ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

ÉTUDE DE LA FATIGUE SOUS L'EFFET D'UN ÉTAT BIAXIAL DE CONTRAINTES EN TENSION À HAUTE TEMPÉRATURE

ABDELKRIM ZOUANI

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION

DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph. D.)

(GÉNIE MÉCANIQUE)

JUILLET 1998

© Abdelkrim Zouani, 1998.

National Library of Canada
Bibliothèque nationale du Canada

Acquisitions and Bibliographic Services
Acquisitions et services bibliographiques

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-37388-6

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

ÉTUDE DE LA FATIGUE SOUS L'EFFET D'UN ÉTAT BIAXIAL DE CONTRAINTES EN TENSION À HAUTE TEMPÉRATURE

présentée par: ZOUANI Abdelkrim

en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. YELLE Henri, Ph. D., président

M. BUI-QUOC Thang, D. Sc. A., membre et directeur de recherche

Mme BERNARD Marie, Ph. D., membre et co-directeur de recherche

M. AUBERTIN Michel, Ph. D., membre

M. HOA Suong Van, Ph. D., membre

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma gratitude à mon directeur de thèse, le professeur Thang Bui-Quoc, pour m'avoir accueilli dans son équipe de recherche, pour son support financier et pour ses nombreux conseils qui m'ont permis d'accomplir cette étude. Sa rigueur et ses remarques constructives m'ont permis de travailler avec confiance, persévérance et progression. Mes remerciements les plus sincères s'adressent également au professeure Marie Bernard qui a bien assuré la co-direction de ce travail. Je lui exprime ma profonde reconnaissance pour son appui continuel durant toute ma formation aux cycles supérieurs.

Je remercie les professeurs Henri Yelle, Michel Aubertin, et Suong Van Hoa pour avoir accepté d'être membres du jury d'examen de cette thèse.

Je tiens à remercier tout le personnel de la section Mécanique Appliquée et plus particulièrement, M. Francisco Dacosta, technicien au laboratoire d'essai de fatigue, et M. Denis Julien, associé de recherche.

Je remercie les organismes gouvernementaux CRSNG et FCAR, pour leur contribution financière à la réalisation de ce travail.

RÉSUMÉ

L'Étude de l'endommagement des composantes mécaniques soumises à un chargement cyclique biaxial à haute température, dans le cas où les deux contraintes principales imposées sont en tension et en phase fait l'objet de cette thèse. Cet état de contraintes est présent dans plusieurs pièces en service, e.g. les composantes en rotation des moteurs d'aéronefs et les réservoirs sous pression soumis simultanément à la pression d'un fluide et à un chargement axial (contrainte thermique, etc). La compréhension du processus d'endommagement de ce type de composantes, la connaissance de leur comportement cyclique et d'un modèle de prédiction de leur durée de vie sont les éléments de base d'un design fiable; ce sont également les objectifs de ce travail de recherche.

Les objectifs visés dans cette thèse ne peuvent être atteints qu'à travers une étude expérimentale rigoureuse. Toutefois, malgré la diversité des techniques expérimentales mises au point pour réaliser des essais de fatigue biaxiale, aucune d'elles n'est universelle. Les techniques mises au point à ce jour étant inadéquates ou difficiles à implémenter pour l'étude projetée, il a été nécessaire de développer une nouvelle technique qui soit à la fois simple, peu coûteuse et appropriée pour des essais à des températures pouvant atteindre 600 °C.

La nouvelle technique d'essai de fatigue biaxiale proposée dans cette étude requiert l'utilisation

d'une machine d'essai de fatigue uniaxiale et d'une éprouvette ayant la forme d'un disque creux. Le chargement uniaxial généré par la machine d'essai conventionnelle est transmis à la périphérie de l'éprouvette suivant sa direction radiale; l'extension radiale induit alors un état biaxial de contraintes en tension dans la section critique de l'éprouvette appelée section d'essai. Pour obtenir une distribution optimale des contraintes dans la section d'essai, des critères précis de design ont été définis. Ces critères tiennent compte de la localisation de la section d'essai, de la biaxialité des contraintes dans cette section et de l'uniformité de la distribution des contraintes dans la section d'essai. Une analyse par la méthode des éléments finis combinée avec une étude paramétrique ont alors été utilisées pour choisir la configuration géométrique de l'éprouvette qui répond le mieux aux critères choisis. Pour la configuration retenue, le rapport de biaxialité des contraintes dépend du diamètre intérieur de l'éprouvette et il peut être fixé entre 0,5 et 0,9. Par la suite, une analyse par la méthode des éléments finis et quelques essais de chargements statiques et cycliques ont été conduits sur une éprouvette optimisée. Les résultats obtenus ont montré la bonne performance du dispositif d'essai et confirmé son potentiel pour l'étude projetée.

Dans un premier temps, le nouveau dispositif d'essai a été utilisé pour étudier le comportement cyclique stabilisé sous chargement biaxial en tension de l'acier inoxydable 304, à la température ambiante et à 200 °C, pour quatre valeurs du rapport de biaxialité des contraintes (0,5; 0,65; 0,75 et 0,9). Ces essais, dits essais de fatigue à plusieurs paliers, ont été conduits en charge contrôlée pour générer des mesures de contraintes et de déformations cycliques stabilisées. L'analyse de ces

données montre que le concept de von Mises est plus adéquat que le concept de Tresca pour représenter le comportement cyclique du matériau. Ce résultat suggère que la contrainte principale intermédiaire est l'un des paramètres qui gouvernent le comportement cyclique des matériaux soumis à un état biaxial de contraintes en tension.

Dans un deuxième temps, le nouveau dispositif a été utilisé pour étudier la durée de vie en fatigue biaxiale. Les essais de fatigue ont été conduits, en charge contrôlée, à la température ambiante et à 437 °C, sur des éprouvettes en acier inoxydable 304; quatre valeurs du rapport de biaxialité des contraintes ont été considérées (0,5; 0,65; 0,75 et 0,9). L'analyse microscopique des éprouvettes rupturées a montré que la fissure s'initie toujours dans le plan normal à la direction de la contrainte principale majeure. Ces observations suggèrent que cette contrainte et la déformation principale associée sont les principaux paramètres qui gouvernent la durée de vie. Un nouveau critère de prédiction de la durée de vie sous chargement cyclique biaxial en tension, prenant en compte le mécanisme de fissuration observé, a alors été proposé; ce critère est principalement basé sur les écarts de la contrainte et de la déformation principale maximale. De plus, il tient compte de leurs valeurs moyennes ainsi que de la contrainte principale intermédiaire. Le critère proposé a été validé à l'aide des résultats expérimentaux des essais de fatigues biaxiale.

ABSTRACT

The main objective of this thesis is the study of fatigue damage and failure condition under proportional biaxial-tensile stress states at elevated temperature. This particular loading condition is experienced by several critical components, such as rotating components in jet engines and pressure vessels subjected simultaneously to an internal pressure and an axial loading (thermal loading, etc.). The understanding of the fatigue damage process of such components, the knowledge of their cyclic behavior, and an appropriate criteria for their fatigue life evaluation are necessary for the design process of a reliable component; therefore, this research work is focussed on these particular aspects of the phenomenon.

In order to achieve the objectives envisioned in this thesis, a pertinent experimental investigation is required. In spite of the fact that different biaxial fatigue testing facilities exist, each procedure is only applicable for particular loading conditions. The available techniques being either inappropriate or difficult to implement for the present project, it was necessary to develop a simple and low cost testing device suitable for studying the material behavior at relatively high temperatures (up to 600 °C). The proposed technique makes use of a a standard push-pull machine and an annular disk specimen with a reduced section (test section). The force generated by the push-pull machine is converted into radial forces extending the disk specimen and inducing radial and tangential stresses in its reduced section. In order to obtain an optimal stress distribution inside the test

section, a number of design criteria have been specified. These criteria account for the critical stress location, the stress state biaxiality and the uniformity of the stress distribution in the test section. For satisfying these criteria, a finite element analysis combined with a parametric analysis was carried out and an optimized disk specimen geometry was obtained. For the optimized disk configuration, the ratio between the tangential and the radial stresses at the reduced section depends only upon the inner diameter of the disk; for the present study this ratio has been selected to a value ranging from 0,5 to 0,9. A finite element analysis and preliminary static and fatigue tests were carried out to evaluate the performance of the optimized specimen. The obtained results demonstrate the high potential of the proposed testing device for the projected study.

In a first phase, the proposed device was used to study the stabilized cyclic behavior of type-304 stainless steel, at room temperature and at 200°C, with four values of the biaxial stress ratio (0,5; 0,65; 0,75 and 0,9). Then, a series of load controlled cyclic tests was carried out under stepwise changes in load amplitude to generate biaxial cyclic stress-strain data. The analysis of the obtained data shows that the von Mises concept is more successful in representing the cyclic behavior than the Tresca concept. This suggests that the intermediate principal stress should not be neglected in the investigation of the material cyclic behavior for biaxial tensile loading.

In a second phase, biaxial fatigue tests were conducted on specimens of the same material at room temperature and at 437°C for four values of the biaxial stress ratio (0,5; 0,65; 0,75 and 0,9). Each

test has been carried out under load control condition until specimen failure. Microscopic observations showed that the crack initiated in a plane perpendicular to the maximum principal stress; these results suggest that the maximum principal stress and strain are the main parameters governing the fatigue life of the material. A new criterion is proposed to predict the fatigue life under biaxial-tensile loading. This criterion is applicable for situations involving a tensile cracking mode; it is based on the maximum principal stress and strain range and their mean values. Also, it accounts for the influence of the intermediate minimum principal stress and strain on the fatigue life. The applicability of the proposed criterion has been verified with the obtained experimental biaxial fatigue data.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS iv

RÉSUMÉ v

ABSTRACT viii

TABLE DES MATIÈRES xi

LISTE DES TABLEAUX xvii

LISTE DES FIGURES xviii

LISTE DES ANNEXES xxi

LISTE DES SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS xxii

CHAPITRE 1: INTRODUCTION 1

1.1 Généralités 1

1.2 But de la recherche 2

1.3 Plan de la thèse 4

1.4 Synthèse des articles 6

1.4.1 Premier article 6

1.4.2 Deuxième article 9

1.4.3 Troisième article 12

CHAPITRE 2: REVUE BIBLIOGRAPHIQUE 15

PARTIE-A TECHNIQUES EXPÉRIMENTALES DE SOLLICITATIONS BIAXIALES 15

2.1 Introduction 15

2.2 Techniques de sollicitation biaxiales 15

2.2.1 Tests avec un seul système de chargement 16

2.2.2 Tests avec plusieurs systèmes de chargement 22

2.3 Conclusion 27

PARTIE-B CRITÈRES DE PRÉDICTION DE LA DURÉE DE VIE SOUS CHARGEMENT BIAXIAL 28

2.4 Introduction 28

2.5 Les différents types de critères 29

2.5.1 Concept de la contrainte/déformation équivalente 29

2.5.2 Concept du plan critique 34

2.5.3 Méthodes énergétiques 36

2.6 Conclusion 38

CHAPITRE 3: DISPOSITIF D'ESSAI BIAXIAL 40

PARTIE-A: MISE AU POINT DU DISPOSITIF D'ESSAI BIAXIAL 40

3.1 Principe de la méthode 40

3.2 Description du dispositif d'essai 41

3.2.1 Mécanisme de chargement de l'éprouvette 41

3.2.2 Géométrie de l'éprouvette d'essai 45

3.3 Conclusion 48

PARTIE-B: PREMIER ARTICLE

"OPTIMAL DESIGN OF A DISK-SHAPED SPECIMEN FOR BIAXIAL-TENSILE FATIGUE TESTING" 49

3.4 Abstract 49

3.5 Introduction 50

3.6 Proposed testing apparatus 53

3.7 Design of the disk specimen 55

3.7.1 Disk specimen design criterion 57

3.7.1.1 Stress uniformity 58

3.7.1.2 Stress compatibility 61

3.7.1.3 Critical stress location 63

3.7.1.4 Stress state biaxiality 63

3.7.1.5 Final design criterion 64

3.7.2 Optimization of the disk specimen geometry 65

3.7.2.1 Design parameters 65

3.7.2.2 Parametric optimization 69

3.8 Results and discussion 70

3.9 Conclusion 72

3.10 References 75

CHAPITRE 4: DEUXIÈME ARTICLE

"CYCLIC STRESS-STRAIN DATA REPRESENTATION UNDER BIAXIAL-TENSILE STRESS STATE" 79

4.1 Abstract 79

4.2 Introduction 80

4.3 Testing apparatus 82

4.3.1 Brief description of the testing device 82

4.3.2 Evaluation tests 84

4.3.3 Concluding remarks 88

4.4 Investigation of the biaxial-cyclic behavior 89

4.4.1 Experimental procedure 90

4.4.2 Results analysis 91

4.4.2.1 Variation of peak strains in terms of applied cycles 91

4.4.2.2 Hysteresis loops 95

4.5 Cyclic stress-strain representation 98

4.6 Discussion 102

4.7 Conclusion 104

4.8 References 106

4.9 Appendix 107

CHAPITRE 5: TROISIÈME ARTICLE

"FATIGUE LIFE INVESTIGATION UNDER BIAXIAL-TENSILE STRESS STATE" 110

5.1 Abstract 110

5.2 Introduction 111

5.3 Brief review on biaxial fatigue life criteria 114

5.3.1 Overview 114

5.3.2 The influencing factors on the biaxial fatigue life 115

5.3.3 Recent development in multiaxial fatigue parameter 117

5.4 Proposed parameter 120

5.4.1 Mean stress and mean strain factors 121

5.4.2 Stress state biaxiality factor 122

5.4.3 Final form of the parameter 125

5.5 Experimental investigations 126

5.5.1 Apparatus and test specimen 126

5.5.2 Test procedure 127

5.5.3 Experimental results 128

5.6 Validation of the proposed criterion 131

5.7 Conclusion 138

5.8 References 139

5.9 Appendix A 142

5.10 Appendix B 145

CHAPITRE 6: DISCUSSION GÉNÉRALE 147

CHAPITRE 7: CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS 156

7.1 Conclusions 156

7.1.1 Montage d'essai 157

7.1.2 Comportement cyclique 158

7.1.3 Critère de prédiction de la vie 159

7.2 Contribution originale de la présente recherche 161

7.3 Recommandations 162

BIBLIOGRAPHIE 164

ANNEXES 179

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1- Values of the fixed specimen parameters 67

Tableau 3.2- Upper and lower values of the specimen geometrical parameters 68

Tableau 3.3- Values of the optimized specimen geometrical parameters. 72

Tableau 5.1- Mechanical properties of Type 304 stainless steel. 127

Tableau 5.2- Biaxial-tensile fatigue tests data. 129

Tableau A.1- Propriétés monotones de l'acier inoxydable 304 182

Tableau A.2- Propriétés cycliques de l'acier inoxydable 304 186

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1- Méthodes d'essai biaxial utilisant un seul système de chargement 18

Figure 2.2- Méthodes d'essai biaxial utilisant plusieurs systèmes de chargement 23

Figure 2.3- Corrélation des résultats expérimentaux à l'aide du critère de von Mises (Ogata et al., 1991) 33

Figure 3.1- Schéma de principe du dispositif d'essai de fatigue biaxiale 41

Figure 3.2- Géométrie et dimensions des deux mâchoires 43

Figure 3.3- Géométrie et dimensions des bras de transfert de la charge 44

Figure 3.4- Géométrie et dimensions des plaquettes de distribution de la charge 46

Figure 3.5- Géométrie et dimensions des éprouvettes d'essai de fatigue biaxiale 47

Figure 3.6- Schematic illustration of biaxial-tensile loading apparatus for disk specimens 56

Figure 3.7- Basic geometry of the proposed disk specimen 59

Figure 3.8- Illustration of the parameters a, H_g, p and f(r), describing the testing cross-section 59

Figure 3.9- Axisymmetric finite element grid representation of the disk specimen .. 66

Figure 3.10- Stress distribution in the testing section of the optimized specimen, (a) ρ_1=0.5 and (b) ρ_4=0.9 73

Figure 3.11- Photograph of the disk specimen with cemented strain gages 74

Figure 4.1- Photograph of the fixture and a disk specimen with strain gages 83

Figure 4.2- Geometry of a typical disk specimen (dimensions in mm) 85

Figure 4.3- Strain distribution in the test section along the circumferential direction . 86

Figure 4.4- Strain distribution in the test section along the radial direction 88

Figure 4.5- Characteristic of the stress state in the test section 89

Figure 4.6- Typical variation of peak strains during multi-step tests at 20 °C : (a) ρ=0.5;

(b) ρ=0.9 93

Figure 4.7- Typical variation of peak strains during multi-step tests at 200 °C : (a) ρ=0.5;

(b) ρ=0.9 94

Figure 4.8- Typical stabilized hysteresis loops of radial and tangential strains at 20 °C: (a) ρ=0.5;

(b) ρ=0.9 96

Figure 4.9- Typical stabilized hysteresis loops of radial and tangential strains at 200 °C: (a) ρ=0.5;

(b) ρ=0.9 97

Figure 4.10- Cyclic stress-strain behavior using σ_{eq} et ε_{eq} according to the von Mises concept:

(a) Tp=20°C; (b) Tp= 200°C 100

Figure 4.11- Cyclic stress-strain behavior using τ_{eq} et γ_{eq} according to the Tresca concept:

(a) Tp=20°C; (b) Tp= 200°C 101

Figure 4.12- Performance of the von Mises and the Tresca concepts 103

Figure 5.1- Test specimen and loading device 113

Figure 5.2- Basic geometry of the proposed specimen 114

Figure 5.3- Crack length effect on $g_1(\rho)$ and $g_2(\delta)$ 124

Figure 5.4- Cracking mode of Type 304 stainless steel under biaxial-tensile cyclic loading:

a) crack initiation sites, b) crack propagation surface 130

Figure 5.5- Correlation of biaxial test data using $\Delta\varepsilon_{eq}$ parameter 132

Figure 5.6- Correlation of biaxial test data using Liu parameter 134

Figure 5.7- Correlation of biaxial test data using SWT parameter 135

Figure 5.8- Correlation of biaxial test data using W^* parameter 136

Figure 5.9- Relative performance of the parameters in correlating biaxial test data . 137

Figure 5.10- FEM model for COD computations 143

Figure 5.11- Effect of stress biaxiality on COD 144

Figure 5.12- Effect of strain biaxiality on COD 145

Figure A.1- Géométrie et dimensions de l'éprouvette cylindrique 182

Figure A.2- Comportement monotone de l'acier inoxydable 304 à 23 °C 184

Figure A.3- Comportement monotone de l'acier inoxydable 304 à 437 °C 184

Figure A.4- Evolution de la boucle d'hystérésis de l'acier inoxydable 304 à 23 °C . . 185

Figure A.5- Evolution de la boucle d'hystérésis de l'acier inoxydable 304 à 437 °C 185

Figure A.6- Comportement cyclique de l'acier inoxydable 304 à 23 °C 187

Figure A.7- Comportement cyclique de l'acier inoxydable 304 à 437 °C 187

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A: Propriétés mécaniques de l'acier inoxydable type 304 180

ANNEXE B: Formulation discrète des critères de design de l'éprouvette d'essai biaxial 188

ANNEXE C: Modèle d'éléments finis 192

LISTE DES SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS

a	Largeur de la section d'essai
A, B	Constantes
b	Exposant de résistance à la fatigue
c	Exposant de ductilité à la fatigue
$C_{\rho j}$	Valeur du critère d'optimisation associée au rapport de biaxialité ρ_j
C	Valeur du critère global
COD	Ouverture de la fissure
D_{**}	Écart type de la contrainte σ_{**} (l'indice ** correspond à r,θ et z)
$\overline{D}_{**}$	Écart type de la contrainte σ_{**} par rapport à la contrainte nominale
E	Module d'élasticité
E.L. (%)	Pourcentage d'élongation
EXP	Résultats obtenus par une méthode expérimentale
FE	Résultats obtenus par la méthode des éléments finis
FEM	Méthode des éléments finis
F_b	Force transmise par chaque bras du dispositif d'essai
F_m	Force générée par la machine d'essai uniaxial
F, F_1, F_2	Forces appliquées sur une éprouvette d'essai
f(r)	Épaisseur de la section d'essai du disque

H_b	Épaisseur du moyeu du disque
H_g	Épaisseur de la section critique du disque
H_r	Épaisseur de la jante du disque
H_w	Épaisseur du ligament du disque
i,j,k	Nombres entiers
I_i	Composantes du critère d'optimisation (i=1,2,...,8)
IN	Chargement en-phase
K, K'	Coefficients d'écrouissage monotone et cyclique
L_c	Longueur de la fissure
L_r	Largeur de la jante du disque
M	Moment de flexion
N_f	Vie en fatigue en nombre de cycles
N_g	Nombre de point de Gauss
N_j	Nombre d'éléments finis qui modélisent la plaque j
N_p	Nombre d'éléments finis qui modélisent la section d'essai
N_r	Nombre d'éléments finis qui modélisent la section nette de la section d'essai
n, n'	Exposants d'écrouissage monotone et cyclique
OUT	Chargement hors-phase
P	Pression interne
p(j)	Largeur de la plaque j

(r,θ,z)	Coordonnées cylindriques
R	Rapport du chargement (rapport entre la valeur minimale et maximum de la force appliquée)
R.A. (%)	Pourcentage de réduction de la section
$(R_b)_j$	Rayon du moyeu du disque associé au rapport de biaxialité ρ_j
R_c	Rayon de raccordement du disque
R_g	Rayon de courbure de la section d'essai du disque
R_p	Position radiale de la section critique du disque
R_r	Rayon de la jante du disque
S(a)	Surface transversale de la section d'essai du disque
T	Moment de torsion
Tp	Température de l'essai
t_1, t_2	Temps
W_p	Énergie de déformation plastique par cycle
x	Distance radiale à partir de la section critique de l'éprouvette
δ	Rapport entre la déformation tangentielle et la déformation radiale
ΔW_d	Densité de l'énergie de distorsion par cycle
$\Delta\varepsilon^e$, $\Delta\varepsilon^p$	Écart des composantes élastiques et plastique de la déformation
$\Delta\varepsilon_{eq}$, $\Delta\bar{\varepsilon}_m$	Écart de la déformation équivalente de von Mises

$\Delta\varepsilon_{eq}^{p}$	Composante plastique de l'écart de la déformation équivalente de von Mises
$\Delta\varepsilon_1$	Écart de la déformation principale maximale
$\Delta\varepsilon_1^*$	Écart de la déformation équivalente basée sur le concept du COD
$\Delta\sigma_1$	Écart de la contrainte principale maximale
$\Delta\sigma_1^*$	Écart de la contrainte équivalente basée sur le concept du COD
$\Delta\sigma_{eq}$	Écart de la contrainte équivalente de von Mises
$\varepsilon_{1,m}$	Valeur moyenne de la déformation ε_1 pendant un cycle de chargement
ε_{eq}	Déformation équivalente de von Mises
ε_f	Déformation réelle à la rupture
ε_f'	Coefficient de ductilité à la fatigue
ε_i	Déformation principale (i=1,2,3), où ε_1 est la déformation principale maximale
ε_n, $\Delta\varepsilon_n$	Déformation normale au plan de cisaillement maximal et son écart
ε_n^*, $\Delta\varepsilon_n^*$	Déformation normale associée au plan de propagation à travers l'épaisseur de l'éprouvette et son écart
ε_r	Déformation radiale
$\varepsilon_{r,m}$	Valeur moyenne de la déformation radiale
ε_z	Déformation transversale
ε_θ	Déformation tangentielle
φ	Rapport entre la déformation axiale et la déformation de cisaillement
γ,$\Delta\gamma$	Déformation de cisaillement maximale et son écart

γ_{oct}, $\Delta\gamma_{oct}$	Déformation de cisaillement octaédrique et son écart
γ^*, $\Delta\gamma^*$	Déformation de cisaillement associée au plan de propagation à travers l'épaisseur de l'éprouvette et son écart
Γ	Plan formé par γ_{max} et ε_n
Γ^*	Plan formé par γ^* et ε_n^*
λ_i	Coefficient de pondération
ν	Coefficient de Poisson
ν_{eff}	Coefficient de Poisson effectif
ρ, ρ_j	Rapports entre les contraintes principales dans la section d'essai
$\bar{\rho}$	Facteur de multiaxialité des contraintes
σ_{**}	Composantes du tenseur des contraintes (** correspond à r,θ et z)
$(\sigma_{**})_n$	Composantes du tenseur des contraintes nominales (** correspond à r,θ et z)
$\bar{\sigma}_{**}$	Composantes du tenseur des contraintes moyennes (** correspond à r,θ et z)
σ_f	Contrainte réelle à la rupture
σ_f'	Coefficient de résistance à la fatigue
σ_i	Contraintes principales (i=1,2,3), où σ_1 est la contrainte principale maximale
$\bar{\sigma}_m$	Trace du tenseur des contraintes principales
$(\sigma_{Mises})_{max}$	Valeur maximale de la contrainte équivalente de von Mises dans le disque
σ_n	Contrainte normale au plan de cisaillement maximal

$\sigma_{n,\,max}$	Valeur maximale de σ_n pendant un cycle de chargement
$\sigma_{1,\,m}$	Valeur moyenne de σ_1 pendant un cycle de chargement
$\sigma_{1,\,max}$	Valeur maximale de σ_1 pendant un cycle de chargement
σ_r	Contrainte radiale
$\sigma_{r,\,m}$	Valeur moyenne de la contrainte radiale
σ_u	Contrainte ultime
σ_x	Contrainte axiale
σ_y	Limite d'écoulement
σ_z	Contrainte transversale
σ_θ	Contrainte tangentielle
$\sigma_{r\theta}$, σ_{rz}, $\sigma_{z\theta}$	Contraintes de cisaillement
τ, $\Delta\tau$	Contrainte de cisaillement maximale et son écart
τ_f'	Coefficient de résistance à la fatigue par torsion
τ_{oct}	Contrainte de cisaillement octaédrique
τ_{max}	Valeur maximale de la contrainte τ pendant un cycle de chargement

CHAPITRE 1: INTRODUCTION

1.1 Généralités

Pour un grand nombre de systèmes mécaniques, le bris des composantes en service occasionne des coûts élevés de réparation et compromet la sécurité des utilisateurs. Afin de prévenir les défaillances, l'intégrité des composantes critiques doit être assurée par des critères de design fiables et une inspection périodique des pièces en service. Ceci nécessite l'application de méthodes analytiques et numériques éprouvées et des techniques expérimentales efficaces pour étudier le comportement de ces composantes et, en particulier, leur résistance à la rupture. Cette dernière est hautement influencée par la nature du matériau, la température, le type du chargement, le niveau des déformations et l'état de contraintes.

La rupture par fatigue est l'un des critères de design les plus importants car un grand nombre de composantes en service sont soumises à des chargements répétés qui engendrent des champs de contraintes bidimensionnels ou tridimensionnels aux endroits les plus sollicités. Un exemple typique des pièces soumises à ces conditions de chargement est le disque des turbines ou des compresseurs; son design et l'évaluation de ses performances ont fait l'objet de recherches récentes poussées. Cette composante est très critique à cause de son poids, de sa vitesse de rotation et de ses conditions d'opération. D'une part, le matériau s'affaiblit substantiellement à haute

température; d'autre part, un état de contraintes biaxiales complexes est induit à cause de la force centrifuge et du gradient thermique. Par conséquent, une étude rigoureuse de l'effet du chargement multiaxial est nécessaire pour assurer un fonctionnement fiable de ce type de composantes.

Pour comprendre le processus d'initiation des fissures par fatigue sous chargement multiaxial et identifier les paramètres d'influence sur le comportement mécanique des matériaux, des techniques expérimentales de sollicitations complexes ont été mises au point. Ces techniques permettent de simuler, le plus fidèlement possible, l'état de contraintes présent dans les pièces en service. Une importance particulière a été également accordée au développement de critères ou modèles d'évaluation de la résistance à la fatigue sous chargement multiaxial. Ces modèles relient l'état de contraintes multiaxiales à la durée de vie en fatigue et servent de base pour un design fiable des composantes soumises à ce type de chargement.

1.2 But de la recherche

Le but de cette thèse est l'étude de l'effet d'un état biaxial de contraintes en tension sur l'endommagement par fatigue à haute température d'un matériau métallique. Ce projet s'inscrit dans une perspective globale, qui vise à offrir à l'industrie aéronautique une méthode d'essais simple afin d'étudier la vie en fatigue des disques tournants dans les moteurs d'avions.

Ce travail de recherche se divise en deux parties. La première partie porte sur l'étude du comportement cyclique stabilisé des matériaux sollicités par un chargement biaxial en tension. Il s'agit d'identifier le concept qui décrit ce comportement, indépendamment du rapport de biaxialité des contraintes; l'état biaxial de contraintes peut alors être pris en compte en considérant un état uniaxial de contraintes équivalent. La deuxième partie du projet vise à développer un modèle de prédiction de la durée de vie des composantes soumises à ce type de chargement. Pour cela, il est nécessaire d'identifier les mécanismes d'initiation des fissures afin de les relier à la durée de vie.

Pour atteindre ces objectifs, il est nécessaire de mettre au point un dispositif d'essai efficace qui permet de simuler le chargement présent dans une composante réelle. Plus particulièrement, il s'agit d'imposer un état biaxial de contraintes en tension (les deux contraintes principales sont positives) à haute température (jusqu'à 600 °C) sur une éprouvette de laboratoire. De plus, la valeur des paramètres géométriques de l'éprouvette qui permettent d'obtenir une distribution satisfaisante des contraintes dans la section d'essai doivent être déterminées. Ce nouveau dispositif est proposé comme une alternative versatile (facilité de varier les paramètres) et moins coûteuse (essai accéléré sur échantillon) à la technique du banc tournant utilisée par l'industrie aéronautique pour tester les disques des turbines et des compresseurs.

1.3 Plan de la thèse

Le deuxième chapitre de cette thèse est une revue bibliographique des techniques de sollicitation biaxiales et des critères de prévision de la durée de vie des composantes soumises à ce type de chargement. Les avantages et limitations des techniques d'essai ainsi que celles des critères de prédiction de la durée de vie y sont discutés.

Le troisième chapitre décrit un nouveau dispositif d'essai proposé pour étudier la durée de vie en fatigue sous l'effet d'un chargement biaxial en tension à haute température; les deux contraintes principales étant positives et en phase. Ce dispositif utilise une éprouvette ayant la forme d'un disque creux avec une section d'essai annulaire et réduite. Le chargement de compression généré par la machine d'essai conventionnelle est transmis à l'éprouvette par l'intermédiaire d'un mécanisme spatial qui applique un ensemble de forces radiales à la périphérie de celle-ci. Le troisième chapitre présente, également, une nouvelle méthode pour déterminer la configuration optimale de la géométrie de l'éprouvette d'essai. Cette méthode est basée sur une analyse par la méthode des éléments finis dont les résultats ont fait l'objet d'une étude paramétrique appliquée à un nombre de critères de design bien établis.

Le quatrième chapitre présente l'étude du comportement cyclique de l'acier inoxydable 304 à la température ambiante et à 200 °C à l'aide de ce nouveau dispositif d'essai. Il décrit les essais de

fatigue à paliers multiples conduits en charge contrôlée et à différentes valeurs du rapport de biaxialité des contraintes. Les résultats expérimentaux sont analysés afin d'évaluer l'adéquation des corrélations entre les contraintes et les déformations cycliques mesurées sous chargement biaxial et celles mesurées sous chargement uniaxial.

Le cinquième chapitre de cette thèse est consacré à l'étude de l'endommagement sous l'effet d'un chargement biaxial en tension à température ambiante et à haute température. Il présente le développement d'un modèle de prédiction de la vie en fatigue sous l'effet d'un chargement biaxial en tension. Ce modèle est basé sur un concept énergétique, modifié pour tenir compte des principaux paramètres et de l'effet des contraintes et déformations moyennes sur la durée de vie. Ce chapitre décrit la procédure expérimentale employée pour générer des données de fatigue biaxiale ainsi que les analyses microscopiques permettant d'identifier les paramètres qui contrôlent la durée de vie. Les résultats expérimentaux sont alors utilisés pour supporter la validité du modèle proposé.

Le sixième chapitre regroupe les discussions relatives aux travaux effectués dans le cadre de cette thèse. Finalement, le dernier chapitre regroupe les conclusions de cette thèse et met en évidence l'originalité du travail. Il présente également des recommandations pertinentes pour la poursuite des travaux.

1.4 Synthèse des articles

Cette section présente la synthèse des travaux de recherche de ce doctorat qui ont été publiés ou soumis pour publication sous forme d'articles dans des revues internationales. Le premier article traite de la formulation mathématique des critères pour le design de l'éprouvette et du processus d'optimisation adopté pour déterminer les dimensions de l'éprouvette qui répondent le mieux aux critères fixés. Le deuxième article traite de l'évaluation expérimentale du nouveau dispositif et de l'analyse des contraintes et des déformations cycliques stabilisées mesurées lors d'essais de fatigue sous tension biaxiale à température ambiante et à 200°C. Enfin, dans le troisième article, un nouveau critère est proposé pour prédire la durée de vie des composantes soumises à un chargement biaxial en tension à température ambiante et à 437°C. Les sections suivantes décrivent le contenu de chacun de ces articles et présentent le lien entre eux. L'intégralité de ces articles constitue le contenu des troisième, quatrième et cinquième chapitres de cette thèse.

1.4.1 Premier article

Un nouveau dispositif d'essai a été développé et mis au point pour imposer un état de contraintes biaxiales en tension à haute température. Ce dispositif utilise une éprouvette ayant la forme d'un disque creux dont l'extension radiale génère une contrainte radiale et une contrainte tangentielle dans la section réduite et annulaire de cette éprouvette. Une analyse par la méthode des éléments

finis, linéaire et élastique, montre que le rapport entre ces deux contraintes dépend de la géométrie de l'éprouvette et principalement du diamètre interne de celle-ci. Dans le but de fixer les paramètres géométriques de l'éprouvette, la valeur du rapport de biaxialité des contraintes à imposer dans la section d'essai sera déterminée en fonction de la valeur du diamètre intérieur de l'éprouvette qui, à son tour, dépendra des autres dimensions de l'éprouvette. D'autre part, toute éprouvette de laboratoire doit avoir une géométrie qui permet de simuler fidèlement l'état de contraintes présent dans les pièces en service. Pour cette raison, quatre critères ont été identifiés pour réaliser un design optimal de l'éprouvette d'essai biaxial, à savoir: uniformité du champ de contraintes dans la section d'essai, uniformité du champ de contraintes à travers l'épaisseur de la section d'essai, localisation de la contrainte critique à l'intérieur de la section d'essai et biaxialité des contraintes. En d'autres termes, il s'agit d'établir les dimensions géométriques de l'éprouvette qui permettront d'induire un champ de contraintes biaxial et uniforme à l'intérieur de la section d'essai.

Pour atteindre cet objectif, les deux premiers critères sont définis comme étant la somme des écarts types de toutes les contraintes, calculées dans la section d'essai, par rapport respectivement à leurs valeurs moyennes et à leurs valeurs nettes. Le troisième critère exprime la différence entre la valeur de la contrainte maximale de von Mises, dans toute l'éprouvette, et celle de la contrainte moyenne de von Mises dans la section d'essai. Enfin, le dernier critère exprime la différence entre, d'une part, le rapport des contraintes nettes radiale et tangentielle dans la section d'essai et,

d'autre part, le rapport de biaxialité spécifique à imposer dans cette section. Un critère est respecté lorsque la valeur qui lui est associée tend vers zéro. Un critère global est alors défini comme étant la somme de ces quatre critères. Une même pondération est affectée à chacun de ces quatre critères, puisqu'ils ont tous la même importance dans le design de l'éprouvette. L'évaluation des différents critères de design nécessite la détermination des contraintes dans l'éprouvette d'essai. Ces contraintes étant calculées par la méthode des éléments finis aux point de Gauss seulement, une formulation discrète de ces critères est nécessaire. Cette dernière est présentée à l'annexe B de cette thèse.

Une fois la formulation mathématique des critères de design achevée, le processus d'optimisation est entamé en deux étapes. La première étape consiste à trouver l'intervalle de variation pour chacun des six paramètres géométriques inconnus de l'éprouvette (quatre autre paramètres étant maintenus fixes). Cette étape repose sur une analyse préliminaire linéaire et élastique par la méthode des éléments finis, en utilisant un modèle axisymétrique pour le chargement et la géométrie de l'éprouvette. La deuxième étape consiste à faire varier, séparément, les paramètres inconnus de l'éprouvette; chaque combinaison de ces paramètres est associée à une géométrie de l'éprouvette pour laquelle les contraintes sont calculées afin d'en déduire une valeur du critère d'optimisation. Plus de 240 combinaisons ont été considérées dans cette étape. Les résultats de cette étape conduisent à la configuration optimale de l'éprouvette, c'est à dire à la géométrie pour laquelle le critère global atteint la plus faible valeur.

Une analyse par la méthode des éléments finis montre que la distribution des contraintes dans la section d'essai de l'éprouvette optimisée répond de façon satisfaisante aux quatre critères de design énoncés précédemment. La bonne performance de l'éprouvette d'essai permet d'entamer les études expérimentales nécessaires pour étudier l'effet d'un état de contrainte biaxial en tension sur l'initiation des fissures par fatigue à haute température de l'acier inoxydable de type 304. La synthèse de ces études est couverte dans les sections suivantes.

1.4.2 Deuxième article

Pour s'assurer de la performance du nouveau dispositif, des essais préliminaires ont été conduits sur une éprouvette en acier inoxydable de type 304. Les déformations sont alors, mesurées à l'intérieur de la section d'essai pour différents types de chargement. Les résultats obtenus ont montré que le dispositif proposé peut produire une zone assez large dans laquelle un champ de déformations biaxiales uniforme peut être imposé. De plus, l'application de quelques cycles de chargement-déchargement a démontré une reproductibilité des déformations pendant les essais. Ces résultats confirment le potentiel du dispositif pour la simulation d'un chargement biaxial cyclique.

Une fois évalué, le nouveau dispositif est utilisé pour étudier le comportement cyclique stabilisé de l'acier inoxydable de type 304; ce matériau a été choisi à cause de la disponibilité d'une large

banque de données sur ces performances. Pour déterminer les contraintes et les déformations cycliques dans les sections critiques des composantes mécaniques, la courbe contraintes-déformations caractérisant le comportement cyclique uniaxial du matériau est utilisée. Dans le cas où l'état de contraintes est biaxial, des contraintes et des déformations équivalentes sont utilisées pour réduire l'état de contraintes biaxial à un état de contraintes uniaxial équivalent. Les contraintes et les déformations équivalentes sont souvent basées sur le concept de von Mises ou le concept de Tresca. Le dispositif d'essai biaxial est exploité pour juger de l'efficacité de l'un ou l'autre de ces deux concepts à représenter le comportement cyclique du matériau soumis à un chargement biaxial en tension.

Pour atteindre ce but, des essais de fatigue à plusieurs paliers sont effectués en charge contrôlée, à température ambiante et à 200 °C. Le signal du chargement appliqué est de type sinusoïdal. L'essai de fatigue à plusieurs paliers est une succession d'essais de fatigue à amplitude constante. Chaque essai de fatigue est arrêté lorsque les déformations, mesurées par des rosettes collées dans la section d'essai, atteignent des niveaux stabilisés. L'amplitude de la charge appliquée est alors augmentée afin d'entamer un autre essai. Le dernier essai de fatigue, correspondant à la plus grande charge appliquée pendant l'essai de fatigue à plusieurs paliers, se termine par la rupture finale de l'éprouvette. Ces essais ont été conduits sur des éprouvettes pour lesquelles le rapport de biaxialité des contraintes est égale à 0,5; 0,65; 0,75 et 0,9. Les déformations sont mesurées pendant chaque cycle de chargement à l'aide de rosettes de déformation collées au centre de la

section d'essai. Les contraintes sont alors déduites des composantes élastiques de ces déformations.

Pour établir la meilleure corrélation entre les contraintes et les déformations dans la section d'essai de l'éprouvette, les concepts de Tresca et de von Mises sont utilisés. Ces deux concepts permettent de comparer les résultats d'essais de fatigue biaxiale à ceux obtenus lors d'essais de fatigue uniaxiale. Les résultats des essais de fatigue à plusieurs paliers montrent que le concept de von Mises permet de représenter le comportement biaxial par un comportement uniaxial équivalent du matériau; en effet, pour toutes les conditions d'essais considérées, les contraintes et déformations cycliques équivalentes peuvent être représentées par la courbe cyclique uniaxiale. Cependant, l'application du critère de Tresca résulte en une la déviation entre les résultats d'essais de fatigue biaxiale et ceux d'essais de fatigue uniaxiale qui est plus prononcée lorsque le rapport de biaxialité augmente.

Cette analyse montre que dans le cas d'un état biaxial de contraintes en tension (les deux contraintes principales sont positives), il est important de tenir compte de la contrainte principale intermédiaire pour représenter le comportement biaxial du matériau. Il s'avère donc nécessaire d'inclure la contrainte principale intermédiaire dans le développement d'un modèle de prévision de la durée de vie des composantes soumises à ce type de chargement. Ceci suggère qu'a priori, les critères de prévision de la durée de vie basés uniquement sur les contraintes et/ou les

déformations de cisaillement seraient inadéquats pour prédire la vie des composantes soumises à une chargement biaxial en tension.

Dans ce qui suit, une analyse plus poussée du processus d'initiation des fissures par fatigue sous un chargement biaxial en tension permettra de mettre au point un modèle de prédiction de la durée de vie des composantes soumises à ce type de chargement.

1.4.3 Troisième article

Lors de la conception d'une composante critique, il est nécessaire d'estimer sa durée de vie afin d'en assurer le fonctionnement sécuritaire. Dans le cas où cette composante est soumises à un chargement biaxial à haute température, plusieurs paramètres influencent la durée de vie, y compris le rapport de biaxialité des contraintes. Il est donc important d'identifier tous les facteurs qui influent sur la durée de vie et d'établir quantitativement le degré de cette influence.

Dans le cas particulier d'un chargement biaxial cyclique en tension, le dispositif mis au point est utilisé pour étudier l'effet de l'état de contraintes sur la durée de vie. Des essais de fatigue sont conduits à charge contrôlée, à une fréquence de 3,2 Hz (signal sinusoïdal), à température ambiante et à 437 °C; le rapport de biaxialité de contraintes (rapport entre la contrainte principale intermediaire et la contrainte principale majeure) varie entre 0,5 et 0,9. La condition de rupture

correspond à une variation de 10% du déplacement enregistré par la machine d'essai conventionnelle. Les contraintes et les déformations imposées dans la section d'essai sont calculées par la méthode des éléments finis en se basant sur le comportement cyclique stabilisé du matériau testé et le niveau du chargement appliqué.

L'analyse microscopique des éprouvettes testées montre qu'il ya plusieurs sites d'initiation de la fissure localisés en surface, dans la partie centrale de la section d'essai. La fissure traverse d'abord l'épaisseur de la section d'essai, puis se propage le long de la circonférence de cette section. Toutes les fissures observées se sont initiées dans des plans perpendiculaires à la direction de la contrainte principale maximale, i.e. à la direction radiale.

