

Titre: Développement d'un modèle d'interprétation de l'essai
d'enfoncement du poinçon tronconique effilé (E.P.T.E.) dans un
milieu soumis à une sollicitation anisotrope
Title:

Auteur: Edouard Masengo
Author:

Date: 1999

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Masengo, E. (1999). Développement d'un modèle d'interprétation de l'essai
d'enfoncement du poinçon tronconique effilé (E.P.T.E.) dans un milieu soumis à
une sollicitation anisotrope [Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal].
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/8772/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/8772/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:** Maria-Helena Leite, & Denis Gill
Advisors:

Programme: Non spécifié
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

**DÉVELOPPEMENT D'UN MODÈLE D'INTERPRÉTATION DE L'ESSAI
D'ENFONCEMENT DU POINÇON TRONCONIQUE EFFILÉ (E.P.T.E.) DANS
UN MILIEU SOUMIS À UNE SOLLICITATION ANISOTROPE**

**EDOUARD MASENGO
DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL**

**THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)
(GÉNIE CIVIL)**

JUILLET 1999

© Edouard MASENGO, 1999



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file *Votre référence*

Our file *Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-48890-X

Canada

UNIVERSITE DE MONTRÉAL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

**DÉVELOPPEMENT D'UN MODÈLE D'INTERPRÉTATION DE L'ESSAI
D'ENFONCEMENT DU POINÇON TRONCONIQUE EFFILÉ (E.P.T.E.) DANS
UN MILIEU SOUMIS À UNE SOLLICITATION ANISOTROPE**

Présentée par: MASENGO Edouard

En vue de l'obtention du grade de: Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury constitué de:

M. TINAWI René, Ph.D., président

Mme LEITE Maria Helena, Ph.D., membre et directrice de recherche

M. GILL Denis E., Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. LÉGER Pierre, Ph.D. membre

M. OUELLET Jacques, Ph.D., membre

DÉDICACE

Je dédie cette thèse à mes parents, mes beaux-parents, mais surtout à NSABAMARIYA Matutin et UWIZEYIMANA Ferdinand Frank ainsi qu'à leurs compagnons de lutte qui se sont battus ou se battent encore pour la liberté. Nous saluons leur courage, leur détermination, leur dévouement et leur don de soi. Nous espérons qu'ils ne se seront pas donnés pour rien et que la justice et la paix finiront par triompher dans notre pays.

"Que la science ne te fasse jamais oublier ton devoir envers les hommes"

REMERCIEMENTS

Je voudrais remercier toutes les personnes qui ont collaboré à la réalisation de ce travail: ma reconnaissance va d'abord et avant tout à Madame Maria Helena Leite et M. Denis E. Gill qui m'ont fait confiance en me proposant ce sujet et qui par la suite ont dirigé cette recherche. J'aimerais les remercier pour leur grande disponibilité, leurs conseils et suggestions dépassant généralement le cadre de cette recherche mais aussi et surtout pour m'avoir remonté le moral au moment où j'en avais le plus besoin. De mon côté, j'espère avoir été à la hauteur de leurs attentes.

Je remercie M. Robert Corthésy pour son aide tout au long de cette recherche. Que ce soit lors de la mise au point du montage expérimental ou lors des essais, il a toujours été disponible pour nous apprendre, nous suggérer des idées géniales ou tout simplement nous détendre. Qu'il sache que tous ces nombreux coups de main ont été fortement appréciés.

Je remercie mes collègues et tout le personnel de la section géotechnique et minérale qui, chacun à leur façon, ont su agrémente ces dures années de travail.

Je ne trouve pas de mots assez forts pour exprimer ma gratitude à M. Michel Soulié. En effet, il a sauvé la vie de ma famille et la mienne et par conséquent a permis que tout ceci se réalise. Au nom de ma famille et en mon nom propre, je lui dis merci.

Je remercie M. Birikundavyi Salvator et sa famille pour toute l'aide qu'ils m'ont apportée.

Je remercie mes amis Mbonimpa Mamert et Nzeyimana Frédéric qui ont bien voulu relire ce texte ainsi que toutes les personnes qui de près ou de loin ont collaboré à la réalisation de ce travail.

Enfin et surtout, je remercie mon épouse Madeleine et mes enfants Edouardine, Espoir et Bienfait-Trésor pour la patience et la compréhension dont ils ont fait preuve durant cette longue période et surtout pour le soutien moral qu'ils m'ont apportée.

RÉSUMÉ

Les recherches sur le comportement mécanique du sel et plus particulièrement son comportement en fluage ont pris une importance considérable, surtout depuis que, dans certains pays comme les États Unis et l'Allemagne, on a identifié les sites de sel comme milieux pouvant servir pour le stockage permanent des déchets nucléaires. Ces travaux qui ont été menés essentiellement au laboratoire, ont permis non seulement d'établir des lois de comportement, mais aussi de mieux comprendre tous les facteurs qui influencent le comportement mécanique du sel. Ces facteurs sont surtout de 2 ordres: les facteurs environnementaux comme la température et l'humidité et l'ensemble des opérations liées au prélèvement, au transport, à la préparation des échantillons ainsi qu'à l'exécution des essais, en d'autres termes, les facteurs liés à la méthode d'exécution de l'essai. Les essais in situ permettent donc de tester le sel dans les conditions naturelles auxquelles il est soumis en place, et donc d'éliminer le deuxième groupe de facteurs influant sur les résultats tout en éliminant l'effet d'échelle parce que le volume de matériau entrant en jeu lors d'un essai in situ est beaucoup plus grand.

Dans la présente thèse, une revue des phénomènes influençant le comportement mécanique du sel ainsi que des essais in situ qui ont déjà servi à la détermination des paramètres de lois de fluage du sel est présentée. De cette revue, trois conclusions importantes se dégagent: la première est qu'on assiste à un développement de lois de plus en plus sophistiquées avec un nombre élevé de paramètres dont la détermination n'est plus évidente. La deuxième est que même les lois simples comme la loi de puissance peuvent donner des résultats comparables à ceux obtenus à l'aide de lois complexes dans certaines conditions de sollicitation et surtout à court terme. Enfin, la troisième est que l'essai désigné E.P.T.E. par Leite (1989) pour **Enfoncement d'un Poinçon Tronconique Effilé**, présente des perspectives intéressantes comme essai index de détermination des paramètres de fluage.

Le but de cette thèse est de généraliser l'interprétation de l'essai E.P.T.E. pour des milieux soumis à un champ de contraintes préalables anisotrope. En effet, l'interprétation de cet essai a été déjà faite dans l'hypothèse que le milieu est soumis à un champ de contraintes préalables isotrope pour la glace et les sols gelés, et généralisée par la suite pour le sel.

Au cours de nos travaux, nous avons développé des équations différentielles aux dérivées partielles de 2^{ième} ordre donnant la distribution des contraintes autour d'une cavité cylindrique forée dans un milieu de comportement non linéaire (fluage) soumis à un champ de contraintes préalables anisotrope en conditions de contraintes planes et de déformations planes. Néanmoins, ces équations devront être validées dans des travaux futurs.

L'originalité de nos travaux consiste au fait que nous avons proposé une méthode de détermination du module de cisaillement G à l'aide de l'essai E.P.T.E. dans des milieux fini et infini de comportement élastique linéaire soumis à un champ de contraintes préalables anisotrope qui donne des résultats comparables à ceux des méthodes conventionnelles comme l'essai de compression simple. De plus, par la suite, nous avons démontré, à partir d'analyses numériques simulant l'essai E.P.T.E. dans un modèle axisymétrique et en 3 dimensions, pour un milieu fini ou infini de comportement non linéaire (fluage) soumis à un état de contraintes préalables anisotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, avec une loi de comportement de formulation mathématique simple comme la loi de puissance dans sa formulation d'écrouissage, que l'interprétation de l'essai E.P.T.E. se fait exactement de la même façon que dans un milieu fini ou infini de comportement non linéaire soumis à un état de contraintes préalables isotrope dans le même plan. Il suffit, de remplacer, pour les fins des calculs, le champ de contraintes préalables anisotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon par un champ de contraintes préalables isotrope donné par la moyenne

arithmétique des contraintes préalables anisotrope dans ce même plan. En effet, à l'aide d'analyses numériques, nous avons mis en évidence le fait que, quelque soit le degré d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, les courbes d'enfoncement du poinçon sont très proches les unes des autres pour une même charge appliquée sur le poinçon pourvu que la moyenne des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon soit toujours la même. Ceci s'expliquerait par le fait que, quelque soit le degré d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, les écarts entre les contraintes équivalentes de Von-Mises, dans une zone allant jusqu'à 3 fois le rayon à la paroi du poinçon, sont faibles. En effet, comme par définition de la loi de comportement adoptée dans la présente étude, les déformations ne sont fonction que des contraintes équivalentes, alors les déformations et par conséquent les déplacements qui entraînent l'enfoncement du poinçon seront eux aussi très proches les unes des autres quelque soit le degré d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon.

Finalement, afin de valider la méthode d'interprétation proposée, un montage expérimental permettant de faire des essais E.P.T.E. au laboratoire sur des échantillons soumis à un état de contraintes préalables anisotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon a été mis au point. Sa fiabilité a été testée en comparant les modules de cisaillement G obtenus par essais E.P.T.E. et par essais de compression simple. Une fois la fiabilité du montage testée, des essais E.P.T.E. en fluage avec différentes anisotropies des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon sur du sel artificiel de type Windsor ont été réalisés au laboratoire. La comparaison des résultats obtenus dans le cas d'isotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon à ceux obtenus avec différents degrés d'anisotropie des contraintes préalables dans ce même plan nous a permis de valider expérimentalement la méthode d'interprétation proposée.

De plus, des essais de fluage en compression simple sur le même type de sel ont été réalisés. La comparaison des résultats obtenus par les deux types d'essais ainsi que de résultats d'essai de fluage en compression simple, triaxiale et E.P.T.E. publiés dans la littérature permet de conclure qu'avec la méthode d'interprétation proposée, l'essai E.P.T.E. donne des paramètres de fluage comparables à ceux des essais conventionnels comme l'essai de fluage en compression simple ou triaxiale.

ABSTRACT

Research on the mechanical behaviour of rocksalt and more particularly its creep behaviour has taken a considerable importance in the last thirty years, especially since in certain countries like the United States and Germany, rocksalt masses have been identified as sites for permanent storage of nuclear waste. Most of these studies are based on laboratory tests such as uniaxial and triaxial tests carried out on cylindrical specimen. These studies have lead not only to the development of a lot of creep laws but also to an increased knowledge of the factors affecting the creep behaviour of rocksalt. These factors are especially of 2 natures: environmental factors like temperature, humidity; and all the operations related to sampling, transport, preparation and test execution, in other words, all the factors related to the methods of test execution. Indeed, some studies have established that sample collection and preparation for laboratory tests can significantly affect the results while, in situ tests allow the evaluation of rocksalt properties in the natural environment; the result being the study of rocksalt behaviour without any effect of sample collection and preparation and the elimination the scale effect since the volume of material concerned during an in situ test is much larger.

In this thesis, a review of the phenomena influencing the mechanical behaviour of rocksalt as well as in situ tests already performed to determine creep law parameters for rocksalt are presented. From that review, three important conclusions emerge: the first is a development of laws increasingly sophisticated with a high number of parameters whose determination is not obvious any more, the second is that, even simple laws such as the creep power law can give results comparable with those obtained using complex laws under certain conditions especially for short term analyses; lastly, the third is that the test called **S.C.P.T.** by Leite (1989) for Sharp Cone Penetration Test presents a promising in situ test like an index test for

determination of creep parameters. The aim of this thesis is to generalise the interpretation of the S.C.P.T. test to media subjected to an anisotropic preliminary stress field. Indeed, the interpretation of this test has been already done assuming an isotropic preliminary stress field for the ice and the frozen soils, and generalise thereafter for rocksalt.

During our works, we have developed second order partial differential equations giving the distribution of the stresses around a cylindrical cavity drilled in a medium with a non-linear behaviour subjected to an anisotropic preliminary stress field in plane stress and plane strain conditions. These equations must be validated in future works before becoming significant contribution that could be useful in the future.

The most original contribution of my work, as presented in my thesis, is that I have proposed a determination method of the shear modulus G using the S.C.P.T. test in infinite and finite media with a linear elastic behaviour subjected to an anisotropic preliminary stress field. This method gives results comparable with those of the conventional methods such as the unconfined compression test..

Thereafter, we have proved, from numerical analyses simulating the S.C.P.T. test in axisymmetric and in 3 dimensions models, that for an infinite or finite medium with non-linear behaviour subjected to an anisotropic preliminary stress field, and with a simple creep law such as power law in its hardening formulation, the interpretation of the S.C.P.T. test is exactly the same that the one for an infinite or finite medium with non-linear behaviour subjected to an isotropic preliminary stress field. For the calculations, the anisotropic preliminary stresses in the perpendicular plane to the sharp cone axis must be replaced by an isotropic preliminary stress field given by the arithmetic mean of the anisotropic preliminary stresses in the same plane.

Indeed, I have noted that, whatever the degree of anisotropy of the preliminary stresses in the perpendicular plane to the sharp cone axis, the settlement curves of the sharp cone are very close to each other for the same load applied on the sharp cone. This is explained by the fact, for any anisotropic degree of the preliminary stresses in the perpendicular plan to the sharp cone axis, the difference between the Von-Mises equivalent stresses, in a zone equal to 3 times the ray at sharp cone wall, is small. Indeed, as by the definition of the creep law adopted in the present study, the deformations are a function of only the Von-Mises equivalent stresses, then the deformations and consequently the displacements that cause the sharp cone settlement are also very close for any anisotropic degree of the preliminary stresses in the perpendicular plan to the sharp cone axis.

Finally, in order to verify the accuracy of the suggested interpretation method, a breadboard construction allowing to carry out laboratory S.C.P.T. test on samples subjected to an anisotropic preliminary stress field in the perpendicular plan to the sharp cone axis has been done. Its reliability was tested by comparing the shear moduli G obtained by S.C.P.T. tests and by conventional uniaxial compression test.

Once the reliability of the assembly tested, laboratory creep S.C.P.T. tests with various anisotropic degrees of the preliminary stress field in the plane perpendicular to the sharp cone axis have been performed on artificial rocksalt. Some conventional uniaxial creep tests have been also performed. The comparison of the results obtained using these two kinds of tests, as well as the results of uniaxial, triaxial creep tests and creep S.C.P.T. tests published in the literature allows us to conclude that with the proposed interpretation method, the creep S.C.P.T. test can give creep parameters comparable with those of the conventional tests such as uniaxial or triaxial creep tests.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	iv
REMERCIEMENTS.....	v
RÉSUMÉ.....	vii
ABSTRACT.....	xi
TABLES DES MATIÈRES.....	xv
LISTE DES TABLEAUX.....	xx
LISTE DES FIGURES.....	xviii
LISTE DES SYMBOLES.....	xxxv
LISTES DES ANNEXES.....	xl
CHAPITRE 1: INTRODUCTION.....	1
1.1 Présentation du sujet.....	1
1.2 Le but de la présente recherche.....	4
1.3 Le matériau étudié.....	6
1.4 Méthodologie adoptée.....	7

CHAPITRE 2: LE COMPORTEMENT MÉCANIQUE DU SEL ET SA MODÉLISATION.....9

2.1 Les facteurs influençant le comportement mécanique du sel à court terme.....9	9
2.1.1 Introduction.....9	9
2.1.2 La contrainte de confinement10	10
2.1.3 L'environnement.....10	10
2.1.4 La méthode d'essai.....11	11
2.2 Les facteurs influençant le comportement mécanique du sel à long terme....12	12
2.2.1 Introduction.....12	12
2.2.2 La contrainte de confinement13	13
2.2.3 L'environnement.....14	14
2.2.4 La méthode de l'essai.....16	16
2.2.5 La texture.....19	19
2.3 Modélisation du comportement mécanique du sel19	19
2.3.1 Définitions19	19
2.3.2 Les lois de fluage20	20
2.3.3 Approche structurale basée sur la théorie des dislocations25	25
2.3.4 Approche basée sur la théorie unifiée avec variables d'état interne34	34
2.4 Choix de la loi de comportement.....37	37

CHAPITRE 3: ESSAIS IN SITU DÉJÀ EFFECTUÉS POUR LA DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DE FLUAGE56

3.1 Autres types d'essais de fluage déjà réalisés56	56
3.1.1 Mesures des déplacements autour des excavations.....57	57
3.1.2 Essais de pressurisation des trous de forage.....58	58
3.1.3 Essais de poinçonnement des parois de forage.....59	59
3.1.4 Essais dilatométriques59	59
3.1.5 Essai de chargement à la plaque61	61

3.2 Les essais E.P.T.E. déjà réalisés et leur interprétation.....	62
3.2.1 Essais dans le sol gelé et la glace.....	62
3.2.2 Essais dans le sel et son interprétation	64
3.2.3 Détermination du coefficient de frottement à partir de l'essai E.P.T.E.	76
CHAPITRE 4: MÉHODE D'INTERPRÉTATON PROPOSÉE POUR L'ESSAI E.P.T.E. EN MILIEU ÉLASTIQUE LINÉAIRE SOUMIS À UN CHAMP DE CONTRAINTÉ ANISOTROPE	84
4.1 Introduction	84
4.2 Contraintes et déplacements autour d'une cavité cylindrique pressurisée forée dans un milieu infini de comportement élastique linéaire soumis à un champ de contrainte anisotrope.....	86
4.3 Contraintes et déplacements autour d'une cavité cylindrique pressurisée forée dans un milieu fini de comportement élastique linéaire soumis à un champ de contrainte anisotrope.....	93
4.3.1 Approximation du contour extérieur du carré en coordonnées polaires	94
4.3.2 Les conditions aux frontières.....	95
4.4 Poinçonnement dans un milieu infini de comportement élastique linéaire..	103
4.5 Poinçonnement dans un milieu fini de comportement élastique linéaire.....	104
CHAPITRE 5: LE MONTAGE EXPÉRIMENTAL	109
5.1 Description du montage	109
5.1.1 Cadre rigide de chargement.....	109
5.1.2 Système d'application et de mesure des pressions latérales.....	110
5.1.3 Système d'application et de mesure de la charge axiale	111
5.1.4 Mesure de l'enfoncement du poinçon	111

5.1.5	Système de lecture de la température.....	112
5.1.6	Système d'acquisition de données	112
5.1.7	Poinçon et alésoir tronconiques	113
5.2	Préparation de l'échantillon à partir des blocs de sel artificiel.....	113
5.3	Mise en place de l'échantillon.....	114
5.4	Mise en place du poinçon.....	115
5.5	Essai de vérification du montage expérimental.....	116
 CHAPITRE 6: PRÉSENTATION ET DISCUSSION DES RÉSULTATS		124
6.1	Introduction	124
6.2	Analyses numériques	124
6.2.1	Choix du logiciel pour les simulations	126
6.2.2	Modélisation axisymétrique.....	127
6.2.3	Modélisation en 3 dimensions	131
6.3	Les essais au laboratoire.....	142
6.3.1	Essais de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR	142
6.3.2	Les essais E.P.T.E. en fluage sur le sel WINDSOR.....	145
6.4	Discussion des résultats.....	149
6.4.1	Homogénéité et isotropie du comportement du sel.....	150
6.4.2	Anisotropie du champ des contraintes.....	150
6.4.3	Type de sollicitation	151
6.4.4	Les effets de la contrainte moyenne.....	153
6.4.5	Justification de la méthode d'interprétation proposée.....	155
6.4.6	Les effets de la modélisation	157
6.4.7	Effets de la redistribution des contraintes au contact du poinçon.....	159

CHAPITRE 7: CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS	194
7.1 Conclusions	194
7.2 Recommandations	197
RÉFÉRENCES	199
ANNEXES	226

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1-1: Quelques mesures de contraintes anisotropes réalisées dans des massifs de potasse.....	5
Tableau 3-1: Comparaison des paramètres de fluage obtenus par essais E.P.T.E. pour des contraintes préalables isotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon et par essais de fluage en compression triaxiale pour le sel artificiel (Leite, 1991).....	79
Tableau 6-1: Caractéristiques géométriques utilisées dans toutes les analyses numériques.....	127
Tableau 6-2: Type d'éléments utilisés dans la modélisation axisymétrique.....	128
Tableau 6-3: Paramètres mécaniques utilisés dans les analyses numériques pour un milieu de comportement élastique linéaire.....	129
Tableau 6-4: Simulation de l'essai E.P.T.E.: enfoncements pour un milieu élastique linéaire soumis à des contraintes préalables isotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon avec $P_0=6.9$ MPa, $E=10.34$ Gpa, $\nu=0.25$, $\tan \phi=0.09$	129
Tableau 6-5: Paramètres mécaniques utilisés dans la modélisation d'un milieu de comportement non linéaire.....	130
Tableau 6-6: Paramètres de fluage obtenus à l'aide des simulations des essais E.P.T.E. dans un modèle axisymétrique en fluage, $P_0=6.9$ MPa et $\tan \phi=0.09$	131
Tableau 6-7: Type d'éléments utilisés dans la modélisation en 3 dimensions.....	132

Tableau 6-8: Paramètres mécaniques utilisés dans la modélisation en 3 dimensions d'un milieu de comportement élastique linéaire.....	133
Tableau 6-9: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D: enfoncements du poinçon dans un milieu élastique linéaire soumis à une sollicitation avec différents degrés d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, $\sigma_m=6.9$ MPa, $E=7$ GPa, $\nu=0.25$ et $\tan\phi=0$	134
Tableau 6-10: Identification des nœuds au contact du poinçon dans la modélisation en 3 dimensions.....	135
Tableau 6-11: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D: contraintes radiales autour du poinçon dans un milieu élastique linéaire soumis à des contraintes préalables isotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, charge=5.53 kN, $\tan \phi=0$, $E=7$ GPa, $\nu=0.25$ et $\sigma_m=6.9$ MPa.....	136
Tableau 6-12: Simulation en l'essai E.P.T.E. en 3D: contraintes radiales autour du poinçon dans un milieu élastique linéaire soumis à des contraintes préalables anisotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, anisotropie des contraintes préalables de 1.5, charge=5.53 kN, $\tan \phi=0$, $E=7$ GPa, $\nu=0.25$, $\sigma_m=6.9$ MPa, $\sigma_1=8.28$ MPa et $\sigma_3=5.52$ MPa	137
Tableau 6-13: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D: contraintes radiales autour du poinçon dans un milieu élastique linéaire soumis à des contraintes préalables anisotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, anisotropie des contraintes préalables de 3, charge=5.53 kN, $\tan \phi=0$, $E=7$ GPa, $\nu=0.25$, $\sigma_m=6.9$ MPa, $\sigma_1=10.35$ MPa et $\sigma_2=3.45$ MPa	138

Tableau 6-14: Paramètres de fluage obtenus à l'aide des simulations des essais E.P.T.E. 3D pour une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, $\tan \phi=0.09$ et $\sigma_m=6.9$ MPa ($\sigma_1=10.35$ MPa et $\sigma_2=3.45$ MPa).....	142
Tableau 6-15: Identification des échantillons pour l'exécution des essais de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR.....	144
Tableau 6-16: Paramètres de fluage obtenus à l'aide des essais de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR.....	144
Tableau 6-17: Caractéristiques géométriques des échantillons pour les essais E.P.T.E sur le sel WINDSOR.....	148
Tableau 6-18: Paramètres de fluage obtenus à l'aide des essais E.P.T.E. pour différents rapports d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon.....	149
Tableau 6-19: Paramètres de fluage de la loi de puissance pour divers types de sel (tiré de Leite, 1991).....	152

LISTE DES FIGURES

- Figure 2-1: Effets (a) de la pression de confinement (Hardy, 1982) et (b) de la pression de confinement et de la température (Le Compte, 1965) sur les courbes des déformations en fonction du temps pendant un essai de fluage sur le sel 39
- Figure 2-2: Influence de la contrainte de confinement sur les déformations longitudinales en fonctions du temps pendant un essai de fluage en compression triaxiale sur le sel (Hunsche et Schulze, 1993)..... 40
- Figure 2-3: Influence de la variation de la température à contrainte constante sur les déformations longitudinales en fonction du temps pendant un essai de fluage en compression simple sur le sel (Hunsche, 1984)..... 41
- Figure 2-4: Influence (a) du niveau de contrainte à température constante et (b) du niveau de la température sur les déformations longitudinales en fonction du temps pendant un essai de fluage en compression simple sur le sel (Langer, 1984)..... 42
- Figure 2-5: Influence de la température sur les courbes contrainte-déformation dans un essai de compression triaxiale sur le sel (Kern et Franke, 1984)..... 43
- Figure 2-6: Influence du changement du taux d'humidité sur les déformations longitudinales en fonction du temps pendant un essai de fluage en compression simple sur le sel (Varo, 1976)..... 44
- Figure 2-7: Influence du changement du taux d'humidité sur les déformations longitudinales en fonction du temps pendant un essai de fluage en compression simple sur le sel (Hunsche et Schulze, 1993)..... 45

- Figure 2-8: Influence du changement du taux d'humidité sur les déformations longitudinales en fonction du temps pendant un essai de fluage en compression simple sur le sel (Le Cleac'h et al., 1993).....46
- Figure 2-9: Influence de l'historique et du cheminement des contraintes sur les courbes des déformations en fonction du temps pendant un essai de fluage sur le sel (Guessous et al., 1988).....47
- Figure 2-10: Effet (a) de la taille des grains sur les courbes du taux de déformation en fonction des contraintes (Gevantman, 1981) et (b) du degré de pureté (Dreyer, 1972) sur les courbes des déformations en fonction du temps pendant un essai de fluage en compression simple sur le sel.....48
- Figure 2-11: Schéma montrant l'influence du taux de chargement sur les courbes de fluage dans un diagramme tridimensionnel contrainte-déformation-temps (Hult, 1966)49
- Figure 2-12: Diagramme montrant l'effet du niveau des contraintes à température constante sur les déformations longitudinales en fonction du temps pendant un essai de fluage (Kraus, 1980).....50
- Figure 2-13: Courbes typiques de fluage: (a) déformations en fonction du temps et (b) taux de déformation en fonction du temps dans un essai de fluage (Hult, 1966).....51
- Figure 2-14: Courbes typiques de fluage; l'évolution de la courbe A vers B et C correspond à une augmentation de la contrainte (Aubertin 1989).....52
- Figure 2-15: (a) Courbe illustrant une augmentation instantanée de contrainte et (b) courbes de fluage illustrant les formulations de consolidation (AB) et d'écrouissage

(AC) dans un essai de fluage en compression simple ou triaxiale pour un changement de contrainte illustré en (a) (Hult, 1966).....	53
Figure 2-16: Carte des mécanismes de déformation pour le sel (Munson, 1979).....	54
Figure 2-17: Diagramme montrant des résultats de simulations d'essai de fluage en compression simple par paliers, avec des chargements instantanés; modèle SUVIC: courbes A, B et E; modèle d'écrouissage: courbe C; modèle de consolidation: Courbe D (Aubertin, 1989).....	55
Figure 3-1: Schéma de l'essai E.P.T.E in situ montrant les caractéristiques géométriques du poinçon (Leite 1991).....	80
Figure 3-2: Schéma de l'essai E.P.T.E au laboratoire et dimensions typiques adoptées dans les analyses numériques avec COSMOS/M.....	81
Figure 3-3: (a) Forces agissant sur le poinçon et composantes des déplacements au contact du poinçon; (b) modèle approximatif adopté pour l'interprétation de l'essai E.P.T.E. pour une sollicitation isotrope (Leite, 1991).....	82
Figure 3-4: Modèle d'interprétation proposée pour l'essai E.P.T.E. en milieu soumis à un champ de contrainte isotrope: (a) détermination du paramètre b et (b) du paramètre n de la loi de puissance (Leite, 1991).....	83
Figure 4-1: Courbes schématiques montrant les effets de la fissuration sur la courbe d'enfoncement du poinçon (a) pendant la phase de mise en charge et (b) pendant la phase de fluage.....	106

Figure 4-2: Résultats d'essais de cisaillement direct entre le sel et l'acier lubrifié avec du molybdène (Leite 1988).....	107
Figure 4-3: (a) Présentation du problème d'un milieu fini soumis à des contraintes préalables anisotropes et (b) son approximation par un carré à coins arrondis.....	108
Figure 5-1: Schéma de la vue en plan du montage expérimental (pas à l'échelle).....	118
Figure 5-2: Schéma de la coupe verticale du montage expérimental (pas à l'échelle)..	119
Figure 5-3: Diagramme contrainte-déformation de l'essai de compression simple sur le béton SIKA TOP 111 (échantillon 1).....	120
Figure 5-4: Diagramme contrainte-déformation de l'essai de compression simple sur le béton SIKA TOP 111 (échantillon 2).....	120
Figure 5-5: Détermination du module de cisaillement G du béton SIKA TOP 111 à l'aide de l'essai E.P.T.E.....	121
Figure 5-6: Mesure du coefficient de frottement entre le poinçon et le béton SIKA TOP 111 à l'aide de l'essai E.P.T.E.....	121
Figure 5-7: Sensibilité du module de Young au coefficient de frottement entre le poinçon et le milieu testé dans un essai E.P.T.E.....	122
Figure 5-8: Évolution de la charge sur le poinçon en fonction du temps dans un essai E.P.T.E.....	122

Figure 5-9: Évolution des pressions dans les vérins plats en fonction du temps dans un essai E.P.T.E.....	123
Figure 5-10: Évolution de la température en fonction du temps dans l'enceinte au cours l'essai E.P.T.E.....	123
Figure 6-1: Modèle utilisé dans les simulations de l'essai E.P.T.E. en axisymétrique..	164
Figure 6-2: Simulation de l'essai E.P.T.E. en axisymétrique: déplacements latéraux au contact du poinçon dans un milieu élastique linéaire pour $\tan \phi=0$	165
Figure 6-3: Simulation de l'essai E.P.T.E. en axisymétrique: déplacements latéraux au contact du poinçon dans un milieu élastique linéaire pour $\tan \phi=0.09$	165
Figure 6-4: Simulation de l'essai E.P.T.E. en axisymétrique: contraintes normales au contact du poinçon dans un milieu élastique linéaire pour $\tan \phi=0$	166
Figure 6-5: Simulation de l'essai E.P.T.E. en axisymétrique: contraintes normales au contact du poinçon dans un milieu élastique linéaire pour $\tan \phi=0.09$	166
Figure 6-6: Simulation de l'essai E.P.T.E. milieu de comportement non linéaire, cas axisymétrique: détermination du paramètre b, contraintes préalables isotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon avec $P_0=6.9$ MPa.....	167
Figure 6-7: Simulation de l'essai E.P.T.E. milieu de comportement non linéaire, cas axisymétrique: détermination du paramètre n, contraintes préalables isotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon avec $P_0=6.9$ MPa.....	167

Figure 6-8: Modèle utilisé dans les simulations de l'essai E.P.T.E. en 3 dimensions...	168
Figure 6-9: Schéma d'identification des nœuds au contact du poinçon dans un modèle 3D pour $\theta=0^{\circ}$ et pour $\theta=90^{\circ}$ (pas à l'échelle).....	169
Figure 6-10: Simulation de l'essai E.P.T.E.: comparaison du modèle axisymétrique et des modèles 3D en fluage pour des contraintes préalables isotropes et anisotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon et une charge de 5.53 kN.....	170
Figure 6-11: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, charge=5.53 kN.....	170
Figure 6-12: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, charge=8.295 kN....	171
Figure 6-13: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, charge=11.06 kN....	171
Figure 6-14: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3.....	172
Figure 6-15: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, détermination du paramètre n.....	172
Figure 6-16: Essai de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR (B4ECH1).....	173

Figure 6-17: Essai de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR (B4ECH3).....	173
Figure 6-18: Essai de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR (B4ECH4).....	174
Figure 6-19: Essais de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR, tous les échantillons du bloc 4.....	174
Figure 6-20: Essais de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR, détermination du paramètre n pour $t_{c1}=1.11$ h.....	175
Figure 6-21: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc1), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1, charge sur le poinçon=3.48 kN.....	175
Figure 6-22: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc2), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1, charge sur le poinçon=4.80 kN.....	176
Figure 6-23: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc 3), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1, charge sur le poinçon=6.30 kN.....	176
Figure 6-24: Essais E.P.T.E. sur le sel WINDSOR, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.....	177

- Figure 6-25 Essais E.P.T.E. sur le sel WINDSOR, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1, détermination du paramètre n177
- Figure 6-26: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc 5), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5, charge sur le poinçon=4.18 kN.....178
- Figure 6-27: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc 6), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5, charge sur le poinçon=3.44 kN.....178
- Figure 6-28: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc 7), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5, charge sur le poinçon =6.20 kN.....179
- Figure 6-29: Essais E.P.T.E. sur le sel WINDSOR, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5.....179
- Figure 6-30: Essais E.P.T.E. sur le sel WINDSOR, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5, détermination du paramètre n180
- Figure 6-31: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc 8), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, charge sur le poinçon=3.49 kN.....180

- Figure 6-32: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc 9), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, charge sur le poinçon=6.30 kN.....181
- Figure 6-33: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc 10), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, charge sur le poinçon=5.40 kN.....181
- Figure 6-34: Essais E.P.T.E. sur le sel WINDSOR, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3.....182
- Figure 6-35: Essais E.P.T.E. sur le sel WINDSOR, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, détermination du paramètre n182
- Figure 6-36: Détermination du paramètre n pour tous les essais E.P.T.E. sur le sel WINDSOR.....183
- Figure 6-37: Simulation de l'essai E.P.T.E. (fluage) en axisymétrique: comparaison des courbes d'enfoncement du poinçon en déformations planes et en contraintes planes...183
- Figure 6-38: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes moyennes autour du poinçon pour une charge de 5.53 kN, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1 à différents temps pour $\sigma_m=6.9$ MPa.....184
- Figure 6-39: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes moyennes autour du poinçon pour une charge de 5.53 kN,

anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 à différents temps pour $\sigma_m=6.9$ MPa..... 184

Figure 6-40: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes moyennes autour du poinçon pour une charge de 5.53 kN, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 à différents temps pour $\sigma_m=6.9$ MPa.....185

Figure 6-41: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes moyennes autour du poinçon pour le cas isotrope et les cas d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 et 3 à $t=0.182$ h avec $\sigma_m=6.9$ MPa..... 185

Figure 6-42: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes moyennes autour du poinçon pour le cas isotrope et les cas d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 et 3 à $t=2.913$ h avec $\sigma_m=6.9$ MPa..... 186

Figure 6-43: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes moyennes autour du poinçon pour le cas isotrope et les cas d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 et 3 à différents temps avec $\sigma_m=6.9$ MPa..... 186

Figure 6-44: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes équivalentes autour du poinçon pour le cas d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1 à différents temps avec $\sigma_m=6.9$ MPa..... 187

Figure 6-45: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes équivalentes autour du poinçon pour le cas d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 à différents temps avec $\sigma_m=6.9$ MPa..... 187

Figure 6-46: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes équivalentes autour du poinçon pour le cas d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 à différents temps avec $\sigma_m=6.9$ MPa..... 188

Figure 6-47: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): évolution des rapports des contraintes équivalentes pour une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 par rapport aux contraintes équivalentes du cas des contraintes préalables isotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon en fonction du temps pour une charge sur le poinçon de 5.53 kN et $\sigma_m=6.9$ MPa..... 188

Figure 6-48: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): évolution des rapports des contraintes équivalentes pour une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 par rapport aux contraintes équivalentes du cas des contraintes préalables isotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon en fonction du temps pour une charge sur le poinçon de 5.53 kN et $\sigma_m=6.9$ MPa..... 189

Figure 6-49: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (élastique): distribution des contraintes moyennes autour du poinçon pour une charge de 5.53 kN, une anisotropie

des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 et $\sigma_m=6.9$ MPa.....189

Figure 6-50: Modèle complet utilisé dans la simulation servant à la vérification des contraintes: (a) vue de face et (b) vue de dessus.....190

Figure 6-51: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (élastique): distribution des contraintes équivalentes autour du poinçon pour une charge de 5.53 kN, une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 et $\sigma_m=6.9$ MPa.....191

Figure 6-52: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (élastique, modèle complet): distribution des contraintes moyennes autour du poinçon pour une charge de 5.53 kN, une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 et $\sigma_m=6.9$ MPa.....191

Figure 6-53: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (élastique, modèle complet): distribution des contraintes équivalentes autour du poinçon pour une charge de 5.53 kN, une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 et $\sigma_m=6.9$ MPa.....192

Figure 6-54: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (élastique): comparaison des distribution des contraintes moyennes autour du poinçon dans un quart de modèle et un modèle complet pour une charge de 5.53 kN, une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 et $\sigma_m=6.9$ MPa.....192

Figure 6-55: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (élastique): comparaison des distribution des contraintes équivalentes autour du poinçon dans un quart de modèle et un modèle complet pour une charge de 5.53 kN, une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 et $\sigma_m=6.9$ MPa.....193

Figure 6-56: Simulation de l'essai E.P.T.E.: évolution des rapports des contraintes radiales au contact du poinçon, comparaison entre 3 anisotropies des contraintes préalables différentes pour une même charge de 5.53 kN et $\sigma_m=6.9$ MPa.....193

LISTE DES SYMBOLES

- Δ et δ : paramètres d'écroutissage et de recristallisation.
- ΔF et τ : paramètres non déterminés.
- ΔP_0 : augmentation de la pression biaxiale dans la mesure du coefficient de frottement à l'aide de l'essai E.P.T.E.
- ΔQ : incrément de charge nécessaire pour initier le déplacement du poinçon.
- Δu : variation du déplacement radial.
- Ω : volume atomique.
- α : demi-angle au sommet du poinçon.
- δ : enfoncement du poinçon par rapport à un repère fixe.
- δ_{ij} : symbole de Kronecker.
- ε^\bullet : est utilisé pour calculer le taux de déformation en utilisant la relation:
- $$\varepsilon_{ij}^\bullet = \sqrt{\frac{3}{2}} \left[\frac{\sigma_{ij}^d}{\sigma} \right] \varepsilon^\bullet$$
- $\varepsilon^{\bullet\bullet}$: valeur critique du taux de fluage stationnaire séparant deux régime de fluage.
- ε_c^\bullet : taux de déformation équivalente de Von-Mises.
- $\varepsilon^{\bullet c}$: taux de déformation de fluage.
- ε_c^\bullet : taux de déformation de référence par rapport auquel on calcule σ_c .
- ε_t^\bullet : limite de déformation transitoire (primaire).
- ε_0 : déformations circonférentielles.
- ε_e : déformation équivalente de Von-Mises.
- ε^c : déformations de fluage.
- ε_{ij}^c : déformations élastiques.

ε_0	: déformations instantanées.
$\overline{\varepsilon_0}$: déformations pseudo-instantanées.
ε_0^E	déformations élastiques ou quasi-instantanées.
ε_0^P	: déformations plastiques quasi-instantanées.
$\varepsilon_i, \varepsilon_{ij}$: déformations.
ε_P	: déformation de fluage primaire.
ε_r	: déformations radiales.
ε_z	: déformations suivant l'axe z.
ϕ	: angle de frottement entre le poinçon et le matériau ou la fonction caractéristique des contraintes d'Airy.
λ	: constante.
ν	: coefficient de Poisson.
θ	: un angle (deuxième coordonnée dans le système de coordonnées cylindrique).
$\overline{\sigma}$: contrainte déviatorique.
σ_0 et G_0	: contrainte d'écoulement et module de cisaillement au zéro absolu c'est-à-dire à -273.15^0C .
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$: contraintes principales préalables majeure, intermédiaire et mineure.
σ_{ij}^d	: composante d'ordre ij de la contrainte déviatorique.
σ_θ	: contrainte circonférentielle.
σ_{ax}	: contrainte axiale.
σ_r	: contrainte radiale.
σ_c	: contrainte équivalente de Von-Mises.
σ_m	: moyenne des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon.
σ_n	: contrainte normale.

σ_{ij}	: contraintes.
$\sigma_{r\theta}, \sigma_{zr}, \sigma_{\theta z}, \sigma_{xy}$: Contrainte de cisaillement.
σ_{xx}, σ_x	: contrainte suivant l'axe x.
σ_{yy}, σ_y	: contrainte suivant l'axe y.
σ_{zz}, σ_z	: contrainte suivant l'axe z.
τ	: contrainte de cisaillement.
ξ	: épaisseur de la frontière effective entre les grains.
a, r_i	: rayon interne du trou.
A_i, B_i, C_i, \dots	: coefficients (qui peuvent dépendre du temps).
C_0	: résistance en compression simple de la roche.
C_i	: constantes.
d_g	: dimensions des grains.
D_{gb}	: coefficient de diffusion des frontières des grains qui dépend de la température.
D_s	: coefficient d'autodiffusion qui dépend de la température.
D_v et D_b	: diffusivité de volume et de frontière.
E	: module de Young.
$E_0(t)$: le module d'élasticité fonction du temps.
F	: coefficient multiplicateur pour simuler le comportement en fluage transitoire (primaire).
$f(\sigma)$: fonction des contraintes.
$f(\sigma, T)$: fonction des contraintes et de la température.
$f(T)$: fonction de la température.
f_i	: fonctions (des contraintes, de la température ou du temps).
g_i	: fonctions (des contraintes, de la température ou du temps).
G	: module de cisaillement.
$ H $: fonction pas de "Heaviside" avec $(\sigma - \sigma_0)$ comme argument.

HR	: humidité relative.
k	: entier naturel.
L, D, d	: paramètres géométriques du poinçon.
n, b, σ_c ,	: paramètre de lois de fluage de la loi de puissance dans sa formulation d'écrouissage.
P_0	: champ de contrainte préalable isotrope.
P_c	: pression de confinement.
P_i	: pression interne.
\bar{P}	: réaction nette mobilisée par l'expansion du trou.
\bar{P}_r	: composante radiale de \bar{P} .
P_{ri}	: composante radiale de la pression appliquée par le poinçon.
Q	: charge appliquée sur le poinçon.
Q^1	: charge initiale sur le poinçon dans la mesure du coefficient de frottement à l'aide de l'essai E.P.T.E.
Q_{cs}	: énergie d'activation pour la montée des dislocations.
Q_d	: énergie d'activation pour la diffusion.
Q_{eff}	: énergie effective d'activation.
Q_s	: énergie d'activation du processus thermique.
R	: constante universelle des gaz parfaits égale à $N \times K_b$ où $N=6.02 \times 10^{23}$ est le nombre d'Avogadro et K_b la constante de Boltzman égale à 3.29×10^{-24} cal/°kelvin.
RH	: humidité relative.
r	: distance radiale.
r_e	: rayon externe.
s	: enfoncement du poinçon.
s_f^{el}	: enfoncement en milieu élastique linéaire fini.
s_i^{el}	: enfoncement en milieu élastique linéaire infini.

T	: température en degré kelvin.
t	: temps.
T_0	: résistance en traction de la roche.
t_c	: temps de référence pour le calcul du paramètre de fluage n .
u, u_r, u_{θ}	: déplacement radial.
U_i	: énergies d'activation.
U_v	: enfoncement du poinçon par rapport à un repère situé à la surface du sel.
v	: déplacement circonférentielle.
w	: déplacement suivant z .
X	: demi-côté du carré.

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE I : Quelques lois de fluage déjà proposées pour le sel	227
ANNEXE II : Contraintes et déplacements autour d'une cavité cylindrique pressurisée forée dans un milieu de comportement non linéaire (fluage) soumis à un champ de contraintes préalables anisotrope en conditions de contraintes planes.....	235
ANNEXE III : Contraintes et déplacements autour d'une cavité cylindrique pressurisée forée dans un milieu de comportement non linéaire (fluage) soumis à un champ de contraintes préalables anisotrope en conditions de déformations planes.....	249

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

1.1 Présentation du sujet

Durant les dernières décennies, il y a eu un développement important de beaucoup de projets utilisant les espaces souterrains. Les projets récents diffèrent des projets classiques d'opérations minières parce qu'ils ont une très grande durée de vie et dans certains cas parce qu'ils soumettent la masse rocheuse à de hautes températures. Pour concevoir de tels projets, il faut faire une évaluation très poussée des propriétés et du comportement mécanique de la roche. De plus, le sel constitue actuellement un choix privilégié pour ce type de projets et c'est pour cela que beaucoup de travaux sur le sel sont effectués. En effet, les sites de sel sont actuellement considérés comme des milieux privilégiés pour le stockage permanent des déchets jugés dangereux comme les résidus nucléaires, pour les déchets hautement toxiques ou encore pour les réserves d'hydrocarbures, d'où un intérêt croissant pour ce type de matériaux. Pour toutes ces raisons, on a besoin de mieux comprendre le comportement du sel à court et à très long terme pour pouvoir faire des prévisions fiables. Cela nécessite donc des études approfondies des phénomènes et des mécanismes ou micro-mécanismes associés au comportement mécanique du sel. Les résultats de telles études fournissent la base pour le développement de modèles constitutifs qui peuvent alors être utilisés pour prédire tout au moins théoriquement, le comportement structural du sel et permettre ainsi le dimensionnement des ouvrages (Senseny et al., 1992).

On comprend mieux l'importance de telles études quand on sait que ces ouvrages requièrent une stabilité intégrale de 50 ans ou plus pour tous les ouvrages de génie civil donnant accès aux galeries et aux installations et une intégrité relative des sites d'enfouissement pour au moins 1000 ans, temps jugé nécessaire pour que l'activité nucléaire soit réduite à un niveau acceptable (Albrecht et al., 1980; Djahanguiri et al., 1983; Svalstad, 1983).

L'intérêt pour ce type de matériau est motivé par les avantages suivants:

1- Des propriétés plus ou moins uniformes, une homogénéité et une isotropie de comportement malgré une anisotropie structurale au niveau des grains (Serata, 1964; Zahary, 1965; Michel, 1966) ainsi qu'une relation contrainte-déformation non linéaire comme la plupart des matériaux.

2- Des propriétés particulières qu'on ne retrouve pas chez d'autres types de roches comme sa capacité de se restaurer (recristalliser) sous des gradients de contraintes et de températures, sa conductivité thermique élevée (Zaman et al., 1992) qui lui permet de résister à de grandes températures comme celles produites par des déchets nucléaires, sa très faible perméabilité à forte contrainte de confinement (Coolbaugh, 1967; Baar, 1977; Wallner, 1984), l'absence d'écoulement d'eau dans les massifs de sel qui pourrait faire remonter les déchets enfouis à la surface (en effet, s'il y avait de l'eau, elle se dissoudrait), sa ductilité qui est supposée résister à la fracturation, favoriser la fermeture des fractures existantes et ainsi assurer l'étanchéité (Herrmann et al., 1982) et finalement, il est relativement plus aisé de faire des excavations dans les massifs de sel que dans d'autres types de roche plus dure.

Néanmoins, ce type de roche présente aussi des inconvénients qui font qu'il faut faire extrêmement attention quand on travaille dans ce type de matériaux: une très forte

variabilité spatiale de ses paramètres mécaniques ainsi que des déformations de fluage très importantes dans le temps qui peuvent causer la ruine des ouvrages même si les conditions de sollicitation restent inchangées. Par ruine, nous entendons soit la rupture d'un ouvrage, soit tout simplement l'impossibilité d'utiliser un ouvrage à cause de déformations excessives.

Une des façons pour déterminer les paramètres de fluage de ce type de matériaux tout en caractérisant rapidement leur variabilité spatiale est l'essai E.P.T.E. que nous allons présenter plus loin dans la présente thèse. Il faut tout de suite souligner que l'objectif de cet essai n'est pas de déterminer des paramètres de fluage servant au dimensionnement d'ouvrages pour l'enfouissement des déchets nucléaires qui ont une durée de vie de plus de 1000 ans. Cet essai servirait uniquement pendant les études préliminaires (avant-projets) pour le zonage des sites dans le but de circonscrire les zones dans lesquelles des essais plus poussés devraient être faits.

Ces dernières années, beaucoup de recherches, surtout basées sur des essais de laboratoire, ont été effectuées et ont abouti à un grand nombre de modèles de comportement du sel mais beaucoup de choses restent à faire quant aux essais in situ. Compte tenu de ces considérations, le développement d'essais in situ prend alors une importance capitale; mais pour que ces essais soient efficaces, ils doivent être à la fois simples et peu coûteux et c'est dans cette optique que la présente étude a été menée.

1.2 Le but de la présente recherche

Le but de la présente recherche est de valider l'essai désigné E.P.T.E. par Leite et al. (1989) pour "Enfoncement d'un Poinçon Tronconique Effilé". Cet essai consiste à enfoncer un poinçon tronconique effilé dans un trou préforé de même forme et de mesurer, soit son enfoncement en fonction de la charge qui lui est appliquée dans le cas d'un milieu élastique, soit son enfoncement en fonction du temps dans un milieu de comportement non linéaire. Leite (1991) et Leite et al. (1989, 1993, 1994) ont déjà montré que cet essai qui avait déjà été utilisé auparavant dans les sols gelés (Sgaoula, 1989; Ladanyi et Sgaoula, 1989; Guichaoua, 1984; Ladanyi et Guichaoua, 1985) et dans la glace (Talabard, 1986; Ladanyi et Talabard, 1989) pouvait être une alternative intéressante pour la détermination des paramètres de fluage du sel, soit au laboratoire, soit in situ, si on tient compte des phénomènes comme le frottement du poinçon par rapport au milieu étudié, phénomène qui peut être négligé dans les sols gelés et la glace à cause de la chaleur générée au contact du poinçon faisant fondre la glace autour de ce dernier et permettant ainsi d'éliminer ou au tout au moins de négliger le frottement. Toutefois, pour pouvoir utiliser une telle approche, il faut que certaines conditions préalables soient remplies: une loi de comportement de formulation mathématique simple (peu de paramètres) et des conditions de sollicitation assez simples comme un chargement à palier unique.

Dans tous leurs travaux, les chercheurs cités plus haut ont toujours fait l'hypothèse que l'état de contraintes préalables dans le milieu étudié est isotrope, ce qu'on rencontre très rarement dans la nature. En effet, on dispose actuellement de techniques de mesure des contraintes in situ dans les massifs rocheux qui permettent de démontrer que cette hypothèse est loin d'être vérifiée comme le prouvent les mesures effectuées par Corthésy et al. (1994) dans la mine de potasse de Taquari-

Vassouras au Brésil ainsi que celles effectuées par Bonte (1993) dans les mines de potasse de l'Alsace en France (Tableau 1-1).

Tableau 1-1: Quelques mesures de contraintes anisotropes réalisées dans des massifs de potasse

Contrainte	Taquari-Vassouras			Alsace
σ_1 (MPa)	16.11	14.87	12.59	27.00
σ_2 (MPa)	13.40	12.60	10.40	18.80
σ_3 (MPa)	10.34	10.76	8.64	15.00

Dans la présente recherche, nous allons généraliser l'interprétation de l'essai E.P.T.E. pour tenir compte de l'anisotropie du champ des contraintes préalables afin qu'elle soit mieux adaptée à la réalité sur le terrain. De cette façon, cette nouvelle méthode d'investigation pourra appuyer des programmes de reconnaissance in situ réalisés à l'aide de techniques conventionnelles telles que le dilatomètre ou le pressiomètre. Cet essai index, que nous voulons entièrement indépendant, servira à la fois à la détermination des paramètres de fluage de la loi de comportement qui sera adoptée (la loi de puissance dans sa formulation d'écrouissage) et à la caractérisation rapide de la variabilité des paramètres de fluage afin de pouvoir mieux affiner le zonage de site.

1.3 Le matériau étudié

Le matériau étudié dans la présente recherche et dénommé sel est une roche constituée en majeure partie de halite (NaCl); c'est-à-dire dans une proportion de 70% et plus. Cette définition générale comprend tous les matériaux tel que le sel pur jusqu'aux rejets de sel ou de potasse. Les autres principaux minéraux composant le sel sont, dans des proportions variables:

- le sylvite (KCl),
- le bischofite (MgCl_2),
- le polyhalite ($2\text{CaSO}_4 \cdot \text{MgSO}_4 \cdot \text{K}_2\text{SO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$),
- le kainite ($\text{MgSO}_4 \cdot \text{KCl} \cdot 3\text{H}_2\text{O}$) et
- des insolubles qui peuvent atteindre 20 à 30 %.

Les propriétés mécaniques à court terme de ce type de matériau sont approximativement les suivantes, selon Ladanyi et Gill (1984)

$E=20$ GPa avec des valeurs extrêmes pouvant aller de 2.6 GPa (Gioda, 1981) à 46.9 GPa (Preece et Foley, 1983). Selon Aubertin et al. (1987), ce paramètre se situe entre 10 et 30 GPa.

$\nu=0.4$ avec des valeurs extrêmes pouvant aller de 0.17 (Wawersik et Hannum, 1980) à 0.5 (Pfeifle et al. 1981).

$C_0=30$ MPa avec des valeurs extrêmes pouvant aller de 15 à 45 MPa selon Ottosen et al. (1979) ou de 13.3 à 33.6 MPa (Pfeifle et al., 1981).

$T_0=1.5$ MPa avec des valeurs extrêmes pouvant aller de 1.1 MPa (Michel, 1966) à 4 MPa (Baar, 1977) ou de 1.12 à 2.61 MPa (Pfeifle et al. 1981).

Toutefois les résultats qui seront obtenus pourront s'appliquer à n'importe quel autre type de roche tendre susceptible d'avoir des déformations de fluage; le choix du sel ayant tout simplement été guidé par des questions d'ordre pratique. En effet, en plus de sa disponibilité, il y a beaucoup de travaux qui ont déjà été effectués sur ce type de matériau qui pourront nous servir de comparaison.

1.4 Méthodologie adoptée

La méthodologie adoptée dans cette recherche est constituée des étapes suivantes:

- *La généralisation du modèle d'interprétation de Leite (1991):* dans la présente recherche, les résultats obtenus par Leite (1991) seront généralisés pour tenir compte de l'anisotropie du champ des contraintes préalables dans le milieu étudié.
- *Mise sur pied d'un montage expérimental permettant de réaliser des essais E.P.T.E. sous contraintes préalables anisotropes au laboratoire:* l'exécution d'essais in situ étant en général difficile et complexe du fait qu'on ne peut pas contrôler aisément tous les paramètres extérieurs pouvant influencer leurs résultats, tels que la température et l'humidité, la validation du modèle se fera à l'aide d'essais effectués au laboratoire; la difficulté majeure liée à cette façon de faire étant que les essais se font sur des échantillons avec des conditions frontières différentes. En effet, au laboratoire, les essais se font sur des échantillons de dimensions finies alors que les essais in situ se font dans un milieu de dimensions théoriquement infinies.
- *Réalisation d'essais E.P.T.E. sur des matériaux homogènes et isotropes de comportement élastique linéaire connu:* ceci permet de vérifier la qualité du montage expérimental.

- *Analyses par éléments finis*: des analyses numériques par éléments finis simulant l'essai E.P.T.E. seront effectuées pour non seulement dégager une méthode d'interprétation mais aussi de la valider en tenant compte des hypothèses qui seront à la base du modèle proposé.

- *Exécution d'essais E.P.T.E. sur du sel artificiel*: afin de pouvoir vérifier la répétitivité des résultats obtenus lors de nos essais, il est préférable d'utiliser du sel artificiel qui présente des avantages certains sur le sel naturel. En effet, grâce au processus de fabrication standardisé à l'usine, les blocs de sel artificiel sont beaucoup plus homogènes et isotropes que le sel naturel qui a subi des conditions de formation très variables donnant naissance à un matériau dont les propriétés sont très variables. Ceci est d'autant plus intéressant que les résultats obtenus peuvent s'appliquer au sel naturel puisque selon Friedman et al. (1984), les mécanismes de déformation du sel artificiel et du sel naturel sont similaires si la contrainte moyenne est élevée. En plus, ceci nous donne des critères de comparaison puisque plusieurs chercheurs ont déjà travaillé sur du sel artificiel dont Le Comte (1965), Heard (1972), Gangi et al. (1984), Guessous et al. (1987 et 1988), Leite (1991) et d'autres.

CHAPITRE 2

LE COMPORTEMENT MÉCANIQUE DU SEL ET SA MODÉLISATION

2.1 Les facteurs influençant le comportement mécanique du sel à court terme

2.1.1 Introduction

Quand un matériau comme le sel est soumis à des contraintes, il y a distorsion de la structure cristalline. Cette distorsion résulte du déplacement relatif des atomes ou des ions dans la structure de leur position d'équilibre à la position où la contrainte est nulle (Senseny et al., 1992). Des forces interatomiques résistent à cette distorsion de sorte que si la contrainte appliquée est enlevée, les atomes ou les ions tendent à revenir à leur position d'origine mais n'y arrivent pas toujours. Il se produit donc deux types de déformations: des déformations récupérables que l'on appelle déformations élastiques et des déformations irrécupérables que l'on appelle déformations plastiques. À court terme, ces dernières sont souvent négligées et les déformations modélisées à l'aide de la loi de Hooke à travers deux constantes E et ν .

$$\varepsilon_{ij}^e = \frac{1}{E} \left[(1 + \nu) \sigma_{ij} - \nu \sigma_{kk} \delta_{ij} \right] \quad 2-1$$

où respectivement E représente le module de Young, ν le coefficient de Poisson, δ_{ij} le symbole de Kronecker, σ_{ij} la contrainte et ε_{ij}^e les déformations élastiques.

2.1.2 La contrainte de confinement

Comme c'est le cas pour la plupart des matériaux et en particulier les roches, une augmentation de la contrainte de confinement entraîne une augmentation de la ductilité jusqu'à un certain point (Morlier, 1966; Serata, 1978; Ottosen et Krenk, 1979; Wawersik et Hannum, 1980) et de la résistance de la roche (Krenk, 1978).

2.1.3 L'environnement

Les facteurs reliés à l'environnement et qui affectent le comportement à court terme du sel sont la température et l'humidité relative.

Peu de chercheurs se sont penchés sur l'influence de la température sur les constantes élastiques du sel (Senseny et al., 1992). Néanmoins, le peu de travaux effectués démontre que, tout comme la contrainte de confinement, une augmentation de la température a pour effet d'augmenter la ductilité de la roche et de diminuer sa résistance (limite élastique, le module de Young, le module de compressibilité et le module de cisaillement; le coefficient de Poisson semble moins affecté) et que, tout comme la température, une augmentation de l'humidité relative a pour effet de provoquer une augmentation de la ductilité, l'abaissement de la limite élastique, de la dureté et de la résistance à la compression simple (Varo et Passaris, 1977; Horseman, 1988).

2.1.4 La méthode d'essai

Parmi les facteurs reliés à la méthode de l'essai qui affectent le comportement à court terme du sel, les plus importants sont le taux de déformation, le taux de chargement, l'historique et le cheminement des contraintes, la forme et la taille des éprouvettes ainsi que l'endommagement provoqué par le prélèvement et la préparation des éprouvettes.

Une augmentation du taux de déformation entraîne une augmentation de la fragilité du sel (Farmer et Gilbert, 1984).

Une augmentation du taux de chargement a pour effet de diminuer la ductilité et d'augmenter la résistance de la roche.

Le prélèvement des échantillons affecte le comportement du sel. Durant l'excavation ou le forage, la roche est temporairement surchargée avant d'être soulagée des contraintes naturelles présentes dans le massif. La roche peut être donc altérée et endommagée de sorte que les propriétés mesurées ne soient pas les mêmes que celles de la roche en place (Obert, 1962; Guessous, 1983; Guessous et al., 1987 et 1988). Nous voyons donc l'importance d'un bon prélèvement des échantillons ainsi qu'une préparation judicieuse des éprouvettes qui sont utilisées pour les essais de laboratoire. De fortes contraintes de confinement peuvent réduire l'effet de cet endommagement sans pour autant l'éliminer complètement. Il est aussi important de noter que les résistances obtenues pour des essais dont les cheminements des contraintes sont différents sont, elles aussi, différentes.

On a aussi constaté que les éprouvettes cylindriques circulaires sont plus résistantes que les éprouvettes prismatiques de section droite carrée ayant la même aire. Potts (1964) explique ce phénomène par le fait que la majorité de la charge est reprise par un noyau cylindrique circulaire au centre du bloc prismatique de sorte que la différence de résistance s'explique par la variation de l'aire de soutien.

L'élanement de l'éprouvette, qui est le rapport entre sa hauteur et sa largeur, influence beaucoup la relation contrainte-déformation du sel. Ainsi, on remarque qu'une diminution de l'élanement conduit à une augmentation de la résistance (Potts, 1964). Ceci s'explique par le fait que lors d'un essai de compression uniaxiale, pour des éprouvettes de taille inférieure à une certaine valeur, il y a apparition de phénomènes parasites comme le frottement entre l'éprouvette et les plateaux de la presse entraînant un effet de frettage tandis que pour des éprouvettes de taille supérieure à une certaine valeur, apparaît le phénomène de flambement. Ces deux phénomènes ont pour conséquence d'éloigner le cheminement des contraintes de celui de la compression uniaxiale, ce qui entraîne dans le premier cas, une augmentation de résistance, et dans le deuxième cas, une diminution de résistance.

2.2 Les facteurs influençant le comportement mécanique du sel à long terme

2.2.1 Introduction

Quand le sel est chargé puis déchargé, des déformations permanentes sont observées. Ces déformations inélastiques non récupérables résultent du mouvement des dislocations (imperfections sur toute une rangée atomique), des rangées

d'imperfection dans le cristal (dislocation, glissement et montée des dislocations), de l'écoulement par diffusion de la matière et à basse température, de la microfissuration. Il n'y a pas de modèle généralement accepté par tous les chercheurs pour le comportement inélastique des matériaux comme c'est le cas de la loi de Hooke pour le modèle élastique linéaire. Toutefois, tout le monde s'accorde sur la forte dépendance non linéaire des déformations inélastiques en fonction des contraintes, de la température et de l'humidité ainsi que de l'histoire thermomécanique. On voit donc, que ce sont essentiellement les mêmes facteurs qui affectent le comportement du sel que ce soit à court ou à long terme.

2.2.2 La contrainte de confinement

Une augmentation de la contrainte de confinement entraîne une diminution du taux de fluage (Thompson et Ripberger., 1964; Le Comte, 1965; Hardy, 1982) et une diminution de la phase d'écrouissage relié au fluage primaire. Cet effet serait plus important à des températures élevées et se ferait sentir surtout sur le taux de fluage primaire (Handin et Carter, 1979). Il semble que le fluage secondaire ne soit pas affecté par ce phénomène si la contrainte de confinement est supérieure à une certaine valeur (3.5 MPa). Handin et Carter (1979) ont montré que, pour des essais à taux constant de déformation, une augmentation de la pression de confinement de 3.4 à 20 MPa produit une augmentation de contrainte de moins de 10 % pour une valeur fixée de déformation.

Plusieurs études (Le Comte, 1965; Hardy, 1982 et Hunsche et Schulze, 1993) ont montré que (Figures 2-1 et 2-2):

- la contrainte de confinement a un grand effet sur le taux de fluage pour des contraintes inférieures à 3 MPa,
- l'échantillon réagit immédiatement à tout changement de contrainte de confinement,
- une augmentation suivie d'une diminution de la contrainte de confinement montre que l'effet est réversible,
- chaque changement de contrainte de confinement est accompagné par une phase de fluage transitoire.

2.2.3 L'environnement

Les facteurs reliés à l'environnement et qui affectent le comportement à long terme sont la température et l'humidité relative.

Plus la température maintenue au cours d'un essai de fluage est élevée, plus le taux de fluage est élevé, et plus grande est la déformation préalable à la rupture surtout à faible pression de confinement. Plusieurs études ont montré que cette dépendance est non linéaire (Senseny et al., 1992). Les mêmes observations ont été faites par Charpentier (1988) pour le sel de Besse en faisant des essais de fluage à des températures variables (20, 100 et 200 °C).

L'effet de la température est moins marqué avec l'augmentation de la contrainte de confinement. On a remarqué qu'une augmentation de la température favorise le fluage secondaire au détriment du fluage primaire (Figures 2-3 à 2-5).

Tout comme la température, une augmentation de l'humidité relative a pour effet d'augmenter le taux de fluage (Le Cleac'h et al., 1993). Elle favorise le fluage secondaire au détriment du fluage primaire. Ces effets se mettent beaucoup plus en évidence lorsque l'humidité relative dépasse 75 % mais à ce moment, d'autres problèmes peuvent aussi survenir comme la dissolution partielle du sel à la surface de l'éprouvette (Horseman, 1988). Toutefois, à très forte contrainte de confinement, la microfissuration et la dilatance disparaissent et l'influence de l'humidité relative devient faible. Selon Lomenick et Bradshaw (1969), les éprouvettes de petites tailles sont beaucoup plus influencées par le changement d'humidité que les éprouvettes de plus grandes tailles (Figures 2-6 à 2-8).

Selon Hunsche et Schulze (1993),

- l'humidité relative a une grande influence sur le taux de fluage,
- l'échantillon réagit immédiatement au changement d'humidité,
- une augmentation suivie d'une diminution de l'humidité montre que l'effet est réversible et
- chaque changement d'humidité relative est suivi par une phase de fluage transitoire.

2.2.4 La méthode de l'essai

Parmi les facteurs reliés à la méthode de l'essai qui affectent le comportement à long terme du sel, les plus importants sont l'historique et le cheminement des contraintes, la taille de l'échantillon (Figure 2-10), le taux de chargement (Figure 2-11) ainsi que la durée de l'essai.

Un chargement uniaxial préalable à un essai de compression uniaxiale ou triaxiale semble rehausser la limite élastique du sel (Serata, 1968; Wawersik et al., 1976; Guessous, 1983, Guessous et al. 1987 et 1988). L'historique du chargement subi par l'éprouvette pendant son prélèvement et sa préparation affecte aussi son comportement à long terme (Guessous, 1983; Guessous et al., 1987 et 1988). La figure 2-9 montre les effets d'un prélèvement d'échantillon dans un bloc de sel sous chargement biaxial et du préchargement d'une éprouvette par rapport à une éprouvette témoin qui n'a pas été préchargée et qui a été prélevée d'un bloc de sel non chargé.

L'autre aspect important est le cheminement des contraintes. Le sel présente des déformations plus importantes quand il est sollicité en extension plutôt qu'en compression, mais cet effet tend à disparaître à fortes contraintes de confinement (Langer, 1979 et 1984). Hardy (1982) a montré que des essais de fluage où un déviateur donné est atteint par paliers multiples ne présentent pas des résultats similaires lorsque ces essais de fluage sont faits de manière à ce que le même déviateur soit atteint en un palier unique.

Pour terminer, notons que selon Lindner (1983) et Lindner et Brady (1984), le sel a une mémoire de son historique des contraintes et des déformations mais que celle-ci tend à se résorber avec le temps. Guessous (1983) et Guessous et al. (1987 et 1988) expliquent ce phénomène par l'accumulation de contraintes résiduelles dans le sel. En effet, si on soumet à un essai de fluage des échantillons ayant des historiques de déformations différentes, on obtient des comportements différents; mais si on laisse ces échantillons suffisamment longtemps ou si on augmente la température, cette mémoire tend à s'estomper.

