UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION DES ERREURS MACHINES SELON LE PRINCIPE DE CAUSALITÉ

Tevfik Onat Ekinci
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR
(GÉNIE MÉCANIQUE)
JUIN 2009

© Tevfik Onat Ekinci, 2009.

Library and Archives Canada

Published Heritage Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et Archives Canada

Direction du Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 978-0-494-53794-7
Our file Notre référence
ISBN: 978-0-494-53794-7

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

MODÉLISATION DES ERREURS MACHINES SELON LE PRINCIPE DE CAUSALITÉ

présentée par : EKINCI Tevfik Onat

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiae Doctor
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. BALAZINSKI Marek, Ph.D., président
M. MAYER René, Ph.D., membre et directeur de recherche
M. VADEAN Aurelian, Doct., membre
M. EL OUAFI Abderrazak, Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

J'exprime toute ma reconnaissance à René Mayer, mon directeur de recherche pour son soutien durant la durée de mes travaux, son assistance et son encouragement. Son appui et ses conseils étaient particulièrement précieux tout au long de mes études.

J'aimerais remercier Messieurs Marek Balazinski et Aurelian Vadean, professeurs à l'École Polytechnique de Montréal et Monsieur Abderrezzak El Ouafi, professeur à l'Université du Québec à Rimouski, d'avoir accepté de participer au jury d'examen de cette thèse. Je remercie également M. Sylvain Turenne, d'avoir accepté d'être le représentant du doyen.

Je tiens aussi à remercier le CRNSG et la compagnie Bombardier Aéronautique pour leur soutien financière durant mes études.

Et plus personnellement, j'aimerais aussi remercier toutes les personnes avec qui j'ai collaboré dans mes projets (et tout particulièrement, dans la conception et la construction des équipements dans le laboratoire LRFV) durant la durée de mon doctorat, en ordre alphabétique :

Yan Boutin: Pour nous (=tout le personnel du laboratoire) avoir poussé à dépasser nos limites naturels en nous inspirant par sa maitrise naturelle dans le domaine mécanique, en nous montrant le chemin par son savoir-faire en tout ce qui concerne les machines outils et l'usinage, et en nous terrorisant par son style franc, tranchant et pointu.

Abel Chouinard : Pour son aide durant la conception de l'axe Y de notre machine et pour avoir été le seul étudiant de PFE que j'ai vu dans ma vie qui était passionné sur son projet.

Mélissa Côté: Pour avoir été une amie généreuse et une collaboratrice formidable durant toutes ces années passées dans le climat arctique de la salle de métrologie. Pour avoir

enduré mon charabia insondable (« Je ne comprends pas ce que tu dis Tevfik ! »), mon insécurité névrotique (« Arrêtes de te plaindre, Tevfik! »), ma dérision (« Ne sois pas méprisant, Tevfik! ») et des fois pour m'avoir mis à ma place (« Tu as couru 13 km? On peut faire mieux, non?»). Pour son aide précieuse durant la construction et la conception de la machine. Et bien sur pour m'avoir guidé, conseillé et instruit sur plusieurs sujets scientifiques et techniques avec patience et éloquence.

Jean-Philippe Charron : Pour avoir plus d'une fois supporté mes attaques impromptus à son bureau (mes mains pleines des papiers et marmonnant des mots incompréhensibles) avec sa bienveillance naturelle. Et aussi bien sur, pour m'avoir appris tout ce qui concerne la théorie de béton armé avec une patience impressionnante. (Exemple, première rencontre : Jean-Philippe : -Mais comment allez-vous plier les barres? Tevfik : -Quelles barres? Et pourquoi il faut les plier?)

Guy Gironne : Pour m'avoir appris plein de choses sur la partie pratique en mécanique et pour avoir donné plein des idées en ce qui concerne la conception de la machine. Un homme qui fait peur pour la première fois mais qui révèle son vrai caractère avec le temps, si vous passez les épreuves. Mais une fois passé, vous pouvez discuter sur tout ce que vous voulez; Barack Obama, Chom Radio ou la situation des marchés de capitaux aux États-Unis.

Louida Laliberté : Pour son aide durant la construction de structure en béton armé et pour nos discussions qui s'étendaient de choc des civilisations au choix des souliers pour la course de marathon.

René Mayer: Pour sa patience et sa gentillesse envers son étudiant qui envahissait son bureau sans rendez-vous, les cheveux éparpillés, scribouillait des équations indéchiffrables sur son tableau baragouinant avec un ton un irritant, et finalement,

satisfait de sa maitrise de théorie, partait de façon mystérieuse. Pour m'avoir inspiré avec son sens pratique, son courage de retrousser les manches et de descendre dans le laboratoire pour prouver son point de vue. Pour avoir le courage de dire « je ne sais pas » et de me pousser à prendre l'initiative, à refouler les limites du conventionnel.

François Ménard : Pour avoir aidé dans la construction de banc d'essai avec des paliers à air avec ses idées pratiques et pour avoir été un bon ami durant tout ce temps en supportant avec résignation mes chansons « bonbons » dans le laboratoire. (Spécialement Edelweiss et les chansons de Beatles, c'est très apprécié. Merci François. J'espère que je n'ai pas mis dans ta tête Edelweiss en le mentionnant.)

RÉSUMÉ

La modélisation des erreurs de machine est un outil indispensable dans l'amélioration de la productivité des machines et par conséquent de la compétitivité des entreprises. Ce travail concerne la connaissance des sources physiques des erreurs de machine, offrant une analyse plus approfondie de la précision des machines, visant à augmenter la robustesse de modélisation.

Dans ce travail, afin d'analyser la formation d'erreur sur les machines, une classification des erreurs est formulée. Cette classification est basée sur le principe de causalité et elle constitue une base conceptuelle pour la caractérisation des mécanismes derrière la génération des erreurs de machine. Une contribution spécifique dans cette direction est la séparation claire entre les erreurs géométriques de guide qui constituent les sources d'erreurs physiques et les erreurs cinématiques de chariot qui représentent les erreurs de mouvement des axes de la machine.

L'analyse des systèmes de chariot-guide constituant les machines (les machines à mesurer tridimensionnelle ou les machines outils) est effectuée dans l'ordre de complexité ascendante :

Dans une première étape, une analyse d'erreur pour un chariot non-précontraint supporté par les paliers aérostatiques est réalisée. La modélisation d'erreur selon les caractéristiques physiques du système nous a conduit à révéler le mécanisme de la dépendance entre les erreurs cinématiques de rectitude et angulaires. La théorie a été vérifiée par les expériences réalisées sur un banc d'essai construit à partir des composantes d'une machine à mesurer tridimensionnelle.

La seconde étape est constituée de la construction d'une théorie qui fait le lien entre les écarts géométriques et cinématiques, considérant les rigidités des éléments du système, tels que le chariot et les paliers à air. Des expériences sont réalisées aussi, sur ce premier banc d'essai, mais cette fois-ci avec le chariot précontraint par de multiples paliers sur des guides opposés.

La troisième étape concerne l'analyse d'un système de chariot-guide avec des paliers mécaniques et hyperstatiques tel qu'utilisés sur les machines-outils. Cette étude a démontré les limites de la théorie développée sur les systèmes hyperstatiques largement en raison de la dépendance entre les rigidités des composantes du système et la précision mesurée. La conception et la construction d'un banc d'essai spécifiquement conçu pour la vérification de la théorie est aussi présentée.

ABSTRACT

Error modelling of machines is an indispensable tool in the improvement of productivity of machines and therefore the competitiveness of enterprises. This work focuses on the understanding of physical error sources on the machine, with an in-depth analysis of machine precision aiming for the increase of the robustness of error modelling.

In this study, a classification of machine errors is formulated in order to analyse the error formation. This classification is based on the principle of causality and it constitutes a conceptual basis for the characterization of the mechanism behind the error generation. A specific contribution in this direction is the clear separation between the geometric errors of the guideways constituting the physical error sources and the kinematic errors of the carriage which are the axis motion errors of the machines.

The analysis of carriage-guideway systems representing machine axes (coordinate measuring machines or machine tools) is realized through ascending complexity:

First, an error analysis of a non-preloaded carriage supported by two aerostatic bearings is performed. The error modelling according to physical characterization of the system revealed the dependence mechanism between the straightness and angular kinematic errors. The theory was verified by the experiments conducted on an experimental bench manufactured by the components of a commercial coordinate measuring machine.

Secondly, a more general theory, associating the geometric and kinematic errors considering the rigidity of system components is developed. The experiments were realized on the same experimental bench of the previous stage, this time the carriage having being preloaded with multiple aerostatic bearings on opposite guide ways.

Thirdly, the analysis focused on a carriage-guide way system with mechanical and hyperstatic bearings used on machine tools. This study showed the limits of the developed theory on hyperstatic systems, especially due to the dependency between the relative rigidities of system components and the measured precision. The design and construction of an experimental bench specifically designed for the verification of the theory is presented.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS IV
RÉSUMÉ VII
ABSTRACT IX
TABLE DES MATIÈRES X
LISTE DES FIGURES XII
INTRODUCTION 1
CHAPITRE 1. REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE 4
1.1 Modélisation des machines outils 4
1.2 Relation entre les erreurs cinématiques 6
1.3 Relation entre les erreurs géométriques et cinématiques 7
CHAPITRE 2. SYNTHÈSE 9
2. 1. Introduction 9
2. 2. Terminologie des erreurs de machine: 9
2.3. Relation entre les erreurs cinématiques 12
2.4. Relation entre les erreurs géométriques et cinématiques 19
2.5. Relation entre les erreurs cinématiques et la rigidité relative des composantes d'un système mécanique hyperstatique 28
2.5.1 Conception d'un banc d'essai représentant un axe de machine conventionnelle 28
2.5.2. Analyse de précision de l'axe 30
CHAPITRE 3. ARTICLE 1: RELATIONSHIPS BETWEEN STRAIGHTNESS AND ANGULAR KINEMATIC ERRORS IN MACHINES 32
3.1 Abstract 32
3.2 Introduction 33
3.3 Kinematic modelling methodology 35
3.4 Methodology and simulations 36
3.5 Experimental Validation 42

3.6 Conclusion 45
3.6 Acknowledgements 46
3.7 References 46
CHAPITRE 4. ARTICLE 2: INVESTIGATION OF ACCURACY OF AEROSTATIC GUIDEWAYS 65
4.1 Abstract 65
4.2 Introduction 66
4.3 Methodology 68
4.3.1 Machine error classification 68
4.3.2 Mathematical Modelling 69
4.4 Experimental verification 75
4.4.1 Stiffness considerations 75
4.4.2 Validation of model 76
4.5 Conclusion 78
4.6 References 79
CHAPITRE 5. RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES:LA CONCEPTION ET L'ANALYSE DE PRÉCISION D'UN AXE DE MACHINE-OUTIL 94
5. 1 Introduction 94
5.2 La conception de l'axe 96
5.3 L'analyse de précision de l'axe 99
5.4 Conclusion 114
5.5 Réferences 115
DISCUSSION GÉNÉRALE 118
CONCLUSION ET RECOMMENDATIONS 121
RÉFÉRENCES 125
ANNEXE – LES CALCULS DE FORCE DES GUIDES LINEAIRES ET LA CONCEPTION DE LA BASE EN BETON-ARMÉ 129

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 Analyse des erreurs de machine selon le principe de causalité 10

Figure 2.2 Les catégories des erreurs de machine représentées sur une machine X-Y avec les erreurs géométriques exagérées sur le guide de l'axe X et une erreur géométrique de membrure (perpendicularité X-Y exagérée) entre les axes X et Y 12

Figure 2.3 Configuration chariot-guide 13

Figure 2.4 L'erreur géométrique de guide (λ=200 mm, amplitude=10 μm) 17

Figure 2.5 Erreur cinématique du chariot avec un espacement de palier L=300 mm, L/λ=1.5 18

Figure 2.6 Erreur cinématique du chariot avec un espacement de palier L=400 mm, L/λ=2 19

Figure 2.7 Structure générale de la machine et les erreurs cinématiques 20

Figure 2.8 Définitions des locations des paliers à air et des erreurs géométriques de guide 22

Figure 2.9 Palier à air (a) Structure physique (b) La représentation de déplacement-rigidité correspondant 23

Figure 2.10 Dessin CAO du banc expérimental 29

Figure 2.11 Dessin CAO de plaque d'assemblage et des ancrages d'ajustement sur la base en béton 30

Figure 3.1 Machine error analysis according to causality principle 48

Figure 3.2 Machine error categories illustrated using an X-Y machine with exaggerated errors on the X-axis guideway 49

Figure 3.3 Carriage-guideway configuration 50

Figure 3.4 Geometric straightness error of the guideway (λ=200 mm, amplitude=10 μ m) 51

Figure 3.5 Joint kinematic straightness error of the carriage, with bearing spacing L=300 mm, $\frac{L}{\lambda}$ = 1.5 52

Figure 3.6 Joint kinematic straightness error of the carriage, with bearing spacing L=400 mm, $\frac{L}{\lambda} = 2$ 53

Figure 3.7 Joint kinematic straightness error of the carriage, with varying $\frac{L}{\lambda}$ 54

Figure 3.8 Joint kinematic angular error of the carriage, with varying $\frac{L}{\lambda}$ 55

Figure 3.9 Amplitude modulators of direct and indirect straightness measurements with varying $\frac{L}{\lambda}$ 56

Figure 3.10 Experimental setup 57

Figure 3.11 Geometric error the guideway surface for $\frac{L}{\lambda} = 1$ 59

Figure 3.12 Geometric error the guideway surface for $\frac{L}{\lambda} = 0.5$ 60

Figure 3.13 Geometric error the guideway surface for $\frac{L}{\lambda} = 0.25$ 61

Figure 3.14 Joint kinematic straightness error of the carriage for $\frac{L}{\lambda} = 1$ 62

Figure 3.15 Joint kinematic straightness error of the carriage for $\frac{L}{\lambda} = 0.5$ 63

Figure 3.16 Joint kinematic straightness error of the carriage for $\frac{L}{\lambda} = 0.25$ 64

Figure 4.1 Machine error categories illustrated using an X-Y machine with exaggerated errors on the X-axis guideway 81

Figure 4.2 General machine structure and error attribution 82

Figure 4.3 Carriage air bearing system 83

Figure 4.4 Air bearing (a) Physical structure (b) corresponding stiffness-displacement representation 84

Figure 4.5 a Carriage stiffness measurement setup showing the dial indicators and support system to measure displacements at the air bearing mounting points within the carriage box. 85
Figure 4.6 Carriage deflection vs. force relationships measured on the connection points of the air bearings to the carriage 86
Figure 4.7 Experimental setup 87
Figure 4.8 Top guideway geometric error 88
Figure 4.9 Straightness error without preload 89
Figure 4.10 Pitch error without preload 90
Figure 4.11 Bottom guideway geometric error with respect to the top guideway best-fit line 91
Figure 4.12 Straightness error with preload 92
Figure 4.13 Pitch error with preload 93
Figure 5.1 Dessin CAO du banc expérimental 97
Figure 5.2 Dessin CAO de plaque d'assemblage et des ancrages d'ajustement sur la base en béton 98
Figure 5.3 Banc d'essai durant les measures d'interférométrie laser 102
Figure 5.4 Erreur de rectitude verticale des guidages avec une erreur de rectitude minimale sur les guidages 103
Figure 5.5 Erreur angulaire de tangage des guidages avec une erreur de rectitude minimale sur les guidages 104
Figure 5.6 Erreur de rectitude verticale du chariot avec une erreur de rectitude minimale sur les guidages 105
Figure 5.7 Erreur de tangage du chariot avec une erreur de rectitude minimale sur les guidages 106
Figure 5.8 Erreur de rectitude horizontale des guidages 107
Figure 5.9 Erreur de lacet des guidages 108
Figure 5.10 Erreur de rectitude horizontale du chariot 109

Figure 5.11 Erreur de lacet du chariot 110
Figure 5.12 Erreur de rectitude verticale des guidages avec une erreur maximale de 100 μm sur les guidages 111
Figure 5.13 Erreur de tangage des guidages avec une erreur maximale de 100 μm sur les guidages 112
Figure 5.14 Erreur de rectitude verticale du chariot avec une erreur maximale de 100 μm sur les guidages 113
Figure 5.15 Erreur de tangage du chariot avec une erreur maximale de 100 μm sur les guidages 114

INTRODUCTION

La précision des machines est un facteur clé dans la fabrication des produits de haute qualité et donc la compétitivité des entreprises. La compréhension des sources physiques d'erreurs des machines est un facteur décisif dans l'amélioration de la précision et en conséquent des pièces fabriquées.

La recherche sur la modélisation des erreurs machines dans la littérature se porte assez fréquemment sur l'analyse de la formation de l'erreur volumétrique (l'erreur à l'organe terminale de la chaine cinématique de la machine) en se basant sur des approches de régression linéaire. Cette orientation générale conduit à un manque de compréhension des mécanismes fondamentaux de la formation des erreurs, limitant la généralisation des modèles développés. Ce travail vise à développer une méthode établie sur une approche causale en se basant sur les caractéristiques physiques des composantes du système mécanique.

Pour bâtir une méthode novatrice, une clarification de terminologie se révèle primordiale. Dans notre travail, nous proposons une analyse des erreurs de machine basée sur la classification. Cette approche nous offre une base conceptuelle pour l'analyse des erreurs machines avec une connaissance approfondie des mécanismes derrière la formation des erreurs. La classification est établie sur le principe de causalité, notamment une hiérarchisation des erreurs, les catégories inférieures étant les facteurs déterminants des catégories supérieures. Les catégories des erreurs ainsi constituées sont:

Les erreurs géométriques: sont classifiées en deux sous-catégories. La première sous-catégorie est constituée des erreurs géométriques des guides sur lesquels le chariot de la machine se déplace. La deuxième sous-catégorie est celle des erreurs géométriques de membrure, constituée des erreurs structurelles et d'assemblage des axes de la machine.

Les erreurs cinématiques: sont les erreurs de mouvement (trois translations et trois rotations) du chariot de l'axe de la machine, causées par la combinaison des erreurs géométriques des surfaces sur lesquelles le chariot se déplace simultanément.

Les erreurs volumétriques: représente l'erreur totale de l'organe terminale (l'outil de coupe pour une machine outil et le palpeur pour une MMT) formée par la combinaison des erreurs cinématiques et des erreurs géométriques de membrure.

La littérature récente sur la modélisation des erreurs machines se concentre plutôt sur la modélisation des erreurs volumétriques à partir des erreurs cinématiques. Notre étude se porte sur la dérivation des erreurs cinématiques de rectitude de chariot à partir des erreurs de rectitude de guide, ce qui constitue un approfondissement des travaux précédents au niveau causal. Les équations faisant le lien analytique entre les erreurs géométriques des surfaces des guides et les erreurs cinématiques du chariot de la machine ont été développées.

Un bénéfice immédiat de l'approche causale se manifeste dans l'analyse de la relation entre les erreurs cinématiques de rectitude et angulaires. La dérivation des erreurs de rectitude à partir de l'intégration des erreurs angulaires est une pratique commune dans la littérature et dans l'industrie. Par les simulations et les expériences, on démontre que l'association fondamentale est entre les erreurs de rectitude de guide et les erreurs cinématiques, et non pas entre les erreurs cinématiques elles-mêmes.

Dans un deuxième temps, l'étude est approfondie par l'inclusion des rigidités des paliers dans les modèles ce qui nous permet d'examiner un système qui considère non seulement la relation entre les erreurs géométriques et cinématiques, mais aussi l'influence de l'interaction entre les erreurs géométriques elles-mêmes par l'intermédiaire des paliers.

Dernièrement, la théorie est élargie pour inclure un système chariot-guide constitué de paliers mécaniques et hyperstatiques. Les limites de la théorie sont analysées selon la relation entre les erreurs cinématiques et les rigidités relative des éléments du système.

Organisation de la thèse:

Le chapitre 1 présente une revue de littérature. Le chapitre 2 donne une vue générale de la problématique en faisant la synthèse des concepts présentés dans les articles et les résultats complémentaires qui constitueront un article supplémentaire.

Le chapitre 3, sous forme d'un article déjà publié, présente la modélisation d'erreur d'un chariot à paliers aérostatiques non-précontraint. La relation entre les erreurs géométriques et cinématiques basées sur les dépendances des paramètres physiques du système est analysée. Les essais sont réalisés sur un chariot supporté par deux paliers à air.

Le chapitre 4, sous forme d'un article déjà publié, présente la modélisation d'un chariot à paliers aérostatiques précontraint par plusieurs paliers à air. Un système d'équation faisant le lien entre les erreurs géométriques et cinématiques considérant les rigidités des éléments du système est présenté. Les essais sont réalisés sur le banc d'essai monté pour le sujet du chapitre précédent.

Le chapitre 5, une ébauche d'article qui sera soumis prochainement, présente les résultats complémentaires qui sont basés sur des expériences réalisées sur un banc d'essai à guidages mécaniques et hyperstatiques, représentant un axe de machine outil. La conception du banc d'essai est présentée. La relation entre la rigidité des composantes du système et la précision mesurée durant les expériences est démontrée.

Une conclusion et les recommandations générales sont présentées à la fin de la thèse.

CHAPITRE 1. REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE

1.1 Modélisation des machines outils

Dans les opérations d'usinage, la précision des dimensions de la pièce à usiner dépend de la précision de la position relative entre l'outil de coupe et la pièce. Les erreurs géométriques et les effets thermiques sont parmi les facteurs clés qui affectent la précision des machines. Donc leur réduction, voire leur élimination serait indispensable pour une amélioration dans la précision des pièces usinées. L'identification des erreurs des machines-outils et la modélisation des erreurs s'avèrent indispensables dans cette optique.

On peut classifier en trois catégories principales les approches de mesure utilisées dans l'identification des erreurs machines :

- Mesure d'erreur volumétrique dans l'espace de travail de la machine,
- Mesure des erreurs cinématiques des axes de la machine,
- Mesure d'artefacts.

Mesure d'erreur volumétrique dans l'espace de travail de la machine

Une multitude de points dans l'espace de travail de la machine sont mesurés et l'erreur globale est estimée par interpolation entre les points. Cette méthode concerne uniquement l'erreur au bout de l'outil (ou du palpeur) et la caractérisation reste spécifique à l'organe terminale de la machine.

Hocken et al. (Hocken, 1977) ont modélisé les erreurs volumétriques de la machine dans l'espace de travail en utilisant les mesures laser. Les erreurs mesurées sur les points dans l'espace de travail de la machine ont été sauvegardés et utilisées ensuite dans la compensation.

Divers instruments ont été conçus pour la mesure des erreurs volumétriques. La barre à bille qui a été présenté par Bryan (Bryan, 1982) est une méthode de diagnostique basée sur l'identification des erreurs de machine à partir des déviations des trajectoires circulaires. Bien que l'utilisation initiale fût restreinte aux machines-outils à trois axes prismatiques

(Kakino, 1987), plusieurs travaux récents ont été concentrés sur la modélisation des erreurs des machines-outils à cinq axes (Tsutsumi&Saito, 2003), (Abbaszadeh-Mir., 2002).

Mesure des erreurs cinématiques des axes de la machine

Les erreurs de translation et de rotation des axes de la machine sont mesurées individuellement et l'erreur globale (l'erreur de l'organe terminale) est obtenue par la combinaison des erreurs individuelles des axes par des modèles mathématiques. La cinématique des corps rigides est largement utilisée dans la modélisation.

Donmez et al. (Donmez, 1985) ont introduit un modèle mathématique pour une analyse de prédiction des erreurs de la position respective de l'outil de coupe par rapport à la pièce. Leur méthode consiste en une analyse des erreurs des axes individuels de la machine pour ensuite les intégrer dans les modèles qui font la combinaison de plusieurs axes afin d'obtenir l'erreur globale. L'erreur modélisée dans l'espace de travail de la machine est ensuite utilisée dans les logiciels de compensation implantées sur le contrôleur de la machine. Cette approche de combinaison modélisation-compensation est devenue une méthode conventionnelle dans les travaux concernant l'amélioration de précision des machines outils.

Ni et al. (Ni, 1995) ont développé une méthode de compensation en temps réel qui consiste à faire la combinaison des effets géométriques et thermiques par les modèles de régression linéaire pour les axes individuels pour ensuite les insérer dans un modèle général. Le positionnement des capteurs et l'interprétation des données obtenues, la longue période de caractérisation des machines sont citées comme des barrières majeures dans l'implémentation industrielle des méthodes de compensation. La robustesse des modèles vis-à-vis les paramètres utilisés est un autre problème dans la démarche de compensation. Ces modèles peuvent être très sensibles aux paramètres en apparence triviaux tels la variation de température entrainée par le changement des saisons.

Mesure d'artefacts:

Une autre méthode de compensation des erreurs machines consiste à mesurer des pièces de référence spécifiquement conçues sans utiliser les mesures directes des axes individuels. Les modèles d'erreurs sont déduits à partir des mesures des échantillons calibrés et utilisés dans la compensation.

Choi et al. (Choi, 2004) ont développé un artefact constitué d'un arrangement de huit cubes et calibré sur une machine à mesurer tridimensionnelle. L'usinage des pièces avant et après compensation basé sur la méthode a confirmé une réduction substantielle dans les erreurs d'usinage.

Tong et al. (Tong, 2006) ont mesuré l'erreur volumétrique par un artefact 3d sur une machine de prototypage rapide pour ensuite déduire les erreurs individuels des axes de la machine. Une compensation par logiciel a été ensuite réalisée.

1.2 Relation entre les erreurs cinématiques

Dans plusieurs publications les erreurs cinématiques de rectitude sont exprimés sous la forme d'intégration des erreurs cinématiques angulaires (Ferreira, 1993; Ferreira, 1986; Kiridena, 1994; Srivastava, 1995). Florussen et al. (Florussen, 2001) ont observé une corrélation majeure entre les erreurs cinématiques de rectitude et angulaire. Donc les erreurs cinématiques de rectitude ont été éliminées de leur modèle et les erreurs cinématiques angulaires ont été inclues pour augmenter la robustesse du modèle en réduisant le nombre de paramètres à identifier. Le raisonnement derrière l'élimination de l'erreur de rectitude est la contribution majeure de l'erreur angulaire en raison de l'effet de bras de levier. Pahk et al., (Pahk, 1997) en évaluant la précision des machines outils avec un capteur barre à bille, ont défini l'erreur cinématique angulaire comme la dérivée de l'erreur cinématique de rectitude.

Tani et al. (Tani, 1995) ont mesuré l'erreur géométrique de surface d'une machine à mesurer tridimensionnelle et ont comparé l'erreur cinématique de rectitude directement mesurée avec celle obtenue par l'intégration de l'erreur de tangage. Dans leur analyse, ils ont dévoilé l'effet de filtre passe basse de l'intégration, en éliminant les hautes fréquences des déviations de surface.

1.3 Relation entre les erreurs géométriques et cinématiques

Les études sur la relation des erreurs géométriques et cinématiques sont limitées et datent des décennies pré-90. Ce lacune peut s'expliquer par l'orientation dans la construction des machine outils commerciales de plus en plus vers des structures inaccessibles, avec les composantes mécaniques de plus en plus complexes (tels que les guides linéaires) et difficiles à analyser.

Reshetov and Portman (Reshetov&Portman, 1988) ont analysé la précision de la broche des machines outils en observant l'effet des déviations géométriques des rails de support des galets et les diamètres des galets. Ils ont aussi investigué l'influence des erreurs de guide sur les erreurs du chariot incluant les effets élastiques.

Schlesinger (Schlesinger, 1966) a présenté des limites pour les erreurs des différentes types de machines outils et a souligné l'importance des erreurs de guide vis-à-vis l'erreur totale. Des limites d'erreurs spécifiques pour chaque type de machine ont été aussi présentées.

L'association entre les erreurs géométriques des guides, l'espacement des paliers et les erreurs cinématiques du chariot a été étudié par Bryan (Bryan, 1979). Pour certains ratios de longueur d'onde des erreurs géométriques des guides par rapport à l'espacement des paliers du chariot, on observe une valeur maximale pour les erreurs cinématiques de rectitude et une valeur minimale pour les erreurs cinématiques angulaires, et vice versa.

Shamoto et. al (Shamoto, 2001) ont analysé un chariot supporté par des paliers hydrostatiques et ont développé une théorie qui associe les erreurs de guide aux erreurs cinématiques en utilisant les rigidités des paliers. La relation entre la force de réaction sur un palier hydrostatique et les erreurs des rails des guides est dérivée par la méthode d'éléments finis pour différentes erreurs.

Shimizu (Shimizu, 1990) a investigué l'effet de moyennage dans les systèmes de guidages linéaires. Une atténuation considérable des effets des erreurs de rectitudes des rails sur les erreurs cinématiques du chariot par le moyennage au niveau des guidages linéaires a été observée.

Anlagan and Insel (Anlagan&Insel, 1982) ont étudié l'état de l'usure des glissières surfaciques pour évaluer la précision de la machine et aussi prédire la durée utile prévue des machines outils avec une approche statistique. La capacité de prédiction de l'erreur a été vérifiée par les mesures laser.

CHAPITRE 2. SYNTHÈSE

2. 1. Introduction

Dans cette section on présente la classification des erreurs machines développée et l'analyse des erreurs basée sur cette classification. L'analyse se fait en plusieurs niveaux hiérarchiques des erreurs, chacun étudié dans une sous-section particulière.

2. 2. Terminologie des erreurs de machine:

Une classification hiérarchique des erreurs machines pour créer une base conceptuelle pour une analyse poussée est proposée, basée sur le principe de causalité.

Cette approche de catégorisation constitue la base de notre analyse des erreurs de machine. Les erreurs sont catégorisées en trois niveaux, chaque niveau supérieur provenant des erreurs de niveau inférieur :

1. Les erreurs géométriques
2. Les erreurs cinématiques
3. Les erreurs volumétriques

La procédure d'analyse établie sur cette classification est présentée sur la figure 2.1.

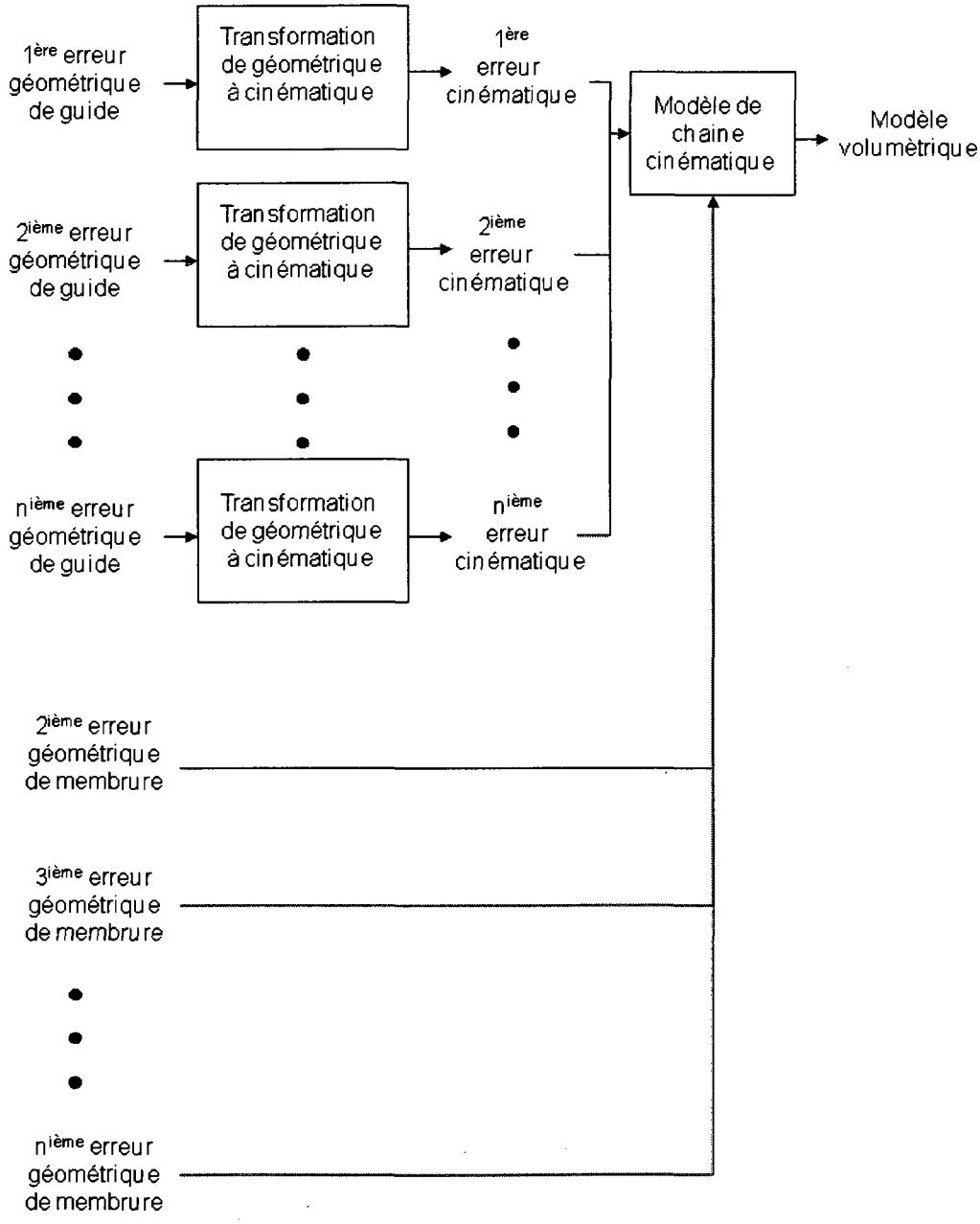

Figure 2.1 Analyse des erreurs de machine selon le principe de causalité

Les erreurs géométriques: sont classifiées en deux sous-catégories. La première catégorie est constituée des erreurs géométriques des guides sur laquelle le chariot de la machine se déplace. Elles sont essentiellement les erreurs de rectitude des guides. La seconde catégorie représente les erreurs géométriques de membrure. Chaque membrure est l'assemblage de plusieurs composantes structurelles et détermine la location relative des axes. Les erreurs géométriques de membrure sont les résultats des erreurs de forme et d'assemblage des composantes structurelles de la machine.

Les erreurs cinématiques: sont les erreurs de mouvement (trois translations et trois rotations) du chariot de l'axe de la machine. Elles proviennent, en partie, de la combinaison des erreurs géométriques des surfaces des guides sur lesquelles le chariot se déplace simultanément. La dépendance étroite entre les erreurs géométriques et cinématiques a entrainé leur utilisation interchangeable dans la littérature de la modélisation d'erreur de machine.

Les erreurs volumétriques: définissent la relation entre l'outil (l'outil de coupe pour une machine outil et le palpeur pour une MMT) et la pièce à usiner. Elles résultent, en partie, de la combinaison des erreurs cinématiques et des erreurs géométriques de membrure qui se propagent dans la chaine cinématique de la machine.

Les erreurs mentionnées ci-dessus sont présentées sur la figure 2.2. Le chariot supporté par deux paliers se déplace sur un guide déformé. Les erreurs géométriques des guides causent des erreurs de rectitude et de tangage. Un deuxième axe est monté sur le chariot mais avec une erreur d'équerrage provenant d'une erreur géométrique de membrure. Les erreurs cinématiques et géométriques se propagent enfin au bout de l'outil causant une erreur volumétrique.

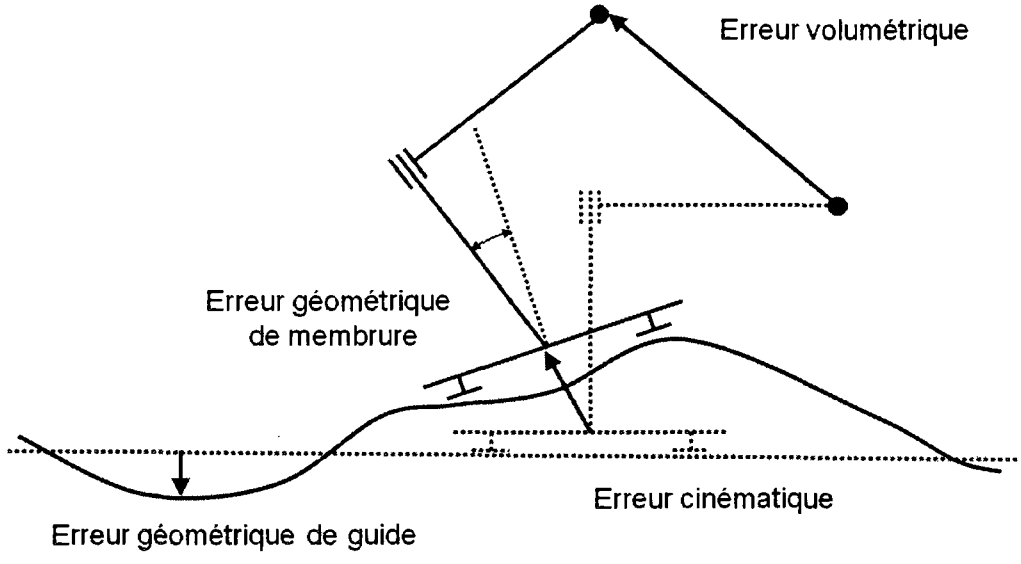

Figure 2.2 Les catégories des erreurs de machine représentées sur une machine X-Y avec les erreurs géométriques exagérées sur le guide de l'axe X et une erreur géométrique de membrure (perpendicularité X-Y exagérée) entre les axes X et Y

2.3. Relation entre les erreurs cinématiques

Le calcul des erreurs cinématiques de rectitude à partir de l'intégration des erreurs cinématiques angulaires est une méthode fréquemment utilisée dans l'analyse des erreurs machines et même dans le système de mesure par interférométrie de certains fabricants. Cette modélisation prend son origine de la transposition de mesure d'erreur de rectitude de surface par l'intégration des mesures angulaires des autocollimateurs. Dans cette

section, les limites de la validité de cette approche sont examinées par les modèles développés considérant la relation entre les erreurs géométriques et cinématiques.

Afin d'examiner la relation entre les erreurs géométriques et cinématiques par la simulation, on considère la configuration de chariot-guide illustrée sur la figure 2.3. Le chariot est supporté par deux paliers rigides représenté par les roulements 1 et 2 avec de petits rayons (que l'on va assumer infinitésimalement petits) séparées par une distance L et avançant sur un guide A. L'analyse est en 2-D et uniquement l'erreur cinématique de rectitude $\delta_z(x)$ et l'erreur cinématique angulaire de tangage $\varepsilon_y(x)$ sont examinées.

