

Titre: Effet de soulèvement des fondations sur le comportement sismique
Title: des murs de refends

Auteur: Moussa Kameche
Author:

Date: 2008

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Kameche, M. (2008). Effet de soulèvement des fondations sur le comportement
Citation: sismique des murs de refends [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/8384/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/8384/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:** Robert Tremblay, & Sanda Koboevic
Advisors:

Programme: Non spécifié
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

EFFET DE SOULÈVEMENT DES FONDATIONS
SUR LE COMPORTEMENT SISMIQUE DES MURS DE REFENDS

MOUSSA KAMECHE
DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION DU
DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE CIVIL)
NOVEMBRE 2008



Library and
Archives Canada

Published Heritage
Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Direction du
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-47670-3

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-47670-3

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

EFFET DE SOULÈVEMENT DES FONDATIONS
SUR LE COMPORTEMENT SISMIQUE DES MURS DE REFENDS

présenté par : KAMECHE Moussa

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. BOUAANANI Najib, Ph.D., président du jury

M. TREMBLAY Robert, Ph.D., membre et directeur de recherche

Mme KOBOEVIC Sanda, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. LEBOEUF Denis, Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier profondément Monsieur Robert Tremblay et Madame Sanda Koboevic, professeurs au département de génie civil de l'École Polytechnique, pour avoir dirigé mes travaux de recherche. J'aimerais surtout exprimer vers eux ma reconnaissance la plus forte parce qu'ils m'ont guidé à la rédaction de ce mémoire et m'ont soutenu avec tous les moyens possibles tant au niveau scientifique qu'au niveau professionnel et moral. Leurs suggestions, leurs remarques pertinentes et leur motivation m'ont poussé à mener à bien ma recherche et à réussir du mieux possible. La relation étudiant-professeur que nous avons bâtie, constitue en moi le plus grand bénéfice de cette recherche.

Je remercie Monsieur Najib Bouaanani, professeur au département de génie civil de l'École Polytechnique pour son aide, et bien sûr pour avoir accepté de présider le jury. Je remercie aussi monsieur Denis LeBoeuf Professeur au département de génie civil de l'université Laval, pour la lecture de ce mémoire, pour ses appuis et pour ses conseils géotechniques éclairés.

Je tiens à remercier les professeurs, étudiants et tous les autres membres du GRS qui m'ont aidé de loin ou de près à la réalisation de ce mémoire de recherche. Je suis aussi très reconnaissant vers Professeur Tremblay et le conseil de recherches en sciences naturelles et en génie (CRSNG) pour le soutien financier qu'ils m'ont offert pour terminer ce mémoire.

Finalement je remercie ma famille proche et l'ensemble des amis qui ont su me redonner le moral et le courage nécessaires pour la réalisation de ce projet. . À tous, mes remerciements et mes plus sincères souhaits de réussite.

RÉSUMÉ

L'objectif de cette recherche est de contribuer à l'étude du comportement sismique des murs de refends en examinant les effets de soulèvement des fondations. La dernière édition du Code National du bâtiment, CNB 2005, admet explicitement ce type de comportement en reconnaissant les impacts positifs sur le plan économique. Dans le cadre de présente étude, un nouvel outil d'analyse, simple et fiable, a été développé pour caractériser et reproduire le phénomène du soulèvement des fondations. L'outil est par la suite utilisé pour réaliser les études paramétriques visant à étudier le soulèvement des murs de refends en béton armé pour des bâtiments conçus dans l'est et l'ouest du Canada.

Dans le modèle simplifié proposé, les murs de refends sont représentés par des structures linéaires qui répondent essentiellement comme des systèmes à un degré de liberté. Ces hypothèses de modélisation sont acceptables vis-à-vis des objectifs établis. Les structures sont attachées à des semelles infiniment rigides supportées sur un sol de fondation élastique. Le modèle choisi pour représenter la fondation superficielle est le modèle de Winkler comportant le mécanisme de soulèvement. Ces hypothèses simplificatrices permettent de reproduire les principaux aspects du phénomène de soulèvement des murs de refend. L'outil développé permet la mise en œuvre des analyses dynamiques efficaces incluant l'interaction sol structure.

Les valeurs limites du facteur de réduction des forces sismiques pour déterminer les charges de conception pour les fondations, étaient adoptées dans le CNB 2005 en considérant que le soulèvement des semelles puisse avoir lieu. Ces valeurs reflètent les résultats d'une étude restreinte à la région de l'ouest de Canada sur des sols argileux et sur des rocs avec des conditions tectoniques et géotechniques qui sont spécifiques à cette région. Cependant, aucune information n'est disponible pour la région de l'Est Canadien à ce jour, dont les conditions sismiques caractérisées par des secousses riches en hautes

fréquences, sont très différentes par rapport à l'ouest. La présente recherche visait d'une part, à valider l'étude effectuée pour la région de l'ouest en utilisant un modèle qui tient compte des propriétés dynamiques du sol et d'autre part, à étendre cette étude vers la région de l'Est. Trois murs de refends pour des bâtiments à cinq, dix et vingt cinq étages, localisés à Vancouver et Montréal ont été dimensionnés selon les prescriptions du Code National du Bâtiment du Canada (CNB 2005) et leur réponse sismique a été évaluée en utilisant les analyses dynamiques élastiques pour les différents accélérogrammes choisis.

Cette étude a montré que le soulèvement peut avoir un effet significatif sur la réponse sismique des structures et cet effet, non seulement conduit à la réduction des déformations, mais pourrait aussi augmenter ou diminuer, le déplacement latéral total dépendamment des caractéristiques de la structure et de l'excitation. Pour la région de l'Ouest du Canada le soulèvement a plus d'effet sur les déplacements latéraux que pour la région de l'Est. Le déplacement maximal augmente avec la diminution de la taille de la semelle en région de l'Ouest. Tandis qu'à la région de l'Est, on a constaté qu'avec des semelles plus petites le déplacement latéral maximal pourrait être relativement moins significatif voire diminuer. Il sera donc possible à augmenter le facteur de réduction des charges pour l'Est du Canada. Ceci réduira les charges de conception et conduira davantage à des semelles plus petites sans aucun impact négatif sur le comportement global des murs.

L'objectif ultérieur de nos développements et d'enrichir les normes de conception des fondations superficielles pour les murs de refends en béton armé, avec une extension de l'analyse vers un comportement inélastique des murs de refends en leur permettant de développer des rotules plastiques à la base. Ultérieurement, des tests à échelle réelle sur des murs de refends seront effectués pour valider les modèles numériques et confirmer le choix des paramètres.

ABSTRACT

The objective of this research is to contribute to the study on the seismic behaviour of the concrete shear walls by examining of the foundation uplift. The current edition of the National Building Code of Canada NBCC 2005, explicitly accepts this type of behaviour in recognition of its possible economic impact on design. In the present study, a simple analysis tool has been developed to study the rocking behaviour of shear walls under seismic loads. This tool has been subsequently used to carry out parametric studies on the buildings designed for eastern and western Canadian locations. In the study, shear walls are represented as linear structures behaving as single degree of freedom system. These modelling assumptions are justifiable in view of the objectives of this research project. The structures are considered attached to an infinitely rigid footing resting on an elastic Winkler foundation that includes the foundation uplift mechanism. These assumptions permit to model the basic aspects of the foundation uplift phenomenon. The developed tool can be used to carry out efficient dynamic analysis including the soil-structure interaction.

Values of the reduction factor used to determine foundation design loads have been adopted in the NBCC current version by considering the possibility of the foundation to rock back and forth on the soil-foundation interface. Previous studies that provided basis for the selecting of reduction factors values, have considered only the west region of Canada on clayey and rock soils with the specific geotechnical characteristics. To date, no information is available for the Canadian East region where the seismic conditions are characterized by the earthquakes rich in high frequencies. The goal of the present research is, on one hand, to validate, the previous studies using a model which takes into account the dynamic characteristic of the soil, and on the other hand, to expand the study to east region of Canada. The five, ten and twenty five-storey reinforced concrete shear wall building located in Vancouver and Montreal, were designed according to the 2005 National Building Code of Canada, and their seismic response is studied using

elastic time history for several earthquake records to evaluate the effect of foundation uplift..

The results show that the foundation uplift could have a significant effect on the seismic response of structures, and such effect non only lead to a reduction of the deformation, but may also increase or decrease the lateral displacement, depending of the structure's and excitation's characteristics. In the west of Canada, the foundation uplift has more effect on the lateral displacement than in the east region. It was found that the maximum displacement increases when decreasing the footing size. In the east of Canada, however, it has been shown that the decrease in footing size may lead to the decrease of the lateral displacement. Thus, it seems possible to increase the seismic load reduction factor in the east of Canada. This would reduce the load design and consequently lead to smaller mat-foundation without any negative impact on the overall behaviour of walls.

The future studies are foreseen with objective to further develop the existing design guidelines of concrete shear wall foundations by extending the analysis to include the inelastic behaviour of the shears walls. The experimental program will also be developed in the future in order to validate the numerical model and confirm the choice of modelling parameters.

TABLES DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....	iv
RÉSUMÉ.....	v
ABSTRACT.....	vii
TABLE DES MATIÈRES.....	ix
LISTE DES TABLEAUX.....	xii
LISTE DES FIGURES.....	xiii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	xix
LISTE DES ANNEXES.....	xxiv
 CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	 1
1.1 Problématique.....	1
1.2 Objectifs et portée.....	5
1.3 Méthodologie.....	6
1.4 Organisation de mémoire.....	7
 CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE.....	 9
2.1 Interaction Sol Structure et les Codes de conception.....	9
2.2 Études antérieures sur le soulèvement de fondations superficielles.....	12
2.3 Évolution des spécifications sismiques au Canada dans le CNB.....	19
 CHAPITRE 3 COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES MURS EN BLOCS	
RIGIDES.....	24
3.1 Introduction.....	24
3.2 Bloc rigide avec fondation rigide.....	25
3.2.1 Description du système considéré et équations du mouvement.....	25
3.2.2 Vibration libre de mur représenté par un bloc rigide.....	28
3.2.3 Réponse sismique avec fondation rigide.....	35

3.3	Bloc rigide avec fondation élastique.....	39
3.3.1	Système considéré et procédure de résolution.....	39
3.3.2	Vibration libre du bloc avec fondation élastique.....	46
3.3.3	Réponse sismique du bloc avec fondation élastique.....	51
3.4	Conclusion sur le chapitre 3.....	53

CHAPITRE 4 MURS DE REFEND MODÉLISÉS PAR DES STRUCTURES

	FLEXIBLES.....	54
4.1	Introduction.....	54
4.2	Fondation élastique à deux ressorts-amortisseurs.....	54
4.2.1	Système à trois degrés de liberté et équations du mouvement	54
4.2.2	Procédures de résolution et algorithme de calcul.....	62
4.2.3	Vibration libre de la structure	66
4.2.4	Réponse sismique de la structure.....	73
4.2.5	Stabilité et convergence de la solution.....	76
4.3	Modèle de Fondation Winkler.....	81
4.3.1	Système considéré et équations du mouvement.....	82
4.3.2	Formulation numérique et procédure de résolution.....	86
4.3.3	Réponse en vibration libre avec fondation Winkler.....	89
4.3.4	Réponse sismique de la structure.....	97
4.3.5	Stabilité et convergence de la solution.....	102
4.4	Conclusion sur le chapitre 4.....	107

CHAPITRE 5 RÉPONSE SISMIQUE DES MURS AVEC RUAUMOKO.....109

5.1	Hypothèses considérées dans l'analyse.....	109
5.2	Amortissement de Rayleigh.....	111
5.3	Comparaison des réponses de Ruaumoko et de Matlab.....	112
5.3.1	Modèle de fondation à deux ressorts dans Ruaumoko.....	114
5.3.2	Modèle de fondation Winkler dans Ruaumoko.....	120

5.4	Comparaison entre le modèle à deux ressorts et le modèle Winkler dans Ruaumoko.....	128
5.5	Conclusion sur le chapitre 5.....	133
CHAPITRE 6 RÉSULTATS D'ANALYSES ET ÉTUDE PARAMÉTRIQUE..		135
6.1	Dimensionnement des murs de refend.....	135
6.2	Dimensionnement des semelles de fondations.....	138
6.2.1	Cisaillement à la base du mur et moment de renversement.....	138
6.2.2	Valeurs de R_d et R_0 et accélération spectrale.....	139
6.2.3	Dimensions des semelles.....	140
6.3	Propriétés dynamiques de sol de fondation.....	146
6.4	Sélection des séismes pour l'Est et l'Ouest du Canada.....	153
6.5	Etude paramétrique et effets sur la réponse sismique.....	155
6.5.1	Effet de l'élancement des murs.....	155
6.5.2	Effet de l'intensité des séismes	161
6.5.3	Effet de la flexibilité du sol	166
6.5.4	Effet de rapport de masse	169
6.5.5	Effet de soulèvement de fondation.....	175
CHAPITRE 7 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS.....		183
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....		189
ANNEXES		197

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 5.1	Paramètres d'amortissement et périodes de vibration.....	126
Tableau 6.1	Caractéristiques des murs de refend	137
Tableau 6.2	Dimensions des murs de refend.....	137
Tableau 6.3	Valeurs des spectres et facteurs de réductions de forces sismiques.....	139
Tableau 6.4	Excentricités et longueurs des semelles pour la région de Montréal.....	145
Tableau 6.5	Excentricités et longueurs des semelles pour la région de Vancouver...	145
Tableau 6.6	Rigidité statique pour une semelle rectangulaire $L = 2B$. (Mylonakis et al, 2006).....	148
Tableau 6.7	Coefficients de rigidité et d'amortissement de sol de fondation.....	152
Tableau 6.8	Caractéristiques des séismes de Montréal	154
Tableau 6.9	Caractéristiques des séismes de Vancouver	154
Tableau 6.10	Déplacements pour le mur de 10 étages à Montréal ($MR=0.4$).....	175
Tableau 6.11	Déplacements pour le mur de 10 étages à Vancouver ($MR=0.4$).....	175
Tableau 6.12	Déplacements inter-étages (déplacement %) pour les murs à Montréal	178
Tableau 6.13	Déplacements inter-étages (déplacement %) pour les murs à Vancouver.....	179

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Mur de refend sur avec fondation élastique (Modèle Winkler).....	6
Figure 2.1	Accélérations spectrales pour les sites de classes C et D des régions Montréal et Vancouver.....	23
Figure 3.1	Soulèvement libre d'un bloc rigide.....	25
Figure 3.2	Relation moment-rotation du bloc rigide. (Makris & Roussos, 2000)....	26
Figure 3.3	Réponse en vibration libre du bloc avec impact parfaitement élastique..	32
Figure 3.4	Réponse en vibration libre du bloc avec impact inélastique, $r = 0.95$	33
Figure 3.5	Réponse du mur de 10 étages modélisé par un bloc rigide, $r = 0.95$	34
Figure 3.6	Réponse en vibration libre du bloc avec impact inélastique, $r = 0.75$	35
Figure 3.7	Signal temporel, région de Montréal.M7-70, $PGA = 0.269g$	36
Figure 3.8	Réponse sismique du bloc sur fondation rigide ($h = 15$ m et $h = 18$ m) Séisme Mtl-7030- $PGA = 0.952g$	37
Figure 3.9	Bloc rigide sur fondation à deux ressorts-amortisseurs.....	39
Figure 3.10	Réponse en vibration libre non-amortie du mur modélisé par un bloc rigide sur fondation à deux ressorts.....	48
Figure 3.11	Vibration libre du mur en bloc rigide sur fondation élastique; (a) rotation du mur; (b) vitesse de rotation; (c) vitesse verticale; (d) déplacements des deux bords.....	50
Figure 3.12	Réponse sismique du mur (bloc rigide, $h = 15$ m, $R = 8.17$ m), (a) rotation ; (b) vitesse de rotation ; (c) vitesse verticale.....	51
Figure 3.13	Réponse sismique du mur (bloc rigide, $h = 18$ m, $R = 18.52$ m), (a) rotation ; (b) vitesse de rotation ; (c) vitesse verticale.....	52
Figure 4.1	Mur de refend supporté par un sol flexible.....	55
Figure 4.2	Modèle de structure flexible sur une fondation à 2 ressorts, (Yim & Chopra, 1983).....	56
Figure 4.3	Relation moment-rotation pour la fondation à 2 ressorts (Yim & Chopra, 1983).....	57

Figure 4.4	Mouvement sismique d'un système à un degré de liberté.....	63
Figure 4.5	Modes de vibration libre : (a) Contact avec la semelle; (b) Soulèvement de la semelle (Yim & Chopra, 1983).....	67
Figure 4.6	Réponse en vibration libre non-amortie. Déformation de la structure $\alpha = 10$; $\beta = 8$	70
Figure 4.7	Réponse en vibration libre non-amortie. Rotation de la semelle $\alpha = 10$; $\beta = 8$	71
Figure 4.8	Réponse en vibration libre non-amortie Déplacement latéral total $\alpha = 10$; $\beta = 8$	72
Figure 4.9	Réponse en vibration libre non-amortie. Déplacements verticaux des deux bords de la semelle. $\alpha = 10$; $\beta = 8$	72
Figure 4.10	Réponse sismique. Déformation de la structure : $\alpha = 10$; $\beta = 8$; $\xi = 5\%$; $\xi_f = 23\%$	74
Figure 4.11	Réponse sismique. Rotation de la semelle. $\alpha = 10$; $\beta = 8$; $\xi = 5\%$; $\xi_f = 23\%$	75
Figure 4.12	Réponse sismique. Déplacement latéral total. $\alpha = 10$; $\beta = 8$; $\xi = 5\%$; $\xi_f = 23\%$	75
Figure 4.13	Réponse sismique. Déplacements verticaux des bords de la semelle. $\alpha = 10$; $\beta = 8$; $\xi = 5\%$; $\xi_f = 23\%$	76
Figure 4.14	Réponse sismique, (a) déplacement vertical; (b) vitesse verticale; (c) accélération verticale. $\alpha = 10$; $\beta = 8$; $\xi = 5\%$; $\xi_f = 23\%$	76
Figure 4.15	Réponse sismique sur fondation à deux ressorts avec différents pas de temps : (a) Déformation de la structure; (b) Déplacement latéral $\xi = 5\%$; $\xi_f = 23\%$	78
Figure 4.16	Réponse sismique sur fondation à deux ressorts (a) $\xi = 5\%$; (b) $\xi = 3\%$	79

Figure 4.17	Effet de la variation de l'amortissement dans la fondation à deux ressorts sur la stabilité de la solution.....	80
Figure 4.18	Modèle de structure flexible sur fondation Winkler.....	81
Figure 4.19	Relation moment-rotation pour la fondation Winkler	83
Figure 4.20	Réponse en vibration libre, $\alpha=10$, $\beta=8$, système non-amorti (a) déformation; (b) zoom sur la déformation en soulèvement.....	91
Figure 4.21	Réponse en vibration libre. Fondation Winkler. Accélération verticale : Système non-amorti $\alpha=10$, $\beta=8$	92
Figure 4.22	Réponse en vibration libre d'une structure amortie $\alpha=10$, $\beta=8$, $T=1s$, $\xi=5\%$, $\xi_v=40\%$: (a) résultats (Yim & Chopra, 1983); (b) Calcul Matlab	93
Figure 4.22	Réponse en vibration libre amortie sur fondation Winkler. Déformation de la structure. $\xi=3\%$, $\xi_v=13\%$	94
Figure 4.23	Réponse en vibration libre amortie sur fondation Winkler : (a) déformation de la structure ; (b) rotation de la semelle ; (c) déplacement latéral total ; $\xi=3\%$, $\xi_v=13\%$	95
Figure 4.24	Réponse en vibration libre amortie sur fondation Winkler: (a) déplacement vertical du bord gauche; (b) déplacement vertical du bord droit. $\xi=3\%$, $\xi_v=13\%$	96
Figure 4.25	Signal temporel artificiel de l'ouest Canadien. M7.2-30.....	97
Figure 4.26	Réponse sismique du mur de 10 étages sur fondation Winkler. Système amorti : (a) déformation u/h ; (b) rotation de la semelle; (c) déplacement latéral total. $\alpha=3.68$; $\beta=24$; $\xi=3\%$; $\xi_v=13\%$	99
Figure 4.27	Réponse sismique du mur de 10 étages sur fondation Winkler. Système amorti : déplacements verticaux aux bords. $\alpha=3.68$; $\beta=24$; $\xi=3\%$; $\xi_v=13\%$	100

Figure 4.28	Réponse sismique du mur de 10 étages sur fondation Winkler ; Système amorti : (a) déplacement vertical; (b) vitesse verticale; (c) accélération verticale. $\alpha = 3.68$; $\beta = 24$; $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$101
Figure 4.29	Réponse sismique sur fondation Winkler avec différents pas de temps (a) déformation de la structure ; (b) déplacement latéral total $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$102
Figure 4.30	Réponse sismique sur fondation Winkler pour $\xi_v = 23\%$ (a) $\xi = 5\%$ et (b) $\xi = 3\%$ dans la superstructure..... 103
Figure 4.31	Réponse sismique sur fondation Winkler pour $\xi = 3\%$. $\xi_v = 13\%$ et $\xi_v = 23\%$ dans la fondation.....104
Figure 4.32	Réponse sismique amortie $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$ (a) déformation u/h ; (b) rotation de la semelle; (c) déplacement latéral total de la structure...105
Figure 4.33	Réponse sismique amortie $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$ (a) déplacement vertical, (b) vitesse verticale.....106
Figure 5.1	Représentation des éléments de fondation dans Ruaumoko.....113
Figure 5.2	Hystérésis de ressort. Contact Hertzian (Davis 1992).....114
Figure 5.3	Réponse sismique (sans soulèvement). (a) déplacement du bord gauche; (b) déplacement du bord droit; (c) déplacement latéral total $\xi = \xi_f = 0\%$ (Séisme de l'est E7-70)...116
Figure 5.4	Réponse sismique (avec soulèvement). (a) déplacement du bord gauche; (b) déplacement du bord droit; (c) déplacement latéral total ; $\xi = \xi_f = 0\%$117
Figure 5.5	Réponse sismique amortie (sans soulèvement) : (a) déplacement du bord gauche; (b) déplacement du bord droit; (c) déplacement latéral total. $\xi = 3\%$; $\xi_f = 13\%$119
Figure 5.6	Réponse sismique amortie (avec soulèvement). Déplacement latéral total $\xi = 3\%$; $\xi_f = 13\%$120

Figure 5.7	Distribution de la rigidité proposée dans ATC-40 (ATC 1996).....	122
Figure 5.8	Zone extrême définie par la rigidité additionnelle (Harden et al, 2005).	123
Figure 5.9	Modes de vibration de la fondation Winkler: (a) Mode 1; (b) Mode 2..	124
Figure 5.10	Réponse sismique amortie sans soulèvement du mur de 10 étages fondation Winkler : (a) déplacement latéral total; (b) déplacement du bord gauche; (c) déplacement du bord droit. $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$	126
Figure 5.11	Réponse sismique amortie avec soulèvement du mur de 10 étages avec fondation Winkler : (a) déplacement latéral total; (b) déplacement du bord gauche; (c) déplacement du bord droit $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$	127
Figure 5.12	Réponse sismique non amortie calculée avec les deux modèles. (a) déplacement latéral; (b) déplacement du bord gauche; (c) déplacement du bord droit. $\xi = 0\%$; $\xi_v = 0\%$	129
Figure 5.13	Réponse sismique amortie (sans soulèvement) calculée avec les deux modèles. (a) déplacement latéral; (b) déplacement du bord gauche; (c) déplacement du bord droit. $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$	131
Figure 5.14	Réponse sismique amortie (avec soulèvement) calculée avec les deux modèles. (a) déplacement latéral; (b) déplacement du bord gauche; (c) déplacement du bord droit $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$	132
Figure 6.1	Répartition des contraintes sous la semelle de fondation filante.....	141
Figure 6.2	Front de section pour vérification du moment fléchissant.....	144
Figure 6.3	Coefficient de rigidité dynamique d'après (Gazetas, 1991).....	148
Figure 6.4	Coefficient d'amortisseur (Gazetas, 1991).....	152
Figure 6.5	Déformation des murs de Montréal sous le séisme M7.0 à 70 km ($MR = 0.6$): (a) $h/b = 4.59$; (b) $h/b = 6.68$; (c) $h/b = 12.6$	156
Figure 6.6	Déplacement latéral total des murs de Montréal sous le séisme M7.0 à 70 km ($MR = 0.6$): (a) $h/b = 4.59$; (b) $h/b = 6.68$; (c) $h/b = 12.6$	157
Figure 6.7	Déplacement vertical des murs de Montréal sous le séisme M7.0 à 70 km; ($MR = 0.6$): (a) $h/b = 4.59$; (b) $h/b = 6.68$; (c) $h/b = 12.6$	158

Figure 6.8	Signaux sismiques pour l'Est (Montréal) et l'Ouest (Vancouver).....	159
Figure 6.9	Effet de l'élancement sur la réponse sismique maximale de mur de 10 étages; (a) Montréal; (b) Vancouver.....	160
Figure 6.10	Effet de l'intensité du séisme sur la déformation et le déplacement Total du mur de 10 étages à Vancouver ($MR = 0.4$).....	163
Figure 6.11	Effet de l'intensité du séisme sur le déplacement horizontal total de mur de 10 étages dans la région de Montréal.....	164
Figure 6.12	Effet de l'intensité du séisme sur le déplacement total de mur de 10 étages dans la région de Vancouver.....	165
Figure 6.13	Effet de la flexibilité du sol de fondation sur la réponse sismique du mur de 10 étages ($MR = 0.4$) de la région de Montréal.....	167
Figure 6.14	Effet de la flexibilité du sol de fondation sur la réponse sismique du mur de 10 étages ($MR = 0.4$) de la région de Vancouver.....	168
Figure 6.15	Influence de MR sur la déformation u/u_{cr} pour le mur de 10 étages dans la région de Montréal	170
Figure 6.16	Influence de MR sur le déplacement latéral total pour le mur de 10 étages dans la région de Montréal	171
Figure 6.17	Influence de MR sur le déflexion u/u_{cr} pour le mur de 10 étages dans la région de Vancouver.....	172
Figure 6.18	Influence de MR sur le déplacement latéral total pour le mur de 10 étages dans la région de Vancouver.....	173
Figure 6.19	Déplacement latéral maximal vs MR : (a) Région de Montréal; (b) Région de Vancouver.....	174
Figure 6.20	Déplacement latéral moyen inter-étages vs ductilité pour Montréal et Vancouver.....	176
Figure 6.21	Déplacement latéral vs facteur de réduction des forces sismiques R_d : (a) 5 étages; (b) 10 étages; (c) 25 étages.....	180

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

A_b	section d'une barre
A_s	section totale des armatures
a_0	coefficient de l'amortisseur dépendant de la fréquence du séisme
b	largeur
b_w	épaisseur du mur de refend
c	constante d'amortissement
C	matrice d'amortissement
E	module de Young
e	excentricité
F_a	facteur de fondation relié à l'accélération
f'_c	résistance de compression de béton
F_f	réaction du sol
F_l, F_r	réactions du bord gauche et du bord droit de la semelle respectivement
F_v	facteur relié à la vitesse d'ondes de cisaillement
F_x	effort de cisaillement au niveau x
f_y	limite d'élasticité des armatures
G	module de cisaillement
g	accélération de la pesanteur
h	demi hauteur du bloc
I	moment d'inertie
I_{bx}, I_{by}	moments d'inertie de la surface de contact sol-fondation par rapport à x et y
I_{cm}	moment d'inertie par rapport au centre de gravité du bloc
I_e	facteur de l'importance de la structure

I_M	moment d'inertie par rapport au milieu de la base du bloc
I_0	moment d'inertie par rapport à l'extrémité
J	facteur appliqué au moment de renversement
jd	enrobage des aciers
K	matrice de rigidité
k, c	rigidité et amortissement de la superstructure
k_f, c_f	constantes des ressorts
k_z	coefficient de rigidité verticale
K_z	rigidité statique verticale
K_θ	rigidité statique rotationnelle
K_v, C_v	rigidité verticale globale et amortissement du sol
k_w, c_w	coefficients de rigidité et d'amortissement dans la fondation Winkler
L	longueur de la semelle
L_e	longueur de la zone correspondant à la rigidité verticale additionnelle
l_w	longueur du mur de refend
M	matrice de masse
m	masse
m_0	masse de la semelle
M_c	moment critique à l'instant de soulèvement pour le modèle à deux ressorts
M_r	moment résistant de la semelle
MR	rapport de masse
M_f	moment de flexion de la semelle
M_u	moment critique à l'instant de soulèvement pour le modèle de Winkler
M_v	facteur qui tient compte de l'amplification des efforts de cisaillement liée aux effets des modes supérieurs
p	paramètre de fréquence en rad/s

P	force axiale
PGA	pic de l'accélération du sol
Q	charge verticale supportée par le mur
q_a	capacité portante admissible
r	coefficient de restitution d'énergie
R	facteur de réduction des forces
R_d	facteur de réduction de forces R_d qui reflète la capacité de la structure à dissiper de l'énergie
R_0	facteur de réduction qui tient compte de cette sur-résistance
$S_a(0.2)$	accélération du UHS correspondant à une période de 0.2 s.
$S_a(T)$	accélération du spectre de conception correspondant à une période fondamentale de bâtiment
T	période fondamentale de vibration de bâtiment
T_a	période fondamentale empirique donnée par le Code
T_1, T_2	périodes de vibration du premier et deuxième mode
T_c, T_u	périodes fondamentales de vibration avant et après soulèvement
t_0	instant où le soulèvement du bloc se produit
t_1	temps pour atteindre la rotation maximale
$T_n/2$	temps entre deux impacts successifs
u, v	variables cinématiques (déplacements)
u_c	déflexion et rotation critiques dans le modèle à deux ressorts
\ddot{u}_g	accélération horizontale du sol
V_e	force latérale équivalente à la base de la structure représentant la réponse élastique
V_{La}	vitesse d'onde de "Lysmer analog"
v_s	vitesse d'ondes de cisaillement

W	charge permanente.
w	poids sismique
w_x	poids total au niveau h_x
\ddot{x}_G	composante horizontale de l'accélération du sol
\ddot{y}_G	composante verticale de l'accélération du sol
y	déplacement vertical du milieu de la base
yL, yR	déplacements verticaux des extrémités
α	élancement de la structure
β	rapport de la rigidité de la superstructure à la rigidité du sol
γ	poids volumique du sol
$\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$	variables cinématiques (rotation, vitesse et accélération)
θ_0	rotation initiale à l'instant initiale.
$\dot{\theta}_0$	vitesse initiale du bloc
θ_c	rotation critique à l'instant de soulèvement pour le modèle à deux ressorts
θ_{cr}	rotation critique pour lequel le soulèvement ait lieu
θ_{\max}	rotation maximale avec soulèvement empêché
θ_n	rotation θ_n après n impacts
θ_u	rotation critique à l'instant de soulèvement pour le modèle Winkler
ξ, ξ_f	rapports d'amortissement critique de la superstructure et la fondation
ζ_1, ζ_2	rapports d'amortissement critique du premier et deuxième mode de vibration
ϕ_1, ϕ_2	modes de vibration horizontale et verticale dans le cas de contact total
ϕ_s	facteur de majoration de moment de résistant
ρ	densité du sol
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$	constantes décrivant les conditions de contact de la semelle
μ	coefficient de frottement entre la base et le sol.

ν coefficient de poisson

ρ densité du sol

ω_1, ω_2 fréquences naturelles

ϖ_1, ϖ_2 fréquences de basculement et de mouvement vertical

LISTE DES ANNEXES

Annexe 1.....	199
Annexe 2.....	203

CHAPITRE 1 Introduction

1.1 Problématique

Le phénomène de soulèvement de la base d'une structure par rapport à sa fondation a été observé lors des plusieurs séismes de forte intensité. Des structures élancées fondées superficiellement se sont détachées du sol de fondation et ont basculé sur leurs fondations : elles semblaient résister aux séismes en raison de leur capacité à se mouvoir de façon indépendante du sol de fondation (Psycharis & Jennings, 1983). Les analyses de comportement des bâtiments durant les séismes indiquent qu'un soulèvement partiel pourrait y avoir lieu (Meek, 1975). Ceci est dû au fait que le sol est incapable de développer des contraintes de tension quand les déplacements verticaux des extrémités des semelles dépassent une valeur critique. Cette valeur dépend de la dimension de la semelle, de la rigidité du sol et des chargements statiques appliqués. Des analyses théoriques (Meek, 1975; 1978), aussi bien que des essais effectués sur le comportement dynamique non-linéaire des bâtiments en permettant le soulèvement de leurs semelles (Chopra & Yim, 1985; Psycharis, 1983, 1991) ont démontré qu'il n'est pas nécessaire d'empêcher le soulèvement des fondations parce qu'un effet bénéfique sur la réponse de la structure, telle que la réduction des déformations et des efforts, a été constaté.

Malgré les observations des effets bénéfiques du soulèvement des fondations sur le comportement global des structures sous les charges sismiques, les normes canadiennes de conception parasismique, jusqu'à récemment, ne permettaient pas explicitement ce type de comportement. Selon les prescriptions des Codes du bâtiment CNB 1990 (NRCC, 1990) et CNB 1995 (NRCC, 1995), la procédure de conception sismique des murs de refends supportés sur des semelles superficielles consistait à appliquer aux murs les forces statiques. La méthode du code était basée sur l'hypothèse que les murs de refends étaient supportés sur une base rigide se déplaçant selon les mouvements

superficiels du sol. En fait, les fondations ont une flexibilité et une capacité d'amortissement qui modifient la réponse de la structure. D'un côté, la flexibilité de la fondation augmente la période fondamentale. De l'autre côté, l'amortissement provient de la dissipation d'énergie par rayonnement et du comportement non linéaire du sol, ce qui augmente l'amortissement effectif du système fondation-structure. Ces effets, que l'on qualifie d'interaction sol-structure, n'étaient pas traités de façon explicite dans les codes CNB 1990 et CNB 1995.

Dans le CNB 1990 et le CNB 1995, on prescrivait également une méthode de conception par capacité qui assurait que le mur soit moins résistant que la semelle, de façon à développer une rotule plastique en flexion dans le mur avant la rupture ou une déformation excessive de la fondation. Selon les clauses de CSA A23.3, il n'était pas nécessaire que la résistance des semelles superficielles non ancrées supportant les murs de refend dépasse les chargements calculés avec un facteur de réduction des forces égal à 1.3. Cette réduction des efforts de conception était déjà introduite dans les normes de CSA A23.3 pour tenir compte d'une éventuelle dissipation d'énergie dans la fondation. Dans certains cas, les provisions de CNB aboutissaient à des semelles très larges et la conception sismiques de ces semelles devenait très onéreuse surtout quand un mur supportait une faible charge verticale qui donnait une grande excentricité sur la semelle, ou quand le mur était surdimensionné et avait un moment capacitaire considérable qui dépassait largement le moment de sollicitation induit par les forces sismique.

L'approche de conception par capacité permettait d'éviter l'endommagement dans la semelle où il est difficile de le repérer (Anderson, 2003). Les chercheurs se sont donc demandés s'il était possible de concevoir des murs de refends sur des fondations offrant une résistance plus faible que le moment de renversement spécifié dans le code du bâtiment, en permettant ainsi la semelle de se soulever.

Pour tenir compte du soulèvement dans la conception, plusieurs procédures simplifiées sont souvent intégrées dans les versions récentes des normes de conception

parasismiques sans qu'il soit nécessaire de modéliser tous les détails du comportement structural. Ces procédures de conception consistent le plus souvent à l'évaluation et la comparaison des résultats de simulation en tenant compte du soulèvement de la fondation. Ces résultats sont généralement des déplacements horizontaux d'un système équivalent comportant un seul degré de liberté.

Pour suivre les prescriptions des codes et guides pour la conception et la réhabilitation sismique tels que le CNB 2005 (NRCC, 2005), FEMA 356 (FEMA, 2000) et ATC-40 (ATC, 1996), le seuil qui correspond au soulèvement de la semelle est défini en utilisant les valeurs spécifiques de facteurs de réduction des forces.

Chaque norme de conception préconise une approche spécifique pour résoudre le problème : Dans l'approche de FEMA 356 (FEMA, 2000) et ATC-40 (ATC, 1996), une relation est établie entre le moment et la rotation de la semelle pour chaque condition de contact et comportement de sol possible. Dans l'annexe D de l'Eurocode 7 (CEN, 2004), l'effet de soulèvement de la base est considéré plutôt dans le calcul de la capacité portante du sol en fonction de la réduction de la surface de contact effective entre le sol et la semelle de fondation (Psycharis, 2007).

Dans le code international du bâtiment IBC 2000 (ICC, 2000), la philosophie de la conception sismique autorise des forces latérales sismiques de conception qui sont inférieures à celles nécessaires pour maintenir la structure dans le domaine élastique. Cela implique que la plupart des structures développeront des déformations inélastiques pendant les séismes de forte intensité. Le facteur de réduction de la force sismique, R , est exprimé comme coefficient de modification de la réponse. Les valeurs de R prescrites dans le code IBC 2000 sont basées sur l'observation de la performance des systèmes de structures. L'endommagement de la structure est alors relié de façon empirique et globale pour l'ensemble de la structure à la valeur plus ou moins élevée du facteur R (Harden et al, 2006).

Plusieurs études menées sur la sélection du facteur de réduction des forces pour la conception sismique des structures, ont été basées sur la réponse d'un système non linéaire à un seul degré de liberté soumis à des signaux sismiques synthétiques. Les résultats alors obtenus ont été extrapolés aux systèmes à plusieurs degrés de liberté (Verla et Tanner, 2006). Aujourd'hui une valeur unique du facteur R est toujours spécifiée pour chaque type de système de résistance aux forces sismique. Pour la conception des murs de refends en tenant compte de la possibilité de soulèvement des fondations, une procédure rigoureuse devrait être développée pour sélectionner plus précisément la valeur de facteur de réduction. Cette procédure devrait étudier la réponse sismique des murs en utilisant un grand nombre de signaux sismiques réels ou synthétiques pour différentes régions.

Filiatrault et al. (1992) ont étudié l'effet du soulèvement des fondations sur le comportement d'un mur en béton armé de type noyau central de bâtiment situé dans la région de Vancouver. Anderson (2003) a réalisé des analyses temporelles dynamiques non linéaires sur des murs de refend de différentes hauteurs avec prise en compte du soulèvement. Il a confirmé que la dimension des semelles de fondation pourrait être réduite si on permettait le soulèvement. Il a démontré que les déplacements horizontaux de structures de 7, 15 et 30 étages demeuraient sensiblement inchangés lorsque les fondations étaient conçues avec un facteur de réduction des forces sismiques égal à 2.0, lorsque comparés aux déplacements obtenus en empêchant le soulèvement. Il indique également que l'utilisation d'un facteur R plus élevé pouvait conduire à des déformations plus importantes et à un comportement du mur qui ne soit pas compatible avec les hypothèses de conception. Sur la base de cette étude d'Anderson, on admet maintenant le soulèvement des semelles dans la version actuelle du CNB 2005, en permettant de limiter les efforts de conception pour les fondations aux efforts correspondant à un facteur $R_o R_d = 2.0$. Cependant, l'étude d'Anderson était restreinte à la région de l'ouest de Canada avec des conditions tectoniques et géotechniques spécifiques à cette région. Elle n'offrait aucune information pour la région de l'Est

Canadien, dont les conditions sismiques, caractérisées par des secousses riches en hautes fréquences, sont très différentes. L'étude était aussi basée sur un modèle simplifié d'une structure linéaire et élastique qui était supportée sur une fondation de type Winkler où la flexibilité du sol était représentée par quelques ressorts distribués sous la semelle. Aucun amortissement visqueux ni radiant n'a été introduit dans la fondation, ce qui rendait l'étude conservative. Il y aurait lieu de valider l'étude faite pour la région de l'ouest avec un modèle qui tienne compte des caractéristiques dynamiques du sol en appliquant la procédure statique du CNB 2005 pour le dimensionnement du système sol-structure et, d'autre part, d'étendre cette étude à la région de l'est du Canada.

1.2 Objectifs et portée

Les objectifs de la recherche sont de : 1) développer un modèle numérique simple et fiable pour l'étude du phénomène de soulèvement des fondations sous sollicitations sismiques et 2) réaliser avec ce modèle une étude paramétrique visant à étudier le soulèvement des murs de refends pour des bâtiments construits dans l'est et l'ouest du Canada.

Comme il s'agit d'une première étude menée sur ce domaine par le groupe de recherche en génie des structures de l'École Polytechnique, on visait d'abord à bien comprendre et bien documenter le phénomène de soulèvement plutôt que réaliser une étude prenant en compte le comportement détaillé de la structure. On a donc jugé préférable de faire appel à une procédure simple permettant de bien comprendre, caractériser et reproduire ce phénomène fortement non linéaire. Dans cette étude, on a donc développé une procédure dans laquelle les murs de refends sont représentés par des structures linéaires qui répondent essentiellement comme des systèmes à un degré de liberté. Les murs sont construits sur des semelles infiniment rigides qui sont supportées sur un sol de fondation élastique. Le modèle choisi pour représenter la fondation superficielle est celui de Winkler qui inclut la flexibilité et l'amortissement de la fondation (Figure 1.1).

Ces hypothèses simplificatrices permettent tout de même de reproduire les principaux aspects du phénomène de soulèvement des fondations, sachant que le soulèvement est produit par le moment de renversement qui est un phénomène associé au mode fondamental de vibration des structures et que les semelles sont généralement plus rigides que le sol porteur.