Les observations précédentes suggèrent que la contrainte et la déformation radiales sont les principaux facteurs qui gouvernent la durée de vie, puisqu'ils contrôlent l'ouverture de la fissure. Un modèle de prédiction de la durée de vie basé sur le produit de l'amplitude de la contrainte radiale et celle de la déformation radiale est donc proposé. Ce modèle, associé à l'énergie de déformation, est modifié pour tenir compte de l'effet de la contrainte radiale moyenne et de la déformation radiale moyenne. Ces deux paramètres ne peuvent être négligés, surtout dans le cas du chargement considéré dans cette étude. Ces modifications sont similaires à celle utilisée par Morrow (1965) pour tenir compte de l'effet de la contrainte moyenne sur la vie en fatigue d'une composante soumises à un chargement uniaxial. D'autre part, l'étude du comportement cyclique

biaxial a montré que la contrainte principale intermédiaire (la contrainte tangentielle) a un effet non négligeable sur ce comportement. Ce résultat suggère que cette contrainte peut aussi affecter la durée de vie en fatigue. Pour cette raison, le modèle est modifié pour inclure un facteur de multiaxialité des contraintes. Pour déterminer ce facteur, une analyse par la méthode des éléments finis est appliquée à une plaque carrée ayant une fissure centrale en mode I d'ouverture et soumise à un chargement biaxial. L'ouverture en bout de fissure (Crack Opening Displacement ou COD) est calculée pour plusieurs combinaisons du chargement imposé en considérant le comportement cyclique du matériau; le rapport entre la contrainte (déformation) parallèle au plan de la fissure et la contrainte (déformation) perpendiculaire à ce plan varie entre -1 et 1. Les relations entre le COD et la contrainte maximale imposée, d'une part, et la déformation maximale imposée, d'autre part, permettent d'extraire deux facteurs qui représentent, respectivement, les effets de la biaxialité des contraintes et des déformations sur le COD. Ces deux facteurs sont alors introduits dans le modèle de fatigue pour tenir compte de l'effet de la biaxialité des contraintes. Finalement, en se basant sur le cas d'un chargement uniaxial et en utilisant la loi de Basquin et celle de Coffin (voir Dowling, 1993), la durée de vie en fatigue est incluse explicitement dans ce modèle.

L'applicabilité du modèle proposé a été vérifiée à l'aide des résultats des essais de fatigue biaxiale qui ont montré la bonne performance de ce modèle. Par contre, les critères basés sur l'amplitude de la déformation octaédrique ou sur le paramètre de Smith-Watson-Topper se sont avérés inadéquats pour la prédiction de la durée de vie pour le présent cas de chargement. Ceci met en évidence que les modifications incluses dans le modèle proposé sont nécessaires pour assurer la fiabilité des composantes en service.

CHAPITRE 2: REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

PARTIE A- TECHNIQUES EXPÉRIMENTALES DE SOLLICITATIONS BIAXIALES

2.1 Introduction

À ce jour, l'essai de traction uniaxiale, statique ou dynamique, constitue le moyen le plus utilisé pour la caractérisation expérimentale du comportement mécanique des matériaux métalliques. Toutefois, il s'est avéré que l'évaluation du comportement à la rupture des composantes soumises à un chargement complexe ne peut être faite à partir des seules données obtenus de l'essai uniaxial. Pour cette raison, dès le début du vingtième siècle, des dispositifs de sollicitations multiaxiales ont été mis au point. Ceux-ci devaient constituer un outil pour mieux comprendre l'effet de la multiaxialité des contraintes sur le comportement du matériau et sur le processus de fissuration. Les sections qui suivent présentent une revue critique des principales techniques expérimentales d'essais sous sollicitations biaxiales. Les avantages et limitations des différentes techniques y sont discutés.

2.2 Techniques de sollicitations biaxiales

Plusieurs techniques ont été développées pour produire un état biaxial de contraintes. Ces techniques varient suivant le mode de chargement du spécimen testé et l'environnement de l'essai.

Elles peuvent êtres classées en deux catégories. Dans la première catégorie, un seul système de chargement est utilisé; l'état de contrainte dépend alors de la configuration géométrique du spécimen et du montage de chargement utilisé. Dans la seconde catégorie, plusieurs systèmes de chargement indépendants sont utilisés; différents rapports de biaxialité des contraintes principales peuvent être imposés en variant l'amplitude des charges appliquées.

2.2.1 Tests avec un seul système de chargement

Parmi les principales techniques faisant partie de cette première catégorie, on peut citer la flexion d'une poutre en porte-à-faux, la flexion d'une plaque mince soumises à une pression hydraulique, la flexion anti-plane d'une plaque rhombique, le disque en rotation et les tests utilisant des montages spéciaux. Certaines de ces techniques sont schématisées à la figure 2.1, avec une indication sur la gamme de rapport de biaxialité ρ (rapport entre les contraintes principales dans la section d'essai) correspondant à chaque technique.

a- Poutre chargée en porte-à-faux

Dans les années cinquante, Tor et al. (1952) ont utilisé une poutre large en porte-à-faux soumise à une flexion alternée. Mettant en oeuvre cette technique, Gross et Stout (1955) ont conduit des tests de fatigue au delà de 650 °C sur des plaques en acier de haute résistance. Sachs et al. (1961) ont chargé une poutre ayant une section réduite (Fig. 2.1, cas (a)) pour obtenir des

rapports de déformations compris entre -ν et 0, ν étant le coefficient de Poisson du matériau testé. En appliquant cette méthode, le rapport de biaxialité entre les déformations principales ne peut être varié qu'entre -ν:1 et 0:1, et cela en modifiant les dimensions de l'échantillon. Avec ce type d'échantillon, seule la région centrale de section réduite présente un rapport de biaxialité bien précis. À cause du gradient de contraintes à travers l'épaisseur de la poutre, l'étude de l'initiation des fissures par fatigue ne peut s'étendre au processus de propagation.

b- Plaque soumise à une pression hydraulique

Blaser et al. (1952) et Bowman et Dolan (1953) ont développé des dispositifs pour des essais de fatigue sur des spécimens en forme de plaques rectangulaires ou circulaires simplement supportées à leur périphérie (Fig. 2.1, cas (b)). Le chargement est généré par une pression hydraulique répétée appliquée sur une des faces de la plaque. Différents rapports de biaxialité entre les contraintes principales sont produits à la surface de la plaque en faisant varier le rapport entre l'épaisseur et les dimensions de la plaque. Ives (1964) a modifié cette méthode pour obtenir un chargement alterné. Les deux faces d'une plaque circulaire sont alors soumises alternativement à la pression hydraulique; une large zone de déformations équibiaxiales est alors obtenue au centre de la plaque. Pour changer le degré de biaxialité, Shewchuk et al. (1968) ont développé un spécimen sous forme d'une plaque ovale pour obtenir des rapports de contraintes variant entre 1:2 et 1:1. L'un des problèmes majeurs de cet essai est la détermination des déformations et du rayon de courbure de la plaque. De plus, il s'avère difficile d'assurer une homogénéité des contraintes sur une large zone

(Duddedar, 1977) à cause de la fixation de la plaque à sa périphérie.

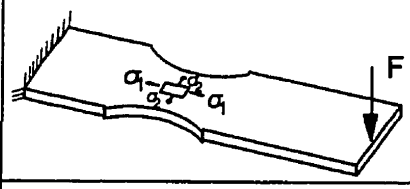
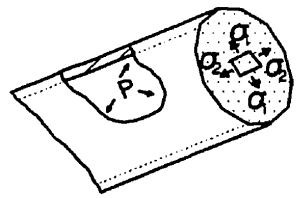
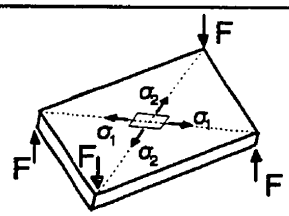
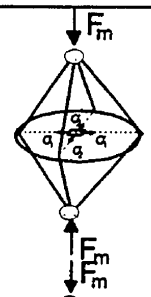
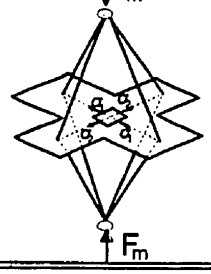
Cas	Méthode d'essai	Représentation schématique	Rapport de biaxialité (ρ)
(a)	Poutre en porte-à-faux		$0 \leq \rho \leq 0.5$
(b)	Pression hydraulique		$0 \leq \rho \leq 1$
(c)	Flexion anti-plane		$-1 \leq \rho \leq 0$
	<u>Montages spéciaux</u>:		
(e1)	Chargement cyclique équibiaxial d'un disque		$\rho = 1$
(e2)	Système spatial pour le chargement statique d'une éprouvette cruciforme		$0 \leq \rho \leq 1$

Figure 2.1- Méthodes d'essai biaxial utilisant un seul système de chargement

c- Plaque rhombique en flexion anti-plane

Pour simuler un état biaxial de contraintes résultant d'un chargement de flexion pure, Zamrik et Gotto (1968) ont soumis une plaque rhombique à une flexion anti-plane (Fig. 2.1, cas (c)). Cette technique permet de produire des rapports de biaxialité entre les contraintes variant entre -1:1 et 1:0. Ces différents rapports sont obtenus en faisant varier la longueur des diagonales de la plaque rhombique. Le dispositif de chargement mis au point dans les années soixante a été récemment adapté par Zamrik et Davis (1993) pour être utilisé sur une machine d'essai uniaxial. Cette méthode, qui produit des rapports de biaxialité négatifs, a été utilisée pour étudier l'effet de ce rapport sur l'initiation et la propagation des fissures à partir de la surface de la plaque.

d- Disque en rotation

La résistance à la fatigue des disques utilisés dans les turbo-machines est évaluée à l'aide d'essais sur des bancs tournants (Hefele et al., 1986). Ainsi, une distribution de contraintes identique à celle rencontrée dans un disque en service peut être simulée. Certains inconvénients de cette technique sont identifiés, à savoir: (1) la longue durée des tests à cause de la faible fréquence d'essai (1 mn ou plus par cycle), (2) la difficulté de détecter et suivre la propagation de la fissure jusqu'à la fin de l'essai et (3) la difficulté de faire des tests à température élevée en simulant un gradient de température adéquat. De plus, cette technique est coûteuse à cause des appareillages utilisés (moteur, système de fixation, enceinte d'essai blindée, instruments de mesure dans un milieu agressif,...). Malgré ces inconvénients, cette technique, précédemment employée par Mattavi

(1969) et Shiratori et Yoshida (1986) pour l'étude de la fatigue oligocyclique et la caractérisation de la propagation des fissures dans les disques des turbomachines, demeure la méthode de base choisie par l'industrie aéronautique pour tester les disques tournants.

e- Montages spéciaux

Pour remédier aux inconvénients des appareillages de sollicitations biaxiales, présentés précédemment, des techniques plus simples ont été mises au point. Elles utilisent des montages spéciaux pour générer un chargement biaxial à partir d'un seul système de chargement.

L'une de ces méthodes, développée par Leshenski (1974), utilise l'avantage des machines servo-hydrauliques et permet de tester des disques de grandeur réelle. Le dispositif utilisé consiste en un ensemble de pistons hydrauliques entourant le disque fixe. Chaque piston génère une force radiale transmise au disque par l'intermédiaire d'un levier attaché sur une mortaise à la périphérie du disque. Stepanov et al. (1985) ont montré que l'extension radiale du disque simule correctement l'effet de la force centrifuge en produisant une distribution des contraintes radiales et tangentielles semblable à celle présente dans les disques en rotation.

D'autres méthodes faisant partie de cette catégorie utilisent des systèmes de chargement qui peuvent s'adapter directement sur une machine de traction classique, sans modification quelconque de celle-ci, pour convertir le chargement uniaxial en un chargement biaxial appliqué au spécimen.

Plusieurs chercheurs ont développé des dispositifs originaux ayant ce principe. On peut citer les travaux de Hayhurst (1973) qui a utilisé un système de câbles et de poulies, de Johnson et Khan (1965) qui ont utilisé un arrangement de plaques, barres et poutres pour le chargement d'une éprouvette cruciforme. Plus tard, Miller (1972) a développé un mécanisme spatial pour produire un chargement équibiaxial au centre du spécimen disque (Fig. 2.1, cas (e1)) et plus récemment, Ferron et Makinde (1988) a mis au point un dispositif composé d'un système à leviers constitué de deux parallélogrammes orthogonaux pour les tests de traction monotone sur des éprouvettes cruciformes (Fig. 2.1, cas (e2)).

La plupart des méthodes d'essais présentées dans cette section ont un haut degré de simplicité et de fiabilité, ce qui facilite le contrôle et la mesure des charges et des déplacements. Elles peuvent êtres présentées comme une alternative de moindre coût au développement des machines d'essais multiaxiaux. Cependant, la présence d'un gradient de contraintes dans les spécimens et l'utilisation de différentes géométries peut influencer la propagation des fissures et par conséquent, rend l'interprétation des résultats souvent complexe. Il est important de souligner que l'état biaxial des contraintes est généré à partir d'une seule charge extérieure et par conséquent, l'effet du chemin de chargement ne peut être étudié et seuls les chargements à trajets radiaux peuvent être imposé sur l'échantillon d'essai. De plus, à chaque configuration du dispositif de chargement, correspond une valeur particulière du rapport de biaxialité; l'étude de l'influence de ce rapport sur la résistance à la fatigue nécessite donc la modification du dispositif de chargement ou de la géométrie du

spécimen.

2.2.2 Tests avec plusieurs systèmes de chargement

Dans cette catégorie, on retrouve les techniques de sollicitations multiaxiales les plus utilisées à ce jour, à savoir la flexion-torsion des barreaux de section circulaire, les tests utilisant des tubes creux à paroi mince soumis à une combinaison de chargement et les éprouvettes cruciformes. La figure 2.2 présente une description schématique de ces techniques et indique le rapport de biaxialité ρ obtenu avec chacune d'elles.

a- Barreau circulaire en flexion-torsion

Les pionniers de la recherche dans le domaine de la fatigue biaxiale comme Lanza (1886) et Mason (1917), ont utilisé un arbre circulaire soumis à une combinaison de flexion et de torsion (Fig. 2.2, cas (a)). Cette technique était souvent utilisée, même au delà des années soixantes, pour l'étude de la fatigue biaxiale à grand nombre de cycles (domaine élastique) et ce, à cause de sa simplicité et de la facilité de calcul du champ de contraintes et de déformations. Cependant, le rapport de biaxialité entre les contraintes ne peut varier qu'entre -1:1 et 0:1.

Cas	Méthode d'essai	Représentation schématique	Rapport de biaxialité (ρ)
(a)	Torsion-flexion d'un barreau circulaire		$-1 \leq \rho \leq 0$
	<u>Tube creux à paroi mince</u>:		
(b1)	Tension-torsion		$-1 \leq \rho \leq 0$
(b2)	Tension-pression		$0 \leq \rho \leq 1$
(b3)	Tension-torsion-pression		$-1 \leq \rho \leq 1$
(c)	Éprouvette cruciforme		$-1 \leq \rho \leq 1$

Figure 2.2- Méthodes d'essai biaxial utilisant plusieurs systèmes de chargement

b- Tube creux à paroi mince

Dans les trois dernières décennies, le tube à paroi mince est devenu l'un des spécimens les plus utilisés pour les sollicitations multiaxiales. Différents types de chargement sont alors utilisés avec ce spécimen (Fig. 2.2, cas (b1)-b(3)). Benham (1963) appliqua la torsion pure et Yokobori et al. (1965) ont combiné la traction à la torsion, ce qui limite le rapport des déformations principales à des valeurs comprises entre -1 et -ν. Andrews et Ellison (1975) ont obtenu des rapports de déformations compris entre -ν et 1 à partir d'essais sur les tubes à paroi mince soumis simultanément à une charge axiale cyclique et à une pression interne-externe.

Brown et Miller (1982) ont étudié l'effet d'un chargement résultant de la traction uniaxiale combinée à la torsion et à la pression interne et ont conduit des essais à haute température (jusqu'à 200 °C); par la suite, Found et al. (1985) ajoutèrent à ce chargement la pression externe pour obtenir un chargement alterné. Avec cette dernière combinaison, Ellyin et Wolodko (1997) ont mis au point un dispositif capable de produire une large gamme de rapport de biaxialité entre les déformations. L'application de la traction et de la pression produit un état biaxial de contraintes et la superposition de la torsion permet alors de modifier l'orientation de la direction des contraintes principales

L'utilisateur du tube creux à paroi mince est confronté à différents problèmes; le niveau de température est souvent limité par les propriétés du fluide qui pressurise le tube et la résistance à

la fatigue peut être réduite à cause de l'influence de l'environnement sur l'initiation et la propagation des fissures. Néanmoins, ce dernier handicap peut être éliminé par l'emploie d'un gaz inerte au lieu d'un liquide ou par l'application d'un métal protecteur couvrant la surface interne et externe du tube. Cette technique requiert une enceinte de pression et un système de pompage assez complexe pour la pressurisation interne-externe, de telle sorte que les fuites occasionnelles soient compensées de façon automatique par l'injection d'un nouveau fluide dans le circuit. Il faut remarquer que, dans un tube creux à paroi mince, l'état de contraintes n'est pas exactement biaxial car la contrainte radiale due à l'action de la pression n'est pas nulle. À cause des problèmes d'alignement et de la grande déformation plastique cumulée par cycle, les tubes à paroi mince sont sujets au flambement. De plus, les fortes concentrations de contraintes à la fixation du tube causent des ruptures prématurées à l'extérieur de la longueur de jauge.

c- Éprouvette cruciforme

Pour éviter les problèmes du tube à paroi mince et faire des tests avec différents rapports de biaxialité, l'éprouvette cruciforme a été proposée. Cette éprouvette est soumise à une traction biaxiale dans son plan, de sorte que tout rapport de biaxialité compris entre -1 et 1 peut être obtenu (Fig. 2.2, cas (c)). Pour appliquer ce chargement, des dispositifs incluant deux ou quatre vérins hydrauliques ont été mis au point par plusieurs auteurs dont Parsons et Pascoe (1975), Shimada et al. (1976) et Makinde et al. (1992). Avec ce type de système, Sakane et Ohnami (1991) et Takamoto et al. (1994) ont conduit des tests à différents niveaux de température pour

étudier la fatigue oligocyclique. La conception de la géométrie de l'éprouvette est faite de sorte que le champ de contraintes soit uniforme et étendue sur une large zone. L'éprouvette la plus utilisée est la plaque à section d'essai rectangulaire ou circulaire avec ou sans réduction de l'épaisseur. Wilson et White (1971) ont montré qu'avec une éprouvette à section réduite, il est difficile de produire une zone de déformation uniforme. Cependant, les éprouvettes ayant des sections d'essai d'épaisseur constante présentent des problèmes de concentration de contraintes à la périphérie de ces sections.

En général, des problèmes liés au design de l'éprouvette cruciforme restent non résolus. Il est difficile de produire un champ de déformations constant dans la section utile à cause de la rigidité des bras de l'éprouvette qui empêche le transfert des charges des points d'attaches à l'extrémité des bras jusqu'à la zone de mesure. De plus, le contrôle des charges est complexe à cause de l'interaction entre les charges dans les différents bras. À ce jour, le design d'une éprouvette cruciforme à géométrie optimale demeure l'une des tâches des chercheurs travaillant dans ce domaine (Demmerle et al., 1993).

Pour utiliser l'une ou l'autre de ces deux dernières techniques (tube à paroi mince et éprouvette cruciforme), il faut disposer de machines servo-hydrauliques très complexes afin d'assurer un meilleur contrôle des charges et des déformations. Cependant, la revue des techniques expérimentales de sollicitations biaxiales montre que ces deux techniques demeurent les plus

utilisées. Le choix de l'une ou l'autre de ces deux techniques dépend de la disponibilité des machines d'essais et de l'application projetée.

2.3 Conclusion

Depuis une vingtaine d'années, il y a eu un fort regain d'intérêt pour l'étude de la fatigue biaxiale, et particulièrement lorsque les équipements de traction-torsion combinées éventuellement avec la pression interne/externe et les machines à plusieurs vérins hydrauliques sont devenues relativement nombreuses. Grâce à ces machines, la majorité des situations rencontrées dans les pièces en service ont pu être simulées aux laboratoires et un pas très important a été franchi dans la compréhension et la modélisation du comportement des métaux et de leur résistance sous sollicitations multiaxiales.

Au cours de ces années de recherche, des critères ont été identifiés pour la mise au point d'une machine d'essai idéale (Found et al., 1985). Toutefois, il est évident qu'aucune machine existante ne répond pas rigoureusement à tous ces critères. Même si le développement de la machine d'essai idéale est d'un atout majeur, sa mise au point est d'une extrême difficulté. Pour cette raison, on se contente d'utiliser des machines permettant de simuler les situations qui répondent aux applications particulières étudiées.

Par exemple, pour évaluer la vie en fatigue des disques en rotation dans les moteurs d'avions, seule la technique du disque tournant est utilisée par l'industrie aéronautique. Pour simuler l'état de contraintes présent dans ce type de composantes, les techniques présentées dans cette revue sont inadéquates ou présentent des inconvénients non négligeables. En utilisant le tube creux à paroi mince le niveau de la température de l'essai reste limité alors qu'avec une éprouvette cruciforme, la mauvaise distribution des contraintes dans l'éprouvette cause des problèmes importants lors des essais. Pour contourner ces difficultés, l'un des objectifs de cette étude est la mise au point d'un dispositif d'essai simple qui permet de simuler adéquatement un état de contraintes similaire à celui présent dans les disques en rotation.

PARTIE B- CRITÈRES DE PRÉDICTION DE LA DURÉE DE VIE SOUS CHARGEMENT BIAXIAL

2.4 Introduction

La mise au point des dispositifs d'essai pour les sollicitations biaxiales a favorisé la compréhension des mécanismes de rupture et a fourni le moyen approprié pour élaborer ou vérifier expérimentalement les critères de rupture par fatigue. Plusieurs revues présentent des études critiques de la majorité des critères développés et à titre d'exemples, on peut citer celles de Garud

(1981a), d'Ellyin et Valaire (1985), d'Ellyin (1988), de Leese (1988) et de Bannantine (1991). À cause du grand nombre de ces critères, leur étude exhaustive et détaillée est difficile. Dans ce qui suit, on se limitera à présenter une revue bibliographique succincte des principaux critères de rupture en fatigue biaxiale. Cette revue permettra d'identifier les principaux paramètres qui contrôlent le processus d'endommagement par fatigue biaxiale, ce qui est éventuellement nécessaire pour élaborer tout nouveau critère plus performant.

2.5 Les différents types de critères

Au moins trois approches ont été utilisées pour la formulation des critères de fatigue biaxiale. Initialement, il s'agissait d'extension des théories d'écoulement statique aux cas de chargements cycliques multiaxiaux. Par la suite, des critères reliés à l'aspect de la rupture multiaxiale anticipée ont été développés. Plus récemment, des critères énergétiques ont été suggérés; les énergies mises en jeu pour l'endommagement du matériau sont quantifiées et reliées à la durée de vie.

2.5.1 Concept de la contrainte/ déformation équivalente

Cette première approche réduit le problème multiaxial complexe à un problème uniaxial équivalent, en introduisant une contrainte ou une déformation équivalente. Initialement, les critères de ce type

étaient une extension des théories d'écoulement telles que celles de Tresca et de von Mises. En effet, l'amorçage des fissures, comme la déformation plastique, résulte du glissement dans les grains qui a pour origine le cisaillement des plans cristallographiques.

À côté des critères de Tresca et de von Mises, se retrouve le critère de la contrainte de cisaillement octaédrique (τ_{oct}). Ce dernier a été modifié par Sines (1955) et Crossland (1956) pour tenir compte de l'effet des contraintes statiques superposées aux contraintes cycliques. Plus récemment, Mc Diarmid (1991) suggéra l'utilisation du diagramme de Goodman (voir Dowling, 1993) pour tenir compte de l'effet de la contrainte moyenne.

En utilisant le critère de Tresca, Taira et al. (1969) ont obtenu une bonne prédiction de la vie en fatigue pour les tests avec un chargement de traction et de torsion en phase. Cependant, plusieurs auteurs, dont Little (1969), ont montré que ce critère surestime les durées de vie lorsque le déphasage entre les composantes du chargement augmente; ces auteurs suggèrent de tenir compte de l'influence de la contrainte normale au plan de cisaillement maximum. Dans le cas d'un chargement combiné hors-phase, Fuchs (1979) suggéra l'utilisation du tenseur de la variation des contraintes entre deux instants t_1 et t_2 du cycle, pour obtenir l'expression de la contrainte équivalente de von Mises et de Tresca. Le critère de Tresca ainsi exprimé est adopté par le code de l'ASME (1980) .

Au delà des années soixantes, les essais en déformation uniaxiale contrôlée ont donné lieu à des critères du type Manson-Coffin. Les critères de rupture en fatigue multiaxiale basés sur les contraintes sont alors exprimés en fonction des déformations et souvent, la prédiction des résultats expérimentaux est faite sur la base de la déformation de cisaillement maximal ($\Delta\gamma$), du cisaillement octaédrique ($\Delta\gamma_{oct}$) ou de la déformation équivalente de von Mises ($\Delta\varepsilon_{eq}$). Le code de l'ASME (1980) adopte le critère de la déformation équivalen e de von Mises exprimée à l'aide des composantes du tenseur de la variation des déformations entre des instants t_1 et t_2 du cycle. Plusieurs auteurs corrigent l'expression de la déformation équivalente pour tenir compte de l'effet de la contrainte hydrostatique qui influe sur la ductilité du matériau (Davis et Connelly, 1959; Andrews et Ellison, 1973 et Manjoine, 1975).

À l'aide des résultats d'essais de fatigue oligocyclique uniaxiale, plusieurs chercheurs ont adopté une loi exponentielle basée sur la déformation normale maximale et dans laquelle la ductilité et la résistance dépendent de la composante hydrostatique de l'état de contraintes (Libertiny, 1967) ou de l'état de déformations (Pascoe et De Villiers, 1967). Une variante à ce critère a été proposée par Ellyin et Valaire (1982); leur théorie peut être appliquée pour un chargement en phase ou hors phase.

Hamada et al. (1985), et plus récemment, Takamoto et al. (1994) ont étudié l'effet de la biaxialité

des contraintes sur l'ouverture de la fissure (Crack Opening Displacement), exprimée en fonction des contraintes ou des déformations imposées. Une contrainte et une déformation équivalentes sont alors déduites comme paramètres pour prédire la durée de vie sous chargement biaxial. Ces paramètres tiennent compte explicitement du rapport de biaxilité des contraintes ou des déformations imposées dans la section d'essai. Les prédictions de ces critères sont supérieures à celles des critères classiques présentés précédemment.

Tous ces critères ont été évalués par plusieurs auteurs qui s'accordent à dire que les critères basés sur les déformations équivalentes ne prédisent pas l'effet de l'histoire du chargement ni celui de la contrainte moyenne alors que la durée de vie en dépend. Jordan et al. (1985), et Ogata et al. (1991) ont montré que le critère de la déformation équivalente utilisé par le code de l'ASME n'est pas conservateur lorsque le chargement est hors phase car il ne tient pas compte du durcissement du matériau dû à ce type de chargement.

La Figure 2.3 illustre les prédictions des durées de vie en fatigue sous chargement combiné de torsion et de tension à l'aide du critère de la déformation équivalente de von Mises; dans cette figure φ est le rapport entre la déformation axiale et la déformation de cisaillement. Il est clair que ce critère prédit une vie en fatigue plus réduite quand le chargement est en phase (IN, Fig. 2.3) par rapport à celle du chargement hors phase (OUT, Fig. 2.3), alors que l'expérience montre le

contraire. Dans ces même conditions, Tipton (1985) et Doquet et Pineau (1991) ont trouvé que les critères de la déformation équivalente de von Mises et de la déformation de cisaillement maximal ne sont pas conservateurs lorsque le chargement est hors phase et qu'il est difficile d'obtenir une corrélation entre les résultats d'essais de torsion pure ($\varphi=\infty$, Fig. 2.3) et ceux d'essais de traction uniaxiale ($\varphi=0$, Fig. 2.3). Deux principales raisons expliquent la mauvaise performance de ce critère; d'une part, il ne contient aucune composante du tenseur des contraintes et, d'autre part, il ne tient pas compte du mécanisme de fissuration. Malgré cela, ce type de critère restent fréquemment utilisées à cause de leur simplicité et du grand nombre de données uniaxiales à exploiter.

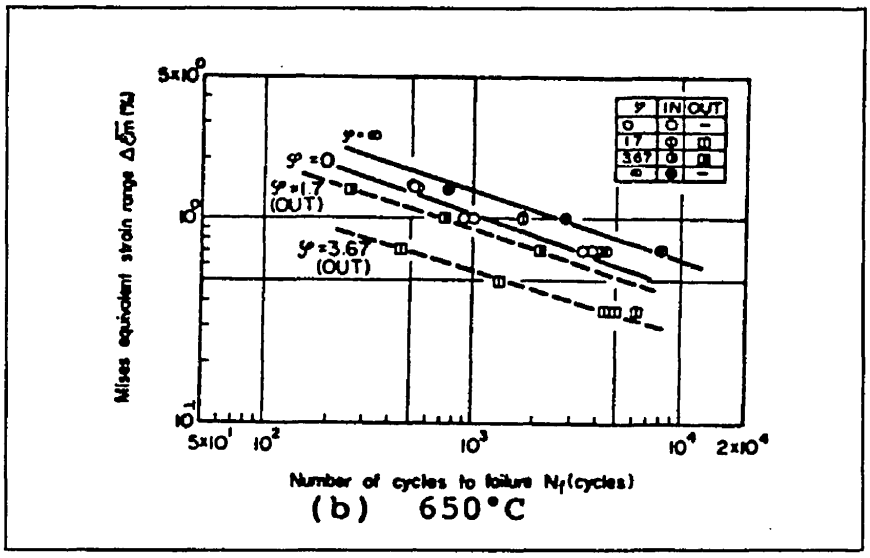


Figure 2.3- Corrélation des résultats expérimentaux à l'aide du critère de von Mises (Ogata et al., 1991)

2.5.2 Concept du plan critique

Le processus de rupture est un phénomène d'initiation et de propagation des fissures sur des plans privilégiés. Plusieurs auteurs ont proposé d'identifier au préalable ces plans et d'utiliser les paramètres susceptibles d'influencer ou de contrôler les mécanismes d'initiation et de propagation des fissures pour développer des critères de rupture en fatigue biaxiale.

Des auteurs comme Findley (1959) et Mc Diarmid (1973) ont proposé des critères qui prédisent l'initiation d'une fissure lorsque la contrainte de cisaillement maximale appliquée (τ), modifiée par la contrainte normale au plan de cisaillement maximal (σ_n), atteint une valeur critique. Mc Diarmid (1985) a obtenu une bonne corrélation, dans le cas de la fatigue hors phase à longue durée de vie, en proposant une extension à ces critères qui fait intervenir la contrainte normale moyenne et la contrainte de cisaillement moyenne.

Hull (1977) a suggéré que c'est le glissement dans le plan octaédrique qui influence la rupture. Il a proposé un critère basé sur l'amplitude de la contrainte de cisaillement octaédrique et la contrainte moyenne normale correspondante. Grubisic et Simburger (1976) considèrent tous les plans comme des plans critiques. Leur critère est une combinaison entre les amplitudes et les moyennes de la contrainte de cisaillement maximale et de la contrainte normale associée. Une

procédure numérique est utilisée pour la détermination de la combinaison critique pour un cycle complet.

Selon Brown et Miller (1973), l'initiation d'une fissure commence par des mouvements de cisaillement microscopiques le long des plans de glissement qui coïncident avec les plans de cisaillement maximal. Ces auteurs ont identifié deux paramètres qui contrôlent l'initiation et la propagation des fissures, à savoir: l'amplitude maximale de la déformation de cisaillement ($\Delta\gamma/2$) sur le plan de cisaillement maximal et la déformation normale à ce plan (ε_n). Cette théorie est représentée par des contours à durée de vie constante, dans un plan (plan Γ) formé par les axes γ et ε_n; cependant, à un même couple (γ, ε_n) peuvent être associées deux durées de vie. En effet, selon l'état de contraintes, il existe deux types de fissures: les fissures de type A qui se propagent à la surface du spécimen (c'est le cas des fissures de torsion) et les fissures de type B qui se propagent à l'intérieur du spécimen.

Blass et Zamrik (1976) et Marloff et Johnson (1980) ont vérifié ce critère et suggéré plusieurs autres formes. Plus tard, Kandil et al. (1982) ont exprimé cette théorie sous la forme d'une équation reliant l'écart de la déformation de cisaillement sur le plan à contrainte de cisaillement maximale et la déformation normale à ce plan. En utilisant ce type de critère, Tipton (1985) et Jordan et al. (1985) ont obtenu une bonne corrélation pour les deux cas de chargement (en phase

et hors phase).

Lohr et Ellison (1980) considèrent que seules les fissures de type B peuvent influencer la durée de vie. Ils ont défini un plan Γ^* formé par les axes $\Delta\gamma^*/2$ et ε_n^*, où γ^* et ε_n^* sont les déformations associées au plan de propagation à travers l'épaisseur du spécimen. En utilisant les fissures de type B, la fonction reliant les déformations γ^* et ε_n^* ne dépend plus de l'état de contrainte. Les courbes d'endurance dans le plan Γ^* sont continues alors que celles du plan Γ présentent une discontinuité lorsque le rapport entre les déformations principales est égale à $-\nu$. Ce critère permet d'obtenir une bonne corrélation entre les résultats expérimentaux; cependant, les mécanismes de fissuration observés contredisent l'hypothèse de ce critère, notamment pour le cas des fissures de torsion.

Lorsque le rapport des déformations est positif, il s'avère difficile d'obtenir une bonne corrélation en utilisant un critères basé principalement sur le cisaillement maximal. Dans ce cas, une meilleure corrélation est obtenue par Bannantine et Socie (1988) en utilisant le critère développé par Smith et al. (1970) qui est basé sur la déformation principale maximale et la contrainte correspondante.

2.5.3 Méthodes énergétiques

Une approche basée sur des considérations énergétiques a été développée pour prédire la vie des

composantes soumises à un chargement multiaxial complexe. Ellyin (1974) et Lefevbre et al. (1981) ont formulé un critère de rupture basé sur l'énergie de déformation plastique cyclique. Une théorie similaire est développée par Garud (1981b) qui a proposé une loi de puissance pour relier l'énergie de déformation plastique W_p par cycle (l'aire comprise à l'intérieure de la boucle d'hystérésis) à la durée de vie. Le calcul de l'énergie W_p est dans ce cas basé sur la théorie de la plasticité incrémentale qui tient compte de l'effet de l'histoire du chargement. Garud (1981b) a développé cette théorie pour le chargement de traction et de torsion. Cet auteur a introduit de façon empirique un facteur de pondération (0,5) dans l'énergie de distorsion afin d'obtenir une bonne corrélation entre les prévisions théoriques et les résultats expérimentaux. Cependant, Tipton et al. (1985) utilisent d'autres valeurs pour ce facteur, selon le matériau et les conditions expérimentales.

Avec le critère de Garud, de bons résultats sont obtenus par Jordan (1985) dans le cas de la fatigue à bas cyclage; cependant, pour les longues durées de vie où l'énergie de déformation plastique est faible, Jordan et al. (1985) montre que les prévisions de vie obtenues avec ce critère ne sont pas conservatrices. Ellyin et Golos (1988) ont modifié le critère de Garud pour développer un modèle qui fait intervenir l'effet de la contrainte moyenne, mais leur critère est limité aux chargements proportionnels.

2.6 Conclusion

Actuellement, il n'y a pas de modèle universel pour la corrélation de la durée de vie avec l'état de contraintes biaxiales. Il s'avère très difficile de prédire la durée de vie en fatigue biaxiale, à grandes et faibles déformations, d'un matériau soumis à un chargement complexe à l'aide d'un seul critère. Chacun des critères développés a ses propres avantages et inconvénients.

Les critères basés sur la contrainte/déformation équivalente sont difficiles à appliquer quand le chargement n'est pas proportionnel. Il est souvent nécessaire d'introduire des modifications pour tenir compte d'une part, de l'effet du chemin de chargement dans le domaine des grandes déformations et d'autre part, des contraintes statiques qui se superposent aux contraintes cycliques lorsque la déformation inélastique est insuffisante pour relaxer ces contraintes.

Les critères basés sur le concept du plan critique ont l'avantage d'avoir une interprétation physique du mécanisme d'initiation et de propagation des fissures. De bons résultats sont obtenus pour le cas de la fatigue à bas cyclage. Cependant, pour tenir compte de l'effet du chemin de chargement, du déphasage entre les composantes du chargement, et de la contrainte moyenne il est nécessaire d'inclure une combinaison entre les déformations et les contraintes.

Les critères énergétiques tiennent compte de l'interaction entre les contraintes et les déformations et sont indépendants de l'orientation des axes de coordonnées. Ces critères sont basés sur la détermination des lois constitutives, ce qui n'est pas facile lorsque le chargement est non-proportionnel. Il est donc difficile d'incorporer ces critères dans une procédure de design, bien qu'ils donnent une bonne corrélation dans le cas de la fatigue à bas cyclage.

L'analyse des résultats expérimentaux, obtenus sous différentes conditions de chargement, montre que le critère de prédiction idéal doit tenir compte des facteurs suivants: (1) le mécanisme de fissuration, (2) la nature de l'état de contraintes, (3) l'amplitude des contraintes et des déformations imposées, et (4) les contraintes et les déformations moyennes. Aucun des critères présentés dans cette revue ne tient compte de tous ces facteurs ce qui limite son applicabilité à des conditions de chargement particulières. Un des objectifs de la présente étude est de développer un critère qui tient compte des facteurs su-cités pour prédire la durée de vie des composantes soumises à un chargement biaxial en tension à haute température.

CHAPITRE 3: DISPOSITIF D'ESSAI BIAXIAL

Ce chapitre décrit le principe de la méthode proposée pour l'essai de fatigue biaxiale ainsi que le dispositif d'essai et la géométrie de l'éprouvette utilisée. De plus, il présente la nouvelle approche développée pour optimiser la géométrie de cette éprouvette.

PARTIE A- MISE AU POINT DU DISPOSITIF D'ESSAI BIAXIAL

3.1 Principe de la méthode

La figure 3.1 représente le schéma de principe du dispositif d'essai de fatigue biaxiale. Ce dispositif consiste en un ensemble de seize bras identiques disposés axisymétriquement de façon à former deux cônes de faible encombrement et d'une éprouvette ayant la forme d'un disque annulaire. Les deux cônes sont montés vis-à-vis l'un de l'autre, de part et d'autre de l'éprouvette. Les extrémités des bras qui forment les bases de ces cônes s'appuient sur un épaulement de l'éprouvette et celles formant les sommets s'appuient sur des gorges usinées dans des mâchoires montées sur une machine d'essai conventionnelle. Ainsi, lorsque les mâchoires se rapprochent l'une de l'autre, la charge axiale générée par la machine conventionnelle est transmise par les bras sous forme de plusieurs forces, F_b, appliquées sur la périphérie du disque. Les composantes horizontales des forces appliquées par les bras provoquent une extension radiale du disque, ce

qui induit un état de contraintes biaxiales uniforme en tension (contraintes radiale et tangentielle) dans une section réduite du disque (section d'essai).

3.2 Description du dispositif d'essai

Le dispositif d'essai comprend une machine d'essai conventionnelle, une éprouvette d'essai et un mécanisme spatial pour son chargement.

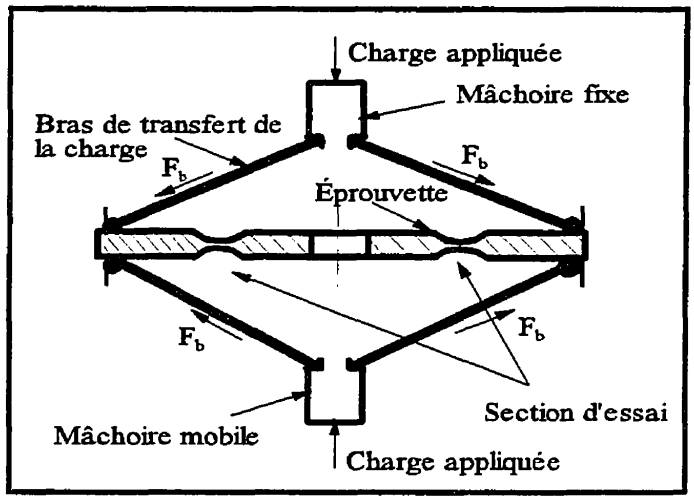


Figure 3.1 - Schéma de principe du dispositif d'essai de fatigue biaxiale

3.2.1 Mécanisme de chargement de l'éprouvette

Le mécanisme de chargement de l'éprouvette dont l'assemblage est présenté ultérieurement à la

figure 3.6 comprend deux mâchoires identiques (Fig. 3.2 et Fig. 3.6, pièce No. 1), un ensemble de bras pour la transmission de la charge (Fig. 3.3 et Fig. 3.6, pièces No. 2) et des plaquettes d'appui (Fig. 3.4 et Fig. 3.6, pièces No.3) qui assurent une répartition uniforme de la charge sur la surface latérale de la jante du disque. Toutes les pièces de ce montage sont en acier AISI 4340 et ont subi un traitement thermique qui en améliore la résistance et réduit l'usure par frottement des surfaces de contact bras/mâchoires et bras/plaquettes.

Les deux mâchoires (Fig. 3.2) peuvent être montées directement sur la machine d'essai conventionnelle. Dans leur partie inférieure, huit gorges sont usinées pour loger les têtes des bras. Ces gorges sont distribuées le long de la périphérie à 45 ° l'une de l'autre et ont un fond sphérique dont la forme épouse celle de la tête des bras.

