

**Titre:** Modélisation de la réponse impulsionnelle d'une sonde échographique  
Title: echographic probe response modeling

**Auteur:** Hadi Torkpour  
Author:

**Date:** 2000

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Torkpour, H. (2000). Modélisation de la réponse impulsionnelle d'une sonde échographique [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].  
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/8559/>

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/8559/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Michel Bertrand  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION DE LA RÉPONSE IMPULSIONNELLE  
D'UNE SONDE ÉCHOGRAPHIQUE

HADI TORKPOUR

INSTITUT DE GÉNIE BIOMÉDICAL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE BIOMÉDICAL)  
JANVIER 2000



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services  
  
395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques  
  
395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-53604-1

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

MODÉLISATION DE LA RÉPONSE IMPULSIONNELLE  
D'UNE SONDE ÉCHOGRAPHIQUE

Présenté par: Torkpour Hadi  
en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées  
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. MATHIEU Pierre, Ph.D., président

M. BERTRAND Michel, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. CLOUTIER Guy, Ph.D., membre



## Remerciements

Je tiens à remercier mon directeur de recherche, M. Bertrand, pour son soutien financier, et ses conseils qui m'ont été précieux tout au long de mon travail de recherche. Je le remercie également d'avoir mis sur pied le centre de documentation de la section d'imagerie et d'instrumentation de l'Institut de génie biomédical.

J'aimerais remercier M. Roch Listz Maurice de m'avoir guidé lors des phases de développement et de rédaction de ce mémoire de maîtrise. Je ne peux également oublier son support moral qui m'a été indispensable tout au long de mon travail de recherche.

Je désire remercier mon ami et collègue de travail, Frédéric Boucher, pour sa complicité et ses idées, lors de la réalisation de certains objectifs de ce projet, particulièrement au niveau du développement des algorithmes pour estimer les caractéristiques des PSF. Je tiens également à remercier M. Stéphan Dupont pour avoir supervisé nos travaux.

J'aimerais particulièrement remercier M. Lahbib Soualmi pour ses conseils, ses commentaires et son soutien moral qui m'ont été très utiles tout au long de mes études de maîtrise.

Mes remerciements s'adressent aussi à M<sup>me</sup> Johanne Raymond pour la révision de ce manuscrit.

J'aimerais remercier tous mes amis et collègues de l'IGB, particulièrement Mayssa, Hicham, Jean-Christophe, Guy et Hervé, pour les nombreuses discussions et les bons moments que nous avons eus ensemble.

En dernier, j'aimerais remercier ma famille et tous mes amis, sans qui l'existence n'aurait aucun sens.

## Résumé

Les appareils échographiques sont de plus en plus utilisés dans les milieux cliniques et de recherche. On les retrouve en tant qu'outils de diagnostic ou de traitement des maladies les plus courantes de notre société, notamment les maladies cardiaques et coronariennes, les cancers du sein et de la prostate. Cette popularité s'explique par les avantages qu'offrent ces appareils (non invasifs, peu coûteux, transportables, faciles à manipuler) par rapport à ceux d'autres modalités d'imagerie, telles que les rayons X, la résonance magnétique et la médecine nucléaire. Toutefois, ils n'ont pas une très bonne résolution; cette dégradation de la qualité des images est principalement due aux interactions complexes (interférences, rétrodiffusion multiple) entre les ondes acoustiques et les inhomogénéités des tissus biologiques. Pour cette raison, plusieurs années de recherche ont été consacrées au développement de modèles analytiques (équations d'ondes homogènes et d'ondes inhomogènes) afin de mieux comprendre les principes de propagation, de réflexion spéculaire et de rétrodiffusion des ondes acoustiques. Cela, bien sûr, dans le but de mieux comprendre et interpréter les images échographiques afin de poser de meilleurs diagnostics. Par ailleurs, avec l'avènement des processeurs numériques, de nombreuses recherches ont été axées sur le développement de modèles numériques soit pour simuler des images échographiques ou encore pour caractériser les tissus biologiques.

En effet, depuis les deux dernières décennies, la plupart des approches de caractérisation des tissus biologiques sont basées sur la modélisation des images échographiques. Ainsi, l'un des modèles de formation d'images est basé sur la convolution d'un terme tissulaire avec la réponse impulsionnelle (PSF, *point spread function*) des sondes échographiques. Cette réponse impulsionnelle est également utilisée en tant que connaissance a priori dans plusieurs domaines de recherche, tels que l'étude de la dynamique des tissus mous, la déconvolution 2D, la compression des images échographiques et plusieurs autres auxquelles nous ferons référence dans la revue de littérature.

Malgré les nombreux efforts de modélisation, les modèles actuels de PSF sont assujettis à certaines limites ou problématiques. Ainsi, certains modèles sont basés sur des hypothèses de séparabilité ou d'invariance spatiale qui ne sont pas valides dans certaines conditions d'acquisition, alors que d'autres ne tiennent pas compte des effets de focalisation, d'apodisation et d'atténuation des ondes acoustiques. Ainsi, afin de repousser certaines limites des modèles actuels de PSF, l'objectif de ce projet vise à développer un modèle de PSF qui considère la focalisation singulière du faisceau ultrasonore en émission et en réception. Les effets de l'atténuation et de l'apodisation seront également étudiés de façon qualitative.

Nous décrirons, de façon détaillée, certaines limites du modèle de formation d'images qui a été proposé par Bamber et Dickinson [20]. Nous présenterons le logiciel Field II (Université Technologique du Danemark) qui permet de simuler des images échographiques. Essentiellement, Field II est un ensemble de programmes basés sur la théorie acoustique linéaire, qui permet de calculer le champ acoustique en émission et en réception après avoir excité un milieu homogène ou inhomogène à l'aide de plusieurs types de transducteurs. Pour analyser les PSF, on aura besoin de certains algorithmes permettant d'estimer leurs caractéristiques géométriques. Ces algorithmes sont basés sur le calcul des coefficients des polynômes, le calcul des gradients et le calcul des coefficients d'autocorrélation. Nous décrirons les caractéristiques géométriques (largeurs, courbures) des PSF obtenues en utilisant le logiciel Field II. Pour comprendre la variation de leur comportement, nous expliquerons les origines de la variation de ces caractéristiques en fonction de la position du rétrodifuseur par rapport au point focal. Ces explications sont basées sur les équations des délais de propagation et de focalisation des ondes acoustiques en émission et en réception, sur les équations de la variation de l'intensité acoustique lors de la propagation des ondes et sur certaines analyses d'erreurs commises par les systèmes échographiques lors de l'estimation de la position des rétrodifuseurs. Cela nous amènera à la formulation de la courbure des PSF avant et après le traitement des images échographiques. Puis, nous expliquerons les causes de la

formation des ondes de contours (*edge waves*) qui sont présentes sur les images échographiques des PSF. Ensuite, nous proposerons un nouveau modèle hyperbolique de PSF qui tient compte de la focalisation singulière du faisceau ultrasonore en émission et en réception. Finalement, nous discuterons des applications prometteuses des PSF dans les études d'acoustique non linéaire, dans les approches de mesure des propriétés acoustiques, dans le développement des procédures de contrôle de qualité et dans les études de décorrélation et d'erreur d'estimation de mouvement d'un diffuseur singulier.

## Abstract

Currently, ultrasound systems are one of the state-of-the-art modalities to diagnose or to treat important diseases such as coronary, heart diseases as well as breast and prostate cancers. The non invasiveness, low cost, transportability and easy manipulation are among the advantages of the ultrasound systems when compared to other imaging modalities, such as X-rays, magnetic resonance and nuclear medicine. However, most of the echographic systems do not have a good resolution which is an important factor to identify small pathologic regions in biologic tissues. This is principally due to the complex interactions (interference, multiples scattering) existing between the acoustic waves and the inhomogeneities of the tissue under diagnosis. For these reasons, certain researchers have developed through several years, analytical equations or models to better understand the principles of wave propagation and their diffuse scatterings or specular reflections. Of course, these efforts helped the researchers, the industries and the clinicians to overcome certain problems related to the interpretation of the echograms obtained from the patients. However with the advent of digital processors, research mostly progressed by developing digital approaches or models in order to simulate echographic images or to characterize biological tissues.

In fact, since the last two decades, most of the tissue characterization approaches have been based on the modelization of echographic images. One image formation model (IFM) relies on the convolution of a tissue echogenicity term with the Point Spread Function (PSF) of the echographic system. This last term is also used as a priori information in several domains of research, such as dynamic tissue studies, 2D deconvolution, image compressions and other applications which will be mentioned in chapter two.

Despite the numerous efforts of modelization, the actual model of the PSF is still limited by some factors or some problematics. For example, the hypotheses of separability and

spatial invariance of the PSF are not valid in all conditions of image acquisition. Moreover, most of these models do not take into consideration the effects of focalization, apodization and attenuation of the acoustic beam. Hence in order to progress and to over push some of the limits of the PSF models, the aim of this thesis is to develop a new model of the PSF which allows to consider the single focalization of the acoustic beam in emission and reception. The effects of apodization and attenuation will be qualitatively studied.

Therefore, in our thesis, some of the current limits of the IFM developed by the early works of Bamber, Dickinson and several other researchers are first presented. To achieve our goals, we will present the characteristics of the PSF obtained by using the Field II program (Technical University of Denmark) to simulate echographic images and also introduce several algorithms to estimate their geometric characteristics. The Field II is a set of programs which rely on the linear propagation theory in order to calculate the acoustic fields both in emission and reception. The programs are capable of simulating echographic images with several types of transducers and acoustic conditions (attenuation, apodization, dynamic focalization, etc.). The principal algorithms used to estimate the geometric characteristics of the PSF are based on the calculation of the polynomial coefficients, the potential gradients and the autocorrelation coefficients. We then explain the origins of the variation of the PSF characteristics (width, curvature) as a function of the relative position of the scatterer to the focal point. These explanations are based on the delay, focalization and intensity equations of the propagating wavelets both in emission and reception. The analyses of the error committed by the echographic systems by estimating the scatterer's position will also be helpful to define the exact formulation of the PSF's curvature for images before and after the process of the beamforming in reception. At the same occasion, we will explain the causes of the edge waves formation which are present in the echographic images of the PSF. To synthesize our study, we propose a new hyperbolic model of the PSF, which considers the focalization of the ultrasonic beam. At the end, we discuss about the

promising applications of the PSF in several domains such as nonlinear studies, characterization of the acoustics proprieties of the medium, quality control, decorrelation and single scatterer artifact motion studies.

## Table des matières

DÉDICACE.....	iv
REMERCIEMENTS.....	v
RÉSUMÉ.....	vi
ABSTRACT.....	ix
TABLE DES MATIÈRES.....	xii
LISTE DES TABLEAUX.....	xiv
LISTE DES FIGURES .....	xv
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVATIONS.....	xviii
CHAPITRE 1. INTRODUCTION.....	1
1.1 CONCEPT GÉNÉRAL DE LA THÉORIE ACOUSTIQUE.....	1
1.2 PRINCIPE DE FORMATION D'IMAGES ÉCHOGRAPHIQUES .....	6
1.2.1 Transducteur.....	8
1.3 LIMITES DE L'IMAGERIE ULTRASONORE.....	12
1.3.1 Atténuation et compensation.....	12
1.3.2 Résolution, divergence et focalisation.....	14
1.3.3 Apodisation.....	20
1.4 MOTIVATIONS.....	21
1.5 PROBLÉMATIQUES.....	24
1.6 OBJECTIFS.....	27
CHAPITRE 2. REVUE DE LITTÉRATURE.....	29
2.1 MODÈLE DE FORMATION D'IMAGES.....	29
2.1.1 Fonction point d'étalement (PSF).....	32
2.1.2 Exemples d'application des PSF.....	39
2.2 DISCUSSION.....	41

<b>CHAPITRE 3. MÉTHODOLOGIE.....</b>	<b>43</b>
<b>3.1 SIMULATION D'IMAGES ÉCHOGRAPHIQUES.....</b>	<b>43</b>
<b>3.1.1 Programmes Field II.....</b>	<b>44</b>
<b>3.2 TECHNIQUES DE CARACTÉRISATION DES PSF.....</b>	<b>48</b>
<b>3.3 CONDITIONS DE SIMULATIONS.....</b>	<b>49</b>
<b>3.4 ÉQUATIONS DES DÉLAIS ET D'INTENSITÉS.....</b>	<b>52</b>
<b>3.4.1 Équations des délais.....</b>	<b>53</b>
<b>3.4.2 Équations d'intensités.....</b>	<b>58</b>
<b>CHAPITRE 4. RÉSULTATS.....</b>	<b>60</b>
<b>4.1 CARACTÉRISTIQUES GÉOMÉTRIQUES DES PSF.....</b>	<b>60</b>
<b>4.1.1 PSF focalisées en fonction de la profondeur.....</b>	<b>60</b>
<b>4.1.2 PSF avec foyer fixe en émission et en réception.....</b>	<b>62</b>
<b>4.2 ORIGINE DE LA VARIATION DES CARACTÉRISTIQUES DES PSF....</b>	<b>65</b>
<b>4.2.1 Analyse d'erreurs.....</b>	<b>69</b>
<b>4.2.2 Courbure des PSF.....</b>	<b>74</b>
<b>4.2.3 Effets d'excitation de multiples éléments.....</b>	<b>76</b>
<b>4.2.4 Variation des intensités latérale et transverse des PSF.....</b>	<b>80</b>
<b>4.3 MODÈLE DE PSF HYPERBOLIQUE.....</b>	<b>81</b>
<b>4.4 COMPARAISON DES MODÈLES.....</b>	<b>85</b>
<b>DISCUSSION.....</b>	<b>89</b>
<b>CONCLUSION.....</b>	<b>95</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>97</b>
<b>ANNEXE A.....</b>	<b>107</b>

## Liste des Tableaux

Tableau 3.1 : Liste des conditions et des paramètres de simulation des images par le programme Field II .....	50
Tableau 3.2 : Liste des paramètres acoustiques calculés à partir des valeurs du tableau 3.1 .....	51
Tableau 4.1 : Liste des paramètres du modèle hyperbolique de PSF .....	83

## Liste des figures

Figure 1.1 : Comparaison entre réflexions spéculaire et diffuse .....	6
Figure 1.2 : Principales composantes d'un système échographique..	7
Figure 1.3 : Densité de puissance irradiée par un transducteur en fonction de la fréquence.....	9
Figure 1.4 : Pression irradiée par un transducteur excité par une impulsion de Dirac.....	10
Figure 1.5 : Exemples de différentes configurations pour les transducteurs utilisés dans les milieux cliniques ou de recherche .....	10
Figure 1.6 : Barrette linéaire 1D avec ses éléments géométriques .....	11
Figure 1.7 : Variation de l'amplitude de la pression acoustique d'un transducteur circulaire de diamètre D, calculée sur l'axe de la propagation de l'onde (z).....	16
Figure 1.8 : Représentation des lobes de diffraction et des lobes de réseau .....	17
Figure 1.9 : Repésentation qualitative de la divergence du faisceau ultrasonore .....	18
Figure 1.10 : Principe de focalisation électronique .....	19
Figure 1.11 : Diagramme illustrant les applications médicales des ultrasons .....	22

Figure 2.1 : Illustration du processus pour obtenir des images de PSF expérimentales ...	33
Figure 2.2 : Exemple de PSF gaussiennes plane et courbe.....	35
Figure 2.3 : Diagramme bloc de l'implantation du modèle lagrangien pour estimer le mouvement des tissus .....	40
Figure 3.1 : Le fonctionnement des programmes de Field II .....	47
Figure 3.2 : Principe de balayage et de formation d'images mode B (2D).....	53
Figure 3.3 : Représentation schématique des délais.....	54
Figure 3.4 : Position spatiale du point focal, du rétrodiffuseur et du transducteur .....	55
Figure 3.5 : Approximation de la fonction d'intensité par une fonction gaussienne .....	59
Figure 4.1 : PSF focalisées en fonction de la profondeur .....	61
Figure 4.2 : Caractéristiques géométriques des PSF focalisées .....	61
Figure 4.3 : PSF en fonction de la profondeur, avec un foyer fixe en émission et en réception.....	62
Figure 4.4 : Caractéristiques géométriques des PSF avec un foyer fixe.....	64
Figure 4.5 : Délai d'incidence et délai de réception .....	66

Figure 4.6 : Délai final; erreur d'estimation .....	66
Figure 4.7 : Position du rétrodiffuseur par rapport au point focal .....	66
Figure 4.8 : Erreur d'incidence et erreur de focalisation en réception et erreur totale .....	73
Figure 4.9 : PSF avec des ondes de contours .....	76
Figure 4.10 : Représentation schématique de la formation des lignes RF .....	77
Figure 4.11 : Effet de la courbure sur la formation des ondes de contours.....	78
Figure 4.12 : Images échographiques prétraitement .....	79
Figure 4.13 : Position du rétrodiffuseur par rapport au point focal .....	79
Figure 4.14 : Lignes RF résultantes .....	80
Figure 4.15 : Paramètres géométriques du modèle hyperbolique des PSF .....	83
Figure 4.16 : Images de PSF obtenues avec les équations de délais et d'intensités, avec les programmes Field II et avec le modèle hyperbolique .....	85
Figure 4.17 : Agrandissement des PSF de la figure 4.16 .....	87

## Liste des sigles et abréviations

$\alpha$	Coefficient d'atténuation
$\eta$	Coefficient dynamique de la viscosité (cisaillement)
$\eta'$	Coefficient dynamique de la viscosité (compression)
$\kappa$	Constante de propagation d'onde
$\omega$	Fréquence angulaire de l'onde acoustique
$\lambda$	Longueur d'onde
$\delta(x,y,z)$	Fonction de Kernel
$\beta_0$	Constante de compressibilité adiabatique
$\beta_1$	Fluctuation de compressibilité du milieu
$\beta_c$	Compressibilité des particules
$\rho_0$	Densité massique
$\rho_1$	Fluctuation de densité massique du milieu
$\rho_c$	Densité des particules
$\Delta_{\text{exi}}$	Délai d'excitation
$\Delta_{\text{inc}}$	Délai d'incidence
$\Delta_{\text{fin}}$	Délai final
$\Delta r$	Paramètre de courbure des PSF
$\Delta_{\text{rec}}$	Délai de réception
$\Delta_{\text{trvem}}$	Délai de parcours en émission, <i>delay of traveling in emission</i>
$\Delta_{\text{trvrec}}$	Délai de parcours en réception, <i>delay of traveling in reception</i>
$\theta_r$	Angle de réflexion
$\theta_i$	Angle d'incidence
$\theta_t$	Angle de transmission
$\phi_{xd}$	Angle de diffraction latérale
$\phi_{yd}$	Angle de diffraction transverse

$\sigma_d$	Section de rétrodiffusion différentielle
$\sigma_{xs}$	Écart type latéral de l'échogénicité d'un diffuseur
$\sigma_{zs}$	Écart type axial de l'échogénicité d'un diffuseur
$\sigma_x$	Écart type latéral des PSF
$\sigma_y$	Écart type transverse des PSF
$\sigma_z$	Écart type axial des PSF
$\sigma_r$	Écart type radial des PSF
$\sigma_\theta$	Écart type angulaire des PSF
$\otimes_t$	Convolution temporelle
$\otimes_s$	Convolution spatiale
$\bullet$	Corrélation
$\Omega$	Angle solide
$a_{hyp}$	Constante latérale (x) d'une fonction hyperbolique
$b_{hyp}$	Constante transverse (y) d'une fonction hyperbolique
$c_{hyp}$	Constante axiale (z) d'une fonction hyperbolique
$C$	Vitesse de propagation de l'onde acoustique
$C(x,z)$	Fonction de l'échogénicité d'un diffuseur, 2D
$C(z)$	Fonction de l'échogénicité d'un diffuseur, 1D
corrfofrec	Correction de focalisation en réception, <i>correction of focalization in reception</i>
$C_{PSF}$	Courbure des PSF postraitemen, images finales
$C_{psf_{pre}}$	Courbure des PSF prétraitemen
curvrec	Courbure des PSF en réception
Eabs	Erreur absolue
EAÉ	Élément actif en émission
EAR	Élément actif en réception
$E_{est}$	Erreur d'estimation
Efofrec	Erreur de focalisation en réception, <i>error of focalization in reception</i>
$e_{ii}$	Coefficient de contrainte piézo-électrique

Einc	Erreur d'incidence
EME	Excitation de multiples éléments. <i>multiple element excitation (MEE)</i>
Etrvem	Erreure de parcours en émission. <i>error of traveling in emission</i>
Etrvrec	Erreure de parcours en réception, <i>error of traveling in reception</i>
$f_i$	Réponse impulsionale du rétrodiffuseur
$f_m$	Distribution spatiale des rétrodiffuseurs
focline	Ligne focale. <i>focal line</i>
fp	Point Focal, <i>focal point</i>
$f_s$	Fréquence spatiale des ondelettes acoustiques (PSF)
FWHM	Largeur à mi-hauteur, <i>Full Width at Half Maximum</i>
$g_r(t)$	Réponse impulsionale en réception
$g_t(t)$	Réponse impulsionale en transmission
$h(x,z)_{l,2}$	PSF soumise à une transformation linéaire
$H_{2d}(x,z)$	PSF 2D
$H_{3d}(x,y,z)$	Réponse impulsionale ou Fonction point d'étalement ou <i>Point Spread Function (PSF)</i> 3D
$h_a$	Réponse impulsionale considérant l'atténuation
$h_e(r_s,r_t,t)$	Réponse impulsionale spatiale du transducteur en émission
$h_{pe}(r_s,r_t,t)$	Réponse impulsionale spatiale du transducteur en émission et en réception
$h_r(r_t,r_s,t)$	Réponse impulsionale spatiale du transducteur en réception
$h_r(x,z_o,t)$	Réponse impulsionale de l'ouverture en réception
$h_t(x,z_o,t)$	Réponse impulsionale de l'ouverture en transmission
$I_{2d}(x,z)$	Image échographique 2D, mode B
$I_{3d}(x,y,z)$	Image échographique 3D
$I_{lag}$	Image lagrangienne
Inorm	Intensité normalisée
$IRF_{cen}$	Intensité de la ligne RF résultante centrale
$IRF_{adj}$	Intensité des lignes RF résultantes adjacentes

$K_{hyp}$	Constante hyperbolique des LMH
$K_i$	Constante d'intensité des PSF
$Km_{xz}$	Constante de pente des asymptotes hyperboliques dans le plan xz
$Km_{yz}$	Constante de pente des asymptotes hyperboliques dans le plan yz
$l_{f_{opt}}$	Longueur focale optimale
$l_{fxz}$	Longueur focale axiale
$l_{fyz}$	Longueur focale transverse
$MC$	Calcul du centre de masse
$m_{xz}$	Pente de l'axe d'un hyperbole dans le plan xz
$m_{yz}$	Pente de l'axe d'un hyperbole dans le plan yz
$N(x,z)$	Fonction du nombre de cellules centrées sur chaque pixel échographique
$NAE$	Nombre d'éléments actifs en émission. <i>number of active elements in emission</i>
$NAR$	Nombre d'éléments actifs en réception. <i>number of active elements in reception</i>
$P$	Pression acoustique
$p(x,z_0,t)$	Signal reçu par le transducteur
$P_+$	Constante de pression dans la direction positive
$P_{int}$	Signal transmis dans le milieu, modulation en fréquence
$R$	Coefficient de réflexion
$r$	Distance entre le point d'observation et l'objet
$r_{em}$	Distance parcourue en émission
$r_{rec}$	Distance parcourue en réception
$RF_{res}$	Ligne RF résultante
$RF_{res,adj}$	Ligne RF résultante adjacente
$RF_{res,cen}$	Ligne RF résultante centrale
$R_{lat}$	Résolution latérale
$ROI$	Région d'intérêt, <i>region of interest</i>
$R_{tran}$	Résolution transverse

$sz$	Position axiale du rétrodiffuseur
$T(x,y,z)$	Terme tissulaire 3D
TGC	Time Gain Compensation (compensation temporelle)
$t_{rz}$	Artefact de mouvement axial
$t_{rx}$	Artefact de mouvement latéral
$u$	Vélocité des particules en vibration
$V(t)$	Réponse impulsionnelle électromécanique du transducteur
$V_p(t)$	Fonction de transfert électromécanique
$V_{pc}(t)$	Pulse-echo des ondelettes
$Wf_{lat}$	Largeur latérale du point focal
$Wf_{tran}$	Largeur transverse du point focal
$Z$	Impédance acoustique
$Z_{2d}(x,z)$	Terme tissulaire en fonction de la distribution de l'impédance acoustique. 2D
$Z_{3d}(x,y,z)$	Terme tissulaire en fonction de la distribution de l'impédance acoustique. 3D
$Z_{elect}$	Impédance électrique
$Z_R$	Distance de la zone proche
( $x_{em},y_{em},z_{em}$ )	Position spatiale des éléments actifs en émission
( $x_{rec},y_{rec},z_{rec}$ )	Position spatiale des éléments actifs en réception
( $fpx,fpy,fpz$ )	Position spatiale du point focal
( $sx,sy,sz$ )	Position spatiale du rétrodiffuseur

## Chapitre I : Introduction

### 1.1 Concept général de la théorie acoustique

Les ultrasons sont des ondes mécaniques ayant des fréquences généralement comprises entre 2 et 100 MHz pour le domaine d'application médical. Les ultrasons se propagent par l'intermédiaire de la vibration des molécules ou des atomes présents dans le milieu. Les vibrations peuvent être longitudinales (dans le sens) ou transverses (perpendiculaires) à la direction de propagation. En médecine, les vibrations transverses sont négligées, car elles sont rapidement atténuerées.

Lorsque la perturbation des particules du milieu par une source quelconque est faible, la propagation des ondes est régie par une équation d'ondes du type [1]:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \rho_0 \beta_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1)$$

où  $P$  est la pression exercée sur les particules en vibration dans la direction de l'axe  $z$  et  $\rho_0$ ,  $\beta_0$  sont respectivement la densité massique et la constante de compressibilité adiabatique du milieu. Cette équation est unidimensionnelle, car l'onde ne se propage que dans une seule direction ( $z$ ). Une équation similaire pourrait être obtenue en fonction de la vitesse ( $u$ ) des particules en vibration. Une solution de l'équation d'ondes est:

$$P = P_0 \cos(\omega t - kz + \phi) \quad (1.2)$$

où  $P_0$  est une amplitude constante,  $\omega$  est la fréquence angulaire de vibration des particules;  $k$  est la constante de propagation et  $\phi$  la phase initiale de l'onde. Cette solution est valide seulement lorsque l'équation de dispersion ou équation de Brillouin est respectée:

$$k^2 = \rho_o \beta_o \omega^2 \quad (1.3)$$

En d'autres mots, le milieu supporte une onde de pression de la forme de l'équation (1.2) lorsque la fréquence angulaire ( $\omega$ ) et la constante de propagation de l'onde sont reliées par l'équation (1.3). L'équation (1.2) est couramment utilisée pour comprendre les phénomènes acoustiques lors de l'application des ultrasons. Le choix d'une telle équation n'est pas restrictive, car la plupart des sources émettent des ondes ultrasonores ayant approximativement une forme sinusoïdale; il en est ainsi des transducteurs à largeur de bande limitée ou continue; des ondes de formes arbitraires peuvent aussi être décomposées sous forme d'une série de Fourier ayant pour composantes des fonctions sinusoïdales.

À partir des équations (1.2) et (1.3), nous pouvons dériver les caractéristiques de propagation de l'onde, telles que la longueur d'onde ( $\lambda$ ) et la vitesse de propagation ( $C$ ):

$$C = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\rho_o \beta_o}} = \frac{\lambda \omega}{2\pi} \quad (1.4)$$

Il est à noter que  $\lambda$  représente la distance entre les fronts d'ondes. Lorsque ceux-ci sont constants dans le plan (x,y) et qu'ils varient seulement en fonction de z, nous parlons d'ondes planes. De plus, pour des ondes planes longitudinales, le rapport ( $\omega/k$ ) est constant; ainsi la vitesse de propagation  $C$  est indépendante de la fréquence angulaire. De tels systèmes sont appelés: *dispersionless systems*. Par contre, pour des ondes non

planes, la vitesse de propagation n'est pas constante en fonction de la fréquence; par conséquent ces systèmes démontrent certaines dispersions. Toutefois, dans la plupart des travaux de modélisation, on considère que la vitesse de propagation est constante. Dans l'eau à 35 °C ( $\rho_0 = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ,  $\beta_0 = 4.48 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$ ) la vitesse de propagation  $C_{\text{eau}} \approx 1.5 \times 10^3 \text{ m/s}$ . Dans les tissus biologiques,  $C \approx 1.54 \times 10^3 \text{ m/s}$  [2].

Un autre paramètre caractérisant le milieu est l'impédance acoustique qui est définie par le rapport entre la pression acoustique (P) et la vitesse (u):

$$Z = \frac{P}{u} \quad (1.5)$$

Cette équation ressemble à l'équation de l'impédance électrique:

$$Z_{\text{elect}} = \frac{\text{Tension (Volt)}}{\text{Courant (Ampère)}} \quad (1.6)$$

En général, la valeur de l'impédance acoustique peut être complexe lorsqu'il y a une différence de phase entre la pression (P) et la vitesse (u); toutefois, pour des ondes planes et sans atténuation Z est réelle. Ainsi, à partir des équations d'ondes définies en fonction de la pression et de la vitesse, on peut démontrer que l'impédance acoustique dépend seulement des propriétés mécaniques du milieu:

$$Z = \sqrt{\frac{\rho_a}{\beta_a}} \quad (1.7)$$

Par exemple, pour l'eau, à 35 °C:

$$Z_{\text{eau}} = \sqrt{\frac{10^3 \text{ Kg/m}^3}{4.48 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}}} = 1.5 \times 10^6 \text{ Kg/m}^2\text{s}$$

Lorsqu'une onde incidente traverse des régions ayant des propriétés acoustiques différentes, il se produit des phénomènes de réflexion et de réfraction. Actuellement, on connaît deux types de réflexions : spéculaire ou diffuse. La réflexion spéculaire se produit lorsque la taille des inhomogénéités (objets réflecteurs) est beaucoup plus grande que la longueur d'onde (taille réflecteur  $\gg \lambda$ ). Par exemple, en échocardiographie, ce phénomène s'observe au niveau des parois ventriculaires. L'équation permettant de calculer le coefficient de réflexion ( $R$ ) est définie par le rapport entre la pression réfléchie ( $P_r$ ) et la pression incidente ( $P_i$ ):

$$R = \frac{P_r}{P_i} = \frac{(z_2 / \cos \theta_i) - (z_1 / \cos \theta_i)}{(z_2 / \cos \theta_i) + (z_1 / \cos \theta_i)} \quad (1.8)$$

où  $z_1$ ,  $z_2$  représentent les impédances acoustiques de deux régions différentes et  $\theta_i$ ,  $\theta_t$  représentent les angles d'incidence et de transmission de l'onde acoustique respectivement.