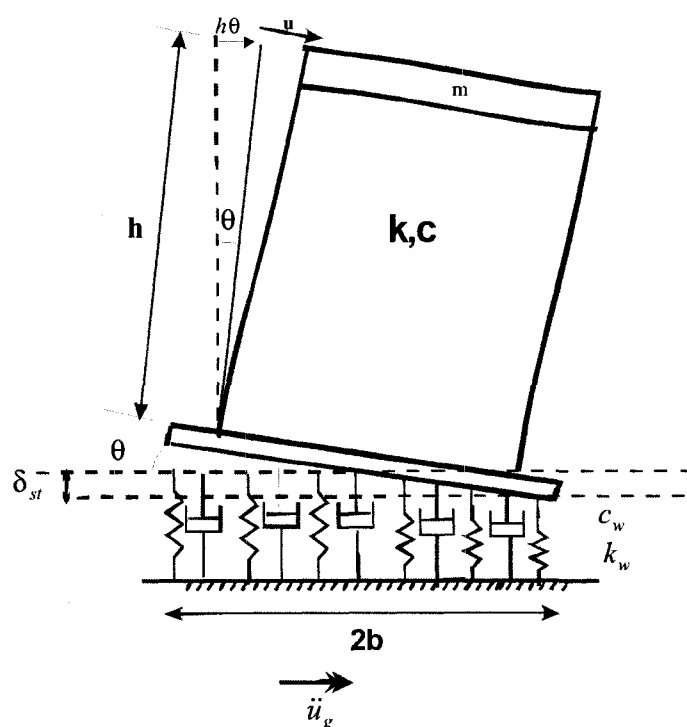


Figure 1.1 Mur de refend sur avec fondation élastique (Modèle Winkler)

1.3 Méthodologie

La méthodologie suivie dans notre étude a été établie pour atteindre les objectifs visés. Tout d'abord, on étudie l'évolution des recherches et des prescriptions des codes du bâtiment concernant le soulèvement et le dimensionnement des semelles de fondations des murs des murs de refends. Par la suite, on analyse le comportement des

murs soumis aux séismes en faisant une étude paramétrique. Puisque le comportement des structures avec soulèvement est fortement non linéaire, on doit être certain de la justesse des modèles numériques utilisés pour prédire ce comportement afin de pouvoir faire une étude paramétrique précise. Pour cela, on a procédé par validation et comparaison de la réponse d'une structure en utilisant différents modèles et algorithmes dans les deux logiciels Ruaumoko et Matlab. Par la suite, on a adopté le modèle approprié pour nos analyses sismiques des murs de refends étudiés. Ces murs sont des éléments résistants pour les bâtiments à 5, 10 et 25 étages localisés dans la région de l'est et l'ouest du Canada.

La validation des modèles numériques a comporté plusieurs étapes. Tout d'abord, on a examiné, avec le logiciel Matlab, la réponse d'un mur modélisé comme une structure élastique fondée sur un sol homogène élastique modélisé avec deux ressorts. On a ensuite développé une application Matlab pour le modèle de fondation de Winkler et on a comparé les réponses calculées avec Matlab à celles obtenues avec le logiciel Ruaumoko pour se rassurer de la mise en équation des systèmes dynamiques et de la fiabilité de la modélisation du soulèvement par Ruaumoko. En utilisant différents algorithmes dans Matlab, on a examiné la convergence de la solution obtenue avec le modèle de Winkler, modèle plus réaliste, puis on a choisi l'algorithme le plus efficace au niveau du temps de calcul et de précision pour calculer la réponse sismique des trois murs de refends localisés à l'est et l'ouest canadiens et compléter l'étude paramétrique sur l'influence du soulèvement des semelles.

1.4 Organisation du mémoire

Dans le premier chapitre, le phénomène de soulèvement des fondations a été documenté et l'importance des effets sur le comportement des structures de bâtiment a été soulignée. Ce survol se poursuit dans le deuxième chapitre par une revue de littérature sur les études antérieures qui ont été menées sur le soulèvement de fondation.

Dans le troisième chapitre, on procède à une première étude analytique qui porte sur le comportement dynamique des murs modélisés par des blocs rigides. Après la mise en équation, la réponse sismique est étudiée pour les cas de fondation rigide et flexible.

Le quatrième chapitre est consacré à l'analyse de la réponse des murs modélisés par des structures flexibles. Deux cas sont étudiés : fondation modélisée avec deux ressorts seulement et fondation de type Winkler. Des modèles et des algorithmes de calcul permettant de prendre en compte la nature de sol, l'amortissement et autres paramètres sont mis en œuvre. On fait appel à différentes méthodes numériques fondées sur des algorithmes de Newmark et Runge-Kutta. La résolution des équations a permis d'accroître sensiblement la stabilité numérique et la convergence de la solution.

Dans le cinquième chapitre, on effectue une modélisation de la structure avec le logiciel Ruaumoko. La réponse sismique est obtenue pour les modèles à deux ressorts et pour celui de Winkler, ceci afin de comparer l'effet de type de modélisation de sol sur le comportement sismique des murs de refend et choisir le modèle le plus approprié pour ces calculs. Les murs de refend sont considérés comme des structures flexibles et élastiques. Les fondations sont supposées très rigides et élastiques, avec un amortissement. Dans les deux modèles, on suppose que les ressorts ne peuvent résister à la tension. Ainsi le soulèvement se produit quand le déplacement d'une portion de la base est plus grand que le déplacement statique représentant le tassement de la structure.

Le sixième chapitre porte sur les études paramétriques réalisées pour étudier les effets du soulèvement des fondations sur la réponse des trois murs localisés dans les régions de l'est et de l'ouest canadiens. Dans ce chapitre, on a effectué le dimensionnement des murs et des fondations, et déterminé les propriétés dynamiques de sol. On a ensuite procédé aux analyses sismiques et examiner les résultats obtenus dans un contexte de proposer des méthodes de conception. Le septième chapitre regroupe les conclusions générales des analyses et les recommandations.

CHAPITRE 2 Revue de littérature

2.1 Interaction Sol-Structure et les Codes de conception

Dans la majorité des codes de conception sismique des bâtiments, la réponse sismique des structures et les efforts de fondation sont calculés en négligeant l'interaction sol-structure. C'est l'analyse de la structure avec base fixe (Pecker, 2004). Cependant, le chargement d'une structure induit par le séisme dépend de la réponse de la structure elle-même et cette réponse est en partie, la conséquence de l'interaction sol-structure. Ce phénomène devient plus important lorsque le sol est plus souple ou quand les fondations sont massives ou profondes. L'augmentation de la période naturelle et l'amortissement du à la déformabilité du sol conduit à des accélérations et contraintes plus faibles dans la structure et dans la fondation. Ainsi, dans certains codes, tenir compte des effets de l'interaction sol-structure dans la conception des bâtiments, est bénéfique puisqu'elle réduit les moments fléchissant et les efforts de cisaillement agissant sur les éléments de la superstructure.

Dans l'approche conventionnelle pour la conception des fondations superficielles, on utilise des facteurs de conception pour éviter que les forces horizontales transmises et les moments de renversement ne provoquent un glissement significatif ou une mobilisation de la capacité portante. Cette approche se résume en deux étapes: la première étape consiste en une analyse dynamique de la structure, effectuée avec un sol modélisé comme un domaine élastique représenté par des ressorts et des amortisseurs; la deuxième étape consiste à déterminer les forces et moments transmis vers la fondation (Gazetas et al 2003). On admet un comportement inélastique de la structure, ce qui permet de réduire les efforts dans la structure par un facteur de réduction tenant compte de la ductilité de la structure. La formation de rotules plastiques est permise seulement dans la superstructure et non pas dans le sol, ce qui veut dire que le comportement

inélastique de la semelle et la mobilisation de la capacité portante ne sont pas permis. Seulement un soulèvement à l'interface sol fondation est permis.

Les recherches sur l'interaction dynamique sol-structure étaient souvent basées sur un comportement linéaire viscoélastique avec plein contact entre le sol et la semelle. Cependant les séismes enregistrés ces dernières années ont montré que les chargements sismiques transmis à la fondation superficielle pourraient induire des déformations inélastiques non linéaires à l'interface sol fondation (Gazetas & Apostolou, 2004). Ces déformations pourraient provoquer à l'interface sol fondation une rupture par capacité portante. Dans ce cas, l'analyse sismique autorise la mobilisation de la résistance maximum du sol. Pendant le soulèvement de la semelle, quand une extrémité est soulevée, un mécanisme de rupture par capacité portante peut avoir lieu à l'autre extrémité de la semelle. Cependant, en conception parasismique, les fondations superficielles sont souvent conçues par une approche statique équivalente. Des facteurs de sécurité importants sont introduits pour éviter que les modes de rupture associés à la capacité portante ne surviennent. Les fondations sont soumises à une charge verticale excentrée avec un sol de capacité portante donnée.

Parmi les non linéarités, le glissement à l'interface sol-fondation, pourrait se produire dès que la force horizontale transmise à la fondation dépasse la résistance au frottement. La mise en pratique de l'hypothèse du glissement dans la conception des fondations superficielles reste limitée grâce à des valeurs élevées du coefficient de frottement à l'interface, et la résistance au frottement est souvent assurée par la résistance en butée résultant de la profondeur de la semelle dans le sol. Dans notre étude, on néglige le glissement à l'interface sol-fondation en supposant que la résistance contre ce mode de rupture est suffisante. Par contre, le soulèvement de la fondation pourrait avoir lieu quand le moment de renversement induit par le séisme tend à provoquer des contraintes de tension aux extrémités de la semelle.

Une méthode pour estimer la déformation d'un système sol-fondation consiste à remplacer le sol par une série de ressorts et amortisseurs produisant une réaction équivalente à la déformation développée à l'interface sol-fondation. Les amortisseurs représentent deux sources d'amortissement : l'amortissement hystérétique du matériau et l'amortissement radiant. L'amortissement du matériau dépend du niveau de déformation développé dans le matériau. Si les amplitudes de déformation sont grandes, l'amortissement matériel devient significatif. Si ces déformations sont petites, l'amortissement peut être négligeable. L'amortissement radiant représente un effet purement géométrique, qui existe à petites amplitudes aussi bien qu'à grandes amplitudes de déformation. Généralement, l'amortissement radiant est plus grand que l'amortissement hystérétique.

Dans les directives de FEMA 356 (FEMA, 2000) et le document associé ATC-40 (ATC, 1996), on suggère des procédures de conception associées à la réponse des murs de refends soumis aux basculements induits par la force sismique. Ces procédures incluent les effets de la flexibilité de la fondation sur la structure, en tenant compte de la rigidité de la fondation dans le modèle de structure (Kutter et al., 2002). L'amortissement de la fondation provient des mouvements relatifs de la semelle par rapport au mouvement du sol porteur. Il est associé avec l'énergie de radiation dissipée loin de la fondation et l'énergie hystérétique dans le matériau sol. Il faut noter que d'autres facteurs affectent l'amortissement de la fondation, telles que la taille de la semelle et sa profondeur dans le sol. Dans FEMA 356, l'amortissement effectif du système est déterminé sur la base de l'amortissement radiant en considérant que les effets de l'amortissement hystérétique sont négligés. Gazetas (1991) avait développé des formules pour déterminer les constantes de rigidités et d'amortissements pour des semelles de fondations supportées sur un demi-espace élastique. Ces formules ont été largement utilisées en pratique et on pourrait les utiliser dans notre étude pour déterminer les constantes de l'amortissement et de rigidité du sol.

2.2 Études antérieures sur le soulèvement de fondations superficielles

Plusieurs publications dans la littérature décrivent le phénomène de soulèvement de fondations superficielles soumises au séisme et posées sur des sols élastiques ou inélastiques. Le phénomène de soulèvement est un comportement fortement non linéaire qui doit être pris en compte adéquatement dans les équations et méthodes d'intégration dans le temps qui sont utilisées pour décrire le problème.

Housner (1963) a été le premier à étudier le comportement des structures soumises au soulèvement à leur base. Il a étudié le comportement sismique d'un bloc rigide basculant sur un sol rigide. Ses travaux étaient motivés par le fait que des châteaux d'eau avaient résisté aux fortes oscillations produites par le séisme chilien de mai 1960, alors que d'autres structures en béton armé avaient été sévèrement endommagées. En représentant l'accélération du sol par une impulsion de forme rectangulaire, il a dérivé des équations pour l'amplitude d'accélération requise pour renverser le bloc. Cependant, cette approche n'était valide que pour une seule impulsion. Des accélérations plus faibles que celles obtenues de ces équations peuvent faire soulever le bloc, mais sans pour autant le renverser. Il est cependant possible de renverser la structure avec ces faibles accélérations si elles sont appliquées sous la forme de plusieurs impulsions successives, ce qui peut être le cas d'une accélération du sol durant un séisme.

Meek (1975) a étudié les effets de soulèvement de la fondation de structures flexibles soumises aux sollicitations dynamiques. En modélisant la structure par un système à un degré de liberté, il a identifié analytiquement deux effets de soulèvement sur la réponse sismique des structures fondées sur des sols rigides. Premièrement, le soulèvement conduit à une réduction de la déflexion maximum de la structure. Deuxièmement, le contact avec le sol, à la fin d'un épisode de soulèvement, génère des forces impulsives intenses de forte intensité qui sont transmises vers la structure. Ultérieurement, Meek (1978) a étudié la réponse dynamique d'un noyau central d'un bâtiment multi étagé. En

négligeant la flexibilité du sol en supposant qu'un sol granulaire pouvait être représenté comme un matériau infiniment rigide dans le domaine élastique, il a montré que le soulèvement réduit significativement l'effort de cisaillement et le moment à la base de la structure.

Yim & Chopra (1983) ont analysé la réponse sismique des blocs rigides. Les résultats ont montré que le comportement était très sensible au moindre changement de taille du bloc et des caractéristiques du mouvement sismique. Ils ont conclu que la stabilité d'un bloc soumis à un mouvement sismique particulier n'augmente pas nécessairement d'une façon monotone avec l'augmentation de la taille du bloc. De même, le renversement d'un bloc par un mouvement de sol d'une intensité donnée n'implique pas que le bloc va nécessairement se renverser sous l'action d'un mouvement de sol d'intensité supérieure. La réponse a été calculée par intégration numérique des équations dynamiques en utilisant le schéma d'intégration de Runge-Kutta d'ordre 4 avec un pas de temps de 1/400 s. Les résultats ont été comparés avec ceux obtenus d'essais expérimentaux sur table vibrante en utilisant des signaux sismiques.

Psycharis & Jennings (1983) ont examiné la réponse dynamique des blocs rigides supportés par des fondations flexibles susceptibles au soulèvement. Ils ont considéré deux types de fondation : la fondation élastique continue avec un amortissement visqueux, modèle qui est aussi connu sous le nom de modèle de Winkler, et la fondation à deux ressorts-amortisseurs placés symétriquement sous la base. Ils ont démontré que pendant le soulèvement de la fondation, le système se comporte non linéairement, bien que la réponse soit composée de séquences de réponses linéaires. On a aussi remarqué que la période de basculement de la structure s'allonge, après le soulèvement, lorsque l'intensité du basculement augmente. Pour les grandes amplitudes du mouvement, cette augmentation est essentiellement proportionnelle à l'amplitude de l'excitation. Ils ont montré aussi que la réponse du système en déplacement pourrait augmenter ou diminuer à cause de soulèvement, dépendamment de l'excitation et des paramètres du système.

Pour le calcul de la réponse, les équations de mouvements après soulèvement ont été intégrées numériquement en utilisant le schéma de Runge-Kutta avec un pas de temps égal à 0.001s. Par la suite, Psycharis (1983) a étudié l'effet du soulèvement sur la réponse sismique des structures flexibles supportées sur des fondations élastiques en utilisant le mêmes modèles de fondation pour représenter la flexibilité du sol et la dissipation d'énergie. Il a étudié une structure à un degré de liberté et une structure multi-étagée. Il a démontré que le soulèvement augmente toujours la rotation de la semelle de fondation, mais les effets de la flexibilité du sol sur la déflexion maximum ne sont pas significatifs, à l'exception des sols très mous. Dans ce dernier cas, le soulèvement pouvait amener à une plus petite ou plus grande déflexion latérale de la structure, dépendamment de rapport de la période fondamentale de la structure à celle de l'excitation. Plus tard (Psycharis, 1991), il a observé, au moyen d'une étude paramétrique portant sur une structure flexible supportée par une fondation rigide et sollicitée par une excitation harmonique, que la déflexion maximum est très affectée par le rapport de la période de la structure à celle de l'excitation. Dans le cas où le soulèvement est permis, ce rapport est le paramètre principal qui détermine si le soulèvement conduit à une déflexion au sommet plus élevée ou plus faible, comparée à celle obtenue avec une base fixe. Pour des rapports proches de l'unité, le soulèvement est bénéfique pour la structure car la déflexion maximum est réduite. Pour des valeurs éloignées de l'unité, le soulèvement conduit à une déflexion plus grande. Il a aussi montré que l'intensité du séisme et l'élancement et l'amortissement de la structure ont des effets moins significatifs.

Yim & Chopra (1984) ont étudié les effets du soulèvement de la fondation sur le cisaillement à la base des structures flexibles en se basant sur l'analyse de la réponse spectrale. La première étude a été réalisée sur une structure modélisée par un système à un degré de liberté et fixée à une semelle rigide supportée à chaque extrémité sur un ressort-amortisseur. Ils ont montré que le cisaillement à la base des structures à période relativement longue reste en dessous de la valeur critique au-delà de laquelle le

soulèvement aurait eu lieu. Par contre, pour les structures à courte période de vibration, l'effort de cisaillement dépasse la valeur critique quand la semelle est empêchée de se soulever. Pour ces dernières structures, le fait de permettre le soulèvement a comme effet de réduire l'effort de cisaillement. Cependant, il a été aussi montré que la semelle de fondation d'une structure élancée avait davantage tendance à se soulever et que le soulèvement donnait lieu à une réduction plus importante de l'effort de cisaillement à la base. Dans une la deuxième étude, la même structure flexible a été étudiée, mais en modélisant le sol de fondation de manière plus réaliste en incorporant la fondation Winkler avec des éléments ressorts-amortisseurs distribués le long de la semelle. Ils ont observés les mêmes effets sur l'effort de cisaillement que ceux notés dans le cas d'une fondation modélisée avec seulement deux ressorts. Pour les deux études, les valeurs de l'amortissement critique de 5% et de 40% ont été respectivement introduites dans les équations pour la superstructure et la fondation. Les équations des systèmes ont été intégrées numériquement en utilisant le schéma implicite de Newmark avec une variation linéaire de l'accélération dans chaque pas de temps. Le pas de temps utilisé devait être suffisamment court pour assurer la convergence.

Chopra et Yim (1985) ont présenté une procédure simplifiée pour l'analyse des effets de soulèvement des structures flexibles qui répondent essentiellement comme des systèmes à un degré de liberté. Ces structures sont fixées à des semelles rigides supportées par des fondations rigides ou élastiques. Chacun des ressorts de fondation était considéré élastique et linéaire. Dans cette analyse, les valeurs maximums de l'effort de cisaillement à la base et la déformation sont calculées directement du spectre de réponse. Ils ont par la suite étendu leur étude simplifiée (Yim et Chopra, 1985) pour le cas de structures multi-étagées supportées par un système de fondation à deux ressorts-amortisseurs. Ils ont démontré qu'une approximation raisonnable du cisaillement à la base maximum d'une structure multi-étagée pourrait être obtenue en considérant que le soulèvement de la fondation influe la réponse avec seulement la contribution du mode fondamental de vibration. La contribution des modes supérieurs pourrait être calculée

par une procédure standard, sans effet significatif du soulèvement de la fondation. Ils ont aussi montré que la réponse totale pourrait être estimée avec précision par la combinaison des maximums modaux en accord avec la formule de la racine carrée de la somme des carrés (SRSS). Les résultats ont été obtenus numériquement par intégration des systèmes d'équations en utilisant la méthode implicite de Newmark. La procédure simplifiée qu'ils ont proposée pourrait être utilisée en pratique pour analyser le soulèvement des structures supportées sur des fondations viscoélastiques. Cependant, comme les paramètres de la fondation sont difficiles à évaluer en pratique, du fait qu'ils dépendent des détails de la conception et de la déformabilité de la semelle, la réponse devrait être calculée pour une plage de paramètres de la fondation pour établir les valeurs de conception.

Xu et Spyrakos (1996) ont développé une procédure analytique pour l'étude de la réponse sismique des structures élancées avec soulèvement permis à leur base. La structure étudiée était modélisée par une colonne homogène et isotrope, avec une masse concentrée en tête. La superstructure était supportée par une semelle rigide circulaire et le sol de fondation était représenté par deux ressorts et deux amortisseurs. Les coefficients de rigidité et d'amortissement étaient considérés constants et indépendants de la fréquence.

Le système d'équations a été résolu par intégration numérique en utilisant la méthode de Newmark implicite en supposant l'accélération moyenne sur chaque pas de temps de 0.0005 s. L'étude a montré que le soulèvement peut avoir un effet significatif sur la réponse sismique des structures. Cet effet pourrait conduire à la réduction de la déflexion et des moments de flexion, comme cela a été observé dans les autres études, mais aussi à une augmentation de l'effort de cisaillement et de la rotation de la semelle. Ces observations suggèrent que le soulèvement pourrait ne pas être bénéfique pour le cisaillement. Il a été prouvé aussi que la rigidité du sol et le rapport d'élancement de la structure peuvent jouer un rôle important dans la réponse sismique.

En ce qui concerne les fondations flexibles sans soulèvement, Nadjai et Johnson (1996) ont réalisé une analyse élastique linéaire de murs de refend avec une base flexible. Ils ont examiné l'importance de la flexibilité de la base pour des conditions des sols réalistes. Une analyse a été présentée pour des murs de refends tridimensionnels, soumis à différents types de chargement latéral. Les rigidités verticale et rotationnelle de la fondation ont été prises en compte dans les analyses. Ils ont montré par différents exemples que la flexibilité de la fondation pourrait avoir un effet important sur le comportement élastique des murs et pourrait affecter principalement les contraintes dans la portion inférieure des murs. En général, la flexibilité de la fondation a un effet négligeable sur les contraintes dans la portion supérieure de la structure.

Badie et Salmon (1997) ont développé une méthode d'analyse par éléments finis du comportement des murs de refend supportés sur des fondations élastiques, sans soulèvement. Les murs ont été modélisés en contraintes planes et le sol comme un espace élastique semi-infini. Pour représenter la flexibilité du sol, le modèle de Winkler a été adopté en tenant compte de la rigidité au cisaillement entre la fondation et le sol. Cependant aucun amortissement du sol n'a été introduit dans le modèle. Les analyses ont montré que la déformation des murs de refend peut être sous-estimée lorsque l'on considère la fondation rigide dans les analyses. On a aussi prouvé que l'on surestime les contraintes normales dans les murs en ignorant l'interaction sol structure : avec une fondation flexible, les contraintes sont réduites dans les murs comparées à celles obtenues avec une fondation rigide.

Filiatrault et al. (1992) ont examiné le comportement sismique d'un mur en béton armé de type noyau central des bâtiments, supporté sur une semelle dont le soulèvement était permis. La réponse du mur a été calculée en utilisant l'analyse dynamique non linéaire en intégrant le comportement inélastique de noyau. La procédure de conception a été basée sur l'application des forces statiques du CNB 1990 et l'analyse dynamique a été effectuée en utilisant le microprogramme Drain-2D (Prakash et al., 1993). Trois

modèles ont été étudiés. Le premier modèle comprenait un noyau inélastique supporté sur une fondation rigide. Le deuxième modèle était un noyau fondé sur un sol flexible pouvant se plastifier en compression, avec une semelle capable de soulever. Le comportement non linéaire de la fondation était représenté par des éléments de treillis incorporés dans le logiciel Drain2D. Ces éléments offrent un comportement plastique en tension avec un flambage élastique en compression. Dans le modèle, les éléments de treillis sont disposés au-dessus de la semelle, de telle sorte que la résistance inélastique du sol peut être représentée par la plastification en tension de ces éléments, tandis que le soulèvement peut être reproduit par leur flambage. Les propriétés de ces tirants ont été établies sur la base de la rigidité d'une fondation circulaire équivalente. On a appliqué un amortissement visqueux égal à 3% de l'amortissement critique dans les deux premiers modes de l'ensemble sol-structure.

Le mur de refend reposait sur un stationnement souterrain dont la dimension en plan correspondait à l'empreinte au sol de tout le bâtiment. Ils ont observé une importante réduction de la tendance au soulèvement de la semelle lorsque l'on considérait que le mur de refend et la structure du stationnement agissaient de manière monolithique. En négligeant la structure du stationnement dans l'analyse, plus de la moitié de la semelle s'est soulevée dans chaque direction. Dans les deux cas, les contraintes dans le sol sont demeurées inférieures à la capacité portante du sol. On a constaté que le stationnement et les fondations soumises au soulèvement ont provoqué une augmentation des forces de cisaillement aux étages inférieurs. Les chercheurs ont aussi observé que le comportement de la structure n'était pas en accord avec la philosophie du CNB 1990. La réduction des efforts de cisaillement n'était pas proportionnelle à la réduction des moments de flexion découlant de l'utilisation du facteur R dans le calcul des charges sismiques et de la plastification du noyau en flexion. Ce constat a suggéré que des facteurs différents de modification de forces (facteurs R) seraient probablement nécessaires pour la flexion et le cisaillement.

2.3 Évolution des spécifications sismiques au Canada dans le CNB

Plusieurs changements ont été apportés aux clauses sur la conception sismique dans la version 2005 du Code National Canadien du Bâtiment (NRCC 2005). Parmi ceux-ci, plusieurs ont affecté la détermination des forces sismiques de conception par la méthode statique équivalente. Les prescriptions du CNB 1995 étaient basées sur l'approche statique équivalente. On recommandait d'utiliser l'analyse dynamique dans le cas des structures irrégulières, ceci afin d'obtenir une meilleure distribution de la charge sismique dans la structure. Lorsque l'on utilisait analyse dynamique, il fallait augmenter tous les résultats de cette analyse par le rapport des cisaillements à la base obtenus des analyses statique et dynamique. On considérait en effet que les procédures d'analyse dynamique du CNB 1995 étaient non sécuritaires pour fixer l'amplitude des charges sismiques (Saatcioglu & Humar, 2003). Dans l'édition 2005 du CNB, on spécifie l'analyse dynamique comme la méthode d'analyse préférée pour déterminer les forces de conception. Toutefois, dans cette nouvelle édition, on permet toujours l'utilisation de la procédure de la charge statique équivalente pour les structures suivantes : (i) structures localisées dans les zones à faible sismicité ou $I_e F_a S_a(0.2)$ est inférieur à 0.35, I_e étant le facteur d'importance, F_a le facteur de fondation relié à l'accélération, et $S_a(0.2)$ l'accélération du spectre du risque uniforme correspondant à une période de 0.2 s ; (ii) structures régulières localisées dans n'importe quelle zone sismique lorsque leur hauteur est inférieure à 60 m et la période latérale fondamentale est inférieure à 2.0 s ; (iii) structures irrégulières localisées dans toute zone sismique et dont la hauteur est inférieure à 20 m avec une période fondamentale latérale inférieure à 0.5 s.

En accord avec le CNB 1995, le cisaillement à la base est distribué le long de la hauteur de la structure principalement selon le premier mode de la structure. Dans la version actuelle du code (CNB 2005), la distribution de l'effort de cisaillement sur la hauteur d'un bâtiment uniforme avec la même hauteur d'étages et mêmes masses, est

triangulaire. Cette variation linéaire est une bonne approximation de la réponse dans le premier mode (Humar & Mahgoub, 2003). Pour ces bâtiments, le cisaillement à la base est obtenu du spectre du risque sismique (UHS) spécifié pour le site et dont la probabilité d'être dépassé en 50 ans est de 2% : soit une période de retour de 2500 années. À partir de ce spectre, on peut obtenir l'accélération spectrale, $S_a(T)$, correspondant à la période fondamentale de bâtiment, T_a . Cette accélération spectrale doit être multipliée par le poids sismique du bâtiment et ajustée pour les effets de modes supérieurs pour déterminer le cisaillement à la base. Le résultat correspond aux effets sismiques prévus si la structure demeurerait élastique. La prise en compte de la ductilité et du comportement inélastique est discutée plus bas.

La manière selon laquelle le cisaillement à la base est distribué sur la hauteur de la structure affecte le moment de renversement produit aux différents étages. Pour un cisaillement à la base donné, les moments de renversements les plus élevés sont produits quand le cisaillement à la base est distribué selon le premier mode de vibration. Puisque la distribution de cisaillement dans le CNB 2005 est basée surtout sur le premier mode, les moments de renversement calculés surestiment les vrais moments, et ils doivent être alors ajustés convenablement. Le CNB 1995 spécifiait un facteur de réduction, J , à appliquer aux moments calculés pour obtenir une valeur plus réaliste. Dans le CNB 2005, ce facteur J décroît avec l'augmentation de la période et son taux de diminution est plus élevé pour la région de l'est Canadien que pour la région de l'ouest (Humar & Mahgoub, 2003).

Le code reconnaît qu'il faudrait tenir compte des effets des modes supérieurs, qui tendent à augmenter le cisaillement, V , dans certaines structures de même que l'effort tranchant qui s'exerce aux étages supérieurs de toutes les structures. Les effets des modes supérieurs deviennent plus significatifs quand la période fondamentale, T_a , augmente et deux corrections sont apportées qui sont fonction de la période. Un facteur M_v est appliqué au cisaillement à la base pour tenir compte de l'amplification par les

modes supérieurs de l'effort V obtenu avec la valeur de S_a correspondant à la période fondamentale. Ce facteur dépend aussi de la région où se situe la structure au Canada et du type de structure. La deuxième correction consiste à appliquer une portion du cisaillement à la base, F_b , au sommet de la structure. Cette force $F_t = 0.07T \cdot V$, mais il n'est pas nécessaire qu'elle dépasse $0.25V$ et peut être négligée si la période fondamentale est inférieure à 0.7 s. Dans notre étude, nous ne tiendrons pas compte des effets des modes supérieurs car il a été démontré dans la littérature qu'ils n'ont pas d'effet significatif sur les soulèvements.

La nouvelle version du CNB 2005 introduit un facteur de réduction des forces associé à la ductilité, R_d . Ce facteur reflète la capacité de la structure à dissiper de l'énergie par un comportement inélastique sous les sollicitations sismiques. Ce facteur R_d correspond essentiellement au facteur R utilisé dans la version précédente du CNB. Dans la nouvelle version du CNB, ce facteur varie de 1.0 à 5.0, pour le système le plus fragile au système le plus ductile. Le facteur R_d prend la valeur de 3.5 pour les murs de refends en béton armé qui sont ductiles et la valeur de 2.0 pour les murs de refend modérément ductiles. D'autres codes de conception prescrivent des valeurs plus élevées pour le facteur de réduction. Par exemple, dans les directives de FEMA-356, on préconise des valeurs de R qui peuvent atteindre jusqu'à 8.0 pour les systèmes les plus ductiles.

Il a été montré que les structures, surtout les plus ductiles, pourraient avoir une réserve de sur-résistance considérable qui n'était pas considérée de façon explicite dans le CNB 1995 (Mitchell et al., 2003). Les prescriptions du code CNB 2005 incluent maintenant un facteur de modification de force, R_o , qui tient compte de cette sur-résistance. Ce facteur prend une valeur de 1.6 et 1.4, respectivement, pour les murs en béton armé ductiles et modérément ductiles. Pour tenir compte de la sur-résistance dans la conception, on inclut aussi le facteur R_o au dénominateur de l'équation pour le calcul de

la charge sismique, V . Ainsi un changement significatif a eu lieu dans la version 2005 du CNB pour la détermination du cisaillement à la base. Il est donné par la relation :

$$V = \frac{S(T_a) \cdot M_v \cdot I_e \cdot W}{R_0 \cdot R_d} \quad (2.1)$$

Dans cette équation, $S(T_a)$ est la valeur de l'accélération du spectre de conception correspondant à la valeur de la période fondamentale de vibration de bâtiment T_a ; M_v est le facteur qui tient compte de l'amplification des efforts de cisaillement liée aux effets des modes supérieurs; I_e est le facteur de l'importance de la structure; et W est le poids de la structure au moment du séisme (poids sismique). Le cisaillement élastique à la base, V_e , produit dans une structure à un degré de liberté et dont la période est égale à T_a , peut être obtenu à partir du spectre de risque uniforme (UHS) correspondant au site par utilisation de l'équation $V_e = S(T_a) \cdot W$. Dans le CNB 2005, V doit aussi être supérieur à $S(2.0) \cdot M_v \cdot I_e \cdot W / R_0 \cdot R_d$ et, lorsque R_d est supérieur ou égale à 1.5, il n'est pas nécessaire que V dépasse $2/3 \cdot S(0.2) \cdot I_e \cdot W / R_0 \cdot R_d$. Et déjà mentionné avant, selon le CNB 2005, les semelles de fondations pour les murs de refend ne nécessitent plus d'être dimensionnées avec un facteur $R_0 \cdot R_d < 2$.

La force sismique de conception pour un système élastique à un degré de liberté (SDOF) ayant une période spécifiée et amortissement, peut être déterminée à partir d'un spectre d'accélération. Le spectre à utiliser pour la conception dépend de l'aléa sismique au site. Il dépend aussi des effets du sol sur lequel repose la structure. Les effets du sol de fondation sont pris en compte par deux différents facteurs d'amplification, un facteur relié à l'accélération F_a et un facteur relié à la vitesse F_v (Finn et Wightman, 2003). En utilisant ces facteurs d'amplification, le spectre de conception, $S(T)$, peut être déduit du spectre du risque uniforme $S_a(T)$ pour la condition du site comme suit :

$$\begin{aligned}
S(T) &= F_a S_a(0.2) & T \leq 0.2.s \\
S(T) &= F_v S_a(0.5) \text{ ou } F_a S_a(0.2) \text{ (le plus petit)} & T = 0.5.s \\
S(T) &= F_v S_a(2.0) & T = 2.0.s \\
S(T) &= F_v S_a(2.0) / 2 & T \geq 4.0.s \\
S(T) &= F_v S_a(1) & T = 1.0.s
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Les valeurs des coefficients F_a et F_v dépendent du type de sol (sol de classe A, B, C, D ou E) et des valeurs de $S_a(0.2)$ et $S_a(1.0)$ au site. La Figure 2.1 présente des spectres pour des sols de classes C (roc mou ou sol très ferme) et D (sol ferme) pour Montréal et Vancouver. Dans cette étude, on étudiera des structures fondées sur un sol de classe C et localisées à ces deux sites.

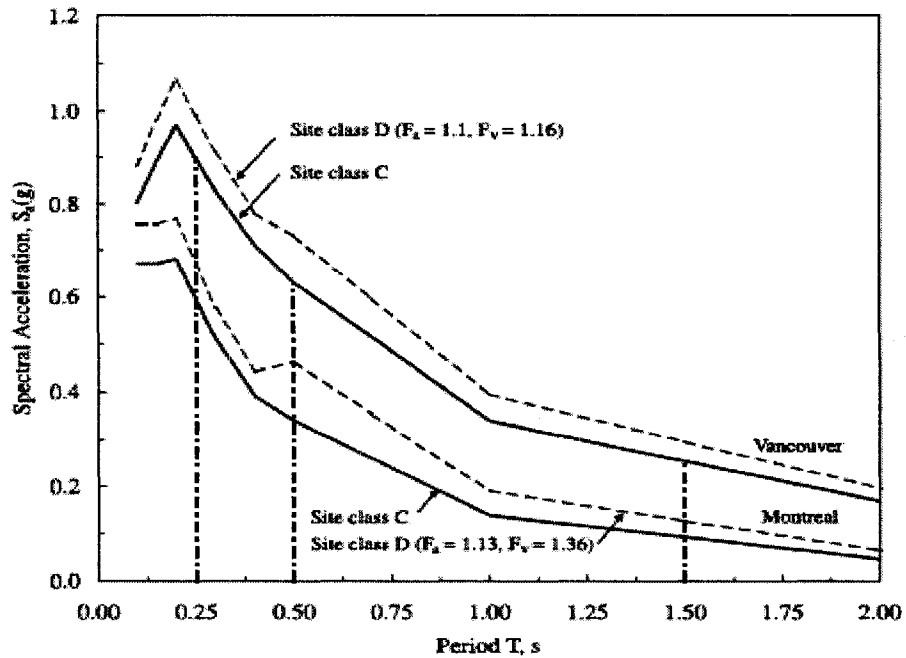


Figure 2.1 Accélérations spectrales pour les sites de classes C et D des régions de Montréal et Vancouver

CHAPITRE 3 Comportement dynamique des murs en bloc rigides

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, on étudiera le cas simple du basculement et du soulèvement des blocs rigides. Housner (1963) a été le premier qui a déterminé les caractéristiques de la réponse sismique des blocs rigides rectangulaires. Dans plusieurs recherches, on a aussi essayé d'estimer l'intensité des séismes historiques d'après les effets observés sur les monuments, à savoir s'ils s'étaient ou non renversés. De plus, le renversement et le basculement de plusieurs blocs rigides ont motivé d'autres chercheurs à étudier la réponse sismique des blocs rigides.

La section 3.2 présente l'analyse d'un bloc rigide supporté par une fondation rigide. Dans la section 3.3, on étudie le comportement des blocs rigides sur des fondations flexibles modélisées par deux ressorts élastiques. Les ressorts ne peuvent résister aux forces de tension, et la séparation de l'un des ressorts par rapport au sol est possible sous une forte excitation. Le soulèvement a lieu quand le déplacement vers le haut d'une partie de la base devient supérieur au tassement statique dû à la gravité. Les coefficients de rigidité et l'amortissement sont considérés constants et indépendant de la fréquence. Cette simple modélisation qui est basée sur une configuration bidimensionnelle, illustre le comportement dynamique de plusieurs structures supportées élastiquement. Le système considéré dans la section 3.3 possède deux degrés de liberté : un déplacement vertical noté, y , du centre de la base du bloc et une rotation dans le plan, θ , qui correspond à l'angle que fait le bloc par rapport à la verticale. Les mouvements du sol sont considérés appliqués dans la direction horizontale, et un amortissement visqueux sera choisi comme mécanisme de dissipation d'énergie dans la fondation. Dans notre étude, des ressorts dont le comportement est élastique sont utilisés pour modéliser le comportement du sol considéré comme un milieu élastique. Le mécanisme de l'impact

permet la dissipation d'énergie qui aurait lieu quand le bloc rétablit le contact avec la fondation.

3.2 Bloc rigide avec fondation rigide

3.2.1 Description du système considéré et équations du mouvement

En considérant le bloc rigide de la Figure 3.1 de masse m , de moment d'inertie I_0 par rapport à O ou O' et de distance diagonale R . L'angle de bloc α est donné par $\alpha = \arctan(b/h)$. Dépendamment de la valeur de l'accélération et du coefficient de frottement, μ , le bloc pourrait se déplacer solidairement avec le sol ou entrer en mouvement de basculement ou de glissement. Une condition nécessaire pour que le bloc entre en mouvement de basculement est que $\mu > b/h$ (Makris & Roussos, 2000).

Dans cette analyse, il est considéré que le coefficient de frottement entre le bloc et sa base est suffisamment élevé pour prévenir le glissement à tout moment. Sous l'accélération horizontale de sol, \ddot{u}_g , le bloc subit une rotation positive par rapport à l'extrémité O (Figure 3.1).

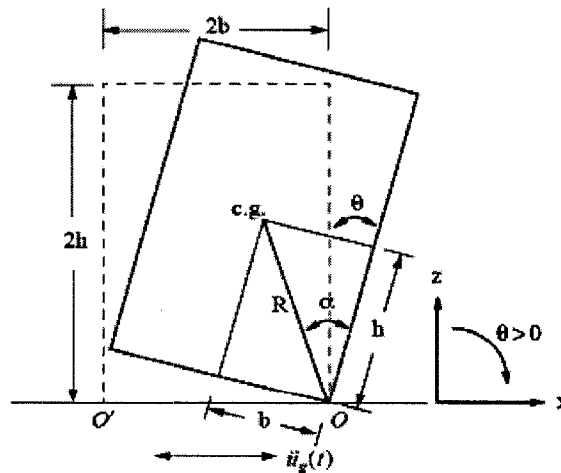


Figure 3.1. Soulèvement libre d'un bloc rigide

Soit θ l'angle de la rotation du bloc, Les équations de mouvement pour un bloc supporté librement sont les suivantes (Makris & Zang, 1999) :

$$I_0 \ddot{\theta} + mgR \sin(-\alpha - \theta) = -m\ddot{u}_g R \cos(-\alpha - \theta) \quad \theta \leq 0 \quad (3.1)$$

$$I_0 \ddot{\theta} + mgR \sin(\alpha - \theta) = -m\ddot{u}_g R \cos(\alpha - \theta) \quad \theta \geq 0 \quad (3.2)$$

Les équations (3.1) et (3.2) sont valables pour des valeurs arbitraires de l'angle α . Cet angle décrit l'élancement du bloc, un bloc élancé étant caractérisé par un angle α élevé. Pour les blocs rectangulaires $I_0 = (4/3)m.R^2$, et les équations (3.1) et (3.2) peuvent être exprimées sous la forme suivante :

$$\ddot{\theta}(t) = -\frac{3g}{4R} \left\{ \sin(\alpha \operatorname{sgn}[\theta(t)] - \theta(t)) + \frac{\ddot{u}_g}{g} \cos(\alpha \operatorname{sgn}[\theta(t)] - \theta(t)) \right\} \quad (3.3)$$

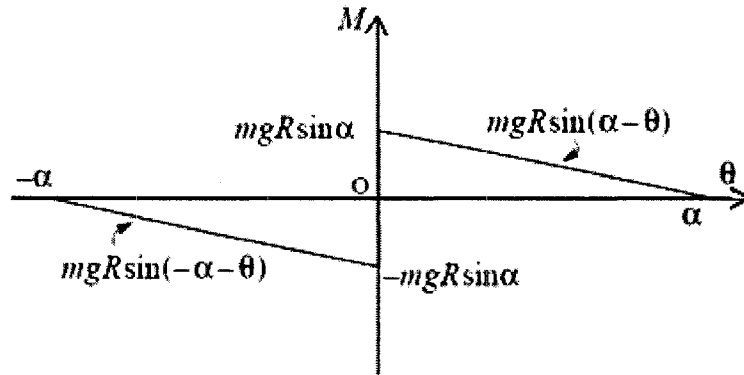


Figure 3.2. Relation moment-rotation du bloc rigide (Makris & Roussos 2000)

La Figure 3.2 montre la relation moment-rotation durant le mouvement de basculement de bloc rigide. Le système a une rigidité infinie jusqu'à ce que le moment appliqué atteigne l'amplitude $M = mgR \sin \alpha$. Quand le bloc commence à se soulever d'un côté,

sa rigidité diminue d'une façon monotone jusqu'à la valeur zéro où l'angle de rotation $\theta = \alpha$. Durant les cycles de basculement, l'énergie se dissipe seulement pendant l'impact quand l'angle de rotation est inversé.