Les seize bras, orientés à 50° par rapport à l'axe de la machine, sont constitués chacun de deux parties vissées l'une dans l'autre, tel que montré à la figure 3.3. Ceci permet d'ajuster, si nécessaire, la longueur des bras lors du montage et ainsi de s'assurer que chaque bras supporte une partie égale de la charge. Le jeu créé entre les deux parties du bras est alors comblé par une petite lamelle, du même matériau, afin de garder la même rigidité au bras. La partie supérieure du bras a un bout sphérique qui s'appuie dans l'une des gorges des mâchoires; la partie inférieure a un bout qui présente deux courbures différentes, ce qui permet d'avoir une meilleure distribution

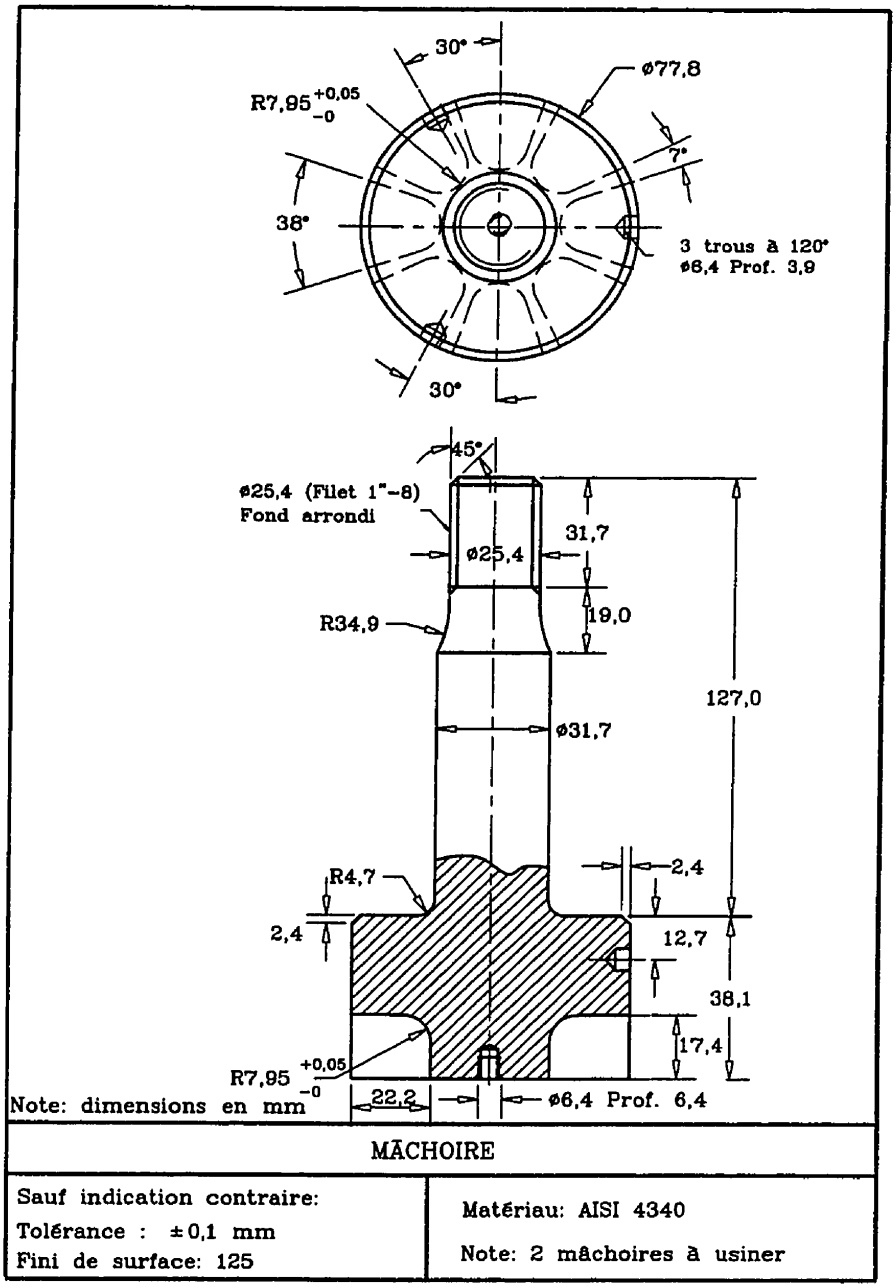


Figure 3.2- Géométrie et dimensions des deux mâchoires

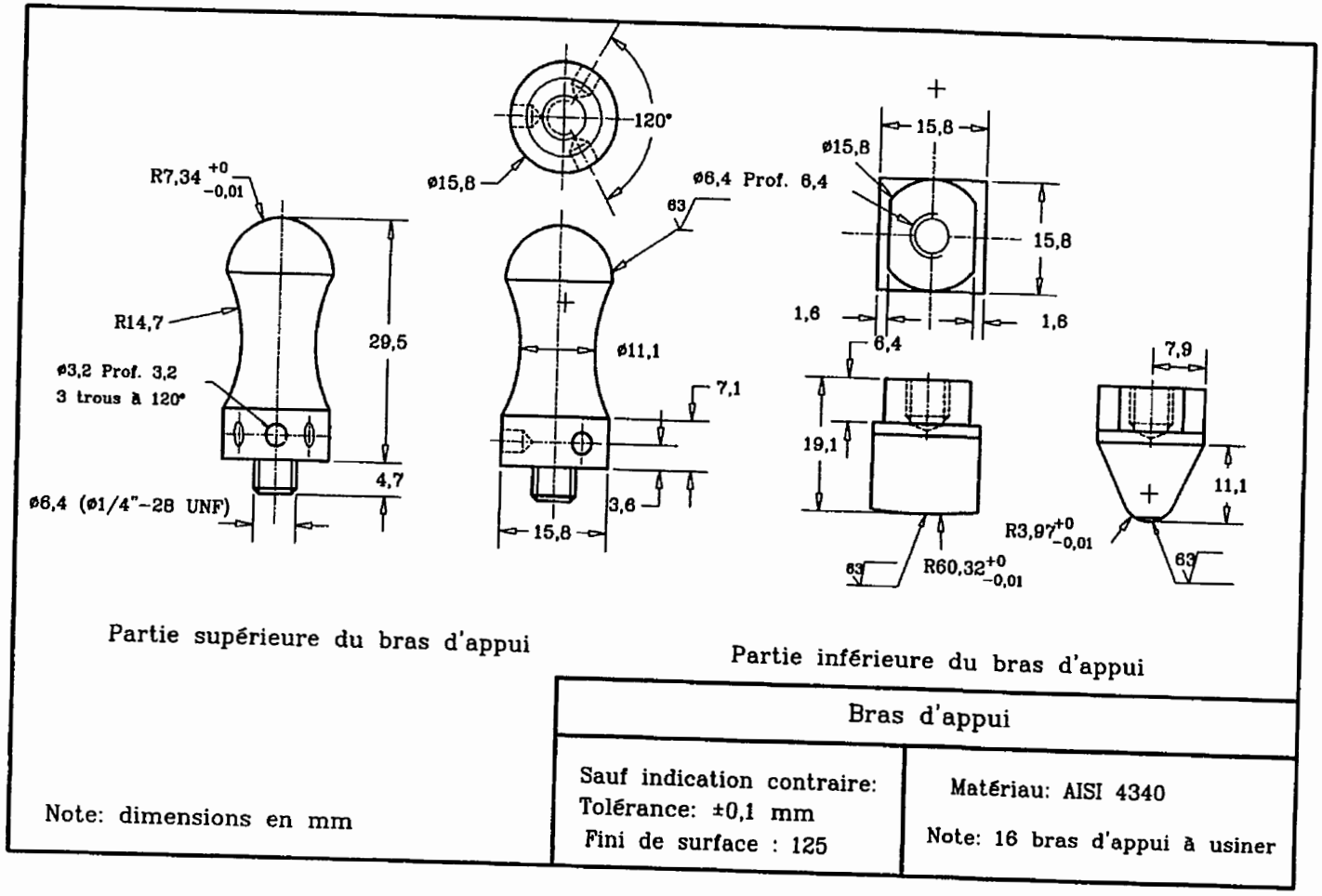


Figure 3.3- Géométrie et dimensions des bras de transfert de la charge

de la charge et d'éviter la concentration des contraintes due aux appuis ponctuels. Trois petits trous oblongs, usinés à 120° l'un de l'autre, et un méplat permettent de faire tourner une partie du bras par rapport à l'autre.

Pour assurer une distribution uniforme et axisymétrique de la charge le long de la périphérie du disque, chaque bras s'appuie sur une petite plaquette rigide qui, à son tour, s'appuie sur la surface latérale interne de l'épaulement du disque; ces plaquettes sont schématisées à la figure 3.4. Du côté du bras, la plaquette présente un rayon de courbure identique à celui du bout du bras, ce qui permet d'éviter les contacts ponctuels entre les bras et les plaquettes. Pour faciliter le montage, les plaquettes sont reliées l'une à l'autre, par l'intermédiaire d'un anneau qui assure leur positionnement ainsi que celui des bras.

3.2.2 Géométrie de l'éprouvette

L'éprouvette d'essai de fatigue biaxiale, représentée à la figure 3.5, a la forme d'un disque creux ayant un épaulement à sa périphérie et une section d'essai réduite. Comme il a été expliqué précédemment, cette éprouvette est soumise à une extension radiale à l'aide d'un chargement appliqué à la surface latérale de l'épaulement. Dans la deuxième partie de ce chapitre, la formulation du critère de design de l'éprouvette est présentée en détails et les dimensions indiquées à la Fig. 3.5 sont établies.

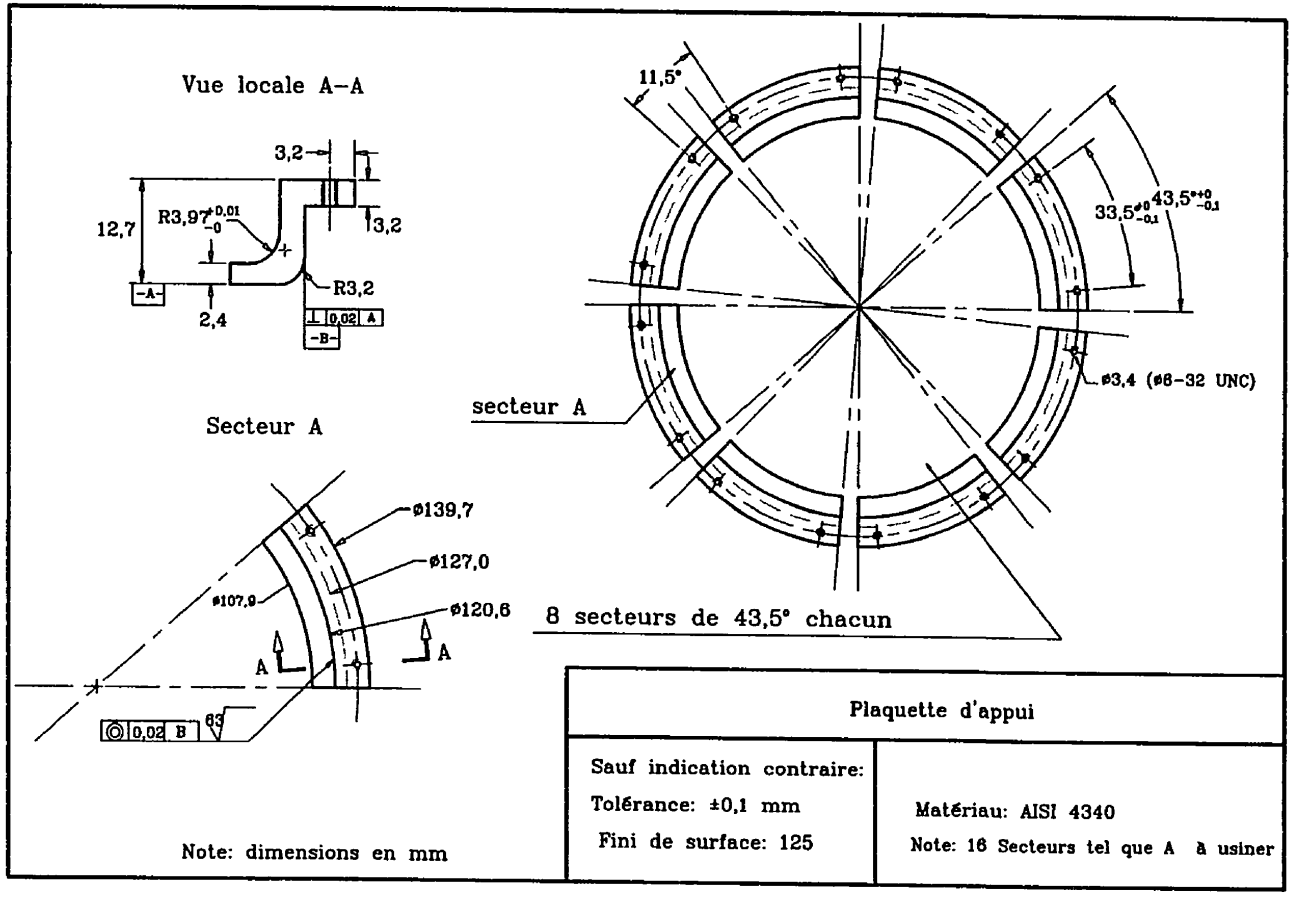


Figure 3.4- Géométrie et dimensions des plaquettes de distribution de la charge

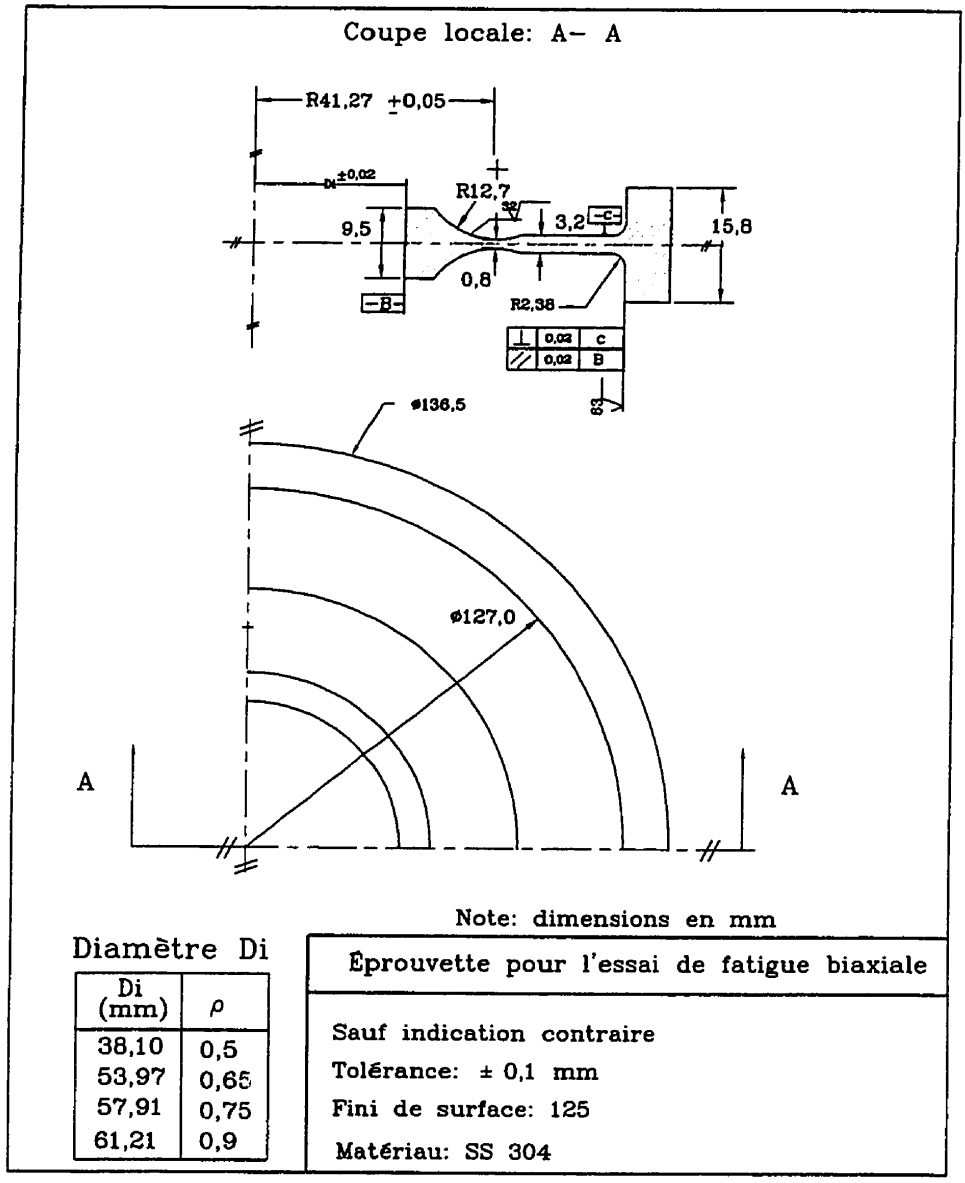


Figure 3.5- Géométrie et dimensions des éprouvettes d'essai de fatigue biaxiale

Un rapport spécifique (ρ) entre les contraintes principales dans la section d'essai (contraintes radiale et tangentielle) est obtenu en variant la valeur du diamètre interne de l'éprouvette, toute autre dimension étant fixe. Au total, quatre valeurs de ce diamètre ont été choisies, telles qu'indiquées à la Fig. 3.5; ces valeurs permettent d'imposer des rapports de biaxilité de 0,5; 0,65; 0,75 et 0,9.

3.3 Conclusion

L'avantage principal du dispositif d'essai proposé réside dans sa simplicité et son efficacité dans la réalisation des essais de fatigue sous tension biaxiale. Du point de vue économique et du point de vue facilité de manipulation, ce dispositif a des avantages significatifs par rapport aux méthodes existantes. De plus, il permet de conduire des essais à hautes températures; le niveau de la température peut être augmenté en optant pour un choix adéquat des matériaux qui composent le mécanisme de chargement.

La charge appliquée étant générée à partir d'un seul système de chargement, l'étude de la fatigue biaxiale hors-phase et de l'effet de l'histoire du chargement ne peut pas être conduite à l'aide de ce nouveau dispositif. Toutefois, ce dispositif est approprié pour analyser l'effet de la biaxialité de l'état de contraintes et celui des contraintes et des déformations moyennes sur la vie en fatigue.

PARTIE B- PREMIER ARTICLE[1]

OPTIMAL DESIGN OF A DISK-SHAPED SPECIMEN FOR BIAXIAL-TENSILE FATIGUE TESTING

3.4 Abstract

A relatively simple apparatus has been proposed for conducting biaxial-tensile fatigue tests using an annular disk specimen with a reduced testing section. It makes use of a conventional hydraulic testing machine so that the uniaxial force is converted into radial forces extending the disk specimen. Thus, a specified positive ratio of the tangential to the radial stresses can be imposed at the testing section of the disk specimen.

In this paper, the optimal configuration of the specimen is investigated. A number of requirements have been identified and expressed in terms of the stresses in the testing section and their standard deviations. Afterwards, these requirements are grouped into a single performance criterion. The finite element method (FEM) is then applied to fulfill the criterion and realize the disk specimen geometry optimization for isotropic elastic materials. The results obtained from the analysis confirm the potential of the optimized specimen in the study of the material behavior under biaxial-tensile fatigue loading, in particular at high temperatures.

---

[1]Auteurs: A. Zouani, T. Bui-Quoc et M. Bernard, publié dans ASTM Jl of Test. and Eval., Vol. 24, No. 5, 1996

3.5 Introduction

In many components, the critical locations occur at surface where the stress field is biaxial. Consequently, a preventive design depending upon rigorous multiaxial experimental data is necessary in order to ensure reliable operation. Multiaxial fatigue testing facilities have been developed in order to simulate as much as possible the stress situations encountered in real components, and to evaluate the effect of stress biaxiality on fatigue strength, monotonic and cyclic stress-strain behaviors, fatigue crack initiation and propagation. Some of the testing methods developed for this purpose are reviewed briefly in the following.

One of the most popular testing methods employs thin-walled tubes. Different combinations among torsion load, axial load and internal/external pressure are imposed on a thin-walled tube [1-5]. With a complete combination of these loads, a fairly versatile rig capable of any strain ratio and fully reversed strain cycle is produced. Moreover, the orientation of the principal stresses is rotated by superimposing a torsional load; this is a desirable feature for the examination of anisotropic materials. However, this technique presents some inconveniences, namely : (1) the stress state is in fact not exactly two-dimensional because of the radial stress gradient; (2) the experimental procedure is not adequate for testing the cold-rolled plates; (3) a premature failure of the specimen may occur due to highly stressed spots outside the specimen test section; and (4) the testing temperature level is limited by the properties of the pressurizing medium.

The commonly used technique for biaxial testing of sheet materials employs cruciform specimens. The most versatile method for testing cruciform specimens consists in using servo-hydraulic actuators to apply in-plane loads. Frame designs with two and four actuators have been described by several researchers [6,7]. An important amount of work using the cruciform specimen for high-strain cycling has been carried out at room and high temperatures (up to 650 °C) [8,9]. With the cruciform specimen, there are also some inconveniences, namely: (1) the stress concentration at the corner fillets; (2) the difficulty in obtaining a uniform strain field in the test section; and (3) the complexity of the load control in the individual arms due to the constraints of the others. An extensive study has been carried out recently to design a suitable specimen geometry and to determine the stress throughout the specimen [10].

Using the concept of a wide cantilever beam, Gross et al. [11] developed a reverse bending specimen in which different biaxial stress states could be attained by varying the width-to-thickness ratio. Using a cantilever beam with a reduced section, strain ratios ranging between - ν:1 and 0:1 can be obtained by varying the specimen geometry [12]. Due to the stress gradient through the beam thickness, the stress state is not exactly biaxial. Moreover, the area over which a known biaxiality exists is limited to the central region of the width of the cantilever specimen.

Several researchers [13-15] developed bulge testing devices using rectangular, circular or oval plate-type specimens to impose a biaxial stress ratio at the plate surface ranging between 0.50 and 1.0. The loading is generated by applying a pulsating pressure on the lateral sides of the simply

supported plate specimens. However, the induced stress field is nonhomogeneous due to the gripping of the plate edges [16].

Some testing methods employed special fixtures to obtain the desirable biaxial stress ratios. These fixtures are mounted directly onto a conventional uniaxial testing machine and convert the axial load into several loads applied to the specimen in different directions. As an example, negative stress ratios ranging between -1 and 0 are produced by an anticlastic bending apparatus of a plate with a rhombic configuration [17]; the strain ratio depends on the length of the rhombic plate diagonals. Also, a spatial-arm mechanism has been suggested for producing an equibiaxial load on disk specimens [18] and a spatial pantograph has been used for testing cruciform specimens under monotonic loading conditions [19].

Techniques reviewed above can be classified into two broad categories: (1) tests using two or more loading systems; and (2) tests using a single loading system. It is recognized that the techniques belonging to the first category are the most versatile and well-suited for conducting experimental investigations on the non-proportional loading effect and strain path dependency. However, because of their complexity and inconveniences in operation, they cannot be easily adapted for high-strain biaxial tensile testing at elevated temperature.

In this paper, a laboratory tool aimed at fatigue life assessment of components subjected to biaxial tensile stress state at elevated temperature is described. The testing method combines the use of

an annular disk specimen with a reduced section and a spatial-arm mechanism mounted directly onto a conventional testing machine. The temperature level is limited only by the capability of the material used for holding the specimen. In order to evaluate the feasibility of the apparatus, a case study using a disk specimen made from an AISI 304 stainless steel at a test temperature of 427°C is considered. At this temperature, the creep effect is negligible and the study is limited to the fatigue damage analysis under biaxial-tensile loading. A well-defined criterion is suggested for designing an optimal geometry of the disk specimen; it makes possible a general evaluation of the disk specimen performance based on a parametric finite element analysis.

3.6 Proposed testing apparatus

It is recognized that there is no universal technique for producing the entire range of biaxial stress/strain ratios. Moreover, complex testing facilities are often required for simulating particular loading conditions such as biaxial-tensile loading at elevated temperatures. For biaxial fatigue testing in these particular conditions, the use of a thin-walled tube (under internal/external pressure combined with axial load) or a cruciform specimen (under biaxial tensile loading) appears to be an appropriate procedure. Unfortunately, these two methods require complex testing facilities and present some disadvantages that can limit their applications. On one hand, the testing temperature of a thin-walled tube is limited by the properties of the pressurizing medium (for example, with synthetic oil the maximum temperature is about 300 °C); on the other hand, the user of the cruciform specimen must be aware of the stress concentration at the corner fillets and the

nonhomogeneous character of the stress-strain distribution.

As a first step of a research program initiated primarily to assess fatigue life of rotating turbine disks, where the stress state varies from almost uniaxial to equibiaxial, an effective laboratory tool for simulating such stress states at high temperature is proposed. It makes use of a symmetrical spatial-arms mechanism mounted onto a conventional servo-hydraulic machine in connection with an annular-disk specimen with a reduced testing section. The arms are arranged in such a way that the mechanism converts the uniaxial force generated from the machine into radial forces extending the disk specimen. Thus, a biaxial stress state with both principal stresses in tension (the radial and the tangential stresses) is imposed at the reduced area of the specimen. A specified positive ratio of the tangential to the radial stresses can be attained by varying the inner diameter of the disk.

The suggested device is illustrated schematically in Fig. 3.6. It comprises of four major parts: the upper and lower grips (1), the loading arms (2), the load transmitting plates (3), and the disk specimen itself (4). Except for the disk specimen, all these parts are machined from AISI 4340 round bars and heat-treated to ensure a high resistance at elevated temperature (up to 600 °C). Care was taken to achieve a large contact surface area at both ends of the arms, in other words at the grips and at the supporting plates. These surfaces are treated to minimize the wear effect during fatigue loading. Basically, the arms form two conical spiders; the outer ends of these spiders are leaned, through supporting plates, against a shoulder machined around the disk specimen perimeter. The inner ends are leaned on grooves machined in the grip parts. In this device, 16 arms

and supporting plates are used. Each plate covers 1/8 of the total perimeter of the disk specimen and this permits a uniform load distribution around the disk. The arms comprise two parts so that their length can be adjusted to ensure that they are equally loaded. Under uniaxial loading on the fixture, the grip parts are moved closer to each other and the compressive forces developed in the arms are transmitted to the disk specimen as equal radial forces generating tensile biaxial stresses.

3.7 Design of the disk specimen

An important element in the design of any testing system concerns the specimen configuration itself, since the interpretation of the test results depends primarily upon the specimen geometry. In the following sections, a general criterion for the disk specimen performance evaluation is suggested. In order to identify the factors that may influence this criterion, an elastic finite element analysis of the disk specimen is carried out and the optimized disk specimen configuration, corresponding to the minimum value of the criterion, is reported.

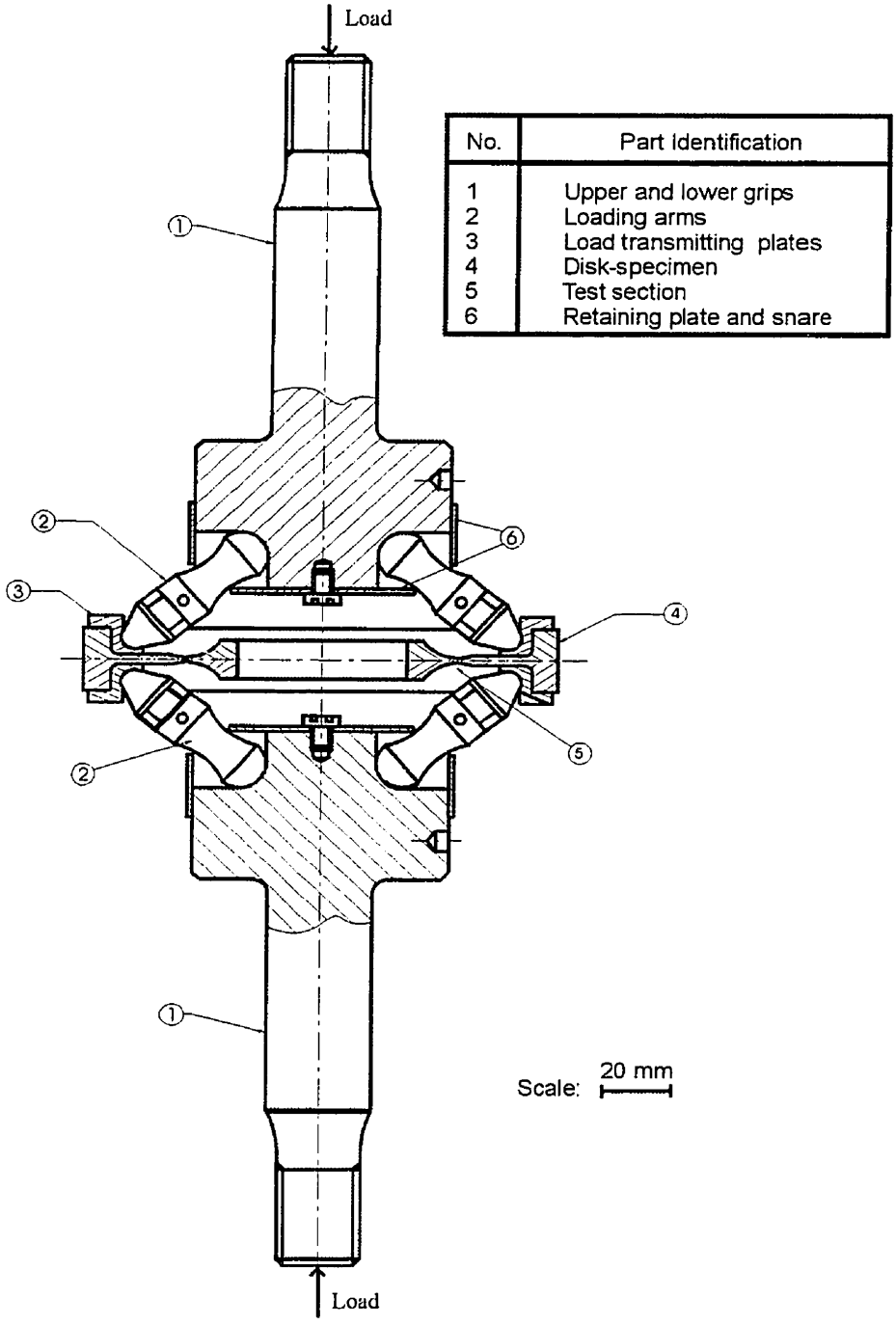


Figure 3.6- Schematic illustration of biaxial-tensile loading apparatus for disk specimens

3.7.1 Disk specimen design criterion

The main requirements for the ideal biaxial fatigue specimen used with the proposed testing apparatus are as follows: (a) a large zone of uniform stress-strain field at the testing section should be generated; (b) the stress values in the testing section are identical to the nominal stress values; (c) the critical stress location occurs at the center of the testing section; and (d) a specified positive ratio of the tangential to the radial stresses should be achieved at the critical stress location. The specimen performance evaluation must take into consideration the above conflicting requirements.

To investigate the performance of a specimen, the methods commonly used are elastic finite element analysis and photo elastic coating [5,20]. The specimen performance is then evaluated on the basis of the distribution of the isostress or isodisplacement lines; in the present case, this is not a suitable way. For this reason, a design criterion based on the standard deviation of the stress values is proposed herein. This type of criterion has been used before to obtain the optimized geometry of a biaxial cruciform specimen [10]. This optimization process could be applied to any material with isotropic or anisotropic linear elastic material behavior provided the stress and the stress gradient calculations are possible. However, in the case where there is a stress discontinuity (e.g. in multilayer material), the stress gradient cannot be evaluated and therefore the optimization process (as defined in this paper) cannot be performed. In the following, the mathematical formulation of the above requirements is carried out to obtain a design criterion for the proposed disk specimen; a typical specimen configuration is shown in Fig. 3.7. Due to the specimen-loading

fixture configuration, the stress-strain fields are assumed to be axisymmetric and only the stress distribution in the testing cross-section is considered. The specimen configuration is designed to investigate biaxial fatigue life at relatively high temperature; thus, the overall loading fixture with the specimen should be limited to a small size so that it can be located into an electric furnace chamber.

3.7.1.1 Stress uniformity

Let us consider the specimen testing cross-section in the (r,z) plane of the polar coordinate system (r,θ,z), as illustrated in Fig. 3.8; the coordinate system has its origin at the minimum thickness of this section. The area of the entire testing cross-section, characterized by the length a and a function f (r) describing the thickness, is given by:

$$S(a) = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-f(r)/2}^{f(r)/2} dz\, dr \qquad (3.1)$$

In order to evaluate the uniformity of the stress distribution in the (r,z) plane, the testing cross-section is subdivided in a number of concentric "plates" having the same shape and their center at the origin of the coordinate system. They are characterized by their length p (which varies from 0 to a) and the function f(r); the area of these plates can be expressed as:

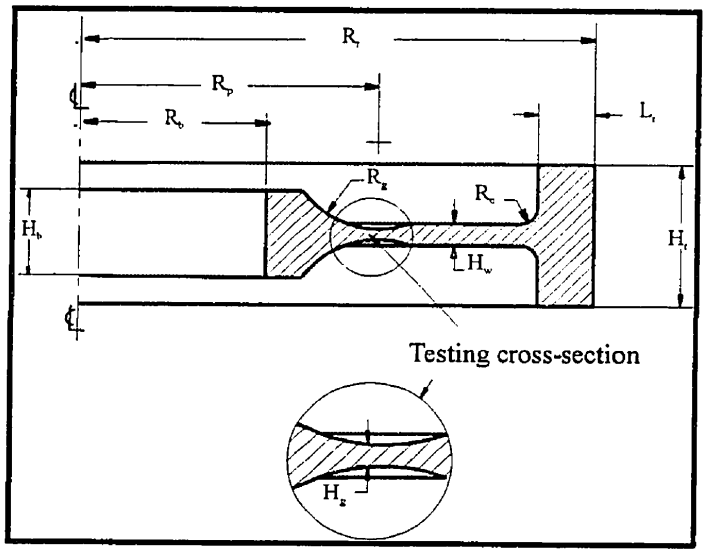


Figure 3.7- Basic geometry of the proposed disk specimen

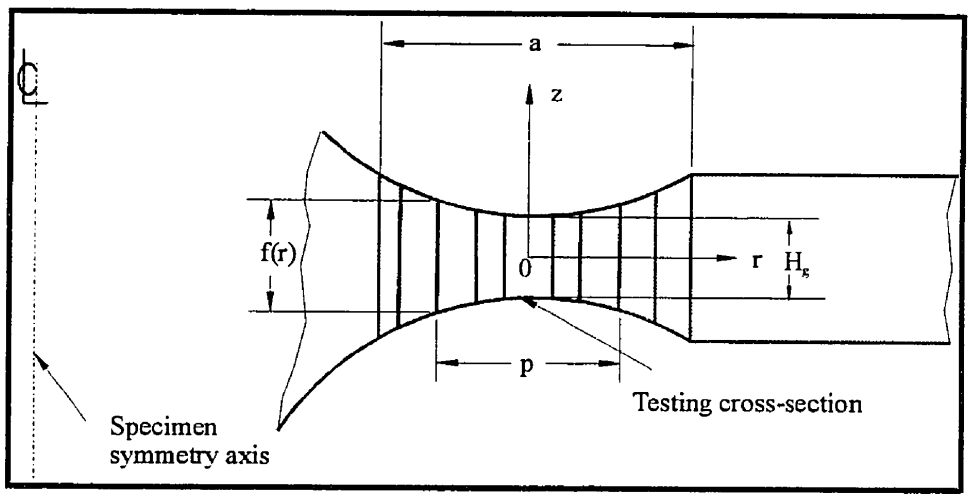


Figure 3.8- Illustration of the parameters a, H_g, p and f(r), describing the testing cross-section

$$S(p) = \int_{-\frac{p}{2}}^{\frac{p}{2}} \int_{-\frac{f(r)}{2}}^{\frac{f(r)}{2}} dz\, dr \tag{3.2}$$

Now, let us assume that the stresses are known at any point (r,z) of the plates. In each plate with an area S(p), the average $\overline{\sigma}_{**}(p)$ and the standard deviation $D_{**}(p)$ are calculated for the stresses σ_{rr}, $\sigma_{\theta\theta}$ and σ_{rz}, as follows:

$$\overline{\sigma_{**}}(p) = \frac{1}{S(p)} \int_{-\frac{p}{2}}^{\frac{p}{2}} \int_{-\frac{f(r)}{2}}^{\frac{f(r)}{2}} \sigma_{**}(r,z)\, dz\, dr \tag{3.3}$$

$$D_{**}(p) = \left(\frac{1}{S(p)} \int_{-\frac{p}{2}}^{\frac{p}{2}} \int_{-\frac{f(r)}{2}}^{\frac{f(r)}{2}} [\sigma_{**}(r,z) - \overline{\sigma_{**}}(r,z)]^2\, dz\, dr \right)^{1/2} \tag{3.4}$$

In order to dispose of a measure that is independent of the stress magnitude, the standard deviation $D_{**}(p)$ is divided by the average $\overline{\sigma}_{Mises}(p)$ in the considered section S(p); $\overline{\sigma}_{Mises}(p)$ is obtained

by substituting $\sigma_{**}(r,z)$ by the von Mises stress $\sigma_{Mises}(r,z)$ into Eq. (3.3). The normalized standard deviation represents a measure of the stress uniformity inside the plate of length p; its integration over the concentric "plates", i.e. over parameter p, results in a continuous accumulation of the considered standard deviations towards the center of the cross-section. The value of these integrals is normalized with respect to the total length a in order to ensure the independency of the criterion value from the testing section size. Thus, the components of the criterion concerning the uniformity of the stress distribution in the testing section are expressed by:

$$I_i = \frac{1}{a}\int_0^a \frac{D_{**}(p)}{\overline{\sigma_{Mises}}(p)}\,dp \qquad (i=1,2,3) \qquad (3.5)$$

where subscript i (i=1,2,3) refers to the stresses σ_{rr}, $\sigma_{\theta\theta}$ and σ_{rz} respectively. The integration over the parameter p implies that the deviation of the stresses in the central part of the testing cross-section is highly weighted in the components I_i(i=1,2,3) since all the considered plates include this central part. This is an important aspect of the method since it is in the central part of the testing section where the stress or strain are to be measured and/or controlled. From these considerations, small values of these components indicate a good uniformity of the stress distribution.

3.7.1.2 Stress compatibility

The above procedure is used to investigate the compatibility between the stress at any point (r,z) and the nominal stress. The nominal stress $(\sigma_{**})_n$ is defined as the average value of the stress σ_{**}

over the thinnest section of the disk specimen (the section passing through the origin of the (r, θ,z) system coordinate and forming a ring of radius R_p, concentric to the disk specimen):

$$(\sigma_{**})_n = \frac{1}{H_g} \int_{-H_g/2}^{H_g/2} \sigma_{**}(r=0,z)\, dz \tag{3.6}$$

The nominal stress deviation $\overline{D}_{**}(p)$ is then calculated with respect to the nominal stress $(\sigma_{**})_n$:

$$\overline{D_{**}}(p) = \left(\frac{1}{S(p)} \int_{-\frac{p}{2}}^{\frac{p}{2}} \int_{-\frac{f(r)}{2}}^{\frac{f(r)}{2}} [\sigma_{**}(r,z)-(\sigma_{**})_n]^2 \, dz\, dr \right)^{1/2} \tag{3.7}$$

Here again, the deviation $\overline{D}_{**}(p)$ is normalized by $\overline{\sigma}_{Mises}(p)$ in the considered section S(p).

Thus, the second part of the criterion has the following components:

$$I_i = \frac{1}{a} \int_0^a \frac{\overline{D_{**}}(p)}{\overline{\sigma_{Mises}}(p)}\, dp \qquad (i=4,5,6) \tag{3.8}$$

where subscript i (i=4,5,6) refers to the stresses σ_{rr}, $\sigma_{\theta\theta}$ and σ_{rz}, respectively. When the values of these components approach zero, the compatibility between the local stresses and the nominal stresses is attained.

3.7.1.3 Critical stress location

The third part of the criterion refers to the location of the stress concentration. This location is characterized by the highest level of the von Mises stress. Component I_7 related to this criterion is characterized by the difference between $(\sigma_{Mises})_{max}$ and the average $\sigma_{Mises}(a)$ in the testing section:

$$I_7 = \left(\frac{(\sigma_{Mises})_{max}}{\overline{\sigma_{Mises}}(a)} - 1 \right) \tag{3.9}$$

3.7.1.4 Stress state biaxiality

The last part of the criterion concerns the ratio ρ_j of the tangential to the radial nominal stresses at the thinnest region of the testing section. Due to particular applications, characteristic values of the stress ratio are imposed at this section (0.5, 0.65, 0.75 and 0.9). Component I_8 of the criterion is interpreted by the difference between the current value of the ratio and the specified value ρ_j:

$$I_8 = \left| \frac{(\sigma_{\theta\theta})_n}{(\sigma_{rr})_n} - \rho_j \right| \tag{3.10}$$

3.7.1.5 Final design criterion

For each specified biaxial stress ratio, the eight components I_i (i=1,..,8) have to be calculated and

their sum, associated to the stress ratio ρ_j, is defined as a global criterion C_{ρ_j}:

$$C_{\rho_j} = \sum_{i=1}^{8} \lambda_i \, I_i \qquad (j=1,2,..,4) \tag{3.11}$$

where λ_i (i=1,...,8) are the weight factors introduced to account for the relative importance of each design condition in the global design criterion; when a design condition is judged to be important, the component of the criterion associated with this condition is highly penalized. In this study, coefficients λ_i are calculated as follows:

$$\lambda_i = \frac{I_i}{\sum_{i=1}^{8} I_i} \qquad (i=1,...,8) \tag{3.12}$$

This implies that the design requirements have the same importance so that they are equally penalized. The design criterion should consider all the biaxial ratio cases, consequently its final value, C, consists of the sum over the four cases:

$$C = \sum_{j=1}^{4} C_{\rho_j} \tag{3.13}$$

In the following section, the optimal disk specimen dimensions corresponding to the smallest value of criterion C are determined. For this purpose, a parametric study coupled with elastic finite element analysis of the disk specimen is carried out.

3.7.2 Optimization of the disk specimen geometry

The optimization process includes identification of the geometrical characteristics of the specimen (design parameters) and a parametric finite element analysis of the disk specimen geometry. The optimal geometry is defined by the set values of the design parameters leading to the lowest value of the criterion C (eq. 3.13).

3.7.2.1 Design parameters

As is shown in Fig. 3.7, there are at least ten geometrical parameters describing entirely the disk specimen geometry. These parameters are: (1) disk bore radius R_b; (2) disk rim radius R_r; (3) radius of the testing cross-section R_g; (4) fillet radius R_c; (5) radial position of the thinnest section R_p; (6) thinnest section width H_g; (7) disk rim width H_r; (8) disk bore width H_b; (9) disk web width H_w; and (10) disk rim thickness L_r.

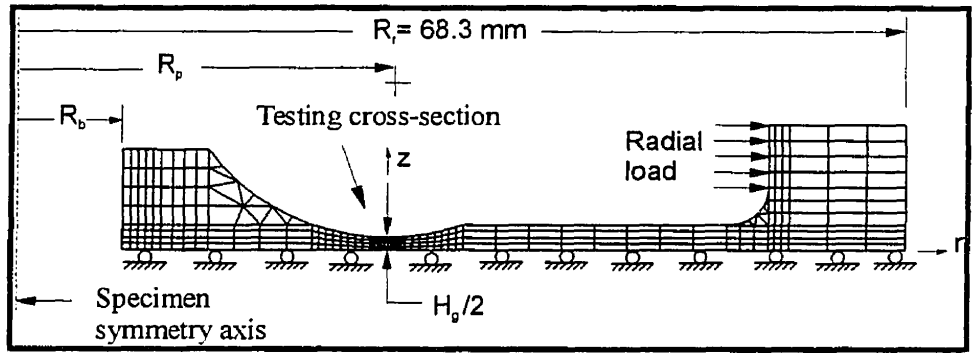


Figure 3.9- Axisymmetric finite element grid representation of the disk specimen

The stress state at the testing section of the disk specimen depends upon the ten geometrical parameters. In order to identify the most influent parameter on the biaxial stress ratio at this section, a preliminary elastic finite element analysis was carried out on the disk specimen shown in Fig. 3.7. This disk is subjected to axisymmetric forces acting along the lateral surface of its rim in the radial direction. Figure 3.9 shows a typical finite element grid considered for the analysis. Since the load-disk specimen geometry configuration is axisymmetric, only one quarter of the diametral disk section is considered. Isoparametric quadratic and triangular axisymmetric elements are used for the analysis. The boundary conditions and the distributed radial forces are depicted in Fig. 3.9. In order to adequately simulate the load applied on the disk specimen, the contact problems between the loading arms and the load-transmitting plates in one hand and the load transmitting-plates and the disk specimen on the other hand should be considered. Nevertheless, due to a high stiffness of

the load-transmitting plates, it is assumed that the load distribution is axisymmetric and uniform around the disk rim as shown in Fig. 3.9. Moreover, care was taken in the design of these plates in order to minimize the friction at the contact surface between the plates and the disk specimen rim. Under this loading, the displacement of the nodes in the mid-plane of the disk is restrained from moving in the z-direction.