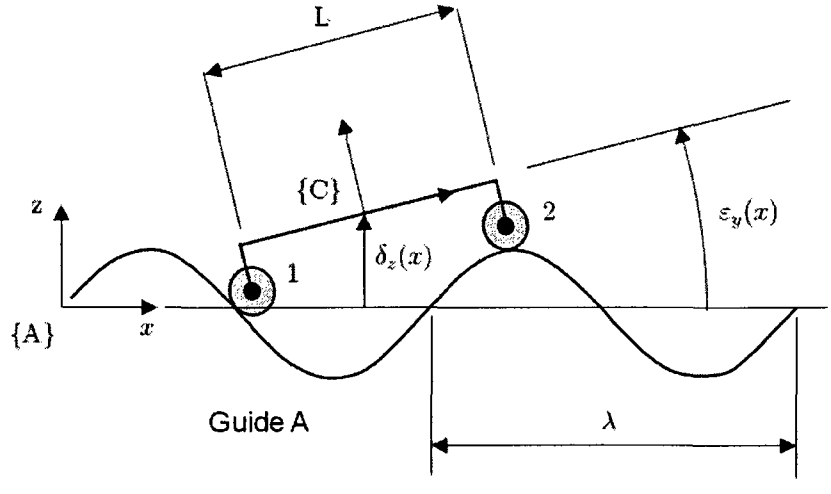

Figure 2.3 Configuration chariot-guide

Cette étude concerne uniquement les erreurs géométriques quasistatiques, donc les hypothèses suivantes s'appliquent:

- Les effets d'interface (comme les contraintes Hertziennes) au niveau des paliers sont négligés. Les paliers sont modélisés comme des contacts ponctuels rigides.
- Les effets élastiques sur les guides causés par le poids du chariot sont négligés.
- Seuls les effets quasistatiques sont traités, les effets dynamiques ne sont pas considérés.
- Les erreurs cinématiques de rectitude sont simulées sur le point milieu (le centre de l'espacement) des paliers pour éviter les erreurs de Bryan.

Bryan (Bryan, 1979) a décrit les relations entre les techniques de mesure de rectitude et d'angle des erreurs des axes des machines outils et a mis l'emphase sur le ratio de la longueur du chariot (l'espacement entre les paliers de support) et de la longueur d'onde (ou fréquence) spatiale des fonctions d'erreurs géométriques sur les erreurs cinématiques de rectitude et angulaires. Dans son investigation, il présente comme exemple le cas où il n'y pas d'erreur cinématique angulaire mesurée quand le ratio de l'espacement des paliers par rapport à la longueur d'onde de l'erreur géométrique est $L/\lambda=1, 2, 3\ldots$De façon similaire, il n'y pas d'erreur cinématique de rectitude mesurée quand $L/\lambda=0.5, 1.5, 2.5\ldots$

Ces observations peuvent être déduites par les formules mathématiques constituant les relations analytiques entre les erreurs géométriques et cinématiques. Les erreurs cinématiques de rectitude et angulaire d'un chariot qui se déplace sur un guide avec une erreur $\Delta(x)$ sont, respectivement:

$$\delta_z(x) = \frac{\Delta(x+\frac{L}{2}) + \Delta(x-\frac{L}{2})}{2} \tag{2.1}$$

$$\varepsilon_y(x) = \frac{\Delta(x+\frac{L}{2}) - \Delta(x-\frac{L}{2})}{L} \tag{2.2}$$

L'erreur cinématique de rectitude obtenue par l'intégration d'erreur cinématique angulaire (2.3.2) le long de la course x du début de la course à la position actuel x du chariot est:

$$\delta_z(x)_{\text{int}} = \int_0^x \varepsilon_y(x)dx \tag{2.3}$$

Si l'on considère une erreur géométrique représentée comme une fonction trigonométrique de la forme:

$$\Delta(x) = \alpha\sin(\frac{2\pi x}{\lambda}) + \beta\cos(\frac{2\pi x}{\lambda}) \tag{2.4}$$

Alors, les erreurs cinématiques de rectitude et angulaires sont, respectivement:

$$\delta_z(x) = \frac{\alpha(\sin(\frac{2\pi(x+\frac{L}{2})}{\lambda}) + \sin(\frac{2\pi(x-\frac{L}{2})}{\lambda})) + \beta(\cos(\frac{2\pi(x+\frac{L}{2})}{\lambda}) + \cos(\frac{2\pi(x-\frac{L}{2})}{\lambda}))}{2}$$

$$= \cos(\frac{\pi L}{\lambda})(\alpha\sin(\frac{2\pi x}{\lambda}) + \beta\cos(\frac{2\pi x}{\lambda})) \tag{2.5}$$

$$\varepsilon_y(x) = \frac{\alpha(\sin(\frac{2\pi(x+\frac{L}{2})}{\lambda}) - \sin(\frac{2\pi(x-\frac{L}{2})}{\lambda})) + \beta(\cos(\frac{2\pi(x+\frac{L}{2})}{\lambda}) - \cos(\frac{2\pi(x-\frac{L}{2})}{\lambda}))}{L}$$

$$= \frac{2\sin(\frac{\pi L}{\lambda})}{L}(\alpha\cos(\frac{2\pi x}{\lambda}) - \beta\sin(\frac{2\pi x}{\lambda})) \tag{2.6}$$

où x représente la position du centre de géométrie des paliers sur la plage de positionnement du chariot. L'approximation des petits angles qui est utilisée dans l'évaluation de l'erreur angulaire est valide par l'hypothèse que la longueur du chariot est considérablement plus grande que l'erreur géométrique des guides. Dans les équations (2.5) et (2.6), on constate une différence de phase de 90 entre les erreurs cinématiques de rectitude et angulaire à partir de leur fonctions respectives de cosinus et sinus. De plus, l'amplitude de l'erreur cinématique angulaire diminue avec l'augmentation de l'espacement des paliers L.

La prochaine étape est l'investigation du cas de l'erreur cinématique de rectitude obtenu par l'intégration de l'erreur cinématique angulaire. Si l'on prend l'intégration de l'équation (2.6) le long de x du début de la course à la position actuelle x du chariot:

$$\delta_z(x)_{\text{int}} = \int_0^x \frac{2\sin(\frac{\pi L}{\lambda})}{L}(\alpha\cos(\frac{2\pi x}{\lambda}) - \beta\sin(\frac{2\pi x}{\lambda}))dx \tag{2.7}$$

Les équations (2.5) et (2.7) peuvent être utilisées pour la comparaison des erreurs cinématique de rectitude directe et celle obtenue par l'intégration par les simulations.

On considère une guide avec une erreur cinématique de rectitude en forme de fonction sinusoïdale (Fig. 2.4). Les figures 2.5 et 2.6 illustrent l'erreur cinématique de rectitude directe du chariot versus l'intégration de l'erreur cinématique angulaire pour une

déviation de surface avec une longueur d'onde λ=200 mm et avec les longueurs de chariot L=300 mm et L=400 mm, respectivement. Quand l'espacement des paliers est 300 mm, l'intégration des erreurs cinématique angulaire produit une erreur cinématique de rectitude considérable, tandis que l'erreur cinématique de rectitude directe est zéro. Pourtant, quand l'espacement des paliers est 400 mm, on observe le fait opposé, à savoir, l'erreur cinématique de rectitude obtenue par l'intégration est zéro, bien que l'erreur directe ne le soit pas.

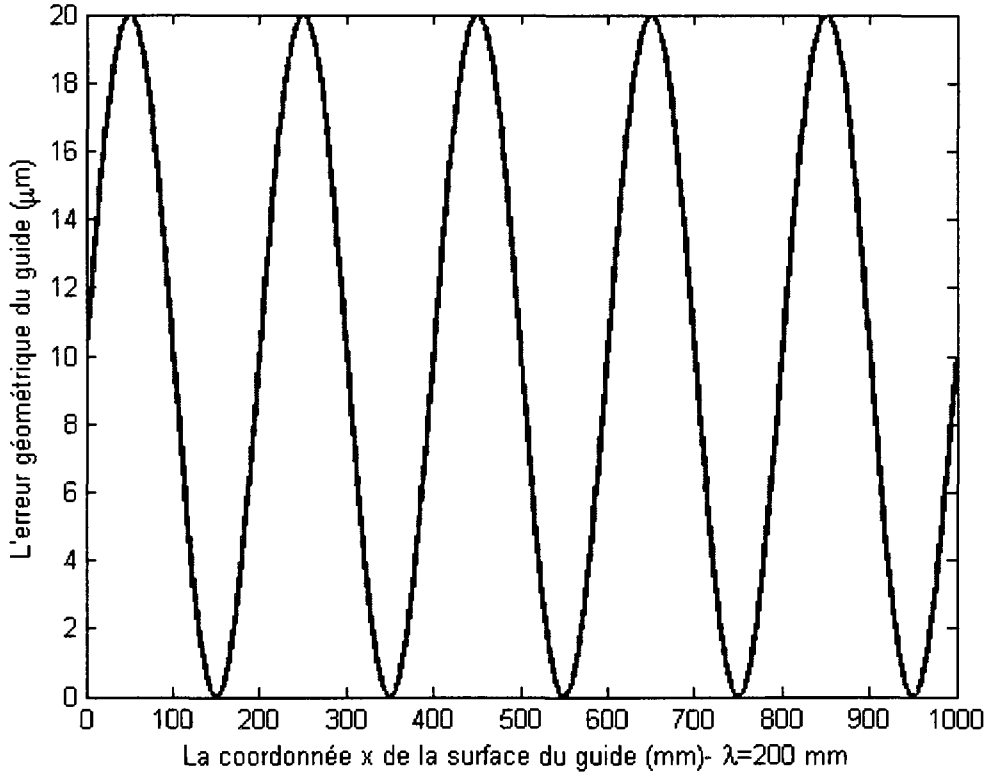

Figure 2.4 L'erreur géométrique de guide (λ=200 mm, amplitude=10 μm)

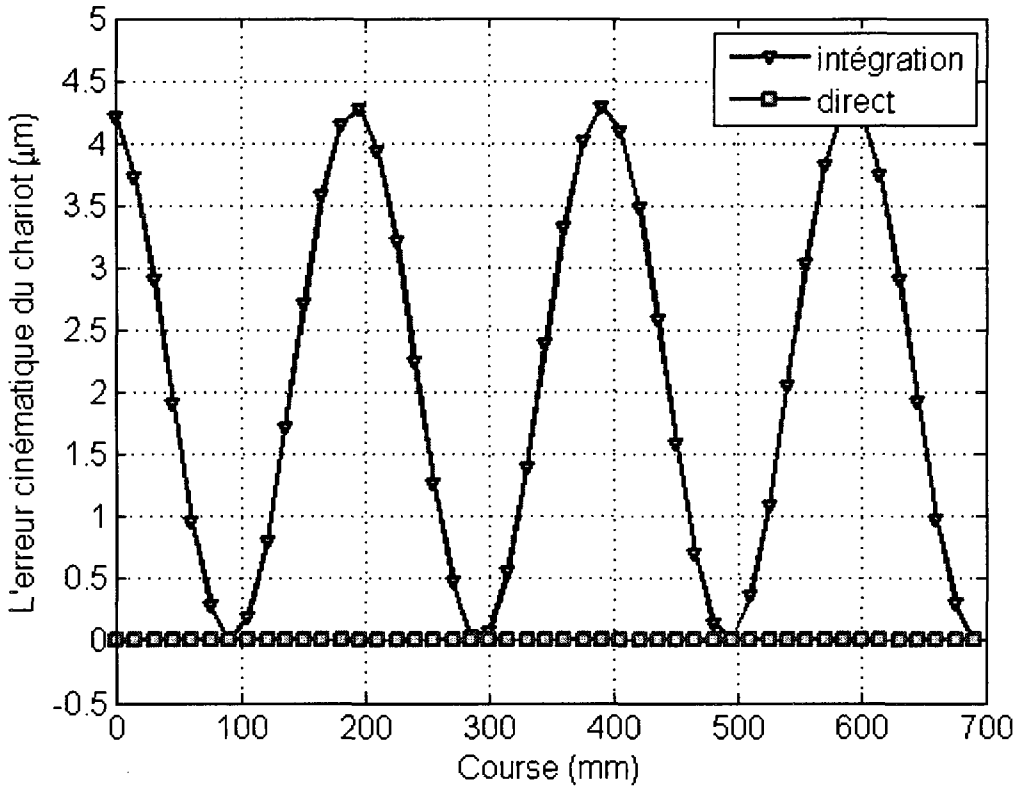

Figure 2.5 Erreur cinématique du chariot avec un espacement de palier L=300 mm, L/λ=1.5

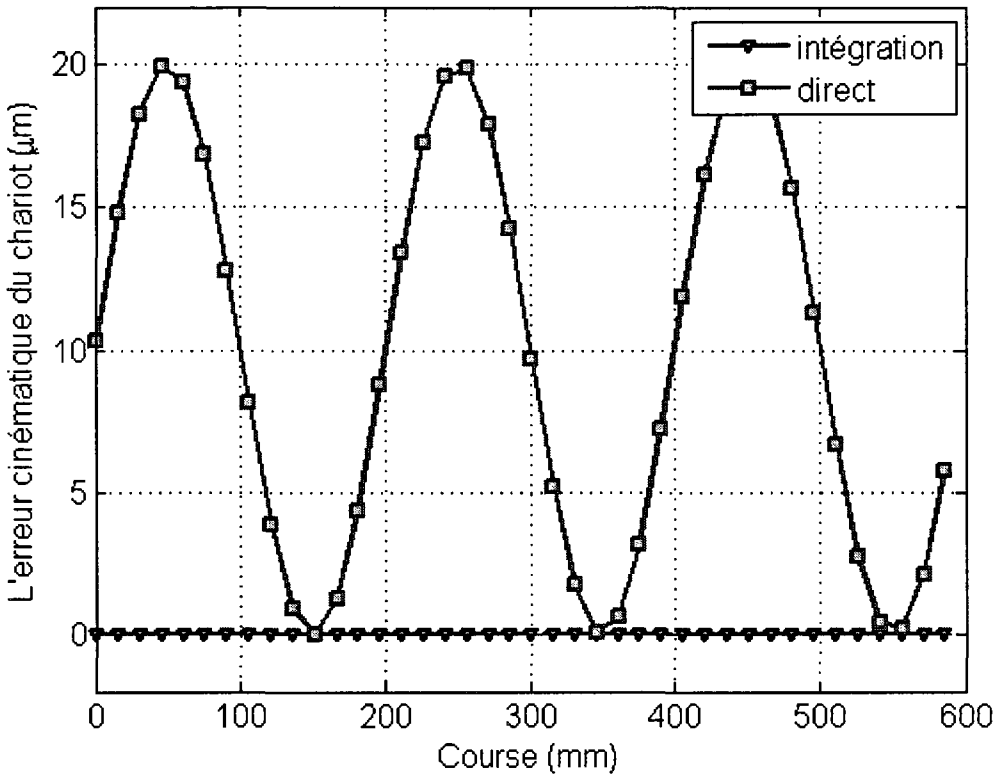

Figure 2.6 Erreur cinématique du chariot avec un espacement de palier L=400 mm, L/λ=2

2.4. Relation entre les erreurs géométriques et cinématiques

Dans la section précédente on a souligné le cas d'un chariot supporté par deux paliers sur la même surface, donc sans précontrainte. Dans cette section, on va analyser la configuration du chariot avec des paliers sur deux surfaces opposées, donc avec la précontrainte et la considération obligatoire de rigidité des composantes du système. Le modèle analytique complet utilise la localisation et la rigidité des paliers, la géométrie des guides et l'état d'équilibre statique pour produire un modèle en forme matricielle.

Le système de guide-chariot représentant un axe linéaire de machine est illustré à la figure 2.7. Elle décrit un guide sur laquelle un chariot est positionné par l'intermédiaire de multiples paliers à air. L'étude cinématique du système comprend l'analyse des erreurs de roulis, de tangage, et de lacet autour des axes x,y, et z respectivement, et les erreurs cinématiques de rectitude en y et en z.

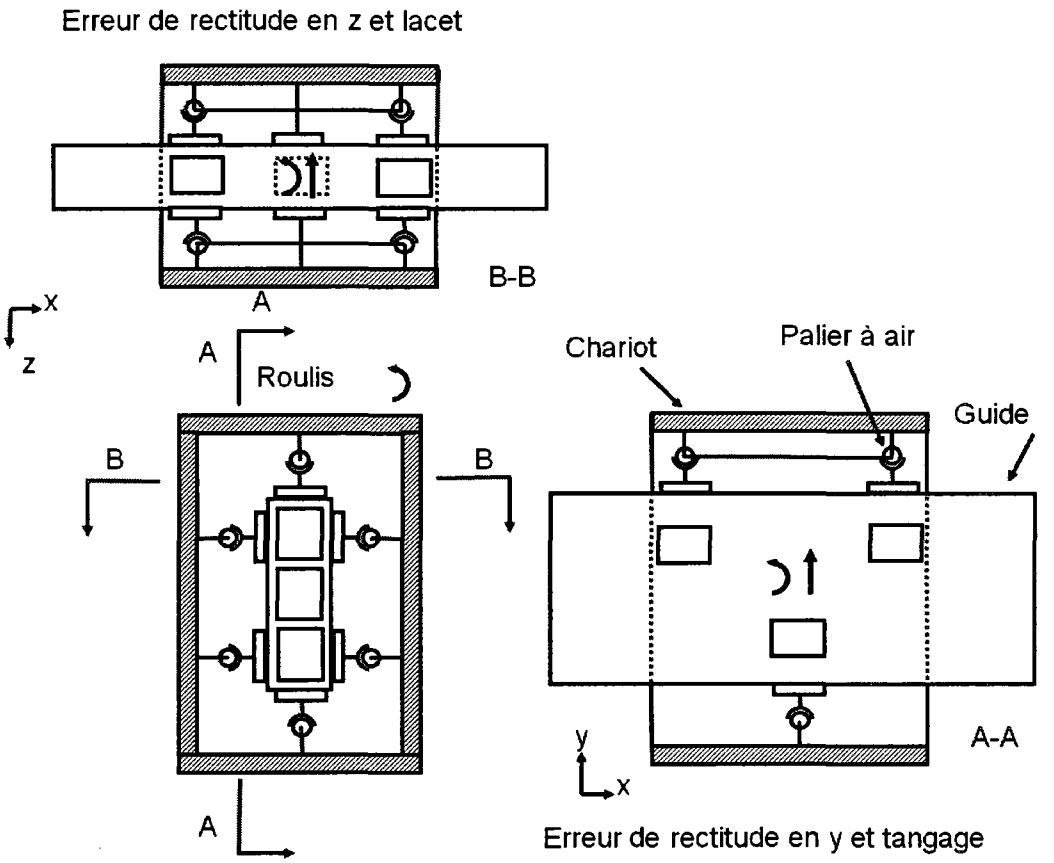

Figure 2.7 Structure générale de la machine et les erreurs cinématiques

Dans un système composé de plusieurs paliers les déviations de surface vont causer des forces extérieures par l'intermédiaire des paliers à air. La figure 2.8 illustre un système constitué d'un arrangement de paliers à air avant que la position d'équilibre soit atteinte. La position nominale du $i^{\text{ème}}$ palier sur la $k^{\text{ème}}$ surface est représentée par la variable d_i^k par rapport au système de référence du chariot O_c situé au centre de géométrie des paliers. Le système est initialement en équilibre. Lors du déplacement sur des surfaces imparfaites, le système vise constamment à maintenir l'équilibre par le repositionnement du chariot dans le plan zx. Autrement dit, le chariot subit une erreur cinématique résultante en raison de l'interaction globale de tous les paliers constituant le système, chacun réagissant aux forces internes causée par les déviations géométriques. Un tel système est équivalent à un système de ressorts branchés en configuration parallèle entre le chariot et le guide.

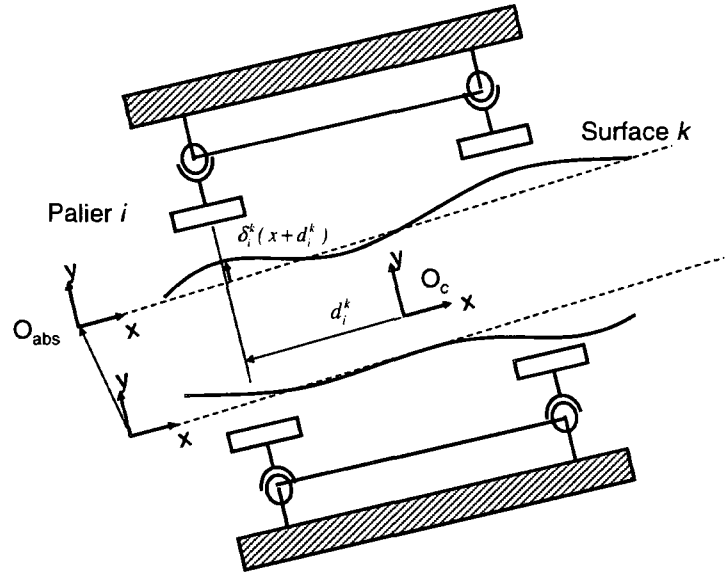

Figure 2.8 Définitions des locations des paliers à air et des erreurs géométriques de guide

Le système de référence absolu O_{abs} coïncide avec un des systèmes de référence de guides. La localisation de l'autre surface est définie par rapport au système de référence absolu.

Dans plusieurs configurations de chariot-guide des MMT, les paliers à air sont montés au chariot par l'intermédiaire de rotules, donc permettant trois degrés de libertés. En conséquence, la connexion palier à air-rotule est équivalente à une contrainte ponctuelle sur un plan qui peut transmettre seulement une force dans la direction normale à la surface du guide.

La rigidité individuelle des paliers et la rigidité du chariot localisée sont représentées sur la figure 2.9. La rigidité du $i^{\text{ème}}$ palier sur la $k^{\text{ème}}$ surface K_i^k est la résultante d'une combinaison sérielle des rigidités de couche d'air sur la partie inférieure du palier et la rigidité du contact mécanique entre le chariot et le palier constitué par un contact conique-sphérique. $\delta_i^k(x+d_i^k)$ représente l'erreur géométrique du guide, une déviation normale par rapport à la surface nominale sous le palier i et défini par rapport au système de référence O_k. $\delta_y(x)$ est l'erreur cinématique du chariot dans la direction y évaluée au centre de géométrie des paliers O_c, et $\varepsilon_z(x)$ est le tangage (rotation autour de l'axe z). ${}_cK_i^k$ est la rigidité localisée du chariot sur le point d'attachement du $i^{\text{ème}}$ palier sur la $k^{\text{ème}}$ surface subissant une déformation élastique de ${}_c\delta_i^k(x+d_i^k)$.

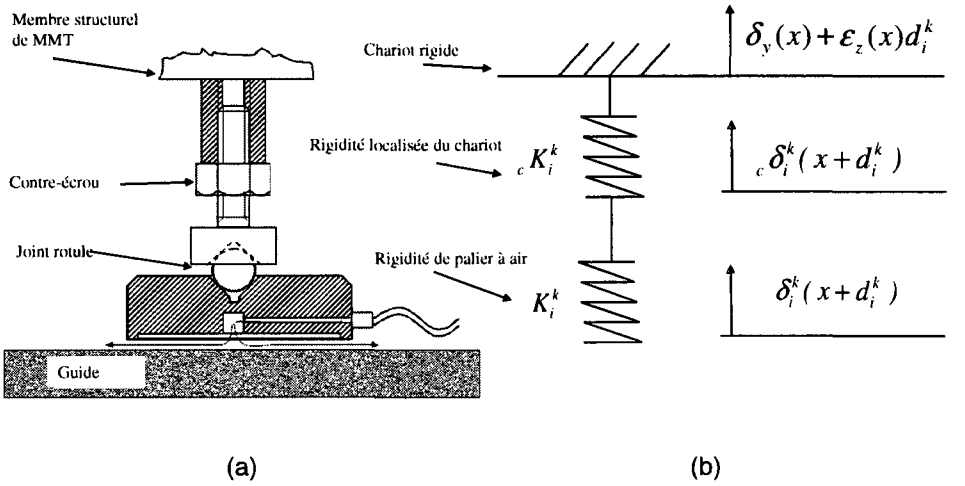

Figure 2.9 Palier à air (a) Structure physique (b) La représentation de déplacement-rigidité correspondant

L'expression de la force aérostatique qui influe sur chaque palier individuel est:

$$F_i^k(x) = K_i^k(\delta_i^k(x+d_i^k) - {}_c\delta_i^k(x+d_i^k)) \tag{2.8}$$

La force agissant sur le point d'attachement chariot-palier correspondant est par nature égale en raison de la configuration sérielle des ressorts et donc peut être exprimée par:

$$F_i^k(x) = {}_cK_i^k({}_c\delta_i^k(x+d_i^k) - (\delta_y(x) + \varepsilon_z(x)d_i^k)) \tag{2.9}$$

Les expressions de forces en (1) et (2) sont égaux, donc on peut exprimer la déviation du chariot au point d'attache sous la forme:

$${}_c\delta_i^k(x+d_i^k) = \frac{K_i^k}{K_i^k + {}_cK_i^k}\delta_i^k(x+d_i^k) + \frac{{}_cK_i^k}{K_i^k + {}_cK_i^k}(\delta_y(x) + \varepsilon_z(x)d_i^k) \tag{2.10}$$

La force agissante sur chacun des paliers peut s'exprimer comme suit:

$$F_i^k(x) = K_i^k\zeta_{i,k}^c(\delta_i^k(x+d_i^k) - (\delta_y(x) + \varepsilon_z(x)d_i^k)) \tag{2.11}$$

où $\zeta_{i,k}^c = \dfrac{{}_cK_i^k}{K_i^k + {}_cK_i^k}$.

$\zeta_{i,k}^c$ représente l'effet de la rigidité du chariot sur chaque point d'attache. Donc, l'effet de chaque palier sur l'équilibre statique et en conséquence sur l'erreur du chariot dépend de la rigidité relative du palier par rapport à la rigidité localisée du chariot sur le point d'attache. Sur chaque position le long de x, le repositionnement du chariot se fait pour préserver l'équilibre statique. Donc les équations suivantes s'appliquent sur le système guide-chariot :

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} F_i^k(x) = 0 \tag{2.12}$$

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} M_i^k(x) = 0 \tag{2.13}$$

où n_k est le nombre de paliers sur chaque surface et p est le nombre de surfaces qui est égal à 2 dans le cas présent. Dans ce système de force-moment, les forces externes ne sont pas pris en compte, seules les forces crées par les erreurs géométriques sont considérées.

Si on développe ces deux équations en substituant (2.4), on obtient :

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} F_i^k(x) = \sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c (\delta_i^k(x+d_i^k) - (\delta_y(x) + \varepsilon_z(x) d_i^k)) = 0 \tag{2.14}$$

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} M_i^k(x) = \sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c (\delta_i^k(x+d_i^k) - (\delta_y(x) + \varepsilon_z(x) d_i^k)) d_i^k = 0 \tag{2.15}$$

Puis on sépare l'expression des erreurs géométriques de guides des erreurs cinématiques :

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c (\delta_i^k(x+d_i^k)) = \delta_y(x)\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c + \varepsilon_z(x)\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c d_i^k \tag{2.16}$$

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c (\delta_i^k(x+d_i^k)) d_i^k = \delta_y(x)\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c d_i^k + \varepsilon_z(x)\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c (d_i^k)^2 \tag{2.17}$$

Si on réarrange le système sous la forme matricielle:

$$\begin{pmatrix} m_1^1 & m_2^1 & \cdots & m_i^k & \cdots & m_{n_p}^p \\ \xi_1^1 d_1^1 & \xi_2^1 d_2^1 & \cdots & \xi_i^k d_i^k & \cdots & \xi_{n_p}^p d_{n_p}^p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_1^1\zeta_{1,1}^c & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & K_2^1\zeta_{2,1}^c & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & K_i^k\zeta_{i,k}^c & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & K_{n_p}^p\zeta_{n_p,p}^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1^1(x+d_1^1) \\ \delta_2^1(x+d_2^1) \\ \vdots \\ \delta_i^k(x+d_i^k) \\ \vdots \\ \delta_{n_p}^p(x+d_{n_p}^p) \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k\zeta_{i,k}^c & \sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k\zeta_{i,k}^c d_i^k \\ \sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k\zeta_{i,k}^c d_i^k & \sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k\zeta_{i,k}^c (d_i^k)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_y(x) \\ \varepsilon_z(x) \end{pmatrix} \qquad (2.18)$$

Où m_i^k et ξ_i^k sont 1 ou -1 dépendamment de la force d'application sur le palier le long de l'axe y (si le palier est sur le guide supérieure ou inférieure, respectivement) et p le nombre de surface de guides. Dans un système où la conception du chariot et les positions des paliers sont symétriques par rapport à l'axe vertical du centre de géométrie O_c, la matrice de rigidité de droite devient diagonale, donc on obtient :

$$\begin{pmatrix} \delta_y(x) \\ \varepsilon_z(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k\zeta_{i,k}^c} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k\zeta_{i,k}^c (d_i^k)^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1^1 & m_2^1 & \cdots & m_i^k & \cdots & m_{n_p}^p \\ \xi_1^1 d_1^1 & \xi_2^1 d_2^1 & \cdots & \xi_i^k d_i^k & \cdots & \xi_{n_p}^p d_{n_p}^p \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} K_1^1\zeta_{1,1}^c & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & K_2^1\zeta_{2,1}^c & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & K_i^k\zeta_{i,k}^c & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & K_{n_p}^p\zeta_{n_p,p}^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1^1(x+d_1^1) \\ \delta_2^1(x+d_2^1) \\ \vdots \\ \delta_i^k(x+d_i^k) \\ \vdots \\ \delta_{n_p}^p(x+d_{n_p}^p) \end{pmatrix} \tag{2.19}$$

Ce qui peut se transformer en:

$$\begin{pmatrix} \delta_y(x) \\ \varepsilon_z(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{m_1^1K_1^1\zeta_{1,1}^c}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k}K_i^k\zeta_{i,k}^c} & \cdots & \dfrac{m_i^kK_i^k\zeta_{i,k}^c}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k}K_i^k\zeta_{i,k}^c} & \cdots & \dfrac{m_{n_p}^pK_{n_p}^p\zeta_{n_p,p}^c}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k}K_i^k\zeta_{i,k}^c} \\ \dfrac{\xi_1^1\zeta_{1,1}^cd_1^1K_1^1}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k}K_i^k\zeta_{i,k}^c(d_i^k)^2} & \cdots & \dfrac{\xi_i^k\zeta_{i,k}^cd_i^kK_i^k}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k}K_i^k\zeta_{i,k}^c(d_i^k)^2} & \cdots & \dfrac{\xi_{n_p}^p\zeta_{n_p,p}^cd_{n_p}^pK_{n_p}^p}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k}K_i^k\zeta_{i,k}^c(d_i^k)^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1^1(x+d_1^1) \\ \vdots \\ \delta_i^k(x+d_i^k) \\ \vdots \\ \delta_{n_p}^p(x+d_{n_p}^p) \end{pmatrix}$$

(2.20)

C'est le système d'équation 2-d qui définit la relation entre les erreurs géométriques de guide et les erreurs cinématiques du chariot se déplaçant sur ces guides.

Cette étude concerne seulement les erreurs quasistatiques. En conséquence, les hypothèses suivantes s'appliquent :

- Seule les cas quasistatiques sont considérés, les effets dynamiques ne sont pas pris en compte.

- Les déviations de surface n'affectent pas les rigidités des paliers et la caractéristique de force-flèche en dehors des limites de rigidité linéaire et donc ne transforment pas les équations en système nonlinéaire (condition aérostatique).

2.5. Relation entre les erreurs cinématiques et la rigidité relative des composantes d'un système mécanique hyperstatique

La troisième étape concerne l'analyse d'un système de chariot-guide avec des paliers mécaniques et hyperstatiques qui est utilisé sur les machines-outils conventionnelles. Cette section du travail constitue aussi la partie la plus empirique, puisque les résultats obtenus par la théorie développée dépendent de la rigidité relative des composantes constituantes dont les effets étaient observés avec les expériences. Ce chapitre comprend deux parties distinctes : La conception du banc d'essai et l'analyse de précision-rigidité de l'axe.

2.5.1 Conception d'un banc d'essai représentant un axe de machine conventionnelle

Étant donné l'inaccessibilité des machines outils commerciales, un banc d'essai constitué des composantes mécaniques d'un axe d'une machine outil conventionnelle a été conçu et fabriqué. La base principale de l'axe est fabriquée en béton. Le système de chariot-guidage est monté sur un porte-guidage (Figure 2.10).

Un système d'ajustement des ancrages entre la plaque de porte-guidage et la base en béton est conçu afin de compenser l'instabilité dimensionnelle de la base et la précision des surfaces de plaque de porte-guidage. Une plaque d'assemblage a été conçue pour tenir les ancrages dans une position stable durant les phases de moulage et de vibration de la structure en béton (Figure 2.11).

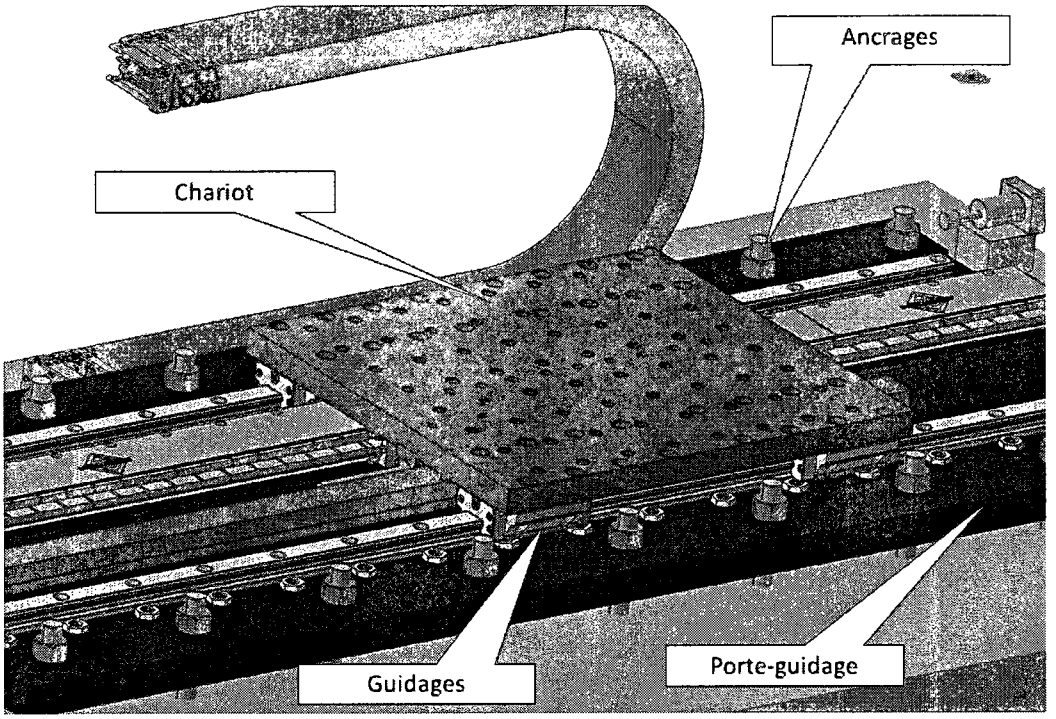

Figure 2.10 Dessin CAO du banc expérimental

Le ciment de Portland communément utilisé dans les constructions de bâtiment n'est pas assez stable comme matériel de fondation structurelle d'une machine-outil en raison du retrait du béton qui provient du processus d'hydratation et de la microfissuration dans la structure poreuse (Slocum, 1992). Afin de minimiser la fissuration et les problèmes de stabilité dimensionnelle associés on a choisi un ciment expansif (type K) d'une résistance de compression de 30 MPa comme matériau principal. L'avantage principal du ciment expansif est sa propriété de compensation naturelle de retrait d'hydratation par expansion. Un avantage additionnel est du à l'effet de tension crée sur les barres de renforcement en conséquence de l'expansion, qui à son tour compresse la structure en

béton, minimisant davantage le retrait. Le nombre et le diamètre des barres d'armature ont été évalué par les calculs de résistance de béton présenté en annexe. Pour minimiser le retrait, plus de barres que prévue par les calculs ont été utilisé dans la construction.

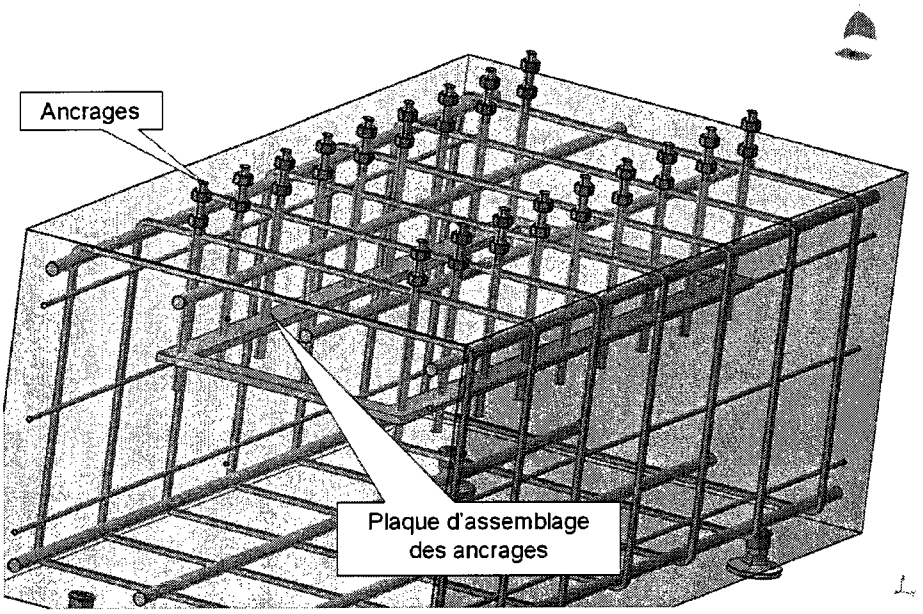

Figure 2.11 Dessin CAO de plaque d'assemblage et des ancrages d'ajustement sur la base en béton

2.5.2. Analyse de précision de l'axe

Le lien analytique entre les erreurs géométriques et cinématiques d'un axe de la machine a été formulé dans le chapitre précédent.