Housner (1963) a décrit la dissipation d'énergie en utilisant un coefficient apparent, r , connu par le coefficient de restitution et qui relie les vitesses angulaires du bloc avant et après l'impact avec la fondation. Parmi les hypothèses principales de ce modèle : l'impact se produit instantanément, c'est-à-dire aucun travail ne se produit lors de petits déplacements qui pourraient se produire lors de l'impact. Aucun changement de volume ne se produit durant l'impact; ainsi le concept de conservation de la quantité de mouvement ou de l'énergie avant et après l'impact pourrait être utilisé pour calculer la réduction dans l'énergie cinétique du bloc après chaque impact. Le rapport de cette l'énergie avant et après l'impact est donné par la relation (Makris & Roussos 2000) :

$$r = \frac{\frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}_2^2}{\frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}_1^2} = \frac{\dot{\theta}_2^2}{\dot{\theta}_1^2} \quad (3.4)$$

$\dot{\theta}_1$ et $\dot{\theta}_2$ sont les vitesses angulaires immédiatement avant et après l'impact respectivement. La conservation du moment par rapport à O' avant et après l'impact avec la fondation donne :

$$I_0 \dot{\theta}_1 - m \dot{\theta}_1 2bR \sin(\alpha) = I_0 \dot{\theta}_2 \quad (3.5)$$

En substituant l'équation (3.5) dans l'équation (3.4), r peut être exprimé par :

$$r = \left(1 - \frac{mR^2}{I_0} (1 - \cos 2\alpha) \right)^2 \quad (3.6)$$

Immédiatement avant et après l'impact, l'angle de rotation θ est nul et l'énergie potentielle stockée dans le système est donc nulle aussi. A ces deux instants, l'énergie totale dans le système n'est donc qu'une énergie cinétique. Ainsi l'énergie dissipée due à l'impact est égale à $(1-r)$ fois l'énergie juste avant impact. En substituant $I_0 = (4/3)m.R^2$ dans l'équation (3.6), le coefficient de restitution d'énergie devient :

$$r = \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \alpha\right)^2 \quad (3.7)$$

La valeur du coefficient de restitution donné par l'équation (3.7) est la valeur maximale de r pour lequel un bloc d'élancement α , subit un mouvement de bercement. Par conséquent, pour observer le mouvement de bercement du bloc, l'impact devrait être inélastique, c'est-à-dire le coefficient r doit être strictement inférieur à 1.0. Les équations (3.6) et (3.7) montrent que r peut varier de 1.0, pour l'impact parfaitement élastique pour les blocs élancés (angle de bloc α nul), à zéro pour les blocs très larges. Moins le bloc est élancé (avec un angle de bloc α grand), plus l'impact sera plastique. Pour une valeur de $\alpha = \arcsin \sqrt{2/3} = 54.73^\circ$, l'impact est parfaitement plastique. Durant le mouvement de basculement, si une énergie supplémentaire est dissipée due au mécanisme d'interface, la valeur du vrai coefficient de restitution, r , serait inférieure à celle donnée par la formule (3.7) (Makris & Zhang, 1999).

3.2.2 Vibration libre de mur représenté par un bloc rigide

Dans le cas de vibration libre, on considère que le bloc est soumis à une vitesse initiale $\dot{\theta} = \dot{\theta}_0$ avec une rotation initiale $\theta = \theta_0$ au temps $t = 0$.

Markis & Zhang (2001) ont montré que le régime de vibration libre qui ne provoque pas le renversement d'un bloc soumis à des conditions initiales $\theta_0 \leq \alpha$ et $\dot{\theta}_0 = 0$ est plus simple que le régime de vibration forcée, et les équations de mouvement de basculement pour les blocs élancés avec $\alpha \leq 20^\circ$, peuvent être représentées par :

$$\ddot{\theta}(t) - p^2 \theta(t) = p^2 \alpha \quad \theta \leq 0 \quad (3.8)$$

$$\ddot{\theta}(t) - p^2 \theta(t) = -p^2 \alpha \quad \theta \geq 0 \quad (3.9)$$

où $p = \sqrt{3g/4R}$ est un paramètre de fréquence, en rad/s, et $\text{sgn}()$ est une fonction signe (égale à ± 1). Plus le bloc est large (R grand), plus p est petit.

La solution des deux équations (3.8) et (3.9) peut être donnée sous la forme suivante :

$$\theta = A_1 \sinh(pt) + A_2 \cosh(pt) - \alpha \quad \theta \leq 0 \quad (3.10)$$

$$\theta = A_3 \sinh(pt) + A_4 \cosh(pt) + \alpha \quad \theta \geq 0 \quad (3.11)$$

A_1, A_2, A_3 et A_4 sont les constantes d'intégration qui peuvent être déterminées à l'instant de soulèvement et de contact avec la fondation. La solution donnée par les équations (3.10) et (3.11) montre que la réponse en vibration du bloc en basculement est décrite par des fonctions hyperboliques.

Avec $\dot{\theta}_0 = 0$ l'équation (3.11) décrit la rotation du bloc par rapport à O avec un déplacement initial θ_0 . En tenant compte des conditions initiales, sa solution est:

$$\theta(t) = \alpha - (\alpha - \theta_0) \cosh(pt) + \frac{\dot{\theta}_0}{p} \sinh(pt) \quad (3.12)$$

Le bloc après impact subit une rotation par rapport à O' et s'il n'y a pas de perte d'énergie au moment de l'impact, le bloc subira une rotation d'un angle $\theta = -\theta_0$. Le temps nécessaire T pour compléter un cycle est une période de vibration libre. C'est le temps pour lequel le bloc tombe de la position $\theta = \theta_0$ à $\theta = 0$ multiplié par 4 :

$$T = \frac{4}{(3g/4R)^{1/2}} \cosh^{-1} \left(\frac{1}{1 - \theta_0 / \alpha} \right) \quad (3.13)$$

Formulation numérique et procédure de résolution

La réponse du bloc est calculée numériquement par une formulation développée pour tenir compte de la nature non linéaire du problème.

Le vecteur d'état du système d'équations est représenté par :

$$y(t) = \begin{Bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

En utilisant l'équation (3.3), le vecteur dérivé de $y(t)$ est représenté par :

$$f(t) = \dot{y}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ -p^2 \left\{ \sin(\alpha \operatorname{sgn}[\theta(t)] - \theta(t)) + \frac{\ddot{u}_g}{g} \cos(\alpha \operatorname{sgn}[\theta(t)] - \theta(t)) \right\} \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

Pour les blocs élancés (α petit), l'équation se réduit à :

$$f(t) = \dot{y}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ p^2 \left[-\alpha \operatorname{sgn}[\theta(t)] + \theta(t) - \frac{\ddot{u}_g(t)}{g} \right] \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Pour pouvoir utiliser l'algorithme de Runge-Kutta, on transforme le système (3.15) en un système du premier ordre. D'après (3.14) on a $y_2 = \theta(t)$ et $y_2 = \dot{\theta}(t)$.

Le système du premier ordre à intégrer s'écrit alors sous la forme suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{y}_1 = \dot{\theta}(t) \\ \dot{y}_2 = -p^2 \left\{ \sin(\alpha \operatorname{sgn}[y_1] - y_1) + \frac{\ddot{u}_g}{g} \cos(\alpha \operatorname{sgn}[y_1] - y_1) \right\} \end{array} \right\} \quad (3.17)$$

Du même le système (3.17) se réduit à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{y}_1 = \dot{\theta}(t) \\ \dot{y}_2 = p^2 \left[-\alpha \operatorname{sgn}[y_1] + y_2 - \frac{\ddot{u}_g(t)}{g} \right] \end{array} \right\} \quad (3.18)$$

Les systèmes d'équations différentielles (3.17), ou le système réduit (3.18), sont intégrés en utilisant les fonctions Ode23 qui sont comprises dans le logiciel Matlab. Puisqu'on doit imposer un coefficient de restitution d'énergie, choisi selon les dimensions du bloc, à chaque instant où se produit un impact, on doit connaître précisément le moment où survient chacun des impacts. Il vaut donc mieux intégrer le système en utilisant un pas de temps variable qui sera choisi automatiquement en fonction de la rapidité du système et de la localisation de l'instant des discontinuités. Pour ce faire, on adopte les méthodes de Runge-Kutta-Fehlberg qui comparent les résultats obtenus par intégration pour différents ordres et estiment l'erreur de convergence. Ces méthodes utilisent des pas de temps variables pour mieux contrôler les erreurs. Ode23 est un ``Solver`` des équations différentielles ordinaires qui est basé sur la formule explicite de Runge-Kutta d'ordres 2 et 3. Ce schéma est explicite et requiert seulement la solution à la fin du pas de temps immédiatement précédant.

Pour localiser les discontinuités correspondant à l'instant précis d'un impact avec le sol dans la procédure d'intégration, les fonctions d'événements (contact ou soulèvement) sont évaluées sous forme de scalaires dans une seule fonction et les valeurs sont retournées comme un vecteur. Le nom de cette fonction est passé dans le calcul comme valeur de l'option dans la fonction des événements. La fonction doit aussi retourner

l'information sur la nature des événements (contact ou soulèvement). Il y a deux situations selon que l'on veut terminer l'intégration ou non après chaque événement, en utilisant un vecteur nommé "isterminal". Si on veut terminer l'intégration quand l'événement apparaît, on met le vecteur "isterminal = 1". Sinon, on le pose à 0 pour continuer l'intégration. Il est important de préciser dans quelle direction l'événement apparaît. Cette information pourrait être stockée dans le vecteur "direction" en mettant "direction = 1" si l'événement apparaît dans la direction positive ou -1 dans la direction négative, et 0 dans les deux directions.

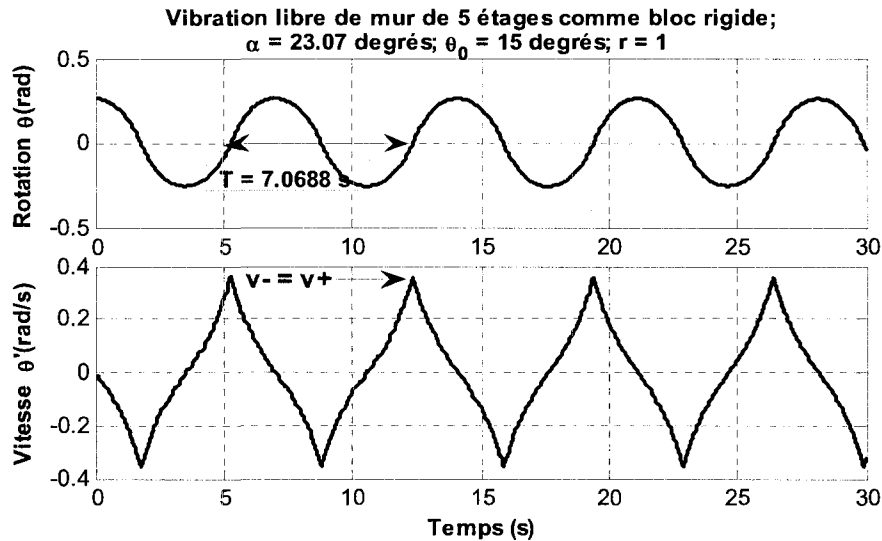


Figure 3.3 Réponse en vibration libre de bloc avec impact parfaitement élastique

La Figure 3.3 montre la réponse en vibration libre d'un mur de hauteur 15 m, et de largeur 6.52 m ($\alpha = 23.5^\circ$) modélisé par un bloc rigide. Le coefficient de restitution d'énergie est considéré égal à 1.0, c'est-à-dire la vitesse après et avant impact avec le sol reste la même. Ainsi, l'amplitude de la rotation et la période de vibration demeurent constantes tout au long du basculement. Avec un pas de temps de calcul variable et avec une tolérance de 10^{-5} , la figure montre bien que la vitesse de rotation est de forme hyperbolique, telle que décrite par la dérivée des équations (3.10) et (3.11). La période

de vibration du bloc ne dépend pas dans ce cas de la modélisation de l'impact, elle est égale à 7.06 s pendant tout l'épisode de basculement. En général, un mécanisme de dissipation d'énergie se produit pour les blocs larges (α grand). La vitesse de rotation du bloc juste après l'impact est égale à \sqrt{r} fois la vitesse juste avant l'impact.

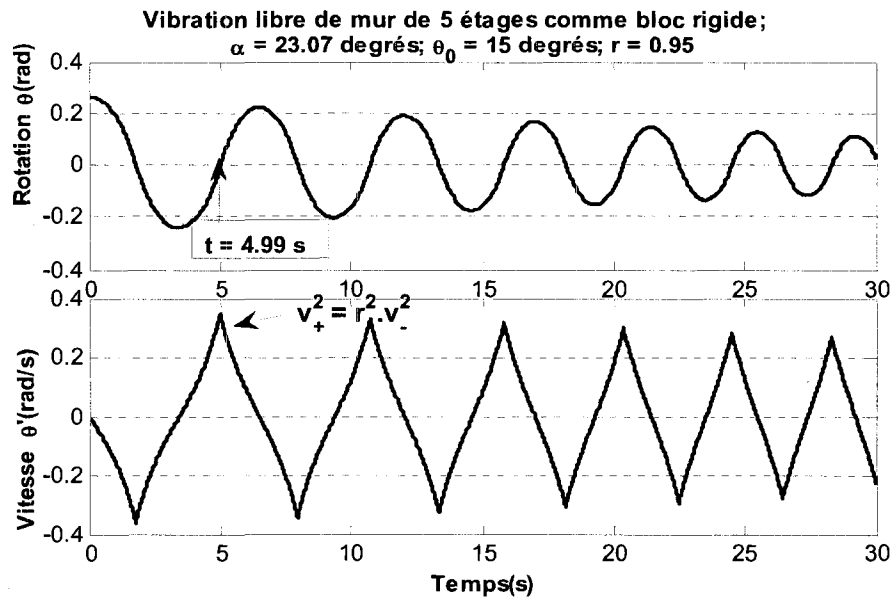


Figure 3.4 Réponse en vibration libre de bloc avec impact inélastique, $r = 0.95$

Sur la Figure 3.4 ci-dessous, on présente la réponse d'un mur de 5 étages modélisé par un bloc rigide élastique. L'impact avec le sol est considéré inélastique avec un coefficient de restitution $r = 0.95$. De même que pour l'impact élastique on voit bien que la forme de vitesse de rotation est toujours une fonction hyperbolique.

La réponse d'un mur de 30 m de hauteur et de 8.72 m de large, soumis à une rotation initiale de 20 degrés est présentée sur la Figure 3.5. L'impact est inélastique avec un coefficient de restitution égal à 0.95. On voit sur la figure que l'énergie dissipée à chaque impact réduit la période de bloc et l'amplitude de rotation. Après que n impacts se sont produits, la rotation θ_n et le temps $T_n/2$ entre deux impacts successifs peuvent

être calculés par les relations suivantes, où r est le coefficient de restitution d'énergie donné par (3.7) :

$$\theta_n = \alpha - \alpha \sqrt{1 - r^n \left(1 - \left(1 - \frac{\theta_0}{\alpha} \right)^2 \right)} \quad (3.19)$$

$$\frac{T_n}{2} = \frac{2}{p} \tanh^{-1} \sqrt{r^n \left(1 - \left(1 - \frac{\theta_0}{\alpha} \right)^2 \right)} \quad (3.20)$$

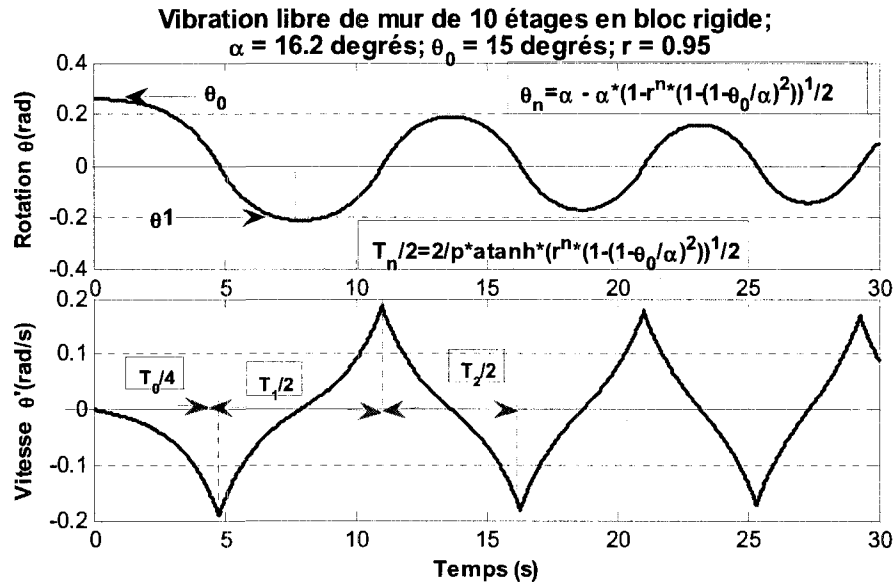


Figure 3.5 Réponse de mur de 10 étages modélisé par un bloc rigide, $r = 0.95$

Les durées entre deux impacts successifs et la rotation maximale sont :

$T_0/4 = 4.7920$ s; $\theta_0 = 0.2618$ rad	$T_1/2 = 6.1978$ s; $\theta_1 = 0.2164$ rad
$T_2/2 = 5.2612$ s; $\theta_2 = 0.1923$ rad	$T_3/2 = 4.6960$ s; $\theta_3 = 0.1743$ rad
$T_4/2 = 4.2902$ s; $\theta_4 = 0.1596$ rad	$T_5/2 = 3.9735$ s; $\theta_5 = 0.1471$ rad

La comparaison entre les réponses représentées sur les Figures 3.4 et 3.6 permet de constater l'effet de la valeur de coefficient de restitution d'énergie sur l'amplitude des oscillations. Le basculement du bloc est sensible à la variation de la valeur de r . Avec une variation de r entre 0.95 et 0.75, l'amplitude de la rotation est fortement réduite dès après le premier impact, et le temps de vibration ne dure pas aussi longtemps. Le bloc se stabilise après une durée d'environ 15 s.

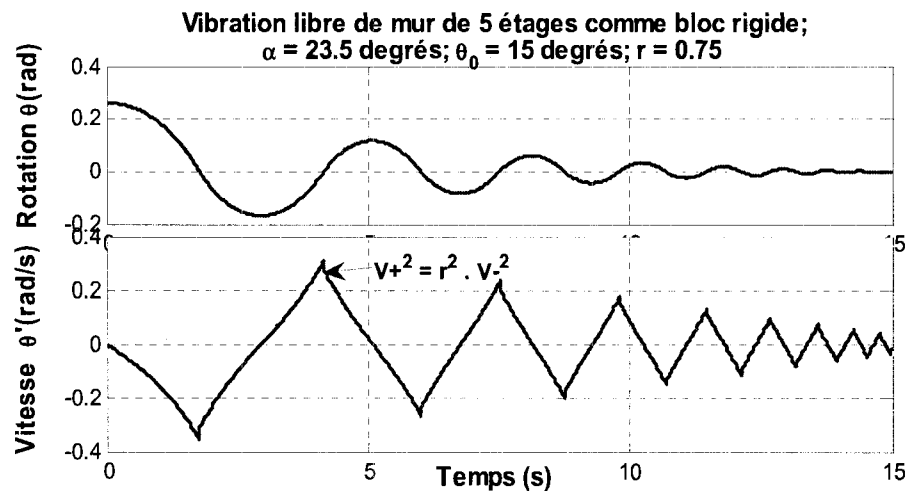


Figure 3.6 Réponse en vibration libre de bloc avec impact inélastique, $r = 0.75$

La réponse de la structure dépend fortement de l'élancement de la structure. Pour une même amplitude de la rotation initiale, un rapport d'élancement h/b plus élevé (α petit) génère une période de basculement plus longue, et moins de dissipation d'énergie. Plus l'angle α est petit et plus le coefficient r est grand et, par conséquent, plus l'énergie dissipée, qui est égale à $1-r$ fois l'énergie avant impact, sera petite.

3.2.3 Réponse sismique avec fondation rigide

L'accélération minimum du sol pour amorcer le basculement d'un bloc peut être calculée de l'analyse statique. Elle est donnée par la relation :

$$\ddot{u}_g / g \geq \tan(\alpha) \quad (3.21)$$

L'élancement a un effet sur la restitution d'énergie et par conséquent sur le basculement. Cela est illustré dans ce qui suit dans le cas de murs de refend sollicité par un historique de mouvement du sol simulé pour un séisme de magnitude 7.0 à une distance hypocentral de 70 km pour Montréal, dans l'est de Canada. Le signal est présenté à la Figure 3.7. Le pic d'accélération est égal à 0.269 g et la durée totale est de 24 secondes.

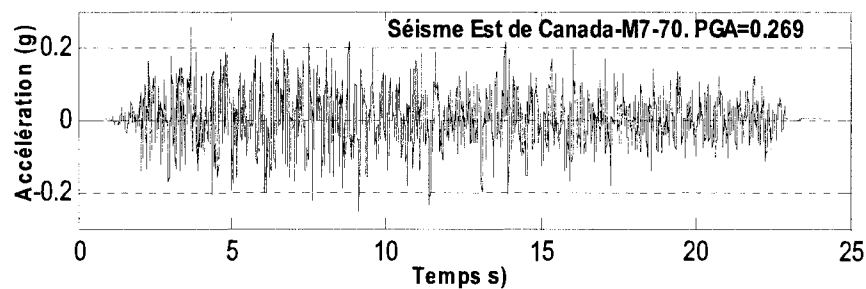


Figure 3.7 Signal temporel, région de Montréal.M7-70, PGA = 0.269g

La réponse sismique de deux murs rigides ayant des élancements différents ($h = 15$ m et $\alpha = 16.2^\circ$; $h = 18$ m et $\alpha = 13.61^\circ$) est présentée sur la Figure 3.8. On voit que l'amplitude de la rotation pour le bloc de 15 m de hauteur continue à augmenter, même une fois passé les mouvements de sol de plus forte amplitude et que l'atténuation du signal a débuté. Puisque l'impact est considéré comme complètement élastique et, donc, sans dissipation d'énergie, la vitesse est la même juste avant et juste après chaque impact. Pour le bloc de 18 m de hauteur (Figure 3.8c), l'amplitude de la rotation est réduite de moitié et la période des oscillations est plus faible que celle du mur moins élancé.

Les graphiques de la rotation de la structure montrent que plus un bloc est élancé (α petit), plus la période de basculement et l'amplitude de rotation sont faibles. En d'autres termes, un bloc élancé oscille avec une rotation plus faible et sa fréquence des

oscillations est plus élevée que dans le cas d'un bloc moins élancé. Un bloc plus trapu dissipe plus d'énergie et l'impact est d'autant plus inélastique que l'angle α est grand.

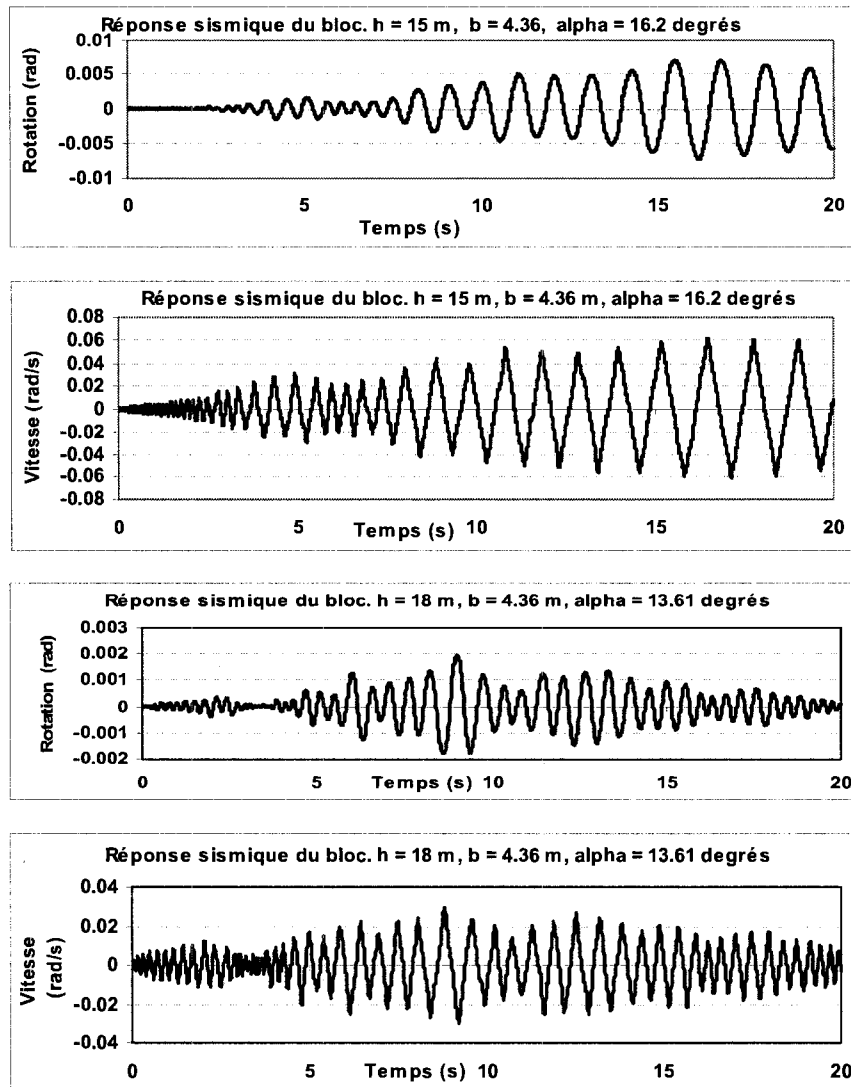


Figure 3.8 Réponse sismique de bloc sur fondation rigide
($h=15$ m et $h=18$ m) Séisme Mtl-7030-PGA = 0.952g.

Il a été déjà démontré par (Gazetas & Apostolou, 2004) que les blocs élancés et de grandes tailles peuvent bien supporter une excitation sismique, tandis que les blocs moins élancés et plus petits peuvent se renverser sous cette même excitation. Cela explique pourquoi les structures de grande taille peuvent osciller, sans pour autant se renverser, même si elles sont soumises à des séismes de forte intensité.

Avec les équations présentées précédemment, on peut prédire le soulèvement sismique des structures de grandes dimensions sur des fondations rigides, incluant l'amplitude de basculement, en fonction des dimensions de la structure. Cependant la réponse sismique des petites structures rigides est plus difficile à prévoir en raison de la nature et, surtout, de la dissymétrie de l'excitation qui a un grand effet sur la tendance à renverser les blocs.

L'élancement de la structure a donc un effet sur la restitution d'énergie et, par conséquent, sur le basculement. Cependant, ce n'est pas seulement l'élancement qui influe sur le basculement d'un bloc rigide, mais aussi sa taille. Pour les structures de grande taille, telles que les barrages, l'effet de taille est significatif.

3.3 Bloc rigide avec fondation élastique

3.3.1 Système considéré et procédure de résolution

On considère le système représenté par le modèle de la Figure 3.9. Il s'agit d'un bloc rigide supporté par deux ressorts montés en parallèle avec deux amortisseurs et qui sont placés symétriquement sous la base. Seule la configuration bidimensionnelle sera examinée dans cette étude. Le mouvement du système est décrit avec deux degrés de liberté: un déplacement vertical du centre de masse et une rotation mesurée à partir de la verticale. On notera que \ddot{x}_g et \ddot{y}_g sont les accélérations horizontale et verticale du sol respectivement. Mais dans cette étude, les mouvements du sol sont appliqués uniquement dans la direction horizontale ($\ddot{y}_g = 0$).

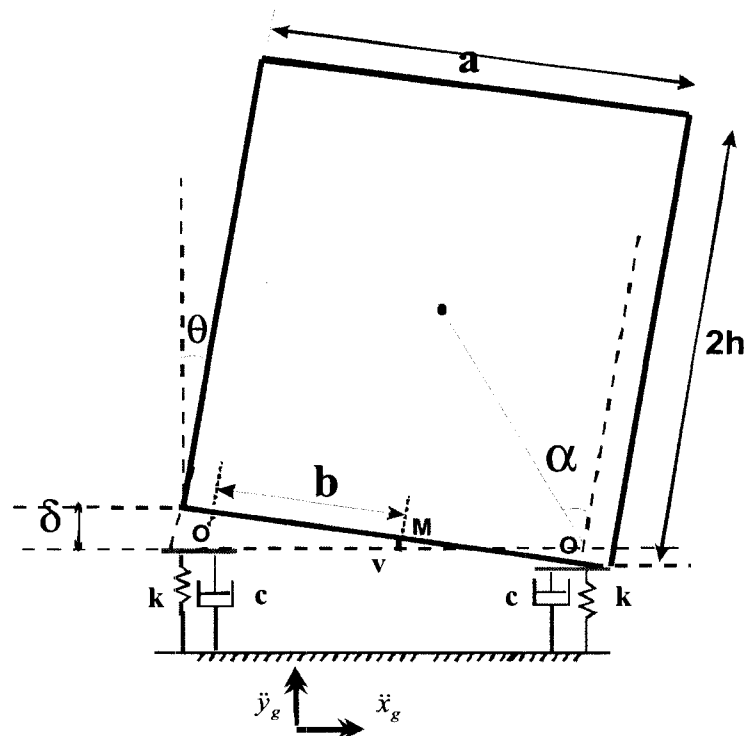


Figure 3.9 Bloc rigide sur fondation à deux ressorts-amortisseurs

Un amortissement visqueux est choisi comme mécanisme de dissipation d'énergie dans la fondation. Le mécanisme d'impact donne lieu à de la dissipation d'énergie au moment de chaque impact lorsque le contact avec la fondation est rétabli à chaque oscillation. Le bloc est de masse m et de hauteur h mesurée depuis sa base vers son centre de gravité. Chaque ressort est placé à une distance b du milieu de la base. Les constantes des ressorts et amortisseurs sont notées par k et c respectivement. Les équations de mouvement sont décrites ci-dessous selon la condition de contact avec les éléments de fondation:

Plein contact avec la fondation :

Si on considère que le bloc est initialement au repos, il commence à vibrer selon les équations (3.22a) et (3.22b) (Psycharis & Jennings 1983). Sous une excitation horizontale, ces équations impliquent que le mouvement vertical du système n'est pas activé initialement. Le mode de basculement et le mode de vibration vertical ne sont donc pas couplés:

$$I_M \ddot{\theta} + 2cb^2 \dot{\theta} + (2kb^2 - mgh)\theta = -mh\ddot{x}_g \quad (3.22a)$$

$$m\ddot{y} + 2c\dot{y} + 2ky = -m\ddot{y}_g \quad (3.22b)$$

Les équations de mouvements peuvent être mises sous forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} I_M & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2cb^2 & 0 \\ 0 & 2c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (2kb^2 - mgh) & 0 \\ 0 & 2k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -mh\ddot{x}_g \\ -m\ddot{y}_g - mg \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Si l'excitation est suffisamment forte, le soulèvement se produira sur un des côtés et le mouvement sera décrit par les équations (3.24) et (3.26) ci-dessous, ceci jusqu'à ce que le contact avec la fondation se rétablisse à nouveau. Dans ce cas, puisque les équations

(3.24) et (3.26) sont couplées, le mouvement vertical est excité après le soulèvement. Quand le bloc rejoint à nouveau la fondation, il continue en général à osciller selon le mode de basculement et le mode vertical. La rotation du bloc et le déplacement vertical sont donc couplés et les deux équations permettent de déterminer les deux inconnues. Pour la résolution numérique, ces deux équations sont regroupées dans les systèmes (3.25) et (3.27).

Après soulèvement du bord gauche

$$I_M \ddot{\theta} + cb^2 \dot{\theta} - cby + \frac{1}{2}(2kb^2 - mgh)\theta - kby = -mh\ddot{x}_G - \frac{1}{2}mgb \quad (3.24a)$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} - cb\dot{\theta} + ky - kb\theta = -\frac{1}{2}mg - m\ddot{y}_G \quad (3.24b)$$

$$\begin{bmatrix} I_M & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cb^2 & -cb \\ -cb & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(2kb^2 - mgh) & -kb \\ -kb & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -mh\ddot{x}_G - \frac{1}{2}mgb \\ -m\ddot{y}_G - mg \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Après soulèvement du bord droit

$$I_M \ddot{\theta} + cb^2 \dot{\theta} + cby + \frac{1}{2}(2kb^2 - mgh)\theta + kby = -mh\ddot{x}_G + \frac{1}{2}mgb \quad (3.26a)$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + cb\dot{\theta} + ky + kb\theta = -\frac{1}{2}mg - m\ddot{y}_G \quad (3.26b)$$

$$\begin{bmatrix} I_M & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cb^2 & cb \\ cb & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(2kb^2 - mgh) & kb \\ kb & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -mh\ddot{x}_G + \frac{1}{2}mgb \\ -m\ddot{y}_G - mg \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

I_M : est le moment d'inertie par rapport au milieu de la base, noté M sur la Figure 3.9, et donné par la relation suivante :

$$I_M = I_{cm} + mh^2 = \frac{mR^2}{3} + mh^2 \quad (3.28)$$

I_{cm} : est le moment d'inertie par rapport au centre de gravité donné par la relation :

$$I_{cm} = I_0 - mR^2 = \frac{mR^2}{3} \quad (3.29)$$

Avec $I_0 = \frac{4}{3}mR^2$, le moment d'inertie par rapport au point O ou O' (emplacement du ressort).

Les fréquences propres ϖ_1 et ϖ_2 et les rapports d'amortissement critique associé au mode de bercement et au mode de mouvement vertical sont respectivement donnés par les expressions suivantes :

$$\omega_1^2 = \frac{2.k.b^2 - m.g.h}{I_M} \quad ; \quad \varpi_2^2 = \frac{2.k}{m} \quad (3.30)$$

$$\varsigma_1 = \frac{cb^2}{\sqrt{I_M(2kb^2 - mgh)}} \quad ; \quad \varsigma_2 = \frac{c}{\sqrt{2km}} \quad (3.31)$$

L'angle de rotation critique pour lequel le soulèvement a lieu en absence des oscillations verticales est égal à : $\theta_{cr} = mg/2kb$. Les déplacements des points O' et O mesurés par rapport à l'équilibre sont donnés respectivement par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} y_L &= y + b\theta \\ y_R &= y - b\theta \end{aligned} \quad (3.32)$$

Le soulèvement des points O' ou O aura lieu quand l'une des quantités y_L ou y_R devient positive. Le basculement d'un bloc sur une fondation flexible modélisée par deux

ressorts amortisseurs dans le cas des petits déplacements consiste donc en une séquence de problèmes linéaires.

Formulation numérique et solution

La réponse du bloc est calculée numériquement par Matlab avec le schéma de Runge-Kutta. La simulation est faite avec Simulink dans Matlab pour permettre de détecter les discontinuités lors des impacts avec le sol. Les systèmes d'équations (3.23), (3.25) et (3.27) utilisées pour la simulation sont transformés à des systèmes du premier ordre par les changements de variable suivants:

$$\begin{cases} y_1 = \theta \\ y_2 = \dot{\theta} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = \ddot{\theta} \end{cases} \quad (3.33)$$

$$\begin{cases} y_3 = y \\ y_4 = \dot{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{y}_3 = y_4 \\ \dot{y}_4 = \ddot{y} \end{cases} \quad (3.34)$$

Les systèmes d'équations du premier ordre à introduire dans la procédure d'intégration numérique sont classés dans les systèmes linéaires (3.38) à (3.43) selon la condition du contact : contact complet avec la fondation ou soulèvement d'un bord.

Plein contact avec la fondation

$$\begin{cases} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{cases} = \begin{cases} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{cases} = \begin{cases} y_2 \\ \frac{1}{I_M} (-mh\ddot{x}_g - 2cb^2 y_2 - (2kb^2 - mgh)y_1) \end{cases} \quad (3.35)$$

$$\begin{cases} \dot{y}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{cases} = \begin{cases} \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \end{cases} = \begin{cases} y_4 \\ \frac{1}{m} (-m\ddot{y}_g - mg - 2cy_4 - 2ky_3) \end{cases} \quad (3.36)$$

Après soulèvement du côté gauche

$$\begin{cases} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{cases} = \begin{cases} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{cases} = \begin{cases} y_2 \\ \frac{1}{I_M} \left(-mh\ddot{x}_G - \frac{1}{2}mgb - cb^2y_2 + cby_4 - \frac{1}{2}(2kb^2 - mgh)y_1 + kby_3 \right) \end{cases} \quad (3.37)$$

$$\begin{cases} \dot{y}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{cases} = \begin{cases} \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \end{cases} = \begin{cases} y_4 \\ \frac{1}{m} \left(-mg - m\ddot{y}_g - cy_4 + cby_2 - ky_3 + kby_1 \right) \end{cases} \quad (3.38)$$

Après soulèvement du côté droit

$$\begin{cases} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{cases} = \begin{cases} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{cases} = \begin{cases} y_2 \\ \frac{1}{I_M} \left(-mh\ddot{x}_G + \frac{1}{2}mgb - cb^2y_2 - cby_4 - \frac{1}{2}(2kb^2 - mgh)y_1 - kby_3 \right) \end{cases} \quad (3.39)$$

$$\begin{cases} \dot{y}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{cases} = \begin{cases} \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \end{cases} = \begin{cases} y_4 \\ \frac{1}{m} \left(-mg - m\ddot{y}_g - cy_4 - cby_2 - ky_3 - kby_1 \right) \end{cases} \quad (3.40)$$

On peut écrire les systèmes linéaires ci-dessus pour chacune des trois conditions de contact sous forme d'un seul système globalement non-linéaire par l'introduction des constantes ε_1 et ε_2 qui prennent les valeurs de 0, 1, -1 ou 2 choisies conformément aux équations et à la nature de contact, comme décrit ci-dessous :

$\varepsilon_1 = 0; \varepsilon_2 = 2$: Plein contact avec les éléments de la fondation

$\varepsilon_1 = 1; \varepsilon_2 = 1$: Soulèvement du bord gauche de la semelle.

$\varepsilon_1 = -1; \varepsilon_2 = 1$: Soulèvement du bord droit de la semelle

Le système non-linéaire à résoudre prend donc la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y_2 \\ \frac{1}{I_M} \left(-m h \ddot{x}_G - \frac{1}{2} \varepsilon_1 m g b - \varepsilon_2 c b^2 y_2 + \varepsilon_1 c b y_4 - \frac{1}{2} \varepsilon_2 (2 k b^2 - m g h) y_1 + \varepsilon_1 k b y_3 \right) \end{Bmatrix} \quad (3.41)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{y}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y_4 \\ \frac{1}{m} (-m g - m \ddot{y}_g - \varepsilon_2 c y_4 + \varepsilon_1 c b y_2 - \varepsilon_2 k y_3 + \varepsilon_1 k b y_1) \end{Bmatrix} \quad (3.42)$$

Plein contact avec les éléments de la fondation

$$b\theta + y < 0 \quad b\theta - y < 0 \quad (3.43)$$

Après soulèvement du côté gauche

$$b\theta + y \geq 0 \quad (3.44)$$

Après soulèvement du côté droit

$$b\theta - y \geq 0 \quad (3.45)$$

Pour être intégrés dans Matlab en utilisant Simulink, les systèmes (3.41) et (3.42) sont transformés sous la forme $Y' = AY + Bu$ et $X = CY + Du$ dans les systèmes (3.46) et (3.47) respectivement. Dans ces équations, u est le vecteur force d'excitation qui représente l'accélération du sol et l'accélération de la pesanteur. Un facteur F est introduit comme facteur d'amplification de l'accélération du sol. Le vecteur X à récupérer en sortie regroupe les grandeurs calculées à chaque pas de temps.