Le fluage serait affecté par la taille ainsi que les dimensions des grains de l'éprouvette. De façon générale, plus la taille de grains est grande, plus les déformations et la vitesse de déformation sont grandes (Le Comte, 1965; Dreyer, 1972). Pfeifle et Senseny (1982) ont effectué des essais de fluage sur des éprouvettes de différentes tailles et ont remarqué que les paramètres de fluage obtenus pour différents échantillons n'étaient pas significativement différents. Ils ont conclu que la taille de l'échantillon n'avait pas d'influence significative sur le fluage stationnaire du sel tout au moins si le rapport du diamètre de l'échantillon sur le diamètre des grains est approximativement égal à 10 tel que recommandé par l'ISRM (1979). Par conséquent, selon ces auteurs, les modèles constitutifs pour le fluage stationnaire du sel qui sont basés sur les données de laboratoire sont adéquats pour prédire les déformations sur le terrain. Évidemment cet avis n'est pas partagé par tous les auteurs. En effet, Baar (1977) soutient que la conception des cavités dans le sel ne doit se faire qu'à partir d'observations du comportement du sel in situ. Ceci dénote le besoin croissant de développer des techniques d'essai in situ pour la détermination des paramètres rhéologiques du sel qui par ailleurs est reconnu par la plupart des chercheurs (Langer, 1982). Enfin, les travaux de Pfeifle et Senseny (1982) semblent démontrer que le fluage transitoire est fortement influencé par la taille des échantillons. En effet, le fluage transitoire de petits échantillons serait beaucoup plus

fortement influencé par les contraintes, la température et l'humidité que les échantillons de grande taille.

D'après la figure 2-11, si on applique une charge σ_0 instantanément, les déformations se développent en premier lieu suivant la courbe contrainte-déformation OA située dans le plan $t=0$ pour ensuite emprunter la courbe de fluage AB située dans le plan $\sigma=\sigma_0$. La déformation instantanée ε_0 est alors bien définie. Cependant, si la mise en charge prend un certain temps (ce qui est généralement le cas), alors les déformations vont se développer suivant la courbe OC pour enfin décrire une deuxième courbe de fluage CD située dans le plan $\sigma=\sigma_0$. La différence entre les courbes AB et CD dépend non seulement du temps de chargement CE, mais aussi de la forme de la courbe de chargement OF appelée historique du chargement. Comme les taux de fluage initiaux sont très élevés, la déformation $\overline{\varepsilon_0}$ développée pendant la période de mise en charge peut être différente de la déformation "instantanée" ε_0 . Analytiquement, on pourrait envisager une contribution plastique et élastique lors du calcul de la déformation "instantanée" ε_0 telle que $\varepsilon_0 = \varepsilon_0^P + \varepsilon_0^E$. Cependant la partie plastique ε_0^P est souvent négligée dans la plage des contraintes usuelles d'ingénierie.

On a alors $\varepsilon_0 \approx \frac{\sigma}{E_0(t)}$ où $E_0(t)$ est le module d'élasticité qui est fonction du temps.

La durée de l'essai de fluage a une incidence directe sur les valeurs des paramètres de la loi de fluage obtenue ou adoptée. Mrugala et Hardy. (1988) ont montré le danger de faire des prédictions de comportement à très long terme à partir d'essais à court terme. Ces auteurs ont démontré que les déformations totales prédites pour une année à partir d'essais de fluage d'un jour et de 7 jours différaient d'un facteur de 3.8; tandis que les prédictions obtenues à partir d'essais d'un jour et 50 jours différaient d'un facteur de 11. Ils en ont conclu que pour des essais de fluage à

faibles niveaux de contraintes (jusqu'à 4 MPa), il faudrait un essai d'au moins 30 jours tandis qu'à des niveaux de contraintes élevées (au-delà de 10 MPa), une durée d'au moins 50 jours serait nécessaire pour obtenir des paramètres de fluage pouvant servir à faire des prédictions à long terme.

2.2.5 La texture

L'influence de la texture sur le fluage transitoire a été discutée par Skrotzki et Haasen (1988a). Ils ont conclu que la présence de systèmes de glissement dans le sel conduit à un comportement anisotrope du fluage transitoire.

2.3 Modélisation du comportement mécanique du sel

2.3.1 Définitions

Le fluage est l'évolution temporelle des déformations d'un matériau soumis à un certain état de contrainte. En effet, un matériau soumis à un état de contrainte peut, selon le niveau de cette contrainte (Figure 2-12), se déformer jusqu'à une valeur constante sans qu'il y ait de déformation compromettant la vie de l'ouvrage, continuer à se déformer jusqu'à atteindre des valeurs de déformation qui compromettent l'utilisation de l'ouvrage (les déplacements sont le critère le plus contraignant dans le dimensionnement) ou tout simplement se prolonger jusqu'à la rupture (les contraintes sont le critère le plus contraignant dans le dimensionnement).

La déformation supplémentaire qui se produit à charge constante est appelée déformation de fluage.

Lorsqu'on effectue des essais de fluage, l'interprétation des résultats est essentiellement basée sur deux courbes typiques:

- la courbe des déformations en fonction du temps (Figure 2-13a)
- et la courbe du taux de déformation en fonction du temps (Figure 2-13b).

Ces courbes sont fréquemment décomposées en 4 phases distinctes (Figure 2-14):

- phase I: déformation instantanée (quasi-instantanée) produite pendant la mise en charge,
- phase II: fluage transitoire ou primaire pendant laquelle le taux de déformation dépend du temps et du taux de mise en charge (il est décroissant),
- phase III: fluage stationnaire ou secondaire pendant laquelle le taux de déformation reste constant et au cours de laquelle les déformations développées sont généralement plus grandes que celles de la phase transitoire,
- phase IV: fluage accéléré ou tertiaire pendant laquelle le taux de déformation augmente très rapidement amenant le matériau à la rupture.

2.3.2 Les lois de fluage

Historiquement, deux approches ont été développées pour étudier le fluage des matériaux:

- d'un côté se trouvent les théories microstructurales basées sur l'étude des micromécanismes de déformations qui régissent le comportement différé des matériaux,
- de l'autre côté se trouvent les théories phénoménologiques (appelées aussi macrostructurales ou macroanalytiques) qui consistent à ajuster des lois empiriques ou semi-empiriques basées sur l'expérience à des résultats expérimentaux.

Chaque approche a ses avantages et ses inconvénients. La première a pour avantage d'avoir un fondement physique, ce qui veut dire que les lois ainsi obtenues sont générales et pourraient donc servir à la prédiction des comportements à très long terme (au-delà des périodes usuelles d'essais). Ces lois seraient particulièrement intéressantes pour les sites de stockage des déchets toxiques ou radioactifs qui ont une durée de vie de plus de 1000 ans. L'inconvénient de cette approche est le fait qu'elle implique beaucoup de paramètres donnant lieu à des modèles mathématiques difficiles à manipuler, mais aussi, parce que ces paramètres ne peuvent pas être obtenus à partir d'essais classiques faciles à réaliser (Langer, 1984) et par conséquent deviennent très coûteux. On est alors tenté d'utiliser des valeurs basées sur une certaine expérience qu'on retrouve généralement dans des tables; ce qui fait perdre à l'approche son fondement.

La deuxième approche a l'avantage de présenter des modèles simples avec des paramètres faciles à déterminer. En effet, la difficulté d'interpréter les essais in situ rend attrayante l'utilisation de lois basées sur une formulation mathématique simple (Ladanyi, 1972). L'inconvénient d'une telle approche est que, même si elle peut reproduire adéquatement le comportement mécanique du matériau sur les périodes usuelles des essais (puisque'il s'agit d'ajustement de courbes), elle ne pourrait théoriquement pas prédire adéquatement ce qui pourrait passer en faisant des

extrapolations à très long terme. Nous présenterons aussi un troisième type d'approche basée sur la théorie unifiée avec variables d'état interne.

Les lois de fluage empiriques ou semi-empiriques: approche phénoménologique

Il existe déjà d'excellentes revues sur ce sujet; nous pouvons citer Dawson (1979), Munson et Dawson (1984), Langer (1984), Carter et Hansen (1983), Senseny et al. (1992), Herrmann et al. (1982) et Aubertin et al. (1987), mais nous allons tout de même en parler très brièvement. C'est une approche qui consiste en une détermination empirique de la réponse du modèle basée sur des observations expérimentales. En pratique, la détermination d'une loi ou d'un modèle de comportement d'un matériau de comportement non linéaire (en fluage) est en quelque sorte arbitraire et ceci a conduit à une multitude de lois comportement pour le sel.

Ces lois sont basées sur la séparation distincte et additive des trois facteurs influant sur les déformations de fluage. Il s'agit des contraintes, du temps et de la température. Cette façon de faire qui est mathématiquement utile n'a aucun fondement physique et ne fait pas l'unanimité des chercheurs (Handin et Carter, 1979) puisqu'elle suppose que les 3 facteurs agissent indépendamment et que tant que l'un agit, les autres n'agissent pas; cela étant évidemment difficile à justifier.

a) Le fluage primaire (transitoire)

Selon les hypothèses précédentes, la loi la plus utilisée pour décrire le fluage primaire s'écrit sous la forme:

$$\varepsilon^c = f_1(\sigma)f_2(T)f_3(t)$$

où respectivement ε^c représente les déformations de fluage, σ la contrainte, T la température généralement en degré Kelvin et t le temps.

Dans ce type de loi, l'effet de la contrainte moyenne n'est pas explicite et va se retrouver dans les paramètres de fluage obtenus selon la loi choisie.

À partir d'une loi de cette forme, on détermine le taux de fluage qui s'écrit:

$$\dot{\varepsilon}^c = g_1(\sigma) g_2(T) g_3(t \text{ ou } \varepsilon^c) \quad 2-3$$

L'utilisation du temps ou de la déformation dans g_3 permet d'avoir des formulations appelées de consolidation (time-hardening) ou d'érouissage (strain-hardening). L'approche de consolidation est basée sur l'hypothèse que le facteur le plus important influant sur le fluage est le temps de chargement de la contrainte actuelle indépendamment de l'historique des contraintes tandis que l'approche d'érouissage quant à elle, suppose que le facteur le plus important influant sur le fluage est la déformation indépendamment de l'historique des contraintes qui ont produit ces déformations. La figure (2-15) montre la différence entre les deux formulations si on fait varier la contrainte d'une valeur σ_1 à une valeur σ_2 à un moment donné t_1 durant un essai de fluage.

Les formes les plus courantes de l'équation 2-2 sont celles qui font intervenir soit une fonction de puissance (Andrade, 1910; Cottrell, 1952), soit une fonction logarithmique (Wyatt, 1951; Kendall, 1958; Loemnitz, 1956), soit une loi exponentielle comme fonction $f_3(t)$ (Russel, 1978); soit encore une loi hybride (Afrouz et Harvey, 1974). Toutefois, la loi la plus utilisée reste de loin la loi de puissance.

b) Le fluage secondaire (stationnaire)

De la même façon que pour le fluage primaire, on suppose que les effets des différents facteurs restent séparables pendant le fluage secondaire. Étant donné que le temps n'influe pas sur le taux de fluage secondaire, l'expression la plus utilisée pour décrire le fluage secondaire s'écrit:

$$\varepsilon^{\circ c} = f_4(T) f_5(\sigma) \quad 2-4$$

De la même façon, la fonction $f_5(\sigma)$ peut prendre plusieurs formes dont la plus utilisée est la loi de puissance dite de Bailey-Norton. Elle peut aussi se mettre soit sous forme de sinus hyperbolique nommée loi de Prandl-Nadai (Nadai, 1938), soit sous forme exponentielle pour devenir la loi d'Eyring-Soderberg. Quant aux fonctions $f_2(T)$ et $f_4(T)$, elles prennent généralement la forme exponentielle appelée équation d'Arrhenius.

Dans cette approche, si nous observons la liste des lois généralement utilisées, nous constatons que la variable de référence la plus utilisée est le temps alors que les déformations pourraient être employées aussi puisqu'il n'y a pas de raison de choisir en priorité l'une ou l'autre variable. De plus, selon Lindner (1983), les résultats de ce type de modèles sont significatifs mais ont des limitations majeures. En effet, dans la plupart des cas, les études de fluage sont basées sur des essais non confinés avec un seul incrément des contraintes et par conséquent, ni l'historique des contraintes, ni l'historique des déformations n'est tenu en compte, à l'exception des essais à taux de chargement contrôlé.

2.3.3 Approche structurale basée sur la théorie des dislocations

Cette approche qui traite de la micromécanique est basée sur le concept de l'énergie d'activation et suppose généralement que les mécanismes intragranulaires sont les plus prédominants lors du phénomène de fluage. La micromécanique décrit les processus physiques de base à l'échelle atomique qui gouvernent les déformations, la consolidation et la restauration. Ces processus sont souvent appelés mécanismes de déformation et la contribution de chaque mécanisme aux phénomènes change en fonction des contraintes, de la température ainsi que des autres facteurs que l'on a déjà cités auparavant. Les mécanismes sont identifiés premièrement par l'interprétation des sous-structures et deuxièmement par l'analyse des données mécaniques qui servent à déterminer les énergies d'activation.

L'identification des mécanismes basée sur des microstructures observables peut s'avérer certaines fois très compliquée parce que les déformations requises pour produire des changements de structures à une aussi petite échelle peuvent dépendre du mécanisme. La vitesse (ou le taux) à laquelle chaque mécanisme agit individuellement dépend du niveau des contraintes et de la température. Par conséquent, à une contrainte et une température données, un seul mécanisme prime généralement pour toutes les déformations observées. Il est souvent commode de marquer la région dans laquelle chaque mécanisme domine dans un diagramme contrainte-température. Ces diagrammes sont appelés des cartes de mécanismes des déformations et ont été compilés pour plusieurs matériaux cristallins. La figure 2-16 montre une carte des mécanismes des déformations que Munson (1979) a construite pour du sel naturel. La carte est basée sur un nombre limité de données et les frontières séparant les régions dominées par un seul mécanisme sont construites à partir d'hypothèses. La carte est donc beaucoup plus utile pour la discussion et ne

peut être transposée directement dans une loi constitutive ou appliquée à un type de sel spécifique.

D'autre part, quand la contrainte et la température augmentent, les déformations augmentent et le changement sous-structural (évident à faibles températures, contraintes et déformations) est une augmentation des dislocations. L'augmentation de la densité naturelle des dislocations a lieu à des déformations très faibles (inférieures à 0.01). À des niveaux de déformations légèrement plus grands, les dislocations se concentrent le long des plans cristallographiques préférentiels. Au fur et à mesure que les déformations augmentent, ces bandes diffuses se transforment progressivement en bandes de glissement linéaires. Si les conditions deviennent plus sévères, particulièrement à mesure que la température augmente et produit des déformations plus grandes, les bandes individuelles deviennent plus grosses et ondulées donnant naissance à des murs de dislocations ayant l'apparence de polygones allongés. On distingue quatre mécanismes potentiels à mesure que la température et les déformations augmentent:

- 1- le glissement des dislocations,
- 2- la montée sans glissement des dislocations,
- 3- l'écoulement par diffusion qui comprend la montée avec glissement des dislocations et la diffusion,
- 4- la restauration ou recristallisation.

Notons aussi que d'autres mécanismes qui n'ont pas encore été clairement identifiés ou été étudiés peuvent être importants comme les mécanismes inconnus à faibles

températures et contraintes ainsi que les glissements aux frontières des grains et la microfissuration.

Mécanisme 1: Le glissement des dislocations

Les déformations plastiques par glissement résultent du mouvement des dislocations le long d'une famille de plans cristallographiques. Pour la structure du sel (NaCl), les plans et les directions de glissement les plus faciles sont celles qui ne ramènent pas ensemble les ions de même charge. Les 6 plans et directions de glissement forment un système nommé $\{110\}\langle 110\rangle$. La vitesse de glissement le long d'un plan et direction de glissement particuliers augmente avec la contrainte de cisaillement τ . Carter et Heard (1970) ont montré que dans les conditions de dépôt, le système $\{110\}\langle 110\rangle$ est toujours activé avant les autres systèmes possibles. Ces faits ont été confirmés par Skrotzki (1984) et plus récemment par Skrotzki et al. (1998). Des analyses au microscope optique ont identifié, lors de cette phase, des bandes de glissement et ont montré que la densité des dislocations augmentait (Langer, 1984). Le glissement des dislocations peut alors produire un phénomène transitoire (l'écroutissage) à cause de la rencontre des dislocations ou de leur empilement à des obstacles comme les frontières des grains. À mesure que la densité des dislocations augmente, la probabilité de leur interaction augmente; les dislocations peuvent alors s'entremêler donnant lieu à la naissance d'autres dislocations. Si aucune restauration n'est faite, les dislocations produisent une distorsion à la structure cristalline cubique et occasionnent des effets photoélastiques observables au microscope optique. Cela a pour conséquence de diminuer le fluage à contrainte constante ou d'augmenter la contrainte à taux de déformation constant. Des bandes de glissement ont été observées dans des échantillons déformés à des déformations inférieures à 0.01 et ont été le seul élément sous-structural observé dans des échantillons déformés à des

déformations aussi grandes que 0.10 (Wawersik, 1985). Plusieurs lois décrivant ce mécanisme ont été proposées (Frost et Ashby, 1982; Weertman ,1957 et 1968; Carter et Heard, 1970; Heard, 1972; Munson et Dawson, 1984).

Mécanisme 2: La montée des dislocations

Le glissement est limité, dans les conditions idéales, à un seul plan. Si les mouvements des dislocations étaient limités à un seul plan cristallographique et une seule direction, les résultats et les effets se limiteraient à l'écroutissage; ce qui n'est pas le cas. La restauration des échantillons soumis à de tels mécanismes a révélé qu'il y avait accroissement de l'énergie de déformation causée par l'empilement des dislocations.

Donc le premier processus de restauration qui a lieu dans le sel est la montée des dislocations (Skrotzki et Haasen, 1984). La montée des dislocations implique le déplacement des dislocations dans des plans sécants au plan de glissement de celles-ci pour éviter des obstacles éventuels qu'elles pourraient rencontrer dans le plan de glissement. Comme la montée des dislocations ne nécessite pas de diffusion, elle est importante à basse température mais est activée, tout comme le glissement des dislocations, par la température. Plusieurs lois décrivant ce mécanisme ont été proposées (Wawersik et Zeuch, 1984; Skrotzki et Haasen, 1984; Munson et Dawson, 1984; Weertman ,1955, 1957 et 1968; Weertman et Weertman, 1970 et 1975; Nabarro, 1967; Langer, 1984).

Mécanisme 3: L'écoulement par diffusion

Lorsque la déformation différée est due à une diffusion de la matière et des dislocations à travers les grains ou le long de leurs frontières, on parle d'écoulement par diffusion. C'est un processus de restauration (recristallisation) qui contribue de façon significative à la déformation à haute température. Les énergies d'activation des anions et des cations du sel ont été mesurées au laboratoire. Dans des conditions particulières, l'énergie d'activation calculée pour la déformation est égale à la valeur de diffusion à travers la structure cristalline et on considère que la déformation est gouvernée par la diffusion. Cette concurrence entre l'énergie d'activation pour le fluage et la diffusion a lieu d'habitude à des températures au-dessus de la moitié de la température de fusion c'est-à-dire 801°C (1074 K). Donc la température à laquelle la diffusion contrôle complètement la déformation n'est pas courante dans les problèmes de géotechnique.

Le vrai problème d'interprétation des phénomènes physiques intervient quand les données impliquent une énergie d'activation de diffusion dans la structure; il n'est pas encore clairement établi si l'énergie d'activation de diffusion calculée correspond à un mécanisme inconnu ou si elle correspond à une valeur effective de l'énergie d'activation de plus d'un mécanisme. Physiquement ce phénomène a lieu quand le glissement des dislocations rencontre des obstacles et que leur mobilité est retardée. On affirme généralement que les mécanismes de diffusion contrôlée sont responsables du fluage transitoire à haute température. Plusieurs lois décrivant ce mécanisme ont été proposées (Carter, 1976; Munson et Dawson, 1984).

D'après Langer (1984), deux types de fluage par diffusion sont possibles:

1. Le fluage " Nabarro-Herring " (Herring, 1950) par déplacement des atomes et des vides dans les cristaux vers leurs frontières.
2. Le fluage " coble " (Coble, 1963). Dans ce cas, le mouvement de diffusion des vides se fait le long des frontières des cristaux.

Mécanisme 4: La restauration (recristallisation)

C'est un mécanisme de déformation à long terme. Le processus en soi n'a pas encore été bien étudié dans le sel excepté pour de très hautes températures.

Guillope et Poirier (1979) ont fait des essais sur des monocristaux à des températures variant de 250 à 790°C sous des déformations supérieures à 0.4. Les conditions extrêmes de leurs expériences montrent que la recristallisation semble peu importante pour des déformations dans les conditions de dépôt. Toutefois, des travaux plus récents ont conduit à la découverte de la recristallisation dans du sel naturel déformé à des températures plus basses que 70°C.

La recristallisation est un processus de restauration qui le plus souvent résulte en un écrouissage (strain-hardening) et c'est pour cela que cette observation peut être très importante pour la compréhension des déformations à long terme. La description physique de la recristallisation dont il est question est un processus de recouvrement activé thermiquement et dynamiquement.

Ces considérations sur les différents mécanismes de déformations ont été confirmées par les études expérimentales de Hansen (1988). Des essais de compression triaxiale à différentes contraintes de confinement (5 à 15 MPa) et différentes températures (25 à 200°C) ont démontré qu'à faible température (25°C), le glissement des dislocations est le mécanisme de déformation prédominant tandis qu'à haute température (200°C), c'est le mécanisme de diffusion qui prédomine. Notons aussi que les études de Skrotzki et Haasen (1988b) vont dans le même sens.

Gangi et al. (1984) ont montré, après compilation des résultats obtenus par Heard (1972), qu'un modèle constitutif à deux mécanismes de déformations s'ajustait mieux qu'un modèle à un seul mécanisme de déformations.

Toutefois, une étude menée par Pfeifle et Senseny (1982) a montré qu'un modèle comprenant deux mécanismes agissant indépendamment ne donnait pas d'aussi bonnes prédictions du taux de fluage stationnaire que le modèle à un seul mécanisme et qu'un modèle basé sur un mécanisme de déformation impliquant la diffusion ne représente pas adéquatement l'influence de la contrainte et de la température sur le fluage du sel. Ils ont conclu que tant qu'on n'aura pas bien compris les mécanismes de déformation agissant dans le domaine des contraintes et des températures qui nous intéressent, le modèle constitutif avec un seul mécanisme de déformation devrait être utilisé pour prédire le taux de fluage stationnaire dans le sel.

Mécanisme non défini

Le dernier régime mais le plus difficile à analyser est celui du mécanisme non défini. À très faibles températures et contraintes, des études ont montré l'existence d'énergies d'activation très faibles par rapport à celle du glissement des dislocations ou autres mécanismes connus. On peut donc dire qu'un régime avec une faible énergie d'activation existe à très faibles températures et très faibles contraintes. Dans ce régime, ce sont des mécanismes non clairement encore définis qui contrôlent les déformations.

En conclusion, on peut dire que la construction des cartes de mécanismes des déformations pour le sel incluant des mécanismes à faibles températures et contraintes est nécessaire pour le choix de la forme appropriée du modèle constitutif si l'approche microstructurale est retenue pour la modélisation.

Terminons en faisant remarquer que Langer (1984), dans ses travaux sur le comportement rhéologique du sel, a abouti à la conclusion que les 3 mécanismes de déformation (la montée des dislocations, le mécanisme non défini et le glissement des dislocations) agissent en même temps et sont par conséquent additifs.

Parmi les lois les plus utilisées pour le calcul des déformations totales, il y a la loi empirique RE/SPEC développée par Senseny (1985) pour décrire le fluage du sel naturel. Cette loi a été par la suite mise sous une autre forme basée sur la théorie des dislocations connue actuellement sous le nom de modèle WIPP pour "Waste

Isolation Pilot Plant” et qui est de plus en plus utilisée aux États Unis pour la caractérisation des sites d’enfouissement des déchets nucléaires.

Depuis lors, ce modèle a beaucoup évolué et des versions plus récentes ont été présentées par Munson et al. (1989) et Munson et al. (1993) et des tests de validation effectués par Senseny et Fossum (1998).

Plus récemment d’autres lois ont été présentées notamment par Fokker (1998) et Spiers et Carter (1998). Le premier a développé un modèle de 4 paramètres qui semble très bien décrire le comportement du sel (incluant les effets de la température) que ce soit en fluage primaire ou secondaire. Le deuxième suppose que 3 phénomènes agissent simultanément; il s’agit du glissement des dislocations, de la montée des dislocations ainsi qu’une recristallisation s’il y a présence suffisante d’eau.

Selon Lindner (1983), l’inconvénient d’une telle approche est qu’elle suppose que seul le mécanisme de déformation intergranulaire, qui est un mécanisme extrêmement simple, est prédominant dans la phase de fluage. De plus, les constantes et les fonctions découlant de ces analyses ne sont pas toujours faciles à déterminer expérimentalement.

2.3.4 Approche basée sur la théorie unifiée avec variables d'état interne

Dans cette approche, nous allons parler des modèles qui sont à cheval sur l'approche phénoménologique et l'approche structurale. Il s'agit des modèles viscoplastiques unifiés avec variables d'état interne. Parmi ces modèles, on peut citer le modèle unifié en plasticité et fluage pour les halites développé par Krieg (1982), le modèle SUVIC (pour "Strain rate history-dependent Unified Viscoplastic model with Internal variables for Crystalline material") développé par Aubertin (1989), le modèle viscoplastique unifié pour le sel développé par Pudewills et Hornberger (1993) et le modèle MATMOD développé par Senseny et al. (1993).

La différence fondamentale de cette approche par rapport aux précédentes, c'est qu'elle ne fait pas de distinction entre les différentes phases de fluage et les traitent toutes en même temps et de la même façon.

Le modèle de Krieg (1982) est un modèle qui a été développé pour décrire le comportement observé lors de nombreux essais de fluage en compression triaxiale sur le sel du Nouveau Mexique. L'analyse de ces essais a montré qu'un seul mécanisme de déformation semble être prépondérant dans la gamme de contraintes et de température étudiée de façon que le fluage secondaire pouvait être prédit par une loi de puissance. Ce comportement simple a permis à un modèle unifié en plasticité et fluage comprenant une seule variable d'état interne, la variable d'écroutissage cinématique, d'être appliqué. Le modèle qui en a résulté ne permet pas de distinguer les déformations plastiques et les déformations de fluage mais permet de modéliser convenablement les déformations inélastiques totales incluant le fluage primaire et secondaire pour la gamme des contraintes et températures considérées.

À l'origine, le modèle SUVIC était caractérisé par quatre facteurs qui sont: une loi cinétique sous forme de loi de puissance ainsi que trois lois d'évolution correspondant à trois variables internes B, R, et K. Les variables B et R sont des contraintes internes, cinématique et isotrope respectivement, qui s'opposent généralement à la contrainte appliquée. La variable K, quant à elle, sert à normaliser l'état de contrainte active et contribue à l'écrouissage isotrope du matériau. D'après l'auteur, cette loi permet de décrire correctement le comportement rhéologique du sel dans les conditions usuelles de chargement telles que les essais à taux de déformation contrôlé et à taux de chargement contrôlé, ainsi que les essais de fluage à paliers uniques ou multiples (Aubertin et al. 1991).

En 1993, Aubertin et al. ont présenté une version de ce modèle mieux adaptée à la description du comportement du sel dans des conditions de chargement complexe. Dans le même article, les auteurs présentent une façon de déterminer les différents paramètres du modèle.

Depuis lors cette loi a évolué en modèle SUVIC-D en affinant la loi cinétique et en introduisant un autre facteur très important dans les roches qui est l'endommagement (microfissuration), avec ou sans variation de volume, afin de tenir compte du comportement fragile et semi-fragile des roches. Dans cette formulation, elle comporte 18 paramètres dont la détermination est donnée par Aubertin et al. (1995). Ce modèle peut correctement reproduire le comportement d'échantillons de roches tendres soumis à des essais de compression triaxiale conventionnelle.

Dans sa version la plus récente, cette loi comprend 37 paramètres d'où encore la difficulté de la détermination expérimentale d'un nombre aussi élevé de paramètres.

Pour plus de détail sur les développements les plus récents du modèle, le lecteur peut se référer à Aubertin et al. (1998) ainsi que Julien et al. (1998).

Le modèle de Pudewills et Hornberger (1993) est un modèle constitutif pour le sel basé sur une formulation viscoplastique unifiée. Selon cette théorie, toutes les déformations inélastiques (plasticité, fluage et relaxation) sont traitées de la même façon par une seule loi cinétique qui inclut deux variables d'état interne qui sont une variable d'écoulement isotrope ou "drag stress" et une variable d'écoulement cinématique ou "back stress". La comparaison entre les résultats numériques et les mesures expérimentales montrent que le modèle viscoplastique unifié proposé peut décrire les déformations du sel avec un degré de précision raisonnable. Ce modèle comprend 2 variables d'état interne et 8 paramètres.

Le modèle MATMOD, quant à lui, est un modèle avec 2 variables d'état interne tenant compte de l'écoulement cinématique et isotrope et 9 paramètres. Le modèle, ainsi que la méthode d'évaluation des différents paramètres, sont présentés par Senseny et al. (1993).

Il existe aussi d'autres modèles unifiés à variables d'état interne tels que celui de Lemaître avec 3 paramètres et une variable d'état interne (Durup et Xu, 1993; Aït, 1993) ainsi que celui de Munson-Dawson avec 20 paramètres et 2 variables d'état interne (Durup et Xu, 1993; Aït, 1993).

Plus récemment, Jin et al. (1998) ont proposé une nouvelle loi de comportement élastique/viscoplastique pour le fluage transitoire. Cette loi de comportement qui

peut se modéliser facilement par éléments finis a donné des résultats satisfaisants dans le cas de la distribution des contraintes autour d'une cavité cylindrique verticale. Toutefois, elle peut être utilisée pour modéliser le fluage, la relaxation, la dilatance ou la compressibilité ainsi que l'écroutissage. Nous donnons, en annexe I, quelques lois utilisées dans la modélisation du fluage du sel.

2.4 Choix de la loi de comportement

Au terme de cette revue bibliographique, nous remarquons que le comportement du sel est très complexe et que les modèles développés pour décrire ce comportement sont de plus en plus sophistiqués; tout cela dans le souci de pouvoir caractériser le plus précisément possible les résultats des essais effectués sur ce matériau et faire des prédictions qui concordent mieux avec la réalité. La conséquence est qu'on se retrouve avec des modèles ayant un nombre de plus en plus élevé de paramètres difficiles à moins d'un coût élevé.

Malgré le fait qu'il soit difficile de comparer les différents modèles, surtout s'ils sont d'approches différentes, (par exemples les modèles de type consolidation ou écroutissage qui sont de nature implicitement partitionnée et ne tiennent généralement pas compte de l'effet de la contrainte moyenne et les modèles unifiés qui tiennent généralement compte de l'histoire mécanique et donc de l'effet de la contrainte moyenne), lorsqu'on établit un parallèle entre les différentes approches, on remarque que ces modèles complexes donnent pratiquement les mêmes résultats que le modèle classique de la loi de puissance dans sa formulation d'écroutissage pour les conditions d'essais généralement étudiées (Figure 2-17). Nous remarquons donc que dans certaines conditions pour certains types de sollicitation et surtout dans le court

terme, des lois avec un nombre moins élevé de paramètres, notamment la loi de puissance, sont capables de donner des résultats comparables à ceux des modèles beaucoup plus complexes.

C'est donc pour cette raison que, dans la présente étude, nous allons adopter la loi de puissance dans sa formulation d'écroissage pour respecter notre objectif d'avoir une loi simple mais efficace avec peu de paramètres (trois), que nous pourrons déterminer sans recourir à d'autres types d'essais que l'essai E.P.T.E. Ceci donnera à l'essai E.P.T.E. un avantage important sur les autres essais par le fait qu'il sera non seulement in situ mais aussi parce qu'il sera entièrement indépendant (pas besoin de faire d'autres types d'essai pour déterminer certains paramètres de la loi de fluage) et par conséquent rapide et peu coûteux.

Ce choix a été aussi guidé par l'utilisation prévue de l'essai. En effet, l'essai étant considéré comme essai index, il servira à la caractérisation rapide de la variabilité des paramètres de fluage en vue d'affiner le zonage des sites; et ainsi déterminer les endroits où on peut faire le prélèvement pour des essais de laboratoire qui pourraient éventuellement servir à une modélisation plus complexe. Nous estimons donc que pour notre étude, une loi simple comme la loi de puissance dans sa formulation d'écroissage est satisfaisante.

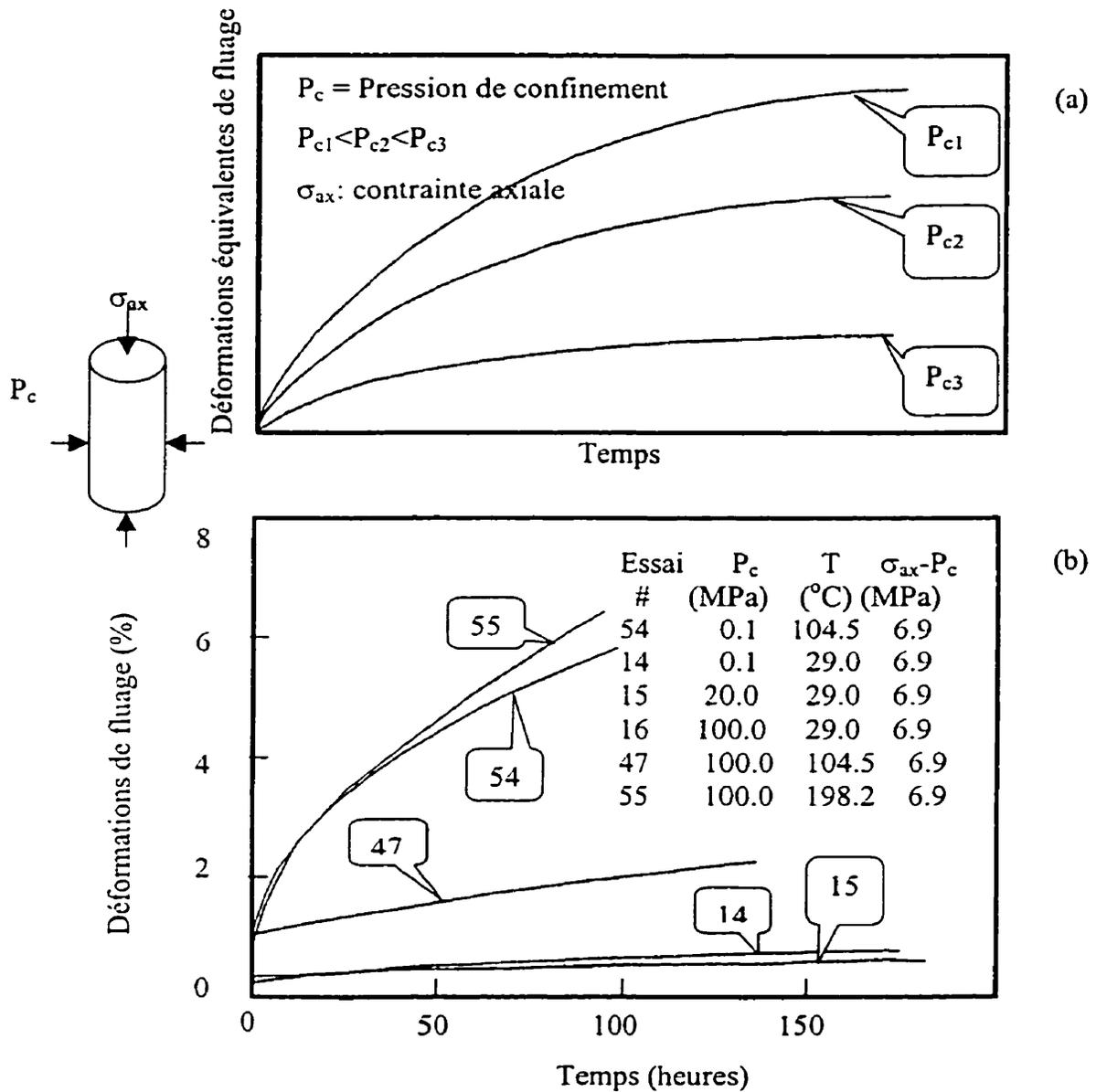


Figure 2-1: Effets (a) de la pression de confinement (Hardy, 1982) et (b) de la pression de confinement et de la température (Le Compte, 1965) sur les déformations en fonction du temps pendant un essai de fluage en compression triaxiale sur le sel.

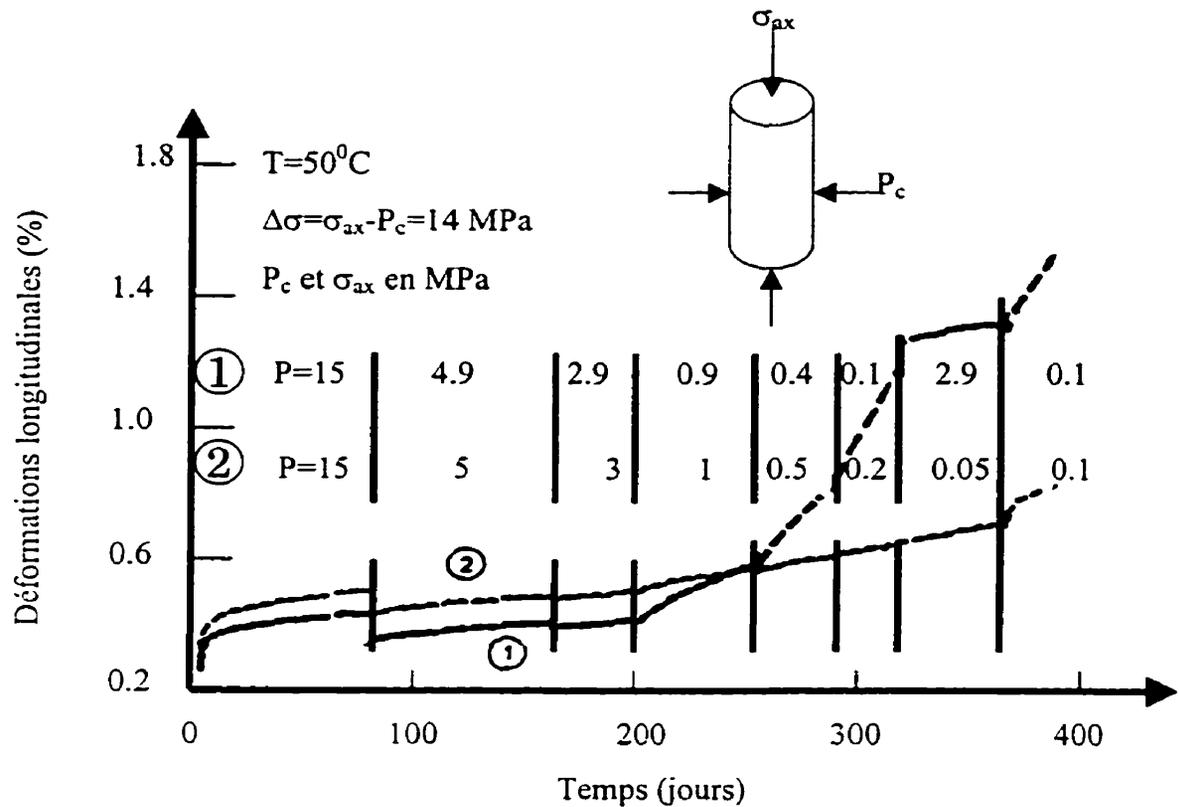


Figure 2-2: Influence de la contrainte de confinement sur les déformations longitudinales en fonction du temps pendant un essai de fluage en compression triaxiale sur le sel (Hunsche et Schulze, 1993).

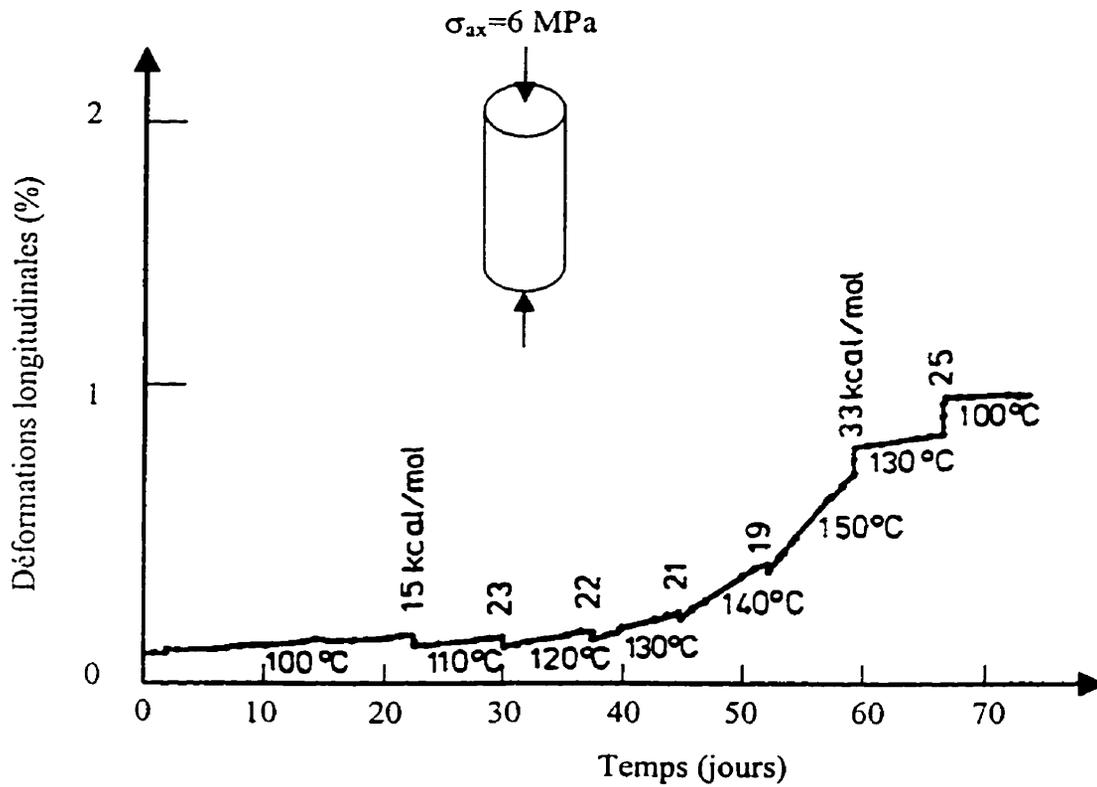


Figure 2-3: Influence de la variation de température à contrainte constante sur les déformations longitudinales en fonction du temps pendant un essai de fluage en compression simple sur le sel (Hunsche, 1984).

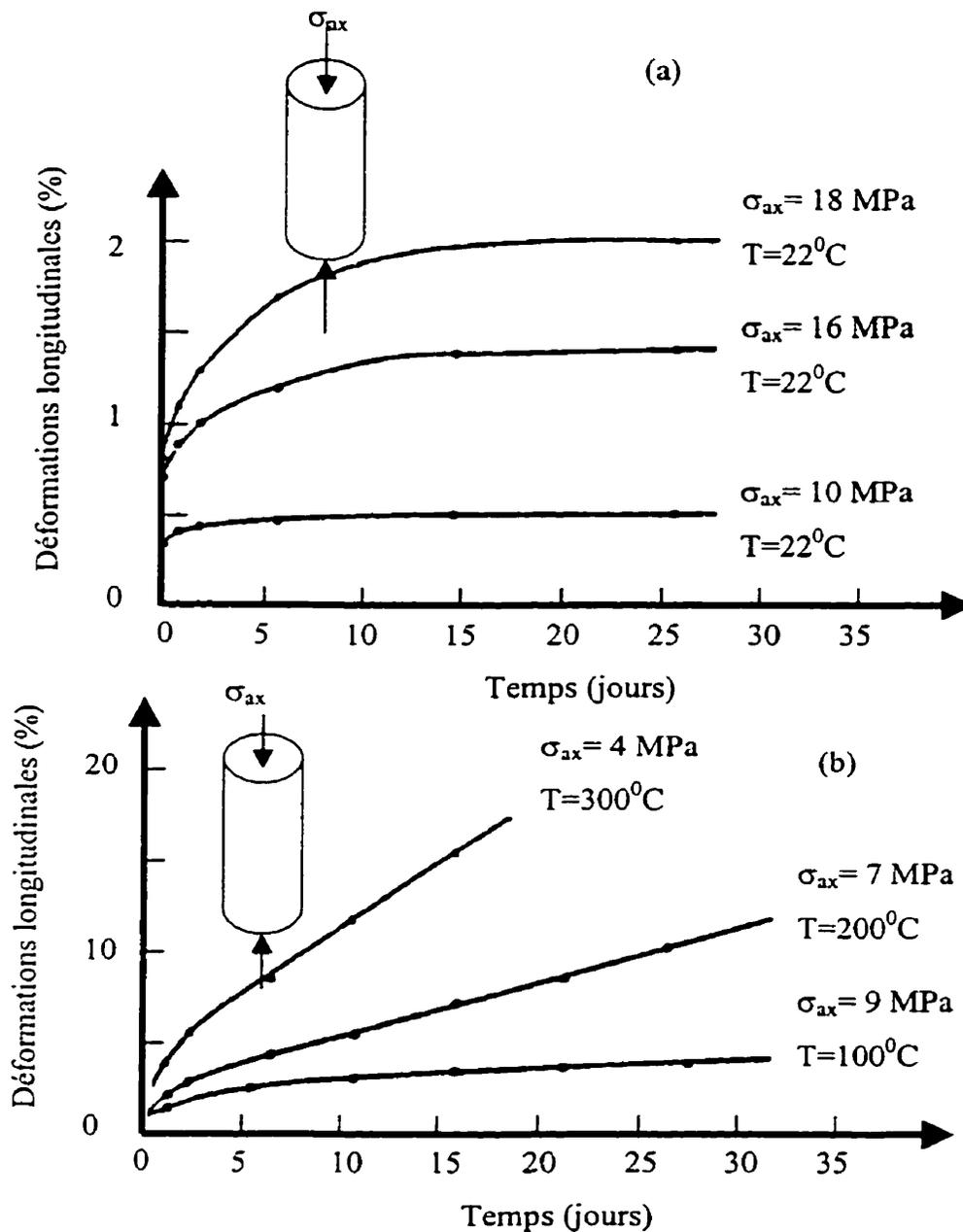


Figure 2-4: Influence (a) du niveau de contrainte à température constante et (b) du niveau de la température sur les déformations longitudinales en fonction du temps pendant un essai de fluage en compression simple sur le sel (Langer, 1984).

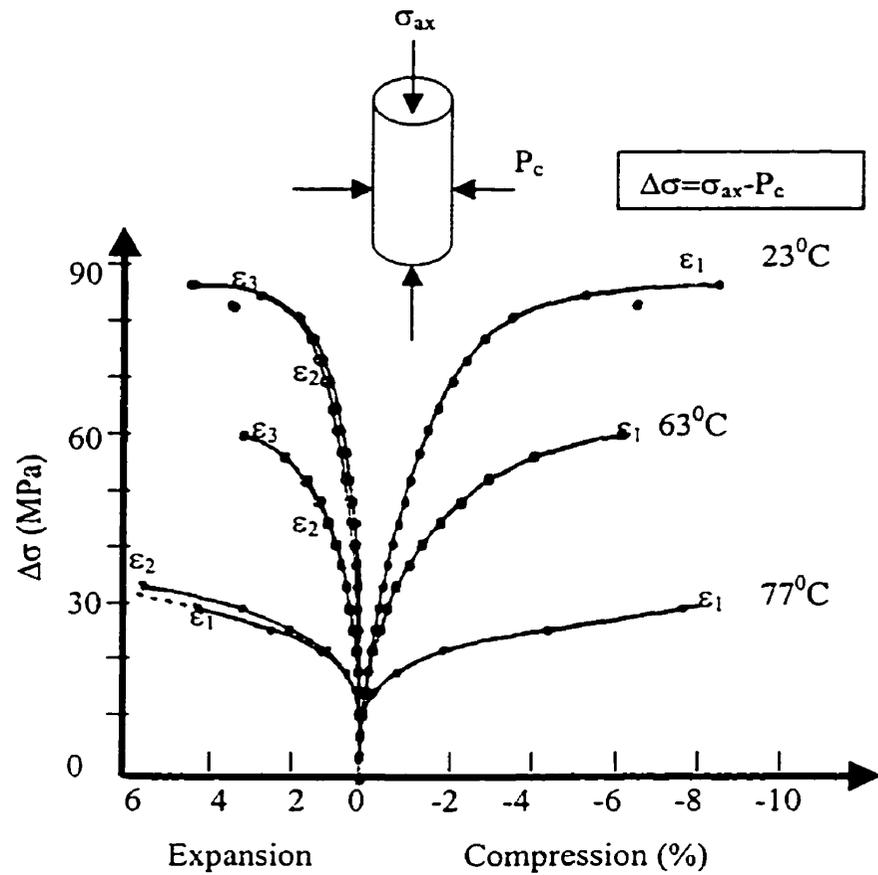


Figure 2-5: Influence de la température sur les courbes contrainte-déformation dans un essai de compression triaxiale sur le sel (Kern et Franke, 1984).

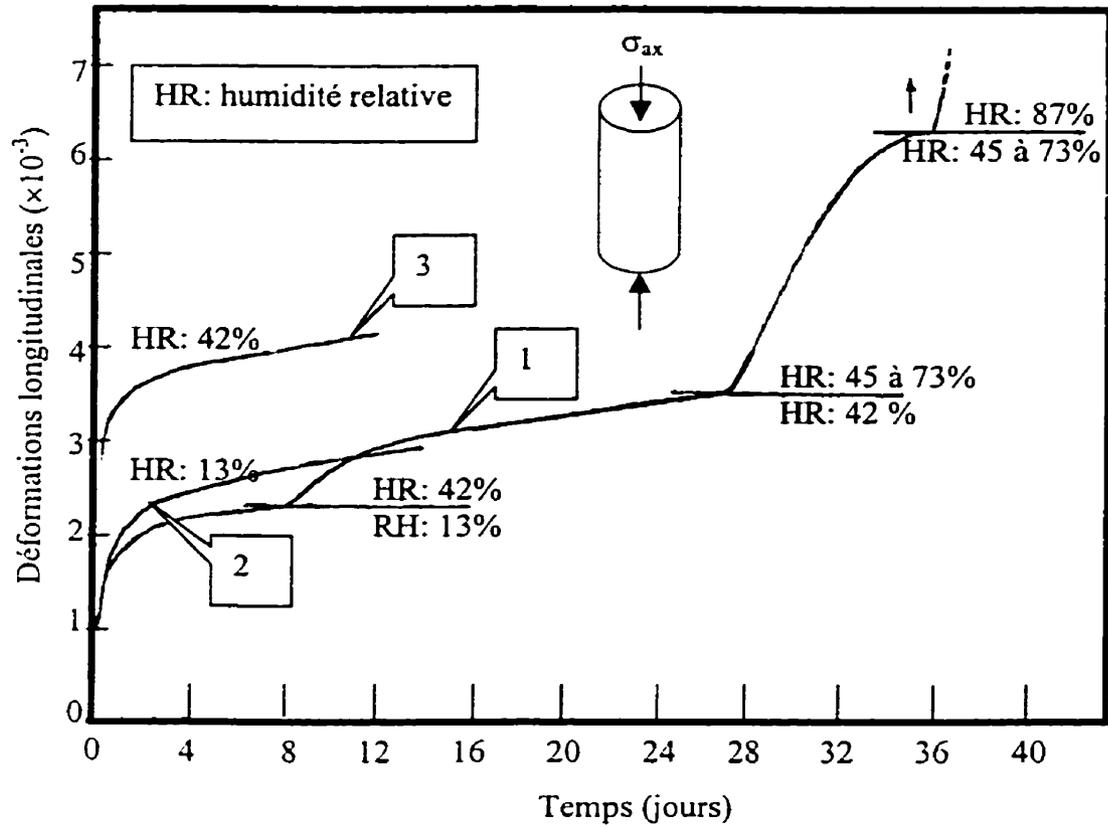


Figure 2-6: Influence du changement du taux d'humidité sur les déformations longitudinales en fonction du temps pendant un essai de fluage en compression simple sur le sel (Varo, 1976).

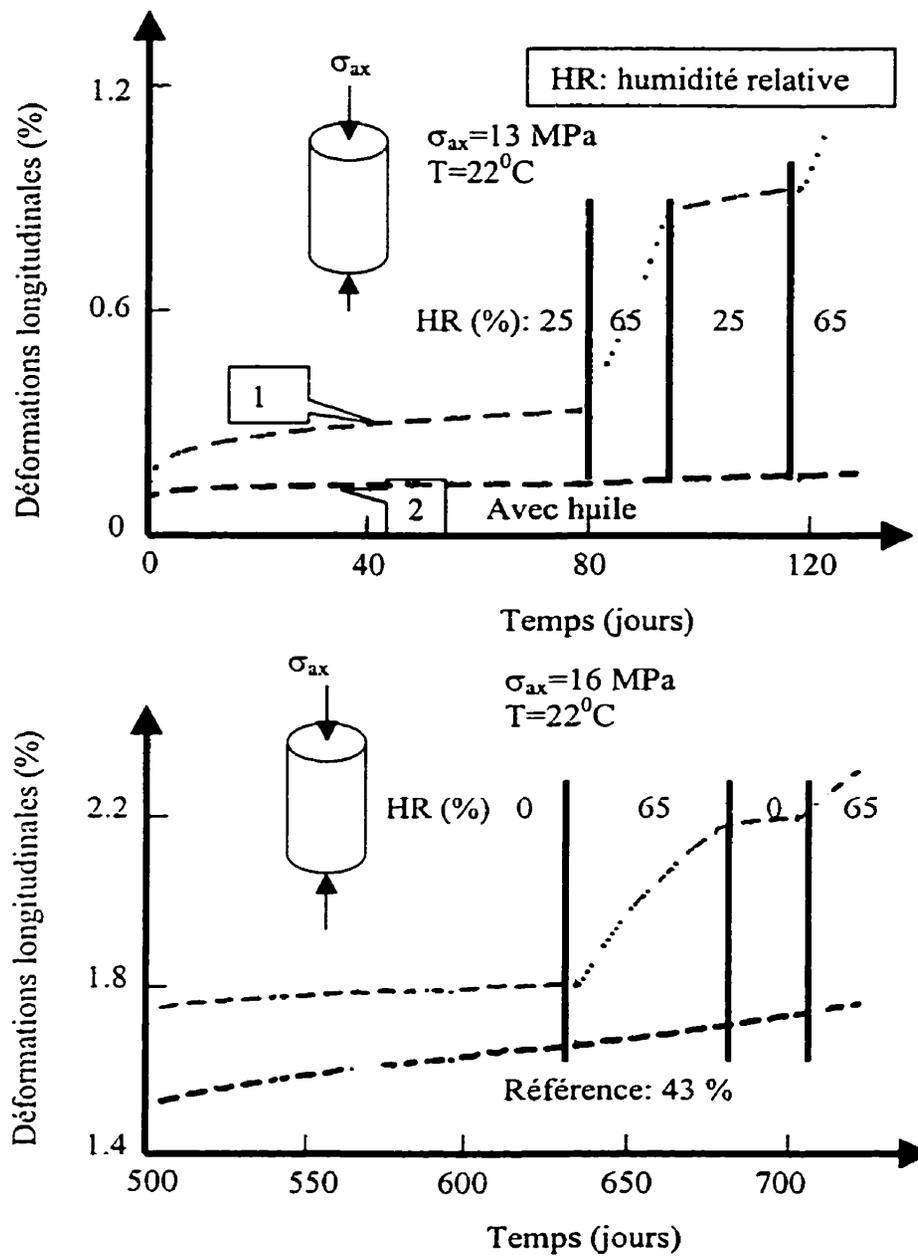


Figure 2-7: Influence du changement du taux d'humidité sur les déformations longitudinales en fonction du temps pendant un essai de fluage en compression simple sur le sel (Hunsche et Schulze, 1993).

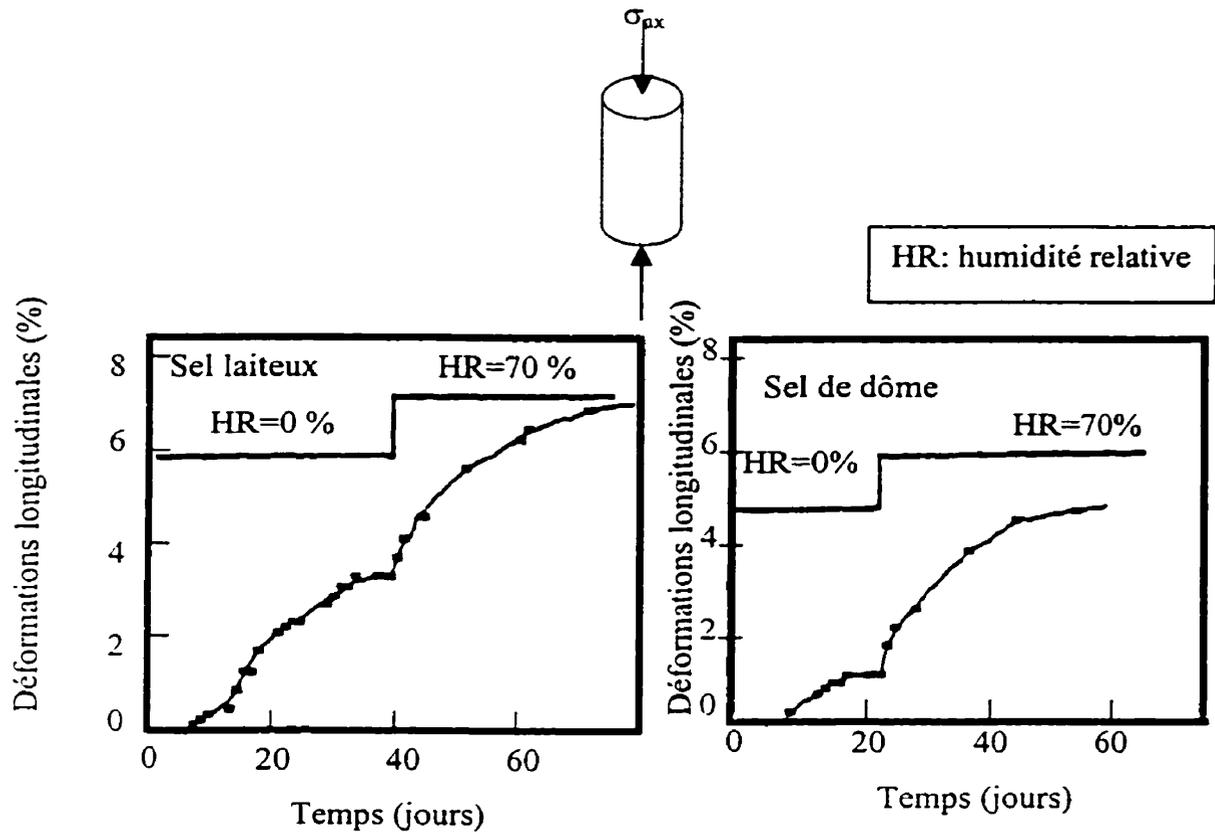


Figure 2-8: Influence du changement du taux d'humidité sur les déformations longitudinales en fonction du temps pendant un essai de fluage en compression simple sur le sel (Le Cleac'h et al., 1993).

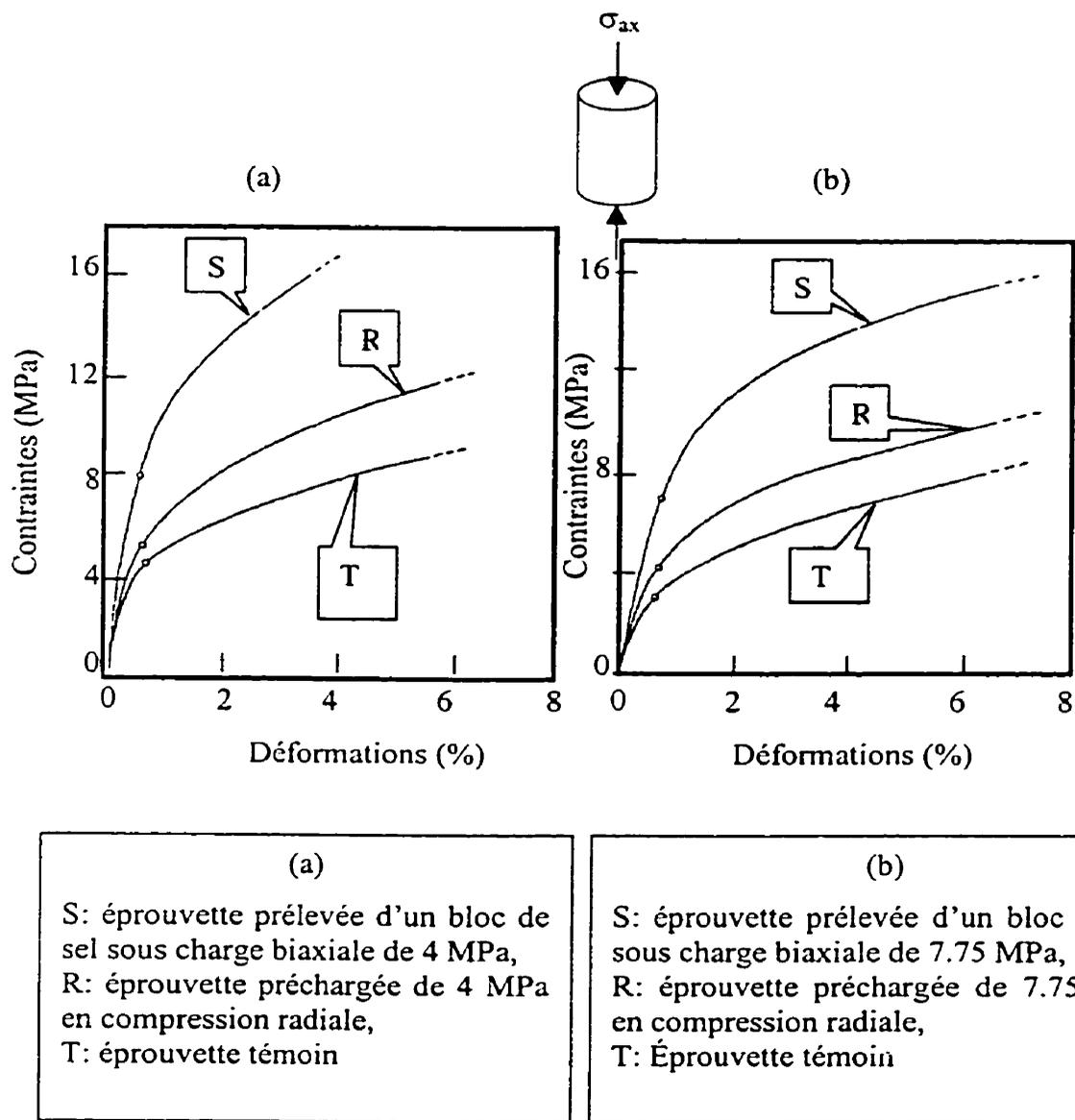


Figure 2-9: Influence de l'historique et du cheminement des contraintes sur les courbes contrainte-déformation en compression simple sur le sel (Guessous et al., 1988).

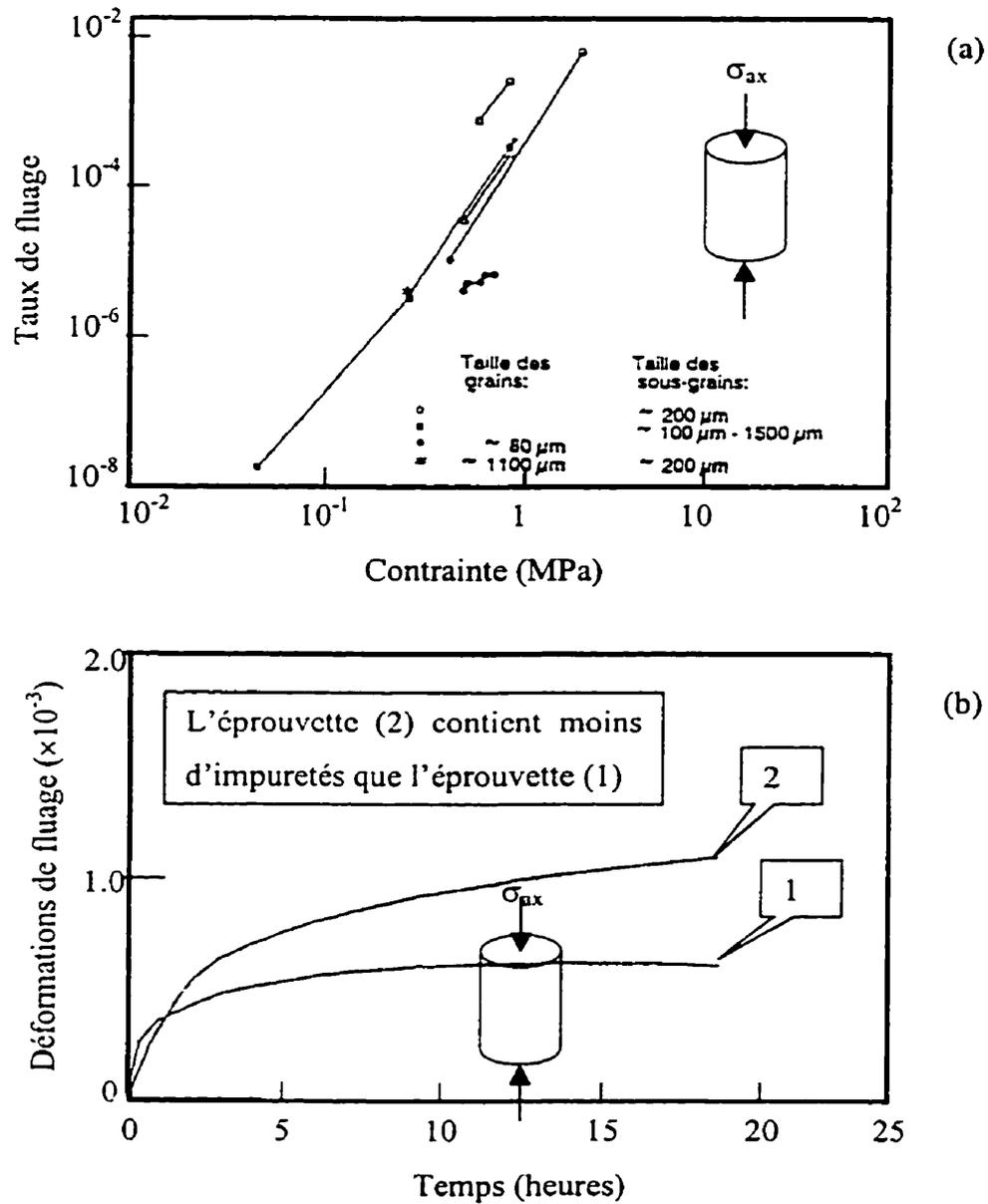


Figure 2-10: Effet (a) de la taille des grains sur les courbes du taux de déformation en fonction des contraintes (Gevantman, 1981) et du degré de pureté (Dreyer, 1972) sur les courbes des déformations en fonction du temps pendant un essai de fluage en compression simple sur le sel.