La réflexion diffuse ou rétrodiffusion se produit lorsque le signal ultrasonore rencontre une structure composée d'éléments distribués le long du faisceau dont les dimensions sont comparables ou inférieures à la longueur d'onde. À titre d'exemple, en biorhéologie (étude de la déformation et des propriétés de l'écoulement de systèmes ou de matériaux biologiques), ce phénomène se produit lorsque le faisceau rencontre les globules rouges présents dans le sang. Afin de quantifier les phénomènes de rétrodiffusion, on définit la section de rétrodiffusion différentielle ( $\sigma_d$ ), qui représente la puissance rétrodiffusée par

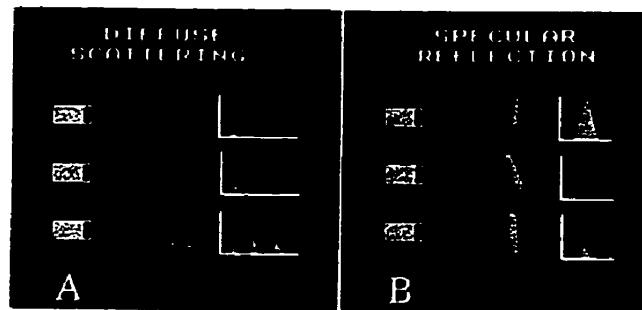
un seul diffuseur par angle solide par unité d'intensité d'onde incidente [3]. Il existe deux méthodes pour déterminer  $\sigma_d$  à partir de l'équation de l'onde acoustique. La première est basée sur les séries de Bessel et considère l'hypothèse que les obstacles rencontrés sont sphériques de rayon «a». Dans les conditions où  $kr \gg 1$  et  $ka \ll 1$ , r étant la distance entre le point d'observation et la sphère,  $\sigma_d$  peut s'écrire:

$$\sigma_d(\theta) = \frac{V_s^2 \pi^2}{\lambda^4} \left[ \frac{\beta_e - \beta_o}{\beta_o} - \frac{3(\rho_e - \rho_o)}{2\rho_e + \rho_o} \cos \theta \right]^2 \quad (1.9)$$

où  $\theta$  est l'angle entre l'onde incidente et l'onde réfléchie.  $V_s = (4/3) \pi a^3$  est le volume du diffuseur,  $\lambda$  est la longueur d'onde,  $\rho_o$  et  $\rho_e$  représentent respectivement la densité du milieu environnant et celle des particules, et  $\beta_o$  et  $\beta_e$  leurs compressibilités respectives. La seconde méthode est l'approche de Green qui est applicable à des obstacles de formes arbitraires:

$$\sigma_d(\theta) = \frac{V_s^2 \pi^2}{\lambda^4} \left[ \frac{\beta_e - \beta_o}{\beta_o} - \frac{(\rho_e - \rho_o)}{\rho_o} \cos \theta \right]^2 \quad (1.10)$$

La figure 1.1 schématisé et compare les deux types de réflexions. On peut voir (fig. 1.1 a) que la réflexion diffuse (rétrodiffusion) est normalement indépendante de l'angle incident et comprend des réflexions de faibles amplitudes; ainsi, une faible quantité de l'énergie incidente est rétrodiffusée. Par contre, la réflexion spéculaire (fig. 1.1 b) est très dépendante de l'angle d'incidence, et lorsque l'angle d'incidence  $\theta_i = 0$ , une grande partie de l'énergie est retournée au transducteur.



**Figure 1.1 : Comparaison entre réflexions spéculaire et diffuse, tirée de [3].**

## 1.2 Principe de formation d'images échographiques

Lorsqu'une onde ultrasonore se propage, une partie de celle-ci est réfléchie par les inhomogénéités du milieu (diffuseurs). En calculant le temps de réflexion, on peut estimer la position spatiale des diffuseurs. On affiche les positions estimées sous forme de signaux RF sur les moniteurs des systèmes échographiques. La plupart des techniques d'estimation de positions spatiales considèrent les hypothèses de linéarité acoustique. Ainsi, en supposant que la vitesse de propagation est constante, la position des réflecteurs est calculée par l'équation  $S = C.t/2$ , où  $t$  est le temps calculé entre l'émission et la réception de l'onde, et  $C$  est la vitesse de propagation.

La figure 1.2 présente les principales composantes d'un système échographique. En bref, le générateur d'impulsions permet d'exciter une sonde échographique (transducteur) placée généralement à la surface des tissus biologiques (sein, abdomen, rectum, etc.). Après l'excitation, le transducteur émet une onde acoustique qui se propage dans le milieu. De façon réciproque, lorsque les ondes réfléchies frappent le transducteur, ce dernier émet un signal électrique radio fréquence (RF) qui sera amplifié, démodulé et affiché à l'écran par d'autres composantes du système. La position des réflecteurs sera estimée par la relation introduite précédemment.

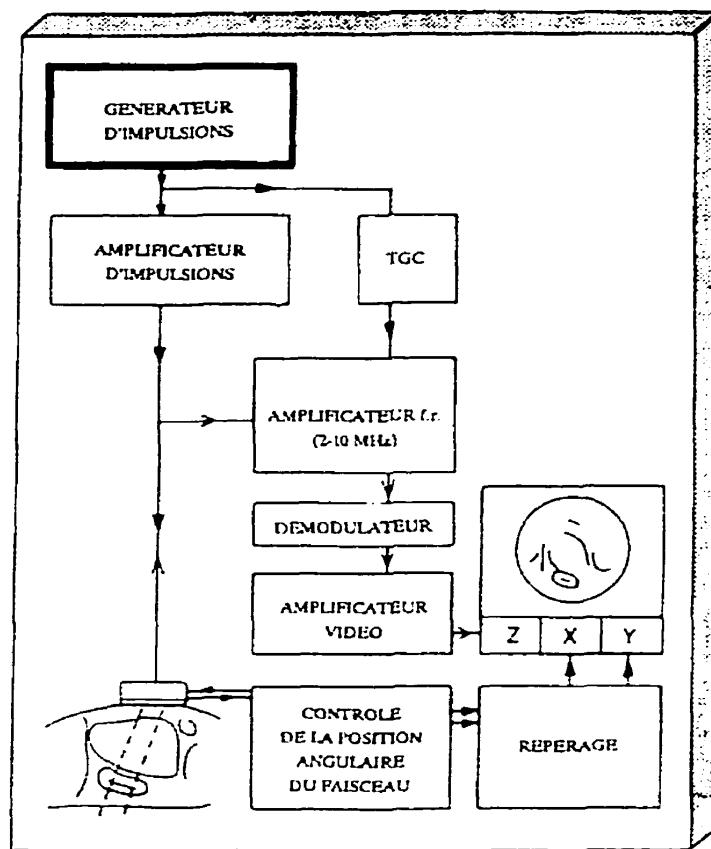


Figure 1.2 : Principales composantes d'un système échographique, tirée de [24].

Étant donné que l'objectif de notre projet est la modélisation de la réponse impulsionale d'une sonde échographique, dans la prochaine section, nous donnerons plus de détails sur la construction des transducteurs.

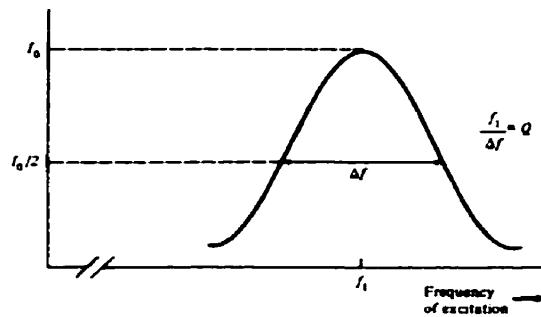
### 1.2.1 Transducteur

L'une des composantes fondamentales de tous les instruments ultrasonores est le transducteur qui permet de générer et de détecter des ondes acoustiques. Étant donné que la plupart des générateurs de signaux sont de nature électrique et que les méthodes les plus commodes pour conditionner, amplifier et afficher les signaux sont conçues avec des composantes électroniques, les instruments les plus utilisés sont ceux qui permettent de transformer adéquatement l'énergie électrique en énergie acoustique, et vice versa. Les aimants à induction (échoparleurs) et les instruments magnétostriictifs sont parmi les différentes possibilités. Cependant, les cristaux piézo-électriques et les céramiques sont de loin les transducteurs les plus convenables pour les fréquences ultrasonores usuellement utilisées en clinique (1-20 MHz) [1].

En 1880, Pierre et Jacques Curie découvrirent qu'un échantillon de quartz convenablement choisi, soumis à une pression mécanique, était le siège d'une polarisation électrique [4]. C'était l'effet piézo-électrique (piézo = pression) direct. En 1881, Lippmann établit l'existence du phénomène inverse, c'est-à-dire qu'un cristal de quartz se comprime ou se dilate lorsqu'il est soumis à un champ électrique. En 1916, Chilowsky et Langevin [5] montrèrent, pour la première fois, comment utiliser ce principe pour générer des ultrasons. Vers les années 20, la recherche dans ce domaine s'orienta essentiellement vers la détection sous-marine pour des applications militaires et déboucha sur les premiers systèmes sonores. Sur le plan médical, Freundlich [6] fut l'un des premiers à suggérer le chauffage des tissus par ultrasons. Pour le diagnostic des tissus biologiques, Satomura et Nimira [7] ainsi que Wild et Reids [8] furent parmi les premiers à avoir démontré que les tissus pathologiques peuvent être caractérisés par les échos réfléchis ou rétrodiffusés par des structures internes des tissus insonifiés.

Actuellement, les matériaux les plus utilisés pour la fabrication des transducteurs sont le quartz, le titanate de baryum, le titanate de zirconium de plomb (PZT) et le polyfluorure

de vinylidène (PVDF). L'un des paramètres permettant de caractériser les transducteurs est le facteur de qualité,  $Q$ , qui est exprimé généralement par le rapport entre la fréquence de résonance ( $f_1$ ) du transducteur et la largeur de bande à la moitié de la puissance maximale irradiée (figure 1.3). Pour un  $Q$  élevé, la courbe de résonance est étroite, alors que c'est le contraire lorsque  $Q$  est faible. Nous verrons plus loin que la quantification de la résolution axiale de l'image dépend de ce paramètre.



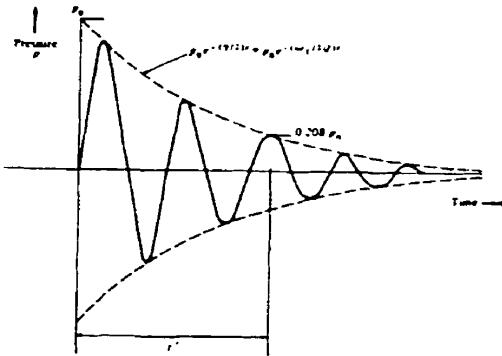
**Figure 1.3 : Densité de puissance irradiée par un transducteur en fonction de la fréquence (courbe de résonance).** Lorsque le facteur de qualité,  $Q$ , augmente, la courbe de résonance devient plus étroite, tirée de [1].

Les modes d'excitation des transducteurs peuvent être continus ou impulsionnels. Si l'excitation est continue et sinusoïdale,  $V_{exc} = V_o \cos \omega t$ ; la pression de l'onde se propageant dans le milieu est également continue et sinusoïdale, et la moyenne de densité de puissance irradiée par le transducteur est:

$$I_{ave} = \frac{2e_n V_o}{l^2 Z_e} \quad (2.11)$$

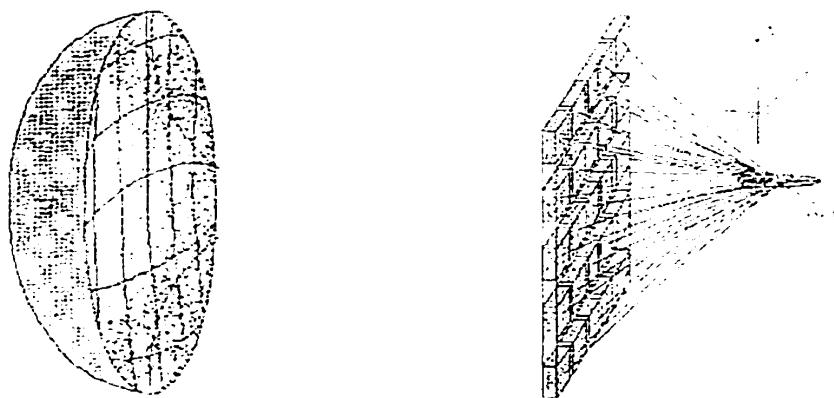
où  $e_n$ ,  $l$  et  $Z_e$  sont les coefficients de contrainte piézo-électrique du matériel, l'épaisseur du transducteur et l'impédance acoustique du milieu insonifié respectivement [1].  $V_o$  et  $\omega$  sont l'amplitude et la fréquence angulaire du signal d'excitation respectivement. Par

contre, si le signal d'excitation est impulsionnel, la pression irradiée par le transducteur prend une forme sinusoïdale à décroissance exponentielle.  $P = P_0 e^{-(\omega/2Q)t}$  (figure 1.4). En fait, la fonction de la pression irradiée ressemble à une ondelette.



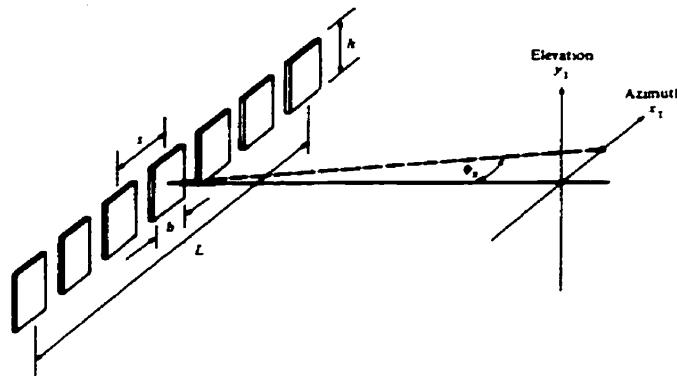
**Figure 1.4 : Pression irradiée par un transducteur excité par une impulsion de Dirac. Selon une règle approximative, le facteur de qualité est égal au double du nombre de cycles contenu dans la courbe de la pression lorsque cette dernière atteint  $e^{-\pi/2} = 0.208$  de sa valeur originale. Ici, le facteur de qualité est égal à 4.5, tirée de [1].**

Sur le plan de la configuration géométrique, les transducteurs peuvent avoir plusieurs formats (sphérique, circulaire plane, barrette linéaire 1D, 1.5D, 2D, etc.) en fonction du type d'application (figure 1.5).



**Figure 1.5 : Exemples de différentes configurations pour les transducteurs utilisés dans les milieux cliniques ou de recherche; transducteur sphérique (gauche), barrette linéaire 2D (droite). tirée de [17].**

À titre d'exemple, les transducteurs sphériques, excités par un signal continu, sont couramment utilisés pour estimer le flux sanguin à l'aide du principe Doppler [1]. Pour l'imagerie anatomique et fonctionnelle (sonographie, échocardiographie, etc.) et du traitement par HIFU (*High Intensity Focused Ultrasound*) [13,16,17], les barrettes linéaires (1D, 1.5 D, 2D) sont utilisées de façon dominante dans les milieux hospitaliers et de recherche. Dans le cadre de notre projet, c'est le type de transducteur 1D que nous utilisons pour modéliser la réponse impulsionnelle. La figure 1.6 présente de façon simplifiée les différents éléments géométriques de ce type de transducteur. L représente la largeur totale du transducteur; b et h représentent la largeur et la hauteur de chacun des éléments du transducteur respectivement; s (*kerf*) est la distance qui sépare chacun des éléments. Les valeurs de ces paramètres affectent la qualité des images produites par les systèmes échographiques; nous discuterons de cet aspect dans la prochaine section.



**Figure 1.6 : Barrette linéaire 1D avec ses éléments géométriques, tirée de [1].**

### 1.3 Limites de l'imagerie ultrasonore

Comme toute autre modalité d'imagerie (rayon-X, IRM, tomographie, etc.), la qualité des échogrammes, images obtenues par les systèmes échographiques, est quantifiée entre autres par les paramètres de résolutions axiale, latérale, transverse et le rapport signal sur bruit (S/B). En échographie, plusieurs facteurs, comme l'atténuation, la divergence du faisceau, les interférences destructives et constructives, peuvent affecter la qualité des images. Toutefois, il existe des approches pour contourner ces problèmes : amplification (TGC, *time gain compensation*), focalisation, apodisation, etc. Dans cette section, nous donnerons une brève explication de certains facteurs pouvant détériorer la qualité des images (réponses impulsionnelles) ainsi que des approches permettant de contourner ou de minimiser leurs effets.

#### 1.3.1 Atténuation et compensation

L'atténuation est un terme qui représente la perte d'énergie de l'onde acoustique qui traverse une certaine distance dans le tissu. Cette perte d'énergie est due à plusieurs phénomènes : la réflexion spéculaire, la réflexion diffuse, l'absorption et la divergence de l'onde. Parmi ces phénomènes, l'absorption est la principale cause de l'atténuation. Elle représente la quantité d'énergie acoustique transformée sous forme de chaleur dans les molécules des tissus biologiques. La cause exacte de l'absorption est encore mal connue, mais on suppose qu'elle est due à une variété d'interactions complexes. Un modèle simple permettant de prédire mathématiquement la quantité d'énergie perdue par absorption est basé sur la viscosité du fluide insonifié. Qualitativement, la viscosité représente le terme de résistance entre le transfert de l'énergie potentielle à l'énergie cinétique des molécules dans le tissu. Selon le modèle [10], dans l'équation de propagation d'onde (1.2), l'effet de l'absorption de l'énergie est décrit par un terme exponentiel décroissant:

$$P = P_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - kz)$$

$$\alpha = \frac{[(4\eta/3) + \eta']\omega^2}{2\rho_0 C^3} \quad (1.12)$$

où  $\alpha$  est le coefficient d'atténuation qui est fonction de la fréquence du transducteur. Les valeurs de  $\eta$  et  $\eta'$  représentent les coefficients dynamiques de viscosité de cisaillement (*shear*) et de compression respectivement. Cette équation est valide pour de faibles atténuations, où  $\alpha^2 \ll k$ , ce qui est le cas pour un tissu normal. Cette hypothèse permet également de négliger l'effet de la viscosité sur la vitesse de propagation d'onde acoustique ( $C \approx \omega/k$ ) (qui augmente un peu à cause de la viscosité). De ce fait, il se produit une différence de phase entre la vitesse des particules et la pression de l'onde qui résulte en l'obtention d'une impédance acoustique légèrement complexe. Or, en considérant de nouveau l'hypothèse de faible atténuation,  $\alpha^2 \ll k$ , on peut toujours décrire l'équation de l'impédance acoustique en termes de la densité et de la compressibilité du milieu,  $Z \approx [\rho_0/\beta_0]^{1/2}$ . Ainsi, cette équation sera toujours réelle.

Pour compenser les pertes dues à l'atténuation, la plupart des appareils utilisent une technique de compensation temporelle (TGC). Étant donné que l'atténuation est fonction de la fréquence et de la distance, la compensation est également fonction de ces paramètres. À titre d'exemple, dans les tissus mous, l'atténuation est de 1dB/cm/MHz [1]. Ainsi, la compensation devrait augmenter pour chaque centimètre de distance traversée par l'onde acoustique. En supposant une vitesse de propagation  $C=1.54 \times 10^3$  m/s, le taux de compensation pour chaque MHz de fréquence transmise en fonction du temps est approximé par la formule suivante:

$$TGC \approx 154 \text{ dB/ms} \quad (1.13)$$

Toutefois, il faut être conscient que l'ondelette transmise a plusieurs composantes fréquentielles centrées autour de la fréquence fondamentale (fréquence du transducteur). Par conséquent, étant donné que le coefficient d'atténuation est fonction de la fréquence, les composantes fréquentielles les plus élevées seront atténuées davantage que les composantes à bases fréquences.

Après l'amplification, les signaux sont souvent démodulés et compressés de façon logarithmique avant d'être affichés à l'écran. La démodulation permet de détecter l'enveloppe des signaux reçus. Cette technique détruit l'information concernant la phase des signaux, cependant elle réduit la quantité de mémoire nécessaire pour sauvegarder et afficher les images à l'écran. La compression logarithmique permet de surmonter la difficulté de présenter des signaux ayant une large variation d'amplitude ( $\text{max/min} \gg 1$ ). L'inconvénient de cette technique est l'effet d'amplification non proportionnelle de faibles signaux qui peuvent être également du bruit (électronique, thermique, ...). Pour contourner ce problème, la plupart des systèmes affichent les signaux au delà d'un certain seuil.

### 1.3.2 Résolution, divergence et focalisation

Dans toutes les modalités d'imagerie, la résolution est un paramètre fondamental pour quantifier la qualité des images. En échographie, de façon générale, la résolution se définit par la plus petite distance entre deux particules (réflecteurs) pouvant être détectée par le système. On parle de résolutions axiale, latérale et transverse lorsque la distance considérée (entre les particules) est dans les directions axiale, latérale et transverse respectivement. La résolution axiale dépend du facteur de qualité (Q) et de la fréquence du transducteur [1]:

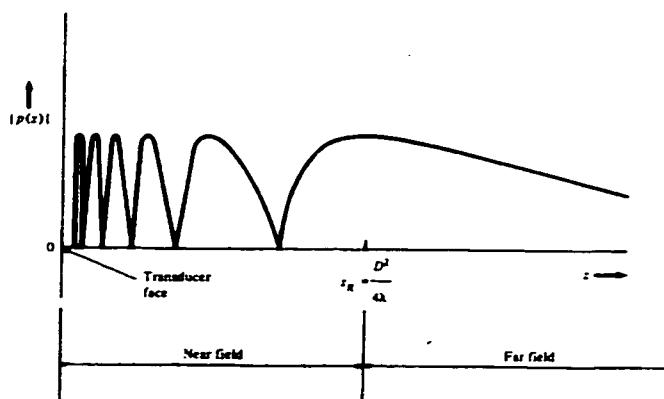
$$\text{Résolution axiale} = \frac{Q\lambda}{4} \quad (1.14)$$

Il est à noter que les fabricants des systèmes échographiques définissent souvent cette valeur en termes de largeur à mi-hauteur (*Full Width to Half Maximum*, FWHM) de la densité de puissance de l'ondelette. On peut également calculer cette distance en termes de tension, mais le signal doit être atténué de 6 dB à cause de la relation quadratique existant entre la puissance et la tension d'un signal quelconque. Les résolutions latérale et transverse dépendront du profil de propagation du faisceau et du type de focalisation que nous allons discuter dans ce qui suit.

Le calcul de la pression irradiée par le transducteur est basé sur le principe d'Huygen [1] qui stipule que le profil de radiation d'une source étendue peut être construit en considérant la source comme une collection de sources ponctuelles (adéquatement pondérées) qui irradiient des ondes sphériques. Le profil complet de radiation est calculé par la sommation (en amplitude et en phase) des contributions de toutes les sources ponctuelles situées sur la surface du transducteur au point d'observation. Il est à noter que le principe de sommation est valide seulement pour des ondes linéaires. Ainsi, la sommation nous oblige à calculer une intégrale de surface (transducteur). Le calcul de cette intégrale nous amène à définir (souvent) certaines approximations, Fresnel et Fraunhauser, qui permettent d'estimer la pression dans la zone proche (*near field*) et la zone lointaine (*far field*) respectivement. La distance de transition de ces deux zones est donnée par le calcul de la distance de zone proche:

$$Z_R \approx \frac{D^2}{4\lambda} \quad (1.15)$$

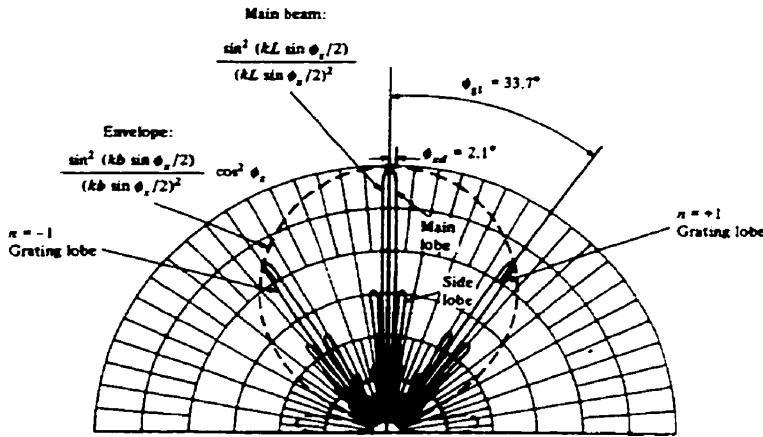
où D est le diamètre du transducteur. En raison des phénomènes d'interférences constructives et destructives, la nature du profil du faisceau est oscillatoire dans la zone proche comparativement à celle de la zone lointaine (figure 1.7).



**Figure 1.7 : Variation de l'amplitude de la pression acoustique d'un transducteur circulaire de diamètre  $D$ , calculée sur l'axe de propagation de l'onde ( $z$ ). Au delà de la zone de transition ( $Z_R$ ), la pression est plus uniforme.** tirée de [1].

Toutefois, dans la zone lointaine, la densité de puissance irradiée à une distance  $z$  du transducteur aura la forme d'un sinus cardinal, pour une ouverture rectangulaire. La figure 1.8 présente schématiquement la densité de puissance d'un transducteur rectangulaire en coordonnées polaires. La majorité de la puissance est concentrée dans le lobe principal (*main lobe*). Cependant, une certaine quantité de puissance est aussi concentrée dans les lobes de diffraction (*side lobes*). Lorsqu'on excite tous les éléments d'une barrette linéaire de façon cohérente (c'est-à-dire que la phase d'excitation entre les éléments reste constante), il se produit également des lobes de réseau (*grating lobes*) causés aussi par les interférences destructives et constructives des ondes acoustiques (figure 1.8).

Ces lobes sont souvent à l'origine des artefacts d'imagerie et de nécrose involontaires dans le traitement des tissus par HIFU [11], et on essaie de les éliminer par l'intermédiaire de différentes techniques [11.12.13]. Nous verrons plus loin que les techniques d'apodisation permettent de réduire l'intensité des lobes de réseau et de diffraction [1,14,15] en plus d'éliminer l'effet d'oscillation de la pression irradiée dans la zone proche [1].



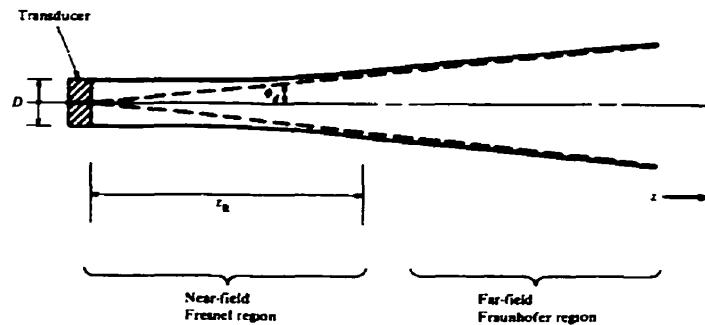
**Figure 1.8 : Représentation des lobes de diffraction (*side lobes*) et des lobes de réseau (*grating lobes*). La majorité de la puissance irradiée se concentre dans le lobe principal (*main lobe*), les lobes de diffraction et les lobes de réseau, tirée de [1].**

Les équations qui permettent de calculer les angles de diffraction latérale ( $\phi_{xd}$ ) et transverse ( $\phi_{yd}$ ) d'un élément rectangulaire (positions des premiers zéros de la fonction de densité de puissance) sont:

$$\begin{aligned}\phi_{xd} &= \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{b}\right) \\ \phi_{yd} &= \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{h}\right)\end{aligned}\tag{1.16}$$

où b et h sont la largeur et la hauteur de l'élément rectangulaire respectivement. Pour une barrette 1D, 1.5D ou 2D, b et h représentent la largeur (L) et la hauteur totales de la barrette (formée par plusieurs éléments rectangulaires) respectivement. Il est important de mentionner que  $\phi_{xd}$  et  $\phi_{yd}$  indiquent la quantité de diffraction du lobe principal lorsqu'il se propage le long de la source. La figure 1.9 représente qualitativement le diagramme de la diffraction du faisceau. Dans la zone proche, le faisceau est collimaté jusqu'à la distance de transition  $Z_R$ . Au delà de cette distance, le faisceau commence à diverger

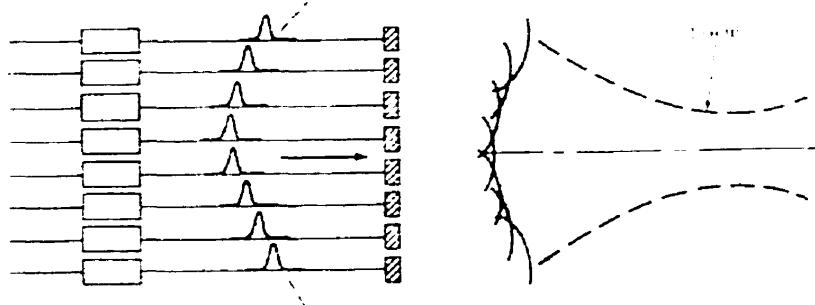
graduellement. Étant donné que certaines régions d'intérêt (ex : fœtus) se trouvent dans la zone lointaine du transducteur et que la divergence du faisceau affecte la qualité des images (résolution latérale), pour les objets situés dans cette région, on doit recourir aux techniques de focalisation pour diminuer la divergence du faisceau.



**Figure 1.9 : Représentation qualitative de la divergence du faisceau ultrasonore. Le faisceau diverge graduellement à partir de la zone de transition, tirée de [1].**

La focalisation permet de converger le faisceau ultrasonore vers un point focal désiré. Il existe trois techniques de focalisation : la focalisation électronique, la focalisation mécanique et la focalisation à l'aide des lentilles convergentes. Ces trois méthodes peuvent être combinées pour obtenir une meilleure performance. La focalisation électronique combinée avec la focalisation mécanique sont actuellement [16,17] les meilleures techniques pour modifier aisément la longueur et la directivité du point focal. La focalisation mécanique consiste à fabriquer des transducteurs ayant un certain rayon de courbure, alors que la focalisation avec des lentilles convergentes consiste à placer des lentilles devant les transducteurs. La convergence du faisceau s'explique par les différences d'indice de réfraction entre le transducteur, la lentille et le tissu biologique. La focalisation électronique consiste de façon générale à exciter les éléments d'un transducteur (1D, 1.5 D, 2D) avec certains délais de phase pour que toutes les ondes émises arrivent en même temps au point focal désiré (figure 1.10). Les délais sont

calculés à partir des positions géométriques des éléments actifs en émission, du centre focal et du point focal désiré.