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\varepsilon_2}{2I_M}(2kb^2 - mgh) & -\frac{\varepsilon_2}{I_M}cb^2 & \frac{\varepsilon_1 kb}{I_M} & \frac{\varepsilon_1 cb}{I_M} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\varepsilon_1}{m}bk & \frac{\varepsilon_1}{m}bc & -\frac{\varepsilon_2}{m}k & -\frac{\varepsilon_2}{m}c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{9.81Fmh}{I_M} & -\frac{\varepsilon_1 mb}{2I_M} \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_g \\ g \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ \ddot{\theta} \\ vL \\ vR \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\varepsilon_2}{2I_M}(2kb^2 - mgh) & -\frac{\varepsilon_2}{I_M}cb^2 & \frac{\varepsilon_1 kb}{I_M} & \frac{\varepsilon_1 cb}{I_M} \\ b & 0 & 1 & 0 \\ -b & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{Fmh9.81}{I_M} & -\frac{\varepsilon_1 mb}{2I_M} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_g \\ g \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

La réponse globale non-liénaire est obtenue par la résolution des systèmes linéaires successifs. Le changement d'un système à un autre dépend des signes des déplacements des bords droit et gauche de la structure, vR ou vL, respectivement. Lors de changements dans le système dynamique, les dernières valeurs du déplacement, de la vitesse et de l'accélération sont stockées et utilisées comme conditions initiales pour le système subséquent. Le pas de temps dans la procédure est variable.

3.3.2 Vibration libre du bloc avec fondation élastique

Système non- amorti

A titre d'exemple, on considère le cas d'un mur représenté par un bloc rigide ayant un angle $\alpha = 4.58^\circ$. La réponse en vibration libre non-amortie à une vitesse initiale en rotation est présentée sur les Figures 3.10 et 3.11 ci-dessus. Bien que la rotation du bloc montrée sur la Figure 3.10a demeure sans fluctuations importantes, la base du bloc,

quand à elle, subit des vibrations après le soulèvement du bloc. Cela est dû à la vitesse verticale du centre de la base du bloc (Figure 3.10d). Le bloc oscille sous l'effet de la vitesse angulaire initiale tout en demeurant en contact avec le sol. La période des oscillations avant le soulèvement est égale à $T_c = 2\pi/\varpi_1$. Si la vitesse initiale imposée est suffisamment importante, le soulèvement du bloc se produit à l'instant t_0 :

$$t_0 = \frac{1}{\varpi_1} \sin^{-1} \left(\frac{1}{\beta} \right). \quad (3.48)$$

Dans cette expression, le paramètre β peut être considéré comme une mesure de l'excitation. C'est le rapport entre la rotation maximale que subirait le bloc sans être soulevé, donnée par $\theta_{\max} = \theta_0/\bar{\omega}_1$, et la rotation critique pour laquelle le soulèvement a lieu donnée par $\theta_{cr} = mg/2kb$. On sait que la fréquence des oscillations de bercement sera plus courte (période plus longue) que celle des vibrations verticales. La réponse du système après le soulèvement est une fonction harmonique qui s'approche d'une parabole, comme le montre la Figure 3.10a.

Le temps requis pour atteindre la rotation maximale après le soulèvement est égal à t_1 donné par la relation suivante :

$$t_1 = \frac{1}{p_1} \sqrt{\beta^2 - 1} \quad (3.49)$$

Si on combine les relations (3.48) et (3.49), on peut déduire approximativement la période de basculement en fonction du facteur β par la relation ci-dessous, période qui dépend de la rotation initiale appliquée au bloc (Psycharis & Jennings 1983) :

$$T_r = \frac{4}{\varpi_1} \left[\sin^{-1} \left(\frac{1}{\beta} \right) + \sqrt{\beta^2 - 1} \right] \quad (3.50)$$

Sur la Figure (3.10e) on voit que les déplacements des deux bords sont en phase. Lorsqu'un bord est soulevé, l'autre reste en contact avec le ressort en oscillant avec une fréquence élevée autour d'un déplacement fixe. Cette fréquence est la même que celle qui affecte la vitesse de rotation et la vitesse verticale montrées sur les Figures 3.10b et 3.10d.

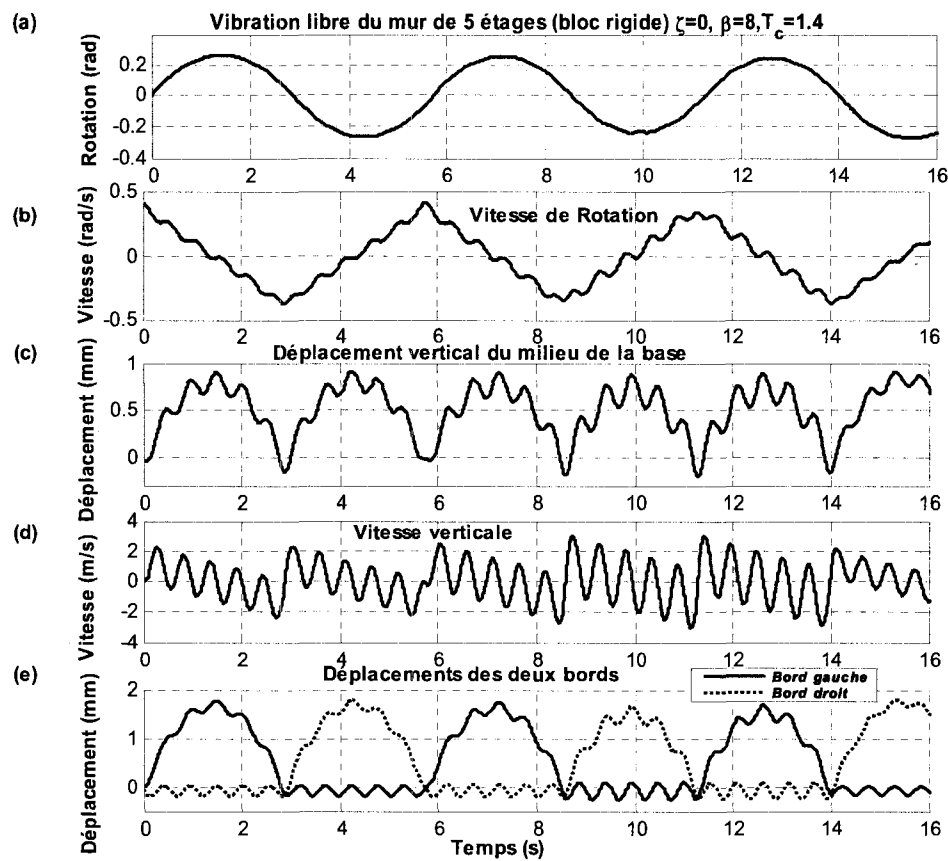


Figure 3.10 Réponse en vibration libre non-amortie du mur modélisé par un bloc rigide sur fondation à deux ressorts

Système amorti

Dans le cas de systèmes amortis, le rapport d'amortissement critique dans le mode de bercement du bloc est nettement inférieur à celui associé au mode de vibrations verticales, ce qui implique que l'amortissement dans la fondation influe beaucoup moins sur le bercement que sur les vibrations verticales. Sur la Figure 3.11a, on voit que la période passe de $T_c = 1.4$ s à $T_r = 5.3$ s après le soulèvement du bloc dans le premier cycle de basculement. La période a donc triplé après le soulèvement. Dans le cas non-amorti, cette période de basculement était passée de 5.8 s à 5.3 s après le premier impact, et elle continue à diminuer jusqu'à ce que le bloc se stabilise. On remarque aussi que sans soulèvement, le bloc amorti cesse de bercer après une période de temps relativement courte. Par contre après le soulèvement, le bloc continue à osciller pendant une période de temps deux fois plus longue.

Sur la Figure 3.11a, l'amplitude de la rotation est affectée par la vitesse de rotation initiale. On remarque sur la Figure 3.11b, qu'après chaque contact avec la fondation, la vitesse chute rapidement, immédiatement après l'impact, avant de reprendre une variation plus graduelle. A cause de l'amortissement dans la fondation, les oscillations de la vitesse en rotation que l'on voyait sur la Figure 3.10b sont aussi fortement amorties.

Les déplacements des bords droit et gauche sont présentés sur la Figure 3.11d. Comme dans le cas non amorti, le bord droit commence à vibrer autour d'une position fixe, égale au tassement de la semelle, dès que le bord gauche se soulève. Les vibrations verticales sont par contre affectées par l'amortissement introduit dans la semelle, et on ne peut plus distinguer les petites vibrations qui étaient présentes dans le cas non-amorti.

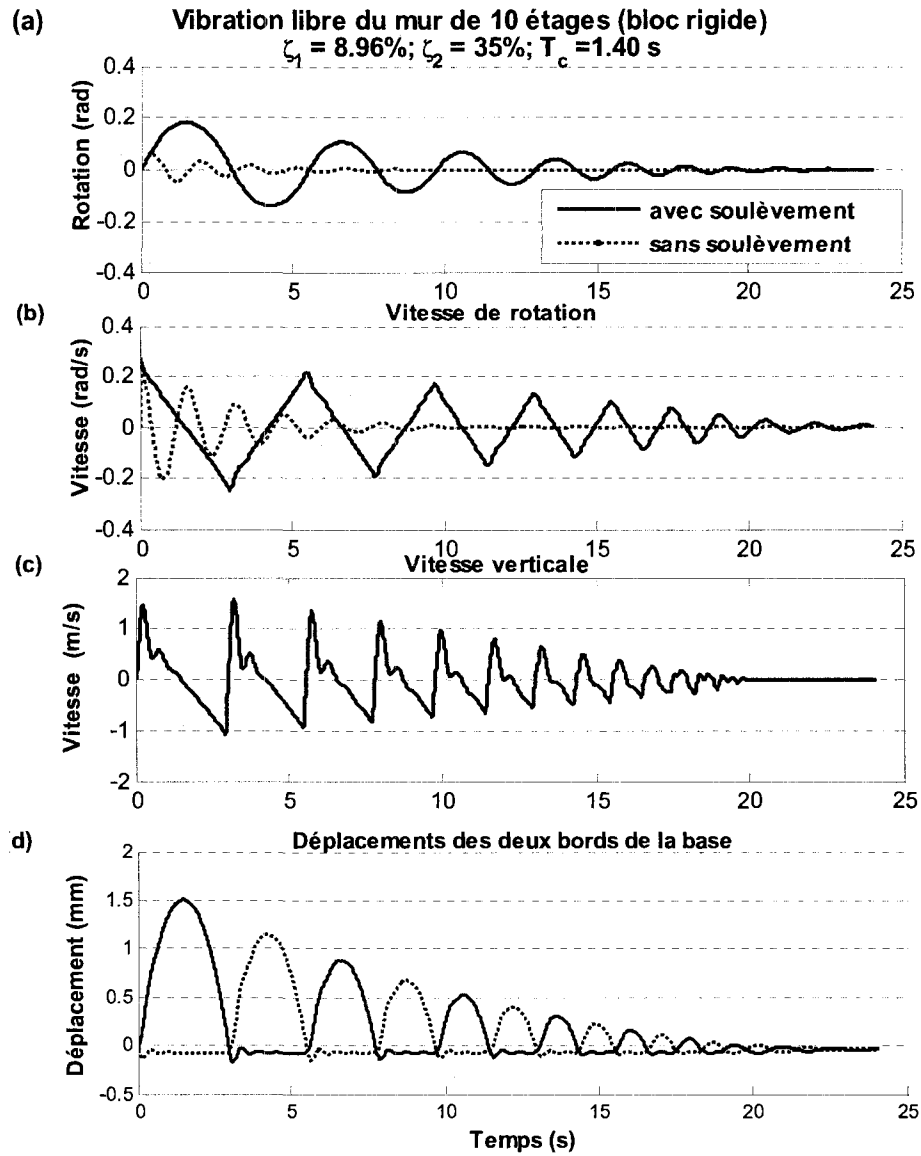


Figure 3.11 Vibration libre du mur en bloc rigide sur fondation élastique;
 (a) rotation du mur; (b) vitesse de rotation; (c) vitesse verticale; (d) déplacements des deux bords.

3.3.3 Réponse sismique du bloc avec fondation élastique

On considère un mur représenté par un bloc rigide lorsque soumis au séisme de la Figure 3.7. Le bloc est supporté par une fondation flexible à deux ressorts. La réponse sismique est calculée en intégrant les systèmes (3.44) et (3.45) en utilisant un pas de temps de 0.005 s. On présente aux Figures 3.12 et 3.13 la réponse sismique pour deux hauteurs différentes du mur, 15 m et 18 m. La rigidité du sol est choisie pour donner un facteur d'amortissement associé au mode de vibration verticale égal à 2.1 %.

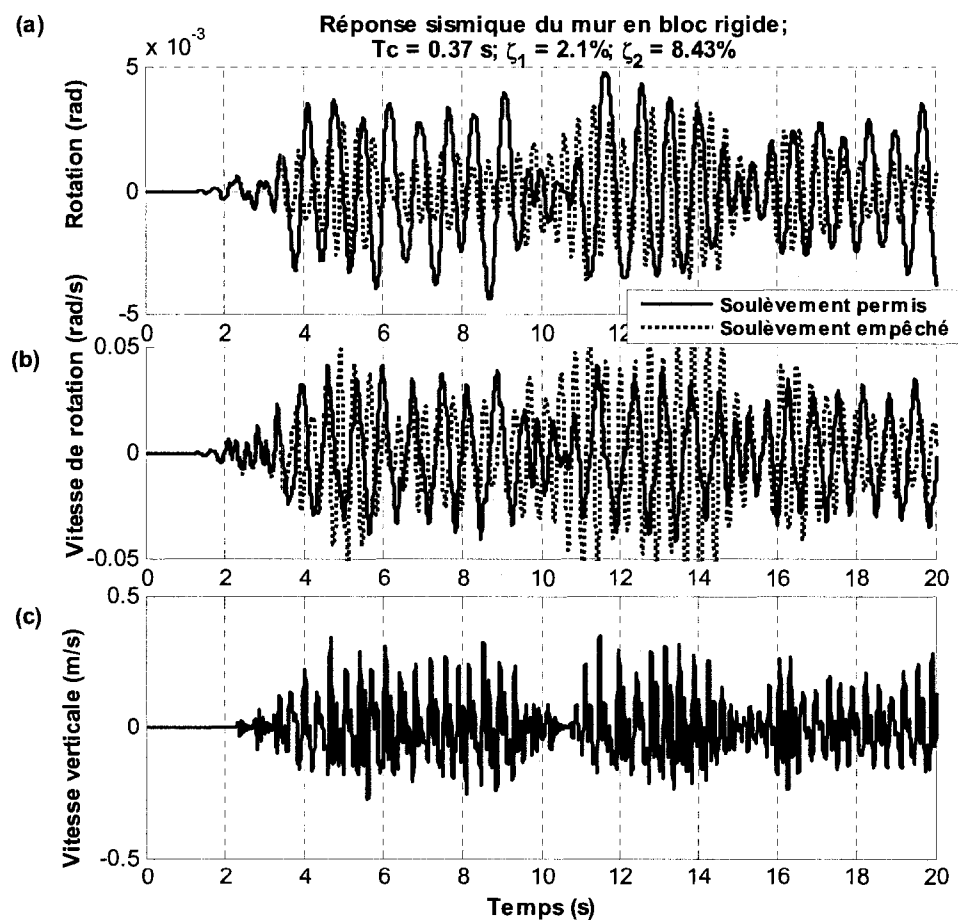


Figure 3.12 Réponse sismique du mur (bloc rigide, $h = 15$ m, $R = 8.17$ m),

(a) rotation ; (b) vitesse de rotation ; (c) vitesse verticale

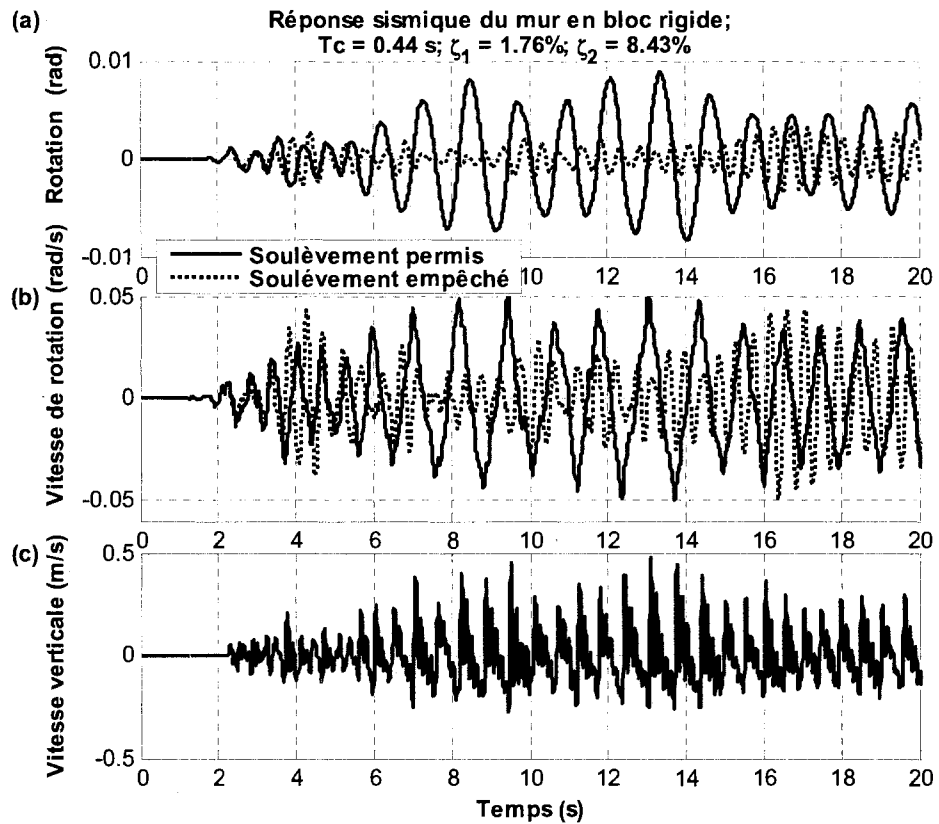


Figure 3.13 Réponse sismique du mur (bloc rigide, $h = 18$ m, $R = 18.52$ m).

(a) rotation ; (b) vitesse de rotation ; (c) vitesse verticale

On remarque que la période de basculement sans soulèvement est plus longue pour le bloc le plus élancé. De plus, avec la même rigidité du sol, le mouvement vertical est moins amorti. Par contre, contrairement au bloc supporté sur un sol rigide, l'amplitude de la rotation et la période de basculement après le soulèvement du bloc sont plus grandes pour le mur le plus élancé.

Contrairement au cas de la fondation rigide, la flexibilité du sol a donc un effet sur le basculement. Lorsque la rigidité du sol est grande, l'amplitude de la rotation converge

vers celle d'un bloc sur une fondation rigide. En diminuant la rigidité du sol, on obtient des valeurs plus grandes de la rotation maximum, valeurs qui peuvent être le double de celles observées pour le cas d'une fondation rigide. Dans l'exemple traité ici, la rotation maximale est passée de 4.9 à 8.9 radians, juste en augmentant la hauteur du bloc de 15 m à 18 m.

3.4 Conclusion sur le chapitre 3

Dans le chapitre 3, on a étudié la réponse de murs représentés comme des blocs rigides. Pour les blocs sur une fondation rigide, la réponse en vibration libre induite par une vitesse initiale dépend de l'élancement et de la taille du bloc. Les structures de grandes dimensions résistent mieux au basculement, même lorsqu'elles sont soumises à de forts séismes. Les petits blocs moins élancés sont plus susceptibles au renversement. La réponse des blocs sur une fondation élastique est fortement influencée par la flexibilité du sol. Les blocs élancés subissent des rotations plus importantes et leur période de basculement s'allonge davantage.

L'hypothèse des blocs infiniment rigides est acceptable pour représenter les murs élastiques rigides tels que les murs en maçonnerie ou les barrages poids, ou encore les pièces d'équipements électriques et industriels rigides. Par contre, les murs de refends en béton armé élancés que l'on rencontre dans les bâtiments multi-étagés peuvent subir de grandes déformations en flexion, surtout si une rotule plastique se développe à leur base sous un séisme. Il est donc plus approprié de modéliser ces murs de refend par des structures flexibles au lieu des blocs rigides, ce qui sera fait dans le prochain chapitre.

CHAPITRE 4 Murs de refends modélisés par des structures flexibles

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, on développe une meilleure compréhension des effets du soulèvement des fondations sur la réponse sismique des murs de refends supportés par des fondations élastiques. Les murs sont considérés comme des structures flexibles et les modèles mathématiques choisis sont simples, mais tiennent compte tout de même des aspects les plus importants de la flexibilité de sol et des mécanismes de soulèvement et d'impact avec le sol. Dans la condition fixe, la structure est modélisée comme un système à un degré de liberté assemblé à une semelle rigide supportée par une fondation flexible. La rigidité et l'amortissement du sol de fondation supportant la structure sont représentés par deux modélisations : (1) deux éléments ressorts-amortisseurs, placés chacun à une extrémité de la semelle, ou (2) la fondation Winkler avec des éléments ressorts-amortisseurs distribués sur la largeur de la semelle. La réponse de la structure sous sollicitation sismique sera calculée pour deux conditions de contact entre la semelle et les éléments de fondation ressorts-amortisseurs : (a) contact avec la semelle avec soulèvement empêché et (b) semelle non ancrée avec soulèvement permis.

4.2 Fondation élastique à deux ressorts-amortisseurs

4.2.1 Système à trois degrés de liberté et équations du mouvement

Le mur de refend est représenté comme montré sur la Figure 4.1. Il s'agit d'une structure linéaire ayant une masse m concentrée au sommet, une rigidité latérale k et un amortissement latéral c , qui est fixée à une semelle de fondation qui est supportée par deux éléments ressorts-amortisseurs (Figure 4.2). La semelle est modélisée par une plaque rectangulaire infiniment rigide dont la masse totale est égale à m_0 . On néglige le

poids de la semelle (faible par rapport à celui de la structure; si nécessaire, le poids de la semelle peut être inclus dans celui de la structure) de même que son épaisseur (faible par rapport à la hauteur de la structure).

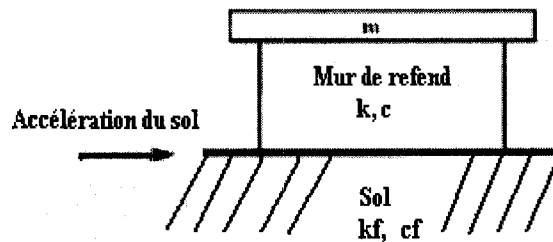


Figure 4.1 Mur de refend supporté par un sol flexible

La largeur de la semelle dans la direction du mouvement sismique est égale à $2b$. Le glissement entre le sol et la semelle est considéré nul. Les coefficients de rigidité k_f et d'amortissement c_f du modèle de fondation sont des constantes déterminées pour un demi-espace homogène et dépendent du module de cisaillement de sol en très petites déformations.

La déformation du système est décrite par trois degrés de liberté (Figure 4.2): la rotation de la semelle, θ , le déplacement vertical, v , du centre de la semelle et la déformation horizontale au sommet de la structure, u . Cette dernière variable découle de la flexibilité de la structure. On pourrait déduire de ces degrés de liberté les déplacements verticaux des bords gauche et droit de la semelle, V_{left} et V_{right} respectivement.

Généralement, l'impact entre la semelle de fondation d'une structure flexible ou celui entre la base d'un bloc rigide avec un sol rigide est modélisée par une collision parfaitement inélastique, c'est-à-dire la vitesse verticale et l'énergie cinétique associée de

la structure sont complètement dissipées instantanément. Cependant, dans la présente modélisation, l'énergie sera dissipée graduellement par le mécanisme de l'amortissement visqueux. Le poids de la structure, P , est représenté par une force verticale appliquée directement sur la semelle, à son centre de gravité.

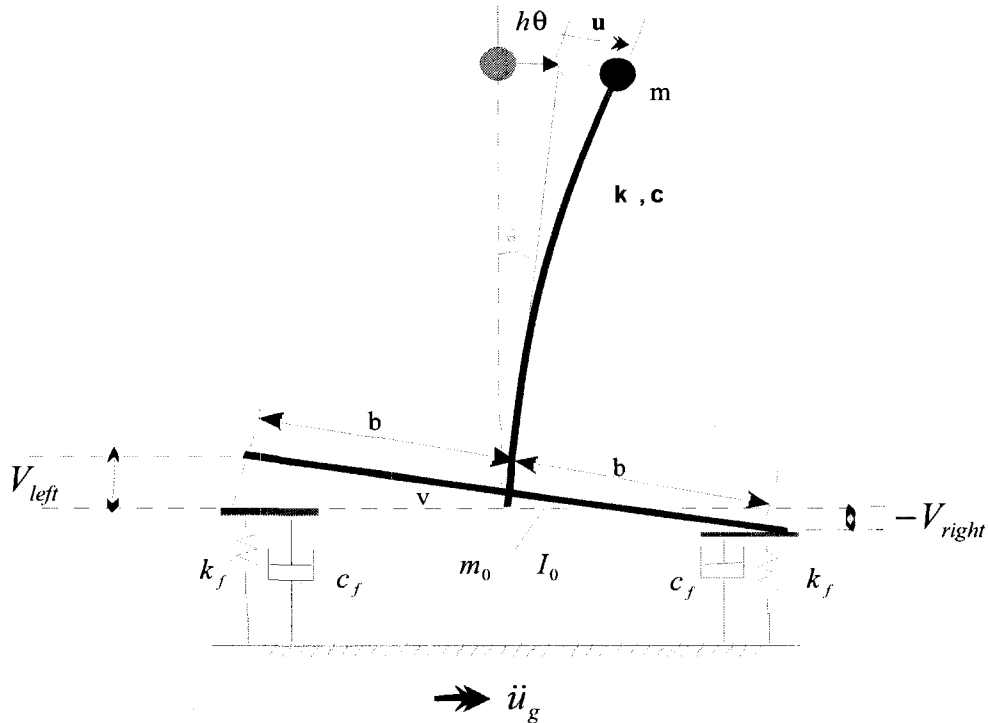


Figure 4.2 Modèle de structure flexible sur fondation à 2 ressorts (Yim & Chopra, 1983)

La relation entre le moment statique par rapport au centre de gravité de la semelle et sa rotation est montrée sur la Figure 4.3. La relation moment-rotation décrite par $M = 2k_f b^2 \theta$, demeure linéaire jusqu'à ce que la semelle de fondation se soulève. Au-delà de ce point, aucun moment additionnel ne se développe. Le soulèvement a lieu quand la rotation de la semelle atteint une valeur critique $\theta_c = P/2k_f b$ et le moment correspondant au point de soulèvement est $M_c = Pb$.

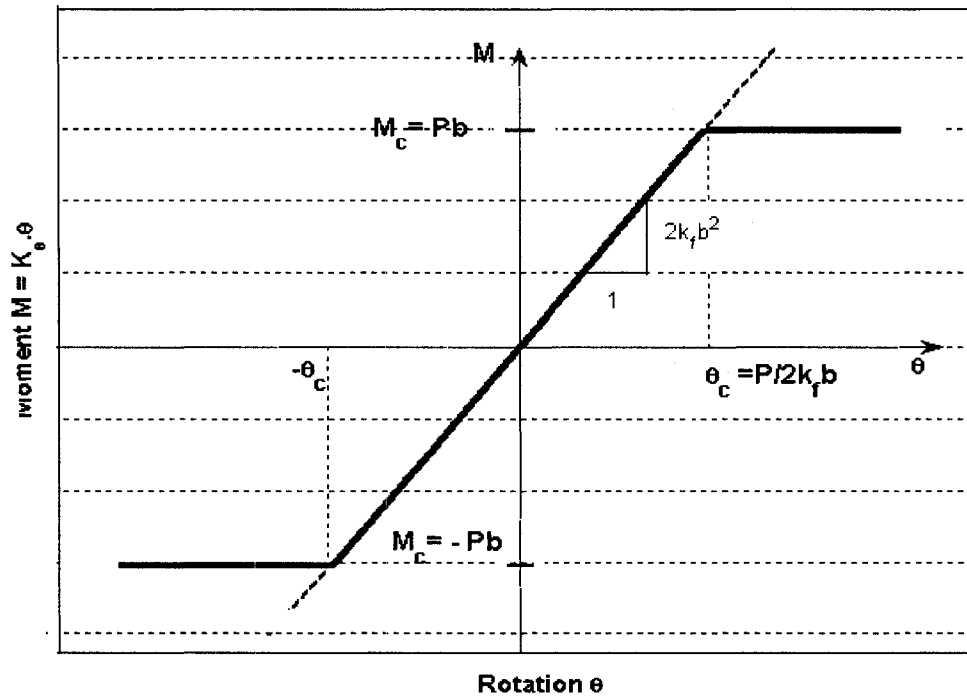


Figure 4.3 Relation moment-rotation pour la fondation à 2 ressorts
(Yim & Chopra, 1983)

Les équations de mouvements présentés ci-dessous pour le système de fondation à deux ressorts-amortisseurs ont été largement décrites dans la littérature (Yim & Chopra, 1983; Psycharis, 1991). Elles ont été déterminées en considérant les équilibres des forces et moments suivants :

1. équilibre des forces dans la direction horizontale.
2. équilibre des moments de la structure entière par rapport au centre de la semelle de fondations.
3. équilibre des forces dans la direction verticale.

On suppose que les déplacements sont petits ($\theta \ll h/b$) et on néglige les effets secondaires non-linéaires comme la contribution du moment induit par la réaction horizontale du sol s'exerçant à une distance verticale correspondant au soulèvement de la semelle.

Équilibre des forces dans la direction horizontale

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow m\ddot{u} + m(h\ddot{\theta}) + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g(t) \quad (4.1)$$

Équilibre des forces de la structure dans la direction verticale

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P = m(\ddot{v} + g) \quad (4.2)$$

$$\Rightarrow (m + m_0)\ddot{v} - F_f = -(m + m_0)g \quad (4.3)$$

Équilibre des moments par rapport au centre la semelle

$$\sum M_0 = 0 \Rightarrow I_0\ddot{\theta} + mh(\ddot{u} + h\ddot{\theta}) + M_f = -mh\ddot{u}_g(t) + m(u + h\theta)(\ddot{v} + g) \quad (4.4)$$

Le deuxième terme à droite de l'égalité correspond aux effets $P\delta$. Puisque l'épaisseur de la semelle est supposée petite comparée à sa largeur, le moment d'inertie de la semelle par rapport à son centre est égal à : $I_0 = m_0 \frac{b^2}{3}$. Dans le cas de la fondation à deux éléments ressorts-amortisseurs, la réaction du sol, F_f , et le moment stabilisant par rapport au centre de gravité de la semelle de fondation, M_f , sont la somme et le moment des forces de réaction des deux éléments, F_l et F_r , agissant sur les cotés gauche et droit de la semelle respectivement:

$$F_f = F_l + F_r \quad M_f = b(F_r - F_l) \quad (4.5)$$

avec :

$$F_l = \begin{cases} -k_f(v + b\theta) - c_f(\dot{v} + b\dot{\theta}) & \text{si l'extrémité gauche est en contact} \\ 0 & \text{si extrémité gauche est soulevée} \end{cases} \quad (4.6a)$$

$$F_r = \begin{cases} -k_f(v - b\theta) - c_f(\dot{v} - b\dot{\theta}) & \text{si l'extrémité droite est en contact} \\ 0 & \text{si l'extrémité droite est soulevée} \end{cases} \quad (4.6b)$$

Par substitution des équations (4.5) et (4.6) dans les équations (4.3) et (4.4), et en utilisant l'équation (4.1), les équations d'équilibre des moments par rapport au centre de gravité de la semelle et l'équilibre des forces dans la direction verticale deviennent (Yim & Chopra, 1983) :

$$\frac{m_0}{3h^2}(h\ddot{\theta}) - c\dot{u} + \varepsilon_1 c_f \frac{b^2}{h^2}(h\dot{\theta}) + \varepsilon_2 c_f \frac{b}{h}\dot{v} - ku + \varepsilon_1 k_f \frac{b^2}{h^2}(h\theta) + \varepsilon_2 k_f \frac{b}{h}v = 0 \quad (4.7a)$$

$$(m + m_0)\ddot{v} + \varepsilon_1 c_f \dot{v} + \varepsilon_2 c_f \frac{b}{h}(h\dot{\theta}) + \varepsilon_1 k_f v + \varepsilon_2 k_f \frac{b}{h}(h\theta) = -(m + m_0)g \quad (4.7b)$$

Trois conditions de contact sont possibles selon les valeurs des coefficients ε_i :

$\varepsilon_1 = 2$ et $\varepsilon_2 = 0$: semelle en contact avec les deux éléments de fondations.

$\varepsilon_1 = 1$ et $\varepsilon_2 = -1$: côté gauche de la semelle est soulevé.

$\varepsilon_1 = 1$ et $\varepsilon_2 = 1$: côté droit de la semelle est soulevé.

Pour un système non-amorti ($c = c_f = 0$) et une semelle sans masse ($m_0 = 0$), l'équation (4.7b) est réduite à l'équation (4.8) qui relie les trois degrés de liberté, u , v et θ .

$$-ku + \varepsilon_1 k_f \frac{b^2}{h^2}(h\theta) + \varepsilon_2 k_f \frac{b}{h}v = 0 \quad (4.8)$$

On peut alors déduire l'angle de rotation θ en fonction des autres inconnues u et v :

$$\theta = \frac{k\alpha^2}{\varepsilon_1 k_f h} u(t) - \frac{\varepsilon_2 \alpha}{\varepsilon_1 h} v(t) \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{h}{b} \quad (4.9)$$

En substituant l'expression de θ dans l'équation (4.1), les équations (4.1), (4.7a) et (4.7b) peuvent ainsi être exprimées en fonction de u et v seulement :

$$m\ddot{u} + m \left[\frac{k\ddot{u} - \varepsilon_2 k_f \alpha^{-1} \ddot{v}}{\varepsilon_1 k_f \alpha^{-2}} \right] + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g(t) \quad (4.10)$$

$$-c\dot{u} + \varepsilon_1 c_f \alpha^{-2} \left[\frac{k\dot{u} - \varepsilon_2 k_f \alpha^{-1} \dot{v}}{\varepsilon_1 k_f \alpha^{-2}} \right] + \varepsilon_2 c_f \alpha^{-1} \dot{v} - ku + \varepsilon_1 k_f \alpha^{-2} \left[\frac{ku - \varepsilon_2 k_f \alpha^{-1} v}{\varepsilon_1 k_f \alpha^{-2}} \right] + \varepsilon_2 k_f \alpha^{-1} v = 0 \quad (4.11)$$

$$m\ddot{v} + \varepsilon_1 c_f \dot{v} + \varepsilon_2 c_f \alpha^{-1} \left[\frac{k\dot{u} - \varepsilon_2 k_f \alpha^{-1} \dot{v}}{\varepsilon_1 k_f \alpha^{-2}} \right] + \varepsilon_1 k_f v + \varepsilon_2 k_f \alpha^{-1} \left[\frac{ku - \varepsilon_2 k_f \alpha^{-1} v}{\varepsilon_1 k_f \alpha^{-2}} \right] = -m.g \quad (4.12)$$

En mettant en facteur les accélérations, vitesses et déplacements, les trois équations ci-dessus deviennent :

$$\bullet \left(1 + \frac{k}{\varepsilon_1 k_f \alpha^{-2}} \right) m\ddot{u} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{m}{\alpha^{-1}} \ddot{v} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \quad (4.13)$$

$$\bullet -c\dot{u} + c_f \frac{k}{k_f} \dot{u} = 0 \quad (4.14)$$

$$\bullet m\ddot{v} + \left[\varepsilon_1 c_f - \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1} c_f \right] \dot{v} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} c_f \frac{k}{k_f} \alpha \dot{u} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \alpha ku + \left[\varepsilon_1 k_f - \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1} k_f \right] v = -mg \quad (4.15)$$

L'équation (4.14) n'étant fonction que de la vitesse horizontale, le système d'équations à deux inconnues u et v se réduit à :

$$\begin{cases} \left(1 + \frac{k\alpha^2}{\varepsilon_1 k_f} \right) m\ddot{u} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \alpha m \ddot{v} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \\ m\ddot{v} + \left[\varepsilon_1 c_f - \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1} c_f \right] \dot{v} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} c_f \frac{k}{k_f} \alpha \dot{u} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \alpha ku + \left[\varepsilon_1 k_f - \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1} k_f \right] v = -mg \end{cases} \quad (4.16)$$

Conditions de contact

Dans le cas où la semelle est en plein contact avec le sol de fondation, la réaction du sol, F_f , demeure positive. Pour ce cas, les deux ressorts sont comprimés et produisent une force du rappel. Si les ressorts demeuraient fixés à la semelle après soulèvement, les forces dans les ressorts deviendraient négatives. Selon le modèle de Kelvin, la force élastique induite dans le ressort et la force viscoélastique dans l'amortisseur s'additionnent puisque le ressort et l'amortisseur agissent en parallèle. Cela se traduit en termes d'efforts par les équations suivantes pour chacun des ressorts placés à l'extrémité de la semelle.

Semelle en contact avec les éléments

$$\begin{cases} -k_f(v + b\theta) - c_f(\dot{v} + b\dot{\theta}) \geq 0 \\ -k_f(v - b\theta) - c_f(\dot{v} - b\dot{\theta}) \geq 0 \end{cases} \quad (4.17)$$

Côté gauche soulevé

$$-k_f(v + b\theta) - c_f(\dot{v} + b\dot{\theta}) < 0 \quad (4.18)$$

Côté droit soulevé

$$-k_f(v - b\theta) - c_f(\dot{v} - b\dot{\theta}) < 0 \quad (4.19)$$

On désire découpler la première équation du système (4.16) en exprimant tous les termes en fonction du mouvement horizontal relatif de la masse en tête, u . Pour ce faire, on substitue l'expression de $m\ddot{v}$ déduite de la deuxième équation pour obtenir le système d'équations à deux inconnues suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(1 + \frac{k\alpha^2}{\varepsilon_1 k_f}\right) m\ddot{u} + \left\{c + \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2} c_f \frac{k}{k_f} \alpha^2\right\} \dot{u} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \alpha c_f \left(\varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1}\right) \dot{v} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \alpha k_f \left(\varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1}\right) v \\ \quad + \left(1 + \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2} \alpha^2\right) k u = -m\ddot{u}_g - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \alpha m g \\ m\ddot{v} + c_f \left[\varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1}\right] \dot{v} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} c_f \frac{k}{k_f} \alpha \dot{u} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \alpha k u + k_f \left[\varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1}\right] v = -mg \end{array} \right. \quad (4.20)$$

Ce système peut aussi s'écrire sous la forme suivante, où la première équation n'est fonction que de la variable u :

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{u} + \frac{\left\{c + \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2} c_f \frac{k}{k_f} \alpha^2\right\}}{\left(1 + \frac{k\alpha^2}{\varepsilon_1 k_f}\right)} \dot{u} + \frac{\left(1 + \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2} \alpha^2\right) k}{\left(1 + \frac{k\alpha^2}{\varepsilon_1 k_f}\right)} u = \frac{-m\ddot{u}_g - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \alpha m g}{\left(1 + \frac{k\alpha^2}{\varepsilon_1 k_f}\right)} \\ m\ddot{v} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} c_f \frac{k}{k_f} \alpha \dot{u} + c_f \left[\varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1}\right] \dot{v} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \alpha k u + k_f \left[\varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1}\right] v = -mg \end{array} \right. \quad (4.21)$$

4.2.2 Procédure de résolution et algorithme de calcul

Dans l'analyse des systèmes dynamiques, la procédure d'intégration pas à pas est souvent utilisée pour évaluer la réponse du système à des intervalles de temps discrets qui sont souvent équidistants (Krysl & Endres, 2005). Cette méthode d'intégration, connue sous le nom d'intégration directe, est basée sur deux hypothèses. Premièrement, on vise à satisfaire l'équilibre décrit par les équations à des instants donnés séparés par intervalle discret (ou un pas de temps). Deuxièmement, on doit supposer la manière dont les paramètres d'accélération, de vitesse et de déplacement varient dans un intervalle de temps. La stabilité de la méthode dépend du type de variation supposé, de même que de la taille du pas de temps choisi pour l'intégration. Plusieurs méthodes d'intégration sont utilisées pour la résolution des équations dynamiques. Parmi ces méthodes, la plus

répandue est celle de Newmark. Dans notre étude, la stabilité de cette méthode sera discutée selon les résultats qui seront obtenus ultérieurement.

Méthode d'intégration de Newmark

On présente ici l'algorithme de Newmark (Newmark, 1959) pour le système à un seul degré de liberté dynamique de la Figure 4.4. La même procédure s'applique pour un système à plusieurs degrés de liberté.