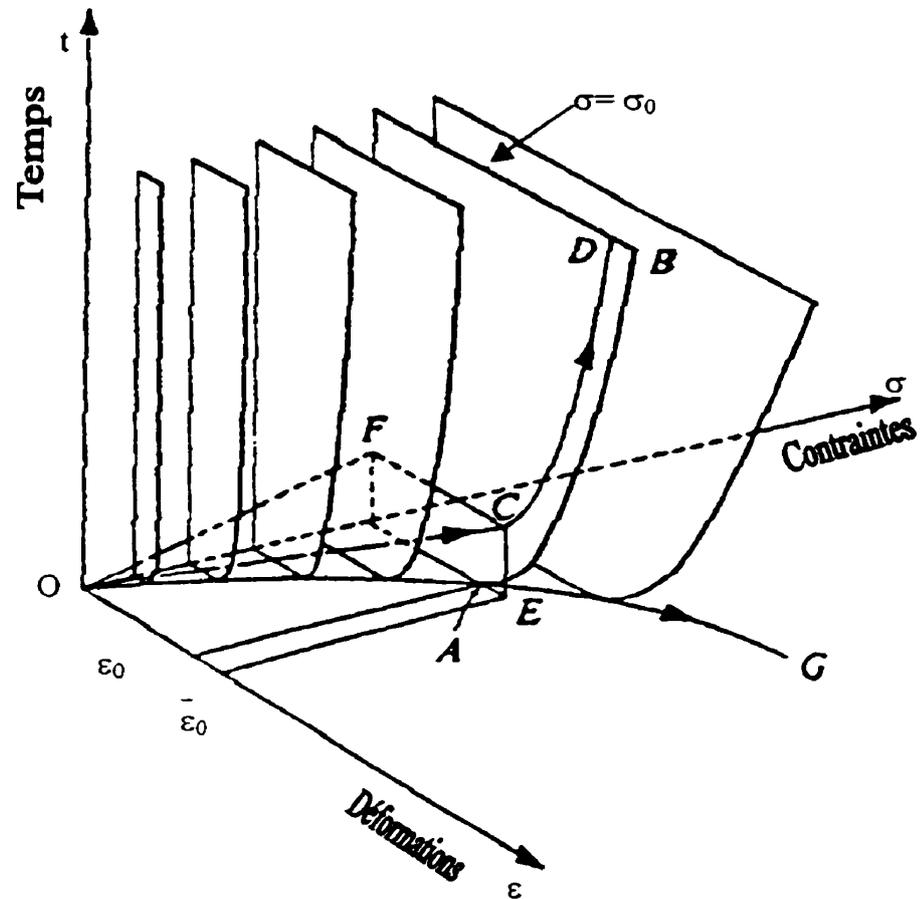


Figure 2-11: Schéma montrant l'influence du taux de chargement sur les courbes de fluage dans un diagramme tridimensionnel contrainte-déformation-temps (Hult, 1966).

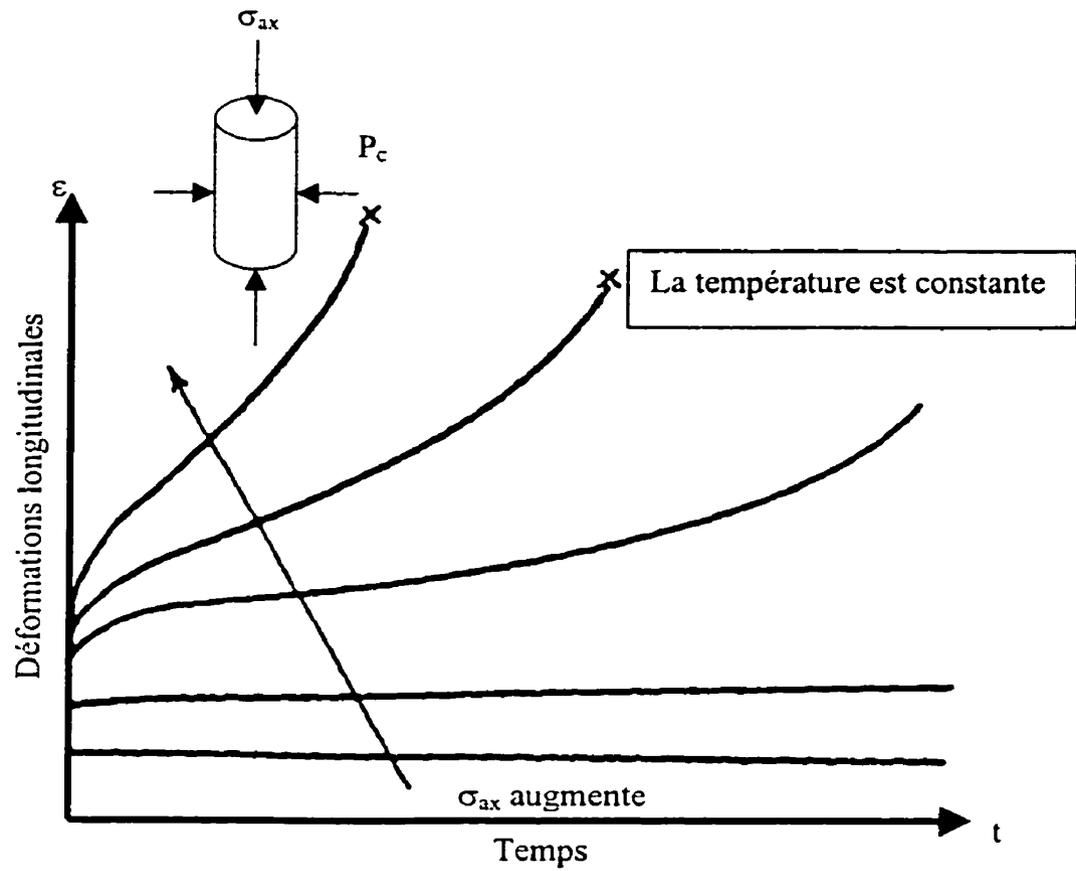


Figure 2-12: Diagramme montrant l'effet du niveau de contraintes à température et pression de confinement constantes sur les déformations longitudinales en fonction du temps pendant un essai de fluage (Kraus, 1980).

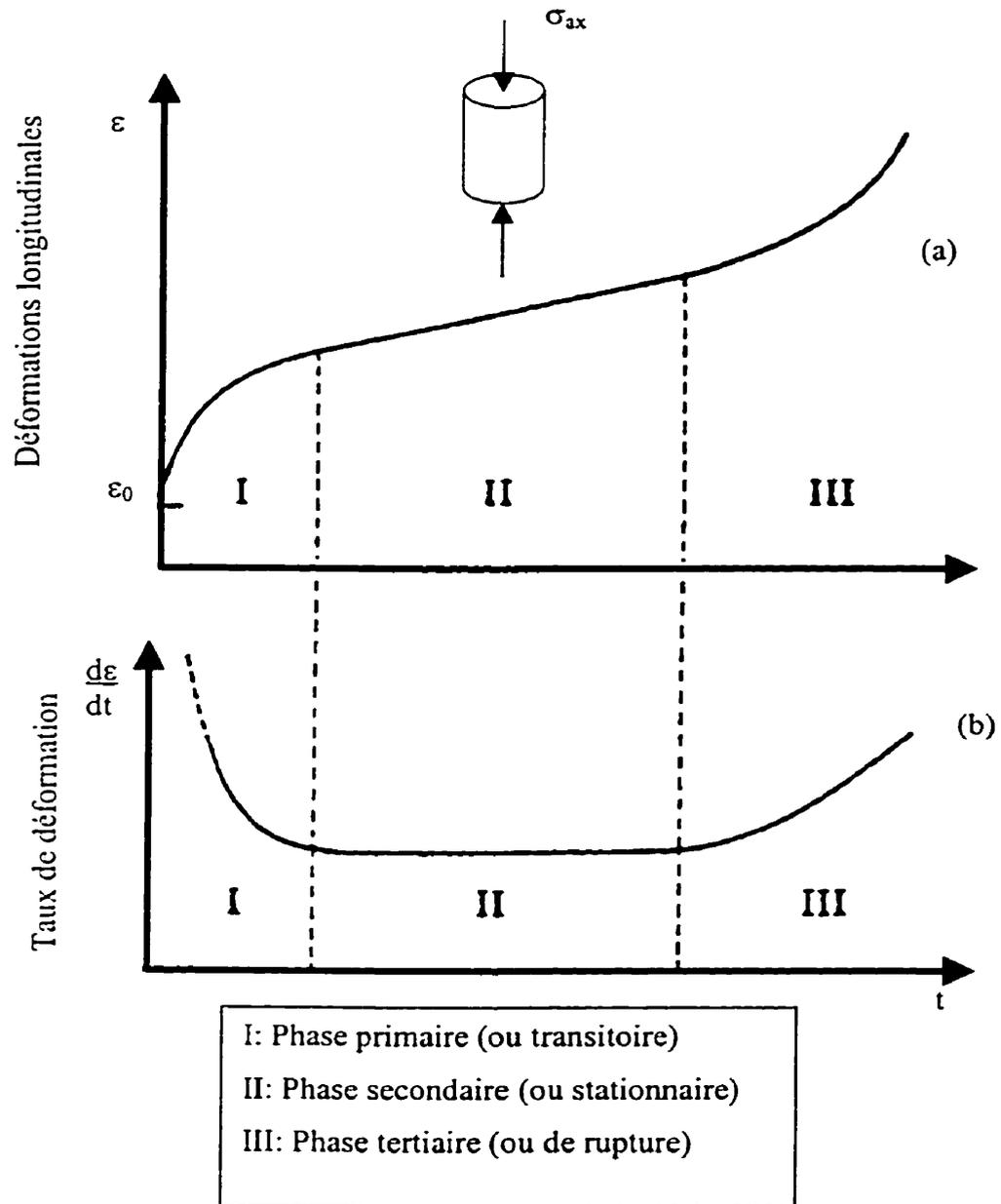


Figure 2-13: Courbes typiques de fluage: (a) déformations en fonction du temps et (b) taux de déformation en fonction du temps pendant un essai de fluage (Hult, 1966).

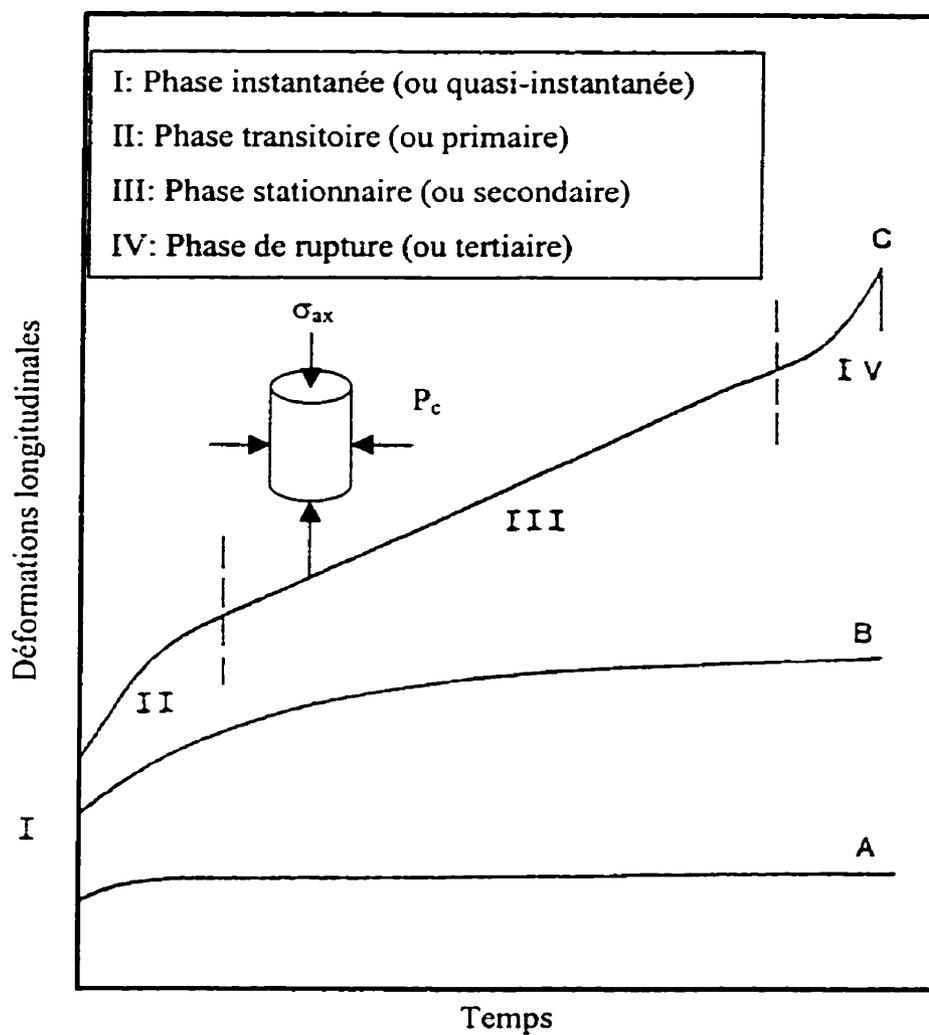


Figure 2-14: Courbes typiques de fluage avec les différentes phases; l'évolution de la courbe A vers B et C correspond à une augmentation de la contrainte axiale (Aubertin 1989).

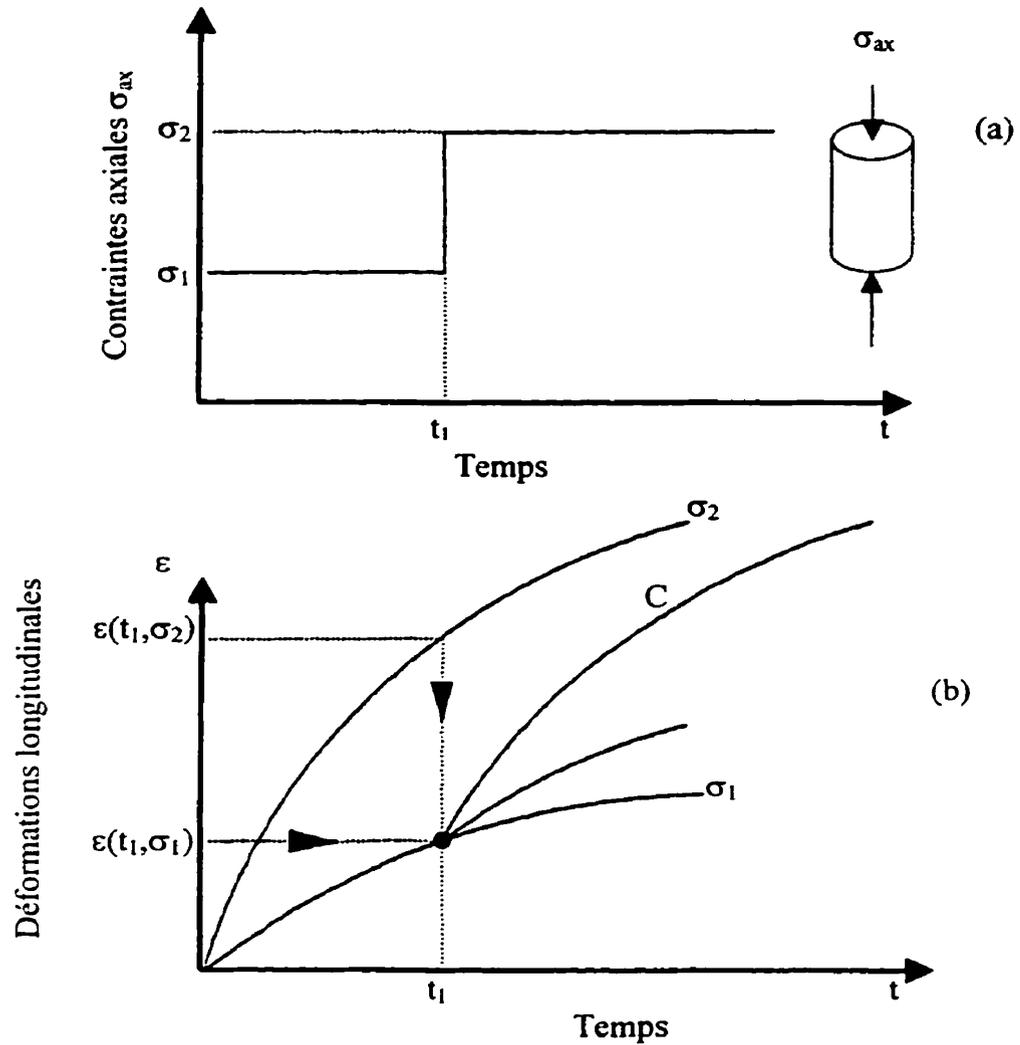


Figure 2-15: (a) Courbe illustrant une augmentation instantanée de contrainte et (b) diagramme de fluage illustrant les formulations de consolidation (AB) et d'écrouissage (AC) dans un essai de fluage en compression simple ou triaxiale pour un changement de contrainte axiale illustré en (a) (Hult, 1966).

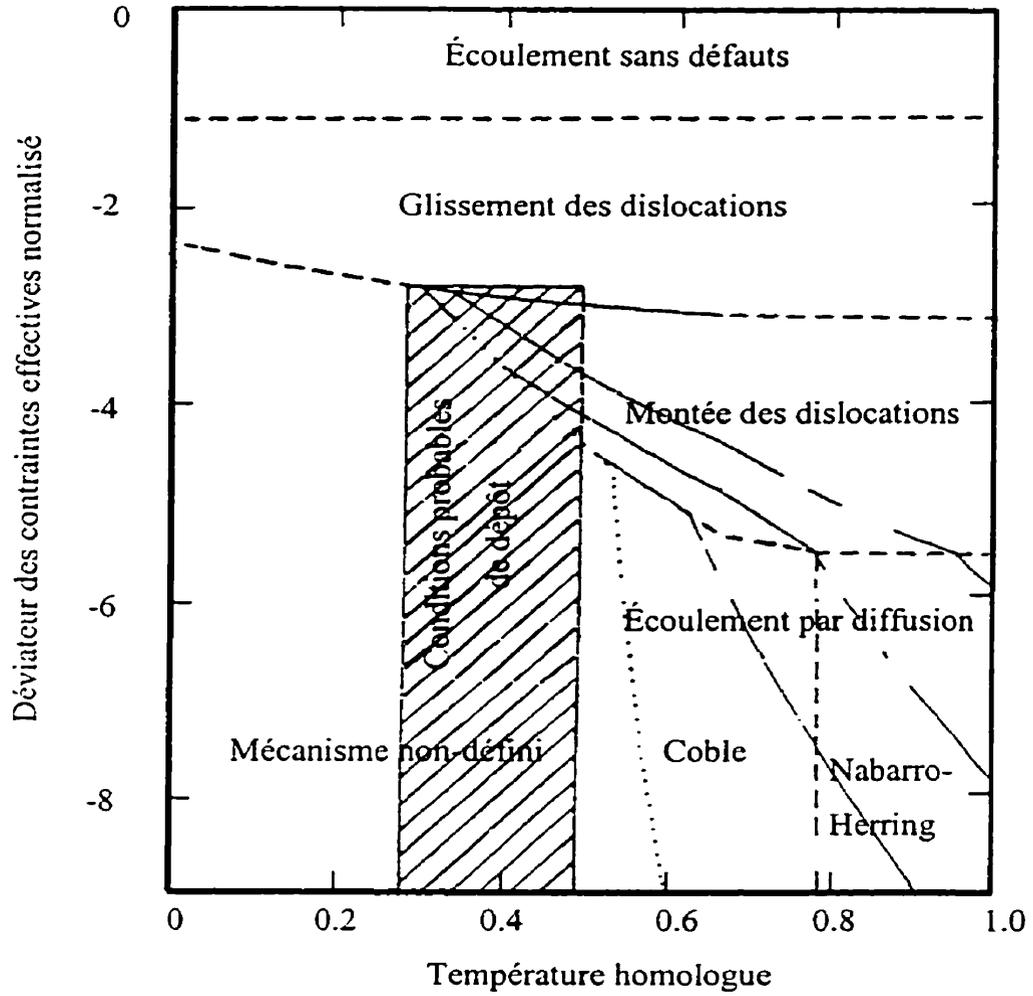


Figure 2-16: Carte des mécanismes des déformations pour le sel (Munson, 1979).

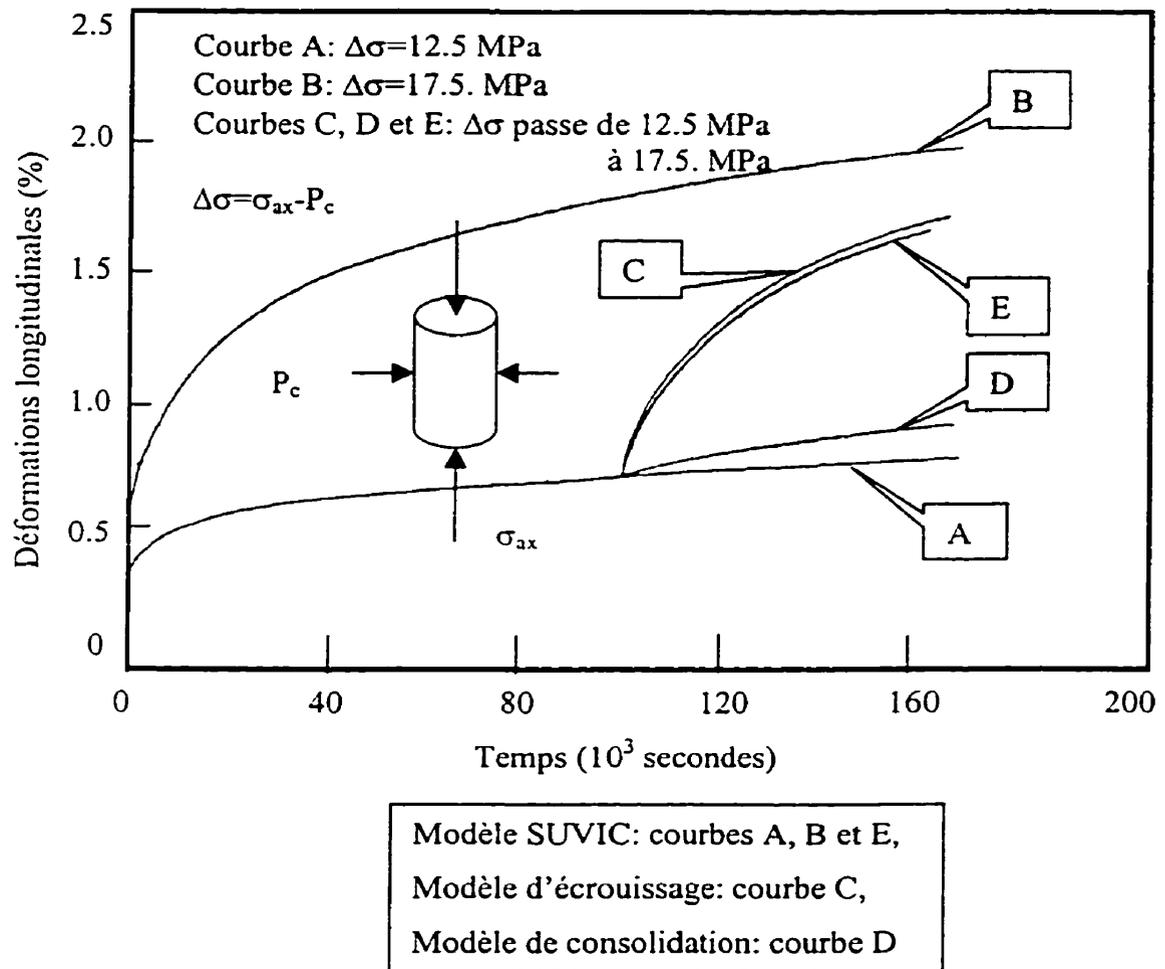


Figure 2-17: Diagramme montrant des résultats de simulations d'essai de fluage en compression triaxiale avec des chargements axiaux instantanés par palier: comparaison des modèles SUVIC, d'érouissage et de consolidation (Aubertin, 1989).

CHAPITRE 3

ESSAIS IN SITU DÉJÀ EFFECTUÉS POUR LA DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DE FLUAGE

3.1 Autres types d'essais de fluage déjà réalisés

Après avoir vu tous les facteurs influençant le comportement mécanique du sel, des essais in situ ont été développés.

Il y a plusieurs façons de déterminer les paramètres de fluage que ce soit dans le sol, la roche, le sol gelé ou la glace. Dans tous les cas, nous pouvons citer le pressiomètre et le pénétromètre statique.

- Le pressiomètre donne effectivement des informations détaillées mais requiert un équipement sophistiqué et un personnel qualifié.
- Le pénétromètre statique est plus simple à utiliser mais nécessite un équipement très lourd et donne peu d'informations.

Pour le sel, on peut citer:

- les mesures des déplacements des parois autour des excavations,
- les essais de pressurisation des trous de forage,
- les essais de poinçonnement,
- les essais basés sur l'expansion de cavité cylindrique comme les essais dilatométriques ou les essais E.P.T.E. qui feront l'objet de la section 3-2.

Même si l'essai E.P.T.E. n'a pas encore été appliqué *in situ*, il sera traité dans le présent chapitre pour pouvoir le comparer aux autres types d'essais *in situ*. En effet, tous les essais E.P.T.E. effectués au laboratoire jusqu'alors n'ont pour but que sa validation mais son application ultime sera aussi et surtout *in situ*.

3.1.1 Mesures des déplacements autour des excavations

C'est une méthode qui remonte au début du siècle mais qui a pris une grande importance depuis les 30 dernières années. Ce sont des mesures des déplacements autour de puits verticaux, de trous de forage, de chambres ou de galeries de mines. Le but de telles mesures est d'évaluer la stabilité des cavernes construites dans les milieux étudiés, l'influence de la séquence d'excavation sur les déplacements observés ou encore de valider des modèles numériques ou analytiques et/ou des paramètres d'une loi de fluage obtenus au laboratoire en comparant les déplacements prévus à ceux observés.

Parmi l'ensemble de mesures qui ont été publiées depuis les dernières décennies, nous n'allons citer que 3 exemples des plus récents. Il s'agit:

- des mesures effectuées sur une période allant d'un an à cinq ans dans une cavité de 10000 m^3 à une profondeur de 1000 m dans les mines de sel d'Asse en Allemagne par Staupendahl et Schmidt (1984);
- d'une étude de suivi de 163 cavernes de stockage existantes dans les dômes de sel aux États Unis publiée par Thoms et Gehle (1984);

- d'une étude sur le comportement de cavernes existantes servant au stockage de gaz naturel ou de pétrole sur cinq sites différents (Etzel, Nottermoor, Kiel, Tersanne et Eminence) publiée par Lux (1988).

Théoriquement, ces mesures permettent l'obtention des paramètres de fluage de la loi adoptée dans l'analyse par un ajustement de ceux-ci jusqu'à ce que les déplacements calculés soient égaux à ceux observés. Ceci suppose premièrement l'adoption d'une loi de comportement pour le sel et deuxièmement soit de faire des hypothèses sur l'état de contraintes in situ soit de le mesurer; ce qui est une caractéristique commune à tous les essais in situ.

3.1.2 Essais de pressurisation des trous de forage

Le principe de cet essai est de mesurer, en fonction du temps, la variation du diamètre d'un trou de forage vertical totalement ou partiellement rempli, le plus souvent de saumure, mais de l'huile ou du gaz ont déjà été utilisés comme fluide de pressurisation. La variation de diamètre est calculée à l'aide de la variation du niveau de saumure observé dans le trou en supposant qu'il y a équivalence entre la variation de volume du trou et la variation de volume de saumure dans le trou et que la section transversale du trou reste toujours circulaire (ce qui n'est pas évident). Un inconvénient majeur associé à cet essai est la limitation des pressions appliquées afin d'éviter la fracturation hydraulique la saumure rentre dans les fissures et les propage, empêchant ainsi l'augmentation de la pression appliquée.

Ce type d'essai suppose que le sel est imperméable; ce qui n'est jamais le cas et qui limite la charge à la pression de fracturation du sel pour éviter que le liquide ne s'infiltré dans les fissures ainsi créées ou déjà existantes.

3.1.3 Essais de poinçonnement des parois de forage

L'équipement utilisé pour cet essai a été développé par Serata Geomechanics Inc. (Serata et Bellman, 1983) et consiste en une sonde munie de huit pistons alimentés par un même système hydraulique. Les pistons sont disposés de façon à ce que les déplacements soient mesurés suivant quatre directions radiales orientées à 90° les unes par rapport aux autres et espacées de 5 cm. L'interprétation de cet essai se fait à l'aide d'un programme d'éléments finis (REM) qui considère un modèle élasto-visco-plastique pour le sel.

3.1.4 Essais dilatométriques

Ce sont tous les essais qui utilisent des instruments qui appliquent une pression uniforme sur les parois d'un trou de forage par la pressurisation d'un fluide. L'avantage de l'essai dilatométrique par rapport à l'essai de pressurisation est qu'il y a une membrane qui empêche le fluide de pénétrer dans les fissures qui pourraient éventuellement se produire; ce qui permet d'aller à des pressions supérieures à la pression de fracturation. On en distingue deux types:

- le premier type comprend les dilatomètres où la variation de volume du trou est calculée à partir du volume de fluide injecté comme le pressiomètre ,

- le deuxième type comprend les dilatomètres où la variation de volume est obtenue à partir de variations de diamètres mesurées dans différentes directions par des palpeurs.

Dans le premier groupe, on retrouve la cellule du " Colorado School of Mines " développée par Hustrulid et Hustrulid (1975). On mesure le volume du fluide injecté qui servira au calcul des déformations. Sa capacité nominale est d'environ 70 MPa mais il faut noter que cette dernière n'a jamais été atteinte. Dans le deuxième groupe, on retrouve le dilatomètre LNEC (Rocha et al., 1966) dans lequel la cellule est gonflée par l'injection de liquide, mais la pression et les déplacements radiaux sont enregistrés par des transducteurs électriques. Sa capacité est de 15 MPa.

Plus récemment deux autres dilatomètres de capacité intermédiaire pour des roches tendres ont été proposés, l'un par Hughes et Ervin (1980), et l'autre par Clarke et Allan (1989), et Clarke et al. (1989). Les deux ont une capacité de 20 MPa, ils sont gonflés par l'injection d'huile, et enregistrent la pression et les déplacements radiaux par des transducteurs électriques.

Le fait de maintenir la pression à des valeurs élevées pour des longues périodes, pose énormément de problèmes comme les fuites et la sensibilité du fluide injecté à la température. D'après Ladanyi et Gill (1983a, 1983b), même si la cellule du "Colorado School of Mines" a été utilisée avec succès, elle ne peut pas être considérée comme un bon outil pour faire des essais à long terme. Ils proposent, pour faire des essais de fluage in situ dans le sel, d'utiliser des dilatomètres avec enregistrement électronique des déplacements radiaux.

L'essai E.P.T.E. vient donc contourner tous ces problèmes car la variation de volume du trou est mesurée à partir de l'enfoncement d'un poinçon dans la roche; il n'y a donc plus de problèmes de fuite, de sensibilité du fluide à la température ou de limitation de charge puisque aucun fluide n'est utilisé.

Avec ce type d'essai, il est donc possible de faire des essais à fortes pressions sans la nécessité d'un équipement sophistiqué et coûteux tout en fournissant des informations comparables à celles du pressiomètre ou du dilatomètre.

3.1.5 Essai de chargement à la plaque

Chen et Chugh (1996) ont proposé une méthode d'estimation des paramètres viscoélastiques à l'aide de l'essai de chargement à la plaque. La loi de comportement utilisée est la substance de Burger (mise en série du matériau de Kelvin et du matériau de Maxwell).

Ces auteurs ont démontré que les paramètres viscoélastiques obtenus à l'aide de cet essai sont plus faibles que ceux obtenus à l'aide des mesures des déplacements autour des excavations (suivi de la convergence des parois des excavations) Par conséquent, cette méthode surestime le tassement et sous-estime la période de fluage transitoire. Cela est dû au fait que les dimensions de l'appareillage sont trop faibles par rapport au milieu étudié et ne tiennent donc pas compte de l'interaction des piliers adjacents.

Des analyses numériques ont alors été faites qui ont permis de proposer une courbe de correction des paramètres viscoélastiques obtenus par l'essai de chargement à la plaque pour une géométrie donnée. Avec cette courbe d'ajustement, les paramètres estimés à l'aide de l'essai de chargement à la plaque se comparent alors à ceux estimés par les mesures des déplacements autour des excavations.

3.2 Les essais E.P.T.E. déjà réalisés et leur interprétation

3.2.1 Essais dans le sol gelé et la glace

Guichaoua (1984) et Ladanyi et Guichaoua (1985) ont étudié la capacité portante et le tassement des pieux crénelés et tronconiques dans le pergélisol. Le tassement d'un pieu tronconique correspond exactement à l'enfoncement d'un poinçon tronconique si l'angle au sommet du pieu est faible. Ils ont pris comme loi constitutive pour les déformations de fluage la loi de puissance du type d'Andrade parce qu'il avait été montré par d'autres chercheurs qu'elle représentait adéquatement le fluage des sols gelés et de la glace. Dans leurs travaux, cette loi est exprimée comme suit:

$$\varepsilon_c = \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_c} \right)^n \left(\frac{\varepsilon_c^*}{b} \right)^b t^b \quad 3-1$$

où σ_c et ε_c sont respectivement la contrainte et la déformation équivalente de Von Mises, ε_c^* est un taux de fluage de référence par rapport auquel la contrainte σ_c est définie, b , n et σ_c sont les paramètres de la loi de fluage et sont fonction de la température; σ_c est en fait une contrainte de référence valable pour une température donnée.

Talabard (1986) et Ladanyi et Talabard (1989), ont étudié le fluage des sols gelés et de la glace à l'aide de l'essai E.P.T.E. Ils ont adopté la même loi constitutive pour les déformations de fluage que la loi de puissance du type d'Andrade donnée par l'équation 3-1.

Pour les essais effectués dans le sable gelé, trois formes de lois ont été utilisées par Sgaoula (1989) et Ladanyi et Sgaoula (1989) pour décrire le fluage du sable gelé à partir de l'essai E.P.T.E.:

- *La loi de puissance du type d'Andrade pour le fluage primaire (transitoire)* tel que suggérée par Hult (1966) et Ladanyi et Johnston(1973) et qui est donnée par l'équation 3-1.

D'après la littérature, n est compris entre 2 et 5 et b entre 1/3 et 1.

- *La loi de puissance pour le fluage secondaire (stationnaire)*

Elle a la même forme que la précédente avec b=1. C'est la même loi qui avait été utilisée par Talabard (1986) et Ladanyi et Talabard (1989) dans la glace polycristalline. C'est aussi cette même interprétation que Ladanyi et Gill (1983a et b) ont utilisée pour les essais de fluage dans le sel à l'aide du dilatomètre parce qu'ils avaient montré que le fluage stationnaire était atteint au bout de cinq heures.

$$\dot{\varepsilon}_e = \frac{d\varepsilon_e}{dt} = \dot{\varepsilon}_c \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_c} \right)^n \quad 3-2$$

- *La loi hyperbolique* où les déformations de fluage sont une fonction hyperbolique du temps. Elle s'est avérée la loi la mieux adapté au fluage du sable gelé.

$$\varepsilon_c = \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_c} \right)^n \left[\frac{t}{t_0 + t} \right] \quad 3-3$$

où t_0 représente un paramètre expérimental ayant l'unité du temps et t le temps.

3.2.2 Essais dans le sel et son interprétation

Une attention particulière est portée sur la méthode d'essai et d'interprétation de l'essai E.P.T.E. dans le sel adoptée par Leite (1991) et Leite et al. (1993, 1994) pour deux raisons particulières:

- la première est qu'elle constitue une généralisation de toutes les autres méthodes d'interprétation de l'essai E.P.T.E. connues jusqu'à ce jour.
- la deuxième est qu'elle constitue le point de départ de la présente recherche.

La figure 3-1 présente le schéma de l'essai E.P.T.E. in situ dont les dimensions seront à déterminer lors de sa transposition sur le terrain tandis que la figure 3-2 présente le schéma de l'essai E.P.T.E. au laboratoire avec les dimensions typiques qui ont été utilisées dans la modélisation numérique. Dans cet essai, la charge axiale Q provoquant l'enfoncement est augmentée jusqu'à la valeur désirée et ensuite maintenue constante pendant que l'enfoncement relatif, s , du poinçon est mesuré en fonction du temps.

Dans le cas des essais E.P.T.E. cités précédemment et effectués dans la glace et les sols gelés (Talabard, 1986; Ladanyi et Talabard 1989; Guichaoua, 1984; Ladanyi et

Guichaoua, 1985) et dans le sable gelé (Sgaoula 1989; Ladanyi et Sgaoula, 1989), l'enfoncement absolu du poinçon a été mesuré et utilisé dans l'interprétation de l'essai comme la valeur de l'enfoncement qui provoque l'expansion de la cavité tronconique, pourtant c'est l'enfoncement du poinçon par rapport au milieu, s , qui provoque l'expansion de la cavité. Leite (1991) a alors proposé deux façons de mesurer cet enfoncement:

- La première façon consiste à mesurer l'enfoncement du poinçon par rapport à un repère situé sur la surface du sel en périphérie du trou.

- La deuxième façon consiste à effectuer deux mesures: l'enfoncement total δ du poinçon par rapport à un repère fixe et l'enfoncement U_V d'un point situé sur la paroi du trou au début de la partie tronconique par rapport au même repère fixe. On peut alors calculer l'enfoncement relatif par la relation $s = \delta - U_V$. En plus de l'enfoncement entre le sel et le poinçon, on peut aussi mesurer l'enfoncement qui se produit sans glissement relatif entre le sel et le poinçon. Ces mesures serviront, comme on le verra plus loin, à déterminer le coefficient de frottement entre le sel et le poinçon.

Notons que pour les essais effectués dans la glace, le sable gelé et le sol gelé, le frottement est négligé à cause du fait que la glace, qui se trouve en contact avec le poinçon, fond provoquant un enfoncement sans frottement du poinçon et donnant lieu à des déplacements beaucoup plus importants que ceux observés dans le cas du sel. Dans ce cas, l'enfoncement relatif peut être considéré égal à l'enfoncement total du poinçon.

Hypothèses

Les hypothèses suivantes pour cette interprétation ont été posées:

- le champ de contraintes préalables dans le milieu est supposé isotrope,
- l'expansion de la cavité est axisymétrique et se fait en conditions de déformations planes dans le plan perpendiculaire à l'axe du trou,
- il n'y a aucune adhésion entre le poinçon et le matériau et le glissement a lieu à l'interface entre le matériau et le poinçon,
- le coefficient de frottement, $\tan \phi$, entre le poinçon et le matériau est supposé constant sur toute la longueur du trou et pendant toute la durée de l'essai,
- le milieu est supposé non fissuré.

La figure 3-3 montre les forces agissant sur le poinçon placé dans un trou préalablement foré. On y présente également les composantes de déplacement d'un point situé sur la paroi du trou. Q est la charge axiale appliquée sur le poinçon, \bar{P} est la réaction nette du sel mobilisée par l'expansion du trou, ϕ est l'angle de frottement entre le sel et le poinçon et α est le demi-angle au sommet du poinçon tronconique.

Comme il n'y a aucun contact entre le bout du poinçon et le matériau, la charge Q doit être entièrement reprise par la surface latérale du poinçon. On suppose qu'au contact entre le poinçon et le matériau, la loi de Coulomb est respectée:

$$\tau = \sigma_n \tan \phi$$

où τ représente la contrainte de cisaillement au contact du poinçon et du matériau et σ_n est la contrainte normale agissant sur le poinçon respectivement.

Milieu infini

La méthode d'interprétation de l'essai E.P.T.E dans le sel développée par Leite (1991) et que nous allons présenter est basée sur la théorie développée par Ladanyi (1984) et appliquée pour la première fois par Guichaoua (1985) au sable gelé. Des modifications y ont été apportées pour tenir compte du déplacement vertical de la surface du sel. Ce déplacement peut être négligé quand le coefficient de frottement entre le matériau et le poinçon est considéré négligeable et que l'inclinaison de la paroi du trou α est petite. Il semble que ce soit le cas pour les essais E.P.T.E. réalisés dans la glace, le sol gelé et le sable gelé.

L'équilibre des forces dans la direction verticale (Figure 3-3a) impose que (Ladanyi et Guichaoua, 1985):

$$Q = \int_0^{L/\cos\alpha} 2\pi r_i \bar{P} (\sin\alpha + \tan\phi \cos\alpha) dx \quad 3-5$$

où respectivement Q représente la charge verticale appliquée sur le poinçon, \bar{P} la réaction nette mobilisée par le matériau lors de l'expansion du trou au point où $r=r_i$ et qui dépend de l'enfoncement du poinçon.

Pour obtenir la relation entre la réaction nette mobilisée \bar{P} et l'enfoncement, s , du poinçon, Ladanyi (1984) a fait une approximation de la partie tronconique sous expansion par une superposition d'un nombre infini de cylindres de longueur infinitésimale dl et de rayon r_i (Figure 3-3b). Pour chaque cylindre, Ladanyi et Guichaoua (1985) ont appliqué la solution présentée par Ladanyi et Johnston (1973) pour l'interprétation d'essais pressiométriques dans les sols gelés et qui permet d'établir une relation entre le déplacement radial u_{ri} d'un point où $r=r_i$ et la pression P_{ri} appliquée par le poinçon à la paroi du trou dans la direction radiale en fonction du temps et des paramètres de déformabilité.

Matériau de comportement élastique linéaire

Soit un matériau homogène et isotrope dont le comportement contrainte-déformation est élastique linéaire pour les niveaux de contraintes appliquées pendant l'essai E.P.T.E. Il peut être caractérisé par le module de Young E et le coefficient de Poisson ν .

Pour un poinçon tronconique enfoncé dans un trou de même forme préalablement foré dans un matériau présentant un tel comportement, la relation entre le déplacement radial u_{ri} d'un point où $r=r_i$ et la pression \bar{P}_{ri} appliquée par le poinçon

$$\text{est: } u_{ri} = r_i \frac{\bar{P}_{ri}}{2G} = r_i \frac{(1 + \nu)}{E} \bar{P}_{ri} \quad 3-6$$

À partir des considérations géométriques (figure 3-3a), on peut montrer que:

$$\bar{P}_r = \bar{P}(\cos\alpha + \tan\phi\sin\alpha) \text{ et que } u = s \tan\alpha \quad 3-7$$

$$\text{On a alors: } \bar{P} = \frac{2G}{\cos\alpha - \tan\phi\sin\alpha} \frac{u_r}{r_i} \quad 3-8$$

En remplaçant cette expression dans celle de Q, on calcule le module de cisaillement

$$G \text{ par: } G = \frac{Q L (\cos\alpha - \tan\phi\sin\alpha)}{\pi (D-d)^2 \left(1 + \frac{\tan\phi}{\tan\alpha}\right) s^{cl}} \quad 3-9$$

où respectivement s^{cl} représente l'enfoncement du poinçon (par rapport à la surface du trou) dans un milieu infini de comportement élastique linéaire, D, d et L les paramètres géométriques du poinçon (figures 3-1 et 3-2).

De cette façon, comme pour les essais dilatométriques, si le coefficient de Poisson ν est connu ou estimé par un autre essai, le module de Young peut être calculé à l'aide de la relation $E = 2 G (1 + \nu)$.

Matériau de comportement non linéaire

Soit un matériau de comportement contrainte-déformation non linéaire soumis à un champ de contrainte préalable isotrope P_0 . La relation entre le déplacement radial u_r d'un point de la paroi du trou où $r=r_i$ et la pression P_r appliquée par le poinçon est, dans la phase stationnaire, pour chacun des cylindres de rayon r_i montré à la figure 3-3b:

$$u_{r_i} = r_i \left(\frac{P_{r_i} - P_0}{C} \right)^n \quad 3-10$$

où C dépend de la loi de comportement adoptée. Selon Ladanyi et Johnston (1973), pour la loi de puissance donnée par l'équation 3-1:

$$C = \sigma_c \left(\frac{n}{\sqrt{3}} \right) \left[\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right) \left(\frac{b}{\epsilon^* c} \right)^b \right]^{\frac{1}{n}} t^{-\frac{b}{n}} \quad 3-11$$

où respectivement u_{r_i} représente le déplacement radial différé de la paroi du trou au point où $r=r_i$, P_{r_i} la composante radiale de la pression appliquée par le poinçon sur la paroi du trou, P_0 la pression qui agit à l'infini, b , n , et σ_c les paramètres de la loi de fluage.

En faisant le même développement que pour un matériau à comportement élastique

$$\text{linéaire, on obtient: } \bar{P} = \left(\frac{1}{\cos \alpha - \tan \phi \sin \alpha} \right) \left[C \left(\frac{\tan \alpha}{r_i} \right)^{\frac{1}{n}} + P_0 \right] \quad 3-12$$

En remplaçant cette expression dans l'équation 3-5, on a:

$$Q = \frac{2\pi C \left(1 + \frac{\tan \phi}{\tan \alpha} \right) \left(\frac{D}{2} \right)^{2-\frac{1}{n}} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^{2-\frac{1}{n}} \right] (\tan \alpha)^{\frac{1}{n}}}{(\cos \alpha - \tan \phi \sin \alpha) \left(2 - \frac{1}{n} \right)} + \frac{\pi P_0 (\tan \alpha + \tan \phi) L \left(\frac{D+d}{2} \right)}{\cos \alpha - \tan \phi \sin \alpha} \quad 3-13$$

$$\text{En posant } Q_0 = \frac{\pi P_0 (\tan \alpha + \tan \phi) L \left(\frac{D+d}{2} \right)}{(\cos \alpha - \tan \phi \sin \alpha)} \quad 3-14$$

$$\text{et } q = \frac{4(Q - Q_0)}{\pi D^2} \quad 3-15$$

et en remplaçant les expressions de Q et Q_0 dans celle de q , on obtient:

$$\frac{s}{L} = K_i q^n t^b \quad 3-16$$

$$\text{avec } K_i = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n+1} \left(\frac{\varepsilon_c}{b}\right)^b \left(\frac{2 - \frac{1}{n}}{n\sigma_c}\right)^n \left[\frac{(\cos\alpha - \tan\phi \sin\alpha)}{\left(1 + \frac{\tan\phi}{\tan\alpha}\right) \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^{2 - \frac{1}{n}}\right]} \right]^n \left(\frac{1}{1 - \frac{d}{D}}\right) \quad 3-17$$

Si $\phi \rightarrow 0^\circ$ et $\cos\alpha \cong 1$ (petites valeurs de α),

$$Q_0 = \pi P_0 (\tan\alpha + \tan\phi) L \left(\frac{D+d}{2}\right) \quad 3-18$$

$$\text{et } K_i = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n+1} \left(\frac{\varepsilon_c}{b}\right)^b \left(\frac{2 - \frac{1}{n}}{n\sigma_c}\right)^n \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{\tan\phi}{\tan\alpha}\right) \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^{2 - \frac{1}{n}}\right]} \right]^n \left(\frac{1}{1 - \frac{d}{D}}\right) \quad 3-19$$

L'indice i de K désigne un milieu infini.

Ce sont les expressions qui ont été présentées par Guichaoua (1984), Ladanyi et Guichaoua (1985), Talabard (1986), Sgaoula (1989) et Ladanyi et Sgaoula (1989).

À partir de l'équation 3-16, les valeurs de b , n et σ_c (pour une valeur de $\dot{\epsilon}_c$) peuvent être obtenues si le coefficient de frottement entre l'acier du poinçon et le matériau étudié est connu. Théoriquement, on a besoin d'un minimum de deux essais à charges axiales différentes pour déterminer les paramètres b , n et σ_c mais il est préférable d'en faire au moins trois pour en faire une meilleure estimation.

D'après l'équation 3-16, on peut écrire:

$$\log\left(\frac{s}{L}\right) = \log(K_i q^n) + b \log t \quad 3-20$$

Puisque pour un essai donné, K_i et q sont fixés, cette relation devient:

$$\log\left(\frac{s}{L}\right) = A_1 + b \log t \quad 3-21$$

avec A_1 une constante et b la pente de la droite $\log\left(\frac{s}{L}\right)$ en fonction du temps (Figure 3-4a).

La détermination de la valeur de n par contre requiert l'exécution d'au moins deux essais à charges q différentes (idéalement trois). Pour chaque essai, la valeur de $\log\left(\frac{s}{L}\right)$ pour un temps arbitraire donné t_c est déterminée et mise sur un graphe en fonction de $\log q$ et on peut écrire:

$$\log\left(\frac{s}{L}\right)_{t=t_c} = \log(K_i t_c^b) + n \log q \quad 3-22$$

Le paramètre n sera donc la pente de la droite $\log\left(\frac{s}{L}\right)_{t=t_c}$ en fonction de $\log q$ (Figure 3-4b).

Une fois que b et n sont connus, on peut déterminer la valeur de σ_c pour la valeur $\dot{\epsilon}_c$ choisie à l'aide des équations 3-16 et 3-17. Ladanyi et Gill (1983a, 1983b et 1984) utilisent $\dot{\epsilon}_c = 10^{-5} \text{ h}^{-1}$ comme taux de déformation de référence pour la détermination de σ_c à partir des essais dilatométriques dans le sel et c'est cette même valeur que Leite (1991) a utilisée dans le cas de l'essai E.P.T.E.

Milieu fini

a) Matériau de comportement élastique linéaire

Dans le cas où l'essai E.P.T.E. est effectué au laboratoire sur des cylindres de dimensions finies et que la pression P_0 est appliquée à la paroi extérieure du cylindre mais non pas à l'infini, on doit tenir compte de cette frontière située à une distance finie r_e du trou. Dans ce cas, l'expression du déplacement radial u_{ri} d'un point de la paroi du trou où $r=r_i$ et la pression P_{ri} appliquée par le poinçon dans un milieu de comportement élastique linéaire est donnée par:

$$u_{ri} = \left(\frac{1}{r_i}\right) \frac{P_{ri}}{2G(r_i^{-2} - r_e^{-2})}$$

En suivant le même cheminement que dans le cas du milieu infini, on peut écrire :

$$P_i = \frac{2 G r_i (r_i^{-2} - r_e^{-2})}{(\cos \alpha - \tan \phi \sin \alpha)} u_{ri} \quad 3-24$$

$$\text{et } s_f^{\text{el}} = \frac{Q L (\cos \alpha - \tan \phi \sin \alpha)}{\pi G D (D-d)^2 \left(1 + \frac{\tan \phi}{\tan \alpha} \right) \left[1 - r_e^{-2} \left(\frac{D^2}{4} - \frac{D(D-d)}{4} - \frac{(D-d)^2}{12} \right) \right]} \quad 3-25$$

où s_f^{el} est l'enfoncement du poinçon (par rapport à la surface du trou) dans un milieu fini de comportement élastique linéaire.

On peut donc déterminer le module de cisaillement G:

$$G = \frac{Q L (\cos \alpha - \tan \phi \sin \alpha)}{\pi s_f^{\text{el}} D (D-d)^2 \left(1 + \frac{\tan \phi}{\tan \alpha} \right) \left[1 - r_e^{-2} \left(\frac{D^2}{4} - \frac{D(D-d)}{4} - \frac{(D-d)^2}{12} \right) \right]} \quad 3-26$$

Si $r_e \rightarrow \infty$, ces équations deviennent égales à celles obtenues pour le milieu infini.

b) Matériau de comportement non linéaire

Soit un matériau de comportement contrainte-déformation non linéaire soumis à un champ de contrainte isotrope P_0 , la relation entre le déplacement radial u_{ri} d'un point de la paroi du trou où $r=r_i$, le rayon externe r_e et la pression P_{ri} appliquée par le

poinçon est, dans la phase stationnaire, pour chacun des cylindres de rayon interne r_i et de rayon externe r_e est:

$$u_{ri} = \left(\frac{1}{r_i} \right) \left[\frac{(P_{ri} - P_0)}{C \left(r_i^{-\frac{2}{n}} - r_e^{-\frac{2}{n}} \right)} \right]^n \quad 3-27$$

où C dépend de la relation contrainte-déformation considérée. Selon Ladanyi et Johnston (1973), pour la loi de puissance donnée par l'équation 3-1:

$$C = \sigma_c \left(\frac{n}{\sqrt{3}} \right) \left[\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right) \left(\frac{b}{\epsilon^*_c} \right)^b \right]^{\frac{1}{n}} t^{-\frac{b}{n}} \quad 3-28$$

En suivant le même cheminement que dans le cas du milieu infini, on aboutit à:

$$\frac{s}{L} = K_f q^n t^b \quad 3-29$$

avec, pour la même loi de puissance que celle considérée dans le cas du milieu infini,

$$K_f = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{n+1} \left(\frac{\epsilon^*_c}{b} \right)^b \left(\frac{1}{n\sigma_c} \right)^n \frac{\left(\frac{2D^{2n}}{n} \right)}{(D-d)} \left[\frac{(\cos\alpha - \tan\phi \sin\alpha)}{\left(1 + \frac{\tan\phi}{\tan\alpha} \right)} \right]^n f_{re} \quad 3-30$$

$$\text{avec: } f_{re} = \left[\left(\frac{1}{2n-1} \right) D^2 \left(\frac{2}{D} \right)^{\frac{1}{n}} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^{2+\frac{1}{n}} \right] - r_e^{-\frac{2}{n}} \left(\frac{1}{2n+1} \right) D^2 \left(\frac{D}{2} \right)^{\frac{1}{n}} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^{2+\frac{1}{n}} \right] \right]^{-n}$$

l'indice f de K indiquant qu'il s'agit d'un milieu fini. Il faut noter que quand $r_e \rightarrow \infty$, $K_f \rightarrow K_i$.

La détermination des paramètres b , n se fait de la même façon que pour le cas d'un milieu infini et une fois b et n déterminés, on calcule σ_c à partir des équations 3-29, 3-30 et 3-31.

3.2.3 Détermination du coefficient de frottement à partir de l'essai E.P.T.E.

L'obtention des paramètres b , n et σ_c à partir de l'essai E.P.T.E. nécessite la connaissance du coefficient de frottement entre le sel et le poinçon. On pourrait le déterminer à partir d'essais de cisaillement direct pour les plages de pressions normales correspondant à celles agissant lors des essais E.P.T.E. mais cela occasionnerait des coûts supplémentaires. Pour l'éviter, Leite (1991) a proposé deux méthodes permettant de l'obtenir à partir de l'essai E.P.T.E. lui-même; l'une in situ, l'autre au laboratoire.

a) Détermination in situ

La méthode proposée repose sur la mesure de deux valeurs de déplacements; la première étant l'enfoncement δ du poinçon par rapport à un repère fixe et la deuxième étant l'enfoncement U_v d'un repère situé sur la surface du sel, en périphérie du trou.

L'enfoncement relatif, s , entre le sel et le poinçon est alors donné par:

$$s = \delta - u_v \quad 3-32$$

En se basant sur des considérations géométriques (figure 3-3), on peut écrire que:

$$u_v = u_r \tan(\alpha + \phi) \quad 3-33$$

et en sachant que $u_r = s \tan \alpha$, on a: $u_v = s \tan \alpha \tan(\alpha + \phi)$,

d'où: $s = \delta - s \tan \alpha \tan(\alpha + \phi)$ et $\delta = s + s \tan \alpha \tan(\alpha + \phi)$; ce qui donne:

$$\frac{\delta}{s} = 1 + \tan \alpha \tan(\alpha + \phi) \quad 3-34$$

Ainsi à partir des valeurs de δ et U_v mesurées à un temps t quelconque pendant l'essai, le coefficient de frottement $\tan \phi$ entre le sel et le poinçon peut être calculé puisque α est une caractéristique géométrique du poinçon.

b) Détermination au laboratoire

Cette façon de faire constitue une alternative à la méthode précédente lors des essais E.P.T.E. au laboratoire, si la précision des mesures des déplacements n'est pas suffisante pour évaluer U_v pour les valeurs de charges axiales employées.

Cette méthode comprend les étapes suivantes:

- Après la réalisation d'un essai E.P.T.E. sous une pression P_0 et une charge Q sur le poinçon, la charge axiale est enlevée, le poinçon retiré du trou, regraissé et ensuite remis en place.

- La pression biaxiale est augmentée jusqu'à une certaine valeur préalablement choisie P_0^1 ($P_0^1 < P_0$) et après la stabilisation de cette dernière, la charge axiale est augmentée jusqu'à une valeur Q^1 inférieure à sa valeur maximale lors de l'essai précédent. Dans ce cas, d'après Leite (1991), le comportement du sel est élastique linéaire.

- Avec la charge Q^1 constante, on augmente la pression biaxiale d'une valeur ΔP_0 de telle façon que $P_0^1 + \Delta P_0 < P_0$. Cette augmentation de la pression biaxiale provoque une augmentation de la contrainte normale agissant au contact du sel et du poinçon et si la charge axiale est augmentée à nouveau, l'enfoncement du poinçon par rapport au sel ne débutera pas avant qu'un incrément de charge ΔQ soit capable d'équilibrer l'augmentation des contraintes normales le long du poinçon. La valeur de ΔQ nécessaire pour faire ce déplacement peut être évaluée à l'aide de l'expression:

$$\Delta Q = \frac{\pi \Delta P_0 (\tan \alpha + \tan \phi) L \left(\frac{D+d}{2} \right)}{\cos \alpha - \tan \phi \sin \alpha} \quad 3-35$$

Ainsi pour une valeur de ΔP_0 choisie, la valeur de ΔQ nécessaire à redémarrer le glissement du poinçon peut être substituée dans l'équation précédente et la valeur de ϕ déterminée puisque α , D , d et L sont les caractéristiques géométriques du poinçon.

Au terme de son étude, Leite (1991) a montré qu'avec les hypothèses citées plus haut, on pouvait, à l'aide de l'essai E.P.T.E., obtenir des paramètres élastiques ou de fluage comparables à ceux publiés dans la littérature et obtenus à l'aide d'essais conventionnels tels que les essais de compression uniaxiale, triaxiale ou l'essai dilatométrique si un lubrifiant adéquat est utilisé pour diminuer le frottement entre le sel et le poinçon (Tableau 3-1). De plus, elle a montré que cet essai présente une

perspective intéressante puisque tous les paramètres utilisés dans l'interprétation des résultats notamment le coefficient de frottement peuvent être facilement déterminés par le seul et unique essai du poinçon sans recourir à d'autres types d'essais pourraient être compliqués et par conséquent coûteux.

En 1995, Leite et Gill ont étendu ce modèle d'interprétation pour tenir compte du comportement non linéaire des relations contrainte-déformation de certains matériaux pendant la phase de chargement.

Tableau 3-1: Comparaison des paramètres de fluage obtenus par essais E.P.T.E. pour des contraintes préalables isotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon et par essais de fluage en compression triaxiale pour du sel artificiel (Leite, 1991)

Type d'essais	Essais E.P.T.E.	Essais triaxiaux
b	0.135 à 0.446	0.246 à 0.375
n	2.02	2.03
σ_c (MPa)	54.45 à 202.10	49.61 à 90.96

N.B: Ces paramètres ont été calculés pour $\epsilon^*_c = 10^{-5} \text{ h}^{-1}$ dans les deux types d'essai.

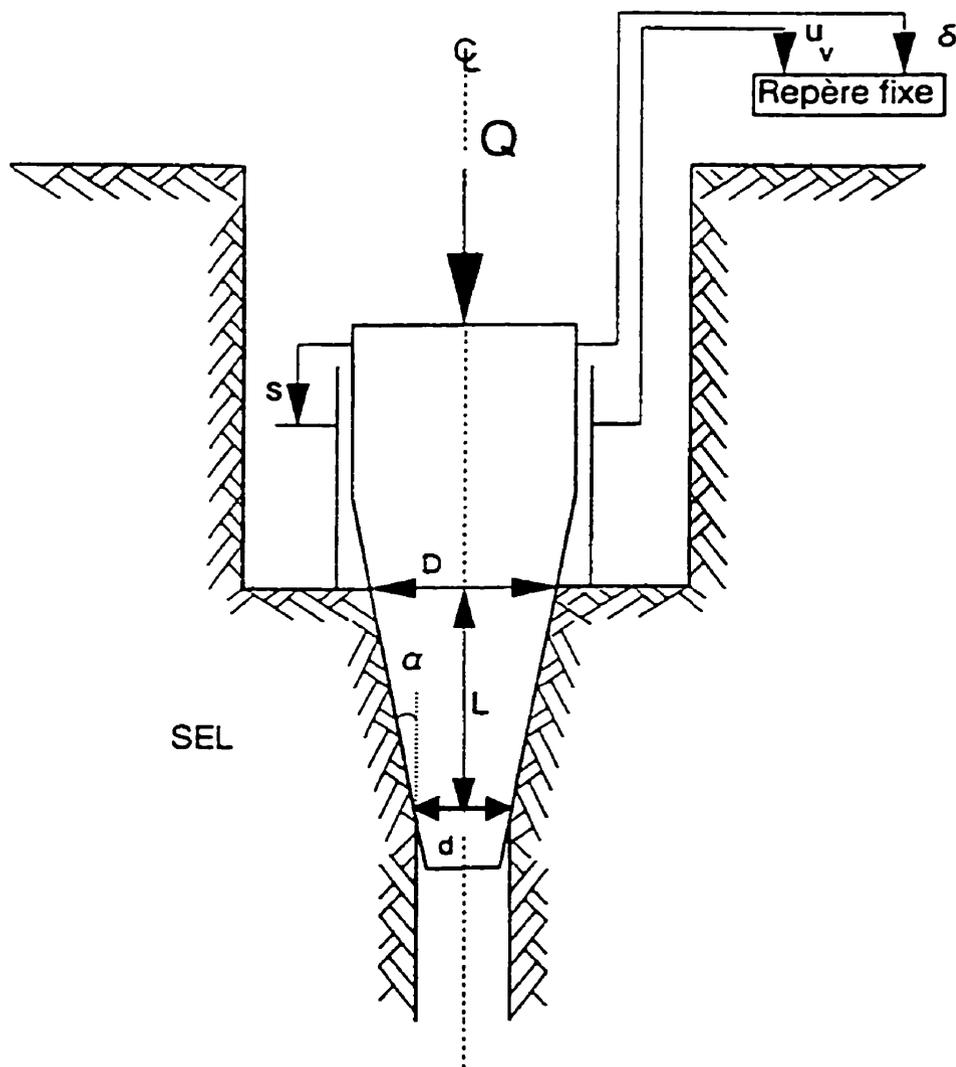


Figure 3-1: Schéma de l'essai E.P.T.E. in situ montrant les caractéristiques géométriques du poinçon (Leite, 1991).

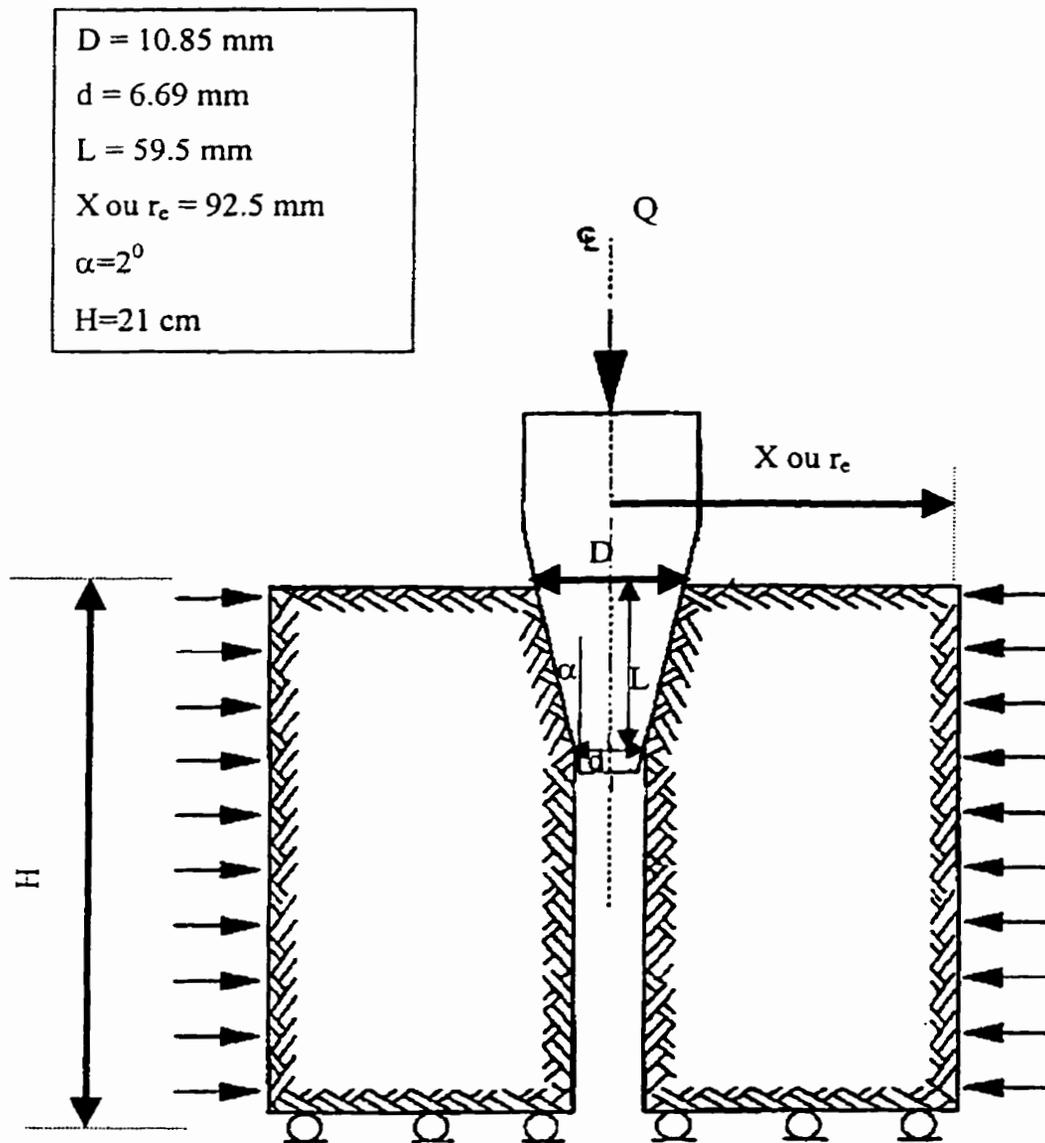


Figure 3-2: Schéma de l'essai E.P.T.E. au laboratoire montrant les dimensions typiques adoptées dans les analyses numériques avec COSMOS/M.