Dans ce cas particulier, en profitant de la symétrie de la géométrie du chariot et le positionnement et la similarité des rigidités de paliers sur le chariot, le système d'équations (2.20) devient :

$$\begin{bmatrix} \delta_y(x) \\ \varepsilon_z(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{m_1^1}{pn_k} & \cdots & \dfrac{m_i^k}{pn_k} & \cdots & \dfrac{m_{n_p}^p}{pn_k} \\ \dfrac{\xi_1^1 d_{1,1}^1}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k}(d_i^k)^2} & \cdots & \dfrac{\xi_i^k d_i^k}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k}(d_i^k)^2} & \cdots & \dfrac{\xi_{n_p}^p d_{n_p}^p}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k}(d_i^k)^2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1^1(x+d_1^1) \\ \vdots \\ \delta_i^k(x+d_i^k) \\ \vdots \\ \delta_{n_p}^p(x+d_{n_p}^p) \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

La théorie a été examinée par les expériences de mesures laser sur le banc d'essai. Les résultats dépendent en grande partie des rigidités relatives des éléments constituantes. Les limites de la théorie développée à la lumière des expériences sont discutées dans le chapitre 5.

CHAPITRE 3. ARTICLE 1: RELATIONSHIPS BETWEEN STRAIGHTNESS AND ANGULAR KINEMATIC ERRORS IN MACHINES

T. O. Ekinci and J. R. R. Mayer

(Published in International Journal of Machine Tools and Manufacturing)

École Polytechnique de Montréal, CP 6079, Montréal, Québec, Canada, H3C 3A7

Received 26 June 2006; revised 24 January 2007; accepted 2 February 2007. Available online 3 March 2007

3.1 Abstract

The software compensation approach for the improvement of machine tool and coordinate measuring machine accuracy depend to some extent on machine error modelling and measurement methodologies. The currently established methodology is based on the derivation of tool position error (for machine tools) or stylus tip position error (for coordinate measuring machines) by the combination of individual axis joint kinematic error parameters. The purpose of this paper is to propose a machine error analysis based on error classification. This taxonomic approach forms a conceptual basis for an analysis of machine errors with a deeper understanding of error mechanisms at more fundamental levels. The relevance of this approach is investigated through the case study of the coupling mechanism between joint kinematic angular and straightness errors of machine linear axes. The limitations of the joint kinematic straightness and angular error modelling based on purely abstract mathematical dependence principles are explored through simulations and experiments. The proposed classification establishes a closer causal relationship between the physical imperfections and their impact on the machine accuracy.

Keywords : Kinematic error, guideway, machines , angular error, straightness error

3.2 Introduction

The evaluation of joint kinematic straightness errors of a machine axis as the integration of joint kinematic angular errors (yaw or pitch) is a common technique in machine error analysis. Although valid for a wide spectrum of practical cases, this technique is likely to give erroneous results in specific circumstances depending on the carriage-guideway configuration of the machine axis. It is probable that this integration modelling approach originates from the transposition of the well-established procedure in surface geometric straightness measurements from the integration of an autocollimator's angular readings to the kinematic domain of machine errors.

Joint kinematic errors of machine axes are parameters determined by physical parameters of the system at a more elementary level. Some of these physical parameters are bearing spacing, guideway geometric errors and bearing rigidities. The influence of these parameters on each joint kinematic error (straightness and angular) may be different. Therefore it may be hazardous to assume any a priori relationship between joint kinematic errors since this association is determined by more fundamental constituents of the machine structure. Following the same line of thought, the combination of joint kinematic errors of multiple axes of the machine gives rise to the volumetric errors, which represent the highest level in the error parameter hierarchy. In this paper, the importance of this categorization will be emphasized through the case of joint kinematic error relationships.

In a number of papers joint kinematic straightness errors are expressed as the integration of the joint kinematic angular errors through the travel of the machine axes (Ferreira,

1993; Ferreira, 1986; Kiridena, 1994; Srivastava, 1995). Florussen et al. (2001) noted the high correlation between joint kinematic straightness and angular error parameters. On that basis, joint kinematic straightness error components were eliminated and joint kinematic angular error components were included in the model to increase the model robustness by reducing the number of unknown parameters to be identified. The reasoning behind this elimination was the bigger contribution of the joint kinematic angular error components to the machine volumetric errors because of the long offset arms. Pahk et al. (1997), assessing machine tool accuracy with the double ball bar, defined the joint kinematic angular errors as the derivative of the joint kinematic straightness errors. The connection between guideway geometric errors, bearing spacing errors and motion errors was noted by Bryan (c1979). Tani et al. (1995) measured the granite surface geometric straightness errors of a coordinate measuring machine with an air bearing slider and compared the directly measured joint kinematic straightness with the indirectly determined one through joint kinematic angular error integration. In their analysis, it was found that the evaluation of joint kinematic straightness through integration of joint kinematic angular error was acting like a low-pass filter, eliminating higher spatial frequencies of surface deviations with bearing spacing functioning as a cut-off limit.

In the present study, a hierarchical classification of machine errors is developed in order to create a conceptual basis for further analysis. Then several simulations are performed to analyze the inter-category (joint kinematic-guideway geometric) relationships and their effect on intra-category (joint kinematic angular-joint kinematic straightness) relationships. The discrepancies between direct joint kinematic straightness and that obtained through the integration of joint kinematic angular error are examined and explained using the guidelines of the theoretical framework.

3.3 Kinematic modelling methodology

Terminology

The machine error analysis literature is vast and error definitions may vary considerably, often creating confusions in the interpretation. In this paper, a terminology concerning the machine error classification is proposed in order to clarify the subsequent analysis. The classification is based upon the causality principle. The errors are categorized in three levels, the upper levels errors causes originating from the lower levels errors:

Geometric errors
Joint kinematic errors
Volumetric errors

The machine error analysis procedure resulting from the developed taxonomic approach is illustrated in Fig. 3.1.

Geometric errors: They are classified under two different subcategories. The first subcategory is constituted of guideway geometric errors which are the surface straightness errors of the guideways upon which a machine axis carriage moves as well as the relative location errors of the guideways of a particular axis. The other subcategory is made of the link geometric errors including general shape and assembly errors of the machine structures which determine the relative location of motion axes (e.g. the squareness between the X and Y axis). Geometric errors represent the lowest level of error category and they vary, for example, according to thermoelastic and elastic factors, as well as wear. Some of these errors may be measured, for example, with levels, autocollimators and dial indicators.

Joint kinematic errors: They are the axis motion errors: three translations and three rotations which completely describe the undesired motion of a machine axis carriage under the assumption of rigid body kinematics. A joint kinematic error is the result of the combination of various geometric errors of the guideways on which the carriage moves simultaneously (Fig. 3.2). The close connection between the guideway geometric errors and the joint kinematic errors has caused their being used interchangeably in the machine error analysis literature. The determination of joint kinematic errors through guideway geometric errors is described in the following sections. The joint kinematic errors are typically measured by laser interferometry.

Volumetric errors: They describe the total error in position and orientation of the machine end effector (spindle, cutting tool or stylus tip) within its working volume with respect to the object acted upon such as a workpiece. They result from the combination of joint kinematic errors and link geometric errors of the machine axes constituting the kinematic chain of the machine. They form the highest-level category of errors. They are usually measured by means of calibrated artefacts or a telescoping ball-bar.

The aforementioned types of errors are illustrated in Fig 3.2.

3.4 Methodology and simulations

The relevance of the joint kinematic to geometric error relationship may be demonstrated by simulations with reference to the physical structure of the carriage-guideway configuration presented schematically in Fig. 3.3. The carriage is supported by two rigid bearings represented by small radii wheels 1 and 2 (which we will assume infinitely small) separated by a distance L and advancing on guideway A. The analysis will be 2-dimensional and only the joint kinematic straightness error $\delta_z(x)$ in the z

direction (evaluated at the center of spacing {C} of the bearings) and the joint kinematic angular pitch error $\varepsilon_y(x)$ will be considered. The study considers only quasistatic geometric error sources. As a result, the following hypotheses apply:

- Bearing interface effects (such as Hertzian stresses) are neglected. The bearings are simulated as rigid point contacts.
- Elastic effects on the guideway arising from carriage weight are neglected.
- Only quasistatic cases are treated, dynamic effects are not taken into account.
- The direct joint kinematic straightness is simulated at the midpoint (center of spacing) of the bearings to avoid Bryan errors.

Bryan (1979) depicted the interrelationships between measurement techniques of slide straightness and angular errors of machine tool axes and stressed the influence of the ratio of the carriage (spacing of the supporting bearings) and the spatial wavelength (or frequency) of the geometric error functions on the joint kinematic straightness and angular errors. The examples given in Bryan's article are among the most striking cases to show the lack of association between joint kinematic straightness and angular errors. It shows for example that there is no joint kinematic angular error measured when bearing spacing to geometric error wavelength ratio $\frac{L}{\lambda}$=1,2,3... In a similar manner, no joint kinematic straightness error is measured with respect to center of spacing of bearings when $\frac{L}{\lambda}$=0.5, 1.5, 2.5...

These observations may be deduced from mathematical formulae which establish analytical relations between joint kinematic and geometric errors. Joint kinematic

angular and straightness error of a carriage moving on a guideway with a geometric error $\Delta(x)$ are, respectively:

$$\varepsilon_y(x) = \frac{\Delta(x+\frac{L}{2}) - \Delta(x-\frac{L}{2})}{L} \tag{3.1}$$

$$\delta_z(x) = \frac{\Delta(x+\frac{L}{2}) + \Delta(x-\frac{L}{2})}{2} \tag{3.2}$$

The joint kinematic straightness error obtained using the integration of the joint kinematic angular error (3.1) along the x position travel from the start of the travel to the current position x of the carriage is:

$$\delta_z(x)_{\text{int}} = \int_0^x \varepsilon_y(x)dx \tag{3.3}$$

In the case of a geometric error being represented as a trigonometric function of the form:

$$\Delta(x) = \alpha\sin(\frac{2\pi x}{\lambda}) + \beta\cos(\frac{2\pi x}{\lambda}) \tag{3.4}$$

Then the joint kinematic angular and straightness errors are, respectively:

$$= \frac{2\sin(\frac{\pi L}{\lambda})}{L}(\alpha\cos(\frac{2\pi x}{\lambda}) - \beta\sin(\frac{2\pi x}{\lambda})) \tag{3.5}$$

$$\delta_z(x) = \frac{\alpha(\sin(\frac{2\pi(x+\frac{L}{2})}{\lambda}) + \sin(\frac{2\pi(x-\frac{L}{2})}{\lambda})) + \beta(\cos(\frac{2\pi(x+\frac{L}{2})}{\lambda}) + \cos(\frac{2\pi(x-\frac{L}{2})}{\lambda}))}{2}$$

$$= \cos(\frac{\pi L}{\lambda})(\alpha \sin(\frac{2\pi x}{\lambda}) + \beta \cos(\frac{2\pi x}{\lambda})) \tag{3.6}$$

Where x represents the position of the center of the geometry of the bearings on the positioning range of the carriage. Small angle approximation used in the evaluation of the angular kinematic error is valid under the assumption that the carriage length is considerably bigger than the guide way geometric error. In equations (3.5) and (3.6), we may observe the 90 degree phase difference between angular and straightness kinematic errors from their respective cosine and sine functions. Moreover, the amplitude of the angular joint kinematic error decreases with increasing bearing spacing L as is mechanically expected.

The next step is to investigate the case of the joint kinematic straightness error obtained using the integration of the joint kinematic angular error. Equation (3.5) is integrated along the x position travel from the start of the travel to the current position x of the carriage:

$$\delta_z(x)_{\text{int}} = \int_0^x \frac{2\sin(\frac{\pi L}{\lambda})}{L}(\alpha \cos(\frac{2\pi x}{\lambda}) - \beta \sin(\frac{2\pi x}{\lambda}))dx$$

$$= \frac{\lambda}{\pi L}\sin(\frac{\pi L}{\lambda})(\alpha \sin(\frac{2\pi x}{\lambda}) + \beta \cos(\frac{2\pi x}{\lambda})) \tag{3.7}$$

Equations (3.6) and (3.7) may be used to compare direct and integration calculated joint kinematic straightness errors through simulations. Suppose a guideway with a geometric straightness error in the form of a sinusoidal function (Fig. 3.4). Figs. 3.5 and 3.6 depict the direct joint kinematic straightness error of the carriage versus the integration of joint kinematic angular error for a surface deviation wavelength λ=200 mm with carriage lengths L=300 mm and then L=400 mm, respectively. When the bearing spacing is 300 mm, the integration of joint kinematic angular error gives a considerable joint kinematic straightness error whereas the direct joint kinematic straightness error is zero. However, when bearing spacing is 400 mm, we observe the opposite, i.e., the kinematic straightness obtained through integration amounts to zero, while its direct value is obviously not.

Figs. 3.7 and 3.8 show the cyclic behaviour of joint kinematic errors. The amplitude peak of the straightness and angular joint kinematic error of the carriage oscillate between zero and a maximum depending on ratio $\frac{L}{\lambda}$. One further observation at this stage is the decrease in the amplitude of the kinematic angular errors with increasing $\frac{L}{\lambda}$ ratio.

To clarify the relationship between the direct joint kinematic straightness error and that obtained via integration, we rearrange the terms in equation (3.7), and we take the limits of expressions (3.6) and (3.7) as $\frac{L}{\lambda}$ goes to zero.

As a result, we obtain:

$$\delta_z(x) = \lim_{\frac{L}{\lambda}\to 0}(\cos(\frac{\pi L}{\lambda})(\alpha\sin(\frac{2\pi x}{\lambda}) + \beta\cos(\frac{2\pi x}{\lambda})))$$

$$= \alpha \sin(\frac{2\pi x}{\lambda}) + \beta \cos(\frac{2\pi x}{\lambda}) \tag{3.8}$$

$$\delta_z(x) = \lim_{\frac{L}{\lambda} \to 0}((\frac{\sin(\frac{\pi L}{\lambda})}{\frac{\pi L}{\lambda}})(\alpha \sin(\frac{2\pi x}{\lambda}) + \beta \cos(\frac{2\pi x}{\lambda})))$$

$$= \alpha \sin(\frac{2\pi x}{\lambda}) + \beta \cos(\frac{2\pi x}{\lambda}) \tag{3.9}$$

The limits of the first terms (i.e., $\cos(\frac{\pi L}{\lambda})$ and $(\frac{\sin(\frac{\pi L}{\lambda})}{\frac{\pi L}{\lambda}})$ in expressions (3.8) and (3.9) reduces to 1 if the ratio $\frac{L}{\lambda}$ goes to zero, thus equalizing both direct straightness errors and integration calculated straightness errors to the guideway geometric error. We designate these terms as amplitude modulators. Fig. 3.9 illustrates the amplitude modulators of the direct and integration calculated joint kinematic straightness errors changing with $\frac{L}{\lambda}$ ratio. It shows that the direct and integration calculated kinematic straightness errors are in close agreement only for very small $\frac{L}{\lambda}$ ratios. However, when the ratio increases, a discrepancy occurs in the form of:

- A phase difference between amplitude modulators of direct and integration calculated straightness errors (as pointed out by Bryan (1979)),

- A size difference between amplitude modulators of direct and integration calculated straightness errors (as pointed out by Tani (1995)). When the

wavelength of surface deviation becomes smaller with respect to bearing spacing, the angular integration generates very small values of straightness in contradistinction to direct straightness because of the low pass filtering effect of the integration.

For a geometric error formed by a combination of multiple harmonics, the amplitude modulators will be different for each harmonic constituent depending on their respective $\frac{L}{\lambda}$ ratio. The final kinematic straightness errors will be determined by the compound effect of the multiple geometric error harmonics.

3.5 Experimental Validation

The experimental setup consists of a ceramic beam and the air bearings which are constituent parts of the X axis of a commercial CMM, and a carriage, manufactured in the university workshop (Fig. 3.10). The setup stands on a laboratory grade granite measuring table, which itself sits on a 3 m thick concrete floor. The laboratory environment is controlled within ±0.1°C.

To obtain the different $\frac{L}{\lambda}$ ratios required to verify the predictive ability of the proposed theory, the guideway geometric error wavelength λ was chosen variable while the bearing spacing was kept constant. For that purpose, three plates were spray painted in different patterns and placed on the ceramic beam guideway surfaces in order to generate the guideway geometric errors.

The guideway pattern obtained thorough this procedure can be modelled as a square wave which may be approximated by a Fourier series as:

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(\frac{2n\pi x}{\lambda}). \tag{3.10}$$

Computer simulations showed that the kinematic behaviour of the carriage would be very similar to a pure sinusoidal function of n=1, which could be explained by the decreasing amplitudes of each harmonic constituent and their respective effects on the kinematic errors. As a result, it was assumed that the $\frac{L}{\lambda}$ ratio would be determined by the first harmonic, i.e., a pure sinusoidal function with the largest wavelength.

Experimental validation procedure consisted in the following phases (Fig 3.11):
After placing each one of the plates on the top surface of the ceramic beam, guideway geometric errors $\Delta_m(x)$ are measured. Then the joint kinematic direct straightness $\delta_z(x)_c$ and angular error $\varepsilon_y(x)_c$ are calculated from the measured guideway geometric errors $\Delta_m(x)$ by means of equations (3.1) and (3.2). The integration calculated joint kinematic straightness error $\delta_z(x)_{c,\text{int}}$ is evaluated by means of equation (3.3) using the calculated joint kinematic angular error $\varepsilon_y(x)_c$. In the next stage, the joint kinematic direct straightness $\delta_z(x)_m$ and angular errors $\varepsilon_y(x)_m$ were measured by laser interferometry for each plate pattern placed on the beam. Then the integration calculated joint kinematic straightness error $\delta_z(x)_{m,\text{int}}$ is evaluated by means of equation (3.3) using the measured joint kinematic angular error $\varepsilon_y(x)_{m,\text{int}}$.

Two different analyzes can be realized at this stage:

- Comparing the calculated and measured joint kinematic straightness errors ($\delta_z(x)_c$ with $\delta_z(x)_m$) to validate the proposed model between guide way geometric and joint kinematic errors,

- Comparing the direct straightness and integration calculated joint kinematic errors straightness ($\delta_z(x)_c$ with $\delta_z(x)_{c,\text{int}}$ and $\delta_z(x)_m$ with $\delta_z(x)_{m,\text{int}}$) to analyze the coupling mechanism between the joint kinematic errors themselves.

The geometric errors were measured by means of an indicator with a resolution of 0.0001". Given the flexibility of the sheet metal plates, the measures were taken by placing a u-shaped weight near the measurement area. Figs. 3.12-3.14 show the geometric errors measured for 3 different plates. Given the inherent uncontrollability of the spray painting process, perfect square wave surfaces could not be generated.

Figs 3.15-3.17 show the direct straightness and integration calculated joint kinematic straightness errors calculated from the measured guide way geometric errors ($\delta_z(x)_c$ with $\delta_z(x)_{c,\text{int}}$) and those obtained through direct straightness and angular measurements ($\delta_z(x)_m$ with $\delta_z(x)_{m,\text{int}}$). To simulate the machine behavior more closely, the averaging effect of the bearings were taken into account during the calculations of the joint kinematic straightness errors from the measured guide way geometric errors.

The following may be observed from the figures:

1. There are several points confirming the predictions of Fig. 3.9, namely:

1. For $\frac{L}{\lambda}=1$, the amplitude of the direct joint kinematic straightness error is considerably larger than that of the joint kinematic straightness error obtained through integration of angular pitch error,

2. For $\frac{L}{\lambda}=0.5$, the amplitude of the joint kinematic straightness error obtained through integration of angular pitch error is considerably larger than that of the direct joint kinematic straightness error,

3. For $\frac{L}{\lambda}=0.25$, the amplitude of the direct joint kinematic straightness error is close to that of the joint kinematic straightness error obtained through integration of angular pitch error.

2. Both of the joint kinematic straightness errors obtained through direct straightness and angular measurements are close to the values calculated from the measured guide way geometric errors.

3.6 Conclusion

The main objective of this work is to highlight the usefulness of a machine error modelling approach which considers the geometric errors occurring at the guideways for a stronger physical relevance. This approach suggests the need for clarification of commonly used terminology. For instance, the term geometric error refers specifically to deviations of a geometric nature affecting mechanical components and not to the joint kinematic errors (commonly called joint motion errors) that result from the geometric errors.

The relationship between joint kinematic straightness and angular errors is analyzed using this approach. Through simulations it is demonstrated that the joint kinematic straightness error may not be estimated as the integration of joint kinematic angular errors in some cases, and that the relation between the two varies and is dependent upon the $\frac{L}{\lambda}$ ratio. The fundamental association is between guideway geometric errors (bearing spacing L and guideway geometric error wavelength λ) and kinematic errors and not between kinematic errors themselves. This characteristic is validated through experiments carried out on an experimental bench with varying $\frac{L}{\lambda}$ ratio.

3.6 Acknowledgements

The authors gratefully acknowledge the financial support of Auto21 Networks of Centers of Excellence of Canada and the material support of Mitutoyo corporation. This work was also funded by NSERC Discovery Grant RGPI-155677-02 with equipments funded by Canadian Foundation for Innovation Grant FCI-3000. The authors would also like to thank François Ménard for his helpfulness during the construction of the experimental test bench.

3.7 References

P.M. Ferreira, C. Liu, Richard,Method for estimating and compensating quasistatic errors of machine tools, Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, 115 (1) (1993) 149-159

P. M. Ferreira, C. R. Liu, Contribution to the analysis and compensation of the geometric error of a machining center, CIRP Annals 35 (1) (1986) 259-262

V.S.B. Kiridena, P.M. Ferreira, Kinematic modeling of quasistatic errors of three-axis machining centers, International Journal of Machine Tools Manufacture 34 (1) (1994) 85-100

A.K. Srivastava, S.C. Veldhuis, M.A. Elbestawit, Modelling geometric and thermal errors in a five-axis CNC machine tool, International Journal of Machine Tools and Manufacture 35 (9) (1995) 1321-1337

G.H.J.Florussen, F.L.M. Delbressine, M.J.G. Van de Molengraft, P.H.J. Schellekens, Assessing geometrical errors of multi-axis machines by three-dimensional length measurements, Measurement: Journal of the International Measurement Confederation 30 (4) (2001) 241-255

H.J. Pahk, Y.S. Kim, J.H. Moon, New technique for volumetric error assessment of CNC machine tools incorporating ball bar measurement and 3D volumetric error model, International Journal of Machine Tools and Manufacture 37 (11) (1997) 1583-1596

J. B. Bryan, The Abbé principle revisited: An updated interpretation, Precision Engineering 1 (3) (1979) 129-132

Y. Tani, K. Katsuki, H.Sato, Y. Kamimura, Development of high-speed and high-accuracy straightness measurement of a granite base of a CMM , CIRP Annals - Manufacturing Technology, 44 (1) (1995) 465-468

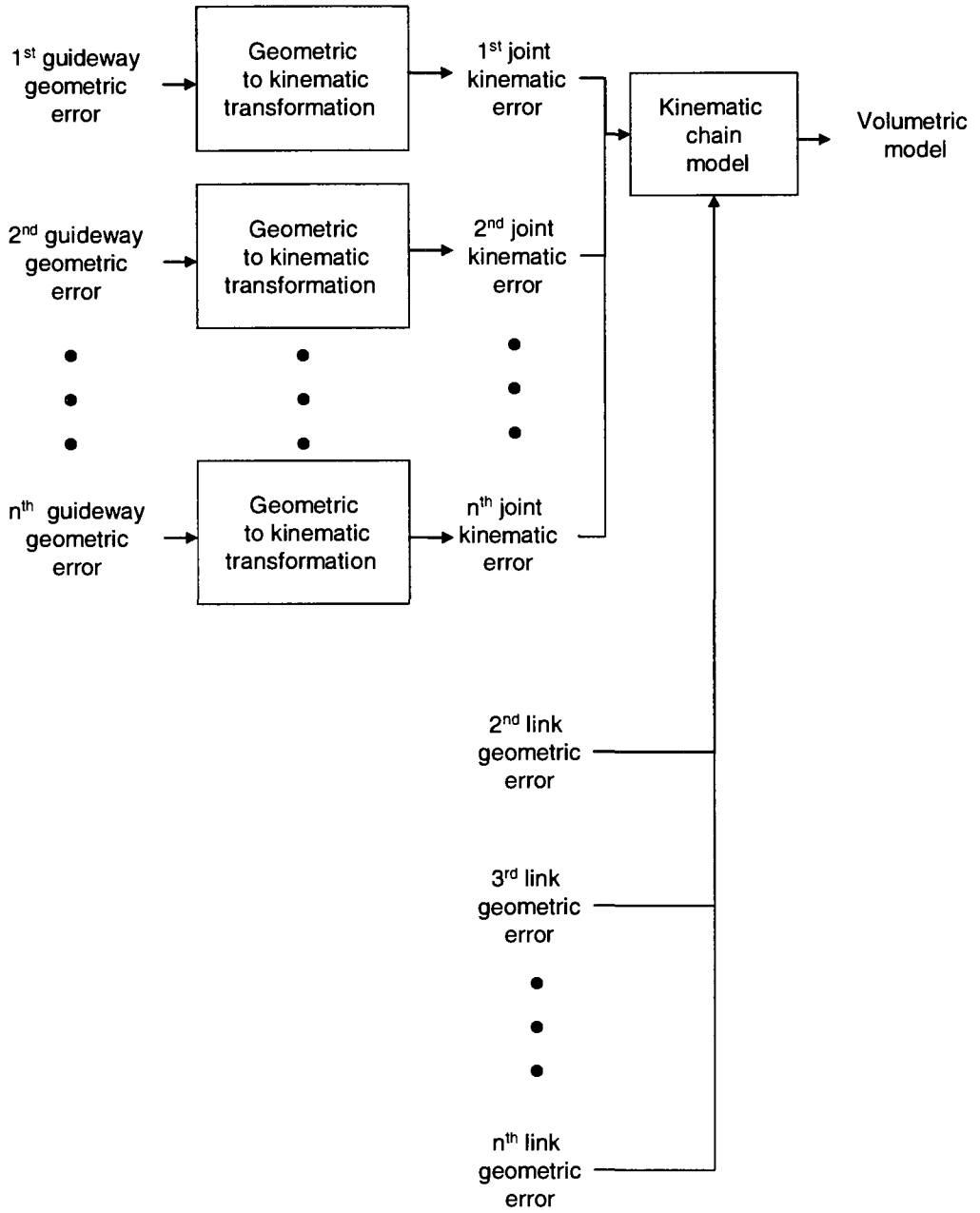

Figure 3.1 Machine error analysis according to causality principle

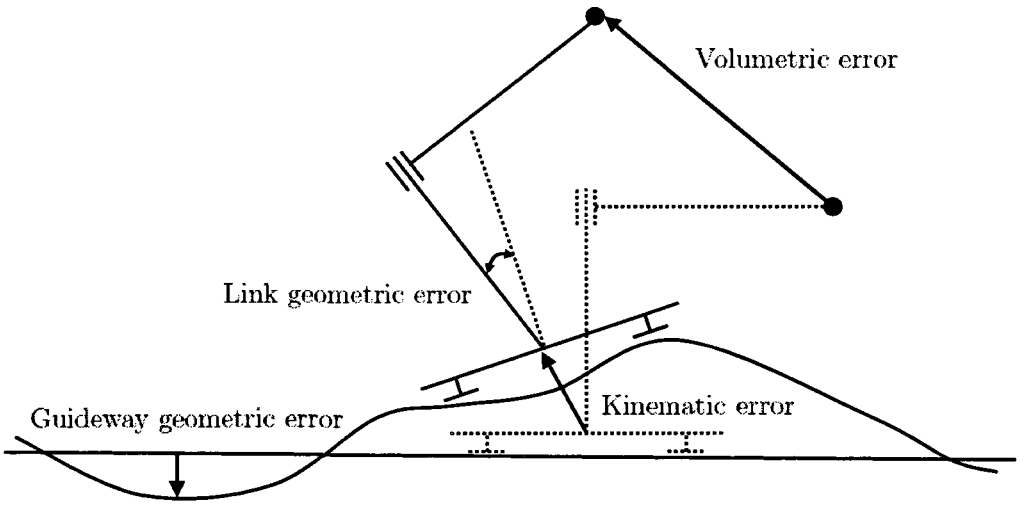

Figure 3.2 Machine error categories illustrated using an X-Y machine with exaggerated errors on the X-axis guideway

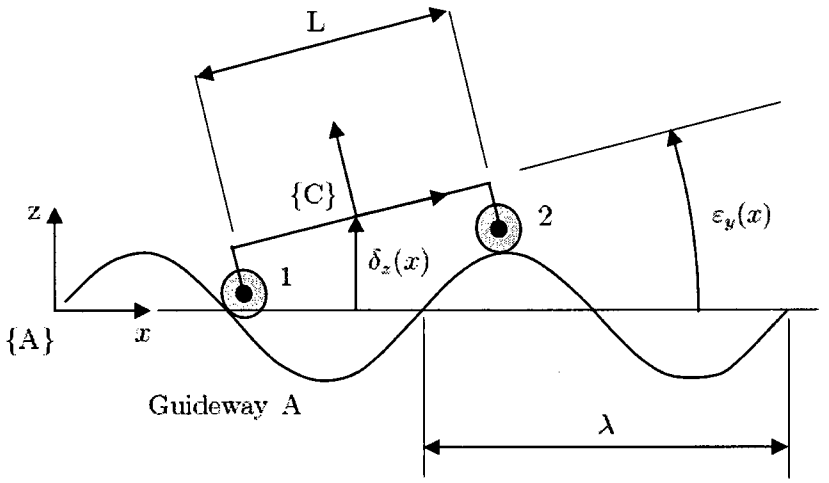

Figure 3.3 Carriage-guideway configuration

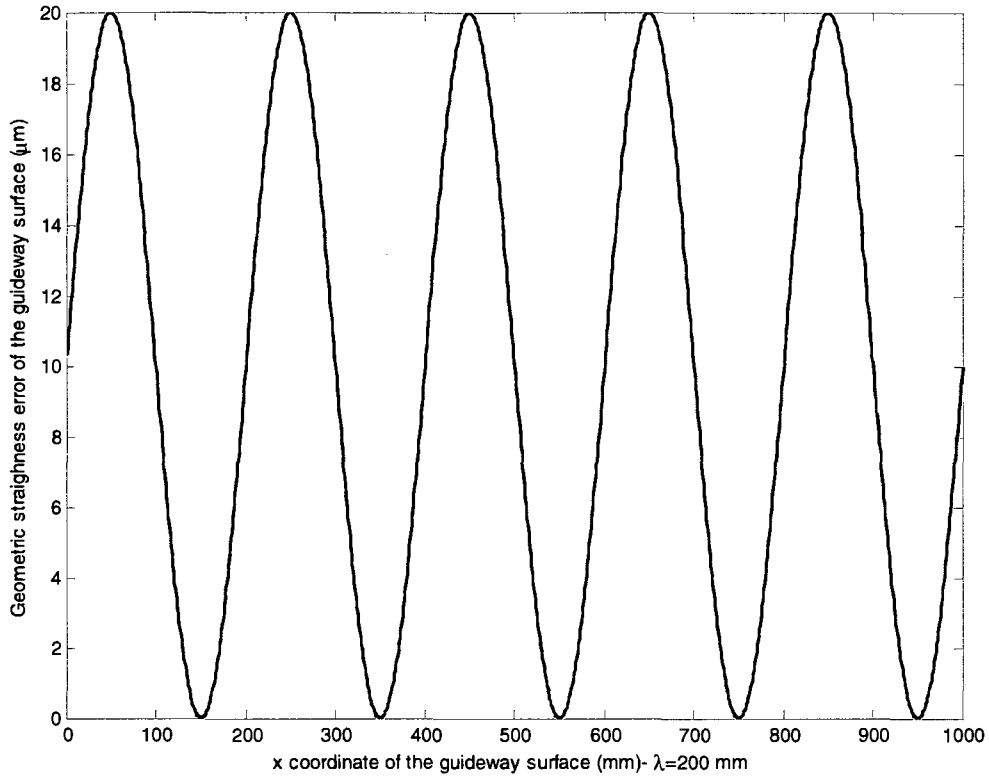

Figure 3.4 Geometric straightness error of the guideway (λ=200 mm, amplitude=10 μ m)

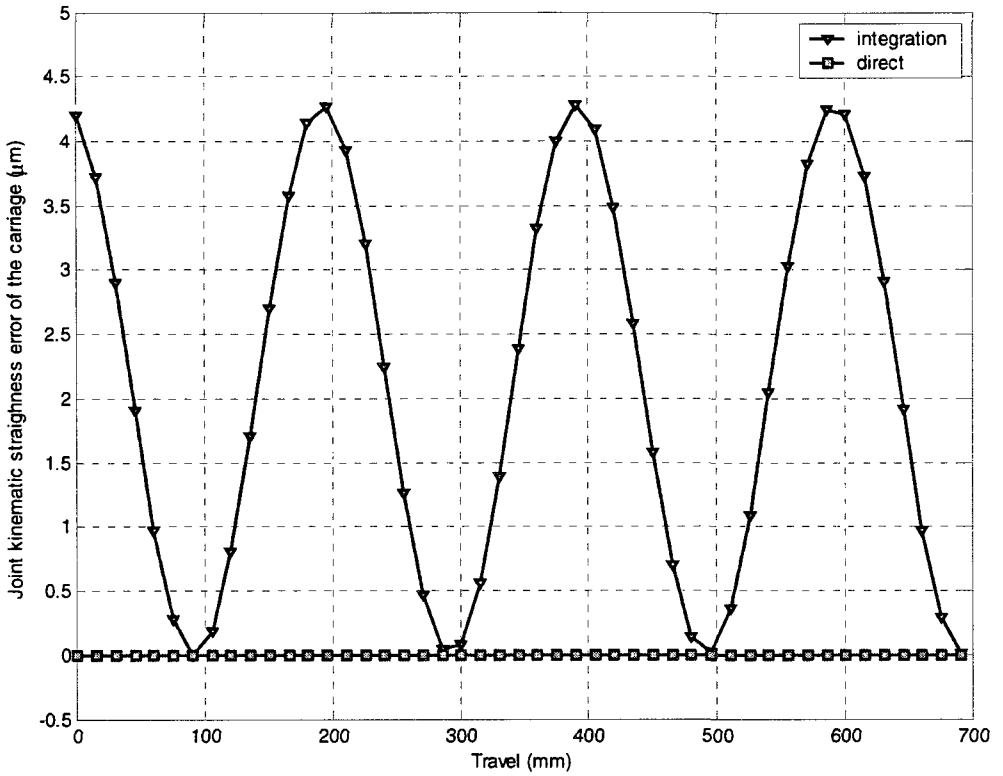

Figure 3.5 Joint kinematic straightness error of the carriage, with bearing spacing L=300 mm, $\frac{L}{\lambda} = 1.5$

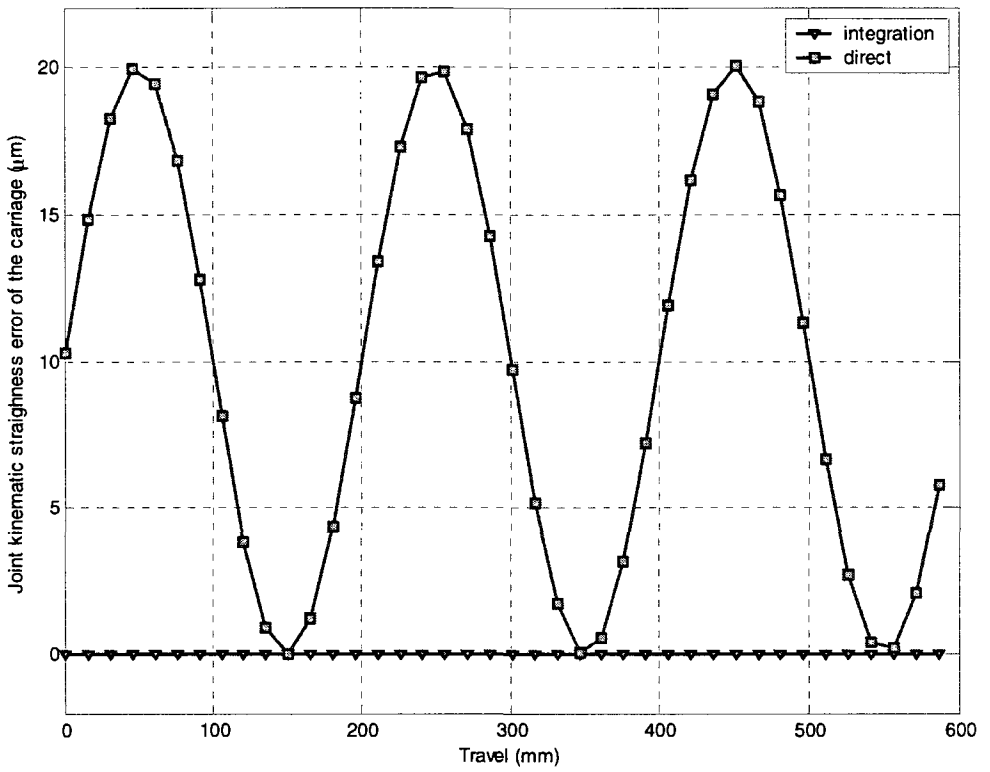

Figure 3.6 Joint kinematic straightness error of the carriage, with bearing spacing L=400 mm, $\frac{L}{\lambda} = 2$

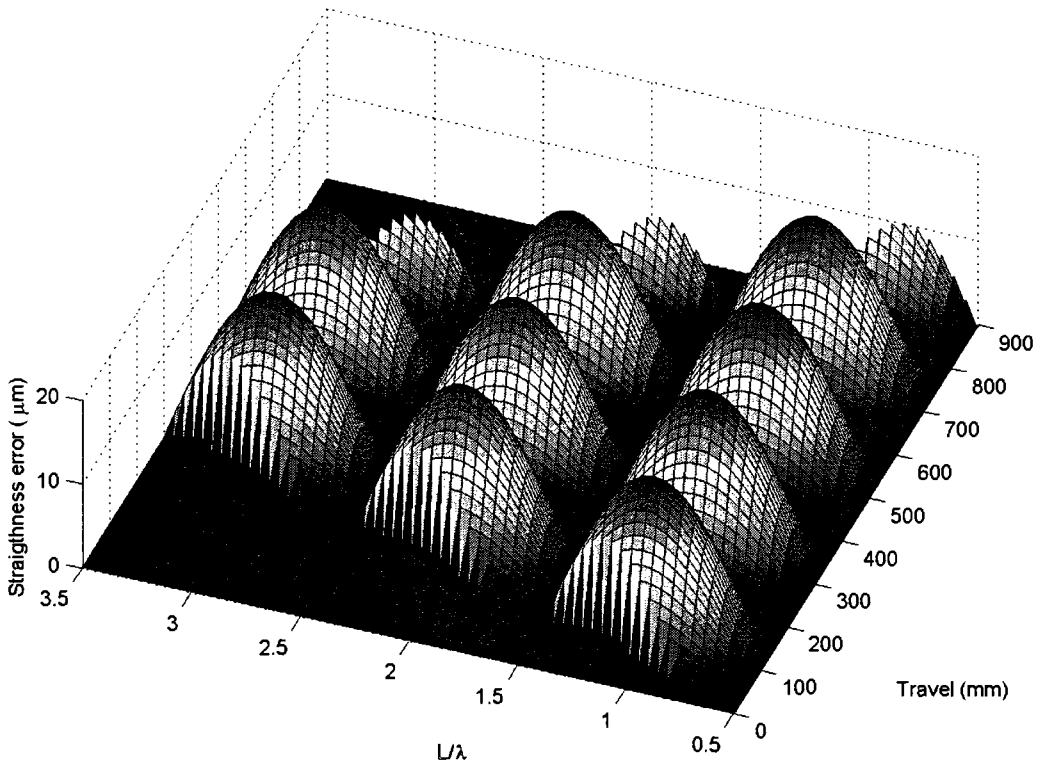

Figure 3.7 Joint kinematic straightness error of the carriage, with varying $\frac{L}{\lambda}$

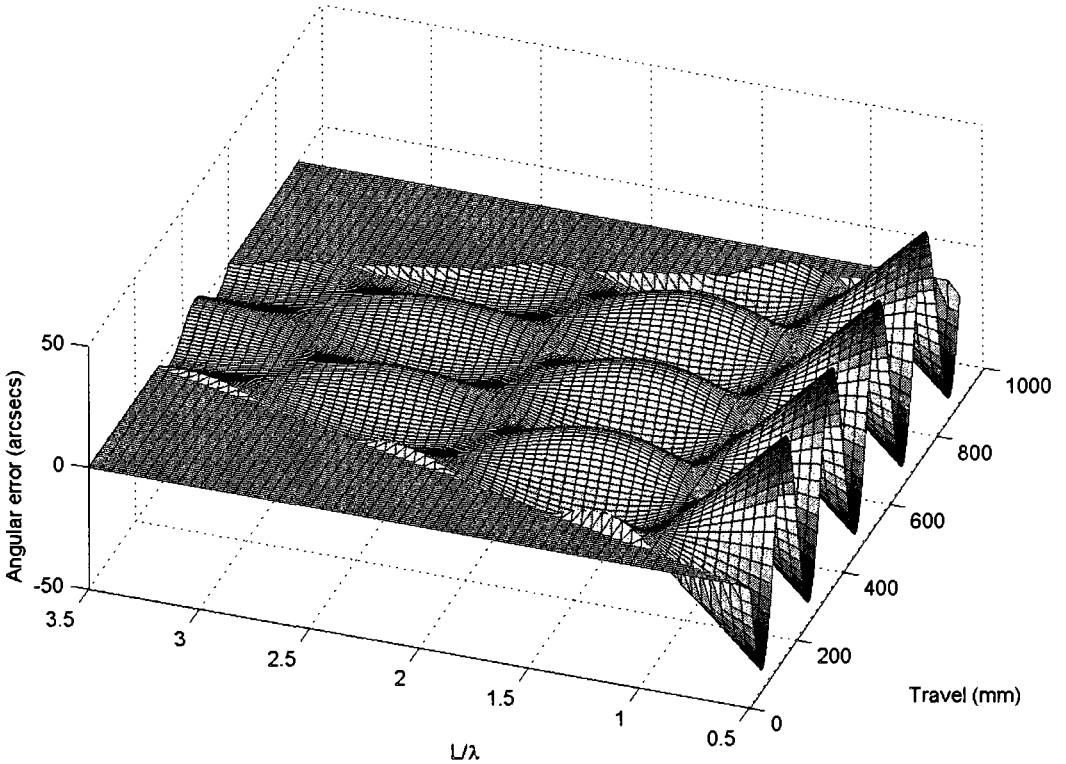

Figure 3.8 Joint kinematic angular error of the carriage, with varying $\frac{L}{\lambda}$

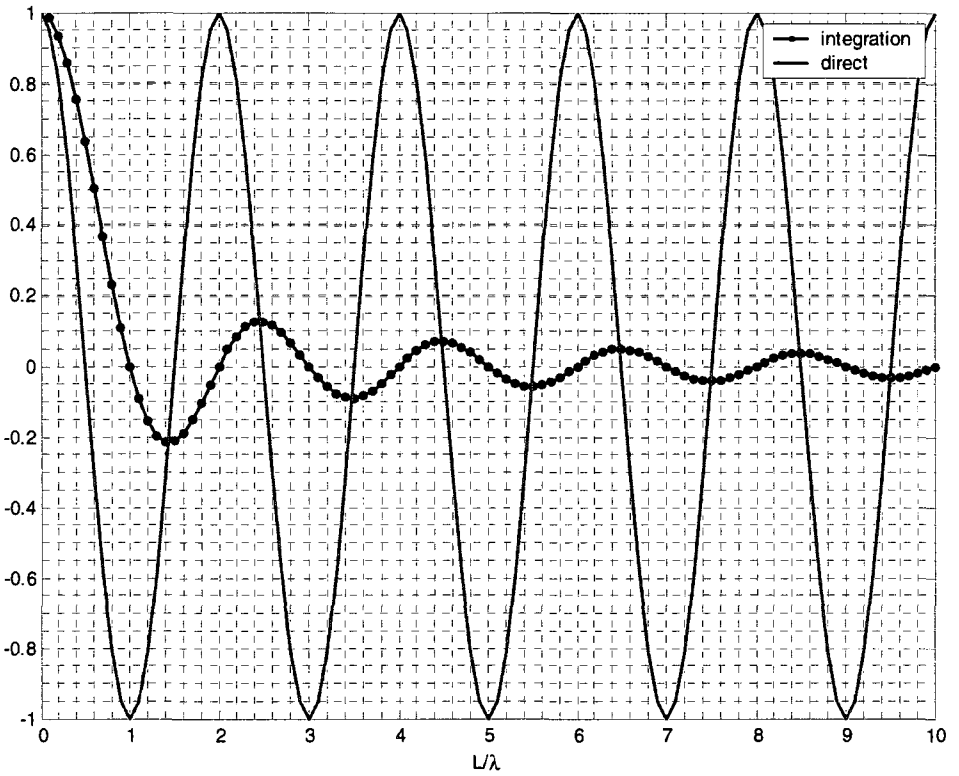

Figure 3.9 Amplitude modulators of direct and indirect straightness measurements with varying $\frac{L}{\lambda}$

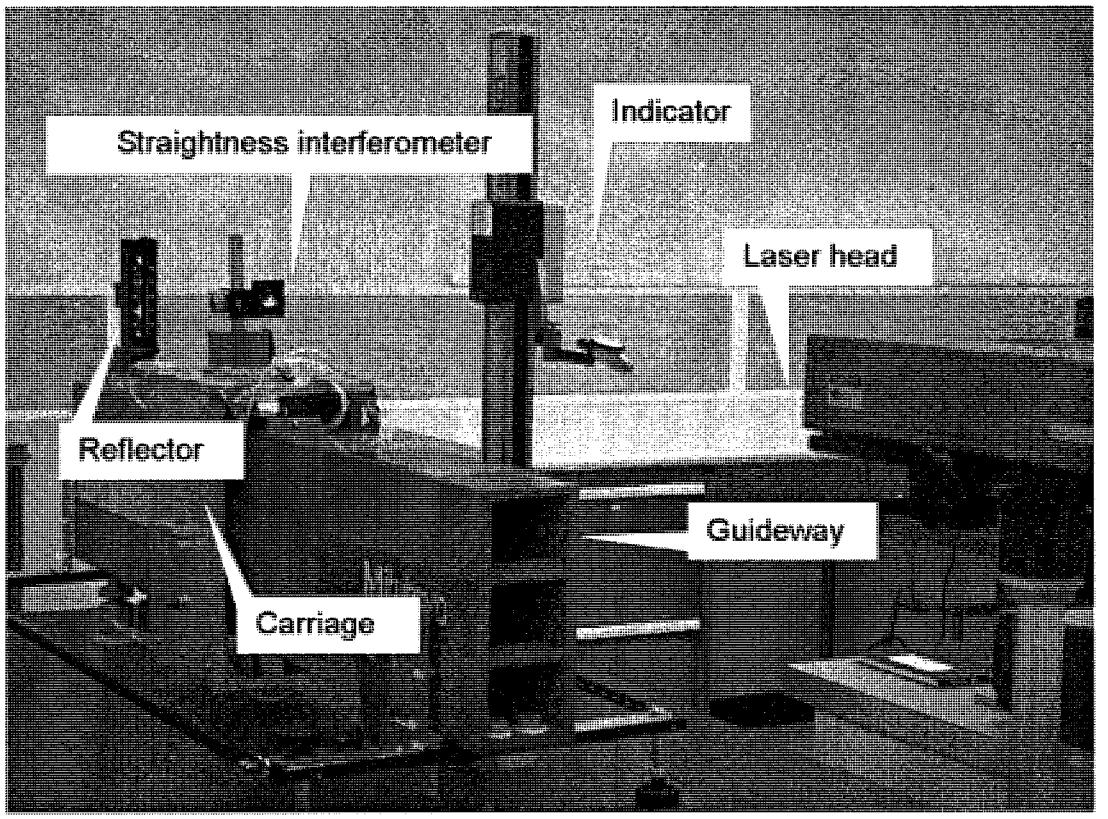

Figure 3.10 Experimental setup

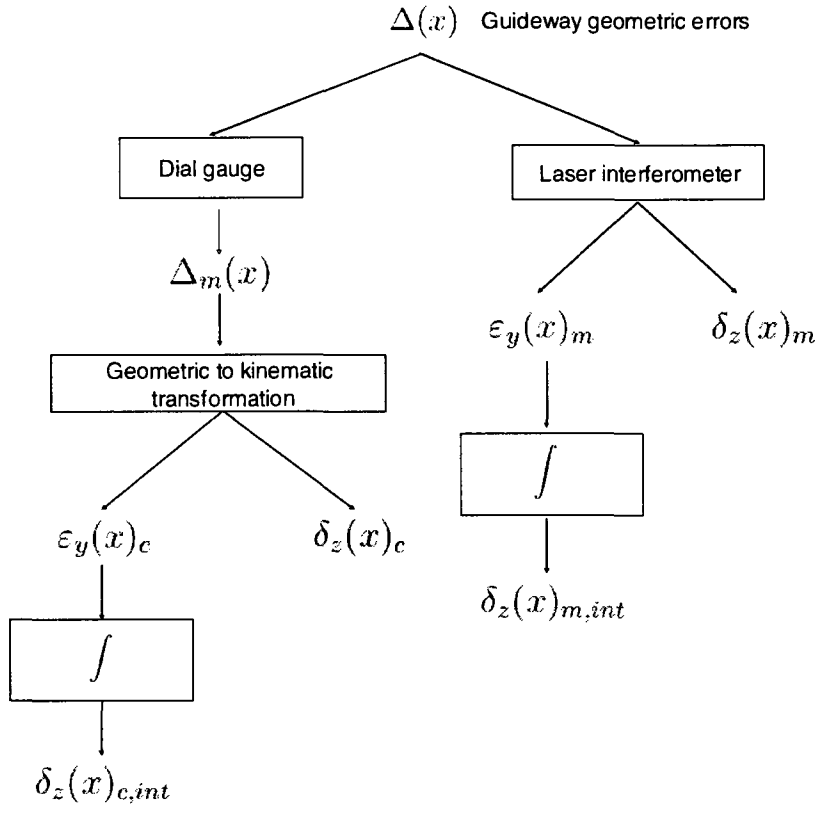

Figure 11. Experimental validation procedure. $\Delta_m(x)$: Measured guideway geometric errors, $\varepsilon_y(x)_c$: Joint kinematic angular error calculated from measured guideway geometric errors, $\varepsilon_y(x)_m$: Measured joint kinematic angular error, $\delta_z(x)_{c,int}$: Integration calculated joint kinematic straightness error evaluated from calculated joint kinematic angular error, $\delta_z(x)_c$: Direct joint kinematic straightness error calculated from measured guideway geometric errors, $\delta_z(x)_{m,int}$: Integration calculated joint kinematic straightness error calculated from measured joint kinematic angular error, $\delta_z(x)_m$: Measured direct joint kinematic straightness error

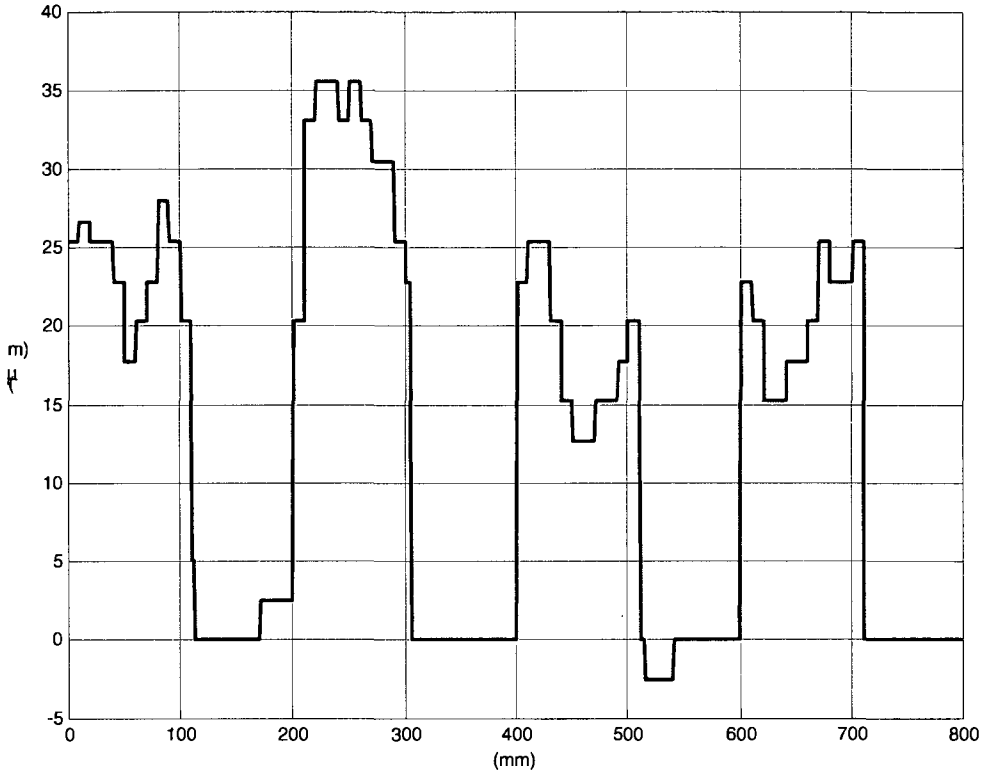

Figure 3.11 Geometric error the guideway surface for $\frac{L}{\lambda} = 1$

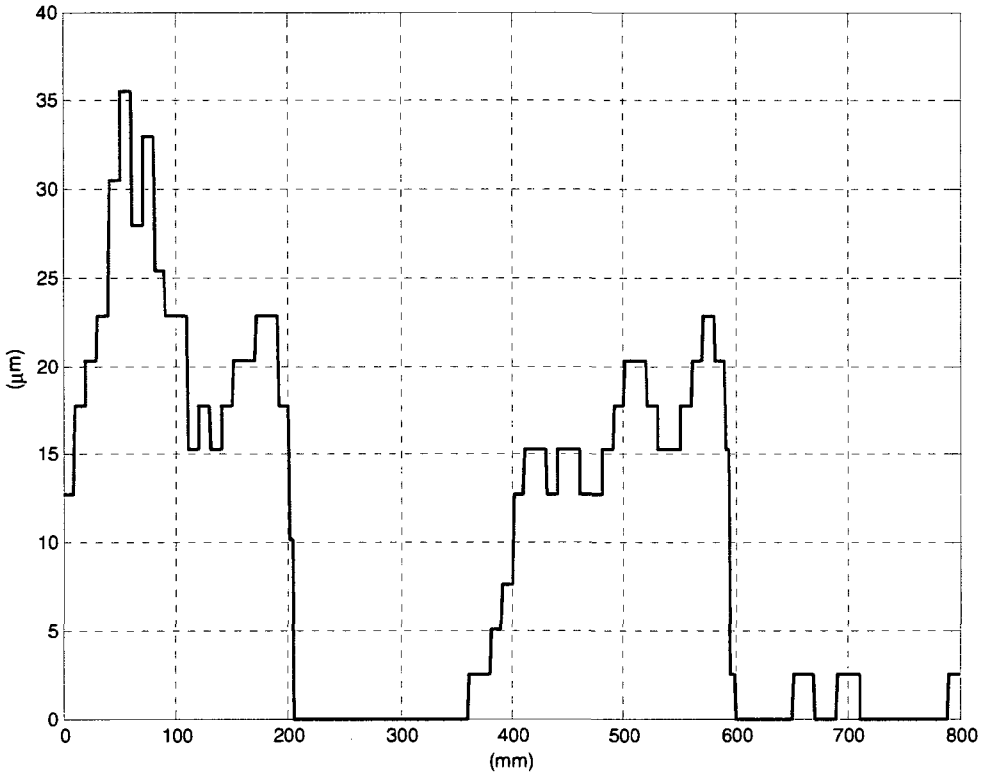

Figure 3.12 Geometric error the guideway surface for $\frac{L}{\lambda} = 0.5$

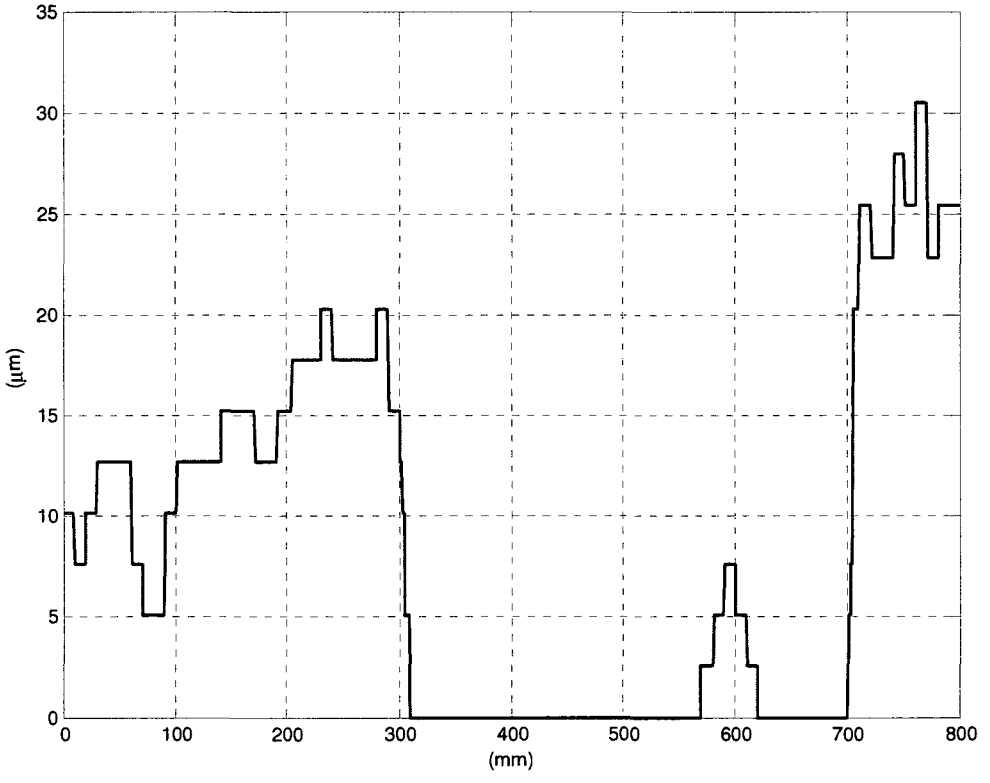

Figure 3.13 Geometric error the guideway surface for $\frac{L}{\lambda} = 0.25$

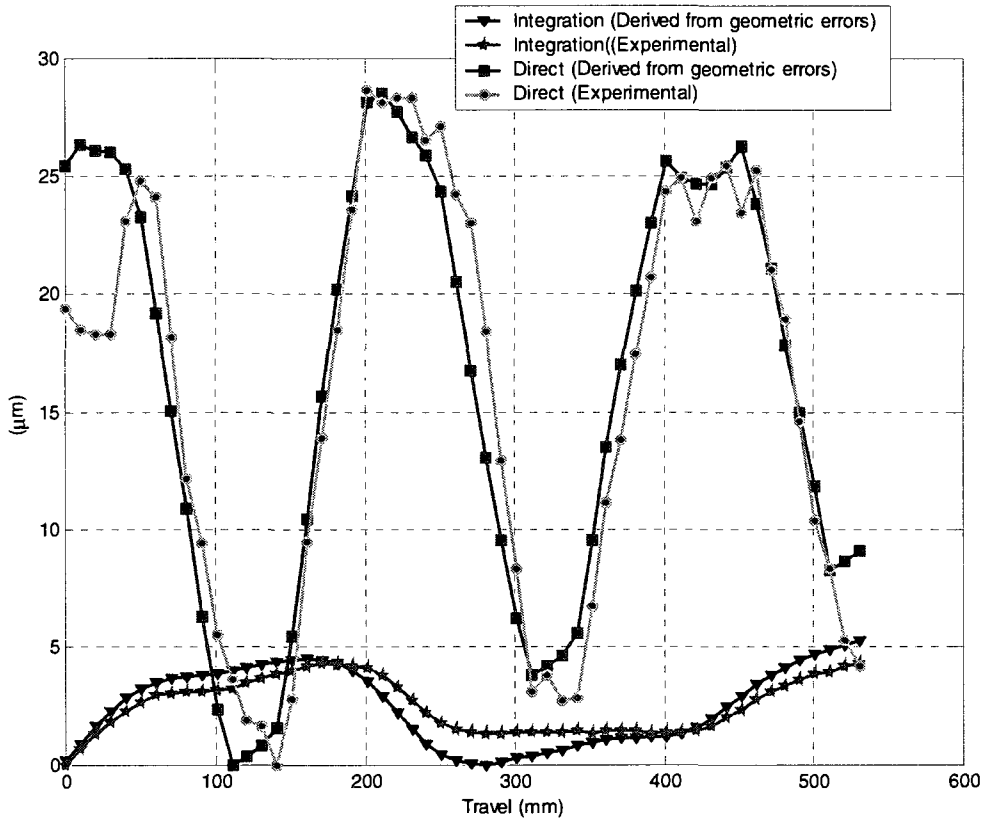

Figure 3.14 Joint kinematic straightness error of the carriage for $\frac{L}{\lambda} = 1$

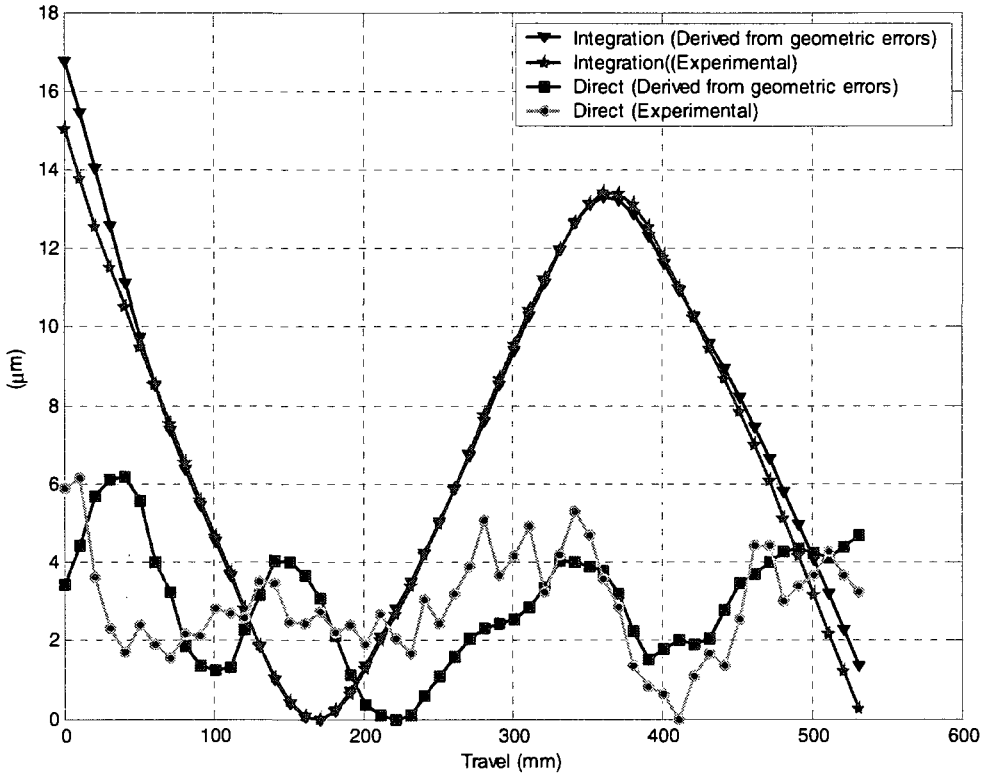

Figure 3.15 Joint kinematic straightness error of the carriage for $\frac{L}{\lambda} = 0.5$

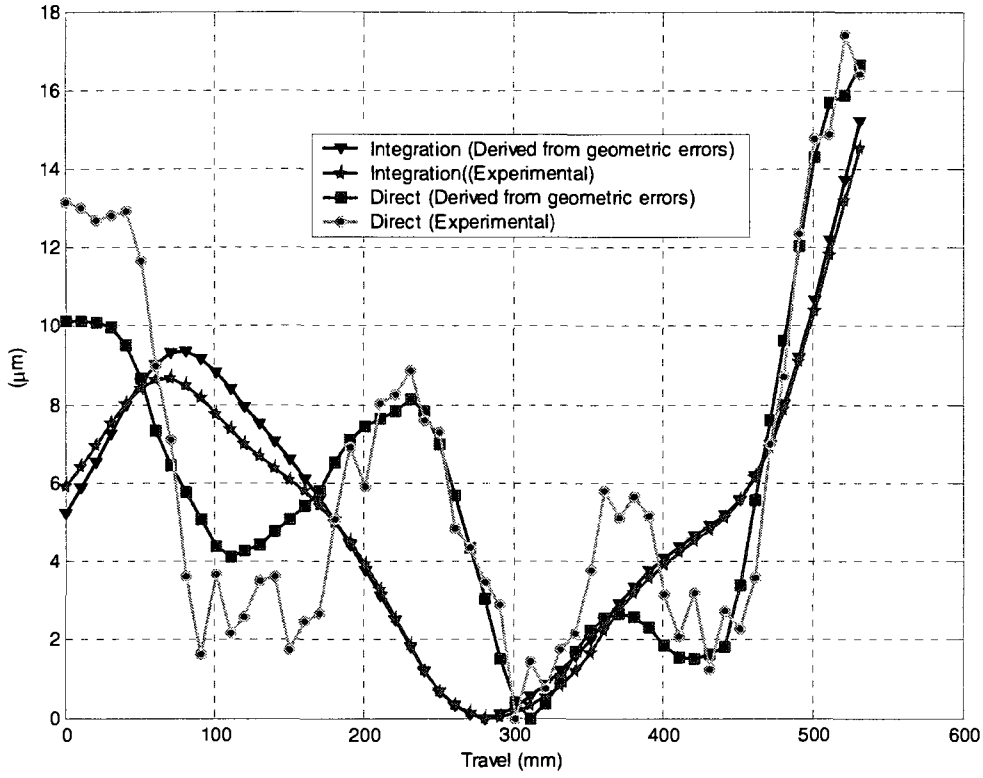

Figure 3.16 Joint kinematic straightness error of the carriage for $\frac{L}{\lambda} = 0.25$

CHAPITRE 4. ARTICLE 2: INVESTIGATION OF ACCURACY OF AEROSTATIC GUIDEWAYS

T. Onat Ekinci, J. R. René Mayer, Guy M. Cloutier

(Published in International Journal of Machine Tools and Manufacturing)

École Polytechnique de Montréal, CP 6079, Montréal, Québec, Canada, H3C 3A7

Received 18 July 2008; revised 13 November 2008; accepted 8 January 2009. Available online 21 January 2009.

4.1 Abstract

Aerostatic guideways are often used in machines requiring very high motion accuracy such as coordinate measuring machines. Currently, positioning error analysis for such machines focuses on the relationship between volumetric errors on one hand and motion errors and axes relative location errors on the other. The internal mechanisms causing motion errors are rarely considered. In order to gain a deeper understanding of aerostatic guideways, this paper investigates the relationship between motion errors and guideways geometric errors both mathematically and experimentally. The analytical model uses bearings location and stiffness, guideway geometry and static equilibrium to produce a model in matrix form. Validation experiments are conducted on a machine axis moving on aerostatic guideways with and without preload.

4.2 Introduction

The modelling of machine volumetric errors based on the synthesis of axis motion errors is a common technique in the machine error analysis field (Donmez, 1985; Zhang 1985). It is intuitively understood that the axis motion errors are in turn related to physical causes deeper in the machine structure.. The development of formal equations for such a causal relationship is a valuable tool to gain insight into error formation.

Axis motion errors of machine axes are parameters determined by physical parameters of the mechanical system. Some of these parameters are bearing spacing, guideway geometric errors and bearing stiffnesses. At a higher level, as we consider all the machine axes, the combination of axis motion errors gives rise to the volumetric errors, which represent the highest level in the error parameter hierarchy. This categorization approach constitutes the basis of our analysis of machine errors.

Modelling methods (Ni, 1997; Wang 1995) which use regression techniques to correlate measured temperatures with volumetric errors (cartesian errors at the tool tip) were investigated. These methods do not use information on the deformation of the structural elements. Reshetov and Portman (1988) analysed the spindle accuracy of machine tools deriving the total spindle head accuracy from the geometric deviations of roller tracks and roller diameters and also the influence of guideway errors on the carriage motion errors including elastic effects. Schlesinger (1966) underlined the importance of guideway straightness errors by recommending error limits. In the field of CMM (coordinate measuring machines) there are commercial applications of error compensation that take into account the guidance errors. However, these guidance errors are defined as the deviation of the carriage from a reference line, and the surface deviation as an independent factor is not taken into consideration (Herzog, 1986) The relation between carriage motion errors and guideway surface deviations has been

examined previously for a hydrostatic carriage (Shamoto et al., 2001) but the developed theory is not generalized and the focus is on the compensation by grinding of the guideway surfaces. The influence of the guideway straightness error due to thermal deformation has also been analyzed (Yun, 1999) and was found to affect significantly the positioning error. More recently, Gao et al. (2006) measured the axis motion errors of a linear air bearing stage actuated by a linear motor in order to derive the axis motion error curves necessary for software compensation. Slocum et al. (2003) studied the kinematic and dynamic behaviour of a linear motion carriage driven by a linear motor which is used at the same time to preload the carriage air bearings.

The present research develops a mathematical model that associates the geometric errors of the guideways to quasistatic axis motion errors of the machine axis. Previously, this relationship was investigated in the context of axis motion straightness and angular measurement associations through the analysis of a carriage without preloading and therefore without the effect of bearing stiffness (Ekinci&Mayer, 2007). In the present work, the study focuses on machine carriage structures supported by air bearings and preloaded by placing bearings on the opposite surface. The approach used also clarifies numerous relationships between the identifiable constraints, such as stiffness of air bearings, the magnitude and frequency of the guideway surface deviations and their influence on the axis motion errors of the machine axis which were previously explained on a geometric basis by Bryan (1979). The equations developed here clarify these interrelationships and help provide a theoretical framework to some design aspects of precision machines which have already been presented in patents (Olasz, 1985; Pesikov, 1989). Experiments were carried out on an experimental bench in order to validate the model prediction for the effects of geometric deviations of the guideway surfaces on the axis motion behaviour of the carriage. The predicted axis motion errors are compared with the experimental results obtained through laser interferometry.

4.3 Methodology

4.3.1 Machine error classification

In this section, the terminology concerning the machine error classification is presented in order to clarify the subsequent analysis. The classification is based upon the causality principle. The errors are categorized in three levels, the lower levels errors causing errors at the upper levels:

Geometric errors
Axis motion errors
Volumetric errors

Geometric errors: They are classified under two different subcategories. Guideway geometric errors are the straightness errors of the guideways upon which the machine axis carriage moves. Link geometric errors are general shape and assembly errors of the machine structures which determine the relative location of motion axes. Geometric errors represent the lowest error category level and they vary according to thermoelastic and elastic factors. They may be measured, for example, with levels and autocollimators. However, their measurement on a machine presents numerous difficulties due to accessibility issues.

Axis motion errors: They are the three translational and three rotational errors of the machine axis carriage. An axis motion error results, in part, from the combination of various geometric errors of the guideway surfaces on which the carriage moves simultaneously. The close connection between the (guideway) geometric errors and the (axis) motion errors has caused their being used interchangeably in the machine error

analysis literature. The determination of axis motion errors on the basis of guideway geometric errors is described in the following sections. The axis motion errors are typically measured by laser interferometry.

Volumetric errors: They define the relative location errors between the tool (cutting tool for a machine tool and stylus tip for a CMM) and the workpiece. They result from the combination of axis motion errors and link geometric errors of the machine axes propagating through the complete kinematic chain of the machine. They form the highest-level category of errors. They are usually measured by means of calibrated artefacts, telescoping magnetic ball bar, grid encoder, etc.

The aforementioned types of errors are illustrated in Fig. 4.1. A carriage with two bearing pads moves along a distorted guideway. The guideway geometric errors induce motion errors of the carriage as motion straightness error and pitch. A second linear motion axis is mounted on the carriage but with an out-of-squareness problem caused by a link geometric error. Both the guideway and link geometric errors finally propagate to the tool tip to cause a volumetric error. The present work focuses on the transformation between guideway geometric errors and axis motion errors.

4.3.2 Mathematical Modelling

The carriage-slideway system representative of a machine linear axis is shown in Fig. 4.2. It shows a guideway on which a carriage is located through multiple air bearing pads. The kinematic study of the system includes the analysis of axis motion roll, pitch and yaw angle errors about the x axis, z axis and y axis respectively and the axis motion straightness error in the y and z directions.

In a system formed by several bearings, the surface deviations will translate into exterior forces on the carriage by means of the air bearings. Fig. 4.3 shows a hypothetical system

made of an arrangement of air bearings before the equilibrium position is reached. The nominal position of the ith air bearing on the kth surface is represented by variable d_i^k relative to the carriage reference frame O_c located at the center of geometry of the bearing set. The system is originally at equilibrium. Then, upon displacement on imperfect surfaces, the system constantly aims to maintain equilibrium by repositioning the carriage in the zx plane. In other words, the carriage will undergo a resultant (straightness and/or angular) axis motion error as a result of the overall interaction of all individual bearings forming the system each acting according to internal forces caused by the geometric deviations. Such a system is equivalent to a system of springs connected in a parallel configuration between the guideway and the carriage.

The absolute reference frame O_{abs} coincides with one of the guiding surface reference frames. The other surface reference frame's locations are defined with respect to the absolute reference frame.

In some CMM carriage-slideway assemblies the air bearings are attached to the carriage through ball joints thus providing three rotational degrees of freedom (Fig. 4.4(a)). Therefore, the air bearing/ball joint connection is equivalent to a point on plane constraint only capable of transmitting a force in a direction normal to the guideway surface.

The individual air bearing and localized carriage stiffnesses are represented in a lumped form (Fig. 4.4(b)). The ith bearing stiffness on the kth surface, K_i^k, results from the serial combination of the air layer stiffness on the bearing bottom surface and the stiffness of the mechanical contact between the carriage and the bearing that is formed by the conical-spherical surface pair. $\delta_i^k(x+d_i^k)$ represents the guideway geometric error, a linear deviation normal to the nominal surface, under bearing i, and defined with respect

to its surface reference frame O_k, $\delta_y(x)$ is the axis motion straightness error of the carriage in the y direction evaluated at the center of geometry of the bearings, O_c, and $\varepsilon_z(x)$ is the pitch error (rotation around the z-axis). ${}_cK_i^k$ is the lumped stiffness of the carriage at the attachment point of the ith bearing on the kth surface undergoing an elastic displacement of ${}_c\delta_i^k(x+d_i^k)$.

The expression of the aerostatic force that will affect each individual bearing is:

$$F_i^k(x) = K_i^k(\delta_i^k(x+d_i^k) - {}_c\delta_i^k(x+d_i^k)) \tag{4.1}$$

The force acting on the corresponding carriage-bearing attachment point is of equal size by the nature of a serial spring configuration and thus can be expressed as:

$$F_i^k(x) = {}_cK_i^k({}_c\delta_i^k(x+d_i^k) - (\delta_y(x) + \varepsilon_z(x)d_i^k)). \tag{4.2}$$

Equating the force expressions of (4.1) and (4.2), we can express the carriage deflection (due to the carriage elastic deformation) at the attachment point as,

$${}_c\delta_i^k(x+d_i^k) = \frac{K_i^k}{K_i^k + {}_cK_i^k}\delta_i^k(x+d_i^k) + \frac{{}_cK_i^k}{K_i^k + {}_cK_i^k}(\delta_y(x) + \varepsilon_z(x)d_i^k). \tag{4.3}$$

Then the force acting on each of the individual bearings can be expressed in the form:

$$F_i^k(x) = K_i^k\zeta_{i,k}^c(\delta_i^k(x+d_i^k) - (\delta_y(x) + \varepsilon_z(x)d_i^k)) \tag{4.4}$$

where $\zeta_{i,k}^c = \dfrac{{}_cK_i^k}{K_i^k + {}_cK_i^k}$.

$\zeta_{i,k}^{c}$ represents the carriage stiffness effect at each bearing attachment point. Thus the effect of each individual bearing on the overall static equilibrium condition and consequently in the error motion of the carriage is dependent on the relative stiffness of the bearing to the lumped stiffness of the carriage at the attachment point.

At each position along x, repositioning of the carriage takes place naturally in order to satisfy static equilibrium. Thus, the following equations apply on the carriage-bearing system:

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} F_i^k(x) = 0 \tag{4.5}$$

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} M_i^k(x) = 0 \tag{4.6}$$

Where n_k is the number of bearings on each surface and p is the number of surfaces which is equal to 2 in the present case. In this force-moment system, external forces are not taken into account, only the forces created by geometric errors are considered.

If we expand these two equations by substituting (4.4) we obtain:

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} F_i^k(x) = \sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^{c}(\delta_i^k(x+d_i^k) - (\delta_y(x) + \varepsilon_z(x)d_i^k)) = 0 \tag{4.7}$$

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} M_i^k(x) = \sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^{c}(\delta_i^k(x+d_i^k) - (\delta_y(x) + \varepsilon_z(x)d_i^k)d_i^k = 0 \tag{4.8}$$

Separating terms containing guideway geometric errors from those containing axis motion errors, we obtain:

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c(\delta_i^k(x+d_i^k)) = \delta_y(x)\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c + \varepsilon_z(x)\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c d_i^k \tag{4.9}$$

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c(\delta_i^k(x+d_i^k))d_i^k = \delta_y(x)\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c d_i^k + \varepsilon_z(x)\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c (d_i^k)^2 \tag{4.10}$$

Rearranging the system in matrix form:

$$\begin{pmatrix} m_1^1 & m_2^1 & \cdots & m_i^k & \cdots & m_{n_p}^p \\ \xi_1^1 d_1^1 & \xi_2^1 d_2^1 & \cdots & \xi_i^k d_i^k & \cdots & \xi_{n_p}^p d_{n_p}^p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_1^1\zeta_{1,1}^c & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & K_2^1\zeta_{2,1}^c & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & K_i^k\zeta_{i,k}^c & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & K_{n_p}^p\zeta_{n_p,p}^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1^1(x+d_1^1) \\ \delta_2^1(x+d_2^1) \\ \vdots \\ \delta_i^k(x+d_i^k) \\ \vdots \\ \delta_{n_p}^p(x+d_{n_p}^p) \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c & \sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c d_i^k \\ \sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c d_i^k & \sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c (d_i^k)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_y(x) \\ \varepsilon_z(x) \end{pmatrix} \tag{4.11}$$

where m_i^k and ξ_i^k are -1 or 1 depending on the direction of force application on the bearing along the y axis (whether the bearing is on the upper or lower guideway respectively), and p is the number of guideway surfaces. In a system where the carriage design and bearing positions are symmetrical with respect to the vertical axis of the center of geometry O_c, the stiffness matrix on the right becomes diagonal, and we have:

$$\begin{pmatrix} \delta_y(x) \\ \varepsilon_z(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c (d_i^k)^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1^1 & m_2^1 & \cdots & m_i^k & \cdots & m_{n_p}^p \\ \xi_1^1 d_1^1 & \xi_2^1 d_2^1 & \cdots & \xi_i^k d_i^k & \cdots & \xi_{n_p}^p d_{n_p}^p \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} K_1^1 \zeta_{1,1}^c & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & K_2^k \zeta_{2,1}^c & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & K_i^k \zeta_{i,k}^c & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & K_{n_p}^p \zeta_{n_p,p}^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1^1(x+d_1^1) \\ \delta_2^1(x+d_2^1) \\ \vdots \\ \delta_i^k(x+d_i^k) \\ \vdots \\ \delta_{n_p}^p(x+d_{n_p}^p) \end{pmatrix} \tag{4.12}$$

which can subsequently be transformed to:

$$\begin{pmatrix} \delta_z(x) \\ \varepsilon_z(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{m_1^1 K_1^1 \zeta_{1,1}^c}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c} & \cdots & \dfrac{m_i^k K_i^k \zeta_{i,k}^c}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c} & \cdots & \dfrac{m_{n_p}^p K_{n_p}^p \zeta_{n_p,p}^c}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c} \\ \dfrac{\xi_1^1 \zeta_{1,1}^c d_{1,1}^1 K_1^1}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c (d_i^k)^2} & \cdots & \dfrac{\xi_i^k \zeta_{i,k}^c d_i^k K_i^k}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c (d_i^k)^2} & \cdots & \dfrac{\xi_{n_p}^p \zeta_{n_p,p}^c d_{n_p}^p K_{n_p}^p}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c (d_i^k)^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1^1(x+d_1^1) \\ \vdots \\ \delta_i^k(x+d_i^k) \\ \vdots \\ \delta_{n_p}^p(x+d_{n_p}^p) \end{pmatrix} \tag{4.13}$$

This is the two dimensional system of equation that defines the relation between the geometric errors of guideways and the axis motion errors of the carriage moving on those guideways.

This study considers only quasistatic geometric errors. Accordingly, the following hypotheses apply:

- Only quasistatic cases are treated, dynamic effects are not taken into account.
- The surface deviations do not affect the air bearing stiffness and loading characteristics outside the linear stiffness limits and thus do not make the equation system (4.13) nonlinear (aerostatic condition).

4.4 Experimental verification

4.4.1 Stiffness considerations

The determination of stiffness for the different parts of the machine structure, such as the guideway beam, carriage and the air bearings are critical for the validation of the model. Accordingly various analyses concerning these parts are performed to evaluate the stiffnesses.

An elastic analysis of the beam has been carried out through FEM analysis to verify that the surface deviations due to geometric errors are greater than the vertical elastic deformation caused by structural mass. The maximal elastic deformation of the beam due to its own weight and the weight of the carriage has been found to be less than 1 μm which is much less than the guideway geometric error amplitudes that are present on the test bench.

Slocum (2003) reported significant differences between the stiffness values of individual air bearings supplied by the same company. Accordingly, it was decided to measure the stiffness of each air bearing and compare the measured values with the supplier's data. The stiffness measurement experiments were carried out on a servohydraulic testing device (MTS310, MTS Systems Corporation, Michigan, USA) equipped with load cells in order to measure the applied force. The displacements of the air bearings were

measured by an indicator with a resolution of 2.54 μm (0.0001 in). The air pressure applied at the bearing during the experiment was 4 MPa. The results show minimal differences between individual bearing stiffnesses and equally small deviation from the data provided by the supplier. The measured individual stiffness of the air bearings was 52.5 N/μm. The stiffness was found to be constant for an air gap height range of 3 to 15 μm.

Lumped carriage stiffnesses were also measured (Fig. 4.5). In order to measure the deflections with respect to a reference plane which deforms minimally, a cylindrical support rod was kinematically mounted on two pairs of spheres (acting as vee-blocks located at the geometric centre of the carriage side walls). The mounting reduced the impact on the readings of possible lateral wall motion (buckling). Only the relative vertical motion of the bearing points was sought. The deflection of the geometric center of carriage side walls was neglected. The same testing device that was used to measure the air bearing stiffnesses was used to apply and measure the forces. The measurements were carried out through indicators placed on the cylindrical support rod whose tips were positioned on the extremities of the air bearing connectors. The results at all three measurement points are shown in Fig 4.6. The lumped stiffnesses on connector points 1 and 2 are nearly the same and their stiffnesses are 14.8 N/μm and 13.3 N/μm respectively. The lumped stiffness at point 3 is estimated at 21.3 N/μm.

4.4.2 Validation of model

The experimental setup consists of a ceramic beam and the air bearings which are part of the X axis of a commercial CMM, and a carriage manufactured in the university workshop (Fig. 4.7). The setup stands on a laboratory grade granite surface plate, which itself sits on a steel frame. The laboratory floor is a 3 m thick concrete slab. The laboratory environment is controlled at 20 °C within ±0.1°C.

Experiments were carried out first for the unpreloaded case. A steel plate was spray painted and placed on the ceramic beam guideway surfaces in order to generate guideway geometric errors. The carriage is made of aluminium and the carriage width, height and length dimensions are 190 mm, 370 mm and 234 mm respectively. The horizontal distance between the top air bearings is 200 mm. The vertical distance between the bottom air bearing and the geometric center of the top air bearings is 260 mm. Air bearings were supplied by Mitutoyo Canada Inc. and were originally part of a commercial coordinate measuring machine. The bearing support surface dimensions is 60x45 mm. Total length of the ceramic guideway length is 1270 mm.

Fig. 4.8 shows the guideway geometric error of the top surface with the steel plate in place. The geometric errors were measured by means of an indicator with a resolution of 2.54 μm (0.0001 in). Given the flexibility of the sheet metal plates, the measurements were taken while placing a u-shaped weight near the measurement area. Then the axis motion errors of the carriage were measured by laser interferometry. The manufacturer's specifications for the angular optics setup are a measurement range of ±175 mm/m, an accuracy of ±0.6 μm/m and the resolution of 0.1 μm/m. The measurement range of the straightness optics setup is ±2.5 mm and its accuracy and resolution are ±0.5 μm and 0.01 μm respectively. To simulate the machine behaviour more closely, the averaging effect of the bearings were taken into account during the calculations of the axis motion straightness errors from the measured guideway geometric errors. The air gap thickness of the aerostatic bearings were measured during the carriage travel and found to be in the 3-15 μm range. This is the range within which the bearing stiffness was found to be fairly constant thus validating the constant air bearing stiffness assumption.

Figs. 4.9 and 4.10 show the axis motion straightness error and pitch error of the carriage without preloading. Taking into consideration general shape and total magnitude of the measured errors, the experimental results are close to the theoretical predictions.

Other tests this time with the preloaded carriage were carried out. The preload was obtained through an air bearing on the bottom guideway. Fig. 4.11 shows the guideway geometric error of the bottom surface relative to the top surface reference frame (best fit line of the top surface). Much of the geometric errors of the bottom surface represent the effect of misalignment with the top surface. The absolute reference frame is located on the top surface guideway straightness line. The bottom surface reference frame is adjusted with respect to the top surface reference frame by subtracting the inclination angle of the top surface straightness reference line from that of the bottom surface straightness line. Figs. 4.12 and 4.13 show the axis motion straightness error and pitch error of the carriage with preloading. It can be observed that with preloading, the axis motion straightness error reduces considerably while the pitch error remains the same. This is because the pitch error originates from the two air bearings on the top surface, whereas the straightness error depends on all of the air bearings in the system.

The total magnitude and general shape of the predicted axis motion errors are in agreement with experimental results. The differences in certain regions during the travel between theoretical and experimental results may be attributed to the fact that the guideway geometric errors were taken as straightness errors and not flatness errors, thus due to the fact that the three dimensional effect of the guideway errors were neglected in the model.

4.5 Conclusion

The main objective of this work is to investigate the accuracy of machine axis motion errors on a machine axis moving on aerostatic bearings. A method representing an effective means for understanding the basic physical mechanisms underlying the motion errors is presented. This approach calls for some clarification of the commonly used

terminology. For instance, the term geometric error refers specifically to deviations of a geometric nature affecting mechanical components and not to the motion errors that result from the geometric errors. An equation system providing an analytical relationship between the axis motion errors and the guideway geometric errors is presented. The relationship is validated through experiments carried out on an air bearing guided carriage. It is shown that for both with and without preload cases, the predicted axis motion errors are in good agreement with experimental errors.

4.6 References

M.A. Donmez, D.S. Blomquist, R.J. Hocken, C.R. Liu, M.M. Barash, General methodology for machine tool accuracy enhancement by error compensation. Precision Engineering 8 (4) (1985) 187-196.

G. Zhang, R.Veale, T. Charlton, B. Borchardt, R. Hocken, Error compensation of coordinate measuring machines, Technische Rundschau, Berne, Switzerland, 1985, pp. 445-448

J. Ni, CNC Machine Accuracy Enhancement Through Real-Time Error Compensation. Journal of Manufacturing Science and Engineering 119 (1997) 717-725

Y. Wang, G.Z., K. S. Moon, J. W. Sutherland, Compensation for the thermal error of a multi-axis machining center Journal of Materials Processing Technology 75 (1-3) (1998) 45-53

D. N. Reshetov, V.T. Portman, Accuracy of machine tools. 1988, New York: ASME Press.

G. Schlesinger, Testing machine tools, 1966, New York: Industrial Press.

K. Herzog, US Patent No: 4,587,622, Method and apparatus for determining and correcting guidance errors, 1986

E. Shamoto, C.-H. Park, T. Moriwaki Analysis and Improvement of Motion Accuracy of Hydrostatic Feed Table, CIRP Annals, 2001, pp 285-291

W. S. Yun, S.K.Kim, D. W. Cho, Thermal error analysis for a CNC lathe feed drive system. International Journal of Machine Tools and Manufacture 1999. 39(7) 1087-1101

W. Gao, Y. Arai, A. Shibuya, S. Kiyono, C. H. Park, Measurement of multi-degree-of-freedom error motions of a precision linear air-bearing stage. Precision Engineering 30(1) (2006) 96-103

A. Slocum, M. Basaran, R. Cortesi, A. Hart, , Linear motion carriage with aerostatic bearings preloaded by inclined iron core linear electric motor. Precision Engineering 27(4) (2003) 382-394

T.O. Ekinci, J.R.R. Mayer, Relationships between straightness and angular kinematic errors in machines. International Journal of Machine Tools and Manufacture 47 (12-13) (2007) 1997-2004

J.B. Bryan, The Abbé principle revisited: An updated interpretation. Precision Engineering 1(3) (1979) 129-132

J. Olasz, US Patent No: 4,643,590, Guide system, 1985

V. Pesikov, US Patent No: 4,802,774 , Gas bearing for guiding relative movement of precision machine parts, 1989

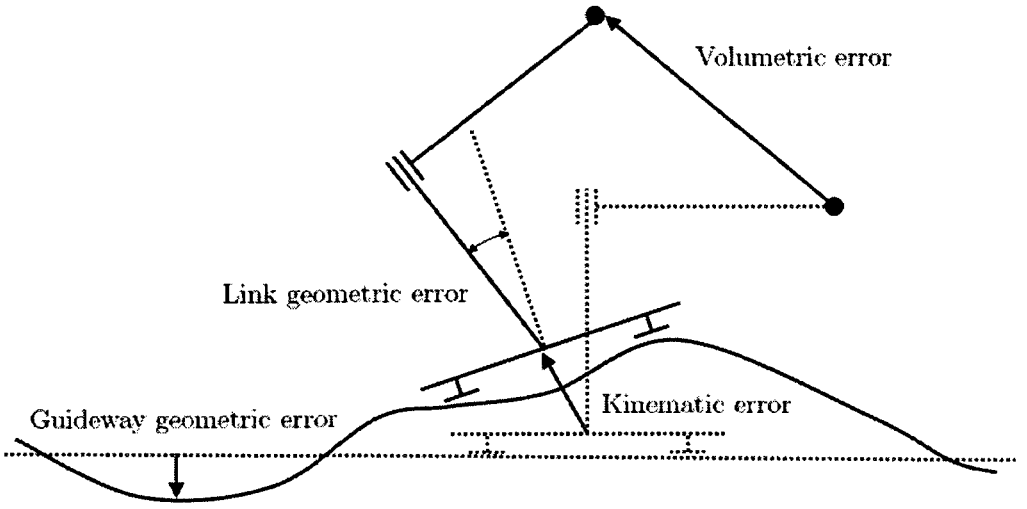

Figure 4.1 Machine error categories illustrated using an X-Y machine with exaggerated errors on the X-axis guideway

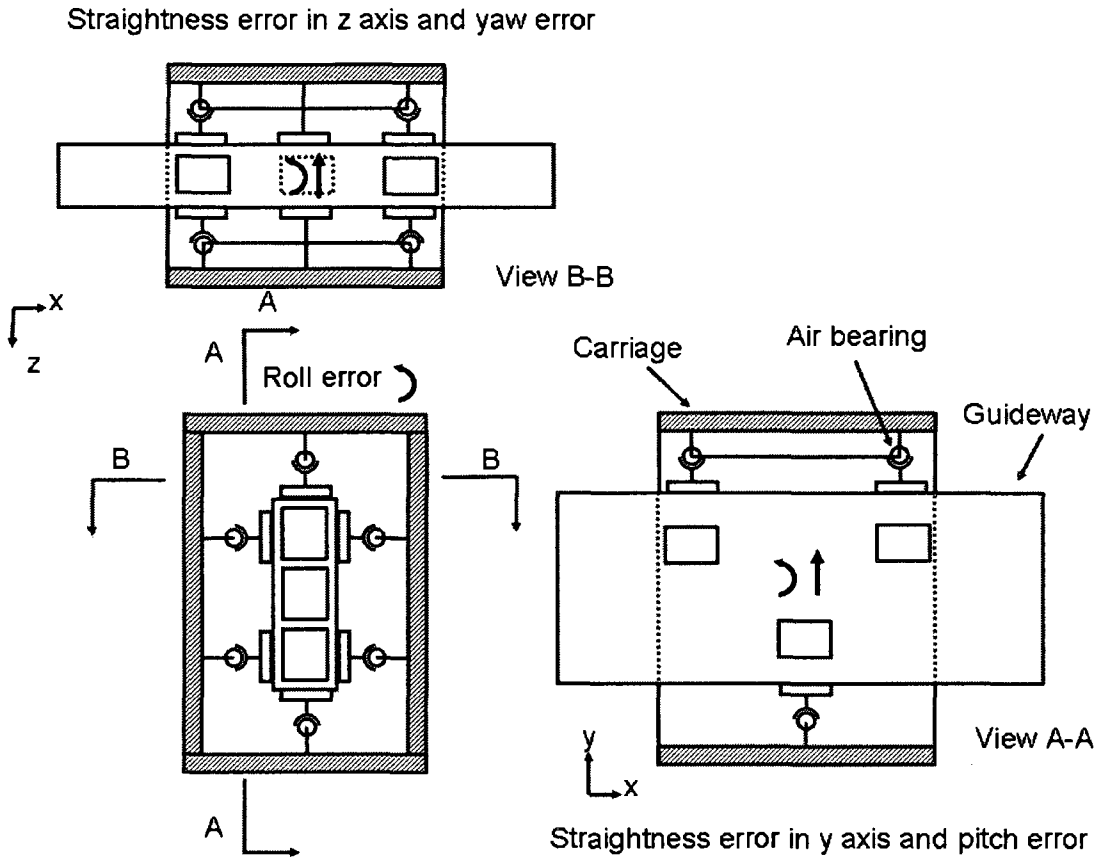

Figure 4.2 General machine structure and error attribution

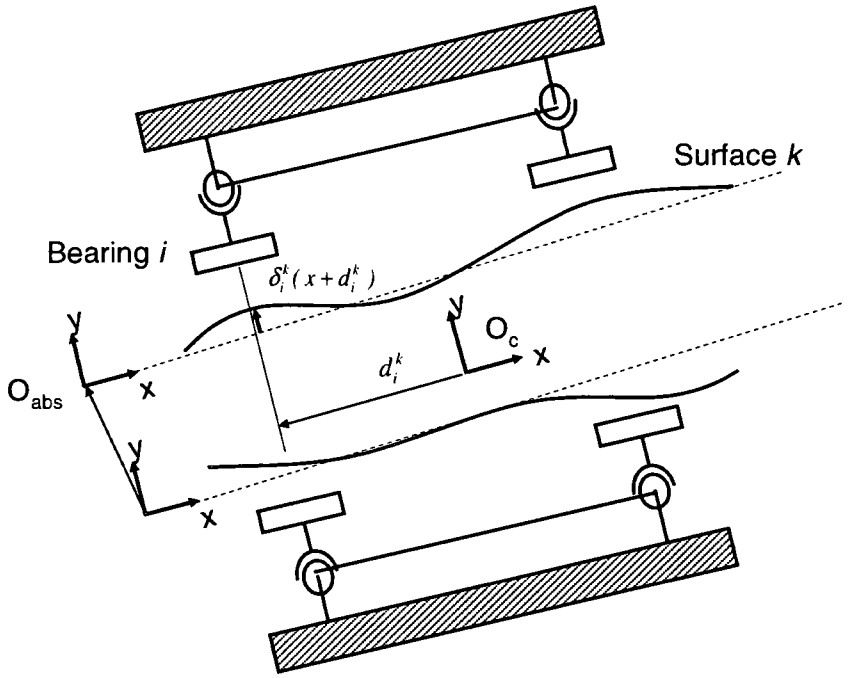

Figure 4.3 Carriage air bearing system

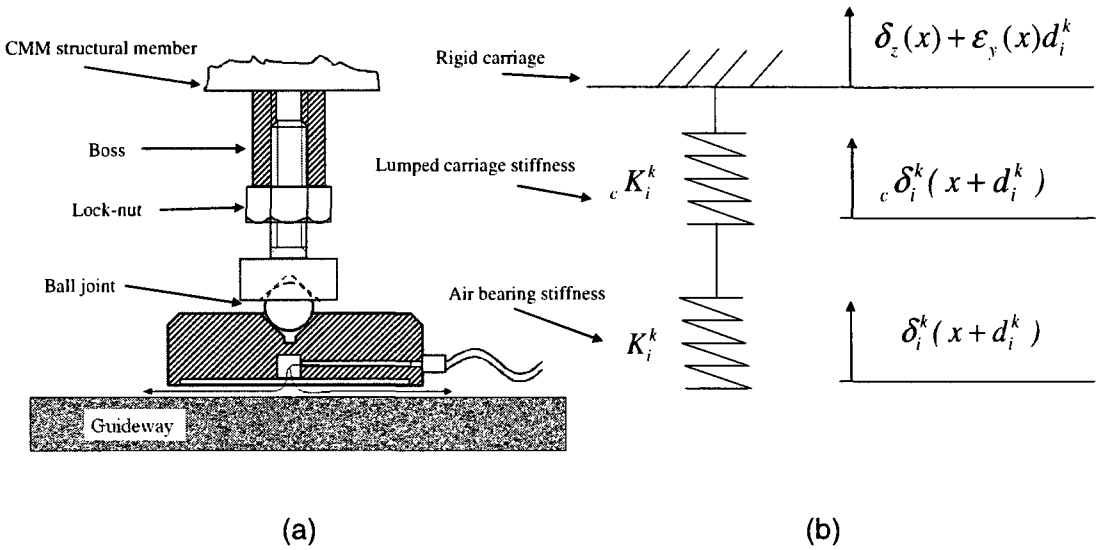

Figure 4.4 Air bearing (a) Physical structure (b) corresponding stiffness-displacement representation

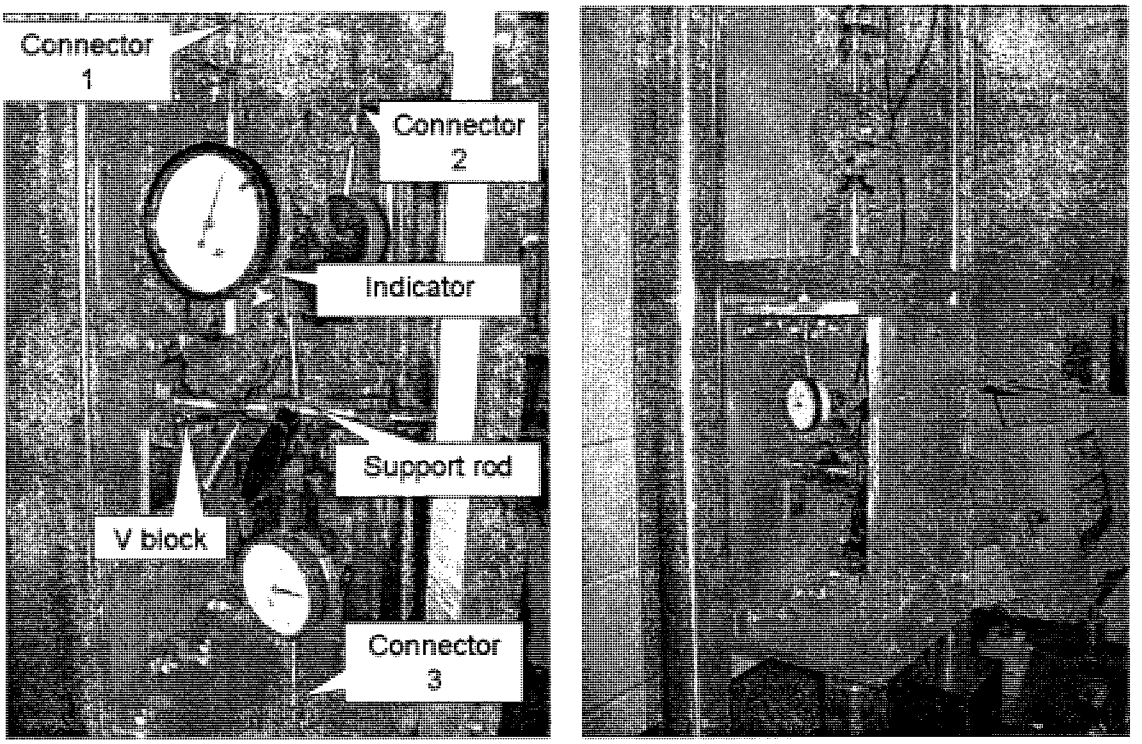

Figure 4.5 a Carriage stiffness measurement setup showing the dial indicators and support system to measure displacements at the air bearing mounting points within the carriage box.

b The test machine forces are applied on the outside of the carriage, above and below, at the bearing attachment points.

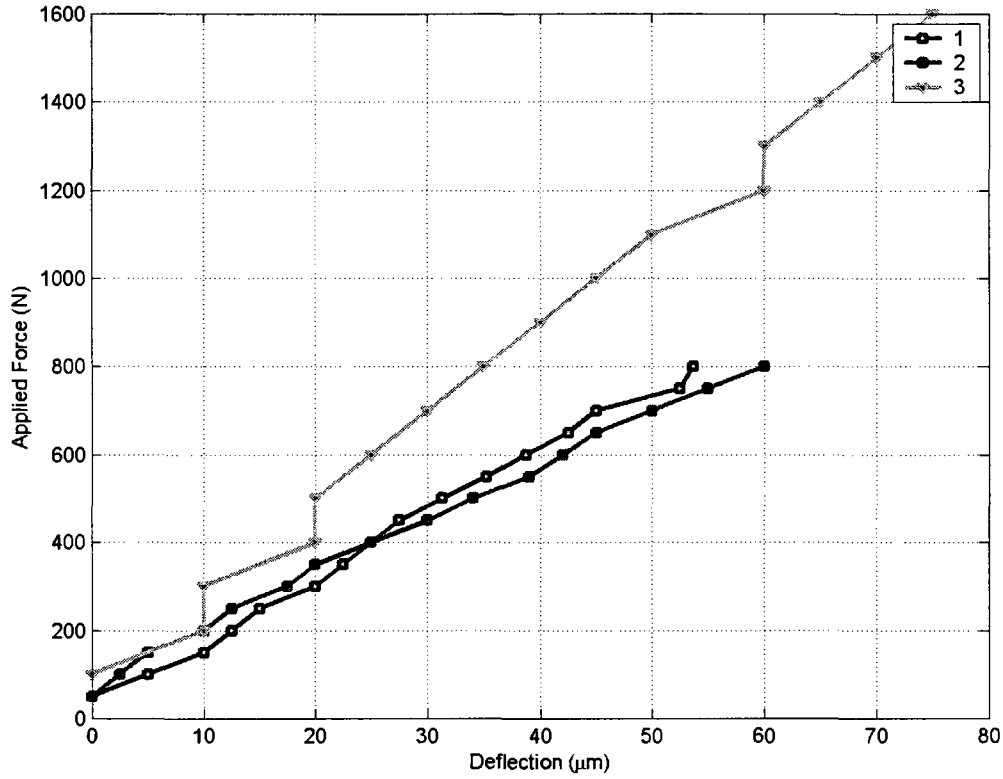

Figure 4.6 Carriage deflection vs. force relationships measured on the connection points of the air bearings to the carriage

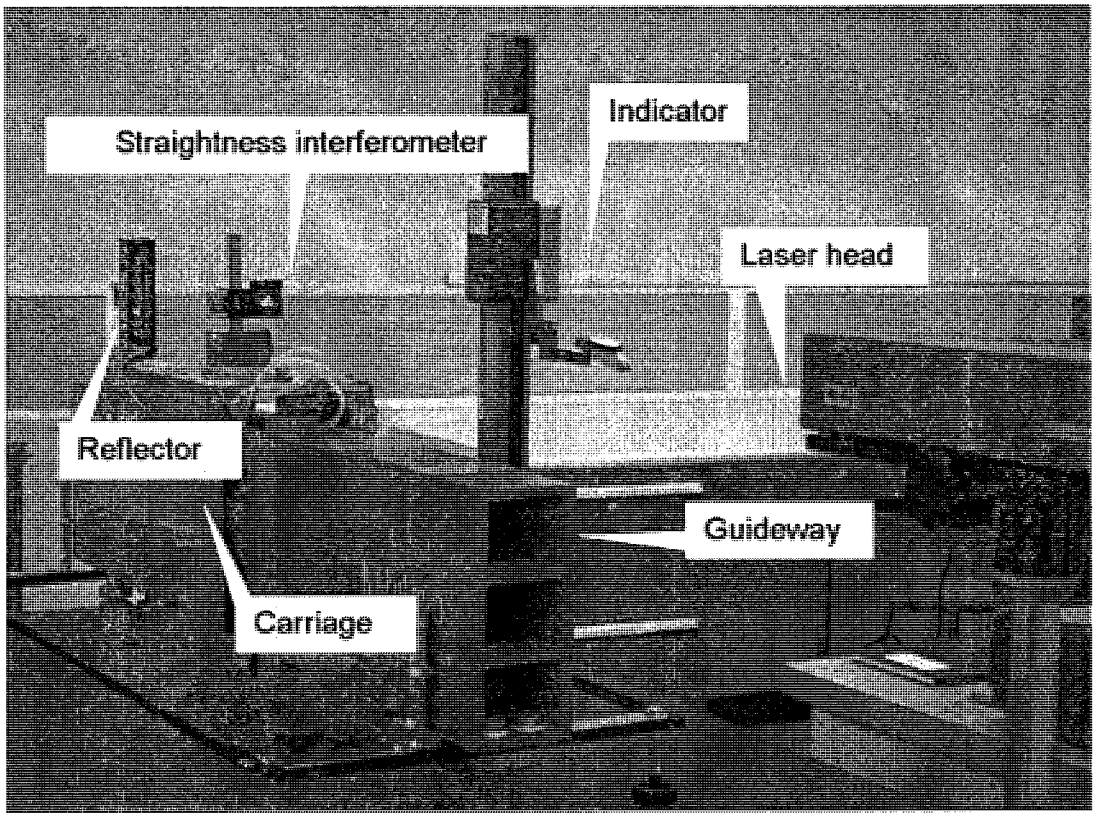

Figure 4.7 Experimental setup

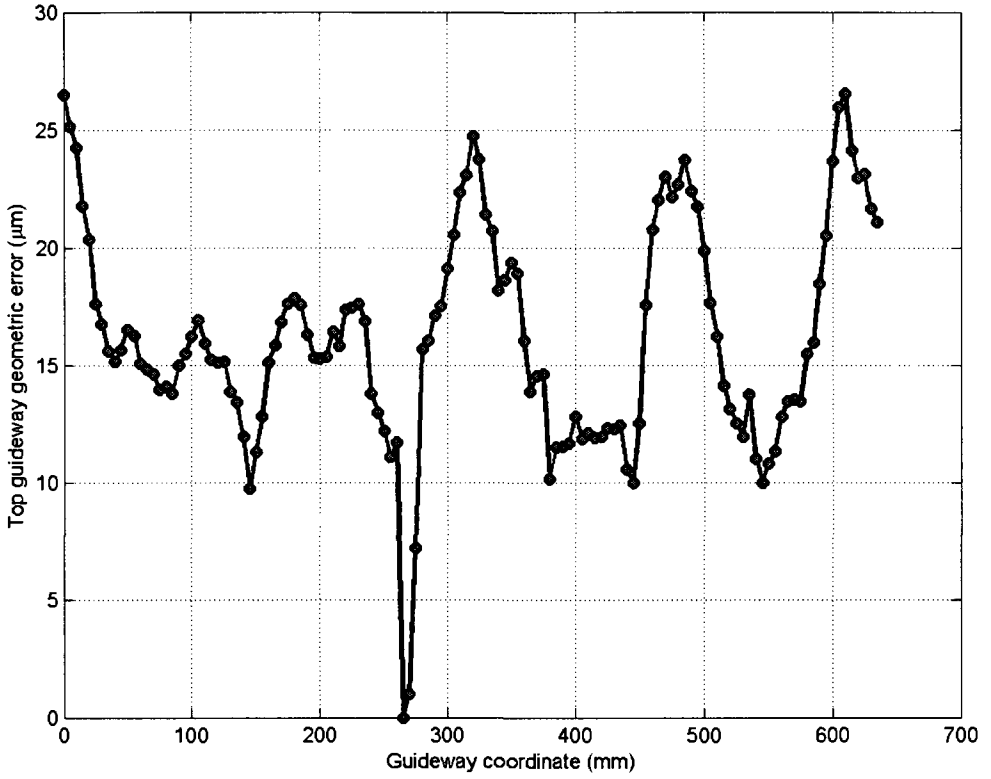

Figure 4.8 Top guideway geometric error

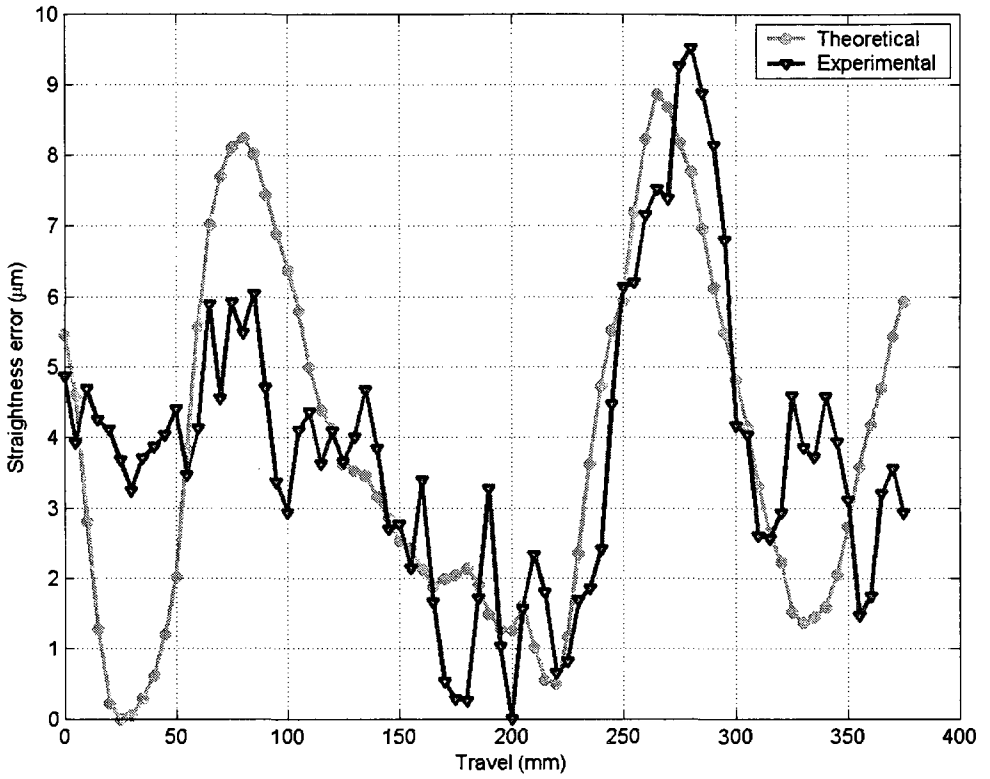

Figure 4.9 Straightness error without preload

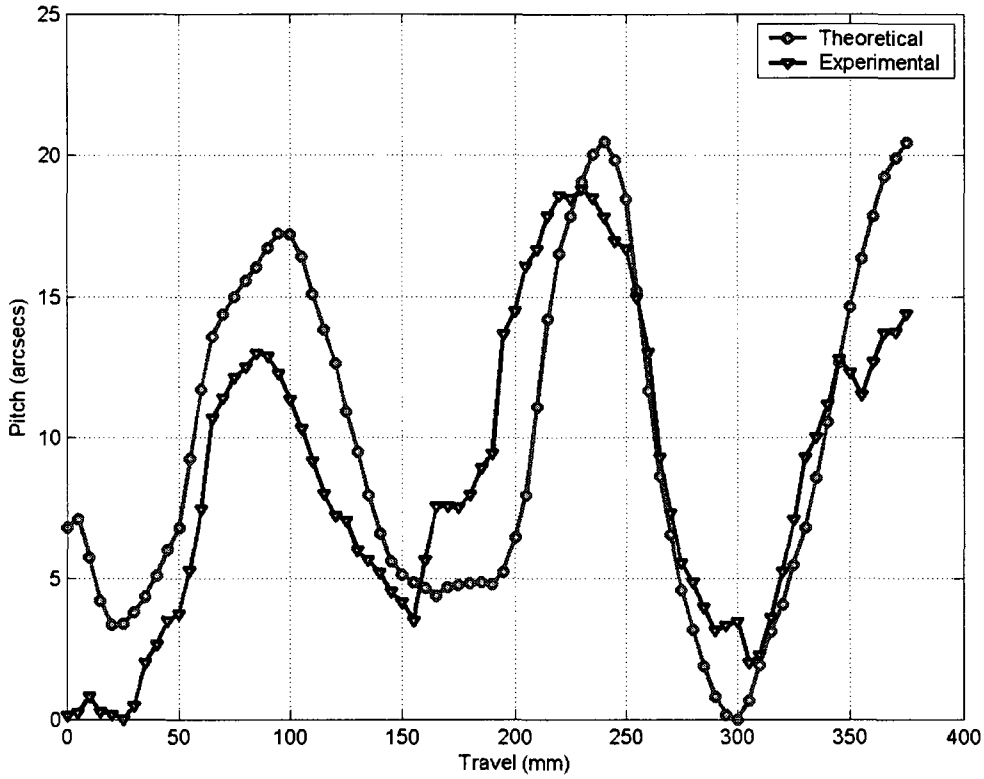

Figure 4.10 Pitch error without preload

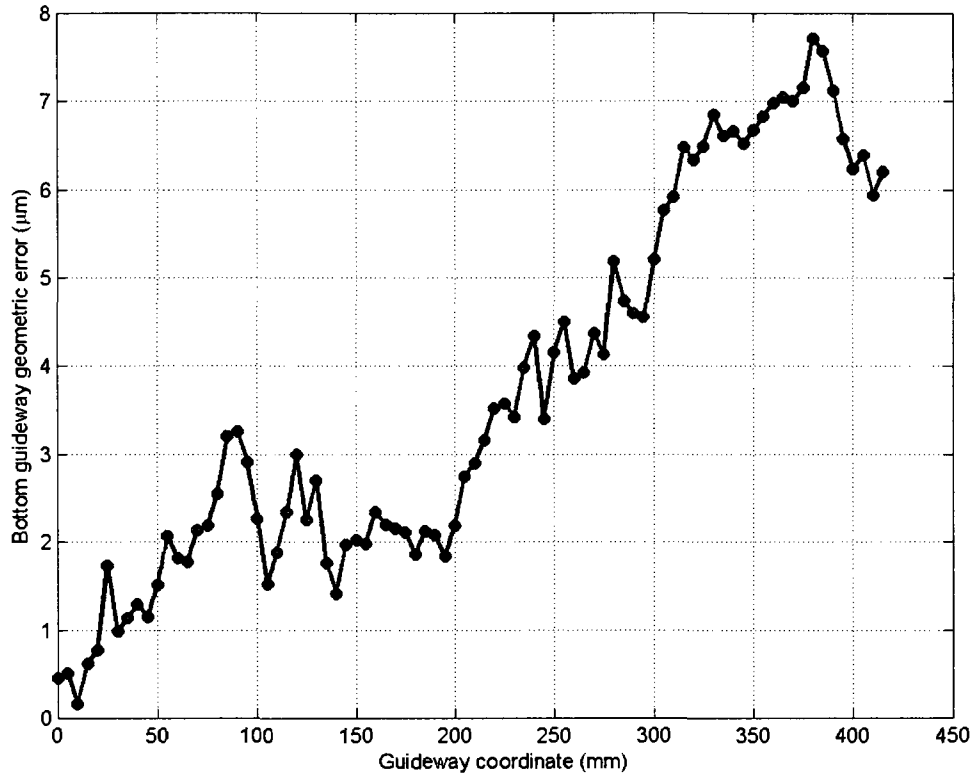

Figure 4.11 Bottom guideway geometric error with respect to the top guideway best-fit line

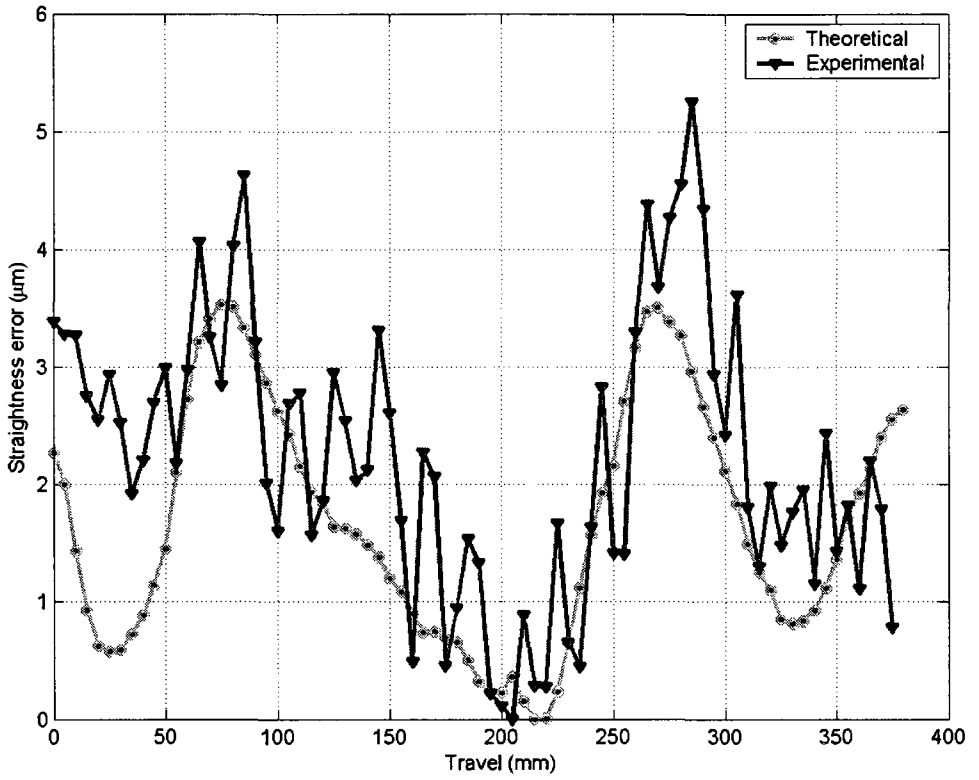

Figure 4.12 Straightness error with preload

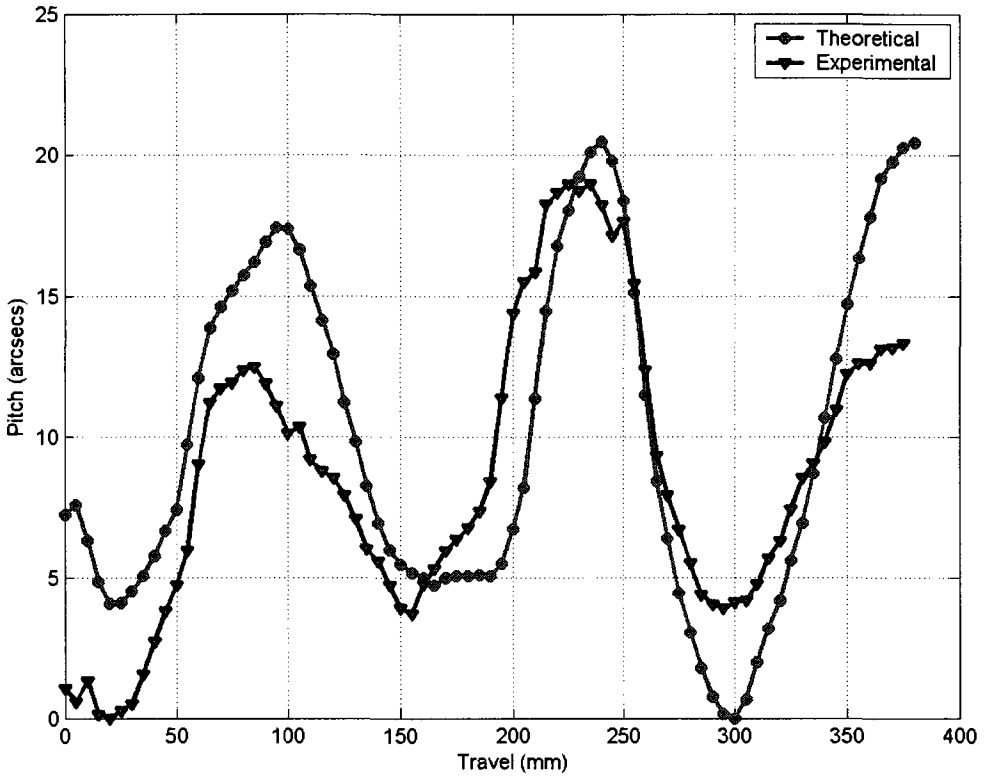

Figure 4.13 Pitch error with preload

CHAPITRE 5. RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES:LA CONCEPTION ET L'ANALYSE DE PRÉCISION D'UN AXE DE MACHINE-OUTIL

5. 1 Introduction

Bien que la conception des machines-outils soit un domaine établi, les articles et les livres décrivant les principes fondamentaux de la construction de machine-outil sont limités à un nombre restreint (Koenisberger, 1964; Slocum, 1992). Étant donné la structure fermée et les limitations de garantie des machines-outils conventionnelles, il est difficile d'examiner les composantes des machines pour analyser le comportement de la machine. Bien que les erreurs cinématiques des machines soient mesurables, le comportement des composantes de la machine ne peut pas être observé en raison des problèmes d'accessibilité. Pour pouvoir étudier le comportement de machine-outil, un banc d'essai représentant les caractéristiques de machine outil a été conçu et construit. La précision et la rigidité du système construit ont été aussi analysées.

Plusieurs travaux de recherche ont été réalisés pour évaluer et améliorer la conception structurelle des machines-outils. Un prototype de rectifieuse avec une base en époxy afin d'usiner des matériaux durs a été conçu et construit et les mesures de performances ont été effectués (Kim, 1997). Une machine-outil à 3 axes avec une table à structure cinématique parallèle à basse inertie a été conçue et bâtie (Dong, 2004). La composition optimale de béton d'époxy pour le bâti d'une machine ultra-précise a été analysée (Kim, 1995). Les dimensions et les fractions optimales des granulats et la teneur optimale de résine d'époxy ont été déterminés. Pour améliorer l'amortissement d'un chariot d'une machine outil, un système de guide linéaire a été proposé (Rahman, 2001).

L'amortissement, la résistance et la durabilité du béton d'époxy ont été estimé supérieurs à ceux du béton normal.

Les méthodes de modélisation (Ni, 1997 ; Wang 1998) utilisant des techniques de régression linéaire pour comparer les températures mesurées avec les erreurs volumétriques ont été étudiés. Ces méthodes n'utilisent pas l'information provenant de la déformation des éléments structurels. Reshetov and Portman (Reshetov&Portman, 1988) ont analysé la précision de la broche des machines-outils et dérivé la précision de la broche à partir des déviations géométriques des rails et des diamètres des roulements et aussi l'influence des erreurs géométriques sur les erreurs cinématiques du chariot en incluant les effets élastiques. Schlesinger (1966) a souligné l'importance de l'erreur de rectitude des guides en recommandant des limites d'erreur. Les effets de moyennage dans les systèmes des guides linéaires ont été analysés (Shimizu, 1990) et une atténuation substantielle de l'erreur de rectitude du chariot a été observée.

Ce chapitre contient deux parties distinctes: d'abord, les caractéristiques de conception générale d'un banc d'essai sont présentées, ensuite les erreurs cinématiques de la machine provenant des erreurs géométriques sont étudiées. Premièrement, une méthodologie de conception développée dans le but de pouvoir modifier les erreurs géométriques des guides linéaires est présentée. Le bâti de la machine est en béton et un porte-guidage est connecté au bâti au moyen des ancrages supportant le système chariot-guidage. Le système porte-guidage-ancrage est utilisé pour ajuster la rectitude des guides et aussi pour contrebalancer l'instabilité dimensionnelle du béton. Ensuite, la relation entre les erreurs géométriques de guide et les erreurs cinématiques du chariot est analysée. Les erreurs de rectitude et les erreurs angulaires des guides et du chariot sont mesurées par l'interférométrie laser. Les expériences démontrent que les rigidités relatives des composantes du système chariot-guidage affectent considérablement la relation entre la précision des guides et du chariot.

5.2 La conception de l'axe

Un axe de machine a été conçu et construit pour analyser les causes des erreurs de machine outil. La base principale de l'axe est fabriquée en béton. Le système chariot-guidage est supporté par un porte-guidage (Figure 5.1).Un système d'ajustement des ancrages entre la plaque de porte-guidage et la base en béton est conçu afin de compenser l'instabilité dimensionnelle de la base et la précision des surfaces de plaque de porte-guidage. Les ancrages ont un diamètre de ¾" avec un filetage de 10 f/po et une longueur totale de 300 mm. Une plaque d'assemblage a été conçue pour tenir les ancrages dans une position stable durant les phases de moulage et de vibration de la structure en béton (Figure 5.2).

Le chariot et le porte-guidage sont fabriqués d'acier structurel 44W pré-rectifié et recuit à l'air. Les dimensions de largeur, de hauteur et de longueur du chariot sont 392 mm, 25 mm et 450 mm, respectivement. La largeur, la hauteur et la longueur du porte-guidage sont 559 mm, 32 mm et 1372 mm, respectivement. Plusieurs trous sont usinés sur le chariot afin de pouvoir monter des instruments. La course maximale du chariot est 900 mm.

Le système de guidage linéaire communément utilisé sur les machines-outils précises a été sélectionné (SHS30 C1 P, THK Corporation). La charge de base statique de guide linéaire sélectionné est 66.6 kN et la charge de base dynamique est 44.8 kN. La longueur totale de chacun des rails est 1300 mm. Les vis reliant les guidages au porte-guidage doivent être serrées au moyen d'une clé dynamométrique avec une couple de 269 N-cm comme spécifié dans le catalogue du manufacturier.

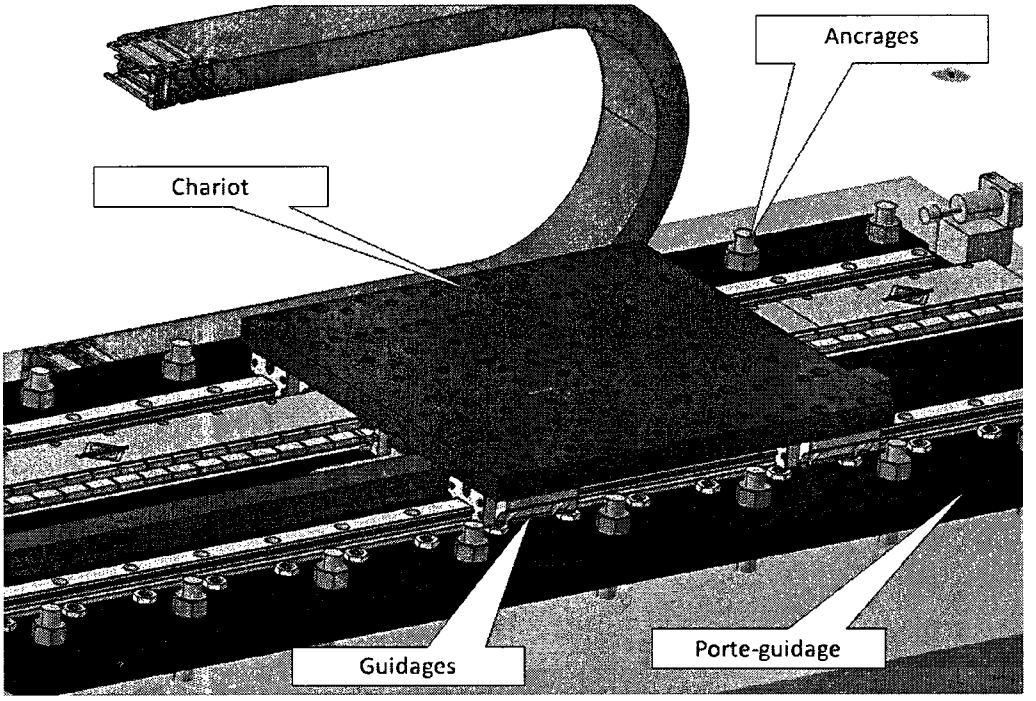

Figure 5.1 Dessin CAO du banc expérimental

Le béton-armé a été sélectionné comme le principal matériau pour la base principalement pour des raisons économiques. Le béton est aussi un matériau qui nécessite un minimum de maintenance et présente une cycle de vie assez élevée. Malgré sa résistance à la compression élevée, la résistance à la tension nécessite l'utilisation des barres d'armature.

Le ciment de Portland communément utilisé dans les constructions de bâtiment n'est pas assez stable comme matériel de fondation structurelle d'une machine-outil en raison du retrait du béton qui provient du processus d'hydratation et de la microfissuration dans la structure poreuse (Slocum, 1992). Afin de minimiser la fissuration et les problèmes de stabilité dimensionnelle associés on a choisi un ciment expansif (type K) d'une

résistance de compression de 30 MPa comme matériau principal. L'avantage principal du ciment

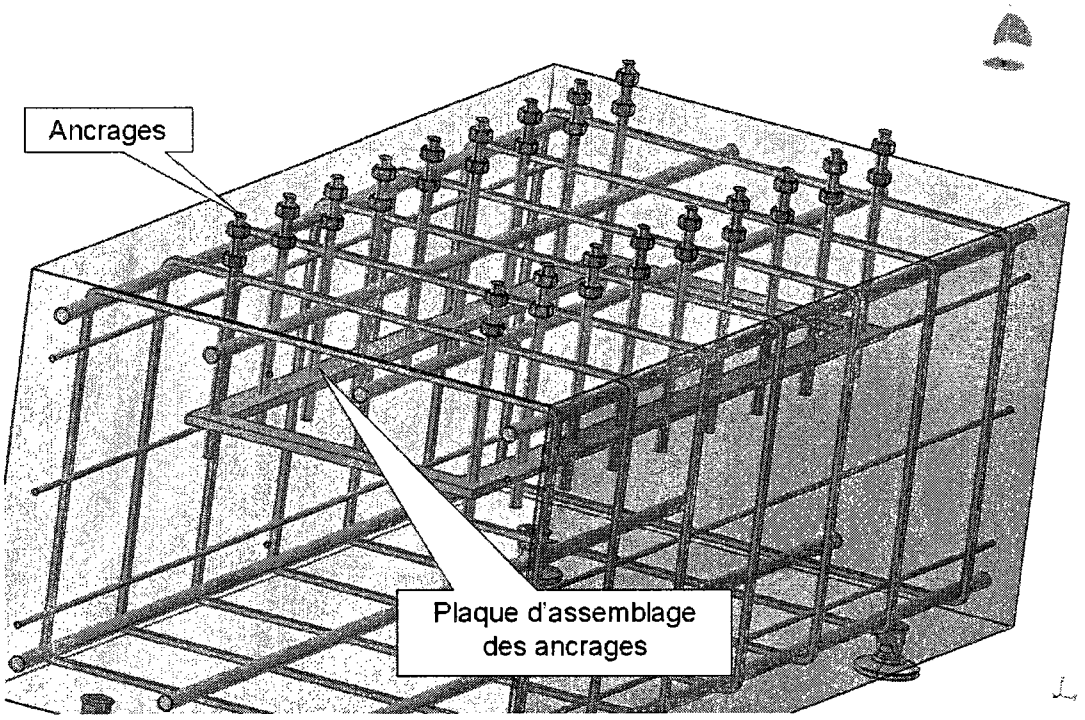

Figure 5.2 Dessin CAO de plaque d'assemblage et des ancrages d'ajustement sur la base en béton

expansif est sa propriété de compensation naturelle de retrait d'hydratation par expansion. Un avantage additionnel est du à l'effet de tension crée sur les barres de renforcement en conséquence de l'expansion, qui à son tour compresse la structure en béton, minimisant davantage le retrait. Le nombre et le diamètre des barres d'armature ont été évalué par les calculs de résistance de béton présentés en annexe. Pour minimiser le retrait, plus de barres que prévues par les calculs ont été utilisées dans la construction.

La largeur, la hauteur et la longueur de la base en béton sont 920 mm, 700 mm et 1720 mm, respectivement.

5.3 L'analyse de précision de l'axe

Dans la recherche antérieure (Ekinci&Mayer, 2007) une classification des erreurs de machine basée sur la causalité a été établie et la relation entre les erreurs géométriques de guides et les erreurs cinématiques du chariot a été examinée. Les erreurs géométriques sont des erreurs de rectitude de surface des guides sur lesquels le chariot se déplace et aussi les erreurs de localisation relative des guides d'un axe particulier. Les erreurs cinématiques sont les erreurs de mouvement (trois translations et trois rotations) du chariot de l'axe de la machine décrivant la déviation du chariot de l'axe de machine selon l'hypothèse de cinématique des corps rigides.

Pour simplifier l'analyse et éviter les effets d'interface complexe (comme les contraintes Hertziennes sur les roulements) les erreurs cinématiques des guidages sont mesurées par l'interférométrie laser au lieu d'une mesure directe des erreurs des guides. Ensuite, notre étude se concentre sur la relation entre les erreurs cinématiques des guidages individuels et les erreurs cinématiques du chariot.

Les erreurs de rectitude et les erreurs angulaires du chariot sont évaluées à partir des erreurs cinématiques des guidages. Dans cette évaluation, les hypothèses suivantes s'appliquent :

- Les effets d'interface (comme les contraintes Hertziennes) au niveau des paliers sont négligés.
- Les effets élastiques sur les guides causés par le poids du chariot sont négligés.

- Seuls les effets quasistatiques sont traités, les effets dynamiques ne sont pas considérés.
- Les erreurs cinématiques de rectitude sont simulées sur le point milieu (le centre de l'espacement) des paliers pour éviter les erreurs de Bryan.

Le système d'équation 2-d définissant les erreurs géométriques des guides et des erreurs cinématiques du chariot se déplaçant sur les guides a été défini dans le chapitre précédent :

$$\begin{bmatrix} \delta_y(x) \\ \varepsilon_z(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{m_1^1 K_1^1 \zeta_{1,1}^c}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c} & \cdots & \dfrac{m_i^k K_i^k \zeta_{i,k}^c}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c} & \cdots & \dfrac{m_{n_p}^p K_{n_p}^p \zeta_{n_p,p}^c}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c} \\ \dfrac{\xi_1^1 \zeta_{1,1}^c d_1^1 K_1^1}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c (d_i^k)^2} & \cdots & \dfrac{\xi_i^k \zeta_{i,k}^c d_i^k K_i^k}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c (d_i^k)^2} & \cdots & \dfrac{\xi_{n_p}^p \zeta_{n_p,p}^c d_{n_p}^p K_{n_p}^p}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k} K_i^k \zeta_{i,k}^c (d_i^k)^2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1^1(x+d_1^1) \\ \vdots \\ \delta_i^k(x+d_i^k) \\ \vdots \\ \delta_{n_p}^p(x+d_{n_p}^p) \end{pmatrix}$$

(5.1)

Où K_i^k représente $\delta_i^k(x+d_i^k)$ représente la rigidité du $i^{\text{ème}}$ palier sur la $k^{\text{ème}}$ surface, $\delta_i^k(x+d_i^k)$ représente l'erreur géométrique du guide, une déviation dans la direction normale par rapport à la surface nominale sous le palier i et défini par rapport au système de référence défini sur les guides. $\delta_y(x)$ est l'erreur cinématique du chariot dans la direction y évaluée au centre de géométrie des paliers, et $\varepsilon_z(x)$ est le tangage (rotation autour de l'axe z). $\zeta_{i,k}^c$ représente l'effet de la rigidité du chariot sur chaque point

d'attache, n_k est le nombre de paliers sur chaque surface et p est le nombre de surfaces qui est égal à 2 dans le cas présent.

Dans ce cas particulier, en profitant de la symétrie de la géométrie du chariot et le positionnement et la similarité des rigidités de paliers sur le chariot, le système d'équations (5.1) devient :

$$\begin{bmatrix} \delta_y(x) \\ \varepsilon_z(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{m_1^1}{pn_k} & \cdots & \dfrac{m_i^k}{pn_k} & \cdots & \dfrac{m_{n_p}^p}{pn_k} \\ \dfrac{\xi_1^1 d_{1,1}^1}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k}(d_i^k)^2} & \cdots & \dfrac{\xi_i^k d_i^k}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k}(d_i^k)^2} & \cdots & \dfrac{\xi_{n_p}^p d_{n_p}^p}{\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n_k}(d_i^k)^2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1^1(x+d_1^1) \\ \vdots \\ \delta_i^k(x+d_i^k) \\ \vdots \\ \delta_{n_p}^p(x+d_{n_p}^p) \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

On a utilisé le même type de système d'équations 2-d pour évaluer l'erreur de rectitude horizontale et l'erreur angulaire de lacet à partir des erreurs cinématiques des guidages mesurées en horizontale.

Bien que l'axe de la machine dans son état final soit positionné par un moteur linéaire et avec un encodeur linéaire, les expériences sont réalisées sans monter le moteur ou l'encodeur pour éviter des dégâts dus à la distorsion des guides.

Un interféromètre laser a été utilisé pour mesurer les erreurs cinématiques des guidages et du chariot (Figure 5.3). La plage de mesure des optiques angulaires pour l'interféromètre laser est ±175 mm/m, la précision est ±0.6 µm/m et la résolution 0.1 µm/m. La plage de mesure des optiques de rectitude est ±2.5 mm; la précision est ±0.5 µm et la résolution 0.01 µm.

Premièrement, les erreurs de rectitude verticale des guidages ont été ajustées à un minimum en utilisant le système d'ajustement des ancrages. Le réflecteur de l'interféromètre laser a été placé sur un des guidages sur chaque rail et les mesures ont été prises pour une course déterminée de guidage. Une fois la mesure prise, les écrous des ancrages correspondant aux régions où les erreurs de rectitude sont présentes ont été ajustés aux niveaux appropriés et ont été serrés jusqu'à ce que l'erreur de rectitude dans les mesures subséquentes soient réduites. Cette procédure a été répétée jusqu'à ce que l'erreur cinématique de guidage soit réduite à 15 micromètres pour chaque course du guidage. Ensuite, les erreurs angulaires des

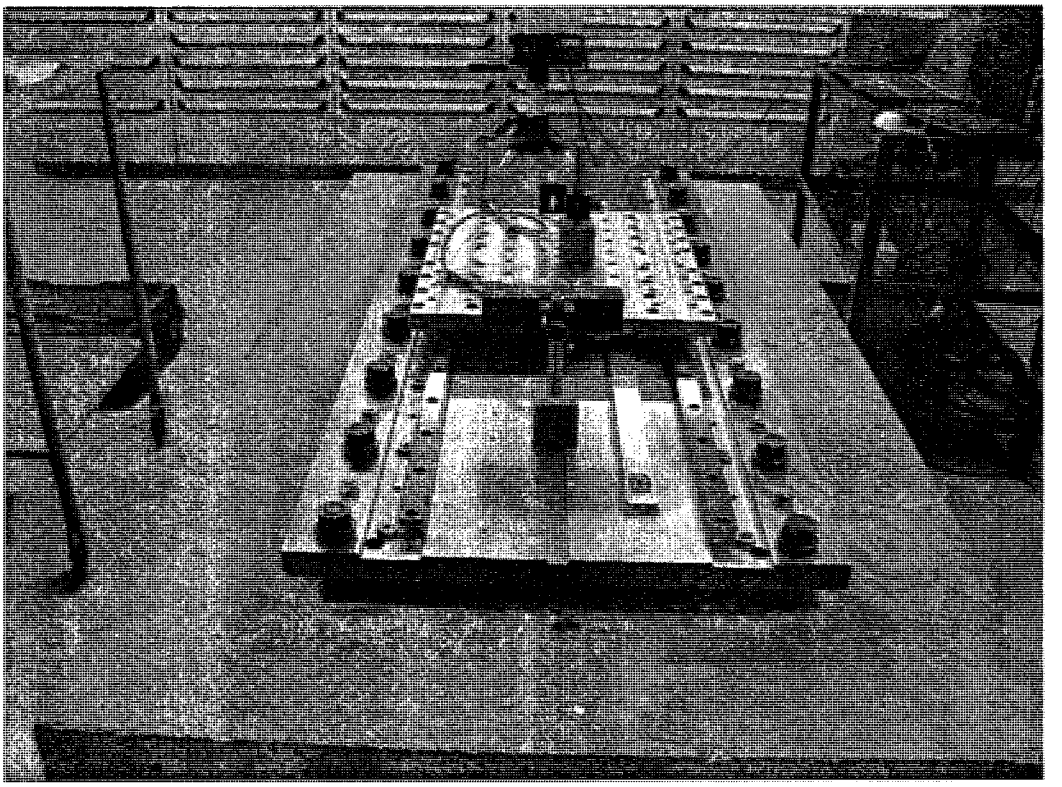

Figure 5.3 Banc d'essai durant les measures d'interférométrie laser

guidages ont a été mesurées par les optiques angulaires. Les erreurs de rectitude et les erreurs angulaires de chacun des guidages sont présentées sur les Figs. 5.4-5.5. Bien que les erreurs de rectitude verticale soient à des niveaux acceptables, les erreurs angulaires de tangage sont élevées et présentent une forme ondulaire inattendue. Cette forme provient des vis reliant les rails à la plaque du porte-guidage, chaque creux dans la mesure correspondant à une connexion de vis.

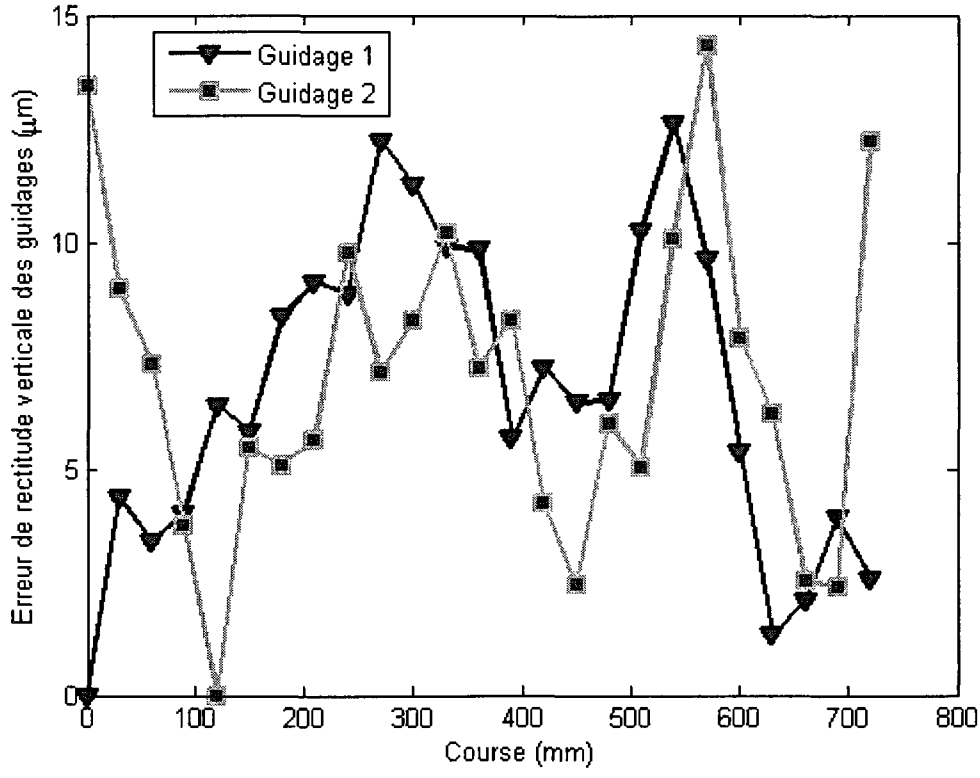

Figure 5.4 Erreur de rectitude verticale des guidages avec une erreur de rectitude minimale sur les guidages

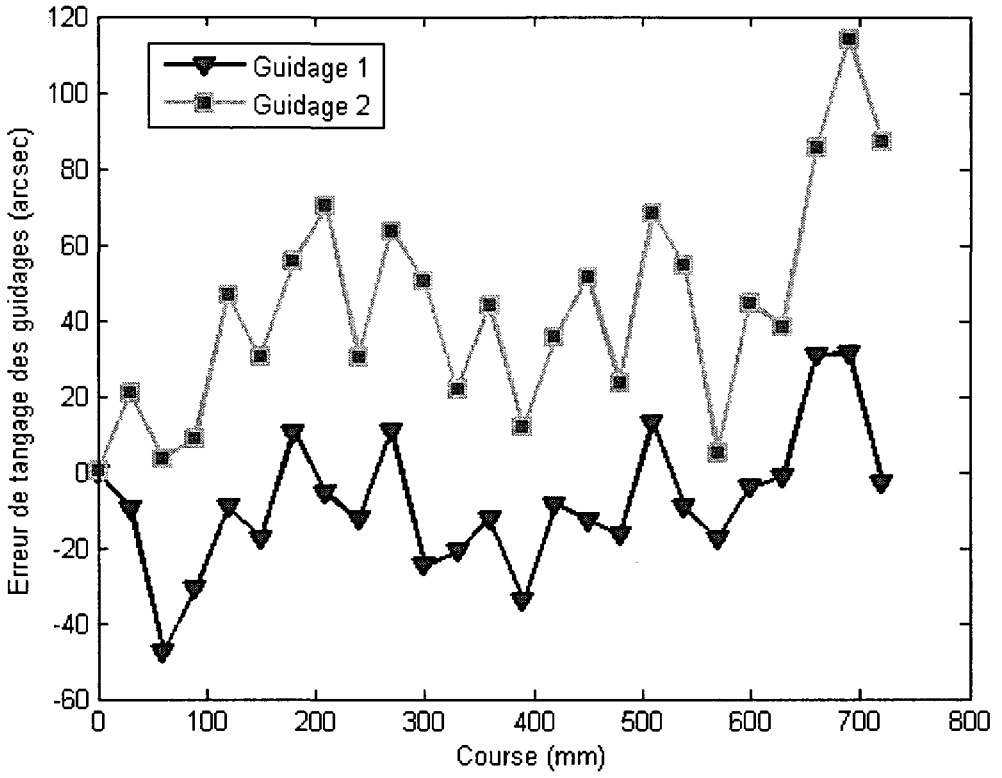

Figure 5.5 Erreur angulaire de tangage des guidages avec une erreur de rectitude minimale sur les guidages

Ensuite, le chariot a été placé sur les guidages et les vis reliant le chariot aux guidages ont été serrées. L'interférométrie laser a été utilisée pour mesurer l'erreur de rectitude du chariot. L'erreur de rectitude mesurée est différente de celle prédite par la théorie (Fig. 5.6.). Puis, les erreurs cinématiques ont été mesurées plusieurs fois en montant le réflecteur du laser en différentes positions sur le chariot (Fig. 5.7.). Avec le réflecteur monté aux extrémités du chariot, les erreurs de tangage varient suivant la forme observée durant les mesures angulaires des guidages. Dans la position du centre la variation n'est pas observée. Toutes les mesures angulaires sont plus élevées que les

prédictions. En conséquence de ces observations, l'hypothèse des corps rigides dans notre cas n'a pas été validée.

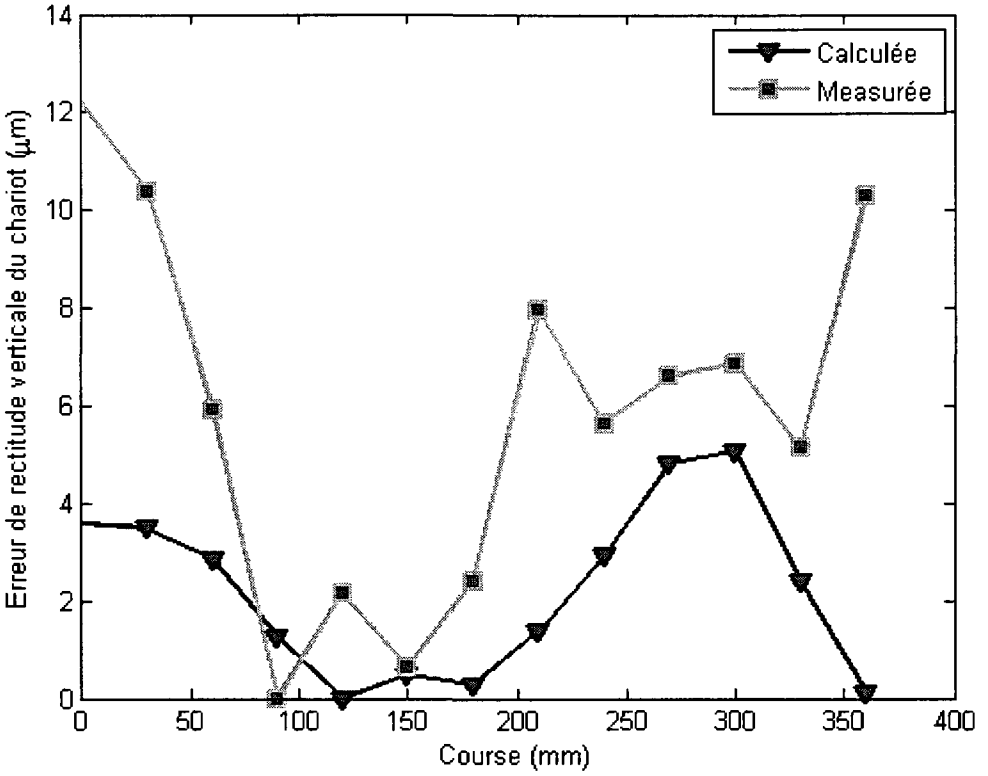

Figure 5.6 Erreur de rectitude verticale du chariot avec une erreur de rectitude minimale sur les guidages

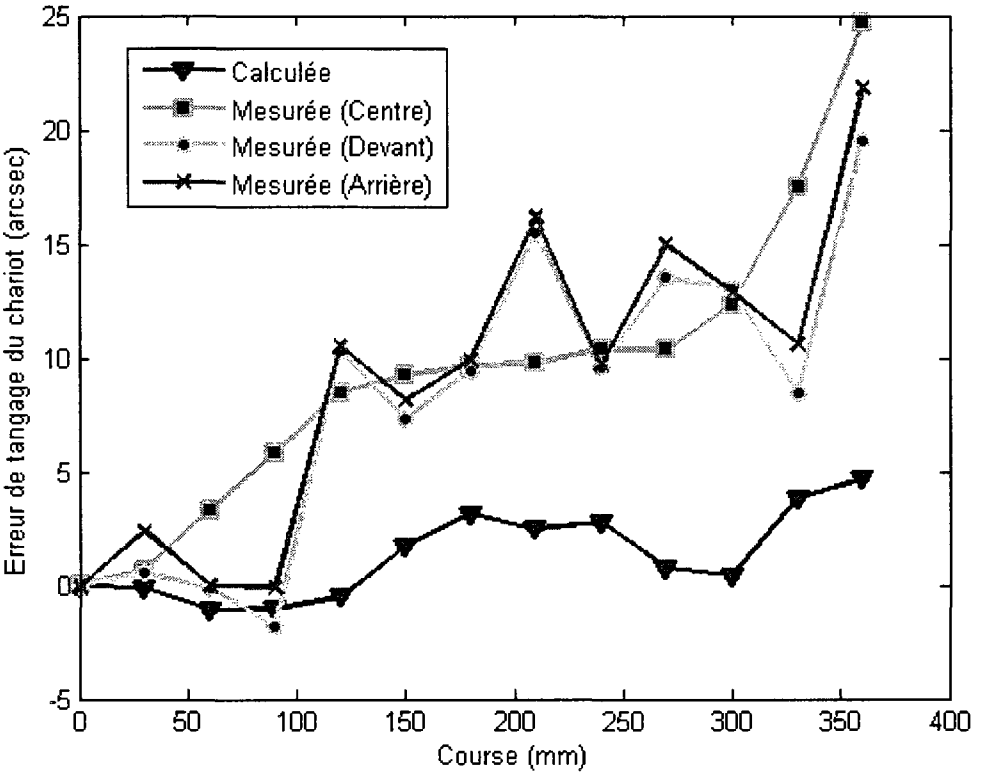

Figure 5.7 Erreur de tangage du chariot avec une erreur de rectitude minimale sur les guidages

Dans l'étape suivante, les erreurs de rectitude horizontale et les erreurs angulaires de lacet de guidages ont été mesurées par l'interférométrie laser. Ces erreurs dépendent de surfaces latérales usinées sur la plaque de porte-guidage. Les erreurs de rectitude horizontale et les erreurs angulaires de lacet mesurées sont présentées sur les figures 5.8.-9. Ensuite les erreurs cinématiques du chariot sont mesurées. Les résultats sont représentés sur les figures 5.10-11. Les erreurs mesurées sont beaucoup plus petites que prévues par la théorie. Ce résultat est attribué à la rigidité substantielle du chariot dans la direction latérale et à l'aplatissement conséquent des rails de guide par le système du chariot. Ceci a été vérifié par le serrage successif des vis reliant le chariot aux guidages

pendant les mesures. La figure 5.11 montre la réduction de l'erreur de lacet par le serrage successif des vis des guidages. Le positionnement de l'interféromètre en différentes régions a donné le même résultat dans les mesures de lacet.