**Figure 1.10 : Principe de focalisation électronique. En imposant des délais d'excitation sphériques, on parvient à converger le faisceau vers un point focal désiré, tirée de [1].**

Les dimensions du faisceau au point focal ( $Wf_{lat}$ ,  $Wf_{tran}$ ) et la profondeur de focalisation (*depth of focus*) permettent de quantifier la performance de focalisation d'un transducteur. Elles sont données par:

$$\begin{aligned} Wf_{lat} &= 2\left(\frac{lf}{L}\right)\lambda \\ Wf_{tran} &= 2\left(\frac{lf}{h}\right)\lambda \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$\text{profondeur focale latérale} \approx \frac{Wf_{lat}}{2\lambda} \approx 3\left(\frac{lf}{L}\right)\lambda \quad (1.18)$$

où  $lf$ ,  $\lambda$ ,  $L$ ,  $h$  sont la longueur focale désirée, la longueur d'onde, la largeur (latérale) et la hauteur des transducteurs respectivement. Actuellement, les résolutions latérale ( $R_{lat}$ ) et transverse ( $R_{tran}$ ) des transducteurs sont approximativement égales aux dimensions du faisceau au point focal:

$$\begin{aligned} R_{lat} &\approx Wf_{lat} = 2\left(\frac{lf}{L}\right)\lambda \\ R_{tran} &\approx Wf_{tran} = 2\left(\frac{lf}{h}\right)\lambda \end{aligned} \quad (1.19)$$

La focalisation dynamique (*dynamic focusing*) est une technique permettant de focaliser les signaux en réception, pour différentes profondeurs (longueurs focales). Il est important de mentionner que ce terme s'applique seulement à la focalisation en réception.

### 1.3.3 Apodisation

Nous avons vu que la présence des irrégularités dans la zone proche et des lobes de diffraction dans la zone lointaine sont parfois indésirables lorsqu'on veut obtenir une bonne qualité d'image ou une focalisation ponctuelle. L'apodisation est une technique qui permet de lisser les irrégularités et de minimiser les lobes de diffraction. Cette technique repose sur le principe que si le profil d'excitation du transducteur est gaussien à partir du centre jusqu'aux extrémités (plutôt que d'être uniforme sur toute la surface du transducteur), alors le profil du faisceau irradié aura une forme gaussienne lisse partout, dans le champ proche comme dans le champ lointain [1]. Ainsi, si le profil d'excitation du transducteur est approximé par une gaussienne qui décroît à partir du centre du transducteur, le comportement du profil du faisceau sera plus uniforme.

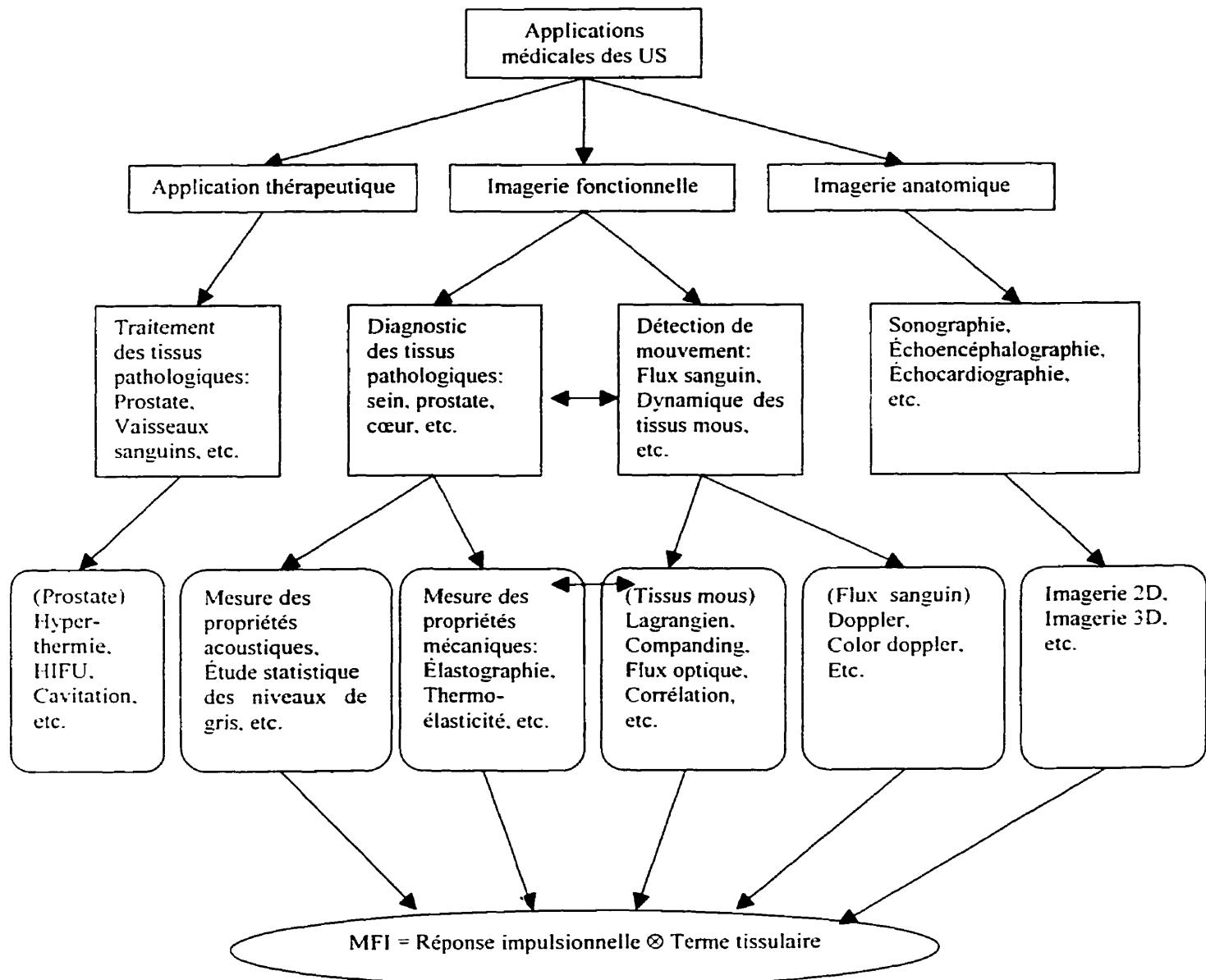
Plusieurs techniques permettent d'obtenir ce genre de profil : l'utilisation d'absorbants à la surface du transducteur, l'utilisation des anneaux concentriques, etc. Pour les transducteurs à barrettes linéaires, on apodise en modifiant les signaux d'excitation de chacun des éléments (ex : multiplication par une fenêtre Hanning). L'un des inconvénients de l'apodisation est la diminution de la puissance irradiée dans le tissu. Également, le coût de fabrication des systèmes échographiques dépend de la technique utilisée pour apodiser.

#### 1.4 Motivations

Actuellement, les applications médicales des ultrasons sont surtout au niveau de l'imagerie anatomique et fonctionnelle et au niveau thérapeutique des tissus biologiques (figure 1.11). Sur le plan fonctionnel, les ultrasons sont utilisés pour le diagnostic des tissus pathologiques. Ils permettent d'estimer le flux sanguin et d'étudier la dynamique des tissus mous (sein, prostate). Au niveau thérapeutique, ils servent à détruire certains tissus cancéreux, surtout au niveau de la prostate, car le cancer de la prostate est l'un des plus diagnostiqués chez l'homme. En ce qui concerne l'imagerie anatomique, les ultrasons sont couramment utilisés, notamment en sonographie, en échocardiographie et en échoencéphalographie.

Les techniques classiques permettant de détecter les tissus pathologiques sont basées sur des mesures des propriétés acoustiques [91-93] ou sur des études statistiques des images échographiques [94-96]. Les nouvelles méthodes sont plutôt basées sur les mesures des propriétés mécaniques. Par exemple, l'élastographie [37,97,98] est une technique très prometteuse qui consiste à estimer la distribution d'élasticité des tissus mous. Présentement, elle est surtout utilisée pour la détection du cancer du sein qui constitue l'une des quatre causes de décès les plus fréquentes chez la femme, les autres causes étant les maladies coronariennes, les accidents cérébrovasculaires et le cancer du poumon.

En ce qui concerne les techniques d'estimation de mouvement, l'effet Doppler et ses dérivés [1.3,99] sont couramment utilisés pour estimer le flux sanguin. Le flux optique [102,103], les méthodes de corrélation [104,105]) et l'approche lagrangienne [58,59] permettent quant à elles d'estimer le mouvement des tissus mous. À notre connaissance, l'approche lagrangienne semble être actuellement la technique la plus optimale pour étudier la dynamique des tissus. Cette méthode permet également d'obtenir des élastogrammes (distribution de l'élasticité du milieu), ce qui permettrait de détecter des tissus pathologiques.



**Figure 1.11 : Diagramme illustrant les applications médicales des ultrasons. MFI signifie le modèle de formation d'image.**

En ce qui concerne le traitement des tissus cancéreux (prostate), la méthode HIFU, *High Intensity Focused Ultrasound* [13,16], est présentement l'une des techniques les plus prometteuses. Elle peut être considérée comme une approche chirurgicale quasi non invasive qui consiste à surchauffer les tissus cancéreux, lesquels sont plus sensibles à la chaleur que les tissus sains. En focalisant le faisceau ultrasonore sur une région d'intérêt (pathologique), le surchauffement permet la destruction des tissus.

Enfin, pour ce qui est de l'imagerie anatomique 2D et 3D, plusieurs techniques ou algorithmes d'acquisition d'images et de reconstruction de volumes tridimensionnels existants ont été développés, soit par les industries (Alpha space, ATL, 3D Echotech, Life, etc.) ou par les groupes de recherche [71,106-108]. Ces techniques permettent principalement d'améliorer la qualité des images et de reconstruire des images tridimensionnelles des organes biologiques (rein, foie, prostate, etc.).

Parmi les techniques mentionnées, l'approche lagrangienne [58,59], l'imagerie 2D et 3D [71], certaines approches statistiques [96], l'estimation du flux sanguin [63,64] et certaines méthodes en élastographie [37,98] nécessitent ou utilisent la réponse impulsionale (PSF) des sondes échographiques en tant que connaissance a priori afin d'obtenir des résultats plus performants. La réponse impulsionale est également de plus en plus utilisée dans d'autres domaines de recherche. Elle sert notamment à la compression des images échographiques [77], à l'imagerie adaptative et aux abérrateurs de phases [65,66], à la déconvolution des images [70-72], à l'étude de décorrélation [78], aux artefacts intravasculaires [79-81] et à plusieurs autres applications que nous mentionnerons dans la revue de la littérature. Selon nous, les techniques de HIFU pourraient éventuellement utiliser la réponse impulsionale en tant que connaissance a priori afin de mieux focaliser le faisceau ultrasonore (surchauffer les tissus) et de développer des techniques permettant de réduire les lobes de réseaux.

## 1.5 Problématiques et limites des modèles de PSF

La réponse impulsionale est l'une des composantes du modèle de formation d'images (MFI) qui a été développé ou modifié par plusieurs chercheurs au cours des deux dernières décennies. Au début des années 80, une première version du MFI a été proposée par Bamber et Dickinson [18]. Ce modèle est basé sur la convolution de la réponse impulsionale d'un système échographique avec un terme tissulaire qui représente le milieu insonifié. Ce terme tissulaire est calculé en fonction des propriétés acoustiques, de la densité et de la compressibilité du milieu. Il est important de mentionner que l'opération de convolution considère un modèle linéaire de formation d'images et que la réponse impulsionale est spatialement invariante, au moins dans la région d'intérêt.

Plus tard, Seggie et al. [23] ont modifié le MFI en convoluant la réponse impulsionale avec un terme tissulaire qui représente l'impédance acoustique du milieu insonifié. Par la suite, Meunier et al. [26], afin d'étudier la dynamique des textures des images échocardiographiques, ont utilisé un modèle gaussien pour représenter la réponse impulsionale, et un modèle aléatoire (bruit blanc) pour représenter le terme de l'impédance acoustique du milieu. Outre les hypothèses de linéarité et d'invariance spatiale, leur modèle [26] implique que la réponse impulsionale est séparable dans toutes les directions, latérale, axiale et transverse. Selon leurs travaux, la transformation du modèle d'images 3D en un modèle 2D ne nécessite que l'hypothèse de séparabilité en élévation.

Le modèle gaussien de PSF (plane) a été également utilisé par Maurice et al. [58] pour étudier la dynamique des tissus mous. En effet, ils ont proposé une approche (lagrangienne) qui nécessite les caractéristiques des PSF en tant que connaissance a priori pour estimer le mouvement tissulaire.

La géométrie de la PSF n'est pas tout à fait gaussienne et plane en pratique. De plus, dans certaines conditions, les PSF ont des irrégularités et des courbures qui sont à l'origine de certains artefacts de mouvement. Ces artefacts représentent en quelque sorte la différence entre la dynamique du tissu estimée à partir des images échographiques (textures échographiques) et le vrai mouvement du tissu sous-jacent. À notre connaissance, ces artefacts ont été observés pour la première fois par Morrison et al. [30] alors qu'un mouvement de rotation était imposé à un fantôme.

Pour expliquer ces artefacts de mouvement, Kallel et al. [32] ont introduit une courbure au modèle gaussien de la réponse impulsionale. La courbure a été définie en fonction de la distance séparant le rétrodiffuseur et les éléments d'une barrette linéaire recevant les signaux réfléchis. Sous certaines simplifications géométriques, la courbure peut être définie par une fonction parabolique, ayant un coefficient de  $(d/2)$ , où  $d$  représente la profondeur du rétrodiffuseur. Cela signifie que la courbure tend vers zéro, lorsque le rétrodiffuseur tend vers l'infini, ainsi la PSF devient plane. Ils ont démontré que l'artefact pouvait être exprimé en fonction des paramètres géométriques des PSF gaussiennes (écart types) et des paramètres instrumentaux. Il est important de rappeler que ce modèle a été développé pour des objets situés dans le champ lointain du transducteur et en supposant que la réponse impulsionale est séparable en élévation.

Pour valider ce modèle de l'artefact de mouvement, Dupont et al. [34] ont estimé certaines caractéristiques géométriques des réponses impulsionales en fonction de la profondeur des rétrodiffuseurs, en supposant que le modèle de la réponse impulsionale est toujours gaussien.

La courbure a également été observée expérimentalement par Arthur et al. [38] pour des PSF focalisées. Selon leurs résultats, la courbure des PSF est dans la direction du transducteur lorsqu'il y a une surestimation de la vitesse de propagation par rapport à la vitesse prévue, alors que c'est le contraire lorsqu'il y a une sous-estimation. Il faut

mentionner que cette courbure en fonction du point focal n'a pas été modélisée dans leurs travaux.

Les modèles de PSF ont également été développés en coordonnées polaires afin d'être utilisés dans certaines applications qui nécessitent des sondes cylindriques pour acquérir des images échographiques. À titre d'exemple, pour proposer les problèmes direct et inverse en élastographie endovasculaire, Soualmi et al. [37] ont introduit un modèle de PSF gaussien en coordonnées polaires. Ce modèle suppose que la PSF est séparable et invariante spatialement; cette dernière hypothèse signifie que le profil angulaire de l'ondelette ne change pas en fonction de la profondeur.

D'autres modèles de PSF ont été développés à partir des approches numériques qui permettent de déterminer le champ acoustique rétrodiffusé par un seul diffuseur. Par exemple, Rao et al. [39], pour contourner le compromis existant entre l'atténuation des ondes et les problèmes de la hausse de l'intensité acoustique (ex : effets non linéaire), ont développé un modèle quasi analytique pour les PSF lorsque les signaux sont modulés en fréquence plutôt qu'en amplitude.

Il est également possible d'obtenir un modèle quasi analytique des PSF à partir du modèle convolutionnel de Jensen et al. [46], qui permet de calculer numériquement les tracés de tensions obtenus par un système échographique après avoir insonifié un milieu ayant un seul objet ponctuel. Ce modèle utilise les hypothèses de linéarité acoustique pour calculer les champs émis et rétrodiffusé.

Les modèles mentionnés ci-dessus, ont certaines limites et problématiques lesquelles sont toujours reliées au modèle de formation d'images. D'abord, les hypothèses de séparabilité et d'invariance spatiale des réponses impulsionales ne sont valides que sous certaines conditions d'acquisition d'images échographiques. Par exemple, lorsqu'il y a une certaine courbure en élévation (tout comme dans la direction axiale), les PSF ne

sont pas séparables et invariantes spatialement. Ensuite, les modèles actuels des PSF sont relativement simples, car la plupart ne tiennent pas compte de la focalisation, de l'apodisation et de l'atténuation du faisceau ultrasonore (d'autres facteurs tel que le signal d'excitation, le facteur de qualité du transducteur, la diffraction, ... peuvent aussi affecter les caractéristiques des PSF). Aussi, la plupart des modèles de formation d'images sont développés pour le champ lointain, afin de simplifier les équations et de négliger l'effet des interférences destructives en émission et en réception. Toutefois, la plupart des régions d'intérêt en élastographie (cancer du sein, de la prostate, caractéristiques de la paroi vasculaire etc.) sont localisées dans le champ proche du transducteur lorsque ce dernier est en contact direct avec les tissus insonifiés. Avec la focalisation du faisceau ultrasonore, il n'y a aucun intérêt à travailler dans le champ lointain, étant donné que la résolution latérale d'une barrette linéaire devient plus grande que la largeur individuelle des éléments. De plus, étant donné que dans le champ proche, le gradient de pression varie dans toutes les directions, nous croyons que les dérivées partielles du modèle de formation d'images devraient être considérées autant dans les directions latérale et transverse que dans la direction axiale. En dernier lieu, tel qu'indiqué par Dupont et al. [34], l'estimation des caractéristiques géométriques des PSF nécessite des techniques robustes permettant de faire du moyennage à partir des résultats d'une série d'images expérimentales ou simulées.

## 1.6 Objectifs

Afin de rendre plus performant le modèle de formation d'images dans les applications mentionnées et dans d'autres applications (études non linéaires, contrôle de qualité, etc.), il est important de développer un nouveau modèle qui permette de repousser ces limites. Ainsi, l'objectif de ce projet vise à développer un modèle amélioré de PSF qui considère la focalisation du faisceau ultrasonore en émission et en réception. Les effets d'apodisation et d'atténuation seront également étudiés de façon qualitative.

Au chapitre deux, nous présenterons les principales caractéristiques des différents modèles de PSF et de MFI développés au cours des deux dernières décennies; et nous mettrons en évidence les limites de ces modèles. Au chapitre trois, nous présenterons la méthodologie utilisée pour atteindre nos objectifs, particulièrement en décrivant le logiciel Field II et les algorithmes utilisés pour acquérir des images échographiques et pour estimer les caractéristiques géométriques (largeurs axiale, latérale, transverse, courbure) des PSF. Au chapitre quatre (résultats), nous présenterons les variations des caractéristiques (courbure, largeurs) des PSF en fonction la profondeur du rétrodifuseur et du point focal. Nous expliquerons aussi en détail l'origine de ces variations en fonction des techniques d'acquisition des images échographiques; et nous présenterons le nouveau modèle de PSF qui tient compte de la focalisation du faisceau ultrasonore. Finalement, les effets de l'apodisation et de l'atténuation seront discutés, et d'autres applications prometteuses de PSF seront suggérées.

## Chapitre II : Revue de la littérature

### 2.1 Modèle de formation d'images

Le modèle de formation d'images (pour un milieu homogène continu) considéré dans ce projet est celui qui a été proposé par Bamber et Dickinson [18-21]. Ce modèle a été développé à partir de l'équation d'onde inhomogène décrite par Morse et Ingard [10]:

$$\nabla^2 p_1 - \frac{1}{C_o^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = \nabla \frac{\rho_1}{\rho_0} \cdot \nabla p_o + \frac{1}{C_o^2} \left( \frac{\rho_1}{\rho_0} + \frac{\beta_1}{\beta_o} \right) \frac{\partial^2 p_o}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

où  $p_0(r,t)$ ,  $p_1(r,t)$  représentent l'onde incidente et l'onde rétrodiffusée respectivement;  $\rho_1$  et  $\beta_1$  représentent les petites fluctuations de densité et de compressibilité à partir de leur valeur moyenne  $\rho_0$ ,  $\beta_0$ . La vitesse moyenne de la propagation des ondes acoustiques est représentée par  $C_o$ . En utilisant l'approximation de Born (qui néglige les rétrodiffusions multiples), l'approximation de champ lointain (onde plane et simplification géométrique) et le théorème de Green, ils ont solutionné l'équation et ont finalement obtenu un modèle convolutionnel 3D de formation d'images pour le champ lointain (la propagation de l'onde est dans la direction de l'axe z):

$$I_{3d}(x, y, z) = H_{3d}(x, y, z) \otimes T(x, y, z) \quad (2.2)$$

avec:

$$T(x, y, z) = \frac{1}{4} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[ \frac{\rho_1(x, y, z)}{\rho_o} - \frac{\beta_1(x, y, z)}{\beta_o} \right] - \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \frac{\beta_1(x, y, z)}{\beta_o} \quad (2.3)$$

où  $I_{3d}(x,y,z)$  est l'image échographique 3D.  $H_{3d}(x,y,z)$  est la réponse impulsionnelle ou fonction point d'étalement (PSF) des systèmes échographiques et  $T(x,y,z)$  représente le terme tissulaire qui est en fonction de la variation de densité (rétrodiffusion dipolaire) et de compressibilité (rétrodiffusion monopolaire [3]) du milieu insonifié. Toutefois, dans leurs simulations [21], Bamber et Dickinson ont négligé l'effet de la variation de densité et ont utilisé un terme tissulaire seulement en fonction de la variation de compressibilité:

$$T(x,y,z) = \nabla^2 \beta(x,y,z) = \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \frac{\beta_1(x,y,z)}{\beta_o} \quad (2.4)$$

Pour leur part, Leeman et Gore [22], en supposant que la longueur d'onde est plus petite que les dimensions du faisceau ultrasonore, ont plutôt négligé l'effet du laplacien de la compressibilité et ont défini le terme tissulaire  $T(x,y,z)$  seulement en fonction de la dérivée axiale de densité et de compressibilité:

$$T(x,y,z) = \frac{1}{4} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[ \frac{\rho_1(x,y,z)}{\rho_o} - \frac{\beta_1(x,y,z)}{\beta_o} \right] \quad (2.5)$$

À la lumière de ce qui précède, on pourrait croire que si l'équation d'onde inhomogène était résolue pour le champ proche, on obtiendrait un terme tissulaire avec des dérivées secondes du terme entre crochets de l'équation 2.5 autant dans les directions latérale et transverse que dans la direction axiale. Notre intuition est basée sur le fait que le gradient de pression acoustique varie autant dans les directions latérale et transverse que dans la direction axiale étant donné que, dans la zone proche, les ondes sont sphériques plutôt que planes.

En considérant les travaux de Gore et Leeman, Seggie et al. [23] ont reformulé le même terme tissulaire, mais cette fois en fonction de la distribution de l'impédance acoustique.  $Z_{3d}(x,y,z)$ :

$$T(x, y, z) = \frac{\partial^2}{\partial^2 z} Z_{3d}(x, y, z) \quad (2.6)$$

où:

$$\begin{aligned} Z_{3d}(x, y, z) &= Z_o \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{\rho_i(x, y, z)}{\rho_o} - \frac{1}{2} \frac{\beta_i(x, y, z)}{\beta_o} \right] \\ Z_o &= \sqrt{\frac{\rho_o}{\beta_o}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Ainsi, le modèle de formation d'images tridimensionnelles peut s'écrire par la convolution du terme tissulaire (éq. 2.6) avec la PSF (3D):

$$I_{3d}(x, y, z) = \frac{\partial^2}{\partial^2 z} H_{3d}(x, y, z) \otimes Z_{3d}(x, y, z) \quad (2.8)$$

Plus tard, Meunier et al. [24-26], pour étudier la dynamique des textures échographiques, ont utilisé un modèle de formation d'images 2D en supposant que la PSF est séparable dans le plan d'élévation:

$$I_{2d}(x, z) = \frac{\partial^2}{\partial^2 z} H_{2d}(x, z) \otimes Z_{2d}(x, z) \quad (2.9)$$

$$Z_{2d}(x, z) = \int Z_{3d}(x, y, z) H(y) dy \quad (2.10)$$

$$H_{3d}(x, y, z) = H_{2d}(x, z) H(y) \quad (2.11)$$

où  $I_{2d}(x, z)$  est l'image échographique RF obtenue par les systèmes échographiques;  $Z_{2d}(x, z)$  est le terme tissulaire 2D qui peut être interprété comme la projection de l'impédance acoustique  $Z_{3d}(x, y, z)$  pondérée par  $H(y)$ . Ainsi, en supposant la séparabilité des PSF dans le champ lointain, ils ont formulé le terme  $Z_{2d}(x, z)$  par une convolution entre deux termes:

$$Z_{2d}(x, z) = C(x, z) \otimes N(x, z) \quad (2.12)$$

$$C(x, z) = \frac{1}{\sigma_{xs} \sigma_{zs}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x^2}{\sigma_{xs}^2} + \frac{z^2}{\sigma_{zs}^2} \right) \right] \quad (2.13)$$

$$N(x, z) = \sum_{n=1}^N a_n H_v(y_n) \delta(x - x_n, z - z_n) \quad (2.14)$$

où  $C(x,z)$  représente l'échogénicité d'un diffuseur et  $N(x,z)$  le nombre de cellules centrées sur chaque pixel;  $\sigma_{xs}$  et  $\sigma_{zs}$  représentent les écarts types latéral et axial du terme tissulaire. Le paramètre  $a_n$  est une variable aléatoire. Dans ses simulations, Meunier a défini le terme  $N(x,z)$  par un bruit blanc gaussien de moyenne nulle.

Récemment, Fontaine [27], pour étudier l'influence du volume des rétrodiffuseurs (globules rouges) sur la puissance rétrodiffusée, a incorporé un paramètre géométrique dans le terme tissulaire en supposant que les rétrodiffuseurs sont sphériques:

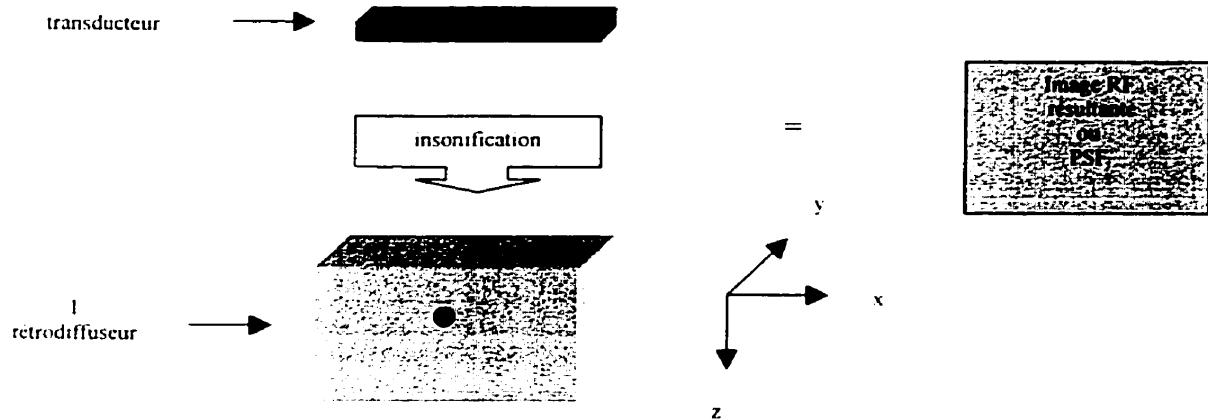
$$C(z) = \pi(a^2 - z^2) \quad (2.15)$$

où  $C(z)$  est la projection de  $C(x,y,z)$  sur l'axe axial et « $a$ » correspond au rayon des rétrodiffuseurs. Pour ce faire, elle a supposé que la PSF est séparable dans toutes les directions.

### 2.1.1 Fonction point d'étalement (PSF)

La modélisation de la PSF peut se faire expérimentalement en milieu contrôlé en insonifiant une cible «ponctuelle» (petit rétrodiffuseur, ex : bille de verre), figure 2.1, ou être déduite à partir d'études théoriques [28,29]. La figure 2.1 illustre le processus expérimental pour obtenir des images de PSF. On y voit que la PSF est l'image

échographique obtenue après avoir insonifié un milieu ayant un seul diffuseur dont la taille est plus petite ou égale à la longueur de l'onde ultrasonore.



**Figure 2.1 : Illustration du processus pour obtenir des images de PSF expérimentales. La PSF est l'image échographique (RF) obtenue après avoir insonifié un milieu ayant un seul rétrodiffuseur. L'axe d'insonification est dans la direction axiale (z).**

Dans ses travaux, Meunier [24-26] a utilisé un modèle théorique de PSF, qui serait une gaussienne plane, pour le champ lointain :

$$H_{3d}(x, y, z) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{z^2}{\sigma_z^2}\right)\right] \cos(2\pi f_s z) \quad (2.16)$$

$$f_s = \frac{2f}{C_o}$$

où  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  représentent les écarts types latéral, transverse et axial de la PSF respectivement. Le paramètre  $f_s$  représente la fréquence spatiale qui est reliée à la fréquence du transducteur,  $f$ , et à la vitesse de propagation de l'onde ultrasonore,  $C_o$ . Le facteur 2 tient compte du trajet aller/retour de l'onde acoustique. Il est à noter que ce modèle est séparable dans toutes les directions: «hypothèse réaliste» que Bamber et Dickinson [19] ont également considérée dans le champ lointain.

Pour étudier l'artefact de mouvement des textures échographiques observé par Morrison [30], Kallel [31,32] a introduit une courbure au modèle de PSF gaussienne en considérant que la PSF est séparable seulement en élévation:

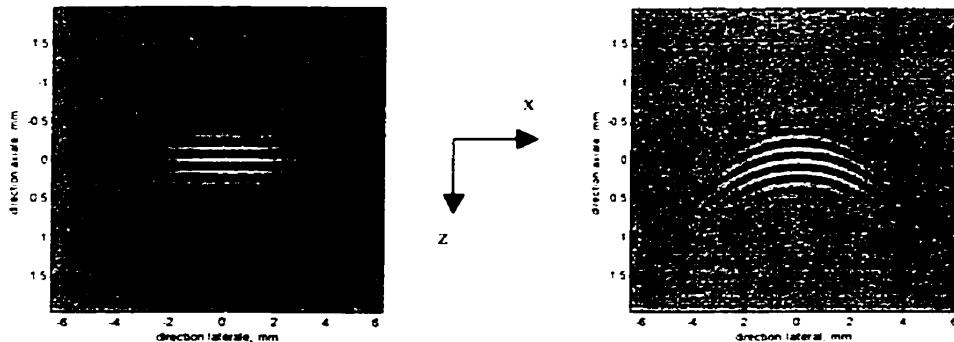
$$H_{3d}(x, y, z) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{(z - \Delta r)^2}{\sigma_z^2}\right)\right] \cos(2\pi f_c(z - \Delta r)) \quad (2.17)$$

$$\Delta r = d - \sqrt{x^2 + d^2} \quad (2.18)$$

où  $\Delta r$  représente le paramètre de la courbure;  $d$  est la profondeur du rétrodiffuseur à partir de la surface du transducteur. Cette courbure est définie par la différence de la distance parcourue par l'onde réfléchie pour atteindre chacun des éléments d'une barrette linéaire. Afin d'alléger certaines manipulations mathématiques de la réponse impulsionale, il a approximé cette courbure par une parabole en supposant que  $x \ll d$ :

$$\Delta r \approx \frac{x^2}{d} \quad (2.19)$$

Ainsi, lorsque la distance du rétrodiffuseur tend vers l'infini ( $d \rightarrow \infty$ ), la courbure devient nulle ( $\Delta r \rightarrow 0$ ), et on obtient une PSF gaussienne plane comme celle utilisée par Meunier et al. [26]. Des exemples de PSF gaussiennes plane et courbe sont présentés à la figure 2.2. Il est important de mentionner que la présence de la courbure rend invalide l'hypothèse de séparabilité de PSF dans les directions latérale et axiale (x,z). Étant donné que la PSF est courbe dans ce plan, on peut supposer qu'il y a également une courbure dans le plan d'élévation, ce qui rendrait les hypothèses de séparabilité et d'invariance invalides, à moins que la PSF soit considérée seulement pour une petite région d'intérêt (ROI). Alors, il faut définir la taille de cette région d'intérêt, laquelle pourrait être en fonction des dimensions géométriques de la réponse impulsionale au point focal.