In the preliminary finite element analysis, each geometrical parameter is varied while keeping the others unchanged, so that its effect on the biaxial stress state in the thinnest section is put into evidence. The analysis is performed on a specimen made from an AISI 304 stainless steel (Young's modulus E=190 GPa and Poisson's ratio ν=0.33).

Table 3.1- Values of the fixed specimen parameters.

Designation	Dimension, mm
Disk rim radius, R_r	68.3
Fillet radius, R_c	2.39
Disk rim width, H_r	15.9
Disk rim thickness, L_r	4.76

The results show that the biaxial stress ratio at the thinnest section is strongly dependent upon the disk bore radius R_b. For example, using the data of Tables 3.1 and 3.2 (level 1), it is seen that the stress ratio ρ varies from 0.43 to 0.84 as R_b varies from 0 to 30 mm.

Table 3.2- Upper and lower values of the specimen geometrical parameters.

Designation	Stress ratio	Dimension, mm	
		Level 1	Level 2
Radius of the testing cross-section, R_g		11.4	13.9
Radial position of the thinnest section, R_p		40.5	49.5
Disk bore width, H_b		8.6	10.5
Disk web width, H_w		2.8	3.5
Width of the thinnest section, H_g		0.71	0.87
Disk bore radius, R_b	ρ_1=0.50	17.2	21.1
	ρ_2=0.65	21.9	26.9
	ρ_3=0.75	25.3	30.9
	ρ_4=0.90	26.7	32.6

It is necessary to point out that in order to obtain the specified stress ratios, a change in the testing section should be envisaged; in this case, the stress distribution would be modified. In order to overcome this difficulty, it is preferable to keep the testing section geometry unaltered while changing only the bore radius R_b; thus, the stress ratio is a function of the bore radius. Therefore, for the optimization problem, the disk bore is characterized by four components $(R_b)_j$, where j (j=1,..,4) refers to the biaxial stress ratio. Consequently, in this study four geometrical parameters are maintained fixed: R_r, R_c, H_r, and L_r; nine others are the design parameters: $(R_b)_j$, R_g, R_p, H_g, H_b, and H_w. The choice of the fixed parameters depends on several factors, such as the dimensions of the electrical furnace chamber that will be used for high-temperature testing and the capacity of

the testing machine. Preliminary results obtained from the elastic finite element analysis suggest the values of the fixed parameters, as listed in Table 3.1. In this study, length a of the testing cross-section is fixed to 4.5 mm; this length is equal to three times the active length of the 90°-rosette which will be used for the radial and tangential strain measurements in the critical section of the specimen.

3.7.2.2 Parametric optimization

The proposed criterion is based on the stresses in the disk specimen which in turn depend upon the specimen geometrical parameters. Thus, using a finite element code, the criterion (Eq. 3.13) is evaluated for different possible combinations of the geometrical parameters. The combination corresponding to the lowest value of the criterion leads to the optimal solution.

In the parametric study, it is necessary to introduce initial upper and lower levels for each geometrical factor. These levels, given in Table 3.2, are chosen as the deviations calculated from an approximate solution obtained from a preliminary finite element analysis. A maximum of ±10% deviation is used to ensure the geometrical compatibility of the specimen. On the basis of the discrete distribution of the stress values, the testing cross-section is subdivided into a finite number of concentric plates containing only entire elements (the boundary of each plate should coincide with the boundaries of the elements). For the same reason, the components of criterion C are

approximated using numerical integration method.

3.8 Results and discussion

The elastic finite element analysis was performed for a large number of combinations of the design parameters; in the present case, at least 240 combinations were considered. A Fortran program was written for the criterion calculations upon obtaining stress information from the finite element code ABAQUS [21]. The optimal values of the disk specimen geometrical parameters, obtained from the parametric finite element analysis, are listed in Table 3.3.

The performance of the optimized disk specimen is illustrated in Fig. 3.10, showing the stress distribution in the testing cross-section along the radial direction for two typical values of ρ_j (ρ_1=0.50 and ρ_4=0.90). In this figure, the stresses are normalized by the maximum von Mises stress in order to obtain values independent of the applied load level. In Fig. 3.10a, it can be seen that the hoop stress distribution is more uniform than the radial stress distribution; in particular, over an area of a/2 (2.25 mm) around the center of the section ($-0.5 \leq 2r/a \leq 0.5$), the maximum deviation of the stress from the value at the center (at r=0) is about 7.6%, 7.5% and 8% for the hoop stress, the von Mises stress and the radial stress, respectively. Moreover, in the center of the testing section, the shear stress is very small and, therefore, negligible in comparison to the radial and the hoop stresses. Thus, it can be assumed that the stress state is almost purely biaxial in this

portion of the testing section. In addition, the critical stress (maximum von Mises stress) occurs at the center of the test section (at r=0 in Fig. 3.10a); this is due to the stress concentration generated by the reduced section. The ratio between the tangential and the radial stress in the center of the testing section is equal to 0.497; this value is very close to the desired biaxial stress ratio ρ_1.

Fig. 3.10b shows that the stress distribution in the testing cross-section is more uniform for ρ_j=0.9 than for ρ_j=0.5. However, the stress distribution is not exactly symmetric with respect to the z-axis of the coordinate system (r,θ,z). This is due to the fact that as the internal radius becomes larger, its influence on the stress distribution in the testing section is significant. In the central portion of the testing cross-section ($-0.5 \leq 2r/a \leq 0.5$) the maximum stress deviation from the value at the center of this section is 1.4%, 2.7% and 3.8% for the hoop stress, the von Mises stress, and the radial stress, respectively. With the shear stress being very small in comparison to other stress components, the stress state in the central portion of the testing cross-section is practically biaxial with a biaxial stress ratio of 0.905.

The results shown in Fig. 3.10a and Fig. 3.10b indicate that the optimized specimen has a sufficiently large area of a uniform biaxial stress state along the radial and the tangential direction, which is highly desirable in biaxial-tensile fatigue specimen. Tests are currently being conducted to evaluate the specimen performance and to study the behavior of AISI 304 stainless steel under

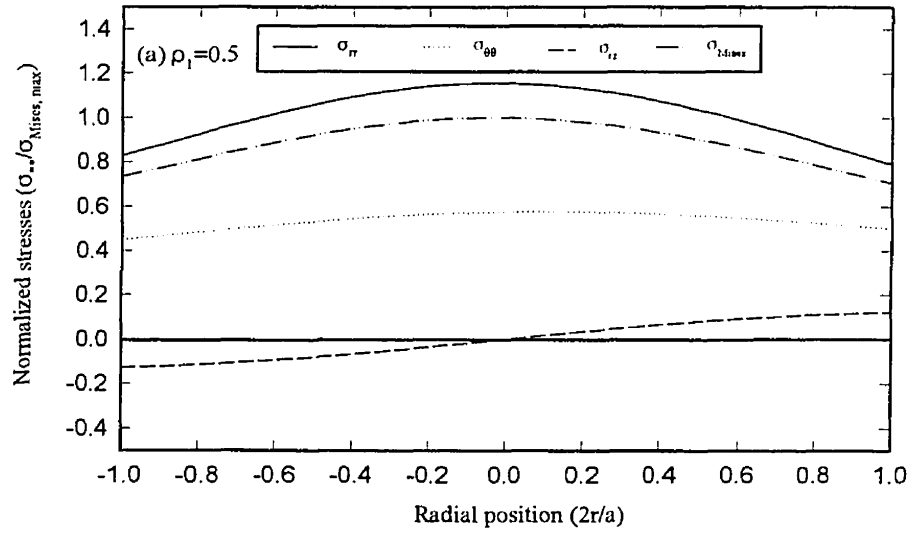
biaxial tensile loading; for these purposes, strain gages are cemented onto the disk specimen, as shown in Fig. 3.11. Results obtained from such an experimental procedure will be presented in a upcoming paper [22].

Table 3.3 Values of the optimized specimen geometrical parameters.

Designation	Stress Ratio	Dimension, mm
Radius of the testing cross-section, R_g		12.7
Radial position of the thinnest section, R_p		41.2
Disk bore width, H_b		9.6
Disk web width, H_w		3.1
Width of the thinnest section, H_g		0.78
Disk bore radius, R_b	ρ_1=0.50	19.1
	ρ_2=0.65	26.9
	ρ_3=0.75	28.9
	ρ_4=0.90	30.6

3.9 Conclusion

A biaxial testing device was developed for testing disk specimens under biaxial tensile loading. This apparatus can be mounted directly onto a conventional servo-hydraulic testing machine. The design of a suitable specimen geometry for typical biaxial stress ratios was investigated. A well-defined design criterion was proposed in order to achieve an objective evaluation of the stress state in the testing section of the specimen. The criterion is based on the standard deviations of the values of



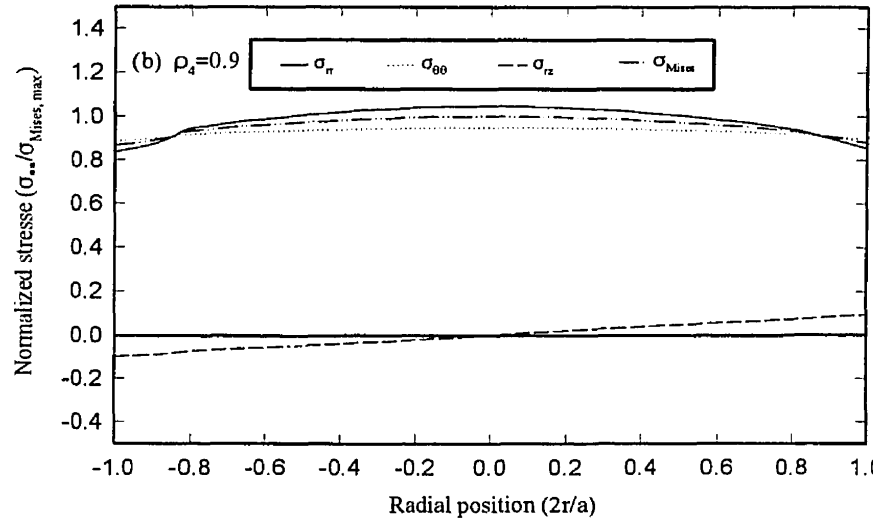


Figure 3.10- Stress distribution in the testing section of the optimized specimen, (a) ρ_1=0.5 and (b) ρ_4=0.9

Figure 3.11- Photograph of the disk specimen with cemented strain gages

the stresses in the testing cross-section, taking into account the uniformity of the stress field, the compatibility of the obtained stresses with the nominal stresses, the critical stress location and the biaxial stress ratio values. The optimization procedure was then carried out through a parametric finite element analysis on a basic geometry of the specimen.

A typical disk specimen obtained from this process is presented. The stress distributions in the testing cross-section of the optimized specimen are found to be satisfactory with a maximum

deviation of about 10% from the corresponding critical value (at the center of the testing section); thus the proposed disk specimen-shape geometry used with the device is suitable for biaxial fatigue study. Results from the ongoing experimental efforts will be presented in the near future.

3.10 References

[1] Benham, P. P., "Torsional Strain Cycling Fatigue of Copper at Low Endurance", Journal of the Institute of Metals, Vol. 91, Part 12, August 1963, pp. 404-417.

[2] Yokobori, T., Yamanouchi, Y., and Yamamoto, S., "Low Cycle Fatigue of Thin-Walled Hollow Cylindrical Specimens of Mild Steel in Uniaxial and Torsional Tests at Constant Strain Amplitude", International Journal of Fracture Mechanics, Vol. 1, No. 1, March 1965, pp. 3-13.

[3] Crosby, J. R., Burns, D. J., and Benham, P. P., "Effect of Stress Biaxiality on the High-Strain Fatigue Behavior of an Aluminium-copper Alloy", Experimental Mechanics, Vol. 9, No. 7, July 1969, pp. 305-312.

[4] Brown, M. W. and Miller, K. J., "A Biaxial Fatigue Machine for Elevated Temperature Testing", Journal of Testing and Evaluation, Vol. 9, No. 4, July 1982, pp. 202-208.

[5] Found, M. S., Fernondo, U. S., and Miller, K. J., "Requirements of a New Multiaxial Fatigue Testing Facility", Multiaxial Fatigue, STP 853, K. J. Miller and M. W. Brown, Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1985, pp. 11-23.

[6] Shimada, H., Shimizu, K., Obata, M., Chikugo, K., and Chiba, M., "A New Biaxial Testing

Machine for the Flat Specimen and a Fundamental Study on the Shape of the Specimen", Technology Reports, Tohoku University, Vol. 41, No. 2, 1976, pp. 351-369.

[7] Makinde, A., Thibodeau, L., and Neale, K. W., "Development of an Apparatus for Biaxial Testing Using Cruciform Specimens", Experimental Mechanics, Vol. 32, No. 2, June 1992, pp. 138-144.

[8] Sakane, M. and Ohanami, M., "Creep-Fatigue in Biaxial Stress States using Cruciform Specimen", Fatigue Under Biaxial and Multiaxial Loading, ESIS10, Kussmaul, K., Mc Diarmid. D., and Socie, D., Eds., Mechanical Engineering Publication, London, 1991, pp. 265-278.

[9] Takamoto, I., Sakane, M., and Ohnami, M., "High Temperature Multiaxial Low Cycle Fatigue of Cruciform Specimen", Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 116, No. 1, January 1994, pp. 90-98.

[10] Demmerle, S. and Boehler, J. P., "Optimal Design of Biaxial Tensile Cruciform Specimens", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 41, No. 1, January 1993, pp. 143-181.

[11] Gross, J. H. and Stout, R. D., "Plastic Fatigue Properties of High-Strength Pressure-Vessel Steels", The Welding Journal, Welding Research Supplement, Vol. 34, No. 4, April 1955, pp. 161S-166S.

[12] Sachs, G., Gerberich, W.W., Weiss, V., and Latorre, J.V., "Low-Cycle Fatigue of Pressure Vessel Materials", ASME Proceedings, Vol. 60, 1961, pp. 512-529.

[13] Blaser, R. U., Tucker, Jr., J. T., and Kooistra, L. F., "Biaxial Fatigue Tests on Flat-Plate Specimens", The Welding Journal, Welding Research Supplement, Vol. 31, No. 3, March 1952,

pp. 161S-168S.

[14] Ives, K.D., " Equibiaxial Low-Cycle Fatigue Properties of Typical Pressure-Vessel Steels", Report No 7548, The Babcock and Wilcox Company Research Centre, Alliance, OH, April 1964.

[15] Shewchuk, J., Zamrik, S. Y., and Marin, J., "Low-Cycle Fatigue of 7075-T651 Aluminum Alloy in Biaxial Bending", Experimental Mechanics, Vol. 8, No. 11, November 1968, pp. 504-512.

[16] Dudderar, T. D., Koch, F. B, and Doerries, E. M., "Measurement of the Shapes of Foil Bulge Test Samples", Experimental Mechanics, Vol. 17, No. 4, April 1977, pp. 133-140.

[17] Zamrik, S. Y. and Davis, D.C., "A Simple Method and Apparatus for Biaxial Fatigue and Crack Growth Studies", Advances in Multiaxial Fatigue, STP 1191, D. L. Mc Dowell and R. Ellis, Eds., American Society of Testing Materials, Philadelphia, 1993, pp. 204-219.

[18] Miller, J., "Low Cycle Fatigue Under Biaxial Strain Controlled Conditions", Journal of Materials, Vol. 7, No. 3, September 1972, pp. 307-314.

[19] Ferron, G. and Makinde, A., "Design and Development of a Biaxial Strength Testing Device", Journal of Testing and Evaluation, Vol. 16, No. 3, May 1988, pp. 253-256.

[20] Wilson, I. H. and White, D. J., "Cruciform Specimens for Biaxial Fatigue Tests: An Investigation Using Finite-Element Analysis and Photo elastic-Coating Techniques", The Journal of Strain Analysis, Vol. 6, No. 1, January 1971, pp. 27-37.

[21] Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., ABAQUS-User's Manual, Version 5-2, 1992.

[22] Zouani, A., Bui Quoc, T. and Bernard, M., "A Proposed Biaxial-Tensile Device for Fatigue Testing", *Fatigue and Fracture-1996*, ASME PVP-Vol. 323, Vol. 1, July 1996, pp. 331-339.

CHAPITRE 4: DEUXIÈME ARTICLE[1]

CYCLIC STRESS-STRAIN DATA REPRESENTATION FOR BIAXIAL-TENSILE STRESS STATE

4.1 Abstract

A new device was developed in order to assess fatigue life under biaxial-tensile loading at elevated temperatures. It makes use of an annular disk specimen and can be easily mounted onto a standard push-pull machine so that the axial force is converted into radial forces extending the disk specimen. A positive ratio of the tangential to the radial stress can, therefore, be imposed at the reduced section of the disk specimen; this ratio depends upon the specimen configuration and may be fixed to a value ranging from 0.5 to 0.9, by varying the inner diameter of the disk.

The proposed device has performed successfully and was used in the study the cyclic behavior of Type-304 stainless steel subjected to various biaxial-tensile stress states at room temperature and at 200°C. The data obtained from this experimental procedure have been analyzed in order to evaluate the effectiveness of some correlations already available for treating the biaxial cyclic stress-strain response in terms of the uniaxial behavior. This analysis shows that the successful correlation should account for all the stress components. The result is then discussed in relation

---

[1]Auteurs: A. Zouani, T. Bui-Quoc et M. Bernard, soumis pour publication dans SEM Jl of Exp. Mech., 1998.

with the modelling process of the material cyclic behavior and on the formulation of biaxial fatigue damage parameter necessary for an effective analytical life prediction methodology.

4.2 Introduction

For the majority of in-service components, the constituent parts are usually subjected to complex loading which leads to multiaxial stress and strain field at critical locations. Consequently, a reliable design procedure based on multiaxial experimental data is necessary to ensure a satisfactory performance over the predetermined service period. In fact, the lifetime assessment of several components requires a knowledge of the cyclic stress-strain behavior and the fatigue properties under biaxial loading conditions. These can be adequately investigated on the basis of an experimental approach; for this reason, the development of testing equipment and measuring devices has been the driving force behind the advancement of the multiaxial fatigue research.

With the aim to contribute to the understanding of the subject, Zouani et al. (1996a) initiated a research program for studying material cyclic behavior and developing a reliable fatigue life parameter under biaxial-tensile cyclic loading at a relatively high temperature. For this purpose, a useful laboratory device was designed; it makes use of an annular disk specimen subjected to cyclic loading through a spatial-arms mechanism mounted onto a standard servohydraulic testing machine. The design of this device followed a review of the existing multiaxial testing methods. This review revealed that the commonly used methods, i.e. the thin-walled tube under internal/external pressure

and axial load (Ellyin and Wolodko, 1997) and the cruciform specimen under biaxial tensile loading (Itoh et al. 1995), appear to be suitable only for specific cases. Moreover, these two methods require complex testing facilities and have some limitations. On one hand, with a thin walled-tube, the temperature level is limited by the properties of the pressurizing medium. On the other hand, the user of the cruciform specimen should determine with care the test section geometry over which a known uniform biaxial stress state is obtained and reduce to a low level the stress concentration at the corner fillets. For these reasons, the proposed device may be viewed as a simple method which overcomes these difficulties and responds adequately to the objective of the research program. A brief description of the new device and some data concerning the validity of the testing method is presented in the first part of this paper.

The material behavior is determined, in general, on the basis of uniaxial loading conditions. Under biaxial loading conditions, some equivalent stress-strain relations are adopted to establish a correlation between the uniaxial and the biaxial results. The traditional approach uses either the Tresca or the von Mises stress-strain equivalents. Under biaxial proportional loading, Brown and Miller (1979) concluded that a unique stress-strain curve could be determined for stable conditions by plotting the maximum shear stress against the maximum shear strain. Doquet and Pineau (1991) observed some deviations in the presentation of data obtained under in-phase tension and torsion tests when using Tresca and von Mises equivalents. While some authors (Nishino et al., 1986) emphasized the applicability of the von Mises concept, Bonacuse and Kalluri (1995) reported that the von Mises equivalent predicts a stress hardening effect under the torsional loading less than that

exhibited by the material. The reason of this discrepancy is not yet known. The validity of such a relationship could only be examined by analysing the results obtained from a wide range of the biaxial stress ratio.

The evaluation of the effectiveness of the von Mises and the Tresca concept in treating the cyclic stress-strain data obtained under multi-step fatigue tests in terms of the uniaxial behavior is examined in the last part of this paper. On the basis of the data obtained from Type-304 stainless steel tested under a variety of biaxial-tensile stress states at room temperature and at 200 °C, it was found that the von Mises concept is more effetive in representing these data than the Tresca concept. This result suggests that the in-plane minor principal stress has an important influence on the cyclic behavior.

4.3 Testing Apparatus

4.3.1 Brief description of the testing device

The proposed device, shown in Fig. 4.1, is comprised of a spatial-arms mechanism acting on an annular disk specimen with a reduced test section. A detailed description of the device may be found in Zouani et al. (1996a). Essentially, the arms form two conical spiders which are arranged in such a way that the compressive force generated by a conventional testing machine is converted into radial forces extending the disk specimen. Thus, a positive ratio of the tangential to the radial

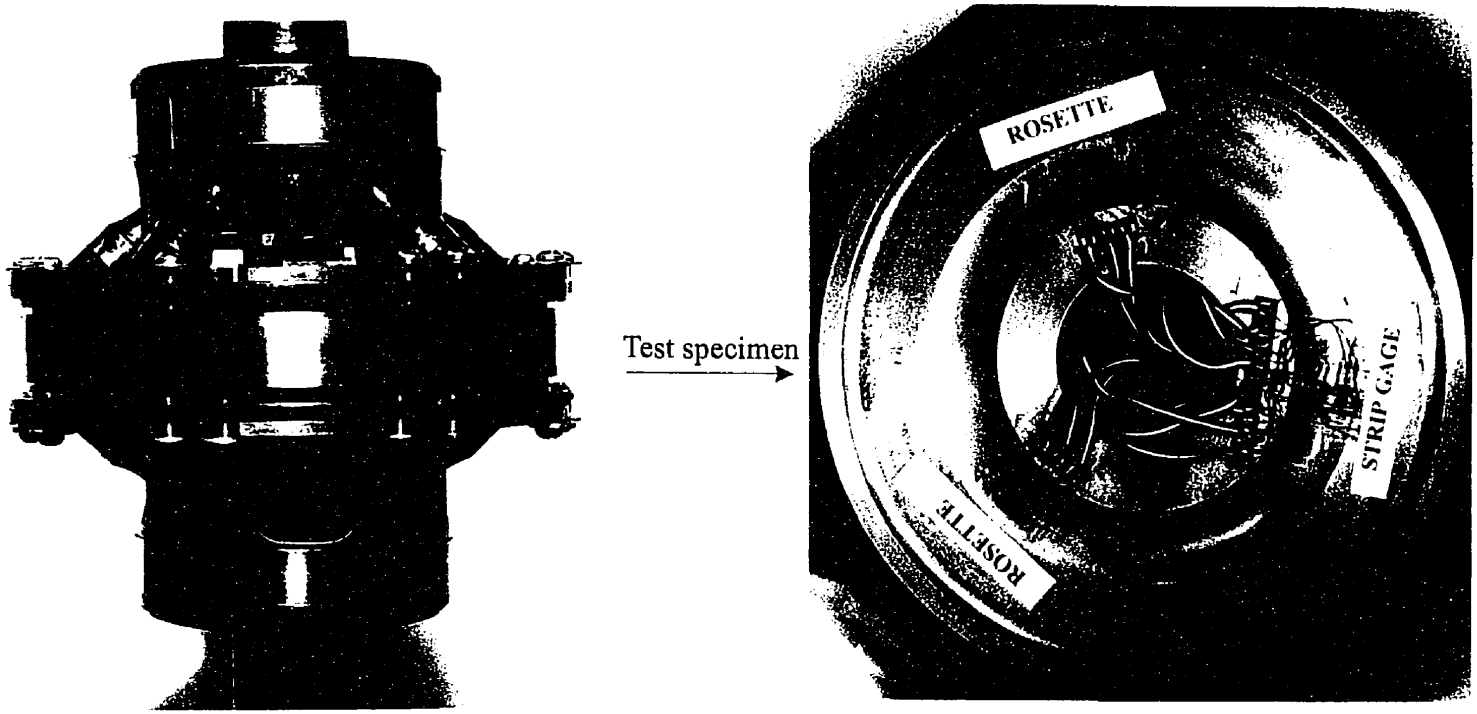


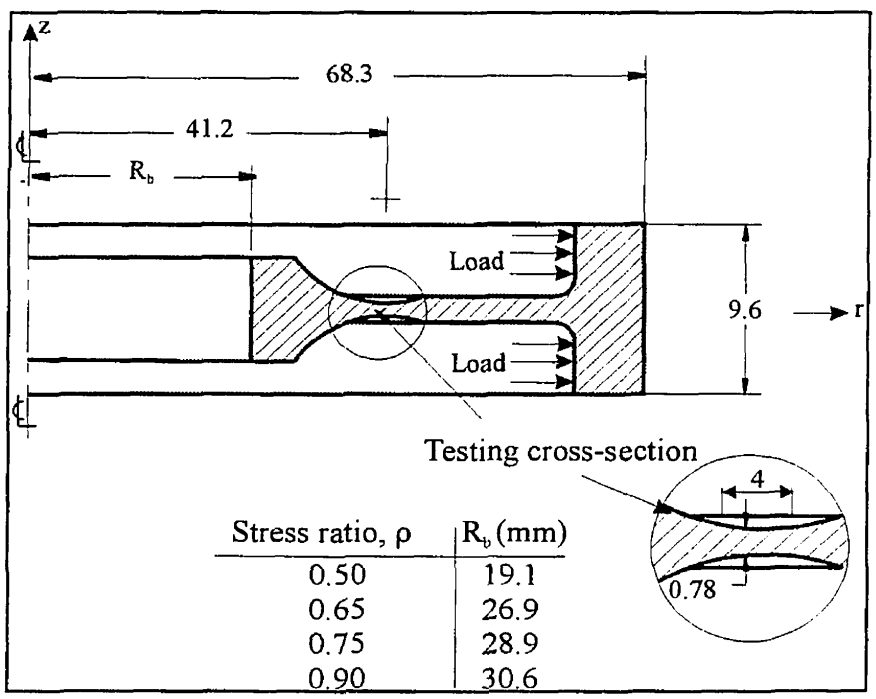
Figure 4.1- Photograph of the fixture and a disk specimen with strain gages.

stress may be imposed at the center of the test section; this ratio depends upon the specimen configuration and may be fixed to a value ranging from 0.5 to 0.9, by varying the inner diameter of the disk. The geometry of the specimen has been determined throughout a parametric optimization process based on a well-defined design criterion, using the stress components in the specimen obtained from the finite element calculations (Zouani et al. 1996b). Figure 4.2 shows the resulting geometry of the disk specimen obtained by this process. As indicated in this figure, four bore radii (R_b) were selected in order to impose four specific biaxial stress ratios (ρ=0.5, 0.65, 0.75 and ρ=0.9) in the test section.

4.3.2 Evaluation tests

For evaluating the effectiveness of the proposed apparatus, preliminary biaxial static loading tests were carried out on disk specimens machined from Type-304 stainless steel. A specific disk specimen bore radius was selected (R_b=19.1 mm) so that a biaxial stress state with a stress ratio of 0.5 would be imposed in the test section. As illustrated in Fig. 4.1, two 3-element 45 °-rosettes, having a gage length of 1.52 mm (type WA-06-060WR-120), and one strip-gage, having a gage length of 1.57 mm and a centerline spacing of 2.03 mm (type EA-06-020MT-120), were cemented onto the upper specimen surface at 120° from each other. The rosettes are used for simultaneous recording of the radial and the tangential strains in the thinnest section of the specimen. The strip-gage measures the radial strain at different locations across the reduced section. Another

3-element 45°-rosette is cemented onto the lower surface of the specimen at a location opposite to the strip gage.



Stress ratio, ρ	R_b (mm)
0.50	19.1
0.65	26.9
0.75	28.9
0.90	30.6

Figure 4.2- Geometry of a typical disk specimen (dimensions in mm)

Figure 4.3 shows that the induced strains are practically uniform around the test section of the disk specimen. The strain gages located in this section give the values of the radial strain (ε_r) within a maximum deviation of 5% of each other; whereas the maximum deviation between the measured tangential strains (ε_θ) is less than 7%. Even if an extensive analysis was made on the upper surface of the test section only, the results from the rosette mounted on the lower surface confirm that the bending effect is almost negligible as compared to the radial loading extending the specimen; the

maximum deviation between the strains measured on both sides of the specimen is less than 10%. As illustrated in Fig. 4.4, the measured radial strains through the test section show that the critical stress (or strain) location occurs at the thinnest test section. Moreover, over a region of a/2 (a=4.5 mm) across the critical section in the radial direction, the strain field is almost uniform with a maximum deviation of 7% with respect to the average value in this area.

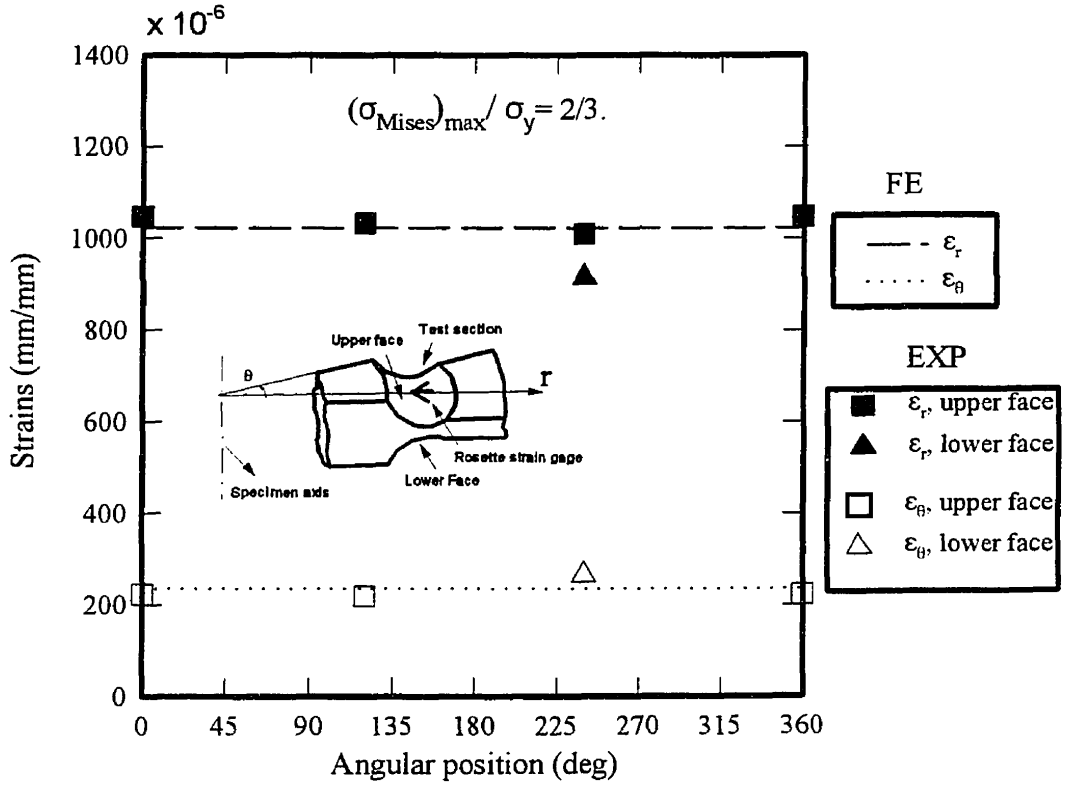


Figure 4.3- Strain distribution in the test section along the circumferential direction.

The dashed and dotted lines in Fig. 4.3 and the solid line in Fig. 4.4 represent the results obtained by the a finite element (FE) analysis of the disk specimen; an axisymetric model of the disk specimen was considered in the analysis together with the monotonic stress-strain data of the material. The FE results are in reasonable agreement with experimental data; the maximum deviation of the calculated from the measured values is 10% for both the radial and the tangential strains. This agreement indicates that the strain distribution in the specimen is nearly axisymetric and the FE model is appropriate for further investigation of the strain state in the test section of the disk specimen.

Figure 4.5 shows the measured tangential strains and radial strains, in the test section, under different load levels, as specified in this figure. It is seen that there is a linear relation between the measured tangential and radial strains due to the linear elastic behavior of the material. The value of the slope of the tangential strain-radial strain curve (equals to 0.2) is identical to the value of the biaxial strain ratio determined from the elastic stress-strain relationship using a biaxial stress ratio of 0.5. It is expected that there will be a deviation from the tangential strain-radial strain linear curve if large plastic strains are involved. For this reason, in the investigation of fatigue life in the low cycle regime (with important plastic strains), the imposed biaxial stress state will be referred by the biaxial stress ratio obtained in a linear elastic region.

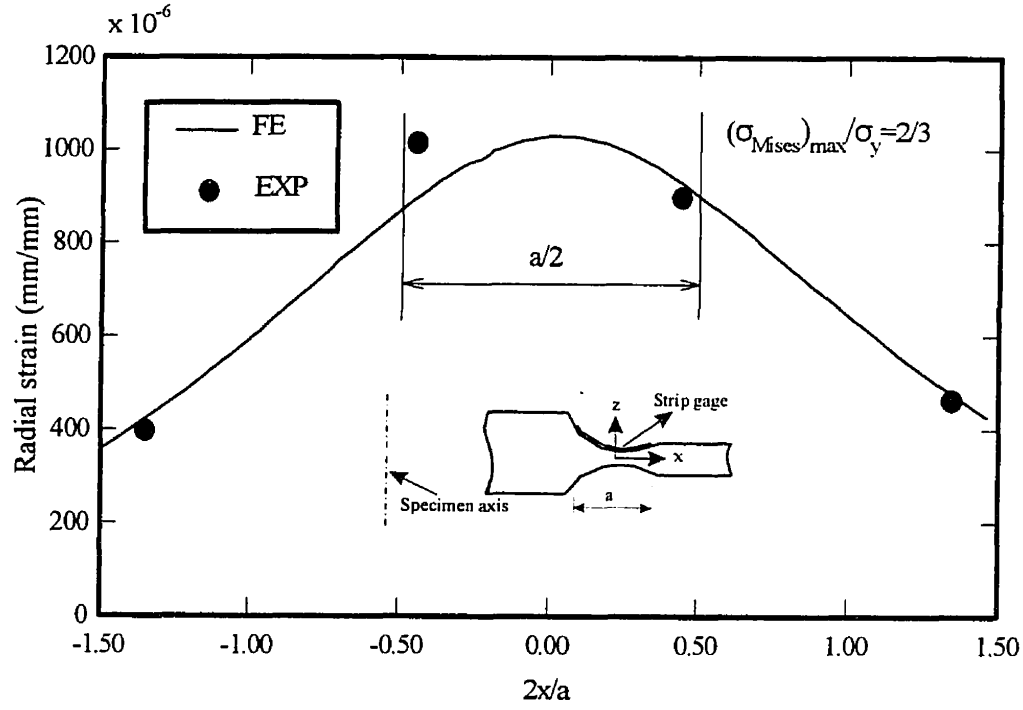


Figure 4.4- Strain distribution in the test section along the radial direction.

4.3.3 Concluding remarks

From the results of preliminary evaluation tests, it is concluded that the proposed apparatus can produce a relatively large area of a uniform biaxial strain state. Moreover, with a limited number of loading-unloading cycles, applied manually to the disk specimen, the results have demonstrated a good repeatability of the strain measurements during cycling, i.e. the same values of the strains have been recorded for a specific load level. These results confirm the potential of the proposed

testing device to simulate a cyclic biaxial stress state with both stresses in tension.

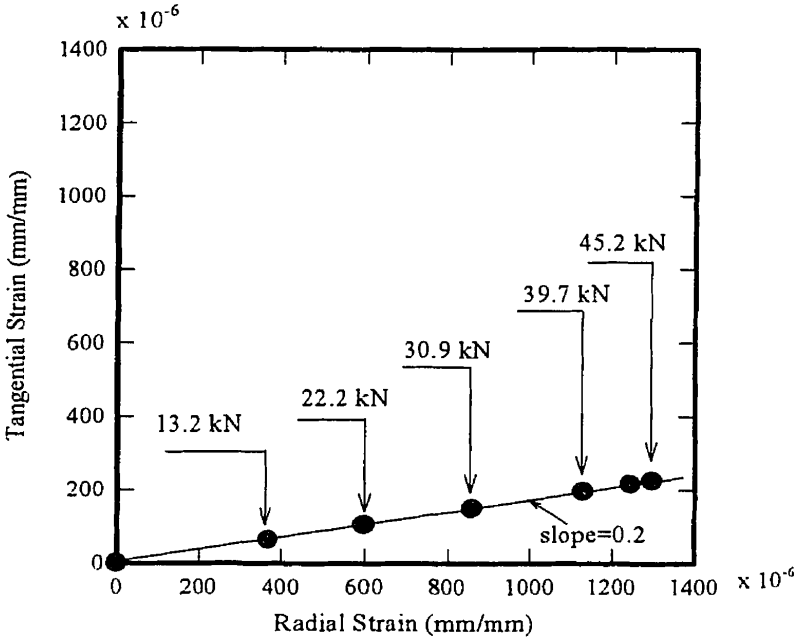


Figure 4.5- Characteristic of the stress state in the test section

4.4 Investigation of the biaxial-cyclic behavior

The proposed device has been used to study the cyclic behavior of Type-304 stainless steel under biaxial tensile stress states. In the present study, the multi-step procedure was selected since it appears to be convenient and economical. According to this procedure, the specimen was tested under a stepwise change of the load level until complete failure. At each step, cycling was carried

out until the strains reached the stabilized conditions before switching to the next higher step. It should be noted that, under such a loading condition, a prior loading history had no influence on the subsequent cyclic accommodation; this was observed on Type-316 stainless steel tested at room temperature, at 400 and at 600 °C (Murakami et al., 1989) .

4.4.1 Experimental procedure

The disk specimens were tested under multi-step cyclic conditions at room temperature and at 200 °C until complete rupture of the disk specimen. During a test, the applied load, the stroke, the radial and tangential strains in the test section, and the number of applied cycles were stored periodically using a high speed data acquisition system. Four biaxial stress ratios equal to 0.5, 0.65, 0.75 and 0.9 were considered. The load signal was a triangular waveform with a frequency of 0.1 Hz and R=0, R being the ratio between the minimum and the maximum applied load. Since the frequency was maintained unchanged, the resulting stress rate was not the same for different load levels.

For high temperature testing, the test rig was located inside a furnace. A calibration work was carried out to obtain a uniform temperature distribution in the area of the test section. For this purpose, six thermocouples were cemented onto the lower and upper faces of the test section, at 120° from each other. The measured temperatures indicate that the thermal gradient is almost

negligible on each face; moreover, the maximum difference between the temperatures measured on both faces of the test section is less than 1%. It is noted that the high temperature considered in the present tests is limited by the performance of the high-temperature strain gages currently available.

4.4.2 Results Analysis

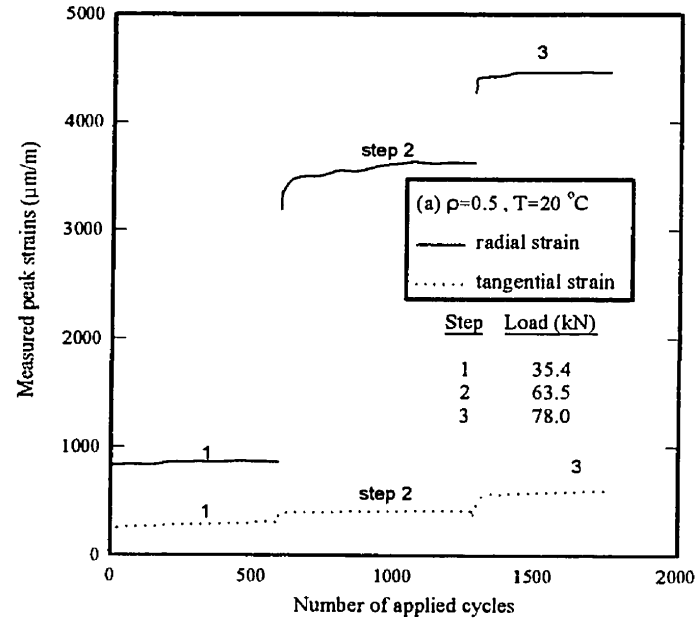
Since the tests were carried out under load control condition, the analysis is focussed on the variation of the tangential and the radial strains in terms of the applied number of cycles. Even though four different biaxial stress ratios were considered in the investigation, only those data obtained with this ratio equal to 0.5 and 0.9 are emphasized. The other data are bounded between these two extreme cases.

4.4.2.1 Variation of peak strains in terms of applied cycles

The peak values of the radial and tangential strains are plotted in terms of the number of applied cycles in Fig. 4.6 for room temperature and in Fig. 4.7 for 200 °C. Figs 4.6a and 4.7a correspond to ρ=0.5 while Figs 4.6b and 4.7b correspond to ρ=0.9. From these figures, it is seen that the biaxial strain ratio is not identical to that of the imposed stress ratio. In fact, the ratio between the radial strain and the tangential strain is in agreement with the value obtained under the assumption

of an elastic stress-strain relationship for plane stress condition. In the present case, with $\rho = 0.5$ or 0.9, ratio $\varepsilon_\theta/\varepsilon_r$ is equal to 0.20 or 0.81, respectively and these values are close to the experimental results shown in Figs. 4.6 and 4.7. From these figures, it is seen that for a low level of applied load, the peak strains remain almost unchanged during cycling. However, for a high load the situation is, in general, different.