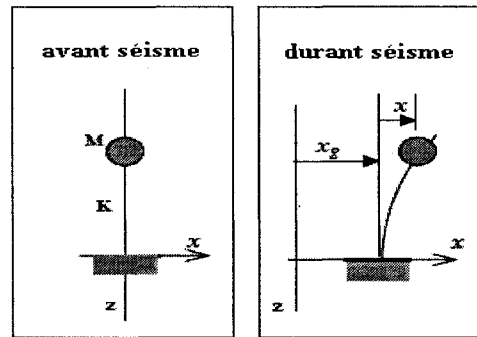


Figure 4.4 Mouvement sismique d'un système à un degré de liberté

On considère l'équilibre dynamique des forces horizontales s'exerçant au niveau de la masse du système:

$$M(\ddot{x} + \ddot{x}_g) + C\dot{x} + Kx = 0 \quad (4.22)$$

Le sol se déplace pendant le séisme, alors le déplacement x de la masse M est un déplacement relatif par rapport au sol. De même \dot{x}, \ddot{x} sont la vitesse relative et l'accélération relative de la masse M , et $(\ddot{x} + \ddot{x}_g)$ représente l'accélération totale de la masse M . En introduisant le rapport d'amortissement critique $\xi = c/(2m\omega)$ et la fréquence naturelle, $\omega = \sqrt{k/m}$, l'équation (4.22) devient:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega\dot{x} + \omega^2 x = -\ddot{x}_g \quad (4.23)$$

Par le développement en série de Taylor, on obtient le déplacement et la vitesse à chaque pas de temps, δt , par les relations suivantes:

$$\begin{cases} t_{i+1} = t_i + \delta t \\ x_{i+1} = x_i + \delta t \dot{x}_i + \frac{\delta t^2}{2!} \ddot{x}_i + \frac{\delta t^3}{3!} \dddot{x}_i + \Theta\{\delta t^4\} \\ \dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + \delta t \ddot{x}_i + \frac{\delta t^2}{2!} \dddot{x}_i + \Theta\{\delta t^3\} \end{cases} \quad (4.24)$$

Le déplacement et la vitesse $(x_{i+1}, \dot{x}_{i+1}, t_{i+1})$ au pas suivant peuvent être calculés avec les valeurs connues (x_i, \dot{x}_i, t_i) du pas précédent. Le problème ici est de déterminer combien de termes seront retenus dans la série de Taylor et comment évaluer ces termes. Si on ignore tous les termes d'ordre δt^4 , seulement \ddot{x} devra être évaluée. En utilisant une expression standard de différence finie $\ddot{x}_i = (\ddot{x}_{i+1} - \ddot{x}_i) / \delta t$, l'équation (4.24) devient:

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + \delta t \dot{x}_i + \delta t^2 \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) \ddot{x}_i + \frac{1}{6} \ddot{x}_{i+1} \right\} \\ \dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + \delta t \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} \right) \ddot{x}_i + \frac{1}{2} \ddot{x}_{i+1} \right\} \end{cases} \quad (4.25)$$

On introduit les paramètres β et γ de Newmark dans le système ci-dessus. Les équations prennent la forme ci-dessous (Clough & Penzien, 1993) :

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + \delta t \dot{x}_i + \delta t^2 \left\{ \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{x}_i + \beta \ddot{x}_{i+1} \right\} \\ \dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + \delta t \left\{ (1 - \gamma) \ddot{x}_i + \gamma \ddot{x}_{i+1} \right\} \end{cases} \quad (4.26)$$

Lorsque $\beta = 1/6$ et $\gamma = 1/2$, l'équation (4.26) est identique à l'équation (4.25). Newmark a montré que $\beta=1/4$ assure la meilleure stabilité pour la formulation numérique tant que le pas de l'intégration, δt , ne dépassait pas $T/20$ ou T est la plus petite période de la structure. Poser $\beta = 1/4$ correspond à supposer une variation linéaire de la vitesse et, par conséquent, une accélération moyenne constante entre t_i et t_{i+1} . Le déplacement \ddot{x}_{i+1} est déterminé de la première équation (4.26) alors que la vitesse \dot{x}_{i+1} est obtenue de la seconde équation. Ces deux équations peuvent être intégrées dans l'équation du mouvement suivante :

$$M\ddot{x}_{i+1} + C\dot{x}_{i+1} + Kx_{i+1} = F_{i+1} \quad (4.27)$$

F_{i+1} : représente la force externe au temps t_{i+1} . L'expression suivante représente la meilleure forme de l'intégration numérique de Newmark :

$$\begin{cases} x_{i+1} = A_0^{-1} [F_{i+1} + A_1 x_i + A_2 \dot{x}_i + M\ddot{x}_i] & \dot{x}_{i+1} = \frac{2}{\delta t} (x_{i+1} - x_i) - \dot{x}_i \\ \ddot{x}_{i+1} = \frac{4}{\delta t^2} \left(x_{i+1} - x_i - \dot{x}_i \delta t - \frac{1}{4} \ddot{x}_i \delta t^2 \right); & t_{i+1} = t_i + \delta t \\ A_0 = \left(K + \frac{4}{\delta t^2} M + \frac{2}{\delta t} C \right); A_1 = \left(\frac{4}{\delta t^2} M + \frac{2}{\delta t} C \right); A_2 = \left(\frac{4}{\delta t} M + C \right) \end{cases} \quad (4.28)$$

Le système d'équation (4.28) est utilisé pour obtenir la valeur de x_{i+1} et ses dérivées (vitesse et accélération) au temps t_{i+1} . Les conditions initiales au temps $t = 0$ (x_0, \dot{x}_0) sont nécessaires et l'accélération \ddot{x}_0 doit être calculée de l'équation suivante :

$$\ddot{x}_0 = (F_0 - C\dot{x}_0 + Kx_0) / M \quad (4.29)$$

Les avantages de la méthode de Newmark est qu'elle peut être rapidement et facilement programmée et qu'elle peut être étendue aux problèmes à multiples degrés de liberté. Dans ce dernier cas, M , C et K deviennent des matrices. Pour réduire le nombre de calculs, les matrices A_0 , A_1 et A_2 peuvent être évaluées pour chaque condition de contact et conservées en mémoire. A chaque pas de temps, la matrice de rigidité et celle de l'amortissement correspondant à la condition de contact au début de pas de temps sont utilisées pour obtenir x_{i+1} . Une fois x_{i+1} connu, on peut déterminer la condition de contact à la fin de pas de temps. Si la condition de contact est la même que celle au début du pas de temps, l'intégration est complétée et on passe au pas suivant. Si, au contraire, la condition de contact à la fin du pas de temps n'est pas la même que celle au début du pas, dans le cas par exemple ou le soulèvement se produit quelque part avant la fin du pas de temps, une erreur de calcul est induite qui peut se propager avec le temps de calcul.

Pour éliminer une telle erreur, il faut s'assurer que la fin d'un pas de temps coïncide avec l'instant précis du soulèvement ou du contact, c'est-à-dire lorsque le déplacement vertical de l'extrémité de la semelle est nul. À cet instant, la matrice de rigidité du système doit être modifiée avant de poursuivre l'intégration. On peut aussi tenter de minimiser l'erreur induite en choisissant un pas de temps suffisamment petit.

4.2.3 Vibration libre de la structure

Système non-amorti

Dans le cas d'un système non-amorti en vibration libre, la réponse avant le soulèvement est linéaire et peut donc être déterminée analytiquement par la superposition des réponses dans les deux modes de vibration ϕ_1 et ϕ_2 présentés sur la Figure 4.5. Le premier mode implique la rotation de la semelle et la déformation latérale de la structure sans aucun déplacement vertical de centre de gravité de la semelle. Le second mode est uniquement associé au déplacement vertical de la structure, sans

rotation de la semelle ni déformation latérale de la structure. Les déformations axiales dans la superstructure sont négligées.

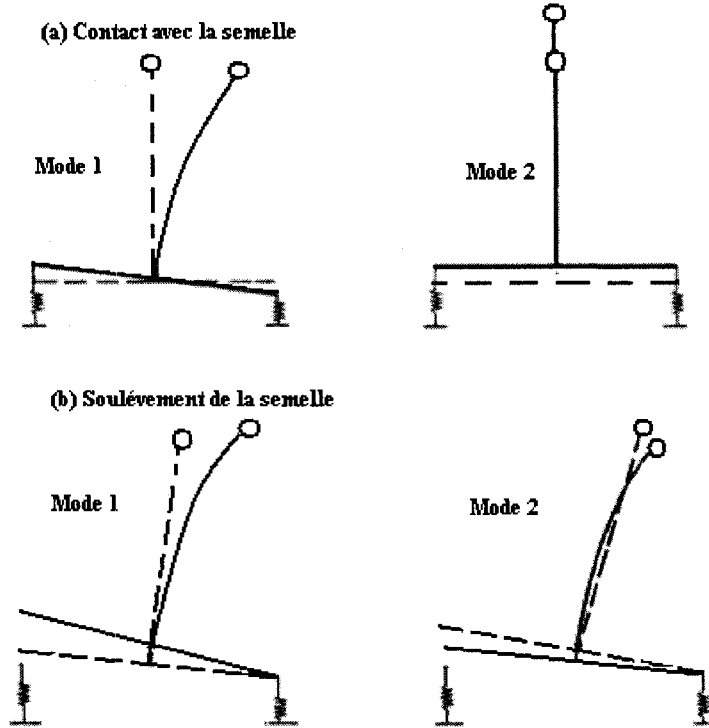


Figure 4.5 Modes de vibration libre : (a) Contact avec la semelle;
(b) Soulèvement de la semelle (Yim & Chopra, 1983)

Expressions des fréquences propres

- Cas de contact avec les deux éléments (sans soulèvement)

$$m\ddot{u} + mh \left[\frac{k\ddot{u}h}{2k_f b^2} \right] + ku = -m\ddot{u}_g(t) \Rightarrow \ddot{u} + h \left[\frac{k\ddot{u}h}{2k_f b^2} \right] + \omega^2 u = -\ddot{u}_g(t) \quad (4.30)$$

$$\left(1 + \frac{h^2 k}{2k_f b^2} \right) \ddot{u} + \omega^2 u = 0 \Rightarrow \ddot{u} + \left(\frac{2k_f b^2}{2k_f b^2 + h^2 k} \right) \omega^2 u = 0 \quad (4.31)$$

$$\omega_1 = \bar{\omega}_1 \omega \quad (4.32)$$

$$\text{avec} \quad \bar{\omega}_1^2 = \left(\frac{2k_f b^2}{2k_f b^2 + h^2 k} \right) \quad (4.33)$$

De l'équation de mouvement de vibration verticale dans le cas non amorti, on peut déduire la fréquence ω_2 des vibrations verticales :

$$m\ddot{v} + 2k_f v = -mg \quad (4.34)$$

$$\Rightarrow \ddot{v} + \frac{2k_f}{m} v = -g \quad (4.35)$$

$$\Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{2k_f}{m}} = \omega\beta \quad (4.36)$$

où β est le rapport de la rigidité de la fondation à celle de la superstructure donné par :

$$\beta = \sqrt{\frac{2k_f}{k}} \quad (4.37)$$

Dans ce cas où la semelle est en contact avec les éléments, le système vibre dans le premier mode avec une fréquence naturelle ω_1 définie dans (4.32). Le second mode est un mouvement vertical non couplé vibrant avec une fréquence naturelle ω_2 donnée par la relation (4.36).

- Cas de soulèvement de la fondation

Dans le cas du soulèvement partiel de la semelle, les équations du mouvement non amorti sont données ci-dessous :

$$\begin{cases} m\ddot{u} + mh \left[\frac{k\ddot{u}h \pm k_f b \ddot{v}}{k_f b^2} \right] + ku = -m\ddot{u}_g(t) \\ m\ddot{v} + k_f v \mp k_f b \left[\frac{kuh \pm k_f b v}{k_f b^2} \right] = -mg \end{cases} \quad (4.38)$$

Les fréquences naturelles de système linéaire sont déterminées par la résolution de l'équation (4.38) et sont données pour le premier et deuxième mode respectivement par (Yim & Chopra, 1983):

$$\lambda_1 = 0 \quad \lambda_2 = \omega \bar{\lambda}_2 \quad (4.39)$$

$$\text{avec} \quad \bar{\lambda}_2 = \sqrt{\frac{(1 + \alpha^2)\beta^2}{2\alpha^2 + \beta^2}} \quad (4.40)$$

Le premier mode est un mouvement de rotation de corps rigide par rapport à un bord de la semelle, tandis que le second mode de vibration implique la contribution de tous les degrés de liberté: déformation latérale de la structure, déplacement vertical et la rotation de la semelle de fondation. Si la semelle était pesante, la fréquence propre du deuxième mode dépendrait de la masse de la semelle et dans ce cas la masse de la semelle aurait un effet sur la fréquence propre du deuxième mode. Par contre le premier mode qui est un mode du corps rigide est indépendant de la masse de la semelle. La fondation demeure en contact avec les deux éléments ressorts amortisseurs jusqu'à ce que les déplacements atteignent les valeurs critiques suivantes:

$$u_{cr} = \frac{g}{\alpha\omega^2} \quad h\theta_{cr} = \frac{\alpha g}{\beta^2\omega^2} \quad (4.41)$$

Dans le cas où le soulèvement est permis (Figure 4.5b), la réponse du système en vibration libre peut être calculée numériquement en résolvant le système 4.21. Un

exemple d'une structure flexible, avec les mêmes rapports d'élancement et de rigidité adoptés dans l'exemple de Yim & Chopra (1983), est présenté dans ce qui suit : soit $\alpha = h/b = 10$ et $\beta = 8.0$. La structure est soumise à une vitesse initiale en déplacement égale à 0.19 m/s. La réponse de la structure est présentée sur la Figure 4.6 pour deux conditions de contact entre la semelle de fondation et les deux éléments ressorts-amortisseurs : soulèvement empêché et avec soulèvement permis.

Si la semelle de fondation est ancrée aux ressorts-amortisseurs, la réponse de la structure est représentée par la courbe en pointillés. La fréquence de vibration harmonique décrite par le premier mode dans le cas du contact complet avec le sol est ω_1 définie plus haut par l'équation 4.32. Soit une période de vibration égale à $T_c = T/\varpi_1$. Tandis que la fréquence de la vibration verticale est ω_2 donnée par l'équation (4.36).

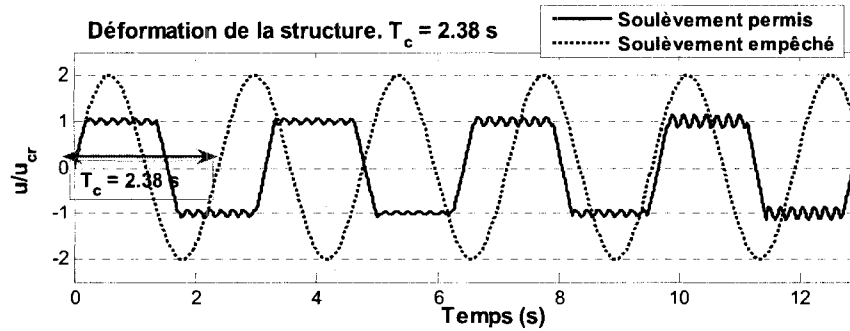


Figure 4.6 Réponse en vibration libre non-amortie.

Déformation de la structure. $\alpha = 10$; $\beta = 8$

Si la semelle de fondation est ancrée aux ressorts-amortisseurs, la réponse de la structure est représentée par la courbe en pointillés. La fréquence de vibration harmonique décrite par le premier mode dans le cas du contact complet avec le sol est ω_1 définie plus haut par l'équation 4.32. Soit une période de vibration égale à $T_c = T/\varpi_1$. Tandis que la fréquence de la vibration verticale est ω_2 donnée par l'équation (4.36).

Quand le soulèvement est permis, la réponse de la structure est initialement décrite par la ligne en pointillés. Si le déplacement atteint la valeur critique donnée par la relation 3.39, le côté gauche de la semelle se soulève et la structure oscille avec une fréquence plus élevée autour du déplacement critique selon la courbe foncée jusqu'à ce que le contact soit rétabli entre la semelle et le ressort. La réponse rejoint alors le mouvement de bercement sur les éléments de fondation jusqu'au soulèvement de l'extrémité droite de la semelle. Le comportement se répète à chaque cycle. Cependant, la réponse après le soulèvement n'est pas nettement périodique parce que les conditions initiales ne sont pas exactement répétées au début de chaque cycle. En effet, au début, aucune vitesse verticale n'est imposée. Par la suite, une faible vitesse verticale est produite à chaque impact de la semelle avec les éléments de la fondation. Cette vitesse verticale peut aussi influencer la durée de soulèvement d'un cycle à l'autre. Lors du soulèvement, le déplacement horizontal relatif de la masse, u , est réduit. Cependant, la rotation de la semelle (Figure 4.7), ainsi que le déplacement latéral total (Figure 4.8) et les déplacements verticaux des bords droit et gauche augmentent, car la durée du soulèvement est liée à l'amplitude de la rotation de la semelle. Comme la rotation augmente progressivement, la durée des épisodes de soulèvement augmente également.

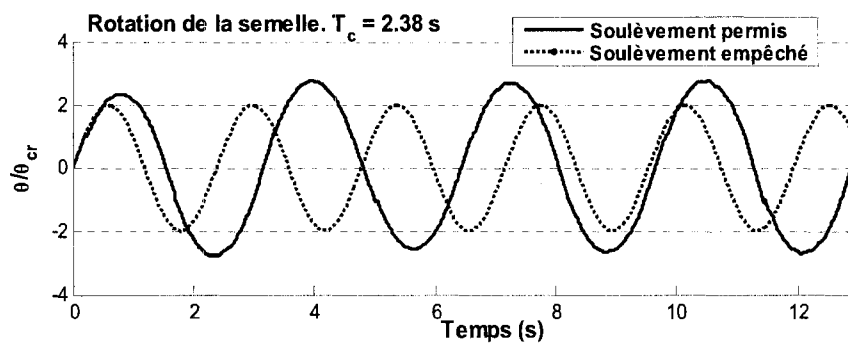


Figure 4.7 Réponse en vibration libre non-amortie.

Rotation de la semelle. $\alpha = 10$; $\beta = 8$

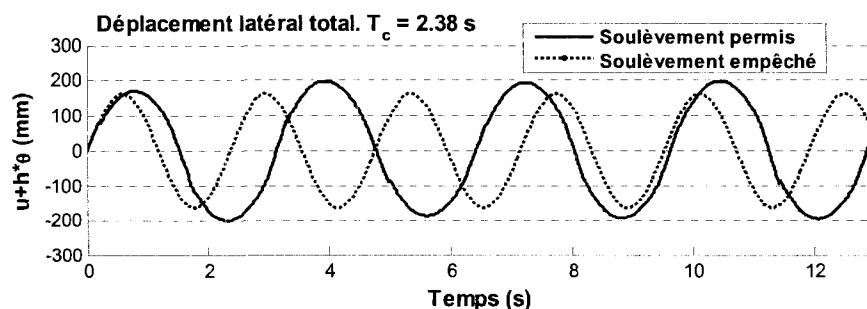


Figure 4.8 Réponse en vibration libre non-amortie.

Déplacement latéral total. $\alpha = 10$; $\beta = 8$.

On remarque sur la Figure 4.8 que la flexibilité de la fondation sans soulèvement a pour effet un allongement de la période vers la période T_c . Le soulèvement conduit à une période T_u encore plus longue. On ne peut cependant pas dériver une expression pour déterminer la valeur de la période de soulèvement T_u , car le système devient non linéaire quand le soulèvement est permis et cette période dépend du rapport d'élancement, α , du rapport de rigidité, β , de la vitesse initiale et de la période fondamentale de la structure (Yim et Chopra, 1985). Cependant le rapport T_u/T reste indépendant de T .

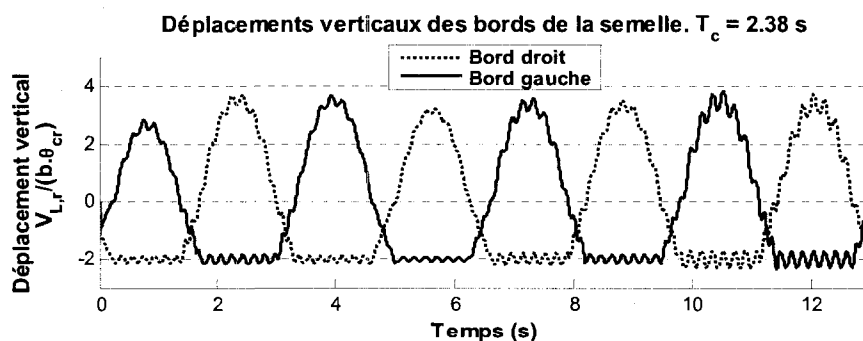


Figure 4.9 Réponse en vibration libre non-amortie.

Déplacements verticaux des deux bords de la semelle. $\alpha = 10$; $\beta = 8$.

La Figure 4.9 montre que le mouvement vertical des deux bords de la semelle lorsque le soulèvement est permis. Au début, la semelle s'est déplacée verticalement vers le bas (-1) sous le poids de la structure (p). Dès que la position verticale d'une extrémité de la semelle atteint la valeur zéro, le contact entre la semelle et le ressort est libéré et le soulèvement se produit. Dans l'exemple, le premier épisode de soulèvement survient du côté gauche. Pendant ce soulèvement, le déplacement vertical du côté gauche augmente pendant que le déplacement de l'autre côté commence à osciller avec une haute fréquence autour d'un déplacement égal au tassement dû aux charges de gravité. Comme le déplacement vertical du bord dépend de la valeur de la rotation on peut remarquer que plus la rotation est importante plus le bord reste sans contact avec les éléments.

Système amorti

Le comportement d'un système amorti est similaire à celui d'un système non-amorti sauf que l'amortissement présent dans la structure et la fondation a tendance à atténuer les mouvements du système. Le comportement sismique d'un système amorti est décrit dans la section suivante. Le coefficient d'amortissement dans la superstructure, c , est lié au rapport d'amortissement critique ξ par la relation suivante $c = 2\xi m\omega$, ou ω est la fréquence propre de la structure supposée fondée sur une fondation rigide, donnée par $\omega = \sqrt{k/m}$. L'amortissement dans chaque ressort, c_f , est lié au rapport d'amortissement critique ξ_f par la relation $c_f = \xi_f m\omega_f$, ou ω_f est la fréquence des vibrations verticales donnée par $\omega_f = \sqrt{2k_f/m}$.

4.2.4 Réponse sismique de la structure

On étudie le comportement la réponse de la même structure sous le séisme de la Figure 3.7. La réponse de la structure est calculée numériquement avec Matlab en utilisant l'algorithme de Newmark. On choisit préalablement pour l'analyse un taux d'amortissement critique dans la structure de $\xi = 5\%$ et un taux dans le sol $\xi_f = 23\%$. La déformation de la structure est présentée sur la Figure 4.10. La réponse est représentée

pour deux conditions de contact : soulèvement empêché ou permis. Le soulèvement débute lorsque le déplacement relatif de la structure atteint le déplacement critique u_c . Dans le cas du contact complet avec les éléments de fondation, la structure répond globalement selon le premier mode de vibration naturelle. Le mouvement de vibration est constitué du déplacement horizontal de la superstructure et de la rotation de la semelle de fondation. Par contre le mouvement selon le deuxième mode de vibration (constitué uniquement du mouvement vertical sans déplacement horizontal ni rotation) n'est pas excité. Lors du soulèvement ($u/u_c = 1$), on remarque que la masse commence à osciller autour du déplacement critique avec une fréquence beaucoup plus élevée.

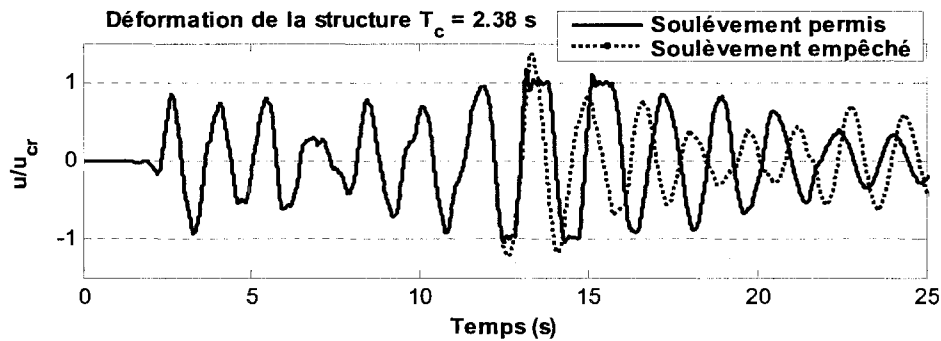


Figure 4.10 Réponse sismique. Déformation de la structure.

$$\alpha = 10; \beta = 8; \xi = 5\%; \xi_f = 23\%$$

On peut examiner la dépendance des effets de l'amortissement sur la réponse de la structure quand le soulèvement est permis. A cause de l'amortissement, l'amplitude des vibrations à haute fréquence diminue progressivement pour éventuellement s'éteindre à la fin de chaque phase de soulèvement. La Figure 4.11 montre que la rotation de la semelle augmente quand une valeur critique est atteinte dans la direction négative vers un temps égal à 12.5 s. Les hautes fréquences montrées sur la Figure 4.10 demeurent aussi longtemps que le rapport θ/θ_{cr} est supérieur à 1. On remarque ici aussi nettement que le soulèvement allonge la période de vibration de la semelle.

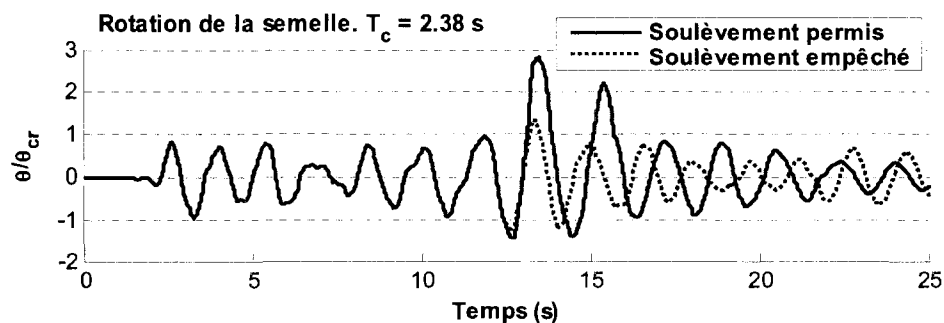


Figure 4.11 Réponse sismique. Rotation de la semelle.

$$\alpha = 10; \beta = 8; \xi = 5\%; \xi_f = 23\%$$

Contrairement à la déformation, la rotation de la semelle, le déplacement latéral total (Figure 4.12) et les déplacements verticaux des bords de la semelle (Figure 4.13) augmentent après le soulèvement. Lorsque le contact complet est rétabli, la rotation de la semelle et le déplacement horizontal total sont supérieurs pendant un certain temps à ceux qui correspondent au cas sans soulèvement. Ceci est dû à la génération d'une vitesse verticale et d'une accélération verticale représentée sur les Figure 4.14 b et c après chaque impact avec les éléments ressorts-amortisseurs. Lorsque l'on compare au cas non-amorti, on voit aussi que les hautes fréquences observées pour le cas non-amorti ont pratiquement disparues à cause de l'amortissement.

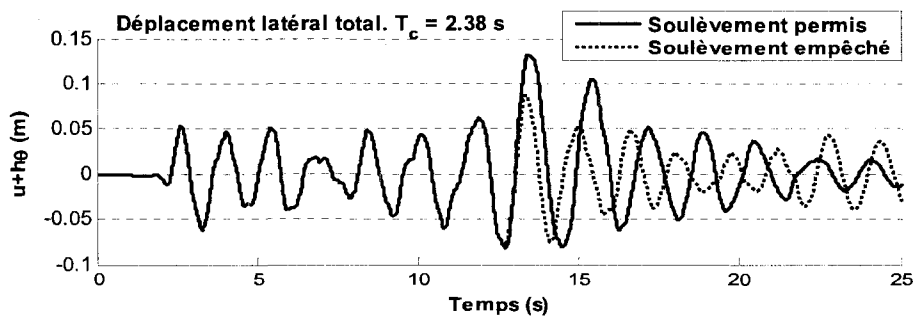


Figure 4.12 Réponse sismique. Déplacement latéral total.

$$\alpha = 10; \beta = 8; \xi = 5\%; \xi_f = 23\%$$

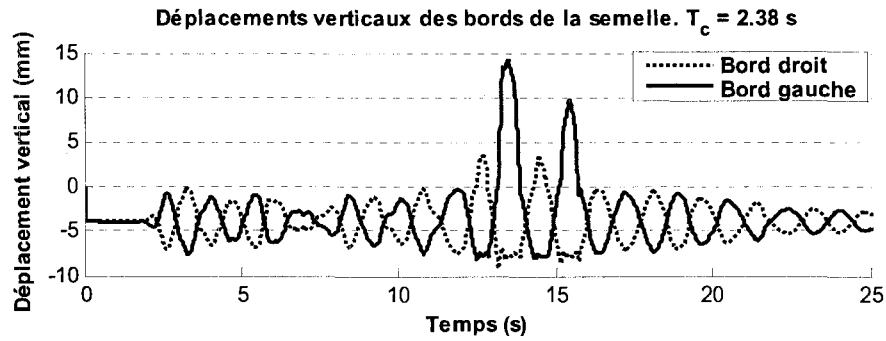


Figure 4.13 Réponse sismique. Déplacements verticaux des bords de la semelle.

$$\alpha = 10; \beta = 8; \xi = 5\%; \xi_f = 23\%$$

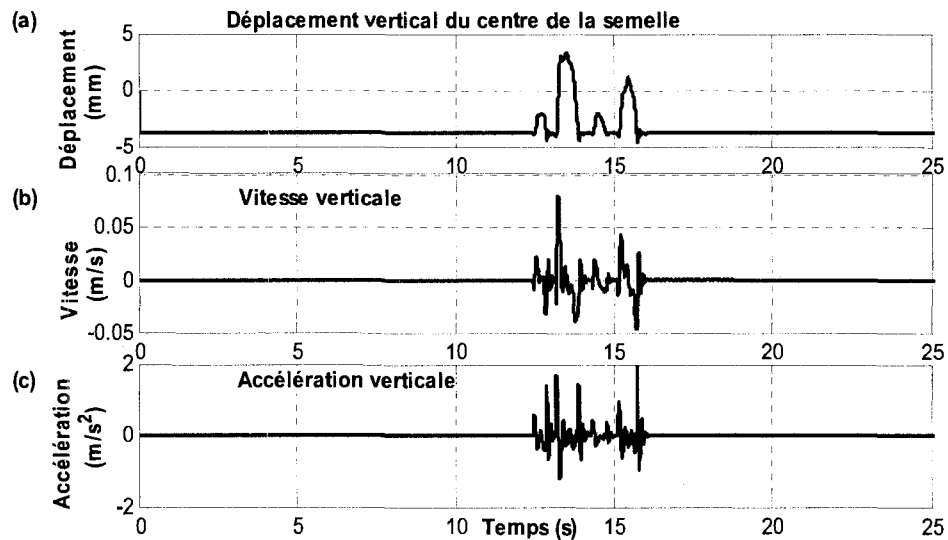


Figure 4.14 Réponse sismique, (a) déplacement vertical;

(b) vitesse verticale; (c) accélération verticale. $\alpha = 10; \beta = 8; \xi = 5\%; \xi_f = 23\%$

4.2.5 Stabilité et convergence de la solution

La réponse sismique des structures comme celle présentée aux Figures 4.10 à 4.14 peut être plus au moins stable, principalement selon le rapport de rigidité (superstructure/fondation). Après le soulèvement, la période est allongée et la durée des

phases de soulèvement diminue avec le temps jusqu'à ce que la semelle cesse de se soulever. Et puis la structure continue à vibrer en contact avec les éléments de la fondation. Cependant, la Figure 4.6 montre bien l'effet de la discontinuité sur la réponse du système. Même dans ce cas, les phases de soulèvement ne sont pas vraiment périodiques, étant parfois plus courtes ou plus longues, car les conditions aux limites ne se répètent pas de la même façon à chaque impact. Après soulèvement, il y a génération de vitesses et d'accélération verticales qui influent sur la réponse de la structure. Sur la Figure 4.7, la rotation augmente graduellement avec le temps et par conséquent, les amplitudes des déplacements verticaux aux bords de la semelle aussi. Pour obtenir une réponse précise, il faut utiliser un pas de temps suffisamment petit pour faire coïncider l'instant du soulèvement et de l'impact avec la fin d'un pas de temps. Cependant, un pas de temps trop petit nécessite un temps de calcul important et il faut souvent faire un compromis qui ne compromette pas la qualité des résultats. Pour examiner la convergence de la solution, on calcule la réponse sismique de la structure en faisant varier le pas de temps de calcul.

La Figure 4.15 montre l'influence de la taille du pas de temps sur la convergence de la solution du système à deux ressorts. On voit qu'une variation du pas de temps n'a pas d'effet significatif sur la réponse durant les phases du soulèvement ni durant les phases de contact et la solution est la même avec différents pas de temps. Un pas de temps aussi grand ($dt = 0.01s$) est donc suffisant pendant les phases de soulèvement, car dans le cas de fondation à deux ressorts, le moment n'augmente plus avec la rotation de la semelle après le soulèvement de cette dernière. Le comportement est linéaire durant chaque phase et les réponses calculées avec un pas de temps assez grand égal à 0.01 s ou dix fois plus petit ($dt = 0.001$) convergent vers la même solution du système dans ce cas exceptionnel. Cependant, ceci reste vrai seulement si l'instant de soulèvement de la semelle ou celui de son impact avec le sol coïncide avec l'extrémité du pas de temps tel qu'on voit ici. Un pas assez grand n'assure pas toujours la convergence dans le cas de la fondation à 2 ressorts. Par exemple, sur la Figure 4.16 on montre la réponse pour le

modèle à deux ressorts pour deux valeurs différentes de taux d'amortissement dans la superstructure soient: $\xi = 3\%$ et $\xi = 5\%$. On voit que pour le facteur $\xi = 5\%$, le premier soulèvement a lieu à environ 13 s, par contre pour un rapport de $\xi = 3\%$ le soulèvement a lieu bien avant puisque un fort amortissement dans la superstructure a tendance à retarder l'amorçage de soulèvement. on remarque qu'avec le rapport $\xi = 3\%$, un changement brutal se produit après quelques impacts de la semelle et par conséquent, la courbe rejoint celle qui décrit le comportement du contact continu. Ceci n'est pas le cas avec un facteur de 5 % puisque le soulèvement continue avec un allongement net de la période. Un changement de la valeur d'amortissement dans la superstructure a pu donc perturber la stabilité de la solution suite au changement brusque au niveau de la discontinuité.

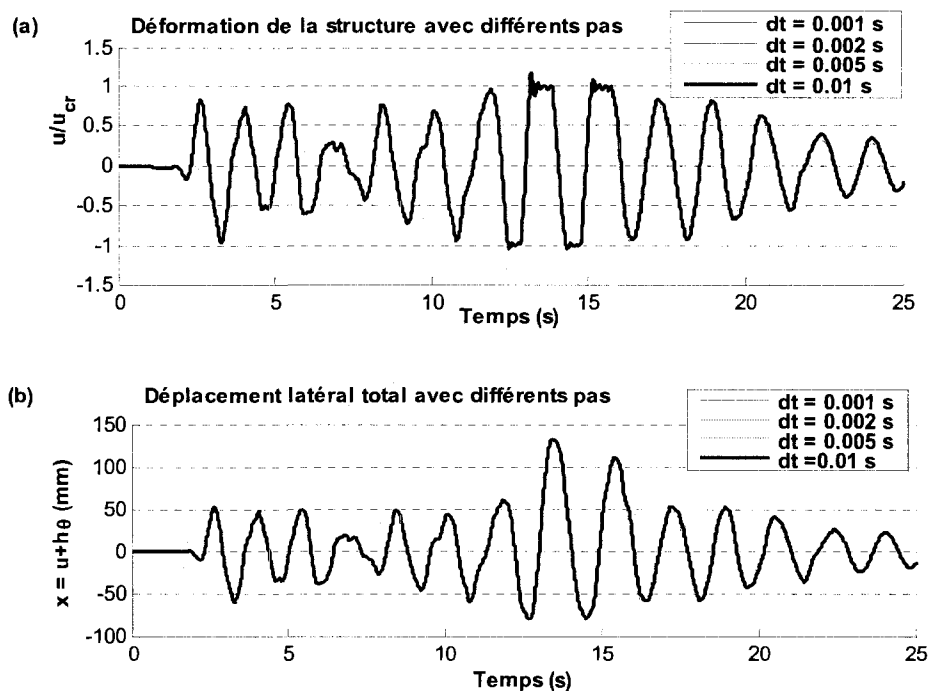


Figure 4.15 Réponse sismique sur fondation à deux ressorts avec différents pas de temps : (a) Déformation de la structure; (b) Déplacement latéral. $\xi = 5\%$; $\xi_f = 23\%$

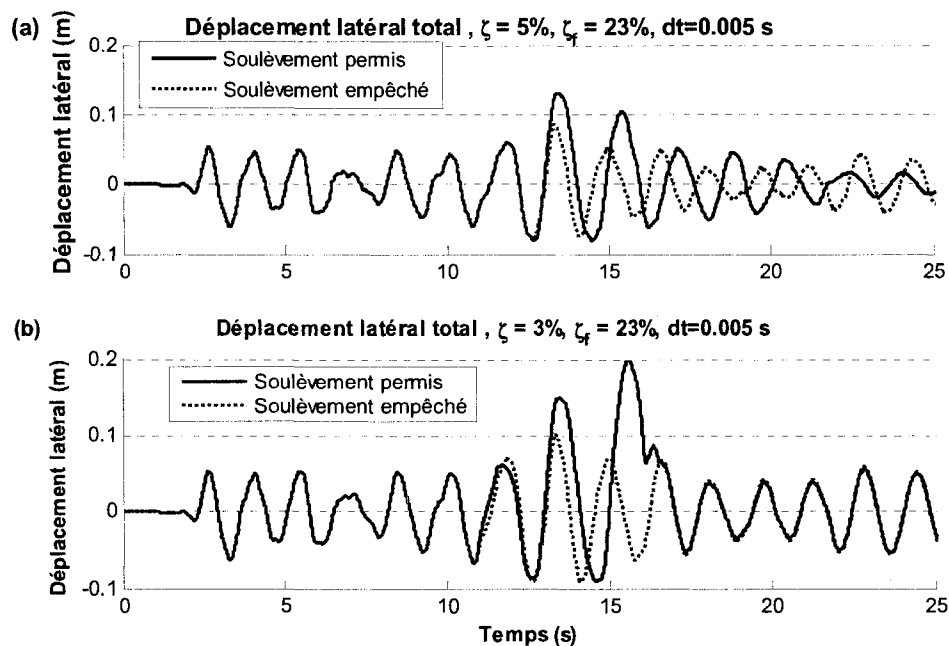


Figure 4.16 Réponse sismique sur fondation à deux ressorts :

(a) $\xi = 5\%$; (b) $\xi = 3\%$

Dans les graphiques ci-dessous, on examine la solution avec une variation de rapport d'amortissement dans la fondation. Sur la Figure 4.17, on voit que la variation du rapport d'amortissement dans une fondation à deux ressorts a un grand effet sur la réponse sismique. En passant d'un rapport de $\xi_f = 23\%$ à un rapport de $\xi_f = 13\%$, la période de vibration subit un grand allongement brusque au niveau d'un certain impact avec les éléments de la fondation.

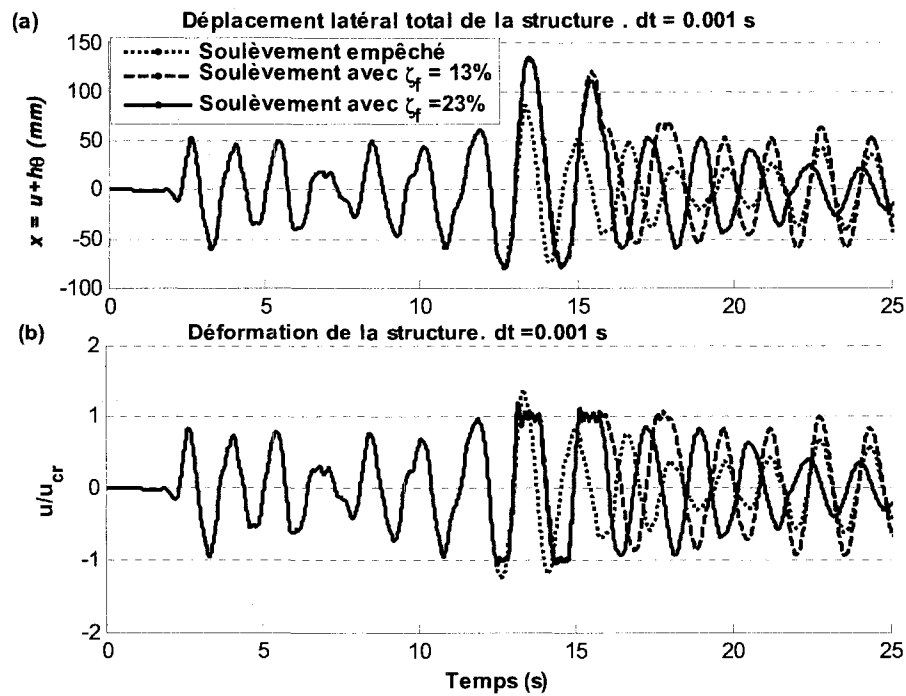


Figure 4.17 Effet de la variation de l'amortissement dans la fondation à deux ressorts sur la stabilité de la solution

En utilisant le modèle à deux ressorts, il n'est pas garanti qu'il y aura stabilité et convergence de la solution car on a des changements très brusques de la rigidité et de l'amortissement à l'amorce et à la fin de chaque épisode de soulèvement. Les valeurs de l'amortissement pourraient donc perturber la stabilité du système dépendamment de l'instant de la discontinuité de système. L'utilisation d'un modèle de fondation avec ressorts distribués, comme le modèle de Winkler, permet de réduire le risque d'instabilité et non-convergence de la solution. La modélisation de Winkler est traitée dans la prochaine section.