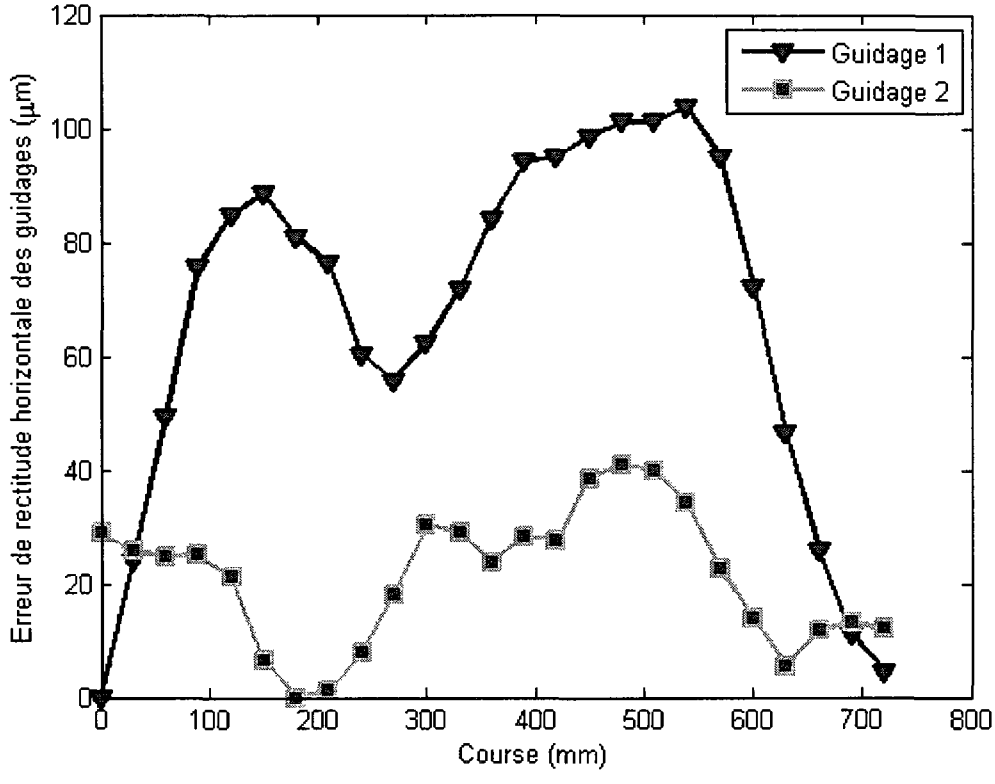

Figure 5.8 Erreur de rectitude horizontale des guidages

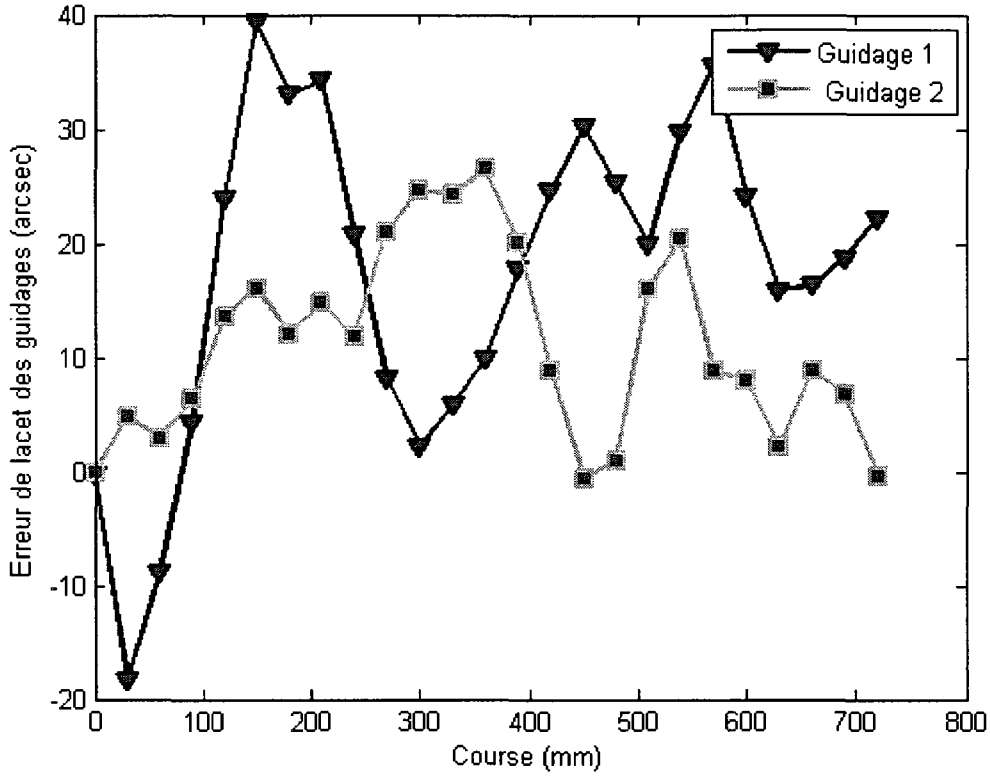

Figure 5.9 Erreur de lacet des guidages

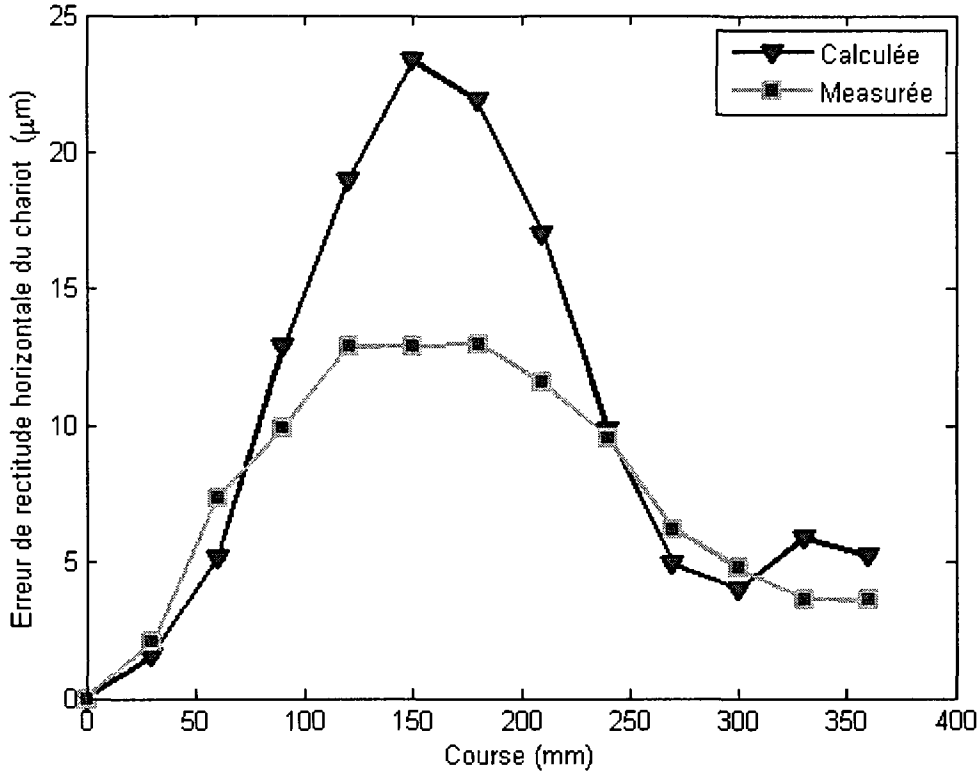

Figure 5.10 Erreur de rectitude horizontale du chariot

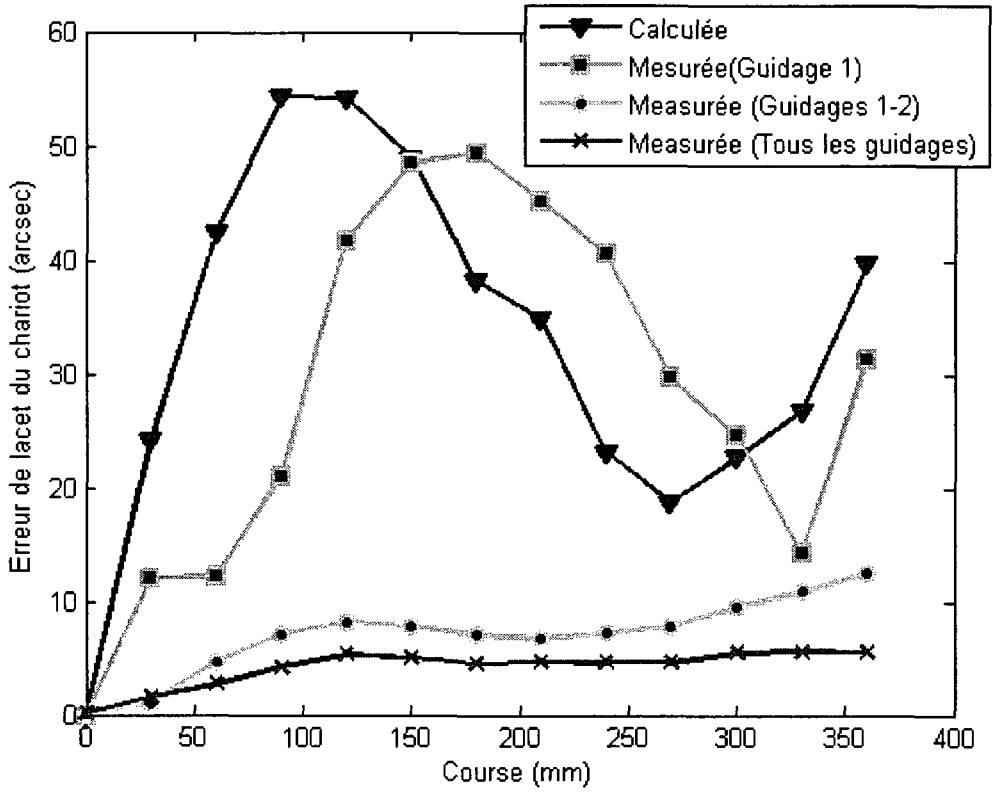

Figure 5.11 Erreur de lacet du chariot

Pour la suite des essais, on a ajusté les écrous des ancrages afin d'obtenir une erreur cinématique verticale substantielle sur les guidages. La forme de l'erreur de rectitude obtenue était parabolique. Les erreurs cinématiques des guidages mesurées sont présentées sur les Figs. 5.12-13. Les variations provenant des connexions des vis sont minimisées du à l'effet ondulaire considérable de l'erreur crée. Ensuite l'erreur de rectitude et l'erreur de tangage ont été mesurées (Figs. 5.14-15). Dans ces conditions les mesures ont confirmé les prédictions. Quand le réflecteur a été monté aux extrémités du chariot, les mesures angulaires présentaient les mêmes variations correspondant aux positionnements des vis, démontrant que le chariot n'est pas entièrement rigide. Mais la

tendance générale des erreurs angulaires s'accordent assez bien avec celle de mesure de la position centrale.

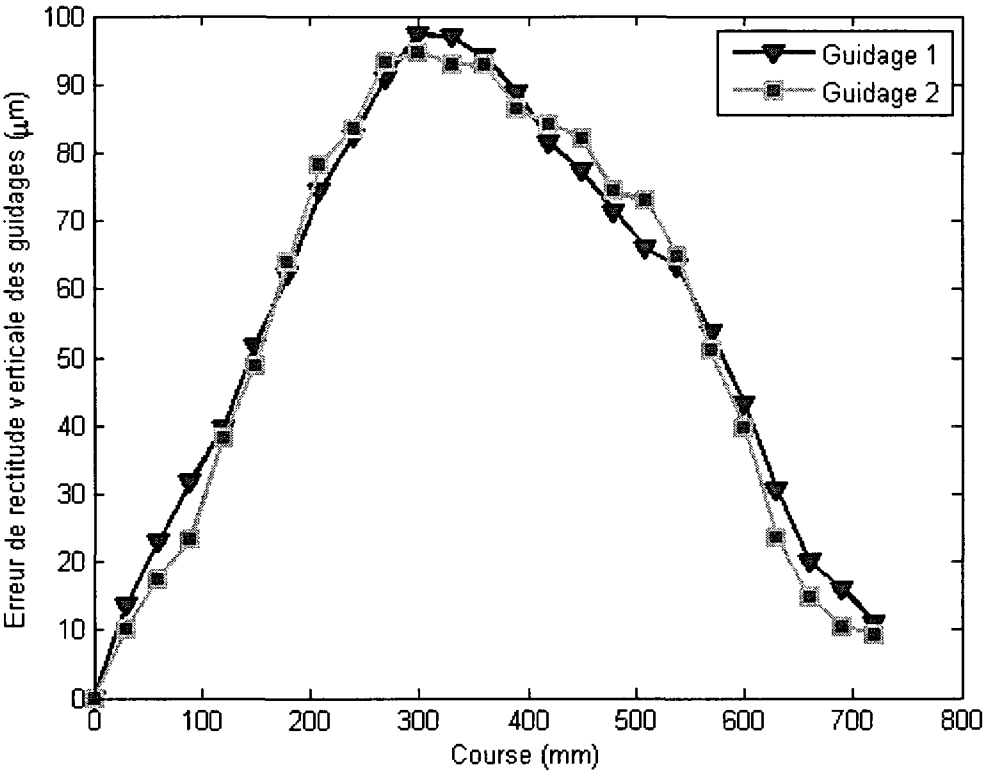

Figure 5.12 Erreur de rectitude verticale des guidages avec une erreur maximale de 100 µm sur les guidages

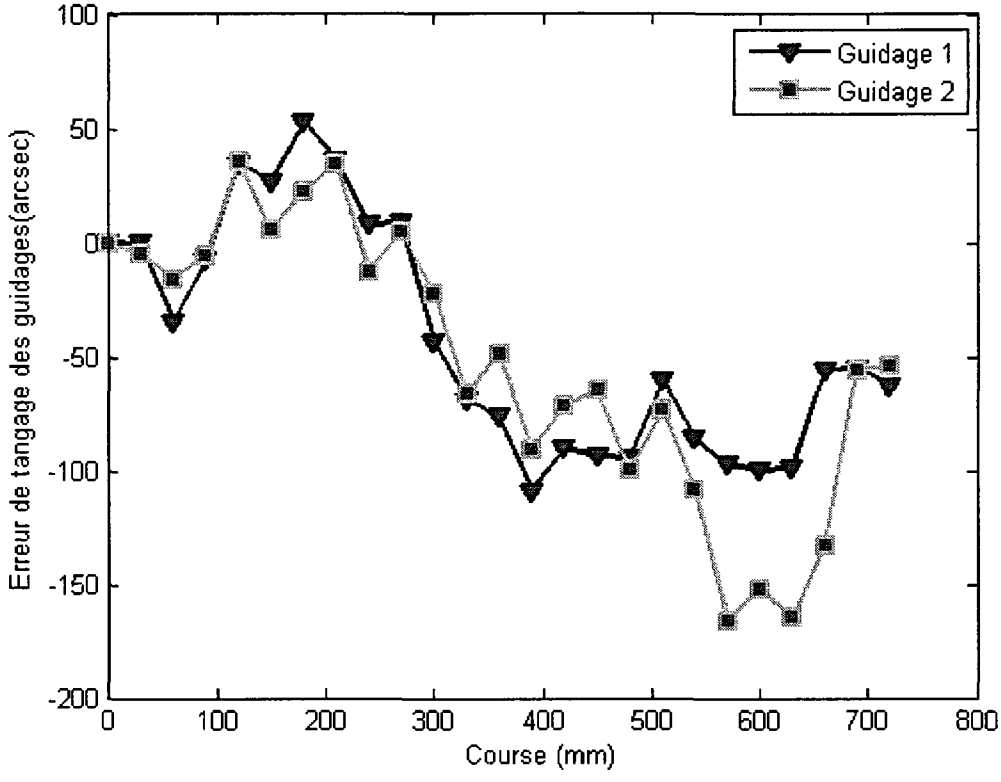

Figure 5.13 Erreur de tangage des guidages avec une erreur maximale de 100 μm sur les guidages

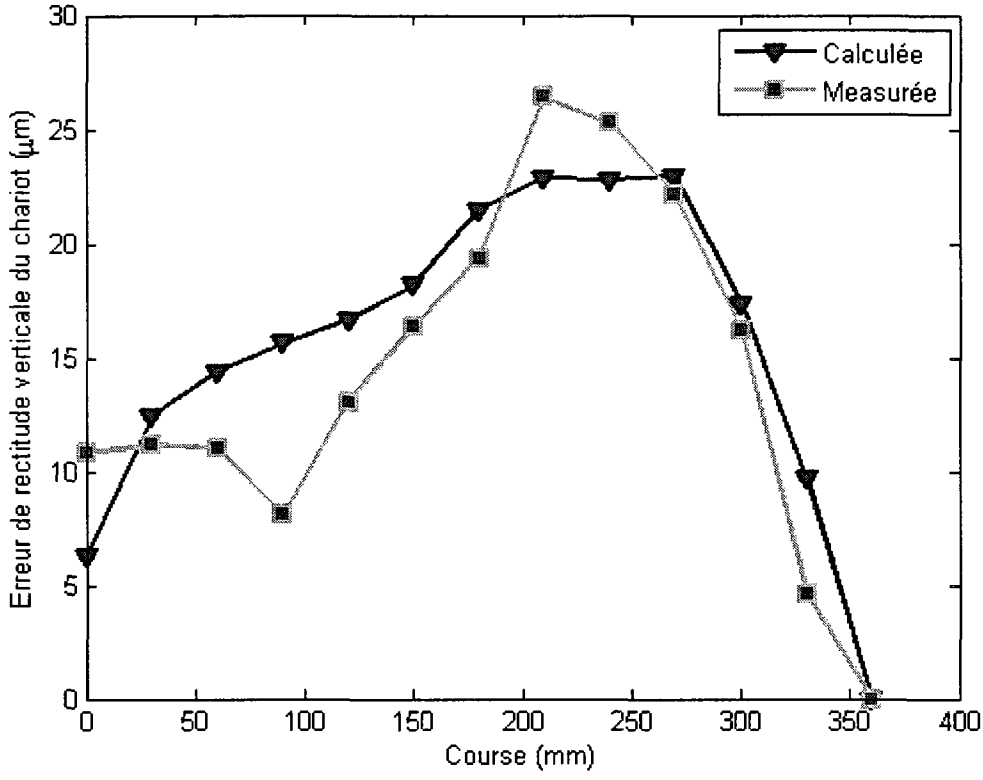

Figure 5.14 Erreur de rectitude verticale du chariot avec une erreur maximale de 100 µm sur les guidages

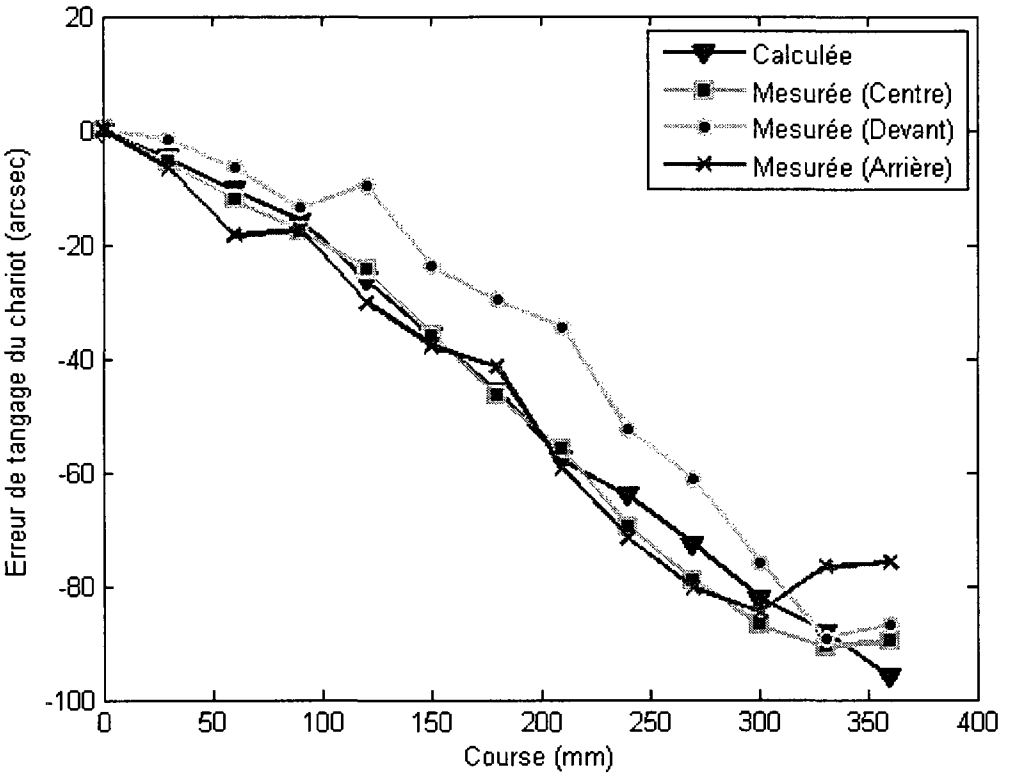

Figure 5.15 Erreur de tangage du chariot avec une erreur maximale de 100 μm sur les guidages

5.4 Conclusion

Dans cette étude un banc d'essai a été conçu et fabriquée afin d'analyser les erreurs d'un axe d'une machine-outil et sa dépendance sur les erreurs de guides. La base de l'axe a été fabriquée en béton. Un système d'ajustement d'ancrages a été conçu pour ajuster la rectitude des guidages, L'analyse des erreurs cinématiques des guidages et du chariot a été réalisée par l'interférométrie laser. Les erreurs mesurées ont révélées une relation étroite entre la précision et la rigidité des composantes du système. Les résultats des expériences peuvent être résumés selon les cas suivants :

1. Le chariot non-rigide : Dans le cas des mesures de rectitude vertical et de tangage, et avec une erreur minimale sur les guidages, le chariot s'est révélé substantiellement non-rigide, étant donné les mesures angulaires qui varient en différentes positions sur le chariot. Donc, l'hypothèse des corps rigides est invalidée. Les mesures ne sont pas en accord avec les prédictions théoriques.

2. Les guides non-rigides : Dans le cas des mesures de rectitude horizontal et de lacet, la rigidité latérale considérable du chariot a causé l'aplatissement des rails de guides. La divergence entre les prédictions et les mesures était considérable.

3. Les erreurs de guides significatives : Dans le cas des mesures de rectitude vertical et de tangage, quand les erreurs de guidages induites étaient substantielles, les effets de rigidité relative entre les composantes ont été réduits et le système est devenu prévisible par la théorie.

Donc, les mesures des erreurs cinématiques démontrent que les effets des rigidités entre le chariot et les guides affectent considérablement la formation des erreurs de machine. La prédiction de la précision du chariot de la machine à partir des erreurs des guides est limitée. L'hypothèse des corps rigides de la machine outil est dépendant de la conception de la machine et de la rigidité relative des composantes de machine.

5.5 Réferences

Koenigsberger, F.., Design principles of metal-cutting machine tools. 1964, New York: Macmillan.

Slocum, A. H , Precision machine design. 1992, Dearborn, Mich.: Society of Manufacturing Engineers.

T.O. Ekinci, J.R.R. Mayer, Relationships between straightness and angular kinematic errors in machines. International Journal of Machine Tools and Manufacture 47 (12-13) (2007) 1997-2004

D. N. Reshetov, V.T. Portman, Accuracy of machine tools. 1988, New York: ASME Press

G. Schlesinger, Testing machine tools, 1966, New York: Industrial Press.

E. Nawy, Concrete construction engineering handbook. 2008, Boca Raton, Florida: CRC Press

H.S. Kim, K.S. Jeong, D. G. Lee, Design and manufacture of a three-axis ultra-precision CNC grinding machine, Journal of Materials Processing Technology 71 (2) (1997) 258-266

J. Dong, C. Yuan, J. A. Stori, P. M. Ferreira, Development of a high-speed 3-axis machine tool using a novel parallel-kinematics X-Y table, International Journal of Machine Tools and Manufacture 44 (12-13) (2004) 1355-1371

H. S. Kim, K. Y. Park, D. G. Lee, A study on the epoxy resin concrete for the ultra-precision machine tool bed, Journal of Materials Processing Technology, 48 (1-4) (1995) 649-655

M. Rahman, M. A. Mansur, L. K. Lee, J. K. Lum, Development of a polymer impregnated concrete damping carriage for linear guideways for machine tools, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 41 (3) (2001) 431-441

J. Ni, CNC Machine Accuracy Enhancement Through Real-Time Error Compensation. Journal of Manufacturing Science and Engineering 119 (1997) 717-725

Y. Wang, G.Z., K. S. Moon, J. W. Sutherland, Compensation for the thermal error of a multi-axis machining center Journal of Materials Processing Technology 75 (1-3) (1998) 45-53

S. Shimizu, An Inquiry into Accuracy and Rigidity of and Load Distribution in a Linear Motion Ball Guide System. Precision Engineering Association Journal, 56 (8) (1990)

J.-J. Kim, Y. H. Jeong, D.-W. Cho, Thermal behavior of a machine tool equipped with linear motors, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 44 (7-8) (2004) 749-758,

W. S. Yun, S. K. Kim, D. W. Cho, Thermal error analysis for a CNC lathe feed drive system, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 39 (7) (1999) 1087-1101

C.-H. Wu, Y.-T Kung, Thermal analysis for the feed drive system of a CNC machine center, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 43 (15) (2003) 1521-1528

T. O. Ekinci, J.R.R. Mayer, G. M. Cloutier, Investigation of accuracy of aerostatic..., International Journal of Machine Tools and Manufacture (2009), doi:10.1016/j.ijmachtools.2009.01.001

DISCUSSION GÉNÉRALE

Dans ce travail, une théorie de modélisation basée sur une approche causale est présentée. Le point fondamental de cette approche est la construction d'un lien entre plusieurs niveaux d'erreur dans la chaine cinématique de la machine selon la terminologie élaborée. Cette approche causale offre un approfondissement considérable de la connaissance des mécanismes derrière la formation des erreurs de la machine. La connaissance des sources physiques des erreurs accroîtrait substantiellement la robustesse des modèles d'erreurs et donc présenterait des débouchés importants dans l'amélioration de la précision des machines.

La base conceptuelle des modèles causaux est la classification des erreurs. La classification est établie sur le principe de causalité, notamment une hiérarchisation des erreurs, les catégories inférieures étant les facteurs déterminants des catégories supérieures. Les catégories d'erreurs principales sont :

Les erreurs géométriques: Les erreurs de rectitude des guides sur lesquels les chariots des axes de la machine se déplacent et les erreurs de forme et d'assemblage des composantes structurelles des axes de la machine.

Les erreurs cinématiques: Les erreurs de mouvement du chariot qui sont les combinaisons des erreurs géométriques des guides sur lesquels le chariot se déplace simultanément.

Les erreurs volumétriques: Les erreurs de l'organe terminal (le palpeur pour les machines à mesurer tridimensionnelles ou l'outil de coupe pour les machines-outils) qui

sont les combinaisons des erreurs cinématiques des axes et des erreurs géométriques de membrures des composantes structurelles.

La clarification de la terminologie des erreurs, surtout la séparation des erreurs géométriques et cinématiques représente aussi un point novateur puisque dans la majorité des travaux actuels ces catégories sont souvent utilisées de manière interchangeable. La définition des erreurs géométriques des guides comme les causes physiques des erreurs cinématiques des axes est un point fondamental dans notre analyse. Cette distinction basée sur la causalité définit aussi un nouvel axe de recherche, la relation entre les erreurs géométriques et les erreurs cinématiques, en parallèle aux travaux sur la relation entre les erreurs cinématiques et les erreurs volumétriques, qui ont débuté il y a trente ans.

Les travaux dans le domaine de modélisation des machines se concentrent surtout sur la précision volumétrique des machines afin de réaliser des compensations par logiciel et augmenter la qualité des pièces fabriquées. La popularité de ces méthodes de modélisation a entrainé la caractérisation mathématique du comportement cinématique des machines au détriment de caractérisation physique. La concentration des travaux sur les erreurs volumétriques a conduit à un manque de compréhension des mécanismes d'erreurs. Les travaux sur la synthèse de l'erreur volumétrique à partir des mesures cinématiques sur les axes individuels de la machine sont aussi basés, bien qu'à un niveau de causalité plus approfondi, sur les modèles de régression linéaire. Les relations entre les erreurs cinématiques et volumétriques sont encore une fois définies par des dépendances mathématiques.

La fiabilité et la robustesse des modèles de régression soulèvent des doutes valides. Le positionnement des capteurs et l'interprétation des données obtenues et la longue période de caractérisation des machines sont des barrières majeures dans l'implémentation

industrielle des méthodes de compensation. La robustesse des modèles vis-à-vis les paramètres utilisés est un autre problème dans la démarche de compensation. Ces modèles peuvent être très sensibles aux paramètres en apparence triviaux tels la variation de température entrainée par le changement des saisons.

Les études sur la relation des erreurs géométriques et cinématiques sont limitées et datent des décennies pré-90. Cette lacune peut s'expliquer par l'orientation dans la construction des machine-outils commerciales de plus en plus vers des structures inaccessibles, avec les composantes mécaniques de plus en plus complexes (tels que les guides linéaires) et difficiles à analyser.

Les travaux qui ont été réalisés afin de clarifier les relations analytiques entre les sources d'erreurs physiques des machines et leurs effets ont souvent des objectifs finaux limités (comme la compensation par sablage des guides) ou très spécifique (comme l'analyse d'un chariot à paliers hydrostatiques). La différence majeure de notre travail se situe dans notre prise de position claire dans le contexte global de modélisation des machines et dans notre effort de constitution des modèles d'analyse généraux.

La contribution majeure de ce travail est un changement de perspective dans la modélisation des erreurs de machine, avec une emphase sur les sources d'erreurs plutôt que sur les erreurs elles-mêmes dans les modèles et une compréhension plus approfondie des mécanismes derrière les erreurs qui augmenterait la robustesse des modèles.

CONCLUSION ET RECOMMENDATIONS

Le but de ce travail est de renforcer la modélisation des erreurs machines et de l'ériger sur une base plus forte, en partant des phénomènes physiques qui sous-tendent la formation des mécanismes d'erreur à des niveaux supérieurs. La causalité physique est notre point de départ, plutôt qu'un modèle mathématique approximatif, basé sur la régression linéaire.

Une classification des erreurs est formulée afin de clarifier la terminologie existante. Cette classification est basée sur le principe de causalité et elle constitue une base conceptuelle pour la caractérisation des mécanismes derrière la génération des erreurs de machine. Les erreurs sont classifiées en trois niveaux, chaque niveau provenant des erreurs de niveau inférieur : les erreurs géométriques, cinématiques et volumétriques. L'axe principal de notre travail est concentré sur la relation entre les erreurs géométriques et cinématiques.

Plusieurs systèmes du plus simple au plus complexe, ont été analysés pour vérifier la validité des théories développées. Un premier système, formé d'un chariot non-précontraint, supporté par des paliers à air nous a permis de valider la relation entre les erreurs géométriques des guides et les erreurs cinématiques du chariot. La relation entre les différents types d'erreurs cinématiques est liée à cette dépendance à un niveau inférieur. L'association fondamentale est entre les erreurs géométriques des guides et les erreurs cinématiques, et non pas entre les erreurs cinématiques elles-mêmes. Cette caractéristique a été validée par des expériences conduites sur un banc d'essai avec des propriétés géométriques variables constitué des éléments d'une machine à mesurer tridimensionnelle commerciale.

Avec le deuxième système, un chariot avec des paliers à air, cette fois-ci précontraint, on a démontré le lien entre les erreurs géométriques et cinématiques du système, en considérant les rigidités des composantes constituantes. Un modèle mathématique incluant les rigidités des paliers du système et les rigidités localisés du chariot sur les points d'attache des paliers a été développé. La capacité prédictive du modèle a été confirmée par des expériences sur le même banc d'essai constitué de composantes de machine à mesurer tridimensionnelle.

Avec le dernier système, formé par les guides linéaires hyperstatiques et qui représentait un axe d'une machine-outil conventionnelle, on a illustré la dépendance entre la précision et la rigidité relative entre les différentes composantes. Dans ce but, un banc d'essai constitué par des composantes mécaniques des machines outils conventionnelles a été conçu et construit. La fondation du banc est en béton et un système d'ajustement permet de modifier les erreurs des surfaces des guides. Les erreurs des guidages et du chariot ont été mesurées par interférométrie laser. Selon la direction des erreurs induites dans le système, les rigidités du chariot ou des guides affectent considérablement la validité de la théorie, démontrant ainsi les limites de l'hypothèse des corps rigides communément utilisée dans la modélisation des erreurs des machines.

En se basant sur les résultats des expériences, on peut déduire que les théories développées sont capables de prédire le comportement des systèmes formés de paliers à air, précontraints et non-précontraints qui sont couramment utilisés sur les machines à mesurer tridimensionnelles. Par contre les systèmes formés des guides linéaires hyperstatiques exigent une attention particulière en raison de la perturbation causée par la rigidité relative des composantes. La capacité de prédiction reste limitée à des cas où l'erreur géométrique reste relativement large pour atténuer l'effet de rigidité.

Les travaux futurs recommandés pour développer la théorie sont:

- Le développement d'une théorie qui ferait l'amalgame des erreurs d'origine thermique et des erreurs purement géométriques : La variation de température et donc les erreurs d'origine thermique peuvent modifier de façon substantielle la précision des machines et leur analyse conjointe avec les erreurs purement géométriques (les erreurs mesurées dans un état de référence de la machine) serait essentielle pour la robustesse des modèles.

- Le développement d'une théorie en sens inverse, qui fait l'identification des erreurs géométriques en partant des erreurs cinématiques, et même volumétrique : L'utilisation des équations qui font le lien entre les erreurs géométriques et cinématiques développées dans ce travail dans la détermination des erreurs géométriques des guides des axes serait un outil de diagnostique précieux dans la maintenance préventive des machines.

- Le développement d'une théorie causale sur une table rotative d'une machine outil conventionnelle : Il serait particulièrement intéressant d'analyser les erreurs des axes rotatifs des machines outils à cinq axes, puisque ces axes sont considérés comme des sources d'erreurs considérables dans la chaine cinématique de la machine.

- Le développement d'une théorie causale basée sur un concept de rigidité tridimensionnelle : La construction des modèles en 3-d serait un facteur enrichissant dans l'analyse des systèmes de chariot-guidage plus complexes.

- L'analyse de rigidité analytique des composantes de machine : La rigidité relative des composantes mécaniques du système est un facteur important dans la génération des erreurs. La détermination des rigidités des composantes

mécaniques (comme les chariots) des axes augmenterait considérablement la capacité prédictive de la théorie développée. Pour ce faire, une analyse d'éléments finis et les tests de rigidité devraient être réalisés sur les composantes concernées.

RÉFÉRENCES

Abbaszadeh-Mir, Y., Mayer, J.R.R. ,Cloutier G., Fortin, C. (2002). Theory and simulation for the identification of the link geometric errors for a five-axis machine tool using a telescoping magnetic ball-bar, International Journal of Production Research 40 (18),4781–4797.

Anlagan, O., & Insel, F. (1982). Effect of slideway wear on machining accuracy of lathes. Proceedings of the International Machine Tool Design and Research Conference, 147-151.

Bryan, J. B., (1979). The Abbé principle revisited: An updated interpretation. Precision Engineering 1 (3), 129-132.

Bryan, J.B. (1982). A simple method for testing measuring machines and machine tools part 1: principles and applications, Precision Engineering **4** (2), 61–69.

Charron, J.P., (2007). Cours CIV-6505 : Techniques du béton : recueil d'articles. École Polytechnique de Montréal, 2ème ed.

Choi, J.P., Min, B.K., Lee, S.J. (2004). Reduction of machining errors of a three-axis machine tool by on-machine measurement and error compensation system. Journal of Materials Processing Technology, v 155-156, n 1-3, Proceedings of the International Conference on Advances, 2056-2064.

Cortes, F., Castillo, G. (2007) Comparison between the dynamical properties of polymer concrete and grey cast iron for machine tool applications, Materials & Design, 28 (5), 1461-1466.

Dong, J., Yuan, C., Stori, J. A. Ferreira, P. M. (2004) Development of a high-speed 3-axis machine tool using a novel parallel-kinematics X-Y table, International Journal of Machine Tools and Manufacture 44 (12-13), 1355-1371.

Donmez, M.A., Blomquist, D.S., Hocken, R.J. , Liu, C.R., Barash, M.M. (1985). General methodology for machine tool accuracy enhancement by error compensation. Precision Engineering, 8 (4),187-196.

Fan, K. C., Zhao, Y. (2000) A laser straightness measurement system using optical fiber and modulation techniques, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 40 (14), 2073-2081.

Ferreira, P.M., Liu, C. (1993). Method for estimating and compensating quasistatic errors of machine tools. Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, 115 (1), 149-159.

Ferreira, P. M. , Liu, C. R. (1986). Contribution to the analysis and compensation of the geometric error of a machining center. CIRP Annals , 35 (1), 259-262.

Florussen, G.H.J., Delbressine, F.L.M. , Van de Molengraft, M.J.G. Schellekens, P.H.J. (2001). Assessing geometrical errors of multi-axis machines by three-dimensional length measurements. Measurement: Journal of the International Measurement Confederation, 30 (4), 241-255.

Gao, W., Arai, Y., Shibuya, A., Kiyono, S. , Park, C. H. (2006). Measurement of multi-degree-of-freedom error motions of a precision linear air-bearing stage, Precision Engineering, 30 (1), 96-10.

Herzog, K. (1986). US Patent No: 4,587,622, Method and apparatus for determining and correcting guidance errors

Hocken, R., Simpson, J. A., Borchardt, B., Lazar, J., Reeve, C., Stein, P. (1977). Three Dimensional Metrology. Annals of the CIRP, 26 (2), 403-408.

Kakino, Y., Nakatsu, Y., (1987). The measurement of motion errors of NC machine tools and diagnosis of their origins by using telescoping magnetic ball bar method, Annals of the CIRP **36** (1), 337–380.

Kim, H. S., Park, K. Y., Lee, D. G. (1995). A study on the epoxy resin concrete for the ultra-precision machine tool bed, Journal of Materials Processing Technology, 48 (1-4), 649-655.

Kim, H.S., Jeong, K.S., Lee D. G., (1997). Design and manufacture of a three-axis ultra-precision CNC grinding machine, Journal of Materials Processing Technology 71 (2), 258-266.

Kim, J.-J., Jeong, Y. H., Cho, D.-W. (2004) Thermal behavior of a machine tool equipped with linear motors, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 44 (7-8), 749-758.

Kiridena, V.S.B., Ferreira, P.M. (1994). Kinematic modeling of quasistatic errors of three-axis machining centers. International Journal of Machine Tools Manufacture, 34 (1), 85-100.

Koenisberger, F. (1964). Design principles of metal-cutting machine tools. New York: Macmillan.

Ni, J. (1997). CNC Machine Accuracy Enhancement Through Real-Time Error Compensation. Journal of Manufacturing Science and Engineering ,119, 717-725.

Pahk, H.J., Kim, H.J., Moon, J.H. (1997). New technique for volumetric error assessment of CNC machine tools incorporating ball bar measurement and 3D volumetric error model. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 37 (11), 1583-1596.

Rahman, M., Mansur, M. A. , Lee, L. K., Lum, J. K. (2001). Development of a polymer impregnated concrete damping carriage for linear guideways for machine tools, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 41 (3), 431-441.

Ramesh, R., Mannan, M. A., Poo, A. N. (2000). Error compensation in machine tools -- a review: Part I: geometric, cutting-force induced and fixture-dependent errors, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 40 (9), 1235-1256.

Reshetov, D. N., Portman, V.T. (1988). Accuracy of machine tools. New York: ASME Press.

Sartori, S., Zhang, G.X. (1995). Geometric Error Measurement and Compensation of Machines, CIRP Annals - Manufacturing Technology, 44 (2), 599-609.

Schlesinger, G. (1966). Testing machine tools, New York: Industrial Press.

Shamoto, E., Park, C.-H., Moriwaki T. (2001). Analysis and Improvement of Motion Accuracy of Hydrostatic Feed Table. CIRP Annals, 285-291.

Shimizu, S. (1990). An Inquiry into Accuracy and Rigidity of and Load Distribution in a Linear Motion Ball Guide System. Precision Engineering Association Journal, 56 (8), 1445

Slocum, A.H. (1992). Precision machine design. Dearborn, Mich.: Society of Manufacturing Engineers.

Slocum, A., Basaran, M., Cortesi, R., Hart, A. (2003). Linear motion carriage with aerostatic bearings preloaded by inclined iron core linear electric motor. Precision Engineering, 27(4), 382-394.

Srivastava, A.K., Veldhuis, S.C., Elbestawit, M.A. (1995). Modelling geometric and thermal errors in a five-axis CNC machine tool. International Journal of Machine Tools and Manufacture 35 (9), 1321-1337.

Tani, Y., Katsuki, K., Sato, H., Kamimura, Y. (1995). Development of high-speed and high-accuracy straightness measurement of a granite base of a CMM. CIRP Annals - Manufacturing Technology, 44 (1), 465-468.

Tong, K., Lehtihet, E., Joshi, S. (2004). Software compensation of rapid prototyping machines. Precision Engineering, 28 (3), 280-292.

Tsutsumi M., Saito, A. (2003). Identification and compensation of systematic deviations particular to 5-axis machining centers, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 43 (8), 771–780.

Yun, W. S. , Kim, S. K. , Cho, D. W. (1999). Thermal error analysis for a CNC lathe feed drive system, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 39 (7), 1087-1101.

Wang, Y., Moon, K. S., Sutherland J. W. (1998). Compensation for the thermal error of a multi-axis machining center Journal of Materials Processing Technology 75 (1-3), 45-53.

Wu, C.-H, Kung, Y.-T. (2003). Thermal analysis for the feed drive system of a CNC machine center, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 43 (15) ,1521-1528.

ANNEXE – LES CALCULS DE FORCE DES GUIDES LINEAIRES ET LA CONCEPTION DE LA BASE EN BETON-ARMÉ

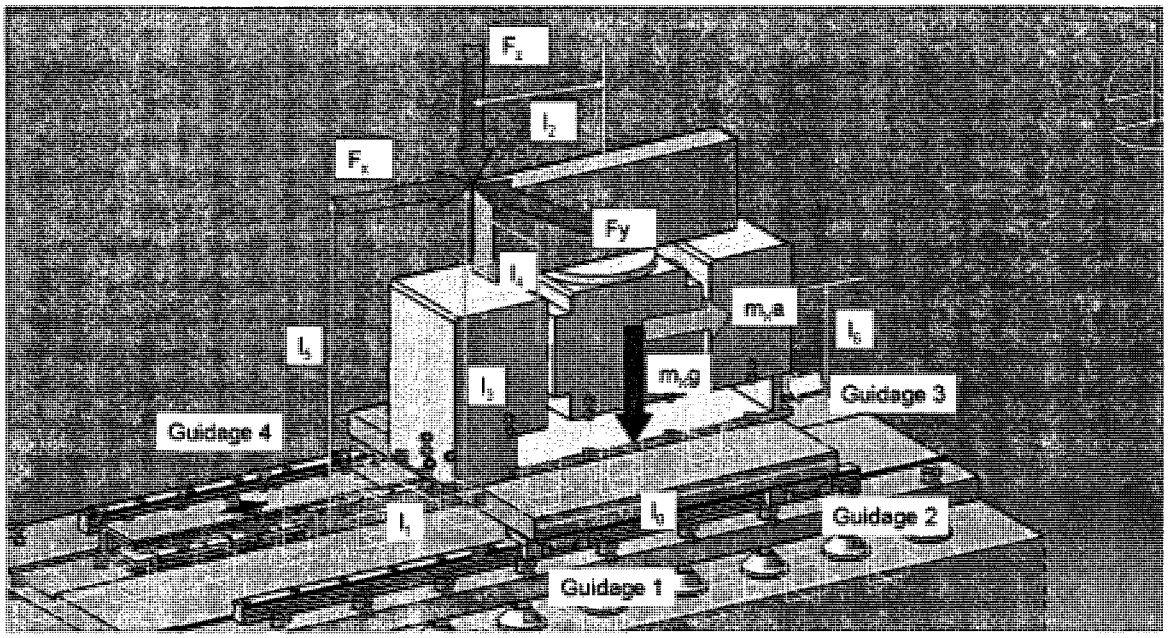

Figure A.1. Les forces de coupes et les dimensions pertinents sur le système guidage-chariot

Dans cette section les calculs de forces influant sur les guidages sont réalisés. Ensuite, en se basant sur ces forces, les diagrammes de force-moment sur la base en béton sont calculés. Les calculs de résistance ont été réalisés selon (Charron, 2007). Les calculs des diagrammes ont été réalisés par le logiciel MDSolids. Dans la dernière section la résistance de béton sous les forces de traction des ancrages est examinée.

Dans les calculs de conceptions de base en béton armé la masse de chariot était estimé $\mathbf{m}_{\text{chariot}}$ =115.4 kg. L'accélération maximale désirée est 1g.

Les dimensions du système chariot-guide pertinent dans le calcul des forces appliquées (Fig. A.1) sont :

$\mathbf{l}_0 = 0.4\mathbf{m}$

$\mathbf{l}_1 = 0.4\mathbf{m}$

$\mathbf{l}_2 = 0.3\mathbf{m}$

$\mathbf{l}_3 = 0.38\mathbf{m}$

$\mathbf{l}_4 = 0.3\mathbf{m}$

$\mathbf{l}_5 = 0.395\mathbf{m}$

$\mathbf{l}_6 = 0.195\mathbf{m}$

Les forces maximales de coupe estimées sont:

$\mathbf{F}1 = 1500\mathbf{N}$

$\mathbf{F}2 = 1500\mathbf{N}$

$\mathbf{F}3 = 1500\mathbf{N}$

Les forces de réaction sur les guidages provenant du poids et de l'accélération du chariot sont:

$$\mathbf{P}1 = \frac{\mathbf{m}_{\text{chariot}}\mathbf{g}}{4} + \frac{\mathbf{m}_{\text{chariot}}\mathbf{a}\mathbf{l}_6}{2\mathbf{l}_0} = 564.3060 \text{ N}$$

$$\mathbf{P}4 = \frac{\mathbf{m}_{\text{chariot}}\mathbf{g}}{4} + \frac{\mathbf{m}_{\text{chariot}}\mathbf{a}\mathbf{l}_6}{2\mathbf{l}_0} = 564.3060 \text{ N}$$

$$\mathbf{P}2 = \frac{\mathbf{m}_{\text{chariot}}\mathbf{g}}{4} - \frac{\mathbf{m}_{\text{chariot}}\mathbf{a}\mathbf{l}_6}{2\mathbf{l}_0} = 1.7310 \text{ N}$$

$$\mathbf{P}3 = \frac{\mathbf{m}_{\text{chariot}}\mathbf{g}}{4} - \frac{\mathbf{m}_{\text{chariot}}\mathbf{a}\mathbf{l}_6}{2\mathbf{l}_0} = 1.7310 \text{ N}$$

Les forces de réaction sur les guidages provenant des forces de coupe sont :

$$\mathbf{P1}_{\mathbf{Fx}} = \frac{\mathbf{F_x l_5}}{\mathbf{2l_0}} = 740.6250 \text{ N}$$

$$\mathbf{P4}_{\mathbf{Fx}} = \frac{\mathbf{F_x l_5}}{\mathbf{2l_0}} = 740.6250 \text{ N}$$

$$\mathbf{P2}_{\mathbf{Fx}} = -\frac{\mathbf{F_x l_5}}{\mathbf{2l_0}} = -740.6250 \text{ N}$$

$$\mathbf{P3}_{\mathbf{Fx}} = -\frac{\mathbf{F_x l_5}}{\mathbf{2l_0}} = -740.6250 \text{ N}$$

$$\mathbf{P1}_{\mathbf{Fz}} = \frac{\mathbf{F_z}}{4} + \frac{\mathbf{F_z l_2}}{\mathbf{2l_0}} = 937.5 \text{ N}$$

$$\mathbf{P4}_{\mathbf{Fz}} = \frac{\mathbf{F_z}}{4} + \frac{\mathbf{F_z l_2}}{\mathbf{2l_0}} = 937.5 \text{ N}$$

$$\mathbf{P2}_{\mathbf{Fz}} = \frac{\mathbf{F_z}}{4} - \frac{\mathbf{F_z l_2}}{\mathbf{2l_0}} = -187.5 \text{ N}$$

$$\mathbf{P3}_{\mathbf{Fz}} = \frac{\mathbf{F_z}}{4} - \frac{\mathbf{F_z l_2}}{\mathbf{2l_0}} = -187.5 \text{ N}$$

$$\mathbf{P1}_{\mathbf{Fy}} = -\frac{\mathbf{F_y l_3}}{\mathbf{2l_1}} = -712.5 \text{ N}$$

$$\mathbf{P2}_{\mathbf{Fy}} = -\frac{\mathbf{F_y l_3}}{\mathbf{2l_1}} = -712.5 \text{ N}$$

$$\mathbf{P3}_{\mathbf{Fy}} = \frac{\mathbf{F_y l_5}}{\mathbf{2l_1}} = 712.5 \text{ N}$$

$$\mathbf{P4}_{\mathbf{Fy}} = \frac{\mathbf{F_y l_3}}{\mathbf{2l_1}} = 712.5 \text{ N}$$

Donc les forces totales agissant sur les guides sont :

$$P1_{total} = P1 + P1_{Fx} + P1_{Fy} + P1_{Fz} = 1530 \text{ N}$$

$$P2_{total} = P2 + P2_{Fx} + P2_{Fy} + P2_{Fz} = -1639 \text{ N}$$

$$P3_{total} = P3 + P3_{Fx} + P3_{Fy} + P3_{Fz} = -213 \text{ N}$$

$$P4_{total} = P4 + P4_{Fx} + P4_{Fy} + P4_{Fz} = 2955 \text{ N}$$

Les diagrammes de forces et de moments

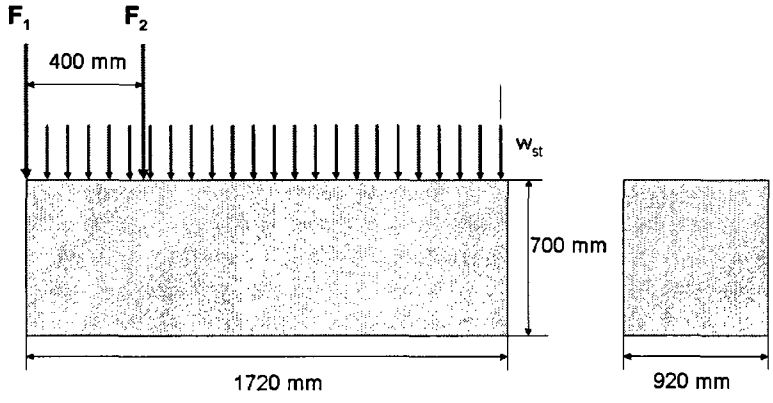

Figure A2. Le diagramme du chariot positionné sur une des extrémités de la base

Cas1 : Le chariot positionné sur une des extrémités de la base

$\mathbf{F1} = \mathbf{P1}_{\mathbf{total}} + \mathbf{P4}_{\mathbf{total}}$ =4485 N

$\mathbf{F2} = \mathbf{P2}_{\mathbf{total}} + \mathbf{P3}_{\mathbf{total}}$ =-1852 N

Le poids de porte-guidage:

$\mathbf{w}_{\mathbf{st}} = 0.92 \times 0.05 \times 78000 = 3588\mathbf{N/m}$

Le poids propre de la base:

$\mathbf{w}_{\mathbf{p}} = 0.92 \times 0.7 \times 24000 = 15456\mathbf{N/m}$

Avec les facteurs de charge : (W=1.5 et D=1.2)

$\mathbf{F1} = 6727\mathbf{N}$

$\mathbf{F2} = -2778\mathbf{N}$

$\mathbf{w}_{\mathbf{st}} = 4305\mathbf{Nm}$

$\mathbf{w}_{\mathbf{p}} = 18547\mathbf{Nm}$

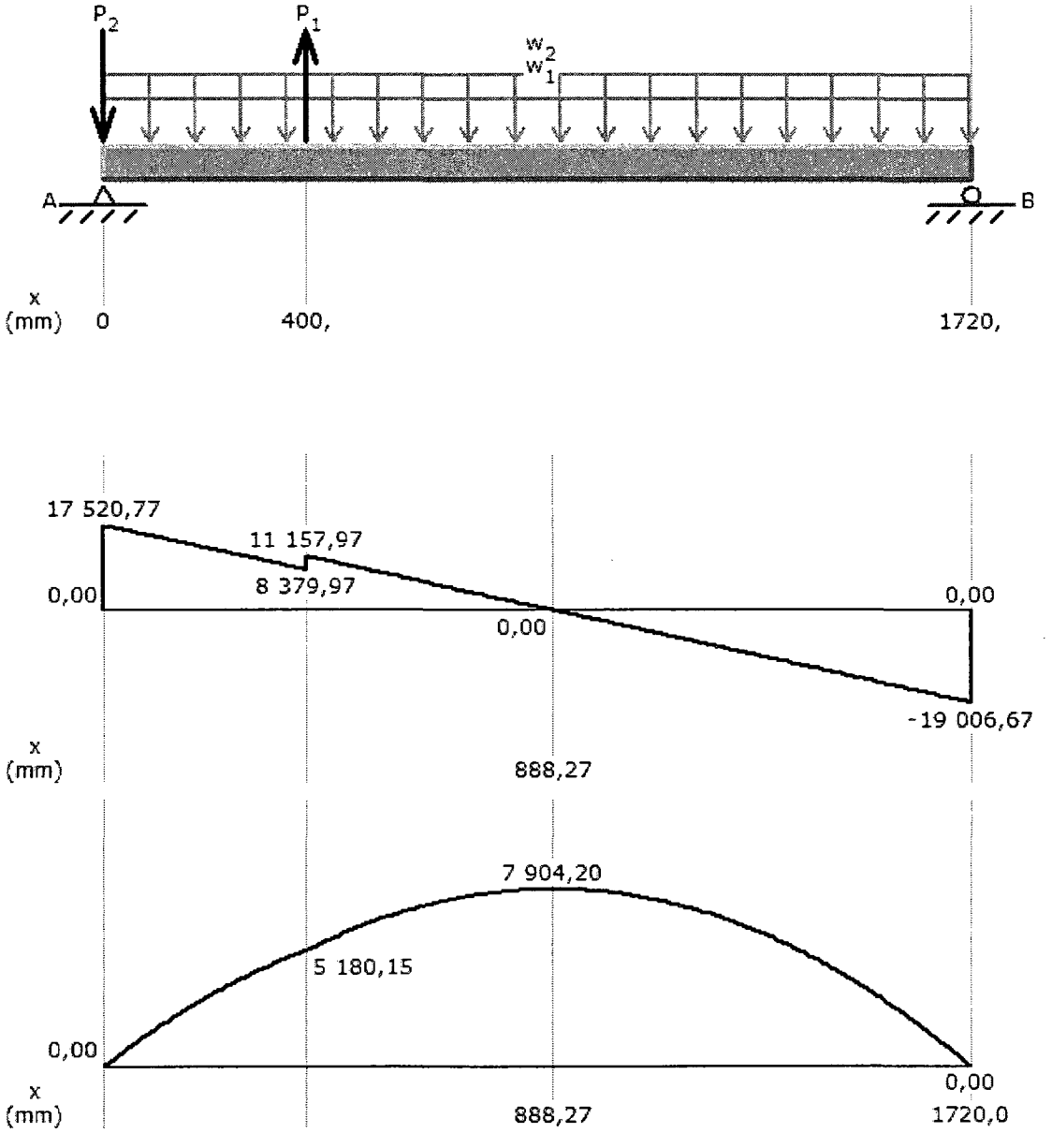

Figure A3. Le diagramme de force-moment du chariot positionné sur une des extrémités de la base

Cas2 : Le chariot positionné sur une des extrémités de la base :

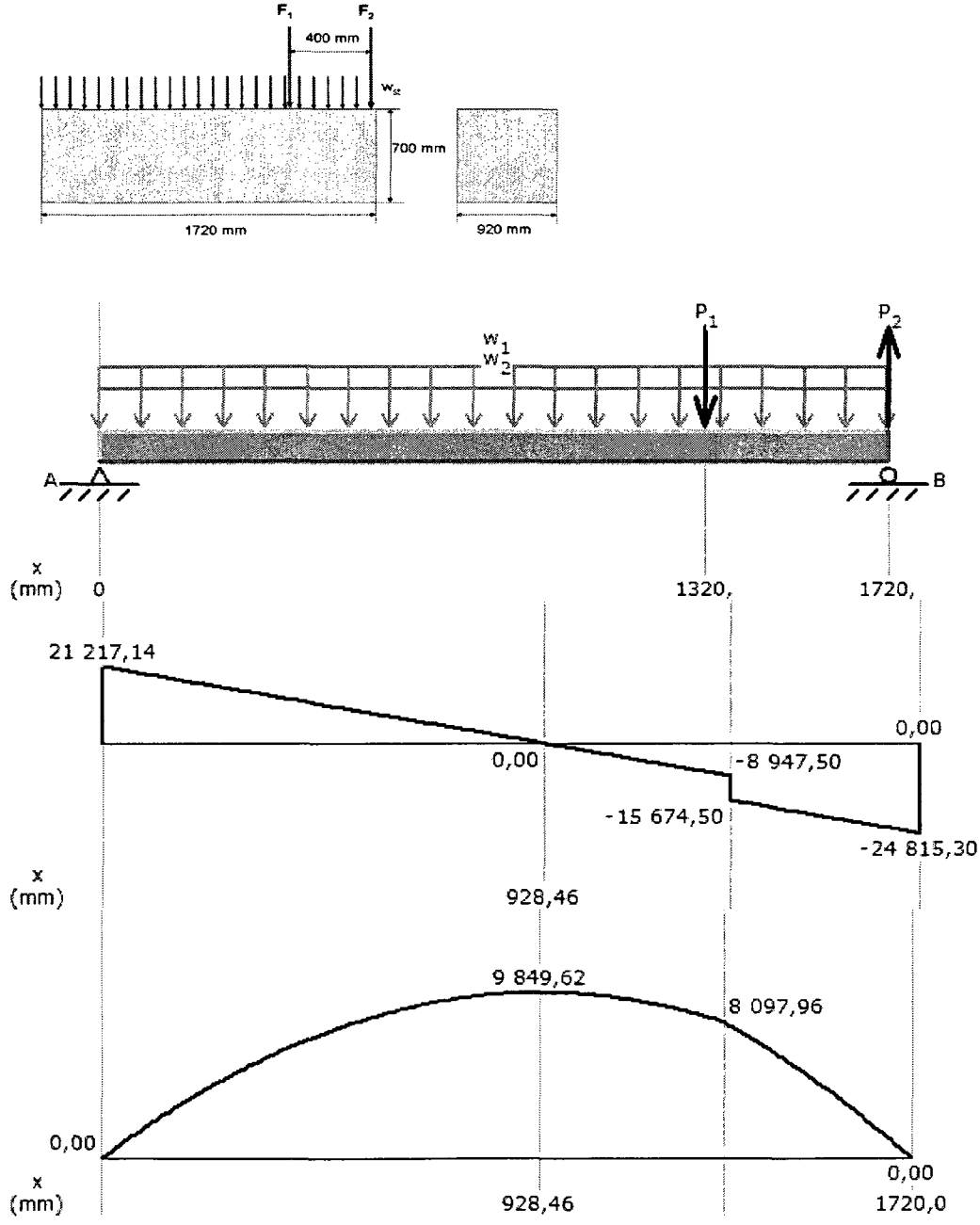

Figure A4. Le diagramme de force-moment du chariot positionné sur une des extrémités de la base

Cas 3: Le chariot positionné dans le milieu de la base:

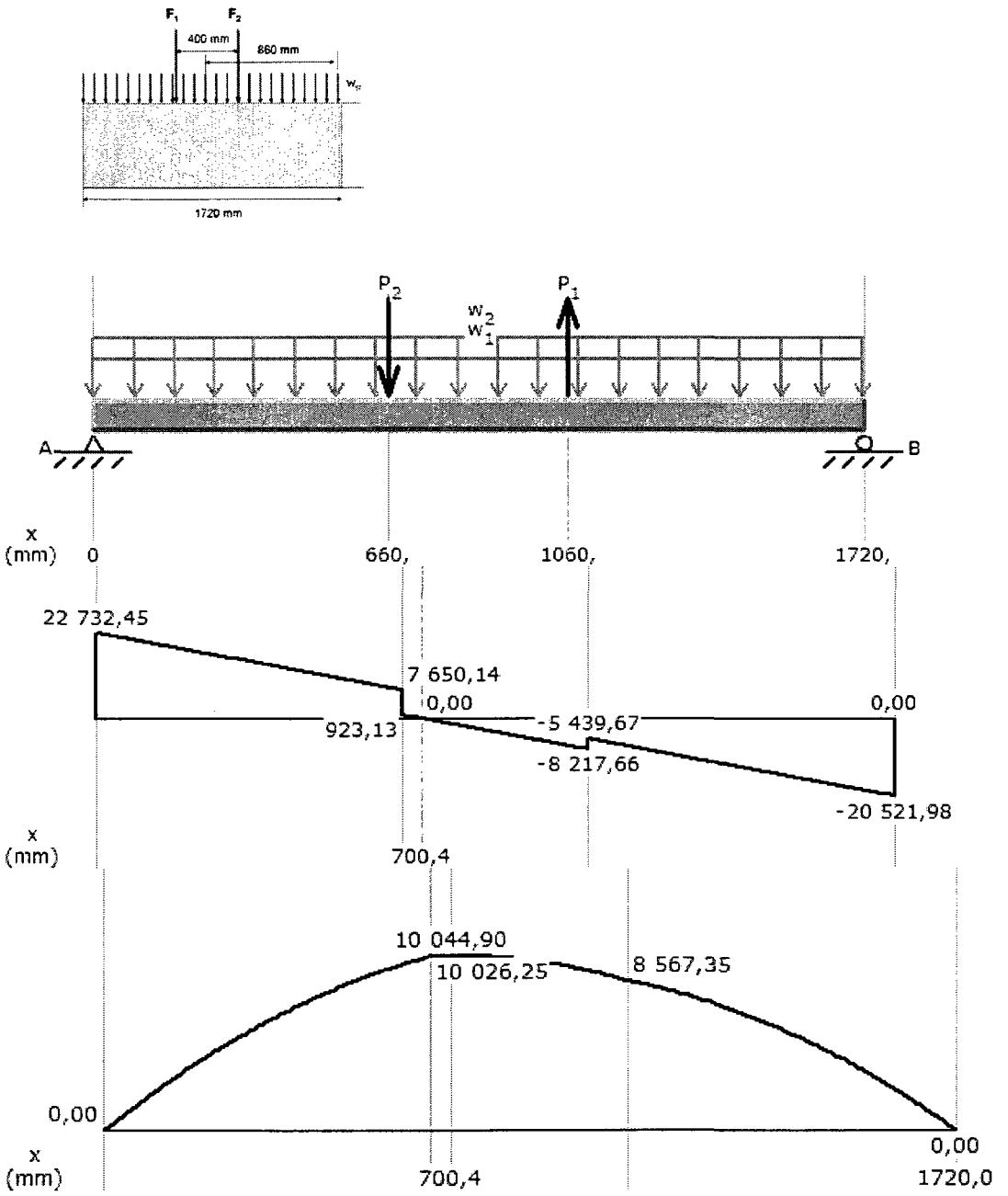

Figure A5. Le diagramme de force-moment du chariot positionné dans le milieu de la base

Cas 4: Transportation par cables:

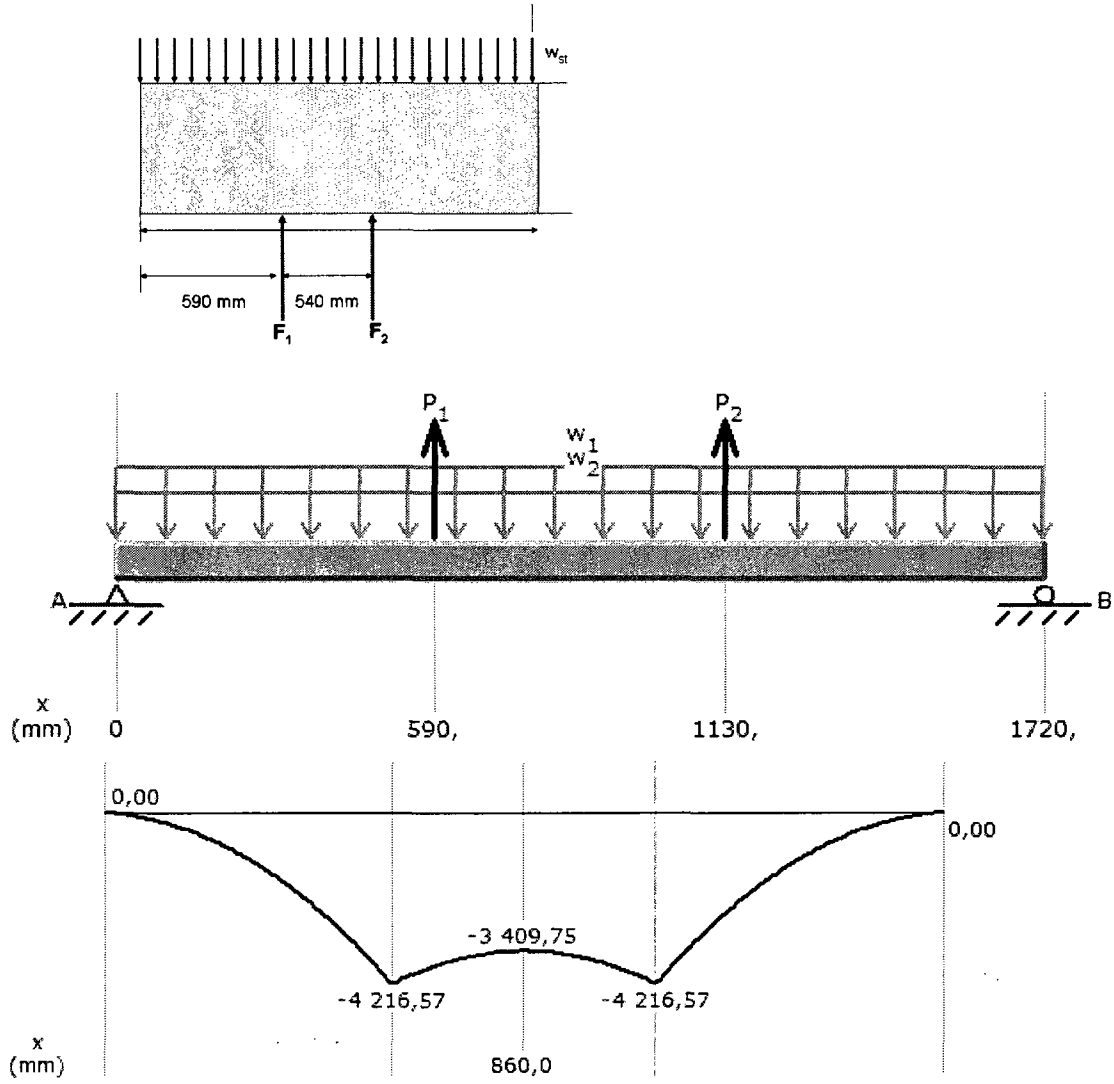

Figure A6. Le diagramme de force concernant la résistance durant le transport

Les calculs de position et de nombre d'armatures:

Hypothèses :

1. Pas d'étriers utilisés pour le cisaillement
2. Les barres sont de 30M (barre de diamètre 30 mm)
3. L'épaisseur de l'enrobage minimal sur la base : 40 mm

La position de centre de gravité des aciers tendus par rapport à la fibre comprimée :

$d=h\text{-shield-}d_{bar}\times 0.5=700\text{-}40\text{-}15=445\text{mm}$

Quantité d'armature requise:

La résistance en traction de l'acier: $\mathbf{f_y}$ =400 MPa

Armature minimale requise selon le moment maximal sur les diagrammes forces-moment :

$$\mathbf{A_s} > \frac{\mathbf{M_{tot}}}{\phi_s \times \mathbf{f_y} \times 0.9 \times \mathbf{d}} = \frac{10044}{0.85 \times 400 \times (1e6) \times 0.9 \times 0.645} = 50.9\mathbf{mm}^2$$

(Charron, 2007, Formule 4.47)

La résistance à l'effort tranchant

Pour une base sans armature la force maximale de cisaillement est :

$$\mathbf{V} = (\frac{230}{1000+\mathbf{d}})\lambda\phi_c\sqrt{\mathbf{f_c}`}\mathbf{b_w d}$$ for 300mm<d<1600 mm (Charron, 2007, Formule 5.25)

λ =1 (normal concrete)

ϕ_c =0.6

Pour la résistance de compression de béton:

$\mathbf{f_c}`$ =35 MPa

$$\mathbf{V} = (\frac{230}{1000+645})\times 1\times 0.6\times\sqrt{35}\times 920\times 645 = 319\mathbf{kN}$$

Armature minimale requise:

$\mathbf{A_{smin}} = \frac{0.2\sqrt{\mathbf{f'_c}}}{\mathbf{f_y}}\mathbf{bh} = \frac{0.2\sqrt{30}}{400}920\times700 = 1905\mathbf{mm}^2$ 3-30M (Charron , 2007, Formule 4.38)

La résistance de béton sous les forces de traction des ancrages:

Les calculs de résistance de béton sous la traction des ancrages sont réalisés selon les standards ACI.

La résistance $\mathbf{N_b}$ d'un seul ancrage sous traction dans le béton fissuré ne doit pas dépasser : $\mathbf{N_b} = \mathbf{k}\sqrt{\mathbf{f'_c}}\mathbf{h_{ef}^{1.5}}$ (Formule D-7 selon le standard ACI)

où $\mathbf{k}$ =24 pour les ancrages coulés, $\mathbf{h_{ef}}$ est la profondeur effective de et $\mathbf{f'_c}$ est la résistance en compression du béton.

La résistance du béton $\mathbf{N_{cb}}$ calculé pour une plage de $\mathbf{h_{ef}}$ de 50 mm à 300 mm est présenté sur la Fig. A.7.

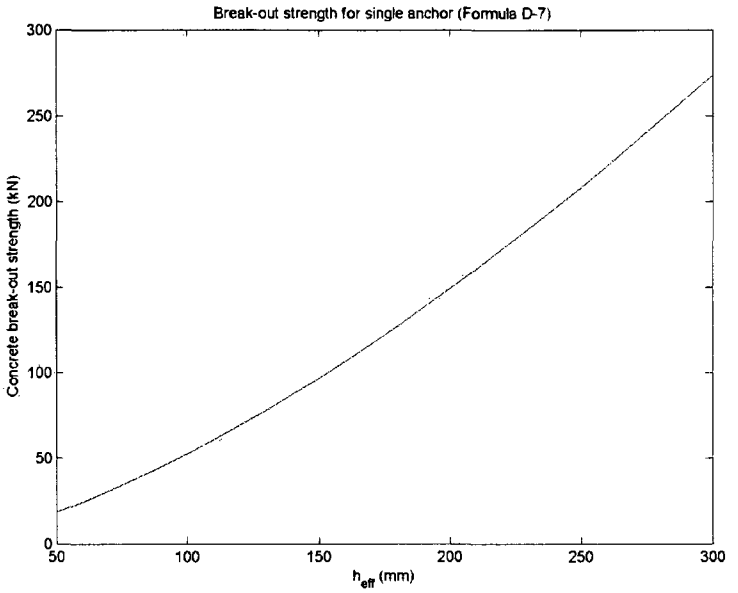

Figure A7. La résistance du béton $\mathbf{N_{cb}}$ calculé pour une plage de $\mathbf{h_{ef}}$ de 50 mm à 300 mm

La résistance nominale $\mathbf{N_{cbg}}$ d'un groupe d'ancrage est exprimé par :

$$\mathbf{N_{cbg}} = \frac{\mathbf{A_N}}{\mathbf{A_{No}}} \psi_1 \psi_2 \psi_3 \mathbf{N_b} \quad \text{(Formule D-5 selon le standard ACI)}$$

où $\mathbf{A_N}$ est l'aire projetée d'une surface pour un groupe d'ancrages qui peut etre approximé comme une la se figure géométrique rectilinaire qui résulte de la projection de la surface vers l'éxtérieur $1.5\mathbf{h_{ef}}$ du centre des ancrages. ψ_1, ψ_2 and ψ_3 sont les facteurs de modifications selon l'eccentricité, le cas plus petit de $\mathbf{h_{ef}}$ and le facteur de fissuration. ψ_1 et ψ_3 sont 1 dans notre cas, et ψ_2 est égal à:

$$\psi_2 = 0.7 + 0.3\frac{c_{min}}{h_{ef}}$$

Où c_{min} est la plus petite distance des cotés.

A_{No} est l'aire projeté d'une surface d'un seul ancrage loin des cotés : $A_{No} = 9h_{ef}^2$

La résistance du béton N_{cb} calculé pour un plage de h_{ef} de 50 mm à 300 mm est présenté sur la Fig. A.8.

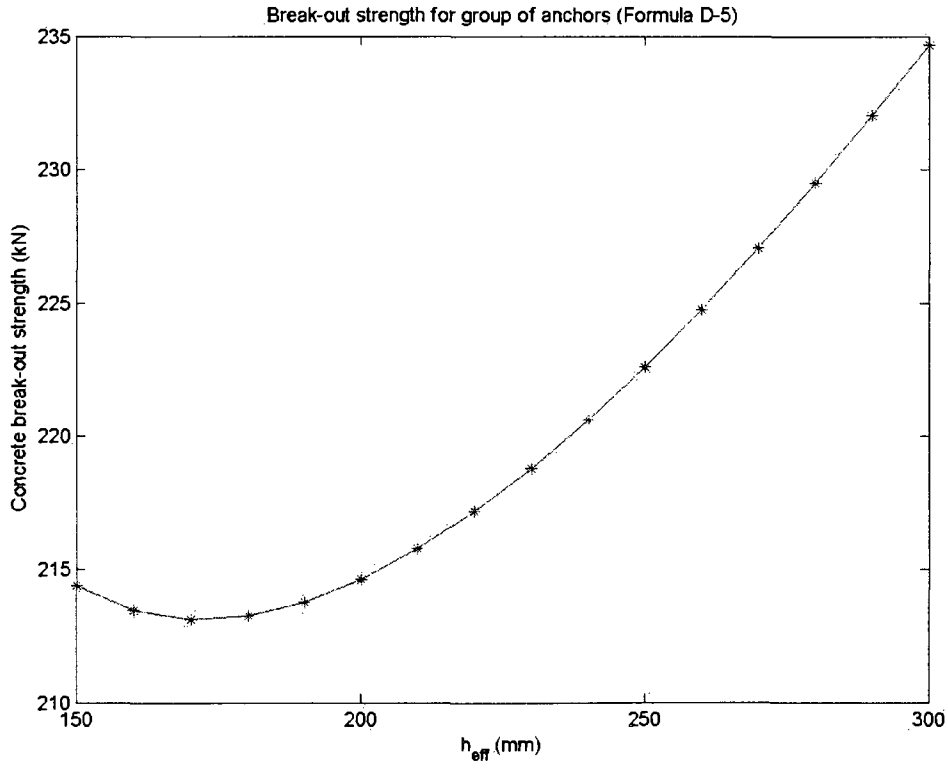

Fig. A.8 La résistance du béton N_{cb} calculé pour une plage de h_{ef} de 50 mm à 300 mm

Puisque tous les ancrages sont connectés par une plaque nos calculs sont conservatives.

L'application de Ncb sur un ancrage de 20 mm:

$$\sigma = \frac{N_{cbg}}{\pi.10^2} = 743 \text{ MPa} > \text{limite de plasticité d'acier} = 690 \text{ MPa}$$

Puisque l'acier va commencer à se plastifier avant la plastification du béton, on est dans une zone de sécurité convenable.