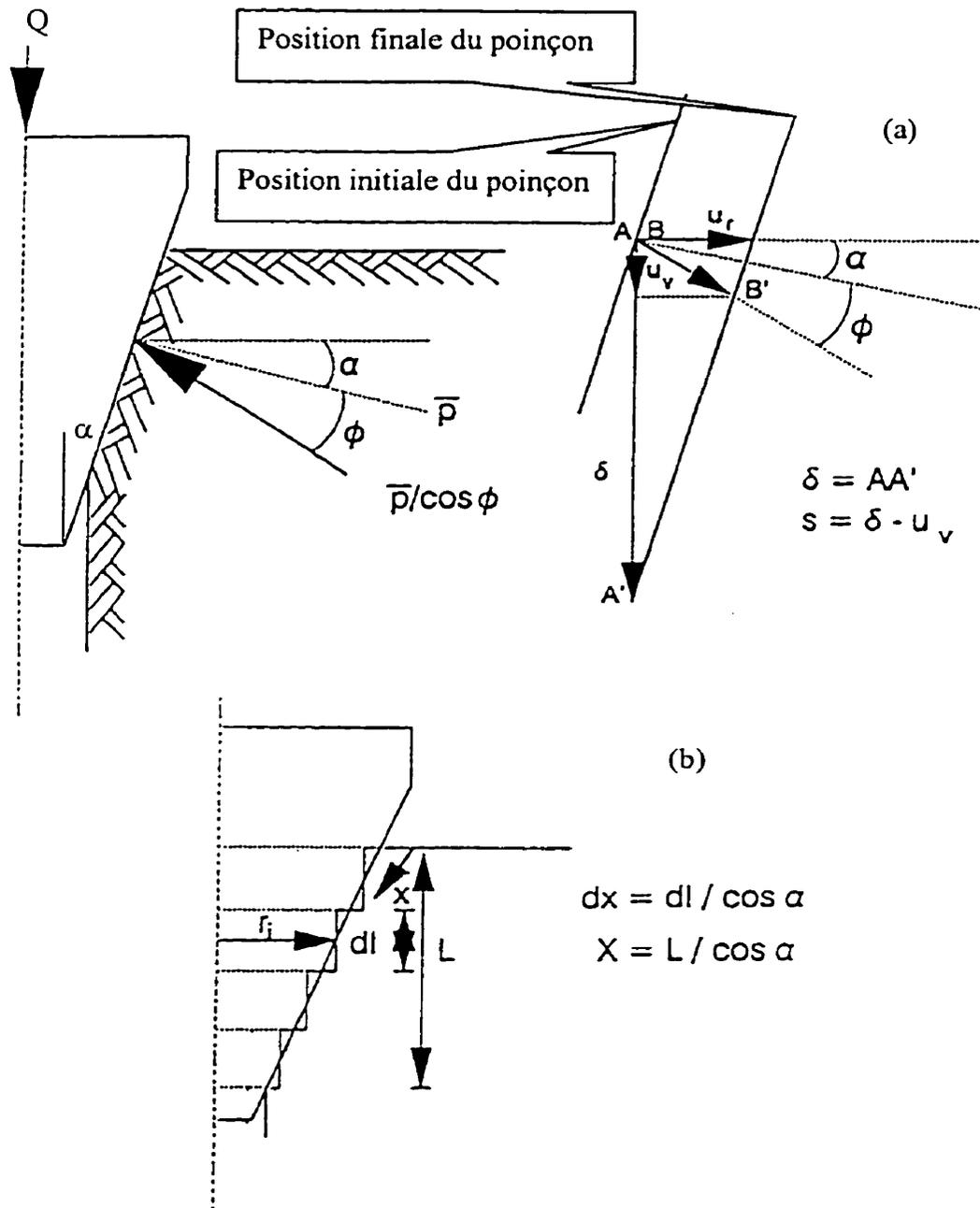


Figure 3-3: (a) Forces agissant sur le poinçon et composantes des déplacements au contact du poinçon; (b) modèle approximatif adopté pour l'interprétation de l'essai E.P.T.E. pour un milieu soumis à une sollicitation isotrope (Leite, 1991).

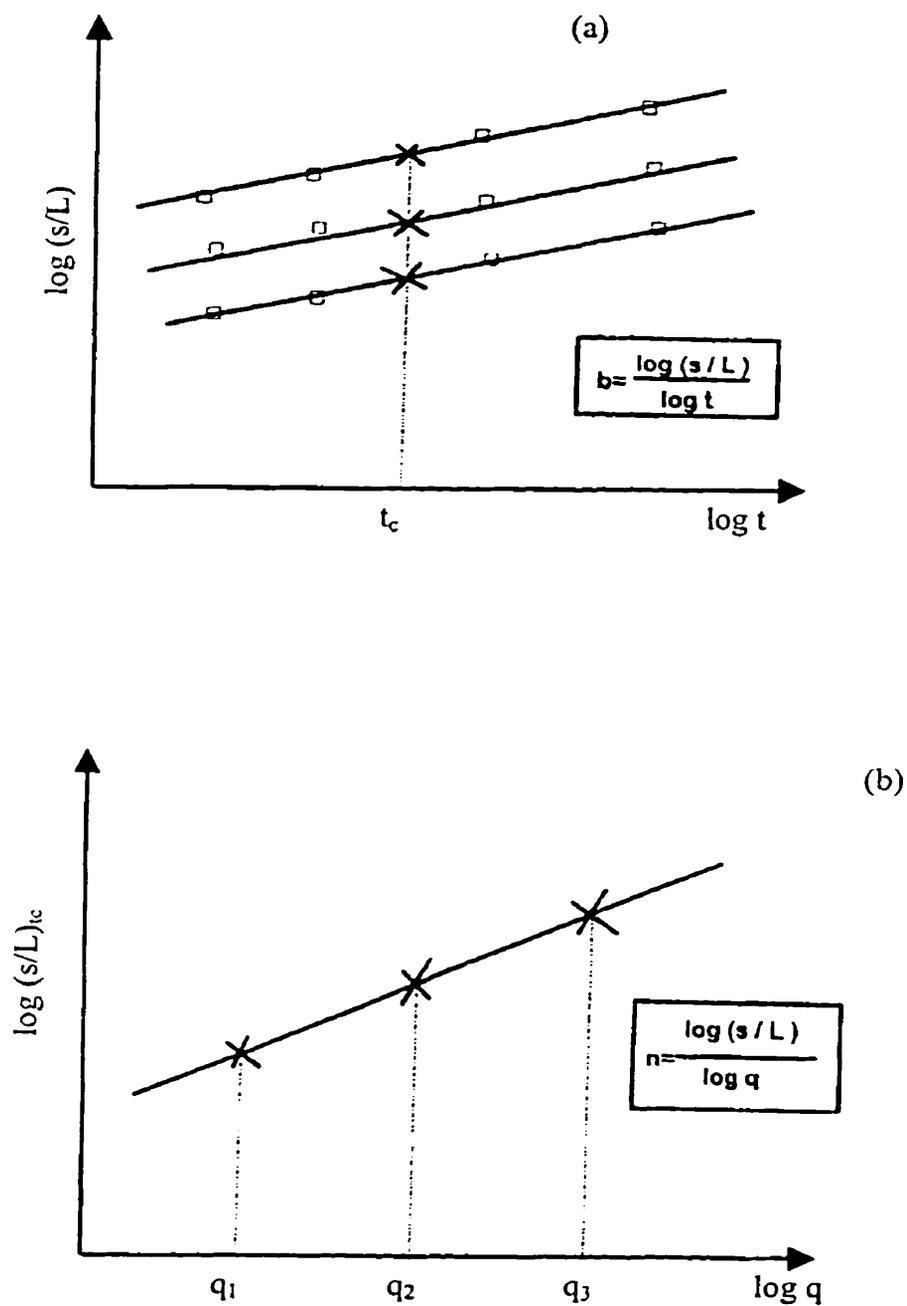


Figure 3-4: Méthode d'interprétation proposée pour l'essai E.P.T.E. en milieu soumis à un champ de contrainte isotrope: (a) détermination du paramètre b et (b) détermination du paramètre n de la loi de puissance (Leite, 1991).

CHAPITRE 4

MÉTHODE D'INTERPRÉTATION PROPOSÉE POUR L'ESSAI E.P.T.E. EN MILIEU ÉLASTIQUE LINÉAIRE SOUMIS À UN CHAMP DE CONTRAINTE ANISOTROPE

4.1 Introduction

Dans le présent chapitre, nous allons développer un modèle d'interprétation de l'essai E.P.T.E. dans le cas où celui-ci est effectué dans un milieu élastique linéaire soumis à un champ de contrainte anisotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon.

Hypothèses:

- 1- Contraintes planes: cette hypothèse est justifiée si l'essai est effectué à faible profondeur près d'une paroi ($\sigma_3=\sigma_z=0$); néanmoins, si l'essai est effectué en profondeur loin d'une paroi, cette hypothèse pourrait ne pas être tout à fait justifiée et on risque de se rapprocher beaucoup plus des conditions de déformations planes puisque dans ce cas $\sigma_z \neq 0$.
- 2- Le milieu a un comportement homogène et isotrope que ce soit dans le cas de comportement élastique linéaire ou le cas de comportement non linéaire (fluage).
- 3- L'axe de forage du trou est parallèle à l'une des directions des contraintes principales préalables en l'occurrence la contrainte principale mineure $\sigma_3=\sigma_z=0$; par conséquent, $\sigma_{\theta z}=\sigma_{z\theta}=0$.

4- Le phénomène d'ovalisation de la cavité est négligé. En effet, si on fait un trou dans un milieu déjà en contraintes anisotropes, on s'attend à ce que le trou se déforme en forme d'ovale mais si l'avancement du carottier est assez lent, l'ovalisation est instantanément retaillée et en première approximation, le trou de forage peut être considéré comme circulaire immédiatement après le percement du trou.

5- Le milieu testé est supposé non fissuré. Cette hypothèse est nécessaire pour une bonne interprétation de l'essai. En effet, si la fissuration intervient pendant la phase de mise en charge ou très tôt pendant la phase de fluage, les courbes obtenues ne nous permettent pas de faire une bonne interprétation du phénomène étudié (Figure 4-1). Le problème de fissuration va surtout se manifester si l'essai E.P.T.E. est fait en surface puisque le milieu est déjà fissuré et le confinement y est très faible. La solution que nous suggérons pour résoudre ce problème est d'augmenter le confinement. Au laboratoire, cette solution est facile à appliquer puisque le confinement peut être changé. Par contre, sur le terrain, étant donné que nous ne pouvons pas changer les contraintes naturelles, la solution est de faire l'essai E.P.T.E. plus en profondeur où le massif est plus sain et le confinement plus élevé.

6- Le coefficient de frottement est constant sur toute la surface de contact entre le sel et le poinçon et indépendant de la contrainte normale. Étant donné les fortes contraintes qui prévalent à la paroi du poinçon, cette hypothèse est justifiée. En effet, des essais de cisaillement direct entre le sel et l'acier effectués par Leite (1989), en utilisant du molybdène comme lubrifiant, démontrent que le coefficient de frottement diminue très rapidement avec la contrainte normale et qu'à partir d'une certaine valeur (0.7 à 0.9 MPa), il devient pratiquement constant (Figure 4-2).

Pour résoudre ce problème, il faut tout d'abord établir une relation entre le déplacement radial u_{ri} d'un point où $r=r_i$, la pression radiale P_i appliquée sur la paroi du trou en fonction des paramètres de déformabilité E et ν .

4.2 Contraintes et déplacements autour d'une cavité cylindrique pressurisée forcée dans un milieu infini de comportement élastique linéaire soumis à un champ de contrainte anisotrope

Dans le cas d'un milieu infini de comportement élastique linéaire, la résolution de ce problème est en fait une superposition de plusieurs états de contraintes parce que nous devons calculer les variations de déplacements dues aux variations de contraintes causées par l'application d'une pression à l'intérieur d'une cavité cylindrique déjà existante dans un milieu sollicité anisotropiquement par des contraintes σ_1 , σ_2 et $\sigma_z=0$.

L'état 1 est l'état de contraintes dans un milieu infini soumis à un chargement préalable anisotrope σ_1 , σ_2 et $\sigma_z=0$, avant le percement du trou.

L'état 2 est l'état de contraintes dans un milieu infini ayant déjà une cavité cylindrique pressurisée par une pression interne et qu'on vient par la suite solliciter anisotropiquement à l'aide des contraintes σ_1 , σ_2 et $\sigma_z=0$.

L'état 3 est donné par les variations de contraintes dues au percement d'une cavité cylindrique dans un milieu infini déjà soumis à un chargement préalable anisotrope σ_1 , σ_2 et $\sigma_z=0$ ainsi qu'à l'application d'une pression interne dans cette cavité. Ces variations de contraintes sont données par l'état 2 duquel on soustrait l'état 1.

L'état 4 est donné par les variations de contraintes dues au percement d'une cavité cylindrique dans un milieu infini déjà en contraintes anisotrope σ_1 , σ_2 et $\sigma_z=0$. Ces variations de contraintes sont données par l'état 3 dans lequel la pression interne dans la cavité est nulle.

Finalement les variations de contraintes, que nous cherchons, et qui sont dues à l'application d'une pression interne dans une cavité cylindrique forcée dans un milieu infini déjà en contrainte anisotrope σ_1 , σ_2 et $\sigma_z=0$ sont données par l'état 3 duquel on soustrait l'état 4.

L'état 1

C'est l'état des contraintes dans un milieu infini soumis à un chargement anisotrope σ_1 et σ_2 sur son contour extérieur, avant le percement de la cavité.

$$\begin{aligned}\sigma_{r1} &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\theta \\ \sigma_{\theta 1} &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\theta & \text{État 1} \\ \sigma_{r\theta 1} &= -\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\sin 2\theta\end{aligned}$$

l'état 2

La première étape consiste d'abord et avant tout de calculer les contraintes autour d'une cavité déjà existante dans un milieu soumis à une sollicitation anisotrope et pour cela nous allons utiliser la théorie de fonction caractéristique des contraintes d'Airy. La fonction des contraintes d'Airy pour un milieu infini avec un trou circulaire de rayon a est donnée par:

$$\phi = A_1 \log r + A_2 r^2 + (A_3 r^2 + A_4 r^4 + A_5 r^{-2} + A_6) \cos 2\theta \quad 4-1$$

Pour un milieu non pesant, les contraintes sont alors données par:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = \frac{A_1}{r^2} + 2A_2 + (-2A_3 - 6A_5 r^{-4} - 4A_6 r^{-2}) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} = -\frac{A_1}{r^2} + 2A_2 + (2A_3 + 12A_4 r^2 + 6A_5 r^4) \cos 2\theta \quad 4-2$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial \theta} = (2A_3 + 6A_4 r^2 - 6A_5 r^{-4} - 2A_6 r^{-2}) \sin 2\theta$$

Les conditions aux frontières sont:

- Pour $r=\infty$,

$$(\sigma_r)_{r=\infty} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta = 2A_2 - 2A_3 \cos 2\theta$$

$$(\sigma_\theta)_{r=\infty} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta \quad 4-3$$

$$(\sigma_{r\theta})_{r=\infty} = -\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta$$

- Pour $r=a$, nous allons supposer qu'on a une pression interne P_i telle que:

$P_i = P_1 + P_2 \cos 2\theta$ et les contraintes sont données par:

$$(\sigma_r)_{r=a} = \frac{A_1}{a^2} + 2A_2 + (-2A_3 - 6A_5 a^{-4} - 4A_6 a^{-2}) \cos 2\theta = P_1 + P_2 \cos 2\theta \quad 4-4$$

$$(\sigma_{r\theta})_{r=a} = (2A_3 + 6A_4 a^2 - 6A_5 a^{-4} - 2A_6 a^{-2}) \sin 2\theta = 0$$

Ce qui nous donne un système de 6 équations à 6 inconnues à résoudre:

$$\begin{cases}
 A_4 = 0 \\
 2A_2 = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \\
 -2A_3 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \\
 \frac{A_1}{a^2} + 2A_2 = P_1 \\
 2A_3 - 6A_5a^{-4} - 2A_6a^{-2} = 0 \\
 -2A_3 - 6A_5a^{-4} - 4A_6a^{-2} = P_2
 \end{cases}
 \quad 4-5$$

La solution de ce système d'équations est:

$$A_1 = \frac{a^2}{2}(2P_1 - (\sigma_1 + \sigma_2))$$

$$A_2 = \frac{1}{4}(\sigma_1 + \sigma_2)$$

$$A_3 = \frac{-1}{4}(\sigma_1 - \sigma_2)$$

$$A_4 = 0$$

4-6

$$A_5 = \frac{a^4}{12}(2P_2 - 3(\sigma_1 - \sigma_2))$$

$$A_6 = \frac{-a^2}{2}(P_2 - (\sigma_1 - \sigma_2))$$

En remplaçant les valeurs des A_i (équations 4-6) dans les expressions des contraintes (équations 4-2), on a:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{a^2}{2r^2}(2P_1 - (\sigma_1 + \sigma_2)) + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \\ &+ \left[\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) - \frac{1}{2} \frac{a^4}{r^4}(2P_2 - 3(\sigma_1 - \sigma_2)) + \frac{2a^2}{r^2}(P_2 - (\sigma_1 - \sigma_2)) \right] \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= -\frac{a^2}{2r^2}(2P_1 - (\sigma_1 + \sigma_2)) + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \left[-\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) + \frac{1}{2} \frac{a^4}{r^4}(2P_2 - 3(\sigma_1 - \sigma_2)) \right] \cos 2\theta\end{aligned}\quad 4-7$$

$$\sigma_{r\theta} = \left[-\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) - \frac{1}{2} \frac{a^4}{r^4}(2P_2 - 3(\sigma_1 - \sigma_2)) + \frac{a^2}{r^2}(P_2 - (\sigma_1 - \sigma_2)) \right] \sin 2\theta$$

Ces équations peuvent aussi se mettre sous la forme suivante:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{a^2}{r^2} P_1 + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta - \frac{a^4}{r^4} P_2 \cos 2\theta \\ &+ \frac{2a^2}{r^2} P_2 \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{a^2}{r^2} P_1 - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta + \frac{a^4}{r^4} P_2 \cos 2\theta \\ \sigma_{r\theta} &= -\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta - \frac{a^4}{r^4} P_2 \sin 2\theta + \frac{a^2}{r^2} P_2 \sin 2\theta\end{aligned}\quad 4-8$$

L'état 3

Ce sont les variations des contraintes dues au percement d'une cavité cylindrique dans un milieu infini déjà soumis à un chargement anisotrope σ_1 , σ_2 et $\sigma_z=0$ sur son contour extérieur ainsi qu'à l'application d'une pression interne $P_i(\theta)$ à l'intérieur de cette cavité. Les variations de contraintes dues à cet état sont données par l'état (2) duquel on soustrait l'état (1).

$$\Delta\sigma_{r3} = \frac{a^2}{2r^2} [2P_1 - (\sigma_1 + \sigma_2)] + \left[-\frac{1a^4}{2r^4} (2P_2 - 3(\sigma_1 - \sigma_3)) + \frac{2a^2}{r^2} (P_2 - (\sigma_1 - \sigma_3)) \right] \cos 2\theta$$

$$\Delta\sigma_{\theta 3} = -\frac{a^2}{2r^2} [2P_1 - (\sigma_1 + \sigma_2)] + \left[\frac{1a^4}{2r^4} (2P_2 - 3(\sigma_1 - \sigma_2)) \right] \cos 2\theta$$

État 3

$$\Delta\sigma_{r\theta 3} = \left[-\frac{1a^4}{2r^4} (2P_2 - (\sigma_1 - \sigma_2)) + \frac{a^2}{r^2} (P_2 - (\sigma_1 - \sigma_2)) \right] \sin 2\theta$$

L'état 4

Les variations de contraintes dues au percement d'une cavité cylindrique dans un milieu infini déjà soumis à une sollicitation anisotrope σ_1 , σ_2 et $\sigma_z=0$ sont données par l'état (3) dans lequel la pression interne $P_i(\theta)$ est nulle c'est-à-dire que $P_1=P_2=0$.

$$\Delta\sigma_{r4} = -\frac{a^2}{2r^2} (\sigma_1 + \sigma_2) + \left[\frac{3}{2} \frac{a^4}{r^4} (\sigma_1 - \sigma_2) - 2 \frac{a^2}{r^2} (\sigma_1 - \sigma_2) \right] \cos 2\theta$$

$$\Delta\sigma_{\theta 4} = \frac{a^2}{2r^2} (\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{3}{2} \frac{a^4}{r^4} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta$$

État 4

$$\Delta\sigma_{r\theta 4} = \left[\frac{3}{2} \frac{a^4}{r^4} (\sigma_1 - \sigma_2) - \frac{a^2}{r^2} (\sigma_1 - \sigma_2) \right] \sin 2\theta$$

Finalement les variations de contraintes dues à l'application d'une pression interne $P_i(\theta)=P_1+P_2 \cos 2\theta$ dans une cavité cylindrique forcée dans un milieu infini déjà en contraintes anisotropes σ_1 , σ_2 et $\sigma_z=0$ sont données par l'état (3) duquel on soustrait l'état (4).

$$\Delta\sigma_r = \frac{a^2}{r^2} P_1 - \left(\frac{a^4}{r^4} - \frac{2a^2}{r^2} \right) P_2 \cos 2\theta$$

$$\Delta\sigma_\theta = -\frac{a^2}{r^2} P_1 + \frac{a^4}{r^4} P_2 \cos 2\theta$$

4-9

$$\Delta\sigma_{r\theta} = -\left(\frac{a^4}{r^4} - \frac{a^2}{r^2} \right) P_2 \sin 2\theta$$

En condition de contraintes planes, les variations de déplacements dues à ces variations de contraintes sont données par:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{E} \left[(1 - \nu^2) \Delta\sigma_r - \nu(1 + \nu) \Delta\sigma_\theta \right]$$

$$\frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} = \frac{1}{E} \left[(1 - \nu^2) \Delta\sigma_\theta - \nu(1 + \nu) \Delta\sigma_r \right]$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} = \frac{2(1 - \nu)}{E} \Delta\sigma_{r\theta}$$

4-10

et

$$\varepsilon(z) = \frac{\partial W}{\partial z} = \frac{\nu}{E} (\Delta\sigma_r + \Delta\sigma_\theta)$$

on trouve:

$$\Delta u = -\frac{a^2}{r} P_1 \frac{1+\nu}{E} - \left[\frac{1-\nu^2}{E} P_2 \left(\frac{2a^2}{r} - \frac{1a^4}{3r^3} \right) - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \frac{1a^4}{3r^3} P_2 \right] \cos 2\theta$$

4-11

si $r=a$, on a:

$$\Delta u = -\frac{1+\nu}{E} a P_1 + \frac{(1+\nu)}{3E} (6\nu-5) a P_2 \cos 2\theta$$

4-12

Si cette variation de déplacements est causée par un poinçon comme dans le cas d'un essai E.P.T.E., elle doit être uniforme et le terme en $\cos 2\theta$ est par conséquent nul et on a donc:

$$|\Delta u| = \frac{1 + \nu}{E} a P_1$$

et

4-13

$$P_1 = 2G \frac{|\Delta u|}{a}$$

Nous constatons que dans un milieu infini de comportement élastique linéaire soumis à un champ de contrainte anisotrope, la variation de contrainte radiale due à une variation de déplacement uniforme est indépendante des contraintes préalables appliquées au milieu; elle est seulement fonction de la grandeur de la variation de déplacement.

Pour faciliter les écritures cette variation de déplacement $|\Delta u|$ sera désormais notée tout simplement u .

4.3 Contraintes et déplacements autour d'une cavité cylindrique pressurisée forée dans un milieu fini de comportement élastique linéaire soumis à un champ de contrainte anisotrope

La vérification au laboratoire des équations présentées plus tôt se fait évidemment sur des blocs de dimensions finies. Comme les contraintes appliquées sont anisotropes, il n'est plus possible de le faire sur des échantillons cylindriques comme dans le cas d'une sollicitation isotrope. Pour cette vérification au laboratoire, nous adopterons donc des échantillons cubiques (Figure 4-3a). Toutefois il faudra prendre

certaines précautions sur les dimensions notamment en donnant au demi-côté du carré une valeur au moins égale à quatre fois le rayon a du trou, distance au-delà de laquelle, d'après les formules de Kirsch, l'influence du trou sur l'état de contraintes régional deviendrait négligeable (Saleh, 1985).

Sur le plan théorique, un tel raisonnement n'est pas acceptable dans la mesure où on voudrait appliquer à un milieu fini des formules développées pour un milieu infini. Toutefois sur le plan pratique, on peut toujours les utiliser et quantifier l'erreur reliée à une telle approximation à l'aide de la modélisation numérique.

4.3.1 Approximation du contour extérieur du carré en coordonnées polaires

En tenant compte des remarques précédentes, si on veut modéliser l'essai E.P.T.E. en milieu fini sollicité anisotropiquement, on se heurte à des difficultés de deux ordres:

- les deux frontières interne et externe ne sont pas de même nature; en effet le contour intérieur est polaire puisqu'il s'agit d'un cercle tandis que le contour extérieur n'est pas polaire puisqu'il s'agit d'un carré,

- il y a discontinuité des contraintes sur le contour extérieur où:

$$\sigma_{xx} = \sigma_1 \text{ pour } 0 \leq \theta \leq 45^\circ$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_2 \text{ pour } 45^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$$

4-14

$$\sigma_{xy} = 0 \text{ pour } 0 \leq \theta \leq 90^\circ$$

Cet état de fait pose alors des problèmes du point de vue mathématique. Pour simplifier le problème et éviter les difficultés citées plus haut, on fait l'approximation du contour extérieur du carré par un carré avec des coins arrondis (figure 4-3b) que l'on peut alors exprimer en coordonnées polaires par l'expression suivante:

$$\rho(\theta) = \sqrt{M} = 0.61 \cdot X \cdot \sqrt{3.64 - \cos 4\theta} \quad 4-15$$

où X est le demi-côté du carré.

Cette approche a été déjà utilisée auparavant par Saleh (1985) dans la détermination des paramètres élastiques à l'aide de la fracturation pressiométrique. La différence entre l'étude de Saleh (1985) et celle que nous faisons dans la présente thèse réside dans le fait que dans les travaux de Saleh (1985), la pression interne est appliquée par un pressiomètre et est par conséquent uniforme tandis que dans le cadre de cette thèse nous allons imposer un déplacement uniforme à l'aide d'un poinçon en acier supposé indéformable puisque sa rigidité est très grande par rapport au milieu testé.

4.3.2 Les conditions aux frontières

Si le milieu est infini, la condition frontière est exprimée en coordonnées polaires sous la forme des équations 4-3:

$$(\sigma_r)_{r=\infty} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta$$

$$(\sigma_\theta)_{r=\infty} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta$$

$$(\sigma_{r\theta})_{r=\infty} = -\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta$$

qui montrent que loin du trou, le champ des contraintes n'est pas perturbé par le percement du trou. Nous supposons qu'il en est de même sur le contour du carré et on a:

$$\begin{aligned}(\sigma_r)_{r=\sqrt{M}} &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta \\(\sigma_\theta)_{r=\sqrt{M}} &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta \\(\sigma_{r\theta})_{r=\sqrt{M}} &= -\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta\end{aligned}\tag{4-16}$$

Sur le contour intérieur par contre, que le milieu soit fini ou infini, la condition frontière est donnée par les équations suivantes en coordonnées polaires:

$$\begin{aligned}(\sigma_r)_{r=a} &= P_i(\theta) = P_1 + P_2 \cos 2\theta \\(\sigma_{r\theta})_{r=a} &= 0\end{aligned}\tag{4-17}$$

Nous faisons l'hypothèse que la pression appliquée sur le contour intérieur pour produire un déplacement uniforme est de la forme $P_i(\theta) = P_1 + P_2 \cos 2\theta$.

De la même façon que dans le cas du milieu infini, la fonction d'Airy des contraintes est donnée par l'équation 4-1:

$$\phi = A_1 \log r + A_2 r^2 + (A_3 r^2 + A_4 r^4 + A_5 r^{-2} + A_6) \cos 2\theta$$

et les contraintes par les équations 4-2:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = \frac{A_1}{r^2} + 2A_2 + (-2A_3 - 6A_5 r^{-4} - 4A_6 r^{-2}) \cos 2\theta$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} = -\frac{A_1}{r^2} + 2A_2 + (2A_3 + 12A_4 r^2 + 6A_5 r^4) \cos 2\theta$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial \theta} = (2A_3 + 6A_4 r^2 - 6A_5 r^{-4} - 2A_6 r^{-2}) \sin 2\theta$$

Ces équations doivent satisfaire les conditions aux frontières données par les équations 4-16 et 4-17.

En identifiant les termes de même degré, on obtient un système de 6 équations à 6 inconnues à résoudre:

$$\begin{cases} \frac{A_1}{M} + 2A_2 = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \\ -2A_3 - 6A_5 M^{-2} - 4A_6 M^{-1} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \\ 2A_3 + 6A_4 M - 6A_5 M^{-2} - 2A_6 M^{-1} = -\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \\ \frac{A_1}{a^2} + 2A_2 = P_1 \\ 2A_3 + 6A_4 a^2 - 6A_5 a^{-4} - 2A_6 a^{-2} = 0 \\ -2A_3 - 6A_5 a^{-4} - 4A_6 a^{-2} = P_2 \end{cases} \quad \mathbf{4-18}$$

La solution de ce système d'équations est donnée par:

$$A_1 = -\frac{1}{2} M a^2 \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 - 2P_1)}{(M - a^2)}$$

$$A_2 = \frac{(M\sigma_1 + M\sigma_2 - 2P_1 a^2)}{4(M - a^2)}$$

$$A_3 = - \frac{(M^3 \sigma_1 - M^3 \sigma_2 - 4M^2 a^2 P_2 + M^2 a^2 \sigma_1 - M^2 a^2 \sigma_2 - 2M a^4 P_2 + 4M a^4 \sigma_1 - 4M a^4 \sigma_2 - 2a^6 P_2)}{4(M-a^2)^3}$$

$$A_4 = \frac{a^2 (3M \sigma_1 - 3M \sigma_2 - 3M P_2 - a^2 P_2)}{6(M-a^2)^3} \quad 4-19$$

$$A_5 = - \frac{1}{12} a^4 M^2 \frac{(3M \sigma_1 - 3M \sigma_2 + 3a^2 \sigma_1 - 3a^2 \sigma_2 - 2M P_2 - 6a^2 P_2)}{(M-a^2)^3}$$

$$A_6 = \frac{1}{2} a^2 M \frac{(M^2 \sigma_1 - M^2 \sigma_2 + M a^2 \sigma_1 - M a^2 \sigma_2 + a^4 \sigma_1 - a^4 \sigma_2 - 2a^4 P_2 - M a^2 P_2 - M^2 P_2)}{(M-a^2)^3}$$

Si $P_1=P_2=0$, nous obtenons les expressions suivantes:

$$A_1 = - \frac{a^2 M (\sigma_1 + \sigma_2)}{2(M-a^2)}$$

$$A_2 = \frac{M (\sigma_1 + \sigma_2)}{4(M-a^2)}$$

$$A_3 = - \frac{M (M^2 + M a^2 + 4a^4) (\sigma_1 - \sigma_2)}{4(M-a^2)^3}$$

$$A_4 = \frac{M a^2 (\sigma_1 - \sigma_2)}{2(M-a^2)^3} \quad 4-20$$

$$A_5 = - \frac{M^2 a^4 (M + a^2) (\sigma_1 - \sigma_2)}{4(M-a^2)^3}$$

$$A_6 = \frac{M a^2 (M^2 + M a^2 + a^4) (\sigma_1 - \sigma_2)}{2(M-a^2)^3}$$

qui constituent la solution de Saleh (1985).

En remplaçant les valeurs des A_i (équations 4-20) dans les expressions des contraintes (équations 4-2), on a:

$$\begin{aligned} \sigma_r = & \frac{1}{2(M-a^2)} \left[M\sigma_1 + M\sigma_2 - 2a^2P_1 - \frac{Ma^2}{r^2} (\sigma_1 + \sigma_2 - 2P_1) \right] + \\ & \left\{ \frac{M^3\sigma_1 - M^3\sigma_2 - 4M^2a^2P_2 + M^2a^2\sigma_1 - M^2a^2\sigma_2 - 2Ma^4P_2 + 4Ma^4\sigma_1 - 4Ma^4\sigma_2 - 2a^6P_2}{2(M-a^2)^3} \right\} \\ & + \frac{1}{2} \frac{M^2a^4}{r^4} \left[\frac{(3M\sigma_1 - 3M\sigma_2 + 3a^2\sigma_1 - 3a^2\sigma_2 - 2MP_2 - 6a^2P_2)}{(M-a^2)^3} \right] \\ & - \frac{2Ma^2}{r^2} \left[\frac{M^2\sigma_1 - M^2\sigma_2 + Ma^2\sigma_1 - Ma^2\sigma_2 + a^4\sigma_1 - a^4\sigma_2 - 2a^4P_2 - Ma^2P_2 - M^2P_2}{(M-a^2)^3} \right] \left. \right\} \cos 2\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} = & \frac{1}{2(M-a^2)} \left[\frac{Ma^2}{r^2} (\sigma_1 + \sigma_2 - 2P_1) + (M\sigma_1 + M\sigma_2 - 2a^2P_1) \right] + \\ & \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{M^3\sigma_1 - M^3\sigma_2 - 4M^2a^2P_2 + M^2a^2\sigma_1 - M^2a^2\sigma_2 - 2Ma^4P_2 + 4Ma^4\sigma_1 - 4Ma^4\sigma_2 - 2a^6P_2}{(M-a^2)^3} \right) \right\} \\ & + 2a^2r^2 \left[\frac{3M\sigma_1 - 3M\sigma_2 - 3MP_2 - a^2P_2}{(M-a^2)^3} \right] \\ & + \left[-\frac{1}{2} \frac{a^4M^2}{r^4} \left(\frac{3M\sigma_1 - 3M\sigma_2 + 3a^2\sigma_1 - 3a^2\sigma_2 - 2MP_2 - 6a^2P_2}{(M-a^2)^3} \right) \right] \left. \right\} \cos 2\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} = & \frac{1}{(M-a^2)^3} \left[\left[-\frac{1}{2} (M^3\sigma_1 - M^3\sigma_2 - 4M^2a^2P_2 + M^2a^2\sigma_1 - M^2a^2\sigma_2 - 2Ma^4P_2 + 4Ma^4\sigma_1 - 4Ma^4\sigma_2 - 2a^6P_2) \right] \right. \\ & + a^2r^2 [3M\sigma_1 - 3M\sigma_2 - 3MP_2 - a^2P_2] \\ & + \frac{1}{2} \frac{a^4M^2}{r^4} [3M\sigma_1 - 3M\sigma_2 + 3a^2\sigma_1 - 3a^2\sigma_2 - 2MP_2 - 6a^2P_2] \\ & \left. - \frac{a^2M}{r^2} [M^2\sigma_1 - M^2\sigma_2 + Ma^2\sigma_1 - Ma^2\sigma_2 + a^4\sigma_1 - a^4\sigma_2 - 2a^4P_2 - Ma^2P_2 - M^2P_2] \right] \sin 2\theta \end{aligned}$$

4-21

avec M donné par l'équation 4-15: $M = \rho^2 = 0.37 \cdot X^2 \cdot (3.64 - \cos 4\theta)$

Ces équations nous donnent l'état de contrainte dans un milieu fini ayant déjà une cavité cylindrique pressurisée par une pression interne $P_i(\theta)$ et qu'on vient par la suite soumettre à une contrainte anisotrope σ_1 , σ_2 et $\sigma_z=0$ sur son contour extérieur.

Pour le cas particulier où $P_1=P_2=0$, on obtient:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{M(\sigma_1 + \sigma_2)}{2(M-a^2)} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{M(\sigma_1 - \sigma_2)}{2(M-a^2)^3} \left[(M^2 + a^2 M + 4a^4) + \frac{3M(M+a^2)a^4}{r^4} + \frac{4(M^2 + a^2 M + a^4)a^2}{r^2} \right] \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{M(\sigma_1 + \sigma_2)}{2(M-a^2)} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{M(\sigma_1 - \sigma_2)}{2(M-a^2)^3} \left[(M^2 + a^2 M + 4a^4) - 12a^2 r^2 + \frac{3M(M+a^2)a^4}{r^4} \right] \cos 2\theta \\ \sigma_{r\theta} &= \frac{M(\sigma_1 - \sigma_2)}{2(M-a^2)^3} \left[-(M^2 + a^2 M + 4a^4) + 6a^2 r^2 + \frac{3M(M+a^2)a^4}{r^4} - \frac{2(M^2 + a^2 M + a^4)a^2}{r^2} \right] \sin 2\theta\end{aligned}$$

4-22

qui constituent la solution obtenue par Saleh (1985).

En faisant le même cheminement que dans le cas d'un milieu infini, on trouve que les variations de contraintes dues à l'application d'une pression interne $P_i(\theta)=P_1+P_2\cos 2\theta$ dans une cavité cylindrique forée dans un milieu fini déjà en contraintes anisotropes σ_1 et σ_2 sont données par:

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_r &= -\frac{a^2(r^2-M)}{r^4(M-a^2)^3} \left[P_1(r^2 M^2 + a^4 r^2 - 2a^2 r^2 M) + (r^2 a^2 M + a^4 r^2 + 2M^2 r^2 - 3Ma^4 - M^2 a^2) P_2 \cos 2\theta \right] \\ \Delta\sigma_\theta &= -\frac{a^2}{r^4(M-a^2)^3} \left[P_1(r^2 M^3 - 2a^2 r^2 M^2 + a^4 r^2 M + r^4 M^2 - 2r^4 a^2 M + r^4 a^4) \right] - \\ &\quad \frac{a^2}{r^4(M-a^2)^3} \left[-r^4 a^2 M - r^4 a^4 + 6r^6 M + 2r^6 a^2 - a^2 M^3 - 3a^4 M^2 - 2r^4 M^2 \right] P_2 \cos 2\theta\end{aligned}$$

$$\Delta \sigma_{\theta} = -\frac{a^2}{r^4(M-a^2)^3} [-2a^4 r^2 M - a^2 r^2 M - r^2 M^3 + a^2 M^3 + 3a^4 M^2 + r^6 a^2 - a^2 r^4 M - 2r^4 M^2 + 3r^6 M - a^4 r^4] P_2 \cos 2\theta$$

4-23

En utilisant les équations 4-10 pour le calcul des variations de déplacements causées par ces variations de contraintes en conditions de contraintes planes on trouve que:

$$\begin{aligned} \Delta u = & -\frac{(1-\nu^2)}{E} \frac{a^2}{3r^3(M-a^2)^3} [P_1(3r^4 M^2 + 3r^4 a^4 - 6r^4 a^2 M + 3M^3 r^2 + 3Mr^2 a^4 - 6M^2 a^2 r^2)] - \\ & \frac{(1-\nu^2)}{E} \frac{a^2}{3r^3(M-a^2)^3} [(3r^4 a^4 + 6r^4 M^2 + 3r^4 a^2 M + 12Mr^2 a^4 + 6M^3 r^2 + 6M^2 a^2 r^2 - M^3 a^2 - 3M^2 a^4)] P_2 \cos 2\theta \\ & + \frac{\nu(1+\nu)}{E} \frac{a^2}{3r^3(M-a^2)^3} [P_1(3r^4 M^2 + 3r^4 a^4 - 6r^4 a^2 M - 3M^3 r^2 - 3Mr^2 a^4 + 6M^2 a^2 r^2)] \\ & \frac{\nu(1+\nu)}{E} \frac{a^2}{3r^3(M-a^2)^3} [8a^2 r^6 - 3r^4 a^4 - 6r^4 M^2 - 3r^4 a^2 M + 3M^2 a^4 + M^3 a^2] P_2 \cos 2\theta \end{aligned}$$

4-24

si $r = a$, on a:

$$\begin{aligned} \Delta u = & -\frac{(1-\nu^2)}{E} \frac{1}{3(M-a^2)^3} [P_1(-3a^3 M^2 + 3a^7 - 3a^5 M + 3a M^3) + (3a^7 + 9M^2 a^3 + 15a^5 M + 5a M^3) P_2 \cos 2\theta] \\ & + \frac{\nu(1+\nu)}{E} \frac{1}{3(M-a^2)^3} [P_1(9a^3 M^2 + 3a^7 - 9a^5 M - 3a M^3) + (5a^7 - 3M^2 a^3 - 3a^5 M + M^3 a) P_2 \cos 2\theta] \end{aligned}$$

4-25

Si cette variation de déplacements est causée par un poinçon comme dans le cas d'un essai E.P.T.E., elle doit être uniforme et par conséquent les termes en $\cos 2\theta$ doivent être nuls et on a:

$$\Delta u = -\frac{a(1+\nu)}{E} \left(\frac{a^2 + M - 2\nu a^2}{M - a^2} \right) P_1$$

4-26

En notant $|\Delta u|$ tout simplement u comme dans le cas d'un milieu fini, on a:

$$P_1 = 2 G \frac{u}{a} \frac{M - a^2}{a^2 + M - 2 \nu a^2} \quad 4-27$$

Tout comme dans un milieu infini, nous constatons que dans un milieu fini de comportement élastique linéaire soumis à un champ de contrainte anisotrope, la variation de contrainte radiale due à une variation de déplacement uniforme est indépendante des contraintes préalables appliquées au milieu; elle est seulement fonction de la grandeur de la variation des contraintes.

Quand M tend vers l'infini dans l'équation 4-27, on retrouve les mêmes expressions des variations des contraintes et des déplacements que dans le cas d'un milieu infini.

REMARQUE:

À première vue l'expression $\frac{M - a^2}{a^2 + M - 2\nu a^2}$ dépend de θ puisque M dépend de θ

par l'équation $M = \rho^2 = 0.37 X^2 (3.64 - \cos 4\theta)$ qui relie M à X ; mais on remarque qu'elle devient très rapidement insensible à θ quand le rapport X/a augmente. On estime que la valeur X/a à partir de laquelle l'expression donnée plus tôt devient indépendante de θ est de 4 mais il est préférable que ce rapport soit plus grand.

4.4 Poinçonnement dans un milieu infini de comportement élastique linéaire

Nous savons que dans un milieu infini de comportement élastique linéaire, les déplacements et la pression interne sont reliés entre eux par l'équation 4-13:

$$P_i = 2G \frac{u}{a}$$

En suivant le même cheminement que Leite (1991), on trouve que:

$$s_i^{el} = \frac{LQ(\cos \alpha - \tan \phi \sin \alpha)}{\pi G(D-d)^2 \left(1 + \frac{\tan \phi}{\tan \alpha}\right)} \quad 4-28$$

Nous retrouvons le même résultat que dans le cas où la contrainte préalable appliquée au milieu est isotrope égale à P_0 ce qui est normal puisque l'enfoncement du poinçon dans un milieu de comportement élastique linéaire est indépendant des contraintes préalables appliquées au milieu, il est uniquement fonction de la charge Q appliquée sur le poinçon et donc de la variation de contraintes induite par l'enfoncement du poinçon.

Nous pouvons donc calculer le module de cisaillement G à l'aide de l'expression:

$$G = \frac{L Q (\cos \alpha - \tan \phi \sin \alpha)}{s_i^{el} \pi (D-d)^2 \left(1 + \frac{\tan \phi}{\tan \alpha}\right)} \quad 4-29$$

4.5 Poinçonnement dans un milieu fini de comportement élastique linéaire

Nous savons que dans un milieu fini de comportement élastique linéaire, les déplacements et la pression interne sont reliés entre eux par l'équation 4-27:

$$P_1 = 2 G \frac{u}{a} \frac{M - a^2}{a^2 + M - 2 v a^2} \quad 4-27$$

En suivant le même cheminement que Leite (1991), on trouve que:

$$S_r^{el} = \frac{Q(\cos\alpha - \tan\phi\sin\alpha)}{2 \frac{G}{a} (\sin\alpha + \tan\phi\cos\alpha) \int_0^{2\pi/\cos\alpha} \int_0^{L/\cos\alpha} \frac{(M - a^2)}{(a^2 + M - 2va^2)} dx d\theta} \quad 4-30$$

L'intégrale suivante:

$$\int_0^{2\pi/\cos\alpha} \int_0^{L/\cos\alpha} \frac{(M - a^2)}{(a^2 + M - 2va^2)} dx d\theta \quad 4-31$$

qui représente le terme correcteur dû aux dimensions finies du problème peut être évaluée numériquement en remplaçant a et M par leurs expressions respectives c'est-à-dire: $M = 0.37 X^2 (3.64 - \cos 4\theta)$ et $a = \frac{D}{2} - x \sin\alpha$ et en remplaçant tous les paramètres constants connus c'est-à-dire qui ne varient pas au cours de l'essai par leurs valeurs respectives. Comme dans le cas d'un milieu infini, nous constatons que l'enfoncement du poinçon est indépendant des contraintes préalables appliquées au milieu mais n'est fonction que de la charge Q appliquée sur le poinçon et donc de la variation de contraintes induite par l'enfoncement du poinçon.

De la même façon que dans le cas du milieu infini, on peut calculer le module de cisaillement G et si le coefficient de Poisson ν est connu ou estimé par un autre essai, on peut en déduire le module de Young E par à l'aide de la loi de Hooke.

Ces résultats montrent qu'en milieu de comportement élastique linéaire fini ou infini soumis à un champ de contraintes anisotropes, l'enfoncement, s , du poinçon ne dépend pas de du champ des contraintes préalables dans le milieu testé, mais uniquement de la charge appliquée sur le poinçon et par conséquent uniquement de la variation des contraintes induite par l'enfoncement du poinçon.

Remarque: Nous avons effectué le même cheminement en vue d'obtenir une relation contrainte-déplacement dans un milieu en fluage (de comportement non linéaire) soumis à un champ de contraintes préalables anisotrope tant en conditions de contraintes planes que de déformations planes. Les équations différentielles des contraintes auxquelles nous avons abouti, après discussion avec Soulié, 1998; Mbaraga, 1998, et Vanderstraten, 1998, se sont avérées, à notre avis, sans solutions analytiques qui nous permettraient de mener la même démarche que celle adoptée dans le cas d'un milieu de comportement élastique linéaire. Leurs développements complets sont donnés en annexe II et III. Néanmoins, dans les travaux futurs, une attention particulière devrait être portée sur ces équations pour leur validation, éventuellement à l'aide de solutions numériques. L'objectif de la présente étude n'étant pas la validation de ces équations, nous avons alors orienté notre travail vers la simulation numérique de l'essai E.P.T.E. qui sera présentée au chapitre 6.

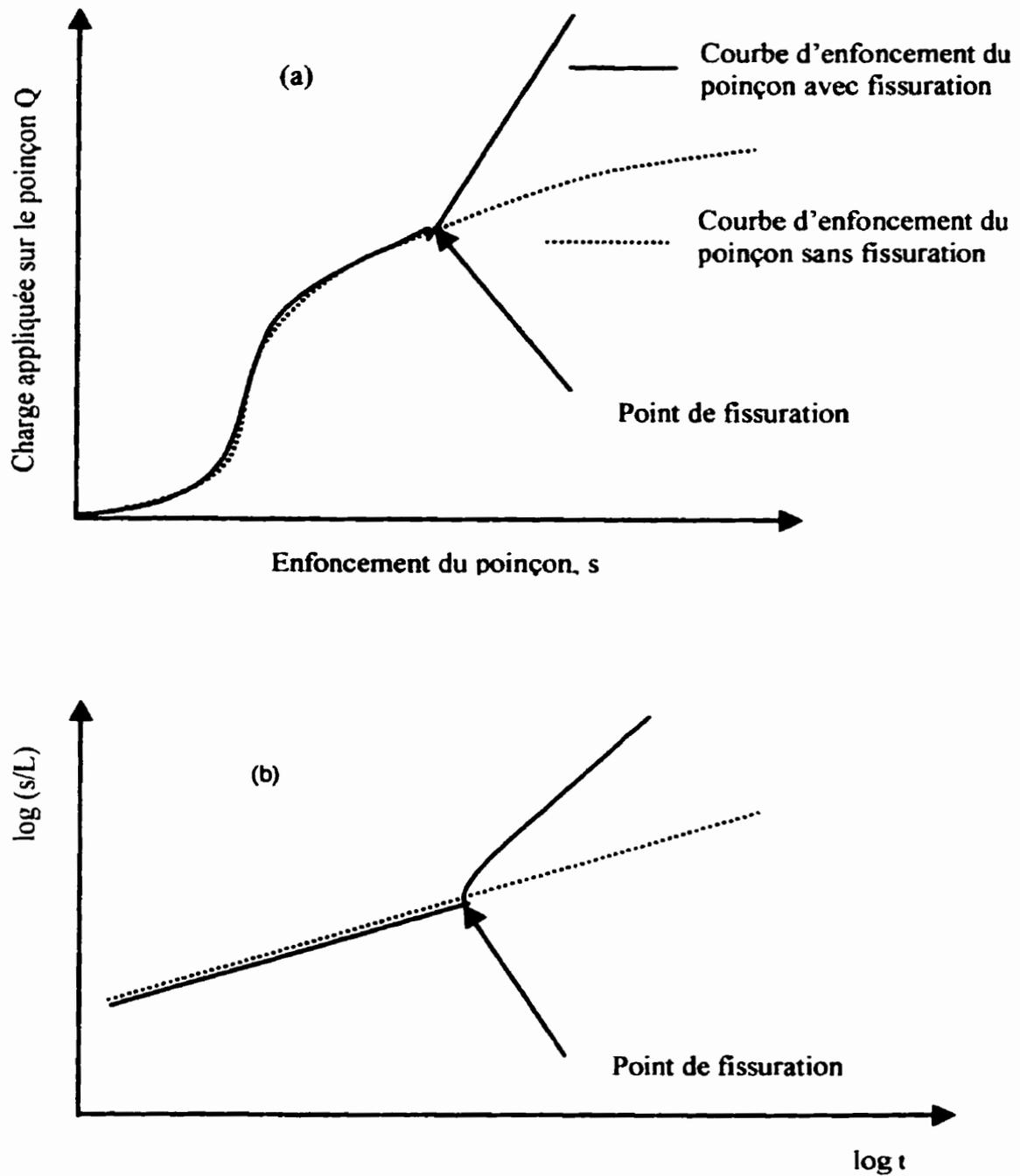


Figure 4-1: Schéma montrant les effets de la fissuration sur la courbe d'enfoncement du poinçon (a) pendant la phase de mise en charge, (b) pendant la phase de fluage

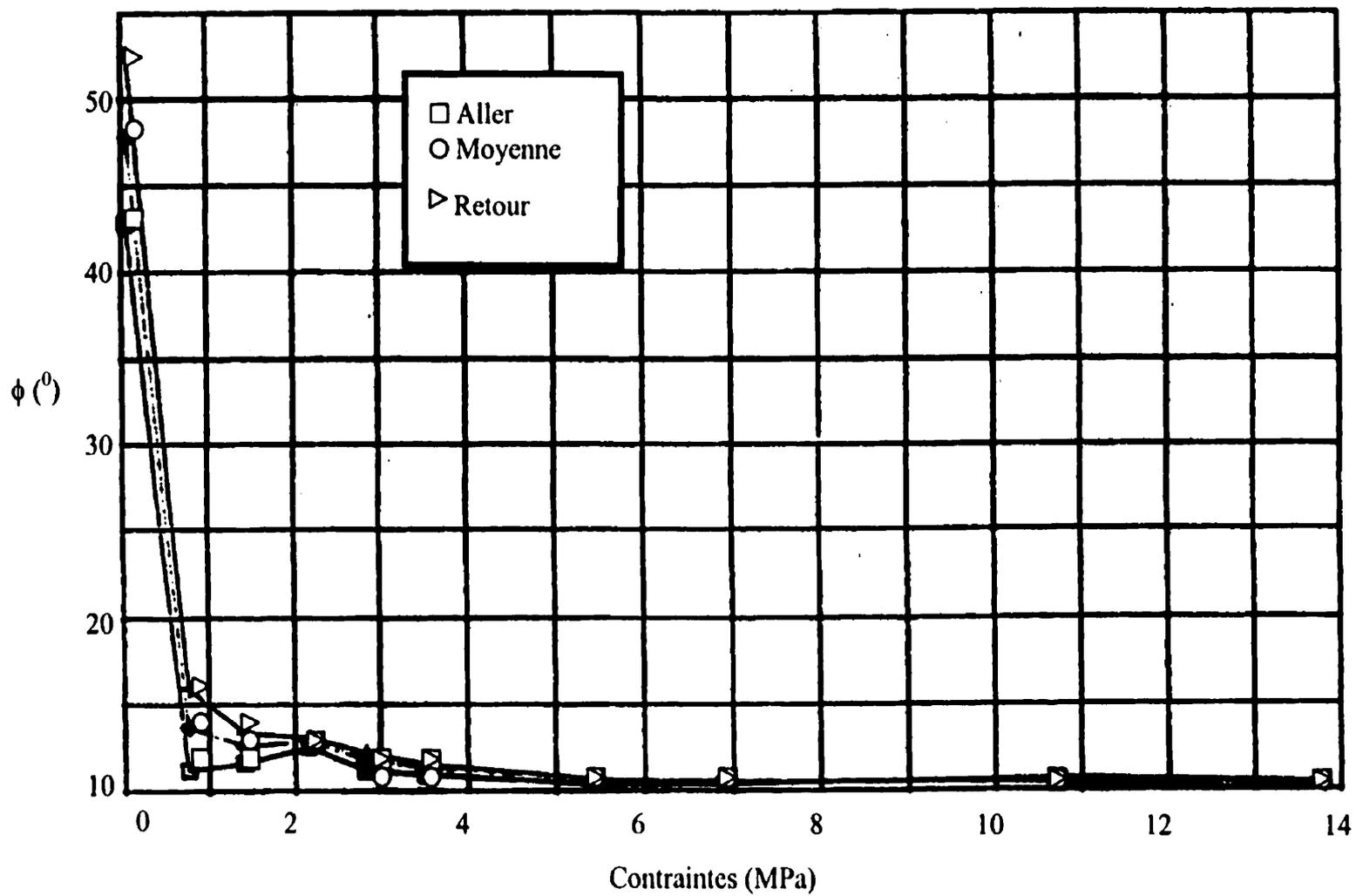
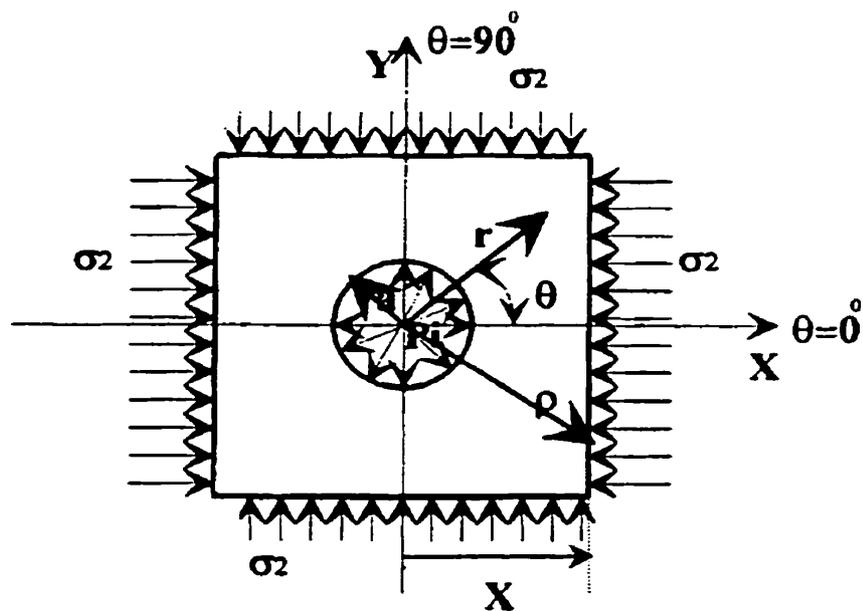
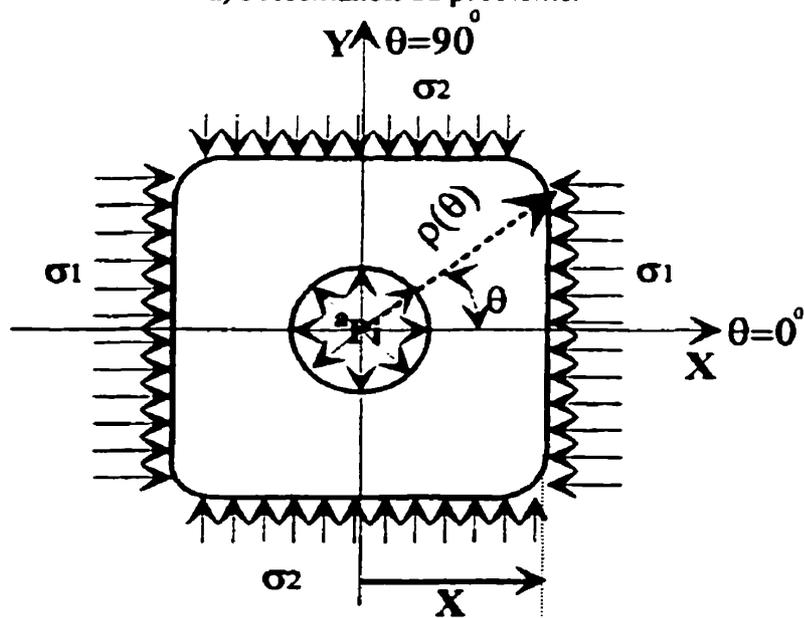


Figure 4-2: Résultats d'essais de cisaillement direct entre le sel et l'acier lubrifié à l'aide du molybdène (Leite, 1988).



a) Présentation du problème.



b) Son approximation par un carré à coins arrondis

Figure 4-3: (a) Présentation du problème d'un milieu fini soumis à des contraintes préalables anisotropes et (b) son approximation par un carré à coins arrondis.

CHAPITRE 5

LE MONTAGE EXPÉRIMENTAL

5.1 Description du montage

Le montage utilisé pour l'exécution de nos essais au laboratoire est composé des éléments suivants (Figures 5-1 et 5-2):

5.1.1 Cadre rigide de chargement

C'est une boîte ouverte en haut, formée de plaques d'acier d'une épaisseur de 2.54 cm. Sur les faces latérales, on a soudé des profilés dimensionnés de telle sorte qu'ils puissent résister à une charge concentrée de 322 KN soit une pression de l'ordre de 8.28 MPa appliquée sur les faces verticales de l'échantillon. Pour de l'acier ayant un module de Young $E=206877$ MPa, il faut un profilé ayant un moment d'inertie d'au moins 8.09×10^6 mm⁴ et nous avons choisi des profilés HSS 152X152X6.4 (HSS 6x6x0.25) dont le moment d'inertie est égal à 12.6×10^6 mm⁴ avec une masse de 28.3 kg/m. Les dimensions finales du cadre sont: 96 cm X 97 cm pour les dimensions extérieures, 47 cm X 48 cm pour les dimensions intérieures et 21 cm de hauteur. Il convient de noter que la face inférieure de la boîte qui sert à supporter l'échantillon et les différents accessoires est constituée d'une plaque d'acier d'une épaisseur de 2.54 cm. Ce cadre, ainsi que le système d'application de la charge décrit

plus bas, ont été disposés à l'intérieur d'une enceinte fermée pour éviter des variations significatives éventuelles de température.

5.1.2 Système d'application et de mesure des pressions latérales

L'application des pressions sur les faces latérales de l'échantillon se fait dans une direction à l'aide d'une bouteille d'air sous pression reliée à un amplificateur de pression (booster) par un mano-détendeur d'une capacité de 0 à 1.38 MPa. L'amplificateur de pression qui est en fait une interface air-huile sert à bâtir de la pression dans deux vérins plats situés sur deux faces parallèles (opposées) de l'échantillon en la multipliant par 10. Le premier vérin plat est coincé entre une face de l'échantillon et une plaque d'acier suivi d'un coin en acier servant aux ajustements initiaux du montage qui vient s'appuyer sur le cadre rigide. Le deuxième vérin plat est disposé de la même façon que le premier, sauf qu'à la place du coin se trouve une cellule ANCLO d'une capacité de 500 kN fabriquée par Roctest. Elle sert à mesurer la charge appliquée et donc à vérifier si la pression lue dans les vérins plats est celle réellement appliquée sur les faces de l'échantillon. Dans la direction perpendiculaire, il s'agit d'une bouteille d'air sous pression reliée à une interface air-huile par un mano-détendeur d'une capacité de 0 à 6.9 MPa. Cette interface pousse l'huile dans 2 autres vérins plats disposés exactement de la même façon que les deux premiers mais dans la direction perpendiculaire. Les 4 vérins plats sont fabriqués par Roctest et la pression dans ces derniers est lue de façon continue à l'aide de capteurs de pression DYNISCO d'une capacité de 34.5 MPa.

5.1.3 Système d'application et de mesure de la charge axiale

La charge sur le poinçon est appliquée à l'aide d'un cadre de chargement qui consiste en un levier ayant un facteur multiplicateur d'environ 40 et sur lequel on vient appliquer un poids mort. Ce dernier est constitué d'une bouteille de 20 litres qu'on remplit d'eau à une vitesse constante pour tous les essais. Ce système permet de maintenir la charge constante durant toute la durée de l'essai. La charge est lue continuellement à l'aide d'une cellule de charge montée sur le cadre de chargement et appuyée sur la tête du poinçon. La cellule est de modèle Q5156-100-1-A, fabriquée par Intertechnology Ltd et sa capacité est de 17.792 kN.

5.1.4 Mesure de l'enfoncement du poinçon

L'enfoncement du poinçon est continuellement mesuré et enregistré à l'aide de 2 DCDT disposés à 180° de part et d'autre du poinçon pour pouvoir corriger les éventuels défauts d'horizontalité. Les corps des DCDT sont fixés à un repère cylindrique collé sur la face supérieure de l'échantillon de sorte qu'il puisse se déplacer en même temps que la surface de l'échantillon aux alentours du poinçon. Les noyaux quant à eux sont fixés sur un support horizontal solidaire au poinçon et qui par conséquent descend avec lui lors de son enfoncement. Les DCDT, fabriqués par TRANS-TEK, sont alimentés à 12 volts et ont une course maximale de ± 2.54 mm.

5.1.5 Système de lecture de la température

Pour pouvoir vérifier les variations éventuelles de la température, cette dernière est lue continuellement à l'aide d'un téléthermomètre fabriqué par Yellow Spring Instrument Co. Inc, modèle 43 allant de 15° C à 100° C. Ceci a permis de constater que les variations de températures à l'intérieur de l'enceinte fermée à l'intérieur de laquelle s'effectuent les essais sont minimales et que par conséquent nous pouvons considérer que la température reste constante durant tout le déroulement de l'essai.

5.1.6 Système d'acquisition de données

L'acquisition des données a été faite à l'aide d'une carte graphique fabriquée par ComputerBoard de Mansfield au Massachusetts. En fait, c'est un convertisseur analogique/numérique 12 bits à 8 canaux branchés à un PC. Le programme d'acquisition de données est un programme de Labtech pour Laboratory Technologies Corporation de Welington au Massachusetts. Au cours de chaque essai, nous avons enregistré de façon continue le temps, la charge axiale appliquée sur le poinçon, les déplacements des 2 DCDT, les pressions appliquées sur les faces de l'échantillon, les 2 charges dans les cellules ANCLO ainsi que la température. Les enregistrements ont été faits à des intervalles de temps bien spécifiés. Au début de l'essai, comme les déplacements sont importants et rapides, les enregistrements ont été faits de la façon suivante :

toutes les 6 secondes pendant 1 heure,

toutes les minutes pendant 2 heures,

toutes les 5 minutes pendant 4 heures,
et enfin toutes les 20 minutes jusqu'à la fin de l'essai qui dure en moyenne entre 48 et 72 heures.

La connexion des différents instruments à la carte analogique se fait soit directement (DCDT et téléthermomètre) soit en pont complet à l'aide de "strain indicator" communément appelé P-3500 d'Intertechnology Ltd.

5.1.7 Poinçon et alésoir tronconiques

Après avoir fait un trou pilote dans le bloc de sel à l'aide d'une mèche en acier de 6.75 mm de diamètre, nous y faisons passer un alésoir en acier inoxydable de forme tronconique pour lui donner la même forme. Un poinçon tronconique en acier inoxydable sur lequel on applique la charge est utilisé pour le poinçonnement pendant l'essai.

5.2 Préparation de l'échantillon à partir des blocs de sel artificiel

Pour les raisons que nous avons invoquées précédemment , nous avons utilisé du sel de bétail iodé fabriqué par la Société canadienne du sel limitée, dans ses usines de Windsor en Ontario, en bloc de 20 kg, avec un minimum de 99 % de sel et des grains dont le diamètre est inférieur à 1 mm. Les blocs sont fabriqués par compaction

statique sous une pression de 140 MPa d'un mélange chaud (100° C) composé de grains de sel, de 0.015 % d'iode et d'une petite quantité d'eau.

Les blocs commerciaux sont de forme rhomboédrique tronquée avec deux faces parallèles de 25 cm et 22 cm de côté respectivement et une hauteur de 22 cm. À partir de ces blocs, nous avons confectionné des échantillons d'environ 21×21 cm de côté et une hauteur d'environ 11 cm avec un trou central qui s'étend sur presque la moitié de la hauteur.

Ces blocs sont d'abord sciés à des dimensions légèrement supérieures à celles données plus haut et ensuite usinés à la fraiseuse pour avoir des dimensions qui se rapprochent le plus possible des mesures données précédemment. Par la suite un trou témoin de 6.75 mm de diamètre plus long que la partie tronconique est percé et à partir de cet avant-trou, on fait la partie tronconique en passant l'alésoir. Ainsi pour chaque essai, selon les notations adoptées dans la présente thèse, nous avons les caractéristiques géométriques suivantes : $d=6.75$ mm et $\alpha=2^\circ$ tandis que D et L sont différents d'un essai à un autre selon la profondeur de la partie tronconique.

5.3 Mise en place de l'échantillon

On installe l'échantillon sur la face inférieure du cadre rigide, on met en place les vérins plats et les plaques rigides qui les supportent et après avoir fait tous les ajustements à l'aide des coins, on applique les pressions selon le degré d'anisotropie voulu. Ensuite on passe l'alésoir dans le trou pour lui redonner une forme circulaire parce qu'avec l'application des contraintes anisotropes, il devient ovale. On fixe

alors le repère cylindrique supportant les corps des DCDT au bord du trou en utilisant une colle à prise rapide en l'occurrence la colle à jauge d'Intertechnology Ltd. Ce dispositif permet de mesurer effectivement l'enfoncement du poinçon par rapport à la surface de l'échantillon même dans le cas où il y aurait déplacement de la surface autour du poinçon.

5.4 Mise en place du poinçon

Avant de mettre en place le poinçon, on procède d'abord à sa lubrification. Le lubrifiant choisi est le "G-n metal assembly paste" de Down Corning Corporation Inc. C'est un mélange de sulfide de molybdène (MoS_2) avec d'autres lubrifiants solides dans de l'huile minérale. D'après les spécifications du fabricant, son coefficient de frottement est de 0.09 pour deux surfaces d'acier soumises à une pression de 69 MPa à la température ambiante. Leite (1991) a fait la mesure du coefficient de frottement entre le poinçon et le sel en utilisant la méthode exposée plus tôt et a aussi trouvé $\tan \phi = 0.09$ et c'est cette valeur qui sera utilisée dans la présente étude.