4.3 Modèle de Fondation Winkler

La méthode la plus connue et la plus réaliste pour la modélisation de l'interaction sol-structure est de représenter le sol comme un lit de ressorts indépendants. Il est bien établi selon FEMA 356 que cette approche produit un modèle valide pour les éléments structuraux flexibles. Par contre, ce modèle est moins approprié pour les éléments structuraux rigides. La structure représentée par le modèle de la Figure 4.18 est linéaire avec une masse m , une rigidité latérale, k et un amortissement c . La structure est fixée à une semelle de masse m_0 supposée négligeable supportée par une fondation Winkler, avec des éléments ressorts-amortisseurs distribués le long de la largeur de la semelle. Dans notre étude, la fondation est supposée à la surface de sol et la semelle est de rectangulaire et infiniment rigide.

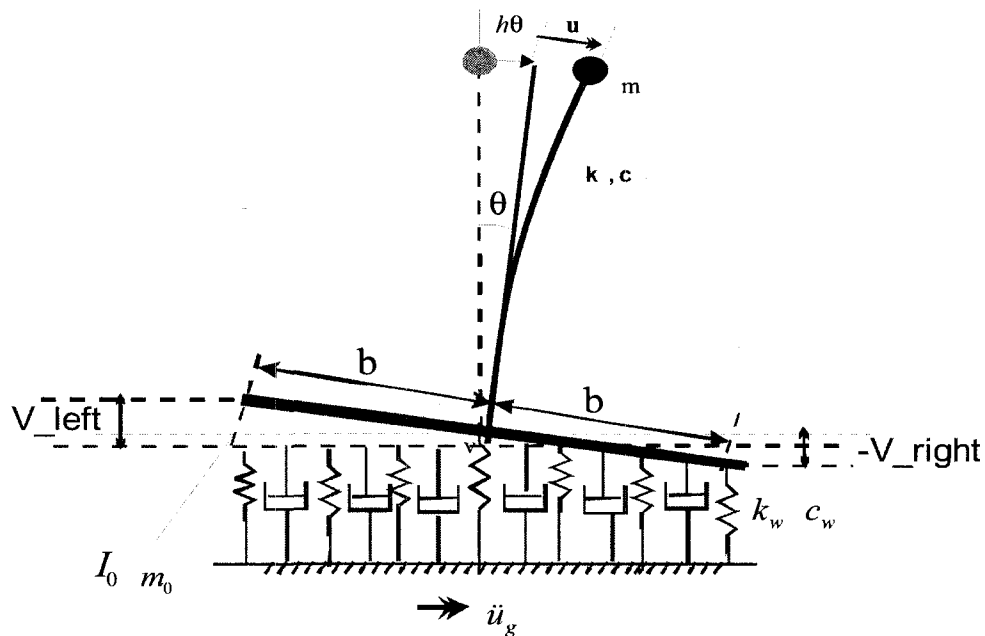


Figure 4.18. Modèle de structure flexible sur fondation Winkler
(Yim & Chopra, 1984)

Dans le modèle Winkler, la rigidité verticale sera notée par k_w et le facteur d'amortissement critique dans la fondation par ξ_v . Les ressorts agissent en parallèle avec les amortisseurs et les coefficients de rigidité k_w et de l'amortissement c_w par unité de longueur de la fondation rectangulaire de type Winkler sont respectivement donnés par :

$$k_w = \frac{K_v}{2b} \quad c_w = \frac{C_v}{2b} \quad (4.43)$$

Où b est la demi-longueur de la semelle. K_v et C_v sont respectivement la rigidité et l'amortissement verticaux du sol, ces propriétés seront évaluées ultérieurement selon les expressions développées par Gazetas (1991). La rigidité K_θ et l'amortissement rotationnels C_θ , pourraient être déduits en fonction de K_v et C_v en faisant égalité des moments par rapport au centre de la semelle.

$$K_\theta = K_v \cdot b^2 / 3 \quad C_\theta = C_v \cdot b^2 / 3 \quad (4.44)$$

Si on note par ω_v la fréquence des vibrations verticales donnée par $\omega_v = \sqrt{2bk_w/m}$, le coefficient d'amortissement c_w sera lié à ξ_v par la relation $c_w = \xi_v m \omega_v / b$.

4.3.1 Système considéré et équations du mouvement

La relation entre le moment et la rotation de la semelle est montrée sur la Figure 4.19. Cette relation est linéaire pendant le contact entier avec les éléments ressorts-amortisseurs de la fondation. Pendant cette phase, la relation moment-rotation de la semelle est déduite des relations (4.44) :

$$M = \frac{2k_w b^3}{3} \theta \quad (4.45)$$

Cette expression implique une rigidité à la rotation constante de $2k_w b^3 / 3$ jusqu'à ce que le soulèvement débute au droit d'un élément extrême de la fondation. Par la suite, la rigidité décroît d'une façon monotone avec l'augmentation de θ .

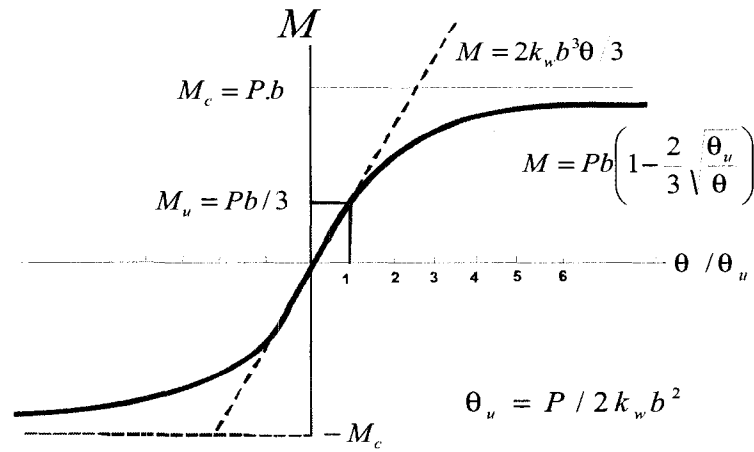


Figure 4.19 Relation moment-rotation pour la fondation Winkler.

Le soulèvement est initié quand le ressort au bout de la semelle est soumis à de la tension, la rotation et le moment correspondant à ce point sont exprimés par $\theta_u = P / 2k_w b^2$ et $M_u = Pb/3$ respectivement. Pendant le soulèvement, la relation $M - \theta$ devient non linéaire parce que le contact entre la semelle de fondation et le sol diminue au fur et à mesure que la rotation augmente.

La relation non linéaire $M - \theta$ pendant le soulèvement est donnée par la formule :

$$M = Pb \left(1 - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\theta_u}{\theta}} \right) \quad (4.46)$$

Selon cette équation, M approche la valeur Pb quand θ tend vers l'infini. Ce qui implique que la courbe de moment-rotation $M - \theta$ approche une valeur asymptotique

qui serait une valeur critique de moment égale à $M_c = Pb$, situation qui correspond physiquement à une condition, non réalisable, où il y aurait soulèvement complet de la semelle, vis-à-vis tous les éléments ressorts-amortisseurs de la fondation.

Sous l'action d'une force horizontale statique, le cisaillement critique à la base, qui correspond à la force horizontale maximum que peut reprendre la structure sans se renverser. Cet effort de cisaillement dépend de la force de gravité et du rapport d'élancement. Le soulèvement de la fondation supportée sur deux ressorts amortisseurs ne peut être amorcé que si la valeur de cisaillement critique à la base est atteinte. Dans le cas de la fondation Winkler, le soulèvement de la fondation est amorcé quand le cisaillement à la base atteint le tiers de la valeur du cisaillement critique.

Équations de mouvement

Les équations du mouvement d'un système à un degré de liberté dynamique horizontal avec la fondation Winkler sont données dans la littérature (Yim & Chopra, 1984) :

$$\bullet \quad m\ddot{u} + m(h\ddot{\theta}) + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g(t) \quad (4.47a)$$

$$\bullet \quad \frac{m_0 b^2}{3h^2} (h\ddot{\theta}) - c\dot{u} + (1 + \varepsilon_1^3) \cdot c_w \frac{b^3}{3h^2} (h\theta) + (1 - \varepsilon_1^2) \varepsilon_2 c_w \frac{b^2}{2h} \dot{v} - ku + (1 + \varepsilon_1^3) k_w \frac{b^3}{3h^2} (h\theta) + (1 - \varepsilon_1^2) \varepsilon_2 k_w \frac{b^2}{2h} v = 0 \quad (4.47b)$$

$$\bullet \quad (m + m_0) \ddot{v} + (1 + \varepsilon_1) c_w b \dot{v} + (1 - \varepsilon_1^2) \varepsilon_2 c_w \frac{b^2}{2h} h \dot{\theta} + (1 + \varepsilon_1) k_w b v + (1 - \varepsilon_1^2) \varepsilon_2 k_w \frac{b^2}{2h} h \theta = -(m + m_0) g \quad (4.47c)$$

Le coefficient ε_1 est égal à 1 durant le contact entier avec les éléments, mais dépend de la rotation de la semelle et du déplacement vertical pendant la phase de soulèvement :

Contact avec les éléments

$$\varepsilon_1 = 1 \quad \text{et} \quad \varepsilon_2 = 0 \quad (4.48a)$$

Côté gauche soulevé

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 v / b \theta = -v / b \theta \quad \text{et} \quad \varepsilon_2 = -1 \quad (4.48b)$$

Côté droit soulevé

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 v / b \theta = v / b \theta \quad \text{et} \quad \varepsilon_2 = 1 \quad (4.48c)$$

Les déplacements verticaux aux bords gauche et droit de la semelle sont calculés par les formules suivantes respectivement:

$$v_{left} = v + b \theta(t) \quad (4.49)$$

$$v_{right} = v - b \theta(t) \quad (4.50)$$

Puisque les ressorts ne résistent pas à tension, le soulèvement d'un côté de la semelle aura lieu si le déplacement v_{left} ou v_{right} devient positif. Pour un système non-amorti et une fondation dont le poids est négligé, l'équation (4.47b) du mouvement se simplifie à :

$$-ku + (1 + \varepsilon_1^3)k_w \frac{b^3}{3h^2} (h\theta) + (1 - \varepsilon_1^2)\varepsilon_2 k_w \frac{b^2}{2h} .v = 0 \quad (4.51)$$

De cette expression, on obtient θ en fonction de u et de v . Par substitution dans les équations (4.47a) et (4.47c) avec m_0 négligé, on obtient le système d'équations à deux degrés de liberté u et v donné par les équations (4.53a) et (4.53b).

$$\theta = \frac{3hk.u(t) - (3/2).(1 - \varepsilon_1^2).\varepsilon_2.k_w.b^2.v(t)}{k_w.b^3.(1 + \varepsilon_1^3)} \quad (4.52)$$

$$\bullet \quad m \left(1 + \frac{3h^2 k}{k_w b^3 (1 + \varepsilon_1^3)} \right) \ddot{u} - \frac{3.m.h(1 - \varepsilon_1^2). \varepsilon_2}{2.b(1 + \varepsilon_1^3)} \ddot{v} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g(t) \quad (4.53a)$$

$$\bullet \quad m\ddot{v} + \left((1 + \varepsilon_1).c_w - \frac{3.b^2.c_w(1 - \varepsilon_1^2)^2.\varepsilon_2^2}{4(1 + \varepsilon_1^3)} \right) \dot{v} + \frac{3(1 - \varepsilon_1^2).\varepsilon_2.c_w.h.k}{2.k_w.b.(1 + \varepsilon_1^3)} \dot{u} \\ + \left((1 + \varepsilon_1).k_w.b - \frac{3.b.k_w(1 - \varepsilon_1^2)^2.\varepsilon_2^2}{4.(1 + \varepsilon_1^3)} \right) v + \frac{3.(1 - \varepsilon_1^2).\varepsilon_2.h.k}{2.b(1 + \varepsilon_1^3)} u = -m.g \quad (4.53b)$$

Les équations différentielles peuvent être représentées dans le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} m \left(1 + \frac{3h^2 k}{k_w b^3 (1 + \varepsilon_1^3)} \right) \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{3.m.h(1 - \varepsilon_1^2).\varepsilon_2}{2.b(1 + \varepsilon_1^3)} \\ m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ \frac{3(1 - \varepsilon_1^2).\varepsilon_2.c_w.h.k}{2.k_w.b.(1 + \varepsilon_1^3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \left((1 + \varepsilon_1).k_w.b - \frac{3.b.k_w(1 - \varepsilon_1^2)^2.\varepsilon_2^2}{4.(1 + \varepsilon_1^3)} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m\ddot{u}_g(t) \\ -m.g \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

Le système d'équations (4.54) est fortement non-linéaire et sera intégré en utilisant l'algorithme de Newmark et celui de Runge-Kutta dans les logiciels Matlab et Simulink. On comparera les résultats et on choisira l'algorithme qui offre la meilleure convergence.

4.3.2 Formulation numérique et procédure de résolution

Contrairement au système de fondation à deux ressorts, on voit que les matrices de rigidité et d'amortissement ne peuvent être stockées une seule fois dans le processus car elles varient en fonction des coefficients ε_1 et ε_2 qui varient continuellement en fonction de la rotation et du déplacement vertical à chaque instant pendant la phase du soulèvement. Il vaut donc mieux intégrer le système en utilisant un pas de temps

variable qui sera choisi automatiquement en fonction de la rapidité du système et de la localisation des instants où se produisent les discontinuités. Pour ce faire, on adopte les méthodes de Runge-Kutta en utilisant Simulink avec un pas de temps variable pour mieux contrôler ces erreurs.

Dans Simulink, on choisit la fonction Ode45 qui est basée sur la formule explicite de Runge-Kutta d'ordre 4 et 5. Ce schéma nécessite seulement la solution au pas de temps immédiatement précédant. Du fait que les discontinuités souvent indiquent un changement significatif dans le système dynamique, il est important de repérer les points de discontinuité avec précision. Autrement, une simulation pourrait amener à de fausses conclusions sur le comportement dynamique du système. L'adoption de l'utilitaire Simulink a été aussi motivée du fait que le séisme est un signal qui est discrétisé avec un pas d'échantillonnage relativement important de 0.01 s. Pour détecter exactement l'instant du soulèvement ou de l'impact, il faut que cet instant coïncide avec le pas de temps de calcul. Sinon, des erreurs seront probablement induites et la réponse sera plus au moins stable car elle est très sensible en raison du comportement fortement non linéaire induit par les changements continuels des coefficients ε_i en fonction de la rotation et du déplacement vertical. Pour contourner le problème, l'utilisation d'un pas de temps variable est plus efficace avec une détection des événements décrivant l'impact avec le sol.

Pendant l'analyse, le logiciel Simulink vérifie à chaque pas de temps les discontinuités dans l'état du système dynamique en utilisant la technique connue par détection des zéros (Zero-Crossing Detection). Cette méthode permet de détecter une discontinuité à l'intérieur du pas de temps courant et détermine l'instant précis où la discontinuité apparaît. Un pas de temps additionnel avant et après la discontinuité sont alors créés. Les deux équations (4.53a) et (4.53b) doivent être transformées à des équations du premier ordre pour pouvoir les incorporer dans le schéma de Runge-Kutta. Pour éviter de

réécrire plusieurs fois tous les paramètres dans le programme montré en l'annexe II, pose les quantités suivantes en fonction de quelques paramètres.

$$M1 = m \left(1 + \frac{3h^2k}{k_w b^3 (1 + \varepsilon_1^3)} \right) \quad M2 = -\frac{3.m.h(1 - \varepsilon_1^2).\varepsilon_2}{2.b(1 + \varepsilon_1^3)} \quad (4.55a)$$

$$C_v = \left((1 + \varepsilon_1)c_w b - \frac{3(1 - \varepsilon_1^2)^2 \varepsilon_2^2 c_w b}{4.(1 + \varepsilon_1^3)} \right) \quad C_u = \frac{3h.k.(1 - \varepsilon_1^2)\varepsilon_2.c_w}{2k_w b.(1 + \varepsilon_1^3)} \quad (4.55b)$$

$$K_v = \left((1 + \varepsilon_1).k_w.b - \frac{3(1 - \varepsilon_1^2)^2 \varepsilon_2^2 k_w.b..}{4.(1 + \varepsilon_1^3)} \right) \quad K_u = \frac{3hk(1 - \varepsilon_1^2)\varepsilon_2}{2.b(1 + \varepsilon_1^3)}. \quad (4.55c)$$

Les équations (4.53) sont réécrites ci-dessous sous la forme (4.56) :

$$M1.\ddot{u} + M2.\ddot{v} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g(t) \quad (4.56a)$$

$$m\ddot{v} + C_v.\dot{v} + C_u.\dot{u} + K_v.v + K_u.u = -mg \quad (4.56b)$$

De l'équation (4.56b) on déduit l'expression de \ddot{v} en (4.57) et par substitution de cette dernière dans l'équation (4.56a) et en mettant en facteurs les vitesses et déplacements on aboutit vers l'équation (4.58).

$$\ddot{v} = \frac{1}{m} (-mg - C_v.\dot{v} - C_u.\dot{u} - K_v.v - K_u.u) \quad (4.57)$$

$$M1.\ddot{u} + \left(c - \frac{M2}{m} C_u \right) \dot{u} - \frac{M2}{m} C_v.\dot{v} + \left(k - \frac{M2}{m} K_u \right) u - \frac{M2}{m} K_v.v = -m\ddot{u}_g(t) + M2.g \quad (4.58)$$

Si on suppose le changement de variables suivant:

$$y1 = u ; \quad y3 = v ; \quad \dot{y}1 = \dot{y}2 ; \quad \dot{y}3 = \dot{y}4 \quad (4.59)$$

L'équation (3.58) s'écrit en fonction des variables y_1 , y_2 , y_3 et y_4 de la façon suivante :

$$\ddot{y}_2 = \frac{1}{M1} \left((-m\ddot{u}_g(t) + M2.g) - \left(c - \frac{M2}{m} C_u \right) \dot{y}_2 + \frac{M2}{m} C_v \dot{y}_4 - \left(k - \frac{M2}{m} K_u \right) y_1 + \frac{M2}{m} k_v y_3 \right) \quad (4.60)$$

De même l'équation (3.56b) décrivant le mouvement de vibration verticale devient :

$$\ddot{y}_4 = \frac{1}{m} (-m.g - C_v \dot{y}_4 - C_u \dot{y}_2 - K_v y_3 - K_u y_1) \quad (4.61)$$

Ce sont les équations (4.60) et (4.61) qui sont utilisées dans la méthode de Runge Kutta.

4.3.3 Réponse en vibration libre avec fondation Winkler

Système non-amorti

On impose une vitesse initiale à la structure. Le deuxième mode n'est pas excité au début des vibrations car le centre de la semelle ne se déplace pas verticalement : la semelle subit une rotation mais autour de ce point et la réponse constitue entièrement le premier mode de vibration. L'amplitude de la vitesse initiale est ajustée pour amorcer un soulèvement. Les valeurs critiques de déplacement et de la rotation à atteindre pour que la semelle se soulève sont respectivement les suivantes :

$$\theta_u = mg / 2k_w b^2 \quad ; \quad u_u = mgb / (3hk) \quad (4.62)$$

Quand le déplacement critique, u_u , donné par l'équation (4.62) est atteint, le soulèvement de la semelle commence graduellement et la semelle de la fondation se libère graduellement des éléments ressorts-amortisseurs, l'un après l'autre à partir de l'extrémité en se déplaçant vers l'intérieur jusqu'à une certaine portion de la semelle qui dépend de la valeur de la vitesse initiale imposée. A la fin de l'épisode soulèvement, la semelle rejoint graduellement les éléments ressorts-amortisseurs jusqu'au contact total.

Dans le cas d'une modélisation avec seulement deux ressorts, la réponse pouvait être prédite par des équations linéaires parce que dès le début du soulèvement, il n'y avait plus de moment additionnel pouvant se développer et la relation moment-rotation était linéaire. Ici, par contre, durant le soulèvement, la réponse en déplacement est non linéaire et aucune expression analytique de la solution n'est possible. Il est donc nécessaire d'utiliser le calcul numérique même pour le cas non-amorti. Les coefficients de contact ε_1 et ε_2 dans ce cas ne sont plus constants durant la phase de contact ou soulèvement mais dépendent continuellement du déplacement vertical et de la rotation de la semelle. Il faut donc vérifier les conditions de contact et recalculer les nouvelles valeurs de ces coefficients à chaque évaluation des quantités.

Comme exemple de calcul, on considère d'abord un modèle simple de mur, dont le rapport d'élancement α est égal à 10 et le rapport de rigidité entre la superstructure et le sol β égal à 8. On s'intéresse d'abord à la réponse du système sans aucun amortissement. Le système d'équations est intégré numériquement. Sur la Figure 4.18a, on présente la déformation de la structure (u). La réponse n'est que la superposition des modes propres de vibration tels que définis pour le cas de la fondation à deux ressorts. La courbe en pointillés décrit le mouvement de vibration lorsque le soulèvement est empêché (ressorts travaillant en traction et contact complet sur toute la largeur de la semelle) et la courbe pleine décrit la réponse de la structure lorsque le soulèvement est permis. Quand le système vibre dans le premier mode de vibration, le mouvement ne comprend que le déplacement horizontal et la rotation de la semelle, tandis que la vibration dans le second mode est exclusivement décrite par le mouvement vertical. La Figure 4.20b donne le détail du premier épisode de soulèvement. Le soulèvement débute lorsque l'on atteint le déplacement critique. Cette fois, la masse ne vibre plus autour d'un déplacement critique comme dans la modélisation avec deux ressorts. Elle vibre plutôt avec une fréquence élevée tout en continuant à se déplacer graduellement jusqu'à atteindre une valeur qui excède légèrement 2.0 fois le déplacement critique.

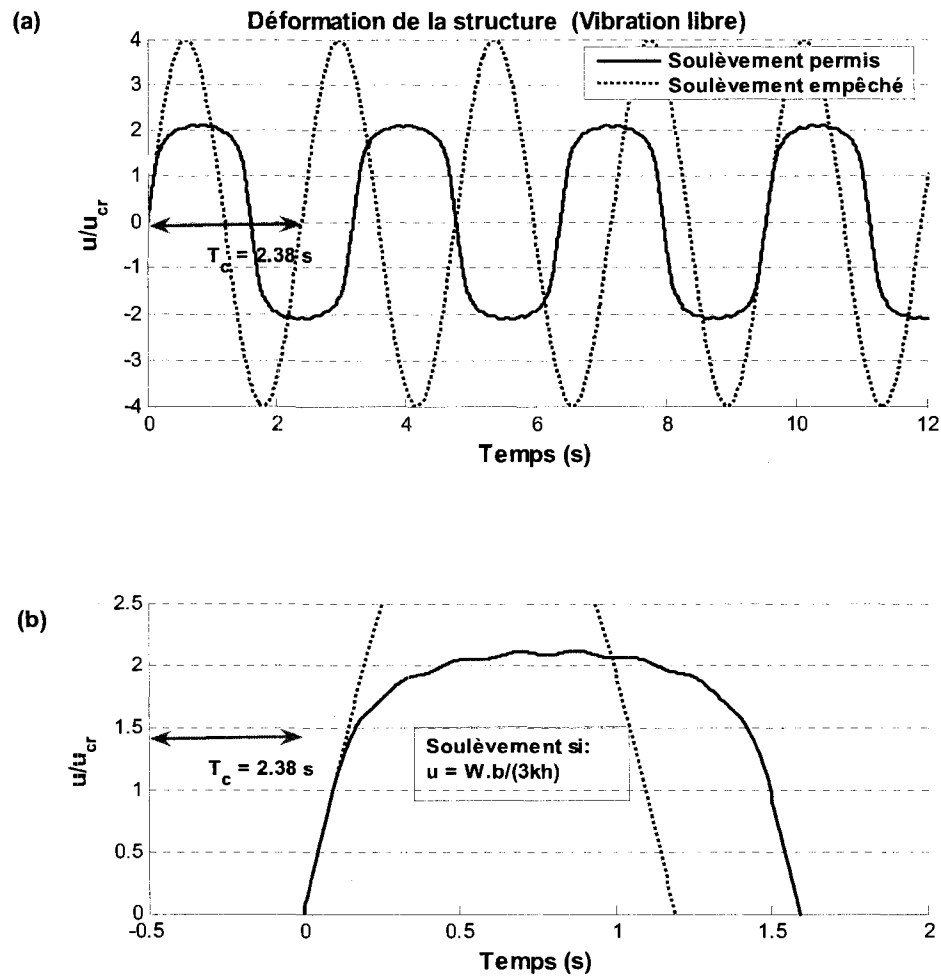


Figure 4.20 Réponse en vibration libre, $\alpha=10$, $\beta=8$, système non-amorti.

(a) déformation; (b) zoom sur la déformation en soulèvement

Quand la semelle revient en contact complet avec les éléments ressorts-amortisseurs, l'amplitude de l'accélération verticale est nettement supérieure à celle qui prévalait pendant le soulèvement, comme montré sur la Figure 4.21. Après le contact complet de la semelle avec les ressorts, il y a en effet création d'une accélération verticale. À partir

de ce moment, les deux modes de vibration contribuent à la réponse, contrairement au cas où le soulèvement est empêché.

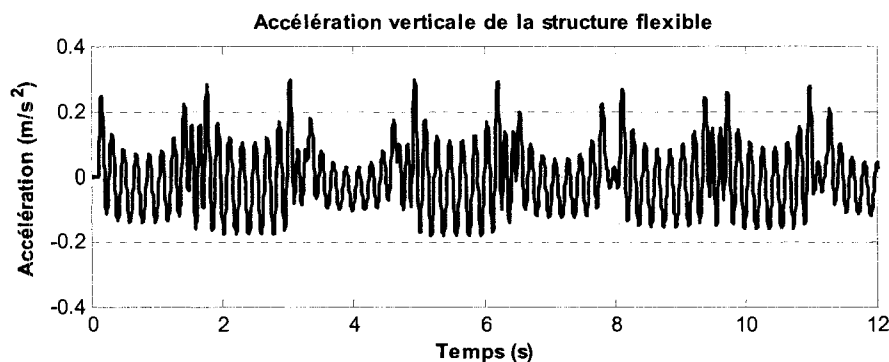


Figure 4.21 Réponse en vibration libre sur fondation Winkler

Accélération verticale: Système non-amorti $\alpha=10$, $\beta=8$.

Système amorti

Tout d'abord on voudrait comparer la réponse en vibration libre obtenue par Yim et Chopra (1983) avec la réponse obtenue avec Matlab. Le calcul est effectué pour une structure de période fondamentale égale à l'unité. Le taux d'amortissement introduit dans la fondation et dans la superstructure sont pris égaux à 5% et 40% respectivement. Le rapport de l'élancement et le rapport de rigidité sont maintenus comme dans le cas non amortie. La réponse de la structure est montrée sur la Figure 4.22. On observe que les deux résultats sont identiques : le calcul avec Matlab donne exactement la réponse obtenue par Yim et Chopra (1983).

Par la suite on examine l'effet de l'amortissement sur le comportement de la même structure. On prend dans ce cas, un taux d'amortissement dans la superstructure égal à 3% tandis que dans la fondation on choisit un taux de 13%. La réponse est présentée sur les Figures 4.23 et 4.24.

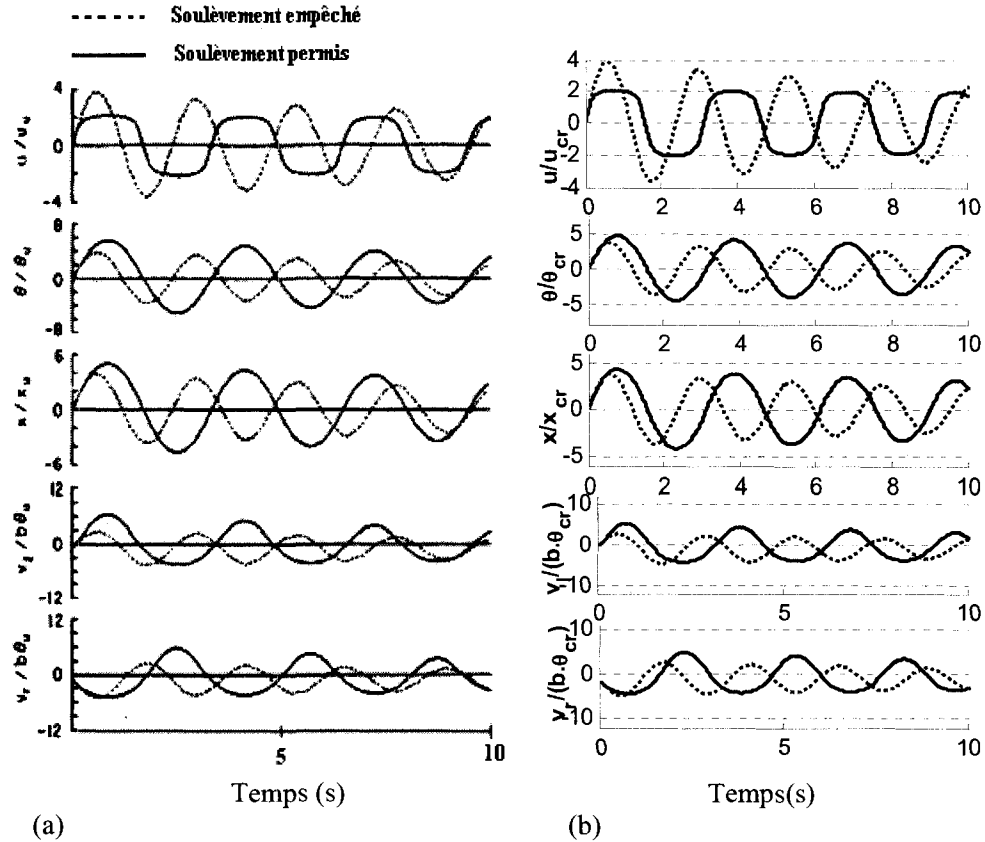


Figure 4.22 Réponse en vibration libre d'une structure amortie $\alpha = 10$, $\beta = 8$, $T = 1s$, $\xi = 5\%$, $\xi_v = 40\%$: (a) résultats (Yim & Chopra, 1983); (b) Calcul Matlab

- Contact complet avec les éléments

Dans le cas du contact complet avec la semelle (courbe en pointillés) le premier mode de vibration inclut le déplacement horizontal de la structure couplé avec la rotation de la semelle de fondation par rapport à son centre de gravité. Le facteur d'amortissement est une combinaison linéaire de ξ_v et ξ . Il est noté ξ_1 . Le rapport d'amortissement pour le deuxième mode de vibration qui implique le mouvement vertical, non couplé avec le déplacement horizontal et la rotation de la base, est tout simplement $\xi_2 = \xi_v = 13\%$,

c'est le rapport d'amortissement de la structure dans la vibration verticale. Les rapports d'amortissements modaux sont donnés par les relations (Yim & Chopra, 1983) :

$$\xi_1 = \frac{\beta^3}{(3\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{3}{2}}} \left(\xi + \frac{3\alpha^2}{\beta^3} \xi_v \right) \quad (4.63)$$

$$\xi_2 = \xi_v \quad (4.64)$$

Dans notre exemple, lorsque la semelle est empêchée de se soulever, le déplacement latéral de la masse et la rotation de la semelle décroissent exponentiellement avec à un taux défini uniquement par le facteur d'amortissement du premier mode ξ_1 , ceci parce que le second mode ne contribue pas à la réponse. Dans notre exemple $\xi_v = 13\%$ et $\xi = 3\%$: on obtient $\xi_1 = 0.8\%$ et $\xi_2 = 13\%$. Pendant que la semelle est en contact continu avec les éléments de la fondation, les réponses u , θ décroissent donc d'une manière exponentielle avec un taux contrôlé par $\xi_1 = 0.8\%$.

- Soulèvement permis

Après le soulèvement, le premier mode de vibration est supposé non-amorti car il s'agit d'un mode de corps rigide sans source d'amortissement. L'amortissement de deuxième mode (hautes fréquences) serait similaire à celui du modèle comprenant deux ressorts. C'est une combinaison linéaire de ξ_v et ξ donné par la relation suivante :

$$\xi_2 = \frac{\beta^3 (1 + \alpha^2)^{\frac{1}{2}}}{(2\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{3}{2}}} \left(\xi + \frac{2\alpha^2}{\beta^3} \xi_v \right) \quad (4.65)$$

Dans le cas où $\xi_v = 13\%$ et $\xi = 3\%$, et on obtient $\xi_2 = 9.7\%$. Durant le soulèvement, les vibrations verticales de la masse décroissent donc exponentiellement avec un taux

défini par $\zeta_2 = 9.7\%$, ce qui est assez élevé pour provoquer une décroissance rapide des oscillations à haute fréquence. La courbe de la Figure 4.23a montre la déformation amortie de la structure. Dans le cas où le soulèvement est permis, l'amortissement réduit la tendance de la fondation à se soulever. En même temps, il réduit la durée du soulèvement après chaque cycle. Les hautes fréquences sont amorties avec un amortissement de $\xi_v = 13\%$ pendant le contact et $\zeta_2 = 9.7\%$ pendant le soulèvement. Ces hautes fréquences sont fortement amorties après la deuxième séquence. Si le soulèvement est empêché (contact avec tous les éléments - ressorts), la réponse est amortie avec un taux d'amortissement de $\xi_1 = 0.8\%$.

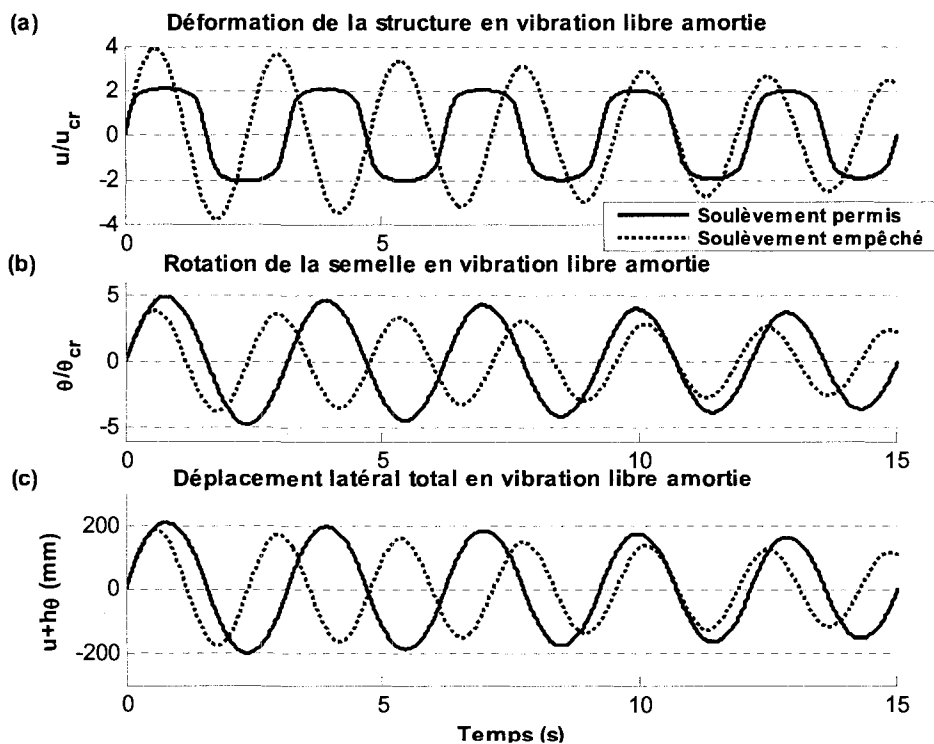


Figure 4.23 Réponse en vibration libre amortie sur fondation Winkler :

(a) déformation de la structure ; (b) rotation de la semelle ; (c) déplacement latéral total.

$$\xi = 3\%, \quad \xi_v = 13\%.$$

Contrairement au déplacement horizontal, la rotation de la semelle présentée sur la Figure 4.23b continue d'augmenter de façon considérable dans ce cas particulier, après le soulèvement, mais son amplitude diminue graduellement chaque épisode de soulèvement. On voit aussi que le soulèvement allonge la période de vibration. La contribution des hautes fréquences à la déformation horizontale, à la rotation et au déplacement vertical des bords est dominante dans les premiers cycles de vibration. La Figure 4.23c montre le déplacement latéral total du mur. On voit sur la courbe que le soulèvement allonge la période de vibration. L'effet de l'amortissement dans le second mode, pendant le contact complet de la semelle et dans le mode à haute fréquence pendant le soulèvement, est tellement important que le déplacement vertical des bords (Figure 4.24) est légèrement réduit lorsque l'on permet le soulèvement.

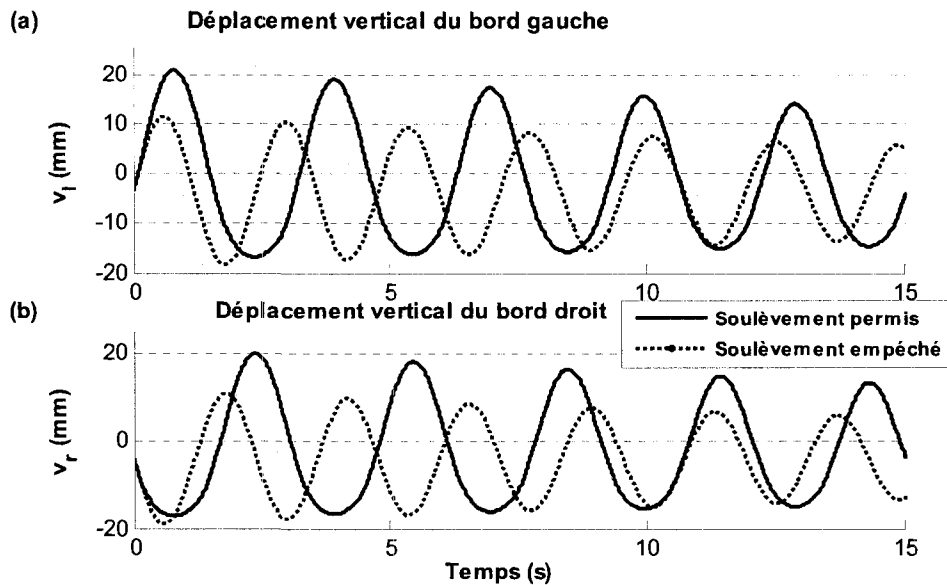


Figure 4.24 Réponse en vibration libre amortie sur fondation Winkler :
 (a) déplacement vertical du bord gauche; (b) déplacement vertical du bord droit.

$$\xi = 3\%, \xi_v = 13\%$$

4.3.4 Réponse sismique de la structure

Pour examiner le comportement sismique, le calcul est fait sous un séisme artificiel généré pour la région de Vancouver pour un scénario Magnitude 7.2 et distance hypocentrale de 30 km. Le signal est montré sur la Figure 4.25. Sa durée est d'environ 20 s. Ce signal a un pic d'accélération de 0.149 g qui se produit à l'instant $t = 7$ s.

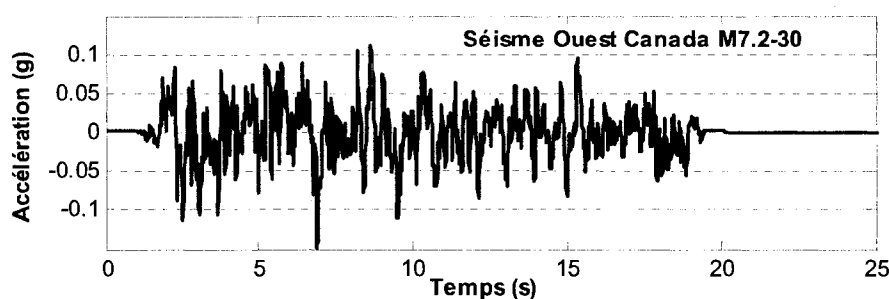


Figure 4.25 Signal temporel artificiel de l'ouest Canadien. M7.2-30

On considère le mur de 10 étages situé dans la région de Vancouver. Sa hauteur est de 30 m et la largeur de la semelle est de 10.86 m. La hauteur effective dans notre modèle est prise égale à 20 m, puisque la résultante de la répartition triangulaire des efforts est appliquée à 2/3 de la hauteur. Ce qui donne un rapport d'élancement α égal à 3.68. Le poids sismique est égal à 3000 kN par étage avec un rapport de masse égale 0.4 (poids vertical = 1200 kN / étage). La période du mur reposant sur une base fixe est égale à $T = 1.282$ s donnant une rigidité latérale du mur de 73473394 kN/m. La rigidité du sol est établie de telle sorte que le rapport de rigidité entre la superstructure et le sol, β , est égal à 24. On s'intéresse d'abord à la réponse du système sans aucun amortissement. Par la suite, on fait l'analyse de la réponse du système amorti. L'amortissement choisi dans ce cas est de 3% pour la superstructure et 13% pour la fondation.

