



Titre: Méthodes d'extraction et de décomposition de la traînée pour des
Title: écoulements permanents et transitoires

Auteur: Martin Gariépy
Author:

Date: 2012

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Gariépy, M. (2012). Méthodes d'extraction et de décomposition de la traînée pour
Citation: des écoulements permanents et transitoires [Thèse de doctorat, École
Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/873/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/873/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:** Jean-Yves Trépanier, & Christian Masson
Advisors:

Programme: Génie mécanique
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MÉTHODES D'EXTRACTION ET DE DÉCOMPOSITION DE LA TRAÎNÉE POUR
DES ÉCOULEMENTS PERMANENTS ET TRANSITOIRES

MARTIN GARIÉPY
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIÆ DOCTOR
(GÉNIE MÉCANIQUE)
JUN 2012

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

MÉTHODES D'EXTRACTION ET DE DÉCOMPOSITION DE LA TRAÎNÉE POUR
DES ÉCOULEMENTS PERMANENTS ET TRANSITOIRES

présentée par : GARIÉPY Martin

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiæ Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. PELLETIER Dominique, Ph.D., président

M. TRÉPANIÉ Jean-Yves, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. MASSON Christian, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. LAURENDEAU Éric, Ph.D., membre

M. PARASCHIVOIU Marius, Ph.D., membre

*À mes deux amours, Mathis et Thomas,
pour toutes ces soirées où j'étais absent
pour toutes ces soirées où je n'étais présent que physiquement
je vous dédie ce travail...
Puisse-t-il vous démontrer que même si on n'est pas le plus intelligent
que même si on n'est pas le plus talentueux
la clef de votre réussite sommeille en vous...*

REMERCIEMENTS

À mes chers parents, la réalisation de cette thèse est le fruit de l'éducation que j'ai reçue, des valeurs fondamentales qui m'ont été inculquées, ainsi que de la confiance que vous avez su faire germer en moi à la suite d'un malheureux incident dont nos mémoires personnelles gardent quelques vagues souvenirs.

Plus particulièrement, je tiens à remercier ma mère pour son soutien autant affectif que financier, pour ses nombreux encouragements, pour le courage exemplaire qu'elle m'a démontré en affrontant un problème autrement plus complexe que les miens. Je tiens aussi à remercier mon père, pour ses nombreux conseils sur le doctorat, pour la communication de son expertise dans le domaine de l'éducation, pour la formation de mon esprit cartésien et méthodique ainsi que pour ses nombreuses heures de correction de mon français si médiocre. Je veux que tu saches, papa, que tu a été pour moi une source d'inspiration dans la réalisation de cette thèse.

Je tiens à remercier le Professeur Trépanier, mon directeur de recherche, d'abord et avant tout pour la confiance qu'il a su me témoigner en me prenant sous son aile dans ce long périple de plusieurs années. Sans aucune exagération, cette thèse n'aurait sûrement jamais vu le jour n'eusse été de ce directeur de recherche. Pour une guidance extraordinaire, pour avoir su développer chez moi la capacité d'autonomie, pour une disponibilité hors du commun, et finalement pour de judicieux conseils, merci.

Je tiens à remercier Jean-Yves Trépanier, un collègue de travail et un ami que j'ai su découvrir au fil des années. Pour toutes tes promesses que tu as su tenir, pour tous les efforts que tu as fournis pour que je ne manque jamais de rien, pour ta précieuse écoute quand ma confiance me quittait, pour nos nombreuses séances de rire qui valent plus cher que n'importe quelle séance chez le psy, pour tes judicieux conseils sur la gestion de classe, merci.

Je tiens à remercier le Professeur Christian Masson, mon codirecteur de recherche, pour les précieux conseils qu'il a su me fournir au début de cette thèse, ainsi que pour sa transmission de son savoir au sujet des méthodes de prédiction et de décomposition de la traînée. Ces conseils ont été d'une grande utilité et m'ont permis de sortir la tête d'un épais brouillard!

Je tiens à remercier les membres du jury pour l'attention, le professionnalisme et le temps qu'ils ont mis à corriger cette thèse et à me prodiguer de judicieux conseils.

Je tiens à remercier Eddy Petro, un collègue de travail, un colocataire discret, et un ami. Eddy, mon rayon de soleil lors des journées de pluie. Outre les bons moments passés ensemble à rire et "chialer" sur l'autoroute 40 tout comme sur les UDF, je tiens à te remercier pour toutes les fois où tu m'a prodigué de judicieux conseils et une aide venue du ciel pour

comprendre l'incompréhensible.

Je tiens à remercier Christophe Tribes, un collègue de travail et un ami. Si notre relation était un biscuit Oréo, tu serais les deux morceaux de chocolat : tu étais là au début et à la fin ! Merci pour ton support et tes judicieux conseils pour la rédaction de cet ouvrage. Ces derniers ont permis de solidifier les fondations de cette thèse. Merci aussi pour mon apprentissage de la langue française. Lorsqu'il y aura une couille dans le potage, je saurai qu'il y a une baleine sous gravillon.

Je tiens à remercier Benoît Malouin pour sa présence et sa gaiété (italienne ?). Benoit fut pour moi un guichet automatique dont le débiteur était détraqué. Sans farce, ta présence a su rendre des plus agréables ce doctorat. Je ne pourrai jamais oublier nos nombreuses heures de "chialage" sur les péquistes et les BS !

Je tiens à Sébastien Leclaire, un collègue de travail et ami. Nos nombreuses discussions durant les heures de pointe ont influencé cette thèse d'une façon positive. Je n'oublierai jamais qu'il existe des rallonges pour les manteaux de cuir.

En terminant, je tiens à remercier la fondation J-Armand Bombardier, le CRSNG ainsi que le motoriste Pratt&Whitney Canada pour le support financier fourni à la Chaire de recherche IDEA. Sachez que ce support financier a été vital pour un étudiant père de deux enfants.

RÉSUMÉ

Au début des années 2000, une puissante méthode d'extraction et de décomposition de la traînée, applicable à des solutions numériques, a été proposée. Cette méthode possède l'avantage de pouvoir offrir une décomposition physique de la traînée en termes de traînée d'onde, traînée visqueuse, et traînée induite. Elle offre à l'ingénieur aérodynamicien la possibilité d'optimiser localement les différentes configurations externes relativement à l'identification physique des zones responsables de la production de la traînée. Le deuxième avantage de cette méthode est qu'elle permet d'identifier, d'extraire, et de quantifier la traînée numérique inhérente à tous calculs CFD. La quantification de la traînée numérique est un atout majeur pour l'ingénieur, car son extraction lui permet d'obtenir un niveau élevé de précision sur le calcul du coefficient de traînée sur des grilles de tailles moyenne à grossière. Cette possibilité revêt un caractère d'une importance capitale lors d'un processus d'optimisation, car elle permet de diminuer radicalement le temps machine requis pour obtenir une solution précise.

Axes de recherche généraux

Malgré son utilisation de plus en plus répandue dans des centres de recherche et chez certains constructeurs aéronautiques tels qu'Airbus, Bombardier Aéronautique et DLR, la méthode originale, datant de 2003, n'a été l'objet que de peu d'améliorations au fil des années. Qui plus est, cette méthode souffre de certaines lacunes importantes qui diminuent son intérêt auprès des industriels. Le premier axe de recherche a donc été d'améliorer la méthode d'extraction et décomposition de la traînée en proposant des solutions concrètes aux différentes lacunes identifiées. De plus, jusqu'à présent, cette puissante méthode ne peut s'appliquer qu'à des écoulements en régime permanent et aucune méthode ne permet l'extraction et la décomposition de la traînée pour des écoulements en régime transitoire. Or, de plus en plus de champs de recherche lancent des signaux clairs qu'une telle méthode serait un atout majeur à leur discipline. À titre d'exemple, on peut considérer le développement de drones à ailes battantes, ou encore, l'étude de la traînée générée par les pales d'un hélicoptère. C'est dans cette optique que s'inscrit le deuxième axe de recherche de cette thèse qui vise à développer une méthode d'extraction et de décomposition de la traînée pouvant s'appliquer à des écoulements évoluant autant en régime permanent que transitoire.

Contributions scientifiques

Tel que spécifié dans la section précédente, le premier axe de recherche vise à améliorer la méthode actuelle en corrigeant certaines de ses carences. Une première lacune de la méthode actuelle est la nécessité de devoir calculer numériquement le gradient d'une certaine fonction. Le calcul d'un gradient est une opération complexe qui nécessite de connaître la topologie du maillage, ainsi que le schéma de discrétisation du solveur, pour pouvoir fournir une évaluation précise du coefficient de traînée. Ces deux derniers faits rendent donc cette méthode dépendante du processus de résolution de la solution numérique, et n'est donc pas une méthode de post-traitement indépendante de la simulation numérique, comme elle devrait supposément l'être. La première contribution de cette thèse est de proposer une nouvelle formulation, sans gradient, permettant de calculer les diverses formes de traînée sous forme d'intégrales surfaciques de flux évalués aux faces des cellules. Cette nouvelle méthode suit donc la philosophie de la méthode des volumes finis et devient alors indépendante de la topologie du maillage et du type de schéma de discrétisation choisie, la rendant ainsi plus universelle. La nouvelle approche de calcul sans gradient a été testée et a démontré un niveau de précision égale à l'approche avec gradient dans le calcul des diverses traînées. Par contre, cette nouvelle approche est nettement plus facile à implémenter et est moins sensible au niveau de la convergence de la simulation.

Une deuxième lacune de la méthode actuelle est qu'il n'existe aucun critère de convergence des simulations numériques à post-traiter permettant de s'assurer que l'extraction et la décomposition de la traînée donneront des résultats précis. En effet, contrairement à la méthode classique de calcul de la traînée qui consiste à intégrer les forces agissant sur une configuration, il n'est pas possible de juger de la convergence d'une simulation sur la stabilisation du coefficient de traînée. Jusqu'à présent, les chercheurs préconisent une convergence absolue (epsilon machine) pour s'assurer d'une précision exacte des résultats. Dans l'optique d'optimisation, cette convergence absolue est utopique au niveau industriel, car lorsqu'il est possible d'atteindre un tel niveau de convergence, le temps machine requis est outrageusement disproportionné comparé au gain en précision gagné. La deuxième contribution de cette thèse est de présenter un critère de convergence basé sur l'entropie qui permet de juger de la convergence d'une simulation numérique. Il sera démontré que ce critère permet d'obtenir des résultats ayant une marge d'erreur de moins de 1% sur le calcul du coefficient de traînée, et que le temps requis pour obtenir cette solution est de 75 à 91% moins long que celui pour obtenir une solution dont la convergence est absolue.

Le deuxième axe de recherche de cette thèse est la généralisation de la méthode actuelle à des écoulements évoluant en régime transitoire. Ce développement a demandé de revoir

certaines hypothèses et approches utilisées dans le développement de la méthode actuelle qui seront discutées dans les prochains paragraphes.

En premier lieu, lors de la dérivation de la méthode originale, l'auteur a émis l'hypothèse que la variation de pression sur le plan de sortie devrait théoriquement être due uniquement à la présence de tourbillons de sillage. Ainsi, l'auteur prétend que cette variation est de cause purement réversible et le démontre de façon analytique. Quoique manifestement vraie dans le cas d'un écoulement subsonique, cette preuve ne tient pas lorsqu'on considère un écoulement transsonique, ce qui constitue le maillon faible de cette méthode. La troisième contribution scientifique a consisté à valider cette preuve théorique par une étude paramétrique exhaustive des conditions pouvant affecter la pression sur le plan de sortie. Entre autres, cette étude a mesuré l'impact de la viscosité, de la présence d'une onde de choc et de son intensité, et finalement de l'angle d'attaque, sur la variation de la pression sur le plan de sortie. L'étude a conclu que ni la viscosité ni la présence d'une onde de choc avaient aucun impact sur la variation de pression ; seul l'angle d'attaque y joue un rôle. La variation de pression sur le plan de sortie est donc essentiellement causée par les tourbillons de sillage, un phénomène de nature réversible.

La méthode d'extraction et de décomposition de la traînée qui est traitée dans cet ouvrage est basée sur une décomposition thermodynamique du déficit de vitesse axiale sur le plan de sortie. La formulation originale de ce déficit, qui requiert l'évaluation d'une racine carrée d'une fonction de l'entropie, n'est pas définie partout sur le domaine de calcul en raison d'un radical pouvant devenir négatif sous certaines conditions. Mathématiquement choquant, il n'en demeure pas moins que les conséquences de ce problème peuvent quand même être évitées pour la majeure partie des écoulements étudiés. Par contre, cela nécessite une intervention humaine, ce qui manifestement met un bémol sur son utilisation dans un processus automatisé. Deuxièmement, ce problème peut devenir majeur dans le cas d'un écoulement instationnaire. La quatrième contribution de cette thèse est de proposer une nouvelle formulation du déficit de vitesse axiale qui a l'avantage d'être une fonction continue en tous points du domaine, son radical étant de l'ordre de la magnitude de la vitesse au carré. Cette nouvelle formulation a été comparée à la formulation originale pour plusieurs cas tests. Il a été démontré que pour les cas où il n'y a pas de séparation, ou encore, lorsque cette séparation est faible, les résultats sont identiques. Par contre, dans le cas où la séparation est forte (proche du décrochage), la nouvelle méthode permet d'obtenir un niveau de précision plus grand que la forme originale. De plus, dans tous les cas, la nouvelle formulation ne nécessite aucune intervention humaine.

La dernière et principale contribution scientifique de cette thèse est de proposer une nouvelle méthode d'extraction et de décomposition de la traînée applicable aux écoulements tant instationnaires que permanents. La nouvelle méthode permet de décomposer physiquement

la traînée en termes de traînée d'onde, traînée visqueuse, traînée induite et traînée causée par des fluctuations instationnaires. Ce "nouveau" type de traînée est en partie causé par la variation d'enthalpie totale qui, contrairement à un écoulement évoluant en régime permanent, peut ne pas être négligeable dans un écoulement évoluant en régime transitoire. Malgré le caractère très théorique de ce développement, cette méthode a été testée sur deux cas de validation. Le premier cas a servi à tester la situation où le référentiel est inertiel, le régime transitoire étant simulé avec une condition à la frontière de nature instationnaire. Le deuxième cas a servi à tester la situation où le référentiel n'est pas inertiel, le régime transitoire étant créé par l'oscillation du maillage. Les deux cas tests ont permis de valider cette méthode en livrant des résultats précis concordant avec les prédictions théoriques.

ABSTRACT

At the beginning of the 21st century, a powerful method of extraction and decomposition of the drag, relevant to numerical CFD solutions, was proposed. This method has the advantage of providing a physical breakdown of the drag in terms of wave drag, viscous drag, and induced drag. It therefore offers the aerodynamic engineer the possibility of optimizing the different external configurations relative to the physical identification of the physical zones of drag production. The second advantage of this method is the possibility of identifying, extracting, and quantifying the spurious drag inherent to all CFD solutions. The quantification of the spurious drag is a major asset for engineers because its extraction allows to obtain an high level of accuracy on the computed drag coefficient on coarse to medium grids. This possibility is of the utmost importance during an optimization process because it allows to drastically decrease the required CPU time to obtain an accurate solution.

Research axes

Despite its use in research centers and in aircraft manufacturers such as Airbus and DLR, the original method, dating from 2003, has suffered little improvement over the years. Moreover, this method possesses some significant drawbacks that limit its widespread use in the industries. The first research axis of this thesis was therefore to improve the drag extraction and decomposition method by proposing concrete solutions to the various identified deficiencies. Moreover, until now, this powerful method can only be applied to steady flows and no method allows the extraction and decomposition of the drag for unsteady flows. However, more and more research fields show clear signals that such method would be a major asset. For example, one can consider the development of drones with flapping wing, or the study of drag produced by the rotating blades of an helicopter. It is from this perspective that the second research axis was developped; as such it aims at the development of a drag extraction and decomposition method relevant to both steady and unsteady flows.

Scientific contributions

As indicated above, the first research axis aims to improve the actual method by correcting some of its weaknesses. The first deficiency of this method is the necessity to numerically compute the gradient of a certain function. The calculation of a gradient is a complex task which requires to know the topology of the mesh, as well as the discretization scheme used, to give an accurate evaluation of the drag coefficient. The last two facts make this method

dependant of the resolution process of the numerical solution, and so this method is not a post treatment method independent of the numerical solution, as it should presumably be. The first contribution of this thesis is to propose a gradient-free formulation, allowing the computation of the various type of drag with surface integrals of flux evaluated at the faces of the cells. This new method then follows the philosophy of the finite volume method and becomes independent of the topology of the mesh, and of the type of the selected discretization scheme, yielding this method to be more universal. This new gradient-free version has been tested and showed a level of accuracy equal to the approach with gradient in the computation of the various types of drags. However, this new approach is easier to implement and is less sensitive to the degree of convergence of the solution.

The second drawback of the actual method is that there is no convergence criterion of the numerical solutions to ensure that the drag extraction and decomposition method leads to accurate results. As such, opposite to the classical method of drag computation, which consists of integrating the forces acting on a configuration, it is not possible to judge the convergence of a simulation on the stabilization of the drag coefficient. Until now, the researchers recommended an absolute convergence (machine accuracy) to ensure accurate results. In the perspective of an optimization process, this absolute convergence is an utopia at an industrial level because in order to reach such convergence level, the CPU required time is outrageously disproportionate compared to the gain in accuracy. The second contribution of this thesis presents a convergence criterion based on the entropy, which allows to judge the convergence of a numerical solution. It will be shown in this thesis that this criterion leads to accurate results with an error margin of less than 1% on the computed drag coefficient, and that the CPU time required to reach convergence is of 75 to 91% less longer compared to the required time to fully converged a CFD solution.

The second research axis of this thesis is the generalisation of the actual method to the flows evolving in unsteady state. This development has required reviewing some assumptions and methodology used in the development of the actual method, which will be discussed in the paragraphs.

First, while deriving the original method, the author emitted the assumptions that the pressure variation on the outlet plane should be theoretically due solely to the presence of wake vortices. The author therefore assumes that this variation is caused solely by reversible process, and he shows the proof in a theoretical manner. Though obviously true in the case of a subsonic flow, this proof does not hold when one consider a transonic flow, and this fact constitute the weakest link of this method. The third scientific contribution of this thesis consists of validating this theoretical proof by an exhaustive parametric study of the conditions which could affect the variation of pressure on the outlet plane. Among other

things, this study measured the impact of the viscosity, the presence and the intensity of a shock wave, and finally the angle of attack, on the pressure variation on the outlet plane. The study concluded that the viscosity and the presence of a shock wave had absolutely no impact on the pressure variation; only the angle of attack played a role. The conclusion of this study is therefore that the pressure on the outlet plane is mainly caused by the wake vortices, and consequently, by a reversible phenomenon.

Secondly, the drag extraction and decomposition method treated in this work is mainly based on the thermodynamic decomposition of the axial velocity defect on the outlet plane. However, the original formulation of this defect, which is the square roots of a function based on entropy, is not defined everywhere in the computational domain because the radical of this square roots can become negative under some conditions. Mathematically offensive, this problem can be avoided for most of the encountered flows when using this method. However, this requires a human intervention which is obviously a drawback on its utilization in an automated optimization process. Secondly, this problem can become major when dealing with unsteady flows. The fourth contribution of this thesis is to propose a new formulation of the axial velocity defect, which has the advantage of being a continuous function on all the computational domain, its radical being of the order of the magnitude of the square of the velocity. This new formulation has been compared to the original formulation for many test cases. It has been shown that for cases without flow separation, and for flows with weak separation, results are equal. However, in the case of a strong separation (near stall), the new method shows a higher level of accuracy than the original formulation. Moreover, in all cases, the new formulation do not requires a human intervention.

The last and scientific contribution of this thesis propose a new drag extraction and decomposition method which can be applied to steady and unsteady flows. This new method allows to physically decompose the drag in terms of viscous drag, wave drag, induced drag, and drag due to unsteady fluctuations. This "new" type of drag is partly caused by the variation of total enthalpy, which, as opposite as a steady flow, can be not negligible. Despite the theoretical nature of this development, this method has been tested on two validation cases. The first test case tested the situation where the reference domain is stationnary and the unsteady state is simulated with a transient boundary condition. The second case tested the situation where the reference frame were non-inertial and the unsteadiness of the flow was caused by the oscillation of the mesh. Both test cases provided results which agreed well with the theoretical predictions, thus validating the developped method.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iii
REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	vi
ABSTRACT	x
TABLE DES MATIÈRES	xiii
LISTE DES TABLEAUX	xv
LISTE DES FIGURES	xvi
LISTE DES ANNEXES	xvii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE	5
CHAPITRE 2 SYNTHÈSE DES CONTRIBUTIONS	14
2.1 Amélioration de la méthode champ lointain actuelle	14
2.2 Développement d'une méthode applicable aux écoulements instationnaires	15
CHAPITRE 3 MÉTHODE DE DÉCOMPOSITION PHYSIQUE DE LA TRAÎNÉE PAR L'APPROCHE EN CHAMP LOINTAIN	17
3.1 Méthode de Destarac	17
3.2 Erreurs numériques	24
CHAPITRE 4 DISCUSSION GÉNÉRALE	26
4.1 Premier axe de recherche : mise en contexte et identification des problématiques	27
4.1.1 Une formulation sans gradient	27
4.1.2 Un critère de convergence pour la méthode d'extraction et de décom- position de la traînée	30
4.2 Deuxième axe de recherche : mise en contexte et problématique	32

4.2.1	Amélioration de la méthode d'extraction et de décomposition de la traînée	34
4.2.2	Développement d'une méthode d'extraction et de décomposition de la traînée applicable à des écoulements en régime transitoire	41
CONCLUSION		47
RÉFÉRENCES		54
ANNEXES		58

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 4.1	Coefficient de traînée calculée sur un profil NACA0012 dans un écoulement non-visqueux et transsonique	30
Tableau 4.2	Décomposition de la traînée pour l'aile ONERA M6 dans un écoulement visqueux, $M = 0.825$	41

LISTE DES FIGURES

Figure 0.1	Les trois phases d'une simulation CFD	3
Figure 1.1	Les zones d'intégration. Source : Van der Vooren et Slooff (1990)	9
Figure 1.2	Contour d'entropie sur un NACA0012 dans un écoulement non-visqueux transsonique	10
Figure 1.3	La frontière du choc telle que définie par Masson <i>et al.</i> (1998)	11
Figure 3.1	Volume de contrôle utilisé dans la méthode de décomposition de la traînée	19
Figure 3.2	Les différentes zones d'intégration	22
Figure 3.3	Le volume d'intégration de la traînée induite. Source : Laurendeau et Boudreau (Toronto, Canada. 2005)	23
Figure 3.4	Décomposition physique de la traînée.	25
Figure 4.1	Courbes de convergence du coefficient de traînée calculé avec la mé- thode champ proche sur différents volume d'intégration pour un profil NACA0012 dans un écoulement à $Ma = 0.85$	33
Figure 4.2	Variation de pression sur le plan de Trefftz pour un écoulement à por- tance nulle et un nombre de Mach variant de 0.6 à 0.9, autour de l'aile ONERAM6.	37
Figure 4.3	Profil NACA0012 dans un écoulement visqueux, $M = 0.4$, $Re_c = 6.5 \times$ 10^6 , et $C_L = 1.0$	39
Figure 4.4	Profil NACA0012 dans un écoulement visqueux, $M = 0.4$, $Re_c = 6.5 \times$ 10^6 , et $\alpha = 16.5^\circ$	40
Figure 4.5	Volume de contrôle pouvant se déformer et tourner sur lui-même	42
Figure 4.6	La décomposition proposée	45
Figure 4.7	Décomposition de la traînée pour un profil NACA0012 oscillant entre -0.5 et 0.5 degrés.	46

LISTE DES ANNEXES

Annexe A	Convergence Criterion for a Far-Field Drag Prediction and Decomposition Method	58
Annexe B	A New Axial Velocity Defect Formulation for a Far-Field Drag Decomposition Method	64
Annexe C	A New Far-Field Drag Decomposition Method Relevant to Unsteady Flows	87
Annexe D	Improvements in Accuracy and Efficiency for a Far-Field Drag Prediction and Decomposition Method	108

INTRODUCTION

Mise en contexte

Pour s'assurer du succès économique d'un avion, l'industrie aéronautique doit d'abord minimiser les coûts de développement, car ceux-ci sont directement liés au nombre d'avions que l'industrie doit vendre avant d'être en mesure de générer des profits. Qui plus est, dans un contexte économique difficile, où le prix du baril de pétrole explose, atteignant un sommet historique de plus de 100 \$ USD le baril¹ et où le coût en carburant d'un aéronef représente 20 % du coût d'opération d'une compagnie aérienne², les avionneurs doivent donc, entre autres, s'assurer que l'avion est économe en carburant et qu'il respecte les normes environnementales.

Pour attaquer le défi que représente la conception d'un aéronef, l'industrie se tourne de plus en plus vers la CFD pour diminuer ses coûts de développement. Depuis son émergence durant les années 70, la fiabilité des résultats numériques a sans cesse augmenté et son rôle au sein du processus de développement est devenu central. À titre d'exemple, on a assisté, depuis l'introduction de la CFD dans le processus de design, au remplacement progressif d'une portion importante des tests en soufflerie, étape hautement onéreuse, par des analyses CFD. Les avions étant déjà des systèmes très optimisés d'un point de vue aérodynamique, l'obtention d'un gain supplémentaire dans ce domaine demande des méthodes de plus en plus sophistiquées.

La traînée est la composante de la résultante des forces aérodynamiques, dirigée dans le sens opposé à la direction de l'avion. Ainsi, pour qu'un avion puisse voler, ses moteurs doivent fournir une poussée égale ou supérieure à cette traînée. L'identification et la quantification de la traînée se retrouvent donc au cœur du processus de design d'un aéronef (Viau (2008)). En ce sens, le défi de l'ingénieur aérodynamicien est d'optimiser les diverses composantes externes d'un avion. Il s'agit d'un long et très onéreux processus itératif. Depuis quelques années, la place de la CFD dans ce processus d'optimisation est devenue prépondérante. Au lieu de fabriquer différentes configurations que l'on teste dans des tunnels aérodynamiques, l'idée est maintenant d'optimiser informatiquement, à l'aide de la CFD, ces différentes configurations pour ensuite ne fabriquer que quelques modèles réduits qui seront soumis à des essais expérimentaux. Un bel exemple d'un processus d'optimisation est celui effectué par Yamazaki *et al.* (2008) qui a couplé une méthode moderne de prédiction de la traînée à un algorithme génétique d'optimisation. Il démontre alors l'impact majeur de cette optimisation dans le pro-

1. source : www.opec.org

2. source : www.IATA.org

cessus de design. Or un tel processus de design doit passer par un calcul précis du coefficient de traînée et par une analyse de l'identification des zones physiques produisant la traînée, d'où le besoin d'une méthode fiable de prédiction de la traînée, mais aussi d'une méthode permettant de décomposer physiquement cette force pour ainsi identifier les parties problématiques de l'aéronef (van Dam (2003a)). Selon les critères de l'industrie aéronautique, le calcul CFD devrait optimalement permettre la prédiction du coefficient de traînée à un point de traînée³(van Dam (2003a)). Plusieurs études ont démontré l'impact d'un point de traînée sur l'efficacité et la performance d'un avion. À titre d'exemple, Meredith (1993) a démontré que, pour un avion de ligne long-courrier, un point de traînée équivaut à une charge utile de 91 kg.

Pour être en mesure de calculer avec précision le coefficient de traînée, plusieurs facteurs importants sont à considérer. Selon van Dam (2003a,b), ces facteurs critiques sont les suivants :

- La fidélité de la reproduction de la géométrie ;
- La qualité du maillage ;
- Le solveur adapté à la simulation que l'on effectue ;
- Le niveau de convergence ;
- La prédiction de la transition ;
- Le modèle de turbulence ;
- Les méthodes d'extraction de la traînée.

Trois phases distinctes sont nécessaires lors d'une simulation CFD. La première phase, dite de prétraitement, est reliée à la préparation de la géométrie. La deuxième étape, la phase de traitement, est la simulation CFD elle-même qui consiste à bien définir les paramètres de la simulation CFD (conditions aux limites, type de solveur, modèle de turbulence, etc.) et d'effectuer le nombre d'itérations requises pour résoudre les équations différentielles régissant l'écoulement, et ce, jusqu'à l'obtention d'une solution convergée. Finalement, la troisième et dernière phase, dite de post-traitement, consiste à traiter ces données numériques. C'est lors de cette étape que le coefficient de traînée est calculé. La figure 0.1 résume ces trois étapes.

Il existe trois façons de calculer la traînée, soit l'approche champ proche, l'approche champ lointain, ou encore, par une approche semi-empirique. Les prochains paragraphes présentent brièvement ces trois méthodes, ainsi que leurs avantages et inconvénients.

La méthode champ proche consiste à intégrer les contraintes pariétales agissant sur une configuration donnée. Cette méthode permet une décomposition mécanique de la traînée en terme de forces de pression et de forces visqueuses. Cette approche présente peu d'intérêt pour l'ingénieur aérodynamicien, car il n'est pas en mesure de cibler quelle partie de la

3. un point de traînée équivaut à $1/10000$ de C_D

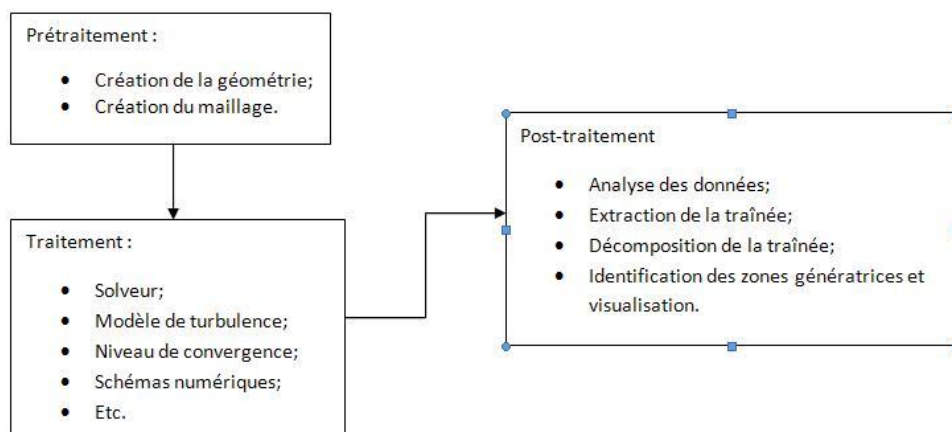


Figure 0.1 Les trois phases d'une simulation CFD

configuration est responsable de la production de la traînée ; une optimisation aérodynamique basée sur cette décomposition est donc une mission délicate et difficile.

L'approche semi-empirique est celle la plus couramment utilisée chez les constructeurs aéronautiques. Cette approche permet une décomposition physique de la traînée en terme de traînée visqueuse (Cd_0), traînée induite et traînée d'onde. La traînée visqueuse est basée sur la formule analytique de Squire et Young (1938) qui met en relation les propriétés de la couche limite, telles le déplacement, et son épaisseur, à la traînée. La traînée induite est calculée à l'aide de la théorie de l'aile portante et du coefficient d'Oswald, tandis que la traînée d'onde est calculée par la formule de Lock (1962). Cette approche permet donc une optimisation aérodynamique en fonction de la décomposition effectuée. Par contre, son principal désavantage est qu'elle requiert la connaissance de données empiriques préexistantes. En effet, l'ingénieur aérodynamicien ne calcule pas directement chaque type de traînée, mais calcule plutôt la différence entre la traînée de la configuration étudiée et une configuration de référence. Ainsi, en émettant l'hypothèse que les erreurs numériques sont relativement constantes, l'analyse des deltas de coefficient de traînée par rapport à la configuration de référence permet d'annuler la contribution de la traînée numérique. Face aux résultats de l'analyse, l'ingénieur est donc en mesure d'optimiser la partie externe de la configuration la plus problématique. À titre d'exemple, supposons qu'un ingénieur calcule que la traînée d'onde présente un différentiel de +20 points de traînée d'onde, mais que les traînées induite et visqueuse ne présentent pas de différence avec la configuration de référence, l'ingénieur est donc en mesure de corriger la situation en amincissant le profil. Cette méthode présente par contre deux désavantages majeurs. D'abord, l'ingénieur doit avoir à sa disposition une configuration de référence, ce qui n'est pas toujours le cas. Ainsi, lors du design du *C-Series*

du constructeur Bombardier Aéronautique, aucune configuration de référence n'était disponible à des fins de comparaison. Le deuxième désavantage est l'hypothèse que les erreurs numériques sont relativement constantes entre chaque simulation numérique, ce qui n'est pas nécessairement vrai, et surtout, l'impossibilité de quantifier ces erreurs.

L'approche champ lointain est dérivée du principe de conservation de la quantité de mouvement. Cette approche permet une décomposition physique de la traînée identique à celle de l'approche semi-empirique présentée précédemment. De plus, elle offre aussi des avantages supplémentaires. En particulier, cette méthode ne nécessite pas d'avoir à sa disposition une configuration de référence, ce qui permet son utilisation sur n'importe quel type de configurations, y compris des configurations exotiques telles que, par exemple, l'avion à aile fusionnée. Un deuxième avantage majeur de cette approche est qu'elle permet d'extraire et de quantifier la traînée numérique⁴ inhérente à tous calculs CFD. Or ce dernier avantage est d'une importance capitale, car la traînée numérique est directement reliée à la finesse du maillage. Ainsi, comme il en sera discuté dans une section ultérieure, il est possible d'obtenir une bonne précision sur le calcul du coefficient de traînée sur des maillages de tailles moyenne à grossière. Or ce fait est aussi important dans un processus de design, car malgré la puissance de calcul des ordinateurs, la résolution CFD d'un maillage de taille fine sur une configuration complexe présente encore aujourd'hui des temps de calcul prohibitifs.

4. La traînée numérique, de l'anglais "spurious drag", est causée par des erreurs numériques. Sa production sera discutée en détail au chapitre III.

CHAPITRE 1

REVUE DE LITTÉRATURE

Ce chapitre présente une revue de la littérature sur les méthodes d'extraction et de décomposition de la traînée. Il est important de rappeler au lecteur que les méthodes de prédiction et de décomposition de la traînée que nous traitons dans cet ouvrage sont des méthodes applicables en post-traitement d'une solution numérique et ne font donc pas partie intégrante de la solution elle-même. De plus, seules les méthodes applicables en champ lointain seront considérées dans cette revue. Les méthodes dites de plan de sillage, surtout applicables aux données expérimentales, ne seront pas couvertes dans cette revue. Le lecteur désirant avoir plus d'information sur la méthode du plan de sillage peut consulter, entre autres, les ouvrages de : Kusunose (2003, 1998); Kusunose et Crowder (2002); Kusunose *et al.* (1999); Chao et van Dam (2006, 1999); Giles et Cummings (1999); Giles et Hunt (1999); Meheut (2006); Méheut et Bailly (2008, 2005); Zhu *et al.* (2007).

Avant de débiter cette revue de littérature, il est bon de rappeler au lecteur les deux façons de calculer la traînée, soit par la méthode en champ proche¹, soit par la méthode champ lointain².

La méthode champ proche consiste à intégrer les contraintes pariétales agissant sur le profil :

$$D_{nf} = \int_{SA} (p - p_{\infty}) \vec{n}_x - (\vec{\tau}_x \cdot \vec{n}) dA \quad (1.1)$$

Cette méthode conduit naturellement à une décomposition mécanique de la traînée en termes de forces de pression et de forces visqueuses.

La deuxième méthode pour calculer la traînée, la méthode champ lointain, est basée sur l'équation de la conservation de la quantité de mouvement :

$$D_{ff} = - \int_{ST} ((p - p_{\infty}) \vec{n}_x + \rho(u - u_{\infty})(\vec{v} \cdot \vec{n}) - (\vec{\tau}_x \cdot \vec{n})) dA \quad (1.2)$$

Cette dernière équation peut être intégrée sur un plan de Trefftz³, ou encore, à l'aide du théorème de la divergence, intégrée volumiquement sur le domaine de calcul. L'analyse

1. de l'anglais, "near-field method"

2. de l'anglais, "far-field" method

3. Un plan de Trefftz est par définition perpendiculaire au sillage et est situé à une distance infinie en aval de la configuration

de la méthode champ lointain démontre, au premier abord, une décomposition encore une fois mécanique en termes de forces de pression, de forces visqueuses et de forces causées par le changement de quantité de mouvement. La décomposition physique de la traînée n'est pas naturelle et doit passer par des manipulations algébriques et la formulation de certaines hypothèses.

Avant même l'apparition des premiers codes numériques, il existait une décomposition physique de base de la traînée en termes de traînée induite et de traînée d'onde. En effet, la formule classique de la traînée induite, $Cd_i = \int_{S_T} (\Delta v^2 + \Delta w^2) dA$, a été développée il y a très longtemps en partant de l'éq. (1.2) et en utilisant la théorie des petites perturbations : $u = u_\infty + \delta u$, $v = \delta v$ et $w = \delta w$. Cette formulation est obtenue en déplaçant le plan de Trefftz à l'infini aval et en utilisant la loi de Biot-Savard. Cette formulation, encore utilisée aujourd'hui, est valide pour un écoulement subsonique ou transsonique. La traînée d'onde, quant à elle, a été établie en 1956 par Oswatitsch (1956). Cette formulation intègre la variation d'entropie sur un plan de Trefftz. Il est important de rappeler que ces deux formules ont été établies bien avant l'arrivée des codes à écoulements potentiels. Ce sont donc deux formulations théoriques qui, comme nous le verrons bientôt, ont pris des années avant d'être utilisées numériquement.

Avant 1986, les codes numériques donnaient une si mauvaise quantification de la traînée que peu d'auteurs parlaient de leurs calculs, ou même les mentionnaient (Slooff (1986)). Évidemment, il était encore moins question de la décomposer. L'arrivée des codes à potentiels a changé cette approche. Un écoulement potentiel étant non-visqueux et irrotationnel, deux types de traînées physiques sont possibles : soit la traînée d'onde, dans le cas d'un écoulement transsonique, et la traînée induite, dans le cas d'une configuration ayant une envergure finie. La première décomposition de la traînée a donc été faite sur un écoulement potentiel : la traînée induite était alors obtenue par la formulation classique présentée précédemment. Par contre, la formulation d'Oswatitsch ne pouvait pas être utilisée pour calculer la traînée d'onde, car les relations de Rankine-Hugueniot ne sont pas respectées dans un code à écoulements potentiels. Différentes théories font alors surface pour calculer la traînée d'onde en intégrant la génération de masse et de quantité de mouvement artificiels s'effectuant au travers du choc (Van der Vooren et Slooff (1990); Garabedian (1976); van Dam (2003b); Murman et Cole (1971)).

L'apparition des premiers codes Euler change la donne, car les relations de Rankine-Hugueniot sont maintenant respectées. Cela permet de calculer la traînée d'onde avec la célèbre équation d'Oswatitsch (1956), équation obtenue en effectuant un développement au premier ordre du déficit de vitesse axiale dans le champ lointain⁴. Il y a donc déjà, à cette époque, présence d'une décomposition thermodynamique, car l'équation d'Oswatitsch intègre

4. Le déficit de vitesse axial est le terme $(u - u_\infty)$ dans l'éq.(1.2)

la variation d'entropie sur une ligne de courant. La traînée induite se calcule en utilisant la formulation classique. Van der Vooren et Slooff (1990) se rendent alors compte que lorsqu'ils déplacent le plan de Trefftz vers l'aval, la traînée induite diminue. Ce phénomène numérique capte leur attention, car il n'est pas représentatif de la physique réelle des tourbillons de sillage qui peuvent prendre jusqu'à cent cordes pour se dissiper. Après analyse, les auteurs concluent que cette diminution est due au phénomène purement numérique de la dissipation des tourbillons de sillage en dissipation artificielle. Les auteurs se questionnent alors à savoir où placer le plan de Trefftz pour intégrer la traînée induite. Comme nous le verrons plus tard, c'est le travail de Laurendeau et Boudreau (2003) qui permettra de répondre à cette question.

En 1990, Van der Vooren et Slooff (1990) jettent les bases de ce qui deviendra le coeur de la méthode d'extraction et de décomposition de la traînée actuelle : en émettant l'hypothèse d'un écoulement sans traînée induite (2D), ils supposent que les vitesses transversales sur le plan de Trefftz sont nulles. Par l'équation de la quantité de mouvement appliquée sur un volume de contrôle, cela implique que la pression sur le plan de Trefftz est non perturbée. L'équation de la traînée en champ lointain, c'est-à-dire l'éq. (1.2) peut donc se simplifier à l'intégrale des forces causées par le changement de quantité de mouvement. En utilisant la définition de l'entropie, Van der Vooren et Slooff (1990) expriment le déficit de vitesse longitudinale par une fonction dépendante uniquement de l'entropie. Ils trouvent donc une formule leur permettant, dans le cas d'un écoulement sans traînée induite et non-visqueux, de calculer la traînée d'onde. La différence majeure entre cette nouvelle formulation et celle d'Oswatitsch est qu'il ne s'agit plus d'un développement au premier ordre, mais bien de l'expression exacte du déficit de vitesse longitudinale. Vu l'importance de la formulation de ce déficit de vitesse longitudinale dans le développement des méthodes en champ lointain, nous présentons ici sa définition :

$$\Delta u = (u - u_\infty) = u_\infty \left(\sqrt{1 - \frac{2}{(\gamma - 1)M_\infty^2} \left[\left(e^{\frac{\Delta s}{R} \frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right) - 1 \right]} - 1 \right) \quad (1.3)$$

Ce déficit de vitesse longitudinale est une fonction qui devient discontinue lorsque la pression statique devient plus faible que la pression infinie amont. Une nouvelle formulation de ce déficit de vitesse longitudinale, qui est continue en tous points, représente une contribution originale de la présente thèse et sert de pierre angulaire au développement d'une méthode de décomposition de la traînée en régime instationnaire. Finalement, les auteurs démontrent que la formulation de la traînée d'onde ne peut être affectée par la présence de tourbillons marginaux, car ces derniers sont causés par un phénomène réversible d'un point de vue thermodynamique. Il est donc possible de calculer la traînée induite par la différence entre

la traînée totale et la traînée d'onde.

L'apparition des codes Navier-Stokes change encore une fois la donne, car un nouveau type physique de traînée se rajoute maintenant à la traînée induite et à la traînée d'onde : la traînée visqueuse. Malgré cela, l'équation permettant de calculer la traînée d'onde en intégrant la variation d'entropie sur le plan de Trefftz développée pour les codes Euler reste valide ; seulement la définition du type de traînée change : il ne s'agit plus seulement de la traînée d'onde mais bel et bien de la traînée générée par des évolutions irréversibles (traînée d'onde et traînée visqueuse). Or du point de vue de l'ingénieur aérodynamicien, il est important de pouvoir décomposer cette traînée irréversible en traînée d'onde et traînée visqueuse. Van der Vooren et Slooff (1990) tentent alors de séparer les lignes de courant ayant passé au travers de l'onde de choc des lignes de courants ayant passé au travers de la couche limite sur le plan de Trefftz, et ainsi intégrer uniquement dans la zone correspondante au type de traînée. Cette idée est représentée sur la Fig. 1.1. Van der Vooren et Slooff (1990) se rendent rapidement compte que cette décomposition n'est pas valide, car la couche limite possède un effet d'entraînement (suction) qui "attire" les lignes de courant passant au travers du choc. Ainsi, il est physiquement et numériquement impossible de séparer deux zones distinctes dans le plan de Trefftz, car une particule fluide passant au travers du choc, peut, sous l'effet de suction, aussi traverser la couche limite.

En 1986, Yates et Donaldson (1986), partant de la formule d'Oswatitsch, utilisent le théorème de la divergence pour transformer l'intégrale surfacique effectuée sur le plan de Trefftz en intégrale volumique. Ils obtiennent alors une formulation alternative pour la traînée irréversible. Ce type d'intégrale volumique laisse présager la possibilité d'intégrer la traînée d'onde et la traînée visqueuse dans les zones correspondant à leur production. À cette époque, ce développement est plutôt théorique et on se questionne à savoir s'il est numériquement possible d'effectuer ce type d'intégration.

En 1998, Masson *et al.* (1998) analysent les résultats d'une solution CFD d'un profil dans un écoulement transsonique mais non visqueux. Ils sont alors intrigués par la présence d'une "fausse" couche limite autour du profil, associée avec de la production d'une "fausse entropie". Ce phénomène est présentée sur la Fig. 1.2. Ils décident alors de comparer quatre formules pour la traînée d'onde, dont entre autres celle d'Oswatitsch et celle de Van der Vooren et Slooff (1990). Cette dernière est obtenue en intégrant de deux façons l'équation de Van der Vooren et Slooff (1990). En premier lieu, ils intègrent l'équation sur un plan de Trefftz. Les résultats obtenus concordent alors avec ceux obtenus par la méthode champ proche. En deuxième lieu, ils intègrent uniquement autour de la zone du choc, tel qu'illustrée sur la Fig. 1.3. Les résultats sont surprenants. Ils obtiennent alors un coefficient moins élevé. Après analyse, ils constatent que la différence entre les deux résultats est causée par la fausse production d'entropie et que

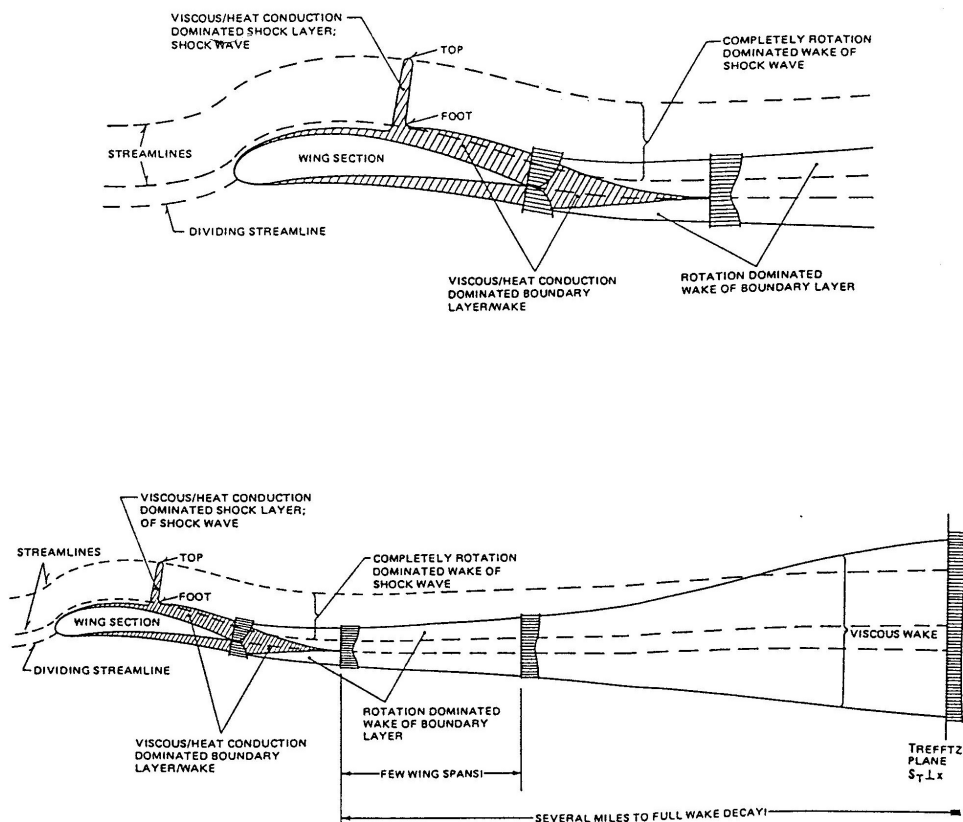


Figure 1.1 Les zones d'intégration. Source : Van der Vooren et Slooff (1990)

cette différence correspond donc à de la traînée numérique. Ils parviennent donc à quantifier et à isoler cette traînée numérique. L'isolation de la traînée numérique est un avancement majeur au niveau des méthodes d'extraction et de décomposition de la traînée. Cette isolation est d'ailleurs au coeur de la méthodologie actuelle.

Alors qu'à l'intérieur de la communauté scientifique, l'historique formule d'Oswatitsch semble être une bonne approximation de la traînée d'onde, Masson *et al.* (1998) démontrent que le fait de négliger les termes d'ordres supérieurs entraîne une sous-estimation de la traînée à mesure que l'on augmente le nombre de Mach. Pour arriver à cette conclusion, ils ont comparé la formulation d'Oswatitsch, qui, rappelons-le, est une approximation du premier ordre, à l'équation exacte, dérivée par Steger et Barrett (1972), reliant la traînée irréversible à la génération d'entropie. Il est important de mentionner qu'au même moment, Schmitt et Destarac (1998) proposent une approche similaire à celle de Masson *et al.* (1998) : ils se proposent d'intégrer cellule par cellule les flux en se basant sur la propriété télescopique de

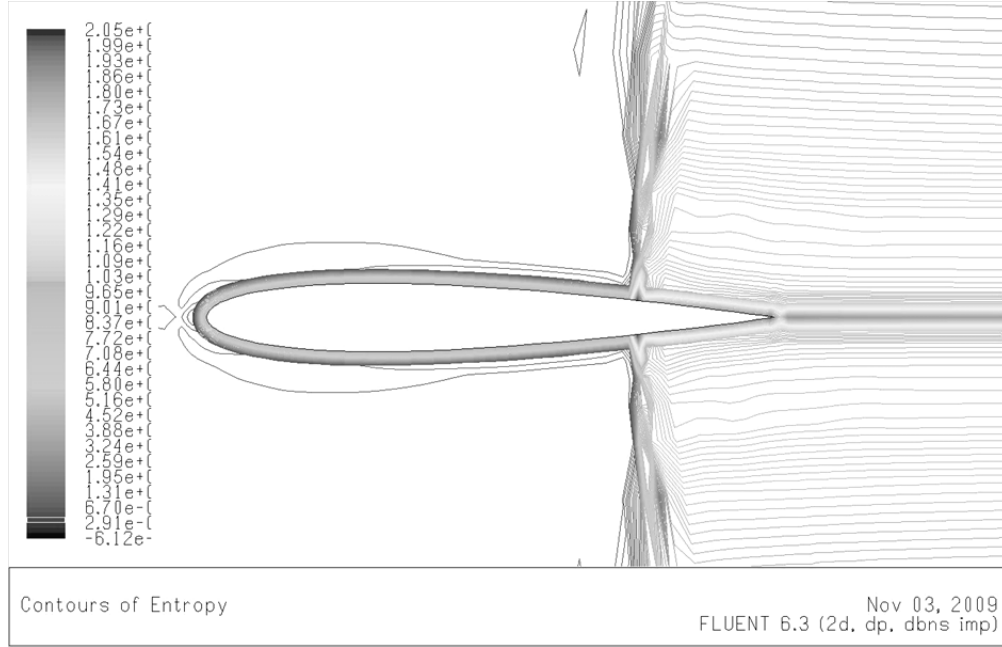


Figure 1.2 Contour d'entropie sur un NACA0012 dans un écoulement non-visqueux transsonique

conservation. Cette approche leur permet alors de visualiser les sources de production de traînée et ainsi être en mesure d'identifier et de quantifier la traînée numérique.

En 1999, Veilleux *et al.* (1999) et Schmitt et Destarac (1998) proposent une nouvelle façon de calculer la traînée induite. En se basant sur le principe que l'énergie cinétique transverse produite par les tourbillons marginaux se dissipe en énergie thermique dans le champ, ils proposent donc d'intégrer, dans le plan de Trefftz, la traînée induite et la traînée numérique. La traînée induite est alors intégrée selon la formule classique tandis que la traînée numérique est calculée en intégrant la variation d'entropie entre le bord de fuite et le plan de Trefftz qui, rappelons-le, est théoriquement nulle, en raison de l'isentropie de l'écoulement après la configuration.

Au début des années 2000, la méthode du plan de Trefftz semble être révolue. Les différents articles font état d'une nouvelle méthode, dite volumique, utilisant le théorème de la divergence. C'est l'origine de la méthode d'extraction et de décomposition qui est utilisée comme base à la présente thèse. Jusqu'à aujourd'hui, seule la traînée induite est parfois intégrée sur le plan de Trefftz à titre comparatif.

Alors que toutes les méthodes présentées précédemment ne permettent pas d'effectuer une décomposition de la traînée irréversible⁵, la technique mise au point par différents auteurs

5. Rappel, la traînée irréversible est la somme de la traînée d'onde, de la traînée visqueuse et de la traînée numérique

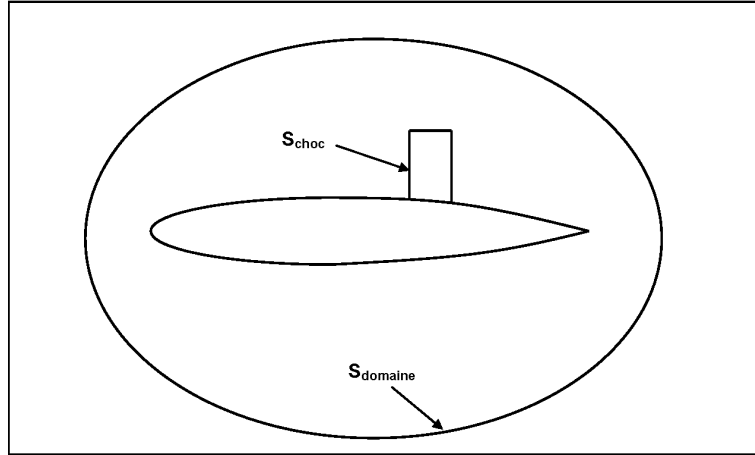


Figure 1.3 La frontière du choc telle que définie par Masson *et al.* (1998)

(Paparone et Tognaccini (2003); Pascarelli et Tognaccini (2000); Tognaccini et Paparone (2000)) et rapportée pour la première fois dans le rapport technique de Laban (2000), propose d'utiliser le théorème de la divergence pour passer d'une intégrale surfacique effectuée sur le plan de Trefftz à une intégrale volumique sur le domaine de calcul. Par la propriété des intégrales volumiques, il est donc possible de décomposer l'intégrale sur le volume de calcul complet en une somme d'intégrales sur chaque cellule individuelle du domaine. Ainsi, il devient possible d'intégrer la traînée irréversible dans les zones physiques de production, c'est-à-dire dans la zone de l'onde de choc et dans la zone de la couche limite et du sillage visqueux. À l'extérieur de ces deux zones, l'intégrale de la traînée irréversible est théoriquement nulle. Or numériquement, ceci n'est pas vrai et la quantité trouvée lors de l'intégration correspond à la traînée numérique. **Il devient donc possible de décomposer la traînée irréversible en traînée d'onde et traînée visqueuse, et de quantifier la traînée numérique inhérente à tous calculs CFD.**

Le prochain défi est maintenant de pouvoir déterminer si une cellule fait partie de la zone de l'onde de choc ou de la zone visqueuse. Alors que les premiers chercheurs définissent cette zone visuellement, de nouvelles techniques, mettant en oeuvre des senseurs, commencent à faire leur apparition. Ainsi, pour déterminer si une cellule fait partie de la zone de l'onde de choc, la plupart des auteurs, y compris celui de cette présente thèse, utilisent le senseur défini par Lovely et Haines (1999) qui calcule le nombre de Mach normal au choc. Ainsi, quand ce senseur est supérieur à 1, la cellule est identifiée comme faisant partie de la zone de l'onde de choc. Pour déterminer si une cellule fait partie de la zone visqueuse, Tognaccini (2003) propose un senseur basé sur le ratio entre la viscosité laminaire et la viscosité turbulente.

Alors que certains auteurs tels que Yamazaki *et al.* (2007) et Tognaccini (2003) utilisent une approximation au deuxième ordre du déficit de vitesse longitudinale lors du calcul de la traînée irréversible, la plupart des auteurs, dont entre autres Destarac (2003) et Esquieu (2003b), utilisent la formulation exacte. Cette dernière est fonction de la variation d'entropie et d'enthalpie totale. Pour une configuration non-motorisée, la variation d'enthalpie totale peut être négligée et le déficit de vitesse longitudinale devient strictement une fonction de l'entropie. Cette formulation a le désavantage d'être non-continue lorsque la pression statique devient inférieure à la pression non-perturbée. Une nouvelle formulation a été proposée par Gariepy *et al.* (2011) qui est continue en tous points du domaine de calcul.

La touche finale à la méthode d'extraction et de décomposition de la traînée utilisée au début de la présente thèse a été apportée par Destarac (2003) qui propose une nouvelle méthode pour intégrer la traînée induite. En se servant de l'éq. (1.2) et de la définition de la traînée irréversible, il propose une nouvelle façon de calculer la traînée induite. En utilisant l'approximation des petites perturbations, Destarac démontre que cette nouvelle formulation est équivalente à la formulation usuelle de la traînée induite. Or Destarac se rend compte que malgré cette nouvelle formulation, la traînée induite se dissipe rapidement dans le champ et que dépendant du volume choisi, il faut aussi intégrer la traînée irréversible dans le champ pour prendre en compte cette dissipation. En 2008, Destarac (2008) démontre que cette dissipation est due au fait que le solveur est incapable de convecter les structures tourbillonnaires sur de longues distances, dû au déraffinement du maillage se produisant généralement dans le champ lointain. En 2008, Laurendeau et Boudreau (Toronto, Canada, 2005) proposent une façon originale de pallier à ce problème en proposant un algorithme basé sur une distance minimale du centre d'une cellule à une paroi de la configuration pour déterminer le volume de contrôle à utiliser lors du calcul des différentes traînées. Ils évitent ainsi cette désagréable conversion de la traînée induite.

Très récemment, Marongiu et Tognaccini (2010) ont proposé une méthode de décomposition de la traînée en approche champ lointain applicable à des écoulements instationnaires. Cette méthode est applicable à des écoulements subsoniques bidimensionnels. Par contre, la philosophie de cette décomposition ne suit pas celle de la méthode d'extraction et de décomposition de la traînée basée sur une décomposition thermodynamique : cette méthode est basée sur le lien qui unit le vecteur de Lamb⁶ à la résultante des forces aérodynamiques. Cela leur permet de décomposer la traînée en termes de traînée due au mouvement d'un corps, traînée due à l'intégrale du vecteur de Lamb et à la traînée due à la dérivée de la vorticité par rapport au temps. Une nouveauté de cette méthode est qu'elle permet aussi de décomposer la portance selon le même schéma que la traînée. Encore plus récemment, Verley (2011)

6. Un vecteur de Lamb est le produit vectoriel de la vitesse avec la vorticité

a proposé une méthode de décomposition de la traînée pour un écoulement instationnaire dans un rotor. Cette méthode, de type champ lointain, est applicable à des écoulements instationnaires, mais sous une approche de Euler-ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian). Cette décomposition est donc très spécifique au cas étudié. Pour une raison inconnue par l’auteur, Verley (2011) ignore le terme instationnaire lors de sa décomposition de la traînée et cette décomposition, présentée uniquement dans le cadre d’une conférence, est discutable.

En date d’aujourd’hui, il n’existe aucune méthode de décomposition physique de la traînée pour des écoulements 2D et 3D subsoniques ou transsoniques en régime transitoire. **La deuxième contribution de cette thèse est de développer une méthode de décomposition physique de la traînée, selon la philosophie d’une décomposition basée sur la thermodynamique des processus en jeu, applicable à des écoulements instationnaires.**

En date d’aujourd’hui, la méthode d’extraction et de décomposition de la traînée de Destarac est la plus performante au niveau de la décomposition, car elle permet une identification physique des zones de production de la traînée. De plus, cette méthode est applicable autant aux maillages structurés qu’aux maillages non structurés. Elle permet d’isoler une partie des erreurs numériques inhérentes aux calculs CFD. Par contre, il n’est pas possible, encore aujourd’hui, d’isoler complètement la traînée numérique, dû au fait que la génération artificielle est inextricablement liée, par la non-linéarité, à la traînée générée par les différents phénomènes physiques. Malgré ce fait, il a été démontré que cette méthode est nettement supérieure à la méthode classique d’intégration en champ proche, qu’elle permet d’obtenir une décomposition physique de la traînée utile à l’ingénieur aérodynamicien, et aussi qu’elle permet d’obtenir une valeur précise du coefficient de traînée sur des maillages de qualité moyenne (Destarac (2003); Esquieu (2003a,b); Yamazaki *et al.* (2005)). Cette méthode sert de pierre angulaire à cette thèse et le prochain chapitre présentera son développement théorique.

La prochaine section présente la synthèse des contributions scientifiques de cette thèse.

CHAPITRE 2

SYNTHÈSE DES CONTRIBUTIONS

Malgré son utilisation de plus en plus répandue dans des centres de recherche et chez certains constructeurs aéronautiques tels qu’Airbus, Bombardier Aéronautique et DLR, l’approche en champ lointain, datant de 2003, n’a été l’objet que de peu d’améliorations au fil des années. Qui plus est, cette méthode souffre de certaines lacunes importantes qui diminuent son intérêt auprès des industriels. Le premier axe de recherche discuté dans cette thèse est l’amélioration de la méthode d’extraction et de décomposition de la traînée en proposant des solutions concrètes aux différentes lacunes identifiées. De plus, jusqu’à présent, cette puissante méthode n’est applicable qu’à des écoulements permanents. Aucune méthode ne permet l’extraction et la décomposition de la traînée d’écoulements transitoires. Or, de plus en plus de champs de recherche lancent des signaux clairs qu’une telle méthode serait un atout majeur à leur discipline. À titre d’exemple, on peut considérer le développement de drones à ailes battantes, ou encore, l’étude de la traînée générée par les pales d’un hélicoptère. Le deuxième axe de recherche de cette thèse présentera la généralisation de la méthode en champ lointain de prédiction et de décomposition de la traînée à des écoulements tant permanents que transitoires.

2.1 Amélioration de la méthode champ lointain actuelle

La méthode champ lointain est applicable lors du post-traitement d’une solution CFD. Or, la précision du coefficient de traînée qui est extrait de cette solution nécessite donc automatiquement par une solution qui doit être physique, précise, et convergée. Ainsi, même si la méthode champ proche, et, par le fait même, le contexte de cette thèse, s’inscrivent dans le post-traitement d’une solution CFD, la résolution revêt donc un caractère capital dans cette étude. Contrairement à la méthode champ proche sur laquelle on peut généralement baser la convergence sur la stabilisation du coefficient de traînée au fil des itérations du solveur, il n’est pas possible de se fier sur ce même critère de convergence lors de l’utilisation de la méthode champ lointain. En effet, la méthode champ lointain est basée sur une décomposition thermodynamique de la traînée, ce qui entraîne l’utilisation de termes du deuxième ordre lors de son calcul. La stabilisation du coefficient de traînée, en méthode champ proche, indique une convergence sur les termes du premier ordre (en particulier, sur la pression). Se pose alors la délicate question suivante : lors d’une simulation CFD où la méthode champ lointain

sera appliquée comme post-traitement, quand doit-on arrêter les itérations et supposer que cette simulation est convergée ? L’objectif de la première partie de cette thèse est de proposer un critère de convergence fiable qui assure une précision adéquate lors de l’extraction du coefficient de traînée. Cette contribution originale a mené à la publication d’un article dans le journal de l’AIAA (Gariépy *et al.* (2011)) présenté à l’annexe A du présent document.

La méthode champ lointain la plus couramment utilisée est celle de Destarac (Destarac (2003)). Sous sa forme originale, cette méthode requiert l’évaluation d’un gradient lors du calcul de la traînée. Analytiquement, le calcul d’un gradient ne pose généralement pas de problème. Par contre, dans le cas numérique, le calcul du gradient doit nécessiter la connaissance, entre autres, de la topologie du maillage pour être en mesure d’être évalué. Or tel qu’il a été présenté précédemment, la méthode d’extraction et de décomposition de la traînée est une méthode de post-traitement qui devrait pouvoir s’appliquer de façon universelle à n’importe quelle simulation numérique. Le calcul de ce gradient contrevient indirectement à cette notion, car il doit alors tenir compte de l’endroit où le solveur emmagasine l’information (aux noeuds ou au centre des cellules) et le schéma de discrétisation employé par le solveur lui-même pour calculer les divers gradients de la solution. De plus, le calcul du gradient nécessite aussi de connaître les voisins des cellules, donc la topologie du maillage. Un deuxième objectif de cette thèse est de rendre cette méthode indépendante de ces paramètres, et donc plus universelle, en proposant une nouvelle formulation éliminant le calcul d’un gradient.

2.2 Développement d’une méthode applicable aux écoulements instationnaires

Actuellement¹, la méthode champ lointain est uniquement utilisée pour des écoulements stationnaires. Le nombre de situations où cette méthode pourrait se révéler intéressante pour des applications en régime transitoire est grand. Que l’on pense aux drones à aile battante, au nouveau type de rotor à contre-rotation (CROR), ou encore aux avions ”taxi”, ces avions de 100 passagers ou moins servant uniquement à faire des vols de courte distance entre villes voisines. Chacun de ces cas pourrait bénéficier d’une optimisation aérodynamique basée sur la décomposition physique de la traînée. Or jusqu’à présent, aucune méthode, y compris la méthode en champ lointain, n’offre ce type de décomposition. L’objectif général de cette thèse vise à développer, en se basant sur la philosophie de la méthode champ lointain, une technique d’extraction et de décomposition physique de la traînée qui peut s’appliquer aux écoulements transitoires. Ce développement doit passer par la résolution de différents problèmes de la méthode actuelle et sur la formulation de nouvelles hypothèses. À titre d’exemple, la méthode actuelle, en régime permanent, est basée sur l’hypothèse que le champ de pression loin dans

1. Excepté un article de Tognaccinni sur ce sujet qui sera discuté dans la revue de littérature

le sillage est non-perturbé. Manifestement, il n'est pas évident que cette hypothèse puisse être respectée en régime transitoire. Une autre difficulté de la méthode actuelle est qu'elle repose sur l'utilisation d'une fonction non continue lors de la décomposition. En régime stationnaire, il est possible d'utiliser cette formulation sans trop de heurt. Encore une fois, ceci n'est pas nécessairement le cas en régime transitoire. Ainsi, à titre d'objectifs secondaires, on peut mentionner la formulation de nouvelles hypothèses et la définition d'une nouvelle fonction qui devra être continue en tout temps. Finalement, une décomposition pour le régime instationnaire sera proposée et appliquée à quelques cas.

Le prochain chapitre présente une revue de la littérature exhaustive des méthodes en champ lointain. Le chapitre III décrit la méthode d'extraction et de décomposition de la traînée utilisée au début de cette thèse. Le chapitre IV présente une synthèse des contributions scientifiques qui résume les articles soumis et/ou publiés dans les journaux à comité de lecture. Finalement, le chapitre V présente la conclusion de cette présente thèse, ainsi que des recommandations sur des travaux futurs. De plus, en annexe, ce document inclue les quatre articles constituant les principales contributions scientifiques de cette thèse.

CHAPITRE 3

MÉTHODE DE DÉCOMPOSITION PHYSIQUE DE LA TRAÎNÉE PAR L'APPROCHE EN CHAMP LOINTAIN

Ce chapitre présente la méthode d'extraction et de décomposition de la traînée décrite par Destarac (2003). Il s'agissait de la méthode la plus utilisée et la plus avancée au début de cette présente recherche. Une partie importante de cette thèse a d'ailleurs été consacrée à l'amélioration de cette méthode. De plus, elle constitue aussi la base de la méthode d'extraction et de décomposition de traînée applicable à des écoulements instationnaire qui sera présentée au prochain chapitre.

Toutes les équations, notations et démarches présentées dans ce chapitre sont basées sur les articles de Destarac (Destarac (2008, 2003)).

3.1 Méthode de Destarac

En champ proche, la traînée peut être calculée par l'équation suivante :

$$D_{nf} = \int_{S_A} ((p - p_\infty)\vec{n}_x - (\vec{\tau}_x \cdot \vec{n}) dA \quad (3.1)$$

Or, par le principe de quantité de mouvement, la traînée peut aussi être calculée par la somme des forces agissant sur un volume de contrôle. En utilisant la notation du vecteur $\vec{f}$ défini par l'équation suivante :

$$\vec{f} = -\rho(u - u_\infty)\vec{v} - (p - p_\infty)\vec{i} + \vec{\tau}_x \quad (3.2)$$

La traînée peut être calculée en approche champ lointain par l'équation suivante :

$$D_{ff} = \int_{S_O} (\vec{f} \cdot \vec{n}) dA \quad (3.3)$$

S_O représente ici la frontière du volume de contrôle. Par le principe de Newton qui stipule que la résultante des forces qu'exerce le volume de contrôle sur la configuration est égale, mais de signe opposé à la résultante des forces que la configuration exerce sur le volume de contrôle, il est aisé de démontrer que la traînée calculée par la méthode champ lointain est égale, mais de signe opposé, à la traînée calculée par la méthode champ proche :

$$D_{ff} = \int_{S_o} (\vec{f} \cdot \vec{n}) dA = - \int_{S_A} (\vec{f} \cdot \vec{n}) dA = D_{nf} \quad (3.4)$$

L'apparition du déficit de vitesse axiale, $u - u_\infty$, dans l'éq. (3.2), est possible grâce à l'application de l'équation de continuité.

Le coeur de la décomposition de la traînée est basé sur l'identification des phénomènes réversibles et irréversibles. Il est par conséquent naturel d'exprimer la pression et la variation d'enthalpie totale en terme d'entropie. Pour ce faire, il est utile de se rappeler la définition de la variation d'entropie le long d'une ligne de courant :

$$\Delta s = \frac{R}{(\gamma - 1)} \ln \left(\frac{p}{p_\infty} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho} \right)^\gamma \right) \quad (3.5)$$

La variation d'enthalpie totale peut être calculée par l'équation suivante :

$$\Delta H = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{p}{\rho} - \frac{p_\infty}{\rho_\infty} \right) + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} - \frac{u_\infty^2}{2} \quad (3.6)$$

En utilisant les équations (3.5) et (3.6), il est donc possible d'exprimer la pression comme une fonction, entre autres, de l'entropie :

$$p = p_\infty \exp \left(-\frac{\Delta s}{R} \right) \left(1 + \frac{(\gamma - 1)M_\infty^2}{2} \left[1 - \frac{u^2 + v^2 + w^2}{u_\infty^2} + \frac{2\Delta H}{u_\infty^2} \right] \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (3.7)$$

À ce stade, il est important de noter que la pression est mise en relation avec la variation de la vitesse en utilisant l'équation de conservation de l'énergie. Une démonstration complète est disponible dans la thèse de Esquieu (2003a) à l'annexe III. Ainsi, cette équation est donc valide autant pour les écoulements compressible qu'incompressible. L'éq.(3.7) est donc une fonction continue, y compris lorsque le nombre de Mach tends vers zéro. Un passage à la limite permet de démontrer que lorsque $M_\infty \rightarrow 0$, et par conséquent que $u_\infty \rightarrow 0$, alors $p = p_\infty$ dans l'éq. (3.7).

Pour décomposer la traînée, Destarac émet d'abord l'hypothèse d'un écoulement sans traînée induite. Ensuite, il est possible d'émettre l'hypothèse que l'écoulement soit non perturbé sur le plan d'entrée et sur les frontières latérales du domaine. Cette dernière hypothèse est facilement réalisable en plaçant les frontières latérales parallèles aux lignes de courant et à une bonne distance de la configuration. Il est possible de voir ces frontières, notées par le symbole S_∞ , sur la Fig. 3.1.

Sur le plan de sortie, Destarac émet alors l'hypothèse que les composantes de vitesse transversale sont nulles. Ainsi, par l'équation de quantité de mouvement, en supposant que les effets visqueux soient négligeables, il est aisé de démontrer que la pression est non per-

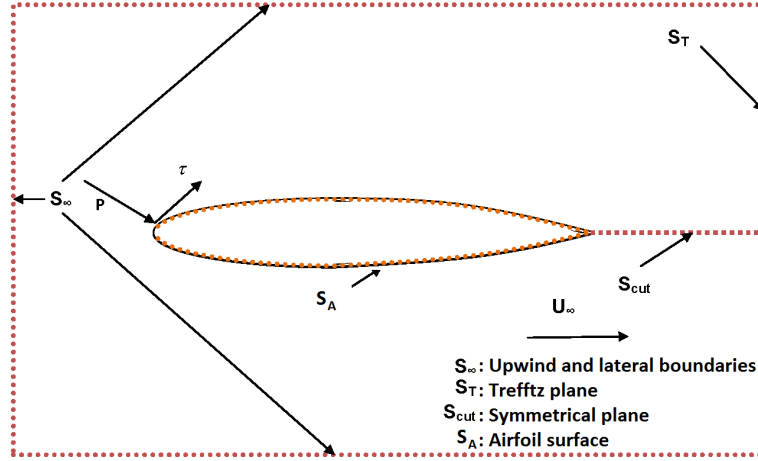


Figure 3.1 Volume de contrôle utilisé dans la méthode de décomposition de la traînée

turbée : $p = p_\infty$. Cette hypothèse constitue le maillon faible de la méthode proposée par Destarac et a été critiquée par plusieurs auteurs, dont entre autres, Kusunose¹. Quoique cette hypothèse soit réaliste pour un écoulement subsonique et qu'elle ait d'ailleurs été démontrée mathématiquement par Tognaccini (2003), sa validité pour un écoulement transsonique n'est pas aussi évidente. Un objectif de cette thèse a été de renforcer cette hypothèse en effectuant une analyse paramétrique pour déterminer quels étaient les facteurs jouant un rôle sur la variation de pression sur un plan de Trefftz. La conclusion de cette étude paramétrique est que la variation de pression sur un plan de Trefftz est majoritairement due à l'angle d'attaque de la configuration, et donc implicitement à l'intensité des tourbillons de sillage. Cette étude sera discutée au chapitre IV. Par conséquent, en vertu de cette hypothèse, il est donc possible d'isoler la composante axiale de la vitesse de l'éq. (3.7) et de trouver une expression pour le déficit de vitesse axiale ($u - u_\infty$) :

$$\Delta \bar{u} = u_\infty \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta H}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \left[\left(\exp \left(\left(\frac{\Delta s}{R} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) - 1 \right) \right]} - u_\infty \quad (3.8)$$

Ce déficit de vitesse axiale constitue le coeur du développement de la méthode de décomposition de la traînée, car il exprime la relation qui existe entre la perturbation de la vitesse axiale sur le plan de Trefftz et la variation d'entropie. En émettant l'hypothèse que la variation de l'enthalpie totale est négligeable, ce qui est manifestement le cas sauf en présence d'une configuration motorisée, alors il est possible de remarquer qu'il y a un déficit de vitesse axiale si et seulement si il y a une variation de l'entropie sur la ligne de courant². Ce déficit

1. Les propos de Kusunose ont été rapportés par Destarac lors d'un échange de courriels avec l'auteur.

2. Rappel : il n'y a pas de traînée induite par hypothèse à ce stade.

de vitesse, tel que décrit par Destarac, constitue aussi un maillon faible de la méthode car son radical peut devenir négatif lorsque la pression statique devient inférieure à la pression non perturbée. Malgré tout, il est quand même possible d'éviter ce problème en choisissant soigneusement les volumes de contrôle, de façon à s'assurer que ce déficit de vitesse soit défini en tout point de la frontière du volume. Quoiqu'il en soit, il peut arriver dans certains cas que la zone de définition soit très grande, enlevant ainsi toute utilité à la décomposition. À titre d'exemple, Meheut (2006) a démontré que dans le cas d'une configuration hyper-sustentée, la zone de non-définition pouvait atteindre facilement jusqu'à une corde derrière le profil. Un des objectifs de cette thèse, tel que discuté au prochain chapitre, sera de présenter une nouvelle formulation du déficit de vitesse axiale dont le radical, étant de l'ordre de la magnitude de la vitesse au carré, est toujours positif.

Sur le plan de Trefftz, avec l'hypothèse que la pression statique est égale à la pression non perturbée, alors la traînée en approche champ lointain devient l'intégrale du changement de quantité de mouvement au travers du domaine. En utilisant la notation de Destarac, $\vec{f}_{vw} = -\rho\Delta\vec{u}\vec{v} + \vec{\tau}_x$, alors la traînée irréversible peut être calculée ainsi :

$$D_{ff} = D_{irr} = \int_{S_T} (\vec{f}_{vw} \cdot \vec{n}) dA \quad (3.9)$$

À ce stade, la décomposition peut être effectuée en termes de traînée visqueuse et de traînée d'onde. D'abord, il est possible d'utiliser le théorème de la divergence pour transformer l'intégrale surfacique de l'éq. (3.9) en intégrale volumique :

$$D_{irr} = \int_{\Omega} (\vec{\nabla} \cdot \vec{f}_{vw}) dV \quad (3.10)$$

Théoriquement, l'éq. (3.10) est nulle en dehors de la zone visqueuse et de la zone du choc, car l'écoulement est réputé isentropique. Par la propriété des intégrales volumiques, il est donc possible de restreindre l'intégration uniquement dans les zones où il y a production d'entropie, ce qui correspond à la zone de l'onde de choc et à la zone où les effets visqueux se font sentir, soit la couche limite et le sillage visqueux. Techniquement, il y a une zone où la traînée visqueuse ne peut être séparée de la traînée d'onde à l'endroit où l'onde de choc intersecte la couche limite. Alors la contribution de cette zone peut être attribuée soit à la traînée d'onde, soit à la traînée visqueuse, ou encore cette contribution peut être séparée en deux et ajoutée respectivement aux deux types de traînée. L'évaluation numérique de l'éq. (3.10) requiert le calcul d'un gradient. Cette opération est délicate et nécessite de connaître certaines données telles que par exemple, la topologie du maillage, ou encore, de connaître si le solveur emmagasine les valeurs aux noeuds ou au centre des cellules. Cette difficulté rend donc cette méthode dépendant du processus de résolution des équations alors qu'elle pourrait

théoriquement être une méthode de post-traitement indépendante pouvant fonctionner à partir d'un fichier d'entrée prédéterminé contenant la position du centre des cellules, ainsi que les diverses valeurs des variables. Un objectif de cette thèse a été de proposer une nouvelle formulation de cette équation ne nécessitant plus l'évaluation d'un gradient, redonnant ainsi l'indépendance à cette méthode et, par ricochet, évitant la génération d'erreurs numériques pouvant survenir lors de l'évaluation dudit gradient. Ainsi, il est possible, en restreignant l'intégration sur la surface des volumes où il y a une production physique de traînée, c'est-à-dire dans un volume entourant l'onde de choc, et dans un volume représentant la couche limite, de calculer la traînée visqueuse et la traînée d'onde par les équations suivantes :

$$D_v = \int_{S_v} (\vec{f}_{vw} \cdot \vec{n}) dA \quad (3.11)$$

$$D_w = \int_{S_w} (\vec{f}_{vw} \cdot \vec{n}) dA \quad (3.12)$$

Ces différentes zones sont illustrées sur la Fig. 3.2. La définition de la traînée numérique se fait maintenant de façon naturelle : en dehors des zones de production d'entropie physique, l'intégrale de l'éq. (3.10) doit être nulle. Or ceci n'est pas nécessairement vrai numériquement, du à la production d'entropie numérique. Cette entropie numérique est généralement causée par les erreurs de discrétisation et par l'ajout de dissipation artificielle et nous y reviendrons à la fin de cette section. Ainsi, l'intégration sur la frontière déterminée par : $S_{sp} = (S_v \cup S_w)'$ permet donc d'isoler et de quantifier la traînée numérique par l'intégrale suivante :

$$D_{sp} = \int_{S_{sp}} (\vec{f}_{vw} \cdot \vec{n}) dA \quad (3.13)$$

Il est à noter que les éqs. (3.11) à (3.13) sont des définitions obtenues dans le cas particulier d'un écoulement sans tourbillon de sillage. Elles sont ensuite transposées au cas général d'un écoulement avec traînée induite. Pour calculer la traînée induite, il est utile de définir le vecteur $\vec{f}_i$ de la façon suivante :

$$\vec{f}_i = \vec{f} - \vec{f}_{vw} \quad (3.14)$$

En utilisant les définitions de $\vec{f}$ et de $\vec{f}_{vw}$, on obtient la définition du vecteur $\vec{f}_i$:

$$\vec{f}_i = -\rho(u - u_\infty - \Delta\bar{u})\vec{v} - (p - p_\infty)\vec{i} \quad (3.15)$$

Par le rappel, la traînée en approche champ lointain se calcule par l'intégrale suivante :

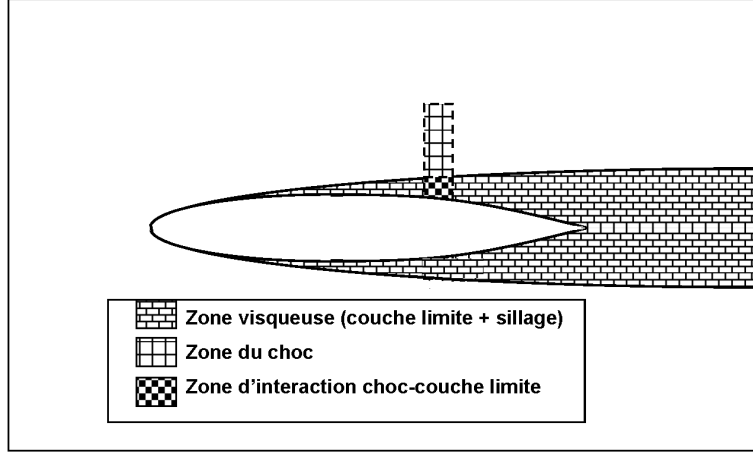


Figure 3.2 Les différentes zones d'intégration

$$D_{ff} = \int_{S_o} (\vec{f} \cdot \vec{n}) dA \quad (3.16)$$

Mathématiquement, en utilisant la définition du vecteur $\vec{f}_{vw}$, on peut réécrire cette équation sous la forme suivante :

$$D_{ff} = \int_{S_o} (\vec{f}_{vw} \cdot \vec{n}) dA + \int_{S_o} (\vec{f}_i \cdot \vec{n}) dA \quad (3.17)$$

La première intégrale représente la traînée irréversible $D_{irr} = D_v + D_w + D_{sp}$ définie précédemment par l'éq. (3.10). La deuxième intégrale, en utilisant le fait que la décomposition physique en traînée irréversible et réversible est $D_{ff} = D_{irr} + D_i$, est donc la définition de la traînée induite :

$$D_I = \int_{S_o} (\vec{f}_i \cdot \vec{n}) dA \quad (3.18)$$

Selon les hypothèses de départ, cette intégrale doit être nulle sur les frontières latérales et amont du domaine de calcul. Ainsi, l'intégrale de la traînée induite peut uniquement être calculée sur le plan de Trefftz. En utilisant l'hypothèse de petites perturbations sur le plan de Trefftz, le développement en série de Taylor de f_i au premier ordre donne :

$$\vec{f}_{i,approx} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\rho_\infty (v^2 + w^2) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

À l'aide de $\vec{f}_{i,approx}$, on retrouve l'expression classique de la traînée induite :

$$D_I = \int_{S_T} (\vec{f}_{i,app} \cdot \vec{n}) dA \quad (3.20)$$

Physiquement, les tourbillons de sillage peuvent prendre plus de 100 cordes avant de se dissiper, mais cela n'est pas vrai numériquement. On peut résoudre cette difficulté en suivant une approche de Laurendeau et Boudreau (Toronto, Canada. 2005) qui consiste à intégrer la traînée induite, *i.e.* l'éq. (3.18), sur la frontière d'un volume rapproché englobant la configuration. Un exemple d'un tel volume est présenté sur la Fig. 3.3.

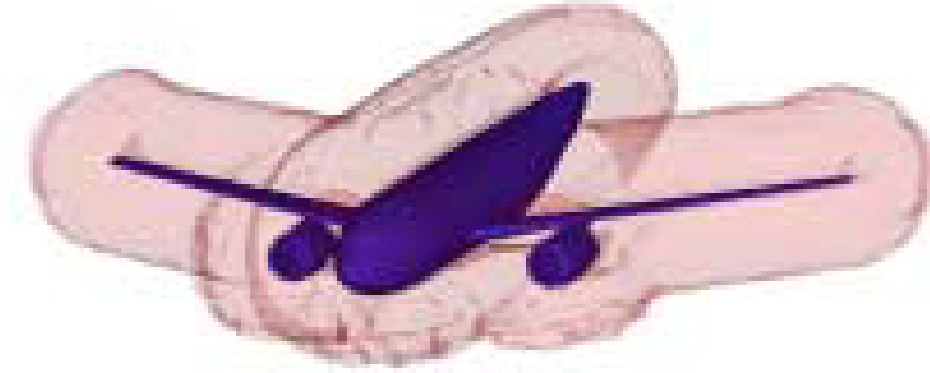


Figure 3.3 Le volume d'intégration de la traînée induite. Source : Laurendeau et Boudreau (Toronto, Canada. 2005)

Ceci conclut la présentation de la méthode d'extraction et de décomposition de la traînée de Destarac, méthode qui constitue la base des recherches présentées dans cette thèse. Avant de présenter les contributions scientifiques de cette recherche, la prochaine section dresse un portrait des sources d'erreurs numériques d'une simulation CFD, et en particulier, de la traînée numérique. Ces notions sont importantes pour comprendre ce que la méthode de Destarac permet de quantifier et de comprendre pourquoi cela augmente la précision du coefficient de traînée.

3.2 Erreurs numériques

Lors d'un calcul CFD, plusieurs erreurs affectent la précision du coefficient de traînée calculé. Les principales erreurs pouvant affecter le coefficient de traînée sont :

1. Les erreurs de discrétisation ;
2. Les erreurs de troncature ;
3. Les erreurs dues à l'ajout de dissipation artificielle ;
4. Les erreurs de modélisations de la turbulence ;
5. Les erreurs reliées à la modélisation de la géométrie.

Ainsi, lorsqu'on calcule numériquement un coefficient de traînée, il se situe dans un intervalle tel que :

$$C_{D,REEL} \in [C_{D,CFD} - \epsilon, C_{D,CFD} + \epsilon] \quad (3.21)$$

où ϵ représente l'erreur totale générée lors du calcul CFD. On peut comparer cette erreur à l'incertitude des mesures lors d'essais en soufflerie. Une partie de ces erreurs sont implicitement contenues à l'intérieur du coefficient de traînée et ne peuvent en aucun cas en être extraites. On peut citer en exemple les erreurs de modélisation de la turbulence ou encore, les erreurs de modélisation de la géométrie. Par contre, certaines erreurs peuvent être explicitées : c'est le cas des erreurs de discrétisation, des erreurs de troncature et des erreurs reliées à l'ajout de dissipation artificielle³. Ce sont ces erreurs que la méthode de Destarac permettent de quantifier, car elles produisent de l'entropie numérique. Or, cette entropie est reliée directement à la production de traînée de nature irréversible. La mécanique permettant l'identification de la traînée numérique consiste donc à intégrer l'éq. (3.10) dans les zones réputées isentropiques, et numériquement, la valeur de cette intégrale correspond donc à la traînée numérique générée. Deux aspects importants sont toutefois à considérer :

1. La production d'entropie est toujours positive. Ainsi, cette production d'entropie dont la magnitude est directement liée à la finesse du maillage, génère une quantité positive de traînée. C'est pourquoi la traînée est toujours surestimée sur des maillages plus grossiers ;
2. La production d'entropie numérique survient aussi dans les zones non-isentropiques de l'écoulement et se mélange avec la production d'entropie reliée à des phénomènes physiques. Cette entropie numérique ne peut être quantifiée à l'heure actuelle.

3. La dissipation artificielle est présente pour lisser les gradients de forte intensité lors de la résolution du système d'équations.

Ainsi, la méthode de Destarac permet de diminuer l'incertitude reliée au coefficient de traînée :

$$C_{D,REEL} \in [C_{D,CFD} - \delta, C_{D,CFD} + \delta] \quad (3.22)$$

où $\delta \leq \epsilon$. Le coefficient calculé contient quand même des erreurs de modélisation de la turbulence, de modélisation de la géométrie, ainsi que des erreurs reliées à la production d'entropie numérique dans les zones non-isentropiques de l'écoulement. La Fig. 3.4 montre la décomposition physique de la traînée effectuée à l'aide de la méthode de Destarac.

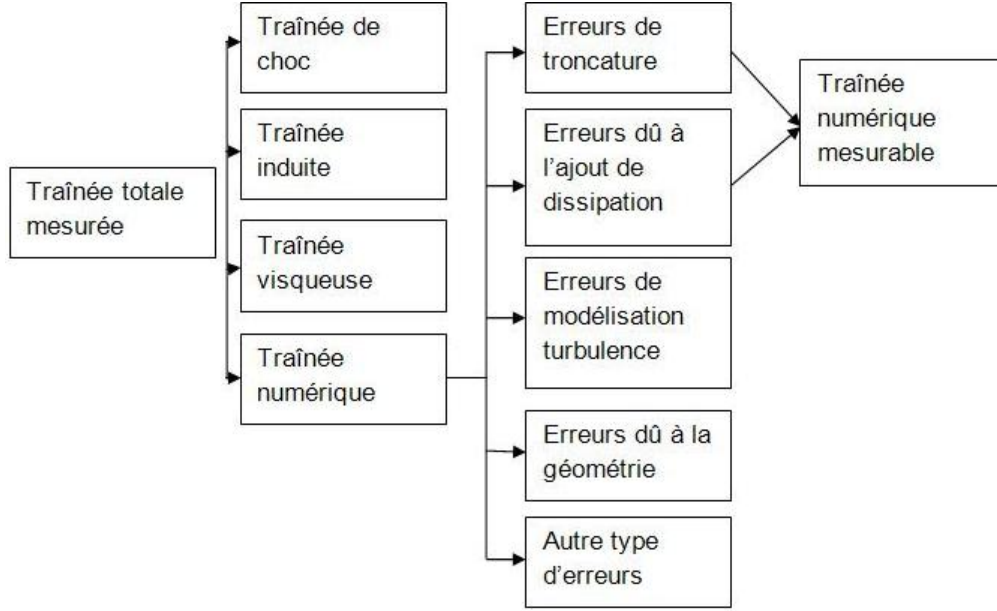


Figure 3.4 Décomposition physique de la traînée.

CHAPITRE 4

DISCUSSION GÉNÉRALE

Ce chapitre présente une discussion générale des contributions scientifiques ayant été faites durant cette thèse. On peut regrouper ces contributions scientifiques sous deux objectifs généraux :

1. Amélioration de la méthode de prédiction et de décomposition de la traînée ;
2. Développement d'une méthode de prédiction et de décomposition de la traînée applicable aux écoulements instationnaires, méthode s'inscrivant dans la philosophie de la décomposition physique thermodynamique de la traînée.

Pour chacun de ces deux objectifs généraux découlent des objectifs spécifiques qui seront présentés dans les sections suivantes. Les contributions scientifiques ont été consignées dans trois articles scientifiques publiés et/ou soumis dans des journaux à comité de lecture. Les contributions ont aussi été consignées dans des articles présentés dans le cadre de conférences internationales. Dans ce chapitre, un condensé de chacun des trois articles scientifiques soumis et/ou publiés sera présenté. Dans l'ordre d'apparition dans les annexes A, B, et C, les trois articles soumis et/ou publiés sont :

1. GARIÉPY, M., TRÉPANIER, J.-Y., et MASSON, C. (2011). Convergence criterion for a far-field drag prediction and decomposition method. *AIAA Journal*, 49 ;
2. GARIÉPY, M. et TRÉPANIER, J.-Y. (2012). A new axial velocity defect formulation for a far-field drag decomposition method. *Article soumis et accepté au CASI Journal, en attente de publication.*
3. GARIÉPY, M., TRÉPANIER, J.-Y. et MALOUIN, B. (2011). A new far-field drag decomposition method relevant to unsteady flows. *Article soumis au AIAA Journal. Présentement en révision (février 2012).*

Les trois articles de conférence, dont seul le premier de la liste est présenté à l'annexe D, sont :

1. GARIÉPY, M., TRÉPANIER, J.-Y., et MASSON, C. (2010). Improvements in accuracy and efficiency for a far-field drag prediction and decomposition method. *28th AIAA Applied Aerodynamics Conference, AIAA Paper 2010-4678, Chicago, Ill., 28 June - 1st July.*

2. GARIÉPY, M., TRÉPANIER, J.-Y., et MASSON, C. (2011). A new far-field drag decomposition formulation relevant to highly separated flows. *CASI AERO 2011 Conference, Montreal, Canada. Full paper available at FTTP : casi:ASTRO2010@astroconference.ca.*
3. GARIÉPY, M., TRÉPANIER, J.-Y., et MALOUIN, B. (2011). A new far-field drag decomposition method relevant to unsteady flows. *29th Applied Aerodynamics Conference, AIAA Paper 2011-3519, Honolulu, Hawaii, June 27-30.*

Tous les cas test présentés dans cet ouvrage ont été réalisés à partir des solutions CFD du solveur ANSYS-FLUENT version 12. Toutes les simulations CFD ont été faites avec un schéma de type "upwind" de deuxième ordre en utilisant un solveur basé sur la densité (schéma de Roe). C'est donc la version conservative des équations de Navier-Stokes qui est résolue. L'extraction de la traînée s'est faite à l'aide d'une UDF¹ pouvant être interprété par ANSYS-FLUENT.

4.1 Premier axe de recherche : mise en contexte et identification des problématiques

Les six premiers mois de cette thèse ont été consacrés à une revue critique de la littérature et, ensuite, à l'apprentissage de la méthode de Destarac présentée au chapitre III. L'objectif était alors de bien comprendre la méthode de décomposition de la traînée, pour ensuite écrire un programme informatique sous forme d'UDF² pour extraire et décomposer la traînée à partir d'une solution numérique provenant du logiciel commercial ANSYS-Fluent. La validation de la méthode de Destarac a été faite par la reproduction des résultats de Masson *et al.* (1998), M. Masson étant un des premiers auteurs à avoir identifié la traînée numérique et à l'avoir isolée sur une base thermodynamique. C'est lors de l'apprentissage de la méthode de Destarac et de la programmation de l'UDF que sont alors apparues certaines problématiques qui n'étaient pas identifiées dans la littérature.

4.1.1 Une formulation sans gradient

Dans la version originale de la méthode de Destarac présentée au chapitre III, l'équation de la traînée irréversible, *i.e.* l'éq. (3.10), requiert l'évaluation numérique d'un gradient. Théoriquement, la méthode d'extraction et de prédiction de la traînée est une méthode de

1. UDF : User Defined Fonction

2. UDF : User Defined Function. Petit programme informatique se greffant au logiciel commercial ANSYS-Fluent.

post-traitement. Elle doit donc pouvoir être appliquée sur n'importe quelle solution numérique provenant de n'importe quel type de solveur. Ainsi, si les données sont triées selon un certain format, le programme informatique devrait lire ce fichier et être en mesure de décomposer la traînée. Malheureusement, sous la forme originale, cette méthode ne peut être considérée comme une méthode de post-traitement, car elle nécessite des informations cruciales pertinentes au solveur et au maillage utilisé. À titre d'exemple, pour évaluer un gradient, la topologie du maillage doit être connue pour être en mesure d'aller chercher les valeurs des cellules avoisinantes. De plus, pour s'assurer d'avoir une précision exacte dans le calcul du coefficient de traînée, il faut s'assurer de calculer le gradient selon le même schéma de discrétisation que celui du solveur. Qui plus est, il faut aussi savoir si le solveur emmagasine les variables aux noeuds, ou encore au centre des cellules. En plus de devoir connaître toutes ces données, certaines questions demeurent délicates, comme par exemple savoir s'il faut utiliser un limiteur lors de l'évaluation du gradient. Ce dernier exemple est particulièrement problématique, car il modifie le résultat du coefficient de traînée calculée. Plusieurs essais, lors de la période d'apprentissage de la méthode de Destarac, ont démontré la complexité de ces opérations et la sensibilité du coefficient de traînée à certains paramètres, comme par exemple l'utilisation d'un limiteur. Dans l'objectif d'améliorer la méthode de Destarac, une nouvelle formulation, ne requérant plus l'évaluation d'un gradient, a été proposée. Cette nouvelle formulation évite ainsi tous les désagréments cités plus haut et rend la méthode plus universelle, dans le sens qu'elle peut maintenant traiter toutes les solutions numériques provenant de n'importe quel type de solveur. La prochaine section présente un court développement théorique démontrant comment, en partant de l'éq. (3.10), il est possible d'obtenir une formulation sans gradient.

Démonstration théorique

L'approche novatrice proposée est de ré-utiliser le théorème de la divergence pour transformer l'intégrale volumique, *i.e.* l'éq. (3.10) en intégrale surfacique. Mathématiquement, il est possible d'intégrer l'éq. (3.10) sur chaque cellule du domaine considéré. L'équation devient alors :

$$D_{irr} = \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_{irr}} (\vec{\nabla} \cdot \vec{f}_{vw}) d\Omega \quad (4.1)$$

Le symbole i représente la i^{ime} cellule, tandis que le symbole N représente le nombre de cellules dans le volume considéré. La réutilisation du théorème de la divergence à ce stade permet de retrouver une intégration surfacique des flux cellule par cellule :

$$D_{irr} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^k \int_{S_j} (\vec{f}_{vw_j} \cdot \vec{n}_j) dA \quad (4.2)$$

L'indice j représente la j^{ime} face de la i^{ime} cellule, et k représente le nombre total de faces d'une cellule. Finalement, on peut calculer la traînée d'onde et la traînée visqueuse à l'aide des équations suivantes :

$$D_v = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^k \int_{S_{v_j}} (\vec{f}_{vw_j} \cdot \vec{n}_j) dA \quad (4.3)$$

$$D_w = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^k \int_{S_{w_j}} (\vec{f}_{vw_j} \cdot \vec{n}_j) dA \quad (4.4)$$

La validation de cette nouvelle formulation a été faite en étudiant l'écoulement non-visqueux et transsonique autour d'un profil de type NACA0012, dont les résultats ont été comparés à ceux de Masson *et al.* (1998). L'analyse de ces résultats démontre qu'à première vue, les deux méthodes offrent le même niveau de précision³. Une analyse des deux formulations, présentée dans le tableau 4.1 permet de constater que la nouvelle formulation est équivalente à l'originale. Or ce que ce tableau ne démontre pas, c'est la difficulté rencontrée à obtenir des résultats précis lors de l'utilisation de la formulation avec gradient. En effet, lors de l'utilisation de la formulation sans gradient, une intégrale surfacique est faite sur les faces des cellules, et chaque variable est reconstruite aux faces par l'équation suivante :

$$\phi_{face} = \phi_{cc} + \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \Delta \eta \quad (4.5)$$

Dans cette dernière équation, ϕ_{cc} est la valeur au centre de la cellule. Par la suite, le vecteur f (voir l'éq. (3.2)) est calculé aux faces. *Or toutes ces étapes sont effectuées directement avec les variables calculées par le solveur.* La différence majeure entre les deux formulations réside dans l'approximation du gradient du vecteur f dans la formulation originale avec gradient, car ce gradient n'est pas calculé par le solveur, mais doit être calculé par l'utilisateur. À la différence que les flux aux faces sont conservatifs, car ils proviennent de la solution du solveur, le gradient du vecteur f n'est pas une propriété conservative et plusieurs paramètres affectent ainsi la précision du calcul de la traînée. Entre autres, le nombre d'itérations et l'utilisation d'un limiteur. Il devient donc nécessaire de "calibrer" les résultats obtenus avec l'éq.(3.10), ce qui manifestement n'est pas l'idéal recherché par une méthode d'extraction et de décomposition de la traînée. Ce dernier fait ajoute donc du crédit à la nouvelle formulation.

3. Ces résultats sont présentés en détail à l'annexe D du présent document

Tableau 4.1 Coefficient de traînée calculée sur un profil NACA0012 dans un écoulement non-visqueux et transsonique

Maillage	éq.(3.10)	éq. (4.2)
Grossier	484.0	484.0
Medium	471.3	469.3
Fin	467.2	466.0

Cette contribution scientifique a été consignée dans un article de conférence présenté à l’annexe D du présent document. Par contre, il est à noter que cette contribution n’a pas été retenue pour publication dans un article de journal, sous le motif que cette idée avait déjà été présentée par Tognaccini (2003). Après vérification, il est effectivement exact que Tognaccini a proposé cette formulation en 2003. Par contre, cette formulation n’est pas clairement expliquée dans cet article, et aucune comparaison n’est effectuée avec la version avec gradient. L’auteur de la présente thèse est donc d’avis qu’il s’agit d’une contribution originale au domaine de la décomposition de la traînée. Un signe que la contribution de Tognaccini est passée inaperçue est qu’en 2011, après avoir lu l’article de conférence où nous avons proposé cette formulation (Gariépy *et al.* (2010.)), Destarac nous a contacté par courriel pour nous dire que c’était une contribution intéressante à laquelle il était lui-même parvenu, et qu’il avait donné une conférence en 2008 à ce sujet (Destarac (43ème Colloque d’Aérodynamique Appliquée de l’Association Aéronautique Astronautique de France, Poitiers, 10-12 March 2008)). En terminant, notez que c’est seulement la partie traitant de la formulation sans gradient de l’article de conférence présenté à l’annexe D qui n’a pas été retenue pour publication, et que la partie traitant d’un critère de convergence a été retenue. Ce critère est d’ailleurs discuté à la prochaine section.

4.1.2 Un critère de convergence pour la méthode d’extraction et de décomposition de la traînée

Généralement, en aéronautique, l’extraction du coefficient de traînée se fait par l’intégration surfacique des contraintes pariétales agissant sur une configuration donnée. Ainsi, il est généralement acceptable de baser le critère de convergence d’une simulation CFD sur la stabilisation du coefficient de traînée au fil des itérations, la convergence étant atteinte lorsque la variation du coefficient de traînée devient nulle ou négligeable⁴. Or durant la première phase de recherche qui consistait à implémenter la méthode d’extraction et de décomposition de la traînée, il est vite devenu évident que ce critère ne pouvait être appliqué à la méthode champ

4. Environ 0.1 point de traînée pour 100 itérations.

lointain ; la convergence du coefficient de traînée, calculé par la méthode champ proche, indique seulement que le champ de pression et les contraintes visqueuses sont convergés sur la configuration. Cela n'implique nullement qu'une convergence est atteinte sur l'ensemble du domaine. Selon la littérature, divers auteurs, dont entre autres Destarac (2003) et Esquieu (2003a), suggèrent une convergence absolue (epsilon machine) pour s'assurer de la précision du coefficient de traînée lorsque ce dernier est extrait par la méthode champ lointain. Ce critère est très contraignant et n'est pas du tout adapté à la réalité industrielle à deux points de vue. D'abord, le temps machine requis pour obtenir une telle convergence est largement disproportionné et, en deuxième lieu, il n'est pas évident que l'on puisse obtenir une telle convergence sur une configuration complexe. Le deuxième objectif spécifique est donc de proposer un critère de convergence rigoureux sur lequel juger la convergence des simulations numériques devant être post-traitées à l'aide de la méthode d'extraction et de décomposition de la traînée en approche champ lointain. La prochaine section présente ce critère et énonce sur quelles bases physiques il doit reposer.

Développement théorique

Au chapitre III, il a été démontré qu'il existe une égalité entre le coefficient calculé par la méthode champ proche, *i.e.* l'éq. (3.1), et celui calculé par la méthode champ lointain, *i.e.* l'éq. (3.3). Cette égalité est physique et exprime simplement le principe de Newton qui stipule que la force qu'exerce le profil sur son environnement est égale, mais de signe opposé, à la force qu'exerce l'environnement sur le profil. Mathématiquement, cette égalité doit être valide sur n'importe quel volume de contrôle, en autant que les conditions suivantes soient respectées :

1. La configuration doit être entièrement comprise dans ce volume ;
2. Le volume doit être borné ;
3. Dans le cas d'un écoulement transsonique, il faut aussi que l'onde de choc soit entièrement contenue dans ce volume.

Ainsi, lors de l'utilisation de la méthode champ lointain, il est donc important de s'assurer d'une convergence sur l'écoulement à l'intérieur de ce volume de contrôle, et non sur le volume en entier, volume qui peut être jusqu'à cent fois plus grand. Nous référons à ce type de convergence sous le nom du *principe de convergence local*. Un critère rigoureux de convergence peut maintenant être établi en examinant la définition du déficit de vitesse axiale, *i.e.* l'éq. (3.8). Cette analyse révèle que le déficit de vitesse est une fonction de l'entropie. Or l'entropie étant une propriété convective, la convergence devra théoriquement être atteinte

en premier lieu sur le plus petit volume de contrôle respectant les conditions énumérées ci-haut. Il n'est pas nécessaire de vérifier la convergence sur les variables primaires telle que la pression parce que tel que discuté par Hirsch (1988), les variables de deuxième ordre, telles que l'entropie, convergent beaucoup plus lentement que les variables primaires.

Ainsi, il est possible d'établir un critère rigoureux de convergence pour s'assurer d'obtenir un coefficient de traînée avec une bonne précision en basant la convergence d'une simulation CFD sur la convergence de l'entropie sur le plus petit volume de contrôle respectant les trois conditions énoncées ci-haut. Ce volume peut être très petit : à titre d'exemple, pour un écoulement visqueux et transsonique autour d'un profil 2D, il peut être de la forme d'un cercle d'une corde de rayon autour de la configuration.

Le principe de convergence local, tel que présenté ci-haut, est confirmé par l'analyse de la Fig. 4.1. Cette figure présente les courbes de convergence du coefficient de traînée calculé par la méthode champ lointain sur des cercles, situés autour du profil, et ayant des rayons variant entre 3 et 20 cordes. Ces courbes sont comparées à la valeur du coefficient de traînée calculé par la méthode champ proche, ce coefficient servant de référence à cette analyse. Sur cette figure, on constate la convectivité de l'entropie par le fait que la convergence est atteinte en premier lieu sur le cercle de 3 cordes de rayon, à environ 450 itérations, bien avant d'être atteinte sur les cercles de 10 et 20 cordes de rayon. De plus, les résultats démontrent que lorsque la convergence est atteinte sur le cercle de 3 cordes de rayon, l'erreur est largement inférieure à 1% entre la valeur calculée par la méthode champ proche et la valeur atteinte par la méthode champ lointain, et ce, sur trois niveaux de grilles. Les résultats les plus intéressants sont par contre le temps machine requis pour atteindre cette convergence : en référant le temps machine requis pour atteindre une convergence absolue comme valant 100%, il n'a fallu que 9% pour atteindre une convergence sur l'entropie sur un maillage grossier, et moins de 25% pour atteindre une convergence sur un maillage fin.

D'autres résultats sur une configuration 3D ainsi qu'une description théorique plus détaillée de cette contribution scientifique sont consignés dans le premier article de cette thèse, soumis et publié dans le *AIAA Journal*, et inséré à l'annexe A du présent document. La prochaine section traite du deuxième objectif général qui vise le développement d'une méthode d'extraction et de décomposition de la traînée applicable à des écoulements stationnaires.

4.2 Deuxième axe de recherche : mise en contexte et problématique

Lors d'une participation au *Drag Prediction Workshop*, en 2010 au Texas, deux sujets de recherche ouverts en matière de décomposition de traînée ont été identifiés :

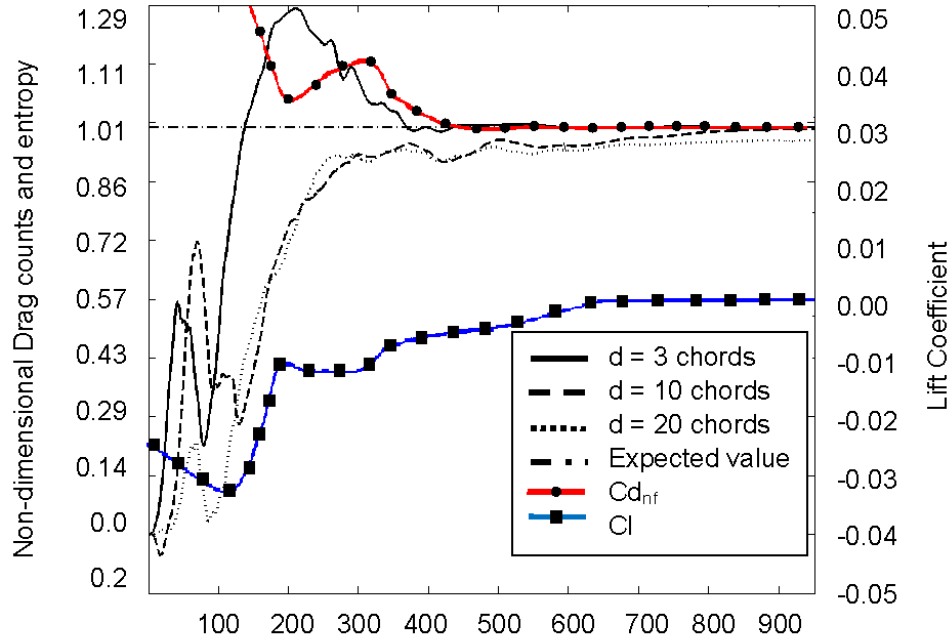


Figure 4.1 Courbes de convergence du coefficient de traînée calculé avec la méthode champ proche sur différents volume d'intégration pour un profil NACA0012 dans un écoulement à $Ma = 0.85$.

1. Développement d'une méthode de prédiction et de décomposition de la traînée applicable à des écoulements en présence de configurations motorisées ;
2. Développement d'une méthode de prédiction et de décomposition de la traînée applicable à des écoulements transitoires.

À la suite de nombreuses heures de réflexion, de discussion avec mon directeur de recherche et à la suite d'une rencontre avec M. Simon Trappier, ingénieur responsable de l'application de la méthode champ lointain chez Airbus, le deuxième axe de recherche a été sélectionné : le développement d'une méthode de prédiction et de décomposition de la traînée applicable à des écoulements transitoires. Cette décision n'a pas été facile et plusieurs aspects ont dû être considérés pour l'effectuer. Entre autres, à cette époque, aucune méthode de prédiction et de décomposition de la traînée n'était applicable à des écoulements instationnaires, contrairement au premier axe sur les configurations motorisées qui avait déjà été abordé par, entre autres, Tognaccini (2005). De plus, le besoin d'une méthode applicable à des écoulements en régime transitoire est évident pour divers secteurs de recherche. Pour des champs de recherche émergents, cette décomposition peut être d'une grande utilité pour la compréhension des mécanismes générateurs de traînée, comme par exemple, pour comprendre la

génération de traînée produite par des drones à aile volantes⁵, ou encore, pour analyser les performances d'un moteur de type CROR⁶, moteurs fonctionnant en régime transitoire. Pour des champs de recherche bien établies, cette méthode a aussi son utilité, comme par exemple, pour analyser la traînée produite par la rotation des pales d'un hélicoptère, ou encore, pour l'optimisation de mécanismes hypersustentateurs. Il s'agit donc d'une contribution novatrice et originale au domaine de l'extraction et de la décomposition de la traînée.

La deuxième phase de cette recherche a donc été axée sur le développement d'une méthode d'extraction et de décomposition de la traînée applicable à des écoulements instationnaires. Or durant la phase de développement de cette méthode dont les fondations reposent sur la méthode de Destarac, trois problématiques ont été identifiées, problématiques ayant toujours trait à la méthode de Destarac et devant être résolues avant de pouvoir débiter le développement d'une méthode applicable aux écoulements transitoires. Ces trois problématiques sont :

1. Pour renforcer la méthode de Destarac, la preuve, énonçant que la variation de pression sur un plan de Trefftz est due à des phénomènes réversibles, doit être revue et renforcée ;
2. La variation de l'enthalpie totale ne peut plus être considérée négligeable dans le cas d'un écoulement transitoire ;
3. La discontinuité du déficit de vitesse axiale, *i.e.* l'éq (3.8), peut rapidement devenir problématique dans le cas d'un écoulement transitoire.

La résolution de ces trois problématiques constitue donc un objectif spécifique qui sera décrit à la prochaine section.

4.2.1 Amélioration de la méthode d'extraction et de décomposition de la traînée

Tel que nous le verrons en présentant la méthode d'extraction et de décomposition de la traînée en régime transitoire, l'objectif est de développer cette méthode en suivant le courant idéologique de Destarac. Or, dans cette optique, certaines hypothèses émises par Destarac lors de son développement ne sont plus nécessairement valides dans le cas d'un écoulement en régime transitoire :

1. Destarac a émis l'hypothèse que la variation de pression sur le plan de Trefftz était causée par des phénomènes réversibles. Or la preuve de cette hypothèse est faible et constitue le talon d'Achille de cette méthode. Cette hypothèse revêt même une importance plus grande dans l'optique d'un écoulement en régime transitoire. Le premier sous-objectif est de démontrer, par une étude paramétrique, que la variation de pression

5. <http://www.onera.fr/dcps/remanta-drone-ailes-battantes/index.php>

6. <http://www.cerfacs.fr>

sur un plan de Trefftz est imputable à des phénomènes réversibles, et que la présence de phénomènes irréversibles, tel qu'une onde de choc ou une couche limite, n'influence pas le champ de pression sur le plan de Trefftz. Cette démonstration permet de renforcer l'hypothèse de Destarac ;

2. En l'absence de motorisation, il a été supposé jusqu'à présent que la variation d'enthalpie totale pouvait être considérée négligeable sur une ligne de courant entre l'entrée et la sortie du domaine de calcul. Cette hypothèse n'est manifestement pas vraie dans le cas d'un écoulement transitoire : une preuve écrasante provient du paradoxe des turbomachines qui stipule qu'un écoulement non-visqueux et subsonique passant au travers d'un turbomoteur ne génère aucun travail si l'écoulement est étudié en régime permanent. Un sous-objectif spécifique est de démontrer, par l'analyse mathématique, que la variation d'enthalpie totale, dans le cas d'un écoulement sans addition d'enthalpie totale, est causée par des phénomènes réversibles reliés à la présence de fluctuations stationnaires ;
3. La formulation originale du déficit de vitesse axiale, *i.e.* l'éq. (3.8), n'est pas une fonction continue sur le domaine. Tel qu'il a été discuté dans la revue de littérature, si la pression statique devient inférieure à la pression non-perturbée, le radical de l'éq. (3.8) devient négatif et la fonction n'est plus définie. Or pour un écoulement en régime permanent à faible angle d'attaque, les conséquences de cette discontinuité peuvent être évitées en choisissant bien les volumes d'intégration : en effet, tel qu'il a été proposé par l'auteur, l'intégration surfacique s'effectue sur la frontière du volume de l'onde de choc et/ou du volume visqueux. Ainsi, la restriction impose donc que le déficit de vitesse axiale soit uniquement défini sur la frontière de ces volumes. Si ce n'est pas le cas, alors il est donc possible de "déplacer" cette frontière en augmentant la taille du volume de façon à en trouver un pour lequel le déficit de vitesse axiale est en tous points défini sur sa frontière. Par contre, pour un écoulement à angle d'attaque élevé, ou encore, pour un écoulement transitoire, il peut arriver qu'un tel volume soit très difficile à trouver, ou encore, qu'il n'existe tout simplement pas. Une formulation plus robuste du déficit de vitesse axiale, qui est défini en tous points du domaine de calcul, est alors requise et son développement constitue le troisième et dernier sous-objectif.

La prochaine section présente une description théorique des trois sous-objectifs cités ci-haut, ainsi que les principaux résultats obtenus.

Problématique : Variation de pression sur le plan de Trefftz

Lors de la dérivation de la méthode originale d'extraction et de décomposition de la traînée, Destarac a d'abord supposé un écoulement sans traînée induite. Ce faisant, il a supposé que les composantes de vitesses transversales sur le plan de Trefftz étaient nulles. La conséquence immédiate est que, si on considère les contraintes visqueuses comme étant négligeables, alors, selon l'équation de conservation de mouvement, la pression doit être constante et égale à la pression non-perturbée sur le plan de Trefftz. Ainsi, par déduction, si on considère un écoulement avec tourbillons de sillage, une variation de pression sur le plan de Trefftz doit automatiquement être attribuée à la présence de ces tourbillons. Le talon d'Achille de cette preuve repose sur l'hypothèse que les composantes de vitesses transversales sont nulles sur le plan de Trefftz. Pour un écoulement subsonique, cela ne fait aucun doute. D'ailleurs, Tognaccini (2003) a démontré analytiquement que la pression tendait vers la pression non-perturbée lorsque le plan de Trefftz tendait vers l'infini dans le cas d'un écoulement bidimensionnel, et ce, beaucoup plus rapidement que la vitesse axiale. Par contre, dans le cas d'un écoulement transsonique, aucune preuve formelle ne permet d'étayer cette hypothèse. D'ailleurs, Tognaccini (2003) a démontré analytiquement que dans un cas tridimensionnel, la variation de pression était causée principalement par les tourbillons de sillage, mais aussi par des termes de second ordre croisés telles que l'entropie et l'enthalpie totale. Ainsi, il n'est plus possible d'associer directement la variation de pression sur le plan de Trefftz à un phénomène purement réversible. L'objectif spécifique est donc de renforcer l'hypothèse que la variation de pression sur un plan de Trefftz est causée majoritairement par des phénomènes réversibles en présentant une étude paramétrique mesurant l'influence de la viscosité, de l'intensité d'une onde de choc, ainsi que de la variation de l'angle d'attaque, sur la variation du champ de pression sur le plan de Trefftz.

L'impact des effets visqueux sur la variation de pression a été mesuré en faisant varier le nombre de Reynolds d'un écoulement, mais en gardant tous les autres paramètres constants. L'impact de la présence d'une onde de choc, et de son intensité, sur la variation de pression a été mesuré en faisant varier le nombre de Mach. Finalement, l'impact de l'intensité des tourbillons de sillage sur la pression a été mesuré en faisant varier l'angle d'attaque de la configuration. L'étude paramétrique a démontré que seule l'intensité des tourbillons de sillage avait une influence sur la variation de pression. La Fig 4.2 à elle seule reflète la conclusion de l'étude en démontrant qu'à portance nulle, la variation de pression sur un plan de Trefftz est nulle, et ce, malgré la variation du nombre de Mach (effets visqueux) et la présence d'une onde de choc dont la puissance s'intensifie en fonction du nombre de Mach. Ainsi, la variation de pression doit être principalement causée par les tourbillons de sillage, et indirectement par l'angle d'attaque de la configuration. Il est ainsi possible d'affirmer, du

moins numériquement, que la variation de pression sur un plan de Trefftz est principalement causée par des phénomènes de nature réversible.

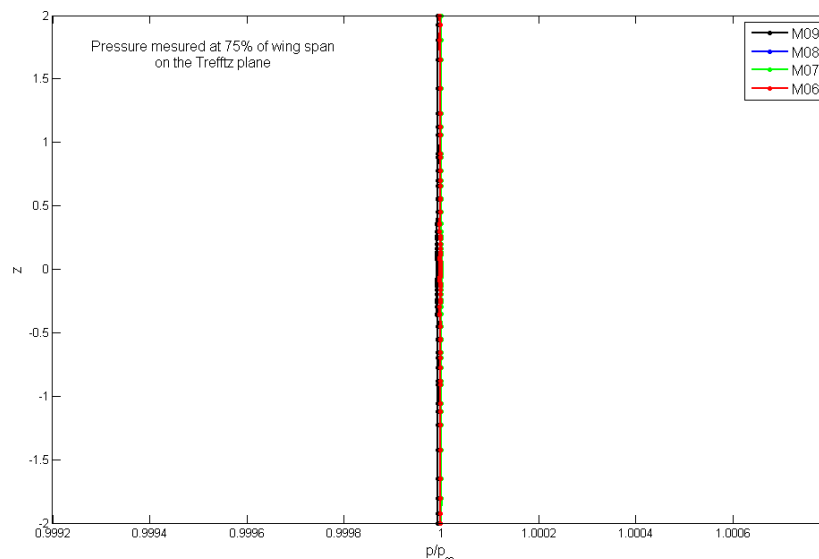


Figure 4.2 Variation de pression sur le plan de Trefftz pour un écoulement à portance nulle et un nombre de Mach variant de 0.6 à 0.9, autour de l'aile ONERAM6.

Problématique : Variation d'enthalpie totale

Dans un écoulement en régime permanent, Giles et Cummings (1999) et Tognaccini (2005) ont démontré que la variation d'enthalpie totale, dans le cas d'un écoulement visqueux autour d'une configuration non-motorisée, est négligeable. Cette hypothèse permet de négliger le terme d'enthalpie totale dans la formulation du déficit de vitesse axiale, *i.e.* l'éq.(3.8). Par contre, la variation d'enthalpie totale d'un écoulement en régime transitoire peut être grande. En effet, en prenant l'exemple d'un profil oscillant dans un écoulement, ce profil comprime les lignes de courant et produit donc un travail sur l'écoulement. Or ce travail signifie nécessairement qu'il y a une résultante aérodynamique correspondante, et que la composante dans la direction de l'écoulement doit représenter la traînée⁷. Ainsi, en ne négligeant plus cette variation dans la formulation du déficit de vitesse axiale, alors survient la délicate question de devoir "attribuer" cette contribution.

Une analyse mathématique permet de démontrer que pour un écoulement isentropique, la dérivée totale de l'enthalpie totale est :

7. Notez qu'il peut aussi s'agir d'une poussée.

$$\frac{DH}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.6)$$

Or, l'équation d'énergie peut s'écrire en toute généralité sous cette forme :

$$\frac{DH}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} u_i) \quad (4.7)$$

Une comparaison entre les éqs. (4.6) et (4.7) permet de constater que le terme $\frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i}$ est associé à un processus irréversible le long d'une ligne de courant et représente la production d'entropie causé par un flux de chaleur. Ce terme doit être nul, lorsqu'évalué entre l'entrée et la sortie dans le cas d'une configuration non-motorisée. De plus, le terme $\frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} u_i)$ est associé à un processus irréversible le long d'une ligne de courant et représente la dissipation visqueuse causée par le cisaillement. Ce terme doit aussi être nul car le plan de Trefftz est, par hypothèse, situé dans une zone non-visqueuse de l'écoulement. Il devient alors évident que la variation d'enthalpie totale, dans le cas non-motorisé, est causée par le terme $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t}$ qui correspond aux fluctuations instationnaires de l'écoulement. Par l'éq. (4.6), cette variation d'enthalpie est donc causée par un phénomène réversible dû aux fluctuations instationnaires, et non à un phénomène irréversible.

Problématique : déficit de vitesse axiale

Tel que discuté dans la revue de la littérature, le déficit de vitesse axiale, *i.e.* l'éq. (3.8), n'est pas une fonction continue sur l'ensemble du domaine de calcul. En effet, il a été démontré par Meheut (2006) que lorsque la pression statique devient inférieure à la pression non-perturbée, le radical de l'éq. (3.8) devient négatif et le déficit de vitesse est alors non-défini. La Fig. 4.3 présente un exemple de ce phénomène en montrant un profil de type NACA0012 dans un écoulement visqueux transsonique. Les zones grises sont celles identifiées par les senseurs de choc et visqueux, tandis que la zone noire représente les cellules où le déficit de vitesse axiale n'est pas défini. Mathématiquement, ce fait est choquant, car l'application du théorème de Gauss nécessite que la fonction soit continue, ce qui n'est manifestement pas le cas. Mais pire encore, dans certaines conditions, la zone de non-définition du déficit axial peut être si grande que le volume de contrôle doit être modifié pour s'assurer que le déficit de vitesse axiale soit défini sur sa frontière. Un exemple d'une telle situation est présentée sur la Fig. 4.4 qui présente un écoulement visqueux, à un nombre de Mach de $Ma = 0.4$, et un coefficient de portance de $C_L = 1$, autour d'un profil NACA0012. Il est donc clair que pour renforcer la méthode de Destarac, et pour être en mesure de dresser des bases solides pour permettre le développement d'une méthode d'extraction et de décomposition de la traînée applicable à des écoulements instationnaires, un objectif est de proposer une

nouvelle formulation pour le déficit de vitesse axiale, formulation qui doit nécessairement représenter une fonction continue sur l'ensemble du domaine.

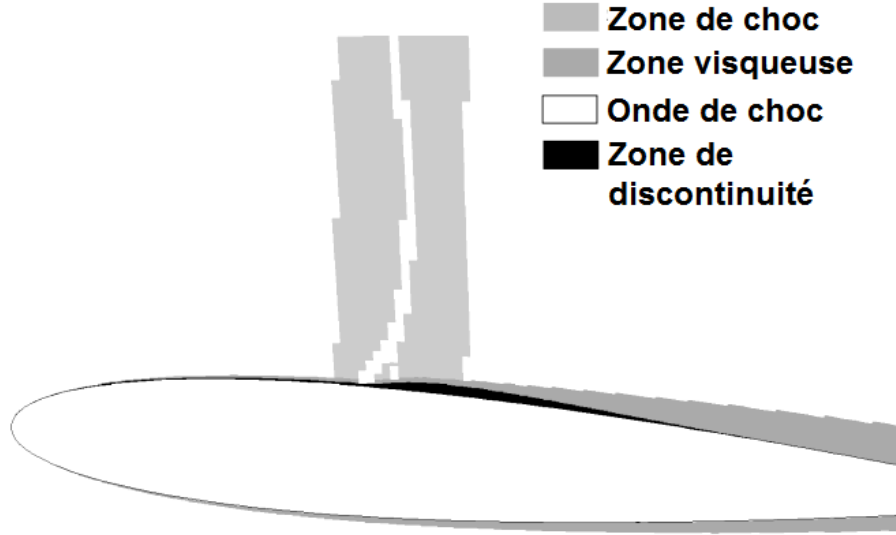


Figure 4.3 Profil NACA0012 dans un écoulement visqueux, $M = 0.4$, $Re_c = 6.5 \times 10^6$, et $C_L = 1.0$

Dans sa formulation actuelle, le déficit de vitesse axiale, *i.e.* l'éq. (3.8), a été obtenu en émettant l'hypothèse d'un écoulement sans traînée induite. Destarac a alors émis l'hypothèse que ce déficit était uniquement dû à des phénomènes irréversibles. Selon une idée originale de Meheut (2006), une idée novatrice proposée est de supposer un écoulement isentropique et, à l'aide des propriétés thermodynamiques, d'exprimer le déficit de vitesse axiale qui est alors causé par des phénomènes réversibles. Alors que Meheut applique cette idée à une formulation destinée à des calculs empiriques, nous appliquons cette idée à la formulation exacte du déficit de vitesse axiale. En effectuant quelques manipulations algébriques, le déficit de vitesse axiale causé par des phénomènes réversibles peut se calculer ainsi :

$$\Delta u_* = u_\infty \left(\sqrt{1 + \frac{2\Delta H_*}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma - 1)M_\infty^2} \left[\left(\frac{p_*}{p_\infty} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} - \frac{v_*^2 + w_*^2}{u_\infty^2} - 1 \right) \quad (4.8)$$

Les indices * mettent l'accent sur le fait que l'écoulement est réputé isentropique. Théoriquement, lorsqu'on applique le théorème de Gauss pour transformer l'intégrale surfacique en intégrale volumique, l'intégrale est effectuée sur la frontière complète du volume de contrôle. Or il est aisé de démontrer que l'intégrale est nulle sur toutes les frontières, si celles-ci sont

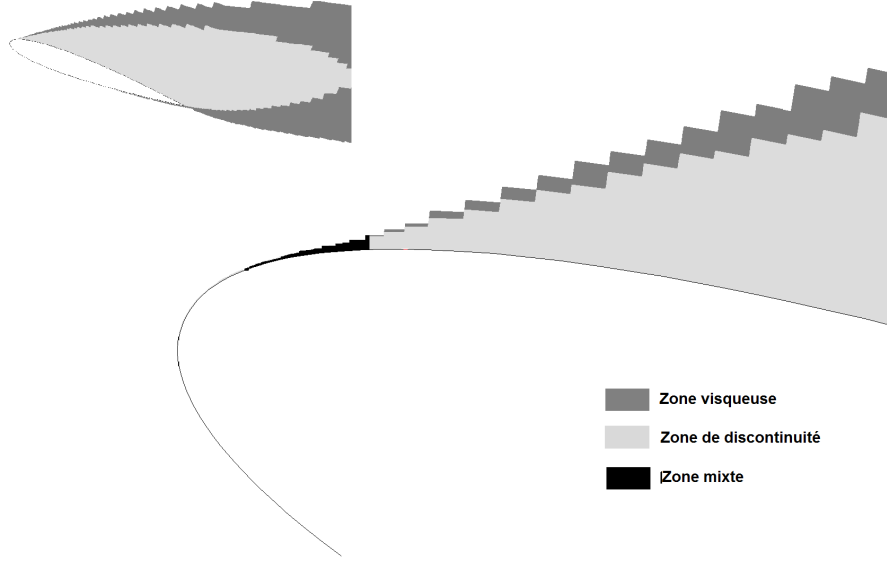


Figure 4.4 Profil NACA0012 dans un écoulement visqueux, $M = 0.4$, $Re_c = 6.5 \times 10^6$, et $\alpha = 16.5^\circ$

bien positionnées⁸, excepté sur le plan de sortie qui est placé de telle sorte qu'il s'agisse d'un plan de Trefftz. Or sur un plan de Trefftz, il a été démontré dans les trois sous-sections précédentes que $p_* = p$, $v_* = v$, $w_* = w$, et $\Delta H_* = \Delta H$. Il est donc aisé de pouvoir calculer ce déficit de vitesse "isentropique" sur le plan de Trefftz. Cette nouvelle formulation est beaucoup plus robuste. En effet, un développement en série de Taylor démontre que le radical est de l'ordre du carré de la magnitude de la vitesse et est donc défini en chaque point du volume. Il est par la suite possible de calculer le déficit de vitesse axiale dû aux phénomènes irréversibles par une simple opération de soustraction :

$$\Delta \bar{u} = \Delta u - \Delta u_* \quad (4.9)$$

Cette opération de soustraction n'interfère nullement dans la continuité de ce déficit de vitesse, il est par conséquent lui aussi défini en tous points du domaine de calcul. En terminant, rappelons que l'intégrale du déficit de vitesse axiale sur le plan de Trefftz est, via le théorème de Gauss, transformée en une intégrale surfacique effectuée sur les frontières des volumes visqueux et de l'onde de choc. Ainsi, même si les égalités $p_* = p$, $v_* = v$, $w_* = w$, et

8. Les frontières latérales doivent être parallèles aux lignes de courant et l'entrée doit être perpendiculaire à l'écoulement non-perturbé.

$\Delta H_* = \Delta H$ ne sont valables que sur le plan de Trefftz, il est mathématiquement démontré que l'intégrale surfacique du déficit de vitesse calculée avec ces variables sur le plan de Trefftz doit être égale à l'intégrale surfacique du déficit de vitesse, calculée avec ces mêmes variables, effectuée sur les différentes frontières des différents volumes d'intégration.

Le tableau 4.2 présente les résultats des coefficients de traînée, calculés soit par la nouvelle formulation du déficit de vitesse axiale, *i.e.* l'éq. (4.9), soit avec l'ancienne formulation, *i.e.* l'éq. (3.8), pour l'aile ONERAM6 dans un écoulement visqueux et transsonique. Les résultats indiquent que les deux formulations donnent le même degré de précision. La deuxième formulation est par contre mathématiquement plus fiable, car l'utilisation du théorème de Gauss peut se faire dans le respect de ses conditions.

Les trois dernières sous-sections, traitant respectivement des problématiques sur la variation de pression, la variation d'enthalpie totale, ainsi que la formulation du déficit de vitesse axiale, forment une contribution scientifique ayant été consignée dans un article de journal, soumis et accepté pour publication au *CASI Journal*. Cet article est présenté à l'annexe B du présent document. On peut y retrouver toute la théorie requise sur cette contribution, ainsi que plusieurs résultats n'ayant pas été présentés dans cette section.

4.2.2 Développement d'une méthode d'extraction et de décomposition de la traînée applicable à des écoulements en régime transitoire

Cette section présente l'objectif ultime de cette thèse, qui est de proposer une méthode d'extraction et de décomposition de la traînée en champ lointain applicable à des écoulements en régime transitoire. Cette méthode, selon les objectifs initiaux, devra s'inspirer de la décomposition physique thermodynamique de Destarac.

Description théorique

Le point de départ de la décomposition est l'équation de base de la méthode champ lointain qui exprime l'égalité entre la traînée calculée par la méthode champ proche et celle

Tableau 4.2 Décomposition de la traînée pour l'aile ONERA M6 dans un écoulement visqueux, $M = 0.825$

Décomposition	eq. (3.8)	eq. (4.9)
Cd_v	35.06	34.35
Cd_w	21.63	22.47
Cd_I	21.53	22.22
Cd_{sp}	7.03	6.22

par la méthode champ lointain. Elle est obtenue en effectuant la somme des forces, dans la direction de l'écoulement, agissant sur un volume de contrôle pouvant se déformer et effectuer une rotation autour d'un axe donné (un exemple d'un tel volume est schématisé sur la Fig. 4.5). Ainsi il est possible, après quelques hypothèses et manipulations algébriques, d'écrire l'équation générale de la traînée en approche champ lointain pour un écoulement transitoire :

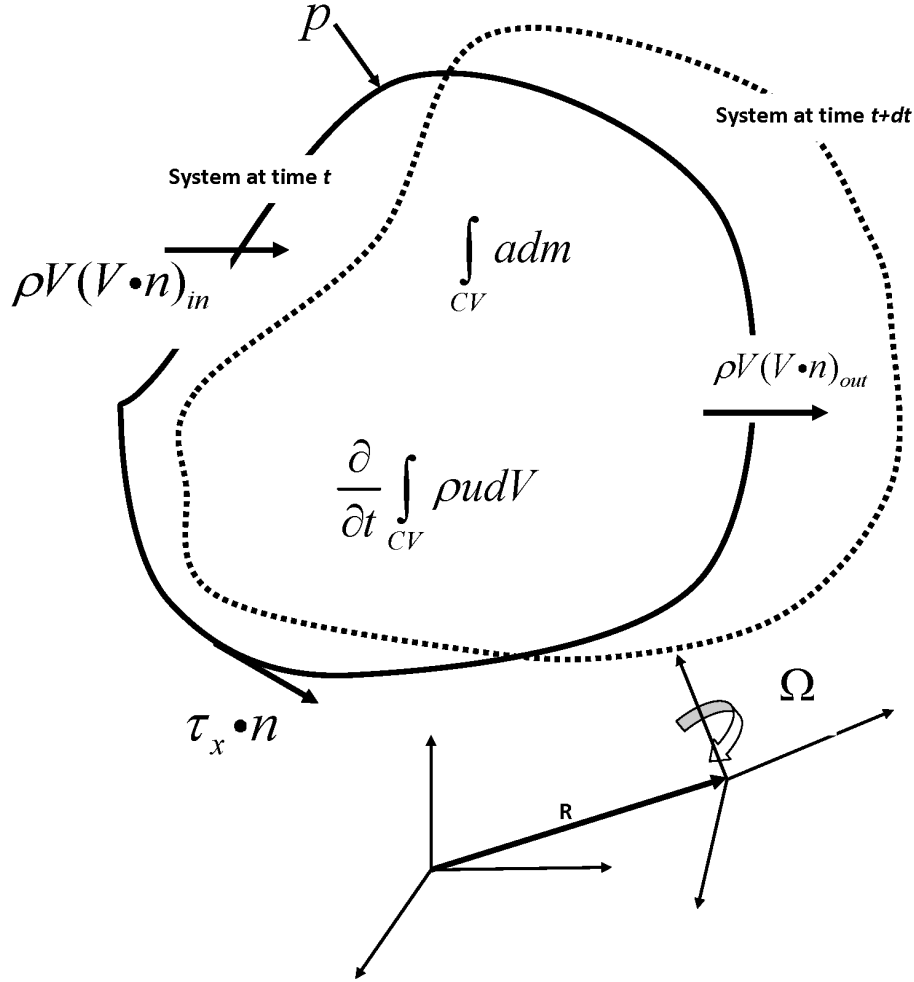


Figure 4.5 Volume de contrôle pouvant se déformer et tourner sur lui-même

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho u_r dV + \int_{S_T} \rho (u - u_\infty) (\mathbf{V}_r \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S_T} (p - p_\infty) \mathbf{n}_x dS - \int_{S_T} (\tau_x \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{CV} a_x dm \\
 = - \left(\int_{S_A} (p - p_\infty) \mathbf{n}_x dS - \int_{S_A} (\tau_x \cdot \mathbf{n}) dS \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.10}$$

Le côté droit de cette équation représente la méthode classique de calcul de la traînée. Il est intéressant de noter que cette méthode ne dépend pas explicitement du temps. Le côté gauche de l'équation représente la traînée calculée par l'approche en champ lointain. Les nouveaux termes apparus en régime transitoire sont u_r , qui représente la vitesse relative calculée par $u_r = u - u_s$, où u_s représente la vitesse de la maille, ainsi que le terme a_x , qui représente l'accélération relative et qui peut se calculer par l'équation suivante :

$$a_x = \frac{d^2 R_x}{dt^2} + \left(\frac{d\Omega}{dt} \times \mathbf{r} \right)_x + (2\Omega \times \mathbf{V})_x + (\Omega \times (\Omega \times \mathbf{r}))_x \quad (4.11)$$

Selon les deux dernières équations, cette méthode peut donc s'appliquer autant en situation de référentiel inertiel qu'en situation de référentiel non-inertiel. Notez que dans le cas où le référentiel est inertiel, on retrouve exactement la même équation qu'en régime permanent. Pour faciliter la compréhension, l'éq. (4.10) peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} -D_{nf} = D_{ff} = & \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho u_r dV + \int_{S_T} \rho (u - u_\infty) (\mathbf{V}_r \cdot \mathbf{n}) dS + \\ & \int_{S_T} (p - p_\infty) \mathbf{n}_x dS - \int_{S_T} (\tau_x \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{CV} a_x dm \end{aligned} \quad (4.12)$$

Cette équation représente la formulation de la traînée calculée par la méthode champ lointain sous sa forme générale. C'est cette équation qui doit être décomposée de façon thermodynamique. En utilisant la même définition du vecteur f , i.e. l'éq. (3.2), la traînée en approche champ lointain peut donc être calculée par l'équation suivante :

$$D_{ff} = \int_{S_T} (\vec{f} \cdot \vec{n}) dA - \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho u_r dV - \int_V a_x dm \quad (4.13)$$

En enlevant de la dernière équation les deux dernières intégrales, on retrouve la formulation originale sur le plan de Trefftz de la traînée en approche champ lointain pour des écoulements en régime permanent tel que décrite au chapitre III. Il est donc possible de suivre exactement le même développement qu'au chapitre III pour démontrer que la traînée irréversible peut se calculer, en utilisant la définition du déficit de vitesse axiale définie précédemment (eq.(4.9), par la formule suivante :

$$D_{irr} = \int_{S_T} \rho \Delta \bar{u} (\vec{v}_r \cdot \vec{n}) dA - \int_{S_T} (\vec{\tau}_x \cdot \vec{n}) dA \quad (4.14)$$

La traînée causée par des phénomènes irréversibles peut être subdivisée en traînée d'onde, traînée visqueuse, et traînée numérique de la même façon que cela a été présenté au chapitre III. La seule différence est au niveau de la sélection des cellules de la zone du choc, où

un senseur doit tenir compte de la possibilité que le choc puisse se déplacer sur la configuration. Cette possibilité est prise en compte en utilisant le senseur défini par Lovely et Haimès (1999). La méthode pour sélectionner la zone visqueuse demeure inchangée. La particularité dans cette nouvelle décomposition est que la traînée numérique est calculée par intégration sur le volume restant, $\Omega_{sp} = (\Omega_w \cup \Omega_v)'$, et non par déduction comme c'est le cas en régime permanent.

Dans la décomposition en régime permanent, la traînée causée par des phénomènes réversibles n'est pas décomposable et représente uniquement la traînée induite. Par contre, l'analyse mathématique de la dernière section a démontré qu'en régime transitoire, la traînée réversible pouvait soit être causée par les tourbillons de sillage, soit par les fluctuations instationnaires. Or, toujours en regard de la dernière section, la traînée causée par les fluctuations instationnaires doit regrouper tous les termes dépendant du temps, incluant la variation d'enthalpie totale. Cette décomposition peut s'effectuer en supposant d'abord un écoulement en régime permanent. Il est alors possible de séparer le déficit de vitesse axiale en deux parties, soit une partie en lien avec un écoulement permanent, $u_{*,s}$, et une partie en lien avec les fluctuations instationnaires, $u_{*,u}$. Une fois la décomposition du déficit de vitesse axiale effectuée, il est aisé de démontrer que la traînée causée par les phénomènes instationnaires peut être calculée par :

$$D_{uns} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho u_r dV + \int_{CV} \nabla \cdot (\rho u_{*,uns} \mathbf{V}_r) dV + \int_{CV} a_x dm \quad (4.15)$$

Après quelques manipulations algébriques, il est possible de démontrer que la traînée induite doit se calculer par l'équation suivante :

$$D_I = \int_V (\nabla \cdot (\rho \Delta \bar{u} (\mathbf{V}_r \cdot \mathbf{n}) - (p - p_\infty) \mathbf{n}_x) dV \quad (4.16)$$

La nouvelle méthode permet ainsi de décomposer la traînée selon le schéma présenté à la Fig. 4.6.

La méthode proposée a été validée numériquement sur deux cas test. Le premier cas test concerne un écoulement visqueux autour d'un profil de type NACA0012, et dont la condition d'entrée est transitoire, le nombre de Mach variant de $Ma = 0.8$ à $Ma = 0.85$ en une seconde. Le schéma de discrétisation temporel est du deuxième ordre avec un pas de temps de 5×10^{-4} s. Malgré que cette situation soit non-physique, le but recherché est de tester la méthode en présence d'un référentiel inertiel. De plus, malgré le caractère transitoire de la condition à la frontière, la variation d'enthalpie totale au travers du domaine est nulle car aucun travail n'est effectué. Par conséquent, la traînée causée par des fluctuations instationnaires doit être nulle. Les résultats obtenus sur ce cas test démontrent que dans le cas d'un référentiel inertiel, la

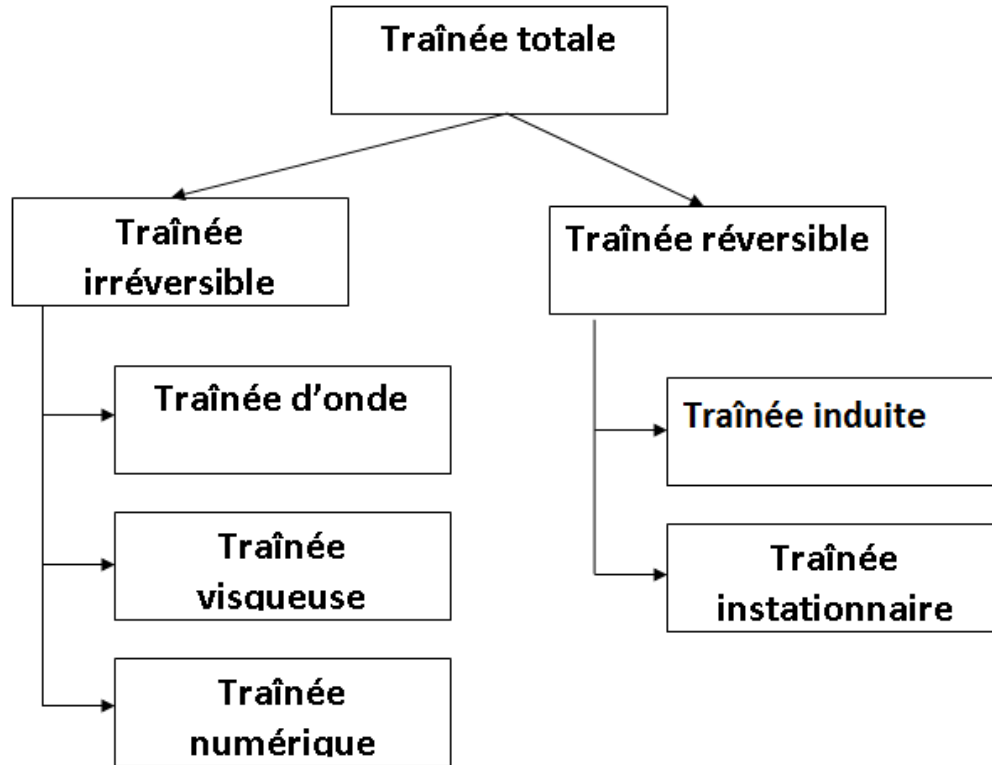


Figure 4.6 La décomposition proposée

méthode fonctionne très bien : la traînée causée par les fluctuations instationnaires est nulle, la traînée visqueuse reste somme toute constante avec l'augmentation du nombre de Mach, tandis que la traînée d'onde augmente avec l'augmentation du nombre de Mach.

Le deuxième cas test concerne un écoulement visqueux autour d'un profil de type NACA0012, oscillant entre -0.5 et 0.5 degré à une fréquence de 5 Hz, et pour un nombre de Mach de $Ma = 0.5$. Dû à certaines difficultés de convergence, le schéma de discrétisation temporel est du premier ordre avec un pas de temps de 5×10^{-4} s. Le but recherché avec ce cas test est de valider la méthode pour un référentiel non-inertiel. Dans ce cas, l'oscillation du profil comprime les lignes de courant : un travail est donc effectué sur l'écoulement. Cela doit nécessairement se traduire par une variation de l'enthalpie totale entre l'entrée et la sortie, et par conséquent, par une traînée causée par des fluctuations instationnaires non-nulles. La Fig. 4.7 présente la décomposition de la traînée effectuée. La courbe bleue représente la traînée totale (incluant la traînée numérique) calculée par l'éq. (4.10), tandis que la courbe noire représente la traînée visqueuse calculée par l'éq. (4.14) (intégrée seulement sur la zone visqueuse). Finalement, la courbe vert forêt représente la traînée causée par des fluctuations instationnaires⁹. La figure révèle que la traînée visqueuse est constante. Ce fait est prévisible,

9. Prendre note que l'axe y est situé du côté droit

car l'oscillation n'est pas suffisamment forte pour augmenter la traînée de façon significative. La traînée causée par les fluctuations instationnaires n'est pas nulle et elle augmente lorsque le profil comprime les lignes de courant : les deux bosses indiquent qu'il y a compression entre 0° et 0.5° , et entre 0° et -0.5° . En terminant, notez que la courbe rouge représente la traînée totale à laquelle on a soustrait la traînée numérique, dont la magnitude est représentée par la différence entre la courbe bleue et la courbe rouge (environ 2 points de traînée). Il est intéressant de noter que la traînée numérique est indépendante du temps.

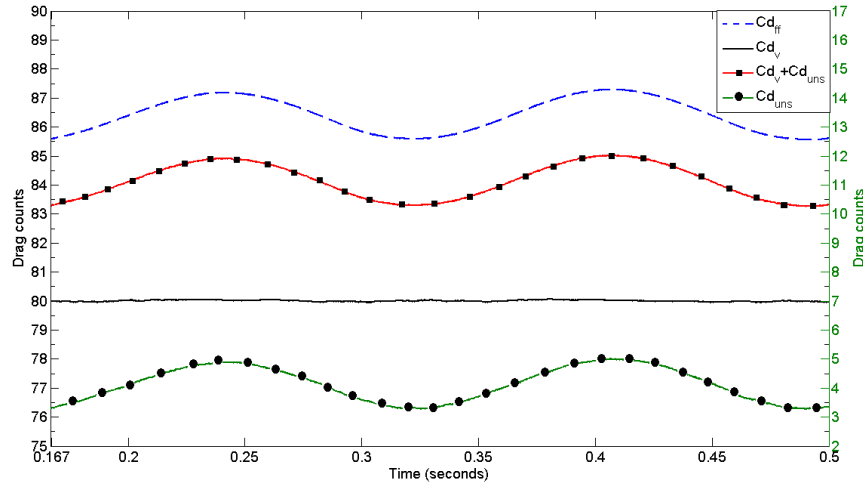


Figure 4.7 Décomposition de la traînée pour un profil NACA0012 oscillant entre -0.5 et 0.5 degrés.

La démonstration théorique complète de cette nouvelle méthode, ainsi que les résultats numériques ont été consignés dans un article de journal, soumis au *AIAA Journal*. Cet article est en cours de révision actuellement. Il est aussi inséré à l'annexe C du présent document.

Ceci met fin à la présentation des contributions scientifiques effectuées durant cette thèse de doctorat. La prochaine section présente la conclusion finale de cette recherche.

CONCLUSION

Cette section présente la conclusion de cette recherche. En premier lieu, une synthèse des travaux sera effectuée. Cette synthèse couvrira les objectifs ayant été atteints, ainsi que les contributions scientifiques qui en ont découlé. En deuxième lieu, une section présentera les limitations de la méthode proposée dans ce document. Finalement, la dernière section résumera les améliorations futures et les champs de recherche pouvant découler de cette recherche.

Synthèse des travaux

Au début des années 2000, une technique avancée d'extraction et de décomposition de la traînée a été proposée par Destarac (2003). Cette puissante méthode est utilisée en raison de deux avantages. En premier lieu, cette méthode permet une décomposition physique de la traînée en termes de traînée d'onde, traînée visqueuse, et traînée induite. Cette décomposition physique est un outil indispensable à l'ingénieur aérodynamicien qui doit optimiser une configuration en vue de la rendre plus aérodynamique. En deuxième lieu, cette méthode permet de quantifier et d'extraire la traînée numérique inhérente à tout calcul CFD. Ce point majeur permet d'obtenir un niveau de précision acceptable sur le coefficient de traînée calculée à partir de grilles plus ou moins grossières. Or, depuis sa publication en 2003, très peu d'auteurs ont contribué à son développement et/ou à son amélioration. C'est dans cet axe de recherche que s'est inscrite cette thèse de doctorat. Plus particulièrement, cette thèse a visé deux objectifs généraux :

1. L'amélioration de la méthode originale proposée par Destarac. Malgré ses avantages indéniables, la méthode originale souffrait de certaines lacunes importantes et devait être améliorée.
2. Le développement d'une méthode d'extraction et de décomposition de la traînée qui pourrait s'appliquer autant à des écoulements transitoires que permanents. Une telle méthode serait un atout majeur pour l'industrie aéronautique. De plus, plusieurs champs de recherche, émergents comme bien établis, démontrent une nécessité d'avoir un outil semblable.

Lors de la programmation de la méthode originale de Destarac, des lacunes importantes ont été décelées, et leur détection a mené à proposer certaines améliorations à cette technique. En premier lieu, sous sa forme originale, la méthode de Destarac intègre le gradient d'une certaine fonction sur un nombre limités de cellules. L'évaluation de ce gradient est non-naturelle,

car elle requiert la connaissance de la topologie du maillage, et de la façon dont le solveur calcule les gradients de la solution. Il a été démontré que cette évaluation du gradient est délicate, et peut amener à des résultats très différents dépendamment de certains paramètres, dont en particulier l'utilisation d'un limiteur. La non-connaissance de ces paramètres peut entraîner des erreurs numériques lors de l'évaluation du gradient. Qui plus est, la nécessité de connaître certains paramètres rends cette méthode moins universelle, et plus dépendante au type de solveur utilisé. Ceci est évidemment contre la philosophie qui doit s'appliquer à n'importe quelle méthode de post-traitement de solutions numériques. Une nouvelle formulation, ne requérant plus l'évaluation d'un gradient, mais proposant plutôt une intégration surfacique des flux aux faces des cellules, a été proposée. Cette nouvelle formulation s'inscrit naturellement dans la philosophie des volumes finis, dont le fondement est justement de balancer les flux aux diverses faces des cellules. Il a été démontré que cette nouvelle formulation est beaucoup plus facile d'implémentation, et qu'elle offre la même précision que la formulation originale, sans les désagréments causés par l'évaluation d'un gradient. Cette nouvelle formulation a été consignée dans un article de conférence disponible à l'annexe D du présent document.

En deuxième lieu, alors que dans un processus d'optimisation, plusieurs boucles sont requises pour converger vers une solution optimale, il est donc vital que chaque simulation numérique puisse être obtenue de façon rapide, mais tout en conservant une très bonne précision lors du calcul du coefficient de traînée. Généralement, lorsqu'un ingénieur optimise à l'aide d'une méthode d'extraction en champ proche, il peut juger de la convergence par la stabilisation du coefficient de traînée. Par contre, avec l'utilisation de la méthode en champ lointain, ce critère n'est plus fiable et, jusqu'à présent, aucun critère sérieux, outre une convergence absolue, n'était disponible pour juger de la convergence d'une simulation. Le critère de convergence absolue, dans une optique industrielle d'optimisation, n'est pas réaliste. D'abord, le temps machine requis est outrageusement disproportionné face au gain en précision supplémentaire pouvant être obtenu, et en deuxième lieu, une convergence absolue, sur une configuration de plus en plus complexe, n'est pas nécessairement possible. La solution à cette problématique a été de proposer un critère de convergence locale basé sur la propriété convective de l'entropie, pour juger de la convergence d'une simulation numérique devant être post-traitée par une méthode en champ lointain. Il a été démontré que ce critère de convergence permet d'obtenir une erreur maximale plus petite que 1% sur le coefficient de traînée lorsque comparé à celui obtenu par une convergence absolue. En outre, en se référant au temps machine requis pour obtenir une convergence absolue, il a été démontré une économie entre 75% et 91% de temps machine requis lorsque la convergence est jugée sur le critère de l'entropie. Ce critère de convergence a été consigné dans un article scientifique publié au

sein de *AIAA Journal* et est inséré à l'annexe A du présent document.

En troisième lieu, lors de la dérivation de la méthode originale, une hypothèse très restrictive a été émise sur la variation de pression sur le plan de Trefftz. D'abord, l'auteur de la méthode a émis l'hypothèse d'un écoulement sans traînée induite, ce qui par hypothèse, présuppose que les composantes de vitesse transversales sont nulles. Ainsi, par les équations du momentum, la pression doit donc être non perturbée sur le plan de sortie. Par déduction logique, si on est en présence d'un écoulement avec traînée induite, alors manifestement si la pression est perturbée sur le plan de sortie, sa variation doit donc être nécessairement due aux composantes transversales de vitesse, et donc à la présence de tourbillons de sillage. Par conséquent, cette variation peut être associée à un phénomène réversible. Cette hypothèse a été mal reçue par la communauté scientifique. En outre, la preuve utilisée est applicable dans le cas d'un écoulement subsonique, mais pas nécessairement vraie dans le cas d'un écoulement transsonique où la présence d'une onde de choc pourrait jouer un rôle dans la perturbation de pression sur le plan de Trefftz. Cette hypothèse étant fondamentale lors du développement d'une méthode applicable à des écoulements transitoires, une étude numérique paramétrique a été effectuée pour renforcer l'hypothèse que la variation de pression sur un plan de Trefftz doit être uniquement due à des phénomènes réversibles. Lors de la présente étude, une analyse a été faite sur le rapport existant entre la perturbation de pression sur un plan de Trefftz et les effets visqueux, la présence et l'intensité d'une onde de choc, et sur l'intensité des tourbillons de sillage. L'étude paramétrique a démontré que la présence d'une onde de choc, peu importe son intensité, et la viscosité n'ont aucune influence sur la perturbation de la pression. Seuls les tourbillons de sillage, et par conséquent l'angle d'attaque, modifient ce champ de pression. Sachant que l'angle d'attaque d'une configuration est directement lié à la portance, et que la portance est directement liée à la traînée induite, l'étude a donc démontré que la variation de pression sur un plan de Trefftz est causée par un phénomène de nature réversible.

Lors de la dérivation de la méthode originale, Destarac émet l'hypothèse que la variation d'enthalpie totale est négligeable. Cette hypothèse a d'ailleurs été démontrée par Giles et Cummings (1999). Or dans l'optique que cette méthode devra être applicable à des écoulements transitoires, cette hypothèse doit être revue, car dans le cas d'un régime transitoire, la variation d'enthalpie totale n'est plus nécessairement négligeable. En l'absence d'une configuration motorisée, il a été démontré mathématiquement qu'une variation d'enthalpie totale est de nature réversible. Ainsi, lors du développement de la méthode applicable aux écoulements transitoires, cette démonstration a permis d'associer la variation d'enthalpie totale à la production de traînée causée par des phénomènes de nature réversible.

Toujours lors de la dérivation de la méthode originale, le coeur de la décomposition de la traînée est basé sur la décomposition du déficit de vitesse axiale en deux parties, une partie

causée par des phénomènes de nature réversible, et une autre causée par des phénomènes de nature irréversible. Or, même s'il n'en est pas fait mention dans l'article original, le déficit de vitesse axiale causé par des phénomènes de nature irréversible n'est pas une fonction continue, car le radical peut devenir négatif lorsque la pression statique devient inférieure à la pression non-perturbée. Théoriquement, il est possible d'éviter les conséquences de ce problème en choisissant un volume d'intégration sur lequel le déficit est défini. Malgré cela, cette lacune diminue la robustesse de cette méthode et oblige une certaine forme d'intervention humaine pour trouver "un bon volume d'intégration". Une nouvelle formulation du déficit de vitesse axiale causé par des phénomènes de nature irréversible a été proposée. Cette formulation a été dérivée en supposant d'abord un écoulement isentropique, ceci contrastant avec la supposition d'un écoulement sans tourbillon de sillage lors de la dérivation de la méthode originale. Cette nouvelle formulation, beaucoup plus robuste que la précédente en vertu du fait qu'elle est continue en tout point du volume de contrôle, a démontré la même précision que l'originale, sans les désagréments de devoir trouver "le bon volume".

La solution des trois dernières problématiques discutées ci-haut, soit la variation d'enthalpie totale, la variation de pression, ainsi que la nouvelle formulation du déficit de vitesse axiale, constitue une contribution scientifique qui a été consignée dans un article scientifique soumis au *CASI Journal*. Au mois de mars 2012, cet article a été accepté pour publication sous condition de corrections mineures. Cet article est inséré à l'annexe B du présent document.

La dernière partie de cette thèse a visé le développement d'une méthode d'extraction et de prédiction de la traînée applicable à des écoulements en régime transitoire. Une nouvelle décomposition a été proposée. Cette décomposition s'inspire de la philosophie de la méthode originale, en ce sens qu'elle est basée sur une décomposition de nature thermodynamique. D'abord, la traînée a été décomposée en termes de traînée causée par des phénomènes de nature réversible et irréversible. La décomposition de la traînée de nature irréversible est identique à celle de la méthode originale. La traînée de nature réversible a été décomposée en termes de traînée induite et de traînée causée par des fluctuations instationnaires, ce dernier type de traînée étant étroitement lié au concept de variation d'enthalpie totale discutée précédemment. Ainsi, la nouvelle méthode propose une décomposition de la traînée en termes de traînée d'onde, traînée visqueuse, traînée numérique, traînée induite et traînée causée par des fluctuations instationnaires. Cette méthode a été validée par deux cas test. Le premier cas test concerne un référentiel inertiel dont l'instationnarité est provoquée par une condition à la frontière de nature transitoire. Ce cas test a démontré que la méthode propose une décomposition adéquate de la traînée. Le deuxième cas test concerne un référentiel non-inertiel dont l'instationnarité est provoquée par l'oscillation d'un profil, et donc conséquemment par

l'oscillation du maillage. La méthode a encore une fois été très bien validée et a permis de comprendre la signification physique de la traînée causée par des fluctuations instationnaire. En effet, cette traînée est causée par la force résultante du travail effectué sur un écoulement. Cette nouvelle méthode constitue une contribution scientifique qui a été consignée dans un article scientifique soumis au *AIAA Journal*. Cet article est disponible à l'annexe C du présent document.

Limitations de la solution proposée

Il est bon de rappeler au lecteur les limitations de la méthode originale ayant été améliorée ainsi que de la nouvelle formulation proposée. D'abord, ces deux méthodes sont applicables uniquement à des écoulements subsoniques ou transsoniques. Elles ne sont pas applicables à des écoulements hypersoniques ou supersoniques, et ce, pour plusieurs raisons. Entre autres, dû à la possibilité que l'onde de choc sorte du domaine par le plan de sortie. Cette possibilité implique nécessairement que l'hypothèse, que la perturbation de pression sur un plan de Trefftz soit causée par un phénomène de nature réversible devient manifestement fausse. Ainsi, une décomposition de la traînée applicable à des écoulements supersoniques et hypersoniques devra nécessairement reposer sur une autre hypothèse, ou encore devoir être en mesure de départager la variation de pression causée par le passage de l'onde de choc au travers du plan de sortie de celle causée par les tourbillons de sillage. Une autre cause de sa non-applicabilité à des écoulements supersoniques et hypersoniques est l'hypothèse selon laquelle, pour un écoulement en régime permanent, la variation de l'enthalpie totale soit négligeable, ou encore, pour un écoulement en régime transitoire, que cette variation soit de nature réversible. Dans le cas d'un écoulement supersonique ou hypersonique, il peut y avoir une variation non-négligeable de l'enthalpie totale entre l'entrée et la sortie et l'impact de cette variation doit être investigué pour déterminer son rôle dans la production de traînée.

Une autre limitation de la méthode actuelle est son application à des configurations motorisées. La méthode originale présentée dans ce document ne s'applique qu'à des configurations non-motorisées. Certains auteurs ont proposé des méthodes applicables à des configurations motorisées, mais dans ces cas et à la connaissance de l'auteur, elle ne s'applique qu'à des configurations très simples. Toujours à la connaissance de l'auteur, la difficulté ne réside pas dans le fait de prendre en compte l'addition d'enthalpie causée par la présence d'un moteur, mais plutôt sur la décomposition en elle-même. En effet, pour être en mesure de déterminer la traînée générée par la présence d'un moteur, il faut être en mesure de pouvoir sélectionner un volume correspondant aux lignes de courant passant par le moteur. Or il n'est pas évident, dû aux effets de croisement possible entre les lignes de courant passant au travers du moteur,

et celles le contournant, de pouvoir effectuer ce partage. La conséquence directe est que, lors de la décomposition sur un plan de Trefftz, il n'est pas possible de séparer le déficit de vitesse axiale ayant été causé par le passage de l'écoulement au travers du moteur de celui ayant été causé par d'autres sources de nature irréversible, tels par exemple la couche limite ou une onde de choc. Malgré le fait que pour un écoulement en régime permanent, il soit assez facile de mesurer l'impact de l'addition d'enthalpie et d'en tenir compte dans la dérivation des équations, cette addition devient réellement problématique dans le cas d'un écoulement en régime transitoire. Effectivement, une des difficultés qu'entrevoit l'auteur est qu'il sera très difficile de déterminer les causes de la variation d'enthalpie totale dans le but d'en faire la décomposition.

Améliorations futures

Actuellement, la méthode d'extraction et de prédiction de traînée a su faire ses preuves au fil des ans et est maintenant solidement implémentée dans plusieurs centres de recherches et constructeurs aéronautiques à travers le monde. Il est évident qu'une amélioration possible serait l'adaptation de cette méthode à des configurations motorisées. Ainsi, il serait possible d'effectuer une décomposition entre la traînée reliée à l'installation du moteur et la traînée aérodynamique de l'avion en lui-même. Les responsabilités du motoriste et du constructeur pourraient ainsi être clairement établies. Dans cet optique, un étudiant a récemment été engagé au sein de la Chaire de recherche IDEA en vue de développer une méthode fiable qui sera applicable à des configurations motorisées. D'ailleurs, à ce jour, un transfert de connaissance important s'est produit entre l'auteur du présent document et l'étudiant sur les différentes lacunes de la méthode, et les solutions proposées pour les surmonter.

Un aspect extrêmement important de cette méthode, qui à la connaissance de l'auteur, est sous utilisé, est l'utilisation de ce type de méthode pour vérifier la qualité d'un maillage. Tel qu'il a été discuté dans cette thèse, un des principaux avantages de cette méthode est la possibilité de quantifier et d'extraire la traînée numérique causée par les erreurs de discrétisation, de troncatures, et par l'ajout de dissipation artificielle et inhérente à tous calculs CFD. Or il a été démontré que le maillage est en grande partie responsable de la production de la traînée numérique, et que sa qualité est inversement proportionnelle à sa production. Plusieurs aspects méritent d'être étudiés en regard de ce fait : quel est le phénomène qui est directement responsable de la production d'entropie numérique en présence d'un maillage grossier ? Peut-on diminuer cette production sur un maillage grossier par le déplacement de certains noeuds ? Peut-on juger de la qualité d'un maillage par sa production de traînée numérique ? Est-ce qu'un critère de qualité pourrait être établi en regard de ce phénomène ?

Telle qu'elle a été présentée dans cette thèse, la méthode d'extraction et de décomposition de traînée permet l'extraction de la traînée numérique sur la base d'un principe physique qui suppose qu'en dehors de la couche limite et de l'onde de choc, l'écoulement est réputé isentropique. La présence d'entropie dans ces cellules supposées être isentropiques est responsable de la traînée numérique, et c'est de cette façon qu'elle est détectée. Ainsi, seule l'entropie numérique contenue dans des cellules isentropiques peut être extraite et quantifiée. Une amélioration importante pourrait être effectuée en isolant l'entropie numérique directement dans les cellules non-isentropiques. Ce procédé nécessiterait d'interagir directement avec le solveur pour pouvoir détecter "l'injection" ou la "production" d'entropie numérique par le solveur lors de la résolution des équations, et d'observer son comportement sur la balance des flux surfaciques aux faces des cellules. Malgré tout, il s'agit d'un mandat difficile, car cette "production" est entre autres due à la non-linéarité des équations résolues.

Épilogue

Cette recherche a été effectuée au sein de la Chaire de recherche IDEA, dont le titulaire est le Pr. Jean-Yves Trépanier. Cette Chaire est subventionnée par la **Fondation J-Armand Bombardier**, par le **CRSNG**, et par le motoriste **Pratt&Whitney Canada**.

RÉFÉRENCES

- CHAO, D. et VAN DAM, C. (1999). Airfoil Drag Prediction and Decomposition. *Journal of Aircraft*, 36, 675–681.
- CHAO, D. et VAN DAM, C. (2006). Wing Drag Prediction and Decomposition. *Journal of Aircraft*, 43, 82–90.
- DESTARAC, D. (2003). *CFD-Based aircraft drag prediction and reduction*, von Karman Institute for Fluid Dynamics, vol. 2003-02, chapitre Far-field/Near-field Drag Balance and Applications of Drag Extraction in CFD. 1–62.
- DESTARAC, D. (2008). Drag extraction from numerical solutions to the equations of fluid dynamics : the far-field philosophy. *43ième Colloque d'Aérodynamique Appliquée de l'Association Aéronautique Astronautique de France, Poitiers*.
- DESTARAC, D. (43ème Colloque d'Aérodynamique Appliquée de l'Association Aéronautique Astronautique de France, Poitiers, 10-12 March 2008). Drag extraction from numerical solutions to the equations of fluid dynamics : the far-field philosophy.
- ESQUIEU, S. (2003a). *Évaluation de la traînée d'un avion de transport à partir de calculs numériques de mécanique des fluides*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1.
- ESQUIEU, S. (2003b). Numerical simulation and drag extraction using patched grid calculations. *AIAA Paper*, 2003-1238, 1–9.
- GARABEDIAN, P. (1976). Computation of wave drag for transonic flow. *Journal d'analyse mathématique*, 30, 164–171.
- GARIEPY, M., TREPANIER, J.-Y. et MASSON, C. (2010.). Improvements in accuracy and efficiency for a far-field drag prediction and decomposition method. *28th AIAA Applied Aerodynamics Conference, AIAA Paper 2010-4678, Chicago, Ill., 28 June - 1st July*.
- GARIEPY, M., TREPANIER, J.-Y. et MASSON, C. (2011). Convergence criterion for a far-field drag prediction and decomposition method. *AIAA Journal*, 49.
- GILES, M.B., C. R. et HUNT, D.L. GILES, M. (1999). Wake Integration for Three-Dimensional Flowfield Computations : Applications. *Journal of Aircraft*, 36, 366–373.
- GILES, M. et CUMMINGS, R. (1999). Wake Integration for Three-Dimensional Flowfield Computations : Theoretical Development. *Journal of Aircraft*, 36, 357–365.
- HIRSCH, C. (1988). *Numerical computation of internal and external flows*, vol. 1. John Wiley & Sons Ltd.

- KUSUNOSE, K. (1998). Drag prediction based on a wake-integral method. *AIAA Paper*, 98-2723, 501–513.
- KUSUNOSE, K. (2003). *CFD-Based aircraft drag prediction and reduction*, von Karman Institute for Fluid Dynamics, vol. 2, chapitre Advanced Wake Integration Method for Experimental Drag Prediction. 1–48.
- KUSUNOSE, K. et CROWDER, J. (2002). Extension of Wake-Survey Analysis Method to Cover Compressible Flows. *Journal of Aircraft*, 39, 954–963.
- KUSUNOSE, K., CROWDER, J. et WATZLAVICK, R. (1999). Wave drag extraction from profile drag based on a wake-integral method. *AIAA Paper*, 99-0275, 1–10.
- LABAN, M. (2000). Aircraft drag and thrust analysis (airdata). Rapport technique, National Aerospace Laboratory (NLR).
- LAURENDEAU, E. et BOUDREAU, J. (2003). Drag prediction using the Euler/Navier-Stokes code FANSC. *SAE transactions*, 112, 488–499.
- LAURENDEAU, E. et BOUDREAU, J. (Toronto, Canada. 2005). Drag prediction methods using bombardier full-aircraft navier-stokes code fansc. *Aerospace Technology and Innovation Conference*. CASI.
- LOCK, R. (1962). Some experiments on the design of swept wing body combinations at transonic speeds. *IUATAM Symposium, Aachen*.
- LOVELY, D. et HAIMES, R. (1999). Shock Detection from Computational Fluid Dynamics Results. *AIAA Paper*, 99-3285, 1–9.
- MARONGIU, C. et TOGNACCINI, R. (2010). Far-field analysis of the aerodynamic force by lamb vector integrals. *AIAA Journal*, 48.
- MASSON, C., VEILLEUX, C. et PARASCHIVOIU, I. (1998). Airfoil Wave-Drag Prediction Using Euler Solutions of Transonic Flows. *Journal of Aircraft*, 35, 748–753.
- MEHEUT, M. (2006). *Évaluation des composantes phénoménologiques de la traînée d'un avion à partir de résultats expérimentaux*. Thèse de doctorat, Université de Lille.
- MÉHEUT, M. et BAILLY, D. (2005). Drag prediction and wake survey techniques. *CEAS Katnet conference on key aerodynamic technologies*.
- MÉHEUT, M. et BAILLY, D. (2008). Drag-breakdown methods from wake measurements. *AIAA Journal*, 46, 847–862.
- MEREDITH, P. (1993). Viscous phenomena affecting high-lift systems and suggestions for future CFD development. Rapport technique 94-18415 04-01, AGARD.
- MURMAN, E. et COLE, J. (1971). Calculation of plane steady transonic flows. *AIAA Journal*, 9, no. 1, 114–121.

- OSWATITSCH, K. (1956). *Gas dynamics*. Academic Press.
- PAPARONE, L. et TOGNACCINI, R. (2003). Computational Fluid Dynamics-Based Drag Prediction and Decomposition. *AIAA Journal*, 41, 1647–1657.
- PASCARELLI, A. et TOGNACCINI, R. (2000). Drag and thrust bookkeeping from cfd calculations. Rapport technique, Dipartimento di Progettazione Aeronautica, Università degli Studi di Napoli, Napoli. NT-00-43-2000.
- SCHMITT, V. et DESTARAC, D. (1998). Recent progress in drag prediction and reduction for civil transport aircraft at ONERA. *AIAA Paper*, 98-0137, 1–13.
- SLOOFF, J. (1986). Computational drag analysis and minimization : mission impossible. *AGARD*, 723, addendum 1.
- SQUIRE, H. et YOUNG, A. (1938). The calculation of the profile drag of aerofoils. Rapport technique, R. & M.
- STEGER, J. et BARRETT, S. B. (1972). Shock waves and drag in the numerical calculation of isentropic transonic flow. Rapport technique, Rapport technique.
- TOGNACCINI, R. (2003). *CFD-Based aircraft drag prediction and reduction*, von Karman Institute for fluid dynamics, vol. 2, chapitre Methods for Drag Decomposition, Thrust-drag Bookkeeping from CFD Calculations. 1–65.
- TOGNACCINI, R. (2005). Drag Computation and Breakdown in Power-on Conditions. *Journal of Aircraft*, 42, 245–252.
- TOGNACCINI, R. et PAPARRONE, L. (2000). Drag breakdown and drag/thrust bookkeeping from cfd calculations. *European research on aerodynamic engine/airframe integration for transport aircraft, Braunschweig*, vol. 10.
- VAN DAM, C. (2003a). *CFD-Based aircraft drag prediction and reduction*, von Karman Institute for fluid dynamics, vol. 2, chapitre Aircraft design and the importance of drag prediction. 1–37.
- VAN DAM, C. (2003b). *CFD-Based aircraft drag prediction and reduction*, von Karman Institute for fluid dynamics, vol. 2, chapitre Critical factors in CFD-based drag prediction. 1–31.
- VAN DER VOOREN, I. et SLOOFF, J. (1990). CFD-Based Drag Prediction : State-of-the-Art, Theory, Prospects. Rapport technique, NLR.
- VEILLEUX, C., MASSON, C. et PARASCHIVOIU, I. (1999). A new induced-drag prediction method using Oswatitsch's expression. *Aeronautical Journal*, 103, 299–307.
- VERLEY, S. (2011). Torque analysis based on the cfd "far-field" philosophy for rotors in hover. *46th Applied Aerodynamics Symposium, Polytech' Orléans, France*.

- VIAU, J.-F. (2008). Aircraft design : an overview. *Conférence des étudiantes et étudiants en génie aérospatial du Québec*.
- YAMAZAKI, W., MATSUSHIMA, K. et NAKAHASHI, K. (2005). Drag Prediction and Decomposition Based on CFD Computations. *JSME International Journal Series B*, 48, 235–240.
- YAMAZAKI, W., MATSUSHIMA, K. et NAKAHASHI, K. (2007). Drag decomposition-based adaptive mesh refinement. *Journal of Aircraft*, 44, 1896–1905.
- YAMAZAKI, W., MATSUSHIMA, K. et NAKAHASHI, K. (2008). Aerodynamic Design Optimization Using the Drag-Decomposition Method. *AIAA Journal*, 46, 1096–.
- YATES, J. et DONALDSON, C. (1986). A fundamental study of drag and an assessment of conventional drag-due-to-lift reduction devices. *NASA CR 4004*.
- ZHU, Z., WANG, X., LIU, J. et LIU, Z. (2007). Comparison of predicting drag methods using computational fluid dynamics in 2d/3d viscous flow. *Science in China Series E : Technological Sciences*, 50, 534–549.

ANNEXE A

Convergence Criterion for a Far-Field Drag Prediction and Decomposition Method

GARIEPY, M., TREPANIER, J.-Y., et MASSON, C. (2011). Convergence Criterion for a Far-Field Drag Prediction and Decomposition Method. *AIAA Journal*, 49

Technical Notes

Convergence Criterion for a Far-Field Drag Prediction and Decomposition Method

Martin Gariépy* and Jean-Yves Trépanier†

École Polytechnique de Montréal,
Montréal, Québec H3T 1J4, Canada

and

Christian Masson‡

École de Technologie Supérieure,
Montréal, Québec H3C 1K3, Canada

DOI: 10.2514/1.J050865

Nomenclature

a	=	speed of sound, m/s
C_d	=	drag coefficient
D	=	drag, N
d_m	=	minimal distance, m
$\mathbf{f}$	=	pressure and momentum forces, kPa
M	=	Mach number
$\mathbf{n}$	=	unit normal vector (n_x, n_y, n_z)
P	=	pressure, kPa
R	=	gas constant, J/kg · K
S	=	relative to a surface or a plane, m ²
s	=	entropy, J/K
T	=	temperature, K or, °C
$\mathbf{v}$	=	velocity vector (u, v, w), m/s
γ	=	specific heat ratio
ΔH	=	variation of total enthalpy relative to freestream, J/kg
Δs	=	variation of entropy relative to freestream, J/K
μ	=	viscosity, N · s/m ²
ρ	=	density, kg/m ³
τ	=	deviatoric stress tensor (τ_x, τ_y, τ_z), N/m ²
Ω	=	domain volume, m ³

Subscripts

A	=	relative to the airfoil (2-D) or the wings (3-D)
bl	=	boundary layer
cut	=	symmetrical plane
ff	=	far field
i	=	relative to induced drag
l	=	relative to laminar flow
nf	=	near field

Presented as Paper 2010-4678 at the Applied Aerodynamics Conference, Chicago, IL, 28 June–1 July 2010; received 16 September 2010; revision received 30 May 2011; accepted for publication 4 July 2011. Copyright © 2011 by the authors. Published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., with permission. Copies of this paper may be made for personal or internal use, on condition that the copier pay the \$10.00 per-copy fee to the Copyright Clearance Center, Inc., 222 Rosewood Drive, Danvers, MA 01923; include the code 0001-1452/11 and \$10.00 in correspondence with the CCC.

*Ph.D. Student, Department of Mechanical Engineering; martin.gariepy@polymtl.ca. Student Member AIAA.

†Professor, Department of Mechanical Engineering; jean-yves.trepanier@polymtl.ca. Member AIAA.

‡Professor, Department of Mechanical Engineering; christian.masson@etsmtl.ca.

sp	=	relative to spurious
T	=	Trefftz plane
t	=	relative to turbulent flow
vw	=	relative to viscous and wave drag
∞	=	relative to freestream

I. Introduction

DRAG decomposition methods are powerful techniques that allow the possibility of decomposing the drag in its physical components such as wave, viscous, induced, and spurious drag, with the latter being caused by numerical and truncation errors and by the introduction of artificial dissipation [1–3]. There are two primary reasons to use such techniques. The first one is that these methods allow more accurate drag coefficient to be computed by withdrawing the spurious drag from the solution. The second reason is that they allow the aerodynamicist to identify the physical zones of drag production, hence allowing the possibility to locally optimize the configurations.

In this Note, we focus on the drag decomposition method derived by van der Vooren and Destarac [1] to increase its efficiency. Presently, researchers usually fully converge the computational fluid dynamics (CFD) solutions in order to achieve accurate results, because this convergence is very expensive in computational time. The aim of this Note is to present a new convergence criterion in the optic of reducing the computational time while keeping accurate results.

II. Far-Field Method

This section briefly presents the drag decomposition method of van der Vooren and Destarac [1]. The basic computation of the drag is based on the general far-field formulation held on a Trefftz plane:

$$D_{ff} = \int_{S_T} (\rho(u - u_\infty)(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) + (p - p_\infty)\mathbf{i}) dS \quad (1)$$

It had been shown by Paparone and Tognaccini [4] that the pressure variation for a subsonic flow is solely caused by reversible processes. On the Trefftz plane, the flow can be considered as incompressible and this hypothesis is still valid. Hence, the hearth of the decomposition is to separate the axial velocity defect (called AVD in this Note), $u - u_\infty$, in two parts, with one being caused by irreversible processes and the other by reversible processes. To do so, van der Vooren and Destarac [1] used the thermodynamic properties to express the AVD as follows:

$$\Delta \bar{u} = u_\infty \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta H}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma - 1)M_\infty^2} [(e^{-\frac{\Delta s}{R}})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1]} - u_\infty \quad (2)$$

This definition of the AVD caused by irreversible processes is coherent: indeed, if the entropy variation is zero, then the AVD caused by irreversible processes is also zero. Using the Gauss theorem to transform the surface integral onto a volumetric one, it is now possible to compute the irreversible drag as follows:

$$D_{irr} = \int_{\Omega} (\nabla \cdot \rho \Delta \bar{u} \mathbf{v}) d\Omega \quad (3)$$

In the latter integral, the integration volume is the entire control volume. This decomposition may be pushed further by realizing that the integrated quantity must be zero in the region where the flow is isentropic. Hence, it is possible to restrict the volumetric integration only in the areas of irreversible drag production: namely, the areas where there is entropy production. In a transonic flow, entropy

production occurs across a shock, in the boundary layer, and in the viscous wake. So the viscous and wave drag can be computed as follows:

$$D_{\text{wave}} = \int_{\Omega_{\text{wave}}} (\nabla \cdot \rho \Delta \bar{u} \mathbf{v}) d\Omega \quad (4)$$

$$D_{\text{viscous}} = \int_{\Omega_{\text{viscous}}} (\nabla \cdot \rho \Delta \bar{u} \mathbf{v}) d\Omega \quad (5)$$

Moreover, in the areas where the flow is supposed to be isentropic, Eq. (3) must be zero. However, numerically, this is not always the case. So spurious drag can be defined and computed as follows:

$$D_{\text{spurious}} = \int_{\Omega_{\text{spurious}}} (\nabla \cdot \rho \Delta \bar{u} \mathbf{v}) d\Omega \quad (6)$$

Finally, by algebraic manipulations, van der Vooren and Destarac [1] showed that the induced drag can be computed as follows:

$$D_i = \int_{\Omega_{\text{induced}}} (\nabla \cdot (\rho \Delta u_* \mathbf{v} + (p - p_\infty) \mathbf{i})) d\Omega - \int_{S_A} (\rho \Delta u_* \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} + (p - p_\infty) \mathbf{i}) dS \quad (7)$$

Note that in the latter equation, Δu_* represents the AVD caused by reversible processes and it can be computed by $\Delta u_* = \Delta u - \Delta \bar{u}$.

This drag decomposition method has made its proofs over the years, and it is now used in major aeronautics industries such as Airbus and Bombardier Aerospace. The next section presents a convergence criterion to reduce the computational time required to converge the solution while keeping accurate results.

III. Convergence Issues

Usually, when using the near-field method,[§] convergence of the CFD solution algorithm is monitored based on the variation of the drag coefficient at each iteration. When C_d stabilizes (variation of less than 0.1 drag count per 100 iterations), convergence is assumed, since further convergence to machine zero on residuals has a negligible influence on the computed C_d . Physically, the drag coefficient stabilizes when the pressure and shear stress residuals are low. However, with the far-field method, this convergence criterion is inappropriate and leads to inaccurate results. Up to now, researchers have been using a fully converged solution of the flowfield to ensure consistency. However, fully converged solutions have the disadvantage of requiring long computational times. To our knowledge, no convergence criterion has been established for the far-field method that ensures accurate results. The aim of this section is to propose a rigorous criterion, based on local convergence, that will allow accuracy of up to 1% of the fully converged C_d value.

A. Mathematical Description

Theoretically, there is an equality between the near-field and the far-field methods. This equality can be expressed as follows:

$$\begin{aligned} -D_{\text{nf}} &= - \int_{S_A} ((p - p_\infty) \mathbf{i} - \tau_{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{n}) dS \\ &= D_{\text{viscous}} + D_{\text{wave}} + D_i + D_{\text{spurious}} = D_{\text{ff}} \end{aligned} \quad (8)$$

This equality will hold for any control volume on which the right integral is performed, provided that this control volume fulfills the following two conditions:

- 1) Any wall (S_A) must be totally included in this volume.
- 2) The control volume must be bounded.

[§]Near-field method is the classical way of computing the drag coefficient by integrating the forces acting on the surfaces

Numerically, as pointed out by Masson et al. [3], a third condition must be stated for a transonic flow, due of the presence of a shock:

- 3) The shock must be completely included in the control volume.

Fulfillment of these conditions will then ensure that Eq. (8) is respected. Hence, for a given flow, convergence of the flowfield must be reached only in this control volume, and not necessarily over the entire domain. We refer to this type of convergence here as *local convergence*. A local convergence criterion can now be established by analyzing the definition of the AVD caused by irreversible processes, which mainly depends on entropy ($\log(p/\rho)$). Moreover, as entropy is a convective property, convergence of entropy will be reached inside the control volume if it is already reached on the boundary of this volume, provided that the latter fulfills the three conditions stated above. Analysis of the AVD caused by irreversible processes also reveals its dependence on the velocity field, and we may wonder about the convergence of this field. As stated by Hirsch [5], secondary properties such as entropy converge much more slowly than do primary properties such as velocity fields.

As a result, and in order to obtain drag with accuracy while decreasing computation time, local convergence must be reached on entropy on the smallest volume fulfilling the three above conditions. In the rest of this Note, we call this volume $V(d_m)$, where d_m stands for a minimal distance that will be defined in the next section.

B. Numerical Implementation

As stated in the previous section, $V(d_m)$ must be the smallest volume for which Eq. (8) is respected. To find such a volume, let us define d as a distance between the cell centroid and its nearest wall. Then the volume $V(d)$ can be defined as the volume containing all cells for which its distance to the nearest wall is below a certain constant k . It is then possible to construct multiple volumes by varying the constant k from a minimum of one chord to a maximum equal to the size of the entire domain. $V(d_m)$ can now be chosen as the minimal volume for which Eq. (8) is respected. Usually, requirements for drag prediction are of the order of magnitude of one drag count in a detailed aircraft design process. So the minimal distance may safely be chosen to satisfy[¶]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho u_\infty^2 A} \left(\int_{S_A} ((p - p_\infty) \mathbf{i} - \tau_{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{\Omega} (\nabla \cdot \rho \Delta \bar{u} \mathbf{v}) d\Omega \right) \\ \leq 1.0e - 4 \end{aligned} \quad (9)$$

Defining $S_{V(d_m)}$ as the boundary of $V(d_m)$, convergence of the flowfield on $V(d_m)$ is obtained by analyzing the variation of $\int_{S_{V(d_m)}} \log(p/\rho) dS$ at each iteration. Convergence will be assumed when the computed value does not vary by more than $1.0e^{-4}$ for 20 successive iterations.

These two steps ensure local entropy convergence on $V(d_m)$. This method should also give results that are as accurate as those obtained with an absolute convergence.

IV. Results and Discussion

A. Methodology, Grid, and Flow Solver

Validation of the convergence criterion has been done for a 2-D case on a NACA0012 airfoil in an Euler transonic flow at a Mach number of 0.85 with zero lift and for a 3-D case on the ONERA M6 wing in a transonic viscous flow.

For the NACA0012 airfoil, a structured set of three grids with refinement at the shock location (see Fig. 1) was used. The initial coarse grid has 98 nodes on the airfoil and 36 nodes in the wake. Medium and fine grids were constructed by doubling the nodes (the fine grid has 392 nodes on the airfoil and 144 nodes in the wake). For the ONERA M6 wing, the grid and boundary values were taken from the NASA case study.^{**} The grid has 315,000 cells.

[¶] $1.0e^{-4}$ is equal to one drag count.

^{**}Data available online at <http://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/m6wing/m6wing.html>.

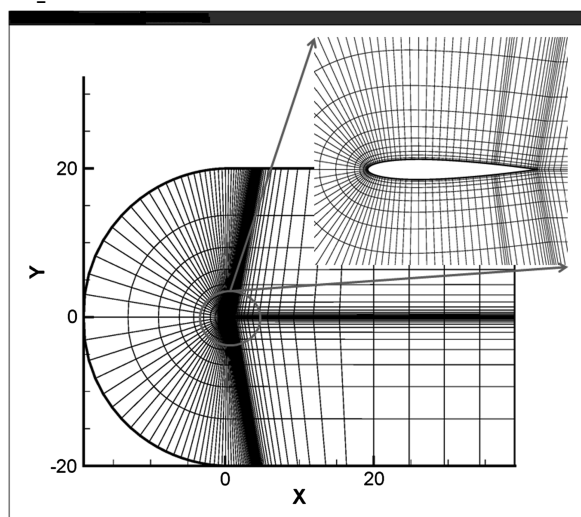


Fig. 1 Coarse mesh (98 × 36 nodes) with refinement at the shock location.

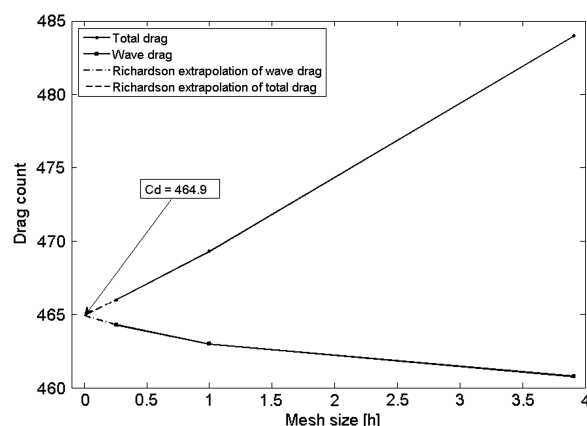


Fig. 2 Grid convergence for NACA0012, inviscid flow, $Ma = 0.85$, and $C_i = 0.0$.

For all test cases, the commercial solver FLUENT, version 12.1.4, was used to compute the solutions. The density-based scheme with a Roe flux-difference-splitting method was selected along with the Green–Gauss cell-based reconstruction gradient method. A total-variation-diminishing limiter scheme was used for computing gradients for the primary variables (p, ρ, u, v, T). For the 3-D case, the Spalart–Allmaras turbulence model was selected.

B. Grid Convergence Study for the Two-Dimensional Case

A grid convergence study, presented in Fig. 2, has been done on the NACA0012 airfoil in an Euler transonic flow. The graph represents the wave drag coefficient computed with Eq. (4) and the total drag coefficient, which is the sum of the wave and spurious drag. Grid

Table 1 Wave, spurious, and total drag coefficients

Grid	C_{dw} , Eq. (4)	C_{dsp} , Eq. (6)	C_{dtotal}
Coarse	460.8	23.2	484.0
Medium	463.0	6.3	469.3
Fine	464.3	1.7	466.0

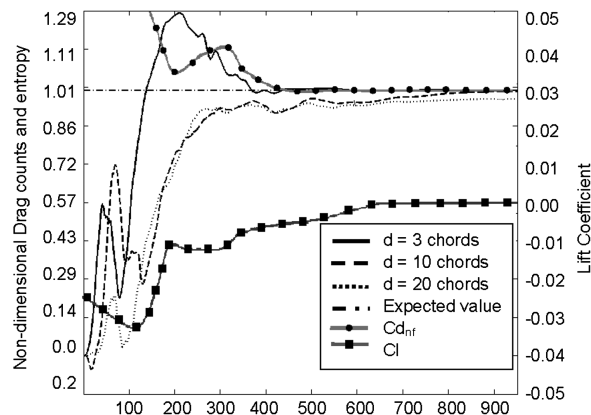


Fig. 3 Convergence curves of entropy, drag coefficient and lift coefficient for NACA0012 at $Ma = 0.85$ against iterations.

convergence is excellent, as Richardson’s extrapolation shows the same value for the total and wave drag, i.e., $C_d = 464.9$. Indeed, spurious drag shows a normal behavior by going to zero as the mesh size is refined. These results are consistent with those of Masson et al. [3]. Comparison of the wave drag computed on the different grids (Table 1) shows that reasonably accurate values can be obtained on a coarse grid with an error fewer than five drag counts, which corresponds to an error of less than 1% of the extrapolated value. This test case shows the good capability of this method and its superiority over the near-field one.

C. Results for the Two-Dimensional Case

This section discusses the issue of convergence for the 2-D case and presents the related results. The NACA0012 airfoil still served as the test case with the same parameters defined earlier. For the first two figures, results were obtained on the medium grid.

Figure 3 presents the convergence curves of the near-field drag coefficient, the lift coefficient (the scale is at the right of the figure), and the entropy integrated over different volumes. The entropy is computed as follows:

$$s = \int_{S_{V(d)}} \log(p/\rho) dS \quad (10)$$

The first three curves in Fig. 3 represent Eq. (10) integrated over the boundary of $V(d)$, with d equal to 3, 10, and 20 chords,

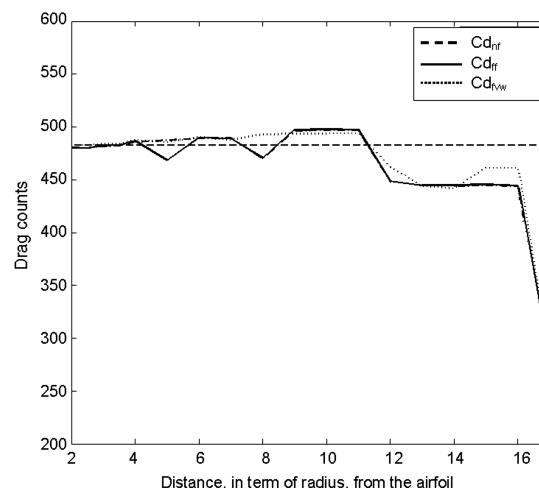


Fig. 4 Computed value of C_d at various locations in the domain when convergence is reached on entropy at $d = 3$ chords.

Table 2 Computed drag difference depending on the convergence criterion

Grid type	Convergence criterion	Error for $C_{d_{\text{eff}}}$, Eq. (1)	Error for $C_{d_{\text{in}}}$, Eq. (3)
Coarse	Convergence based on pressure	5.20%	5.10%
Coarse	Convergence based on entropy	0.66%	0.66%
Medium	Convergence based on pressure	2.10%	0.35%
Medium	Convergence based on entropy	0.10%	0.10%
Fine	Convergence based on pressure	1.18%	1.20%
Fine	Convergence based on entropy	0.14%	0.02%

respectively. The fourth curve is the computed value of Eq. (10) with a fully converged CFD simulation. The fifth curve corresponds to the near-field drag coefficient. Finally, the sixth curve correspond to the lift coefficient. The first five curves are normalized to be on the same scale.

An analysis of the various curves in Fig. 3 shows that convergence of the near-field drag coefficient is reached at around the 400th iteration. The convergence on entropy is locally reached at $d = 3$ chords around the 600th iteration, but is not reached further into the domain, either for $d = 10$ chords or $d = 20$ chords, until a much larger number of iterations has been performed. So the bigger the volume $V(d)$, the longer it takes to achieve local convergence. Figure 3 therefore confirms the hypothesis that entropy will converge locally near the airfoil more rapidly than further into the domain, due of its convective nature. Obviously, near-field drag is converging before entropy, as expected.

Figure 4 shows the drag coefficients computed by the near-field method [Eq. (8)] by the general formulation for irreversible drag [Eq. (3)] and by the general far-field formulation [Eq. (1)] on various volumes $V(d)$ (or on their boundaries) at the 600th iteration. Remember that, as shown in Fig. 3, the entropy is locally converged for $d = 3$ chords at the 600th iteration.

Analysis of Fig. 4 demonstrates that all drag predictions are accurate at $d_m = 3$ chords. Furthermore, the major drop at $d = 16$ chords shows that entropy does not even reach the end of the domain, even when it is locally converged on $V(d_m)$. This means that because of the convective nature of entropy, convergence is not reached in the outer volume on entropy. Only more iterations will allow the entropy to convect to the end of the domain. Hence, as demonstrated in Fig. 4, basing the convergence criterion on entropy in the vicinity of the geometry will decrease the number of iterations compared with the number of iterations required to fully converge the solution.

Table 2 presents the difference, expressed as a percentage, between the fully converged drag coefficient and the computed drag coefficient, when the solution has been locally converged, either on a pressure basis or on the basis of entropy. Analysis of Table 2 shows that convergence based on pressure is not enough, and leads to a maximal error of 5.3% on the computed drag coefficient for the coarsest grid, which drops to 1.2% for the finest grid. Although the error on the finest grid seems low, 1.6% on this test case corresponds to an error of seven drag counts, which is obviously not accurate enough for a simple airfoil. In contrast, Table 2 shows that convergence based on entropy is sufficient to obtain accurate results:

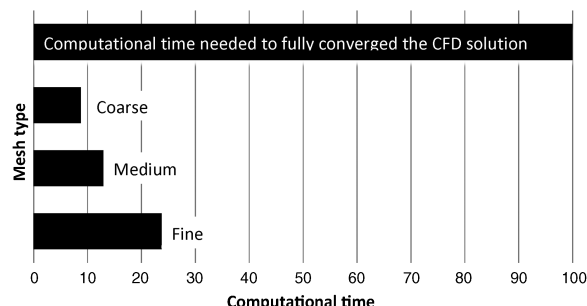


Fig. 5 Computational time needed to converge the CFD solution locally based on the entropy criterion depending on mesh type.

Table 3 Results for the ONERA M6 wing: computed drag vs convergence criterion

Convergence Criterion	Error for $C_{d_{\text{eff}}}$, Eq. (1)	Error for $C_{d_{\text{in}}}$, Eq. (3)
Convergence based on pressure	2.9%	5.33%
Convergence based on entropy	0.7%	0.05%

the maximal error for the coarsest grid is 0.66%, dropping to 0.14% for the finest one (less than one drag count).

Figure 5 shows the nondimensional CPU time needed to reach local convergence of the flowfield based on the entropy criterion. The CPU time needed to reach a fully converged CFD solution is referred to as 100%. An analysis of this chart reveals that it takes only 9% of CPU time to reach convergence on the coarse grid, and this percentage grows to nearly 25% on the finest grid. Table 2 and Fig. 5 show that *the local convergence principle reduces computational time significantly while maintaining accurate drag prediction.*

V. Results of the Three-Dimensional Viscous Case

This section presents the results for the ONERA M6 wing in a transonic viscous flow at $Ma = 0.84$, with an angle of attack of 3.06° . Table 3 shows the same behavior as in the 2-D case: converged results after many fewer iterations when the convergence criterion is based on entropy. For a 3-D case, it is interesting to note that the ONERA M6 wing required 72 h to fully converge to the solution, whereas only 12 h were needed with the local convergence principle.

VI. Conclusions

The state of the art in drag prediction and decomposition has been presented, with an emphasis on van der Vooren and Destarac's method, which has clearly demonstrated its superiority over the years. The aim of this Note was to propose a new convergence criterion to use with the far-field method that allows the same accuracy as an absolute convergence.

A rigorous criterion has been established that eliminates the need to fully converge the CFD solution in order to achieve accurate results for drag prediction. This new criterion allows for the possibility of achieving accurate results, while drastically decreasing computation time.

Acknowledgments

This project was performed within the framework of the IDEA (Integrated Design toward Efficient Aircraft) Chair at the École Polytechnique de Montreal and supported financially by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada, the J.-Armand Bombardier Foundation, and Pratt & Whitney Canada. M. G. acknowledges the contributions of Kurt Sermeus and Éric Laurendeau from Bombardier Aerospace and from Christophe Tribes of the IDEA Chair.

References

- [1] Van der Vooren, J., and Destarac, D., "Drag/Thrust Analysis of Jet-Propelled Transonic Transport Aircraft: Definition of Physical Drag Components," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 8, 2004, pp. 545–559.

-
- [2] Esquieu, S., “Évaluation de la Traînée d’un Avion de Transport à Partir de Calculs Numériques de Mécanique des Fluides,” Ph.D. Thesis, Université Bordeaux 1, Talence, France, 2003.
- [3] Masson, C., Veilleux, C., and Paraschivoiu, I., “Airfoil Wave-Drag Prediction Using Euler Solutions of Transonic Flows,” *Journal of Aircraft*, Vol. 35, 1998, pp. 748–753.
doi:10.2514/2.2365
- [4] Paparone, L., and Tognaccini, R., “Computational Fluid Dynamics-Based Drag Prediction and Decomposition,” *AIAA Journal*, Vol. 41, No. 9, 2003, pp. 1647–1657.
doi:10.2514/2.7300
- [5] Hirsch, C., *Numerical Computation of Internal and External Flows*, Vol. 1, Wiley, New York, 1988.

S. Fu
Associate Editor

ANNEXE B

A New Axial Velocity Defect Formulation for a Far-Field Drag Decomposition Method

GARIEPY, M. et TREPANIER, J.-Y. (2012). A New Axial Velocity Defect Formulation for a Far-Field Drag Decomposition Method. *Article soumis et accepté au CASI Journal, en attente de publication.*

A New Axial Velocity Defect Formulation for a Far-Field Drag Decomposition Method

M. Gariépy (a), J. Y. Trépanier (a)

(a) École Polytechnique de Montréal, Montréal QC, martin.gariepy@polymtl.ca, (514)-340-4711 x 7450

Abstract

Current drag prediction and decomposition methods are based on the formulation of the axial velocity defect in the far-field as a function of entropy. However, the formulation of this axial velocity defect is not defined everywhere in the flow, owing to a possible negative square root under particular circumstances. This paper presents a new formulation for the axial velocity defect, which is more robust and general than the current one. The proposed version shows the same accuracy as the existing formulation when the region of non definition of the axial velocity defect is relatively small, and it shows better accuracy when the region of non definition of the axial velocity defect is relatively large.

Nomenclature

α	Angle of attack	$\mathbf{n}$	Unit normal vector (n_x, n_y, n_z)
δ	Relative to the old formulation of the axial velocity defect	p	Pressure
Δ	Relative to the new formulation of the axial velocity defect	q	Heat transfer
γ	Specific heat ratio	R	Gas constant
ρ	Density	S	Relative to a surface or a plane
τ	Deviatoric stress tensor	S_T	Trefftz plane
μ	Viscosity	s	Entropy
Ω	Relative to a volume	sp	Relative to spurious drag
∞	Relative to an undisturbed state	t	Time (seconds)
a	Speed of sound	T	Temperature
cp	Specific heat (constant pressure)	u	Axial velocity
D	Drag	$\vec{u}$	Velocity vector (u, v, w)
ff	Relative to far-field drag	v	Relative to viscous drag
H	Stagnation enthalpy	w	Relative to wave drag
i	Relative to induced drag	M	Mach number

I. Introduction

The challenge for accurate drag prediction is that numerical and truncation errors produce spurious drag, which causes systematic overestimation of total drag [1-3]. The current drag prediction and decomposition method, called the far-field method, proposed by van der Vooren and Destarac [4], makes it possible to remove these numerical errors, which improves the accuracy of the computed drag coefficient. Moreover, this method allows the drag to be decomposed into its physical components, namely viscous drag, wave drag, and induced drag.

The far-field decomposition method currently used is based on the decomposition of the axial velocity defect downstream of the configuration into two parts: one part caused by reversible processes, such as trailing vortices, and the other caused by irreversible processes, such as shock and viscosity effects. However, this axial velocity defect is not defined whenever the loss in total pressure is large. For most cases, this phenomenon will occur when there is a flow separation, or if the flow is unsteady. As will be discussed later, when the undefined zone is relatively small, this problem can be neutralized numerically by selecting a larger integration zone to ensure that the actual velocity defect is, at the very least, defined on the boundary of this zone. However, as shown by Meheut [5], it might be impossible to find such a zone under certain circumstances. In fact, based on the last two statements, it is obvious that a more robust and general formulation of the axial velocity defect is required.

In the next section, the far-field drag decomposition method is reviewed. Then, the weaknesses of the current formulation of the axial velocity defect, the cornerstone of far-field decomposition, is illustrated, and a new formulation is proposed. The required assumptions for its derivation are then proved by using various CFD results. Finally, results for the 2D and 3D cases are presented to illustrate the difference between the two formulations.

II. The state-of-the-art in drag prediction and decomposition

For given CFD results, there are two principal methods to compute the drag coefficient. The first, called the near-field method, consists of integrating the forces acting directly on the geometry. This is the oldest technique, but offers only a mechanical decomposition of the drag. The second method, called the far-field method, is based on the general laws of conservation of momentum for a control volume. With this latter method, drag can be computed by summing the forces on the boundaries of the control volume (see Figure 1) as follows:

$$D_{ff} = \int_{S_T + S_\infty} - \left((p - p_\infty) n_x + \rho (u - u_\infty) (\vec{u} \cdot \vec{n}_x) - (\vec{\tau}_x \cdot \vec{n}) \right) dS \quad (2.1)$$

The objective of the far-field method is to decompose the drag into two components: the drag produced by irreversible processes, such as viscous effects and shock waves, and the drag produced by reversible processes, such as the wake vortices (induced drag). The first method for addressing the decomposition of drag produced by irreversible processes was proposed by van der Vooren and Destarac [4, 6]. Some improvements have been made to this method [7], and it is described in the following paragraphs.

First, the drag must be subjected to a decomposition of the axial velocity defect into two parts, *i.e.* a reversible and an irreversible part: $\delta u = \delta u^* + \delta \bar{u}^1$. Using thermodynamic relations, it has been shown [1, 8] that the irreversible part of the axial velocity defect can be computed as follows:

$$\delta \bar{u} = u_\infty \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta H}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \left[\left(e^{\frac{-\Delta s}{R}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} - u_\infty \quad (2.2)$$

It is convenient to introduce the notation of van der Vooren and Destarac [1] by defining the vector $\mathbf{f}$ as follows:

$$\vec{f} = -(\bar{p} - p_\infty) \vec{n}_x - \rho u (\bar{u} - u_\infty) + \tau_x \quad (2.3)$$

Considering a flow without induced drag, it is possible to show that irreversible drag can be computed as follows [1]:

$$D_{irr} = \int_{S_T} (\vec{f}_{vw} \cdot \vec{n}) dS = \int_{S_T \cup S_\infty \cup S_\sigma} (\vec{f}_{vw} \cdot \vec{n}) dS \quad (2.4)$$

where the vector $\mathbf{f}_{vw}$ can be defined as follows:

$$\vec{f}_{vw} = -(\rho \delta \bar{u}) \vec{u} + \tau_x \quad (2.5)$$

The divergence theorem can now be applied to eq. (2.4) to convert it to a volumetric one. An analysis of the axial velocity defect, eq. (2.2), shows that it is zero whenever the entropy variation is zero. This means that it is possible to restrict the volumetric integral only in the physical zone of drag production, which corresponds to the zones where there is a production of entropy, namely the viscous and shock zone. So, the viscous drag and wave drag can be computed as follows:

$$D_v = \int_{\Omega_v} (\nabla \cdot \vec{f}_{vw}) d\Omega \quad (2.6)$$

$$D_w = \int_{\Omega_w} (\nabla \cdot \vec{f}_{vw}) d\Omega \quad (2.7)$$

Theoretically, outside the zones of entropy production, the flow can be supposed to be isentropic. However, this is not necessarily the case with CFD results, as truncation and numerical errors, and the addition or artificial dissipation may create false entropy. So, the integration of the latter integral over the isentropic zone may be non zero, leading to spurious drag, which can be computed as follows:

$$D_{sp} = \int_{\Omega_{sp}} (\nabla \cdot \vec{f}_{vw}) d\Omega \quad (2.8)$$

¹ For the rest of this document, $\delta \bar{u}$ will refer to the current axial velocity defect formulation, while $\Delta \bar{u}$ will refer to the proposed one.

The spurious drag volume is naturally defined as the complement of the viscous volume and wave volume: $\Omega_{sp} = (\Omega_v \cup \Omega_w)'$. As the reader may note, it is even possible to find spurious drag in the physical zones of drag production. However, as discussed by Yamasaki [9], the larger contribution to the spurious drag comes from the nose of an aircraft, and from the leading edge of the wing and stabilizer, all these regions being theoretically isentropic.

Finally, by defining vector $\mathbf{f}_*$ as $\vec{f}_* = \vec{f} - \vec{f}_{vw}$, it is possible to show that induced drag can be computed as follows [8]:

$$D_i = \int_{\Omega} (\nabla \cdot \vec{f}_*) d\Omega + D_{nf} \quad (2.9)$$

Several sensors have been proposed to detect the shock and the viscous volumes for performing the integration. Usually, in order to detect shock volume, researchers use the sensor defined by Lovely and Haines [10]:

$$F_{shock} = \frac{\vec{v} \cdot \nabla p}{a |\nabla p|} \quad (2.10)$$

where a is the speed of sound. This sensor is activated whenever its value is equal to or greater than 1. An example of the volume detected by this sensor is shown in Figure 2.

To detect the viscous volume for fully turbulent flows, researchers usually use the sensor of Tognaccini [11]:

$$F_{viscous} = \frac{\mu_l + \mu_t}{\mu_l} \quad (2.11)$$

where μ_l and μ_t represent the laminar and turbulent eddy viscosity respectively. Usually, this sensor is switched on whenever its value is greater than 1.1 times the free stream value.

The induced drag volume, as shown by Laurendeau and Boudreau [12], can be defined by selecting all the cells under a certain distance from the aircraft.

For numerical computation, Tognaccini [11] proposed reapplying the divergence theorem on eqs. (2.6) to (2.9) to perform a cell-by-cell integration of the flux crossing each face of the cell belonging to either the viscous, spurious, or wave volume. Then, viscous drag, for example, can be computed numerically as follows:

$$D_v = \sum_{i=1}^{N_v} \left(\sum_{j=1}^k \int_{S_j} (\vec{f}_{vw} \cdot \vec{n}) dS \right) \quad (2.12)$$

where N_v represents the number of cells in the viscous volume, k represents the number of faces of a cell, and S_j represents the j^{th} face of the i^{th} cell.

III. Theoretical development

In the last section, the original version of the axial velocity defect of van der Vooren and Destarac [4, 6, 7] was presented. This version of the velocity defect has the disadvantage of being undefined whenever the total pressure is less than the undisturbed static pressure, because the quantity under the square root of eq.(2.2) will become negative. Generally, this pressure condition arises when the boundary layer separates from the wall. However, even though the axial velocity defect is not defined in a zone of the computational domain, the drag coefficient can be computed accurately if the axial velocity defect is defined on the boundary of control volume where the integral is computed. So, if the zone where the axial velocity defect is relatively small, there is no difficulty in finding a surface S on which the axial velocity defect will be defined. That surface will constitute the boundary of the control volume where the integral will be performed.

For example, consider the viscous flow around the NACA0012 airfoil at a Mach number of $M=0.7$, an AOA of $\alpha = 4.0^\circ$, and a Reynolds number based on the chord of $Re_c = 9.0e6$, as depicted in Figure 3. The black zone represents the area where the axial velocity defect is not defined. However, it is defined on the boundaries of the viscous volume and the shock volume, which means that the integral of eq. (2.12) can be performed without trouble. However, if the zone where the axial velocity defect is not defined is not fully contained inside either the viscous volume or the shock volume, or both, then the surface integration of eq. (2.12) will underestimate the drag coefficient. A problematic case would be the following: consider the viscous flow around an RAE2822 airfoil at a Mach number of $M = 0.4$, a lift coefficient of $C_L = 1.00$, and a Reynolds number based on the chord of $Re_c = 6.50e6$, as depicted in Figure 4. The grey zone represents the area where the axial velocity defect is not defined. The black line represents the boundary of the viscous volume. Surface integration is then performed over a non continuous boundary and will lead to an underestimated drag coefficient. The reader may ask why the boundary of the volume can't be moved to fully contain the undefined area. It could be, by calibrating the sensor (either the shock sensor or the viscous sensor) but this is not recommended. The main reasons for not doing so are the following: this numerical trick does not always work well, because it affects all the cells of the computational domains and may capture spurious drag, leading to an overestimated drag coefficient. Furthermore, for a complex geometry, this problem may be difficult to detect. The two last statements reinforce the need for a more general and robust formulation of the axial velocity defect.

A. A new version of the axial velocity defect formulation

This section presents a new version of the axial velocity defect formulation. Drag decomposition is based on the identification of a reversible and an irreversible part of this defect. The new development starts with the general expression of pressure as a function of its thermodynamic properties:

$$p/p_\infty = e^{\frac{-\Delta s}{R}} \left[1 + \frac{(\gamma - 1) M_\infty^2}{2} \left(1 - \frac{u^2 + v^2 + w^2}{u_\infty^2} + \frac{2\Delta H}{u_\infty^2} \right) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (3.1)$$

This expression is exact at any point in the flow. Following an original idea of Meheut[5], an isentropic flow ($\Delta s = 0$) is first assumed². From the pressure definition, it is then possible to write the isentropic axial velocity as follows:

² Meheut used this idea for a wake survey from wind tunnel data.

$$u_* = u_\infty \sqrt{1 + \frac{2\Delta H_*}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2} \left[\left(\frac{p_*}{p_\infty} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] - \frac{v_*^2 + w_*^2}{u_\infty^2}} \quad (3.2)$$

The star subscript emphasizes the fact that eq. (3.2) has been obtained along an isentropic path. It is now possible to express the axial velocity caused by irreversible processes as follows:

$$\bar{u} = u - u_* \quad (3.3)$$

Substituting eq.(3.2) in eq.(3.3), the axial velocity defect caused by irreversible processes can be computed as follows:

$$\Delta \bar{u} = (u - u_*) - u_\infty = u - u_\infty \left\{ \sqrt{1 + \frac{2\Delta H_*}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2} \left[\left(\frac{p_*}{p_\infty} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] - \frac{v_*^2 + w_*^2}{u_\infty^2}} + 1 \right\} \quad (3.4)$$

This new version of the axial velocity defect is more robust and general than the one proposed by van der Vooren and Destarac, *i.e.* eq. (2.2), because the quantity under the square root is always positive. Indeed, analysis of eqs.(3.2) and (3.4) demonstrates that the quantity under the square root is greater than or equal to $(u/u_\infty)^2$. Furthermore, Meheut [5] showed that the quadratic Taylor development of the new formulation, *i.e.* eq. (3.4), is equal to the quadratic Taylor development of the old formulation, *i.e.* eq. (2.2). So, this new version must give the same results as the actual one, as long as the actual axial velocity defect is defined on the boundary where the integration is performed. So, this new version can be used with confidence for any type of flows.

However, this development assumed knowledge of the isentropic pressure, p_* , isentropic total enthalpy, ΔH_* , and isentropic transverse velocity components, v_* and w_* , to compute the variation of the axial velocity defect, *i.e.* eq. (3.4). As shown in a previous paper [8], it is possible to perform the drag decomposition only on the Trefftz plane. So, the knowledge of the isentropic part of these variables must be known only on that plane.

First, it has been shown numerous times [1, 2, 13] that the transverse velocity on the Trefftz plane is solely caused by the wake vortices induced by the finite span of the wing, and so $v_* = v$ and $w_* = w$ on the Trefftz plane. The next two sections show that the pressure variation and the total enthalpy variation over a Trefftz plane are solely caused by reversible processes, *i.e.* that $p_* = p$ and $\Delta H_* = \Delta H$.

B. Pressure field variation on a Trefftz plane

A priori, pressure variation over a Trefftz plane can be caused either by reversible processes, such as wake vortices, or by irreversible processes, such as shock effect or viscous effect. Destarac [7] showed indirectly that the pressure variation over a Trefftz plane was solely caused by reversible processes. Indeed, he first assumed a flow without induced drag and located the Trefftz plane in an inviscid part of the flow. Because the stress tensor contribution is negligible on the Trefftz plane, as it is for the transverse velocity v and w , then the momentum theorem implies that $p = p_\infty$ on the Trefftz plane. Tognaccini [11] also showed theoretically that the pressure variation must be caused by reversible processes. First, he

showed that, for a 2D subsonic flow, the pressure vanishes to zero as the Trefftz plane is pushed toward infinity. Then, for a 3D case, he showed that the pressure variation is responsible for induced drag, albeit with a minor contribution from some crossed second order terms between entropy, total enthalpy, and wake vortices, which cannot be decomposed.

This paper continues the work of Destarac and Tognaccini with a parametric study, which investigates the influence of the viscosity, the presence of a shock, and the wake vortices on the pressure variation on the Trefftz plane. This study is performed on the ONERA M6 wing in a compressible viscous flow. The Trefftz plane is located fifteen chords downstream of the configuration, and the pressure curves are plotted on a vertical line located at 50% of the wing span, as shown in Figure 5. This location was chosen because it exhibits the largest variations of pressure on the Trefftz plane.

a. Influence of the viscous layer

To investigate the influence of the viscous effect numerically, two flows at a Mach number of $M = 0.6$, an angle of attack of $\alpha = 2.85^\circ$, and with two different Reynolds numbers have been analyzed. The pressure variations, which are shown in Figure 6, are plotted on the vertical line defined above. The two curves show the same profile and the same magnitude, which confirms the independence of the viscous effect on the pressure variation over the Trefftz plane.

b. Influence of a shock

The influence of a shock has been investigated by studying a flow with a constant lift coefficient of $C_L = 0.1067$, and with a Mach number ranging from 0.5 to 0.85. The angle of attack has been varied to keep C_L constant for all the Mach number values. The resulting pressure variations on the Trefftz plane are shown in Figure 7. Analysis of this figure shows that all the curves have the same profile, but their magnitudes vary. We found after investigation that this variation in magnitude can be attributed to the numerical diffusion of the wake vortices, the celerity of this numerical diffusion being inversely proportional to the Mach number. To counteract the effect of numerical diffusion, the Trefftz plane has been moved, based on the Mach number, from 9 to 15 chords downstream of the configuration. The resulting pressure curves are plotted in Figure 8. Now, all the curves show the same profile and the same magnitude. As a result, the shock wave has no influence on the pressure variation along the Trefftz plane.

c. Influence of the trailing vortices

The influence of the trailing vortices has been investigated by analyzing the pressure variation over the Trefftz plane when the Mach number ranges from 0.6 to 0.9 in a non lifting case. Theoretically, induced drag is then zero and, from our hypothesis, no variation of pressure on the Trefftz plane should be observed. Figure 9 shows the pressure curves plotted on a vertical line located at 50% of the wing span on the Trefftz plane located 15 chords downstream of the configuration for the non lifting case. As expected, there is absolutely no variation of pressure on the Trefftz plane, which confirms our hypothesis of $p^* = p$ on the Trefftz plane.

C. Total enthalpy variation on the Trefftz plane

As discussed by Giles and Cummings [14], and also by Tognaccini [11], the total enthalpy variation is zero for an inviscid non powered steady flow, and negligible for a viscous non powered flow, because:

$$\Delta H / u_{\infty}^2 \ll 1 \quad (3.5)$$

However, the new axial velocity defect formulation must be compatible with all flow structures, including unsteady flows, which can exhibit large total enthalpy variation. For example, consider an oscillating airfoil in a transient flow. This airfoil will produce work on the flow, and this work will result in a change in total enthalpy. So, unlike the steady formulation, this variation must be treated with extreme care. In this section, we show that the total enthalpy variation on the Trefftz plane, if any, must be caused by reversible processes only. As a starting point, consider the momentum equation expressed with Crocco's theorem:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{u^2}{2} \right) - \vec{u} \times \vec{\omega} = T \nabla s - \nabla h + \vec{F}_v \quad (3.6)$$

Because the Trefftz plane is located in an inviscid part of the flow, the deviatoric stress tensor can be neglected in this equation. Taking its scalar product along with the velocity vector leads to:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u^2}{2} \right) + \vec{u} \cdot \nabla \left(\frac{u^2}{2} \right) = \vec{u} \cdot T \nabla s - \vec{u} \cdot \nabla h \quad (3.7)$$

If we consider an isentropic flow, the total entropy derivative can be expressed as follows:

$$\frac{Ds}{Dt} = 0 \Rightarrow - \frac{\partial s}{\partial t} = \vec{u} \cdot \nabla s \quad (3.8)$$

Substituting eq. (3.8) in eq. (3.6) leads to:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u^2}{2} \right) + \vec{u} \cdot \nabla \left(\frac{u^2}{2} \right) = -T \frac{\partial s}{\partial t} - \vec{u} \cdot \nabla h \quad (3.9)$$

Using the second form of the Gibbs equation, eq. (3.9) can be written as follows:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u^2}{2} \right) + \vec{u} \cdot \nabla \left(\frac{u^2}{2} \right) = - \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} - \vec{u} \cdot \nabla h \quad (3.10)$$

In compact form:

$$\frac{DH}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.11)$$

On the one hand, this equation has been obtained by assuming an isentropic flow along a streamline. So, the right side of eq. (3.11) can be associated with a reversible process. On the other, the energy equation can be expressed as follows:

$$\frac{DH}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} u_i) \quad (3.12)$$

A comparison between eqs. (3.11) and (3.12) shows that:

- $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i}$ is associated with an irreversible process along a streamline, and represents the production of entropy caused by a heat flux;
- $\frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} u_i)$ is associated with an irreversible process along a streamline, and represents the dissipative effect related to the shear stress.

As discussed earlier, the Trefftz plane is located outside the viscous region, which causes the dissipation effect to be negligible. Furthermore, except for a motorized case, the boundaries of the domain are adiabatic and the Trefftz plane is itself a boundary. Therefore, if there is a variation in total enthalpy on the Trefftz plane, it must be solely caused by reversible processes. For the example of an oscillating airfoil, the work produced on the flow will result in a change in total enthalpy. However, this work is reversible, because it is caused by the unsteady fluctuations of the flow and not by an irreversible process. So, $\Delta H^* = \Delta H$ on the Trefftz plane.

D. Final note

From the last three sections, $p^* = p$, $\Delta H^* = \Delta H$, $v^* = v$, and $w^* = w$ over the Trefftz plane. So, eq. (3.4) can be rewritten as follows:

$$\bar{\Delta u} = u - u_\infty \left\{ \sqrt{1 + \frac{2\Delta H}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma-1)} M_\infty^2 \left[\left(\frac{p}{p_\infty} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] - \frac{v^2 + w^2}{u_\infty^2} - 1} \right\} \quad (3.13)$$

Now, drag can be computed by substituting eq. (3.13) in eqs. (2.6) to (2.12), instead of eq.(2.2). For the rest of this document, the current axial velocity defect will refer to eq. (2.2), while the proposed axial velocity defect will refer to eq. (3.13). Furthermore, $Cd_{v,new}$ will refer to the viscous drag, eq. (2.6), computed with the proposed axial velocity defect, while $Cd_{v,old}$ will refer to the viscous drag computed with the current velocity defect formulation. The same logic will be applied to the wave drag ($Cd_{w,old}$ and $Cd_{w,new}$), eq. (2.7), the spurious drag ($Cd_{sp,old}$ and $Cd_{sp,new}$), eq. (2.8), and the induced drag ($Cd_{I,new}$ and $Cd_{I,old}$), eq. (2.9).

As discussed earlier, this new version of the axial velocity defect formulation is more robust and general than the original version, because the quantity under the square root is always positive. Indeed, the axial velocity defect is well defined over the entire computational domain. The next section validates this new version against the old one, and against experimental data.

IV. Validation and results

Validation of the proposed axial velocity defect formulation is based on three 2D test cases: one with the current velocity defect defined everywhere, one with the current velocity defect undefined in a relatively

small area fully contained inside the viscous volume, and, finally, one with the current velocity defect undefined in a relatively large area not totally contained in the viscous volume. For each of these three test cases, a grid convergence study is presented for both the current and the proposed version of the axial velocity defect formulation, and all CFD results are compared to experimental values. Finally, drag decomposition on the 3D ONERA M6 wing is presented for both formulations.

A. Grid and algorithm

Validation for the 2D cases is performed on two types of airfoil, namely the NACA0012 and the RAE2822. For the NACA0012 airfoil, four grids have been used, ranging from ultra coarse to fine. They have 6944, 22001, 81475, and 324770 nodes respectively, with a refinement scale factor (h) ranging from 4 to 1/2. The medium grid has 260 nodes on the airfoil, 176 in the cross stream direction (y), and 75 in the downstream (x) direction. For the RAE2822 airfoil, a set of three grids has been used, ranging from coarse to fine. They have 5780, 23452, and 85120 nodes respectively, with a refinement scale factor (h) ranging from 2 to 1/2. The medium grid has 306 nodes on the airfoil, 138 in the cross stream direction (y), and 153 in the downstream (x) direction. Each computational domain extends 40 chords into the far-field. For all 2D runs, the boundary layer was resolved, y^+ always being less than 1.

Results in 3D were obtained on the ONERA M6 wing. One grid has been used, having a total of 294912 hexahedral cells. The computational domain extends 55 chords into the far-field. For those results, one medium grid of 294912 hexahedral cells has been used. However, the boundary layer has not been resolved, y^+ being larger than 30.

For the first two 2D cases and the 3D case, the Spalart-Allmaras turbulence model has been used, with the turbulence viscosity ratio set to 10. For the third 2D case, the $k-\omega$ SST model has been used with a turbulence intensity of 4% and a turbulence viscosity ratio of 10. All flows were unbounded, with the Riemann invariants as the boundary condition.

The commercial solver Fluent, version 12.1.4, has been used for all computations. This solver was run on a Windows 7 64-bit, INTEL core i7 processor with 24 GB of RAM. For all computations, the density-based solver with a ROE-FDS implicit scheme has been selected (second order upwind resolution) with the Green-Gauss cell center reconstruction gradient algorithm. The drag decomposition methodology has been implemented in a Fluent UDF³.

B. 2D validation case with the current axial velocity defect defined in the entire computational domain

The first validation test case concerns a flow with a Mach number of $Ma = 0.7$ around the NACA0012 airfoil with a constant AOA of 0 degrees (zero lift) and a Reynolds number based on the chord of $Re_c = 9.0e6$. For these conditions, there is no shock, the flow stays attached along the airfoil, and the current axial velocity defect is defined in the entire computational domain. The solution has been converged to machine accuracy, and the convergence curves of the fine grid are presented in Figure 10. A grid convergence study is presented in Figure 11. The first curve (Cd_{total}) represents the drag coefficient computed over the entire domain with the far-field method, eq. (2.1). The curve labelled Cd_{nf} represents the near-field drag coefficient computed by the solver. As expected, this curve overlaps the Cd_{ff} curve perfectly, owing to the equality of the two methods and the conservative property of the solver. The

³ UDF: User defined function

second curve represents the experimental data of Harris [15]. The last four curves represent the viscous drag and the spurious drag respectively, each of them computed either with the proposed axial velocity formulation or with the current one, as defined in section III-D. All the curves have been extrapolated to $h = 0$ using Richardson's extrapolation. Grid convergence is excellent for both formulations. Moreover, they are both accurate, leading to good prediction of the experimental result of Harris [15] of 80 drag counts. Furthermore, spurious drag tends towards zero with grid refinement. The analysis of this test case shows that both formulations are equally accurate for predicting the drag coefficient when the current velocity defect is defined over the entire computational domain.

C. 2D validation test case with the current axial velocity defect undefined in a region fully contained inside the viscous zone

The second validation case concerns a flow with a Mach number of $M = 0.725$ around the RAE2822 airfoil with a lift coefficient of $C_L = 0.743$ and a Reynolds number based on the chord of $Re_c = 6.5e6$. For these conditions, there is a shock on the airfoil, the flow separates after the interaction of the shock with the boundary layers at around 60% of the chord, and the current axial velocity defect is undefined only in a small zone totally contained inside the viscous zone. The solution has been converged to machine accuracy, and the convergence curves for the fine grid are presented in Figure 12. A grid convergence study is shown in Figure 13. As usual, the curve labeled Cd_{NF} represents the near-field drag computed with the solver, the curves labeled Cd_v , Cd_w , and Cd_{sp} represent the viscous, wave, and spurious drag respectively, while the curve Cd_{v+w} represents the sum of the viscous drag and the wave drag. For reasons of clarity, only the drag coefficient computed with the proposed axial velocity are presented here, the difference between the current and the proposed axial velocity defect being less than 1% for all values. Finally, the curve labeled Cd_{exp} represents the experimental value from the AGARD AR-138 report [16]. All curves are extrapolated to a zero refinement level using Richardson's extrapolation. Near-field and corrected far-field drag⁴ converge, as expected, toward the same value of 129 drag counts, which agrees well with the experimental value of 127. Spurious drag converges towards 0, showing the mesh quality. The analysis of this test case shows that both formulations are equally accurate for predicting the drag coefficient when the current velocity defect is undefined in a region that is totally contained inside the viscous volume.

D. 2D validation test case with the current axial velocity defect undefined in a region crossing the boundary of the viscous volume

The third and last 2D case concerns a flow with a Mach number of $Ma = 0.4$ around the RAE2822 airfoil, with a lift coefficient of $C_L = 1.000$ and a Reynolds number based on the chord of $Re_c = 6.5e6$. For these conditions, there is no shock, and the region where the axial velocity defect is not defined is relatively large, crossing the boundary of the viscous volume, as shown in Figure 4. In this figure, the grey zone represents the volume where the current axial velocity defect is not defined, while the black curve represents the boundary of the viscous volume computed with the viscous sensor [11]. The solution has been converged to machine accuracy, and convergence curves for the fine grid are presented in Figure 14. The grid convergence study for this test case is presented in Figure 15. The curves $Cd_{FF,new}$ and $Cd_{FF,old}$ represent the sum of the spurious, wave, and viscous drag computed either with the current or the proposed formulation of the axial velocity defect. As usual, the curve Cd_{NF} represents the near-field drag computed by the solver, while the curves $Cd_{v,new}$ and $Cd_{v,old}$ represent the viscous drag computed either

⁴ Corrected far-field drag represents the computed far-field drag without spurious drag. In this case, it is equivalent to the sum of the viscous drag and the wave drag.

with the proposed or current axial velocity defect, as explained in section III-D. Finally, the curve labeled Cd_{CFD} represents the CFD results of Hansm and Hain [17]. As expected, owing to the conservative property of the solver and the equality between the far-field and near-field equations, the far-field drag curve computed with the proposed axial velocity defect formulation can be almost completely superimposed on the near-field drag curve. However, the far-field drag curve computed with the current axial velocity defect presents a difference of up to 10 drag counts compared to the near-field drag curve, and the same behavior is observed for the viscous drag. The difference is easily explained below. Finally, the corrected far-field drag, which is the viscous drag for this test case, computed with the proposed axial velocity defect compared well with recent CFD results[17], showing a difference of 2 drag counts.

As explained earlier, the viscous volume is defined using a viscous sensor, which is usually calibrated to be equal to 1.5 times the ratio of laminar to turbulent viscosity. For this specific case, the boundary of the defined volume passes through a zone where the current velocity defect is not defined, as shown in Figure 4. Indeed, the contribution to the viscous and far-field drag from this region will be zero, leading to an underestimated value of the computed far-field and viscous drag coefficient with the current formulation. The analysis of the grid convergence study shows that the proposed axial velocity defect is more accurate than the current one when dealing with a relatively large and undefined zone. Furthermore, this version is more robust and more general than the current one.

E. 3D validation

This section presents a comparison of drag decomposition on the ONERA M6 wing for the two versions of the axial velocity defect. The flow is transonic at a Mach number of $M = 0.8397$, an angle of attack of $\alpha = 3.06^\circ$, a lift coefficient of $C_L = 0.1427$, and a Reynolds number of $Re_c = 2.2e7$. For these conditions, there is a weak separation on the wing. The solution has been converged to residual values of a magnitude of $1e-5$, and the convergence curves are presented in Figure 16. As usual, the drag coefficient has been computed with the two versions of the axial velocity defect formulations, either the new version, eq. (3.13), or the old one, eq. (2.2). Our results are summarized in Table 1. The total drag coefficient agrees well with the CFD results of Slater [18], showing a difference of less than two drag counts. Both formulations show excellent agreement. Moreover, the theoretical value of the induced drag for an elliptical wing being $Cd_i = 18.2$ with an Oswald efficiency of $e = 0.833^5$, the theoretical induced drag for the ONERA M6 is $Cd_i = 21.8$, and this value shows good agreement with the computed value of Cd_i , which is 21.5 for the old formulation and 22.2 for the new one. Spurious drag represents 6% of the total computed drag.

Table 1 - Drag decomposition for the ONERA M6 wing in transonic viscous flow

Drag decomposition	Old formulation	New formulation	NASA Case Study
$Cd_{Viscous}$	35.06	34.35	
Cd_{Wave}	21.63	22.47	
Cd_I	21.53	22.22	
Cd_{Real}	78.22	79.04	
$Cd_{Spurious}$	7.03	6.22	
Cd_{Total}	85.26	85.26	87.7

⁵ The Oswald factor was computed following an empirical method from Raymer [11]

V. Conclusion

Drag decomposition methods are based on the decomposition of the axial velocity defect. However, the standard axial velocity defect formulation is undefined whenever the total pressure is less than the undisturbed static pressure. This paper presents a new version of the axial velocity defect which is more general and robust than the current one, because it is defined over the entire computational domain. To derive the new version of the axial velocity defect, two assumptions have been made and proved: first, that the pressure variation over a Trefftz plane is solely due to reversible processes; and second, that the total enthalpy variation is caused only by reversible processes. This new version has been validated against the current one, and results show that for the case where the size of the undefined zone of the current axial velocity defect is relatively small (i.e. fully contained, either inside the viscous volume or the wave volume), there is no difference between their results. However, for the case where the size of the undefined zone is relatively large, the proposed version provides accurate results, while the current one underestimates the computed drag coefficient. Future work will propose a drag decomposition method relevant to both steady and unsteady flows.

Acknowledgments

This project was conducted within the framework of the IDEA Chair at the *École Polytechnique de Montréal*, and supported financially by the NSERC, the J.-Armand Bombardier Foundation, and Pratt & Whitney Canada. The author (MG) acknowledges the contributions of Eddy Petro from the *École Polytechnique de Montréal*.

References

1. Destarac, D., *Far-field / Near-field drag balance and applications of drag extraction in CFD*, in *CFD-based Aircraft Drag Prediction and Reduction*. 2003, Lecture series 2003-02, von Karman Inst. for Fluid Dynamics.
2. Esquieu, S., *Évaluation de la traînée d'un avion de transport à partir de calculs numériques de mécanique des fluides*, in *École doctorale de physique*. 2003, Université Bordeaux I: Talence, France.
3. Masson, C., C. Veilleux, and I. Paraschivoiu, *Airfoil wave-drag prediction using Euler solutions of transonic flows*. *Journal of Aircraft*, 1998(35): pp. 748-753.
4. Destarac, D., *Far-Field / Near-Field Drag Balance and Applications of Drag Extraction in CFD*. VKI Lecture Series 2003, 2003.
5. Meheut, M., *Évaluation des composantes phénoménologiques de la traînée d'un avion à partir de résultats expérimentaux*, in *Ph.D. Thesis*. 2006, Université de Lille.
6. Destarac, D. and J. van der Vooren, *Drag/thrust analysis of jet-propelled transonic transport aircraft; definition of physical drag components*. *Aerospace science and technology*, 2004. 8: pp. 545-556.
7. Destarac, D., *Drag extraction from numerical solutions to the equations of fluid dynamics: the far-field philosophy*. 43ième Colloque d'aérodynamique appliquée de l'association aéronautique astronautique de France, Poitiers, March 10-12, 2008, 2008.
8. Gariépy, M., Trépanier, J. Y., Masson, C., *Improvement in Accuracy and Efficiency for a Far-Field Prediction and Decomposition Method*. 28th AIAA Applied Aerodynamics Conference, AIAA Paper 2010. 2010-4678, Chicago, Ill., June 28 - July 1, 2010.

9. Yamazaki, W., K. Matsushima, and K. Nakahashi, *Drag prediction and decomposition based on CFD computations*. JSME International journal, 2005. 48(2): pp. 235-240.
10. Lovely, D. and R. Haimes, *Shock detection from computational fluid dynamics results*. AIAA Paper, 1999(99-3285): pp. 1-9.
11. Tognaccini, R., *Methods for drag decomposition, thrust-drag bookkeeping from CFD calculations*, in *CFD-Based aircraft drag prediction and reduction*. 2003, Lecture series 2003-02, von Karman Institute for Fluid Dynamics.
12. Laurendeau, E. and J. Boudreau. *Drag prediction methods using Bombardier Full-Aircraft Navier-Stokes code FANSC*. in *2005 Aerospace Technology and Innovation Conference 2005*. Toronto, Canada: CASI.
13. Paparone, L. and R. Tognaccini, *Computational fluid dynamics-based drag prediction and decomposition*. AIAA Journal, 2003. 41(9): pp. 1647-1657.
14. Giles, M. B. and R. M. Cummings, *Wake integration for three-dimensional flowfield computations: theoretical development*. Journal of aircraft, 1999. 36(2): pp. 357-365.
15. Harris, C., *Two-dimensional aerodynamic characteristics of the NACA0012 airfoil in the Langley 8-foot transonic pressure tunnel*, in *Technical Memorandum 81927*, NASA, Editor. 1981.
16. McDonald, M. A., Cook, P. H. and Firmin, M. C. O., *Aerofoil RAE2822 pressure distribution, boundary layer and wake measurements*. Advisory Report 138-A6, AGARD, 1979.
17. Hansm Z.-H., G., S., and Hain, R., *A variable-fidelity Modeling Method for Aero-Loads Prediction*. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design, 2008. Vol. 112.
18. Slater, J. W. *ONERA M6 Wing: Study #1*. March 2010; Available from: <http://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/m6wing01>.

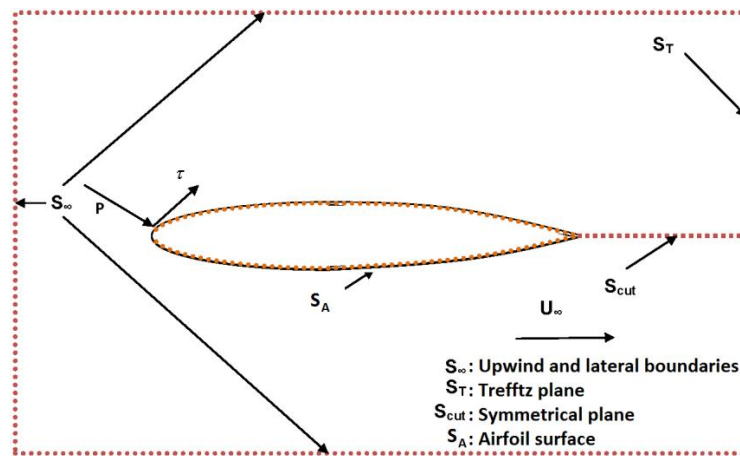
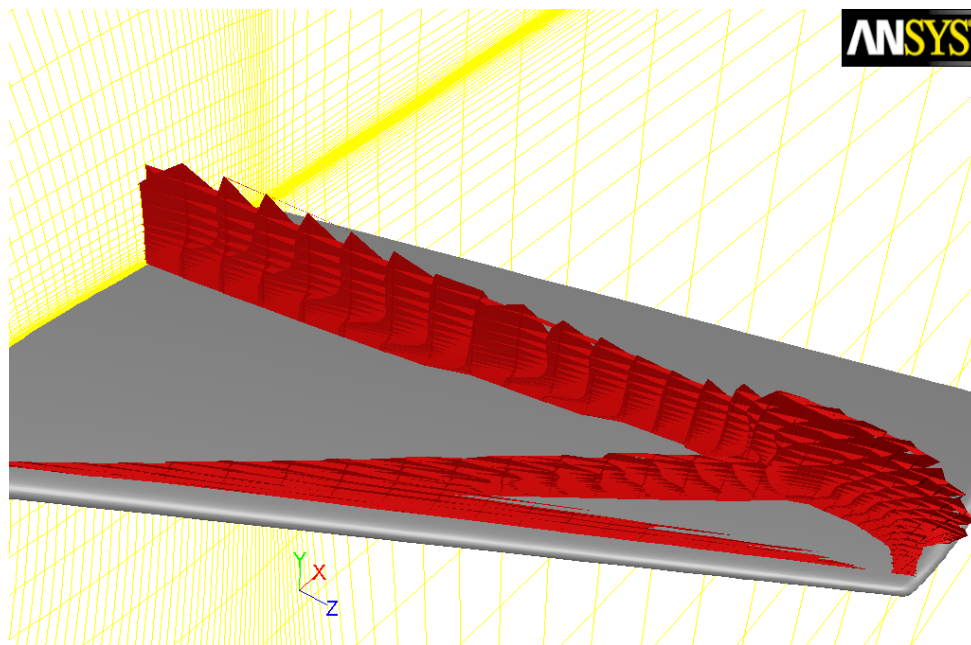


Figure 1 – Control volume using the far-field approach



Contours of shock_sensor

Mar 15, 2010
ANSYS FLUENT 12.1 (3d, dp, dbns imp, S-A)

Figure 2 – Shock volume for the ONERA M6 wing in transonic viscous flow

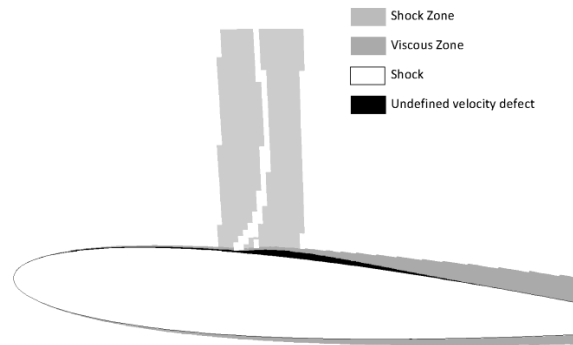


Figure 3 – NACA0012 airfoil in transonic viscous flow with $M = 0.7$, $Re = 9.0e6$, and $AOA = 4.0$ degrees

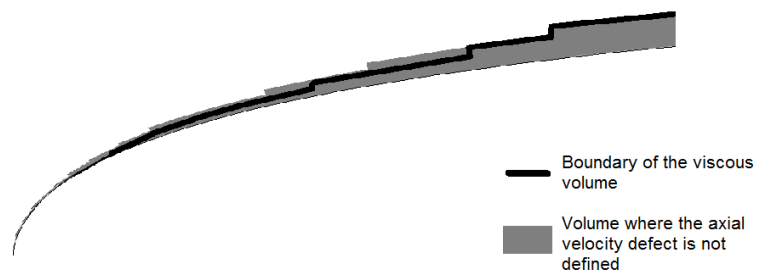


Figure 4 – RAE2822 airfoil in viscous flow, $M = 0.4$, $Re = 6.5e6$, and $C_L = 1.00$.

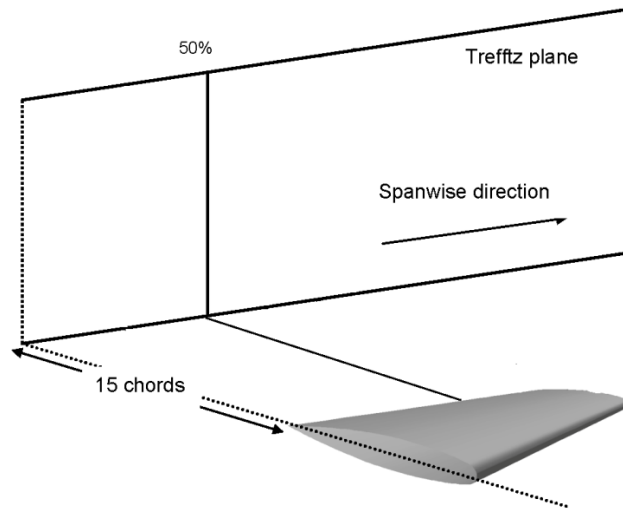


Figure 5 – Position of the line on the Trefftz plane where the pressure variation is analyzed.

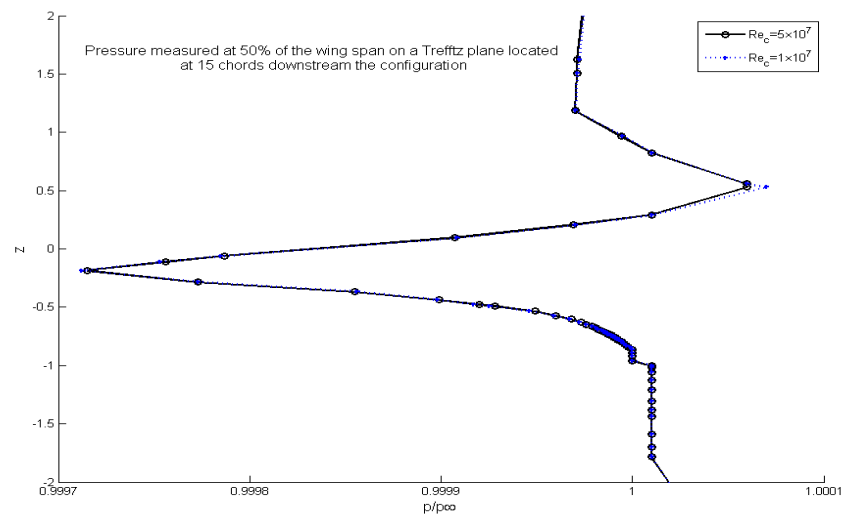


Figure 6 – Influence of viscous effects. Pressure curves plotted on a vertical line located at 50% of the wing span on the Trefftz plane for a flow with a Reynolds number varying from $1e07$ to $5e07$, and with constant Mach number and constant AOA ($M = 0.6$ and $\alpha = 2.85$ degrees).

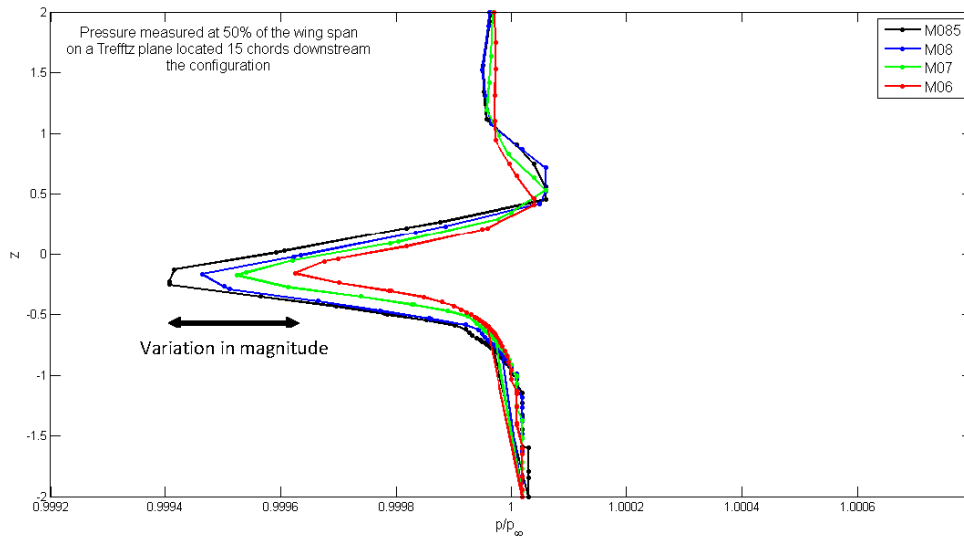


Figure 7 – Influence of a shock wave. Pressure curves plotted on a vertical line at 50% of the wing span on the Trefftz plane for Mach numbers ranging from 0.6 to 0.85 with $C_L=0.1067$, and with the Trefftz plane located at 15 chords downstream of the configuration.

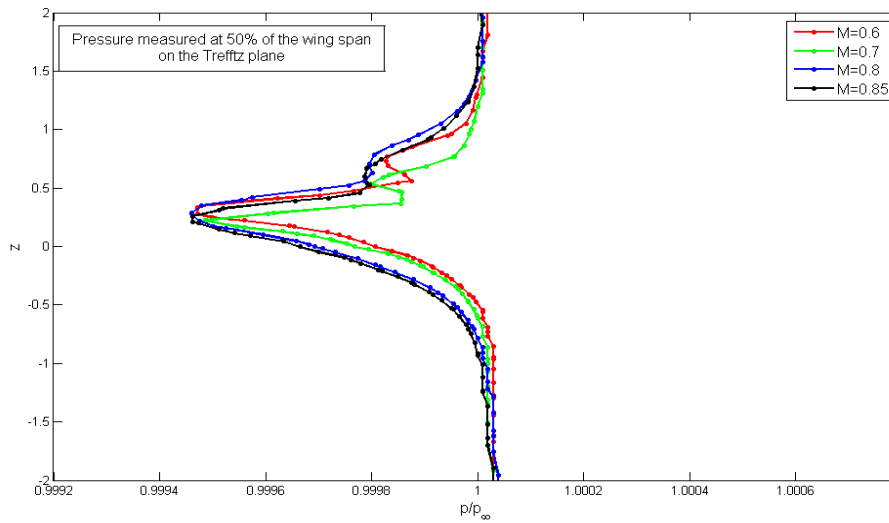


Figure 8 – Pressure curves plotted on a vertical line at 50% of the wing span on the Trefftz plane for Mach numbers ranging from 0.6 to 0.85 with $C_L=0.1067$, and with the Trefftz plane position varying from 9 to 15 chords downstream of the configuration.

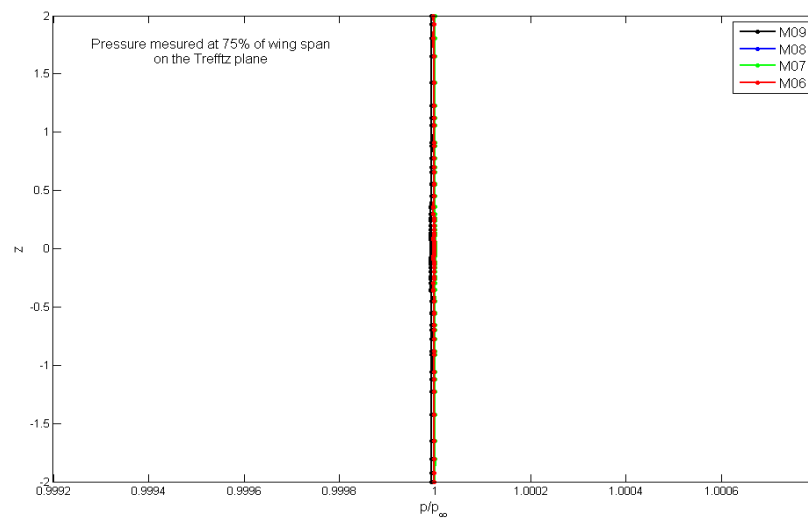
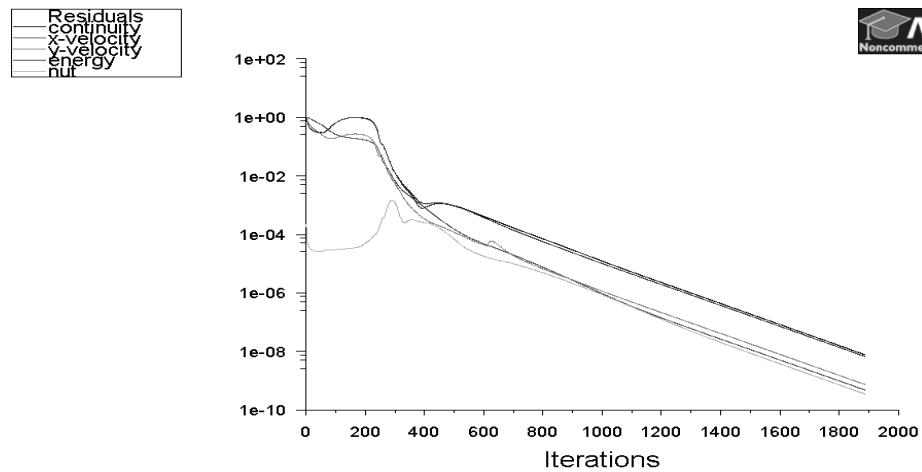


Figure 9 – Pressure curves plotted on a vertical line located at 50% of the wing span on the Trefftz plane for Mach numbers ranging from 0.6 to 0.85 with $C_L=0$



Scaled Residuals

May 05, 2011
ANSYS FLUENT 12.1 (2d, dp, dbns imp, S-A)

Figure 10 – Convergence curves for the NACA0012 airfoil at $M = 0.7$, $\alpha = 0$ degrees, and zero lift

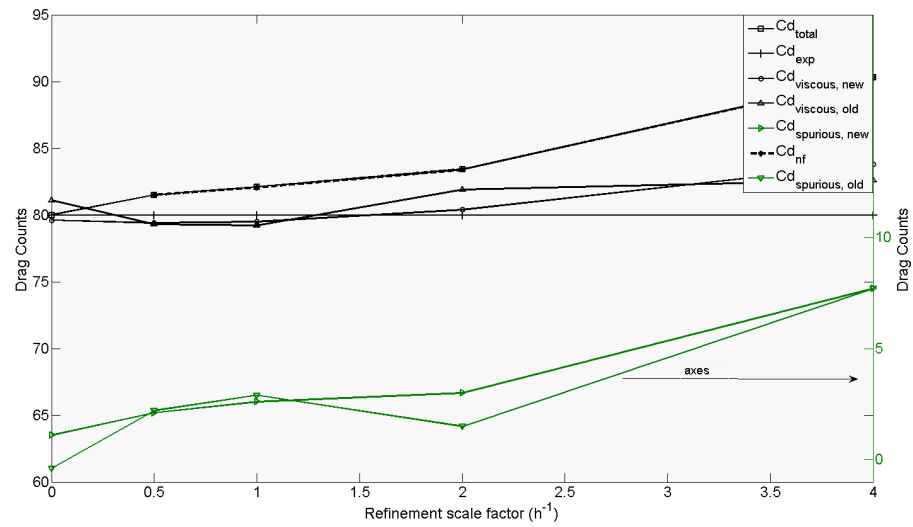
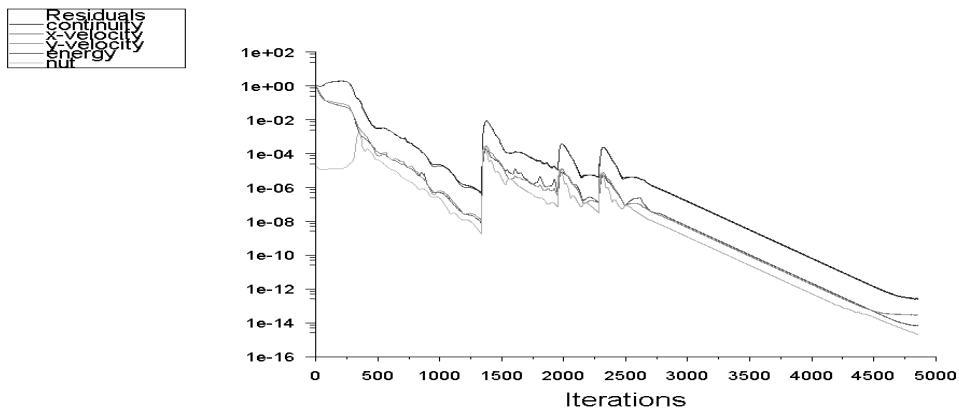


Figure 11 – Grid convergence study of the NACA0012 airfoil in a transonic viscous flow with $M = 0.7$ and zero lift



Scaled Residuals

ANSYS FLUENT 12.1 (2d, dp, dbns imp, S-A)

Sep 29, 2011

Figure 12 – Convergence curves for the RAE2822 airfoil at $M=0.725$ and $C_L=0.743$

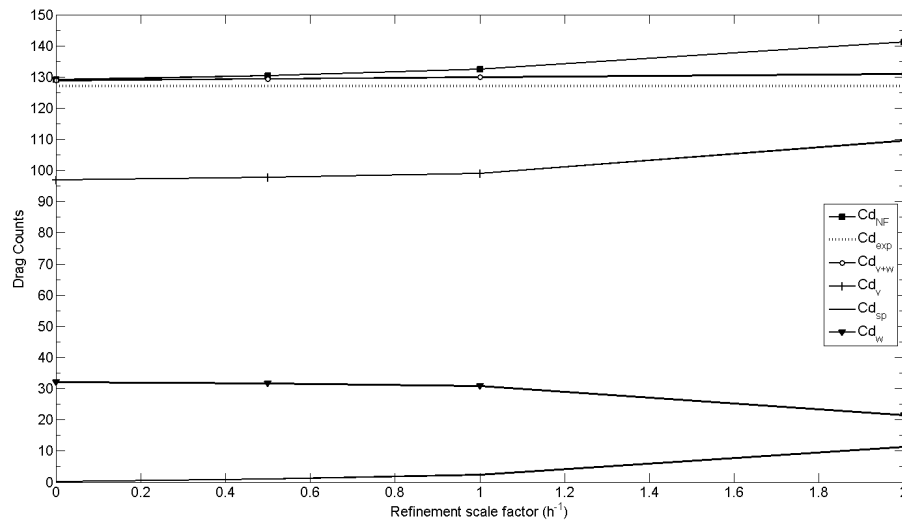
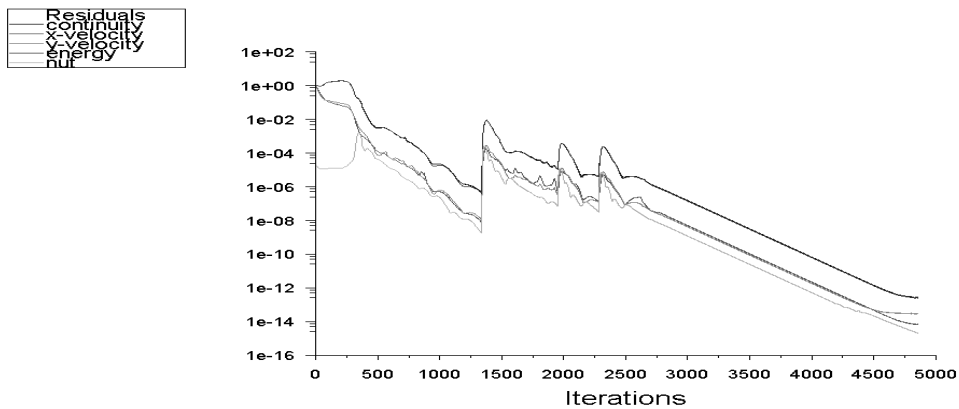


Figure 13 – Grid convergence study of the RAE2822 airfoil in a transonic viscous flow with $M = 0.725$, $C_L = 0.743$, and $Re_c = 6.5e6$.



Scaled Residuals

ANSYS FLUENT 12.1 (2d, dp, dbns imp, S-A) Sep 29, 2011

Figure 14 – Convergence curves for the RAE2822 airfoil at $M=0.4$, $C_L=1.000$, and $Re_c=6.5e6$

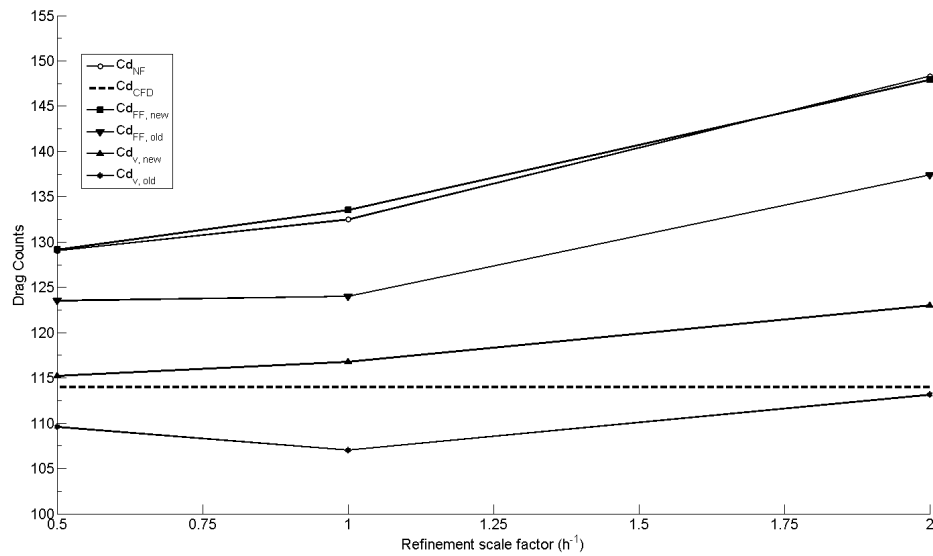
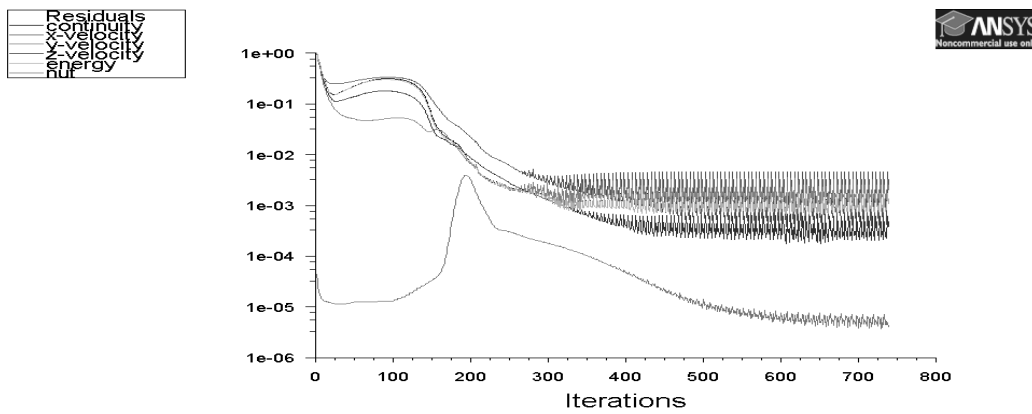


Figure 15 – Grid convergence study of the RAE2822 airfoil in a viscous flow with $M = 0.4$, $C_L = 1.000$, and $Re_c = 6.5e6$.



Scaled Residuals

May 05, 2011
ANSYS FLUENT 12.1 (3d, dp, dbns imp, S-A)

Figure 16 – Convergence curves for the ONERA M6 wing at $M=0.8397$ and $C_L=0.1427$

ANNEXE C

A New Far-Field Drag Decomposition Method Relevant to Unsteady Flows

GARIEPY, M., TREPANIER, J.-Y. et MALOUIN, B. (2011). A New Far-Field Drag Decomposition Method Relevant to Unsteady Flows. *Article soumis au AIAA Journal. Présentation en révision (février 2012).*

A New Far-Field Drag Decomposition Method Relevant to Unsteady Flows

Martin Gariepy*, Jean-Yves Trepanier† and Benoit Malouin‡

ecole Polytechnique de Montréal, Montreal, Quebec, H3T 1J4

Far-field drag prediction and decomposition methods are powerful tools that increase the accuracy of the drag coefficient computed from CFD results by removing the spurious drag caused by numerical procedures. Furthermore, these methods allow a physical decomposition of the drag in terms of viscous, wave and induced drag. However, these methods are currently limited to steady flows. This paper presents a new drag prediction and decomposition method relevant to unsteady flows. This new method, designed for 3D viscous, subsonic and transonic flows, is defined for both inertial or non inertial coordinate systems, hence allowing a drag decomposition either on static, or on moving/rotating mesh. This new method also allows the identification of the drag caused by the unsteady fluctuations of the flow.

Nomenclature

a	=	Speed of sound $[m/s]$
a_x	=	First component of the relative acceleration vector $[m/s^2]$
CS	=	Control surface
CV	=	Control volume
D_{ff}	=	Far-field drag
D_I	=	Induced drag
D_{irr}	=	Irreversible drag (viscous + wave + spurious drag)
D_{nf}	=	Near-field drag
D_p	=	Pressure drag
D_{sp}	=	Spurious drag
D_{uns}	=	Drag due to unsteady fluctuations
D_v	=	Viscous drag (far-field method)
$D_{v,NF}$	=	Viscous drag (near-field method)
D_w	=	Wave drag
dm	=	Differential mass $[kg]$
h	=	Enthalpy $[J]$
H	=	Stagnation enthalpy $[J]$
$\mathbf{i}$	=	Axial unit vector (1 0 0)
M	=	Mach number
$\mathbf{n}$	=	Unit normal vector pointing outward)
$\mathbf{q}$	=	Heat flux vector $[W]$
p	=	Pressure $[kPa]$

*Ph.D.Candidate , Department of Mechanical Engineering, 514-340-4711 x7450, martin.gariepy@polymtl.ca, Student Member AIAA.

†Professor, Department of Mechanical Engineering, 514-340-4711 x4896, jean-yves.trepanier@polymtl.ca, AIAA member.

‡Ph.D. student , Department of Mechanical Engineering, 514-340-4711 x5895, Student Member AIAA.

s	=	Entropy [J]
S	=	Relative to a surface
S_T	=	Trefftz plane
t	=	Time [s]
T	=	Temperature [K]
u	=	Axial component of the velocity vector [m/s]
u_r	=	Relative axial velocity [m/s]
u_*	=	Isentropic axial velocity [m/s]
$u_{*,s}$	=	Isentropic axial velocity, independant of time [m/s]
$u_{*,uns}$	=	Isentropic axial velocity, time dependant [m/s]
V	=	Volume [m ³]
$\mathbf{V}$	=	Velocity vector (u, v, w) [m/s]

Greek symbols

$\Delta\bar{u}$	=	Axial velocity defect (irreversible) [m/s]
Δu_*	=	Axial velocity defect (reversible) [m/s]
μ_l, μ_t	=	Laminar and turbulent viscosity
Ω	=	Angular velocity [rad/s]
ρ	=	Density [kg/m ³]
τ_x	=	First component of the deviatoric stress tensor
∞	=	Relative to the undisturbed state

I. Introduction

The economic success of an aircraft is strongly dependent on its aerodynamic performance, drag being one of the most important characteristics related to fuel efficiency. For example, for a typical commercial airliner, one drag count is equivalent to a payload of 91 kg.¹ It then becomes crucial to be able to quantify and breakdown the aerodynamic drag produced by an aircraft. Far-field drag prediction and decomposition methods are powerful tools that allow the decomposition of the drag into its physical components such as wave, viscous and induced drag. This drag breakdown is nowadays an important tool for the aerodynamicist who wishes to gain a better understanding of flow characteristics and to optimize external aerodynamic configurations. Furthermore, these methods also remove the spurious drag inherent to all CFD solution caused by numerical and truncation errors and by the addition of artificial dissipation by most solvers, hence increasing the accuracy of the computed drag coefficient.

Actually, far-field drag prediction and decomposition methods are used in major aerospace industries such as Bombardier Aerospace² and Airbus³ for optimisation processes. The Boeing company also showed a strong interest in the last Drag Prediction Workshop held in Chicago.⁴ However, the far-field drag prediction and decomposition method actually in use is solely intended for steady flow*. Or, the need for a far-field drag prediction and decomposition method relevant to unsteady flows is obvious for various areas of research. For emerging research fields, this decomposition can be of great help to understand, for example, the drag produced by a flapping-wing drone,⁶ or for the contra-rotating open rotor (CROR),⁷ a new type of propulsion system where all the aerodynamic analysis are unsteady. For well-established research fields, this type of decomposition can be of great help for the optimization of flaps and slats with unsteady flows of a taxi aircraft, this latter spending most of its flight mission time on landing and takeoffs.

This paper presents the development of a far-field drag prediction and decomposition method relevant to unsteady flows. The development of the theory is separated in three major topics. First, a general far-field formulation, leading to the total drag, is derived. This far-field formulation takes into account the unsteady

*Recently, Marongiu and Tognaccini⁵ presented a far-field method, but it is based on a vortex dynamic approach rather than a decomposition of the axial velocity defect, which are the type of decomposition treated in this paper

term arising in the momentum equation, and also takes into account the possibility of a moving/rotating frame coordinates. Second, the total drag computed with the far-field formulation is decomposed in two parts, one caused by irreversible processes and the other by reversible ones (in a thermodynamic point-of-view). Furthermore, this decomposition is different from the actual one. As we shall see later, this decomposition is based on a continuous function, compared to the actual one which may contain discontinuities. Third, the drag caused by reversible processes is decomposed in two parts, one being independent of time, and the other being caused by the unsteady fluctuations of the flow. Finally, this paper presents results and validation on two test cases. The first case concerns an airfoil evolving in an inertial reference frame and subject to a change in its boundary conditions. This test case is specifically designed to test a static control volume. The second test case concerns an oscillating airfoil in a viscous flow at a Mach number of 0.5. This test case is designed to test a rotating non-inertial reference frame.

At first, a literature review is presented. This state-of-the-art in drag prediction and decomposition method overview the actual far-field method, designed by van der Vooren and Destarac,⁸ which is relevant to steady flows.

II. State-of-the-art

Two principal approaches exist to compute the drag from a CFD solution. The first and classical one is called the near-field approach and it consists of integrating the mechanical forces acting on a geometry, namely the pressure and viscous forces. The near-field drag can be computed as follows:

$$D_{nf} = \int_{S_A} ((p - p_\infty) \mathbf{i} - (\boldsymbol{\tau}_\mathbf{x} \cdot \mathbf{n})) dS \quad (1)$$

This type of decomposition naturally offers a mechanical decomposition in terms of viscous and pressure drag. The near-field method is less interesting to the aerodynamscist owing the type of decomposition it offers and owing that the accuracy of the computed drag coefficient is strongly dependent of the mesh size, the spurious drag being implicitly contained in the computed value.

The second approach, called the far-field method, is based on the law of conservation of momentum. Considering an arbitrary volume as shown of Fig. 2, summing up the forces acting along the flow direction on the boundaries of the control volume leads to the definition of the far-field drag (relevant to steady flow):

$$D_{ff} = \int_{S_T + S_\infty} -((p - p_\infty) + \rho(u - u_\infty)(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) - (\boldsymbol{\tau}_\mathbf{x} \cdot \mathbf{n})) \quad (2)$$

The latter equation is the general form of the far-field drag. Van der Vooren and Destarac⁸ proposed to decompose the drag in two parts, namely one caused by the presence of irreversibility, such as wave and viscous drag, and one caused by reversible processes, such as induced drag. The heart of this decomposition is then based on the decomposition of the axial velocity defect in these two parts. Using thermodynamical relations, they showed that the axial velocity defect can be computed as follows:

$$\delta \bar{u} = u_\infty \sqrt{\left(1 + 2 \frac{\Delta H}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \left(\left(e^{-\frac{\Delta s}{R}} \right)^{frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right) \right)} - u_\infty \quad (3)$$

It has been shown by Meheut⁹ that eq. (3) is not continuous over the domain and presents discontinuities whenever the total pressure is less than the undisturbed static pressure. A continuous function has been proposed by the authors¹⁰ for steady-state flows and it will be adapted for unsteady flows, as described in Section III-b.2.

It is convenient to introduce the notation of van der Vooren and Destarac⁸ by defining the vector $\mathbf{f}$ as follows:

$$\mathbf{f} = -(p - p_\infty) \mathbf{i} - \rho \mathbf{u}(u - u_\infty) + \boldsymbol{\tau}_\mathbf{x} \quad (4)$$

Considering a flow without induced drag, it is possible to show that irreversible drag can be computed as follows:

$$D_{irr} = \int_{S_T \cup S_\infty \cup S_a} (\mathbf{f}_{\mathbf{vw}} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (5)$$

Where the vector $\mathbf{f}_{\mathbf{vw}}$ can be defined as follows

$$\mathbf{f}_{\mathbf{vw}} = -(\rho\delta\bar{u})\mathbf{u} + \tau_{\mathbf{x}} \quad (6)$$

The divergence theorem can now be applied to eq.(5) to convert it to a volumetric one. An analysis of the axial velocity defect formulation (eq. (3)) shows that its value is zero whenever the entropy variation is zero. Hence, it is possible to restrict the volumetric integral only in the physical zone of drag production, which corresponds to the zones where there is a production of entropy, namely the viscous and shock zone. So the viscous and wave drag, for a steady flow CFD solution, can be computed as follows:

$$D_v = \int_{\Omega_v} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{\mathbf{vw}}) d\Omega \quad (7)$$

$$D_w = \int_{\Omega_w} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{\mathbf{vw}}) d\Omega \quad (8)$$

Theoretically, outside the zones of entropy production, the flow can be supposed isentropic. However, this is not necessarily the case with CFD results as truncation and numerical errors and the addition or artificial dissipation may create false entropy. Hence, the integration of the latter integral over isentropic zone may be non-zero, leading to the definition of spurious drag, which can be computed as follows:

$$D_{sp} = \int_{\Omega_{sp}} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{\mathbf{vw}}) d\Omega \quad (9)$$

The spurious drag volume is naturally defined as the complement of the viscous and wave volume: $\Omega_{sp} = (\Omega_v \cup \Omega_w)'$. As the reader may notice, it is possible to find spurious drag even in the physical zones of drag production. However, as discussed by Yamasaki,¹¹ the larger contribution to the spurious drag is coming from the nose of an aircraft and from the leading edge of the wing and stabilizer, all these regions being theoretically isentropic.

Finally, defining the vector $\mathbf{f}_* = \mathbf{f} - \mathbf{f}_{\mathbf{vw}}$, it is possible to show that induced drag can be computed as follows:¹²

$$D_i = \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{f}_*) d\Omega + D_{nf} \quad (10)$$

The viscous and shock volumes can be defined by using various sensors.⁸ The induced drag volume, as shown by Laurendeau and Boudreau,¹³ can be defined by selecting all cells below a certain distance from the aircraft.

Before concluding, recall that the far-field approach described in this literature review is relevant only to steady flow. A far-field approach relevant to unsteady flows has been recently proposed by Marongiu and Tognaccini,⁵ but this approach is based on vortex dynamic and it will not be discussed here, considering that the proposed approach is rather based on a thermodynamic decomposition.

III. Theory

The first step in the development of the unsteady far-field drag prediction and decomposition method is the development of a general far-field formulation. This development is based on the books of White,¹⁴ Warsi¹⁵ and Anderson.¹⁶

A. General far-field formulation

Consider an arbitrary control volume which can rotate and translate, as schematized on Fig. 1. Summing up the forces in the flow direction, considering the time rate of change of momentum due to unsteady flow fluctuations, and the added inertial acceleration due to the motion of the reference frame, leads to the following equation:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho u_r dV + \int_{CS} \rho (u - u_\infty) (\mathbf{V}_r \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{CS} (p - p_\infty) \mathbf{i} dS - \int_{CS} (\tau_x \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{CV} a_x dm = 0 \quad (11)$$

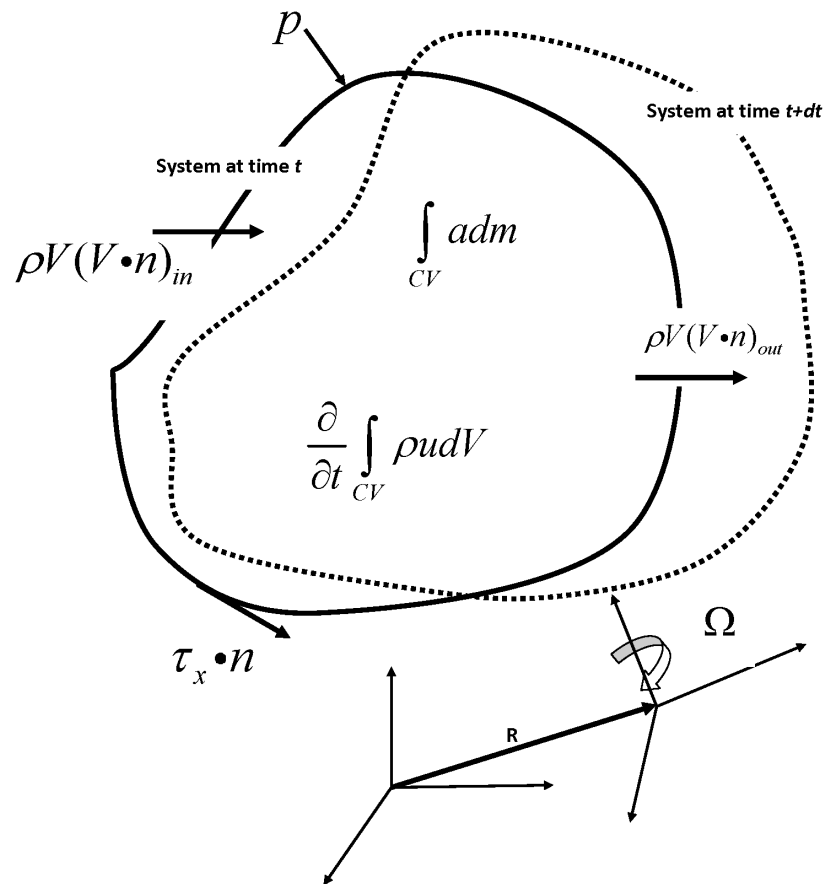


Figure 1. Control volume moving and rotating

In the latter equation, u_r is the relative velocity given by $u_r = u - u_s$, where u_s is the mesh velocity. Furthermore, the relative acceleration, a_x , can be computed as follows:

$$a_x = \frac{d^2 R_x}{dt^2} + \left(\frac{d\Omega}{dt} \times \mathbf{r} \right)_x + (2\Omega \times \mathbf{V})_x + (\Omega \times (\Omega \times \mathbf{r}))_x \quad (12)$$

The vector r represents the position of a cell in the non-inertial coordinates frame while the vector R represents the position of the non-inertial moving coordinates frame with respect to an inertial coordinates frame. From left to right, the terms represent the acceleration of the non-inertial frame coordinates, the angular acceleration, the Coriolis acceleration and the centripetal acceleration. Consider now a moving control volume with an enclosed body, as schematized on the Fig. 2, and we make the following assumptions:

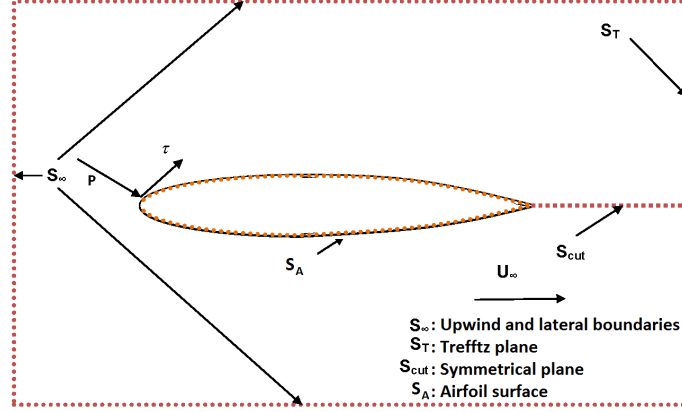


Figure 2. Arbitrary control volume with included body

1. The upstream and lateral boundaries are pushed toward infinity;
2. The pressure force acting on the upside of S_{cut} is equal, but with the opposite sign, to the pressure force acting on the down side of S_{cut} ;
3. The momentum entering through S_{cut} from the upside is equal, but with the opposite sign, to the momentum going out of S_{cut} from the downside;
4. The Trefftz plane is located far downstream where the velocity is solely a function of the vertical axis ($u = u(y)$), and that it is perpendicular to the streamlines;

Under these assumptions, eq.(11) can be re-written as follows:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho u_r dV + \int_{S_T} \rho (u - u_\infty) (\mathbf{V}_r \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S_T} (p - p_\infty) \mathbf{i} dS - \int_{S_T} (\tau_x \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{CV} a_x dm \\ = - \left(\int_{S_A} (p - p_\infty) \mathbf{i} dS - \int_{S_A} (\tau_x \cdot \mathbf{n}) dS \right) \end{aligned} \quad (13)$$

The right-hand side of this equation is the near-field approach, as described by eq. (1). It is important to note that the near-field drag is time and mesh motion independant. Viscous and pressure drag can be naturally be defined as follows:

$$D_p = \int_{S_A} (p - p_\infty) \mathbf{i} dS \quad (14)$$

$$D_{v,NF} = - \int_{S_A} (\tau_x \cdot \mathbf{n}) dS \quad (15)$$

The subscript NF does the distinction between the viscous drag computed with the near-field approach[†] from the viscous drag computed with the far-field approach.

The left hand side of eq. (13) represents the general far-field formulation. Hence, the total far-field drag can be computed as follows:

$$D_{nf} = D_{ff} = - \left(\frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho u_r dV + \int_{S_T} \rho (u - u_\infty) (\mathbf{V}_r \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S_T} (p - p_\infty) \mathbf{i} dS - \int_{S_T} (\tau_x \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{CV} a_x dm \right) \quad (16)$$

The equality between the near-field and the far-field drag is important and plays a role in the drag decomposition.

B. Thermodynamic decomposition of the drag

The first decomposition is thermodynamic and it consists in the separation of drag produced by reversible processes from the drag produced by irreversible processes, the latter being associated with the production of entropy. This type of thermodynamic decomposition has been proposed, for steady flows, by van der Vooren and Destarac⁸ in the VKI Lectures of 2003. To achieve this decomposition, van der Vooren and Destarac decompose the axial velocity defect (AVD), $u - u_\infty$, in two parts, one being caused by reversible processes and the other by irreversible processes. However, the AVD caused by irreversible processes was a discontinuous function, the discontinuities appearing whenever the total pressure was less than the undisturbed static pressure.⁹ For steady flow, this condition generally happens when the boundary layer separates from the body. For most cases, this situation does not affect the computed drag coefficient. However, for the development of a drag decomposition method relevant to unsteady flows, this situation may arise a lot more frequently and a new decomposition of the AVD is then required.

Or, to do such decomposition, two topics of interest must firstly be discussed:

1. As opposite to the van der Vooren and Destarac far-field drag decomposition method, pressure may be different from the free stream pressure on the Trefftz plane, owing the unsteadiness of the flow. The authors showed⁷ that if the pressure is different from the undisturbed static pressure on the Trefftz plane, this difference is solely due to the wake vortices, hence to reversible processes.
2. The stagnation enthalpy variation over the entire control volume, as opposite to steady flow, is not zero due to the unsteady fluctuations. This topic is covered in the next section

1. Stagnation enthalpy variation

Stagnation enthalpy variation can be non-zero for a transient flow, even for a non motorised case. So, unlike the steady formulation, attentive care must be taken to this variation. In this section, we show that the total enthalpy variation on the Trefftz plane must be caused by reversible processes only. As a starting point, consider the momentum equation expressed with Crocco's theorem:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{\mathbf{V}^2}{2} \right) - \mathbf{V} \times \boldsymbol{\omega} = T \nabla s - \nabla h + \mathbf{F}_{\text{viscous}} \quad (17)$$

On the Trefftz plane, viscous effects are negligible and the deviatoric stress tensor can be neglected from the latter equation. Taking the scalar product of eq. (17) with the velocity vector leads to:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mathbf{V}^2}{2} \right) + \mathbf{V} \cdot \nabla \left(\frac{\mathbf{V}^2}{2} \right) = \mathbf{V} \cdot T \nabla s - \mathbf{V} \cdot \nabla h \quad (18)$$

If we consider an isentropic flow, the total derivative of entropy can be expressed as follows:

$$\frac{Ds}{Dt} = 0 \Rightarrow -\frac{\partial s}{\partial t} = \mathbf{V} \cdot \nabla s \quad (19)$$

[†]To be exact, viscous drag computed with the near-field approach should be called the skin-friction drag.

Substituting the latter equation in eq. (17) leads to:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mathbf{V}^2}{2} \right) + \mathbf{V} \cdot \nabla \left(\frac{\mathbf{V}^2}{2} \right) = -T \frac{\partial s}{\partial t} - \mathbf{V} \cdot \nabla h \quad (20)$$

With the use of the second form of the Gibbs equation, the latter equation can be written as follows:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mathbf{V}^2}{2} \right) + \mathbf{V} \cdot \nabla \left(\frac{\mathbf{V}^2}{2} \right) = -\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} - \mathbf{V} \cdot \nabla h \quad (21)$$

Using a compact form leads to:

$$\frac{DH}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (22)$$

This equation has been obtained by assuming an isentropic flow along a streamline. Hence, the right side of eq. (22) can be associated with a reversible process. Moreover, the energy equation can be expressed as follows:

$$\frac{DH}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} u_i) \quad (23)$$

A comparison between eqs. (22) and (23) shows that:

- $-\frac{\partial q_i}{\partial x_i}$ is associated with an irreversible process along a streamline and represents the production of entropy caused by a heat flux;
- $\frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} u_i)$ is associated with an irreversible process along a streamline and represents the dissipative effect related to the shear stress.

The deviatoric stress tensor is non-contributory over the Trefftz plane and this shows that dissipative effect can be neglected on the Trefftz plane. Furthermore, except for a motorized case, the boundaries of the domain are adiabatic and the Trefftz plane can be considered as a boundary itself. Therefore, if there is a variation in total enthalpy on the Trefftz plane, it must be solely caused by reversible processes. Furthermore, the variation of stagnation enthalpy is time derivative dependant.

2. AVD decomposition

The main objective of this section is to separate the part of the AVD caused by irreversible processes from the part caused by reversible processes. To do so, the AVD must be expressed with its thermodynamic relations. Consider a streamline going from the inlet through the control volume. The variation of stagnation enthalpy from the inlet to an arbitrary point on the streamline is written as:

$$\Delta H = H_1 - H_\infty = (h_1 - h_\infty) + 0.5(|\mathbf{V}|^2 - u_\infty^2) \quad (24)$$

Re-arranging the latter equation, the axial velocity can be expressed as follows:

$$u = u_\infty \sqrt{1 + \frac{2\Delta H}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2} \left(\left(\frac{T}{T_\infty} \right) - 1 \right) - \frac{v^2 + w^2}{u_\infty^2}} \quad (25)$$

Assuming that the flow is isentropic along the streamline, the latter equation can be re-written in function of the AVD as follows:

$$\Delta u_* = u_* - u_\infty = u_\infty \left(\sqrt{1 + \frac{2\Delta H}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2} \left(\left(\frac{p}{p_\infty} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) - \frac{v^2 + w^2}{u_\infty^2} - 1} \right) \quad (26)$$

In the last section, it has been shown that the stagnation enthalpy variation and the pressure variation on the Trefftz plane was solely caused by reversible processes. Hence, the AVD computed with the latter equation is the part of the AVD caused by reversible processes. Furthermore, as opposite to the van der Vooren and Destarac⁸ formulation of the AVD, it can be shown that this formulation is continuous over

the control volume owing the quantity under the square roots to be of the same order of the square of the velocity.⁹

Moreover, the part of the AVD caused by irreversible processes can be computed by withdrawing Δu_* from the the total axial velocity defect as follows:

$$\Delta \bar{u} = \Delta u - \Delta u_* \quad (27)$$

where $\Delta u = u - u_\infty$. Recall that the far-field drag is computed as follows:

$$D_{ff} = - \left(\frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho u_r dV + \int_{S_T} \rho (u - u_\infty) (\mathbf{V}_r \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S_T} (p - p_\infty) \mathbf{i} dS - \int_{S_T} (\tau_x \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{CV} a_x dm \right) \quad (28)$$

It is convenient to introduce the notation of van der Vooren and Destarac⁸ by defining the vector $\mathbf{f}$ as follows:

$$\mathbf{f} = -\rho(u - u_\infty)(\mathbf{V}_r) - (p - p_\infty)\mathbf{i} + \tau_x \quad (29)$$

Now, the far-field drag can be express as follows:

$$D_{ff} = \int_{S_T} (\mathbf{f} \cdot \mathbf{n}) dS - \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho u_r dV - \int_{CV} a_x dm \quad (30)$$

The first and last terms are due to the unsteadiness of the flow and they will be handled in the next section. The pressure variation, as discussed earlier, is caused by reversible processes. As shown by Destarac,¹⁷ it is possible to locate the Trefftz plane outside the viscous wake to be able to neglect the contribution of the stress tensor on this plane. So, the drag caused by irreversible processes can be computed as follows:

$$D_{irr} = \int_{S_T} (\mathbf{f}_{vw} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (31)$$

Where $\mathbf{f}_{vw}$ can be define as follows:

$$\mathbf{f}_{vw} = -(\rho \Delta \bar{u}) \mathbf{V}_r \quad (32)$$

Following the same development as van der Vooren and Destarac,⁸ it is easily shown that:

$$D_{irr} = \int_{S_T} (\mathbf{f}_{vw} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_{S_T \cup S_\infty \cup S_a} (\mathbf{f}_{vw} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (33)$$

Hence, the divergence theorem can be used to convert the latter integral into a volumetric one. Moreover, owing that the AVD caused by irreversible processes must be zero in the zones where the flow is isentropic, it is possible to restrict the volumetric integrals only in the zones where is theoretically a production of entropy. This allows the physical decomposition of irreversible drag as follows:

$$D_v = \int_{V_v} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{vw}) dV \quad (34)$$

$$D_w = \int_{V_w} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{vw}) dV \quad (35)$$

Outside these zones, the latter equations must be zero because the flow is supposed to be isentropic. However, as shown by van der Vooren and Destarac,⁸ this is numerically not the case owing the presence of spurious drag caused by spurious entropy, which itself is caused by numerical and truncation errors and, by the addition of artificial dissipation. So, defining the spurious volume as $V_{sp} = V - (V_v \cup V_w)$, it is possible to compute the spurious drag as follows:

$$D_{sp} = \int_{V_{sp}} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{vw}) dV \quad (36)$$

From a numerical point of view, the viscous and wave volume can be selected with sensors. Careful attention must be paid to the shock sensor owing that the shock wave can move on the body due to the

unsteadiness of the flow. To account for this possibility, the sensor developed by Lovely and Haines¹⁸ can be used. This sensor selects all cells respecting the following criteria:

$$-a \frac{1}{|\nabla \mathbf{p}|} \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) + \frac{\mathbf{M} \cdot \nabla p}{|\nabla \mathbf{p}|} > 1 \quad (37)$$

This sensor must be used with a threshold on the pressure gradient to eliminate the noise and to give accurate positioning of the shock wave.

The viscous volume, which include the boundary layer and the viscous wake, can be constructed by selecting all cells respecting the following criteria defined by Tognaccini:¹⁹

$$\frac{\mu_l + \mu_t}{\mu_l} > 1.5 \frac{\mu_{l,\infty} + \mu_{t,\infty}}{\mu_{l,\infty}} \quad (38)$$

The next section will treat of drag due to unsteady fluctuations and of reversible drag.

C. Drag due to unsteady fluctuations

Before breaking the drag produced by reversible processes, we analyse the turbomachinery paradox to understand exactly what results we should expect. The turbomachinery paradox stipulates that for a 2D non viscous steady flow passing through a rotor blade of a turbine, no work can be produced owing the stagnation enthalpy variation between the inlet and the outlet being zero. This paradox can be solved by understanding that the flow must be unsteady, hence creating a stagnation enthalpy variation between the inlet and the outlet. Moreover, if work is produced, this means that there is a resultant force in play. This resultant force is created by the unsteady fluctuations of the flow. Hence, the axial component (in the direction of the undisturbed static flow) of the resultant force is either drag or thrust. Hence, any unsteady flow around a body can create a drag force even if this flow is non viscous, bi-dimensional, and incompressible. In conclusion, this means that we expect that a part of the reversible drag is caused by the unsteady fluctuations of the flow.

A careful examination of the AVD caused by reversible processes, eq. (26), shows that only the stagnation enthalpy variation can be responsible of the production of drag due to the unsteady fluctuations, owing the fact that it is the only quantity to be time derivative dependant[‡]. Hence, it is possible to compute the AVD caused by reversible processes that is independent of time derivative by assuming a steady flow:

$$u_{*,s} = u_\infty \sqrt{1 - \frac{2}{(\gamma - 1)M_\infty^2} \left(\left(\frac{p_*}{p_\infty} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) - \frac{v^2 + w^2}{u_\infty^2}} \quad (39)$$

Moreover, the AVD caused by unsteady fluctuations can be computed as follows:

$$u_{*,u} = u_* - u_{*,s} \quad (40)$$

To compute the drag due to unsteady fluctuations, all terms which are time derivative dependant must be taken into account. So, the drag due to unsteady fluctuations must be computed as follows:

$$D_{uns} = \int_{S_T} (\mathbf{f}_{uns} \cdot \mathbf{n}) dS - \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho u_r dV - \int_{CV} a_x dm \quad (41)$$

Where $\mathbf{f}_{uns}$ can be defined as follows:

$$\mathbf{f}_{uns} = (-\rho u_{*,u}) \mathbf{V}_r \quad (42)$$

Following exactly the same development as for the irreversible drag, it is possible to convert the first integral of eq. (41), using the divergence theorem, into a volumetric one as follows:

$$D_{uns} = \int_{CV} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{uns}) dV - \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho u_r dV - \int_{CV} a_x dm \quad (43)$$

[‡]This simply mean that if $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ for all variables (steady-state), this quantity will vanished

D. Induced drag

The induced drag can be computed as being the remaining part of the far-field drag:

$$D_I = D_{ff} - D_{irr} - D_{uns} \quad (44)$$

Using eqs. (29), (32) and (42), the induced drag can be expressed as follows:

$$D_I = \int_{S_T} ((\mathbf{f} - \mathbf{f}_{uns} - \mathbf{f}_v \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}) dS \quad (45)$$

It is convenient to introduce the vector $\mathbf{f}_*$, which can be defined as follows:

$$\mathbf{f}_* = \mathbf{f} - \mathbf{f}_{uns} - \mathbf{f}_{vw} = ((-\rho \Delta u_{*,s}) \mathbf{V}_r - (p - p_\infty) \mathbf{i} + \tau_x) \quad (46)$$

By substituting eq. (46) in eq. (45), another form of the induced drag can be obtained as follows:

$$D_I = \int_{S_T + S_\infty + S_a} (\mathbf{f}_* \cdot \mathbf{n}) dS - \int_{S_a} (\mathbf{f}_* \cdot \mathbf{n}) dS - \int_{S_\infty} (\mathbf{f}_* \cdot \mathbf{n}) dS \quad (47)$$

The second integral represents the negative value of the near-field drag and the third integral is zero, owing the hypothesis on the upstream and lateral boundaries stated in section II-A . Hence, using the divergence theorem on the first integral, we can compute the induced drag as follows:

$$D_I = \int_{CV} (\nabla \cdot \mathbf{f}_*) dV + D_{nf} \quad (48)$$

In summary, the far-field drag, computed by eq. (28), can be decomposed as follows:

$$D_{ff} = D_v + D_w + D_{sp} + D_I + D_{uns} \quad (49)$$

IV. Validation and results

This section presents validation and results of the far-field drag prediction method on two test cases. The first test case is a NACA0012 airfoil evolving in an inertial frame, with a transient boundary condition on the Mach number. The second test case is a NACA0012, at a Mach number of 0.5 and a Reynolds number of 9×10^6 , oscillating from -0.5 to 0.5 AOA in a viscous flow.

A. Grids and algorithms

1. Algorithms

The commercial solver Fluent, version 13.0.0, has been used for all computations. This solver has been run on a Linux 64 bits, with up to 12 processors for the fine grids. For all computations, the density-based solver with a ROE-FDS implicit scheme has been selected (second order upwind resolution) with the Green-Gauss cell center reconstruction gradient algorithm. For the first test case, the transient formulation was second order implicit but it was first order implicit for the oscillating airfoil. Time step was set to 5×10^{-4} second. The Spalart-Allmaras turbulence model was selected with 4% of turbulence intensity at far-field. Boundary conditions were set to pressure-far-field.

2. Grids

For both test cases, three grids have been used. The coarse, medium and fine grid have respectively 21420, 80910 and 323640 nodes with a refinement scale factor (h^{-1}) going from 2 to 1/2, 1 corresponding to the medium grid. The medium grid has 260 nodes on the airfoil, 176 in the cross stream direction (y) and 75 in the downstream (x) direction. For all computations, y^+ was less than 1. Grids are C-Mesh type, extending 25 chords in the upstream direction, as shown on Fig. 3. These grids have been tested in a steady flow at a Mach number of 0.7 with zero lift coefficient and a Reynolds number of 9×10^6 . Figure 4 shows a grid convergence

study. The first curve (Cd_{total}) represents the drag coefficient[§] computed with the general far-field method, *i.e.* eq. (28), while the horizontal line represents the experimental value of Harris.²⁰ Grid convergence is excellent. Furthermore, the Richardson extrapolation gives the same computed drag coefficient as the experimental one. Moreover, spurious drag is less than three drag counts for the coarse grid and less than one drag count for the finest one.

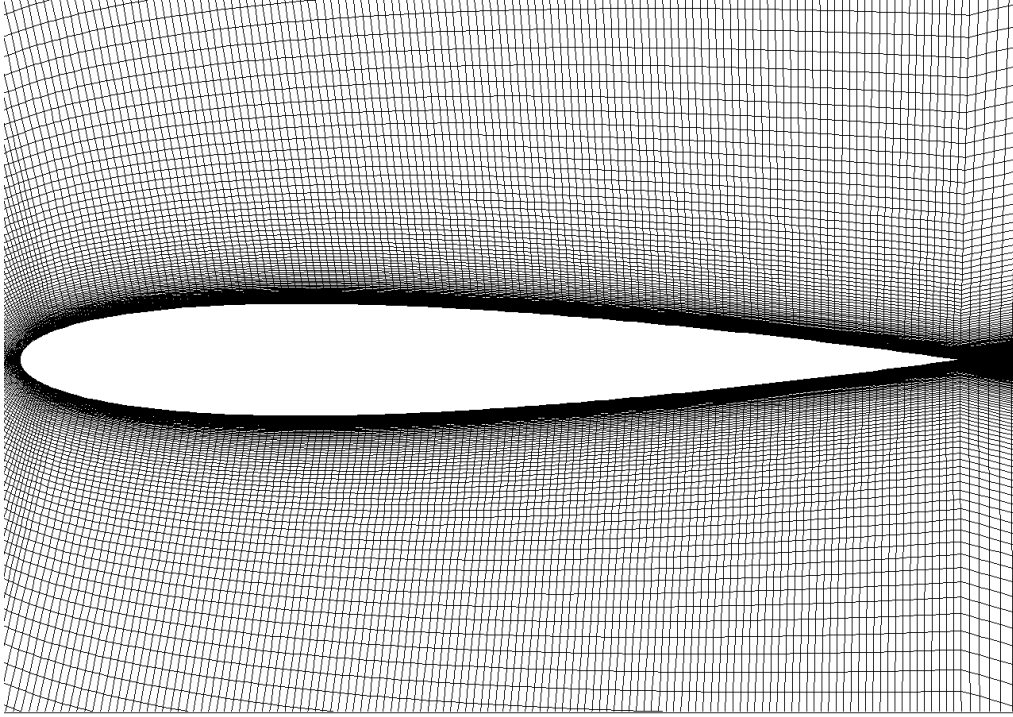


Figure 3. Medium grid, 80910 nodes, 260 node on the airfoil, 176 in the cross stream direction, and 75 in the downstream direction.

3. Numerical considerations

Numerically, it can be difficult to compute the integral of the relative acceleration term in eq. (43). However, recalling the equality between the near-field and far-field drag, eq.(16), the relative acceleration term can be computed as follows:

$$\int_{CV} a_x dm = D_{ff*} - D_{nf} \quad (50)$$

So, this way of computing the relative acceleration terms will also ensure the exact balance between the near-field and the far-field approaches. Indeed, in the following test cases, the far-field drag is computed as follows:

$$D_{ff*} = - \left(\frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho u_r dV + \int_{S_T} \rho (u - u_\infty) (\mathbf{V}_r \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S_T} (p - p_\infty) \mathbf{i} dS - \int_{S_T} (\tau_x \cdot \mathbf{n}) dS \right) \quad (51)$$

Where $D_{ff} = D_{ff*} - \int_{CV} a_x dm$.

[§]For the remaining of this document, drag coefficient is computed by dividing the results of the integral by $q_\infty S$

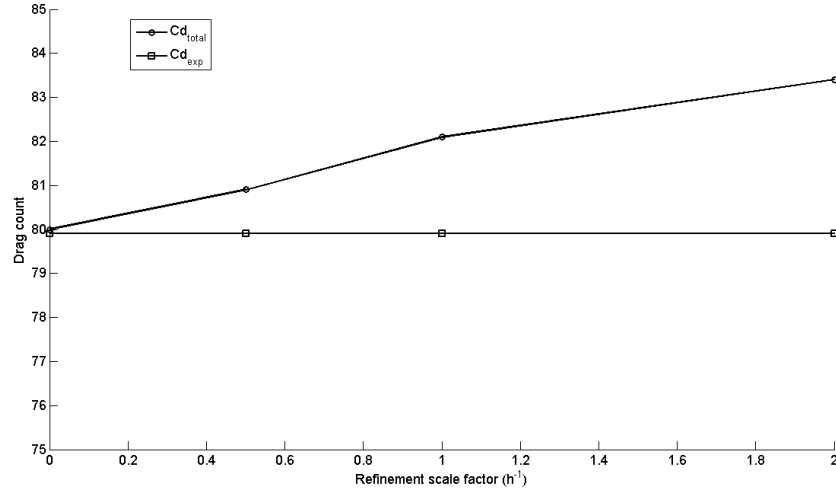


Figure 4. Grid convergence study for the NACA0012 airfoil in a transonic viscous flow: $M = 0.8$, $C_L = 0$, $Re_c = 9 \times 10^6$

B. Inertial reference frame test case

The first test case is a NACA0012 airfoil, initially at a Mach number of 0.8, placed in a fixed reference frame with a transient boundary condition on the Mach number, varying from $M = 0.8$ to $M = 0.85$ in 1 second with a constant variation. The angle of attack is zero degree and the Reynolds number, based on the chord, is 9 millions. However, the Reynolds number increases proportionnal to the Mach number. This test case is not physical, but it has been choosed owing the fact that the flow is unsteady while the mesh remains static. The static mesh induces the relative acceleration terms, eq. (50), to be theoretically zero. Figure 5 presents the absolute value of the difference between the computed near-field drag coefficient, the right-hand side of eq.(13), and the computed far-field drag coefficient, eq.(51), against time. As expected, the absolute difference is minimal, being less than 1 drag count for the medium and fine grids.

Figure 6 shows the drag decomposition on the fine grid. The curve labeled Cd_{total} represents the sum of the viscous, wave and unsteady drag. Respectively, the curves Cd_{ff} , Cd_{wave} , $Cd_{viscous}$ and Cd_{uns} are computed with eqs. (51), (34), (36), and (43). This fine grid being known to produce less than one drag count (see fig.4), the computed far-field drag coefficient must be almost equal to the computed total drag. This behaviour is shown on fig. 6 where both curves are almost perfectly superimposed. This drag decomposition shows that the wave drag increases with the same rate as the total drag, while the viscous drag increase much more slowly. The drag due to unsteady fluctuations vary from 0 to 12 drag counts. This maximum variation of 12 drag counts represents 2.3% of the total drag. Further analysis shows that there is an inflection point on all curves at $t = 1$ second. This phenomenon is due to the fact that the Mach number stays constant, at $M = 0.85$, for $t \geq 1$ seconds. Past this point ($t = 1$ second), every curves saw their slope decreasing drastically, but without being zero. This phenomenon is due to the time delay before the informations about the boundary conditions propagated into the entire computational domain. If the simulation had last longer, every curves would have stabilized to a constant value.

Figures 7, 8, and 9 shows respectively the wave, viscous, and drag due to unsteady fluctuations computed with the different grids against time. The analysis of these three figures shows that the noise reduces with the refinement of the grid. Most of this noise can be explained by the sensors that are not selecting the same amount of cells between each time step. Figure 7 shows that the wave drag is slightly affected by spurious drag, so almost independant of mesh size. Furthermore, the curves relative to the medium and fine grids are almost superimposed perfectly. Fig. 8 shows that the viscous drag is affected by spurious drag and that it is mesh dependant. However, the figure shows that the spurious drag is more present in the coarse grid. The medium and fine grid show a difference of less than one drag count between their computed values.

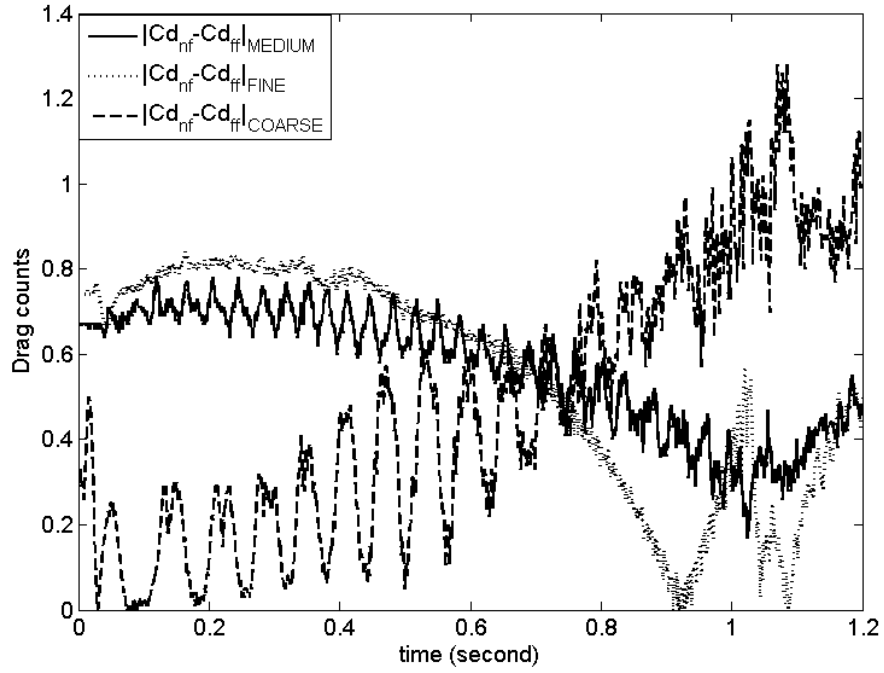


Figure 5. Absolute difference between the computed far-field coefficient, eq (51), and the near-field drag coefficient, the right hand-side of eq. (13)

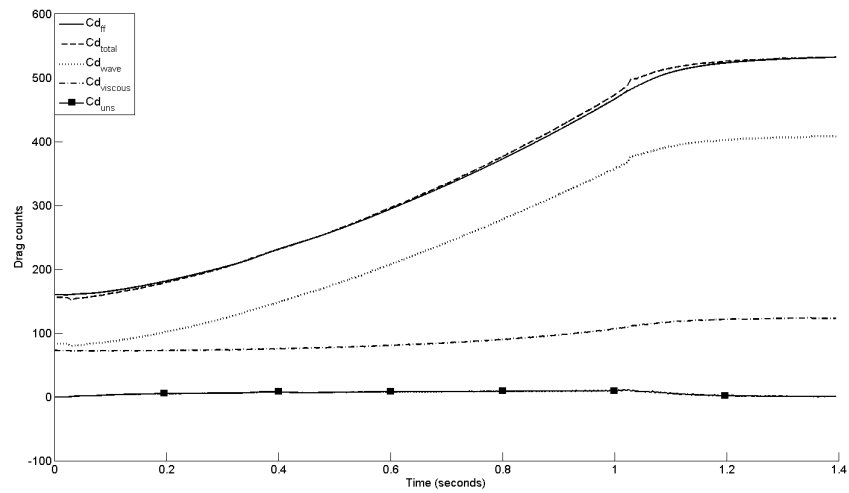


Figure 6. Drag decomposition for the NACA0012 airfoil in an inertial reference frame (fine grid).

Figure 9 shows two phenomena. The first one is that the drag due to unsteady fluctuations do not seem to be mesh dependant. Indeed, without considering the noise, the curves are almost superimposed, showing a difference of less than one drag count between the coarse and medium grid. The second aspect is the presence of noise, this noise decreasing with the refinement of the mesh. This noise can be attributed to the selected time step, which was a little too high. However, reduction of the time step was not an option, owing the increase in computational time that it would have cost. Moreover, except for the coarse grid, the noise do not cause a variation of more than one drag count, indeed causing almost no incidence on the computed drag coefficient. Finally, Fig. 9 shows that the drag due to unsteady fluctuations tends rapidly toward zero past $t = 1$ second, due to the flow returning to a steady state.

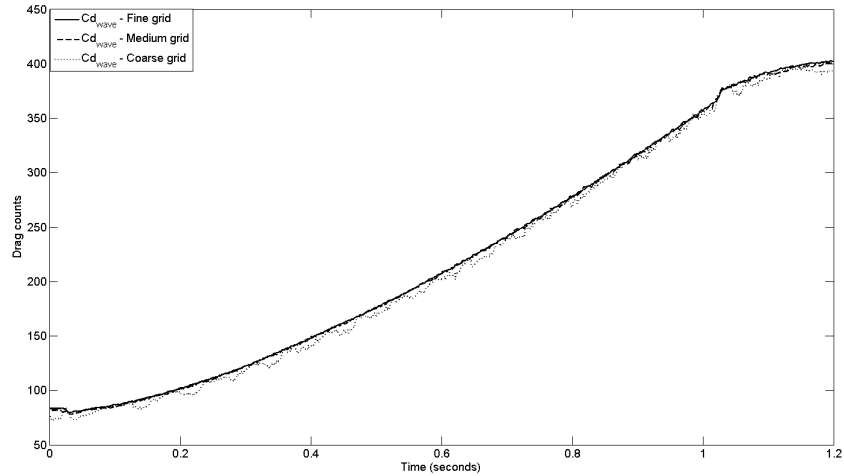


Figure 7. Wave drag for the NACA0012 airfoil in an inertial reference frame (coarse, medium and fine grids).

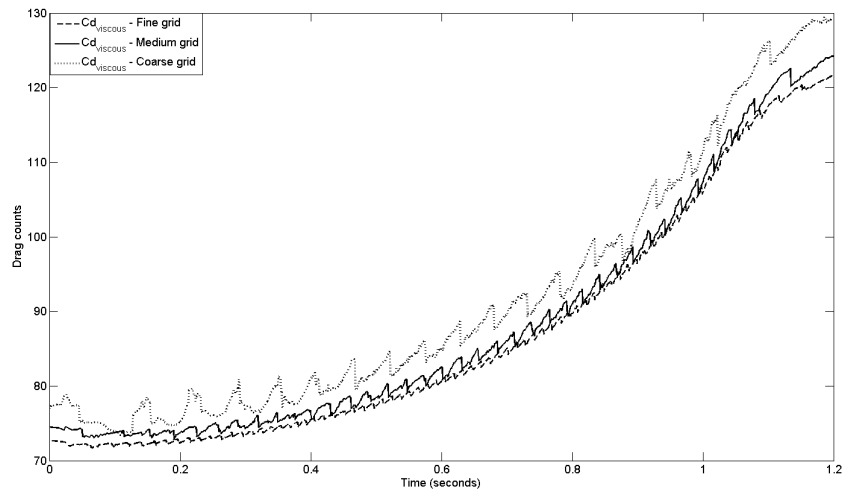


Figure 8. Viscous drag for the NACA0012 airfoil in an inertial reference frame (coarse, medium and fine grids).

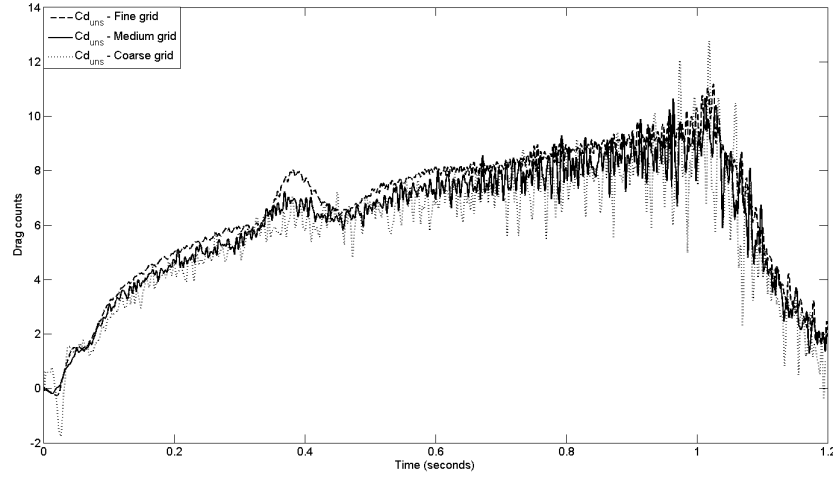


Figure 9. Drag due to unsteady fluctuations for the NACA0012 airfoil in a inertial reference frame (coarse, medium and fine grids).

C. Non-inertial reference frame

The second test case is a NACA0012 airfoil oscillating from -0.5 to 0.5 degrees at a frequency of 3 Hz in a viscous flow, and with a Mach number of 0.5. The Reynolds number, based on the chord, is 9 millions. This test case has been selected owing the non-inertial reference frame, thus causing a contribution from the relative acceleration terms, eq. (50).

Figure 10 shows the computed far-field drag coefficient, eq. (51), and near-field drag coefficient, *i.e.* the right side of eq.(13), against time, for one cycle, on the medium grid. Furthermore, the top axis represents the angle of attack in degrees. The analysis of the two curves shows a gap between them, corresponding, as expected, to the relative acceleration terms, eq. (50). The contribution of the relative acceleration term, for this test case, is between 1 and 2 drag counts, or 2% of the total drag. Recall that the relative acceleration is not computed in eq. (51), but rather by the difference between the near-field and far-field drag coefficient. As we can see, the drag increases from 0 to 0.5 degrees then decrease till 0 degree before reincreasing again until -0.5 degrees. This fact explains the two camel humps observed on a cycle.

Figure 11 shows the computed far-field drag coefficient, eq. (51), to which was added the contribution of the relative acceleration terms, eq. (50), against time, and against angle of attack (top axis) for the three grids. The computed far-field drag coefficient is slightly mesh dependant owing the small difference of less 2 (2%) drag counts between the coarse and fine grids. Good convergence is also observed, owing the gap between curves decreasing as the mesh is refined.

Figure 12 shows the drag decomposition on the fine grid for the oscillating airfoil. The corrected farfield drag coefficient, eq (51), to which was added the contribution of the relative acceleration terms, eq.(50), the viscous drag coefficient Cd_v , eq. (34) and the total drag, $Cd_v + Cd_{uns}$, belong to the left axis. The drag coefficient due to the unsteady fluctuations Cd_{uns} , eq. (43), belong to the right axis. The analysis of this figure shows that the viscous drag is constant, and that the variation in the total drag coefficient is solely due to the unsteadiness of the flow for this case. The small perturbation caused by the oscillations[¶] is not enough to affect the viscous drag coefficient. However, the oscillating airfoil produces a work on the flow. The mechanism of production in play is the compression/expansion of the streamlines caused by the oscillating movement of the airfoil, which modify the pressure field on the airfoil. This pressure variation is time dependant, so the time derivative of the pressure $\frac{\partial p}{\partial t}$, is non zero. But, as shown by eq. (22), this means that the stagnation enthalpy variation is non zero along a stream line, thus causing the production of work.

[¶]Recall that the airfoil oscillates from 0.5 to -0.5 degrees

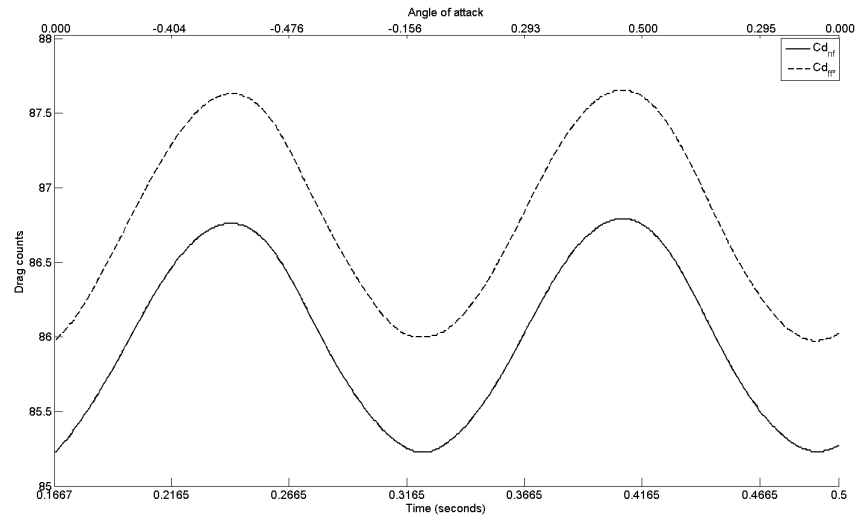


Figure 10. Far-field and near-field drag against time and angle of attack on the medium grid

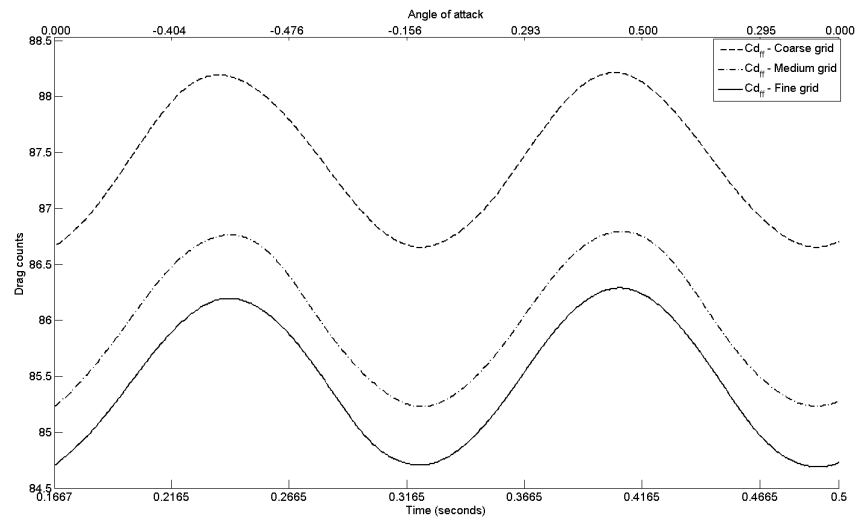


Figure 11. Grid convergence study for the far-field computed drag corrected with the relative acceleration term.

Confirmation of this mechanism can also be observed on Fig. 13, which presents the mechanical near-field decomposition of drag in terms of viscous and pressure components. The total and viscous drag, respectively the right hand side of eq. (13) and eq.(15) belong to the left axis and the pressure drag, eq. (14) belong to the right one. As observed, viscous drag is constant but pressure drag, related to the pressure field over the airfoil, vary with time.

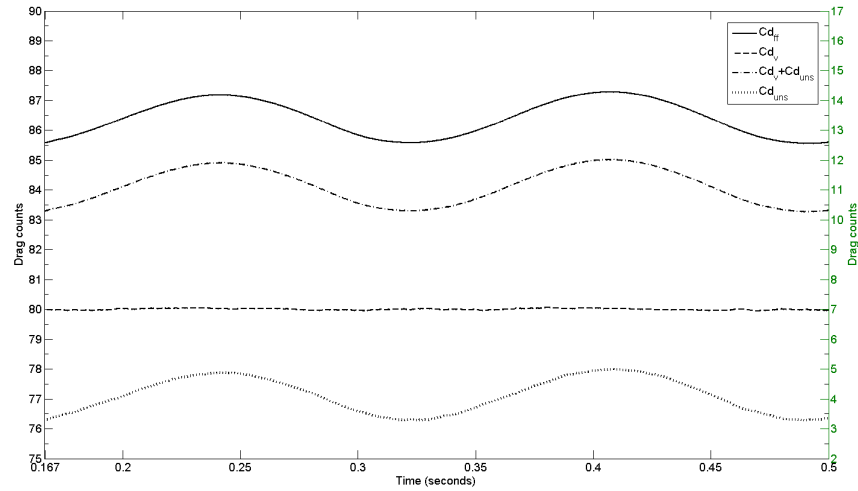


Figure 12. Drag decomposition for the NACA0012 oscillating airfoil in viscous flow

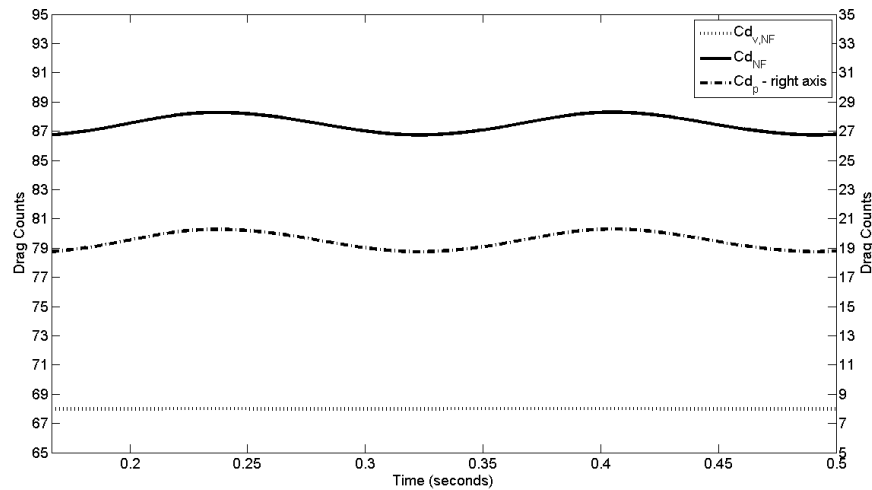


Figure 13. Near-field drag decomposition for the NACA0012 oscillating airfoil in viscous flow

Figure 14 shows the viscous drag against time on the left axis, and the drag due to unsteady fluctuations against time on the right axis, both of them computed on the coarse, medium and fine grids. The analysis of the viscous drag curves shows a mesh dependency, the computed value decreasing as the mesh is refined. The analysis of the drag due to unsteady fluctuations also shows a mesh dependency, however the drag increases with mesh refinement. This behaviour can be explain by two factors. First, the solver used for the simulation

did not allow to use a second order discretization scheme for a moving mesh. Secondly, the time-step being intrinsically linked to the cell size, refining the mesh allows a better capture of the flow features. Finally, note that the curves of the drag due to unsteady fluctuations are less subject to noise than the ones of the previous test cases (see Fig.9).

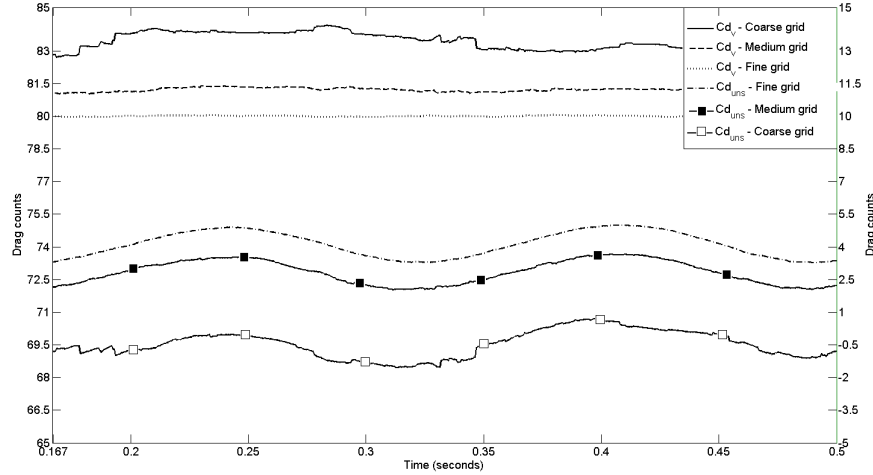


Figure 14. Grid convergence study of the viscous drag and the drag due to unsteady fluctuations.

V. Conclusion

Drag prediction and decomposition methods are powerful tools that allow the aerodynamicist to increase the accuracy of the computed drag coefficient from CFD results. However, until now, the drag prediction and decomposition methods are only applicable to steady flows. The main objective of this paper was to present a drag decomposition method, based on the far-field philosophy, relevant to unsteady flow.

The first step of the decomposition of the drag in unsteady flow was to derive a general far-field equation, relevant to unsteady flow, that can compute the total drag. This formulation is different from the steady far-field one owing two aspects: first, the appearance of an unsteady term, the time derivative of momentum, and second, another unsteady term, the relative acceleration, to take account of a possible moving/rotating mesh. The first part of the decomposition was to split the drag in two parts, namely the drag caused by irreversible processes and the drag caused by reversible processes. To do this separation, it was demonstrated that the stagnation enthalpy variation, when analysed on the entire control volume, was caused only by the unsteady fluctuations, relevant to the unsteadiness of the flow. Furthermore, this variation was done in an isentropic manner. The second part of the decomposition was to separate the irreversible drag, using the Gauss theorem, in three parts, namely the viscous, wave and spurious drag. The third part of the decomposition was to break down the reversible drag in two parts, namely a part caused by the wake vortices, the induced drag, and a part caused by the unsteady fluctuations of the flow. For the oscillating airfoil, it has been shown that the production of work is done by the compression/expansion of the flow caused by the oscillations of the airfoil, which is translated by a change in the pressure field over the airfoil.

Results showed that the general far-field formulation was well derived and also demonstrated that both new terms (the time derivative of the momentum and the relative acceleration term) must be taken into account to ensure an exact balance between the near-field and the far-field approach. Moreover, the first test case, concerning a NACA0012 airfoil in a viscous transonic flow, and subjected to unsteady boundary conditions, showed that the relative acceleration term must be zero when the mesh is static, as the theory predicted it. Furthermore, it also showed that validity of the drag decomposition and the existence of a type of drag caused by unsteady fluctuations. The second test case, an oscillating NACA0012 airfoil in a viscous

flow, showed that the relative acceleration term is non-zero when the mesh is rotating. It also showed that for this case, the drag due to unsteady fluctuations was the only responsible for the variation of the drag, the viscous drag being essentially constant.

Acknowledgments

This project was performed within the IDEA Chair at *Ecole Polytechnique de Montreal*, and supported financially by NSERC, the J.-Armand Bombardier Foundation and Pratt & Whitney Canada. The author (MG) wish to acknowledge the important contribution of Mr Daniel Destarac by reviewing and commenting the first version of this paper.

References

- ¹Meredith, P., "Viscous phenomena affecting high-lift systems and suggestions for future CFD development," Tech. Rep. 94-18415 04-01, AGARD, 1993.
- ²Laurendeau, E. and Boudreau, J., "Drag prediction using the Euler/Navier-Stokes code FANSC," *SAE transactions*, Vol. 112, No. 1, 2003, pp. 488–499.
- ³"AIAA Drag prediction Workshop IV, San Antonio, Texas, USA." June 2009.
- ⁴"28th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Chicago, Illinois, USA." 2010.
- ⁵Marongiu, C. and Tognaccini, R., "Far-Field Analysis of the Aerodynamic Forces by Lamb Vector Integral," *AIAA Journal*, Vol. 48, 2010.
- ⁶<http://www.onera.fr/dcps/remanta-drone-ailes-battantes/index.php>," .
- ⁷<http://www.cerfacs.fr/4-26770-Contra-Rotating-Open-Rotor-towards-the-futur-of-flight-propulsion.php>," .
- ⁸Van der Vooren, J. and Destarac, D., "Drag/thrust analysis of jet-propelled transonic transport aircraft: definition of physical drag components," *Aerospace science and technology*, Vol. 8, 2004, pp. 545–556.
- ⁹Meheut, M., *Évaluation des composantes phénoménologiques de la traînée d'un avion à partir de résultats expérimentaux*, Ph.D. thesis, Université de Lille, 2006.
- ¹⁰Gariépy, M., Trépanier, J.-Y., and Masson, C., "A New Far-Field Drag Decomposition Formulation Relevant to Highly Separated Flows," CASI AERO 2011 Conference, Montreal, Canada. Full paper available at FTP://casi:ASTRO2010@astroconference.ca. Paper also accepted for publication in CASI Journal.
- ¹¹Yamazaki, W., Matsushima, K., and Nakahashi, K., "Drag Prediction and Decomposition Based on CFD Computations," *JSME International Journal Series B*, Vol. 48, No. 2, 2005, pp. 235–240.
- ¹²Gariépy, M., Trépanier, J.-Y., and Masson, C., "Improvements in Accuracy and Efficiency for a Far-Field Drag Prediction and Decomposition Method," 28th AIAA Applied Aerodynamics Conference, AIAA Paper 2010-4678, Chigago, Ill., 28 June - 1st July 2010.
- ¹³Laurendeau, E. and Boudreau, J., "Drag prediction methods using Bombardier Full-Aircraft Navier-Stokes code FANSC," *Aerospace Technology and Innovation Conference*, CASI, Toronto, Canada. 2005.
- ¹⁴White, F., *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2003.
- ¹⁵Warsi, Z., *Fluid Dynamics, theoretical and computational approaches*, CRC press, 1993.
- ¹⁶Anderson, J., *Fundamentals of aerodynamics*, McGraw-Hill Boston, 1991.
- ¹⁷Destarac, D., "Drag extraction from numerical solutions to the equations of fluid dynamics: the far-field philosophy," 43ème Colloque d'Aérodynamique Appliquée de l'Association Aéronautique Astronautique de France, Poitiers, 10-12 March 2008.
- ¹⁸Lovely, D. and Haimes, R., "Shock Detection from Computational Fluid Dynamics Results," *AIAA Paper*, Vol. 99-3285, 1999, pp. 1–9.
- ¹⁹Tognaccini, R., *CFD-Based aircraft drag prediction and reduction*, Vol. 2, chap. Methods for Drag Decomposition, Thrust-drag Bookkeeping from CFD Calculations, von Karman Institute for fluid dynamics, 2003, pp. 1–65.
- ²⁰Harris, C., "Two-dimensional aerodynamic characteristics of the NACA-0012 airfoil in the Langley 8-foot transonic pressure tunnel." Tech. rep., NASA Technical Memorandum 81927, 1981.

ANNEXE D

Improvements in Accuracy and Efficiency for a Far-Field Drag Prediction and Decomposition Method

GARIEPY, M., TREPANIER, J.-Y., et MASSON, C. (2010). Improvements in Accuracy and Efficiency for a Far-Field Drag Prediction and Decomposition Method. *28th AIAA Applied Aerodynamics Conference, AIAA Paper 2010-4678, Chicago, Ill., 28 June - 1st July.*

Improvements in Accuracy and Efficiency for a Far-Field Drag Prediction and Decomposition Method

Martin Gariépy* and Jean-Yves Trépanier†

École Polytechnique de Montréal, Montréal, Québec, H3T 1J4

Christian Masson‡

École de Technologie Supérieure, Montréal, Québec, H3C 1K3

An advanced drag prediction method, based on a volumetric integration and derived from the far-field method, has recently been proposed. This powerful method allows for the extraction of spurious drag introduced by artificial dissipation from a CFD solution. This method also allows for the breakdown of drag into its physical sources. Until now, this method has required a fully converged CFD solution in order to ensure accurate results. At its first contribution, this paper states a less restrictive convergence criterion that ensures accurate results. Its second contribution is to render this method compatible with various kinds of solver by suggesting a way to avoid interpolating a gradient, as this interpolation is generally a source of numerical error.

I. Introduction

THE economic success of an aircraft is strongly dependent on its aerodynamic performance, drag being one of the most important characteristics related to fuel efficiency. For example, Meredith¹ has shown that one drag count is equivalent to a payload of 91 kg for a typical commercial airliner. It then becomes crucial to be able to quantify and breakdown the aerodynamic drag produced by an aircraft. For a complete aircraft configuration, the traditional approach in drag prediction involves constructing scaled models and validating these in a wind tunnel. However, these experimental tests are expensive; usually, industries can afford only few scaled-models. This fact usually limits design space exploration and may lead to a non-optimal design.

Owing to the dramatic increase in computing power and remarkable advances in numerical modeling, industries are now turning increasingly towards CFD simulation and CFD-based design. The latter technology allows engineers to determine the best shapes to fit their needs, using an optimization process. Despite the technological advancement, however, drag prediction with a high degree of accuracy remains a major challenge in CFD. This accuracy is of utmost importance during the design phases of an aircraft. For example, within a CFD-based drag minimization process, errors in drag prediction may lead to non-optimal design shapes. Furthermore, in addition to the accuracy of the coefficient, the breakdown of drag is an essential tool for the aerodynamicist who wishes to gain a better understanding of flow characteristics and to optimize external aerodynamic configurations locally.

As pointed out by many authors,²⁻⁴ the challenge of an accurate drag prediction lies in the fact that numerical and truncation errors produce spurious drag, which causes systematic overestimation of total drag. The accuracy of calculated drag may be improved in two ways: either by improving the solver (the processing phase), or by improving drag extraction from a solution (post-processing phase). This paper explores the second option: from a given solution provided by any solver, is it possible to improve the accuracy of the computed drag? Recently, Destarac² has proposed a new technique for the isolation of spurious drag and the breakdown of drag into its physical sources^a. As shown by Esquieu,³ this method yields better results

*Ph.D. Student, Department of Mechanical Engineering, 514-340-5121 x7450, martin.gariepy@polymtl.ca, Student Member AIAA.

†Professor, Department of Mechanical Engineering, 514-340-5121 x4896, jean-yves.trepanier@polymtl.ca, AIAA member.

‡Professor, Department of Mechanical Engineering, 514-396-8504, christian.masson@etsmtl.ca

^aIn this document, the method proposed by Destarac will be referred to as Destarac's method.

than the traditional method (see the near-field method presented in Section II-B). Recently, the method has been tested in an optimization process by Yamazaki and co-workers,⁵ who used it coupled with a genetic algorithm to optimize planform and winglet shapes to reduce induced drag.

In this paper, we have contributed to the development of Destarac's far-field method by improving its efficiency and accuracy. Firstly, this method is computationally time-consuming because it requires a fully converged CFD solution in order to give accurate results. In Section II-D, a rigorous convergence criterion will be postulated that will ensure adequate accuracy of the computed drag while leading to a reduction of the computational time required to predict the drag coefficient. Secondly, Destarac's method requires computing gradients of functions that are based on secondary flow properties. For most flow solvers, the results of flow simulation do not include such gradients and two options are available for the user wishing to compute gradients. One option is to compute these from the available data as a post-treatment phase. This option may lead to inaccurate results, however, due to the approximation involved in evaluating such gradients. The other option is to modify the solver code in order to let it compute the gradients. Although this second option can lead to accurate results, it requires modifying the solver, which is not always possible, especially for commercial codes. Hence, the second objective of this paper is to modify Destarac's method in order to remove the need for computing such gradients. This new gradient-free method can thus be seen as a pure post-treatment drag extraction method.

II. Theoretical development

This section will discuss the source of errors in drag prediction that affect accuracy. It will also give a brief review of the state of the art in drag prediction and decomposition.

A. Source of errors

A CFD solution can contain various errors that affects the precision of the computed drag coefficient. These errors are:

- Discretization errors;
- Truncation errors;
- Errors due to the explicit addition of artificial dissipation;
- Errors due to the modeling of turbulence;
- Errors due to the geometry.

Thus, when computing a drag coefficient, we assume that it lies in an interval such that $C_D \in [C_{D,CFD} - \epsilon, C_{D,CFD} + \epsilon]$ where C_D is the real value, $C_{D,CFD}$ is the computed value and ϵ is the uncertainty. Turbulence modeling errors and geometry errors are implicitly contained in the drag coefficient and cannot be extracted. However, errors caused by discretization, truncation (at least, some of them) and the addition of artificial dissipation can be quantified using Destarac's method. Artificial dissipation is usually introduced in order to smoothe strong gradients and stabilize the solution. This artificial dissipation affects the drag by creating spurious entropy. The concept of spurious entropy will be explained later in this text; we will show that it can be removed from the computed drag coefficient. Isolating such errors will reduce the uncertainty on the drag coefficient, thereby improving its accuracy.

For an airfoil, artificial dissipation is usually introduced at the leading edge due to the pressure gradient, in the shock region due to the strong gradient, and lastly at the trailing edge due to the mixing of two streams. Figure 1 illustrates the contours of entropy for an inviscid simulation for a NACA0012 at $Ma = 0.85$. In this case, entropy should appear only in the shock region. Figure 1 clearly shows spurious entropy around the airfoil, creating a kind of false boundary layer. However, the entropy production in the vicinity of the shock is physical due to the irreversibility of the process.

B. State of the art in drag prediction and decomposition

This section briefly presents three methods of drag extraction that are widely used in CFD: the near-field method and two versions of the far-field method.

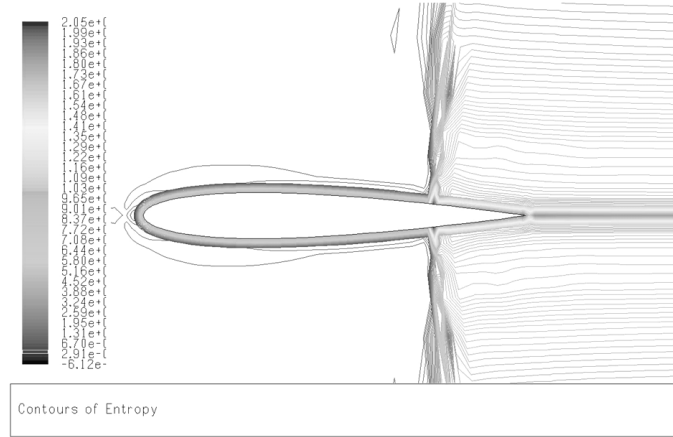


Figure 1. Contours of entropy of the NACA0012, $Ma = 0.85$, inviscid flow

1. Near-field method

The most commonly used technique for computing drag from a CFD solution is the near-field method. This consists of an integration of the pressure and viscous shear stresses acting on the geometry and is given by:

$$D_{nf} = \int_{S_A} ((p - p_\infty) n_x - (\tau_{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{n})) dS \quad (1)$$

where S_A is the surface of the airfoil. This method naturally allows for a mechanical breakdown of the drag in pressure and viscous components.

2. Classical far-field method

The far-field method is based on applying Newton's first law over the control volume as shown schematically as dotted lines in Fig. 2. Summing up the forces yields:

$$\sum \mathbf{F} = \int_{S_A + S_T + S_\infty + S_{cut}} ((p - p_\infty) n_x + \rho(u - u_\infty)(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) - (\tau_{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{n})) dS = 0 \quad (2)$$

Usually, the viscous stress tensor is neglected outside the boundary layer and outside the viscous wake. The Trefftz plane is then located outside the viscous wake while taking into account that:

1. The flow is undisturbed on the sides and upstream (S_∞);
2. The integral on S_{cut} is zero due to continuity;
3. The integral on S_A corresponds, by the Newton principle, to $-D_{nf}$.

Then, drag can be computed as follows:

$$-D_{nf} = D_{ff} = \int_{S_T} ((p - p_\infty) n_x + \rho(u - u_\infty)(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})) dS \quad (3)$$

Hence, for an exact solution, there is an equality between the near-field and the far-field approaches. This equality will play an important role in the proposed method for obtaining rapid convergence.

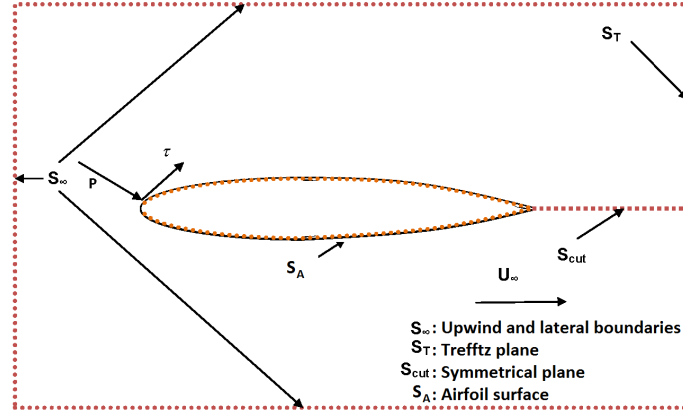


Figure 2. Control volume using far-field approach

3. Advanced far-field approach

For easier reading, vector $\mathbf{f}$ may be defined as follows:

$$\mathbf{f} = (p - p_\infty) \mathbf{i} + \rho(u - u_\infty) \mathbf{v} \quad (4)$$

Hence, we can express the drag computed by the far-field method as follows:

$$D_{ff} = \int_{S_T} (\mathbf{f} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (5)$$

Vector $\mathbf{f}$, by definition, contains all the information about the drag. Following a development made by van der Vooren and Slooff⁶ and reported by Destarac,² we can use thermodynamic properties to express pressure as a function of velocity, enthalpy and entropy as follows:

$$p = p_\infty e^{-\frac{\Delta S}{R}} \left[1 + \frac{(\gamma - 1) M_\infty^2}{2} \left(1 - \frac{u^2 + v^2 + w^2}{u_\infty^2} + \frac{2\Delta H}{u_\infty^2} \right) \right]^{\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)} \quad (6)$$

In the equation above, the enthalpy variation should be zero unless we are dealing with a motorized case. Mathematically, the control volume, represented by $S_\infty \cup S_T$ on Fig. 2, can be as large as needed. Hence by selecting a volume extends far away from the configuration, it is possible to locate the Trefftz plane in a region where the transverse velocity components ($v = w = 0$) are zero. Using the momentum equations, viscous stress tensor and transverse velocity equal to zero lead to $p = p_\infty$ on the Trefftz plane. It is now possible to express the velocity defect, $u - u_\infty$, as follows:

$$u - u_\infty = \Delta \bar{u} = u_\infty \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta H}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \left[\left(e^{-\frac{\Delta S}{R}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} - u_\infty \quad (7)$$

Vector $\mathbf{f}_{\mathbf{vw}}$ may then be expressed as follows:

$$\mathbf{f}_{\mathbf{vw}} = \rho \Delta \bar{u} \mathbf{v} \quad (8)$$

Hence, irreversible drag can be computed as follows:

$$D_{irr} = \int_{S_T} (\mathbf{f}_{\mathbf{vw}} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (9)$$

Vector $\mathbf{f}_{\mathbf{vw}}$ now contains all relevant information on irreversible drag because it has been assuming no induced drag on the Trefftz plane ($v = w = 0$), which is the only source of reversible drag. If we follow Destarac's,² applying the Ostrogradsky divergence theorem to Eq. (9) leads to:

$$D_{irr} = \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{\mathbf{vw}}) d\Omega \quad (10)$$

Except for viscous and shock zones, flow can be assumed to be isentropic. Hence, volumetric integration over these isentropic zones must be zero. Therefore, it is possible to restrain integration of irreversible drag only in physical volume where drag is produced, that is to say in the boundary layer, in the viscous wake and, for a transonic case, in the shock vicinity. Defining the viscous boundary layer and wake zone as $\Omega_{viscous}$ and the shock zone as Ω_{wave} , viscous and wave drag can now be defined as follows:

$$D_{wave} = \int_{\Omega_{wave}} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{\mathbf{vw}}) d\Omega \quad (11)$$

$$D_{viscous} = \int_{\Omega_{viscous}} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{\mathbf{vw}}) d\Omega \quad (12)$$

As explained in Section II-A, artificial dissipation is responsible for the production of entropy. Thus, this entropy production is reflected in the velocity defect equation and may be captured by integrating function $\mathbf{f}_{\mathbf{vw}}$ (linked to irreversible drag). Hence, defining a volume where the flow is assumed to be isentropic as $\Omega_{spurious}$, it is possible to quantify spurious drag as follows:

$$D_{spurious} = \int_{\Omega_{spurious}} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{\mathbf{vw}}) d\Omega \quad (13)$$

Irreversible drag then becomes:

$$D_{irr} = D_{wave} + D_{viscous} + D_{spurious} \quad (14)$$

Given that $\mathbf{f}_{\mathbf{vw}}$ contains all relevant information about irreversible drag, vector $\mathbf{f}_i$ can be defined as follows:

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{f} - \mathbf{f}_{\mathbf{vw}} \quad (15)$$

This vector now contains all information relevant to reversible drag and some information about irreversible drag. After some algebra (see Destarac²), a relation is obtained that will compute induced drag:

$$D_i = \int_{\Omega_{induced}} (\nabla \cdot \mathbf{f}_i) d\Omega - \int_{S_A} (\mathbf{f}_i \cdot \mathbf{n}) dS \quad (16)$$

Theoretically, induced drag volume may be chosen without restriction because it is not affected by spurious drag due to its reversible nature. However, it has been shown that, numerically, induced drag dissipates rapidly in the field. Hence, using an approach developed by Laurendeau and Boudreau,⁷ we may define induced drag volume selecting all cells below a certain distance d from the configuration in such a way that the dissipation effect in the field is still negligible (see Fig. 3).

Several sensors have been proposed to detect the various volumes enumerated above. Usually, in order to detect shock volume, researchers use the sensor defined by Lovely and Haimes:⁸

$$F_{shock} = \frac{\mathbf{v} \cdot \nabla p}{a |\nabla p|} \quad (17)$$

where a is the speed of sound. An example of this sensor is shown in Fig. 4, which shows a shock volume for the ONERA M6 wing in a transonic viscous flow.

Separating the viscous zone in to a boundary layer and a wake zone, Tognaccini⁹ has proposed a sensor based on laminar and turbulent viscosity for the wake zone:

$$F_{wake} = \frac{\mu_l + \mu_t}{\mu_l} \quad (18)$$

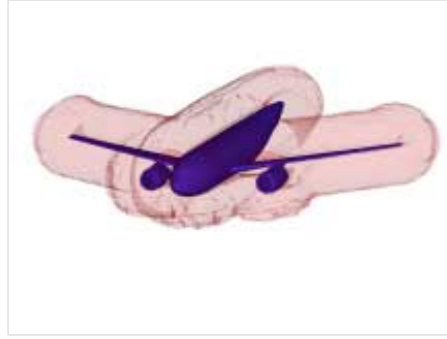
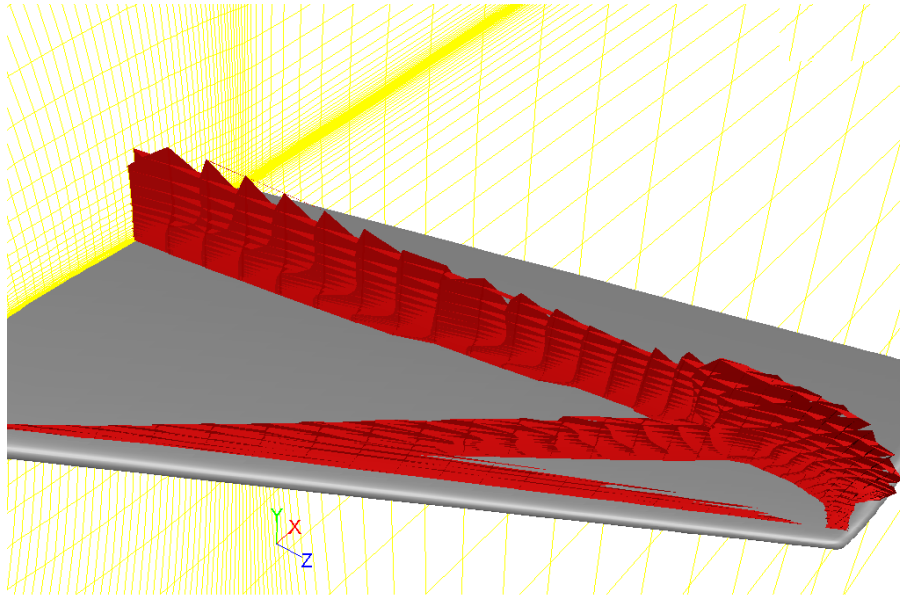


Figure 3. Induced drag volume (Laurendeau and Boudreau⁷)

Esquieu and co-workers¹⁰ have proposed a sensor based on the viscous stress tensor to locate the boundary layer zone:

$$F_{bl} = \frac{[\tau]}{\tau_{average}} \quad (19)$$

Shock, boundary layer and viscous wake for an airfoil are depicted in Fig. 5. Usually, the volume where shock interacts with the boundary layer is considered as part of the shock volume since, in transonic flow, wave drag is generally much larger in terms of magnitude than viscous drag. However, in this present paper, a new type of drag, called interaction drag and labeled D_{inter} , will be defined.



Contours of shock_sensor

Figure 4. Shock volume for the ONERA M6 wing in transonic viscous flow

Combining the mechanical and physical decomposition presented above, it is now possible to state:

$$-D_{nf} = -(D_p + D_{viscous}) = D_{ff} = D_{wave} + D_{viscous} + D_i + D_{inter} + D_{spurious} \quad (20)$$

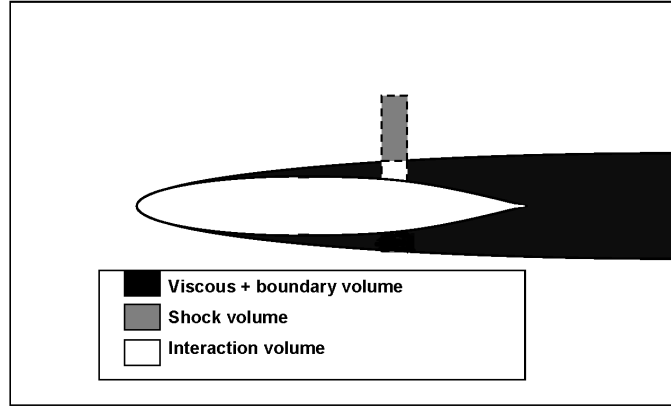


Figure 5. Integration volume for Destarac's method

The above equation clearly shows that numerically, the balance between near-field and far-field approaches is true only when we consider spurious drag.

C. A gradient-free version of Destarac's method

In order to improve Destarac's method, a deeper analysis of its formulation is required. An analysis of Eqs. (11)-(12) and (16) reveals the need for approximating gradients. Because $\nabla \mathbf{f} = 0$ (keeping in mind that $\mathbf{f}$ symbolizes the sum of all stresses), it is possible to state that:

$$\nabla \mathbf{f}_{\mathbf{vw}} = -\nabla \mathbf{f}_i \quad (21)$$

As pointed out by Destarac² and Esquieu,³ Eq. (21) does not hold numerically. This numerical inequality is directly linked to the numerical approximation of gradients. Both authors suggest using $-\nabla \mathbf{f}_i$ for more accurate results, since $\mathbf{f}_i$ is a smoother function than $\mathbf{f}_{\mathbf{vw}}$.

Another problem with this formulation has been pointed out in the introduction to this paper. The computation of gradients requires either an interaction with the internal structure of the CFD code or a post-treatment of the primary data given by the solver.

To avoid these problems, an innovative way^b consists in re-utilizing the Ostrogradsky divergence theorem to obtain a cell-by-cell surface integration. In order to accomplish this task, the integration volume considered must first be divided into N sub-volumes, where N is the number of cells in the volume. Hence, for any integration volume Ω , drag can be computed as follows:

$$D = \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{\mathbf{vw}}) d\Omega = \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{\mathbf{vw}}) d\Omega_i \quad (22)$$

Applying Ostrogradsky's divergence theorem then leads to:

$$D = \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{\mathbf{vw}}) d\Omega_i = \sum_{i=1}^N \int_{S_i} (\mathbf{f}_{\mathbf{vw}} \cdot \mathbf{n}) dS_i \quad (23)$$

This mathematical operation does not interfere with the physical breakdown of drag and *allows for the possibility of working with the variables directly computed by the solver*. Thus, this technique renders Destarac's method more appropriate for post-processing solutions from any solvers. Furthermore, in certain cases, it increases the accuracy of the computed drag by removing errors caused by the computation of gradients.

^bOriginal idea from Eric Laurendeau, Bombardier Aerospace, Montreal, Canada

The accuracy of this new method may be estimated by verifying the following equality numerically:

$$\sum_{i=1}^N \int_{S_i} (\mathbf{f}_{\mathbf{vw}} \cdot \mathbf{n}) dS_i = - \sum_{i=1}^N \int_{S_i} (\mathbf{f}_i \cdot \mathbf{n}) dS_i \quad (24)$$

D. Convergence issues

Usually, when using the near-field method, convergence of the CFD solution algorithm is monitored according to the variation of the drag coefficient at each iteration. When C_d stabilizes (variation of less than 0.1 drag count per iteration), convergence is assumed, since further convergence to machine zero on residuals has a negligible influence on the computed C_d . Physically, the drag coefficient stabilizes when residuals on pressure and shear stresses are low. However, when dealing with the far-field method and, in particular, with Destarac's method, this convergence criterion leads to inaccurate results. Until now, researchers have been using a fully converged solution of the flow field to ensure consistency. However, although fully converged solutions may lead to accurate results, they have the disadvantage of requiring long computational times. To our knowledge, no convergence criterion has been established that ensure accurate results when dealing with far-field methods. The aim of this section is to propose a rigorous criterion, based on local convergence, that will allow for accuracy that is up to 1% of the fully converged C_d value.

1. Mathematical description

As shown in the previous section, an equality exists between the near-field and the far-field methods. Combining Eq. (1) with the new formulation of far-field drag (left side of Eq. (23)), this equality can be expressed as:

$$\int_{S_A} ((p - p_\infty) - \tau_{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{n}) dS = - \sum_{i=1}^N \int_{S_i} (\mathbf{f}_{\mathbf{vw}} \cdot \mathbf{n}) dS_i \quad (25)$$

Theoretically, this equality will hold for any control volume on which the right integral is performed, provided that this control volume fulfills the following two conditions:

1. Any wall (S_A) must be totally included in this control volume;
2. The control volume must be bounded.

Numerically, as pointed out by Masson and co-workers⁴, a third condition must be stated for a transonic flow due to the presence of a shock:

3. The shock must be completely included in the control volume.

Fulfilment of these conditions will then ensure that Eq. (25) is respected. Hence, for a given flow, convergence of the flow field must be reached only in this control volume and not necessarily over the entire domain^c. A local convergence criterion can now be established by analyzing the definition of function $\mathbf{f}_{\mathbf{vw}}$ which mainly depends on entropy ($\log(p/\rho)$). Moreover, as entropy is a convective property, convergence of entropy will be reached inside the control volume if it is already reached on the boundary of this volume, provided that the latter fulfills the three conditions stated above. Analysis of $\mathbf{f}_{\mathbf{vw}}$ also reveals its dependence on the velocity field; one can wonders about convergence of this field. As stated by Hirsch,¹¹ secondary properties such as entropy converge much more slowly than do primary properties such as velocity fields.

In order to obtain drag with accuracy while decreasing computation time, local convergence must be reached on entropy on the smallest volume fulfilling the three conditions stated above. For the rest of this document, this volume will be called $V(d_m)$, where d_m stands for a minimal distance that will be defined in the next section.

^cThis type of convergence will be referred to as "local convergence"

2. Numerical implementation

As stated in the previous section, $V(d_m)$ must be the smallest volume for which Eq. (25) is respected. Defining d_m as the distance between the cell centroid and the nearest wall, the construction of $V(d)$ should be accomplished by selecting all cells with $d < \text{constant}$. The minimal distance d_{min} for which Eq. (25) is respected is used to construct $V(d_m)$. Usually, the precision required for the drag coefficient is one drag count. Hence, the minimal distance may be chosen as soon as:

$$\frac{1}{\rho u_\infty^2 A} \int_{S_a} ((p - p_\infty) - \tau_{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{n}) dS + \sum_{i=1}^N \int_{S_i} (\mathbf{f}_{\mathbf{vw}} \cdot \mathbf{n}) dS_i \leq 1.0e-4 \quad (26)$$

Defining $S_{V(d_m)}$ as the boundary of $V(d_m)$, convergence of the flow field on $V(d_m)$ is obtained by analyzing the variation of $\int_{S_{V(d_m)}} \log(p/\rho) dS$ at each iteration. Convergence will be assumed when the computed value does not vary more than $1e10^{-4}$ for twenty successive iterations^d.

These two steps ensure local entropy convergence on $V(d_m)$. This method should also give results that are as accurate as those obtained with an absolute convergence.

III. Methodology, grid and flow solver

The validation of our hypothesis in Sections II-C and II-D was conducted on a NACA0012 airfoil in a transonic inviscid flow at Mach 0.85 with zero angle of attack. In this case, only two drag sources were present: the wave and the spurious drags. Application of the gradient-free version of Destarac's method on 3D viscous cases will be presented in the next section. A structured grid with refinement at the shock location (see Fig. 6) was used for the test case. The initial grid was coarse, with 98 nodes on the airfoil. Medium and fine grids were constructed by doubling mesh size in both x and y directions. The commercial

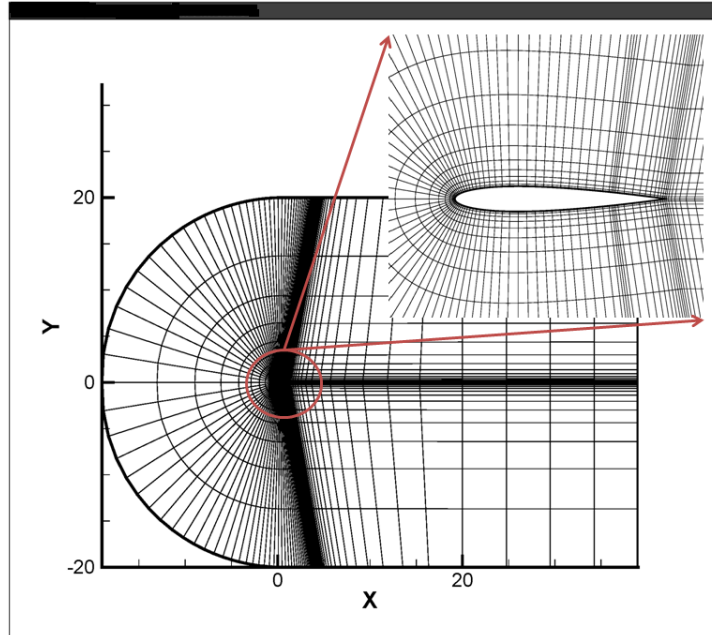


Figure 6. Coarse mesh (98 x 36 nodes) with refinement at shock location

solver Fluent, version 12.1.4, was used to compute the solution. The density-based scheme with a Roe flux difference splitting scheme was selected along with the Green-Gauss cell-based reconstruction gradient

^d $1e10^{-4}$ is equivalent to one drag count in units of $\log p/\rho$.

method. A TVD limiter scheme was used for computing gradients for the primary variables (p , ρ , u , v , T). For each run, the drag coefficient was computed as follows:

$$Cd_{nf} = \frac{1}{\rho u_\infty^2 A} \int_{S_A} (p - p_\infty) dS \quad (27)$$

$$Cd_{ff} = -\frac{1}{\rho u_\infty^2 A} \int_{S_{V(d_m)}} ((p - p_\infty) + \rho(u - u_\infty)(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})) dS \quad (28)$$

$$Cd_{fvw} = \frac{1}{\rho u_\infty^2 A} \int_{V(d_m)} (\nabla \cdot \mathbf{f}_{vw}) d\Omega \quad (29)$$

$$Cd_{fi} = -\frac{1}{\rho u_\infty^2 A} \int_{V(d_m)} (\nabla \cdot \mathbf{f}_i) d\Omega \quad (30)$$

$$Cd_{fvw,new} = \frac{1}{\rho u_\infty^2 A} \sum_{i=1}^N \int_{S_{V(d_m)}} (\mathbf{f}_{vw} \cdot \mathbf{n}) dS_i \quad (31)$$

$$Cd_{fi,new} = \frac{-1}{\rho u_\infty^2 A} \sum_{i=1}^N \int_{S_{V(d_m)}} (\mathbf{f}_i \cdot \mathbf{n}) dS_i \quad (32)$$

The gradients of Eqs. (29)-(30) were computed using two different methods. Firstly, gradients were computed directly by the solver. This operation required an internal code called "UDF" in Fluent, which interacted with the solver. These gradients were computed without any limiter because the limited gradients were not available via the UDF. Secondly, gradients were computed with an external code built with Matlab and based on the primary data obtained from the solver using a standard second-order difference scheme. This second method led to very inaccurate results and will not be presented in this paper. The main reason for this inaccuracy may be that drag computation requires an accuracy of one drag count, which equals one ten-thousandth of the C_d . The error on interpolation required for the gradients computation largely exceeded this accuracy, thus distorting the results.

IV. Results and discussion

Results will be presented in two separate sections. The first section will present results relevant to the gradient-free version of Destarac's method, while the second section will present results associated with convergence issues.

A. A gradient-free version of Destarac's method

Table 1 presents the total drag coefficients computed by Eqs. (27)-(29) and Eq. (31) for a NACA0012 in transonic inviscid flow at $M = 0.85$ with an angle of attack of zero degree. Volumetric and surface integration were performed over $V(d_m)$. In all cases, the CFD solution was fully converged to machine accuracy.

Table 1. Computed drag on $V(d_m)$ using various integration methods

grid	Cd_{nf}	Cd_{ff}	Cd_{fvw}	$Cd_{fvw,new}$
Coarse	484.7	485.5	484.0	484.0
Medium	469.0	470.0	471.3	469.3
Fine	467.5	467.3	467.2	466.0

An analysis of Table 1 shows that all methods are somewhat equivalent, with a maximal error among them of 0.5%. These results agree with those obtained by Masson and co-workers.⁴ One final note regarding Table 1: even if all equations lead to identical results, only Eqs. (29)-(32) allow for physical drag decomposition.

Table 2 shows the wave drag coefficient computed by Eqs. (29)-(32), volumetric and surface integration were performed over the shock volume defined by the shock sensor that was presented earlier ((17)). All results agreed well with those of Masson and co-workers.⁴

Table 2. Computed drag on shock volume using various integration methods

grid	Cd_{fvw}	Cd_{fi}	$Cd_{fvw,new}$	$Cd_{fi,new}$
Coarse	459.7	300.8	460.8	458.0
Medium	462.0	361.4	463.0	463.3
Fine	463.7	439.9	464.3	463.5

An analysis of Table 2 shows that the new formulations given by Eqs. (31) and (32) and represented in the last two columns are equivalent, independently of mesh size. Only the second formulation of Destarac's method given by (30) (second column) yields inaccurate results. Equations. (29), (31) and (32) (columns 1, 3 and 4 respectively) show good agreement for all mesh sizes. Computing Eq. (29) was difficult, however, due to its extreme sensitivity: at times, a difference of two or three iterations between drag extractions led to major differences between the computed drag coefficient values (up to 10 drag counts). A knowledge of the final result was therefore needed prior to this computation and we obtained it using trial-and-error approach.

Based on Table 1 and 2, many conclusions can be drawn:

1. Except for the $\mathbf{f}_i$ formulation of Destarac's method, all equations yields to equivalent results, independent of mesh size or test case. However, only Destarac's approach and the proposed version allow for physical breakdown of drag, thus making these two approaches superior to classical far-field and near-field methods;
2. Agreement between Eqs. (31) and (32) validates the equality proposed by Eq. (24). This agreement validates the mathematical approach presented in Section II-C;
3. The computation of gradients requested by the original Destarac's method is a delicate and fastidious task which requires precalibration. Furthermore, this operation is so sensitive that results change from one iteration to another. In view of this fact, the new proposed method is superior;
4. The new method can be categorized as a pure post-treatment approach because it requires only the primary variable data generated by the solver in order to compute drag. Hence, this method can be applied to any kind of flow solver, including commercial solvers, thus rendering the new method more general and versatile.

B. Results and discussion of convergence issues

This section presents results and discusses the issue of convergence. The test case remains the NACA0012, using the same parameters as defined earlier. For the first two figures, results were obtained on the medium grid. The following section will present results for the 3D case.

Figure 7 presents the computed value of entropy against iterations, where entropy is computed as follows:

$$s = \int_{S_{V(d)}} \log(p/\rho) dS \quad (33)$$

The various curves corresponds to different values for the integration volume $V(d)$ while the curve labelled "expected value" is the computed value of Eq. (33) with a fully converged CFD simulation.

An analysis of the various curves in Fig. 7 shows that convergence of entropy is locally reached at $d = 3$ chords around the 600th iteration, while it is not reached farther in the domain, either for $d = 10$ chords or $d = 20$ chords. Hence, the larger the volume $V(d)$, the longer it takes to achieve local convergence. Figure 7 thus confirms the hypothesis that entropy will converge locally near the airfoil more rapidly than further into the domain, due to its convective nature.

Figure 8 shows the drag coefficients computed by Eqs. (27)-(29) and (31) on various volumes $V(d)$ (or on their boundaries) when convergence is reached on entropy at the 600th iteration, for a distance of $d_m = 3$ chords^e. The curve labelled " Cd_{nf} " represent the drag computed using the near-field method. Obviously, Cd_{nf} is constant, independently of $V(d)$ and it is equal to the drag coefficient computed using the far-field method when the CFD solution is fully converged, as reported above in Table 1

^erecall that d_m is the minimal (and optimal) distance for which equality between near-field and far-field approaches is found

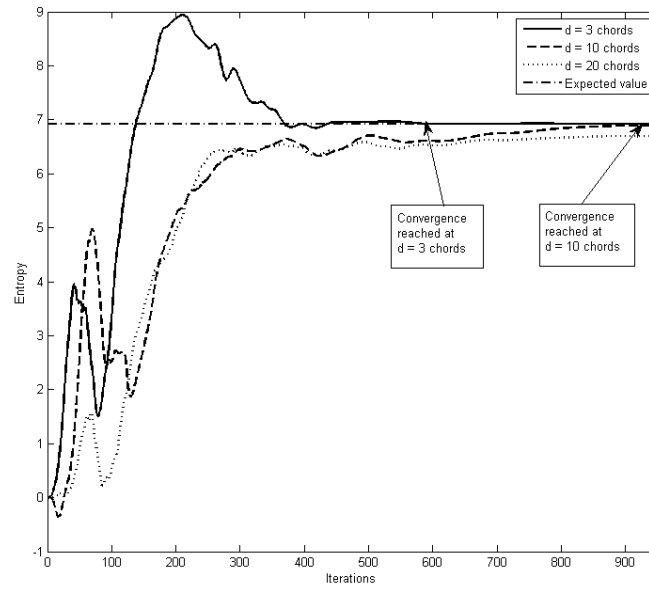


Figure 7. Entropy convergence for NACA0012 at $Ma = 0.85$ against iterations

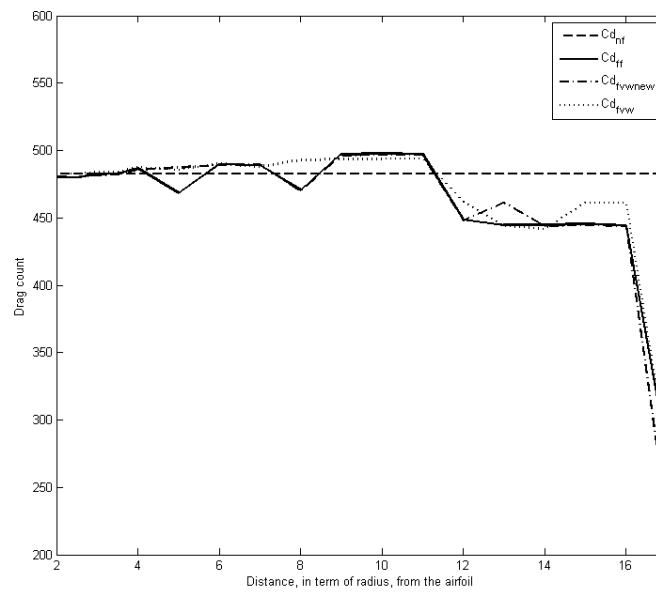


Figure 8. Computed value of C_d at various locations in the domain when convergence is reached on entropy at $d = 3$ chords

Analysis of Fig. 8 demonstrates that all drag predictions are accurate at $d_m = 3$ chords. Furthermore, the major drop at $d = 16$ chords shows that entropy does not even reached the end of the domain, even when it is locally converged on $V(d_m)$. Hence, Fig. 8 demonstrates that local convergence on entropy must be achieved only in the smallest volume $V(d_m)$ in order to ensure that Eq. (25) is respected.

Table 3 presents the difference, in %, between the fully converged drag coefficient and the computed drag coefficient when the solution has been locally converged, either on a pressure basis or the basis of entropy. Analysis of Table 3 shows that convergence based on pressure is not enough, leading to a maximal error of 10% on the computed drag coefficient for the coarsest grid, while this error drops to 1.6% for the finest grid. Although this error on the finest grid seems low, 1.6% on this test case does correspond to an error of seven drag counts, which is obviously not accurate enough for a simple airfoil. On the other hand, Table 3 shows that convergence based on entropy is sufficient to obtain accurate results: the maximal error for the coarsest grid is 0.66%, while it drops to 0.14% for the finest one (less than one drag count).

Table 3. Computed drag difference depending on convergence criterion

grid type	% error	Cd_{ff}	Cd_{fvw}	$Cd_{fvw,new}$
Coarse	pressure	5.20%	9.80%	5.10%
	entropy	0.66%	0.01%	0.66%
Medium	pressure	2.10%	3.27%	0.35%
	entropy	0.10%	0.12%	0.10%
Fine	pressure	1.18%	1.58%	1.20%
	entropy	0.14%	0.14%	0.02%

Figure. 9 shows the non-dimensional CPU time needed to reach local convergence of the flow field based on the entropy criterion. The CPU time needed to reach a fully converged CFD solution is referred as 100%. An analysis of this chart reveals that it took only 9% of CPU time to reach convergence on the coarse grid, while it took nearly 25% of CPU time to reach convergence on the finest grid. In other words, based on the local convergence principle, the CPU time needed in order to reach convergence has been reduced by a factor close to ten for the coarse grid and close to 4 for the finest one. Table 3 and Fig. 9 show that *the local convergence principle reduces computational time significantly while maintaining accurate drag prediction*.

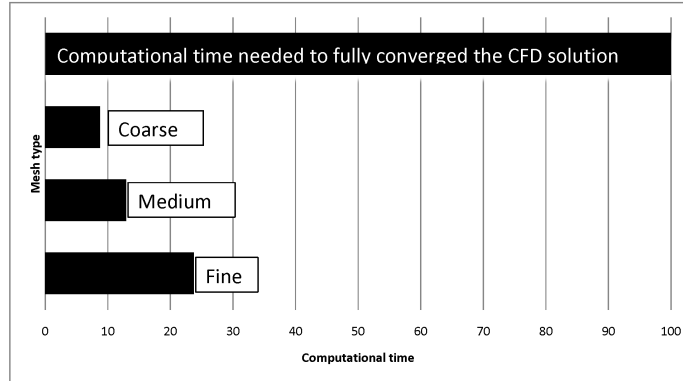


Figure 9. Computational time needed to converge the CFD solution locally based on the entropy criterion depending of the mesh type

V. Results of 3D viscous case

This section presents results for the ONERA M6 wing in a transonic viscous flow at $Ma = 0.84$, with an angle of attack of 3.06° . The grid and boundary values were taken from the NASA Case Study #1.¹² The Spalart-Allmaras turbulence model was selected and all other parameters remained the same as for the 2D case. Good agreement was found between the results and NASA case study.

Table 4 shows the same behaviour as in the 2D case: converged results for much fewer iterations when the convergence criterion is based on entropy. For a 3D case, it is interesting to note that the ONERA M6 wing required 72 hours to fully converge the solution, while convergence took only 12 hours using the local convergence principle.

Table 4. Results for ONERA M6 wing: computed drag vs convergence criterion

% error	Cd_{ff}	$Cd_{f_{vw}}$	$Cd_{f_{vw},new}$
pressure	2.9%	4.80%	5.33%
entropy	0.7%	0.14%	0.05%

Table 5 shows an example of drag decomposition for the ONERA M6 wing. Good agreement with the NASA¹² values is found. Interaction drag (where interaction drag is computed in the interaction zone volume; see Fig. 5) is half of the magnitude of wave drag and is four times less than viscous drag. The theoretical value of induced drag for an elliptic wing is 18.2. For an Oswald efficiency of 0.833, theoretical induced drag for the ONERA M6 is 21.84 and this value shows good agreement with the computed value of 21.53. Spurious drag represents 6% of the total computed drag, which reveals the importance of drag decomposition in design phases.

Table 5. Drag decomposition for the ONERA M6 wing in transonic viscous flow

Drag Decomposition	Drag count	NASA Case Study #1
$Cd_{Viscous}$	30.90	
Cd_{Wave}	17.47	
$Cd_{Interaction}$	8.32	
Cd_I	21.53	
Cd_{Real}	78.22	
$Cd_{Spurious}$	7.03	
Cd_{Total}	85.26	87.7

VI. Conclusion

The state of the art in drag prediction and decomposition has been presented with an emphasis on Destarac's method which has clearly demonstrated its superiority throughout the years. Unfortunately, Destarac's method has two disadvantages; the first is the numerical approximation of a gradient, and the second, the absolute convergence requirement for accurate results. The aim of this project was to improve Destarac's method in order to overcome these drawbacks.

First, a gradient-free version was developed, making Destarac's method more general and versatile. The results demonstrate that the new method is equivalent, in terms of accuracy, to Destarac's method. Furthermore, the gradient-free method is simpler to implement and can be categorized as a pure post-treatment method.

Secondly, a rigorous criterion has been established that eliminates the need to fully converge the CFD solution in order to achieve accurate results for drag prediction. This new criteria allows for the possibility of achieving accurate results while decreasing computation time drastically. Lastly, interaction drag has been defined as the drag produced in the zone where the shock intercepts the boundary layer. An example demonstrates that this type of drag may be of the same order of magnitude as wave drag, revealing its importance in the design phase.

Acknowledgments

This project was performed under the auspices of the IDEA Chair at *École Polytechnique de Montreal*, and supported financially by NSERC, the J.-Armand Bombardier Foundation and Pratt & Whitney Canada. The author (MG) wish to acknowledge the contributions of Kurt Sermeus and Éric Laurendeau from Bombardier Aerospace, and Christophe Tribes of the IDEA Chair.

References

- ¹Meredith, P., “Viscous phenomena affecting high-lift systems and suggestions for future CFD development,” Tech. Rep. 94-18415 04-01, AGARD, 1993.
- ²Destarac, D., *CFD-Based aircraft drag prediction and reduction*, Vol. 2003-02, chap. Far-field/Near-field Drag Balance and Applications of Drag Extraction in CFD, von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2003, pp. 1–62.
- ³Esquieu, S., *Évaluation de la traînée d’un avion de transport à partir de calculs numériques de mécanique des fluides*, Ph.D. thesis, Université Bordeaux 1, 2003.
- ⁴Masson, C., Veilleux, C., and Paraschivoiu, I., “Airfoil Wave-Drag Prediction Using Euler Solutions of Transonic Flows,” *Journal of Aircraft*, Vol. 35, 1998, pp. 748–753.
- ⁵Yamazaki, W., Matsushima, K., and Nakahashi, K., “Aerodynamic Design Optimization Using the Drag-Decomposition Method,” *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 5, 2008, pp. 1096–.
- ⁶Van der Vooren, I. and Slooff, J., “CFD-Based Drag Prediction: State-of-the-Art, Theory, Prospects,” Tech. rep., NLR, 1990.
- ⁷Laurendeau, E. and Boudreau, J., “Drag prediction methods using Bombardier Full-Aircraft Navier-Stokes code FANSC,” *2005 Aerospace Technology and Innovation Conference*, CASI, 2005.
- ⁸Lovely, D. and Haimes, R., “Shock Detection from Computational Fluid Dynamics Results,” *AIAA Paper*, Vol. 99-3285, 1999, pp. 1–9.
- ⁹Tognaccini, R., *CFD-Based aircraft drag prediction and reduction*, Vol. 2, chap. Methods for Drag Decomposition, Thrust-drag Bookkeeping from CFD Calculations, von Karman Institute for fluid dynamics, 2003, pp. 1–65.
- ¹⁰Esquieu, S., Méheut, M., von Geyr, H., and Brodersen, O., “Far-field drag extraction from numerical solutions and wake surveys,” *7th ONERA-DLR Aerospace Symposium*, 2006.
- ¹¹Hirsch, C., *Numerical computation of internal and external flows*, Vol. 1, John Wiley & Sons Ltd, 1988.
- ¹²Slater, J. W., “ONERA M6 Wing: Study #1,” <http://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/m6wing/m6wing01/m6wing01.html>, March 2010.