UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SIMULATIONS STOCHASTIQUES DE FRACTURES POUR DÉTERMINER LA GRANULOMÉTRIE IN SITU DU GISEMENT DE CUIVRE DU MONT-PORPHYRE, MINES GASPÉ, QUÉBEC

EMMANUEL HENRY
DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MINÉRAL)
NOVEMBRE 1999

© Emmanuel Henry, 1999

National Library of Canada
Bibliothèque nationale du Canada

Acquisitions and Bibliographic Services
Acquisitions et services bibliographiques

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique..

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-48854-3

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

SIMULATIONS STOCHASTIQUES DE FRACTURES POUR DÉTERMINER LA GRANULOMÉTRIE IN SITU DU GISEMENT DE CUIVRE DU MONT-PORPHYRE, MINES GASPÉ, QUÉBEC

Présenté par: HENRY Emmanuel

En vue de l'optention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

A été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. SIMON Richard, Ph. D., président

M. MARCOTTE Denis, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. VANDAMME Luc, Ph. D., membre

REMERCIEMENTS

L'étude qui suit, est le résultat d'un peu plus d'un an de recherche à temps plein au laboratoire de Géophysique et Géostatistique de l'Ecole Polytechnique de Montréal, Québec, en 1998, puis à temps partiel dans les locaux de la compagnie minière Luossavaara Kiirunavaara AB (LKAB), Suède, où j'ai pris poste en janvier 1999.

Ma recherche a été financée par le Centre de Technologie Noranda (CTN), situé à Pointe-Claire, Québec. Le projet a été initié par David Gaudreau, ingénieur au CTN, puis supporté par Luc Vandamme, chef du département de Mécanique des Roches du CTN. Simon Nickson, Adam Coulson, ingénieurs au CTN, et Jeff Hussey, à l'époque géologue en chef aux mines Gaspé, ont aussi grandement contribué au projet en fournissant les données d'exploration et en me consacrant un peu de leur temps.

Le suivi de Denis Marcotte, Professeur à l'École Polytechnique de Montréal et directeur de maîtrise, ses commentaires à la fois perspicaces, justes et rigoureux sont évidemment des sine qua non à l'existence de ce mémoire.

L'expérience pratique acquise dans la mine de fer de Kiruna, l'une des trois plus grandes mines souterraines du monde, opérée par LKAB, n'est pas étrangère à certains commentaires et certaines conclusions.

Je désire aussi remercier Erwan Gloaguen, étudiant en Maîtrise à l'École Polytechnique de Montréal, qui m'a aidé de nombreuses fois à régler des problèmes administratifs et logistiques sur place, alors que je travaillais en Suède.

Mais par dessus tout, c'est à ma femme que je désire rendre hommage. Elle qui m'a attendu pendant une longue année de l'autre côté de l'océan Atlantique, elle qui a

supporté de me voir partir travailler soirs et week-ends depuis notre arrivée en Suède. Malgré tous ces sacrifices, elle m'a convaincu de poursuivre lorsque je voulais arrêter.

Ma plus grande récompense est certainement l'acceptation d'un article à l'APCOM'99, présenté le 20 octobre 1999 à l'École des Mines du Colorado.

RÉSUMÉ

La faisabilité économique de l'exploitation d'un gisement par cavage de sous-niveau est très dépendante de la fracturation naturelle. Du réseau de fractures, de son intensité et de sa géométrie dépend directement la taille des blocs formés dans le massif. La granulométrie des blocs et en particulier la quantité de blocs surdimensionnés sont des paramètres importants car le traitement par sautage secondaire des gros blocs entraîne des surcharges budgétaires indésirables.

La présente étude décrit une technique géostatistique nouvelle pour estimer la quantité des blocs surdimensionnés dans un massif dès l'avant-projet d'exploitation. La méthode repose sur la simulation stochastique de familles de fractures identifiées sur des forages d'exploration orientés. Les familles de fractures sont identifiées grâce à une analyse stéréographique, puis leurs densités linéaires et volumiques sont calculées le long des forages en tenant compte des biais d'orientation. Les densités volumiques sont régionalisées et un variogramme est établi pour chaque famille. Les densités sont ensuite simulées géostatistiquement et conditionnellement sur le volume désiré conduisant à des images stochastiques des densités (une par famille). Les fractures sont modélisées par des disques dont les centres sont placés aléatoirement dans l'espace (tirage Poissonien). Chaque disque est conservé ou supprimé en fonction de la densité simulée localement. Le pendage et la direction des disques ne sont pas régionalisés et sont tirés d'un modèle de distribution de Fisher. Le diamètre est supposé suivre une loi Normale de moyenne et variance fixées arbitrairement. Les données de forage ne suffisent effectivement pas à déterminer la distribution réelle des diamètres. Une étude de sensibilité montre que le diamètre n'a cependant pas une grande importance dans la mesure où il est compensé par la densité volumique de fracturation. La dispersion caractérisée par le paramètre de Fisher K est plus critique. Ce dernier influence énormément la formation et la

granulométrie des blocs, alors que son estimation est facilement biaisée par les imprécisions d'orientation des forages et des fractures.

La distribution des blocs est établie en plaçant des germes dans le massif. Une grille tridimensionnelle est construite autour de ces germes. La grille peut être considérée comme un graphe en trois dimensions dont les arcs (reliant deux noeuds) sont coupés par les fractures. Les noeuds directement ou indirectement connectés aux germes sont comptés. Chaque groupe de noeuds forme un bloc indépendant dont le volume dépend du nombre de noeuds et du volume unitaire qu'ils représentent. C'est une méthode assez rapide dont la précision dépend du pas de la grille.

La méthodologie est appliquée au gisement de cuivre du Mont-Porphyre situé dans le comté de Murdochville, Québec, Canada, et appartenant à la compagnie minière Noranda. L'essentiel du gisement est contenu dans une porcélanite et un intrusif peu fracturés. Aprés différentes validations et rétro-analyses, les résultats obtenus confirment des résultats empiriques antérieurs indiquant une forte proportion de blocs surdimensionnés.

ABSTRACT

The economic feasibility of a bloc-caving operation is tributary of the natural fracture network existing in the rock mass. A fracture network defines blocs of various sizes, a critical parameter for caving because the largest oversized blocs require more extensive secondary blasting.

We present a geostatistical method to assess the bloc size distribution at an early stage of ore deposit mechanical characterisation. The method is based on a simulation of fractures of different families identified from core-oriented drillhole surveys. Once the fracture families are identified on a stereonet, their local densities are computed accounting for directional bias effects. These densities are regionalized and a variogram of fracture densities, one for each family, is computed, modelled, and used for conditional simulation of densities. Fractures are simulated as discs with randomly (Poisson) located centers. Each random disc is kept with probability proportional to simulated density. Directions and dips of fractures for each family are simulated accordingly to a non-regionalized (global) Fisher model for pole distribution. Disc diameter for each family is fixed and a sensibility analysis indicates this parameter has a moderate influence on the bloc size distributions. More critical are the Fisher dispersion parameters. A larger dispersion of pole orientations may give bloc distributions of smaller sizes. This implies that measurement error of directional parameters, often substantial, brings risks of overoptimistic assessment of the proportion of small blocs defined by the fracture network.

The bloc size distribution is obtained by creating local graphs at a number of seed points within the simulated domain. Arcs of the local graph are cut by simulated discs. Starting from the seed, one identifies all nodes still connected by a path to the seed. The number of connected nodes is proportional to the volume of the bloc. The method can be fast and

flexible. It could be made as precise as required for the problem at hand by refining the grid. Computing time remains tractable because of the limited number of seeds necessary to represent the rock mass. Moreover, in addition to bloc volumes, the bloc shapes can simultaneously be obtained. The methodology is applied to the Mont-Porphyre low-grade Cu-deposit in the Murdochville area. The host rocks are intrusive porphyry and associated porcellanite. A stereonet analysis showed the presence of two dominant families plus a random. Fracture simulation was cross validated by creating pseudo-holes and comparing the fracture distributions with those obtained with known drillholes. The simulated bloc distributions confirm previous qualitative assessment based on low fracture densities and high RQD (close to 99 %).

SAMMANFATTNING

Den här avhandlingen beskriver en geostatistisk teknik för att utvärdera bergblocks storleken beroende på naturliga sprickor i en bergmassan. Målet är att använda direkt orienterade undersökningsborrhåll så att definiera hur stor bergblocken kommer att bli vid en storskalig blockrasbrytning, i Gaspé Gruvan (Noranda Inc.), Quebec, Kanada.

Stora sprickgrupper identifieras med hjälp av ett automatiserat stereografiskt analys och data som kommer från orienterade sprickor på orienterade borrhåll. Vid varje naturliga ej orienterade sprickor som träffas på borrhållen, bestäms ursprungliga sprickgruppen med hjälp av en statistisk metod. Linjära sen volymetriska densiteter längst borrhållen räknas ut för varje sprickgrupper. Ett variografiskt analys ger parametrarna som behövs till en geostatistisk simulering: volymetriska densiteterna ses som sprickhalter och kan behandlas precis som andra halter. Geostatistiska simuleringen bestämmer lokala densiteten på varje oinformerade punkt i bergmassan.

Sprickor antas cirkulära med en viss diameter. I vart område i bergmassan simulerade antal diskcentrum beror på den lokala volymetriska densiteten. Sprickor orientering i varje familj modellerades med en Fisher model. Simulering i orienteringar i disker sker enligt den här modellen. Diametrarna antas följa en Normal lag.

Resultaten består av ett sprickfält. Modellerade och simulerade sprickor skär rymden i block. En ny metod föreslås här för att kunna bestämma deras storlek. En 3D nät täcker volymen i bergmassan man vill studera. Punkterna i nätet föreställer centrumen i elementära volymer. När en spricka finns mellan två punkter skärs bundet mellan både punkterna. För varje sprickor skärs ett visst antal bunden så att självständiga punktgrupper finns kvar. De modellerar bergblocken. Deras storlek direkt beror på antalet punkter och parametrar i nätet.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....iv
RÉSUMÉ.....vi
ABSTRACT.....viii
SAMMANFATTNING.....x
TABLE DES MATIÈRES.....xi
LISTE DES TABLEAUX.....xv
LISTE DES FIGURES.....xvii
LISTE DES SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS.....xx
LISTE DES ANNEXES.....xxv

INTRODUCTION.....1
Exploitation du Mont-porphyre par cavage de sous-niveau.....1
Modélisation de la fracturation du gisement du Mont-Porphyre, but et méthod.....2

CHAPITRE 1 : REVUE DE LITTÉRATURE SPÉCIFIQUE À L'ÉTUDE DE FRACTURATION.....6
1.1 Analyse qualitative de la fracturation d'un massif rocheux.....6
1.2 Description et analyse statistique de fractures.....7
1.2.1 Généralités sur la déduction des paramètres de fracturation.....7
1.2.2 Regroupement des fractures en familles homogènes.....8
1.2.3 Déduction de la taille des fractures à partir des traces sur un affleurement.....9
1.2.4 Déduction de la densité de fracturation dans l'espace-Densité linéaire et intensité de fracturation.....10
1.2.5 Evolution des paramètres de fracturation dans l'espace-Régionalisation

géostatistique et fractale.....13
1.3 Simulations restreintes simplistes de fractures pour le calcul de blocs.....14
1.4 Simulation de réseaux de fractures explicites.....17
1.5 Calcul des blocs découpés par des fractures.....22
1.6 Discussion sur les méthodes existantes et proposition d'une approche géostatistique explicite nouvelle.....23

CHAPITRE 2 : MÉTHODOLOGIE.....27
2.1 Analyse stéréogtraphique des données de forages et création de fichiers de densités de fracturation.....27
2.1.1 Nature de l'information apportée par les forages d'exploration.....27
2.1.2 Stéréographie et détermination de familles statistiques de fractures-Orientation moyenne et dispersion.....30
2.1.3 Attribution des fractures rencontrées le long d'un forage à une famille en fonction du seul angle "axe du forage/fracture".....36
2.1.4 Calcul de la densité de fracturation linéaire le long d'un forage et déduction de la densité volumique.....42
2.2 Analyse variographique des densités de fracturation obtenues.....44
2.3 Simulations stochastiques d'un champ de densités à partir des données de densités et du modèle variographique.....45
2.3.1 Définitions et buts de la simulation géostatistique.....45
2.3.2 Simulation séquentielle gaussienne 3D.....47
2.3.3 Simulation par bandes tournantes en 3D.....49
2.3.3 Choix de la méthode de simulation.....56
2.3.4 Résultat pratique de la simulation géostatistique.....57
2.4 Tirage poissonien de disques représentant les fractures en tenant compte de la densité de fracturation et des paramètres stéréographiques.....58
2.5 Visualisation des traces des fractures sur un plan.....60

2.6 Validations du champ de fractures simulées grâce aux données expérimentales.....61
2.6.1 Intérêt de la validation du champ de fractures simulé.....61
2.6.2 Présentation du programme FICTIFOR pour rechercher les fractures interceptées par un forage fictif.....62
2.6.3 Présentation du programme DIVISEFOR calculant la densité linéaire, la densité volumique et le RQD le long d'un forage fictif.....63
2.7 Distribution de la taille des blocs.....63
2.7.1 Calcul des blocs découpés par un champ de fractures représentées par des disques-Méthode proposée.....63
2.7.2 Discussion sur le paramétrage de la grille et la qualité du résultat obtenu.....66
2.7.3 Résultat: création d'une courbe granulométrique.....67
2.8 Compilation des étapes pour calculer le volume de blocs autour de germes.....68
2.8.1 But et principe.....68
2.8.2 Algorithme de GRM3D.....69

CHAPITRE 3 : APPLICATION AU CAS DU MONT-PORPHYRE.....71
3.1 Description du massif du Mont-Porphyre et localisation du sous-niveau et des données.....71
3.2 Analyse stéréographique des fractures orientées.....73
3.3 Création des fichiers de données.....76
3.4 Simulation de fractures de 30 pieds (10 m) de diamètre et analyse granulométrique.....79
3.4.1 Génération et analyse variographique des densités de fracturation volumique.....79
3.4.2 Simulation des densités, tirage des fractures et validations.....82
3.4.3 Analyse granulométrique.....84

3.5 Simulation de fractures de 10 pieds (3 m) de diamètre et analyse granulométrique.....87
3.5.1 Génération et analyse variographique des densités de fracturation volumique.....87
3.5.2 Simulation des densités, tirage des fractures et validations.....88
3.5.3 Analyse granulométrique.....89

CHAPITRE 4 : ANALYSE DE SENSIBILITÉ.....104
4.1 Influence de la densité de fracturation sur la granulométrie dans le massif.....104
4.2 Influence de la taille des fractures sur la granulométrie dans le massif.....107
4.3 Influence de la dispersion des orientations sur la granulométrie dans le massif..109
4.4 Conclusions préliminaires sur la cavabilité du Mont-Porphyre.....110

CONCLUSIONS.....113
Méthode.....113
Commentaires sur le potentiel naturel et artificiel de cavabilité du massif du Mont-Porphyre.....113
Développements futurs possibles-extensions des applications.....115

RÉFÉRENCES 117

ANNEXES.....124

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 Coordonnées du contour du sous-niveau (unités en pieds).....72

Tableau 3.2 Analyse stéréographique de toutes les fractures naturelles.....74

Tableau 3.3 Analyse stéréographique des fractures naturelles le long de forages à N250-60SW.....75

Tableau 3.4 Analyse stéréographique des fractures naturelles le long de forages à N175-60SE.....75

Tableau 3.5 Paramètres des deux familles de fractures retenus pour les simulations...76

Tableau 3.6 Statistiques sur les fichiers sources de densité de fracturation (D = 30 pieds ou 10 m).....79

Tableau 3.7 Contrôle du tirage des fractures (D = 30 pieds ou 10 m).....83

Tableau 3.8 Comparaison de densités linéaires de fracturation réelles et fictives.....84

Tableau 3.9 Coordonnées de l'origine des blocs témoins et paramètres de discrétisation (D = 30 pieds ou 10 m).....86

Tableau 3.10 Résultats de l'analyse granulométrique des 5 blocs témoins.....87

Tableau 3.11 Résultats de l'analyse granulométrique des 5 blocs témoins (D = 10 pieds ou 3 m).....90

Tableau 4.1 Réglage de la discrétisation dans l'analyse granulométrique en fonction de la densité de fracturation.....105

Tableau 4.2 Proportions volumique de blocs surdimensionnés (indice I) en fonction de la densité de fracturation.....107

Tableau 4.3 Evolution de la granulométrie en fonction du diamètre des fractures à densité de fracturation surfacique constante-ref. : λ_v(D = 30') = 0,0010 pour chacune des deux familles.....108

Tableau 4.4 Influence du coefficient de Fisher K sur la granulométrie d'un massif....109

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Simulation d'un massif fracturé, schéma de principe.....26

Figure 2.1 Position d'une fracture autour d'un forage et angle relatif par rapport aux plongées moyennes des deux familles de fractures.....37

Figure 3.1 (a) Trace du sous-niveau à l'altitude –3 034 pieds (-1 650 m) et (b) vue isométrique. Le volume d'étude et le sous-niveau sont indiqués; les projetés des forages situés dans le domaine d'étude sont notés par des points gras, les autres, par des points finns.....91

Figure 3.2 Représentation polaire des fractures (gauche) et regroupement en familles (droite). Les diamants indiquent la position des pôles moyens.....92

Figure 3.3 JO calculés en fonction des JO mesurés directement sur les logs des forages 30-923 et 30-928.....92

Figure 3.4 Variogramme expérimental (points) et modélisé (tracé) de la famille 1 (D = 30 pieds ou 10 m). Modèle exponentiel, c0 = 0,5, cc = 0,5, et aa = 300 pieds (100 m).....93

Figure 3.5 Variogramme expérimental (points) et modélisé (tracé) de la famille 2 (D = 30 pieds ou 10 m). Modèle exponentiel, c0 = 0,5, cc = 0,5, et aa = 300 pieds (100 m).....93

Figure 3.6 Contrôle du variogramme des densités simulées normalisées de la famille 1 (D = 30 pieds ou 10 m). Tracé, le modèle variographique, symboles variogramme simulé suivant X, Y et Z.....94

Figure 3.7 Contrôle du variogramme des densités simulées normalisées de la famille 2 (D = 30 pieds ou 10 m). Tracé, le modèle variographique, symboles, variogramme simulé suivant X, Y, Z.....94

Figure 3.8 Contrôle de l'histogramme des densités simulées de la famille 1 (D = 30 pieds ou 10 m). Tracé discontinu, histogramme des données conditionantes, tracé continu, histogramme des données simulées.....95

Figure 3.9 Contrôle de l'histogramme des densités normalisées de la famille 2 (D = 30 pieds ou 10 m). Tracé discontinu, histogramme des données conditionantes, tracé continu, histogramme des données simulées.....95

Figure 3.10 (a et b) Images stochastiques des densités de la famille 1 au niveau –2 944 pieds (- 954 m), après deux simulations indépendantes (D = 30 pieds ou 10 m).....96

Figure 3.11 Image stochastique des densités de la famille 2 au niveau –2 944 pieds (- 954 m; D = 30 pieds ou 10 m).....97

Figure 3.12 (a) Traces des fractures des deux familles sur le plan Z = - 2 944 pieds (- 954 m).....98

Figure 3.12 (b) sur le plan Y = 22 600 pieds (D = 30 pieds ou 10 m).....99

Figure 3.13 Spectre des tailles des blocs et courbe granulométrique du bloc témoin no. 4, pour un pas de 0,2 pieds (6 cm; D = 30 pieds ou 10 m).....100

Figure 3.14 Spectre des tailles des blocs et courbe granulométrique du bloc témoin no. 4, pour un pas de 0,75 pieds (25 cm; D = 30 pieds ou 10 m).....100

Figure 3.15 Variogramme expérimental et modélisé de la famille 1 (D = 10 pieds ou 3 m). Modèle exponentiel, c0 = 0,5, cc = 0,5, et aa = 300 pieds (100 m).....101

Figure 3.16 Variogramme expérimental et modélisé de la famille 2 (D = 10 pieds 3 m). Modèle sphérique, c0 = 0,45, cc = 0,55, et aa = 600 pieds (200 m).....101

Figure 3.17 Image stochastique des densités de la famille 1 au niveau –2 944 pieds (-954 m; D = 10 pieds ou 3 m).....102

Figure 3.18 Image stochastique des densités de la famille 2 au niveau –2 944 pieds (-954 m; D = 10 pieds ou 3 m).....103

Figure 4.1 Evolution de la proportion des blocs surdimensionnés en fonction de la densité de fracturation.....111

Figure 4.2 Evolution de la proportion des blocs surdimensionnés en fonction du diamètre des fractures.....111

Figure 4.3 Evolution de la proportion des blocs surdimensionnés en fonction de la dispersion des orientations des fractures.....112

LISTE DES SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS

Sigles et abréviations

CTN	Centre de technologie Noranda.
GSLIB	Geostatistical Library.
Ja	Joint Alteration.
Jc	Remplissage des fractures.
JO	Joint Orientation.
Jr	Joint Roughness.
LU	Lower Upper Decomposition.
Q	Indice de qualité de la roche édité par le Norges Geotekniske Intitut (Barton, 1974).
RMR	Rock Mass Rating, indice de qualité de la roche (Beniawski, 1976).
RQD	Rock Quality Designation.
T	Epaisseur du remplissage des fractures.
1D	Espace à une dimension.
3D	Espace à trois dimensions.

Lettres grecques

α	Direction ou azimut d'une droite, d'un vecteur ou d'un plan.
β	Pendage d'une droite, d'un vecteur ou d'un plan.
δ	Angle entre deux droites ou vecteurs.
$\gamma()$	Variogramme ponctuel ou sur un support quelconque.
$\gamma(.,.)$	Moyenne du variogramme.
φ	Angle entre deux droites ou vecteurs.

λ_i	Poids de krigeage.
λ_l	Fréquence de fracturation linéaire.
λ_v	Fréquence de fracturation volumique.
μ	Multiplicateur de Lagrange.
μ_L	Longueur des traces des fractures.
θ	Angle entre deux droites ou vecteurs.
σ	Ecart-type.
ψ	Angle d'ouverture de cône.

Lettres romaines

aa	Portée du variogramme.
b	Entier défini.
c	Aire de cellules de l'hémisphère inférieure.
$c()$	Matrice d'état de la fracturation.
$c(s)$	Covariance 1D.
$C(h)$	Covariance 3D.
cc	Contribution du variogramme.
C_{ip}	Facteur empirique de calcul de la taille des passants à i %.
c_0	Effet pépite.
D	Diamètre.
dr	Dérivée par rapport à r.
e	Estimé d'une valeur.
$E()$	Espérance mathématique.
$f()$	Fonction; densité de probabilité.
h	Pas algébrique du variogramme.
$\bar{h}$	Pas vectoriel du variogramme.
i	Indice entier.
I	Pourcentage volumique de blocs surdimensionnés.

IO	Pourcentage volumique de noeuds de la matrice $c()$ mis à 0.
Γ, Γ	Matrices d'état des liens dans la matrice $c()$.
j	Indice entier.
$\mathcal{J}, \mathcal{J}$	Matrices d'état des liens dans la matrice $c()$.
k	Indice entier.
K	Coefficient de Fisher.
$\mathcal{K}, \mathcal{K}$	Matrices d'état des liens dans la matrice $c()$.
l	Longueur.
M	Point de l'espace.
n	Nombre entier quelconque.
$\vec{n}$	Vecteur polaire ou normal à une fracure.
n_f	Nombre de fractures.
N	Nombre entier quelconque.
$N(m, \sigma^2)$	Loi Normale de moyenne m et de variance σ^2.
O	Origine d'un repère (O,X,Y,Z).
p	Proportion.
p_t	Proportion des traces de longueur inférieure à 30 cm.
$p()$	Probabilité.
$p(.\|.)$	Probabilité conditionnelle.
Q	Facteur correcteur.
R	Entier défini; rayon.
$[R]$	Matrice de rotation.
R^2	Coefficient de corrélation.
s	Seuil de probabilité.
t	Nombre entier défini de pôles.
$T(r)$	Mesure de Dirac.
u	Variable quelconque.
$U_{[x,y]}$	Loi Uniforme sur l'intervalle $[x,y]$.
v	Volume; support.

V	Volume; support.
Vip	Volume des passants à i %.
X	Abscisse d'un point ou d'un vecteur; coordonnées d'un point; écart entre deux fractures.
X	Premier axe d'un repère d'un repère (O,X,Y,Z).
y	Ordonnée d'un point ou d'un vecteur; variable aléatoire 1D.
Y	Deuxième axe d'un repère (O,X,Y,Z); variable aléatoire 3D.
Y_{ok}	Variable obtenue par krigeage oridinaire.
Y_s	Variable simulée.
Y_{sc}	Variable simulée conditionellement.
z	Altitude d'un point ou d'un vecteur.
Z	Troisième axe d'un repère (O,X,Y,Z).

Suffixes

-c	Corrigé.
-crit	Critique.
-f	Forage; fracture.
-F	Fisher.
-i,j,k	Indices entiers.
-l	Linéaire.
-n	Normal.
-max	Maximum.
-moy	Moyen.
-reg	Régularisé.
-rot	Rotation.
-v	Volumique.
-vrai	Vrai.
-1	Famille de fractures numéro 1, subverticales.

-2 Famille de fractures numéro 1, subhorizontales.

Notations des programmes

Les programmes informatiques sont només en majuscules, sans extension. *.EXT réferre à un fichier quelconque de données d'extension EXT.

LISTE DES ANNEXES

Annexe I : Présentation du programme YEGULALP.....124
Annexe II : Présentation du programme DENSEVOL.....128
Annexe III : Variables régionalisées, théorie des estimations.....132
Annexe IV : Présentation du programme VARIO3D.....152
Annexe V : Présentation du programme SG3D.....158
Annexe VI : Présentation des programmes TB3D et TB3DCOND.....168
Annexe VII : Présentation du programme de tirage SIMUL3DISC.....174
Annexe VIII : Présentation du programme OUTCROP.....178
Annexe IX : Présentation des programmes FICTIFOR et DIVISEFOR.....182
Annexe X : Présentation du programme GRANULO3D.....189
Annexe XI : Présentation du programme GRM3D.....197

INTRODUCTION

Exploitation du Mont-porphyre par foudroyage de sous-niveau

Les mines Gaspé, filiales de la compagnie minière et métallurgique du cuivre Noranda, ont mis en évidence l'existence d'un gisement de cuivre à faible teneur, dans la région de Murdochville, Gaspésie, Québec, non loin de leurs exploitations actuelles. En raison de la teneur, l'une des seules méthodes d'exploitation économiquement envisageable serait le cavage de sous-niveau. Cette méthode demande en effet très peu de développement, tout en permettant une production massive. Certaines conditions de fracturation du massif rocheux sont cependant requises et il a été demandé au Centre de Technologie Noranda (CTN) d'examiner le potentiel de cavabilité des roches constitutives du gisement: un porphyre intrusif dans un encaissant métamorphisé en porcélanite (Hussey et Bernard, 1998; Coulson et al., 1998; Nickson et al., 1999).

Le cavage de sous-niveau consiste à ouvrir un sous-niveau de taille suffisamment importante sous le bloc à miner, pour provoquer l'effondrement spontané du minerai. L'intervention du mineur s'arrête là et le recours aux explosifs pour fragmenter le minerai n'est normalement pas nécessaire. Le minerai est ensuite soutiré par des grizzlys qui maintiennent l'instabilité du sous-niveau et la dynamique d'effondrement. Les paramètres influants du cavage de sous-niveau sont résumés par Brady et Brown (1993). La chute des blocs rocheux se produit lorsque les contraintes dans le minerai sont inversées et qu'une tension se crée au lieu d'une compression. La géométrie du sous-niveau et surtout son extension horizontale (rayon hydraulique) et le champ de contraintes originelles sont les paramètres qui règlent l'inversion ou non des contraintes. Une fois que le minerai est mis en tension, la fracturation induite et surtout la

fracturation préexistante permettent la création de blocs plus ou moins gros, qui ne sont plus soutenus et tombent par gravité. En bref, pour que le cavage de sous-niveau se produise, il faut que les contraintes dans le minerai et que la fracturation naturelle satisfassent certains critères. La présente étude s'intéresse uniquement à la fracturation naturelle et développe un modèle de prédiction des blocs formés.

La configuration des fractures est favorable au cavage de sous-niveau lorsqu'au moins trois familles de fractures sont présentes, dont une famille subhorizontale et deux autres subverticales. Plus la fracturation est intense, plus le nombre de blocs potentiels augmente et meilleur est le résultat. Or, les observations sur les carottes de sondage provenant de la campagne d'exploration du Mont-Porphyre montrent que le gisement est peu fracturé et que l'évidence de trois familles de fractures est discutable. Tenant compte de ces considérations, les deux questions qui ont été posées par le Centre de Technologie Noranda sont les suivantes: Les forages d'exploration, malgré leur petit nombre, permettent-ils de prédire avec une précision suffisante la qualité de la fracturation du gisement du Mont-Porphyre? Et si oui, quelle est la taille des blocs qui pourraient se former, sachant que les blocs de plus de 1,64 m^3 demandent un traitement coûteux? La présence de gros blocs augmente le risque de formation d'arches naturelles qui peuvent être économiquement désastreuses et dangereuses pour les travailleurs.

Modélisation de la fracturation du gisement du Mont-Porphyre, but et méthode

La taille des blocs est un paramètre difficile à évaluer pour diverses raisons. A l'origine des blocs, il faut considérer les fractures existantes dans la masse rocheuse. Ces fractures, suivant leurs orientations, leur regroupement en familles plus ou moins nettes, leur extension et leur intensité forment des blocs plus ou moins gros, de forme plus ou moins régulière, ou encore ne forment pas de blocs. Par fracture, sont entendues toutes

discontinuités dans la masse rocheuse, visibles à l'échelle macroscopique. Ce terme ne tient pas compte de l'origine génétique et considère aussi bien des plans de stratification dans les roches sédimentaires, que des fractures produites par excès de contraintes (plissements ou cisaillements). Une fracture est une entité tridimensionnelle extrêmement difficile à caractériser si on ne simplifie pas le problème les considérant comme des disques d'orientation (pendage et azimut), de rayon et de position déterminés. Cette simplification est utilisée par Billaux et al. (1989). La représentation des fractures comme des plans infinis ou semi-finis est souvent admise. Cependant il est difficile de définir ces structures 3D de manière déterministe par le biais de forages ou de tunnels d'exploration, unidimensionnels ou bidimensionnels, d'où le recours à des index. Parmi eux, le RQD, qui est à la base de quasiment toutes les classifications des massifs rocheux, est un indice d'intensité de fracturation directement relié à l'écart moyen entre les fractures.

Les classifications empiriques prennent en compte d'autres paramètres facilement identifiables à partir de forages. Heslop et Laubscher (1981) ont mis au point une classification particulièrement adaptée au problème du cavage de sous-niveau et des tables permettant de prédire la taille des blocs découpés en fonction de la classe de qualité de la roche.

Le gisement du Mont-Porphyre contient des roches ayant un RQD élevé (Coulson et al., 1998) et voisin de 95 %, défavorables au cavage de sous-niveau. Dans la mesure où la proportion des blocs supérieurs à 1,64 m^3 ne serait pas trop importante, un cavage de sous-niveau "grossier" pourrait être envisageable. L'objet de l'étude présentée ici est précisément de s'assurer de la granulométrie des blocs découpés dans le massif du Mont-Porphyre.

La solution proposée ici consiste à simuler des fractures représentées par des disques dans l'espace et à calculer numériquement la taille des blocs formés. Les fractures

doivent respecter les informations fournies par les forages d'exploration: nombre de familles distinctes, leur orientation préférentielle, leur dispersion autour de l'orientation préférentielle, leur diamètre et leur intensité. Certains de ces paramètres, sinon tous, peuvent être vus comme des variables régionalisées évoluant dans l'espace. Au cour de cette étude et pour des raisons qui seront développées ultérieurement, seule l'intensité de la fracturation sera effectivement régionalisée et simulée géostatistiquement dans l'espace. Les autres variables seront considérées constantes dans l'espace.

Une région du gisement du Mont-Porphyre contenant le sous-niveau éventuel a été choisie. Une analyse stéréographique a montré la présence de deux familles majeures de fractures dans la porcélanite et éventuellement d'une troisième dans l'intrusif. Leur orientation (pendage et azimut) moyenne a été calculée. Une étude variographique de la densité volumique de la fracturation a permis d'établir un variogramme expérimental. Grâce à cet outil géostatistique et grâce aux données de forages, la densité de fracturation de chaque famille a été simulée conditionnellement sur le volume d'étude discrétisé en volumes élémentaires cubiques.

Le diamètre des fractures ne peut pas être déduit à partir de forages et plusieurs valeurs arbitraires ont été choisies et testées. Dans chaque volume élémentaire, la position et le nombre des disques modélisant les fractures ont été tirés suivant un processus poissonien respectant la densité simulée, l'orientation et la dispersion. On obtient ainsi une image stochastique du réseau de fractures, qui doit être validée en vérifiant que la fracturation simulée est bien similaire à la fracturation observée. Reste alors à calculer numériquement la courbe granulométrique des blocs découpés par les fractures.

Après une revue de littérature exposant les différentes techniques publiées jusqu'à présent pour résoudre des problèmes comparables à celui qui vient d'être présenté, la méthodologie sera décrite en détail, ainsi que les programmes écrits en langage Matlab,

destinés à la mise en pratique de la modélisation. La présentation des résultats obtenus pour le Mont-Porphyre suivra et répondra aux questions qui ont été posées au CTN.

CHAPITRE 1
REVUE DE LITTÉRATURE SPÉCIFIQUE À L'ÉTUDE DE FRACTURATION

1.1 Analyse qualitative de la fracturation d'un massif rocheux

L'analyse des discontinuités dans les massifs rocheux n'est pas nouvelle. Contrairement à la plupart des sciences des matériaux, la mécanique des roches se concentre non pas sur un matériau élastique ou plastique continu, mais sur des matériaux hétérogènes et discontinus. Les premiers essais de descriptions des fractures et toutes autres discontinuités ont été motivés par la nécessité de prévoir le comportement mécanique des roches dans la construction d'ouvrages de génie civil ou minier et la nécessité de prévoir les capacités de rétention et de transmission de fluides (eau ou hydrocarbures) de la roche.

La fracturation d'une roche influence non seulement la taille des blocs susceptibles de se détacher du toit d'une galerie, mais aussi le comportement "élastique" du massif sous l'effet de contraintes. La fracturation diminue le module d'élasticité de la roche intacte; faute de connaître la position exacte de chaque fracture, des relations entre le Rock Mass Rating (R.M.R., Beniawski, 1976) ou le Tunnelling Quality Index (Q, Barton, 1974) et E ont rapidement été proposées et sont résumées par Brady et Brown (1992). Ceci ne nécessite cependant qu'une description semi-quantitative et qualitative de la fracturation. D'autres auteurs se sont intéressés à une description plus quantitative et statistique des fractures.

1.2 Description et analyse statistique de fractures

1.2.1 Généralités sur la déduction des paramètres de fracturation

Les fractures sont des structures tridimensionnelles extrêmement complexes. Leur dimension, orientation, forme et relations, car d'apparence chaotiques, conviennent bien à l'analyse statistique, voire géostatistique. Ces techniques permettent de déceler des tendances et de regrouper des fractures en familles plus ou moins concentrées.

Une famille contient des fractures ayant des dimensions, orientations, formes, corrélations spatiales, degrés d'altération... semblables. D'autre part, ces fractures forment une population statistiquement homogène. La notion d'homogénéité doit être définie. La description faite par un géologue est aussi un outil très précieux dans la mesure où l'origine génétique des fractures peut être démêlée: l'étude des dépôts et de l'altération des épontes des discontinuités aide souvent à distinguer des familles homogènes.

Les deux sources d'information disponibles sont les affleurements et les forages. Celles-ci apportent une vision tronquée en 2D (affleurements) ou pseudo-2D (forages) de structures tridimensionnelles. Plusieurs auteurs ont cependant cherché à déduire les paramètres 3D des fractures, à partir de l'information 2D disponible, grâce à l'utilisation de la statistique et à des hypothèses simplificatrices. L'une des plus classiques consiste à modéliser les fractures par des disques; quelques études poussées ont même montré que les fractures peuvent avoir une forme ellipsoïdale (Stone, 1984).

L'investigation de site et la description d'affleurements ou de carottes de forage sont encore très souvent manuelles et visuelles. Mais depuis quelques années les techniques d'analyse d'image se sont développées. Les films pris sur des affleurements ou provenant

de caméras sophistiquées descendues dans les forages, sont analysés par ordinateur et les statistiques de fracturation sont systématiquement déduites. Crosta (1997) décrit une technique de photo-analyse d'affleurements.

1.2.2 Regroupement des fractures en familles homogènes

Lorsqu'on étudie la fracturation d'un massif, avant d'en donner les caratéristiques, il faut s'assurer de l'homogénéité du massif. La distinction de régions homogènes dans un massif rocheux peut se faire soit visuellement, soit au moyen de tests statistiques sur la densité de fracturation, les orientations, ou la taille des fractures. Alors que l'analyse visuelle pose un problème de subjectivité, les tests statistiques sont mécaniques et ne prennent pas forcément en compte tous les paramètres disponibles; ils sont cependant constants dans le temps et dans l'espace et indépendant de l'opérateur.

La notion d'homogénéité englobe plusieurs concepts: on peut chercher à regrouper des fractures en familles homogènes, en utilisant des indices de concentration des pôles sur un stéréogramme, mais on peut aussi s'intéresser à la comparaison de deux domaines dans un massif rocheux, afin de définir si en tout point (densité de fracturation, orientation des fractures, ...), ils sont semblables. Miller (1983) développe une méthodologie complète permettant une telle analyse.

La méthode généralement adoptée dans la littérature, consiste à déceler des familles de fractures constistuées d'éléments d'orientation semblable, puis à établir leur intensité; cette dernière peut évoluer dans l'espace. Cette approche se justifie géologiquement, dans la mesure où un phénomène géologique, tel qu'un cisaillement, crée un réseaux de discontinuités pseudo-ubiquistes suivant des règles géométriques précises: les fractures créées par un cisaillement feront toutes à peu près le même angle avec ce plan et

l'intensité de la fracturation diminuera au fur et à mesure que l'on s'écartera du cisaillement.

Plusieurs auteurs ont étudié les techniques d'analyse stéréographique et de regroupement des pôles de fractures sur un stéréogramme en familles statistiquement homogènes. Parmis eux, Mahtab et Yegulap (1982) proposent une méthodologie claire et simple à programmer, reprise par Kulatilake et al. (1990) et Priest (1992). L'analyse statistique des orientations passe par la représentation polaire des fractures sur un stéréogramme: les pôles sont les vecteurs normaux des fractures, orientés vers le bas. Ils sont définis par un pendage et une direction, ou azimut (les deux sont équivalents dans le cas d'une ligne ou d'un vecteur). Le stéréogramme est une projection en deux dimensions d'une demi-sphère unitaire inférieure. L'intersection d'un pôle avec la demi-sphère est un point qui apparaît sous forme projetée sur le stéréogramme.

Une autre technique d'analyse stéréographique actuellement en plein essor utilise l'algorithme de regroupement des moyennes floues-K (fuzzy K-means algorithm). Il s'agit d'un algorithme un peu plus complexe que le précédent, décrit entre autre par Hammah et Curran (1998, 1999).

1.2.3 Déduction de la taille des fractures à partir des traces sur un affleurement

Une fois le regroupement des fractures observées sur le terrain effectué, il faut estimer leurs dimensions. Les informations fournies par un forage sont de toute évidence insuffisantes et seules les longueurs des traces des fractures sur un affleurement permettent d'évaluer la taille des fractures. Ceci exige des hypothèses simplificatrices sur la nature et la distribution des tailles des fractures: les fractures doivent être des disques et la distribution de leurs diamètres doit être connue.

Dans la mesure où le projet du CTN concerne des données de forages, ce domaine de l'investigation de site ne sera pas détaillé, mais Warburton (1980), Priest et Hudson (1981), Shapiro et Delport (1991), Priest (1992) et Kulatilake et al. (1993) développent des modèles mathématiques et des méthodes d'investigation très détaillés.

1.2.4 Déduction de la densité de fracturation dans l'espace-Densité linéaire et intensité de fracturation

Une famille de fractures peut enfin être décrite par la distribution des écarts entre les fractures. Sur ce sujet, Hudson et Priest (1976, 1979, 1981) sont les plus prolixes. D'autres études ont été menées ou complétées par Warburton (1980), Sen et Kazi (1984), Priest (1992), Mauldon et Mauldon (1997) et Dershowitz et al. (1998), aussi bien sur des affleurements que sur des forages. Kulatilake (1993), Billaux et al. (1989), Ehlen (1998) intègrent la notion de distribution des écarts entre les fractures, ou intensité de fracturation, dans la construction et l'étude de modèles de fracturation.

L'intensité de fracturation est l'un des principaux paramètres dans l'estimation du volume des blocs formés par un réseau de fractures. De l'écart moyen entre les fractures des différentes familles, on peut, sous de nombreuses hypothèses simplificatrices, calculer le volume du bloc moyen formé.

L'écart x entre deux fractures est dépendant de la direction d'investigation. Pour calculer les écarts sur la face d'un affleurement, une technique consiste à placer une ou plusieurs lignes sur l'affleurement, dans une ou plusieurs directions et à mesurer les distances entre les fractures recoupant chaque ligne étudiée. Les fractures plus petites qu'un seuil ne sont pas prises en compte. Ce seuil est souvent d'une dizaine de centimètres, mais la

part de subjectivité de l'opérateur reste grande. Priest et Hudson (1976, 1979, 1981), dans leurs travaux, ont montré que la distribution des écarts pouvait très bien être modélisée par une loi de distribution exponentielle inverse de moyenne x_{moy}. L'inverse de cette moyenne, λ_l, ou la fréquence des fractures par mètre linéaire, est appelé densité linéaire de fracturation. La loi lognormale (Sen et Kazi, 1984) et la distribution de Weibull (Bardsley et al., 1990; Sen, 1993) sont aussi citées.

La notion de densité linéaire de fracturation est indissociable de la notion de direction d'échantillonnage. Soit une famille de fractures d'orientation moyenne définie; soit θ, l'angle entre la ligne ou le forage le long desquels sont comptées les fractures et le vecteur normal à la famille de fractures, alors Hudson et Priest (1979) montrent que la densité linéaire de fracturation le long de la ligne ou du forage s'écrit en fonction de la densité linéaire de fracturation normale λ_{ln} aux fractures et de l'angle θ:

$$\lambda_l(\theta) = \lambda_{l_n} \cdot \cos(\theta) \tag{1.1}$$

Lorsque n familles sont présentes, cette valeur devient:

$$\lambda_l(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{l_{ni}} \cdot \cos(\theta_i) \tag{1.2}$$

où λ_{lni} est la densité linéaire normale à la $i^{ème}$ famille prise indépendamment des autres et θ_i est l'angle du forage ou de la ligne avec le pôle de cette même famille.

La densité de fracturation linéaire est une donnée facile à obtenir et à interpréter et peut être reliée au RQD (Rock Quality Index; Hudson et Priest, 1979; Sen et Kazi, 1984; Priest,1992). Si la distribution des fréquences suit une loi exponentielle inverse, alors le RQD devient :

$$RQD = 100 \cdot e^{-0,1 \cdot \lambda_l} \cdot (0,1 \cdot \lambda_l + 1) \tag{1.3}$$

Priest (1992) propose de corriger le biais causé par le fait que le forage ou la ligne n'est pas infini. Si on s'intéresse maintenant à la forme des fractures et si on les considère comme des plans infinis, comme dans Hudson et Priest (1979), le problème s'arrête là. Par contre, si les fractures sont vues comme des disques, le problème devient plus complexe et il faut tenir compte du biais créé lorsqu'on ignore les fractures inférieures à une certaine taille. Warburton (1980), Mauldon et Mauldon (1997) et Priest (1992) décrivent les hypothèses et les corrections à apporter dans ce cas. Mauldon et Mauldon (1997) proposent même une solution dans le cas où les fractures seraient ellipsoïdales.

Lors des simulations décrites ci-dessous, il est souvent nécessaire de connaître le nombre de fractures à simuler par unité de volume. La densité de fracturation volumique, λ_v, est définie soit comme la somme des surfaces des fractures par élément de volume unitaire, soit, dans le cas où les fractures sont des disques, comme le nombre de centres de disques par unité de volume. Priest (1992) et Ehlen (1998) montrent comment obtenir la densité volumique surfacique de fracturation, en fonction de la longueur moyenne des traces, μ_L prises sur une fenêtre suffisamment grande et de la densité linéaire, λ_l:

$$\lambda_v = \lambda_l / \mu_L \tag{1.4}$$

Kulatilake et al. (1993) proposent une formule intéressante reliant la densité volumique au diamètre moyen $E(D)$ des fractures et à la densité linéaire $\lambda_l(\theta)$ corrigée par $1 / \cos(\theta)$ pour obtenir la densité linéaire normale à la famille de fracture:

$$\lambda_v = (4 \cdot \lambda_l(\theta)) / (\pi \cdot E(D^2) \cdot \cos(\theta)) \tag{1.5}$$

$$\lambda_v = (4 \cdot \lambda_{l_n}) / (\pi \cdot E(D^2)) \qquad (1.6)$$

Cette densité donne le nombre de centres de disques par unité de volume cylindrique de diamètre *E(D)*.

Billaux et al. (1989) obtiennent la densité volumique de fracturation par une méthode d'essais et d'erreurs. Sur des affleurements, la distribution des traces des fractures est établie. La loi de distribution des diamètres des disques représentant les fractures définies arbitrairement, des disques sont simulés avec une certaine densité. Si la distribution des longueurs des traces simulées sur la surface de l'affleurement correspond à la distribution déterminée expérimentalement, la densité de fracturation est conservée, sinon, une nouvelle densité est testée.

1.2.5 Evolution des paramètres de fracturation dans l'espace-Régionalisation géostatistique et fractale

Les variables citées ci-dessus: orientation, diamètre et densité de fracturation étaient considérées comme représentatives d'un volume de roche homogène. Il est pourtant fréquent que la densité de fracturation (volumique ou linéaire) évolue dans l'espace: les fractures deviennent de plus en plus nombreuses au fur et à mesure qu'on s'approche d'une faille. Les fractures de part et d'autre d'un anticlinal sont orientées symétriquement; le passage d'un système à l'autre se fait progressivement au niveau de l'axe de l'anticlinal ... Comme dans la plupart des phénomènes géologiques, il n'est pas rare que ces variations soient structurées, au sens géostatistique du terme. Le chapitre 3 montrera comment décrire et quantifier ces variations spatiales au moyen d'un variogramme.

L'intérêt de l'outil géostatistique, est qu'il peut servir à estimer la valeur prise par une variable (orientation, densité de fracturation, ...) aux points non-échantillonnés; on parle alors de krigeage. Il s'agit d'une méthode d'estimation linéaire qui cherche à déterminer la valeur prise par la variable en un point, avec le minimum d'erreur possible. Inversement, les simulations géostatistiques cherchent plutôt à créer des données dont la structure spatiale respecte le modèle de variogramme, sans forcément obtenir la meilleure estimation possible d'un point. Par exemple, Billaux et al. (1989) simulent geóstatistiquement l'orientation et la densité de traces de fractures le long d'une gallerie.

Les méthodes fractales peuvent aussi très bien décrire la structure spatiale des fractures. Leur application dans le domaine des sciences de la terre est assez récente et Dershowitz et al. (1998) en font un résumé.

1.3 Simulations restreintes simplistes de fractures pour le calcul de blocs

Lorsqu'on s'intéresse aux blocs rocheux formés au toit d'une galerie, ou sur un talus creusé dans la roche, la description géométrique des discontinuités devient nécessaire. Les fractures sont généralement modélisées par des plans semi-finis, coupés par le plan de l'excavation. Au moins trois fractures sont nécessaires pour former un bloc tétrahédrique capable soit de glisser soit de tomber dans l'excavation. La prédiction de la taille des blocs formés permet de choisir et dimensionner le renfort nécessaire: type et longueur des boulons d'ancrage, longueur des câbles d'ancrage, ou bien épaisseur de la couche de béton à imposer sur la surface de l'excavation.

Pour stabiliser un tétrahèdre ou un polyhèdre potentiellement dangereux, il suffit de connaître le pendage et l'azimut de chaque discontinuité impliquée pour connaître la taille du tétraèdre ou du polyhèdre et donc les dimensions du renfort. Il s'agit d'une

méthode exacte, appliquable uniquement lorsque le nombre de blocs dangereux est petit: petites excavations, ou roche de très bonne qualité dans une mine ("spot bolting"). Un programme de boulonnage systématique s'impose la plupart du temps et on cherche alors à connaître la dimension du plus grand polyhèdre potentiel au toit ou aux murs de la galerie, ou dans le talus.

Dans les premiers essais, seuls les polyhèdres tétrahèdriques étaient pris en compte. Hoek et son équipe de recherche à l'Université de Toronto (Rock Engineering Group) ont mis en place une série de programmes simples, qui permettent de définir la géométrie du plus grand tétrahèdre potentiel au toit et aux murs d'une galerie: une analyse stéréographique (logiciel DIPS, commercialisé par Itasca International) identifie les trois principales familles de fractures à partir de données de forages ou d'affleurements, caractérisées par leur pendage et leur azimut moyens. Considérant ces orientations moyennes et la géométrie de la galerie, le logiciel UNWEDGE calcule la géométrie du plus grand tétrahèdre pouvant se former sans dépasser la largeur de l'excavation (sinon le bloc ne peut ni glisser ni tomber). Cette approche est intéressante mais ignore une grande partie de l'information disponible et l'éventualité de polyhédres à plus de quatre faces. Les blocs petits et moyens sont ignorés alors qu'ils présentent eux aussi un danger pour la sécurité des personnes et la stabilité à long terme de l'excavation. C'est néanmoins une première étape dans l'utilisation des statistiques de fracturation.

La seconde étape voit apparaître les simulations. Le principe repose sur le tirage aléatoire de fractures représentées par des plans semi-finis, respectant l'orientation et la fréquence linéaire moyenne des familles identifiées. Les solutions les plus sophistiquées utilisent la variance d'orientation.

Esterhuizen et Streuders (1998) présentent une méthode de prédiction de la courbe granulométrique des blocs susceptibles de se détacher du toit des chambres d'une mine Sud-Africaine, exploitée en chambres et piliers. Trois familles de discontinuités doivent

être spécifiées par leur orientation moyenne et la longueur moyenne des traces sur le plan de l'excavation. L'espacement moyen des fractures doit aussi être entré pour chacune des trois familles. Les blocs sont créés un à un en simulant des traces sur la face de l'excavation, suivant une procédure complexe et respectant les statistiques de fréquence et d'orientation moyenne. La troisième dimension des fractures est ensuite prise en compte pour rechercher les blocs ayant entre 4 et 6 faces capables de se détacher. Les blocs simulés sont ensuite déplacés aléatoirement dans toute l'excavation et comparés au support mis en place. Cette méthode prétend estimer le nombre de blocs non soutenus, ainsi que la courbe de fréquence des tailles des blocs. La validité du résultat dépend de la variabilité de l'intensité de la fracturation dans la zone: le massif rocheux doit être statistiquement homogène. Bien que la complexité des polyhèdres formés soit plus grande et donc plus réaliste que dans UNWEDGE, le nombre de familles de fractures est toujours limité à trois et la variance d'orientation n'est pas prise en compte.

Maerz et Germain (1995) suggèrent une méthode encore plus évoluée pour déterminer la taille des blocs autour d'excavations en utilisant des données d'affleurements aux mines Gaspé. Aprés un passage en revue des différents index de détermination de la taille des blocs dans un massif rocheux (dont le RQD), une méthode intéressante de simulation des fractures respectant toutes les statistiques de fracturation est proposée. Les fractures sont modélisées par des plans limités à un parallélipipède d'étude. La position des fractures et leur orientation sont tirées suivant un processus de Monte Carlo; l'écart par rapport à l'orientation moyenne de chaque famille de fracture est lui aussi simulé. La distribution des pôles autour du pôle moyen est modélisée par une distribution normale bidimensionnelle, alors que la loi de distribution des écarts moyens des fractures découle directement de l'histogramme expérimental des fréquences. Des fractures sont simulées une à une; la première divise le parallélipipède en deux et forme deux blocs dont les sommets sont enregistrés dans une liste; la seconde fracture recoupe un ou deux de ces blocs, formant ainsi trois ou quatres blocs; les sommets des nouveaux blocs sont à leur

tour enregistrés dans la liste; le processus se poursuit avec troncature et division successive des blocs... Lorsque toutes les fractures ont été placées dans le champ, de sorte que la densité de fracturation soit respectée, la liste de blocs comprenant les coordonnées des sommets et le numéro des faces (fractures) permet de calculer analytiquement leur volume. Ce calcul est basé sur le théorème de divergence de Gauss et implique que les blocs soient convexes. Le modèle de Maerz et Germain donne un calcul de volumes de blocs beaucoup plus réalistes qu'avec les méthodes décrites précédemment. La taille des fichiers de blocs peut cependant devenir critique si la zone d'étude est grande. En outre, ce modèle ne tient pas compte de la variabilité de la fracturation dans l'espace, ni de l'extension des fractures... Pour des études locales de granulométrie de blocs, le modèle de Maerz et Germain est certainement très efficace.

1.4 Simulation de réseaux de fractures explicites

Les modèles présentés ci-dessus, bien que relativement simplistes, suffisent généralement à dimensionner convenablement le support nécessaire à la stabilité structurale des ouvrages d'art en roche. Mais outre leur importance structurale, les fractures ont aussi un rôle de conteneur et de conducteur de fluides. Contrairement aux sols et à quelques roches poreuses, la roche intacte a souvent une capacité de stockage des fluides et une conductivité hydraulique négligeable. L'essentiel des fluides contenus dans un massif rocheux se trouve donc dans l'espace ouvert des discontinuités. De la connectivité des discontinuités dépend celle de la roche. Les hydrogéologues et les pétroliers se sont rapidement intéressés à la simulation de fractures pour prédire les flux dans la roche (dimensionnement de pompages pétroliers, réhabilitation d'un aquifère pollué, stockage de déchets radioactifs, ...). Kleine et al. (1997) soulèvent l'intérêt de modèles de fracturation plus développés.

Le développement de modèles de fracturation complexes a débuté dans les années 80 avec celui de deux précieux outils: la géostatistique et l'informatique. Les simulations géostatistiques, l'accroissement de la vitesse de calcul et de la mémoire des ordinateurs ont permis la mise au point de modèles sophistiqués. Leur principe repose sur la simulation, à partir de données de terrain (affleurements ou forages), de réseaux de fractures qui respectent à la fois la densité de fracturation et la variabilité des densités de fracturation dans l'espace et les statistiques d'orientation et de taille des fractures. Des images stochastiques des fractures dans une portion de massif sont éditées et couplées à des logiciels de traitement hydrogéologiques (transferts de fluides). Puisque l'information disponible est éparse, plusieurs modèles respectant les données de terrain peuvent convenir et sont considérés équiprobables, d'où l'utilisation du terme "stochastique". Dans les régions où l'information recueillie est dense, ces modèles stochastiques auront tendance à se ressembler, alors que dans les régions où l'information manque, les modèles auront la liberté d'évoluer librement (pseudo-).

Billaux et al. (1989), suite aux travaux préliminaires de Long et Billaux (1987), font figures de pionniers dans la simulation géostatistique de fractures. Le but est d'estimer leur connectivité dans la mine de Fanay-Augère, France. Les fractures ont été représentées par des disques complètement décrits par la position de leur centre dans l'espace, par leur diamètre et par leur orientation. La position des centres est obtenue par un processus de tirage de points ("point process"). Il s'agit d'un processus où, dans une subdivision de l'espace $\Re^2$ ou $\Re^3$, on compte le nombre de points présents. Le nombre de points dans chaque subdivision et leur corrélation, ou variabilité dans l'espace, peuvent suivre diverses règles.

Parmis les processus de points les plus fréquemment utilisés, il y a le processus Poissonien: le nombre de points dans chaque subdivision est tiré aléatoirement suivant une loi de Poisson et le variogramme de la densité volumique montre alors un effet de pépite pur. Les observations de terrain montrent cependant que la densité de fracturation

est très souvent spatialement structurée et les processus recréant la structure des données doivent être privilégiés. Le nombre de points dans les subdivisions, suivant toujours une distribution de Poisson, n'est plus aléatoirement répartis dans l'espace mais respecte le variogramme. Billaux et al. (1989) ont retenu le processus "père-fils" ("parent-daughter") consistant à tirer des points poissoniens fils autour de points parents avec la densité adéquate. Les fractures ainsi simulées apparaissent en salves, ce qui correspond mieux aux observations de terrain.

Dans la mine de Fanay-Augère, les galeries ont étés divisées en fenêtres pour calculer le variogramme expérimental des densités de fracturation. Dans chaque fenêtre de 5 mètres de long par 1,64 mètres de haut, centrée en x, le nombre de fractures a été compté et multiplié par un facteur correctif d'orientation. Soit θ l'angle moyen entre le pôle d'une famille de fractures et l'axe le long duquel sont comptées les fractures; soit N, le nombre de fractures comptées; alors, comme pour la densité linéaire, le nombre vrai N_{vrai} de fractures est obtenu par la relation suivante:

$$N_{vrai} = N \cdot (1/\cos(\theta)) \tag{1.7}$$

Plus l'angle θ est grand, moins les fractures représentées par des disques ont de chances de couper l'axe d'investigation. Finalement, la densité volumique de fracturation λ_v doit aussi tenir compte du diamètre des fractures et du biais causé lorsque les traces inférieures à 30 cm n'ont pas été cartographiées:

$$\lambda_v = N \cdot (1/\cos(\theta)) \cdot (1/(1-p_t)) \cdot E(D) \tag{1.8}$$

où $E(D)$ est le diamètre moyen des fractures et p_t est la fraction estimée des traces de moins de 30 cm grâce à partir de simulations de diamètres par la méthode de Monte-Carlo.

Une fois la position des fractures déterminée, le diamètre est tiré d'une loi lognormale déduite de la trace des fractures sur les affleurements en galerie (travaux de Warburton, 1980). Le tirage des diamètres suit un processus de Monte-Carlo.

Les traces des fractures et l'orientation du pôle moyen (décomposé en deux coordonnées x et y sur le stéréonet) sont régionalisées, en utilisant les observations de galeries et l'analyse stéréographique. Ces deux variables sont ensuite simulées géostatistiquement par la méthode des sphères aléatoires.

Le modèle contient 5 millions de fractures dont la connectivité peut être évaluée et comparée aux observations de terrain.

Kulatilake et al. (1993) donnent un autre exemple de modélisation réaliste de réseaux de fractures et utilisent les données de conduites de ventilation dans la mine de Stripa, Suède. Huit méthodologies voisines ont été testées et validées. Les hypothèses de Billaux et al. (1989) sont partiellement reprises et les fractures sont toujours modélisées par des disques. L'analyse des traces des fractures sur les parois des conduites permet de proposer différentes formules pour déduire la densité linéaire et volumique de fracturation.

Dans un parallélipipède où la densité volumique de fracturation est constante, le tirage des centres des disques se fait par une simulation de Monte-Carlo (tirage Poissonien). Des tests statistiques ont montré que dans le cas étudié, les diamètres étaient le mieux décrits par une loi Gamma; une simulation de Monte-Carlo a aussi été effectuée pour le tirage des diamètres. Les orientations sont tirées d'après des lois de distribution bivariées empiriques suivant le même processsus.

Si les auteurs ne font pas appel à l'outil géostatistique, ils mènent par contre un important exercice de validation, en comparant systématiquement le résultat de leurs

simulations pour chaque paramètre (longueur des traces sur un plan, orientation et intensité) avec les observations de terrain. Le résultat obtenu est généralement bon.

Dans les années 90, plusieurs auteurs ont proposé des méthodes et des modèles suivant la même philosophie que celles de Billaux et al. (1989) et Kulatilake et al. (1993); Ivanova et al. (1995) tentent d'incorporer le processus génétique de formation des fractures et obtiennent des résultats assez remarquables en 2D aussi bien qu'en 3D. Leurmodèle est hiérarchique ("3D hierarchical model") et introduit la notion de dépendance entre les familles de fractures. Le degré de dépendance peut être établi au moyen d'outils statistiques classiques. Les fractures sont représentées par des polygones dans l'espace. Le résultat obtenu est ainsi conforme a une observation fréquente sur le terrain: les fractures de dimensions importantes sont souvent associées à un halo de fractures secondaires plus petites et se terminant sur une fracture principale. Cette observation peut aussi être décrite grâce aux fractales. L'idée de Billaux et al. (1989) est ainsi approfondie (hiérarchie "mère-fille"). Malgré la qualité de la simulation, cela demande une bonne connaissance des statistiques de fracturation, sur des affleurements de bonne qualité. La représentation des fractures par des polygones consomme plus d'espace mémoire que de simples disques (enregistrement des coordonnées des sommets).

Ehlen (1998) reprend la technique utilisée par Kulatilake et al. (1990) pour simuler des disques à partir d'affleurement.

Enfin, Gringarten (1998), dans le domaine pétrolier, propose de simuler des fractures dans un réservoir pétrolier à partir de données de forage. Les forages indiquent la présence de plusieurs familles de fractures et permettent de calculer des densités de fracturation linéaires. Sa méthodologie consiste ensuite à simuler géostatistiquement des densités linéaires sur le champ d'étude, puis à tirer des fractures une à une de facon à respecter les densités linéaires et les statistiques des familles de fractures. La densité

linéaire de fracturation est la densité linéaire cumulée de toutes les familles. Le tirage des fractures tient compte des proportions expérimentales des familles.

1.5 Calcul des blocs découpés par des fractures

Le calcul des blocs formés dans un massif rocheux est souvent la finalité des simulations de fractures. Un bloc est défini par une série de sommets, de faces et d'arrêtes. Lorsque la géométrie des blocs est simple (tétrahèdres ou pyramides), le calcul du volume est trivial. Shapiro et Delport (1991) rappellent la formule permettant le calcul du volume d'un tétrahèdre dont les sommets ont pour coordonnées (0,0,0), (x_1,y_1,z_1), (x_2,y_2,z_2), (x_3,y_3,z_3):

$$V = 1/6 \cdot \det[(x_1, y_1, z_1);(x_2, y_2, z_2);(x_3, y_3, z_3)] \tag{1.9}$$

L'exercice se complique pour des formes plus complexes et à condition que la géométrie des blocs soit convexe, Maerz et Germain (1995) proposent d'utiliser le théorème de convergence de Gauss. Ils n'en donnent cependant pas le détail.

Crosta (1997) propose l'analyse d'image pour obtenir la courbe de distribution des surfaces séparées par des fractures (lignes) et ainsi, en déduire la courbe granulométrique des blocs en 3 D. Pour garantir la validité du résultat, l'analyse devrait porter sur plusieurs tranches, dans plusieurs directions. Le traitement de l'image se fait à l'échelle du pixel et un certain nombre de programmes sont maintenant capables de telles analyses, dont Matlab.

Miles (1972) suite à une approche probabiliste avance la formule suivante reliant le volume moyen des blocs $E(v)$ en fonction de la fréquence linéaire de fracturation λ_l:

$$E(v) = 6/(\pi \cdot \lambda^3) \tag{1.10}$$

Une autre méthode très puissante, présentée par Lu et Latham (1999) et basée sur les travaux de Wang (1992), donne directement la courbe granulométrique in situ à partir de l'orientation de trois familles principales de fractures et de leurs espacements moyens. La formule de base suivante peut être modifiée pour tenir compte de la loi de distribution des écarts entre les fractures et de leur impersistance:

$$V_{ip} = (C_{ip} \cdot x_{moy1} \cdot x_{moy2} \cdot x_{moy3})/(\cos(\theta_{12}) \cdot \cos(\theta_{13}) \cdot \cos(\theta_{23})) \quad i = 10, 20, \ldots 100 \tag{1.11}$$

où:

- V_{ip} est le volume passant à i % du volume;
- C_{ip} est un coefficient empirique tiré de tableaux (Wang 1992) et dépendant de la loi de distribution des espacements entre les fractures et de leur persistance;
- $x_{moy1,2,3}$ sont les espacements moyens entre les fractures des familles 1, 2 et 3;
- $\theta_{11,12,23}$ sont les angles entre les différents pôles moyens des familles de fractures.

1.6 Discussion sur les méthodes existantes et proposition d'une approche géostatistique explicite nouvelle

Parmis toutes les méthodes présentées ci-dessus, aucune n'est complètement satisfaisante compte-tenu du but recherché et des données disponibles: prédire sur l'ensemble d'un

volume défini de grande taille, la distribution de la taille des blocs découpés par les fractures naturelles, grâce à l'information obtenue le long de quelques forages d'exploration. De plus, contrairement aux études de stabilité, il n'est pas souhaitable que la courbe granulométrique des blocs surestime le nombre de petits blocs.

Certaines méthodes sont trop simplistes pour répondre aux besoins de l'étude à mener, d'autres réclament des données de bonne qualité obtenues sur des affleurements suffisamment grands. Les modèles proposés par Billaux et al. (1989), Kulatilake et al. (1993), Ehlen (1998) et Gringarten (1998) peuvent servir de base. La méthodologie proposée pour répondre aux exigences du problème est donc la suivante (Figure 1.1): il s'agit de modéliser les fractures par des disques définis par un diamètre, une orientation (pendage et azimut) et la position dans l'espace du centre.

L'analyse stéréographique des données de forages permet l'identification des principales familles de fractures et d'en déduire leurs paramètres statistiques. La densité de fracturation volumique peut être calculée le long des forages, indépendamment pour chaque famille, à condition de connaître le diamètre des fractures. Cette densité est simulée géostatistiquement sur le volume de roche à étudier; ce qui implique une discrétisation du volume en blocs unitaires. La méthode de simulation dépend surtout de la taille du champ à simuler. Dans le cas de grands champs, la méthode des bandes tournantes (Journel et Huijbreght,19993) ou la simulation séquentielle gaussienne (Deutsch et Journel, 1992) sont les plus appropriées. Un tirage poissonien de la position des disques est réalisé de sorte que la densité des disques dans chaque bloc unitaire respecte la densité simulée géostatistiquement. L'orientation de chaque fracture est tirée suivant une loi de Fisher (paramètre de dispersion K déduit de l'analyse stéréographique) et son diamètre suivant une loi Normale. Cette méthodologie permet d'obtenir un champ de fractures respectant les données de forages. De ce champ de fractures, il reste à calculer la taille des blocs formés.

Dans la mesure où les méthodes trouvées dans la littérature pour le calcul du volume de blocs exigent trop de simplifications, une nouvelle méthode a dû être implémentée: une grille tridimensionnelle est superposée au volume d'étude. Des liens virtuels relient les noeuds de la grille entre eux: un noeud est relié à ses six plus proches voisins. Lorsqu'une fracture passe entre deux noeuds, le lien est coupé. Lorsqu'on coupe tous les liens traversés par des fractures, il reste des groupes de noeuds indépendants qui ne sont rien d'autre que les blocs découpés et discrétisés. Il suffit alors de compter le nombre de noeuds dans chaque bloc et, connaissant le pas de la grille, on en déduit la taille approchée du bloc.

Le chapitre suivant décrit en détail la méthodologie proposée, en insistant sur la mise en place pratique des algorithmes permettant l'analyse des données de forage, la simulation géostatistique des densités de fracturation en trois dimensions, le tirage des disques suivant des lois statistiques définies, puis le calcul de la courbe granulométrique des blocs.

Un groupe de programmes développés sous Matlab, permet de traiter concrètement les données du Mont-Porphyre. L'utilisation de l'environnement Matlab pour la mise en pratique des algorithmes de simulation semble naturelle dès lors qu'on considère le traitement de données facilement stockables sous forme matricielle et demandant une visualisation tridimensionnelle. Les programmes fournis doivent pouvoir fonctionner sur des ordinateurs de capacité moyenne et dans des temps acceptables pour une compagnie privée. Ceci implique nécessairement quelques limitations et approximations qui seront discutées en dernière partie.

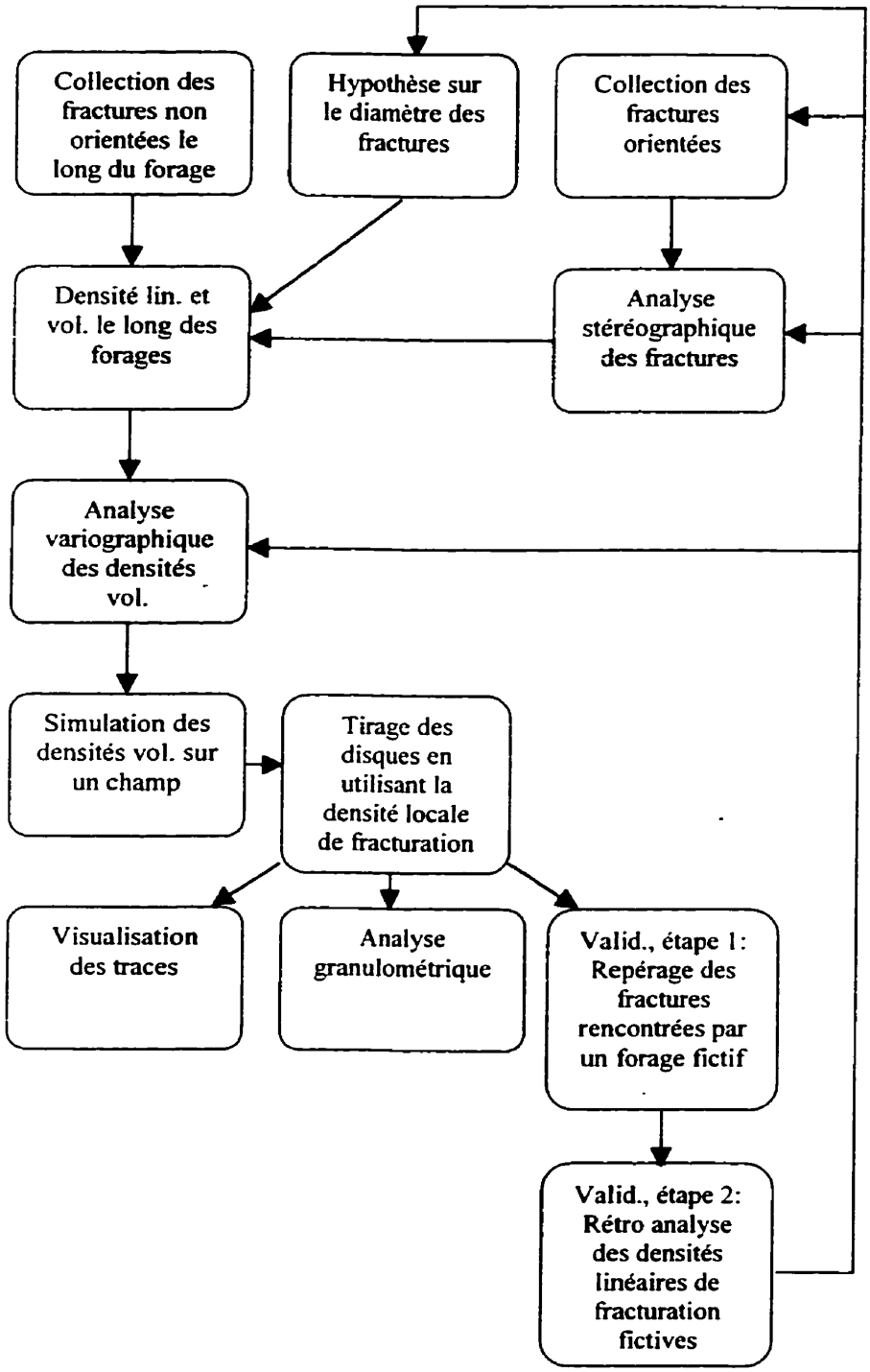

Figure 1.1 Simulation d'un massif fracturé, schéma de principe

CHAPITRE 2
MÉTHODOLOGIE

2.1 Analyse stéréographique des données de forages et création de fichiers de densités de fracturation

2.1.1 Nature de l'information apportée par les forages d'exploration

La campagne d'exploration du Mont-Porphyre s'est étalée sur plusieurs années. A l'origine, des carottes de sondages ont été décrites et analysées chimiquement dans le seul but de déterminer leur teneur en cuivre. Mais dès que des indices suffisamment élevés ont indiqué la présence d'un gisement et que des ébauches de projets d'exploitation ont été esquissées, les carottes de sondage ont été décrites géotechniquement avant leur découpage en deux pour analyse chimique. 24 forages ont été inventoriés suivant le système des mines Gaspé comme:

30-824, 30-886, 30-889, 30-891, 30-899, 30-900, 30-901, 30-903W, 30-907, 30-909, 30-912, 30-912bis, 30-913, 30-915, 30-916, 30-920, 30-920a, 30-920b, 30-923, 30-924, 30-925, 30-926, 30-927, 30-928.

Ces forages orientés, datant de 1996 et 1997, disposent de l'information suffisante pour être traités par la technique qui sera décrite dans ce chapitre. Ils comportent:

- une description, au moins sur une certaine longueur, de la fracturation:

- profondeur de chaque fracture rencontrée;
- nombre de fractures naturelles (ou supposées comme telles);
- nombre de fractures artificielles;
- RQD;
- JO (Joint Orientation), ou angle entre la fracture et l'axe du forage;
- JC, nature du remplissage;
- T, épaisseur du remplissage;
- Jr, rugosité;
- Ja, altération;
- distance avec la fracture précédente.

- les coordonnées de la tête de forage;

- la déviation prise à intervalles réguliers le long du forage;

- une description géologique.

L'orientation des forages grâce à un marqueur acide laissant une trace le long du forage, a permis de calculer l'orientation absolue de quelques centaines de fractures. La mesure de la déviation exacte dans le trou de forage a par la suite permis de connaître les coordonnées exactes (sub-) en tout point du forage, dans le système des mines Gaspé.

Les données disponibles sont donc de deux sortes: des données "fortes", les orientations précises d'un petit nombre de fractures, et des données "faibles" qualitatives représentant la masse de l'information. Idéalement, il aurait fallu pouvoir disposer des orientations précises des fractures tout le long des forages, mais ceci aurait demandé un travail de

fourmi très coûteux en temps et en argent. Il faut donc établir un moyen d'utiliser au mieux l'information pseudo-quantitative des données routinières.
On pourrait chercher des relations entre les orientations des fractures et la nature du remplissage, l'altération des épontes, la rugosité, ... pour permettre le classement systématique des fractures en familles, sur la simple estimation d'un paramètre qualitatif. Une série d'analyses a pourtant montré qu'aucun lien net n'existait entre l'orientation et ces descriptions qualitatives. Une issue consiste à définir des familles de fractures grâce à l'analyse stéréographique des données dites fortes, puis à trouver un moyen de déterminer la famille d'appartenance des fractures non-orientées grâce à leur seul angle avec l'axe du forage (JO). La partie 3.1.3 montrera comment y arriver.

Le manque de données fortes rend impossible le suivi de l'évolution de l'orientation dans l'espace et donc d'effectuer une régionalisation de ce paramètre. Et encore plus problématique, la déduction de l'appartenance à une famille à partir de l'angle par rapport à l'axe du forage implique que, justement, l'orientation des familles soit constante sur l'ensemble du volume étudié. Cela crée une erreur d'approximation, malheureusement difficile à quantifier.

L'analyse stéréographique des orientations porte sur des fractures échantillonnées sur des petites portions de forages très éloignées les unes des autres. La dispersion des pôles mesurée risque alors d'être exagérée, car ce qui apparaît comme dispersion peut n'être qu'une évolution de l'orientation moyenne dans l'espace. Il s'agit là d'une deuxième source d'erreur, que l'on pourrait qualifier d'erreur d'interprétation.

A ces deux sources d'erreurs méthodologiques, s'ajoutent des erreurs techniques et de qualité d'observation des données de terrain. Si le forage est incorrectement orienté dès le départ, si des phénomènes de torsion ou de rotation des carottes surviennent (forages de l'ordre du kilomètre), ou si la lecture de l'orientation n'est pas rigoureuse, la

dispersion des pôles peut être surestimée. Il est donc difficile de quantifier l'incertitude sur la variable JO, très probablement importante.

La densité de fracturation linéaire est par contre un paramètre qui peut être suivi assez facilement moyennant quelques hypothèses, la densité de fracturation volumique autour des forages est aisément déductible. Bien qu'éparses, ces forages sont relativement longs et bien répartis dans la région étudiée, c'est pourquoi l'analyse géostatistique de l'intensité de la fracturation semble une approche intéressante.

2.1.2 Stéréographie et détermination de familles statistiques de fractures-Orientation moyenne et dispersion

2.1.2.1 Définition de la stéréographie et principe de la représentation polaire

La représentation stéréographique d'un vecteur, d'une droite ou d'un plan facilite grandement leur visualisation dans l'espace. Les pôles de fractures sont des vecteurs unitaires normaux aux fractures et orientés vers le bas facilement représentables sur un stéréogramme. Afin d'analyser automatiquement les données du Mont-Porphyre, un programme nommé YEGULALP a été écrit sous Matlab. Il permet de regrouper des pôles de fractures en familles statistiques et utilise la convention de projection de Lambert respectant les aires.

Priest (1992) donne les coordonnées d'un pôle de pendage β et de direction α, sur un stéréogramme respectant soit les angles (dit "à angle égal"), soit les aires (dit "à aire égale"):

Angle égal:

$$x = R \cdot \sin(\alpha).\tan(((\pi/2) - \beta)/2) \tag{2.1}$$

$$y = R \cdot \cos(\alpha).\tan(((\pi/2) - \beta)/2) \tag{2.2}$$

Aire égale:

$$x = R \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\alpha).\cos(((\pi/2) + \beta)/2) \tag{2.3}$$

$$y = R \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\alpha).\cos(((\pi/2) + \beta)/2) \tag{2.4}$$

où R est le rayon du stéréogramme.

2.1.2.2 Regroupement de pôles en familles statistiques et modélisation par une distribution de Fisher

La représentation des discontinuités mesurées le long de forages ou d'affleurements sur le stéréogramme fait apparaître ou non des concentrations de pôles. Le regroupement des pôles en familles repose alors sur l'intuition que ces regroupements ne sont pas fortuits et qu'il existe une corrélation entre les éléments de la concentration. Mathématiquement, cela se traduit ainsi: si on divise la demi-sphère en unités d'aires égales et si les pôles sont aléatoirement répartis dans ces unités, alors le nombre des pôles par cellule devrait suivre une loi de Poisson. La probabilité qu'une cellule d'aire c contienne exactement t pôles sur une population de n pôles s'écrit:

$$p_{(t,c)} = (e^{-n \cdot c} \cdot (n \cdot c)^t)/t! \tag{2.5}$$

Cette probabilité devient très petite lorsque t est grand. c est l'aire relative d'une lentille formée par l'intersection entre l'hémisphère inférieur et un cône d'angle ψ autour d'un axe de pendage et direction spécifiés (notation de Priest, 1992), rapportée à l'aire de l'hémisphère. c est reliée à ψ par la relation:

$$c = 1 - \cos(\Psi) \tag{2.6}$$

La probabilité qu'une cellule d'aire relative c contienne plus de t pôles est donnée par:

$$p_{(>t,c)} = 1 - \sum_{i=1}^{t} (e^{-n \cdot c} \cdot (n \cdot c)^{i} / i!) \tag{2.7}$$

D'après Mahtab et Yegulalp (1984), si la probabilité d'une cellule de taille c comptant plus de t fractures excède un seuil s, i.e. $p(> t,c) \geq s$, alors la concentration des pôles dans cette cellule est considérée anormalement élevée, en d'autres termes la concentration ne découle plus seulement d'un phénomène purement aléatoire. Le choix du seuil est assez subjectif, mais il est assez fréquent de prendre s = 0,05 (Shanley et Mahtab, 1976), ou $s = c$ (Mahtab et Yegulalp, 1982), ce qui rend le critère légèrement plus discriminant. Le programme YEGULALP permet de faire un choix indépendant pour s et Ψ (et donc c). Un seuil de 0,05 (soit 5 %) correspond à un angle de 15 °.

L'algorithme de regroupement des pôles suit les étapes suivantes:

- Détermination du nombre t_{crit} que doit contenir un cône d'angle Ψ pour dépasser le seuil s;

- sélection d'un pôle;

- recherche des pôles voisins contenus dans le cône d'angle Ψ autour du premier pôle;
- si le cône contient un nombre t de pôles plus grand que t_{crit}, le cône est considéré comme dense;
- répétition de l'opération pour chaque pôle;
- les pôles denses formant un angle plus petit que Ψ sont ensuite regroupés par un processus d'agglutinement: des paquets de pôles apparaissent, ce sont les familles;
- calcul de l'orientation préférentielle et du coefficient K de Fisher de chacune des familles.

Ce processus comprend un prétraitement de pondération des pôles, en fonction de leur position, afin de tenir compte du biais d'orientation lors de l'échantillonnage.

Le regroupement automatique des pôles a l'avantage de diminuer la part de subjectivité de l'opérateur, sans la faire totalement disparaître. En effet, le choix du seuil s et de l'angle Ψ ne peut être fait automatiquement par le programme et le choix d'un seuil très petit fera disparaître toutes les familles, alors qu'un seuil élevé aura tendance à regrouper tous les pôles au sein d'une seule et unique famille. Le choix d'un seuil pour la ségrégation de données en statistique est toujours problématique et il n'existe malheureusement aucune règle, si ce n'est de "jurisprudence": 3, 5, ou 10 % sont des seuils couramment choisis.

L'orientation du pôle moyen de chaque famille peut ensuite être établie. Soit $\bar{n}_i$ ($i = 1$ à n) les vecteurs polaires des fractures. Le pôle moyen est le vecteur résultant:

$$\vec{n}_{moy} = \sum_{i=1}^{n} \vec{n}_i \tag{2.8}$$

$$\vec{n}_{moy} = [n_x, n_y, n_z] \tag{2.9}$$

avec $\vec{n}_i$ se décomposant en:

$$n_{ix} = |\vec{n}_i| \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\alpha) \tag{2.10}$$

$$n_{iy} = |\vec{n}_i| \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\alpha) \tag{2.11}$$

$$n_{iz} = |\vec{n}_i| \cdot \sin(\alpha) \tag{2.12}$$

Ce vecteur doit être normalisé pour calculer son pendage:

$$\beta = \arctan(n_z / \sqrt{(n_x^2 + n_y^2)}) \tag{2.13}$$

et sa direction:

$$\alpha = \arctan(n_x / n_y) + Q \tag{2.14}$$

Q étant un facteur correcteur pour que la direction soit bien comprise entre 0 et 360 degrés.

La distribution des fractures autour du pôle moyen peut être plus ou moins simple. Lorsqu'elle est symétrique, une distribution de Fisher (Fisher, 1953) peut servir à décrire la loi de distribution des écarts entre les pôles et leur pôle moyen. Mais lorsqu'une

asymétrie apparaît clairement, celle-ci n'est plus valide en théorie. Priest (1992) propose d'utiliser la loi de Bingham, décrite plus en détail par Einstein et Baecher (1983), Kelker et Langenberg (1976), Mardia (1972) et Watson (1966).

La loi de Fisher n'est caractérisée que par un seul paramètre, K, souvent utilisé en mécanique des roches pour décrire le degré de dispersion des fractures au sein d'une même famille. Les fonctions de densité et la probabilité cumulative correspondantes sont les suivantes:

$$f_F(\theta) = (K \cdot \sin(\theta) \cdot e^{K \cdot COS(\theta)}) / (e^K - e^{-K}) \qquad \forall \theta \in [0, \pi] \quad (2.15)$$

et

$$p_F(<\theta) \approx (e^K - e^{K \cdot \cos(\theta)}) / (e^K - e^{-K}) \qquad \forall \theta \in [0, \pi] \quad (2.16)$$

où θ est l'angle entre les pôles et le pôle moyen.

Expérimentalement, le paramètre K est estimé à partir du nombre n de pôles dans la famille et de la norme $|\bar{n}_{moy}|$ du pôle moyen. Lorsque K est plus grand que 3, d'après Watson (1966) et Fischer (1953):

$$K \approx (n-1)/(n - |\bar{n}_{moy}|) \qquad (2.17)$$

Priest (1992) donne d'autres formules utilisables dans certaines conditions. Physiquement, plus K est grand, plus les pôles sont concentrés autour de leur pôle moyen.

Priest (1992) montre en outre que la distribution de Fischer peut être très représentative dans certain cas. Une méthode de tirage des angles θ pour cette loi sera introduite dans le chapitre 3.4.

Une présentation plus détaillée de YEGULALP est disponible en annexe I.

2.1.3 Attribution des fractures rencontrées le long d'un forage à une famille en fonction du seul angle "axe du forage/fracture"

Le seul paramètre d'orientation disponible sur l'ensemble des forages est l'angle entre la fracture et l'axe du forage; plus précisément, il s'agit de l'angle entre la ligne de plus grande pente de la fracture, ou vecteur pendage et l'axe du forage.

Soit θ l'angle entre le vecteur pendage d'une fracture, de pendage et d'azimut β_i et α_i et l'axe du forage de pendage et d'azimut β_f et α_f, alors, d'après Priest (1992) :

$$\cos(\theta) = \left|\cos(\alpha_i - \alpha_f)\cdot\cos(\beta_i)\cdot\cos(\beta_f) + \sin(\beta_i)\cdot\sin(\beta_f)\right| \qquad (2.18)$$

Cet angle θ correspond à l'angle JO des logs géotechniques. Faute de pouvoir directement déduire la famille d'appartenance de la fracture traitée grâce à cet angle, on peut néanmoins chercher à connaître la probabilité qu'elle a d'appartenir à l'une des familles.

Dans le cas de deux familles, en utilisant les notations de la partie 3.1.2 précédente, β_1, α_1, désignent le pendage et la direction du pendage moyen de la famille 1 et K_1 est son paramètre de Fisher; auxquels correspondent β_2, α_2 et K_2 pour la famille 2. L'axe du forage a toujours pour pendage et pour direction β_f et α_f. Les angles θ_1 et θ_2 entre le

forage et les vecteurs pendages moyens des deux familles sont déduits de l'équation (2.18). Faute de connaître la direction absolue de ce vecteur, on sait déjà que son extrémité décrit un cercle de rayon $R = sin(JO)$, orthogonal à l'axe du forage.

Lorsque la plongée de la fracture décrit un cercle autour du forage, son angle θ_{1i} avec la plongée moyenne de la famille 1 varie (figure 2.1). En corrigeant, intégrant et normalisant la densité de probabilité de Fisher sur le cercle on obtient la probabilité d'appartenance d'une fracture à la famille 1.

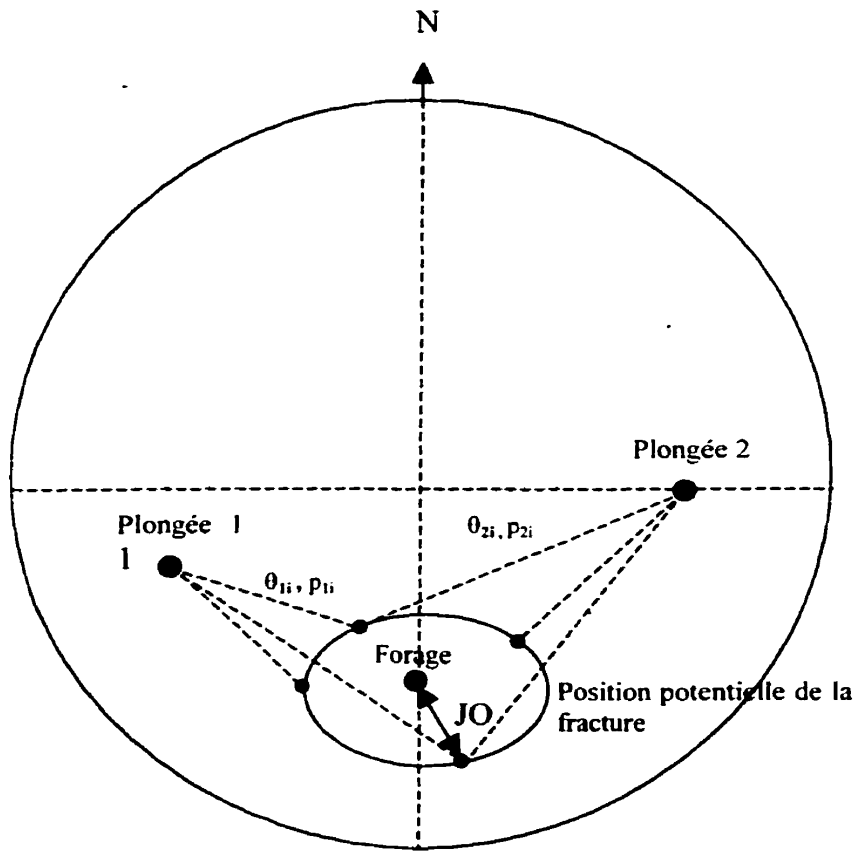

Figure 2.1 Position d'une fracture autour d'un forage et angle relatif par rapport aux plongées moyennes des deux familles de fractures.

La première étape consiste à déterminer l'angle θ entre la plongée moyenne de la famille 1 et chaque position de la plongée de la fracture sur son cône. Si on rapporte le forage à la verticale, la plongée de la fracture a un pendage constant $\pi/2 - JO$ et une direction α qui varie de 0 à 360 degrés. Dans un repère cartésien, les coordonnées de ce vecteur unitaire sont:

$$x = \cos((\pi/2) - JO) \cdot \sin(\alpha) \tag{2.19}$$

$$y = \cos((\pi/2) - JO) \cdot \cos(\alpha) \tag{2.20}$$

$$z = -\sin((\pi/2) - JO) \tag{2.21}$$

Cette transformation est suivie de la rotation équivalant à ramener le forage provisoirement placé verticalement, vers sa position d'origine, par la multiplication matricielle suivante:

$$\begin{pmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{pmatrix} = [R] \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{2.22}$$

(x_r, y_r, z_r) sont les coordonnées cartésiennes de la plongée de la fracture après rotation et $[R]$ est la matrice de rotation ayant pour expression:

$$[R] = [R_{\alpha f}] \cdot [R_{\beta f}] \tag{2.23}$$

Avec

$$[R_{\beta f}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\pi/2 - \beta_f) & -\sin(\pi/2 - \beta_f) \\ 0 & \sin(\pi/2 - \beta_f) & \cos(\pi/2 - \beta_f) \end{pmatrix} \tag{2.24}$$

la matrice permettant la rotation d'un angle $\pi/2$ - β_f autour de l'axe X et:

$$[R_{\alpha f}] = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_f) & \sin(\alpha_f) & 0 \\ -\sin(\alpha_f) & \cos(\alpha_f) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.25}$$

la matrice de rotation d'un angle α_f autour de l'axe Z.

$[R_{\beta f}]$ conserve l'abscisse x du vecteur, d'où la première colonne. La rotation transforme l'ordonnée y en y_r:

$$y_r = \cos(\pi/2 - \beta_f) \cdot y - \sin(\pi/2 - \beta_f) \cdot z \tag{2.26}$$

et transforme l'altitude z en z_r:

$$z_r = \sin(\pi/2 - \beta_f) \cdot y + \cos(\pi/2 - \beta_f) \cdot z \tag{2.27}$$

En effet, lors de la rotation, le vecteur unitaire $\vec{j}$ de l'axe Y et le vecteur unitaire $\vec{k}$ de l'axe Z sont transformés en:

$$\vec{j}_r = \cos(\pi/2 - \beta_f)\cdot\vec{j} + \sin(\pi/2 - \beta_f)\cdot\vec{k} \tag{2.28}$$

et

$$\vec{k}_r = -\sin(\pi/2 - \beta_f)\cdot\vec{j} + \cos(\pi/2 - \beta_f)\cdot\vec{k} \tag{2.29}$$

Or, le vecteur:

$$\vec{u} = y\cdot\vec{j} + z\cdot\vec{k} \tag{2.30}$$

est transformé en:

$$\vec{u}_r = y_r\cdot\vec{j} + z_r\cdot\vec{k} \tag{2.31}$$

ce qui donne:

$$\vec{u}_r = [\cos(\pi/2 - \beta_f) - \sin(\pi/2 - \beta_f)\cdot z]\cdot\vec{j} + [\sin(\pi/2 - \beta_f) + \cos(\pi/2 - \beta_f)\cdot z]\cdot\vec{k} \tag{2.32}$$

Le raisonnement est similaire pour $[R_{\alpha f}]$.

L'angle θ_{lr} entre la plongée moyenne de la famille 1 (β_l,α_l) et chaque position de la plongée $\vec{u}_r = (x_r,y_r,z_r)$ s'obtient en calculant les coordonnés cartésiennes de la plongée moyenne de la famille 1, $\vec{u}_1 = (x_l,y_l,z_l)$, et en utilisant le produit scalaire de $\vec{u}_1$ par $\vec{u}_r$:

$$\cos(\theta_{1r}) = (x_r\cdot x_1 + y_r\cdot y_1 + z_r\cdot z_1)/(\sqrt{x_r^2 + y_r^2 + z_r^2}\cdot\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) \tag{2.33}$$

En sommant la densité de probabilité de Fisher corrigée pour chaque angle θ_{1i} et en effectuant une normalisation, on obtient la probabilité $p_{(JO|famille1)}$.

La loi de Fisher donne la probabilité relative à un angle θ compris entre 0 et π. Or cet angle correspond à un cercle de rayon $sin(\theta)$ sur lequel chaque position est équiprobable. La densité de probabilité $f(\theta,\varphi)$ pour une position φ sur ce cercle est donc la densité de probabilité de Fisher $f_F(\theta)$ divisée par la circonférence du cercle de rayon $sin(\theta)$, soit:

$$f(\theta,\varphi) = f_F(\theta)/\sin(\theta) \qquad \forall\varphi \in [0,2\pi] \qquad (2.34)$$

La normalisation est ensuite recomandée lorsque K est inférieur à 5 et si on veut tenir compte du fait que la loi de Fisher est valide sur [0 , π] alors que les fractures ont un pendage restreint à l'intervalle [0 , $\pi/2$]. Elle consiste à calculer l'intégrale de la densité de probabilité de Fisher sur [0 , $\pi/2$], ce qui donne $e^K / (1 + e^K)$, puis à diviser la densité de probabilité par cette valeur. L'intégrale sur [0 , $\pi/2$] de cette nouvelle densité vaut 1.

On calcule de la même manière la probabilité $p_{(JO|famille2)}$ pour la famille 2.

Il faut aussi tenir compte des proportions relatives entre les deux familles; soit p_{c1} et p_{c2}, ces deux proportions. La loi de Bayes permet de déduire les probabilités d'appartenance à chaque famille:

$$p_{(famille1|JO)} = (p_{(famille1)} \cdot p_{(JO|famille1)}) / \sum_{i=1}^{2} p_{(famille_i)} \cdot p_{(JO|famille_i)} \qquad (2.35)$$

$$p_{(famille1|JO)} = (p_{c1} \cdot p_1)/(p_{c1} \cdot p_1 + p_{c2} \cdot p_2) \qquad (2.36)$$

et de même:

$$p_{(famille2|JO)} = (p_{c2} \cdot p_2)/(p_{c1} \cdot p_1 + p_{c2} \cdot p_2) \tag{2.37}$$

Un tirage aléatoire, entre 0 et 1, permet ensuite de discriminer entre les deux familles: si le résultat est inférieur à la probabilité de la famille 1, la fracture appartient à la famille 1, sinon, elle appartient à la famille 2. Une autre solution consiste à calculer directement la densité linéaire au moyen des probabilités conditionnelles que l'on somme pour chaque famille et chaque passe.

Le cas de fractures dispersées strictement aléatoirement est traité en considérant une famille centrée sur la verticale et de dispersion maximale ($K = 1$).

Le programme DENSEVOL a été écrit pour permettre de traiter les données brutes de forage (voir annexe II): chaque fracture est attribuée à une famille de fractures grâce à JO, puis le forage est divisé en passes de longueur constante sur lesquelles sont calculées la densité linéaire puis volumique de chaque famille. Cette dernière étape est décrite dans la partie suivante.

2.1.4 Calcul de la densité de fracturation linéaire le long d'un forage et déduction de la densité volumique

DENSEVOL calcule la densité linéaire non corrigée définie par (cf formule 2.4):

$$\lambda_{l_1} = nf_i / l_{reg} \tag{2.38}$$

où:

- λ_{l_i} est la densité linéaire de la famille i, $i = 1$ ou 2;

- nf_i est le nombre de fractures de la famille i rencontrées le long de la passe;
- l_{reg} est la longueur de la passe.

Grâce au suivi régulier de la déviation du forage, on peut estimer la valeur approximative du pendage et de la direction du forage à la profondeur considérée. Connaissant les orientations des deux familles, l'angle θ_i entre la passe et les deux familles est déduit et en utilisant la formule (1.5) tirée de Kulatilake et al. (1993), on détermine la densité de fracturation volumique autour de la passe:

$$\lambda_{v_i} = (4 \cdot \lambda_{l_i})(\pi \cdot E(D)^2 \cdot \cos(\theta_i)) \qquad i = [1,2] \qquad (2.39)$$

Quelle que soit la formule utilisée pour estimer la densité volumique de fracturation, le diamètre moyen des fractures est toujours une donnée majeure. Or ce paramètre est strictement impossible à obtenir à partir d'un forage. Si l'on dispose d'informations externes le problème est résolu, mais ca n'est pas le cas ici, où les forages font partie d'une campagne d'exploration profonde, dans une région éloignée de tout affleurement (aérien ou en galeries). Plusieurs solutions de diamètres doivent alors être testées.

On pourrait montrer que, contrairement à la densité des centres des fractures autour du forage, la densité surfacique ne dépend pas du diamètre. La dépendance de la forme et de la taille des blocs découpés au diamètre doit par contre être évaluée. Est-ce qu'à densité de surface volumique égale, de nombreuses petites fractures permettent de former autant de blocs que quelques grandes fractures? Intuitivement, les petites fractures augmentent le nombre de petits blocs noyés dans une masse relativement continue (formation de ponts entre les fractures), alors que les grandes fractures risquent

de former des blocs plus gros et mieux découpés. Les chapitres 4 et 5 développeront ce point plus en détail. Si les fractures sont de grande taille, la cavabilité aurait donc des chances d'être meilleure que dans le cas de petites fractures, à moins qu'interviennent les contraintes induites par l'extraction du sous-niveau, rompant les ponts entre les blocs ... L'analyse de différentes hypothèses devrait permettre de répondre partiellement à ces questions. Mais le problème des contraintes, bien que primordial pour le cavage de sous-niveau, n'est pas pris en compte dans cette étude.

2.2 Analyse variographique des densités de fracturation obtenues

La structure spatiale des densités de fracturation établies par DENSEVOL est obtenue grâce à une étude variographique. L'annexe III fournit de plus amples détails sur la signification et l'intérêt d'une telle étude variographique. Il s'agit grossièrement de quantifier la corrélation entre des données dans l'espace en fonction de la distance qui les sépare, dans une certaine direction. L'analyse variographique estime et modélise le variogramme expérimental des densités. Le modèle servira à paramétrer les programmes de simulations géostatistique, ou éventuellement d'estimation.

Le modèle variographique a un type donné (linéaire, exponentiel, sphérique, ...), un effet pépite c_0, une contribution cc, si elle existe, et une portée aa. Le modèle peut être composé de plusieurs structures imbriquées pour lesquelles il faut repréciser chacun de ces 4 paramètres. Ces derniers sont importants puisqu'ils servent d'intrant aux programmes de simulation suivants.

Le programme VARIO3D, décrit en annexe IV, calcule le variogramme expérimental, qui est ensuite modélisé manuellement.

2.3 Simulations stochastiques d'un champ de densités à partir des données de densités et du modèle variographique

2.3.1 Définitions et buts de la simulation géostatistique

L'industrie minérale et des ressources naturelles en général est depuis longtemps le principal utilisateur des géostatistiques. Elle a tout d'abord fait appel aux méthodes d'estimation linéaires par krigeage (voir annexe III), pour évaluer les réserves et le potentiel de gisements; ces méthodes permettent de donner l'incertitude faite sur l'estimation par le bais des différentes variances de krigeage, de dispersion, ... Les méthodes d'estimation sont indiquées lorsque l'on veut connaître avec le minimum d'erreur possible, les teneurs d'un gisement aurifère, par exemple; le champ reconstruit ne respecte ni l'histogramme des données conditionnant le krigeage ni leur variogramme. Dans le cas présent, cependant, la variation des densités à l'intérieur du champ simulé compte au moins autant que la précision des densités simulées elles-mêmes.

Ravencroft (1994) discute le potentiel des méthodes de simulation dans l'industrie minière. Journel, dans le début des années 70 a mis au point une méthode (Journel, 1974) dite des bandes tournantes, qui permet de reconstruire un champ ayant le même variogramme et le même histogramme que les données conditionnantes. Depuis, le nombre des techniques de simulation conditionelle (De Fouquet, 1994) s'est développé et la plus en vogue actuellement est la simulation séquentielle gaussienne, certainement l'une des plus flexibles. Chacune des deux méthodes mentionnées a ses avantages et ses inconvénients. Après une description de chacune des deux techniques et la proposition d'un programme écrit en langage Matlab, des conclusions seront proposées quant à leur efficacité relative.

Si la littérature s'est beaucoup étendue sur l'estimation ou la simulation de teneurs en métaux, il n'y a pas d'inconvénients majeurs à traiter de la même manière des densités de fracturation, qui peuvent être vues comme des "teneurs de fractures". La seule différence concerne la signification d'un variogramme ponctuel, qui doit normalement être utilisé pour de telles techniques. Les fractures étant des entités discrètes, la densité ponctuelle en un point est soit 1 (le point repose sur une fracture) ou 0 (le point n'est pas sur une fracture). Mais ce problème est en réalité le même pour une teneur en cuivre: à l'échelle microscopique, un point est soit dans un minéral cuprifère et la teneur du point est 1, soit ne l'est pas et sa teneur est alors égale à 0. La formule reliant le variogramme calculé sur un support v, en fonction du variogramme ponctuel est:

$$\gamma_v(h) = \gamma(v, v+h) - \gamma(v, v) \tag{2.40}$$

où

- $\gamma_v(h)$ est le variogramme sur le support v;

- $\gamma(v,v)$ est la moyenne du variogramme ponctuel sur le support v;

- $\gamma(v, v + h)$ est la moyenne du variogramme ponctuel lorsqu'une extrémité du vecteur h décrit le support v et l'autre extrémité décrit le même support v translaté de h.

Lorsque h est grand, alors:

$$\gamma(v, v+h) \approx \gamma(h) \tag{2.41}$$

Ce qui simplifie la formule (2.40):

$$\gamma_v(h) = \gamma(h) - \gamma(v,v) \qquad \text{si } h >> aa \tag{2.42}$$

où aa est la portée du variogramme.

En pratique, il n'est pas rare de considérer que le variogramme ponctuel est identique au variogramme calculé sur un support raisonnablement petit. Cette approximation sera employée par la suite.

De plus, pour des raisons qui seront expliquées dans ce chapitre, le variogramme ne doit pas être celui des densités brutes, mais celui des densités normalisées: si l'histogramme des densités n'est pas de type gaussien, il faut effectuer une transformation gaussienne.

La raison pour laquelle la simulation est préférée à l'estimation par krigeage des densités de fracturation est avant tout parce que les données proviennent de forages d'exploration peu nombreux. Des régions de grandes tailles peuvent être hors de la portée des variogrammes des densités faisant que les méthodes d'estimation ne sont plus de grand secours. D'autre part les simulations respectent la variabilité des densités, au lieu de les lisser. Or, de cette variabilité des densités dépendent directement celles des blocs formés dans la masse. La distribution des blocs obtenue a donc plus de chance d'approcher la distribution réelle.

2.3.2 Simulation séquentielle gaussienne 3D

Soit un champ de n données à simuler, par exemple des points placés sur une grille 3D régulière et soit N données conditionnantes tirées d'une loi normale et placées dans l'espace. La méthode repose sur les étapes itératives suivantes (Deutsch et Journel, 1992; Marcotte, 1998):

- choix aléatoire d'un premier point à simuler;

- krigeage simple du point basé sur les N points conditionnants produisant un estimé e_1 et une variance de krigeage σ_1^2;

- le point 1 prend la valeur tirée aléatoirement d'une loi normale $N(e_1,\sigma_1^2)$;
- ajout du point 1 simulé au groupe de données conditionnantes ($N+1$ données);

- choix aléatoire d'un deuxième point à simuler;

- krigeage simple du nouveau point basé sur les $N+1$ données conditionnantes produisant un estimé e_2 et une variance de krigeage σ_2^2;

- le point 2 prend la valeur tirée aléatoirement d'une loi normale $N(e_2,\sigma_2^2)$;

- ajout du nouveau point au groupe des données conditionnantes ($N+2$ données);

- choix aléatoire d'un troisième point a simuler;

- ...

En théorie, le dernier point simulé est basé sur le krigeage simple des N points conditionnants originels et des $n-1$ données déjà simulées. Ceci est rarement possible en pratique pour des raisons de temps de calcul et de capacité mémoire des ordinateurs,

lorsque le champ à simuler est de grande taille. La propriété d'effet d'écran permet néanmoins de limiter le krigeage aux données voisines du point à simuler. Cet effet est plus ou moins important en fonction du modèle de variogramme et en particulier de l'importance de l'effet pépite. Plus l'effet pépite est grand, plus l'effet d'écran est petit et plus il faut augmenter le voisinage de krigeage.

Le choix de l'ordre de visite des points est important car une visite systématique des points adjacents d'une grille conduirait à des artefacts et diminuerait la qualité de la reconstitution du variogramme pour les grandes distances.

Enfin, l'une des propriétés essentielles de cette technique, est qu'elle est intrinsèquement conditionnelle, contrairement à la plupart des autres méthodes qui nécessitent un post-conditionnement. Sa complexité théorique est celle d'un krigeage simple, mais l'optimisation et l'accélération des algorithmes de visite et de recherche des points déjà simulés dans un voisinage posent des problèmes pratiques.

Le programme SG3D réalisant des simulations séquentielles gaussiennes en trois dimensions est présenté en annexe V.

2.3.3 Simulation par bandes tournantes en 3D

2.3.3.1 Principe des bandes tournantes, simulation 3D

La technique des bandes tournantes a dominé sur les simulations géostatistiques pendant très longtemps et a prouvé son efficacité dans le domaine minier, avant le développement et l'optimisation d'autres techniques.

La simulation non conditionnelle par bandes tournantes consiste à simuler une variable aléatoire y de covariance $c(s)$ le long d'un nombre théoriquement infini de lignes (en pratique, 100 devrait être un minimum) passant par une origine O et uniformément orientées dans toutes les directions de l'espace. La variable aléatoire Y définie en tout point x de l'espace $\Re^3$ comme la somme des projetés y de Y sur chacune des lignes a une covariance $C(h)$ liée à la covariance $c(s)$ par la relation suivante:

$$C(h) = (1/h) \cdot \int_0^h c(s) \cdot ds \tag{2.43}$$

où

$$c(s) = \delta(s \cdot C(s)) / \delta s \tag{2.44}$$

Le calcul numérique de Y passe par une approximation discrète et le nombre de lignes réellement simulées est limité à N lignes. La variable aléatoire Y définie sur l'ensemble de l'espace devient la somme des valeurs y_i des projetés de Y sur chacune des lignes, divisée par $\sqrt{N}$:

$$Y(x) = (1/\sqrt{N}) \cdot \sum_{i=1}^{N} y_i \qquad \forall x \in \Re^3 \tag{2.45}$$

2.3.3.2 Simulation 1D

Il faut d'abord être capable de simuler des valeurs ayant une covariance donnée le long d'une ligne. La méthode des moyennes mobiles peut convenir pour quelques modèles usuels: sphérique, linéaire, gaussien et exponentiel.

Soit la covariance *c(s)* 1D. Afin de réaliser une simulation unidimensionnelle d'une variable *y*, il suffit de connaître la fonction *f* telle que *c(s)* s'exprime comme le produit de convolution de *f(u)* par sa transposée $f^{-1}(u)$, i.e. *f(-u)*:

$$c(s) = f * f^{-1} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) \cdot f(u+s) \cdot du \tag{2.46}$$

Soit *T(r).dr*, la mesure de Dirac, aléatoire et stationnaire, ayant une covariance de Dirac. On peut montrer que la convolution de *T* par f^{1} génère une variable *y* ayant la covariance *c(s)* a un facteur correctif près:

$$y(u) = T * f^{-1} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u+r) \cdot T(r) \cdot dr \tag{2.47}$$

et la covariance de *y* est égale à $\sigma^2 . f * f^{1}$, σ^2 étant la variance de *T*. Dans le cas discret, qui nous intéresse, on obtient l'approximation:

$$y_i = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} t_{i+k} \cdot f(k \cdot b) \tag{2.48}$$

b étant l'intervalle entre les mesures y_i et t étant une variable aléatoire de moyenne 0 et de variance σ^2, tirée d'une loi uniforme. La covariance obtenue est égale à:

$$c(s) = \sigma^2 \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(k \cdot b) \cdot f(k \cdot b - b \cdot s) \tag{2.49}$$

2.3.3.3 Cas des covariances exponentielles et sphériques

Les variogrammes sont définis par une portée aa et un plateau cc.

- *Covariance sphérique:*

La covariance sphérique 3D à reconstituer a pour forme: .

$$C(r) = cc \cdot (1 - (3 \cdot r)/(2 \cdot aa) + (r/(2 \cdot aa))^3) \quad \text{si } 0 \le r \le aa \tag{2.50}$$

$$C(r) = 0 \quad \text{sinon} \tag{2.51}$$

à laquelle correspond la covariance sphérique 1D:

$$c(s) = cc \cdot (1 - 3 \cdot s/aa + (2 \cdot s/aa)^3) \quad \text{si } 0 \le s \le aa\, 0 \le \mathrm{s} \le \mathrm{aa} \tag{2.52}$$

$$c(s) = 0 \quad \text{sinon} \tag{2.53}$$

et la fonction f:

$$f(u) = \sqrt{12 \cdot cc / a^3} \cdot u \qquad \text{si } -aa/2 \le u \le aa/2 \qquad (2.54)$$

$$f(u) = 0 \qquad \text{sinon} \qquad (2.55)$$

Dans la mesure où f n'est positive que sur [-*aa* / 2; *aa* / 2], la sommation discrète pour obtenir y_i peut se limiter à l'intervalle discret [-*R*; *R*] tel que:

$$y_i = \sum_{k=-R}^{+R} t_{i+k} \cdot f(k \cdot b) \qquad (2.56)$$

et

$$b = aa/(2 \cdot R) \qquad (2.57)$$

- *Covariance exponentielle:*

La covariance exponentielle à reconstituer a pour forme:

$$C(r) = cc \cdot e^{-l \cdot r} \qquad \text{pour tout } r \ge 0 \text{ et avec } l = 1 / aa \qquad (2.58)$$

à laquelle correspond la covariance 1D:

$$c(s) = cc \cdot (1 - l \cdot s).e^{-l \cdot s} \qquad \forall s \ge 0 \qquad (2.59)$$

et la fonction f:

$$f(u) = 2 \cdot \sqrt{cc \cdot l} \cdot (1 - l \cdot u) \cdot e^{-l \cdot u} \qquad \text{si } u \geq 0 \qquad (2.60)$$

$$f(u) = 0 \qquad \text{sinon} \qquad (2.61)$$

Dans la mesure où f est nulle sur]-∞; 0[, il suffit de prendre la convolution sur [0; +∞ [. D'autre part, f décroît rapidement (exponentiellement) et on ne commet pas une grande erreur effectuant l'intégration seulement sur l'intervalle [0; 4.aa]. Dans le cas discret qui nous intéresse, ceci revient à faire une sommation de $k = 0$ à $k = 8R + 1$, les points étant séparés de $b = aa / 2R$.

$$y_i = \sum_{k=0}^{8 \cdot R+1} t_{i+k} \cdot f(k \cdot b) \qquad (2.62)$$

Des solutions existent aussi pour les covariances gaussiennes et linéaires. Pour des covariances plus complexes, il est préférable de faire une simulation des lignes par la méthode LU (Lower Upper Matrix Decomposition) ou séquentielle gaussienne.

2.3.3.4 Théorie du post-conditionnement

La simulation par bandes tournantes au sens strict est non conditionnelle. On génère ainsi un champ ayant la bonne covariance et le bon histogramme, mais les valeurs obtenues sont indépendantes des points conditionnants. Afin que les données simulées et

expérimentales coïncident, il faut réaliser un post-conditionnement. Ceci nécessite des données tirées d'une loi normale; si elles ne le sont pas, il suffit d'effectuer une transformation gaussienne (fonction NSCORETOOL traduite de GSLIB en Matlab). Soit les variables 3D:

- Y_{ok}, la variable obtenue par krigeage à partir des données conditionnantes;

- Y_s, la variable simulée non conditionnellement;
- Y_{sk}, la variable obtenue par krigeage à partir des données simulées Y_s, situées aux mêmes coordonnées que les points conditionnants;

- Y_{sc}, la variable simulée post-conditionnée.

On peut montrer que la variable Y_{sc} définie par:

$$Y_{sc} = Y_{ok} + (Y_s - Y_{sk}) \tag{2.63}$$

- correspond aux données experimentales aux coordonnées des points conditionnants;

- a la covariance désirée;

- respecte l'histogramme des données conditionnantes.

Le post-conditionnement revient donc à kriger des données et à ajouter une erreur Y_s - Y_{sk} ayant la covariance voulue. Le krigeage simple est le seul qui assure la reproduction

théorique des covariances. Il est bon de procéder par voisinage local pour le post-conditionnement.

Les programmes TB3D et TB3DCOND permettent respectivement de réaliser une simulation par bandes tournantes non-conditionnelle et conditionnelle en 3D. Ils sont décrit en annexe VI. Dans le cas du Mont-Porphyre, il faut évidemment utiliser TB3DCOND.

2.3.4 Choix de la méthode de simulation

Pour que la simulation séquentielle gaussienne puisse être concurrentielle par rapport aux bandes tournantes, il faut tolérer certaines approximations; ces approximations ne sont généralement pas critiques, mais il faut être conscient de leur existence.

La simulation séquentielle gaussienne est plus flexible que les bandes tournantes pour le traitement d'anisotropies, de structures imbriquées et de covariances quelconques. Par contre, son temps de calcul est proportionnel au nombre n de points de la grille et du nombre N de points conditionnants pris dans le voisinage des points à simuler, soit d'ordre $n \cdot N^3$. Le temps de simulation par bandes tournantes est d'ordre $N^3 + N \cdot n$, en général plus petit que $n \cdot N^3$. Lorsqu'on effectue une simulation par bandes tournantes et que N est très grand (> 1 000), il est bon de procéder par voisinage local.

Les bandes tournantes doivent donc être considérées comme première alternative à chaque fois que le modèle structural est isotrope (ou avec anisotropie géométrique) et simple et que le nombre de points n à simuler est grand. Dans le cas contraire, la méthode séquentielle gaussienne est à préférer.

Pour conclure, il faut mentionner l'existence de nombreuses autres méthodes, même si l'étude s'est restreinte aux seules simulations par bandes tournantes et séquentielle gaussienne. Pour les champs de petite taille, on peut mentionner la méthode LU (Marcotte, 1998), ou décomposition en matrices diagonales inférieure et supérieure de la matrice de covariance, très efficace, simple et rapide. La méthode la plus prometteuse à l'heure actuelle est la méthode du recuit simulé permettant d'inclure des informations conditionnantes autres que l'histogramme, le variogramme et les données ponctuelles; les temps de calculs nécessaires sont cependant limitant.

2.3.5 Résultat pratique de la simulation géostatistique

Ayant un fichier de densités de fracturation volumique, et connaissant leur modèle variographique, le lancement de SG3D, TB3DCOND, ou de tout autre programme équivalent permet de créer des densités λ_{vi} stochastiques sur une grille régulière dans l'espace.

La grille régulière est une grille de points sur lesquels sont centrés des volumes unitaires. La densité de fracturation dans chacun de ces volumes unitaires est celle du point sur lequel il est centré. Suite à une simulation, la densité de fracturation est censée connue sur l'ensemble du volume couvert par la grille.

2.4 Tirage poissonien de disques représentant les fractures en tenant compte de la densité de fracturation et des paramètres stéréographiques

La simulation géostatistique des densités est un processus différent de la simulation des fractures, même si le terme de "simulation" est utilisé dans les deux cas. La simulation stochastique du champ de fractures est faite à la fois sur la simulation de certains paramètres et sur le tirage aléatoire d'autres paramètres d'après des lois statistiques supposées constantes sur l'ensemble du volume d'étude.

Une fracture, rappelons le, est représentée par un disque, complètement décrit par les paramètres suivants:

- coordonnées (x,y,z) du centre;
- pendage β;
- azimut α;
- diamètre D.

La simulation stochastique des fractures passe d'abord par le tirage des centres de disques. Le champ à simuler est divisé en cellules (paralellépipèdes) dans lesquelles la densité de fracturation est connue (suite à une simulation géostatistique). Une méthode de tirage dite poissonnienne, tire aléatoirement, suivant une loi uniforme et sur l'ensemble du volume d'étude, les centres en utilisant la densité maximale obtenue dans le champ lors de la simulation géostatistique. Soit λ_{vmax} cette densité et soit $V = l_x . l_y . l_z$ le volume d'étude, où l_x, l_y et l_z sont les arrêtes du volume; alors $n = \lambda_{vmax} . V$ points doivent être tirés et ont pour coordonnées:

$$x_i = U_{[0,1]} \cdot l_x \qquad \forall i \in [1,n] \tag{2.64}$$

$$y_i = U_{[0,1]} \cdot l_y \tag{2.65}$$

$$z_i = U_{[0,1]} \cdot l_z \tag{2.66}$$

où $U_{[0,1]}$ représente le résultat d'un tirage aléatoire suivant une loi uniforme.

Afin de respecter la densité de fracturation λ_{vi} locale, les points sont soumis à un test statistique qui détermine s'ils doivent être conservés ou supprimés du champ. Si une valeur aléatoire $U_{[0,1]}$ tirée d'une loi uniforme est plus grande que $\lambda_{vi} / \lambda_{vmax}$, alors le points est rejeté, sinon, il est conservé. Le résultat obtenu est un tirage de points poissonniens.

Le diamètre des fractures est l'inconnue majeure; on peut arbitrairement admettre que les diamètres suivent une loi Normale $N(D,\sigma_D^2)$ de moyenne D et de variance σ_D^2. Rien ne justifie a priori l'utilisation d'une telle loi, sinon que beaucoup de phénomènes naturels sont descriptibles par une loi normale. C'est donc l'hypothèse la plus naturelle. On aurait pu considérer le diamètre constant et non dérivé d'une loi, d'autant plus que le choix de la variance est purement arbitraire, mais cette option pourrait devenir utile si, à un moment donné du projet, des affleurements étaient mis à jour et permettaient d'estimer les paramètres statistiques d'extension des fractures.

Le tirage de l'orientation est un peu plus complexe et s'inspire de la méthode décrite dans la partie 3.1, éq. (2.19) à (2.25). Si les orientations des pôles sont distribuées suivant un

modèle de Fisher, de paramètre K, la génération des pendages et des directions se fait comme suit:

- rotation du pôle moyen pour l'amener au centre du stéréonet;
- tirage aléatoire de la direction du pôle suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2\pi]$;
- tirage aléatoire d'un angle θ d'écart suivant la loi de Fisher de paramètre K, entre le pôle et le pôle moyen;
- rotation du pôle tiré et du pôle moyen pour amener le pôle moyen à sa position d'origine.

Cette méthode permet de simuler des vecteurs en grand nombre, dont la densité des centres respecte la densité simulée géostatistiquement, dont les diamètres respectent la loi normale imposée (même si ce modèle est discutable) et dont les vecteurs pendages sont distribués symétriquement autour du pendage moyen imposé, avec la bonne dispersion (paramètre de Fisher K). La programmation en langage Matlab d'une telle simulation grâce à une écriture matricielle condensée autorise la simulation simultanée de plusieurs centaines de milliers de fractures. Le programme SIMUL3DISC et son architecture sont décrits en annexe VII.

2.5 Visualisation des traces des fractures sur un plan

Le programme OUTCROP a été développé pour visualiser les fractures, ou plus exactement leurs traces sur des plans orthogonaux aux axes du repère (O,X,Y,Z). Il

suffit de préciser à quel axe le plan doit être orthogonal et à quelle distance de l'origine du repère pour que le programme calcule toutes les intersections entre les disques et le plan ainsi défini. OUTCROP est décrit plus en détail en annexe VIII.

2.6 Validations du champ de fractures simulées grâce aux données expérimentales

2.6.1 Intérêt de la validation du champ de fractures simulé

La visualisation du champ de fractures simulé n'est pas suffisante pour évaluer la qualité de la simulation, même si elle peut aider à produire un jugement qualitatif. Pour obtenir une validation rigoureuse, il faut s'assurer que chaque paramètre de la fracturation a été correctement reproduit. Les paramètres constants, tels que le pendage et la direction des fractures, ainsi que leur diamètre, peuvent être contrôlés directement après le lancement de SIMUL3DISC, en calculant leur moyenne et leur variance (pour le diamètre). Pour une évaluation plus précise de l'orientation et de la dispersion des fractures, il faut effectuer une rétroanalyse du fichier de fractures dans YEGULALP, qui a une option développée à cet effet. Les diverses simulations effectuées avec SIMUL3DISC ont toujours montré des résultats satisfaisants.

Le vrai but d'une validation rétroactive est plutôt de contrôler que les hypothèses qui ont été faites respectent les données expérimentales. Si ce contrôle est impossible sur les orientations ou les diamètres, on peut par contre vérifier que les densités volumiques simulées et déduites des densités linéaires au moyen des formules présentées plus haut, induisent des densités linéaires conformes aux observations sur les forages. Ces

dernières sont en effet sans biais et ne dépendent d'aucune hypothèse, ni d'aucune simplification.

La solution proposée pour vérifier la conformité des densités linéaires consiste à placer des forages fictifs à travers le massif simulé, dont l'orientation est comparable aux forages réels et à calculer la densité linéaire fictive.

Les deux programmes FICTIFOR et DIVISEFOR, présentés en annexe IX, ont été écrits pour sélectionner les fractures interceptées par un forage de coordonnées, de longueur et d'orientation définies, puis pour calculer les densités linéaires et volumiques fictives, ainsi que le RQD.

2.6.2 Présentation du programme FICTIFOR pour rechercher les fractures interceptées par un forage fictif

FICTIFOR est un court programme qui sélectionne toutes les fractures croisées par un forage fictif et les envoie dans un fichier en format *.DAT. Le forage est complètement caractérisé par les coordonnées de sa tête $M_0 = (x_0, y_0, z_0)$, sa longueur l_f, son pendage β_f et sa direction α_f. La sélection des fractures se fait en calculant les points d'intersection entre la droite contenant le forage, avec les plans contenant les disques, puis en ne conservant que ceux qui sont compris entre la tête et le fond du forage et n'étant pas éloignés de plus d'un rayon du centre des fractures.

2.6.3 Présentation du programme DIVISEFOR calculant la densité linéaire, la densité volumique et le RQD le long d'un forage fictif

Le fichier *.DAT qui vient d'être créé peut ensuite être traité par DIVISEFOR, qui calcule la densité linéaire le long de passes de longueurs fixées, puis, en effectuant les corrections de biais d'orientation nécessaires, recalcule la densité volumique le long de ces passes. Le RQD est déduit de la densité linéaire en utilisant l'équation (1.3). Pour que le résultat du calcul de la densité de fracturation volumique ait un sens, il faut que le fichier *.DAT ne contienne qu'une seule famille. Sinon seuls les densités linéaires et le RQD ont un intérêt.

2.7 Distribution de la taille des blocs

2.7.1 Calcul des blocs découpés par un champ de fractures représentées par des disques-Méthode proposée

Après s'être assuré de la validité du modèle de fracturation, il faut déterminer les volumes des blocs découpés par des fractures circulaires. De nombreuses voies ont été explorées afin de trouver le moyen efficace d'y arriver. La première technique envisagée calcule le volume exact des polyhèdres en les subdivisant en tétrahèdres de volume facilement accessible (équation (1.9)). Il faut alors identifier chaque sommet résultant de l'intersection de trois disques, puis les relier au moyen de segments étiquetés, eux même regroupés en polygônes étiquetés. Un polyhèdre est défini par ses faces, ses arrêtes et ses sommets. Si cette méthode, qui utilise la théorie des graphes en trois dimensions, peut être abordée lorsque le nombre de fractures est très petit, elle semble toutefois très

difficile à mettre en place lorsque le nombre de fractures atteint plusieurs centaines de milliers d'unités. C'est pourtant la méthode qui fournirait le meilleur résultat, puisque exact.

La deuxième solution est proposée par Maerz et Germain (1995), qui utilisent le théorème de convergence de Gauss pour calculer le volume de blocs convexes. Il faut faire l'approximation que les blocs sont convexes, ce qui simplifie trop peu les algorithmes d'identification des polyhèdres pour rendre cette deuxième méthode accessible; elle n'a donc pas été explorée.

La troisième possibilité consiste à choisir un certain nombre de points au hasard dans le volume fracturé. A partir de ces points, on fait partir un grand nombre de lignes (100 à 1 000) dans toutes les directions, qui sont réfléchies par les fractures; les fractures rencontrées sont enregistrées dans une liste. Ce système de rayons permet en particulier de contourner les fractures qui recouperaient seulement partiellement un polyhèdre. Les réfléchissements des rayons peuvent être infinis, d'où la nécessité de critères d'arrêts: par exemple lorsque les limites maximales du polyhèdre suivant des axes prédéfinis ne sont pas repoussées de plus d'une certaine distance-seuil. Cette méthode n'a pas paru suffisamment rigoureuse pour pouvoir produire un résultat satisfaisant.

La dernière solution étudiée et retenue est une méthode d'approximation discrète consistant à couvrir le champ de fractures avec une grille tridimensionnelle. Les fractures coupent les liens entre les noeuds de la grille, libérant ainsi des groupes indépendants de noeuds qui forment le squelette des blocs. Le volume des blocs est approché par le nombre de noeuds multiplié par le volume unitaire que représente chaque noeud. L'avantage de cette méthode est qu'elle est systématique et ne demande pas d'identifier des sommets ou des faces, ... La grille peut néanmoins être percue comme un graphe en trois dimensions: un noeud de la grille tridimensionnellle cubique est relié, ou non, à ses six voisins (dans le programme décrit dans la partie suivante;

mais on peut aller jusqu'à 26 noeuds voisins) par un lien fictif. Un ensemble de noeuds forme une branche, ... et moyennant une représentation graphique chargée, le problème est représentable sous la forme d'un arbre. La symbolisation matricielle cubique sous Matlab rend cependant la représentation et le traitement plus aisés.

Au début, tous les éléments de la matrice sont mis à -1, puis, si une fracture traverse le lien entre un noeud et l'un de ses voisins, les deux noeuds sont mis à 0. En examinant une à une chaque fracture et en mettant à 0 tous les noeuds dont l'un des liens est coupé par la fracture, on obtient des groupes de noeuds adjacents de valeur -1, séparés par des bandes de noeuds de valeur 0. Tous les groupes indépendants de noeuds à -1 sont examinés et se voient attribuer un numéro de bloc. Tous les noeuds du bloc i prennent ainsi la valeur i au lieu de -1. Ceci conduit à une prédivision du volume d'étude en blocs. Il reste à considérer les bandes tampons de noeuds égaux à 0: chaque noeud égal à 0 a pour voisin soit uniquement des noeuds égaux à 0, soit des noeuds de valeur i. Le programme présenté par la suite est configuré de telle manière qu'un noeud égal à 0 ne peut pas cotoyer les noeuds de deux blocs différents à la fois. Les noeuds à 0 prennent donc la valeur du bloc voisin i, si il y en a. Après cette étape, il se peut que des paquets de noeuds à 0 subsistent. Ils dérivent d'une trop grande intensité locale de fracturation et ces régions peuvent être considérées comme des blocs. Si le phénomène est trop développé, il est souhaitable de revoir les paramètres de discrétisation et d'affiner la grille en diminuant son pas.

Parmi les variantes étudiées, l'une d'elle considérait 7 matrices:

- $c(i,j,k)$ pour représenter le bloc d'appartenance de chaque noeud;

- $I^+(i,j,k)$ pour indiquer l'état du lien entre le noeud $c(i,j,k)$ et le noeud $c(i+1,j,k)$ ($I^+(i,j,k) = 0$, si le lien est coupé et $I^+(i,j,k) = 1$ sinon);

- $I^-(i,j,k)$ pour indiquer l'état du lien entre $c(i,j,k)$ et $c(i-1,j,k)$;

- $J^+(i,j,k)$ pour indiquer l'état du lien entre $c(i,j,k)$ et $c(i,j+1,k)$;

- $J^-(i,j,k)$ pour indiquer l'état du lien entre $c(i,j,k)$ et $c(i,j-1,k)$;

- $K^+(i,j,k)$ pour indiquer l'état du lien entre $c(i,j,k)$ et $c(i,j,k+1)$;

- $K^-(i,j,k)$ pour indiquer l'état du lien entre $c(i,j,k)$ et $c(i,j,k-1)$;

L'utilisation de 7 matrices rend cette variante plus proche d'un graphe. Mais elle ne conduit pas à un résultat plus précis au niveau des frontières de blocs, tout en utilisant 7 fois plus de mémoire que la méthode finalement retenue.

Le détail de l'algorithme GRANULO3D, réalisant le calcul des blocs, est présenté en annexe X.

2.7.2 Discussion sur le paramétrage de la grille et la qualité du résultat obtenu

Le paramétrage de GRANULO3D est fait par un opérateur. Il doit choisir, en particulier, la position et la taille du volume dans lequel le calcul des blocs sera fait, mais aussi la finesse de la discrétisation. L'idéal serait de pouvoir choisir le plus grand volume possible, avec une grille la plus fine possible, pour obtenir un résultat précis et représentatif d'un grand volume. L'espace mémoire et le temps de calcul limitent pourtant le nombre de points de la grille à près d'un million, c'est-à-dire à une grille cubique de 100^3 points. C'est donc du pas de la grille que dépend le volume d'investigation et la qualité de la discrétisation, les deux étant antagonistes: un pas très

petit donnera un volume d'investigation petit et donc moins représentatif, mais le volume des blocs calculés sera plus fiable; inversement, un pas large donnera un volume plus grand, mais réduira la qualité de la discrétisation et les blocs ne seront que grossièrement évalués. La densité de fracturation est un facteur clef dans le choix du pas. Le pas peut être plus large lorsque la fracturation est lâche. Mais lorsqu'elle est intense, il faut réduire le pas. De même, si on recherche les blocs de plus de 100 m^3, il n'est pas nécessaire de prendre un pas de 1 mm.

L'automatisation du choix du pas de discrétisation n'est pas très facile et une appréciation visuelle du résultat graphique peut être plus appropriée. On peut aussi utilisé un indice représentant le pourcentage de 0 restant après le lancement de la fonction RGPNODE3D (appeée dans GRANULO3D). Si la discrétisation n'est pas assez fine, un grand nombre de 0 reste et l'indice, appelé *I0* par la suite, est élevé. Dans l'étude du massif du Mont-Porphyre et les validations, la discrétisation est considérée satisfaisante lorsque *I0* est inférieur à 5 %.

2.7.3 Résultat: création d'une courbe granulométrique

A partir d'un fichier de fractures créées par SIMUL3DISC, on obtient grâce à GRANULO3D une courbe granulométrique des blocs découpés à l'intérieur d'un massif de taille spécifiée. Sont aussi déterminés le pourcentage volumique de blocs surdimensionnés (indice *I*) et la qualité de la discrétisation (indice *I0*).

A l'intérieur du massif dicrétisé il serait possible, moyennant quelques modifications dans GRANULO3D, d'obtenir une déscription géométrique de chaque bloc.

2.8 Compilation des étapes pour calculer le volume de blocs autour de germes

2.8.1 But et principe

La méthodologie complète qui vient d'être décrite a pour but de simuler un champ de fractures plus ou moins vaste. Elle permet en particulier d'obtenir des images stochastiques et de faire des validations. Cependant, le temps nécessaire à la manipulation des fichiers, à la visualisation des images et autres analyses peut être comprimé si on souhaite n'avoir que le nombre de blocs supérieurs ou inférieurs à un certain volume. De même il arrive que la taille du champ à étudier est trop grande, faisant que le nombre de fractures à générer est prohibitif.

La solution réside dans la création de germes placés aléatoirement dans le volume d'étude. Des densités de fracturation volumique sont associées à ces germes et un nombre de fractures correspondant est généré. Le volume du bloc centré sur le germe est estimé au moyen d'une méthode similaire à celle décrite dans la partie 3.7 précédente. Les points sont traités en série ce qui limite le nombre de fractures stockées en mémoire.

La probabilité qu'à un germe de tomber dans un bloc particulier est proportionelle à la taille du bloc. Pour obtenir la courbe granulométrique du massif, il suffit de classer les volumes obtenus, d'en prendre la somme cumulative et de la diviser par la somme totale de tous les blocs estimés. Le nombre de germes à créer peut être limité à un millier.

2.8.2 Algorithme de GRM3D

Le programme réalisant le calcul des volumes de blocs centrés sur des germes est nommé GRM3D et est décrit en annexe XI. Seul l'algorithme est présenté ici:

- entrée des paramètres décrivant le volume d'étude, l'orientation des fractures et leur diamètre;
- création des coordonnées de n germes;
- pour chaque germe $i = 1:n$:

    - calcul de la densité de fracturation par la méthode séquentielle gaussienne, à partir des fichiers de données conditionnantes;

    - tirage des fractures en fonction de la densité établie autour du germe sur un volume d'extension spécifiée en entrée;

    - centrage d'une grille de calcul de granulométrie sur le germe; seuls les noeuds du bloc contenant le germe sont calculés;

    - calcul et stockage du volume du bloc;

- traitement des n volumes calculés.

Auparavant, il faut effectuer une analyse stéréographique des données de terrain, puis générer des fichiers de données conditionnantes et faire leur analyse variographique. Les

paramètres de l'analyse variographique servent dans la simulation de la densité de fracturation de chaque germe par la méthode séquentielle gaussienne. Le point nouvellement simulé est d'ailleurs ajouté à la liste des points conditionnants.

Le tirage des fractures se fait par une fonction de structure très voisine de celle de SIMUL3DISC. La fonction de calcul du volume des blocs est de même très voisine de GRANULO3D.

Cette méthode permet de faire une investigation de l'ensemble d'un grand volume. Le résultat obtenu est alors représentatif de ce grand volume, en seulement quelques heures. De plus, compte tenu du faible nombre de fractures traitées simultanément, et à l'instar de l'opérateur, l'ordinateur reste disponible pour d'autres travaux.

Les problèmes de paramétrage ne sont pas pour autant faciles à résoudre. Il faut veiller en particulier à générer des fractures sur un volume suffisament grand comparé à celui de la grille de calcul du volume de blocs, pour eviter tout effet de bords. De même, la taille de la grille devrait être plus grande que celle du bloc sur lequel elle est centrée, ce qui n'est ni facile à vérifier, ni à assurer. Le risque est alors de sous-estimer la taille des blocs qui sont alors tronqués.

L'enregistrement des performances de calculs enregistrées lors du traitement des données du Mont-Porphyre montre qu'un germe peut être analysé en 10 à 30 secondes, dépendant de la densité de fracturation et par conséquent du nombre de fractures à créer.

CHAPITRE 3
APPLICATION AU CAS DU MONT-PORPHYRE

3.1 Description du massif du Mont-Porphyre et localisation du sous-niveau et des données

Le massif du Mont-Porphyre est constitué d'un intrusif porphyrique pénétrant un encaissant méta-sédimentaire ancien, métamorphisé en une auréole de porcélanite (Hussey et Bernard, 1998). Les fluides riches en cuivre et en molybdène provenant du porphyre ont pour la plupart migré dans la porcélanite qui constitue l'essentiel du gisement.

La minéralisation est comprise entre entre 1 000 et 1 700 mètres. Son diamètre est voisin de 500 m.

Une étude de la fracturation du Mont-Porphyre a déjà été menée par Coulson et al. (1998) et Nickson et al., (1999) indiquant la présence de deux familles de fractures dans la porcélanite et deux à trois familles dans l'intrusif. La densité de fracturation linéaire moyenne, le long des forages d'exploration n'atteint pas une fracture par mètre et le RQD descend rarement en-dessous de 98 %. En utilisant les techniques d'évaluation semi-quantitatives et empiriques, le pourcentage volumique de blocs de plus de 1,64 m^3 devrait être compris entre 80 et 90 % au début de l'opération (Coulson et al., 1998). Lors de la progression du cavage, grâce aux contraintes induites et à la faible résistance en tension de la roche, ces méthodes empiriques annoncent un pourcentage de 30-40 % de blocs supérieur à 1,64 m^3. Une de ces méthodes consiste à calculer les espacements entre

les fractures et à considérer que des blocs cubiques d'arrêtes égales aux espacements sont formés entre les fractures.
Le système unitaire utilisé par la suite sera le système impérial. Le système de coordonnées des mines Gaspé suit en effet ce système. Afin de satisfaire aux normes de rédaction de l'Ecole Polytechnique, les valeurs seront converties dans le système international et placées entre parenthèses.

Dans l'hypothèse d'une mise en exploitation, le sous-niveau serait placé à –3 034 pieds de profondeur (1 650 m; axe *Z*) dans le système de coordonnées des mines Gaspé. Son extension Ouest-Est (axe *X*) serait d'environ 1 700 pieds (600 m) et son extension Sud-Nord (axe *Y*), de 2 100 pieds (700 m). Les coordonnées du contour du sous-niveau sont données dans le tableau 3.1 et sa trace est montrée en figure 3.1.

Tableau 3.1 Coordonnées du contour du sous-niveau (unités en pieds)

Point	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	28 017	28 256	28 358	28 439	29 054	28 006	27 793	27 299	27 578	27 897
Y	24 161	24 160	24 078	23 601	23 097	22 030	22 049	22 638	23 314	23 437
Z	-3 034	-3 034	-3 034	-3 034	-3 034	-3 034	-3 034	-3 034	-3 034	-3 034

La partie centre-nord du sous-niveau est couverte par l'intrusif lui-même, le reste étant constitué par la porcélanite.

La liste des forages utilisés pour l'évaluation géomécanique du projet est donnée dans la partie 2.1. Ils couvrent une grande superficie et les plus profonds font près de 2 000 m. Les données utilisées dans le traitement doivent cependant provenir uniquement de la porcélanite et de l'intrusif et en aucun cas des formations supérieures superposées à la minéralisation. Le volume couvert par les forages entre dans un paralellépipède rectangle dont l'extension est la suivante (système de coordonnées de Gaspé):

X_{min} = 26 958 pieds

X_{max} = 28 888 pieds

Y_{min} = 22 122 pieds

Y_{max} = 24 460 pieds

Z_{min} = - 3 571 pieds

Z_{max} = - 692 pieds

Le but de cette étude, rappelons le, n'est pas de prévoir la granulométrie secondaire du massif rocheux, lorsque les contraintes induisent une fracturation artificielle, mais uniquement la granulométrie primaire. L'obtention d'images stochastiques de la fracturation devrait servir d'outil pour définir la géométrie du sous-niveau et du point de démarrage du processus.

3.2 Analyse stéréographique des fractures orientées

Seules les fractures naturelles sont analysées. Plusieurs centaines de fractures naturelles ont été orientées, dont seul un petit nombre appartenait bien à la formation de la porcélanite et de l'intrusif.

195 fractures naturelles ont été relevées dans la porcélanite et 56 dans l'intrusif, ce qui est insuffisant pour effectuer une estimation séparée convenable. Puisque l'intrusif n'occupe qu'un petit volume du massif étudié, et que ses fractures n'ont pas des orientations discordantes lorsqu'on les place sur le stéréonet des fractures naturelles de la porcélanite, les deux formations ont été confondues pour former un fichier unique de fractures naturelles en format DIPS. L'analyse stéréographique de toutes les fractures naturelles et non-naturelles de la porcélanite fait apparaître deux familles. Celle de l'intrusif (qui contient alors suffisamment d'éléments) fait apparaître les deux mêmes

familles mais un peu plus condensées et éventuellement une troisième famille. Si on considère qu'une partie des fractures non-naturelles se sont formées sur des plans de faiblesse de la roche intacte, leur analyse peut fournir des indices supportant la fusion des deux formations géologiques. Seule la densité de fracturation distinguerait ces deux domaines et serait prise en compte par les simulations géostatistiques. Le contact entre les deux formations est net à petite échelle, mais pas à grande échelle, ce qui conforte cette théorie.

YEGULALP a été paramétré avec un seuil de 0,05 (5 %) et un angle de cône de recherche de 15 degrés (0,2618 radians). L'analyse des 251 données (figure 3.2) montre que 18 % des fractures se concentrent dans une première famille subverticale, orientée Nord-Sud, que 47 % des fractures forment une autre famille subhorizontale et que près d'un tiers des fractures a une orientation aléatoire. Le tableau 3.2 récapitule ces résultats et les tableaux 3.3 et 3.4 présentent ceux obtenus pour des forages d'orientations spécifiques: N 250 et N 175, inclinés à 60 degrés.

Les forages à N175-60SE forment un angle aigu avec le pôle moyen de la famille subverticale et risquent de sous-estimer l'importance relative de cette famille. En revanche, les forages à N250-60SW créent un biais d'orientation d'échantillonnage minime, c'est pourquoi les paramètres obtenus par ces forages ont été retenus comme paramètres définitifs.

Tableau 3.1 Analyse stéréographique de toutes les fractures naturelles

	Famille 1 (subverticale)	**Famille 2 (subhorizontale)**
Pendage (°)	72,65	18,02
Direction du pendage (°)	80,59	30,51
Param. de Fisher *K*	20,10	10,33
Répartition des 251 fract. (%)	17,89	47,15

Tableau 3.2 Analyse stéréographique des fractures naturelles le long de forages à N250-60SW

	Famille 1 (subverticale)	**Famille 2 (subhorizontale)**
Pendage (°)	67,80	9,50
Direction du pendage (°)	87,35	109,37
Param. de Fisher *K*	9,19	18,08
Répartition des 137 fract. (%)	46,00	34,59

Tableau 3.3 Analyse stéréographique des fractures naturelles le long de forages à N175-60SE

	Famille 1 (subverticale)	**Famille 2 (subhorizontale)**
Pendage (°)	54,09	30,84
Direction du pendage (°)	253,81	23,37
Param. de Fisher *K*	33,13	15,53
Répartition des 85 fract. (%)	15,48	34,52

En utilisant la formule (1.18), l'angle entre un forage à N250-60SE et le pôle des deux familles vaut: $\theta_1 = 39,72\ °$ pour la famille 1 et $\theta_2 = 23,37\ °$ pour la famille 2. Le biais d'orientation d'échantillonnage peut alors être corrigé en divisant la proportion mesurée par le cosinus de l'angle respectif de chaque famille. Le tout est ramené à 100 en faisant la correction suivante:

$$p_{1corrigé} = (p_{1mesuré} / \cos(\theta_1)) / (p_{1mesuré} / \cos(\theta_1) + p_{21mesuré} / \cos(\theta_2)) \qquad (4.1)$$

$$p_{1corrigé} = 61\%$$

et

$$p_{2corrigé} = (p_{2mesuré} / \cos(\theta_2)) / (p_{1mesuré} / \cos(\theta_1) + p_{21mesuré} / \cos(\theta_2)) \quad (4.2)$$

$$p_{2corrigé} = 39\%$$

En théorie, il faudrait appliquer le même traitement aux 20 % de fractures orientées aléatoirement en prenant un facteur correctif moyen égal à l'intégral de $1 / \cos \theta$, lorsque θ varie de 0 ° à 90 °. L'importance de la famille aléatoire risque cependant d'être exagérée par des erreurs de mesures et autres problèmes d'orientation absolue. La famille aléatoire est donc ignorée, ce qui est conservateur (le calcul avec la famille aléatoire n'ayant pas été fait, il est néanmoins difficile de quantifier l'effet de cette hypothèse), et une fois les proportions des deux familles ramenées à 100, on obtient 61 %, resp. 39 %, pour la famille 1, resp. 2. Les paramètres définitivement admis sont rappelés dans le tableau 3.5.

Tableau 3.4 Paramètres des deux familles de fractures retenus pour les simulations

	Famille 1 (subverticale)	**Famille 2 (subhorizontale)**
Pendage (°)	67,80	9,50
Direction du pendage (°)	87,35	109,37
Param. De Fisher *K*	9,19	18,08
Proportion (%)	61	39

3.3 Création des fichiers de données

Dans la masse des données fournies pour chaque forage, seuls sont utilisables:

- la profondeur de chaque fracture rencontrée;
- son angle JO avec l'axe du forage;
- les coordonnées et la profondeur de la tête de forage;
- le suivi de l'orientation du forage.

Ne sont pas directement disponibles, mais peuvent être calculées:

- les coordonnées du centre de chaque passe de longueur l_{reg} choisie;
- les coordonnées de chaque intersection du forage avec les fractures;
- l'orientation du forage aux coordonnées d'intersection avec chaque fracture;
- la passe d'appartenance de chaque fracture rencontrée.

Il ne s'agit là que de calculs de géométrie tridimensionnelle. L'application de la méthode décrite dans la partie 2.1.4, permet d'obtenir la densité volumique de fracturation pour chaque passe et pour chaque famille de fractures.

La méthode n'est évidemment pas restreinte à deux familles et potentiellement, trois familles et plus auraient pu être traitées.

Une remarque doit être faite quant à la qualité des données secondaires constituées par les angles JO. Ces dernières sont souvent assez imprécises, comme cela peut être vérifié en calculant l'angle entre le forage et les fractures complètement orientées: connaissant l'orientation d'une fracture et celle du forage au niveau de celle-ci, un angle JO peut-être calculé grâce à la formule (1.18). De grosses différences sont alors observables entre le JO calculé et le JO lu sur les logs.

Les différences sont notables pour des JO élevés. JO = *70 °* est proche de l'angle pour lequel la probabilité d'appartenance à l'une ou l'autre des familles bascule si le forage est subvertical. Sur l'ensemble des 90 fractures orientées, 40 ont un JO calculé supérieur à 70 °. Or, d'après les données non-orientée des forages, seulement 11 d'entre elles ont effectivement un JO supérieur à 70 °. La moyenne des erreurs de JO n'est que de 5,6 °, ce qui est peu, mais l'écart-type atteint 20,69 °, ce qui est énorme. La sous-représentation de la famille 2, subhorizontale, comparé aux observations stéréographiques, en est la conséquence directe. La sous-estimation du nombre de blocs réellement découpés en est la conséquence indirecte. La figure 3.3 représente les JO calculés à partir de l'orientation des forages et des fractures en fonction des JO lus sur les deux forages 30-923 et 30-928. Bien que la droite de régression est presque idéale (JO calculés ≈ JO lus), la dispersion autour de cette droite est énorme. Le coefficient de corrélation (R^2) entre les deux variables est proche de 0,5.

L'estimation directe des JO est certainement une source d'erreur: elle demande une appréciation visuelle facilement biaisée pour les fractures sub-orthogonales au forage; JO est d'ailleurs arondi aux multiple de 10 degrés le plus proche et compte-tenu du nombre de fractures analysées, la fatigue de l'opérateur est certainement un facteur important. D'un autre côté, malgré les soins apportés à l'orientation des forages puis des fractures, des biais sont inévitables et accroîssent les erreurs de calcul de JO.

3.4 Simulation de fractures de 30 pieds (9 m) de diamètre et analyse granulométrique

3.4.1 Génération et analyse variographique des densités de fracturation volumique

Le programme DENSEVOL a été utilisé pour générer les deux fichiers de densités volumiques le long des forages (un par famille). Les forages sont divisés en passes de même longueur que le diamètre des fractures, c'est-à-dire 30 pieds (9 m).

Les fichiers contiennent 877 points correspondant aux centres des passes, associés à une densité de fracturation. Les statistiques des densités sont données dans le tableau 3.6. Suite à l'analyse variographique des densités normalisées, un modèle exponentiel isotrope, d'effet pépite 0,3, de contribution 0,7, et de portée 300 pieds (91 m) a été choisi pour les deux familles.

Tableau 3.1 Statistiques sur les fichiers sources de densité de fracturation (D = 30 pieds ou 9 m)

Famille	1 (subverticale)	2 (subhorizontale)
Nombre de données	877	877
Densité moy. (fract./m^3)	0,0141	0,0071
Ecart-type des densités (fract/m^3)	0,7893	0,0076
Densité maximale (fract/m^3)	0,1871	0,0565
Densité minimale (fract/m^3)	0,0000	0,0000

L'hypothèse d'isotropie est justifiée par le manque d'indication contraire. Il est cependant clairement apparu que le variogramme expérimental pris dans la direction verticale (de nombreuses données à petite distance) et le variogramme expérimental pris dans des directions horizontales (de nombreuses données à grande distance) se complètent bien.

Les paramètres du calcul du variogramme expérimental ont été choisis de facon à obtenir une régularisation du variogramme dans toutes les directions de l'espace:

- Direction de la ligne de recherche = 0 °
- Pendage de la ligne de recherche = 0 °
- Pas = 30 pieds (9 m)
- Nombre de pas = 100
- Tolérance sur la direction = 180 °
- Tolérance sur le pendage = 90 °
- Tolérance sur le pas = 15 pieds (4,6 m)
- Largeur du cylindre = 10 000 pieds (3 047 m)

Entre 800 et plus de 9 000 couples de données servent à calculer la portée du variogramme expérimental des deux familles, ce qui suffit largement pour obtenir une information de qualité.

L'effet pépite est dans les deux cas très important. Il représente près du tiers du plateau. La portée est aussi importante et permet d'avoir des renseignements de qualité raisonnable entre les forages qui sont pourtant éloignés horizontalement. L'effet pépite justifie l'utilisation d'une technique de simulation de densités plutôt que d'estimation, qui serait de faible qualité.

Les figures 3.4 et 3.5 montrent les variogrammes expérimentaux et modélisés des deux familles de fractures.

Les deux fichiers de densités ainsi que les paramètres variographiques mentionnés ci-dessus servent d'entrée au programme de simulation par bandes tournantes TB3DCOND. L'extension et la discrétisation du champ doivent aussi être précisées:

- *Origine du paralèllépipède dans le système de coordonnées des mines Gaspé:*

x_{mn} = 27 260 pieds
y_{mn} = 22 020 pieds
z_{mn} = - 3 094 pieds

- *Dimension du pas de discrétisation suivant les trois axes X, Y et Z (ou la taille des volumes unitaires):*

x_{size} = 30 pieds
y_{size} = 30 pieds
z_{size} = 30 pieds

- *Nombre de pas suivant chaque axe:*

$n_x = 50$
$n_y = 50$
$n_z = 10$

Ces paramètres géométriques permettent de couvrir l'essentiel du sous-niveau.

Les deux fichiers de sortie contiennent 25 000 valeurs de densités et la qualité de la simulation peut directement être contrôlée graphiquement. Les variogrammes des

données simulées sont présentés en figures 3.6 et 3.7. Les histogrammes des densités apparaissent en figures 3.8 et 3.9. Ces figures confirment le bon déroulement de la simulation.

TB3DCOND stocke les valeurs simulées dans une matrice cubique. La visualisation de telles matrices est aisée sous Matlab, grâce à la fonction SLICE. Deux exemples de simulations sont donnés en figure 3.10 (a et b) pour la première famille, subverticale. Un exemple est donné en figure 3.11 pour la seconde famille.

3.4.2 Simulation des densités, tirage des fractures et validations

Les deux fichiers de sortie de TB3DCOND, qui auraient aussi pu être générés avec SG3DCOND ou bien la panoplie de programmes d'estimations ou de simulations de GSLIB, sont directement utilisés dans SIMUL3DISC. Seuls les trois niveaux de blocs de densité les plus proches du niveau –2 944 pieds (-897 m) sont traités. Le nombre de fractures simulées reste ainsi suffisamment petit pour les capacités de l'ordinateur.

Le niveau –2 944 pieds (-897 m) a été choisi arbitrairement mais respecte certaines contraintes: la fracturation au niveau –3 034 pieds (-924 m) correspondant au sous-niveau sera très probablement perturbée par le sautage; il est donc préférable d'étudier un niveau placé plus haut, mais néanmoins proche. Le choix du niveau placé 90 pieds (27 m), au-dessus du sous-niveau semble approprié.

12 454, respectivement 4 171, fractures ont été créées pour la famille subverticale, respectivement subhorizontale.

Le tirage des fractures doit être contrôlé. Le tableau 3.7 compare les paramètres entrés aux paramètres obtenus suite à l'analyse des fractures simulées. Le contrôle est positif pour les deux familles

Tableau 3.1 Contrôle du tirage des fractures (D = 30 pieds ou 9 m)

Famille	Pendage (°)	Azimut (°)	*K*	Diamètre moy. (pieds)	Variance du diam. (pieds^2)
1 entrée	67,8	87,3	9,19	30,00	4,00
1 simulée	67,6	86,6	9,12	29,97	4,06
2 entrée	9,5	109,4	18,08	30,00	4,00
2 simulée	9,7	108,3	18,06	29,97	3,99

Pour reconstituer le massif fracturé, les deux fichiers correspondant à chaque famille doivent être fusionnés. Les images des traces laissées sur le plan Z = -2 944 pieds (-897 m) apparaissent sur la figure 3.12.

La densité linéaire observée le long de certains forages traversant le champ de fractures réelles dans la région étudiée (90 pieds, soit 27 m, d'épaisseur) a ensuite été comparée à celle lue sur des forages fictifs d'orientation voisine (forage verticaux). Le tableau 4.8 présente les densités linéaires réllement mesurées sur les forages 30-886, 30-891, 30-925 et 30-928 qui traversent la région simulée (correspondant à 3 passes de 30 pieds, soit 9 m). Ce densités sont à comparer aux densités linéaires fictives calculées le long de 4 forages verticaux placés le long d'un axe Nord-Sud X = 27 900 pieds aussi présentées dans le tableau 3.8. Les valeurs de densité fictives sont un peu inférieures aux densités réelles de la région mais restent tout de même assez proches, si bien que le modèle de fractures a été retenu.

Tableau 3.2 Comparaison de densités linéaires de fracturations réelles et fictives

	Forages réels			
Forage	**30-886**	**30-891**	**30-925**	**30-928**
Orientation	88 ° / 174 °	74 ° / 95 °	87 ° / 151 °	55 ° / 238 °
Densités linéaires réelles (fract. /m)	2,25-1,76-3,70-1,54	0,92-0,70-1,02-0,92-0,70	0,18-3,08-0,09-0,40	1,23-1,54-1,76
Moyenne rélle (fract. /m)	2,31	0,82	0,25	1,51
	Forages fictifs			
Forage	Fict1	Fict2	Fict3	Fict4
Orientation	90 ° / 0 °	90 ° / 0 °	90 ° / 0 °	90 ° / 0 °
Densités linéaires fictives (fract. /m)	0,61-1,33-0	0,72-1,74-0,10	2,16-2,05-0,10	0-0,20-0,10
Moyenne fictives (fract. /m)	0,65	0,85	1,44	0,10

3.4.3 Analyse granulométrique

Une analyse générale par la méthode des germes (programme GRM3D) a d'abord permis de donner la valeur moyenne de la proportion volumique de blocs surdimensionnés à l'échelle du massif (> 1,64 m^3,soit > 58 $pieds^3$). Des études locales plus détaillées ont ensuite montré qu'il pouvait y avoir des différences notables d'une région à l'autre du sous-niveau.

Le tirage et la simulation sur 1 000 germes placés aléatoirement dans le massif prévoit que 99 % de son volume est constitué de blocs surdimensionnés.

L'extension horizontale du sous-niveau comparée au nombre de fractures simulées et la précision du calcul des blocs primaires désirée rendent strictement impossible toute estimation de la granulométrie globale du massif. En effet, dans GRANULO3D, le pas de la grille de discrétisation le plus adéquat compte tenu des densités de fracturation se situe entre 0,2 et 0,5 pied (6 et 16 cm; valeurs fixées après une série de tests présentés dans le chapitre 4). Sachant que les dimensions de la grille ne doivent pas excéder 100 x 100 x 100 noeuds pour des raisons de capacité informatique, la taille du massif couvert par cette grille ne peut excéder 50 ' x 50 ' x 50 ' (15 x 15 x 15 m^3). Afin d'obtenir une définition satisfaisante au cas où une zone richement fracturée serait interceptée, le pas retenu est 0,2 pieds, permettant de couvrir un massif de 20 ' x 20 ' x 20 ' (environ 6 x 6 x 6 m^3). Ce massif de 800 $pieds^3$ (22,6 m^3) de volume est à comparer à la taille des blocs surdimensionés voisine de 58 $pieds^3$ (1,64 m^3).

L'indice *I* choisi pour représenter l'importance des blocs surdimensionnés est le rapport du volume de ces blocs sur le volume total de la grille. Cet indice a été considéré plus pertinent que le rapport entre le nombre de blocs sous-dimensionnés (< 58 $pieds^3$, soit < 1,64 m^3) sur le nombre de blocs surdimensionnés (> 58 $pieds^3$, soit > 1,64 m^3). Un massif rocheux peu fracturé peut en effet contenir un grand nombre de petits blocs complètement noyés dans la masse d'un seul et unique bloc, auquel cas la cavabilité (primaire) est nulle.

Il est évident qu'avec un tel rapport entre les dimensions de la grille et des blocs surdimensionnés, les effets de bordures sont importants et le nombre de blocs sur-dimensionnés, éventuellement tronqués par les limites de la grille, risque d'être sous-estimé. Pour des indices *I* petits (< 20-30 %), ce risque est petit. Pour des indices *I* grands (> 70-80 %), ce risque est grand mais sans conséquence car de toute facon, on sait que le massif a une fracturation défavorable. L'intervalle le plus problématique est l'intervalle 30-70 %.

La représentativité du résultat dépend du rapport entre le volume couvert par l'étude, et le volume total du massif. Dans notre cas, une bonne représentativité est illusoire. Il faut se contenter de quelques blocs témoins placés au mieux dans le massif. Verticalement, la région la plus intéressante se situe au voisinage supérieur proche du sous-niveau. Horizontalement, le cavage est prévu de démarrer à l'extrémité sud du sous-niveau puis de progresser vers le nord. Il a donc été choisi d'analyser 5 blocs de 20 ' x 20 ' x 20 ' (6 x 6 x 6 m^3) placés le long de l'axe de symétrie du cavage. Les coordonnées de leurs origines sont données dans le tableau 3.9 (l'abscisse et l'ordonnée des origines sont celles des forages fictifs Fict1 à Fict5).

Les résultats de l'analyse granulométrique de cette première simulation apparaissent dans le tableau 3.10. Le pourcentage volumique de blocs supérieurs à 58 $pieds^3$ (> 1,64 m^3; indice *I*), ne descend jamais en-dessous de 80 %, même si le nombre de blocs comptés varie énormément (entre 29 et 970). L'indice *I0* indique une discrétisation de qualité satisfaisante si *I0* < 5 %.

Tableau 3.1 Coordonnées de l'origine des blocs témoins et paramètres de discrétisation (D = 30 pieds ou 9 m)

Bloc	X_0 (pieds)	Y_0 (pieds)	Z_0 (pieds)	Pas (pieds)	Nombre de noeuds sur l'arrête
1	27 900	22 150	- 2 960	0,2	100
2	27 900	22 450	- 2 960	0,2	100
3	27 900	22 750	- 2 960	0,2	100
4	27 900	23 050	- 2 960	0,2	100
5	27 900	23 350	- 2 960	0,2	100

Tableau 3.2 Résultats de l'analyse granulométrique des 5 blocs témoins

Bloc	*I* (% > 1,64 m^3)	*I0* (%)	Nombre de blocs
1	96,35	0,34	507
2	93,35	0,70	764
3	95,24	0,76	555
4	89,43	0,96	970
5	99,96	0,21	29

Le calcul a été reproduit en prenant un pas de 0,75 pied (23 cm) au lieu de 0,2 pied (6 cm). Les différences obtenues sont de l'ordre de quelques pourcents, malgré le quasi décuplement du volume couvert par la grille. Le pourcentage volumique de blocs tronqués a aussi été calculé. Dans un cas comme dans l'autre, il tourne toujours autour de 90-99 %. Les figures 3.13 et 3.14 montrent les courbes granulométriques obtenues pour les deux pas dans le bloc 4 (le plus fracturé).

3.5 Simulation de fractures de 10 pieds (3 m) de diamètre et analyse granulométrique

3.5.1 Génération et analyse variographique des densités de fracturation volumique

L'exercice mené sur des fractures de 30 pieds (9 m) de diamètre a été reproduit pour un diamètre trois fois plus petit. Les densités sont ainsi plus élevées puisque pour une même

densité de fracturation linéaire λ_l, le rapport des deux densités volumiques λ_{v1} et λ_{v2} obtenue pour deux diamètres différents D_1 et D_2 est égale à:

$$\lambda v_1 / \lambda v_2 = D_2^2 / D_1^2 \qquad (4.3)$$

Diviser le diamètre par trois revient à multiplier la densité volumique de fracturation par neuf.

La modélisation suit les mêmes étapes que dans la partie 3.4. Des fichiers de densités volumiques le long des forages ont été créés. La pas de la maille de simulation est réduite à 10 pieds (3 m) au lieu de 30 (9 m). L'analyse variographique des fichiers donne un modèle exponentiel d'effet pépite 0,5, de contribution 0,5 et de portée 300 pieds (91 m) pour la première famille (subverticale; figure 3.15). Un modèle sphérique d'effet pépite 0,45, de contribution 0,55, et de paramètre de portée 600 pieds (183 m) a été choisi pour la seconde famille (subhorizontale; figure 3.16). L'effet pépite et la portée sont élevés, et du même ordre de grandeur que dans le cas précédent.

3.5.2 Simulation des densités, tirage des fractures et validations

Le paramétrage de TB3DCOND est le suivant:

- *Origine du parallèlépipède dans le système de coordonnées des mines Gaspé:*

x_{mn} = 27 260 pieds
y_{mn} = 22 020 pieds
z_{mn} = - 2 964 pieds

- *Dimension du pas de discrétisation suivant les trois axes X, Y et Z (ou la taille des volumes unitaires):*

x_{size} = 10 pieds
y_{size} = 10 pieds
z_{size} = 10 pieds

- *Nombre de pas suivant chaque axe:*

$n_x = 150$
$n_y = 150$
$n_z = 5$

Les figures 3.17 et 3.18 présentent les images des densités de fracturation obtenues de la famille 1 et 2 au niveau - 2 944 pieds (-897 m).

Les densités tirées sont trops élevées pour permettre un tirage des fractures sur un volume couvrant l'ensemble du sous-niveau. Le tirage a donc été restreint aux seuls voisinages de l'axe Nord-Sud du sous-niveau englobant les cinq mêmes blocs étudiés dans la simulation précédente (cf tableau 3.10).

3.5.3 Analyse granulométrique

La nouvelle analyse granulométrique donne des résultats conformes à ceux obtenus avec des fractures de 30 pieds (9 m) de diamètre, même si la part des bloc surdimensionnés devient systématiquement supérieure à 90 % (tableau 3.11).

Le tableau 3.11 montre que les blocs surdimensionnés occupent une place plus importante pour des fractures de 10 pieds (3 m) que pour des fractures de 30 pieds (9 m), mais qu'a fortiori, les conclusions sur le potentiel de cavage du massif restent les mêmes: la fracturation n'est pas plus favorable au cavage lorsque les fractures mesurent 10 pieds (3 m) que lorsqu'elles en mesurent 30 (9 m).

Tableau 3.1 Résultats de l'analyse granulométrique des 5 blocs témoins (D = 10 pieds ou 3 m)

Bloc	*I* (% > 1,64 m^3)	*I0* (%)	Nombre de blocs
1	91,00	1,94	2 267
2	95,20	1,07	1 371
3	99,19	0,48	323
4	97,93	0,55	589
5	99,86	0,11	146

Pour confirmer cette observation ainsi que l'effet d'autres paramètres sur la distribution des volumes des blocs, une analyse de sensibilité succinte est présentée dans le chapitre suivant.

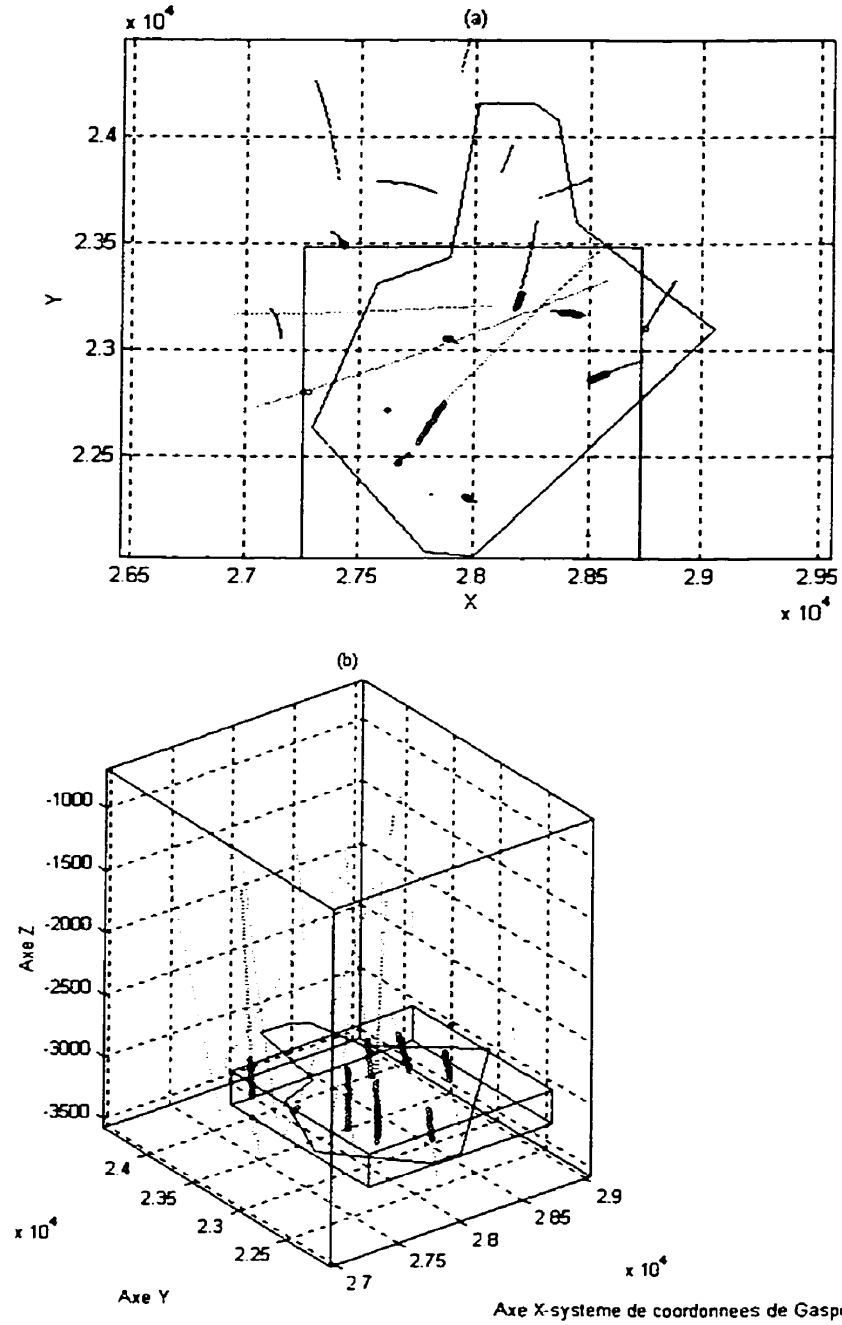

Figure 3.1 (a) Trace du sous-niveau à l'altitude –3 034 pieds (-1 650 m) et (b) vue isométrique. Le volume d'étude et le sous-niveau sont indiqués; les projetés des forages situés dans le domaine d'étude sont notés par des points gras, les autres, par des points fins.

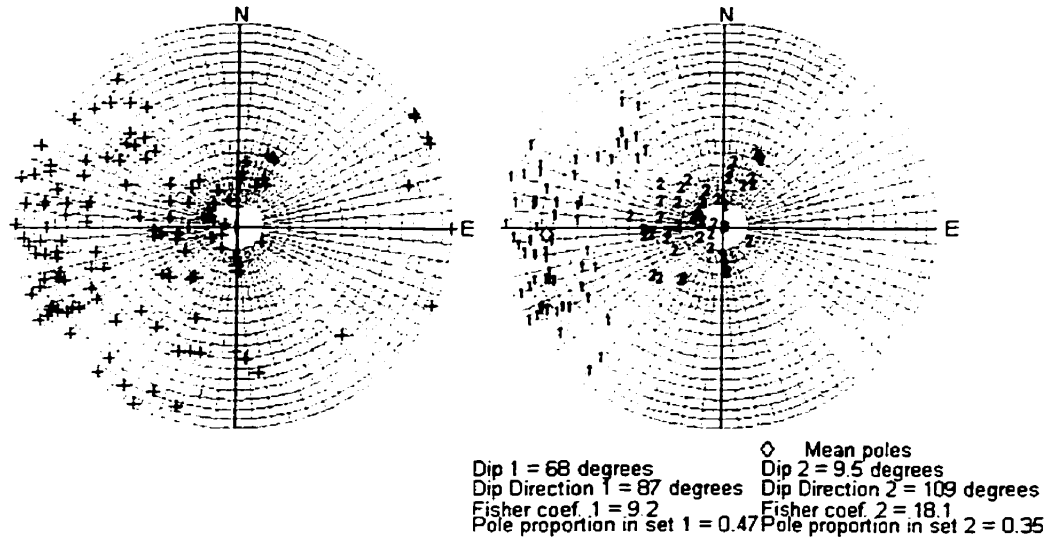

Figure 3.2 Représentation polaire des fractures vues par les forages à N250-60SW (gauche) et regroupement en familles (droite). Les diamants indiquent la position des pôles moyens.

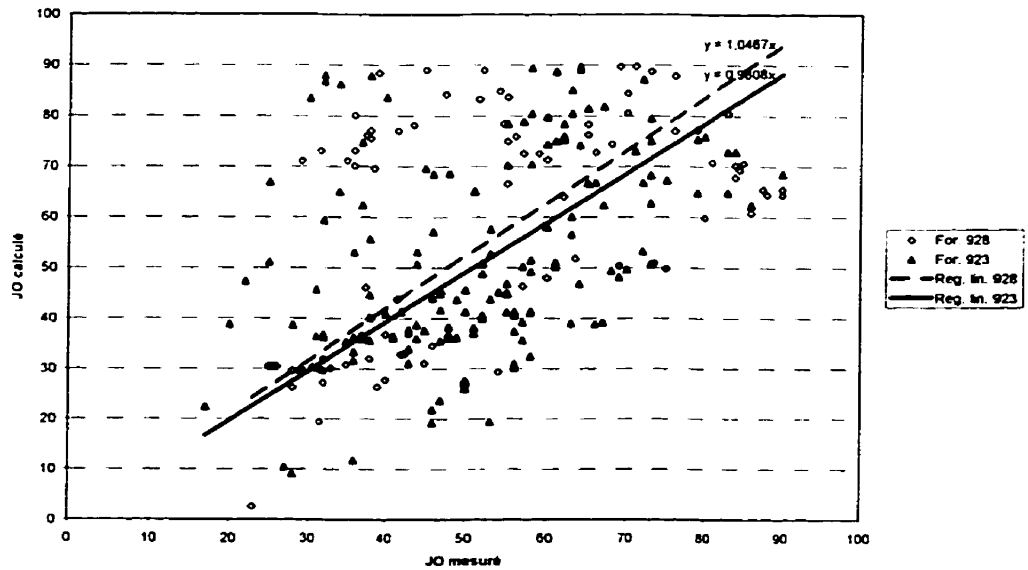

Figure 3.3 JO calculés en fonction des JO mesurés directement sur les logs des forages 30-923 et 30-928.

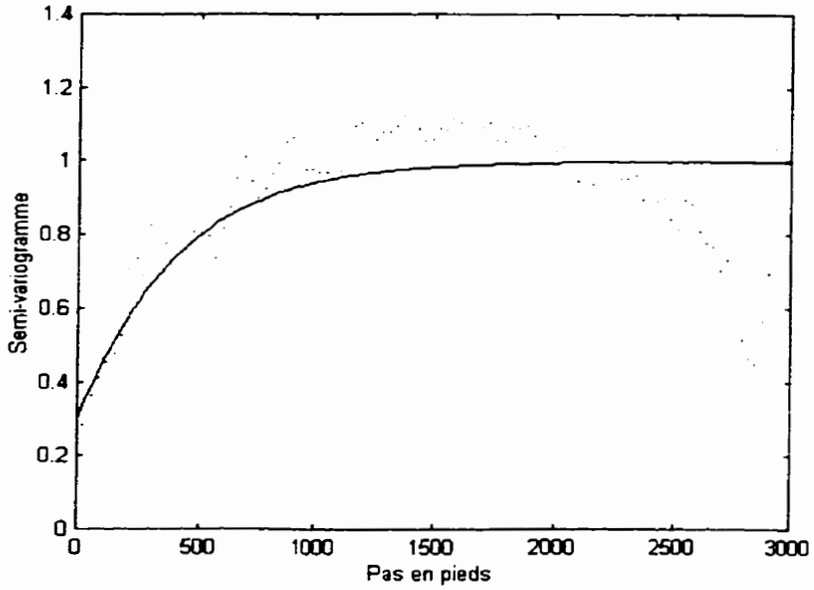

Figure 3.4 Variogramme expérimental (points) et modélisé (tracé) de la famille 1 (D = 30 pieds ou 9 m). Modèle exponentiel, c0 = 0,3, cc = 0,7, et aa = 300 pieds (91 m).

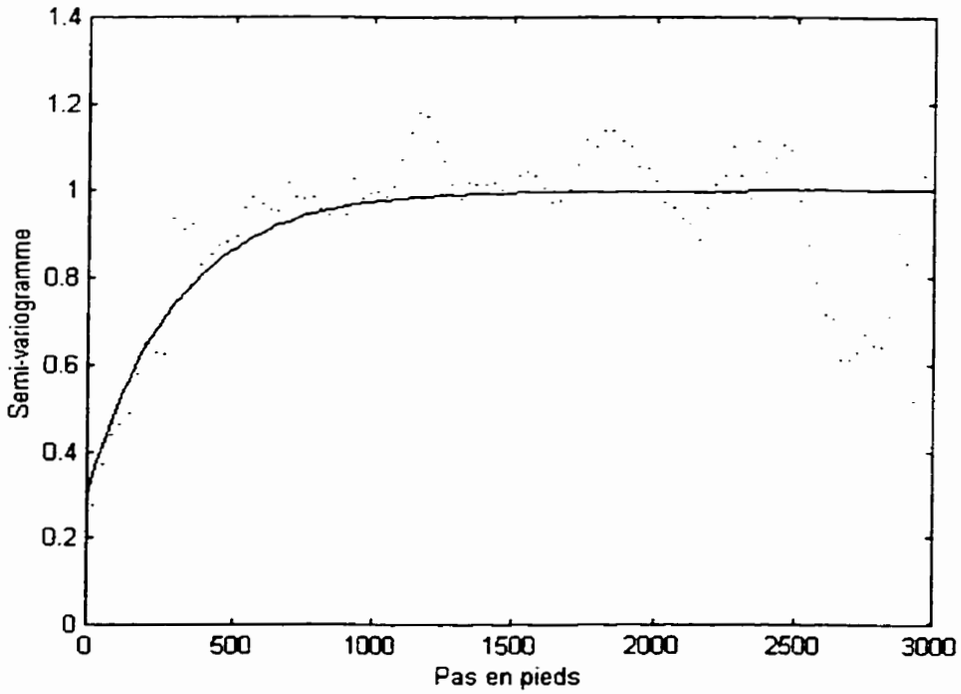

Figure 3.5 Variogramme expérimental (points) et modélisé (tracé) de la famille 2 (D = 30 pieds ou 9 m). Modèle exponentiel, c0 = 0,3, cc = 0,7, et aa = 300 pieds (91 m).

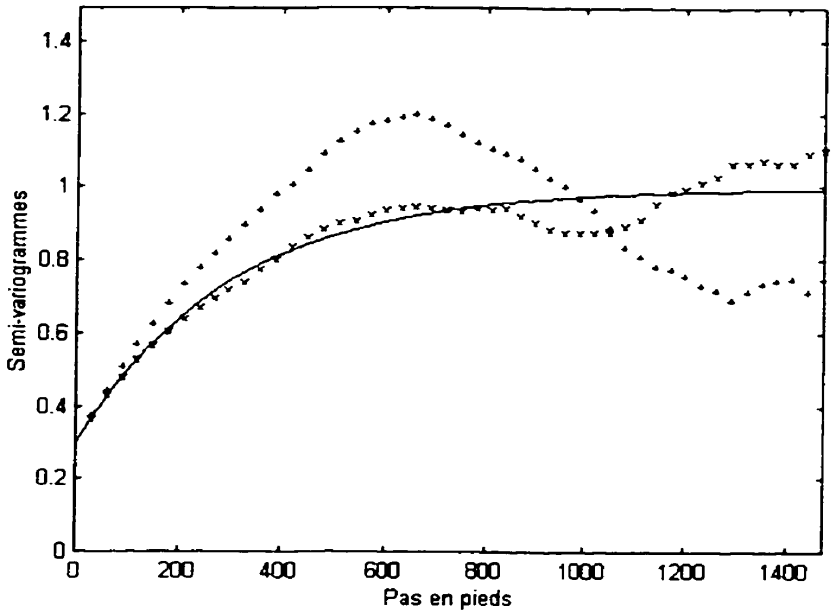

Figure 3.6 Contrôle du variogramme des densités simulées normalisées de la famille 1 (D = 30 pieds ou 9 m). Tracé continu, modèle variographique, tracés discontinus, variogramme simulé suivant X et Y.

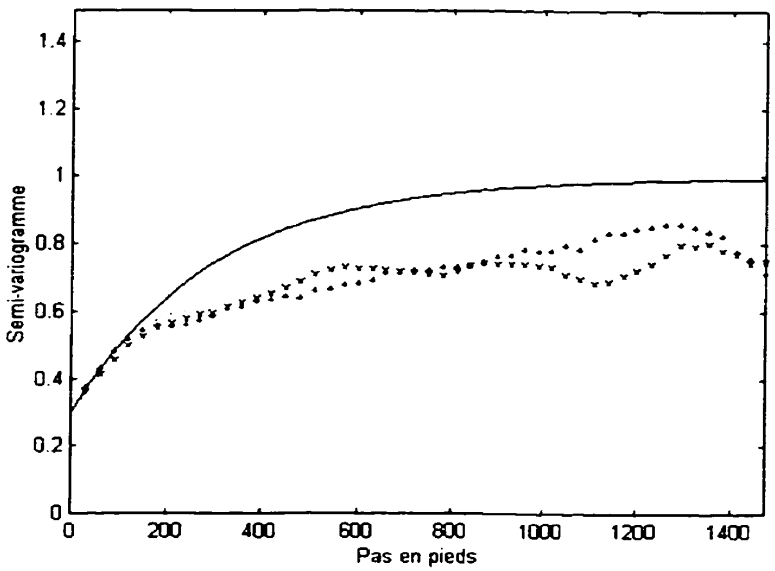

Figure 3.7 Contrôle du variogramme des densités simulées normalisées de la famille 2 (D = 30 pieds ou 9 m). Tracé continu, modèle variographique, tracés discontinus, variogramme simulé suivant X et Y.

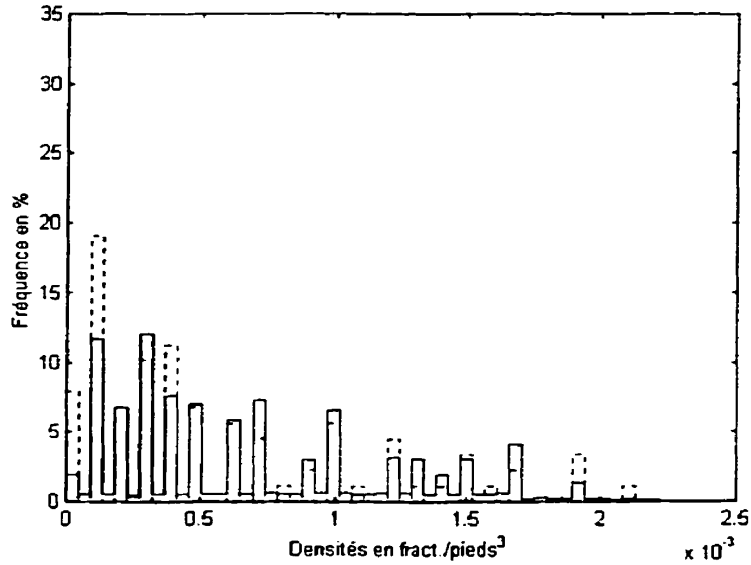

Figure 3.8 Contrôle de l'histogramme des densités simulées de la famille 1 (D = 30 pieds ou 9 m). Tracé discontinu, histogramme des données conditionantes, tracé continu, histogramme des données simulées.

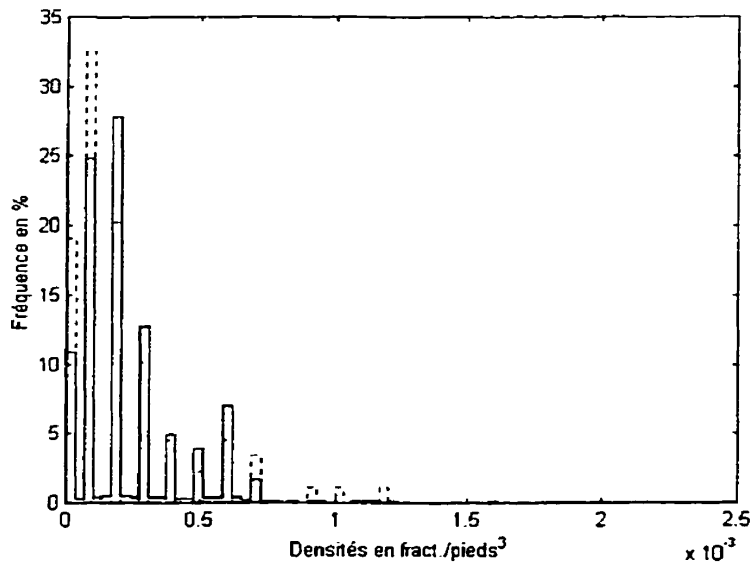

Figure 3.9 Contrôle de l'histogramme des densités normalisées de la famille 2 (D = 30 pieds ou 9 m). Tracé discontinu, histogramme des données conditionantes, tracé continu, histogramme des données simulées.

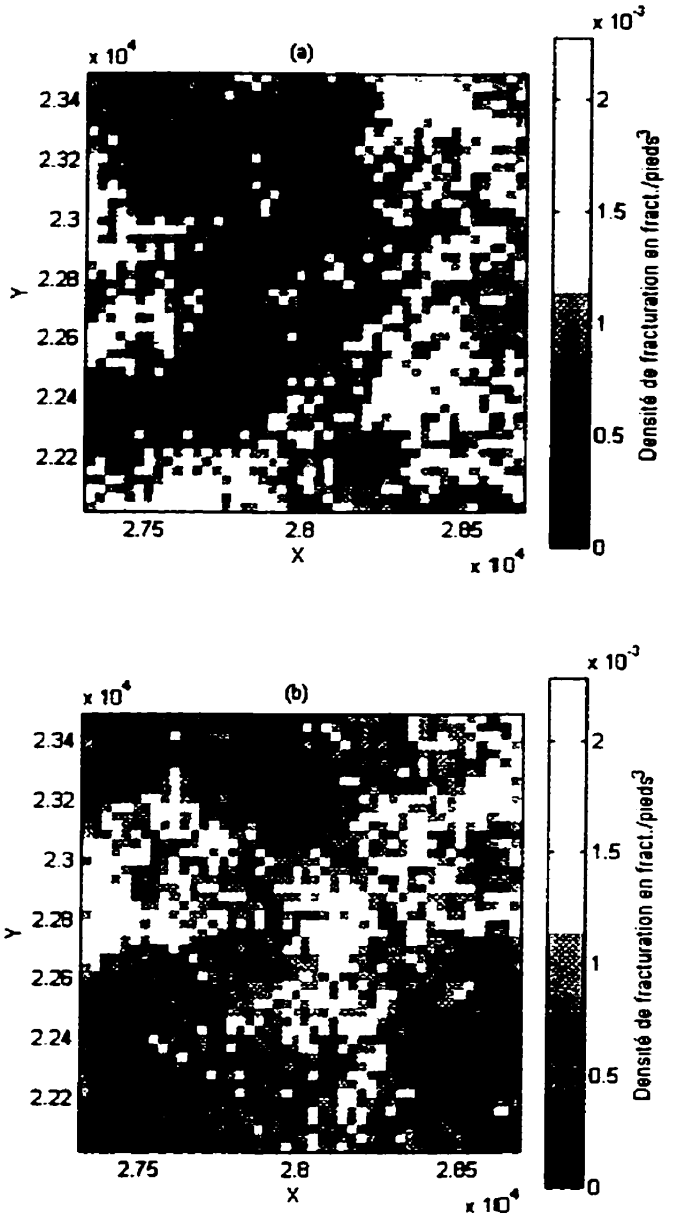

Figure 3.10 (a et b) Images stochastiques des densités de la famille 1 au niveau – 2 944 pieds (- 897 m), après deux simulations indépendantes (D = 30 pieds ou 9 m).

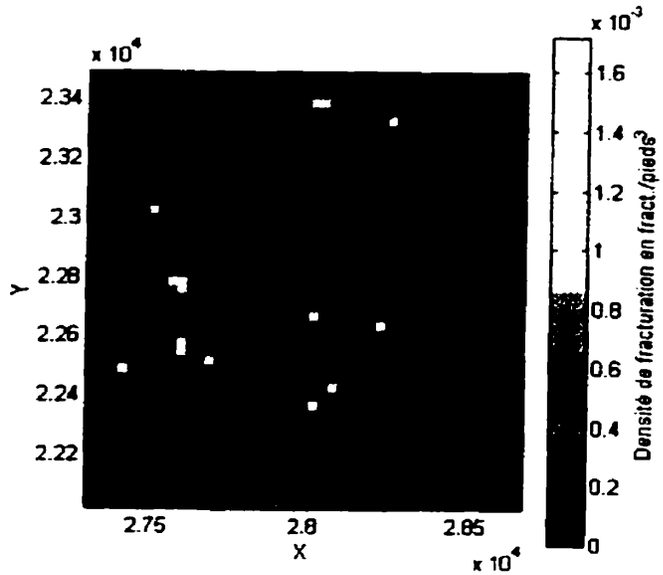

Figure 3.11 Image stochastique des densités de la famille 2 au niveau – 2 944 pieds (-897 m; D = 30 pieds ou 9 m).

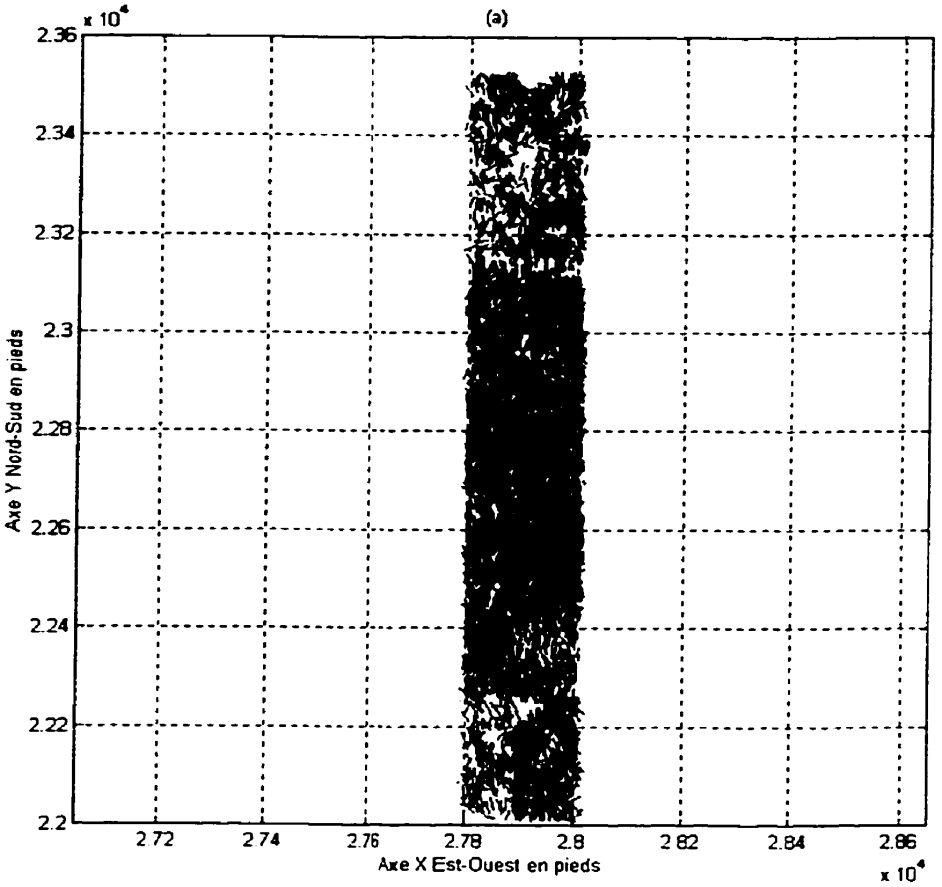

Figure 3.12 (a) Traces des fractures des deux familles sur le plan Z = - 2 944 pieds (- 897 m).

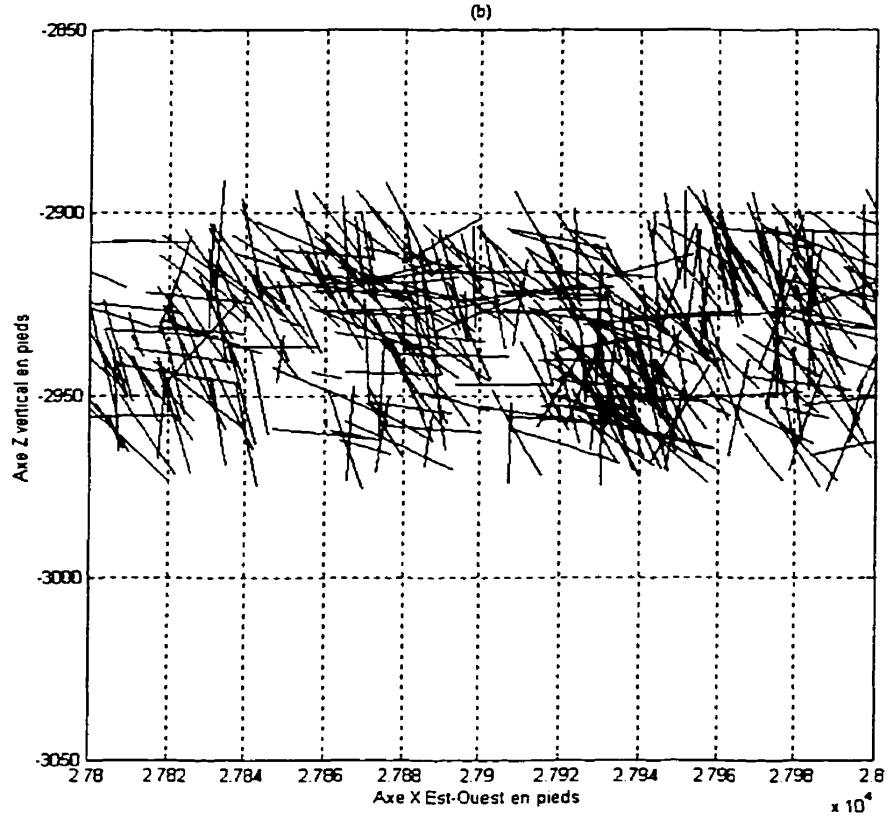

Figure 3.12 (b) sur le plan Y = 22 600 pieds (D = 30 pieds ou 9 m).

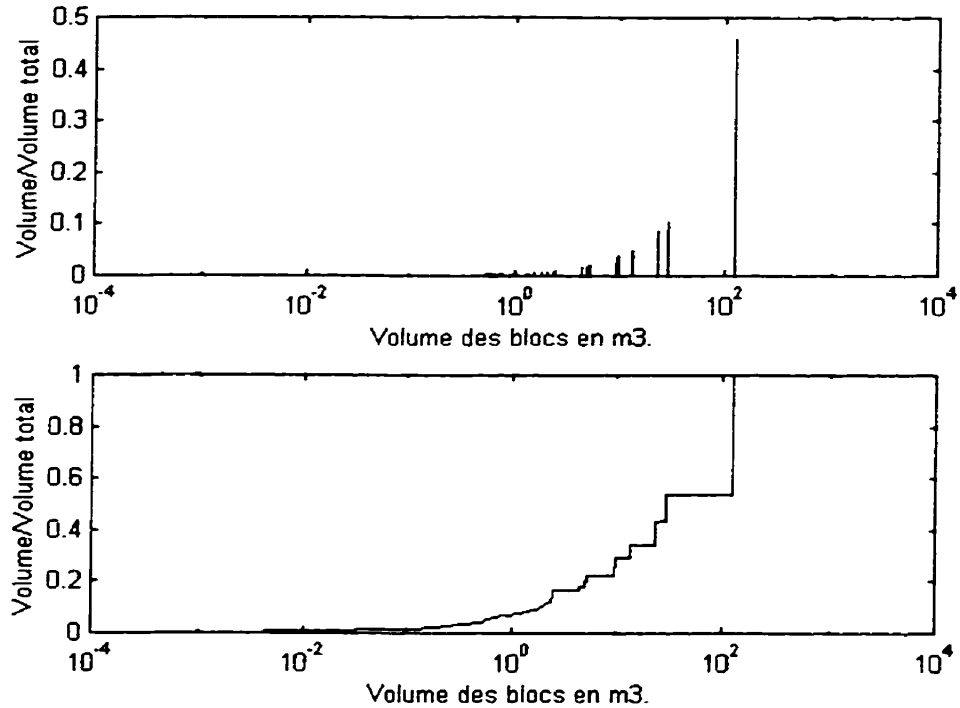

Figure 3.13 Spectre des tailles des blocs et courbe granulométrique du bloc témoin no. 4, pour un pas de 0,2 pieds (6 cm; D = 30 pieds ou 9 m).

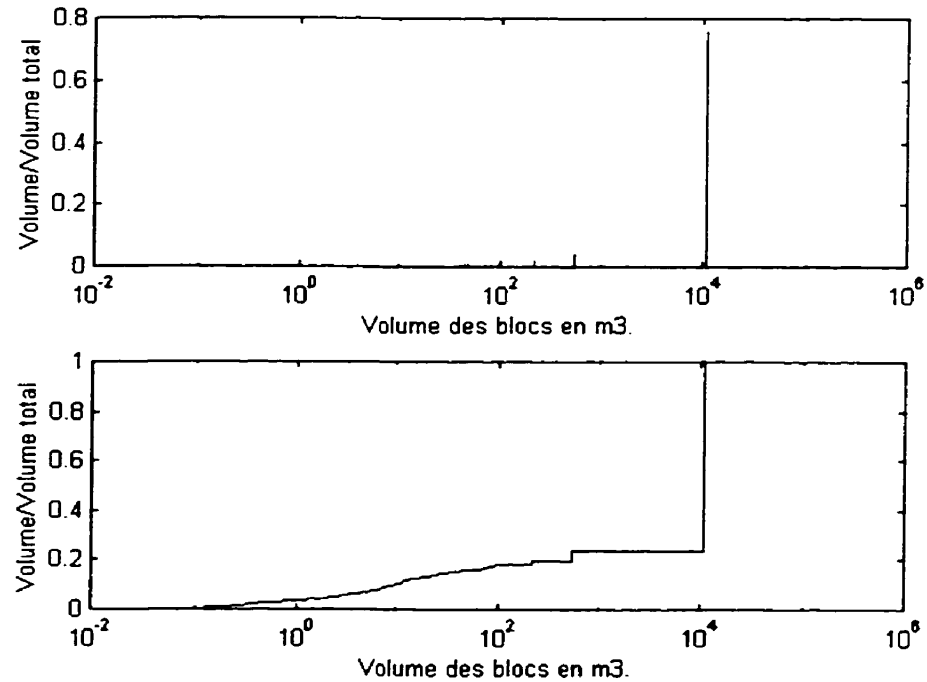

Figure 3.14 Spectre des tailles des blocs et courbe granulométrique du bloc témoin no. 4, pour un pas de 0,75 pieds (23 cm; D = 30 pieds ou 9 m).

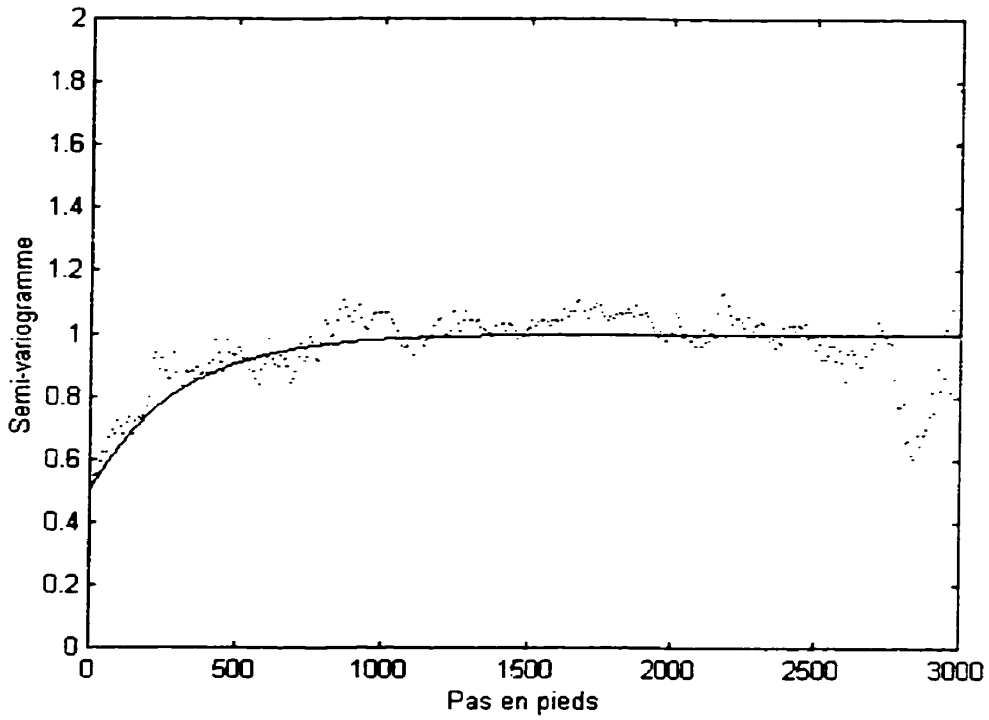

Figure 3.15 Variogramme expérimental et modélisé de la famille 1 (D = 10 pieds ou 3 m). Modèle exponentiel, c0 = 0,5, cc = 0,5, et aa = 300 pieds (91 m).

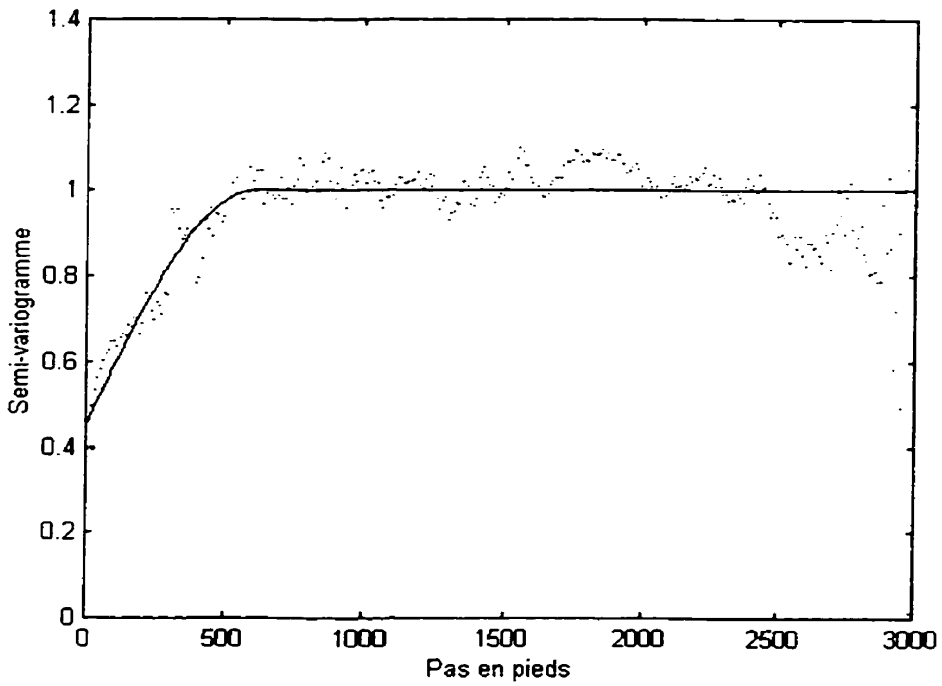

Figure 3.16 Variogramme expérimental et modélisé de la famille 2 (D = 10 pieds 3 m). Modèle sphérique, c0 = 0,45, cc = 0,55, et aa = 600 pieds (182 m).

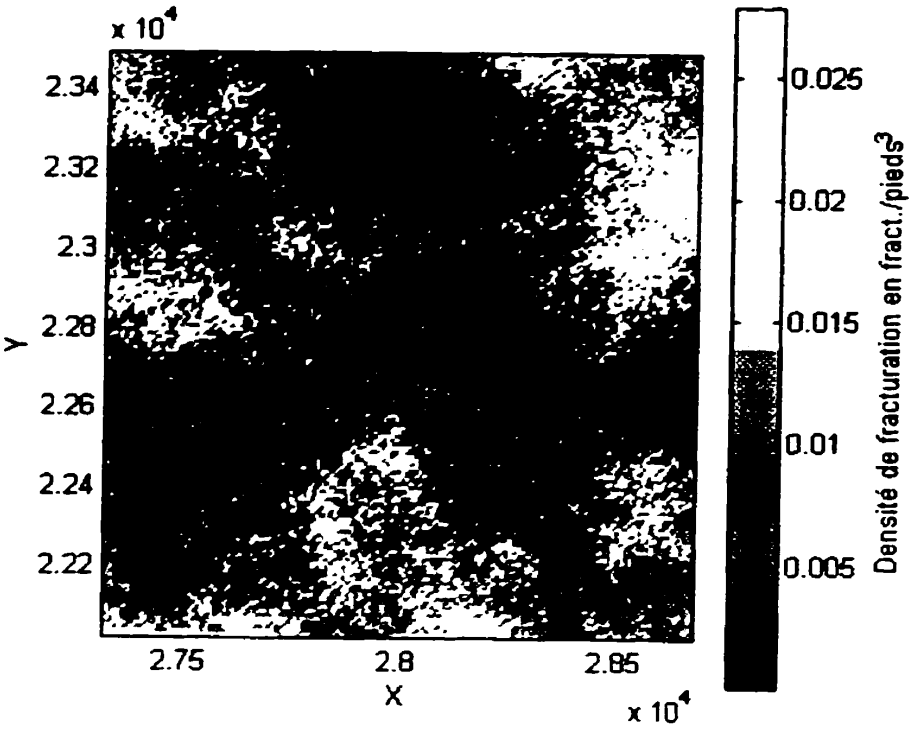

Figure 3.17 Image stochastique des densités de la famille 1 au niveau – 2 944 pieds (-897 m; D = 10 pieds ou 3 m).

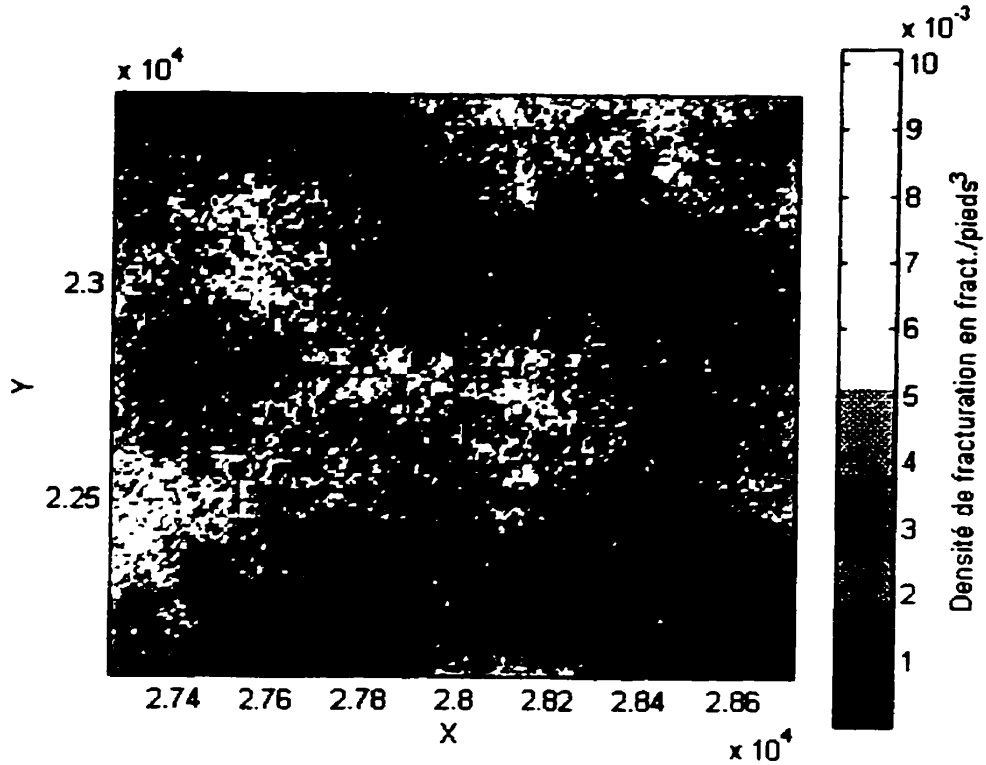

Figure 3.18 Image stochastique des densités de la famille 2 au niveau –2 944 pieds (-897 m; D = 10 pieds ou 3 m).

CHAPITRE 4
ANALYSE DE SENSIBILITÉ

4.1 Influence de la densité de fracturation sur la granulométrie dans le massif

Les études de sensibilité qui suivent ont été effectuées sur des blocs témoins de 100 pieds (30 m) d'arrête placés aux coordonnées (0,0,0) d'un repère cartésien (*O,X,Y,Z*), ayant des propriétés homogènes (diamètre, densité et orientation des fractures) et dans lesquels les fractures ont été tirées. L'analyse granulométrique s'est faite sur un bloc plus petit placé aux coordonnées (25,25,25) à l'intérieur du bloc témoin et d'extension variable suivant le pas de la grille.

La densité de fracturation est certainement un paramètre essentiel pour un bon découpage primaire de blocs dans un massif rocheux. Une étude de sensibilité doit le prouver.

Le diamètre moyen des fractures et son écart-type sont pris égaux à 30 et 4 pieds (10 et 1,3 m). L'orientation et la dispersion des deux familles de fractures sont celles du tableau 4.5 (valeurs entrées) et sont constantes. Seule la densité, identique pour les deux familles, varie (dans le massif du Mont-Porphyre les fractures subverticales sont en réalité deux fois plus nombreuses que les fractures subhorizontales).

Les densités testées sont: 0,0005, 0,0010, 0,0015, 0,0020 fract./pied^3 (0,0176, 0,0353, 0,0529, 0,0706 fract./m^3), c'est-à-dire 5,10, 15, 20 centres de fractures de 30 pieds (9 m) de diamètre par cube de 25 pieds (7,6 m) d'arrête.

Le pas de la grille dans GRANULO3D doit être adapté à la densité afin de conserver un indice *I0* inférieur à 5 %.

Des tests de calibrage sur la grille ont été conduits et sont résumés dans le tableau 4.1. Différentes densités ont ensuite été testées; les résultats sont présentés dans le tableau 4.2.

Tableau 4.1 Réglage de la discrétisation dans l'analyse granulométrique en fonction de la densité de fracturation

Densité (fract./pieds^3)	Nb fract. Fam. 1	Nb fract. Fam. 2	Pas (pieds)	*Nijk*	Nb blocs découpés	Indice *I* (%)	Indice *I0* (%)
0,0005	500	500	0,1	80	13	98,73	0,02
			0,2	80	68	98,92	0,23
			0,2	100	439	94,85	0,50
0,0010	1 000	1 000	0,1	80	299	65,47	0,83
			0,2	80	702	75,99	2,40
			0,2	100	1 589	70,67	2,65
0,0015	1 500	1 500	0,1	80	937	0	1,47
			0,2	80	non relevé	18,76	7,4
			0,2	100	non relevé	19,02	7,38
0,0020	2 000	2 000	0,1	80	2 189	0	3,79
			0,1	100	3 896	0	4,35
			0,2	80	3 323	20,82	16,00

Il apparaît qu'un pas de 0,2-0,5 pied (6-15 cm) pour un nombre de noeuds de 80 à 100 donne une bonne définition des blocs lorsque la densité de fracturation est inférieure ou égale à 0,0010 fractures par pied^3 (0,0353 fract./m^3; soit 0,0020 fract./ pied^3 ou 0,0706

fract./m^3 au total pour les deux familles cumulées). Pour des densités plus importantes, le pas doit être baissé à 0,1 pied (3 cm).

Lorsque la taille de la grille augmente (pas ou nombre de noeuds), il est logique que le nombre de blocs augmente. Or l'augmentation n'est pas proportionnelle dans notre cas. Pour les faibles densités, les blocs devraient être de taille importante, probablement plus gros que la grille elle-même. Augmenter la grille ne fait par conséquent que couvrir un peu plus les gros blocs dont le nombre augmente peu. Dans le cas des fortes densités, il suffit que l'accroîssement de la grille la mette en contact avec un gros bloc erratique au milieu d'une masse de petits blocs pour que le nombre de blocs croisse moins vite et que la proportion de blocs surdimensionnés fasse un saut.

Les tableaux 4.1 et 4.2 montrent que la quasi-totalité du massif rocheux est composé de blocs supérieurs à 58 pieds^3 (1,64 m^3), lorsque la densité de fractures est inférieure à 0,0005 fract./pied^3 (0,0176 fract./m^3) par famille. Les blocs surdimensionnés ne représentent plus que les deux tiers du volume lorsque la densité passe à 0,0010 fract./pied^3 (0,0353 fract./m^3), puis un quart ou un tiers pour 0,0015 fract./pied^3 (0,0529 fract./m^3). Ils disparaissent vers 0,0020 fract./pied^3 (0,0706 fract./m^3) et plus.

Cette série de tests fait intervenir des densités égales pour les deux familles de fractures, ce qui est rarement le cas dans les simulations du massif du Mont-Porphyre. Le but même des simulations stochastiques est d'ailleurs de permettre la variation indépendante de densités de fracturation de chaque famille. La gamme de densités rencontrées dans le massif du Mont-Porphyre est cependant proche du seuil de formation de blocs surdimensionnés (0,0005-0,0015 fract./pieds^3, ou 0,0176-0,0529 fract./m^3).

Tableau 4.2 Proportions volumique de blocs surdimensionnés (indice I) en fonction de la densité de fracturation

Densité (fract./pieds³)	Nb fract. Fam. 1	Nb fract. Fam. 2	Pas (pieds)	*nijk*	Nb blocs découpés	Indice *I* (%)	Indice *I0* (%)
0,0001	200	200	0,5	100	109	99,34	non relevé
0,0010	1 000	1 000	0,5	80	3 363	68,37	non relevé
0,0010	1 000	1 000	0,5	80	3 160	71,05	non relevé
0,0010	1 000	1 000	0,2	80	964	63,47	2,14
0,0010	1 000	1 000	0,2	80	1 043	68,17	non relevé
0,0015	1 500	1 500	0,1	80	513	18,26	0,61
0,0015	1 500	1 500	0,2	80	2 606	30,25	non relevé
0,0015	1 500	1 500	0,2	80	2 200	30,49	non relevé
0,0015	1 500	1 500	0,2	80	2 006	35,25	non relevé
0,0020	2 000	2 000	0,1	80	669	32,77	non relevé
0,0020	2 000	2 000	0,1	80	1 029	0	non relevé
0,0020	2 000	2 000	0,1	80	1 937	0	non relevé
0,0020	2 000	2 000	0,2	80	2 539	23,57	non relevé
0,0030	3 000	3 000	0,1	80	2 296	0	non relevé

4.2 Influence de la taille des fractures sur la granulométrie dans le massif

A densité de fracturation linéaire égale, et à orientation constante des fractures, la formule 3.3 permet de calculer l'évolution de la densité volumique de fracturation en fonction du diamètre des fractures.

Ainsi, à une densité de 0,0010 fract./pied^3 et un diamètre de 30 pieds (9 m) correspondent des densités de 0,0090, 0,00225 et 0,00056 pour des diamètres de 10, 20 et 40 pieds (3, 6, 12 m). Le tableau 5.3 résume le résultat de tests effectués avec des diamètres de 10 pieds, 20 pieds, 30 pieds, et 40 pieds.

Tableau 4.1 Evolution de la granulométrie en fonction du diamètre des fractures à densité de fracturation surfacique constante-ref. : $\lambda_v(D = 30') = 0{,}0010$ pour chacune des deux familles.

Diamètre des fractures (pieds)	**Nb de blocs**	**Indice *I* (%)**	**Indice *I0* (%)**
10	2 124	87,37	2,54
20	2 608	67,47	3,21
30	1 589	70,67	2,65
40	1 929	63,97	2,32

Cet essai ne traite qu'une densité de fracturation volumique équivalente à 0,0010 fract./pied^3 (0,0353 fract./m^3) pour des fractures de 30 pieds (9 m) de diamètre. Des mesures effectuées sur d'autres densités devraient être faites. Il apparaît néanmoins que le diamètre des fractures ne modifie pas significativement la proportion de blocs surdimensionnés entre 20 pieds (6 m) et 40 pieds (12 m). Cette proportion est plus élevée d'environ 20% pour des fractures de 10 pieds (3 m; Figure 4.2), mais les résultats présentés ici proviennent d'un tirage unique. Des variations seraient prévisibles pour un même diamètre si on devait multiplier les tirages.(cf tableau 4.2 où des variations sont visibles pour un même diamètre et une même densité).

4.3 Influence de la dispersion des orientations sur la granulométrie dans le massif

La dispersion est un paramètre qui devrait influencer significativement la formation de blocs, en particulier de petits. Deux familles de fractures ne suffisent pas en théorie pour former des blocs si la variabilité de leurs orientations est nulle (toutes les fractures d'une même famille ont strictement la même orientation). Plus la variation de l'orientation augmente au sein des deux familles, plus le nombre de blocs formés devrait augmenter. La variabilité de l'orientation est bien représentée par le coefficient de Fisher *K* (cf partie 2.1). Le tableaux 4.4 résume une série de mesures effectuées dans le but de montrer l'influence de *K* sur la formation de blocs inférieurs à 58 pieds^3 (1,64 m^3).

Chaque famille a une densité de 0,0010 fract./pied^3 (0,0353 fract./m^3), le pas de la grille est de 0,2 pieds (6 cm), et le nombre de noeuds est de 100. *K* est identique pour les deux familles à l'exception du premier essai utilisant les valeurs du Mont-Porphyre.

Tableau 4.1 Influence du coefficient de Fisher K sur la granulométrie d'un massif

K_1	K_2	Indice *I* (%)	Indice *I0* (%)
9	18	70,00	2,65
1	1	45,55	1,96
5	5	60,92	1,40
10	10	63,55	1,99
15	15	73,65	2,42
20	20	75,55	2,78
30	30	77,65	3,45
50	50	82,76	3,81
100	100	85,61	4,30

La figure 4.3 montre que le coefficient de Fisher joue bien un rôle important dans la formation des blocs, et en particulier des petits. Avec les orientations spécifiques au Mont-Porphyre, la valeur de K pour laquelle des petits blocs commencent à se former se situe autour de 20 et le maximum de blocs est atteint pour une dispersion maximale des orientations des fractures ($K = 1$), donnant alors environ 55 % de blocs inférieurs à 58 pieds^3 (1,64 m^3).

4.4 Conclusions préliminaires sur la cavabilité du Mont-Porphyre

A la lumière des simulations de fracturation sur le massif du Mont-Porphyre et des analyses de sensibilité, il apparaît que la proportion volumique des blocs surdimensionnés est élevée en général. On ne peut donc pas conclure que la fracturation de la base du massif du Mont-Porphyre soit favorable à une exploitation par cavage de sous-niveau suivant le critère proposé: moins de 10-20 % de blocs supérieurs à 58 pieds^3 (1,64 m^3).

Le choix du démarrage du cavage, prévu au Sud ne peut être contesté dans la mesure où aucune zone à grande échelle n'est apparue comme nettement plus favorable.

Les analyses de sensibilité montrent enfin que le choix arbitraire du diamètre des fractures implique moins de variations granulométriques que la densité et la dispersion des orientations. Cette dernière a été probablement exagérée par les erreurs de mesures successives, mais d'un autre côté les fracures orientées statistiquement aléatoirement ont été supprimées.

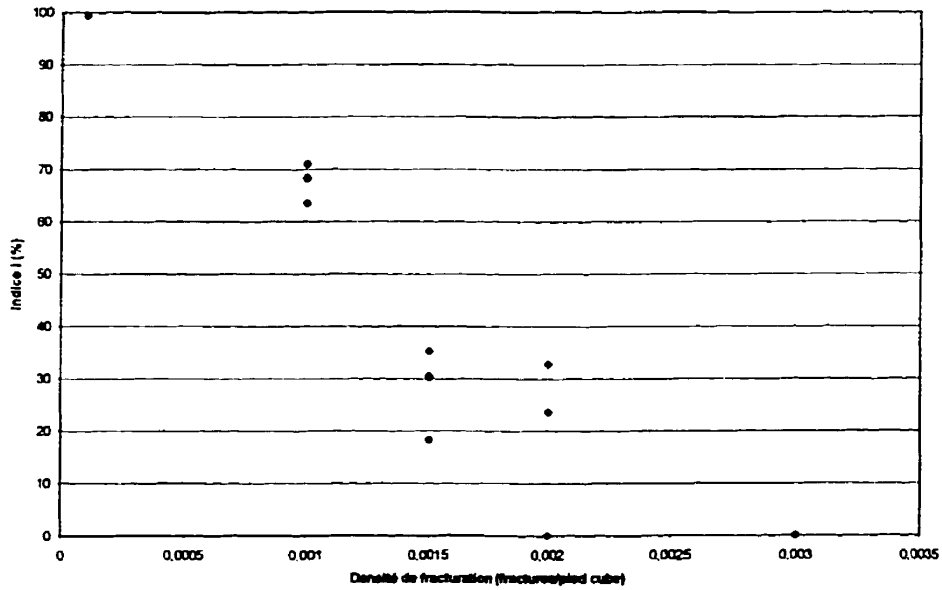

Figure 4.1 Evolution de la proportion des blocs surdimensionnés en fonction de la densité de fracturation.

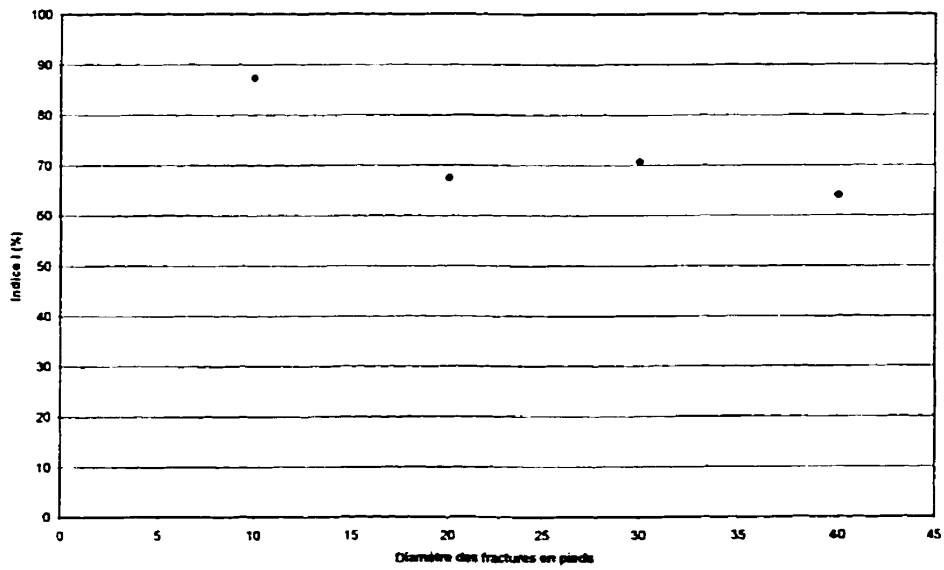

Figure 4.2 Evolution de la proportion des blocs surdimensionnés en fonction du diamètre des fractures.

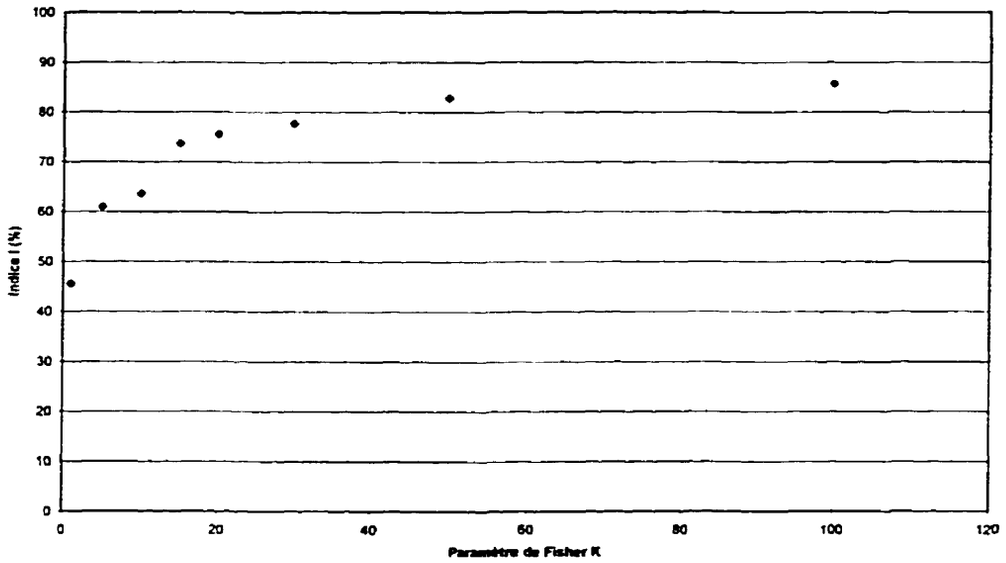

Figure 4.3 Evolution de la proportion des blocs surdimensionnés en fonction de la dispersion des orientations des fractures.

CONCLUSIONS

Méthode

A un problème nouveau, l'exploitation dans des conditions techniques marginales d'un massif rocheux peu fracturé par cavage de sous-niveau, cette étude répond par une méthodologie innovatrice.

La méthodologie décrite au cour de cette étude fait appel à des techniques et concepts déjà existants (techniques de simulation géostatistique, d'analyse stéréographique et variographique, modélisation de fractures par des disques, ...), complétés par des techniques et des concepts nouveaux : attribution de fractures non-orientées à des familles structurales grâce aux angles entre les forage et les fractures, prise en compte d'un nombre variable de familles de fractures, calcul du volume de blocs découpés par des fractures circulaires dans l'espace. La manière dont ces techniques sont composées et se complètent est aussi innovatrice.

La méthodologie proposée répond au problème posé mais a des points faibles qui devraient faire l'objet d'améliorations et de développements.

La programmation en Matlab est aisée mais cet environnement n'est pas suffisament diffusé dans l'industrie. Une traduction des programmes en C, C++, voire Visual C++ serait nettement favorable à une meilleure diffusion.

Le diamètre des fractures n'est pas connu dans le cas du massif du Mont-Porphyre. Il a été montré que cette donnée manquante n'est pas primordiale pour les conclusions sur le

potentiel de cavabilité compte-tenu des densités de fracturation. Ceci reste à démontrer pour des densités de fracturation plus grandes. Les sondages au radar seraient certainement un bon outil d'estimation de l'extension des fractures, mais aussi de leur orientations (technique utilisée en génie civil).

Les temps de calcul et la mémoire informatique restreignent les études à des portions de massif. L'optimisation et l'amélioration des programmes est peut-être possible. Le passage à un language comme le C est une autre solution. L'utilisation de machines plus performantes en est encore une autre. Il faut cependant accepter l'idée que le nombre de fractures traitées sera toujours limité.

Concernant la méthodologie elle-même, des développements sont envisageables pour régionaliser les orientations des fractures. Ceci impliquerait cependant d'orienter toutes les fractures croisées le long des forages. Les images stochastiques des fractures pourraient aussi dépendre d'un processus plus complexe que les simulations géostatistiques. Billaux et al. (1989) évoquent par exemple des techniques hybrides plus complexes pour créer des salves de fractures. Une méthode de simulation fractale pourrait aussi être utilisée lors du tirage des centres des fractures.

Commentaires sur le potentiel naturel et artificiel de cavabilité du massif du Mont-Porphyre

Les conclusions sur la cavabilité du Mont-Porphyre ne portent que sur la granulométrie induite par la fracturation primaire du massif. Les blocs surdimensionnés, supérieurs à 1,64 m^3, occupent presque tout le volume (entre 80 et 100 %) de la zone proximale supérieure du sous-niveau. D'un point de vue structural, il n'y aurait aucun intérêt à modifier la géométrie du sous-niveau ou le point d'initiation du cavage.

La fracturation primaire du massif n'est pas satisfaisante pour une bonne initiation du cavage, et encore moins pour une exploitation initiale économique. Par contre, elle peut servir de germe à une fracturation secondaire induite par les changements artificiels de contraintes. Le choix du rayon hydraulique du sous-niveau doit créer un champ de contraintes favorables à l'extension des fractures déjà existantes, et à la création de nouvelles. Des analyses numériques permettent de trouver la géométrie qui crée le plus de tensions et surcontraintes.

Le sautage du sous-niveau pourrait aussi être dimensionné pour étendre le plus haut possible la zone de dommages. Beaucoup de compagnies minières ont des programmes de contrôle de cette zone endommagée par les sautages, il s'agirait là de faire l'inverse.

Développements futurs possibles-extensions des applications

L'utilisation de la technique présentée ici pourrait être développée pour répondre à d'autres problèmes.

Les fichiers de fractures stochastiques pourraient être formatés pour des études numériques permettant le traitement de discontinuités (UDEC, commercialisé par Itasca International).

Moyennant peu de développement, le programme de calcul de la granulométrie des blocs pourrait être employé pour le dimensionnement de boulons d'ancrage. Cette application pourrait remplacer de nombreuses méthodes plus ou moins empiriques, et aurait un bon potentiel commercial.

Dans l'industrie pétrolière, enfin, la création de champs de fractures simulées pourrait aider à évaluer le potentiel des réservoirs. Des techniques voisines existent déjà, qui utilisent la densité de fracturation linéaire mais négligent la densité de fracturation volumique et les orientations des fractures. C'est certainement le domaine de l'industrie qui aurait le plus d'intérêt à utiliser les techniques développées au cour de cette étude.

RÉFÉRENCES

BARDSLEY W., MAJOR T., SELBY M., 1990, *Note on a Weibull property for joint spacing analysis*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 27, n. 2, pp. 133-134.

BARTON N., LIEN N. LUND J., 1974, *Engineering classification of rock masses for the design of tunnel support*, Rock Mechanics, vol. 6, pp. 189-239.

BENIAWSKI Z., 1976, *Rock mass classification in rock engineering*, in Exploration for rock engineering, Balkema (ed.), Cape town, pp. 97-106.

BILLAUX D., CHILES J., HESTIR K., LONG J., 1989, *Three-dimensional statistical modelling of a fractured rock mass-an example from the Fanay-Augère mine*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 26, n. 3/4, pp. 281-299.

BRADY B., BROWN E., 1992, *Rock mechanics for underground mining*, Chapman and Hall (eds.), chapters 3 and 15.

COULSON A., NICKSON S., HUSSEY J., 1998, *A geomechanical investigation of the application of caving mining methods to competent rock at the Gaspé Mont-Porphyre deposit, Quebec, Canada*, CIM Montreal '98 proceedings.

CROSTA G., 1997, *Evaluating rock mass geometry from photographic images*, Rock Mechanics and Rock Engineering, vol. 30, pp. 35-58.

DE FOUQUET C., 1994, *Reminders on the conditioning kriging, in Geostatistical Simulations*, M. Armstrong and P.A. Dowd (eds.), 131-145, Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

DERSHOWITZ W., LA POINTE P., CLADOUHOS T., 1998, *Derivation of fracture spatial pattern parameters from borehole data*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 35, n. 4-5, paper n. 134.

DUBRULLE O., 1989, *A review of stochastic models for petroleum reservoirs*, Geostatistics, Armstrong (ed.), vol. 2, pp. 493-506.

EHLEN J., 1998, *Matching simulated fracture data with field measurements using joint intensity*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 35, n. 4-5, paper n. 10.

EINSTEIN H., BAECHER G., 1983, *Probabilistic and statistical methods in engineering geology, specific methods and examples, part. 1: Exploration*, Rock Mechanics and Rock engineering, vol. 16, pp. 39-72.

ESTERHUIZEN G., STREUDERS S., 1998, *Rockfall hazard evaluation using probabilistic keybloc analysis*, The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy, March/April, pp.59-63.

FISHER R., 1953, *Dispersion on a sphere*, Proceedings of the Royal Society of London, A217, pp. 295-305.

GRINGARTEN E., 1998, *Fracnet: Stochastic simulation of fractures in layered systems*, Computer and geosciences, Vol. 24, No. 8, pp. 729-736.

HAMMAH R., CURRAN J., 1998, *Fuzzy cluster algorithm for the automatic delineation of joint sets*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 35., pp. 889-905.

HAMMAH R., CURRAN J., 1999, *On distance measures for the Fuzzy K-Mean algorithm for joint data*, Rock Mech. Rock Engn., vol. 32, pp. 1-27.

HESLOP T. LAUBSCHER D., 1981, *Draw control in caving operations on Southern African chrysotile asbestos mines*, in Design and operation of caving and sub-level stoping mines (Stewart ed.), S. M. E., AIME, New-York, pp. 755-774.

HUDSON J., PRIEST S., 1976, *Discontinuities spacings in rock*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 13, pp. 135-148.

HUDSON J., PRIEST S., 1979, *Discontinuities and rock mass geometry*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 16, pp. 339-362.

HUSSEY J., BERNARD P., 1998, *Exploration of the Porphyry Mountain Cu-Mo deposit*, Mining Engineering, August, pp. 36-44.

ITASCA INTERNATIONAL, manuels d'utilisation des logiciels DIPS, UNWEDGES, UDEC.

IVANOVA V., YU X., VENEZIANO D., EINSTEIN H., 1995, *Development of stochastic models for fracture systems*, Rock Mechanics, Daemen and Shultz (eds), Balkema, Rotterdam.

JOURNEL A., 1974, *Simulations conditionnelles-théorie et pratique*, Thèse de Doctorat, CG. Fontainebleau.

JOURNEL A., Deutsch, 1992, *Geostatistical Software Library and user's guide*, Oxford University Press, New York.

JOURNEL A., HUIJBREGTS CH., 1993, *Mining geostatistics*, Academic Press (ed.), London.

KELKER D., LANGENBERG C., 1976, *Mathematical model for orientation data from macroscopic cylindrical folds*, Journal of Mathematical Geology, vol. 8, n. 5, pp. 549-559.

KLEINE T., LA POINTE P., FORSYTH B., 1997, *Realizing the potential of accurate and realistic fracture modeling in mining*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 34, n. 3-4, paper n. 158.

KULATILAKE P., WATHUGALA D., POULTON M., STEPHANSSON O., 1990, *Analysis of structural homogeneity of rock masses*, Engineering Geology, n. 29, pp. 195-211.

KULATILAKE P., WATHUGALA D., STEPHANSSON O., 1993, *Joint network modelling with a validation exercise in Stripa Mine*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 30, n. 5, pp. 503-526.

LONG J., BILLAUX D., 1987, *From field data to fracture network modeling-an example incorporating spatial structure*, Wat. Ressources Res., vol. 23, pp. 1201-1216.

LU P., LATHAM J.-P., 1999, *Developments in the assessment of in-situ block size distributions of rock masses*, Rock Mech. Rock Engn., vol. 32, pp. 29-49.

MAERZ N., GERMAIN P., 1995, *Block size determination around underground openings using simulations based on scanline mapping*, Fractured and Jointed Rock Masses, Myer, Cook, Goodman, and Tang (eds), Balkema, Rotterdam.

MAHTAB M., YEGULALP T., 1982, *A rejection criterion for definition of clusters in orientation data*, Issues in Rock Mechanics, Proc. 22nd Symp. on Rock Mechanics, Berkeley, Goodman and Heuze (eds.), American Institute of Mining Metallurgy and Petroleum., Engineers, New York, pp. 116-123.

MAHTAB M., YEGULALP T., 1984, *A similarity test for grouping orientation data in rock mechanics*, Proc. 25th U.S. Symp. Rock Mechanics, pp. 495-502.

MARCOTTE D., 1998, *Exercices de géostatistiques*, Notes de cours, Ecole Polytechnique de Montréal.

MARDIA K., 1972, *Statistics of directional data*, Academic Press, London.

MATHERON G., 1955, *Application des méthodes statistiques à l'estimation des gisements*, Annales des Mines, Dec., pp. 50-75.

MAULDON M, MAULDON J., 1997, *Fracture sampling on a cylinder: From scanlines to boreholes and tunnels*, Rock Mech. Rock Engng., vol. 30, pp. 129-144.

MILES R., 1972, *The random division of space*, Suppl. Adv. Appl. Prob., pp. 243-266.

MILLER S., 1983, *A statistical method to evaluate homogeneity of structural populations*, Math. Geol., vol. 15, pp. 317-328.

NICKSON S.D, HUSSEY J., COULSON A., 1999, *Rock Mass Characterization for block caving fragmentation assessment at Mont Porphyre*, CIM Calgary '99 proceedings.

PRIEST S., 1992, *Discontinuity analysis for rock engineering*, Chapman and Hall, London, chapter 1 to 6.

PRIEST S., HUDSON J., 1981, *Estimation of discontinuity spacing and trace length using scanline surveys*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 18, pp. 183-197.

RAVENSCROFT P. J., 1994, *Conditional simulation for mining: practical implementation in an industrial environment, in Geostatistical Simulations*, M. Armstrong and P.A. Dowd (eds.), 79-87, Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

SEN Z., 1993, *RQD-Fracture frequency chart based on a Weibull distribution*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 30, n. 5, pp. 555-557.

SEN Z., KAZI A., 1984, *Discontinuity spacing and RQD estimates from finite length sacanlines*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 21, pp. 203-212

SHANLEY R., MAHTAB M., 1976, *Delineation and analysis of clusters in orientation data*, Journal of Mathematical Geology, vol. 8, n. 3, pp. 9-23.

SHAPIRO A., DELPORT J., 1991, *Statistical analysis of jointed rock data*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 28, n. 5, pp. 375-382.

STONE D., 1984, *Sub-surface fracture maps predicted from borehole data: an example from the Eye-Dashwa pluton, Atikokan, Canada*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 21, n. 4, pp. 183-194.

WANG H., 1992, *Prediction of in-situ and blastpile block size distributions of rock masses with special reference to coastal requirements*, Thesis of PhD, Queen Mary and Westfield College, London University.

WARBURTON P., 1980, *A stereological interpretation of joint trace data*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., vol. 17, pp. 181-190.

WATSON G., 1966, *The statistics of orientation data*, Journal of Geology, vol. 74, pp. 786-797.

ANNEXE I : PRÉSENTATION DU PROGRAMME YEGULALP

A1-1. Introduction

L'écriture d'un programme effectuant le traitement des fractures orientées a été jugée utile dans la mesure où le programme DIP, très répandu dans l'industrie minière, ne permet pas les regroupements automatiques en familles de pôles.

YEGULALP accepte des fichiers d'entrée en format *.DIP (format utilisé par le programme DIP) ou en format *.DAT (format des programmes SIMUL3DISC et GRANULO3D décrits ultérieurement). La compatibilité avec DIP permet de traiter directement des fichier édités sous DIP sans les reformater. Les fichiers peuvent être du type pendage/direction de pendage, pendage/azimut, ou bien pendage/direction du pôle. Les fichiers *.DAT ont la forme suivante:

X	*Y*	*Z*	*Diamètre*	*pendage*	*azimut*

YEGULALP, nommé d'après un co-auteur de la méthode utilisée pour regrouper les fractures en familles, effectue les opérations suivantes:

- représentation des pôles des fractures figurant dans le fichier d'entrée;
- regroupement en familles de pôles d'après la méthode de Mahtab et Yegulalp;
- calcul de l'orientation moyenne et de la dispersion (paramètre K de Fisher) de chaque famille.

A1-2. Paramétrage

Les paramètres d'entrée, en dehors du format du fichier et des données sont (voir aussi le chapitre 3):

- *type*, indique le type de données du fichier d'entrée; *type* = *0* si les données sont de type pendage/azimut, *type* = *1* si les données sont du type pendage/direction du pendage et *type* = *2* s'il s'agit de l'orientation des pôles;

- *nomfich* = *'text'*, nom du fichier;

- *typefich* = *1* si le fichier est en format *.DIP, *typefich* = *2* sinon;

- *nbdata*, dans le cas où le format est du type *.DAT, permet de lire les *nbdata* premières lignes du fichier uniquement;

- *ncol*, dans le cas où le format de fichier est du type *.DIP, permet de lire les *ncol* premières colonnes du fichier uniquement;

- *phi*, l'angle du cône de recherche;

- *s*, le seuil.

A1-3. Algorithme

Algorithme détaillé de YEGULALP:

- Entrée des paramètres;
- lecture du fichier de données;
- transformation des données pour obtenir le pendage α et la direction β (notation inversée par rapport au chapitre 3 et à Priest, 1992) des pôles si $type \neq 2$;
- calcul du plus petit entier t_{crit} tel que $p(> tcrit, 1 - cos(phi)) \geq s$ (probabilité de Poisson);
- calcul deux à deux des angles entre les pôles; stockage dans une matrice D, dont les lignes correspondent aux angles entre un pôle et tous les autres;
- pour chaque pôle, recherche dans D des angles inférieurs à phi; leur nombre est compté et stoqué dans la colonne T;
- recherche dans T des pôles denses, i.e. des $T(i) \geq tcrit$;
- agglutination des pôles denses;
- calcul de l'orientation préférentielle et du coefficient de Fisher;

- appel de la fonction LAMBERT pour représenter graphiquement un stéréonet suivant la convention "aires égales";

- utilisation des formules (3.3) et (3.4) reliant x et y au pendage et à l'azimut pour la convention "aires égales" et représentation graphique séparée des pôles, ainsi que des familles de pôles.

L'utilisation de la matrice D de dimensions (n,n), n étant le nombre de fractures, limite l'utilisation de YEGULALP à des fichiers de taille moyenne, ne contenant pas plus de 2 000 à 3 000 éléments.

ANNEXE II : PRÉSENTATION DU PROGRAMME DENSEVOL

A2-1. Introduction

DENSEVOL a été spécifiquement développé pour créer des fichiers de densité volumique à partir des données de forages. Ces fichiers sont en format GSLIB et servent d'intrans dans les programmes d'analyse variographique ou de simulation conditionnelle.

Les données de forage du Mont-Porphyre sont enregistrées dans une feuille de calcul Excel (une feuille par forage) contenant de nombreuses informations dont le nombre de fractures naturelles par intervalle, leurs angles JO par rapport au forage et la distance avec la fracture précédente. Seules ces informations doivent être conservées et sauvées dans un fichier *.TXT du type suivant:

1				
Core	*Interval*	*NF*	*JO*	*Prof*
5160	*5175*	*2*	*4*	*5160.0*
			4	*5167.5*
5175	*5185*	*3*	*3*	*5175.0*
			4	*5178.3*
			7	*5181.7*
5185	*5195*	*2*	*6*	*5185.0*
			6	*5190.0*
5195	*5205*	*2*	*3*	*5195.0*
			8	*5200.0*

Les forages ont au moins une orientation théorique, mais le plus souvent des mesures d'orientation en fond de trou ont été faites. DENSEVOL appelle un deuxième fichier d'entrée contenant cette information et dont le format est le suivant:

1

Prof	*Dir*	*Pend*	*x*	*y*	*z*
0.0	*243.0*	*-89.0*	*29011.8*	*24625.4*	*2347.3*
500.0	*161.0*	*-85.0*	*29015.0*	*24602.8*	*1848.3*
1000.0	*190.0*	*-81.0*	*29015.3*	*24543.7*	*1352.3*
1850.0	*206.0*	*-78.0*	*28965.0*	*24398.8*	*516.8*
2500.0	*206.0*	*-78.0*	*28905.8*	*24277.3*	*-119.0*
3000.0	*207.0*	*-78.0*	*28859.4*	*24184.3*	*-608.1*
3500.0	*213.0*	*-77.0*	*28805.2*	*24090.8*	*-1096.2*

Une analyse stéréographique permet d'identifier un certain nombre de familles de fractures ayant une orientation moyenne et une dispersion spécifique. La proportion relative des différentes familles est aussi retenue.

A partir de ces trois sources d'information et pour chaque fracture naturelle rencontrée le long du forage, DENSVOL calcule sa probabilité d'appartenance à chaque famille. Grâce à ces probabilités, les fractures sont associées à une famille. La densité linéaire puis volumique spécifique à chaque famille sur des passes de longueur régulière peut alors être établie.

A2-2. Paramétrage

DENSEVOL appelle les paramètres de trois familles de fractures:

- *K*, matrice de trois coefficients de Fisher;
- *pend*, une matrice de trois pendages moyens;
- *dir*, une matrice de trois directions moyennes de pendage;
- *dia*, une matrice de trois diamètres moyens;
- *pc*, une matrice de trois proportions relatives.

Les fichiers d'entrée et de sortie sont spécifiés par:

- *fichin*, fichier de fractures naturelles;
- *fichfor*, fichier d'orientation du forage;
- *fichout*, une matrice de trois noms de fichiers de sortie (un par famille);
- *first*, paramètre indiquant si les densités calculées doivent être placées à la suite d'un fichier déjà existant (0) ou bien dans un nouveau fichier (1).

La segmentation du forage en passes se fait en définissant:

- *lreg*, la longueur des passes.

Dans le cas du Mont-Porphyre, seules deux familles ont été identifiées alors que DENSEVOL en demande trois. Le problème se résoud en donnant la dernière proportion *pc(3)* nulle.

A2-3. Algorithme

Le coeur de l'algorithme de DENSEVOL repose sur une approche originale pour trouver la famille d'appartenance probable d'une fracture orientée seulement par rapport à l'axe du forage. L'algorithme est le suivant:

- Entrée des paramètres;
- Lecture des fichiers de fracture et d'orientation;
- Calcul de l'orientation exacte du forage au niveau de chaque fracture rencontrée (appel de la fonction CARAC_FOR);

- Pour chaque fracture rencontrée:
    - pour chaque position espacée de $\pi/12$ radians sur le cône d'ouverture $\pi/2 - JO$:
        - les coordonnées cartésiennes du pôle sont calculées:
        - l'angle formé avec les pôles moyens de chaque famille est établi;
        - la probabilité de Fisher modifiée est calculée pour chacun des trois angles et les coefficients de Fisher respectifs (cf chapitre 3);
    - les probabilités de chaque position et chaque famille sont sommées puis ramenées à l'intervalle [0,1];
    - une correction bayesienne rend compte des proportions relatives *pc* de chaque famille;
- pour chaque passe:
    - le nombre de fractures appartenant à chaque famille est calculé en tenant compte des probabilités respectives;
    - la densité linéaire de chaque famille est calculée;
    - la densité volumique de chaque famille est calculée;
- écriture des fichiers de sortie.

ANNEXE III : VARIABLES RÉGIONALISÉES, THÉORIE DES ESTIMATIONS

A3-1. Introduction sur la géostatistique

L'étude de la fracturation du Mont-Porphyre utilise les résultats de plusieurs domaines des mathématiques appliquées: la géométrie analytique en trois dimensions, la stéréographie et surtout la géostatistique. Les outils géostatistiques méritent une introduction plus développée.

Il s'agit d'un domaine particulier de la statistique et de l'analyse des données, relativement récent, même si ses racines remontent au milieu du siècle. Le livre de Journel et Huijbregts (édition de 1993) constitue l'une des meilleures références sur le sujet, en décrivant la plupart des outils de base, ainsi que les techniques les plus utilisées dans le domaine minier. Les fondements de la théorie des géostatistiques appliquée à l'industrie minérale viennent de Matheron (1955) et Journel (1974) figure parmi ses disciples. Enfin, Deutsch et Journel (1992) ont publié une bibliothèque de programmes écrits en langage Fortran, GSLIB (Geostatistical Library), accompagnée d'un manuel d'utilisation, qui facilite la compréhension pratique des outils géostatistiques.

La géostatistique est la partie de la statistique qui s'intéresse aux variables régionalisées, d'où le préfixe "géo-". La plupart des phénomènes naturels (minéralisations, phénomènes climatiques, végétation, ...) peuvent être décrits par des variables ayant une corrélation spatiale: la température, la teneur en cuivre d'un gisement, la densité de population sont rarement réparties de facon strictement aléatoire. Une autocorrélation

existe souvent entre la température aux coordonnées x et la température aux coordonnées $x + \vec{h}$, $\vec{h}$ étant un vecteur de direction et de norme fixées.

Pratiquement, lorsque l'on veut connaître la valeur prise par une variable en tout point de l'espace, il faut se contenter d'un échantillonnage plus ou moins dense, plus ou moins bien réparti: par exemple la température prise en un point toutes les minutes ou une fois par jour, la teneur en cuivre estimée par des forages sur une grille régulière de 5 mètres par 5 mètres, ou par 3 forages sur une superficie de 1 kilomètre carré. Des théories ont alors été développées pour estimer la qualité de l'échantillonnage (variances de dispersion et d'estimation), pour quantifier la variabilité spatiale (variographie) et pour estimer ou simuler la variable aux points non échantillonnés (krigeages, simulations géostatistiques).

A3-2. Théorie des variables régionalisées

Il ne s'agit pas ici de développer la théorie complète des variables régionalisées, mais plutôt d'asseoir les bases de la variographie et la manière d'utiliser cet outil.

Une variable régionalisée $Z(x)$ n'est rien d'autre qu'une variable prenant en tout point x de l'espace (x décrit 1, 2, 3, ... n coordonnées en fonction des dimensions de l'espace) une certaine valeur. Ca n'est ni plus ni moins une fonction de l'espace, sans allusion probabiliste:

$$Z(x) = f(x) \qquad \forall x \in \Re^n \qquad \textbf{(A3.1)}$$

Si la variable z est une teneur en cuivre, par exemple, il y a de grandes chances pour qu'elle puisse être décrite par des variations à petite échelle d'allure complètement

aléatoire et des variations à grande échelle montrant des tendances nettes: malgré des petites variations, les teneurs ont tendance à se concentrer en zones riches et en zones pauvres, avec une évolution progressive entre les deux. Dans une zone riche, la teneur en un point a une forte probabilité d'être élevée et dans une zone pauvre, d'être basse. L'utilisation informelle du concept de probabilité permet d'introduire celui de variable aléatoire: une variable Z qui peut prendre une certaine valeur $Z(x)$ au point x, tirée d'une loi de probabilité, est une variable aléatoire. L'ensemble des valeurs $Z(x)$ prises en tous points constitue une fonction aléatoire.

Une certaine fonction aléatoire Z peut avoir une infinité de réalisations différentes, ayant toutes les deux mêmes moments d'ordre un et deux. Lorsqu'on opère sur un échantillonnage restreint d'une seule réalisation, il est en toute rigueur impossible de déduire cette loi de probabilité. Elle devrait en effet être déduite d'une infinité de réalisations de la fonction aléatoire Z: $z_1(x)$, $z_2(x)$, $z_3(x)$, ... Ceci reviendrait à déduire la loi décrivant le résultat du tirage d'un dé, après un seul tirage et avoir obtenu le chiffre 5 (Journel et Huijbregt, 1993, p. 29). Des hypothèses simplificatrices doivent être faites, mais auparavant, il faut donner la définition des moments d'ordre 1 et 2 d'une variable.

Le moment de premier ordre, ou l'espérance d'une variable $Z(x)$, en un point x, est l'espérance, si elle existe, des valeurs prises par les diverses réalisations de Z en x. Son écriture est:

$$E[Z(x)] = m(x) \tag{A3.2}$$

Il existe ou peut exister trois moments de second-ordre. La variance "a priori" en un point, si elle existe, est définie par:

$$Var[Z(x)] = E[(Z(x) - m(x))^2] \tag{A3.3}$$

Si $Z(x_1)$ et $Z(x_2)$ ont une variance en x_1 et x_2, alors la covariance de Z entre x_1 et x_2 est définie par:

$$Cov(x_1, x_2) = E[(Z(x_1) - m(x_1)) \cdot (Z(x_2) - m(x_2))] \qquad \textbf{(A3.4)}$$

Le variogramme peut être introduit comme la variance de l'incrément $Z(x_1) - Z(x_2)$:

$$2 \cdot \gamma(x_1, x_2) = Var[Z(x_1) - Z(x_2)] \qquad \textbf{(A3.5)}$$

Le semi-variogramme $\gamma(x_1,x_2)$ est fréquemment utilisé. La covariance comme le variogramme peuvent être vus comme des mesures de la corrélation entre les deux points x_1 et x_2.

En pratique, on fait l'hypothèse que la covariance ou le variogramme ne dépendent pas des deux points sur lesquels ils reposent, mais seulement de la distance et de la direction du vecteur $\vec{h}$ qui les sépare. C'est l'hypothèse de stationarité d'ordre 2. Ainsi, pour tout vecteur $\vec{h}$ de l'espace, une fonction aléatoire Z est dite stationaire d'ordre 2 si:

- l'espérance existe en tout point de l'espace et:

$$E[Z(x)] = m \qquad \forall x \in \Re^n \qquad \textbf{(A3.6)}$$

- pour toute paire de points $(x, x + \vec{h})$, la covariance existe et dépend seulemement du vecteur $\vec{h}$:

$$C(h) = E[Z(x+h) \cdot Z(x)] - m^2 \qquad \forall x \in \Re^n \qquad \textbf{(A3.7)}$$

La stationarité de la covariance implique nécessairement celle du variogramme, car on peut montrer que les deux sont liés par la relation:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \tag{A3.8}$$

On peut aussi exprimer le corrélogramme indifféremment en fonction du variogramme ou de la covariance:

$$\rho(h) = C(h) / C(0) \tag{A3.9}$$

i.e.

$$\rho(h) = 1 - \gamma(h) / C(0) \tag{A3.10}$$

Toutefois, si l'existence de la covariance implique celle du variogramme, la réciproque n'est pas forcément vraie. L'hypothèse de stationarité n'est pas non plus vérifiée sur l'ensemble de l'espace. Dans l'évaluation d'un gisement, l'hypothèse de quasi-stationarité, qui est une hypothèse de stationarité sur une partie limitée de l'espace, suffit souvent.

Les propriétés mathématiques de la covariance et du variogramme ne seront pas plus approfondies ici et la partie suivante cherchera plus à présenter les résultats pratiques.

A3-3. Analyse structurale et variographie

A3-3.1. Définition

L'analyse structurale consiste à déterminer la structure spatiale de données en calculant leur covariance ou leur variogramme. Le cas du variogramme seul sera développé, sachant que la covariance peut se déduire de l'équation (A3.8). L'hypothèse de stationarité est faite.

Le variogramme est une mesure de la corrélation spatiale. Qualitativement, on observe souvent que des valeurs prises en deux points rapprochés sont corrélées, alors que des valeurs prises en deux points éloignés sont peu ou pas corrélées. Le variogramme en un point est nul:

$$\gamma(0) = 0 \qquad \textbf{(A3.11)}$$

Le variogramme pris entre deux points éloignés montre souvent un plateau, considéré comme la valeur du variogramme à l'infini, qui est égale à la covariance en un point:

$$\gamma(+\infty) = C(0) \qquad \textbf{(A3.12)}$$

Entre sa valeur à l'origine et sa valeur asymptotique, le variogramme montre une zone de transition. Soit $h = aa$ la distance pour laquelle le variogramme atteint son plateau; dans la region comprise entre 0 et aa autour d'un point x, les valeurs prises par la variable Z sont corrélées à $Z(x)$; au delà, la corrélation est minimale. La distance aa est appelée la portée du variogramme et quantifie la zone d'influence d'un point sur les valeurs prises par une variable aléatoire Z autour de ce point. Plus la portée est petite, plus la zone d'influence est petite et vice et versa.

Cette description sommaire met à l'écart un certain nombre d'irrégularités. Tout d'abord, il arrive que le variogramme ne présente pas de plateau et qu'il soit perpétuellement croissant. D'autre part, son comportement à l'origine est rarement continu et la limite de γ à droite de 0 est souvent différente de $\gamma(0)$. On parle alors d'effet pépite, noté C_0:

$$C_0 = \lim_{h \to 0+} \gamma(h) \tag{A3.13}$$

Physiquement, la présence d'un effet pépite montre que la corrélation entre deux points très proches, mais non superposés, est différente de 1. La corrélation entre un point et lui-même est obligatoirement 1. Le variogramme est aussi sensible à l'échelle du support et sans entrer dans les détails du changement de support, on observe fréquemment que l'effet pépite s'amenuise au fur et à mesure que la taille du support augmente: l'effet pépite du variogramme de la teneur en or prise sur des échantillons de 1 cm^3 est souvent beaucoup plus élevé que celui des teneurs prises sur des blocs de 1 m^3.

La contribution cc est définie comme la différence entre le plateau $C(0)$, s'il existe et l'effet pépite:

$$cc = C(0) - C_0 \tag{A3.14}$$

En dehors de l'effet d'échelle, le variogramme est aussi sensible à la direction d'échantillonnage. Ainsi, son plateau et sa portée peuvent être fonctions de l'azimut α et du pendage β du vecteur $\vec{h}$, dans un espace à trois dimensions:

$$C(0) = C(0, \alpha, \beta) \tag{A3.15}$$

$$aa = aa(\alpha, \beta) \tag{A3.16}$$

Il y a alors anisotropie.

A3-3.2. Calcul du variogramme expérimental

Dans l'étude d'un gisement de cuivre, il est évidemment impossible de connaître les valeurs prises par la teneur en cuivre en tout point et il faut pratiquer un échantillonnage, plus ou moins régulier, plus ou moins biaisé (intensification de l'échantillonnage dans les zones riches). Avec ces données, faute de pouvoir connaître le variogramme vrai de la teneur en cuivre, il est néanmoins possible d'établir un variogramme expérimental (l'hypothèse de quasi-stationarité est requise, dans tout les cas). On cherche, pour chaque pas h (orienté ou non), l'ensemble des paires de points disponibles et séparés de h et on calcule la variance des différences des teneurs en cuivre au sein de chaque paire. Soit un pas h, soit $Cu(x)$ la teneur en cuivre au point de coordonnées x et soit n paires de points $(x_1, x_1 + h)$, $(x_2, x_2 + h)$, ..., $(x_n, x_n + h)$, alors, pour ce pas h, le variogramme expérimental est donné par:

$$\gamma^*(h) = 1/n \cdot \sum_{i=1}^{n} (Cu(x_i + h) - Cu(x_i))^2 \qquad \textbf{(A3.17)}$$

Si les données expérimentales sont disposées sur une grille régulière de pas H, cette opération ne pose pas de problème et il suffit de choisir h comme un multiple de H: $1.H$, $2.H$, $3.H$, ... jusqu'à ce que h soit égal à la moitié du champ échantillonné. Au-delà de cette valeur, le calcul du variogramme repose sur trop peu de couples de points pour être valable. De même, on a coutume d'ignorer les pas du variogramme calculés avec moins de trente couples.

Comme c'est le cas pour un gisement, si l'espace a une dimension supérieure à 1, il est souhaitable de contrôler la présence d'anisotropies. En 3D il faut calculer le variogramme dans six directions non coplanaires. Ces directions sont normalement imposées par la forme de la grille.

Lorsque l'échantillonnage n'est pas fait sur une grille régulière, des approximations sont nécessaires. Dans la série de programmes géostatistiques GSLIB, Deutsch et Journel (1992) proposent de chercher pour un point de coordonnées x, non pas le deuxième point aux coordonnées $x + h$ exactement, mais dans un voisinage autour de $x + h$. En trois dimensions, le vecteur h est paramétré par sa longueur $|h|$, son azimut α et son pendage β. A ces paramètres, il faut ajouter des tolérances; ainsi sera pris en compte le point le plus proche de la position idéale $x + h$, compris dans le volume d'intersection de:

- la sphère creuse centrée en x et de rayon interne $|h|$ - *tolpas* et de rayon externe $|h|$ + *tolpas*; *tolpas* étant la demi épaisseur de la sphère, ou encore la tolérarance sur l'éloignement par rapport à x;

- la pyramide dont les faces ont pour bissectrices les quatres vecteurs: h_1, h_2, h_3 et h_4 respectivement d'azimuts et de pendages $(\alpha - tol\alpha, \beta)$, $(\alpha + tol\alpha, \beta)$, $(\alpha, \beta - tol\beta)$ et $(\alpha, \beta + tol\beta)$; $tol\alpha$ et $tol\beta$ sont les tolérances d'écart par rapport au pendage et à l'azimut originels;

- le cylindre plein de rayon R d'axe h.

Lorsque l'on veut connaître le variogramme expérimental omnidirectionnel, il suffit de choisir $tol\beta = 90\ ^\circ$ et $tol\alpha = 90\ ^\circ$ et $R = \infty$. On obtient une régularisation du variogramme dans toutes les directions.

Les aspects algorithmiques du calcul du variogramme expérimental seront développés plus en détail dans l'annexe IV.

A3-3.3. Modélisation du variogramme

Les calculs précédents donnent des valeurs espacées à intervalles réguliers ou non du variogramme, équivalent à un échantillonnage plus ou moins grossier du variogramme de la variable aléatoire. Faute de connaître ce variogramme vrai, on peut établir un modèle possible et continu, tenant compte des valeurs "échantillonnées". Ce problème est tout simplement un problème d'interpolation d'une fonction entre des points échantillonnés connus. De nombreuses méthodes existent, mais, dépendamment de l'allure du variogramme expérimental, il y des fonctions, ou modèles plus fréquemment utilisés que d'autres.

Parmis les modèles sans plateau, il y a les modèles linéaires et de puissance. Lorsque des oscillations sont observées, un modèle avec "effet de trou" sinusoïdal peut être adapté. Quant aux modèles avec plateau, les modèles sphériques, exponentiels et gaussiens peuvent être choisis. Leurs équations respectives sont données pour un plateau égale à 1:

$$\gamma_1(0) = 0 \qquad \textbf{(A3.18)}$$

et

Linéaire:

$$\gamma_1(h) = k \cdot h \qquad \forall h \in \Re^+, k \in \Re \qquad \textbf{(A3.19)}$$

Effet de trou:

$$\gamma_1(h) = 1 - \sin(h)/h \qquad \forall h \in \Re^+ - \{0\} \qquad \textbf{(A3.20)}$$

Sphérique:

$$\gamma_1(h) = (3 \cdot h/2 \cdot aa) - (h^3/(2 \cdot aa^3)) \qquad \forall h \in [0, aa] \qquad \textbf{(A3.21)}$$

$$\gamma_1(h) = 1 = 1 \qquad \forall h \in [aa, +\infty[\qquad \textbf{(A3.22)}$$

Exponentiel:

$$\gamma_1(h) = 1 - \exp(-h/aa) \qquad \forall h \in \Re^+ \qquad \textbf{(A3.23)}$$

Gaussien:

$$\gamma_1(h) = 1 - \exp(-h^2/aa^2) \qquad \forall h \in \Re^+ \qquad \textbf{(A3.24)}$$

aa représente normalement la portée du variogramme, si elle existe. sauf dans le cas du modèle exponentiel, où *aa* représente le tiers de la portée effective, et dans le cas du modèle gaussien où *aa* est le tiers du carré de la portée effective. Cette liste de modèles ne peut être exhaustive puisque toute fonction nulle en 0 et définie positive sur [0,+ ∞[peut servir de modèle.

Si le plateau *C(0)* est différent de 1 et si un effet pépite C_0 existe, il suffit de multiplier les expressions présentées ci-dessus par *C(0)* pour obtenir le bon plateau et de translater la courbe obtenue de C_0:

$$\gamma(h) = C_0 + C(0) \cdot \gamma_1(h) \qquad \forall h \in \Re^+ - \{0\} \qquad \textbf{(A3.25)}$$

En 0, le variogramme est inchangé:

$$\gamma(0) = \gamma_1(0) \qquad \textbf{(A3.26)}$$

Il arrive parfois que la structure montre un effet pépite pur, signifiant que quelle que soit la distance, aucune corrélation spatiale n'existe entre deux données. La courbe prend alors la forme d'un plateau:

$$\gamma(0) = 0 \qquad \textbf{(A3.27)}$$

et

$$\gamma(h) = C_0 \qquad \forall h \in \Re^+ - \{0\} \qquad \textbf{(A3.28)}$$

Un variogramme expérimental peut aussi être décrit par n'importe quelle combinaison, ou imbrication, de modèles structuraux.

La modélisation d'un variogramme ne pose normalement pas de problèmes tant qu'il y a isotropie. Dans le cas contraire, des complications surviennent. Il faut distinguer deux types d'anisotropies : anisotropie géométrique et anisotropie zonale.

Une anisotropie géométrique a une portée *aa*, qui est fonction de l'orientation et qui décrit un ellipsoïde dans un espace à trois dimensions. Le plateau et l'effet pépite doivent rester constants. En deux dimensions, l'ellipsoïde devient une ellipse. L'isotropie est un cas particulier de l'anisotropie géométrique où la portée *aa* décrit soit une sphère, en

trois dimensions, soit un cercle, en deux dimensions. L'anisotropie géométrique est complètement définie, en deux dimensions, si on connaît la valeur de la portée suivant trois directions. En trois dimensions, il en faut six. L'idéal est de connaître les valeurs des portées suivant les axes majeurs de l'ellipse ou de l'ellipsoïde. Pour connaître la valeur du variogramme entre deux points O et $O + \vec{h}$ (le premier point, O, servant d'origine à un repère orthonormé), on ramène l'anisotropie géométrique à une isotropie en effectuant une rotation des axes du repère othonormé pour qu'ils superposent les axes majeurs de l'ellipsoïde (ou de l'ellipse), puis on transforme l'ellipsoïde en une sphère (resp. cercle).

Soit les deux portées majeures $a_1 \geq a_2$, dans un problème en deux dimensions et soit φ, l'angle entre l'axe X du repère orthonormé (O,X,Y) et la portée a_1. La matrice de rotation [R] transforme les coordonnées de $O + \vec{h}$, (h_x, h_y) dans le repère (O,X,Y), en (h_x', h_y') dans le repère (O, a_1, a_2):

$$\begin{pmatrix} h_x' \\ h_y' \end{pmatrix} = [R] \cdot \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix} \qquad \textbf{(A3.29)}$$

où

$$[R] = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \qquad \textbf{(A3.30)}$$

L'étape suivante consiste à multiplier (h_x', h_y') par la matrice d'anisotropie $[\lambda]$, pour obtenir les coordonnées équivalentes de $O + \vec{h}$ dans le cas isotrope:

$$\begin{pmatrix} h_x'' \\ h_y'' \end{pmatrix} = [\lambda] \cdot \begin{pmatrix} h_x' \\ h_y' \end{pmatrix} \qquad \textbf{(A3.31)}$$

où

$$[\lambda] = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a_1 / a_2 \end{pmatrix} \tag{A3.32}$$

Alors, si γ'' est le modèle de variogramme de portée a_1, la valeur du variogramme anisotrope γ est égale à:

$$\gamma(h = (h_x, h_y)) = \gamma''(h'' = (h_x'', h_y'')) \tag{A3.33}$$

En trois dimensions, le principe est identique, mais la matrice de rotation s'exprime en fonction de trois angles. La matrice d'anisotropie, quant à elle, est donnée en fonction des deux rapports $\lambda_1 = a_1 / a_2$ et $\lambda_2 = a_1 / a_3$.

L'anisotropie zonale est une anisotropie pour laquelle la valeur du plateau peut dépendre de l'orientation du vecteur $\vec{h}$ et pour laquelle la portée ne décrit pas un ellipsoïde (3D) ou une ellipse (2D). Les variogrammes montrant une telle anisotropie doivent être modélisés par des structures imbriquées dont au moins une structure simple (isotrope ou géométriquement anisotrope) et des structures restreintes à une ou deux dimensions. Par exemple:

$$\gamma(h_x, h_y, h_z) = \gamma_1(|(h_x, h_y, h_z)|) + \gamma_2(h_x, h_y) + \gamma_3(h_x) \tag{A3.34}$$

Les anisotropies zonales demandent une expertise plus fine pour ajuster le bon modèle de structures imbriquées et demande aussi des traitements un peu plus longs lorsqu'on les utilise dans un programme de krigeage ou de simulation.

A3-4. Introduction du concept d'estimation

Le variogramme permet de visualiser et quantifier le degré de dépendance entre la valeur d'une variable prise en deux points de l'espace. Un variogramme avec une grande portée et un petit plateau indique que la variable varie peu dans l'espace, alors qu'une petite portée et un plateau élevé décrivent une variable fluctuante.

Le variogramme sert aussi d'outil dans les problèmes d'interpolation. L'idée est tout simplement d'utiliser la connaissance de la variabilité d'une variable aléatoire pour calculer sa valeur probable entre deux ou plusieurs points ou supports, échantillonnés et conditionnants (quelle que soit la dimension de l'espace). L'expression "valeur probable" couvre deux types de résultats: valeur estimée ou bien simulée. Une estimation est une évaluation de la valeur d'une variable sur un support à partir du modèle variographique qui minimise l'erreur avec la valeur vraie inconnue. L'estimation se fait par différentes techniques, appartenant à la famille des krigeages.

Parmis les différents types de krigeages, le krigeage ordinaire est l'un des plus courants. Soit Z_v la valeur vraie de la variable aléatoire sur le support v centré sur le point de coordonnées x et Z_v^*, la valeur estimée; soit Z_{v1}, Z_{v2}, ..., Z_{vn}, les valeurs échantillonnées sur des supports centrés sur les points de coordonnées x_1, x_2, ..., x_n (éventuellement différents de celui de Z_v); soit m, la moyenne stationaire inconnue de la variable Z. Le krigeage ordinaire est un estimateur linéaire qui exprime la valeur estimée comme une certaine fonction linéaire des données conditionnantes:

$$Z_v^* = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot Z_{vi} \qquad \textbf{(A3.35)}$$

Le krigeage ordinaire est aussi sans biais, ce qui signifie que:

$$E[Z_v^*] = E[Z_v] \tag{A3.36}$$

i.e.

$$E[Z_v^*] = m \tag{A3.37}$$

i.e.

$$E[Z_v^*] = E[\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot Z_{vi}] \tag{A3.38}$$

i.e.

$$E[Z_v^*] = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot E[Z_{vi}] \tag{A3.39}$$

i.e.

$$E[Z_v^*] = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot m \tag{A3.40}$$

i.e.

$$E[Z_v^*] = m \cdot \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \tag{A3.41}$$

impliquant:

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1 \qquad \textbf{(A3.42)}$$

Enfin, le krigeage ordinaire minimise l'erreur entre la valeur vraie et la valeur estimée, ce qui se traduit, en passant sur la démonstration, par:

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot \gamma(v_i, v_j) - \mu = \gamma(v_i, v) \qquad \forall i = 1:n \qquad \textbf{(A3.43)}$$

où

- $\gamma(v_i, v_j)$ désigne la moyenne du variogramme lorsqu'une extrémité du vecteur $\vec{h}$ décrit le support v_i et l'autre extrémité décrit le support v_j. Lorsque ces deux supports sont des points, la moyenne du variogramme est tout simplement égale au variogramme entre les deux points;

- $\gamma(v_i, v)$ est la moyenne du variogramme entre le support échantillonné v_i et le support estimé v. Lorsque ces deux supports sont des points, la moyenne du variogramme est égale au variogramme entre les deux points;

- μ est un multiplicateur de Lagrange.

(A3.42) et (A3.43) forment un système de $n + 1$ équations à $n + 1$ inconnues, i.e. les n facteurs λ_i et le multiplicateur de Lagrange μ. Une manière simple de résoudre ce système passe par l'écriture matricielle:

$$[\lambda] = [K]^{-1} \cdot [K_0] \tag{A3.44}$$

où

$$[\lambda] = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} \tag{A3.45}$$

$$[K] = \begin{pmatrix} \gamma(v_1, v_1) & \gamma(v_1, v_2) & \dots & \gamma(v_1, v_n) & 1 \\ \gamma(v_2, v_1) & \gamma(v_2, v_2) & \dots & \gamma(v_2, v_n) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma(v_n, v_1) & \gamma(v_n, v_2) & \dots & \gamma(v_n, v_n) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{A3.46}$$

$$[K_0] = \begin{pmatrix} \gamma(v_1, v) \\ \gamma(v_2, v) \\ \dots \\ \gamma(v_n, v) \\ 1 \end{pmatrix} \tag{A3.47}$$

$[K]$ est appelée matrice de krigeage. On pourrait démontrer qu'elle est symétrique et que:

$$\gamma(v_i, v_j) = \gamma(v_j, v_i) \qquad \forall (i, j) \in [1 : n]^2 \tag{A3.48}$$

Les facteurs λ_i, ou poids de krigeage, permettent d'apprécier la qualité de l'estimation, exprimée en terme de variance de krigeage σ_{OK}^2:

$$\sigma_{ok}{}^2 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot \gamma(v_i, v) + \mu - \gamma(v, v) \qquad \textbf{(A3.49)}$$

$$\sigma_{ok}{}^2 = [\lambda]' \cdot [K_0] - \gamma(v, v) \qquad \textbf{(A3.50)}$$

Plus la variance de krigeage est petite et plus la valeur estimée a de chances d'être proche de la valeur réelle. Un échantillonnage bien réparti autour du point estimé dans un rayon inférieur à la portée du variogramme est favorable à une bonne estimation.

Toutes ces expressions sont exprimées en fonction du variogramme moyen, toutefois, la covariance moyenne pourrait être utilisée de manière équivalente dans le krigeage ordinaire, moyennant quelques changements de signes. La covariance moyenne $\sigma(v_i, v_j)$ est reliée au variogramme moyen $\gamma(v_i, v_j)$ par l'égalité:

$$\sigma(v_i, v_j) = C(0) - \gamma(v_i, v_j) \qquad \textbf{(A3.51)}$$

Cette présentation du krigeage est très sommaire et n'entre pas en détail dans le calcul des variogrammes moyens, ni des démonstrations qui permettent d'arriver à ces résultats. Surtout, il s'agit d'une des techniques de krigeage les plus élémentaires. Certains krigeages font intervenir des combinaisons non linéaires (krigeages disjonctifs), alors que le krigeage universel (dont le krigeage ordinaire est un cas particulier) traite le cas des moyennes variables sur le champ estimé. Le krigeage simple est présenté ici parce qu'il est utilisé dans la simulation séquentielle gaussienne, décrite ultérieurement. Le krigeage simple est utilisé lorsque la moyenne de la variable Z est connue, constante, et vaut m_0. La valeur estimée Z_v^* est exprimée en fonction des valeurs échantillonnées et de cette moyenne:

$$Z_v^* = m_0 + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot (Z_{vi} - m_0) \qquad \textbf{(A3.52)}$$

La variance de krigeage simple σ_{SK}^2, vaut:

$$\sigma_{SK}^2 = \sigma(v,v) - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot \sigma(v_i, v) \qquad \textbf{(A3.53)}$$

Les poids de krigeage simple λ_i sont obtenus en résolvant le système de krigeage:

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_i \cdot \sigma(v_i, v_j) = \sigma(v_i, v) \qquad \forall i = 1:n \qquad \textbf{(A3.54)}$$

Contrairement à la plupart des autres krigeages, les poids ne peuvent pas être déterminés à partir de la matrice des variogrammes, mais uniquement de la matrice de covariance.

ANNEXE IV : PRÉSENTATION DU PROGRAMME VARIO3D

A4-1. Introduction

VARIO3D a été écrit dans le but d'améliorer l'ergonomie de GAMV3 de GSLIB. Il s'agit d'un programme écrit en FORTRAN efficace, mais ne permettant pas la visualisation directe des résultats. La programmation sous Matlab présente alors un intérêt considérable dans la mesure où la création de fenêtres et de graphiques est assez simple.

Le principe de calcul du variogramme expérimental s'inspire beaucoup de GAMV3. Mais afin d'accélérer les calculs, le programme use autant que possible de la présentation matricielle, naturelle et efficace sous Matlab.

L'entrée sous Matlab de la fonction VARIO3D appelle une fenêtre principale divisée en deux parties. La première moitié permet de paramétrer et de faire le calcul du variogramme expérimental. La seconde permet d'ajuster visuellement et manuellement un modèle variographique.

Le variogramme est calculé le long d'un axe dont il faut spécifier la direction, le pendage, et le pas. Comme cela a été expliqué dans le chapitre 3, dans la mesure où les données ne sont pas placées sur une grille régulière, il est presque impossible d'obtenir des couples séparés extactement d'un pas h le long de l'axe. Il faut tolérer certaines approximations (cf chapitre 3 et annexe III).

A4-2. Paramétrage

Le paramétrage du calcul du variogramme se fait en précisant:

- le nom du fichier de données en 3 dimensions (format *.DAT de GSLIB);
- la direction en degrés de l'axe le long duquel est calculé le variogramme (*dir*);
- le pendage en degrés de cet axe (*pend*);
- le pas en unité de longueur appropriée le long de l'axe de recherche (*pas*);
- le nombre de pas (*nbpas*);
- la tolérance en degrés sur la direction de recherche (*toldir*);
- la tolérance en degrés sur le pendage (*tolpend*);
- la tolérance sur le pas de recherche (*tolpas*);
- la largeur maximale en unité de longueur appropriée du cône de recherche (*écart*; il s'agit en fait d'une pyramide);
- si les données doivent être normalisées (1) ou non (0).

Le bouton START lance le calcul qui abouti sur la création du variogramme expérimental (points).

C'est alors qu'intervient la seconde moitié de la fenêtre principale. Il faut préciser:

- l'effet de pépite c_0;
- le type du modèle: sphérique (1) ou exponentiel (2);
- la contribution *cc*;
- le paramètre de pas *aa*;

- le numéro de la fenêtre dans laquelle se trouve le variogramme expérimental à modéliser.

Il suffit ensuite d'appuyer sur le bouton FIT.

Une combinaison de 2 à 4 modèles imbriqués est possible.

Seuls les modèles sphérique et exponentiel sont disponibles, mais d'autres modèles sont facilement ajoutés (gaussien, linéaire, ...).

Le calcul du variogramme et la modélisation sont tout à fait indépendants, ce qui permet d'utiliser la fonction FIT sur une figure qui est chargée en mémoire sans avoir à relancer le calcul du variogramme.

A4-3. Algorithme de calcul du variogramme expérimental

Les données doivent êtres au format GSLIB, ce qui implique que le fichier d'entrée a la forme suivante:

Densites volumique de la famille 1
5
X
Y
Z
DV1
Poids
28509.54 23802.87 -2716.75 0.0003 1

28502.17	*23799.25*	*-2745.61*	*0.0004*	*1*
28494.81	*23795.62*	*-2774.46*	*0.0001*	*1*
28487.38	*23792.13*	*-2803.32*	*0.0004*	*1*
28479.82	*23788.92*	*-2832.17*	*0.0004*	*1*
28472.26	*23785.71*	*-2861.03*	*0.0003*	*1*

Les trois premières colonnes correspondent aux coordonnées *X*, *Y* et *Z*, la quatrième correspond aux valeurs associées aux points, et la dernière est une colonne de poids qui n'est pas utilisée par VARIO3D mais qui existe par pur souci de compatibilité avec GSLIB.

L'algorithme du calcul du variogramme expérimental est le suivant:

- transformations des angles en radians;
- lecture du fichier des *nbdata* données et stockage dans une matrice *A* (6,*nbdata*);
- transformation gaussienne des données si requise grâce à la fonction NSCORETOOL qui appelle elle-même GAUINVTOOL;
- mise à zéro d'une colonne *gama* devant contenir les valeurs du variogramme expérimental pour les *nbpas*;
- mise à zéro d'une colone *nbpair* devant compter le nombre de paires de points utilisées pour le calcul du variogramme pour chaque pas;
- mise à zéro d'une colonne *XX* devant contenir la distance moyenne entre les points d'une même classe de distance;
- pour chaque donnée, $i = 1$ à $nbdata - 1$:

- calcul de la distance entre le point *i* et les points suivants de la liste (de $i + 1$ à *nbdata*);

- stockage dans une colonne *dif* des différences de valeurs entre les points *i* + *1* à *nbdata*, et le point *i*;

- calcul du vecteur directeur entre le point *i* et les points suivants (de *i* + *1* à *nbdata*);

- calcul de la distance entre les points *i* + *1* à *nbdata* et leurs projetés sur l'axe de calcul du variogramme;

- les points dont la distance est supérieure à *écart* sont rejetés; les éléments correspondants aux autres points sont supprimés de la colonne *dif*;

- calcul de la direction du vecteur reliant le point *i* aux points conservés;

- seuls les points dont la direction du vecteur se situe dans le secteur [*dir* – *toldir*; *dir* + *toldir*] sont conservés; les éléments correspondants aux autres points sont supprimés de la colonne *dif*;

- calcul du pendage du vecteur reliant le point *i* aux points restants;

- seuls les points dont le pendage du vecteur se situe dans le *secteur* [*pend* – *tolpend; pend* + *tolpend*] sont conservés; les éléments correspondants aux autres points sont supprimés de la colonne *dif*;

- la distance entre les points restants et le point *i* est calculée dans une colonne *dist;*

- pour chaque élément de cette colonne *dist*, *idist* = 1 à *length(dist)* :

- si la distance *dist(idist)* tombe dans la limite [*j* . *pas* – *tolpas*; *j* . *pas* + *tolpas*] (*j* = 1 à *nbpas*), le point est traité:

  - le variogramme pour ce pas est mis à jour : *gama(j)* = *gama(j)* + *dif(idist)*^{2};

  - *XX(idist)* = *XX(idist)* + *dist(idist)*;

  - *nbpair(idist)* = *nbpair(idist)* + 1;

- *gama* = ½ . (*gama* / *nbpair*).

ANNEXE V : PRÉSENTATION DU PROGRAMME SG3D

A5-1. Introduction

Le programme SG3D effectue des simulations séquentielles gaussiennes, dont la théorie est développée dans le chapitre 3, sous la plateforme Matlab. Il en utilise toutes les facilités graphiques. La compatibilité avec GSLIB est assurée pour les fichiers d'entrée et de sortie.

De nombreuses solutions algorithmiques existent pour accélérer et optimiser les différentes étapes de la simulation séquentielle. Les solutions retenues ici reposent sur le choix de la simplicité de programmation sous Matlab et de son efficacité à gérer des matrices parallélépipèdiques.

Le programme tel qu'écrit permet de traiter:

- des simulations conditionnelles ou non;

- des grilles régulières cubiques ou parallélépipèdiques (les simulations 2D peuvent aussi être traitées en prenant une des dimensions égale à un);

- des modèles de variogramme sphérique et exponentiel, imbriqués ou non, isotropes ou non (seules les anisotropies géométriques sont considérées).

A5-2. Algorithme principal

Les options de paramètres et de stratégies de recherche des points de voisinage sont moins étendues que celles de SGSIM de GSLIB, dont s'inspire SG3D, mais la qualité des simulations peut être contrôlée visuellement.. L'algorithme est le suivant:

- lecture du fichier de données conditionnantes si *datafich* $\neq 0$;

- transformation gaussienne des données;

- positionnement des données conditionnantes sur le nœud de la grille le plus proche, représenté par un élément de la matrice *Z = -9999*ones(nx,ny,nz)*;

- création d'un vecteur d'indices *index* déterminant l'ordre de visite des nœuds;

- création d'une matrice de rotation des axes d'anisotropie *rotmat*;

- tirage d'un premier nœud suivant une loi Normale $N_{(0,1)}$ si la simulation est non conditionnelle;

- boucle sur les nœuds, visite dans l'ordre du vecteur *index*:

    - recherche de *nboct* points dans chaque sextant;
    - création des matrices de covariance;
    - krigeage du point;
    - tirage du point *Z(index)*;

- transformation inverse des données;

- représentations graphiques des histogrammes, variogrammes et d'un des niveaux *z*, à l'altitude *alt* du champ simulé;

- écriture du fichier de sortie.

A5-3. Paramétrage

Par souci de compatibilité avec les programmes de GSLIB, les paramètres de la simulation sont les mêmes que ceux de SGSIM.

- Paramètres de la grille:

La grille de points/nœuds à simuler est définie par une origine et 3 axes *X*, *Y*, *Z* orthonormés.

- *xmn, ymn, zmn*: Coordonnées de l'origine de la grille;

- *nx, ny, nz*: nombres de nœuds suivant les axes *X*, *Y* et *Z* orthonormés;

- *xsize, ysize, zsize*: pas de la grille suivant *X*, *Y* et Z.

Les nœuds sont repérés par leurs indices *(ix,iy,iz)* ou par leurs coordonnées *(x,y,z)*, ou encore par l'indice unique ind. On passe de l'un à l'autre en utilisant les relations suivantes:

$$ix = Ent[(ind - 1)/(nx \cdot ny)] + 1 \quad \textbf{(A5.1)}$$

$$iy = Ent[(ind - (iz - 1) \cdot nx \cdot ny - 1)/nx] + 1 \quad \textbf{(A5.2)}$$

$$iz = ind - (iz - 1) \cdot nx \cdot ny - (iy - 1) \cdot nx \quad \textbf{(A5.3)}$$

et

$$x = xmn + (ix - 1) \cdot xsize \quad \textbf{(A5.4)}$$

$$y = ymn + (iy - 1) \cdot ysize \quad \textbf{(A5.5)}$$

$$z = zmn + (iz - 1) \cdot zsize \quad \textbf{(A5.6)}$$

- Paramètres du modèle variographique:

Les paramètres du modèle variographique sont inspirés de GSLIB mais diffèrent un peu quant à leur présentation, matricielle ici:

Model = *[type1 contribution1 portée1 anis11 anis21 direction1 pendage1;*
type2 contribution2 portée2 anis12 anis22 direction2 pendage2;
type3 contribution3 portée3 anis13 anis23 direction3 pendage3;
type4 contribution4 portée4 anis14 anis24 direction4 pendage4];

Le nombre de structures imbriquées est limité à quatre, ce qui est généralement plus que suffisant. Deux types sont disponibles: (1) pour les modèles sphériques et (2) pour les modèles exponentiels. Les directions et pendages sont donnés en degrés et correspondent à la rotation de l'axe principal *aax* de l'ellipsoïde des portées par rapport a

l'axe *X*. Les anisotropies correspondent aux rapports *aay/aax* et *aaz/aax*. Les trois dernières lignes de *model* sont facultatives. L'effet pépite isotrope est nommé *c0*.

- Indicateur de simulation conditionnelle ou non:

Le paramètre *datafich* distingue entre simulation conditionnelle et simulation non conditionnelle. Si *datafich* = *0*, la simulation est non conditionnelle, sinon, il faut entrer le nom du fichier de données conditionnantes, obligatoirement en format GSLIB:

Ligne de titre
5
X
Y
Z
Valeur
Poids

x1	*y1*	*z1*	*valeur1*	*poids1*
x2	*y2*	*z2*	*valeur2*	*poids2*
x3	*y3*	*z3*	*valeur3*	*poids3*

...

La colonne de poids n'est pas traitée par SG3D, mais est présente par souci de compatibilité.

- Nom du fichier de sortie:

La simulation génère un fichier de sortie dont le nom est précisé par la variable *dataout*. Ce fichier a le même format que celui créé par SGSIM de GSLIB, c'est-à-dire que les

données sont entrées sans indication de coordonnées, dans l'ordre croissant des indices de la grille *(nœud 1, nœud 2, ..., nœud nx.ny.nz)*.

- *Nombre de points conditionnants à rechercher par secteur:*

Le nombre de points à rechercher par secteur est enregistré par *nboct*. SG3DOCT ne distingue pas les données conditionnantes originelles des nouveaux points simulés.

- Niveau *alt de représentation graphique:*

alt contient le niveau d'indice *iz* qui sera représenté par SG3DOCT.

A5-4. Traitement des points conditionnants

La solution la plus rigoureuse pour gérer les données conditionnantes serait de les considérer indépendamment des nœuds de la grille. On peut ainsi imposer de simuler chaque nouveau point avec un nombre défini de valeurs conditionnantes originelles et un autre nombre défini de données nouvellement simulées. L'inconvénient de cette stratégie est le temps nécessaire au traitement séparé.

La fonction NSCORETOOL normalise les données conditionnantes alors que la fonction BACKTRTOOL effectue la transformation inverse sur les données nouvellement simulées. Ces deux fonctions sont directement traduites de GSLIB.

A5-5. Ordre de visite des points à simuler

L'ordre de visite des nœuds à simuler est très important: il faut absolument éviter de visiter nœud adjacent après nœud adjacent. La fonction VISITEMATLAB permet de visiter une fois et une seule chaque nœud ne contenant pas déjà une donnée conditionnante. Elle utilise le générateur RANDPERM de Matlab.

A5-6. Recherche des points déjà simulés

La stratégie de recherche des points conditionnant le krigeage simple de chaque nouveau point à simuler est l'élément crucial de la simulation séquentielle. Parmi les méthodes généralement utilisées, il y a:

- la division du champ en sous-ensembles ("superblocs" dans SGSIM);
- la recherche en spirale autour du noeud à simuler, qui s'arrête lorsqu'un nombre *n* de points déjà simulés a été trouvé;

Ces méthodes peuvent être conjuguées. La recherche par secteur permet d'éviter un échantillonnage biaisé des points conditionnant dans une seule direction. La division en 8 octants est idéale mais on peut aussi diviser l'espace autour des points en quatre quadrants ou six sextants. Dans SG3D, la fonction SEXTANT fait une recherche en spirale dans chaque sextant de l'espace. Cette solution semble offrir un bon compromis entre facilité et rapidité de programmation et échantillonnage homogène de l'espace.

L'efficacité de la recherche en spirale augmente avec le nombre de points simulés dans le champ. Au début de la simulation, la grille contient très peu de données conditionnantes et un très grand nombre de nœuds sont visités avant d'obtenir le nombre *nboct* suffisant de points conditionnants par secteur. Ce temps diminue avec la densité des points. Pour accélérer la simulation, certains programmes superposent des grilles de maille décroissante: une grille large est d'abord simulée, puis une grille plus fine est superposée à la précédente et est simulée à son tour en utilisant les résultats de la première grille. Cette technique est efficace et reconstitue bien le variogramme à toute distance. On peut aussi restreindre la recherche dans une sphère ou une ellipse de recherche, mais il faut alors s'assurer que le rayon de recherche est plus grand que la plus grande des portées du variogramme dans toutes les directions. Dans le cas contraire la structure ne serait pas bien reconstruite pour les distances comprises entre le rayon de recherche et la portée.

La fonction SEXTANT renvoie un vecteur *B* contenant les coordonnées relatives et les valeurs des points trouvés dans chaque secteur:

$$[B,mx] = SEXTANT(Z,ix,iy,iz,nx,ny,nz,xsize,ysize,zsize,nboct);$$

mx est le nombre total de nœuds pour les six secteurs; c'est aussi le nombre de lignes de *B*, dont découle une matrice de covariance résultante carrée *(mx,mx)*.

A5-7. Gestion de l'anisotropie

La matrice de rotation *rotmat* est créée par la fonction SETROT pour prendre en compte l'anisotropie régionale.

Soit α et β, les angles de direction (azimut pris par rapport à Y) et de pendage de l'axe parallèle à la portée principale aax du variogramme. Le vecteur directeur $\vec{u}$ se décompose, dans le repère (O,X,Y,Z) en:

$$u_x = \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) \tag{A5.7}$$

$$u_y = \cos(\beta) \cdot \cos(\alpha) \tag{A5.8}$$

$$u_z = -\sin(\beta) \tag{A5.9}$$

La rotation composite autour des axes Z (de α) et X (de β) est représentée par la matrice $[R(\alpha,\beta)]$:

$$[R(\alpha,\beta)] = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha)\cdot\cos(\beta & \sin(\alpha)\cdot\sin()\beta \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha)\cdot\cos(\beta) & \cos(\alpha)\cdot\sin(\beta) \\ 0 & -\sin(\beta) & \cos(\beta) \end{pmatrix} \tag{A5.10}$$

La matrice d'anisotropie, appelée $[\lambda]$ s'écrit:

$$[\lambda] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \tag{A5.11}$$

avec

$$\lambda_1 = aa_y / aa_x \tag{A5.12}$$

$$\lambda_2 = aa_z / aa_x \tag{A5.13}$$

Soit le point *M(x,y,z)* dans *(O,X,Y,Z)*. Pour obtenir ses coordonnées modifiées par l'anisotropie, il suffit d'effectuer la multiplication matricielle:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = [R(-\alpha,-\beta)] \cdot [\lambda] \cdot [R(\alpha,\beta)] \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{A5.14}$$

Pour obtenir une matrice de rotation parfaitement générale, il faudrait inclure un troisième angle de rotation. Ce cas n'est pas traité ici, mais pourrait aisément être implémenté (Deutsch et Journel, 1992).

A5-8. Résultat

En dehors d'un fichier de sortie contenant les valeurs simulées dans l'ordre croissant des indices de la grille (*ind = 1:nx.ny.nz*), les histogrammes des données conditionnantes et des données simulées sont édités. Le variogramme expérimental des données simulées est aussi calculé suivant les trois axes de la grille et comparé au modèle. Ces accessoires graphiques permettent de contrôler visuellement la qualité de la simulation.

ANNEXE VI : PRÉSENTATION DES PROGRAMMES TB3D ET TB3DCOND

A6-1. Introduction

Le chapitre 3 décrit une deuxième technique de simulation géostatistique, dite des bandes tournantes. Les deux programmes TB3D et TB3DCOND utilisent cette technique et son programmés en langage Matlab. De même que SG3D, ils sont compatibles avec les programmes de GSLIB.

Les programmes tels qu'écrits permettent de traiter:

- des simulations conditionnelles ou non (TB3DCOND et TB3D);
- des grilles régulières cubiques ou parallélépipèdiques (les simulations 2D peuvent aussi être traitées en prenant une des dimensions égale à un);
- des modèles de variogramme sphériques et exponentiels, imbriqués ou non, mais obligatoirement isotropes.

A6-2. Paramétrage

Les paramètres et les formats de fichier d'entrée et de sortie sont compatibles avec ceux de GSLIB. L'algorithme présenté est celui de la simulation conditionnelle TB3DCOND:

- entrée des paramètres de la grille, de *R* et du nombre *nbl* de lignes;

- entrée des paramètres du modèle de variogramme;

- lecture du fichier de données, création de la matrice *A*;

- déplacement de epsilon des données coïncidant avec les nœuds de la grille pour éviter les artefacts lors du krigeage;

- transformation gaussienne des données par NSCORETOOL;

- création de la matrice de covariance *K* pour le krigeage;

- simulation non conditionnelle; les valeurs simulées du champ sont stockées dans la matrice *ZS*; les valeurs simulées aux points conditionnants sont stockées dans la matrice *B*:

    - simulation de l'effet pépite de *ZS* et *B*;
    - initialisation des matrices *ZZ* et *BB*, intermédiaires de calcul;
    - pour chaque structure imbriquée:
        - création de *nbl* lignes par la fonction CREALIGNESTOOL, représentées par une matrice de cosinus directeurs;
        - simulation le long des lignes par SIMUL1D;
        - pour chaque ligne:

- projection des nœuds de la grille et des points conditionnants sur la ligne;
- calcul de l'indice de la valeur simulée la plus proche sur la ligne;
- attribution de cette valeur aux *ZZ(i)* et aux *BB(i)*;

- ajout des *ZZ* et *BB* à *ZS* et *B* (possible parce que les données sont gaussiennes);

- krigeage des données de la grille à partir des données expérimentales *A* et simulées *B* et stockage dans *ZK* et *ZSK*;

- $Z = ZK + (ZS - ZSK)$;

- représentation graphique des histogrammes, variogrammes et d'un des niveaux *z*, à l'altitude *alt* du champ simulé;

- écriture du fichier de sortie.

A6-3. Création des lignes

La fonction CREALIGNESTOOL appelle la fonction FREULON, utilisant l'algorithme de Freulon, pour générer un nombre *nbl* de lignes uniformément orientées dans l'espace. Journel (1974) proposait l'utilisation de 15 droites passant par le milieu des faces d'un

isocahèdre. Il est maintenant admis qu'un plus grand nombre de lignes est nécessaire (100). L'algorithme de Freulon est le suivant:

Expansion binaire de n:

$$n = a_0 + 2 \cdot a_1 + 4 \cdot a_2 + 8 \cdot a_3 + \ldots + 2^k \cdot a_k + \ldots \qquad \textbf{(A6.1)}$$

avec $a_i = 0$ ou 1.

$$a = [a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots a_k, \ldots] \qquad \textbf{(A6.2)}$$

Expansion ternaire de n:

$$n = b_0 + 3 \cdot b_1 + 9 \cdot b_2 + 27 \cdot b_3 + \ldots + 3^k \cdot b_k + \ldots \qquad \textbf{(A6.3)}$$

avec $b_i = 0,\ 1,$ ou 2.

$$b = [b_0, b_1, b_2, \ldots, b_k, \ldots] \qquad \textbf{(A6.4)}$$

Soit les deux paramètres u_n et v_n tels que:

$$u_n = \sum_{i=0}^{+\infty} a_i / (2^i \cdot 2^{i-1}) \qquad \textbf{(A6.5)}$$

et

$$v_n = \sum_{i=0}^{+\infty} b_i / (3^i \cdot 3^{i-1}) \qquad \textbf{(A6.6)}$$

alors les vecteurs de cosinus directeurs:

$$\cos x = \cos(2\pi \cdot u_n) \cdot \sqrt{1 - v_n^{\ 2}} \tag{A6.7}$$

$$\cos y = \sin(2\pi \cdot u_n) \cdot \sqrt{1 - v_n^{\ 2}} \tag{A6.8}$$

$$\cos z = v_n \tag{A6.9}$$

sont repartis de manière homogène sur une demi sphère inférieure.

CREALIGNESTOOL renvoie une matrice de dimensions (*nbl*,6) de cosinus directeurs et de coordonnées des premiers points de chaque ligne.

A6-4. Simulation le long des lignes

La simulation unidimensionnelle le long de chaque ligne est réalisée par la fonction SIMUL1D qui renvoie une matrice de dimensions (*nbl*,*nbp*), *nbp* correspondant au nombre de points sur chaque ligne.

A6-5. Résultat

En dehors d'un fichier de sortie contenant les valeurs simulées dans l'ordre croissant des indices de la grille (*ind = 1:nx.ny.nz*), les histogrammes des données conditionnantes et des données simulées sont édités. Le variogramme expérimental des données simulées est aussi calculé suivant les trois axes de la grille et comparé au modèle. Ces accessoires graphiques permettent de contrôler visuellement la qualité de la simulation.

ANNEXE VII : PRÉSENTATION DU PROGRAMME DE TIRAGE SIMUL3DISC

Le programme SIMUL3DISC effectue le tirage simultanément d'une à deux familles de fractures (dans sa configuration actuelle) sur un volume découpé en parallèlépipèdes élémentaires. Il faut d'abords renseigner les paramètres de la grille, dont les noeuds correspondent aux centres des parallèlépipèdes. Les paramètres de la grille sont identiques à ceux de SG3D et TB3D/TB3DCOND:

- *nx, ny, nz*: le nombre de noeuds suivant les axes *X*, *Y* et *Z* d'un repère cartésien orthonormal;

- *xsize, ysize, zsize*: le pas de la grille, i.e. la longueur des parallèlépipèdes élémentaires suivant les axes *X*, *Y* et Z;

- *xmn, ymn, zmn*: l'origine de la grille dans le repère *(O,X,Y,Z)*.

Chaque noeud de la grille est indicé dans le sens des *X*, *Y* et *Z* croissants.

Les familles sont décrites en entrant leur nombre (une ou deux), puis leurs paramètres:

- *nbfamilles*: nombre de familles à traiter;

- *fam(i).diam.moy*: diamètre moyen des fractures de la famille *i*;

- *fam(i).diam.var*: variance des diamètres de la famille *i*;

- *fam(i).pendage.moy*: pendage moyen de la famille *i*;

- *fam(i).azimut.moy*: azimut moyen de la famille *i*;

- *fam(i).K*: paramètre de Fisher de la famille *i*.

Les densités affectées aux noeuds de la grille sont contenues dans un fichier généré antérieurement par l'un des deux programmes SG3D ou TB3D/TB3DCOND, ou bien par tout autre programme de simulation ou de krigeage, à condition que le fichier de sortie soit en format suivant:

Ligne de titre
d1
d2
d3
d4
...

SIMUL3DISC appelle la fonction GRILLE pour lire le fichier des densités et les ranger dans une matrice cubique, dans l'ordre de la grille. C'est pourquoi il est impératif que les paramètres de la grille de simulation dans SG3D ou TB3D/TB3DCOND et de la grille de simulation des fractures de SIMUL3DISC soit identiques. Le résultat obtenu n'aurait aucun sens sinon.

La fonction SIMULATIONSB fait ensuite le tirage poissonien des centres, le tirage des diamètres et celui des orientations. Les fractures ainsi complètement définies sont rangées dans un fichier pour chaque famille, sous la forme:

Coordonnées des points poissoniens

X	*Y*	*Z*	*Diamètre*	*Pendage*	*Azimut*

x_1	y_1	z_1	D_1	β_1	α_1
x_2	y_2	z_2	D_2	β_2	α_2
x_3	y_3	z_3	D_3	β_3	α_3
...					

Le temps nécessaire pour simuler une centaine de milliers de fractures dépend évidemment des capacités de l'ordinateur, mais, pour donner un ordre de grandeur, il faut compter une dizaine de minutes avec une station de calcul "rapide". Le nombre de fractures simulables est malgré tout limité à un million environ (création de six colonnes de un million d'éléments chacune; une colonne pour chaque coordonnée, une pour le diamètre et deux pour l'orientation). Le vrai facteur limitant n'est pas tant le nombre de fractures anticipé, que la densité maximale de fracturation, λ_{vmax}, apparaissant lors du tirage poissonien. En effet, dans les premières étapes de SIMULATIIONSB, une colonne de $\lambda_{vmax}.\ nx\ .ny\ .\ nz$ éléments est créée, dont une partie disparaît ultérieurement lors du test d'acceptation. Ce nombre $\lambda_{vmax}.\ nx\ .ny\ .\ nz$, ne doit pas dépasser quelques millions. La simulation de champ à fortes densités doit donc se faire sur un petit volume.

La régionalisation des orientations n'est pas possible dans SIMUL3DISC. Mais peu de modifications seraient nécessaires dans les fonctions GRILLE et SIMULATIONSB pour lire deux fichiers supplémentaires au même format que le fichier de densités, correspondant au pendage et à la direction. Les diamètres quant à eux ont peu de chances de pouvoir être traités de la sorte, car cela exigerait d'avoir une information suffisante assez bien répartie dans le massif rocheux exploré.

Les fichiers de sorties sont indépendants pour chaque famille traitée pour permettre leur rétroanalyse et vérifier la qualité de la simulation. Le programme annexe MAKEMIXTE effectue la fusion des deux fichiers *.DAT créés par MAINSANBLOC, en un seul fichier, utilisé par la suite dans le calcul de la courbe granulométrique. Il donne aussi les

statistiques d'orientation et de diamètre des fractures tirées, garantissant ainsi le contrôle de la qualité du tirage.

ANNEXE VIII : PRÉSENTATION DU PROGRAMME OUTCROP

OUTCROP représente graphiquement les traces des fractures obtenues par l'intersection d'un plan orthogonal à l'un des trois axes *X*, *Y*, ou *Z* d'un repère orthonormé et d'un champ de fractures contenu dans un fichier *.DAT. Seul le cas d'un plan orthogonal à l'axe *X* est décrit ici, sachant que la démarche est identique pour les axes *Y* et Z.

Soit un plan (P_0) orthogonal à l'axe des abscisses, d'équation:

$$(P_0): \qquad x = x_0 \tag{A8.1}$$

Soit (P_1) le plan contenant le disque de centre $M_1 = (x_1, y_1, z_1)$, de diamètre d_1, de pendage β et d'azimut α:

$$(P_1): \qquad A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + C_1 \cdot z + D_1 = 0 \tag{A8.2}$$

avec

$$A_1 = u_x \tag{A8.3}$$

$$A_1 = \sin(\beta) \cdot \cos(\alpha) \tag{A8.4}$$

$$B_1 = u_y \tag{A8.5}$$

$$B_1 = -\sin(\beta) \cdot \sin(\alpha) \tag{A8.6}$$

$$C_1 = u_z \tag{A8.7}$$

$$C_1 = \cos(\beta) \tag{A8.8}$$

$$D_1 = -(A_1 \cdot x_1 + B_1 \cdot y_1 + C_1 \cdot z_1) \tag{A8.9}$$

où u_x, u_y et u_z sont les vecteurs directeurs du vecteur unitaire orthogonal au plan (P_1) et positif (inverse du pôle).

Si un point M de coordonnées (x,y,z) appartient à la fois au disque et au plan (P_0), alors il doit satisfaire au système d'inéquations suivant:

$$| \; M \in (P_0) \tag{A8.10}$$

$$| \; M \in (P_1) \tag{A8.11}$$

$$| \; d(M, M_1) \leq 1/2 \cdot d_1 \tag{A8.12}$$

i.e.

$$x = x_0 \tag{A8.13}$$

$$A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + C_1 \cdot z + D_1 = 0 \tag{A8.14}$$

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 \leq d_1^{\,2} / 4 \tag{A8.15}$$

Les deux extrémités du segment d'intersection doivent satisfaire ce même système en remplacant l'inégalité par une égalité dans la troisième équation. Si le système a un couple de solutions finies unique et si $B_1 \neq 0$, on peut alors montrer que ce couple a pour expression:

$$z_1 = (-b - \sqrt{\Delta})/(2 \cdot a) \tag{A8.16}$$

$$y_1 = a + b \cdot z_1 \tag{A8.17}$$

$$x_1 = x_0 \tag{A8.18}$$

et

$$z_2 = (-b + \sqrt{\Delta})/(2 \cdot a) \tag{A8.19}$$

$$y_2 = a + b \cdot z_1 \tag{A8.20}$$

$$x_2 = x_0 \tag{A8.21}$$

où

$$a = -(A_1 \cdot x_0 - D_1)/B_1 \tag{A8.22}$$

$$b = -C_1 / B_1 \tag{A8.23}$$

$$\Delta = [2 \cdot b \cdot (a - y_1) - 2 \cdot z_1]^2 - 4 \cdot (1 + b^2) \cdot [(a - y_1)^2 + (x_0 - x_1)^2 - (d_1^{\,2}/4)] \tag{A8.24}$$

Si $B_1 = 0$, mais $C_1 \neq 0$:

$$x_1 = x_0 \tag{A8.25}$$

$$z_1 = -(A_1 \cdot x_0 - D_1)/C_1 \tag{A8.26}$$

$$y_1 = y_0 + \sqrt{(d_1^{\,2}/4) - (x_0 - x_1)^2 - (z - z_1)^2} \tag{A8.27}$$

et

$$x_2 = x_0 \tag{A8.28}$$

$$z_2 = -(A_1 \cdot x_0 - D_1)/C_1 \tag{A8.29}$$

$$y_2 = y_1 + \sqrt{(d_1^{\,2}/4) - (x_0 - x_1)^2 - (z - z_1)^2} \tag{A8.30}$$

si et seulement si:

$$(d_1^{\,2}/4) - (x_0 - x_1)^2 - (z - z_1)^2 \geq 0 \tag{A8.31}$$

Enfin, si B_1 et C_1 sont tous les deux nuls, le disque est parallèle au plan (P_0) et il n'y a donc pas d'intersection.

Une fois les coordonnées des deux extrémités calculées dans Matlab, il suffit d'appeler la fonction LINE pour les relier par un trait.

ANNEXE IX : PRÉSENTATION DES PROGRAMMES FICTIFOR ET DIVISEFOR

A9-1. Description du programme FICTIFOR

FICTIFOR sélectionne les fractures d'un fichier *.DAT interceptées par un forage fictif de coordonnées, longueur et orientation spécifiées.

Soit les coordonnées $M_0 = (x_0, y, z_0)$ les coordonnées de la tête de forage et $M_1 = (x_1, y_1, z_1)$ celles du fond de forage, déduite des coordonnées de sa tête, de son orientation (β , α) et de sa longueur l_f par:

$$x_1 = x_0 + l_f \cdot \cos(\beta_f) \cdot \sin(\alpha_f) \qquad \textbf{(A9.1)}$$

$$y_1 = y_0 + l_f \cdot \cos(\beta_f) \cdot \cos(\alpha_f) \qquad \textbf{(A9.2)}$$

$$z_1 = z_0 - l_f \cdot \sin(\beta_f) \qquad \textbf{(A9.3)}$$

Soit la droite (D_f) passant par le forage, d'équations:

$$(D_f): \qquad x = x_0 + k \cdot (x_1 - x_0) \qquad \forall k \in \Re \qquad \textbf{(A9.4)}$$

$$y = y_0 + k \cdot (y_1 - y_0) \qquad \textbf{(A9.5)}$$

$$z = z_0 + k \cdot (z_1 - z_0) \qquad \textbf{(A9.6)}$$

Et soit le plan (P_l) passant par une fracture, dont les coefficients A_l, B_l, C_l et D_l sont ceux de l'annexes VIII:

$$(P_1): \qquad A_1 \cdot x + B_1 . y + C_1 \cdot z + D_1 = 0 \qquad \textbf{(A9.7)}$$

Un point de coordonnées $M = (x,y,z)$ appartenant à la fois à (D_f) et à (P_l) doit alors satisfaire leurs équations respectives. Une manière aisée de résoudre le système d'équations ainsi créé, sous MATLAB, consiste à l'écrire sous forme matricielle:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & (x_0 - x_1) \\ 0 & 1 & 0 & (y_0 - y_1) \\ 0 & 0 & 1 & (z_0 - z_1) \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -D_1 \\ x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \qquad \textbf{(A9.8)}$$

sous réserve que la matrice inversée n'ait pas un déterminant nul, signifiant que la droite et le plan sont parallèles et qu'il n'y a donc pas de solution unique (soit aucune solution, soit une infinité de solutions). Si une solution unique existe, il ne reste qu'à supprimer les points au-dessus de la tête du forage et en-dessous du fond de forage, ainsi que les points situés à plus d'un rayon du centre de la fracture.

Les fractures sélectionnées sont enregistrées dans un fichier *.DAT en format:

Paramètres du forage:

Xtête	*Ytête*	*Ztête*	*Longueur*	*Pendage*	*Azimut*	*Rayon*
x_0	y_0	z_0	l_f	β_f	α_f	r_f

Coordonnées des points de fracturation du forage:

X	*Y*	*Z*	*Pendage*	*Azimut*	*Diamètre*
x_1	y_1	z_1	β_1	α_1	D_1
x_2	y_2	z_2	β_2	α_2	D_2

x_3 y_3 z_3 β_3 α_3 D_3

Le rayon du forage n'est pas utilisé par la suite. Sa présence est justifiée au cas où on voudrait représenter graphiquement la carotte de sondage avec ses fractures, bien que le programme adéquat n'ait pas été développé.

A9-2. Description du programme DIVISEFOR

DIVISEFOR prend le fichier *.DAT créé par FICTIFOR pour calculer la densité linéaire, la densité volumique et le RQD sur des passes régulièrement espacées le long du forage fictif.

DIVISEFOR réclame les paramètres suivants:

- *nomfichier*, le nom du fichier d'entrée;
- *fichresultat*, le nom du fichier de sortie;
- *longueursgt*, la longueur des passes;
- *D*, le diamètre moyen des fractures;
- *seg* et *beseg*, deux paramètres permettant de traiter le cas où la famille considérée aurait un pendage proche de la verticale, ce qui impliquerait que les pôles seraient répartis en deux groupes diamétralement opposés sur les bords du stéréonet; ces deux groupes doivent être considérés comme un seul;

Algorithme:

- lecture du fichier d'entrée (paramètres du forage et des fractures);

- calcul des coordonnées du fond du forage;

- appel de la fonction CLEANFOR pour recentrer les pendages des fractures dans l'intervalle $[0,\pi/2]$ et les azimuts dans l'intervalle $[0,2\pi]$;

- calcul du nombre *nsgt* de passes de longueur *longueursgt* le long du forage et calcul des coordonnées de leur centre;

- pour chaque passe (ou segment):

    - recherche des fractures coupant la passe;
    - détermination de la fréquence, ou densité, linéaire de fracturation de la passe en divisant le nombre de fractures par la longueur;
    - appel de la fonction ANGLEFOROP pour calculer l'angle moyen entre l'axe du forage et les fractures coupant la passe;
    - déduction de la densité volumique de fracturation de la passe;
    - si $seg \neq 0$, deux groupes de pôles sont susceptibles de se former; toutes les fractures dont l'azimut est compris dans $[beseg, beseg + \pi]$ et dans $[0, beseg] \cup [beseg, 2\pi]$ sont traitées séparément, donnant deux fréquences linéaires et volumiques; pour obtenir les fréquences finales de la passe, il suffit de prendre leur somme;

- calcul du RQD en utilisant la densité linéaire de fracturation.

- enregistrement dans un fichier des densités linéaires et volumiques, ainsi que du RQD;

- présentation des moyennes respectives sur l'ensemble du forage.

Le calcul de la densité linéaire ne pose pas de problème particulier: il s'agit tout simplement du rapport entre le nombre de fractures dans une passe et sa longueur. De même que la densité volumique de fracturation est obtenue grâce à l'équation (2.6). Le RQD est obtenu à partir de l'équation (2.3).

Le fichier de sortie ne fait qu'enregistrer les paramètres du forage, puis les trois variables calculées pour chaque passe:

Position de la tête du forage: x_0 y_0 z_0
Longueur du forage: l_f
Pendage: β_f *degrés*
Direction: α_f *degrés*

Diamètre supposé des fractures: D
Longueur des intervalles: longueursgt

X	*Y*	*Z*	*freq. lin.*	*freq. vol.*	*RQD*
x_1	y_1	z_1	λ_{l1}	λ_{v1}	RQD_1
x_2	y_2	z_2	λ_{i2}	λ_{v2}	RQD_2
x_3	y_3	z_3	λ_{l3}	λ_{v3}	RQD_3
...					

Les trois premières colonnes du fichier de sortie sont les coordonnées des centres des passes.

La fonction ANGLEFROP, qui calcule l'angle moyen entre le forage et les fractures coupant la passe sélectionnée, détermine d'abord les cosinus directeurs du forage, en fonction de son pendage β_f et de sa direction α_f:

$$f_x = \cos(\beta_f) \cdot \sin(\alpha_f) \tag{A9.9}$$

$$f_y = \cos(\beta_f) \cdot \cos(\alpha_f) \tag{A9.10}$$

$$f_z = -\sin(\beta_f) \tag{A9.11}$$

puis les cosinus directeurs de la moyenne des pôles des fractures de pendages $\beta_p = \pi/2 - \beta$ et les directions $\alpha_p = \alpha + 3\pi/2$, β et α étant les pendages et azimuts des fractures:

$$u_x = (\sum_{i=1}^{nf} \cos(\beta_{pi}) \cdot \sin(\alpha_{pi})) / R \tag{A9.12}$$

$$u_y = (\sum_{i=1}^{nf} \cos(\beta_{pi}) \cdot \cos(\alpha_{pi})) / R \tag{A9.13}$$

$$u_z = -(\sum_{i=1}^{nf} \sin(\beta_{pi})) / R \tag{A9.14}$$

où nf est le nombre de fractures et R:

$$R = \sqrt{(\sum_{i=1}^{nf} \cos(\beta_{pi}) \cdot \sin(\alpha_{pi}))^2 + (\sum_{i=1}^{nf} \cos(\beta_{pi}) \cdot \cos(\alpha_{pi}))^2 + (\sum_{i=1}^{nf} -\sin(\beta_{pi}))^2}$$

(A9.15)

Le cosinus de l'angle δ entre ce pôle moyen et l'axe du forage peut être formulé comme le produit scalaire entre $\vec{u}$ et $\vec{f}$:

$$\cos(\delta) = | f_x \cdot u_x + f_y \cdot u_y + f_z \cdot u_z | \qquad \textbf{(A9.16)}$$

L'utilisation de ce cosinus comme correcteur de biais d'orientation dans le calcul de la densité volumique de fracturation est estimée incorrecte lorsque l'angle δ est trop proche de 90 °; on limite couramment le cosinus par la borne inférieure 0,1 correspondant à δ = *84,30 °*.

ANNEXE X : PRÉSENTATION DU PROGRAMME GRANULO3D

A10-1. Introduction et paramétrage

GRANULO3D calcule la courbe granulométrique des blocs découpés par les fractures contenues dans un fichier *.DAT généré par SIMUL3DISC. Ses paramètres d'entrée sont:

- *nomfichier*, le nom du fichier de fractures;
- *nombloc*, la liste des volumes des blocs calculés;
- *nommat*, le nom du fichier de sortie devant contenir la matrice de fracturation résultante;
- *pas*, le pas de la grille;
- *nijk*, le nombre de noeuds de la grille dans les trois dimensions;
- $O = [O_x, O_y, O_z]$, les coordonnées de l'origine de la grille;
- *tolérance*, paramètre précisant la distance de recherche des centres des fractures à l'extérieur de la grille, pour éviter les effets de bords;
- *diam*, le diamètre moyen des fractures;

- *over*, le volume seuil des blocs considérés trop volumineux ("oversized").

La grille occupe le quart positif du repère *(O,X,Y,Z)* et son premier noeud est placé en *O*. Avec les conventions de représentation graphique des matrices cubiques *c(i,j,k)* dans MATLAB, lorsque l'altitude *z* des noeuds augmente, l'indice *k* de la matrice augmente aussi; lorsque l'abscisse *x* des noeuds augmente, l'indice *j* de la matrice augmente; et lorsque l'ordonnée *y* des noeuds augmente, l'indice *i* de la matrice augmente. Il faut donc faire attention à l'inversion de *i* et *j*, si l'on veut obtenir une représentation graphique correcte. En ce qui concerne les volumes des blocs, *i* et *j* étant symétriques, leur inversion est sans conséquence sur le résultat final.

A10-2. Algorithme

L'algorithme de GRANULO3D est le suivant:

- lecture du fichier de fractures;

- calcul des paramètres A_l, B_l, C_l et D_l, permettant d'établir l'équation des plans passant par chaque fracture;

- création de la matrice cubique *c(i,j,k)*, de dimensions [*nijk,nijk,nijk*] représentant la grille; ses éléments sont tous mis à -1, sauf les bords, mis à 0;

- mise à 0 des noeuds *c(i,j,k)* dont un des liens parallèles à l'axe des *X* est coupé par une ou plusieurs fractures, grâce à la fonction MKX (ou MKXFAST2);

- mise à 0 des noeuds *c(i,j,k)* dont un des liens parallèles à l'axe des *Y* est coupé par une ou plusieurs fractures, grâce à la fonction MKY (ou MKYFAST2);

- mise à 0 des noeuds *c(i,j,k)* dont un des liens parallèles à l'axe des *Z* est coupé par une ou plusieurs fractures, grâce à la fonction MKV (ou MKVFAST2);

- mise à 0 de l'indice *nbgr* représentant le nombre de blocs dans la matrice;

- tant qu'il reste des éléments $c(i,j,k) = -1$:

    - $nbgr = nbgr + 1$;
    - $c(i,j,k) = nbgr$;
    - recherche et mise à nbgr de tous les éléments directement ou indirectement liés à *c(i,j,k)* par la fonction RGPENODE3DB;

- dans le cas où les éléments $c(i,j,k) = 0$ ont un ou des éléments voisins appartenant à un bloc (obligatoirement le même), ces éléments prennent la valeur du bloc;

- prise en compte des éléments $c(i,j,k) = 0$ tant qu'il en reste:

- $nbgr = nbgr + 1$;
- $c(i,j,k) = nbgr$;
- recherche et mise à *nbgr* de tous les éléments directement ou indirectement liés à $c(i,j,k)$ par la fonction RGPENODE03DB;

- calcul du nombre de noeuds dans chaque groupe numéroté de 1 à *nbgr*;

- calcul de la moyenne, de la variance et du nombre maximum de noeuds dans les blocs;

- calcul de la courbe granulométrique, en multipliant le nombre de noeuds de chaque bloc par le volume d'un noeud: pas^3; et comptage du nombre de blocs pour chaque classe de volume;

- enregistrement de la matrice *c* et de la matrice des tailles des blocs.

Les 3 fonctions MKV, MKX et MKY rompent les liens entre deux noeuds adjacents lorsqu'ils sont traversés par des fractures. Chacune de ces fonctions considère une des trois orientations d'axe de la grille: MKV coupe les liens entre les éléments $c(i,j,k)$ et $c(i,j,k+1)$, MKX coupe les liens entre les $c(i,j,k)$ et $c(i,j+1,k)$ et MKY coupe les liens entre les $c(i,j,k)$ et $c(i+1,j,k)$. Mis à part l'orientation des axes et les indices, l'algorithme est similaire pour les trois fonctions. Pour MKV:

- visite de chaque ligne verticale de la grille, une après l'autre ($i = 1:n_{ijk}$ et $j = 1:n_{ijk}$):

  - pour chaque ligne, détermination de son équation et calcul de toutes les intersections avec tous les plans d'équations

paramétrées par A_l, B_l, C_l et D_l calculés dans le programme principal;

- éliminations des intersections distantes de plus d'un rayon du centre des fractures; les points restants sont tous sur la même droite d'équation $x = f(j)$ et $y = f(i)$, à des altitudes z distinctes;
- détermination des deux noeuds $c(i,j,k)$ et $c(i,j,k+1)$ encadrant chaque point d'intersection d'altitude z;
- mise à 0 de ces deux noeuds.

MKXFAST2, MKYFAST2 et MKVFAST2 sont les versions matricielles de MKX, MKY et MKV, plus rapides lorsque les fractures ne sont pas trop nombreuses.

Le point d'intersection entre un plan d'équation:

$$A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + C_1 \cdot y + D_1 = 0 \qquad \textbf{(A10.1)}$$

et une droite d'équation:

$$x = (j-1) \cdot pas + O_x \qquad \textbf{(A10.2)}$$

$$y = (i-1) \cdot pas + O_y \qquad \textbf{(A10.3)}$$

est trivial et son altitude z est égale à:

$$z = -(D_1 + A_1 \cdot x + B_1 \cdot y)/C_1 \qquad \textbf{(A10.4)}$$

si $C_l \neq 0$; sinon la fracture est verticale et est ignorée par MKV (les deux autres fonctions MKX et MKY se chargeront de son traitement).

Pour trouver l'indice k correspondant à z, il suffit de prendre la partie entière de $[(z - O_z) / pas]$ et d'ajouter 1 :

$$k = Ent[(z - O_z) / pas] + 1 \qquad \textbf{(A10.5)}$$

Les indices k inférieurs à 1, ou supérieurs à $nijk$ sont en dehors de la grille et donc ignorés.

Le regroupement des noeuds en blocs indépendants est réalisé par les fonctions RGPNODE03D et RGPNODE3D, suivant que les blocs soient nuls ou non. Leur principe est identique et elles utilisent toutes les deux la notation condensée des indices abordée dans la partie sur les simulations géostatistiques: les éléments d'une matrice cubique sont complètement décrits par trois indices i, le numéro de la ligne, j, le numéro de la colonne et k, le niveau dans la matrice. Dans un système à un seul indice n, les éléments de la matrice sont alors numérotés dans l'ordre des i croissants, puis des j croissants, et enfin des k croissants. n va alors de 1 jusqu'à $nijk^3$. L'algorithme de regroupement des noeuds égaux à -1 est le suivant:

- identification d'un premier noeud n_1 du bloc auquel on attribue la valeur $nbgr$ (numéro du bloc): $c(n_1) = c(i,j,k) = nbgr$;

- si $c(n_1 + 1) = c(i+1,j,k) = -1$, $n_{1i+} = n_1 + 1$ est enregistré dans la liste L: $L = [n_{1i+}]$;

- si $c(n_1 - 1) = c(i-1,j,k) = -1$, $n_{1i-} = n_1 - 1$ est enregistré dans la liste L: $L = [n_{1i+}, n_{1i-}]$;

- si $c(n_l + n_{ijk}) = c(i,j+1,k) = -1$, $n_{lj+} = n_l + n_{ijk}$ est enregistré dans une liste L: $L = [n_{li+}, n_{li-}, n_{lj+}]$;

- si $c(n_l - n_{ijk}) = c(i,j-1,k) = -1$, $n_{lj-} = n_l - n_{ijk}$ est enregistré dans la liste L: $L = [n_{li+}, n_{li-}, n_{lj+}, n_{lj-}]$;

- *si* $c(n_l + n_{ijk} \cdot n_{ijk}) = c(i,j,k+1) = -1$, $n_{lk+} = n_l + n_{ijk} \cdot n_{ijk}$ est enregistré dans la liste L: $L = [n_{li+}, n_{li-}, n_{lj+}, n_{lj-}, n_{lk+}]$;

- si $c(n_l - n_{ijk} \cdot n_{ijk}) = c(i,j,k-1) = -1$, $n_{lk-} = n_l - n_{ijk} \cdot n_{ijk}$ est enregistré dans la liste L: $L = [n_{li+}, n_{li-}, n_{lj+}, n_{lj-}, n_{lk+}, n_{lk-}]$;

- tant que L contient des indices, chaque indice est exploré de la même manière, les noeuds adjacents prennent pour valeur le numéro du bloc, la liste originale est vidangée et les nouveaux indices sont enregistrés;

- lorsque la zone mise à *nbgr* ne contient plus d'éléments voisins égaux à –1, la liste L reste vide, la fonction est interrompue et le programme principal recherche le point de départ d'un nouveau bloc.

La fonction s'arrête sur une frontière hermétique de 0. C'est pourquoi il est important que la mise à zéro des liens coupés soit faite dans les trois directions X, Y et Z. Il suffit qu'un seul lien, dans l'une des directions, entre deux blocs voisins n'ait pas été coupé correctement pour que RGPNODE3D "déborde" et passe dans le deuxième bloc.

La mise à 0 de tous les éléments en bordure de la matrice permet d'éviter de vérifier que les indices restent bien dans la limite $[1:n_{ijk}]$ et épargne donc beaucoup de temps dans le regroupement des noeuds, sans diminuer la qualité du résultat. Pour regrouper des éléments voisins égaux à 0, il faut remplacer –1 par 0 dans les tests de RGPNODE3D,

mais il faut aussi introduire des tests pour s'assurer que les indices restent bien dans les limites de la matrice (il n'y a pas de protection aux frontières, comme dans le cas précédent).

ANNEXE XI : PRÉSENTATION DU PROGRAMME GRM3D

A11-1. Introduction

GRM3D est un programme qui analyse la granulométrie de blocs centrés sur des germes placés aléatoirement dans l'espace.

Les densités de fracturation de 1 à 4 familles de fractures sont connues en un certain nombre de points conditionnants. L'analyse stéréographique et variographique de ces familles a été faite auparavant.

A11-2. Paramétrage de GRM3D

Avant de lancer GRM3D il faut s'assurer de bien renseigner les paramètres suivants:

- *nbfam*: le nombre de familles à traiter;

- *fichin1*, *fichin2*, *fichin3*, *fichin4*: le nom des fichiers de densités de fracturation de chaque famille; les familles non traitées se voient attribuer la valeur 0;

- *c0*, *aa*, *cc*, *type*: le vecteur-ligne contenant l'effet pépite, la portée, la contribution, et le type de modèle de variogramme de chaque famille; -9999 correspond à un fichier non traité; dans le vecteur *type*, (1) correspond à un modèle sphérique, et (2), à un modèle exponentiel;

- *D* et *varD*: vecteurs des diamètres moyens et des variances des diamètres des fractures;

- *pend* et *az*: vecteur du pendage et de l'azimut moyen de chaque famille de fracture;

- K: dispersion de chaque famille (coef. de Fisher);

- *O* et *delta* : origine (O_x, O_y, O_z) et extension $(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$ du champ d'étude;

- *pas*, *nijk*: pas et nombre de noeuds de la grille de discrétisation autour des germes;

- *over*: seuil pour lequel les blocs sont considérés comme surdimensionnés;

- *nseed*: nombre de germes.

A11-3. Algorithme et description du programme

Algorithme:

- entrée des paramètres décrivant le volume d'étude, l'orientation des fractures et leur diamètre;

- création des coordonnées de *n* germes;

- pour chaque germe $i = 1:n$:

    - calcul de la densité de fracturation par la méthode séquentielle gaussienne, à partir des fichiers de données conditionnantes;

    - tirage des fractures en fonction de la densité établie autour du germe sur un volume d'extension spécifiée en entrée;

    - centrage d'une grille de calcul de granulométrie sur le germe; seuls les noeuds du bloc contenant le germe sont calculés;

    - calcul et stockage du volume du bloc;

- traitement des n volumes calculés.

Les coordonnées des germes sont calculées par la fonction TIRSEED qui effectue un tirage aléatoire de l'abscisse, de l'ordonnée et de l'altitude suivant une loi Uniforme sur l'ensemble du volume étudié. La matrice *seed* contient 3 colonnes pour les coordonnées des germes, puis *nbfam* colonnes pour les densités de fracturation de chaque famille.

Les densités de fracturation sont définies par simulation séquentielle gaussienne grâce à la fonction TIRDENS. Les points conditionnant le tirage de chaque nouveau germe sont les points des fichiers fichin, ainsi que tous les germes ayant déjà été traités.

La matrice colonne vs contient la taille estimée des blocs contenant les germes.

Pour chaque germe, la fonction TIRFRACT réalise un tirage de fractures respectant la densité de fracturation de chaque famille au niveau du germe, ainsi que les paramètres stéréographiques de chaque famille. Les fractures sont tirées sur un cube d'arrête égale à six fois le plus grand diamètre moyen des familles traitées. Ce réglage devrait permettre de limiter les effets de bordures (à condition que les blocs découpés ne soient pas trop gros, et que le réglage de la grille de discrétisation soit lui-même adapté). La fonction TIRFRACT a une structure trés voisine de celle de SIMULATIONSB.

La fonction SEEDVOL permet de centrer une grille de $nijk^3$ noeuds sur chaque germe. Tout comme dans GRANULO3D, les fractures coupent les liens entre les noeuds. Mais à la différence de GRANULO3D, seuls les noeuds directement ou indirectement reliés au germes sont comptés. Les autres ne sont pas traités. Connaissant le pas entre les noeuds, et le nombre de noeuds associés au germe, le volume du bloc est estimé.

Si la grille est trop petite, il est possible que le bloc soit tronqué et que son volume soit sous-estimé. Ceci devrait arriver surtout lorsque la densité de fracturation est faible. Pour contrer ce problème, il faudrait incorporer un processus itératif qui recommencerait le tirage des fracures sur un volume plus large, puis l'analyse des blocs sur une grille doublée (nombre de noeuds et/ou *pas*), tant qu'un noeud du bloc central est aussi sur la bordure de la grille. Cette option n'est pas disponible dans la version actuelle de GRM3D.

Les volumes des blocs sont enregistrés dans *vs*. Le volume des blocs surdimensionnés est ensuite comparé au volume total de tous les blocs pour obtenir le pourcentage volumique de blocs surdimensionnés.