Comme le système est fortement non linéaire. La réponse sismique est plus complexe que celle obtenue en vibration libre et des erreurs sont inévitablement induites lors du

calcul. La réponse est calculée donc par l'intégration des équations (4.60) et (4.61). La réponse sismique est présentée sur les Figures 4.26 et 4.27. Deux conditions de contact sont considérées : contact avec les éléments de fondation (soulèvement empêché) et soulèvement permis. La réponse pour le premier cas est entièrement due au premier mode de vibration naturel du système. Le comportement est similaire à la réponse d'un système à un degré de liberté. Dans le cas où le soulèvement est permis, la semelle reste en contact durant les premiers cycles d'oscillation, jusqu'à atteindre un déplacement et une rotation critiques. À cet instant, la semelle commence à se séparer graduellement des éléments de la fondation. La durée de soulèvement dépend de l'amplitude de la rotation présentée sur la Figure 4.26b. La masse subit des hautes fréquences au fur et à mesure que la semelle se sépare des ressorts et lorsque le contact est graduellement rétabli par la suite. Ces vibrations à haute fréquence sont rapidement atténuées par l'amortissement qui a été introduit dans la fondation. Le soulèvement ne se produit pas forcément à l'instant du pic accélération. Cela dépend du contenu du séisme, car l'accélération du sol pourrait contribuer à décélérer le mur en mouvement où la force le basculement dans la direction opposée. Dans cet exemple, le pic d'accélération du séisme se produit à $t = 7$ s alors que soulèvement se produit bien avant, vers un temps $t = 2$ s. De même, on remarque que la structure subit un soulèvement plus long, vers l'instant $t = 10.5$ s, au moment où l'accélération du sol est relativement faible. A ce moment, on note que la rotation atteint une valeur maximale après le temps $t = 11$ s. Cela signifie que la durée du soulèvement dépend du sens de la rotation de la semelle vis-à-vis du sens des impulsions induites par le mouvement sismique du sol. Au moment où la rotation est maximale, le déplacement vertical au centre de la semelle atteint aussi une valeur maximale $v = 18$ mm (Figure 4.28a). Même si l'amplitude de l'accélération du sol diminue avec le temps, le déplacement de la masse continue à s'amplifier et la semelle continue à se soulever jusqu'à un temps égal à 17.5 s.

La Figure 4.26c montre que le déplacement latéral total de la structure a la même allure que la rotation de la semelle, ceci parce qu'il est égal à la déformation de la structure

additionné à au déplacement horizontal dû à la rotation de la semelle. On observe aussi la même période d'oscillation que celle de la rotation mais avec une amplitude de vibration supérieure qui est due à la déformation de la structure. Sur cette figure on distingue bien l'allongement des périodes de vibration depuis le début du soulèvement de la semelle, quoiqu'il soit moins important que pour le système non amorti.

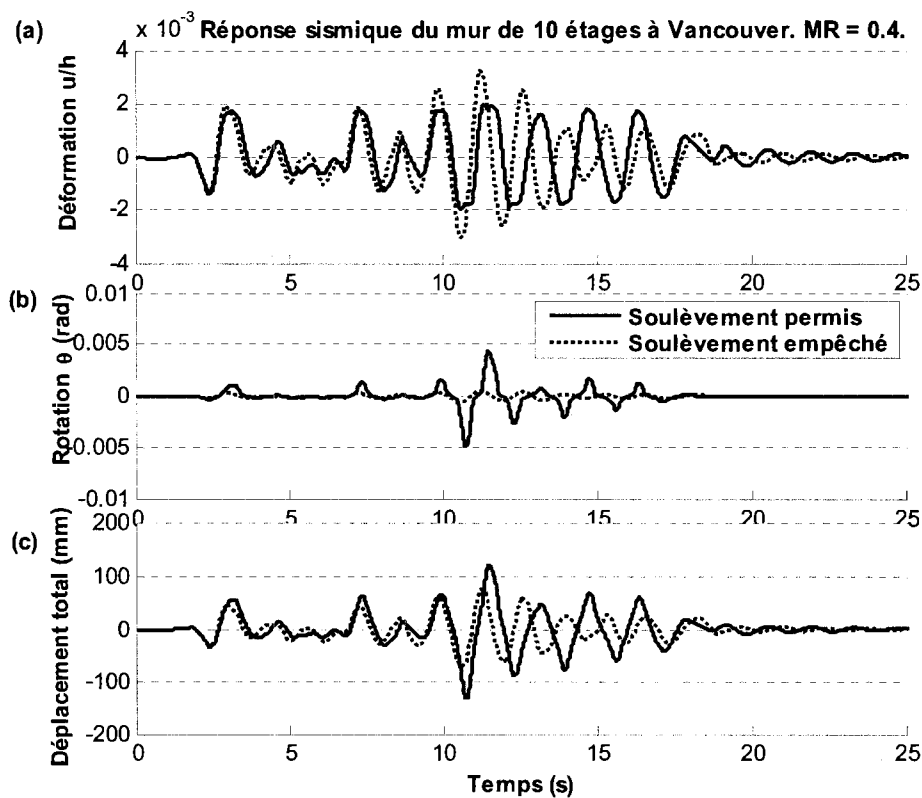


Figure 4.26 Réponse sismique du mur de 10 étages sur fondation Winkler. Système amorti : (a) déformation u/h ; (b) rotation de la semelle; (c) déplacement latéral total;

$$\alpha = 3.68; \beta = 24; \xi = 3\%; \xi_v = 13\%$$

La Figure 4.27 montre les déplacements verticaux des deux extrémités de la semelle, on voit bien sur les courbes qu'on peut distinguer nettement le soulèvement le plus important à partir du temps $t = 12$ s. L'amplitude des déplacements verticaux est

amplifiée par le soulèvement et les déplacements des côtés droit et gauche sont en opposition de phase : l'un se soulève lorsque l'autre se déplace légèrement vers le bas pour commencer à vibrer autour d'une valeur égale à 2 fois le produit de la rotation critique et la largeur de la semelle. Les amplitudes des déplacements verticaux aux deux extrémités ne sont pas exactement les mêmes puisqu'elles dépendent du signal sismique (amplitudes et durée des pulses) pendant le soulèvement et des conditions initiales en vitesse et en accélération à chaque impact avec la semelle. On peut constater que l'amortissement réduit la durée du soulèvement et, par conséquent, la tendance au soulèvement de la semelle. À la fin du séisme, l'amplitude de la réponse commence à diminuer mais le mur continue à se soulever pendant un certain temps. À cause de l'amortissement, les hautes fréquences sont fortement réduites, voire inexistantes pendant le soulèvement.

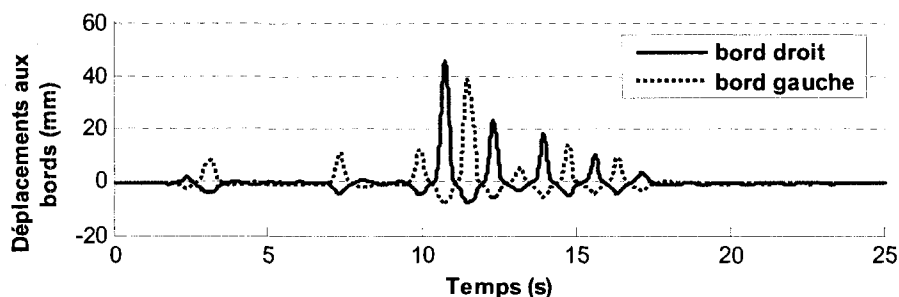


Figure 4.27 Réponse sismique du mur de 10 étages sur fondation Winkler. Système amorti : déplacements verticaux aux bords. $\alpha = 3.68$; $\beta = 24$; $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$

La Figure 4.28a montre qu'il y a une faible contribution des vibrations verticales de la masse avant le temps $t = 12$ s. Même avec de faibles et brefs épisodes de soulèvement vers 3 s et 7 s, le déplacement vertical du centre de la semelle demeure égal au tassement sous la charge verticale et la vitesse verticale reste nulle jusqu'au soulèvement. Cela n'a pas vraiment affecté la réponse en déplacement car, pour la fondation Winkler, contrairement au cas de deux ressorts, le soulèvement se fait graduellement et le moment

à la base continue à augmenter avec la rotation d'une façon non linéaire, même si la semelle se sépare du ressort extrême, le centre de la semelle restant quasiment fixe. La rotation et les déplacements verticaux des deux bords de la semelle augmentent avec le soulèvement. Cela est dû au mouvement de corps rigide décrit par le premier mode de vibration. Ce dernier cesse de s'amortir pendant le soulèvement.

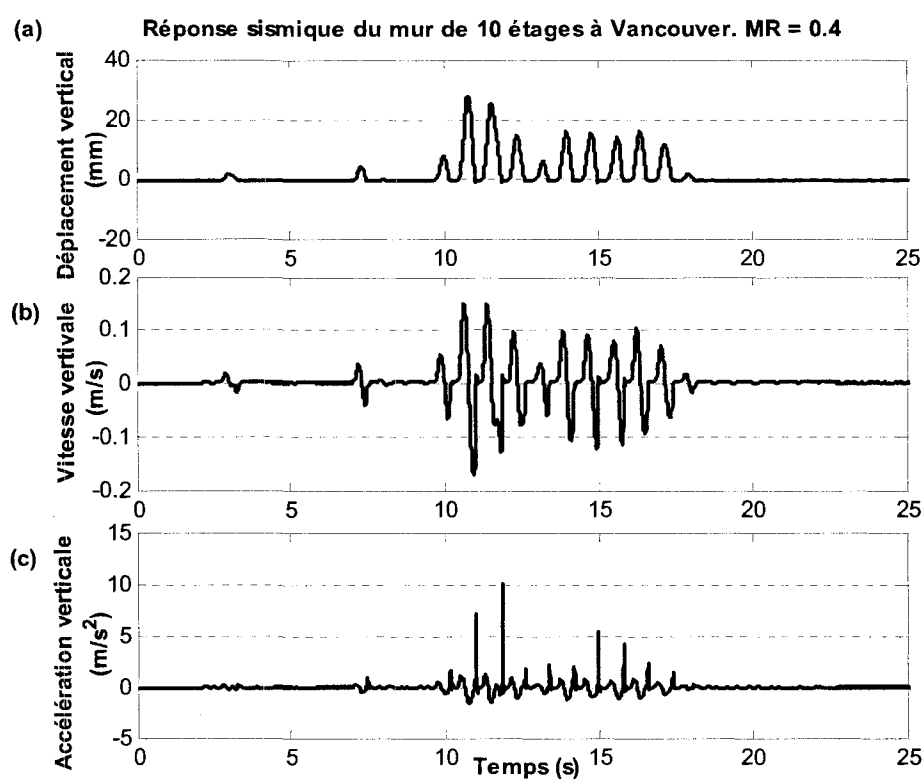


Figure 4.28 Réponse sismique amortie du mur de 10 étages sur fondation Winkler:

(a) déplacement vertical; (b) vitesse verticale; (c) accélération verticale.

$$\alpha = 3.68 ; \beta = 24 ; \xi = 3\% ; \xi_v = 13\%$$

La rotation et les déplacements verticaux ont une contribution dominante pendant le soulèvement. Puisque le sol est considéré comme un milieu homogène élastique, il ne

devrait pas y avoir de déplacement total résiduel de la structure dû au bercement après la fin de séisme. Ce déplacement est calculé par simple multiplication de la rotation de la semelle par la hauteur du mur. De même, on a supposé que la superstructure demeurerait élastique. Le déplacement total final doit donc rejoindre le déplacement initial et aucun déplacement horizontal résiduel ne devrait être noté après la fin du séisme

4.3.5 Stabilité et convergence de la solution

La réponse sismique de la structure calculée avec le modèle de Winkler avec un pas de temps assez grand ($dt = 0.01$ s) montre une amplitude de soulèvement et une période de bercement assez importantes, car le comportement est non linéaire durant les phases de soulèvement (Figure 4.29).

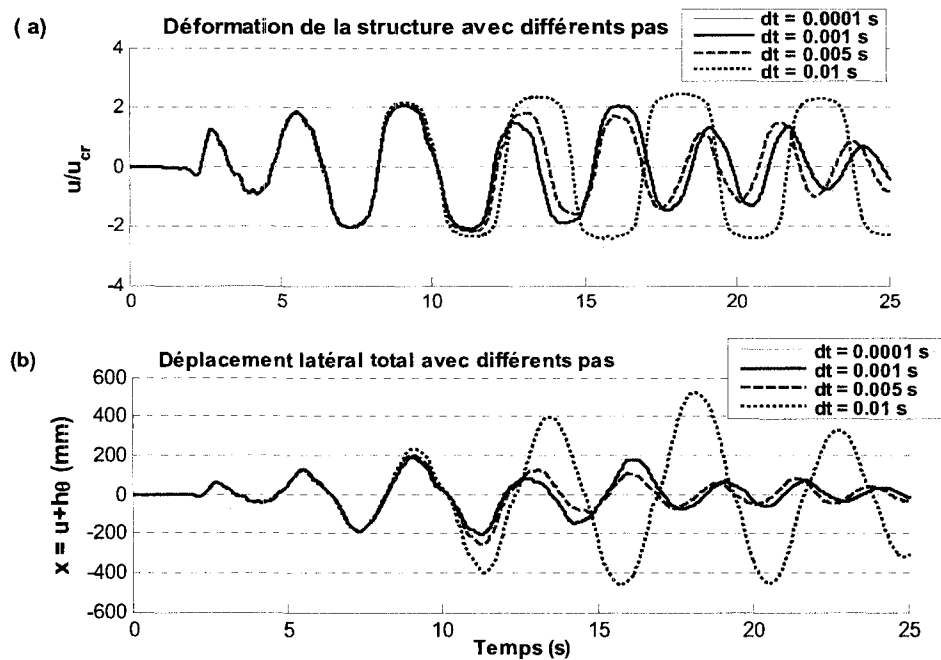


Figure 4.29 Réponse sismique sur fondation Winkler avec différents pas de temps :

(a) déformation de la structure ; (b) déplacement latéral total, $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$

Plus on réduit la taille du pas de temps, plus l'amplitude de déplacement latéral est réduite jusqu'à ce qu'elle converge vers la même solution avec des valeurs de pas de temps inférieures à une certaine limite. La solution obtenue avec un pas de 0.001 ou 0.0001 s est la même. Pour nos calculs ultérieurs on utilise alors un pas de temps inférieur ou égal à 0.001 s. un pas aussi faible est nécessaire pour obtenir une précision de la réponse et assurer la convergence des solutions des équations de mouvement à l'intérieur de chaque pas de temps. La Figure 4.30 montre la réponse de la structure avec une fondation Winkler. Le calcul est fait pour deux valeurs différentes du rapport d'amortissement dans la superstructure. On voit que le choix de la valeur du rapport n'a eu aucun effet significatif sur la réponse. La stabilité du système demeure maintenue même durant le soulèvement de la semelle. De même la réponse montrée sur la Figure 4.31, prouve la variation du rapport d'amortissement dans la fondation n'a provoqué aucun changement dans le comportement global de la solution obtenue par le modèle de Winkler. Par conséquent le modèle de fondation Winkler avec un pas de temps suffisamment petit ($dt=0.001$ s) offre une meilleure stabilité du système par rapport au modèle à deux ressorts et assure une bonne convergence vers la solution.

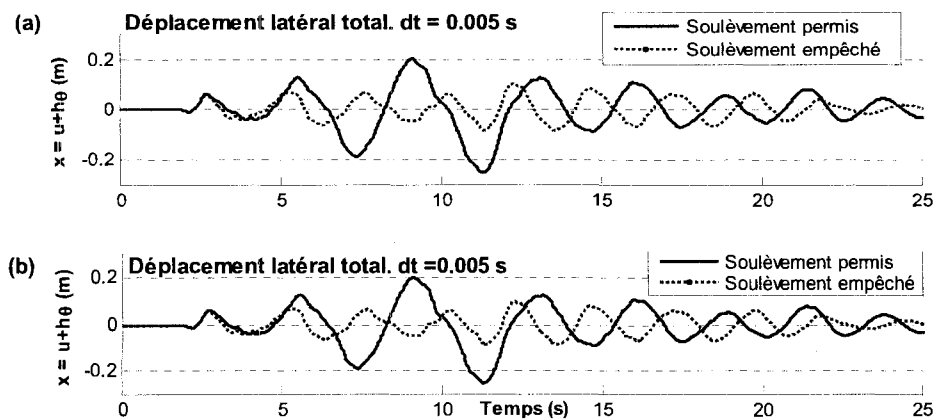


Figure 4.30 Réponse sismique sur fondation Winkler pour $\xi_v = 23\%$:

(a) $\xi = 5\%$ et (b) $\xi = 3\%$ dans la superstructure.

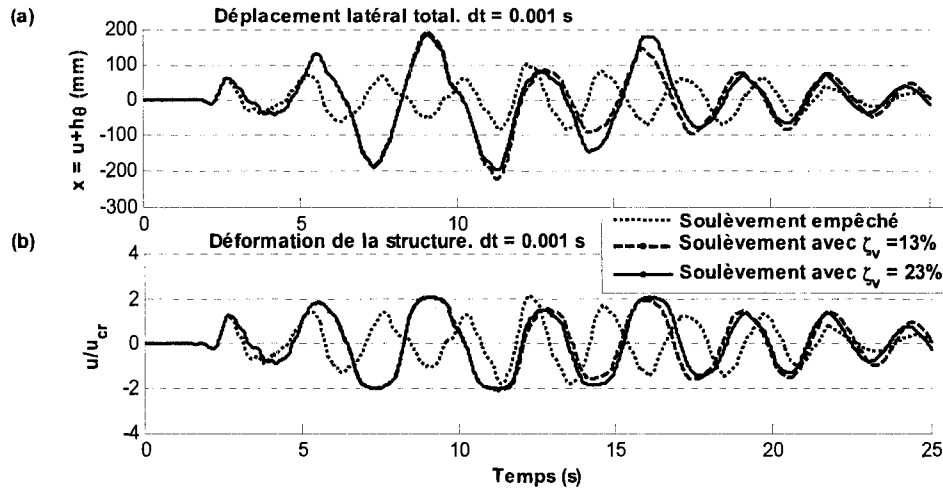


Figure 4.31 Réponse sismique sur fondation Winkler pour $\xi = 3\%$:

$\xi_v = 13\%$ et $\xi_v = 23\%$ dans la fondation

Comparaison des réponses avec Newmark et Runge-Kutta

Dans ce qui suit on examine la solution obtenue par l'algorithme de Newmark et celui de Runge-Kutta utilisant Simulink dans Matlab. On montre aux Figures 4.32 et 4.33 une comparaison des solutions obtenues de l'algorithme de Runge-Kutta et de l'algorithme de Newmark pour le mur de 10 étages soumis au séisme de l'Est (Figure 3.7). Pour cet exemple, le soulèvement débute à un temps $t = 12$ s et se produit à chaque cycle d'oscillation jusqu'à un temps $t = 23$ s. Sur la Figure 4.32a, on remarque nettement que les déformations de la structure (u) calculées par les deux méthodes sont identiques avant, pendant et après le soulèvement. Cependant, la rotation calculée avec la méthode de Newmark est légèrement supérieure à celle calculée avec la méthode de Runge-Kutta lorsqu'il y a soulèvement : à chaque cycle d'oscillation après $t = 12$ s, les valeurs de pointe de rotation obtenues de la méthode de Newmark excèdent celles prédites avec l'algorithme de Runge-Kutta. Ailleurs, les deux solutions sont identiques. Cela est dû à la valeur de l'amplitude de la rotation à l'instant du soulèvement, car les constantes ε_1 et ε_2 dépendent continuellement de la valeur de la rotation et du déplacement vertical,

mais pas de la déflexion de la structure. Puisque la condition de contact avec les ressorts dépend aussi de la valeur de la rotation, il faut employer un pas de temps trop petit utilisant la méthode de Newmark et cela nécessite un temps de calcul trop important, pour que la valeur des coefficients ε_1 et ε_2 juste à l'instant du soulèvement correspondent bien à la condition réelle du contact. L'utilisation d'un pas de temps variable pour la simulation avec Simulink utilisant le schéma de Runge-Kutta permet d'obtenir une solution plus précise.

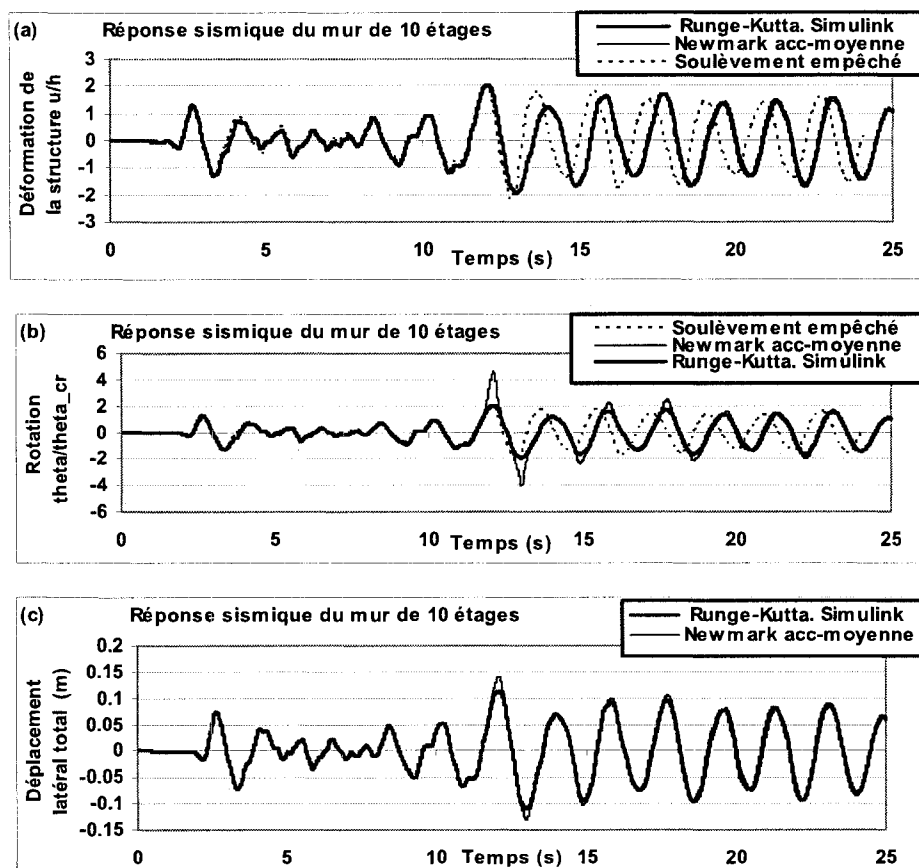


Figure 4.32 Réponse sismique amortie $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$ (a) déformation u/h ; (b) rotation de la semelle; (c) déplacement latéral total de la structure

Le déplacement latéral total au sommet est montré sur la Figure 4.32c. Bien qu'on remarque que les réponses obtenues par les deux calculs sont très semblables, le déplacement latéral maximal atteint avec la méthode de Newmark est supérieur à celui obtenu par la méthode de Runge-Kutta, ceci étant dû au fait que le déplacement latéral total est en grande partie proportionnel à la rotation de la semelle.

Par ailleurs, la Figure 4.33 montre des légers écarts en déplacement vertical et vitesse verticale entre les deux méthodes de calcul. Ces écarts entre les résultats obtenus des deux méthodes (surtout au premier soulèvement à $t = 12$ s) sont associés aux différences sur la rotation. On note lors des deux premiers épisodes de soulèvement que le déplacement vertical du centre de la semelle est supérieur à zéro, ce qui signifie que le centre de la semelle se sépare du sol et se soulève à ces moments en raison des rotations importantes.

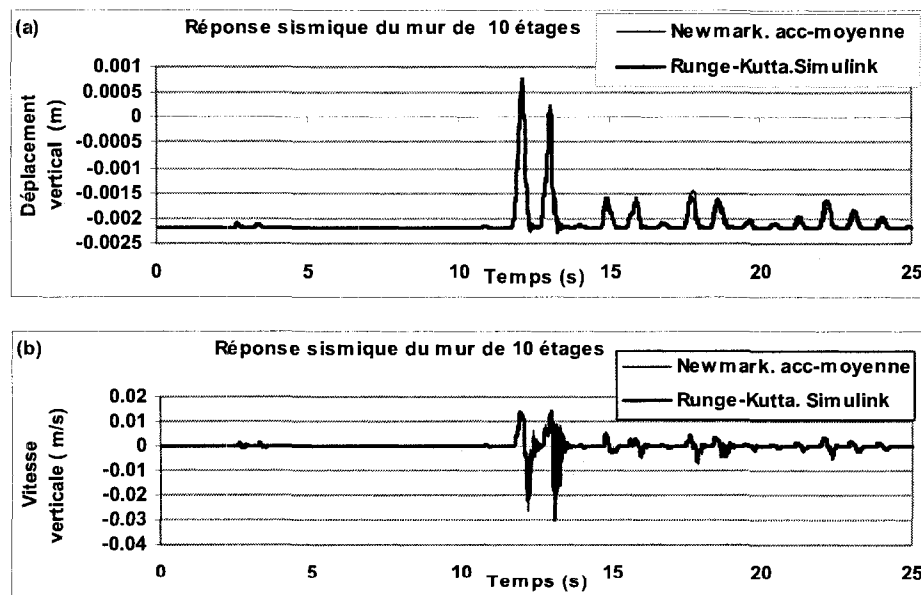


Figure 4.33 Réponse sismique amortie $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$.

(a) déplacement vertical; (b) vitesse verticale

4.4 Conclusion sur le chapitre 4

Les équations du mouvement après le soulèvement sont complexes lorsque l'on utilise le modèle du Winkler du fait que le comportement global de la structure est fortement non-linéaire à cause de la non-linéarité de la relation moment-rotation pendant les phases de soulèvement. En dépit de cette complexité, on a montré que l'intégration numérique des systèmes dynamiques utilisant ce modèle a permis des résultats plus stables par rapport au modèle à deux ressorts et ces résultats convergent vers la même solution avec un pas de temps suffisamment petit.

Le choix des valeurs de paramètres tel que les coefficients d'amortissement dans le système pourrait perturber la stabilité de la solution obtenue par le modèle à deux ressorts dépendamment de l'instant de la discontinuité de système. On a vu qu'avec le modèle de Winkler, le choix des paramètres ne provoque aucune perturbation de comportement global du système et la stabilité de la solution demeure maintenue même durant le soulèvement de la semelle. On a vu aussi que dans certains cas, la solution obtenue par le modèle à deux ressorts a convergé vers une même solution, mais cette solution était très sensible au choix de l'amortissement. En utilisant le modèle à deux ressorts, il n'est pas garanti qu'il y aura stabilité et convergence de la solution car on a des changements très brusques de la rigidité et de l'amortissement à l'amorce et à la fin de chaque épisode de soulèvement. Le modèle de fondation Winkler avec un pas de temps suffisamment petit ($dt = 0.001$ s) permet de réduire le risque de non-convergence et offre une meilleure stabilité de la solution par rapport au modèle à deux ressorts.

La période de vibration du système pendant le contact avec les éléments de fondation exprimée par la relation $T_c = T/\omega_1$ avec ω_1 la fréquence donnée par la relation (4.33) Avec des valeurs de $\beta = 8$ et $\alpha = 10$, on trouve une valeur théorique de 2.38 s. Cette période est bien retrouvée sur la Figure 4.20. On a examiné ensuite la solution obtenue pour le modèle de Winkler par deux méthodes de calcul : Newmark avec un pas de

temps fixe et Runge-Kutta avec un pas de temps variable. On a montré que la réponse sismique d'un mur de 10 étages, obtenue en utilisant la méthode de Runge-Kutta dans Simulink de Matlab est quasiment la même que celle obtenue par la méthode de Newmark à part une légère amplification de la rotation à l'instant de soulèvement en utilisant Newmark. Puisque la condition de contact avec les ressorts dépend continuellement de la valeur de la rotation, il faut employer un pas de temps trop petit si on utilise la méthode de Newmark, pour que la valeur de la rotation juste à l'instant du soulèvement corresponde bien à la condition réelle du contact. Cela nécessite un temps de calcul trop important et l'utilisation d'un pas de temps variable dans Simulink utilisant le schéma de Runge-Kutta permet d'obtenir une solution plus précise. On utilisera donc pour la suite de l'étude le schéma d'intégration explicite de Runge-Kutta dans Simulink pour l'analyse sismique des murs, ceci pour pouvoir détecter les instants de discontinuité.

En plus de la précision des résultats obtenue par le modèle Winkler, on sait qu'il est plus réaliste pour modéliser le sol de fondation car la rigidité du sol est continue et le soulèvement de la semelle se produit progressivement. Pour ces raisons on choisit de mener les analyses dans les prochains chapitres avec une fondation Winkler en utilisant la méthode de Runge-Kutta avec un pas de temps automatiquement variable.

CHAPITRE 5 Réponse sismique des murs avec Ruaumoko

Ruaumoko est un Logiciel de calcul de la réponse sismique non linéaire des structures. Il serait très pratique de l'utiliser pour calculer la réponse des murs de refends en béton armé qui se comporteraient dans le domaine inélastique, car des hystérésis de comportement de béton sont déjà incorporés dans le programme, notamment l'hystérésis de Takeda utilisée dans la plus part des recherches. Cependant, pour notre étude considérant les murs se comportant dans le domaine élastique et tenant compte du soulèvement des fondations, on voudrait être sûr de la modélisation choisie dans Ruaumoko, en l'occurrence de la fondation et de la réponse sismique correspondant. On a jugé alors utile de comparer les résultats obtenus dans Ruaumoko dans le cas élastique avec ceux obtenus dans Matlab pour s'assurer d'une part, de la modélisation de la fondation dans Ruaumoko tenant compte de soulèvement de la fondation, cette modélisation qu'on pourrait associer dans la recherche subséquente au comportement inélastique des murs de refends en béton armé et d'autre part, de valider la mise en équation du système dynamique qu'on a implémenté dans Matlab pour pouvoir l'utiliser dans notre étude paramétrique des murs élastiques.

5.1 Hypothèses considérées dans l'analyse

Dans cette section, la modélisation bi-dimensionnelle d'un mur de refend en béton armé de 10 étages est effectuée avec le logiciel Ruaumoko (Carr, 2003). Le mur a une hauteur de 30 m, il est fixé à une semelle rectangulaire de 8.71 m de longueur et de 4.36 m de largeur. Les modèles numériques considèrent une structure élastique sur une fondation flexible sans possibilité de glissement de la semelle l'interface. La rigidité de la fondation s'exerce dans la direction verticale et elle est représentée par des ressorts dont le comportement est linéaire. Les valeurs des constantes de rigidités verticales sont

calculées pour une semelle rigide rectangulaire sur un milieu homogène élastique semi infini.

Les équations introduites dans le calcul numérique par Matlab portent sur un système comprenant une seule et même masse dans les deux directions (horizontale et verticale). Avec le logiciel Ruaumoko, on introduit la masse horizontale correspondant au poids sismique et une masse verticale correspondant à la charge verticale supportée par le mur. La masse verticale est égale au produit du rapport de masse choisi et de la masse horizontale totale du mur. Il faut veiller aussi à introduire dans les équations décrivant le deuxième mode de vibration dans le modèle Matlab une masse verticale égale à la charge supportée par le mur.

Plusieurs hypothèses sont considérées dans notre étude pour la simplification des calculs, et les résultats obtenus avec le logiciel Ruaumoko sont comparés avec ceux obtenus numériquement en utilisant Matlab. Les hypothèses simplificatrices se résument comme suit :

1. la fondation est un demi espace élastique dont les paramètres caractéristiques sont indépendants de la fréquence du séisme.
2. le sol est homogène isotrope et linéairement élastique.
3. la semelle de fondation est empêchée de se déplacer latéralement, le glissement est donc négligé.
4. l'amortissement de système sol-structure est considéré proportionnel à la masse et à la rigidité.
5. seulement la composante horizontale de l'excitation sismique est considérée.
6. la semelle de fondation est rigide et de forme rectangulaire, avec une longueur égale à deux fois la largeur.
7. la hauteur de la masse dans les modèles est de 20 m (soit $\frac{2}{3}$ de la hauteur du bâtiment) à cause de la répartition équivalente triangulaire des efforts sismiques.

Pour introduire l'effet du sol sur le mouvement du bercement de la semelle, des ressorts élastiques avec une rigidité constante sont introduits dans le modèle Ruaumoko. Pour le cas de la fondation à deux éléments ressorts-amortisseurs, les deux ressorts sont placés à chaque extrémité de la semelle et ils ont chacun une rigidité égale à la rigidité totale du sol divisée par 2. Pour le modèle de Winkler, des éléments ressorts-amortisseurs sont repartis uniformément sur la longueur de la semelle. Dans le cas de la solution Matlab, le sol est représenté par un support élastique continu sur la longueur de la fondation.

5.2 Amortissement de Rayleigh

L'amortissement utilisé dans Ruaumoko est un amortissement de Rayleigh appliqué pour donner un niveau d'amortissement d'au moins 3%, correspondant au mode fondamentale de vibration de la structure supposée supportée sur une fondation rigide. L'amortissement effectif des murs pendant la conception provient en réalité de deux sources : l'amortissement visqueux élastique et l'amortissement hystérétique. Puisque les murs dans notre cas restent dans le domaine élastique, l'amortissement effectif provient exclusivement de l'amortissement visqueux. De même l'amortissement de la fondation doit être modélisé par un amortissement visqueux qui constitue la contribution de l'amortissement hystérétique du sol et l'amortissement de radiation. Plusieurs auteurs avaient montré que l'amortissement hystérétique du sol est négligeable devant celui provenant de la radiation (Gazetas et al, 2004). On ne considère dans nos calculs que l'amortissement visqueux dans la superstructure et l'amortissement radiant dans la fondation. Enfin l'amortissement effectif visqueux du système global sol-structure est calculé par la somme des amortissements dans chaque partie du système en utilisant l'amortissement de Rayleigh qui peut être modélisé proportionnel à la matrice de rigidité et la matrice de masse. L'amortissement de Rayleigh est donné par la relation suivante :

$$C = \alpha.M + \beta.K \quad (5.1)$$

Les facteurs α et β sont calculés (5.2) pour obtenir le niveau d'amortissement visqueux à deux fréquences différentes, généralement celles du premier et du second mode.

$$\alpha = \frac{2.\omega_1.\omega_2.(\omega_1.\zeta_2 - \omega_2.\zeta_1)}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad \beta = \frac{2.(\omega_1.\zeta_1 - \omega_2.\zeta_2)}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad (5.2)$$

Priestley et Grant (2005) ont montré que l'amortissement visqueux élastique est mieux modélisé par l'amortissement proportionnel à la rigidité tangente si la structure passe dans le domaine inélastique. Dans ce cas, l'amortissement hystérétique de la structure dans le domaine inélastique serait modélisé par une loi d'hystérésis. Cependant, dans notre cas, la structure reste dans le domaine élastique on aurait pu utiliser la rigidité initiale si on avait fait une étude sans tenir compte de soulèvement. Mais dans le cas de soulèvement de fondation, la rigidité et l'amortissement dans la semelle varient avec le soulèvement et il est préférable de considérer la rigidité tangente.

Pour le calcul de la réponse utilisant le logiciel Ruaumoko, il faut spécifier séparément les valeurs des coefficients α et β qui déterminent le niveau de l'amortissement proportionnel correspondant à chaque élément de système.

5.3 Comparaison des réponses de Ruaumoko et de Matlab

Dans cette section on compare la réponse sismique obtenue avec Matlab par intégration des systèmes d'équations d'équilibre dynamique à la réponse obtenue par Ruaumoko, d'un mur de refend de 10 étages soumis à un séisme de l'Est de Canada (Séisme artificiel E7-70). On effectue cette comparaison pour les modèles de fondation avec deux ressorts et le modèle de fondation Winkler. Les modèles numériques dans Ruaumoko sont intégrés comme des structures élastiques et sont développés en utilisant les hypothèses citées au paragraphe 5.1. Le mur peut être représenté par un poteau modélisé en utilisant l'élément cadre poutre-poteau (type Frame) en béton armé, tandis que la semelle peut être représentée par une poutre modélisée en utilisant l'élément

poutre Giberson (Figure 5.1). Dans notre cas, on peut aussi représenter le mur avec des éléments Giberson. Ce type d'éléments comprend une membrure prismatique centrale élastique et des rotules plastiques localisées aux extrémités de l'élément.

Comme le mur est supposé rester dans le domaine élastique, on n'utilise pas l'option de la rotule plastique. La masse totale (poids sismique) du mur est modélisée par une masse concentrée localisée aux deux tiers de sa hauteur totale en supposant que la distribution des forces d'inertie le long de la hauteur est un triangle inversé. La semelle de la fondation est supposée infiniment rigide. Elle est posée sur des éléments ressorts linéaires mais qui n'offrent aucune résistance à la traction : dès que la force dans le ressort devient nulle, le ressort libère la semelle et le soulèvement est permis. Dans le logiciel, ce comportement est obtenu en utilisant un élément de type ressort (Spring) avec hystérésis No 19 montrée sur la Figure 5.2. On doit choisir une connexion entre le mur et la semelle rigide pour que le degré de liberté de basculement soit activé. En d'autres termes, si la connexion entre le mur et la semelle était simple, alors la semelle subirait seulement un mouvement vertical de translation. Un assemblage rigide est donc spécifié entre ces deux éléments.

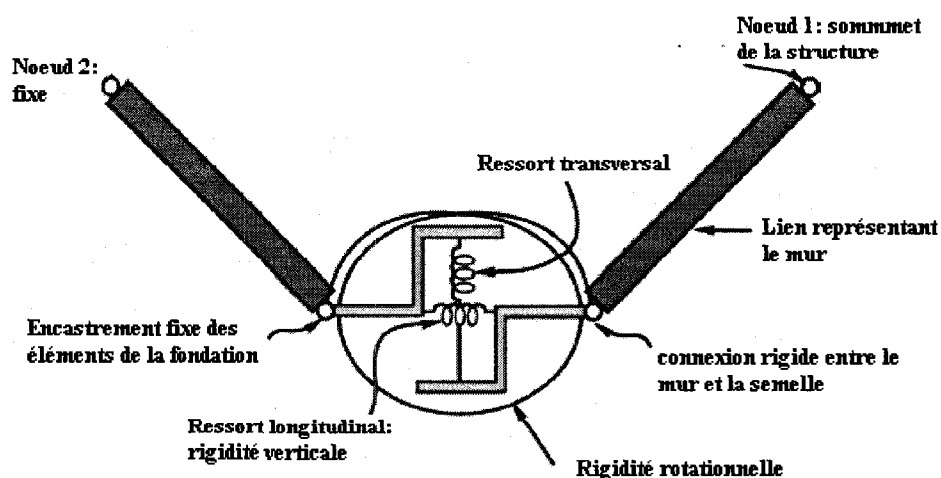


Figure 5.1 Représentation des éléments de fondation dans Ruaumoko

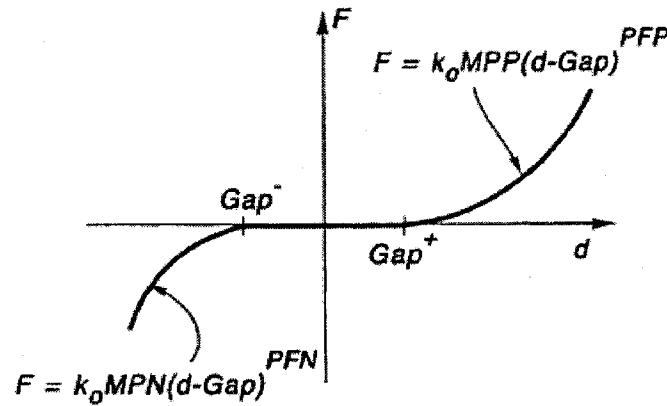


Figure 5.2 Hysteresis de ressort. Contact Hertzian (Davis 1992)

La masse horizontale totale m est égale 3058100 kg à et la rigidité $k = 47022.972$ kN/m, ce qui donne une période de $T = 1.603$ s pour la structure sur base fixe. On suppose un sol de type C ayant un module de cisaillement $G = 625$ MPa et une semelle rectangulaire (8.71 m x 4.36 m). Le poids supporté par le mur est de 12000 kN.

Pour le calcul et la comparaison des réponses, on utilise dans les deux logiciels (Matlab et Ruaumoko) et pour les deux modèles une accélération moyenne et un pas de temps constant égal à 0.001 s. Ce pas est déjà validé au chapitre 4 : la réponse avec un pas de temps de 0.0001 s ou de 0.001 s, converge vers la même solution.

5.3.1 Modèle de la fondation à deux ressorts dans Ruaumoko

La fondation dans Ruaumoko est modélisée par deux ressorts linéaires placés aux bords de la semelle. La rigidité initiale dans les deux ressorts est basée sur un comportement élastique du sol en dessous de la semelle et donne lieu à un tassement sous l'effet de la charge verticale supportée par le mur. Pour déterminer la rigidité du sol, on utilise les formules de Gazetas (1991) pour les semelles rigides rectangulaires posées sur un sol élastique. On ne considère que la rigidité verticale du sol et chaque ressort reprend donc la moitié de la rigidité verticale totale, soit $k_f = 6917307.692$

kN/m. Avec ces ressorts, la période de la structure dans les deux premiers modes sont 1.76 s (mode couplé déplacement et rotation) et 0.093 s dans le mode vertical.

Système non amorti

Pour examiner l'influence de l'amortissement, on considère d'abord que la structure est non amortie, et on calcule la réponse du mur soumis au séisme de la Figure 3.7 pour la région de Montréal. Le déplacement latéral total et les déplacements verticaux des extrémités de la semelle en empêchant le soulèvement de la semelle sont présentés sur la Figure 5.3. On remarque d'abord, que la réponse calculée numériquement par Matlab est exactement la même que celle donnée par le logiciel Ruaumoko.

Puisque le soulèvement est empêché, le sol résiste en tension et limite les déplacements verticaux vers le haut de telle sorte que ces déplacements sur les Figures 5.3a et 5.3b demeurent négatifs, la semelle restant en tout temps 1 mm sous la surface du sol. Le déplacement latéral total de la structure obtenu par les deux logiciels est la somme de la déformation de la structure et du déplacement horizontal de la structure dû au bercement de la semelle (Figure 5.3c). Les deux graphiques sont confondus et le déplacement latéral maximal est égal à 7.8 cm à l'instant $t = 16$ s.