For $\rho = 0.5$ (Figs. 4.6a and 4.7a), the tangential strain remains almost unchanged; this is due to the small value of the biaxial strain ratio (0.20). The radial strain increases in the first cycles of each step and then, its maximum value remains almost unchanged with subsequent cycles. In addition, the amount of strain accumulation, under constant load cycling, is more important with increasing applied load. For $\rho=0.9$ (Figs. 4.6b and 4.7b), both radial and tangential strains have a similar behavior under cycling in terms of the strain accumulation before stabilization; this behavior could be expected since both strains have almost the same magnitude for each step. For a given biaxial stress ratio, the effect of the temperature on the induced strains (radial and tangential strains) is quite small, as expected, since the test temperature is not high.



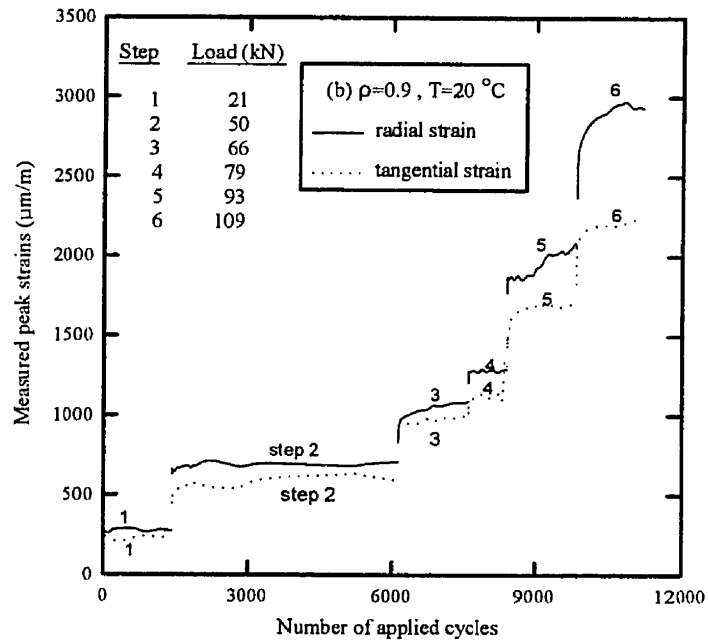
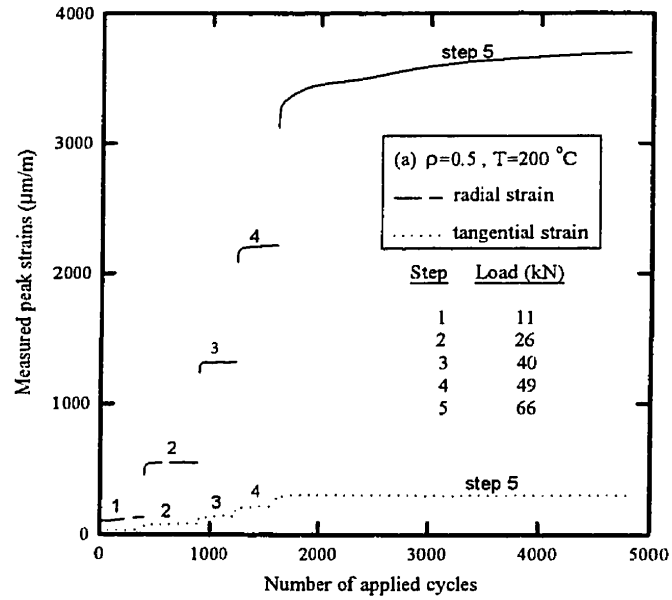


Figure 4.6- Typical variation of peak strains during multi-step tests at 20 °C: (a) ρ=0.5; (b) ρ=0.9



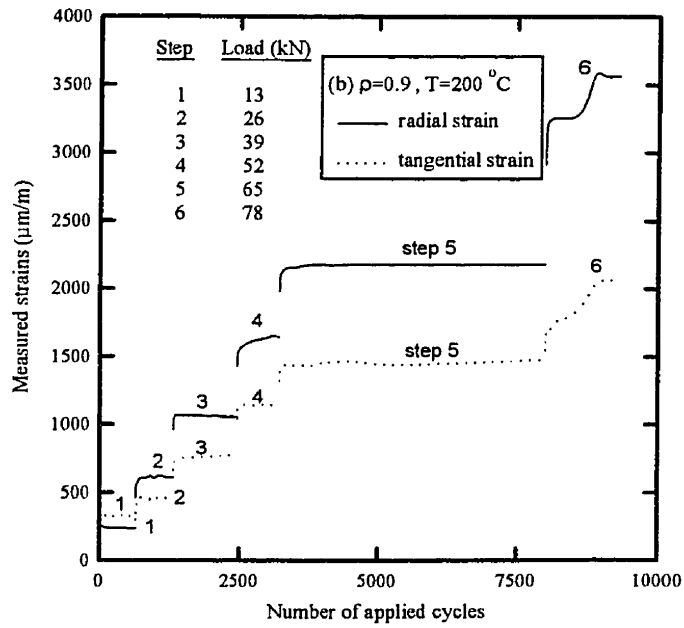
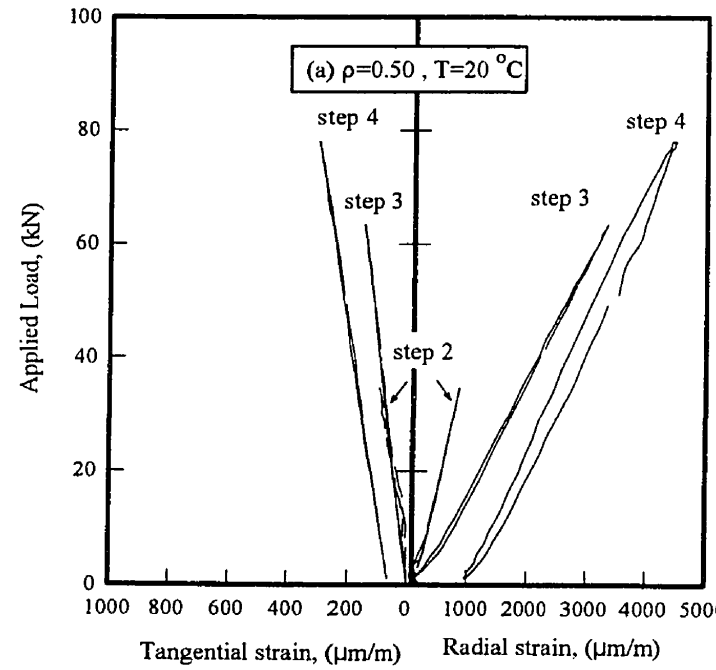


Figure 4.7- Typical variation of peak strains during multi-step tests at 200 °C: (a) ρ=0.5; (b) ρ=0.9

4.4.2.2 Hysteresis loops

Typical stabilized hysteresis loops of the measured radial and tangential strains in terms of the applied load during cycling (constant load amplitude with R=0) are shown in Fig. 4.8 for tests at room temperature and in Fig. 4.9 for tests at 200 °C. It is seen that the radial strain hysteresis loops follow a smooth path while it is not the case for the tangential strain hysteresis loops. This may be explained by the fact that the radial strain is directly given by the strain gage oriented in the radial direction of the disk specimen, whereas the tangential strain is calculated on the basis of the three measured strains from the rosette. The hysteresis loops in Figs 4.8a and 4.9a were obtained for a biaxial stress ratio equal to 0.5 while those in Figs 4.8b and 4.9b correspond to a biaxial stress ratio of 0.9.

These figures show that at the minimum load, the residual radial strain is more important than the residual tangential strain; this difference is more pronounced when the biaxial stress ratio is equal to 0.5. Moreover, the plastic component of the radial strain (width of the hysteresis loops) becomes more significant as the applied load increases. However, under the test conditions presently considered, the loops width remains small as compared to the peak strain. Consequently, it can be assumed that under stabilized conditions, the material is in a pseudo-elastic state. A similar behavior has been already observed by Yoshida (1990) who tested a stainless steel under biaxial cyclic loading with a positive load ratio (R>0).



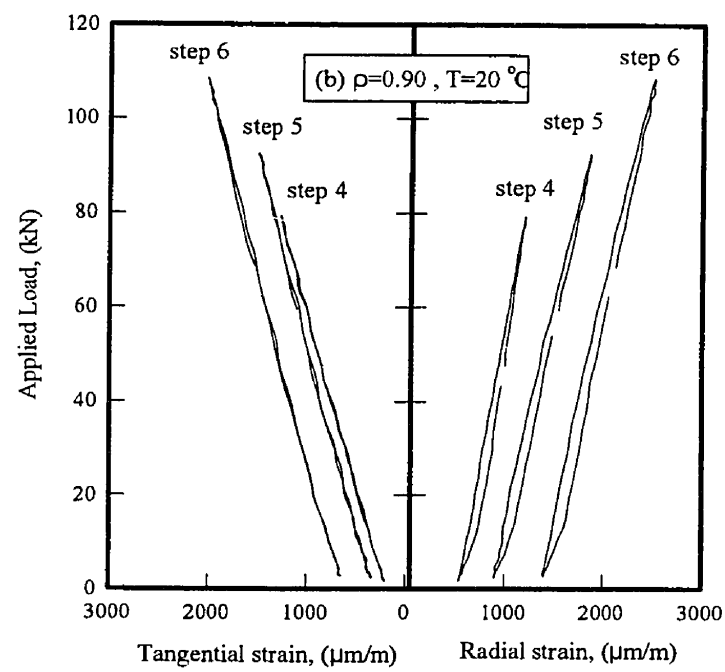
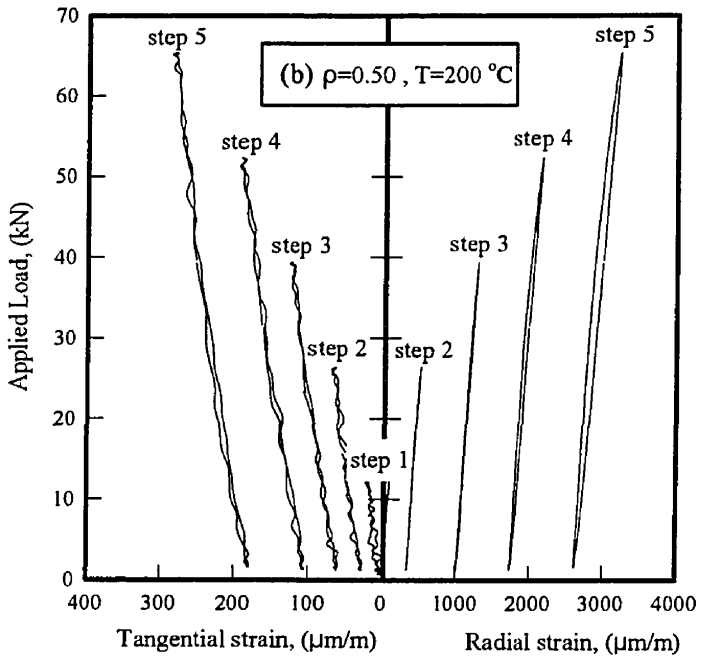


Figure 4.8- Typical stabilized hysteresis loops of radial and tangential strains at 20 °C: (a) ρ=0.5; (b) ρ=0.9



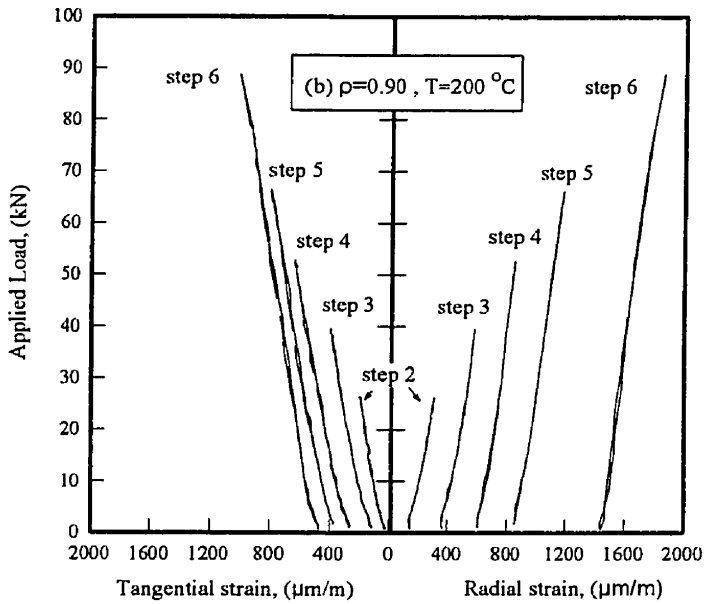


Figure 4.9- Typical stabilized hysteresis loops of radial and tangential strains at 200 °C: (a) ρ=0.5; (b) ρ=0.9

4.5 Cyclic stress-strain representation

The Tresca and von Mises stress-strain equivalents are usually considered for reducing the biaxial cyclic stress-strain characteristics into an equivalent uniaxial behavior; the von Mises concept is related to the strain distortion energy while the Tresca concept refers to the maximum shear stress. For each concept, the equivalent stress and strain are calculated on the basis of the measured stabilized strains for the specific loading conditions. In the present study, these calculations are performed as follows:

a) The radial and tangential stresses in the test section are determined on the basis of the elastic components of the measured strains using general Hooke's law; the details are given in the Appendix. The elastic strain components are obtained from the hysteresis loop by subtracting the residual strain (strain at zero load) and the plastic strain (width of the hysteresis loop) from the measured total strain (strain at maximum load).

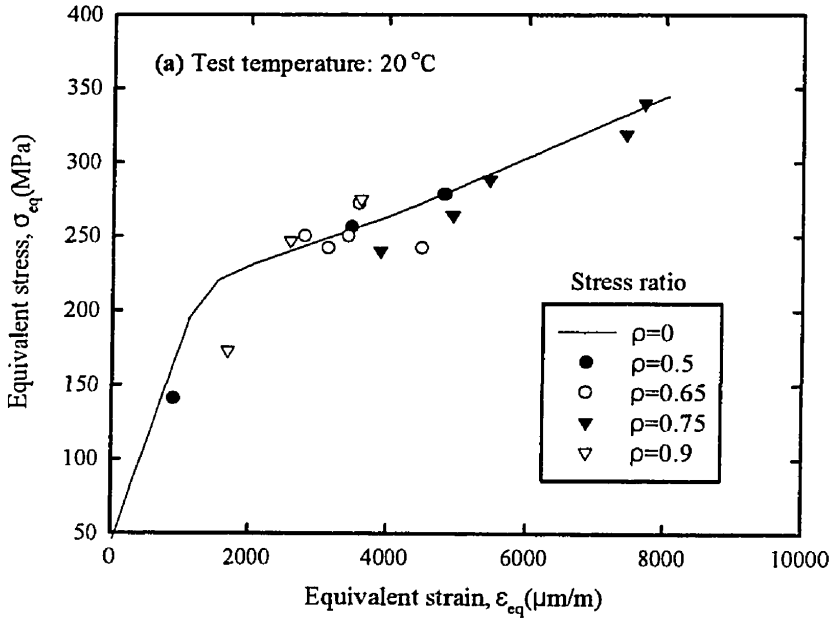
b) As detailed in Appendix A, the elastic component of the strain in the direction perpendicular to the plane of the biaxial stress field (i.e., ε_z), is computed on the basis of the Hooke's law with the assumption of the plane stress condition. The plastic component of this strain is computed under the assumption of volume-constancy; in this condition, a plastic Poisson's ratio equal to 0.5 is considered.

c) The stabilized stresses and strains, obtained from calculations, are converted, according to each concept, to equivalent elastic and plastic strains. The detailed procedure is explained in Appendixes

B and C.

d) Overall equivalent strains are then defined as the sum of the elastic and plastic equivalent strains. The extension of the equivalent strain concept to the overall strain is commonly used (Dowling, 1993) since the overall strain reduces to the elastic strain under low load level and it reduces to the plastic strain under high load level. Thus, the use of an overall equivalent strain permits to cover the transition zone where the elastic and plastic strains are of the same order of magnitude. Consequently, the cyclic behavior for both elastic and plastic regions could be conveniently examined.

Figures 4.10 and 4.11 show the cyclic behavior of the material studied under four biaxial stress ratios on the basis of von Mises and Tresca concepts, respectively. Also included in these figures is the conventional uniaxial cyclic stress-strain curve at room temperature; unfortunately, the uniaxial cyclic response at 200 °C is not presently available, but it is expected that the deviation of this curve with respect to that at 20 °C is small. This curve was established on the basis of the maximum values of the cyclic stresses and cyclic strains and is different from the conventional curve using the amplitude values. Although the curves using strain and stress amplitudes describe a relatively consistent material behavior with respect to those established from maximum stresses and strains, the latter are very useful for design purposes. It should be noted that the residual stresses could have an influence on the calculated peak stresses since they may affect the amplitude of the measured strains and therefore the amplitude of the calculated stresses.



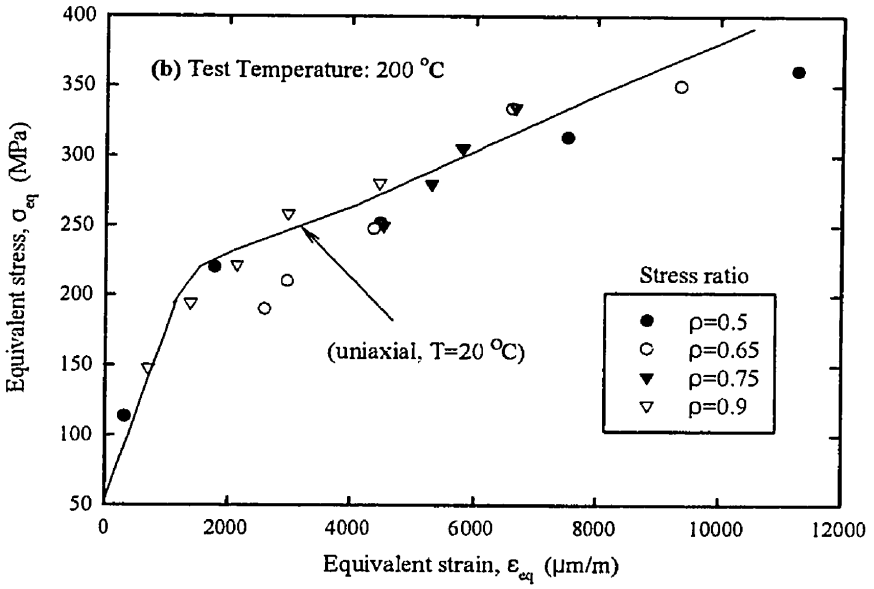
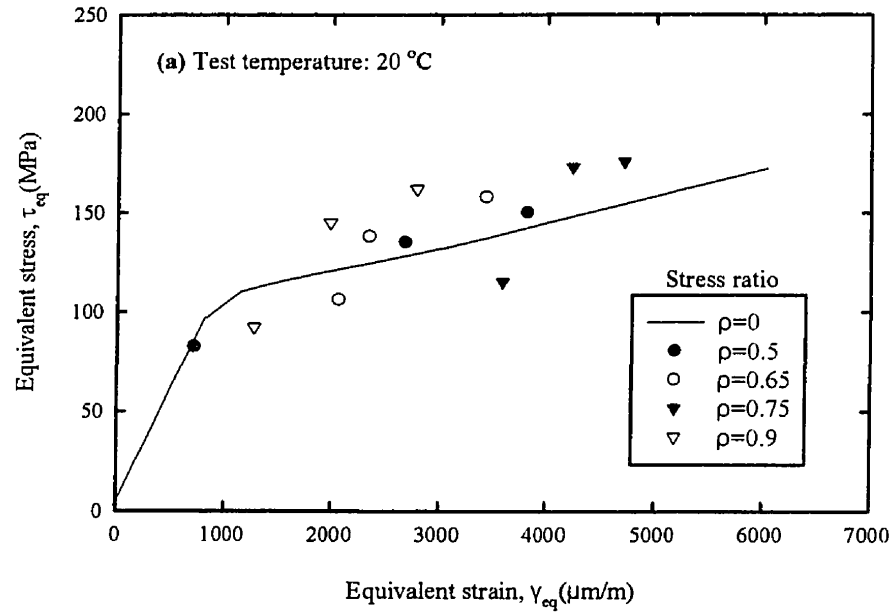


Figure 4.10- Cyclic stress-strain behavior using σ_{eq} et ε_{eq} according to the von Mises concept:

(a) Tp=20°C; (b) Tp= 200°C.



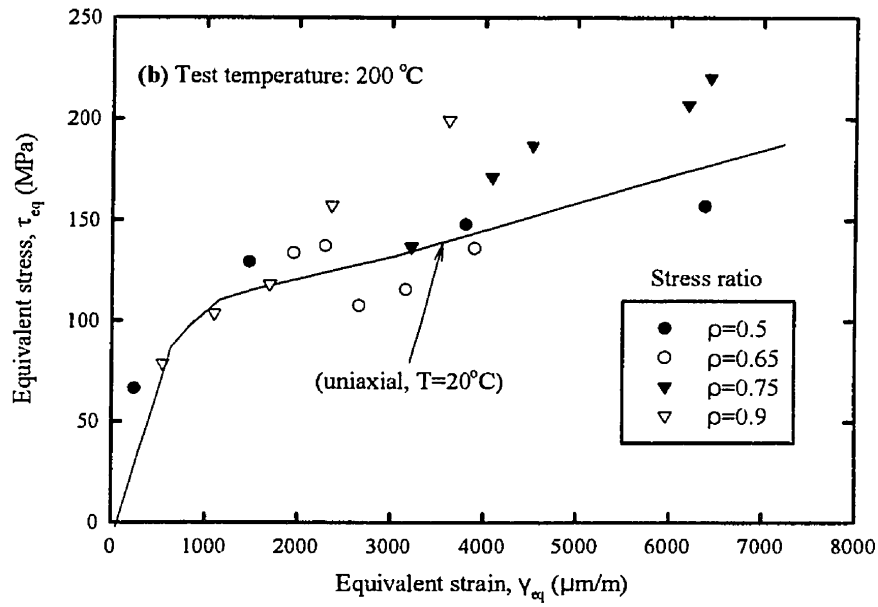


Figure 4.11- Cyclic stress-strain behavior using τ_{eq} et γ_{eq} according to the Tresca concept:

(a) Tp=20°C; (b) Tp= 200°C.

Figures 4.10 and 4.11 show the cyclic response of the tested material at room temperature and at 200 °C. With the von Mises concept, the biaxial cyclic stress-strain characteristic of the material under different biaxial tensile stress states may be reasonably represented by the uniaxial behavior for both test temperatures (Fig. 4.10). However, it is not the case for the Tresca concept; in particular, the deviation of the biaxial characteristic from the uniaxial cyclic response increases with an increase of the biaxial stress ratio.

4.6 Discussion

The effectiveness of the von Mises and the Tresca concepts in reducing the biaxial stress states to an equivalent uniaxial stress state may be appreciated by looking at the overall deviation of the biaxial cyclic data from the uniaxial behavior. This deviation can be evaluated for each particular biaxial stress ratio, as follows:

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(x_p^i - x_0^i)^2}{n}} \tag{4.1}$$

where x_p^i is the value of the equivalent von Mises (or Tresca) stress corresponding to a particular value of the equivalent von Mises (or Tresca) strain and x_0^i is the value of x_p^i associated with uniaxial loading condition; n is the number of the experimental data obtained under the biaxial stress state considered in the plots of the curves (Figs 4.10 and 4.11).

From Fig. 4.12, it is seen that the deviation of the biaxial cyclic data increases significantly with an increase of the stress ratio in the case of the Tresca concept. With the von Mises concept, the same trend is also observed but with a lower rate. For ρ=0.9, the deviation with the Tresca concept is about 2.5 times that with the von Mises concept.

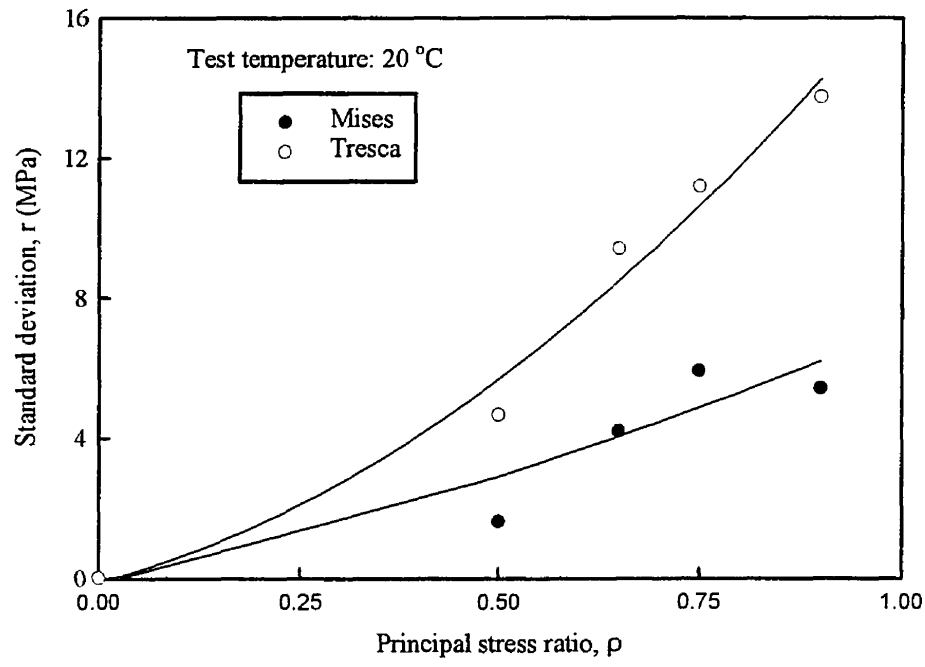


Figure 4.12- Perfomance of the von Mises and the Tresca concepts

The weak performance of the Tresca concept in establishing the biaxial-uniaxial correlation may be explained by the fact that it does not take into account the contribution of the in-plane minor principal stress and strain (σ_θ, ε_θ). In the present study, these stress and strain components are of

the same order of magnitude as compared to the in-plane major principal stress and strain (σ_r, ε_r). Figure 4.12 suggests that the von Mises concept is more appropriate for cyclic stress-strain data reduction from a biaxial stress state to the uniaxial case.

This type of data representation is very useful since it contributes to the modelling approach of the stress-strain behavior necessary for any analytical or numerical stress analysis of mechanical components subjected to cyclic biaxial tensile stress state. Moreover, this approach is important for life prediction methodology; since the in-plane minor principal stress component (σ_θ) has a significant influence on the cyclic behavior, its influence on the fatigue life of the components would not be negligible. Thus, it is necessary to include this stress component in the formulation of the fatigue damage parameter. It is worth noting that several fatigue damage parameters proposed in the past ignore the contribution of this stress component. To overcome this deficiency, a new fatigue damage parameter taking into account the most important influencing factors including the in-plane minor principal stress component will be discussed in a upcoming paper.

4.7 Conclusion

A set-up of a relatively simple apparatus has been completed for studying biaxial fatigue with positive stress ratios at moderately high temperatures. An annular disk specimen has been used to generate a biaxial stress state with both principal stresses is tension. It would allow a wide range

of positive stress ratio to be imposed in the test section of the specimen by changing only the inner diameter of the disk. An experimental verification, carried out to evaluate the performance of the testing system, shows that the behavior of the test section of the specimen under axisymetric loading is very acceptable (within a strain deviation of 5% from the results obtained by FE analysis).

Tests on Type-304 stainless steel disk specimens under biaxial multi-step cycling at room temperature and at 200°C have been carried out with four biaxial stress ratios (0.5, 0.65, 0.75 and 0.9). The results are analysed together with those obtained under uniaxial cyclic loading and the main conclusions are as follows:

(i) For a high value of the biaxial stress ratio, the intermediate principal stress has an important effect on the cyclic stress-strain behavior and it should be considered in establishing the cyclic behavior of the material.

(ii) The effect of the temperature on the cyclic behavior of the tested material is not conclusive since the difference between the two considered test temperatures was relatively small.

(iii) The von Mises concept is more appropriate, with respect to the Tresca concept, for reducing the biaxial cyclic data to the case of uniaxial cyclic behavior.

This study shows that under a biaxial stress state with both principal stresses in tension, it is important to consider all the components of the principal stress and strain tensors in establishing the

stabilized behavior of a material which is necessary for any reliable design procedure.

4.8 References

Dowling, N. E., 1993 , *Mechanical Behavior of Materials,* Prentice Hall, pp. 536-540.

Bonacuse, P. J., and Kalluri, S., 1995, "Elevated Temperature Axial and Torsional Fatigue Behavior of Haynes 188," *ASME Jl Eng. Mat. Techn.*, Vol. 117, No. 2, pp. 191-199.

Brown, M. W., and Miller, K. J., 1979, " Biaxial Cyclic Deformation Behaviour of Steels," *Fatigue Eng. Mat. Struct.*, Vol. 1, No. 1, pp. 93-106.

Doquet, V., and Pineau, M., 1991,"Multiaxial Low-Cycle Fatigue Behaviour of Mild Steel," *Fatigue Under Biaxial and Multiaxial Loading*, ESIS 10, Kussmaul, K., McDiarmid, D., and Socie, D.,(eds.), Mechanical Engineering Publications, London, pp. 81-101.

Ellyin, F., and Wolodko, J. D., 1997, "Testing Facilities for Multiaxial Loading of Tubular Specimens," *Proc. of the 1995 Symposium on Multiaxial Fatigue and Deformation Testing Techniques*, SAE STP 1280, Denver, Colorado, pp.7-24.

Itoh, T., Sakane, M., Ohnami, M., and Socie, D., 1995, "Nonproportional Low-Cycle Fatigue Criterion for Type- 304 Stainless Steel," *ASME Jl of Eng. Mat. and Techn.*, Vol. 117, No. 3, pp. 285-292.

Murakami, S., Kawai, M., and Ohmi, Y., 1989, "Effects of Amplitude-History and Temperature-History on Multiaxial Cyclic Behavior of Type- 316 Stainless Steel," *ASME Jl Eng. Mat. Techn.*,

Vol. 111, pp. 278-285.

Nishino, S., Hamada, N., Sakane, M., Ohnami, M., Matsumara, N., and Tokizane, M., 1986, "Microstructural Study of Cyclic Strain Hardening Behaviour in Biaxial Stress States at Elevated Temperature," *Fatigue Eng. Mat. Struct.*, Vol. 9, pp. 65-77.

Yoshida, F., 1990,"Uniaxial and Biaxial Creep-ratcheting Behavior of SUS 304 Stainless Steel at Room Temperature," *ASME Int. J. Pres. Ves. & Piping*, Vo. 44, No. 2 , pp. 207-223.

Zouani, A., Bui-Quoc, T., and Bernard, M., 1996a,"A Proposed Device for Biaxial-Tensile Fatigue Testing," *Fatigue and Fracture-1996*, ASME PVP-Vol. 323, Vol. 1, pp. 331-339.

Zouani, A., Bui-Quoc, T., and Bernard, M., 1996b, "Optimal Design of a Disk-Shaped Specimen for Biaxial-Tensile Fatigue Testing," *ASTM Jl of Testing and Evaluations*, Vol. 24, No. 5, pp. 287-294.

4.9 Appendix

A- Stress and strain fields in the test section

On the basis of a plane stress condition in the test section (i.e. $\sigma_z = \sigma_{rz} = \sigma_{\theta z}=0$) the radial and tangential stresses in this region are given by:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{1-\nu\,\rho}\, E\, \varepsilon_r^e \\ \sigma_\theta &= \frac{\rho}{1-\nu\,\rho}\, E\, \varepsilon_r^e \end{aligned} \tag{4.2}$$

where ε_r^e is the elastic component of the measured radial strain. The elastic component of ε_z is given by:

$$\varepsilon_z^e = \frac{-\nu\ (1+\rho)}{1-\nu\ \rho}\ \varepsilon_r^e \tag{4.3}$$

The plastic strain component is obtained from the assumption of volume constancy:

$$\varepsilon_z^p = -\varepsilon_r^p - \varepsilon_\theta^p \tag{4.4}$$

where ε_r^p and ε_θ^p are the measured plastic radial and tangential strains which are determined from the width of the hysteresis loops. The total strain ε_z is determined by adding the elastic strain obtained from eq. (4.3) to the plastic strain obtained from eq. (4.4).

B- von Mises equivalents

The equivalent von Mises stress is obtained from the radial elastic strain component, as follows:

$$\sigma_{eq} = \frac{\sqrt{1-\rho+\rho^2}}{1-\nu\ \rho}\ E\ \varepsilon_r^e \tag{4.5}$$

On one hand, the elastic von Mises equivalent strain is given by:

$$\varepsilon_{eq}^e = \frac{\sqrt{1-\rho+\rho^2}}{1-\nu\ \rho}\ \varepsilon_r^e \tag{4.6}$$

On the other hand, the plastic von Mises equivalent strain is calculated with an assumption of the volume constancy condition (Poisson's ratio equal to 0.5) :

$$\varepsilon^p_{eq} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\varepsilon^p_r)^2 + (\varepsilon^p_\theta)^2 + \varepsilon^p_r \, \varepsilon^p_\theta} \tag{4.7}$$

An overall equivalent strain is then defined as follows:

$$\varepsilon_{eq} = \varepsilon^e_{eq} + \varepsilon^p_{eq} \tag{4.8}$$

C- Tresca equivalents

The equivalent Tresca stress is defined by:

$$\tau_{eq} = \frac{1}{2\,(1-\nu\,\rho)} \, E \, \varepsilon^e_r \tag{4.9}$$

On one hand, the elastic Tresca equivalent strain is calculated from:

$$\gamma^e_{eq} = \frac{1+\nu}{1-\nu\,\rho} \, \varepsilon^e_r \tag{4.10}$$

On the other hand, the plastic Tresca equivalent strain is obtained on the basis of the constancy-volume condition:

$$\gamma^p_{eq} = \varepsilon^p_r + \frac{\varepsilon^p_\theta}{2} \tag{4.11}$$

Finally, an overall equivalent strain is defined as follows:

$$\gamma_{eq} = \gamma^e_{eq} + \gamma^p_{eq} \tag{4.12}$$

CHAPITRE 5: TROISIÈME ARTICLE[1]
FATIGUE LIFE INVESTIGATION UNDER BIAXIAL -TENSILE STRESS STATE

5.1 Abstract

This paper describes a parameter for predicting fatigue life under biaxial- tensile loadings. Several studies have focussed in the past on the situations where the in-plane biaxial stress ratio is negative; however, little attention has been paid for the cases involving both principal stresses in tension. A new testing method is used to carry out biaxial fatigue tests, at room and elevated temperatures, on Type 304 stainless steel for different positive values of the stress ratio. In the experimental procedure, a disk-shaped specimen was used in connection with a spatial-arms mechanism which converts the uniaxial force generated by a conventional testing machine to radial forces extending the disk specimen. A modified virtual strain energy parameter is then suggested to normalize fatigue data obtained under a wide range of stress states. The proposed parameter accounts for the mean stress and the mean strain effects in an explicit form. In addition, the COD equivalent stress and strain concepts are adopted to account for the stress state biaxiality. The predictions of the proposed parameter are compared with the obtained experimental data and the correlation between the applied stress states and the experimental fatigue lives is discussed.

---

[1]Auteurs: A. Zouani, T. Bui-Quoc et M. Bernard, publié dans Fatigue and Fracture-98, ASME PVP, 1998.

5.2 Introduction

Several mechanical components are subjected to cyclic loading conditions which induce biaxial state of stress in their critical locations. In recent years, considerable effort has been devoted to the study of the cyclic deformation and fatigue life of such components. With significant progress in the development of biaxial testing facilities, an examination of the experimental data showed that the uniaxial fatigue theories are not appropriate for evaluating fatigue life under multiaxial loading conditions. For this reason, more pertinent fatigue life criterion should be formulated for the latter case (Bannantine, 1991).

Most of the previous investigations have focussed on situations where the stress state is characterized by an in-plane biaxial stress ratio ρ (ratio between the minimum and maximum principal stresses) ranging between -1 and 0 (Brown and Miller, 1982). This may be explained by the capability of the testing facilities permitting to impose a biaxial stress state with principal stress ratios within this range. Nevertheless, several critical components may be subjected to loading conditions beyond these stress ratios, such as rotating disks in jet engines and pressure vessels (under combined axial load and internal/external pressure). For examining the material behavior under such loading conditions, thin-walled tubes under tension and internal/external pressure (Ellyin and Wolodko, 1997) and cruciform specimens (Itoh et al., 1994) are the testing methods currently used. Unfortunately, these testing methods are complex and many inconveniences are associated

with their application; for example, on one hand, the uniform stress distribution could not be easily imposed in a cruciform specimen and, on the other hand, the temperature level is limited to a medium range by the properties of the pressurisation fluid in the case of a thin-walled tube under internal/external pressure.

With a specific objective, a testing device has recently been developed for conducting biaxial-tensile fatigue tests using an annular disk specimen with a reduced testing section (Zouani et al., 1996). This device is shown in Fig. 5.1; it makes use of a symmetrical spatial-arms mechanism mounted onto a conventional servo-hydraulic testing machine in connection with the disk specimen illustrated in Fig. 5.2. The arms are mounted in such a way that the uniaxial force is converted into radial forces extending the disk specimen. Thus, a specified positive ratio of the tangential to the radial stresses ($\rho=\sigma_\theta/\sigma_r$) can be imposed to the testing section of the disk specimen. As indicated in Fig. 5.2, different values of this ratio may be obtained by selecting an appropriate inner diameter of the disk.

In this paper, the principal influencing factors on the biaxial fatigue life are identified and a new prediction model, based on a modified "virtual" strain energy, is suggested for Type 304 stainless steel tested under biaxial tensile stress states. An experimental investigation is carried out at room and elevated temperatures under load control condition using the newly developed device; different values of the biaxial stress ratio ranging between 0.5 and 0.9 are considered. The cracking mode

is studied by following the crack extension in the critical section and by examining the ruptured surfaces. Finally, the experimental data are used to discuss the applicability of the proposed model.

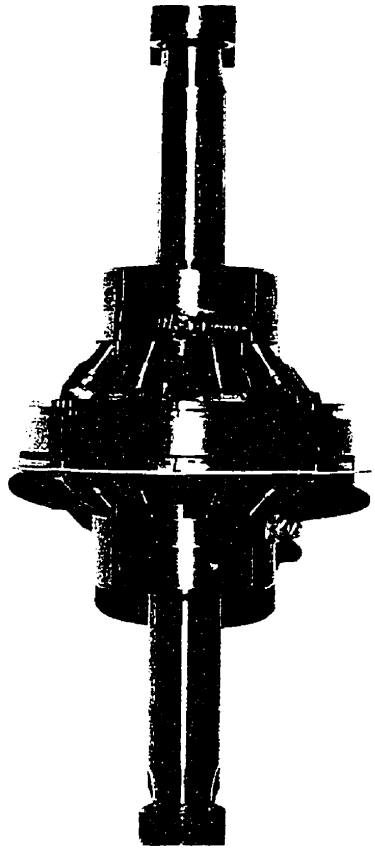
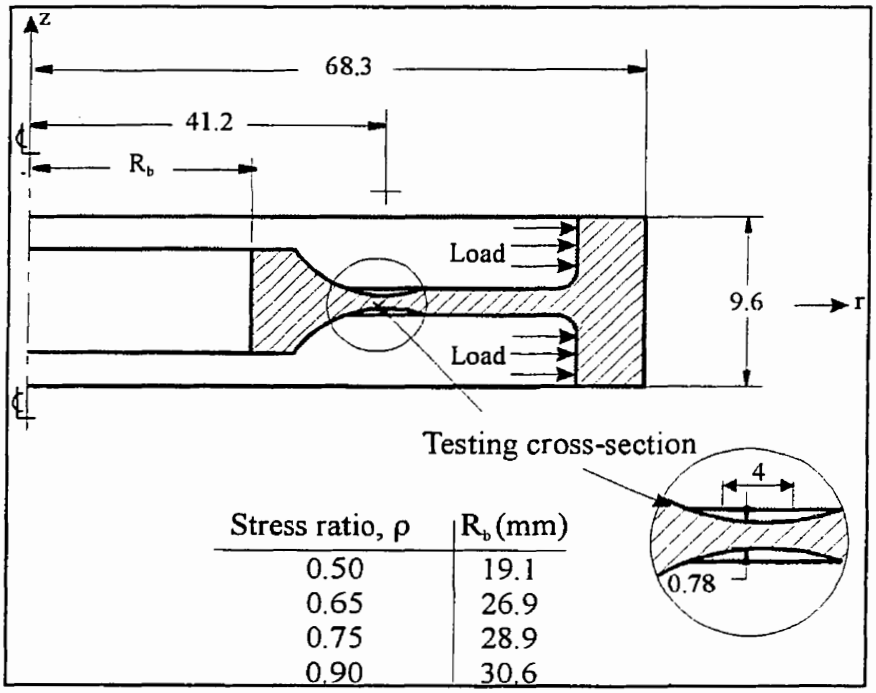


Figure 5.1- Test specimen and loading device



Stress ratio, ρ	R_b (mm)
0.50	19.1
0.65	26.9
0.75	28.9
0.90	30.6

Figure 5.2- Basic geometry of the proposed specimen

5.3 Brief review on biaxial fatigue life criteria

5.3.1 Overview

In general, the development of the parameters for correlating fatigue lives with the applied biaxial stress states are based on one of the following approaches: (a) the effective stress/strain approach, (b) the energy approach, and (c) the critical plane approach. The effective stress approach was proposed for long life fatigue as an extension of the classical yield theories (Sines, 1955). The

common parameters considered in this approach are the maximum shear stress and the octahedral shear stress. For situations where cyclic plasticity is involved, the effective stresses mentioned above were converted into effective strains (Pasco and DeVilliers, 1967). In particular, the octahedral shear strain has been adopted in the ASME Boiler and Pressure Vessel Code (1980). More recently, several energy-based parameters have been proposed; according to this approach, the plastic work per cycle (Garud, 1981) or the strain energy-density (Ellyin and Golos, 1988) would be responsible for the fatigue failure. The basic concept behind the critical plane approach is that the governing factors must be representative of the physical mechanisms of the damage process; in these criteria, a combination of the stress and/or strain components associated with the critical plane is considered in evaluating the fatigue life (Findley, 1959; Kandil et al., 1982).

5.3.2 The influencing factors on the biaxial fatigue life

Concurrently to the development of fatigue failure criteria, advanced experimental techniques have been applied for examining the crack nucleation and early crack growth; the observations revealed that there are two types of cracks, namely shear and tensile cracks. The cracking mode depends upon several variables such as the material, the loading history, the strain amplitude, the stress state and the temperature (Bannantine and Socie, 1988; Liu, 1993); however, the effect of each variable is not exactly known. These observations suggest that the cracking mode is one of the influencing factors on the biaxial fatigue life. For this reason, Socie (1987) and Liu (1993) have advanced that,

at least, two multiaxial damage criteria are required: one for shear cracking failure mode and one for tensile cracking failure mode.