**Figure 2.2 : Exemple de PSF gaussiennes plane (gauche) et courbe (droite). Le sens de l'insonification est dans la direction axiale (z).**

Dans leurs travaux, Kallel et al. [31-32] ainsi que Maurice et al. [59] ont démontré que la courbure de la réponse impulsionnelle, associée au type de mouvement, est à l'origine de l'artefact de mouvement: ils ont quantifié ce dernier en fonction des paramètres géométriques de la PSF ( $\sigma_x$ ), de la fréquence spatiale du transducteur ( $f_s$ ) et du rayon de courbure ( $d$ ). Pour une petite rotation ou un petit cisaillement d'angle  $\theta$ , ces mesures d'artefacts sont données par:

$$t_{rx} = \frac{\sigma_x^4}{d} f_s^2 \theta \quad (2.20)$$

$$t_{rz} = \frac{3}{2} \frac{\sigma_x^4}{d} f_s^2 \theta^2 \quad (2.21)$$

où  $t_{rx}$  et  $t_{rz}$  représentent les artefacts de mouvement latéral et axial des textures échographiques subissant un faible mouvement de rotation ou de cisaillement d'angle  $\theta$ .

Dupont et al. [33,34], pour valider les artefacts de mouvement prédits par Kallel, ont estimé les paramètres géométriques des PSF en utilisant un fantôme (fabriqué par Hull et al.[35]) pour représenter les inhomogénéités du tissu (rétroréflécteurs) et un appareil de

Siemens pour acquérir des images échographiques. En utilisant les images RF et la méthode d'autocorrélation, il ont estimé les paramètres de PSF pour cinq différentes positions à partir de la surface du transducteur. Selon eux, l'utilisation de l'autocorrélation est valide lorsque la PSF est gaussienne et plane (sans courbure). Dans le cas où il y a une courbure, on introduit un biais qui sous-estime légèrement les vraies valeurs des écarts types à estimer, et l'erreur due à la sous-estimation croît avec la courbure de la réponse impulsionnelle. Selon leurs résultats, la valeur moyenne des largeurs latérales en fonction de la profondeur semble augmenter, alors que les largeurs axiales semblent demeurer constantes. En ce qui concerne l'estimation de la courbure des PSF, ils n'ont pu obtenir des mesures précises à cause des techniques d'acquisition des images expérimentales.

Il est à noter, toutefois, qu'Arthur et al. [38] ont expérimentalement observé la présence de la courbure lorsqu'il y a sous-estimation ou surestimation de la vitesse de propagation des ondes acoustiques. Selon leurs résultats, la courbure est dans la direction du transducteur lorsque la vitesse est surestimée ( $C > 1540$ ), alors qu'elle est dans la direction inverse lorsque la vitesse est sous-estimée ( $C < 1540$ ). Il est important de mentionner qu'ils ont obtenu ces résultats en focalisant le faisceau ultrasonore. Ils ont également développé une méthode (basée sur le calcul de variance des intensités de l'image échographique reçue) pour estimer la vitesse de propagation dans le milieu. Toutefois, ils n'ont développé aucun modèle paramétrique pour les PSF, avec ou sans courbure.

Les PSF ont été également définies en coordonnées polaires. Cela permet de les utiliser en tant que connaissance a priori dans les applications où les images échographiques sont obtenues à l'aide de transducteurs cylindriques. Par exemple, Soualmi et al. [36,37], en développant le problème direct en élastographie endovasculaire, ont reformulé le modèle de PSF gaussienne en coordonnées polaires:

$$H_{2d}(r, \theta) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{r^2}{\sigma_r^2} + \frac{\theta^2}{\sigma_\theta^2}\right)\right] \cos\left(4\pi \frac{f_c}{C_o} r\right) \quad (2.22)$$

où  $\sigma_r$  et  $\sigma_\theta$  sont les écarts types radial et angulaire respectivement. Ce modèle suppose que la PSF est séparable et invariante spatialement. L'invariance signifie que le profil angulaire de l'ondelette gaussienne ne change pas en fonction de la profondeur.

D'autres modèles de PSF ont été développés à partir des approches numériques qui permettent de déterminer le champ acoustique rétrodiffusé par un seul diffuseur. Par exemple, Rao et al. [39], pour contourner le compromis existant entre la hausse de l'intensité des ondes transmises (conséquence: effet de cavitation et effet de distorsions non linéaires) et l'atténuation de l'onde acoustique, ont suggéré de moduler les ondes transmises (émission) en fréquence (*frequency modulation, fm*) plutôt qu'en amplitude (*amplitude modulation, AM, short pulse*). tel qu'utilisé conventionnellement. Ainsi, ils ont défini un modèle de PSF (après détection d'enveloppe et traitement de compression) pour le champ lointain en supposant que l'effet de la dispersion est négligeable [40] et que le coefficient d'atténuation est linéaire en fonction de la fréquence:

$$PSF(x, z_o, t) = |P(x, z_o, t) \bullet P_{int(t)}| \quad (2.23)$$

où  $P_{int}$  est le signal transmis et modulé en fréquence. L'opérateur ( $\bullet$ ) désigne la corrélation entre les signaux:  $p(x, z_o, t)$  est le signal reçu par un objet ponctuel situé à une distance axiale  $z_o$  du transducteur. Leur approche pour dériver  $p(x, z_o, t)$  est basée sur la réponse impulsionnelle qui a été utilisée par d'autres chercheurs (Hunt et al. [41], Jensen [42]):

$$p(x, z_o, t) = \rho \frac{\partial P_{int}}{\partial t} \otimes [g_t(t) \otimes g_r(t)] \otimes [h_t(X, z_o, t) * h_r(X, z_o, t)] \otimes f_o(t) \otimes h_a(z_o, t, \alpha_a) \quad (2.24)$$

où  $g_i(t)$  et  $g_r(t)$  correspondent aux réponses impulsionales temporelles en transmission et en réception;  $h_i(X, z_0, t)$  et  $h_r(X, z_0, t)$  sont les réponses impulsionales de l'ouverture du transducteur (r.i. spatiale) en émission et en réception;  $X$  représente la position latérale du centre du transducteur. Dans leurs travaux, pour ces paramètres ( $h_i(X, z_0, t)$ ,  $h_r(X, z_0, t)$ ), Rao et al. [39] ont choisi d'utiliser les solutions analytiques développées par Stepanishen [43] et Guyomar [44].  $f_i(t)$  est la réponse impulsionnelle du rétrodiffuseur et  $\rho$  la densité du milieu;  $h_a(z_0, t, \alpha_o)$  est la réponse impulsionnelle qui tient compte de l'atténuation de l'onde acoustique (aller-retour). Ce terme a été calculé par Kak et al. [45] pour un milieu ayant une dispersion négligeable et un coefficient d'atténuation linéaire en fonction de la fréquence:

$$h_a(z_0, t, \alpha_o) = (\text{const.}) \frac{(\alpha_o z_0 / \pi)}{[(\alpha_o z_0 / \pi)^2 - (t - 2z_0 / c)^2]} \quad (2.25)$$

La formulation de la PSF peut également être définie à partir de la formulation des signaux électriques reçus par un transducteur lorsqu'on insonifie un milieu sans atténuation [46]:

$$p_r(\vec{r}_r, t) = V_p(t) \otimes_{\text{t}} f_m(\vec{r}_s) \otimes_{\text{s}} h(\vec{r}_s, \vec{r}_r, t) \otimes_{\text{s}} h(\vec{r}_r, \vec{r}_s, t) \quad (2.26)$$

où  $V_p(t)$  est la fonction de transfert électromécanique du transducteur;  $f_m$  est la distribution spatiale des rétrodiffuseurs;  $h$  est la réponse impulsionnelle spatiale d'un transducteur en particulier ayant une géométrie particulière. Les opérateurs  $\otimes_t$  et  $\otimes_s$  désignent la convolution temporelle et spatiale respectivement. Les vecteurs  $r_t$  et  $r_s$  correspondent aux coordonnées spatiales du transducteur et du rétrodiffuseur respectivement. Le terme d'atténuation peut être considéré, dans l'équation (2.26), en modifiant  $V_p(t)$  par  $V_{pa}(t - |r_s - r_t|)$  [47]. Alors, pour un milieu ayant un seul diffuseur ( $f_m = \delta$  de Dirac), le signal reçu est égal à la fonction du point d'étalement ou PSF:

$$PSF = V_p(t) \otimes h(\bar{r}_s, \bar{r}_t, t) \otimes h(\bar{r}_t, \bar{r}_s, t) \quad (2.27)$$

Dans d'autres travaux, Jensen et Leeman [48] ont développé des algorithmes basés sur la technique de filtrage homomorphique afin d'estimer  $V_p$  de façon non paramétrique.  $V_p$  représente en quelque sorte la ligne centrale d'une PSF. En se basant sur ces travaux [48], ils ont paramétrisé  $V_p$  en estimant un ensemble de paramètres ARMA (*autoregressive moving average object*) [49]. Toutefois, il faut mentionner qu'ils ont utilisé un réflecteur plan pour atteindre les objectifs [48,49], ce qui pourrait affecter les résultats si l'objet réflecteur était seulement un objet ponctuel. Il faut aussi ajouter que  $V_p$  est également utilisé en tant que connaissance a priori dans d'autres domaines de recherche, notamment dans la déconvolution des images échographiques [50-52], l'impédiographie [53] et l'estimation des paramètres d'atténuation acoustique [54-56].

### 2.1.2 Exemples d'application des PSF

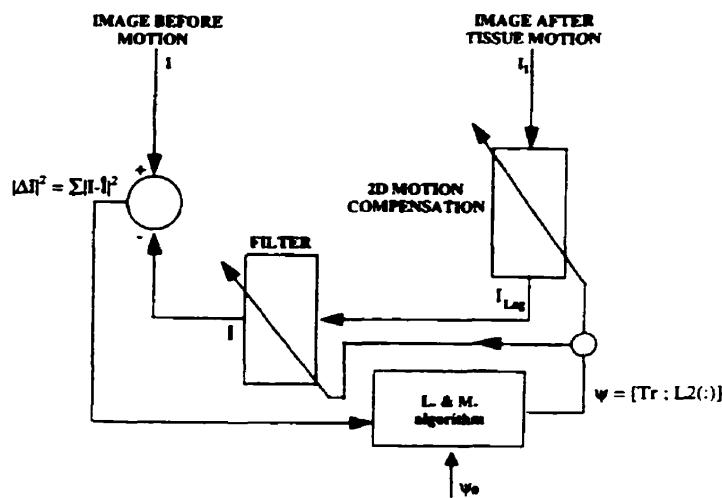
La PSF est utilisée en tant que connaissance a priori pour l'estimation du mouvement par le modèle de speckle lagrangien (LSM, *Lagrangian speckle model*) [57-60]. Ce modèle optimal permet d'estimer la dynamique des tissus mous soumis à des transformations affines (transformations linéaires + translation) tout en minimisant les effets des bruits de décorrélation, voir figure ( 2.3).

Brièvement, ce modèle permet d'estimer les paramètres d'une transformation affine ( $\psi_0$ ). Le principe consiste d'abord à déterminer l'image lagrangienne  $I_{lag}$  (référentiel lagrangien, matériel) à partir de l'image du tissu après le mouvement ( $I_1$ ):

$$I_{lag}(x, z) = [I_1(x, z)]_{L2} = [h(x, z) \otimes Z_{L2^{-1}}(x, z)]_{L2} \quad (2.28)$$

Ensuite,  $I_{lag}$  est filtrée afin de diminuer différentes sources de bruits (morphologiques, électroniques, quantification, etc.). Finalement, l'image restaurée  $\hat{I}$  est comparée à

l'image du tissu avant mouvement (dans le référentiel eulérien, observateur) afin de quantifier un critère de convergence pour des algorithmes itératifs (Levenberg-Marquard, [61-62]) qui permettent d'obtenir les meilleurs estimés des vecteurs de transformations du tissu.



**Figure 2.3 : Diagramme bloc de l'implantation du modèle lagrangien pour estimer le mouvement du tissu, tirée de [57].**

Les PSF sont également utilisées dans plusieurs autres domaines de recherche, particulièrement dans l'estimation du flux sanguin [63,64], les aberrateurs de phases et l'imagerie adaptative [65,66], la modulation des signaux [67,68], la tomographie diffractionnelle [69], la déconvolution des images échographiques [70-72], la synthèse des ouvertures pour l'imagerie cohérente et non cohérente [73], l'holographie ultrasonore [74], la réduction des textures échographiques [75-76], la compression des images [77], l'étude de la décorrélation [78] et des artefacts intravasculaires [79-81].

## 2.2 Discussion

Nous avons vu que le modèle de formation d'images a été développé ou modifié par plusieurs chercheurs afin de caractériser les tissus biologiques. Actuellement, ce modèle est assujetti à certaines limites. D'abord, il a été développé en considérant les hypothèses de champ lointain, alors que la plupart des régions d'intérêts se situent dans la zone proche du transducteur. D'ailleurs, nous croyons que si le modèle avait été développé également pour le champ proche, le terme tissulaire aurait des dérivées secondes partielles autant dans les directions latérale et transverse que dans la direction axiale. Notre intuition est basée sur le fait que dans le champ proche, le gradient du champ acoustique varie dans les trois directions (ondelette sphérique), alors que dans le champ lointain, la variation du gradient est considérable seulement dans la direction axiale du transducteur. Il faut également mentionner qu'avec la focalisation du faisceau ultrasonore, la résolution latérale et transverse devient plus grande que la largeur géométrique des éléments (d'une barrette linéaire) lorsque la longueur focale dépasse la zone proche ( $\text{longueur focale} > Z_R$ ). Pour cette raison, on n'a aucun intérêt à travailler dans la zone lointaine, car cela dégrade la qualité (résolution latérale) des images échographiques.

Ensuite, les modèles des réponses impulsionales (PSF) sont relativement simples. En effet, ils ne tiennent pas compte de la focalisation, de l'apodisation, de l'atténuation et d'autres facteurs (TGC, filtrage, traitement des signaux en réception...) pouvant affecter la réponse impulsionale. Étant donné qu'actuellement, ces techniques sont couramment utilisées dans la plupart des applications médicales, il s'avère nécessaire de modéliser la réponse impulsionale en considérant ces facteurs. Ceci permettrait de continuer à utiliser la PSF en tant que connaissance a priori dans des applications sans se limiter aux hypothèses et techniques d'imagerie conventionnelle (champ lointain, sans focalisation, sans apodisation, etc.). Par ailleurs, cela permettrait de comprendre d'autres phénomènes acoustiques, notamment la formation des lobes de diffraction et de réseaux (avec la focalisation, l'apodisation, l'atténuation, etc.), la formation des ondes de contour, que

nous expliquerons plus tard, et l'effet de focalisation sur les artefacts de mouvement. Pour repousser l'une des limites de la modélisation de formation d'images échographiques, nous modéliserons la réponse impulsionnelle d'une sonde échographique en tenant compte de la focalisation du faisceau ultrasonore en émission et en réception.

## Chapitre III : Méthodologie

Pour modéliser la réponse impulsionnelle, PSF, nous avons besoin d'images échographiques de PSF et d'algorithmes permettant d'estimer leurs caractéristiques géométriques. Ainsi, nous allons d'abord décrire le programme Field II que nous avons utilisé pour acquérir des images de PSF et expliquer pourquoi nous avons choisi cette méthode. Nous présentons ensuite les algorithmes développés pour caractériser les PSF. Finalement, nous présentons les conditions et les paramètres utilisés dans le programme Field II pour acquérir des images RF.

De façon générale, il existe deux méthodes pour obtenir des images échographiques, soit l'utilisation d'un montage expérimental ou l'utilisation d'un logiciel de simulation. Le montage expérimental nécessite un fantôme pour représenter le milieu et un appareil échographique pour acquérir des images RF. Le logiciel de simulation comprend un ensemble de programmes permettant de simuler l'acquisition des images échographiques.

### 3.1 Simulation d'images échographiques

Le logiciel de simulation Field II présente plusieurs avantages. D'abord, nous pouvons modifier facilement certains paramètres importants, tels que la vitesse de propagation, le coefficient d'atténuation, les types de focalisation et d'apodisation et les dimensions de l'ouverture, afin d'étudier leurs effets sur la variation du modèle de formation d'images ou des PSF. Ensuite, nous pouvons contrôler adéquatement la position des rétrodiffuseurs par rapport au transducteur, ce qui est très difficile à effectuer lors de la construction des fantômes pour représenter le milieu. Le contrôle des dimensions des rétrodiffuseurs est également une autre difficulté, étant donné que les objets réflecteurs (billes de verre, impuretés, etc.) doivent être, en théorie, infiniment petits (impulsion de Dirac). De plus, avec ce logiciel de simulation, il est possible d'acquérir des images 3D, soit en utilisant la

technique de construction de volume 3D à partir d'une série d'images 2D ou bien en utilisant une barrette linéaire 2D (*multi row*) avec ou sans focalisation dans le plan d'élévation. L'avantage le plus important de ce logiciel de simulation réside surtout dans la possibilité de reproduire l'acquisition des images, ce qui est très difficile à obtenir dans des conditions expérimentales.

Field II est basé sur des hypothèses de linéarité acoustique qui ne sont pas toujours valides dans les situations réelles. Toutefois, la simulation n'est qu'une première étape dans la modélisation de la PSF et plusieurs critères d'acquisition sont considérés. En effet, les résultats obtenus lors des simulations vont permettre de mieux comprendre, interpréter et analyser les caractéristiques des PSF étant donné que les conditions d'acquisition d'images sont bien contrôlées.

### 3.1.1 Programmes Field II

Field II consiste en un ensemble de programmes [82], développés par le Dr Jorgen Arendt Jensen de l'Université Technologique du Danemark, qui permet de simuler des transducteurs et de l'imagerie ultrasonore. Les programmes sont capables de calculer le champ acoustique en émission et en réception (sous excitations continues ou pulsées) pour un grand nombre de transducteurs.

Ces programmes utilisent le concept de la réponse impulsionale spatiale développée par Tupholme [83] et Stepanishen [84-85]. L'approche est basée sur la théorie des systèmes linéaires pour déterminer le champ acoustique pour des ondes continues et pulsées. Cela est réalisé à l'aide de la réponse impulsionale spatiale. Cette réponse donne le champ émis en un point spécifique dans l'espace en fonction du temps lorsque le transducteur est excité par une impulsion de Dirac. Le champ, pour toute autre sorte d'excitation, peut alors être déterminé en convolvant la réponse impulsionale avec la fonction d'excitation. La réponse impulsionale spatiale varie en fonction de la position relative

par rapport au transducteur et c'est la raison pour laquelle on l'appelle la réponse impulsionale *spatiale* (à ne pas confondre avec la PSF).

Le signal reçu d'une petite sphère en oscillation peut être calculé par le principe de la réciprocité acoustique. La réponse impulsionale spatiale devient égale à la réponse reçue d'une onde sphérique émise par un point dans l'espace. Ainsi, la réponse totale reçue peut être calculée en convoluant la fonction de transfert du transducteur ( $V_{pe}$ , *pulse-echo wavelet*) avec la réponse impulsionale spatiale de l'ouverture du transducteur en émission et en réception ( $H_{pe}$ ) et avec le terme tissulaire  $f_m$ :

$$P(r_s, t) = V_{pe}(t) \otimes f_m(r_s) \otimes h_{pe}(r_s, r_t, t) \quad (3.1)$$

Les symboles  $\otimes_t$  et  $\otimes_r$  représentent les convolutions temporelle et spatiale respectivement. Les vecteurs  $r_t$  et  $r_s$  représentent les positions spatiales du transducteur et du rétrodiffuseur respectivement. La fonction  $V_{pe}(t)$  tient compte de l'excitation,  $V(t)$ , et de la réponse impulsionale électromécanique,  $E_m(t)$ , du transducteur:

$$V_{pe}(t) = \frac{\rho_o}{2} E_m(t) \otimes \frac{\partial V(t)}{\partial t} \quad (3.2)$$

Le terme  $h_{pe}(t)$  comprend la convolution temporelle entre la réponse impulsionale spatiale du transducteur en émission  $h_e(r_s, r_t, t)$  et en réception  $h_r(r_t, r_s, t)$ :

$$h_{pe}(r_s, r_t, t) = \frac{1}{C_o^2} \frac{\partial^2 H_{pe}(r_s, r_t, t)}{\partial t^2} \quad (3.3)$$

$$H_{pe}(r_s, r_t, t) = h_e(r_s, r_t, t) \otimes h_r(r_t, r_s, t) \quad (3.4)$$

où  $C_o$  est la valeur moyenne de la vitesse de propagation. Le terme tissulaire est défini en fonction des fluctuations de la vitesse de propagation  $\Delta C$  et de la densité massique du milieu  $\Delta \rho$ ;  $\rho_o$  représente la valeur moyenne de la densité.

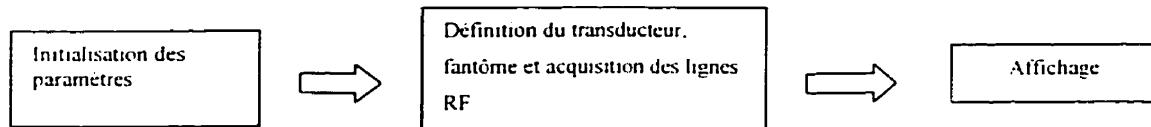
$$f_m(r_s) = \frac{\Delta \rho(r_s)}{\rho_o} - 2 \frac{\Delta C(r_s)}{C_o} \quad (3.5)$$

Étant donné que la théorie des systèmes linéaires est utilisée, toute excitation peut être simulée. Les résultats pour des ondes continues sont obtenus en calculant la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle spatiale pour une fréquence donnée. Avec Field II, on peut simuler la plupart des transducteurs sous les hypothèses de propagation linéaire. Le logiciel permet aussi de calculer la pression du champ acoustique pour n'importe quelle géométrie, apodisation et excitation du transducteur [46]. On peut également tenir compte de l'effet de l'atténuation du milieu [47].

En comparant les modèles convolutionnels obtenus par Jensen [42] et Bamber et Dickinson [20], nous pouvons relever certaines différences. D'abord le modèle de formation d'images (Bamber et Dickinson) est analytique, alors que l'équation (3.1) de Jensen est quasi analytique. En effet, dans le modèle de formation d'images, on calcule la pression acoustique (incidente) dans le champ lointain en supposant que l'onde est plane. Dans le développement de Jensen [42], le champ est calculé par la méthode de Stepanishen [84-85] qui permet d'obtenir des résultats (numériques) autant dans le champ proche que dans le champ lointain, sans faire aucune approximation (champ proche, champ lointain) ou calcul d'intégrale (principe d'Huygen). Toutefois, pour déterminer l'expression de la réponse impulsionnelle spatiale, l'auteur utilise certains développements (acrobacies) géométriques [84], ce qui reviendrait aussi long que de calculer des intégrales en supposant certaines approximations. Néanmoins, il réussit à obtenir des valeurs numériques (champ acoustique) qui sont validées par les résultats expérimentaux. Il faut rappeler que le calcul de la réponse impulsionnelle spatiale

dépend de la géométrie de l'ouverture que plusieurs chercheurs ont obtenue pour différents types de transducteurs [86,87]. Étant donné que le calcul des résultats est numérique, Field II est en mesure de tenir compte de l'effet de l'atténuation, de l'apodisation, de la focalisation, etc. Il faut également mentionner que le terme tissulaire dans les équations (éq.3.1, éq.3.5) est défini en fonction de la fluctuation de la densité et de la vitesse de propagation, alors que dans le modèle de formation d'images, il est défini en fonction de la fluctuation de la compressibilité adiabatique et de la densité (éq. 2.22) du milieu. Pour plus de détails sur le développement de la formulation de l'équation convolutionnelle de Jensen (éq.3.1), le lecteur peut se référer à l'annexe A.

Le programme se déroule en trois étapes : initialisation, définition et affichage, figure (3.1). L'initialisation permet de modifier certains paramètres ou propriétés acoustiques (vitesse de propagation, coefficient d'atténuation, densité, ...). La définition permet de choisir le type du transducteur (avec valeur géométrique) et le type d'acquisition (focalisation, apodisation, etc.). L'affichage permet de présenter les résultats à l'écran.



**Figure 3.1 : Le fonctionnement des programmes de Field II.**

### 3.2 Techniques de caractérisation des PSF

Comme Dupont et al. [33] l'ont mentionné, il est important de développer des techniques robustes pour estimer les caractéristiques géométriques des PSF à partir d'une série d'images (résultats) quasi reproductibles, ce qui permet de faire du moyennage et ainsi de diminuer les sources d'erreurs. À cette fin, nous avons principalement utilisé trois techniques: calcul des coefficients des polynômes, calcul du gradient et méthode d'autocorrélation.

Le calcul des coefficients des polynômes est une méthode permettant d'estimer un polynôme qui ressemble le plus possible aux PSF simulées ou expérimentales. Nous avons utilisé les fonctions *Polyfit* et *Polyval* du logiciel Matlab pour estimer les coefficients et évaluer les polynômes respectivement. Cette approche permet de vérifier si les formes latérale, axiale et transverse des PSF ressemblent à des polynômes (parabolique, exponentiel, etc.). Il faut mentionner que l'initialisation de l'ordre des polynômes joue un rôle primordial lors de l'estimation des coefficients avec la fonction *Polyfit*. Cette méthode permet également de déterminer en quelque sorte la courbure des PSF. En effet, l'ordre des polynômes peut nous indiquer si la courbure est linéaire, quadratique, gaussienne, etc.

La méthode du gradient a été particulièrement utilisée pour étudier (qualitativement et quantitativement) le taux de variation de la courbure des PSF. Les opérateurs laplaciens [89.90] ont également été utilisés pour rendre les résultats plus lisses, ce qui facilite leur interprétation.

La méthode d'autocorrélation combinée avec les mesures directes de largeur à mi-hauteur (*FWHM*) est une méthode pour estimer les écarts types géométriques ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ) des PSF gaussiennes planes. La relation permettant de relier la largeur à mi-hauteur de l'autocorrélation d'une PSF gaussienne à ses écarts types est:

$$\sigma = \frac{FWHM}{2.35} \quad (3.6)$$

Le facteur 2.35 au dénominateur correspond au rapport entre l'écart type d'une gaussienne et sa largeur à mi-hauteur. Toutefois, il faut se rappeler que cette méthode induit certaines erreurs lorsque les PSF sont courbes [33].

### 3.3 Conditions de simulations

Pour modéliser la réponse impulsionnelle, nous avons décidé de restreindre les conditions de simulations. Le tableau 3.1 présente une liste des conditions et des paramètres nécessaires pour acquérir des images échographiques. Dans le tableau, nous indiquons si les conditions ont été considérées ou non lors de nos simulations. À titre d'exemple, nous n'avons pas tenu compte des facteurs d'atténuation et d'apodisation. Cependant leurs effets qualitatifs seront discutés après la présentation des résultats. Nous indiquons également si ces conditions et ces paramètres peuvent affecter les caractéristiques des PSF et s'ils sont réalisables dans une situation réelle (ou au niveau de la fabrication).

**Tableau 3.1 : Liste des conditions et des paramètres de simulations des images par le programme Field II.**

Conditions de simulation : général	Valeur	Réalisable dans une situation réelle ?	Effets sur les PSF ?
Vitesse de propagation	1540 m/s	approximativement	Oui
Fréquence d'échantillonnage	50 MHz	Oui	Oui (axialement)
Atténuation Fréquence indépendante	0.0 dB/m	Oui	Oui
Atténuation Fréquence dépendante	0.0 dB/m	Oui	Oui
Atténuation Fréquence centrale	0.0 dB/m	Oui	Oui
Apodisation	Aucune	Oui	Oui
Focalisation : Singulière en émission Singulière en réception	50 mm	Oui	Oui
Utilisation de rectangle pour la description de l'ouverture	Oui	N/A	N/A
Condition de baffle	Rigide	Oui	?

Conditions de simulation : Transducteur	Valeur	Réalisable dans une situation réelle ?	Effets sur les PSF ?
Type :	Barrette linéaire 1D	Oui	Oui
Fréquence	5 MHz	Oui	Oui
Nombre d'éléments	98	Oui	
Largeurs des éléments	.3 mm	Oui	
Hauteur des éléments	8 mm	Oui	
Kerf (espace entre les éléments)	.1 mm	Oui	
Focalisation en élévation	Aucune	Oui	Oui
Nombre d'éléments d'ouverture actif	48	Oui	Oui
Nombre de subdivision des éléments dans la direction latérale (x)	1	Non	N/A
Nombre de subdivision des éléments dans la direction transverse (y)	1	Non	N/A

Les valeurs géométriques du transducteur (largeur, hauteur, kerf, ...) représentent les valeurs réelles de l'appareil *Diasonics* utilisé par un groupe de chercheurs à l'Université du Texas, à Houston. Tel que mentionné plus haut, certains facteurs (largeurs d'ouverture en émission et en réception, type de focalisation, balayage sectoriel, ...) ne sont pas modifiés afin d'obtenir un premier modèle qualitatif de PSF.

Le tableau 3.2 présente d'autres paramètres qui ont été calculés à partir des paramètres du tableau 3.1 et des équations décrites dans les sections 1.1 à 1.3. Certaines de ces valeurs sont très significatives en ce qui concerne les conditions et les limites du système d'acquisition. Par exemple, avec le type de transducteur utilisé, la distance de la zone proche est approximativement égale à 1.3 m. Comme nous l'avons déjà mentionné, en considérant cette valeur nous pouvons bien comprendre que la plupart des régions d'intérêt se trouvent dans le champ proche. Toutefois, la plupart des travaux de caractérisation des tissus et de modélisation des PSF ont été effectués pour le champ lointain.

