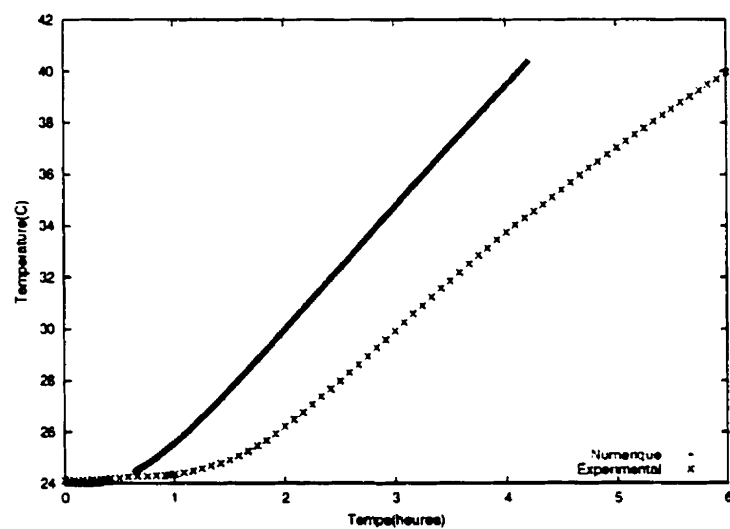


Figure 5.7: Résultats expérimentaux et numériques pour le thermocouple 22



On remarque des différences importantes dans l'évolution des températures pour les quatre figures précédentes. Les températures obtenues numériquement s'élèvent plus rapidement que les valeurs expérimentales obtenues à l'aide des thermocouples 22 à 24. Les différences entre les valeurs numériques et expérimentales sont plus importantes au fond de la cuve qu'au sommet de celle-ci.

Ces différences peuvent s'expliquer en partie par les conditions d'expérimentation. En effet, au démarrage des essais expérimentaux, le transformateur a été mis sous tension et sous charge puis arrêté à quelques reprises. La figure 5.8 présente la charge et la tension appliquées au transformateur durant les quatre premières heures de fonctionnement.

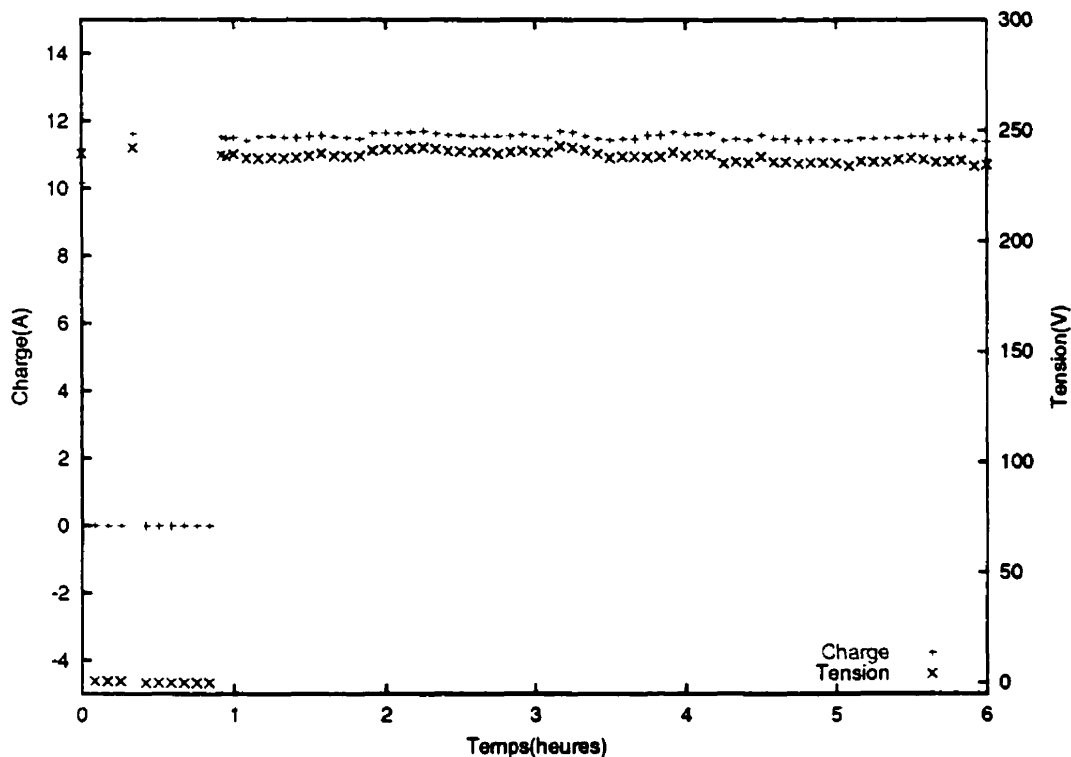


Figure 5.8: Charge et tension appliquées au transformateur

La figure ci-dessous présente l'évolution des températures expérimentales pour la première heure de fonctionnement. L'application d'une charge puis l'arrêt de celle-ci augmente instantanément les températures à l'intérieur des canaux. Ce profil de charge semble toutefois avoir moins d'influence sur l'huile à l'extérieur des enroulements.

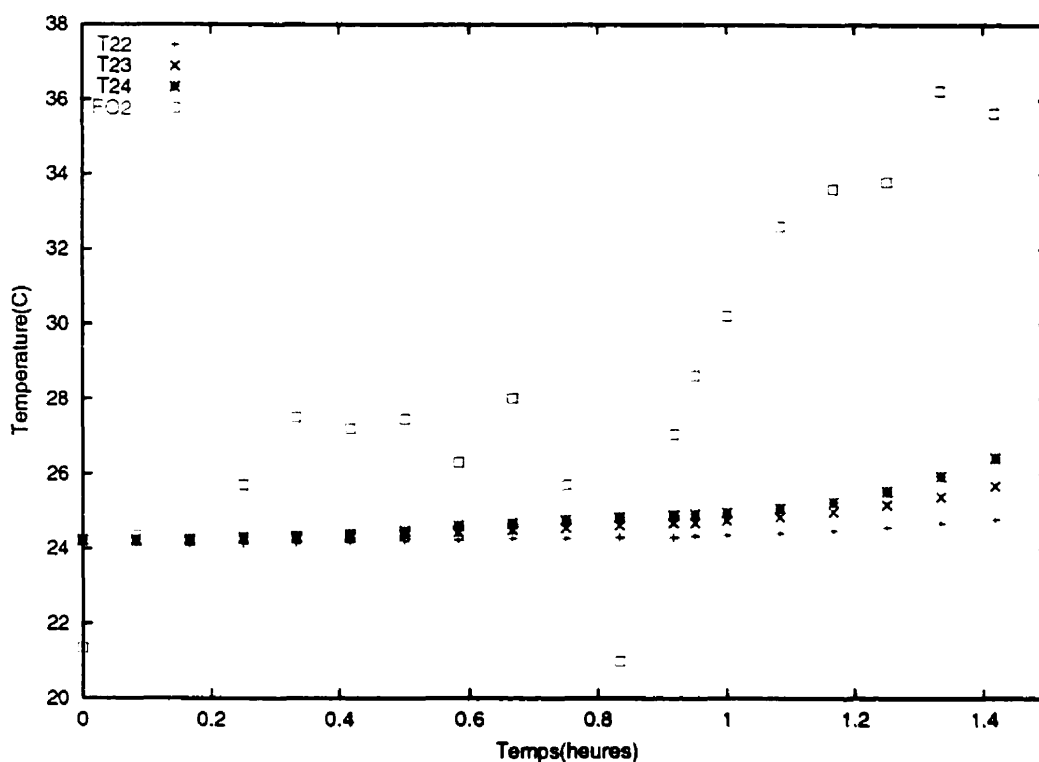


Figure 5.9: Résultats expérimentaux au démarrage du transformateur

La tension et la charge sont appliquées en continu à partir de  $t=55$  minutes. Les figures 5.10 à 5.13 présentent les résultats numériques et les résultats expérimentaux décalés de 55 minutes.

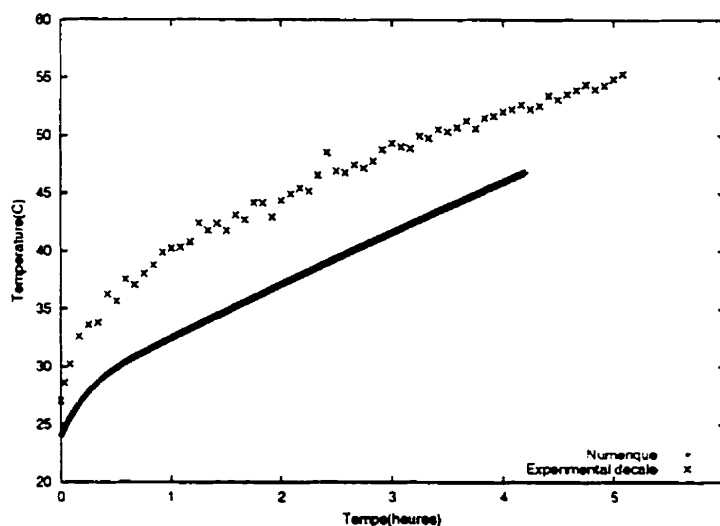


Figure 5.10: Résultats expérimentaux décalés et numériques pour la fibre optique

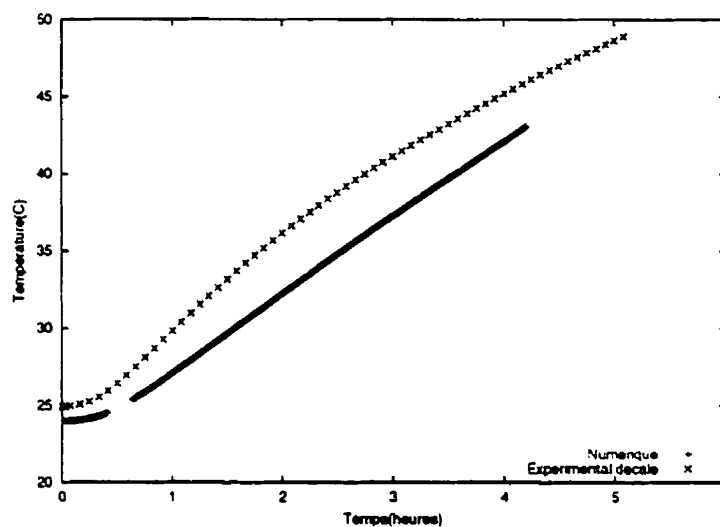


Figure 5.11: Résultats expérimentaux décalés et numériques pour le thermocouple 24

À la fin de la simulation, la température obtenue numériquement dans le canal basse tension est de  $5.4^{\circ}\text{C}$  inférieure à la température expérimentale. Il faut toutefois noter que la température de départ de la courbe expérimentale décalée est de  $27.1^{\circ}\text{C}$  alors que la température de départ de la courbe numérique est de  $24^{\circ}\text{C}$ . La température obtenue numériquement à l'emplacement du thermocouple 24 est de  $3^{\circ}\text{C}$  inférieure à la température expérimentale à la fin de la simulation.

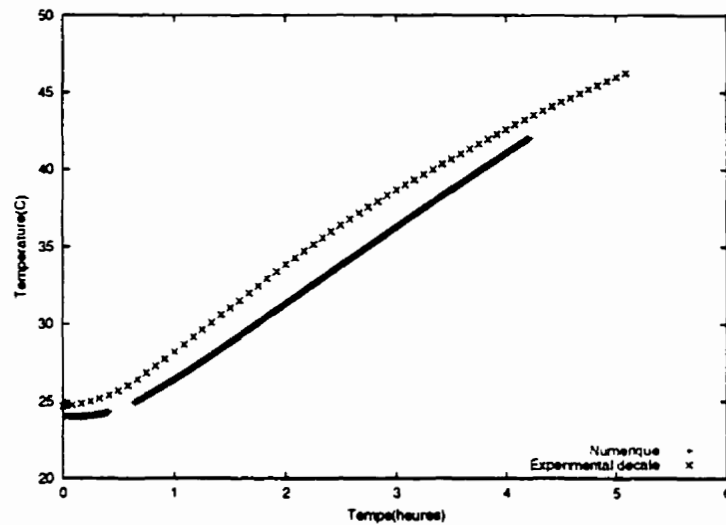


Figure 5.12: Résultats expérimentaux décalés et numériques pour le thermocouple 23

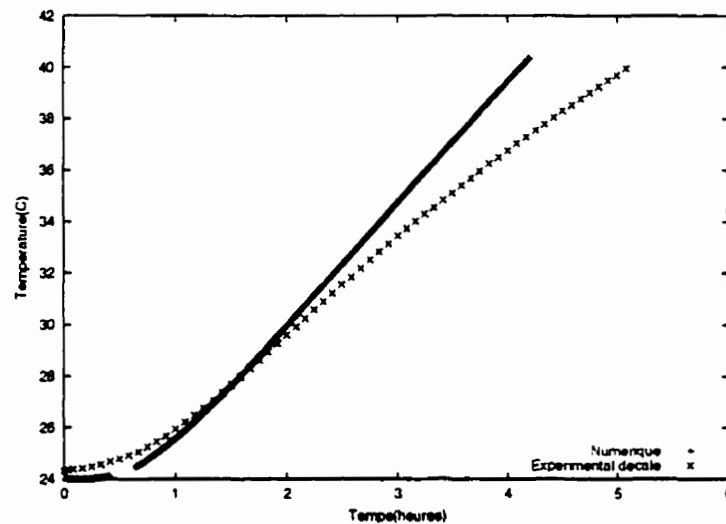


Figure 5.13: Résultats expérimentaux décalés et numériques pour le thermocouple 22

Les températures numériques qui correspondent le plus aux valeurs expérimentales sont enregistrées à l'emplacement du thermocouple 23. À la fin de la simulation, la température numérique associée à cette position est de  $1.5^{\circ}\text{C}$  inférieure à la température expérimentale. À l'emplacement du thermocouple 22, la température numérique finale est de  $2.8^{\circ}\text{C}$  supérieure à la température expérimentale correspondante.

L'échauffement de l'huile du modèle numérique est insuffisant au centre du canal basse tension et aux emplacements correspondant aux thermocouples 23 et 24. La température de l'huile numérique correspondant à l'emplacement du thermocouple 22 est toutefois trop élevée. Le modèle ne s'échauffe donc pas assez en surface et trop en profondeur. On note également une uniformité des températures du modèle numérique. La différence de température entre les thermocouples 22 et 24 est de  $2.7^{\circ}\text{C}$  pour le modèle numérique alors que la différence expérimentale est de  $8.6^{\circ}\text{C}$ . On remarque que les pentes des courbes expérimentales diminuent avec le temps alors qu'elles sont stables pour les courbes numériques. Nous tenterons d'expliquer les divergences entre les résultats numériques et expérimentaux lors de l'analyse des résultats.

Des essais dans des conditions expérimentales plus strictes seraient toutefois nécessaires pour évaluer avec plus de précision les résultats obtenus numériquement. Des conditions expérimentales et numériques identiques permettraient d'évaluer avec précision les erreurs découlant des différentes approximations. On pourrait ainsi apporter certains correctifs au maillage et aux paramètres de simulation.

### **5.1.2 Validation du volume d'air ambiant**

La modélisation d'un volume d'air ambiant fermé produit un échauffement de l'air au voisinage du transformateur. Les températures dans l'air ambiant pour la section passant par le centre des canaux de refroidissement sont présentées à la figure 5.14. La température ambiante maximale obtenue numériquement se situe dans l'intervalle de températures ambiantes expérimentales. En effet, la température numérique au voisinage du transformateur est d'environ  $25.5^{\circ}\text{C}$  alors que les températures ambiantes expérimentales varient de  $22^{\circ}\text{C}$  à  $25.9^{\circ}\text{C}$ . Si la simulation avait été effectuée sur une période de 24 heures, le volume d'air ambiant aurait dû être modélisé autrement car l'échauffement de l'air au voisinage du transformateur aurait été beaucoup plus important. Il serait plus simple de modéliser le transformateur dans son lieu d'utilisation, une voûte souterraine par exemple. Cela limiterait la puissance de calcul destinée à l'air ambiant et faciliterait l'imposition des conditions frontières.

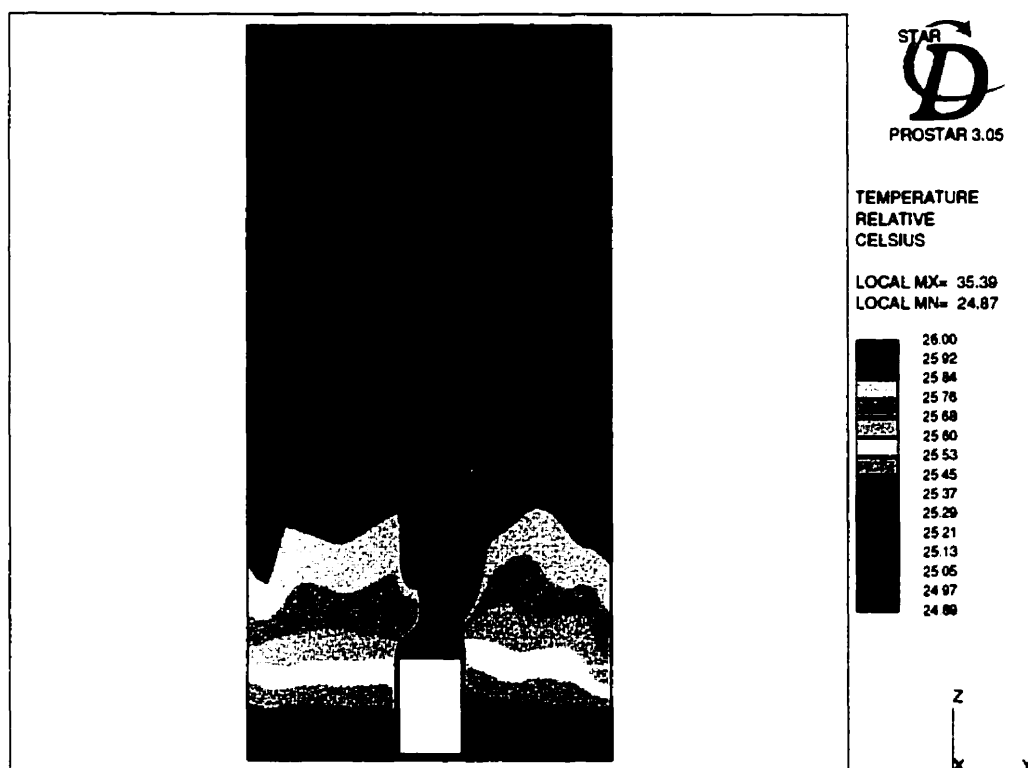


Figure 5.14: Températures de l'air ambiant à  $t=4$  heures

### 5.1.3 Validation du pas de temps

STAR-CD suggère un nombre de Courant inférieur à 100 en tout point du maillage pour assurer une stabilité de la résolution numérique et pour capter les phénomènes transitoires. Le nombre de Courant maximal rencontré dans une cellule est de 71.61 alors que le nombre de Courant moyen pour l'ensemble du domaine est de 19.92.

## **5.2 Analyse des résultats numériques**

Cette section analyse les différents phénomènes physiques en jeu dans l'échauffement d'un transformateur à l'huile. Nous y présentons l'évolution des températures et des vitesses dans l'huile environnante. Nous traitons ensuite des variations de viscosité et de densité de cette même huile. En troisième point, nous présentons l'évolution des températures des composantes internes du transformateur. Finalement, nous traitons de l'accroissement des températures dans les canaux de refroidissements.

### **5.2.1 Champs de vitesses et de températures dans l'huile**

Les pages qui suivent présentent l'évolution des températures et des vitesses de l'huile pour le plan YZ passant par le centre des canaux de refroidissement.