On the other side, several biaxial fatigue life parameters proposed in the past have little success for predicting torsional fatigue life (Sakane et al., 1991). For example, with the equivalent von Mises stress ($\Delta\sigma_{eq}$) or strain ($\Delta\varepsilon_{eq}$) and the maximum principal strain ($\Delta\varepsilon_1$) parameters, the estimated life for the reversed torsional fatigue condition is substantially on the conservative side. However, with the maximum principal stress ($\Delta\sigma_1$) and the distortional strain energy (ΔW_d) parameters, the results show the reverse trend. In addition, with the results obtained under biaxial-tensile loading, Zouani et al., (1997) have noted that the stabilized cyclic behavior depends not only upon σ_1 but also, to a less extent, on σ_2; it is reasonable, therefore, to expect that this stress component contributes in some degree to the deterioration of the material strength under biaxial fatigue loading. These results indicate that the stress state biaxiality is among the influencing factors on the biaxial fatigue life.

Moreover, the stress-based and the strain-based criteria had little success in predicting the fatigue life under non-proportional biaxial loading conditions. The experimental data show that a successful parameter should include a combination of the stress and strain components in order to account for the additional stress hardening (Ellyin et al., 1991). In addition, several experimental investigations under biaxial loading conditions with non-zero mean stress and strain show that a tensile mean stress and strain normal to the critical plane would reduce the fatigue life (Glinka et

al., 1995). These results are similar to those obtained under uniaxial loading; for this reason, the mean stress and strain should be considered among the damaging factors under biaxial loading conditions.

The criteria proposed in the past have been found successful for predicting biaxial fatigue life for the restricted range condition under which they were developed (Bannantine, 1991). Nevertheless, in the light of the above discussion, a general consensus seems to converge towards some common features of the successful models. The successful model should (a) reflect the physical damage mechanism, (b) include both stress and strain terms and their mean values, and c) account for the stress state biaxiality.

5.3.3 Recent development in multiaxial fatigue parameter

The above-mentioned features of a successful biaxial fatigue parameter are accounted for by applying a strain energy relation for the critical plane. Several strain energy-based parameters associated with the plane of maximum damage have been formulated. Two main arguments have been advanced for supporting these parameters: 1) both stress and strain are included in the strain energy-based parameter, and 2) in accordance with the observed physical mechanism, only a fraction of the strain energy associated to the stresses and strains on the critical plane would have an effective influence on the fatigue life.

One form of these parameters was originally proposed by Smith et al. (1970) and known as the Smith-Watson-Topper (SWT) parameter. Socie (1987) reported on a successful application of this parameter in analysing the experimental data of a material sensitive to the tensile cracking mode:

$$P_{SWT} = \sigma_{1,max} \cdot \frac{\Delta\varepsilon_1}{2} \tag{5.1}$$

where σ_1 and ε_1 are the maximum principal stress and strain. However, as expected, Eq. (5.1) is not appropriate to correlate the test data obtained for a material susceptible to shear cracking mode (Bonacuse and Kalluri, 1995). Moreover, Eq. (5.1) is insensitive to a change of the imposed stress or strain ratio; this does not reflect the trend of the reported data.

For situations involving tensile cracking mode, Liu (1993) proposed a virtual strain energy parameter. Under proportional loading conditions, this parameter may be expressed by:

$$P_{Liu,I} = \Delta\sigma_1 \ \Delta\varepsilon_1 \tag{5.2}$$

For predicting the biaxial fatigue life of shear-dominated materials, the principal stress and strain in Eq. (5.2) are replaced by the maximum shear stress and strain (Liu, 1993). The parameter expressed by Eq. (5.2) does not account for the mean stress effect since it includes only the alternating tensile stress and strain; in addition, it predicts the same fatigue life regardless of the imposed stress or strain ratio. Nevertheless, it was found successful in correlating fatigue data

obtained for Type 304 stainless steel tested under a combination of tension and torsion loading. This may be explained by the fact that the in-plane minor principal stress is compressive and would not contribute to the fatigue damage. Considering the above-mentioned predominant features of a successful parameter, a modification of Eq. (5.2) could be possible in order to obtain a more versatile damage parameter for fatigue life prediction.

For situations involving shear cracking mode, a strain energy density parameter associated with the critical plane approach has been proposed by Chu et al. (1993). It is similar to the SWT type of work and combines both the maximum value during a cycle of the normal and shear stresses ($\sigma_{n,max}$, τ_{max}), acting on the plane of maximum shear stress, and the corresponding strain amplitudes:

$$P_{Chu} = 2\tau_{max}\frac{\Delta\gamma}{2} + \sigma_{n,max}\frac{\Delta\varepsilon_n}{2} \tag{5.3}$$

In this equation, $\Delta\varepsilon_n/2$ and $\Delta\gamma/2$ are respectively the amplitude of the normal strain and the shear strain acting on the plane of maximum shear stress. Glinka (1995) stated that Eq. (5.3) would ignore the mean normal stress effect of constant normal stress in the case of non proportional loading when the amplitude $\Delta\varepsilon_n$=0; as an alternative, he proposed the following strain energy density parameter:

$$P_{Glinka} = \frac{\Delta\tau}{2}\frac{\Delta\gamma}{2}\left(\frac{1}{1-\tau_{max}/\tau'_f} + \frac{1}{1-\sigma_{n,max}/\sigma'_f}\right) \tag{5.4}$$

Using the critical plane approach, Ellyin and Kujawski (1993) also proposed a strain-energy based parameter which is defined as a function of (a) the distortional component of the strain density per reversal of loading (ΔW_d), (b) the state of stress ($\bar{\rho}$), and (c) the mean stress ($\bar{\sigma}_m$):

$$P_{Ellyin} = f\,(\Delta W_d, \bar{\rho}, \bar{\sigma}_m) \tag{5.5}$$

In this equation, $\bar{\rho}$ is a function of the ratio between the in-plane major principal strain and the maximum shear strain, while $\bar{\sigma}_m$ is the trace of the stress tensor. By including these variables in the parameter, the biaxial fatigue life data obtained under various combinations of the stress state and mean stress level would be reduced to a unique life curve.

All Eqs (5.3), (5.4) and (5.5) account for the mean stress effect but they are not suitable for establishing a correlation with fatigue lives when the crack is oriented almost perpendicularly to the maximum tensile stress (tensile crack).

5.4 Proposed parameter

On the basis of the above discussions, it is presumed that for the situations involving a tensile cracking mode, the maximum principal stress and strain ranges are the main influencing factors on

the biaxial fatigue life. Moreover, the experimental observations show that the mean stress, the mean strain and the stress state biaxiality influence the fatigue life at different degrees. For these reasons, a potential damage parameter W^* should have the following form:

$$W^* = f_1(\Delta\sigma_1, \sigma_{1,m}) \cdot f_2(\Delta\varepsilon_1, \varepsilon_{1,m}) \cdot f_3(\rho,\delta) \tag{5.6}$$

In this equation, functions f_1 and f_2 account for the maximum principal stress and strain effect, respectively, while function f_3 takes into consideration the stress state effect; the latter provides a means to differentiate the loading mode.

5.4.1 Mean stress and mean strain factors

In function f_1, the effect of the mean stress is taken into consideration explicitly by $\sigma_{1,m}$ which is normalized by the fatigue strength coefficient as follows:

$$f_1 = \frac{\Delta\sigma_1}{2} \left(1 - \frac{\sigma_{1,m}}{\sigma_f'}\right)^{-1} \tag{5.7}$$

The factor in the parentheses of Eq. (5.7) reflects the concept suggested by Morrow (1965) for considering the mean stress effect under uniaxial loading condition. Similarly, the effect of the maximum principal strain is accounted for by factor f_2, involving $\varepsilon_{1,m}/\varepsilon_f'$, and defined as follows:

$$f_2 = \frac{\Delta\varepsilon_1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_{1,m}}{\varepsilon_f'}\right)^{-1} \tag{5.8}$$

5.4.2 Stress state biaxiality factor

Recently, Zouani et al. (1998) suggested that the in-plane minor principal stress and strain (σ_2 and ε_2) and the in-plane major principal stress and strain (σ_1 and ε_1) should contribute equally to the fatigue damage (i.e., function f_3 equals 1 for uniaxial loading and 2 for equibiaxial loading). The agreement between predicted lives and fatigue data was fairly good for a limited number of data obtained at room temperature under particular circumstances. However, an examination of additional data recently obtained and those reported by Itoh et al. (1994) suggested that σ_2 would have a damaging effect in less extent than σ_1. For this reason, it appears that a revised form of function f_3 is necessary.

Several approaches have been explored in the past in order to account for the stress state biaxiality. For example, the equivalent von Mises plastic strain has been modified by a multiaxiality factor (Manson and Halford, 1977), the crack opening displacement (COD) equivalent stress and strain (Sakane et al., 1991) have been substituted to the maximum principal stress and strain, respectively, and, the distortional strain energy has been modified by a multiaxiality constraint factor as indicated in Eq. (5.5). In the present study, the COD equivalent stress and strain approach, proposed by Sakane et al. (1991), is adopted in the development of a new form for function f_3.

According to these authors, the stress state biaxiality effects the COD and, consequently, it would

affect the fatigue life. On the basis of the results obtained from a FEM analysis for the case of a central cracked plate, constant COD curves have been expressed in terms of the applied principal stress or strain as follows:

$$COD = A\ \sigma_1\ g_1(\rho) \tag{5.9a}$$

and

$$COD = B\ \varepsilon_1\ g_2(\delta) \tag{5.9b}$$

where, constants A and B are, respectively, the value of the COD/σ_1 and COD/ε_1 obtained under uniaxial loading condition (i.e., for $\rho=0$ or $\delta=-0.5$). Under these conditions, $g_1(\rho)$ and $g_2(\delta)$ express the effect of the intensity of the stress state biaxiality on the applied principal stress and strain respectively. Thus, Sakane et al. (1991) proposed an equivalent stress $\Delta\sigma^*$ and an equivalent strain $\Delta\varepsilon^*$ as follows:

$$\Delta\sigma^* = \Delta\sigma\ g_1(\rho) \qquad \text{and} \qquad \Delta\varepsilon^* = \Delta\varepsilon_1\ g_2(\delta) \tag{5.10}$$

Eq. (5.10) signifies that, imposing $\Delta\sigma_1$ and $\Delta\sigma_2$ ($\Delta\sigma_2=\rho\Delta\sigma_1$) or $\Delta\varepsilon_1$ and $\Delta\varepsilon_2$ ($\Delta\varepsilon_2=\delta\Delta\varepsilon_1$) would produce the same COD as, respectively, $\Delta\sigma^*$ or $\Delta\varepsilon^*$ under uniaxial loading condition.

An evaluation of $g_1(\rho)$ and $g_2(\delta)$ for the case of Type 304 stainless steel is given in Appendix A. It should be noted that the expressions of $g_1(\rho)$ and $g_2(\delta)$, given by Eq. (5.18) in Appendix A, are different from those proposed by Sakane et al. (1991) and Itoh et al. (1994); these expressions

are found to fit more accurately the results obtained from a FE analysis. As stated earlier by Sakane et al. (1991), g_1 and g_2 are independent of the material properties; in the present case (see Appendix A), Figs 5.10 and 5.11 show that Eq. (5.18) is appropriate to fit the FE results obtained using the cyclic material properties obtained at both room and elevated temperatures. In addition, Fig. 5.3 indicates that the computed $g_1(\rho)$ and $g_2(\delta)$ functions remain almost unchanged with the crack length. This result suggests that $g_1(\rho)$ and $g_2(\delta)$ may include the effect of the stress state biaxiality on the COD of a crack as short as 0.8 mm; thus, it is reasonable to suppose that these functions may account for the effect of the stress state biaxiality on the crack initiation itself.

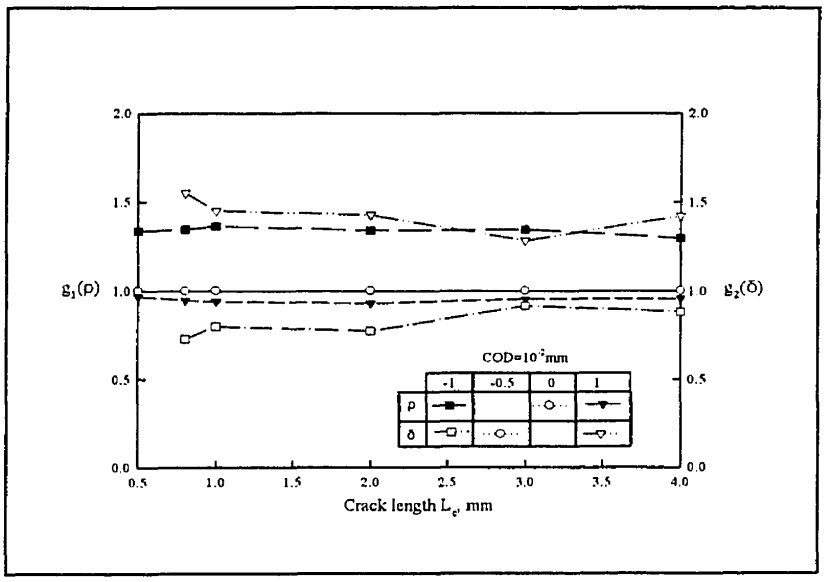


Figure 5.3- Crack length effect on $g_1(\rho)$ and $g_2(\delta)$

Sakane et al. (1991) and Itoh et al. (1994) adopted $\Delta\sigma^*$ and $\Delta\varepsilon^*$ as biaxial fatigue parameters for

life evaluations. However, since they do not include any combination between the stress and strain components, these parameters could not be applicable with success to a wide range of loading conditions. Nevertheless, a combination of $\Delta\sigma^*$ and $\Delta\varepsilon^*$ would be a promising approach to account for the stress state biaxiality under various loading modes. Thus, function f_3 could be expressed in the following form:

$$f_3 = g_1(\rho)\ g_2(\delta) \tag{5.11}$$

5.4.3 Final form of the parameter

By combining Eqs (5.7), (5.8) and (5.11), the proposed parameter W^* may be re-written as follows:

$$W^* = \frac{\Delta\sigma_1}{2}\ \frac{\Delta\varepsilon_1}{2}\ \left(1 - \frac{\sigma_{1,m}}{\sigma_f'}\right)^{-1}\ \left(1 - \frac{\varepsilon_{1,m}}{\varepsilon_f'}\right)^{-1}\ g_1(\rho)\ g_2(\delta) \tag{5.12}$$

In the development of the factors between parentheses in Eq. (5.12), since the term of second order is generally small in comparison with $(\sigma_{1,m}/\sigma_f')$ and $(\varepsilon_{1,m}/\varepsilon_f')$, W^* can be written in a convenient form:

$$W^* = \frac{\Delta\sigma_1}{2}\ \frac{\Delta\varepsilon_1}{2}\ \left(1 - \frac{\sigma_{1,m}}{\sigma_f'} - \frac{\varepsilon_{1,m}}{\varepsilon_f'}\right)^{-1}\ g_1(\rho)\ g_2(\delta) \tag{5.13}$$

Under the fully reversed loading condition, Eq. (5.13) specifies a parameter which is identical to the SWT parameter, i.e. Eq. (5.1), and proportional to the parameter suggested by Liu, i.e. Eq.

(5.2). Under biaxial loading conditions, the approach described by Eq. (5.13) reflects the concept suggested by Liu; in addition, it accounts for both stress and strain in the critical plane. The advantage of Eq. (5.13) over the existing parameters may be attributed to its capability to include the significant characteristics observed in the analysis of biaxial fatigue data; i.e. it accounts for the combined effect of the stress state, the mean stress, the mean strain and, the stress state biaxiality. The parameter W^* may be expressed in terms of the fatigue life by considering the case of fully reversed uniaxial loading; the details of the development are given in Appendix B.

5.5 Experimental investigations

5.5.1 Apparatus and test specimen

The new testing device, shown in Fig. 5.1, was used in connection with disk specimens machined from Type 304 stainless steel round bar of 146 mm in diameter in the annealed condition. Figure 5.2 indicates the values of the bore radii considered in the present study in order to impose biaxial stress ratios ranging between 0.5 and 0.9. The mechanical properties of the tested material, given in Table 5.1, were investigated throughout preliminary tests carried out on smooth cylindrical specimens in accordance with ASTM Standard 606.

A high speed data acquisition system was used, in conjunction with a servo-hydraulic testing

machine controller, for collecting the data during cycling (i.e. the applied load, the stroke and the number of applied cycles).

Table 5.1- Mechanical properties of Type 304 stainless steel

Monotonic tensile properties			Axial cyclic properties		
Properties \ Temp.	23 °C	437 °C	Properties\ Temp.	23 °C	437 °C
E, (GPa)	190	157	σ_f', (MPa)	1170	880
σ_y, (MPa)	323	183.5	b	-0.166	-0.146
σ_u, (MPa)	616	387	ε_f'	0.112	0.186
n	1.08	0.135	c	-0.42	-0.43
K, (MPa)	574	380	K', (MPa)	4520	1928
			n'	0.52	0.41

5.5.2 Test procedure

The biaxial fatigue tests have been conducted under load control conditions at room temperature and at 437 °C. The load signal was a triangular waveform with a frequency of 3.2 Hz and R=0, R being the ratio between the minimum and the maximum values of the applied load (F_m). As shown in Table 5.2, for each specific value of the biaxial stress ratio ρ, two load levels were used in the experiments; the corresponding ranges of the stabilized radial stress and strain together with their mean values are indicated in this table. These stresses and strains were computed at the center of the test section using the finite element method. For this purpose, an axisymmetric disk specimen

model was considered, as described by Zouani et al. (1996), together with the stabilized uniaxial cyclic stress-strain data. Each specimen was cyclically loaded until the stroke level corresponding to the maximum applied load in excess to its stabilized value by 10%. This criterion was used to define the failure condition for the present testing device. This definition is adequate and meaningful with respect to that based on a specific crack size since the number of cracks as well as their length and stage of occurrence in life may be quite different, depending upon the stress state.

5.5.3 Experimental results

The experimental fatigue lives are indicated in the last column of Table 5.2 for different test conditions. The ruptured surfaces have been examined in order to identify the mechanisms of failure for supporting the development of the fatigue life prediction model.

Figure 5.4a shows that at least two crack initiation sites are located, at the surface, in the center of the critical test section and the river lines converging to each of these sites. In a first stage, the crack initiated on one face of the test section and propagated through the thickness of the specimen to the other face; the stresses may not be balanced enough to initiate the crack simultaneously in both surfaces of the test section. In a second stage, the crack propagated along the circumferential direction; figure 5.4b indicates that the crack surface is tangential to the concentric lines which represent the marks of the machining process. This observation indicates that the crack surface

direction is, always, normal to the maximum principal stress direction (i.e. to the direction of σ_r). This cracking mode (tensile crack) was observed in all tests and the total life was consumed in mode I tensile crack growth. It suggests that the proposed biaxial fatigue parameter would be appropriate to predict the Type 304 stainless steel fatigue data obtained under the considered biaxial tensile loading conditions.

Table 5.2 Biaxial-tensile fatigue tests data

Spec. I.D.*	F_m (kN)	ρ	$\Delta\sigma_r/2$ (MPa)	$\sigma_{r,m}$ (MPa)	$\Delta\varepsilon_r/2$ (%)	$\varepsilon_{r,m}$ (%)	N_f (cylces)
BF-05H1	80	0.5	270	260	0.18	0.7	8500
							35125
BF-05H 2	45	0.5	151	103	0.14	0.3	70284
							90452
BF-065H1	80	0.65	224	170	0.16	0.6	8520
							21520
BF-065H2	68	0.65	185	110	0.15	0.47	40250
							55900
BF-075H1	80	0.75	200	115	0.15	0.5	15600
							22100
BF-075H2	68	0.75	156	105	0.13	0.3	35000
							25000
BF-09H1	80	0.9	172	105	0.14	0.4	50000
							70120
BF-09H2	68	0.9	142	102	0.12	0.2	90580
							135125
BF-05R1	94	0.5	264	214	0.10	0.46	52820
							96500
BF-05R2	106	0.5	298	438	0.12	0.63	14620
							28620
BF-09R1	130	0.9	235	207	0.11	0.27	53070
							25000
BF-09R2	160	0.9	284	217	0.14	0.54	8952
							18061

*Letters H and R, in the spec. I.D., specify the test temperature, (R): room temperature and (H): 437 °C.

Fig. 5.4a

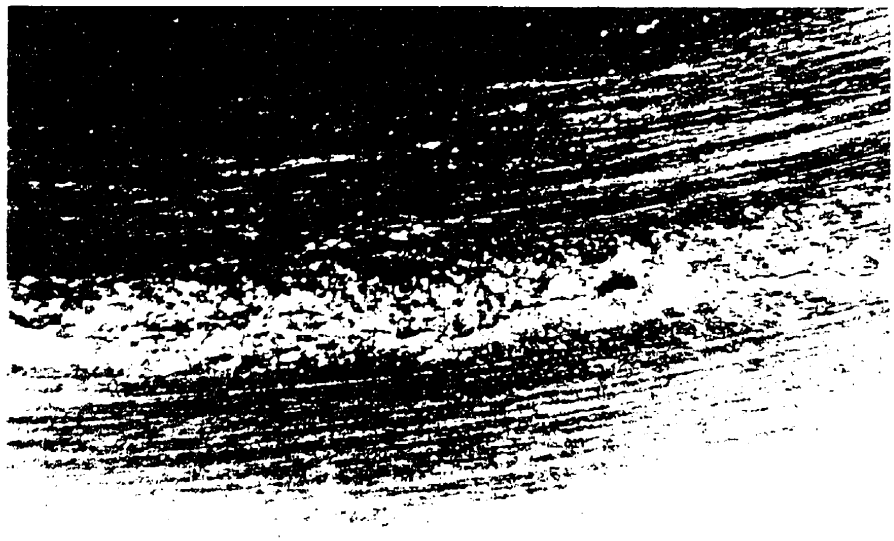


Fig. 5.4b

Figure 5.4- Cracking mode of Type 304 stainless steel under biaxial-tensile cycling loading: a) crack initiation sites, b) crack propagation surface

5.6 Validation of the proposed criterion

Three additional biaxial fatigue life parameters were selected to correlate the imposed stress state with the measured biaxial-tensile fatigue lives at room temperature and at 437 °C. These parameters are: (1) the von Mises equivalent strain range parameter, (2) the virtual strain energy parameter, and (3) the Smith-Watson-Topper parameter. These parameters, together with the proposed one, are plotted against the experimental fatigue life N_f observed under different biaxial stress ratios (ρ=0, 0.5, 0.65, 0.75, 0.9); the uniaxial data (ρ=0) have been obtained from cylindrical specimens tested under fully reversed uniaxial loading. It should be noted that, in the specimen test section, the radial, the tangential and the transverse directions are the principal stress directions with $\sigma_1 = \sigma_r$, $\sigma_2 = \sigma_\theta$, and $\sigma_3 = \sigma_z$.

(a) The von Mises equivalent strain range parameter

This parameter is based on the von Mises equivalent strain range defined by:

$$\Delta\varepsilon_{eq} = \frac{\left((\Delta\varepsilon_r - \Delta\varepsilon_\theta)^2 + (\Delta\varepsilon_\theta - \Delta\varepsilon_z)^2 + (\Delta\varepsilon_r - \Delta\varepsilon_z)^2\right)^{1/2}}{\sqrt{2}\,(1+\nu_{eff})} \tag{5.14}$$

This strain range is used in conjunction with the axial strain-life relationship to predict the biaxial fatigue lives. The von Mises equivalent strain range equation for the considered material is as

follows:

$$\frac{1}{2}\Delta\varepsilon_{eq} = \frac{\sigma_f'}{E}(2N_f)^b + \varepsilon_f'(2N_f)^c \tag{5.15}$$

In this equation, σ_f', ε_f', b and c are the material cyclic properties given in Table 5.1. The von Mises equivalent strain range is plotted against the experimental fatigue life N_f in Fig. 5.5 in which the solid and dashed lines are represented by Eq. (5.15). It is seen that this equivalent strain range is not adequate for normalizing the fatigue lives obtained under different loading conditions; there is a tendency for fatigue life to be dependent upon the biaxial stress/strain ratio with the equibiaxial stress state being the most damaging loading condition.

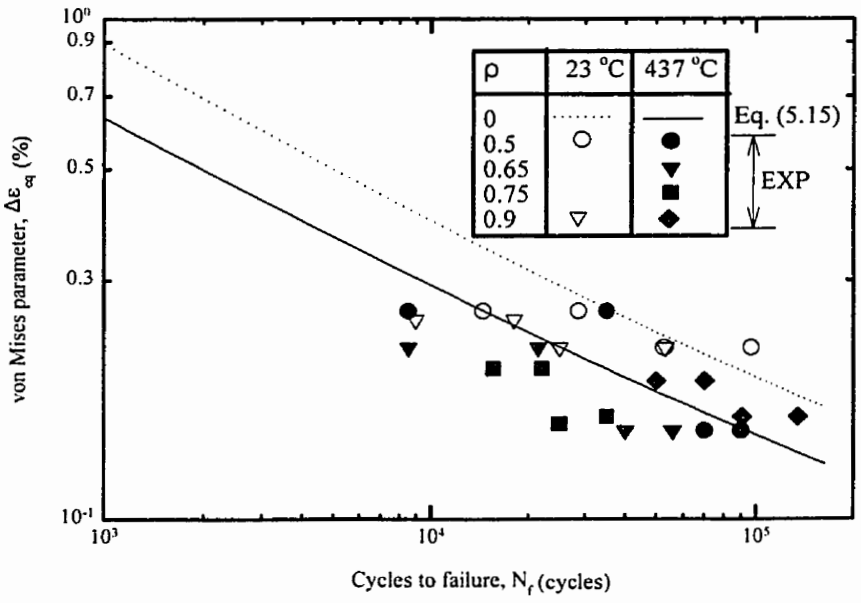


Figure 5.5- Correlation of biaxial test data using $\Delta\varepsilon_{eq}$ parameter

(b) The virtual strain energy parameter

This parameter, expressed by Eq. (5.2), may be related to the fatigue life N_f using the uniaxial strain-life relationship. Under reversed uniaxial loading conditions, $P_{Liu,I}$ can be expressed as follows:

$$P_{Liu,I} = 4\ [\frac{\sigma_f'^2}{E}\ (2N_f)^{2b} + \varepsilon_f'\ \sigma_f'\ (2N_f)^{b+c}] \tag{5.16}$$

This equation is similar to that of W^* given by Eq. (5.23). The Liu parameter was plotted against the experimental fatigue life N_f in Fig. 5.6 where the lines correspond to Eq. (5.16) for both test temperatures. A large discrepancy is observed between the uniaxial (with zero mean stress) and the biaxial fatigue data. This difference is mainly due to the tensile mean stress effect which greatly reduces the fatigue life. Thus, Eq. (5.16) may not be suitable for predicting biaxial fatigue life in situations where tensile mean stress effect can not be ignored.

(c) The Smith-Watson-Topper Parameter

As mentioned previously, the SWT parameter (Eq. (5.1)) has been successfully used by Socie (1987) to correlate fatigue data for tensile dominated materials. The associated fatigue life criterion is derived using the uniaxial strain-life relation :

$$\sigma_{r,max} \frac{\Delta\varepsilon_r}{2} = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} + \varepsilon_f' \sigma_f' (2N_f)^{b+c} \tag{5.17}$$

The correlation between this parameter and the biaxial fatigue life is shown in Fig. 5.7 together with the solid and dashed lines representing Eq. (5.17). It is clear that there is some success in using this parameter for correlating the biaxial to the uniaxial fatigue data.

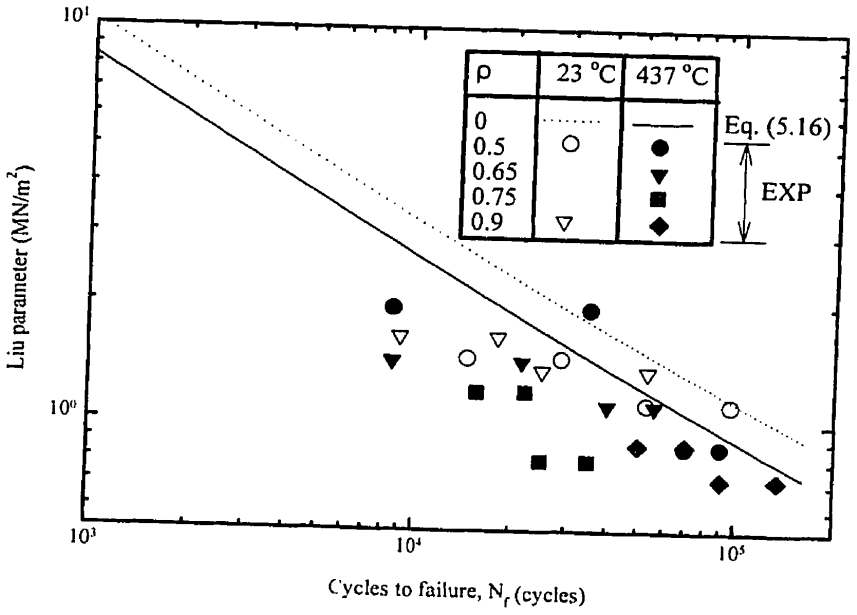


Figure 5.6- Correlation of biaxial test data using Liu parameter

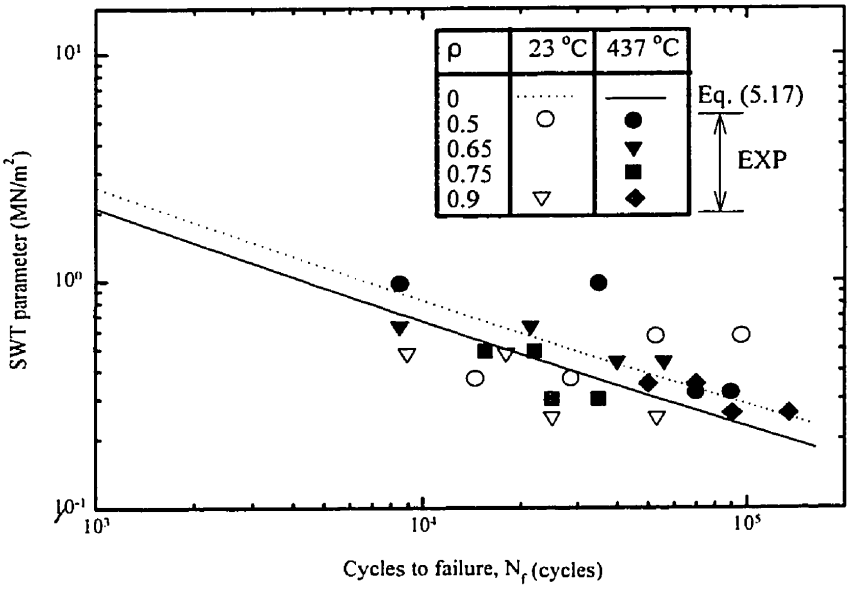


Figure 5.7- Correlation of biaxial test data using SWT parameter

(c) The modified virtual strain-energy parameter

In Fig. 5.8, the modified virtual strain energy parameter (the proposed model) is plotted against the experimental fatigue lives together with the lines representing the W^*-N_f relationship for the fully reversed uniaxial loading conditions (Eq. (5.23)). This relationship is identical to that of P_{SWT} derived under similar loading conditions (Eq. (5.17)). It is apparent that all the data, for biaxial stress ratios and the mean stress levels investigated, are very close to the lines. These results prove that the proposed criterion would be a potential approach for correlating fatigue data obtained under various biaxial loading conditions.

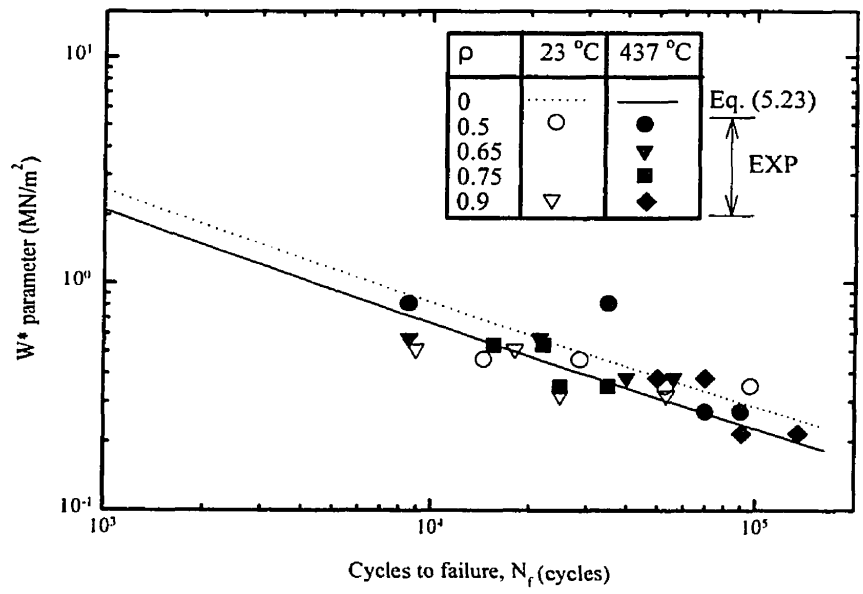


Figure 5.8- Correlation of biaxial test data using W^* parameter

A comparison on the performance of different proposed parameters in predicting the biaxial fatigue life is shown in Fig. 5.9. It appears that the von Mises strain range as well as the virtual strain energy parameters over-estimate the biaxial fatigue life by a factor quite larger than 2, while the SWT parameter gives a lower discrepancy between the experimental and the calculated fatigue lives. In contrast, the proposed parameter offers a relatively better performance with the predictions close to the actual lives by a factor of about 1.5. This may be explained by the important effect of the mean stress and/or the mean strain which are accounted for only in the proposed approach. In addition, the accuracy of the proposed model over the von Mises strain range would be more pronounced for nonproportional loadings; in these circumstances, the

proposed parameter would account for the additional strain hardening which has a strong influence on the fatigue life.

Even though the applicability of the proposed model to the present test data gives very encouraging results, further investigations covering a wider range of biaxial stress states has to be done in order to specify the validity limits of the new criterion.

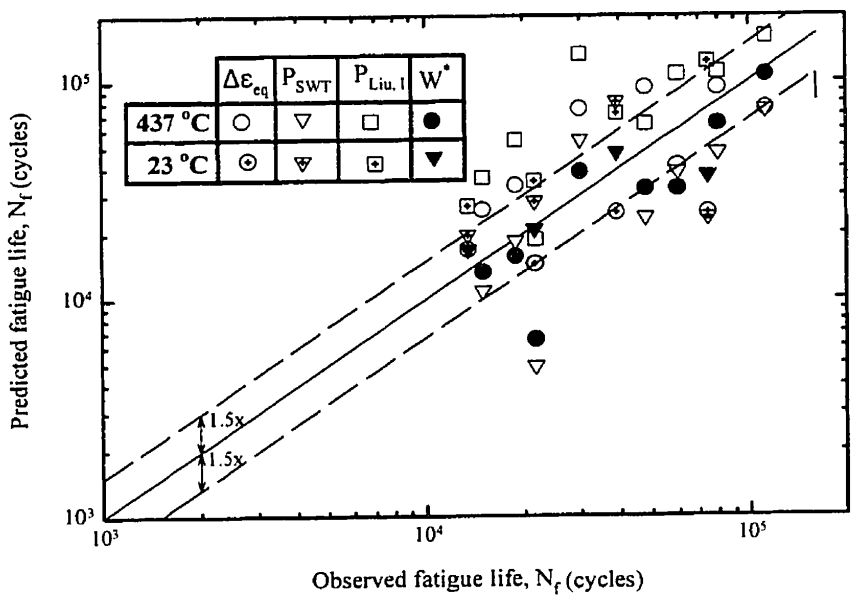


Figure 5.9- Relative performance of the parameters in correlating biaxial test data

5.7 Conclusion

A modified strain energy parameter has been proposed to characterize the fatigue life of Type 304 stainless steel tested under different biaxial-tensile stress states. This parameter, expressed in terms of the product of the stress and strain acting on the critical plane, takes into consideration the mean stress and strain effects as well as the imposed biaxiality ratios in an explicit form. Moreover, it has the capability for a straightforward traitment of the fatigue life under nonproportional loading.

The performance of the proposed model has been evaluated by means of the results obtained from a newly developed device. Biaxial-tensile fatigue tests on disc specimens have been carried out, at room temperature and at 437 °C, under different biaxiality ratios. The obtained results indicate the following:

(i) in all tests, micro cracks initiates in a direction perpendicular to the major normal strain and the main crack propagated in the circumferential direction (Mode I fracture).

(ii) biaxial fatigue data at both temperatures could not be correlated satisfactorily with the von Mises equivalent strain range and the virtual energy parameters. However, some success has been obtained with the modified strain energy parameter and to some extent with the SWT parameter.

(iii) the good performance of the proposed parameter over the SWT parameter is mainly attributed to the fact that the proposed criterion takes into consideration the effect of the mean stress/strain as well as the biaxiality of the stress state.

Further investigations involving other materials and different loading conditions should be carried out in order to determine the validity limits of the proposed approach.

5.8 References

ASME Boiler and Pressure Vessel Code, 1980, Section III, Code Case N-47-12, Rules for Construction of Nuclear Power Plant Components.

Bannantine, J. A., 1991, "A Review of Multiaxial Fatigue Damage Models and Observed Material Behavior," *Impact of Improved Material Quality on Properties, Product and Design*, MD-Vol. 28, pp. 213-237.

Bannantine, J. A., and Socie, D. F., 1988, "Observations of Cracking Behavior in Tension and Torsion Low Cycle Fatigue," *Low Cycle Fatigue*, ASTM STP 1122, H. D. Solomon, G. R. Halford, L. R. Kaisand, and B. N. Leis, (eds.), ASTM, Philadelphia, pp. 899-921.

Bonacuse, P. J., and Kalluri, S., 1995, "Elevated Temperature Axial and Torsional Fatigue Behavior of Haynes 188," *ASME Jl of Eng. Mat. and Techn.*, Vol. 117, pp. 191-199.

Brown, M. W., and Miller, K. J., 1982, "Two Decades of Progress in the Assessment of Multiaxial Low-Cycle Fatigue Life," *ASTM STP 770*, pp. 482-499.

Chu, C., Conle, A., and Bonnen, J. J. F., 1993, "Multiaxial Stress-Strain Modeling and Fatigue Life Prediction of SAE Axle Shafts," *Advances in Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 1191, D. L. McDowell and R. Ellis, (eds.), American Society of Testing and Materials, Philadelphia,

pp.37-54.

Davis, E. A., and Connelly, F. M., 1959, "Stress Distribution and Plastic Deformation in Rotating Cylinders of Strain Hardening Material," *ASME Jl of Applied Mechanics*, Vol. 81, pp. 25-30.

Ellyin, F., and Golos, K., 1988, "Multiaxial Fatigue Damage Criteria," *ASME Jl of Eng. Mat. and Techn.*, Vol. 110, pp. 63-68.

Ellyin, F., Golos, K., and Xia, Z., 1991, "In-Phase and Out-of-Phase Multiaxial Fatigue", *ASME Jl of Eng. Mat. and Techn.*, Vol. 113, pp. 112-118.

Ellyin, F., and Kujawski, D., 1993, "A Multiaxial Fatigue Criterion Including Mean-Stress Effect," *Advances in Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 1191, D. L. McDowell and R. Ellis, (eds.), American Society of Testing and Materials, Philadelphia, pp. 55-66.

Ellyin, F., and Wolodko, J. D., 1997, "Testing Facilities for Multiaxial Loading of Tubular Specimens," *Proc. of the 1995 Symposium on Multiaxial Fatigue and Deformation Testing Techniques*, SAE STP 1280, Denver, Colorado, pp.7-24.

Findley, W. N., 1959, "A Theory for the Effect of Mean Stress on Fatigue of Metals Under Combined Torsional and Axial Load or Bending," *ASME Jl of Eng. for Ind.*, Vol. 81, pp. 301-306.

Garud, Y. S., 1981, "A New Approach to the Evaluation of Fatigue Under Multiaxial Loadings," *ASME Jl of Eng. Mat. and Techn.*, Vol. 103, pp. 1118-1215.

Glinka, G., Wang, G., and Plumtree, A., 1995, "Mean Stress Effects in Mutiaxial Fatigue," *Jl Fatigue and Fract. Engng Mater. Struct.*, Vol. 18, No. 7/8, pp. 755-764.

Itoh, T., Sakane, M., and Ohnami, M., 1994, "High Temperature Multiaxial Low Cycle Fatigue of Cruciform Specimen," *ASME Jl of Eng. Mat. and Techn.*, Vol. 116, No. 1, pp. 90-98.

Kandil, F. A., Brown, M. W., and Miller, K. J., 1982, "Biaxial Low-Cycle Fatigue of 316 Stainless Steel at Elevated Temperatures," *The Metals Society*, Vol. 280, London, pp. 203-210.

Liu, K. C., 1993, "A Method Based on Virtual Strain-Energy Parameter for Multiaxial Fatigue Life Prediction," *Advances in Multiaxial Fatigue, ASTM STP 1191*, D. L. McDowell and R. Ellis, (eds.), American Society of Testing and Materials, Philadelphia, pp. 67-84.

Manson, S. S., and Halford, G. R., 1977, "Discussion, Multiaxial Low Cycle Fatigue of Type 304 Stainless Steel," *ASME Jl of Eng. Mat. and Techn.*, Vol. 99, No. 3, pp. 283-286.

Morrow, J. D., 1965, "Cyclic Plastic Strain Energy and Fracture of Metals," ASTM STP 378, pp. 45.

Pascoe, K. J., and De Villiers, J. W. R., 1967, "Low-Cycle Fatigue of Steels Under Biaxial Straining," *Jl of Strain Analysis*, Vol. 2, No. 2, pp. 117-126.

Sakane, M., Ohnami, M., and Sawada, M., 1991, "Biaxial Low Cycle Fatigue of Unaged and Aged 1Cr-1Mo-1/4V Steels at Elevated Temperature", *ASME Jl of Eng. Mat. and Techn.*, Vol. 113, No. 1, pp.244-253.

Sines, G., 1955, "Failure of Materials Under Combined Repeated Stresses with Superimposed Static Stresses," *Technical Note 3495*, NACA, Washington, D.C.

Smith, R. N., Watson, P., and Topper, T. H., 1970, "A Stress Strain Function for the Fatigue of

Metals," *Jl of Materials*, JMLSA, Vol. 5, No. 4, pp. 767-778.

Socie, D., 1987, "Multiaxial Fatigue Damage Models," *ASME Jl of Eng. Mat. and Techn.*, Vol. 109, pp. 293-298.

Zouani, A., Bui-Quoc, T., and Bernard, M., 1996, "Optimal Design of a Disk-Shaped Specimen for Biaxial-Tensile Fatigue Testing," *ASTM Jl of Testing and Eval.*, Vol. 24, No. 5, pp. 287-294.

Zouani, A., Bui-Quoc, T., and Bernard, M., 1997, "Cyclic Behavior Under Biaxial-Tensile Stress State at Room and Elevated Temperature," *Fatigue and Fracture-1997*, ASME PVP-Vol. 350, Vol. 1, pp. 495-503.

Zouani, A., Bui-Quoc, T., and Bernard, M., 1998, "Fatigue Life Investigation Under Biaxial-Tensile Stress State," *To be presented at the 1998 ASME-PVP Conference*, San Diego, CA.