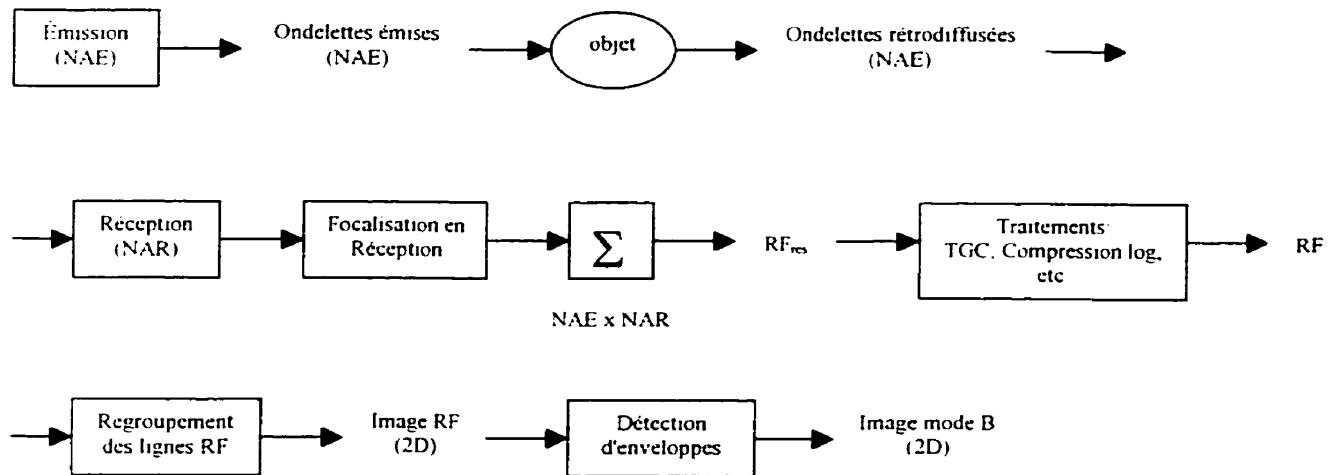
**Tableau 3.2 : Liste des paramètres acoustiques calculés à partir des valeurs du tableau 3.1.**

Paramètres	Valeurs
Champ proche d'un élément individuel, $ZR_{ele}$	0.0819 mm
Champ proche de toute la barrette, $ZR_{tot}$	1.3 m
Champ proche de l'ouverture active, $ZR_{act}$	324.7 mm
Angle de diffraction d'un élément, $\phi_{xd-ele}$	75.8°
Angle de diffraction de toute la barrette, $\phi_{xd-tot}$	0.4412°
Angle de diffraction de l'ouverture active, $\phi_{xd-act}$	0.8824°
Angle du premier lobe de réseau, $\phi_E$	47°
Résolution latérale d'un élément, $W_{ele}$	96.9 mm
Résolution latérale de toute la barrette, $W_{tot}$	0.77 mm
Résolution latérale de l'ouverture active, $W_{act}$	1.5 mm

Dans la section des résultats, nous présenterons des images des PSF qui ont été simulées avec les programmes de Field II sous les conditions et les paramètres d'acquisition décrits au tableau 3.1. Les techniques de caractérisation décrites à la section 3.2 ont également été utilisées pour estimer les caractéristiques géométriques des PSF.

### 3.4 Équations de délais et d'intensités

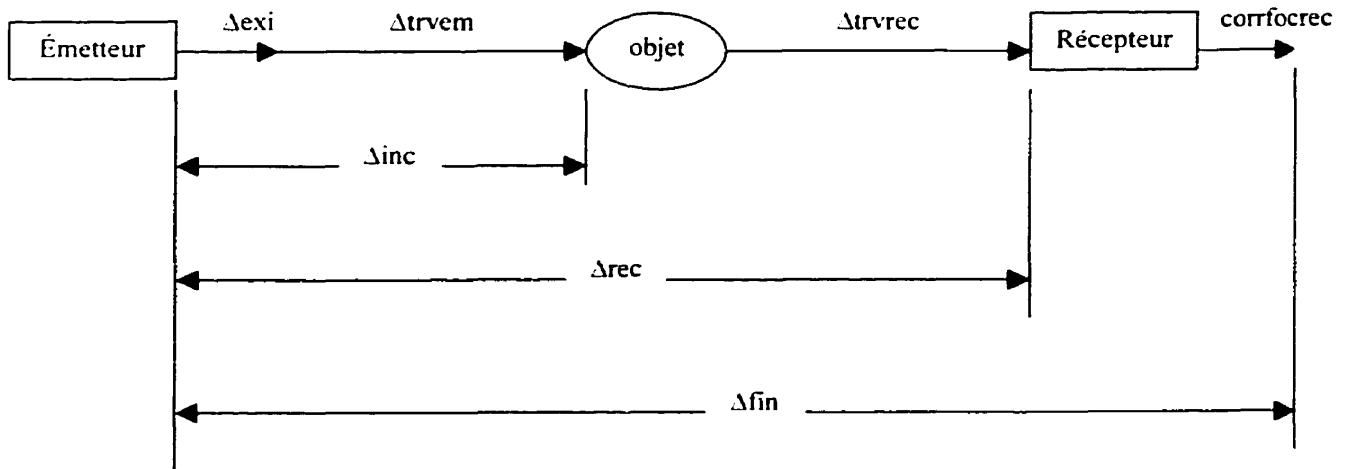
Dans cette section, nous décrivons les équations de délais et d'intensités des ondes acoustiques lors de leur propagation dans un milieu homogène et isotrope. Ces équations sont utilisées pour proposer certains explications quant à la variation des caractéristiques des PSF qui seront décrites au chapitre des résultats. Pour bien comprendre ces équations, il est important de rappeler les points suivants. Premièrement, lors du balayage d'une région d'intérêt (ROI), une barrette linéaire insonifie le milieu avec tous ses éléments actifs en émission (NAE, *number of active elements in emission*). Cela revient à émettre NAE ondelettes dans le milieu. Deuxièmement, tous les signaux rétrodiffusés par les objets sont reçus par tous les éléments actifs en réception (NAR, *number of active elements in reception*). Après la focalisation des signaux en réception, le système calcule la moyenne (temporelle et spatiale) de toutes les ondelettes (NAE\*NAR) reçues afin de former une ligne RF résultante (RFres) qui permet d'estimer la position des réflecteurs. Troisièmement, après certains traitements (TGC, compression), cette ligne est affichée à l'écran sous la ligne focale (focline) du transducteur en cours de balayage. En affichant toutes les lignes RF les unes à côté des autres, on obtient des images RF 2D qui peuvent être également affichées sous forme d'images mode B (2D) après la détection des enveloppes, figure (3.2). Il est important de rappeler que, dans nos travaux de modélisation, nous ne considérons pas les étapes de compensation (TGC) et de compression logarithmique des signaux.



**Figure 3.2 : Principe de balayage et de formation d'images mode B (2D).**

### 3.4.1 Équations des délais

Dans cette section, nous décrivons les équations fondamentales des délais qui permettent de déterminer : le moment d'excitation des éléments actifs en émission ( $\Delta_{\text{exi}}$ ), le moment d'incidence de chacune des ondelettes transmises avec le rétrodiffuseur ( $\Delta_{\text{inc}}$ ), le moment de réception de chacune des ondelettes rétrodiffusées par les éléments actifs en réception ( $\Delta_{\text{rec}}$ ) et le délai final ( $\Delta_{\text{fin}}$ ) après avoir corrigé les délais (*corrfocrec, correction of focalization in reception*) lors de focalisation en réception, figure 3.3. Il est important de rappeler que ces équations sont fondamentales pour la compréhension de la variation des caractéristiques des lignes RFres.



**Figure 3.3 : Représentation schématique des délais.**  $\Delta_{\text{exi}}$  : délai d'excitation des éléments pour focaliser le faisceau en émission;  $\Delta_{\text{trvem}}$  : délai de parcours entre l'émetteur et le rétrodiffuseur;  $\Delta_{\text{trvrec}}$  : délai de parcours entre le rétrodiffuseur et le récepteur;  $\text{corffocrec}$  : correction de focalisation en réception;  $\Delta_{\text{inc}}$  : délai d'incidence des ondelettes avec le rétrodiffuseur;  $\Delta_{\text{rec}}$  : délai de réception des signaux;  $\Delta_{\text{fin}}$  : délai final.

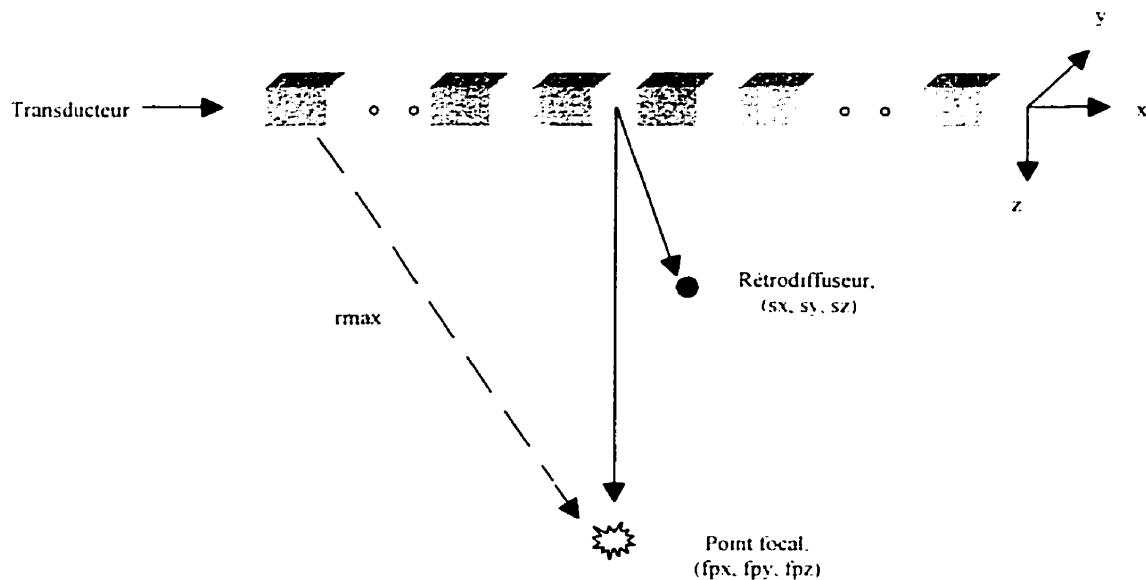
Pour une barrette linéaire ayant N éléments actifs en émission (NAE), l'équation permettant de calculer les délais d'excitation de chacun des éléments actifs, afin de focaliser le faisceau vers un point (fp) désiré, est:

$$\Delta_{\text{exi}} = \frac{r_{\max} - \sqrt{(x_{\text{em}} - f_{\text{px}})^2 + (y_{\text{em}} - f_{\text{py}})^2 + (z_{\text{em}} - f_{\text{pz}})^2}}{C} \quad (3.7)$$

$$r_{\max} = \sqrt{(x_{\text{em}_{dk}} - f_{\text{px}})^2 + (y_{\text{em}_{dk}} - f_{\text{py}})^2 + (z_{\text{em}_{dk}} - f_{\text{pz}})^2}$$

où  $x_{\text{em}}$ ,  $y_{\text{em}}$  et  $z_{\text{em}}$  représentent les positions latérale, transverse et axiale de chacun des éléments actifs en émission respectivement;  $r_{\max}$  est la plus longue distance entre un élément actif et les coordonnées du point focal ( $f_{\text{px}}$ ,  $f_{\text{py}}$ ,  $f_{\text{pz}}$ ), ce qui est normalement le

cas pour les éléments situés à l'extrême gauche ou à l'extrême droite ( $x_{\text{em}_{\text{dg}}}$ ,  $y_{\text{em}_{\text{dg}}}$ ,  $z_{\text{em}_{\text{dg}}}$ ) de la ligne focale, figure 3.4. Notez que dans nos équations et nos simulations, le point focal se trouve toujours au centre latéral et transverse de l'ouverture active du transducteur. Ici, le temps zéro ( $\Delta x_i = 0$ ) correspond au temps d'excitation des premiers éléments du transducteur. Il faut mentionner que cette équation est valide seulement sous les hypothèses de propagation linéaire ( $C=cte$ ) et d'isotropie du milieu.



**Figure 3.4 : Position spatiale du point focal, du rétrodiffuseur et du transducteur; le point focal se trouve au centre latéral et transverse de l'ouverture active du transducteur.**

Notez que dans ce qui suit, à moins d'indication contraire, afin d'alléger l'expression des équations et de mieux cerner leurs effets spatiaux, nous les définirons en unité spatiale (m) plutôt qu'en unité temporelle (s). Distance = Vitesse \* Temps.

Le moment d'incidence de chacune des ondelettes transmises qui perturbent le rétrodiffuseur est la somme des délais d'excitation ( $\Delta x_i$ ) de chacun des éléments actifs en émission et du délai de voyage ( $\Delta t_{\text{rvem}}$ . *delay of traveling in emission*) pour arriver en incidence avec le rétrodiffuseur:

$$\begin{aligned}\Delta inc &= \Delta exi + \Delta trvem \\ \Delta trvem &= [(xem - sx)^2 + (yem - sy)^2 + (zem - sz)^2]^{1/2}\end{aligned}\quad (3.8)$$

où sx, sy, et sz représentent les positions latérale, transverse et axiale du rétrodiffuseur respectivement dans le milieu. Ce délai nous indique quelles ondelettes transmises arriveront les premières en incidence avec le rétrodiffuseur. En effet, nous pouvons connaître cette réponse en trouvant les zéros de la première dérivée partielle de cette équation par rapport à l'axe des x (latéral). Toutefois, de façon intuitive, ce sont les ondelettes des éléments actifs les plus proches du rétrodiffuseur qui perturberont ce dernier en premier.

Après incidence avec le rétrodiffuseur, chaque ondelette transmise (Wen, n=1, 2 ..NAE) est rétrodiffusée dans la direction des éléments actifs en réception. Le principe de rétrodiffusion sera: premier arrivé, premier rétrodiffusé. Ainsi, le délai d'incidence ( $\Delta inc$ ) nous permet de connaître l'ordre de rétrodiffusion des ondelettes transmises.

En supposant que tous les éléments actifs en réception recevront toutes les ondelettes rétrodiffusées, le délai de réception de chaque ondelette rétrodiffusée (Wsn) est:

$$\begin{aligned}\Delta rec &= \Delta inc_{wen} + \Delta trvrec \\ \Delta trvrec &= [(xrec - sx)^2 + (yrec - sy)^2 + (zrec - sz)^2]^{1/2}\end{aligned}\quad (3.9)$$

où,  $\Delta trvrec$  (*delay of traveling in reception*) représente le délai de voyage pris par chacune des ondelettes réfléchies afin d'arriver en incidence avec chacun des éléments actifs en réception. Les paramètres xrec, yrec and zrec représentent les positions latérale, transverse et axiale de chacun des éléments actifs en réception. La variable  $\Delta inc_{wen}$  représente le délai d'incidence d'une ondelette transmise par un élément actif en particulier.

Après la réception de toutes les ondelettes, le système échographique, afin de focaliser les signaux en réception, ajuste leur délai en fonction de la position focale (fp) et de la position des éléments actifs en réception (xrec, yrec, zrec):

$$\text{corrfocrec} = [(x_{\text{rec}} - fpx)^2 + (y_{\text{rec}} - fpy)^2 + (z_{\text{rec}} - fpz)^2]^{1/2} - fpz \quad (3.10)$$

où corrfocrec (*correction of focalization in reception*) est la correction apportée par le système pour la focalisation en réception.

Ainsi, le délai final ( $\Delta fin$ ) des lignes RF est la sommation de tous les délais et de toutes les corrections:

$$\Delta fin = \Delta exi + \Delta trvem + \Delta trvrec + \text{corrfocrec} \quad (3.11)$$

Finalement, tous les signaux (délais, estimation de la position du rétrodiffuseur) reçus par les éléments actifs en réception sont additionnés et moyennés (temporel et spatial) afin de former une ligne RFres qui sera affichée sous la ligne focale de la barrette linéaire au cours du balayage d'une région d'intérêt (ROI) du milieu.

L'équation suivante calcule l'erreur d'estimation (Eest) de la position du rétrodiffuseur commise par chacun des éléments actifs en réception:

$$Eest = \Delta fin - 2sz \quad (3.12)$$

où sz est la profondeur axiale du rétrodiffuseur par rapport à la surface du transducteur.

### 3.4.2 Équations d'intensités

Pour modéliser l'intensité des PSF, nous supposons que les ondes acoustiques sont atténuées principalement par des phénomènes de divergence, d'absorption et de rétrodiffusion élastique. La divergence tient compte du fait que l'intensité de la pression acoustique est inversement proportionnelle ( $1/r$ ) à la distance parcourue ( $r$ ) par les ondes. Ce principe suppose que la propagation des ondes est sphérique. Selon le modèle de la viscosité élastique, la diminution de l'intensité due à l'absorption est définie selon une fonction exponentielle,  $e^{-\alpha r}$ , où  $\alpha$  représente le coefficient d'atténuation qui est fonction de la fréquence. Ainsi, en se référant à l'équation 1.12, on peut comprendre que les plus hautes composantes fréquentielles sont atténuées davantage que les plus basses composantes. On verra plus loin que cela pourrait affecter la forme (d'une fonction gaussienne à une fonction de Rayleigh) et la largeur axiale de l'enveloppe des PSF. La rétrodiffusion élastique (*backscatter coefficient*) tient compte de la quantité de puissance réfléchie par les rétrodiffuseurs. L'intensité ( $I$ ) des signaux (RF) en réception dépend également de l'angle solide intercepté par les ondes réfléchies lors de leur incidence avec chacun des EAR. Or, pour un milieu sans atténuation, l'intensité des signaux (RF) à la sortie de chacun des EAR est proportionnelle à :

$$I \propto K \frac{1}{r_{em}} \cdot \frac{1}{r_{rec}} \cdot \Omega \quad (3.13)$$

où  $K$  représente toutes les constantes (fonction de transfert électromécanique des EAE et des EAR, coefficient de rétrodiffusion);  $r_{em}$  et  $r_{rec}$  sont les distances parcourues par les ondelettes en émission et en réception respectivement; et  $\Omega$  représente l'angle solide. Suivant la position des EAE, des EAR et du rétrodiffuseur, l'intensité sera proportionnelle à:

$$I \propto K \frac{1}{\Delta trvem} \cdot \frac{1}{\Delta trvrec} \cdot \frac{A.sz}{\Delta trvrec} \quad (3.14)$$

où A est l'aire des éléments. Nous pouvons approximer cette intensité normalisée par une fonction gaussienne ( $\exp(-x^2/2\sigma_x^2)$ ) dans le cas où :

$$\sigma_x^2 = \left| \frac{-x^2}{\ln(\frac{sz^2}{x^2 + d^2})} \right| \quad \left| \begin{array}{l} x = xFWHM = sz \\ \end{array} \right. \quad (3.15)$$

Ici,  $xFWHM$  représente la position latérale lorsque l'intensité normalisée atteint sa demi-hauteur. Cette position correspond également à l'intersection de la fonction gaussienne avec la fonction d'intensité. figure 3.5:

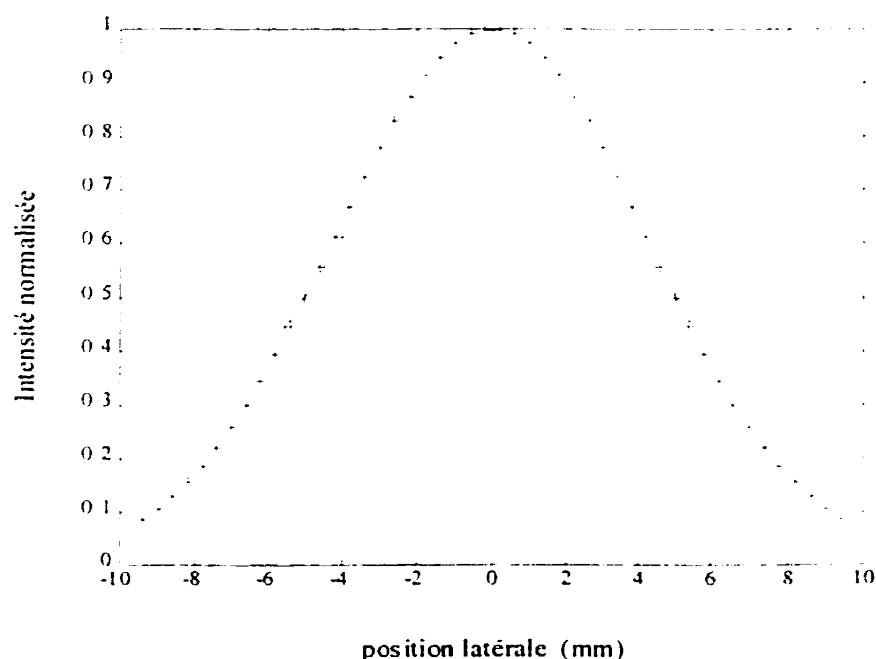


Figure 3.5 : Approximation de la fonction d'intensité (-) par une fonction gaussienne (+).

## Chapitre IV : Résultats

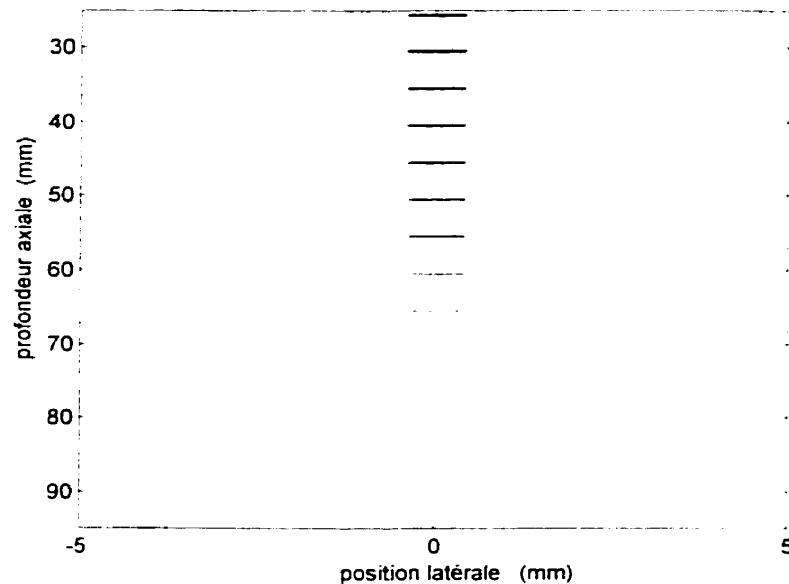
### 4.1 Caractéristiques géométriques des PSF

Nous allons d'abord décrire les caractéristiques géométriques des PSF focalisées en fonction de la profondeur. Ensuite, nous présenterons les résultats obtenus lorsque la longueur focale est fixe en émission et en réception.

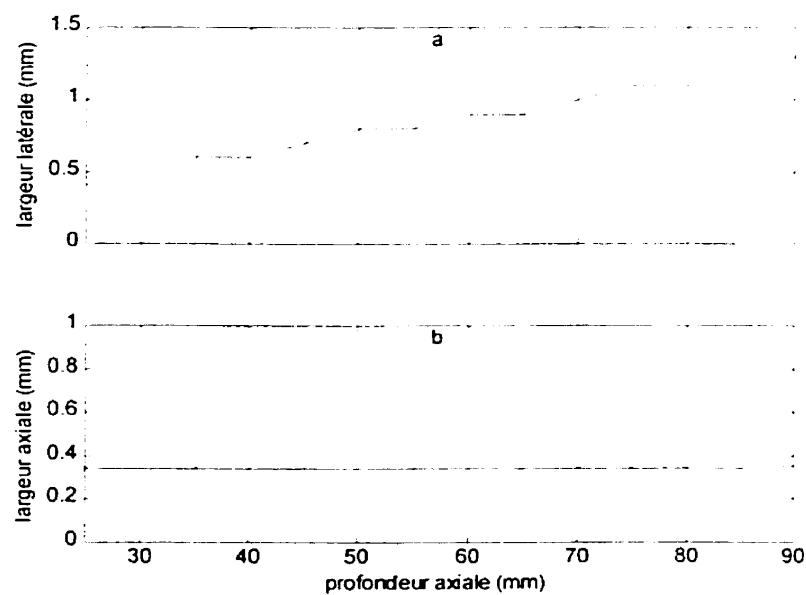
#### 4.1.1 PSF focalisées en fonction de la profondeur

La figure 4.1 représente des images de PSF focalisées à différentes profondeurs, telles qu'obtenues avec Field II. Nous pouvons constater qu'elles sont planes, c'est-à-dire sans courbure. Il est également possible d'observer que leurs amplitudes (niveaux de gris) diminuent en fonction de la profondeur, même pour un milieu sans atténuation. Il faut rappeler que cette diminution est principalement due au phénomène de dispersion de l'onde acoustique pour un milieu homogène et sans atténuation.

Les largeurs latérale et axiale estimées sont présentées à la figure 4.2. D'après les courbes, la largeur latérale croît de façon linéaire en fonction de la profondeur. Quant à la largeur axiale, elle est constante en fonction de la profondeur.



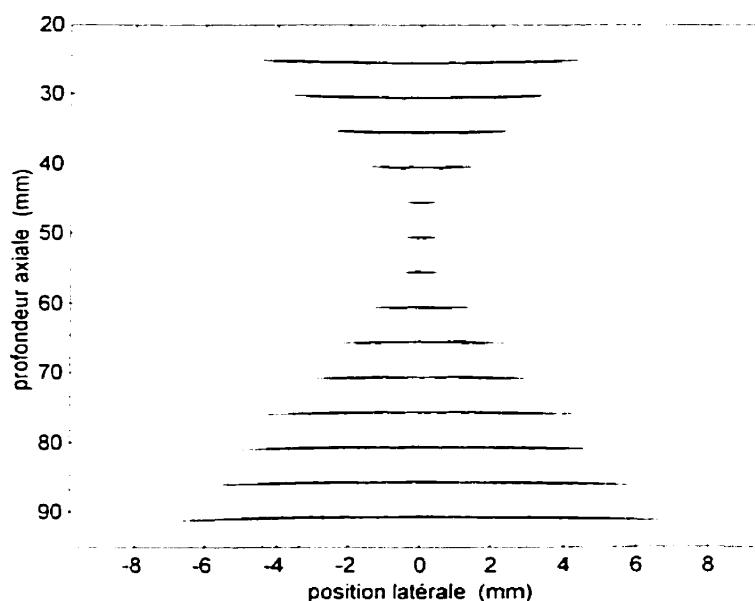
**Figure 4.1 : PSF focalisées en fonction de la profondeur.**



**Figure 4.2 : Caractéristiques géométriques des PSF, a) largeur latérale b) largeur axiale.**

#### 4.1.2 PSF avec foyer fixe en émission et en réception

La figure 4.3 représente différentes PSF obtenues lorsque le foyer est fixe en émission et en réception (*fixed focused*). La longueur focale se trouve à 50 mm de la surface du transducteur. Notez d'abord que les amplitudes des PSF ont été normalisées afin de mieux étudier leurs caractéristiques géométriques (courbure, largeurs). Par conséquent, il n'est pas possible d'observer la diminution de l'intensité des PSF (due à la dispersion de l'onde acoustique) en fonction de la profondeur. Toutefois, on peut constater que les PSF sont courbes avant et après le point focal. Le sens de cette courbure est dans la direction du transducteur lorsque les rétrodiffuseurs se trouvent avant le point focal et dans la direction opposée lorsque les rétrodiffuseurs sont placés après le point focal.

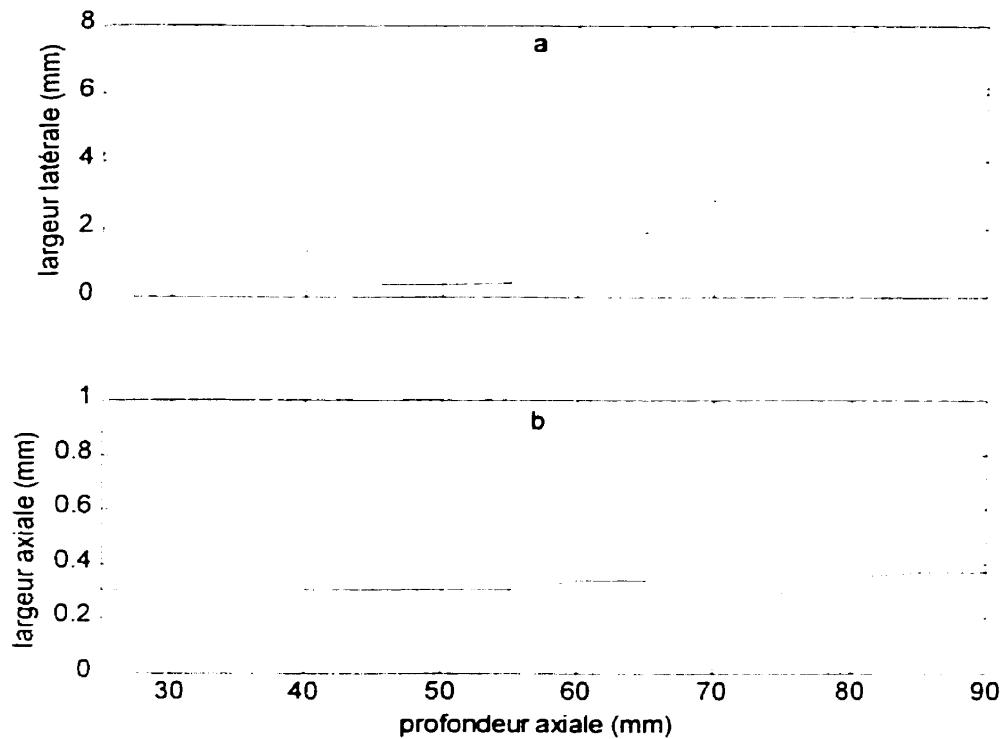


**Figure 4.3 : PSF en fonction de la profondeur, avec un foyer fixe (50 mm) en émission et en réception.**

Ce changement de courbure corrobore bien les résultats expérimentaux obtenus par Arthur et al. [38]. Comme nous l'avons déjà mentionné, la courbure de leurs PSF s'orientait dans la direction du transducteur lorsque la vitesse de propagation était surestimée ( $C > 1540$ ). La surestimation de la vitesse de propagation équivaut à focaliser le faisceau ultrasonore au delà du point focal désiré. Dans notre situation, les rétrodiffuseurs se trouvent avant le point focal. En revanche, la sous-estimation de la vitesse de propagation ( $C < 1540$ ) revient à focaliser le faisceau au-dessous du point focal désiré, c'est-à-dire que dans notre situation, les rétrodiffuseurs se trouvent après le point focal.

Il faut également ajouter que cette courbure est très prononcée lorsque le rétrodiffuseur se trouve au voisinage du point focal et qu'elle diminue graduellement lorsque le rétrodiffuseur s'éloigne du point focal.

En ce qui concerne les largeurs latérale et transverse, les PSF sont étroites au point focal et s'élargissent à mesure qu'elles s'éloignent du point focal. Ceci est illustré à la figure 4.4a qui représente la largeur latérale estimée en fonction de la profondeur. D'après le graphique, il est évident que cette largeur pourrait être approximée par une fonction quadratique. La largeur axiale (figure 4.4b), quant à elle, semble être constante (.35 ± .02 mm). Les petites fluctuations sont probablement dues à la fréquence d'échantillonnage et aux erreurs de quantification lors du calcul des largeurs à mi-hauteur des PSF.



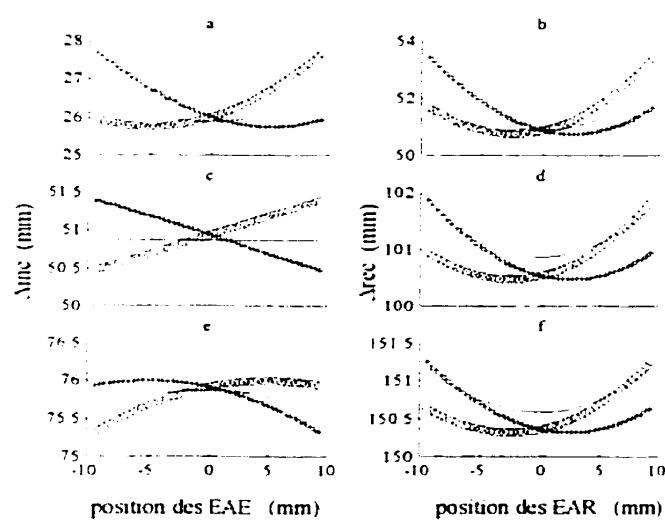
**Figure 4.4 : Caractéristiques géométriques des PSF avec un foyer fixe (50 mm).**  
**a) largeur latérale, b) largeur axiale.**

En observant le comportement des PSF, nous pouvons nous poser les questions suivantes: Pourquoi la direction de la courbure des PSF change-t-elle au point focal? Quel serait le degré de la variation de cette courbure en fonction de la profondeur? Pourquoi les largueurs latérale et transverse des PSF varient en fonction de leur distance relative au point focal? Comment quantifier cette variation? Dans les prochaines sections, nous tenterons de répondre à ces questions. En effet, en connaissant ces réponses, nous serons en mesure de mieux comprendre et modéliser les PSF tout en considérant la focalisation du faisceau ultrasonore en émission et en réception.

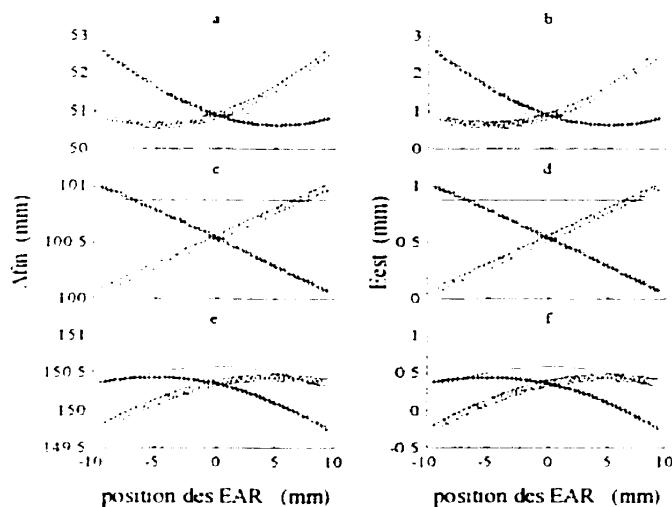
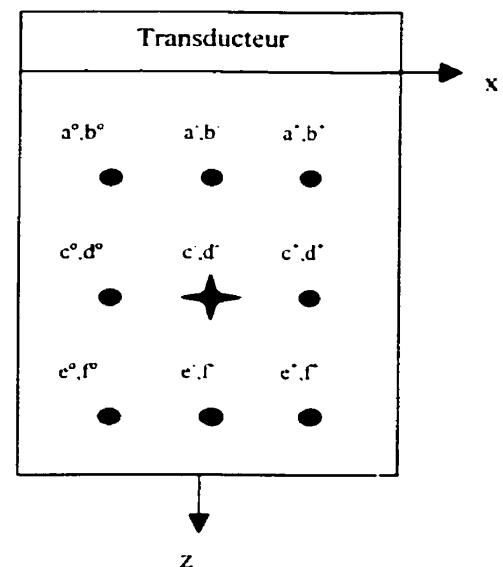
## 4.2 Origine de la variation des caractéristiques géométriques des PSF

Voici certaines explications (basées sur les équations de délais de propagation et d'intensité des ondes acoustiques décrites à la section 3.4) quant à la variation des caractéristiques géométriques des PSF. La figure 4.5 représente le délai d'incidence,  $\Delta_{\text{inc.}}$  (a, c, e, colonne de gauche) et le délai de réception,  $\Delta_{\text{rec.}}$  (b, d, f, colonne de droite). La figure 4.6 représente le délai final,  $\Delta_{\text{fin.}}$  (a, c, d, colonne de gauche) et l'erreur d'estimation,  $E_{\text{est.}}$  (b, d, f, colonne de droite). Dans les deux figures, les délais et les erreurs sont calculés pour différentes positions du rétrodifuseur par rapport au point focal, voir figure 4.7.

Pour ces deux figures, les courbes (a,b), (c,d) et (e,f) représentent les cas où le rétrodifuseur se trouve avant le point focal ( $sz < fpz$ ), au point focal ( $sz = fpz$ ) et après le point focal ( $sz > fpz$ ) respectivement. Dans tous les graphiques, les symboles (o, -, +) représentent les situations où le rétrodifuseur se trouve à gauche de focline ( $sx < pfx$ ), sous focline ( $sx = fpy$ ) et à droite de focline ( $sx > fpy$ ). Les abscisses des graphiques de la figure 4.5 a, c, e représentent les positions des EAE, alors que les abscisses des autres graphiques (4.5 b, d, f & 4.6 a ..f) représentent les positions latérales des EAR. Il faut mentionner que, dans nos calculs, les EAE et les EAR ont les mêmes positions spatiales dans toutes les directions, et que la position ( $x = 0$ ) correspond à la position latérale de focline ainsi qu'à la position latérale du point focal ( $spx=0$ ). Les ordonnées de tous les graphiques représentent les délais calculés en unité spatiale (mm), car les systèmes échographiques cherchent souvent à estimer les postions spatiales des rétrodifuseurs.



**Figure 4.5 : a, c, e : délai d'incidence ( $\Delta_{inc}$ );  
b, d, f : délai de réception ( $\Delta_{rec}$ ).**



**Figure 4.6 : a, c, e : délai final ( $\Delta_{fin}$ );  
b, d, f : erreur d'estimation ( $E_{est}$ )**

**Figure 4.7 : Position du rétrodiffuseur par rapport au point focal lors du calcul des délais et de l'erreur d'estimation des figures 4.6 et 4.7.  
L'étoile représente la position du point focal.**

Pour les deux figures, les courbes (a,b), (c,d) et (e,f) représentent les cas où le rétrodiffuseur se trouve avant le point focal ( $sz < fpz$ ), au point focal ( $sz = fpz$ ) et après le point focal ( $sz > fpz$ ) respectivement. Dans tous les graphiques, les symboles (o, -, +) représentent les situations où le rétrodiffuseur se trouve à gauche de focline ( $sx < pfx$ ), sous focline ( $sx = fpy$ ) et à droite de focline ( $sx > fpy$ ). Les abscisses des graphiques de la figure 4.5 a, c, e représentent les positions des EAE, alors que les abscisses des autres graphiques (4.5 b, d, f & 4.6 a ..f) représentent les positions latérales des EAR. Il faut mentionner que, dans nos calculs, les EAE et les EAR ont les mêmes positions spatiales dans toutes les directions, et que la position ( $x = 0$ ) correspond à la position latérale de focline ainsi qu'à la position latérale du point focal ( $fpx=0$ ). Les ordonnées de tous les graphiques représentent les délais calculés en unité spatiale (mm), car les systèmes échographiques cherchent souvent à estimer les positions spatiales des rétrodiffuseurs.

Il est important de mentionner que les valeurs des graphiques (4.5 b, d, f & 4.6 a..f) ont été calculées en tenant seulement compte de  $\Delta inc$  de la première ondelette transmise qui a frappé le rétrodiffuseur. Pour les autres ondelettes, les résultats (courbes) seront similaires, sauf qu'ils seront translatés vers le bas (dans la direction positive axiale). De cette manière, les courbes de toutes les ondelettes rétrodiffusées, formeront une famille de fonctions.

Les graphiques des figures 4.5 c°, d° et 4.6 c°, d° reflètent bien la situation lorsque le rétrodiffuseur est situé exactement au point focal. Dans ce cas, toutes les ondelettes transmises (émission) arrivent en même temps en incidence (4.5 c°) avec le rétrodiffuseur puis elles sont réfléchies dans la direction des EAR. Cependant, leur moment de réception par chacun des éléments (4.5 d°) sera différent et ce, à cause de la différence de distance existant entre le rétrodiffuseur et chacun des EAR. Ce déphasage (entre les signaux reçus) est corrigé adéquatement par la technique de focalisation en réception.

Néanmoins, il y aura toujours une erreur absolue ( $Eabs$ ) lors de l'estimation de la position axiale du rétrodiffuseur. Cette erreur est inhérente à la focalisation du faisceau ultrasonore. C'est pourquoi la valeur de cette erreur est égale à la moitié du délai entre le premier et le dernier élément excité en émission ( $\max(\Delta exi)$ ):

$$Eabs = \frac{\max(\Delta exi)}{2} = \frac{r_{\max} - fpz}{2} \quad (4.1)$$

Le facteur 1/2 tient compte du principe de l'aller-retour de l'onde acoustique. Ainsi, seule la moitié de l'erreur sera affichée sur les moniteurs des systèmes échographiques.

Les autres graphiques représentent la situation lorsque le rétrodiffuseur se trouve en dehors du point focal. Outre l'erreur d'estimation due au phénomène de focalisation en émission, le système commet aussi une erreur d'estimation due au phénomène de focalisation en réception. En effet, lorsque le rétrodiffuseur se trouve avant le point focal ( $sz < pfz$ ), les délais (signaux) ne sont pas assez focalisés (4.6 a) et, inversement, lorsque le rétrodiffuseur se trouve après le point focal ( $sz > pfz$ ), les délais (signaux) sont trop focalisés (4.6 e). De plus, cette focalisation n'est pas symétrique lorsque le rétrodiffuseur se trouve à gauche (4.6 a°, c°, e°) ou à droite (4.6 a+, c+, e+) de la ligne focale.

En comparant les erreurs relatives commises dans les différentes situations (avant le point focal, au point focal et après le point focal), nous sommes en mesure de comprendre la variation de la direction et du degré de courbure des PSF dans les images échographiques. En effet, lorsque le rétrodiffuseur est placé avant le point focal, l'erreur moyenne relative (plutôt le centre de masse des courbes) commise par les lignes RF résultantes adjacentes ( $RFres_{adj}$ ) par rapport à la ligne centrale ( $RFres_{cen}$ ) est négative. Ainsi, les lignes  $RFres_{adj}$  seront affichées en haut de la ligne centrale des PSF. Donc, la courbure des PSF sera orientée vers le haut (vers le transducteur). Dans le cas contraire, lorsque le rétrodiffuseur est placé après le point focal, l'erreur relative sera positive et la courbure des PSF sera orientée vers le bas (direction axiale). Dans la prochaine section,

nous ferons une analyse détaillée des erreurs d'estimation, ce qui nous permettra d'expliquer davantage la variation de la courbure des PSF.

#### **4.2.1 Analyse d'erreurs**

Pour analyser l'erreur d'estimation de la position du rétrodiffuseur commise par tous les EAR, nous allons décomposer cette erreur en plusieurs parties qui ont été cumulées lors des différentes étapes parcourues par les ondelettes acoustiques.

##### i) **Erreur d'incidence**

Cette erreur est la différence entre le délai qui a été pris par les ondelettes pour arriver en incidence.  $\Delta inc$ , avec le rétrodiffuseur et le délai nécessaire ( $sz$ ):

$$Einc = \Delta inc - 1 * sz \quad (4.2)$$

Cette erreur est due au phénomène de déphasage des ondes pour focaliser le faisceau ultrasonore. À notre connaissance, il n'y a actuellement aucun moyen de corriger cette erreur, car, pour le faire, il faudrait connaître la vraie position du rétrodiffuseur, et c'est précisément cette position que nous cherchons à estimer. Toutefois avec des algorithmes itératifs (imagerie adaptative), nous pouvons réussir à minimiser cette erreur.

Si le rétrodiffuseur est localisé au point focal, cette erreur devient constante pour toutes les ondelettes transmises en émission.

$$si \quad (sx, sy, sz) = (fpx, fpy, fpz) \Rightarrow Einc = cte \quad (4.3)$$

Si non, cette erreur deviendra quadratique et nous pouvons la solutionner pour déterminer l'élément qui commet l'erreur minimale. Le principe consiste à trouver les zéros de la première dérivée partielle de l'erreur par rapport à x:

$$\frac{\partial}{\partial x} E_{inc} = 0 \quad (4.4)$$

Toutefois, cette équation nécessite encore certaines connaissances a priori sur la position du rétrodiffuseur.

Nous pouvons également décomposer l'erreur d'incidence en deux parties distinctes :

$$\begin{aligned} E_{inc} &= \Delta exi + [\Delta trvem - sz] \\ E_{inc} &= \Delta exi + Etrvem \end{aligned} \quad (4.5)$$

où Etrvem (*error of traveling in emission*) est l'erreur de parcours en émission. Cette erreur représente la différence entre la distance parcourue par les ondelettes et la distance nécessaire (minimale) pour atteindre le rétrodiffuseur. Soit M une distance beaucoup plus grande que la largeur maximale de l'ouverture active du transducteur ( $M \gg L$ ). Lorsque le point focal tend vers M, le délai d'excitation tend vers une constante qui est approximativement égale à zéro. De plus, lorsque le rétrodiffuseur tend vers M, l'erreur de parcours en émission tend aussi vers une constante qui est approximativement égale à zéro:

$$\begin{aligned} \text{soit } M &\gg L \\ \text{si } fp \rightarrow M &\Rightarrow \Delta exi \rightarrow cte \approx 0 \quad \& \\ \text{si } sz \rightarrow M &\Rightarrow Etrvem \rightarrow cte \approx 0 \\ \Rightarrow E_{inc} &\rightarrow cte \approx 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Par ailleurs, lorsque la distance séparant le rétrodiffuseur et le point focal  $|r_{sfp}|$  croît, l'erreur d'incidence croît aussi; sa variation en fonction de  $|r_{sfp}|$  est représentée par une famille de fonctions hyperboliques, figure 4.8 a. Tel qu'il sera expliqué, cette variation est l'une des origines de la variation totale de la courbure des PSF dans les images échographiques.

### ii) Erreur de parcours en réception

Cette erreur, Etrvrec (*error of traveling in reception*), représente la distance additionnelle qu'une ondelette devrait parcourir pour atteindre les EAR, comparativement à la distance minimale (sz):

$$Etrvrec = \Delta trvrec - sz = curvrec \quad (4.7)$$

Cette erreur représente la courbure (curvrec) des PSF que Kallel [32] a utilisée afin d'étudier l'artefact des textures échographiques. De façon équivalente à l'équation 4.6, Kallel a indiqué que lorsque la position du rétrodiffuseur (sz) tend vers l'infini, l'Etrvrec (courbure) devient nulle:

$$si \quad sz \rightarrow \infty \Rightarrow Etrvrec \rightarrow 0 \quad (4.8)$$

### iii) Erreur de focalisation en réception

La focalisation en réception permet de corriger adéquatement la courbure des lignes RF (Etrvrec) lorsque le rétrodiffuseur se trouve exactement au point focal. Toutefois, lorsque ce dernier se trouve avant le point focal ( $sz < fpz$ ), le système n'effectue pas assez de correction, et lorsque le rétrodiffuseur se trouve après ( $sz > fpz$ ), le système effectue trop de correction.

En combinant la courbure des lignes RF reçues (*curvrec*) avec la correction apportée, nous pouvons calculer l'erreur commise lors de la focalisation des signaux en réception (*Efocrec*, *error offocalisation in reception*) :

$$Efocrec = curvrec - corrfofocrec \quad (4.9)$$

De plus, lorsque le rétrodiffuseur se trouve à droite ( $sx > fpx$ ) ou à gauche ( $sx < fpx$ ) de la ligne focale, *Efocrec* ne sera pas symétrique. La variation de cette erreur en fonction de la distance séparant le rétrodiffuseur et le point focal  $|rsfp|$  est représentée par une famille de fonctions hyperboliques, figure 4.8 b. Comme nous pouvons constater, cette erreur augmente lorsque le rétrodiffuseur s'éloigne du point focal et devient constante (plane) lorsque le rétrodiffuseur s'en approche. Les valeurs positives de l'erreur signifient qu'il n'y a pas assez de correction (rétrodiffuseur avant le point focal), alors que les valeurs négatives signifient qu'il y trop de correction (rétrodiffuseur après le point focal).

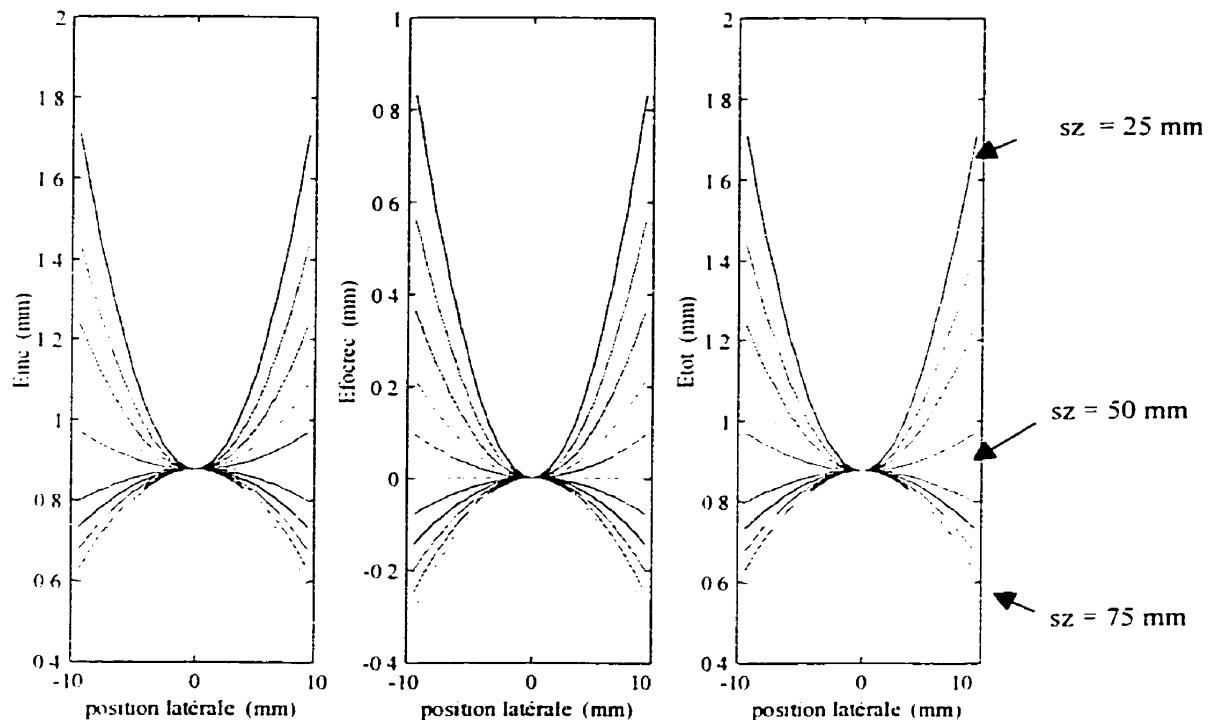
Nous pouvons également remarquer que l'erreur commise est moins symétrique par rapport au plan (xz) qui contient le point focal. Cela s'explique par le fait que lorsque la position du rétrodiffuseur tend vers l'infini, la courbure diminue en tendant vers zéro.

Aussi, nous pouvons constater que l'erreur commise par les éléments les plus proches du rétrodiffuseur est plus petite que celle commise par les éléments les plus éloignés du rétrodiffuseur lorsque ce dernier se trouve avant le point focal, alors que c'est le contraire lorsque le rétrodiffuseur se trouve après le point focal. C'est pourquoi le sens de la courbure change avant et après le point focal.

Comme l'erreur d'incidence, la variation de l'erreur de focalisation en réception est à l'origine de la courbure des PSF.

#### iv) Erreur totale

Finalement, en additionnant l'Einc et l'Efocrec, nous pouvons calculer l'erreur totale (Etot). Étant donné que les deux erreurs représentent une famille de fonctions hyperboliques, leur sommation forme également une famille hyperbolique, figure 4.8 c.



**Figure 4.8 : a) Erreur d'incidence (Einc), b) Erreur de focalisation en réception (Efocrec), c) Erreur totale (Etot). Les courbes représentent les erreurs calculées pour différentes positions axiales (sz) du rétrodiffuseur (25, 30, 35,...75 mm). Le foyer est à 50 mm.**

Il faut mentionner que l'Etot affichée est celle qui a été calculée à partir de l'Einc de l'élément central de l'ouverture active du transducteur.

### 4.2.2 Courbure des PSF

Pour les images prétraitement (sommation, moyennage, compression logarithmique, etc.), à la lumière de ce que nous venons d'expliquer, la courbure des PSF ( $C_{psf_{pre}}$ ) est exactement définie par l'Efocrec:

$$C_{psf_{pre}} = Efocrec \quad (4.10)$$

En analysant l'erreur (figure 4.8 b), nous pouvons voir que la courbure sera dans la direction du transducteur lorsque le rétrodiffuseur se trouve après le point focal, et dans la direction opposée lorsque le rétrodiffuseur se trouve avant le point focal. La figure 4.12 (qui est également utilisée pour expliquer d'autres détails) présente des images de PSF avant les processus de traitement, pour différentes positions du rétrodiffuseur par rapport au point focal. Il est important de mentionner que l'erreur est translatée dans la direction axiale pour chacune des ondelettes transmises, tout en gardant le même degré (forme) de courbure. En d'autres mots, dans les images de  $PSF_{pre}$ , nous observons une famille de lignes RF qui garde toujours le même degré de courbure. La quantité de translation de chacune des rangées de lignes RF est gouvernée par Einc. Qualitativement, une rangée de lignes RF représente l'effet d'une ondelette rétrodiffusée.

Pour les images postraitemen (finales), la courbure des PSF est définie par la différence de la position estimée par les lignes  $RFres_{adj}$  et la ligne  $RFres_{cen}$ :

$$C_{PSF} = \hat{P}RFres_{adj} - \hat{P}RFres_{cen} \quad (4.11)$$

À partir des analyses d'erreur, nous pouvons définir cette courbure en termes de l'erreur d'estimation de la position du rétrodiffuseur:

$$C_{PSF} = \hat{ERF}res_{adj} - \hat{ERF}res_{cen} \quad (4.12)$$

$$\hat{ERF} = MC [Etot]$$

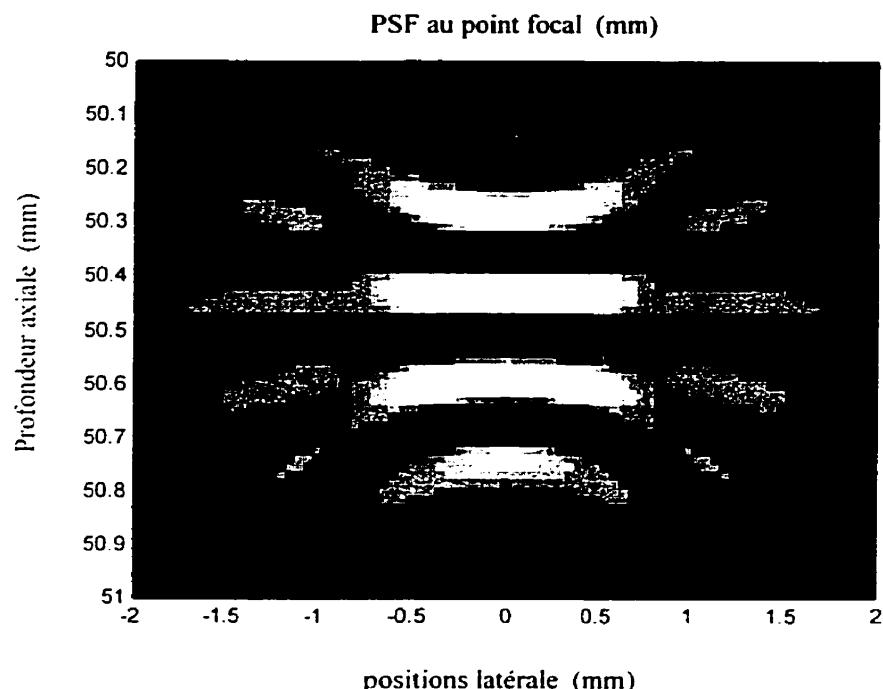
où ERF est le centre de masse (en quelque sorte la moyenne) de toutes les erreurs commises par tous les EAR, afin de former une ligne RF résultante. La notation, CM, désigne le calcul du centre de masse.

Nous pouvons approximer cette courbure, en mesurant les minimums ou les maximums de l'Efocrec ou de l'Etot. Nous pouvons observer à la figure 4.6 b, que le minimum de l'erreur de la ligne adjacente est plus petite que celle de la ligne centrale lorsque le rétrodiffuseur est placé avant le point focal. C'est pourquoi, la courbure est dans la direction du transducteur. Toutefois, lorsque le rétrodiffuseur se trouve après le point focal, le maximum de la ligne adjacente est plus grand que celui de la ligne centrale, figure 4.6 f. La courbure des PSF est alors dans la direction opposée (axiale).

La principale raison de la variation du CM (ou minimum, maximum) des lignes RFres<sub>adj</sub> est la focalisation non symétrique des signaux (lignes RF) en réception. Ce phénomène est purement géométrique et dépend des processus de traitement des signaux en réception. Étant donné que la variation de l'Etot en fonction de la position relative du rétrodiffuseur au point focal  $|r_{sfp}|$  est représentée par une famille de fonctions hyperboliques, la variation de l'erreur des lignes RFres<sub>adj</sub> par rapport à la ligne Rfres<sub>cen</sub> est représentée également par une fonction hyperbolique. Cela signifie que la courbure des PSF diminue (augmente) de manière hyperbolique lorsque le rétrodiffuseur s'éloigne (s'approche) du point focal.

#### 4.2.3 Effets d'excitation de multiples éléments (EME)

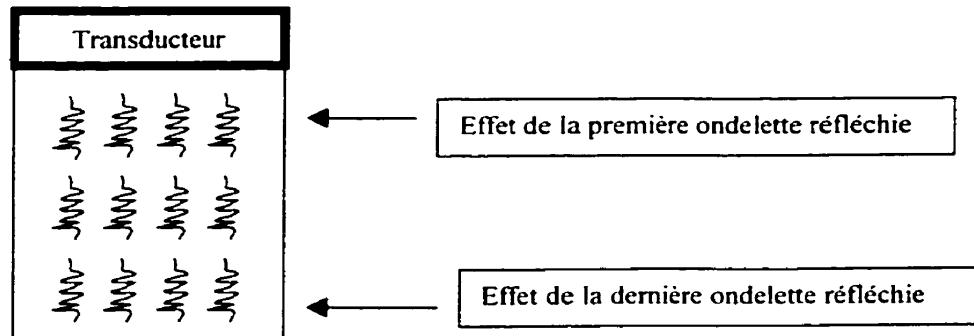
L'un des effets d'excitation de multiples éléments (EME) est la formation des ondes de contours (*edge waves*) qui sont présentes sur les images des PSF. (figure 4.9). Un autre effet d'EME est la variation des largeurs latérale et transverse des PSF en fonction de la distance qui sépare le rétrodiffuseur du point focal. Ce dernier sera expliqué plus loin.



**Figure 4.9 : PSF avec des ondes de contours.**

Lorsque plusieurs éléments sont excités, leurs ondelettes frappent le rétrodiffuseur à différents instants. Comme nous l'avons déjà expliqué, le moment d'incidence ( $\Delta_{\text{inc}}$ ) dépend de la position du rétrodiffuseur par rapport au point focal. Ainsi, la première ondelette rétrodiffusée provoquera la formation de la première rangée de lignes RF

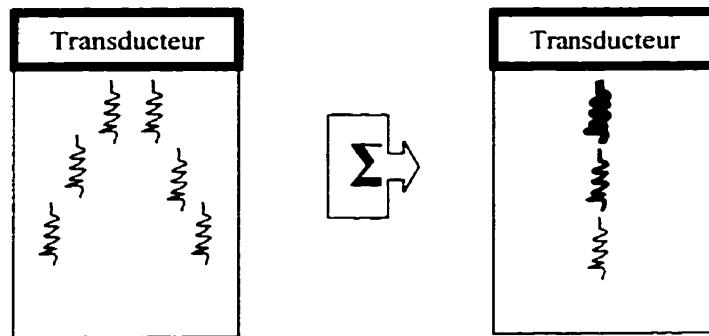
reçues: ce principe continue jusqu'à la dernière ondelette réfléchie par le rétrodiffuseur. La figure 4.10 représente schématiquement la formation des lignes RF reçues.



**Figure 4.10 : Représentation schématique de la formation des lignes RF.**

Effectivement, lorsque le rétrodiffuseur se trouve au point focal, toutes les ondelettes seront rétrodiffusées et reçues en même temps par les EAR (si bien focalisées en réception). Ainsi, il n'y aura pas de déphasage entre les ondelettes des lignes RF. D'ailleurs, c'est le seul cas où la ligne RF n'aura pas d'ondelettes secondaires.

