

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

OPTIMISATION GÉOMÉTRIQUE DE LA PILE STRUCTURALE  
D'ASPIRATEURS D'INSTALLATIONS HYDROÉLECTRIQUES BASSE-CHUTE

ANTHONY HAROUTUNIAN  
DÉPARTEMENT DE DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
NOVEMBRE 2007



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 978-0-494-36917-3*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 978-0-494-36917-3*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

OPTIMISATION GÉOMÉTRIQUE DE LA PILE STRUCTURALE  
D'ASPIRATEURS D'INSTALLATIONS HYDROÉLECTRIQUES BASSE-CHUTE

présenté par : HAROUTUNIAN Anthony

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. CAMARERO, Ricardo, Ph.D., président

M. TRÉPANIÉ, Jean-Yves, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. GUIBAULT, François, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. GARON, André, Ph.D., membre

L'imprévisible est dans la nature même de l'entreprise scientifique. Si ce qu'on va trouver est vraiment nouveau, alors c'est par définition quelque chose d'inconnu à l'avance.

François Jacob

## REMERCIEMENTS

Ce travail de maîtrise, qui m'a été agréable à mener à bien, a été facilité par l'aide de toute l'équipe qui m'entourait, que je remercie sincèrement et chaleureusement. Un grand MERCI à :

François Guibault, mon co-directeur de recherche pour sa disponibilité, son soutien moral, ses conseils, sa bonne humeur et son enthousiasme, et le café fourni. Jean-Yves Trépanier, mon directeur de recherche pour la gestion globale, sa sympathie, son humour, les litres d'encre rouge, et grâce à qui j'ai eu l'opportunité de réaliser ce projet intéressant et formateur. Les membres du jury Rcardo Camarero et André Garon pour leur travail de lecture et jugement du mémoire. Les associés de recherche, Jean-François Dubé, Ying Zhang, Horéa Iepan, Christophe Tribes, pour leur réponses à mes questions incessantes, leur disponibilité et rapidité d'action. L'ingénieur CFD de chez GE Hydro, Thi Vu, pour son soutien, ses réponses, ses questions, la place de stage offerte chez GE Hydro. Le professeur Charles Audet, pour son aide concernant l'utilisation de l'algorithme NOMAD. Jérémie Thériault, cher collègue pour son aide concernant l'utilisation de son programme MDpile, et les sessions de musique improvisée jouée ensemble. Mes chers collègues étudiants Xavier Mankowsky, Eric Joubarne, Man Wang, Vincent Le Roy et Sergio Galvan pour la compagnie, leurs questions et réponses, l'ambiance de travail et les fêtes. Ma chère colocataire Ieva, pour son soutien, sa cuisine, sa compagnie. Mes parents et famille pour m'avoir permis d'accéder à cette belle expérience de vie.

## RÉSUMÉ

Ce mémoire de maîtrise, intitulé « Optimisation géométrique de la pile structurale d'aspirateurs d'installations hydroélectriques basse-chute », présente le développement d'une méthodologie d'optimisation du nez de la pile structurale placée dans les aspirateurs à la sortie des turbines hydroélectriques. Le sujet tire son origine de l'observation que la géométrie de la pile a un effet sur l'écoulement dans l'aspirateur ainsi que sur les pertes générées.

Une étude portant sur le développement d'une paramétrisation géométrique efficace et adaptée pour la représentation de la pile est menée. La comparaison de divers types paramétriques selon des critères de flexibilité, de capacité à représenter des géométries existantes et de nombre de paramètres impliqués aboutit à la définition d'une paramétrisation hybride originale combinant la paramétrisation NURBS, dont les paramètres sont les points de contrôle de la courbe, et une paramétrisation dite « ingénieur », qui définit uniquement des paramètres géométriques. L'hybridation consiste à définir des paramètres géométriques calculés à partir de la position des points de contrôle NURBS. La boucle d'optimisation mise en place utilise un module de paramétrisation développé pour gérer la représentation paramétrique de la pile et générer la géométrie discrète, un générateur de maillage automatique multi-blocs structuré spécialisé pour le maillage des aspirateurs et le code CFD commercial CFX-10.0. Le solveur utilisé pour la résolution de l'écoulement visqueux turbulent et stationnaire est le modèle RANS avec le modèle de turbulence  $k - \epsilon$ . Deux algorithmes d'optimisation sont utilisés : l'algorithme à gradient pour problèmes séquentiels quadratiques, NLPQL, implémenté dans la plateforme d'optimisation ISight, et l'algorithme à caractère plus global de recherche directe par motifs, NOMAD. La fonction à minimiser est calculée à partir des pertes d'énergie de l'aspirateur.

Des optimisations pour un seul point d'opération de l'aspirateur montrent des améliorations des pertes de l'aspirateur de 5 à 7% et les design obtenus ne sont pas très spécifiques

au point considéré, couvrant une partie de la courbe de pertes. NOMAD a fourni des résultats relativement proches de ceux obtenus avec NLPQL, et des optima relativement plats ont été constatés, ce qui indique que des optima locaux caractérisent la fonction objectif. Des optimisations pour plusieurs points d'opération (multi-points) ont permis d'obtenir une amélioration sur la quasi-totalité de la courbe de pertes entre 3.2 et 4.8%. L'application de la méthodologie aux aspirateurs à deux piles pour hauts débits a donné lieu à de plus modestes améliorations, mais dans ce cas, seuls quelques essais ont été menés.

## ABSTRACT

This master's thesis, entitled « Geometric optimization of low-head hydropower draft tubes structural pier » presents a Computational Fluids Dynamics based design optimization methodology applied to low head hydropower draft tube piers. The draft tube pier has a structural role, and its geometry was found to have a significant effect on the flow and the draft tube losses.

A study is conducted to define an efficient parameterization method to describe the pier. A hybrid parameterization between a NURBS parametrization and an « engineer » parameterization which describes only geometric parameters was adopted. This new parameterization defines « engineering » oriented parameters with significant geometric meaning to be chosen as design variables, calculated from the NURBS control points.

A module for the parameterization of the pier geometry and its discretization, an automatic multi-blocks structured grid generator specifically developed for hydropower draft tubes and the commercial CFD code ANSYS-CFX 10.0 were used to implement the methodology.

As optimization algorithms, the gradient-based NLPQL algorithm and the pattern search NOMAD algorithm were used. Several optimizations carried out have shown good improvement on the draft tube losses up to 7% for single operation point optimizations and up to 4.8% for multi-operation point optimizations. Because of the not very specific character of the optimized designs found, only two or three points were needed to obtain improvement on the whole loss curve. The NLPQL algorithm was found to be efficient in the first few iterations, and complementarity with the NOMAD algorithm results was useful to explain some behaviours noticed near the optimal designs.

## TABLE DES MATIÈRES

|                                                                           |      |
|---------------------------------------------------------------------------|------|
| DÉDICACE . . . . .                                                        | iv   |
| REMERCIEMENTS . . . . .                                                   | v    |
| RÉSUMÉ . . . . .                                                          | vi   |
| ABSTRACT . . . . .                                                        | viii |
| TABLE DES MATIÈRES . . . . .                                              | ix   |
| LISTE DES FIGURES . . . . .                                               | xiii |
| LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES . . . . .                             | xvii |
| LISTE DES TABLEAUX . . . . .                                              | xx   |
| LISTE DES ANNEXES . . . . .                                               | xxii |
| INTRODUCTION . . . . .                                                    | 1    |
| CHAPITRE 1     REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE . . . . .                 | 10   |
| 1.1   Représentation géométrique . . . . .                                | 10   |
| 1.2   Représentation paramétrique . . . . .                               | 11   |
| 1.2.1   Paramétrisations utilisées dans le domaine aéronautique . . . . . | 13   |
| 1.2.2   Paramétrisations utilisées dans le domaine hydraulique . . . . .  | 14   |
| 1.3   Analyse de l'écoulement dans l'aspirateur . . . . .                 | 15   |
| 1.3.1   Pile placée dans l'aspirateur . . . . .                           | 21   |
| 1.3.2   Modélisation de la turbulence . . . . .                           | 23   |
| 1.4   Optimisation . . . . .                                              | 25   |
| 1.4.1   Optimisation de l'aspirateur . . . . .                            | 30   |

|                           |                                                            |           |
|---------------------------|------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>CHAPITRE 2</b>         | <b>REPRÉSENTATION ET PARAMÉTRISATION DE LA PILE</b>        | <b>32</b> |
| 2.1                       | Choix du moyen de représentation géométrique . . . . .     | 32        |
| 2.2                       | Paramétrisation de la courbe . . . . .                     | 33        |
| 2.2.1                     | Une paramétrisation « hybride » . . . . .                  | 34        |
| 2.3                       | Caractérisation des types de paramétrisation . . . . .     | 34        |
| 2.4                       | Détails de la construction de la courbe . . . . .          | 35        |
| 2.5                       | Module de paramétrisation de nez de pile . . . . .         | 37        |
| <b>CHAPITRE 3</b>         | <b>CFD-BASED HYDROPOWER DRAFT TUBE PIER OPTIMI-</b>        |           |
|                           | <b>ZATION . . . . .</b>                                    | <b>42</b> |
| <b>ABSTRACT . . . . .</b> |                                                            | <b>43</b> |
| 3.1                       | Introduction . . . . .                                     | 43        |
| 3.2                       | Physical system . . . . .                                  | 46        |
| 3.3                       | Pier Geometric Parameterization . . . . .                  | 48        |
| 3.3.1                     | Presentation of the concept . . . . .                      | 49        |
| 3.3.2                     | Candidates parameterizations . . . . .                     | 51        |
| 3.3.3                     | Selection criteria and retained parameterization . . . . . | 55        |
| 3.4                       | Numerical modelling . . . . .                              | 60        |
| 3.4.1                     | Draft tube computational model and mesh . . . . .          | 60        |
| 3.4.2                     | CFD settings . . . . .                                     | 61        |
| 3.4.3                     | Grid convergence . . . . .                                 | 63        |
| 3.4.4                     | Steady state computations . . . . .                        | 65        |
| 3.5                       | Optimization methodology . . . . .                         | 67        |
| 3.5.1                     | Optimization algorithms . . . . .                          | 67        |
| 3.5.1.1                   | Gradient-based algorithm . . . . .                         | 68        |
| 3.5.1.2                   | Pattern search algorithm . . . . .                         | 70        |
| 3.5.2                     | Sensitivity analysis . . . . .                             | 71        |
| 3.5.3                     | Optimization constraints . . . . .                         | 72        |

|            |                                                                                                               |     |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.5.4      | Design variables and differentiation steps normalization . . . . .                                            | 73  |
| 3.5.5      | Numerical errors estimation . . . . .                                                                         | 74  |
| 3.6        | Results & discussion . . . . .                                                                                | 77  |
| 3.6.1      | Optimization using the NLPQL algorithm . . . . .                                                              | 77  |
| 3.6.1.1    | Single point design . . . . .                                                                                 | 77  |
| 3.6.1.2    | Different start-point optimizations . . . . .                                                                 | 81  |
| 3.6.1.3    | Multipoint optimization . . . . .                                                                             | 81  |
| 3.6.1.4    | NOMAD optimization . . . . .                                                                                  | 84  |
| 3.6.1.5    | Use of surrogates . . . . .                                                                                   | 85  |
| 3.6.1.6    | Flow analysis . . . . .                                                                                       | 87  |
| 3.6.1.7    | Termination criterion and error estimation . . . . .                                                          | 89  |
| 3.7        | Conclusion . . . . .                                                                                          | 93  |
| 3.8        | Acknowledgements . . . . .                                                                                    | 95  |
| CHAPITRE 4 | DISCUSSION GÉNÉRALE . . . . .                                                                                 | 96  |
| 4.1        | Principaux résultats obtenus . . . . .                                                                        | 96  |
| 4.2        | Résultats additionnels . . . . .                                                                              | 98  |
| 4.2.1      | Multipoints . . . . .                                                                                         | 98  |
| 4.2.2      | Optimisation avec des variables supplémentaires . . . . .                                                     | 101 |
| 4.2.3      | Critère de qualification des aspirateurs et application de la méthodologie à différents aspirateurs . . . . . | 102 |
| 4.2.4      | Optimisation de 2 piles . . . . .                                                                             | 106 |
| 4.2.5      | Influence du niveau de convergence des analyses CFD . . . . .                                                 | 109 |
| CHAPITRE 5 | SYNTHÈSE ET CONCLUSIONS . . . . .                                                                             | 112 |
| 5.1        | Paramétrisation . . . . .                                                                                     | 112 |
| 5.2        | Optimisation . . . . .                                                                                        | 113 |
| 5.3        | Perspectives et suggestions . . . . .                                                                         | 116 |

|                   |     |
|-------------------|-----|
| ANNEXES . . . . . | 125 |
|-------------------|-----|

## LISTE DES FIGURES

|          |                                                                                                                                                               |    |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| FIG. 1   | Schéma d'une installation basse-chute. . . . .                                                                                                                | 2  |
| FIG. 2   | Détails des points caractéristiques. . . . .                                                                                                                  | 3  |
| FIG. 3   | Types de turbines utilisés dans les installations basse-chute. . .                                                                                            | 3  |
| FIG. 4   | Pertes d'énergie générées par les différentes composantes de l'installation. . . . .                                                                          | 5  |
| FIG. 5   | Géométrie typique d'un aspirateur d'installation basse-chute. .                                                                                               | 6  |
| FIG. 1.1 | Illustration des paramètres de calcul du coefficient de swirl. . .                                                                                            | 17 |
| FIG. 1.2 | Évolution typique des pertes de l'aspirateur en fonction du Swirl.                                                                                            | 19 |
| FIG. 1.3 | Exemple de décollement et de génération de tourbillons au bord d'attaque de la pile. . . . .                                                                  | 22 |
| FIG. 2.1 | Position des points de contrôle du nez de pile calculés à partir des paramètres géométriques et paramètres de calcul pour la paramétrisation retenue. . . . . | 36 |
| FIG. 2.2 | Valeurs des points caractéristiques d'une pile discrète utilisés pour déterminer des valeurs initiales des variables. . . . .                                 | 40 |
| FIG. 3.1 | Typical elbow draft tube geometry. . . . .                                                                                                                    | 46 |
| FIG. 3.2 | Draft tube operation conditions and different component losses contribution. . . . .                                                                          | 47 |
| FIG. 3.3 | Hybrid parameterization concept. . . . .                                                                                                                      | 52 |
| FIG. 3.4 | NURBS configuration for the two groups defined. . . . .                                                                                                       | 53 |
| FIG. 3.5 | The six different candidate parameterizations evaluated. . . . .                                                                                              | 55 |
| FIG. 3.6 | Residual surface calculation for geometric fitting. . . . .                                                                                                   | 56 |
| FIG. 3.7 | Some existing pier representation problems encountered for various parameterization types. . . . .                                                            | 57 |

|           |                                                                                                                                                                                                                                 |    |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| FIG. 3.8  | Parameterizations characteristics investigation results. $\zeta$ differences and Pier nose surface differences after geometric fitting for different existing piers at most favorable swirl condition. . . . .                  | 59 |
| FIG. 3.9  | Chosen parameterization geometries examples and effect of each parameter. . . . .                                                                                                                                               | 60 |
| FIG. 3.10 | Draft tube computational domain and blocking configuration. .                                                                                                                                                                   | 61 |
| FIG. 3.11 | Solution vs Refinement factor $\alpha$ . . . . .                                                                                                                                                                                | 65 |
| FIG. 3.12 | Residual plots of the two typical behaviours observed. . . . .                                                                                                                                                                  | 66 |
| FIG. 3.13 | Global optimization methodology. . . . .                                                                                                                                                                                        | 68 |
| FIG. 3.14 | Sensitivity analysis results, swirl conditions s3, at original pier design point. . . . .                                                                                                                                       | 72 |
| FIG. 3.15 | Gradient errors due to the objective function noise and the truncation of the numerical scheme. . . . .                                                                                                                         | 76 |
| FIG. 3.16 | Original draft tube loss curve, at a flow coefficient $Q_{11} = 1 ft^{0.5}/s$ . Units of the losses are $[\%E_{kin_{throat}}]$ . . . . .                                                                                        | 78 |
| FIG. 3.17 | Single point optimization results. Abscissa represents the Swirl coefficient, and vertical axis shows the draft tube Losses difference (optimized - original). The circles indicate the optimized point for each curve. . . . . | 79 |
| FIG. 3.18 | Single point optimized piers. . . . .                                                                                                                                                                                           | 79 |
| FIG. 3.19 | Design space cut from initial design point for the nose angle at swirl conditions s2,s3 and s4. . . . .                                                                                                                         | 80 |
| FIG. 3.20 | Piers obtained for different start-points at single-point optimizations. . . . .                                                                                                                                                | 82 |
| FIG. 3.21 | Multipoint optimized Loss differences curves and associated piers.                                                                                                                                                              | 83 |
| FIG. 3.22 | Comparison of the optimization convergence of the two algorithms used. . . . .                                                                                                                                                  | 85 |

|           |                                                                                                                                                                                                                        |     |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| FIG. 3.23 | Algorithms comparison : Loss difference curves (optimized - original) and corresponding designs obtained with the NOMAD and NLPQL algorithms at two different swirl conditions for single point optimizations. . . . . | 86  |
| FIG. 3.24 | Flow angle upstream pier Vs draft tube height. . . . .                                                                                                                                                                 | 87  |
| FIG. 3.25 | Static pressure contours and velocity vectors projections at different Z values for the original pier at s3 swirl conditions. . . .                                                                                    | 88  |
| FIG. 3.26 | Static pressure contours and velocity vectors projections at different Z values for the optimized pier at s3 swirl conditions. . .                                                                                     | 89  |
| FIG. 3.27 | Mass flow contours at different swirl conditions for a vertical YZ crossflow plane downstream pier nose. . . . .                                                                                                       | 90  |
| FIG. 3.28 | Static pressure contours and velocity vectors projections on a pier middle height plane for different optimizations at swirl conditions s1, s2, s3, s4. . . . .                                                        | 91  |
| FIG. 3.29 | Optimum point sensitivity analysis at the s3 swirl condition. . .                                                                                                                                                      | 92  |
| FIG. 4.1  | Résultats de l'optimisation multipoint s1-s5. . . . .                                                                                                                                                                  | 99  |
| FIG. 4.2  | Angle d'écoulement selon la hauteur en amont du nez de pile pour les différents swirls. . . . .                                                                                                                        | 100 |
| FIG. 4.3  | Effet de la variation individuelle des variables supplémentaires. . . . .                                                                                                                                              | 102 |
| FIG. 4.4  | Résultats de l'optimisation avec variables additionnelles, conditions s3, aspirateur test 1. . . . .                                                                                                                   | 103 |
| FIG. 4.5  | Plan perpendiculaire en amont de la pile utilisé pour déterminer la récupération de pression $C_{pAE}$ . . . . .                                                                                                       | 104 |
| FIG. 4.6  | Résultats de l'optimisation pour différents aspirateurs. . . . .                                                                                                                                                       | 105 |
| FIG. 4.7  | Historiques pour les deux niveaux de convergence. . . . .                                                                                                                                                              | 107 |
| FIG. 4.8  | Aspirateur basse-chute à deux piles. . . . .                                                                                                                                                                           | 108 |
| FIG. 4.9  | Résultats de l'optimisation pour 2 piles, conditions s3, aspirateur test à 2 piles. . . . .                                                                                                                            | 108 |

|           |                                                                                                                                                                  |     |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| FIG. 4.10 | Comparaison du bruit pour l'angle de nez aux deux niveaux de convergence, swirl s3. . . . .                                                                      | 110 |
| FIG. 4.11 | Résultats de l'optimisation avec variables additionnelles, conditions s3. . . . .                                                                                | 111 |
| FIG. I.1  | Position des points de contrôle du nez de pile calculés à partir des paramètres géométriques et paramètres de calcul pour le type 1125                           |     |
| FIG. I.2  | Position des points de contrôle du nez de pile calculés à partir des paramètres géométriques et paramètres de calcul pour le type 2127                           |     |
| FIG. I.3  | Position des points de contrôle du nez de pile calculés à partir des paramètres géométriques et paramètres de calcul pour la paramétrisation du type 3 . . . . . | 129 |
| FIG. I.4  | Position des points de contrôle du nez de pile calculés à partir des paramètres géométriques et paramètres de calcul pour la paramétrisation du type 4 . . . . . | 131 |
| FIG. I.5  | Position des points de contrôle du nez de pile calculés à partir des paramètres géométriques et paramètres de calcul pour la paramétrisation du type 5 . . . . . | 133 |

## LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

|                                                   |                                                         |                    |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|--------------------|
| $f(X)$                                            | fonction objectif                                       | <i>variable</i>    |
| $X$                                               | Vecteur des variables de design                         | <i>variable</i>    |
| $S_F$                                             | Facteur de mise à l'échelle de la fonction objectif     | -                  |
| $\nabla f(X)$                                     | Vecteur gradient de la fonction objectif                | -                  |
| $h$                                               | Pas de differentiation absolu                           | <i>variable</i>    |
| $\overline{variable}$                             | Valeurs normalisées par les bornes                      |                    |
| $S$                                               | Coefficient de swirl                                    | -                  |
| $V$                                               | Norme du vecteur vitesse de l'écoulement                | $m/s$              |
| $V_t$                                             | Composante tangentielle de la vitesse en sortie de roue | $m/s$              |
| $V_a$                                             | Composante axiale de la vitesse en sortie de roue       | $m/s$              |
| $V_r$                                             | Composante radiale de la vitesse en sortie de roue      | $m/s$              |
| $u, v, w$                                         | Composantes cartésiennes de la vitesse                  | $m/s$              |
| $Q_{11}$                                          | Coefficient de débit                                    | $ft^{0.5}/s$       |
| $Q$                                               | Débit-volumique                                         | $m^3/s$            |
| $\dot{m}$                                         | Débit massique                                          | $kg/s$             |
| $\phi$                                            | Coefficient de vitesse                                  | $ft^{0.5}min^{-1}$ |
| $D_{throat}$                                      | Diamètre de gorge                                       | $m$                |
| $H_n$                                             | Hauteur de chute nominale                               | $m$                |
| $N_r$                                             | Vitesse de rotation de la roue                          | $min^{-1}$         |
| $\bar{P}_{tot_{inlet}}, \bar{P}_{tot_{outlet}}$   | Pression totale à l'entrée, sortie                      | $Pa$               |
| $\bar{P}_{stat_{inlet}}, \bar{P}_{stat_{outlet}}$ | Pression statique à l'entrée, sortie                    | $Pa$               |
| $AR$                                              | Rapport des sections sortie/entrée de l'aspirateur      | -                  |
| $R$                                               | Critère de qualification d'amélioration potentielle     | -                  |

|                 |                                                                 |                       |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------|-----------------------|
| $\zeta$         | Coefficient de pertes d'énergie de l'aspirateur                 | -                     |
| $C_{pr}$        | Coefficient de récupération de pression statique                | -                     |
| $C_{pAE}$       | Coefficient de récupération de pression statique après le coude | -                     |
| $C_{pideal}$    | Coefficient de récupération de pression statique idéal          | -                     |
| $E_{kinthroat}$ | Energie cinétique de référence volumique                        | $Pa$                  |
| $\Delta\zeta$   | Différence entre les pertes de la pile optimisée et originale   | $\% \zeta_{original}$ |
| $\alpha$        | Facteur de raffinement du maillage                              | -                     |
| $d$             | Taille moyenne de cellule du maillage                           | $m$                   |
| $N$             | Nombre d'éléments du maillage                                   | -                     |
| $\Phi$          | Grandeur caractéristique choisie comme solution                 | <i>variable</i>       |
| $\Phi_{ext}$    | Solution extrapolée selon Richardson                            | <i>variable</i>       |
| $p$             | Ordre de convergence de la solution avec le maillage            | -                     |
| $V_i$           | Volume de la cellule $i$ du maillage                            | $m^3$                 |

## Abréviations

|                   |                                                                 |
|-------------------|-----------------------------------------------------------------|
| <i>BEP</i>        | Best efficiency Point                                           |
| <i>NURBS</i>      | Non Uniform Rational B-Spline                                   |
| <i>B – Spline</i> | Basis-Spline                                                    |
| <i>BFGS</i>       | Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno                                |
| <i>NLPQL</i>      | Nonlinear Programming Quadratic Line search                     |
| <i>MADS</i>       | Mesh Adaptive Direct Search Algorithms                          |
| <i>NOMAD</i>      | Nonlinear Optimization for Mixed vAriables and De-<br>rivatives |
| <i>RSM</i>        | Response Surface Model                                          |
| <i>DOE</i>        | Design Of Experiment                                            |
| <i>CFD</i>        | Computational Fluid Dynamics                                    |
| <i>RANS</i>       | Reynolds Averaged Navier-Stokes                                 |
| <i>MSR</i>        | Mass Source Residual                                            |
| <i>TMF</i>        | Total Mass Flux                                                 |
| <i>CPU</i>        | Central Processing Unit                                         |

## LISTE DES TABLEAUX

|          |                                                                                                                                     |     |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| TAB. 2.1 | Points de contrôle du nez affectés par la modification d'une variable. . . . .                                                      | 35  |
| TAB. 2.2 | Relations géométriques de calcul des points de contrôle du nez pour la paramétrisation retenue. . . . .                             | 38  |
| TAB. 2.3 | Détermination des valeurs initiales des variables pour l'optimisation géométrique. . . . .                                          | 40  |
| TAB. 2.4 | Paramètres utilisés pour l'optimisation géométrique. . . . .                                                                        | 41  |
| TAB. 3.1 | Parameterizations parameters. . . . .                                                                                               | 57  |
| TAB. 3.2 | Convergence study grids used and first and second order schemes error on the losses using Richardson's extrapolation. . . . .       | 65  |
| TAB. 3.3 | NOMAD algorithm parameters settings. . . . .                                                                                        | 71  |
| TAB. 3.4 | Variables bounds constraints, absolute $h$ and normalized $\bar{h}$ differentiation steps selected. . . . .                         | 73  |
| TAB. 3.5 | Swirls coefficients values used for optimizations and case names used in text for convenience. . . . .                              | 77  |
| TAB. 3.6 | Multipoint optimizations parameters. . . . .                                                                                        | 83  |
| TAB. 3.7 | Near optimum gradient error estimation. . . . .                                                                                     | 92  |
| TAB. 4.1 | Bornes et pas de différentiation des variables additionnelles. Unités des variables en longueur normalisée de l'aspirateur. . . . . | 101 |
| TAB. 4.2 | Comparaison de la récupération de pression en amont de la pile pour les 3 aspirateurs testés. . . . .                               | 106 |
| TAB. 4.3 | Comparaisons des optimisations rapides pour les conditions s2, s3, s4. . . . .                                                      | 106 |
| TAB. I.1 | Relations géométriques de calcul des points de contrôle du nez pour le type 1 . . . . .                                             | 126 |

|          |                                                                                            |     |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| TAB. I.2 | Relations géométriques de calcul des points de contrôle du nez<br>pour le type 2 . . . . . | 128 |
| TAB. I.3 | Relations géométriques de calcul des points de contrôle du nez<br>pour le type 3 . . . . . | 130 |
| TAB. I.4 | Relations géométriques de calcul des points de contrôle du nez<br>pour le type 4 . . . . . | 132 |
| TAB. I.5 | Relations géométriques de calcul des points de contrôle du nez<br>pour le type 5 . . . . . | 134 |
| TAB. I.6 | Paramètres des paramétrisations et signification . . . . .                                 | 135 |

**LISTE DES ANNEXES**

|          |                                                                           |     |
|----------|---------------------------------------------------------------------------|-----|
| ANNEXE I | DÉTAIL DES CALCULS POUR LES DIFFÉRENTES PARA-                             |     |
|          | MÉTRISATIONS . . . . .                                                    | 125 |
| I.1      | Type 1 . . . . .                                                          | 125 |
| I.2      | Type 2 . . . . .                                                          | 127 |
| I.3      | Type 3 . . . . .                                                          | 129 |
| I.4      | Type 4 . . . . .                                                          | 131 |
| I.5      | Type 5 . . . . .                                                          | 131 |
| I.6      | Paramètres définis pour les différentes paramétrisations étudiées . . . . | 133 |

## INTRODUCTION

Dans de nombreux domaines de la mécanique, l'arrivée des ordinateurs et des moyens numériques d'aide au design des systèmes a révolutionné le travail des ingénieurs. Les logiciels de dessin 3D assisté par ordinateur, de calcul de structures, de simulation d'écoulements, d'optimisation, et d'autres programmes permettent de pratiquer l'ingénierie de manière plus efficace et plus rapide. Ils permettent par exemple d'évaluer et de comparer des concepts avant même de faire des essais en laboratoire souvent longs et coûteux. La rapide avancée des performances des ordinateurs rend possible des volumes de calcul qui n'étaient même pas imaginables il y a quelques années. Face aux contraintes financières et temporelles auxquelles sont confrontées les entreprises du domaine industriel, ces moyens numériques deviennent des outils très largement utilisés, voire indispensables.

Dans le domaine de l'hydroélectricité, de nombreuses analyses sont effectuées pour le design des installations : calculs d'écoulements, prédiction de la cavitation, simulation de l'abrasion des éléments et durée de vie, optimisation numérique des éléments de l'installation en sont quelques exemples. C'est le dernier exemple cité qui nous intéresse ici.

Les ingénieurs-hydrauliciens cherchent à maximiser le rendement de l'installation, c'est-à-dire à minimiser les pertes dues à l'écoulement du fluide. Le moyen d'y arriver est de modifier la géométrie des composantes de l'installation, ce qui dans de nombreux cas fait appel à l'expérience des concepteurs, ou à des outils d'optimisation numérique. Comme ces installations sont complexes, il est nécessaire de les diviser en plusieurs parties et de les optimiser séparément en posant des hypothèses et des conditions aux limites par rapport aux autres éléments de l'installation. En général, on travaille soit sur l'amont de la turbine (aubes directrices, distributeur), soit sur la turbine proprement dite, soit sur

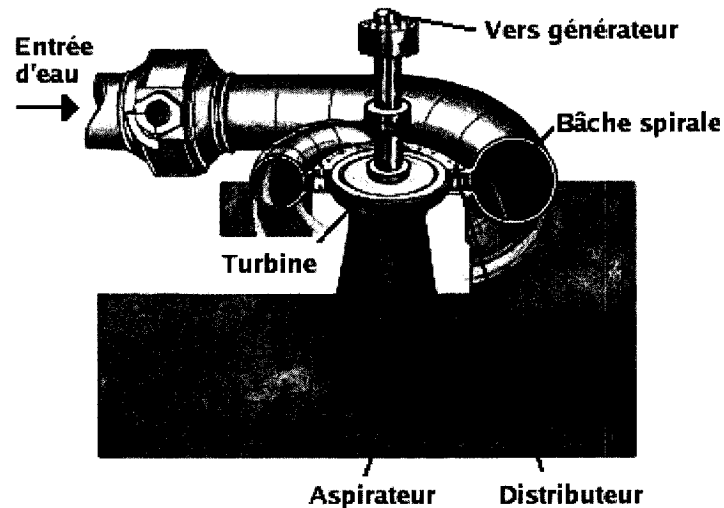


FIG. 1 Schéma d'une installation basse-chute.

l'aspirateur, car des analyses simultanées de plusieurs composantes sont très coûteuses en termes de temps.

La figure 1 présente un schéma d'une centrale hydroélectrique basse-chute et la figure 2 illustre les points caractéristiques de l'installation.

Le terme « basse-chute » désigne des installations dont la hauteur de chute nominale  $H_n$ , qui est la différence entre le niveau de la surface libre de l'eau  $Z_1$  et la hauteur de référence de la turbine  $Z_{ref}$ , varie entre 0 et 50 m. Des installations dites « moyenne-chute » qualifient une hauteur de chute comprise entre 30 et 600 m, et des installations « haute-chute » sont adaptées à des hauteurs de chute de 600 m et plus. Les roues de turbine adaptées aux installations basse-chute sont des roues de type Francis, Kaplan, bulbe, ou hélice, comme illustré à la figure 3.

Les éléments principaux de l'installation basse-chute sont :

**La bâche spirale** C'est une conduite en colimaçon de section décroissante qui a pour but de distribuer l'eau à l'entrée du distributeur. Elle est conçue de manière à ce

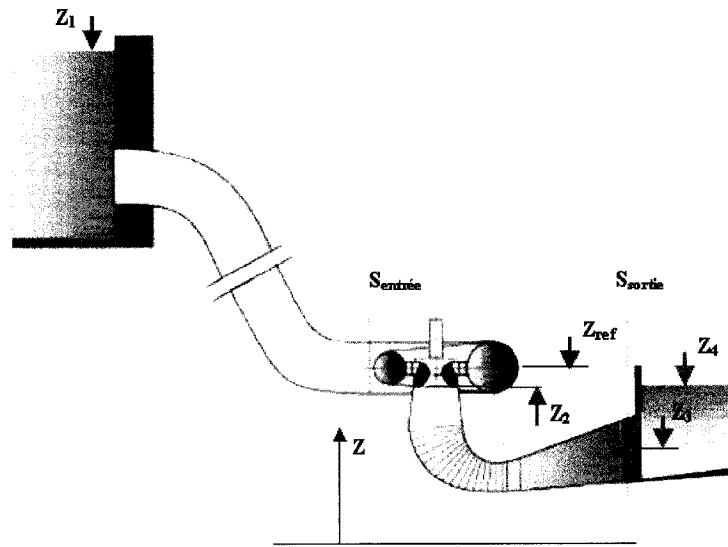


FIG. 2 Détails des points caractéristiques.

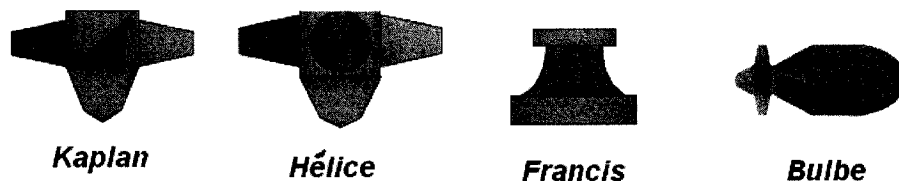


FIG. 3 Types de turbines utilisés dans les installations basse-chute.

que le débit soit constant à travers chaque section d'entrée définies par les aubes avant-directrices du distributeur.

**Le distributeur** Il est constitué d'une série d'aubes avant-directrices fixes réparties sur la circonférence de la turbine, ayant pour but de diriger l'écoulement avec un angle adéquat vers la turbine. Une série d'aubes directrices rotatives suivent les avant-directrices. Leur mouvement permet la régulation du débit traversant l'installation.

**La roue de turbine** Convertit l'énergie hydraulique en énergie mécanique. Un arbre mécanique la relie au générateur électrique.

**L'aspirateur** Placé en aval de la turbine, c'est un tube de section croissante. Il convertit

l'énergie cinétique résiduelle en pression statique.

La plage d'opération de telles installations est définie par le débit qui traverse l'installation et la vitesse de rotation de la roue est imposée constante pour des raisons électriques. À faible débit, on parle de fonctionnement en charge partielle. Au débit nominal de fonctionnement, le rendement de l'installation est maximal. On parle de pleine charge lorsque le débit est supérieur au débit nominal. Ces zones de fonctionnement sont illustrées à la figure 4 qui présente les pertes d'énergie totale pour les différents éléments de l'installation en fonction d'un coefficient de débit normalisé.

On voit sur cette figure que les pertes générées par les différentes composantes varient peu sur la plage de fonctionnement, excepté pour l'aspirateur dont les pertes croissent substantiellement quand on s'éloigne du point optimal (BEP). Comme les installations ne fonctionnent pas toujours au point optimal, une courbe de pertes plus plate de l'aspirateur est souhaitable et requiert un travail d'optimisation.

Les installations basse-chute sont caractérisées par un débit très élevé, et une grande partie de l'énergie hydraulique se présente sous forme d'énergie cinétique, en comparaison à l'énergie de pression due à la hauteur de chute. À la sortie de la roue, l'énergie cinétique résiduelle est importante, de l'ordre de 40 à 70% de l'énergie initiale disponible, dépendant du débit. Une grande partie de cette énergie résiduelle peut être récupérée par l'aspirateur.

Si l'on évalue le gain potentiel de la réduction des pertes de l'aspirateur, on estime par exemple qu'une diminution de 5% des pertes de l'aspirateur se traduirait par une amélioration de l'ordre de 0.2% sur le rendement global. Sur un groupe hydroélectrique d'une puissance de 500MW, soit une turbine de taille honorable, cela correspond à un gain de 1MW, ce qui est notable.

Le rôle de l'aspirateur est de ralentir le fluide dans les meilleures conditions possibles, en

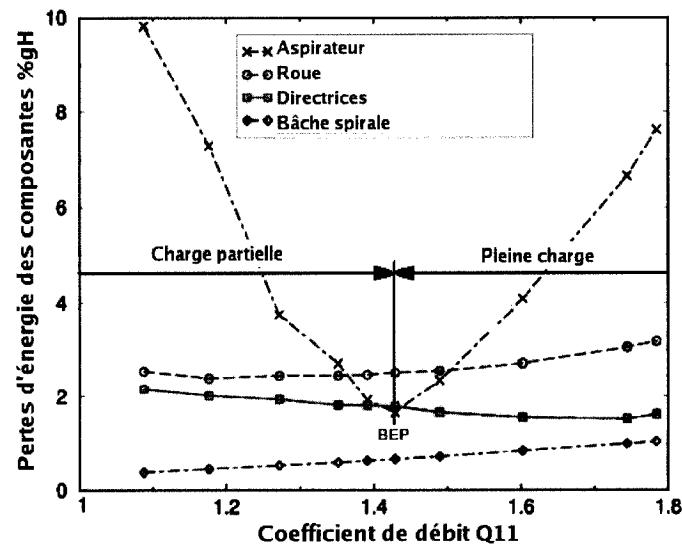


FIG. 4 Pertes d'énergie générées par les différentes composantes de l'installation.

évitant au maximum les décollements du fluide à la paroi. Même si il est placé en aval de la turbine, l'aspirateur a un effet important sur le rendement global de l'installation, qui est calculé d'après un bilan d'énergie entre la prise d'eau  $Z_1$  et la sortie de l'aspirateur  $Z_3$  (figure 2).

De façon générale, l'écoulement dans l'aspirateur est complexe et présente de nombreuses instabilités et turbulences dues à la roue de turbine, et ce, particulièrement dans les régimes de fonctionnement « hors-design ». En régime hors-design, des instationnarités importantes apparaissent et un tourbillon hélicoïdal appelé « torche » peut se former ainsi que de fortes valeurs de rotation de l'écoulement dans l'aspirateur. Idéalement, l'intensité de rotation en sortie de roue devrait être nulle au point de design. Cependant, l'aspirateur génère moins de pertes lorsque l'écoulement présente une légère intensité de rotation en sortie de roue, car la légère rotation de l'écoulement le rend moins sensible aux décollements.

De nombreux travaux ont été réalisés sur l'étude de l'écoulement dans l'aspirateur, et les

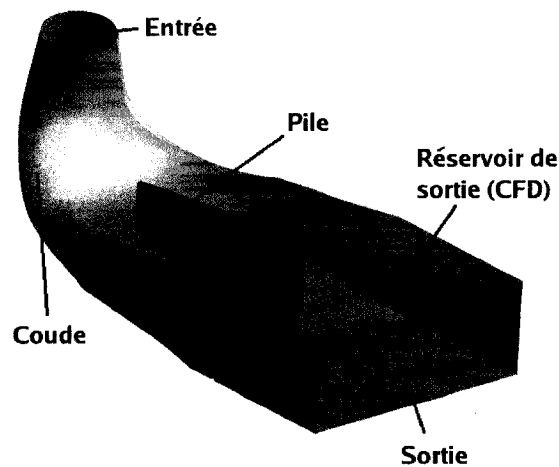


FIG. 5 Géométrie typique d'un aspirateur d'installation basse-chute.

meilleurs design obtenus sont le fruit de nombreuses expérimentations et de recherche par essais-erreurs. L'optimisation automatisée de cette partie de l'installation n'a pourtant encore que peu été mise en pratique. Dans les installations basse-chute, pour des raisons d'encombrement en hauteur, l'aspirateur est coudé et la section de sortie est très large comparativement à sa hauteur. En conséquence, on place au centre de l'aspirateur une pile structurale au centre de l'aspirateur dont le rôle est de renforcer la structure et d'éviter l'écrasement du plafond de l'aspirateur. Évidemment, cette pile peut se révéler néfaste pour l'écoulement dans l'aspirateur d'autant plus que l'écoulement est en rotation. Elle est formée d'un mur rectangulaire dont la partie amont, le bord d'attaque, est de forme arrondie. Selon le type d'installation, il peut y avoir une ou deux piles placées dans l'aspirateur. Les piles utilisées actuellement ont une géométrie déterminée d'après des résultats d'expérience en laboratoire et de mesures sur des installations existantes, mais le design des piles n'a pas vraiment fait l'objet d'études plus approfondies. La possibilité de gagner quelques points de pourcentage sur le rendement de l'aspirateur en proposant des géométries de piles plus adaptées sur la plus large plage de régimes de fonctionnement possible se révèle être intéressante pour les industriels. Cette méthodologie est dans un premier temps destinée à la réhabilitation d'installations existantes,

soit avec des contraintes élevées en termes de géométries acceptables. Une plus grande flexibilité sera autorisée lors du design de nouvelles installations.

C'est donc l'optimisation géométrique de cette pile dans le but de maximiser le rendement de l'aspirateur qui fait l'objet de la présente étude. L'optimisation numérique consiste à trouver l'optimum (minimum ou maximum suivant la définition du problème) d'une fonction appelée « fonction objectif » ou « fonction coût ». Les variables choisies pour l'optimisation dont dépend cette fonction sont appelées « variables de design » et sont les composantes du « vecteur de design ». Le problème est traité par un algorithme d'optimisation dont la tâche est de trouver l'optimum de la fonction coût. Il existe divers algorithmes possédant chacun leurs caractéristiques, et le choix de l'algorithme dépend du problème à résoudre et de la fonction à optimiser. Un survol des algorithmes d'optimisation sera présenté au chapitre 1.

L'objectif global de l'étude est de développer une méthode permettant d'améliorer le rendement de l'aspirateur, basée sur l'optimisation de la géométrie de la pile structurale de l'aspirateur. Plus précisément, les objectifs spécifiques du travail sont :

- ★ Évaluer les capacités de représentation des différentes paramétrisations géométriques existantes de la pile et en développer d'autres si nécessaire. Choisir une paramétrisation pour l'optimisation d'après des critères de capacité de représentation de piles existantes, de flexibilité et de robustesse.
- ★ Développer et mettre en place une méthodologie d'optimisation de la géométrie du nez de pile. Choisir l'algorithme d'optimisation d'après les caractéristiques du problème, telles que la sensibilité aux variables de design, la qualité de la fonction objectif, la robustesse de la boucle d'analyse, l'exploration globale ou locale de l'espace de design et le coût temporel.
- ★ Évaluer les performances de la méthodologie choisie et implémentée, et valider le fonctionnement et la robustesse sur plusieurs cas.
- ★ Fournir au partenaire industriel une méthodologie d'optimisation de la géométrie du

nez de pile sous forme d'un livrable implémenté et relativement robuste dans le cadre des validations effectuées.

La réalisation des objectifs précédemment énumérés repose sur les hypothèses suivantes :

- ★ Le mailleur automatisé, DTMESH, développé au MAGNU, génère un maillage structuré de qualité, adapté à la résolution de l'écoulement dans l'aspirateur.
- ★ Les outils numériques de simulation d'écoulement implémentés dans le logiciel commercial ANSYS CFX utilisé fournissent des résultats représentatifs de l'écoulement réel dans l'aspirateur, dans le respect des hypothèses effectuées pour le choix des paramètres des analyses CFD, de la qualité du modèle d'équations choisi et du modèle de turbulence.
- ★ La prédiction de l'écoulement en régime stationnaire pourvoit des résultats de qualité suffisante pour l'application d'une stratégie d'optimisation dans le contexte industriel décrit.
- ★ Les modèles numériques ainsi que les scripts d'exécution des analyses de l'écoulement dans l'aspirateur, de pré-traitement et de post-traitement fournis par le partenaire industriel ont été validés par des essais en laboratoire sur des modèles réduits instrumentés.
- ★ Les modifications géométriques qui seront effectuées dans le cadre de l'optimisation sont assez faibles pour ne pas modifier substantiellement l'écoulement de sorte que les validations effectuées pour des cas existants restent généralement valables.

Dans le premier chapitre, un état de l'art des travaux effectués dans le domaine de l'optimisation de composantes d'installations hydroélectriques sera présenté. Un parallèle avec le domaine de l'aéronautique sera fait, puisqu'il constitue une riche source de paramétrisations de géométries, adaptables au domaine hydraulique.

Dans le second chapitre, la paramétrisation géométrique de la pile est présentée briève-

ment, et sera examiné en détail au chapitre 3. Le module de génération de piles paramétrées développé par Thériault (2003), modifié et adapté est aussi présenté.

Le troisième chapitre présente l'article « CFD-Based Hydropower Draft Tube Pier Optimization » soumis pour publication au journal « Journal of Fluids Engineering » de l'ASME. Il décrit la description de la méthodologie originale mise en place, y compris la description de la paramétrisation géométrique de la pile, la stratégie d'optimisation développée ainsi que les principaux résultats obtenus. Les principales contributions se situent un niveau de la paramétrisation développée et de la méthodologie fonctionnelle mise en place.

Le dernier chapitre rappelle les principaux résultats du chapitre 3 et présente et discute des résultats additionnels.

Finalement, la synthèse et les conclusions clôturent le présent travail.

## CHAPITRE 1

### REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE

Dans, ce chapitre, on présente les méthodes de représentation géométrique. On fait un survol des travaux réalisés sur les méthodes de paramétrisation géométrique inspiré par les domaines aéronautique et hydraulique. Une description de l'écoulement dans l'aspirateur ainsi que les effets de la pile sont présentés et discutés. On aborde ensuite les différentes méthodes d'optimisation ainsi que les travaux portant sur l'optimisation de composantes d'installations hydroélectriques, et plus particulièrement sur les aspirateurs des installations de type basse à moyenne-chute.

#### 1.1 Représentation géométrique

Si l'on définit une courbe comme l'ensemble des points satisfaisant une équation, on peut définir sa représentation comme l'ensemble des informations qui entrent en jeu pour calculer cette équation. Il existe plusieurs moyens de représenter une courbe :

**Représentation discrète** La courbe est exprimée par une liste de points discrets. La limitation de ce moyen de représentation est donnée par le nombre de points ainsi que leur répartition sur la courbe et le manque de continuité des courbes décrites ainsi. Pour obtenir de l'information en d'autres points que ceux énumérés, il faut recourir à une interpolation.

**La représentation explicite** La courbe est exprimée par son expression analytique qui décrit la courbe de manière exacte sous forme  $y = f(X)$ ,  $X$  étant le vecteur des coordonnées de dimension  $n - 1$ , si  $n$  est la dimension de l'espace. Les courbes usuelles peuvent être exprimées ainsi, mais l'on est vite limité lorsqu'elles de-

viennent plus complexes, telles que celles utilisées en aéronautique ou dans les installations hydrauliques. De plus, des courbes fermées, comportant des points de rebroussement ou présentant une pente infinie, ne peuvent pas être exprimées par cette représentation.

**La représentation implicite** Cette méthode consiste à exprimer la courbe sous forme de l'ensemble des points dont les coordonnées vérifient une relation de la forme  $f(X) = 0$ ,  $X$  étant le vecteur des coordonnées de dimension  $n$ . L'utilité principale de cette représentation est la détermination de l'appartenance d'un point à la courbe. La détermination des points de la courbe est par contre moins aisée et requiert en général une méthode itérative.

**La représentation paramétrique** On exprime chaque coordonnée des points de la courbe sous forme d'une relation explicite d'un paramètre  $u$  qui varie sur un intervalle paramétrique (en général  $[0,1]$ ). On définit un vecteur position  $\vec{P} = (x, y, z)$  avec  $x = f(u)$ ,  $y = g(u)$ ,  $z = h(u)$ . C'est ce moyen de représentation qui va nous intéresser pour cette étude ; il est décrit plus précisément dans le paragraphe suivant.

## 1.2 Représentation paramétrique

Lorsque les outils de conception et de dessin de géométries assistés par ordinateur (CAGD) ont émergé entre les décennies 1950 et 1960 (Farin et al., 2002), il a fallu développer des méthodes de description des géométries des courbes et surfaces devenant de plus en plus complexes. Hermite et Bernstein (Joy, 2000) proposèrent la représentation paramétrique d'une courbe polynomiale par morceaux, chaque morceau étant décrit par un polynôme. Suivant les conditions de raccord spécifiées entre les morceaux, différents degrés de continuité peuvent être obtenus. Pour pallier une certaine rigidité liée à la collocation des points, Pierre Bézier, ingénieur français, s'attaque en 1960 à développer une méthode permettant de décrire paramétriquement des courbes polynomiales

appelées « courbes de Bézier » (Bézier, 1966, 1967, Piegl & Tiller, 1997). L'idée était de décrire une courbe polynomiale basée sur un « polygone de contrôle ». Une « spline de Bézier » raccorde plusieurs courbes de Bézier en leurs extrémités. On gère le degré de continuité en imposant des contraintes sur les positions des points de contrôle. Leur nombre détermine le degré de chaque morceau de la courbe, ce qui présente précisément une des limitations des courbes de Bézier pour représenter des courbes complexes. Elles occasionneraient un degré élevé du polynôme et de nombreuses conditions sur les positions des points de contrôle pour la continuité aux raccords. De plus, la modification de la position des points de contrôle a un effet global sur toute la courbe, rendant difficile le contrôle local. Dès lors, l'évolution des courbes de Bézier mène aux « B-splines » (Piegl & Tiller, 1997), qui sont aussi des courbes de type polynomial par morceaux raccordés en des points appelés « noeuds ». Le paramètre de parcours de la courbe varie de manière monotone d'une extrémité à l'autre de la courbe et l'on contrôle le degré de continuité aux noeuds en modifiant le « vecteur nodal » (Piegl & Tiller, 1997). Il existe pour chaque point de contrôle une « fonction de base » du paramètre de parcours. Les points de la courbe sont obtenus par une fonction qui dépend des points de contrôle ainsi que de « fonction de base » associées aux points de contrôle. C'est précisément cette formulation utilisant des fonctions de base qui permet le contrôle local, les fonctions agissant comme des commutateurs qui sont activés sur un intervalle paramétrique donné.

La formulation de type polynomial ne permet cependant pas de représenter certaines courbes fréquemment utilisées, telles les coniques et les surfaces de révolution. Une plus grande flexibilité est obtenue en ajoutant une pondération à chaque point de contrôle ainsi qu'en définissant les fonctions de base par des expressions rationnelles étendant la capacité de représentation des B-Splines, il s'agit des NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines) (Piegl & Tiller, 1997). Les NURBS constituent actuellement l'une des formes les plus évoluées et largement utilisée des représentations paramétriques. En effet, cette formulation utilise le minimum strict d'informations nécessaires à la description d'une

courbe. Une description plus complète des NURBS, est présentée au chapitre 2.

Les B-Splines et les NURBS présentent des propriétés intéressantes telles que le contrôle local, l'inclusion de la courbe dans l'enveloppe convexe des points de contrôle, l'interpolation des points extrêmes etc.(Piegl & Tiller, 1997).

Dans le cadre de l'optimisation, on choisit des « variables de design » desquelles dépend la fonction à optimiser et qui, dans notre cas, décrivent la géométrie de la pile de l'aspirateur. Il est par conséquent nécessaire de décrire la géométrie de manière paramétrique. Pour être performante, la paramétrisation devra répondre à certains critères qui seront énoncés et précisés au chapitre 2.

### **1.2.1 Paramétrisations utilisées dans le domaine aéronautique**

Le domaine aéronautique est un grand utilisateur des méthodes de paramétrisation en raison des géométries, complexes qu'on y représente et optimise.

Dans la représentation de profils d'aile, par exemple, on trouve la paramétrisation PARSEC (Sobieczky, 1998), qui est une représentation polynomiale qui exprime un profil à l'aide de paramètres géométriques intuitifs et aisément visualisables, c'est-à-dire ayant une signification de grandeurs géométriques comme des angles, des rayons, des courbures, des positions et des distances. Les paramètres géométriques sont liés aux coefficients mathématiques par un système d'équations. Pour obtenir le tracé de la courbe, les valeurs des paramètres géométriques sont introduites dans le système d'équations. On trouve alors les coefficients mathématiques du polynôme qui sont introduits dans l'expression analytique du polynôme.

D'autres auteurs utilisent la représentation B-Spline ou NURBS pour exprimer un profil de manière paramétrique (Bentamy, 2003, Lepine, 1999, Song & Keane, 2004, Painchaud-

Ouellet S. & D., 2004, Soni et al., 1998). Les points de contrôle et éventuellement leurs poids constituent alors les paramètres. Il est nécessaire avec une telle paramétrisation de bien définir les contraintes d'optimisation ainsi que le nombre de points de contrôle, de manière à éviter les modifications trop locales de la géométrie qui peuvent aboutir à des géométries qui présentent des bosses locales ou des oscillations (Lepine, 1999, Samareh, 1999). Cette représentation est donc plutôt facilement adaptable à des géométries 2D ou 3D simples pour des fins d'optimisation. Marier et al. (2005) comparent les paramétrisations PARSEC et B-splines et les appliquent au développement d'un moyen de représentation d'ailes tridimensionnelles.

Plus récemment, l'industriel Boeing (Kulfan & Bussioletti, 2006), a développé une représentation paramétrique basée sur une « fonction de forme » qui présente l'avantage d'être une fonction analytique munie d'un bon comportement, et sur une « fonction de classe » . Les paramètres géométriques d'ingénierie sont directement liés aux valeurs limites de la fonction de forme. Le profil est obtenu par la transformation des fonctions de forme et de classes correspondantes. Une autre variante utilise les polynômes de Bernstein (Joy, 2000) pour la représentation de profils d'aile. Cette méthodologie fournit la possibilité de représenter une grande variété de géométries sur un large espace de design avec relativement peu de paramètres. Développée spécialement pour les composantes d'avions, cette représentation peut être étendue à d'autres domaines.

### **1.2.2 Paramétrisations utilisées dans le domaine hydraulique**

Le domaine hydraulique bénéficie aussi des paramétrisations développées dans le domaine aéronautique, étant donné les géométries de composantes comme les aubes avant-directrices, les aubes de la roue de turbine et l'aspirateur qui se prêtent bien à de telles paramétrisations. Ainsi, Li et al. (2004) utilisent les courbes de Bézier pour la représentation d'un diffuseur vanné de pompe centrifuge dans un cas d'optimisation. Les

B-splines et les NURBS sont aussi utilisées fréquemment dans les problèmes d'optimisation. Poueymirou (2003) applique la paramétrisation NURBS pour la description de profils hydrodynamiques optimisés. Vu (1989) décrit la géométrie de l'aspirateur par des sections transversales connectées à une ligne centrale. Les sections sont paramétrisées selon des lois de forme et de surface le long de la ligne centrale. Eisinger & Ruprecht (2002) définissent similairement une paramétrisation basée sur plusieurs sections transversales décrites de manière paramétrique. Marjavaara & Lundstrom (2003) reprennent cette idée et l'appliquent dans un cadre d'optimisation à la représentation d'un aspirateur en définissant plusieurs sections transversales.

Les deux dernières sections ont survolé les aspects géométrique et paramétrique de la représentation de formes, qui seront repris lors du choix de la définition géométrique de la pile. La section suivante présente l'écoulement dans l'aspirateur ainsi que l'effet constaté de la pile sur l'écoulement.

### 1.3 Analyse de l'écoulement dans l'aspirateur

Dans l'installation hydroélectrique, le rôle de l'aspirateur est de convertir l'énergie cinétique de l'écoulement à la sortie de la roue de turbine en énergie de pression, c'est-à-dire de ralentir le fluide dans les meilleures conditions possibles dans le but de récupérer le maximum de cette énergie de vitesse. En effet, le rendement global de l'installation est calculé par un bilan d'énergie entre la prise d'eau à l'amont de la machine et la sortie de l'aspirateur d'après l'équation d'Euler de la conservation de l'énergie (Vischer, 1987, Japikse, 1994) :

$$\frac{\partial P}{\partial s} + \rho \cdot V \cdot \frac{\partial V}{\partial s} + \rho \cdot g \cdot \frac{\partial z}{\partial s} = 0 \quad (1.1)$$

qui s'applique à un élément différentiel de fluide. Cette équation intégrée par rapport à la longueur d'arc  $s$  donne l'équation de Bernouilli (1.2), qui est valable le long d'une

ligne de courant pour une fluide de masse volumique constante. Son application est plutôt limitée à des écoulements laminaires de faible vitesse. Dans le cas d'un aspirateur où l'écoulement est fortement turbulent, l'équation de Bernouilli ne représente qu'une approximation, l'hypothèse de restriction à une ligne de courant étant difficilement applicable (Japikse, 1994) :

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot Z_1 + \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} = P_2 + \rho \cdot g \cdot Z_2 + \rho \cdot \frac{c_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot H_r \quad (1.2)$$

La figure 1 montre un schéma d'une installation. Le rôle de l'aspirateur représente une source de gains non négligeables de rendement pour l'installation que l'on peut quantifier en calculant le bilan d'énergie d'une installation avec et sans aspirateur, comme le montre (Arpe, 2003). Selon ce bilan, l'énergie qui peut être récupérée par l'aspirateur est de :

$$gH_{r_{Avec}} - gH_{r_{Sans}} = \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} Z_2 + \rho \cdot \frac{c_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot H_r \quad (1.3)$$

L'écoulement dans l'aspirateur est complexe : rotation, turbulence, écoulements secondaires, tourbillon hélicoïdal, décollements et caractère instationnaire en font un écoulement difficile à modéliser et à prédire. Le type d'écoulement varie en fonction du régime de fonctionnement de la turbine. Afin de caractériser le taux de rotation de l'écoulement hélicoïdal à la sortie de la roue, on définit le coefficient d'intensité de swirl par le rapport du flux de quantité de mouvement angulaire par le flux de quantité de mouvement axial de l'écoulement :

$$S = \frac{\int_{R=0}^{R_{max}} V_t V_a r^2 dr}{R_{max} \int_{R=0}^{R_{max}} V_a^2 r dr} \quad (1.4)$$

Ce coefficient adimensionnel est représentatif de l'angle d'hélice de l'écoulement en sortie de roue. La figure 1.1 illustre les paramètres de calcul du coefficient de swirl.

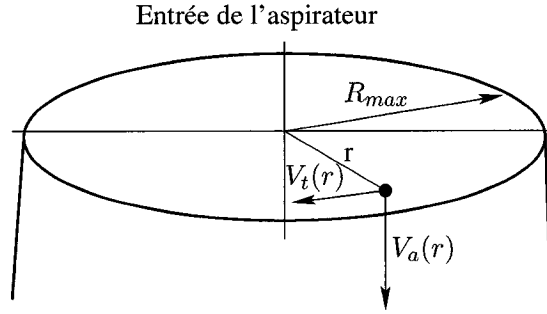


FIG. 1.1 Illustration des paramètres de calcul du coefficient de swirl.

La valeur de l'intensité de swirl dépend du débit traversant la roue et de la charge ou puissance fournie.

Afin de quantifier les pertes d'énergie produites dans l'aspirateur, on peut définir un coefficient de récupération de pression  $C_{pr}$  qualifiant la transformation de l'énergie cinétique en énergie de pression, comme défini à l'équation (1.5). Ce coefficient définit la différence de pression statique moyenne entre la sortie et l'entrée de l'aspirateur rapportée à l'énergie cinétique de référence volumique  $E_{kin_{throat}}$  dans la section circulaire de référence  $S_{throat}$ . Cette section a un diamètre de  $D_{throat} = 1$ , qui est le diamètre de gorge normalisé. Toutes les dimensions étant normalisées par rapport à au diamètre de gorge  $D_{throat}$  :

$$C_{pr} = \frac{\bar{P}_{stat_{outlet}} - \bar{P}_{stat_{inlet}}}{E_{kin_{throat}}} , \quad E_{kin_{throat}} = \frac{1}{2} \rho \bar{V}_{throat}^2 \quad (1.5)$$

où  $E_{kin_{throat}}$  est l'énergie cinétique volumique de référence qui correspond en fait à la pression dynamique moyenne de référence et  $V_{throat}$  est la vitesse moyenne dans la section  $S_{throat}$ . On peut définir les performances de l'aspirateur par le coefficient de pertes d'énergie  $\zeta$  (1.6), qui est la différence de pression totale rapportée à l'énergie cinétique de référence volumique  $E_{kin_{throat}}$ . Il qualifie l'aspirateur par rapport à un aspirateur idéal

sans pertes pour lequel  $\zeta$  vaudrait 0 :

$$\zeta = \frac{\bar{P}_{totinlet} - \bar{P}_{totoutlet}}{E_{kinthroat}} \quad (1.6)$$

En introduisant l'équation d'Euler dans (1.5) ainsi que l'équation de continuité spécifiant la conservation du débit à travers l'aspirateur, et en faisant l'hypothèse que  $(\bar{C})^2 = \overline{C^2}$ , on trouve :

$$C_{pr} = -\zeta + 1 - \frac{1}{AR^2} \quad (1.7)$$

où  $AR = \frac{A_2}{A_1}$  est le rapport des sections de sortie et d'entrée. Pour un aspirateur idéal,  $\zeta = 0$ , le coefficient de récupération de pression idéal est donc :

$$C_{pr-ideal} = 1 - \frac{1}{AR^2} \quad (1.8)$$

On peut alors définir le rendement de l'aspirateur comme le coefficient de récupération rapporté au coefficient de récupération idéal :

$$\eta_{aspirateur} = \frac{C_{pr}}{C_{pr-ideal}} \quad (1.9)$$

La relation entre les pertes d'énergie et le rendement de l'aspirateur peut être tirée des relations précédentes :

$$\eta_{aspirateur} = 1 - \frac{\zeta}{1 - \frac{1}{AR^2}} = 1 - K\zeta \quad (1.10)$$

La relation est linéaire pour un aspirateur donné, puisque le rapport de sections  $AR$  est donné. Pour la plupart des aspirateurs récents, le rapport de section est de l'ordre de  $AR = 4$ , et donc la constante  $K = 1.07$ .

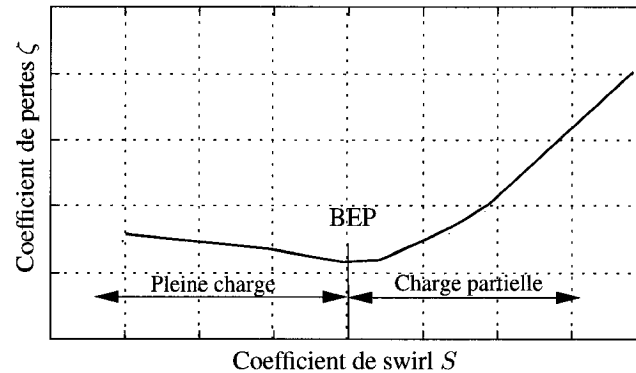


FIG. 1.2 Évolution typique des pertes de l'aspirateur en fonction du Swirl.

Le coefficient de récupération ainsi que les pertes d'énergie dépendent des conditions d'opération de la turbine, soit du débit et de la hauteur de chute. Expérimentalement, Arpe (2003) et Mauri et al. (2004) observent que, pour une hauteur de chute donnée supérieure au point de design (Best Efficiency Point), lorsque l'on augmente le débit, il se produit une chute brutale de l'efficacité de l'aspirateur, et donc du coefficient de récupération qui a lieu pour un débit légèrement supérieur au débit au BEP. D'après Arpe (2003), cette chute d'efficacité serait due à la répartition du débit dans les deux canaux que forme la pile dans l'aspirateur. Suivant la valeur du débit, la proportion du débit passant dans chaque canal change. Il se produit alors une obstruction partielle d'un des canaux, par décollement et zones de recirculation, qui induit une augmentation de la vitesse dans l'autre canal. Mauri et al. (2004) soutiennent que cela provient d'une instabilité globale de l'écoulement hésitant entre les deux canaux à ce régime de fonctionnement.

En fonctionnement à pleine charge, le coefficient de swirl a une faible valeur, le débit étant important. L'écoulement est donc faiblement rotatif. Lorsque l'on diminue la charge (le débit), les pertes diminuent sensiblement jusqu'au point de régime optimal, puis augmentent considérablement comme l'illustre la figure 1.2. Celle-ci présente l'allure typique d'une courbe représentant les pertes en fonction du coefficient de swirl.

Lorsque la machine ne fonctionne pas au point de design (BEP), on constate un caractère instationnaire important. Des analyses d'écoulement instationnaires menées par Han et al. (2006), Wang et al. (2005) et Guilbaud & Soula (1998) donnent une vue d'ensemble de ces cas. En régime « hors-design », ces écoulements peuvent conduire à des surpressions pulsatoires subies par la structure et pouvant amener des problèmes de fissuration par fatigue. He et al. (2002), Guo et al. (2006), Wang et al. (2005) et Arpe (2003) ont analysé l'écoulement instationnaire dans les aspirateurs et ont mis en évidence plusieurs fréquences de fluctuation de pression superposées. Arpe (2003) a effectué des mesures de pression instationnaire. Il recense, à proximité du point de design optimal (BEP), une composante de rotation d'une fréquence égale à la composante de rotation de la roue  $f_r$ , superposée à une composante d'une fréquence synchrone  $20 \cdot f_r$ . Il détecte aussi une composante de nature aléatoire de fréquence  $0.3 \cdot f_r$ , que trouvent aussi Guo et al. (2006) d'après des résultats de simulations numériques. Ces derniers auteurs observent que les instationnarités sont importantes lorsqu'on s'éloigne du point de design, ce qui pose la question de l'étendue de la validité des simulations en régime stationnaire de l'écoulement dans l'aspirateur. Dans notre cas, les analyses CFD seront effectuées en régime permanent, étant donné que nous optimisons une fonction objectif très coûteuse à évaluer (plusieurs heures pour une seule évaluation), et, qui plus est, certainement pour plusieurs régimes de fonctionnement. Dès lors, il s'agit de voir jusqu'où on peut admettre qu'une simulation stationnaire est représentative d'un écoulement instationnaire afin que le résultat de l'optimisation soit valide pour l'écoulement réel. Mauri (2002) a réalisé des simulations en mode stationnaire et instationnaire de l'écoulement dans un aspirateur coudé. Il observe que les simulations en mode stationnaire, en utilisant le modèle d'équations *RANS* et le modèle de turbulence  $k-\varepsilon$ , permettent de bonnes prédictions du coefficient de récupération de pression en comparaison avec les résultats expérimentaux. Les structures principales de l'écoulement sont bien prédites pour les régimes calculés, alors que certaines structures tourbillonnaires plus fines de l'écoulement sont mal captées, comme observé en comparant les champs de vitesse et de pression pariétaux aux

résultats expérimentaux Il attribue en partie cela au modèle de turbulence  $k - \varepsilon$ . Étant donné que notre fonction objectif représente les pertes de l'aspirateur, on peut raisonnablement avancer l'hypothèse que la qualité de prédiction d'une simulation stationnaire est suffisante pour le calcul du coefficient de pertes, essentiellement proche du point de design de la machine, où l'écoulement est moins instable. L'expérience industrielle de notre partenaire, qui utilise depuis longtemps les simulations stationnaires pour le design des aspirateurs, a validé cette approche par des essais expérimentaux en laboratoire (Vu & Shyy, 1988, 1990). De plus, la majorité des articles traitant des problèmes d'optimisation de composantes hydrauliques résolvent l'écoulement avec un modèle stationnaire (Eisinger & Ruprecht, 2002, Nakamura, 2006, Marjavaara & Lundstrom, 2006/03/20, Marjavaara, 2007).

Pour les simulations numériques de l'écoulement, on définit des conditions de fonctionnement normalisées pour une hauteur de chute et un coefficient de débit unitaire. Celles-ci permettent la comparaison des performances de différentes machines entre elles. Le nombre de Reynolds est conservé entre les conditions d'essai des modèles réduits en laboratoire et les simulations numériques. Entre les essais à l'échelle réduite et les installations réelles, le nombre de Reynolds n'est pas conservé. Un facteur de correction est appliqué pour la prédiction du rendement de l'installation réelle.

### 1.3.1 Pile placée dans l'aspirateur

Étant donnée la géométrie de la pile que nous désirons optimiser, faisons maintenant un survol des études de l'écoulement dans l'aspirateur qui font état de l'effet constaté de la pile sur le comportement de l'écoulement. Initialement, cette pile a un rôle structural étant donné la géométrie de la section de sortie de l'aspirateur, laquelle est très large comparativement à sa hauteur. Au niveau de l'écoulement, elle sépare le canal en deux et, selon les régimes d'opérations hors-design, il se produit des décollements

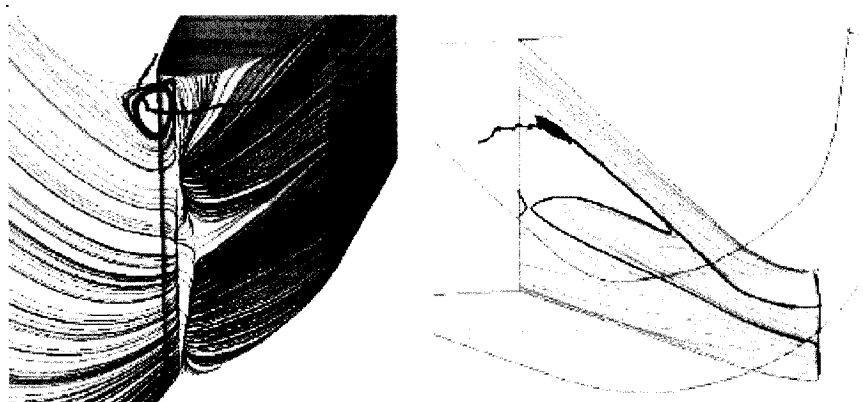


FIG. 1.3 Exemple de décollement et de génération de tourbillons au bord d'attaque de la pile.

aux alentours de la pile du fait d'une intensité tourbillonnaire élevée. Mauri et al. (2004) décrivent le phénomène comme un décollement de Werlé-Legendre provoquant une obstruction importante du canal de droite, ayant pour conséquence l'accélération du fluide dans l'autre canal, ce qui entraîne la chute du coefficient de récupération. Manifestement, la pile donne lieu à des phénomènes qui ne se produisent pas lorsqu'elle n'est pas présente. Guo et al. (2006) ont effectué une étude de l'écoulement stationnaire et instationnaire dans l'aspirateur avec et sans pile, et avancent que celle-ci n'a pas d'effet flagrant sur l'amélioration de l'état de l'écoulement, mais semble diminuer l'amplitude des oscillations de pression fluctuante dans le temps. Selon eux, au BEP, la pile joue un rôle important dans l'établissement de l'état de l'écoulement dans l'aspirateur. Drtina et al. (1992) mentionnent aussi que la pile a un fort effet sur l'écoulement.

En amont du bord d'attaque de la pile, on constate sur la hauteur du canal une distorsion de l'écoulement du fait de sa rotation. On observe plusieurs dizaines de degrés d'écart d'angle d'attaque entre le haut et le bas de la pile dans les cas à fort coefficient de swirl(1.4). Les images des lignes de frottement pariétales sur les surfaces inférieures et supérieures de l'aspirateur que présentent Mauri et al. (2004) illustrent bien les traces de l'écoulement sur les parois dans les différentes conditions étudiées, comme le montrent

les lignes de courant de la figure 1.3 tirée des résultats de Mauri. Évidemment, ceci rend la géométrie idéale de la pile difficile à prédire, puisqu'une géométrie adaptée à l'écoulement de la partie haute de la pile sera mauvaise pour celui du bas de la pile et vice-versa. Dans le cas d'une pile de section constante, il faudra trouver une géométrie de section moyenne qui produira le moins de pertes possibles.

Dans la littérature sur le domaine, on constate que personne ne s'est attaqué à l'optimisation de la géométrie de la pile structurale proprement dite. Dès lors que la géométrie du nez de pile est susceptible de diminuer les décollements néfastes aux performances de l'aspirateur, il paraît intéressant d'essayer d'optimiser sa géométrie.

### 1.3.2 Modélisation de la turbulence

La résolution de l'écoulement est réalisée en utilisant les équations moyennées de Navier-Stokes (*RANS*) qui requièrent un modèle de turbulence. La modélisation de la turbulence est réalisée avec le modèle de turbulence à deux équations  $k - \epsilon$ . Le paramètre  $k$  est l'énergie cinétique de fluctuation turbulente par unité de masse et  $\epsilon$  est la dissipation turbulente par unité de masse. Il s'agit d'un modèle complet, c'est-à-dire qu'il permet la prédiction de la turbulence sans connaissance a priori de la structure de la turbulence. Il est implémenté dans le code commercial ANSYS CFX-10.0. Ce modèle se décrit :

**Viscosité turbulente :**

$$\mu_T = \rho C_\mu k^2 / \epsilon \quad (1.11)$$

**Énergie cinétique de turbulence :**

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_j}{\partial x_j} - \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_T / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (1.12)$$

**Taux de dissipation :**

$$\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial U_j}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_T / \sigma_\epsilon) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \quad (1.13)$$

**Coefficients de fermeture :**

$$C_{\epsilon 1} = 1.44 \quad C_{\epsilon 2} = 1.92 \quad C_\mu = 0.09 \quad \sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\epsilon = 1.3 \quad (1.14)$$

**Relations auxiliaires :**

$$\omega = \frac{\epsilon}{C_\mu k} \quad l = \frac{C_\mu k^{3/2}}{\epsilon} \quad (1.15)$$

De manière à pouvoir appliquer le modèle  $k - \epsilon$  à la modélisation de l'écoulement près de la paroi, on doit spécifier des conditions limites appropriées à une paroi solide pour la vitesse et les deux paramètres de turbulence. Les valeurs des conditions limites de turbulence à l'entrée de l'aspirateur sont définies par l'intensité de turbulence  $I$  (valeur moyenne en sortie de roue) et le rapport de la viscosité turbulente à la viscosité moléculaire  $\mu_T / \mu$  :

$$I = 0.05 \quad \mu_T / \mu = 100 \quad (1.16)$$

À la sortie, le solveur CFX impose un gradient constant pour les quantités scalaires. Le profil de la couche limite turbulente est composée de trois sous-couches distinctes : la sous-couche visqueuse, la couche logarithmique et une couche d'interaction entre la couche limite et l'écoulement externe. L'approche utilisée est de définir des lois de parois qui définissent une relation (sur une base empirique) approximant le profil de vitesse de la couche logarithmique :

$$U^+ \approx \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B \quad (1.17)$$

où  $U^+ = \frac{U}{u_T}$  est la vitesse tangentielle adimensionnelle à la paroi,  $y^+ = \frac{u_T y}{\nu}$  est la distance adimensionnelle à la paroi. Les constantes  $B$  et  $\kappa$  sont déterminées d'après des

corrélations avec des expériences et valent approximativement :

$$B \approx 5.0 \quad \kappa \approx 0.41 \quad (1.18)$$

Les lois de parois implémentées dans CFX présentent l'avantage d'éviter des problèmes d'inconsistances dues au maillage proche de la paroi en limitant la valeur inférieure de  $y^+$  à  $y^+ = 11.06$  qui correspond à l'intersection de la zone logarithmique avec la sous-couche linéaire.

Le livre de référence de (WILCOX, 1998) présente les détails sur la modélisation de la turbulence, et le manuel de référence du solveur CFX précise les détails implémentés.

## 1.4 Optimisation

Avant l'arrivée des moyens de simulation numérique, le design des installations hydro-électriques était basé sur des essais en laboratoire sur des modèles, en prenant des mesures des différents paramètres et en procédant par essais et erreurs jusqu'à l'obtention des caractéristiques souhaitées ou acceptables de la machine.