5.9 Appendix A

Determination of expression for g_1 and g_2

In order to determine the expressions for g_1 and g_2, a central cracked plate configuration, similar to that used by Sakane et al. (1988), is considered. A quarter of the cracked plate and the boundary conditions are depicted in Fig. 5.10 together with the applied loading. The FEM is

applied to calculate the COD at $L_c/10$ from the crack tip for different biaxial loading conditions; L_c being the crack length. Figure 5.10 also shows a typical finite element grid. In the FE model, isoparametric quadratic elements are used with singular elements around the crack tip. The plate is subjected to a biaxial loading with the maximum stress or strain being applied in the direction perpendicular to the crack plane. The cyclic stress-strain curves of Type 304 stainless steel at room temperature and at 437 °C are utilized in the analysis; the material cyclic properties at these two temperatures are given in Table 5.1.

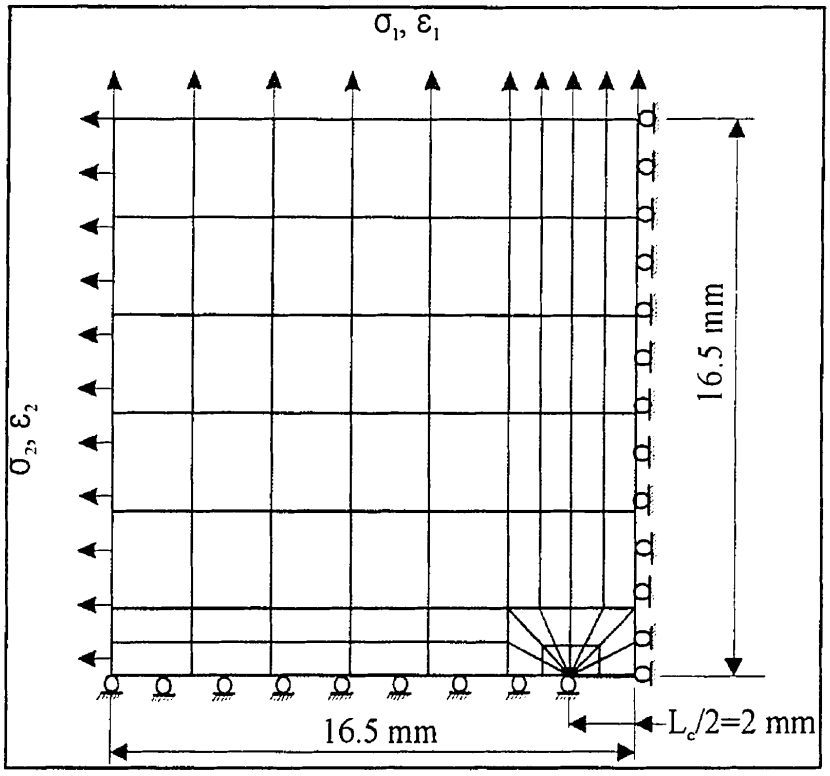


Figure 5.10- FEM model for COD computations

In a first phase of this analysis, a uniform biaxial load distribution is imposed to the plate (σ_1 and σ_2, with $\sigma_2=\rho\sigma_1$). In a second phase, a uniform biaxial strain distribution is imposed to the plate (ε_1 and ε_2, with $\varepsilon_2=\delta\,\varepsilon_1$). Figures 5.11 and 5.12 show the variation of COD/σ_1 and COD/ε_1 in terms of the applied principal stress ratio and the applied principal strain ratio, respectively. From these two figures, unique expressions for g_1 and g_2 may be obtained using a curve fitting technique; it is seen that these functions are independent from the material behavior (temperature) and the COD level. For the present study, functions $g_1(\rho)$ and $g_2(\delta)$ have been obtained as follows:

$$g_1(\rho) = 0.134\ \rho^2-0.2183\ \rho+0.9983$$

and

$$g_2(\delta) = -0.2314\ \delta^3-0.1656\ \delta^2+0.07628\ \delta+1.43 \qquad (5.18)$$

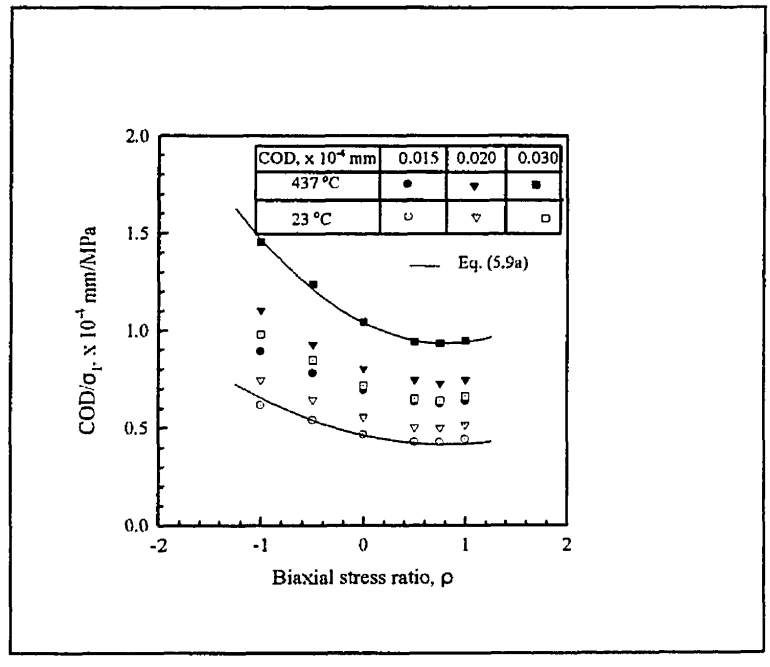


Figure 5.11- Effect of stress biaxiality on COD

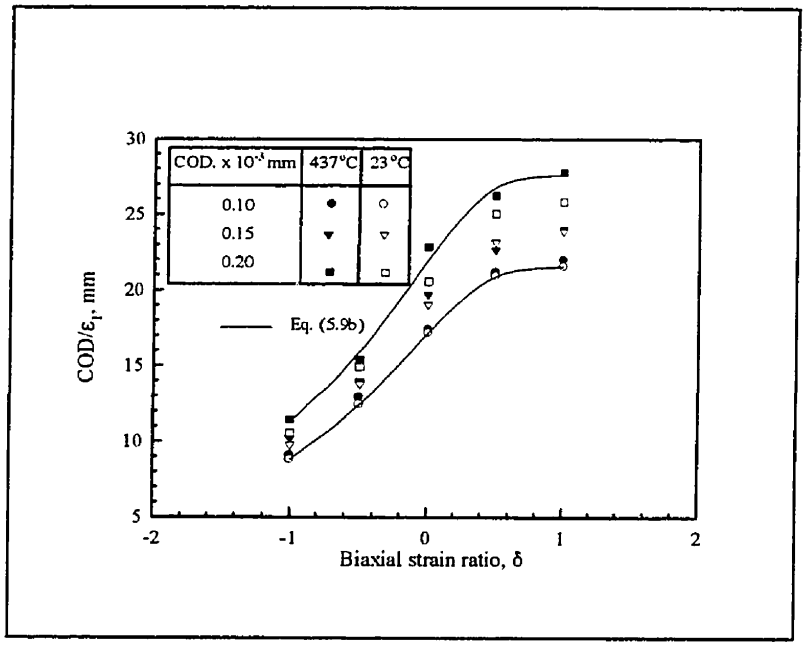


Figure 5.12- Effect of strain biaxiality on COD

5.10 Appendix B

W*-form for uniaxial reversed cyclic loading

For fully reversed uniaxial cycling, some parameters have specific values:

$$\rho = 0 \;;\; \delta = -0.5 \;;\; \sigma_{1,m} = 0 \text{ and } \varepsilon_{1,m} = 0 \tag{5.19}$$

and Eq. (5.13) becomes:

$$W^* = \frac{\Delta\sigma_1}{2} \cdot \frac{\Delta\varepsilon_1}{2} \tag{5.20}$$

Considering the elastic and plastic components of the strain range:

$$\Delta\varepsilon_1 = \Delta\varepsilon_1^e + \Delta\varepsilon_1^p \tag{5.21}$$

and the Basquin and Coffin-Manson relations:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\sigma_1 = E \,.\, \Delta\varepsilon_1^e = 2\ \sigma_f' \ (2N_f)^b \\ \Delta\varepsilon_1^p = 2\varepsilon_f' \ (2N_f)^c \end{array} \right\} \tag{5.22}$$

Eq. (5.20) may be written in the following form:

$$W^* = \frac{\sigma_f'^2}{E} \ (2N_f)^{2b} + \varepsilon_f'\sigma_f' \ (2N_f)^{c+b} \tag{5.23}$$

CHAPITRE 6

DISCUSSION GÉNÉRALE

L'analyse des contraintes dans les composantes mécaniques montre que, très souvent, l'état de contraintes dans les zones critiques est complexe. Toutefois, à cause de la disponibilité d'une vaste banque de données sur le comportement uniaxial des matériaux, le design de ces composantes reste basé sur ce type de données; pour cette fin, un état de contraintes uniaxial équivalent est substitué à l'état de contraintes réel. Cependant, des observations expérimentales ont montré que la biaxialité de l'état de contraintes influence le comportement des matériaux et cette approche est remise en question; ces observations ont engendré un regain d'intérêt pour l'étude du phénomène de la fatigue biaxiale, en particulier à haute température.

De nos jours, ils existent deux méthodes "universelles" d'essai de fatigue biaxiale, à savoir: (a) le tube creux à paroi mince soumis à une combinaison de chargements (traction, torsion et/ou pression interne/externe), et (b) l'éprouvette cruciforme soumise à un chargement biaxial. La première de ces deux méthodes est la plus répandue; cependant, les chercheurs se limitent souvent à l'utilisation du chargement axial et de la torsion à cause de la complexité inhérente à l'utilisation d'un fluide de pressurisation, notamment pour des essais à haute température.

Toutefois, ce type d'essais pourrait s'avérer inadéquat pour des composantes soumises à un autre type de chargement biaxial. C'est le cas, par exemple, des disques en rotation et des réservoirs sous pression qui peuvent être soumis à un chargement biaxial en tension (les deux contraintes principales en tension). Pour pouvoir développer un critère de prédiction de la durée de vie de ce type de composantes, il est nécessaire de simuler cet état de contraintes sur une éprouvette de laboratoire sans oublier de considérer l'effet de la température si la composante doit être en opération à un niveau de température élevé.

a) Montage expérimentale

Dans ce contexte, un nouveau dispositif d'essai a été développé dans ce travail de recherche. Ce dispositif utilise une machine d'essai conventionnelle et une éprouvette ayant la forme d'un disque creux. Un mécanisme spatial permet de transformer la force de compression, générée par la machine conventionnelle, en un ensemble de forces radiales appliquées à la périphérie du disque. Ces forces engendrent une contrainte radiale et une contrainte tangentielle dans une section réduite circulaire du disque. Le mécanisme peut être placé à l'intérieur d'un four pour des essais à haute température. La géométrie de l'éprouvette est fixe, seul le rayon interne du disque est changé selon le rapport de biaxialité des contraintes (rapport de la contrainte tangentielle à la contrainte radiale) à imposer dans la section d'essai.

La configuration géométrique de l'éprouvette est déterminée par un processus d'optimisation appliqué à un critère de design bien établi. Ce processus est basé sur une analyse paramétrique combinée avec une analyse par la méthode des éléments finis. Le critère de design est exprimé en terme des contraintes et de leurs écarts types, calculés dans la section d'essai de l'éprouvette. Ce critère prend en compte la biaxialité du champ de contraintes, son uniformité et sa localisation à l'intérieur de la section d'essai. Dans cette étude, quatre valeurs du rayon interne du disque sont retenues; elles permettent d'imposer des rapports de biaxialité des contraintes de 0,5; 0,65; 0,75 et 0,9.

Des essais préliminaires ont montré que la dispersion maximale des déformations mesurées à travers la circonférence de la section d'essai est inférieure à 5%. De plus, la dispersion maximale entre les déformations radiales mesurées à travers le rayon de la section d'essai est inférieure à 7%. La différence entre les déformations mesurées de part et d'autre de la surface de l'éprouvette montre qu'il y une certaine flexion induite à cause du mauvais positionnement des bras d'appui; bien qu'à la température ambiante cette différence est acceptable, l'effet de cette flexion n'a pas été examiné dans cette étude surtout pour les essais à haute température. Des essais de chargement et de déchargement ont permis de s'assurer de la stabilité du dispositif d'essai et de la reproductibilité des mesures des déformations. Ces résultats, satisfaisants, ont permis d'entamer l'exploitation du dispositif d'essai pour l'étude de l'effet d'un état de contraintes biaxial en tension

sur le comportement cyclique et sur la vie en fatigue.

Pour contrôler les caractéristiques de l'état de contraintes dans la section d'essai, des jauges de déformation peuvent être utilisées. Toutefois, pour des températures d'essai très élevées, l'utilisation de jauges de déformation plus performantes, mais extrêmement coûteuses, serait recommandée pour un meilleur contrôle des paramètres lors des essais. Il faut aussi noter que l'exploitation de ce dispositif nécessite un temps assez grand pour la fixation de l'éprouvette et son alignement; la mise au point d'un gabarit pour faciliter le montage serait un atout majeur. De plus, à la température ambiante, l'alignement de l'éprouvette est assuré à partir des mesures des déformations dans la section d'essai; pour des essais à haute température le gabarit permettrait d'assurer la fixation de l'éprouvette et donc d'obtenir une reproductibilité des conditions d'essai d'un test à un autre. De plus, le niveau du chargement appliqué est relativement important à cause de la rigidité de l'éprouvette; celle-ci pourrait être réduite par l'introduction de fentes radiales à la périphérie, similaires à celles présentes dans les éprouvettes cruciformes.

b) Comportement cyclique

Le nouveau dispositif d'essai est utilisé, dans un premier temps, pour étudier le comportement cyclique biaxial d'un acier inoxydable de type 304, à la température ambiante et à 200 °C. Quatre

rapports de biaxialité ont été considérés: 0,5; 0,65; 0,75 et 0,9. Chaque éprouvette est soumise à un chargement cyclique répété à paliers croissants. À chaque niveau du chargement appliqué, les déformations stabilisées sont mesurées à l'aide de rosettes de déformations collées au centre de cette section. L'enregistrement des déformations durant l'essai montre qu'à faible niveau de chargement, les déformations restent sensiblement constantes alors que pour de hauts niveaux de chargement, il y a une accumulation importante de ces déformations jusqu'à ce qu'elles atteignent des niveaux stabilisés. Toutefois, pour de faibles valeurs du rapport de biaxialité, la déformation tangentielle reste faible par rapport à la déformation radiale et seule l'accumulation de cette dernière reste importante. L'analyse des boucles d'hystérésis montre que le matériau atteint un régime pseudo-élastique avec une faible largeur des boucles d'hystérésis et une importante déformation accumulée.

Dans le but d'établir une représentation du comportement cyclique stabilisé du matériau, qui soit indépendante de l'état de contraintes (du rapport de biaxialité), deux concepts sont retenus: le concept de von Mises et celui de Tresca. Ainsi, la contrainte et la déformation équivalentes de von Mises et de Tresca sont calculées pour chaque niveau du chargement appliqué. Pour chaque niveau de chargement appliqué, les contraintes imposées dans la section d'essai sont calculées à partir des composantes élastiques des déformations mesurées. Les hypothèses d'un état plan de contraintes et de la non-compressibilité du matériau permettent de calculer toutes les contraintes

et les déformations impliquées.

L'analyse du comportement cyclique à l'aide du concept de von Mises montre qu'une bonne corrélation est obtenue et ce, quel que soit l'état de contraintes considéré (y compris le comportement uniaxial). Toutefois, avec le concept de Tresca, une déviation assez importante est obtenue entre les comportements uniaxial et biaxial; cette déviation est d'autant plus importante que le rapport de biaxialité est grand. Ces résultats montrent que la contrainte principale intermédiaire (non-considérée par le concept de Tresca) joue un rôle non négligeable sur le comportement cyclique du matériau; ceci suggère que cette contrainte peut avoir, elle-même, une influence sur la vie en fatigue. En d'autres termes, les critères de prévision de la durée de vie qui ne tiennent pas compte de la contrainte et de la déformation principales intermédiaires peuvent donner des durées de vie irréalistes.

c) Vie en fatigue biaxiale

Pour approfondir la compréhension du comportement des matériaux sous l'effet d'un chargement de fatigue biaxiale, il est nécessaire de conduire des essais sous chargement cyclique jusqu'a l'initiation d'une fissure et d'observer le mécanisme de fissuration. Cela permettra d'identifier les paramètres qui influent sur la vie en fatigue. Le dispositif d'essai mis au point est ainsi utilisé pour

conduire des essais de fatigue avec un chargement répété, à la température ambiante et à 437 °C, sur des éprouvettes permettant d'imposer des rapports de biaxialité variant entre 0,5 et 0,9. Le chargement imposé est différent de celui utilisé pour l'étude du comportement cyclique; dans ce cas l'amplitude du chargement imposé est gardée constante jusqu'à l'initiation d'une fissure. De plus, à 437 °C les jauges de déformations ne sont pas fiables, pour cette raison l'état de contrainte imposé pendant ces essais est déterminé en utilisant une analyse par la méthode des éléments finis basée sur le comportment cyclique du matériau à cette température. Il est à remarquer que les résultats de ces essais ne tiennent pas compte de l'effet de l'état de surface de la section d'essai ni de la variation des conditions de positionnement de l'éprouvette qui peuvent changer d'un essai à un autre.

L'observation microscopique des sites et de la surface de fissuration montre que la fissure s'initie en différentes positions au centre de la section d'essai et s'oriente perpendiculairement à la direction de la contrainte principale maximale (c'est à dire, à la direction radiale). La fissure se propage par la suite selon la direction tangentielle. Ces observations sont similaires à celles décrites dans la littérature pour le cas de l'acier inoxydable de type 304. Elles suggèrent que la contrainte et la déformation principales majeures sont les principaux facteurs qui contrôlent la durée de vie; de plus, il est évident que la contrainte principale intermédiaire (la contrainte principale mineure étant nulle) joue un rôle important sur la vie en fatigue. D'une part, il a été

montré que cette contrainte affecte le comportement cyclique du matériau et d'autre part, il a été reconnu que la contrainte hydro-statique affecte la ductilité du matériau, et par conséquent, sa durée de vie.

Dans ce contexte, un critère basé sur une énergie de déformation virtuelle est proposé pour prédire la durée de vie en fatigue biaxiale. Le paramètre de ce critère inclut à la fois les écarts de la contrainte et de la déformation principales majeures. Ces écarts ont été modifiés pour tenir compte d'une façon directe de l'effet de la contrainte principale maximale moyenne et de la déformation correspondante. Cette correction est similaire à celle proposée par Morrow (1965) pour le chargement uniaxial. Finalement, un facteur de multiaxialité des contraintes a été introduit dans le paramètre pour tenir compte de l'effet de la contrainte principale intermédiaire. Ce facteur est basé sur le concept, suggéré par Sakane et al. (1991), de la déformation/contrainte équivalente reliée à l'ouverture de la fissure (COD).

La validité du critère proposé a été examinéee à l'aide des résultats des essais de fatigue biaxiale. De plus, trois autres modèles ont été retenus pour la corrélation de ces résultats, à savoir: (1) la déformation équivalente de von Mises, (2) l'énergie de déformation virtuelle de Liu, et (3) le critère de Smith-Watson-Topper (SWT). À l'exception de la déformation de von Mises, les deux autres critères sont spécifiques aux situations impliquant des fissures de tension. Les résultats

expérimentaux montrent que les trois critères sous-estiment la durée de vie avec un facteur qui est, dans la plupart des cas, supérieur à 2, alors que c'est le critère de SWT qui donne le plus faible écart entre les vies expérimentales et les vies calculées. Concernant le critère présentement proposé, sa performance est effectivement supérieure à celle de SWT; ceci peut être attribué au fait que ce critère tient compte d'effet de la déformation moyenne et de la biaxilité du champ de contraintes.

Il est évident que le critère proposé ne peut être appliqué pour prédire la durée de vie des composantes qui présentent des fissures de cisaillement. Toutefois, un critère similaire à celui présenté dans cette thèse peut être suggéré. Dans ce cas, la déformation et la contrainte de cisaillement dans le plan de la fissure doivent substituer, respectivement, à la déformation et à la contrainte principales maximales. De plus, une expression du facteur de multiaxialité des contraintes peut être déduite en utilisant le concept du COD appliqué aux cas des fissures de cisaillement. La validité d'un tel critère ne peut, alors, être affirmée que sur la base d'une étude expérimentale rigoureuse.

CHAPITRE 7

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

7.1 Conclusions

La synthèse de la revue bibliographique présentée dans cet ouvrage fait ressortir qu'une étude rigoureuse de la fatigue biaxiale nécessite, souvent, des techniques d'essais complexes et onéreuses. À cause de cette complexité l'effet d'un état biaxial de contraintes en tension à haute température sur le comportement des matériaux n'a pas été étudié en profondeur. Pour réaliser une telle étude, la mise au point d'un nouveau dispositif d'essai s'avère plus nécessaire que l'adoption des méthodes d'essai existantes.

D'un autre côté, la revue bibliographique a montré que les critères existants pour la prédiction de la durée de vie sous chargement biaxial ne tiennent pas compte de tous les facteurs influents et n'ont été validés que dans des conditions de chargement particulières. Pour cette raison, une étude intégrée comportant trois volets a été accomplie afin de pouvoir prédire la durée de vie des composantes soumises à un chargement biaxial en tension à haute température:

(i) Développement d'un dispositif d'essai permettant d'imposer, à haute température, un état biaxial de contraintes en tension sur une éprouvette ayant la forme d'un disque creux avec

une section d'essai circulaire.

(ii) Utilisation de ce dispositif pour évaluer l'efficacité des concepts de von Mises et de Tresca à réduire le comportement cyclique biaxial en un comportement uniaxial équivalent.

(iii) Proposition d'un nouveau modèle de prévision de la durée de vie des composantes soumises à un chargement biaxial en tension. Ce modèle est validé sur la base des résultats expérimentaux obtenus avec des éprouvettes en acier inoxydable de type 304 soumises à ce mode de chargement.

Les principaux résultats et conclusions dégagés de cette étude sont résumés dans les sections qui suivent.

7.1.1 Montage d'essai

Le nouveau dispositif de chargement permet d'imposer, dans la section d'essai circulaire d'une éprouvette annulaire, un état biaxial de contraintes en tension à haute température avec des rapports de biaxilité variant entre 0,5 et 0,9. La formulation d'un critère de design, basé sur les écarts des contraintes dans la section d'essai, a permis de déterminer la géométrie de l'éprouvette qui lui assure une performance optimale. Cette formulation peut être adoptée pour déterminer la géométrie d'autres types d'éprouvettes.

Des mesures de déformations dans la section d'essai, sous chargement statique, indique que la distribution des déformations est acceptable; la dispersion maximale entre ces déformations est inférieure à 10%. De plus, quelques cycles de chargement et de déchargement ont permis de s'assurer de la stabilité du dispositif et de la reproductibilité des mesures de déformations. L'avantage principal du dispositif par rapport aux méthodes existantes réside dans sa simplicité et son coût relativement faible. Ce dispositif est approprié pour étudier l'effet d'un état de contraintes en tension et celui des contraintes moyennes sur la vie en fatigue biaxiale à haute température. Cependant, cette étude est limitée aux cas où le chargement est proportionnel vu que la charge appliquée est générée à partir d'un seul système de chargement.

7.1.2 Comportement cyclique

Le nouveau dispositif a été utilisé pour conduire des essais de fatigue à plusieurs paliers sur des éprouvettes en acier inoxydable de type 304 à la température ambiante et à 200 °C. Les résultats de ces essais et de ceux obtenus sous un chargement cyclique uniaxial permettent d'établir les conclusions suivantes:

(i) Lorsque la valeur du rapport de biaxialité augmente, la contrainte intermédiaire principale affecte le comportement cyclique du matériau. Pour cette raison, il est important de tenir compte de cette contrainte lors de la caractérisation de ce comportement.

(ii) L'effet de la température sur le comportement cyclique du matériau n'a pu être relevé car

la différence entre les deux températures considérées est relativement petite.

(iii) Le concept de von Mises est plus approprié que le concept de Tresca pour réduire le comportement cyclique biaxial d'un matériau en un comportement uniaxial équivalent.

Cette analyse suggère que la contrainte principale intermédiaire, en plus d'affecter le comportement cyclique du matériau, pourrait influencer sa durée de vie lorsque le chargement appliqué est en tension biaxiale. Ce résultat est important pour le fonctionnement sécuritaire des composantes mécaniques, car toute procédure d'un design fiable repose sur la connaissance du comportement cyclique du matériau et d'un critère approprié de prévision de la durée de vie.

7.1.3 Critère de prédiction de la vie

Des essais de fatigue biaxiale, à charge contrôlée, ont été conduits sur des échantillons en acier inoxydable de type 304, à la température ambiante et à 437 °C. L'analyse des résultats de ces essais avec ceux des travaux ultérieures permet de tirer les conclusions suivantes:

(i) L'observation microscopique des faciès de rupture montre que la fissure s'initie en différents endroits de la section d'essai. La fissure traverse l'épaisseur de cette section avant de se propager selon la direction circonférencielle. Dès le début de l'initiation, la fissure s'oriente dans un plan normal à la direction radiale.

(ii) La contrainte et la déformation normale au plan de la fissure sont les principaux paramètres

qui gouvernent la durée de vie.

(iii) Les valeurs moyennes de la contrainte et de la déformation normale au plan de la fissure affecte la durée de vie.

(iv) La nature de la biaxialité de l'état de contraintes est un facteur qui influence la durée de vie.

Ces observations ont permi de proposer un modèle de prévision de la durée de vie qui tient compte explicitement des observations (i) à (iv) et qui est exprimé sous la forme du produit entre la contrainte et la déformation principales majeures agissantes sur le plan critique. Par la suite, ce modèle a été directement relié à la durée de vie par une relation qui fait intervenir, uniquement, les caractéristiques du comportement cyclique uniaxial du matériau. Les résultats obtenues montrent une performance supérieure de ce modèle par rapport à celle des modèles existants. Cette supériorité est attribuée à la capacité du nouveau modèle de tenir compte de la contrainte et de la déformation moyennes ainsi que de la biaxilité de l'état de contraintes.

7.2 Contribution originale de la présente recherche

La contribution originale apportée par les travaux de recherche présentés dans cette thèse couvre les aspects suivants:

(i) Développement d'un montage d'essai qui s'adapte sur une machine d'essai conventionnelle

et qui permet de générer un état biaxial de contraintes en tension, à haute température, sur une éprouvette annulaire ayant une section d'essai circulaire.

(ii) Formulation d'un critère de design d'une éprouvette d'essai biaxial. Ce critère, basé sur les écarts des contraintes dans la section d'essai, tient compte des différents caractéristiques de la distribution des contraintes dans cette section, à savoir: l'uniformité de la distribution des contraintes, la localisation de la contrainte critique et la biaxialité du champ de contraintes.

(iii) Évaluation de l'efficacité des concepts de von Mises et de Tresca à réduire l'état biaxial des contraintes cycliques en un état uniaxial équivalent, en particulier pour le cas où les contraintes imposées sont en tension.

(vi) Développement d'un nouveau paramètre pour la prédiction de la durée de vie des composantes qui sont susceptibles au développement des fissures de tension sous l'effet d'un chargement biaxial. Ce paramètre tient compte des contraintes et déformations dans le plan critique de la fissure, de leurs valeurs moyennes et de la caractéristique de l'état de contraintes. Il a été supporté par les résultats des essais réalisés sur des éprouvettes en acier inoxydable de type 304 soumises à un chargement cyclique biaxial en tension.

7.3 Recommandations

Afin d'approfondir la connaissance sur le sujet et de vérifier la validité des relations suggérées, les travaux de recherche réalisés dans cette thèse devront être poursuivis. Les principales

recommandations sont groupées sous trois aspects:

(i) Pour faciliter l'exploitation du dispositif d'essai, il serait pertinent de réduire la rigidité de la périphérie de l'éprouvette et de diminuer, ainsi, le niveau de la charge générée par la machine d'essai conventionnelle. L'introduction de fentes radiales à la périphérie de l'éprouvette, similaires à celles des éprouvettes cruciformes, permettra d'atteindre cet objectif. De plus, le développement d'un gabarit pour faciliter le positionnement du dispositif sur la machine d'essai serait un atout pour la méthode d'essai proposée; il permettrait d'assurer des condition de chargement similaire d'essai à un autre.

D'un autre côté, afin de faciliter la détection de l'initiation des fissures et pouvoir suivre leur évolution, le design ou le choix d'un capteur qui s'adapte à la configuration géométrique de l'éprouvette est nécessaire. Une grille électrique annulaire ayant des brins radiaux, collés sur la surface de la section d'essai, pourrait être utilisée à ces fins. Ainsi, lorsque la fissure cause le bris d'un brin de cette grille, le courant électrique qui le traverse sera coupé; ceci donnera une indication sur la longueur de la fissure et sa localisation et permettra d'étudier la propagation des fissures dans un champ de contraintes biaxial.

(ii) Il est nécessaire d'étudier la performance des concepts de Tresca et de von Mises (et éventuellement d'autres concepts non considérés dans cette étude) dans le cas des

chargements biaxiales avec des rapports de biaxialité négatifs. Dans ce cas, la contrainte principale intermédiaire peut être proche de zéro et les conclusions présentées dans cet ouvrage pourraient ne pas être applicables pour ces conditions de chargement.

(iii) La validité du critère proposé devra être vérifiée en utilisant les résultats d'essais de fatigue obtenus sous des conditions de chargement autres que celles considérées dans cet ouvrage. D'autre part, puisque le domaine d'application de ce modèle est limité aux cas des fissures de tension, un modèle similaire doit être développé pour les situations impliquant des fissures de cisaillement. Toutefois, la méthodologie suivie dans cet ouvrage reste toujours valide pour atteindre cet objectif; il suffit de substituer la déformation et la contrainte de cisaillement dans le plan de la fissure, respectivement, à la déformation et à la contrainte principale maximale. De plus, une expression du facteur de multiaxialité des contraintes peut être déduite en utilisant le concept du COD appliqué aux cas des fissures de cisaillement. Cependant la validité d'un tel critère ne peut être assurée que sur la base de résultats expérimentaux appropriés.

BIBLIOGRAPHIE

ANDREWS, J. M. H. et ELLISON, E. G. (1975). A testing rig for cyclic at high biaxial strains. Jl of Strain Analysis, 8, No. 3, 168-175.

ASME BOILER AND PRESSURE VESSEL CODE. (1980). Section III, Code Case N-47-12, Rules for Construction of Nuclear Power Plant Components.

BANNANTINE, J. A. (1991). A review of multiaxial fatigue damage models and observed material behavior. Impact of Improved Material Quality on Properties, Product, and Design, MD-Vol. 28, 213-237.

BANNANTINE, J. A. et SOCIE, D. F. (1988). Observations of cracking behavior in tension and torsion low cycle fatigue. Low Cycle Fatigue, ASTM STP 1122, H. D. Solomon, G. R. Halford, L. R. Kaisand, et B. N. Leis, (eds.), ASTM, Philadelphia, 899-921.

BENHAM, P. P. (1963). Torsional strain cycling fatigue of copper at low endurance. Jl Inst. Metals, 91, Part 12, 404-417.

BLASER, R. U., TUCKER, JR., J. T. et KOOISTRA, L. F. (1952). Biaxial fatigue tests on flat plate specimens. The Welding Journal, Research Supplement, 31, No. 3, Research Supplement, 161S-168S.

BLASS, J. J. et ZAMRIK, S. Y. (1976). Multiaxial low-cycle fatigue of type 304 stainless steel. Metal Properties Council Symposium on Creep-Fatigue Interaction, ASME, New-York, 129-159.

BONACUSE, P. J. et KALLURI, S. (1995). Elevated temperature axial and torsional fatigue behavior of Haynes 188. ASME Jl of Eng. Mat. and Techn., 117, No. 2, 191-199.

BOWMAN, C. E. et DOLAN, T. J. (1953). Biaxial fatigue properties of pressure vessel steels. The Welding Journal, 32, No. 11, Research Supplement, 529-S-537-S.

BROWN, M. W. et MILLER, K. J. (1973). A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions. Proc. Institution of Mechanical Engineers, 187, No. 65, 745-755 et D229-D244.

BROWN, M. W., et MILLER, K. J. (1979). Biaxial cyclic deformation behaviour of steels. Fatigue Eng. Mat. Struct., 1, No. 1, 93-106.

BROWN, M. W. et MILLER, K. J. (1982a). A biaxial fatigue machine for elevated temperature testing. ASTM Jl of Test. and Eval., 9, No. 4, 202-208.

BROWN, M. W. et MILLER, K. J. (1982b). Two decades of progress in the assessment of multiaxial low-cycle fatigue life . ASTM STP 770, 482-499.

BUI-QUOC, T. et BIRON, A. (1977). Low cycle cumulative fatigue damage on a stainless steel at high temperature. Proc. 3rd Internat. Conf. On Pres. Vess. Technol., ASME Part II, 853-860.

CHU, C., CONLE, A. et BONNEN, J. J. F. (1993). Multiaxial stress-strain modeling and fatigue life prediction of SAE axle shafts. Advances in Multiaxial Fatigue, ASTM STP 1191, D. L. McDowell and R. Ellis, (eds.), American Society of Testing and Materials, Philadelphia, 37-54.

CONWAY. J. B., STENTZ, R. H. et BERLING, J. T. (1975). Fatigue, tensile and relaxation behavior of stainless. U. S. Atomic Energy Commission.

CROSBY, J. R., BURNS, D. J. et BENHAM, P. P. (1969). Effect of stress biaxiality on the high-strain fatigue behavior of an aluminium-copper alloy. Exp. Mech., 9, No. 7, 305-312.

CROSSLAND, B. (1956). Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. Int. Conference on Fatigue of Metal, London.

DAVIS, E. A. et CONNELLY, F. M. (1959). Stress distribution and plastic deformation in rotating cylinders of strain hardening materials. ASME Jl of Applied Mechanics, 81, No. 1, 25-30.

DEMMERLE, S. et BOEHLER, J. P. (1993). Optimal design of biaxial tensile cruciform

specimens. Jl Mech. Phys. Solids, 41, No. 1, 143-181.

DOQUET, V. et PINEAU, A. (1991). Multiaxial low-cycle fatigue behavior of a mild steel. Fatigue Under Biaxial and Multiaxial Loading, ESIS10, Kussmaul, K., Mc Diarmid, D. et Socie, D., (eds.), Mechanical Engineering Publications, London, 81- 101.

DOWLING, N. E. (1993). Mechanical Behavior of Materials, Prentice Hall, 536-540.

DUDDEDAR, T. D., KOCH, F. B. et DOERIES, E. M. (1977). Measurement of shapes of foil bulge test samples. Exp. Mech., 17, No. 4, 133-140.

ELLISON, E. G. et ANDREWS, J. M. H. (1973). Biaxial cyclic high strain fatigue of aluminum alloy RR58. Jl of Strain Analysis, 8, No. 3, 209-219.

ELLYIN, F. (1974). A criterion for fatigue under multiaxial states of stress. Mechanical Research Communications, 1, 219-224.

ELLYIN, F., GOLOS, K. et XIA, Z. (1991). In-phase and out-of-phase multiaxial fatigue. ASME Jl of Eng. Mat. And Techn., 113, pp. 112-118.

ELLYIN, F. et VALAIRE, B. (1982). High strain multiaxial fatigue. ASME Jl of Eng. Mat. and Techn., 104, 165-173.

ELLYIN, F. et VALAIRE, B. (1985). Development of fatigue failure theories for multiaxial high stain conditions. Solid Mechanics Archives, 10, 45-85.

ELLYIN, F. (1988). Recent developments in predicting multiaxial fatigue failure. Research Mechanica , No. 25, 1-23

ELLYIN, F. et GOLOS, K. (1988). Multiaxial fatigue damage criteria. ASME Jl of Eng. Mat. and Techn., 110, 63-68.

ELLYIN, F. et KUJAWSKI, D. (1993). A multiaxial fatigue criterion including mean-stress effect. Advances in Multiaxial Fatigue, ASTM STP 1191, D. L. McDowell and R. Ellis, (eds.), American Society of Testing and Materials, Philadelphia, 55-66.

ELLYIN, F. et WOLODKO, J. D. (1997). Testing facilities for multiaxial loading of tubular specimens. Proc. of the 1995 Symposium on Multiaxial Fatigue and Deformation Testing Techniques, SAE STP 1280, Denver, Colorado, 7-24.

FERRON, G. et MAKINDE, A. (1988). Design and development of a biaxial strength testing device. ASTM Jl of Test. and Eval., 16, No. 3, 253-256.

FINDLEY, W. N. (1959). A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsional and axial load or bending. ASME Jl of Eng. for Industry, 81, 301-306.

FOUND, M. S., FERNONDO, U. S. et MILLER, J. K. (1985). Requirements for a new multiaxial fatigue testing facility. Multiaxial Fatigue, ASTM STP 853, Miller, K. J. et Brown, M. W., (eds.), ASTM, Philadelphia, 11-23.

FUCHS, H. O. (1979). Fatigue research with discriminating specimen. Fat. of Eng. Mat. and Struct., 2, No. 2, 207-215.

GARUD, Y. S. (1981a). Multiaxial fatigue: a survey of the state of the art. ASTM Jl of Test. Eval., 9, No. 3, 165-178.

GARUD, Y. S. (1981b). A new approach to the evaluation of fatigue under multiaxial loadings. ASME Jl of Eng. Mat. and Techn., 103, 1118-1215.

GLINKA, G., WANG, G. et PLUMTREE, A. (1995). Mean stress effects in mutiaxial fatigue. Jl Fat. and Fract. Eng. Mat. Struct., 18, No. 7/8, 755-764.

GROSS, J. H. et STOUT, R. D. (1955). Plastic fatigue properties of high-strength pressure-vessel steels. The Welding Journal, Research Supplement, 34, No. 4, 161S-166S.

GRUBISIC, V. et SIMBURGER, A. (1976). Fatigue under combined out-of-phase multiaxial stress. Int. Conf. on Fatigue Testing and Design, Society of Environmental Engineers, London, 27.1-27.8.

HAMADA, N., SAKANE, M. et MASATERU, O. (1985). A study of high temperature low cycle fatigue criterion in biaxial stress state. Bulletin of JSME, 28, No. 28, 1341-1347.

HAYHURST, D. R. (1973). A biaxial-tension creep-rupture testing machine. Jl of Strain Analysis, 8, No. 2, 119-123.

HEFELE, R., KAPPLER, G. et RIST, D. (1986). Comparison of methods for lifetime calculation of highly loaded aero-engine discs. Jl of Eng. of Gas Turbines and Power, 108, 507-514.

HIBBIT, KARLSSON et SORENSEN, INC. (1992). ABAQUS-User's Manual, Version 5-2.

HULL, W. C. (1977). A rational theory of failure for combined stress high-cycle fatigue. Proc. of the ASME Design Engineering Technology Conference, ASME, 179-195.

ITOH, T., SAKANE, M., et OHNAMI, M. (1994). High temperature multiaxial low cycle fatigue of cruciform specimen. ASME Jl of Eng. Mat. and Techn., 116, No. 1, 90-98.

ITOH, T., SAKANE, M., et OHNAMI, M., SOCIE, D. F. (1995). Nonproportional low-cycle fatigue criterion for a type 304 stainless steel ", ASME Jl of Eng. Mat. and Techn., 117, No. 3, 285-292.

IVES, K.D. (1964). Equibiaxial low-cycle fatigue properties of typical pressure-vessel steels.

Report No 7548, The Babcock and Wilcox Company Research Center, Alliance, OH.

JOHNSON, A. E. et KHAN, B. (1965). A biaxial creep machine and extensometer. Proc. of the Inst. of Mech. Eng., 180, Part 3A, 318-323.

JORDAN, E. H., BROWN, M. W. et MILLER, K. J. (1985). Fatigue under severe nonproportional loading. Multiaxial Fatigue, ASTM STP 853, ASTM, Philadelphia, 569-585.

KANDIL, F. A., MILLER, K. J. et BROWN, N. W. (1982). Biaxial low-cycle fatigue of 316 stainless steel at elevated temperatures. The Metal Society, 280, London, 203-210.

LANZA, G. (1886) Strength of shafting subjected to both twisting and bending. Transaction of the ASME, 8, 130-144.

LEESE, G. E. (1988). Engineering significance of recent multiaxial research. Low Cycle Fatigue, ASTM STP 942, ASTM, Philadelphia, 861-873.

LEFEVBRE, D. F., NEALE, K. W. et ELLYIN, F. A. (1981). A criterion for low-cycle fatigue under biaxial states of stress. ASME Jl of Eng. Mat. and Techn., 103, 1-6.

LESHENSKI, S. (1974). Multiaxial low-cycle-fatigue test rig. Jl of Exp. Mech., 14, No. 4, 251-256.

LIBERTINY, G. Z. (1967). Short life fatigue under combined stresses. Jl of Strain Analysis, 2, No. 1, 91-95.

LIU, K. C. (1993). A method based on virtual strain-energy parameter for multiaxial fatigue life prediction. Advances in Multiaxial Fatigue, ASTM STP 1191, D. L. McDowell and R. Ellis, (eds.), American Society of Testing and Materials, Philadelphia, 67-84.

LITTLE, R. E. (1969). A note on the shear stress criterion for failure under combined stress. Aeronautical Quarterly, 20, 57-60.

LOHR, R. D. et ELLISON, E. G. (1980). A simple theory for low-cycle multiaxial fatigue. Fat. of Eng. Matl. and Struct., 3, 1-17.

MAKINDE, A., THIBODEAU, L. et NEALE, K. W. (1992). Development of an apparatus for biaxial testing using cruciform specimens. Exp. Mech., 32, No. 2, 138-144.

MANJOINE, M. J. (1975). Ductility indices at elevated temperature. ASME Jl of Eng. Mat. and Techn., 97, No. 2, 156-161.

MANSON, S. S. et HALFORD, G. R. (1977). Discussion, multiaxial low-cycle fatigue of type 304 stainless steel. ASME Jl of Eng. Mat. and Techn., 99, No. 3, 283-286.

MARLOFF, R. H. et JOHNSON, R. L. (1980). The influence of multiaxial stress on low-cycle fatigue of Cr-Mo-V steel at 1000°F. Welding Council Bulletin, No. 264, 1-21.

MASON, W. (1917). Alternating stress experiments. Proc. of the Inst. of Mech. Eng., 121-196.

MATTAVI, J. L. (1969). Low-cycle fatigue behavior under biaxial strain distribution. Jl of Basic Eng., 23-31.

MC DIARMID, D. L. (1973). A general criterion of fatigue failure under multiaxial stress. Technical Report 11-61, City University, London, U-K, 851-862.

MC DIARMID, D. L. (1985). The effect of mean stress on biaxial fatigue where the stress are out-of-phase and at different frequencies. Proc. of the Second International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue, Sheffield University.