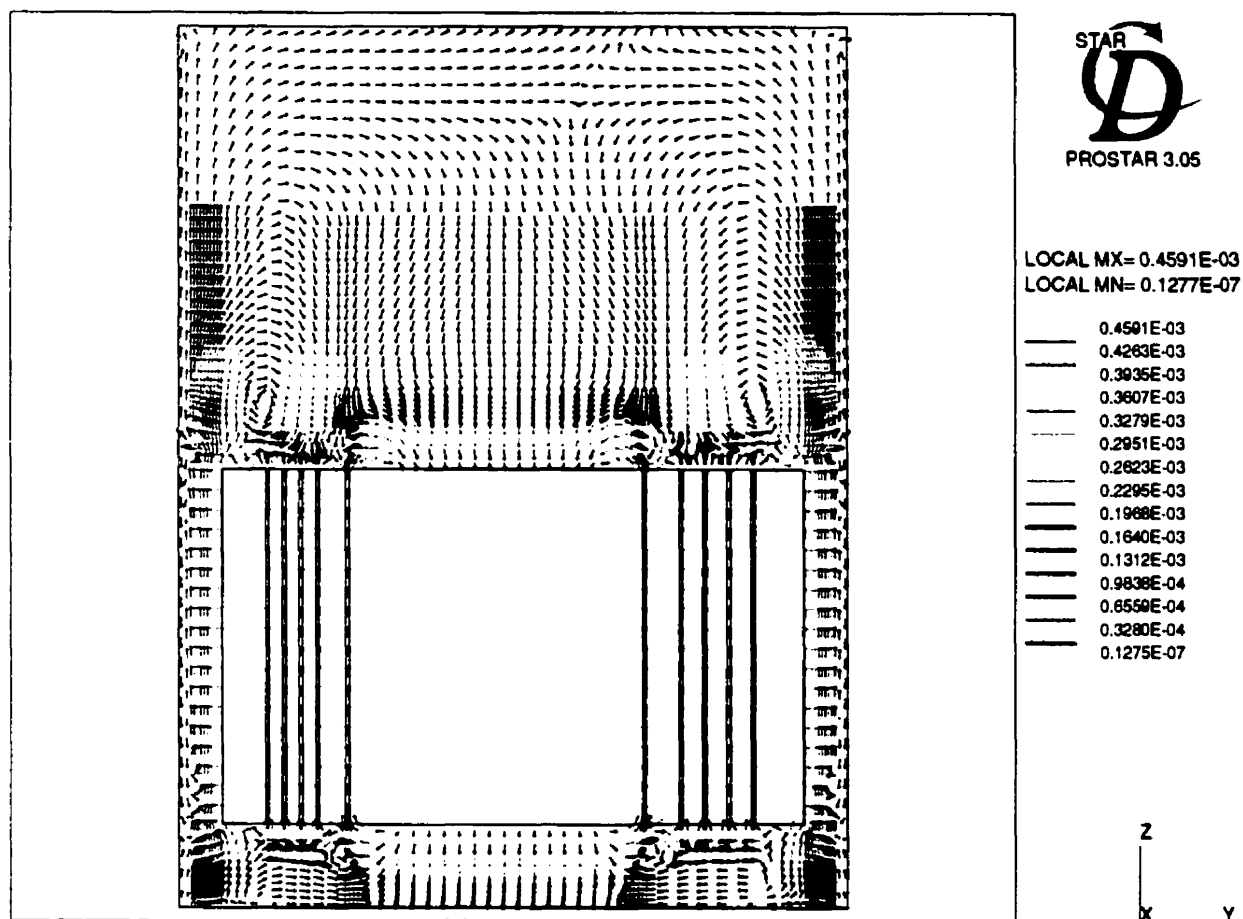


Figure 5.15: Vitesses de l'huile dans le plan YZ à t=1 minute

À t=1 minute, les vitesses les plus importantes sont à la surface verticale de l'enroulement basse tension externe. Les forces visqueuses dans les canaux de refroidissement limitent l'écoulement du fluide à cet endroit. Deux zones de recirculation allant de la structure externe du transformateur jusqu'au centre des noyaux apparaissent au sommet des composantes internes.



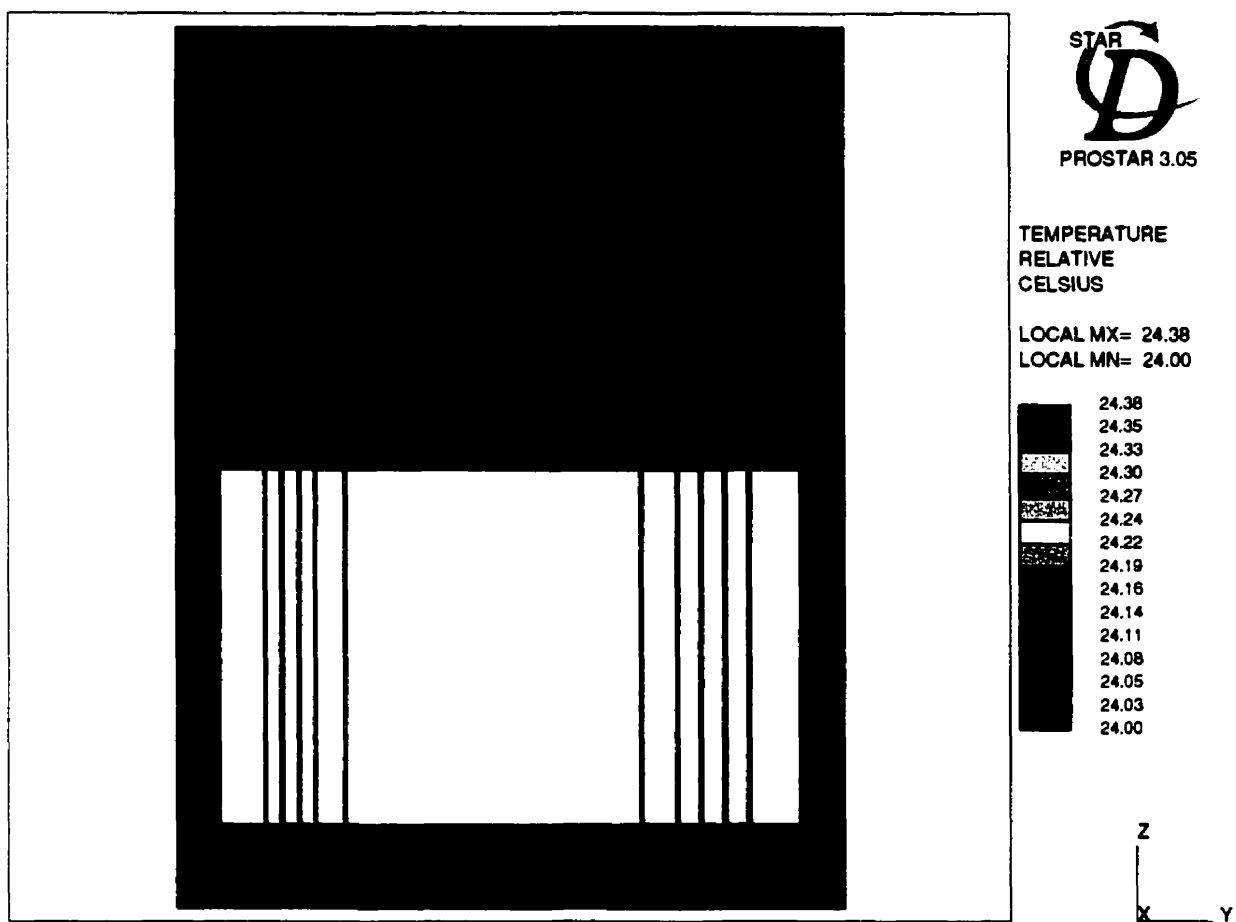


Figure 5.16: Températures de l'huile dans le plan YZ à  $t=1$  minute

À  $t=1$  minute, l'échauffement de l'huile s'effectue principalement à l'intérieur des canaux de refroidissement et sur la face verticale de l'enroulement basse tension externe. La température de l'huile est maximale dans les canaux de l'enroulement basse tension interne.

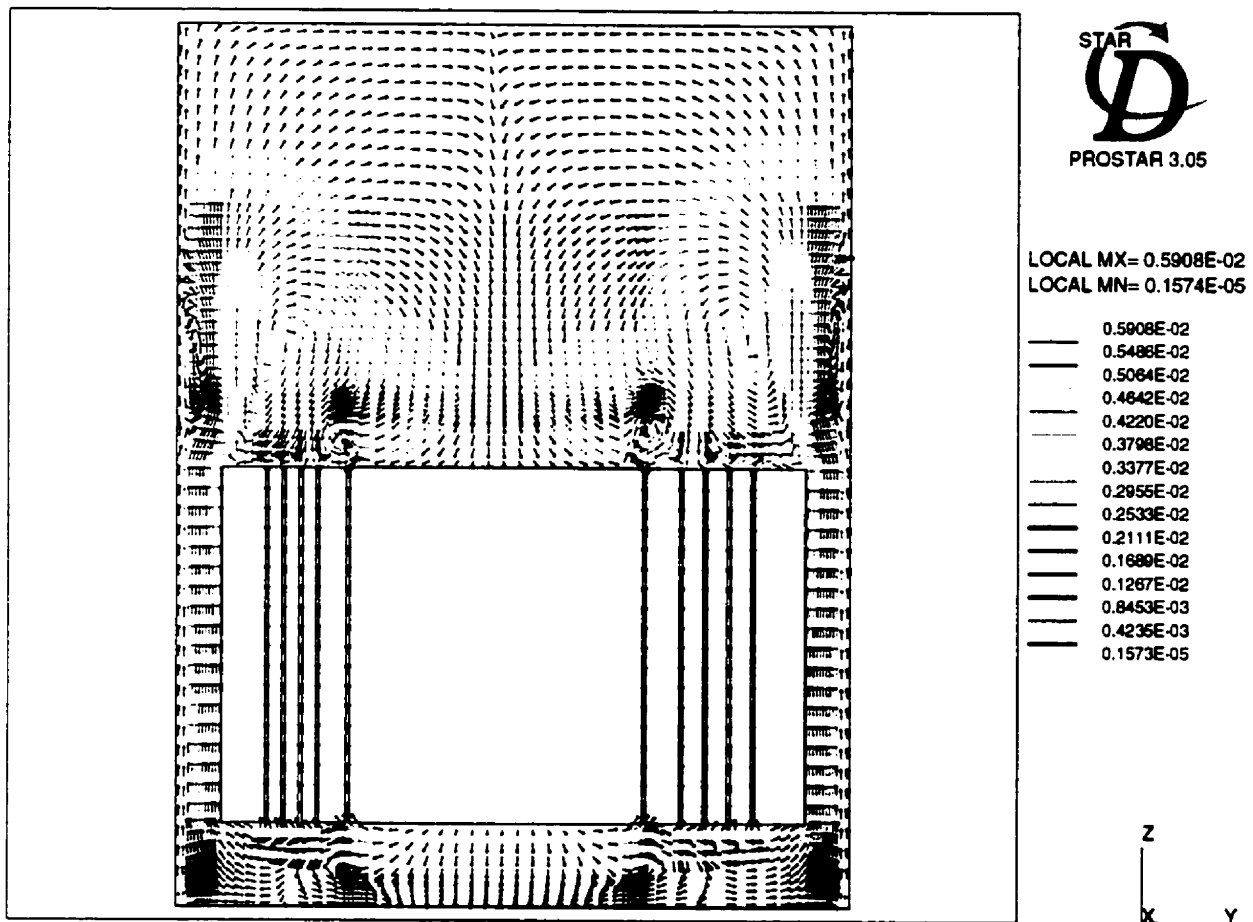


Figure 5.17: Vitesses de l'huile dans le plan YZ à  $t=3$  minutes

À  $t=3$  minutes, les vitesses sont les plus importantes dans les zones de recirculation situées au-dessus de l'enroulement basse tension externe. Des zones de recirculation secondaires se développent près des parois et au-dessus de l'enroulement basse tension interne. La vitesse maximale est 12.87 fois plus importante qu'à  $t=1$  minute.

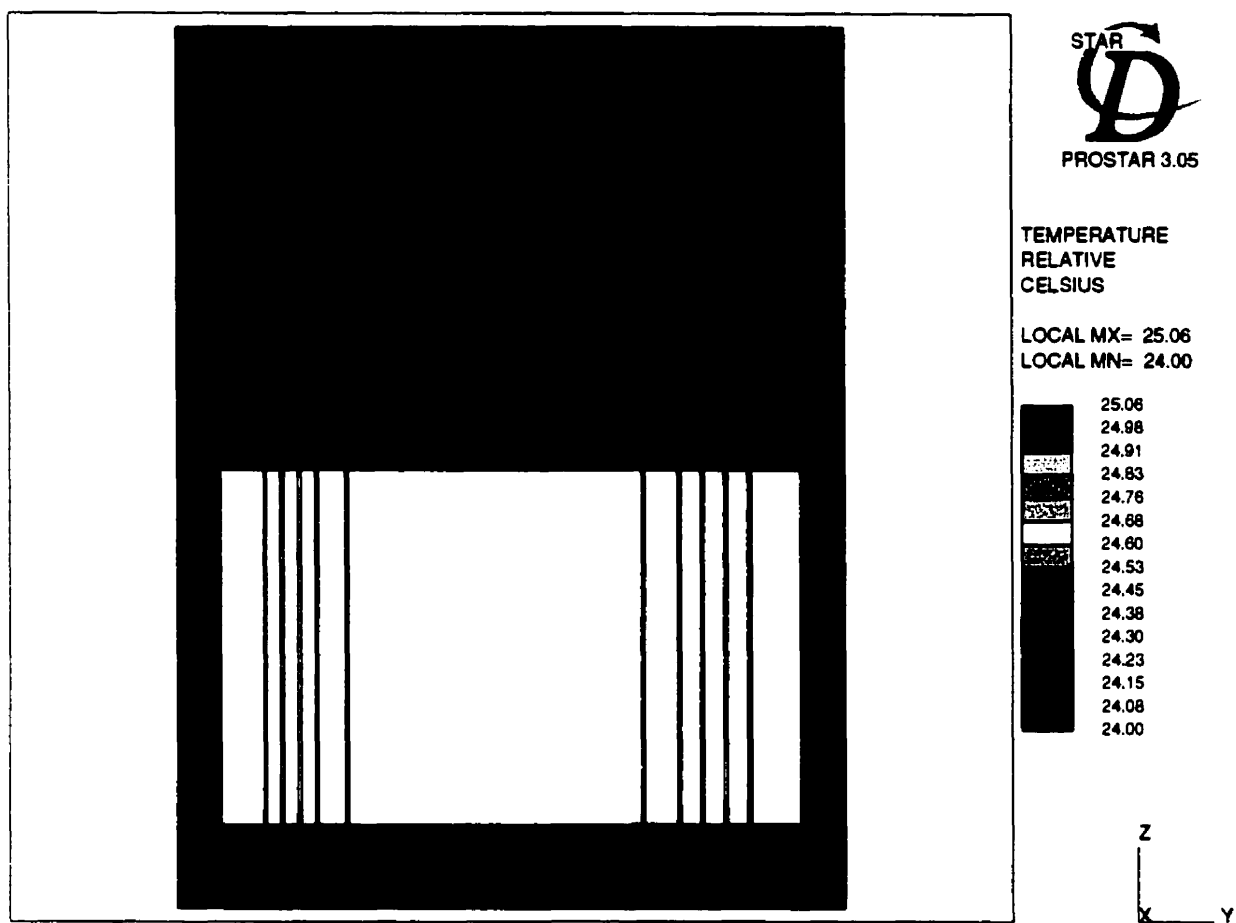


Figure 5.18: Températures de l'huile dans le plan YZ à  $t=3$  minutes

À  $t=3$  minutes, l'échauffement est toujours principalement localisé aux canaux de refroidissement et à la face verticale de l'enroulement basse tension externe. L'huile s'échauffe sur les faces horizontales des enroulements, aux entrées et sorties des canaux et au sommet de l'enroulement basse tension externe. On remarque également une augmentation de la température à la jonction inférieure des noyaux.

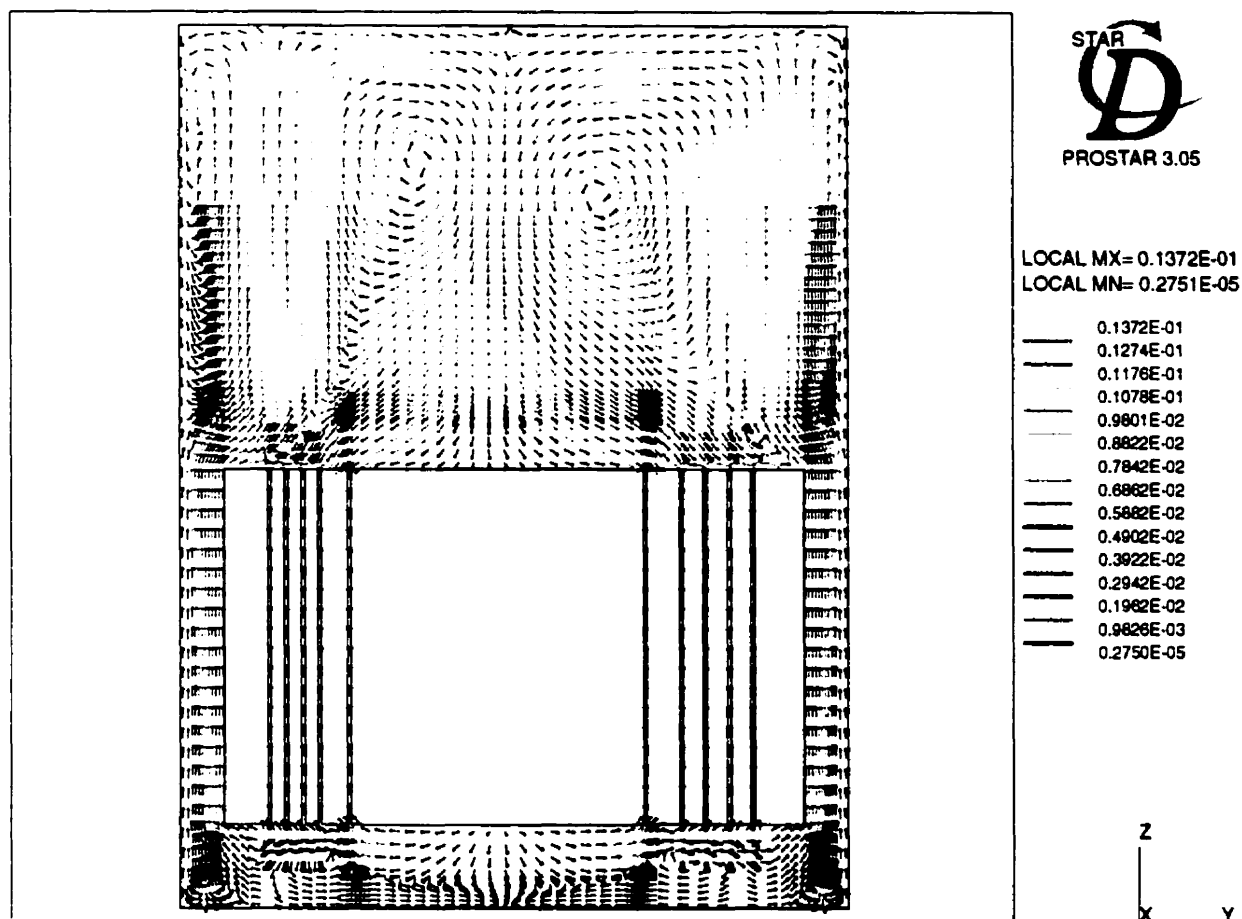


Figure 5.19: Vitesses de l'huile dans le plan YZ à  $t=5$  minutes

À  $t=5$  minutes, les zones de recirculation près des parois prennent plus d'importance et s'étendent maintenant du sommet des enroulements jusqu'à la surface de l'huile. Le coeur des zones de recirculation principales se déplacent vers le centre de la cuve. Les vitesses de l'huile au sommet des canaux de refroidissement sont dirigées dans la direction opposée de l'écoulement dans les canaux.

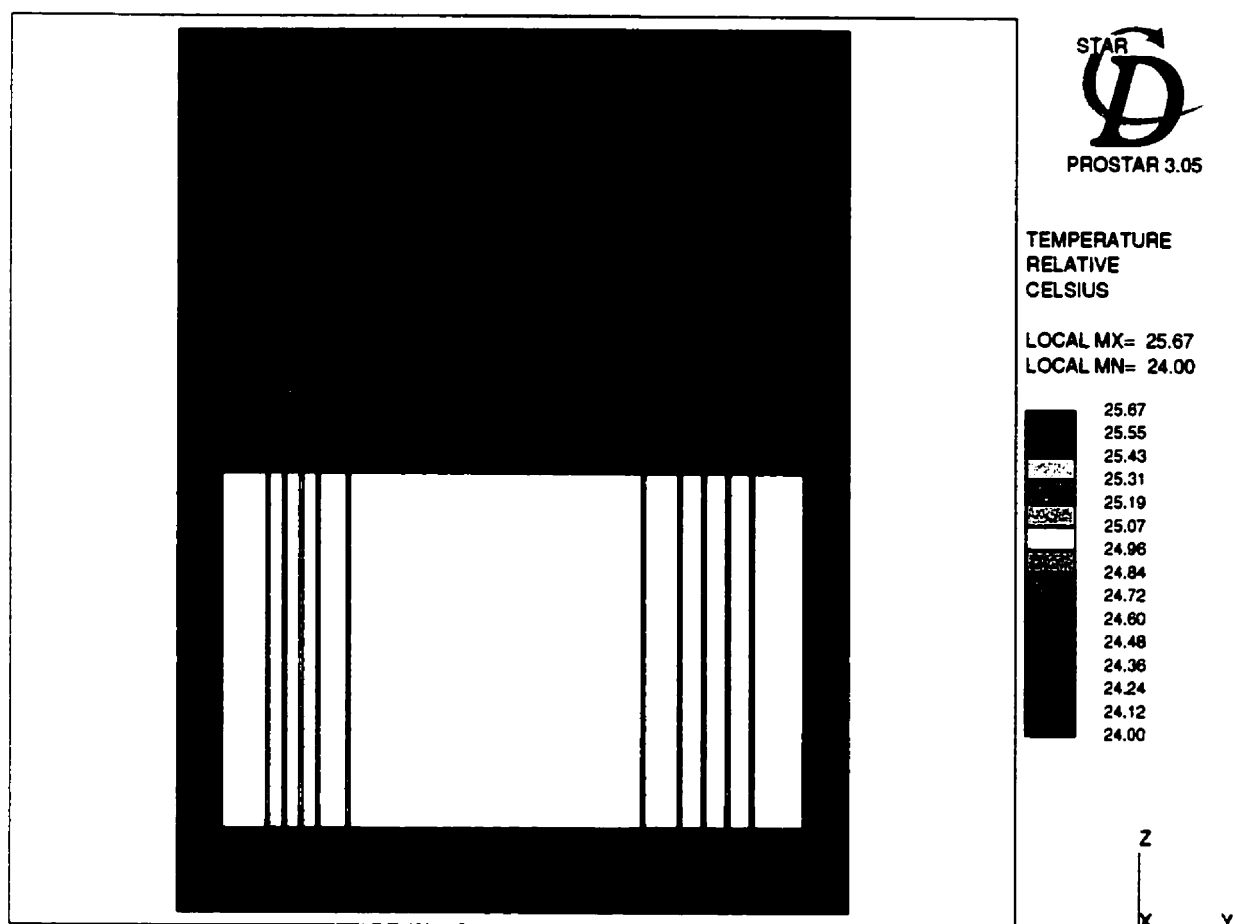


Figure 5.20: Températures de l'huile dans le plan YZ à  $t=5$  minutes

Le profil de température à  $t=5$  minutes est sensiblement le même qu'à  $t=3$  minutes. La chaleur se dissipe plus facilement du côté de l'enroulement ayant le rayon le plus faible.

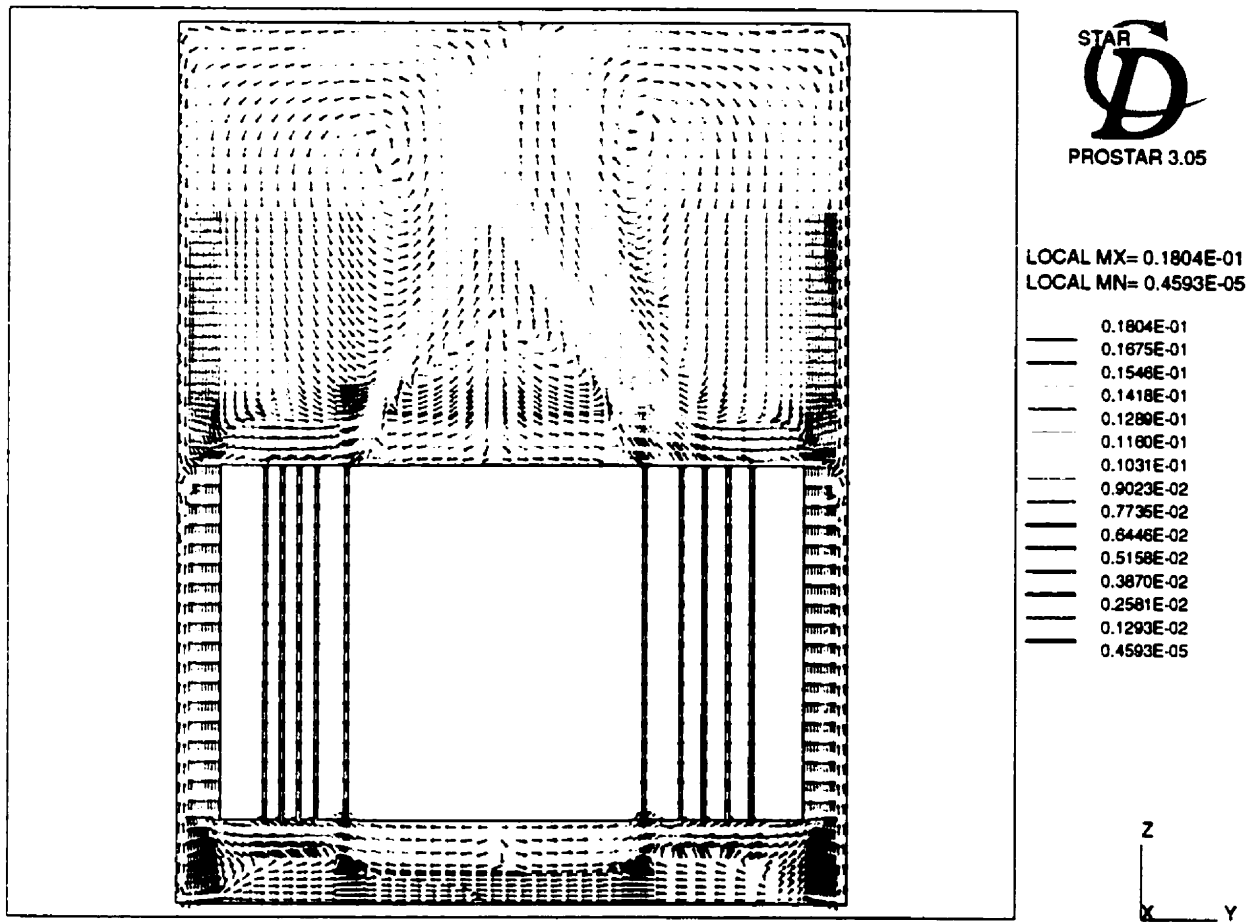


Figure 5.21: Vitesses de l'huile dans le plan YZ à t=9 minutes

À t=9 minutes, les zones de recirculation qui ont pris naissance près des parois sont maintenant les plus importantes. Les zones de recirculation centrales sont confinées au sommet des noyaux. Les vitesses à la sortie des canaux sont dirigées dans la même direction que l'écoulement dans les canaux.

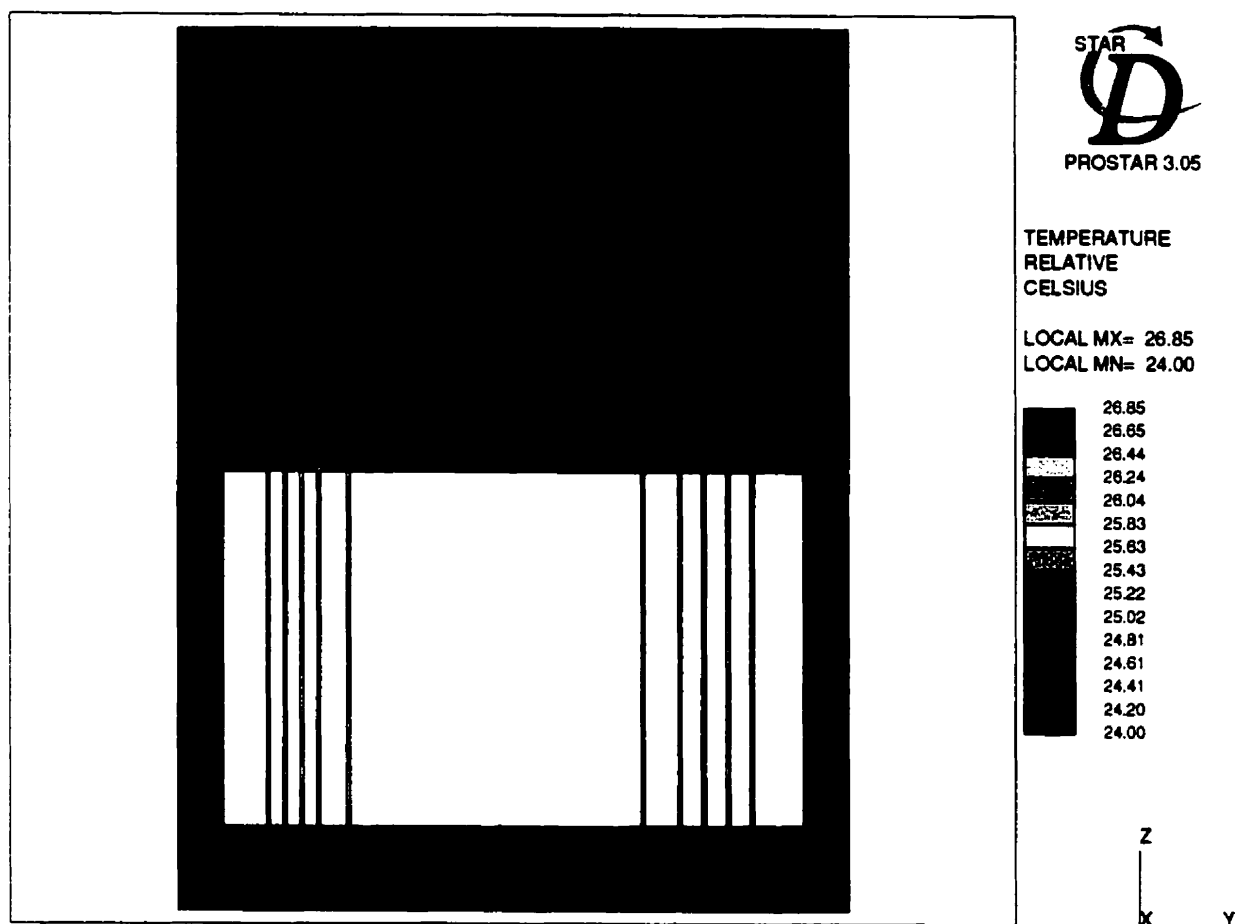


Figure 5.22: Températures de l'huile dans le plan YZ à  $t=9$  minutes

On remarque, à  $t=9$  minutes, un accroissement des températures dans la direction des zones de recirculation principales.

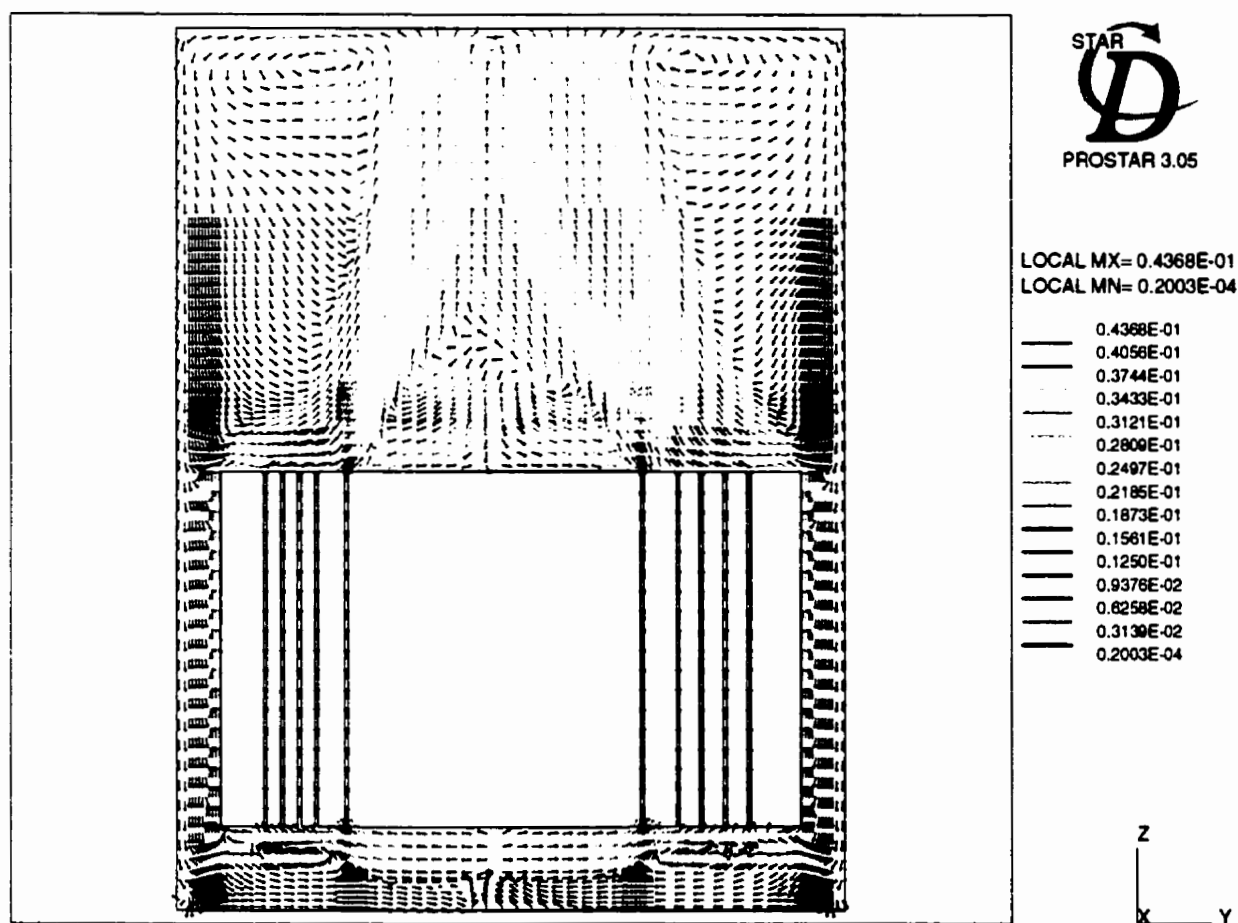


Figure 5.23: Vitesses de l'huile dans le plan YZ à t=45 minutes

À t=45 minutes, les coeurs des zones de recirculation principales sont maintenant situés au sommet du réservoir d'huile. L'huile située entre l'enroulement basse tension externe et la structure du transformateur s'écoule vers le haut près de l'enroulement et vers le bas près de la structure.



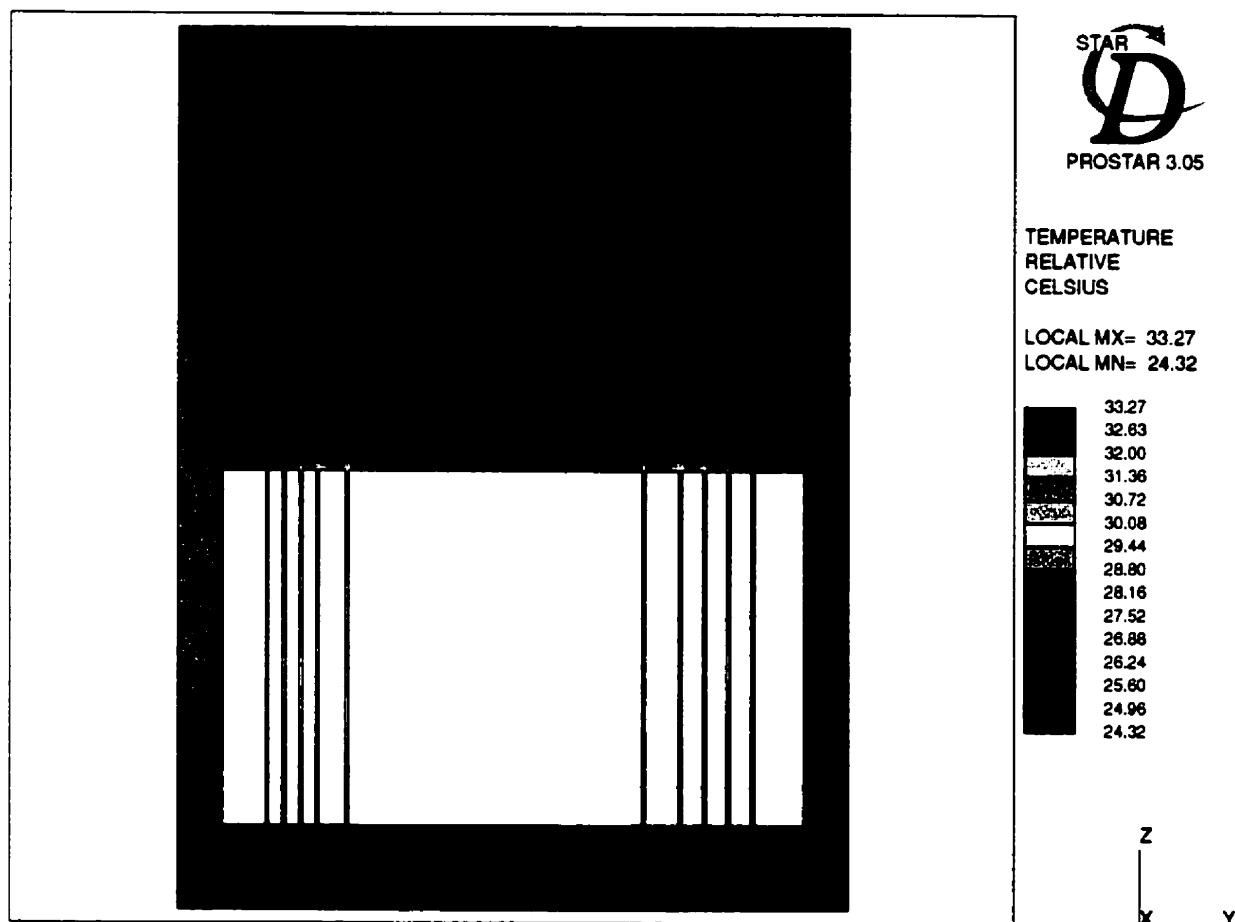


Figure 5.24: Températures de l'huile dans le plan YZ à  $t=45$  minutes

À  $t=45$  minutes, on remarque un échauffement de l'huile entre l'enroulement basse tension externe et la structure du transformateur. L'augmentation de la température à cet endroit est principalement causée par la convection de l'huile chauffée par les canaux vers le bas.

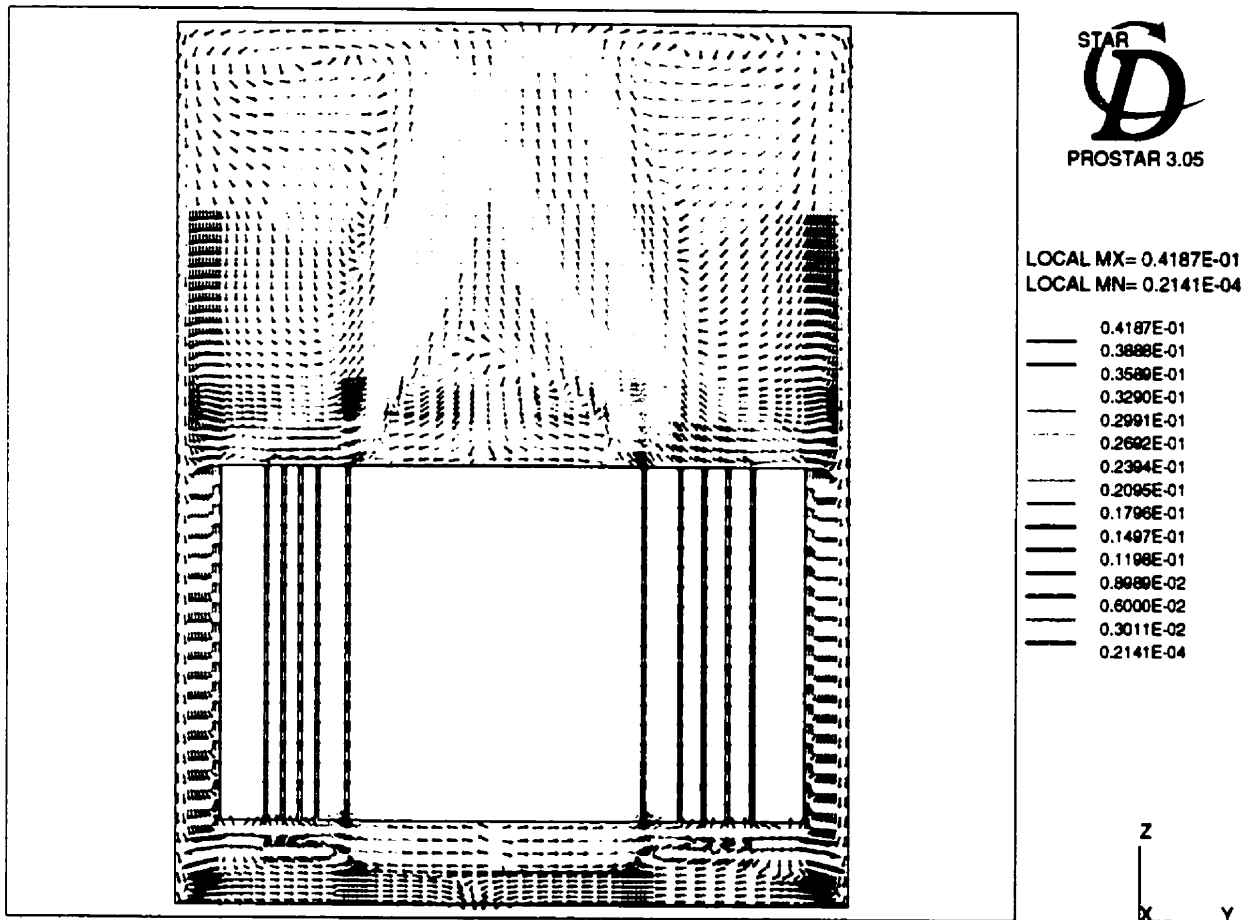


Figure 5.25: Vitesses de l'huile dans le plan YZ à  $t=2$  heures

À  $t=2$  heures, le profil de l'écoulement est sensiblement le même qu'à  $t=45$  minutes. Les vitesses maximales et minimales sont du même ordre de grandeur pour ces deux niveaux de temps. L'écoulement s'est stabilisé.

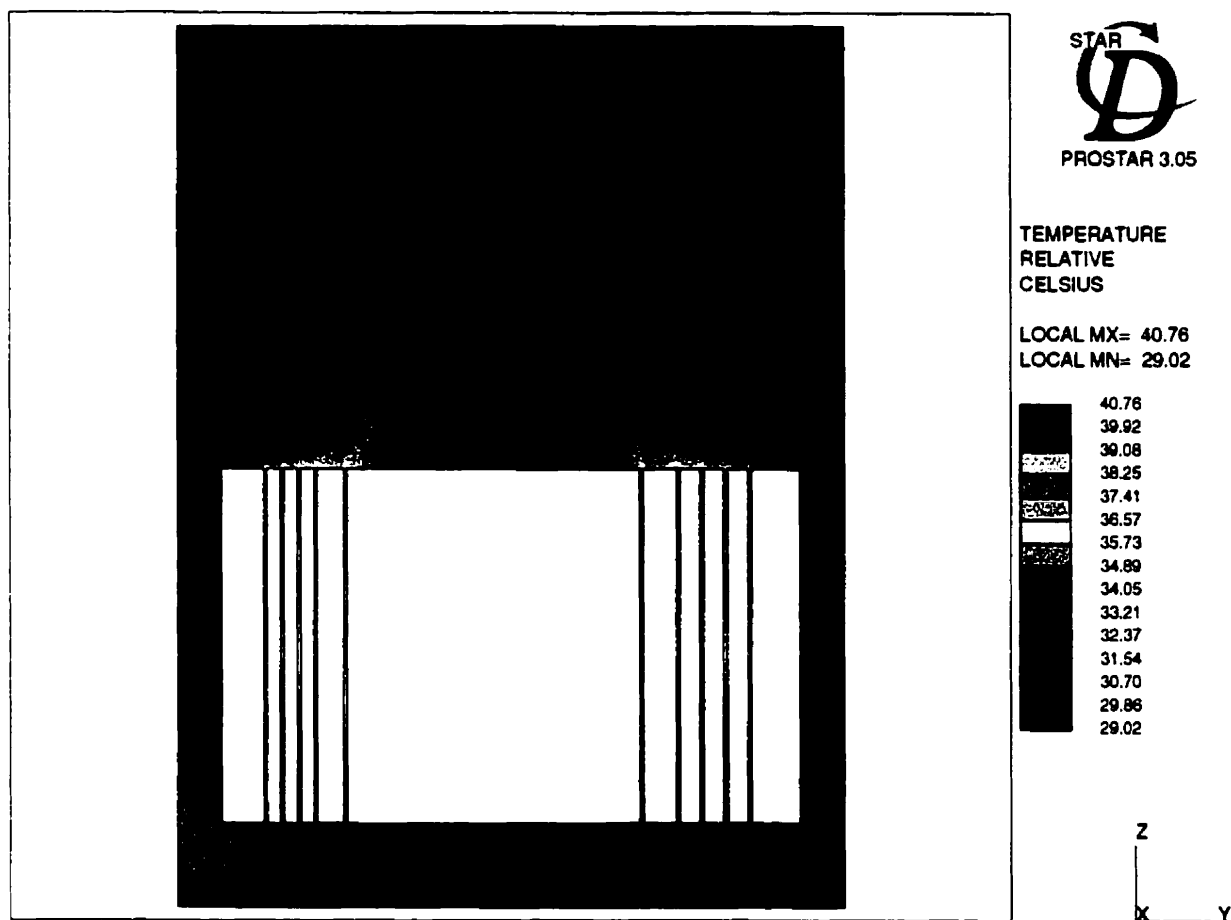


Figure 5.26: Températures de l'huile dans le plan YZ à  $t=2$  heures

La température maximale s'élève de  $7.49^{\circ}\text{C}$  entre  $t=45$  minutes et  $t=2$  heures.

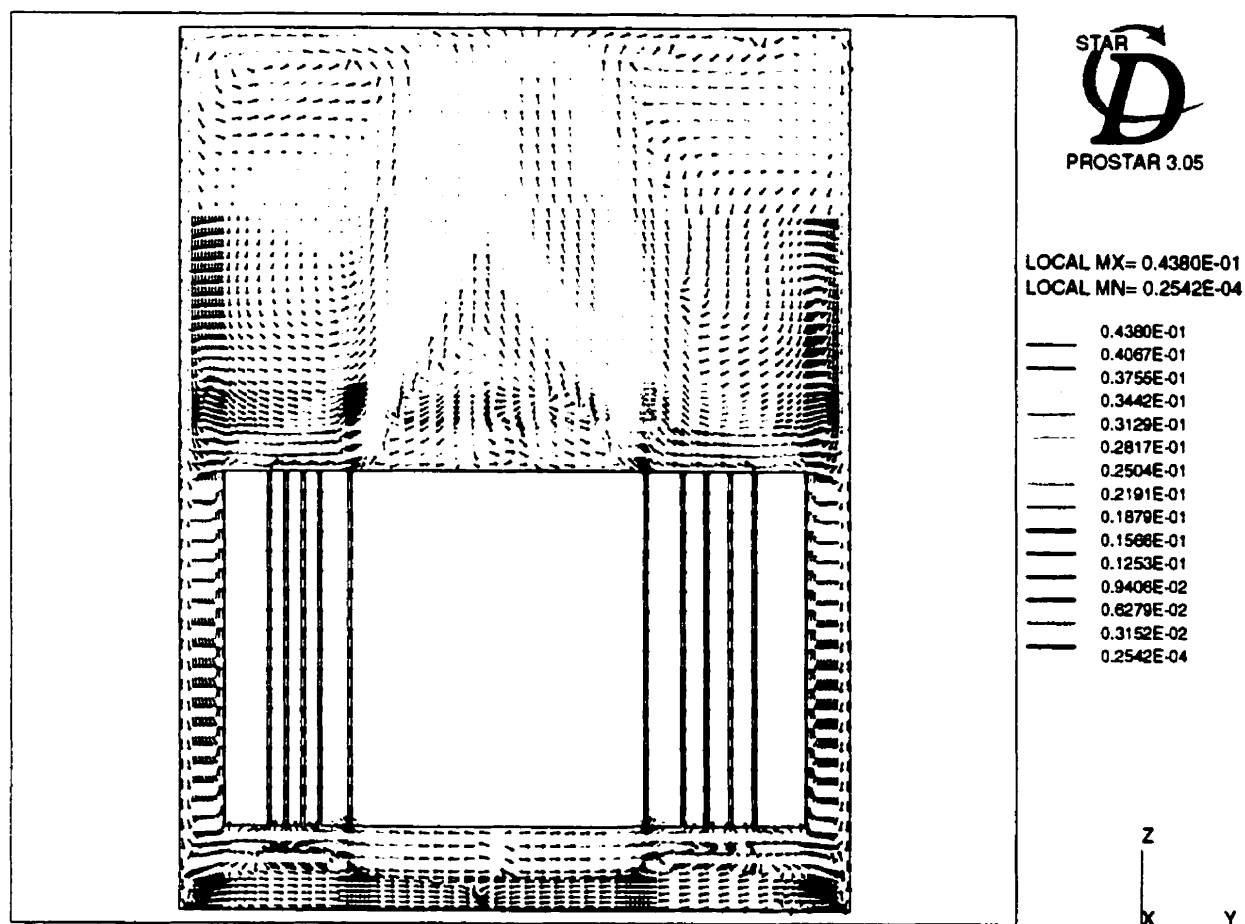


Figure 5.27: Vitesses de l'huile dans le plan YZ à  $t=4$  heures

L'écoulement est toujours stable à  $t=4$  heures, on observe peu de variations dans le profil de l'écoulement et dans les vitesses minimales et maximales.

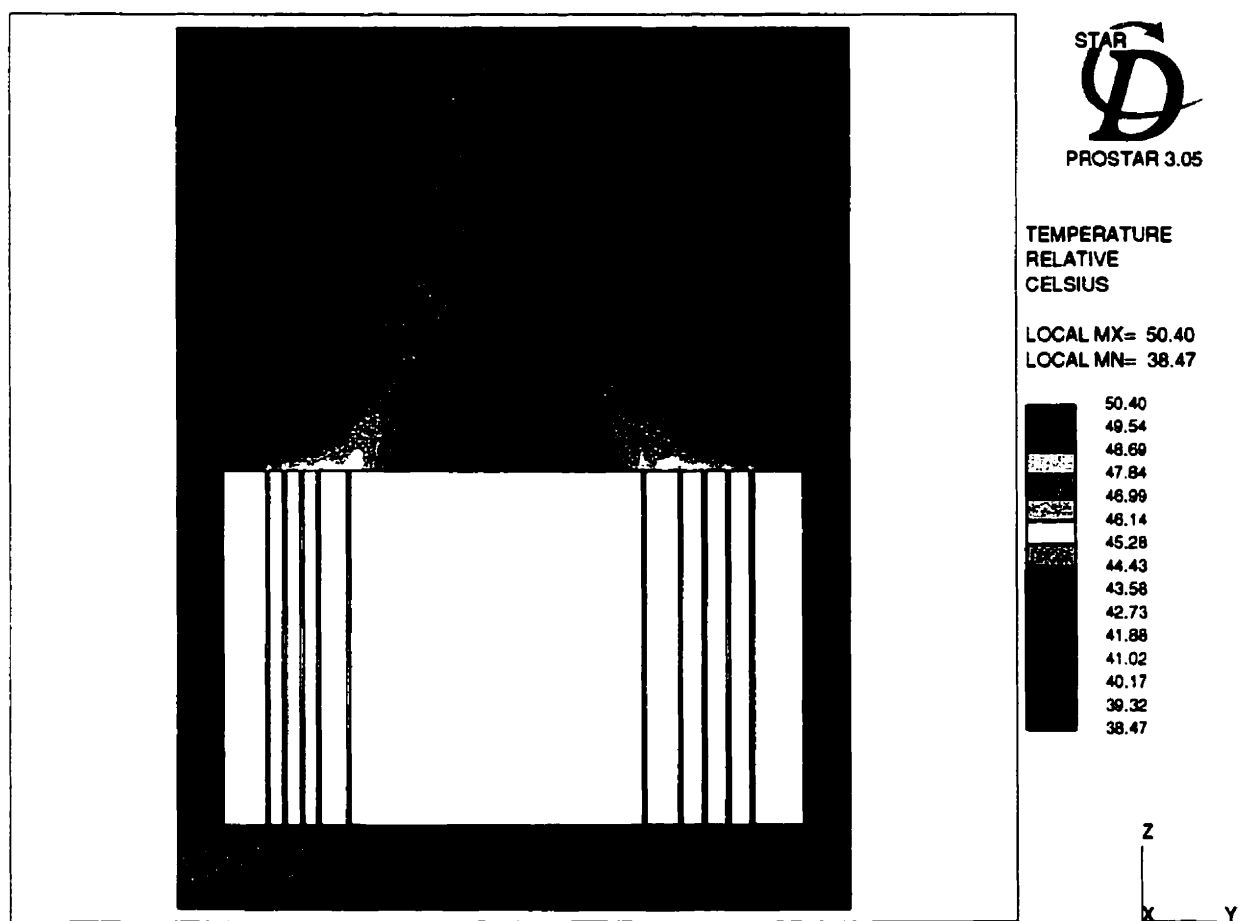


Figure 5.28: Températures de l'huile dans le plan YZ à  $t=4$  heures

La température maximale dans l'huile s'élève de  $9.64^{\circ}\text{C}$  entre  $t=2$  heures et  $t=4$  heures.

Les figures précédentes permettent de mieux comprendre les mécanismes régissant l'échauffement de l'huile d'un transformateur.

Au démarrage du transformateur, l'huile s'échauffe rapidement dans les canaux et très lentement à l'extérieur de ceux-ci. Après un certain temps, l'écoulement se stabilise et les températures évoluent de manière similaire à l'intérieur et à l'extérieur des canaux. Les mêmes constatations peuvent être tirées par l'analyse de la figure 5.3.

La chaleur provient principalement des canaux de refroidissement. L'huile des canaux monte à la surface puis redescend pour chauffer l'huile au fond de la cuve.

L'uniformité des températures numériques peut être expliquée par la présence de la paroi solide entre l'huile et l'air interne du transformateur. La présence du mur dévie l'huile vers le bas avec plus de force. Cela provoque un meilleur mélange de l'huile et une uniformisation de la température de celle-ci. La présence de la paroi solide dans le modèle numérique risque de modifier la configuration de l'écoulement et des zones de recirculation.

La figure 5.29 présente les vitesses dans le plan XZ passant par le centre des noyaux à  $t = 4$  heures. La figure 5.30 présente les températures correspondantes.

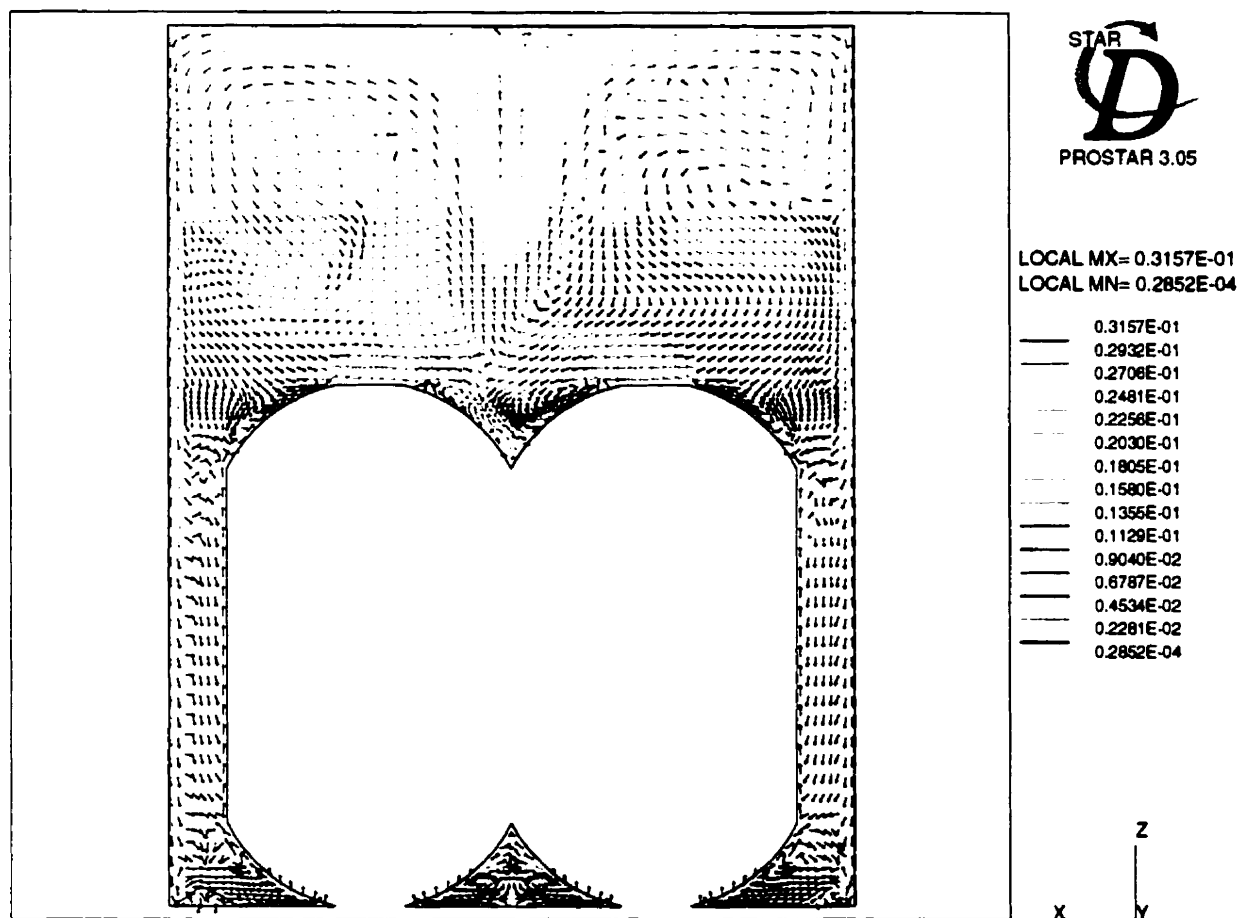


Figure 5.29: Vitesses de l'huile dans le plan XZ à  $t=4$  heures

Les vitesses maximales de la figure précédente originent des canaux de refroidissement. Les vitesses au voisinage des noyaux sont faibles comparativement aux vitesses au sommet de la cuve. L'écoulement est majoritairement dirigé vers le bas entre les noyaux et la structure du transformateur.

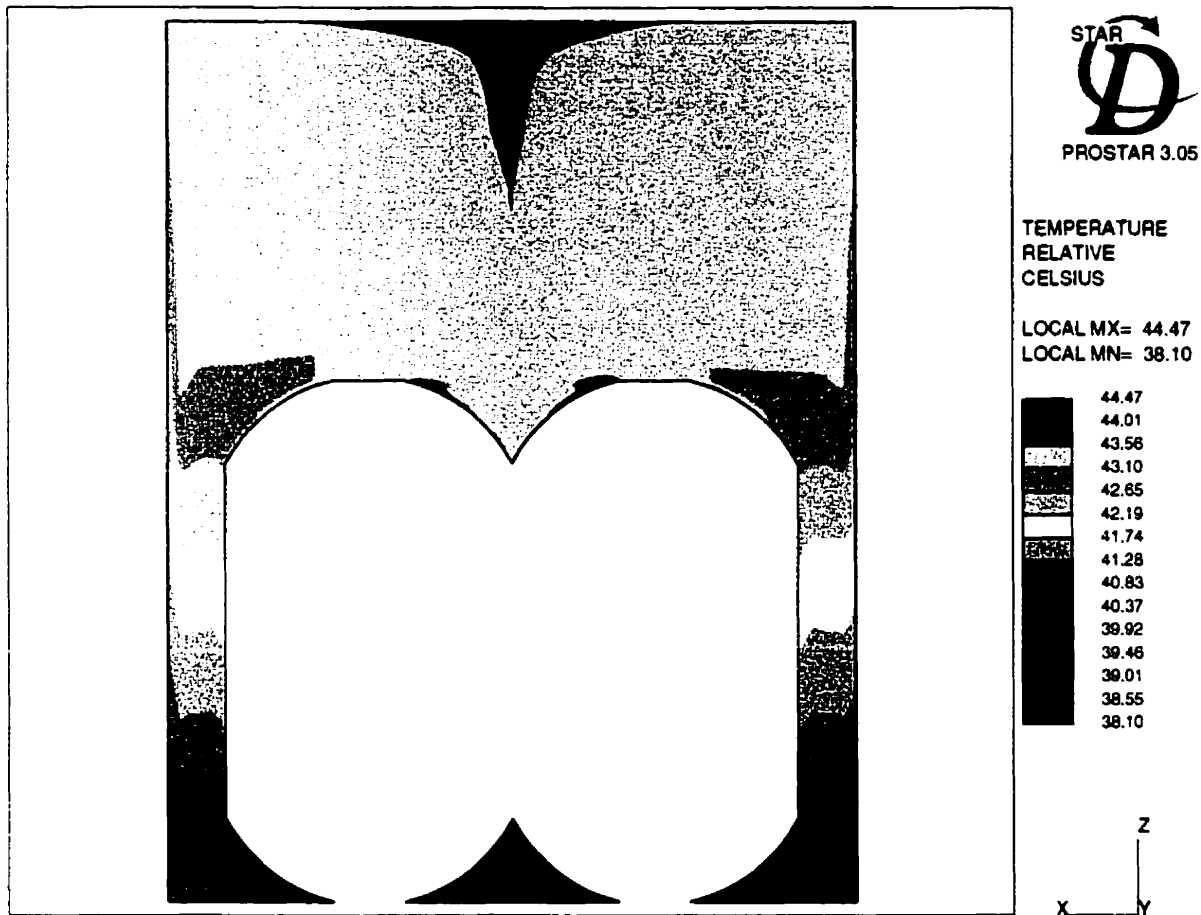


Figure 5.30: Températures de l'huile dans le plan XZ à  $t=4$  heures

La figure précédente permet d'observer les variations de température entre le noyau et la structure externe du transformateur. Pour une hauteur donnée, la température est maximale à la surface du noyau. Cette température diminue pour ensuite être élevée par le flux convectif. La température diminue à nouveau à mesure que l'on s'approche de la structure externe du transformateur. On remarque que les gradients de températures sont plus importants du côté gauche que du côté droit. Ce phénomène s'explique par la présence d'ailettes de refroidissement sur la paroi gauche du transformateur. Les températures élevées au sommet de la cuve sont causées par



l'écoulement qui origine des canaux de refroidissement.

La figure 5.31 présente les vitesses dans un plan XY passant au sommet des canaux de refroidissement. La figure 5.32 présente les températures correspondantes.

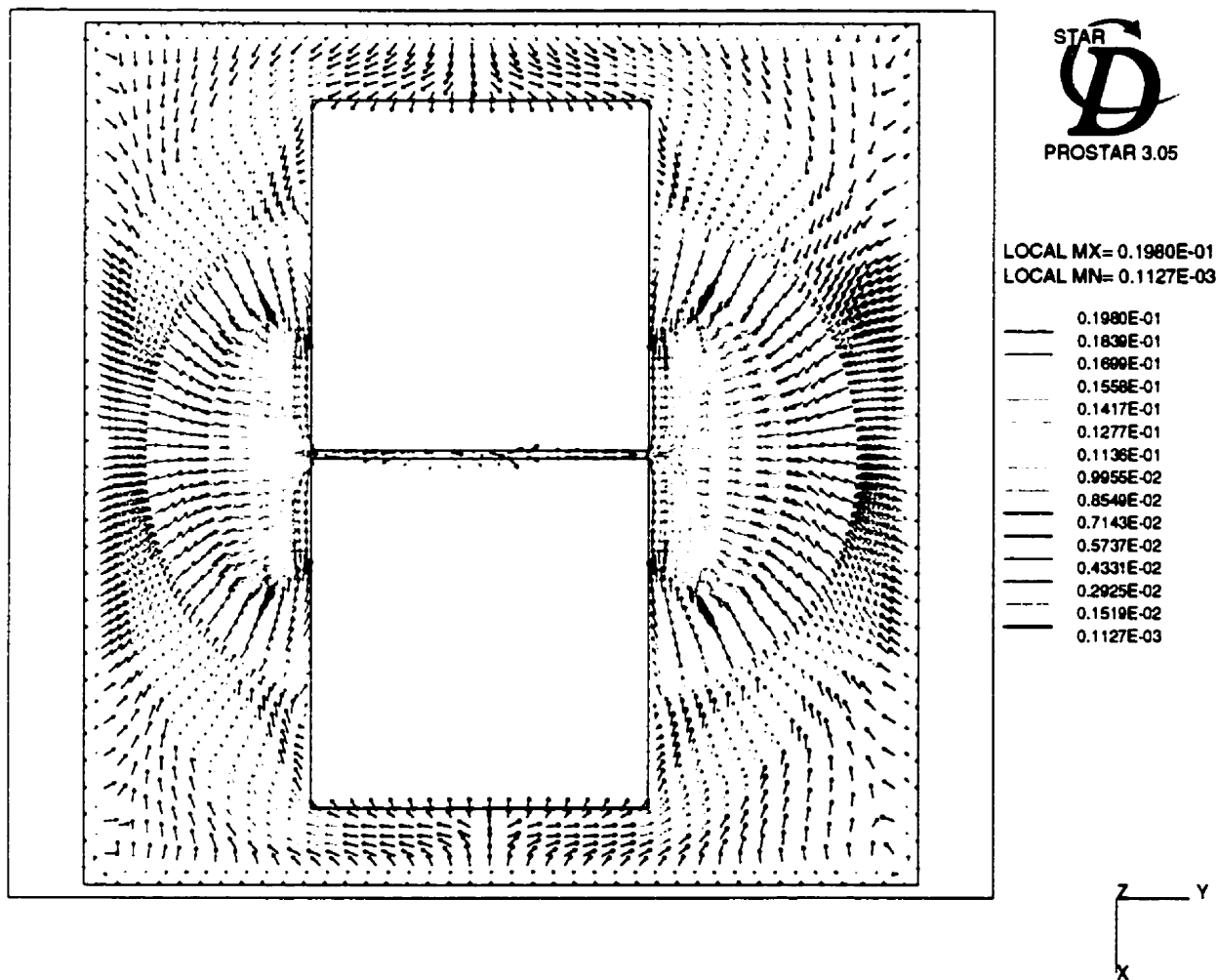


Figure 5.31: Vitesses de l'huile dans le plan XY à  $t=4$  heures

On remarque que l'huile est dirigée de l'extérieur vers l'espace située entre les noyaux. Les vitesses s'élèvent au voisinage des canaux de refroidissement.

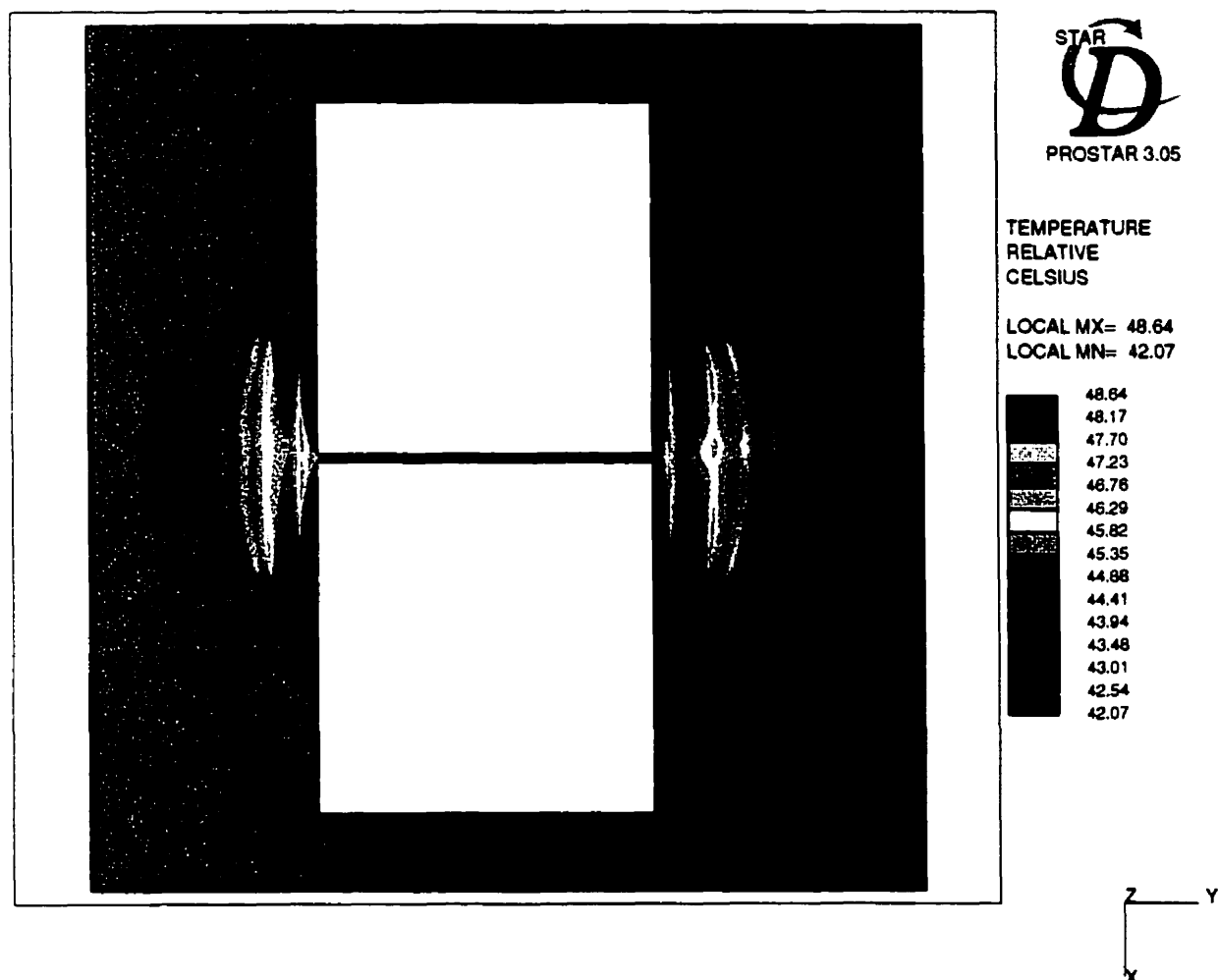


Figure 5.32: Températures de l'huile dans le plan XY à  $t=4$  heures

La figure précédente permet d'observer les températures à la sortie des canaux de refroidissement. Les températures sont plus importantes dans les canaux situés près du centre du transformateur. On peut également observer l'influence des ailettes de refroidissement sur la distribution des températures. En effet, les températures près de la paroi inférieure sont plus faibles étant donné la présence d'ailettes à cet endroit.

### 5.2.2 Densités et viscosités de l'huile

Les figures 5.33 et 5.34 présentent, respectivement, les densités et les viscosités de l'huile à  $t=4$  heures.

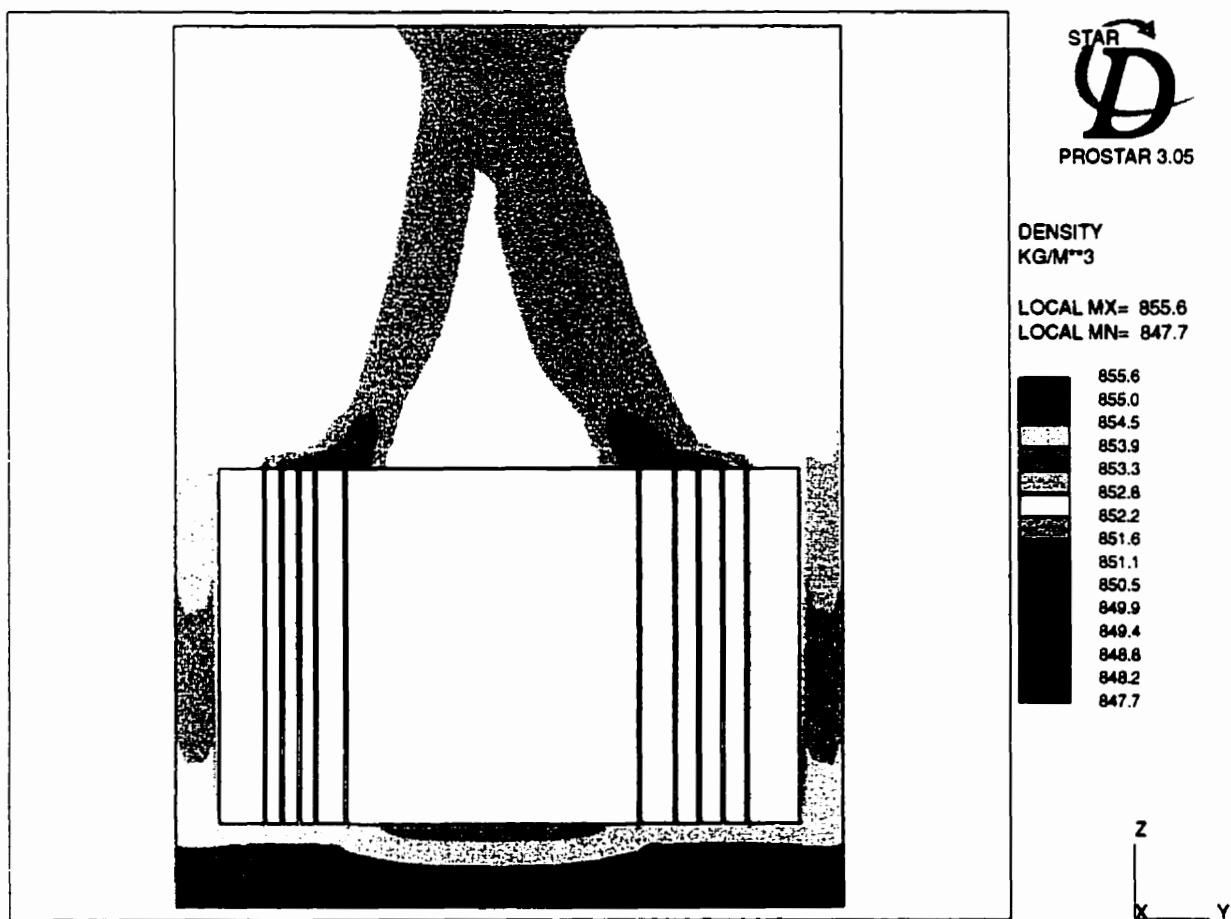


Figure 5.33: Densités de l'huile dans le plan YZ à  $t=4$  heures

La variation linéaire de la densité en fonction de la température entraîne une distribution des densités similaire à la distribution des températures. Les figures 5.27 et 5.33 sont identiques, seule l'échelle de couleur est inversée. On note des variations de

densité de l'ordre de  $7.9 \text{ kg/m}^3$  pour la section de la figure précédente.

La densité moyenne de l'huile au démarrage est de  $865.11 \text{ kg/m}^3$ . À  $t=4$  heures, cette même densité est de  $852.88 \text{ kg/m}^3$ . Les variations de densité provoquent une élévation du niveau de l'huile dans le transformateur. Le passage d'une densité moyenne de  $865.11 \text{ kg/m}^3$  à une densité moyenne de  $852.88 \text{ kg/m}^3$  se traduit par une élévation du niveau de l'huile de  $0.88 \text{ cm}$ .

L'élévation du niveau de l'huile modifie le profil de l'écoulement et la distribution des températures. Le modèle numérique ne tient toutefois pas compte des variations du niveau de l'huile.

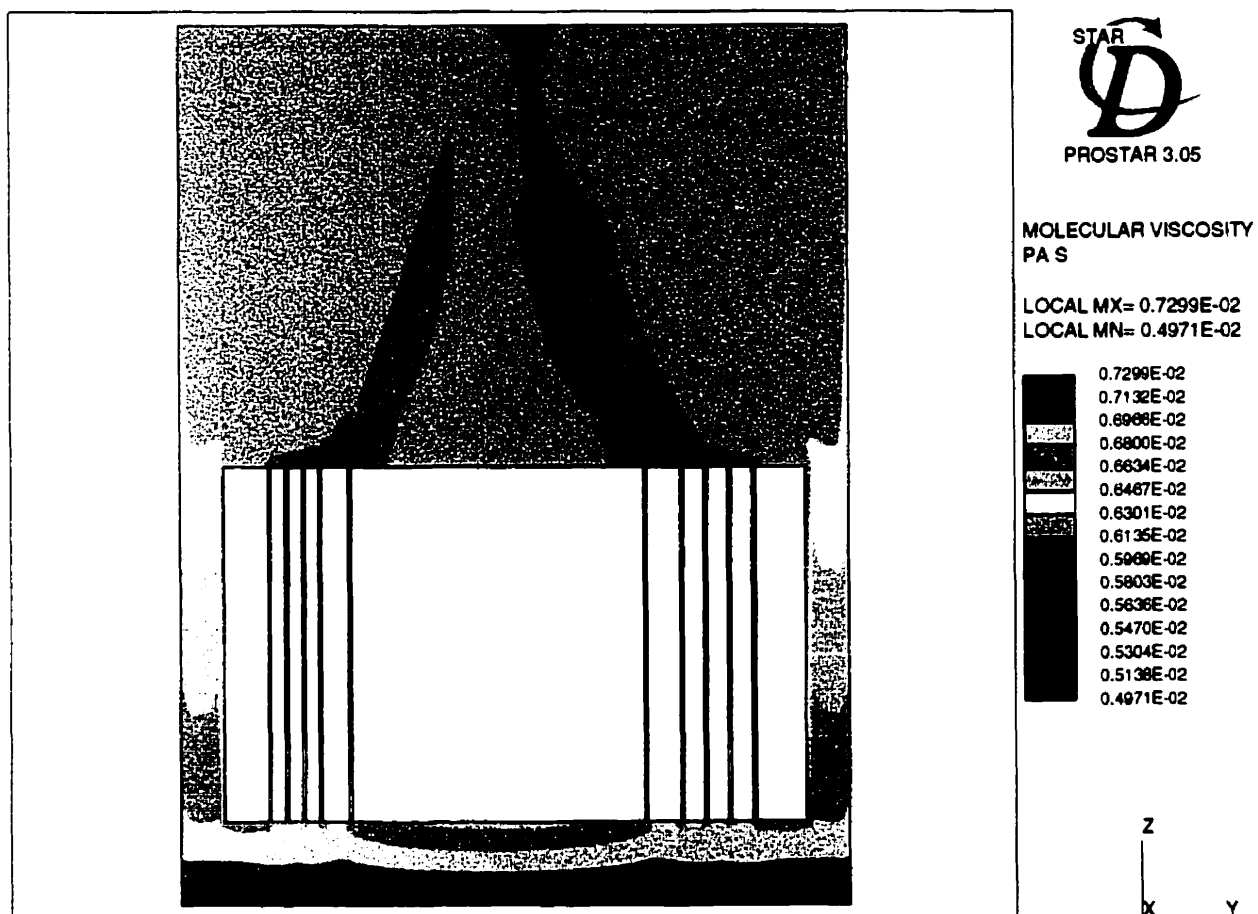


Figure 5.34: Viscosités de l'huile dans le plan YZ à t=4 heures

La figure précédente permet d'observer l'importance des variations de viscosité dans l'huile. La viscosité au fond de la cuve est 1.47 fois plus élevée que la viscosité minimale obtenue dans les canaux de refroidissement.

### 5.2.3 Températures des composantes internes

Les figures 5.35 à 5.39 présentent les températures de surface des noyaux et des enroulements pour différents niveaux de temps.

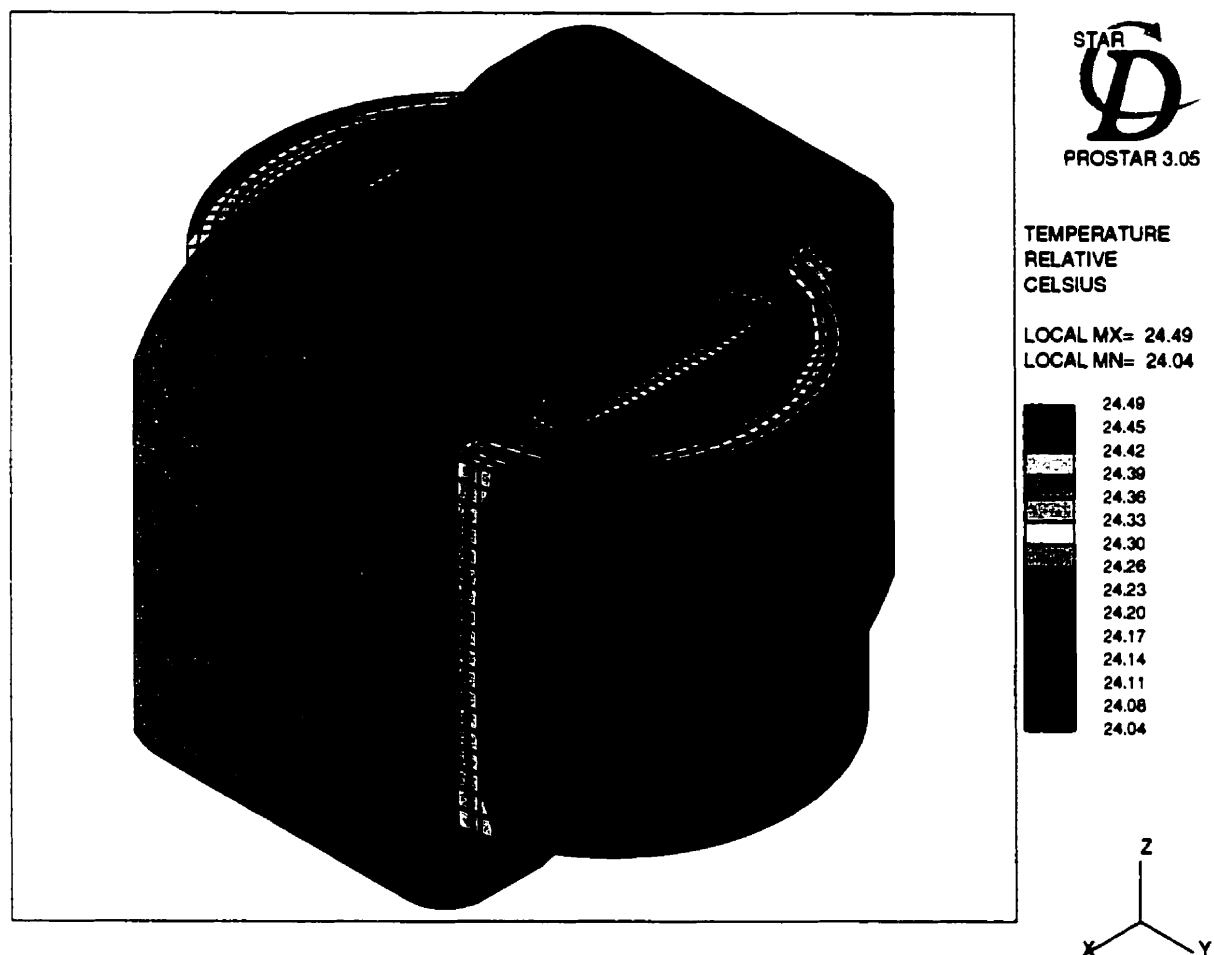


Figure 5.35: Température des composantes internes à  $t=1$  minute

À  $t=1$  minute, les températures externes sont maximales sur la face verticale de l'enroulement basse tension externe. Les températures sont minimales à la base des noyaux, là où la chaleur est transférée par conduction à la structure du transformateur.

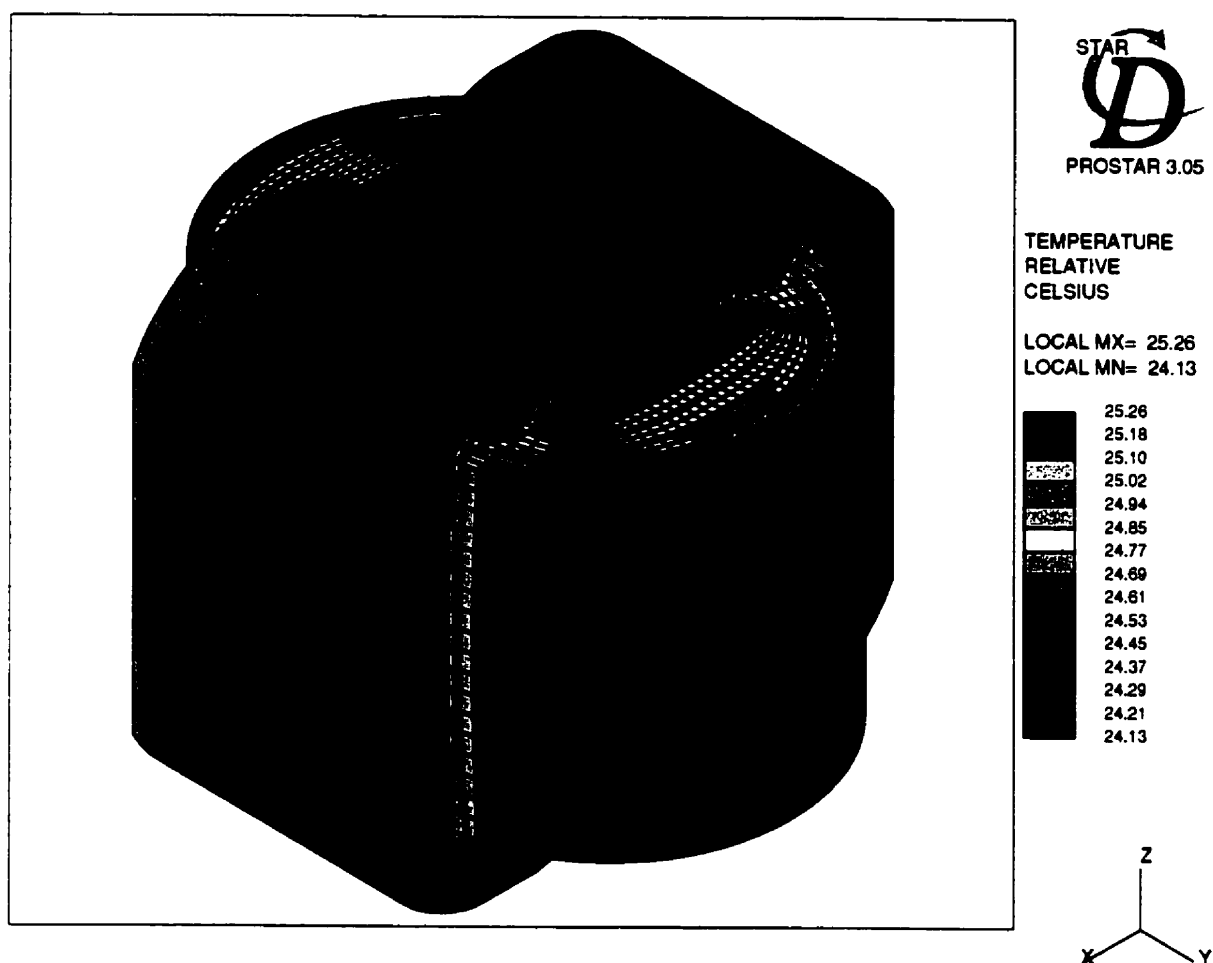


Figure 5.36: Température des composantes internes à  $t=3$  minutes

À  $t=3$  minutes, les zones les plus chaudes sont toujours situées sur le plan vertical de l'enroulement basse tension externe.

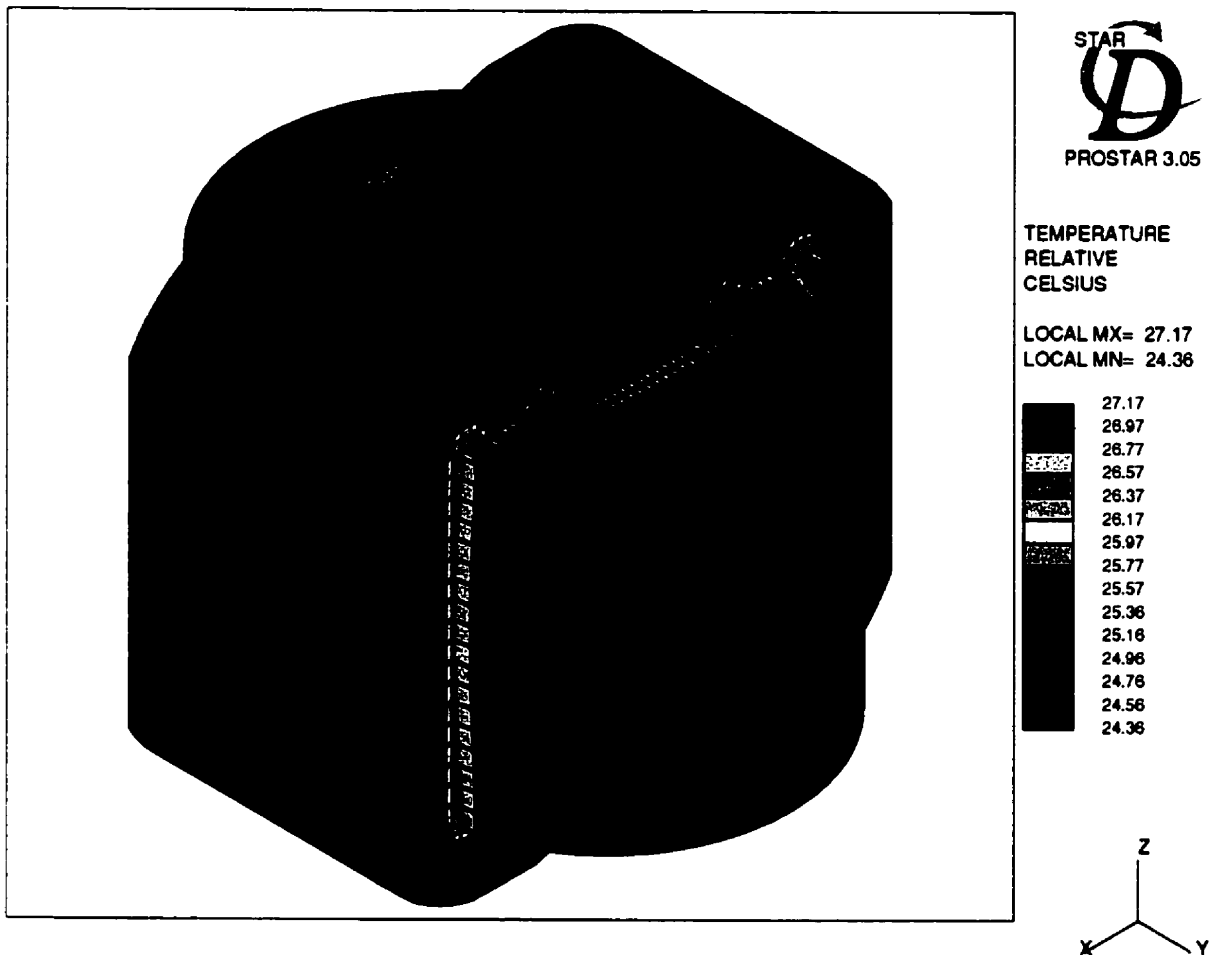


Figure 5.37: Température des composantes internes à  $t=9$  minutes

À  $t=9$  minutes les effets de la convection sur le transfert de chaleur à la surface de l'enroulement basse tension externe apparaissent. À cet endroit, la température selon la direction longitudinale est moins uniforme. La chaleur tend à se concentrer au sommet de l'enroulement.



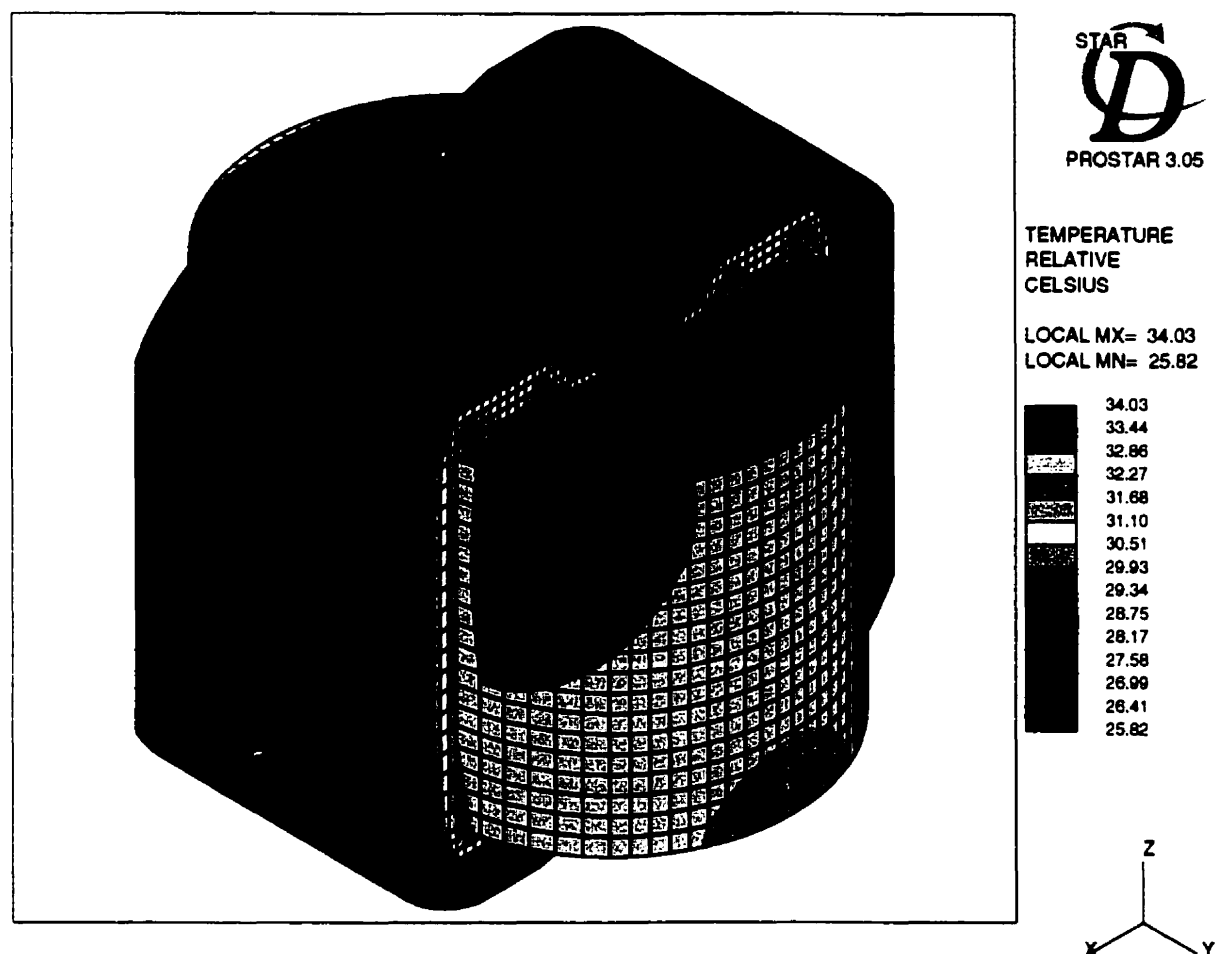


Figure 5.38: Température des composantes internes à  $t=45$  minutes

À  $t=45$  minutes, les températures surfaciques sont maximales au sommet des enroulements, à la frontière des enroulements basse tension et de l'enroulement haute tension. Le flux convectif à la surface de l'enroulement basse tension externe limite l'échauffement. L'échauffement des noyaux provient en majeure partie des enroulements. Ce phénomène est mis en évidence par les isothermes concentriques à l'interface des enroulements et des noyaux.

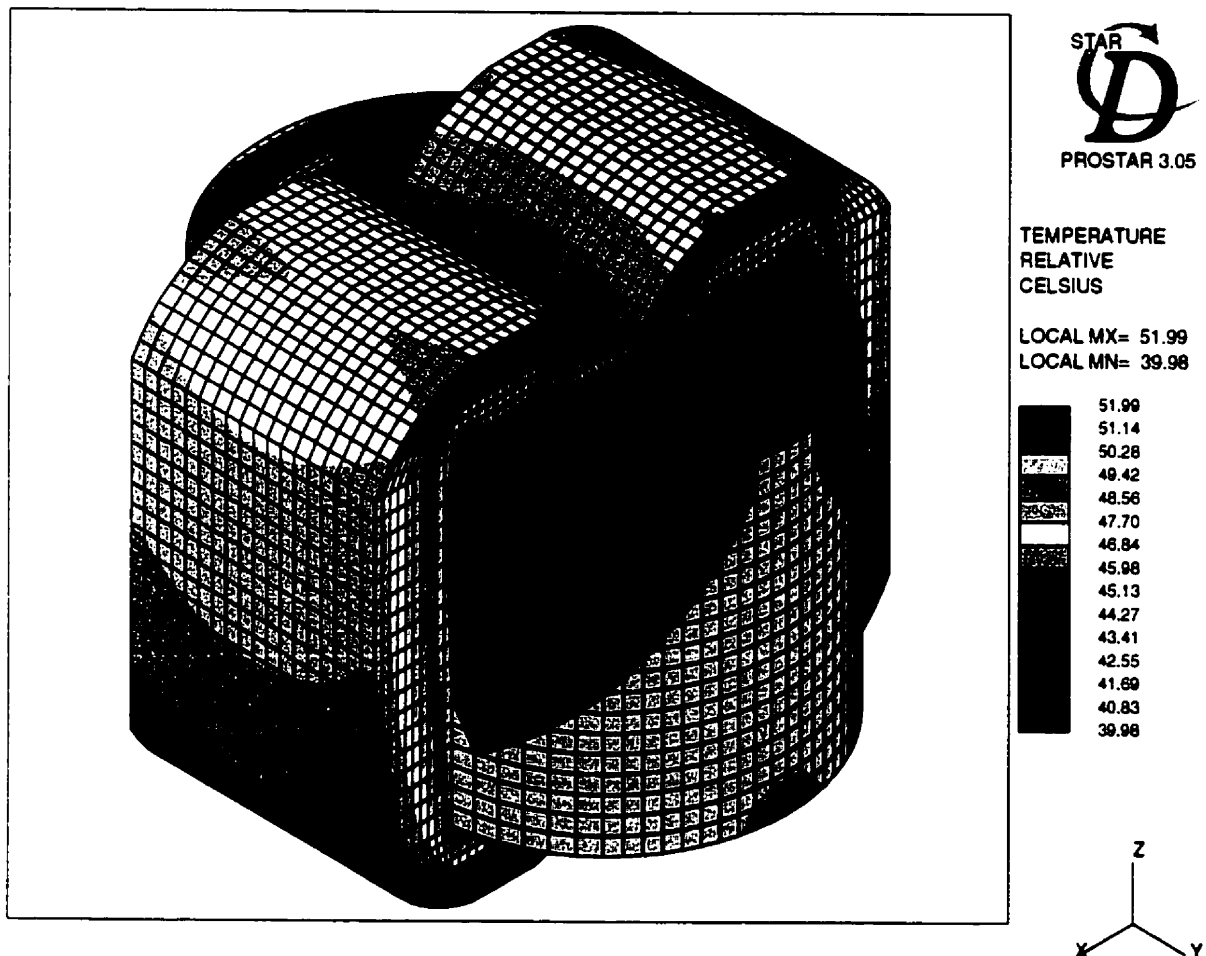


Figure 5.39: Température des composantes internes à  $t=4$  heures

À  $t=4$  heures, les températures sont toujours maximales à l'interface des enroulements haute tension et basse tension. Les effets convectifs sont maintenant observables sur les côtés des noyaux.

La figure 5.40 présente la distribution des températures des éléments internes pour le plan YZ passant par le centre des canaux de refroidissement à  $t=4$  heures.

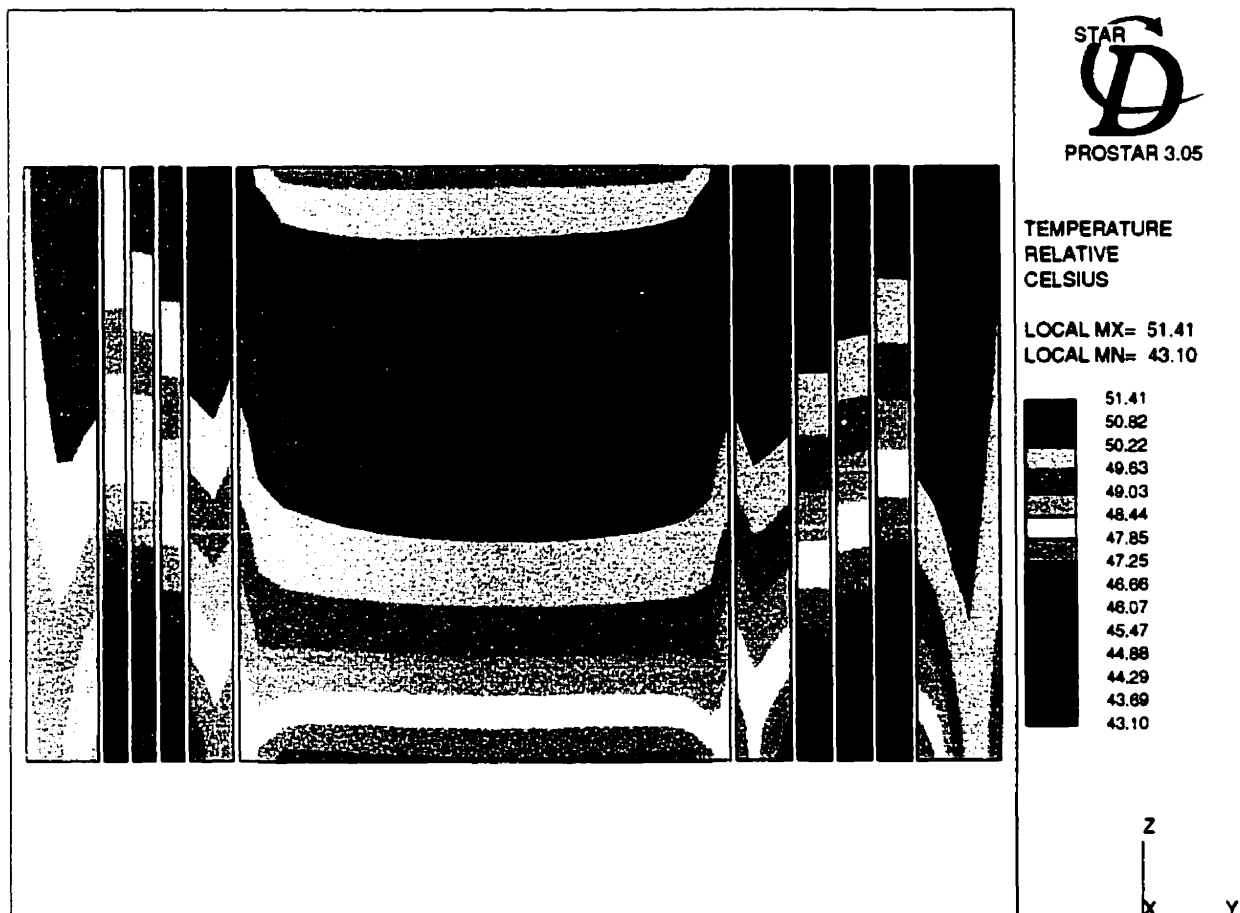


Figure 5.40: Température des composantes internes dans le plan YZ à  $t=4$  heures

La figure précédente permet d'observer l'influence des différents matériaux sur la distribution des températures. On note un changement dans le gradient de température à la frontière entre l'enroulement basse tension interne et le noyau. La température atteint un maximum à la frontière entre l'enroulement basse tension interne et l'enroulement haute tension. La même constatation s'applique pour la frontière entre

l'enroulement externe et l'enroulement haute tension. Les gradients de température sont particulièrement élevés dans l'enroulement extérieur.

La figure 5.41 présente la distribution des températures des éléments internes pour le plan XZ passant par le centre des noyaux à  $t=4$  heures.

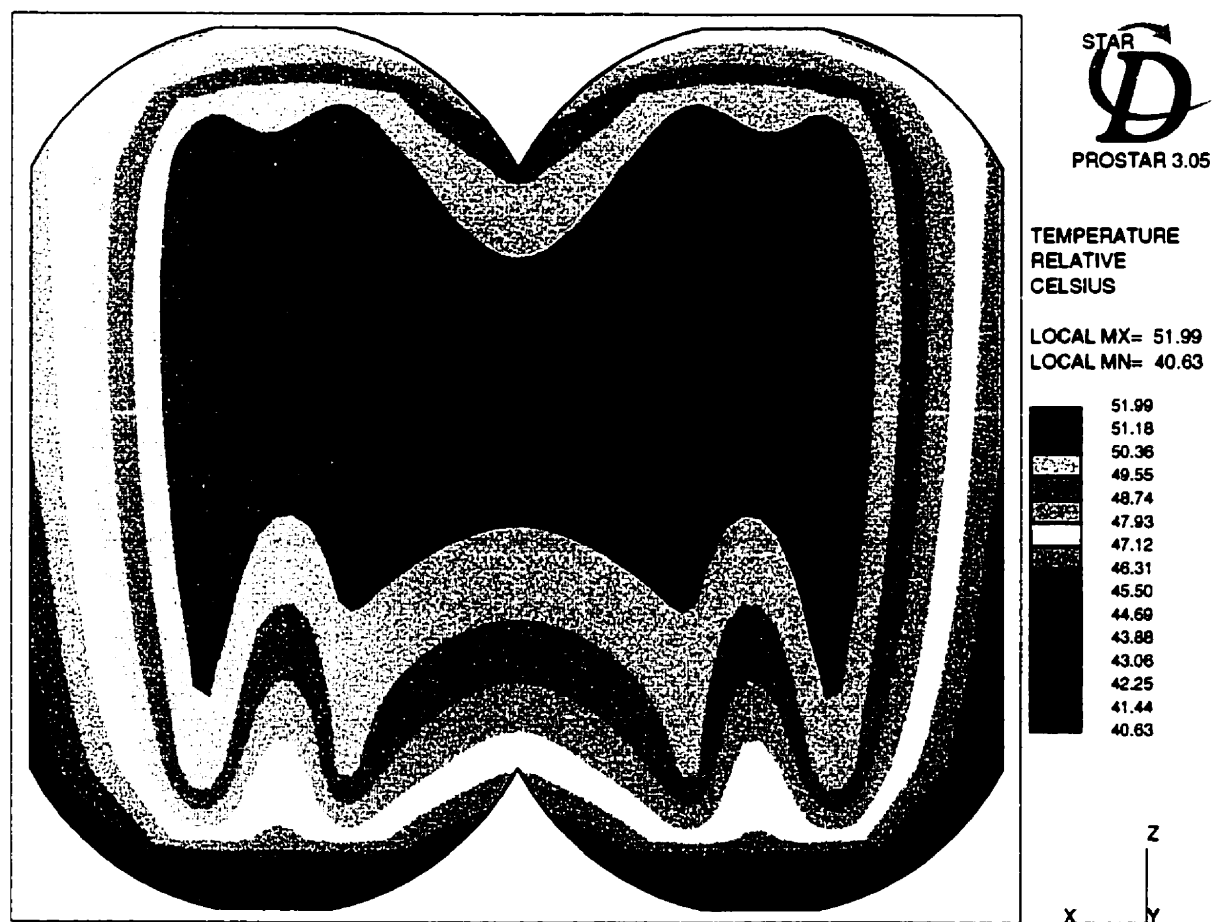


Figure 5.41: Température des composantes internes dans le plan XZ à  $t=4$  heures

Pour la moitié inférieure de l'assemblage noyaux-enroulements, les températures sont minimales dans la partie externe des noyaux. Les températures augmentent pour atteindre un maximum près du centre de l'enroulement basse tension externe. Les tem-

pératures diminuent ensuite pour atteindre un minimum au centre de l'enroulement haute tension. Les températures augmentent j'usqu'au centre de l'enroulement basse tension interne puis diminuent à nouveau jusqu'à la frontière des deux noyaux. Dans la partie supérieure des enroulements, la température est maximale dans l'enroulement haute tension.

La figure 5.42 présente la distribution des températures, à  $t=4$  heures, des éléments internes pour le plan XY passant au centre de la zone de température maximale de la figure 5.41.

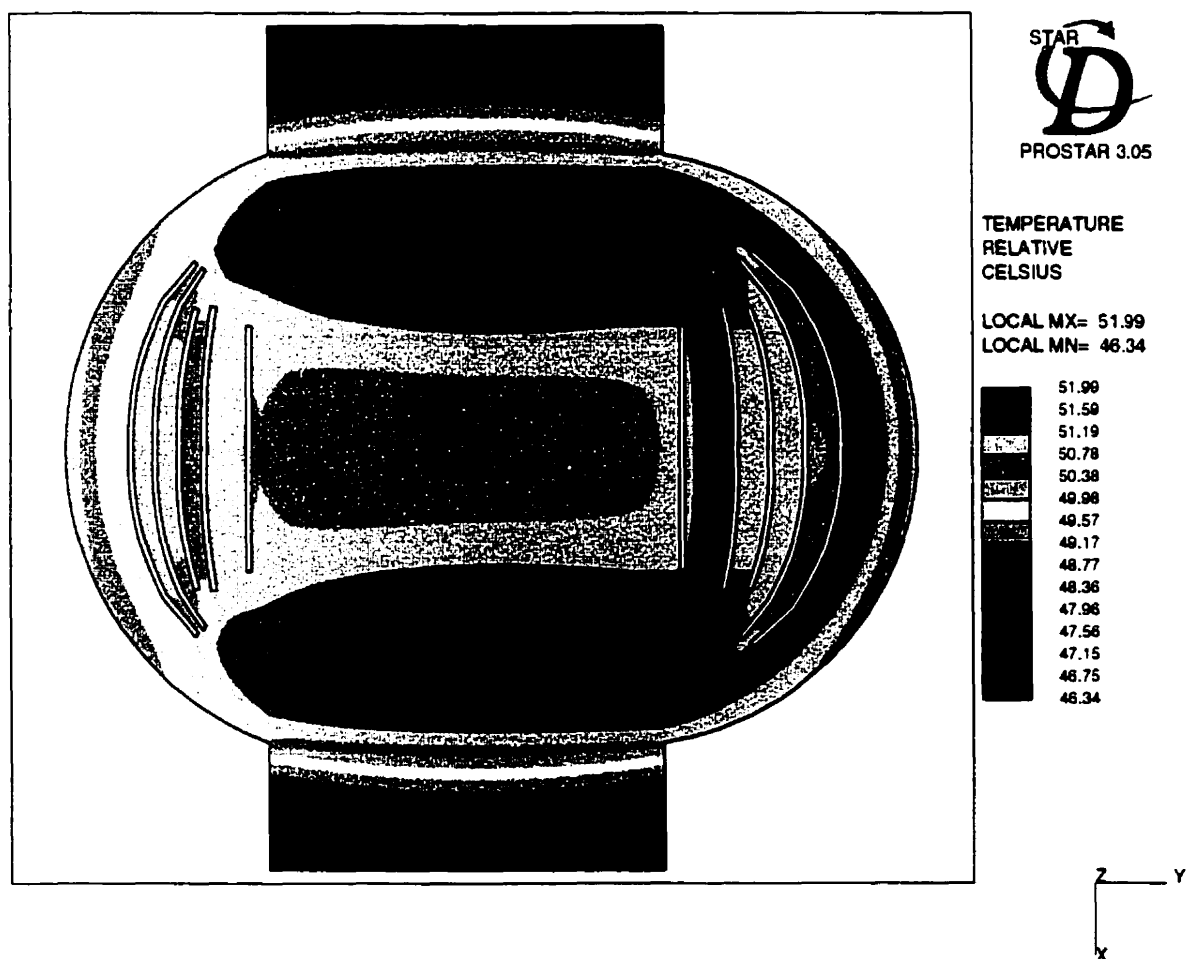


Figure 5.42: Température des composantes internes dans le plan XY à  $t=4$  heures

La température maximale du modèle à  $t=4$  heures est atteinte dans l'enroulement haute tension à une distance de 2.66 cm du sommet des enroulements. À cet endroit, les échanges thermiques s'effectuent par conduction entre les enroulements et les noyaux. La figure met en évidence le transfert de chaleur circonférentiel dans les conducteurs des enroulements.

Le coefficient de diffusivité thermique  $\alpha$  permet d'expliquer pourquoi l'enroulement haute tension s'échauffe plus facilement que les enroulements basse tension même s'il génère moins d'énergie que ceux-ci. Ce coefficient mesure l'habilité d'un matériel à conduire la chaleur comparativement à son habilité à emmagasiner celle-ci. Un élément à faible coefficient de diffusivité thermique emmagasinera l'énergie plus facilement qu'un élément ayant un coefficient élevé.

Le coefficient de diffusivité thermique est évalué par:

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (5.1)$$

Les diffusivités thermiques des enroulements selon les trois directions principales sont résumées dans le tableau ci-dessous:

Tableau 5.1: Coefficients de diffusivité des enroulements

Enroulement basse tension externe	$\alpha_1$	$8.0262E - 07 \text{ m}^2/\text{s}$
	$\alpha_2$	$754.1622E - 07 \text{ m}^2/\text{s}$
	$\alpha_3$	$754.1622E - 07 \text{ m}^2/\text{s}$
Enroulement basse tension interne	$\alpha_1$	$8.0262E - 07 \text{ m}^2/\text{s}$
	$\alpha_2$	$754.1622E - 07 \text{ m}^2/\text{s}$
	$\alpha_3$	$754.1622E - 07 \text{ m}^2/\text{s}$
Enroulement haute tension	$\alpha_1$	$1.8223E - 07 \text{ m}^2/\text{s}$
	$\alpha_2$	$631.6457E - 07 \text{ m}^2/\text{s}$
	$\alpha_3$	$1.8223E - 07 \text{ m}^2/\text{s}$

Les faibles conductivités de l'enroulement haute tension, particulièrement dans la direction longitudinale, ainsi que sa densité élevée provoquent une accumulation de

l'énergie thermique au sommet de celui-ci.

Les figures 5.43, 5.44 et 5.45 présentent l'évolution des températures minimales maximales et moyennes des composantes internes du transformateur.

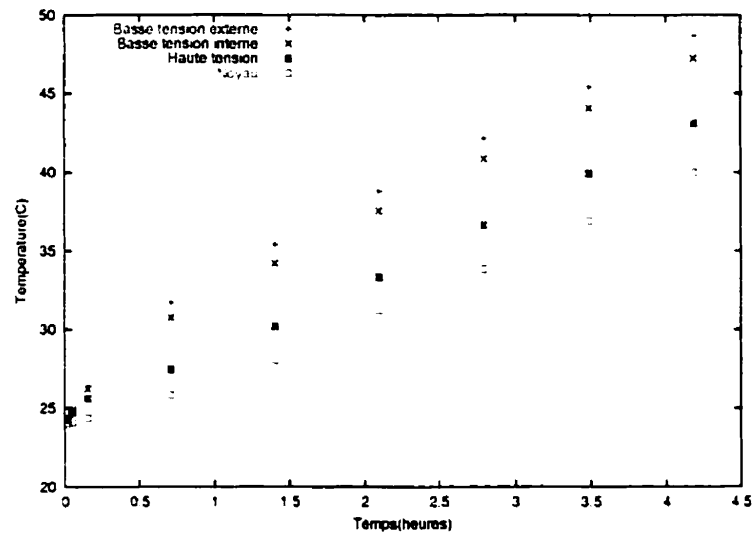


Figure 5.43: Températures minimales des composantes internes

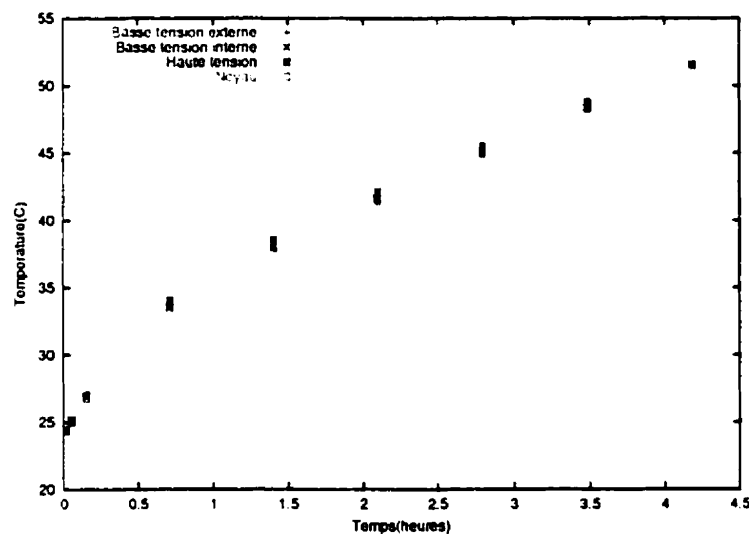


Figure 5.44: Températures maximales des composantes internes

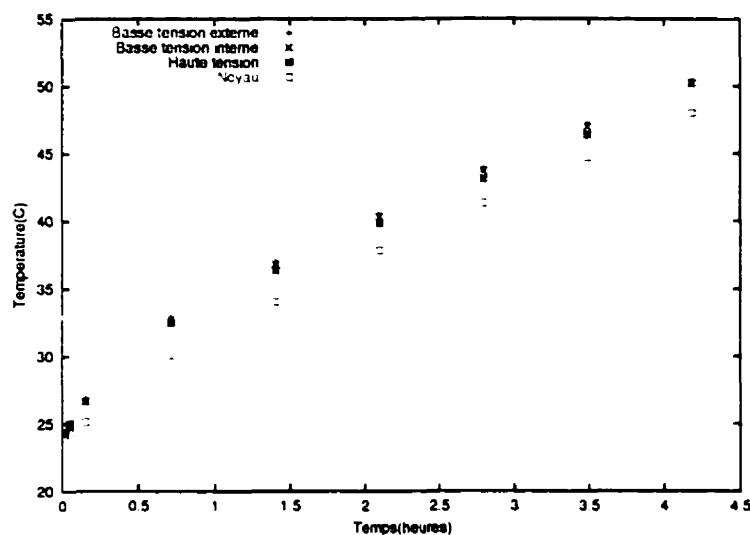


Figure 5.45: Températures moyennes des composantes internes

Les différences les plus importantes entre les éléments sont observables au niveau des températures minimales. Les éléments ayant les termes sources les plus faibles voient leur température minimale augmenter moins rapidement. Les températures maximales sont sensiblement les mêmes à l'intérieur des 4 éléments internes. Les trois enroulements ont des températures moyennes semblables alors que la température moyenne dans les noyaux est plus faible.

#### 5.2.4 Températures dans les canaux de refroidissement

Les figures des pages suivantes présentent les températures au centre du canal de refroidissement de l'enroulement basse tension interne. Les températures sont présentées pour le côté de l'enroulement ayant un rayon extérieur de 15.875 cm.



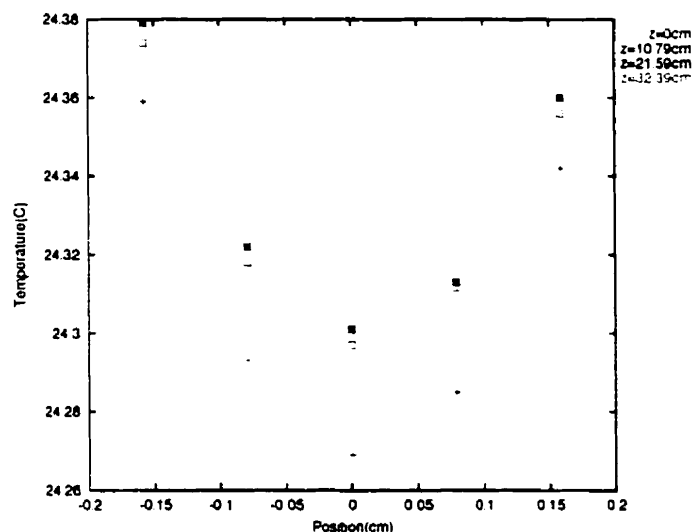


Figure 5.46: Températures de l'huile au centre du canal basse tension à  $t=1$  minute

À  $t=1$  minute, l'échauffement le plus important se produit dans la partie centrale du canal. Les températures au sommet du canal sont près des températures centrales. Le fluide à la base du canal de refroidissement s'échauffe moins rapidement.