Quelques années après l'arrivée des premiers ordinateurs, l'utilisation des codes de simulation numérique des écoulements a été lancée Fujii (2005). Il y a 30 ans, on commença à pouvoir simuler des cas simples en 2D et 3D d'écoulement potentiel. Puis vint la modélisation des équations d'Euler (Kiselev & Zlatos, 2005, Filho et al., 2000) permettant la résolution des écoulements des fluides parfaits et des cas d'écoulements où l'effet de la viscosité est faible. La puissance de calcul grandissante des ordinateurs permit de s'attaquer à la modélisation d'écoulements visqueux de fluides réels dès 1985 (Fujii, 2005) en développant des codes résolvant numériquement les équations de Navier-Stokes. La qualité des résultats des prédictions obtenues devint élevée et l'on a vu arriver à grands pas le nouvel outil d'aide au design que constituait les simulations numériques

que l'on nomma Computational Fluid Dynamics, couramment abrégé « CFD ».

Dès lors, les essais et erreurs réalisés en laboratoire longs et coûteux peuvent être effectués numériquement, et seule la validation fera l'objet de test en laboratoire. Bradley (1988), Coleman & Stern (1997) et Oberkampf W.L. (2002) présentent des méthodes d'identification et d'estimation des erreurs commises avec la CFD ainsi que des moyens de validation des simulations numériques.

D'autres spécialistes numériques et mathématiciens ont développé des algorithmes d'optimisation dont le but est d'effectuer le travail d'essais et erreurs de manière automatique et intelligente en cherchant l'optimum (maximum ou minimum) d'une fonction nommée « fonction objectif » choisie d'après les caractéristiques désirées de l'installation. Il existe de nombreux algorithmes d'optimisation développés et adaptés pour divers domaines d'application et dont les spécificités sont propres à chaque problème. On distingue les méthodes de recherche heuristiques, qui ne sont pas fondées sur un modèle formel ou comportent une recherche aléatoire, et les méthodes déterministes, qui se basent sur une théorie mathématique où le hasard n'intervient pas. Dans le cas où les algorithmes visent la convergence vers un optimum global de la fonction objectif en un temps fini, on parle alors d'optimisation globale, c'est-à-dire que l'algorithme explore l'espace de design au complet, contrairement à une optimisation locale, où l'on reste relativement proche du point de design initial. Les algorithmes ne garantissent généralement pas la convergence vers un optimum global strict dans tous les cas d'optimisation non convexe générale, c'est-à-dire lorsque la fonction objectif présente une courbure qui n'est pas toujours strictement positive. Certains, cependant, donnent une preuve de la convergence vers un optimum global dans certains cas d'application (Papamichail & Adjiman, 2005, Birbil et al., 2004, Fletcher et al., 1998).

De manière non exhaustive, on trouve parmi les méthodes heuristiques :

**Les algorithmes évolutionnaires** , qui sont basés sur l'évolution d'une population d'individus. En particulier, dans cette catégorie, on trouve les algorithmes génétiques dont les individus sont les différents designs caractérisés par leur gènes. La sélection des individus appelés à se reproduire se fait selon des règles de sélection appelées « Mutation » et « Croisement ». La sélection privilégie les individus possédant les caractéristiques les plus adaptées et transmet ces caractéristiques aux générations suivantes à l'image de la théorie évolutionnaire (Goldberg, 1989, Paz, 1997).

**Les réseaux neuronaux** sont des systèmes de traitement d'information basés sur un grand nombre d'éléments de traitement simples, appelés « neurones artificiels » qui sont interconnectés par des liens appelés « connexions » qui coopèrent afin de paralléliser l'exécution de la tâche. Les différents modèles sont caractérisés par la topologie du réseau, les caractéristiques des neurones et les règles d'apprentissage qui spécifient des pondérations qui seront adaptées durant le processus pour améliorer l'efficacité. Pour l'optimisation, on utilise un réseau à retour, qui interconnecte les neurones avec un lien de rétroaction. Un exemple typique de ce type de réseaux est le réseau neuronal de Hopfield (Hopfield & Tank, 1985).

**Les méthodes de recherche directe** comme le « Pattern search » ou le « MADS (Mesh Adaptive Direct Search Algorithms) » (Audet & Dennis, 2002, 2004, Lewis & Torczon, 1996), qui sont des algorithmes destinés à l'optimisation de fonctions bruitées ou difficilement différentiables pour lesquelles les gradients ne sont pas exploitables. Certains algorithmes sont composés d'une sonde locale déterministe qui recherche un meilleur point proche du point courant en se déplaçant sur un « treillis » de directions qui peuvent être variables à chaque itération. Une étape de recherche globale heuristique, qui permet l'exploration de l'espace de design, peut être ajoutée. Il existe un grand nombre de variantes de ces algorithmes concernant le choix du treillis et la manière de gérer la recherche globale.

De l'autre côté, on trouve les méthodes déterministes à caractère plus local qui ap-

pliquent des théories mathématiques d'optimisation ; par exemple :

**Les méthodes à gradient** , telles que « Steepest Descent », « méthode de Newton », « méthode quasi-Newton », « méthode des gradients conjugués », dont le principe est de converger vers un optimum d'une fonction en utilisant l'information des gradients de la fonction. Ces Méthodes sont plutôt adaptées à des fonctions bien différentiables et comportant peu de minimums locaux. De par leur caractère local, elles permettent une recherche relativement proche du point de design initial. Vanderplaats (1987) donne les détails de certaines de ces méthodes.

**La programmation mathématique** présente des méthodes linéaires et nonlinéaires d'optimisation qui peuvent être classées en deux catégories : les méthodes directes, dites « primales », telle la méthode du simplexe, qui génèrent à chaque itération des points respectant les contraintes pour converger vers l'optimum, et les méthodes indirectes, dites « duales », qui minimisent à chaque itération une pseudo-fonction objectif pour converger vers un minimum satisfaisant les contraintes. Les méthodes de pénalisation et du lagangien augmenté (Gauvin, 1995) en sont des exemples.

Lorsque l'on doit travailler avec des fonctions objectif coûteuses à évaluer en termes de ressources informatiques ou de temps, on peut recourir à l'application de méthodes d'approximation. Simpson et al. (2004) présentent une revue des différentes méthodes d'approximation. Le but est de générer une fonction d'approximation rapide à évaluer et suffisamment précise pour pouvoir lancer l'optimisation sur cette fonction d'approximation.

Parmi les méthodes d'approximation, on trouve :

**Les surfaces de réponse (RSM)** Cette méthode consiste à générer une hyper-surface polynomiale à partir d'un échantillonnage d'une partie ou de tout l'espace de de-

sign. Elle utilise une régression par moindres carrés pour ajuster les polynômes de régression. La qualité de l'approximation dépend du nombre de termes et du degré du polynôme (Edwards & Jutan, 1997).

**Le krigeage** Le krigeage est, à la base, une méthode des moindres carrés. On y retrouve les mêmes éléments, notamment la matrice de covariance et la fonction d'interpolation polynomiale. Elle diffère de la méthode des moindres carrés par le fait qu'elle approxime l'erreur en plus d'approximer la tendance moyenne. Bourgeois (2006) évalue les capacités du krigeage comme méthode d'approximation pour l'optimisation.

**Les modèles multi-fidélité** Le principe de cette méthode est d'utiliser des modèles moins lourds à calculer soit pour générer une surface de réponse ou pour se diriger vers l'optimum plus rapidement avant de lancer l'optimisation sur le modèle complet. Pour une boucle d'analyse CFD qui modélise un écoulement avec les équations de Navier-Stokes par exemple, on peut utiliser un modèle simplifié en utilisant un maillage plus grossier, en modélisant par les équations d'Euler, ou en limitant la convergence des calculs. Alexandrov & Lewis (2000) définissent le premier cas comme un modèle de basse résolution, le second comme un modèle à physique simplifiée et le troisième comme un modèle de basse précision. Balabanov & Vanderplaats (2004) proposent l'utilisation de modèles de différentes fidélités pour l'application d'une méthode à gradient.

Ce bref survol des méthodes d'optimisation montre qu'il existe un vaste choix d'algorithmes possédant chacun leurs spécificités. En nous intéressant de plus près au domaine des machines hydrauliques, nous allons présenter des études menées sur l'optimisation de l'aspirateur des installations de basse-chute (environ 0 à 30 m) à moyenne-chute (environ 30 à 300 m). Les valeurs de hauteur de chutes données précisent un ordre de grandeur, mais l'on trouve différentes valeurs dans la littérature (Dragu et al., 2002).

### 1.4.1 Optimisation de l'aspirateur

L'optimisation de la géométrie de l'aspirateur a fait l'objet de quelques études utilisant diverses stratégies et algorithmes d'optimisation.

Certains auteurs ont utilisé des algorithmes génétiques (Nakamura, 2006). L'exploration globale de l'espace de design est facilitée par le caractère global des algorithmes génétiques. Nakamura (2006) procède en deux étapes en optimisant premièrement la fonction multi-objectifs comprenant la hauteur de l'aspirateur et le coefficient de récupération de pression, puis l'optimisation hydraulique multi-points du meilleur aspirateur obtenu de la première étape. L'aspirateur ainsi obtenu présente des caractéristiques améliorées en termes de pertes, mais moins invariantes sur la plage de points de fonctionnement.

D'autres auteurs recourent à des techniques d'approximation pour essayer de réduire les coûts en temps et en ressources informatiques que génère l'évaluation de fonctions objectif requérant des simulations CFD coûteuses. Marjavaara (2007) propose la technique des surfaces de réponse (RSM) qui consiste à générer une approximation à partir d'un échantillon de points où est évaluée la fonction-coût réelle (Edwards & Jutan, 1997). L'optimisation est alors menée sur l'approximation connue analytiquement, ce qui permet de se diriger rapidement vers l'optimum global de la fonction pour autant que la fonction d'approximation soit assez fidèle. Marjavaara (2007) conclut que la méthode des surfaces de réponse peut être utilisée pour optimiser la géométrie de l'aspirateur. Dans son cas d'aspirateur paramétrisé avec 3 angles choisis comme variables de design, il obtient une amélioration faible de 0.1 pour cent. Il attribue ce résultat à une faible sensibilité aux paramètres de design et aux paramètres de la simulation, tels le modèle de turbulence, le profil de vitesse d'entrée, la simulation en régime stationnaire, aboutissant à une capture limitée des phénomènes secondaires de l'écoulement.

Dans toute la littérature concernant l'aspirateur d'installations basse-chute, l'on fait très

peu mention de la pile et de son effet sur l'écoulement, malgré son effet remarqué sur l'écoulement dans les différents régimes de fonctionnement. On y traite encore moins d'optimiser sa géométrie en vue d'améliorer les performances globales de l'aspirateur. De ce constat, des résultats possiblement positifs d'une boucle d'optimisation de la pile seront investigués.

## **CHAPITRE 2**

### **REPRÉSENTATION ET PARAMÉTRISATION DE LA PILE**

Dans ce chapitre, on expose brièvement la représentation géométrique et la paramétrisation de la pile, et on détaille la méthodologie dont les aspects principaux sont décrits dans l'article reproduit au chapitre 3.

La paramétrisation géométrique est un point clef pour le bon fonctionnement d'un processus d'optimisation. En effet, elle doit assurer une bonne couverture de l'espace de design en termes de flexibilité et empêcher dans la mesure du possible, la génération de géométries peu adaptées susceptibles de poser problème lors de la génération de maillage ou l'analyse CFD. De plus, une paramétrisation dont les paramètres sont intuitifs et dont l'effet simple sur la solution peut être anticipé par les concepteurs est un avantage d'après Marier et al. (2005) pour une meilleure compréhension des comportements de même que pour les réglages adéquats de l'optimiseur. De plus, la fonction objectif dépend de la paramétrisation utilisée, et une bonne paramétrisation permettra d'obtenir une fonction objectif comportant moins de minima locaux tout en utilisant un nombre de paramètres réduit. Un compromis entre le nombre de paramètres nécessaires à la description de la géométrie et la flexibilité doit aussi être un critère lors du choix de la paramétrisation.

#### **2.1 Choix du moyen de représentation géométrique**

Les caractéristiques des moyens de représentation géométrique ont été présentées au chapitre 1. Le type de géométrie du nez de pile présente de nombreuses de similarités avec des profils d'aile d'avion, au sens où le nez de pile est un bord d'attaque sujet à

un écoulement de fluide dont on cherche à minimiser les décollements et turbulences générés. Cette similarité ainsi que les caractéristiques intéressantes des courbes NURBS citées au chapitre 1 nous amènent à nous tourner vers la représentation NURBS qui est largement utilisée dans les domaines aéronautique et hydraulique pour la représentation des courbes et des surfaces (Bentamy, 2003).

Le livre de référence de Piegl & Tiller (1997) décrit en détail la représentation NURBS dont les bases sont données à la section 3.3.1.

## 2.2 Paramétrisation de la courbe

Ayant choisi la méthode NURBS pour représenter la pile, il nous faut maintenant choisir des paramètres pertinents pour l'optimisation. On aimerait exprimer la géométrie sous forme de paramètres « d'ingénierie » comme ceux décrits par Marier et al. (2005), c'est-à-dire des paramètres ayant une signification géométrique évidente, par exemple des longueurs, des rayons, des angles. En résumé, des paramètres faciles à représenter et qui sont généralement utilisés par les concepteurs pour la conception de géométries soumises à l'écoulement de fluides.

Tel que présenté à la section 3.3.1, les paramètres de représentation NURBS, qui sont des coordonnées des points de contrôle ainsi que de leurs poids, ne représentent pas directement des grandeurs géométriques et sont peu intuitifs. Ils peuvent de plus avoir un effet trop local et causer des oscillations ou des inflexions non désirées de la courbe (Piegl & Tiller, 1997). La modification d'un point de contrôle  $P_i$  ou de son poids  $w_i$  affecte la courbe sur un intervalle donné, et plus le nombre de noeuds de la courbe est élevé, plus l'effet est localisé.

### 2.2.1 Une paramétrisation « hybride »

Un moyen de profiter de la flexibilité de la représentation NURBS, en utilisant des paramètres géométriques et non directement les points de contrôle est de définir des relations géométriques entre la position des points de contrôle, et les grandeurs géométriques définissant la courbe. De cette manière, on évite plus facilement les problèmes d'inflexion, d'effet trop local, de boucles de la courbe sur elle-même, au détriment d'un peu de flexibilité cependant, puisqu'on lie certains paramètres (points de contrôle) entre eux. On effectue une sorte d'hybridation entre la représentation NURBS et une paramétrisation « ingénieur », comme l'illustre la figure 3.3. L'ensemble de paramètres géométriques constitue alors une « couche » supplémentaire au-dessus des points de contrôle.

## 2.3 Caractérisation des types de paramétrisation

Les types de paramétrisation sont différenciés par choix des paramètres géométriques décrivant la pile. Tous utilisent la représentation NURBS de la pile dont les paramètres NURBS servent au calcul des paramètres géométriques.

A la section 3.3, le concept hybride présenté en 2.2.1 sera utilisé pour évaluer six types de paramétrisation candidats. Le choix du type de paramétrisation sera basé sur :

- ★ la capacité à représenter fidèlement des géométries existantes de piles, évaluée par la différence de la surface du nez de pile entre la pile approximée et la pile existante. L'approximation géométrique de la courbe existante se fait en utilisant un optimiseur à gradient BFGS (Vanderplaats, 1987). La surface entre les courbes, définie comme fonction objectif à minimiser, est la somme des aires des triangles construits entre les deux courbes discrétisées, tel qu'illustré à la figure 3.6.
- ★ la différence des pertes de l'aspirateur muni des piles approchées et de la pile existante originale. Ceci met en évidence aussi la sensibilité de la solution (les pertes) par

rapport à la solution.

★ Le nombre de paramètres nécessaires à la représentation.

Les résultats obtenus pour diverses piles existantes sont présentés et analysés dans la section 3.3.3. Le type de paramétrisation retenu est le type 6 (3.5(f)). Cette paramétrisation présente les meilleures caractéristiques selon les critères définis.

## 2.4 Détails de la construction de la courbe

Cette section présente des détails qui s'ajoutent à ceux de la section 3.3.3 sur le type de paramétrisation retenu. La paramétrisation retenue (type 6 montré en Fig. 3.5(f)) définit huit paramètres géométriques pour la description de la pile complète. Quatre d'entre eux affectent la géométrie du nez de pile uniquement, mais tous interviennent dans le calcul des points de contrôle du nez de pile.

Le tableau 2.1 présente le nombre de points de contrôle affectés par une modification de chaque variable individuellement. On observe que tous les points de contrôle du nez sont affectés (certains plus que d'autres au niveau de l'intensité) par la variation individuelle de chacune des quatre variables. Donc toute la courbe du nez de pile est affectée par chacune des variables, ce qui montre les liens existant entre les points de contrôle, qui constituent aussi des contraintes définies implicitement, qui peuvent éviter le besoin de définir des contraintes supplémentaires pour l'optimisation.

TAB. 2.1 Points de contrôle du nez affectés par la modification d'une variable.

| Variable   | Points de contrôle affectés(c.f. Fig.2.1)      |
|------------|------------------------------------------------|
| $R_{LE}$   | $P_4, P_5, P_6, P_7, P_8, P_9, P_{10}, P_{11}$ |
| $L_{nose}$ |                                                |
| $\alpha_N$ |                                                |
| $\alpha_B$ |                                                |

La figure 2.1 présente la nomenclature et les paramètres géométriques intermédiaires

utilisés pour le calcul des points de contrôle. Ceux-ci sont :

- ★ L'angle définissant la position de l'arc de cercle calculé, par  $(F - 1)\alpha_N$ . Le facteur  $F$  est choisi d'après des essais et assure une géométrie harmonieuse pour les valeurs raisonnables de l'angle du nez. Il lie géométriquement la position angulaire de l'arc de cercle à l'angle du nez pour supprimer ce degré de liberté susceptible de générer des inflexions de la courbe.
- ★ Les coordonnées du centre du cercle du rayon du bord d'attaque  $x_{RLE}$  et  $y_{RLE}$ .
- ★ Des vecteurs unitaires  $v_1$  et  $v_2$  orientés selon le rayon du cercle aux extrémités de l'arc de cercle.

La construction de l'arc de cercle du bord d'attaque ( le segment de courbe entre les noeuds  $N_2$  et  $N_3$  ) est assurée par le positionnement et les poids des points de contrôle  $P_7$  et  $P_8$ , qui sont obtenus par augmentation du degré de l'arc de cercle initialement décrit par un segment de courbe quadratique à trois points de contrôle  $P_6, P_{int}, P_9$  sur la figure 2.1. Cette élévation de degré est nécessaire car la représentation d'une conique décrite par Piegl & Tiller (1997) utilise des segments quadratiques, où tous les segments de courbe entre les noeuds  $N_i$  comportent un point intérieur, alors que la définition NURBS adoptée, comporte 2 points intérieurs (Fig. 2.1).

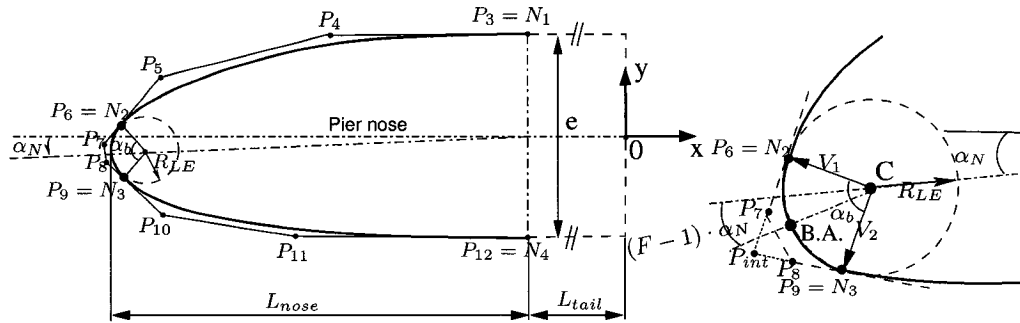


FIG. 2.1 Position des points de contrôle du nez de pile calculés à partir des paramètres géométriques et paramètres de calcul pour la paramétrisation retenue.

Les relations qui permettent de passer des paramètres géométriques de design aux positions des points de contrôle et à leur poids sont présentées dans le tableau 2.2 pour le

type 6 retenu. Les détails pour les autres paramétrisations sont présentés en annexe I.

## 2.5 Module de paramétrisation de nez de pile

Pour générer un maillage dans l'aspirateur muni d'une pile, un mailleur automatique développé dans le cadre du projet GMATH, une collaboration du *MAGNU* (Laboratoire de MAillage et Géométrie NUmérique) et de *GE Energy Hydro*, DTMESH, requiert une pile en format discret sous forme d'un fichier de points. Il faut donc passer de la représentation paramétrique de la pile à une représentation discrète. Pour ce faire, Thériault (2003) a développé MDpile, un module de base codé en C++ qui permet de :

- ★ Créer des géométries de piles paramétriques. Plusieurs types de paramétrisations sont déjà implémentées.
- ★ Discrétiser des piles paramétriques. Le format paramétrique est défini par des fichiers au format XML qui contiennent les paramètres géométriques. Les coordonnées des points de la courbe discrétisée sont écrits en format \*.dat.

MDpile peut fonctionner en mode interactif avec une interface graphique pour l'édition de piles paramétriques, la visualisation et l'optimisation géométrique. Lors de l'optimisation, il est utilisé en lot pour la conversion des piles en représentation discrète.

Le travail réalisé sur ce module pour étendre ses fonctionnalités aux besoins de notre problème d'optimisation est le suivant :

- ★ Adaptation des piles (taille, position dans l'aspirateur) aux aspirateurs réels couramment utilisés.
- ★ Conversion de la représentation de la pile par segments de Bézier à la représentation NURBS.
- ★ Implantation dans MDpile d'un optimiseur géométrique permettant d'approcher au mieux les piles existantes fournies sous forme discrète, pour en avoir une représentation paramétrique, comparer objectivement et qualifier en termes géométriques les

TAB. 2.2 Relations géométriques de calcul des points de contrôle du nez pour la paramétrisation retenue.

| Paramètres de calcul      | Relation                                                                                                                                                                                                                                                   |                                         |
|---------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| centre du cercle $C$      | $\begin{pmatrix} -L_{Nose} + R_{LE} - L_{tail} \\  L_{Nose} - R_{LE}  \cdot \tan(\alpha_N) \end{pmatrix}$                                                                                                                                                  |                                         |
| facteur $F$               | 1.8                                                                                                                                                                                                                                                        |                                         |
| vecteur unitaire          | $v_1 = \frac{P_9 - C}{\ P_9 - C\ }$                                                                                                                                                                                                                        |                                         |
| vecteur unitaire          | $v_2 = \frac{P_6 - C}{\ P_6 - C\ }$                                                                                                                                                                                                                        |                                         |
| Pt. de contrôle $n^\circ$ | (x,y) Coord.                                                                                                                                                                                                                                               | Poids $w$                               |
| $P_3$                     | $\begin{pmatrix} -L_{tail} \\ e/2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                                           | 1                                       |
| $P_4$                     | $\begin{pmatrix} -L_{tail} - \ P_6 - P_3\ /4 \\ e/2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                         | 1                                       |
| $P_5$                     | $-v_2 \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{\ P_6 - P_3\ }{4}$                                                                                                                                                                               | 1                                       |
| $P_6$                     | $\begin{pmatrix} x_C - R_{LE} \cdot \cos(F * \alpha_N + \frac{\alpha_b}{2}) \\ x_C + R_{LE} \cdot \sin(F * \alpha_N + \frac{\alpha_b}{2}) \end{pmatrix}$                                                                                                   | 1                                       |
| $P_7$                     | $\frac{1}{w_7} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} x_{P_{int}} w_{int} + \frac{1}{3} x_{P_9} \\ \frac{2}{3} y_{P_{int}} w_{int} + \frac{1}{3} y_{P_9} \end{pmatrix}$                                                                                               | $\frac{2}{3} w_{int} + \frac{1}{3} w_9$ |
| $P_{int}$                 | $\begin{pmatrix} \frac{x_{V_1} x_{P_9} + y_{V_1} y_{P_9} - y_{V_1} y_{P_{int}}}{x_{V_1}} \\ \frac{x_{V_1} x_{V_2} x_{P_9} - x_{V_1} x_{V_2} x_{P_6} + x_{V_2} y_{V_1} y_{P_9} - x_{V_1} y_{V_2} y_{P_5}}{x_{V_2} y_{V_1} - x_{V_1} y_{V_2}} \end{pmatrix}$ | $\frac{V_1 V_2}{\ V_1\  \ V_2\ }$       |
| $P_8$                     | $\frac{1}{w_8} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} x_{P_6} + \frac{2}{3} x_{P_{int}} w_{int} \\ \frac{1}{3} y_{P_6} + \frac{2}{3} y_{P_{int}} w_{int} \end{pmatrix}$                                                                                               | $\frac{1}{3} w_6 + \frac{2}{3} w_{int}$ |
| $P_9$                     | $\begin{pmatrix} x_C - R_{LE} \cdot \cos(1.8 * \alpha_N - \frac{\alpha_b}{2}) \\ x_C + R_{LE} \cdot \sin(1.8 * \alpha_N - \frac{\alpha_b}{2}) \end{pmatrix}$                                                                                               | 1                                       |
| $P_{10}$                  | $-v_1 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \frac{\ P_{12} - P_{10}\ }{4}$                                                                                                                                                                         | 1                                       |
| $P_{11}$                  | $\begin{pmatrix} -L_{tail} - \ P_9 - P_3\ /4 \\ -e/2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                        | 1                                       |
| $P_{12}$                  | $\begin{pmatrix} -L_{tail} \\ -e/2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                                          | 1                                       |

types de paramétrisation.

- ★ Affichage de deux piles paramétriques ou discrètes simultanément pour comparaison.
- ★ Développement d'autres paramétrisations si nécessaire

A l'origine dans MDpile, les piles étaient représentées par plusieurs courbes de Bézier de degré 3 à quatre points de contrôle. La pile était alors construite par 5 ou 6 morceaux de courbes contigus selon les types de paramétrisations. Pour simplifier et homogénéiser les piles, on choisit de décrire la courbe en un seul morceau. On définit une seule courbe NURBS en réutilisant les points de contrôle des courbes de Bézier et en construisant le vecteur nodal correspondant avec la multiplicité nécessaire des noeuds de manière à représenter exactement la même courbe, tel qu'illustré par la figure 3.4. Ceci a nécessité l'utilisation de méthodes et attributs de la librairie *pirate*, qui est une librairie développée au MAGNU, contenant un grand nombre de fonctions permettant la génération et le traitement d'entités géométriques numériques.

La capacité à représenter des piles existantes (qui sont des design déjà efficaces et potentiellement un bon point de départ pour l'optimisation), est estimée en intégrant à MDpile un optimiseur géométrique pour approcher les piles existantes. Le rôle de l'optimiseur est de varier les variables de design qu'on lui donne pour minimiser une fonction coût qui est définie par la surface entre la courbe cible (pile existante) et la pile en cours de définition. Le calcul de la surface entre les courbes est illustré à la figure 3.6. Cette surface représente la somme des triangles définis entre les points discrets des courbes.

Les variables de design choisies sont les paramètres du type de paramétrisation que l'on désire analyser. Une fois optimisée pour des réglages de l'optimiseur fixés, la courbe obtenue est représentative de la meilleure approximation possible avec le type analysé.

On choisit un optimiseur qui utilise la méthode à gradients quasi-Newton BFGS (Papalambros & Wilde, 2003). A cause du caractère local des méthodes à gradient, le point

de départ de l'optimisation doit être relativement proche du but pour que l'optimiseur ne tombe pas dans un autre minimum local voisin. Pour ce faire, on génère une pile de départ qui se base sur des dimensions de la pile cible discrète pour donner des valeurs initiales aux paramètres de design. Les points caractéristiques illustrés à la figure 2.2 sont déterminés en parcourant les points discrets de la pile cible en faisant des comparaisons entre les points successifs, qui permettent de trouver ces points particuliers. Le tableau 2.3 présente les expressions qui déterminent les valeurs initiales pour l'optimisation géométrique. On attribue au rayon au bord d'attaque  $R_{LE}$  et à l'angle de secteur  $\alpha_B$  des valeurs moyennes tirées de piles existantes, en raison de la complexité à évaluer leurs valeurs d'après les points discrets.

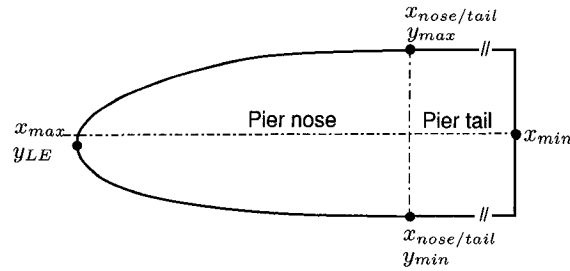


FIG. 2.2 Valeurs des points caractéristiques d'une pile discrète utilisés pour déterminer des valeurs initiales des variables.

TAB. 2.3 Détermination des valeurs initiales des variables pour l'optimisation géométrique.

| Variable                    | Expression(c.f. Fig.2.2)        |
|-----------------------------|---------------------------------|
| épaisseur $e$               | $y_{max} - y_{min}$             |
| rayon $R_{LE}$              | $e/20$ (valeur moyenne)         |
| longueur du nez $L_{nose}$  | $x_{nose/tail} - x_{min}$       |
| longueur du nez $L_{tail}$  | $x_{max} - x_{nose/tail}$       |
| angle du nez $\alpha_N$     | $atan(\frac{y_{LE}}{L_{nose}})$ |
| angle de secteur $\alpha_B$ | $120^\circ$ (valeur moyenne)    |

Les réglages des paramètres de l'optimiseur, sont fixés d'après des essais réalisés. Les paramètres principaux de l'optimiseur BFGS sont le pas de différentiation moyen  $h$ , un

critère d'arrêt  $\varepsilon$  basé sur le gradient de la fonction objectif comme critère d'arrêt et le nombre d'itérations maximal de l'algorithme et le nombre de points utilisés pour discrétiser les courbes pour le calcul de la surface. On choisit les valeurs des dits paramètres qui donnent la meilleure valeur de la fonction coût en ayant fixé les autres pour un cas d'essai donné. Le tableau présente les valeurs des paramètres de l'optimiseur retenus pour l'optimisation géométrique.

TAB. 2.4 Paramètres utilisés pour l'optimisation géométrique.

| Paramètre                       | Valeur            |
|---------------------------------|-------------------|
| Nombre d'itérations maximal     | 40                |
| Critère d'arrêt sur le gradient | $10^{-8}$         |
| Pas de différentiation          | $5 \cdot 10^{-4}$ |

Certaines difficultés ont été rencontrées pour l'approximation de certaines piles existantes au niveau du rayon du bord d'attaque. Sa valeur avait tendance à être assez éloignée de la valeur de la pile existante car l'optimiseur trouve une meilleure valeur de la fonction coût. Le rayon étant une variable importante pour l'expression de la qualité d'approximation de la pile, celui-ci est maintenu fixe et ajusté à la main avant de lancer l'optimisation géométrique.

Le prochain chapitre présente l'article soumis au *Journal of Fluids Engineering* de l'ASME. Il constitue l'essence de la méthodologie adoptée ainsi que des résultats obtenus. Les points les plus importants sont repris dans le chapitre 4.

## CHAPITRE 3

### CFD-BASED HYDROPOWER DRAFT TUBE PIER OPTIMIZATION

Anthony Haroutunian, François Guibault, Thi Vu, Jean-Yves Trépanier

Ce chapitre présente l'article intitulé : *CFD – Based Hydropower Draft Tube Pier Optimization* soumis pour publication au *Journal of Fluids Engineering* de l'ASME (American Society of Mechanical Engineers). Il décrit la méthodologie complète ainsi que les principaux résultats obtenus lors de l'application de cette méthodologie. Des résultats complémentaires ainsi que des approfondissements supplémentaires sur certains points importants sont présentés au chapitre 4.

## ABSTRACT

A Computational Fluids Dynamics based design optimization methodology applied to low head hydropower draft tube piers is presented. The draft tube pier has a structural role, and its geometry was found to have significant effect on the flow structure and on the draft tube losses. An efficient hybrid parameterization method is developed in order to define “engineering” parameters with significant geometric and hydrodynamic meaning to be chosen as design variables. A parameterization module for the pier geometry, an automatic multi-blocks structured grid generator and the commercial CFD code ANSYS-CFX 10.0 are used to implement the methodology. As optimization algorithms, the gradient-based NLPQL algorithm, and the pattern search NOMAD algorithm were used. NLPQL algorithm was found to be efficient in the first few iterations, and NOMAD algorithm was useful to explain some behaviours noticed near the optimums. Several optimizations carried out showed good improvement on the draft tube losses up to 7% for single operation point optimizations and up to 4.8% for multiple operation point optimizations.

### 3.1 Introduction

hydrodynamic design for hydropower installations is a complex task due to the highly rotational, unsteady and vortical water flow through the different parts of the plant. The goal of the designer is to reach the maximal performance by extracting as much as possible of the water potential energy, while minimizing the plant components losses. Considering the amounts of energy produced by such power plants, small improvements in performance can lead to important economic and environmental impacts.

In the last decades, computers have become a common, powerful and efficient working tool and computational fluid dynamics (CFD) code development now allows complex,

viscous, three-dimensional steady or unsteady hydraulic flow simulations. As in many other fields, CFD codes (Fujii, 2005) are nowadays used as a common fluid flow analysis tool. However, the usage of CFD tools in design has traditionally been restricted to trial and error approaches and design verification. With the development of CFD technologies and increased performance of computers, numerical optimization algorithms have been developed as a design tool based on CFD technology in order to minimize or maximize an appropriate flow performance quantity.

Application of these strategies to the geometry of hydraulic profiles can allow to find a well-suited design in an efficient way. In the hydropower context, numerical geometric optimization of several components of the plant is performed either separately using hypotheses and boundary conditions for the desired element, or in groups (Eisinger & Ruprecht, 2002, Marjavaara & Lundstrom, 2003). The present study is focused on the draft tube and more specifically on its structural pier. The draft tube is placed downstream of the runner, and its role is to recover as much as possible of the fluid kinematic energy by slowing down the flow while minimizing the draft tube losses. The draft tube flow is rotating, turbulent, unsteady and highly three-dimensional, making its prediction quite difficult (Mauri et al., 2004, Arpe, 2003). Since the flow is diffusing, separation and recirculation can occur, both of which are to be avoided as much as possible.

Some geometric draft tube optimization studies have been carried out using several optimization techniques, showing that performance improvements are possible (Marjavaara, 2007, Lindgren et al., 2002, Eisinger & Ruprecht, 2002, Nakamura, 2006). Nevertheless, no-one has addressed the problem of geometric optimization of the draft tube pier in spite of its important effect on the flow (Drtina et al., 1992, Mauri et al., 2004, Guo et al., 2006). The pier usually divides the draft tube section in two or three channels. Depending on the flow regime, separation can occur causing an important loss in the efficiency of the draft tube (Mauri et al., 2004). From this observation came the idea to optimize the draft tube pier geometry. An efficient optimization methodology may contribute significantly

to the hydropower installations design process by allowing to minimize draft tube losses.

Thus, the global objective of this study is to develop an optimization methodology applied to the pier geometry in order to improve the draft tube efficiency. More precisely, goals are :

- ★ To evaluate existing geometric parameterization characteristics and develop some new ones if necessary. Choose one parameterization based on criteria such as existing piers representation capacity, flexibility, and ease of interpretation of the parameters by design engineers.
- ★ To develop and set up an optimization methodology of the pier geometry for diverse operation conditions of the draft tube. Choose a well suited optimization algorithm based on problem specifications such as design variables, objective function quality (presence of noise), tools robustness, local or global search.
- ★ To implement and evaluate the methodology. Validate the operation and the robustness on different cases.

The next three sections present the methodology developed. First, the geometry of elbow draft tubes and flow physics are described in section 3.2. The development of the geometric parameterization of the pier, the different parameterization types evaluated and the choice of the parameterization are presented in section 3.3. Then, the numerical modeling is presented, including the CFD code used, the settings adopted for the flow analysis and the grid generator employed. A grid convergence study, and a discussion about the steady state calculation validity are then conducted. Section 3.5 explains the optimization methodology adopted. Finally, the results obtained are presented and conclusions of the present work are drawn.

### 3.2 Physical system

The draft tube role is to recover the flow residual kinematic energy downstream of the runner by increasing the cross sectional area. The static pressure rises downstream as the flow velocity decreases. As an example, a typical elbow draft tube geometry is shown in Figure 3.1. It consists essentially of a short conical diffuser, followed by a 90 degree elbow of varying elliptic cross sections, then by a horizontal rectangular cross section diffuser. The presence of the piers in the horizontal part of the draft tube is for structural purpose, but it can also control excessive draft tube swirling flow, if there is any.

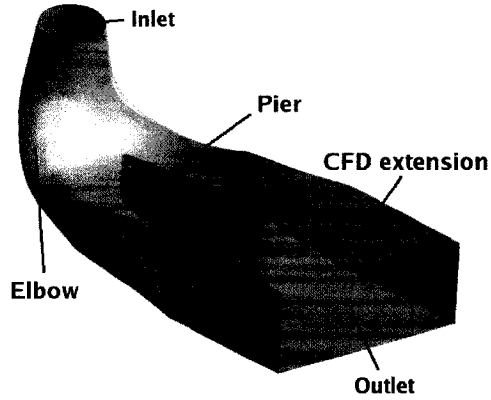


FIG. 3.1 Typical elbow draft tube geometry.

One of the most important parameter characterizing the draft tube performance is the pressure recovery which is defined as :

$$C_{pr} = \frac{\bar{P}_{stat_{outlet}} - \bar{P}_{stat_{inlet}}}{E_{kin_{throat}}} \quad (3.1)$$

Another way to characterize the draft tube performance is the draft tube energy losses which is defined as :

$$\zeta = \frac{\bar{P}_{tot_{inlet}} - \bar{P}_{tot_{outlet}}}{E_{kin_{throat}}} \quad (3.2)$$

where  $\bar{P}_{stat_{inlet}}$ ,  $\bar{P}_{stat_{outlet}}$ ,  $\bar{P}_{tot_{inlet}}$  and  $\bar{P}_{tot_{outlet}}$  are averaged inlet and outlet static and total pressure, and the reference massflow weighted averaged kinetic energy in a throat reference section  $S_{throat}$  is :

$$E_{kin_{throat}} = \frac{1}{2} \rho \bar{V}_{throat}^2 \quad (3.3)$$

where  $\rho$  is the flow density and  $\bar{V}_{throat}$  is the mean throat section velocity. Our study focuses on low head installation draft tubes. This choice is based on the fact that low head hydraulic turbines generally operate at high flow rates. There is more residual kinetic energy at the runner exit to be recovered by the draft tube and therefore, the pier geometry optimization is more relevant. Figure 3.2 shows a typical distribution of the energy loss in four main components of a low head turbine (Vu, 2002). The component losses

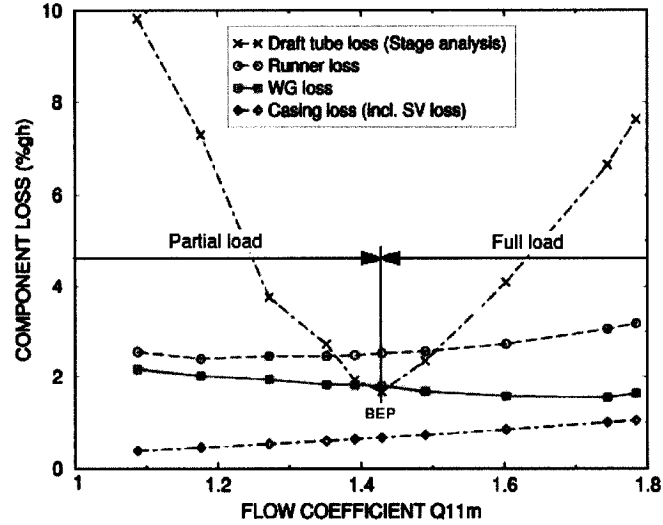


FIG. 3.2 Draft tube operation conditions and different component losses contribution.

are plotted as functions of the flow coefficient  $Q_{11}$ , from part load to full load condition. It is recognised that the draft tube performance is greatly influenced by the inlet swirl condition from runner exit. The strength of the swirling flow can be quantified by the

swirl intensity coefficient which is defined as the ratio of angular momentum flux to the axial momentum flux( Eq. 3.4 ).

$$S = \frac{\int_{R=0}^{R_{inlet}} V_t V_a r^2 dr}{R_{inlet} \int_{R=0}^{R_{inlet}} V_a^2 r dr} \quad (3.4)$$

where  $V_t$  is the tangential velocity,  $V_a$  is the axial velocity, and  $R$  is the inlet radius. The runner generates a high intensity co-rotational swirl at part load operation. The swirl intensity decreases as the turbine flow rate increases and at full load operating condition the swirl can be contra-rotative. The lowest draft tube loss takes place at the most favorable swirl condition which corresponds in general to the best efficiency operating point of the turbine (BEP). It is desirable to be able to assess the draft tube performance for a wide range of turbine operation points and not only at a single swirl condition. For this reason, draft tube flow analyses are performed for a serie of standard velocity profiles as inlet flow conditions. These velocity profiles with different swirl intensities are chosen to cover a large range of the turbine operation conditions, from part load to full load operation.

### 3.3 Pier Geometric Parameterization

In order to set up an optimization methodology, the pier geometry has to be defined using parameters that will be used as design variables by the optimizer. Different approaches to represent the curve are available, such as Bézier curves (Bézier, 1967, Piegl & Tiller, 1997) , B-splines and NURBS (Piegl & Tiller, 1997). Hybrid approach by defining geometric parameters from mathematic coefficients is also used. like the PARSEC parameterization(Sobieczky, 1998), which uses polynomial curves and geometric parameters calculated from the polynomial coefficients. SamarehSamareh (1999) presents a survey of existing methods used and their usage for multi-disciplinary optimization. Recently,

NURBS curves have become widely used because of their powerful characteristics.

### 3.3.1 Presentation of the concept

The parameterization method developed is based on a NURBS representation (Piegl & Tiller, 1997). In that representation, the curve points are calculated from  $n$  basis functions  $R_{i,p}$  of a “curve parameter”  $u$  varying in a monotonous way from an extremity ( $u = 0$ ) of the curve to the other ( $u = 1$ ). The  $i^{th}$  basis function  $R_{i,p}$  of degree  $p$  associated to a corresponding control point  $P_i$  depends on the lower degree basis functions and on knot values.

Knots are particular parametric positions along the curve and are described in a “knot vector”  $U$ , which is a sequence of  $u$  values defining where and how each control point affects the curve. The knot vector is of the form :

$$U = \{\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, u_i, u_{i+1}, \dots, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1}\} \quad (3.5)$$

The number of knots is always equal to  $n + p + 1$ . Multiplicity of the knots in the knot vector influences the curve continuity at the knots and can force the curve to pass through a control point.

Equation set 3.6 presents the basis functions calculation. The degree  $p$  of a NURBS curve defines the number of control points that influence any point of the curve.

$$\begin{aligned} N_{i,0} &= 1 \quad \text{if} \quad u_i < u < u_{i+1} \\ N_{i,0} &= 0 \quad \text{else} \\ N_{i,p} &= \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \\ R_{i,p} &= \frac{N_{i,p} P_i \omega_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p} P_i \omega_i} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Equation 3.7 presents the calculations of the curve points  $C(u)$ , that depends also on a set of  $n$  control points  $P_i$ , each having a weight  $\omega_i$ . Control points define a “control polygon” around the curve and can be moved to change the curve locally.

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)\omega_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)\omega_i} \quad 0 < u < 1$$

$$C(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u)P_i \quad 0 < u < 1 \quad (3.7)$$

Detailed description of the NURBS curves can be found in (Piegl & Tiller, 1997).

The pier geometry is described using one single closed NURBS curve, as shown in Fig. 3.4, in which squared numbers are the knot numbers. Each knot corresponds to an element in the knot vector and has a value between 0 and 1. The knot multiplicity 3 defined for the interior knots (except for extremity knots) is necessary to insure that the curve passes through specific control points. The structure of the knot vector and the number of control points has been chosen because of the previous curves definition (described in the parameterization module developed by Thériault (2003)), in which the pier nose was initially described with several pieces of third degree Bézier curves. The conversion to a unique NURBS curve was introduced for practical reasons, including easier curve handling, discretization, or comparison. Conversion has been made by keeping the same control point set, finding the appropriate knot vector, and assigning weights to the control points (different of 1 only for the circular leading edge description). The knots describe particular points such as nose/tail interface points, circular leading edge arc sector extremities and pier trailing edge.

The NURBS parameterization provides great flexibility in describing geometries because of the numerous degrees of freedom associated to the control points positions and their weights. However, in the context of hydraulic design, some drawbacks of this flexibility have been identified :

- ★ First, the parameterization allows the creation of local bumps on the curve. Manufacturing constraints forbid this behavior and such bumps are to be avoided.
- ★ Second, the control point positions do not have intuitive geometric meaning. As a result, it is more difficult for a design engineer to directly transpose his knowledge about good designs into specific parameter values.

In the present paper, an attempt is made to overcome these drawbacks. We would like to get parameters with a geometric meaning, i.e. radii, angles, lengths, that will be called “engineering” parameters, and which are easy to interpret for designers. One way to take advantage of both the power of the NURBS representation and the expressiveness of design oriented geometric parameters is to use an hybrid parameterization. In the proposed hybrid parameterization, NURBS control points are expressed as functions of the geometric parameters that define an upper layer of parameters on the NURBS control points. The result is that some control points are linked through relations. These links or constraints between control points usually lower the risk of getting oscillatory curves. Another benefit is that the number of variables is reduced, which is important in our case since the computing resources needed are dependant on the number of parameters. A system of  $n_p$  relations involving  $n_p$  parameters is constructed,  $n_p$  being the number of geometric parameters.

Figure 3.3 illustrates the concept of hybridation. The geometric parameters, for example the leading edge radius,  $R_{LE}$ , the nose angle  $\alpha_N$ , the circle sector angle  $\alpha_B$  and the pier thickness  $e$  are used in relations to compute the control point positions and weights. Details of the geometric relations can be found in Haroutunian (2007).

### 3.3.2 Candidates parameterizations

Based on the concept presented in the last section, various types of parameterizations were developed. The following paragraph discusses and evaluates the characteristics of

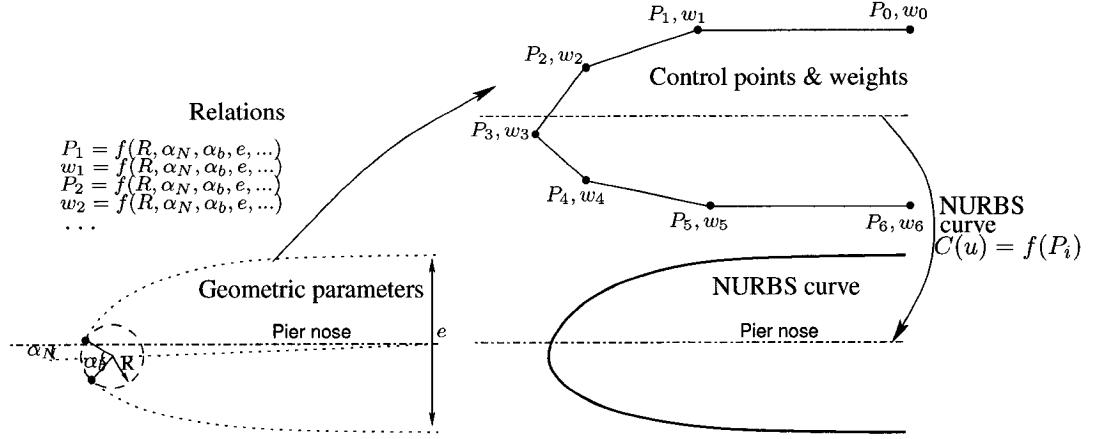


FIG. 3.3 Hybrid parameterization concept.

six different candidates. The aim is to select the most suitable parameterization for hydraulic design.

A schematic illustration of the six parameterizations is shown in Fig. 3.5. The most important geometric aspect of the pier is the shape of the pier nose. Two groups of parameterizations have been developed each using a distinct approach to parameterize the pier nose. The two groups divide the parameterizations depending on the way the pier nose is represented as a NURBS :

- ★ The first group uses a circular arc sector between the two Bézier curves at the leading edge with  $C^1$  continuity at the arc extremities (Fig. 3.4(a)). This group contains the types 1,2,3,6.
- ★ The second group uses two Bézier curves control points, joining the curves at the leading edge with  $C^1$  continuity (Fig. 3.4(b)). This group contains the types 4 and 5.

In group 1, differences between the types are given by the set of parameters that are fixed and the geometric interpretation of the parameters. Types 1 and 2 (Fig. 3.5(a) and 3.5(b)) keep the leading edge circle sector angle  $\alpha_b$  constant as opposed to type 3 and 6 (Fig. 3.5(c) and 3.5(f)) where  $\alpha_b$  is an explicit parameter. While type 1 specifies the leading edge lateral position  $Y_{LE}$ , type 2 defines the nose angle  $\alpha_N$ . In type 3 (Fig. 3.5(c)),



The parameters that are not used in a parameterization such as tangent vector lengths or leading edge circle sector angle are held constant, or linked by a relationship with other parameters.

The parameters potentially having the most correlation with the flow physics are the nose angle  $\alpha_N$  and the leading edge radius  $R_{LE}$ . The angle  $\alpha_N$  is correlated to the mean flow angle upstream of the pier and  $R_{LE}$  should determine the sensitivity of the flow to separation. A large radius allows a larger flow angle range with less probability of flow separation, while small values provide more specific designs. These two parameters are present in most parameterizations investigated. The remaining variables of each parameterization improve the flexibility of each representation and offer different ways to increase expressiveness.

An important point to notice is that regardless of the parameterization considered, the parameters always lead to the same set of control points for each group. Therefore, each control point position which is not variable in a relation between control points, is fixed. For example, the tangent vector at the curve extremity  $V_{t1}$  of Type 4 (Fig. 3.5(d)) corresponds to the position of the control point  $P_4$  of Fig. 3.3, which is fixed (at a given nose length) for all types in group 1.

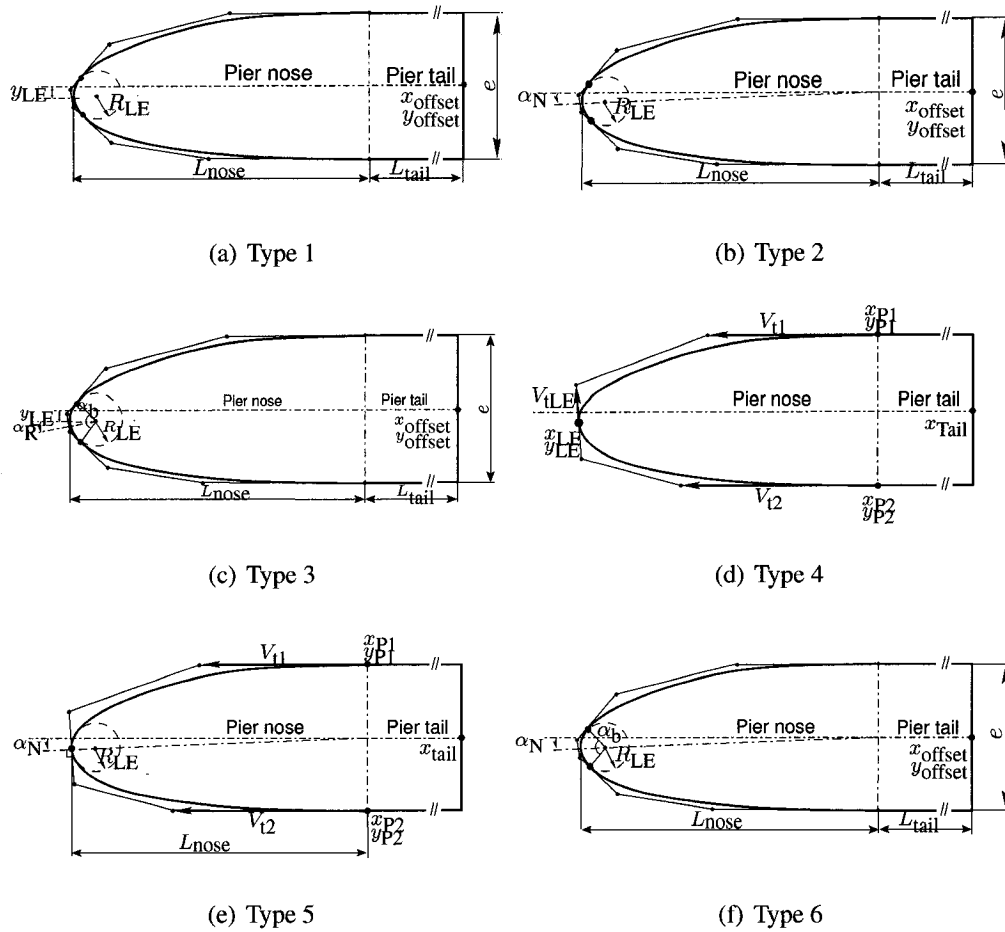


FIG. 3.5 The six different candidate parameterizations evaluated.

### 3.3.3 Selection criteria and retained parameterization

One of the main objectives was to determine the best suited parameterization for our optimization problem. The parameterization characteristics are measured in terms of :

- ★ Capacity to represent existing draft tube piers with suitable accuracy
- ★ Flexibility to represent various geometries
- ★ Number of parameters

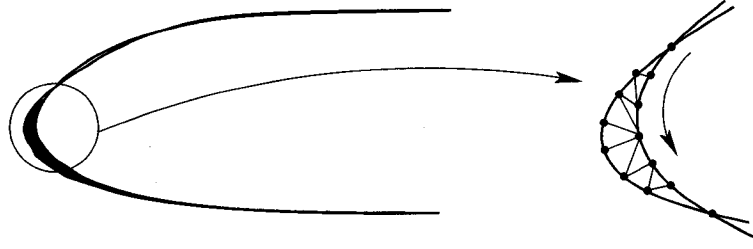


FIG. 3.6 Residual surface calculation for geometric fitting.

The number of parameters for each parameterization type and the number of those that could be used as design variables are shown in Table 3.1. Potential variables are the parameters that are affecting the pier nose only. Additional variables could be considered in case of major design modifications, but are avoided in refurbishing situations.

The representation capacities of the parameterizations were investigated through the use of a gradient based geometric quasi-Newton BFGS optimizer to fit a set of seven existing piers. The objective function to be minimized was defined as the surface between both curves after discretization (Fig. 3.6). This residual surface is calculated by discretizing both curves and building a triangulation between the points of the curves, as illustrated in Fig. 3.6. The total surface is obtained by summing all triangle areas.

Figure 3.7 presents some representation problems encountered when fitting existing piers. One can observe in Fig. 3.7(a) that parameterization types 1 and 2 (Fig. 3.5(a) and 3.5(b)) cannot accurately represent some existing geometries because of the fixed leading edge sector angle  $\alpha_B$  value. Types 4 and 5 (Fig. 3.5(d) and 3.5(e)) have shown difficulties to represent some piers that have quite brutal change in curvature near the leading edge, as shown in Fig. 3.7(c) and 3.7(d). This can be explained by the fact that leading edge parameters are not guaranteed to describe a circular arc. The only condition is that the two Bézier curves that represent each side of the nose are connected with a first derivative continuity at the leading edge. Type 5 uses the leading edge osculating circle as a variable which is only tangent in one point, thus the LE is not guaranteed

TAB. 3.1 Parameterizations parameters.

| Param. $n^\circ$ | Parameter number | Potential design variables |
|------------------|------------------|----------------------------|
| 1                | 7                | 3                          |
| 2                | 7                | 3                          |
| 3                | 9                | 6                          |
| 4                | 9                | 4                          |
| 5                | 10               | 5                          |
| 6                | 8                | 4                          |

to be a circular arc contrary to the types of group 1. No real problem with types 3 and 6 (Fig. 3.5(c) and 3.5(f)) have been encountered to represent existing geometries except slight differences on the sides of the nose due the fixed tangent vector at the pier nose/tail interface (Fig. 3.7(b)).

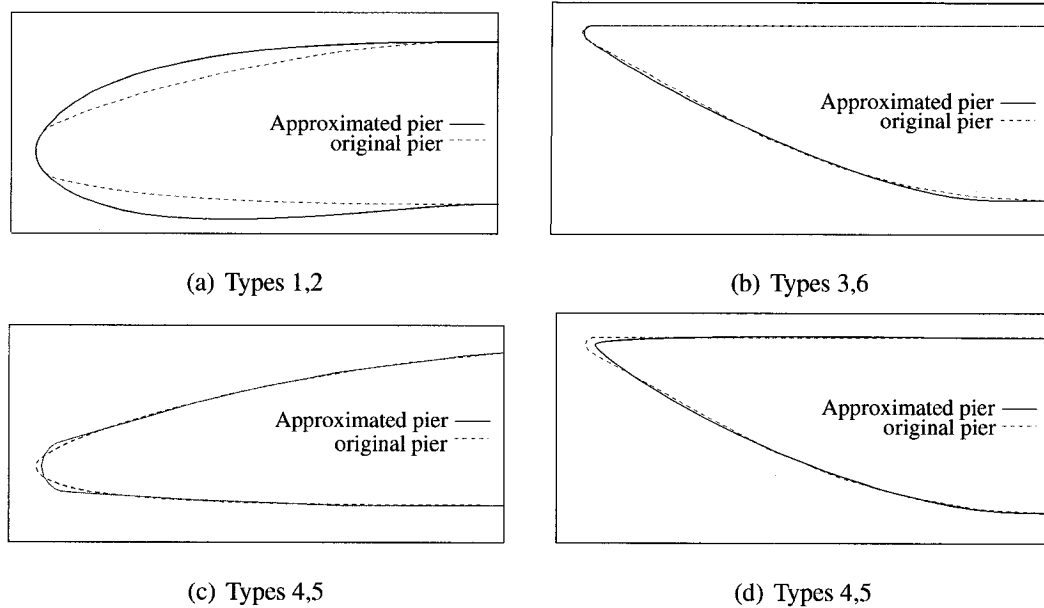


FIG. 3.7 Some existing pier representation problems encountered for various parameterization types.

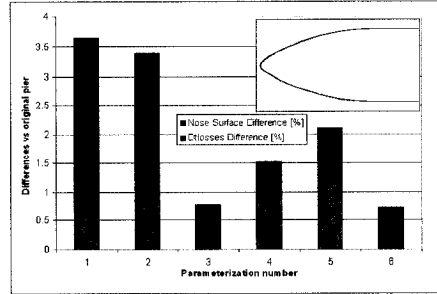
The pier characteristics were compared in terms of optimized residual surface difference between the existing and the fitted curves, and by comparing their associated draft tube

losses at the swirl coefficient value  $S = 0.194$ , which is the most favorable swirl condition point for this draft tube. The results of the parameterization evaluations are shown by Fig. 3.8. In this figure, the values of residual pier nose surface differences after geometry optimization are presented together with the draft tube loss differences between the original and the fitted piers, all values are expressed as percentages.

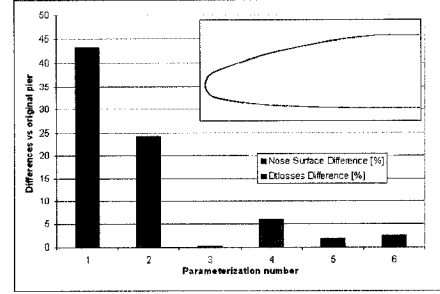
One can clearly see that the first two types cannot efficiently represent the tested piers and that the representation discrepancies have a significant effect on the losses. Types 4 and 5 present better geometric fitting characteristics, but because of leading edge representation problems, loss predictions differ substantially. Finally, types 3 and 6 are very close to one another, except in the number of parameters required and a slightly larger flexibility for type 6.

Examining these results, the parameterization selected as the best suited in terms of trade-off between all the criteria described above is type 6. It will therefore be used for the following work.

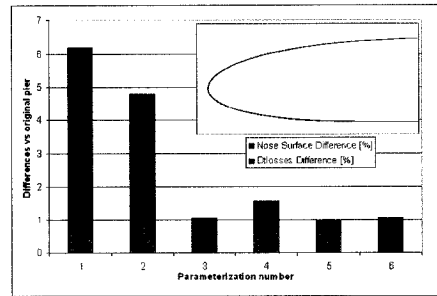
Looking at Table 3.1, one can see that parameterization type 6 defines 4 design variables that influence the pier nose shape. These are the nose length  $L_N$ , the leading edge radius  $R_{LE}$ , the nose angle  $\alpha_N$  and the leading edge sector angle  $\alpha_B$ . The pier thickness, the pier tail length and the pier offset will be kept constant, because the goal of this study is to improve existing installations and therefore these parameters are fixed. Figure 3.9 illustrates a sample of the design space described by the chosen parameterization. This illustration presents a few shapes obtained by varying each of the four parameters affecting the pier nose while keeping all others constant.



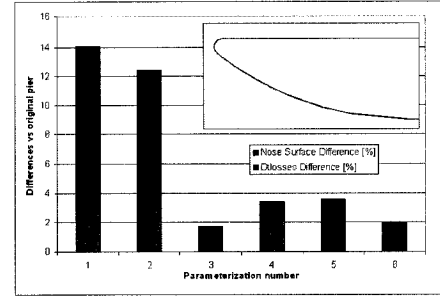
(a) pier geometry 1



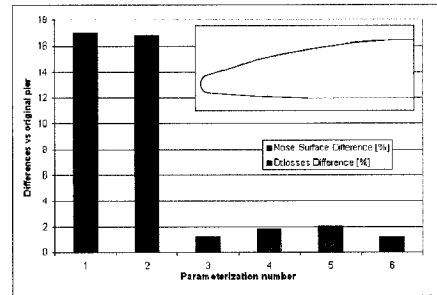
(b) pier geometry 2



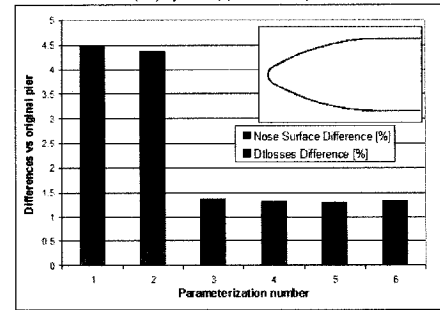
(c) pier geometry 3



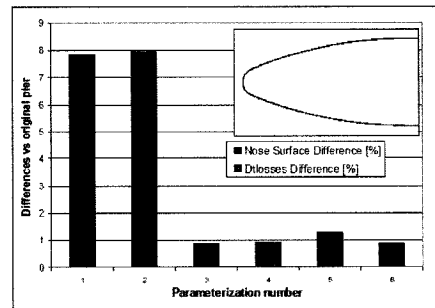
(d) pier geometry 4



(e) pier geometry 5



(f) pier geometry 6



(g) pier geometry 7

FIG. 3.8 Parameterizations characteristics investigation results.  $\zeta$  differences and Pier nose surface differences after geometric fitting for different existing piers at most favorable swirl condition.

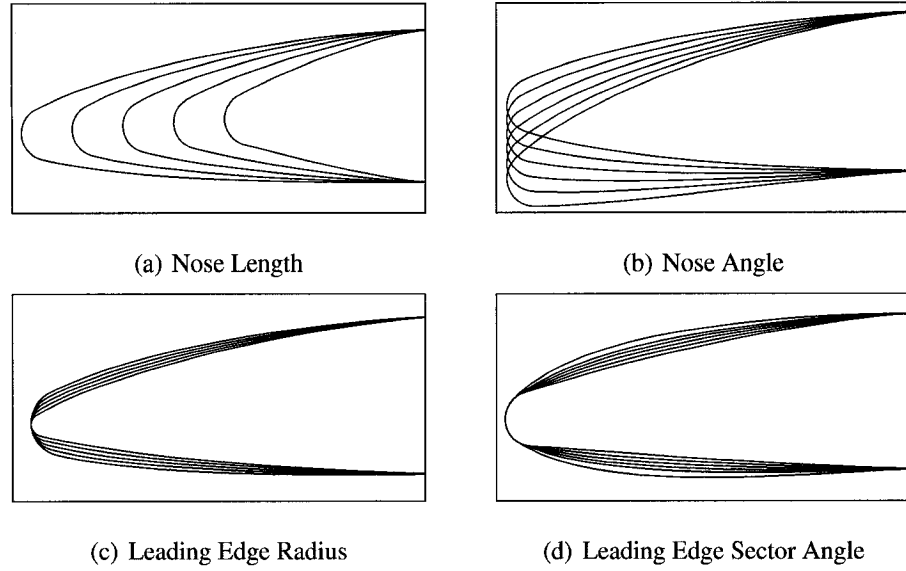


FIG. 3.9 Chosen parameterization geometries examples and effect of each parameter.

### 3.4 Numerical modelling

#### 3.4.1 Draft tube computational model and mesh

A typical computational domain of the elbow draft tube and the blocking used for the grid generation are illustrated in Fig. 3.10. Details for the blocking technique can be found in Guibault et al. (1999, 2006). From the initial geometric data, a complete water-tight domain is constructed, bounded by reconstructed wetted, inlet and outlet surfaces using NURBS. An extension is added at the real draft tube outlet (Fig. 3.1) that helps convergence.

The numerical model size is normalized with a reference dimension which is the throat diameter  $D_{throat}$  fixed at a value of 100. Thus, all the lengths mentioned for design parameters are relative to that value.

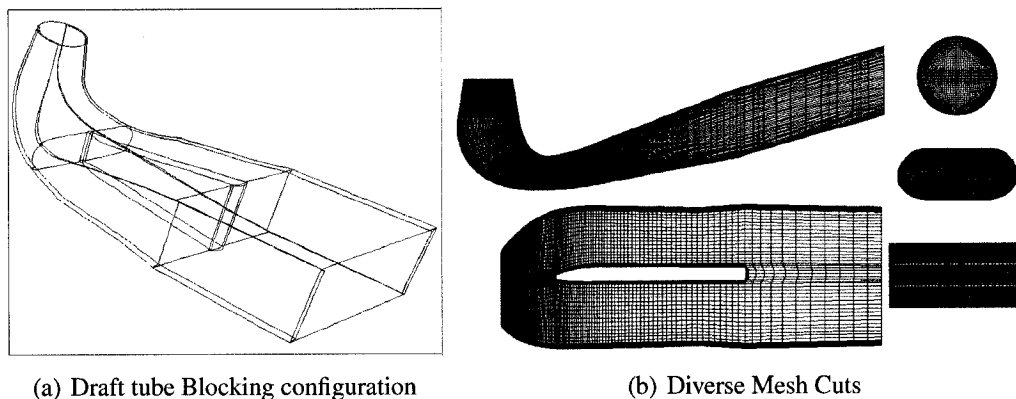


FIG. 3.10 Draft tube computational domain and blocking configuration.

The mesh used is a O-type multi-block structured mesh generated by an in-house program called DTmesh. This automatic grid generator was developed by the GMATH project, a joint project between the MAGNU laboratory<sup>1</sup> of Ecole Polytechnique de Montréal and GE Energy Hydro. The blocking is set-up to allow finer mesh in places where strong flow field quantity gradients are expected, such as boundary layers, pier environment, conical hub or elbow. It is fully automated and quite robust, allowing important pier variations, which is an important factor in an optimization cycle. Grid parameters like edge point numbers or distribution law coefficients are accessible through template files.

### 3.4.2 CFD settings

The hydraulic performance is assessed using the commercial CFD code CFX-10.0 from ANSYS. This is a finite volume code that solves three dimensional turbulent viscous fluid flows. The flow is solved using the Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS) equations with the  $k - \epsilon$  turbulence model and scalable wall functions.

ANSYS CFX-10 uses an unstaggered, collocated grid and following the standard finite

<sup>1</sup>MAGNU laboratory website : <http://www.magnu.polymtl.ca/>

element approach, shape functions are used to evaluate the derivatives for all diffusion terms.

The high resolution advection scheme is used for the advection term, giving accurate results and reducing to first order where needed.

The scalable wall function approach is used for the modelling of the flow near walls. This approach uses empirical formulas that impose suitable conditions near the wall without resolving the boundary layer. The use of wall functions is justified by the fact that boundary layer calculation requires a very small mesh length scale near the wall and thus very expensive computational time. Even with this approach, the mesh used for computations has more than 500,000 nodes.

Since the flow is modelled without heat transfer, the energy equation is not solved.

The boundary conditions applied for the computational domain are set as follows :

- ★ The walls of the draft tube are smooth, no-slipping, and without heat transfer.
- ★ The inlet condition is provided by a data file containing the cylindrical velocity profile components. These are standard velocity profiles with different swirl intensities, which are chosen to cover a large range of the turbine operation conditions, from part load to full load operation. Standard velocity profiles are discussed by Vu & Shyy (1990).
- ★ The outlet boundary condition imposes a zero average static pressure at the outlet of the extension added to the real draft tube outlet (Fig. 3.1).

The initial conditions in the fluid domain are set to “automatic”, and the termination criteria used is the maximal normalized residuals value. That value is set to  $3 \cdot 10^{-4}$ . The CFD analyses are parallelized on four to eight CPUs. Also, the four objective function calls needed for the gradient calculation are distributed and computed simultaneously.

### 3.4.3 Grid convergence

In a CFD process, the numerical error that is the difference between the exact numerical solution and the obtained one, is due to two main sources : the iterative error which is the residuals of the discretized equations in the iterative process, and the spatial convergence error which is the difference between the solution on an infinitely fine grid and the obtained solution on a given grid. Ideally, the grid should be fine enough so that the solution would be grid independant. At least, a solution in the asymptotic range of convergence (Bergstrom & Gebart, 1999), is desired, as explained below.

The grid refinement study aims to choose a grid resolution that will provide an accurate enough solution within reasonable computation time. By refining the grid, the discretization error should approach zero asymptotically, excluding the computer round-off error (Slater, 2005).

Richardson's extrapolation (Roache, 1994) is a method which aims to calculate the extrapolated value of the solution  $\Phi$  for a zero grid spacing and gives a higher order estimate of the continuum value from low order discrete values. It can be applied to a flow property or a solution functional. The use of a solution functional as solution  $\Phi$  for the method, such as energy losses, assumes that it is computed with consistent second order methods. The method is applied on a sequence of three grids. The grid refinement factor is defined by :

$$\alpha = \frac{d_i}{d_{finest}} \quad (3.8)$$

where  $d_i$  is the mean representative mesh cell size of the current grid, and  $d_{finest}$  the one for the finest mesh. For sufficiently small  $d$ , the approximation of the error is calculated by :

$$e_d = \Phi_{extrapolated} - \Phi_d = Cd^p \quad (3.9)$$

where  $p$  is the convergence order of the solution with the chosen grids, and  $\Phi_{extrapolated}$  is the Richardson's extrapolation calculated by :

$$\Phi_{extrapolated} = \frac{\alpha_2^p \Phi_d - \Phi_{\alpha_2 d}}{\alpha_2^p - 1} \quad (3.10)$$

where  $\Phi$  is the engineering quantity considered. Here we considered the draft tube losses, and the  $u$  velocity at a point P centered in the left channel downstream of the pier nose are used. In our case,  $p = 1$  and  $p = 2$  for extrapolation calculation. The characteristics of the grids used and the corresponding errors for the losses are presented in Table 3.2 for two values of  $p$ . The grids were generated by taking care that the average dimensionless distance from the wall  $y^+$  was kept quite constant as recommended by Roache (Roache, 1994). CFD calculations were converged up to a maximal normalized residual magnitude of  $10^{-6}$ , which do not decrease further.

Extrapolated curves of first and second order are calculated by :

$$\Phi(\alpha) = \Phi_{extrapolated} + \eta \alpha^p \quad \text{where} \quad \eta = \frac{(\Phi_{extrapolated} - \Phi_d)}{d^p} \quad (3.11)$$

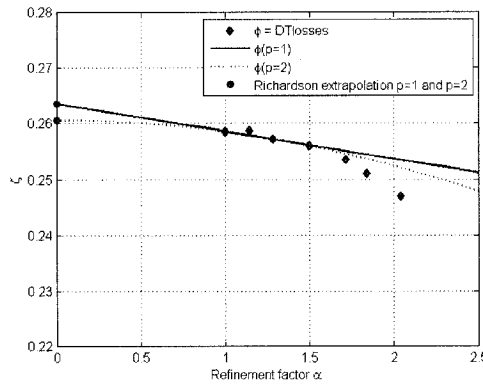
The asymptotic range of convergence is obtained when the different grids spacings  $h$  and the associated errors  $e_d$  lead to a constant value of  $C = e_d/d^p$  for a convergence order  $p$  that should be between 1 and 2.

Figure 3.11 presents the grid convergence results for the draft tube losses and the  $u$  velocity downstream of the pier.

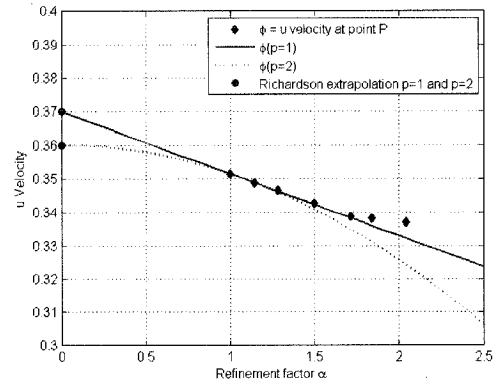
When looking at the curves, one sees that the four finest grids are in the asymptotic range of convergence of the defined extrapolated curves. That observation leads to use grid #4 for the optimizations, which is a good compromise between the accuracy and computation time since it lies at the beginning of the asymptotic range of convergence.

TAB. 3.2 Convergence study grids used and first and second order schemes error on the losses using Richardson's extrapolation.

| $Grid\ n^{\circ}$ | Cells $N$ | $\alpha$ | $d$    | $e_d(p=1)$ [%] | $e_d(p=2)$ [%] | Average $y^+$ |
|-------------------|-----------|----------|--------|----------------|----------------|---------------|
| 1                 | 1911176   | 1.0      | 0.0244 | 1.84           | 0.81           | 24.41         |
| 2                 | 1272680   | 1.145    | 0.0279 | 1.82           | 0.79           | 24.37         |
| 3                 | 906692    | 1.282    | 0.0312 | 2.36           | 1.34           | 24.28         |
| 4                 | 567448    | 1.499    | 0.0365 | 2.77           | 1.75           | 24.16         |
| 5                 | 378728    | 1.715    | 0.0418 | 3.72           | 2.71           | 23.99         |
| 6                 | 305479    | 1.843    | 0.0449 | 4.70           | 3.70           | 23.92         |
| 7                 | 224673    | 2.041    | 0.0497 | 6.23           | 5.24           | 23.83         |



(a) Draft tube losses



(b) u Velocity at point P in the left channel

FIG. 3.11 Solution vs Refinement factor  $\alpha$ .

The grid convergence error is thus estimated to be below 3%.

#### 3.4.4 Steady state computations

In order to evaluate the steady state computations validity, CFD analyses convergence problems were monitored during optimization runs by detecting analyses terminated on the maximal iterations number termination criterion. No divergent convergence case has been noticed during the optimizations conducted. However, cases with lower convergence level have been detected, which are an indication of unsteady behaviour of the

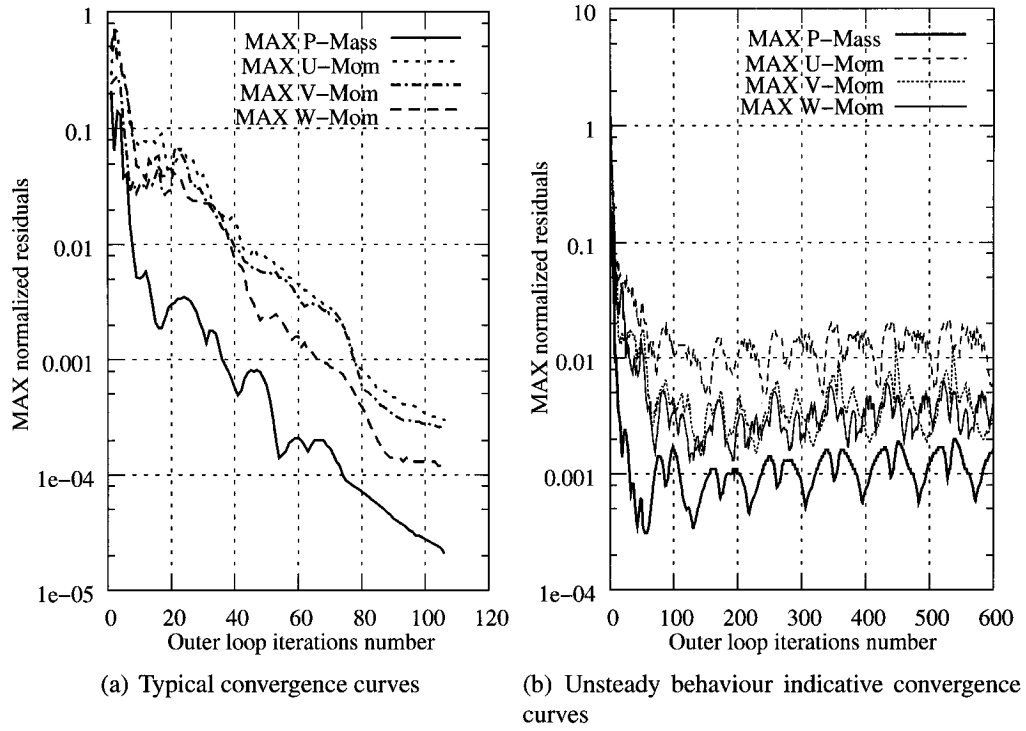


FIG. 3.12 Residual plots of the two typical behaviours observed.

flow due to the geometry of the pier and operation conditions. However, the operation conditions used for optimization are not extreme values of swirl, where strong turbulence appears.

RANS calculations exhibit various types of convergence history curves, as shown in Fig. 3.12. Smooth convergence curves, as illustrated in Fig. 3.12(a) are associated with low unsteadiness and easy convergence to a steady solution. Noisy convergence curves as illustrated in Fig. 3.12(b) are a sign of the onset of a larger unsteadiness. Such cases are still considered converged. However, in these cases, the final total pressure value used for the losses calculation is averaged over the last 120 timesteps (Fig. 3.12(b)).

Very few convergence problems occurred during the optimization process. The occurrences of lower convergence cases happened mostly during gradient calculations, or during the first line search evaluation. In the latter, a bad design is often obtained because

the line search step has a large value at the beginning of the line search, looking too far from the current point. Finally, most of these cases presented a loss value higher than the initial design, thus being worse designs that will anyway not be chosen because of their bad performance. From these experiments, we conclude that the use of steady state CFD analyses is justified in the context of our problem.

### **3.5 Optimization methodology**

The global optimization methodology employed is presented in Fig. 3.13. An optimizer controls the design variables and the objective function is evaluated as a black-box function. The black-box contains either the steps of the CFD analysis process or a surrogate of the analysis computed a priori. The overall process has been integrated in the iSIGHT environment, from Engineous Software (<http://www.engineous.com/>)

The optimization loop is constructed using shell scripts that handle the execution of the different programs, store the run results, and treat execution failures. The use of iSIGHT is restricted to launching the scripts in order to easily change the optimizer if needed.

#### **3.5.1 Optimization algorithms**

Numerous optimization algorithms using deterministic or heuristic approaches have been applied in the last years to hydraulic design (Eisinger & Ruprecht, 2002). The experience gained with respect to CFD based design optimization in our laboratory has shown that gradient-based methods are the most efficient in many situations. One situation where gradient-based algorithms are appropriate is when the need is to improve existing designs by slight modifications. In this case, a local search algorithm seems to be well adapted. An additional criterion required for their good performance is a low noise level

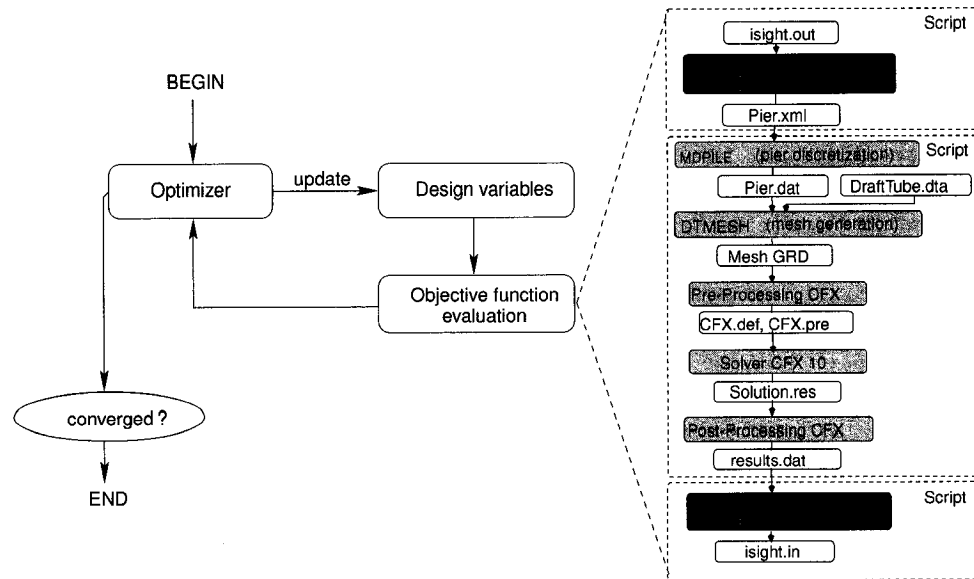


FIG. 3.13 Global optimization methodology.

in the CFD analysis.

In this respect, a sensitivity analysis of the solution to geometric parameters (presented below in section 3.5.2) has shown that numerical noise was not too important in our problem, allowing to consider gradient-based algorithms.

### 3.5.1.1 Gradient-based algorithm

The Gradient-based NLPQL optimization algorithm (Schittkowski, 1985/86) was chosen as the main algorithm to carry out the study. This algorithm uses the sequential quadratic problems approach for optimization. It constructs a sequence of quadratic subproblems obtained by a quadratic approximation of the Lagrangian function and linearization of the constraints. Second order information of the Hessian matrix is updated by a quasi-

Newton formula. Equation set 3.12 presents the quadratic subproblem solved.

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \frac{1}{2}d^T B_k d + \nabla f(x_k)^T d \\
 \text{subject to :} \quad & \nabla g_j(x_k)^T d + g_j(x_k) = 0, j = 1, \dots, m_e \\
 & \nabla g_j(x_k)^T d + g_j(x_k) \geq 0, j = m_e, \dots, m \\
 & x_{low} - x_k \leq d \leq x_{up} - x_k
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Where  $B_k$  is the approximation of the Hesssian of the Lagrangian function updated by the BFGS quasi-Newton formula. Minimizing the subproblem allow to find the optimal search direction  $d_k$ , which is followed by a line search to stabilize the algorithm and find the new iterate :  $x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k$ , where  $\alpha_k$  is the search step computed with respect to the multiplier approximations, and an augmented Lagrangian merit function to determine the line search parameter. The implementation of NLPQL in the multi-task optimization platform iSIGHT allows the possibility to compute externally the gradients. In this way, setting individually the differentiation step for each variable is possible and has been used. This capacity was also a criterion for choosing this algorithm.

The search method works in two steps. The first step computes the gradient vector from all objective function partial derivatives  $\partial f(x_i)/\partial x_i$ . In cases where the objective is not known analytically, the gradient has to be computed using discrete methods. In this study, the gradient is calculated using finite differences, as presented in below section 3.5.4.

The second step performs a line search along the search direction computed using the BFGS method (Vanderplaats, 1987). The optimizer tries to minimize a merit function that takes into account the values of the constraints through a penalty function.

### 3.5.1.2 Pattern search algorithm

To compare the efficiency of the gradient based algorithm to a more global method as a secondary optimization strategy, some optimizations were carried out using a direct search MADS (Mesh Adaptative Direct Search) algorithm (Audet & Dennis, 2002), called NOMAD<sup>1</sup> (Nonlinear Optimization for Mixed vAriables and Derivatives). This algorithm, which doesn't need any gradient calculation, possesses a global heuristic search step and a local deterministic poll step. It was specifically developed to handle "black box" problems in which the objective function is a result of a simulation, such as CFD, that can be scattered, noisy or non differentiable. The globality of the search can be controlled through the initial global search and the number of iterative search points at each iteration of the local poll step. NOMAD polls the design space by evaluating candidate points around the current point on a lattice comprising between  $n + 1$  and  $2n$  dimensions (number of design variables) depending on the available evaluations budget, where  $n$  is the number of design variables. Three strategies are available ; *Complete* : polls all the neighbours of the current point, *Opportunistic* : Stops the iteration when a point better than the current is found, *Dynamic* : Sorts the points by best function values of the previous iteration. The search type can be specified as random or latin hypercube. If a better point is found, it becomes the current point and the poll size is increased. If not, the poll size is reduced and new lattice directions are computed. The size of the lattice steps is managed with a poll basis exponentiated by a coarsening or refining exponent whose values are given in Table 3.3. The more global the search, the more objective function calls, but more chances to find the global optimum are expected.

The variables are also normalized between 0 and 1 by the bounds, the same way as for the gradient algorithm. Normalization procedure is presented in section 3.5.4. The number of initial and iterative global search points can be chosen depending on the

---

<sup>1</sup>NOMAD algorithm implementation available free at : [www.gerad.ca/nomad](http://www.gerad.ca/nomad)

TAB. 3.3 NOMAD algorithm parameters settings.

| Parameter                | Value                       |
|--------------------------|-----------------------------|
| initial poll size        | 6.5% of bounds interval     |
| poll size basis          | 1.4                         |
| max. poll size           | 25% of bounds interval      |
| Coarsening exponent      | 1                           |
| Refining exponent        | -1                          |
| Initial search           | 12 pts, LHS, Complete       |
| Iterative search         | 1 pt, Random, Opportunistic |
| Total evaluations number | 50                          |

evaluation budget available. The local initial poll size can also be set. Table 3.3 presents all NOMAD parameter settings.

### 3.5.2 Sensitivity analysis

For the purpose of choosing the differentiation steps for all variables, a sensitivity analysis was conducted, using the draft tube energy losses as objective function (Eq. 3.2). From the starting design point, one-sided finite difference gradients were calculated using different differentiation steps for each design variable. Results for the sensitivity analysis are presented in Fig. 3.14. These figures show the values of the approximated gradients as a function of the differentiation step, for both non-dimensional and dimensional cases.

The shape of some of the curves is not the generally expected behaviour for this type of study. A horizontal plateau is expected near optimal differentiation step values, and the curve behaviour should become oscillatory when reducing the differentiation step and entering into the function noise. In our case, the function noise did not appear clearly for most variables. Thus differentiation step values have been chosen at the beginning of a flat tendency when looking at the sensitivity curves. The differentiation step values

selected are shown by a vertical line in Fig. 3.14 and are given in Table 3.4.

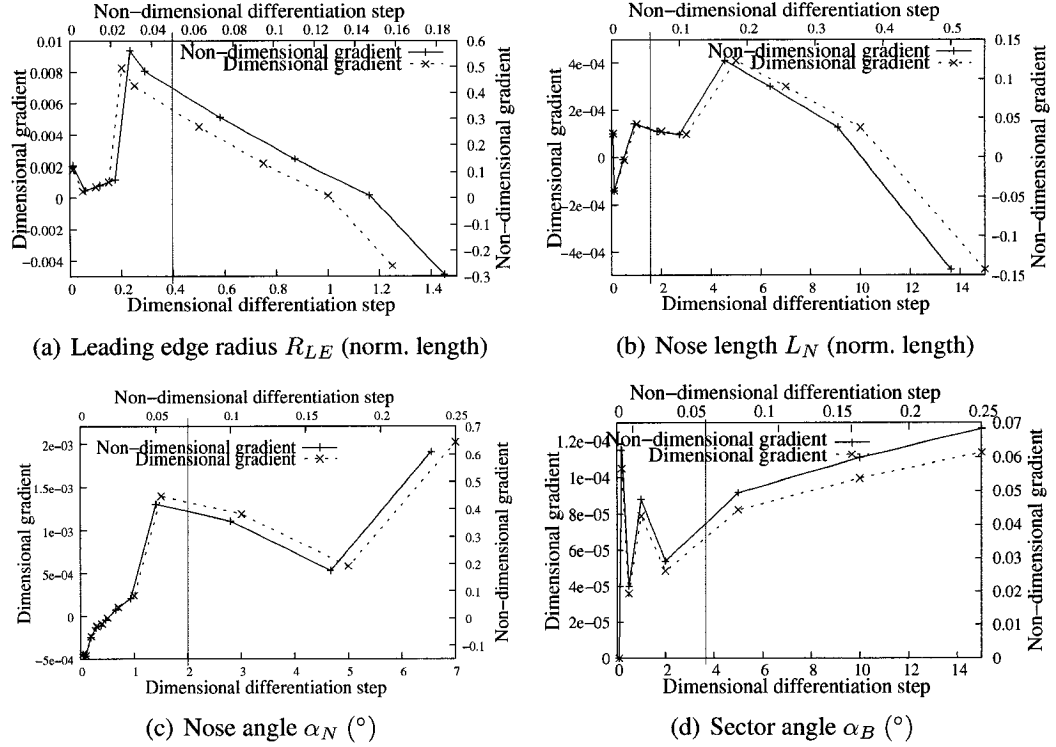


FIG. 3.14 Sensitivity analysis results, swirl conditions s3, at original pier design point.

Regarding the sensitivity of the draft tube losses in relation to the variables, the nose length and the leading edge sector angle seem to be less sensitive than the two other variables by a factor of about 10. They will nevertheless be used as a design variable. Moreover, one should recall that the sensitivity analysis was carried out at one specific operation condition and a specific design point. The results may vary somewhat for other design points.

### 3.5.3 Optimization constraints

Constraints can be formulated as part of the optimization problem. The parameterization chosen defines implicit geometric constraints represented by the relations defined

TAB. 3.4 Variables bounds constraints, absolute  $h$  and normalized  $\bar{h}$  differentiation steps selected.

| Variable                | Lower bound | Upper bound | $h$  | $\bar{h}$ |
|-------------------------|-------------|-------------|------|-----------|
| $L_N$ [norm. length]    | 60          | 90          | 1.8  | 0.06      |
| $R_{LE}$ [norm. length] | 0.2         | 7           | 0.34 | 0.05      |
| $\alpha_N$ [°]          | -15         | 15          | 2.1  | 0.07      |
| $\alpha_B$ [°]          | 90          | 150         | 3.0  | 0.05      |

between the parameters. Thus, only bounds constraints were imposed. Bounds limit the design space extent to cover the entire region of interest. Table 3.4 gives the bound values for each design variable.

#### 3.5.4 Design variables and differentiation steps normalization

The design variables chosen have relatively different orders of magnitude. That can lead to optimization problems because of ill-conditioning matrices such as Hessian and Jacobian. To alleviate this problem, we scaled the design variables by a linear transformation using their lower and upper bounds as follows :

$$\bar{x}_i = \frac{x_i - x_{i_{low}}}{x_{i_{up}} - x_{i_{low}}} \quad (3.13)$$

where  $\bar{x}_i \in \bar{X} = \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n\}$  is the vector of the normalized design variables and  $X$  the dimensional variables vector.

The bounds are chosen to cover the expected region of interest. Therefore, the objective function sensitivity to variables may be quite different on each variable. No objective function normalization has been done.

The values given to the optimizer are the normalized variables, and optimizer output variables are redimensionalized to generate the new design.

The differentiation steps must also be normalized to calculate the normalized gradient. This is done as follows :

$$\bar{h}_i = \frac{h_i}{x_{i_{up}} - x_{i_{low}}} \quad (3.14)$$

The normalized gradient calculated from the variables defined above is :

$$\nabla f(\bar{x}_i) = \frac{S_F \cdot (f(\bar{x}_i + \bar{h}_i) - f(\bar{x}_i))}{\bar{h}_i} + O(h) \quad ; \quad O(h) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot h + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \cdot h^2 + \dots \quad (3.15)$$

where  $O(h)$  represents the truncation error of the first order finite difference calculation.

Based on prior observations that the optimizer stayed quite near the initial design point, the objective function was scaled by a factor  $S_F$  of 10, which also scales the gradient by that factor. Scaling the gradient affects mainly the extent of the line search part of the NLPQL algorithm, which allows to look at a greater distance from the base point  $X_k$ . At each iteration, the NLPQL algorithm first determines a search direction  $d_k$  from the gradient and Hessian approximation by minimizing the quadratic sub-problem of Eq. 3.12. Thus, by scaling up the gradient the search direction is influenced.

### 3.5.5 Numerical errors estimation

Since the numerical errors introduced by the CFD process could limit the efficiency of the optimization methodology, an estimation of those errors can be useful to explain some behaviour of the methodology. Errors that affect the objective function value evaluation can influence the optimization process by :

- \* tainting with imprecision the optimum design position in the design space.
- \* tainting with imprecision the gradient values, which can lead to wrong search directions and unsuccessful line searches.

The errors made on the gradient evaluation mainly depend on two components :

- ★ The truncation error  $O(h)$  of the first order one-sided finite differences gradient expressed in Eq.3.15, which is difficult to evaluate and depends on the gradient value and on higher order derivatives. That error increases when increasing the differentiation step and when the curvature of the function is small.
- ★ The error due to the uncertainty and the noise on the objective function  $e_{f(x)}$ . The noise defines an error band around the mean function value. To evaluate the noise magnitude, analyses were carried out by reducing the differentiation step until the noise region was reached for each variable, in a way similar to the sensitivity analysis presented above. The error on the gradient value  $\epsilon_{\nabla f(x)_{noise}}$  is the difference between the maximal and the minimal partial derivative values that can be obtained considering the noise amplitude for each variable, as shown in Fig. 3.15. This error increases when reducing the differentiation step. It includes the following parts :

1. The iterative convergence error  $e_i$ , that can be estimated as (Bergstrom & Gebart, 1999) :

$$e_i = \frac{MSR}{TMF} \quad (3.16)$$

where  $MSR$  is the Mass Source Residual (the residual for the pressure correction equation) and  $TMF$  is the Total Mass Flow. In our case, the  $MSR$  is the normalized Mass Source Residual given by CFX-10, which is normalized by a control volume coefficient and a representative range of the variable in the domain. This is an indicative value of the continuity equation and is not a convergence guarantee of all other equations.

2. The spatial discretization error  $e_r$  due to the grid resolution used. This is the difference between the current solution obtained and the extrapolated solution on an infinitely fine grid, as evaluated in section III.3.4.3.
3. The round-off error because the objective function is calculated with 6 significant digits, thus has a round-off error of  $1 \cdot 10^{-6}$ . Therefore, the smaller the gradient

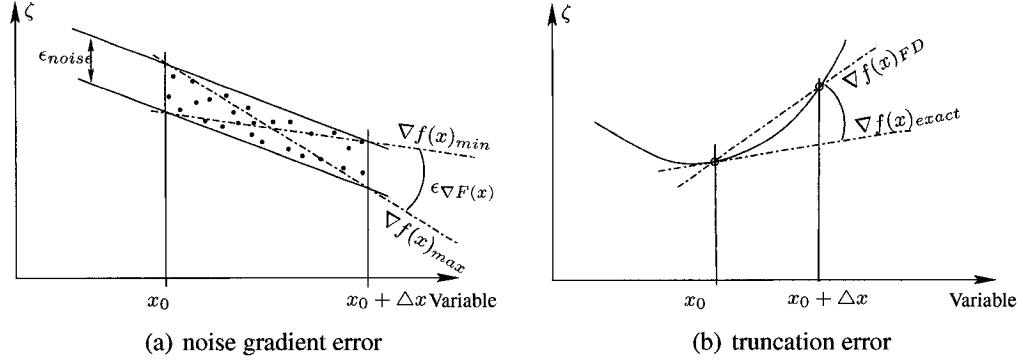


FIG. 3.15 Gradient errors due to the objective function noise and the truncation of the numerical scheme.

value is, the more important is the relative error (Eq.3.17).

$$\epsilon_{\text{round-off}} = \frac{\nabla \bar{f}_{\min}}{\nabla \bar{f}} = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{f(\bar{x}_i + \bar{d}_i) - f(\bar{x}_i)} \quad (3.17)$$

The total error is cumulative and can then be expressed as :

$$\epsilon_{\nabla f(x)} = \epsilon_{\nabla f(x)_{\text{noise}}} + O(d) = \epsilon_r + \epsilon_i + \epsilon_{\text{round-off}} + O(d) \quad (3.18)$$

This value gives an estimation of the error near the optimum. Application of this equation will be demonstrated in the Results section.

TAB. 3.5 Swirls coefficients values used for optimizations and case names used in text for convenience.

| case name | Swirl coefficient |
|-----------|-------------------|
| s1        | 0.04843           |
| s2        | 0.14530           |
| s3        | 0.19372           |
| s4        | 0.29006           |

### 3.6 Results & discussion

#### 3.6.1 Optimization using the NLPQL algorithm

##### 3.6.1.1 Single point design

The design optimization methodology described above is first applied to single operation point optimization. The performance of the original draft tube and pier has been characterized as a function of the swirl conditions, and the corresponding loss curve is drawn in Fig. 3.16. The draft tube chosen for this study is an existing low head draft tube in which the pier is expected to have a significant effect. Single point optimizations were conducted at the swirls coefficient values listed in Table 3.5. The most favorable swirl for the original draft tube with the standard pier is around the swirl condition s3.

The pier performance will be directly evaluated by comparing the original pier and the optimized one in the same draft tube. Although the piers are optimized at single swirl conditions, their performance over the whole swirl spectrum will be analyzed.

For convenience, the results for optimized piers are presented in the form of loss differences between the original and optimized geometries. Negative values indicate an improvement.

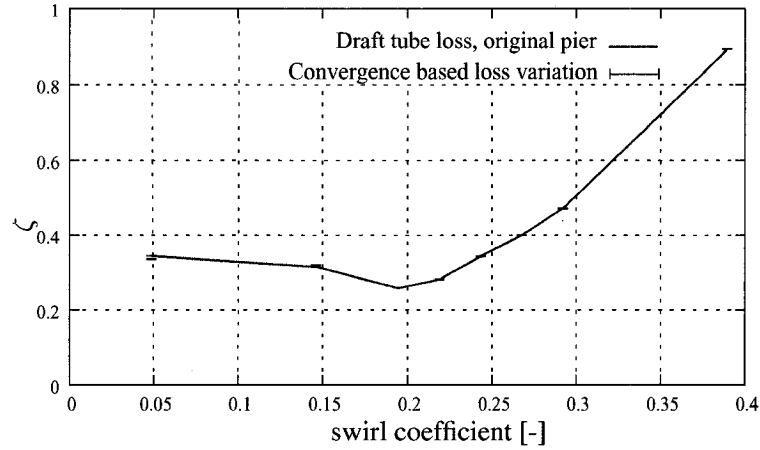


FIG. 3.16 Original draft tube loss curve, at a flow coefficient  $Q_{11} = 1 ft^{0.5}/s$ . Units of the losses are  $[\%E_{kinthroat}]$ .

The results are given in Fig. 3.17 for the losses and the corresponding optimized piers illustrated in Fig. 3.18.

Concerning the shape of the optimized piers, Fig. 3.18 shows a general tendency to decrease the nose angle, except for the swirl s2 which turned in the opposite direction. Another tendency observed is a reduced leading edge radius combined with a decreased leading edge sector angle. In Fig. 3.17, at each of the four optimized points identified by the circles on the curves, a significant improvement was obtained varying from 4.4 to 7 %. Generally, for single point optimizations, the optimal geometries are expected to be rather specific to the operation point considered, and therefore, should provide bad off-design performance. As shown in Fig. 3.17, all points above the zero ordinate line indicate a worst performance compared to the original pier. Swirl conditions s1 and s2 present quite a local losses improvement, the case s2 being the worst and showing a 4% decreased performance at high swirl. For the s2 case, the fact that the optimal shape found has a positive nose angle and that the loss curve shows local improvement at s2 might indicate a local optimum.

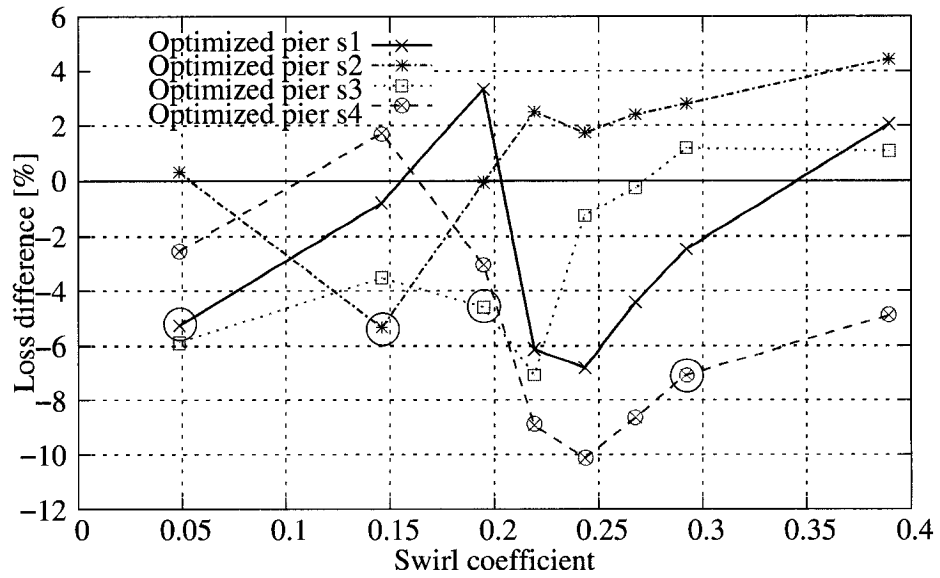


FIG. 3.17 Single point optimization results. Abscissa represents the Swirl coefficient, and vertical axis shows the draft tube Losses difference (optimized - original). The circles indicate the optimized point for each curve.

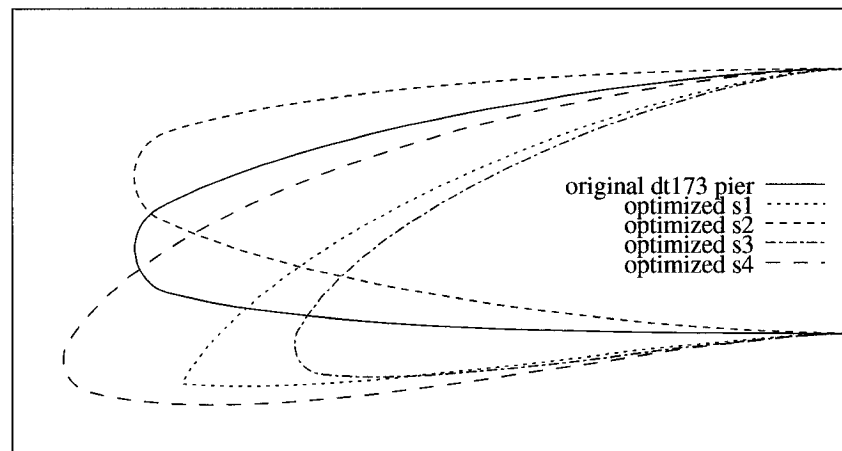


FIG. 3.18 Single point optimized piers.

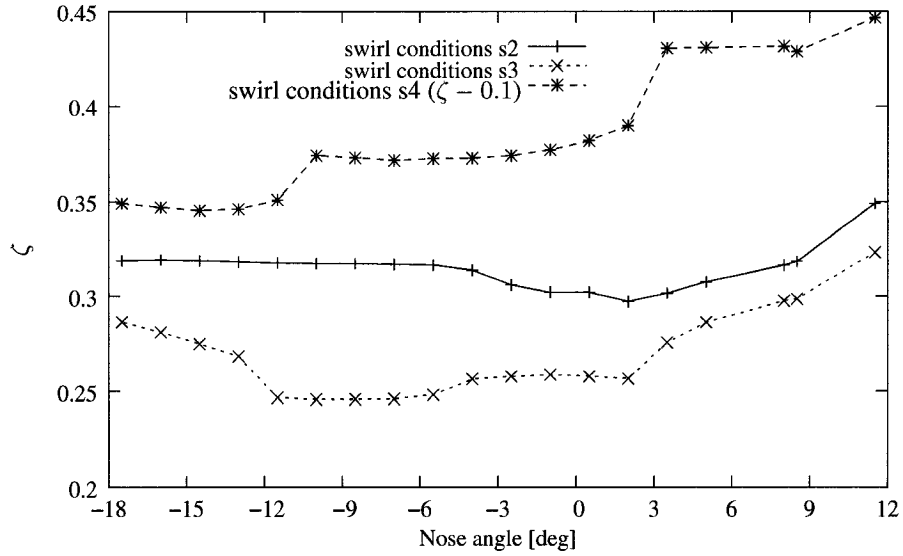


FIG. 3.19 Design space cut from initial design point for the nose angle at swirl conditions s2,s3 and s4.

In order to study the special behaviour for the s2 operation point, a cut of the design space around the initial point is presented in Fig. 3.19. The figure shows that when only the nose angle is varied, an optimum region is located near the optimum nose angle values found by the optimization methodology. Thus, the behaviour for the s2 swirl conditions seems to be due to the flow. For s3 and s4 conditions, one sees a flat optimum zone that also helps to explain a lower sensitivity.

The s3 and s4 swirl results (Fig. 3.17) provided even better improvement for most of the left and right parts of the loss curves, respectively. That result encourages us to expect that optimizing for both the s3 and s4 swirl conditions could lead to improvement over the whole loss curve.

In the s1 condition, optimization leads to very small radius but not too localized improvement.

### 3.6.1.2 Different start-point optimizations

In order to check the globality of the search provided by the NLPQL algorithm and evaluate the design space topology, optimizations were conducted starting from other design points further away from the optimal designs previously found. Results are presented in Fig. 3.20. One can observe that the optimum designs found do not match exactly the previously obtained results, but that the tendency is quite similar, especially for the nose angle. Differences show that the NLPQL algorithm does not insure finding the global optimal design throughout the defined design space, as expected. That could be due to the observed flat optima observed in Fig. 3.19. In addition, low sensitivity of some variables near the optimum were noticed for some cases, which can also contribute to explain that uncertainty. This will be discussed further in the above section 3.6.1.7.

Considering that an evaluation of the objective function takes around 1.5 hour for one swirl condition, total calculation time was between 18 and 35 hours. Each calculation is parallelized on four to eight CPU's, and all gradient evaluations are launched at the same time.

### 3.6.1.3 Multipoint optimization

Multipoint optimizations are searches made by optimizing on more than one operation point. The aim of such optimizations is to get a more practical optimal design which presents good overall performance over the whole swirl spectrum. To achieve this, the objective function to minimize is calculated as follows :

$$f(X) = \sum q_i \cdot \zeta_i \quad (3.19)$$

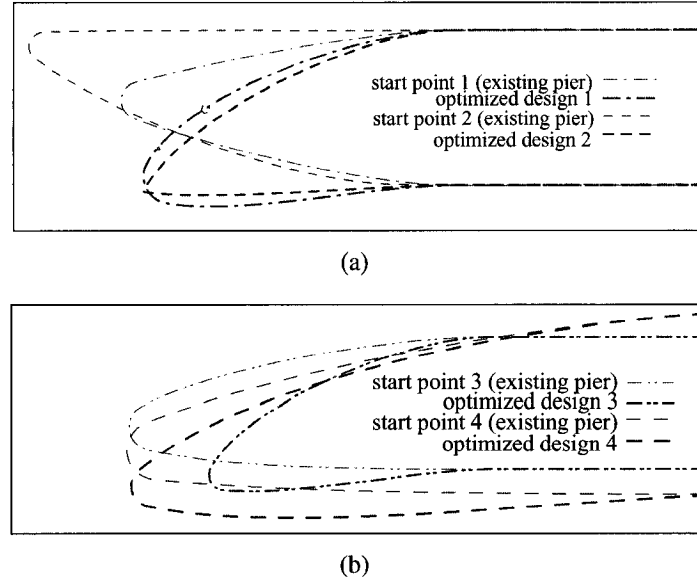


FIG. 3.20 Piers obtained for different start-points at single-point optimizations.

where  $q_i$  are the weights attributed to the operation point  $i \in \{1..Number\ of\ Swirls\}$  and  $\zeta_i$  are their associated losses. The weights are used to give more importance to some points. One issue with multipoint optimization is to select the number of points. Using a large number of points helps to obtain a more global improvement but involve higher computation time. When looking at single point optimizations results presented earlier, we can see that the improvement obtained when optimizing at a single point spans a rather large region in the swirl spectrum. As a result, one can expect that a multipoint objective with only two or three points will provide a good global improvement.

Based on the results of Fig. 3.17, the swirl conditions s3 and s4 were considered for a first trial, with a weight of 1.5 for the s3 point and 1 for point s4 (Table 3.6). Note that s3 is the most favorable, and generally the point at which the machine operates most of the time. The second multipoint run has been done adding the swirl point s2 also with a weight of 1, as described in Table 3.6.

Figure 3.21 presents the loss curves and the corresponding piers for the two multipoint

TAB. 3.6 Multipoint optimizations parameters.

|   | Swirl conditions | weight [-] |
|---|------------------|------------|
| 1 | s3               | 1.5        |
|   | s4               | 1          |
| 2 | s2               | 1          |
|   | s3               | 1.5        |
|   | s4               | 1          |

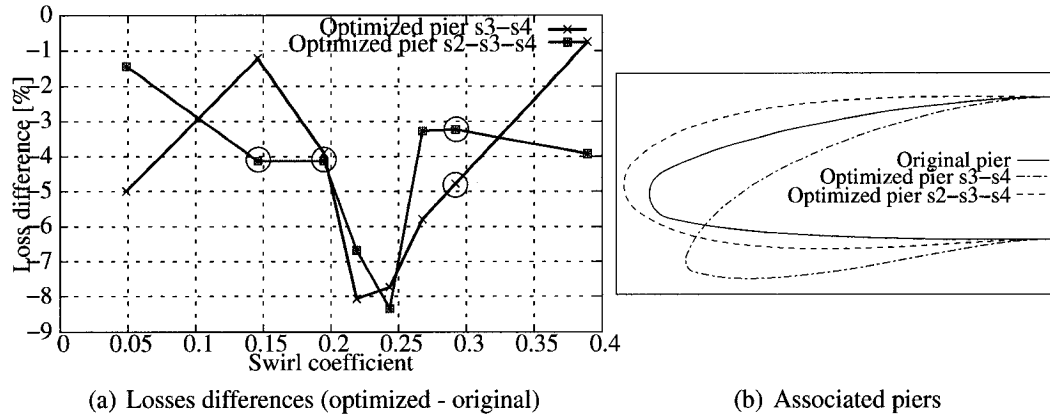


FIG. 3.21 Multipoint optimized Loss differences curves and associated piers.

optimization runs. For the first case (s3-s4), an improvement ranging from 3.2 to 4.8% over the loss curve was achieved, as illustrated in Fig. 3.21(a). The smallest improvement is observed at the s2 swirl condition. The low improvement at s2 was the reason to add that point to the second multipoint case. As shown in Fig. 3.21(a) (s2-s3-s4), this addition was successful at improving performance over the complete swirl range. When comparing Fig. 3.21 and Fig. 3.17, one observe that the more global improvement obtained by multipoint design is at the price of less improvement than those obtained by optimizing at one swirl point at a time. As expected, the use of only 2 points is sufficient to get a good improvement between the s3 and s4 swirl conditions. However, using three points allows a better global improvement, providing a pier with a large leading edge radius and sector angle that is less sensitive to the flow angle upstream of the pier.

When comparing the piers obtained for the multipoint cases of fig.3.21(b) and the single

point optimized piers of Fig. 3.18 for the s2-s3-s4 swirl conditions, one clearly see that the multipoint obtained piers are a good average geometry between the corresponding piers of each of the single points piers. For the second multipoint case, the s2 swirl condition added resulted in a higher nose angle value. Calculation time for multipoint optimizations is between 24 and 48 hours, depending on the number of swirl points used.

#### **3.6.1.4 NOMAD optimization**

Some optimizations have been carried out using the NOMAD algorithm in order to compare the results with the NLPQL algorithm under the same conditions, for single point cases. The optimizer settings are summarized in Table 3.3.

When looking at the piers and the performance curves obtained, shown in Fig. 3.23, one sees that results differ somewhat at swirl condition s1, where NOMAD found a better and slightly less specific optimum. At s3, the design obtained is very close to the one obtained with NLPQL, suggesting that the optimum reached by NLPQL was quite global, especially since NOMAD got successes for points generated during the initial and iterative global search.

Figure 3.22 presents the comparison of the iterative convergence for successful points of NOMAD and NLPQL for the swirl conditions s2, s3, s4. One sees that the NOMAD initial global random search of 12 points was successful, and thus NOMAD had a faster convergence on the first few iterations. However, when considering the curves from the 13<sup>th</sup> evaluation after the random search, results are quite similar. For both algorithms, most of the improvement is obtained during the few first iterations.

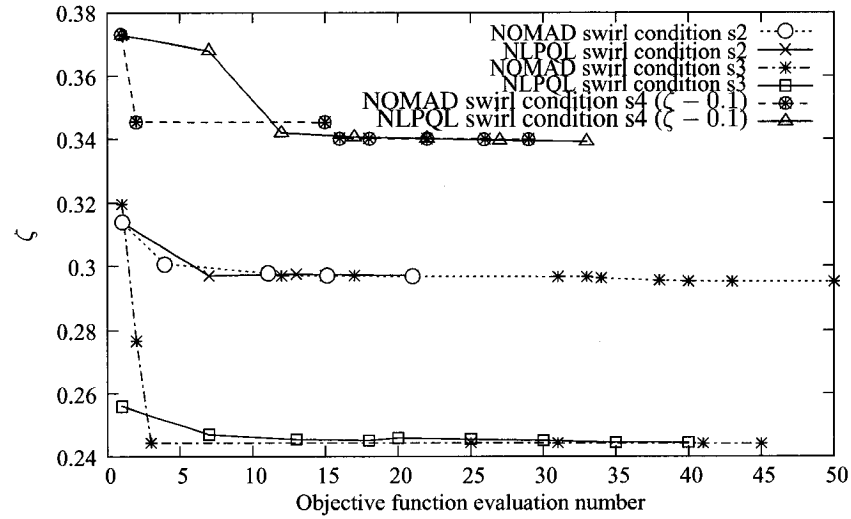


FIG. 3.22 Comparison of the optimization convergence of the two algorithms used.

### 3.6.1.5 Use of surrogates

The use of surrogates, which are approximate analytic objective functions constructed from a sampling of the design space, was tried. The advantage of such a method is that once the approximation is constructed, the cost of evaluating the objective function is negligible. The difficulty is to get a representative approximation, especially for the position of the optimum in the design space.

We tried two techniques of approximation that have been included in the methodology :

- ★ The use of polynomial response surfaces (RSM) as surrogates models. Polynomial interpolation of a set of DOE (Design Of Experiment) sampling points was carried out using Isight. In this case, fitting quality problems were encountered leading to wrong search directions on the real objective function. Even with good values of the adjusted coefficient of determination  $R^2$  near 1, optimization was not successful, even with different polynomial degrees and updates of the surrogate at each iteration with real objective points evaluated.

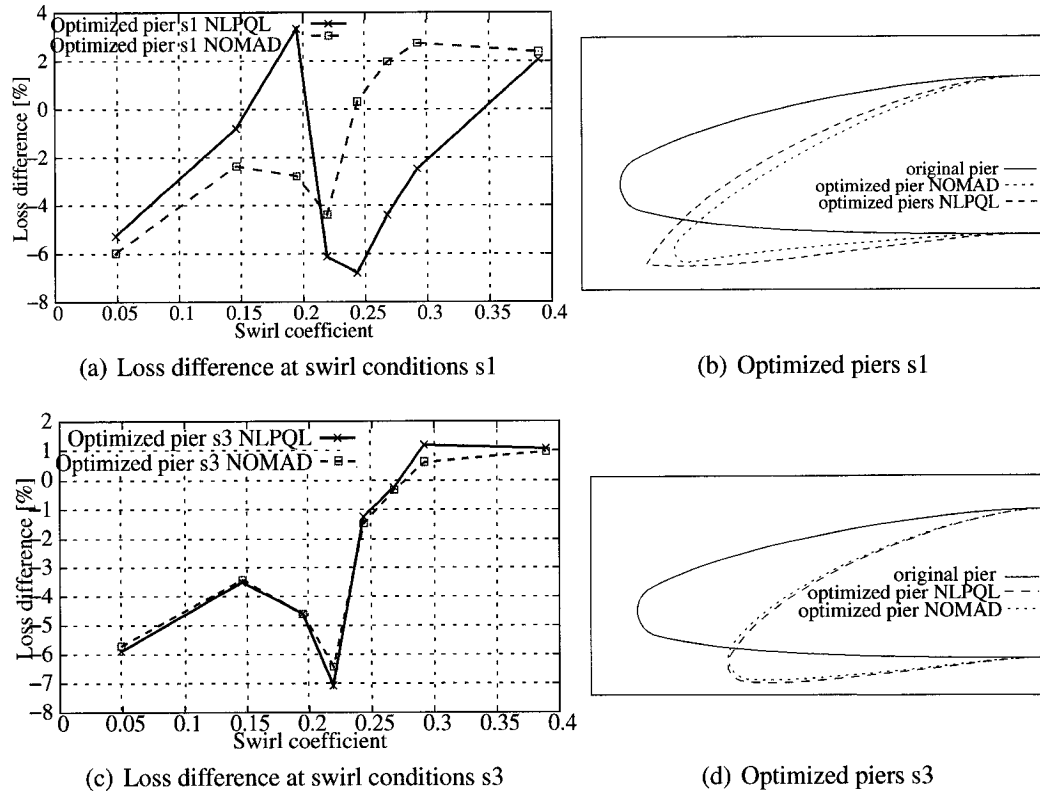


FIG. 3.23 Algorithms comparison : Loss difference curves (optimized - original) and corresponding designs obtained with the NOMAD and NLPQL algorithms at two different swirl conditions for single point optimizations.

★ The use of non entirely converged CFD analyses was also tried at the beginning of the optimization process to speed up the search. Once a good design was found on the surrogate function, the optimization was launched on the real objective. Results were unsuccessful because the approximation of the surrogate was too far away from the true objective.

A better approximation could possibly be obtained by adding sampling points in the surrogate construction, but then the total cost becomes quite close to the methodology without surrogate. In addition, when changing the design variables, or a CFD parameter, a new surrogate has to be constructed. The use of surrogates was thus abandoned.

### 3.6.1.6 Flow analysis

In order to better explain the optimization results, and bring out the physical cause of the improvement, a flow analysis is presented. Figure 3.24 presents a comparison of the average flow angle, measured on a vertical line just upstream of the pier nose, for the original and optimized designs at swirl conditions s1 and s3. Except for the roof region where the flow is very turbulent, the flow angle is higher for the optimized pier, which seems logical because the pier nose sidetracks the flow.

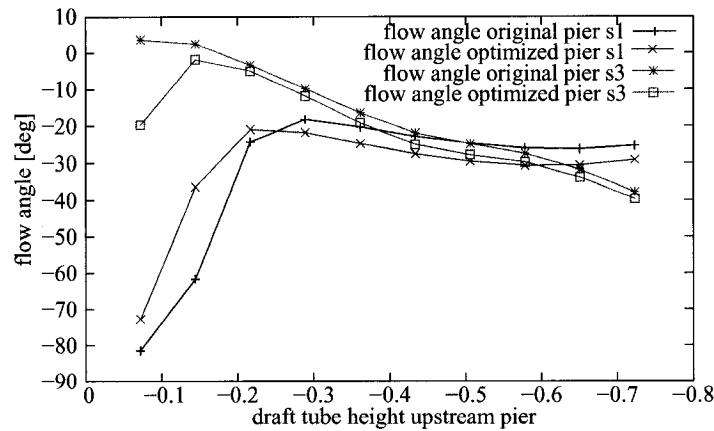


FIG. 3.24 Flow angle upstream pier Vs draft tube height.

Figure 3.25 and 3.26 show the static pressure contours and the velocity vectors projection on three horizontal planes in the draft tube at low, middle and high Z values for the original and optimized piers. One can see that the low pressure zone is larger and displaced in the left channel region (when looking downstream). The velocity vectors also show that flow rate in the left channel is favored by the optimized pier, as confirmed in Fig. 3.27. That figure presents the flow rate contours for a cross-sectional plane downstream of the pier nose. The right channel is partially clogged by the helical rotating rope that happens in this channel, depending on the swirl conditions (Mauri et al., 2004). That can explain the losses improvement obtained by favouring the flow rate in the left channel.

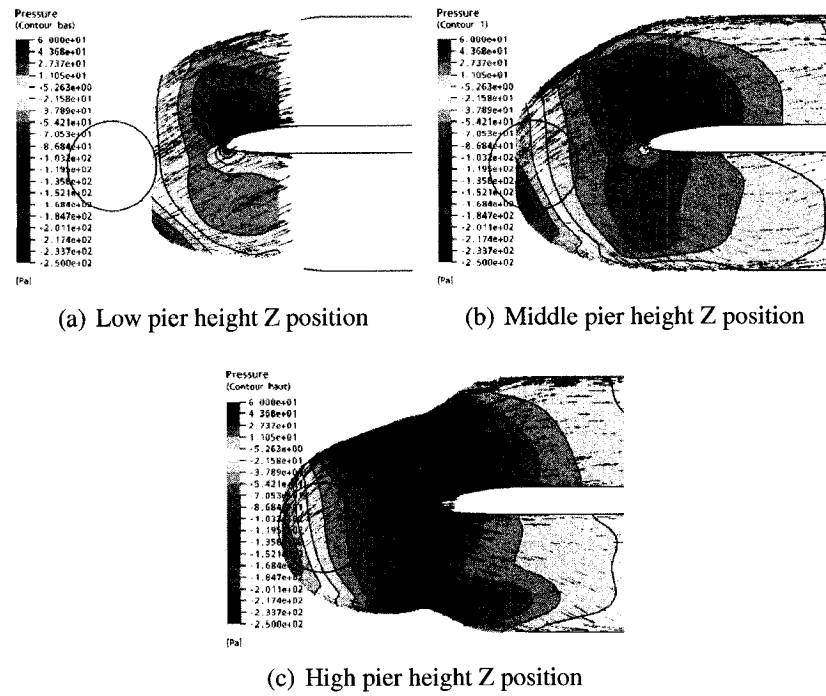


FIG. 3.25 Static pressure contours and velocity vectors projections at different Z values for the original pier at s3 swirl conditions.

Figure 3.28 presents the static pressure contours and the velocity vectors projections on a horizontal plane at middle pier height for the different optimizations carried out. The general tendency is an increased low pressure zone in the left channel entry region and an increased flow rate through the left channel. The kinetic turbulence energy is much higher in the right channel, showing that probably most of the losses are created there. Thus, allowing more flow rate in the left channel lowers the quantity of fluid that participates in the losses generation. In addition, the right oriented nose angle obtained for high swirl values contributes to block off the right channel and to sidetrack the flow to the left channel.

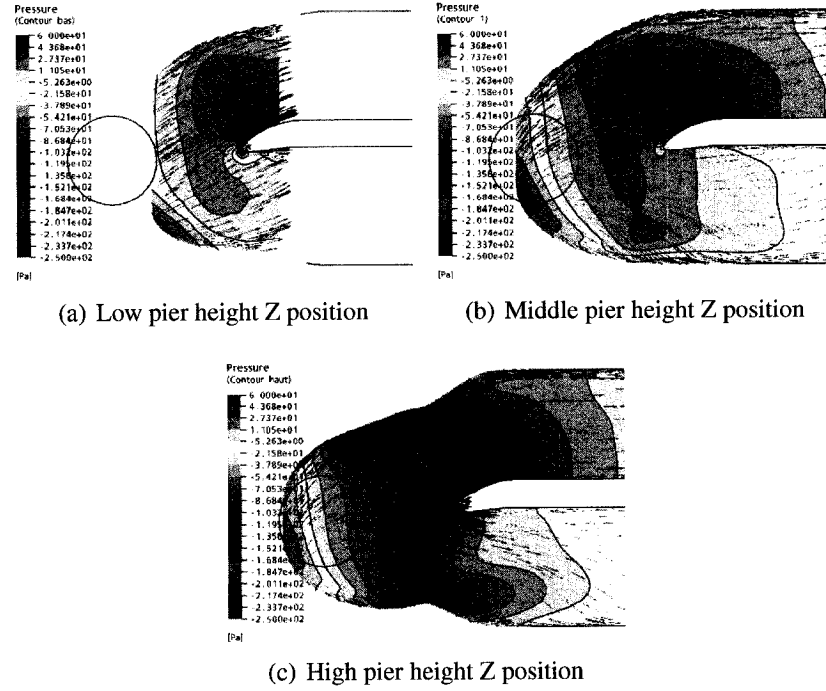


FIG. 3.26 Static pressure contours and velocity vectors projections at different Z values for the optimized pier at s3 swirl conditions.

### 3.6.1.7 Termination criterion and error estimation

The NLPQL algorithm uses a combination of several alternative convergence checks to determine a stopping condition, with the main convergence parameter based on the Karush-Kuhn-Tucker necessary optimality condition (Kuhn & Tucker, 1951). The termination accuracy parameter of ISight is set to  $10^{-6}$ . Considering the gradient accuracy in our case, this value is a bit too low but allows to let optimization be stopped manually when convergence is judged adequate. In our experiments, the termination cause, in the rare cases of unsuccessful optimizations, was mostly due to problems in the line searches near the optimum.

To investigate this issue further, an estimation of the numerical error on the gradient is presented here, in the way developed in section V. The error made can lead to problems

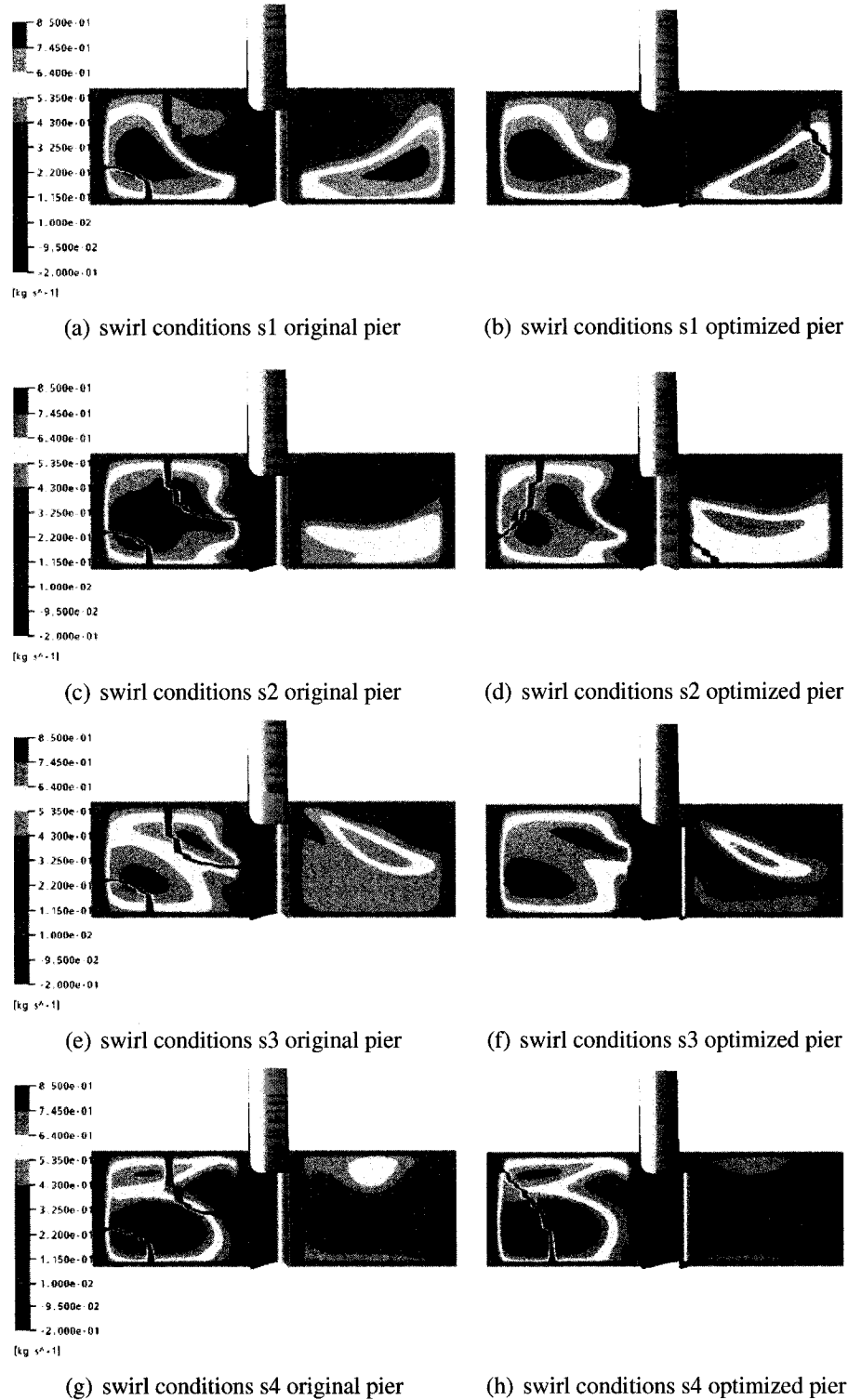


FIG. 3.27 Mass flow contours at different swirl conditions for a vertical YZ crossflow plane downstream pier nose.

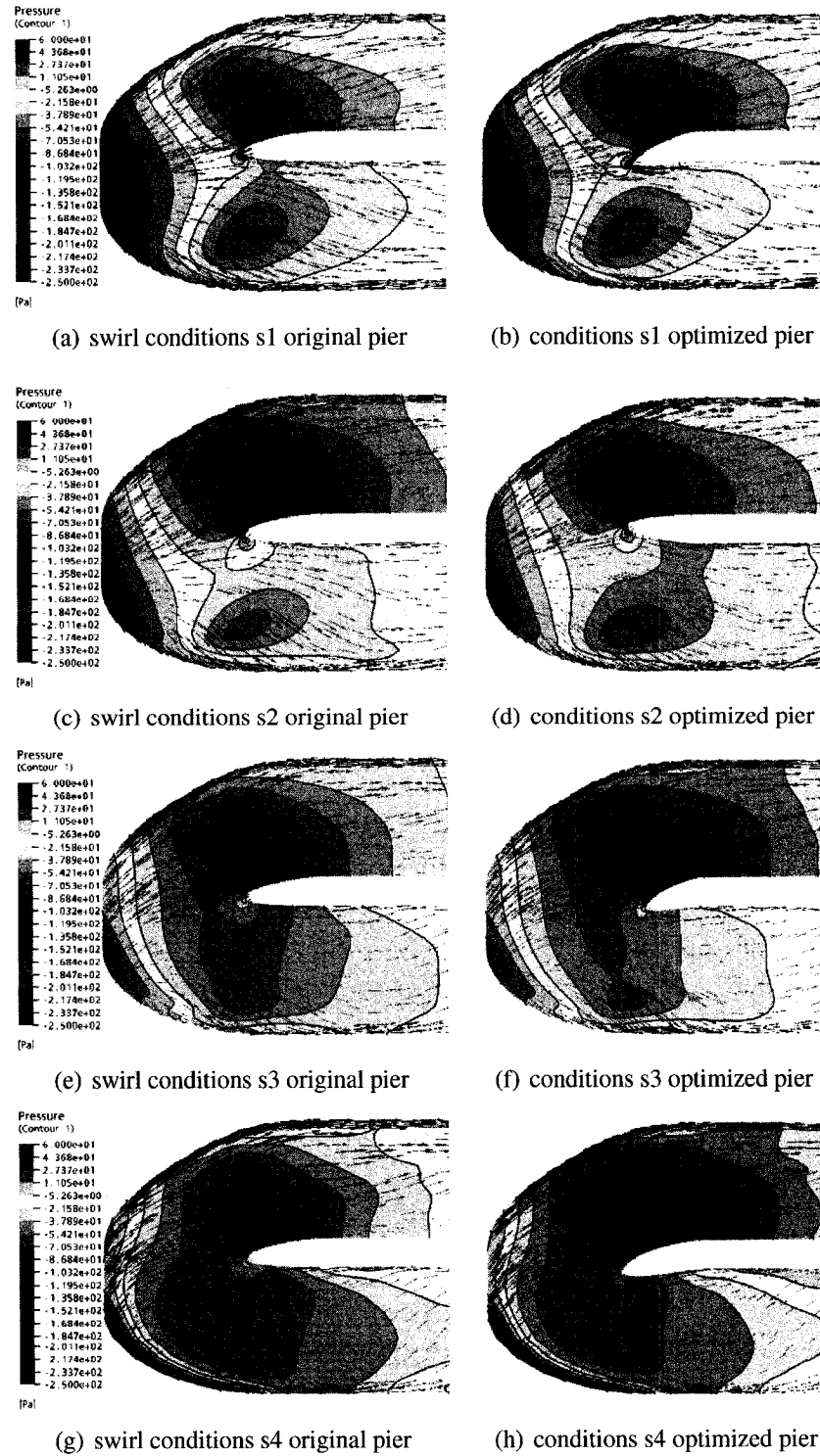


FIG. 3.28 Static pressure contours and velocity vectors projections on a pier middle height plane for different optimizations at swirl conditions s1, s2, s3, s4.

during the line search process.

At the optimum design point found at the s3 swirl condition, a new sensitivity analysis was conducted to estimate the noise amplitude at this point. The results are shown in Fig. 3.29. The noise amplitude is studied in the zone from 0 to 0.01 away from the optimum point found. The error on the gradient is then calculated as shown in Fig. 3.15(a) and results are given in Table 3.7

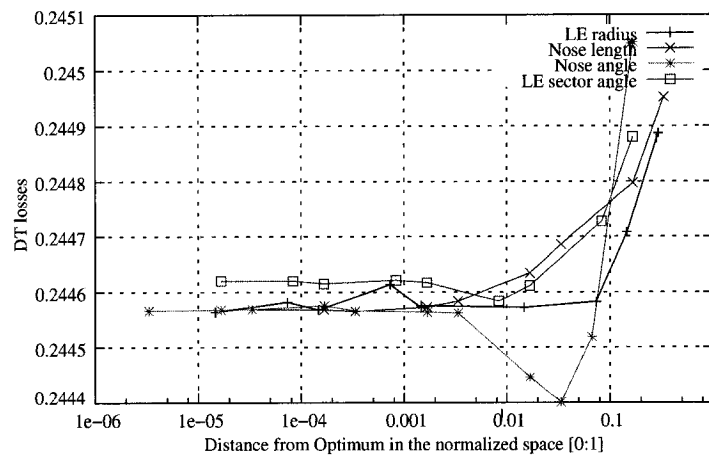


FIG. 3.29 Optimum point sensitivity analysis at the s3 swirl condition.

TAB. 3.7 Near optimum gradient error estimation.

|                 | Partial derivatives values | Max. values | Min. values | $\epsilon_{\nabla f(x)} [\%]$ |
|-----------------|----------------------------|-------------|-------------|-------------------------------|
| $L_{nose}$      | 0.025833                   | 0.02717     | 0.02449     | 10.3                          |
| $R_{LE}$        | 0.0112                     | 0.0120      | 0.0104      | 14.3                          |
| $\alpha_{nose}$ | -0.046                     | -0.04585    | -0.04614    | 0.6                           |
| $\alpha_{LE}$   | 0.0182                     | 0.0184      | 0.0180      | 2.2                           |

Table 3.7 shows that errors on the partial derivatives are quite small compared to the final values of the derivatives. Errors on the gradient range from 0.6 to 14.3% of the near optimum derivatives values. These errors are not sufficient to get inversions of the derivative signs and do not explain the behavior observed near the optimum with NLPQL, but the truncation error of the finite differences scheme is not considered, and may increase the

above values slightly. Many of the optimizations carried out terminated on line search failures because the NLPQL algorithm stops the run after ten line search points if no success is encountered. Those failures are a sign of bad Hessian matrix quality which is impacted by a bad gradient quality. Therefore, the Kuhn-Tucker optimality conditions (Kuhn & Tucker, 1951) are not necessarily satisfied, and gradient values do not respect the termination accuracy criterion of Isight fixed at  $10^{-6}$ .

However, it was observed that the last partial derivatives evaluated during the optimizations are between  $10^{-3}$  and  $10^{-2}$ . In that zone, the optimizer is not efficient anymore and one can see that the sensitivity of the variables becomes quite low after the nose angle reached its near optimal value. Considering those observations, this behavior could be due to the noise amplitude in comparison with the objective function graph, which is quite flat for the other variables, and also to a differentiation step that may be too large. This issue needs to be investigated further.

### 3.7 Conclusion

A CFD-based optimization methodology applied to low head draft tube pier geometries has been developed. The methodology implemented showed good improvement of the draft tube losses on an already well designed pier. In particular, the results shows :

- ★ improvements of the draft tube losses from 5 to 7% have been obtained for the single point optimizations carried out. Relatively localized improvements were observed at low swirl conditions, while higher swirl conditions shown quite more global improvements. Except for swirl condition s2, general tendency observed was oriented pier nose angle to the right, reduced leading edge radius and sector angle. Computation time of between 18 and 35 hours were needed for optimization.
- ★ improvements of the losses from 3.2 to 4.8% were obtained for the multipoint optimizations. According to the single point results, two and three points, only two or three

points were sufficient to get improvement over the whole loss curve at the price of lower improvement. Geometries obtained are an average between the ones obtained at single point optimizations for the same swirl conditions. Computation times needed were between 24 and 48 hours.

The use of the pattern search algorithm NOMAD has been useful to explain some problematic results obtained with NLPQL and to explore more globally the design space. However, the gradient approach is well adapted to this problem because of its efficiency to find a local optimum close to the initial point, knowing that the initial existing design has already a good performance.

According to our parameterization, the most efficient parameter to improve the draft tube losses is the nose angle which has an effect on the flow repartition between the two channels of the draft tube, as evidenced by the flow analysis and the sensitivity analyses. Optimum geometries found lead to right channel oriented nose with increased flow rate in the left channel, that induce a less turbulent flow. Small leading edge radii and leading edge sector angles generally yield geometries more specialized to the operation point considered. The objective function chosen as the draft tube losses leads to relatively flat optimum for certain variables especially near the optimum zone when the pier nose angle reaches its best value. That observation, in combination with the numerical error estimated for the gradient calculation, probably explains the behaviour of the gradient optimizer, which had problems with low sensitivity near the optimum found.

The methodology developed in an industrial partnership context, is to be included into a set of multiple hydropower component optimizations to help designers improve their designs in a reduced time range. Future developments on the present work will include :

- ★ Extension of the methodology to twin pier draft tubes, that operate in high flow rate installations.
- ★ Extension of the methodology to a three dimensional twisted pier nose description, that could allow to find a geometry more adapted to highly twisted flow upstream of

the pier.

- ★ Experimental validation of the methodology by hydraulic laboratory testing.
- ★ Re-evaluation of the possibility to use surrogate models in order to reduce the computation time which is important with the use of standard viscous CFD analyses, especially for twin pier draft tubes that require twice the number of parameters, or for the three dimensional piers definition.
- ★ Definition of a termination criterion based on the pier construction tolerance, which can reduce the problems encountered near the optimum.

### **3.8 Acknowledgements**

The authors gratefully thank Dr. Christophe Tribes, research associate of Ecole Polytechnique de Montréal for the helpful discussions on optimization topics.

## CHAPITRE 4

### DISCUSSION GÉNÉRALE

Le chapitre 3 présentait la majeure partie du travail réalisé pour la mise en place de la méthodologie ainsi que les résultats obtenus. Le présent chapitre reprend les résultats les plus importants, et complète par la présentation de résultats supplémentaires.

#### 4.1 Principaux résultats obtenus

Les principaux résultats obtenus sont présentés dans la section 3.6. De manière générale, la méthodologie appliquée mène à des améliorations des pertes de l'aspirateur. Pour les optimisations à un seul point d'opération (Fig. 3.17), la tendance la plus fréquemment obtenue est un angle de nez pointant vers la droite, en regardant la pile de face, concordant avec l'angle de l'écoulement moyenné sur la hauteur en amont de la pile qui est effectivement orienté dans cette direction. L'angle de secteur, quant à lui, est légèrement diminué, menant à un gonflement du nez. Le rayon du bord d'attaque ne semble pas présenter de tendance générale, excepté au point s1, où le rayon arrive en butée inférieure, générant une géométrie spécifique. La longueur du nez a tendance à être réduite ou inchangée à faible swirl, et augmentée à fort swirl.

Les comportements aux conditions s1 et s2 sont plus caractéristiques que ceux que l'on obtient en général avec des optimisations en un point, à savoir une amélioration très localisée et dégradant les performances aux points autres que le point considéré, caractérisées par une géométrie très spécifique. Pour s1 par exemple, un nez pointu est obtenu, ce qui peut être évité en augmentant la borne inférieure du rayon. Pour les swirls s3 et s4, il est observé que les optimisations monopoint aboutissent à de meilleures performances

non seulement au point considéré, mais aussi sur une plage assez étendue du coefficient de swirl. Ainsi, pour les conditions de swirl  $s_3$ , la partie gauche de la courbe de pertes est améliorée, alors que pour les conditions  $s_4$ , la partie droite de la courbe est améliorée (Fig. 3.17). Ce comportement est bon et permet d'anticiper qu'une optimisation multipoints ne nécessitera que peu de points pour obtenir une amélioration sur la courbe entière, ce qui est confirmé par les résultats des optimisations multi-points (Fig. 3.21) qui sont efficaces avec 2 et 3 points. Les géométries obtenues semblent être une bonne moyenne entre les géométries obtenues précédemment lors des cas à 1 point de swirl (Fig. 3.17).

Les comparaisons pour  $s_1$  et  $s_3$ , faites avec NOMAD comportant une recherche globale, ont abouti à des design assez proches de NLPQL, ce qui confère une certaine validation de la méthodologie avec les deux algorithmes. D'autre part, le fait que les résultats soient proches donne une information sur la topologie de la fonction objectif qui semble présenter un seul optimum, puisque un sondage global est effectué par NOMAD. Évidemment, cette affirmation dépend de l'ampleur de la recherche globale définie pour NOMAD.

Les optimisations menées pour plusieurs points de départ aboutissent à des résultats différents, mais la tendance générale se retrouve pour l'angle de nez et la longueur du nez. Ces écarts semblent être attribuables à une région optimale relativement plate de la fonction coût, au bruit numérique entachant la fonction et les gradients.

## 4.2 Résultats additionnels

### 4.2.1 Multipoints

L'optimisation simultanée pour plusieurs points d'opération est une approche de design robuste, c'est-à-dire que les design obtenus doivent satisfaire à une plage de fonctionnement donnée, en améliorant les pertes. En général, les installations sont appelées à fonctionner à des points de fonctionnement définis pour des pourcentages donnés du temps de fonctionnement. Les points d'opérations et leur pondérations utilisés pour l'optimisation peuvent être choisis selon de tels critères.

Un autre critère de choix des points d'opération est le nombre de points nécessaires à obtenir un design robuste sur la plage d'opération complète. Ceci est motivé par le temps de calcul pour les évaluations qui augmente de manière notable à l'ajout de points d'opération dans la fonction objectif.

Dans notre cas, les résultats obtenus à la section 3.6.1.3 sont basés sur les résultats des optimisations en simple point de la section 3.6.1.1. Les améliorations constatées peu localisées pour les conditions s3 et s4 ont suggéré l'utilisation de ces points simultanément, ce qui s'est révélé efficace.

Outre une diminution désirée des pertes de l'aspirateur, on aimerait aussi rendre la courbe de pertes plus plate, synonyme d'un design plus performant sur une plus large plage de conditions de swirl. Dans ce but, une optimisation multipoint pour les conditions de swirl extrêmes s1 (coefficient de swirl  $S = 0.0486$ ) et s5 ( $S = 0.388$ ) est menée, avec une pondération unitaire pour les deux points. Les résultats sont montrés à la figure 4.1. Cette figure présente la différence entre le coefficient de pertes des piles optimisée et originale en pourcentage  $\Delta\zeta$  (Eq. 4.1), que l'on lit sur l'échelle de gauche, et les courbes de pertes correspondantes en trait tireté, lues sur l'échelle de droite, en

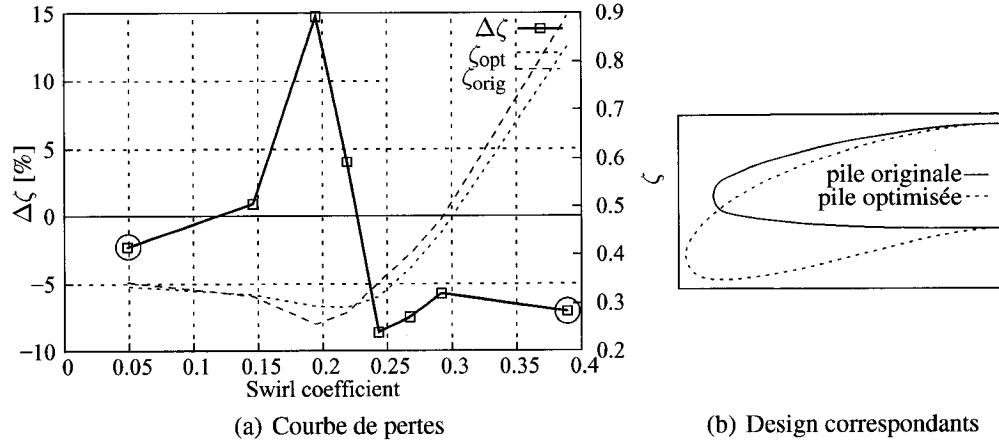


FIG. 4.1 Résultats de l'optimisation multipoint s1-s5.

pourcentage de l'énergie cinétique de référence  $\zeta$  [% $E_{kin_{throat}}$ ]. Les cercles montrent les points optimisés.

$$\Delta\zeta = \frac{\zeta_{opt} - \zeta_{orig}}{\zeta_{orig}} \cdot 100 \quad [\%] \quad (4.1)$$

Mentionnons qu'à ces valeurs de swirl, l'écoulement présente une turbulence plus élevée car on se trouve assez loin du point de design de l'aspirateur. Malgré cela, aucun problème de convergence particulier n'a été constaté lors des analyses CFD, et les courbes de convergence des analyses CFD ne présentaient pas de le type illustré à la figure 3.12(b), pouvant

Les résultats montrent une amélioration significative pour s5, mais plus faible pour les conditions de swirl s1, et la courbe de pertes résultante est effectivement un peu plus plate, bien que la performance dans la zone du point optimal soit détériorée, puisque le point s3 n'est pas utilisé dans la fonction objectif. L'ajout du point s3 à l'optimisation permettrait certainement d'éviter la détérioration constatée, mais le but de cet essai était de tester le potentiel d'aplatissement de la courbe.

Malgré un poids égal pour les deux points considérés, l'amélioration est plus importante à fort swirl sur la partie droite de la courbe où les pertes sont plus importantes. Ceci était

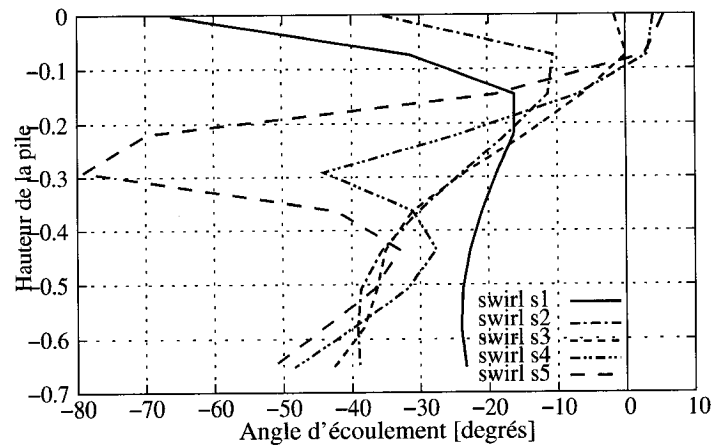


FIG. 4.2 Angle d'écoulement selon la hauteur en amont du nez de pile pour les différents swirls.

déjà constaté dans les résultats précédents, au swirl s4 (Fig. 3.17) par exemple. Cet écart pourrait peut-être être réduit en augmentant la pondération du point s1, mais comme l'amélioration semble plus difficile aux faibles swirls, on risque simplement de diminuer le gain obtenu à de forts swirls.

La géométrie obtenue (Fig. 4.1(b)) présente un rayon important au bord d'attaque et un nez large donnant une géométrie moins sensible à l'angle d'écoulement qui est très variable selon la hauteur en amont de la pile à fort swirl, comme présenté à la figure 4.2. Cette figure montre bien les variations importantes de l'angle d'écoulement quand on s'éloigne du point de swirl optimal s3 (Fig. 3.18).

Le fait que la longueur du nez soit augmentée explique certainement la perte de performance dans la région du point optimal de l'aspirateur (s3). La longueur est au contraire diminuée lors de l'optimisation pour s3 et l'angle de nez est similaire.

TAB. 4.1 Bornes et pas de différentiation des variables additionnelles. Unités des variables en longueur normalisée de l'aspirateur.

| Variable     | $x_{low}$ | $x_{up}$ | $h_{absolu}$ | $h_{normalise}$ |
|--------------|-----------|----------|--------------|-----------------|
| $L_{queue}$  | 340       | 360      | 1            | 0.05            |
| $y_{offset}$ | -10       | 10       | 1.5          | 0.075           |
| $e$          | 20        | 40       | 1            | 0.05            |

#### 4.2.2 Optimisation avec des variables supplémentaires

Les résultats présentés jusqu'ici ne modifient que localement le nez de pile, puisqu'ils doivent être applicables aux projets de réhabilitation des centrales existantes où les possibilités de modification sont limitées.

Dans le cas de nouveaux design, la flexibilité est plus grande. Un essai a donc été fait d'ajouter l'épaisseur de la pile  $e$ , la position transversale  $y_{offset}$  et la longueur de la queue de pile  $L_{queue}$  aux variables de design, ce qui amène à 7 le nombre de variables. L'effet individuel de chaque variable additionnelle sur la géométrie est montré dans la figure 4.3 qui complète la figure 3.9. Les pas de différentiation utilisés sont déterminés d'après une nouvelle étude de sensibilité, et leurs valeurs ainsi que les bornes sont données dans le tableau 4.1.

Les résultats sont montrés à la figure 4.4 pour la condition de swirl s3. La pile optimisée présente une géométrie similaire au résultat obtenu au swirl s3 avec les 4 variables initiales, mais l'épaisseur est légèrement diminuée et la pile est déplacée vers la droite par un déplacement transversal négatif. En termes de pertes, au point optimisé, l'amélioration obtenue est de 4.2%, ce qui est légèrement plus faible que celle obtenue avec 4 variables pour le même point. Une dégradation plus importante des pertes à swirl élevé est aussi constatée. Pour ce cas, l'ajout des variables supplémentaires n'apporte pas de meilleurs résultats. Néanmoins, l'analyse de sensibilité menée autour du design initial, a montré une sensibilité relativement faible pour les variables additionnelles, spécialement

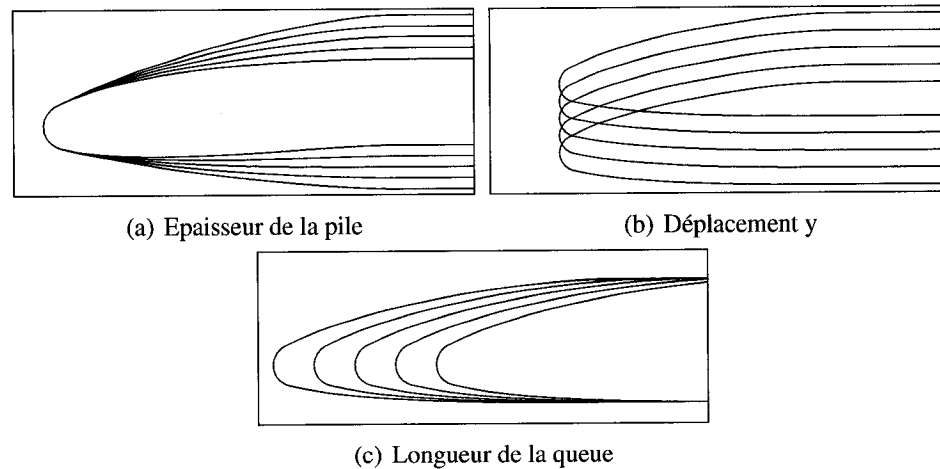


FIG. 4.3 Effet de la variation individuelle des variables supplémentaires.

pour l'épaisseur, ce qui pourrait expliquer ce résultat. Il se peut aussi que le point trouvé soit un optimum local. D'autre part, la perte de sensibilité observée précédemment une fois l'angle de nez ayant atteint sa valeur optimale, discuté en section 3.6.1.7, peut aussi contribuer à expliquer ce résultat.

#### 4.2.3 Critère de qualification des aspirateurs et application de la méthodologie à différents aspirateurs

Dans le domaine hydroélectrique, chaque installation est unique et a été conçue pour les conditions locales du lieu où est installée la centrale. De manière à caractériser les aspirateurs afin de décider si une optimisation de la pile vaut la peine d'être menée, l'emploi d'un critère serait utile.

Pour définir ce critère, on calcule le coefficient de récupération de pression  $C_{pAE}$  (Eq. 4.2) dans un plan perpendiculaire à l'écoulement après le coude juste en amont du nez de pile, tel qu'illustré à la figure 4.5.

On définit le rapport  $R$  (Eq. 4.3) entre le coefficient de récupération après le coude

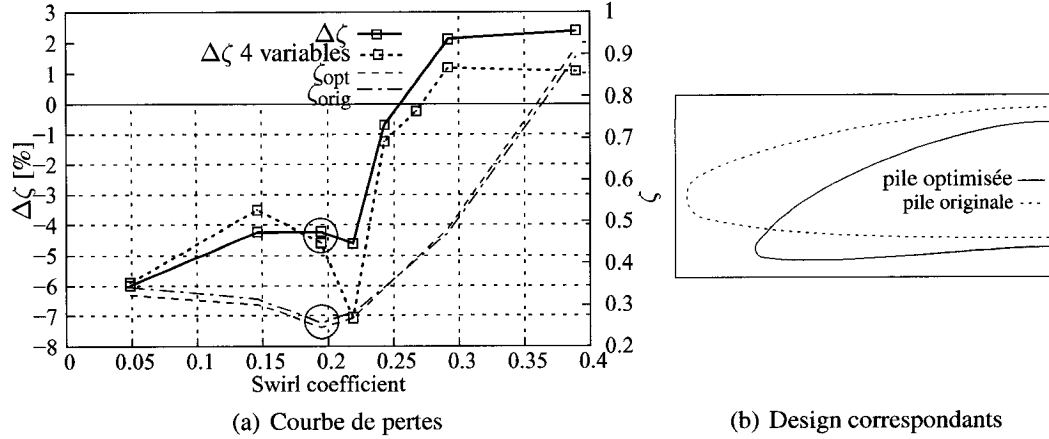


FIG. 4.4 Résultats de l'optimisation avec variables additionnelles, conditions s3, aspirateur test 1.

$C_{pAE}$  et à la sortie de l'aspirateur  $C_{pr}$  (Eq. 1.5) et ce rapport est utile pour décider de la pertinence ou non de l'optimisation ; si la plus grande partie de la pression statique a été récupérée au niveau de la pile, la vitesse résiduelle est faible et, par conséquent, la pile n'aura que potentiellement peu d'effet sur les pertes :

$$C_{pAE} = \frac{\bar{P}_{stat_{After Elbow}} - \bar{P}_{stat_{inlet}}}{E_{kin_{throat}}} \quad (4.2)$$

$$R = \frac{C_{pAE}}{C_{pr}} \quad (4.3)$$

Ceci a été testé sur 3 aspirateurs qui présentent différentes valeurs de pression statique récupérée en amont de la pile. Des optimisations sont menées pour ces aspirateurs pour voir si effectivement l'amélioration obtenue est fonction du rapport  $R$ . Les réglages de l'optimiseur sont ceux définis pour l'aspirateur test 1, qui est celui utilisé jusqu'à maintenant. Ce critère pourrait se baser sur différentes conditions d'opération, selon les prédictions de fonctionnement de la machine. Ici, l'essai a été fait au point optimal de chaque aspirateur pour rendre les critères comparables. Cette étude fait aussi office de validation de la méthodologie sur plusieurs aspirateurs.

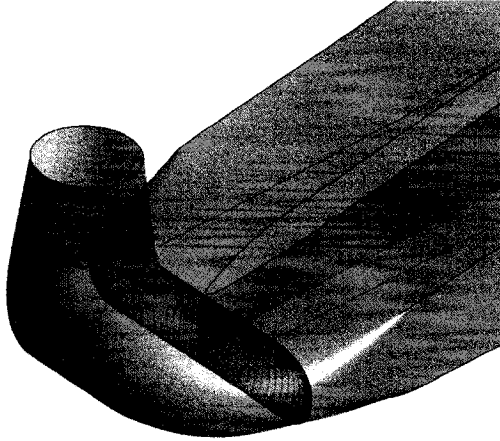


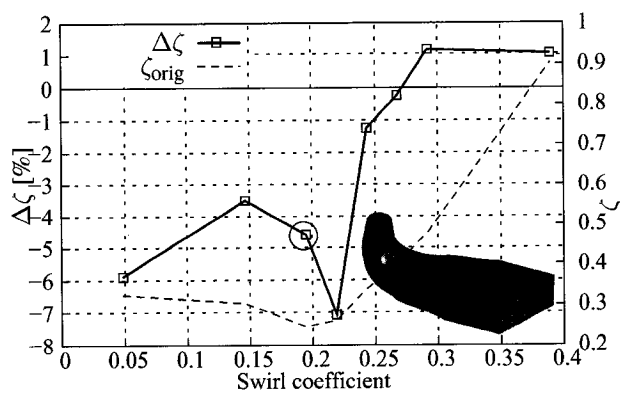
FIG. 4.5 Plan perpendiculaire en amont de la pile utilisé pour déterminer la récupération de pression  $C_{p_{AE}}$ .

Les valeurs obtenues sont présentées dans le tableau 4.2. A titre indicatif, le rapport des sections sortie/entrée  $AR = \frac{A_{out}}{A_{in}}$  ainsi que le coefficient de récupération idéal de l'aspirateur sans pertes  $C_{p_{ideal}}$  (Eq. 1.8) sont indiqués. Les courbes de pertes sont montrées à la figure 4.6.

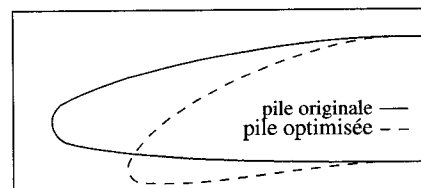
Les résultats montrent qu'effectivement le gain apporté par l'optimisation est plus élevé lorsque le rapport  $R$  est plus faible. Cependant, il faut mentionner que ce résultat peut changer en fonction de la performance de la pile initiale et de l'optimisation, qui peut tomber dans un optimum local.

Les résultats obtenus montrent que la méthodologie fonctionne sur plusieurs aspirateurs différents, et les géométries obtenues présentent la même tendance. Le comportement de l'optimiseur est similaire et les réglages définis du pas de différentiation et de la mise à l'échelle semblent corrects pour ces aspirateurs.

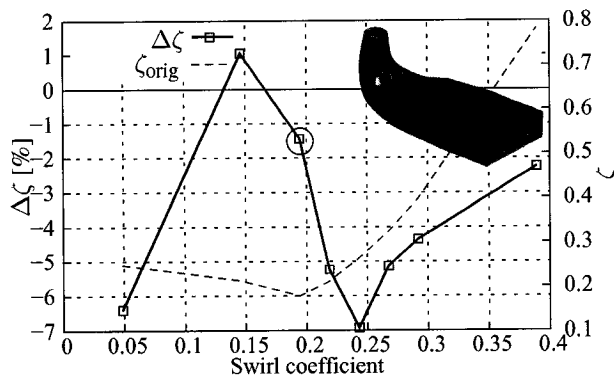
Afin de tester l'efficacité potentielle de l'optimisation de la pile pour un aspirateur donné, une optimisation préliminaire utilisant uniquement l'angle de nez, qui est la variable pour laquelle on a constaté la plus grande influence, peut aussi être menée. Il s'agit d'un



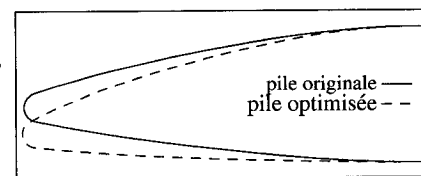
(a) aspirateur test 1



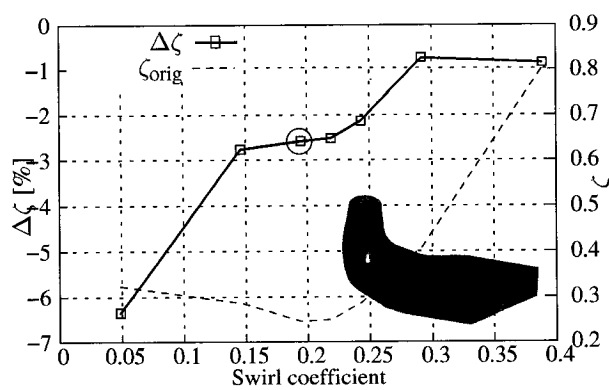
(b) Design correspondants



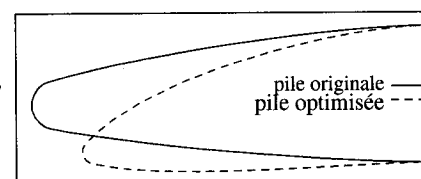
(c) aspirateur test2



(d) Design correspondants



(e) aspirateur test 3



(f) Design correspondants

FIG. 4.6 Résultats de l'optimisation pour différents aspirateurs.

TAB. 4.2 Comparaison de la récupération de pression en amont de la pile pour les 3 aspirateurs testés.

| Cas    | swirl (BEP) | $\zeta_{orig}$ | $\Delta\zeta$ [%] | $C_{pAE}$ | $C_{pr}$ | $R$  | $AR$ | $C_{pideal}$ |
|--------|-------------|----------------|-------------------|-----------|----------|------|------|--------------|
| test 1 | s3          | 0.256          | 4.7               | 0.744     | 0.947    | 0.79 | 4.82 | 0.956        |
| test 2 | s3          | 0.180          | 1.6               | 0.799     | 0.904    | 0.88 | 4.59 | 0.952        |
| test 3 | s3          | 0.238          | 1.75              | 0.745     | 0.899    | 0.82 | 3.25 | 0.905        |

TAB. 4.3 Comparaisons des optimisations rapides pour les conditions s2, s3, s4.

| Conditions | $\zeta_{orig}$ [% $E_{kinthroat}$ ] | $\zeta_{AngleNez}$ | $\zeta_{4Variables}$ | Temps de calcul [h] |
|------------|-------------------------------------|--------------------|----------------------|---------------------|
| s2         | 0.3139                              | 0.2992             | 0.2971               | 9                   |
| s3         | 0.2564                              | 0.2486             | 0.2442               | 12                  |
| s4         | 0.4727                              | 0.4451             | 0.4392               | 11.5                |

test rapide permettant d'étudier la capacité d'amélioration d'un aspirateur. Dans le cas constaté d'un bon potentiel d'amélioration, l'optimisation peut alors être faite avec les autres variables depuis le design obtenu par ce premier essai, ou à partir du design initial.

Le tableau 4.3 présente les résultats d'un essai mené, ainsi que les optimisations menées pour les mêmes conditions que celles présentées à la figure 3.17 avec les 4 variables.

On observe qu'effectivement ce test peut être efficace et permet une évaluation rapide de l'ordre de grandeur du gain possible lors du processus de design.

La figure 4.7 présente des historiques de convergence des vitesse et de la pression, ainsi que les historiques de convergence des variables de turbulence  $k$  et  $\epsilon$  pour les niveaux de convergence original et resserré.

#### 4.2.4 Optimisation de 2 piles

La méthodologie a été étendue à l'optimisation des piles d'aspirateurs à 2 piles qui sont utilisés dans les installations à haut débit (figure 4.8) ; ces installations qui obligent les

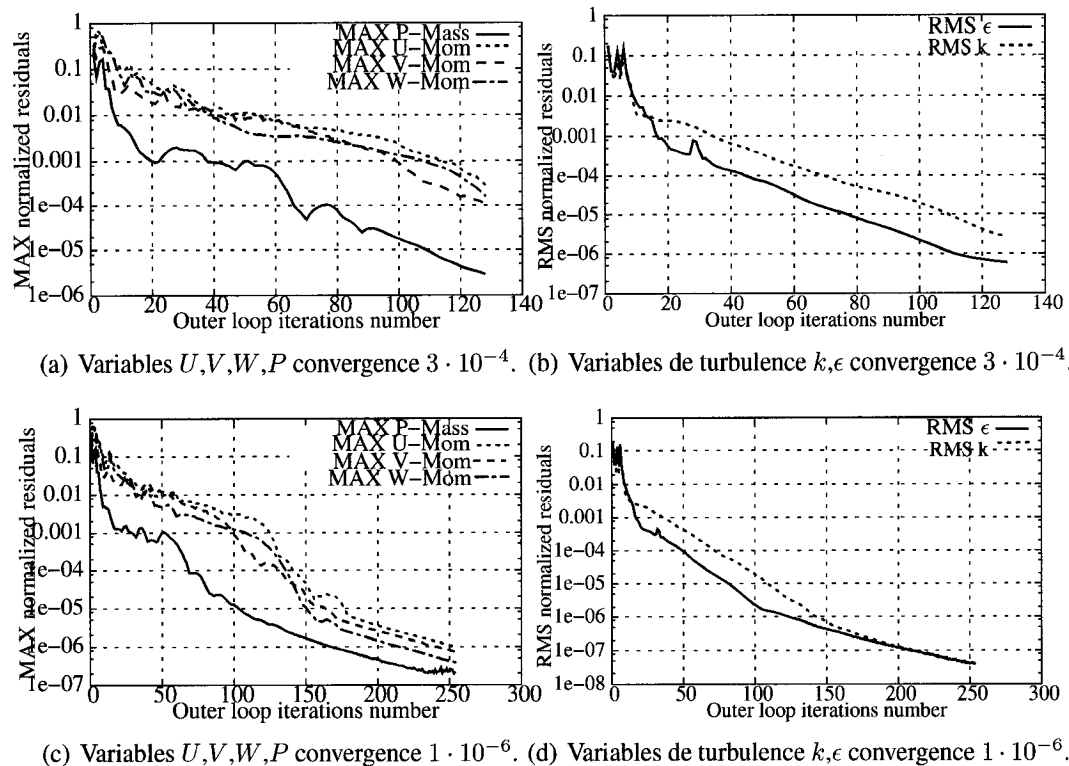


FIG. 4.7 Historiques pour les deux niveaux de convergence.

concepteurs à élargir la section de sortie de l'aspirateur et à ajouter une 2<sup>me</sup> pile de soutien. Les deux piles sont paramétrées avec la paramétrisation retenue, et chaque paramètre est indépendant. Le fait que l'on ait maintenant deux piles double le nombre de paramètres si l'on choisit de les utiliser tous.

Un premier essai est effectué en utilisant uniquement le rayon du bord d'attaque et l'angle de nez pour les deux piles, ceux-ci étant les plus influents d'après les résultats précédents. L'optimisation est menée au point optimal de l'aspirateur (swirl s3) avec les mêmes réglages (pas de différentiation, mise à l'échelle) que ceux adoptés pour les cas précédents.

Les résultats, présentés à la figure 4.9, montrent une amélioration de 2% au point optimisé, qui est la meilleure amélioration de la plage de swirl. Les piles obtenues (fi-

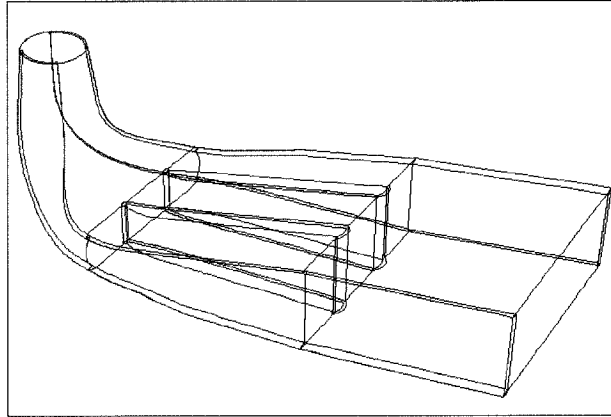


FIG. 4.8 Aspirateur basse-chute à deux piles.

gure 4.9(b)) présentent une tendance à fermer le canal entre les deux piles en diminuant l'angle de nez de la pile 1. Cette variable semble la principale affectée et influence sur les pertes pour la condition de swirl s3.

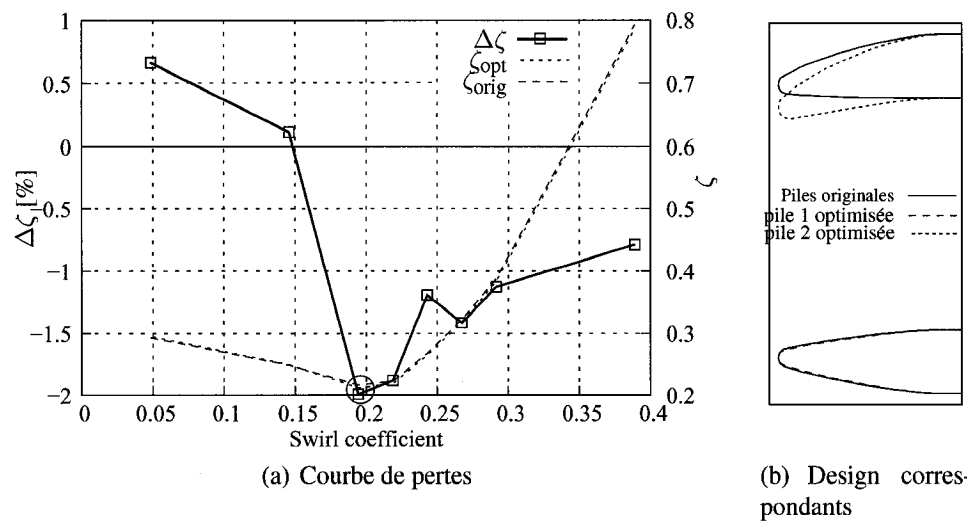


FIG. 4.9 Résultats de l'optimisation pour 2 piles, conditions s3, aspirateur test à 2 piles.

Ce premier essai montre qu'il y a possibilité d'augmenter les performances dans les aspirateurs à deux piles. Il faudra cependant continuer l'investigation et éventuellement adapter les réglages de l'optimiseur à la sensibilité des aspirateurs à deux piles, bien

qu'au premier abord, ceux-ci semblent corrects.

#### **4.2.5 Influence du niveau de convergence des analyses CFD**

Dans les applications industrielles, la convergence des analyses CFD est fixée à un niveau acceptable, offrant un bon compromis entre le temps de calcul et la qualité des résultats.

Les essais d'optimisation multifidélité effectués en réduisant le critère de convergence, dans le but d'accélérer l'optimisation, n'ont pas été probants. Des difficultés à construire une fonction d'approximation de qualité suffisante ont été rencontrées. Une fonction approximée trop éloignée de la fonction originale, et possiblement un bruit plus important, amenait l'optimiseur à se diriger dans de fausses directions (section 3.6.1.5). De plus, la construction d'une approximation de qualité acceptable requiert un nombre assez important d'évaluations de la fonction exacte, qui finalement était comparable au nombre d'évaluations nécessaire dans la méthodologie de base.

Dans le but de voir si une convergence plus poussée des analyses CFD a un effet sur le parcours de l'optimisation, nous avons mené une optimisation en resserrant la convergence à  $1 \cdot 10^{-6}$  pour les résidus maximum normalisés, qui est la valeur minimale à laquelle peut descendre CFX dans notre cas. Cette valeur dépend de la précision machine, des schémas de discrétisation utilisés et des coefficients de relaxation, selon Bergstrom & Gebart (1999).

Les résultats sont illustrés à la figure 4.11. On voit qu'effectivement le design obtenu est différent de celui obtenu pour un niveau de convergence moins serré. Il faut mentionner cependant que l'essai a été fait en conservant les réglages utilisés pour les essais précédents (pas de différentiation, mise à l'échelle,...) qui peuvent être légèrement différents, mais le bruit devrait être similaire ou d'amplitude plus faible qu'à un niveau de

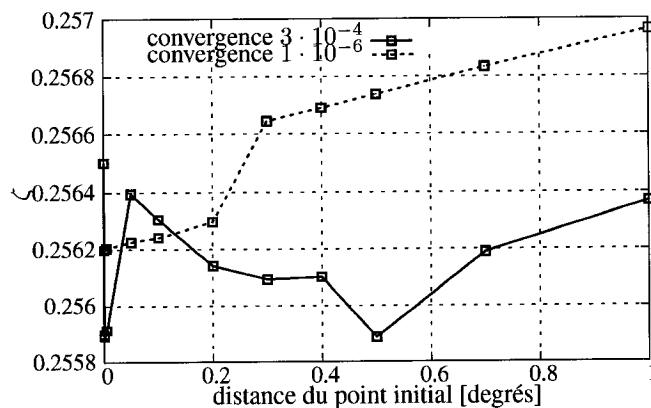
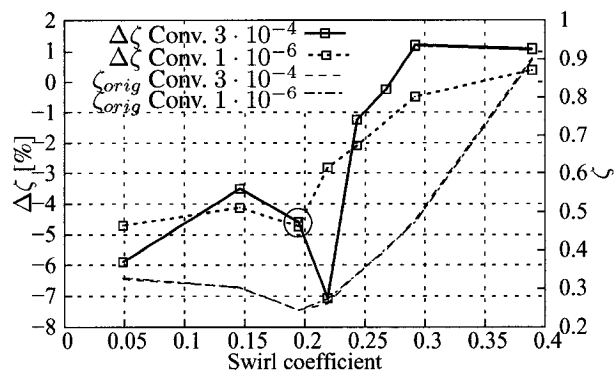


FIG. 4.10 Comparaison du bruit pour l'angle de nez aux deux niveaux de convergence, swirl s3.

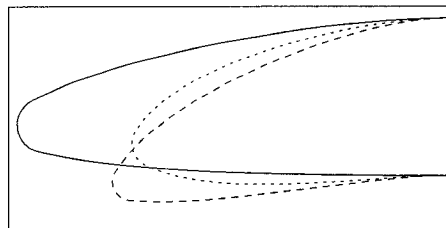
convergence moins serré.

La figure 4.10 présente la sensibilité de l'angle de nez pour les deux niveaux de convergence et l'on constate effectivement un bruit inférieur et un déplacement de la valeur des pertes pour la convergence plus serrée. Concernant les performances des design obtenus pour le cas mieux convergé, l'amélioration semble moins importante pour cet essai.

Le but de cet essai est uniquement de vérifier si une convergence plus serrée affecte l'optimisation. On constate que c'est le cas et cela ouvre une perspective comme voie possible d'exploration. Le temps moyen de calcul d'une évaluation augmente de 50 à 80%, ce qui est considérable, et des comparaisons avec des résultats expérimentaux seraient nécessaires pour mieux qualifier les résultats.



(a) Courbes de pertes et différences



pile originale —  
 pile optimisée Conv.  $3 \cdot 10^{-4}$  - - -  
 pile optimisée Conv.  $10^{-6}$  ····

(b) Design correspondants

FIG. 4.11 Résultats de l'optimisation avec variables additionnelles, conditions s3.

## CHAPITRE 5

### SYNTHÈSE ET CONCLUSIONS

Étant donné la structure de ce mémoire, dont la méthodologie complète est présentée dans l'article du chapitre 3, la synthèse et les conclusions du présent travail sont regroupés dans ce dernier chapitre.

#### 5.1 Paramétrisation

La paramétrisation de la géométrie constitue un élément clé pour le bon fonctionnement d'un processus d'optimisation. Une définition intuitive des paramètres que le concepteur peut aisément interpréter, et dont il peut individuellement anticiper l'effet grâce à son expérience, est un atout. De plus, une bonne paramétrisation présente un bon compromis entre flexibilité, nombre de paramètres et exclusion implicite de géométries inadaptées pour le problème d'optimisation.

Dans notre cas, la géométrie du nez de pile représente un bord d'attaque soumis à un écoulement fluide, et le choix s'est porté sur une représentation NURBS de la pile. Une paramétrisation hybride a été développée, définissant des paramètres géométriques à partir desquels les points de contrôle NURBS sont calculés. Plusieurs types de paramétrisations définissant différents paramètres géométriques ont été évalués.

L'étude des capacités des différents types a montré que le type 6 est le plus adapté dans notre cas, selon les critères de flexibilité, de représentation de géométries existantes et de contraintes géométriques implicites, évitant l'obtention de géométries inadaptées ou susceptibles de poser des problèmes lors de la génération du maillage. Des sept para-

mètres qui décrivent la pile avec la paramétrisation retenue, quatre sont utilisés comme variables de design dans un premier temps, car les géométries optimisées sont destinées à des améliorations d'installations en réhabilitation. Ces variables sont : le rayon du bord d'attaque du nez, la longueur du nez, l'angle du nez et l'angle du secteur du cercle de bord d'attaque. L'ajout des trois variables restantes permet plus de flexibilité pour le design de nouvelles installations par exemple.

Les nombreuses géométries générées durant les optimisations menées ont permis de voir que la paramétrisation est robuste et produit peu de mauvaises géométries susceptibles de poser problème au générateur de maillage ou au solveur CFD. Avec les bornes des variables définies, très peu de cas ont posé problème lors de l'optimisation, grâce aussi à la robustesse du mailleur, estimée bonne en raison du nombre très faible d'échecs rencontrés lors de la génération du maillage.

## 5.2 Optimisation

Les optimisations menées ont permis d'obtenir une diminution des pertes de l'aspirateur :

- ★ de 5 à 7% d'amélioration sur les pertes de l'aspirateur pour un seul point d'opération, correspondant à un gain de l'ordre de 0.35% sur le rendement global. Pour les conditions de faible swirl (s1, s2), les géométries obtenues présentent des améliorations relativement localisées propres au point considéré, et une dégradation pour les points hors-design. Pour les forts swirls (s3 et s4), cet effet n'est pas constaté et une grande plage de la courbe de pertes est améliorée. Cette conclusion est renforcée par l'observation des géométries obtenues, qui semblent plus spécifiques pour les conditions de faibles swirl.
- ★ de 3.2 à 4.8% d'amélioration sur les pertes de l'aspirateur pour les optimisations multipoints, correspondant à un gain de l'ordre de 0.25% sur le rendement global. Grâce au caractère peu spécifique des améliorations obtenues pour les swirls s3 et s4, ne

nécessitent que 2 points d'opération pour obtenir une bonne amélioration générale. La tentative d'aplatissement de la courbe de pertes (figure 4.1), en optimisant sur les points extrêmes de la courbe, a montré le résultat attendu au prix d'une légère dégradation près du BEP.

- ★ de 3 à 21% d'amélioration en débutant l'optimisation de diverses géométries de pile existantes (figure 3.20). Cet essai montre que les géométries finales ne sont pas identiques, mais la tendance générale est similaire, surtout pour l'angle de nez.

Avec notre paramétrisation, la variable la plus efficace pour améliorer les pertes est l'angle de nez qui a un effet sur la répartition de l'écoulement entre les deux canaux de part et d'autre de la pile, comme l'ont montré les analyses de sensibilité et de l'écoulement. Les géométries optimales mènent à un nez orienté en direction du canal droit et à un débit légèrement augmenté dans le canal gauche où l'écoulement est moins turbulent. De petites valeurs du rayon du bord d'attaque donnent généralement des géométries spécifiques au point considéré.

La forme de la fonction objectif semble présenter des optima relativement plats pour certaines variables, spécialement lorsque l'angle de nez a atteint sa valeur finale. La mise à l'échelle de la fonction objectif a permis d'améliorer la capacité de NLPQL à s'éloigner du point initial. Cependant, le bruit est aussi amplifié par la mise à l'échelle, augmentant l'erreur numérique sur le gradient et l'approximation du Hessien, et contribue aussi à ce comportement proche des optima.

Au niveau des erreurs numériques dues au processus CFD, elles proviennent de différentes sources :

- ★ le niveau de convergence des analyses CFD, qui, comme présenté à la section 4.2.5, influence de manière notable le résultat de l'optimisation. Ceci est dû d'une part à la réduction des résidus et donc une définition plus précise de la fonction coût, et d'autre part à la réduction du bruit sur la fonction, permettant une meilleure précision des gradients qui facilite le travail de l'optimiseur.

- ★ La convergence de maillage. L'étude appliquée au coefficient de pertes, qui est une quantité globale, semble montrer un ordre de convergence proche de 1. En regard de la répartition des points obtenus, la détermination de l'ordre de convergence d'après la méthode de Richardson n'est pas trivial. L'extrapolation avec un ordre de 1 détermine une zone de convergence asymptotique des points obtenus, et le maillage utilisé peut être interprété comme étant dans cette zone.
- ★ L'erreur due au modèle de turbulence n'a pas été estimée ici. Il s'agit d'une étude qui demande la comparaison avec différents modèles et des modèles expérimentaux. On peut raisonnablement admettre que cette incertitude est comptée dans l'erreur globale commise, et comme mentionné, les outils utilisés pour cette étude sont validés expérimentalement. D'autre part, la valeur maximale de  $y^+$  de l'ordre de 250 est assurée par le maillage dans le domaine.

L'influence principale des erreurs sur les résultats des analyses CFD pour l'optimisation se situe au niveau du bruit sur la fonction objectif, qui altère la précision des gradients et donc le fonctionnement de l'optimiseur, plus particulièrement à proximité des optima. Les erreurs qui limitent la qualité du modèle en rapport à la réalité n'affectent pas directement le fonctionnement de l'optimiseur mais donnent une incertitude sur la position et à la forme de la fonction objectif. Étant donné le fait que le processus d'analyse CFD est validé expérimentalement par notre partenaire, la principale source d'erreur dans notre cas est plus liée au bruit et la forme relativement plate de la fonction constatée aux alentours des optima.

L'algorithme de recherche directe NOMAD a été utile pour expliquer certains résultats problématiques rencontrés avec NLPQL et pour explorer plus globalement l'espace de design. Les comparaisons faites entre les deux algorithmes montrent que les designs trouvés sont assez proches l'un de l'autre, et donne une validation des résultats de NLPQL. Cela laisse aussi penser que l'espace de design défini par les bornes utilisées présente un seul point optimum. Le nombre d'évaluations nécessaires de la fonction ob-

jectif est similaire pour les deux algorithmes avec une recherche globale initiale de 12 points pour NOMAD.

Ce travail a permis de constater que la méthodologie mise en place pour l'optimisation de la géométrie de la pile permet d'améliorer les performances des aspirateurs et donc celles de l'installation globale.

Dans la mesure où c'est souvent l'une des raisons qui font gagner un contrat à un constructeur, et dans un souci d'amélioration perpétuelle, le présent projet contribue à cette amélioration.

La méthodologie, développée dans un contexte de partenariat industriel, est destinée à faire partie de divers modules d'optimisation des composantes d'installations hydroélectriques, et est déjà implémentée chez notre partenaire industriel.

### **5.3 Perspectives et suggestions**

Quelques perspectives résultant du présent travail sont présentées dans cette section. D'abord, une expérimentation supplémentaire avec les aspirateurs à 2 piles serait nécessaire, pour pouvoir mieux adapter les réglages et tester plusieurs aspirateurs avec différents nombres de variables.

Ensuite, étendre la méthodologie à une description tridimensionnelle du nez de pile qui serait construite en interpolant linéairement entre 2 sections décrites avec la paramétrisation retenue. Une telle description permettrait un angle de nez variant selon la hauteur de manière à rendre la pile plus adaptée à l'écoulement fortement vrillé selon la hauteur. Le générateur de maillage permet la construction d'une telle pile, mais pose encore des problèmes de robustesse. Une première implémentation est réalisée, mais reste à terminer et à tester. Si cette méthodologie se révèle efficace, une interpolation plus perfectionnée

(quadratique, cubique,...) sur la hauteur pourrait être envisagée.

De plus, l'utilisation de fonctions d'approximation de manière à réduire le temps d'optimisation pourrait être ré-évaluée, surtout pour les cas à deux piles et les piles tridimensionnelles qui requièrent plus de paramètres. Étant donné les problèmes de fidélité d'approximation rencontrés, une approche construisant une approximation plus locale proche du point courant et mise à jour, ou l'utilisation du krigeage, pourrait être une solution alternative. Il faudrait toutefois veiller à ce que le nombre d'évaluations nécessaires de la fonction haute fidélité pour la construction de l'approximation ne soit pas plus important que celui de l'utilisation directe de la fonction exacte.

Afin d'éviter certains problèmes rencontrés par NLPQL à proximité des optima, la définition d'un critère d'arrêt de l'optimisation basé sur la tolérance de fabrication pourrait aussi être investiguée. Sachant que la précision de construction limite la précision de la géométrie décrite, l'arrêt serait donné lorsque les variations géométriques dictées par l'optimiseur atteignent la valeur de la tolérance de construction, en tenant compte aussi du critère d'arrêt numérique.

De même, on pourrait aussi explorer éventuellement d'autres algorithmes d'optimisation, bien que l'algorithme NLPQL présente un bon compromis entre temps de calcul et efficacité.

Enfin, la méthodologie pourrait être couplée à l'optimisation de la géométrie de l'aspirateur qu'il reste encore à développer.

## BIBLIOGRAPHIE

- Alexandrov, N. & Lewis, R. (2000). First-order frameworks for managing models in engineering optimization.
- Arpe, J. (2003). Analyse du champ de pression pariétal d'un diffuseur coudé de turbine Francis. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, Lausanne.
- Audet, C. & Dennis, J. J. E. (2002). Analysis of generalized pattern searches. *SIAM Journal on Optimization*, Volume 13(3), pp. 889–903.
- Audet, C. & Dennis, J. J. E. (2004). Mesh adaptive direct search algorithms for constrained optimization. *Les Journees de l'optimisation 2004*.
- Balabanov, V. & Vanderplaats, R. (2004). Multi-fidelity optimization with high-fidelity analysis and low-fidelity gradients. AIAA-2004-4459 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Albany, New York, Aug. 30-1, 2004.
- Bentamy, A. (2003). Modelisation geometrique par nurbs pour le design aerodynamique des ailes d'avion. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique de Montreal, Canada.
- Bergstrom, J. & Gebart, R. (1999). Estimation of numerical accuracy for the flow field in a draft tube. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, 9, 472 – 486.
- Bézier, P. (1966). Définition numérique des courbes et surfaces i. *Automatisme*, 11, 625–632.
- Bézier, P. (1967). Définition numérique des courbes et surfaces ii. *Automatisme*, 12, 17–21.
- Birbil, E. L., Fang, S., & Sheu, R. L. (2004). On the convergence of a population-based global optimization algorithm. *J. of Global Optimization*, 30, 301–318.

- Bourgeois, J. (2006). Le krigeage comme methode d'approximation pour l'optimisation. Mémoire de maîtrise, Ecole Polytechnique de Montreal.
- Bradley, R.-G. (1988). CFD validation philosophy. *VKI Computational Fluid Dynamics*.
- Coleman, H.-W. & Stern, F. (1997). Uncertainties and cfd code validation. *Journal of Fluids Engineering*, 119, 795–803.
- Dragu, C., Sels, T., & Belmans, R. (2002). Small hydro power state of the art and applications.
- Drtna, P., Goede, E., & Schachenmann, A. (1992). Three-dimensional turbulent flow simulation for two different hydraulic turbine draft tubes. Proc. of the First European CFD conference, Brussels, September 7-11.
- Edwards, I. & Jutan, A. (1997). Optimization and control using response surface methods. *Computers and Chemical Engineering*, 21, 441–453(13).
- Eisinger, R. & Ruprecht, A. (2002). Automatic shape optimisation of hydro turbine components based on cfd. *TASK Quarterly*, 6, 101 – 11.
- Farin, G., Hoschek, J., & Kim, M. (2002). *Handbook of Computer Aided Geometric Design*.
- Filho, L., Nussenzeig, M., & Tadmor, L. (2000). Approximate solution of the incompressible euler equations with no concentrations.
- Fletcher, R., Leyffer, S., & Toint, P. (1998). On the global convergence of an SLP-filter algorithm. Rapport technique, Department of Mathematics, FUNDP, Namur, Belgium.
- Fujii, K. (2005). Progress and future prospects of cfd in aerospace-wind tunnel and beyond. *Progress in Aerospace Sciences*, 41, 455–470.

- Gauvin, J. (1995). *Leçons de programmation mathématique*. Editions de l'école polytechnique de montréal édition.
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley Professional.
- Guibault, F., Vu, T. C., & Camarero, R. (1999). Automatic blocking for hybrid grid generation in hydraulics components. *International Journal on Hydropower and Dams*, 5(2), 81–86.
- Guibault, F., Zhang, Y., Dompierre, J., & Vu, T. C. (2006). Robust and automatic CAD-based structured mesh generation for hydraulic turbine component optimization. *Proceedings of the 23rd IAHR Symposium*. Yokohama, Japan.
- Guilbaud, M. & Soula, V. (1998). Mean velocity measurements in the draft tube of a francis hydraulic turbine. *Proceedings of the International Conference on Pumps and Fans, ICPF*, 274 – 285.
- Guo, P., Luo, X., Liao, W., Wang, Z., & Lu, P. (2006). Numerical investigation of steady and unsteady flow fields in an elbow draft tube. 23rd IAHR Symposium - Yokohama.
- Han, F., Yu, Y., Fan, C., & Kubota, T. (2006). Dynamic behavior of helical vortex rope with dead core in bend draft tube of francis. 23rd IAHR Symposium Yokohama.
- Haroutunian, A. (2007). Optimisation géométrique de la pile structurale d'aspirateurs d'installations hydroélectriques basse-chute. Mémoire de maîtrise, Ecole Polytechnique de Montréal.
- He, C., Wang, Z., & Qiu, H. (2002). Experimental study on pressure surge in hydraulic turbine draft tube. *Jixie Gongcheng Xuebao/Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 38(11), 62 – 65.

- Hopfield, J. J. & Tank, D. W. (1985). Neural computation of decisions in optimization problems. *Biological Cybernetics*, 52, 141–152.
- Japikse, D. (1994). *Introduction to Turbomachinery*. Concepts ETI.
- Joy, K. I. (2000). On-line geometric modeling notes bernstein polynomials, visualization and Graphics Research Group Department of Computer Science University of California, Davis.
- Kiselev, A. & Zlatos, A. (2005). On discrete models of the euler equation.
- Kuhn, H. W. & Tucker, A. W. (1951). Nonlinear programming. *Proc. 2nd Berkeley Symp. Math. Stat. Prob.*, (édité par e. J. Neyman), (pp. 481–492). Univ. of California Press.
- Kulfan, B. & Bussioletti, J. (2006). Fundamental parametric geometry representations for aircraft component shapes. Boeing Commercial Airplane Group, Seattle, Washington, 98124. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Lepine, J. (1999). Optimisation de la representation de profils d’aile pour application au design aerodynamique. Mémoire de maîtrise, Ecole Polytechnique de Montreal.
- Lewis, R. M. & Torczon, V. (1996). Pattern search algorithms for bound constrained minimization. Rapport technique TR-96-20.
- Li, J., Feng, Z., & H., T. (2004). Hydrodynamic optimization design of low solidity vaned diffuser for a centrifugal pump using genetic algorithms. *Journal of Hydrodynamics*.
- Lindgren, M., Marjavaara, B., & Lundstrom, T. (2002). Automatic design of hydropower flows: The draft tube. *American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division (Publication) PVP*, 448(1), 299 – 307.
- Marier, S., Tribes, C., Guibault, F., & Trépanier, J.-Y. (2005). Paramétrisation géométrique d’une aile transsonique basée sur des parametres d’ingénierie. 10th CASI Aerodynamics Symposium, toronto, ON.

- Marjavaara, B. & Lundstrom, T. (2003). Automatic shape optimisation of a hydropower draft tube. tome 1 C, (pp. 1819 – 1824). Honolulu, HI, United States.
- Marjavaara, B. & Lundstrom, T. (2006/03/20). Redesign of a sharp heel draft tube by a validated cfd-optimization. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 50, 911 – 24.
- Marjavaara, L. S., D. (2007). Response surface-based shape optimization of a francis draft tube. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 17, 34–45(12).
- Mauri, S. (2002). Numerical simulation and flow analysis of an elbow diffuser. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, Lausanne.
- Mauri, S., Kueny, J., & Avellan, F. (2004). Werle-legendre separation in a hydraulic machine draft tube. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, 126(6), 976 – 980.
- Nakamura, K. (2006). Design optimization of a francis turbine draft tube by using multi objective genetic algorithm. 23rd IAHR Symposium Yokohama.
- Oberkampf W.L., T. T. (2002). Verification and validation in computational fluid dynamics. *Progress in Aerospace Sciences*, 38, 209–272(64).
- Painchaud-Ouellet S., T. J., Tribes C. & D., P. (2004). Airfoil shape optimization using nurbs representation under thickness constraint. AIAA-2004-1095 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, Jan. 5-8. Ecole Polytechnique, Montreal, Quebec, Canada.
- Papalambros, P. Y. & Wilde, D. J. (2003). *Principles of Optimal Design*. New York, NY, USA: Cambridge University Press.

- Papamichail, I. & Adjiman, C. (2005). Proof of convergence for a global optimization algorithm for problems with ordinary differential equations. *Journal of Global Optimization*, 33, 83–107(25).
- Paz, C. (1997). A survey of parallel genetic algorithms.
- Piegl, L. & Tiller, W. (1997). *The NURBS book (2nd ed.)*. New York, NY, USA: Springer-Verlag New York, Inc.
- Poueymirou, D. (2003). Optimisation hydrodynamique de profils 2d. Mémoire de maîtrise, Ecole Polytechnique de Montreal.
- Roache, P. (1994). Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies. *ASME Journal of Fluids Engineering*, 116, 405–413.
- Samareh, J. (1999). A survey of shape parameterization techniques.
- Schittkowski, K. (1985/86). Nlpql: A fortran subroutine for solving constrained nonlinear programming problems. *Annals of Operations Research*, Vol. 5, 485–500.
- Simpson, T. W., Booker, A. J., Ghosh, D., Giunta, A., Koch, P. N., & Yang, R.-J. (2004). Approximation methods in multidisciplinary analysis and optimization: A panel discussion. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 27-5, 302–313.
- Slater, J. W. (2005). Examining spatial (grid) convergence. Tiré de <http://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/tutorial/spatconv.html>%.
- Sobieczky, H. (1998). Parametric airfoils and wings. *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol. 68.
- Song, W. & Keane, A. (2004). A study of shape parameterisation methods for airfoil optimisation. 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference 30 August - 1 September 2004, Albany, New York.

- Soni, B., Yang, S., Koomulil, R., & Hur, J. (1998). Nurbs in cfd based design optimization. *Numerical Grid Generation in Computational field simulations*, 737–746.
- Thériault, J. (2003). Développement d'un outil destiné a générer la géometrie d'une pile dans un aspirateur. Mémoire de maîtrise, Ecole Polytechnique de Montréal.
- Vanderplaats, G. N. (1987). *Numerical optimization techniques*. London, UK: Springer-Verlag.
- Vischer, D. (1987). Daniel bernoulli and leonard euler, the advent of hydromechanics. G Garbrecht, hydraulics and Hydraulic Research: A Historical Review (Rotterdam-Boston, 1987), 145-156.
- Vu, R. S., T. (2002). Accuracy assessment of current cfd tools to predict hydraulic turbine efficiency hill chart. *Proceedings of the hydraulic machinery ans systems, 21sty IAHR symposium, Lausanne*.
- Vu, T. (1989). Design parameter study of turbine draft tube by viscous flow analysis, 557 – 566.
- Vu, T. & Shyy, W. (1988). Viscous flow analysis for hydraulic turbine draft tubes. tome 112, (pp. 199–204).
- Vu, T. & Shyy, W. (1990). Navier-stokes flow analysis for hydraulic turbine draft tubes. *Journal of Fluids Engineering*, 112, 199–204.
- Wang, Z., Zhou, L., & He, C. (2005). Pressure oscillations in a hydraulic turbine draft tube. *Qinghua Daxue Xuebao/Journal of Tsinghua University*, 45(8), 1138 – 1141.
- WILCOX, D. C. (1998). *Turbulence Modeling for CFD*.

## ANNEXE I

### DÉTAIL DES CALCULS POUR LES DIFFÉRENTES PARAMÉTRISATIONS

Cette annexe présente les détails des calculs des relations géométriques utilisées par le module *MDpile* pour le calcul des points de contrôle de la courbe NURBS.

#### I.1 Type 1

La figure I.1 présente la géométrie détaillée du type 1. Le bord d'attaque *BA*, le centre du cercle *C* et le point central de la pile *P* sont situés sur une parabole d'équation  $y = Kx^2$  dans le référentiel de la pile positionné comme dans la figure I.1.

Les relations géométriques qui permettant de passer des paramètres géométriques de design aux positions des points de contrôle sont présentées dans le tableau I.1 pour le type 1.

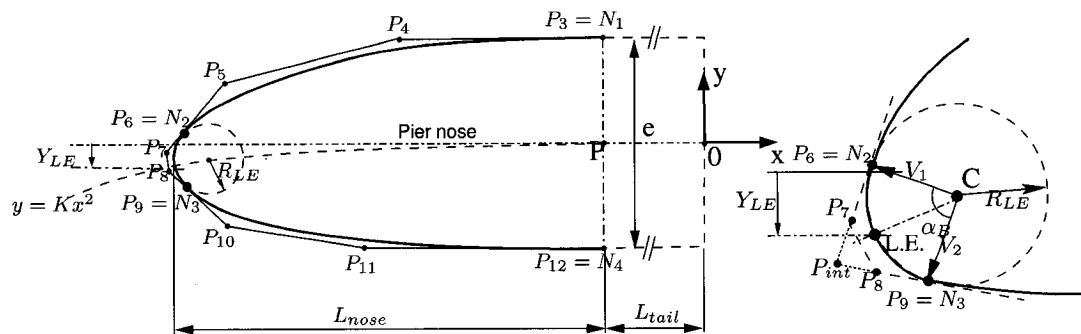


FIG. I.1 Position des points de contrôle du nez de pile calculés à partir des paramètres géométriques et paramètres de calcul pour le type 1

TAB. I.1 Relations géométriques de calcul des points de contrôle du nez pour le type 1

| Paramètres de calcul et variables fixées | Relation                                                                                                                                                                                                                                                   |                                         |
|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| centre du cercle $C$                     | $\begin{pmatrix} -L_{Nose} + R_{LE} - L_{tail} \\ \frac{e}{2} y_{LE} \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                        |                                         |
| centre de la pile $P$                    | $\begin{pmatrix} \frac{x_3 + x_{12}}{2} \\ \frac{y_3 + y_{12}}{2} \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                           |                                         |
| coeff. parabole $K$                      | $\frac{y_C}{x_C^2}$                                                                                                                                                                                                                                        |                                         |
| bord d'attaque $LE$                      | $\begin{pmatrix} x_C - R_{LE} \\ K x_C^2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                                    |                                         |
| angle du nez $\alpha_N$                  | $atan\left(\frac{y_{LE} - y_P}{x_{LE} - x_P}\right)$                                                                                                                                                                                                       |                                         |
| angle de balai $\alpha_B$                | $70 + \alpha_N$ <b>if</b> $\alpha_N > 0$<br>$70 - \alpha_N$ <b>if</b> $\alpha_N < 0$                                                                                                                                                                       |                                         |
| vecteur unitaire                         | $V_1 = \frac{P_9 - C}{\ P_9 - C\ }$                                                                                                                                                                                                                        |                                         |
| vecteur unitaire                         | $V_2 = \frac{P_6 - C}{\ P_6 - C\ }$                                                                                                                                                                                                                        |                                         |
| Pt. de contrôle $n^\circ$                | (x,y) Coord.                                                                                                                                                                                                                                               | Poids w                                 |
| $P_3$                                    | $\begin{pmatrix} -L_{tail} \\ e/2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                                           | 1                                       |
| $P_4$                                    | $\begin{pmatrix} -L_{tail} - \ P_6 - P_3\ /4 \\ e/2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                         | 1                                       |
| $P_5$                                    | $\frac{C - P_6}{\ C - P_6\ } \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{\ P_6 - P_3\ }{4}$                                                                                                                                                        | 1                                       |
| $P_6$                                    | $\begin{pmatrix} x_C - R_{LE} \cdot \cos(\alpha_N + \frac{\alpha_b}{2}) \\ x_C + R_{LE} \cdot \sin(\alpha_N + \frac{\alpha_b}{2}) \end{pmatrix}$                                                                                                           | 1                                       |
| $P_7$                                    | $\frac{1}{w_7} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} x_{P_{int}} w_{int} + \frac{1}{3} x_{P_9} \\ \frac{2}{3} y_{P_{int}} w_{int} + \frac{1}{3} y_{P_9} \end{pmatrix}$                                                                                               | $\frac{2}{3} w_{int} + \frac{1}{3} w_9$ |
| $P_{int}$                                | $\begin{pmatrix} \frac{x_{V_1} x_{P_9} + y_{V_1} y_{P_9} - y_{V_1} y_{P_{int}}}{x_{V_1}} \\ \frac{x_{V_1} x_{V_2} x_{P_9} - x_{V_1} x_{V_2} x_{P_6} + x_{V_2} y_{V_1} y_{P_9} - x_{V_1} y_{V_2} y_{P_5}}{x_{V_2} y_{V_1} - x_{V_1} y_{V_2}} \end{pmatrix}$ | $\frac{V_1 V_2}{\ V_1\  \ V_2\ }$       |
| $P_8$                                    | $\frac{1}{w_8} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} x_{P_6} + \frac{2}{3} x_{P_{int}} w_{int} \\ \frac{1}{3} y_{P_6} + \frac{2}{3} y_{P_{int}} w_{int} \end{pmatrix}$                                                                                               | $\frac{1}{3} w_6 + \frac{2}{3} w_{int}$ |
| $P_9$                                    | $\begin{pmatrix} x_C - R_{LE} \cdot \cos(1.8 * \alpha_N - \frac{\alpha_b}{2}) \\ x_C + R_{LE} \cdot \sin(1.8 * \alpha_N - \frac{\alpha_b}{2}) \end{pmatrix}$                                                                                               | 1                                       |

| Pt. de contrôle $n^\circ$ | (x,y) Coord.                                                                                        | Poids $w$ |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| $P_{10}$                  | $\frac{C-P_9}{\ C-P_9\ } \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \frac{\ P_{12}-P_{10}\ }{4}$ | 1         |
| $P_{11}$                  | $\begin{pmatrix} -L_{tail} - \ P_9 - P_3\ /4 \\ -e/2 \end{pmatrix}$                                 | 1         |
| $P_{12}$                  | $\begin{pmatrix} -L_{tail} \\ -e/2 \end{pmatrix}$                                                   | 1         |

## I.2 Type 2

La figure I.1 présente la géométrie détaillée du type 1. Le bord d'attaque  $BA$ , le centre du cercle  $C$  et le point central de la pile  $P$  sont situés sur une parabole d'équation  $y = Kx^2$  dans le référentiel de la pile positionné comme dans la figure I.2.

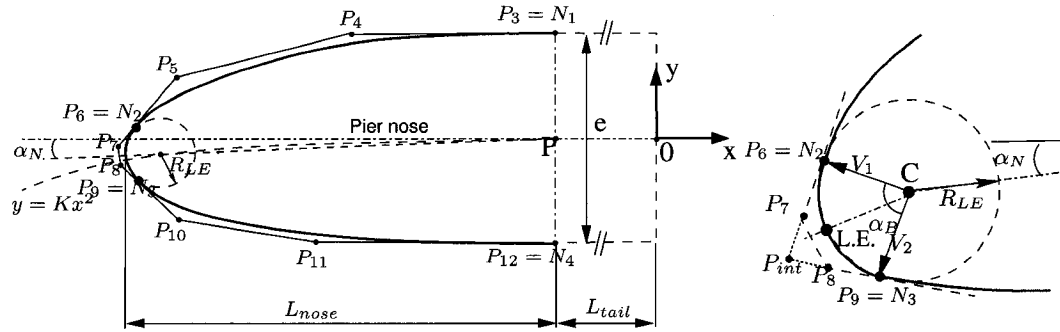


FIG. I.2 Position des points de contrôle du nez de pile calculés à partir des paramètres géométriques et paramètres de calcul pour le type 2

Les relations géométriques qui permettant de passer des paramètres géométriques de design aux positions des points de contrôle sont présentées dans le tableau I.2 pour le type 1.

TAB. I.2 Relations géométriques de calcul des points de contrôle du nez pour le type 2

| Paramètres de calcul et variables fixées | Relation                                                                                                                                                                                                                                                   |                                         |
|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| centre du cercle $C$                     | $\begin{pmatrix} -L_{Nose} + R_{LE} - L_{tail} \\  L_{Nose} - R_{LE}  \tan(\alpha_N) \end{pmatrix}$                                                                                                                                                        |                                         |
| centre de la pile $P$                    | $\begin{pmatrix} \frac{x_3 + x_{12}}{2} \\ \frac{y_3 + y_{12}}{2} \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                           |                                         |
| coeff. parabole $K$                      | $\frac{y_C}{x_C^2}$                                                                                                                                                                                                                                        |                                         |
| bord d'attaque $LE$                      | $\begin{pmatrix} \frac{-\tan(\alpha_N)}{2K} \\ K x_{LE}^2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                   |                                         |
| angle de balai $\alpha_B$                | $\begin{matrix} 70 + 2\alpha_N & \text{if } \alpha_N > 0 \\ 70 - 2\alpha_N & \text{if } \alpha_N < 0 \end{matrix}$                                                                                                                                         |                                         |
| vecteur unitaire                         | $V_1 = \frac{P_9 - C}{\ P_9 - C\ }$                                                                                                                                                                                                                        |                                         |
| vecteur unitaire                         | $V_2 = \frac{P_6 - C}{\ P_6 - C\ }$                                                                                                                                                                                                                        |                                         |
| Pt. de contrôle $n^\circ$                | (x,y) Coord.                                                                                                                                                                                                                                               | Poids w                                 |
| $P_3$                                    | $\begin{pmatrix} -L_{tail} \\ e/2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                                           | 1                                       |
| $P_4$                                    | $\begin{pmatrix} -L_{tail} - \ P_6 - P_3\ /4 \\ e/2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                         | 1                                       |
| $P_5$                                    | $\frac{C - P_6}{\ C - P_6\ } \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{\ P_6 - P_3\ }{4}$                                                                                                                                                        | 1                                       |
| $P_6$                                    | $\begin{pmatrix} x_C - R_{LE} \cdot \cos(\alpha_N + \frac{\alpha_b}{2}) \\ x_C + R_{LE} \cdot \sin(\alpha_N + \frac{\alpha_b}{2}) \end{pmatrix}$                                                                                                           | 1                                       |
| $P_7$                                    | $\frac{1}{w_7} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} x_{P_{int}} w_{int} + \frac{1}{3} x_{P_9} \\ \frac{2}{3} y_{P_{int}} w_{int} + \frac{1}{3} y_{P_9} \end{pmatrix}$                                                                                               | $\frac{2}{3} w_{int} + \frac{1}{3} w_9$ |
| $P_{int}$                                | $\begin{pmatrix} \frac{x_{V_1} x_{P_9} + y_{V_1} y_{P_9} - y_{V_1} y_{P_{int}}}{x_{V_1}} \\ \frac{x_{V_1} x_{V_2} x_{P_9} - x_{V_1} x_{V_2} x_{P_6} + x_{V_2} y_{V_1} y_{P_9} - x_{V_1} y_{V_2} y_{P_6}}{x_{V_2} y_{V_1} - x_{V_1} y_{V_2}} \end{pmatrix}$ | $\frac{V_1 V_2}{\ V_1\  \ V_2\ }$       |
| $P_8$                                    | $\frac{1}{w_8} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} x_{P_6} + \frac{2}{3} x_{P_{int}} w_{int} \\ \frac{1}{3} y_{P_6} + \frac{2}{3} y_{P_{int}} w_{int} \end{pmatrix}$                                                                                               | $\frac{1}{3} w_6 + \frac{2}{3} w_{int}$ |
| $P_9$                                    | $\begin{pmatrix} x_C - R_{LE} \cdot \cos(1.8 * \alpha_N - \frac{\alpha_b}{2}) \\ x_C + R_{LE} \cdot \sin(1.8 * \alpha_N - \frac{\alpha_b}{2}) \end{pmatrix}$                                                                                               | 1                                       |

| Pt. de contrôle $n^\circ$ | (x,y) Coord.                                                                                        | Poids $w$ |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| $P_{10}$                  | $\frac{C-P_9}{\ C-P_9\ } \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \frac{\ P_{12}-P_{10}\ }{4}$ | 1         |
| $P_{11}$                  | $\begin{pmatrix} -L_{tail} - \ P_9 - P_3\ /4 \\ -e/2 \end{pmatrix}$                                 | 1         |
| $P_{12}$                  | $\begin{pmatrix} -L_{tail} \\ -e/2 \end{pmatrix}$                                                   | 1         |

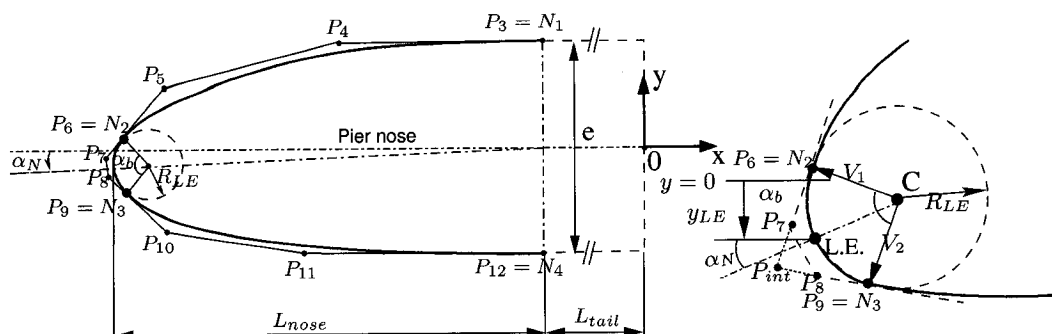


FIG. I.3 Position des points de contrôle du nez de pile calculés à partir des paramètres géométriques et paramètres de calcul pour la paramétrisation du type 3

### I.3 Type 3

La figure I.3 présente la nomenclature et les paramètres géométriques intermédiaires utilisés pour le calcul des points de contrôle. Proche du type 6 retenu, la différence réside dans le fait que l'angle de position de l'arc de cercle  $\alpha_N$  est un paramètre indépendant. La position en  $y$  du bord d'attaque est précisée par  $y_{LE}$ .

Les relations géométriques qui permettant de passer des paramètres géométriques de design aux positions des points de contrôle sont présentées dans le tableau I.3 pour le type 3.

TAB. I.3 Relations géométriques de calcul des points de contrôle du nez pour le type 3

| Paramètres de calcul      | Relation                                                                                                                                                                                                                                                   |                                         |
|---------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| bord d'attaque $LE$       | $\begin{pmatrix} -L_{Nose} - L_{tail} \\ y_{LE} \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                             |                                         |
| centre du cercle $C$      | $\begin{pmatrix} x_{LE} + R_{LE} \\ y_{LE} \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                                  |                                         |
| vecteur unitaire          | $V_1 = \frac{P_9 - C}{\ P_9 - C\ }$                                                                                                                                                                                                                        |                                         |
| vecteur unitaire          | $V_2 = \frac{P_6 - C}{\ P_6 - C\ }$                                                                                                                                                                                                                        |                                         |
| Pt. de contrôle $n^\circ$ | (x,y) Coord.                                                                                                                                                                                                                                               | Poids w                                 |
| $P_3$                     | $\begin{pmatrix} -L_{tail} \\ e/2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                                           | 1                                       |
| $P_4$                     | $\begin{pmatrix} -L_{tail} - \ P_6 - P_3\ /4 \\ e/2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                         | 1                                       |
| $P_5$                     | $\frac{C - P_6}{\ C - P_6\ } \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{\ P_6 - P_3\ }{4}$                                                                                                                                                        | 1                                       |
| $P_6$                     | $\begin{pmatrix} x_C - R_{LE} \cdot \cos(F * \alpha_N + \frac{\alpha_b}{2}) \\ x_C + R_{LE} \cdot \sin(F * \alpha_N + \frac{\alpha_b}{2}) \end{pmatrix}$                                                                                                   | 1                                       |
| $P_7$                     | $\frac{1}{w_7} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} x_{P_{int}} w_{int} + \frac{1}{3} x_{P_9} \\ \frac{2}{3} y_{P_{int}} w_{int} + \frac{1}{3} y_{P_9} \end{pmatrix}$                                                                                               | $\frac{2}{3} w_{int} + \frac{1}{3} w_9$ |
| $P_{int}$                 | $\begin{pmatrix} \frac{x_{V_1} x_{P_9} + y_{V_1} y_{P_9} - y_{V_1} y_{P_{int}}}{x_{V_1}} \\ \frac{x_{V_1} x_{V_2} x_{P_9} - x_{V_1} x_{V_2} x_{P_6} + x_{V_2} y_{V_1} y_{P_9} - x_{V_1} y_{V_2} y_{P_5}}{x_{V_2} y_{V_1} - x_{V_1} y_{V_2}} \end{pmatrix}$ | $\frac{V_1 V_2}{\ V_1\  \ V_2\ }$       |
| $P_8$                     | $\frac{1}{w_8} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} x_{P_6} + \frac{2}{3} x_{P_{int}} w_{int} \\ \frac{1}{3} y_{P_6} + \frac{2}{3} y_{P_{int}} w_{int} \end{pmatrix}$                                                                                               | $\frac{1}{3} w_6 + \frac{2}{3} w_{int}$ |
| $P_9$                     | $\begin{pmatrix} x_C - R_{LE} \cdot \cos(1.8 * \alpha_N - \frac{\alpha_b}{2}) \\ x_C + R_{LE} \cdot \sin(1.8 * \alpha_N - \frac{\alpha_b}{2}) \end{pmatrix}$                                                                                               | 1                                       |
| $P_{10}$                  | $\frac{C - P_9}{\ C - P_9\ } \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \frac{\ P_{12} - P_{10}\ }{4}$                                                                                                                                                  | 1                                       |
| $P_{11}$                  | $\begin{pmatrix} -L_{tail} - \ P_9 - P_3\ /4 \\ -e/2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                        | 1                                       |
| $P_{12}$                  | $\begin{pmatrix} -L_{tail} \\ -e/2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                                          | 1                                       |

#### I.4 Type 4

La figure I.4 présente la nomenclature et les paramètres géométriques intermédiaires utilisés pour le calcul des points de contrôle. La particularité de ce type réside dans le fait que l'on spécifie les vecteurs tangents au bord d'attaque et latéraux (entre le nez et la queue)  $V_{TLE}$  et  $V_{Tlat}$ .

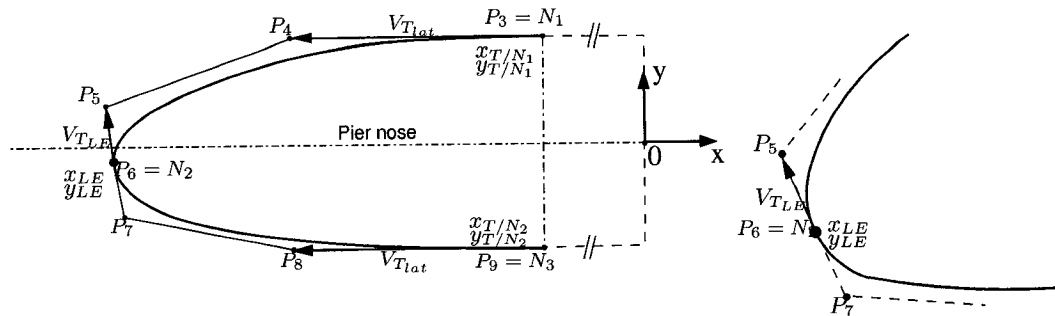


FIG. I.4 Position des points de contrôle du nez de pile calculés à partir des paramètres géométriques et paramètres de calcul pour la paramétrisation du type 4

Les relations géométriques qui permettant de passer des paramètres géométriques de design aux positions des points de contrôle sont présentées dans le tableau I.4 pour le type 4.

#### I.5 Type 5

La figure I.5 présente la nomenclature et les paramètres géométriques intermédiaires utilisés pour le calcul des points de contrôle. La particularité de ce type réside dans le fait que l'on spécifie les vecteurs tangents au bord d'attaque et latéraux (entre le nez et la queue)  $V_{TLE}$ ,  $V_{Tlat_1}$  et  $V_{Tlat_2}$ . Les vecteurs latéraux sont indépendants. Le rayon du cercle  $R_{LE}$  calculé au bord d'attaque correspond au cercle osculateur tangent en un point au bord d'attaque. Le vecteur tangent du bord d'attaque est calculé d'après la valeur du

TAB. I.4 Relations géométriques de calcul des points de contrôle du nez pour le type 4

| Paramètres de calcul                      | Relation                                                                                           |                                                 |
|-------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| centre de la pile $P$                     | $\begin{pmatrix} \frac{x_{N/T_1} + x_{N/T_2}}{2} \\ \frac{y_{N/T_1} + y_{N/T_2}}{2} \end{pmatrix}$ |                                                 |
| vecteur unitaire tangent au B.A. $V_{LE}$ | $\frac{x_P - x_{V_{LE}}}{\ x_P - x_{V_{LE}}\ }$                                                    | $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ |
| Pt. de contrôle $n^\circ$                 | (x,y) Coord.                                                                                       | Poids w                                         |
| $P_3$                                     | $\begin{pmatrix} x_{T/N_1} \\ y_{T/N_1} \end{pmatrix}$                                             | 1                                               |
| $P_4$                                     | $\begin{pmatrix} x_3 - \frac{V_{Tlat}}{3} \\ y_3 \end{pmatrix}$                                    | 1                                               |
| $P_5$                                     | $V_{TLE} - \frac{u_{LE} V_{TLE}}{3}$                                                               | 1                                               |
| $P_6$                                     | $\begin{pmatrix} x_{LE} \\ y_{LE} \end{pmatrix}$                                                   | 1                                               |
| $P_7$                                     | $V_{TLE} + \frac{u_{LE} V_{TLE}}{3}$                                                               | 1                                               |
| $P_8$                                     | $\begin{pmatrix} x_9 - \frac{V_{Tlat}}{3} \\ y_9 \end{pmatrix}$                                    | 1                                               |
| $P_9$                                     | $\begin{pmatrix} x_{T/N_2} \\ y_{T/N_2} \end{pmatrix}$                                             | 1                                               |

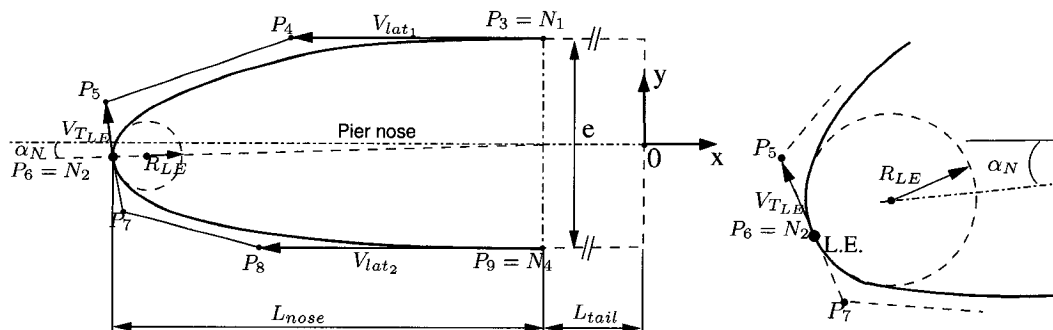


FIG. I.5 Position des points de contrôle du nez de pile calculés à partir des paramètres géométriques et paramètres de calcul pour la paramétrisation du type 5

rayon de bord d'attaque.

Les relations géométriques qui permettant de passer des paramètres géométriques de design aux positions des points de contrôle sont présentées dans le tableau I.5 pour le type 5.

#### I.6 Paramètres définis pour les différentes paramétrisations étudiées

Le tableau I.6 présente les paramètres définis pour chaque paramétrisation.

TAB. I.5 Relations géométriques de calcul des points de contrôle du nez pour le type 5

| Paramètres de calcul                 | Relation                                                                                                                           |         |
|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| centre de la pile $P$                | $\begin{pmatrix} \frac{x_{N/T_1} + x_{N/T_2}}{2} \\ \frac{y_{N/T_1} + y_{N/T_2}}{2} \end{pmatrix}$                                 |         |
| bord d'attaque $LE$                  | $\begin{pmatrix} x_P - L_{Nose} \\ y_P + \tan(\alpha_N) L_{Nose} \end{pmatrix}$                                                    |         |
| vecteur unitaire tangent au B.A. $u$ | $\frac{x_P - x_{V_{LE}}}{\ x_P - x_{V_{LE}}\ } \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$                                      |         |
| Vecteur tangent au bord d'attaque    | $\frac{3}{2} \sqrt{\frac{(R_{LE} x_u (-6y_{LE} + 6y_{T/N_2}) + x_u (6x_{LE} - 6x_{T/N_2} - 2V_{T_{LE}}))}{(x_u^2 + y_u^2)^{3/2}}}$ |         |
| Pt. de contrôle $n^\circ$            | (x,y) Coord.                                                                                                                       | Poids w |
| $P_3$                                | $\begin{pmatrix} x_{T/N_1} \\ y_{T/N_1} \end{pmatrix}$                                                                             | 1       |
| $P_4$                                | $\begin{pmatrix} x_3 - \frac{V_{T_{lat}}}{3} \\ y_3 \end{pmatrix}$                                                                 | 1       |
| $P_5$                                | $V_{T_{LE}} - \frac{u_{LE} V_{T_{LE}}}{3}$                                                                                         | 1       |
| $P_6$                                | $\begin{pmatrix} x_{LE} \\ y_{LE} \end{pmatrix}$                                                                                   | 1       |
| $P_7$                                | $V_{T_{LE}} + \frac{u_{LE} V_{T_{LE}}}{3}$                                                                                         | 1       |
| $P_8$                                | $\begin{pmatrix} x_9 - \frac{V_{T_{lat}}}{3} \\ y_9 \end{pmatrix}$                                                                 | 1       |
| $P_9$                                | $\begin{pmatrix} x_{T/N_2} \\ y_{T/N_2} \end{pmatrix}$                                                                             | 1       |

TAB. I.6 Paramètres des paramétrisations et signification

| Param. $n^{\circ}$ | Paramètres                                                        | Notation      |
|--------------------|-------------------------------------------------------------------|---------------|
| 1                  | Epaisseur de la pile                                              | $e$           |
|                    | Longueur du Nez                                                   | $L_N$         |
|                    | Longueur de la queue                                              | $L_T$         |
|                    | Rayon de bord d'attaque                                           | $R_{LE}$      |
|                    | Position en y du bord d'attaque<br>(relative à la demi-épaisseur) | $y_{LE}$      |
|                    | Offset x de la pile                                               | $x_{offset}$  |
|                    | Offset y de la pile                                               | $y_{offset}$  |
|                    |                                                                   |               |
| 2                  | Epaisseur de la pile                                              | $e$           |
|                    | Longueur du Nez                                                   | $L_N$         |
|                    | Longueur de la queue                                              | $L_T$         |
|                    | Rayon de bord d'attaque                                           | $R_{LE}$      |
|                    | Angle du nez                                                      | $\alpha_N$    |
|                    | Offset x de la pile                                               | $x_{offset}$  |
|                    | Offset y de la pile                                               | $y_{offset}$  |
|                    |                                                                   |               |
| 3                  | Epaisseur de la pile                                              | $e$           |
|                    | Longueur du Nez                                                   | $L_N$         |
|                    | Longueur de la queue                                              | $L_T$         |
|                    | Rayon de bord d'attaque                                           | $R_{LE}$      |
|                    | Position en y du bord d'attaque<br>(relative à la demi-épaisseur) | $y_{LE}$      |
|                    | Angle du nez                                                      | $\alpha_N$    |
|                    | Angle de balai du secteur d'arc du bord d'attaque                 | $\alpha_B$    |
|                    | Offset x de la pile                                               | $x_{offset}$  |
|                    | Offset x de la pile                                               | $y_{offset}$  |
|                    |                                                                   |               |
| 4                  | Coordonnée en x du point droit de separation nez/queue            | $x_{N/T_1}$   |
|                    | Coordonnée en y du point droit de separation nez/queue            | $y_{N/T_1}$   |
|                    | Coordonnée en x du point gauche de separation nez/queue           | $x_{N/T_2}$   |
|                    | Coordonnée en y du point gauche de separation nez/queue           | $y_{N/T_2}$   |
|                    | Position en x du bord d'attaque                                   | $x_{LE}$      |
|                    | Position en y du bord d'attaque                                   | $x_{LE}$      |
|                    | Norme du vecteur tangent lateral                                  | $V_{T_{lat}}$ |
|                    | Norme du vecteur tangent au bord d'attaque                        | $V_{tLE}$     |
|                    | Pier tail x position                                              | $x_{tail}$    |
|                    |                                                                   |               |

| Param. $n^\circ$ | Paramètres                                              | Notation     |
|------------------|---------------------------------------------------------|--------------|
| 5                | Coordonnée en x du point droit de separation nez/queue  | $x_{N/T_1}$  |
|                  | Coordonnée en y du point droit de separation nez/queue  | $y_{N/T_1}$  |
|                  | Coordonnée en x du point gauche de separation nez/queue | $x_{N/T_2}$  |
|                  | Coordonnée en y du point gauche de separation nez/queue | $y_{N/T_2}$  |
|                  | Longueur du Nez                                         | $L_N$        |
|                  | Angle du nez                                            | $\alpha_N$   |
|                  | Rayon de bord d'attaque                                 | $R_{LE}$     |
|                  | Norme du vecteur tangent lateral 1                      | $V_{T1}$     |
|                  | Norme du vecteur tangent lateral 2                      | $V_{T2}$     |
| 6                | Pier tail x position                                    | $x_{tail}$   |
|                  | Epaisseur de la pile                                    | $e$          |
|                  | Longueur du Nez                                         | $L_N$        |
|                  | Longueur de la queue                                    | $L_T$        |
|                  | Rayon de bord d'attaque                                 | $R_{LE}$     |
|                  | Angle du nez                                            | $\alpha_N$   |
|                  | Angle de balai du secteur d'arc du bord d'attaque       | $\alpha_B$   |
|                  | Offset x de la pile                                     | $x_{offset}$ |
|                  | Offset y de la pile                                     | $y_{offset}$ |