MC DIARMID, D. L. (1991). Fatigue for high-cycle biaxial and multiaxial loading. Fatigue Under Biaxial and Multiaxial Loading, ESIS 10, Mechanical Engineering Publications, Kussmaul, K., Mc Diarmid, D. et Socie, D., (eds.), 321-335.

MERAH, N. (1994). Effet d'entailles sur le comportement en fatigue et en fatigue-fluage d'un acier inoxydable. Thèse de doctorat. École Polytechnique de Montréal.

MILLER, J. (1972). Low cycle fatigue under biaxial strain controlled conditions. Jl of Mat., 7, No. 3, 307-314.

MORROW, J. D. (1965). Cyclic plastic strain energy and fracture of metals. ASTM STP 378, 45.

MURAKAMI, S., KAWAI, M., et OHMI, Y. (1989). Effects of amplitude-history and temperature-history on multiaxial cyclic behavior of type 316 stainless steel. ASME Jl Eng. Mat. and Techn., 111, 278-285.

NISHINO, S., HAMADA, N., SAKANE, M., OHNAMI, M., MATSUMARA, N., et TOKIZANE, M. (1986). Micro structural study of cyclic strain hardening behaviour in biaxial stress states at elevated temperature. Fatigue Eng. Mat. Struct., 9, 65-77.

OGATA, T., NITTA, A. et KUWABARA, K. (1991). Biaxial low-cycle fatigue failure of type 304 stainless steel under in-phase and out-of-phase straining conditions. Fatigue Under Biaxial and Multiaxial Loading, ESIS 10, Kussmaul, K., Mc Diarmid, D. et Socie, D., (eds.), Mechanical Engineering Publications, London, 377-392.

PARSONS, M. W. et PASCOE, K. J. (1975). Development of a biaxial fatigue testing rig. Jl of Strain Analysis, 10, No. 1, 1-3.

PASCOE, K. J. et DE VILLIERS, J. W. R. (1967). Low-cycle fatigue of steels under biaxial straining. Jl of Strain Analysis, 2, No. 2, 117-126.

SACHS. G., GERBERICH, W.W., WEISS, V. et LATORRE, J.V. (1961). Low-cycle fatigue of pressure vessel materials. ASME Proc., 60, 512-529.

SAKANE, M. et OHNAMI, M. (1991). Creep-fatigue in biaxial stress states using cruciform specimen. Fatigue Under Biaxial and Multiaxial Loading, ESIS10, Kussmaul, K., McDiarmid, D. et Socie, D., (eds.), Mechanical Engineering Publications, London, 265-278.

SAKANE, M., OHNAMI, M., et SAWADA, M. (1991). Biaxial low cycle fatigue of unaged and aged 1Cr-1Mo-1/4V steels at elevated temperature. ASME Jl of Eng. Mat. and Techn., 113, No. 1, pp. 244-253

SHEWCHUK, J., ZAMRIK, S. Y. et MARIN, J. (1968). Low-cycle fatigue of 7075-T651 aluminum alloy in biaxial bending. Exp. Mech., 8, No. 11, 504-512.

SHIMADA, H., SHIMIZU, K., OBATA, M., CHIKUGO, K. et CHIBA, M. (1976). A new biaxial testing machine for the flat specimen and a fundamental study on the shape of the specimen. Technology Reports, Tohoku Univ., 41, No. 2, 351-369.

SHIRATORI, E. et YOSHIDA, F. (1986). Fatigue crack propagation and final fracture of high

speed rotating disks under cyclic start and stop. Bulletin of JSME, 29, No. 248, 327-333.

SINES, G. (1955). Failure of materials under combined repeated stresses with superimposed static stresses. Technical Note 3495, NACA, Washington, D. C.

SMITH, R. N., WATSON, P. et TOPPER, T. H. (1970). A stress strain function for the fatigue of metals. Jl of Materials, JMLSA, 5, No. 4, 767-778.

SOCIE, D. (1987). Multiaxial fatigue damage models. ASME Jl of Eng. Mat. and Techn., 109, 293-298.

STEPANOV, N. V., SHKANOV, I. N. et OMEL'CHENKO, V. V. (1985). Evaluation of stress state and damage sensitivity equivalence of rotating discs in testing on multiaxial electro hydraulic. Izvestiya Vuz. Aviatsionnaya Tekhnika, 28, No. 2, pp. 95-98.

TAIRA, S., INOUE, T. et YOSHIDA, T. (1969). Low-cycle fatigue under multiaxial stresses in the case of combined cyclic tension-compression and cyclic torsion at room temperature. Proc. Twelfth Japan Congress on Materials research, The Society of Materials Science, Japan, 50-55.

TAKAMOTO, I., SAKANE, M. et OHNAMI, M. (1994). High temperature multiaxial low cycle fatigue of cruciform specimen. ASME Jl of Eng. Mat. and Techn., 116, No. 1, 90-98.

TIPTON, S. M. et NILSON, D. V. (1985). Fatigue life prediction for a notched shaft in combined bending and torsion. Multiaxial Fatigue, ASTM STP 853, Philadelphia, 514-550.

TOR, S. S., RUZEK, J. M. et STOUT, R. D. (1952). Repeated load tests on welded and prestrained steels. The Welding Journal, 31, Research Supplement, 238S-246S.

WILSON, I. H. et WHITE, D. J. (1971). Cruciform specimen for biaxial fatigue: an investigation using finite-element analysis and photo elastic-coating techniques. Jl of Strain Analysis, 6, No. 1, 27-37.

WUNDT, B. M. (1968). Bibiography on low-cycle fatigue 1957-1968 Part 1. ASTM STP 449.

YOKOBORI, T., YAMANOUCHI, Y. et YAMAMOTO, S. (1965). Low cycle fatigue of thin-walled hollow cylindrical specimens of mild steel in uniaxial and torsional tests at constant strain amplitude. Int. Jl of Fract. Mech., 1, No. 1 , 3-13.

YOSHIDA, F. (1990). Uniaxial and biaxial creep-ratcheting behavior of SUS 304 stainless steel at room temperature. ASME Int. Jl of Pres. Vess. And Piping, 44, No. 2 , 207-223.

ZAMRIK, S. Y. et GOTTO, T. (1968). The use of octahedral shear strain in biaxial low-cycle fatigue. Materials Technology and Inter-American Approach, ASME, New York, 551-562.

ZAMRIK, S. Y. et DAVIS, D.C. (1993). A simple method and apparatus for biaxial fatigue and crack growth studies. Advances in Multiaxial Fatigue, STP 1191, Mc Dowell, D. L. et Ellis, R., (eds.), ASME, Philadelphia, 204-219.

ZOUANI, A., BUI-QUOC, T. et BERNARD, M. (1996). A proposed device for biaxial-tensile fatigue testing. Fatigue and Fracture-1996, ASME PVP-Vol. 323, 1, 331-339.

ZOUANI, A., BUI-QUOC, T. et BERNARD, M. (1997). Cyclic behavior under biaxial-tensile stress state at room and elevated temperature. Fatigue and Fracture-1997, ASME PVP-Vol. 350, 1, 495-503.

ZOUANI, A., BUI-QUOC, T. et BERNARD, M. (1998). Fatigue life investigation under biaxial-tensile stress state. Accepté pour presentation à la conference annuelle de l'ASME, division PVP, San Diego, California.

ANNEXES

ANNEXE A

PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'ACIER INOXYDABLE TYPE 304

Les échantillons utilisés dans les essais de fatigue biaxiale ont été usinés à partir d'un barreau circulaire en acier inoxydable normalisé type 304, de 150 mm de diamètre. La composition chimique spécifiée par le fabriquant est donnée au tableau 2 du chapitre 3.

Pour déterminer les propriétés mécaniques de ce matériau, des essais de traction et des essais de fatigue en déformation contrôlée ont été réalisés sur des éprouvettes cylindriques provenant du même barreau. La géométrie et les dimensions de ces éprouvettes, conformes à la norme ASTM E606, sont montrées à la figure A.1.

A.1 Essais de traction

Des essais de traction ont été effectués sur les éprouvettes cylindriques à la température ambiante et à 437 °C. À la température ambiante, la déformation a été mesurée à l'aide d'un extensomètre à lames métalliques dont la longueur de jauge est de 8 mm; alors qu'à haute température, un extensomètre à quartz ayant une longueur de jauge de 12 mm a été utilisé. Le taux de déformation imposé pendant l'essai est de 2% par minute. Lorsque la déformation atteint 2%, l'essai de traction est continué sans l'aide de l'extensomètre et ce, jusqu'à la rupture totale de l'éprouvette. Dans cette partie de l'essai, le taux d'élongation de l'éprouvette a été fixé à 10 mm par minute. La variation typique de la déformation en fonction de la contrainte monotone est montrée aux figures A.2 et A.3 pour les essais à température ambiante et à 437 °C, respectivement.

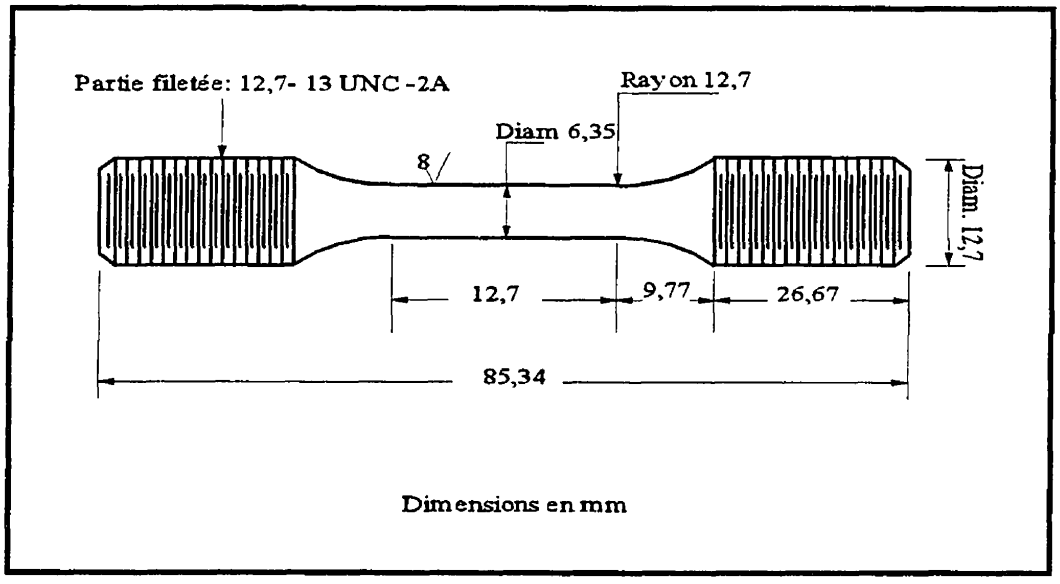


Figure A.1- Géométrie et dimensions de l'éprouvette cylindrique

Tableau A.1 Propriétés monotones de l'acier inoxydable 304

Propriétés / Température	Tp=23 °C	Tp=437 °C
Module d'élasticité, E (GPa)	190	157
Limite d'écoulement, σ_y (MPa)	323	183,5
Contrainte ultime, σ_u (MPa)	616	387
Réduction de la section, R.A. (%)	41,3	63,8
Elongation, El. (%)	41,4	71,7
Contrainte réelle à la rupture, σ_f (MPa)	1387	572
Déformation réelle à la rupture, ε_f	0,53	1,02
Coefficient d'écrouissage, K (MPa)	574	380
Exposant d'écrouissage, n	0.108	0.135

Les valeurs moyennes des propriétés mécaniques ont été déterminées à partir de deux essais et elles sont données au tableau A.1. Les résultats de ces essais montrent une nette diminution des propriétés mécaniques obtenues à 437 °C par rapport à celles obtenues à la température ambiante, excepté pour le coefficient de consolidation.

A.2 Essai de fatigue

Pour déterminer les constantes cycliques du matériau utilisé, des essais de fatigue en déformation contrôlée ont été effectués sur des éprouvettes cylindriques. Le signal de chargement est de forme triangulaire, avec une valeur moyenne nulle. La déformation a été mesurée à l'aide d'un extensomètre à lames et d'un extensomètre à tige de quartz pour les essais à température ambiante et à 437 °C, respectivement. À chaque température, le niveau de déformation totale imposée est de 0,25%; 0,5%; 1% et 2%. Deux à trois essais ont été effectués à chacun de ces quatre niveaux. La fréquence de cyclage a été choisie de sorte que le taux de la déformation imposée soit égal à 0,004 sec^{-1}.

Les figures A.4 et A.5 illustrent la variation de la contrainte enregistrée pendant les cinq premiers cycles de chargement, sous un niveau de déformation de 2%, à la température ambiante et à 437 °C respectivement. L'évolution de ces boucles d'hystérésis prouve que le matériau

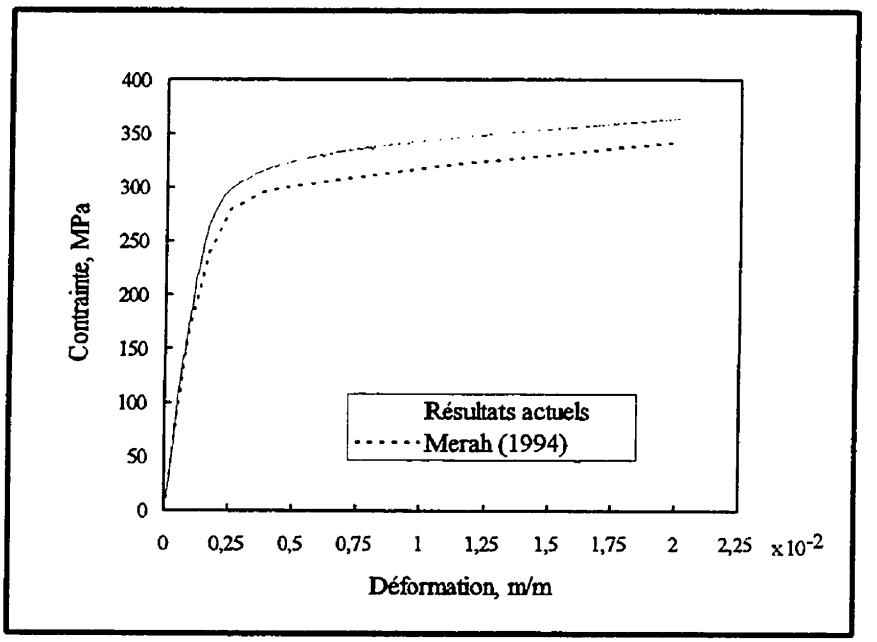


Figure A.2- Comportement monotone de l'acier inoxydable 304 à 23 °C

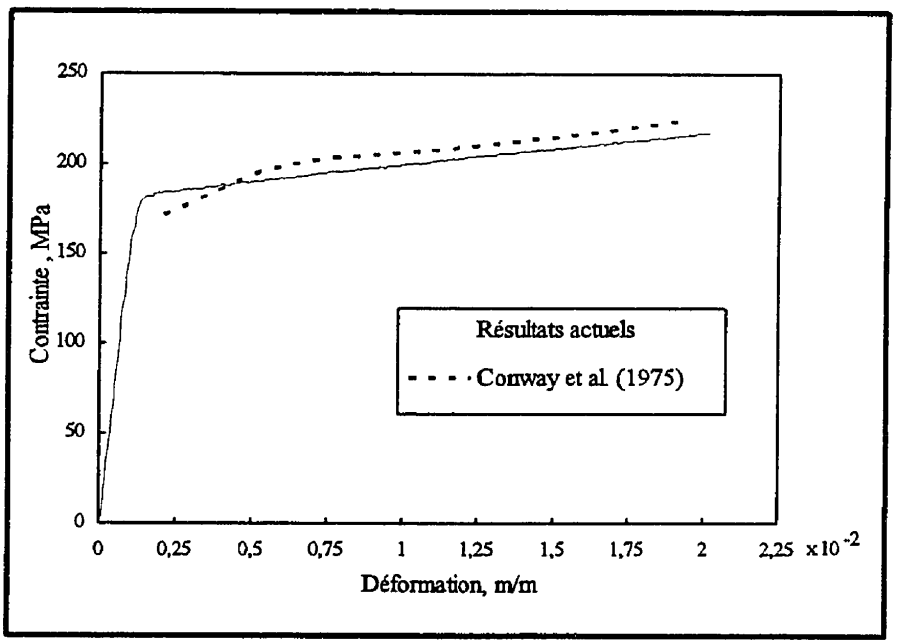


Figure A.3- Comportement monotone de l'acier inoxydable 304 à 437 °C

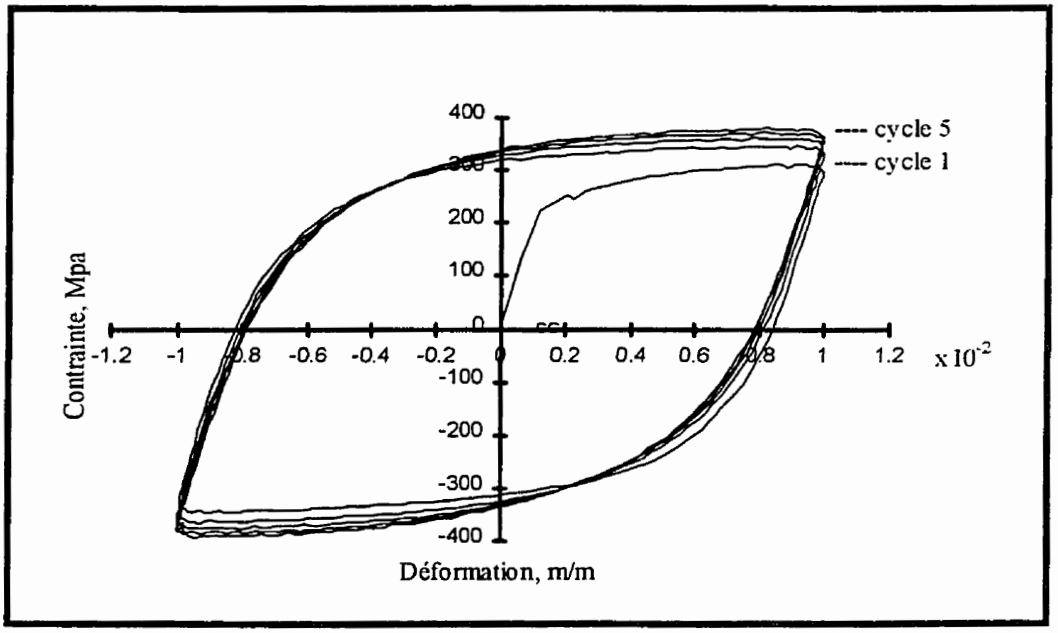


Figure A.4- Evolution de la boucle d'hytérésis de l'acier inoxydable 304 à 23 °C

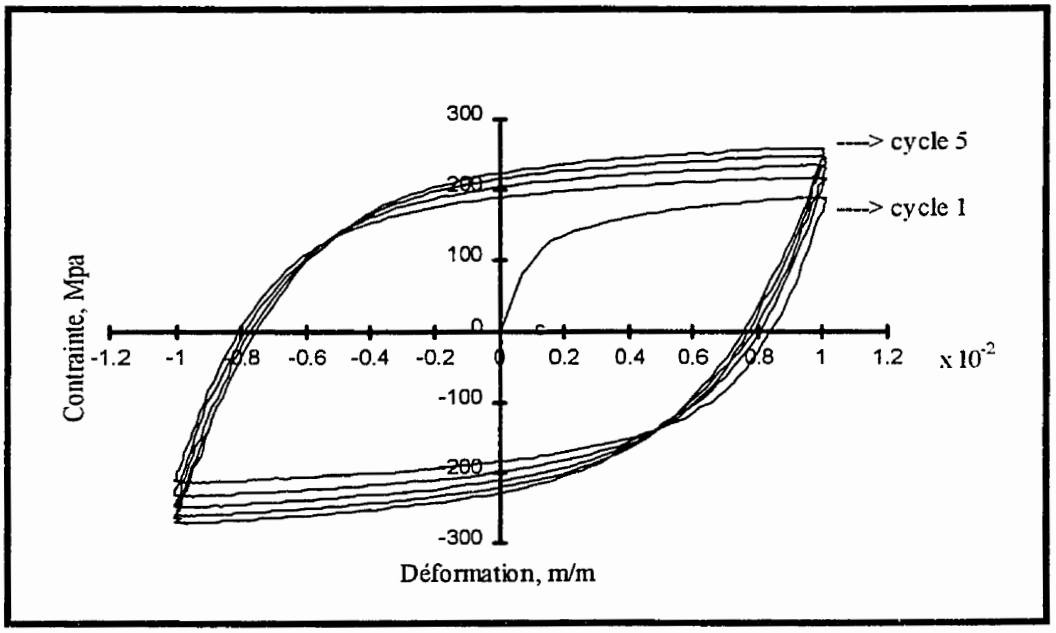


Figure A.5- Evolution de la boucle d'hytérésis de l'acier inoxydable 304 à 437 °C

présente un durcissement structural par fatigue qui atteint un niveau maximal dès les premiers cycles de chargement. La comparaison entre les figures A.4 et A.5 montre que ce durcissement est plus important à haute température qu'à la température ambiante. La variation de l'amplitude de la déformation en fonction de l'amplitude de la contrainte obtenue à la température ambiante et à 437 °C est montrée aux figures A.6 et A.7, respectivement. La valeur de l'amplitude de la contrainte est prise à $N_f/2$. Les propriétés cycliques obtenues aux deux températures sont données au tableau A.2.

Tableau A.2 Propriétés cycliques de l'acier inoxydable 304

Propriétés / Température	Tp= 23 °C	Tp= 437 °C
Coefficient d'écrouissage cyclique, K' (MPa)	4520	1928
Exposant d'écrouissage cyclique, n'	0.52	0.41
Coefficient de résistance à la fatigue, σ_f' (Mpa)	1170	880
Exposant de résistance à la fatigue, b	-0.166	-0.146
Coefficient de ductilité à la fatigue, ε_f'	0.112	0.186
Exposant de ductilité à la fatigue, c	-0.42	-0.43

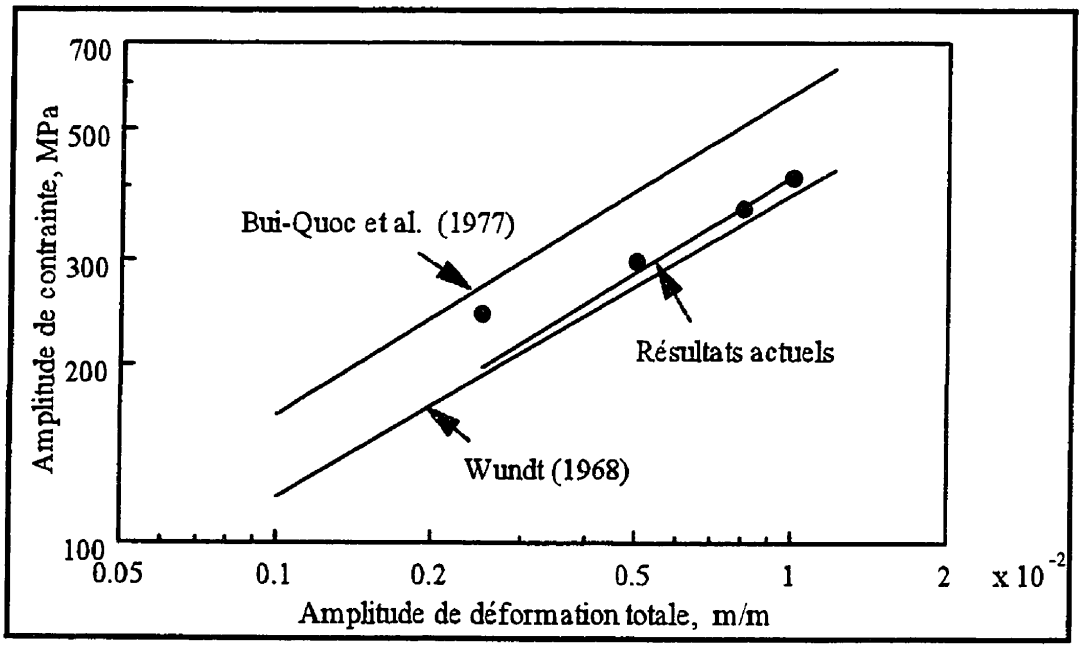


Figure A.6- Comportement cyclique de l'acier inoxydable 304 à 23 °C

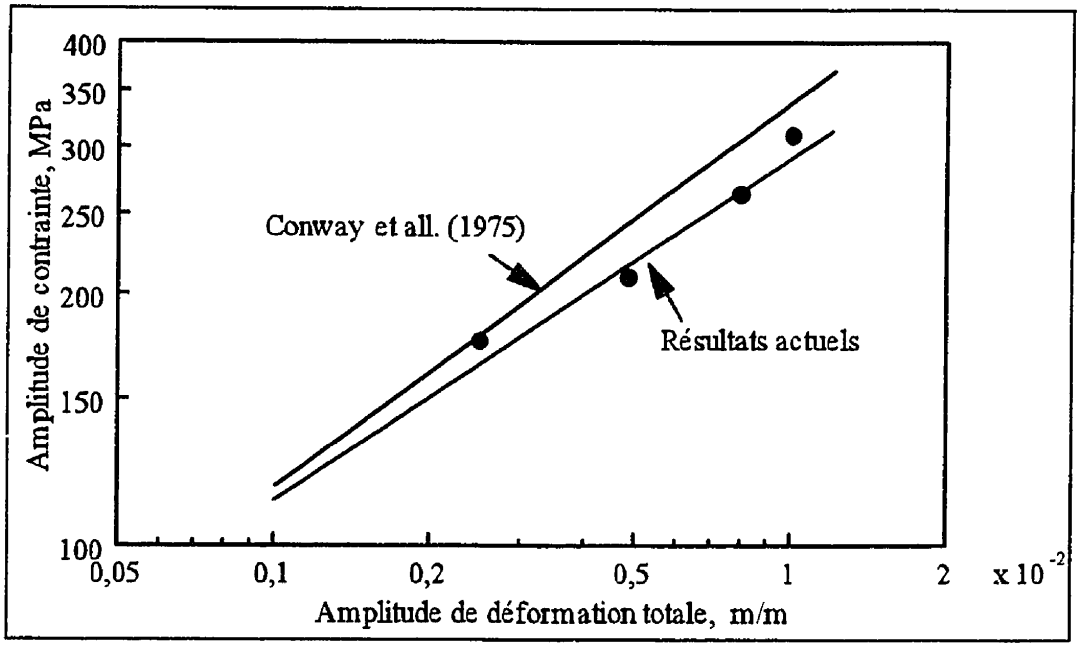


Figure A.7- Comportement cyclique de l'acier inoxydable 304 à 437 °C

ANNEXE B

FORMULATION DISCRÈTE DU CRITÈRE DE DESIGN DE L'ÉPROUVETTE

Tel que mentionné à la section 3.8.2.2 de cette thèse, les critères de design définis dans la section 3.8.1 ne peuvent être évalués qu'en certains points de la section d'essai car les contraintes sont calculées par la méthode des éléments finis et ne sont donc connues qu'aux points de Gauss. Pour évaluer ces critères, une formulation discrète des équations (3.4) à (3.11) est nécessaire. Pour cela, la section d'essai est subdivisée en un nombre N_p de "d'anneaux" concentriques; chaque anneau j, d'épaisseur P(j), comprend un nombre N_j d'éléments quadratiques et son centre coïncide avec le milieu de la section d'essai, tel que schématisé à la figure 3.8; au total, il y a neuf points de Gauss dans chaque élément quadratique (N_g=9).

(a) Uniformité du champ de contraintes

L'équation (3.4) donnant les valeurs moyennes des contraintes σ_{rr}, $\sigma_{\theta\theta}$, $\sigma_{r\theta}$ et σ_{Mises} dans chaque anneau j de la section d'essai peut être exprimée par:

$$\overline{\sigma_{**}}(j) = \frac{\sum_{i=1}^{N_j} \cdot \sum_{k=1}^{N_g} \sigma_{**}^{ik}}{N_g \cdot N_j} \qquad \text{(B1)}$$

L'écart type de ces contraintes, donné par l'équation (3.5), peut aussi s'exprimer par:

$$D_{..}(j) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_j} \cdot \sum_{k=1}^{N_g} \left(\sigma_{..}^{ik} - \overline{\sigma_{..}}(j)\right)^2}{N_g \cdot N_j}} \qquad \text{(B2)}$$

Finalement, le critère de design associé à l'uniformité des contraintes, exprimé par l'équation (3.6) prend la forme:

$$I_i = \sum_{j=1}^{N_p} \left(\frac{D_{..}(j)}{\overline{\sigma_{mises}}} + \frac{D_{..}(j-1)}{\overline{\sigma_{mises}}} \right) \cdot \left(\frac{P(j) - P(j-1)}{2 \cdot a} \right) \qquad (i=1,2,3) \qquad \text{(B3)}$$

où l'indice i=1,2 et 3 réfère à la condition d'uniformité des contraintes σ_{rr}, $\sigma_{\theta\theta}$ et $\sigma_{r\theta}$ respectivement, et $D_{**}(j)=P(j)=0$ pour j=1.

(b) Compatibilité des contraintes

La contrainte nette dans la section d'essai, calculée à partir de l'équation (3.7), prend la forme:

$$(\sigma_{**})_n = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \cdot \sum_{k=1}^{3} \sigma_{**}^{ik}}{3 \cdot N_r} \qquad \text{(B4)}$$

où N_r est le nombre d'éléments quadratiques à travers la section réduite (N_r=4, voir fig. 3.9). L'indice k réfère aux points de Gauss qui sont réparties le long de la section réduite. L'équation (3.9), associée à la condition de compatibilité des contraintes, prend la forme suivante:

$$I_i = \sum_{j=1}^{N_p} \left(\frac{\overline{D}_{..}(j)}{\overline{\sigma_{mises}}} + \frac{\overline{D}_{..}(j-1)}{\overline{\sigma_{mises}}} \right) \cdot \left(\frac{P(j)-P(j-1)}{2 \cdot a} \right) \qquad (i=4,5,6) \qquad \text{(B5)}$$

où l'indice i=4,5 et 6 réfère à la condition de compatibilité des contraintes σ_{rr}, $\sigma_{\theta\theta}$ et $\sigma_{r\theta}$ respectivement; D_{**} est l'écart type des contraintes, dans l'anneau j, par rapport aux contraintes nominales correspondantes et sa valeur est obtenue par:

$$\overline{D_{..}}(j) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_j} \cdot \sum_{k=1}^{N_g} \left(\sigma_{..}{}^{ik} - (\sigma_{..})_n\right)^2}{N_g \cdot N_j}} \qquad \text{(B6)}$$

(c) Localisation de la contrainte critique et biaxialité des contraintes

Le critère associé à la localisation de la contrainte critique, exprimé par l'équation (3.10), est évalué en utilisant la contrainte équivalente moyenne de von Mises calculée dans la section d'essai (éq. (B1)) et la contrainte de von Mises maximale calculée dans toute l'éprouvette.

Le critère de biaxialité des contraintes, exprimé par l'équation (3.11), est évalué à partir des contraintes nettes radiale et tangentielle calculées selon l'équation (B4).

ANNEXE C

MODÈLE D'ÉLÉMENTS FINIS

Cette annexe présente le fichier d'entrée du logiciel d'éléments finis ABAQUS (Hibbit et al., 1992) qui a été utilisé dans la présente étude pour déterminer le champ de contraintes-déformations dans la section d'essai de l'éprouvette disque. Ce fichier est composé essentiellement des parties suivantes:

1- La description de la géométrie de l'éprouvette servant à générer le maillage. Il est à noter que les coordonnées des noeuds 7, 15 et 23 dépendent du rapport de biaxialité des contraintes à imposer dans la section d'essai; l'abscisse de ces noeuds est égale au rayon interne de l'éprouvette.

2- Les données concernant la courbe σ-ε du matériau à la température ambiante et à 437 °C.

3- Les conditions aux rives.

4- Les conditions de chargement et de déchargement élasto-plastique; ce modèle peut être simplifié pour réaliser des analyses purement élastiques. À chaque niveau de chargement, les différentes composantes des contraintes et des déformations peuvent être extraites.

****

GÉOMÉTRIE DE L'ÉPROUVETTE

****

```
*HEADING
ANALYSE DES CONTRAINTES ET DES DÉFORMATIONS DANS L'ÉPROUVETTE: (CAS
PARTICULIER: RAPPORT DE BIAXIALITÉ ρ =0,5)
*RESTART,WRITE
*NODE
**
** COORDONNÉES EN MM
**
7,19.05,4.7625
15,19.05,1.5875
23,19.05,0.
257,24.,4.7625
265,24.,1.5875
273,24.,0.
457,31.692,4.7625
465,31.692,1.5875
473,31.692,0.
665,35.906,1.5875
673,35.906,0.
1065,40.275,0.4363
1073,40.275,0.
1565,42.275,0.4363
1573,42.275,0.
1965,46.644,1.5875
1973,46.644,0.
2365,61.118,1.5875
2373,61.118,0.
2501,63.5,7.9375
2509,63.5,3.96875
2515,63.5,1.5875
2523,63.5,0.
2651,64.9,7.9375
2659,64.9,3.96875
```

```
2665,64.9,1.5875
2673,64.9,0.
2801,68.2625,7.9375
2809,68.2625,3.96875
2815,68.2625,1.5875
2823,68.2625,0.
6050,41.275,13.096875
**
6001,31.692,4.7625
6301,35.906,1.5875
7001,32.5,2.5
**
8001,61.118,1.5875
8301,63.5,3.96875
10040,61.118,3.96875
*NGEN,NSET=A1
7,15
15,23
*NGEN,NSET=A2
257,265
265,273
*NGEN,NSET=A3
457,465
465,473
*NSET,NSET=A31,GENERATE
465,473
*NGEN,NSET=A4
665,673
*NGEN,NSET=A5
1965,1973
*NGEN,NSET=A6
2365,2373
*NGEN,NSET=A7
2501,2509
2509,2515
2515,2523
```

```
*NSET,NSET=A71,GENERATE
2515,2523
*NGEN,NSET=A8
2651,2659
2659,2665
2665,2673
*NGEN,NSET=A9
2801,2809
2809,2815
2815,2823
*NGEN,NSET=ARC,LINE=C
665,1065,25,6050,55.8,13.69219,0.,0.,0.,1.
1065,1565,25,6050,55.8,13.69219,0.,0.,0.,1.
1565,1965,25,6050,55.8,13.69219,0.,0.,0.,1.
*NGEN,NSET=PLAT
673,1073,25
1073,1573,25
1573,1973,25
*NFILL
A1,A2,10,25
A2,A3,8,25
A31,A4,8,25
A5,A6,16,25
A6,A71,6,25
A7,A8,6,25
A8,A9,6,25
ARC,PLAT,8,1
*NGEN,LINE=C
6001,6301,25,6050,55.8,13.69219,0.,0.,0.,1.
*NGEN
459,6051,2796
459,6101,2821
461,6101,2820
461,7001,3270
463,7001,3269
515,7001,3243
```

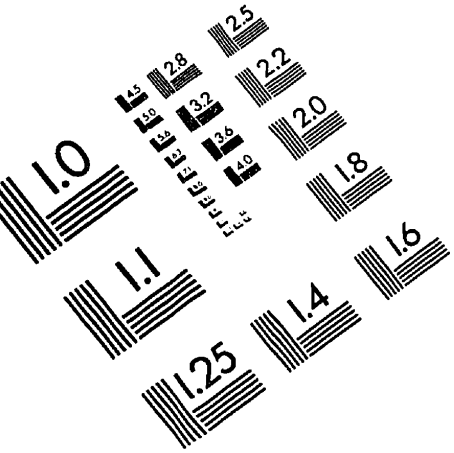
```
6101,7001,450
6151,7001,425
6201,7001,400
565,7001,3218
565,6201,2818
615,6201,2793
615,6251,2818
*NGEN,LINE=C
8001,8301,25,10040,67.268,3.96875,0.,0.,0.,1.
*NGEN
2415,8051,2818
2415,8101,2843
2465,8101,2818
2465,8151,2843
2515,8151,2818
2513,8151,2819
2513,8201,2844
2511,8201,2845
2511,8251,2870
*ELEMENT,TYPE=CAX6
326,457,459,6051,458,3255,6026
327,459,6101,6051,3280,6076,3255
328,459,461,6101,460,3281,3280
329,461,7001,6101,3731,6551,3281
330,6101,7001,6151,6551,6576,6126
331,461,463,7001,462,3732,3731
333,6151,7001,6201,6576,6601,6176
334,7001,565,6201,3783,3383,6601
335,7001,515,565,3758,540,3783
336,6201,565,615,3383,590,3408
337,6201,615,6251,3408,3433,6226
338,6251,615,665,3433,640,6276
**
340,2365,2415,8051,2390,5233,8026
341,8051,2415,8101,5233,5258,8076
342,8101,2465,8151,5283,5308,8126
```

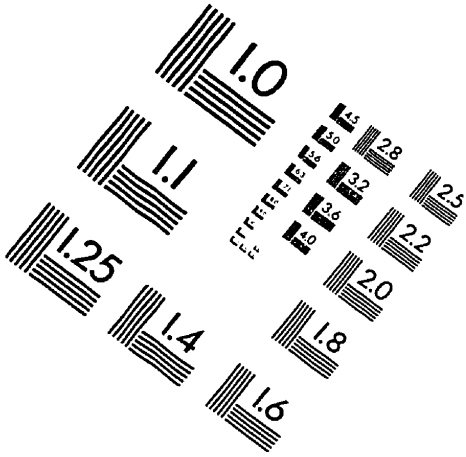
```
343,8151,2513,8201,5332,5357,8176
344,8201,2511,8251,5356,5381,8226
345,8251,2511,2509,5381,2510,8276
346,8101,2415,2465,5258,2440,5283
347,8151,2465,2515,5308,2490,5333
348,8151,2515,2513,5333,2514,5332
349,8201,2513,2511,5357,2512,5356
*ELEMENT,TYPE=CAX8
332,463,465,515,7001,464,490,3758,3732
*ELEMENT,TYPE=CAX8
1,7,9,59,57,8,34,58,32
37,15,17,67,65,16,42,66,40
261,2501,2503,2553,2551,2502,2528,2552,2526
*ELGEN
1,9,50,1,4,2,9
37,56,50,1,4,2,56
261,6,50,1,7,2,6
*ELSET,ELSET=TOUS,GENERATE
1,400
*NSET,NSET=ALG,GENERATE
2819,2823,2
*NSET,NSET=AXE,GENERATE
23,2823,25
*ELSET,ELSET=OUT,GENERATE
63,63
*ELSET,ELSET=CHARGE,GENERATE
261,279,6
**
        ************************************************************
                        COMPORTEMENT DU MATÉRIAU
        ************************************************************
**
*MATERIAL,NAME=SS 304
**
**  COURBE CONTRAINTES-DÉFORMATIONS CYCLIQUES À 437 °C
**
```

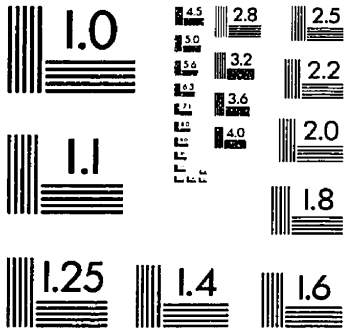
```
**ELASTIC
**150.E3,.33
**PLASTIC
**176.44,0,437
**209.84,.003905871,437
**266.12,.006596458,437
**317.95,.008311424,437
**
**  COURBE CONTRAINTES-DÉFORMATIONS CYCLIQUES À 23 °C
**
*ELASTIC
190.E3,0.33
*PLASTIC
360,0.,23.
418,0.00479847,23.
469,0.00726535,23.
522,0.010218757,23.
559,0.01378975,23.
*SOLID SECTION,ELSET=TOUS,MATERIAL=SS 304
**
        ************************************************************
                          CONDITIONS AUX RIVES
        ************************************************************
*BOUNDARY
AXE,2
        ************************************************************
                        CHARGEMENT ET RÉSULTAS
        ************************************************************
**  CHARGEMENT CROISSANT
*STEP,INC=20,NLGEOM
*STATIC
0.1,1.,1.E-7,.1
*DLOAD
CHARGE,P1,120
*NODE PRINT,NSET=ALG
U
```

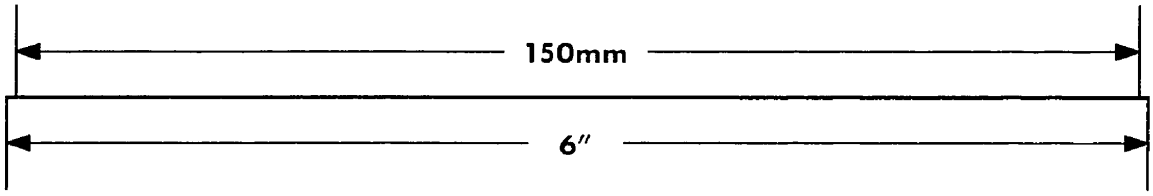
```
*ELPRINT, ELSET=OUT,POSITION=NODES
S11,S33,MISES,TRESC
E11,E22,E33,PEEQ
*RESTART,WRITE
*END STEP
**
** DÉCHARGEMENT
**
*STEP,INC=20,NLGEOM
*STATIC
0.1,1.,1.E-7,.1
*DLOAD
CHARGE,P1,0.
*NODE PRINT,NSET=ALG
U
*ELPRINT, ELSET=OUT,POSITION=NODES
S11,S33,MISES,TRESC
E11,E22,E33,PEEQ
*RESTART,WRITE
*END STEP
```

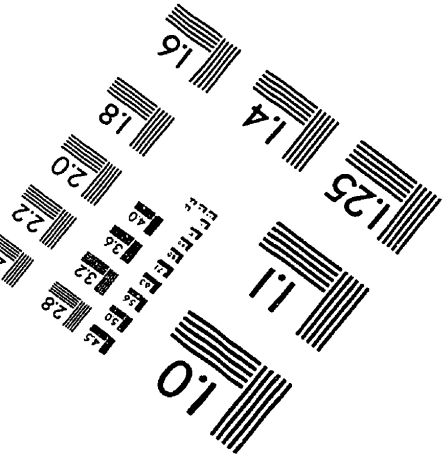
IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)

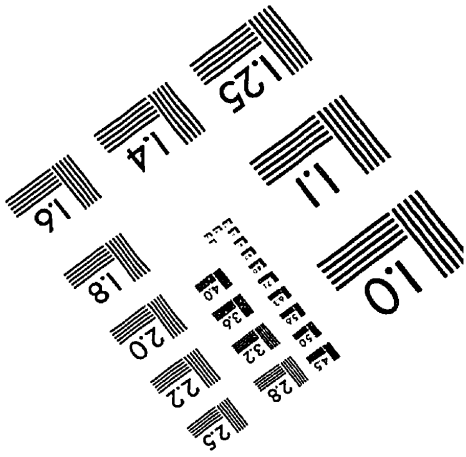










APPLIED IMAGE, Inc
1653 East Main Street
Rochester, NY 14609 USA
Phone: 716/482-0300
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved