

NOTE TO USERS

This reproduction is the best copy available.

UMI

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

LA CONTRIBUTION DE LA GRAVIMÉTRIE À L'ÉTUDE
HYDROGÉOLOGIQUE DE LA MORAINES OAK RIDGES

MARIA A. ANNECCHIONE
DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MINÉRAL)
JUIN 2000



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file *Votre référence*

Our file *Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-57387-7

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

LA CONTRIBUTION DE LA GRAVIMÉTRIE À L'ÉTUDE
HYDROGÉOLOGIQUE DE LA MORAINES OAK RIDGES

présenté par: ANNECCHIONE Maria A.

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès science appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. MARCOTTE Denis, Ph.D., président

M. CHOUTEAU Michel, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. KEATING Pierre, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. BELLEFLEUR Gilles, Ph.D., membre

For Ben and Tom

Remerciements

J'aimerais remercier le Dr Michel Chouteau pour m'avoir offert l'opportunité de travailler sur ce projet et le Dr Pierre Keating pour avoir accepté de codiriger. Leurs suggestions et expertises ont été inestimables. Aussi fortement apprécié est l'appui du Dr Susan Pullan et du Dr Charles Logan de la Commission géologique du Canada, qui ont fourni volontiers les résultats des levés géophysiques en trou de forage et l'information existante sur la topographie du socle. Pareillement apprécié sont les résultats non publiés des levés géophysiques en trou de forage, fournis par le Dr Peter Barnett de la Commission géologique de l'Ontario.

Je suis redevable aux étudiant(e)s et chercheurs du Laboratoire de géophysique appliquée qui ont donné un nouveau sens aux mots *appui technique*.

Résumé

L'application de la méthode gravimétrique pour imager la topographie du socle est le sujet traité dans ce mémoire. La région investiguée, la moraine Oak Ridges dans le sud de l'Ontario, est d'intérêt hydrogéologique. Les données de gravité absolue sont corrigées pour les effets de l'élévation et de masse en utilisant une densité de plaque de Bouguer de 2.09 g/cm^3 . Cette densité est obtenue par la méthode de Parasnis qui minimise la corrélation entre la topographie de la surface et l'anomalie de Bouguer. L'erreur sur l'anomalie de Bouguer due à l'incertitude de l'élévation et de la densité de la plaque de Bouguer est calculée. La variance des valeurs de la grille de l'anomalie de Bouguer est obtenue par krigeage avec une modèle de puissance pour le variogramme expérimental.

Un prolongement vers le haut de 6 km est utilisé pour extraire le champ gravimétrique résiduel de l'anomalie de Bouguer. En présumant que les effets des structures sous la surface du socle sont isolés par ce prolongement et que la moraine est homogène, cette résiduelle représente le signal de la topographie du socle. La distance de prolongement est obtenue en comparant les amplitudes de la résiduelle à celles de la réponse du modèle de la topographie du socle décrit par les trous de forage. Le bruit associé à l'hétérogénéité de la moraine est estimé par le signal d'un chenal dans le till de Newmarket.

Deux algorithmes d'inversion en 3 dimensions sont utilisés. Le premier inverse pour la distribution de densité. Une contrainte pour minimiser les volumes est imposée. Des essais sont effectués avec des modèles initiaux homogène et hétérogène. Le deuxième algorithme inverse pour la topographie du socle en présumant un contraste de densité uniforme. Les deux algorithmes présumant que les observations sont sur une surface plane. Des profils de la résiduelle sont modélisés. Un profil coïncide avec une ligne sismique. Le résultat de la modélisation est comparé avec les données sismiques.

L'interprétation gravimétrique produit une image de la topographie du socle plus riche en courtes longueurs d'onde que le modèle obtenu des trous de forage. Les structures retrouvées dans les inversions peuvent être corrélées avec la tendance du socle et les grandes structures telles le chenal Laurentien. Les amplitudes données par l'inversion pour la distribution de densité, sont plus réalistes que celles données par l'inversion topographique. L'interprétation gravimétrique suggère la présence de chenaux absents dans le modèle obtenu à partir des trous de forage.

Abstract

The application of the gravity method to the mapping of bedrock topography forms the subject of this thesis. The region under investigation, the Oak Ridges moraine, southern Ontario, is of hydrogeological interest. The gravity data are corrected for the effects of elevation and mass using a slab density of 2.09 g/cm^3 . This value is obtained by Parasnis' method of density determination which minimises the correlation between elevation and the Bouguer anomaly. The error in the Bouguer anomaly due to uncertainty in elevation and slab density is calculated. Variances for grid values of the Bouguer anomaly are obtained from kriging using a power model for the experimental variogram.

An upward continuation of 6 km is used to extract the residual gravity field from the Bouguer anomaly. Assuming the gravity effects of structures below the bedrock surface are isolated by this upward continuation and the moraine is homogeneous, the residual represents the gravity signal of bedrock topography. The continuation distance is obtained comparing the amplitudes of the residual with those of the response of the model of bedrock topography described by the borehole data. The noise associated with the heterogeneity of the moraine is estimated from the signal of a channel in the Newmarket Till.

Two inversion algorithms in 3D are used. The first inverts for the density distribution. The constraint implementing compactedness is imposed. Inversions were run with homogeneous and heterogeneous initial models. The second algorithm inverts for bedrock topography assuming a uniform density contrast. Both algorithms assume the observations are on a flat surface. Profiles of the residual are modelled. One profile passes through a seismic line. The modelling result is compared with the seismic data.

An image of bedrock topography richer in short wavelengths compared with the

borehole model, is obtained from the gravity interpretation. The structures found in the inversions can be correlated with the bedrock trend and some larger scale structures such as the Laurentian Channel. Amplitudes given by the density inversion are more realistic than those given by the topographic inversion. The gravity interpretation suggests the presence of channels absent in the borehole model.

Table des matières

DÉDICACE	iv
REMERCIEMENTS	v
RÉSUMÉ	vi
ABSTRACT	viii
TABLE DES MATIÈRES	x
LISTE DES FIGURES	xii
LISTE DES TABLEAUX	xvii
LISTE DES ANNEXES	xviii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 : L'ANOMALIE DE BOUGUER	3
1.1 La densité de la plaque de Bouguer	8
1.1.1 La méthode de Parasnis	9
1.2 Krigeage	16
1.2.1 Analyse anisotrope	16
1.2.2 Analyse isotrope	20
CHAPITRE 2 : L'ANOMALIE RÉSIDUELLE	24
2.1 Revue de la littérature	25
2.2 Prolongement vers le haut	28

2.3	La réponse modèle	32
2.4	Le bruit	34

CHAPITRE 3 : GRAVITY INTERPRETATION OF BEDROCK TOPOGRAPHY : THE CASE OF THE OAK RIDGES MORaine, SOUTHERN ONTARIO, CANADA	36
---	-----------

Avant-Propos	36
3.1 Abstract	38
3.2 Introduction	38
3.3 Background	42
3.4 Model Responses	44
3.5 Inversion	48
3.5.1 Uniform Density Contrast	48
3.5.2 Density Distribution	53
3.6 Modelling	59
3.7 Discussion	61
3.8 Conclusions	62

CONCLUSIONS	63
------------------------------	-----------

RÉFÉRENCES	65
-----------------------------	-----------

ANNEXES	70
--------------------------	-----------

Liste des figures

1.1	L'anomalie de Bouguer obtenue avec une densité de 2.67 g/cm^3	6
1.2	La topographie de la surface.	7
1.3	La méthode de Parasnis.	11
1.4	L'anomalie de Bouguer obtenue avec une densité de 2.09 g/cm^3	12
1.5	La soustraction de l'anomalie de Bouguer obtenue avec une densité de 2.09 g/cm^3 de l'anomalie de Bouguer obtenue avec une densité de 2.67 g/cm^3	13
1.6	L'incertitude dans la gravité absolue mesurée.	14
1.7	L'incertitude dans l'anomalie de Bouguer due à l'incertitude dans l'élévation et de la densité.	15
1.8	Les variogrammes directionnels expérimentaux et les modèles ajustés.	17
1.9	Krigeage anisotrope de l'anomalie de Bouguer obtenue avec une densité de 2.09 g/cm^3	18
1.10	La variance associée au krigeage anisotrope.	19
1.11	Le variogramme omnidirectionnel expérimental et le modèle ajusté. Une tendance a été enlevée des données avant le calcul.	21
1.12	L'anomalie de Bouguer obtenue par krigeage isotrope. Une tendance a été soustraite des données avant le krigeage.	22
1.13	La variance associée au krigeage isotrope.	23
2.1	L'anomalie résiduelle gravimétrique obtenue par un prolongement vers le haut de 500 m.	31
2.2	Un modèle de chenal du socle, sa réponse gravimétrique et l'effet du prolongement vers le haut sur celle-ci.	33
2.3	Un modèle de chenal du till de Newmarket et sa réponse gravimétrique.	34

3.1	The location of the Oak Ridges Moraine.	40
3.2	Boreholes reaching bedrock. Inversion region corresponds to that of density inversion (4 km sampling). Region of topographic inversion (1 km sampling) corresponds to kriged area.	41
3.3	The gravity response of the bedrock topography defined by the borehole data. A constant density contrast of 0.6 g/cm^3 was used. The average elevation was subtracted prior to calculation.	45
3.4	The residual gravity field obtained from an upward continuation of 6 km of the Bouguer anomaly. L1 and L2 are 2.5D modelling profiles. .	46
3.5	Effect of residual extraction filter on gravity response of bedrock topography defined by borehole data (Fig. 3.3). The location of the profile is indicated in Figure 3.3.	47
3.6	Inversion of the residual gravity field (Fig. 3.4) for bedrock topography. A constant density contrast of 0.6 g/cm^3 was used. Bedrock elevation is with respect to an average depth, z_0 , of 250 m.	49
3.7	Comparison of inversion results with borehole model in a 50 by 50 km window. Short bold lines in (a) are seismic profiles. L1 is a gravity modelling profile.	51
3.8	Comparison of inversion results with borehole model in a 100 by 25 km window. L2 is a gravity modelling profile.	52
3.9	Inversion of the residual gravity field (Fig. 3.4) for the density distribution using homogeneous and heterogeneous initial models. The 2.6 g/cm^3 iso-surfaces are shown. Inversion parameters and constraints are described in the text.	56
3.10	Vertical sections of the density distribution given by inversions using the homogeneous initial model with limits on cell densities allowed of (b) 0 and 4 g/cm^3 , and (c) 1.5 and 3.2 g/cm^3	57

3.11	2.5D modelling of residual gravity field along 2 profiles (Fig. 3.4). Comparison with the model given by the borehole data (depth to bedrock, bedrock topography). Depth to bedrock is equal to drift thickness. The depth to bedrock profiles were extracted from the map of drift thickness obtained from the borehole data. The bedrock topography profiles were extracted from the map of bedrock topography obtained from the borehole data. The fourth borehole depth along profile L1 may not have been included in the interpolation of the borehole depths when creating the map of drift thickness. The Nobleton and 15thE Sideroad lines are seismic reflection lines.	60
B.1	Le système de coordonnées.	73
B.2	Le domaine spatial de la topographie ou des observations gravimétriques. Les paramètres requis pour <i>GSlab.m</i> et <i>GSlabMod.m</i>	75
B.3	Le domaine de fréquences. N_x et N_y sont les fréquences Nyquist en cycle/km.	76
B.4	Le modèle utilisé dans le calcul direct. Le décalage par rapport à $x = 0$ et le gradient fini de la topographie sont dû à la discrétisation.	78
B.5	Réponses analytiques de la faille avec un contraste de densité $\rho = 1000\text{kg/m}^3$, une épaisseur $t = 100\text{m}$, et une profondeur au milieu de la faille $h = 50\text{m}$, 500m , 1km , 5km , 10km , 15km . La réponse présume que la faille débute à $x = 0$ (topographie centrée) et que le gradient de la topographie est infini.	79
B.6	Calcul direct du modèle de la figure B.4 avec $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ et les niveaux de référence $z_0 = 50\text{m}$, 500m , 1km , 5km , 10km , et 15km . À comparer avec la figure B.5. Décalage par rapport à $x = 0$ est dû au décalage dans le modèle.	79
B.7	Inversion des réponses analytiques de la figure B.5 avec les mêmes paramètres $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ et $z_0 = 50\text{m}$, 500m , 1km , 5km , 10km , et 15km . À comparer avec la figure B.4. La topographie est centrée parce que la réponse analytique présume que la faille est centrée.	80

B.8	Les modèles résultant de l'inversion de la réponse analytique avec $z_0 = 500\text{m}$, $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ (figure B.5) en prenant comme paramètres $z_0 = 500\text{m}$ et $\rho = 200, 500, 1500$, et 2000kg/m^3 . À comparer avec la figure B.7.	80
B.9	Les modèles résultant de l'inversion de la réponse analytique avec $\rho = 1000\text{kg/m}^3$, $z_0 = 500\text{m}$ (figure B.5) en prenant comme paramètres $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ et $z_0 = 50\text{m}, 1\text{km}, \text{et } 5\text{km}$. À comparer avec la figure B.7. Les petites oscillations sont dû à la taille de la fenêtre. . . .	81
C.1	La dérivée verticale de la résiduelle gravimétrique obtenue d'un prolongement vers le haut de 6 km.	85
C.2	L'effet de la dérivée verticale sur les anomalies gravimétriques individuelles et sur l'anomalie gravimétrique générée par deux sphères. . . .	86
C.3	La première dérivée verticale de l'anomalie de Bouguer.	87
C.4	Le champ magnétique résiduel.	88
C.5	L'effet de la dérivée horizontale sur l'anomalie gravimétrique générée par deux chenaux superposés.	91
D.1	L'épaisseur du mort terrain selon les trous de forage.	93
D.2	La topographie du socle selon les trous de forage.	94
E.1	Les trous de forage qui atteignent le socle.	96
E.2	La modélisation de profil 3 en utilisant un contraste de densité constant (-0.55g/cm^3).	96
E.3	La modélisation de profil 4 en utilisant un contraste de densité constant (-0.55g/cm^3).	97
E.4	La modélisation de profil 4 en utilisant trois polygones ayant de différents contrastes de densité (-0.55g/cm^3 , -1.2g/cm^3 , -1.5g/cm^3). . .	97
E.5	La modélisation de profil 5 en utilisant un contraste de densité constant (-0.55g/cm^3).	98
E.6	La modélisation comparée avec les données en forage.	98
F.1	La distribution de la densité pour les tranches de profondeur de 37.5 et 87.5 m.	100

F.2	La distribution de la densité pour les tranches de profondeur de 137.5 et 187.5 m.	101
F.3	La distribution de la densité pour les tranches de profondeur de 237.5 et 287.5 m.	102
F.4	La distribution de la densité pour les tranches de profondeur de 337.5 et 387.5 m.	103
F.5	La distribution de la densité pour les tranches de profondeur de 437.5 et 487.5 m.	104

Liste des tableaux

1.1	Les précisions sur les mesures pour l'ensemble des levés.	4
1.2	Les densités des sédiments et du socle de type présent dans la moraine Oak Ridges. Saturation 100%.	9

Liste des annexes

ANNEXE A : LES TRANSFORMÉES DE FOURIER	70
ANNEXE B : INVERSION GRAVIMÉTRIQUE	72
B.1 Résumé	72
B.2 Introduction	73
B.3 Application	75
B.4 Exemple	77
B.5 Unicité de la solution	81
B.6 Conclusions	82
ANNEXE C : LES DÉRIVÉES	84
C.1 La dérivée verticale	86
C.2 La dérivée horizontale	90
ANNEXE D : LE SOCLE DE LA MORAINES OAK RIDGES	92
ANNEXE E : MODÉLISATION PRÉLIMINAIRE	95
ANNEXE F : LA DISTRIBUTION DE LA DENSITÉ	99

Introduction

L'étude hydrogéologique de la moraine Oak Ridges a été lancée en avril 1993 par la Commission géologique du Canada (Sharpe *et al.*, 1996). Le but de l'étude est de déterminer le cadre géologique et d'améliorer la compréhension du régime de l'écoulement des eaux souterraines dans la région du grand Toronto. Spécifiquement, le but de l'étude est de cartographier les aquifères et les aquitards quaternaires majeurs dans la région et de comprendre leur influence sur l'écoulement de l'eau souterraine. La moraine Oak Ridges est située dans le sud de l'Ontario, au nord de Toronto. Elle se compose d'une couche hétérogène de sédiments pléistocènes déposés par la fonte des glaciers. La couche de sédiments atteint une épaisseur maximale d'environ 250 mètres (Russell *et al.*, 1998). La moraine s'étend dans la direction est-ouest sur une distance de 160 kilomètres et dans la direction nord-sud sur une distance maximale de 20 kilomètres (Sharpe *et al.*, 1997). Présentement, les eaux souterraines sont une source importante d'eau potable pour les municipalités de la région de Toronto. Vingt et un (21) pourcent de la consommation d'eau de York, une municipalité près de Toronto, est de source souterraine (Sharpe *et al.*, 1996). Le développement urbain des municipalités de la région de Toronto entraîne une demande croissante d'eau potable.

Plusieurs facteurs peuvent influencer l'écoulement de l'eau dans la moraine et à travers celle-ci. La distribution des aquifères et des aquitards dans la moraine est un facteur important. Une couche semi-perméable discontinue de till, le till de Newmarket, est un aquitard à l'intérieur de la moraine (Sharpe *et al.*, 1994). Les discontinuités dans le till de Newmarket laissent passer les eaux vers les sédiments sous-jacents et aident à alimenter les aquifères plus profonds. À l'échelle régionale, la topographie du socle peut influencer l'écoulement de l'eau à travers la moraine. Des sédiments grossiers déposés dans les chenaux profonds du socle forment des aquifères importants. La géologie indique que les chenaux dans le till ont des largeurs de 1 à 2 kilomètres

et des profondeurs de plusieurs dizaines de mètres. Les chenaux dans le socle ont des largeurs de plusieurs dizaines de kilomètres et des profondeurs supérieures à cinquante mètres (Brennand *et al.*, 1998). Avec une largeur estimée à 30 km, le chenal Laurentien, qui s'étend de la baie Georgienne au lac Ontario, est le plus large et le plus profond. Les trous de forage indiquent que le till est situé entre 20 et 80 mètres sous la surface et le socle entre 100 et 250 mètres.

À l'intérieur du cadre de l'étude hydrogéologique, des techniques de géophysique de surface et en trou de forage ont été entreprises pour imager les structures internes de la moraine et les chenaux du socle (Pullan *et al.*, 1994; Russell *et al.*, 1996; Sharpe *et al.*, 1996). La sismique en trou de forage et les mesures de gamma naturel, de conductivité, et de susceptibilité magnétique en trou de forage, permettent de déterminer la variation verticale des propriétés physiques des sédiments et la lithologie. À la surface, la sismique réflexion a été employée pour tracer la stratigraphie du mort terrain et la topographie du socle (Pugin *et al.*, 1999). Le géoradar a été utilisé pour tracer la nappe d'eau et pour cartographier la stratigraphie et la structure de la sous-surface (Pilon *et al.*, 1994). Des sondages électromagnétiques profonds effectués avec un appareil Geonics EM-47, ont permis d'obtenir des profondeurs au socle (Todd *et al.*, 1993). Des sondages électromagnétiques peu profonds ont été faits avec un appareil Geonics-34 pour détecter l'hétérogénéité des sédiments près de la surface.

Le contact entre le till de Newmarket et les sédiments situés au dessus est imagé par la sismique réflexion. Toutefois, le contraste d'impédance acoustique élevé à ce contact ne permet pas de détecter systématiquement la frontière sédiment/socle. Les sondages électromagnétiques profonds ont connu un succès limité à cause de la faible conductivité du socle calcaire au nord et à l'est de la moraine. Dans l'ouest, les résistivités similaires entre les schistes du socle et les sédiments n'ont pas permis de bien localiser le contact. En plus, ces techniques ne fournissent pas l'information à l'échelle régionale requise pour l'étude hydrogéologique.

La facilité d'acquisition de données à l'échelle régionale et la couverture 2D dans un milieu urbain sont parmi les avantages de la gravimétrie. Des levés gravimétriques effectués couvrent la totalité de la moraine. Le traitement et l'interprétation de ces données pour tracer la topographie du socle sont le sujet de ce mémoire.

Chapitre 1

L'anomalie de Bouguer

Les données gravimétriques utilisées dans ce mémoire combinent les mesures de 4 levés effectués entre 1994 et 1996 aux données régionales de la base de données nationale. En tout, il y a 5681 mesures de gravité.

La figure 3.1(b) montre la distribution des points de mesures. Pour le premier levé (Belisle, 1995), sur la partie ouest de la moraine, le pas de l'échantillonnage est de 500 m. Belisle (1995) a établi qu'un pas inférieur à 1500 m révélerait suffisamment de détails dans la topographie du socle. Pendant l'été de 1995, les mesures du deuxième levé couvrant le reste de la moraine ont été prises avec un pas de 1000 m (Gill, 1996). En 1996, deux autres levés ont été complétés. Un, le long du port de Toronto (Gill, 1997), utilise un pas de 100 m. L'autre au nord-ouest de la moraine couvre le chenal Laurentien (Jobin, 1997) avec un pas de 1000 m. L'ancien lit du St Laurent, le chenal Laurentien est une vallée dans le socle ayant une largeur d'au moins 30 km. Les lignes de mesures sont orientées dans les directions nord-ouest et nord-est. L'information géologique indique la présence de fractures dans le socle orientées vers le nord-ouest et le nord-est (Sharpe *et al.*, 1994). Les chenaux du socle peuvent être orientés principalement mais non strictement dans ces directions.

Une élévation a été obtenue pour chaque point de mesure. Quelques mesures de la base de données nationale sont à la surface de la baie Georgienne (2 mesures) et au fond du lac Ontario (91 mesures). La profondeur de l'eau a été mesurée pour ces lectures. Le tableau 1.1 liste les erreurs maximales sur les mesures de la gravité, de l'élévation, des coordonnées, et de la profondeur de l'eau. Les mesures de gravité

des levés complétés entre 1994 et 1996 ont été prises avec un gravimètre Scintrex CG-3 Autograv et un gravimètre Lacoste et Romberg G790. Les élévations ont été obtenues avec un altimètre et un psychromètre. Les coordonnées ont été mesurées avec l'odomètre du véhicule de transport. Pour le deuxième levé en 1996, un système GPS Sokkia GIR-1000 a été employé avec l'odomètre et l'altimètre pour les mesures des coordonnées et de élévation, respectivement. La moyenne des erreurs maximales sur les 5681 observations de l'élévation est 2.04 m. Celle de la gravité mesurée est 0.066 mGal.

	maximum	moyenne
coordonnées	200 m	40.12 m
élévation	5 m	2.04 m
profondeur	3 m	0.036 m
gravité	5 mGal	0.066 mGal

TAB. 1.1: Les précisions sur les mesures pour l'ensemble des levés.

Le point de départ de tout traitement de données et de leur interprétation est l'anomalie de Bouguer. L'anomalie de Bouguer est définie comme la différence entre la gravité absolue observée et la gravité théorique corrigée pour l'élévation du point d'observation et la présence ou absence de masse entre ce point et l'ellipsoïde de référence (Dubois et Diament, 1997; Blakely, 1996). La gravité théorique est une valeur calculée sur l'ellipsoïde de référence en présumant une terre homogène. L'ellipsoïde de référence est la surface obtenue quand une sphère homogène élastique ayant le rayon moyen de la terre, est en rotation. L'ellipsoïde de référence est une approximation du géoïde, une surface équipotentielle de la terre obtenue par les mesures gravimétriques faites à l'échelle globale. Ce dernier reflète l'hétérogénéité de la terre. Le niveau moyen des océans est une estimation du géoïde et de l'ellipsoïde de référence. L'anomalie de Bouguer est, donc, donnée par la formule :

$$AB = g_0 - [g_t - (\frac{\partial g}{\partial z} - 2\pi G\rho_c)h - CT], \quad (1.1)$$

où : g_0 est la gravité observée (Gal) ;

g_t est la gravité théorique (Gal) ;

$\frac{\partial g}{\partial z}$ est le gradient vertical de la gravité sur l'ellipsoïde ($0.3086 \times 10^{-5} \frac{Gal}{cm}$) ;

G est la constante gravitationnelle ($6.672 \times 10^{-8} \frac{cm^3}{gs^2}$);

h est l'élévation du point d'observation par rapport à l'ellipsoïde (cm);

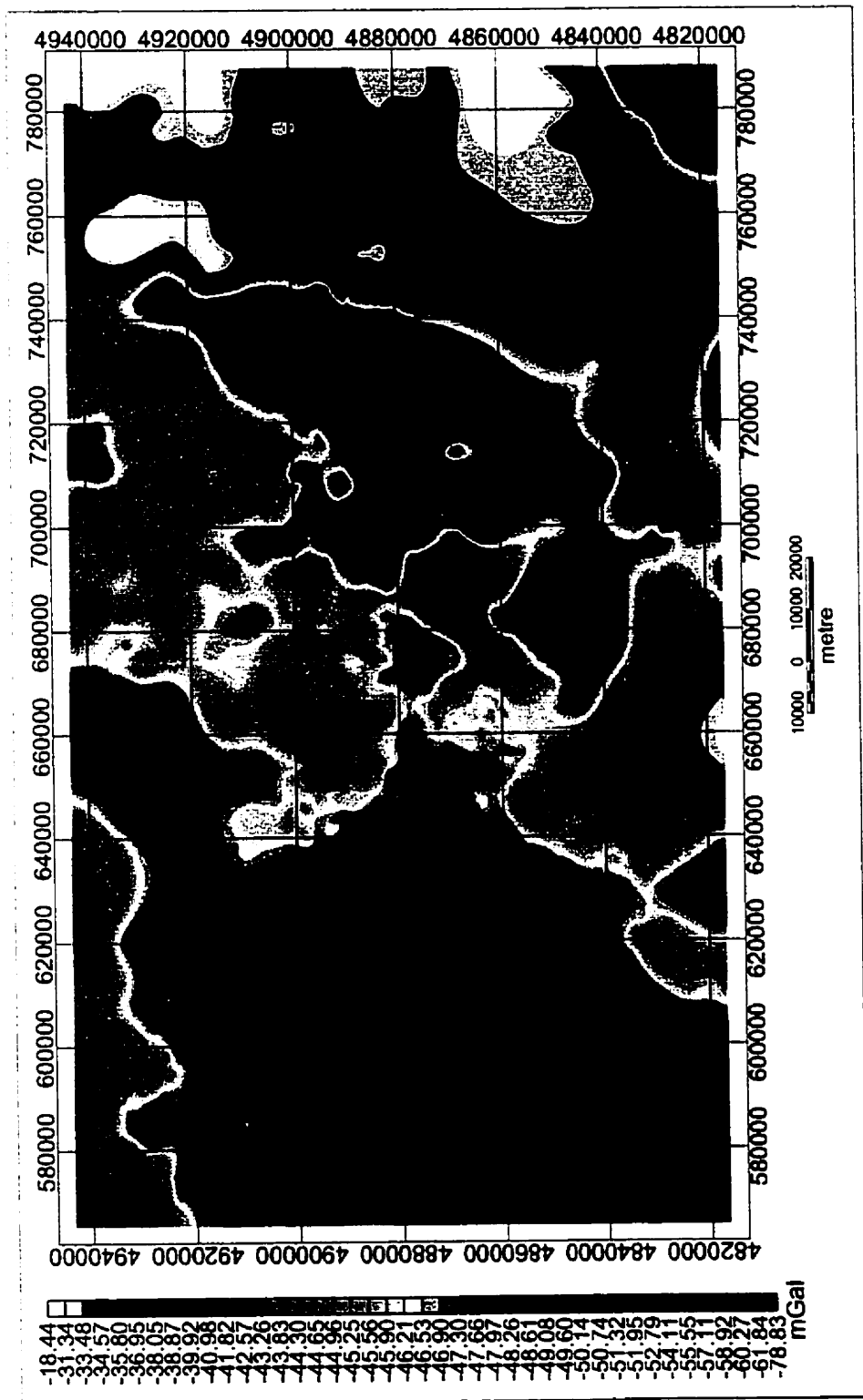
ρ_c est la densité moyenne de la croûte terrestre ($2.670 \frac{g}{cm^3}$);

CT est la correction de terrain.

Le terme $-\frac{\partial g}{\partial z}h$, nommé la correction à l'air libre, corrige la gravité théorique pour l'élévation du point d'observation. L'élévation, h , est positive quand le point de mesure est au-dessus de l'ellipsoïde. Plus on s'éloigne du centre de masse de l'ellipsoïde de référence, plus h est élevé, plus la valeur théorique de gravité diminue. La masse ou l'absence de masse entre le point d'observation et l'ellipsoïde est estimée comme une plaque de Bouguer : une plaque d'extension infinie, de densité et d'épaisseur constantes. Si le point d'observation est au-dessous de l'ellipsoïde, il y a une absence de masse. L'attraction de la plaque est donnée par le terme $2\pi G\rho_c h$, nommé la correction de Bouguer. La densité standard utilisée est la densité moyenne de la croûte terrestre, 2.670 g/cm^3 . La gravité est fortement dépendante de l'élévation. Une haute précision sur la mesure de celle-ci est donc requise. Considérant les effets combinés de l'élévation et de la plaque de Bouguer, une incertitude de 2.04 m sur l'élévation crée une incertitude dans l'anomalie de Bouguer de 0.45 mGal. Pour les régions à faibles gradients topographiques, l'approximation de la plaque de Bouguer pour la masse dessus ou l'absence de masse dessous l'ellipsoïde, est suffisante. Pour les terrains accidentés, les corrections de terrain ajustent numériquement les corrections de Bouguer. L'anomalie à l'air libre est la différence entre la gravité absolue observée et la gravité théorique corrigée seulement pour l'élévation du point d'observation :

$$AAL = g_0 - [g_t - \frac{\partial g}{\partial z}h].$$

Puisque l'anomalie de Bouguer compare le champ gravimétrique réel au champ d'un modèle homogène de la terre, elle est la réponse gravimétrique de toutes les hétérogénéités situées à toutes les profondeurs. Les figures 1.1 et 1.2 montrent respectivement l'anomalie de Bouguer de la moraine Oak Ridges et l'élévation topographique par rapport au niveau moyen des océans. La grille des données gravimétriques a été obtenue avec Geosoft par la méthode de courbure minimale. À l'échelle nationale, les gradients topographiques de la région Oak Ridges sont faibles. Les corrections de terrain n'ont pas été appliquées. L'anomalie de Bouguer prend des valeurs entre environ



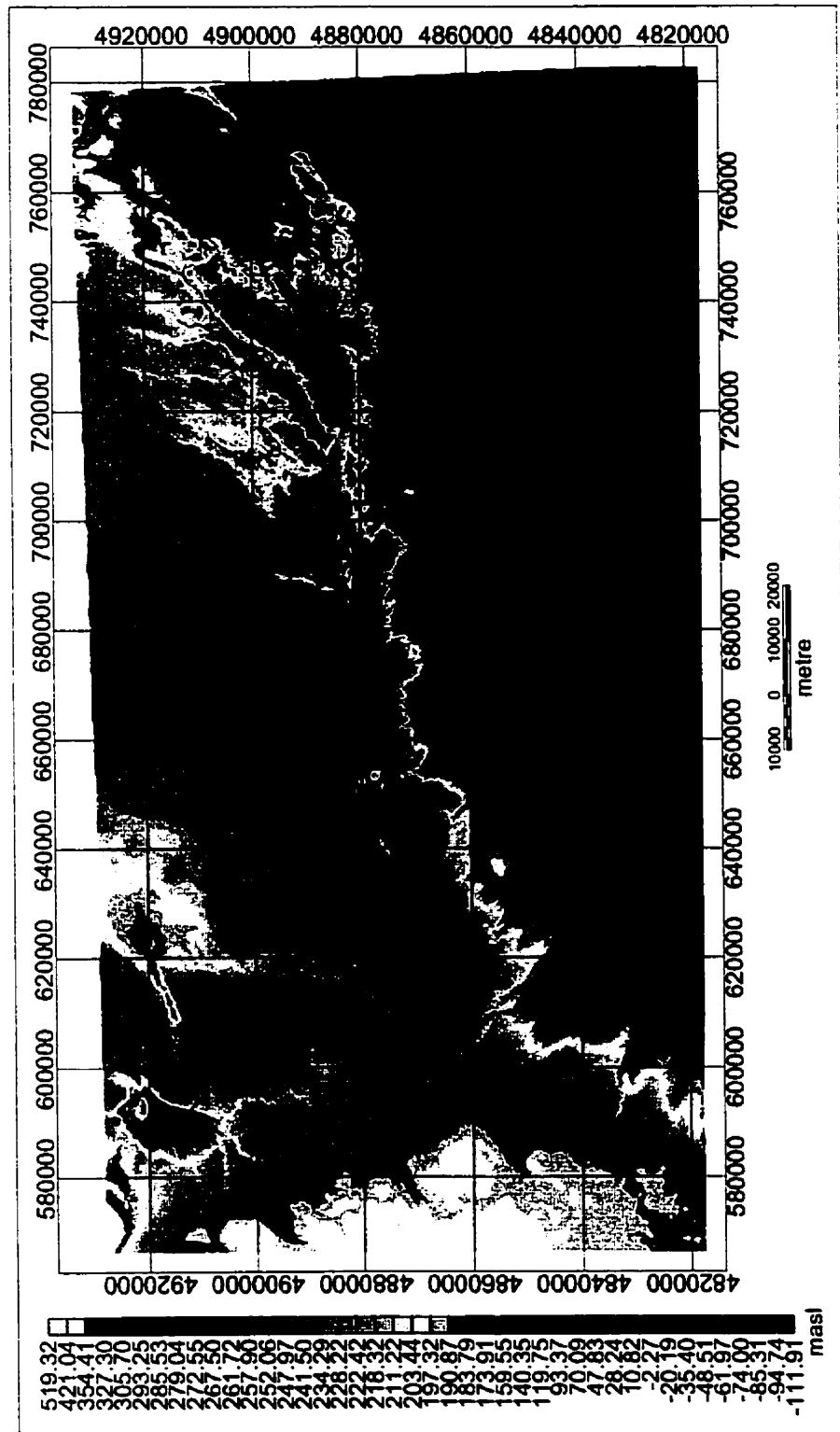


Figure 1.2: La topographie de la surface.

–78.83 mGal et –18.44 mGal. Les valeurs négatives indiquent qu'il y a une déficience de masse à l'échelle régionale ou une isostasie régionale. L'élévation topographique correspond à la surface d'observation gravimétrique.

Les trous de forage indiquent qu'entre la surface et l'ellipsoïde, il y a en grande partie des sédiments glaciogéniques. La surface du socle est légèrement au-dessus de l'ellipsoïde. Une densité de 2.67 g/cm^3 ne reflète pas cet environnement. Elle est trop élevée. La densité représentative du milieu doit être trouvée et l'anomalie de Bouguer recalculée avant de poursuivre les traitements de données et l'interprétation.

1.1 La densité de la plaque de Bouguer

La moraine est composée de sédiments pléistocènes. Elle contient notamment de l'argile, du limon, du sable, et du gravier (Sharpe *et al.*, 1994, 1996). Sous les sédiments, on retrouve un socle de calcaire et de schiste paléozoïques (Johnson *et al.*, 1992). Le tableau 1.2 présente le résultat d'une recherche dans la littérature sur la densité des types de sédiments meubles et consolidés qu'on retrouve dans la région de Oak Ridges. La densité est aussi une fonction de la porosité et de la saturation. Pour les sédiments, les valeurs pertinentes sont les densités saturées. En prenant les porosités élevées et en notant que les sables sont dominants dans les carottes de forage, des valeurs entre 1.8 et 2.0 g/cm^3 pour la densité moyenne des sédiments sont raisonnables. Pour le socle, les valeurs de densité sèche et de basse porosité sont pertinentes. On estime que la densité moyenne du socle est entre 2.5 et 2.6 g/cm^3 . Le contraste de densité entre les sédiments et le socle est donc entre 0.5 et 0.8 g/cm^3 . Ce contraste servira dans la modélisation et l'inversion.