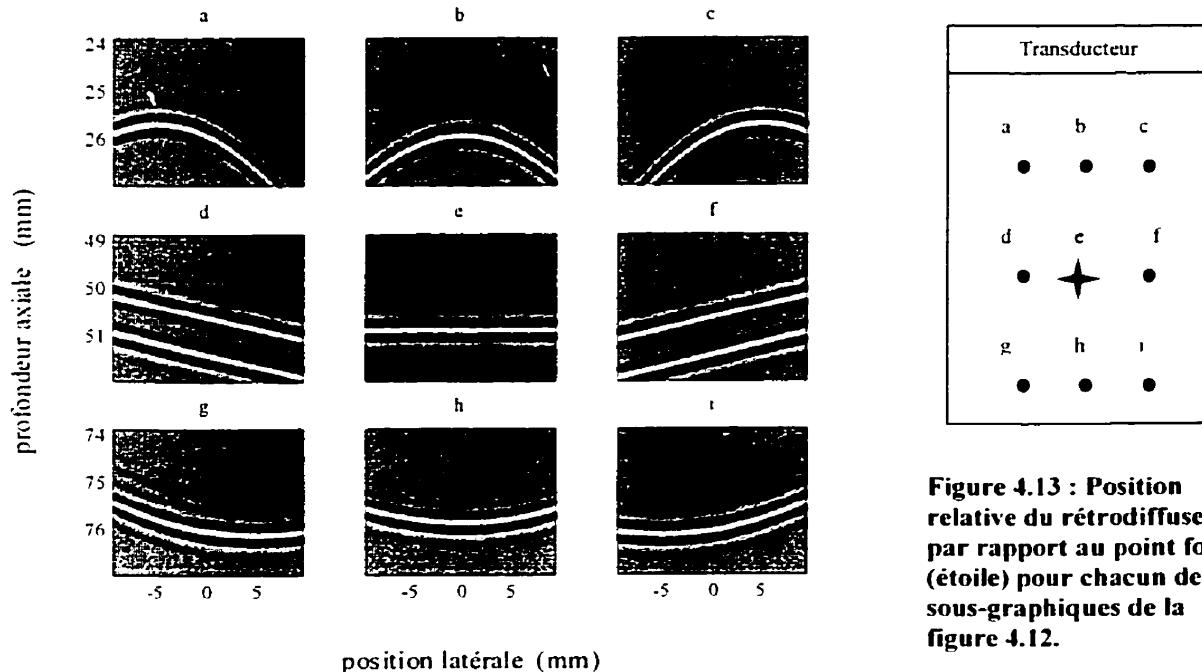
Comme l'EME, la courbure (Efocrec) des lignes RF est aussi à l'origine de la formation des ondes de contours sur les lignes RFres. La Figure 4.11 représente schématiquement comment les lignes RF sont combinées lors de leurs sommations. À cause de leurs différences de délai en réception, elles forment une ligne RFres ayant plusieurs ondelettes secondaires. Ainsi, l'ensemble des ondelettes secondaires forme les ondes de contours présentes sur les images échographiques des PSF.



**Figure 4.11 : Effet de la courbure sur la formation des ondes de contours.**

La conséquence directe de formation des ondes de contours est l'augmentation de largeur axiale des PSF sur les images échographiques. La variation de cette augmentation est fonction de la position latérale et transverse des PSF. Pour cette raison, la plus petite largeur axiale pouvant être estimée est celle de la ligne centrale des PSF.

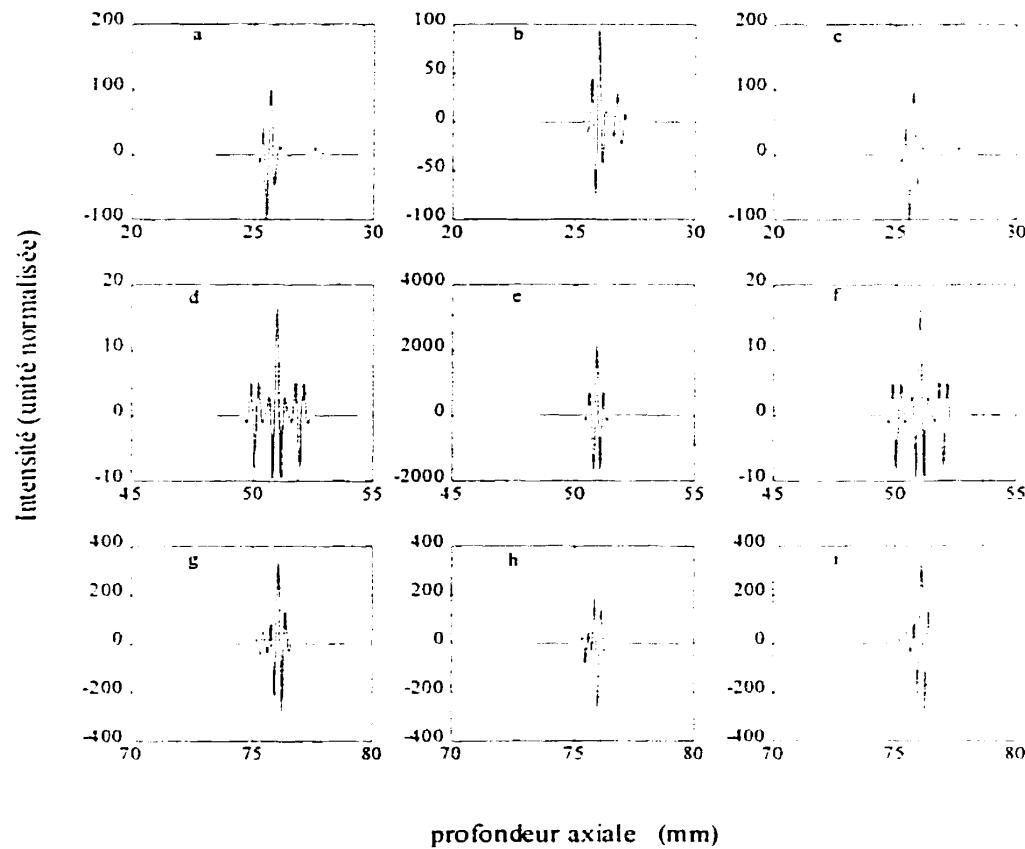
La figure 4.12 représente les différentes images échographiques obtenues avant qu'elles soient additionnées et moyennées pour former une seule ligne RFres. La figure 4.13 indique la position spatiale du rétrodiffuseur par rapport au point focal, pour chacun des sous-graphiques de la figure 4.12.



**Figure 4.13 : Position relative du rétrodiffuseur par rapport au point focal (étoile) pour chacun des sous-graphiques de la figure 4.12.**

**Figure 4.12 : Images échographiques (prétraitement) obtenues avant les processus de sommation et de moyennage.**

Les lignes RFres obtenues dans chacune de ces situations sont présentées à la figure 4.14. Dans cette figure, les abscisses et les ordonnées des graphiques représentent la position axiale et l'amplitude normalisée des lignes résultantes respectivement. Comme nous pouvons constater, lorsque le rétrodiffuseur se trouve au point focal (4.14 e), la largeur axiale est minimale (estimée à partir de l'enveloppe). Par contre, lorsque le rétrodiffuseur se trouve ailleurs, il y a présence d'ondes de contours. Ainsi, la largeur axiale devient plus grande.



**Figure 4.14 : Lignes RF résultantes obtenues à partir des images de la figure 4.12.**

#### 4.2.4 Variation des intensités latérale et transverse des PSF

La variation relative de l'intensité des lignes RF adjacentes ( $IRF_{adj}$ ) par rapport à l'intensité de la ligne centrale ( $IRF_{cent}$ ) peut également être expliquée par le phénomène d'EME et de l'Efocrec. Lorsque la profondeur du rétrodiffuseur est égale à la longueur focale ( $sz = fpz$ ), l' $IRF_{adj}$  est très faible par rapport à l' $IRF_{cent}$ :

$$si \quad sz = fpz \quad \Rightarrow \quad IRF_{adj} \ll IRF_{cent} \quad (4.13)$$

Ce phénomène est dû au fait que tous les instants d'incidences sont différents les uns par rapport aux autres (voir, figure 4.5 c°, c+). De plus, la focalisation en réception est non symétrique. Donc, l'effet de sommation et de moyennage sera moins constructif. Par conséquent, en affichant les images sur les moniteurs des systèmes échographiques avec les mêmes niveaux de gris (*colormap*), la luminosité des lignes adjacentes sera moins intense que celle de la ligne centrale. Ce phénomène donne l'apparence que les PSF sont très étroites au point focal.

Dans les situations où le rétrodiffuseur est placé avant ou après le point focal ( $sz < fpz$  ou  $sz > fpz$ ), l' $IRF_{adj}$  est approximativement égale à l' $IRF_{cent}$ :

$$si \quad sz \prec fpz \quad ou \quad sz \succ fpz \quad \Rightarrow \quad IRF_{adj} \approx IRF_{cent} \quad (4.14)$$

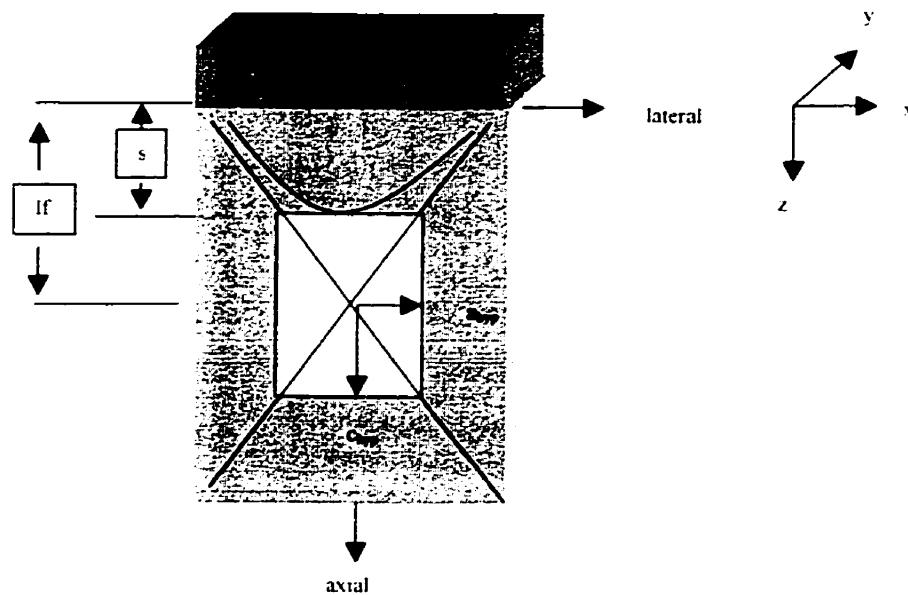
Nous pouvons observer ce phénomène à la figure 4.14. En comparant l'amplitude des graphiques 4.14 d,f à 4.14 e ( $sz = fpz = 50\text{mm}$ ), nous pouvons constater que  $IRF_{adj} \ll IRF_{cent}$  et en comparant l'amplitude des graphiques 4.14 a,c à 4.14 b ( $sz = 25$ ) ou 4.14 g,i à 4.14 h ( $sz = 75\text{mm}$ ), nous constatons que  $IRF_{adj} \approx IRF_{cent}$ . Afin de modéliser cette variation, on devrait considérer la relation quantitative entre l'intensité des lignes adjacentes et la ligne centrale des PSF.

### 4.3 Modèle de PSF hyperbolique

À la lumière de ce qui a été expliqué, nous comprenons que la modélisation des PSF focalisées dépend de plusieurs paramètres et des conditions d'acquisition des images. La modification de paramètres pour obtenir des PSF spécifiques peut être relativement fastidieuse. Ainsi, afin d'utiliser les PSF en tant que connaissance a priori dans différentes applications (caractérisation des tissus, étude de mouvement, imagerie 3D, etc.) sans se limiter aux modèles conventionnels (ex: PSF gaussienne plane) nous proposons un

nouveau modèle hyperbolique de PSF qui tient compte de la focalisation du faisceau ultrasonore en émission et en réception. Ce modèle permettrait de se servir des PSF de manière adaptative et en temps réel, sans être obligé d'exécuter un ensemble de programmes (ex: Field II). À titre d'exemple, dans le modèle de speckle lagrangien (estimation de la dynamique des tissus mous), il permettrait de fournir des informations sur les PSF en fonction de leur profondeur même pour une région en dehors du point focal. Ainsi, les estimateurs de mouvement pourraient couvrir une plus grande région tout en respectant les caractéristiques réelles des PSF dans les images échographiques. Ce modèle hyperbolique est une version modifiée du modèle gaussien proposé par Meunier et al. [24]:

$$\begin{aligned}
 H(x, y, z) &= K_e \exp \left[ \frac{-1}{2} \left( \frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{(z - lf - \Delta z)^2}{\sigma_z^2} \right) \right] \cos(2\pi f_s(z - lf - \Delta z)) \\
 \Delta z &= c_{hyp} \sqrt{1 + \frac{x^2}{a_{hyp}^2} + \frac{y^2}{b_{hyp}^2}} \\
 m_{xz} &= Km_{xz} \frac{lf}{L^2} \quad ; \quad m_{yz} = Km_{yz} \frac{lf}{h^2} \\
 c_{hyp} &= |lf - s| \quad ; \quad a_{hyp} = \frac{c_{hyp}}{m_{xz}} \quad ; \quad b_{hyp} = \frac{c_{hyp}}{m_{yz}}
 \end{aligned}
 \tag{4.15}$$



**Figure 4.15 : Paramètres géométriques du modèle hyperbolique des PSF.**

**Tableau 4.1 : Liste des paramètres du modèle hyperbolique de PSF.**

Paramètres	Définitions
$H(x,y,z)$	Fonction de point d'étalement (PSF) 3D
$K_i$	Constante d'intensités des PSF
$\sigma_x$	Écart type latéral
$\sigma_y$	Écart type transverse
$\sigma_z$	Écart type axial
$f_s$	Fréquence spatiale de PSF
$L_f$	Longueur focale
$S$	Profondeur axiale du rétrodiffuseur
$\Delta z$	Courbure tridimensionnelle des PSF
$L$	Largeur du transducteur
$H$	Hauteur du transducteur
$a_{hyp}, b_{hyp}, c_{hyp}$	Constante d'une fonction hyperbolique (latérale, transverse, axiale)
$m_{xz}$	Pente de l'asymptote hyperbolique dans le plan xz (axial, latéral)
$m_{yz}$	Pente de l'asymptote hyperbolique dans le plan yz (axial, transverse)
$Km_{xz}$	Constante de la pente des asymptotes dans le plan xz
$Km_{yz}$	Constante de la pente des asymptotes dans le plan yz

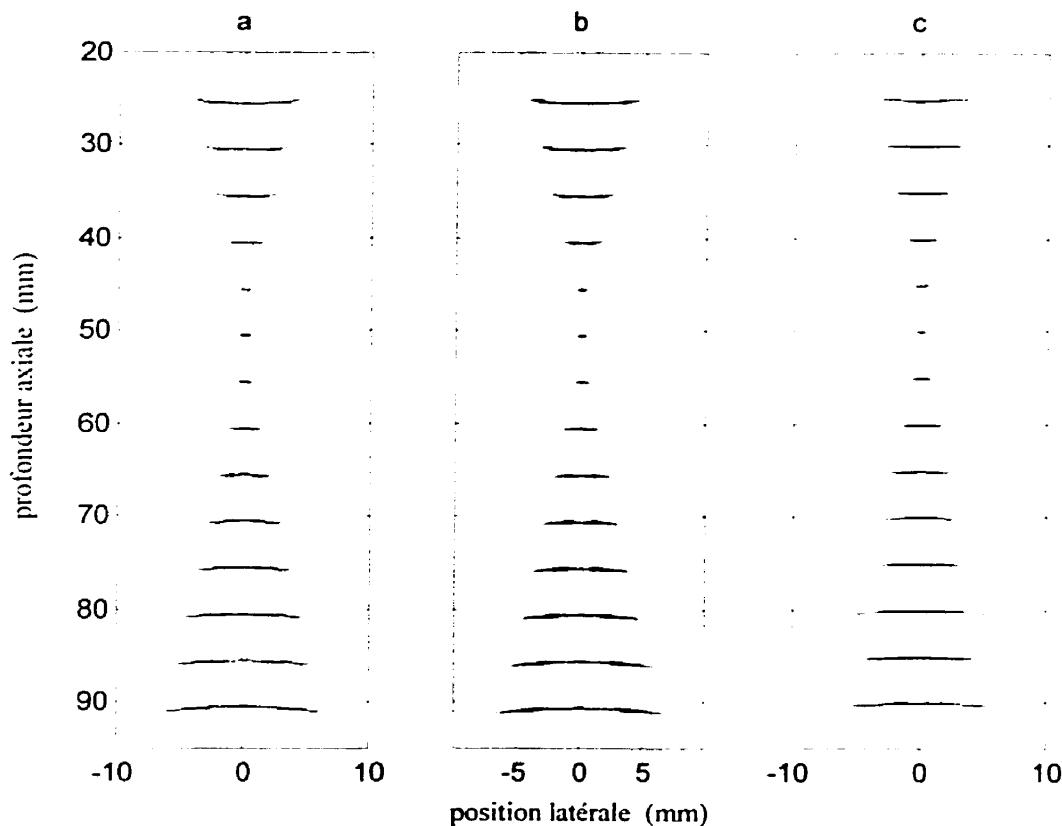
Où  $H(x,y,z)$  est la réponse impulsionnelle (PSF) tridimensionnelle (3D);  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  et  $v_0$  représentent les écarts types latéral, transverse, axial et la fréquence spatiale de la PSF respectivement;  $K_i$  est une constante permettant de modifier l'intensité des PSF: cette intensité devrait varier en fonction de la profondeur et dépend de plusieurs facteurs notamment la dispersion, l'atténuation et l'apodisation de l'onde acoustique.  $\Delta z$  définit la courbure tridimensionnelle des PSF. La variation de cette courbure en fonction de la profondeur du rétrodiffuseur est définie par les caractéristiques géométriques d'une hyperbole ( $a_{hyp}$ ,  $b_{hyp}$ ,  $c_{hyp}$ , asymptotes:  $m_{xz}$ ,  $m_{yz}$ ,  $Km_{xz}$ ,  $Km_{yz}$ ) qui sont elles-mêmes définies en fonction des caractéristiques géométriques de l'ouverture active d'une barrette linéaire ( $L$ ,  $h$ ) et de la longueur focale ( $l_f$ ), voir figure 4.15. Notez que le centre des coordonnées se trouve au centre du transducteur. Il est également important de mentionner que nous utilisons la même longueur focale pour la focalisation latérale et transverse ( $l_f = l_{fxz} = l_{fyz}$ ). Ce type de focalisation est relativement facile à réaliser avec une barrette linéaire 1.5 D ou 2D. Toutefois, lorsqu'on utilise la technique de focalisation mécanique pour converger le faisceau dans le plan d'élévation,  $l_{fxz}$  ne sera pas toujours égale à  $l_{fyz}$  ( $l_{fxz} \neq l_{fyz}$ ). Dans ces conditions, il y a toujours une région pour laquelle la focalisation est optimale: la longueur focale optimale ( $l_{f_{opt}}$ ) devrait se situer entre  $l_{fxz}$  et  $l_{fyz}$  ( $l_{fyz} < l_{f_{opt}} < l_{fxz}$ ).

De façon générale, le modèle hyperbolique est simple et très flexible. Il permet de modifier facilement les paramètres géométriques, telles les largeurs latérale, axiale et transverse qui peuvent être affectées par les différents facteurs (atténuation, apodisation, etc.) qui n'ont pas été considérés dans notre modèle. Par exemple, la forme axiale et les largeurs des PSF peuvent être modifiées afin de tenir compte de l'atténuation des composantes de hautes fréquences des ondelettes acoustiques. Également, en changeant les caractéristiques de l'hyperbole, nous pouvons facilement considérer l'activation dynamique de l'ouverture lors de balayage d'une région d'intérêt.

#### 4.4 Comparaison des modèles

Dans cette dernière section, nous comparons les images de PSF obtenues avec les programmes de Field II, le modèle hyperbolique et les équations de délais et d'intensités décrites aux sections 3.4.1 et 3.4.2 respectivement.

La figure 4.16a représente les PSF obtenues avec les équations de délais et d'intensités. En b on représente les PSF obtenues avec les programmes de Field II et en c, les PSF obtenues avec le modèle hyperbolique.



**Figure 4.16 : Images de PSF obtenues avec les équations de délais et d'intensités (a), avec les programmes de Field II (b) et avec le modèle hyperbolique (c).**

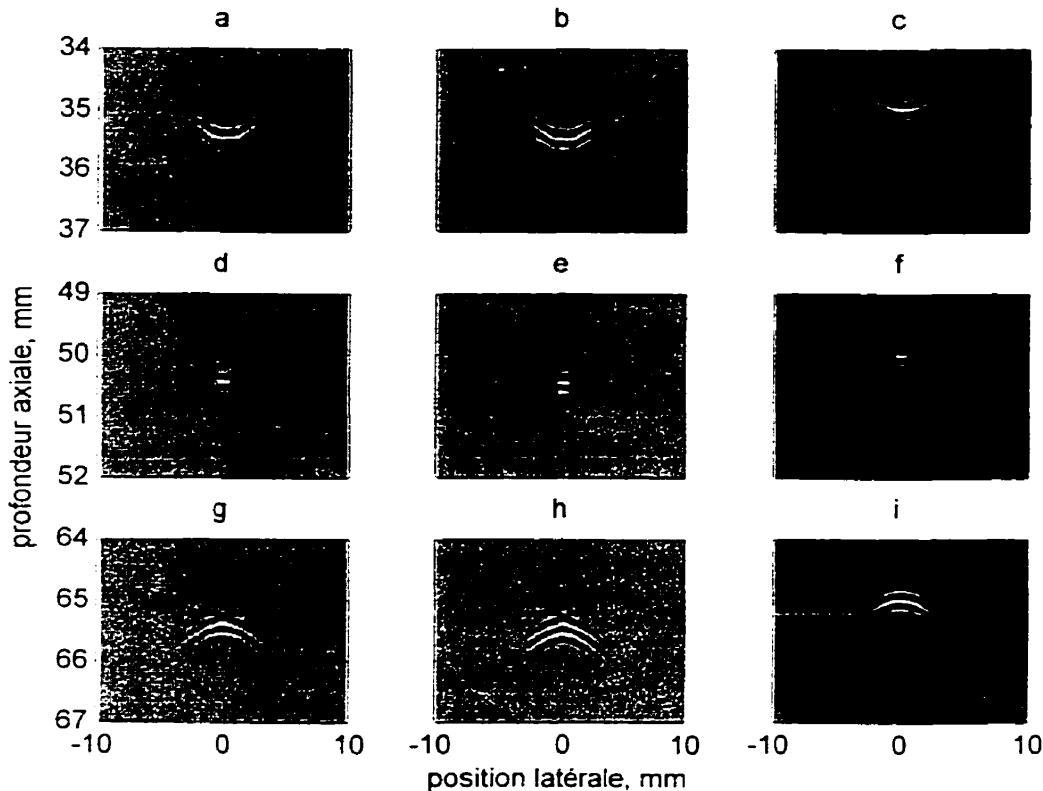
Nous avons normalisé les amplitudes des PSF afin de mieux étudier leurs caractéristiques géométriques (courbure, largeurs). Par conséquent, la diminution d'intensité des PSF (due à la dispersion de l'onde acoustique) en fonction de la profondeur n'est pas observable. En comparant les figures, on peut observer que le modèle hyperbolique (fig. 4.16 c) permet d'obtenir des PSF similaires aux PSF obtenues avec les programmes de Field II. On peut voir également que le modèle reflète bien la courbure des PSF avant et après le point focal. On peut changer le degré de cette courbure tout en modifiant les pentes des asymptotes de l'hyperbole, ce qui permet également de tenir compte de l'ouverture active des transducteurs. À propos des largeurs (latérale et transverse), il est à noter que, dans le modèle, nous les avons limitées aux asymptotes du modèle hyperbolique. Pour ce faire, nous avons fait varier les écarts types en fonction de la profondeur en supposant que les FWHM des PSF sont proportionnelles à la distance séparant les asymptotes à la profondeur du rétrodifuseur:

$$\begin{aligned} FWHM_{\text{latérale}} &= K_{hyp} a_{hyp} \\ FWHM_{\text{transverse}} &= K_{hyp} b_{hyp} \\ \sigma &= \frac{FWHM}{2.35} \end{aligned} \quad (4.16)$$

où  $a_{hyp}$  et  $b_{hyp}$  représentent les constantes des asymptotes du modèle hyperbolique et  $K_{hyp}$  est une constante qui permet d'approximer les valeurs des largeurs à mi-hauteur. Lors de nos simulations, nous avons considéré un  $K_{hyp} = 2$ . Il faut toutefois rappeler que lorsqu'il y a une certaine atténuation ou apodisation de l'onde acoustique, les largeurs des PSF devraient diminuer. Ainsi, en étudiant les effets quantitatifs de l'atténuation et de l'apodisation, nous serons en mesure de déterminer les valeurs pour  $K_{hyp}$  qui permettraient de refléter adéquatement les situations réelles.

En comparant les PSF de la figure 4.16 a aux PSF de la figure 4.16 b, on peut remarquer que la simulation avec les équations de délais et d'intensités permet d'obtenir des PSF très similaires aux PSF obtenues avec les programmes de Field II. Il en est de même pour la

simulation des ondes de contours. La figure 4.17 permet de mieux comparer les PSF obtenues avec les trois méthodes.



**Figure 4.17 :** agrandissement des PSF de la figure 4.16 pour des rétrodiffuseurs situés à des profondeurs de 35 mm (a,b,c), de 50 mm (d,e,f) et de 65 mm (g,h,i). Les graphiques ont été obtenus en simulant les PSF avec les équations de délais et d'intensités (a,d,g, colonne de gauche), les programmes de Field II (b,e,h, colonne du centre) et le modèle hyperbolique (c,f,i, colonne de droite).

Cette figure représente un agrandissement des PSF (de la figure 4.16) situées avant le point focal (35 mm, fig. 4.17 a, b, c), au point focal (50 mm, fig. 4.17 d, e, f) et après le point focal ( 65 mm, fig. 4.17 g, h, i). En comparant les PSF obtenues à l'aide du modèle hyperbolique avec celles obtenues par les autres méthodes (position axiale des PSF), on peut de nouveau constater l'erreur de l'estimation de la position du rétrodiffuseur qui est due probablement à la focalisation des signaux en émission (section 4.2.1 i). En résumé,

on peut affirmer que le modèle hyperbolique permet de simuler des PSF focalisées similaires aux PSF obtenues par le Field II lorsqu'il n'y a pas d'atténuation ou d'apodisation du faisceau acoustique. Par conséquent, on peut encore repousser les limites de ce modèle en considérant ces deux facteurs. La méthode de simulation avec les équations de délais et d'intensités est excellente pour simuler des PSF même avec ses irrégularités (ondes de contours). Cette méthode serait idéale si on pouvait reformuler les équations sous un format plus compact. Cette formulation permettrait à la méthode de fournir des informations sur les PSF, de façon adaptative (temps réel), tout comme le modèle hyperbolique. Il faut rappeler que le modèle hyperbolique représente une formulation paramétrique de PSF. Cette formulation permet de connaître (prédir) la variation spatiale des PSF, sans être obligée d'exécuter un ensemble de programmes (ex : Field II) ou de calculer un ensemble d'équations. Il faut aussi ajouter qu'un logiciel de simulation nécessite certaines séances de formation ou un bon manuel d'utilisation afin que les usagers puissent maîtriser les fonctions du logiciel pour simuler des PSF sous différentes conditions désirées.

## Discussion

Cette étude nous a permis de développer un nouveau modèle hyperbolique qui tient compte de la focalisation du faisceau ultrasonore en émission et en réception. Ce modèle hyperbolique est relativement simple et très flexible en ce qui concerne la modification des paramètres quantitatifs afin d'approcher une situation réelle. Par exemple, nous pouvons facilement modifier les paramètres de ce modèle pour considérer l'activation dynamique de l'ouverture en émission et en réception. Nous pouvons également varier les largeurs des PSF ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ) afin de tenir compte des effets de l'atténuation et de l'apodisation.

La validation du modèle hyperbolique a été effectuée de façon qualitative. Cette comparaison ne permet pas de déterminer quantitativement la similitude ou la différence entre les PSF obtenues par le modèle et celles obtenues par le Field II. Toutefois, les comparaisons qualitatives sont primordiales afin d'entamer des études quantitatives. Ces études pourraient être réalisées en utilisant des méthodes ou algorithmes déjà existants : rapport S/B, fonctions d'optimisation de Matlab, etc. Ces méthodes pourraient permettre de justifier quantitativement l'amélioration qu'on devrait apporter aux futurs modèles de PSF. Par ailleurs, elles pourraient aussi permettre d'estimer les paramètres optimaux permettant de minimiser l'erreur (norme) entre les images expérimentales et les images obtenues par le modèle hyperbolique.

En nous servant du logiciel Field II, nous avons vu que les caractéristiques des PSF (courbure, largeur) varient en fonction de la position relative du rétrodiffuseur par rapport au point focal. Nous avons estimé les caractéristiques par diverses techniques, notamment le calcul des coefficients des polynômes, le calcul du gradient et le calcul des coefficients d'autocorrélation, afin de dériver une formulation générale pour les PSF focalisées. Ces techniques nécessitent encore l'analyse humaine, car les données (nombre de pixels dans les directions latérale et axiale) sont relativement limitées par le nombre

d'éléments actifs en réception (situation réelle) à moins d'utiliser des techniques d'interpolation pour augmenter le nombre de données en réception.

Lorsque nous avons focalisé les PSF à différentes profondeurs (PSF planes), nous avons observé que leurs caractéristiques semblaient constantes particulièrement pour une zone qui pourrait être la zone de focalisation optimale. Cependant, comme nous l'avons déjà mentionné, la largeur axiale des PSF devrait être estimée seulement à partir de la ligne centrale des PSF, étant donné que la formation des ondes de contour affecte directement les caractéristiques géométriques des PSF.

Par ailleurs, en dérivant les équations de délais et d'intensités, nous avons su expliquer que l'origine de la variation de la largeur et de la courbure des PSF était due à la méthode d'acquisition d'image (balayage linéaire). Nous avons vu que les techniques du moyennage (traitement des signaux en réception) affectent énormément les caractéristiques des lignes RF résultantes selon la position du point focal. Compte tenu de cette méthode d'acquisition d'images (balayage linéaire), la courbure des PSF devrait être estimée en considérant le centre de masse de chacune des lignes RF. Pour cette raison, la formulation exacte de la courbure est relativement complexe, étant donné qu'elle implique le calcul du centre de masse de chacune des lignes RF résultantes, ce qui signifie la sommation (temporelle et spatiale) de NAR par NAE ondelettes. Toutefois, une approximation de cette courbure pourrait être obtenue en calculant le minimum ou le maximum de l'erreur totale commise par chacun des éléments actifs en réception avant les processus de traitement des signaux. Par ailleurs, nous avons démontré que la courbure des PSF avant traitement est définie exactement par l'erreur de focalisation en réception.

En expliquant l'origine de la variation des caractéristiques des PSF, nous avons aussi mis en évidence l'effet de la courbure et de l'excitation de multiples éléments (MEE) sur la formation des ondes de contours. Ces ondes peuvent être négligées pour des PSF au

point focal, étant donné que leurs amplitudes sont très faibles par rapport à l'amplitude des lignes centrales des PSF. Par contre, pour les PSF situées en dehors du point focal, elles ne peuvent être négligées. De ce fait, dans les futurs travaux de modélisation, la présence des ondes de contours devraient être considérées et pourraient être utilisées en tant que connaissance a priori. Par exemple, nous pouvons facilement confirmer la position relative des rétrodiffuseurs par rapport au point focal (avant ou après) juste en observant le sens et l'amplitude de ces ondes de contours.

En analysant l'erreur dans l'estimation de la position des rétrodiffuseurs, nous avons expliqué qu'il n'est pas possible pour les systèmes échographiques de l'éliminer, étant donné qu'ils ont besoin en tant que connaissance a priori de la position exacte des réflecteurs; et c'est précisément cette position que nous cherchons à estimer. Cependant, en utilisant des algorithmes itératifs et des techniques de traitement des signaux, nous pouvons réussir à minimiser cette erreur afin d'obtenir une meilleure estimation de la position des rétrodiffuseurs. Cela permettrait de développer (ou de renforcer) les techniques d'imagerie adaptative existantes.

Lors de nos simulations, nous n'avons pas quantifié les phénomènes d'atténuation et d'apodisation. Qualitativement, toutefois, l'atténuation devrait affecter directement la forme (gaussienne à une fonction de Rayleigh, intuitivement) des ondelettes reçues, étant donné que les plus hautes composantes fréquentielles sont atténuer davantage que les plus basses composantes. De cette manière, la largeur axiale des PSF devrait diminuer dans un milieu avec atténuation. L'atténuation devrait également diminuer les largeurs latérale et transverse des PSF. Leur diminution sera symétrique par rapport à la ligne centrale des PSF si l'atténuation est homogène et isotrope. Dans le cas contraire, les PSF auront une configuration non symétrique. L'apodisation affecte aussi les largeurs (axiale, latérale et transverse) des PSF, étant donné que l'amplitude de l'excitation sera différente (habituellement gaussienne) pour chacun des éléments. Pour modéliser l'effet quantitatif de l'atténuation et de l'apodisation sur les PSF, d'autres travaux devraient être réalisés.

Ces travaux pourraient permettre aussi de connaître les seuils de sensibilité de la variation des caractéristiques des PSF en fonction des coefficients d'atténuation et des techniques d'apodisation.

À partir de la variation de la courbure des PSF (avant et après le point focal), nous pouvons comprendre que les hypothèses de séparabilité et d'invariance spatiale devraient être considérées seulement dans la région focale. Ainsi, l'hypothèse de séparabilité est valide seulement au point focal à cause de la présence de la courbure dans les directions latérale et transverse. De même, l'hypothèse d'invariance spatiale est valide seulement dans les directions latérale et transverse.

Étant donné que, dans la zone proche, le gradient de la pression acoustique varie dans toutes les directions, nous croyons que les dérivées partielles du terme tissulaire devraient être considérées autant dans les directions latérale et transverse que dans la direction axiale. Toutefois pour confirmer notre intuition, il serait nécessaire de développer le modèle autant pour la zone proche que pour la zone lointaine.

À partir de la variation des caractéristiques des lignes RF résultantes qui se produit lors des processus de traitement des signaux en réception, il est évident que nous perdons beaucoup d'information concernant les caractéristiques primaires des PSF (positions, largeurs, courbure, etc.). Étant donné qu'il serait probablement nécessaire de développer un problème inverse, afin de restaurer les images prétraitements à partir des images posttraitements, nous conseillons d'utiliser des images prétraitements pour certaines applications (sensibles aux caractéristiques des images échographiques), telles que l'élastographie, l'étude de la dynamique des tissus et de la déconvolution 2D.

Le modèle hyperbolique de PSF pourrait être particulièrement utilisé dans des applications qui auraient besoin de connaître la variation spatiale des PSF en tant que connaissance a priori. À titre d'exemple, dans le modèle de speckle lagrangien, le modèle

hyperbolique pourrait fournir des informations sur les PSF en temps réel et de façon adaptative. Cela permettrait d'estimer la dynamique des tissus sans se limiter aux modèles conventionnels (ex: PSF gaussiennes planes) qui ne tiennent pas compte de la focalisation du faisceau ultrasonore en émission et réception.

La caractérisation des PSF peut également être utile dans plusieurs domaines de recherche. Par exemple, pour les études de non linéarités acoustiques, les mesures des largeurs axiales peuvent nous servir à quantifier l'étalement (*spreading*) des ondes acoustiques lors de leur propagation dans le milieu. Nous pouvons également estimer la vitesse de la propagation des ondes et l'isotropie du milieu en mesurant la courbure des PSF. De la même manière, nous pouvons étudier davantage les aberrateurs de phase. Pour les études d'atténuation, nous pouvons estimer le coefficient d'atténuation et sa variation en fonction de la fréquence en mesurant la variation de l'intensité des composantes spectrales des PSF. La configuration symétrique des PSF peut nous servir aussi en tant que connaissance a priori sur l'homogénéité de l'atténuation des ondes acoustiques.

Pour les contrôles de qualité, une nouvelle procédure pourrait être développée afin de vérifier le bon fonctionnement de chacun des éléments d'un transducteur. Une telle vérification est très difficile (presque impossible) pour les cliniciens, étant donné que tous les éléments du transducteur sont assemblés par les fabricants des appareils échographiques.

Une autre application prometteuse de la caractérisation des PSF serait dans le domaine de l'étude de la décorrélation et de l'erreur d'estimation de mouvement d'un diffuseur singulier en compression ou en rotation. En effet, comme nous l'avons déjà expliqué, l'erreur commise par tous les éléments actifs en réception, lors de l'estimation de la position du rétrodiffuseur, varie en fonction de la position de ce dernier par rapport au point focal. Étant donné que cette position (et l'intensité) relative change au cours de la

compression ou de la rotation, l'erreur de l'estimation de la position (et de l'intensité) varie également (figure 4.9c), ce qui introduit un artefact de mouvement et des bruits de décorrélation (changements d'intensités) lors de l'estimation de la dynamique du rétrodiffuseur.

## Conclusion

Dans de ce projet, nous avons d'abord décrit certaines limites ou problématiques des modèles de formation d'images utilisés actuellement, notamment la focalisation et l'apodisation du faisceau acoustique, ainsi que les hypothèses de séparabilité et d'invariance spatiale. Nous avons simulé des PSF au moyen du logiciel Field II afin d'étudier leurs variations (largeurs, courbure) en fonction de la position relative du rétrodifuseur par rapport au point focal. Nous avons ensuite expliqué les origines de ces variations en analysant les équations de délais et d'intensités des ondes acoustiques voyageant dans le milieu. Puis, nous avons démontré l'effet de la courbure et de l'excitation de multiples éléments sur la formation des ondes de contours présentes sur les images échographiques des PSF. Nous avons finalement proposé un modèle hyperbolique de PSF qui tient compte de la focalisation singulière du faisceau ultrasonore en émission et en réception.

À la lumière de ce qui a été expliqué, lors des futurs travaux en modélisation des PSF, les effets quantitatifs de l'atténuation et de l'apodisation devraient être étudiés. Cela permettrait de bien quantifier les largeurs axiale, latérale et transverse des PSF. Dans cette étude, nous avons considéré la méthode de balayage linéaire avec une barrette linéaire. Étant donné que plusieurs types d'appareils affichent des images sectorielles, l'étude devrait être adaptée en considérant la méthode de balayage sectoriel. Le modèle de formation d'images devrait également être développé pour la zone proche, étant donné que la plupart des régions d'intérêt se trouvent dans cette zone. Au niveau expérimental, le nouveau modèle hyperbolique des PSF et les variations de ses caractéristiques devraient être validés en utilisant un fantôme pour représenter le milieu et un appareil pour acquérir des images échographiques. Cela permettrait également de déterminer jusqu'à quel point les hypothèses de linéarités acoustiques sont valides dans des conditions expérimentales.

Au niveau des applications, le nouveau modèle hyperbolique devrait être utilisé par les approches existantes, telles que le modèle de speckle lagragien, la déconvolution 2D et la compression des images, ou dans de nouvelles applications prometteuses des PSF, telles que le contrôle de qualité des systèmes échographiques, les études des non-linéarités acoustiques, les mesures des coefficients d'atténuation et de la vitesse de propagation, les aberrateurs de phases et les études de la décorrélation et de l'erreur d'estimation de mouvement d'un diffuseur singulier.

## Bibliographie

- [1] Christensen, D.A., Ultrasonic Bioinstrumentation. John Wiley & Sons. New York, 1988.
- [2] Greenleaf, J.F., Tissue characterization with ultrasound. CRC Press. 1986.
- [3] Shung, K.K. and Thieme, G.A., Ultrasonic scattering in biological tissues. Boca Raton, 1993.
- [4] Curie, J. et Curie, P., Sur l'électricité polaire dans les cristaux hémédries à forces inclinées. C.R. Séances Acad. SCI., Paris, 91-294. 1880.
- [5] Chilowsky, C. et Langevin, M.P., Procédés et appareils pour la production de signaux sous-marins dirigés et pour la localisation à distance d'obstacles sous-marins. French Patent. no. 502913, 1916.
- [6] Freundlich, H., Sollner, K. et Rogowski, F., Klin wochenschr. Vol. II, 1512, 1933.
- [7] Satomura, S., A study on examining the heart with ultrasonics. I. Principale. II. Instrument. Jpn. Circ. J., 20, 227, 1956.
- [8] Wild, J.J. and Reid, J.M., Further pilot echographic studies on the histologic structure of tumors of the living intact human breast. Am. J. Pathol., 28, 893, 1952.
- [9] Chernov, L.A., Wave propagation in a random medium. New-York. McGraw-Hill, 1960.
- [10] Morse, P.M. and Ingard, K.U., Theoretical Acoustics. New York. McGraw-Hill, 1968.
- [11] Chapelon, J.Y., Pseudo random correlation imaging and system characterization, in Progress in Medical Imaging, V.L Newhouse Ed. New York: Springer-Verlag, 227-246, 1988.
- [12] Dupenloup, F., Chapelon, J.Y., Cathignol, D.J., and Sapozhnikov, O.A., Reduction of the grating lobes of annular arrays used in focused ultrasound surgery, IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr., 43, 989-990, 1996.

- [13] Hutchinson, R. and Hynynen, K., Intercavitary ultrasound phased array for non invasive prostate surgery, *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, 43, 1032-1042, 1996.
- [14] Ebbini, E.S. and Cain, C.A., Experimental evaluation of a prototype cylindrical section ultrasound hyperthermia phased-array, *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, 38, 510-520, 1991.
- [15] Umemura, S.I. and Cain, C.A., The sector vortex phased array: Acoustic field synthesis for hyperthermia, *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, 36, 249-257, 1989.
- [16] Chapelon, J.Y., Faure, P., Plantier, M., Cathignol, D., Souchon, R., Gorry, F., and Gelet, A., The feasibility of tissue ablation using high intensity electronically focused ultrasound, *Ultrasonic Symposium*, 1211-1214, 1993.
- [17] Curiel Ramirez Del Prado, L.. *Étude et réalisation d'une focalisation dynamique 1.5 D applicable aux ultrasons focalisés de hautes intensités*. Diplôme d'études approfondies de génie biologique et médical. INSERM. U281. Lyon. France. 1998.
- [18] Dickinson, R.J., Ultrasonic echo analysis in the investigation of soft tissue motion. Ph.D. Thesis, London Univ., 1980.
- [19] Bamber, J.C and Pheps, J.V., The effective directivity characteristic of a pulsed ultrasound transducer and its measurements by semi-automatic means. *Ultrasonics*, 15, 169-174, 1977.
- [20] Bamber, J.C. and Dickinson, R.J., Ultrasonic B-scanning: A computer simulation. *Phys. Med. Biol.*, 25, 463-479, 1980.
- [21] Dickinson, R.J., A computer model for speckle in ultrasound images : Theory and application. *Acoustical Imaging*, 10, 115-129, 1982.
- [22] Gore, J.C. and Leeman, S., Ultrasonic backscattering from human tissue: A realistic model, *Phys. Med. Biol.*, 23, 317-326, 1977.
- [23] Seggie, D.A., Leeman, S., and Burge, R.E., Realistic simulation of B-scan images, *Ultrasonics Symposium*, 714-717, 1983.

- [24] Meunier, J.. Analyse dynamique des textures d'échographies bidimensionnelles du myocarde. Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal. 1989.
- [25] Meunier, J. et Bertrand, M., Ultrasonic speckle motion inherent to tissue motion: theory and simulation. IEEE Ultrasonics Symposium, 865-868, 1989.
- [26] Meunier, J., Ultrasonic texture motion analysis: Theory and simulation. SPIE Med. Imag., 1896, 381-396, 1993.
- [27] Fontaine, I., Modélisation des mécanismes de rétrodiffusion du signal ultrasonore par le sang, Mémoire de maîtrise. École Polytechnique de Montréal. 1999.
- [28] Duck, F.A., The pulsed Ultrasonic Field, Physical Aspects of Medical Imaging. John Wiley & Sons, 97-108, 1981.
- [29] Hunt, J.W., Ardit, M., and Foster, F.S., Ultrasound transducer for pulse echo medical imaging, IEEE Trans. Biomed. Eng., 30, 453-481, 1981.
- [30] Morrison, D.C., McDicken, W.N., and Smith, S.A., A motion artifact in real-time ultrasound scanners, Ultrasound Med. Biol., 9, 201-203, 1983.
- [31] Kallel, F., Analyse des artefacts de mouvement des textures échographiques. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal. 1991.
- [32] Kallel, F., Bertrand, M. and Meunier, J., Speckle motion artifact under tissue rotation. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr., 41, 105-122, 1994.
- [33] Dupont, S.. Étude expérimentale du mouvement de la granularité échographique dans les tissus en rotation. Mémoire de maîtrise. École Polytechnique de Montréal. 1997.
- [34] Dupont, S., Bertrand, M., Hall, T., Cyr, M.. and Kallel, F., Experimental observation of speckle motion artifact with rotation, Acoustical Imaging, 1997.
- [35] Hull, T.J., Bligen, M., Insana, M.F., and Krouskop, T.A., Phantom material for elastography, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr., 44-6, 1994.
- [36] Soualmi, L., Caractérisation des propriétés élastiques de la paroi artérielle par ultrasonographie endovasculaire. Thèse de doctorat. École Polytechnique Montréal, 1998.

- [37] Soualmi, L., Bertrand, M., Mongrain, R., and Tardif, J.C. Forward and inverse problem in endovascular elastography, *Acoustical Imaging*, 23, 1997.
- [38] Arthur, R.M. and Broadstone, S.R.. The effect of background velocity variation on the point spread function of ultrasonic transducer arrays, *Ultrasonics Symposium*, 947-948, 1987.
- [39] Rao, N.A.H.K., Bridges, M.J., and Venkatraman, S., Experimental point spread function of FM pulse imaging scheme, *Ultrasonic Imaging*, 17, 114-141, 1995.
- [40] Gurumurthy, K.V. and Arthur, R.M., A dispersive model for the propagation of ultrasound in soft tissue, *Ultrasonic Imaging*, 4, 355-377, 1981.
- [41] Jensen, J.A.. Deconvolution of ultrasound images, *Ultrasonic Imaging*, 14, 1-15, 1992.
- [42] Jensen, J.A.. A model for the propagation and scattering of ultrasound in tissue, *JASA*, 2, 262-267, 1992.
- [43] Stephanishen, P.R. and Fisher, G.. Experimental verification of the impulse response method to evaluate transient acoustic field, *JASA*, 69, 1610-1617, 1981.
- [44] Guymon, D. and Powers, J., A Fourier approach to diffraction of pulsed ultrasonic waves in a lossless media, *JASA*, 22, 355-359, 1987.
- [45] Kak, A.C. and Dines, K.A., Signal processing of broadband pulsed ultrasound, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, 25, 321-344, 1978.
- [46] Jensen, J.A. and Svendsen, N.B., Calculation of pressure fields from arbitrarily shaped, apodized and excited ultrasound transducer, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr.*, 39, 262-267, 1992.
- [47] Jensen, J.A., Ganghi, D. and O'Brien, W.D., Ultrasound field in an attenuating medium, *IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings*, 943-946, 1993.
- [48] Jensen, J.A. and Leeman, S., Non-Parametric estimation of ultrasound pulses, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, 41, 929-936, 1994.
- [49] Jensen, J.A.. Estimation of in-vivo pulses in medical ultrasound, *Ultrasonic Imaging*, 16, 190-203, 1994.

- [50] Fatemi, M. and Kak, A.C., Ultrasonic B-scan imaging: Theory of image formation and a technique for restoration, *Ultrasonic Imaging*, 2, 1-47, 1980.
- [51] Demoment, G., Reynaud, R., and Herment, A., Range resolution improvement by a fast deconvolution method, *Ultrasonic Imaging*, 6, 435-451, 1984.
- [52] Jensen, J.A., Mathorne, J., Gravesen, T., and Stage, B., Deconvolution of in-vivo ultrasound B-mode images, *Ultrasonic Imaging*, 15, 122-133, 1993.
- [53] Jones, J.P. and Leeman, S., Ultrasonic tissue characterization. a review, *Acata Electronica*, 26, 3-31, 1984.
- [54] Kuc, R. and Li, H., Reduced order autoregressive modeling for center-frequency estimation, *Ultrasonic Imaging*, 7, 244-251, 1985.
- [55] Leeman, S., Ferrari, L.A., Jones, J.P., and Fink, M., Perspective on attenuation estimation from pulse-echo signals, *IEEE Trans. Sonics and Ultrason.*, 31, 352-361, 1984.
- [56] Shih, L.Y., Barnes, C.W., and Ferrari, L.A., Estimation of attenuation coefficient for ultrasonic tissue characterization using time-varying state-space model, *Ultrasonic Imaging*, 10, 90-109, 1988.
- [57] Maurice, R.L., Étude de la dynamique de la granularité échographique en relation avec la dynamique des tissus biologiques. Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, 1998.
- [58] Maurice, R.L. and Bertrand, M., Lagrangian Speckle model and tissue motion estimation: Theory, *IEEE Trans. Medical Imaging*, 18, 593-603, 1999.
- [59] Maurice, R. and Bertrand, M., Speckle motion artifact under tissue shearing, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr.*, 46, 584-594 1999.
- [60] Maurice, R.L. and Bertrand, M., Tissue strain estimation using a Lagrangian speckle model, *Acoustical Imaging*, 23, 113-117, 1997.
- [61] Levenberg, K., A method for the solution of certain non-linear problems. Least squares, *Quart. Appl. Math.*, 2, 164-168, 1944.
- [62] Marquard, D.W., An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters, *Journal of SIAM*, 11, pp.431-441, 1963.

- [63] Anderson. M.E.. Multi-dimensional velocity estimation with ultrasound using spatial quadrature, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr., 45, 852-861, 1998.
- [64] Jensen. J.A. and Munk, P., A New method for estimation of velocity vectors. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr., 45, 837-851, 1998.
- [65] Walker. W.F. and Trahey, G.E.. Aberrator integration error in adaptive imaging, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr., 44, 780-791, 1997.
- [66] Flax. S.W. and O'Donnell, M.. Phase aberration correction using signals from point reflectors and diffuse scatters: Basic principles. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr., 35, 758-767, 1998.
- [67] Shen. J. and Ebbini, E.S., New coded-excitation ultrasound imaging system- Part I: Basics principles, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr., 43, 131-140, 1996.
- [68] Shen. J. and Ebbini, E.S., New coded-excitation ultrasound imaging system- Part II : Operator Design. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr., 43, 141-148, 1996.
- [69] Poujavid. S. and Tretiak, O., Ultrasound imaging through time-domain diffraction tomography, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr., 38, 74-85, 1991.
- [70] Frolova, G.V. and Taxt. Trofim., Homomorphic deconvolution of medical ultrasound images using a baysian model for phase unwrapping. Proceedings of IEEE Ultrasonics Symposium, 2, 1371-1375, 1996.
- [71] Taxt. T.. Restoration of medical ultrasound images using two-dimensional homomorphic deconvolution., IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr., 42, 543-554, 1995.
- [72] Cohen. N.. Practical real-time deconvolution and image enhancement of medical ultrasound, Proceedings of SPIE, 1660, 72-82, 1992.
- [73] Hoctor, R. and Kassam, S.A, Unifying role of the coarray in aperture synthesis for coherent and incoherent imaging, Proceedings of IEEE, 78, 1990.

- [74] Ylitalo, J., In-vitro study of a computed ultrasound imaging method. Proceedings of IEEE Ultrasonics Symposium, 3, 1577-1580, 1994.
- [75] Taxt, T., Separation of the diffuse, specular, and quasi periodic signal components in medical ultrasound images. Proceedings of IEEE Ultrasonics Symposium, 3, 1639-1644, 1994.
- [76] Busse, L.J., Crimmins, T.R., and Fienup, J.R., Model based approach to improve the performance of the geometric filtering speckle reduction algorithm. Proceedings of IEEE Ultrasonics Symposium, 2, 1353-1356, 1994.
- [77] Cramblitt, R.M. and Parker, K.J., Ultrasound image compression exploiting image formation models, Proceedings of IEEE Ultrasonics Symposium, 2, 1377-1380, 1996.
- [78] Friemel, B.H., Bohs, L.N., Nightingale, K.R., and Trahey, G.E., Speckle decorrelation due to two-dimensional flow gradients. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr., 45, 317-326, 1998.
- [79] Vray, D., Rastello, T., Schoofs, F., and Delacharte, P., Improving the spatial resolution of intravascular ultrasound imaging with synthetic aperture Fourier-based methods. Proceedings of IEEE Ultrasonics Symposium, 2, 1531-1534, 1997.
- [80] Finet, G., Maurincomme, E., Tabib, A., Crowley, R.J., Magnin, I., Roriz, R., Beaune, R., and Amiel, M., Artifacts in intravascular ultrasound imaging and implications. Ultrasound in Medicine and Biology, 19, 533-547, 1993.
- [81] Bernier, C.A., Huntsman, L., and Martin, R., Practical approach to measuring an intravascular ultrasonographic imaging system beam pattern. Journal of Ultrasound in Medicine, 367-372, 1995.
- [82] Jensen, A.J., Field : A program for simulating ultrasound systems, 10<sup>th</sup> Nordic-Baltic conference on Biomedical imaging published in Medical & Biomedical Engineering & Computing, 34, 351-353, 1996.
- [83] Tupholme, G.E., Generation of acoustic pulses by baffled plane pistons. Mathematika, 16, 209-224, 1969.

- [84] Stepanishen, P.R.. The time dependent force and radiation impedance on a piston in a rigid infinite planar baffle, *J. Acoust. Soc. Am.* 49, 841-849, 1971 A.
- [85] Stepanishen, P.R., Transient radiation from pistons in a infinite planar baffle, *J. Acoust. Soc. Am.* 49, 1627-1638, 1971 B.
- [86] Morse, P.M. and Feshbach, H., *Methods of Theoretical physics. Part I.*, New-York, McGraw- Hill, 1953.
- [87] Penttinien, A. and Luukkala, M., The impulse response and pressure near field of a curved ultrasonic radiator, *J. Phys. D9*, 1547-1557, 1976.
- [88] Ardrati, M.. Foster, F.S., and Hunt, J.W., Transient field of a concave annular arrays, *Ultrason. Imag.*, 3, 37-61, 1981.
- [89] Anil, K.J., *Fundamentals of digital image processing*, Prentice Hall information and system science series, 1989.
- [90] Bertrand, M. et Soualmi, L., *Guide de laboratoire du cours d'imagerie médicale*. Institut de génie biomédical, École Polytechnique, 1998.
- [91] Parker, K.J., Asztely, M.S., Lerner, R.M.. Schenek, E.A. and Wag.. R.C.. In vivo measurements of ultrasound attenuation in normal or diseased liver, *Ultrason. Med. Biol.*, 14, 127-136, 1988.
- [92] Ophir, J. and Yazdi, Y., A transaxial compression technique for localized pulse-echo estimation of sound speed in biological tissues, *Ultrason. Imag.*, 12, 35-46, 1990.
- [93] Insana, M.F., Methods for measuring ultrasonic backscatter and attenuation coefficients for tissue-like media. *Thèse de doctorat*, University of Wisconsin. Madison. USA, 1983.
- [94] Wagner, R.F., Insana, M.F. and Brown, D.G.. Statistical properties of radio-frequency and envelope-detected signals with applications to medical ultrasound, *J. Opt. Soc. Am.* 4, 910-922, 1987.
- [95] Insana, M.F.. Wagner, R.F.. Garra, B.S. and al.. Analysis of ultrasound image texture via Generalized Rician Statistics, *Opt. Eng.*, 25, 743-748, 1986.

- [96] Meunier, J. and Bertrand, M., Echographic image mean gray level changes with tissue dynamics: A system-based model study, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, 42, 403-410, 1995.
- [97] Ophir, J., Céspedes, I., Ponnekanti, H., Yazdi, Y., and Li, X., Elastography: a quantitative method for imaging the elasticity of biological tissues, *Ultrason. Imag.*, 14, 111-134.
- [98] Kallel, F., Propriétés élastiques des tissus mous à partir de l'analyse des changements spatio-temporels dans les signaux ultrasonores, Thèse de doctorat, École Polytechnique, 1995.
- [99] Jensen, J.A. *Estimation of blood velocities using ultrasound: A signal processing approach*. New York: Cambridge Univ. Press, 1996.
- [100] Alam, S.K. and Ophir, J., Adaptive signal stretching for elastography, *22<sup>nd</sup> International Symposium on Ultrasonic Imaging and Tissue Characterization*, 1997.
- [101] Chaturvedi, P., Insana, M.F., and Timothy, J., Testing the limitations of 2-D companding for strain imaging using phantoms, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr.*, 45, 1022-1031, 1998.
- [102] Horn, B.P.K. and Schunck, B.G., Determining optical flow, *Artificial Intelligence*, 17, 185-203, 1981.
- [103] Mailloux, G.E., Langlois, F., Simard, P.Y., and Bertrand, M., Restoration of the velocity field of the heart from two-dimensional echocardiograms, *IEEE Trans. Med. Imag.*, 8, 143-153, 1989.
- [104] Foster, F.G., Embree, P.M., and O'Brien, W.D., Flow velocity profile via time-domain correlation : Error analysis and computer simulation, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Frequency Contr.*, 37, 1998.
- [105] De Jong, P.G.M., Arts, T., Hoeks, A.P.G., and Reneman, R.S., Determination of tissue motion velocity by correlation interpolation of pulsed ultrasonic echo signals, *Ultrasonic Imaging*, 12, 84-98, 1990.

- [106] Nelson, T.R. and Pretorius, H., Interactive acquisition, analysis and visualization of sonographic volume, International Journal of Imaging Systems and Technology, 8, 26-37, 1997.
- [107] Levine, R.A., Weyman, A.E. and Hansschumacher, M.D., Three dimensional echocardiography: Techniques and applications, Am. J. Cardiol, 69-121, 1992.
- [108] Lyden, P. and Nelson, T.R., Visualisation of the cerebral circulation using 3D transaxial power Doppler ultrasound, J. Neuro imaging, 1996.

## Annexe A

Dans cette annexe, se trouve le développement du modèle convolutionnel de Jensen pour déterminer les signaux reçus (équation 3.1) par un transducteur après avoir insonifié un milieu acoustique inhomogène.

Le modèle convolutionnel de Jensen [42] a été développé en solutionnant (numériquement) l'équation d'onde inhomogène dérivée par les travaux de Chernov [9]:

$$\nabla p_1 - \frac{1}{C_o^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = -\frac{2\Delta C}{C_o^3} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} + \frac{1}{\rho_o} \nabla(\Delta\rho) \cdot \nabla p_1 \quad (\text{A.1})$$

où  $p_1$  est la variation de la pression dans le milieu. Cette variation est due à la propagation de l'onde acoustique et elle est supposée faible.  $C_o$  et  $\rho_o$  représentent les moyennes de la vitesse de propagation et de la densité du milieu respectivement:  $C$  et  $\rho$  représentent leur fluctuation dans le milieu.

Cette équation a également été considérée par d'autres chercheurs (Gore & Leeman [22], Morse & Ingard [10], Bamber & Dickinson [20]) sous un format un peu différent, où les termes de rétrodiffusion (termes à droite de l'équation) sont plutôt définis en fonction de la compressibilité et de la densité du milieu acoustique. Ces termes devraient disparaître pour un milieu homogène.

En utilisant l'approximation de Born (qui néglige la rétrodiffusion multiple, *multiple scattering*) et la fonction de Green, Jensen [42] obtient une expression (approximative) pour calculer la pression rétrodiffusée  $p_s(r_t, t)$ :

$$p_i(r_t, t) \approx \int_{r_s} \int_T \left( \nabla[\Delta\rho(r_s)] \nabla p_i(r_s, t_s) - \frac{2\Delta C(r_s)}{C_o^3} \frac{\partial^2 p_i(r_s, t_s)}{\partial t^2} \right) \times G(r_s, t_s | r_t, t) dt_s d^3 r_s \quad (\text{A.2})$$

où  $G$  est la fonction de Green;  $r_t$  et  $r_s$  représentent les positions du transducteur et du rétrodiffuseur respectivement;  $p_i$  est la pression incidente induite dans le milieu par le transducteur.

Pour calculer cette pression, Jensen utilise l'approche convolutionnelle développée par Tupholme [82] et Stepanishen [84.85]. Dans leurs travaux, la pression incidente est déterminée en solutionnant l'équation d'onde pour un milieu homogène:

$$\nabla p_i - \frac{1}{C_o^2} \frac{\partial^2 p_i}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.3})$$

En se servant du principe d'Huygen, de la fonction de Green et en supposant que la vitesse des particules ( $V(t)$ ) est uniforme à la surface du transducteur, Stepanishen [84.85], obtient une forme convolutionnelle pour calculer la pression incidente:

$$p_i(r_s, r_t, t) = \rho_o V(t) \otimes \frac{\partial h(r_s, r_t, t)}{\partial t} \quad (\text{A.4})$$

ou

$$p_i(r_s, r_t, t) = \rho_o \frac{\partial V(t)}{\partial t} \otimes h(r_s, r_t, t)$$

où  $h()$  est la réponse impulsionale spatiale qui relie la géométrie du transducteur au champ acoustique. Cette réponse impulsionale a été définie analytiquement par plusieurs chercheurs (Penttinen et Luukkala. [86.87]) pour différents types de transducteurs. Il est important de noter l'hypothèse de séparabilité entre le terme d'excitation et celui de la réponse impulsionale.

En se servant de cette formulation, l'expression du signal reçu (*received signal*) par le transducteur peut être déterminée en convoluant la réponse impulsionnelle électromécanique du transducteur ( $E_m(t)$ ) avec la pression rétrodiffusée, intégrée à la surface du transducteur:

$$P(r_i, t) = E_m(t) \otimes \int_S p_s(r_i, t) d^2 r_i \quad (\text{A.5})$$

En solutionnant cette équation, Jensen [42] aboutit à une forme convolutionnelle déjà décrite par l'équation 3.1:

$$P(r_i, t) = V_{pe} \otimes f_m(r_i) \otimes h_{pe}(r_i, r_i, t) \quad (\text{A.6})$$