Une fois le poinçon en place, les DCDT sont ajustés de façon à s'assurer qu'on aura une course maximale. À ce moment alors, on met le système d'acquisition de données en marche et on procède à l'application de la charge axiale.

5.5 Essai de vérification du montage expérimental

Afin de vérifier la fiabilité du montage, nous avons décidé de faire un essai E.P.T.E. sur un matériau de comportement élastique connu. Il s'agit d'un mortier à 2 composants cimenteux renforcé de polymère et à prise rapide nommé SIKA TOP 111. Il est obtenu en mélangeant deux produits: 3.46 l d'une solution polymérique dénommé produit A et 26.4 kg d'un mortier autonivellant modifié au polymère sous forme de poudre dénommé produit B.

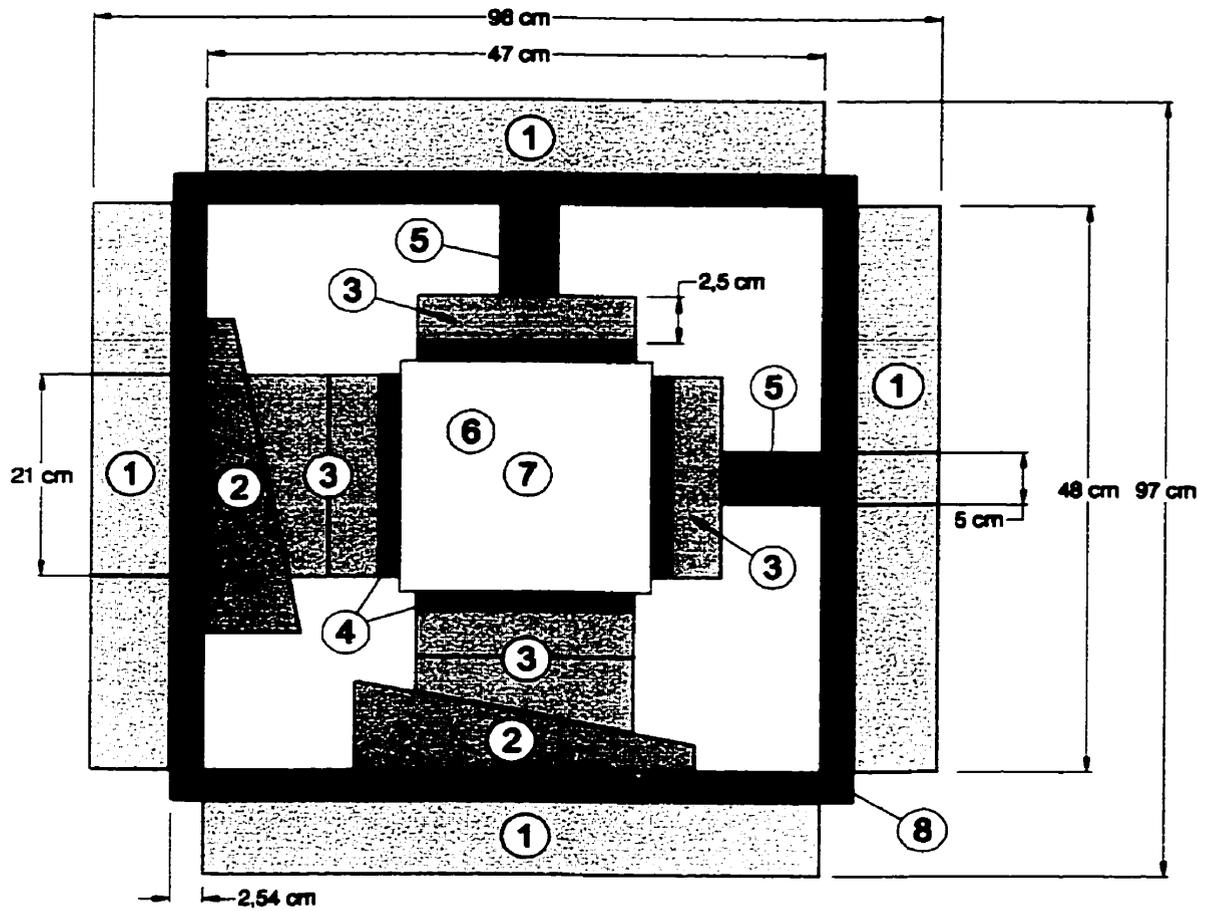
Après avoir mélangé les 2 composants dans un petit malaxeur suivant les spécifications du fabricant, nous avons confectionné dans un grand moule, un échantillon cubique de 21 cm de côté pour l'essai E.P.T.E. et 2 éprouvettes cylindriques pour des essais de compression simple. Nous les avons entreposés pendant 28 jours dans une chambre humide avec température et humidité contrôlées afin d'avoir le maximum de résistance. Deux essais de compression simple préparés selon la norme ASTM D4543 ont été effectués selon la norme ASTM D3148 et nous ont donné les résultats suivants: $E_1=23.83$ GPa et $\nu_1=0.22$ pour la première éprouvette ce qui donne un module de cisaillement $G=9.77$ GPa (Figure 5-3) et $E_2=23.84$ GPa et $\nu_2=0.18$ ce qui donne un module de cisaillement $G=10.10$ GPa pour la deuxième (Figure 5-4). La presse utilisée pour la mise en charge est d'une capacité de 1780 kN et les déformations transversales et longitudinales mesurées pour chaque type à l'aide de 2 jauges de déformations.

L'essai E.P.T.E sur le mortier SIKA TOP 111 quant à lui nous a donné la courbe d'enfoncement du poinçon donnée à la figure 5-5 qui nous pousse à penser que le comportement de ce matériau est élastique linéaire. En effet, l'enfoncement peut être

aisément exprimé linéairement en fonction de la charge appliquée sur le poinçon. Le calcul du module de cisaillement G à partir de l'équation 4-30 ou 4-31 donne une valeur de $G=10.83$ GPa pour un coefficient de frottement de 0.14 déterminé à partir de la procédure proposée par Leite (1991) et dont les résultats sont montrés à la figure 5-6. dans le cas de la détermination des paramètres élastiques, la mesure du coefficient de frottement est une étape très importante parce que le module de Young est très sensible au coefficient de frottement (Figure 5-7).

Cet essai montre que le montage fonctionne assez bien puisque avec l'essai E.P.T.E., on retrouve un module de cisaillement G comparable à celui obtenu par les deux essais de compression simple. En effet, la différence des résultats des 2 types d'essai est respectivement de 6.74 % et 9.69 %.

De plus, afin de vérifier la fiabilité du montage quant au maintien de la charge axiale, de la température et des pressions latérales, nous avons mesuré l'évolution de ces paramètres dans le temps sous conditions constantes de chargement. Les résultats obtenus sont montrés aux figures 5-8 à 5-10 et démontrent que, malgré de légères fluctuations, le montage est suffisamment fiable pour passer à l'étape des essais.



- | | | | |
|----------|---|----------|--|
| 1 | Profilé d'acier HSS 152 X 152 X 6,4 pour renforcer les parois latérales de la boîte | 6 | Échantillon de sel disposé au centre du cadre (21 cm X 21 cm) |
| 2 | Coin en acier | 7 | Poinçon (1 à 1,2 cm de diamètre) |
| 3 | Plaque d'acier pour soutenir les vérins plats | 8 | Parois latérales de la boîte formées de plaques d'acier de 2,54 cm d'épaisseur |
| 4 | Vérins plats pour appliquer les pressions (1 à 1,5 cm) | | |
| 5 | Cellule ANCLO pour vérifier les pressions appliquées par les vérins plats | | |

Figure 5-1: Schéma de la vue en plan du montage expérimental (pas à l'échelle).

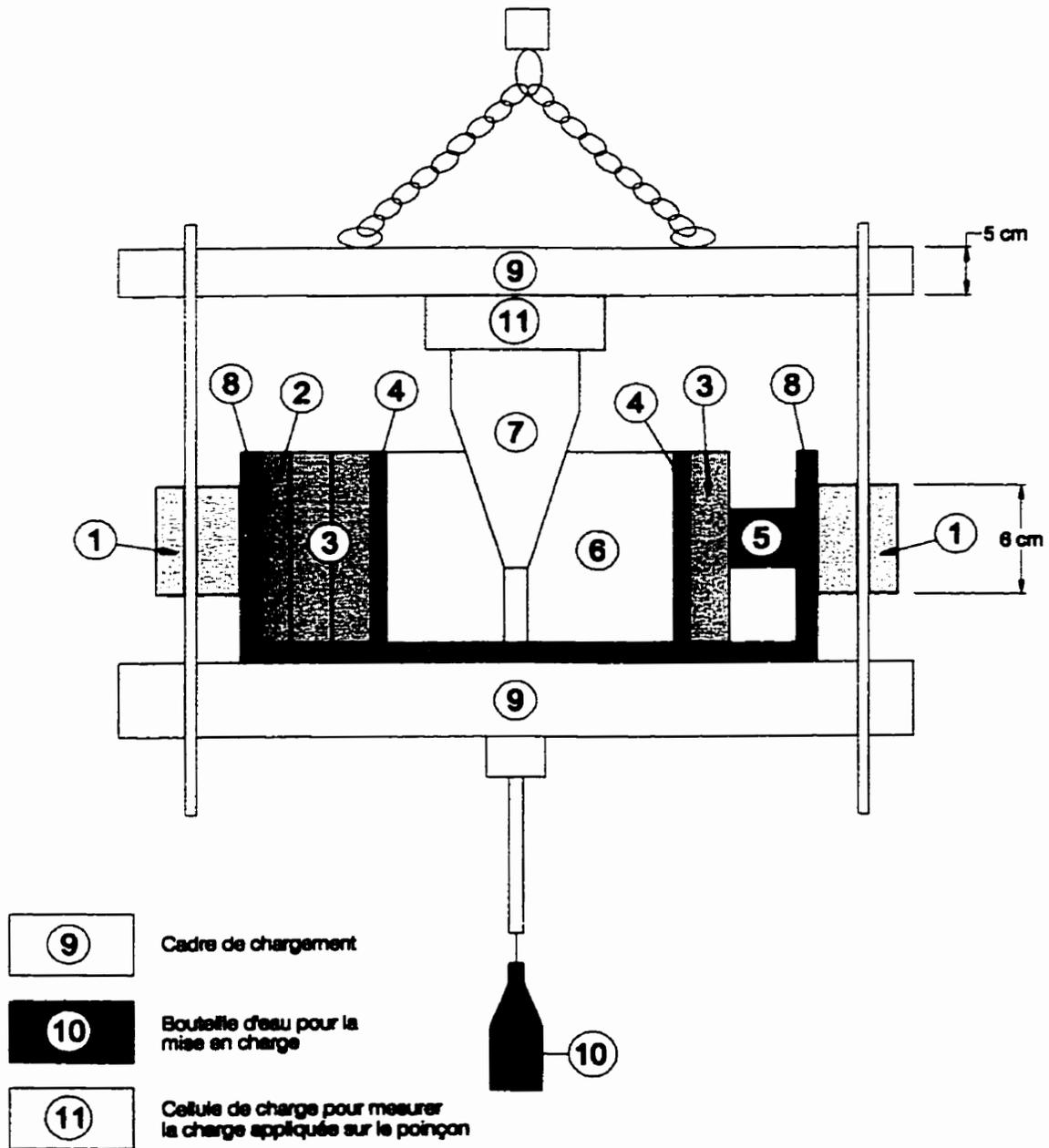


Figure 5-2: Schéma de la coupe verticale du montage expérimental (pas à l'échelle).

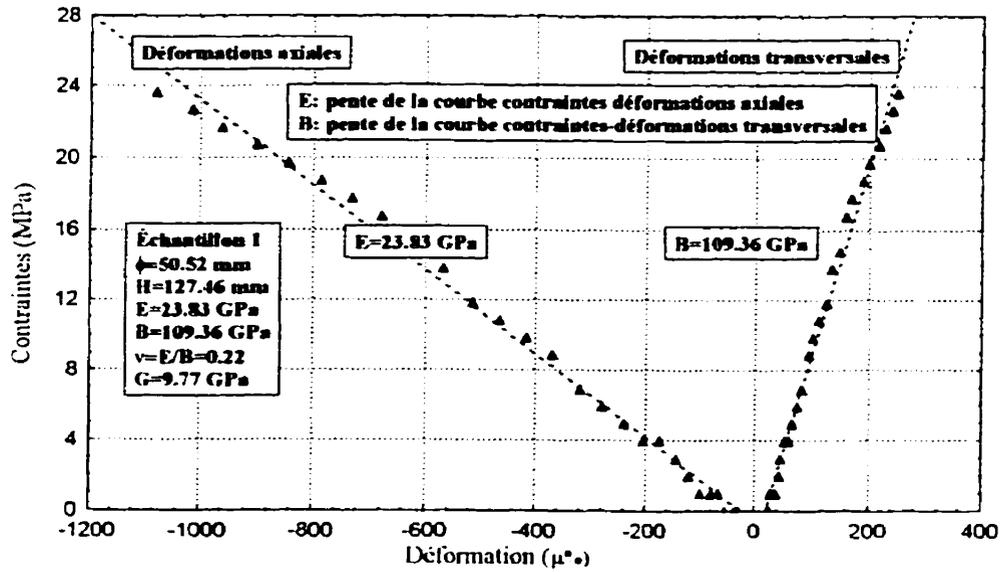


Figure 5-3: Diagramme contrainte-déformation de l'essai de compression simple sur le béton SIKA TOP 111 (Échantillon 1)

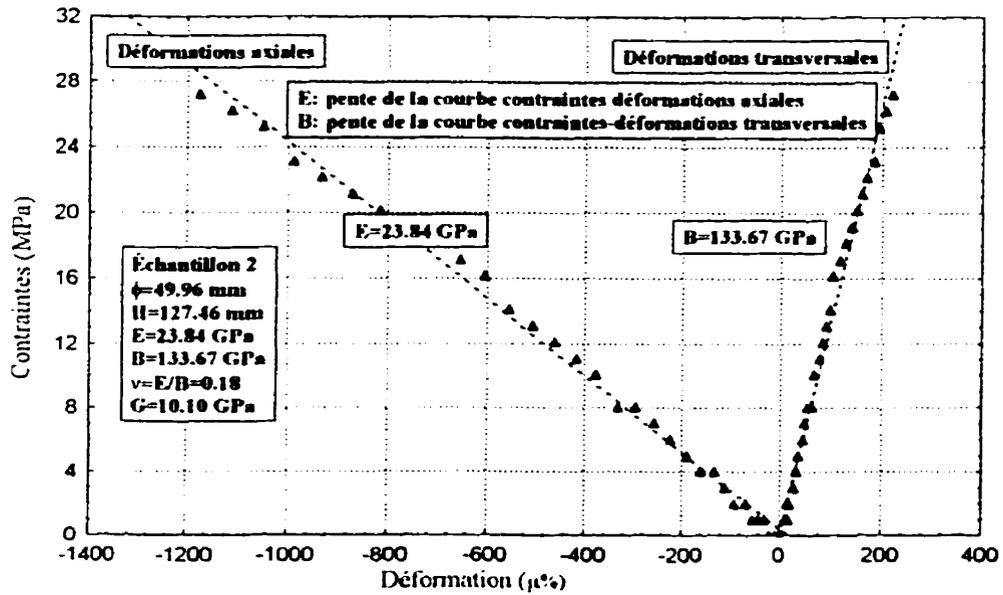


Figure 5-4: Diagramme contrainte-déformation de l'essai de compression simple sur le béton SIKA TOP 111 (Échantillon 2)

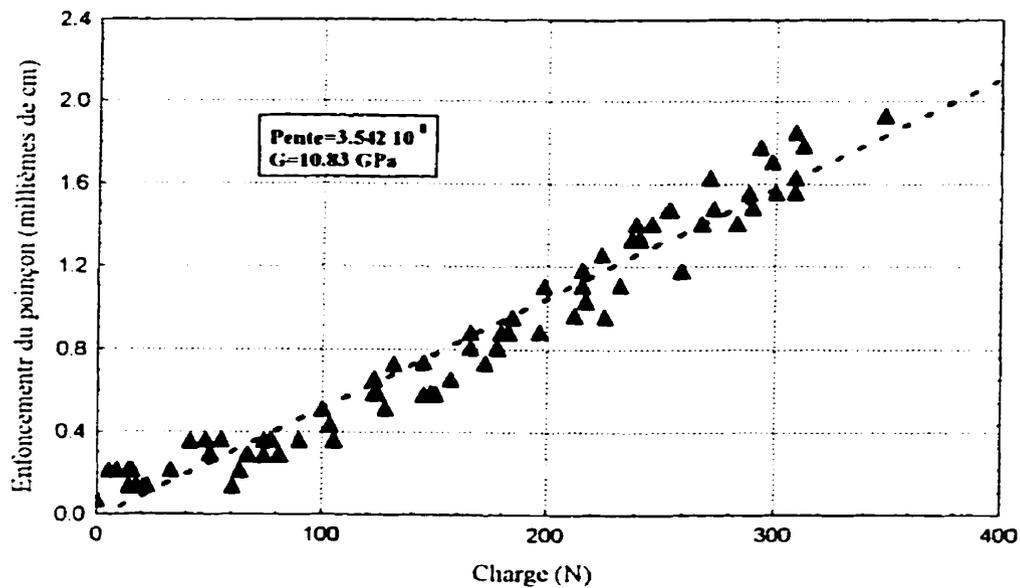


Figure 5-5: Détermination du module de cisaillement G du béton SIKATOP 111 à l'aide de l'essai E.P.T.E.

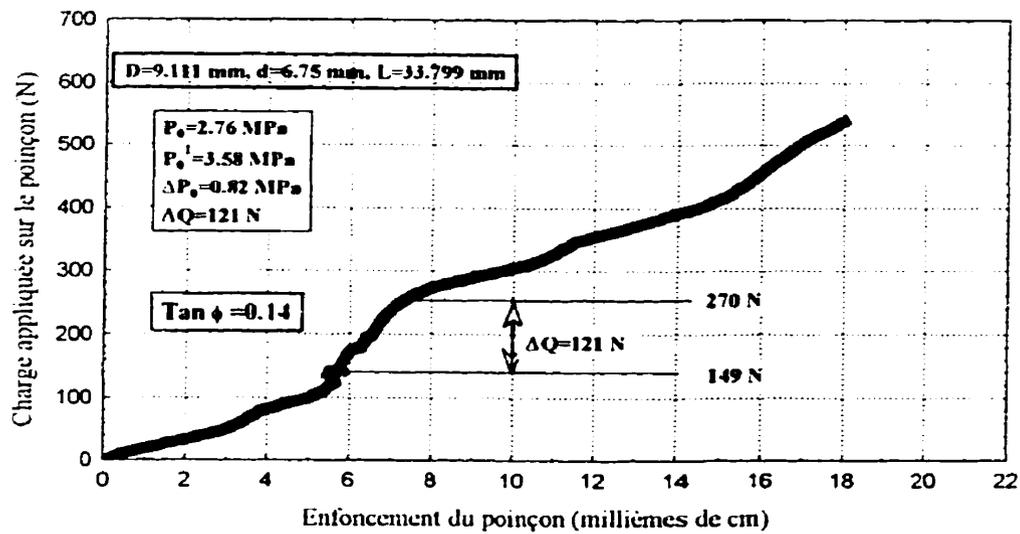


Figure 5-6: Mesure du coefficient de frottement entre le poinçon et le béton SIKATOP 111 à l'aide de l'essai E.P.T.E.

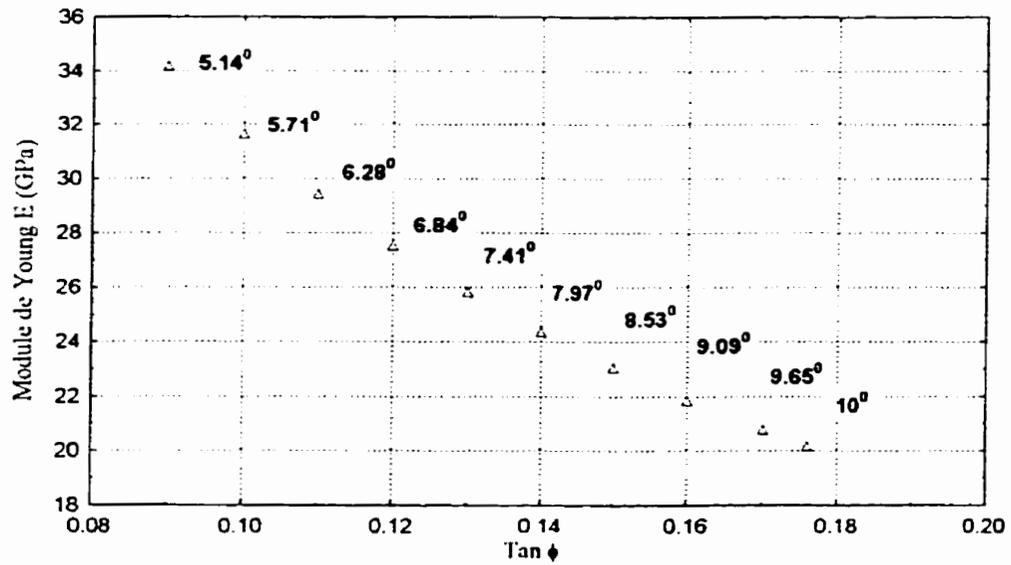


Figure 5-7: Sensibilité du module de Young E au coefficient de frottement entre le poinçon et le milieu testé dans un essai E.P.T.E.

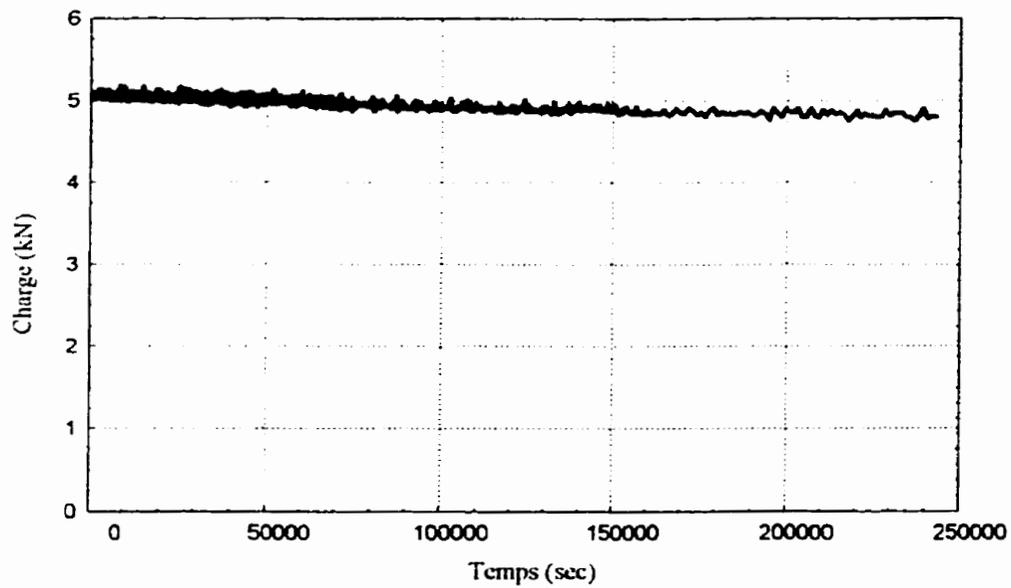


Figure 5-8: Évolution de la charge appliquée sur le poinçon mesurée en fonction du temps au cours d'un essai E.P.T.E. sur le sel

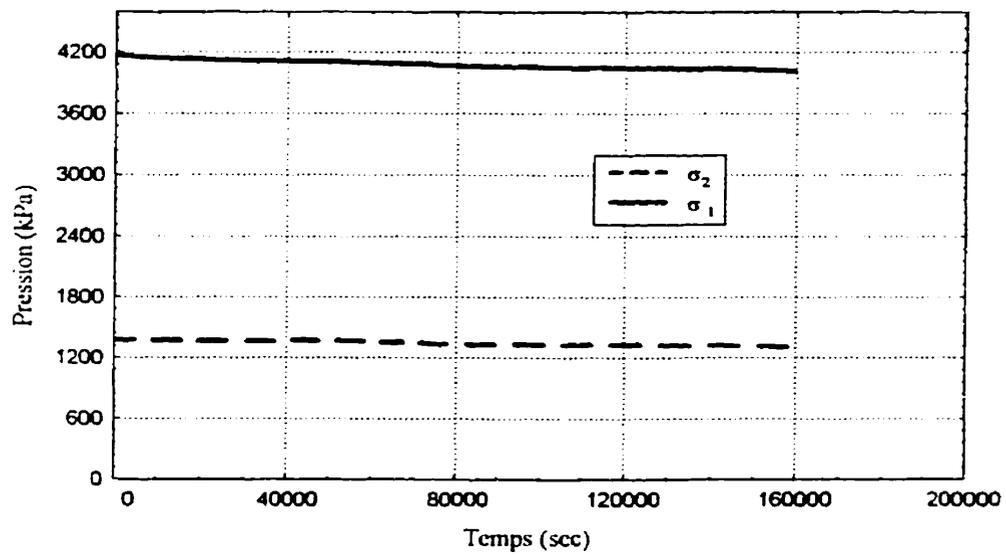


Figure 5-9: Évolution des pressions mesurées dans les verins plats en fonction du temps au cours d'un essai E.P.T.E. sur le sel

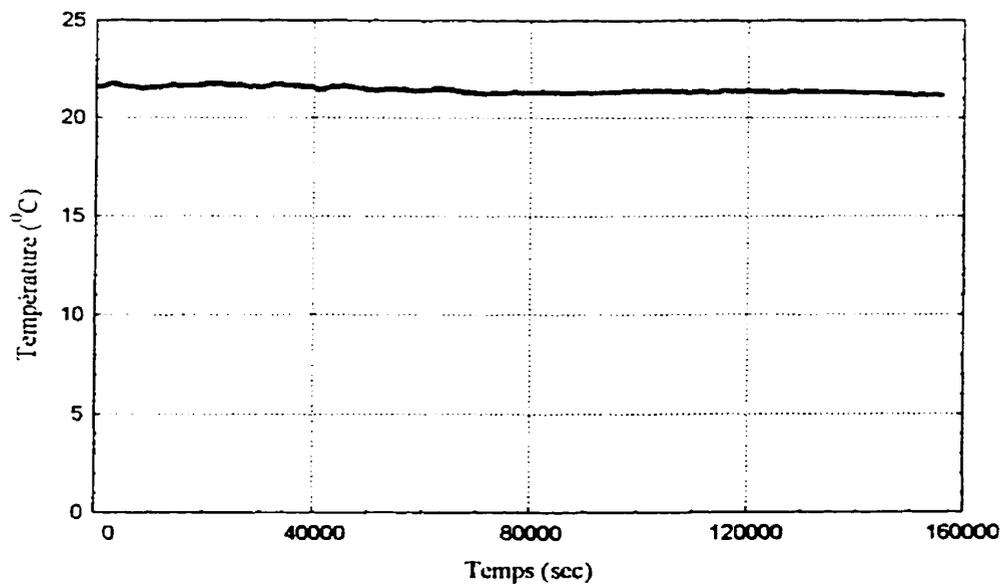


Figure 5-10: Évolution de la température mesurée dans l'enceinte en fonction du temps au cours d'un essai E.P.T.E. sur le sel

CHAPITRE 6

PRÉSENTATION ET DISCUSSION DES RÉSULTATS

6.1 Introduction

Ce chapitre présente et discute les résultats des analyses numériques (simulations des essais E.P.T.E.), des essais de fluage en compression simple et des essais E.P.T.E. réalisés sur le sel artificiel selon le mode opératoire décrit au chapitre 5. Le but des simulations de l'essai E.P.T.E. est, dans un premier temps, de tester la performance du logiciel utilisé et dans un deuxième temps de vérifier la méthode d'interprétation adoptée. Les essais au laboratoire quant à eux, auront pour but de tester la méthode d'interprétation en comparant les résultats obtenus par quelques essais de fluage en compression simple ainsi que ceux publiés dans la littérature à ceux obtenus avec les essais E.P.T.E. avec différents degrés d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon.

6.2 Analyses numériques

Lorsqu'on fait un essai E.P.T.E. dans un milieu donné soumis à un champ de contraintes isotrope ou anisotrope (ce dernier cas étant généralement le plus fréquent dans la nature surtout si on fait l'essai à la paroi d'une galerie parce que le champ des contraintes naturelles a été perturbé), on obtient des courbes d'enfoncement du poinçon en fonction de la charge dans le cas d'un milieu de comportement élastique linéaire ou des courbes d'enfoncement du poinçon en fonction du temps dans le cas

d'un matériau de comportement non linéaire (fluage). La question qui se pose est alors de savoir si avec les courbes obtenues, il est possible de trouver les paramètres élastiques, en particulier le module de cisaillement G , ou les paramètres de fluage b , n et σ_c du milieu testé. La façon que nous avons adoptée dans le présent travail pour répondre à cette interrogation est de simuler l'essai E.P.T.E. et de voir si les courbes obtenues permettent de retrouver les paramètres introduits dans le modèle étant donné qu'il nous a été impossible de trouver une solution analytique. La méthode qui nous permettra de retrouver ces paramètres sera alors proposée et sera par la suite utilisée comme méthode d'interprétation des essais que nous allons effectuer sur le sel artificiel.

Lors de nos analyses, la stratégie de résolution adoptée est la suivante:

1- Étant donné qu'au début de l'essai le taux de déformation de fluage est très élevé et diminue avec le temps, les incréments de temps correspondants doivent être initialement très faibles et peuvent alors augmenter par la suite. Pour cela, nous avons adopté une incrémentation automatique du pas d'intégration où nous avons spécifié un incrément initial de 0.01 secondes. L'incrémentation automatique du pas d'intégration consiste, à partir de l'incrément initial, à chaque nouveau pas, d'ajouter le double du pas d'intégration précédent. Le programme teste alors si le taux de déformation n'est pas trop grand. Si ce n'est pas le cas, il continue la résolution et si c'est le cas, il divise par deux le coefficient multiplicateur et il recommence le processus jusqu'à la fin de la période d'essai simulé.

2- Le critère de convergence adopté dans nos analyses numériques est de l'ordre du dixième de la plus faible dimension de notre modèle. Étant donné que les dimensions des caractéristiques géométriques adoptés dans nos analyses sont des millimètres, nous avons alors adopté comme critère de convergence le dixième du millimètre c'est-à-dire 10^{-4} m.

Les analyses numériques ont été faites en 2 étapes:

1. Des analyses numériques simulant l'essai E.P.T.E. dans un milieu soumis à une sollicitation isotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon par une modélisation axisymétrique afin de tester la performance du logiciel utilisé.
2. Des analyses numériques simulant l'essai E.P.T.E. dans un milieu soumis à une sollicitation anisotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon par une modélisation en 3 dimensions afin de vérifier la méthode d'interprétation adoptée.

Étant donné que le montage expérimental ne permet pas d'empêcher les déplacements dans la direction de l'axe du poinçon, toute la modélisation numérique a été faite en conditions de contraintes planes pour mieux simuler les conditions d'essai au laboratoire. Toutes ces analyses numériques ont été faites sur un pentium II, avec un processeur INTEL de 233 MHZ; ce qui constituait l'ordinateur personnel le plus performant au moment où les analyses numériques ont débuté.

6.2.1 Choix du logiciel pour les simulations

Notre choix a porté sur le logiciel COSMOS/M, un programme de "Structural Research and Analysis Corp" de Los Angeles en Californie. Ce choix a été guidé par 3 raisons essentielles:

1- il traite des problèmes à trois dimensions, ce qui correspond à nos attentes puisque le problème étudié dans le cadre de ce travail est à 3 dimensions,

2- il permet aussi l'utilisation de la loi de fluage du type $\dot{\epsilon}_c = \left(\frac{\dot{\epsilon}_c}{b}\right)^b \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_c}\right)^n t^b$ dans sa formulation d'écrouissage tel que vérifié par Leite (1991); ce qui encore une fois répond à nos attentes puisque c'est la loi que nous avons adoptée dans la présente étude,

3- et finalement, sa disponibilité dans le département ce qui ne nous oblige pas à acheter un nouveau logiciel qui, en général, coûte assez cher.

6.2.2 Modélisation axisymétrique

Le schéma du modèle adopté lors de cette modélisation est donné à la figure 6-1 et les caractéristiques géométriques du modèle au tableau 6-1 tandis que le type d'éléments utilisés est donné au tableau 6-2. Il faut souligner que les éléments contact (gap elements) sont toujours sollicités en compression et que contrairement à certains autres logiciels d'éléments finis, dans COSMOS/M, leurs rigidités normale k_n et tangentielle k_t ne doivent pas être précisées.

Tableau 6-1: Caractéristiques géométriques utilisées dans toutes les analyses numériques

D (mm)	d (mm)	L (mm)	r_c (mm)
10.85	6.69	59.5	92.5

Tableau 6-2: Type d'éléments utilisés dans la modélisation axisymétrique

Matériau	Type d'éléments
Poinçon (acier)	Surfaces à 8 nœuds (Plane2D)
Sel	Surfaces à 8 nœuds (Plane2D)
Contact poinçon/sel	Segments à 3 nœuds (Gap elements)

a) Milieu de comportement élastique linéaire

En milieu de comportement élastique linéaire soumis à une sollicitation isotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, pour les paramètres mécaniques donnés au tableau 6-3, nous avons simulé l'essai E.P.T.E. pour une charge appliquée sur le poinçon Q de 5.53 kN, une sollicitation de $P_0=6.9$ MPa avec un coefficient de frottement $\tan \phi=0.09$. Les résultats (enfoncement du poinçon, déplacement latéral de la paroi ainsi que la pression normale au contact du poinçon) ont été comparés à la théorie développée par Ladanyi (1984) et Leite (1991).

Ces résultats sont très proches de la théorie ; en effet la différence des enfoncements est chaque fois inférieure à 2% (Tableau 6-4) tandis que les déplacements latéraux ainsi que les pressions au contact du poinçon sont pratiquement similaires (Figures 6-2 à 6-5).

Pour éviter un mouvement de corps rigide du poinçon qui entraînerait une singularité de la matrice de rigidité, des tiges (truss2D) de très faible module de Young (0.1 MPa) ont été ajoutées aux extrémités du poinçon; les paramètres mécaniques de ces tiges ont été choisis de sorte que l'influence de ces éléments sur l'enfoncement du poinçon soit négligeable.

Tableau 6-3: Paramètres mécaniques utilisés dans les analyses numériques pour un milieu de comportement élastique linéaire

Matériau	E (GPa)	ν	$\tan \phi$
Poinçon	206.90	0.29	-
Sel	10.34	0.25	-
Contact poinçon/sel	-	-	0.09

Tableau 6-4: Simulation de l'essai E.P.T.E.: enfoncements pour un milieu élastique linéaire soumis à des contraintes préalables isotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 6.9 MPa, $E=10.34$ GPa, $\nu=0.25$ et $\tan \phi=0.09$

	Enfoncement Théorique	Modèle axisymétrique	Rapport	Modèle 3D	Rapport
Enfoncement	0.4083 mm	0.4148 mm	1.016	0.4312 mm	1.056

b) Milieu de comportement non linéaire

Nous avons simulé des essais E.P.T.E. dans un matériau de comportement non linéaire (fluage) soumis, dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, à un état de contraintes préalables isotrope égal à P_0 . Les paramètres de fluage utilisés lors de ces simulations sont montrés au tableau 6-5 et les charges appliquées sur le poinçon sont de 5.53 kN, 8.30 kN, 8.69 kN et 11.06 kN. Les courbes d'enfoncement du poinçon et de détermination du paramètre b sont données à la figure (6-6) tandis que la détermination du paramètre n est donnée à la figure (6-7). La comparaison des paramètres obtenus par simulation (Tableau 6-6) à ceux introduits dans le modèle (Tableau 6-5) nous montre que pour b , la différence est inférieure à 4.28%; pour n elle est de 4.63 % tandis que pour σ_c , la différence est inférieure à 6%. La comparaison des résultats simulés aux solutions théoriques, disponibles pour le cas d'un champ de contraintes préalables isotrope, nous permet de conclure que nous avons fait un bon choix quant au logiciel mais aussi que la modélisation axisymétrique a été correctement faite.

Tableau 6-5: Paramètres mécaniques utilisés dans la modélisation d'un milieu de comportement non linéaire

Matériau	E (GPa)	ν	b	n	σ_c (MPa)	$\tan \phi$
Poinçon	206.90	0.29	-	-	-	-
Sel	7	0.25	0.327	2.03	62	-
Éléments contacts	-	-	-	-	-	0.09

Tableau 6-6: Paramètres de fluage obtenus à l'aide des simulations des essais E.P.T.E. dans un modèle axisymétrique en fluage, $P_0=6.9$ MPa et $\tan \phi=0.09$

Charge (kN)	b	σ_c (MPa)	n
5.530	0.313	58.03	1.936
8.295	0.317	62.03	
11.060	0.314	58.92	

6.2.3 Modélisation en 3 dimensions

Afin de pouvoir exploiter au maximum la capacité de l'ordinateur, nous avons profité de la présence de deux axes de symétrie ($\theta=0^\circ$ et $\theta=90^\circ$) pour réduire le modèle ce qui nous a permis de ne simuler qu'un quart du modèle physique réduisant ainsi le nombre d'éléments à 1734 et le nombre de nœuds à 7188. Le schéma du modèle adopté lors de cette modélisation est donné à la figure 6-8, les caractéristiques géométriques du modèle sont les mêmes que ceux du modèle axisymétrique (Tableau 6-1) tandis que le type d'éléments utilisés est donné au tableau 6-7.

De la même façon que dans le cas axisymétrique, pour éviter un mouvement de corps rigide du poinçon qui entraînerait une singularité de la matrice de rigidité, des tiges (truss3D) de très faible module de Young (0.1 MPa) ont été ajoutées aux extrémités du poinçon; les paramètres mécaniques de ces tiges ont été choisis de

sorte que ces éléments n'influent pas sur l'enfoncement du poinçon. Les caractéristiques géométriques du modèle sont les mêmes que ceux du modèle axisymétrique.

Tableau 6-7: Type d'éléments utilisés dans la modélisation en 3 dimensions

Matériau	Type d'éléments
Poinçon (acier)	Éléments à 20 nœuds (SOLID)
Sel	Éléments à 20 nœuds (SOLID)
Contact poinçon/sel	Surfaces à 8 nœuds (Gap elements)

a) Matériau de comportement élastique linéaire

En milieu de comportement élastique linéaire soumis à un état de contraintes préalables anisotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, pour les paramètres mécaniques donnés au tableau 6-8, nous avons simulé l'essai E.P.T.E. pour différents degrés d'anisotropie des contraintes préalables dans une modélisation à 3 dimensions avec une moyenne des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon σ_m de 6.9 MPa. Les enfoncements pour ces analyses sont donnés au tableau 6-9 pour une charge Q de 5.53 kN. Nous constatons qu'ils sont identiques indépendamment du degré d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon et qu'ils sont très proches de l'enfoncement théorique correspondant au cas d'un état de contraintes préalables

isotrope (différence de 0.6%). Ceci nous a permis de conclure que l'enfoncement du poinçon dans un milieu élastique linéaire soumis à un état de contraintes préalables anisotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon est indépendant de l'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon; il ne dépend que de la charge appliquée sur le poinçon et donc de la variation des contraintes induite par la charge sur le poinçon. Ce résultat est en accord avec les conclusions théoriques du chapitre 4 et démontre par la même occasion que la modélisation en 3 dimensions a été correctement faite.

Tableau 6-8: Paramètres mécaniques utilisés dans la modélisation en 3 dimensions d'un milieu de comportement élastique linéaire

Matériau	E (GPa)	ν	$\tan \phi$
Poinçon	206.90	0.29	-
Sel	7	0.25	-
Élément contact	-	-	0

De plus, une analyse des contraintes radiales au contact du poinçon a été faite pour les 3 cas de sollicitation, c'est-à-dire pour des anisotropies de contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1, 1.5, et 3; un degré d'anisotropie des contraintes préalables de 3 étant une borne supérieure raisonnable dans les massifs de sel. L'identification des nœuds où cette analyse a été faite est donnée au tableau 6-10 et à la figure 6-9 tandis que les résultats sont donnés aux tableaux 6-11 à 6-13. Nous remarquons que le rapport d'anisotropie des contraintes radiales (rapport des contraintes radiales dans la direction $\theta=0^0$ par rapport à celles dans la

direction $\theta=90^0$) au contact du poinçon augmente avec le degré d'anisotropie des contraintes préalables mais que la moyenne des contraintes radiales au contact du poinçon reste égale à la contrainte radiale au contact du poinçon obtenue dans le cas où les contraintes préalables appliquées dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon sont isotropes.

Tableau 6-9: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D: enfoncements du poinçon dans un milieu élastique linéaire soumis à une sollicitation avec différents degrés d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, $\sigma_m=6.9$ MPa, $E=7$ GPa, $\nu=0.25$ et $\tan \phi=0$

	Théorique	Anisotropie des contraintes préalables		
		1	1.5	3
Enfoncement	2.22 mm	2.23 mm	2.23 mm	2.23 mm

Tableau 6-10: Identification des nœuds au contact du poinçon dans la modélisation en 3 dimensions

Direction $\theta=90^{\circ}$				Direction $\theta=0^{\circ}$			
Nœud	Coordonnées (mm)			Nœud	Coordonnées (mm)		
	X	Y	Z		X	Y	Z
11	0	3.345	0	1673	3.345	0	0
258	0	3.69	9.92	1888	3.69	0	9.92
505	0	4.04	19.83	2103	4.04	0	19.83
752	0	4.39	29.75	2318	4.39	0	29.75
999	0	4.73	39.62	2533	4.73	0	39.62
1246	0	5.08	49.58	2748	5.08	0	49.58
1493	0	5.425	59.5	2963	5.425	0	59.5

Tableau 6-11: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D: contraintes radiales autour du poinçon dans un milieu élastique linéaire soumis à des contraintes préalables isotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, charge=5.53 kN, $\tan \phi=0$, $E=7$ GPa, $\nu=0.25$ et $\sigma_m=6.9$ MPa

Nœud	Contrainte (MPa)	Nœud	Contrainte (MPa)
11	103.70	1673	103.70
258	120.10	1888	119.90
505	111.70	2103	111.80
752	111.20	2318	111.00
999	104.20	2533	105.00
1246	97.88	2748	93.62
1493	71.39	2963	72.78
Enfoncement			2.2266 mm

Tableau 6-12: Simulation en l'essai E.P.T.E. en 3D: contraintes radiales autour du poinçon dans un milieu élastique linéaire soumis à des contraintes préalables anisotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, anisotropie des contraintes préalables de 1.5, charge=5.53 kN, $\tan \phi=0$, $E=7$ GPa, $\nu=0.25$, $\sigma_m=6.9$ MPa, $\sigma_1=8.28$ MPa et $\sigma_2=5.52$ MPa

Nœud	Contrainte (MPa)	Nœud	Contrainte (MPa)	Moyenne	Rapport
11	102.70	1673	104.70	103.70	1.02
258	118.60	1888	121.50	120.05	1.02
505	109.80	2103	113.70	111.75	1.04
752	109.00	2318	113.30	111.15	1.04
999	101.40	2533	107.90	104.65	1.06
1246	95.32	2748	96.09	95.71	1.02
1493	68.60	2963	73.54	72.07	1.07
Enfoncement					2.2267 mm

Tableau 6-13: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D: contraintes radiales autour du poinçon dans un milieu élastique linéaire soumis à des contraintes préalables anisotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, anisotropie des contraintes préalables de 3, charge=5.53 kN, $\tan \phi=0$, $E=7$ GPa, $\nu=0.25$, $\sigma_m=6.9$ MPa, $\sigma_1=10.35$ MPa et $\sigma_2=3.45$ MPa

Nœud	Contrainte (MPa)	Nœud	Contrainte (MPa)	Moyenne	Rapport
11	101.20	1673	106.30	103.75	1.05
258	116.80	1888	123.80	120.00	1.06
505	106.80	2103	116.70	111.75	1.09
752	105.50	2318	116.80	111.15	1.11
999	97.22	2533	112.10	104.66	1.15
1246	91.38	2748	99.80	95.59	1.09
1493	64.43	2963	79.72	72.075	1.24
Enfoncement					2.2267 mm

b) Matériau de comportement non linéaire (fluage)

Nous avons simulé des essais E.P.T.E. dans un matériau de comportement non linéaire (fluage) soumis, dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, à un état de contraintes préalables anisotrope avec différents degrés d'anisotropie dans une modélisation en 3 dimensions pour une moyenne des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon σ_m de 6.9 MPa. Les caractéristiques géométriques et les paramètres mécaniques utilisés sont les mêmes que dans le cas de la modélisation axisymétrique du fluage (Tableaux 6-1 et 6-5).

Nous avons d'abord effectué des simulations en 3 dimensions pour des rapports d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1, 1.5 et 3 pour une même charge de 5.53 kN. Les courbes d'enfoncements obtenues sont données à la figure 6-10 où elles sont comparées à celle obtenue par le modèle axisymétrique pour la même charge. Cette figure montre que les 4 courbes sont très proches les unes des autres avec un écart maximal n'excédant pas 2.7%; nous en donnerons les raisons plus loin lorsque nous allons parler de la justification de la méthode d'interprétation proposée. Avec l'hypothèse que le coefficient de frottement reste uniforme autour du poinçon pendant tout le déroulement de l'essai E.P.T.E., nous pouvons conclure que l'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon n'a pas d'influence sur l'enfoncement de ce dernier, c'est uniquement la moyenne des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon qui contrôle l'enfoncement du poinçon. La détermination des paramètres de fluage par un essai E.P.T.E. en milieu soumis à un état de contraintes préalables anisotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon peut donc se faire exactement de la même façon que dans un milieu soumis à un état de contraintes préalables isotrope donné par la

moyenne arithmétique des contraintes préalables anisotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon. D'autre part, cette constatation a permis d'optimiser le nombre d'analyses numériques à faire. En effet, puisque pour une même charge appliquée sur le poinçon nous obtenons la même courbe d'enfoncement quel que soit le degré d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, nous nous sommes limités par la suite, lors de la vérification de la méthode d'interprétation, à simuler le cas extrême avec une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3. Cette optimisation est impérative pour la suite de notre travail parce que la durée des calculs d'une analyse simulant 20 à 30 heures de fluage est de 35 à 50 jours. En effet, le logiciel génère des fichiers secondaires dont la taille est tellement importante qu'il n'arrive plus à les supporter après 26 pas d'intégration. Nous nous sommes donc limités à simuler des périodes de fluage variant entre 20 et 30 heures qui correspondent, selon la charge appliquée sur le poinçon, aux 26 pas d'intégration. La période de fluage simulée est néanmoins suffisante pour l'étude que nous menons parce qu'il faut toujours garder à l'esprit que nous voulons développer une méthode d'interprétation d'un essai index dont la durée devrait être de l'ordre de 24 à 48 heures au maximum.

À partir de ce moment, nous avons simulé l'essai E.P.T.E. en 3 dimensions pour une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, une moyenne des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 6.9 MPa (égale à la contrainte préalable isotrope appliquée dans le même plan pour le cas dans le modèle axisymétrique) c'est-à-dire $\sigma_1=10.35$ MPa et $\sigma_2=3.45$ MPa et pour des charges appliquées sur le poinçon de 5.53 kN, 8.295 kN et 11.06 kN (les mêmes charges que dans le modèle axisymétrique). Les résultats sont donnés aux figures 6-11 à 6-13 pour la détermination du paramètre b, aux figures 6-14 et 6-15 pour la détermination du paramètre n. La comparaison de ces résultats (Tableau 6-14) aux paramètres introduits dans la simulation (Tableau 6-5) nous

démontre une très bonne concordance puisque que pour b , la différence est toujours inférieure à 7.64 %, pour n , la différence est de 5.67% tandis que pour σ_c , la différence est inférieure à 1.34 %.

Cette même bonne concordance des résultats apparaît si on fait la comparaison de ces mêmes résultats (Tableau 6-14) aux paramètres obtenus par simulation dans un modèle axisymétrique pour la même moyenne des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 6.9 MPa (Tableau 6-6). En effet, il est montré que pour b , la différence est toujours inférieure à 4.73%; pour n , la différence est de 1.08% tandis que σ_c , la différence est inférieure à 7.64%. Nous constatons donc qu'il n'y a pas de différence significative entre tous ces résultats et que par conséquent cette méthode d'interprétation nous donne une très bonne estimation des paramètres de fluage introduits dans les analyses numériques.

Malgré de légers écarts, par ailleurs inévitables à cause des erreurs d'approximation inhérentes à toute analyse numérique, ces résultats démontrent clairement que la méthode d'interprétation que nous proposons, donne de très bons résultats par rapport à la méthode d'interprétation proposée par Leite (1991). De plus, comme la méthode proposée par Leite (1991) a été largement testée et validée en comparant ses résultats à ceux des essais conventionnels comme l'essai de fluage en compression triaxiale, dans la suite de nos travaux, nous ne ferons que quelques essais de fluage en compression simple; notre but étant de comparer les paramètres de fluage obtenus dans le cas d'un état de contraintes préalables isotrope dans plan perpendiculaire à l'axe du poinçon à ceux obtenus dans le cas d'un état de contraintes préalables anisotrope dans ce même plan.

Tableau 6-14: Paramètres de fluage obtenus à l'aide des simulations des essais E.P.T.E. 3D pour une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, $\tan \phi=0.09$ et $\sigma_m=6.9$ MPa ($\sigma_1=10.35$ MPa et $\sigma_2=3.45$ MPa)

Charge (kN)	b	σ_c	n
5.530	0.302	62.53	1.915
8.295	0.303	62.83	
11.060	0.302	62.45	

6.3 Les essais au laboratoire

6.3.1 Essais de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR

a) Description du montage

La pression est appliquée à l'aide d'une bouteille d'air comprimée et contrôlée à l'aide d'un manodétendeur 0-3.45 MPa relié à une presse hydraulique par l'intermédiaire d'une interface huile-air; les pressions appliquées se situant entre 1.35 et 1.725 MPa et vérifiées visuellement à l'aide d'un manomètre à huile allant de 0 à 2.07 MPa.

La charge appliquée sur l'échantillon est mesurée à l'aide d'une cellule de charge de type BLH Electronics d'une capacité de 44.5 kN placée à la base de la presse et sur laquelle est installé l'échantillon testé et initialement préparé selon la norme ASTM D4543. Les charges mesurées varient entre 20 et 30 kN.

Les déformations axiales et transversales sont mesurées à l'aide de 4 "clip gages", 2 pour chaque type de déformations. Les "clip gages" sont des instruments de mesure des déformations qui ont l'avantage d'être réutilisables, contrairement aux jauges de déformations qui ne s'utilisent qu'une seule fois. Mais avant leur utilisation, une calibration s'impose. Elle se fait à l'aide d'un essai de compression simple sur un échantillon d'aluminium sur lequel les déformations sont mesurées simultanément par des jauges de déformations et des "clip gages"; ce qui permet de déterminer un facteur d'équivalence pour chaque "clip gage".

Tous ces instruments de mesure sont reliés à un système d'acquisition de données (ordinateur personnel) par l'intermédiaire de "strain indicator" communément appelé P-3500 d'Intertechnology Ltd ou d'un multiplexeur dans le cas de jauges de déformations.

b) Les essais

Des essais de fluage en compression simple ont été effectués sur 3 éprouvettes provenant d'un même bloc de sel (bloc 4). Elles sont identifiées au tableau 6-15. La détermination du paramètre b est donnée aux figures 6-16 à 6-18 tandis la

détermination du paramètre n est donnée aux figures 6-19 et 6-20. Ces résultats sont récapitulés au tableau 6-16.

Tableau 6-15: Identification des échantillons pour la détermination des essais de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR

Échantillon	Hauteur (mm)	Diamètre (mm)	Contrainte axiale (MPa)
B4ECH1	105.41	48.15	18.98
B4ECH3	109.55	50.47	17.36
B4ECH4	105.31	48.35	18.31

Tableau 6-16: Paramètres de fluage obtenus à l'aide des essais de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR

Échantillon	b	σ_c (MPa)	n
B4ECH1	0.438	94.56	2.518
B4ECH3	0.577	72.62	
B4ECH4	0.509	127.80	

6.3.2 Les essais E.P.T.E. en fluage sur le sel WINDSOR

Dès lors que la fiabilité du montage a été testée, et qu'une méthode d'interprétation a été proposée à la lumière des résultats des analyses numériques, nous avons voulu la valider par des essais E.P.T.E. en fluage sur du sel artificiel. Le programme d'essais a consisté en 3 séries d'essais avec 3 rapports différents d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1, 1.5 et 3 pour une même moyenne des contraintes préalables dans ce même plan de 2.76 MPa.

L'objectif de cette campagne d'essais est de valider notre modèle d'interprétation en comparant les paramètres b , n et σ_c obtenus dans le cas d'un état de contraintes préalables isotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon à ceux obtenus dans les cas d'anisotropie des contraintes préalables de 1.5 et 3 dans ce même plan. À titre indicatif sur la qualité de la méthode d'interprétation, nous comparerons les résultats obtenus à l'aide de l'essai E.P.T.E. aux résultats obtenus par essai de fluage en compression simple mais aussi à ceux publiés dans la littérature pour des essais de fluage en compression simple ou triaxiale.

Pour chaque série d'essais (même rapport d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon), 3 essais E.P.T.E. ont été effectués à des charges différentes: 3.48 kN, 4.80 kN et 6.30 kN pour le cas d'isotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon; 3.44 kN, 4.18 kN et 6.20 kN pour une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 ($\sigma_1=3.31$ MPa et $\sigma_3=2.21$ MPa) et finalement, 3.49 kN, 5.10 kN et 6.30 kN pour une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 ($\sigma_1=4.14$ MPa et

$\sigma_3=1.38$ MPa). Les caractéristiques géométriques des échantillons testés sont données au tableau 6-17.

L'interprétation des résultats a été faite selon la méthode que nous avons déjà proposée c'est-à-dire, en remplaçant les contraintes préalables anisotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon par des contraintes préalables isotropes équivalentes; ces dernières étant données par la moyenne arithmétique des contraintes préalables anisotropes appliquées sur le contour extérieur du milieu testé dans ce même plan. Ce changement étant fait, la suite du calcul se fait exactement de la même manière que dans la méthode proposée par Leite (1991).

Les courbes d'enfoncement du poinçon et de détermination des paramètres b et n sont données par les figures 6-21 à 6-36. Tous les résultats des paramètres de fluage obtenus à l'aide d'essais E.P.T.E. sont donnés au tableau 6-18.

Ces résultats nous démontrent encore une fois que quel que soit le degré d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, il y a une très bonne concordance des paramètres fluage b , n et σ_c . En conséquence, avec la méthode d'interprétation que nous proposons, nous sommes capables de retrouver des paramètres de fluage dans un milieu soumis à un état de contraintes préalables anisotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon comparables à ceux obtenus pour le même milieu s'il est soumis à un état de contraintes préalables isotrope dans ce même plan.

Par la suite, nous avons comparé les paramètres obtenus par essais de fluage en compression simple (tableau 6-16) à ceux obtenus par essais E.P.T.E. (tableau 6-18) et nous constatons qu'il y a une très bonne concordance entre les paramètres b et n obtenus par les deux types d'essais mais que les valeurs de σ_c sont très différentes. En effet, les valeurs de σ_c obtenues par essais de fluage en compression simple sont de l'ordre de plus de 3 à 4 fois plus grandes que celles obtenues par essais E.P.T.E. Leite (1991) trouve que la différence entre les valeurs de σ_c obtenues à l'aide de l'essai E.P.T.E. sont 1.97 fois celles obtenues par des essais triaxiaux (Tableau 3-1). L'auteure explique cette différence par le fait que le paramètre σ_c est calculé à partir des paramètres b et n et montre que de petites variations dans les valeurs de b et n peuvent entraîner de grandes variations de σ_c . Pour notre part, nous pensons que cette différence dans les valeurs de σ_c pourrait aussi être expliquée par la sensibilité de ce paramètre au coefficient de frottement. Néanmoins, les paramètres obtenus par les deux types d'essais restent comparables et sont du même ordre de grandeur que ceux publiés dans la littérature (Tableau 6-19).

Ces résultats nous permettent donc de conclure que la méthode d'interprétation de l'essai E.P.T.E. proposée par Leite (1991) pour un milieu soumis à un état de contraintes préalables isotrope est aussi applicable pour un milieu soumis à un état de contraintes préalables anisotrope; il suffit pour cela de remplacer, pour les fins de l'interprétation, le champ de contraintes préalables anisotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon par un état de contraintes préalables isotrope équivalent dans le même plan, celui-ci étant obtenu par la moyenne arithmétique des contraintes préalables de l'état de contraintes préalables anisotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon.

Tableau 6-17: Caractéristiques géométriques des échantillons pour les essais E.P.T.E sur le sel WINDSOR

Échantillon	Anisotropie des contraintes	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	Charge appliquée (kN)	Caractéristiques	
					D (mm)	L (mm)
WINDSOR1	1	2.75	2.78	3.48	9.52	39.65
WINDSOR2	1	2.75	2.74	4.8	9.57	40.40
WINDSOR3	1	2.74	2.77	6.3	9.90	45.15
WINDSOR5	1.5	3.31	2.21	3.44	9.16	34.51
WINDSOR6	1.5	3.33	2.22	4.18	10.42	52.48
WINDSOR7	1.5	3.31	2.21	6.20	9.34	37.15
WINDSOR8	3	4.14	1.37	3.49	9.85	44.44
WINDSOR9	3	4.19	1.39	5.4	10.74	57.18
WINDSOR1 0	3	4.13	1.39	6.3	10.65	55.90

Tableau 6-18: Paramètres de fluage obtenus à l'aide des essais E.P.T.E. pour différents rapports d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon

Échantillon	Anisotropie	b	σ_c (MPa)	n
WINDSOR1	1	0.422	18.02	2.978
WINDSOR2	1	0.417	21.86	
WINDSOR3	1	0.412	19.30	
WINDSOR5	1.5	0.436	31.80	2.216
WINDSOR6	1.5	0.429	16.51	
WINDSOR7	1.5	0.431	24.69	
WINDSOR8	3	0.439	21.28	3.109
WINDSOR9	3	0.426	10.30	
WINDSOR10	3	0.439	20.48	

6.4 Discussion des résultats

Dans la présente section, nous allons présenter et discuter certains facteurs qui peuvent affecter l'estimation des paramètres de fluage à l'aide de l'essai E.P.T.E. dans un milieu soumis à un état de contraintes préalables anisotrope dans le plan

perpendiculaire à l'axe du poinçon. Il s'agit de l'homogénéité et de l'isotropie du comportement du sel, de l'anisotropie du de l'état de contraintes préalables, du type de sollicitation (conditions de contraintes planes ou de déformations planes), de l'effet de la contrainte moyenne et enfin nous allons justifier la méthode d'interprétation proposée. Dans les deux derniers cas, nous allons voir ce qui se passe dans une section droite au niveau des nœuds 752 et 2318, situés au milieu de la partie tronconique.

6.4.1 Homogénéité et isotropie du comportement du sel

Le sel utilisé lors des essais est composé de grains de petites dimensions (diamètre inférieur à 1 mm) mis ensemble mécaniquement de façon aléatoire comme il a été déjà mentionné au chapitre 5. Comme le bloc de sel comporte un très grand nombre de ces grains disposés aléatoirement dans un volume beaucoup grand que les dimensions des grains, nous pouvons considérer ce sel comme homogène et statistiquement isotrope.

6.4.2 Anisotropie du champ des contraintes

Il y a beaucoup d'auteurs qui favorisent, pour les massifs de sel, l'hypothèse d'un état des contraintes naturelles isotrope en expliquant le phénomène par la redistribution des contraintes puisque le sel supporte mal des déviateurs de contraintes. Toutefois, outre les mesures récemment effectuées par Bonte (1993) ainsi que par Corthésy et al. (1994) qui montrent bien que le champ de contraintes dans les massifs de sel est loin d'être isotrope, le champ de contraintes naturelles qui

pourrait être isotrope est souvent perturbé par des travaux humains (tunnels de passage, galeries d'exploitation des mines ou d'accès aux mines) qui rendent automatiquement le champ de contraintes anisotrope tout au moins dans les zones d'influence de ces excavations qui intéressent la stabilité de ces dernières. De plus, puisque la redistribution des contraintes se termine après un temps théoriquement infini, il est donc fort probable de trouver des sites dans la nature où elle n'est pas encore achevée et où par conséquent le champ de contraintes préalables est anisotrope.

6.4.3 Type de sollicitation

Comme nous l'avons déjà mentionné plus tôt, l'hypothèse de contraintes planes implique que l'essai E.P.T.E. est effectué près d'une paroi ce qui est par ailleurs pratique. Il y a toutefois lieu de se poser des questions si l'on est obligé de faire des essais au fond d'un trou suffisamment profond de façon à se rapprocher des conditions de déformations planes. Une analyse numérique en condition de déformations planes dans un modèle axisymétrique a été faite dans les mêmes conditions de chargement que les analyses effectuées en conditions de contraintes planes. La courbe d'enfoncement du poinçon obtenue a été comparée à celle obtenue en condition de contraintes planes à la figure 6-37. Nous remarquons que les deux courbes coïncident et cela permet de conclure que la méthode d'interprétation de l'essai E.P.T.E. adoptée dans la présente étude reste valable même en condition de déformations planes tout au moins pour les périodes de temps simulées (30 heures de fluage). De façon générale, cette étude a montré que cette méthode d'interprétation initialement développée pour des conditions de déformations planes est aussi applicable pour des conditions de contraintes planes pour des périodes de fluage relativement courtes.

Tableau 6-19: Paramètres de fluage de la loi de puissance pour divers types de sel
(tiré de Leite, 1991)

Provenance du sel	Type d'essai de fluage	B	n	$\sigma_c \dagger$ (MPa)	Référence
Atwick	Triaxial conf.=0 à 35 MPa Dév.= 6 à 21 MPa	0.36	3.83	28.63	Horseman et Passaris (1984)
Avery Island	Triaxial conf.=3.5 à 20.7 MPa Dév.= 10.3 à 20.7 MPa	0.45	3.3	30.28	Hansen et Carter (1980)
Nouveau Mexique	Triaxial conf.=3.5 à 20.7 MPa Dév.= 10.3 à 20.7 MPa	0.46	3.3	28.77	Hansen et Carter (1980)
Kirkuk	Triaxial, T=18° C conf.= 8 MPa	0.338	1.84	0.39	Tijani et Vouille (1983)
Tersanne	Triaxial, T=18° C conf.= 20 MPa	0.50	4.09	4.36	Tijani et Vouille (1983)
Tersanne	Triaxial, T=18° C conf.= 20 MPa	0.50	3.36	2.09	Tijani et Vouille (1983)
Jefferson Island	Triaxial conf.=10.3 MPa Dév.= 10.3 à 41.4 MPa	0.38	2.52	36.34	Hansen (1977)
Lyons, Kansas	-	0.40	3.7	27.57	Hansen (1977)
Nouveau Mexique	-	0.48	2.676	26.04	Dawson (1979)

Tableau 6-19: Paramètres de fluage de la loi de puissance pour divers types de sel (tiré de Leite, 1991) (Suite)

Provenance du sel	Type d'essai de fluage	b	n	σ_c † (MPa)	Référence
Asse	Uniaxial	0.12	5	41.4	Lux et Heusermann (1983)
Diverses	Uniaxial	0.30	3.0	72.80	Starfield et Mc Clain (1973)
Saskatchewan (Potasse)	Uniaxial, modèle de pilier	0.084-0.241	-	-	King (1974)
Sergipe (Potasse)	Triaxial	0.30	3.0	22.93	Fairhust et al. (1979)
Îles de la Madeleine	Dilatometre	1	2.2	6.67	Ladanyi et Gill (1983a)

† Ces paramètres ont été calculés pour $\dot{\epsilon}_c = 10^{-5} \text{ h}^{-1}$ et $T=300^\circ\text{C}$, si possible.

6.4.4 Les effets de la contrainte moyenne

L'analyse des contraintes moyennes pour les 3 cas de sollicitation, à savoir isotropie des contraintes préalables et anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 et 3 faite dans une section droite à mi-hauteur de la partie tronconique (au niveau des nœuds 752 et 2318) nous démontre clairement que:

- 1- Il y a développement de 2 zones distinctes dans le milieu étudié; une première zone influencée par la présence du poinçon qui s'étend jusqu'à 5 fois le rayon à la paroi du poinçon à l'intérieur de laquelle les contraintes moyennes varient avec le temps et une deuxième zone au-delà de 5 fois le rayon à la paroi du poinçon à l'intérieur de laquelle les contraintes moyennes ne varient pas avec le temps (Figures 6-38 à 6-40).
- 2- À l'intérieur de la première zone, les contraintes moyennes diminuent avec le temps (Figures 6-38 à 6-40 et 6-43) mais restent quasiment identiques à tout moment à celles du cas d'isotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon et cela quel que soit le degré d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon (Figures 6-41 à 6-43).

Étant donné que les contraintes moyennes dans la première zone sont à tout instant supérieures à 4.6 MPa, il est justifié d'utiliser une loi de comportement qui ne tient pas compte de l'influence de la contrainte moyenne puisque d'autres chercheurs semblent confirmer que son effet est négligeable tout au moins au-delà d'une certaine contrainte de confinement qui se situerait autour de 3.5 MPa (Herrmann et al. 1980 et 1982; Gevantman, 1981; Morgan et Wawersik, 1989 et 1991; Zaman et al., 1992; Hansen et Carter, 1984; Lux et Rokahr, 1984; Sgaoula, 1997; Horseman et Passaris, 1984 et Ottosen, 1986). En effet, dans notre cas, à la limite de zone influencée par la présence du poinçon, la contrainte moyenne est de 4.6 MPa.

6.4.5 Justification de la méthode d'interprétation proposée

Étant donné que la loi de comportement donnée par l'équation 3-1 fait intervenir les contraintes équivalentes dans la définition des déformations de fluage, pour que les courbes d'enfoncement données à la figure 6-10 soient aussi proches quel que soit le degré d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon, il faudrait que les contraintes équivalentes soit très proches dans les 3 cas de sollicitation.

De la même façon que dans le cas des contraintes moyennes, l'analyse des contraintes équivalentes pour les 3 cas de sollicitation, à savoir isotropie des contraintes et anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 et 3 a été faite dans une section droite à mi-hauteur de la partie tronconique (au niveau des nœuds 752 et 2318) et nous aboutissons aux conclusions suivantes:

- 1- Tout comme dans le cas des contraintes moyennes, il y a développement de 2 zones distinctes dans le milieu étudié; une première zone qui s'étend jusqu'à 3 fois le rayon à la paroi du poinçon (au lieu de 5 fois dans le cas des contraintes moyennes) à l'intérieur de laquelle les contraintes équivalentes diminuent avec le temps et une deuxième zone au-delà de 3 fois le rayon à la paroi du poinçon à l'intérieur de laquelle les contraintes équivalentes ne varient pas avec le temps (Figures 6-44 à 6-46).
- 2- Les figures 6-47 et 6-48 donnent l'évolution des rapports entre les contraintes équivalentes aux contraintes équivalentes dans le cas d'isotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de même moyenne des

contraintes préalables pour des anisotropies des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 et 3 à différents moments. Elles montrent que dans la première zone les contraintes équivalentes dans les cas d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon tendent à être les mêmes que celles du cas d'isotropie des contraintes préalables dans ce même plan. En effet, dans le cas d'une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5, l'écart entre les contraintes équivalentes par rapport à celles du cas d'isotropie des contraintes préalables dans ce même plan est inférieur à 6%. Dans le cas d'une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon est de 3, cet écart est inférieur à 12%.

C'est donc pour cette raison que les courbes d'enfoncement du poinçon pour les 3 degrés d'anisotropie des contraintes préalables données à la figure 6-10 sont très proches les une des autres. Ce résultat explique pourquoi nous obtenons les mêmes paramètres de fluage quel que soit le degré d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon et justifie par la même occasion la méthode d'interprétation adoptée.

En définitive, nous pouvons dire que la méthode d'interprétation de l'essai E.P.T.E. développée pour la détermination des paramètres de fluage dans un milieu soumis à un état de contraintes préalables isotrope en conditions de déformations planes, donne une très bonne estimation des paramètres de fluage dans un milieu soumis à un état de contraintes préalables anisotrope en conditions de contraintes planes pourvu que la sollicitation anisotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon soit remplacée, pour les besoins de la détermination des paramètres de fluage, par une sollicitation isotrope équivalente égale à la moyenne des contraintes préalables anisotropes dans ce même plan.

6.4.6 Les effets de la modélisation

Si nous analysons les figures 6-39 à 6-43 et les figures 6-45 à 6-48, nous remarquons qu'elles comportent une anomalie dans la zone non influencée par la présence du poinçon. En effet, dans cette zone, on s'attend à ce que les contraintes moyennes et équivalentes restent égales à celles qui prévalaient initialement soit respectivement 4.6 MPa et 9.13 MPa puisque à l'intérieur de cette zone tout se passe comme si le poinçon n'existait pas. Ceci n'est non seulement pas le cas, mais en plus, l'allure des contraintes moyennes et équivalentes divergent au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la paroi du poinçon alors qu'elles devraient converger vers leurs valeurs préalables.

En faisant la même analyse dans le cas d'un milieu élastique, nous avons fait les mêmes observations (figures 6-49 et 6-51). Ceci a permis de conclure que ces anomalies ont la même source mais aussi qu'elles ne sont pas liées à la loi de comportement. Toutefois, la figure 6-51 révèle que quand on s'éloigne des axes de symétrie où les déplacements sont empêchés, les divergences s'atténuent jusqu'à obtenir une courbe d'allure normale à $\theta=45^{\circ}$; c'est-à-dire le plus loin des parois où les déplacements sont empêchés. Cette constatation pousse à penser que ces anomalies sont dues à la présence des parois où les déplacements sont empêchés c'est-à-dire les axes de symétries que nous avons introduits dans le modèle pour pouvoir travailler avec un quart de modèle dans nos analyses numériques.

Pour s'en assurer, nous avons fait une simulation 3D élastique avec un modèle complet sans aucun axe de symétrie et par conséquent sans aucune paroi où les déplacements sont empêchés pour des raisons de modélisation. Vu la durée des

analyses numériques (24 à 30 heures pour un quart de modèle élastique avec des éléments de 20 nœuds), dans cette vérification, nous avons utilisé des éléments à 8 nœuds afin de minimiser la durée de l'analyse qui a alors duré 5 jours.

Les résultats obtenus sont donnés à la figure 6-52 pour les contraintes moyennes et à la figure 6-53 pour les contraintes équivalentes. Par ces figures, nous confirmons donc que les anomalies observées sur les figures donnant les distributions des contraintes moyennes et équivalentes dans la modélisation de l'essai E.P.T.E. par un quart de modèle sont effectivement dues à la présence d'axes de symétrie c'est-à-dire de parois où les déplacements sont empêchés. Ce sont donc des anomalies liées à la modélisation et ne sont par conséquent pas réelles.

Afin d'expliquer l'influence de ces anomalies sur les résultats obtenus, nous avons comparé les contraintes moyennes et équivalentes obtenues dans un quart de modèle et celles obtenues dans un modèle complet. Si on se réfère aux figures 6-54 et 6-55 qui comparent respectivement les contraintes moyennes et les contraintes équivalentes de Von-Mises dans un quart de modèle et un modèle complet, il est clairement montré que l'effet de la modélisation n'a pas d'effet dans la zone influencée par la présence du poinçon puisque dans cette zone, les courbes des contraintes moyennes et des contraintes équivalentes se superposent pour les deux modèles. En conclusion, nous pouvons dire que ces anomalies n'influent pas sur la justification de la méthode d'interprétation proposée parce qu'elles ont lieu dans la zone qui n'est pas influencée par la présence du poinçon.

6.4.7 Effets de la redistribution des contraintes au contact du poinçon

De façon générale, lorsqu'on fait n'importe quel essai dans un milieu de comportement non linéaire, l'état de contraintes σ_e^0 initial au temps $t=0^+$, généralement considéré comme élastique, tend vers un état stationnaire σ_e^{ss} différent de σ_e^0 . Dans le cas de l'essai de fluage en compression simple ou triaxiale où en principe il n'y a pas de gradient de contraintes dans l'éprouvette, σ_e^0 et σ_e^{ss} coïncident. Dans ce cas, les déformations de fluage sont uniformément réparties dans l'échantillon et la redistribution des contraintes est absente. Lorsqu'il y a redistribution des contraintes, l'état stationnaire des contraintes n'est atteint théoriquement qu'à un temps infiniment long mais en pratique, l'évolution de σ_e^0 vers σ_e^{ss} se fait à un taux décroissant de sorte qu'après un certain temps plus ou moins long selon le type d'essai, les conditions aux frontières et le type de matériau, on peut considérer que l'état stationnaire des contraintes est atteint après un certain pourcentage de redistribution des contraintes jugé satisfaisant.

Des nombreux travaux qui ont été déjà réalisés sur la redistribution des contraintes, une conclusion importante se dégage: il n'y a pas de théorie proprement dite pour étudier ce phénomène sauf pour des cas très particuliers comme le cas d'une sphère creuse soumise à une pression interne constante ou le cas d'une poutre soumise à un moment fléchissant constant (Spence et Hult, 1973); seules les analyses numériques permettent à l'heure actuelle d'étudier ce phénomène pour des problèmes complexes (Leite et al., 1997).

Ces derniers auteurs ont étudié la redistribution des contraintes autour d'une cavité cylindrique à paroi épaisse soumise à une pression interne et externe et ont abouti aux conclusions importantes suivantes:

1- La durée de la redistribution des contraintes dépend du rapport r_i/r_e où r_i représente le rayon interne de la cavité et r_e le rayon externe. Plus ce rapport est élevé, plus la redistribution des contraintes se fera lentement en d'autres termes, ceci veut dire que pour un rayon interne fixé, plus le rayon externe est petit, plus la redistribution des contraintes sera rapide et inversement, pour un rayon externe fixé, plus le rayon interne sera petit, plus la redistribution des contraintes sera lente.

2- Pour un même rapport r_i/r_e , la redistribution des contraintes dépend de la différence entre la pression interne et la pression externe. En effet, si la pression externe est plus élevée que la pression interne, plus la pression appliquée sur la paroi externe est élevée, plus la redistribution des contraintes sera rapide et inversement, si la pression interne est plus élevée que la pression externe, plus la pression interne est élevée, plus la redistribution des contraintes sera rapide.

3- La durée de la redistribution des contraintes dépend de la loi de fluage adoptée et par conséquent de ses paramètres. Pour une loi comme celle que nous avons adoptée dans notre étude, c'est-à-dire une loi de puissance dans sa formulation d'écrouissage, elle dépend donc de b et n ainsi que du module de Young E et dans une très faible mesure du coefficient de Poisson ν .

Pour le problème de l'essai E.P.T.E. dans un milieu soumis à un champ de contraintes préalables anisotrope, nous pouvons identifier deux étapes dans le processus de redistribution des contraintes:

1- Une redistribution des contraintes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon qui tend à uniformiser les contraintes radiales autour du poinçon pour les rendre

isotrope et que par conséquent nous pourrions appeler uniformisation des contraintes autour du poinçon (figure 6-56).

2- Une redistribution des contraintes de la paroi du poinçon où les contraintes sont plus élevées vers le contour extérieur. Ce type de redistribution des contraintes correspond exactement à celui étudié par Leite et al. (1997) et leurs conclusions s'y appliqueraient parfaitement.

Étant donné que l'état stationnaire des contraintes dans le problème de l'essai E.P.T.E. dans un milieu soumis à un champ de contraintes préalables anisotrope est inconnu, la discussion que nous allons mener est plutôt qualitative mais non quantitative et porte sur l'allure des courbes d'enfoncement du poinçon.

En principe, d'après Leite (1991) et Leite et al (1997), les courbes d'enfoncement du poinçon en fonction du temps dans un milieu soumis à un champ de contraintes préalables isotrope présentent un changement de pente apparent qui dénote de l'existence d'une phase de redistribution des contraintes. Étant donné la similitude des phénomènes de redistribution des contraintes qui ont lieu dans les deux cas de sollicitation, on s'attendrait donc que les courbes d'enfoncement du poinçon en fonction du temps dans un milieu soumis à un champ de contraintes préalables anisotrope aient le même comportement et présentent un changement de pente pour signifier l'existence d'une phase de redistribution des contraintes.

Néanmoins, dans notre étude, les courbes d'enfoncement du poinçon obtenues ne présentent aucun changement de pente. Deux situations extrêmes pourraient expliquer ce résultat: le temps nécessaire pour atteindre l'état stationnaire est très

court ou très long par rapport à la durée de l'essai de façon que le changement de pente n'apparaît pas sur les courbes ainsi obtenues.

Les résultats obtenus lors de nos analyses numériques ne permettent pas d'identifier clairement la situation dans laquelle nous nous trouvons. En effet, d'une part, l'état stationnaire n'a vraisemblablement pas été atteint comme le démontrent les figures 6-38 à 6-40 et 6-43 à 6-46 qui donnent la distribution des contraintes moyennes et équivalentes à différents temps puisque ces contraintes continuent de varier jusqu'à la fin de la période simulée. D'autre part, aucun changement de pente sur les courbes d'enfoncement du poinçon en fonction du temps signalant l'existence éventuelle d'une phase de redistribution des contraintes n'a été clairement identifié.

Néanmoins, la méthode d'interprétation proposée a prouvé son efficacité puisque les paramètres de fluage déterminés à partir de cette méthode sont très proches des paramètres introduits dans les analyses comme il a été déjà précisé plus tôt (Tableaux 6-5, 6-6 et 6-14). Nous en déduisons donc que les effets de la redistribution des contraintes sur la méthode d'interprétation proposée seraient par conséquent négligeables.

De plus, ce même constat a été fait sur les résultats des essais E.P.T.E. au laboratoire qui ne présentent pas non plus de changement de pente apparent. Cette similitude des résultats entre les courbes d'enfoncement du poinçon en fonction du temps obtenues à partir des analyses numériques et d'essais de laboratoire a permis l'application de la méthode d'interprétation déduite des analyses numériques à la détermination des paramètres de fluage à partir des essais de laboratoire.

La comparaison entre les paramètres de fluage obtenus par essais de fluage en compression simple au cours desquels la redistribution des contraintes est théoriquement absente (Tableau 6-16) et ceux obtenus à l'aide de l'essai E.P.T.E. au cours desquels la redistribution des contraintes est présente (Tableau 6-18), démontre une bonne concordance surtout pour les paramètres b et n . Ce résultat semble confirmer que, dans ce type d'essai, l'influence de la redistribution des contraintes sur la détermination des paramètres de fluage serait assez faible pour ne pas affecter la méthode d'interprétation proposée.

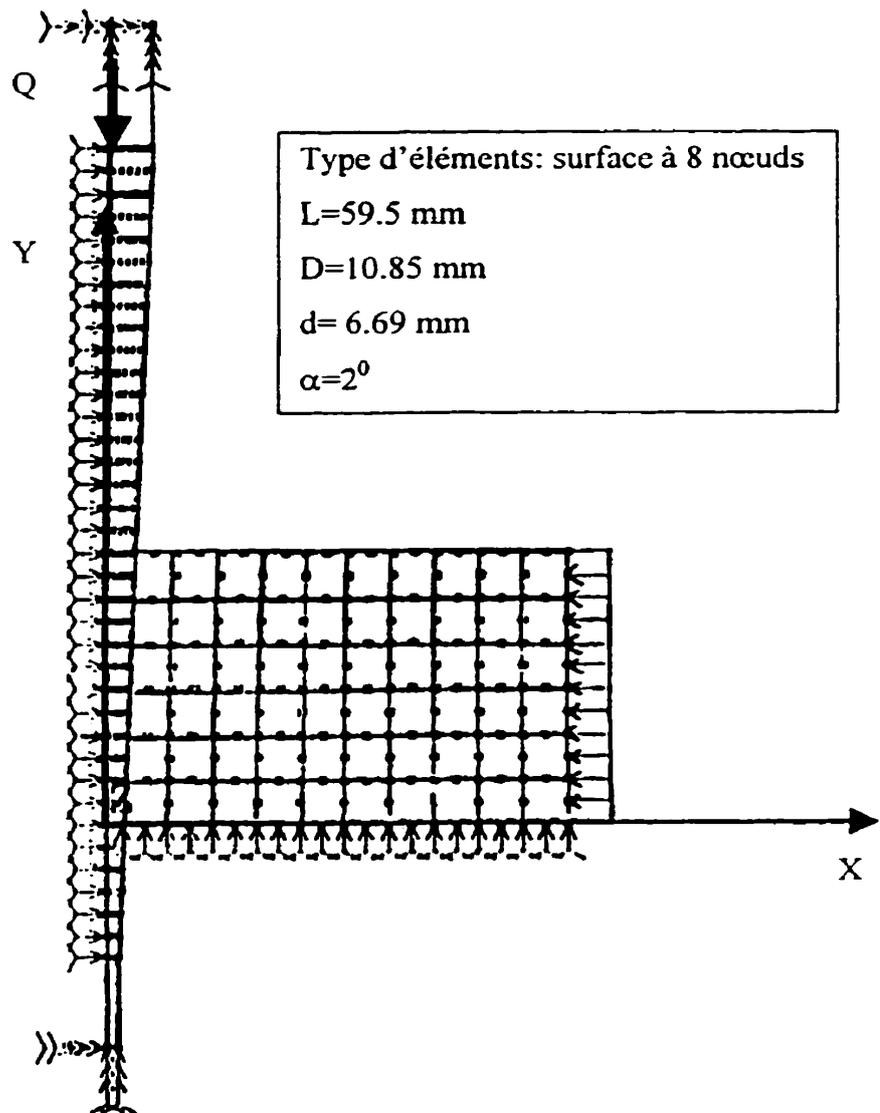


Figure 6-1: Modèle utilisé dans les simulations de l'essai E.P.T.E. en axisymétrique.

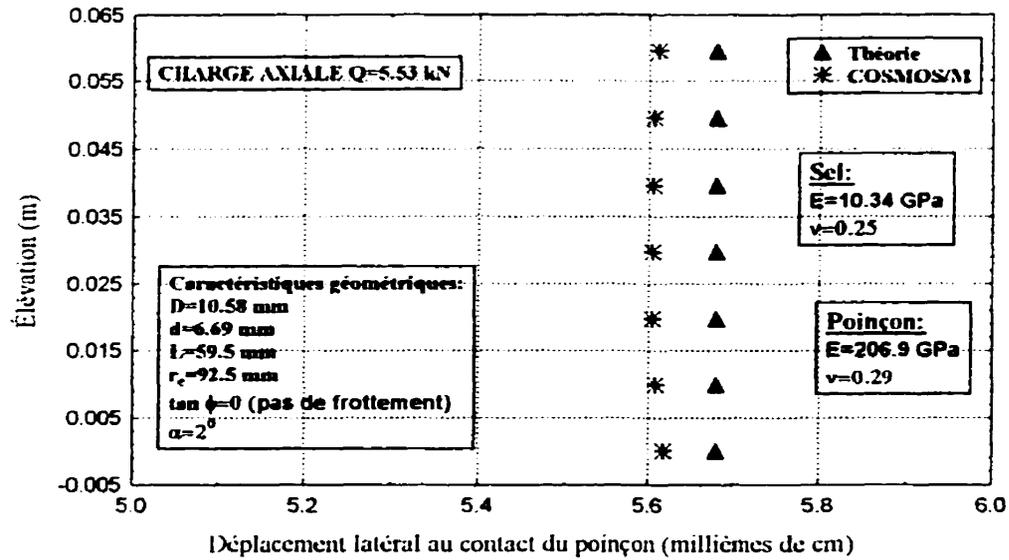


Figure 6-2: Simulation de l'essai E.P.T.E en axisymétrique: déplacements latéraux au contact du poinçon dans un milieu élastique linéaire pour $\tan \phi = 0$

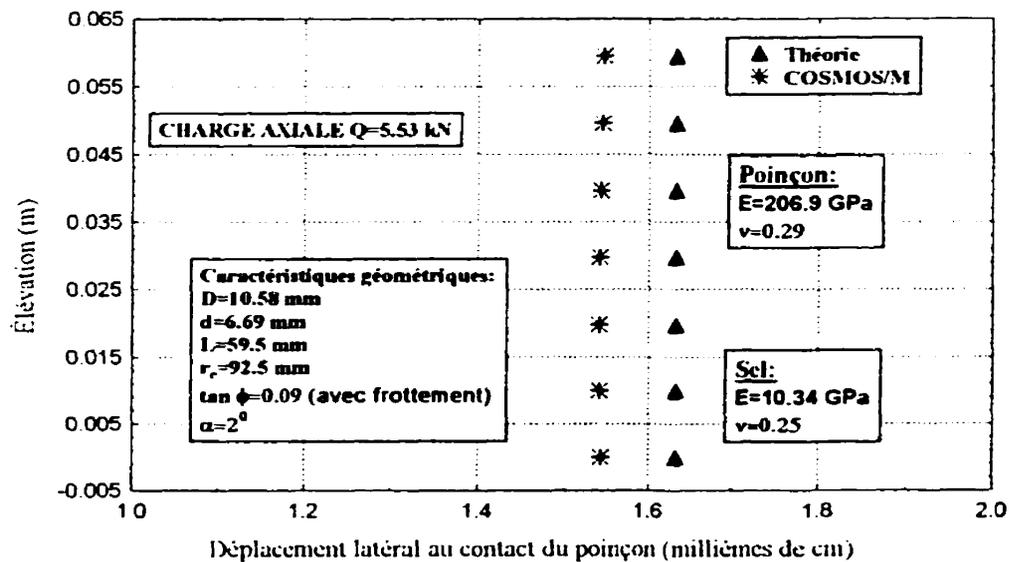


Figure 6-3: Simulation de l'essai E.P.T.E en axisymétrique: déplacements latéraux au contact du poinçon dans un milieu élastique linéaire pour $\tan \phi = 0.09$

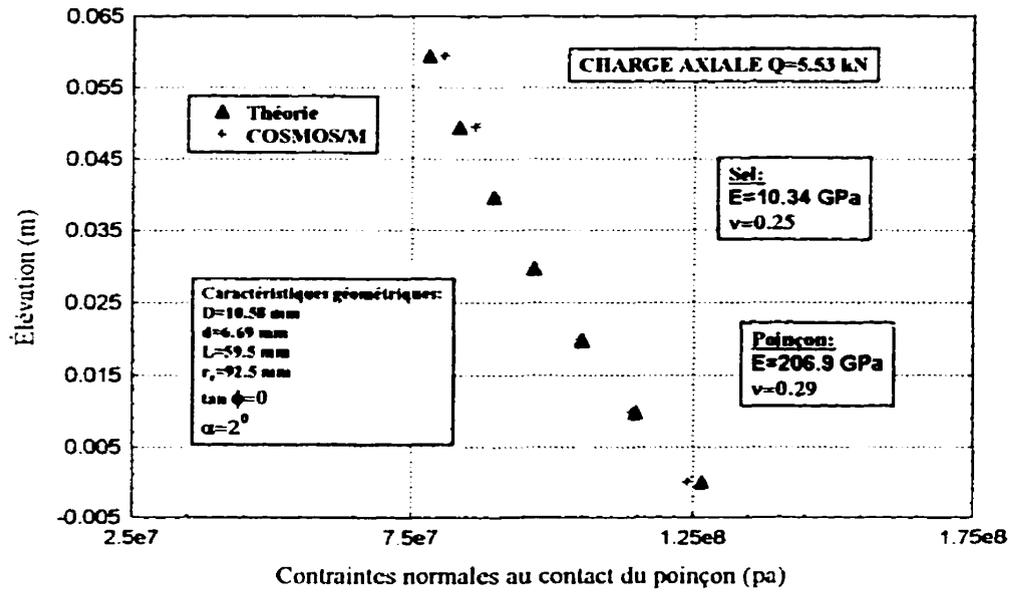


Figure 6-4: Simulation de l'essai E.P.T.E. en axisymétrique: contraintes normales au contact du poinçon pour $\tan \phi=0$

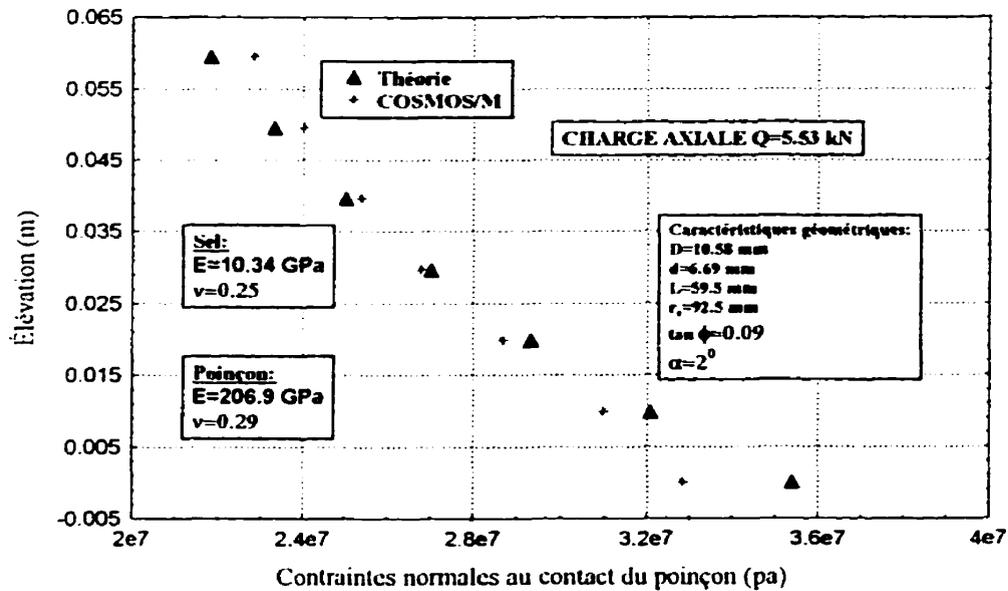


Figure 6-5: Simulation de l'essai E.P.T.E. en axisymétrique: contraintes normales au contact du poinçon pour $\tan \phi=0.09$

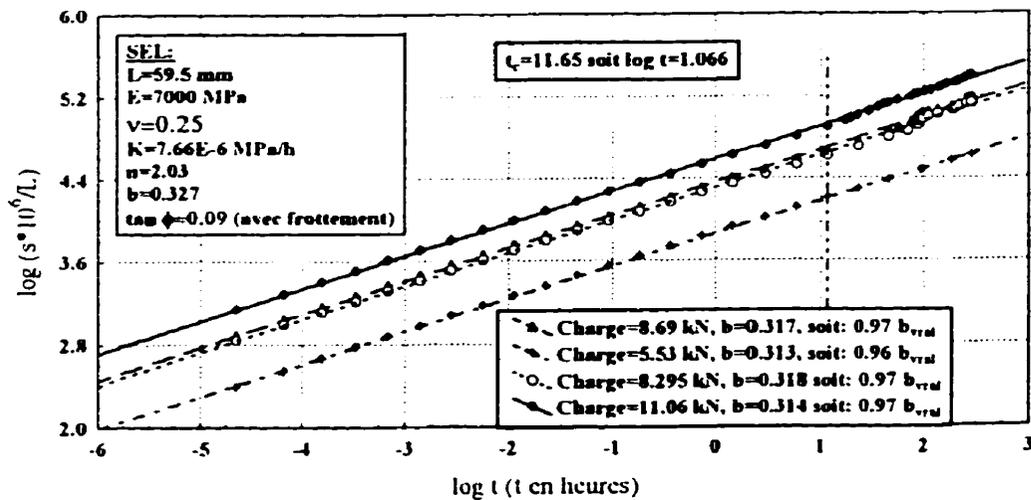


Figure 6-6: Simulation de l'essai E.P.T.E, milieu de comportement non linéaire, cas axisymétrique, détermination du paramètre b , contraintes préalables isotropes $P_0=6.9$ MPa

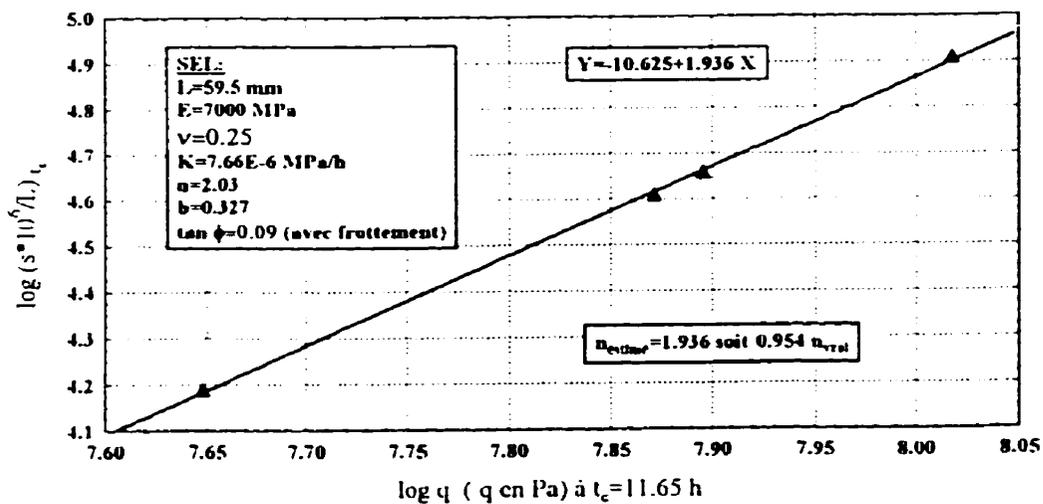


Figure 6-7: simulation de l'essai E.P.T.E., milieu de comportement non linéaire, cas axisymétrique, détermination du paramètre n , contraintes préalables isotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon avec $P_0=6.9$ MPa

Type d'éléments: solide à 20 nœuds

L=59.5 mm

D=10.85 mm

d= 6.69 mm

$\alpha=2^0$

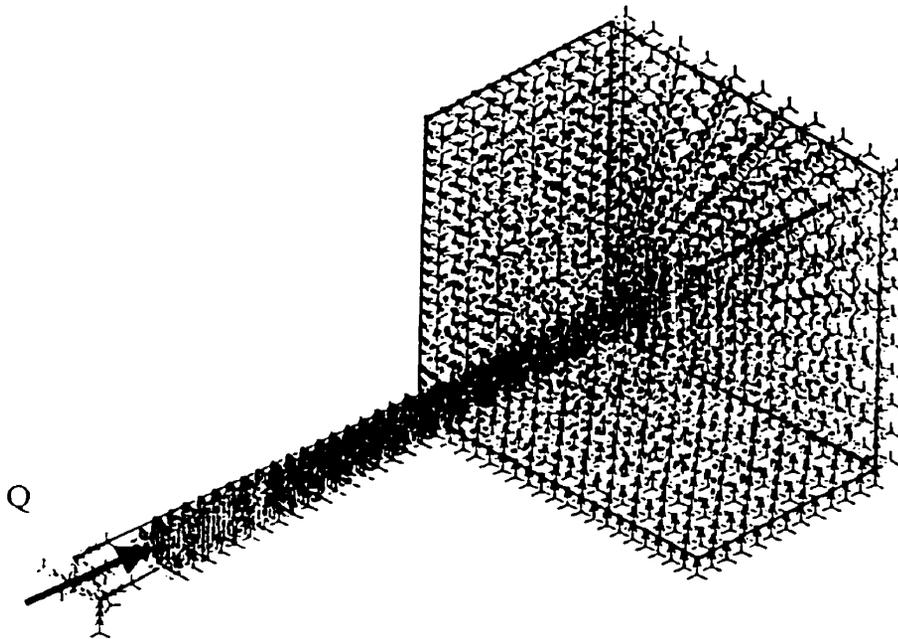


Figure 6-8: Modèle utilisé dans les simulations de l'essai E.P.T.E. en 3 dimensions.

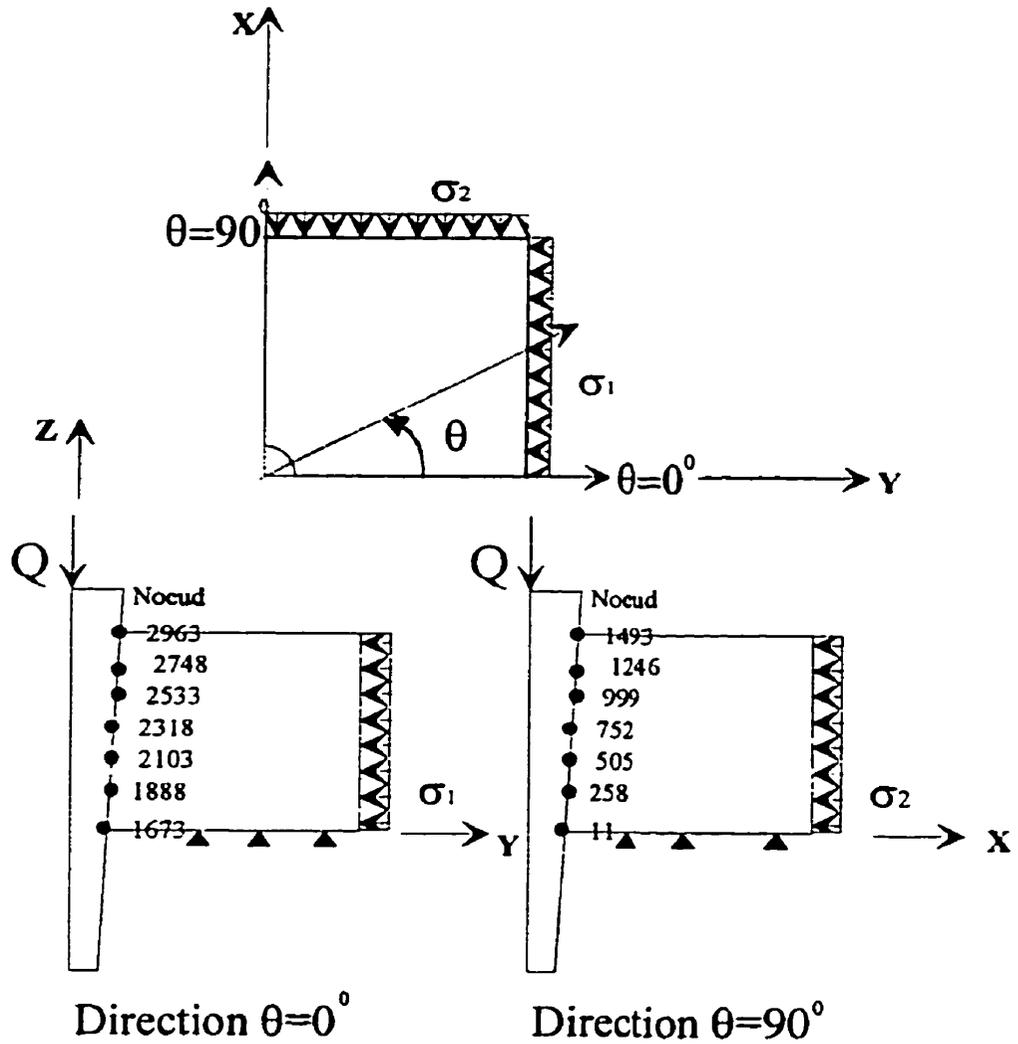


Figure 6-9: Schéma d'identification des nœuds au contact du poinçon dans un modèle 3D pour $\theta=0^\circ$ et pour $\theta=90^\circ$ (pas à l'échelle)

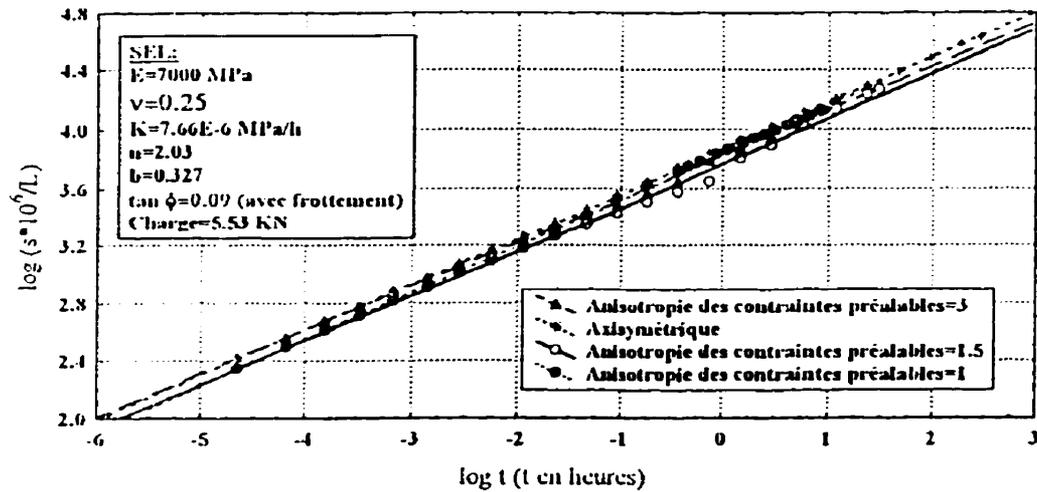


Figure 6-10: Simulation de l'essai E.P.T.E., comparaison du modèle axisymétrique et des modèles 3D en fluage pour des contraintes préalables isotropes et anisotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon avec $\sigma_m = 6.9$ MPa et une charge de 5.53 kN

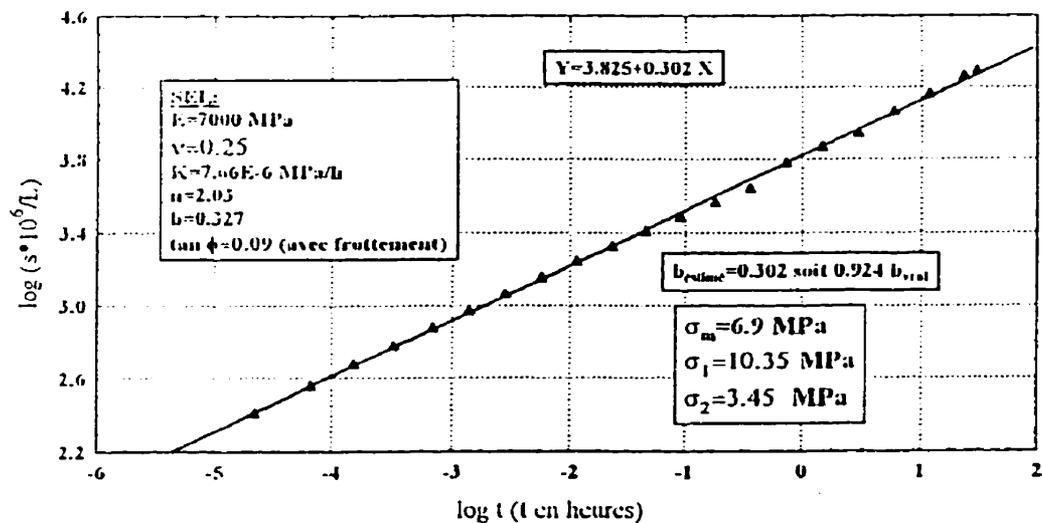


Figure 6-11: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, charge=5.53 kN

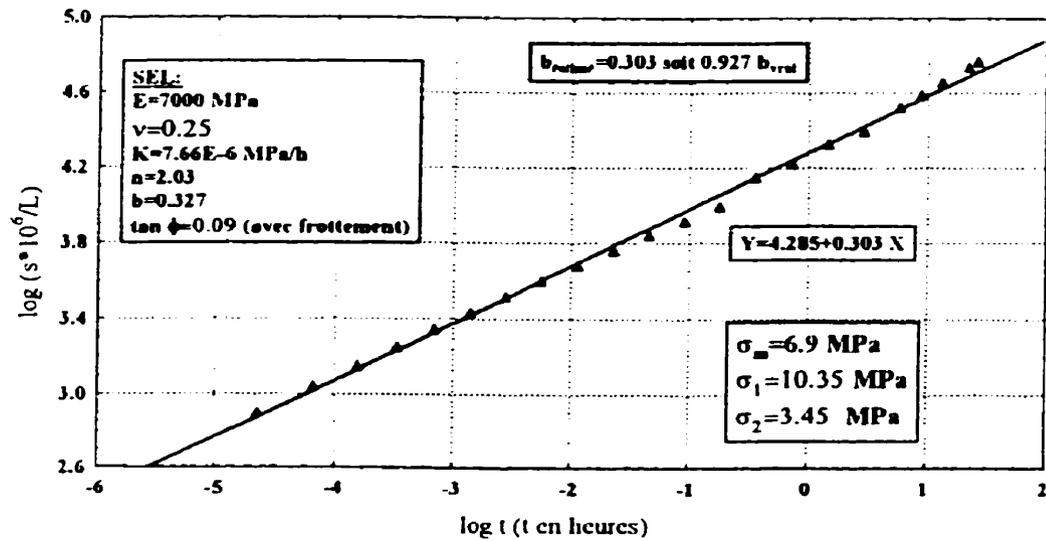


Figure 6-12: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, charge=8.295 kN

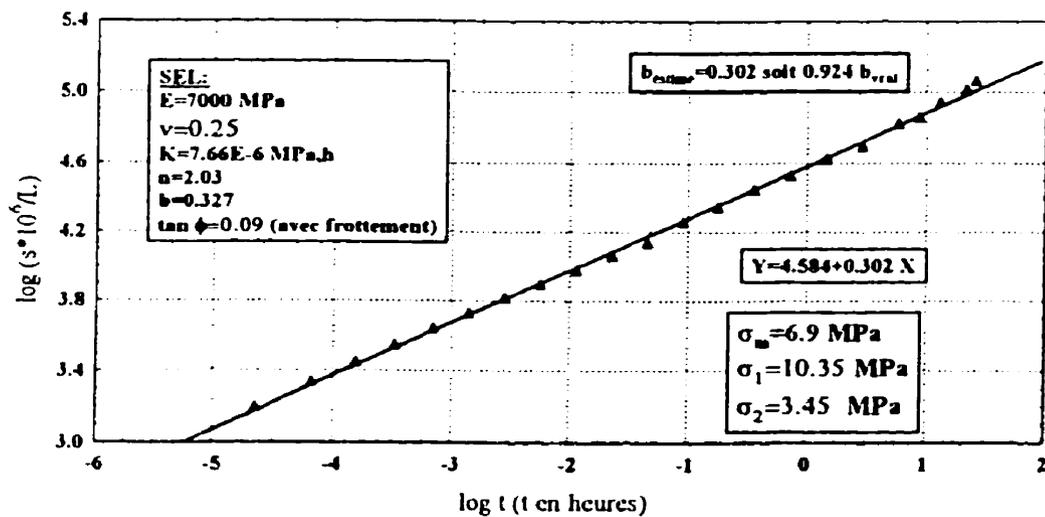


Figure 6-13: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, charge=11.06 kN

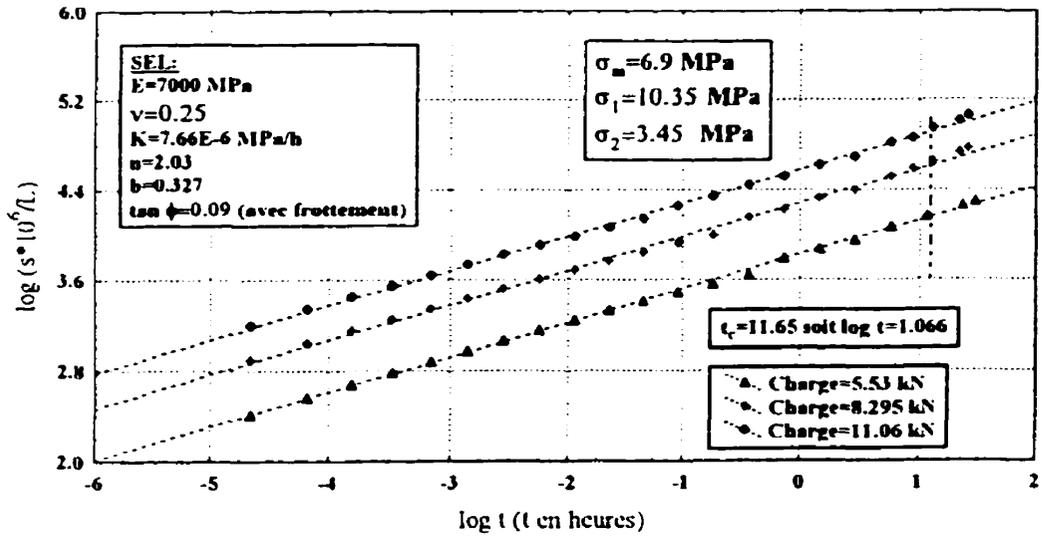


Figure 6-14: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3

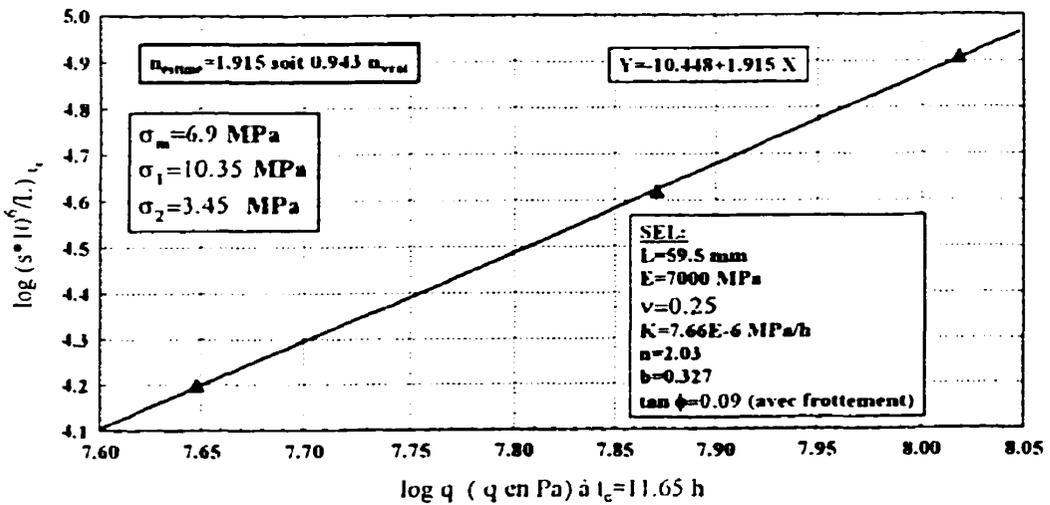


Figure 6-15: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, détermination du paramètre n

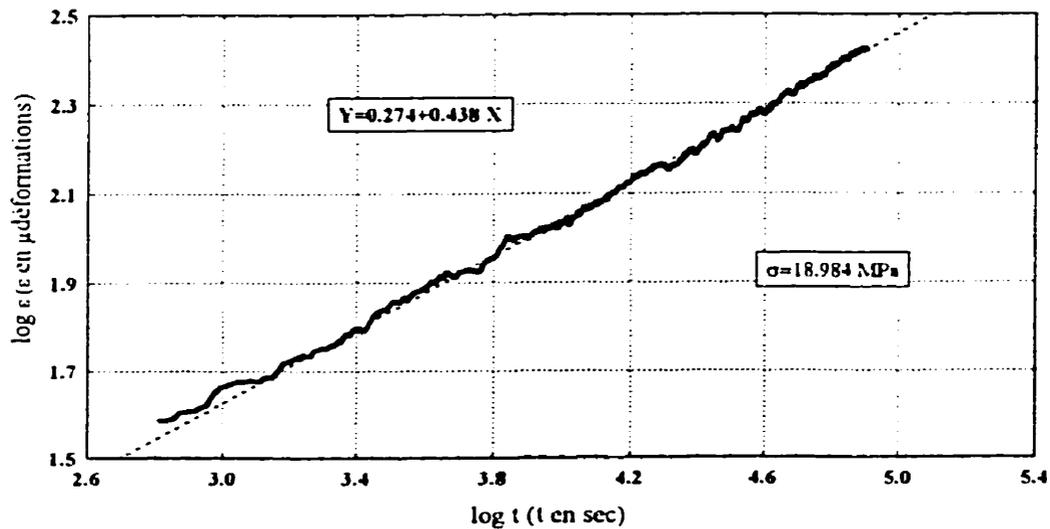


Figure 6-16: Essai de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR (B4ECH1)

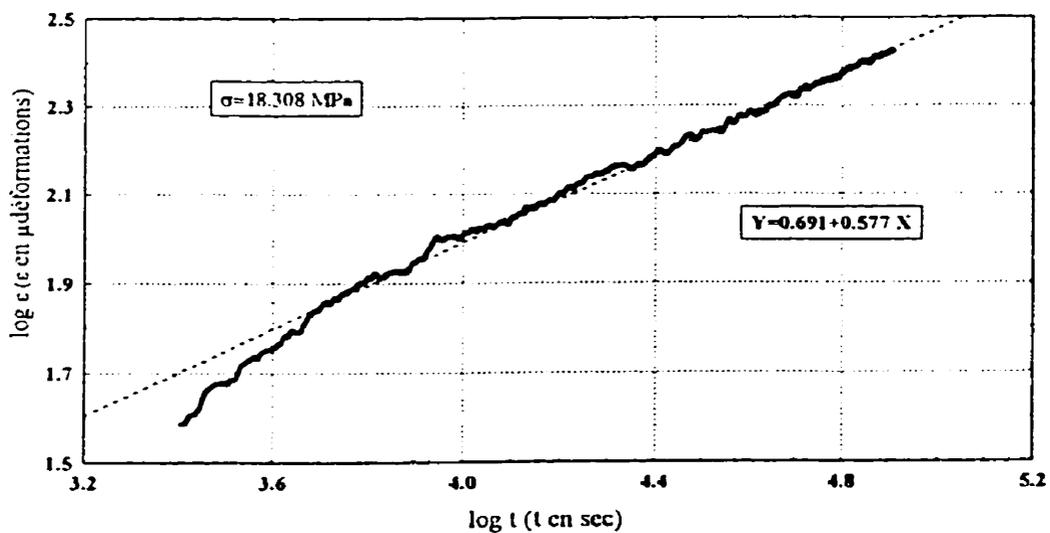


Figure 6-17: Essai de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR (B4ECH3)

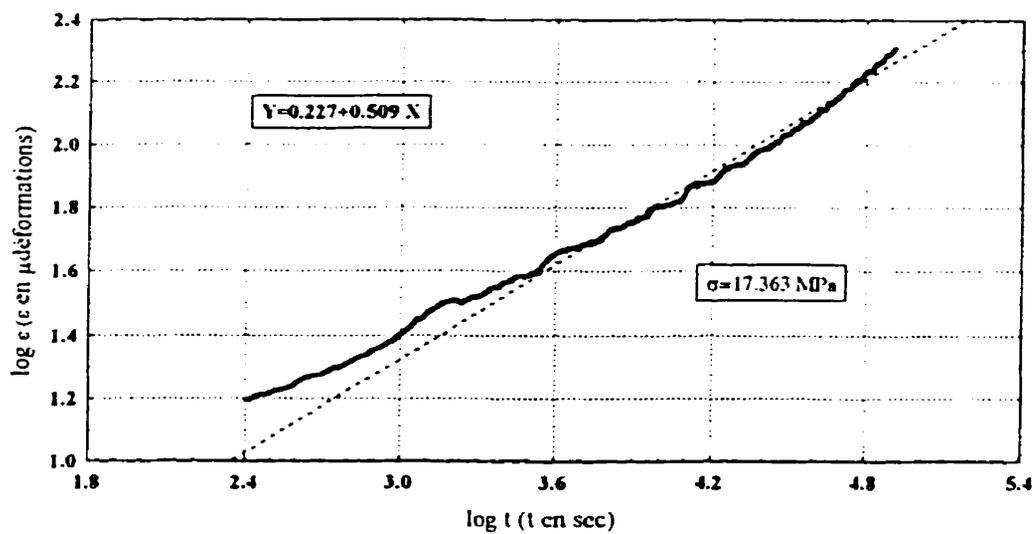


Figure 6-18: Essai de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR (B4ECH4)

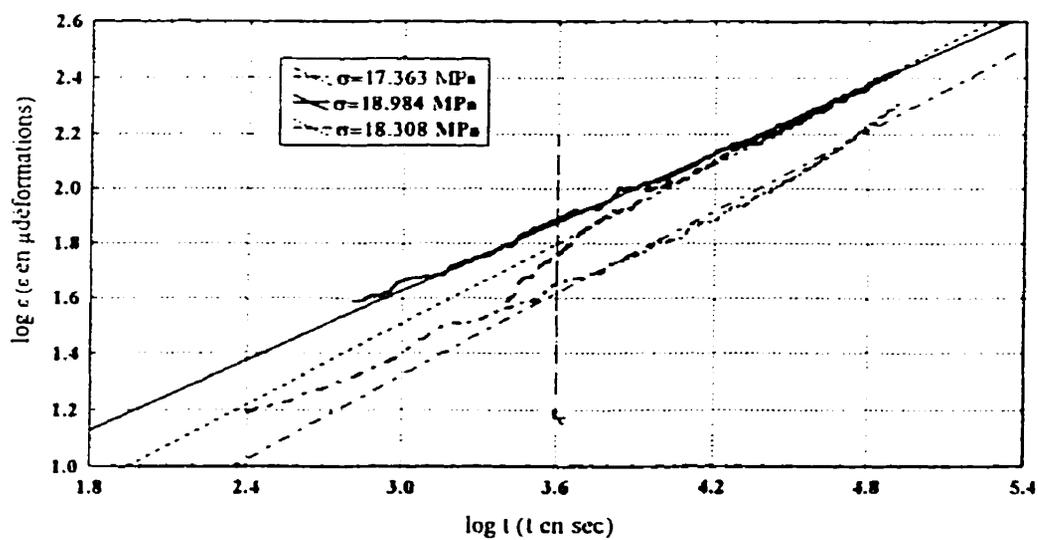


Figure 6-19: Essai de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR, tous les échantillons du bloc 4

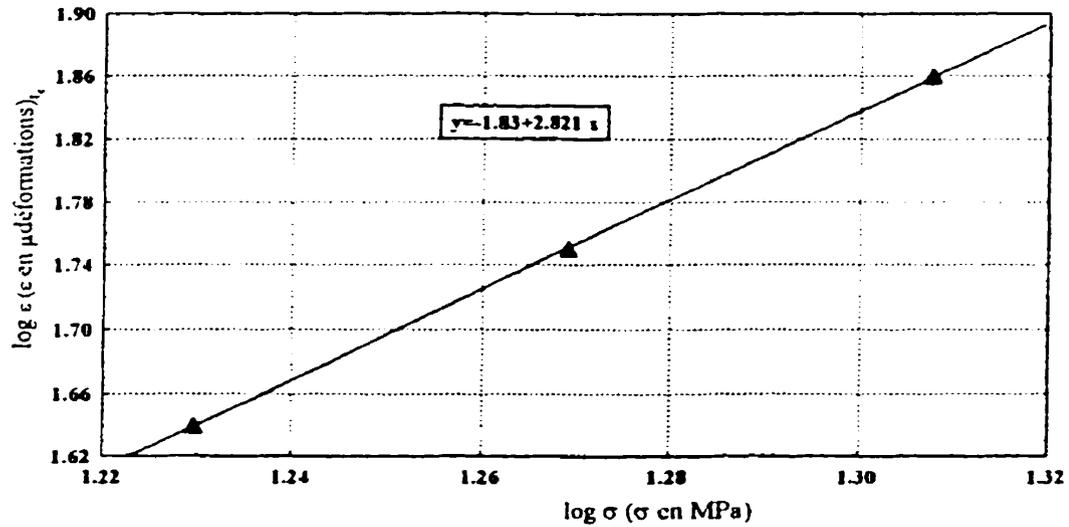


Figure 6-20: Essais de fluage en compression simple sur le sel WINDSOR, détermination du paramètre n ($t_c = 1.11$ h)

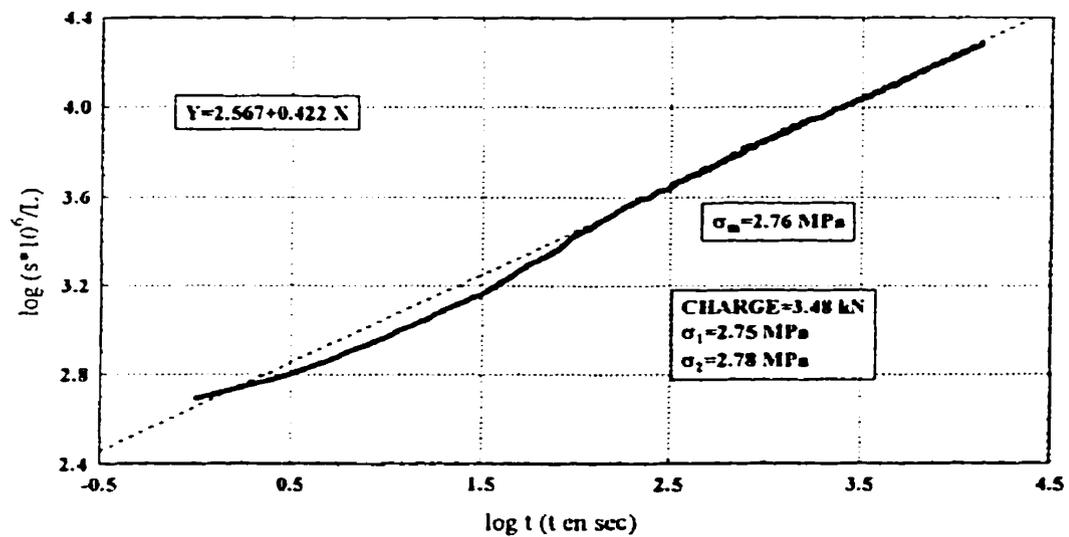


Figure 6-21: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc 1), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1, charge sur le poinçon = 3.48 kN

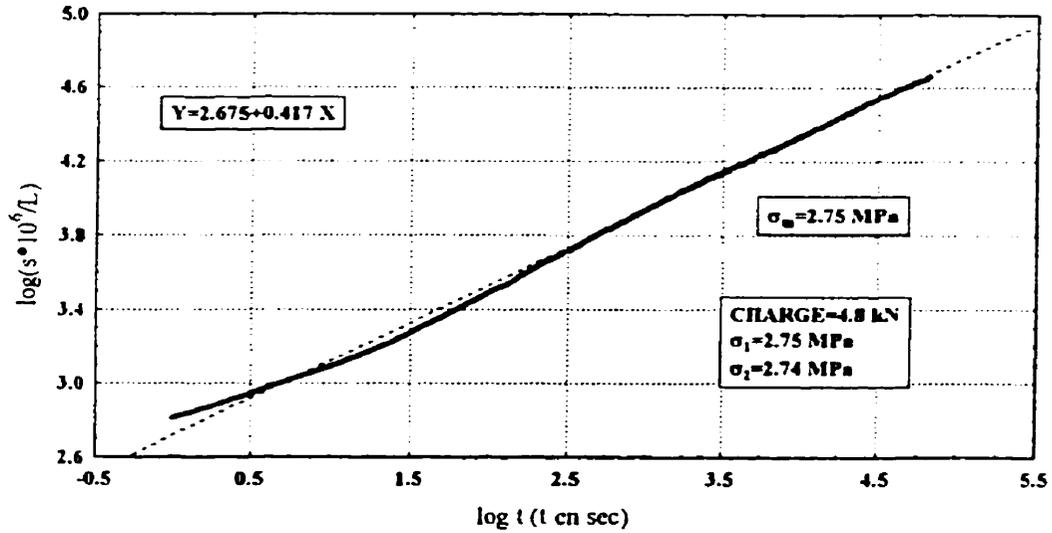


Figure 6-22: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc 2), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1, charge sur le poinçon=4.80 kN

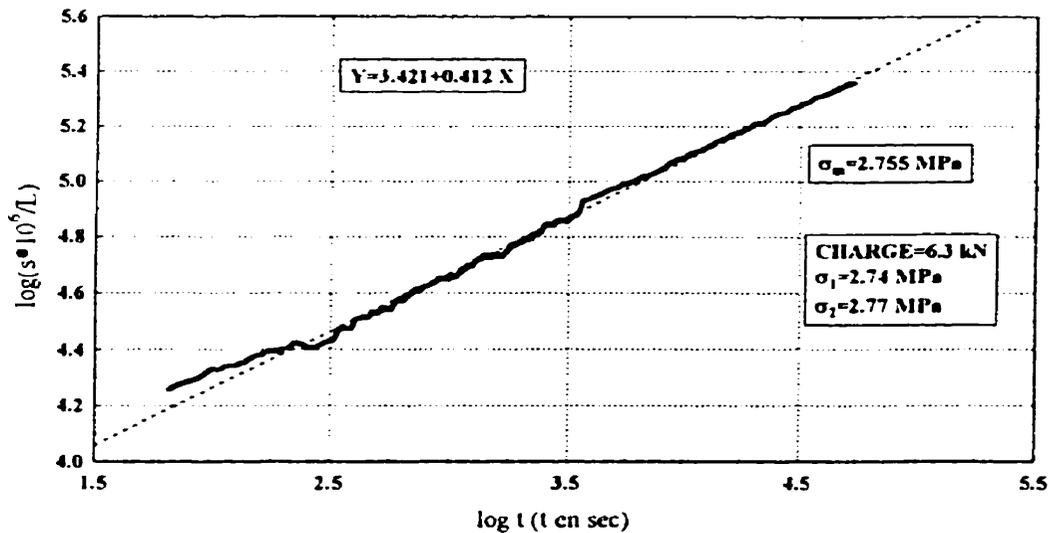


Figure 6-23: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc 3), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1, charge sur le poinçon=6.3 kN

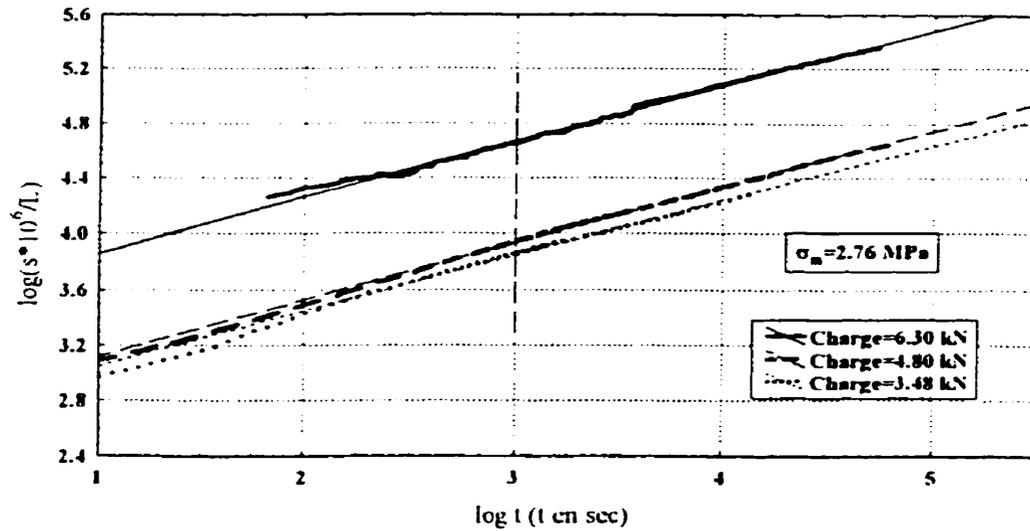


Figure 6-24: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de I

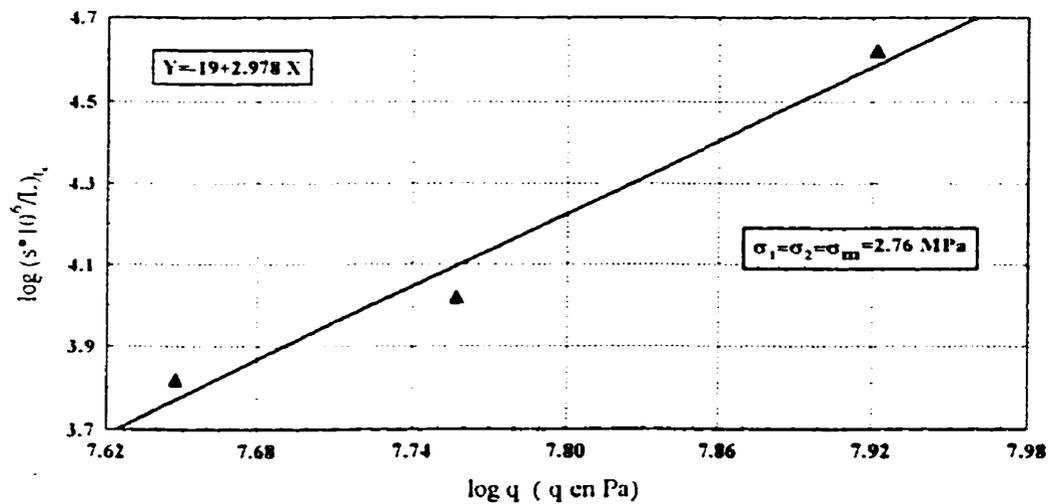


Figure 6-25: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de I, détermination du paramètre n

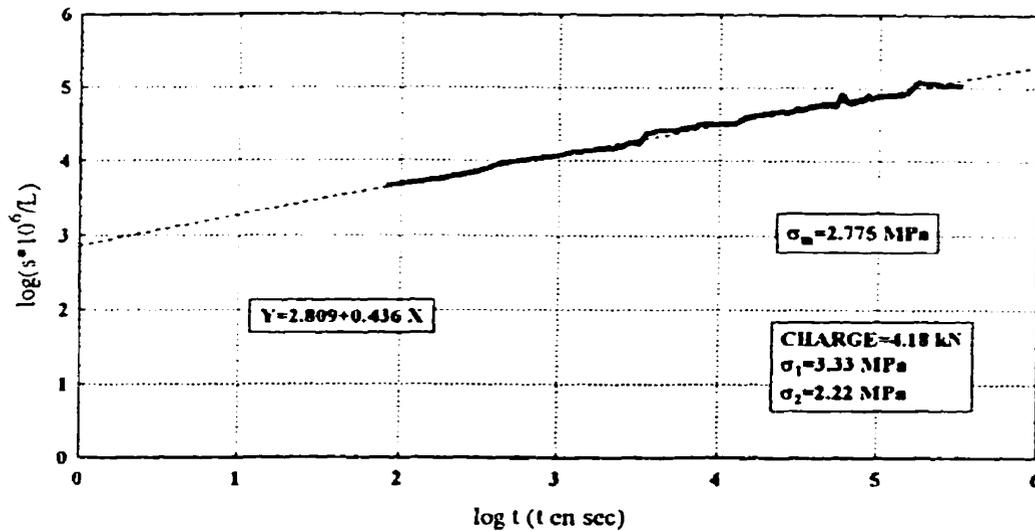


Figure 6-26: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc 5), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5, charge sur le poinçon=4.18 kN

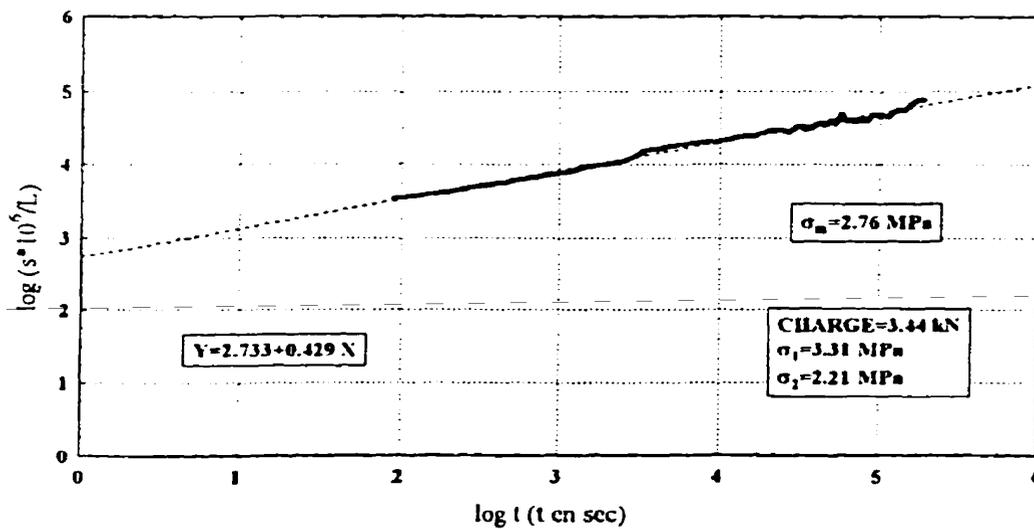


Figure 6-27: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc 5), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5, charge sur le poinçon=3.44 kN

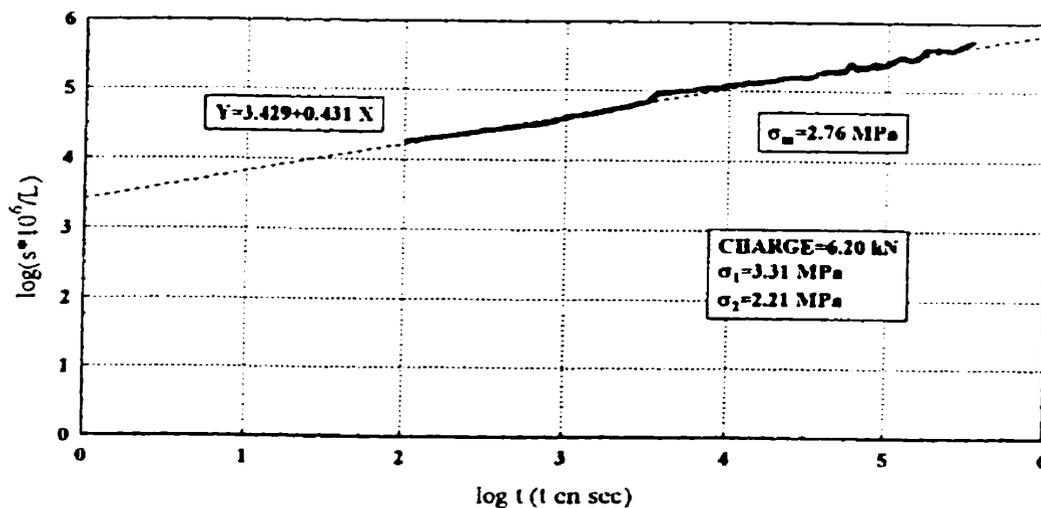


Figure 6-28: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc 7), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5, charge sur le poinçon=6.20 kN

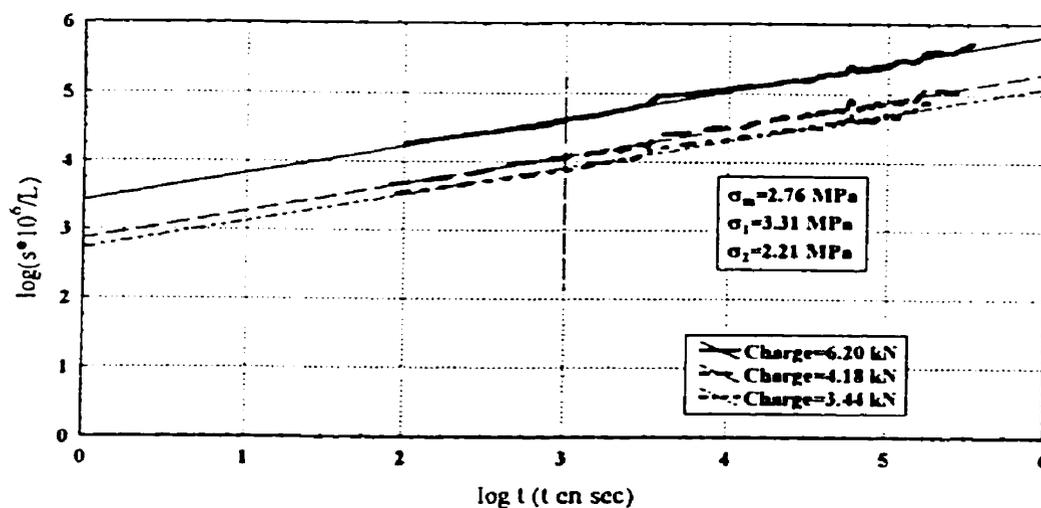


Figure 6-29: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5

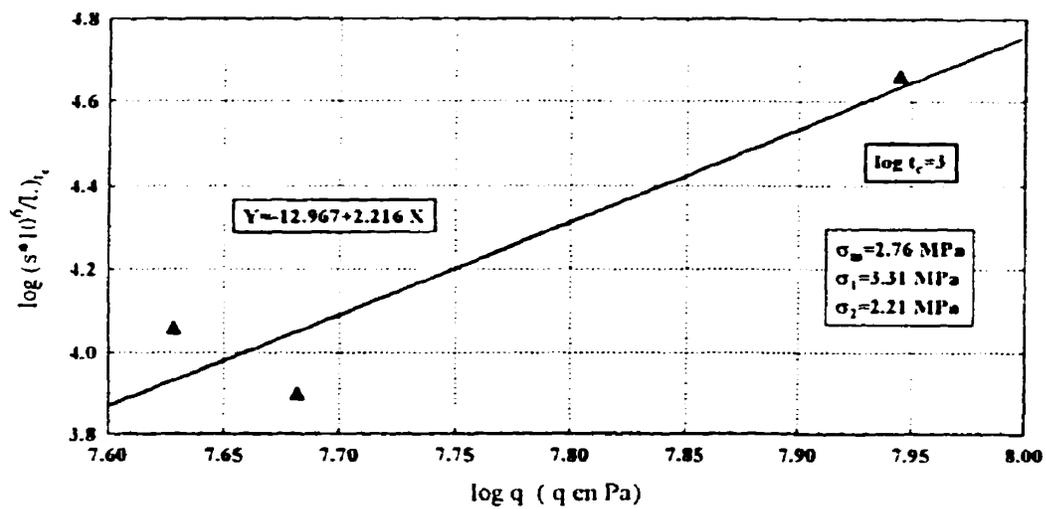


Figure 6-30: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5, détermination du paramètre n

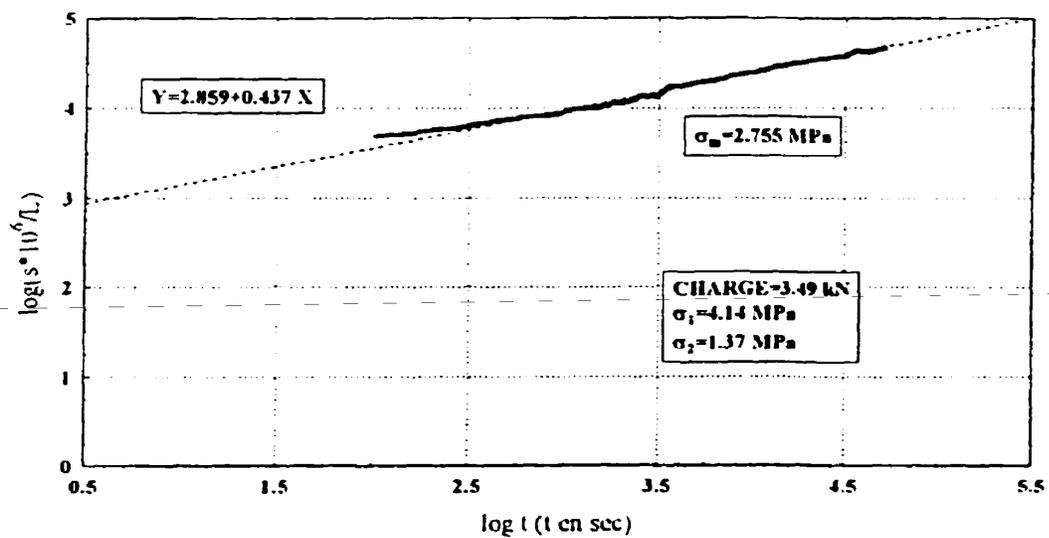
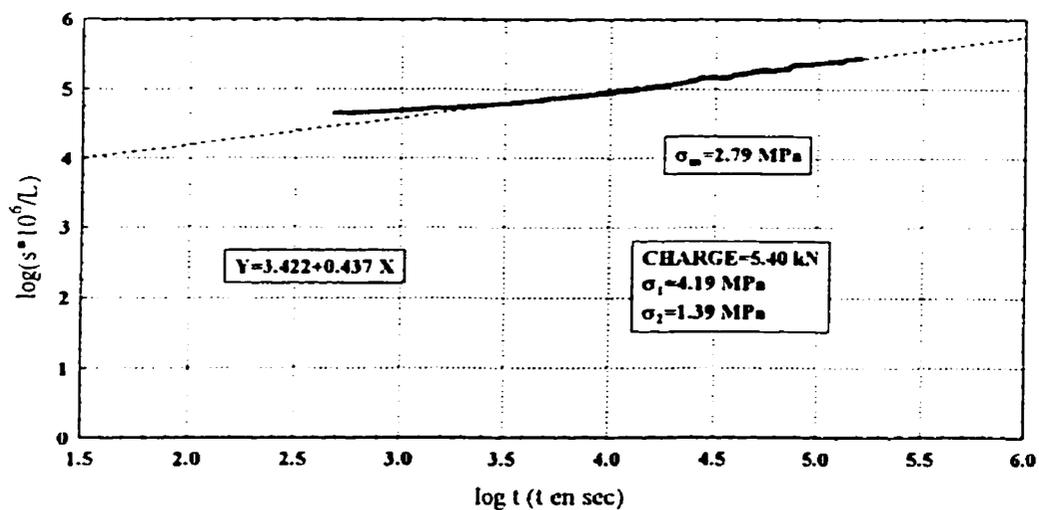
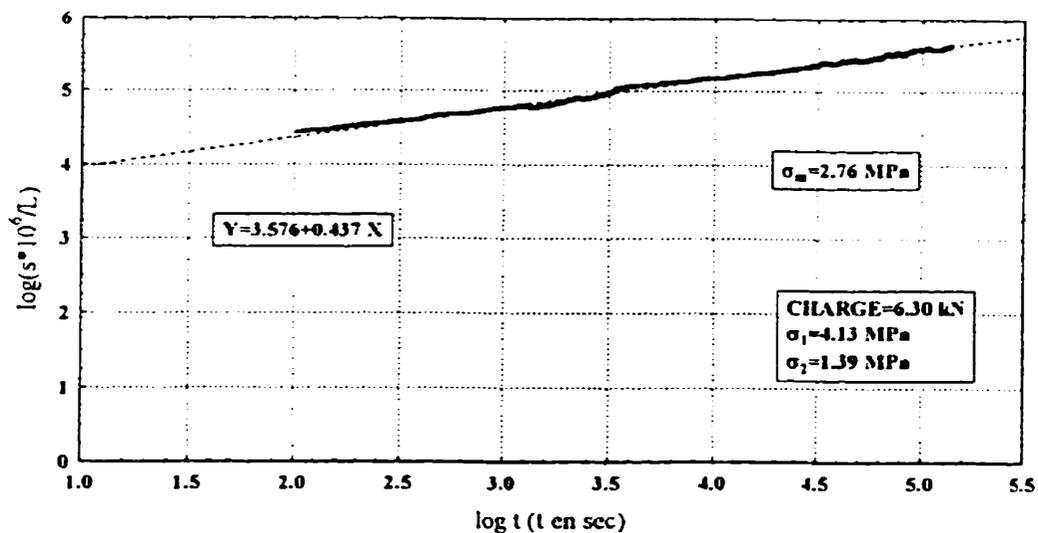


Figure 6-31: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR (bloc 8), anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, charge sur le poinçon = 3.49 kN



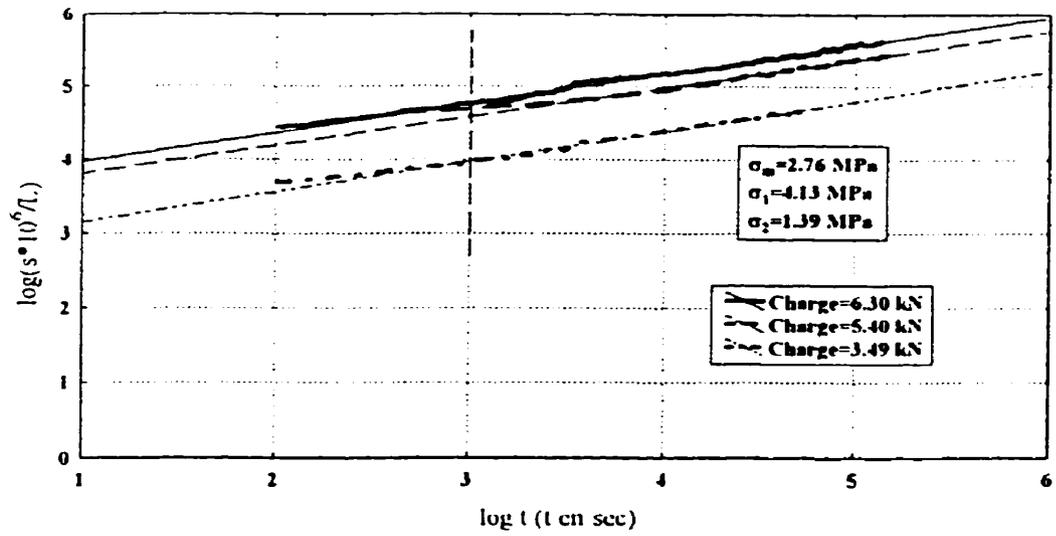


Figure 6-34: Essai E.P.T.E. sur le sel WINDSOR, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3

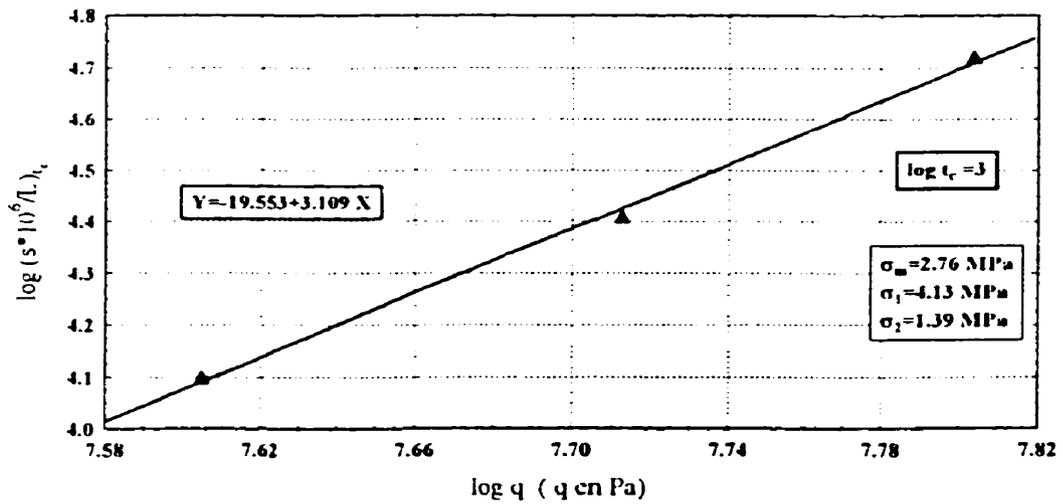


Figure 6-35: Essais E.P.T.E. sur le sel WINDSOR, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3, détermination du paramètre n

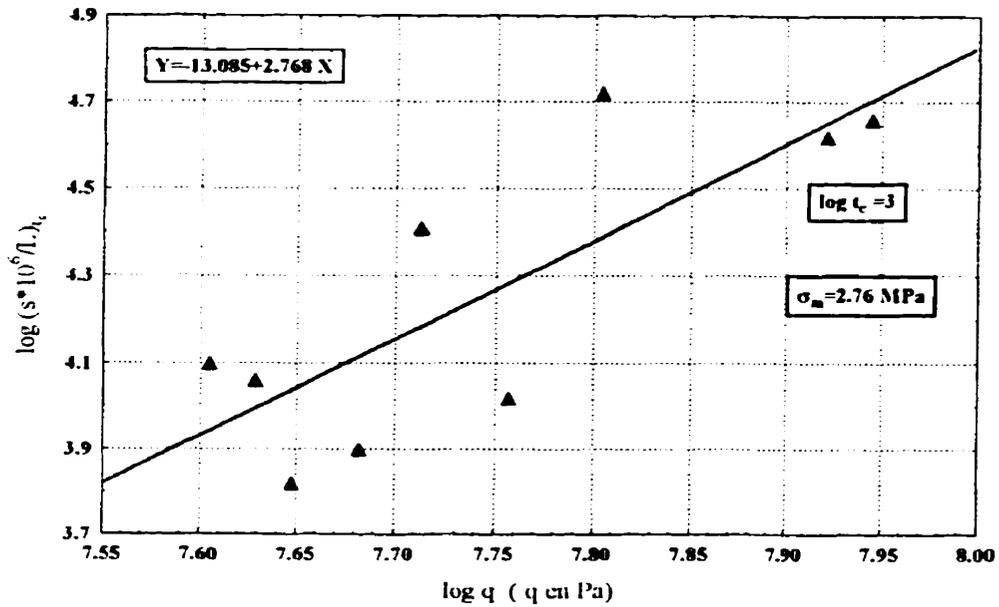


Figure 6-36: Détermination du paramètre n pour tous les essais E.P.T.E. sur le sel WINDSOR

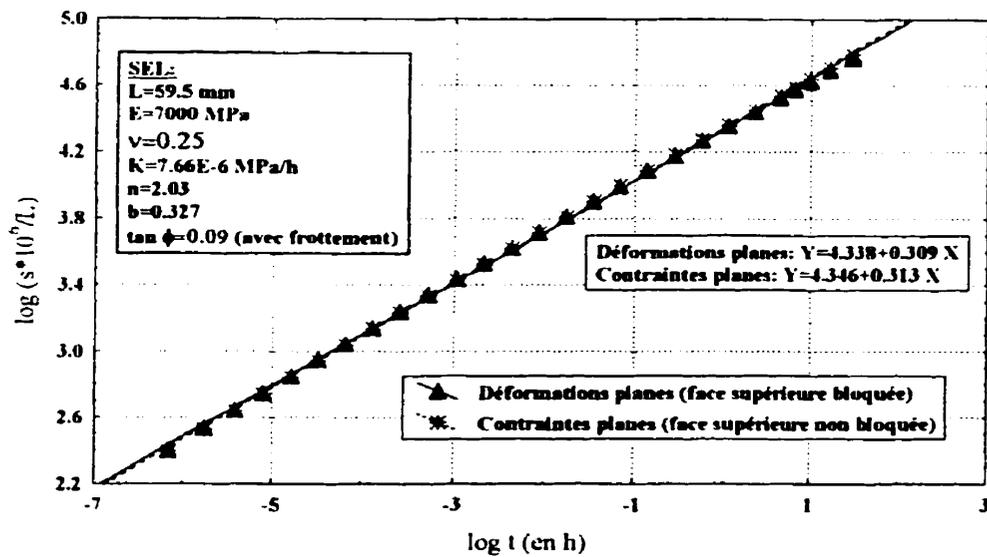


Figure 6-37: Simulation de l'essai E.P.T.E. (fluage) en axisymétrique, comparaison des courbes d'enfoncement du poinçon en déformations planes et en contraintes planes

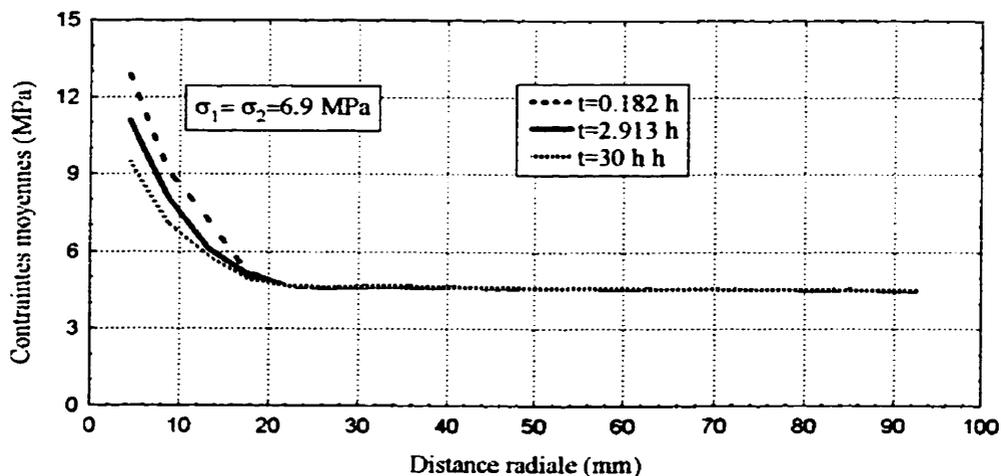


Figure 6-38: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes moyennes autour du poinçon pour une charge de 5.53 KN, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1 à différents temps pour $\sigma_m = 6.9$ MPa

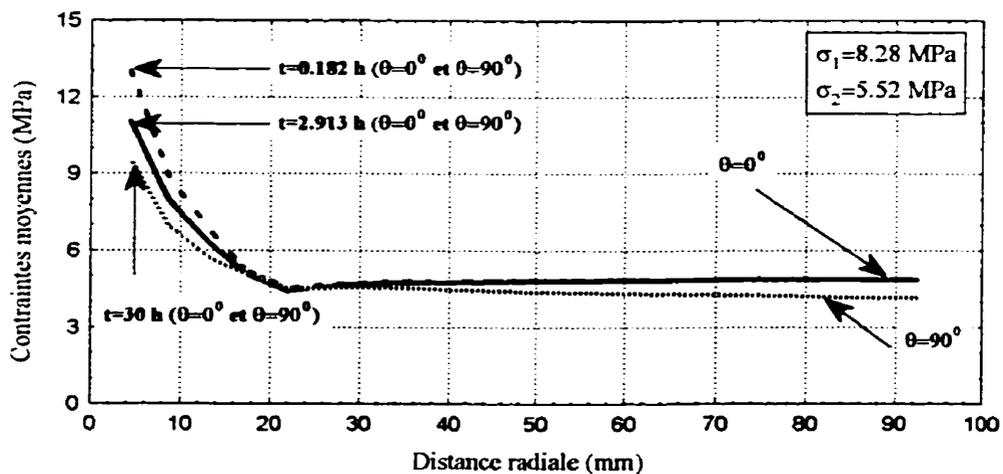


Figure 6-39: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes moyennes autour du poinçon pour une charge de 5.53 KN, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 à différents temps pour $\sigma_m = 6.9$ MPa

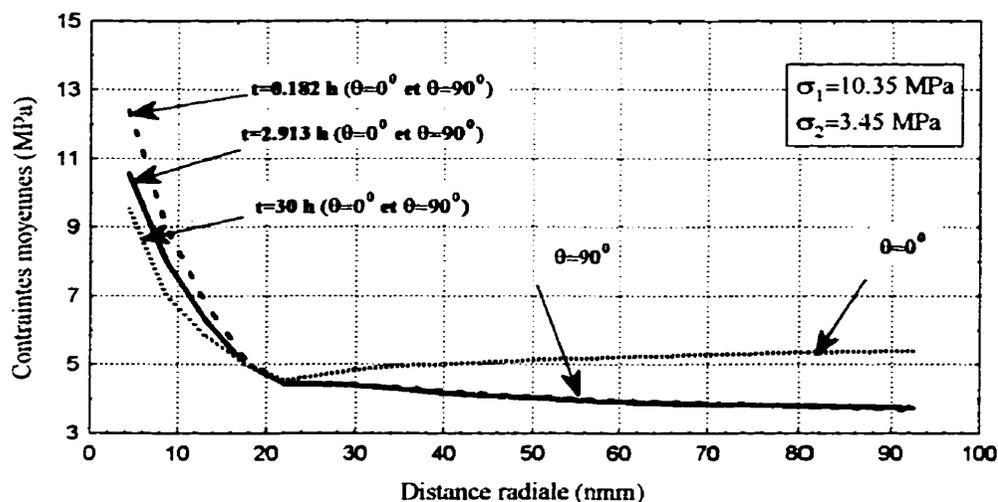


Figure 6-40: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes moyennes autour du poinçon pour une charge de 5.53 KN, anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 à différents temps pour $\sigma_m = 6.9$ MPa

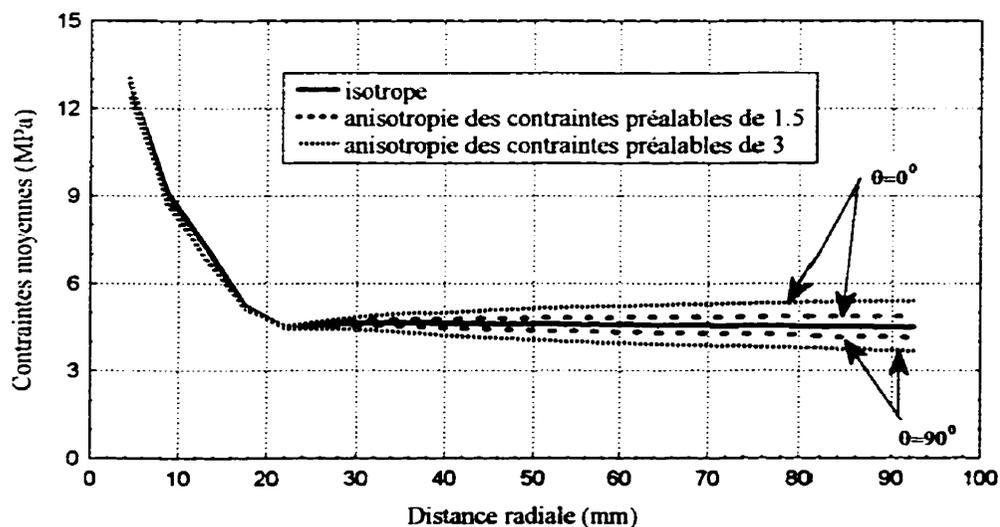


Figure 6-41: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes moyennes autour du poinçon pour le cas isotrope et les cas d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 et 3 à $t=0.182$ h et $\sigma_m = 6.9$ MPa

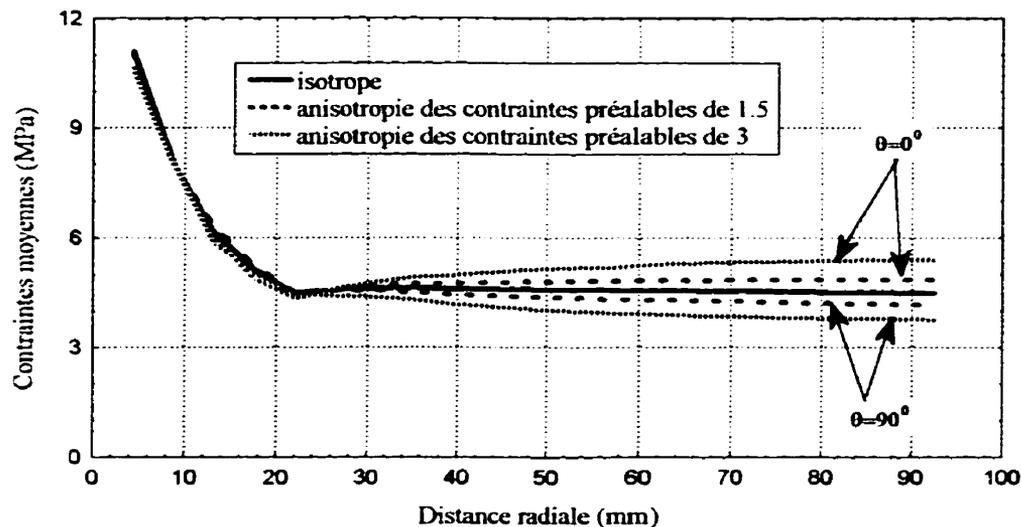


Figure 6-42: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes moyennes autour du poinçon pour le cas isotrope et les cas d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 et 3 à $t=2.913$ h et $\sigma_m=6.9$ MPa

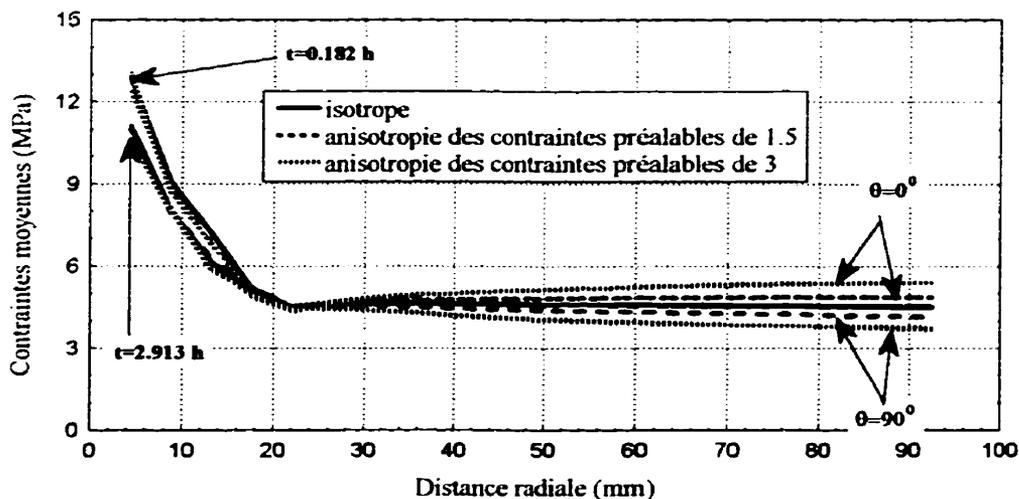


Figure 6-43: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes moyennes autour du poinçon pour le cas isotrope et les cas d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 et 3 à différents temps avec $\sigma_m=6.9$ MPa

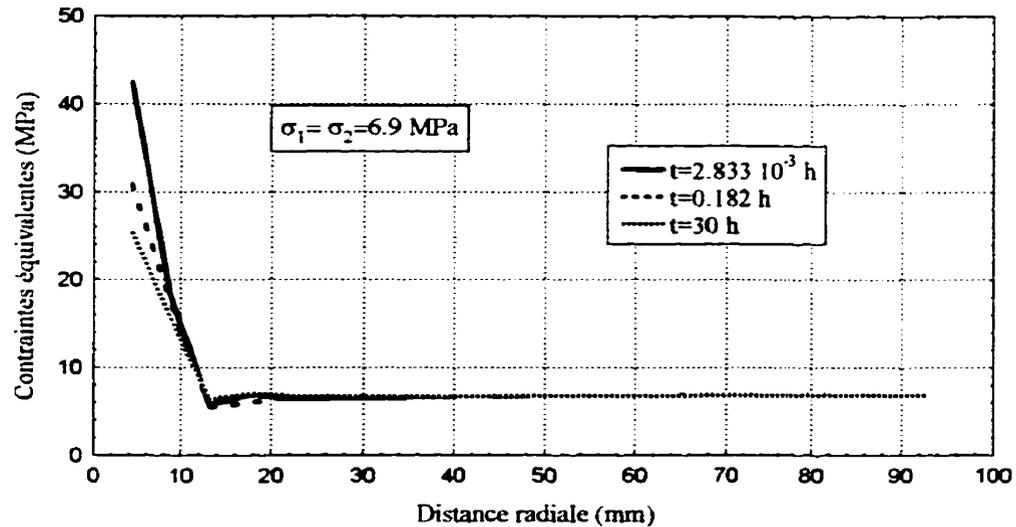


Figure 6-44: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes équivalentes autour du poinçon pour le cas d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1 à différents temps avec $\sigma_m = 6.9 \text{ MPa}$

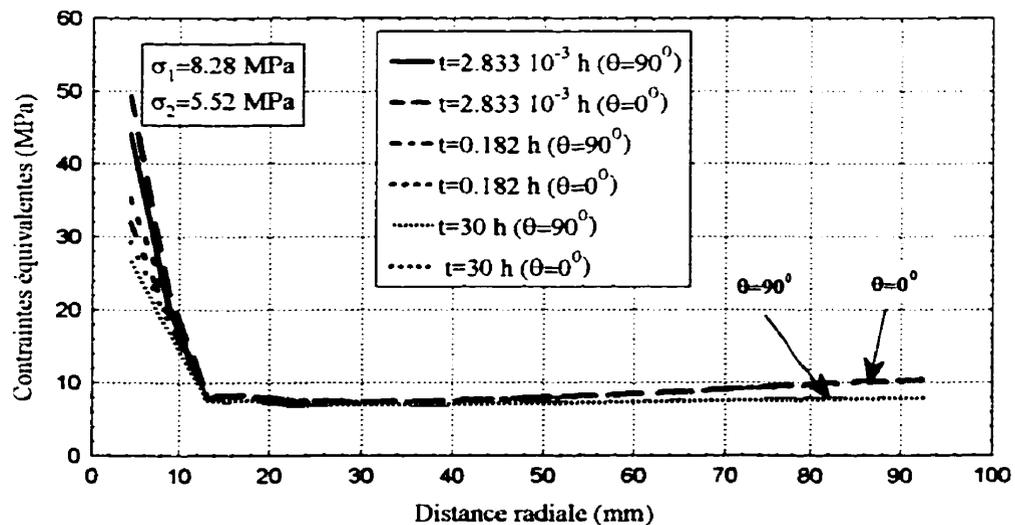


Figure 6-45: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes équivalentes autour du poinçon pour le cas d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 à différents temps avec $\sigma_m = 6.9 \text{ MPa}$

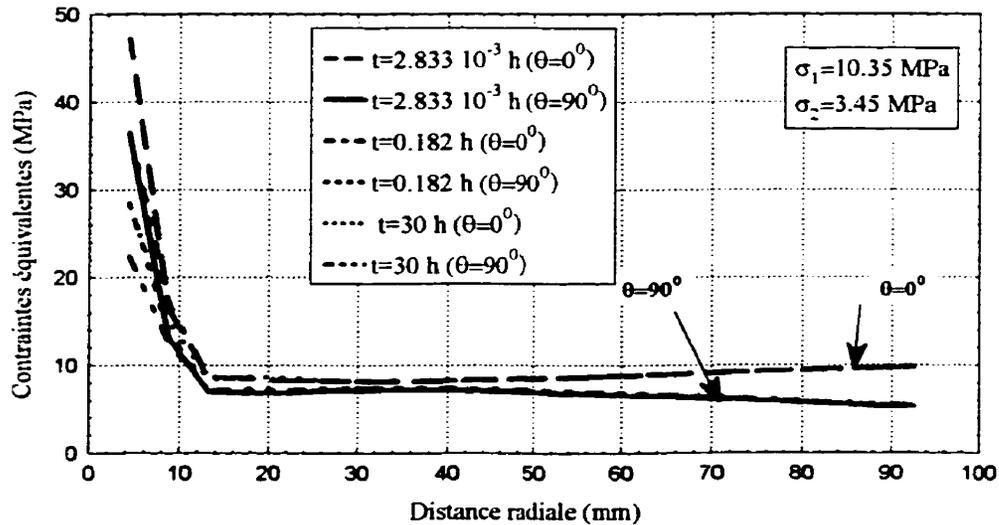


Figure 6-46: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): comparaison des distributions des contraintes équivalentes autour du poinçon pour le cas d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 à différents temps avec $\sigma_m = 6.9 \text{ MPa}$

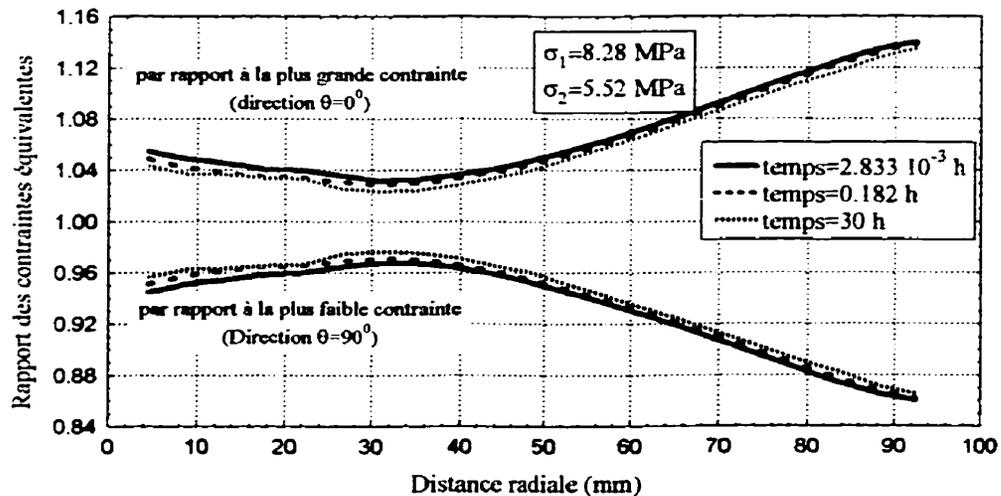


Figure 6-47: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): évolution des rapports des contraintes équivalentes pour une anisotropie des contraintes préalables de 1.5 par rapport aux contraintes équivalentes du cas des contraintes préalables isotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon en fonction du temps pour une charge sur le poinçon de 5.53 kN et $\sigma_m = 6.9 \text{ MPa}$

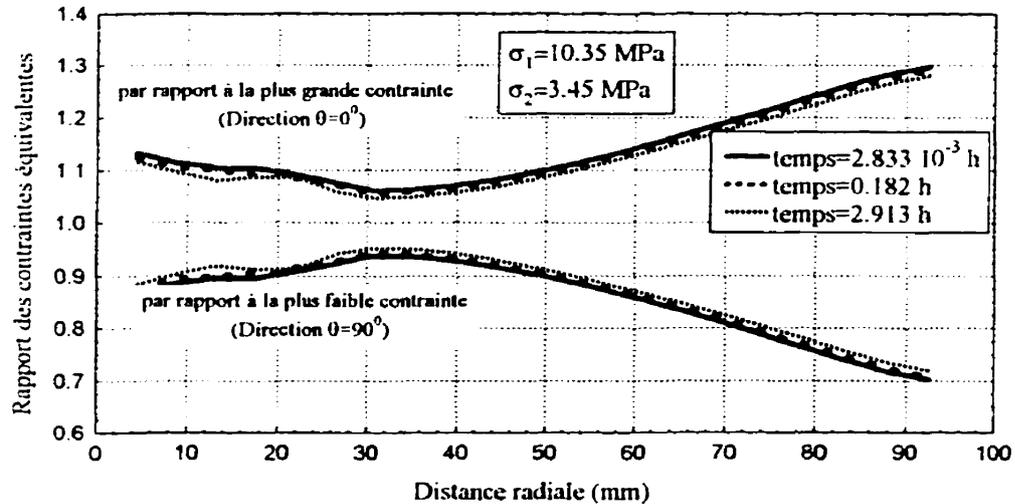


Figure 6-48: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (fluage): évolution des rapports des contraintes équivalentes pour une anisotropie des contraintes préables de 3 par rapport aux contraintes équivalentes du cas des contraintes préables isotropes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon en fonction du temps pour une charge sur le poinçon de 5.53 kN et $\sigma_m = 6.9$ MPa

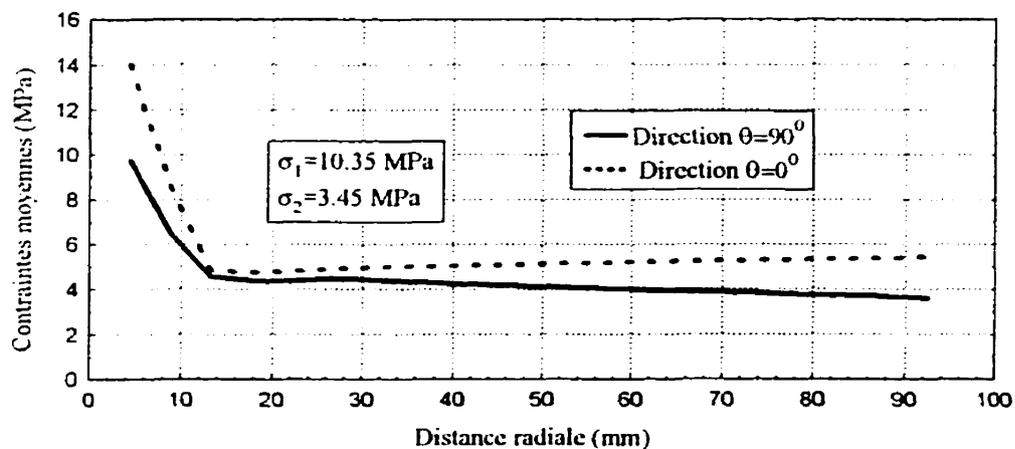


Figure 6-49: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (élastique): distribution des contraintes moyennes autour du poinçon pour une charge de 5.53 kN, une anisotropie des contraintes préables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 et $\sigma_m = 6.9$ MPa

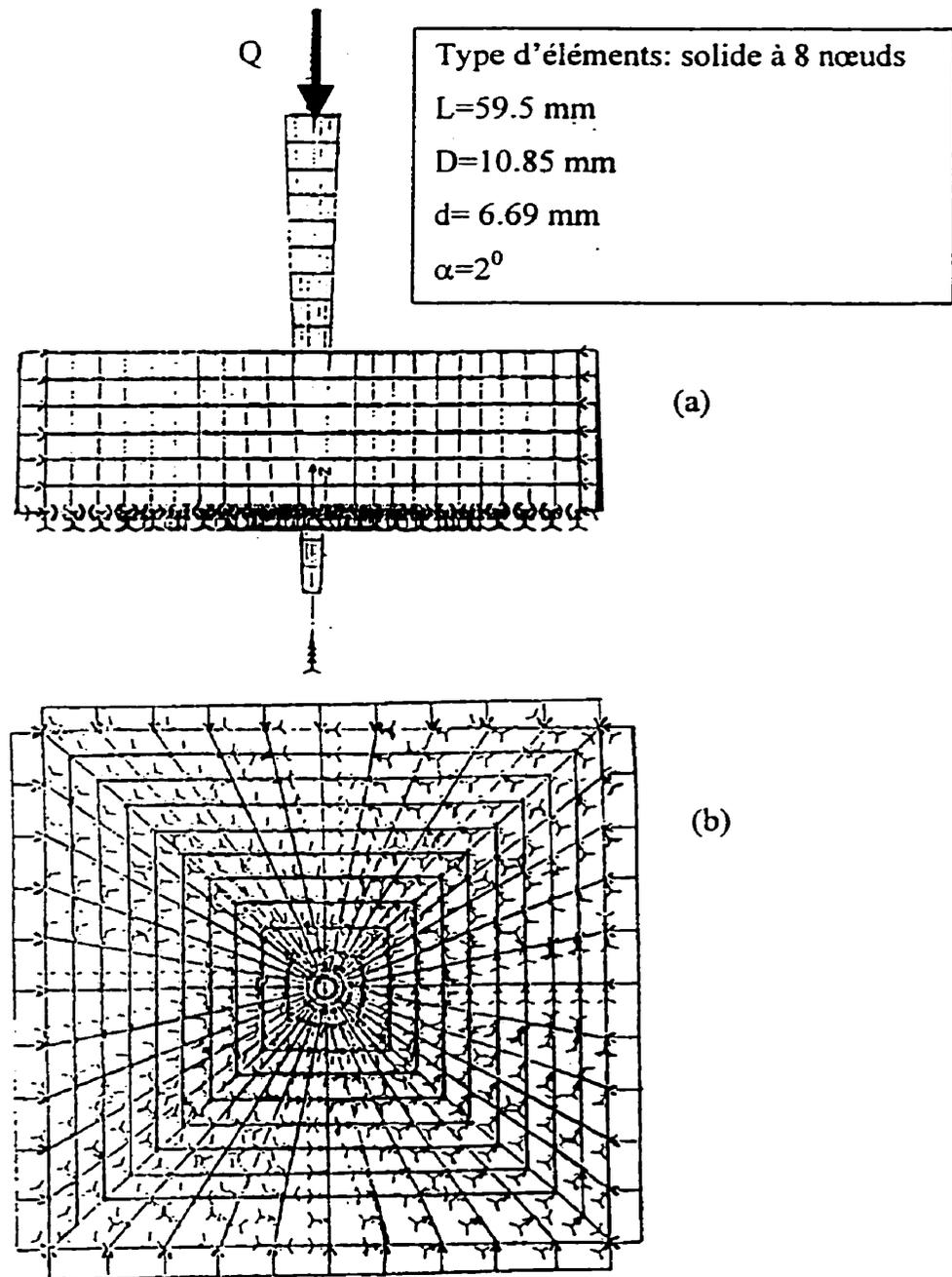


Figure 6-50: Modèle complet utilisé dans la simulation servant à la vérification des contraintes: (a) vue en plan et (b) vue de dessus.

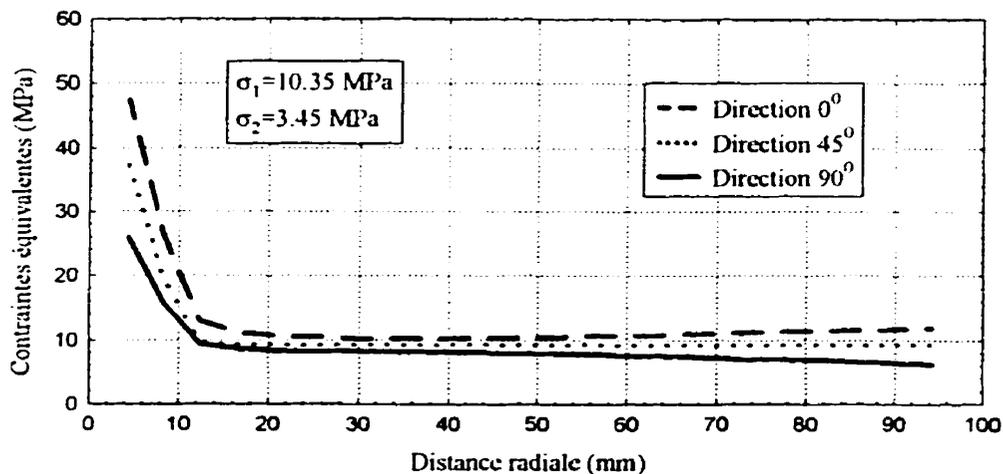


Figure 6-51: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (élastique): distribution des contraintes équivalentes autour du poinçon dans différentes directions pour une charge de 5.53 kN, une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 et $\sigma_m=6.9$ MPa

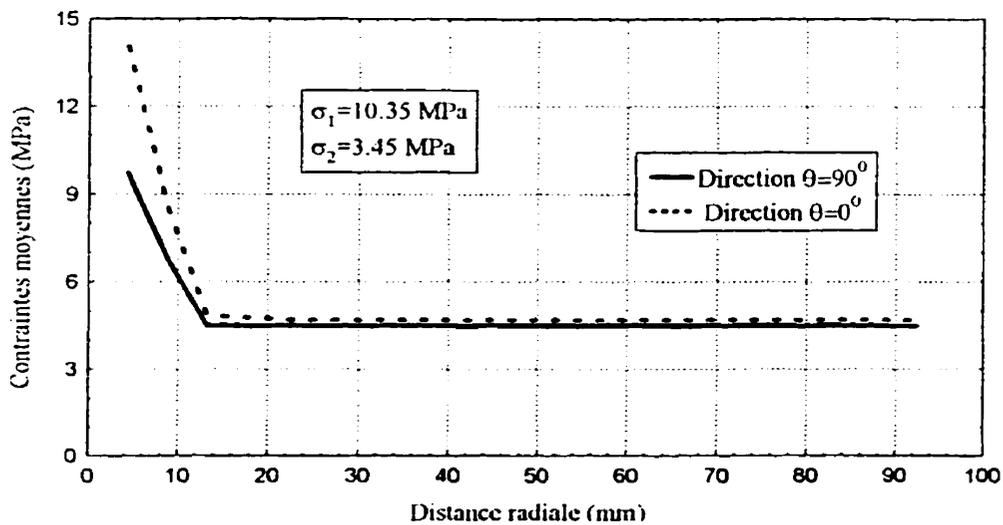


Figure 6-52: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (élastique, modèle complet) distribution des contraintes moyennes autour du poinçon pour une charge de 5.53 kN, une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 et $\sigma_m=6.9$ MPa

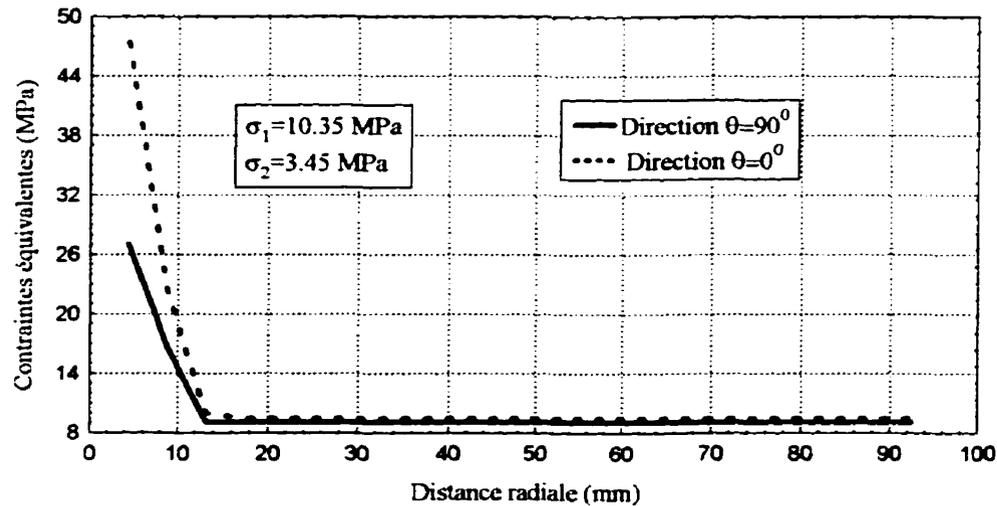


Figure 6-53: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (élastique, modèle complet) distribution des contraintes équivalentes autour du poinçon pour une charge de 5.53 kN, une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 et $\sigma_m=6.9$ MPa

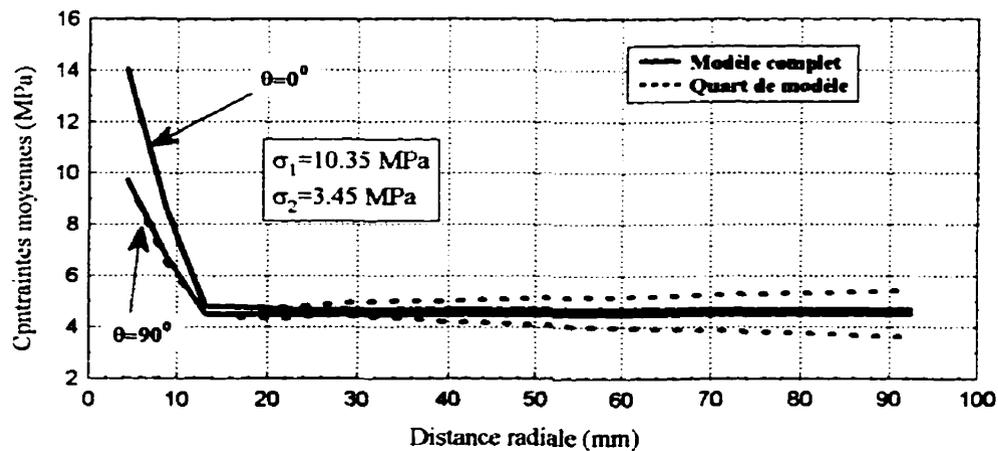


Figure 6-54: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (élastique): comparaison des distributions des contraintes moyennes autour du poinçon dans un quart de modèle et un modèle complet pour une charge de 5.53 kN, une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 et $\sigma_m=6.9$ MPa

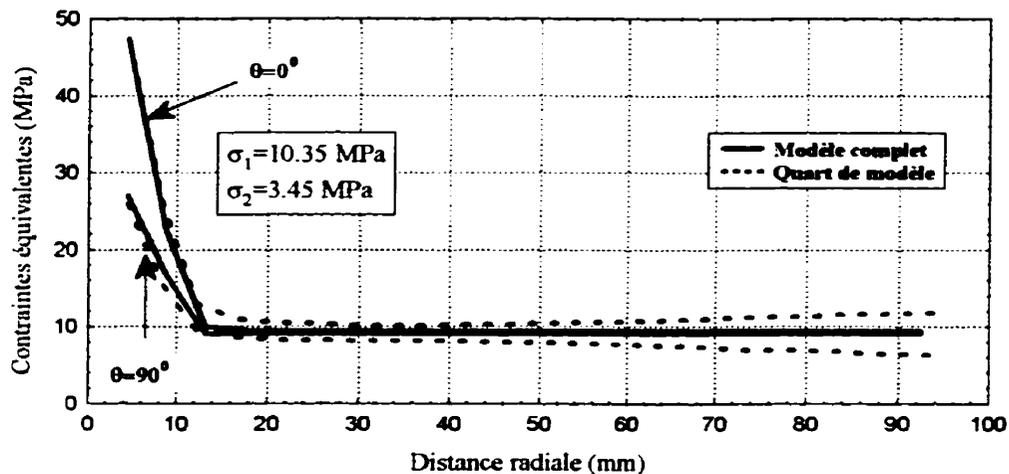


Figure 6-55: Simulation de l'essai E.P.T.E. en 3D (élastique): comparaison des distributions des contraintes équivalentes autour du poinçon dans un quart de modèle et un modèle complet pour une charge de 5.53 kN, une anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 3 et $\sigma_m = 6.9 \text{ MPa}$

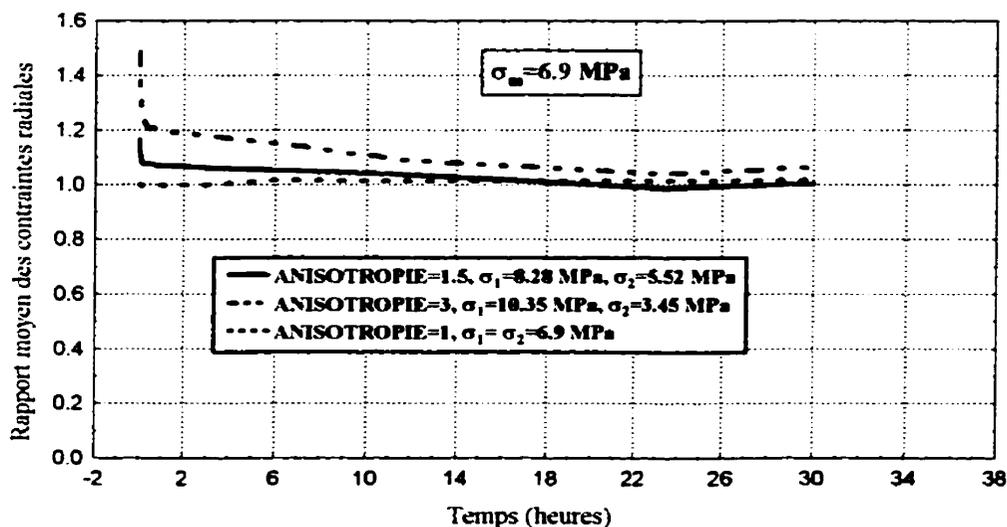


Figure 6-56: Simulation de l'essai E.P.T.E.: évolution des rapports moyens des contraintes radiales au contact du poinçon, comparaison entre 3 anisotropies différentes pour une même charge=5.53 kN et $\sigma_m = 6.9 \text{ MPa}$

CHAPITRE 7

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

7.1 Conclusions

La présente thèse avait pour objectif de développer un modèle d'interprétation de l'essai E.P.T.E. dans un milieu soumis à un état de contraintes préalables anisotrope. Cet essai avait déjà été utilisé au laboratoire pour la glace, le sol gelé et le sel avec l'hypothèse que le milieu est soumis à un champ de contraintes préalables isotrope. Mais comme en réalité, cette hypothèse est rarement vérifiée dans les roches, pour étendre la validité de l'essai, il fallait absolument étendre son interprétation à un milieu soumis à un état de contraintes préalables anisotrope. À cet effet, une solution analytique en milieu de comportement élastique linéaire a été trouvée en condition de contraintes planes et des équations ont été développées dans la recherche d'une solution analytique en milieu de comportement non linéaire (fluage) tant en contraintes planes qu'en déformations planes. Étant donné que nous n'avons pas trouvé de solutions analytiques aux équations différentielles des contraintes auxquelles obtenues notre étude a alors été orientée vers des analyses numériques.

Pour atteindre notre objectif, nous avons travaillé dans les conditions suivantes:

- adoption d'une loi de comportement de formulation mathématique simple, en l'occurrence la loi de puissance dans sa formulation d'écrouissage, mais qui est cependant capable de décrire adéquatement le comportement du sel observé dans certaines conditions mais surtout à court terme. Toutefois, cette loi qui ne peut

pas décrire adéquatement des cas complexes comme le comportement à très long terme avec des variations de température et d'humidité a l'avantage d'une part qu'elle n'a que trois paramètres faciles à déterminer et d'autre part qu'elle est actuellement incorporée dans la plupart des logiciels commerciaux d'éléments finis contrairement aux autres lois plus complexes.

- Réalisation d'analyses numériques simulant l'essai E.P.T.E. en milieu soumis à un champ de contraintes préalables tant isotrope qu'anisotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon avec une même moyenne des contraintes préalables en conditions de contraintes planes. La comparaison des résultats obtenus dans les différents cas de sollicitation nous a permis de proposer une méthode d'interprétation.
- Mise au point d'un montage expérimental permettant de faire des essais E.P.T.E. au laboratoire sur des échantillons soumis à un état de contraintes préalables anisotrope. La qualité du montage expérimental a été testée à l'aide d'essais E.P.T.E. sur un matériau de comportement élastique linéaire connu notamment le béton SIKA TOP 111. La comparaison des paramètres élastiques obtenus à l'aide de l'essai E.P.T.E. à ceux obtenus par des essais de compression simple sur ce même matériau nous a démontré la fiabilité du montage.
- Réalisation d'essais de fluage en compression simple sur du sel artificiel du type Windsor.
- Réalisation d'essais E.P.T.E. au laboratoire sur du sel artificiel du type Windsor. Trois séries d'essais avec 3 degrés d'anisotropie des contraintes préalables différentes dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon dont une série avec isotropie des contraintes préalables ont été réalisées à des températures contrôlées avec un palier de chargement unique d'une durée maximale de 4 jours. La comparaison des paramètres de fluage obtenus pour les deux séries

d'anisotropie des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon de 1.5 et 3 à ceux obtenus pour le cas d'isotropie des contraintes préalables dans ce même plan a permis de valider la méthode d'interprétation proposée.

- De plus, les paramètres obtenus à l'aide de l'essai E.P.T.E. sont comparables à ceux obtenus par l'essai de fluage en compression simple ainsi qu'à ceux publiés dans la littérature pour ce même type d'essai ou pour l'essai de fluage en compression triaxiale sur le même type de matériau ou des matériaux similaires.

Le travail effectué dans le but d'atteindre l'objectif fixé a permis pour la première fois:

- de démontrer la faisabilité de l'essai E.P.T.E. dans des milieux soumis à un état de contraintes préalables anisotrope,
- de proposer une méthode d'interprétation qui donne des paramètres comparables à ceux obtenus par des essais conventionnels,
- de valider le modèle d'interprétation proposée par des analyses par éléments finis et des essais sur un matériau de comportement élastique linéaire,
- de démontrer, par des analyses numériques, que le volume effectif influencé par la présence du poinçon pendant l'essai E.P.T.E. se situe dans une région dont le diamètre est égal à 2.5 fois le diamètre du poinçon puisque les contraintes moyennes et équivalentes ne changent pas au-delà de 5 fois le rayon à la paroi du poinçon. Ceci donne aussi l'ordre de grandeur des dimensions qu'il faudrait donner au poinçon lors des essais E.P.T.E. au laboratoire ou in situ de façon à ce que le volume effectif soit représentatif du matériau testé.

- de démontrer l'importance d'une bonne mesure du coefficient de frottement surtout dans un milieu élastique puisque le module de Young y est très sensible,
- d'aborder la question de la redistribution des contraintes dans le milieu testé pendant l'essai par des analyses numériques et de démontrer que la redistribution des contraintes pourrait ne pas avoir d'effets significatifs sur la méthode d'interprétation proposée puisqu'il y a une bonne concordance entre les paramètres obtenus à l'aide d'essais de fluage en compression simple au cours desquels la redistribution des contraintes est en théorie absente et ceux obtenus à l'aide des essais E.P.T.E. au cours desquels la redistribution des contraintes est présente.

7.2 Recommandations

Le travail accompli dans cette thèse était de démontrer la faisabilité de l'essai E.P.T.E. dans un milieu soumis à un état de contraintes préalables anisotrope; ce qui sans nul doute a été clairement prouvé. Toutefois, la loi de comportement adoptée dans la présente étude ne tient pas compte de l'influence de la contrainte moyenne dans sa formulation. Étant donné que les lois de comportement tenant explicitement compte de la contrainte moyenne sont en général très complexe, nous recommandons à cet effet de faire des essais E.P.T.E. avec différentes moyennes des contraintes préalables dans le plan perpendiculaire à l'axe du poinçon pour étudier l'effet sur les paramètres de fluage recherchés.

Étant donné que nous n'avons pas pu trouver de solutions analytiques aux équations des contraintes données en annexe II et III, nous recommandons de poursuivre la recherche de leur solution en commençant par leur validation à l'aide de solutions numériques. Ceci permettra alors par la suite d'étudier quantitativement la phénomène de redistribution des contraintes associé à l'essai E.P.T.E. dans un milieu soumis à un champ de contraintes préalables anisotrope.

Enfin, transposer la méthodologie sur le terrain, tout au moins en ce qui concerne la mise en charge et la mesure des enfoncements puisque l'état des contraintes préalables est connu (déterminé par une des différentes techniques de mesure des contraintes). Des ajustements devront probablement être faits quant aux dimensions du poinçon et peut-être même des adaptations aux techniques de mise en charge et de mesure des enfoncements si les charges appliquées sur le poinçon deviennent importantes et les enfoncements plus grands.

RÉFÉRENCES

AFROUZ, A. & HARVEY, J.M. (1974). Rheology of Rocks Within the Soft to Medium Strength Range. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., Vol. 11, pp. 281-290.

AÏT, C.A. (1993). A Comparison of the Responses of the Munson-Dawson Model and the Lemaitre Model. Proc. of the 3rd Conf. of Mechanical Behavior of Salt, Palaiseau-France, pp. 67-73.

ALBRECHT, H.; LANGER, M. & WALLNER, M. (1980). Thermomechanical Effects and Stability Problems Due to Nuclear Waste Disposal in Salt Rock. Proc. Rockstore, pp. 801-809.

ANDRADE, E.N.C. (1910) On the Viscous Flow in Metals and Allied Phenomena. Proc. Roy. Soc. N^o 84, pp. 1-12.

AUBERTIN, M. (1989). Développement d'un modèle viscoplastique unifié avec variables internes pour le comportement rhéologique du sel gemme. Thèse de Doctorat, Département de Génie Minéral, École Polytechnique de Montréal, 574 p.

AUBERTIN, M.; GILL, D.E. & LADANYI, B. (1987). Le comportement rhéologique du sel: revue bibliographique. Rapport Technique EPM/RT-87/31 et EPM/RT-87/32, École Polytechnique de Montréal, 422 p., 2 volumes.

AUBERTIN, M.; GILL, D.E. & LADANYI, B. (1991). An Internal Variable Model for the Creep Rock Salt. Rock Mech.and Rock Engng. Vol. 24, pp. 81-97.

AUBERTIN, M.; GILL, D.E. & SERVANT, S. (1993). Preliminary Determination of Constants for an Updated Version of SUVIC Model. Proc.of the 3rd Conf. of Mechanical Behavior of Salt, Palaiseau-France, pp. 19-30.

AUBERTIN, M.; SGAOULA, J. & GILL, D.E. (1995). A Viscoplastic-Damage Model for Soft Rocks with Low Porosity. Proc. 8th Int. Cong. on Rock Mech., Tokyo, Balkema, Vol.1, pp. 283-290.

AUBERTIN, M.; SGAOULA, J.; SERVANT, S.; GILL, D.E.; JULIEN, M. R. & LADANYI, B. (1998). An Up-to-date Version of SUVIC-D for Modelling the Behavior of Rock Salt. Proc. of the 4th Conf. of Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, University of Montréal Campus, June 17 and 18, 1996, pp. 205-220.

BAAR, C.A. (1977). Applied Salt Rock Mechanics I. Elsevier Sci. Publi., 294 p.

BONTE, A. G. (1993). Mining Experience of Potash Mines in Alsace (MDPA) Relationship Between Mining Design and Rocks Behaviour. Proc. of the 3rd Conf. of Mechanical Behavior of Salt, Palaiseau-France, pp. 483-496.

CARTER, N.L. (1976). Steady State Flow of Rocks. Rev. Geophys. Space Phys., Vol. 14, N° 3, pp. 301-360.

CARTER, N.L. & HANSEN, F.D. (1983). Creep of Rocksalt. Tectonophysics 92, © 1983 Elsevier Scientific Publishing Company, pp. 275-333.

CARTER, N.L. & HEARD, H.C. (1970). Temperature and Rate Dependent Deformation of Halite. Am. J. Sci., Vol. 87, pp. 193-249.

CHARPENTIER, J-P. (1988). Creep of Rock Salt at Elevated Temperature. Proc. of the 2nd Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Sept. 1984), Hanover, Trans. Tech. Publ., pp. 131-135.

CHEN, G. & CHUG, Y.P. (1996). Estimation of in Situ Viscoelastic Parametres of Weak Floor Strata by Plate-Loading Tests. Geotech. and Geol. Engng , Vol. 14, pp. 151-167.

CLARKE, B.G. & ALLAN, P.G. (1989). A Self-Boring Pressuremeter for Testing Weak Rock. Proc. XII ICSMFE, Rio de Janeiro, 1, 2/15, pp. 211-213.

CLARKE, B.G. NEWMAN, R.L. & ALLAN, P.G. (1989). Experience with a New High Pressure Self Boring Pressuremeter in Weak Rock. Ground Engng, July & Sept.

COBLE, L.R. (1963). A Model for Boundary Diffusion Controlled Creep in Polycrystalline Materials. J. Appl. Phys., Vol. 34, pp. 1675-1682.

COOLBAUGH, M.J. (1967). Special Problems of Mining in Deep Potash. Trans. AIME (S.M.E.), Vol. 238, pp. 323-329.

CORTHÉSY, R.; LEITE, M.H. & GILL, D.E. (1994). Modified Doorstopper Measurements at the Taquari Vassouras Mine, Sergipe, Brazil. Final Report Prepared for Companhia Vale Do Rio Doce Sufet, Centre de Développement Technologique (C.D.T.), École Polytechnique de Montréal, Canada, 31 p.

COTTRELL, A.H. (1952). Time Laws of Creep. J. Mech. Phys. Solids, Vol. 1, pp. 53-63.

DAWSON, P.R. (1979). Constitutive Models Applied in the Analysis of Creep of Rock Salt. SAND-79-0237, Sandia National Laboratories, New Mexico.

DJAHANGUIRI, F.; GOULD, J.E. & MAHTAB, M.A. (1983). Status of Design of a Nuclear Waste Repository in Salt in the U.S.A. Proc. 1st Int. Potash Tech. Conf., Saskatoon, pp. 99-104.

DREYER, W. (1972). The Science of Rock Mechanics; Part I, the Strength Properties of Rock. Trans. Tech. Publ., 501 p.

DURUP, G. & XU, J. (1993). Comparative Study of Certain Constitutive Laws Used to Describe the Rheological Deformation of Salts. Proc. of the 3rd Conf. of Mechanical Behavior of Salt, Palaiseau-France, pp. 75-83.

FAIRHUST, C.; ST.JOHN, C.M.; MIDEA, N.F.; ESTON, S.M.; FERNANDES, A.C. & BONGIOVANI, L.A. (1979). Rock Mechanics Studies of Proposed Underground Mining of Potash in Sergipe, Brazil. Proc. 4th Int. Cong. Of the I.S.R.M., Montreux, Vol. 1, pp. 131-137.

FARMER, I.W. & GILBERT, M.J. (1984). Time Dependent Strength Reduction of Rock Salt. Proc. of the 1st Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 3-18.

FOKKER, P.A. (1998). The Micro-Mechanics of Creep in Rocksalt. Proc. of the 4th Conf. of Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, University of Montréal Campus, June 17th and 18th, 1996, pp. 49-62.

FRIEDMAN, M.; DULA, W.F.; GANGI, A.F. & GAZONAS, G.A. (1984). Structural Petrology of Experimentally Deformed Synthetic Rock Salt. Proc. of the 1st Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 19-36.

FROST, H.J. & ASHBY, M.F. (1982). Deformation-Mechanism Maps – The Plasticity and Creep of Metals and Ceramics. Pergamon Press.

GANGI, A.F.; PARRISH, D.K. & HANDIN, J. (1984). Transient and Steady-State Deformation of Synthetic Rock Salt. Proc. of the 1st Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 37-51.

GEVANTMAN, L.H. (1981). Physical Properties Data for Rock Salt. National Bureau of Standards Monograph 167, U.S. Dept. of Commerce, Chap. 3, pp. 102-203.

GIODA, G. (1981). A finite Element Solution to Non-linear Creep Problems in Rocks. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 18, pp. 35-46.

GUESSOUS, Z. (1983). Effets du prélèvement sous pression biaxiale sur les propriétés du sel. Thèse de doctorat, Département de Génie Civil, École Polytechnique de Montréal, 312 p.

GUESSOUS, Z.; GILL, D.E. & LADANYI, B. (1987). Effect of Simulated Sampling Disturbance on Creep Behaviour of Rock Salt. Rock Mech. and Rock Engng. Vol. 20, N° 4, pp. 261-275.

GUESSOUS, Z.; LADANYI, B. & GILL, D.E. (1988). Effect of Sampling Disturbance on Laboratory Determinated Properties of Rock Salt. Proc. of the 2nd Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Sept. 1984), Hanover, Trans. Tech. Publ., pp. 137-158.

GUICHAOUA, A. (1984). Capacité portante des pieux tronconiques et crénelés. Mémoire de maîtrise, Département de Génie Civil, École Polytechnique de Montréal, 111 p.

GUILLOPE, M. & POIRIER, J.P. (1979). Dynamic Recrystallization During Creep of Single-Crystalline Halite: an Experimental Study. J. Geophys. Res., Vol. 84, N° B10, pp. 5557-5567.

HANDIN, J. & CARTER, N.L. (1979). Rheological Properties of Rocks at High Temperature. Proc. 4th Int. Cong. Rock Mech., Montreux, Vol. 3, pp. 97-106.

HANSEN, F.D. (1977). Evaluation of an Inelastic Law for Salt Creep. Proc. 18th U.S. Symp. on Rock Mech., Colorado School of Mines, 4B5.1-4B5.5.

HANSEN, F.D. (1988). Physical and Mechanical Variability of Natural Rock Salt. Proc. of the 2nd Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Sept. 1984), Hanover, Trans. Tech. Publ., pp. 23-39.

HANSEN, D.F.; & CARTER, N. (1980). Creep of Rocksalt at Elevated Temperature. Proc. 21st U.S. Symp. Rock Mech., Rolla, Missouri, pp. 217-226.

HANSEN, D.F.; & CARTER, N. (1984). Creep of Avery Island Rocksalt. Proc. of the 1st Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 53-69.

HANSEN, D.F.; MELLEGARD, D.K. & SENSENY P.E. (1984). Elasticity and Strength of Ten Natural Rock Salts. Proc. of the 1st Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 71-83.

HANSEN, D.F., SENSENY, P.E., PFEIFLE, T.W. & VOGT, T.J. (1988). Influence of Impurities on the Creep of Salt From the Paolo Duro Dasin. Proc. 28th U.S. Rock Mech. Symp., University of Arizona, Tuscon, pp. 199-206.

HARDY, H.R. (1982). Theoretical and Laboratory Studies Relative to the Design of Salt Caverns for the storage of Natural Gas. Project PR-12-71 of the Pipeline Research Committee, American Gas Association, 79 p.

HEARD, H.C. (1972). Stead-State Flow in Polycrystalline Halite at Pressure of 2 Kilobars. Tiré de Flow and fracture of Rocks, Geophys. Monogr. Ser., Amer. Geophys. Union, Vol. 16, pp. 191-210.

HERRING, C. (1950). Diffusional Viscosity of a Polycrystalline Solid. J. Appl. Phys., Vol. 21, pp. 437-445.

HERRMANN, W.; WAWERSIK, W.R. & LAUSON, H.S. (1980). A Model for Transient Creep of Southeastern New Mexico Rock Salt. SAND-80-2172, Sandia Laboratories, 47 p.

HERRMANN, W.; WAWERSIK, W.R. & MONTGOMERY, S.T. (1982). Review of Creep Modelling for Rock Salt. Proc. of the Int. Conf. on Constitutive Laws for Engng Materials, Theory and Applications, Toronto.

HORSEMAN, S.T. (1979). An Evaluation of the Rheological Properties of Rocksalt for Deep Storage Cavity Design. Ph.D. Thesis, Dept. Min. Eng., Univ. Newcastle Upon Tyne.

HORSEMAN, S.T. (1988). Moisture Content; a Major Uncertainty in Storage Cavity Closure Prediction. Proc. of the 2nd Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Sept. 1984), Hanover, Trans. Tech. Publ., pp. 53-68.

HORSEMAN, S. & PASSARIS, E. (1984). Creep Tests for Storage Cavity Closure Prediction. Proc. of the 1st Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 119-157.

HUGHES, J.M. & ERVIN, M.C. (1980). Development of a High Pressure Pressuremeter for Determining the Engineering Properties of Soft to Medium Strength Rock. Proc. 3rd ANZ Conf., NZ, 1, pp. 243-247.

HULT, J.A.H. (1966). Creep in Engineering Structures. Blaisdell Publ., 110 p.

HUNSCHE, U. (1984). Results and Interpretation of Creep Experiments on Rock Salt. Proc. of the 1st Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 159-167.

HUNSCHE, U. & SCHULZE, O. (1993). Effect of Humidity and Confining Pressure on Creep of Rock Salt. Proc. of the 3rd Conf. of Mechanical Behavior of Salt, Palaiseau-France, pp. 223-234.

HUSTRULID, W. & HUSTRULID, A. (1975). The C.S.M. Cell -- a Borehole Device for Determining the Modulus of Rigidity of Rock. Proc. 15th U.S. Rock Mech., South Dakota School of Mines and Technology, pp. 181-226.

I.S.R.M. (1979). Suggested Methods for Determining the Uniaxial Compressive Strength and Deformability of Rock Materials. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 16, pp. 135-140.

JIN, J.; CRISTESCU, N.D. & HUNSCHE, U. (1998). A New Elastic/Viscoplastic Model for Rocksalt. Proc. of the 4th Conf. of Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, University of Montréal Campus, June 17th and 18th, 1996, pp. 249-262

JULIEN, M. R., FOERCH, R., AUBERTIN, M. & CAILLETAUD, G. (1998). Some Aspects of Numerical Implementation of SUVIC-D. Proc. of the 4th Conf. of Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, University of Montréal Campus, June 17th and 18th, 1996, pp. 389-404.

KENDALL, H.A. (1958). An Investigation of the Creep Phenomena by Solenhofen Limestone, Halite and Cement Under Medium Confining Pressures. Master's Thesis, A.&M. College, Texas, 53 p.

KERN, H & FRANKE, J. H. (1984). The Effect of Temperature on the Chemical and Mechanical Behavior of Carnallite-Halite Rocks. Proc. of the 1st Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 181-191.

KING, M.S. (1973). Creep in Model Pillars of Saskatchewan Potash. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 10, pp. 363-371.

KRAUS, H. (1980). Creep Analysis. A Willey-Interscience Publication, John Willey & Sons, 250 p.

KRENK, S. (1978). Internally Pressurized Spherical and Cylindrical Cavities in Rock salt. Int. Journ. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 5, pp. 219-224.

KRIEG, R.D. (1982). A Unified Creep-Plasticity Model for Halite. in Rhode, R.W. and Swearingen, J.C. (eds), Mech. Test. For Model Dev., ASTM STP 765, pp. 139-147.

LADANYI, B. (1972). An Engineering Theory of Creep of Frozen Soils. Can. Geotech. J., Vol. 9, pp. 63-80.

LADANYI, B. (1984). Modèle d'interprétation de l'essai E.P.T.E. Communication personnelle.

LADANYI, B. & GILL, D.E. (1983a). In Situ Determination of Creep Properties of Rock Salt. Proc. 5th Int. Cong. of ISRM, Melbourne, Section A, pp. 219-225.

LADANYI, B. & GILL, D.E. (1983b). In Situ Determination of Creep Properties of Potash by a Borehole Dilatometer Test. Proc. 1st Int. Potash Tech. Conf., Saskatoon, pp. 267-273.

LADANYI, B. & GILL, D.E. (1984). Determination of Creep Parameter of Rock Salt by Means of a Borehole Dilatometer. Proc. 1st Conf. on the Mech. Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 473-491.

LADANYI, B. & GUICHAOUA, A. (1985). Bearing Capacity and Settlement of Shaped Piles in Permafrost. Proc. 11th Int. Cong. Soil Mech. and Found. Engng., San Francisco, pp. 1421-1427.

LADANYI, B. & JOHNSTON, G.H. (1973). Evaluation of in Situ Creep Properties of Frozen Soils with the Pressuremeter. Permafrost: The North American Contribution to the 2nd Int. Conf., National Academy of Sciences, pp. 310-318.

LADANYI, B. & SGAOULA, J. (1989). Sharp Cone Test of Creep Properties of Frozen Sand. Proc. 42nd Can. Geotech. Conf., Winnipeg, pp. 12-18.

LADANYI, B. & TALABARD, PH. (1989). Sharp Cone Testing of Creep Properties of Frozen Soils and Ice. Proc. 5th Int. Conf. on Cold Regions Engng., St-Paul, Minn., pp. 282-296.

LANGER, M. (1979). Rheological Behaviour of Rock Masses. Proc. 4th Int. Cong. Rock Mech., Montreux, Vol. 3, pp. 29-62.

LANGER, M. (1982). Geotechnical Investigation Methods for Rock Salt. Bull. Int. Ass. Of Engng Geology, N^o 25, pp. 155-164.

LANGER, M. (1984). The Rheological Behavior of Rock Salt. Proc. 1st conf. Mech. Behavior of Salt (Nov 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 201-240.

LE CLEACH, J.M.; GHAZALI, A.; DEVEUGHELE, M. & BRULHET J. (1993) Experimental Study of the Role of Humidity on the Thermomechanical Behaviour of Various Halitic Rocks. Proc. of the 3rd Conf. of Mechanical Behavior of Salt, Palaiseau-France, pp. 217-222.

LE COMTE, P. (1965). Creep in Rock Salt. J. of Geol., Vol. 73, N^o 3, pp. 469-484.

LEITE, M.H. (1991). Détermination in situ des paramètres d'une loi de fluage du sel gemme par l'enfoncement d'un poinçon tronconique effilé (E.P.T.E. Rapport d'examen probatoire, Département de Génie Civil, École Polytechnique de Montréal, 206 p.

LEITE, M.H. (1991). Détermination des paramètres d'une loi de fluage du sel gemme par l'enfoncement d'un poinçon tronconique effilé. Thèse de doctorat, Département de Génie Civil, École Polytechnique de Montréal, 347 p.

LEITE, M.H.; GILL, D.E. & CORTHÉSY, R. (1998). Experimental and Numerical Evaluation of Stress Redistribution in Thick-walled Rocksalt Cylinders. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 35, N° 3, pp. 367-383.

LEITE, M.H.; LADANYI, B. & GILL, D.E. (1989). Détermination in situ des paramètres d'une loi de fluage du sel par l'enfoncement d'un poinçon tronconique éffilé (EPTE). Rapport technique, EPM/RT-89/11, École Polytechnique de Montréal, 110 p.

LEITE, M.H.; LADANYI, B. & GILL, D.E. (1993). Determination of Creep Parameters of Rock Salt by Means of an in Situ Sharp Cone Test. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., Vol. 30, N° 3, pp. 219-232.

LEITE, M.H.; LADANYI, B. & GILL, D.E. (1994). Deformability of Rock-Like Materials Using a Sharp Cone Test. Geotechnical Testing Journal, GTJODJ, Vol. 17, N° 2, pp. 195-206.

LEITE, M.H.; GILL, D.E. & LADANYI, B. (1995). An Extension of the Interpretation Model for the Sharp Cone Test for Determination of Deformability Parameters of

Rock-Like Materials. Proc. of the 4th Int. Symp. of the Pressuremeter and its New Avenues, Sherbrooke, Canada, pp. 295-302.

LINDNER, E.N. (1983). A Constitutive and Experimental Investigation of Load-History Influences on the Creep Behavior of Salt. A Ph.D. Thesis, University of Minnesota, 266 p.

LINDNER, E.N. & BRADY B.H.G. (1984). Memory Aspects of Salt Creep. Proc. of the 1st Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 241-273.

LOEMNITZ, C. (1956). Creep Measurements of Igneous Rocks. J. Geol., Vol. 64, pp. 473-479.

LOMENICK, T.F. & BRADSHAW, R.L. (1969). Deformation of Rock Salt Openings Mined for Disposal of Radioactive Wastes. Rock Mech. Vol. 1, N^o. 1, pp. 5-29.

LUX, K.H. (1988). Some Results of Case History Studies with Respect to the Mechanical Behavior of Existing Caverns. Proc. of the 2nd Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Sept. 1984), Hanover, Trans. Tech. Publ., pp.581-604.

LUX, K.H. & HEUSERMANN, S. (1983). Creep Tests on Rock Salt with Changing Load as a Basis for the Verification of Theoretical Material Laws. Proc. 6th Int. Symp. on Salt, Salt Institute, Alexandria, vol. 1, pp. 417-435.

LUX, K.H. & ROKAHR, R. (1984). Laboratory Investigation and Theoretical Statements as a Basis for the Design of Caverns in Salt Rock Formations. Proc. 1st Conf. on the Mech. Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 275-310.

MBARAGA, P. (1998). Communications personnelles.

MICHEL, B. (1966). Recherche sur les propriétés mécaniques du sel gemme aux mines domaniales de potasse d'Alsace. Proc. 1st Cong. Int. Soc. Rock Mech., Lisboa, pp. 595-600.

MORGAN, H.S. & WAWERSIK, W.R. (1989). Computed and Measured Response of a Thickwalled Hollow Cylinder of Salt Subjected to both Homogeneous and Inhomogeneous loading. Proc. 30th U.S. Symp. Rock Mech., pp. 361-368.

MORGAN, H.S. & WAWERSIK, W.R. (1991). The Use of Hollow Cylinder Creep Tests for Evaluating Flow Criteria for Rock Salt. Proc. 7th Int. Conf. of the I.S.R.M., Aachen, Vol. 1, pp. 303-310.

MORLIER, P. (1966). Le fluage des roches. Supplément aux Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, N° 217 (Janv 1966), pp. 89-112.

MRUGALA, M. & HARDY Jr, H.R. (1988). Effect of Test Duration on the Viscoelastic Parameters of Salt. Proc. of the 2nd Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Sept. 1984), Hanover, Trans Tech Publ., pp. 245-262.

MUNSON, D.E. (1979). Preliminary Deformation Mechanism Map for Salt. Sandia National Laboratories, SAND-79-0076, 34 p.

MUNSON, D.E. & DAWSON, P.R. (1984). Salt Constitutive Modelling Using Mechanism Maps. Proc. 1st Conf. Mech. Behavior of Salt (Nov 1981), Pennsylvania, Trans Tech Publ., pp. 717-737.

MUNSON, D.E., FOSSUM, A.F. & SENSENY, P.E. (1989). Approach to First Principles Model Prediction of Measured WIPP in situ Room Closure in Salt. Proc. 30th U.S. Symp. on Rock Mech. as a Guide for Efficient Utilization of Natural Resources, Balkema, pp. 673-680.

MUNSON, D.E., FOSSUM, A.F. & SENSENY, P.E. (1993). Extension of the M-D Model for Treating Stress Drops in Salt. Proc. of the 3rd Conf. of Mechanical Behavior of Salt, Palaiseau-France, pp. 31-44.

NABARO, F.R.N. (1967). Theory of Crystal Dislocation. Clarendon Press.

NADAI, A. (1938). The Influence of Time Upon Creep: the Hyperbolic Sine Creep Law. Tiré de Contributions to the Mechanics of Solids, Ed. Timoshenko, S. MacMiillan, pp. 155-170.

OBERT, L. (1962). Effects of Stress Relief and Other Changes in Stress on Physical Properties of Rock. U.S. Bureau of Mines, Report of Investigation 6053, 8 p.

OTTOSEN, N.S. (1986). Viscoelastic-Viscoplastic Formulas for Analysis of Cavities in Rock Salt. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 23, N^o 3, pp. 201-212.

OTTOSEN, N.S. & KRENK. S. (1979). Nonlinear Analysis of Cavities in Rock Salt. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 16, pp. 245-252.

PFEIFLE, T.W. & SENSENY, P.E. (1982). Steady-State Creep of Rock Salt in Geoengineering. Proc. of The 23rd U.S. Symp. on Rock mech., Berkeley, CA., pp. 307-314.

PFEIFLE, T.W., MELLEGARD, K.D. & SENSENY, P.E. (1981). Constitutive Properties of Salt From Four Sites. RE/SPEC Inc., Rapid City, SD, RSI-0165, Prepared

for Office of Nuclear Waste Isolation under Subcontract No. E512-02300 with Battelle Memorial Institute, Columbus, OH., ONWI-250.

POTTS, E.L.J. (1964). An Investigation into the Design of Room and Pillar Working in Rock Salt. Trans. Inst. Min. Engrs., Vol. 124, N° 49, pp. 27-47.

PREECE, D.S. & FOLEY, J.T. (1983). Finite Element Analysis of Salt Caverns Employed in the Strategic Petroleum Reserve. Proc. 6th Int. Symp. on Salt, Toronto, Preprints, pp. 655-663.

PUDEWILLS, A. & HORNBERGER, K. (1993). A Unified Viscoplastic Model for Rock Salt. Proc. of the 3rd Conf. of Mechanical Behavior of Salt, Palaiseau-France, pp. 45-52.

ROCHA, M.; Da SILVEIRA, A.; GROSSMANN, N. & De OLIVERA, E. (1966). Determination of Deformability of Rock Masses along Boreholes. Proc. 1st Int. Cong. of the I.S.R.M., Lisboa, pp. 697-704.

RUSSEL, J.E. (1978). A Creep Model for Salt. Proc. 5th Symp. on Salt, Hambourg, Vol.1, pp. 349-353.

SALEH, K. (1985). Détermination de l'état de contrainte et des propriétés élastiques d'un massif rocheux par inversion des données récoltées lors d'un essai de fracturation pressiométrique. Thèse de Docteur-Ingénieur, École Centrale des Arts et Manufactures de Paris, Paris, France, p. 147.

SENSENY, P E. (1985). Determination of a Constitutive Law for Salt at Elevated Temperature and Pressure. Mesurement of Rock Properties at Elevated Pressures and Temperatures, ASTM STP 869, H.J. Pincus and E.R. Hoskins, Eds., American Society of Testing and Materials, Philadelphia, pp. 55-71.

SENSENY, P.E.; BRODSKY, N.S. & DEVRIES, K.L. (1993). Parameter Evaluation for a Unified Constitutive Model. J. of Engng Materials and Technology, Transactions of ASME, Vol. 115, N^o 2, pp. 157-162.

SENSENY P.E. & FOSSUM, A.F. (1998). Testing to Estimate the MUNSON-DAWSON Parameters. Proc. of the 4th Conf. of Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, University of Montréal Campus, June 17 and 18, 1996, pp. 263-276

SENSENY, P.E; HANSEN F.D.; RUSSELS J.E.; CARTER N.L. & HANDIN J.W. (1992). Mechanical Behaviour of Rock Salt: Phenomenology and Micromechanisms. Int. J. of Rock Mech., Min. Sci. and Geomech., Vol. 29, N^o 4, pp. 363-378.

SERATA, S. (1964). Theory and Model of Underground Opening and Support System. Proc. of the 6th Symp. on Rock Mech., Rolla, Missouri, pp. 260-292.

SERATA, S. (1968). Application of Continuum Mechanics to Design of Deep Potash Mines in Canada. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 5, pp. 293-314.

SERATA, S. (1978). Geomechanical Basis for Design of Underground Salt Cavities. Presented at Energy Tech. Conf. & Exhibition, Huston, Nov. 78. ASME Publication N^o 78-pet.-59, 43 p.

SERATA, S. & BELLMAN, R.A. (1983). Development of the Serata Stress-Measuring System for Application to Both Hard-Brittle and Soft-Ductile Grounds. Proc. 24th U.S. Symp. Rock Mech., pp. 343-358.

SGAOULA, J. (1989). Mesure des paramètres de fluage d'un sable gelé au moyen d'un poinçon tronconique. Mémoire de Maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Département de Génie civil, 158 p.

SGAOULA, J. (1997). Extension d'un modèle viscoplastique unifié au comportement semi-fragile du sel gemme (Application de la théorie d'endommagement). Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, Département des génies civil, géologiques et des mines, 278 p.

SKROTZKI, W. (1984). An Estimate of the Brittle to Ductile Transition in Salt. Proc. of the 1st Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 381-388.

SKROTZKI, W.; DORNBUSH, H.J.; HELMING, K. & BROKMEIER, H.G. (1998). Development of Microstructure and Texture in Pure Shear Deformed Salt. Proc. of the 4th Conf. of Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, University of Montréal Campus, June 17 and 18, 1996, pp. 101-114

SKROTZKI, W. & HAASEN, P. (1984). Plastic Deformation and Hardening of Polycrystalline Halides. Proc. Int. Symp. Plastic Deformation of Ceramic Materials, pp. 429-444.

SKROTZKI, W. & HAASEN, P. (1988a). The Influence of the Texture on the Creep of Salt. Proc. of the 2nd Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Sept. 1984), Hanover Trans. Tech. Publ., pp. 83-87.

SKROTZKI, W. & HAASEN, P. (1988b). The role of Cross Slip in the Steady State Creep of Salt. Proc. of the 2nd Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Sept. 1984), Hanover, Trans. Tech. Publ., pp. 69-81.

SOULIÉ, M. (1998). Communications personnelles.

SPENCE, J. & HULT, J.A.H. (1973). Simple Approximations for Creep Relaxation. Int. J. Mech. Sci., Vol. 15, pp. 741-755.

SPIERS, C.J. & CARTER, N.L. (1998). Microphysics of Rocksalt Flow in Nature. Proc. of the 4th Conf. of Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, University of Montréal Campus, June 17 and 18, 1996, pp. 115-128

STARFIELD, A.M. & McCLAIN, W.C. (1973). Project Salt Vault: A case Study in Rock Mechanics. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 10, pp. 641-657.

STAUPENDAHL, G. & SCHMIDT, M.W. (1984). Field Investigation of the Long-Term Deformational Behaviour of a 10000 m³ Cavity at Asse Salt Mine. Proc. of the 1st Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp.511-526.

SVALSTAD, D.K. (1983). Canister-Scale Analysis of a Nuclear Waste Emplacement at Two Potential Waste Repository Sites in Bedded Salt. Proc. 24th U.S. Symp.on Rock Mech., pp. 837-848.

TALABARD, P. (1986). Mesures des paramètres de fluage de la glace polycristalline au moyen d'un poinçon tronconique. Mémoire de maîtrise, Département de Génie Civil, École Polytechnique de Montréal, 70 p.

THOMPSON, E. & RIPERGER, E.A. (1964). An Experimental Technique for the Investigation of the flow of Halite and sylvinite. Proc. 6th U.S. Symp. on Rock Mech., Rolla, pp. 467-488.

THOMS R.L. & GEHLE R.M. (1984). Survey of Existing Caverns in U.S. Salt Domes. Proc. of the 1st Conf. of the Mechanical Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 703-716.

TIJANI, S.M. & VOUILLE, G. (1983). Le sel gemme en tant que liquide visqueux. Proc. 5th Int. Cong. Rock Mech., Melbourne, Section D, pp. 241-246.

VANDERSTRAETEN, G. (1998). Communications personnelles.

VARO, L. (1976). The Role of Water in the Creep Properties of Halite. M. Sc. Thesis, Dept. Min. Eng., Univ. Newcastle Upon Tyne.

VARO, L. & PASSARIS, E.K.S. (1977). The Role of Water in the Creep Properties of Halite. Conf. On Rock Engineering, New Castle upon Tyne, pp. 85-100.

WALLNER, M. (1984). Analysis of Thermomechanical Problems Related to the Storage of Heat Producing Radioactive Waste in Rock salt. Proc. of the 1st Conf. of the

Mechanical Behavior of Salt (Nov. 1981), Pennsylvania, Trans. Tech. Publ., pp. 739-763.

WAWERSIK, W.R. (1985). Determination of Steady State Creep Rates and Activation Parameters for Rock Salt. Mesurement of Rock Properties at Elevated Pressures and Temperatures, ASTM STP 869, H.J. Pincus and E.R. Hoskins, Eds., A.S.T.M., Philadelphia, pp. 72-92.

WAWERSIK, W.R., CALLENDER, J.F. & DROPEK, R.K. (1976). Preliminary Determination of Mechanical Properties on Rock Salt from Southeastern New Mexico. Proc. 17th U.S. Symp. on Rock Mech., Salt Lake City, pp. 5c6.1-5c6.7.

WAWERSIK, W.R. & HANNUM, D.W. (1980). Mechanical Behavior of New Mexico Rock Salt in Triaxial Compression up to 200⁰ C. J. Geop. Res. , Vol. 85, N⁰ B-2, pp. 891-900.

WAWERSIK, W.R. & ZEUCH, D.H. (1984). Creep and Creep Modeling on three domal Salts – A Comprehensive Update. Sandia National Laboratories, Repport SAND-84-0568, 93 p.

WEERTMAN, J. (1955). Theory of Steady-State Creep Based on Dislocation Climb. J. Appl. Phys., Vol. 26, pp. 1213-1217.

WEERTMAN, J. (1957). Steady State Creep Through Dislocation Climb. J. Appl. Phys., Vol. 28, pp. 363-364.

WEERTMAN, J. (1968). Dislocation Climb Theory of Steady-State Creep. Amer. Soc. of Metals. Trans., Vol. 61, pp. 681-694.

WEERTMAN, J. & WEERTMAN, J.R. (1970). Mechanical Properties Strongly Temperature-Dependent. Tiré de Physical Metallurgy, édité par Cahn, Elsevier, pp. 983-1010.

WEERTMAN, J. & WEERTMAN, J.R. (1975). High Temperature Creep of Rock and Mantle Viscosity. Ann. Rec. Earth Planet. Sci., Vol. 3, pp. 293-315.

WYATT, O.H. (1951). Transient Creep in Pure Metals. Nature, Vol. 167, pp. 866.

ZAHARY, G. (1965). Rock Mechanics at International Minerals & Chemical Corporation (Canada) Limited. Proc. 3rd Can. Symp. on Rock Mech., Toronto, pp. 1-17.

ZAMAN, M.; FARUQUE, M.O. & HOSSAIN, M.I. (1992). Modeling Creep Behavior of Rock Salt. Composite Material Technology, Am. Soc. of Mechanical Engrs, Petroleum Division.

ANNEXES

ANNEXE I

QUELQUES LOIS DE FLUAGE DÉJÀ PROPOSÉES POUR LE SEL

AI-1: Les lois de fluage empiriques ou semi-empiriques: approche phénoménologique**- AI-1-1: Le fluage primaire (transitoire)****Lois de puissance**

Andrade (1910): $\varepsilon^c = A_1 t^{\frac{1}{3}}$

Cottrell (1952): $\varepsilon^c = A_1 t^n$ avec $0 < n < 1$

A_1 : constante.

La loi logarithmique

$\varepsilon^c = A_1 \ln t$

A_1 : constante.

Lois mixtes

Wyatt (1951); Kendall (1958): $\varepsilon^c = A_1 + A_2 \ln t + A_3 t^m$

A_i : des constantes.

Loemnitz (1956): $\varepsilon^c = A_1 \ln(1 + A_2 t)$ qui par la suite a été modifiée pour se mettre sous la forme:

$$\varepsilon^c = A_1 \left[(1 + A_2 t)^{A_3} - 1 \right]$$

A_i : des constantes

La loi exponentielle

$$\varepsilon^c = B_1 (1 - \exp(-B_2 t)) f(\sigma, T)$$

B_i : des constantes,

$F(\sigma, T)$: une fonction des contraintes et de la température.

lois hybrides

$$\text{Afrouz et al. (1974): } \varepsilon^{*c} = A_1 + A_2 t^{A_3} + A_4 (1 - \exp(A_5 t))$$

A_i : constantes

$$\text{Russel (1978): } (\varepsilon^{*c})^{-1} = A_1 \exp\left(\frac{-\lambda}{\varepsilon(t)}\right)$$

A_1 et λ sont des constantes.

- AI-1-2: Le fluage secondaire (stationnaire)

$$\text{Forme générale: } \varepsilon^{*c} = f(T) f(\sigma)$$

$f(T)$: fonction de la température,

$f(\sigma)$: fonction des contraintes.

La loi de puissance dite de Bailey-Norton: $\dot{\epsilon}^{*c} = A_1 \sigma^n f(T)$

A_1 et n : des constantes,

$f(T)$: une fonction de la température.

Le sinus hyperbolique ou loi de Prandl-Nadai (Nadai, 1938):

$$\dot{\epsilon}^{*c} = B_1 (\sinh(B_2 \sigma))^{B_3} f(T)$$

B_i : des constantes,

$f(T)$: une fonction de la température.

La loi exponentielle ou la loi d'Eyring-Soderberg: $\dot{\epsilon}^{*c} = C_1 \exp(C_2 \sigma) f(T)$

C_i : des constantes,

$f(T)$ une fonction de la température

AI-2: Approche structurale basée sur la théorie des dislocations

- AI-2-1: Le glissement des dislocations

$$\text{Frost et Ashby (1982): } \dot{\epsilon}^*_s = A_1 \left(\frac{\tau}{G} \right)^2 \exp \left[- \frac{\Delta F}{RT} \left(1 - \frac{\tau}{\bar{\tau}} \right) \right]$$

$\dot{\epsilon}^*_s$: le taux de fluage stationnaire,

A_1 , ΔF et $\bar{\tau}$: paramètres non déterminés,

G : module de cisaillement et τ la contrainte de cisaillement.

R : constante universelle des gaz parfaits égal à $N \times K_b$ où $N = 6.02 \times 10^{23}$ est le nombre d'Avogadro et K_b est la constante de Boltzman égale à 3.29×10^{-24} cal/° kelvin

T : température en degré Kelvin

$$\text{Weertman (1957 et 1968): } \dot{\epsilon}^*_s = A_1 \times \exp \left(- \frac{Q_{\text{eff}}}{RT} \right) \sinh(A_2 \sigma)$$

ϵ^* : représente le taux de fluage stationnaire,

A_i : des constantes,

Q_{eff} : l'énergie effective d'activation.

$$\text{Munson et al. (1984): } \epsilon^* = A_1 \exp\left(-\frac{Q_s + A_2 \sigma}{RT}\right)$$

ϵ^* : taux de fluage stationnaire,

A_i : des constantes,

Q_s : l'énergie d'activation du processus thermique.

- AI-2-2: La montée des dislocations

$$\text{Wawersik et Zeuch (1984): } \epsilon^* = A_1 \exp\left[-\frac{Q_{cs}}{RT} \left(\ln \frac{\sigma_0}{G_0} - \ln \frac{\tau}{G}\right)\right]$$

ϵ^* : taux de fluage stationnaire,

Q_{cs} : l'énergie d'activation pour la montée des dislocations,

σ_0 et G_0 : la contrainte d'écoulement et le module de cisaillement au zéro absolu
c'est-à-dire à -273.15°C ,

τ : la contrainte de cisaillement appliquée.

$$\text{Munson et al (1984): } \epsilon^* = A_1 \exp\left(-\frac{U}{RT}\right) \left(\frac{\tau}{G}\right)^n$$

U : énergie d'activation,

A_1 et n : des constantes,

τ : la contrainte de cisaillement.

Weertman (1955, 1957, 1968), Weertman et Weertman (1970, 1975) et Nabarro

$$(1967): \varepsilon^*_s = A_1 \exp\left(-\frac{Q_{\text{eff}}}{RT}\right) \sigma^n$$

$$\text{Langer (1984): } \varepsilon^*_s = A_1 \exp\left(-\frac{U}{RT}\right) \left(\frac{\sigma}{G}\right)^n$$

- **AI-2-3: L'écoulement par diffusion**

$$\text{Carter (1976): } \varepsilon^*_s = C_1 \left(\frac{\tau}{G}\right)^n \exp\left(-\frac{Q_d}{RT}\right)$$

Q_d : l'énergie d'activation pour la diffusion.

$$\text{Munson et al. (1984): } \varepsilon^*_s = 14 \frac{\Omega}{K_b T} \frac{\sigma}{d_g^2} D_v \left\{ 1 + \frac{\pi \xi D_b}{d_g D_v} \right\}$$

Ω : volume atomique,

d_g : dimensions des grains,

ξ : l'épaisseur de la frontière effective entre les grains,

D_v et D_b : la diffusivité de volume et de frontière.

$$\text{Herring (1950): } \varepsilon^*_s = A_1 \times \left(D_s \times \Omega \times \frac{D}{K_b T} \right) d_g^{-2}$$

$A_1 = 5 \%$

D_s : coefficient d'autodiffusion qui dépend de la température,

d_g : dimensions des grains.

$$\text{Coble (1963). } \varepsilon^*_s = A_2 \left(D_{gb} \times \xi \times \Omega \times \frac{\sigma}{K_b T} \right) d_g^{-3}$$

A_2 : constante.

D_{gb} : coefficient de diffusion des frontières des grains qui dépend de la température,

ξ : l'épaisseur de la frontière effective entre les grains.

- **AI-2-4: La restauration (recristallisation)**

$$\text{Guillope et Poirier (1979): } \varepsilon^* = \frac{A_1 A_2 A_3}{R T d_g^3} \tau$$

A_1 : constante,

A_2 : un terme de diffusion dépendant de la température,

A_3 : un paramètre de la structure de la limite des frontières des grains.

- **AI-2-4: Mécanisme non défini**

Langer (1984):

$$\varepsilon_{\text{eff}1}^{\text{cr}} = A_1 \left(\frac{\sigma_{\text{eff}}}{G} \right)^{n_1} \exp \left(- \frac{U_1}{RT} \right)$$

$$\varepsilon_{\text{eff}2}^{\text{cr}} = A_2 \left(\frac{\sigma_{\text{eff}}}{G} \right)^{n_2} \exp \left(- \frac{U_2}{RT} \right)$$

$$\varepsilon_{\text{eff}3}^{\text{cr}} = 2 \left(B_1 \exp \left(- \frac{U_1}{RT} \right) + B_2 \exp \left(- \frac{U_2}{RT} \right) \right) \sinh \left(B_3 \left\langle \frac{\sigma_{\text{eff}} - \varepsilon_{\text{eff}}^0}{G} \right\rangle \right)$$

Dans cette formulation, l'auteur considère que 3 mécanismes de déformation (montée des dislocations, mécanisme non défini et glissement des dislocations) agissent en même temps et sont par conséquent additifs.

Pour le fluage transitoire (primaire), la loi suivante a été obtenue:

$$\varepsilon^*_{pr} = A_3 \left(\frac{\sigma_{eff}}{G} \right)^{n_3} m \exp \left(- \frac{U_3}{RT} \right) \exp (-m t)$$

Senseny (1985) modèle WIPP pour "Waste Isolation Pilot Plant"

$$\varepsilon^* = \begin{cases} \varepsilon^*_s + (A_1 - A_2 \varepsilon_p) \varepsilon^*_s & \varepsilon^*_s \geq \varepsilon^{**}_s \\ \varepsilon^*_s + \left[A_1 - A_2 \left(\frac{\varepsilon^{**}_s}{\varepsilon^*_s} \right) \varepsilon_p \right] \varepsilon^*_s & \varepsilon^*_s < \varepsilon^{**}_s \end{cases}$$

$$\varepsilon^*_s = A_3 (\bar{\sigma})^n \exp \left(- \frac{U}{RT} \right)$$

ε_p : déformations de fluage primaire

ε^* est utilisé pour calculer le taux de déformation en utilisant la relation:

$$\varepsilon^*_{ij} = \sqrt{\frac{3}{2}} \left[\frac{\sigma^d_{ij}}{\bar{\sigma}} \right] \varepsilon^*$$

n et A_i : paramètres du modèle,

$$\bar{\sigma} = \left(\frac{3}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\sigma^d_{ij} \sigma^d_{ij} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$\bar{\sigma}$: la contrainte déviatorique,

σ^d_{ij} : la composante d'ordre ij de la contrainte déviatorique,

ε^{**}_s , valeur critique du taux de fluage stationnaire séparant deux régimes.

Munson et al. (1989), Munson et al. (1993) et Senseny et al. (1998):

$$\varepsilon^*_t = F \varepsilon^*_s$$

ε^*_s : taux de fluage stationnaire (secondaire)

F : coefficient multiplicateur pour simuler le comportement du fluage transitoire (primaire).

$$\varepsilon^* = A_1 e^{-\frac{U_1}{RT}} \left(\frac{\sigma}{G}\right)^{n_1} + A_2 e^{-\frac{U_2}{RT}} \left(\frac{\sigma}{G}\right)^{n_2} + |H| \left(B_1 e^{-\frac{U_1}{RT}} + B_2 e^{-\frac{U_2}{RT}} \right) \sinh \left[\frac{B_3 (\sigma - \sigma_0)}{G} \right]$$

A_i , n_i , et B_i : des constantes,

U_i : les énergies d'activation,

T : température en degré Kelvin,

R : constante universelle des gaz parfaits,

G : module de cisaillement,

σ : contrainte généralisée,

σ_0 : contrainte limite pour le mécanisme de glissement des dislocations,

$|H|$: fonction de pas de "Heaviside" avec $(\sigma - \sigma_0)$ comme argument.

Le fluage est alors donné par les 3 types de comportement: l'écroissage, l'état stationnaire et la recristallisation comme suit:

$$F = \begin{cases} e^{\Delta \left(1 - \frac{\zeta}{\varepsilon^*}\right)} & \zeta < \varepsilon^* \\ 1 & \zeta = \varepsilon^* \\ e^{-\delta \left(1 - \frac{\zeta}{\varepsilon^*}\right)} & \zeta > \varepsilon^* \end{cases}$$

Δ et δ : paramètres d'écroissage et de recristallisation,

ε^* : limite de déformation transitoire (primaire). Ce modèle comporte, en plus des paramètres élastiques, 16 paramètres de fluage.

Pour les différentes lois de comportement à variables d'état interne, le lecteur pourra se référer à Krieg (1982), Aubertin (1989), Aubertin et al. (1993), Aubertin et al. (1995), Aubertin et al. (1998), Julien et al. (1998), Pudewills et Hornberger (1993), Senseny et al. (1993), Durup et Xu (1993) et Aït (1993).

ANNEXE II

CONTRAINTES ET DÉPLACEMENTS AUTOUR D'UNE CAVITÉ CYLINDRIQUE PRESSURISÉE FORÉE DANS UN MILIEU DE COMPORTEMENT NON LINÉAIRE (FLUAGE) SOUMIS À UN CHAMP DE CONTRAINTES PRÉLABLES ANISOTROPE EN CONDITIONS DE CONTRAINTES PLANES

AII-1: Hypothèses sur les déformations de fluage

- Pour des pressions appliquées instantanément, les déformations de fluage sont absentes au temps $t=0$, $\varepsilon_{ij}^c(r,0) = 0$ AII-1
- Hypothèse d'incompressibilité: le corps sollicité ne subit aucun changement de volume: $\Delta \varepsilon^c_{ii} = 0$ AII-2
- Un état de contrainte hydrostatique additionnel n'influence aucunement les taux de déformation de fluage.

AII-2: Calculs des contraintes et des déplacements

En condition de contraintes planes, le tenseur des contraintes est donné par:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_r & \sigma_{r\theta} & 0 \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ puisque } \sigma_z = \sigma_{rz} = \sigma_{zr} = \sigma_{\theta z} = \sigma_{z\theta} \quad \text{AII-3}$$

En effet, si l'essai est fait proche de la paroi (hypothèse 1 du chapitre 4), alors $\sigma_z = \sigma_3 = 0$

La contrainte équivalente devient:

$$\sigma_c = \left[\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r \sigma_\theta \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{AII-4}$$

Le tenseur des déformations est donné par

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_r & \varepsilon_{r\theta} & 0 \\ \varepsilon_{r\theta} & \varepsilon_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad \text{AII-5}$$

puisque $\varepsilon_{rz} = \varepsilon_{zr} = \varepsilon_{\theta z} = \varepsilon_{z\theta} = 0$ avec $\varepsilon_z = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta)$

En fluage, la condition d'incompressibilité donne $\nu=0.5$ et $\varepsilon_z = -(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta)$ et la déformation équivalente de fluage devient:

$$\varepsilon_c^c = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[(\varepsilon_r)^2 + (\varepsilon_\theta)^2 + \varepsilon_r \varepsilon_\theta \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{AII-6}$$

Les équations cinématiques sont:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r} \\ \varepsilon_\theta &= \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned} \quad \text{AII-7}$$

Puisque les conditions de chargement sont indépendantes de z , ε_r , ε_θ , et ε_z sont aussi indépendantes de z ; de plus, puisque les conditions de chargement sont identiques pour chaque section de coordonnée z , la déformation ε_z est la même quelle que soit la coordonnée z ; par conséquent, ε_z est une constante.

La condition d'incompressibilité $\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = 0$ devient alors:

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r} = c^{\text{te}} \quad \text{AII-8}$$

Si on dérive l'équation AII-8 par rapport à r , elle devient:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad \text{AII-9}$$

La solution de l'équation d'incompressibilité AII-9 est de la forme:

$$u(r, t) = Ar + B\theta + \frac{C}{r^2} \cos k\theta$$

$$v(r, t) = -\frac{B\theta^2}{2} + \frac{1}{k} \frac{C}{r^2} \sin k\theta \quad \text{AII-10}$$

où A , B et C des fonctions du temps à déterminer à l'aide des conditions aux frontières et k un entier naturel.

Les équations cinématiques AII-7 deviennent alors:

$$\varepsilon_r = A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta$$

$$\varepsilon_\theta = A + \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \quad \text{AII-11}$$

$$\varepsilon_z = -2A$$

et la déformation équivalente devient:

$$\varepsilon_e = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{AII-12}$$

On remplace les équations AII-4 et AII-12 dans la loi de comportement donnée par l'équation 3-1, soit:

$$\varepsilon_e = \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_c} \right)^n \left(\frac{\dot{\varepsilon}_e}{b} \right)^b t^b \quad \text{3-1}$$

et on a:

$$\sigma_r^2 - \sigma_r \sigma_\theta + \sigma_\theta^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{\frac{2}{n}} \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \sigma_c^2 \left(\frac{\dot{\varepsilon}_e}{b} \right)^{-\frac{2b}{n}} t^{-\frac{2b}{n}} = 0 \quad \text{AII-13}$$

dont la solution pour σ_r est:

$$\sigma_r = \frac{\sigma_\theta \pm \left[-3\sigma_\theta^2 + 4\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{\frac{2}{n}} \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \sigma_c^2 \left(\frac{\epsilon_c}{b} \right)^{-\frac{2b}{n}} t^{-\frac{2b}{n}} \right]^{\frac{1}{2}}}{2} \quad \text{AII-14}$$

et pour σ_θ

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_r \pm \left[-3\sigma_r^2 + 4\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{\frac{2}{n}} \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \sigma_c^2 \left(\frac{\epsilon_c}{b} \right)^{-\frac{2b}{n}} t^{-\frac{2b}{n}} \right]^{\frac{1}{2}}}{2} \quad \text{AII-15}$$

De l'équation AII-14, on a:

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \frac{-\sigma_\theta \pm \left[-3\sigma_\theta^2 + 4\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{\frac{2}{n}} \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \sigma_c^2 \left(\frac{\epsilon_c}{b} \right)^{-\frac{2b}{n}} t^{-\frac{2b}{n}} \right]^{\frac{1}{2}}}{2} \quad \text{AII-16}$$

Par ailleurs, les équations générales d'équilibre en milieu non pesant sont:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\sigma_{r\theta}}{r} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\sigma_z}{r} = 0 \end{cases} \quad \text{AII-17}$$

Puisque nous sommes en conditions de contraintes planes ($\sigma_z = \sigma_3 = 0$), les équations d'équilibre se réduisent à:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2\sigma_{r\theta}}{r} = 0 \end{cases} \quad \text{AII-18}$$

AII-3: Calcul de σ_θ

On dérive l'équation AII-14 par rapport à r et on a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} \pm \frac{1}{4} \left[-3\sigma_\theta^2 + 4 \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{\frac{2}{n}} \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \sigma_c^2 \left(\frac{\epsilon_c}{b} \right)^{\frac{2b}{n}} t^{\frac{2b}{n}} \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ \left[-6\sigma_\theta \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} - \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{\frac{2}{n}} \sigma_c^2 \left(\frac{\epsilon_c}{b} \right)^{\frac{2b}{n}} t^{\frac{2b}{n}} \times n \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right] \end{aligned} \quad \text{AII-19}$$

qui peut se mettre sous la forme:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} \pm \frac{1}{4} \left[-3\sigma_\theta^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ \left[-6\sigma_\theta \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} - K_1 \times n \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right] \end{aligned} \quad \text{AII-20}$$

en posant:

$$K_1 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{\frac{2}{n}} \sigma_c^2 \left(\frac{\epsilon_c}{b} \right)^{\frac{2b}{n}} t^{\frac{2b}{n}} \quad \text{AII-21}$$

En remplaçant les équations AII-16 et AII-20 dans la première des équations d'équilibre AII-18, on a:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} \pm \frac{1}{4} \left[-3\sigma_{\theta}^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& \left[-6\sigma_{\theta} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right] + \\
& \frac{-\sigma_{\theta} \pm \left[-3\sigma_{\theta}^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}}}{2r} = 0
\end{aligned}
\tag{AII-22}$$

De l'équation AII-22, on a:

$$\begin{aligned}
& \frac{2}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} = -\frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} \pm \frac{1}{2} \left[-3\sigma_{\theta}^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& \left[-6\sigma_{\theta} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right] + \\
& \frac{-\sigma_{\theta} \pm \left[-3\sigma_{\theta}^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}}}{r}
\end{aligned}
\tag{AII-23}$$

On multiplie l'équation AII-22 par r et on a:

$$\begin{aligned}
& \frac{r}{2} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} \pm \frac{r}{4} \left[-3\sigma_{\theta}^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& \left[-6\sigma_{\theta} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right] + \\
& \frac{-\sigma_{\theta} \pm \left[-3\sigma_{\theta}^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}}}{2} = 0
\end{aligned}
\tag{AII-24}$$

On dérive la deuxième des équations d'équilibre AII-18 par rapport à θ et on a:

$$\frac{\partial^2 \sigma_{r\theta}}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \sigma_{\theta}}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} = 0 \quad \text{AII-25}$$

On dérive l'équation AII-24 par rapport à r et on a:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} + \frac{r}{2} \frac{\partial^2 \sigma_{\theta}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \sigma_{r\theta}}{\partial r \partial \theta} \pm \frac{1}{8} \left[-3\sigma_{\theta}^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{3}{2}} \times \\ & r \left[-6\sigma_{\theta} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right]^2 \pm \\ & \frac{1}{4} \left[-3\sigma_{\theta}^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ & \left\{ -6\sigma_{\theta} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} - 6r \left(\frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} \right)^2 - 6\sigma_{\theta} \frac{\partial^2 \sigma_{\theta}}{\partial r^2} - K_1 \times \right. \\ & \left. n \left[(n-1) \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-2} \times \frac{2304C^4}{r^{14}} \cos^4 k\theta - \frac{672C^2}{r^8} \cos^2 k\theta \times \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \right] \right\} \\ & - \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} \pm \frac{1}{4} \left[-3\sigma_{\theta}^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ & \left[-6\sigma_{\theta} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right] = 0 \end{aligned}$$

AII-26

On soustrait l'équation AII-26 de l'équation AII-25 et on a:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{r}{2} \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} \pm \frac{r}{8} \left[-3\sigma_\theta^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{3}{2}} \times \\
& \left[-6\sigma_\theta \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right]^2 \pm \\
& \frac{1}{4} \left[-3\sigma_\theta^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& \left. \left\{ \begin{aligned} & -6\sigma_\theta \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} - 6r \left(\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} \right)^2 - 6\sigma_\theta \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial r^2} - K_1 \times \\ & n \left[(n-1) \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-2} \times \frac{2304C^4}{r^{14}} \cos^4 k\theta - \frac{672C^2}{r^8} \cos^2 k\theta \times \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \right] \end{aligned} \right\} \right. \\
& \pm \frac{1}{4} \left[-3\sigma_\theta^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& \left[-6\sigma_\theta \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right] \pm \\
& \frac{1}{4} \left[-3\sigma_\theta^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& \left[-6\sigma_\theta \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right] = 0
\end{aligned}$$

AII-27

On remplace l'équation AII-23 dans l'équation AII-27 et on a l'équation en σ_θ :

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{r}{2} \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial r^2} - \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} \pm \frac{1}{8} \left[-3\sigma_\theta^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{3}{2}} \times \\
& \left[-6\sigma_\theta \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right]^2 \pm \\
& \frac{1}{4} \left[-3\sigma_\theta^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& \left\{ -6\sigma_\theta \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} - 6r \left(\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} \right)^2 - 6\sigma_\theta \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial r^2} - K_1 x \right. \\
& \left. \left[n(n-1) \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-2} \times \frac{2304C^4}{r^{14}} \cos^4 k\theta - \frac{672C^2}{r^8} \cos^2 k\theta \times \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \right] \right\} \\
& \pm \frac{3}{4} \left[-3\sigma_\theta^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& \left[-6\sigma_\theta \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right] \\
& - \sigma_\theta \pm \left[-3\sigma_\theta^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \\
& \underline{\hspace{10em}} = 0
\end{aligned}$$

AII-28

AII-4: Calcul de σ_r

On dérive l'équation AII-15 par rapport à r et on a:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} &= \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma}{\partial r} \pm \frac{1}{4} \left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& \left[-6\sigma_r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right]
\end{aligned}$$

AII-29

On dérive l'équation AII-29 par rapport à r et on a:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial r^2} &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial r^2} \pm \frac{1}{8} \left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{3}{2}} \times \\
&\left[-6\sigma_r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right]^2 \pm \\
&\frac{1}{2} \left[-6\sigma_r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right] \times \\
&\left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
&\left. \left\{ -6 \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \right)^2 - 6\sigma_r \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial r^2} - K_1 x \right. \right. \\
&\left. \left. n \left[(n-1) \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-2} \times \frac{2304C^4}{r^{14}} \cos^4 k\theta - \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{672C^2}{r^8} \cos^2 k\theta \right] \right\}
\end{aligned}$$

AII-30

On multiplie l'équation AII-30 par r , on la divise ensuite par 2 et on a :

$$\begin{aligned}
\frac{r}{2} \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial r^2} &= \frac{r}{4} \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial r^2} \pm \frac{r}{16} \left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{3}{2}} \times \\
&\left[-6\sigma_r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right]^2 \pm \\
&\frac{r}{4} \left[-6\sigma_r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right] \times \\
&\left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
&\left. \left\{ -6 \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \right)^2 - 6\sigma_r \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial r^2} - K_1 x \right. \right. \\
&\left. \left. n \left[(n-1) \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-2} \times \frac{2304C^4}{r^{14}} \cos^4 k\theta - \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{672C^2}{r^8} \cos^2 k\theta \right] \right\}
\end{aligned}$$

AII-31

On dérive l'équation AII-15 par rapport à θ et on a:

$$\frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial \theta} = \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_r}{\partial \theta} \pm \frac{1}{4} \left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times$$

$$\left[-6\sigma_r \frac{\partial \sigma_r}{\partial \theta} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{32kC^2}{r^6} \cos k\theta \sin k\theta \right]$$

AII-32

On dérive l'équation AII-32 par rapport à θ et on a:

$$\frac{\partial^2 \sigma_{\theta}}{\partial \theta^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial \theta^2} \pm \frac{1}{8} \left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{3}{2}} \times$$

$$\left[-6\sigma_r \frac{\partial \sigma_r}{\partial \theta} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{32kC^2}{r^6} \cos k\theta \sin k\theta \right]^2 \pm$$

$$\frac{1}{4} \left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -6 \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial \theta} \right)^2 - 6\sigma_r \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial \theta^2} - K_1 \times \\ \left[\left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{32k^2 C^2}{r^6} (\cos^2 k\theta - \sin^2 k\theta) - \frac{256k^2 C^4}{r^{12}} (n-1) \times \right. \\ \left. \left[\left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-2} \times \cos^2 k\theta \sin^2 k\theta \right] \right\}$$

AII-33

On divise AII-33 par r et on a:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} &= \frac{1}{2r} \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial \theta^2} \pm \frac{1}{8r} \left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{3}{2}} \times \\
&\left[-6\sigma_r \frac{\partial \sigma_r}{\partial \theta} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{32kC^2}{r^6} \cos k\theta \sin k\theta \right]^2 \pm \\
&\frac{1}{4r} \left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
&\left\{ \begin{aligned} &-6 \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial \theta} \right)^2 - 6\sigma_r \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial \theta^2} - K_1 \times \\ &n \left[\left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{32k^2 C^2}{r^6} (\cos^2 k\theta - \sin^2 k\theta) - \frac{256k^2 C^4}{r^{12}} (n-1) \times \right. \\ &\left. \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-2} \times \cos^2 k\theta \sin^2 k\theta \right] \end{aligned} \right\}
\end{aligned}$$

AII-34

On remplace les équations AII-29, AII-31 et AII-34 dans l'équation AII-28 et on a l'équation en σ_r :

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial r^2} - \frac{r}{2} \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial \theta^2} - \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \pm \frac{1}{4r} \left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{-\frac{3}{2}} x \\
& \left[-6\sigma_r \frac{\partial \sigma_r}{\partial \theta} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{32kC^2}{r^6} \cos k\theta \sin k\theta \right]^2 \pm \\
& \frac{1}{2r} \left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{-\frac{1}{2}} x \\
& \left\{ \begin{aligned} & -6 \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial \theta} \right)^2 - 6\sigma_r \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial \theta^2} - K_1 x \\ & n \left[\left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{32k^2 C^2}{r^6} (\cos^2 k\theta - \sin^2 k\theta) - \frac{256k^2 C^4}{r^{12}} (n-1)x \right] \pm \\ & n \left[\left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-2} \times \cos^2 k\theta \sin^2 k\theta \right] \end{aligned} \right\} \\
& \frac{r}{4} \left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{-\frac{3}{2}} x \\
& \left[-6\sigma_r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right]^2 \pm \\
& \frac{r}{2} \left[-6\sigma_r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right] x \\
& \left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{-\frac{1}{2}} x \\
& \left\{ \begin{aligned} & -6 \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \right)^2 - 6\sigma_r \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial r^2} - K_1 x \\ & n \left[(n-1) \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-2} \times \frac{2304C^4}{r^{14}} \cos^4 k\theta - \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \frac{672C^2}{r^8} \cos^2 k\theta \right] \end{aligned} \right\} \\
& \pm \frac{3}{2} \left[-3\sigma_r^2 + 4K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^n \right]^{-\frac{1}{2}} x \\
& \left[-6\sigma_r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - n \times K_1 \left(3A^2 + \frac{4C^2}{r^6} \cos^2 k\theta \right)^{n-1} \times \frac{96C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \right] = 0
\end{aligned}$$

Les équations AII-28 et AII-35 aux dérivées partielles de 2^{ième} ordre donnent la distribution des contraintes autour d'une cavité cylindrique forée dans un milieu de comportement non linéaire (fluage) soumis à un champ de contraintes anisotropes en conditions de contraintes planes. Après discussion avec Vanderstraeten, 1998; Soulié, 1998; Mbaraga, 1998, nous n'avons pas pu trouver des solutions analytiques pour ces équations et c'est pour cette raison que nous avons orienté nos travaux vers des analyses numériques qui feront l'objet du chapitre 6.

ANNEXE III

**CONTRAINTES ET DÉPLACEMENTS AROUND D'UNE CAVITÉ
CYLINDRIQUE PRESSURISÉE FORÉE DANS UN MILIEU DE
COMPORTEMENT NON LINÉAIRE (FLUAGE) SOUMIS À UN CHAMP
DE CONTRAINTES PRÉALABLES ANISOTROPE EN CONDITIONS DE
DÉFORMATIONS PLANES**

Pour l'étude en déformations planes, nous faisons exactement les mêmes hypothèses qu'en conditions de contraintes planes sauf que dans ce cas, nous supposons que l'axe du forage est parallèle à la contrainte principale intermédiaire σ_2 contrairement au cas de contraintes planes où il était parallèle à la contrainte principale mineure σ_3 . Toutefois le résultat reste valable pour n'importe quel axe; il suffirait de permuter les contraintes σ_1 , σ_2 et σ_3 .

En conditions de déformations planes, le tenseur des déformations est:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_r & \varepsilon_{r\theta} & 0 \\ \varepsilon_{r\theta} & \varepsilon_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{AIII-1}$$

puisque $\varepsilon_{rz} = \varepsilon_{zr} = \varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{\theta r} = \varepsilon_z = 0$

La déformation équivalente est alors:

$$\varepsilon_c = \sqrt{\frac{2}{3}(\varepsilon_r^2 + \varepsilon_\theta^2)} \quad \text{AIII-2}$$

Les équations cinématiques sont:

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r} \\ \varepsilon_\theta &= \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \\ \varepsilon_z &= 0\end{aligned}\tag{AIII-3}$$

La condition d'incompressibilité devient alors:

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r} = 0\tag{AIII-4}$$

dont la solution est:

$$\begin{aligned}u(r, t) &= Ar + B\theta + \frac{C}{r^2} \cos k\theta \\ v(r, t) &= -2Ar\theta - B\frac{\theta^2}{2} + \frac{C}{r^2} \cos k\theta\end{aligned}\tag{AIII-5}$$

où A, B, et C des fonctions du temps à déterminer à l'aide des conditions aux frontières et k un entier naturel.

Les équations cinématiques deviennent alors:

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r} = A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \\ \varepsilon_\theta &= \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} = -A + \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \\ \varepsilon_z &= 0\end{aligned}\tag{AIII-6}$$

L'équation AIII-2 de la déformation équivalente devient:

$$\varepsilon_e = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)\tag{AIII-7}$$

En déformations planes, le tenseur des contraintes est de la forme:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_r & \sigma_{r\theta} & 0 \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}\tag{AIII-8}$$

puisque $\sigma_{rz} = \sigma_{zr} = \sigma_{z\theta} = \sigma_{\theta z} = 0$

$$\text{De plus, on a: } \sigma_z = \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_\theta) + \sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \quad \text{AIII-9}$$

La contrainte équivalente est alors:

$$\sigma_e = \frac{1}{2} \left[(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{AIII-10}$$

En remplaçant l'équation AIII-9 dans l'équation AIII-10, on a:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\frac{3}{2}(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 2 \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad \text{AIII-11}$$

En remplaçant les équations AIII-7 et AIII-11 dans la loi de comportement donnée par l'équation 3-1, on a:

$$\sigma_r = \sigma_\theta + \left[\frac{16}{9} \sigma_c^2 \left(\frac{\epsilon}{b} \right)^{\frac{2b}{n}} t^{-\frac{2b}{n}} \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - 2 \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{AIII-12}$$

qui se met sous la forme:

$$\sigma_r = \sigma_\theta + \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{AIII-13}$$

en posant:

$$K_2 = \sigma_c^2 \left(\frac{\epsilon}{b} \right)^{\frac{2b}{n}} t^{-\frac{2b}{n}} \quad \text{AIII-14}$$

$$\text{et } K_3 = 2 \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right]^2 \quad \text{AIII-15}$$

• **AIII-1: Calcul de σ_θ**

On dérive l'équation AIII-13 par rapport à r et on a:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} + \frac{32}{3n} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \times \left[K_2 \frac{C}{r^4} \cos k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \right]$$

AIII-16

De l'équation AIII-13, on a:

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}}$$

AIII-17

Les équations générales d'équilibre en milieu non pesant AII-17 se réduisent alors à:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\sigma_{r\theta}}{r} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 &\Rightarrow \sigma_z \text{ indépendant de } z = f(r, \theta) \end{aligned}$$

AIII-18

On remplace les équations AIII-16 et AIII-17 dans la première des équations d'équilibre AIII-18 et on a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{32}{3n} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \times K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{C}{r^4} \cos k\theta + \\ \frac{1}{r} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} = 0 \end{aligned}$$

AIII-19

De l'équation AIII-19, on a:

$$\frac{2}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} = -2 \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} - \frac{64}{3n} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{-\frac{1}{2}} \times K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{C}{r^4} \cos k\theta -$$

$$\frac{2}{r} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}}$$

AIII-20

On multiplie l'équation AIII-19 par r:

$$r \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{32r}{3n} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{-\frac{1}{2}} \times K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{C}{r^4} \cos k\theta +$$

$$\left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} = 0$$

AIII-21

On dérive l'équation AIII-21 par rapport à r:

$$\frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial r} + r \frac{\partial^2 \sigma_{\theta}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \sigma_{r\theta}}{\partial \theta \partial r} - \frac{1024}{9} \frac{r}{n^2} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{-\frac{3}{2}} \times \left[K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{C}{r^4} \cos k\theta \right]^2 +$$

$$\left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{-\frac{1}{2}} \times$$

$$\frac{16}{9} K_2 \left[\frac{C}{r^4} \cos k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} + \left(\frac{2-n}{n} \right) \frac{6C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-2n}{n}} - \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{4C}{r^4} \cos k\theta \right]$$

$$- \frac{32}{3n} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{-\frac{1}{2}} \times K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{4C}{r^4} \cos k\theta = 0$$

AIII-22

On dérive la deuxième des équations d'équilibre AIII-18 par rapport à θ :

$$\frac{\partial^2 \sigma_{r\theta}}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} = 0$$

AIII-23

On soustrait l'équation AIII-21 de l'équation AIII-23:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} - \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} - r \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial r^2} + \frac{1024}{9} \frac{r}{n^2} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{3}{2}} \times \left[K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{C}{r^4} \cos k\theta \right]^2 - \\ & \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ & \frac{16}{9} K_2 \left[\frac{C}{r^4} \cos k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} + \left(\frac{2-n}{n} \right) \frac{6C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-2n}{n}} - \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{4C}{r^4} \cos k\theta \right] - \\ & \frac{32}{3n} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \times K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{4C}{r^4} \cos k\theta = 0 \end{aligned}$$

AIII-24

On remplace l'équation AIII-20 dans l'équation AIII-24 et on a l'équation en σ_θ :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} - r \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial r^2} + \frac{1024}{9} \frac{r}{n^2} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{3}{2}} \times \left[K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{C}{r^4} \cos k\theta \right]^2 - \\ & \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ & \frac{16}{9} K_2 \left[\frac{C}{r^4} \cos k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} + \left(\frac{2-n}{n} \right) \frac{6C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-2n}{n}} - \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{4C}{r^4} \cos k\theta \right] - \\ & \frac{32}{n} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \times K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{4C}{r^4} \cos k\theta - \frac{2}{r} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} = 0 \end{aligned}$$

AIII-25

AIII-2: Calcul de σ_r

De l'équation AIII-12, on a:

$$\sigma_\theta = \sigma_r - \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{AIII-26}$$

On dérive AIII-26 par rapport à r:

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - \frac{32}{3n} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \times \left[K_2 \frac{C}{r^4} \cos k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \right] \quad \text{AIII-27}$$

En multipliant les 2 membres de l'équation AIII-27 par -3, on a:

$$-3 \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} = -3 \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{32}{n} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \times \left[K_2 \frac{C}{r^4} \cos k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \right] \quad \text{AIII-28}$$

On dérive l'équation AIII-27 par rapport à r:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial r^2} &= \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial r^2} + \frac{1024}{3n^2} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{3}{2}} \times \left[K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{C}{r^4} \cos k\theta \right]^2 - \\ &\frac{32}{n} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ &K_2 \left[\frac{6C^2}{r^8} \cos^2 k\theta \left(\frac{2-n}{n} \right) \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-2n}{n}} - \frac{4C}{r^5} \cos k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \right] \end{aligned} \quad \text{AIII-29}$$

On multiplie l'équation AIII-29 par $-r$:

$$\begin{aligned}
 -r \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial r^2} = & -r \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial r^2} - \frac{1024r}{3n^2} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{3}{2}} \times \\
 & \left[K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{C}{r^4} \cos k\theta \right]^2 + \frac{32r}{n} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
 & K_2 \left[\frac{6C^2}{r^8} \cos^2 k\theta \left(\frac{2-n}{n} \right) \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-2n}{n}} - \frac{4C}{r^5} \cos k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \right]
 \end{aligned}$$

AIII-30

On dérive l'équation AIII-26 deux fois par rapport à θ :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} = & \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial \theta^2} + \frac{1024}{9n^2} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{3}{2}} \times \left[K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{kC}{r^3} \sin k\theta \right]^2 - \\
 & \frac{32}{9n} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
 & K_2 \left[\frac{4k^2 C^2}{r^6} \sin^2 k\theta \left(\frac{2-n}{n} \right) \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-2n}{n}} + \frac{k^2 C}{r^3} \cos k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \right]
 \end{aligned}$$

AIII-31

On divise l'équation AIII-31 par r :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} = & \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial \theta^2} + \frac{1024}{9n^2 r} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{3}{2}} \times \left[K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{kC}{r^3} \sin k\theta \right]^2 - \\
 & \frac{32}{9nr} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
 & K_2 \left[\frac{4k^2 C^2}{r^6} \sin^2 k\theta \left(\frac{2-n}{n} \right) \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-2n}{n}} + \frac{k^2 C}{r^3} \cos k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \right]
 \end{aligned}$$

AIII-32

On remplace les équations AIII-28, AIII-30 et AIII-32 dans l'équation AIII-25 et on a l'équation en σ_r :

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial \theta^2} - r \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial r^2} - 3 \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1024}{9n^2 r} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{3}{2}} \times \left[K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{kC}{r^3} \sin k\theta \right]^2 \\
& - \frac{32}{9nr} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& K_2 \left[\frac{4k^2 C^2}{r^6} \sin^2 k\theta \left(\frac{2-n}{n} \right) \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-2n}{n}} + \frac{k^2 C}{r^3} \cos k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \right] \\
& - \frac{2048r}{9n^2} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{3}{2}} \times \left[K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{C}{r^4} \cos k\theta \right]^2 + \\
& \frac{32r}{n} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_2 \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& K_2 \left[\frac{6C^2}{r^8} \cos^2 k\theta \left(\frac{2-n}{n} \right) \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-2n}{n}} - \frac{4C}{r^5} \cos k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \right] \\
& - \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} \times \\
& \frac{16}{9} K_2 \left[\frac{C}{r^4} \cos k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} + \left(\frac{2-n}{n} \right) \frac{6C^2}{r^7} \cos^2 k\theta \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-2n}{n}} \right. \\
& \left. - \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2-n}{n}} \frac{4C}{r^4} \cos k\theta \right] \\
& - \frac{2}{r} \left[\frac{16}{9} K_2 \left(A - \frac{2C}{r^3} \cos k\theta \right)^{\frac{2}{n}} - K_3 \right]^{\frac{1}{2}} = 0
\end{aligned}$$

Les équations AIII-25 et AIII-33 aux dérivées partielles de 2^{ième} ordre donnent la distribution des contraintes autour d'une cavité cylindrique forée dans un milieu de comportement non linéaire (fluage) soumis à un champ de contraintes anisotropes en conditions de déformations planes. Tout comme pour les équations AII-28 et AII-35, après discussion avec Vanderstraeten, 1998; Soulié, 1998; Mbaraga, 1998, nous n'avons pas pu trouver des solutions analytiques pour ces équations et c'est pour cette raison encore une fois que nous avons orienté nos travaux vers des analyses numériques qui feront l'objet du chapitre 6.