La présence du socle au-dessus de l'ellipsoïde tend à élever la densité de la plaque de Bouguer par rapport à la densité des sédiments. La littérature suggère que la densité de la plaque de Bouguer devrait être légèrement supérieure à 2.0 g/cm^3 . Des techniques statistiques ont été employées pour obtenir la densité moyenne du matériel entre l'ellipsoïde et la surface. Cette densité moyenne servira pour la plaque de Bouguer.

	age	porosité (%)	ρ sèche (g/cm ³)	ρ saturée (g/cm ³)	référence
argile		36.6-62.9	1.3-2.4	1.63-2.47	Jakosky (1950)
limon		31.4-53.6	1.2-1.8	1.8-2.2	Jakosky (1950)
sable	pléistocène	30.8-45.3		1.93	Daly <i>et al.</i> (1966)
gravier	pléistocène	20.2-29.3	1.36-2.19	1.65-2.39	Berman <i>et al.</i> (1942)
calcaire	ordovicien	0.4	2.76	2.76	Berman <i>et al.</i> (1942)
schiste	silurien	3.8-10.1	2.45-2.65	2.55-2.69	Berman <i>et al.</i> (1942)

TAB. 1.2: Les densités des sédiments et du socle de type présent dans la moraine Oak Ridges. Saturation 100%.

1.1.1 La méthode de Parasnis

La méthode de Parasnis pour la détermination de la densité de la plaque de Bouguer présume que l'anomalie de Bouguer est une fonction aléatoire (Parasnis, 1986). Ceci permet de dire que l'anomalie de Bouguer est de moyenne zéro (Dubois et Diament, 1997). Lorsque les corrections de terrain sont nulles, le résultat est la formule :

$$\rho = \frac{AAL}{2\pi Gh} + c,$$

où AAL est l'anomalie à l'air libre et c est une constante. Une droite est tracée par régression linéaire à travers les points d'un graphique de l'anomalie à l'air libre en fonction de $2\pi Gh$. La pente de la droite est égale à la densité. Dans la méthode de Parasnis, la corrélation entre l'anomalie de Bouguer, AB , et l'élévation de la surface, h , est minimisée. Comparativement, la méthode de Nettleton cherche à minimiser graphiquement la corrélation entre l'élévation et l'anomalie de Bouguer en variant la densité. La densité produisant la corrélation la plus faible, c.-à-d., la plus proche de zéro, est la densité retenue. Il est important de dire que l'effet de la topographie sur l'anomalie de Bouguer sera toujours présent puisque l'anomalie et la distance entre le point de mesure et le corps produisant l'anomalie, sont inextricablement reliées (Chapin, 1996). En conséquence, il existera toujours une corrélation entre les deux. La méthode de Nettleton exige que le matériel entre l'ellipsoïde et la surface soit homogène. Cette condition est en réalité difficile à rencontrer. Le cas de la moraine Oak Ridges n'est pas une exception.

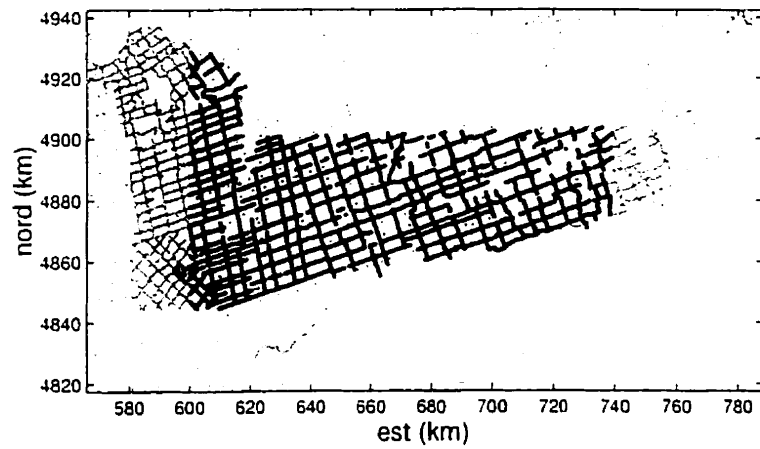
La corrélation entre l'élévation et l'anomalie de Bouguer obtenue avec une densité de 2.67 g/cm^3 , incluant tous les 5681 points d'observation, est -0.5077 . Généralement, cette corrélation est négative alors que la corrélation entre l'anomalie à l'air libre et l'élévation est positive (Blakely, 1996). Cette corrélation est de 0.6022 pour les données de la moraine Oak Ridges. De plus, Dubois et Diamant (1997) expliquent que si la densité choisie pour la correction de la plaque de Bouguer est trop élevée, la corrélation entre l'anomalie de Bouguer et l'élévation sera négative, ou positive si la densité choisie est trop faible.

Pour appliquer la méthode de Parasnis, tous les points ayant une incertitude en élévation supérieure à 2 m ont été omis de la régression linéaire. De plus il a été nécessaire d'extraire les points couvrant seulement la zone d'intérêt, soit la moraine. Donc, les levés précédant 1993, incluant les données au fond du lac Ontario et celles au nord de la moraine, ont été exclues du calcul de la densité. Finalement, les données au-dessus de l'escarpement du Niagara, plus précisément, à l'ouest de $600\,000 \text{ UTM}$, ont été pareillement exclues. Les points restants (2958) utilisés dans le calcul de la densité de la plaque de Bouguer par la méthode de Parasnis sont montrés à la figure 1.3(a). La méthode de Parasnis donne une densité de $2.09 \pm 0.003 \text{ g/cm}^3$ (figure 1.3(b)). L'incertitude sur la densité est l'intervalle de confiance (95%) donné par la régression linéaire. La densité est concordante avec celle suggérée par la littérature et est utilisée pour recalculer l'anomalie de Bouguer.

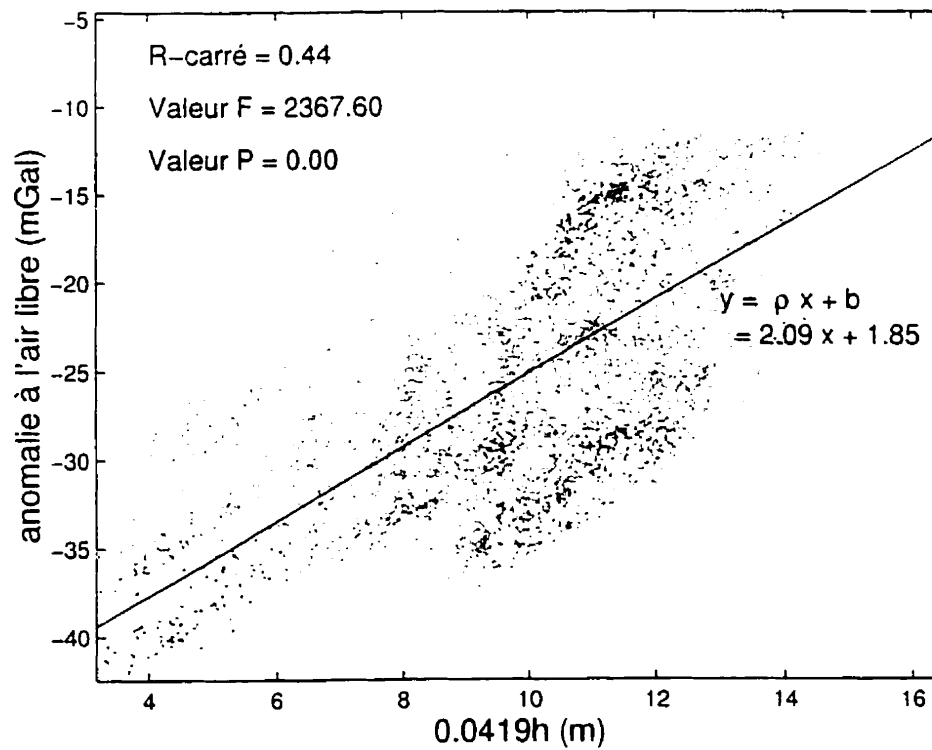
La figure 1.4 montre la nouvelle anomalie de Bouguer résultant de la densité de 2.09 g/cm^3 . Elle prend des valeurs entre -82.10 et -13.99 mGal et sa structure est modifiée par rapport à l'anomalie de Bouguer précédente. La corrélation entre l'anomalie de Bouguer et l'élévation est maintenant -0.2781 . La figure 1.5 montre la différence entre les deux anomalies de Bouguer. Les différences sont importantes. Elles varient entre -12.27 et 3.27 mGal . Ceci confirme que la détermination de la densité de la plaque de Bouguer est une étape indispensable. La carte de la différence entre les anomalies possède une structure similaire à la carte de l'élévation (figure 1.2). Ceci est normal car lorsque les corrections de terrain sont nulles, l'équation 1.1 donne :

$$\Delta AB = 2\pi G \Delta \rho h,$$

où ΔAB est la différence entre les anomalies et $\Delta \rho$ est la différence entre les densités.



(a) Les observations utilisées pour la détermination de la densité de la plaque de Bouguer.



(b) La régression linéaire.

Figure 1.3: La méthode de Parasnis.

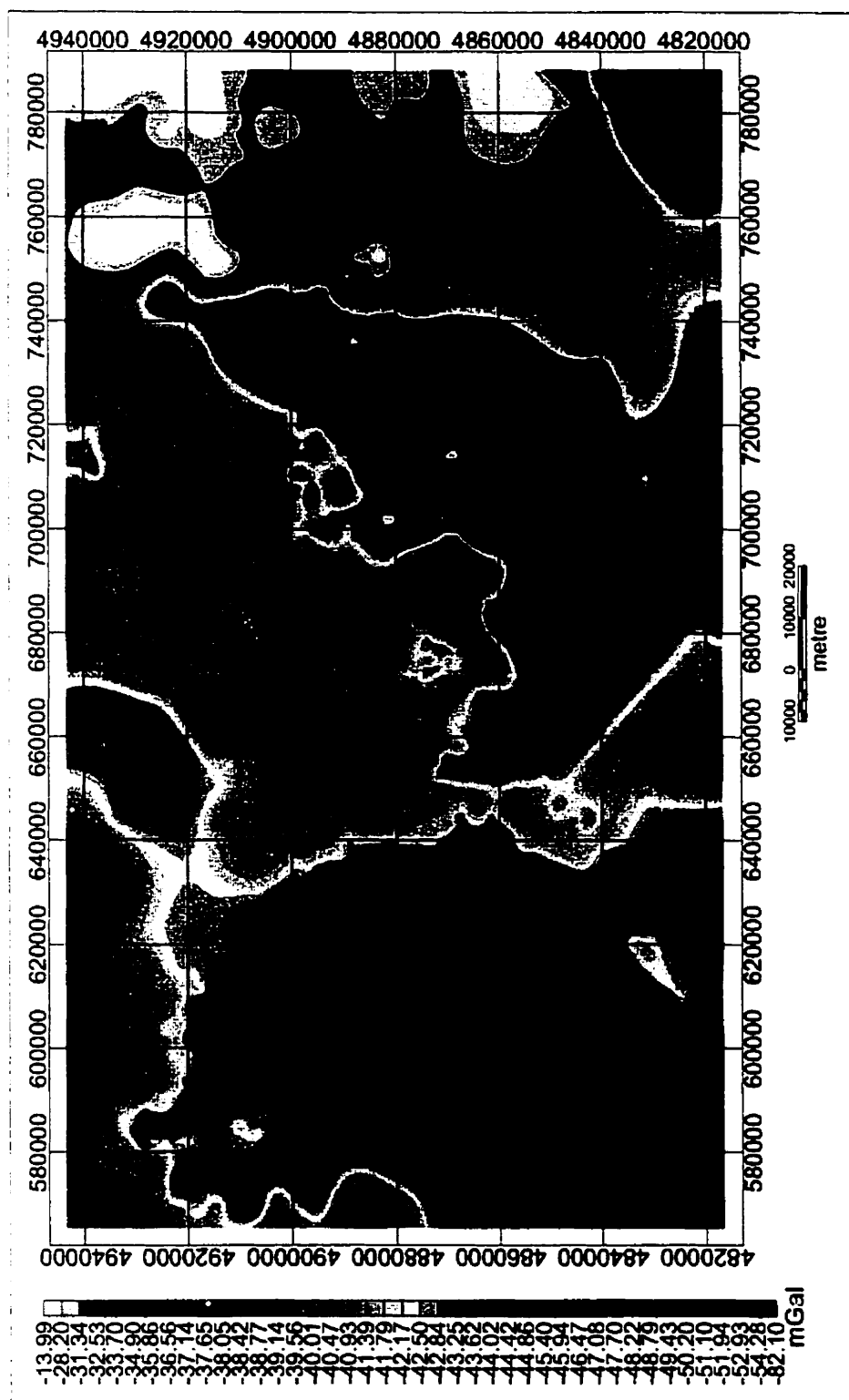


Figure 1.4: L'anomalie de Bouguer obtenue avec une densité de 2.09 g/cm^3 .

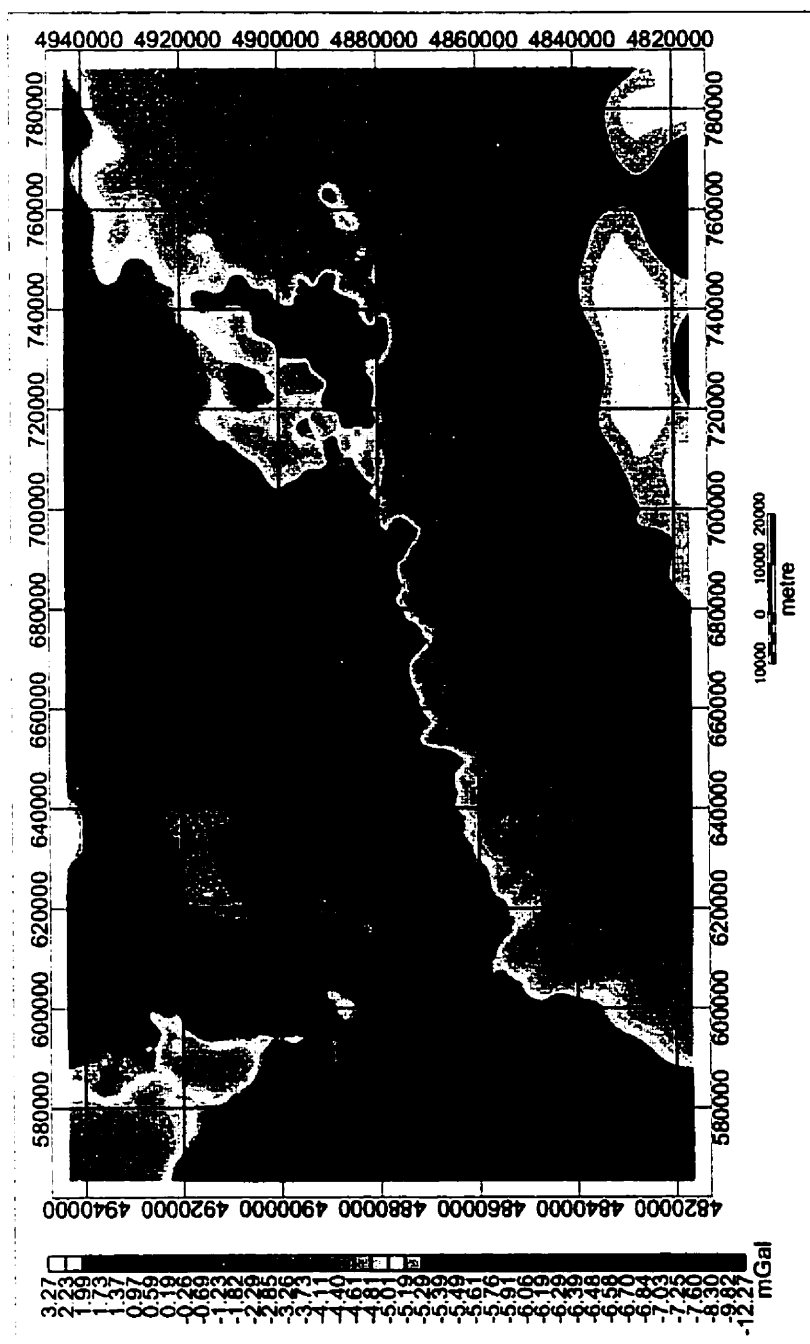


Figure 1.5: La soustraction de l'anomalie de Bouguer obtenue avec une densité de 2.09 g/cm^3 de l'anomalie de Bouguer obtenue avec une densité de 2.67 g/cm^3 .

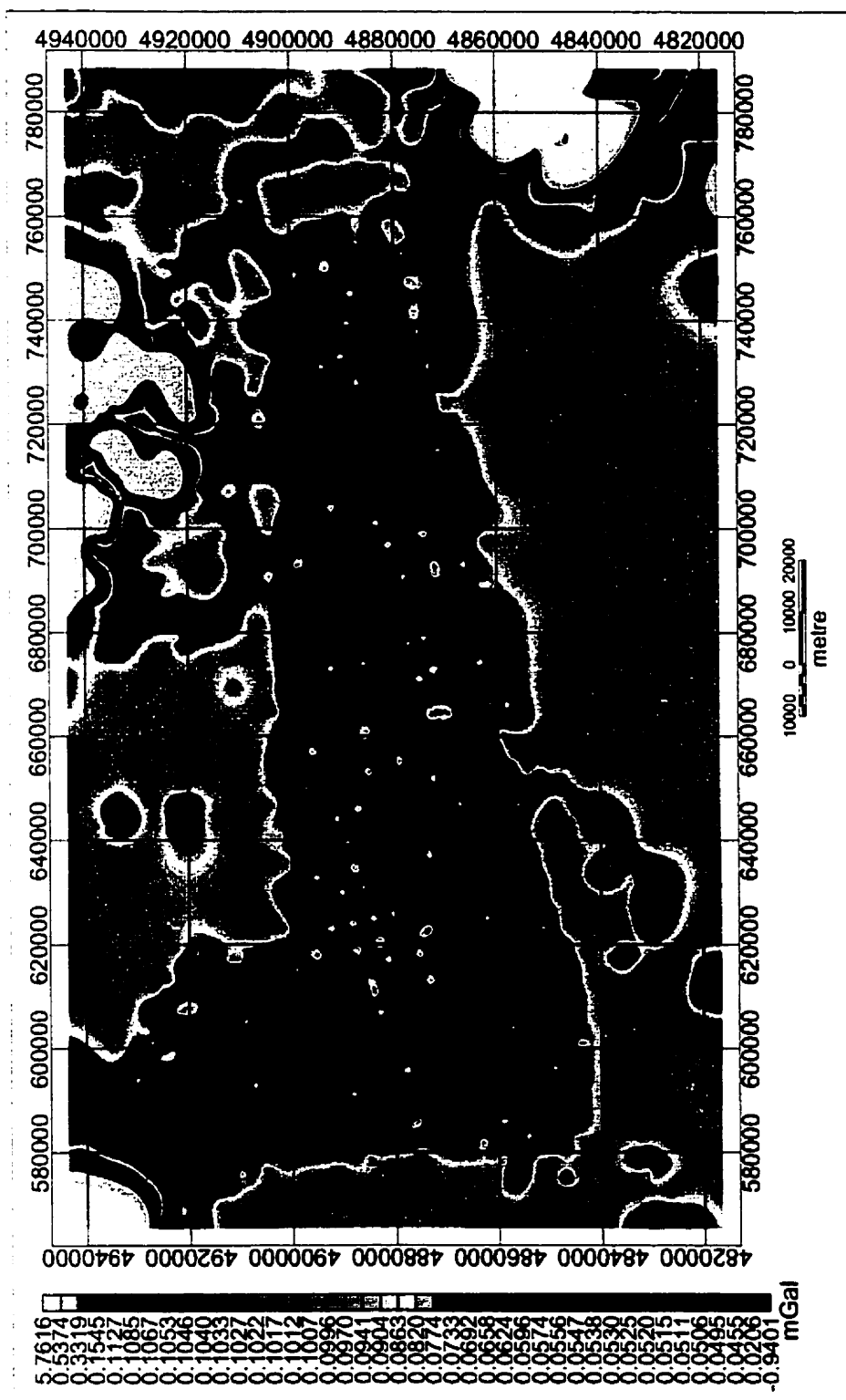


Figure 1.6: L'incertitude dans la gravité absolue mesurée.

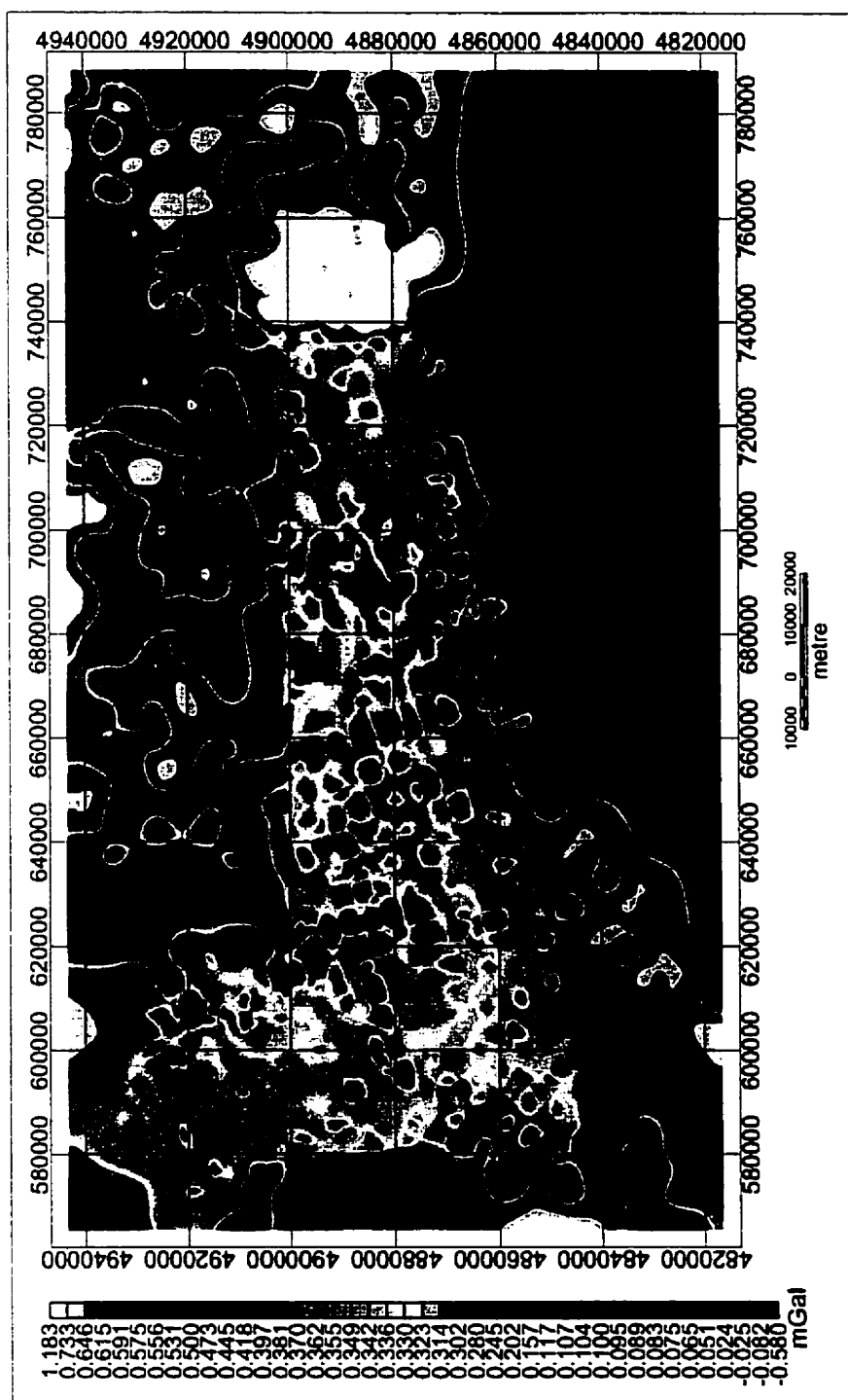


Figure 1.7: L'incertitude dans l'anomalie de Bouguer due à l'incertitude dans l'élévation et de la densité.

Les réponses gravimétriques des modèles de chenal indiquent que le signal gravimétrique des chenaux du socle de la moraine Oak Ridges est faible. Il devient nécessaire de déterminer l'incertitude associée à l'anomalie de Bouguer. Celle-ci est aussi due à l'incertitude de l'élévation et de la densité. L'incertitude de l'anomalie a été calculée en utilisant l'expression :

$$\frac{\partial AB}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial AB}{\partial \rho} \Delta \rho = \left(\frac{\partial g}{\partial z} - 2\pi G \rho \right) \Delta h + 2\pi G h \Delta \rho,$$

où $\Delta \rho$ et Δh sont respectivement les incertitudes en densité et en élévation. La figure 1.6 montre l'incertitude de la gravité absolue mesurée alors que la figure 1.7 présente l'incertitude de l'anomalie de Bouguer due à l'incertitude de l'élévation et de la densité. L'intervalle de confiance pour la densité donné par la régression linéaire a été arrondi vers le haut pour obtenir une incertitude en densité de $\pm 0.01 \text{ g/cm}^3$. L'incertitude de l'anomalie de Bouguer est en moyenne 0.32 mGal. Ceci est de l'ordre de grandeur du signal d'un chenal au niveau du socle ayant une largeur d'environ 10 km et une profondeur maximum de 50 m.

1.2 Krigeage

Les grilles présentées à la figure 1.1 et aux figures 1.4 à 1.7 sont constituées de cellules de 1000 m par 1000 m. Elles ont été obtenues par interpolation en imposant une contrainte de courbure minimale sur les données. Ce choix a été fait par convenance pour l'analyse préliminaire des données avant de procéder à l'extraction de la résiduelle et à l'interprétation. Pour les tâches à suivre, l'anomalie de Bouguer interpolée sera calculée par krigeage. L'anomalie de Bouguer krigée est préférable parce que le krigeage fournit une variance à chaque valeur de la grille. La variance donne un indice supplémentaire sur le degré de confiance qu'on puisse donner à l'interprétation.

1.2.1 Analyse anisotrope

Le krigeage est la méthode géostatistique pour fournir une estimation en tout point à partir de données considérées comme des variables aléatoires. À chaque point de la grille, la méthode évalue la valeur minimisant la variance d'estimation en utilisant

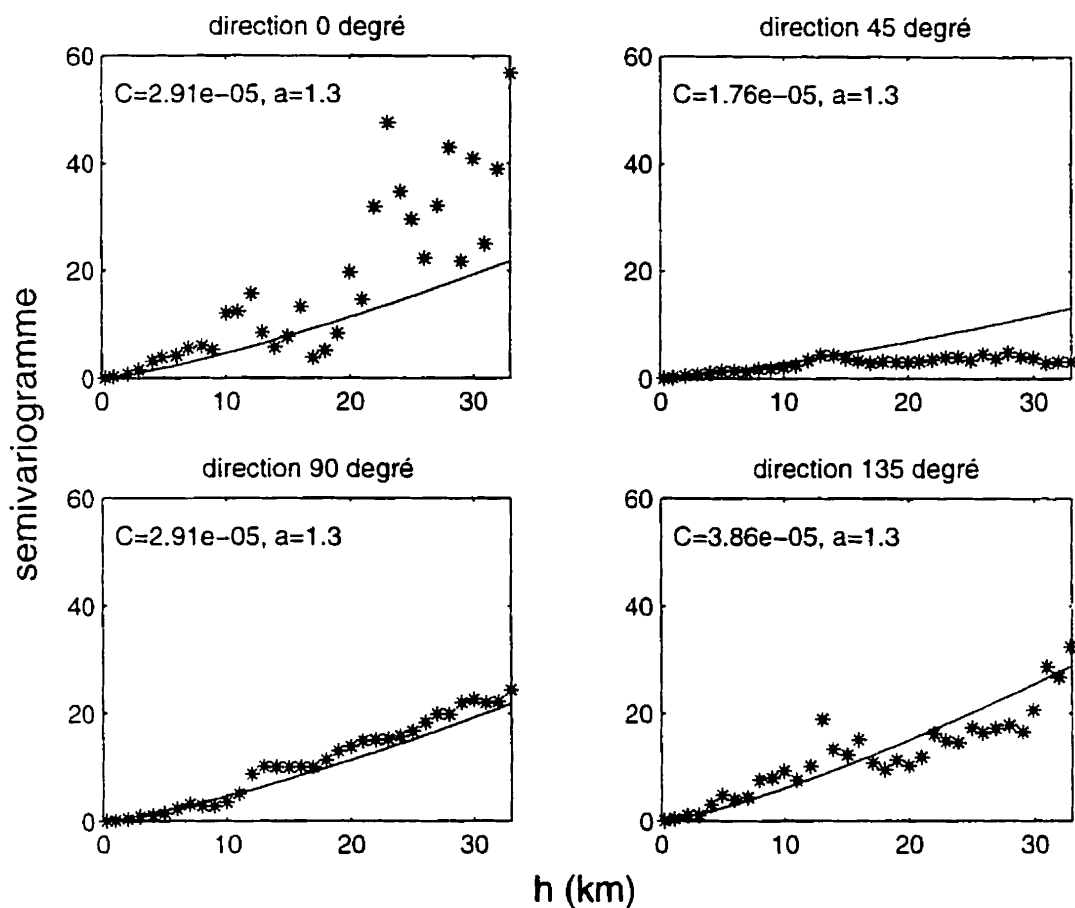


Figure 1.8: Les variogrammes directionnels expérimentaux et les modèles ajustés.

les données à l'intérieur d'un certain rayon du point de la grille (Deutsch et Journel, 1992). Ceci est fait en calculant les semivariogrammes directionnels expérimentaux à partir des données. Les semivariogrammes fournissent un patron de variabilité spatiale des données. Un modèle est ajusté aux semivariogrammes expérimentaux. Le modèle de semivariogramme est entré dans un programme de krigeage avec les données, le pas et la taille de la grille. Pour chaque point de la grille, le krigeage calcule la valeur qui s'ajuste au modèle de semivariogramme.

Le semivariogramme expérimental est donné par l'équation :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} (x_i - y_i)^2,$$

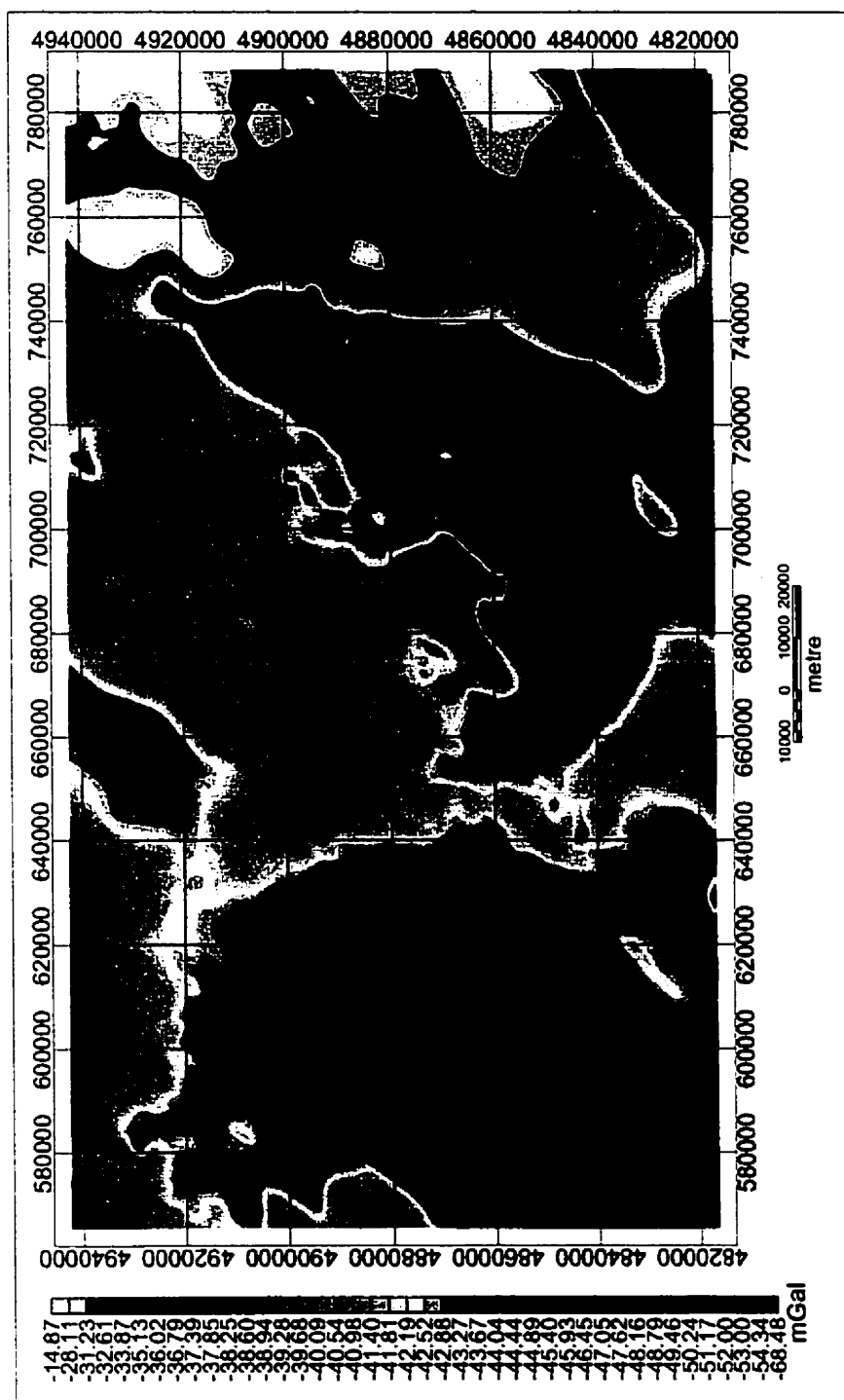


Figure 1.9: Krigeage anisotrope de l'anomalie de Bouguer obtenue avec une densité de 2.09 g/cm^3 .

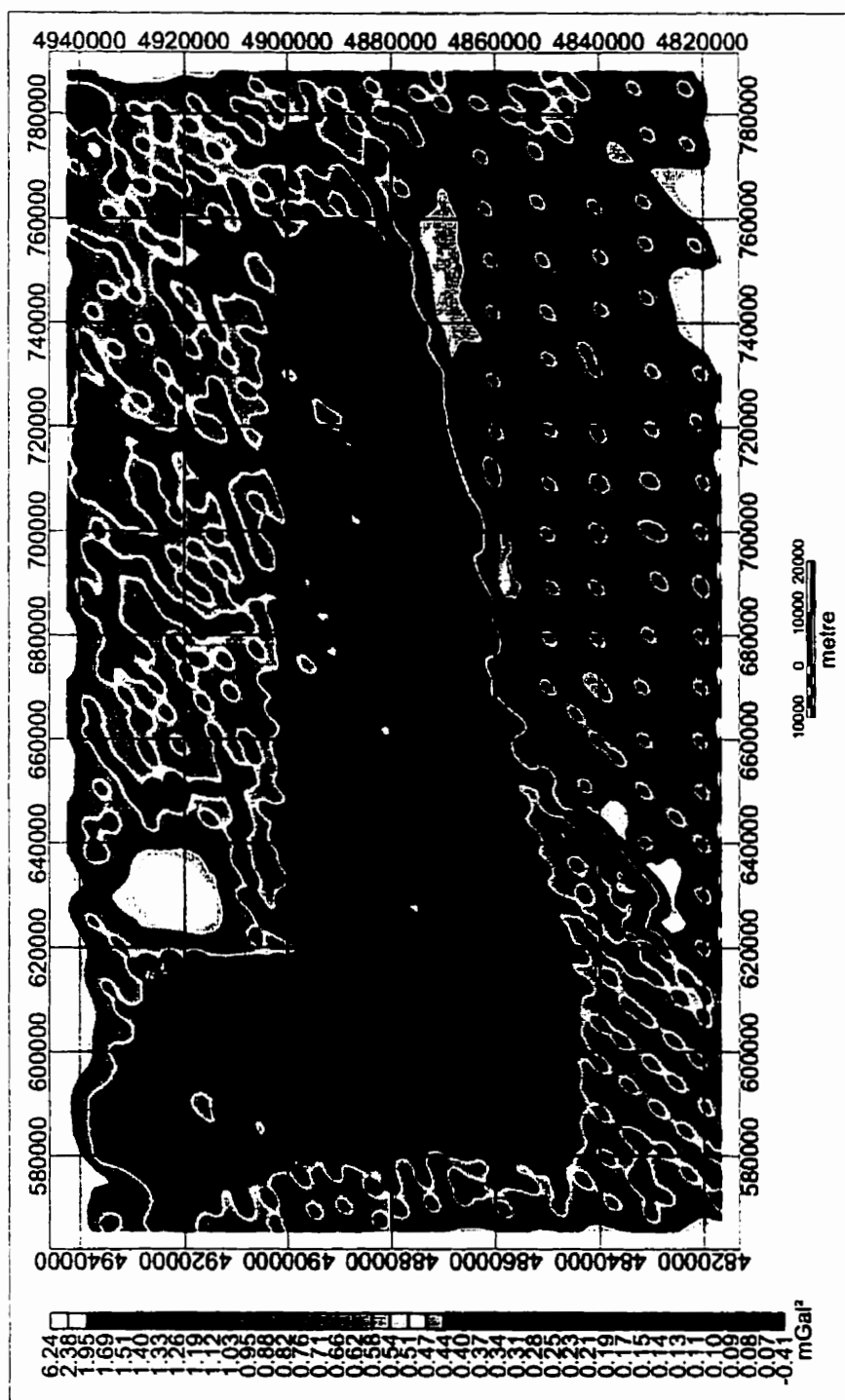


Figure 1.10: La variance associée au krigeage anisotrope.

où h est la distance de séparation entre des paires de données. $N(h)$ est le nombre de paires où les membres sont séparés par h , et x_i et y_i sont les paires de données. La figure 1.8 montre les semivariogrammes expérimentaux dans les directions 0° (nord), -45° , 90° (est), et 135° , calculés avec *GSLIB*, et le modèle d'ajustement. Le modèle de semivariogramme est celui de puissance :

$$\gamma(h) = Ch^a.$$

L'exposant, a , a été fixé à 1.3, alors que le coefficient, C , a été choisi pour ajuster le semivariogramme expérimental pour chaque direction. Le calcul des semivariogrammes en plusieurs directions permet d'analyser l'anisotropie et fournit un indice de la variabilité des données en fonction de direction. Les paramètres d'ajustement C et a montrés à la figure 1.8 ont été utilisés dans le programme de krigeage *Cokri* (Marcotte, 1991). Le résultat est l'anomalie de Bouguer krigée et la variance associée montrées respectivement aux figures 1.9 et 1.10. L'anomalie de Bouguer a été krigée avec un pas de 1000 m. L'anomalie krigée a des alignements nord-est qui ne sont pas présents dans la carte obtenue par la méthode de courbure minimale (figure 1.4). Ces alignements ont été introduits par l'analyse de l'anisotropie. Ils peuvent être dus au fait que les mesures ont été prises le long des routes (figure 3.1(b)). La variance de krigeage est en moyenne de 0.47 mGal^2 ce qui correspond à un écart-type de 0.69 mGal . Elle est minimum près des points de donnée et où la densité des données est élevée.

1.2.2 Analyse isotrope

Le krigeage anisotrope est préférable dans les cas où les structures présentes dans les cartes ont une seule direction principale. Pour le cas présent, l'anomalie de Bouguer de la moraine Oak Ridges contient plusieurs alignements principaux. Dans l'est, il y a des fortes tendances nord-est. Dans l'ouest, il y a des fortes tendances nord-ouest. Il est donc préférable de calculer le semivariogramme omnidirectionnel et de présumer que les données sont isotropes, c.-à.-d., qu'elles varient selon le même modèle avec les mêmes paramètres, dans toutes les directions. Une tendance a été soustraite des données avant le calcul du variogramme omnidirectionnel. La tendance, une surface

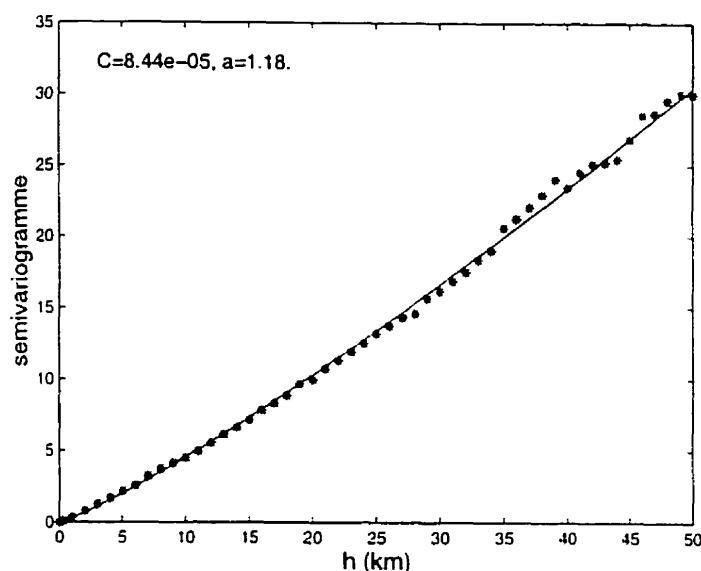


Figure 1.11: Le variogramme omnidirectionnel expérimental et le modèle ajusté. Une tendance a été enlevée des données avant le calcul.

plane s'ajustant aux données de l'anomalie de Bouguer, introduit une erreur dans le variogramme expérimental lorsqu'elle est présente dans les données. La figure 1.11 montre le semivariogramme omnidirectionnel et les paramètres du modèle de puissance qui s'ajuste à celui-ci. La figure 1.12 présente le résultat du krigeage isotrope avec un pas de 250 m. La fenêtre krigée a été légèrement réduite pour diminuer le temps de calcul. La variance est montrée à la figure 1.13. L'anomalie de Bouguer prend des valeurs entre -8.78 et 20.51 mGal et la variance de krigeage une valeur maximale de 5.01 mGal² (écart type de 2.24 mGal). Le reste du travail présenté dans ce mémoire dépend de cette grille de l'anomalie de Bouguer.

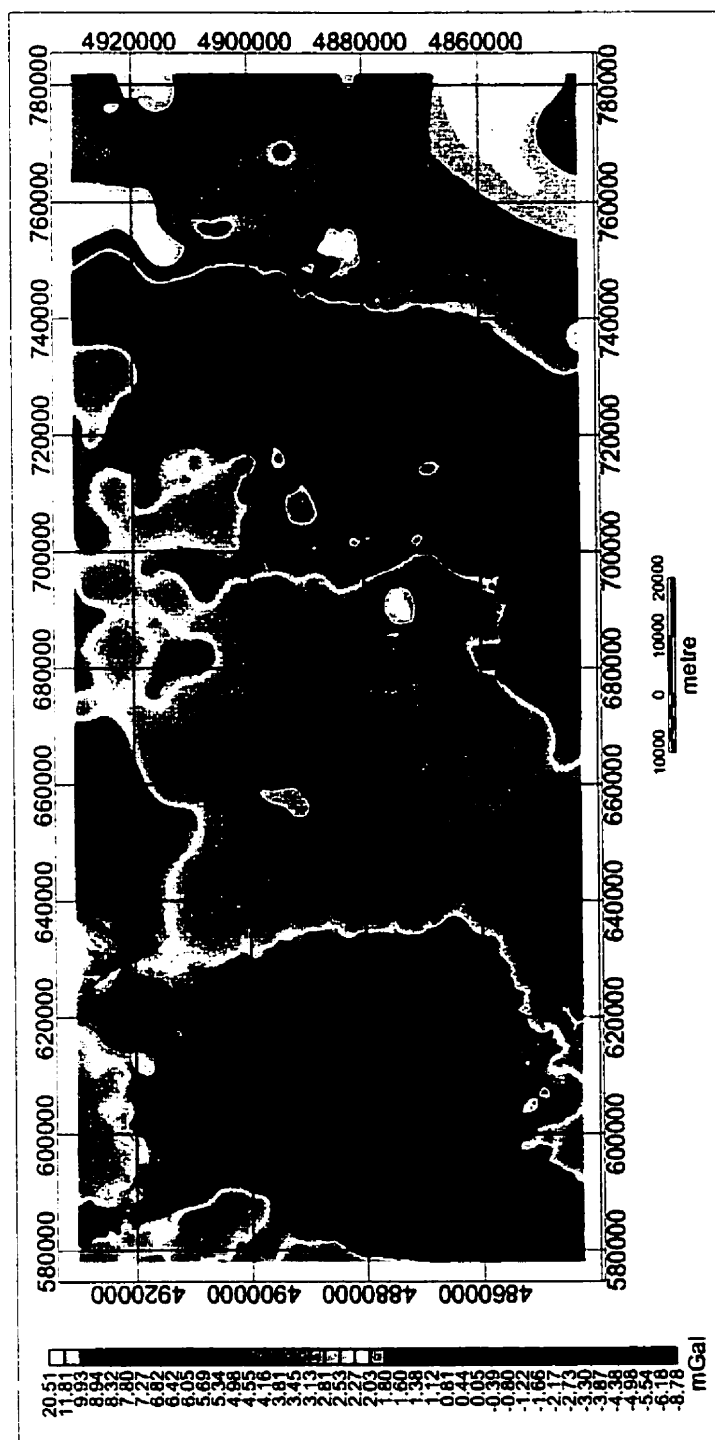


Figure 1.12: L'anomalie de Bouguer obtenue par krigeage isotrope. Une tendance a été soustraite des données avant le krigeage.

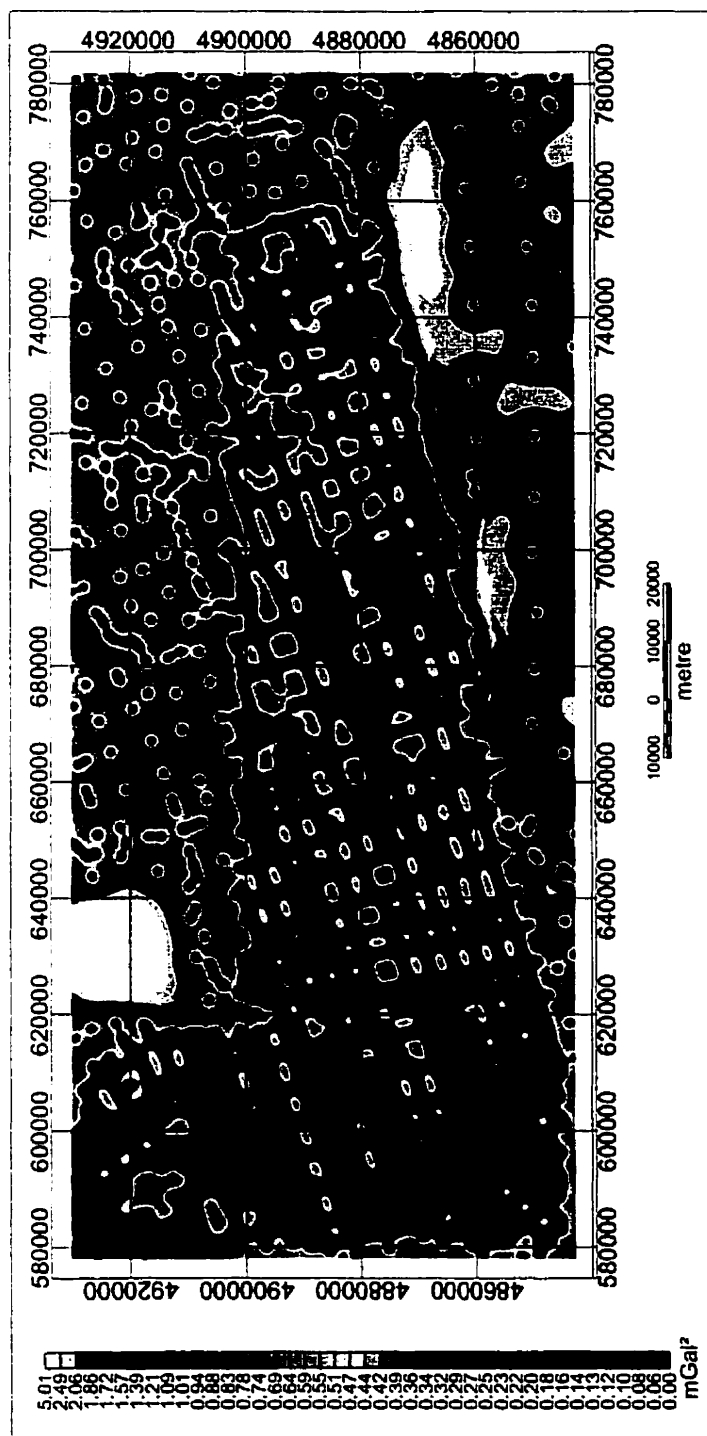


Figure 1.13: La variance associée au krigeage isotrope.

Chapitre 2

L'anomalie résiduelle

La prochaine étape est de tenter d'extraire la forme et l'amplitude du signal gravimétrique des structures d'intérêt, contenu dans l'anomalie de Bouguer. Ce signal, nommé anomalie résiduelle, sera influencé par la géométrie ou la forme de la structure, la profondeur où elle est située, et son contraste de densité avec le matériel autour. L'isolement de la résiduelle est difficile pour deux raisons. En premier lieu, différentes structures situées à différentes profondeurs et/ou ayant des contrastes de densité différents, peuvent produire la même anomalie. Ceci décrit la non-unicité du problème d'inversion gravimétrique. Un modèle de sol produit une réponse gravimétrique unique mais une anomalie gravimétrique peut être expliquée par un nombre infini de modèles si des contraintes ne sont pas imposées. Deuxièmement, le matériel autour de la structure d'intérêt n'est souvent pas homogène et, donc, le contraste de densité n'est pas constant. Normalement, même si la profondeur est connue par les trous de forage, la forme de la structure n'est pas entièrement connue. De plus, l'hétérogénéité du matériel autour de la structure produit un signal qui s'ajoute, par sa similitude en longueur d'onde, au signal de la structure d'intérêt. Ce signal constitue une partie du bruit qui est difficile sinon impossible à éliminer.

L'anomalie de Bouguer contient des longueurs d'onde entre la longueur de la fenêtre de mesure et deux fois le pas d'échantillonnage. Ces longueurs d'ondes maximale et minimale se traduisent respectivement en nombres d'onde minimal et maximal. Le nombre d'onde maximal est connu comme la *fréquence* de Nyquist. Le pas des mesures est de 1000 m tandis que le pas de la grille obtenue par krigage est de 250 m. En

règle générale, la création d'une grille régulière de données ne génère pas de nouvelles informations. On serait donc tenté de définir le pas échantillonnage comme étant 1000 m et la *fréquence* de Nyquist, $5 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$. Par contre, les filtres dans le domaine de Fourier incluent les nombres d'onde jusqu'à l'inverse de deux fois la taille des cellules de la grille ($2 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$).

La résiduelle, lorsqu'elle est associée aux structures peu profondes, contient les plus courtes longueurs d'onde. La partie de l'anomalie de Bouguer due aux structures qui ne sont pas d'intérêt, est nommée anomalie régionale. Celle-ci correspond aux structures situées aux profondeurs élevées. La régionale est associée aux changements dans la lithologie de plus grande échelle et, donc, contient les plus grandes longueurs d'onde. Dû aux effets du contraste de densité et de la géométrie, les longueurs d'onde contenues dans la résiduelle et celles contenues dans la régionale se chevauchent. La séparation résiduelle/régionale est donc souvent incomplète.

2.1 Revue de la littérature

Il existe plusieurs techniques pour accomplir la séparation régionale/résiduelle. De brèves descriptions sont données par Hinze (1990) et Dobrin et Savit (1988). Hinze (1990) différencie entre les techniques qui visent à isoler un signal spécifique contenu dans l'anomalie de Bouguer et celles qui rehaussent certaines caractéristiques des anomalies par rapport aux autres, tel que les dérivées et les prolongements. Dobrin et Savit (1988) séparent les techniques graphiques et analytiques.

Pour les techniques graphiques, les tendances régionales estimées sont tracées sur des profils de l'anomalie de Bouguer. Les profils de la résiduelle sont obtenus par la soustraction de la régionale, de l'anomalie de Bouguer. La technique est laborieuse. Son succès dépend de la connaissance géologique de la région couverte par les données. En particulier, la technique réussira lorsque les tendances régionales sont fortes dans la région du levé autour des structures d'intérêt.

Les techniques analytiques sont nombreuses. Une consiste à ajuster une surface polynomiale de degré préétabli, aux données de l'anomalie de Bouguer. La surface estime la régionale. La résiduelle est la soustraction de cette surface de l'anomalie de Bouguer. Le processus est une amélioration par rapport aux techniques graphiques.

puisqu'il est moins subjectif. Par contre, peu d'informations géologiques sont incorporées dans le processus, ce qui le rend arbitraire.

La plus grande famille de techniques analytiques pour la séparation régionale/résiduelle est celle du filtrage par longueur d'onde. Des filtres sont conçus pour extraire de l'anomalie de Bouguer les nombres d'onde qui caractérisent le signal gravimétrique des structures d'intérêt. Par exemple, si les chenaux du socle de la moraine Oak Ridges atteignent une largeur maximale de 15 km, un filtre passe-haut qui débute au nombre d'onde $1/15 \text{ km}^{-1}$ et qui devient nul à la *fréquence* de Nyquist, peut être appliqué à l'anomalie de Bouguer pour produire la résiduelle. L'application du filtre comprend les étapes suivantes. La transformée de Fourier (Annexe A) de l'anomalie de Bouguer est calculée. Le filtre passe-haut est défini dans le domaine de Fourier. La transformée de Fourier de l'anomalie de Bouguer est multipliée par le filtre. Le résultat de la multiplication est la transformée de la résiduelle. La résiduelle est obtenue par la transformée de Fourier inverse.

Un filtrage dans le domaine de Fourier basé sur un développement plus rigoureux a été proposé par Spector et Grant (1970). Le filtre prend le nom *matched filter* (Spector et Parker, 1979). Il a été conçu pour des données magnétiques. Son développement introduit un modèle statistique de l'ensemble des blocs ayant une profondeur et une magnétisation moyennes. Le champ magnétique observé peut être expliqué par la superposition des champs de plusieurs ensembles de blocs situés à de différentes profondeurs. Le log du spectre d'énergie radial (Annexe A) du champ magnétique observé peut être décomposé en plusieurs droites, la pente de chacune donnant la profondeur moyenne d'un ensemble de blocs. Il est présumé que le champ observé est produit par deux ensembles de blocs, un situé en faible profondeur et produisant le champ résiduel, l'autre situé en profondeur et produisant le champ régional. Le filtre pour extraire la régionale dans le domaine de Fourier est donné par :

$$W(r) = \frac{1}{1 + Ce^{(H-h)k}},$$

où h et H sont les profondeurs moyennes des deux ensembles (données par les pentes). C est donné par l'ordonnée à l'origine de la droite associée à l'ensemble le moins profond. k est le nombre d'onde radial.

Pour appliquer ce filtre aux données gravimétriques, il est nécessaire d'introduire

la relation de Poisson. La relation de Poisson relie le potentiel magnétique au champ gravimétrique d'un corps ayant une distribution de magnétisation proportionnelle à sa distribution de densité (Blakely, 1996) :

$$V = -\frac{C_m M g_m}{\gamma \rho}. \quad (2.1)$$

V est le potentiel magnétique. C_m est une constante de proportionnalité en magnétisme égale à 1 en unités cgs et égale à $\frac{\mu_0}{4\pi}$ en unités SI, où μ_0 est la perméabilité magnétique dans l'air ($4\pi \times 10^{-7}$ H/m). M est l'intensité de la magnétisation. g_m est la composante du champ gravimétrique dans la direction de magnétisation. ρ est la densité et γ , la constante gravitationnelle. La relation tient quand la magnétisation ne change pas de direction à l'intérieur du corps. Selon l'équation 2.1, si on présume une magnétisation verticale, la composante verticale du champ magnétique est proportionnelle à la dérivée verticale de la gravité. Il est en principe possible d'appliquer un *matched filter* à la dérivée verticale de l'anomalie de Bouguer, d'extraire la régionale magnétique, et enfin de calculer l'intégrale verticale de cette régionale magnétique pour obtenir la régionale gravimétrique.

Par contre, la relation de Poisson suppose que la distribution de la magnétisation est proportionnelle à la distribution de la densité. De fait, on connaît peu sur la distribution de la densité et de la magnétisation des roches du socle. Le champ magnétique (figure C.4) donne une idée de la distribution de la magnétisation du roc précambrien. Quelques structures coïncident sur le champ magnétique et sur l'anomalie de Bouguer (figure 1.12). Généralement, il est évident que les deux champs sont produits par des distributions de propriétés physiques non proportionnelles. Finalement, le modèle d'ensembles de blocs est moins approprié pour le milieu investigué qu'un modèle d'ensembles de couches minces, par exemple.

Une technique pour extraire le signal de la structure d'intérêt est proposée par Pawlowski et Hansen (1990). La séparation se fait dans le domaine de Fourier par l'application d'un filtre Wiener (1949), $h(x, y)$, qui minimise la moyenne de l'erreur au carré entre le signal d'intérêt, $g_s(x, y)$, et les données filtrées :

$$\langle |g_s(x, y) - g(x, y) * h(x, y)|^2 \rangle = \text{minimum},$$

où $g(x, y)$ est le signal observé. Dans le domaine de Fourier, le filtre, $h(x, y)$, est donné par :

$$\mathcal{H}(k) = \frac{\mathcal{G}_s(k)}{\mathcal{G}(k)},$$

où $\mathcal{G}_s$ et $\mathcal{G}$ sont respectivement les spectres de puissance radiaux du signal et des données. Le filtre est construit en utilisant la réponse d'un modèle de la structure d'intérêt pour $g_s(x, y)$. L'abondance de trous de forage dans la région de Oak Ridges fournit un excellent modèle de la résiduelle pour construire un filtre de ce type. Par contre, le filtre est recommandé pour les cas où la réponse gravimétrique de la structure géologique d'intérêt domine une bande du spectre de puissance du champ observé. Le log du spectre radial de l'anomalie de Bouguer de la moraine Oak Ridges décroît progressivement avec les nombres d'onde croissants. La réponse gravimétrique de la topographie du socle ne domine aucune partie de ce spectre.

2.2 Prolongement vers le haut

Une autre technique pour la séparation résiduelle/régionale a été proposée par Jacobsen (1987). Un prolongement vers le haut de l'anomalie de Bouguer produit une régionale qui est soustraite de l'anomalie de Bouguer pour donner la résiduelle.

Le prolongement est une transformation qu'on fait subir aux champs de potentiel (gravimétrique ou magnétique) observés sur une surface, pour obtenir le champ qui serait observé sur une surface au dessus (prolongement vers le haut) ou au dessous (prolongement vers le bas) de la surface d'observation initiale (Blakely, 1996). La transformation est possible parce que les champs de potentiel varient d'une manière continue avec la distance de la source, à l'intérieur de toutes régions de l'espace qui ne contiennent pas la source du champ. Le prolongement vers le haut est décrit dans le domaine spatial par l'intégrale suivante :

$$U(x, y, z_0 - \Delta z) = \frac{\Delta z}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{U(x', y', z_0)}{[(x - x')^2 + (y - y')^2 + \Delta z^2]^{3/2}} dx' dy', \quad \Delta z > 0.$$

U est le champ de potentiel. z_0 est le plan d'observation initial. Δz est la distance de prolongement. La distance verticale z est positive vers le bas. La transformation

devient une simple multiplication dans le domaine de Fourier :

$$\mathcal{F}[U_p] = e^{-\Delta z|k|} \mathcal{F}[U].$$

$\mathcal{F}$ représente la transformée de Fourier. U_p est le champ prolongé vers le haut. k est le nombre d'onde radial (radian/km, radian/m). Le facteur exponentiel est l'opérateur de prolongement. L'effet de l'opérateur est d'atténuer les amplitudes des composantes en nombre d'onde du champ, progressivement avec le nombre d'onde croissant. Aux nombres d'onde élevés l'opérateur tend vers zéro, et, donc, réduit considérablement les amplitudes des composantes du champ ayant de courtes longueurs d'onde. Il suffit de calculer la transformée de Fourier inverse de $\mathcal{F}[U_p]$ pour obtenir le champ prolongé.

La technique de séparation de la résiduelle et de la régionale basée sur un prolongement vers le haut de l'anomalie de Bouguer, est reliée à l'effet sur le champ gravimétrique de la distance entre les sources et le plan de mesure. Plus la distance augmente, plus les signaux des sources peu profondes sont atténués. Ce qu'on voit est le champ produit par les sources profondes et, donc, une régionale. Il faut toutefois savoir à quelle distance prolonger l'anomalie de Bouguer pour extraire la résiduelle associée aux structures d'intérêt. La réponse à cette question se trouve dans l'article de Jacobsen (1987).

Le développement de la technique se base sur un modèle du sol composé d'un ensemble de couches minces. Le spectre de puissance (Annexe A) du champ gravimétrique d'une seule feuille mince située à la profondeur z est donné par :

$$P(\mathbf{k}) = C S(\mathbf{k}) e^{-2kz}.$$

$S(\mathbf{k})$ est le spectre de puissance de la distribution de densité de la feuille mince, C est une constante, $\mathbf{k}$ est le vecteur du nombre d'onde. L'amplitude de ce vecteur, k , est le nombre d'onde radial. Le spectre de puissance du champ d'un ensemble de n feuilles, l'écartement vertical entre les feuilles étant de Δz , est donné par :

$$P(\mathbf{k}) = C \sum_{n=1}^N S(\mathbf{k}) e^{-2k(z_t + n\Delta z)}.$$

z_t est la profondeur à la première feuille. Une approximation de cette somme est

donnée par :

$$P(\mathbf{k}) = C S_o(\mathbf{k})[e^{-2kz_t} - e^{-2kz_b}],$$

où z_b est la profondeur au-dessous de la dernière feuille et

$$S_o(\mathbf{k}) \equiv \frac{S(\mathbf{k})}{2k\Delta z}.$$

Il est présumé que le champ résiduel est produit par l'ensemble des feuilles au-dessus de la profondeur z_0 et le champ régional par l'ensemble des feuilles sous z_0 . Dans ce cas, $z_t = 0$ et $z_b \rightarrow \infty$, et on a les expressions suivantes pour les spectres de puissance des champs résiduel et régional :

$$P_{\text{reg}}(\mathbf{k}) = C S_o(\mathbf{k})e^{-2kz_0}, \quad (2.2)$$

$$P_{\text{res}}(\mathbf{k}) = C S_o(\mathbf{k})[1 - e^{-2kz_0}]. \quad (2.3)$$

Le spectre de puissance du champ observé est la somme des spectres de puissance des champs résiduel et régional. Si on additionne les équations 2.2 et 2.3 et qu'on multiplie par le filtre :

$$F(k) = e^{-2kz_0}, \quad (2.4)$$

le spectre de puissance du champ régional est obtenu de nouveau. Donc, l'équation 2.4 est le filtre dans le domaine de Fourier pour extraire le champ régional. L'équation 2.4 est aussi l'expression du prolongement vers le haut, dans le domaine de Fourier, à une altitude qui équivaut à deux fois la profondeur de l'ensemble des feuilles produisant le champ régional.

Donc, si on veut isoler l'effet gravimétrique de tout ce qui est sous une profondeur de, disons, 250 m. il s'agit de prolonger vers le haut le champ observé à une altitude de 500 m. Ceci donne la régionale. La résiduelle (la réponse gravimétrique de tout ce qui est au-dessus de 250 m) est donnée par la soustraction de la régionale (le champ prolongé vers le haut à une altitude de 500 m) de l'anomalie de Bouguer.

Les trous de forage dans la région Oak Ridges (figure 3.2) indiquent une profondeur maximale au socle de 250 m. L'anomalie de Bouguer a été prolongée vers le haut

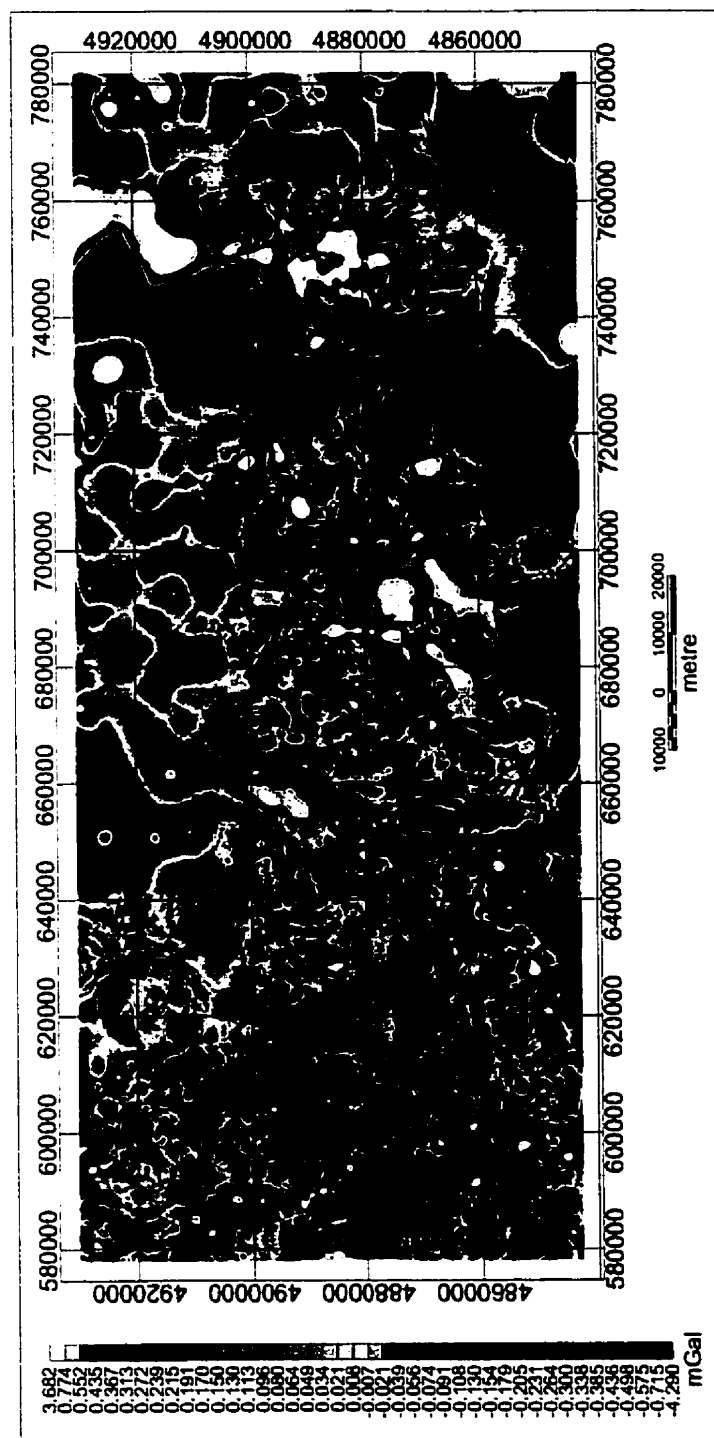


Figure 2.1: L'anomalie résiduelle gravimétrique obtenue par un prolongement vers le haut de 500 m.

d'une distance de 500 m. La figure 2.1 montre la résiduelle, c.-à-d. le résultat de la soustraction de la régionale de l'anomalie de Bouguer. L'anomalie de Bouguer a été légèrement lissée par le prolongement. La partie de l'anomalie atténuée par le prolongement est représentée dans la résiduelle. Selon le développement de Jacobsen (1987), cette résiduelle est la réponse gravimétrique de la distribution de densité jusqu'à la profondeur de 250 m. Le champ prolongé vers le haut d'une distance de 500 m est la réponse de la distribution de densité sous 250 m. La résiduelle prend des valeurs entre -4.29 et 3.68 mGal. Les artéfacts de type "arc de cercle" présents autour de la région des levés récents sont dus au changement de l'échantillonnage. Celui-ci passe de 1 km en moyenne à environ 10 km pour les données de la base de données nationale. Les artéfacts sont plus prédominants là où il n'y a pas de données, par exemple, sur le lac Simcoe et près du rivage du lac Ontario (voir la figure 3.1(b)). Un filtrage pour éliminer ces effets a été évité parce qu'un signal plus proche du vrai signal de la topographie du socle est désiré pour l'interprétation gravimétrique quantitative.

Le développement de Jacobsen (1987) présume que la surface d'observation gravimétrique et donc la surface topographique, est plane. Ceci n'est pas le cas pour les données de la moraine Oak Ridges, où l'élévation de la surface varie entre 32 et 520 mètres au-dessus du niveau moyen des océans. L'élévation est maximum dans l'ouest sur l'escarpement du Niagara. Par contre, la profondeur au socle est minimum dans cette région. La profondeur maximale au socle (250 m) se situe au centre de la moraine.

2.3 La réponse modèle

Il est noté par Jacobsen (Steenland et Jacobsen, 1988) qu'il est nécessaire, quand la résiduelle est interprétée quantitativement, soit par modélisation ou par inversion (chapitre 3), que la réponse du modèle soit traitée de la même manière que l'anomalie de Bouguer l'a été pour produire la résiduelle. De plus, Jacobsen (1987) mentionne que le processus de modélisation (et inversion) doit aussi incorporer ce traitement. Dans le premier cas, cela veut dire que la réponse gravimétrique d'un chenal typique au niveau du socle doit être calculée et prolongée vers le haut d'une distance de 500

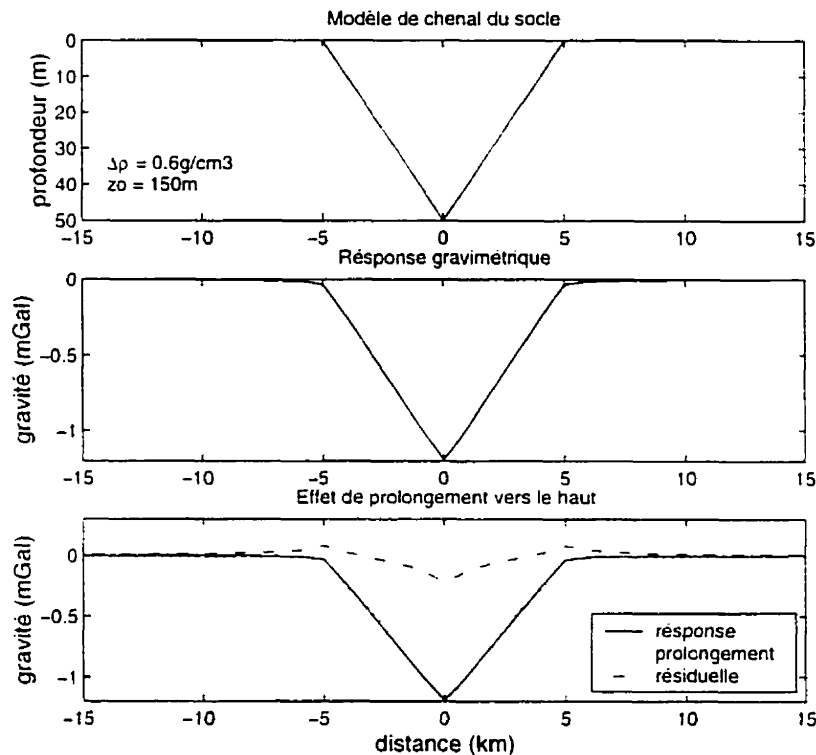


Figure 2.2: Un modèle de chenal du socle, sa réponse gravimétrique et l'effet du prolongement vers le haut sur celle-ci.

m. La réponse du chenal prolongée d'une distance de 500 m doit être soustraite de la réponse du chenal, et le résultat comparé avec cette dernière. Dans le deuxième cas, la réponse d'un modèle de la profondeur au socle doit être prolongée vers le haut d'une distance de 500 m, et le prolongement soustrait de la réponse. Le résultat de la soustraction et non la réponse pure du modèle, doit s'ajuster à la résiduelle observée.

La figure 2.2 présente un modèle de chenal sur le socle, sa réponse gravimétrique, et le résultat du traitement appliqué à l'anomalie de Bouguer pour extraire la résiduelle (figure 2.1). Le chenal a une largeur de 10 km, une profondeur de 50 m, et un contraste de densité de 0.6 g/cm^3 . Il est situé à une profondeur de 150 m. L'amplitude maximale de la réponse calculée avec un programme qui effectue les calculs directs et inverses en 3D dans le domaine de Fourier (Annexe B), est de 1.2 mGal. Le traitement atténue fortement le signal. Il donne une amplitude résiduelle maximale d'environ 0.25 mGal. Ceci représente 20% de la réponse du chenal sans traitement.

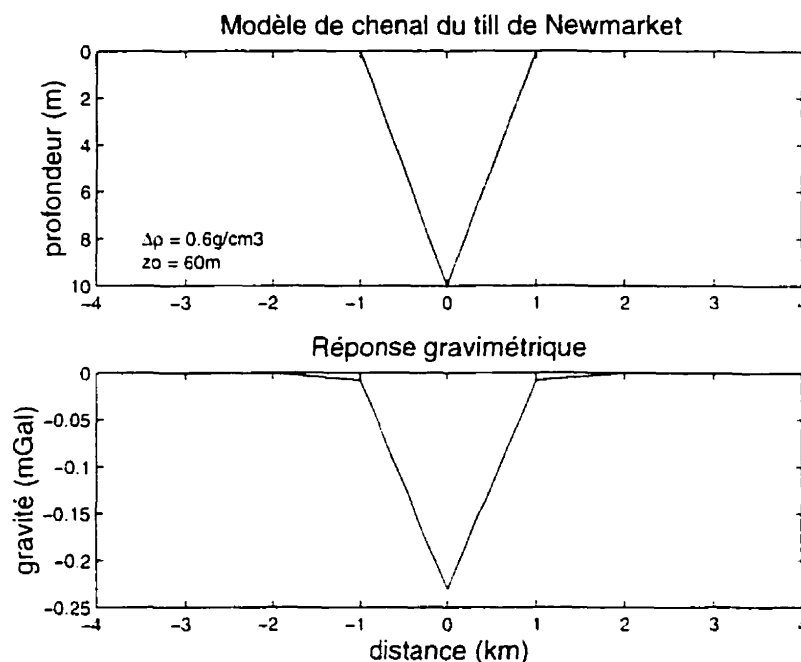


Figure 2.3: Un modèle de chenal du till de Newmarket et sa réponse gravimétrique.

2.4 Le bruit

Les carottes provenant des forages de la CGC et de la Commission géologique de l'Ontario (CGO) indiquent que le mort terrain dans la région de la moraine Oak Ridges est composé de couches discontinues de divers sédiments, d'épaisseur non-uniforme (tableau 1.2). Les mesures géophysiques en trous de forage telles que le gamma spectral et la vitesse sismique des ondes de compression donnent une idée de la variation verticale de la densité. Les mesures indiquent une certaine hétérogénéité de la densité avec la profondeur. Ce qui est plus important pour la gravimétrie est que les couches ne sont pas corrélées d'un trou de forage à l'autre. Donc, la densité n'est pas latéralement homogène. En particulier, certaines carottes contiennent, entre les profondeurs de 40 et 60 m, un till dense, le till de Newmarket. Le till de Newmarket, à cause de son impédance acoustique élevé, limite le potentiel de la méthode sismique pour tracer la topographie du socle (Pugin *et al.*, 1999).

Puisque la densité du mort terrain est latéralement hétérogène, il est nécessaire d'estimer l'amplitude du bruit causé par l'hétérogénéité. La couche de till contient des

chenaux ayant des largeurs entre 1 et 2 km et des profondeurs de plusieurs dizaines de mètres. La figure 2.3 montre un chenal de 2 km de largeur, 10 m de profondeur, et situé 60 m sous la surface. Le signal généré par un tel chenal avec un contraste de densité de 0.6 g/cm^3 est de -0.24 mGal . Ceci est 20% du signal du chenal sur le socle.

Chapitre 3

Gravity interpretation of bedrock
topography : the case of the Oak
Ridges moraine, southern Ontario,
Canada

Avant-Propos

L'article qui suit a été soumis au *Journal of Applied Geophysics* en avril 2000. Les auteurs sont l'auteur du présent mémoire, ainsi que le Dr Michel Chouteau (École Polytechnique de Montréal) et le Dr Pierre Keating (Commission géologique du Canada). Il comprend la partie interprétation gravimétrique de ce mémoire.

Un prolongement vers le haut de 6 km est utilisé pour extraire la résiduelle de l'anomalie de Bouguer. La distance de prolongement est déduit de la réponse gravimétrique du modèle de la topographie du socle fournit par les trous de forage. L'article présente les résultats des inversions et de la modélisation de la résiduelle. Les résultats sont comparés avec le modèle obtenu par forage.

Cinq inversions sont présentées. La première utilise l'algorithme de Parker (1973) (voir Annexe B). Il inverse pour la topographie du socle en presumant un contraste de densité uniforme. La fenêtre de données utilisée pour le krigeage est inversée avec un pas de 1 km. Les autres inversions utilisent le programme développé par Boulanger et Chouteau (1999). Le programme calcule la distribution de densité en minimisant le volume des sources (Last et Kubik, 1983). Trois fenêtres sont inversées :

- une grande partie de la région krigée re-échantillonnée avec un pas de 4 km,
- une fenêtre de 50 km par 50 km dans l'ouest de la moraine avec un pas de 1 km et,
- une fenêtre de 100 km par 25 km couvrant le centre et la partie est de la moraine (pas 1 km).

Deux profils sont modélisés en utilisant $IGA02D_{\frac{1}{2}}$ (Bouchard, 1993). Un coïncide avec un profil sismique.

3.1 Abstract

Gravity data collected by the Geological Survey of Canada (GSC) over the Oak Ridges Moraine, southern Ontario, Canada, are processed and interpreted to obtain images of bedrock topography. An upward continuation is used to extract a residual gravity anomaly approximating the gravity signal of the bedrock topography. The residual gravity data is then inverted using two techniques. The first inverts for the topography of a slab of infinite lateral extent having a flat bottom and a uniform density contrast with the material above. The calculation is done in the Fourier domain. The second technique is a 3D inversion for the density distribution using an algorithm implementing compactedness and smoothness as global constraints.

Forward calculations are done on the borehole model of bedrock topography to assess the suitability of the residual gravity anomaly. Profiles on the order of 25 kilometres in length are modelled using a 2.5D modelling program. The results indicate that the quality of interpretation of the gravity signal is highly subject to the choice of residual anomaly, the noise caused by the heterogeneity and surface topography of the region, and the degree of accuracy in the data.

Inverted bedrock topographies obtained from both inversion techniques are similar in structure. The results of inversions for density distribution provide more realistic bedrock relief. The gravity interpretation indicates the presence of 10 to 30 km wide channels trending north-west in the western part of the moraine and north-east east of the Laurentian Channel.

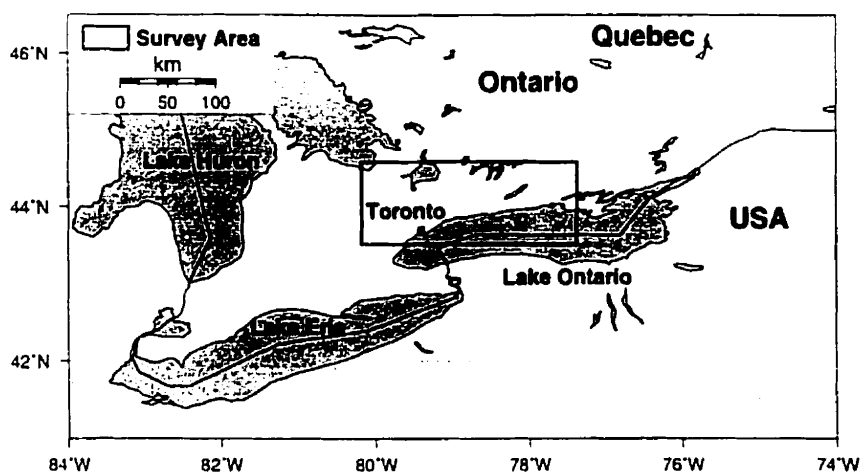
3.2 Introduction

Since April 1993, the Oak Ridges Moraine area has been the subject of a regional hydrogeological study conducted by the Geological Survey of Canada (GSC) (Sharpe *et al.*, 1996). An interdisciplinary approach was adopted to determine the geological framework and to study groundwater flow in the Greater Toronto area (Sharpe *et al.*, 1996; Russell *et al.*, 1996; Pullan *et al.*, 1994). In particular, the aim of the study is to map major Quaternary aquifers and aquitards in the region and to understand their influence on groundwater flow. Various factors may control groundwater flow within the moraine and across the moraine area. One factor which may influ-

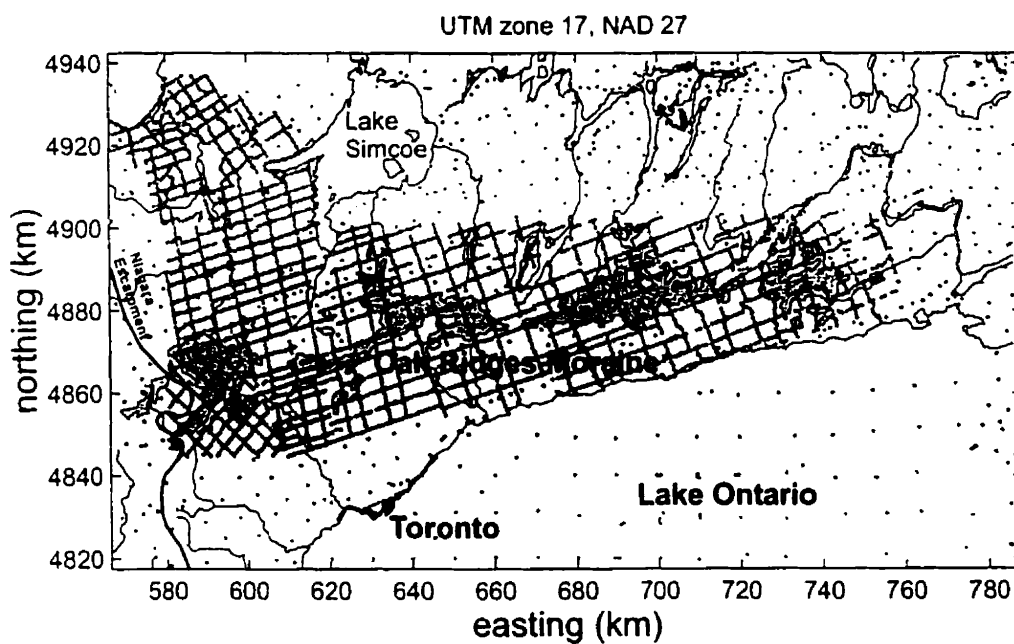
once groundwater flow across the moraine on a regional scale is bedrock topography. Coarse sediments deposited in deep channels in the bedrock form important aquifers that are often exploited for municipal water supply. The largest and deepest channel in the Oak Ridges Moraine area is the Laurentian Channel which extends from Georgian Bay to Lake Ontario and is estimated to be 30 km wide (Spencer, 1881, 1907; Brennand *et al.*, 1998). An economical method of obtaining a regional image of bedrock topography is sought. The gravity method in applied geophysics is the most promising means to this end.

Traditionally, mapping bedrock channels has not been a customary application of the gravity method. Some isolated cases exist where the gravity method was used to map buried valleys (Thomsen *et al.*, 1999; Lennox et Carlson, 1967; Hall et Hajnal, 1962). The ease of data acquisition on a regional scale and 2D coverage in an urban setting have been its main advantage over other geophysical methods employed by the GSC in its investigation of the moraine (Pullan *et al.*, 1994; Todd et Lewis, 1993; Todd *et al.*, 1993; Pilon *et al.*, 1994; Pugin *et al.*, 1999). Seismic profiles in the region are at most 8 km in length. With its high acoustic impedance, the dense layer of Newmarket till contained in the moraine is a limitation in the seismic method in imaging the bedrock/sediment contact below. Electromagnetic soundings were limited by the low conductivities of the limestone bedrock north and east of the moraine (Pullan *et al.*, 1994). In western areas, the shale/sediment contact was poorly resolved.

The Oak Ridges Moraine (ORM) is situated in southern Ontario, Canada, north of Toronto and east of the Niagara Escarpment (Fig. 3.1). It covers an area roughly 160 km by 20 km and is composed of discontinuous layers of glaciogenic Pleistocene sediments (Sharpe *et al.*, 1994, 1996). The sediments include clays, tills, sands and gravels. The moraine is underlain by Ordovician shale and limestone bedrock (Johnson *et al.*, 1992). Beneath Ordovician rocks, there is Precambrian rock. A literature review of ORM-type sediments and bedrock provided estimates of moraine and bedrock densities (Berman *et al.*, 1942; Jakosky, 1950; Daly *et al.*, 1966). The average sediment density (saturated) is estimated to be within a range of 1.8 and 2.0 g/cm³. Average bedrock density (dry) is estimated to be between 2.5 and 2.6 g/cm³. The sediment/bedrock density contrast is, thus, estimated to be between 0.5 and 0.8



(a) The gravity survey area



(b) The locations of the gravity observations of 4 surveys merged with those of the national regional database.

Figure 3.1: The location of the Oak Ridges Moraine.

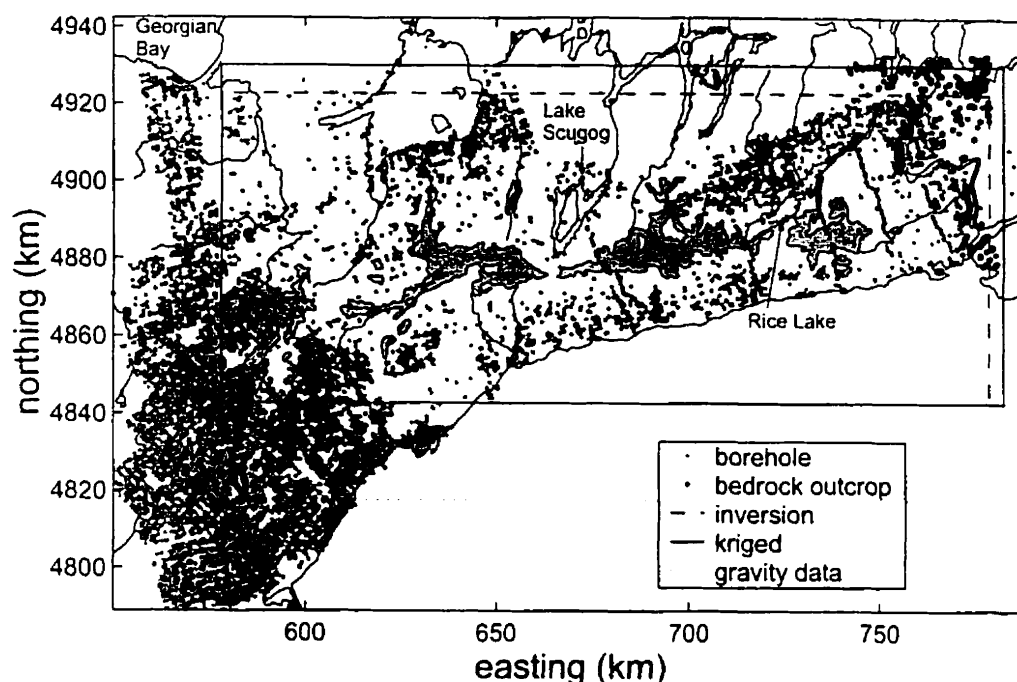


Figure 3.2: Boreholes reaching bedrock. Inversion region corresponds to that of density inversion (4 km sampling). Region of topographic inversion (1 km sampling) corresponds to kriged area.

g/cm^3 .

Over 25 000 boreholes reaching bedrock exist in the area (Fig. 3.2). The GSC used the borehole data to construct a grid of sediment thickness which was subtracted from a grid of surface topography to produce a map of bedrock topography (Brennand *et al.*, 1998). The borehole data indicate sediment thickness ranges from 0 to 250 m averaging 57 m (Russell *et al.*, 1998). Surface topography ranges from 32 metres above sea level (masl) to 520 masl (average 236 masl) on the Niagara Escarpment. Bedrock topography, as described by the borehole data, ranges from 16 metres below sea level (mbsl) to 495 masl (average 177 masl). Little borehole control on the depth to bedrock exists in the area of the moraine itself (kriged area in Fig. 3.2) where sediment thickness reaches greater values. As a result, there is poor horizontal resolution of bedrock topography. The gravity data acquired over the moraine would in theory improve the definition of bedrock channels in those areas where few boreholes exist.

Figure 3.1(a) shows the gravity survey area. The distribution of the gravity stations is shown in Figure 3.1(b). Four gravity surveys were completed between 1994

and 1996 covering the moraine and the Laurentian Channel (Belisle, 1995; Gill, 1996, 1997; Jobin, 1997). The gravity readings were initially taken at 500 m intervals in the south-western part of the moraine. Subsequently, the sampling interval was increased to 1 km. Gravity readings were taken with Scintrex CG-3 Autograv and Lacoste and Romberg G790 gravimeters. Station altitude was measured with an altimeter and psychrometer. In the final survey covering the Laurentian Channel west of Lake Simcoe (Figure 3.1(b)), a GPS Sokkia system was used for coordinate (including altitude) measurements. Together with the national regional database, a total of 5681 observations were made available by the GSC for interpretation. The maximum errors on the measurements of horizontal coordinates, altitude, and gravity average 40.12 m, 2.04 m, and 0.066 mGal, respectively. The average error in altitude is about 1 m.

3.3 Background

The raw gravity data were corrected for station elevation and mass (together known as the Bouguer correction) via the formula defining the Bouguer anomaly, BA :

$$BA = g_0 - [g_t - (\frac{\partial g}{\partial z} - 2\pi G\rho)h - TC],$$

where g_0 is observed absolute gravity (Gal); g_t is theoretical gravity calculated on the reference ellipsoid (Gal); $\partial g/\partial z$ is the vertical gravity gradient at mean sea level ($0.3086 \times 10^{-5} Gal/cm$); G is the gravitational constant ($6.672 \times 10^{-8} cm^3/gs^2$); h is station elevation with respect to mean sea level (cm); ρ is the average density of the material between mean sea level and the station (g/cm^3); and TC is the terrain correction. Mean sea level (msl) approximates the reference ellipsoid. In the ORM region, the material between msl and the stations consists mainly of sediments. Part of the bedrock rises above msl. A literature review of ORM-type sediments suggests an average density for the material above msl of about 2 g/cm^3 . Parasnis' method of density determination (Parasnis, 1986) results in an average density of 2.09 ± 0.003 g/cm^3 (95% confidence). With an uncertainty in elevation of 2.04 m and an average density of 2.09 g/cm^3 , the uncertainty in the Bouguer anomaly due to uncertainty in elevation is 0.45 mGal. In areas of sharp topographic gradients, terrain corrections are sometimes applied to refine the slab approximation made when applying the Bouguer

correction. Although surface topography in the ORM area justifies the application of terrain corrections, these were not applied because a sufficiently accurate digital elevation model (DEM) (Kenny, 1997) of the surface, required for the correction, was not available at the time.

The Bouguer anomaly was detrended by subtracting a plane passing through the data. The detrended Bouguer anomaly was subsequently kriged with a grid cell size of 250 m using an isotropic power model for its experimental semivariogram. The semivariogram model was, hence,

$$\gamma(h) = Ch^a.$$

with an exponent, a , of 1.18 and a coefficient, C , of 8.44×10^{-5} . The resulting Bouguer anomaly grid contains values between -8.78 and 20.51 mGal (average 2.20 mGal). The kriging variance averages 0.69 mGal² (minimum 5.02×10^{-4} mGal², maximum 5.01 mGal²) corresponding to a standard deviation of 0.83 mGal. Local minima in the variance occur around observation points. Figure 3.2 shows the kriged area.

In order to interpret the bedrock topography from the gravity data, its signal must be isolated from the Bouguer anomaly:

$$g_{bedrock} = BA - g_{other}.$$

Normally, this is done via Fourier domain filtering, the success of which depends on the wavenumber characteristics of the signal to be interpreted. In this case, the task is by no means trivial as bedrock topography is a broadband phenomenon. The signal is hence also broadband and so does not distinguish itself in any way from the Bouguer anomaly. The separation of the gravity signal of the bedrock topography from the Bouguer anomaly is rendered still more difficult by the effect of surface topography. The signal of the bedrock topography observed over a flat surface is different from that observed on an undulating surface. The effect of surface topography cannot be estimated in the absence of an accurate DEM. This introduces errors in the interpretation of bedrock topography.

An upward continuation was chosen as a means of extracting the residual gravity field (Jacobsen, 1987). Upward continuation is a smooth filter attenuating amplitudes

progressively with increasing wavenumber. The residual is defined as the subtraction of the upward continued Bouguer anomaly from the Bouguer anomaly. In the Fourier domain, we have:

$$\mathcal{F}[g_{\text{residual}}] = \mathcal{F}[B.A](1 - e^{-hk}).$$

where h is the continuation distance and k is radial wavenumber (radian/m). The filter $(1 - e^{-hk})$ attenuates amplitudes at smaller wavenumbers with respect to those at greater wavenumbers. The result is a map poorer in small wavenumbers compared with the Bouguer anomaly. The remaining question is which continuation distance should be used to produce a residual which adequately represents the gravity signal of bedrock topography? Initially, the Bouguer anomaly was upward continued a distance twice the depth to the structure of interest, the bedrock surface. That is, since the maximum known sediment thickness is 250 m, the continuation distance was chosen to be 500 m. However, this posed several problems the most significant of which is that the resulting residual is too weak (± 1 mGal). In addition, the theory behind this rule of thumb assumes the gravity observations were made on a flat surface. It is difficult to reconcile conceptually the definition of “depth to the structure of interest” with the reality of topographic relief.

An interesting technique of signal separation is described by Pawlowski et Hansen (1990). A Wiener (1949) filter is constructed while making use of the model response of the structure of interest. The abundance of borehole data in the ORM area certainly lends itself to the technique. However, the filter is specified for cases where “the gravity response from the geologic feature of interest dominates one spectral band of the observed gravity field’s power spectrum”. The log of the radially averaged power spectrum of the Oak Ridges Moraine Bouguer anomaly decreases progressively with increasing wavenumber. The gravity response of the bedrock topography does not dominate any part of the power spectrum.

3.4 Model Responses

Figure 3.3 shows the gravity response of bedrock topography deduced from borehole information. The response was calculated in the Fourier domain using the Parker

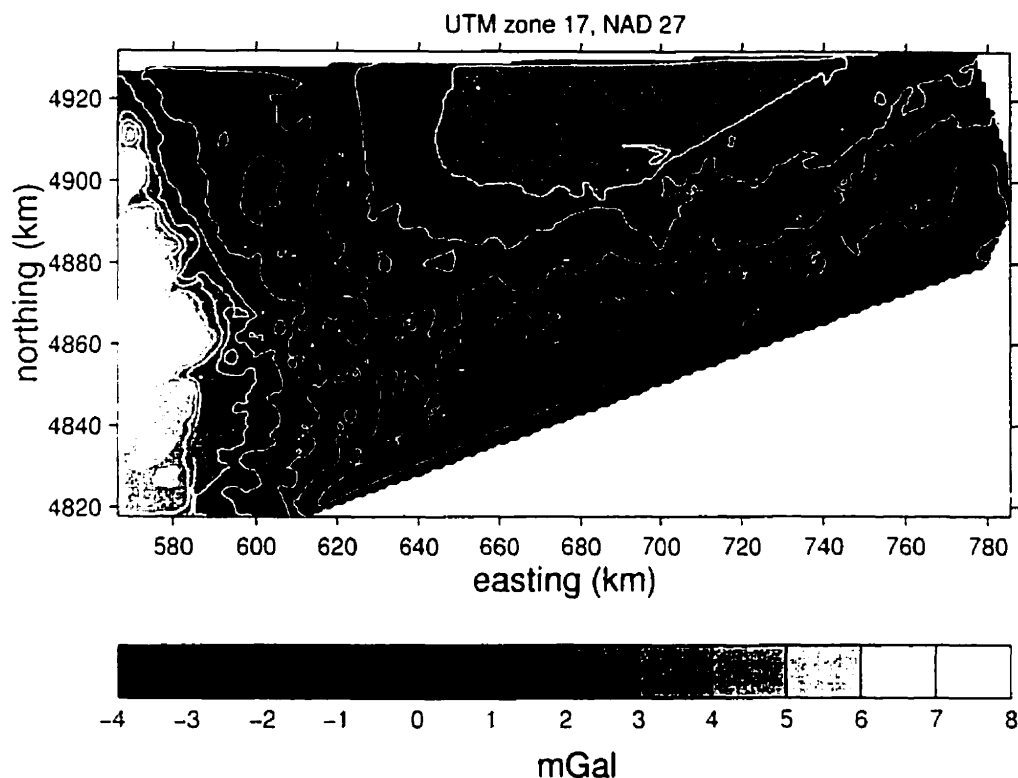


Figure 3.3: The gravity response of the bedrock topography defined by the borehole data. A constant density contrast of 0.6 g/cm^3 was used. The average elevation was subtracted prior to calculation.

algorithm (Parker, 1973). The bedrock is modelled as a slab of infinite lateral extent with a flat bottom and topographic relief. The algorithm assumes a constant density contrast between the slab and the material overlying it. An additional parameter to be included in the calculation is the reference level, z_0 . The reference level is the average depth of the topography of the slab. Since the maximum variation of bedrock topography is about 500 m, the reference level was chosen to be 250 m to make certain that the entire bedrock is below the maximum surface elevation. A density contrast of 0.6 g/cm^3 was used to produce the response shown in Figure 3.3. The response suggests the residual should have a maximum amplitude of about 12 mGal. An upward continuation of the Bouguer anomaly to a height of 6 km results in a residual with a maximum amplitude of 18 mGal, including outliers (Fig. 3.4). This is considered sufficient to include all of the bedrock gravity signal.

It must be noted that when the Bouguer anomaly was detrended a partial sepa-

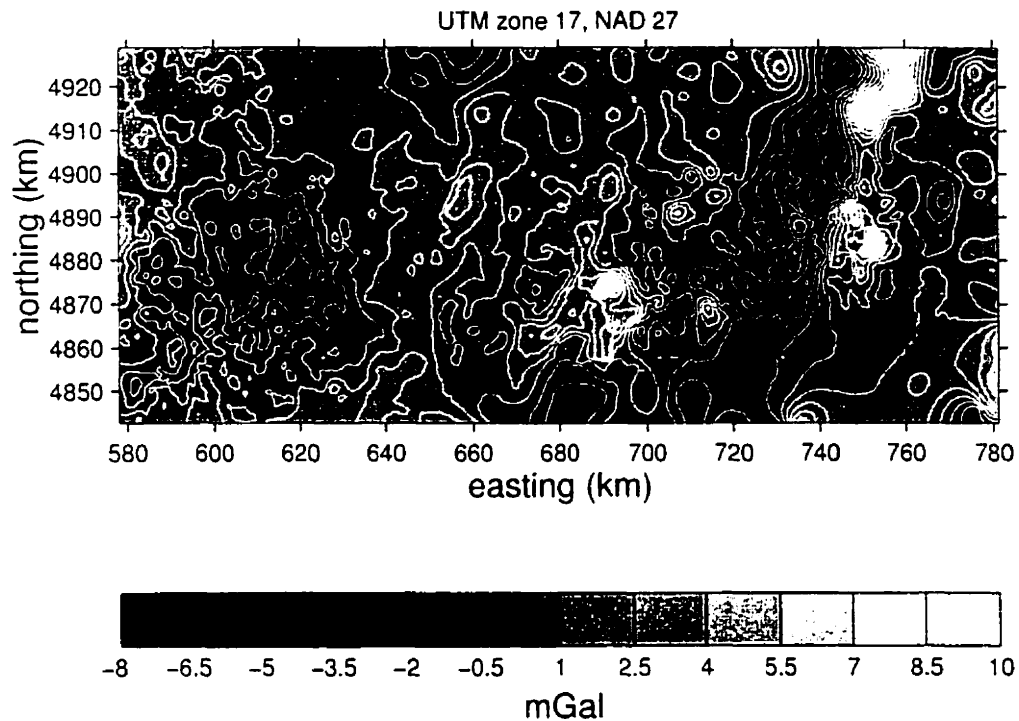


Figure 3.4: The residual gravity field obtained from an upward continuation of 6 km of the Bouguer anomaly. L1 and L2 are 2.5D modelling profiles.

ration of gravity signals was performed. Namely, a first order effect of a deep seated density variation was removed. The subsequent extraction of the residual gravity anomaly aims at completing the signal separation.

Figure 3.5 shows the effect of the residual extraction filter, $(1 - e^{-hk})$, on the gravity response of the bedrock (Fig. 3.3). The idea is that the signal, being contained in the Bouguer anomaly, is deformed by the filter applied to extract it. In figure 3.5, the filter was applied to the theoretical bedrock response using upward continuation distances of 500 m and 6 km. A 100 km east-west profile through the moraine was taken from the bedrock gravity response and the filtered gravity responses and plotted for comparative purposes. Attenuation is more marked for smaller continuation distances. Finally, it is obvious that the 6 km filter has a lesser effect on the bedrock signal than has the 500 m filter. Thus, the 6 km upward continuation is desirable over the 500 m one.

The residual gravity field (Fig. 3.4) has considerably more structure than the gravity response of the borehole model of bedrock topography. This can be interpreted

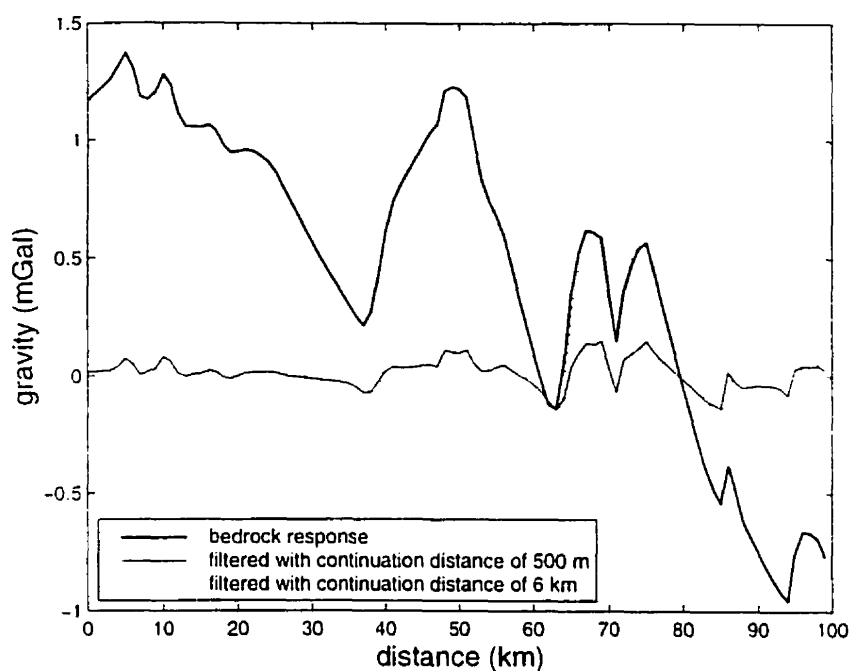


Figure 3.5: Effect of residual extraction filter on gravity response of bedrock topography defined by borehole data (Fig. 3.3). The location of the profile is indicated in Figure 3.3.

as the result of one of or a combination of three effects. First, the region is heterogeneous and cannot be characterised by the homogeneous density contrast of 0.6 g/cm^3 used in the calculation of the model response. Second, the residual separation is incomplete due to wavenumber mixing with the signals of structures contained in the bedrock. If so, the residual does not fully represent the signal solely from the bedrock topography. Lastly, on a more optimistic note, the residual field reveals existing structure missed by the borehole data as a result of poor sampling. If it can be shown that the third possibility is dominant over the first two, the application of the gravity method for the delineation of bedrock channels can be considered successful in this case.

In the western part of the residual field map, a wide ($\sim 40 \text{ km}$) north-west trending low can be correlated with the Laurentian Channel. In the eastern part of the map, the north-east trending low followed by a high does not correlate with any structure in Figure 3.3. This trend can also be seen in the magnetic field map of the area. It has yet to be linked to a specific source. However, it very likely originates in the Precam-

brian basement. Between these two dominant structures, highs and lows of various wavelengths trending predominantly but not exclusively north-south are observed in the residual field. This agrees with geological information which indicates the existence of northwest and northeast trending fracture patterns in the bedrock (Sharpe *et al.*, 1994). The residual also suggests the Laurentian Channel contains more sub-channels than are revealed by the borehole data. We wish to determine whether these highs and lows are indicative of existing bedrock channels or of heterogeneity within the bedrock. Precambrian basement or moraine (noise).

3.5 Inversion

3.5.1 Uniform Density Contrast

A given gravity signal is a convolution of the gravity effect of the source's density distribution with the effect of its geometry or structure or distance from the plane of observation (Blakely, 1996). In the Fourier domain:

$$\mathcal{F}[g] = \mathcal{F}[\rho(x, y, z)]\mathcal{F}[\xi(x, y, z)],$$

where g is the gravity signal, ρ is the density distribution, and ξ the geometry. Assuming a uniform density contrast, it is possible to calculate from the signal, the geometry of the causative structure. This calculation is known as inversion and it requires an initial guess on the source geometry. The initial guess is adjusted iteratively until the calculated response matches the observed field within some convergence criteria. These criteria may be that the calculated response sufficiently resembles the signal or that convergence is complete in the sense that no further adjustments to the geometry are possible within a specified tolerance (noise level or machine precision).

In our case, the bedrock is modelled as a slab of infinite lateral extent having a flat bottom, an undulating upper surface, and a uniform density contrast with the sediments above. Naturally, it is assumed that the gravity signal is observed on a plane above and not intersecting the bedrock. The iterative formula for the

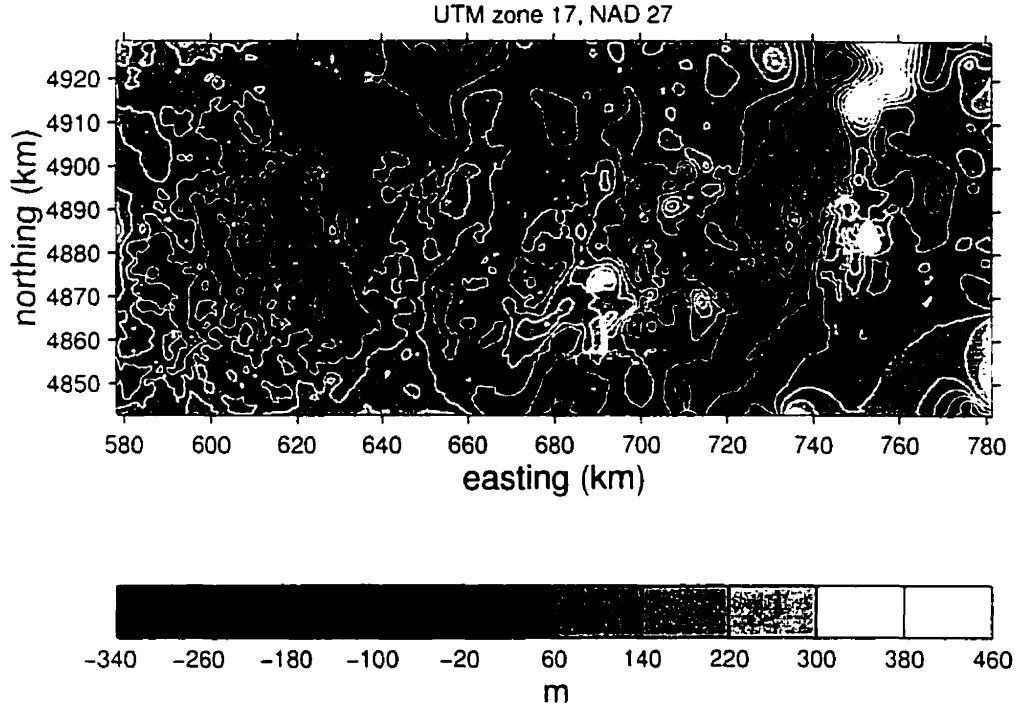


Figure 3.6: Inversion of the residual gravity field (Fig. 3.4) for bedrock topography. A constant density contrast of 0.6 g/cm^3 was used. Bedrock elevation is with respect to an average depth, z_0 , of 250 m.

topography of the slab, in the Fourier domain (Oldenburg, 1974), is:

$$\mathcal{F}[h(x, y)] = -\mathcal{F}[g(x, y)] \frac{e^{|k|z_0}}{2\pi G\rho} - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{|k|^{n-1}}{n!} \mathcal{F}[h^n(x, y)],$$

where z_0 is the plane about which the topography, h , is calculated, ρ is the density contrast, and g the gravity signal. The gravity signal is approximated by the residual gravity field. Since surface topography is not flat, z_0 is interpreted as a depth below the average surface elevation (in the inverted window, 190 masl; minimum 66 mbsl, maximum 480 masl). The initial guess for the topography of the slab is set to 0, that is, everywhere equal to the reference level, z_0 . With each iteration, the topography is updated and entered again in the formula.

Figure 3.6 shows the result of topographic inversion. A density contrast of 0.6 g/cm^3 was used. The reference level was placed at a depth of 250 m. The topographic inversion gives values between 340 m below z_0 and 460 m above. The upper limit

poses a problem since it suggests bedrock rises above, and so intersects, the average surface elevation. Furthermore, since surface topography is not flat, it is possible that the inverted bedrock rises above the surface at sites of low elevation. Fortunately, these elevations are confined to the north-east alignment in the eastern part of the map. This alignment, present in both the Bouguer anomaly and the magnetic field maps, was not fully removed by the residual extraction filter. It indicates the presence of a significant heterogeneity, seemingly unattributable to the bedrock topography, situated below the bedrock surface.

The inversion shows the presence of a north-east trending channel between 655 km UTM and 685 km UTM corresponding to a low of about 20 m below z_0 or 270 m below the average surface elevation. This corresponds to 80 mbsl. In the inverted window (Fig. 3.2), bedrock topography as described by borehole data, ranges from 6 mbsl to 459 masl (average 160 masl). There is obviously a datum shift in the inverted topography. However, while the vertical placement of the channel and/or its amplitude may be erroneous, its horizontal placement should be accurate. Hence, a channel between 650 and 680 km UTM may be interpreted as such. The inverted bedrock topography indicates the presence of 3 north-west trending channels around 10 km wide nested in the Laurentian Channel.

Figures 3.7 and 3.8 present zooms of two regions together covering the entire moraine. Shown are the boreholes situated within the windows, bedrock topography as defined by the boreholes, and inverted topography. The first window (Fig. 3.7) measures 50 km by 50 km and is situated in the western part of the moraine. The second (Fig. 3.8), 100 km by 25 km, windows the middle and eastern parts of the moraine.

In Figure 3.7(a), borehole control in the south-western area is dense and so the borehole model of bedrock (Fig. 3.7(b)) can be presumed accurate. In general, borehole control in the window is good. However, there are several areas where no boreholes are present. In these areas, the borehole data were interpolated and so the model is unreliable. The wide trough defining the Laurentian Channel is present in both the borehole model and the topographic inversion (Fig. 3.7(c)). On a finer scale (10 km), the inversion shows two parallel north-west trending channels. It can be argued, since the gravity sampling is far superior to the borehole distribution, that

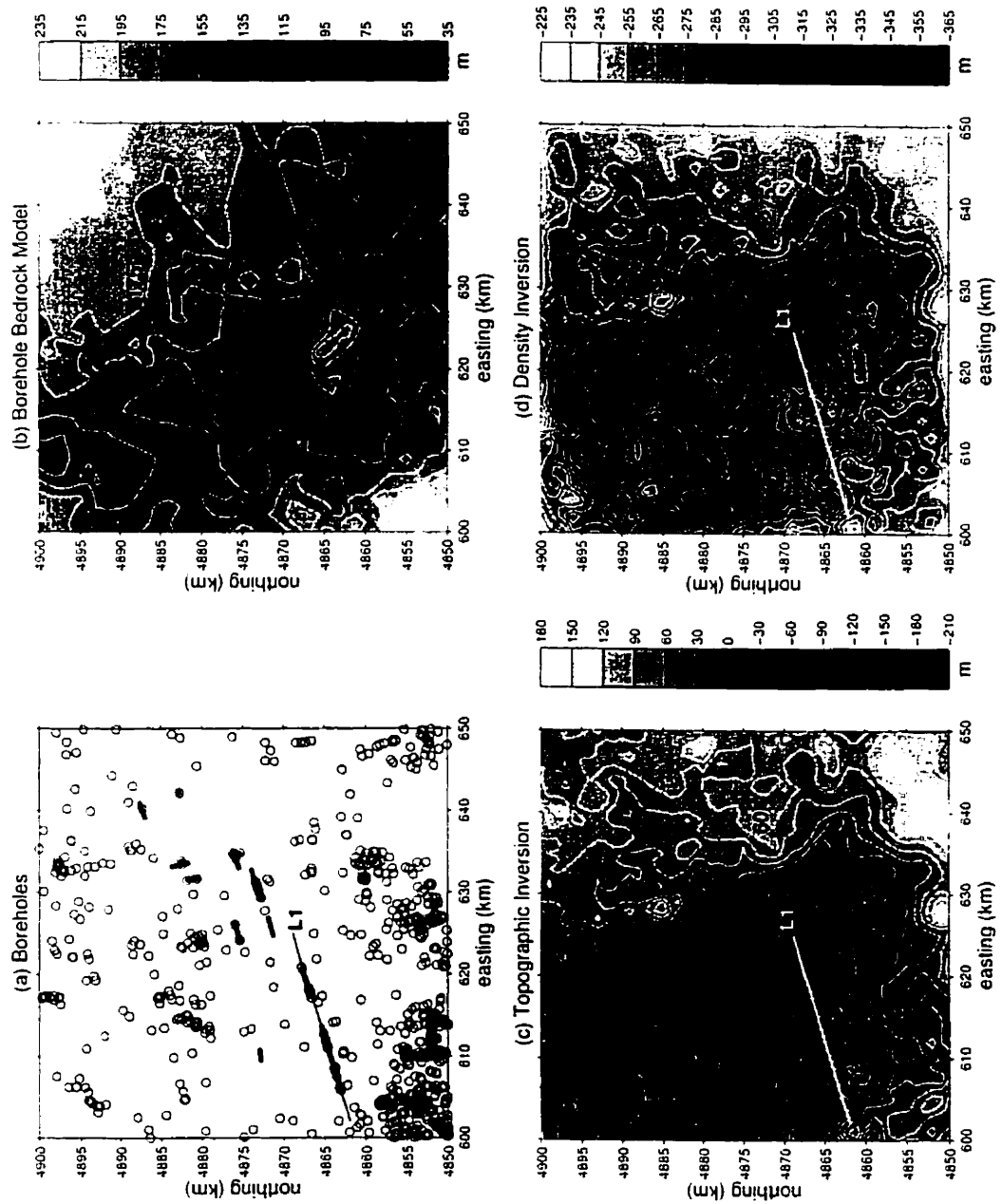


Figure 3.7: Comparison of inversion results with borehole model in a 50 by 50 km window. Short bold lines in (a) are seismic profiles. L1 is a gravity modelling profile.

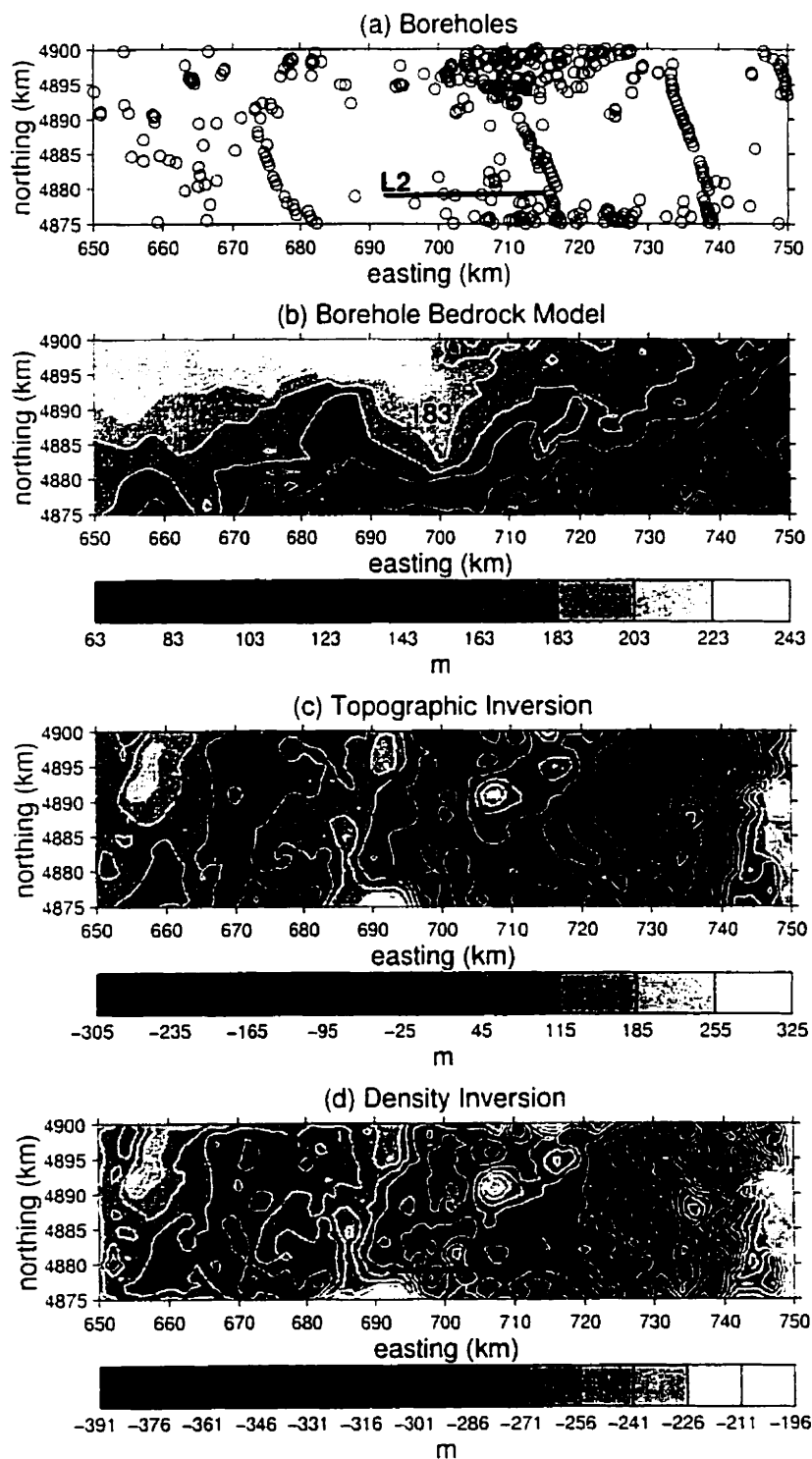


Figure 3.8: Comparison of inversion results with borehole model in a 100 by 25 km window. L2 is a gravity modelling profile.

these two channels actually exist. On the other hand, we have assumed in the calculation, first, that the density contrast is uniform and, second, that the residual gravity field fully depicts the gravity signal of bedrock topography. For the former, we know from the geology that this is an idealization of the reality. For the latter, in the case of broad band phenomena, no filter can completely isolate the desired signal. However, since many of the larger scale structures within the window are present in both depictions of bedrock topography, we conclude that the channels exist and are revealed by improved resolution.

In the 100 km by 25 km window (Fig. 3.8(a)) the borehole distribution is poor. There are large gaps where virtually no boreholes are present. The north-west trending alignments of points of bedrock elevation in Figures 2 and 3.8(a) are actually not borehole data but seismic refraction data. These seismic data were used by the GSC to aid in building the borehole model of bedrock topography. Given the poor borehole distribution and the bias created by the alignments of points at the seismic refraction sites, it is safe to assume that the gravity method provides a better image of bedrock in this window. Three southward protrusions in the borehole model can be correlated with highs in the topographic inversion (Fig. 3.8(c)). The first is located between 660 and 670 km easting, south of 4885 km northing. The second is situated between 690 and 700 km easting, north of 4890 km northing. A third structure, a south-west trending high in the topographic inversion at 710 km easting by 4890 km northing, is roughly correlated with the structure at 715 km easting between 4885 and 4890 km northing in the borehole model. Both interpretations show the same trend of decreasing elevation eastward. With the exception of this trend, the borehole model reveals few channels. In the inverted topography three north-south channels 10 to 15 km wide are present. These are located at 670, 700, and 730 km easting, respectively.

3.5.2 Density Distribution

In addition to topographic inversion, it is possible to invert, in the space domain, for the density distribution of the subsurface. The subsurface is divided into N cells within each of which density is constant. The inversion calculates a density for each cell. For better resolution, the cell size must be small compared to the dimensions of the window. However, computation time rapidly increases with finer discretisation.

Furthermore, it is not necessary to seek in the inversion a lateral resolution superior to that offered by the initial sample interval of the gravity observations (1 km).

A 3D inversion program developed by Boulanger et Chouteau (1999) was used to invert the residual gravity field for the density distribution of the subsurface. The program implements a variety of constraints. The Lagrangian constructed so as to minimize the cost function $\|W(\rho - \rho_0)\|^2$, subject to the equality constraint, $A(\rho - \rho_0) = b$, is given by:

$$L(\rho, \theta) = \frac{1}{2} \|W(\rho - \rho_0)\|^2 + (b - A(\rho - \rho_0))^T \theta.$$

where A is the augmented matrix containing the sensitivity matrix relating gravity to density and the matrix of Laplacians. b is the vector containing the difference between observed and calculated gravity. θ is the vector of Lagrangian multipliers. Having minimized L , the equation upon which the inversion is based is:

$$\Delta\rho = W^{-1}(AW^{-1})^T((AW^{-1})(AW^{-1})^T)^{-1}b$$

where $\Delta\rho$ is the matrix containing the iterative adjustments to the cell density contrasts. W is the matrix of weights. For our purposes, two constraints are introduced in the inversion via W . The minimization of the volumes of the inverted structures according to the Last et Kubik (1983) approach, and the desensitisation of the calculated signal to near-surface cells using a depth-dependant weight, were incorporated in the calculation. Although the option to minimize volumes may not appear appropriate for this application, tests run by Boulanger et Chouteau (1999) indicate that the vertical resolution of inclined bodies noticeably improves when this constraint is used. By minimizing the Laplacian, the smoothest possible density variation is obtained. Thus the combination of the “compactness” and “smoothness” constraints is optimal for the purposes of mapping bedrock topography.

The program input parameters include limits on the densities allowed for the cells. The initial model can be homogeneous or heterogeneous. *Hard* constraints are input with a matrix of ones and zeros. This matrix is absorbed in the weight matrix W . If the density in cell j is set to, say, 2.6 g/cm³, and the constraint set to 0, the density in that cell will unconditionally remain 2.6 g/cm³. If the constraint is 1, the density

may change slightly depending on the background density chosen. There is no point in setting hard constraints when the precise density of a given geological material is not known. In our case, bedrock density is estimated to be between 2.5 and 2.6 g/cm³. Where bedrock outcrops occur and the cell densities are set to 2.6 g/cm³ in the initial model, cell densities should be free to vary from the initial model by as much as 0.1 g/cm³.

Four inversions were carried out. For the first two (Fig. 3.9), most of the kriged area was inverted (Fig. 3.2). The residual was resampled at 4 km to reduce computation time. Inversion was performed over a depth of 500 m. A vertical resolution of 25 m was deemed to provide enough detail given the total depth of 500 m. The cell size is, thus, 4 km by 4 km by 25 m. The background density was set at 2.60 g/cm³, the estimated bedrock density. The minimum and maximum densities permitted are 0 and 4 g/cm³, respectively. These limits were chosen so as not to initially constrain the inversion too severely. Also, given the surface topography of the region, the lower limit of 0 g/cm³, the density of air, was chosen to verify whether or not the inversion was capable of describing the surface topography. In the upper half of Figure 3.9, the initial model was homogeneous at 1.8 g/cm³, the estimated sediment density. In the lower half of Figure 3.9, the initial model was heterogeneous. In the latter initial model, all bedrock outcrops within the inversion window (Fig. 3.2) were targeted. The cells in the first layer containing at least one outcrop were made to have a density of 2.6 g/cm³. The remaining cells had densities of 1.8 g/cm³. The constraints allowed for the model to be adjusted freely. With the heterogeneous initial model, the inversion was unable to extend the bedrock laterally and downward from the outcrops. As a result, the final model suggests highly improbable vertical gaps in the bedrock. Despite the limits of 0 to 4 g/cm³, the inversion results have cell densities beginning at about the value of the homogenous initial model, i.e., 1.8 g/cm³ (Fig. 3.10). Figure 3.9 shows the surfaces passing through the cells having the density 2.6 g/cm³ thus, showing possible sediment/bedrock interfaces. Figure 3.10(b) presents the vertical section of density distribution situated at 4882.75 km northing.

In Figure 3.10(c), the same vertical section is shown for an inversion using limits of 1.5 and 3.2 g/cm³ on cell densities allowed. The number of iterations required for convergence increases rapidly as the range of allowed densities is reduced. With

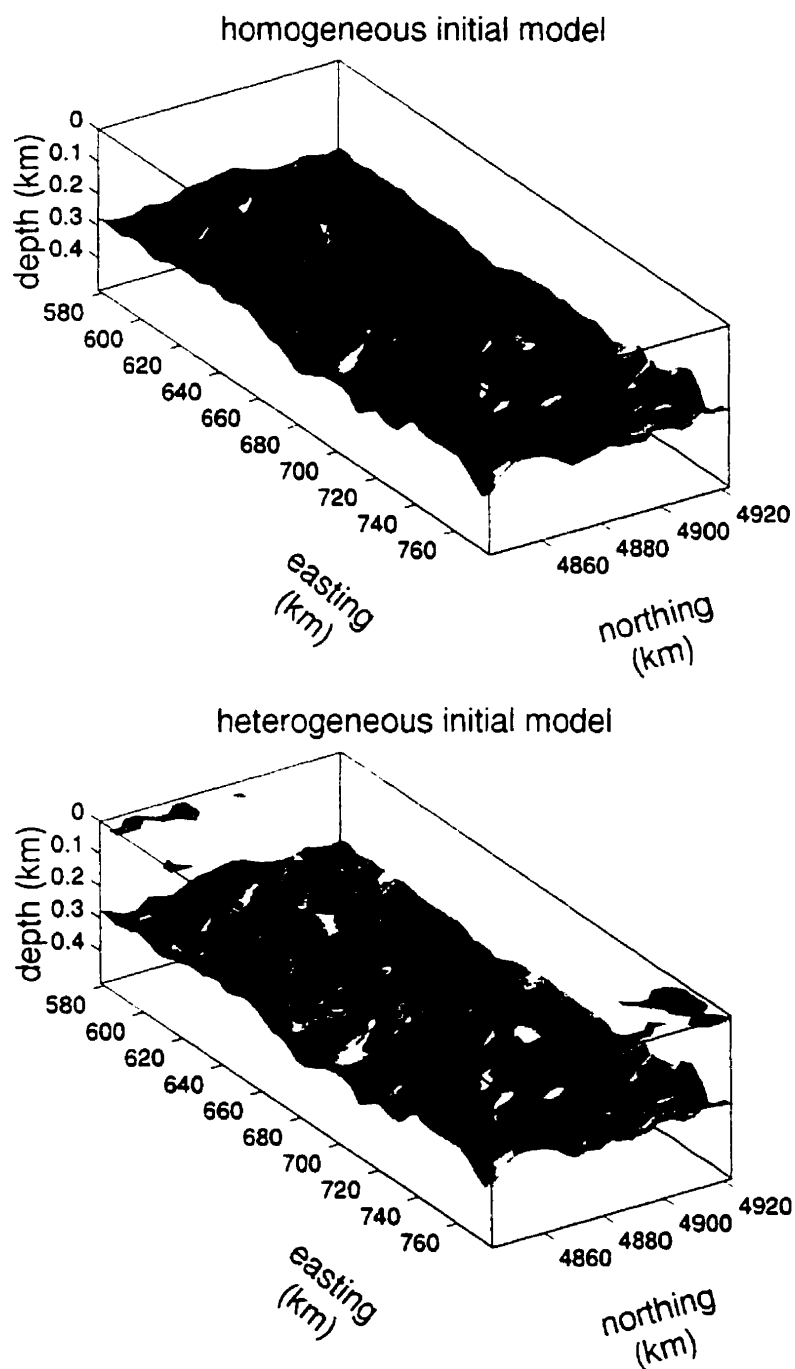


Figure 3.9: Inversion of the residual gravity field (Fig. 3.4) for the density distribution using homogeneous and heterogeneous initial models. The 2.6 g/cm^3 iso-surfaces are shown. Inversion parameters and constraints are described in the text.

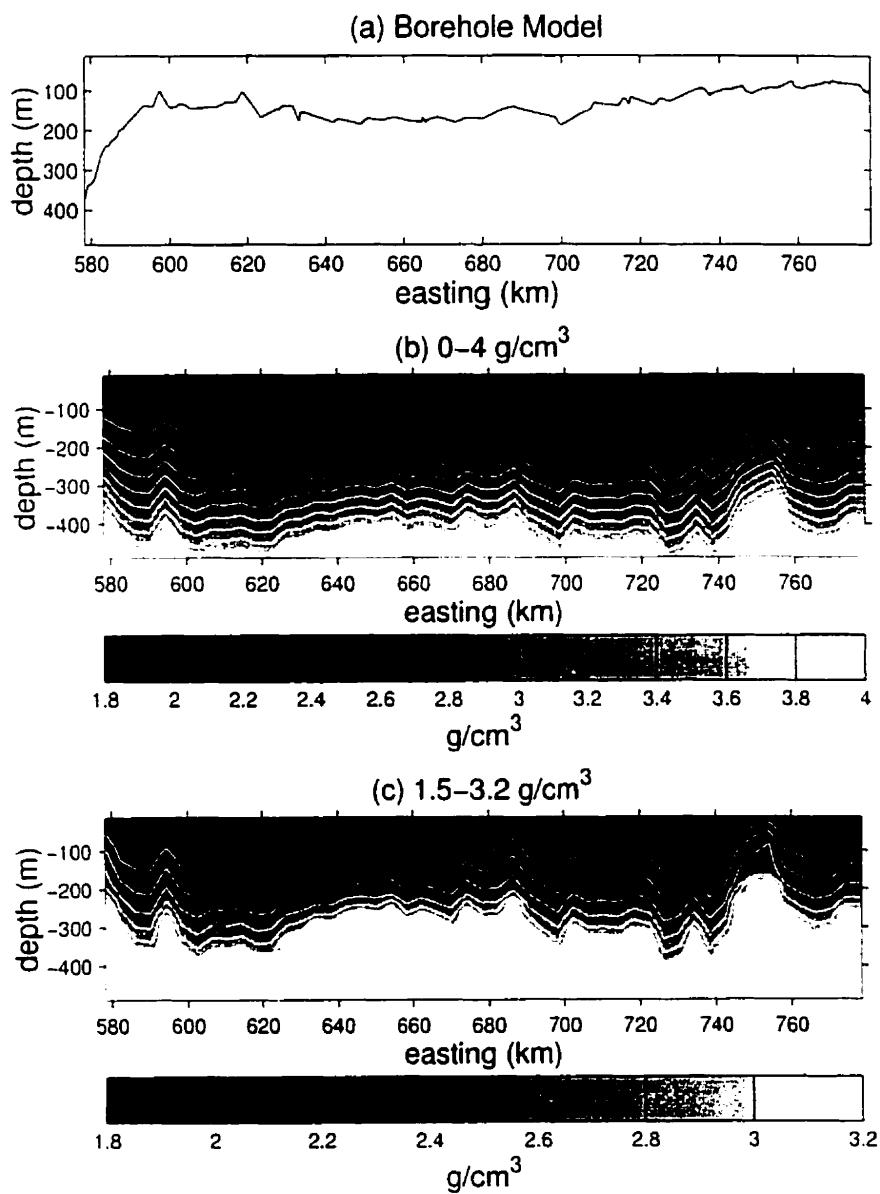


Figure 3.10: Vertical sections of the density distribution given by inversions using the homogeneous initial model with limits on cell densities allowed of (b) 0 and 4 g/cm³, and (c) 1.5 and 3.2 g/cm³.

a range of 0 to 4 g/cm³, 3 iterations were sufficient with a global tolerance of 1%. With a range of 1.5 to 3.2 g/cm³, 35 iterations were required. When the upper limit was reduced to 3.0 g/cm³, 50 iterations were not enough to produce a solution with a global tolerance of 1%. The inverted bedrock relief as defined by the 2.6 g/cm³ contour in Figure 3.10(c) is more pronounced than that in Figure 3.10(b). Some of the relief in the inversions can be correlated with that in the model deduced from borehole information (Fig. 3.10(a)). Two examples are the valleys situated at 610 km easting and 700 km easting. The variation in bedrock topography given by the inversion with limits of 0 and 4 g/cm³ (Fig. 3.10(b)) is more comparable with the model (Fig. 3.10(a)) than that given by the inversion with limits of 1.5 and 3.2 g/cm³ (Fig. 3.10(c)).

With this overall result in mind, the two windows previously described were individually inverted with a cell size of 1 km by 1 km by 25 m. The homogenous initial model of 1.8 g/cm³ was used. The limits on cell densities allowed are 0 and 4 g/cm³. The results are presented in Figures 3.7(d) and 3.8(d), respectively. The depths shown are with respect to the average surface elevation in the window. The results are similar in structure to the topographic inversion. However, amplitudes are significantly reduced. This is to be expected since the same gravity signal is attributed to a variety of structures in the density inversion whereas in the topographic inversion the entire signal must be explained by the bedrock topography. The density inversions produce depths between 200 m and 400 m. In the 50 km by 50 km window, the borehole model has bedrock between 18 m and 251 m below the average surface elevation of 252 masl. In the 100 km by 25 km window, borehole bedrock is between 1 m above and 210 m below the average surface elevation of 251 masl. Unlike the topographic inversion, the density inversions provide realistic channel amplitudes, i.e., similar to the borehole model. However, there is again a downward datum shift in the inverted topography.

It is obvious from the results presented that there are shortcomings in the inversion techniques in that their underlying assumptions do not fully respond to the conditions encountered in the ORM area: on a regional scale of data acquisition, it is unrealistic to expect flat surface topography and uniform density contrasts.

3.6 Modelling

Two profiles were extracted from the residual gravity field for 2.5D modelling (Fig. 3.4). The modelling process involves the calculation of the gravity response of a model and the modification thereof so that the response fit the observed signal. A 2.5D modelling program was used. The causative structure is modelled as a polygon with limited lateral extent. The polygon has a uniform density contrast with the surrounding medium. Again, the gravity observations are assumed to have been made on a flat surface.

Figure 3.11 shows the results of modelling along 2 profiles. The residual gravity field (Fig. 3.4) suggests that channels may be as short in length as 10 km. The lateral extent was thus set to 10 km for both profiles. Profile L1 (Fig. 3.7(a)) was chosen so as to pass along an 8.3 km seismic line and within about 150 m of a 3.9 km seismic line, the Nobleton and 15thE Sideroad lines, respectively (Pugin *et al.*, 1999). The modelling profile passes near 4 boreholes (asterix). Eastward on the profile, these are within 0.25 m, 3 m, 5 m, and 10.5 m of L1, respectively. The density contrast was set, for this profile, to -0.61 g/cm^3 . A background level of 2.4 mGal was added to the model response. The polygon vertices, the density contrast, and the background level were adjusted iteratively so that the model pass through at least two of the four boreholes. The boreholes chosen are most to the east and most to the west on the profile. The modelling result correlates well with the drift thickness and bedrock topography obtained from borehole data, also shown in Figure 3.11. More importantly, the modelling indicates a high not revealed by the borehole data, situated between 10 and 15 km. The seismic data indicates the presence of a bedrock channel approximately 2 km wide along the middle of the Nobleton line. The channel is also revealed by the gravity modelling albeit 5 km wide. Along 15thE Sideroad, the seismic data shows a high in the bedrock topography at the eastern end of the profile. The same trend is revealed by the gravity modelling.

Profile L2 (Fig. 3.8(a)) was constructed so as to pass exactly through two boreholes. The borehole data is the only check on the gravity modelling. The density contrast was set to -0.68 g/cm^3 . A background level of 0.8 mGal was added to the model response. Correlation between the borehole model and the gravity modelling is poor. It is worth noting that along L2 surface topography has a maximum amplitude

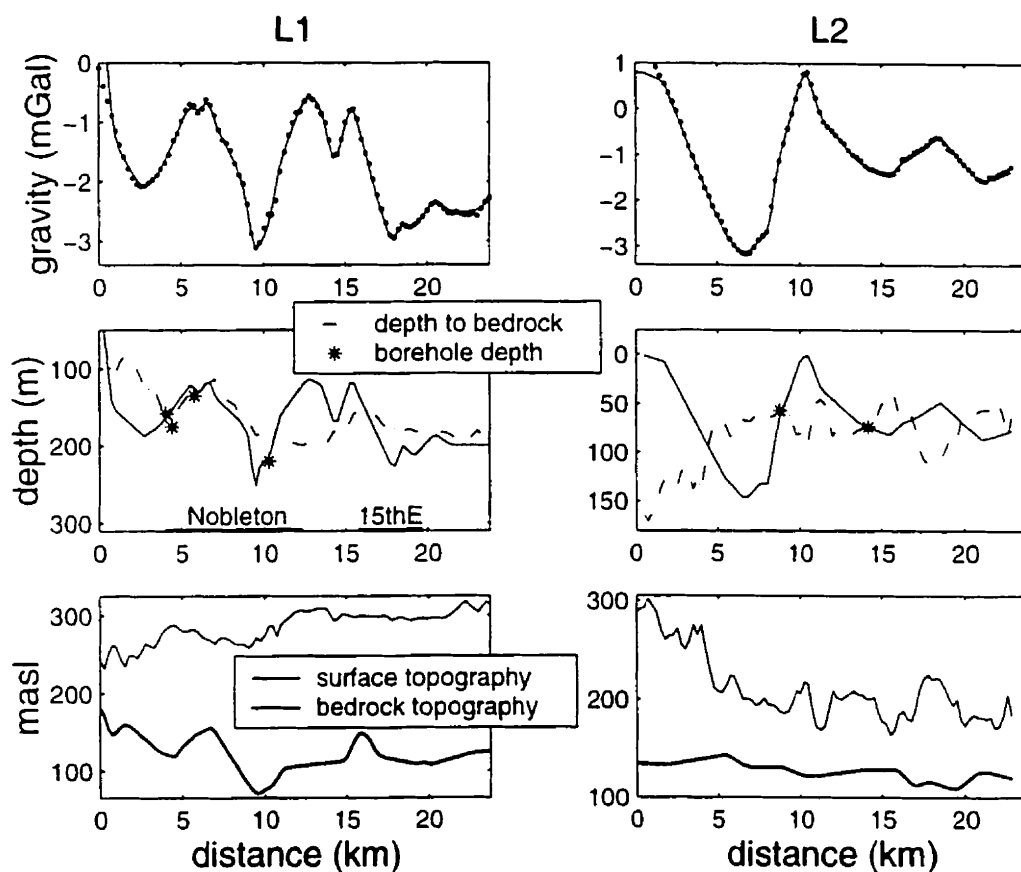


Figure 3.11: 2.5D modelling of residual gravity field along 2 profiles (Fig. 3.4). Comparison with the model given by the borehole data (depth to bedrock, bedrock topography). Depth to bedrock is equal to drift thickness. The depth to bedrock profiles were extracted from the map of drift thickness obtained from the borehole data. The bedrock topography profiles were extracted from the map of bedrock topography obtained from the borehole data. The fourth borehole depth along profile L1 may not have been included in the interpolation of the borehole depths when creating the map of drift thickness.

The Nobleton and 15thE Sideroad lines are seismic reflection lines.

of over 100 m whereas along L1 surface amplitude is within 50 m. Furthermore, borehole control around L2 is inferior to that around L1 (Figures 3.7(a) and 3.8(a)). Both these factors, no doubt, contribute to the poor correlation observed for L2. In the first case, the surface topography degrades the signal to be interpreted. Along L2, the signal to noise ratio may be poor due to surface topography. In fact, it is the absence of topographic corrections that creates the problem. The presently available DEM, is not accurate enough for terrain corrections to be applied. Moreover, the altitudes of the gravity stations are not sufficiently accurate. In the second case, the borehole model of bedrock topography may not be particularly reliable given the distribution of boreholes.

3.7 Discussion

It is clear that the surface topography in the ORM area has an effect on the interpretation of the residual gravity field. It contributes to the overall noise (heterogeneity, uncertainty in elevation) and so degrades the gravity signal. The degree to which surface topography affects interpretation is unknown. A practical step before interpretation would be to evaluate the difference between the response of the borehole model of bedrock topography on a flat surface and that on the actual topography. The difference would serve as a correction of the residual prior to inversion. Another option is to apply the topographic correction.

The heterogeneity of the Oak Ridges Moraine poses a problem for inversion algorithms assuming uniform density contrasts such as that used for topographic inversion. The residual gravity field is presumed to be caused entirely by a single structure, in this case, bedrock topography. This is highly unlikely since complete signal separation is difficult, if not impossible, to achieve. We are not claiming that the residual gravity field represents singly and wholly the gravity signal of the bedrock topography. Programs inverting for density distribution are preferable since it is precisely the heterogeneity of the subsurface which is sought in the inversion. Incomplete signal separation is compensated for by the possibility of having the residual explained by several structures. However, even for such programs, surface topography is nonetheless a problem.

3.8 Conclusions

The gravity method has allowed for improved horizontal resolution of bedrock structure in the Oak Ridges Moraine compared with the model proposed by the borehole data. The topographic and density inversions reveal similar structure. The density inversion provided more realistic channel amplitudes. Structure revealed by the gravity method not seen in the borehole model include the following:

- 3 north-west trending channels approximately 10 km wide nested in the Laurentian Channel; the actual existence of the first channel eastward is less plausible because the borehole distribution in the zone is dense and the borehole model indicates that bedrock elevation increases toward the Niagara Escarpment
- a north-east trending, 30 km wide channel centered at 670 km
- 3 north-south trending channels 10 to 15 km wide centered at 670, 700 and 730 km
- a topographic high located between 10 km and 15 km along modelling line L1.

Modelling results correlate well with seismic data. The borehole model and the gravity modelling agree where borehole control is more substantial.

The importance of topographic corrections for such surveys is stressed. It is also necessary to incorporate the topography in the modelling and inversion. This requires a very accurate DEM and accurate altitudes for the gravity stations.

Acknowledgements

The corresponding author wishes to thank Charles Logan of the Geological Survey of Canada (GSC) for his incredible patience in providing the borehole data and regional topographic features to exact specifications repeatedly while she figured out what was required. The authors thank Susan Pullan (GSC) for the ORM geophysical logs made readily available and for reviewing this article. David Sharpe (GSC) and Marc Hinton (GSC) also reviewed the article making valuable adjustments to its hydrogeological content. Also appreciated were unpublished geophysical logs sent by Peter Barnett of the Ontario Geological Survey.

Conclusions

Les inversions gravimétriques ont donné des images de la topographie du socle. Les structures de grandes longueurs d'onde corrélaient bien avec le modèle décrit par les forages. Ces structures incluent

- la tendance décroissante de l'élévation vers le sud-est.
- le chenal Laurentien.

À l'échelle de 10 à 15 km, les inversions indiquent la présence de

- 3 chenaux orientés vers le nord-ouest dans le chenal Laurentien; l'existence réelle du premier vers l'est est moins plausible parce que la distribution des trous de forage dans cette zone est dense et le modèle indique que l'élévation du socle augmente vers l'escarpement du Niagara,
- 3 chenaux nord-sud centrés à 670, 700, et 730 km UTM, respectivement.

Un chenal d'environ 30 km de largeur orienté vers le nord-est et centré à 670 km UTM est également indiqué par l'interprétation gravimétrique. En profil, la modélisation gravimétrique corréla bien avec les données sismiques. Là où la densité de trous de forage est élevée et le modèle fiable, la corrélation entre le modèle et l'interprétation gravimétrique est bonne et l'interprétation gravimétrique offre plus de détails sur la topographie du socle.

L'inversion topographique donne des amplitudes exagérées tandis que les amplitudes données par l'inversion de densité sont semblables au modèle. Dans les deux cas, la surface inversée est décalée vers le bas par rapport au modèle. Il est difficile de calibrer les inversions avec le modèle dû à la nature régionale de l'étude, la présence des affleurements du socle aux extrémités est et ouest de la région, et la topographie de la surface. L'élévation moyenne de la surface a été présumée comme étant le niveau de référence pour les inversions. De fait, tous les plans entre les élévations minimum

(32 masl) et maximum (520 masl) sont bons. L'effet de la topographie de la surface sur le signal à interpréter peut être compensé en modifiant les codes d'inversion. Un code qui effectue des calculs directs et inverses pour des observations prises sur des surfaces ondulées est requis. Les corrections de terrain non effectuées dans le présent traitement, sont également nécessaires. Un modèle de terrain numérique précis est alors requis.

Le degré de succès de la séparation du signal avec le prolongement vers le haut reste indéterminé. L'interprétation gravimétrique pour trouver des chenaux est fondée sur l'hypothèse que l'anomalie résiduelle représente bien le signal de la topographie du socle. Pour cela il faut présumer que l'isolement du signal par prolongement vers le haut est réussi, ce qui est loin d'être sûr. Selon la technique proposée par Pawlowski, l'application d'un filtre Wiener construit en utilisant le signal modèle peut produire une résiduelle plus fiable si le signal de la structure d'intérêt domine une bande spectrale du champ observé. Ce n'est pas le cas pour la moraine Oak Ridges.

Pour améliorer l'utilisation de la gravimétrie pour imager la topographie du socle, on devrait donc développer plus les techniques de séparation de signal et utiliser des codes d'inversion qui effectuent des calculs pour des surfaces d'observation arbitraires.

Références

- BELISLE, J. (1995). The effectiveness of the gravity method for mapping bedrock topography beneath the Oak Ridges Moraine, Ontario. Bsc. thesis, Queen's University.
- BERMAN, H., DALY, R. A. et SPICER, H. C. (1942). Density at room temperature and 1 atmosphere. Dans *Handbook of Physical Constants*, Édité par F. Birch, chapter 2. Geological Society of America, 19–26.
- BLAKELY, R. J. (1996). Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications. Cambridge University Press.
- BOUCHARD, K. (1993). IGAO2.5D Modélisation et interprétation gravimétrique et magnétique en 2.5D, version 2.0. Génie Minéral, École Polytechnique, Montréal, Manuel de l'utilisateur.
- BOULANGER, O. et CHOUTEAU, M. (1999). Constraints in 3D gravity inversion. *Geophysical Prospecting*, soumis.
- BRENNAND, T. A., MOORE, A., LOGAN, C., KENNY, F., RUSSELL, H. A. J., SHARPE, D. R. et BARNETT, P. J. (1998). Bedrock Topography of the Greater Toronto and Oak Ridges Moraine Areas, Southern Ontario. Geological Survey of Canada, Open File 3419, Scale 1 :200 000.
- CHAPIN, D. A. (1996). The theory of the Bouguer gravity anomaly : A tutorial. *The Leading Edge*, 361–363.
- DALY, R. A., MANGER, E. et CLARK, S. P. (1966). Density of Rocks. Dans *Handbook of Physical Constants*, Édité par S. P. Clark, chapter 4. Geological Society of America, 23–25.
- DEUTSCH, C. V. et JOURNAL, A. G. (1992). GSLIB : Geostatistical Software Library and User's Guide. Oxford University Press. 1st edition.

- DOBRIN, M. B. et SAVIT, C. H. (1988). Introduction to Geophysical Prospecting, chapter 14. McGraw-Hill, 4th edition, 600–607.
- DUBOIS, J. et DIAMENT, M. (1997). Géophysique. Masson.
- GILL, B. (1996). Gravity Survey of the Oak Ridges Moraine (A Hydrogeological Investigation in the Bolton Area North of Toronto). Internal Report, Gravity Project 95103, Geodetic Survey Division, Natural Resources Canada.
- GILL, B. (1997). Gravity Survey of the Oak Ridges Moraine (Toronto Harbour). Internal Report, Gravity Project 96102, Geodetic Survey Division, Natural Resources Canada.
- HALL, D. H. et HAJNAL, Z. (1962). The gravimeter in studies of buried valleys. *Geophysics*, 27, 939–951.
- HINZE, W. J. (1990). The role of gravity and magnetic methods in engineering and environmental studies. Dans *Geotechnical and Environmental Geophysics*. Édité par S. Ward, volume 1, Society of Exploration Geophysicists, 75–126.
- JACOBSEN, B. H. (1987). A case for upward continuation as a standard separation filter for potential field maps. *Geophysics*, 52, 1138–1148.
- JAKOSKY, J. J. (1950). Exploration Geophysics, chapter 4. Trija Publishing Co., 2nd edition, 1195.
- JOBIN, D. (1997). Gravity Survey of the Oak Ridges Moraine (Barrie, Ont.). Internal Report, Gravity Project 96103, Geodetic Survey Division, Natural Resources Canada.
- JOHNSON, M. D., ARMSTRONG, D. K., SANFORD, B. V., TELFORD, P. G. et RUTKA, M. A. (1992). Geology of Ontario, chapter 20. Ontario Ministry of Northern Development and Mines, 907–1008.
- KENNY, F. M. (1997). A chromostereo-enhanced digital elevation model of the Oak Ridges Moraine area, southern Ontario. Geological Survey of Canada, Open File 3374. Scale 1 :200 000.
- LAST, B. J. et KUBIK, K. (1983). Compact gravity inversion. *Geophysics*, 48, 713–721.
- LENNOX, D. H. et CARLSON, V. (1967). Geophysical exploration for buried valleys in an area north of two hills Alberta. *Geophysics*, 32, 341–362.

- MARCOTTE, D. (1991). Cokriging with MATLAB. *Computers and Geosciences*, 17, 1265-1280.
- OLDENBURG, D. W. (1974). The inversion and interpretation of gravity anomalies. *Geophysics*, 39, 526-536.
- PARASNIS, D. S. (1986). Principles of Applied Geophysics. Chapman and Hall, 4th edition.
- PARKER, R. L. (1973). The rapid calculation of potential anomalies. *Geophys. J. R. ast. Soc.*, 31, 447-455.
- PAWLOWSKI, R. S. et HANSEN, R. O. (1990). Gravity anomaly separation by Wiener filtering. *Geophysics*, 55, 539-548.
- PILON, J. A., RUSSELL, H., BRENNAND, T. A., SHARPE, D. R. et BARNETT, P. J. (1994). Ground penetrating radar in a hydrogeological investigation of the Oak Ridges Moraine, Ontario. Dans *5th International Conference on Ground Penetrating Radar*, volume 2, 855-867.
- PUGIN, A., PULLAN, S. E. et SHARPE, D. R. (1999). Seismic facies and regional architecture of the Oak Ridges Moraine area, southern Ontario. *Canadian Journal of Earth Sciences*, 36, 409-432.
- PULLAN, S. E., PUGIN, A., DYKE, L. D., HUNTER, J. A., PILON, J. A., TODD, B. J., ALLEN, V. S. et BARNETT, P. J. (1994). Shallow geophysics in a hydrogeological investigation of the Oak Ridges Moraine, Ontario. Dans *Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems*, Édité par R. S. Bell et C. M. Lepper, volume 1, 143-161.
- RUSSELL, H. A. J., LOGAN, C., BRENNAND, T. A., HINTON, M. J. et SHARPE, D. R. (1996). Regional geoscience database for the Oak Ridges Moraine project (southern Ontario). Dans *Current Research 1996-E*, Geological Survey of Canada, 191-200.
- RUSSELL, H. A. J., MOORE, A., LOGAN, C., KENNY, F. M., BRENNAND, T. A., SHARPE, D. R. et BARNETT, P. J. (1998). Sediment Thickness of the Greater Toronto and Oak Ridges Moraine Areas, Southern Ontario. Geological Survey of Canada, Open File 2892, Scale 1 :200 000.

- SHARPE, D. R., BARNETT, P., DYKE, I. D., HOWARD, K. W. F., HUNTER, G. T., GERBER, R. E., PATERSON, J. et PULLAN, S. E. (1994). Quaternary geology and hydrogeology of the Oak Ridges Moraine area. GAC - MAC Joint Annual Meeting, Waterloo, Field Trip Guidebook.
- SHARPE, D. R., BARNETT, P. J., BRENNAND, T. A., FINLEY, D., GORRELL, G., RUSSELL, H. A. J. et STACEY, P. (1997). Surficial Geology of the Greater Toronto and Oak Ridges Moraine Area, Southern Ontario. Geological Survey of Canada, Open File 3062, Scale 1 :200 000.
- SHARPE, D. R., DYKE, I. D., HINTON, M. J., PULLAN, S. E., RUSSELL, H. A. J., BRENNAND, T. A., BARNETT, P. J. et PUGIN, A. (1996). Groundwater prospects in the Oak Ridges Moraine area, southern Ontario : application of regional geological models. Dans *Current Research 1996-E*, Geological Survey of Canada, 181-190.
- SPECTOR, A. et GRANT, F. S. (1970). Statistical models for interpreting aeromagnetic data. *Geophysics*, 35, 293-302.
- SPECTOR, A. et PARKER, W. (1979). Computer compilation and interpretation of geophysical data. Dans *Geophysics and Geochemistry in the Search for Metallic Ores*, Édité par P. J. Hood, Geological Survey of Canada, 527-544.
- SPENCER, J. W. (1881). Discovery of the preglacial outlet of the basin of Lake Erie into that of Lake Ontario. *Canadian Naturalist (New series)*, 10, 65-79.
- SPENCER, J. W. (1907). Falls of the Niagara : their evolution and varying relations to the Great Lakes ; characteristics of the power and effects of its diversion. Geological Survey of Canada, 490 p.
- STEENLAND, N. C. et JACOBSEN, B. H. (1988). DISCUSSION On : 'A case for upward continuation as a standard separation filter for potential field maps', by B. H. Jacobsen. (Geophysics, 52, 1138-1148, August 1987). *Geophysics*, 53, 723-724.
- THOMSEN, S., NORMARK, E. et LYKKE-ANDERSEN, H. (1999). Buried valleys mapped by high-precision gravity and shallow seismic investigations. Dans *61st Mtg. Eur. Assoc. Expl. Geophys. Extended Abstracts*, Session :2036.
- TODD, B. J., GUPTA, V. K. et BEST, M. E. (1993). Oak Ridges Moraine electromagnetic project. Geological Survey of Canada, Open File 2797.

- TODD, B. J. et LEWIS, C. (1993). A reconnaissance geophysical survey of the Kawartha Lakes and Lake Simcoe, Ontario. *Géographie physique et Quaternaire*, 47, 313-323.
- WIENER, N. (1949). Extrapolation, interpolation, and smoothing of stationary time series. John Wiley and Sons.

Annexe A

Les transformées de Fourier

Une fonction $f(x, y, z)$, définie dans le domaine spatial en 3 dimensions, a la transformée de Fourier en 2 dimensions, $F(k_x, k_y, z)$:

$$\mathcal{F}[f(x, y, z)] = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy = F(k_x, k_y, z).$$

La transformée de Fourier décompose la fonction $f(x, y, z)$, en termes des longueurs d'onde qu'elle contient. La transformée de Fourier inverse récupère la fonction f . Elle est donnée par :

$$\mathcal{F}^{-1}[F(k_x, k_y, z)] = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F(k_x, k_y, z) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = f(x, y, z).$$

k_x (radian/m, radian/km) et k_y (radian/m, radian/km) sont les nombres d'ondes selon les axes x et y , respectivement :

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x}, \quad (\text{A.1})$$

$$k_y = \frac{2\pi}{\lambda_y}, \quad (\text{A.2})$$

où λ_x (m, km) et λ_y (m, km) sont les longueurs d'ondes selon les axes x et y , respectivement. Le vecteur de nombre d'onde est donné par :

$$\mathbf{k} = k_x \mathbf{i} + k_y \mathbf{j}.$$

Le nombre d'onde radial (radian/m, radian/km) est l'amplitude de ce vecteur :

$$k = |\mathbf{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}.$$

En général, la transformée de Fourier est égale à un nombre complexe. L'amplitude de la transformée de Fourier est donnée par :

$$|F(k_x, k_y, z)| = \sqrt{Re[F(k_x, k_y, z)]^2 + Im[F(k_x, k_y, z)]^2},$$

où $Re[F(k_x, k_y, z)]$ et $Im[F(k_x, k_y, z)]$ sont les parties réelle et imaginaire, respectivement, de $F(k_x, k_y, z)$. L'énergie est l'amplitude au carré de la transformée de Fourier :

$$E(k_x, k_y, z) = |F(k_x, k_y, z)|^2 = E(k, \theta, z).$$

Le spectre d'énergie radial est défini comme la moyenne sur l'azimut (θ), de l'énergie. Si $f(x, y, z)$ est connue sur un plan x - y à un z constant et le spectre d'énergie radial est fonction uniquement de nombre d'onde radial :

$$E(k) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} E(k, \theta) d\theta.$$

Dans la littérature, les termes spectre d'énergie et spectre de puissance sont utilisés de manière interchangeable. Cependant, le terme spectre d'énergie s'applique aux fonctions, $f(x, y, z)$, ayant une transformée de Fourier. Le terme spectre de puissance s'applique aux fonctions aléatoires qui ne pourraient pas avoir de transformée (Blakely, 1996). Dans ce cas, des notions statistiques telles que l'autocorrélation sont introduites pour arriver à un équivalent du spectre d'énergie.

Annexe B

Inversion gravimétrique

B.1 Résumé

Des essais avec un programme d'inversion en gravimétrie dans le domaine de Fourier, développé par l'auteur de ce mémoire, sont présentés. Le programme, écrit en langage Matlab, est intitulé *GSlab.m*. Avec des données gravimétriques, le programme calculera la topographie d'une plaque de Bouguer. Avec une surface topographique, il calculera l'anomalie gravimétrique. Pour *GSlab.m*, les données gravimétriques sont entrées en format *XYZ*, et la topographie en format de matrice contenant seulement les valeurs de topographie. Les données gravimétriques sont converties en matrice contenant seulement les valeurs de gravité par la sous-routine *ZArray.m*. Le format matrice est nécessaire pour le calcul de la transformée de Fourier de la fonction échantillonnée et pour générer les graphiques en Matlab. Dans le cas où les données gravimétriques sont déjà en format matriciel, le programme *GSlabMod.m* (*GSlab* modifié) effectuera les mêmes calculs que *GSlab.m*.

Le programme est basé sur l'article *The inversion and interpretation of gravity* de Oldenburg (1974). Bien que l'article présente le problème pour un modèle bi-dimensionnel pour lequel les données sont en profil et on utilise des transformées de Fourier en une dimension, ici, le modèle est en 3D et les calculs direct et inverse sont faits en deux dimensions. Les transformées de Fourier 2D sont requises.

En utilisant le modèle de la faille, des réponses sont calculées analytiquement avec la formule pour le signal gravimétrique de la faille, et numériquement avec le

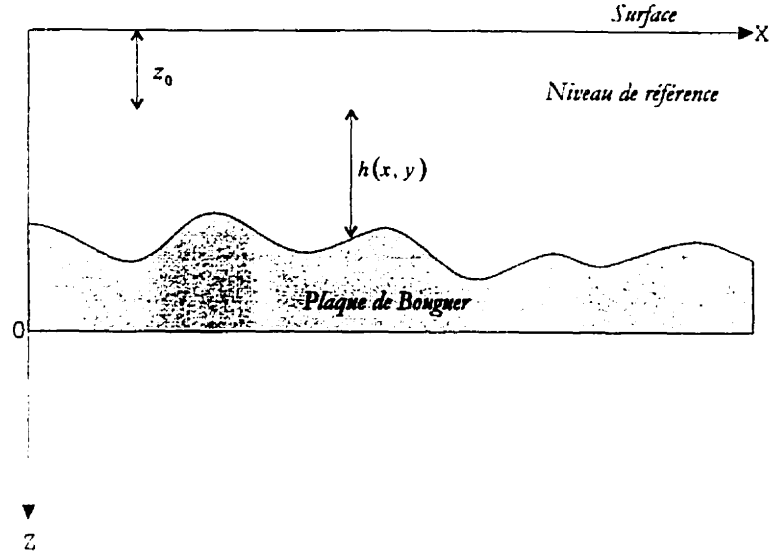


Figure B.1: Le système de coordonnées.

programme. Les signaux analytiques sont inversés et les résultats comparés avec le modèle.

B.2 Introduction

La formule développée par Parker (1973) pour le calcul en deux dimensions de la réponse gravimétrique d'une plaque de Bouguer avec topographie est :

$$\mathcal{F}[g(x, y)] = -2\pi G \rho e^{-|k|z_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|k|^{n-1}}{n!} \mathcal{F}[h^n(x, y)].$$

$\mathcal{F}$ représente la transformée de Fourier : $g(x, y)$ est l'anomalie gravitationnelle : $h(x, y)$ est la topographie mesurée par rapport à un niveau de référence situé à une profondeur z_0 de la surface : k est le nombre d'onde radial. Le système de coordonnées est tel que z est positif vers le bas et $z = 0$ est le dessous de la plaque (figure B.1). La topographie représentée par la fonction $h(x, y)$, est élevée à la puissance n , pour n de 1 à l'infini. Pour chaque puissance de $h(x, y)$, la transformée de Fourier de $h(x, y)$ puissance n doit être calculée, puis une somme pondérée de celles-ci. Les poids sont $\frac{|k|^{n-1}}{n!}$, où k est la matrice des nombres d'onde radiaux. La somme pondérée est multipliée par $-2\pi G \rho e^{-|k|z_0}$, où ρ est le contraste de densité, et G est la constante gravitationnelle

(6.67×10^{-11} SI). Ceci est égal à la transformée de Fourier de la réponse gravimétrique $g(x, y)$ de la topographie $h(x, y)$ de la plaque de Bouguer. La transformée inverse doit être calculée pour obtenir la réponse gravimétrique.

Oldenburg (1974) isole le premier terme de la somme infinie de l'équation de Parker (1973), qui est la transformée de la topographie, pour obtenir l'équation d'inversion :

$$\mathcal{F}[h(x, y)] = -\mathcal{F}[g(x, y)] \frac{e^{|k|z_0}}{2\pi G\rho} - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{|k|^{n-1}}{n!} \mathcal{F}[h^n(x, y)].$$

Initialement, la topographie $h(x, y)$ doit être estimée. Les transformées des puissances n , pour n de 2 à l'infini, de la première estimation de $h(x, y)$ sont calculées et sommées avec les poids. La transformée des observations gravimétriques est aussi calculée. La somme pondérée et la transformée des données gravimétriques sont entrées dans l'équation ci-dessus et la transformée d'une topographie intermédiaire est obtenue. La transformée inverse est calculée et la topographie intermédiaire entrée de nouveau dans la formule. Le processus est itératif et se répète jusqu'à ce que la topographie calculée ne change pas d'une itération à l'autre.

La formule ci-dessus contient une somme infinie et une factorielle. La sous-routine *Summation.m* calcule la somme jusqu'au n -ième terme :

$$\frac{|k|^{n-1}}{n!} \mathcal{F}[h^n(x, y)].$$

Le n -ième terme est une matrice et tous ses éléments sont inférieurs à 10^{-6} m^3 . Donc, la série infinie est tronquée lorsque tous les éléments du n -ième terme soient inférieurs à 10^{-6} m^3 . Le sous-routine *factorial.m* calcule la factorielle de n .

La sous-routine, *LowPass.m*, génère un filtre de type cosinus passe-bas, qui est utilisé dans *GSlab.m* et *GSlabMod.m* pour réduire les oscillations à hautes fréquences de la topographie calculée par l'inversion. Quand z_0 est augmenté, on a un effet similaire au prolongement vers le bas dû au facteur exponentiel, ce qui rehausse les oscillations de haute fréquence (Oldenburg, 1974).

Une première estimation de la topographie est requise pour le problème inverse. La première estimation peut être 0, c.-à-d., le niveau de référence, ou une autre surface plane dessus ou dessous le niveau de référence. Le choix doit être logique. Si le niveau

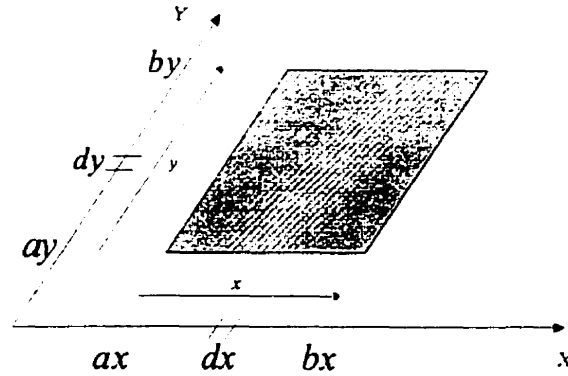


Figure B.2: Le domaine spatial de la topographie ou des observations gravimétriques. Les paramètres requis pour *GSlab.m* et *GSlabMod.m*.

de référence est la surface, la première estimation ne devrait pas être négative, un plan dessus la surface, si les observations ont été faites à la surface. Les résultats des essais démontreront la non-unicité des solutions générées par l'inversion. En changeant le contraste de densité ρ , la topographie sera différente pour une même anomalie. Le filtre passe-bas peut aider à produire une topographie réaliste, mais il est important de noter que cette topographie lissée pourrait ne pas reproduire l'anomalie observée (Oldenburg, 1974).

B.3 Application

Le programme principal, *GSlab.m* (ou *GSlabMod.m*), qui accomplit les calculs direct et inverse utilisant les formules décrites, requiert une surface topographique discrétisée (D , matrice) en km pour le calcul direct ou les observations gravimétriques (Z , matrice) en mGal pour le cas inverse et le domaine spatial sur lequel la topographie ou les observations sont définies. Le domaine spatial est décrit par deux vecteurs x et y parallèles aux axes x et y , respectivement (figure B.2). Pour *GSlab.m*, les paramètres ax , dx , bx , ay , dy , by (scalaires) sont requis. Pour *GSlabMod.m*, ce sont les paramètres x , y (vecteurs), dx , dy (scalaires). Aussi requis sont le contraste de densité ρ en kg/m^3 , le niveau de référence z_0 (doit être positif), et *InvCal*. *InvCal* est 1 si le calcul inverse est désiré ou 0 pour le calcul direct. Toutes les distances sont en km.

Le programme commence en générant le domaine de fréquences défini par les fréquences de Nyquist au long des axes x et y avec la fréquence radiale 0 au milieu

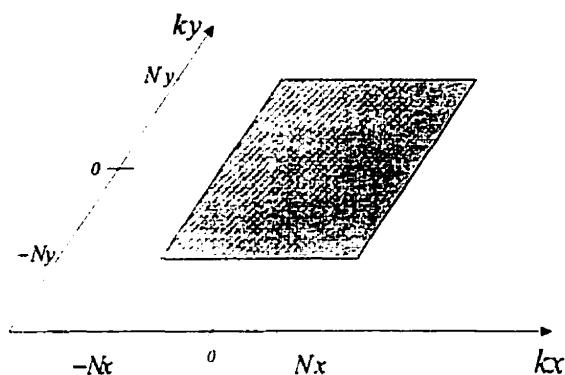


Figure B.3: Le domaine de fréquences. Nx et Ny sont les fréquences Nyquist en cycle/km.

(figure B.3). Si le calcul inverse est demandé, la prochaine partie du programme est exécutée sinon, si le calcul direct est choisi, la deuxième partie est exécutée. Si ni 1 ni 0 a été choisi pour *InvCal*, le programme est arrêté.

L'application de l'équation inverse consiste en une double boucle (*nested*). La boucle extérieure met en œuvre la partie itérative du calcul, et la boucle intérieure, la somme "infinie". La somme est tronquée quand tous les éléments du dernier terme sont inférieurs à $10^{-6}m^3$. L'utilisateur est sollicité pour fournir une première estimation de la topographie. Les transformées de Fourier de la première estimation de la topographie et de la fonction de gravité échantillonnée (observations) sont évaluées et la double boucle est effectuée. À la sortie de la double boucle, on a la transformée de la topographie source. La transformée inverse est évaluée et le programme est terminé. Des graphiques sont générées au fur et à mesure, incluant les topographies intermédiaires. Si nécessaire, un filtre cosinus passe-bas peut être appliqué à la transformée de la topographie en spécifiant les fréquences radiales auxquelles le filtre débute et termine. Si le filtre n'est pas désiré, il suffit de choisir la fréquence radiale du début du filtre supérieure à $(Nx^2 + Ny^2)^{1/2}$ où Nx et Ny sont les fréquences Nyquist au long des axes x et y , respectivement.

L'application de l'équation directe consiste en une seule boucle pour la somme "infinie". Comme pour le cas inverse, la somme est tronquée quand tous les éléments du dernier terme sont inférieurs à $10^{-6}m^3$. La transformée de la topographie modèle est évaluée et la boucle exécutée. La transformée de la réponse gravimétrique est

générée. La transformée inverse est évaluée et le programme terminé. Les graphiques du modèle et de la réponse sont générés.

La partie du programme qui évalue la somme "infinie" est une sous-routine séparée du programme principal *GSlab.m* (ou *GSlabMod.m*). La sous-routine est appelée *Summation.m* et requiert la matrice des fréquences radiales K et la topographie (D , matrice), d'abord, et les dimensions, nx et ny (scalaires), du domaine de fréquences. La sous-routine *LowPass.m* calcule le filtre cosinus passe-bas qui peut être appliqué à la transformée de la topographie dans le calcul inverse. La sous-routine requiert la matrice des fréquences radiales K , la fréquence radiale L (scalaire) où débute le filtre, et la fréquence radiale H (scalaire) où termine le filtre. Le filtre cosinus utilisé est :

$$B(K) = \begin{cases} 1 & \text{si } K < L \\ \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{K-L}{H-L}\right) & \text{si } L \leq K \leq H \\ 0 & \text{si } K > H \end{cases} .$$

B.4 Exemple

Le programme a été testé sur un modèle de faille (figure B.4). La faille a une épaisseur (le décalage vertical) de 100 m, un contraste de densité de 1000 kg/m³, et a été placée à des profondeurs de 50 m, 500 m, 1 km, 5 km, 10 km et 15 km. Les réponses analytiques (figure B.5) ont été calculées avec ces profondeurs avec la formule :

$$G(x, y) = 2G\rho t \left[\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{x}{h}\right) \right] , \quad (\text{B.1})$$

où t est l'épaisseur de la faille, et h , ici, est la profondeur au milieu de la faille comparable à z_0 .

Les calculs directs (figure B.6) aux diverses profondeurs utilisant le programme se comparent bien avec les résultats analytiques. En choisissant le domaine spatial sur lequel le modèle est défini assez grand, les valeurs asymptotiques de gravité sont atteintes, notamment ± 2.1 mGal. Comme la figure B.6 démontrent, quand z_0 est augmenté, le domaine spatial doit être agrandi. Pour que les valeurs asymptotiques soient atteintes, la longueur de la fenêtre ($bx - ax$) (figure B.2) doit être supérieure

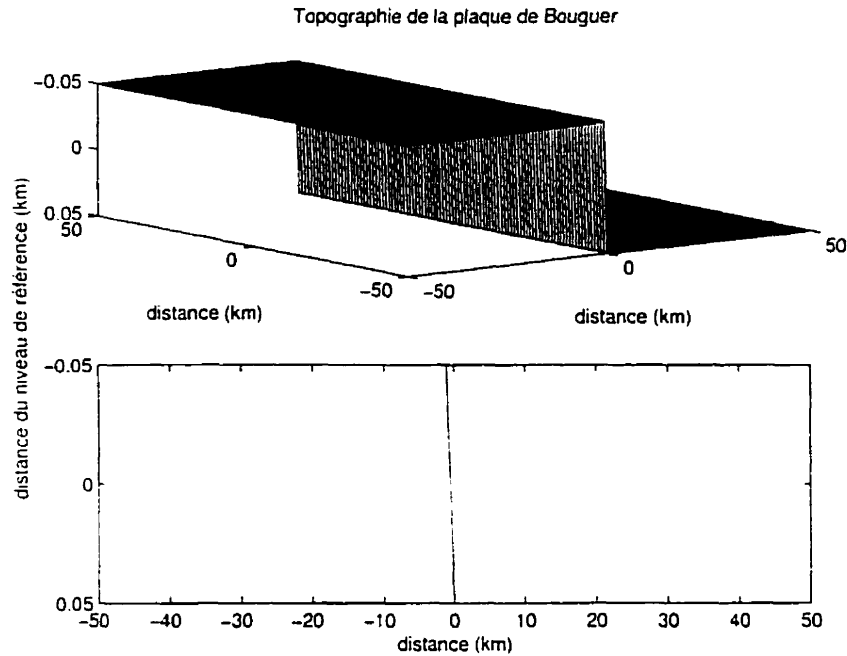


Figure B.4: Le modèle utilisé dans le calcul direct. Le décalage par rapport à $x = 0$ et le gradient fini de la topographie sont dû à la discrétisation.

à 100 fois z_0 . Dû à la difficulté de discrétiser une topographie avec un gradient infini, le modèle (figure B.4) utilisé pour les calculs directs n'est pas centré sur $x = 0$ et a un gradient fini. Par contre, les calculs analytiques présument que le modèle a un gradient infini et est centré sur $x = 0$. Pour ces raisons, les calculs directs sont légèrement déphasés par rapport aux calculs analytiques.

Les réponses analytiques ont été inversées (figure B.7) et le modèle obtenu de nouveau pour toutes les profondeurs. Quand z_0 est augmenté, les effets de bord deviennent plus forts. Ces effets peuvent être contrôlé en choisissant la longueur de fenêtre ($bx - ax$) supérieure à 400 fois z_0 . Les topographies inversées sont centrées parce que elles ont été obtenues des réponses analytiques qui présument un modèle centré. Par contre, les gradients sont finis. Ceci est dû, comme dans la représentation du modèle (figure B.4), à la discrétisation. Ce n'est pas possible de représenter une chute verticale avec une discrétisation finie.

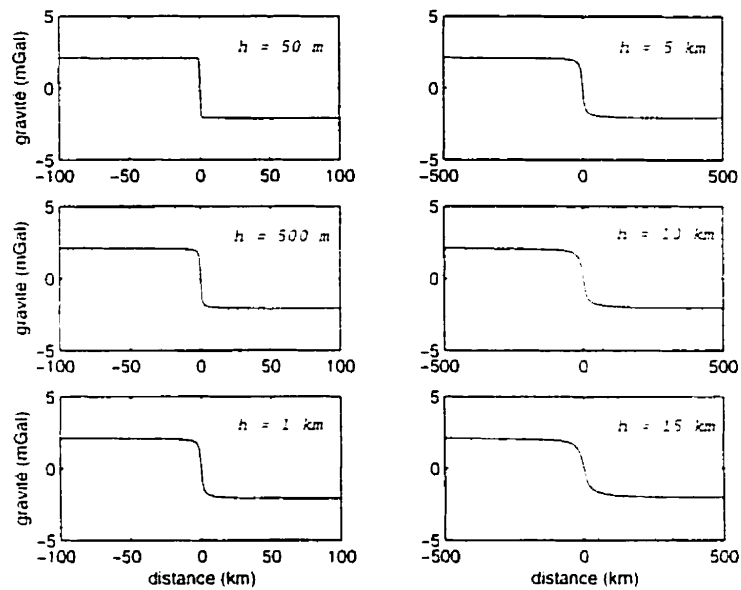


Figure B.5: Réponses analytiques de la faille avec un contraste de densité $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, une épaisseur $t = 100 \text{ m}$, et une profondeur au milieu de la faille $h = 50 \text{ m}$, 500 m , 1 km , 5 km , 10 km , 15 km . La réponse présume que la faille débute à $x = 0$ (topographie centrée) et que le gradient de la topographie est infini.

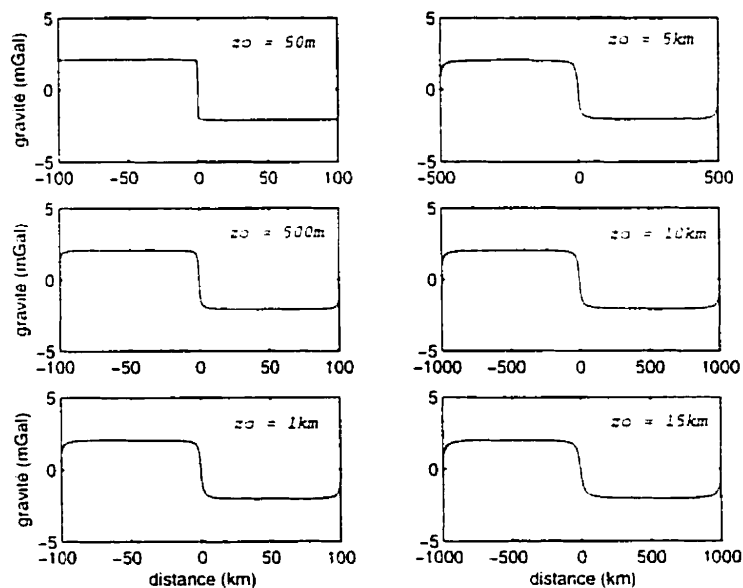


Figure B.6: Calcul direct du modèle de la figure B.4 avec $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ et les niveaux de référence $z_0 = 50 \text{ m}$, 500 m , 1 km , 5 km , 10 km , et 15 km . À comparer avec la figure B.5. Décalage par rapport à $x = 0$ est dû au décalage dans le modèle.

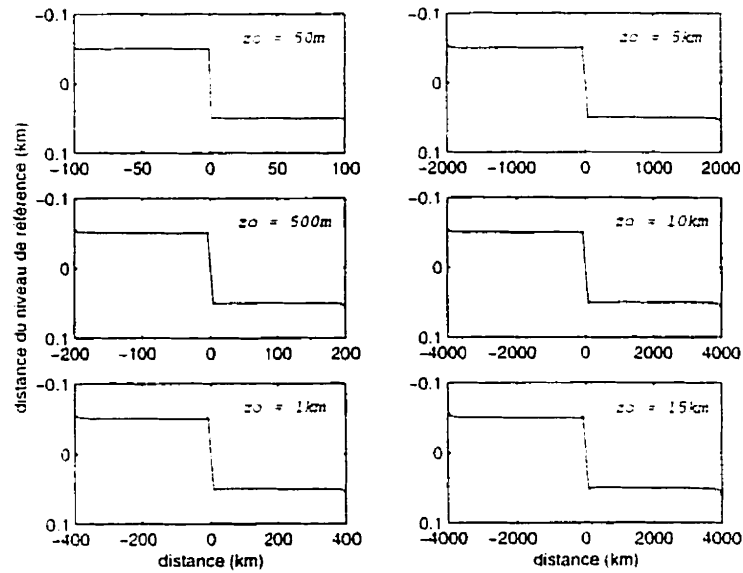


Figure B.7: Inversion des réponses analytiques de la figure B.5 avec les mêmes paramètres $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ et $z_0 = 50\text{m}$, 500m , 1km , 5km , 10km , et 15km . À comparer avec la figure B.4. La topographie est centrée parce que la réponse analytique présume que la faille est centrée.

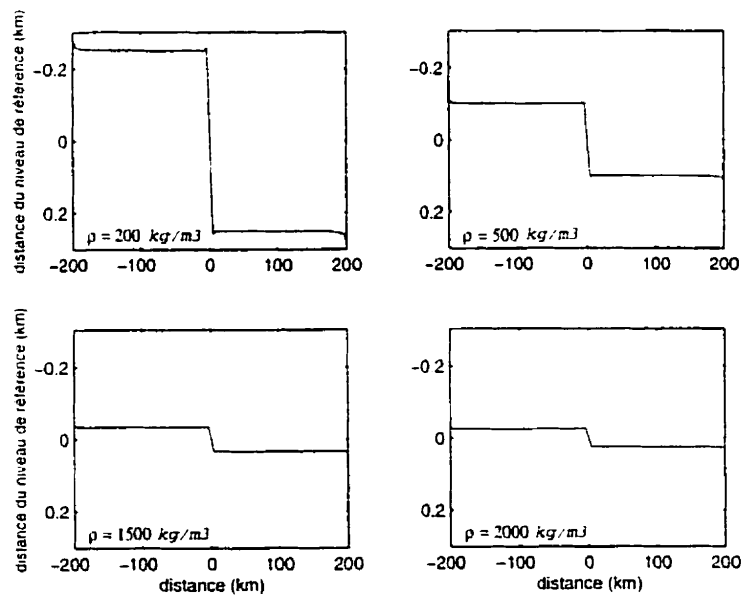


Figure B.8: Les modèles résultant de l'inversion de la réponse analytique avec $z_0 = 500\text{m}$, $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ (figure B.5) en prenant comme paramètres $z_0 = 500\text{m}$ et $\rho = 200$, 500 , 1500 , et 2000kg/m^3 . À comparer avec la figure B.7.

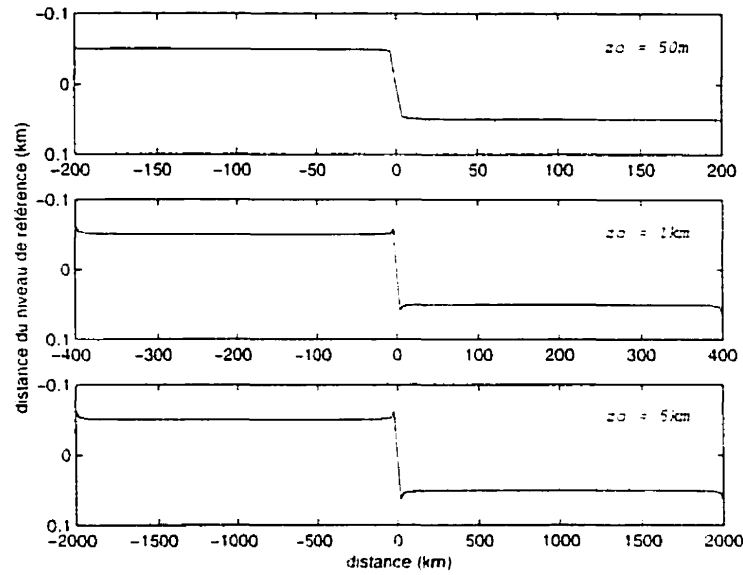


Figure B.9: Les modèles résultant de l'inversion de la réponse analytique avec $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $z_0 = 500 \text{ m}$ (figure B.5) en prenant comme paramètres $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ et $z_0 = 50 \text{ m}$, 1 km , et 5 km . À comparer avec la figure B.7. Les petites oscillations sont dû à la taille de la fenêtre.

B.5 Unicité de la solution

La réponse analytique pour la faille à 500 m avec un contraste de densité 1000 kg/m^3 a été inversée en variant le contraste de densité, ρ , et la profondeur z_0 . La profondeur a été fixée à 500 m et des contrastes de densité de 200, 500, 1500, et 2000 kg/m^3 utilisés pour l'inversion (figure B.8). Les résultats démontrent qu'en augmentant le contraste de densité, la faille s'amincit. La figure B.9 démontre l'effet d'augmenter la profondeur, z_0 . Le contraste de densité a été fixé à 1000 kg/m^3 et z_0 varié. En augmentant z_0 , il n'y a aucun effet sur l'épaisseur de la faille.

Un résultat de équation (B.1) est la formule :

$$\Delta g_{max} = 2\pi G \rho t, \quad (\text{B.2})$$

où Δg_{max} est la différence entre les valeurs de gravité asymptotiques, et t l'épaisseur de la faille. L'équation B.2 indique que, pour l'anomalie gravimétrique du modèle de la faille, l'épaisseur de la faille est établie immédiatement indépendamment de la profondeur où est située la faille, si le contraste de densité est connu. L'épaisseur et le

contraste de densité sont reliés. Ce résultat est confirmé dans la figure B.8. Un autre résultat de équation (B.1) est :

$$\left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{\Delta g_{max}}{\pi h}. \quad (\text{B.3})$$

L'équation B.3 indique que la profondeur de la faille est établie uniquement de l'anomalie gravimétrique indépendamment de son épaisseur et/ou son contraste de densité. Donc, l'exercice de voir l'effet sur l'épaisseur de la faille en variant z_0 (figure B.9), est mal conçu puisque les deux ne sont pas reliés : un fait démontré par les résultats de l'inversion. Pour récapituler, si on a une anomalie gravimétrique de faille, et on fixe le contraste de densité, on obtient l'épaisseur mais on connaît la profondeur sans connaître ni le contraste de densité ni l'épaisseur.

L'emploi du filtre cosinus passe-bas dans les calculs inverses a été évité en choisissant des longueurs de fenêtre 400 fois z_0 . En choisissant les fenêtres selon ce critère, les effets de bords sont contrôlés. Les oscillations dans la topographie générées lorsque la fenêtre est excessivement réduite disparaissent.

B.6 Conclusions

Le programme d'inversion *GSlab.m* donne de bons résultats en ce qui concerne l'amplitude de l'anomalie, pour le calcul direct, et celle de la topographie, pour le cas d'inversion. Pour obtenir ces résultats, il faut s'assurer d'avoir choisi le domaine spatial sur lequel le modèle ou les observations gravimétriques sont définis, assez grand. Pour le calcul direct, la longueur de la fenêtre doit être supérieure à 100 fois la profondeur, z_0 , pour s'assurer que les valeurs de gravité asymptotiques soient atteintes. Pour le calcul inverse, elle doit être supérieure à 400 fois la profondeur pour que les effets de bord ne soient pas forts.

La non-unicité de la solution inversée est bien démontrée en utilisant le programme pour les variations de contraste de densité. Pour l'anomalie gravimétrique et une profondeur donnée, l'épaisseur calculée de la faille décroît quand le contraste de densité augmente. Pour les variations en z_0 , le programme confirme que l'épaisseur de la faille, donnée une anomalie gravimétrique et un contraste de densité, est indépendante de la

profondeur où elle est située. Autrement dit, la profondeur est uniquement déterminée par la forme de l'anomalie.

Il n'est pas nécessaire que les données aient une moyenne 0. Si l'anomalie ne change pas de signe dans le domaine où elle est définie, le programme produira une topographie où le plan de référence (z_0) et le plan de mesure (normalement la surface) ne trancheront pas la topographie. Des données de moyenne 0 produiront une topographie distribuée autour le plan de référence. Par contre, il est nécessaire de s'assurer que le plan de mesure ne coupe pas à travers la topographie. Les données de moyenne 0 sont préférables parce qu'elles sont récupérables par le calcul direct.

Annexe C

Les dérivées

L'interprétation des données peut être qualitative ou quantitative. L'interprétation qualitative traite l'anomalie de Bouguer pour produire des cartes de gravité ou de gradients de gravité qui révèle la structure d'intérêt. En effet, la résiduelle gravimétrique de la figure 2.1 est une interprétation qualitative de la topographie du socle de la moraine Oak Ridges. Par la suite, la résiduelle peut être rehaussée pour obtenir une meilleure interprétation, toujours qualitative.

L'interprétation quantitative vise à déterminer la géométrie de la structure d'intérêt. Normalement, le point de départ d'une interprétation quantitative est la résiduelle gravimétrique. Deux options sont disponibles pour interpréter la résiduelle quantitativement. Premièrement, un modèle peut être conçu pour que sa réponse gravimétrique s'ajuste à la résiduelle observée. Ceci est le processus de modélisation. Un *calcul direct* de la réponse gravimétrique du modèle doit être effectué. Le deuxième choix est l'inversion. Dans l'inversion, le modèle est calculé à partir de la résiduelle.

Les dérivées sont souvent utilisées pour rehausser les données de champ de potentiel. Les dérivées augmentent les amplitudes aux nombres d'onde élevés du champ par rapport à celles aux petits nombres d'onde. La figure C.1 présente la dérivée verticale de la résiduelle gravimétrique obtenue du prolongement vers le haut de 6 km. La dérivée a été calculée avec *Geosoft* dans le domaine de Fourier (Annexe A).

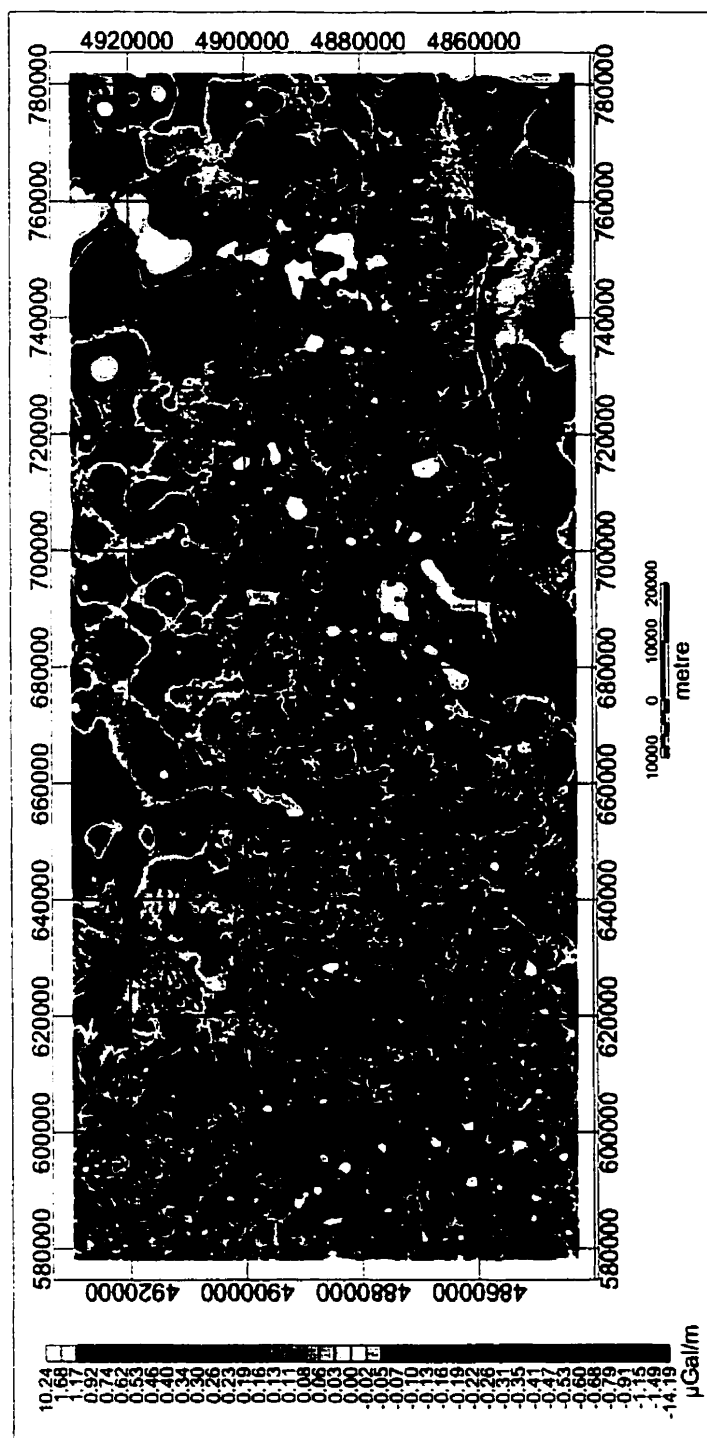


Figure C.1: La dérivée verticale de la résiduelle gravimétrique obtenue d'un prolongement vers le haut de 6 km.

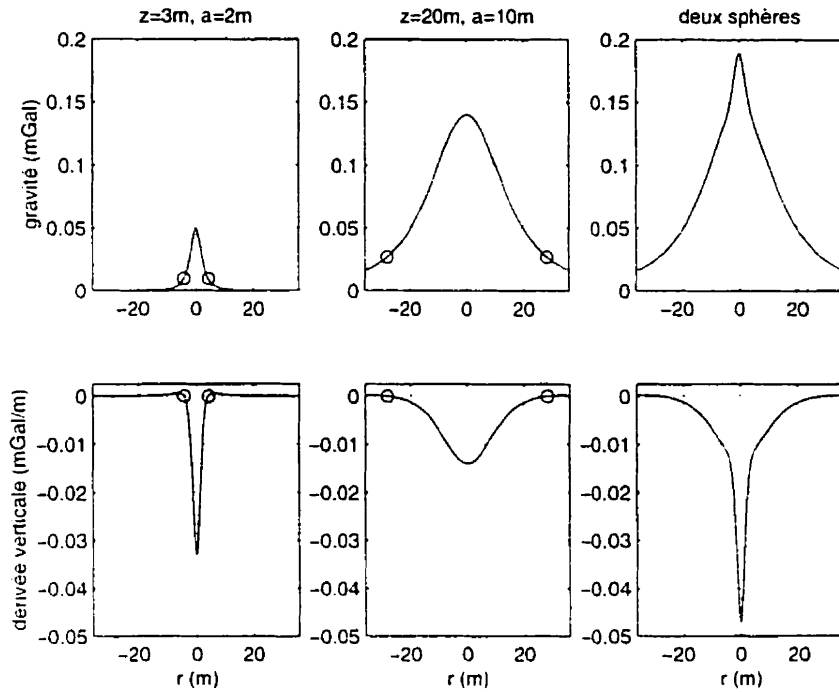


Figure C.2: L'effet de la dérivée verticale sur les anomalies gravimétriques individuelles et sur l'anomalie gravimétrique générée par deux sphères.

C.1 La dérivée verticale

Pour démontrer l'effet et l'utilité de la dérivée verticale, les réponses gravimétriques analytiques individuelles de deux sphères situées à deux profondeurs ont été calculées. La figure C.2 présente les résultats avec des sphères ayant des rayons de 2 et 10 m, et des profondeurs de 3 et 20 m, respectivement. Le contraste de densité est 2 g/cm^3 . La réponse analytique d'une sphère est donnée par :

$$\Delta g_z = \frac{4}{3} \pi a^3 \Delta \rho G \frac{z}{(r^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (\text{C.1})$$

où a est le rayon de la sphère, $\Delta \rho$ son contraste de densité, et z sa profondeur. r est la distance horizontale radiale égale à $\sqrt{x^2 + y^2}$. La dérivée verticale de l'équation C.1 est :

$$\frac{\partial \Delta g_z}{\partial z} = \frac{4}{3} \pi a^3 \Delta \rho G \frac{r^2 - 2z^2}{(r^2 + z^2)^{5/2}}.$$

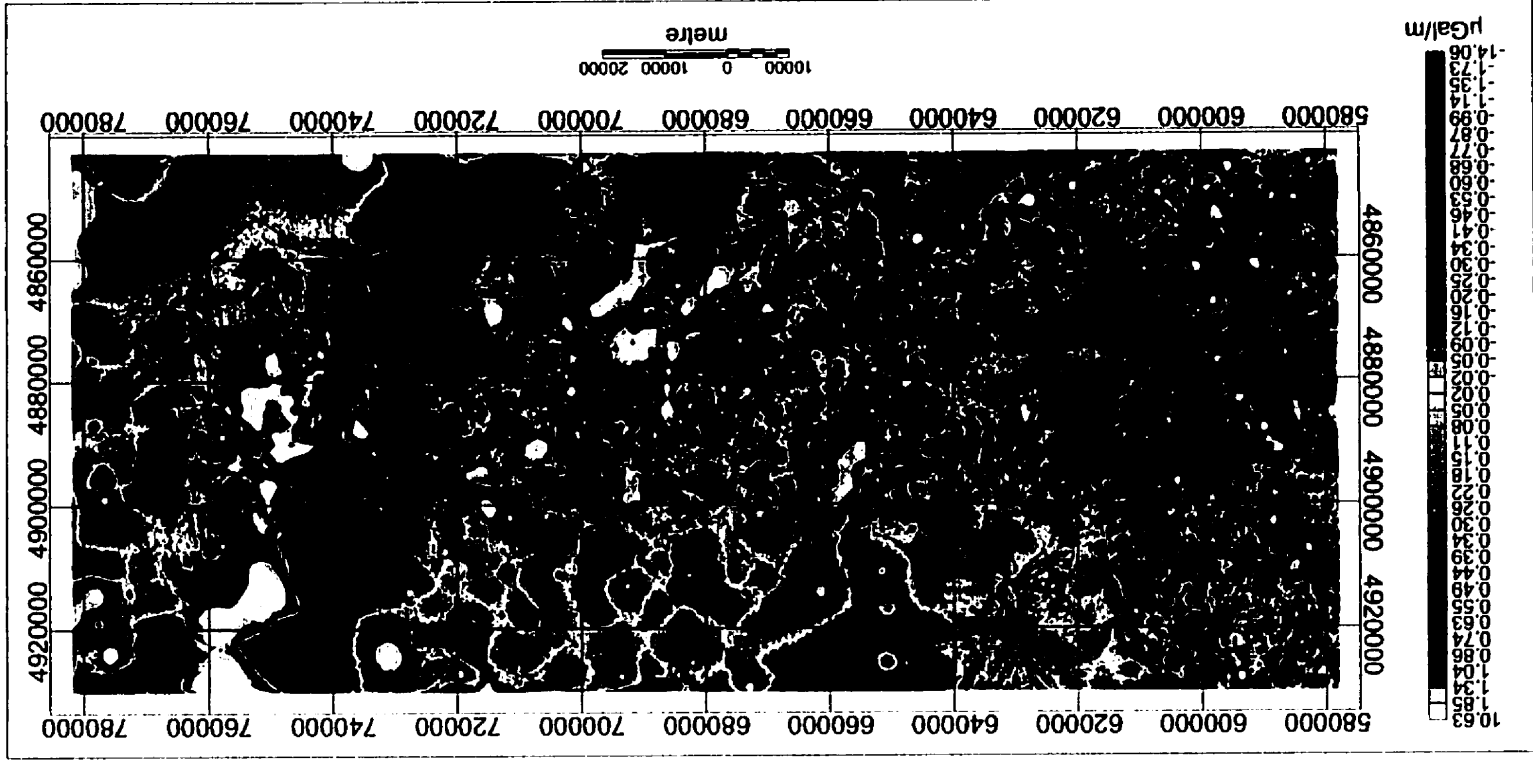


Figure C.3: La première dérivée verticale de l'anomalie de Bouguer.

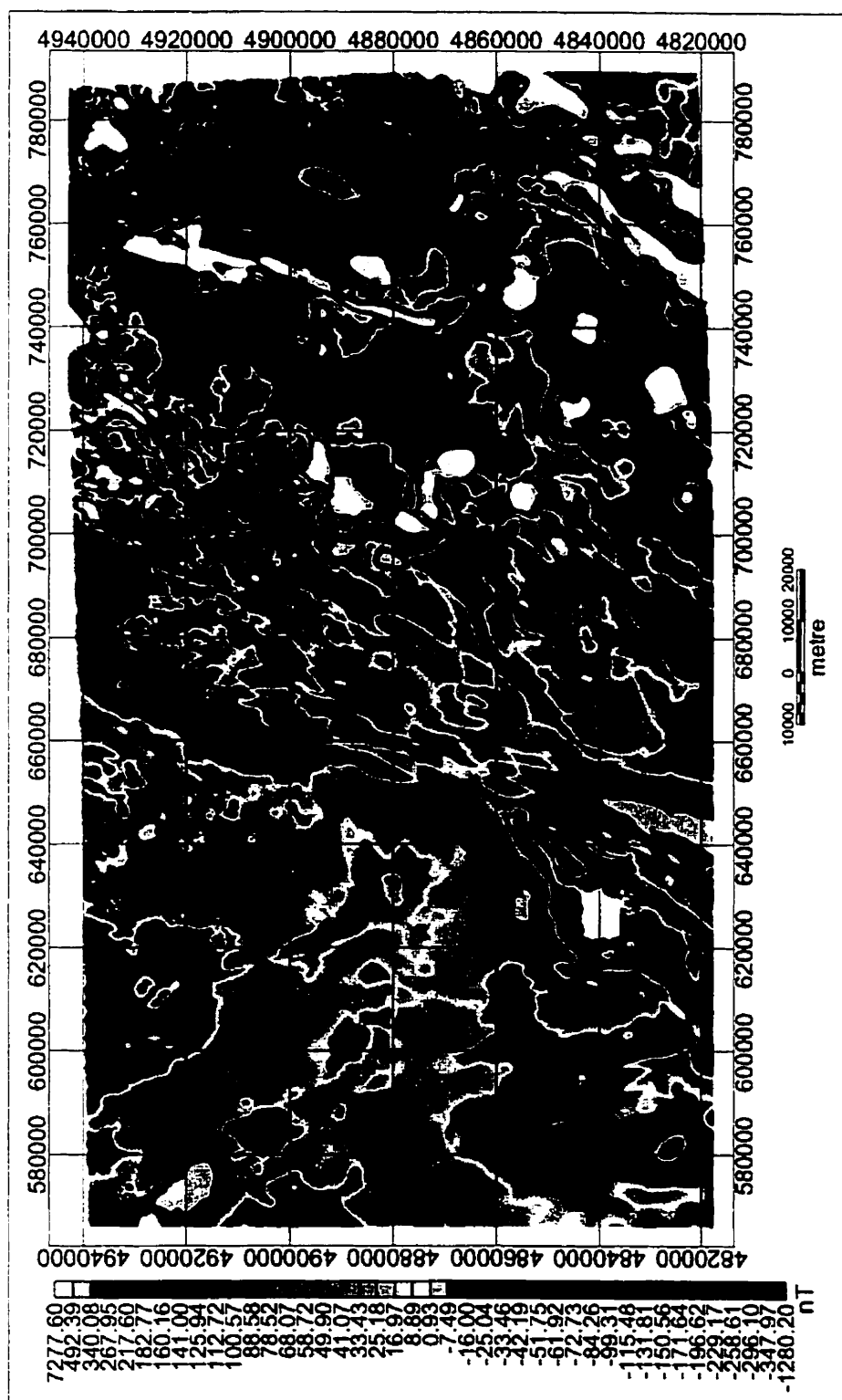


Figure C.4: Le champ magnétique résiduel.

Quand $r = \sqrt{2}z$, c.-à-d., $x, y = z$, la dérivée verticale est zéro tandis que la gravité est $\frac{1}{3^{3/2}}g_{z_{max}}$, où $g_{z_{max}}$ est la valeur de gravité à $x, y = 0$. La dérivée verticale décroît plus rapidement que la gravité. Elle est plus resserrée au-dessus du corps. La dérivée verticale offre une résolution latérale supérieure à l'anomalie de la gravité. De plus, cet effet est plus prononcé pour les corps peu profonds. Pour un z moins élevé, la dérivée verticale atteindra zéro plus rapidement que pour un z élevé. La dérivée verticale sert à mettre en évidence le signal des corps moins profond. Ceci est aussi démontré à la figure C.2. L'anomalie gravimétrique présentée est générée par les deux sphères. La sphère ayant le rayon de 2 m est située directement au-dessus de celle ayant le rayon de 10 m. En comparant avec la dérivée du signal individuel de la sphère moins profonde, la dérivée verticale du signal des deux sphères suggère la présence de la sphère moins profonde, ce qui est moins évident dans le signal même.

La dérivée verticale dans le domaine de Fourier d'une fonction en 3 dimensions, $f(x, y, z)$, définie sur un plan $x-y$, est donnée par :

$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial f}{\partial z} \right] = k \mathcal{F}[f].$$

où l'opérateur, k , est le nombre d'onde radial et $\mathcal{F}$ représente la transformée de Fourier. L'opérateur k rehausse les amplitudes aux nombres d'onde élevés par rapport à celles aux nombres d'onde moins élevés.

La figure C.3 montre la dérivée verticale de l'anomalie de Bouguer. La figure C.4 présente le champ magnétique résiduel. La relation de Poisson (équation 2.1) permet de comparer ces cartes et de déduire à quelle mesure l'anomalie de Bouguer est due au roc précambrien. Là où il y a de fortes corrélations entre la dérivée verticale de l'anomalie de Bouguer et les données magnétiques, le signal gravimétrique du roc précambrien est dominant dans l'anomalie de Bouguer. L'alignement nord-est au nord de 4860000 UTM et à l'est de 720000 UTM en est un exemple.

Le bruit contenu dans les champs gravimétriques est caractérisé par des nombres d'onde élevés. La dérivée verticale rehaussera ce bruit. Pour résoudre ce problème, un filtre passe-bas atténuant les amplitudes aux nombres d'onde très élevés est appliqué aux dérivées verticales. Le filtre passe-bas appliqué aux dérivées montrées aux

figures C.1 et C.3, est de type cosinus :

$$L[r] = \begin{cases} 1, & r < r_0 \\ \cos^2\left[\frac{\pi}{2} \frac{r-r_0}{r_1-r_0}\right], & r_0 \leq r \leq r_1 \\ 0, & r > r_1 \end{cases}$$

où r est le nombre d'onde en unités de m^{-1} (égale à $\frac{1}{2\pi}k$). r_0 est le nombre d'onde où débute le filtre avant lequel les amplitudes ne sont pas changées. r_1 est le nombre d'onde de coupure après lequel les amplitudes sont réduites à zéro. Pour le cas présent, r_1 correspond à la *fréquence* de Nyquist ($2 \times 10^{-3} m^{-1}$) et r_0 à 10% de celle-ci ($2 \times 10^{-4} m^{-1}$). Ce dernier correspond à une longueur d'onde de 5 km. Donc, les amplitudes ayant des longueurs d'onde entre 500 m et 5 km sur les dérivées verticales des champs (ou des champs même, puisque les filtres dans le domaine de Fourier sont multiplicatifs) sont progressivement réduites à zéro. L'application du filtre passe-bas était nécessaire parce que la dérivée verticale révélait la structure d'acquisition des données des levés.

C.2 La dérivée horizontale

Les dérivées horizontales aident à définir la profondeur ou la géométrie du corps. L'interprétation de la dérivée horizontale dépend du type de corps causant l'anomalie. Par exemple, si le corps est sphérique, les valeurs extrêmes de la dérivée horizontale seront situées à une distance latérale du centre du corps égale à un demi de sa profondeur. Donc, la dérivée horizontale donne la profondeur du corps. Par contre, pour les chenaux, la dérivée horizontale du signal gravimétrique donnera la position de ses bordures. La figure C.5 présente l'anomalie gravimétrique d'un chenal composé de deux chenaux superposés. Le chenal plus grand est situé à la profondeur de 150 m, a une largeur de 30 km, et une profondeur de 100 m. Le plus petit, centré au fond du premier, a une largeur de 10 km et une profondeur de 50 m. Le contraste de densité est de -0.6 g/cm^3 . Le signal a été calculé avec un programme de modélisation $2D\frac{1}{2}$ (Bouchard, 1993), avec une extension latérale de 40 km. Les cercles indiquent les positions des bordures et le fond des chenaux. Les gradients forts de la dérivée horizontale sont centrés au-dessus des vrais bordures et le fond des chenaux. Dans le

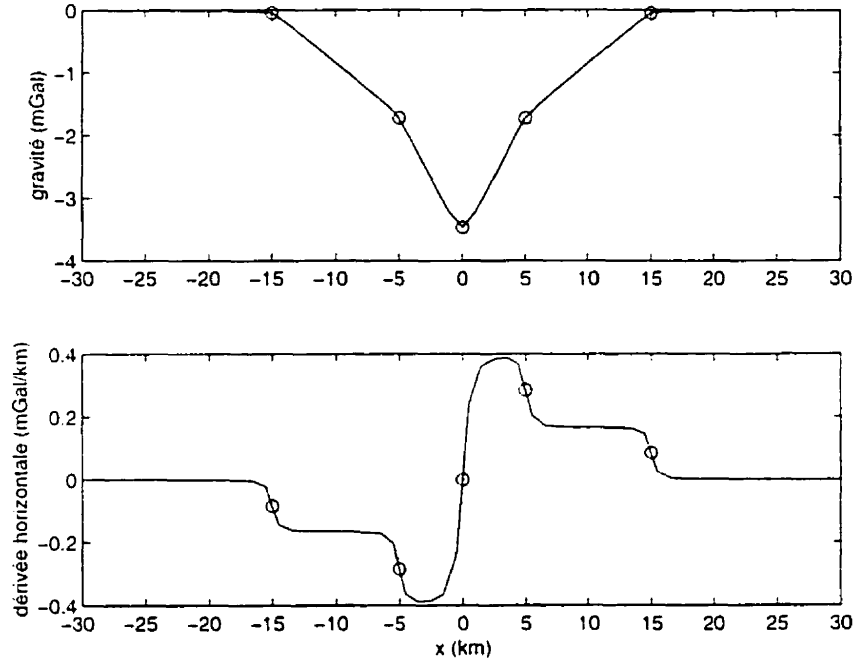


Figure C.5: L'effet de la dérivée horizontale sur l'anomalie gravimétrique générée par deux chenaux superposés.

domaine de Fourier, la dérivée selon x est donnée par :

$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right] = k_x i \mathcal{F}[f],$$

où k_x est le nombre d'onde selon l'axe x (Annexe A), et i le facteur complexe.

La direction dans laquelle on calcule la dérivée horizontale est perpendiculaire à l'alignement des structures. De plus, pour que la dérivée soit significative, la structure doit être strictement 2D, c.-à-d., ayant une extension latérale infinie. Les chenaux de la moraine Oak Ridges ne sont ni orientés strictement dans une direction ni des structures strictement 2D. Au mieux, ce sont des structures $2D\frac{1}{2}$. Dans ce cas, la dérivée horizontale totale serait plus informative qu'une dérivée horizontale directionnelle.

Annexe D

Le socle de la moraine Oak Ridges

La Commission géologique du Canada (CGC) avait déjà produit une carte de la topographie du socle. Cette topographie est définie par les trous de forage (figure 2 de l'article). Il existe 25895 trous de forage dans la région Oak Ridges qui atteignent le socle. Soixante-treize pourcent (19040) des trous sont des puits d'eau du Ministère de l'environnement de l'Ontario. Les profondeurs au socle de ces trous ont été utilisées pour produire une carte de l'épaisseur du mort terrain. La topographie du socle a été obtenue par la soustraction de l'épaisseur du mort terrain de la topographie de la surface (figure 1.2).

Les trous de forage sont concentrés à l'extérieur de la zone d'intérêt, la moraine (figure 3.2). Au-dessus de la zone d'intérêt, la topographie de la surface et la profondeur au socle sont élevées. Le socle n'est pas facilement atteint par des trous de forage. Donc, les cartes fournies par la CGC (les figures D.1 et D.2), de l'épaisseur du mort terrain et de la topographie du socle ont une faible résolution latérale au-dessus de la moraine.

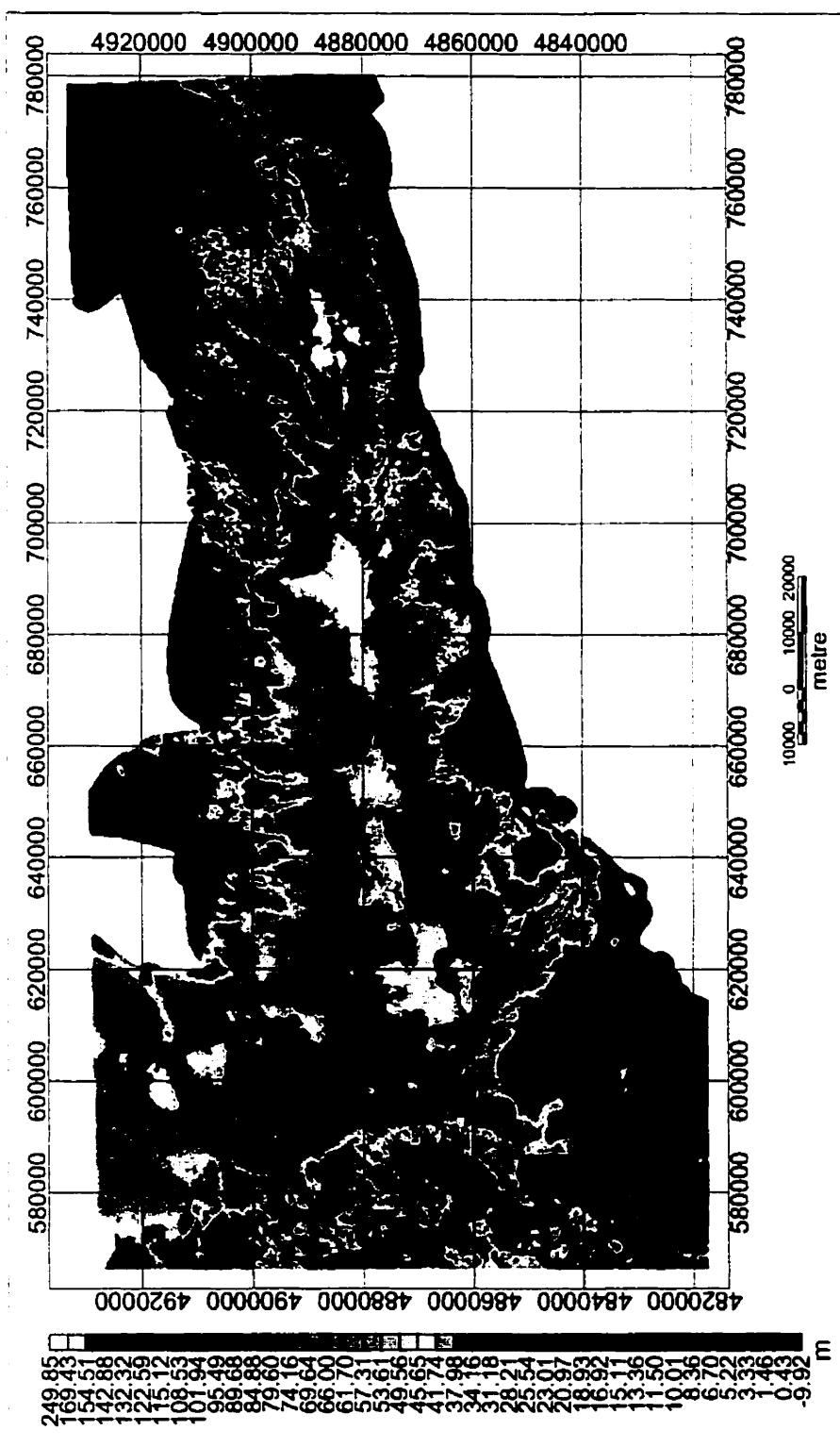


Figure D.1: L'épaisseur du mort terrain selon les trous de forage.

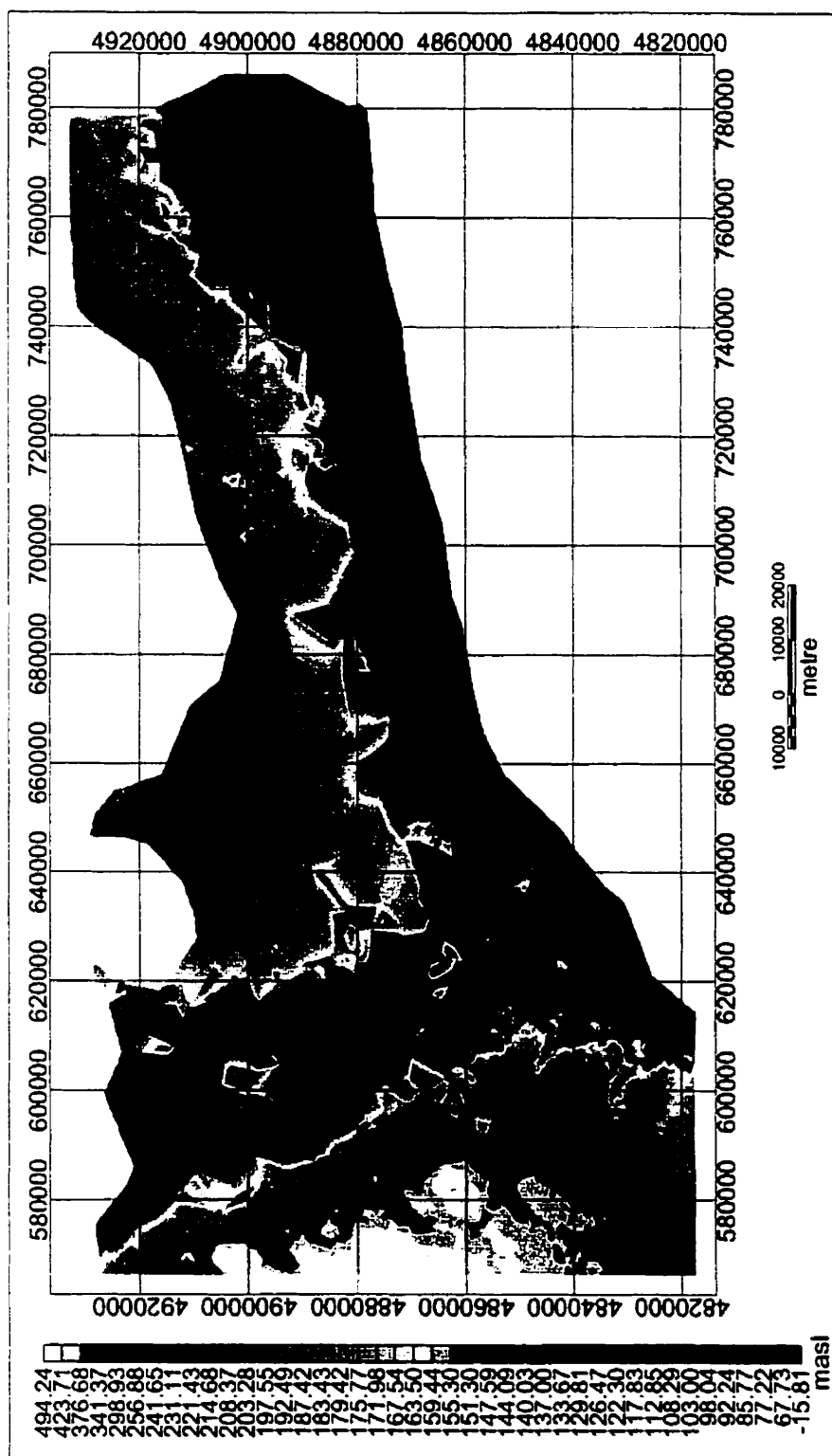


Figure D.2: La topographie du socle selon les trous de forage.

Annexe E

Modélisation préliminaire

Les figures suivantes présentent les résultats des modélisations préliminaires de la résiduelle obtenue avec un prolongement vers le haut de 500 m de l'anomalie de Bouguer (krigeage anisotrope). Le programme de modélisation, $IGAO2D\frac{1}{2}$ (Bouchard, 1993), accepte les fichiers de données contenant un maximum de 100 points. Les profils (figure E.1) sont plus long que les profils 1 et 2 (figure 3.2) modélisant la résiduelle isotrope (prolongement de 6 km). Cette différence est due à l'échantillonnage de 1000 m comparé à 250 m. Le profil 3 (figure E.2) a été raccourcie pour créer le profil 1. Les profils longs servent à démontrer l'hétérogénéité de la région. Ceci est évident dans la modélisation du profil 4 (voir les figures E.3 et E.4). Par contre, les profils courts sont plus à l'échelle des profils sismiques. La figure E.6 compare l'épaisseur du mort terrain obtenue par forage, avec la modélisation gravimétrique. L'extension latérale utilisée est de 10 km.

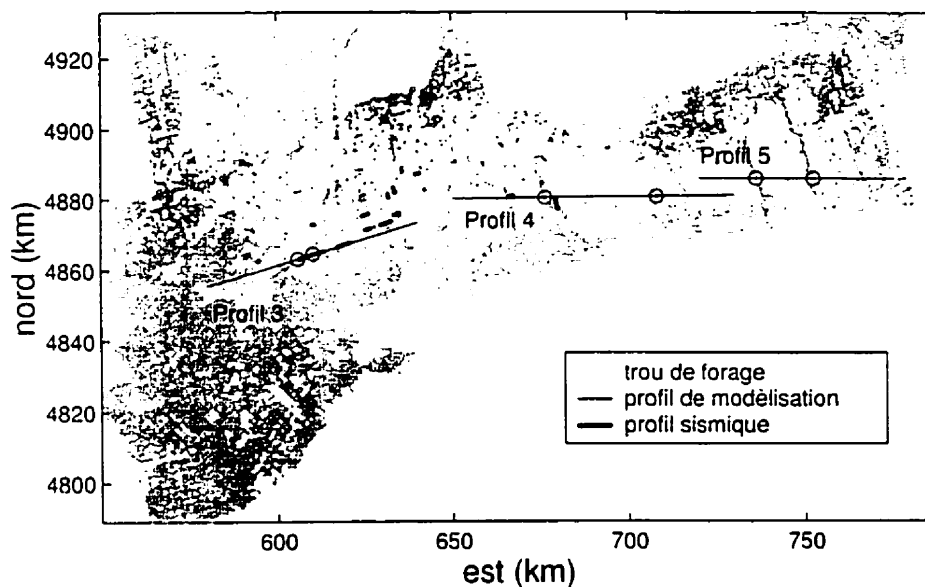


Figure E.1: Les trous de forage qui atteignent le socle.

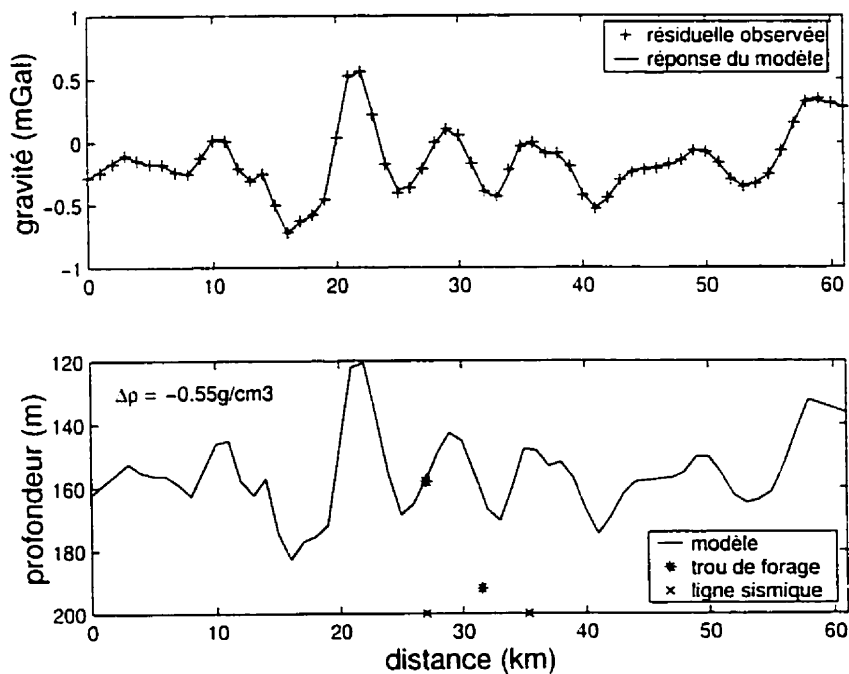


Figure E.2: La modélisation de profil 3 en utilisant un contraste de densité constant (-0.55g/cm^3).

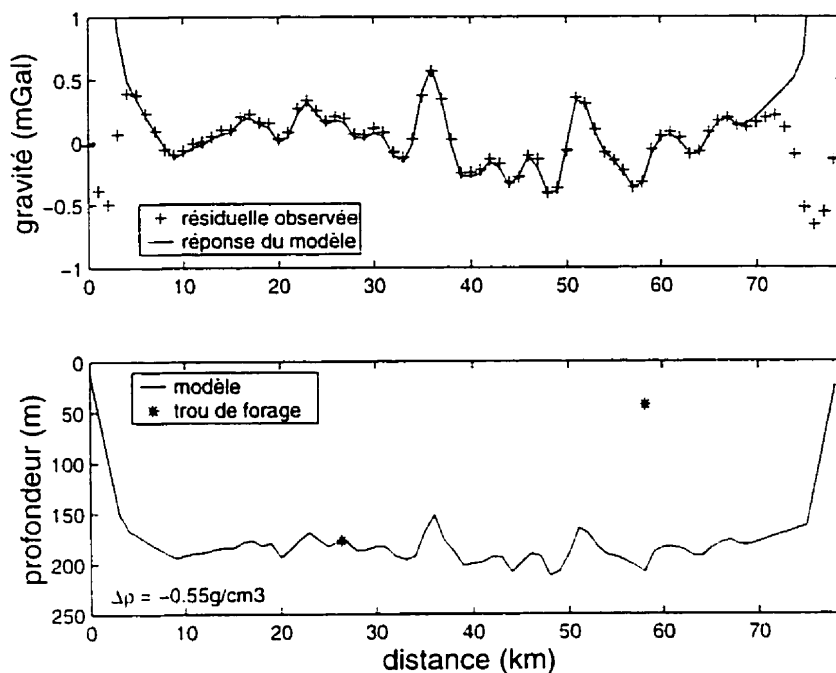


Figure E.3: La modélisation de profil 4 en utilisant un contraste de densité constant (-0.55g/cm^3).

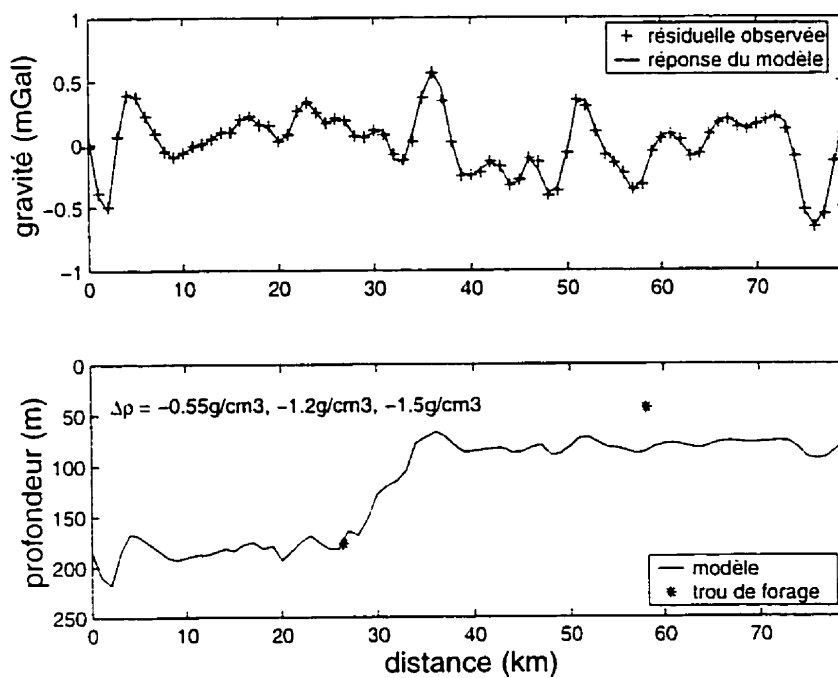


Figure E.4: La modélisation de profil 4 en utilisant trois polygones ayant de différents contrastes de densité (-0.55g/cm^3 , -1.2g/cm^3 , -1.5g/cm^3).

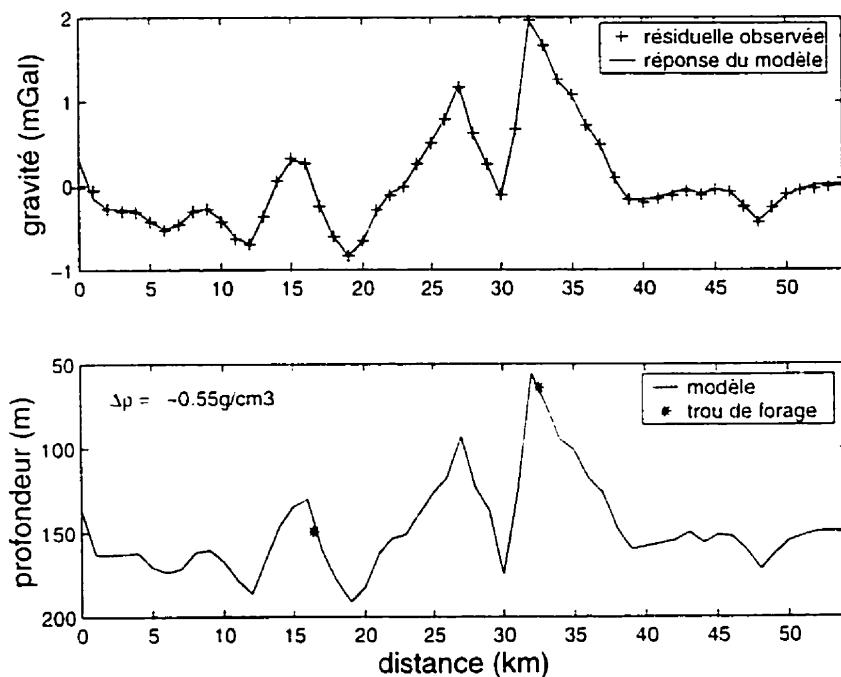


Figure E.5: La modélisation de profil 5 en utilisant un contraste de densité constant (-0.55g/cm^3).

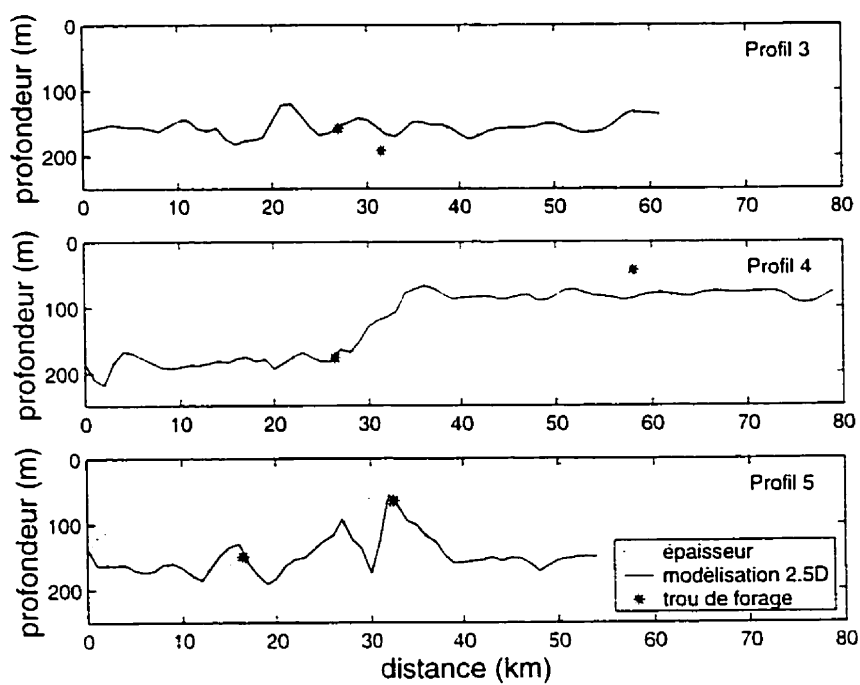


Figure E.6: La modélisation comparée avec les données en forage.

Annexe F

La distribution de la densité

Les figures contenues dans cet annexe présentent les résultats de l'inversion pour la distribution de la densité effectuée avec le programme de Boulanger et Chouteau (1999). Les paramètres, les contraintes, et le fonctionnement du programme sont décrits dans le chapitre 3. La fenêtre re-échantillonnée en utilisant un pas de 4 km est montrée. La discrétisation verticale est de 25 m. Les limites des densités permises sont de 0 et 4 g/cm³. La densité calculée est attribuée au centre de la cellule. Les densités retrouvées sur les tranches augmentent avec profondeur.

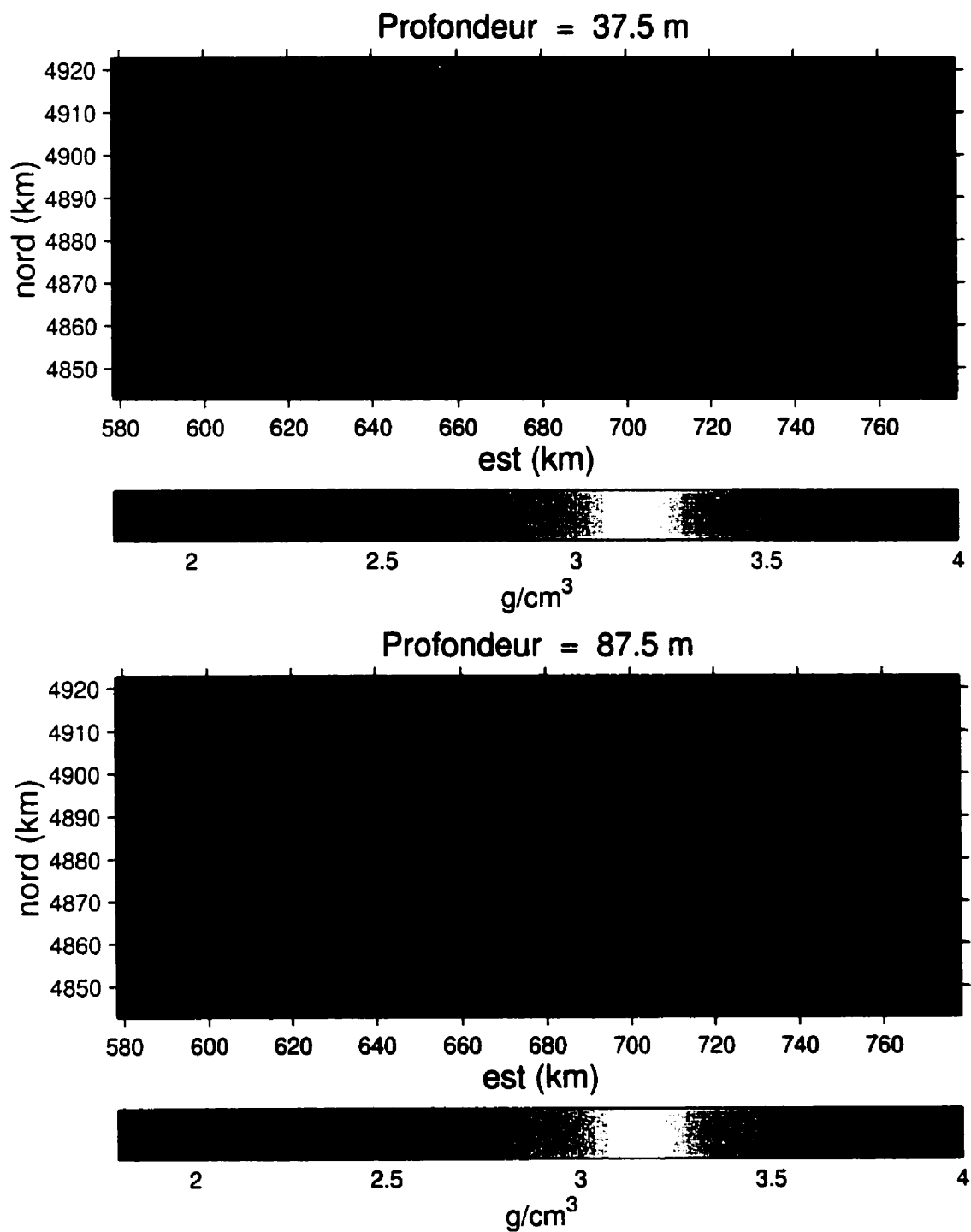


Figure F.1: La distribution de la densité pour les tranches de profondeur de 37.5 et 87.5 m.

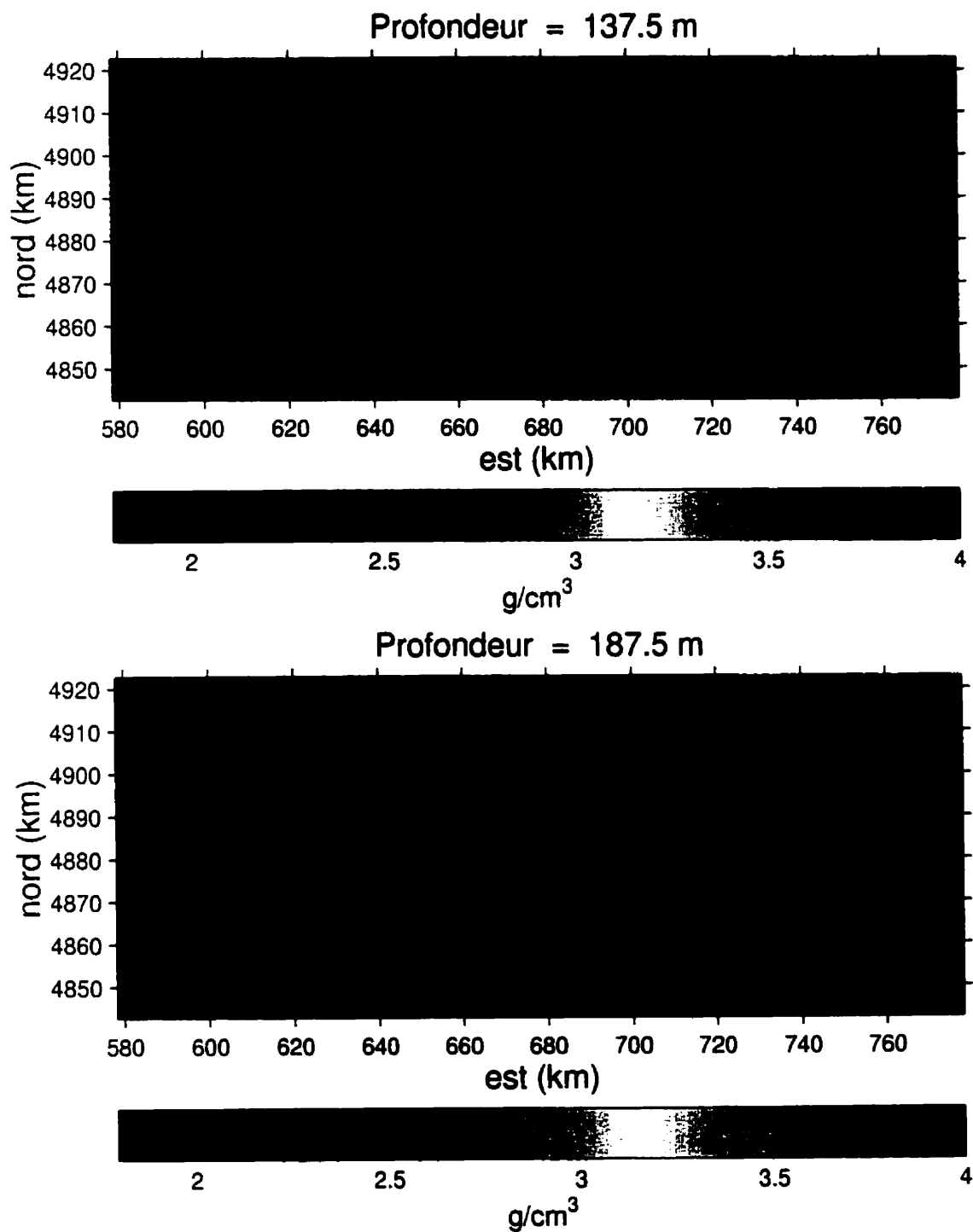


Figure F.2: La distribution de la densité pour les tranches de profondeur de 137.5 et 187.5 m.

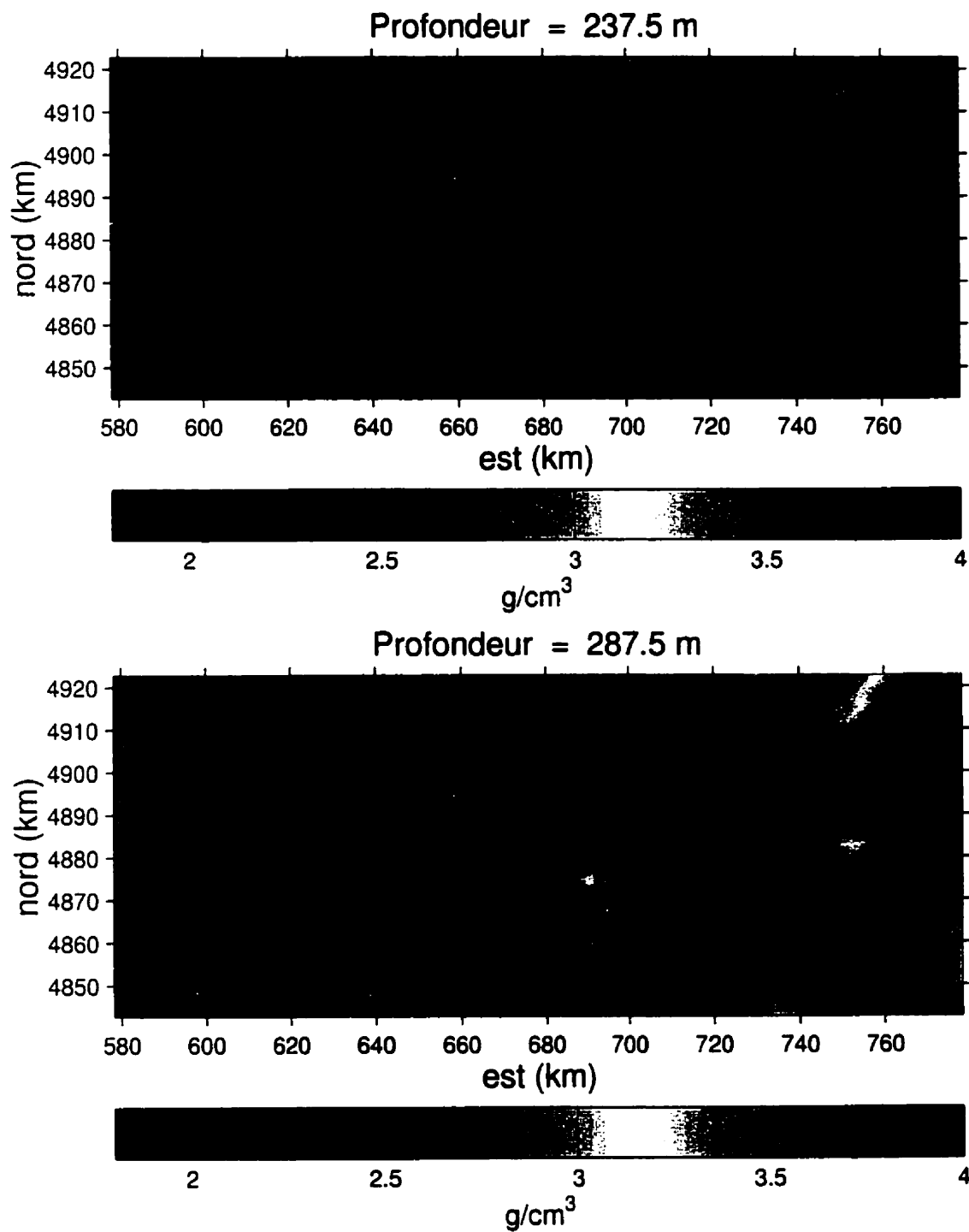


Figure F.3: La distribution de la densité pour les tranches de profondeur de 237.5 et 287.5 m.

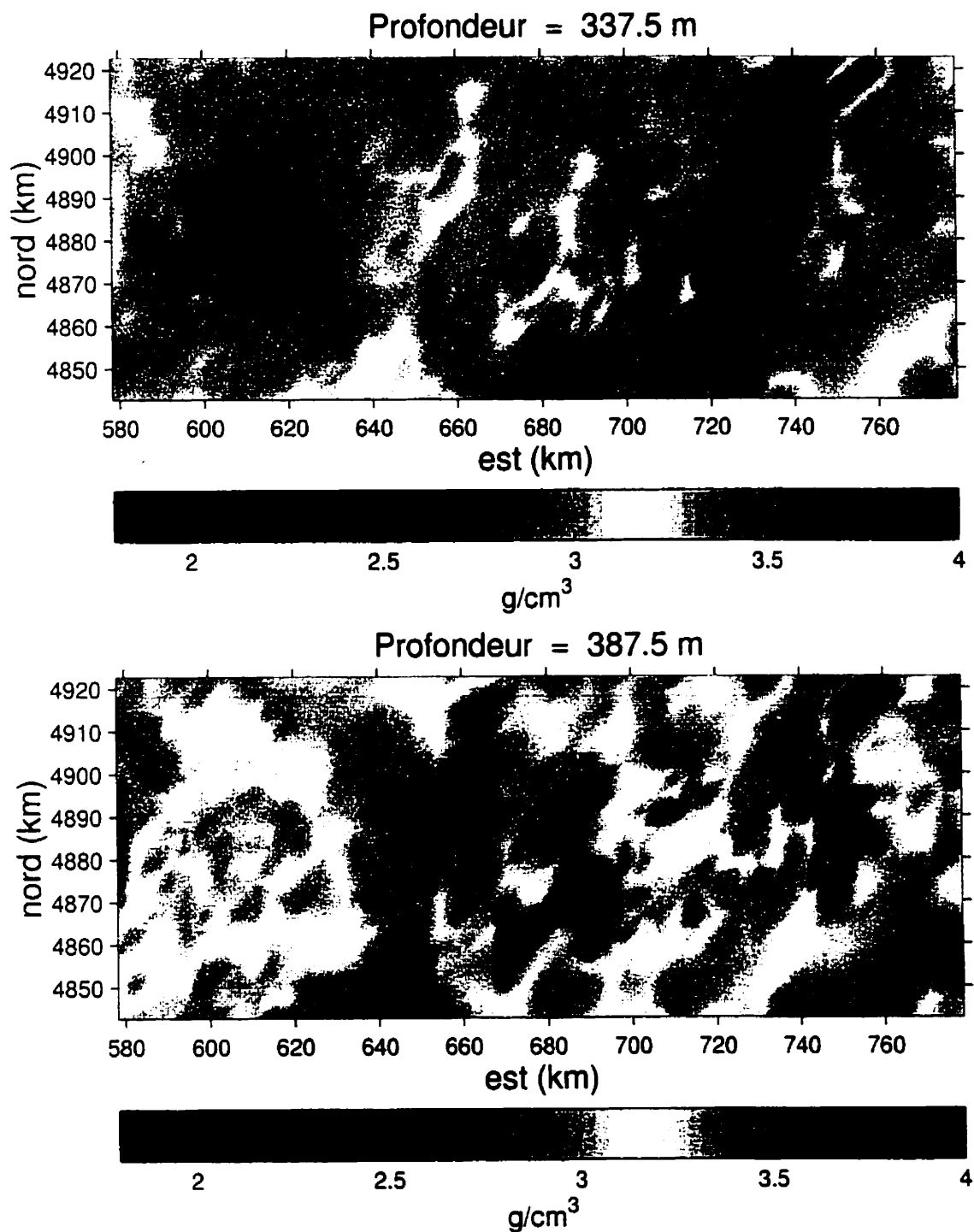


Figure F.4: La distribution de la densité pour les tranches de profondeur de 337.5 et 387.5 m.

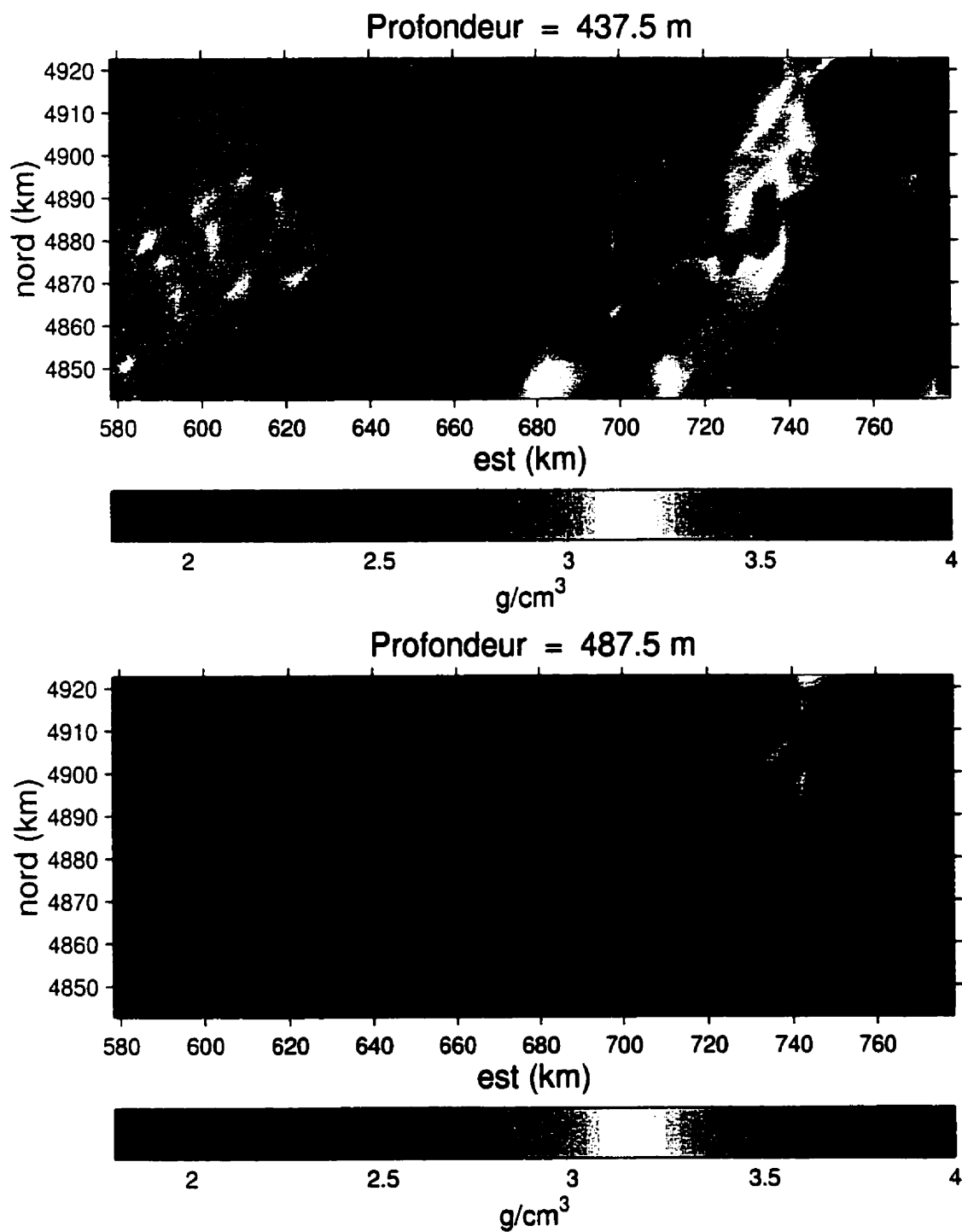


Figure F.5: La distribution de la densité pour les tranches de profondeur de 437.5 et 487.5 m.