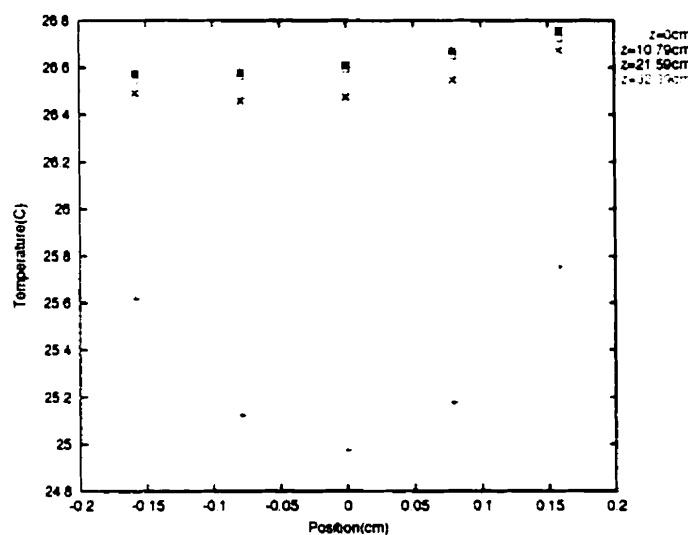


Figure 5.47: Températures de l'huile au centre du canal basse tension à  $t=9$  minutes

À  $t=9$  minutes, les effets de la convection naturelle sont visibles: On note un déplacement des températures maximales vers le haut. La température est plus élevée à une distance de 21.59 cm de la base des enroulements. La base des enroulements s'échauffe toujours lentement.

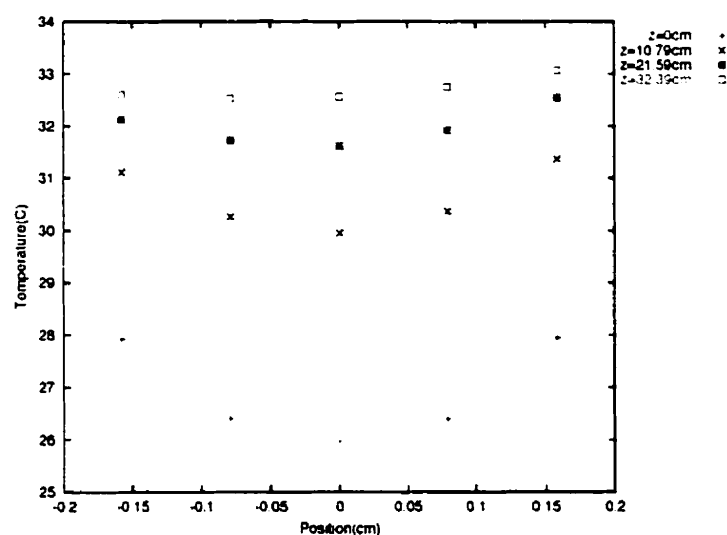


Figure 5.48: Températures de l'huile au centre du canal basse tension à  $t=45$  minutes

À  $t=45$  minutes, les températures sont maintenant maximales au sommet du canal de refroidissement.

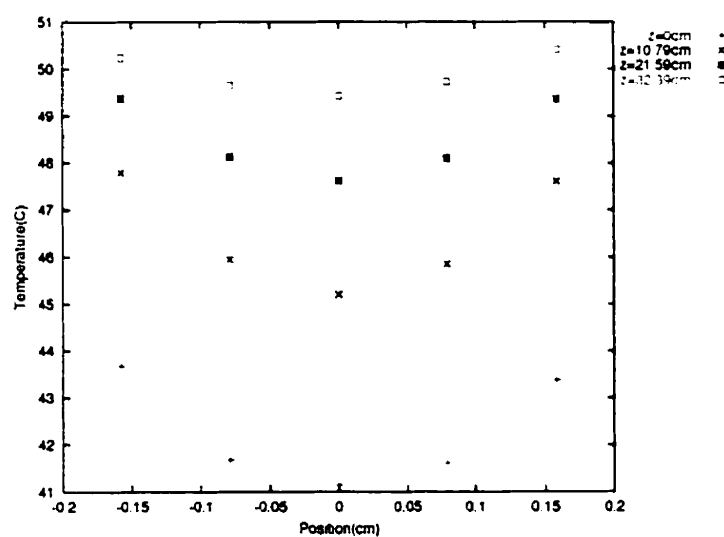


Figure 5.49: Températures de l'huile au centre du canal basse tension à  $t=4$  heures

Le profil de température varie peu entre  $t=45$  minutes et  $t=4$  heures. Les températures sont maximales au sommet du canal et minimales à sa base. La différence maximale de température entre l'entrée et la sortie est d'environ  $8.5^{\circ}\text{C}$ .

## CONCLUSION

L'objectif premier de ce mémoire était de vérifier l'applicabilité de la méthode des volumes finis à la modélisation du transfert de chaleur dans un transformateur à l'huile.

Pour atteindre ce but, nous avons modélisé en trois dimensions un transformateur Ferranti-Packard de 167 kVA à l'aide du logiciel STAR-CD. Les différentes équations de transport ont été solutionnées à l'aide de l'algorithme de résolution transitoire PISO. La résolution des équations à l'état permanent produisaient une oscillation des résidus et une non convergence de la solution.

Nous avons ensuite comparé les résultats numériques à des résultats expérimentaux correspondants obtenus dans les laboratoires de l'IREQ. L'évolution des températures numériques et expérimentales suivaient la même tendance. Les températures numériques étaient toutefois plus uniformes que les températures obtenues expérimentalement. Certaines simplifications du modèle numérique ont pu affecter la précision des résultats: L'ajout d'éléments solides entre l'huile et l'air interne ainsi que le volume d'huile fixe. Les résultats numériques obtenus avaient tout de même une précision acceptable pour des fins d'ingénierie.

L'utilisation de la méthode des volumes finis comme outil dans la conception de transformateurs nécessite toutefois une puissance informatique considérable. En effet, le temps de calcul est le facteur critique lors d'une simulation en régime transitoire d'un système dont l'équilibre thermique est atteint après 24 heures de fonctionnement. Il nous a fallu 34 jours pour simuler 4 heures de fonctionnement. En extrapolant, il nous faudrait 6.8 mois pour obtenir les températures à l'équilibre, et ce, avec 5 processeurs R12000 de 300Mhz. 73 processeurs seraient nécessaires pour obtenir les

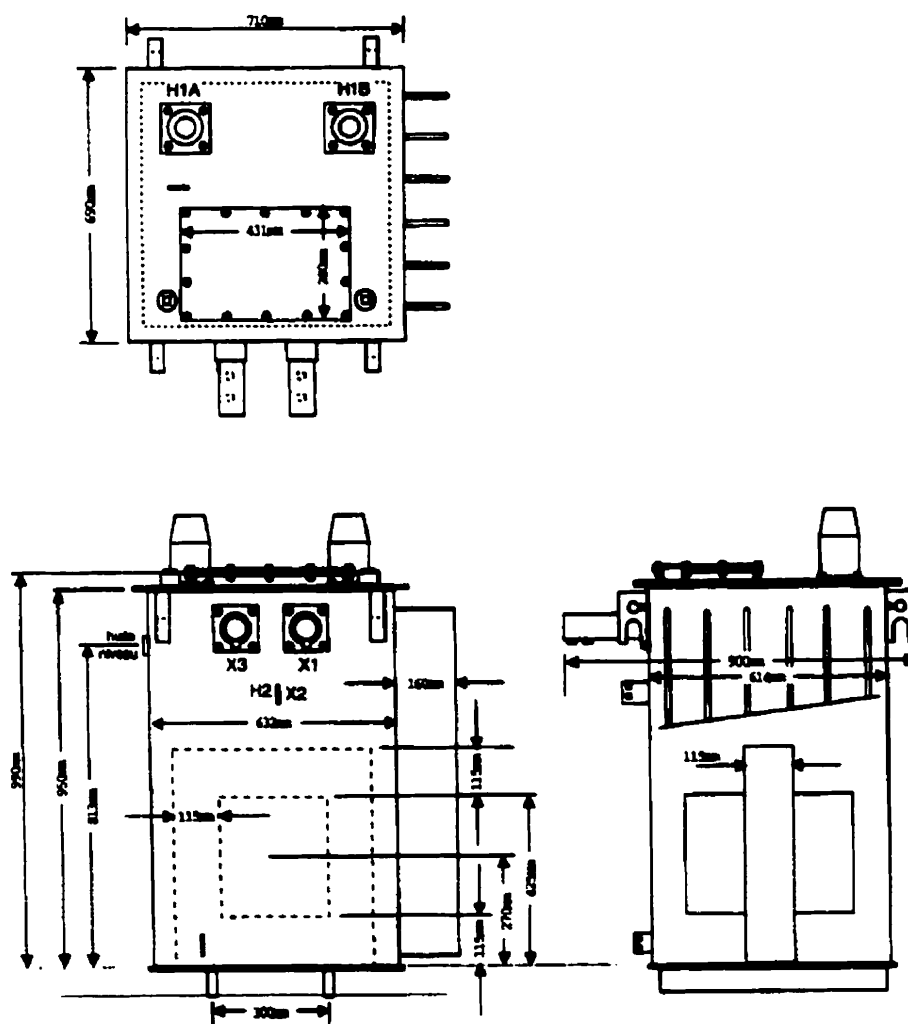
températures à l'équilibre en moins de 2 semaines.

La simulation du transformateur dans un environnement clos pourrait diminuer le temps de calcul destiné à l'air ambiant. L'imposition de coefficients de convection naturelle à la surface externe du transformateur diminuerait encore plus le temps de calcul. Aucun axe de symétrie n'était présent dans le modèle à l'étude. Si des études futures sont menées afin d'étudier l'influence de certains paramètres sur le transfert de chaleur dans un transformateur, il est conseillé d'utiliser un modèle ayant un ou des axes de symétrie. Deux axes de symétrie réduirait le nombre d'éléments par un facteur quatre et accélérerait ainsi la convergence des calculs.

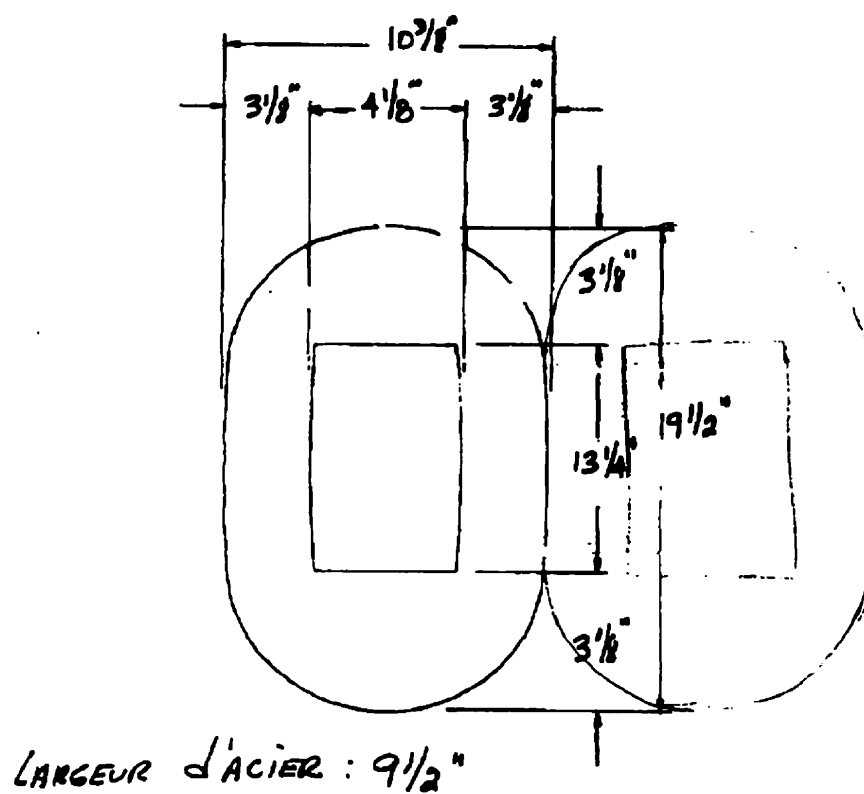
Ce travail permet néanmoins de vérifier l'utilité de la méthode des volumes finis dans le design de transformateurs. La visualisation des écoulements et des températures permet de mieux comprendre les phénomènes d'échange en jeu.

## ANNEXE

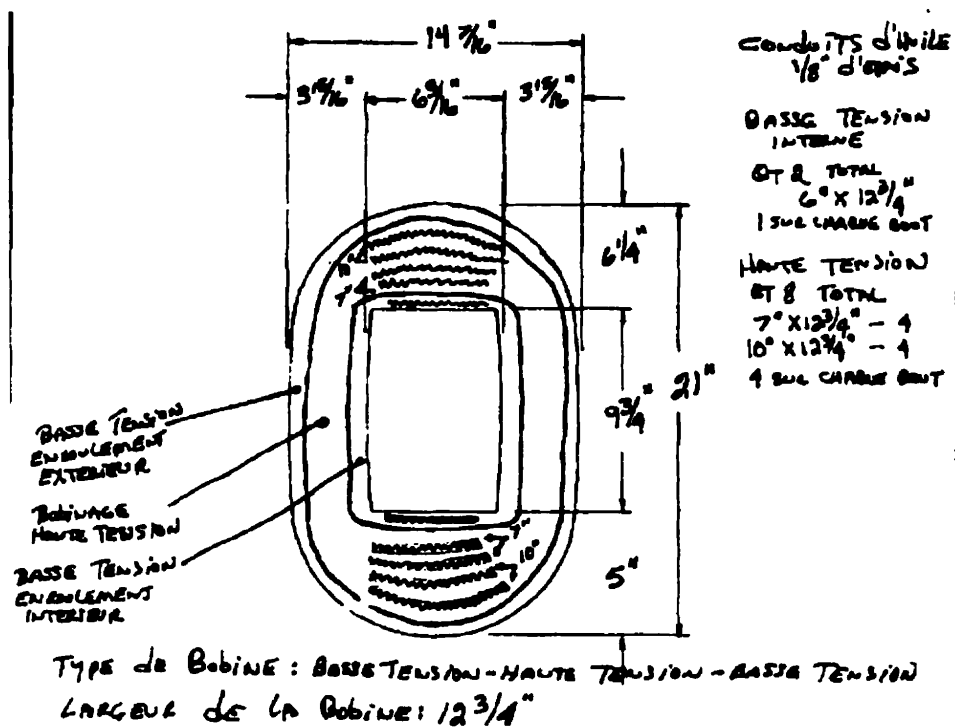
## Plan du transformateur



## Croquis des noyaux



## Croquis des enroulements



## RÉFÉRENCES

ALEGI, G. L. et BLACK, W. Z. (1990). Real-time thermal model for an oil-immersed, forced-air cooled transformer. IEEE Transaction on Power Delivery, **5**, 991-999.

AUBIN, J. et LANGHAME, Y. (1992). Effect of oil viscosity on transformer loading capability at low ambient temperatures. IEEE Transaction on Power Delivery, **7**, 516-524.

BEJAN, A. (1984). Convection heat transfer. John Wiley & sons.

BISHOP, M. T., BARANOWSKI, J. F., HEATH, D. et BENNA, S. J. (1996). Evaluating harmonic-induced transformer heating. IEEE Transaction on Power Delivery, **11**, 305-311.

DOUGLAS, D. H., LAWRENCE, C. O. et TEMPLETON, J. B. (1985). Factory overload testing of a large power transformer. IEEE Transaction on Power Apparatus and System, **PAS-104**, 2492-2500.

EMANUEL, A. E. et WANG, X. (1985). Estimation of loss of life of power transformers supplying nonlinear loads. IEEE Transaction on Power Apparatus and System, **PAS-104**, 628-636.

FEINBERG, R. (1979). Modern power transformer practice. Macmillan.



FISCHER, H. G. (1994). Background information on high temperature insulation for liquid-immersed power transformers. IEEE Transaction on Power Delivery, 9, 1892–1906.

GALLI, A. W. et COX, M. D. (1996). Temperature rise of small oil-filled distribution transformers supplying nonsinusoidal load currents. IEEE Transaction on Power Delivery, 11, 283–291.

GODEC, Z. (1984). New method for determination of steady-state temperature rises of transformers. IEEE Proceedings, 131, 307–311.

GODEC, Z. (1987). Determination of steady-state temperature rises of power transformers. IEEE Proceedings, 134, 773–778.

GODEC, Z. et SARUNAC, R. (1992). Steady-state temperature rises of onan/onaf/ofaf transformers. IEEE Proceedings, 139, 448–454.

HWANG, M. D., GRADY, W. M. et JR., H. W. S. (1988). Calculation of winding temperatures in distribution transformers subjected to harmonic currents. IEEE Transaction on Power Delivery, 3, 1074–1079.

INCROPERA, F. P. et DEWITT, D. P. (1990). Fundamentals of heat and mass transfer. John Wiley & sons.

JARDINI, J. A., TAHAN, C. M. V., AHN, S. U. et FERRARI, E. L. (1997). Distribution transformer loading evaluation based on load profiles measurements. IEEE Transaction on Power Delivery, 12, 1766–1770.

LANGHAME, Y., CASTONGUAY, J., BEDARD, N. et ST-ONGE, H. (1985). Low temperature performance of naphthenic and paraffinic oils in transformers and automatic circuit reclosers. IEEE Transaction on Power Apparatus and System, PAS-104, 910-917.

LESIEUTRE, B. C., HAGMAN, W. H. et JR., J. L. K. (1997). An improved transformer top oil temperature model for use in an on-line monitoring and diagnostic system. IEEE Transaction on Power Delivery, 12, 249-256.

LINDSAY, J. F. (1984). Temperature rise of an oil-filled transformer with varying load. IEEE Transaction on Power Apparatus and System, PAS-103, 2530-2536.

M McNUTT, W. J. (1992). Insulation thermal life considerations for transformer loading guide. IEEE Transaction on Power Delivery, 7, 392-401.

M McNUTT, W. J., McIVER, J. C., LEIBINGER, G. E., FALLON, D. J. et WICKERSHEIM, K. A. (1984). Direct measurement of transformer winding hot spot temperature. IEEE Transaction on Power Apparatus and System, PAS-103, 1155-1162.

MIDDLEMAN, S. (1998). An introduction to mass and heat transfer. John Wiley & sons.

NORTHROP, S. D. et THOMPSON, M. A. (1984). Cold start performance of transformers filled with high molecular weight hydrocarbon liquid. IEEE Transaction on Power Apparatus and System, PAS-103, 3373-3378.

NORTON, E. T., WICKERSHEIM, K. A. et SUN, M. H. (1987). Improved fiberoptic temperature measurement system for monitoring winding temperatures in medium and large transformers. IEEE Transaction on Power Delivery, PWRD-2, 831-835.

PATANKAR, S. V. (1980). Numerical heat transfer and fluid flow. McGraw-Hill Inc.

PIERCE, L. W. (1992a). An investigation of the temperature distribution in cast-resin transformer windings. IEEE Transaction on Power Delivery, **7**, 920-926.

PIERCE, L. W. (1992b). An investigation of the thermal performance of an oil filled transformer winding. IEEE Transaction on Power Delivery, **7**, 1347-1358.

PIERCE, L. W. (1994a). Hottest spot temperatures in ventilated dry type transformers. IEEE Transaction on Power Delivery, **9**, 257-264.

PIERCE, L. W. (1994b). Predicting hottest spot temperatures in ventilated dry type transformer windings. IEEE Transaction on Power Delivery, **9**, 1160-1172.

PIERCE, L. W. (1994c). Predicting liquid filled transformer loading capability. IEEE Transaction on Industry Application, **30**, 170-178.

PIERCE, L. W. (1994d). Thermal considerations in specifying dry-type transformers. IEEE Transaction on Industry Application, **30**, 1090-1098.

SERWAY, R. A. (1989). Électricité et magnétisme. Les éditions HRW ltée.

SOBOCKI, R. (1992). Numerical approximation of heat run test results of transformers by means of double exponential and power functions. IEEE Proceedings, **139**, 469-470.

STIGANT, S. A. et FRANKLIN, A. C. (1973). The J& P transformer book: A practical technology of the power transformer. Newnes-Butterworths.

THADEN, M. V., MEHTA, S. P., TULI, S. C. et GRUBB, R. L. (1995). Temperature rise tests on a forced-oil-air cooled(foa) (ofaf) core-form transformer, including loading beyond nameplate. IEEE Transaction on Power Delivery, **10**, 913-923.

TRANSFORMERS COMMITTEE OF THE IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY  
(1995). IEEE guide for loading mineral-oil-immersed transformers.

VERSTEEG, H. K. et MALALASEKERA, W. (1995). An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method. Longman Group Ltd.

WHITE, F. M. (1986). Fluid mechanics. McGraw-Hill Inc.

ZODEH, O. M. et WHEARTY, R. J. (1997). Thermal characteristics of a meta-aramid and cellulose insulated transformer at loads beyond nameplate. IEEE Transaction on Power Delivery, **12**, 234-248.