



**Titre:** Loi de contrôle hybride force/impédance pour robots redondants en interaction avec un environnement incertain

**Auteur:** Michel Blain

**Date:** 1999

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Blain, M. (1999). Loi de contrôle hybride force/impédance pour robots redondants en interaction avec un environnement incertain [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/8737/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/8737/>

**Directeurs de recherche:** Richard Hurteau

**Programme:** Non spécifié

## **NOTE TO USERS**

**This reproduction is the best copy available.**

**UMI**



UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

**Loi de contrôle hybride force/impédance pour robots  
redondants en interaction avec un environnement  
incertain**

MICHEL BLAIN

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET DE GÉNIE INFORMATIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)  
DÉCEMBRE 1999

© Michel Blain, 1999



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*

*Our file* *Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-53557-6

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

**Loi de contrôle hybride force/impédance pour robots  
redondants en interaction avec un environnement  
incertain**

présenté par : BLAIN Michel

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. DESANTIS Romano, Ph.D., président

M HURTEAU Richard, Ph.D., membre et directeur de recherche

M.PELLETIER Michel, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M.BARON Luc, Ph.D., membre

## REMERCIEMENTS

J'aimerais d'abord remercier monsieur Pierre Girard qui a rendu possible la réalisation de ces travaux. Merci à mes co-superviseurs de recherche : Michel Pelletier qui m'a fait profiter de sa vaste expérience en contrôle de force et Richard Hurteau qui m'a si bien conseillé. Je remercie également monsieur Romano M. DeSantis pour avoir répondu à tant de questions.

Merci à mes collègues et amis : Régis Houde, Alain Croteau, Jean Côté et à tous les membres de l'unité Robotique de l'Institut de recherche d'Hydro-Québec. Mes remerciements s'adressent aussi au Conseil national de Recherches en Sciences Naturelles et en Génie du Canada qui m'a supporté par l'octroi d'une bourse.

Finalement, je tiens à remercier mes parents, mon épouse Edith et mon fils Francis sans qui ce mémoire n'aurait pas existé.

## RÉSUMÉ

Ce mémoire présente une nouvelle fonction d'impédance utilisée pour atteindre une force désirée avec précision lors d'un contact entre un robot redondant et son environnement. L'approche proposée permet de réaliser cet objectif même si les modèles dynamiques du manipulateur et de l'environnement sont empreints d'incertitudes. Le contrôleur hybride force/impédance allie les avantages du contrôle d'impédance à ceux du contrôle hybride. Un correcteur PID dans l'espace des forces compense pour les incertitudes sur la position et la rigidité de l'environnement. La dynamique inverse utilisée effectue une linéarisation globale parfaite malgré l'incertitude sur le modèle dynamique du robot. Elle utilise des capteurs de force aux articulations en plus du capteur situé à l'organe terminal. La loi de contrôle suggérée permet de profiter de la redondance pour éloigner le robot de ses limites articulaires tout en contrôlant la force de contact. L'analyse de la fonction de transfert procure des critères de stabilité sur l'impédance du robot.

## ABSTRACT

This document presents two schemes that achieve accurate force tracking under the presence of uncertainties in robot dynamics and environment models. The PID compensation in the force subspace takes into account the unknown environment stiffness and position. The first scheme uses new inverse dynamics to implement a perfect global linearization in spite of uncertainties in the robot model. The second scheme takes advantage of the robot's redundancy to keep the joint away from their limits.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....	IV
RÉSUMÉ .....	V
ABSTRACT.....	VI
TABLE DES MATIÈRES .....	VII
LISTE DES FIGURES .....	XIII
LISTE DES TABLEAUX.....	XV
INTRODUCTION .....	I

## CHAPITRE I

DÉFINITION DU PROBLÈME.....	3
1.1 Introduction.....	3
1.2 Classification des différentes tâches en robotique .....	4
1.3 Classification des manipulateurs.....	5
1.3.1 Manipulateurs asservis en couple .....	5
1.3.2 Manipulateurs asservis en position .....	6
1.4 Définition du problème .....	8
1.5 Conclusion .....	12
1.5.1 Objectifs.....	12

1.5.2 Objectifs secondaires .....	12
-----------------------------------	----

## CHAPITRE 2

ÉTUDE COMPARATIVE DES CONTRÔLEURS EXISTANTS .....	13
2.1 Introduction.....	13
2.2 Contrôle d'impédance.....	14
2.3 Contrôle hybride force/position .....	15
2.4 Combinaison des contrôleurs hybride et d'impédance .....	16
2.5 Comparaison des différents contrôleurs.....	17
2.6 Conclusion .....	21

## CHAPITRE 3

CONTRÔLE D'IMPÉDANCE PAR RÉGULATION D'ACCÉLÉRATION .....	23
3.1 Introduction.....	23
3.2 Notions préliminaires.....	23
3.2.1 Linéarisation globale.....	23
3.2.2 Comportements analogues .....	25
3.3 Comportement dynamique du système contrôleur-manipulateur .....	28
3.3.1 Référentiel inertiel et direction des vecteurs forces.....	28
3.3.2 Contrôleur .....	29
3.3.3 Modèle dynamique du manipulateur .....	31
3.3.4 Fonction de transfert .....	31
3.4 Stabilité du système continu .....	32
3.4.1 Cas où le modèle dynamique est parfait .....	32
3.4.2 Cas où le terme d'inertie est erroné .....	33

3.5 Stabilité du système discret.....	35
3.6 Utilisation dans l'espace libre.....	36
3.7 Conclusion .....	37

## CHAPITRE 4

VARIANTES DU CONTRÔLE D'IMPÉDANCE PAR RÉGULATION D'ACCÉLÉRATION .....	39
4.1 Introduction.....	39
4.2 Contrôle d'impédance par régulation du couple.....	40
4.2.1 Principe de base .....	40
4.2.2 Fonction de transfert .....	41
4.2.3 Stabilité du système continu .....	43
4.2.4 Stabilité du système discret.....	43
4.3 Contrôle d'impédance décentralisé.....	44
4.3.1 Principe de base .....	44
4.3.2 Relation entre l'impédance articulaire et cartésienne .....	44
4.4 Conclusion .....	45

## CHAPITRE 5

CONTRÔLE D'IMPÉDANCE BASÉ SUR UN ASSERVISSEMENT EN POSITION ..	47
5.1 Introduction.....	47
5.2 Principe de base .....	48
5.3 Construction du schéma bloc.....	50
5.3.1 Modèle de l'environnement et description de la consigne.....	51
5.3.2 Position désirée virtuelle en fonction de la force de contact désirée .....	53

5.4 Fonction de transfert .....	55
5.5 Stabilité analogique.....	56
5.6 Stabilité numérique .....	56
5.7 Conclusion .....	57

## CHAPITRE 6

CONTRÔLE HYBRIDE FORCE/IMPÉDANCE .....	58
6.1 Introduction.....	58
6.2 Contrôle hybride force/impédance de Hsia.....	59
6.2.1 Principe de base .....	59
6.2.2 Modèle dynamique du robot .....	60
6.2.3 Contrôleur .....	60
6.2.4 Fonction de transfert et stabilité.....	63
6.3 Contrôle hybride force/impédance pour robots redondants.....	65
6.3.1 Introduction.....	65
6.3.2 Contrôleur hybride force/impédance sans jacobienne inverse.....	66
6.3.3 Contrôleur profitant de la redondance du robot .....	68
6.4 Conclusion .....	71

## CHAPITRE 7

DESCRIPTION DU BANC D'ESSAI .....	73
7.1 Introduction.....	73
7.2 Caractérisation du manipulateur Sarcos.....	74
7.2.1 Description générale .....	74
7.2.2 Boucle de contrôle analogique.....	76

7.2.3 Modèle dynamique et d'état.....	77
7.2.4 Validation du modèle dynamique.....	87
7.3 Changement de repère.....	89
7.3.1 Force .....	89
7.3.2 Impédance .....	91
7.4 Conclusion .....	91

## CHAPITRE 8

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.....	92
8.1 Introduction.....	92
8.2 Simulation .....	93
8.2.1 Contrôle d'impédance par régulation d'accélération.....	93
8.2.2 Contrôleur hybride force/impédance .....	95
8.3 Essais pour valider les hypothèses.....	96
8.3.1 Caractérisation des erreurs.....	96
8.3.2 Paramètres non modélisés.....	97
8.3.3 Erreur sur la compensation de gravité .....	103
8.3.4 Calcul de la force de contact à partir des capteurs situés aux articulations	104
8.4 Validation du contrôleur d'impédance par régulation du couple.....	105
8.4.1 Validation de la trajectoire en force et en position .....	105
8.4.2 Impédance atteignable .....	108
8.5 Validation du contrôle hybride force/impédance sur le système réel .....	109
8.6 Utilisation du contrôle d'impédance dans l'espace libre .....	111
8.6.1 Introduction.....	111

8.6.2 Précision du robot .....	111
8.6.3 Validation de la rigidité active imposée au robot .....	113
8.7 Conclusion .....	116
CONCLUSION.....	118
RÉFÉRENCES .....	120

## LISTE DES FIGURES

1.1 Travaux d'entretien effectués sur les lignes de distribution électrique .....	9
1.2 Exemple de tâche à réaliser : fermeture du coupe-circuit.....	10
1.3 Référentiels utilisés pour fermer le coupe-circuit.....	11
3.1 Stratégie d'une linéarisation globale.....	24
3.2 Comportements analogues .....	26
3.3 Comportement du système masse-ressort-amortisseur.....	26
3.4 Comportement du contrôleur d'impédance par régulation d'accélération .....	27
3.5 Référentiel inertiel et directions des vecteurs de force .....	29
4.1 Rigidité du robot représentée par les gains du contrôleur.....	41
5.1 Schéma bloc du contrôleur basé sur un asservissement en position .....	50
5.2 Diagramme des corps libres avec trièdre inertiel à la base du robot.....	52
5.3 Schéma bloc simplifié du contrôle basé sur la position .....	55
6.1 Schéma bloc du contrôleur hybride force/impédance.....	63
6.2 Ensembles vectoriels qui illustrent la redondance du robot.....	71
7.1 Configuration du banc d'essais .....	74
7.2 Le manipulateur Sarcos GRLA.....	75
7.3 Illustration de l'espace de travail et de la force du manipulateur Sarcos.....	76
7.4 Contrôleur analogique du Sarcos .....	77
7.5 Modèle dynamique du Sarcos.....	78
7.6 Exemple simple de système à calibrer .....	83
7.7 Prise de mesures.....	84
7.8 Choix des poses.....	85
7.9 Résultats pour deux points éloignés.....	85
7.10 Résultats pour deux points rapprochés .....	86

7.11 Validation du modèle dynamique.....	88
7.12 Force cartésienne obtenue des couples aux articulations.....	90
8.1 Simulation de Hogan lorsque $K_e$ est connue .....	93
8.2 Simulation de Hogan lorsque l'environnement est incertain .....	95
8.3 Force de contact en simulation pour le contrôleur de Hsia avec un environnement incertain .....	96
8.4 Caractérisation de l'erreur sur la compensation de gravité.....	101
8.5 Caractérisation de l'erreur sur la compensation de gravité (suite) .....	102
8.6 Force de contact avec le contrôleur de Hogan pour un environnement incertain .....	107
8.7 Position réelle et désirée avec le contrôleur de Hogan pour un environnement incertain .....	107
8.8 Force de contact avec le contrôleur de Hsia modifié pour un environnement incertain .....	110
8.9 Position réelle et désirée lors du contact pour le contrôleur de Hsia modifié.....	111
8.10 Utilisation du contrôleur dans l'espace libre .....	112
8.11 Déformation sous une charge connue .....	114
8.12 Lecture d'une force appliquée .....	115
8.13 Comportement en terme de rigidité du manipulateur obtenu .....	116

## LISTE DES TABLEAUX

2.1.	Notations pour le tableau 2.2 .....	17
2.2.	Comparaison des différents contrôleurs en fonction des caractéristiques .....	18
2.3.	Notations pour le tableau 2.4 .....	19
2.4.	Comparaison des contrôleurs en fonction des besoins technologiques .....	20
7.1.	Valeurs des paramètres massiques.....	83

## INTRODUCTION

Depuis plusieurs années, l'unité Robotique de l'Institut de recherche d'Hydro-Québec effectue des travaux de recherche dans les domaines du contrôle de robots, de la vision numérique, de la téléopération, etc. La réalisation de tâches par un manipulateur sériel en contact avec un environnement flexible représente un aspect important de cette recherche. L'application première est l'automatisation des travaux d'entretien effectués sur les lignes de distribution électrique. Des problèmes similaires sont rencontrés dans plusieurs autres domaines tels la robotique spatiale, l'aéronautique, la manipulation de produits toxiques, les tâches d'assemblage sur les chaînes de montage, l'usinage automatisé, etc. Étant donnée la complexité du problème, il est préférable d'utiliser un développement en deux étapes : contrôle de force en translation, puis en orientation. La dernière étape est encore très controversée dans la littérature et ne sera pas discutée dans ce document (voir [8] pour plus de détails).

Ce mémoire traite de la conception d'un contrôleur permettant au robot d'appliquer une force désirée (en translation seulement) avec une certaine précision sur un environnement dont la dynamique est incertaine. Nous ciblons le contrôleur le plus adapté au manipulateur redondant de la compagnie Sarcos pour qu'il puisse réaliser le plus efficacement possible la tâche décrite plus haut avec le plus de précision et de robustesse possibles.

Différents contrôleurs existants sont comparés pour ensuite adapter le plus performant au robot de la compagnie Sarcos. Le contrôleur dans sa forme initiale ne peut être utilisé avec un robot redondant et doit donc être modifié. La solution au problème décrit au paragraphe précédent se traduit donc par deux nouveaux contrôleurs permettant d'appliquer une force désirée avec précision sur un environnement incertain en utilisant un robot redondant.

Le premier chapitre a pour but de formuler le problème en termes clairs. Une classification des différents types de tâches et des différents types de manipulateurs permet d'expliquer le contexte du problème. La comparaison des contrôleurs existants apparaît au deuxième chapitre et les solutions les plus prometteuses sont étudiées plus en détails dans les chapitres suivants. Les chapitres 3 et 4 présentent des contrôleurs de force pouvant être utilisés seulement avec des robots asservis en couple à bas niveau et qui ne possèdent pas d'engrenages aux articulations. Le chapitre suivant donne une solution pour les robots munis d'engrenages et asservis en position. Ensuite, le contrôle hybride force/impédance est expliqué. Ce contrôleur possède deux avantages principaux par rapport aux précédents : il peut suivre une trajectoire en force avec précision et il s'applique à tous les types de manipulateurs. Deux variantes de ce contrôleur sont également présentées. Ces deux nouveaux algorithmes permettent d'utiliser un contrôleur hybride force/impédance avec un robot redondant.

En résumé, les concepts utilisés pour développer les deux nouveaux contrôleurs sont introduits en décrivant certains contrôleurs suggérés dans la littérature. Les contrôleurs sont présentés dans un ordre chronologique par rapport à la date de publication. Le chapitre 7 décrit le banc d'essai utilisé pour valider les concepts développés dans cet ouvrage. Les résultats expérimentaux obtenus pour chacun des contrôleurs sont présentés dans la dernière partie.

# CHAPITRE 1

## DÉFINITION DU PROBLÈME

### 1.1 Introduction

La recherche proposée traite de l'analyse et de la réalisation de tâches en contact effectuées par un robot dans un environnement flexible. La quantité de travail effectuée par le robot sur l'environnement doit être ajustée de manière à éviter tout dommage sur un des deux acteurs. Ces tâches peuvent être classées en utilisant différents critères. L'échange d'énergie entre le manipulateur et son environnement permet de distinguer trois groupes :

- mouvements dans l'espace libre;
- tâches en contact avec un environnement possédant une rigidité presque infinie;
- tâches en contact provoquant la déformation de l'environnement.

La deuxième section de ce chapitre explique cette classification en termes plus mathématiques. Le type de robot utilisé est également important. Le robot est dans la majeure partie des cas choisi parmi les différents types suivants :

- manipulateurs asservis en couple;
- manipulateurs asservis en position.

La quatrième section définit le type de tâches qui est à l'étude dans le cadre de ce mémoire. La synthèse des besoins apparaît sous forme d'objectifs à la section 1.5.

## 1.2 Classification des différentes tâches en robotique

Les interactions entre un robot et les objets qu'il manipule peuvent être classées selon l'échange de travail mécanique se produisant entre ces deux entités [12]. Dans certaines situations, les forces d'interactions sont absentes ou très petites et le travail instantané réalisé par le manipulateur est alors négligeable ( $dW = F \bullet dX \approx 0$ ). Dans ce cas, le robot peut être traité comme un système isolé avec seulement sa position, sa vitesse et son accélération comme variables de contrôle.

Dans le cas de surfaces rigides et lisses, ces forces ne sont pas négligeables. Le long de la surface de contact, les forces d'interactions sont nulles (i.e. *frottement* = 0  $\Rightarrow F = 0$ ) et une contrainte cinématique est induite. Dans la direction normale à la surface, le mouvement est absent ( $dX = 0$ ) [24]. Le travail mécanique et instantané effectué est encore une fois négligeable ( $dW = F \bullet dX = 0$ ). Même si la cinématique du manipulateur est couplée à celle de son environnement, il n'y a toujours pas d'interaction dynamique entre les acteurs. La stratégie consiste alors à combiner un contrôle de position le long de la tangente à la surface et un contrôle de force dans la direction perpendiculaire. Cette méthode est connue sous le nom de contrôle hybride force/position [29].

Le cas général où le travail instantané n'est pas nul ( $dW \neq 0$ ) englobe les deux situations précédentes. La force d'interaction engendre une déformation non négligeable à l'environnement. Dans ce contexte, le robot doit suivre une trajectoire désirée pendant que l'environnement exerce continuellement sur lui des contraintes autant dynamiques que géométriques. La source de cette problématique réside dans l'échange d'énergie entre les acteurs. Dans ces conditions, un pur contrôle de position ou de force n'est pas adéquat car

le robot n'est pas un système isolé et la relation entre le manipulateur et son environnement peut changer continuellement puisque les équations du modèle sont couplées [27]. Prenons un simple joint prismatique qui a pour tâche d'enfoncer un ressort. Les équations de Newton-Euler, Kane, Lagrange ou d'Alembert dictent le comportement dynamique de ce système en modélisant le joint (robot) et le ressort (l'environnement) ou à tout le moins la force qu'exerce le ressort sur le joint. Ces équations ne peuvent prédire le comportement dynamique du manipulateur en le traitant comme un système isolé. La position du manipulateur après la déformation dépend de la rigidité de l'environnement et de la force désirée. Dans ces circonstances, l'idéal serait d'avoir un contrôleur qui asservit la relation entre la force appliquée par l'environnement et l'état du robot (position, vitesse, accélération) plutôt qu'une seule variable (force ou position). De cette façon, le manipulateur devient flexible.

### **1.3 Classification des manipulateurs**

Il existe deux types de souplesse : passive ou active. La flexibilité passive d'un manipulateur représente sa déformation physique (membres, actuators) sous l'application d'une charge. Elle est souvent indésirée ou difficile à gérer. L'utilisation des réducteurs harmoniques constitue un bel exemple de flexibilité passive. La flexibilité active définit une souplesse assignée par voie de contrôle. La stratégie de contrôle discutée à la fin de la section 1.2 permet d'effectuer le type de tâches où se produit un échange d'énergie. Pour asservir la relation entre force de contact et l'état du robot, chaque manipulateur n'a pas les mêmes besoins. Les différents types de manipulateurs demandent des stratégies de contrôle adaptées à leurs propres caractéristiques.

#### **1.3.1 Manipulateurs asservis en couple**

En général, la puissance des moteurs hydrauliques permet d'éliminer les engrenages. Une force externe appliquée sur un robot sans engrenage est donc ressentie directement aux moteurs. L'absence d'engrenage simplifie le modèle dynamique du robot. Le comportement de ce type de manipulateur peut être plus facilement modélisé par les

équations de Newton-Euler, Kane, Lagrange ou d'Alembert en négligeant le frottement. La simplicité du modèle obtenu permet de le programmer en temps réel. Cependant, lorsque la grandeur du pas de calcul ne pose pas de problème, un modèle plus précis (incluant la dynamique de l'actuateur par exemple [25]) donne une bien meilleure approximation de la réalité et donc de meilleures performances. Lorsqu'une force est appliquée au robot, celui-ci se déplace car il n'y a pas d'engrenage et le robot est asservi en couple à bas niveau. Lorsqu'une force est appliquée sur le robot non contrôlé, il fléchit. L'ajout d'un compensateur proportionnel-dérivé sur la position produit une contre-réaction à la force appliquée. L'impédance du robot peut être modifiée en modulant les gains du compensateur. Pour simplifier le raisonnement, les mêmes principes peuvent être appliqués à l'exemple classique du pendule simple. Sans contrôle, la rotule représente une souplesse presque infinie (dépendant du frottement). L'ajout d'un compensateur proportionnel-dérivé sur la position génère une très grande rigidité active au pendule. Lorsqu'un asservissement en couple à bas niveau est ajouté, l'articulation retrouve une certaine flexibilité et le module de l'impédance émulée correspond au gain du compensateur proportionnel-dérivé.

### 1.3.2 Manipulateurs asservis en position

La flexibilité d'un robot peut être interprétée comme un déplacement contrôlé lorsqu'une force externe agit sur le manipulateur. Lorsque le frein est activé, ce déplacement est limité par la flexibilité des membrures. Cependant, le frein est retiré lors du contrôle et il est donc possible d'obtenir une flexibilité. Sans engrenages, les robots munis de moteurs électriques ne pourraient interagir avec l'environnement adéquatement. En général, la charge que peut supporter ce genre de moteur est trop faible<sup>1</sup>. Le ratio des engrenages offre précision et force au joint; le moteur tourne à une grande vitesse pendant que le joint effectue une petite rotation et du même coup la force est augmentée à l'articulation. Donc, il est difficile de déplacer le manipulateur en exerçant une force externe puisque la force à

---

1. Des moteurs à entraînements directs existent, mais leurs dimensions limitent les applications robotiques.

vaincre est énorme (le ratio des engrenages dicte l'amplitude de cette force). L'effet de la gravité, du terme d'inertie et des autres forces est également réduit de beaucoup. La réaction dynamique du manipulateur industriel est dictée en grande partie par la friction et la mécanique du système d'entraînement (moteurs et engrenages). Le modèle dynamique est donc plus difficile à développer surtout à cause du frottement (e.g. [33]).

Par ailleurs, même si le modèle dynamique est disponible, la flexibilité active créée par l'utilisation du contrôle d'impédance qui utilise la boucle principale de contrôle est, en général, insuffisante. Les causes principales de ce constat est le rapport d'engrenage qui réduit énormément la force appliquée sur le robot avant qu'elle ne parvienne aux moteurs électriques et l'absence d'un asservissement en couple à bas niveau. Pour obtenir ce genre d'asservissement, il faut ajouter des capteurs de force à chaque articulation du robot de manière à implanter à bas niveau la loi de contrôle suivante :

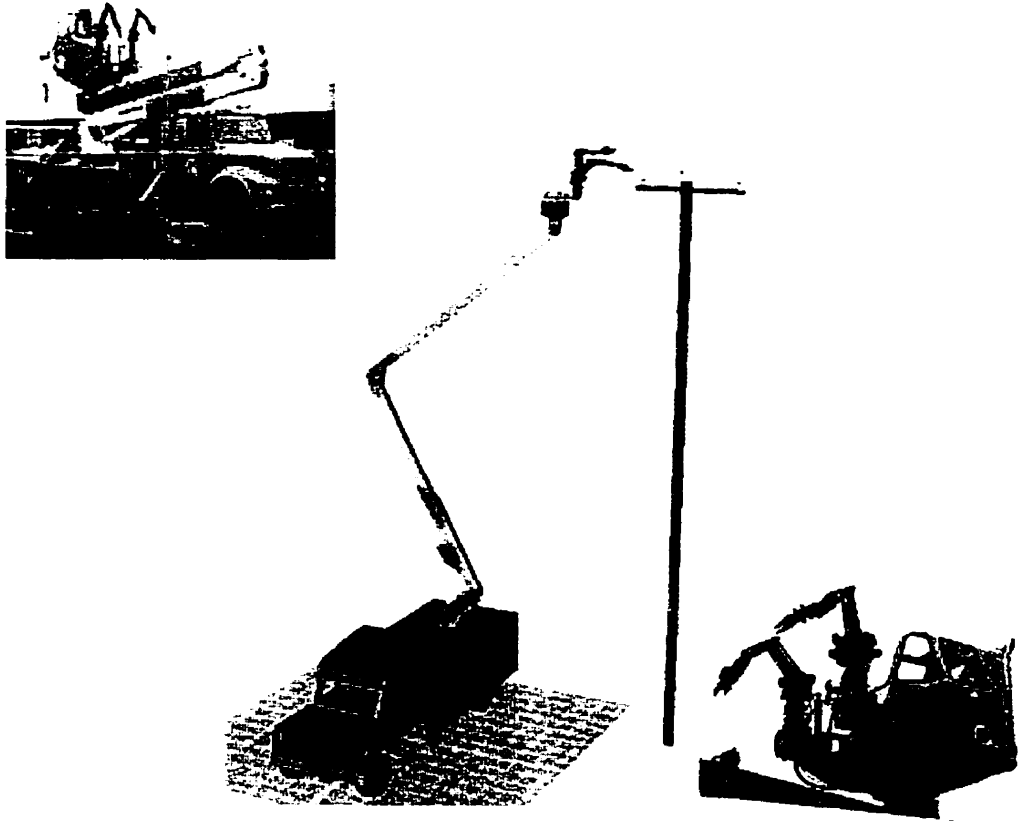
$$\dot{i} = K(\tau_{des} - \tau_{lu}) \quad (1-1)$$

Lorsqu'une force est appliquée sur le robot le vecteur couple lu ( $\tau_{lu}$ ) change, le vecteur couple désiré ( $\tau_{des}$ ) reste le même et un courant est par conséquent envoyé aux moteurs. Le robot fléchit grâce à ce courant et donc grâce à cet asservissement en couple de bas niveau. Ensuite, il est possible d'implanter au-dessus de ce compensateur un contrôle d'impédance qui utilise la boucle principale d'asservissement. Donc, en théorie un robot muni d'engrenages pourrait utiliser un contrôle d'impédance dans sa boucle principale. Cependant, il faudrait utiliser une dynamique inverse qui tient compte du frottement aux engrenages. Une période d'échantionnage très petite et un faible ratio d'engrenage améliorent les performances d'un tel contrôleur. La loi de contrôle fixe la vitesse avec laquelle le robot fléchit, mais si le ratio d'engrenages est trop grand, la physique du système ne pourra répondre à l'asservissement désiré. En pratique, l'utilisation d'un contrôle d'impédance qui utilise la boucle principale d'asservissement pour un robot muni d'engrenages est difficilement réalisable.

Une solution à ce problème est d'émuler la souplesse du contrôleur en utilisant un capteur de force à l'organe terminal. Le principe est simple : lorsque le capteur sent une force, la commande en position est calculée dans le but de simuler une déformation proportionnelle à une impédance désirée. Cette stratégie est réalisable en utilisant un simple asservissement sur la position ou la vitesse puisque la déformation n'est rien d'autre qu'un déplacement. Cependant, seul un asservissement très rapide permet de simuler une réaction dynamique quelconque indépendante de la vraie nature du robot. Ainsi, l'impédance minimum pouvant être atteinte avec ce type de contrôle est parfois élevée. Ce minimum dépend de la période d'échantillonnage, de la dynamique du robot et de l'environnement.

#### **1.4 Définition du problème**

L'objet de ce mémoire consiste à réaliser des tâches en contact avec un robot agissant dans un environnement en déformation. L'application première est dans l'automatisation des travaux d'entretien effectués sur les lignes de distribution électrique. Dans ce contexte, le manipulateur est fixé sur une nacelle, puis élevé de manière à pouvoir réaliser la tâche (figure 1.1).

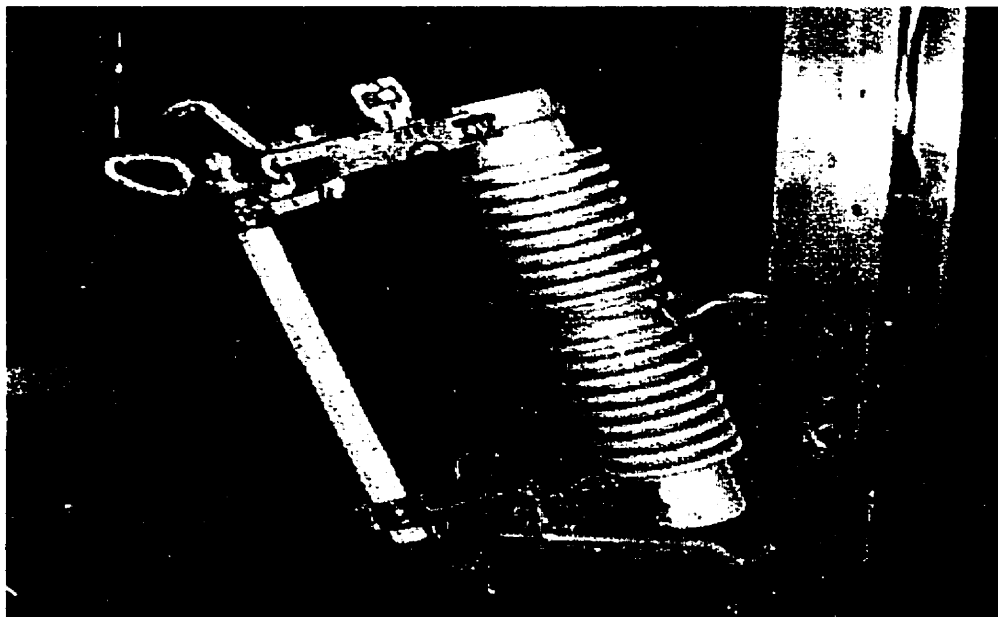


*Figure 1.1 : Travaux d'entretien effectués sur les lignes de distribution électrique*

Pour fixer les idées, prenons une tâche typique que devra réaliser le manipulateur. L'exemple de la fermeture du coupe-circuit (voir figure 1.2) permet d'exposer le problème. Ce disjoncteur est utilisé pour fermer un nouveau circuit sur des lignes de distribution d'Hydro-Québec. Pour ce genre de tâches, une série de contraintes doit être respectée :

- la force de fermeture doit être assez grande pour fermer le coupe-circuit et assez faible pour ne rien endommager;
- la vitesse au premier contact avec le coupe-circuit doit être choisie de manière à

- éviter la formation d'un arc électrique;
- la déviation latérale (l'axe y sur la figure 1.3) doit être limitée pour assurer la fermeture correcte du mécanisme;
- la trajectoire choisie et la loi de contrôle doivent être robustes face aux incertitudes puisque la réouverture du coupe-circuit peut causer une explosion.



*Figure 1.2 : Exemple de tâche à réaliser : fermeture du coupe-circuit*

Le mécanisme d'enclenchement permettant de fermer le coupe-circuit est constitué de deux ressorts en série. Le robot doit donc réagir avec un environnement ni complètement rigide, ni excessivement souple. Par conséquent, la loi de contrôle à concevoir doit être stable même si le travail mécanique entre le robot et son environnement n'est pas négligeable.

Pour résoudre ce problème, la première étape consiste à obtenir un modèle géométrique de l'objet en utilisant l'information provenant d'une caméra 3D laser [13]. Une fois ce modèle obtenu, il est possible de fixer un repère au coupe-circuit. Sa pose peut être quelconque par rapport au référentiel du robot. Les actions du robot permettant de réaliser la tâche sont beaucoup plus simples à exprimer en utilisant ce référentiel. Par conséquent, la force désirée ou l'impédance désirée demandée par l'utilisateur doit pouvoir être exprimée par rapport à ce repère. L'utilisateur choisit la pose de ce trièdre de manière à simplifier les commandes de position et de force à envoyer au robot. Dans l'exemple précis du coupe-circuit, l'axe  $y$  entre dans la feuille et les deux autres axes sont dans le sens des ressorts (voir figure 1.3). Le but est de fournir au robot une grande rigidité dans la direction de l'axe  $y$  pour éviter la déviation latérale et une souplesse assignée dans les autres directions (axes  $x$  et  $z$ ).

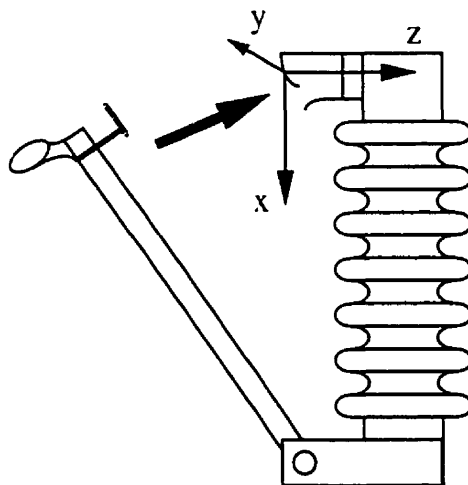


Figure 1.3 : Référentiels utilisés pour fermer le coupe-circuit

## 1.5 Conclusion

### 1.5.1 Objectifs

Il existe plusieurs façons de donner les spécifications pour une tâche en contact [21]. La souplesse du manipulateur peut être obtenue en demandant de :

- réagir comme un système masse-ressort-amortisseur découplé dans l'espace cartésien (avec une grande rigidité dans la direction où se produit le mouvement libre et avec une souplesse assignée dans les autres directions);
- être capable d'appliquer une force désirée avec une certaine précision sur un environnement souple ou rigide (le cas général où il y a échange d'énergie) dans certaines directions et suivre des trajectoires désirées en position dans les autres directions;
- minimiser la déviation par rapport à la trajectoire désirée tout en minimisant la force de contact entre le robot et l'environnement [11];
- donner des contraintes à respecter sur les trajectoires de position, vitesse et force sous la forme d'inégalités et/ou d'égalités.

L'objectif de ce mémoire est de développer une loi de contrôle permettant d'effectuer n'importe lequel des deux premiers types de spécifications mentionnés. Le contrôleur choisi doit être en mesure d'effectuer du contrôle hybride : trajectoire en force dans certaines directions et en position dans les autres directions. Il doit également effectuer du contrôle d'impédance hybride : impédance rigide dans certaines directions et souple dans les autres directions.

### 1.5.2 Objectifs secondaires

- le contrôleur choisi doit profiter au maximum de la redondance du robot si elle existe;
- le même contrôleur doit être utilisé dans l'espace libre, en contact et lors de la transition entre les deux.

## CHAPITRE 2

### ÉTUDE COMPARATIVE DES CONTRÔLEURS EXISTANTS

#### 2.1 Introduction

Ce chapitre introduit différents types de contrôle en force disponibles dans la littérature. Les contrôleurs discutés se regroupent en trois grandes classes : contrôle hybride force/position, contrôle d'impédance, puis finalement une combinaison des deux. Les dernières sections du chapitre présentent une comparaison de ces différentes solutions. Cette comparaison est basée sur les concepts théoriques utilisés pour bâtir les différents contrôleurs mais en considérant également les besoins technologiques de chacun. Cette approche favorise le contrôleur qui offre les meilleures performances sur le robot et permet d'éliminer celui qui fournit de bonnes performances en simulation seulement.

## 2.2 Contrôle d'impédance

Ce groupe de contrôleurs peut être divisé en deux sous-groupes : les contrôleurs d'impédance basés sur le couple et ceux basés sur la position. Le premier type de contrôleur est surtout utilisé avec les robots sans engrenages qui sont asservis en couple et le second, avec les manipulateurs munis d'engrenages.

Les premiers chercheurs à réaliser des tâches en contact avec des manipulateurs ont utilisés un poignet souple à l'extrémité du robot (flexibilité passive). L'inconvénient majeur de cette solution est que le robot ne peut s'adapter à différents environnements car sa flexibilité est fixe. Hogan [12] a introduit par la suite, le contrôleur d'impédance par régulation d'accélération qui permet d'assigner, par voie logicielle, différentes flexibilités au robot. La notation contrôleur de position par régulation d'accélération signifie que même si la commande est un vecteur couple envoyé aux moteurs, le contrôleur linéaire (par exemple un compensateur proportionnel dérivé) calcule une accélération à partir d'une erreur sur la position et sa dérivée [23]. De la même manière, un contrôleur d'impédance par régulation d'accélération signifie que même si la commande est un vecteur couple envoyé aux moteurs, le contrôleur calcule une accélération à partir de la relation entre la force appliquée par l'environnement et l'état du robot (position, vitesse). Cette relation n'est rien d'autre que l'impédance du manipulateur.

Il existe deux variantes de ce contrôleur : le contrôle d'impédance par régulation du couple et le contrôle d'impédance décentralisé [30]. Ceux-ci asservissent également la relation entre la force appliquée par l'environnement et l'état du robot mais au lieu d'effectuer une dynamique inverse complète, seule la compensation des forces statiques (gravité et forces de coriolis) peut être réalisée. Le terme d'inertie pourrait être envoyé sous forme de couple de compensation seulement si une lecture précise de l'accélération est disponible. L'avantage est que l'algorithme est beaucoup moins coûteux en temps de calcul. Le contrôle d'impédance décentralisé peut en plus utiliser le compensateur PD analogique déjà existant du robot [4].

Comme nous l'avons vu à la section 1.3.2, les contrôleurs précédents ne peuvent être utilisés avec des robots asservis en position munis d'engrenages. Le contrôleur d'impédance basé sur un asservissement en position ([19] ou [26]) permet d'effectuer un contrôle d'impédance sans modifier le contrôleur en position du manipulateur industriel. Un capteur de force est fixé au bout de l'organe terminal pour créer une déformation lorsqu'une force est ressentie. En fait, cette déformation n'est qu'un déplacement réalisé à l'aide du contrôleur en position du manipulateur.

### 2.3 Contrôle hybride force/position

Cette section contient l'analyse du contrôleur décrit dans [24]. La façon la plus simple d'expliquer ce type de contrôleur est de présenter un exemple élémentaire. Considérons un manipulateur à deux degrés de liberté devant appliquer une force sur un mur droit. L'équation de la droite modélisant le mur permet de simplifier les cinématiques directe et inverse ainsi que la matrice jacobienne puisque la situation de ce robot en contact permanent avec le mur est équivalente à celle d'un robot à un seul degré de liberté dans l'espace libre. Avec les nouvelles cinématiques et le nouveau jacobien, il est simple de passer du domaine articulaire au domaine cartésien. Ensuite, le contrôle est effectué sur la force dans la direction perpendiculaire au mur et sur la position dans l'autre direction.

Le principal inconvénient de ce contrôleur est que la géométrie de l'environnement doit être très bien connue. Le contact est interprété comme une contrainte holonome supplémentaire décrite par l'équation géométrique de l'environnement. De plus, la stabilité de ce contrôleur est sensible à la précision du modèle dynamique. Ce contrôleur fonctionne seulement pour les environnements extrêmement rigides. En effet, le travail effectué par les forces de contact doit être nul pour réussir à prouver la stabilité de ce contrôleur. Il est possible d'implanter cet algorithme de manière à ce que le robot soit stable mais il ne pourra jamais être en contact avec un environnement flexible. Dans certaines directions<sup>1</sup>, il y a une contrainte naturelle sur la vitesse et une contrainte

---

1. L'ensemble de ces directions est appelé l'espace du mouvement.

artificielle (i.e. imposée par le contrôle) sur la force. Dans les autres directions<sup>1</sup>, il y a une contrainte naturelle sur la force et une contrainte artificielle sur la vitesse. L'application d'un intégrateur dans l'espace du mouvement est possible et elle présente un avantage important par rapport au contrôle d'impédance puisqu'elle fournit une précision sur la position désirée. Par contre, l'intégrateur ne peut être utilisé pour l'espace des forces car le couple de compensation effectue un travail sur l'environnement, ce qui entre en contradiction avec l'hypothèse sur laquelle est bâtie la stabilité. La compensation PD sur la force est permise puisqu'elle constitue un élément passif.

#### **2.4 Combinaison des contrôleurs hybride et d'impédance**

Le contrôleur hybride force/impédance de Hsia [32] allie les avantages du contrôle d'impédance à ceux du contrôle hybride. Il utilise les principes de l'espace du mouvement et des forces comme dans le contrôle hybride. De plus, une force de contact peut être atteinte avec précision car il y a un contrôle adaptatif sur la force. La connaissance parfaite du modèle géométrique et dynamique de l'environnement n'est pas nécessaire car contrairement au contrôle hybride force/position, l'asservissement est sur la relation entre la force et l'état du robot. Finalement, la dynamique inverse est simplifiée en approximant les couples centrifuges, de coriolis, de frottement, de gravité, la force externe et l'erreur sur le terme d'inertie par leurs valeurs à l'itération précédente. Cette stratégie permet d'utiliser ce contrôleur avec un manipulateur électrique aussi bien qu'avec un robot hydraulique. Elle représente donc un avantage énorme pour ce contrôleur. Par contre, elle pourrait être appliquée aux autres types de contrôleurs car elle est simplement une autre façon de réaliser la dynamique inverse (linéarisation globale).

---

1. L'ensemble de ces directions est appelé l'espace des forces.

## 2.5 Comparaison des différents contrôleurs

Les tableaux suivants présentent une comparaison des caractéristiques théoriques pour les différents contrôleurs expliqués succinctement ci-haut. La comparaison est spécifique aux contrôleurs apparaissant dans les références données dans la dernière colonne du tableau 2.2. Les critères utilisés pour cette comparaison permettent de cerner les avantages et les inconvénients de chaque contrôleur. Le but étant de déterminer celui qui semble le plus simple à implanter par rapport aux performances qu'il offre.

Tableau 2.1 Notations pour le tableau 2.2

Types d'environnements	C : connu
	I : incertain sauf que la rigidité de l'environnement doit être connue pour atteindre une force de contact désirée avec précision.
	IA : incertain (seule une approximation de la rigidité de l'environnement doit être connue pour atteindre une force de contact désirée avec précision).
Modèle du robot et/ou de l'environnement	R : nécessite un modèle dynamique du robot
	E : nécessite un modèle dynamique de l'environnement
	T : nécessite un modèle de la tâche
Espace libre et/ou en contact	C : fonctionne seulement lorsque le robot est en contact avec l'environnement
	T : permet la transition entre l'espace libre et l'instant du contact (fonctionne dans les deux contextes)
Problèmes résolus (voir section 1.2)	$F = 0$ : aucun travail effectué par le robot car $F=0$ (espace libre)
	$dW = 0$ : aucun travail effectué par le robot car $F=0$ ou $dX=0$ (environnement rigide)
	$dW \neq 0$ : $dW = (F \cdot dX) \neq 0$ dans au moins une direction (environnement flexible)
Résultats : entre crochet la référence et en exposant une des 3 lettres suivantes	T : aucun résultat n'est présenté dans l'article
	S : des résultats d'une simulation sont présentés dans l'article
	E : des résultats expérimentaux sont présentés dans l'article

Tableau 2.2 Comparaison des différents contrôleurs en fonction des caractéristiques

Contrôleur	Types d'env.	Modèle du robot et/ou de l'env	Besoin d'une CI ou de $J^{-1}$	Espace libre et/ou en contact	Problèmes résolus	Résultats
Contrôleur d'impédance par régulation du couple	I	E, T	Aucun	T	$dW \neq 0$	[30] <sup>T</sup>
Contrôleur d'impédance décentralisé	I	E, T	Aucun	T	$dW \neq 0$	[30] <sup>T</sup>
Contrôleur d'impédance par régulation d'accélération	I	R, E, T	$J^{-1}$	T	$dW \neq 0$	[12] <sup>E</sup>
Contrôleur d'impédance basé sur un asservissement en position	I	E, T	CI	T	$dW \neq 0$	[19] <sup>T</sup>
Contrôleur d'impédance basé sur un asservissement en position	I	E, T	CI	T	$dW \neq 0$	[26] <sup>E</sup>
Contrôleur hybride force/position	C	R, E, T	CI	C	$dW = 0$	[29] <sup>E</sup>
Combinaison des contrôleurs hybride et d'impédance	IA	E, T	$J^{-1}$	T	$dW \neq 0$	[32] <sup>E</sup>

L'analyse de ce tableau dicte quelques décisions. Premièrement, le contrôle hybride force/position est rejeté car il ne peut être utilisé pour un environnement flexible et incertain. Seule une combinaison des contrôleurs hybride et d'impédance permet de suivre une trajectoire en force désirée avec précision si la dynamique de l'environnement est incertaine. Cependant, les autres contrôles d'impédance peuvent être utilisés pour effectuer les tâches où la force de contact désirée doit être atteinte avec moins de précision. La dernière remarque porte sur le modèle dynamique du robot. Le contrôleur d'impédance par régulation d'accélération est le seul contrôleur qui nécessite ce modèle<sup>1</sup>. Ce besoin représente un inconvénient majeur car il se reflète sur le pas de calcul comme

nous le verrons au prochain tableau. Cependant, seul le contrôleur hybride force/impédance apporte une solution viable à ce problème. Les autres contrôleurs n'utilisent pas de modèle mais comme nous le verrons plus loin, leurs solutions engendrent d'autres problèmes.

Les besoins technologiques constituent un aspect important de la comparaison. Par exemple, si une lecture de force est requise, un capteur de force doit être disponible et surtout calibré. Une autre mesure pouvant diminuer les performances du contrôle est celle de l'accélération. Si elle n'est pas disponible, une dérivée numérique risque d'engendrer une vibration du robot si la période d'échantillonnage n'est pas assez élevée (il est possible de réaliser la dérivée avec des amplis opérationnels). Les tableaux suivants résument l'ensemble des paramètres qui influencent le choix d'un contrôleur au niveau technologique.

Tableau 2.3 Notations pour le tableau 2.4

Besoins technologiques (m): valeur mesurée (e): valeur estimée	$P_a$ : positions articulaires
	$V_a$ : vitesses articulaires
	$A_a$ : accélérations articulaires
	$F_a$ : moments articulaires
	$P_o$ : position cartésienne à l'organe terminal
	$V_o$ : vitesse cartésienne à l'organe terminal
	$A_o$ : accélération cartésienne à l'organe terminal(dérivée numérique)
	$F_o$ : force et moment cartésien à l'organe terminal
Indice sur le temps de calcul	Noté sur une échelle de 1 à 5 où 5 est le plus coûteux en temps de calcul (qualitatif car dépend du robot utilisé).

---

1. Le contrôleur hybride force/position l'utilise également mais cette solution ne répond pas à tous les besoins.

Tableau 2.4 Comparaison des contrôleurs en fonction des besoins technologiques

Contrôleurs	Besoin d'un capteur de force	Besoins technologiques	Boucle de commande	Indice sur temps de calcul
Contrôleur d'impédance par régulation du couple	Non	$P_0, V_0$	contrôleur PD dans l'espace opérationnel	2 (boucle num.)
Contrôleur d'impédance décentralisé	Non	$P_1, V_1$	contrôleur PD dans l'espace articulaire + couples de compensation	2
Contrôleur d'impédance par régulation d'accélération	Oui	$P_0, V_0, F_0$	linéarisation globale avec contrôleur PD + anticipation équivalent au contrôleur de position par régulation d'accélération dans l'espace libre	5 (modèle dyn.)
Contrôleur d'impédance basé sur un asservissement en vit. ou acc.	Oui	$P_1, V_1, F_0$	PD industriel comme boucle interne analogique boucle externe numérique qui modifie la consigne selon $F_0$	1 (boucle num.)
Contrôleur hybride force/position	Oui	$P_1, V_1, F_0$	linéarisation globale PD sur la force dans l'espace des forces et un PID sur la position dans l'espace du mouvement	5 (modèle dyn.)
Combinaison des contrôleurs hybride et d'impédance	Oui	$P_0, V_0, A_1, F_0$	linéarisation globale avec contrôleur PD + anticipation + intégrateur sur la force dans l'espace des forces (la rigidité du robot fixée à 0)	3

Le tableau 2.4 montre que les contrôleurs d'impédance par régulation du couple et décentralisé sont les plus simples à implanter car ces contrôleurs n'utilisent pas de capteur de force ni de modèle dynamique du robot. Cependant, ces contrôleurs offrent les moins bonnes performances<sup>1</sup>. Le meilleur choix est d'implanter la combinaison des contrôleurs hybride et d'impédance car même s'il demande la mesure de l'accélération en plus de tout

1. le contrôleur hybride force/position étant déjà rejeté (voir page 26)

ce que demande le contrôleur d'impédance par régulation d'accélération, il est plus efficace que ce dernier. Pour la suite du document ce type de contrôleur sera nommé contrôleur hybride force/impédance.

## 2.6 Conclusion

En théorie, le contrôleur d'impédance par régulation d'accélération représente une solution viable par rapport aux exigences exposées dans le premier chapitre. Ainsi, le prochain chapitre traite de manière exhaustive ce sujet. En pratique, ce compensateur présente plusieurs lacunes. La stabilité uniformément asymptotique dépend de l'exactitude du modèle dynamique. Puisque ce dernier est très grossier dans notre cas, cet aspect constitue un problème important. La précision et la vitesse de calcul de la boucle numérique sont également requises [7]. Finalement, une lecture précise de la force de contact doit être disponible. Pour toutes ces raisons, d'autres contrôleurs seront considérés dans les chapitres ultérieurs. Par exemple, les contrôleurs d'impédance par régulation du couple et décentralisé n'utilisent pas de senseur de force à l'organe terminal. Le modèle dynamique n'est plus nécessaire pour ces contrôleurs, cependant les performances sont de beaucoup améliorées si le modèle est disponible. La vitesse de calcul devient moins importante car ces compensateurs ne contiennent aucune cinématique inverse ou matrice jacobienne inverse. Évidemment, ils possèdent d'autres inconvénients qui seront discutés dans ces chapitres. La combinaison du contrôle hybride et d'impédance représente une solution très prometteuse car elle possède les avantages des deux méthodes et peu d'inconvénients. Elle sera également étudiée en détail dans ce mémoire.

La simulation de chacun de ces contrôleurs fût réalisée dans *Matlab*. Seuls les résultats importants sont présentés dans ce document pour des raisons de concision. Les aspects étudiés en simulation sont :

- robustesse aux erreurs sur le modèle dynamique et sur la flexibilité passive du robot : membrure et articulation [1];
- robustesse face à l'incertitude sur la rigidité de l'environnement;

- robustesse face aux bruits de mesures sur les capteurs de force et les encodeurs, face aux erreurs sur le suivi de la trajectoire, etc ;
- boucle numérique à 50 Hz ( $T = 20$  ms) versus boucle analogique (1000 fois plus rapide);
- stabilité.

Finalement, un modèle dynamique de l'environnement peut être utilisé pour trouver les gains adéquats destinés à une tâche donnée. Ce modèle n'est pas utilisé pour développer les équations du contrôleur. Si cette dernière est d'une certaine complexité, un modèle de la tâche [28] est très utile. Un principe comme l'espace des configurations [20] peut alors être utilisé pour planifier les trajectoires. Cet aspect de la question dépasse les limites de la présente recherche.

## CHAPITRE 3

### CONTRÔLE D'IMPÉDANCE PAR RÉGULATION D'ACCÉLÉRATION

#### 3.1 Introduction

La stratégie du contrôle d'impédance par régulation d'accélération est d'obtenir une réaction dynamique linéaire et découplée dans l'espace opérationnel en réalisant une linéarisation globale [12]. L'asservissement de la relation entre la force appliquée par l'environnement et l'état du robot (position, vitesse) dans l'espace opérationnel contraint le manipulateur à réagir comme un système masse-ressort-amortisseur découplé. Pour comprendre ce contrôleur, il est essentiel d'assimiler deux concepts de base : la linéarisation globale et le comportement analogue de différents systèmes dynamiques.

#### 3.2 Notions préliminaires

##### 3.2.1 Linéarisation globale

Pour expliquer la notion de linéarisation globale [15], considérons un système invariant non-linéaire représenté par l'équation différentielle

$$\ddot{X} = f(X, \dot{X}) + g(X)u \quad (3-1)$$

où

$X$  est l'état du système

$u$  la commande

$f(X)$  et  $g(X)$  des fonctions quelconques de l'état

Pour obtenir un contrôleur possédant une dynamique linéaire, la variable de contrôle auxiliaire  $\ddot{X}^*$  doit être utilisée. Il suffit de raisonner comme s'il était possible de contrôler l'accélération du système même si en réalité la seule variable qui peut être asservie est  $u$ . Pour concrétiser ce concept, une composante linéarisante est ajoutée au contrôleur (figure 3.1).

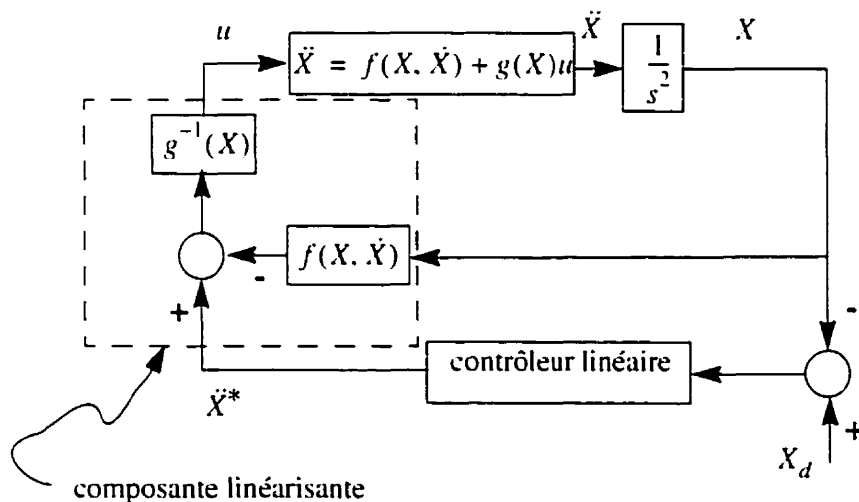


Figure 3.1 : Stratégie d'une linéarisation globale

La linéarisation globale, lorsqu'elle est réalisable, permet de choisir un comportement quelconque pour le système considéré. Évidemment, dans la plupart des cas, le choix s'arrête sur un comportement linéaire et découplé puisque la stabilité et les performances de ce genre de système sont bien connues [22]. Le contrôle d'impédance par régulation

d'accélération utilisera une loi de contrôle dans l'espace cartésien car cette approche permet de découpler les équations dans cet espace. La section suivante fournit plus d'explications sur ce choix.

### 3.2.2 Comportements analogues

Si la même équation différentielle dicte le comportement de deux systèmes différents, alors leurs comportements seront physiquement analogues. Par exemple, le comportement d'un circuit RLC est analogue à celui d'un contrôleur PID (voir figure 3.2). L'objectif du contrôle d'impédance par régulation d'accélération consiste à imposer le comportement d'un système masse-ressort-amortisseur découplé dans chaque direction de l'espace opérationnel (voir figure 3.3). Selon le principe énoncé précédemment, le contrôleur utilisé doit être régi par la même équation différentielle. La figure 3.4 présente ce contrôleur alliant une linéarisation globale à un compensateur PD dans l'espace opérationnel. La section suivante explique l'origine de ce schéma bloc. Dans toutes les sections de ce chapitre, les schémas présentent l'impédance dans une seule dimension de l'espace opérationnel. Les éléments  $M$ ,  $B$ ,  $K$  sont habituellement des matrices diagonales et ainsi les équations sont découplées dans l'espace cartésien. Par conséquent, les autres dimensions utilisent les mêmes principes et les résultats présentés dans ce chapitre sont généraux. L'impédance doit être découplée car dans la direction du contact elle doit être faible pour ne pas endommager l'environnement ou les moteurs du robot et dans les directions du mouvement elle doit être élevée de manière à suivre la trajectoire désirée. Pour certaines tâches bien particulières, il est avantageux d'utiliser une impédance couplée (exemple : un contact en  $z$  implique un mouvement en  $z$  et  $y$ ). Cependant, ce genre d'application est plutôt rare.

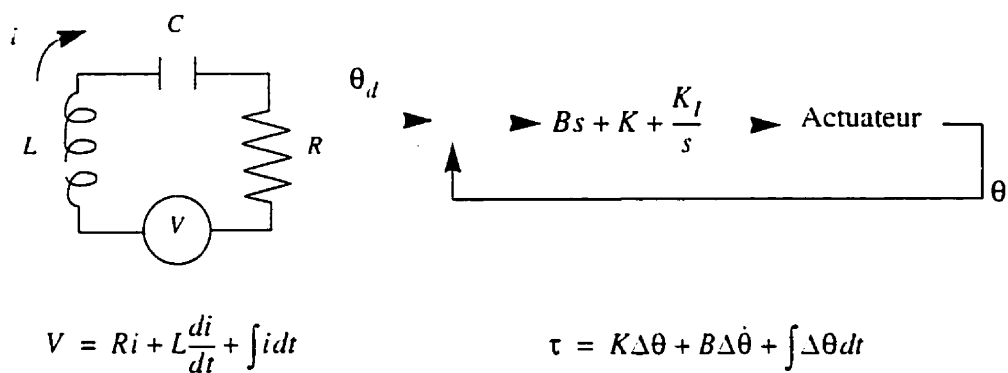
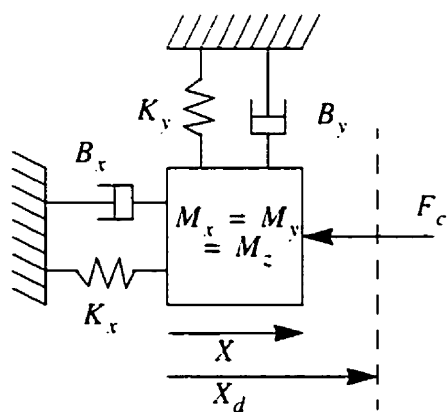
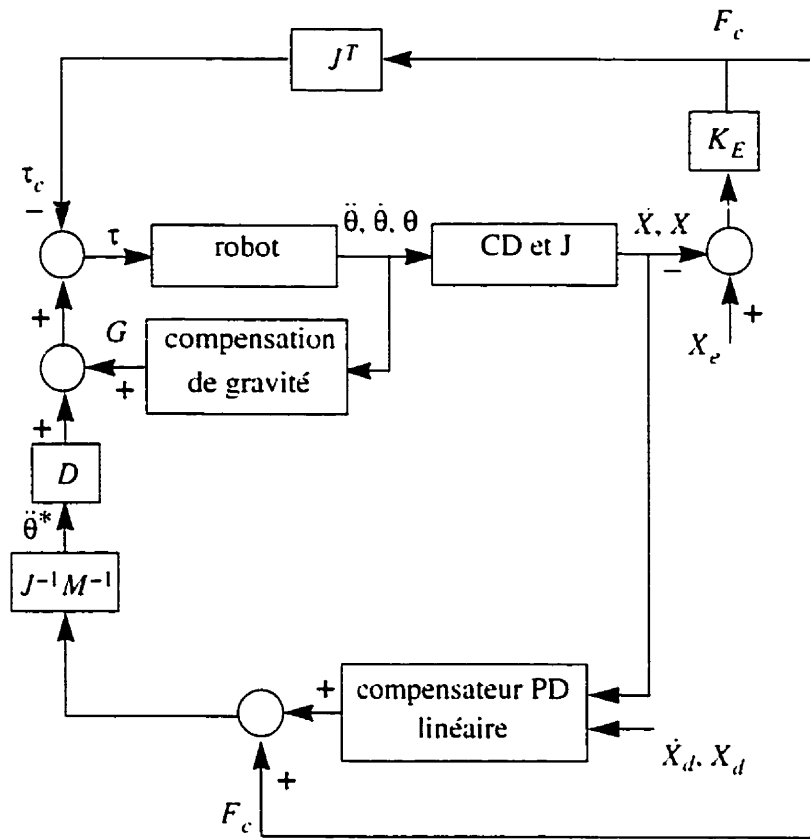


Figure 3.2 : Comportements analogues



$$F_c = M\ddot{X} - B(\dot{X}_d - \dot{X}) - K(X_d - X)$$

Figure 3.3 : Comportement du système masse-ressort-amortisseur



$$F_c = M\ddot{X} - B(\dot{X}_d - \dot{X}) - K(X_d - X)$$

Figure 3.4 : Comportement du contrôleur d'impédance par régulation d'accélération

$\tau$  est le vecteur couple envoyé au moteur de chaque joint;

$\tau_c$  le vecteur couple induit au moteur par le contact du robot avec un objet quelconque;

$D$  la matrice d'inertie du manipulateur;

$G$  le vecteur gravité;

$X_e$  et  $K_E$  la position et la rigidité de l'environnement;

$\theta$  la position articulaire;

$\dot{\theta}$ ,  $\ddot{\theta}$  respectivement la vitesse et accélération articulaire;  
 $\ddot{\theta}^*$  la variable de contrôle auxiliaire.

### 3.3 Comportement dynamique du système contrôleur-manipulateur

#### 3.3.1 Référentiel inertiel et direction des vecteurs forces

Lorsqu'on écrit une équation du mouvement à l'aide de la méthode de Newton-Euler, le référentiel utilisé doit être inertiel. Cette notion de base semble très élémentaire mais dans le contexte présent où toute l'attention est portée sur le design du contrôleur, elle constitue un principe important. Par ailleurs, sur un diagramme du corps libre et des termes d'inertie, les forces peuvent apparaître dans n'importe laquelle des directions. Il suffit d'interpréter le signe obtenu en fonction de la direction choisie initialement. Pour éliminer ce choix arbitraire et éviter toute confusion possible nous adopterons une convention pour les développements qui suivent. Toutes les forces seront exprimées dans le sens positif du référentiel inertiel. Pour fixer les idées, la figure 3.5 présente deux façons différentes de choisir le sens des forces élastiques et d'amortissement. La représentation de droite correspond à la convention choisie.

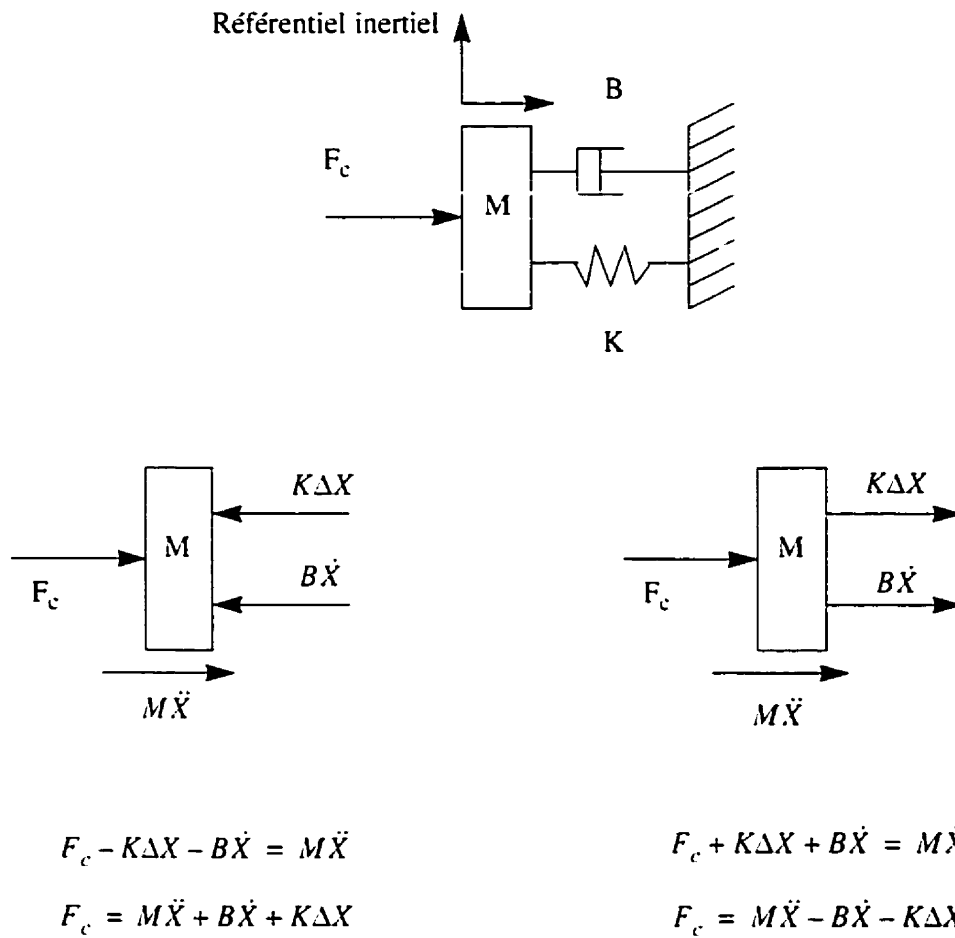


Figure 3.5 : Référentiel inertiel et directions des vecteurs de force

### 3.3.2 Contrôleur

Pour les raisons mentionnées aux sections précédentes, le comportement dynamique du système masse-ressort-amortisseur est imposé à l'organe terminal:

$$F_c = M\ddot{X} - B(\dot{X}_d - \dot{X}) - K(X_d - X) \quad (3-2)$$

où  $X_d$  est la position désirée virtuelle.

Cette position est qualifiée de virtuelle car elle ne sera jamais atteinte. Elle est choisie plus grande que la position de l'environnement pour créer la force de contact désirée. Pour être en mesure de réaliser la linéarisation globale, l'accélération articulaire  $\ddot{\theta}^*$  est utilisée comme variable de contrôle auxiliaire. En d'autres mots, le comportement désiré (équation 3-2) peut être interprété comme un vecteur d'accélération articulaire désiré :

$$\ddot{X} = M^{-1}(B(\dot{X}_d - \dot{X}) + K(X_d - X) + F_c) \quad (3-3)$$

Selon la loi de dérivation en chaîne puisque  $\dot{X} = J\dot{\theta}$  l'accélération catésienne est :

$$\ddot{X} = J\ddot{\theta} + \dot{J}\dot{\theta} \text{ où } \dot{J} = \frac{\partial J}{\partial \theta}\dot{\theta} \quad (3-4)$$

Ainsi, pour toutes positions non singulières du manipulateur :

$$\ddot{\theta}^* = J^{-1}[M^{-1}(B(\dot{X}_d - \dot{X}) + K(X_d - X) + F_c) - \dot{J}\dot{\theta}] \quad (3-5)$$

où  $X = f(\theta)$  (cinématique directe),  $\dot{X} = J\dot{\theta}$  et  $F_c = (J^{-1})^T \tau_c$

Finalement, la rétroaction non-linéaire suivante ferme la boucle de contrôle en effectuant une linéarisation globale.

$$\tau = D\ddot{\theta}^* + \bar{G} - \tau_c \quad (3-6)$$

Cette équation représente la dynamique inverse du robot par analogie avec la cinématique inverse. Le modèle choisi ici est simple et il représente souvent une mauvaise approximation de la réalité. Plusieurs recherches traitent de cette modélisation dynamique pour différents types de robots. En fait, le modèle des membrures est similaire pour chaque robot, mais la modélisation des actionneurs varie d'un manipulateur à l'autre. Par exemple :

- moteur électrique avec réducteur harmonique (*harmonic drive*) [33];
- moteur électro-hydraulique conventionnel [6];

- moteur hydraulique avec servo-valve *Sarcos* [25].

### 3.3.3 Modèle dynamique du manipulateur

Le modèle dynamique du manipulateur s'écrit :

$$\ddot{\theta} = D^{-1}(\tau + \tau_c - G - \Delta) \quad (3-7)$$

où

- $\Delta$  les paramètres non modélisés comme le poids de l'outil, les forces de coriolis, centrifuges, la flexibilité passive des actuators, des membrures, l'erreur sur la compensation de gravité, le poids de la main du robot s'il y a lieu, etc.

### 3.3.4 Fonction de transfert

Négligeant le terme  $\Delta$  et substituant l'équation 3-5 et 3-6 dans l'équation 3-7 nous obtenons la réaction dynamique du système manipulateur-contrôleur désirée:

$$F_c = M\ddot{X} - B(\dot{X}_d - \dot{X}) - K(X_d - X) \quad (3-8)$$

Les erreurs sur le modèle sont toutes considérées comme nulles ( $\Delta$  et  $\tilde{G} - G$ ). L'environnement est modélisé par  $F_c = -K_E X$  tandis que le terme  $F_d = KX_d + B\dot{X}_d$  est considéré comme l'entrée du système [1]. Substituant ces différentes expressions par leurs valeurs dans l'équation 3-8, nous obtenons :

$$F_d = M\ddot{X} + B\dot{X} + (K + K_E)X \quad (3-9)$$

Ce système d'équations contient trois équations différentielles découplées dans l'espace opérationnel en translation seulement. Une dynamique différente peut donc être imposée dans chaque direction. En observant cette équation dans le domaine de Laplace, nous obtenons la fonction de transfert du système en boucle fermée :

$$\frac{X(s)}{F_d(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + (k + k_E)} \quad (3-10)$$

où  $\frac{X(s)}{F_d(s)}$  représente la fonction de transfert dans chaque direction cartésienne.

### 3.4 Stabilité du système continu

#### 3.4.1 Cas où le modèle dynamique est parfait

Le système décrit par l'équation 3-10 est stable puisque les matrices  $M$ ,  $B$ ,  $K$  sont toutes définies positives, les pôles ont tous leurs parties réelles négatives. La fonction de transfert trouvée est valide uniquement si le modèle dynamique reflète parfaitement la réalité. Si cette hypothèse est vérifiée, l'équation caractéristique est :

$$s^2 + \left(\frac{b}{m}\right)s + \frac{(k + k_E)}{m} = 0 \quad (3-11)$$

Il suffit de comparer cette équation à l'équation caractéristique désirée pour obtenir le comportement espéré :

$$s^2 - (p_1 + p_2)s + p_1 p_2 = 0 \Rightarrow \left(\frac{b}{m}\right) = -(p_1 + p_2) \text{ et } \frac{(k + k_E)}{m} = p_1 p_2 \quad (3-12)$$

Les pôles  $p_1$  et  $p_2$  pourraient être placés de manière à ce qu'il y ait un pôle dominant et que notre système réagisse comme un premier ordre. Cependant, pour deux performances égales, la solution qui déplace le moins les pôles du système par rapport à leurs positions en boucle ouverte ( $BO$ ) est préférable car plus le gain est grand, plus la commande augmente ( $u(t) = -kx(t)$ ) et les gains sont proportionnels au déplacement des pôles ( $BO \rightarrow BF$ ). Donc, plus la dynamique du système est modifiée, plus l'effort de commande est considérable. De plus en pratique, la commande  $u(t)$  peut être saturée et comme le système physique est non-linéaire, il faut minimiser la commande pour éviter d'exciter les caractéristiques non modélisées du système. La configuration de Butterworth d'ordre 2 sera donc préférée à la première alternative (pôle dominant). Évidemment, le rayon de Butterworth est augmenté jusqu'à ce que les performances soient celles désirées.

En d'autres mots, dans l'espace libre ou pour obtenir une impédance élevée en contact, le rayon de Butterworth ne sera plus grand que si l'objectif est d'avoir un manipulateur compliant.

En pratique, un problème important persiste : la rigidité de l'environnement est inconnue et le calcul des gains dépend de cette valeur. Par conséquent, si par exemple nous supposons  $k_E$  négligeable par rapport à  $k$  pour calculer les gains du manipulateur, le choix des pôles risque de devenir médiocre. Dans l'espace libre ou en contact avec un environnement compliant,  $k_E$  est petit et le comportement du manipulateur sera satisfaisant. Cependant, si  $k_E \gg k$ , le système devient beaucoup trop sous-amorti (dans le contexte où  $b$  est calculé en considérant  $k \gg k_E$ ). Dans ce cas, la combinaison capteur de force et environnement modélisable par un ressort très rigide, correspond à une rétroaction en position avec un gain en position ( $k + k_E$ ) beaucoup trop élevé pour l'amortissement choisi ( $b$ ). L'équation 3-9 montre bien que la rétroaction de force revient à augmenter le gain en position car la rigidité de l'environnement ( $k_E$ ) apparaît dans le terme de position.

### 3.4.2 Cas où le terme d'inertie est erroné

Évidemment, en réalité les erreurs sur le modèle dynamique ne sont jamais nulles. La démonstration suivante explique les répercussions d'une erreur au niveau de la matrice d'inertie sur la stabilité du système [1]. Pour ce faire, toutes les autres erreurs sont négligées. Étant donné la complexité du raisonnement qui suit, un joint prismatique est utilisé au lieu du manipulateur à six degrés de liberté. Cependant, l'influence d'une erreur sur la matrice d'inertie demeure inchangée quelque soit le robot utilisé.

#### Contrôleur

Le contrôleur utilisé pour asservir un seul degré de liberté (l'équivalent des équations 3-5 et 3-6) est :

$$f = m\ddot{x}^* + f_c \quad (3-13)$$

$$\text{où } \ddot{x}^* = \frac{1}{m_d}(b(\dot{x}_d - \dot{x}) + k(x_d - x) - f_c) \quad (3-14)$$

Par substitution

$$f = \frac{m}{m_d}(b(\dot{x}_d - \dot{x}) + k(x_d - x) - f_c) + f_c \quad (3-15)$$

Puisque  $f_c = k_E x$ .

$$f = \frac{m}{m_d}(b(\dot{x}_d - \dot{x}) + k(x_d - x)) + \left(1 - \frac{m}{m_d}\right)k_E x \quad (3-16)$$

### Modèle dynamique

En négligeant les forces de frottement et de coriolis, le modèle dynamique du joint prismatique est :

$$\ddot{x} = \frac{1}{m}(f - f_c) \quad (3-17)$$

où

$f$  est la force envoyée au moteur de chaque joint;

$f_c$  la force induite au moteur par le contact du robot avec un objet quelconque;

$m$  la masse du manipulateur;

$x$  le degré de liberté;

### Fonction de transfert

Substituant l'équation 3-16 dans l'équation 3-17, nous obtenons la fonction transfert :

$$m\ddot{x} = \frac{m}{m_d}(b(\dot{x}_d - \dot{x}) + k(x_d - x)) + \left(1 - \frac{m}{m_d}\right)f_c - f_c \quad (3-18)$$

$$m\ddot{x} = \frac{m}{m_d}(b(\dot{x}_d - \dot{x}) + k(x_d - x)) - \frac{m}{m_d}k_E x \quad (3-19)$$

$$m\ddot{x} + \frac{m}{m_d}b\dot{x} + \frac{m}{m_d}(k + k_E)x = \frac{m}{m_d}(b\dot{x}_d + kx_d) \quad (3-20)$$

$$\frac{X(s)}{F_d(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{b}{m_d}s + \frac{(k + k_E)}{m_d}} \quad (3-21)$$

où  $\frac{X(s)}{F_d(s)}$  représente la fonction de transfert

### Analyse

L'équation 3-16 montre que la rétroaction venant du capteur de force est proportionnelle à un gain sur la force ressentie par le senseur de force installé au poignet du robot. Ce gain est directement relié à l'erreur sur le terme d'inertie :

$$k_f = \left(1 - \frac{m}{m_d}\right) \quad (3-22)$$

Si  $m_d < m$ ,  $k_f$  est négatif et grand donc sa dynamique associée est rapide et le système se comporte comme prévu. La section 3.4.1 traite le cas où l'erreur sur la matrice d'inertie est nulle ( $m_d = m$ ). Finalement lorsque  $k_f$  est petit et positif, il n'affecte pas la stabilité car le terme  $-k_E x$  est déjà présent dans le système en boucle ouverte qui est lui-même stable [1]. Finalement, la présence de termes dynamiques non-linéaires et non-modélisés autres que l'erreur sur la masse peut causer l'instabilité si ces termes apparaissent à hautes fréquences [17]. La flexibilité passive du robot constitue un bon exemple pour ce genre d'erreur (voir section 2.2 de [1]). La solution consiste à appliquer un filtre passe-bas à la lecture du capteur de force avant de l'utiliser dans la loi de contrôle.

### 3.5 Stabilité du système discret

Dans le contrôle d'impédance par régulation d'accélération, les positions sont mesurées et le couple de commande est calculé pour satisfaire l'impédance désirée. Puisque la mesure de la position cartésienne est difficile à effectuer en pratique, elle est plutôt calculée à

partir de la position articulaire et d'une cinématique directe. Les vitesses et accélérations cartésiennes sont plus facilement mesurables. Elles peuvent également être dérivées des positions. Dans tous les cas, il existe un délai dans le calcul ou la mesure de ces quantités. L'impact de ce délai sur la stabilité du système se traduit en terme d'impédance atteignable [18]. La rigidité ne peut être beaucoup plus grande que celle de l'environnement à moins que l'amortissement soit très élevé. Plus la période d'échantillonnage est grande, plus les bornes de la région de stabilité sont restrictives. L'amortissement peut être grand ou petit indépendamment de la valeur de la rigidité. Donc, il est plus sécuritaire d'ajuster la force de contact en utilisant l'amortissement que la rigidité. Le dernier paragraphe de la section 3.4.1 confirme cette procédure.

### 3.6 Utilisation dans l'espace libre

Dans l'espace libre, le contrôleur d'impédance par régulation d'accélération devient un contrôleur de position par régulation d'accélération [14]. Ce type de contrôleur est également connu sous un autre nom : la méthode du couple précalculé. La démonstration consiste à traduire l'équation 3-2 (l'ajout de  $\ddot{X}_d$  ne change rien) dans l'espace articulaire :

$$F_c = M(\ddot{X}_d - \ddot{X}) - B(\dot{X}_d - \dot{X}) - K(X_d - X) \quad (3-23)$$

$$\tau_c = J'M(\ddot{X}_d - \ddot{X}) - J'B(\dot{X}_d - \dot{X}) - J'K(X_d - X) \quad (3-24)$$

La notation ' doit être interprétée comme une transposée dans tout le document. En supposant un petit déplacement du robot :

$$\ddot{X} = J\ddot{\theta} + \dot{J}\dot{\theta} \approx J\ddot{\theta} \quad (3-25)$$

$$\dot{X} = J\dot{\theta} \quad (3-26)$$

$$\Delta X \approx J\Delta\theta \quad (3-27)$$

L'équation 3-24 devient,

$$\tau_c = J'MJ(\ddot{\theta}_d - \ddot{\theta}) - J'BJ(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) - J'KJ(\theta_d - \theta) \quad (3-28)$$

Puisque  $F = K\Delta X \Rightarrow \tau = J'KJ\Delta\theta$  et  $\tau = K_\theta\Delta\theta$  nous avons  $K_\theta = J'KJ$ . Le même genre de raisonnement est valable pour chaque terme de l'équation et ainsi :

$$\tau_c = M_\theta(\theta_d - \theta) - B_\theta(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) - K_\theta(\theta_d - \theta) \quad (3-29)$$

Finalement, puisque dans l'espace libre la force de contact est nulle,

$$\ddot{\theta}^* = \ddot{\theta}_d + M_\theta^{-1}B_\theta(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + M_\theta^{-1}K_\theta(\theta_d - \theta) \quad (3-30)$$

La contre-réaction non-linéaire (équation 3-6) permettant de réaliser une linéarisation globale devient :

$$\tau = D\ddot{\theta}^* + \tilde{G} \quad (3-31)$$

Les deux dernières équations représentent exactement le contrôleur de position par régulation d'accélération.

### 3.7 Conclusion

Le contrôleur d'impédance par régulation d'accélération est une solution rigoureuse qui répond au problème expliqué au chapitre 1. En pratique, ce type de compensateur présente quelques lacunes comme le besoin du modèle dynamique du robot et l'impossibilité de suivre une force désirée avec précision. Cependant, il est utile d'étudier ce contrôleur pour expliquer plusieurs principes qui s'appliquent aux autres types de contrôleurs présentés dans ce document. Par exemple, les notions de linéarisation globale et de comportements analogues sont utilisées dans tous les autres contrôleurs. Les conclusions résultantes de l'analyse sur la stabilité s'appliquent également aux contrôleurs d'impédance par régulation du couple et décentralisé. Ces deux variantes du contrôleur d'impédance par

régulation d'accélération seront étudiées au prochain chapitre. Le modèle dynamique n'est plus nécessaire pour ces contrôleurs, cependant les performances sont de beaucoup améliorées s'il est disponible.

## CHAPITRE 4

### VARIANTES DU CONTRÔLE D'IMPÉDANCE PAR RÉGULATION D'ACCÉLÉRATION

#### 4.1 Introduction

Les deux variantes du contrôle d'impédance par régulation d'accélération présentées dans ce chapitre offrent un avantage par rapport au contrôleur de Hogan : elles n'utilisent pas de modèle dynamique complet du robot. Seule une compensation de gravité est utilisée. Cependant, les performances de ces contrôleurs deviennent médiocres si le poids de l'outil, les forces de coriolis, les forces centrifuges, la flexibilité passive des actionneurs, la flexibilité des membrures ne sont pas négligeables ou si le robot ne bouge pas à vitesse presque constante. Ces lacunes peuvent être éliminées si un modèle dynamique du robot est disponible, mais, dans ce cas, le contrôle d'impédance par régulation d'accélération est plus avantageux.

La notation contrôle par régulation du couple signifie que la commande calculée par le contrôleur est le vecteur couple aux actionneurs du robot. De la même façon, un contrôle par régulation d'accélération signifie que la commande calculée par le contrôleur est une accélération. Dans ce dernier cas, la variable de contrôle est qualifiée d'auxiliaire car il

faut trouver la relation entre les accélérations et les couples aux moteurs pour pouvoir contrôler le robot. La seule différence entre le contrôleur d'impédance par régulation du couple et celui par régulation d'accélération est la linérisation globale qui est réalisée de façon incomplète (fournie certains avantages) dans le premier cas et parfaite dans l'autre cas. Le contrôle d'impédance décentralisé est équivalent au contrôle d'impédance par régulation du couple mais il permet de profiter du contrôleur analogique des robots industriels.

## 4.2 Contrôle d'impédance par régulation du couple

### 4.2.1 Principe de base

La situation présentée à la figure 4.1 simplifie la compréhension des principes à la base du contrôleur d'impédance par régulation du couple. L'environnement modélisé par un ressort de rigidité  $K_c$  ne subit aucune déformation si la position désirée envoyée au contrôleur correspond à la position de l'environnement sans déformation. Cependant, si la consigne est calculée comme suit :

$$X'_d = X_d + \Delta X_d \quad (4-1)$$

où

$X'_d$  est la position désirée virtuelle du système;

$X_d$  est la position de l'environnement sans déformation;

$\Delta X_d$  est un déplacement qui crée la force de contact.

alors le contact entre le manipulateur et l'environnement provoque une force de réaction proportionnelle à la déformation de l'environnement. Les gains proportionnels et dérivés du contrôleur dans l'espace cartésien constituent la principale source de rigidité et d'amortissement du manipulateur. L'impédance des actuators et des membrures du robot est effectivement négligeable par rapport à celle obtenue par l'asservissement du système.

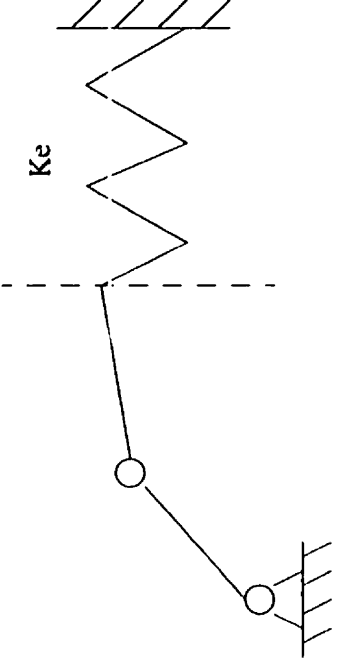


Figure 4.1 : Rigidité du robot représentée par les gains du contrôleur

#### 4.2.2 Fonction de transfert

Le modèle d'état du robot s'écrit :

$$\tau - \tau_c = D\ddot{\theta} + G + \Delta \quad (4-2)$$

Appliquant le contrôle,

$$F = B(\dot{X}_d - \dot{X}) + K(X_d - X) + \text{compensation de gravité} \quad (4-3)$$

Dans l'espace articulaire, cette loi de contrôle devient :

$$\tau = J^T (B(\dot{X}_d - \dot{X}) + K(X_d - X)) + \tilde{G} \quad (4-4)$$

nous obtenons le comportement dynamique du robot suivant :

$$J^T (B(\dot{X}_d - \dot{X}) + K(X_d - X)) + \tilde{G} = D\ddot{\theta} + G + \tau_c + \Delta \quad (4-5)$$

Pour toutes positions non-singulières, nous avons

$$F_c = B(\dot{X}_d - \dot{X}) + K(X_d - X) - (J^{-1})^T D\ddot{\theta} + (J^{-1})^T (\tilde{G} - G) - (J^{-1})^T \Delta \quad (4-6)$$

Le comportement n'est pas parfait car  $\Delta \neq 0$  (principalement à cause du poids de l'outil) et surtout  $\ddot{\theta} \neq 0$ , donc l'inertie du robot vient coupler les équations :

$$F_c = B(\dot{X}_d - \dot{X}) + K(X_d - X) - (J^{-1})^T D \ddot{\theta} - (J^{-1})^T \Delta \quad (4-7)$$

Si  $G \approx \bar{G}$ ,  $\Delta = 0$  et  $\ddot{\theta} \approx 0$  (le robot est au repos ou sa vitesse est constante), le robot réagit comme une impédance découplée :

$$F_c = B(\dot{X}_d - \dot{X}) + K(X_d - X) \quad (4-8)$$

L'environnement est modélisé par  $F_c = -K_E X$  tandis que le terme  $F_d = K X_d + B \dot{X}_d$  est considéré comme l'entrée du système [1] :

$$F_d = B \dot{X} + (K + K_E) X \quad (4-9)$$

Nous obtenons donc six équations différentielles découplées dans l'espace opérationnel. Une dynamique différente peut donc être imposée dans chaque direction. En observant cette équation dans le domaine de Laplace, nous obtenons la fonction de transfert du système en boucle fermée :

$$\frac{X(s)}{F_d(s)} = \frac{1}{bs + (k + k_E)} \quad (4-10)$$

où

$b$  et  $k$  est l'impédance dans une des directions cartésiennes;

$k_E$  la rigidité de l'environnement dans une des directions cartésiennes;

$\frac{X(s)}{F_d(s)}$  représente la fonction de transfert dans chaque direction cartésienne.

#### 4.2.3 Stabilité du système continu

Le système décrit par l'équation 4-10 est stable puisque  $k$  et  $b$  sont positifs, les pôles ont tous leurs parties réelles négatives. La fonction de transfert trouvée est valide uniquement si l'accélération et les termes non-modélisés sont négligeables. Si cette hypothèse est vérifiée, l'équation caractéristique est :

$$bs + (k + k_E) = 0 \quad (4-11)$$

Il suffit de comparer cette équation à l'équation caractéristique désirée pour obtenir le comportement espéré. Les résultats présentés à la section 3.4.1 s'appliquent donc en entier pour ce contrôleur.

#### 4.2.4 Stabilité du système discret

Le critère de Jury impose une impédance minimum à respecter pour assurer la stabilité du système discret (en tenant compte de l'échantillonnage) [4] :

$$B < \frac{2M}{T} \quad (4-12)$$

$$K > 0 \quad (4-13)$$

$$K < \frac{2B}{T} \quad (4-14)$$

où  $T$  est la période d'échantillonnage.

Les contrôleurs s'appliquant aux robots asservis en couple et sans engrenage sont donc incapables de réagir comme une impédance très rigide: l'impédance désirée doit être inférieure à une valeur maximum. Le robot possède une flexibilité physique et l'impédance atteignable dépend de la période d'échantillonnage.

### 4.3 Contrôle d'impédance décentralisé

#### 4.3.1 Principe de base

Le contrôle d'impédance décentralisé repose sur le même principe que celui de la section précédente. Cependant, le compensateur proportionnel dérivé est réalisé dans l'espace articulaire. Dans la situation présentée à la section 4.2, les gains PD de ce contrôleur représentent encore une fois l'impédance du manipulateur<sup>1</sup>, mais dans l'espace articulaire. Le problème consiste donc à trouver la relation entre l'impédance dans l'espace opérationnel et celle dans l'espace articulaire. Sans cette relation, il sera impossible d'obtenir une impédance découplée dans l'espace cartésien. Pour un manipulateur possédant un compensateur analogique PD associé à chacun de ses joints, le contrôleur dans l'espace articulaire représente un avantage car cette stratégie élimine les conditions de stabilités numériques. Cependant, pour implanter le contrôleur d'impédance décentralisé, nous verrons qu'un asservissement sur le couple est nécessaire et qu'une partie du contrôleur demeure numérique. Ainsi, la stabilité numérique impose encore certaines conditions d'opération telles que discutées au chapitre précédent.

#### 4.3.2 Relation entre l'impédance articulaire et cartésienne

Les forces cartésiennes envoyées aux moteurs du robot sont proportionnelles à l'erreur de position :

$$F = K_x \cdot \Delta X \quad (4-15)$$

où  $K_x$  = rigidité dans l'espace opérationnel

Puisque pour une petite erreur de position  $\Delta X$  :

$$\tau = J' \cdot F \text{ et } \Delta X = J \cdot \Delta \theta \quad (4-16)$$

La relation suivante est valide :

---

1. Lorsque l'élasticité des actuators et la flexibilité des membrures du robot est négligée.

$$\tau = J' \cdot K_x \cdot J \cdot \Delta\theta \quad (4-17)$$

D'autre part, par définition  $\tau = K_\theta \cdot \Delta\theta$  donc

$$K_\theta = J' \cdot K_x \cdot J \quad (4-18)$$

Le fait que  $K_\theta$  ne soit pas une matrice diagonale pose un énorme problème. Cependant, les termes de la diagonale peuvent être entrés directement comme les gains proportionnels du contrôleur [4] et les termes hors diagonaux sont entrés sous la forme de couples de compensation calculés comme suit :

$$\tau_{c1} = k_{\theta 12} \cdot \Delta\theta_2 + k_{\theta 13} \cdot \Delta\theta_3 + \dots \quad (4-19)$$

Donc, un asservissement de bas niveau sur le couple est requis pour ce genre de contrôleur. Pour ce contrôleur, plus les gains sont faibles, plus l'environnement est enfoncé délicatement (lentement). Le fait de ne pouvoir ajouter un gain intégral constitue un problème majeur avec ce contrôleur. La raison est simple :  $X_d$  ne doit pas être atteint pour qu'il y ait contact. Il est donc essentiel d'utiliser en plus du compensateur proportionnel dérivé, un modèle dynamique du robot qui permet à tout le moins de combattre la gravité.

#### 4.4 Conclusion

Les contrôleurs s'appliquant aux robots asservis en couple et sans engrenage sont incapables de réagir comme une impédance rigide : l'impédance désirée doit être inférieure à une valeur maximum. Le robot possède une flexibilité physique et l'impédance atteignable dépend de la période d'échantillonnage. Une comparaison entre le contrôle d'impédance par régulation d'accélération et les contrôleurs d'impédance par régulation du couple et décentralisé est maintenant possible. Ces deux variantes n'utilisent pas de capteur de force à l'organe terminal. Le modèle dynamique n'est pas nécessaire pour ces contrôleurs. Cependant, utiliser une simple compensation de gravité plutôt

qu'une linéarisation globale dégrade les performances si l'accélération et les termes non-modélisés ne sont pas négligeables. La vitesse de calcul devient moins importante car ces compensateurs ne contiennent aucune cinématique inverse ou jacobien inverse. Le contrôle d'impédance par régulation d'accélération et ses deux variantes s'appliquent uniquement aux robots asservis en couple. Le prochain chapitre présente un contrôleur qui peut être utilisé avec les robots asservis en position et munis d'engrenages.

## CHAPITRE 5

### CONTRÔLE D'IMPÉDANCE BASÉ SUR UN ASSERVISSEMENT EN POSITION

#### 5.1 Introduction

Les contrôleurs présentés dans les chapitres précédents ne peuvent être utilisés avec la plupart des robots industriels car ceux-ci sont asservis en position<sup>1</sup> et ils possèdent des engrenages. De plus, le modèle dynamique est difficile à trouver analytiquement pour ce genre de robots car le frottement aux engrenages est difficile à modéliser. La section 1.3.2 décrit en détails ce genre de robot et explique pourquoi il ne peut être utilisé avec les contrôleurs présentés dans les chapitres précédents. Le présent chapitre présente une des alternatives pour ce type de robot. La stratégie expliquée permet d'effectuer un contrôle d'impédance sans modifier le contrôleur en position du manipulateur utilisé par la plupart de manipulateurs industriels. Plusieurs autres contrôles d'impédance dédiés à ce genre de robot sont disponibles dans la littérature (par exemple [26]).

---

1. Ce genre de contrôleurs ne possèdent pas de capteurs de force aux articulations et par conséquent, ils ne peuvent être asservis sur le couple à bas niveau.

## 5.2 Principe de base

La stratégie illustrée à la figure 5.1 constitue une des solutions possibles pour les robots asservis en position et munis d'engrenages. Un capteur de force fixé à l'extrémité de l'organe terminal mesure la force de contact  $F_c$ . L'environnement est considéré comme un simple ressort  $K_e$  puisque, pour plusieurs tâches en contact, l'environnement ne possède pas d'amortissement. Le robot devient flexible grâce à la mesure effectuée par un senseur de force ( $F_c$ ) placé à l'extrémité du manipulateur. Cette mesure est utilisée pour modifier uniquement la consigne (position désirée) de manière à ce que le robot réagisse comme une impédance ( $K_r, B_r$ ). La force de contact lue est divisée par cette impédance pour obtenir un déplacement qui correspond à la déformation du manipulateur. Dans ce contexte, les gains du contrôleur de position sont élevés de manière à obtenir une dynamique très rapide<sup>1</sup> et le suivi de trajectoire est supposé parfait et instantané. La grandeur de la force de contact désirée est obtenue par le choix des paramètres d'impédance<sup>2</sup>. L'énumération de toutes les variables qui influencent le module de cette force apparaît plus loin. Le choix de l'impédance du robot dicte également la vitesse avec laquelle cette force sera appliquée sur l'environnement. L'idée de base de cet algorithme se résume comme suit :

- l'asservissement en position du robot industriel constitue une boucle interne et, en imposant une dynamique très rapide, la position du manipulateur peut être considérée égale à la position désirée par la boucle externe (le cas où cette hypothèse ne peut être utilisée est expliqué dans [26]);
- la boucle externe constitue une simple modification de la consigne

$$(X_d' - \frac{F_c}{B_r s + K_r} \text{ au lieu de } X_d);$$

- la position désirée virtuelle ( $X_d'$ ) située à l'intérieur de l'environnement (inatteignable) provoque une force de contact désirée ( $F_{cd}$ ) pendant que la

---

1. Lorsqu'une position est demandée, elle est rapidement atteinte.

2. La force de contact est fonction de d'autres paramètres.

rétroaction du senseur de force ( $\frac{F_c}{B_r s + K_r}$ ) gère la dynamique de la déformation

selon l'impédance demandée;

- sans cette rétroaction l'environnement ou le manipulateur serait endommagé car la position désirée virtuelle serait atteinte et ceci presque instantanément selon la première remarque;

Dans cette section, la méthode est décrite en détails. Cette méthode ne fonctionne pas si la rigidité de l'environnement est élevée car la déformation à imposer à l'environnement est inférieure à la résolution du contrôleur en position du robot. Pour faciliter la compréhension, la section 5.3.1 expose le problème en une dimension pour l'espace cartésien de la tâche en considérant un manipulateur à deux degrés de liberté réagissant comme un ressort (au lieu d'une impédance). Cependant le principe peut facilement être généralisé à des exemples beaucoup plus complexes en utilisant le schéma de la figure 5.1.

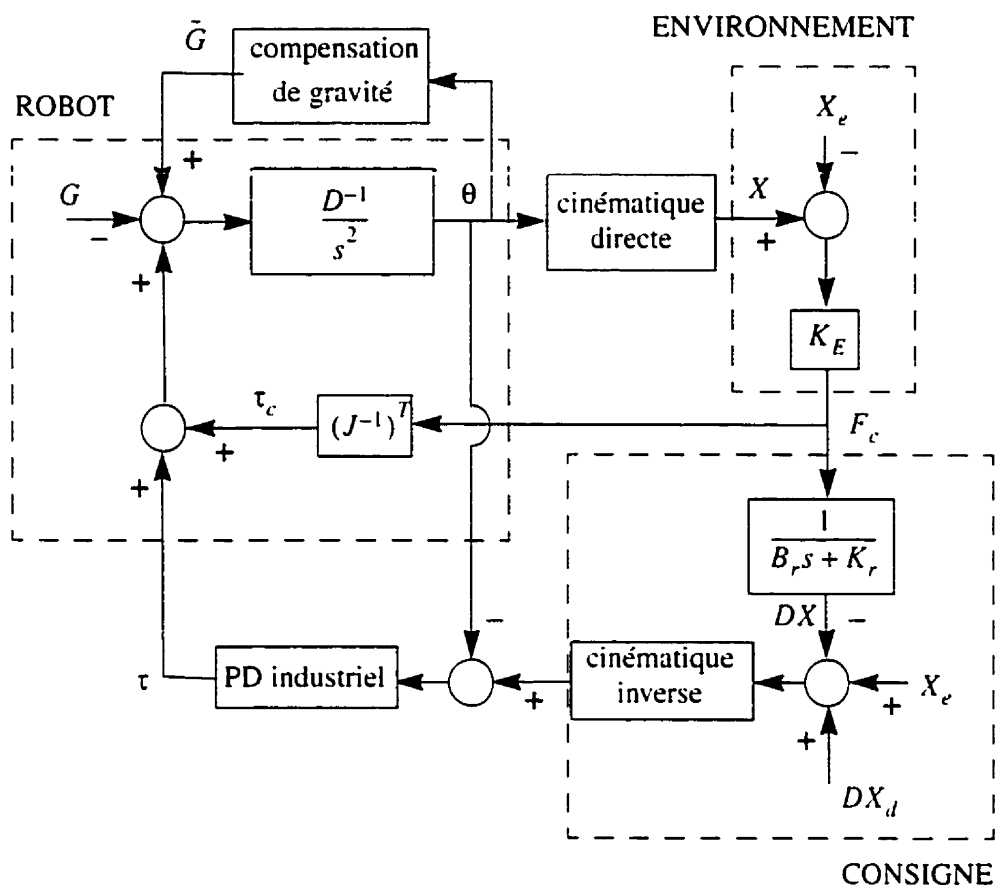


Figure 5.1 : Schéma bloc du contrôleur basé sur un asservissement en position

### 5.3 Construction du schéma bloc

La figure 5.2 expose le comportement virtuel du système robot-contrôleur. Avec ce genre d'algorithme, lorsque le capteur de force effectue une lecture non nulle, le manipulateur

réagit comme un ressort. Pour développer les équations, il est important de placer le repère inertiel à la base du robot. Le modèle du robot est le suivant :

$$\ddot{\theta} = D^{-1}(\tau + \tau_c - G) \quad (5-1)$$

### 5.3.1 Modèle de l'environnement et description de la consigne

Cette section traite une seule dimension de l'espace cartésien mais les résultats demeurent généraux puisque les deux autres dimensions utilisent les mêmes principes et que toutes les dimensions cartésiennes sont découplées. Pour simplifier le diagramme des corps libres, l'impédance est considérée comme une simple rigidité mais pour généraliser les équations obtenues et conserver la cohérence avec la figure 5.1, il suffit de remplacer partout  $K_r$  par  $B_r s + K_r$ .

Le ressort modélisant le robot est moins étiré à la fin qu'au début. Une tension est initialement et volontairement placée dans ce ressort pour générer la déformation. À la fin de cette déformation, la tension dans le ressort représente la force de contact désirée. La longueur au repos de ce ressort virtuel est nulle. Le ressort représentant l'environnement est évidemment au repos avant le contact et il est plus court à la fin qu'au début (en compression). Sa longueur au repos est non nulle.

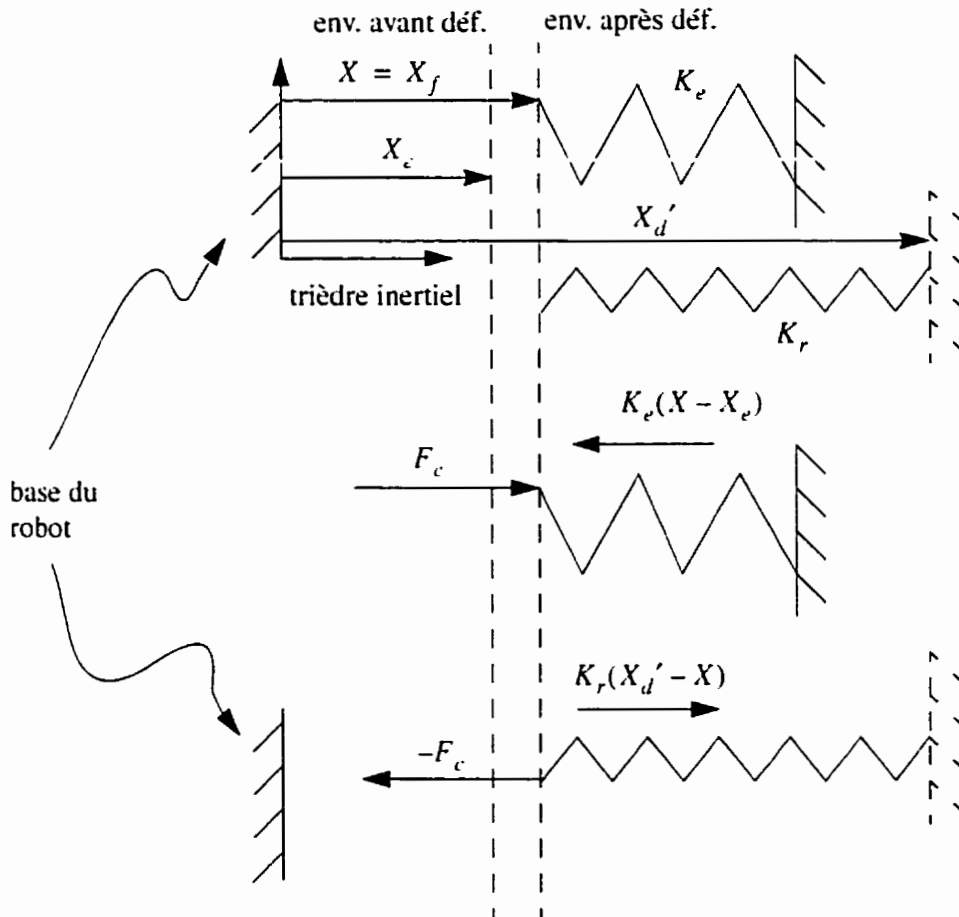


Figure 5.2 : Diagramme des corps libres avec trièdre inertiel à la base du robot

Le premier diagramme des corps libres explique que le produit entre la déformation de l'environnement et sa rigidité correspond à la force de contact :

$$F_c = K_e(X - X_e) \quad (5-2)$$

Cette équation permet de construire la partie environnement du schéma bloc de la figure 5.1. L'équation tirée du second diagramme des corps libres (valable pour tout temps  $t$ ) est :

$$F_c = K_r(X_d' - X) \quad (5-3)$$

Puisque la flèche est dans le sens inverse du repère inertiel,  $F_c$  devrait être négative dans l'équation. Cependant, le principe d'action-réaction de Newton avait déjà imposé un signe négatif pour cette force. Donc, les deux signes négatifs provoquent le signe positif. La force désirée doit être traduite en terme de déplacement puisque l'utilisation de l'asservissement est requise. Ainsi, la position désirée virtuelle  $X_d'$  contient la position de l'environnement avant déformation et la force de contact désirée en terme de déplacement ( $DX_d$ ) :

$$X_d' = X_e + DX_d \quad (5-4)$$

En substituant l'équation 5-4 dans 5-3, nous trouvons la consigne à envoyer au contrôleur de position pour obtenir la force désirée :

$$X = X_e + DX_d - \frac{F_c}{K_r} \quad (5-5)$$

La partie consigne du schéma bloc de la figure 5.1 est construite en utilisant cette équation et en remplaçant  $K_r$  par  $B_r s + K_r$  comme mentionné précédemment. Le  $X$  de cette équation représente la position que doit atteindre le robot (en fonction du temps) pour obtenir la force de contact désirée avec la dynamique désirée ( $K_r$ ). Ce paramètre représente donc la consigne à envoyer au contrôleur de position car la dynamique rapide de ce dernier nous assure que cette position sera atteinte presque instantanément.

### 5.3.2 Position désirée virtuelle en fonction de la force de contact désirée

Dans cette stratégie de contrôle, le manipulateur est représenté comme un ressort virtuel. La force désirée est obtenue par l'utilisateur en choisissant la rigidité du ressort virtuel ( $K_r$ )

et la position virtuelle de celui-ci ( $X_d'$ ). Pour utiliser ce contrôleur adéquatement, nous devons donc trouver la relation entre la force de contact désirée et cette position virtuelle. L'équation 5-3 écrite à l'instant où la déformation est complétée permet de trouver l'expression de  $DX_d$  :

$$F_{cd} = K_r(X_d' - X_f) \quad (5-6)$$

où  $F_{cd}$  est la force désirée et  $X_f = \frac{F_{cd}}{K_e} + X_e$ , la position du manipulateur lorsque la déformation est complétée. En substituant l'équation 5-4 dans 5-6 :

$$DX_d = \frac{F_{cd}}{K_r} + X_f - X_e \quad (5-7)$$

$$DX_d = \frac{F_{cd}}{K_r} + \frac{F_{cd}}{K_e} \quad (5-8)$$

Pour trouver la valeur  $DX_d$  à envoyer pour obtenir la force de contact désirée, l'usager doit connaître la rigidité de l'environnement. Cette lacune de l'algorithme est commune à tous les contrôleurs d'impédance qui ne possèdent aucun intégrateur sur la force de contact. Le contrôleur de Whitney [34] qui est un cas particulier du présent contrôleur permet d'obtenir une force désirée avec précision. La méthode est simple : Si  $K_r = 0$ , la force de contact désirée devient  $F_{des} = B_r \ddot{X}_d$  et peut être envoyée au contrôleur. Cependant, ce type de contrôleur possède un inconvénient important. Le robot dévie de sa position désirée lorsqu'il y a du bruit sur les capteurs de force ou que le poids de l'outil n'est pas négligeable. Un autre cas particulier où la force de contact peut être atteinte avec précision est si  $K_r \ll K_e$  car dans ce cas :

$$DX_d = \frac{F_{cd}}{K_r} + \frac{F_{cd}}{K_e} \approx \frac{F_{cd}}{K_r} \quad (5-9)$$

#### 5.4 Fonction de transfert

Le schéma bloc de la figure 5.1 peut être simplifié à celui de la figure 5.3. Sur ce schéma, le manipulateur industriel et son contrôleur en position sont traités comme un seul système. L'inertie  $j_m$  représente la résistance au mouvement de la masse du robot en rotation. La rigidité  $k_m$  et l'amortissement  $h_m$  constituent principalement les gains du compensateur PD en fonction à chaque articulation. Tout est exprimé dans l'espace cartésien même si quelques termes sont interprétés dans le domaine articulaire. La fonction transfert en boucle fermée est donc :

$$G(s) = \frac{X}{X_d'} = \frac{k_m(b_r s + k_r)}{(j_m s^2 + b_m s + k_m + k_e)(b_r s + k_r) + k_m k_e} \quad (5-10)$$

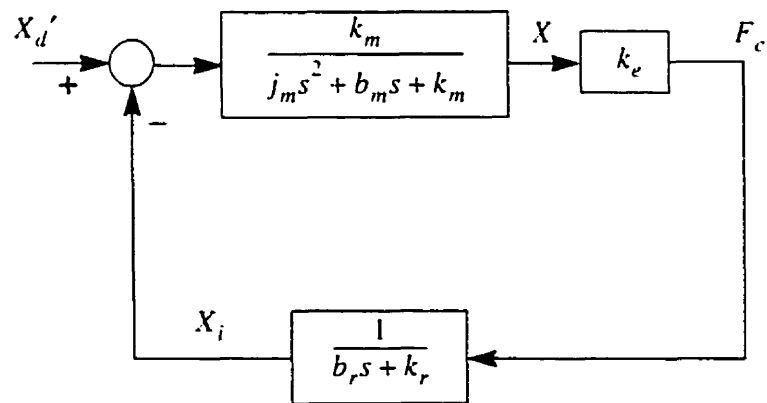


Figure 5.3 : Schéma bloc simplifié du contrôle basé sur la position

### 5.5 Stabilité analogique

En utilisant le critère de Routh-Hurwitz [19] sur le dénominateur de l'équation 5-10, nous obtenons les conditions de stabilité (les pôles dans le demi-plan de gauche du plan complexe) suivantes :

$$j_m b_r > 0 \quad (5-11)$$

$$j_m k_r + b_m b_r > 0 \quad (5-12)$$

$$(j_m k_r + b_m b_r)(b_m k_r + b_r k_m + b_r k_e) > j_m b_r (k_r k_m + k_r k_e + k_e k_m) \quad (5-13)$$

En fixant  $j_m$  et en faisant varier  $b_r$  en fonction de  $k_r$  pour différents ratios de  $\frac{k_e}{k_m}$ , nous obtenons la conclusion suivante : lorsque  $k_m$  est grand,  $k_r$  ne peut pas être petit à moins que  $b_r$  soit grand. Puisque la stratégie de contrôle consiste à imposer une dynamique rapide pour la boucle interne,  $k_m$  est grand. Donc, déjà sans délai ou numérisation, nous avons une borne sur l'impédance désirée :  $k_r$  et  $b_r$  doivent être plus grands qu'une certaine valeur minimale qui dépend de  $j_m \cdot \frac{k_e}{k_m}$ .

Nous avons mentionné plus haut que la position désirée virtuelle dépend de la rigidité de l'environnement. Dans plusieurs tâches, ce n'est pas crucial d'obtenir une force de contact avec beaucoup de précision. Donc, le fait d'avoir besoin de  $k_e$  pour obtenir le  $DX_d$  correspondant au  $F_{cd}$  n'est pas critique. Cependant, les conditions de stabilité montrent que la connaissance de  $k_e$  est également requise pour calculer les gains stables. Ainsi, une approximation raisonnable de  $k_e$  est nécessaire.

### 5.6 Stabilité numérique

La stabilité numérique de ce contrôleur est discutée en détails dans [19]. Cette stabilité impose une contrainte sur l'impédance minimum qu'il est possible d'atteindre avec ce type de contrôleur. Une rigidité faible (par rapport à celle de l'environnement) est atteignable seulement si l'amortissement est très élevé. Plus la période d'échantillonnage

est grande, plus le phénomène est amplifié. Lorsque l'amortissement est augmenté, la force de contact est également augmentée à moins que le mouvement soit extrêmement lent. Ainsi, il est inutile de diminuer la rigidité pour diminuer la force de contact car le critère de stabilité demandera d'augmenter l'amortissement et ainsi la force de contact. Donc, si la période d'échantillonnage ne peut être réduite, la force de contact peut être diminuée en ajoutant une souplesse passive à l'organe terminal. Ce geste est identique à réduire la rigidité de l'amortissement du point de vue des équations. Une meilleure solution est détaillée dans [26].

### 5.7 Conclusion

Le présent chapitre explique une solution possible pour les robots asservis en position et munis d'engrenages. Pour la plupart des manipulateurs industriels, la stratégie de contrôle adoptée offre la stabilité seulement si l'impédance désirée est au-delà d'une impédance minimum. Le manipulateur est rigide puisque les gains du compensateur PD sont élevés. La boucle externe qui donne la flexibilité au robot a beaucoup moins de facilité à modifier ce comportement, donc une impédance faible est impossible en appliquant cette stratégie. Une flexibilité est simulée avec l'asservissement en position, donc plus la boucle d'asservissement est rapide, plus on pourra simuler une grande flexibilité. Pour trouver la consigne à demander pour obtenir la force de contact désirée, l'utilisateur doit connaître la rigidité de l'environnement sauf pour quelques cas particuliers. Cette lacune de l'algorithme est commune à tous les contrôleurs d'impédance qui ne possèdent aucun intégrateur sur la force de contact. Le prochain chapitre introduit plusieurs autres contrôleurs d'impédance qui peuvent suivre une trajectoire en force désirée sans connaître la dynamique de l'environnement. Deux nouvelles dynamiques inverses qui n'utilisent pas de modèle analytique du robot seront également présentées.

## CHAPITRE 6

### CONTRÔLE HYBRIDE FORCE/IMPÉDANCE

#### 6.1 Introduction

Le contrôleur d'impédance par régulation d'accélération offre de bonnes performances mais les quelques lacunes suivantes doivent être corrigées :

- le besoin d'un modèle dynamique précis et un pas de calcul trop petit;
- l'impossibilité d'obtenir une force désirée avec précision si la dynamique de l'environnement est incertaine;
- la nécessité de connaître la dynamique de l'environnement pour calculer des gains (impédance) stables.

Les solutions proposées par Hsia [32] pour régler chacun de ces problèmes semblent être les plus simples qui existent présentement dans la littérature :

- nouvelle dynamique inverse qui utilise la commande de l'itération précédente;
- diviser l'espace opérationnel en deux sous-espaces et ajouter un intégrateur dans l'espace des forces;

- fixer le gain proportionnel à zéro lorsque le contact est établi.

Ces modifications ont permis de réaliser un contrôle en force avec précision sur un environnement flexible et incertain. Ce chapitre contient deux nouveaux algorithmes qui permettent d'utiliser les principes découverts par Hogan et Hsia avec un robot redondant. Ce chapitre contient donc l'essentiel de la contribution de l'auteur. La première méthode élimine le calcul de l'inverse du jacobien dans le contrôleur. La deuxième utilise la redondance du robot pour éviter la saturation des actionneurs.

## **6.2 Contrôle hybride force/impédance de Hsia**

### **6.2.1 Principe de base**

Le contrôleur hybride force/impédance [32] allie les avantages du contrôle d'impédance à ceux du contrôle hybride. Il utilise les principes de l'espace du mouvement et des forces comme dans le contrôle hybride. De plus, une force de contact peut être atteinte avec exactitude car il y a un contrôle adaptatif sur la force. L'erreur sur la force est compensée par un PID car le gain intégral est ajouté à la fonction d'impédance de Hogan. La connaissance parfaite du modèle géométrique et dynamique de l'environnement n'est pas nécessaire comme dans le contrôle d'impédance car l'asservissement est sur la relation entre la force et l'état du robot. Finalement, la dynamique inverse est simplifiée en approximant les couples centrifuges, de coriolis, de frottement, de gravité, la force externe et l'erreur sur le terme d'inertie par leurs valeurs à l'itération précédente. Cette stratégie permet d'utiliser ce contrôleur avec un manipulateur industriel aussi bien qu'avec un robot hydraulique. Elle représente donc, un avantage énorme pour ce contrôleur. Par contre, elle pourrait être appliquée aux autres types de contrôleurs car ce n'est qu'une façon de réaliser la dynamique inverse (linéarisation globale). Pour éviter le problème expliqué à la section 3.4.1, la rigidité du robot est fixée à zéro dans l'espace des forces aussitôt que le contact entre le robot et l'environnement est établi. Une position approximative de l'environnement est choisie de manière à ce que le contact soit assuré à tout instant.

### 6.2.2 Modèle dynamique du robot

Ce contrôleur peut être implanté pour tous les types de robots. Ainsi, un terme de frottement est inclus dans le modèle dynamique du robot car, pour les manipulateurs munis d'engrenages, le frottement est loin d'être négligeable. Le modèle s'écrit donc :

$$\ddot{\theta} = D^{-1}(\tau + \tau_c - \tau_f - h) \quad (6-1)$$

où

$\tau$  est le vecteur couple envoyé au moteur de chaque joint;

$\tau_c$  le vecteur couple induit au moteur par le contact du robot avec un objet quelconque;

$D$  la matrice d'inertie du manipulateur;

$\tau_f$  le couple de frottement;

$h$  contient le vecteur gravité ( $G$ ) et les paramètres non modélisés ( $\Delta$ ) comme le poids de l'outil, les forces de coriolis, centrifuges, la flexibilité passive des actuateurs, des membrures, l'erreur sur la compensation de gravité et sur la matrice d'inertie, etc.

Pour simplifier la présentation du contrôleur, la notation suivante est utilisée :

$$\ddot{\theta}(t) = D^{-1}(\tau(t) - w(t)) \quad (6-2)$$

$$w(t) = -\tau_c + \tau_f + h \quad (6-3)$$

### 6.2.3 Contrôleur

La loi de contrôle est :

$$\tau(t) = DJ^{-1}(V - \dot{J}\dot{\theta}) + w(t) \quad (6-4)$$

où par exemple  $V = [v_{p1} \ v_f \ v_{p2}]^T$  (l'espace des forces pourrait également être  $x$  ou  $z$ )

$$\text{espace des forces} \quad v_f = \begin{cases} \ddot{x}_e' + \frac{1}{m}(f_d + b\dot{e}' + ke') & \text{avant le contact} \\ \ddot{x}_e' + \frac{1}{m}(\varepsilon + b\dot{e}' + \eta \int \varepsilon dt) & \text{après le contact} \end{cases} \quad (6-5)$$

$$\text{espace du mouvement} \quad v_{pi} = \ddot{x}_{di} + \frac{1}{m}(b(\dot{x}_{di} - \dot{x}_{pi}) + k(x_{di} - x_{pi})) \quad (6-6)$$

où

$V$  est une variable auxiliaire similaire à  $\ddot{\theta}^*$  du chapitre 3;

$e' \ (x_e' - x > 0)$  l'erreur entre l'approximation de la position de l'environnement et la position du robot;

$x_{pi}$  est la position réelle dans l'espace du mouvement;

$x_{di}$  est la position désirée dans l'espace du mouvement;

$\varepsilon \ (f_d - f_c)$  la différence entre la force désirée et la force de contact;

$\eta$  le gain adaptatif qui permet le suivi de trajectoire;

$k$  la rigidité active assignée au robot;

$b$  l'amortissement actif assigné au robot;

$m$  la masse active assignée au robot.

Puisque le terme  $J\dot{\theta}$  de l'équation 6-4 est généralement négligeable (faible vitesse) et que l'équation 6-2 offre l'approximation  $\tilde{w}(t) = \tau(t - \lambda) - D\ddot{\theta}(t - \lambda)$  l'équation 6-4 peut être utilisée sous la forme :

$$\tau(t) = DJ^{-1}V + \tau(t - \lambda) - D\ddot{\theta}(t - \lambda) \quad (6-7)$$

où  $\tau(t - \lambda)$  est la commande envoyée à l'itération précédente qui contient le paramètre  $w(t - \lambda)$  et le terme d'inertie ( $\tau(t - \lambda) = DJ^{-1}V(t - \lambda) + w(t - \lambda)$ ). Mais puisque  $DJ^{-1}V(t - \lambda) \approx D\ddot{\theta}(t - \lambda)$ , le paramètre  $\tilde{w}$  représente donc une bonne approximation de  $w(t)$  qui inclut la force de contact, la force de frottement et  $h$  (voir définition).

Le robot doit toujours rester en contact avec l'environnement ( $e' = x_e' - x > 0$ ). Il est donc essentiel de choisir la position approximative de l'environnement ( $x_e'$ ) plus grande que la position réelle ( $x_e$ ). La force désirée qui apparaît dans l'équation 6-5 (avant le contact) permet de créer le contact. L'équation 6-6 ne contient pas cette force désirée si l'environnement est plat mais dans le cas contraire elle peut être ajoutée pour assurer le contact permanent avec l'environnement. Dans le cas de ces deux équations, si la force désirée apparaît, le contrôle est une fonction d'impédance identique à celle de Hogan (voir équation 3-3 avec une force de contact nulle) à l'exception de la force désirée ( $f_d$ ) qui est ajoutée. L'équation 6-5 (après le contact) représente également une fonction d'impédance mais cette fois la force de contact n'est pas nulle. La rigidité du robot est fixée à zéro pour éviter le problème expliqué à la section 3.4.1. Le gain proportionnel correspond à la rigidité de l'environnement. De plus, une compensation intégrale est ajoutée sur l'erreur en force. Donc, l'équation 6-5 (après le contact) est obtenue de la fonction d'impédance suivante :

$$m\ddot{e}' + b\dot{e}' + ke' = f_e - f_d \quad (6-8)$$

en ajoutant l'intégrateur et en fixant la rigidité du robot à zéro :

$$\ddot{x} = \ddot{x}_e' + \frac{1}{m}(f_d - f_c + b\dot{e}' + \eta \int \epsilon dt) \quad (6-9)$$

La figure 6.1 résume la stratégie de contrôle hybride force/impédance sous la forme d'un schéma bloc. Dans ce schéma, la notation  $X_r = [x_{d1} \ x_e' \ x_{d2}]^T$  et les matrices diagonales  $M, B, K$  contiennent respectivement les valeurs  $m, b, k$ .

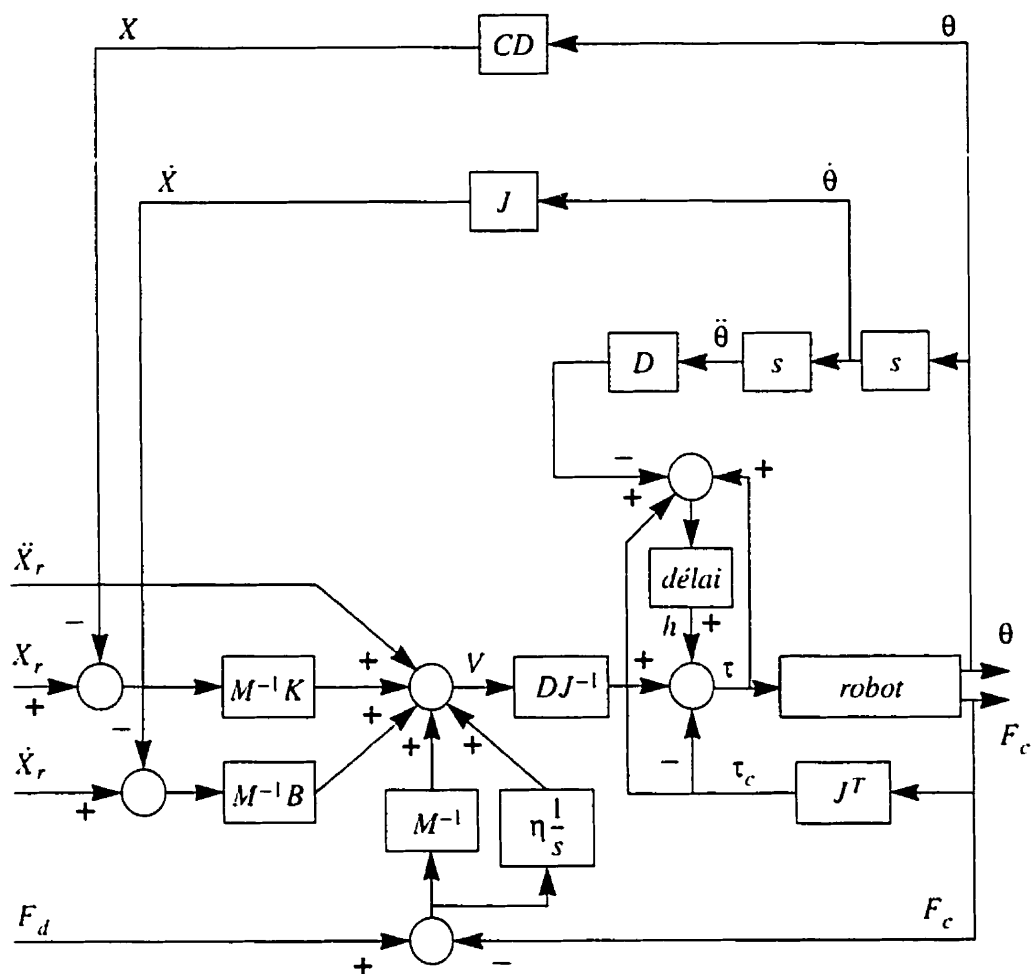


Figure 6.1 : Schéma bloc du contrôleur hybride force/impédance

#### 6.2.4 Fonction de transfert et stabilité

En appliquant le contrôleur représenté par les équations 6-5 (après le contact) et 6-7 au robot modélisé par l'équation 6-2, nous obtenons le comportement dynamique suivant :

$$m\ddot{e}' + b\dot{e}' + \eta \int \varepsilon dt = \varepsilon \quad (6-10)$$

D'autre part, puisque  $f_c = k_e(x - x_e)$  :

$$x = x_e + \frac{f_c}{k_e} \quad (6-11)$$

$$\dot{x} = \dot{x}_e + \frac{\dot{f}_c}{k_e} \quad (6-12)$$

$$\ddot{x} = \ddot{x}_e + \frac{\ddot{f}_c}{k_e} \quad (6-13)$$

L'équation 6-10 reflète le suivi de la force car en utilisant ces trois relations, elle peut s'écrire :

$$m\ddot{e} + b\dot{e} + k_e\varepsilon + \eta \int \varepsilon dt = m\ddot{f}_d + b\dot{f}_d - mk_e\delta\ddot{x}_e - bk_e\delta\dot{x}_e \quad (6-14)$$

où  $\delta x_e = x_e' - x_e$ .

Définissant  $f_e = k_e\delta x_e$  comme la force due à l'incertitude sur l'environnement, l'équation 6-14 devient :

$$m\ddot{e} + b\dot{e} + k_e\varepsilon + \eta \int \varepsilon dt = m\ddot{e} + b\dot{e} \quad (6-15)$$

où  $e = f_d - f_e$

La transformée de Laplace établie la fonction de transfert du système :

$$\frac{E(s)}{F(s)} = \frac{ms^3 + bs^2}{ms^3 + bs^2 + k_es + \eta} \quad (6-16)$$

La stabilité est assurée si la partie réelle de toutes les racines de l'équation caractéristique est inférieure à zéro. Les conditions de stabilité sont donc :

$$m, b > 0 \quad \text{et} \quad 0 < \eta < \frac{bk_e}{m} \quad (6-17)$$

Lorsque ces conditions sont respectées,  $\varepsilon(t)$  tend vers zéro en régime permanent :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0 \quad (6-18)$$

Donc, lorsque  $t \rightarrow \infty$ ,  $f_c \rightarrow f_d$ .

### 6.3 Contrôle hybride force/impédance pour robots redondants

#### 6.3.1 Introduction

L'algorithme de Hsia ne peut être implanté tel quel sur un robot redondant. Cette section contient deux nouveaux contrôleurs permettant d'utiliser un contrôle en force précis sur un robot redondant en interaction sur un environnement flexible et incertain.

Le premier contrôleur présenté dans ce chapitre peut être utilisé avec n'importe quel robot redondant. Ce contrôleur est similaire au contrôle hybride force/impédance. Cependant, la linéarisation globale est effectuée en utilisant deux capteurs de force pour éliminer l'inversion de la matrice jacobienne et la mesure de l'accélération. Cette mesure est difficile à obtenir et engendre des erreurs non négligeables. Cette linéarisation globale peut être utilisée sur d'autres lois de contrôle comme par exemple celle de Hogan.

La deuxième stratégie présentée permet de profiter de la redondance du robot tout en contrôlant la force de contact. Elle pourrait être implantée avec tous les contrôleurs présentés dans ce document qui nécessitent l'inverse de la matrice jacobienne. Le contrôle hybride force/impédance est donné en exemple car il est le plus performant.

Ces deux types de contrôle permettent l'utilisation d'un manipulateur industriel aussi bien qu'un robot hydraulique car ils tiennent compte du frottement.

### 6.3.2 Contrôleur hybride force/impédance sans jacobienne inverse

L'utilisation d'un capteur de force à l'organe terminal en plus de ceux placés aux articulations permettent aussi de compenser en temps réel tous les paramètres non modélisables du robot. Elle permet donc de réduire considérablement les erreurs sur le modèle dynamique et le temps de calcul. En plus, elle offre une mesure de la force de contact beaucoup plus précise.

En contact, la force lue par les senseurs situés aux joints est:

$$\tau_{lu} = J'F_c - D\ddot{\theta} - h - \tau_f \quad (6-19)$$

Puisque la mesure précise de  $F_c$  est disponible, il est simple de calculer les termes non modélisés et de les envoyer sous forme de couple de compensation à chaque itération de la boucle de contrôle :

$$-D\ddot{\theta} - h - \tau_f = \tau_{lu} - J'F_c \quad (6-20)$$

Pour utiliser ce principe, la loi de contrôle choisie est :

$$\tau(t) = J^T V^* - \tau_{lu} + J'F_c \quad (6-21)$$

où

$\tau_{lu}$  est le vecteur couple lu par les senseurs placés aux articulations du robot;

$F_c$  la force de contact lue puis exprimée dans le premier repère HD mais placé à l'origine du dernier (fixé au dernier joint);

et par exemple  $V^* = [v_{p1} \ v_f \ v_{p2}]^T$  (l'espace des forces peut également être x ou z)

$$\text{espace des forces} \quad v_f = \begin{cases} f_d + b\dot{e}' + ke' & \text{avant le contact} \\ f_d + b\dot{e}' + \eta \int e dt & \text{après le contact} \end{cases} \quad (6-22)$$

$$\text{espace du mouvement} \quad v_{pi} = b(\dot{x}_{di} - \dot{x}_{pi}) + k(x_{di} - x_{pi}) \quad (6-23)$$

où

$V^*$  est une variable auxiliaire similaire à  $\ddot{\theta}^*$  du chapitre 3;

$\epsilon = f_d - f_c$  la différence entre la force désirée et la force de contact;

$\eta$  le gain adaptatif qui permet le suivi de trajectoire;

$k$  la rigidité active assignée au robot;

$b$  l'amortissement actif assigné au robot.

Le couple de commande de l'itération précédente  $\tau(t - \lambda)$  pourrait être utilisé à la place de  $-\tau_{lu}$  si le robot ne possède pas de senseurs de force aux articulations (si la bonne variable auxiliaire est utilisée). En substituant,  $\tau$  de l'équation 6-21 dans le modèle dynamique du robot  $\tau + \tau_c = D\ddot{\theta} + h + \tau_f$ , nous obtenons le comportement dynamique du système robot-contrôleur :

$$\text{espace des forces } \dot{f}_c = \begin{cases} f_d + b\dot{\epsilon}' + k\epsilon' = 0 \\ f_d + b\dot{\epsilon}' + \eta \int \epsilon dt \end{cases} \quad (6-24)$$

$$\text{espace du mouvement } \dot{f}_c = b(\dot{x}_{di} - \dot{x}_{pi}) + k(x_{di} - x_{pi}) \quad (6-25)$$

Ce contrôleur fournit quelques avantages supplémentaires par rapport à ceux de Hogan [12] et de Hsia [32]. Le temps de calcul est grandement diminué par rapport au contrôleur d'impédance par régulation d'accélération car aucun modèle dynamique n'est requis et l'inverse de la jacobienne n'est pas nécessaire. Par rapport au contrôleur de Hsia, l'inverse de la jacobienne et la mesure de l'accélération ne sont pas nécessaires. De plus, aucun terme de la loi de contrôle n'inclut de délai. Tous les avantages du contrôleur de Hsia sont conservés. Ce contrôleur peut être utilisé que le robot soit redondant ou non. La performance de cet algorithme dépend uniquement du calibrage et du bruit sur les capteurs de force. De plus, la dynamique inverse présentée dans cette section permet d'utiliser le contrôleur avec un manipulateur industriel aussi bien qu'avec un robot hydraulique car

elle tient compte du frottement. Le comportement du système robot-contrôleur est exactement le même que pour le contrôleur hybride force/impédance de la section précédente. Donc la démonstration sur la stabilité s'applique également à ce contrôleur.

### 6.3.3 Contrôleur profitant de la redondance du robot

Les principes utilisés pour la création de cet algorithme de contrôle sont tirés du livre de Nakamura [16]. Ce contrôleur est celui expliqué en détails au section 6.2. Le raisonnement n'est pas repris ici car toutes les équations sont complètement identiques à l'exception de l'équation 6-4 ou 6-7 qui devient<sup>1</sup> :

$$\tau(t) = D\ddot{\theta}^* + \tau(t - \lambda) - D\ddot{\theta}(t - \lambda) \quad (6-26)$$

où

$$\ddot{\theta}^* = J^I V \quad (6-27)$$

avec  $V$  de l'équation 6-4 et  $J^I = J'(JJ')^{-1}$  la pseudo-inverse de la matrice jacobienne. Il est possible d'ajouter un deuxième terme à l'équation 6-27. Ce terme sera dans le noyau de la matrice jacobienne :

$$\ddot{\theta}^* = J^I V + (I - J^I J)z \quad (6-28)$$

où la matrice  $(I - J^I J)$  projette le vecteur  $z$  dans le noyau de la matrice jacobienne. Ce vecteur est choisi de manière à atteindre un certain objectif de performance. Pour ce faire la fonction potentielle suivante est minimisée :

$$m = \frac{1}{2}(\theta - \bar{\theta})^T k^T k(\theta - \bar{\theta}) \quad (6-29)$$

---

1. Le couple de commande de l'itération précédente  $\tau(t - \lambda)$  peut être remplacé par  $-\tau_{lu}$  si le robot possède des capteurs de force aux articulations et si la bonne variable auxiliaire est utilisée.

où  $\theta$  est le vecteur des coordonnées articulaires médianes (au centre de la plage de chaque articulation) et  $k$  est une matrice diagonale de pondération défini positive<sup>1</sup>. Le vecteur  $z$  peut être choisi comme étant le gradient de cette fonction ( $z = \nabla m = \frac{\partial m}{\partial \theta}$ ). Ce critère d'optimisation permet d'éloigner les articulations de leurs limites articulaires. La loi de commande devient donc :

$$\tau(t) = D\ddot{\theta}^* + \tau(t - \lambda) - D\ddot{\theta}(t - \lambda) \quad (6-30)$$

où

$$\ddot{\theta}^* = J^T V + (I - J^T J)k(\theta - \bar{\theta}) \quad (6-31)$$

Pour un robot redondant, la matrice jacobienne est rectangulaire. Le système est sous-déterminé, donc il possède une infinité de solutions. La redondance du robot est facile à interpréter physiquement. Pour une position cartésienne donnée, il existe plusieurs configurations possibles pour le coude ( $\Delta\theta = J^{-1}\Delta x$ ). De plus, puisqu'il y a plusieurs configurations possibles pour une position cartésienne donnée, la force au bout de l'organe dépend du vecteur couple à chaque articulation mais aussi de la configuration choisie. Ainsi, il existe une infinité de forces cartésiennes associées à un vecteur couple donné ( $F = (J^T)^T \tau$ ).

Le problème qui se pose est par conséquent de choisir une solution parmi la multitude qui s'offre à nous. La situation présentée sous forme d'ensemble vectoriel inspire un début de solution. Cependant, pour mieux comprendre le concept, il est préférable d'analyser le cas simple d'un robot à deux degrés de liberté contraint de bouger le long d'une droite. La figure 6.2 illustre la transformation linéaire  $J$  sur les vecteurs vitesse dans l'espace cartésien ( $\vec{X}_1$ ) et dans l'espace des articulations ( $\vec{S}_1$ ) pour cet exemple. La solution quelconque ( $\vec{S}_1$ ) est décomposée en une solution à norme minimale ( $\vec{n}_1$ ) et une solution dans le noyau ( $\vec{n}$ ). Toute solution peut subir une telle décomposition. La solution à norme

---

1. Dans le cas contraire, la solution serait un minimum plutôt qu'un maximum.

minimale est celle qui minimise la norme du vecteur  $S_1$ . Une solution dans le noyau est une solution qui donne un vecteur nul après la transformation linéaire. Sur la figure 6.2, le noyau est identifié par  $n$ .

La solution à norme minimale se trouve rapidement (avec la pseudo-inverse) et donne des résultats satisfaisants dans un cadre théorique. Par contre, dans un contexte pratique, il n'est pas évident que ce choix soit le meilleur et par conséquent, un critère d'optimisation est ajouté. En fait, un vecteur du noyau de  $J$  est ajouté à la solution à norme minimale. La norme du vecteur d'erreur entre les coordonnées articulaires et leurs valeurs médianes est minimisée en projetant le vecteur d'erreur dans le noyau de la matrice jacobienne du manipulateur. L'algorithme vérifie si la première solution trouvée dépasse les couples limites et si la réponse est positive, il modifie la solution dans le noyau de manière à ce que la solution soit valide. Ainsi, cette stratégie permet d'éviter la saturation des actionneurs. Celle-ci dans le noyau pourrait également être utilisée pour maximiser plusieurs critères en parallèle [9]. Les critères sont par exemple l'évitement des limites, des singularités, des obstacles et de la dérive du robot.

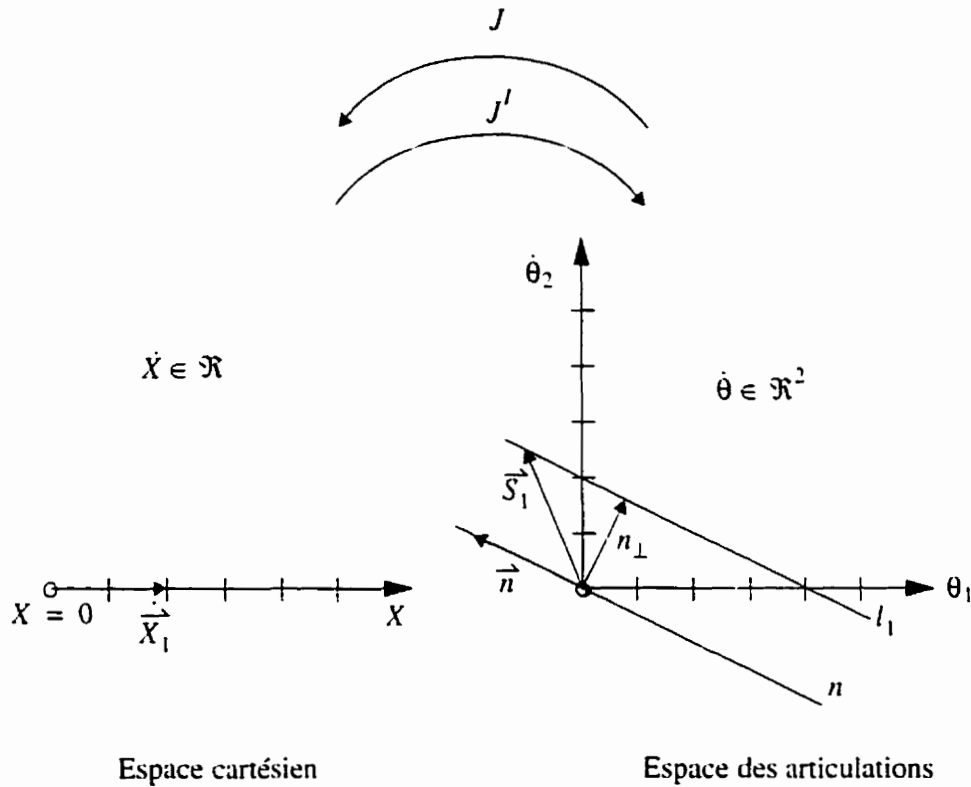


Figure 6.2 : Ensembles vectoriels qui illustrent la redondance du robot

#### 6.4 Conclusion

Les deux nouveaux contrôleurs développés dans ce chapitre possèdent plusieurs caractéristiques intéressantes. L'environnement peut être flexible et sa dynamique (position, rigidité) incertaine. Le robot réagit comme une impédance découplée dans l'espace opérationnel. La force de contact désirée peut être atteinte avec précision. Le robot peut être redondant ou non et il peut être muni d'engrenages ou non. La linéarisation globale utilisée n'a pas besoin d'un modèle dynamique du robot trouvé analytiquement. La loi de contrôle est sans délai. L'algorithme qui profite de la redondance peut être utilisé

même si le robot ne possède pas de capteurs de force aux articulations. Ce contrôleur permet de répondre à une contrainte supplémentaire (par exemple éviter la saturation des moteurs).

## CHAPITRE 7

### DESCRIPTION DU BANC D'ESSAI

#### 7.1 Introduction

Le banc d'essai utilisé pour la démonstration des concepts théoriques est illustré à la figure 7.1. Il comprend un robot électrique (Puma 700) asservi en vitesse et un manipulateur hydraulique conçu par la compagnie Sarcos. Le Sarcos est choisi pour réaliser les expérimentations. Ce choix repose sur le raisonnement de la section 1.3. Plusieurs travaux doivent être réalisés avant d'effectuer du contrôle de force avec un robot. Trois rapports internes à l'IREQ résument l'essence de ces recherches [35], [36] et [37].

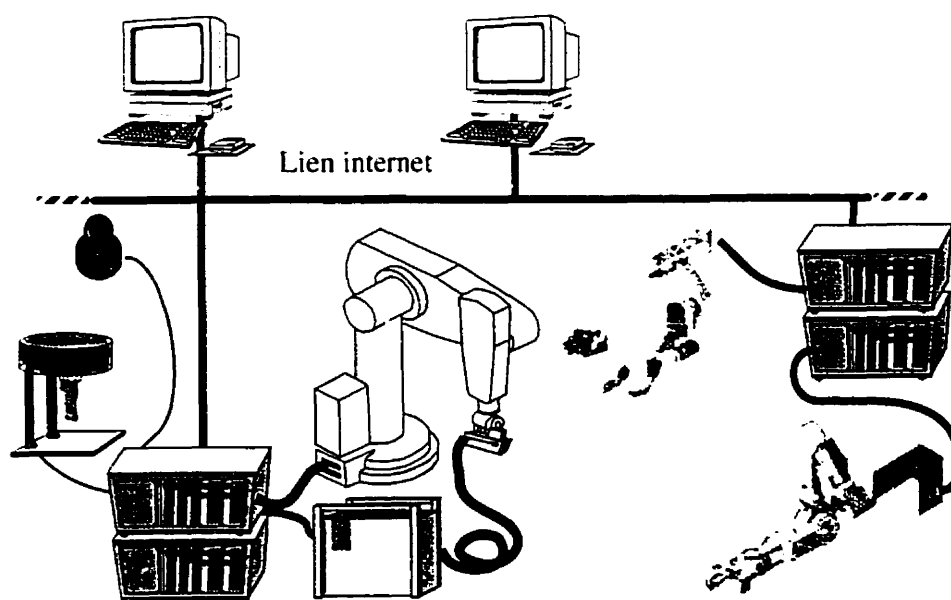


Figure 7.1 : Configuration du banc d'essais

## 7.2 Caractérisation du manipulateur Sarcos

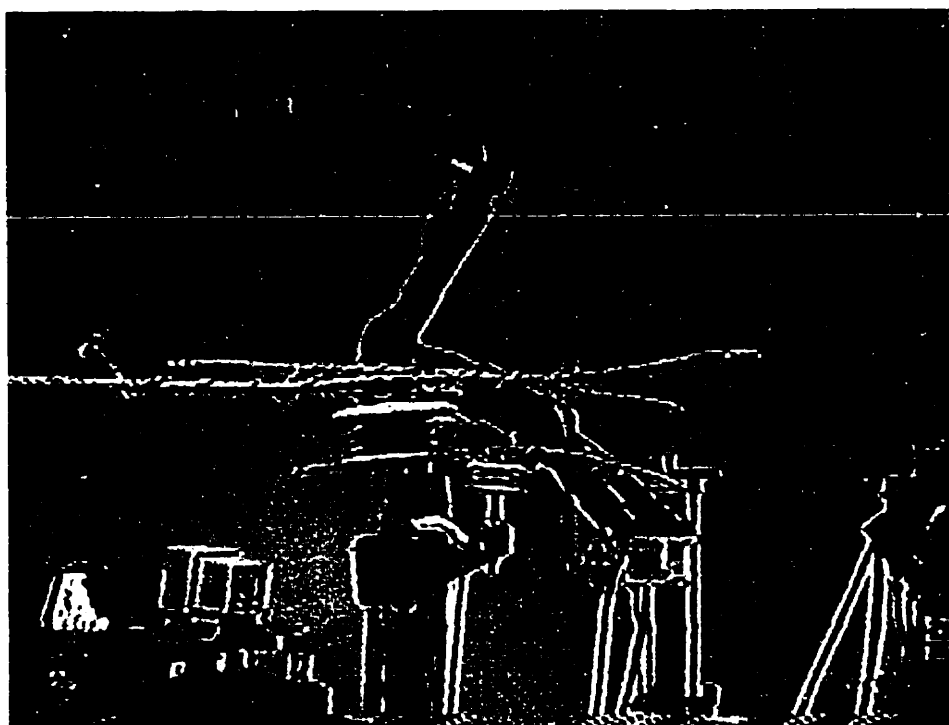
### 7.2.1 Description générale

L'automatisation des travaux d'entretien sur le réseau de distribution électrique d'Hydro-Québec n'est pas une tâche simple. Le principal outil de recherche utilisé pour étudier la faisabilité de ce projet est un manipulateur hydraulique à hautes performances. La figure 7.2 présente le Sarcos General Robotic Large Arm (GRLA) un manipulateur anthropomorphe à sept degrés de liberté (DL). En plus, il possède deux doigts articulés: l'index (1 DL) et le pouce (2 DL). Sa redondance peut être utilisée pour optimiser différents paramètres comme par exemple l'éloignement des limites articulaires, l'augmentation de son espace de travail, etc. Elle permet également d'étudier d'autres avenues puisqu'en bloquant un des joints, il est possible de reproduire différents types de robots industriels. Pour les besoins du mémoire, seul les quatre premières articulations seront utilisées car le contrôle de force est développé en translation seulement. Le Sarcos

est caractérisé par son vaste espace de travail et sa grande force puisqu'en pleine extension il mesure 1.64 mètres et que sa charge portable est d'environ 45 kg (voir figure 7.3). Sa masse apparente varie de 20 à 100 kg. Évidemment, ces caractéristiques dépendent de la configuration demandée. Dans le contexte qui nous concerne, le fait qu'il soit en mesure de recevoir une flexibilité active constitue sa plus grande qualité. L'asservissement analogique du couple à bas niveau de ce manipulateur et l'absence d'engrenages justifie cette affirmation. La réaction dynamique du Sarcos est très semblable à celle prévue par le modèle de Lagrange ou de Newton-Euler car le frottement sec est faible aux articulations.



*Figure 7.2 : Le manipulateur Sarcos GRLA*



*Figure 7.3 : Illustration de l'espace de travail et de la force du manipulateur Sarcos*

### **7.2.2 Boucle de contrôle analogique**

La figure 7.4 montre le schéma bloc caractérisant le contrôle d'une articulation du Sarcos. Il s'agit en fait d'un PD sur la position articulaire allié à un asservissement à plus bas niveau sur le couple. Par conséquent, pour implanter le contrôleur d'impédance décentralisé cette boucle peut être utilisée. Pour les autres types de contrôleurs, les gains proportionnels et dérivés du contrôleur analogique sont fixés à zéros de manière à utiliser seulement la boucle d'asservissement sur le couple.

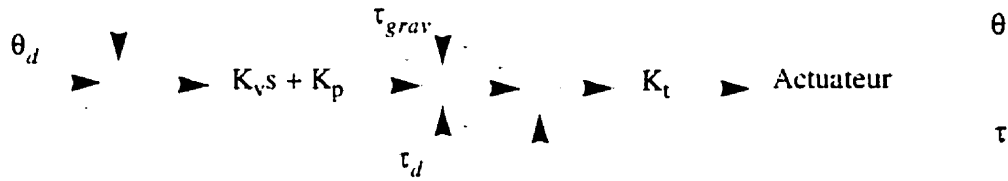


Figure 7.4 : Contrôleur analogique du Sarcos

### 7.2.3 Modèle dynamique et d'état

#### Modèle et méthode utilisée

La figure 7.5 montre le modèle simplifié suggéré [10] pour trouver les équations dynamiques du Sarcos. Il se compose essentiellement de six masses ponctuelles distribuées uniformément sur les membrures 3 et 5 du manipulateur. L'influence des mouvements de la "main" du robot est complètement négligée dans ce modèle. La dynamique du modèle peut être représentée par l'équation 7-1. La formulation des équations du mouvement par Lagrange décrit le comportement d'un système dynamique en terme de travail et d'énergie en utilisant les coordonnées généralisées. Toutes les forces qui ne travaillent pas et les contraintes internes ne sont pas considérées dans cette méthode. Ainsi, les équations qui en résultent sont généralement plus compactes que celles obtenues par la méthode de Newton-Euler.

$$\tau = D(\theta)\ddot{\theta} + G(\theta) + V(\theta, \dot{\theta}) \quad (7-1)$$

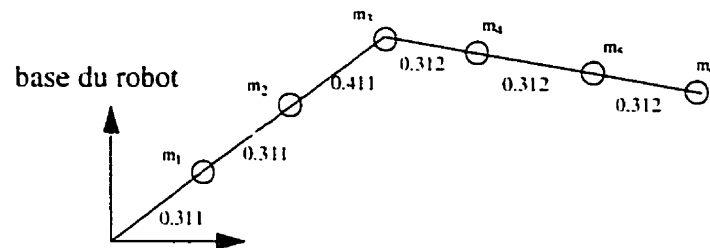


Figure 7.5 : Modèle dynamique du Sarcos

### Calcul des jacobiennes

Les transformées homogènes qui permettent de passer du repère  $i-1$  au repère  $i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) s'expriment comme suit :

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & 0 & \sin\theta_i & 0 \\ -\sin\theta_i & 0 & -\cos\theta_i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7-2)$$

Ensuite, la position de la troisième masse est calculée à partir de :

$$T_3 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot T_{l_1} \quad (7-3)$$

$$\text{où } T_{l_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7-4)$$

Notons  $(x_3, y_3, z_3)^T$  le vecteur position inclus dans  $T_3$ . Il représente la position de la troisième masse. De même, la position de la sixième masse est le vecteur position de la matrice :

$$T_6 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot T_{l_1} \quad (7-5)$$

$$\text{où } T_{l_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7-6)$$

Évidemment, la position de la troisième masse dépend de  $l_1$  et celle de la sixième masse dépend de  $l_1$  et  $l_2$ . Les transformées constantes à la fin de l'équation 7-3 et de l'équation 7-5 expliquent cette dépendance et simplifient les calculs suivants. Les positions  $(x_i, y_i, z_i)$  de chaque masse peuvent être déduites de ces transformées [10].

Soit  $J_i$  le jacobien de la  $i$ ème masse :

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x_i}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x_i}{\partial \theta_3} & \frac{\partial x_i}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta_3} & \frac{\partial y_i}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial z_i}{\partial \theta_1} & \frac{\partial z_i}{\partial \theta_2} & \frac{\partial z_i}{\partial \theta_3} & \frac{\partial z_i}{\partial \theta_4} \end{bmatrix} \quad (7-7)$$

Les jacobiens peuvent être rapidement obtenus à l'aide de *Mathematica*<sup>1</sup> :

$$J_3(l_1) = l_1 \begin{bmatrix} -s_1 s_2 & c_1 c_2 & 0 & 0 \\ c_1 s_2 & c_2 s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7-8)$$

---

1.  $c_i = \cos \theta_i$  et  $s_i = \sin \theta_i$

$$J_6(l_1, l_2) = J_3(l_1) + J_{6-3} \quad (7-9)$$

où  $J_{6-3}$  est seulement une notation pour :

$$J_{6-3} = l_3 \begin{bmatrix} c_4 s_1 s_2 + (c_1 s_3 - c_2 c_3 s_1) s_4 & -c_1 c_2 c_4 - c_1 c_3 s_2 s_4 & (c_3 s_1 - c_1 c_2 s_3) s_4 & c_4 (c_1 c_2 c_3 + s_1 s_3) + c_1 s_2 s_4 \\ -c_1 c_1 s_2 + (c_1 c_2 c_3 + s_1 s_3) s_4 & -c_2 c_4 s_1 - c_1 s_1 s_2 s_4 & (-c_1 c_3 - c_2 s_2 s_3) s_4 & c_1 (c_2 c_3 s_1 - c_1 s_2) + s_1 s_2 s_4 \\ 0 & -c_4 s_2 + c_2 c_3 s_4 & -s_2 s_3 s_4 & c_3 c_4 s_2 - c_2 s_4 \end{bmatrix} \quad (7-10)$$

$$(7-11)$$

Les autres jacobiens sont tout simplement :

$$J_1 = 0, 3J_3 \quad (7-12)$$

$$J_2 = 0, 6J_3 \quad (7-13)$$

$$J_4 = J_3 + 0, 3J_{6-3} \quad (7-14)$$

$$J_5 = J_3 + 0, 6J_{6-3} \quad (7-15)$$

### Calcul des matrices d'inertie et de gravité

La formule (5-28) p.107 du livre de Asada et Slotine [2] permet de calculer la matrice d'inertie :

$$D(\theta) = \sum_{i=1}^6 m_i J_i' J_i \quad (7-16)$$

La jème composante de G est calculée à l'aide de la formule (5-37) du livre de Asada et Slotine [2] :

$$G_j(\theta) = - \sum_{i=1}^6 m_i g' J_i^{Li} \text{ pour } i = \{1, 2, 3, 4\} \quad (7-17)$$

où

- $g = (6.9368, 0, 6.9368) \text{ m/s}^2$  représente le vecteur gravité exprimé dans le repère de la base du manipulateur qui est à  $45^\circ$  par rapport à la verticale;
- $J_i^{Li}$  désigne la jème ligne du ième jacobien.

Nous obtenons à l'aide de *Mathematica* :

$$D(\theta) = B_1 J_3' J_3 + B_2 l_1 l_2 (J_3' J_{6-3} + J_{6-3}' J_3) + B_3 J_{6-3}' J_{6-3} \quad (7-18)$$

$$G(\theta) = -(B_4 J_3' + B_2 J_{6-3}') g \quad (7-19)$$

où

$$B_1 = (0.3^2 m_1 + 0.6^2 m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6) l_1^2 \quad (7-20)$$

$$B_2 = 0.3 m_4 + 0.6 m_5 + m_6 \quad (7-21)$$

$$B_3 = (0.3^2 m_4 + 0.6^2 m_5 + m_6) l_2^2 \quad (7-22)$$

$$B_4 = 0.3 m_1 + 0.6 m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 \quad (7-23)$$

### Identification des masses

Les paramètres  $B_1, \dots, B_4$  sont trouvés expérimentalement avec la méthode des moindres carrés. Tout d'abord, le vecteur couple envoyé aux moteurs est exprimé comme une combinaison linéaire des vecteurs  $A_i$  suivants :

$$\tau = D(\theta)\ddot{\theta} + G(\theta) = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{bmatrix} \quad (7-24)$$

où

$$A_1 = \frac{\partial}{\partial B_1}(D(\theta)\ddot{\theta} + G(\theta)) = J_3' J_3 \ddot{\theta} \quad (7-25)$$

$$A_2 = \frac{\partial}{\partial B_2}(D(\theta)\ddot{\theta} + G(\theta)) = (J_3' J_{6-3} + J_{6-3}' J_3) \ddot{\theta} - J_{6-3}' g \quad (7-26)$$

$$A_3 = \frac{\partial}{\partial B_3}(D(\theta)\ddot{\theta} + G(\theta)) = J_{6-3}' J_{6-3} \ddot{\theta} \quad (7-27)$$

$$A_4 = \frac{\partial}{\partial B_4}(D(\theta)\ddot{\theta} + G(\theta)) = -J_3' g \quad (7-28)$$

En mesurant les paramètres  $\tau$ ,  $\theta$ ,  $\ddot{\theta}$  le vecteur couple et la matrice  $A$  peuvent être calculés et le vecteur  $B$  trouvé tout simplement en inversant  $A$ . Cependant comme les mesures prises sont bruitées, les valeurs de  $B$  seront empreint d'erreurs. Pour minimiser ces erreurs, il suffit de déplacer le robot à plusieurs poses adéquatement choisis ( $m$  par exemple) de manière à obtenir une série de mesures permettant de trouver  $B_i$  en utilisant la pseudo-inverse de la matrice  $A_{ij}$  de l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \dots \\ \tau_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} & A_{41} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1m} & A_{2m} & A_{3m} & A_{4m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{bmatrix} \quad (7-29)$$

Il est important de remarquer que le  $i$  de  $\tau_i$  représente le numéro de l'échantillon et non pas celui du joint. D'autre part, mentionnons que deux fichiers *matlab* sont disponibles pour effectuer la recherche des paramètres  $B_i$ . Le premier, *make\_reg*( $\theta, \ddot{\theta}$ ), bâtit la matrice de régression  $A_{ij}$  et le second, *estime\_b*( $\tau, \theta, \dot{\theta}$ ), estime les paramètres  $B_i$ . Les vitesses et accélérations sont filtrées avant d'être utilisées. Les valeurs obtenues sont présentées au tableau 7.1.

Tableau 7.1 Valeurs des paramètres massiques

$B_i(\text{kg})$
$B_1 = 68$
$B_2 = 30.5$
$B_3 = 32.7$
$B_4 = 90$

### Le choix des poses

Comme il a déjà été mentionné, le choix des poses est très important puisqu'il permet de réduire l'effet du bruit sur les mesures. Pour expliquer le principe utilisé pour effectuer le choix des poses pour le Sarcos, un système plus simple est d'abord étudié. Prenons le cas d'un robot à un degré de liberté constitué d'un joint prismatique tel qu'illustré à la figure 7.6. Le problème consiste à calibrer la longueur du membre et le facteur de conversion. Même si ces deux paramètres sont habituellement donnés par le fournisseur, il reste qu'une meilleure précision peut être désirée.

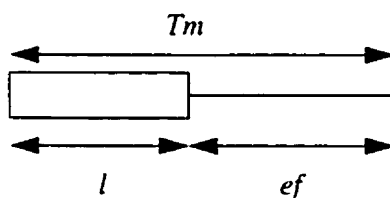


Figure 7.6 : Exemple simple de système à calibrer

Variable du système:

- $e$ , l'encodeur
- $Tm$ , une mesure externe (ex. vernier)

Paramètres à calibrer:

- $f$ , le facteur de conversion
- $l$ , la longueur du bras

Ainsi, pour différentes poses du robot, la distance  $T_m$  est mesurée de manière à tracer le graphique de la figure 7.7.

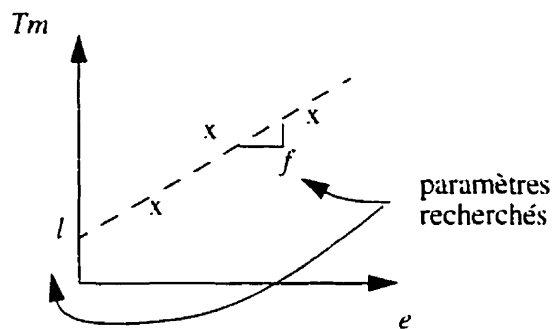


Figure 7.7 : Prise de mesures

Pour plus de deux poses, les variables  $l$  et  $f$  sont soumises à des conditions trop nombreuses pour pouvoir être vérifiées simultanément. L'équation suivante représente ce système surdéterminé.

$$\varepsilon = ae + b - T_m \quad (7-30)$$

où  $a, b$  sont la pente et l'ordonnée à l'origine

Si le système est bruité,  $\varepsilon$  ne sera pas nul. Le but consiste donc à le minimiser, en rendant aussi petite que possible l'erreur quadratique. Dans le cas idéalisé où le bruit Gaussien est nul et le modèle parfait, le choix des poses est sans importance; deux poses quelconques suffiraient à résoudre le système.

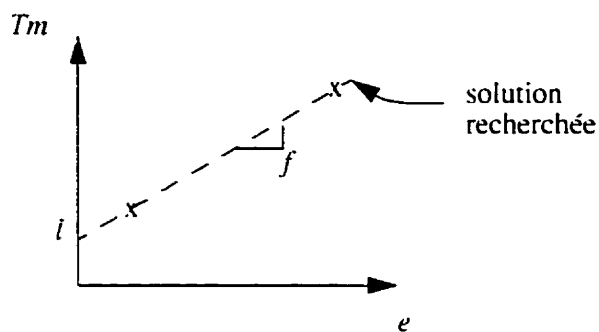


Figure 7.8 : Choix des poses

Cependant, puisque dans la réalité il y a toujours des erreurs de mesures sur  $e$  et  $Tm$ , la quantité de poses utilisées et la manière de choisir ces poses ne doivent pas être négligées. Par exemple, pour un même bruit sur les données, deux points éloignés donnent de meilleurs résultats que deux points rapprochés. Cet exemple est illustré aux figure 7.9 et 7.10.

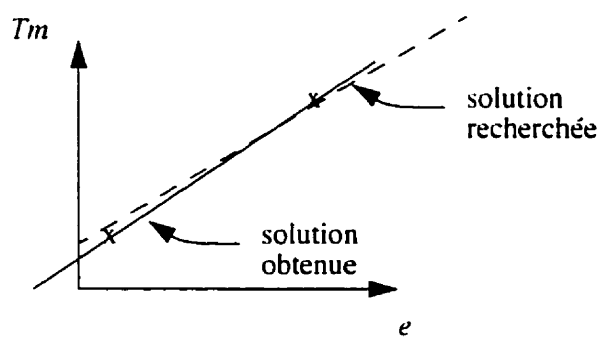


Figure 7.9 : Résultats pour deux points éloignés

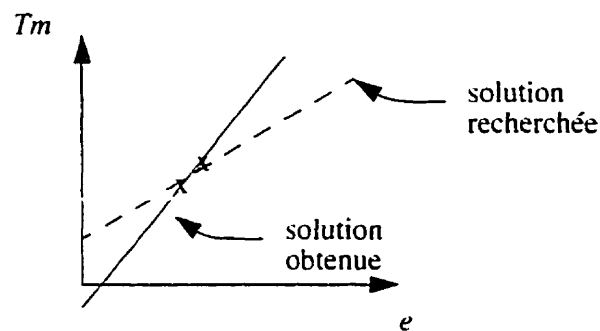


Figure 7.10 : Résultats pour deux points rapprochés

Pour un exemple plus compliqué, le choix des poses n'est pas aussi intuitif. Dans ce cas, il suffit de calculer l'indice de conditionnement de la matrice  $a$ . L'indice de conditionnement découle d'une décomposition en valeurs singulières appliquées à la matrice de propagation d'erreur [31].

$$A = USV^T \quad (7-31)$$

où  $U$  et  $V$  sont des matrices orthogonales et

$$S = \left[ \begin{array}{cccc|c} s_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_r & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{c} s_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}} \right\} \text{Rang du système} \quad (7-32)$$

$$\text{Indice de conditionnement} = \frac{s_1}{s_r} \quad (7-33)$$

Plus l'indice de conditionnement est bas, mieux le système est conditionné. Pour l'exemple du joint prismatique, deux poses éloignées entraînent un faible indice de conditionnement. Dans la littérature [31], un indice supérieur à 100 est considéré comme trop élevé pour que

la solution trouvée soit valable. Le rang de  $S$  correspond au nombre de paramètres qu'il est possible de calibrer. Par exemple, dans la recherche des constantes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  formant l'équation d'un plan, deux positions du robot (rang = 2) ne suffiraient qu'à trouver l'équation d'une droite alors que trois (rang = 3) permettent de calibrer  $A$ ,  $B$  et  $C$ . Pour le cas du Sarcos, l'indice de conditionnement associé aux poses visitées est acceptable.

#### 7.2.4 Validation du modèle dynamique

La validation est effectuée en deux étapes. La première consiste à valider les équations trouvées et la seconde, à vérifier si le comportement simulé par le modèle correspond suffisamment à la réalité.

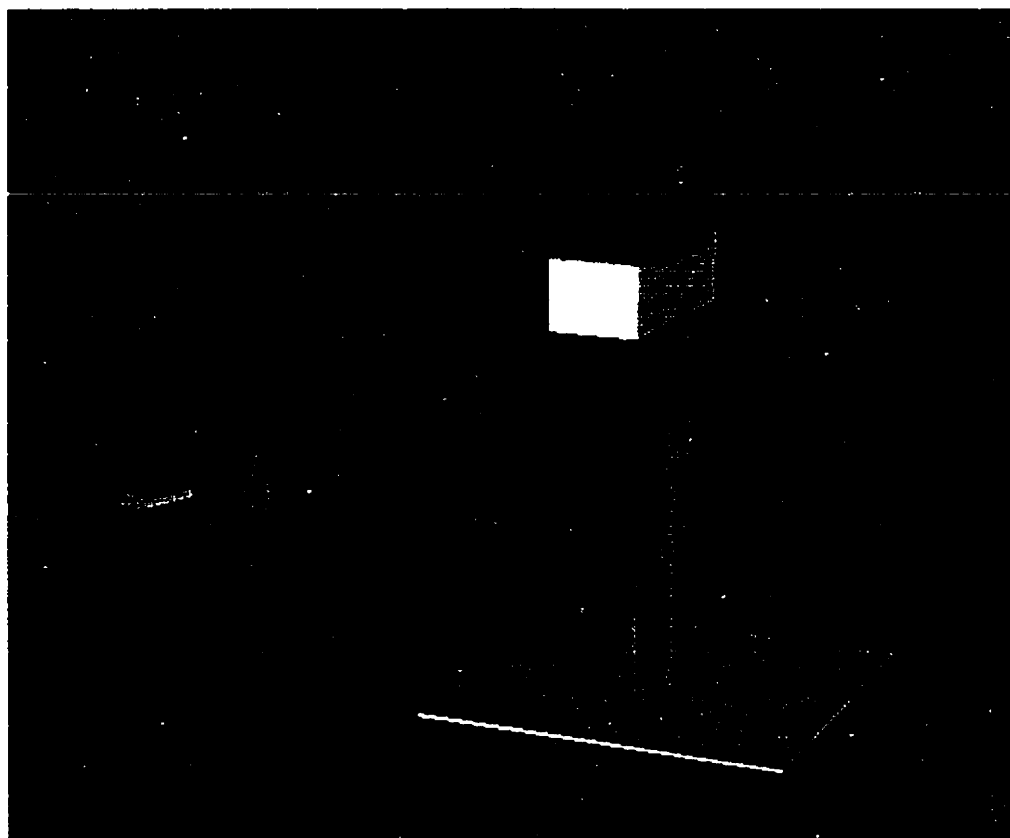
Il suffit de calculer par inspection les couples qui devraient être envoyés aux moteurs pour compenser la gravité à une position donnée. Ensuite, ces couples sont simplement comparés à ceux calculés à l'aide du modèle. Évidemment, cette première méthode ne permet pas de vérifier la validité de la matrice d'inertie. Prenons la position de la figure 7.11, les couples envoyés aux moteurs pour compenser la gravité seront :

$$\tau_1 = \tau_4 \cos 45^\circ = 161,2 Nm \quad (7-34)$$

$$\tau_2 = \tau_3 = 0 Nm \quad (7-35)$$

$$\tau_4 = m_4 g(0,3 d_5) + m_5 g(0,6 d_5) + m_6 g d_5 = B_2 g d_5 = 228 Nm \quad (7-36)$$

où  $d_5 = 0,762$  m (voir paramètres HD). Les couples de compensation calculés avec le modèle dynamique sont identiques pour les fichiers *Matlab*. Une fois implantés dans MICROB (en C++), les couples calculés sont : (162, 28, -21.5, 227)' Nm. L'erreur sur  $\theta_i$  explique la différence entre les deux séries de valeurs. Finalement, mentionnons qu'il faut effectuer ce test pour différentes positions du Sarcos.



**Coordonnées articulaires :**

$$\begin{aligned}\theta_1 &= 0^\circ \\ \theta_2 &= -45^\circ \\ \theta_3 &= -90^\circ \\ \theta_4 &= -90^\circ \\ \theta_5 &= -90^\circ \\ \theta_6 &= -90^\circ \\ \theta_7 &= 0^\circ\end{aligned}$$

**Pose du trièdre outil p.r. base :**

$$(x, y, z) = [-0.62, -0.76, -0.62] \text{ m.}$$

$$\hat{n} = [0, 1, 0]$$

$$\hat{o} = [-0.707, 0, -0.707]$$

$$\hat{a} = [-0.707, 0, -0.707]$$

*Figure 7.11 : Validation du modèle dynamique*

La deuxième étape consiste à estimer l'erreur entre le modèle et la réalité dynamique du Sarcos. Si les couples utilisés pour compenser la gravité à la position de la figure 7.11 pouvaient être envoyés aux moteurs en boucle ouverte, l'erreur de position obtenue donnerait une bonne idée de la fiabilité du modèle dynamique utilisé. Cependant, cette

pose du manipulateur est une position d'équilibre instable en boucle ouverte et il est donc impossible de déplacer le robot à cette position sans contrôleur. D'autre part, il est possible de valider le modèle en boucle fermée. Cette vérification est effectuée à la section 8.3.

### 7.3 Changement de repère

#### 7.3.1 Force

Un vecteur force cartésien de dimension  $3 \times 1$  est calculé à partir des couples lus aux articulations (vecteur de dimension  $4 \times 1$ ) en utilisant la pseudo-inverse de la matrice jacobienne :

$$F_A = (J')^T \tau_{joint} \quad (7-37)$$

Ce vecteur force a pour point d'application le repère 7 et il est orienté en fonction des axes du référentiel 0 (voir figure 7.12). Notons ce repère A. Le but est de soustraire les couples lus aux articulations ( $\tau_{joint}$ ) aux couples associés à la force lue par le capteurs à l'organe terminal ( $\tau_{term}$ ). Pour soustraire ces deux vecteurs, il faut :

- calibrer la matrice de rotation entre le repère du capteur de force (B) et le repère 7;
- exprimer la force lue par le capteur dans le trièdre A :

$$F_A = {}^A R_7 {}^7 R_B F_B \text{ où } {}^A R_7 = {}^0 R_7 \quad (7-38)$$

- trouver  $\tau_{term} = J' F_A$  et soustraire les deux vecteurs couples.

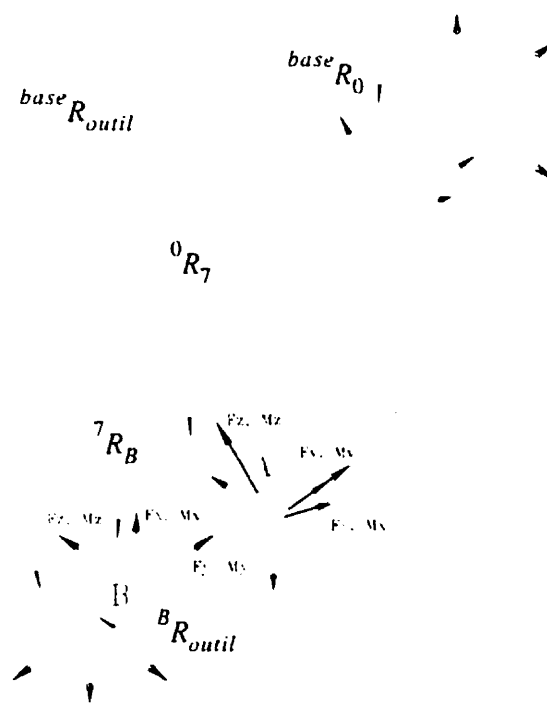


Figure 7.12 : Force cartésienne obtenue des couples aux articulations

Puisque la force de contact qui nous intéresse est celle entre l'outil et l'environnement, la force choisie dans le référentiel outil par l'utilisateur doit être ramenée dans le repère du capteur de force en utilisant la matrice de rotation. Soit deux référentiels placés sur un même corps rigide. Alors une force exprimée dans le référentiel outil est une fonction de cette même force exprimée dans le référentiel B :

$${}^B F = {}^B R_{outil} {}^{outil} F \quad (7-39)$$

### 7.3.2 Impédance

De la même manière que pour le vecteur force, les éléments sur la diagonale d'une matrice d'impédance ( $Z$ ) sont orientés en fonction du repère 0 tout en ayant comme point d'application l'origine du trièdre 7. La formule pour effectuer un changement de repère sur une impédance est :

$$Z_B = {}^B(T_f)_A Z_A {}^B(T_v)_A \quad (7-40)$$

où

$Z_A$  et  $Z_B$  sont des matrices d'impédance cartésienne exprimées dans différents référentiels;

${}^B(T_f)_A = [{}^B(T_v)_A]^T$  est la matrice de transformation des forces [3];

${}^B(T_v)_A$  est la matrice de transformation des vitesses [3].

### 7.4 Conclusion

Tous les outils mathématiques nécessaires à l'implantation des contrôleurs développés dans ce document sont présents dans ce chapitre. Le modèle dynamique du manipulateur Sarcos ne sera pas utilisé pour l'implantation car la nouvelle dynamique inverse introduit au chapitre 6 ne l'utilise pas. De plus, le modèle est trop grossier<sup>1</sup> pour réaliser une linéarisation globale efficace. Le vecteur gravité obtenu peut cependant être utilisé pour améliorer les performances des contrôleurs d'impédance par régulation du couple et décentralisé. En conclusion, le modèle dynamique servira surtout à créer un simulateur dynamique utilisée pour développer les différents contrôleurs dans un monde idéal. Ensuite, le plus performant et le plus robuste des contrôleurs est ciblé en ajoutant graduellement, le bruit de mesure, les perturbations, les erreurs sur le modèle, etc.

---

1. Surtout au niveau de la matrice d'inertie.

## CHAPITRE 8

### RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

#### 8.1 Introduction

Ce chapitre comporte quatre parties distinctes : simulation, vérification des hypothèses, validation des contrôleurs en contact puis dans l'espace libre. L'idée générale est premièrement de comparer les contrôleurs de Hogan et de Hsia pour un robot redondant. Cette comparaison est effectuée en simulation puis sur le banc d'essai. Ensuite, les résultats de la simulation peuvent être comparés avec les résultats expérimentaux. L'algorithme de Hogan est presque impossible à implanter sur le robot réel car le modèle dynamique du robot utilisé pour effectuer la dynamique inverse n'est pas assez précis<sup>1</sup>. Ainsi, le contrôle d'impédance par régulation du couple qui représente une variante du contrôleur de Hogan est implanté. Cet algorithme est très similaire à celui de Hogan et il n'inclut pas d'intégrateur sur la force. Ainsi, les résultats obtenus peuvent être utilisés pour comparer la stratégie d'Hogan à celle de Hsia.

---

1. Une compensation de gravité peut être implantée mais la matrice d'inertie ne reflète pas assez précisément la réalité pour être utilisée.

## 8.2 Simulation

### 8.2.1 Contrôle d'impédance par régulation d'accélération

Le modèle dynamique du manipulateur Sarcos développé au chapitre précédent est utilisé pour simuler les contrôleurs de Hogan et de Hsia. La tâche simulée est simple : appliquer une force selon l'axe y sur un mur rigide en suivant une ligne droite verticale dans l'espace du mouvement. La figure 8.1 présente la force de contact pour le contrôleur d'impédance par régulation d'accélération lorsque la rigidité de l'environnement est connue. Dans ce cas, la relation suivante permet de calculer la position virtuelle exacte à entrer dans le contrôleur pour obtenir la force de contact désirée :

$$y_d = \frac{f_{cd}}{k} + y_e + \frac{\dot{f}_{cd}}{k_e} \quad (8-1)$$

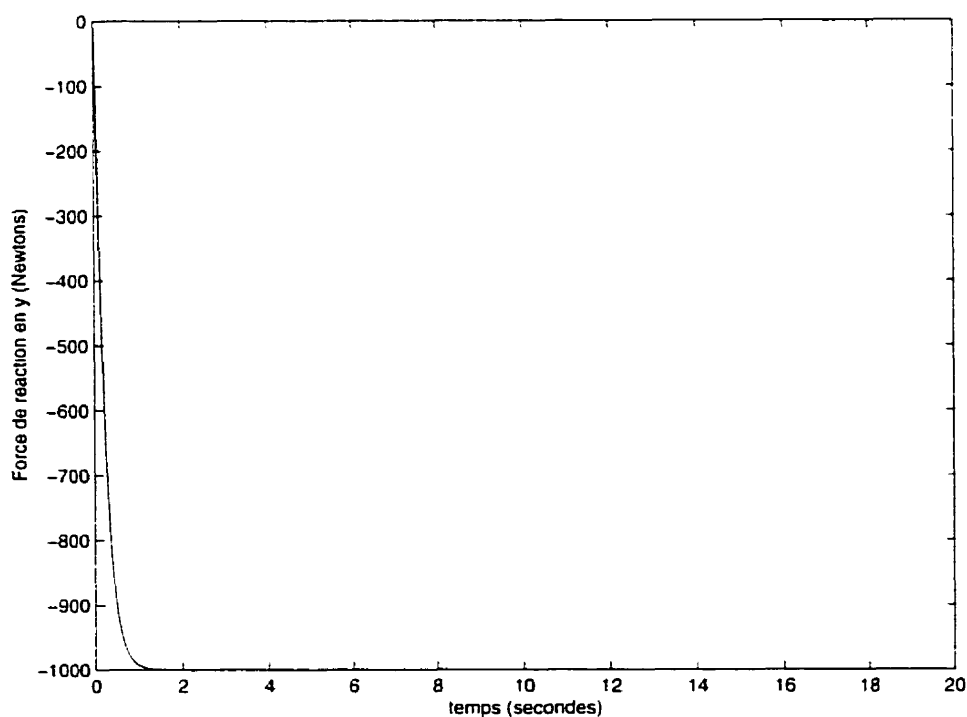


Figure 8.1 : Simulation de Hogan lorsque  $K_e$  est connue

Cette relation est obtenue à partir du comportement dynamique du système robot-contrôleur (équation 3-8 dans la direction de l'axe  $y$ ) :

$$f_c = m\ddot{y} - b(\dot{y}_d - \dot{y}) - k(y_d - y) \quad (8-2)$$

Lorsque la force de contact est égale à la force de contact désirée ( $f_c = f_{cd}$ ), la vitesse réelle, la vitesse désirée et l'accélération sont nulles. De plus, la déformation totale est atteinte :

$$y = y_e + \varepsilon_{tot} = y_e + \frac{f_{cd}}{k_e} \quad (8-3)$$

Donc l'équation 8-2 devient :

$$f_{cd} = k \left( y_d - y_e - \frac{f_{cd}}{k_e} \right) \quad (8-4)$$

$$y_d = \frac{f_{cd}}{k} + y_e + \frac{f_{cd}}{k_e} \quad (8-5)$$

Lorsque seule une approximation de la rigidité de l'environnement est connue (le cas qui nous intéresse), cette relation est également utilisée. Cependant, la force désirée ne pourra jamais être atteinte avec précision. La figure 8.2 présente le résultat d'une simulation avec rigidité et position de l'environnement incertaines pour une force désirée de -1000 N. Le second problème engendré par l'imprécision sur la rigidité de l'environnement est celui expliqué au dernier paragraphe de la section 3.4.1. Cependant, si l'erreur sur la rigidité de l'environnement est raisonnable, le système ne sera pas sous amorti. Évidemment, l'approximation sur la rigidité de l'environnement doit être considérée dans le choix des gains du contrôleur.

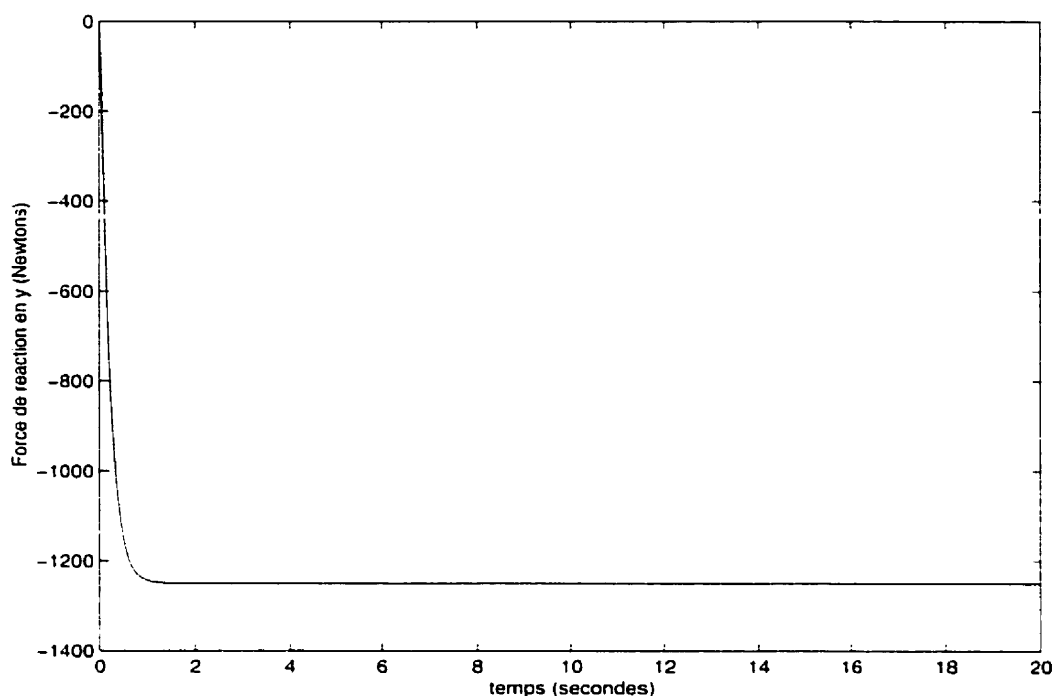


Figure 8.2 : Simulation de Hogan lorsque l'environnement est incertain

### 8.2.2 Contrôleur hybride force/impédance

Ce contrôleur offre deux principaux avantages par rapport au contrôleur d'impédance. Premièrement, la rigidité de l'environnement n'a plus besoin d'être connue pour fixer des gains stables. La rigidité du robot est tout simplement fixée à zéro une fois le contact établi. Deuxièmement, l'ajout d'une compensation intégrale sur l'erreur en force permet d'obtenir la force de contact désirée avec beaucoup de précision. L'équation 8-5 n'est plus nécessaire pour entrer la position de l'environnement  $y_e'$ . La figure 8.3 présente le résultat d'une simulation avec position et rigidité de l'environnement incertaines. La force de contact en régime permanent est bien égale à la valeur désirée, soit -1000 N.

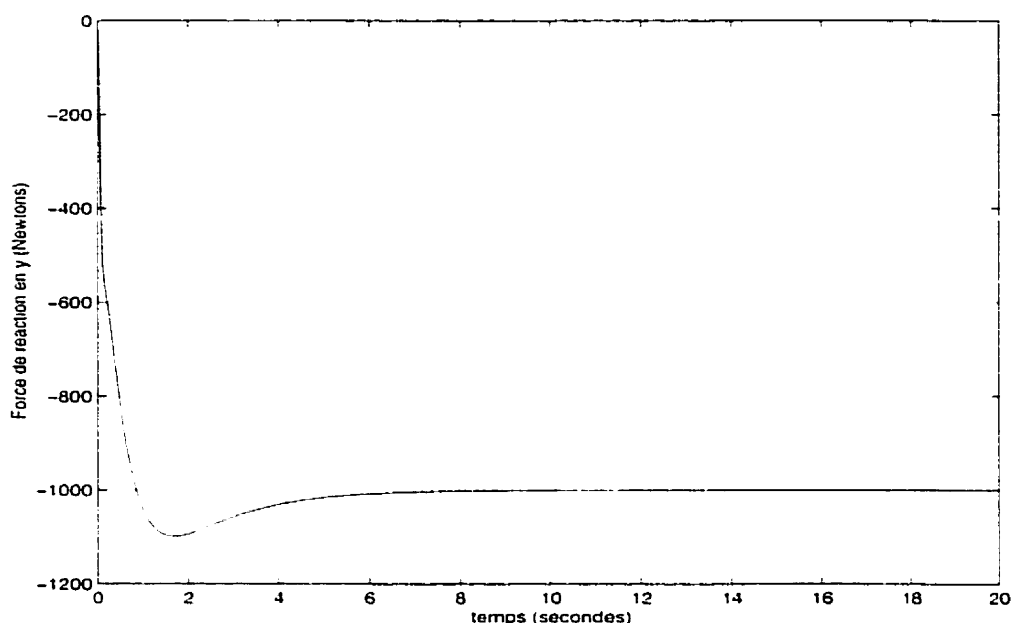


Figure 8.3 : Force de contact en simulation pour le contrôleur de Hsia avec un environnement incertain

### 8.3 Essais pour valider les hypothèses

#### 8.3.1 Caractérisation des erreurs

Plusieurs hypothèses ont permis de faire avancer la démonstration de la section 4.2.2. Cependant, il est important de valider ces prédictions ou, à tout le moins, cerner les différences entre la théorie et la pratique. Premièrement, le modèle dynamique utilisé pour calculer le vecteur permettant de réaliser la compensation de gravité ne représente pas parfaitement la réalité. Ensuite, puisque la loi de contrôle d'impédance par régulation du couple ne constitue pas l'inversion complète du modèle dynamique, elle engendre en plus des erreurs sur le modèle (e.g. le poids de l'outil, les forces de coriolis et centrifuges), un terme d'erreur  $(-J^{-T}D\ddot{\theta})$  qui vient coupler les équations. Finalement, il y a la déformation des membrures et articulations du robot qui selon la force appliquée sur ce dernier peut être négligeable ou pas. Dans la mesure du possible, il est essentiel de décrire toutes ces erreurs.

### 8.3.2 Paramètres non modélisés

Pour saisir le raisonnement qui suit, il est important de se rappeler les concepts suivants. Les erreurs sur le modèle génèrent des forces appliquées sur le manipulateur au même titre que celles engendrées par l'environnement et ce, même si elles sont intrinsèques au robot. Par exemple, l'erreur entre le modèle et la réalité en terme de gravité n'est rien d'autre qu'une force appliquée sur le robot. D'autre part, lorsque le manipulateur est en équilibre statique, la résultante des forces devrait être pratiquement nulle. Par conséquent, les forces causées par des paramètres non modélisés seront compensées par le contrôleur.

Pour caractériser ces erreurs, le robot est positionné précisément dans l'espace libre en utilisant l'intégrateur sur l'erreur de position. La pose choisie est illustrée à la figure 7.11. Le manipulateur est en équilibre donc  $\sum \tau_i \approx 0$ <sup>1</sup>. Cependant, si la résultante des couples n'est pas assez grande pour combattre les forces de friction, l'équilibre peut être maintenu sans que cette force soit tout à fait nulle. La somme des couples agissant sur le robot est :

$$\sum \tau = J'(K(X_d - X) + B(\dot{X}_d - \dot{X}) + K_I \int (X_d - X) dt) - D\ddot{\theta} + (\tilde{G} - G) - \Delta \approx 0 \quad (8-6)$$

Cette force n'est pas celle lue par les capteurs de force car le couple de commande (PID) n'est pas inclus dans la lecture. Cependant, ce dernier est connu puisqu'il est envoyé au robot à chaque itération. Le robot est très près de sa position désirée ( $X_d - X \approx 0$ ) mais si le gain intégral est grand, la pratique démontre que le couple de commande n'est pas négligeable. Le manipulateur est au repos ( $\dot{X}_d - \dot{X} \approx 0$  et  $D\ddot{\theta} \approx 0$ ). Par conséquent, l'équation précédente devient :

$$\sum \tau = J'(K_I \int (X_d - X) dt) + (\tilde{G} - G) - \Delta \approx 0 \quad (8-7)$$

Ainsi, la somme des forces engendrées par l'erreur sur la gravité et les paramètres non modélisés peut être calculée en observant la compensation intégrale nécessaire pour garder le robot à l'équilibre en dépit de ces erreurs :

---

1. Cette somme n'inclue pas les forces de frottement

$$(\tilde{G} - G) - \Delta = -J'(K_I \int (X_d - X) dt) \quad (8-8)$$

Les couples envoyés par la compensation PID et les couples lus aux capteurs de force apparaissent aux figures des pages suivantes. Le couple généré par le compensateur de gravité y est également présenté. Le régulateur proportionnel-dérivé est, comme prévu, négligeable. Finalement, les données expérimentales prouvent que les couples du compensateur intégral constituent une bonne approximation de l'erreur entre le modèle et la réalité car il découle de la figure 8.4 l'équation suivante<sup>1</sup> :

$$\tau_{lu} = J'(K_I \int (X_d - X) dt) + \tilde{G} \quad (8-9)$$

Et puisque par définition :

$$\tau_{lu} = D\ddot{\theta} + G + \Delta \quad (8-10)$$

il suit que,

$$J'(K_I \int (X_d - X) dt) + \tilde{G} = D\ddot{\theta} + G + \Delta \quad (8-11)$$

Le robot étant au repos,  $D\ddot{\theta} = 0$  et

$$J'(K_I \int (X_d - X) dt) = (G - \tilde{G}) + \Delta \quad (8-12)$$

Il est donc évident que les erreurs sur le modèle ne sont pas négligeable. Par exemple, la lecture du couple intégral pour la deuxième articulation donne :

$$(G - \tilde{G})_2 + \Delta_2 = 256 Nm \text{ (valeur moyenne)} \quad (8-13)$$

Le même calcul pourrait être refait pour chaque articulation mais l'analyse ne serait pas différente : il est difficile d'obtenir une précision respectable sans utiliser d'intégrateur sur la position et/ou sur la force. Et ce, en dépit du fait qu'un modèle dynamique permet de

---

1. L'erreur entre le terme de droite de l'équation 8-9 et le couple lu au capteur de force est due au bruit de mesure et à l'erreur de calibrage de ces capteurs.

linéariser le système. Cependant, la nouvelle dynamique inverse qui utilise les deux types de capteurs de force peut améliorer le comportement du robot opéré sans composante intégrale.



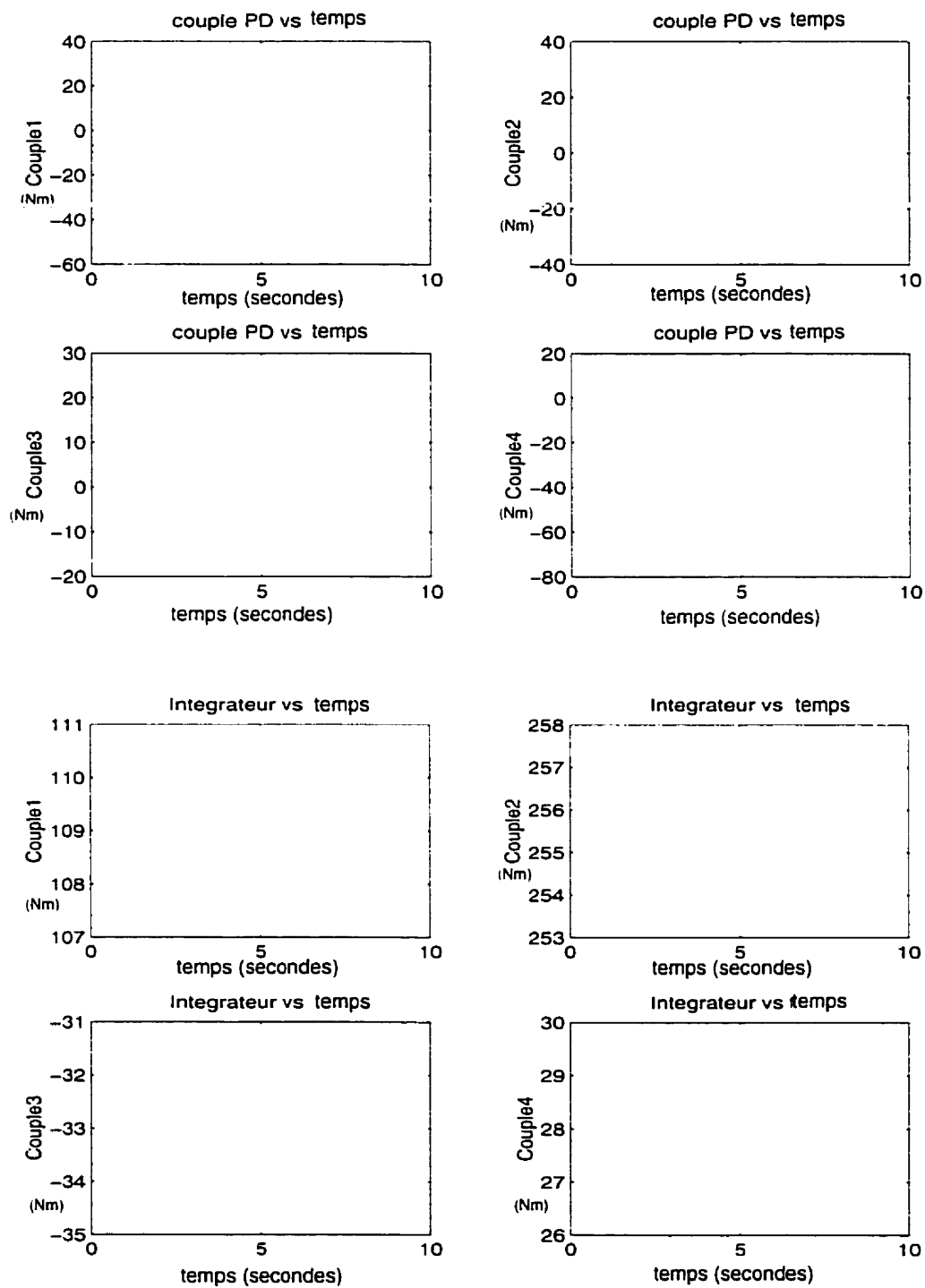


Figure 8.4 : Caractérisation de l'erreur sur la compensation de gravité

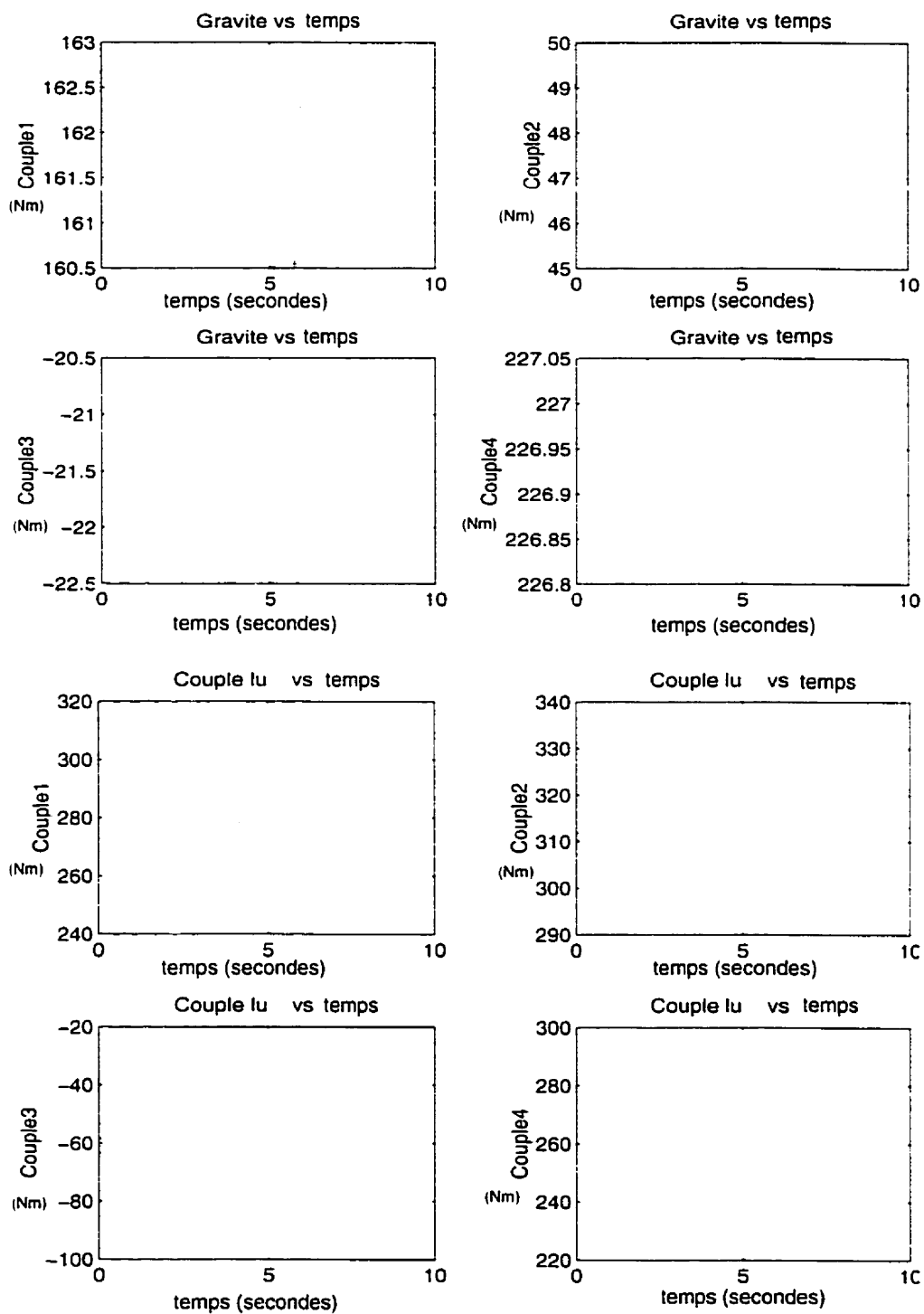


Figure 8.5 : Caractérisation de l'erreur sur la compensation de gravité (suite)

### 8.3.3 Erreur sur la compensation de gravité

En appliquant la compensation de gravité on impose, en principe, une force égale et opposée à celle que la gravité exerce sur le manipulateur. En réalité, ces forces ne sont pas égales et même une approximation de la différence est très difficile à mesurer. L'exercice se résume à lire les senseurs de force dans l'espace libre en utilisant l'intégrateur pour positionner le manipulateur très précisément. Cette tâche est réalisée pour la pose présentée à la figure 7.11 de manière à comparer la gravité calculée par la compensation de gravité avec la valeur théorique trouvée à la section 7.2.4. Deux types de forces sont lues aux senseurs : les forces extérieures appliquées sur le robot et les forces intrinsèques ( $D\ddot{\theta}$ ,  $G$ ,  $\Delta$ ). Les couples envoyés aux moteurs (PID,  $\tilde{G}$ ) ne sont pas lus par les senseurs. Dans le cas présent, aucune force extérieure n'est appliquée sur le robot, la force lue est donc :

$$\tau_{lu} = D\ddot{\theta} + G + \Delta \quad (8-14)$$

Le manipulateur est au repos ( $D\ddot{\theta} = 0$ ). Par conséquent, les couples lus seront :

$$\tau_{lu} = G + \Delta \quad (8-15)$$

Il est donc impossible de mesurer la force de gravité réelle qui est appliquée sur le robot car  $\Delta$  est inconnu. Dans ce contexte, la validation de la compensation de gravité devient très difficile. Cependant, les couples calculés pour réaliser la compensation de gravité correspondent bien à ceux trouvés à la section 7.2.4. La différence entre les deux vecteurs est causée par l'erreur de position du robot. Par ailleurs, la seule façon de valider la compensation de gravité est de supposer  $\Delta$  négligeable. Dans ce cas, selon l'équation 8-15, le vecteur gravité est tout simplement égal aux couples lus par les capteurs de force :

$$\tau_{lu} = G \quad (8-16)$$

Donc, en comparant les couples lus par les capteurs de force aux couples de gravité calculés par la compensation de gravité (voir figure 8.5), une certaine validation est possible. Par exemple, l'erreur de 260 Nm sur le joint 2 s'explique par l'erreur sur le calcul du couple 2 de la compensation de gravité qui au lieu d'être nul est de l'ordre de 50 Nm. Par contre, les couples non modélisés n'étant pas négligeables (ex. le poids de la main du Sarcos) cette validation doit être interprétée avec discernement.

#### 8.3.4 Calcul de la force de contact à partir des capteurs situés aux articulations

Si on veut calculer la force de contact avec les capteurs de force situés à chaque joint plutôt qu'utiliser celui à l'extrémité, la lecture de la force réelle appliquée sur le robot est moins précise et beaucoup plus complexe. Cependant, cet exercice permet de valider la lecture des deux types de capteurs de force. La procédure nécessite certaines hypothèses et se divise en trois étapes.

##### Mesure des erreurs sur le modèle

La première étape consiste à lire les couples aux moteurs lorsque le robot est dans l'espace libre près de la position où il y aura un contact. Selon l'équation 8-14, en utilisant seulement un PD au lieu du PID, la force lue à cette position ( $\theta_i(t)$ ) sera :

$$\tau_{lu}(t) = D\ddot{\theta} + G(t) + \Delta(t) \quad (8-17)$$

Le robot est au repos, ainsi  $D\ddot{\theta} \approx 0$ . Les forces de coriolis, centrifuges et la flexibilité passive du robot sont négligeables mais le poids de l'outil au bout du Sarcos est à considérer ( $\Delta \neq 0$ ). Par conséquent, les couples lus aux senseurs seront :

$$\tau_{lu}(t) = G(t) + \Delta(t) \quad (8-18)$$

En utilisant  $\tilde{G}$  au lieu de  $G$ , cette équation permet de quantifier le poids de l'outil :

$$\Delta(t) = \tau_{lu}(t) - \tilde{G}(t) \quad (8-19)$$

### Lecture des couples moteurs lors du contact

Ensuite, une force est appliquée sur le robot et il se déplace. Appelons la nouvelle pose du robot  $\theta_i(t + \Delta t)$  (après le déplacement). La force est maintenue un certain moment en s'assurant que le robot est au repos ( $D\ddot{\theta} = 0$ ). Ainsi, le couple lu par les senseurs à cette position  $\theta_i(t + 1)$  sera :

$$\tau_{lu}(t + 1) = \tau_c(t + 1) + G(t + 1) + \Delta(t + 1) \quad (8-20)$$

### Calcul de la force réelle de contact appliquée sur le robot

Le calcul se résume à utiliser directement l'équation 8-20 :

$$\tau_c(t + 1) = \tau_{lu}(t + 1) - G(t + 1) - \Delta(t + 1) \quad (8-21)$$

Le terme relié au compensateur proportionnel est connu puisqu'il est calculé et envoyé aux moteurs. D'autre part, l'équation 8-19 offre une bonne approximation du poids de l'outil et  $\tilde{G}$  peut être utilisé pour annuler  $G$  :

$$\tau_c(t + 1) = \tau_{lu}(t + 1) - \tilde{G}(t + 1) - \Delta(t) \quad (8-22)$$

Évidemment, cette méthode reste très locale car si la pose dans l'espace libre n'est pas très près de la pose où le robot est en contact, la procédure n'est plus valide puisque toutes les forces impliquées dans l'équation sont fonctions de la pose du robot. Si le robot est en mouvement, les équations de ce contrôleur d'impédance sont couplées à cause du terme d'inertie et le raisonnement ne tient plus.

## 8.4 Validation du contrôleur d'impédance par régulation du couple

### 8.4.1 Validation de la trajectoire en force et en position

La tâche est la même que celle réalisée à la section 8.2.1. Les paramètres utilisés pour cet essai sont :

- l'impédance du robot :  $k_i = 500$ ,  $b_i = 200$  où  $i = x, y, z$ ;
- l'intégrateur sur la position :  $\gamma_y = 0$  et  $\gamma_i = 30$  où  $i = x, z$ ;
- la position désirée :  $x_d = -1.21$  m.,  $y_d = 0.5$  m. et  $z_d = -0.05$  m.;
- la force de contact désirée en  $y$  :  $f_{cd} = -300$  N;
- la période d'échantillonnage :  $T = 60$  ms.

La force désirée n'entre pas directement dans l'algorithme de Hogan. En fait, cette force désirée est entrée dans l'équation 8-1 pour calculer la position désirée qui entre dans le contrôleur. La différence entre la position désirée  $y_d$  et la position réelle (voir figure 8.7) provoque donc la force de contact. La figure 8.6 illustre bien le problème de l'algorithme de Hogan (ou des variantes) : la force désirée ne peut être atteinte si la dynamique de l'environnement est incertaine. Ainsi, la force réelle en  $y$  atteint environ la moitié de la valeur désirée. Cette erreur varie en fonction de l'approximation de  $k_e$  et  $y_e$  utilisée dans l'équation 8-1 pour calculer  $y_d$ . Même si les forces désirées selon les directions  $x$  et  $z$  sont nulles, les forces réelles sont de l'ordre de 30 N, car le frottement entre le robot et la surface de contact n'est pas négligeable. La figure 8.7 montre le travail de la génération de trajectoire qui calcule les positions intermédiaires en utilisant une trajectoire de forme trapézoïdale en vitesse.

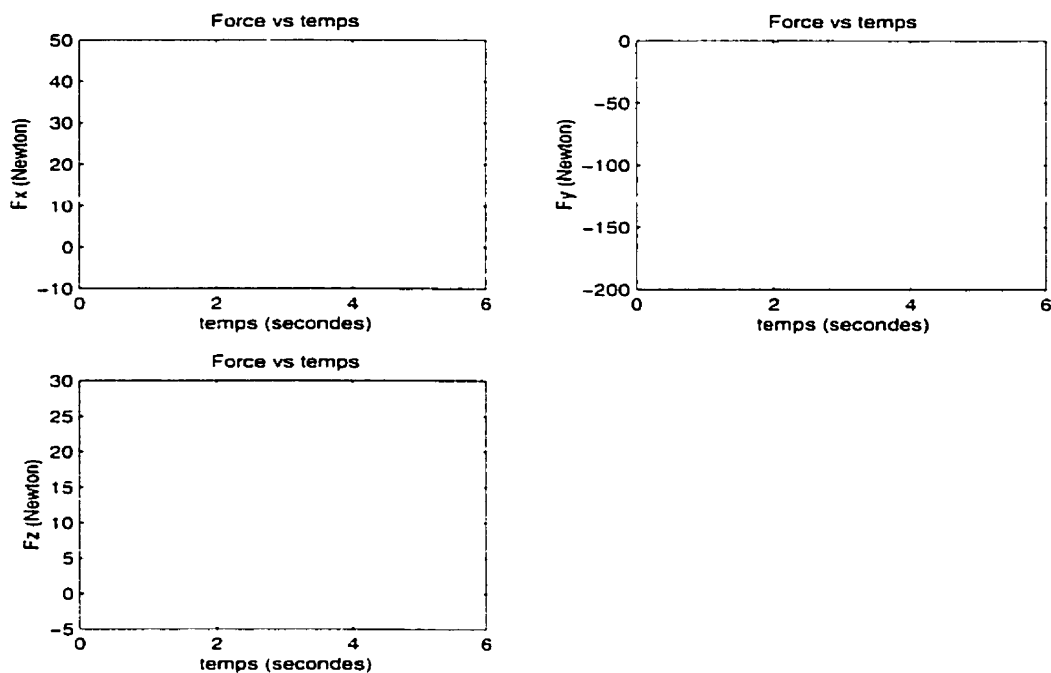


Figure 8.6 : Force de contact avec le contrôleur de Hogan pour un environnement incertain

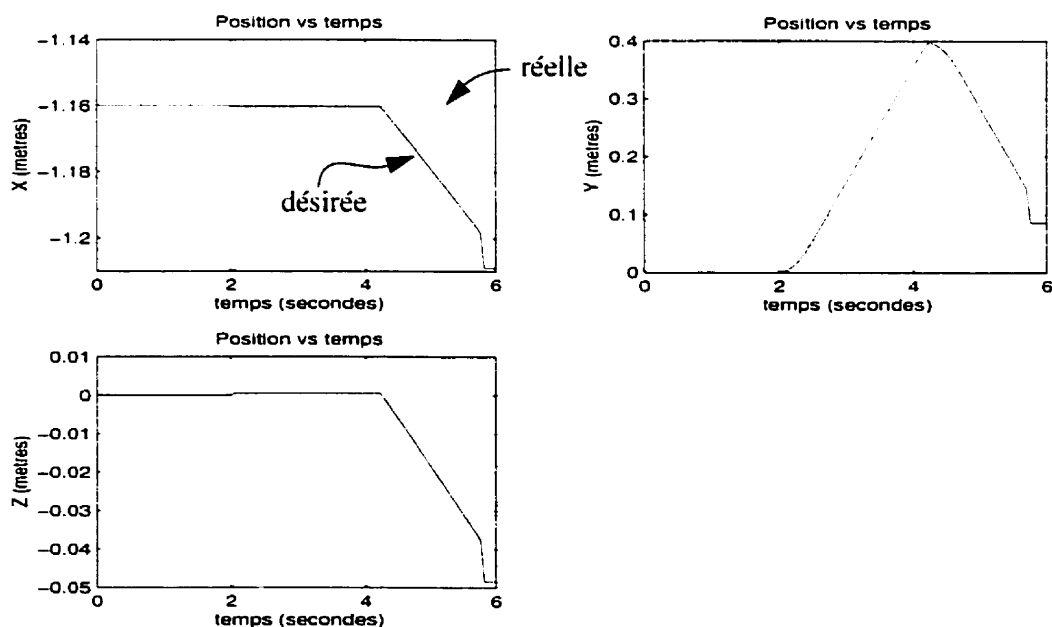


Figure 8.7 : Position réelle et désirée avec le contrôleur de Hogan pour un environnement incertain

### 8.4.2 Impédance atteignable

Les facteurs qui régissent l'impédance maximum pouvant être utilisée avec le contrôle d'impédance par régulation du couple sont énumérés et expliqués dans [5]. L'impédance atteignable dans une direction de l'espace cartésien dépend de l'impédance désirée dans les autres directions [4]. Pour simplifier l'analyse suivante, nous ferons l'hypothèse que l'impédance désirée est la même dans chacune des directions. La pose du manipulateur, les couples maximums développés par les moteurs hydrauliques, la fréquence naturelle du manipulateur et la fréquence d'échantillonnage constituent les principaux facteurs limitatifs de l'impédance assignée au robot.

L'impédance atteignable dépend du couple maximum développé aux actionneurs puisque les couples envoyés aux moteurs sont fonctions de l'impédance désirée (équation 4-4). La force cartésienne maximum applicable avant saturation des moteurs est d'environ 450 Newtons. Cette force varie beaucoup selon la pose du robot, ainsi cette information doit être traitée avec discernement. Il est possible d'estimer l'impédance atteignable en fonction de  $\Delta x$  : la force maximale divisée par le déplacement désiré. Dans le cas d'une impédance élevée, un faible déplacement cause une saturation des moteurs.

Le gain sur l'erreur du couple dans la boucle en force à bas niveau affecte également l'impédance maximum. Plus les gains  $K_f$  de chaque joint seront élevés, plus la dynamique des moteurs se rapproche du cas idéal : un double intégrateur. Cependant, un gain  $K_f$  élevé réduit la marge de phase et peut causer une instabilité si les gains du compensateur PD sont également élevés.

La stabilité dépend de la fréquence d'échantillonnage utilisée. La section 4.2.4 donne un critère de stabilité numérique qui se résume comme suit :

$$B < \frac{2M}{T} \quad (8-23)$$

$$K > 0 \quad (8-24)$$

$$K < \frac{2B}{T} \quad (8-25)$$

où  $T$  est la période d'échantillonnage.

En pratique, cette condition de stabilité est très importante car si l'amortissement est trop élevé le robot est instable et si  $B$  est trop faible par rapport à  $K$ , le robot est stable mais il oscille car le système est alors sous-amorti.

### 8.5 Validation du contrôle hybride force/impédance sur le système réel

La tâche est la même que celle réalisée à la section 8.2.1. Les paramètres utilisés pour cet essai sont :

- l'impédance du robot :  $k_i = 500$ ,  $b_i = 200$  où  $i = x, y, z$ ;
- l'intégrateur sur la position :  $\gamma_y = 0$  et  $\gamma_i = 30$  où  $i = x, z$ ;
- l'intégrateur sur la force :  $\eta_y = 0.05$  et  $\eta_i = 0$  où  $i = x, z$ ;
- la position désirée :  $x_d = -1.21$  m.,  $y_d = 0.5$  m. et  $z_d = -0.05$  m.;
- la force de contact désirée en  $y$  :  $f_{cd} = -300$  N;
- la période d'échantillonnage :  $T = 60$  ms.

Les figures 8.8 et 8.9 montrent que le contrôleur hybride force/impédance a le même comportement que le contrôleur d'impédance par régulation du couple. Cependant, l'intégrateur sur la force permet d'atteindre la force désirée avec précision et ce, même si la dynamique de l'environnement est inconnue.

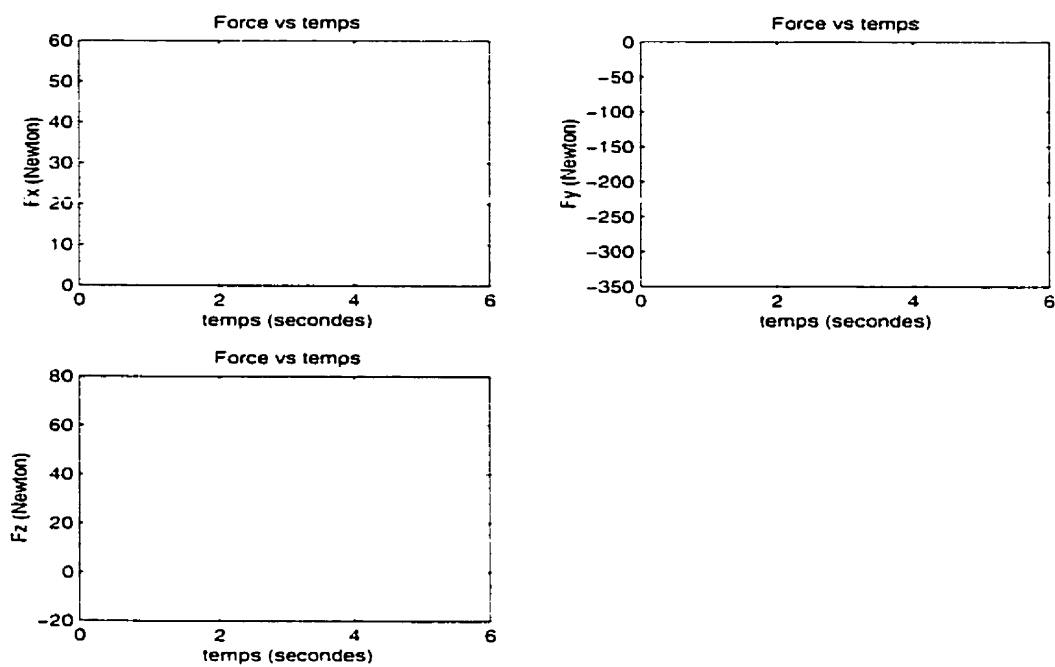


Figure 8.8 : Force de contact avec le contrôleur de Hsia modifié pour un environnement incertain

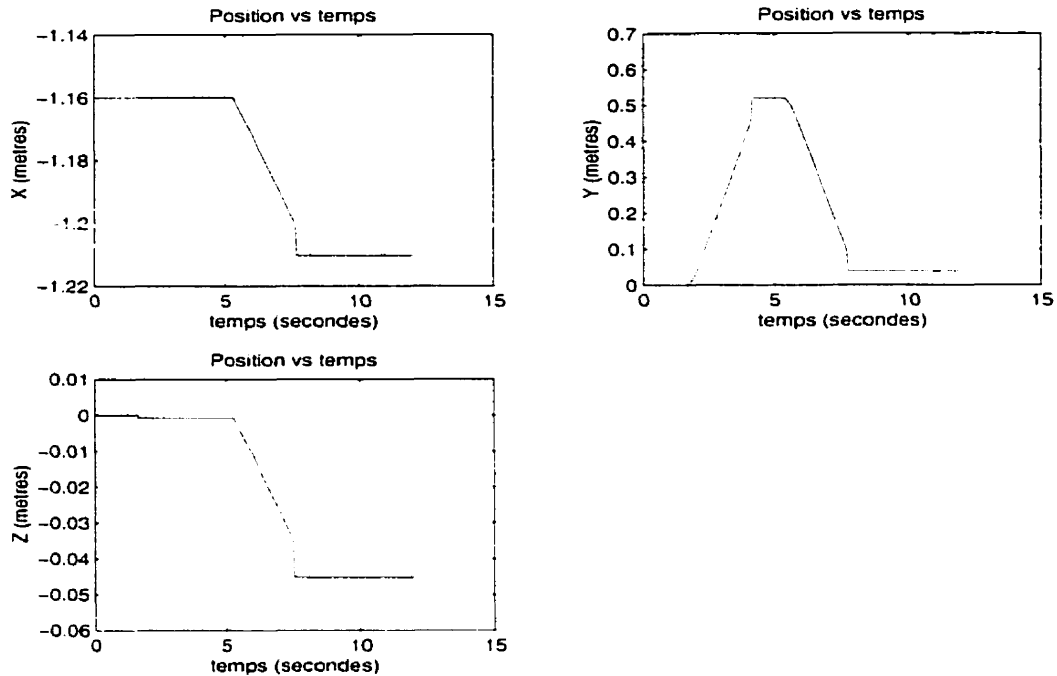


Figure 8.9 : Position réelle et désirée lors du contact pour le contrôleur de Hsia modifié

## 8.6 Utilisation du contrôle d'impédance dans l'espace libre

### 8.6.1 Introduction

Les contrôleurs de Hsia, Hogan et le contrôleur d'impédance par régulation du couple deviennent tous équivalents dans l'espace libre car aucun intégrateur sur la force n'est utilisé et l'intégrateur sur la position est actif dans toutes les directions. Dans cette section, nous analysons le comportement de ces contrôleurs dans l'espace libre et nous validons la rigidité active qu'ils imposent au robot.

### 8.6.2 Précision du robot

La figure 8.10 montre la précision du contrôleur dans l'espace libre pour un  $k = 15000 \frac{N}{m}$  et  $b = 300 \frac{Ns}{m}$ . Elle présente également les résultats obtenus lorsqu'une compensation intégrale ou de gravité est ajoutée. Évidemment, l'ajout d'un intégrateur élimine l'erreur en régime permanent. Cependant, puisque l'intégrateur ne peut être utilisé et que les gains

doivent être faibles lorsque le robot est en contact, la compensation de gravité doit quand même être ajoutée. En l'absence de l'intégrateur, plus on augmente les gains proportionnels plus la précision augmente. Donc, plus les courbes associées au PD et au PD+gravité se rapproche de celle correspondant au PID.

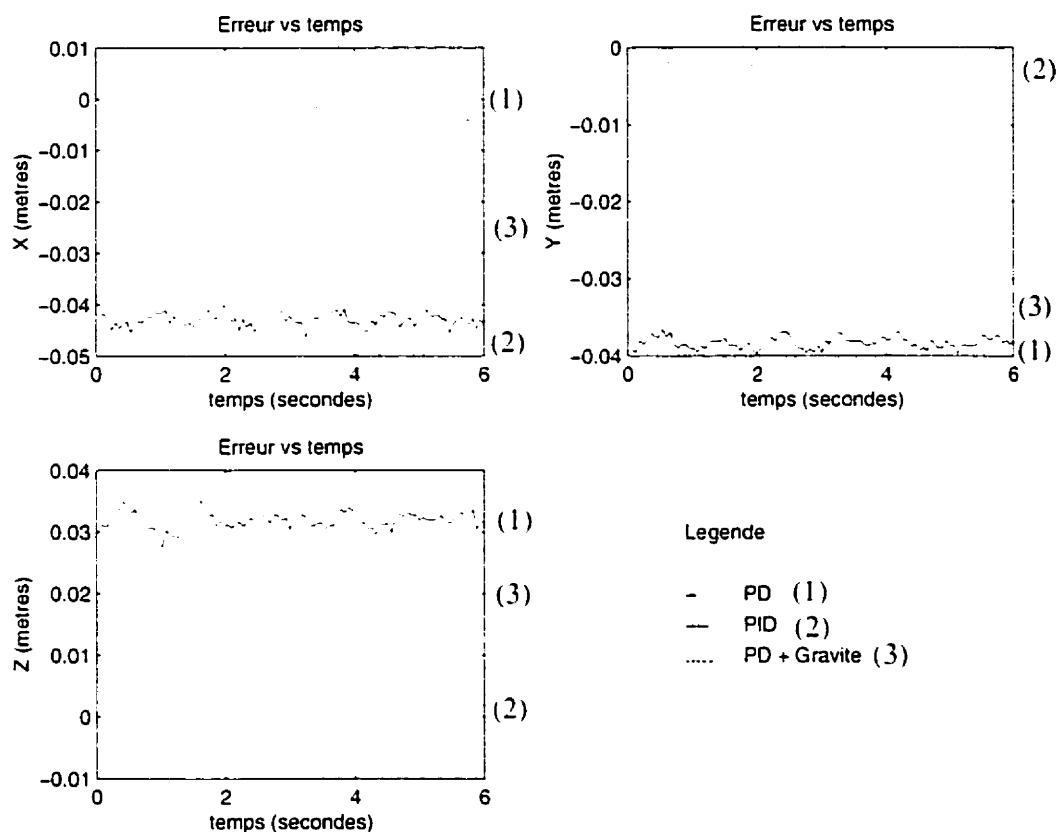


Figure 8.10 : Utilisation du contrôleur dans l'espace libre

### 8.6.3 Validation de la rigidité active imposée au robot

Une force connue est appliquée sur le robot puis le déplacement du robot (déformation) est mesuré. Cette tâche est réalisée pour une force de 250 N appliquée dans le sens de la gravité en utilisant une rigidité de 6000 N/m et un amortissement de 180 N/m<sup>2</sup>. Le trièdre à la base du robot étant à 45° par rapport à la direction du vecteur force (voir figure 7.12), une simple décomposition est effectuée selon x et z :

$$F_x = F_z = 250 \cos 45^\circ = 177 \text{ Newtons} \quad (8-26)$$

Avec ces données, la lecture de force et le comportement du manipulateur peuvent être vérifiés. Premièrement, la force lue est comparée à celle appliquée. Ensuite, la force lue dans chaque direction est divisée par la déformation correspondante du robot de manière à vérifier si le comportement (les rigidités) désiré est similaire à celui obtenu de l'expérience. Les figures 8.11, 8.12 et 8.13 présentent les données expérimentales permettant de comparer avec les valeurs désirées. Le contrôleur d'impédance par régulation du couple ne peut utiliser un intégrateur, ainsi la précision dans l'espace libre

est d'environ 2 cm. Par conséquent la déformation sous charge du robot n'est pas la différence entre la position désirée et la position après déformation mais bien la différence entre la position réelle du robot avant et après l'application de la charge.

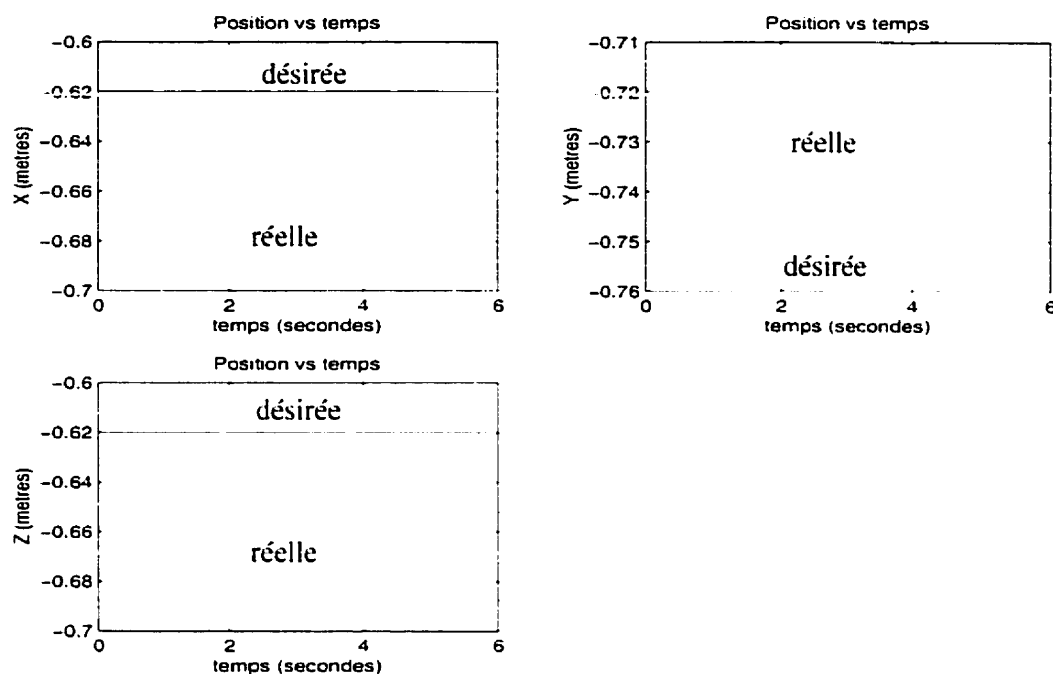


Figure 8.11 : Déformation sous une charge connue

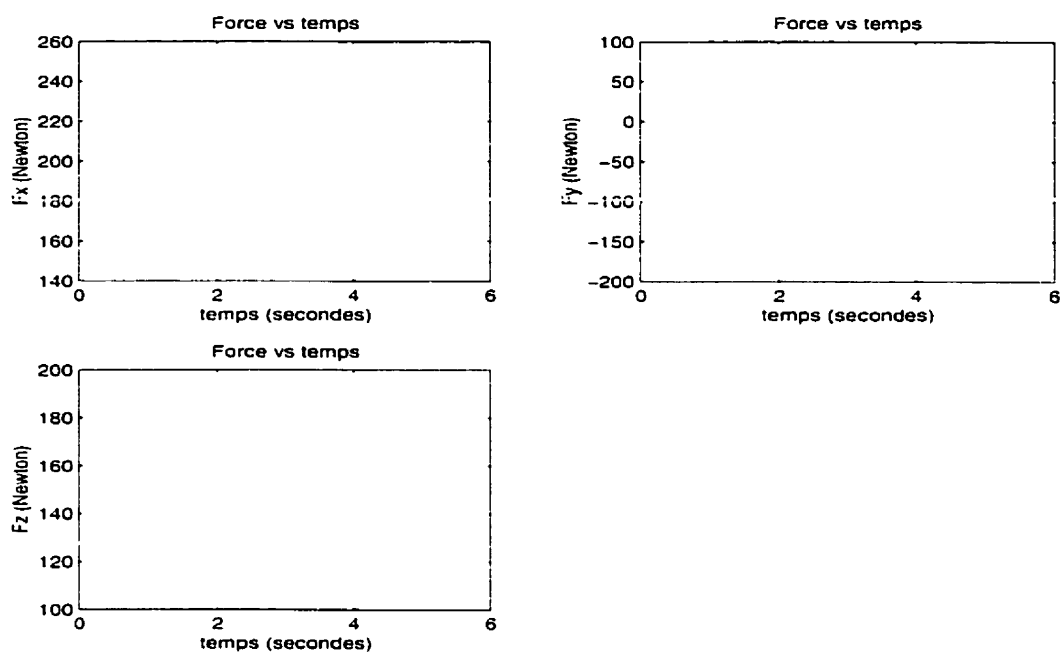


Figure 8.12 : Lecture d'une force appliquée

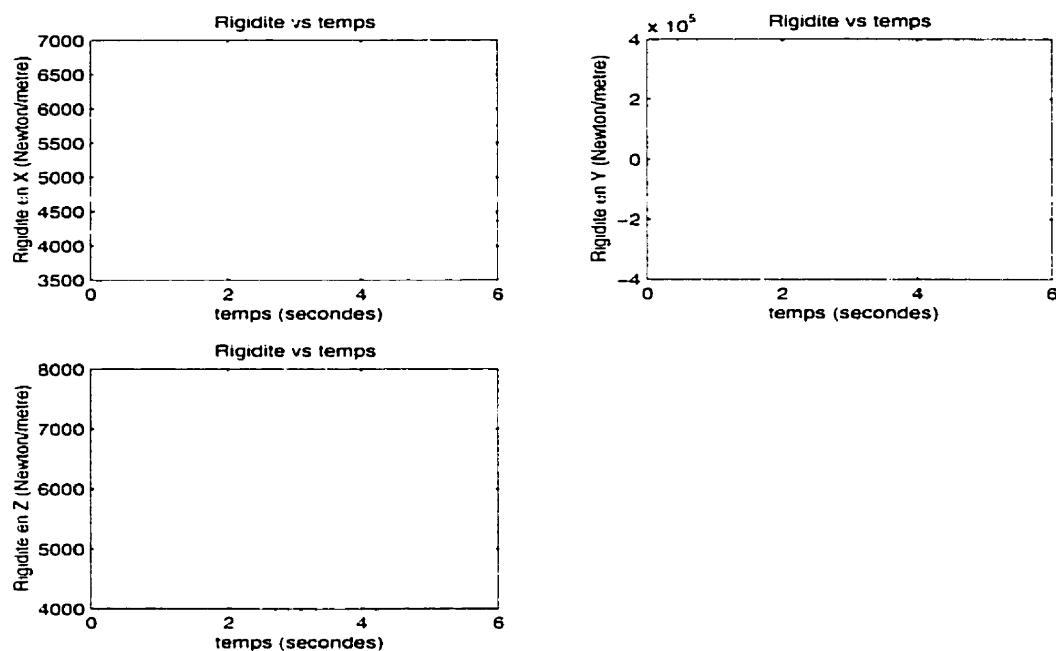


Figure 8.13 : Comportement en terme de rigidité du manipulateur obtenu

## 8.7 Conclusion

La section 8.3 démontre bien que les erreurs sur le modèle dynamique ne sont pas négligeables. Par conséquent, l'algorithme de Hogan ne peut être utilisé sans intégrateur sur la position dans l'espace libre. D'ailleurs, les résultats de la section 8.6.2 le confirment. Par ailleurs, puisqu'il est impossible d'utiliser un intégrateur sur la position dans la direction où il y a contact, l'erreur persiste dans cette direction. La nouvelle dynamique inverse présentée à la section 6.3.2 minimise cette erreur. Cependant, il est préférable d'utiliser, en plus, la stratégie de Hsia qui consiste à ajouter un intégrateur sur la force car l'erreur en régime permanent est ainsi éliminée. L'autre avantage du contrôleur de Hsia est que la rigidité de l'environnement n'a pas besoin d'être connue pour fixer des gains qui stabilisent le système. La rigidité du robot est tout simplement fixé à zéro une fois le contact établi. Cette solution permet d'éviter le problème expliqué à la section 3.4.1.

Il y a plusieurs différences entre la simulation et l'expérience. En pratique, même si les forces désirées dans l'espace du mouvement sont nulles, les forces réelles sont de l'ordre de 30 N. car le frottement entre le robot et la surface de contact n'est pas négligeable contrairement à la simulation. La dynamique inverse réalisée parfaitement en simulation devient beaucoup plus difficile à réaliser sur le banc d'essai. Ainsi, les gains sont beaucoup plus difficiles à trouver analytiquement car le système n'est pas complètement linéarisé. Le modèle de l'environnement utilisé en simulation n'est pas assez raffiné et en simulation l'erreur entre les paramètres estimés et réels est connue alors qu'en pratique cette donnée est complètement inconnue.

Malgré toutes ces différences au point de vue théorique, la différence majeure entre la simulation et la pratique demeure au niveau des aspects technologiques associés au banc d'essai. Par exemple, il y a les bruits de mesure des différents capteurs, les contraintes associées aux diverses composantes électroniques utilisées pour les contrôleurs analogiques et la communication entre le robot et l'ordinateur, l'architecture clients/serveur, le système d'exploitation VxWorks et ses particularités, les dérivées analogiques qui offrent le choix entre générer un signal très bruité ou provoquer un retard dans le système, la période d'échantillonnage qui ne permet pas d'obtenir une impédance assez faible (robot asservi en position avec engrenage) ou assez grande (robot asservi en couple sans engrenage), le calibrage de toutes les capteurs, celui des transformées entre le repère outil et les repères des différents périphériques, le calibrage des paramètres HD du robot, la non-linéarité des RVDT, l'index des encodeurs, l'espace de travail limité du robot et ses singularités, les fuites d'huile, etc.

## CONCLUSION

Il existe deux groupes distincts de contrôleurs d'impédance : contrôle basé sur le couple (asservissement en couple à bas niveau) ou basé sur la position (asservissement en position à bas niveau). Dans les deux cas, les conditions de stabilité se résument comme suit : la précision du modèle dynamique, le délai sur les mesures et la numérisation créent des bornes sur l'impédance désirée en fonction de la rigidité de l'environnement.

Pour la plupart des manipulateurs industriels, asservis en position et munis d'engrenages, la stratégie de contrôle adoptée offre la stabilité seulement si l'impédance désirée est au-delà d'une impédance minimum. Le manipulateur est rigide puisque les gains du compensateur PD sont élevés. La boucle externe qui donne la flexibilité au robot a beaucoup moins de facilité à modifier ce comportement, donc une impédance faible est impossible en appliquant cette stratégie. Une flexibilité est simulée avec l'asservissement en position, donc plus la boucle d'asservissement est rapide, plus on pourra simuler une grande flexibilité. Les contrôleurs s'appliquant aux robots asservis en couple sont de nature portés à réagir comme une impédance souple; l'impédance désirée doit être inférieure à une valeur maximum. La boucle sur le couple fournit une certaine flexibilité au robot et l'impédance atteignable dépend de la période d'échantillonnage.

Pour obtenir une force de contact désirée précisément avec le contrôle d'impédance par régulation d'accélération, la rigidité de l'environnement doit être connue. Le contrôleur hybride force/impédance règle ce problème en ajoutant une compensation intégrale sur l'erreur de force une fois le contact établi. Ce contrôleur évite le comportement d'un

système sous-amorti en fixant la rigidité du robot à zéro (la rigidité de l'environnement devient le gain proportionnel). Il est possible d'apporter une des deux modifications suivantes à cet algorithme de Hsia pour l'utiliser avec un robot redondant. La première est d'utiliser deux types de capteurs de force pour éliminer le retard de la linéarisation globale. L'inverse de la matrice jacobienne et la mesure de l'accélération ne sont plus nécessaires. L'objet de la seconde approche consiste à profiter de la redondance du robot. Une solution dans le noyau est ajoutée à la solution à norme minimale. La norme du vecteur d'erreur entre les coordonnées articulaires et leurs valeurs médianes est minimisée en projetant le vecteur d'erreur dans le noyau de la matrice jacobienne du manipulateur. Cette stratégie permet d'éviter la saturation des actionneurs.

Les démonstrations sur la stabilité montrent que peu importe le contrôleur utilisé, la relation entre la rigidité et l'amortissement désirée doit être choisie en tenant compte de la rigidité de l'environnement (moins critique pour le contrôle hybride force/impédance). Si l'environnement est plus complexe qu'un simple mur modélisable par un ressort, la loi de contrôle devrait considérer un modèle dynamique complexe de l'environnement pour calculer des gains stables.

## RÉFÉRENCES

- [1] C. H. An and J. M. Hollerbach. Dynamic stability issues in force control of manipulators. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Raleigh, NC, pages 890–896, 1987.
- [2] H. Asada and J-JE Slotine. *Robot analysis and control*, page 107. Wiley Interscience, 1986.
- [3] John J. Craig. *Introduction to Robotics*. Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1989.
- [4] Michel Doyon. Un contrôleur d'impédance décentralisé. Thèse de maîtrise, Université McGill, Montréal, Québec, Canada, 1994. Aussi rapport interne IREQ-94-249, Institut de recherche d'Hydro-Québec.
- [5] Michel Doyon and Michel Pelletier. Un contrôleur d'impédance décentralisé: Implantation et utilisation. Technical report IREQ-94-173, IREQ Institut de recherche d'Hydro-Québec, Varennes, Québec, 1994.
- [6] Bin Mu Evangelos Papadopoulos and Real Frenette. Modeling and identification of an electrohydraulic articulated forestry machine. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, april 1997.
- [7] Khorrami F. and Ozguner U. (1988). Decentralized control of robot manipulators via state and proportional-integral feedback. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1198–1203, 1988.
- [8] Bruno Siciliano Fabrizio Caccavale, Ciro Natale and Luigi Villani. Quaternion-based impedance control of robot manipulators : Theory and experiments. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1997.

- [9] Fan-Chu Kung, Fan-Tien Chaung, Ming-Shan Shih, and York-Yin Sun. The improved parallel scheme for multiple-goal priority considerations of redundant manipulators. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2409–2414, 1997.
- [10] Richard Gourdeau. Dynamique simplifiée du robot sarcos. Document de travail interne, IREQ, Filière Télé-Robotique, 1996.
- [11] N. Hogan. Programmable impedance control of industrial manipulators. *MIT Conference on CAD/CAM Technology in Mechanical Engineering*, 1982.
- [12] N. Hogan. Impedance control: An approach to manipulation, parts I, II and III. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 107:1–24, 1985.
- [13] Régis Houde, Jacques Tremblay, Denis Laurendeau, and Michel Pelletier. Estimating the pose of 2-D objects using potential functions and quadrees. *Graphics/Vision Interface*, pages 15–20, May 1993.
- [14] H.-P. Huang and S.-S. Chang. Compliant motion control of robots by using variable impedance. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 7(6):322–322, 1992.
- [15] A. Isidori. *Nonlinear control systems : an Introduction*. Springer Verlag, 1985.
- [16] Nakamura K. *Advanced Robotics: Redundancy and Optimization*. Addison-Wesley Publishing, Reading, Massachusetts, 1991.
- [17] H. Kazerooni, T. B. Sheridan, and P. K. Houpt. Robust compliant motion for manipulators, parts I and II. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, RA(2):83–105, June 1986.
- [18] D. A. Lawrence. Impedance control stability properties in common implementations. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1988.
- [19] D. A. Lawrence and R. M. Stoughton. Position-based impedance control:

- Archieving stability in practice. *Proceedings AIAA Conference on Guidance, Navigation, and Control*, pages 221–226, aug. 1987.
- [20] T. Lozano-Perez, M. T. Mason, and R. H. Taylor. Automatic synthesis of fine motion strategies for robots. *The International Journal of Robotics Research*, 13(1):3–24, 1984.
  - [21] Z.-W. Luo and M. Ito. Control design of robot for compliant manipulation on dynamic environments. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 42–47, apr. 1991.
  - [22] Romano M.DeSantis. *Théorie des système de commande linéaires*. Éditions de l'École Polytechnique de Montréal, 1986.
  - [23] Romano M.DeSantis. Asservissement en position d'un manipulateur robotique. Document de travail interne, École Polytechnique de Montréal, 1997.
  - [24] Romano M.DeSantis. Asservissement en position/force d'un manipulateur robotique. Rapport technique, École Polytechnique de Montréal, 1997.
  - [25] Evangelos Papadopoulos and Glen Bilodeau. Development of a hydraulic manipulator servoactuator model : Simulation and experimental validation. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, april 1997.
  - [26] M. Pelletier and M. Doyon. On the implementation and performance of impedance control on position controlled robots. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1994. aussi rapport interne IREQ-93-342, IREQ Institut de recherche d'Hydro-Québec.
  - [27] M. Pelletier, P. O'Reilly, and R. Gourdeau. Synthesis of compliant motions in moving environments: Experimental results. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1996.
  - [28] Michel Pelletier. *Automatic synthesis of compliant motions for robot tasks with uncertainty*. PhD thesis, McGill University, Montreal, Canada, 1994.

- [29] M. H. Raibert and J. J. Craig. Hybrid position/force control of manipulators. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 102:126–133, june 1981.
- [30] J. K. Salisbury. Active stiffness control of a manipulator in cartesian coordinates. *Proceedings of the 19th IEEE conference on Decision and Control*, pages 95–100, dec 1980.
- [31] Uhl L. Schroer K. and Albright S. Ensuring solvability and analyzing results of the nonlinear robot calibration problem. *Fraunhofer-IPK, Pascalstr. 8-9, D-1000 Berlin 10, Germany*.
- [32] T.C. Hsia Seul Jung and R.G. Bonitz. On robust impedance force control of robot manipulators. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2057–2062, 1997.
- [33] H.D. Taghirad and P.R.Bélanger. Robust torque control of harmonic drive under constrained-motion. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1997.
- [34] D. E. Whitney. Force feedback control of manipulator fine motions. *Transactions of the ASME. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, pages 91–97, 1977.
- [35] Blain Michel, Morissette Guy. Architecture clients/serveur permettant de contrôler le Sarcos sur plusieurs CPUs en parallèle (IREQ-97-144), 1997
- [36] Fortier Antoine, Houde Régis et Blain Michel. Calibrage des paramètres HD et les cinématiques du Sarcos (IREQ-97-147), 1997
- [37] Blain Michel. Manuel du programmeur de MICROB (IREQ-97-194), 1997