Le séisme utilisé pour le calcul temporel dans le cas non amorti ne provoquait pas de soulèvement de la semelle de fondation. On a alors amplifié le séisme par un facteur égal à 2.0 pour forcer la semelle à se soulever. Si le soulèvement était encore empêché, le comportement aurait été linéaire et les déplacements auraient été amplifiés du même facteur. La réponse sismique avec soulèvement de la semelle est illustrée sur la Figure 5.4. Sous le séisme amplifié, le soulèvement s'est produit donnant lieu à une réponse globale non linéaire. Dans ce cas non amorti, on remarque que les déplacements des bords de la semelle sont légèrement plus importants avec Ruaumoko après le soulèvement.

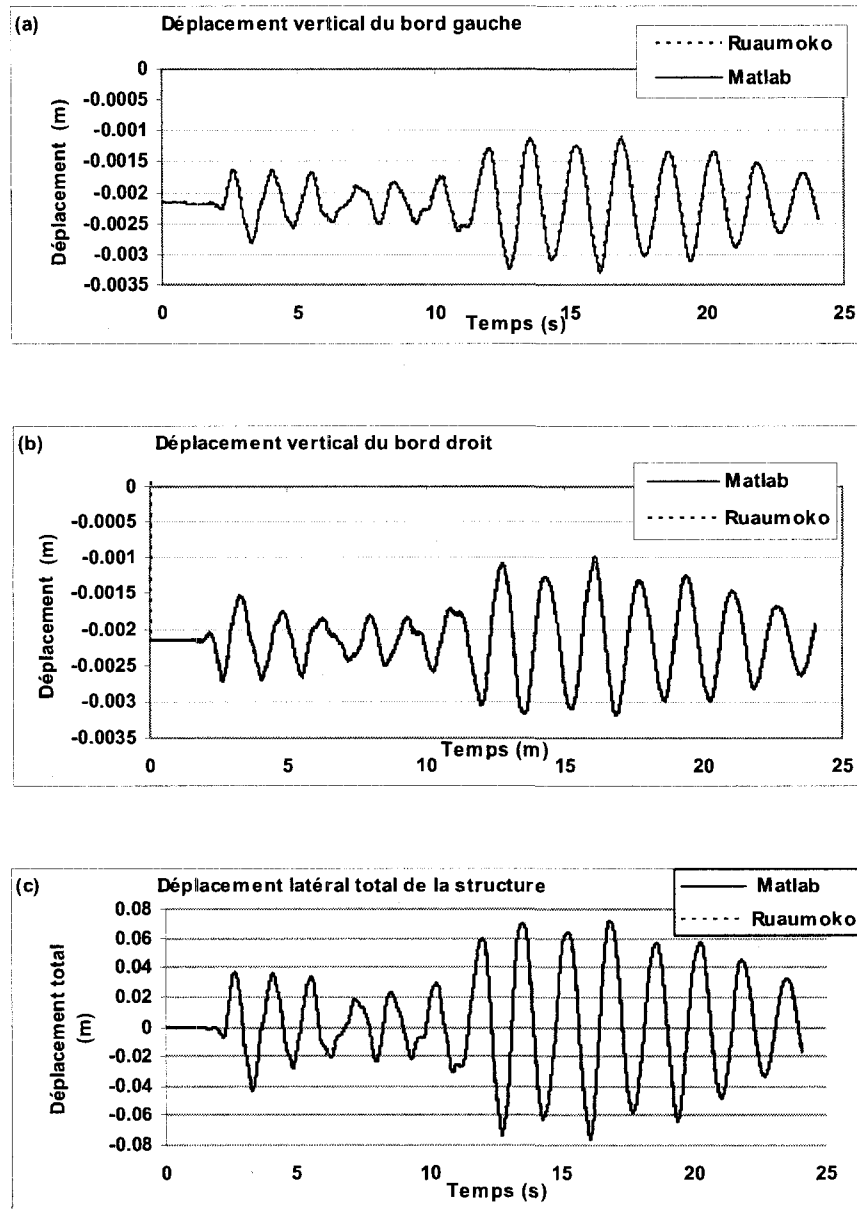


Figure 5.3 Réponse sismique (sans soulèvement). (a) déplacement du bord gauche
 (b) déplacement du bord droit; (c) déplacement latéral total. $\xi = \xi_f = 0 \%$
 (Séisme de l'est E7-70)

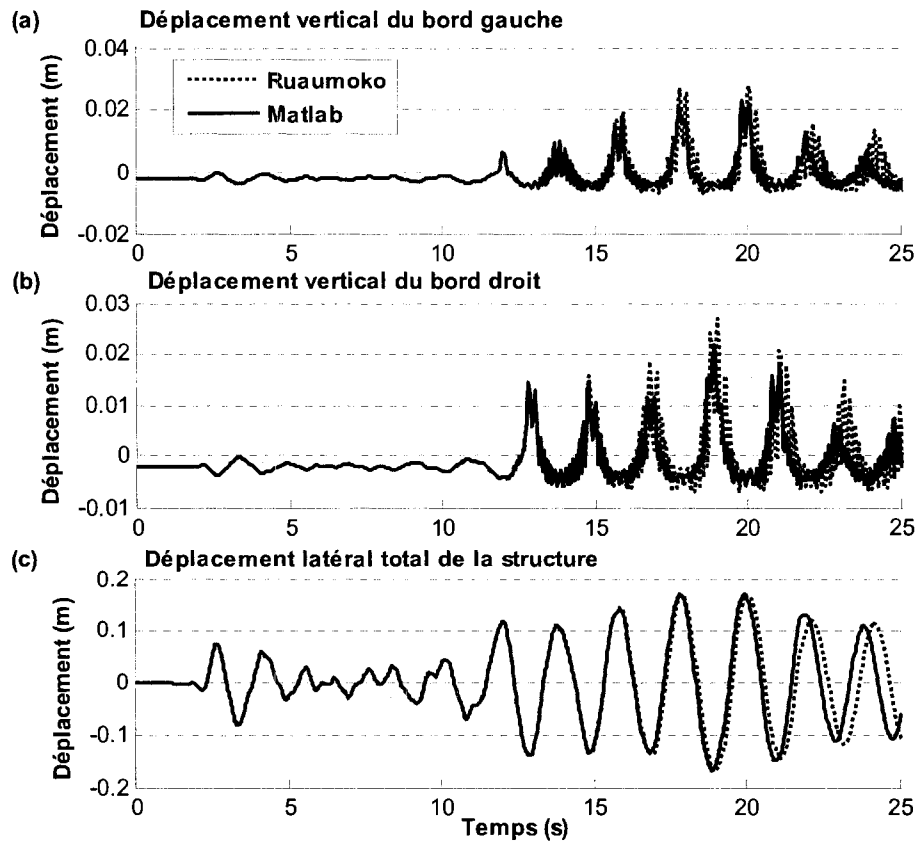


Figure 5.4 Réponse sismique (avec soulèvement). (a) déplacement du bord gauche; (b) déplacement du bord droit; (c) déplacement latéral total. $\xi = \xi_f = 0 \%$

Les deux déplacements verticaux (Figure 5.4a et 5.4b), augmentent avec la rotation de la semelle. Cependant, l'amplitude de déplacement latéral total pour les deux logiciels est la même (Figure 5.4c). Par contre la période est un peu plus allongée après le soulèvement avec Ruaumoko. Ces écarts sont dus au changement brusque de la rigidité à l'instant du soulèvement. Dans ce cas, dès que le ressort libère la semelle à une extrémité, la résistance en flexion ne peut plus augmenter et aucun moment ne puisse s'ajouter. Ainsi, la rotation de la semelle peut s'effectuer sans restriction ni amortissement autour de l'autre extrémité de la semelle.

Système amorti

On introduit un taux d'amortissement de 3% dans la superstructure, ce qui donne un coefficient d'amortissement $c = 2\xi m\omega = 7059800 \text{ N.m/s}$. Dans la fondation on choisit un taux de 13%. L'amortissement de Raleigh est introduit par les paramètres α et β dans chaque élément du système. Pour la superstructure ces valeurs de α et β nécessaires pour obtenir un rapport de 3 % dans la superstructure sont déterminés en considérant la fondation rigide. L'amortissement sera donc proportionnel seulement à la masse. Pour ce qui concerne l'amortissement dans la fondation, il sera proportionnel exclusivement à la rigidité, ainsi le paramètre β qui détermine l'amortissement proportionnel à la rigidité est déterminé directement par la relation $\beta = 2\xi / \omega$.

La réponse sismique amortie du mur de 10 étages est présentée sur la Figure 5.5. L'ensemble sol-structure, sans soulèvement de la fondation, est amorti d'une façon exponentielle avec un taux égal à 2.18 % (équation 4.63), ce dernier est le taux d'amortissement du premier mode de vibration. Cependant, dans ce cas (semelle en plein contact avec le sol), l'amortissement du deuxième mode reste égal à 13 %. L'amortissement dans la fondation n'a pas d'effet significatif sur le déplacement latéral total de la structure. En réalité l'amortissement dans la fondation a plus d'effet sur le deuxième mode de vibration, mais la contribution de ce mode est relativement faible. Cet amortissement dans la fondation aura plutôt un effet important sur les vibrations verticales pendant les phases de soulèvement.

La Figure 5.6 montre la réponse du système amorti ($\xi = 3\%$ et $\xi_f = 13\%$) sous le séisme amplifié, avec soulèvement de la fondation. On voit que l'effet de l'amortissement sur la convergence est bénéfique en comparaison avec la réponse non amortie (Figure 5.4) car les graphiques des déplacements obtenus par Matlab et par Ruaumoko sont maintenant similaires en ce qui concerne le déplacement latéral total. Le déplacement de la structure calculé avec Matlab semble plus amorti que celui obtenu avec Ruaumoko, et les déplacements verticaux des bords sont légèrement supérieurs avec Ruaumoko après

soulèvement de la semelle. Le fait d'inclure l'amortissement dans le modèle a permis d'obtenir avec Ruaumoko une solution très proche de celle obtenue avec Matlab.

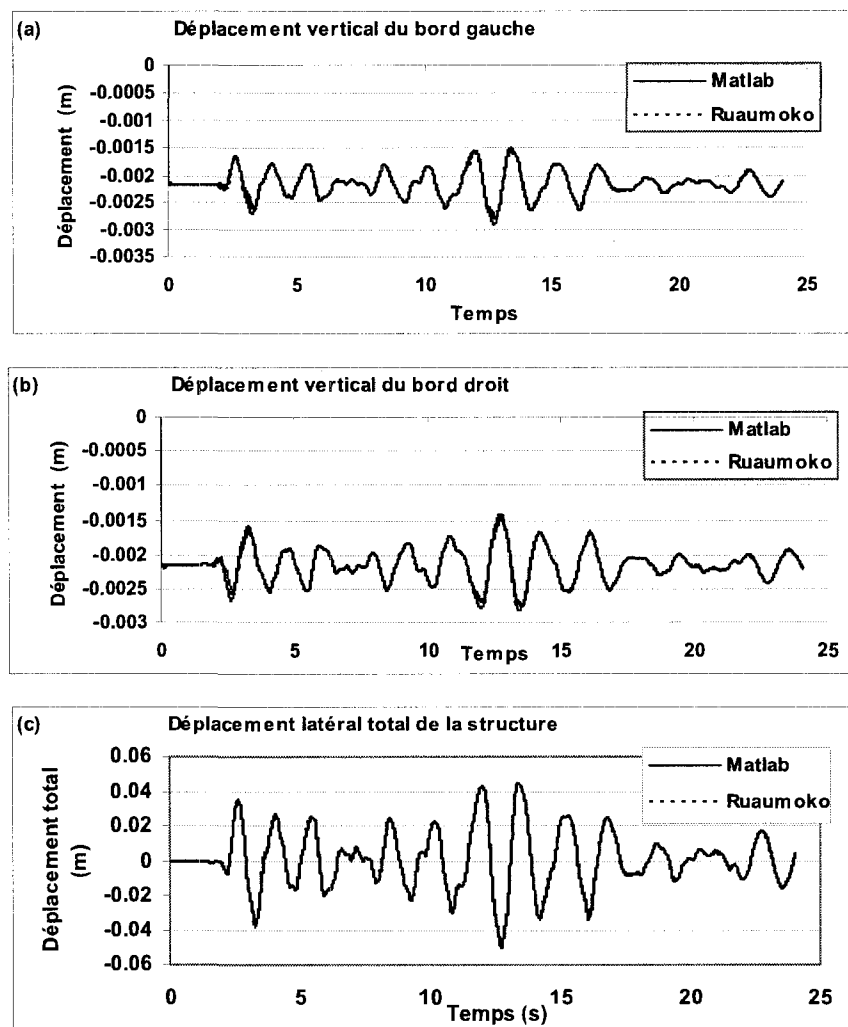


Figure 5.5 Réponse sismique amortie (sans soulèvement) :

(a) déplacement du bord gauche; (b) déplacement du bord droit; (c) déplacement latéral total. $\xi = 3\%$; $\xi_f = 13\%$

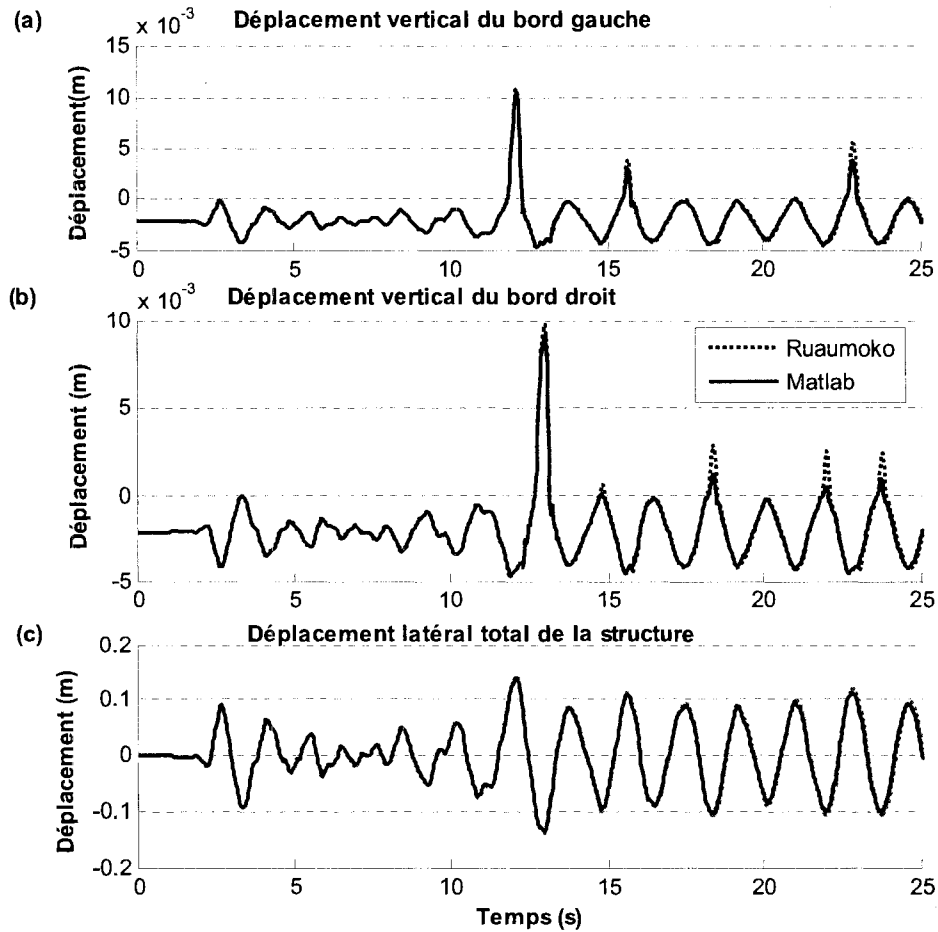


Figure 5.6 Réponse sismique amortie (avec soulèvement).

Déplacement latéral total $\xi = 3 \%$; $\xi_f = 13 \%$

5.3.2 Modèle de fondation Winkler dans Ruaumoko

La modélisation de la superstructure est la même que dans le cas de la fondation à deux ressorts. Par contre, pour représenter la flexibilité d'un sol continu sous la semelle de fondation, un seul ressort représentant la rigidité à rotation, K_θ pourrait être placé au milieu de la base dans le cas du contact complet avec le sol. Mais en cas de soulèvement, la rigidité associée à la rotation devrait être calculée en utilisant une valeur réduite de

K_θ pour prendre en considération le fait que la longueur de contact est réduite entre le sol et la semelle. Cela nécessite une procédure itérative puisque cette longueur de contact dépend de la rotation maximale de la semelle. Dans la pratique, l'interaction sol-structure est souvent examinée en utilisant la rigidité de la fondation qui correspond au contact entier car le soulèvement nécessite une analyse non linéaire. Dans ce cas, les efforts appliqués à la fondation sont calculés en considérant un contact complet. Cette approximation amène donc à une sous-estimation de la rotation maximale, car la rigidité à la rotation diminue avec le soulèvement. Cette variation de la rigidité à la rotation pourrait être donc représentée par des rigidités verticales distribuées sur des ressorts discrets qui libèrent la semelle progressivement avec le soulèvement. La constante d'amortissement et de rigidité pour chaque élément est déduite des coefficients de rigidité et de l'amortissement du sol pour une semelle rectangulaire posée sur un sol homogène élastique. Les ressorts sont supposés sans résistance à la tension. Cependant, lors des phases de soulèvement, la rigidité rotationnelle K_θ de la fondation est couplée avec sa rigidité verticale, et dépend de la longueur de la semelle qui reste en contact avec le sol pendant le soulèvement. Cette rigidité diminue au fur et à mesure que la surface de contact entre le sol et la semelle diminue. Pour tenir compte de ce couplage continu et de cette diminution, la rigidité rotationnelle pourrait être remplacée par une rigidité verticale additionnelle répartie sur des ressorts placée aux deux extrémités de la semelle. Ainsi, la variation de l'énergie rotationnelle se traduit par simple séparation progressive des ressorts lors du soulèvement.

Le guide ATC-40 (1996) présente une approche simplifiée basée sur une conversion de la rigidité verticale globale K_z et de la rigidité rotationnelle globale K_θ , à des rigidités $k_z = K_z / LB$ et $k_\theta = K_\theta / I_x$, respectivement, où L et B sont la longueur et la largeur de la semelle et I_x est la moment d'inertie de la semelle ($I_x = BL^3/12$). Pour notre exemple, $B = 4.36$ m, $L = 8.72$ m et $I_x = 240.9$ m⁴.

Si la différence entre k_θ et k_z est petite, alors on spécifie la rigidité la plus grande aux ressorts verticaux du modèle. Par contre, si cette différence est importante, cela indique qu'une partie de la rigidité rotationnelle globale sera vraiment influencée par la rigidité verticale. Pour bien représenter la semelle, le guide ATC-40 propose une distribution de la rigidité où on divise la semelle de fondation en trois régions (Figure 5.7): une région médiane (centrale) pour reproduire principalement la rigidité verticale et une région à chaque extrémité d'une longueur $B/6$ où une rigidité verticale plus importante est spécifiée pour reproduire les effets de la rigidité rotationnelle.

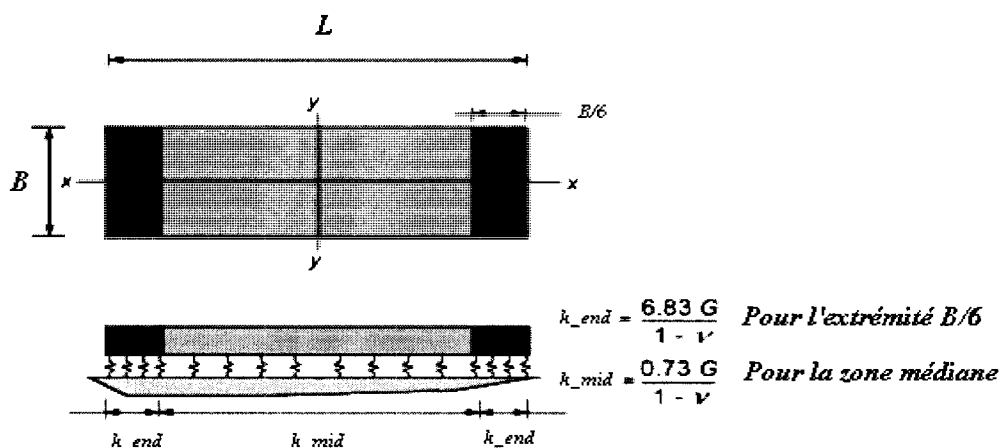


Figure 5.7 Distribution de la rigidité proposée dans ATC-40 (ATC 1996)

Une estimation plus raffinée de la rigidité verticale et rotationnelle (Harden et al, 2005), pourrait être déduite en égalisant les intensités de la rigidité verticale à la rigidité rotationnelle. Supposons que la largeur inconnue de la zone d'extrémité soit L_e . Une comparaison de cette longueur, calculée théoriquement par les formules de Gazetas, avec celle prescrite par ATC-40 est présentée sur la Figure 5.8 en fonction des dimensions de la semelle.

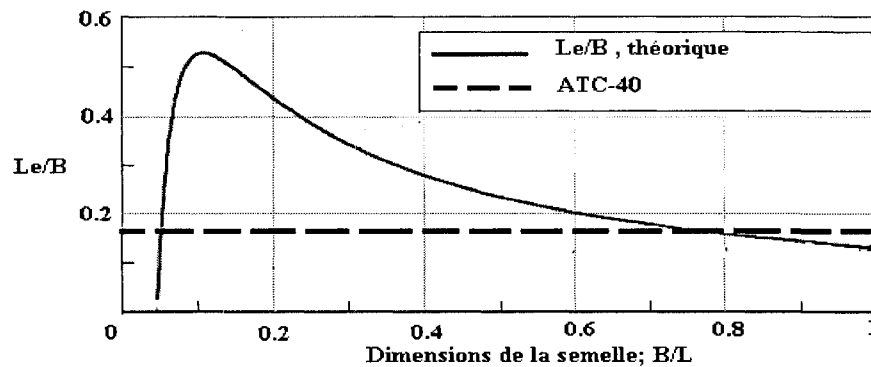


Figure 5.8 Zone extrême définie par la rigidité additionnelle (Harden et al, 2005)

Une estimation plus raffinée de la rigidité verticale et rotationnelle (Harden et al, 2005), pourrait être déduite en égalisant les intensités de la rigidité verticale à la rigidité rotationnelle. Supposons que la largeur inconnue de la zone d'extrémité soit L_e . Une comparaison de cette longueur, calculée théoriquement par les formules de Gazetas, avec celle prescrite par ATC-40 est présentée sur la Figure 5.8 en fonction des dimensions de la semelle.

Dans notre étude, les semelles sont rectangulaires avec un rapport de la largeur à la longueur égal à 0.5. La Figure donne un rapport L_e / B de 0.22, ce qui correspond à une longueur L_e égale environ au dixième de la longueur de la semelle. Comme cette dimension est faible, on néglige cette zone de rigidité additionnelle et on adopte une répartition uniforme de la rigidité sous la semelle déterminée ultérieurement. On peut alors prendre une répartition des ressorts uniforme équidistants sans tenir compte de la rigidité additionnelle aux extrémités.

Dans notre étude on considère 21 ressorts équidistants distribués sous la semelle de longueur 8.72 m. L'espacement est égal alors à 0.436 m. Le choix des ressorts était de telle que la distribution soit symétrique (10 sur chaque demi-longueur de la semelle et un ressort au milieu). Le choix de nombre des ressorts était motivé par la réponse sismique

qui convergeait vers la même solution en utilisant 21 et 27 ressorts, mais donnait une réponse légèrement différente avec 9 ressorts.

La rigidité du chaque ressort est égale à la rigidité verticale totale du sol, divisée par la longueur de la semelle puis multipliée par l'espacement entre deux ressorts successifs. Elle est égale à 691730.769 kN/m. La rigidité verticale continue sous la semelle, k_w , est alors égale à : $k_w = 691730.769 / 0.436 = 1.5865 * 10^6 \text{ kN/m}$. Et la rigidité rotationnelle

K_θ déterminée selon cette rigidité verticale continue est déduite par la relation suivante:

$$K_\theta = 2k_w b^3 / 3 = 2 * 1.5865 * 10^6 * 4.36^3 / 3 = 8.7664 * 10^7 \text{ kN.ms/rad}.$$

Les deux modes de vibration de mur de 10 étages montrés sur la Figure 5.9 sont déterminés avec le logiciel Ruaumoko. La période du premier mode de vibration qui inclut la rotation de la semelle et la déformation latérale de la superstructure est égale à 1.745 s. Le deuxième mode représente uniquement le mouvement vertical de la semelle. Sa période est égale à 0.094 s.

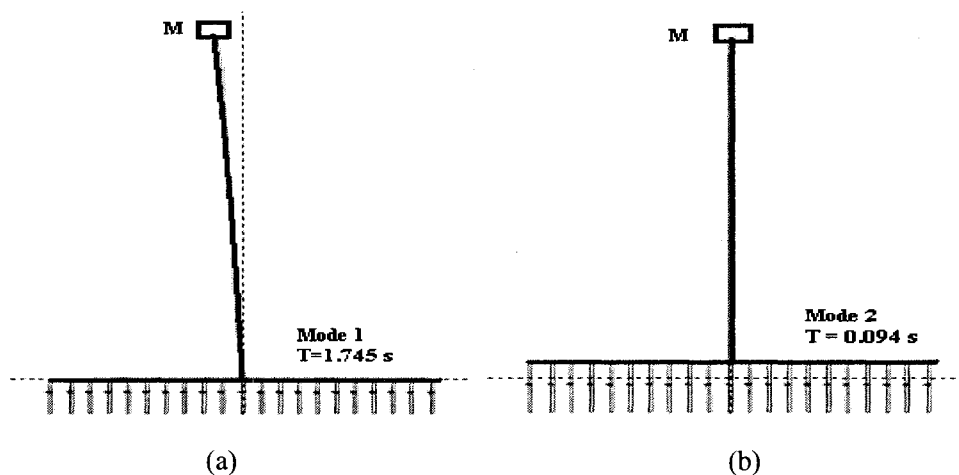


Figure 5.9 Modes de vibration pour la fondation Winkler : (a) mode1 ; (b) mode 2

Pour introduire les paramètres d'amortissement de Raleigh dans le modèle de Winkler on procède de la même manière que dans le modèle à 2 ressorts. Pour la superstructure on prend les mêmes valeurs des paramètres que dans le modèle à deux ressorts ($\alpha = 0.2352$ et $\beta = 0$). Tandis que pour la fondation Winkler, la valeur de α et β pour avoir un taux de 13%, sont déterminées en appliquant un amortissement nul au premier mode de vibration, le taux d'amortissement sera pris exclusivement par le deuxième mode qui ne constitue que les vibrations verticales. On obtient ($\alpha = 0$ et $\beta = 0.00379$). Les valeurs des paramètres d'amortissement de Raleigh et les périodes de vibrations pour les deux modes sont classés dans le tableau ci-dessous :

Tableau 5.1 Paramètres d'amortissement et périodes de vibration

Mode de vibration	α	β	T (s)
Mode 1	0.2352	0.00	1.745
Mode 2	0.00	0.00397	0.094

On vise d'abord à faire une comparaison de la réponse amortie du mur de 10 étages obtenue avec les deux logiciels Ruaumoko et Matlab, sans tenir compte du soulèvement.

La Figure 5.10 montre la réponse de la structure amortie, lorsque soumise au séisme de la région de Montréal déjà montré sur la Figure 3.7. Pour les deux logiciels, l'algorithme utilisé est celui de Newmark avec l'accélération moyenne et un pas de temps constant égal à 0.001 s. On remarque sur la figure que les quantités calculées avec Matlab sont exactement les mêmes que celles obtenues avec Ruaumoko. Dans ce cas de non soulèvement la réponse est linéaire et les périodes de basculement et du mouvement vertical, calculées analytiquement ($T_1 = T / \bar{\omega}_1 = 1.74 \text{ s}$ et $T_2 = T / \sqrt{2bk_w/k} = 0.094 \text{ s}$), sont retrouvées avec Ruaumoko (Figure 5.9).

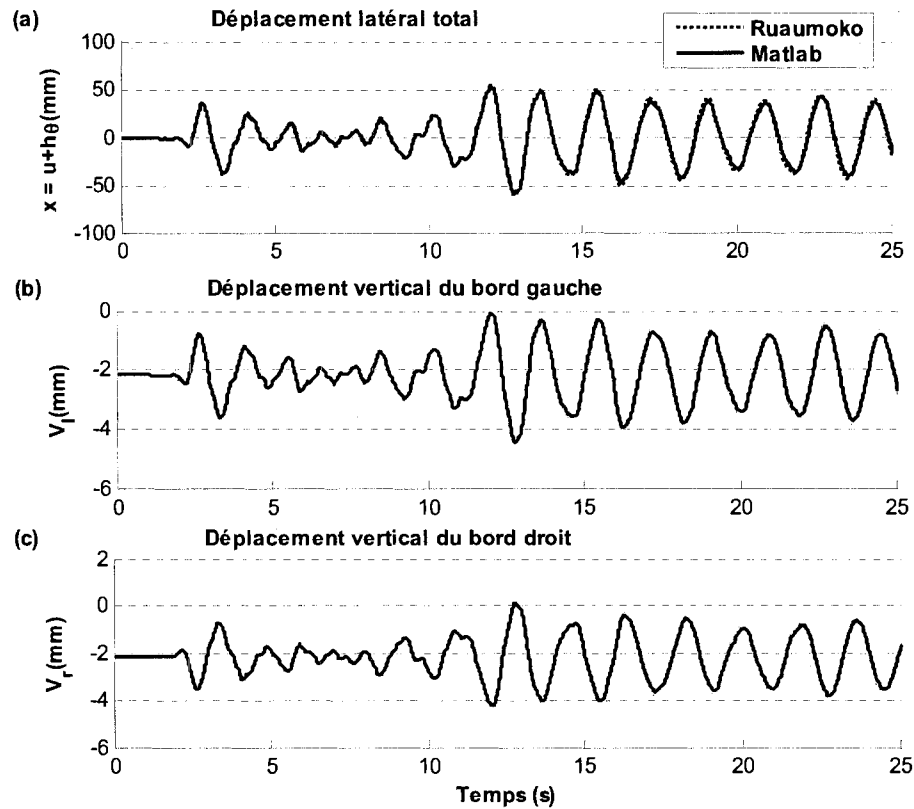


Figure 5.10 Réponse sismique amortie sans soulèvement du mur de 10 étages avec fondation Winkler : (a) déplacement latéral total; (b) déplacement du bord gauche; (c) déplacement du bord droit. $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$

Dans le cas où le soulèvement de la semelle est pris en compte, la réponse de la structure présentée sur la Figure 5.11 n'est plus linéaire et devient plus compliquée. L'excitation sismique est amplifiée par 2 pour provoquer le soulèvement de la semelle et les paramètres d'amortissement introduits dans Ruaumoko devaient donner exactement l'amortissement voulu dans la fondation. On peut voir ici encore (Figure 5.11), que la réponse obtenue avec Ruaumoko avec un pas de temps de 0.001 s, est quasiment la même que celle obtenue avec Matlab avec un léger écart en amplitude après atténuation

du séisme. Une déduction suite aux deux méthodes de calculs, c'est que le système dynamique utilisant le Modèle de Winkler introduit dans l'algorithme pour Matlab est tout à fait conforme à la modélisation du système avec le logiciel Ruaumoko.

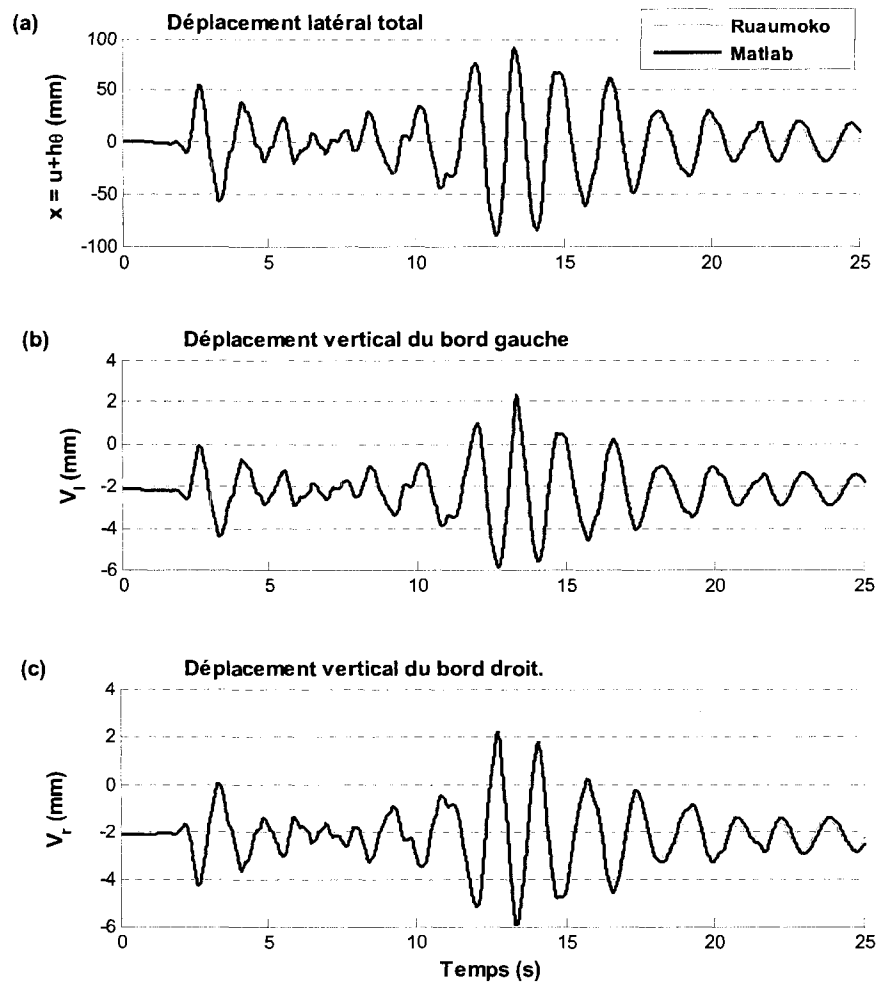


Figure 5.11 Réponse sismique amortie avec soulèvement du mur de 10 étages avec fondation Winkler : (a) déplacement latéral total; (b) déplacement du bord gauche; (c) déplacement du bord droit. $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$

5.4 Comparaison entre le Modèle à deux ressorts et le modèle Winkler dans Ruaumoko

Pour examiner l'influence de la modélisation de la fondation sur la réponse sismique, on compare les résultats obtenus avec le logiciel Ruaumoko pour les deux modèles : modèle à deux ressorts et le modèle Winkler. Dans les deux cas, on utilise l'algorithme de Newmark avec accélération moyenne et un pas de temps constant égal à 0.001 s et sans amplification du séisme.

Pour obtenir la même relation moment rotation dans les deux modèles, dans le modèle à deux éléments, chaque ressort doit être distant de l'extrémité de la semelle d'une valeur de $1/\sqrt{3}$ fois la demi-longueur de la semelle, soit 2.51 m. La réponse non amortie est donnée sur la Figure 5.12 pour le mur de 10 étages. On voit que le déplacement latéral total est le même pour les deux modèles, car ce déplacement est celui du corps rigide qui inclut la rotation de la semelle et la déflexion. Par contre, le déplacement vertical des bords de la semelle est plus important dans le cas de la fondation Winkler car ce déplacement est influencé par la rotation. La valeur critique de cette dernière ($\theta_u = P / 2k_u \cdot b^2 = 1.98 \times 10^{-4}$ rad est atteinte plus rapidement dans le modèle de Winkler que dans le modèle à deux ressorts. Pour le modèle de Winkler, le moment qui induit cette rotation est égal au tiers du moment qui provoque le soulèvement dans le modèle à deux ressorts : soit $M_u = Pb/3 = (30000) \times (4.36) = 43600$ kN.m. Dans le modèle à deux ressorts, la rotation critique correspondante est égale à 4.9736×10^{-4} radians et le moment nécessaire pour atteindre cette rotation est égal à 130800 kN.m.

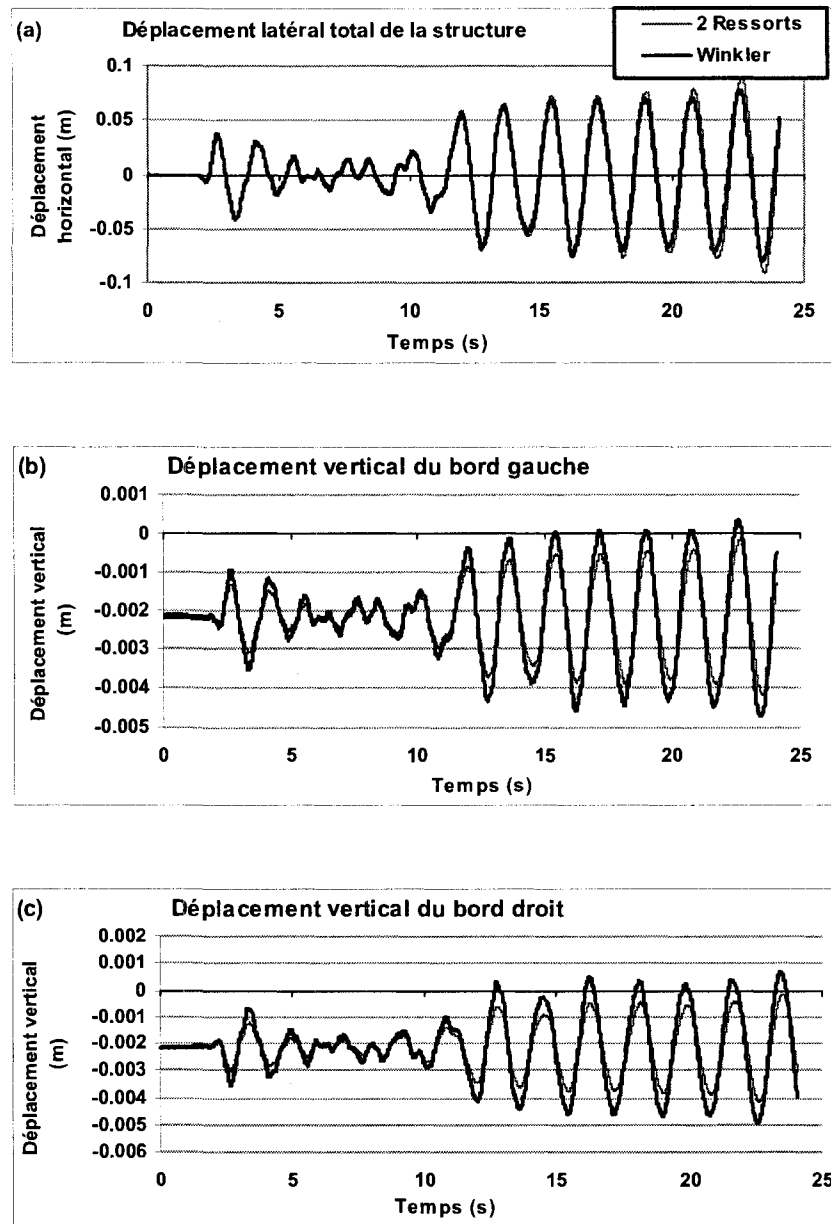


Figure 5.12 Réponse sismique non amortie calculée avec les deux modèles.

(a) déplacement latéral; (b) déplacement du bord gauche; (c) déplacement du bord droit. $\xi = 0\%$; $\xi_v = 0\%$

Dans le modèle de Winkler, la rotation critique (début du soulèvement) est atteinte une première fois du côté droit de la semelle à partir de $t = 12.5$ s et on constate que la semelle continue à se soulever puisque le système est non amorti. Le modèle à deux ressorts prédit qu'il n'y aura pas de soulèvement sur l'intervalle de temps étudié. On remarque par contre que même si le côté droit de la semelle est soulevé dans le modèle de Winkler, le déplacement latéral dans les deux modèles sont confondus pour une certaine durée.

Le fait qu'il n'y ait pas des différences aussi importantes dans le soulèvement (ou très peu) de différence dans le déplacement latéral entre les deux modèles semble incompatible. Ceci est dû au fait que le déplacement latéral inclut l'effet de la rotation de la semelle et de la déformation de la structure, c'est la somme de déplacement en tête de la structure avant soulèvement et le déplacement dû à la rotation de la semelle.

Sur la Figure 5.13 on montre la réponse amortie de la même structure (mur de 10 étages). L'amortissement appliqué dans la superstructure est égal à 3%, celui dans la fondation est pris égal à 13%. On constate que l'amortissement introduit dans le système a réduit la réponse en déplacement. Dans ce cas, pour les deux modèles, le séisme utilisé n'est pas si fort pour pouvoir provoquer un soulèvement. La semelle reste alors en contact continu avec les éléments de la fondation, malgré que l'amplitude des déplacements verticaux de la semelle soit plus élevée par le modèle de Winkler que celle obtenue dans le modèle à 2 ressorts.

Le déplacement latéral ne montre pas une nette différence entre les 2 modèles, car il est influencé par la rotation de la semelle et la déformation de la structure. Ces deux degrés de libertés sont couplés tandis que le déplacement vertical des bords ne dépend pas de la déformation en tête de la structure mais seulement du mouvement vertical de la semelle et de sa rotation.

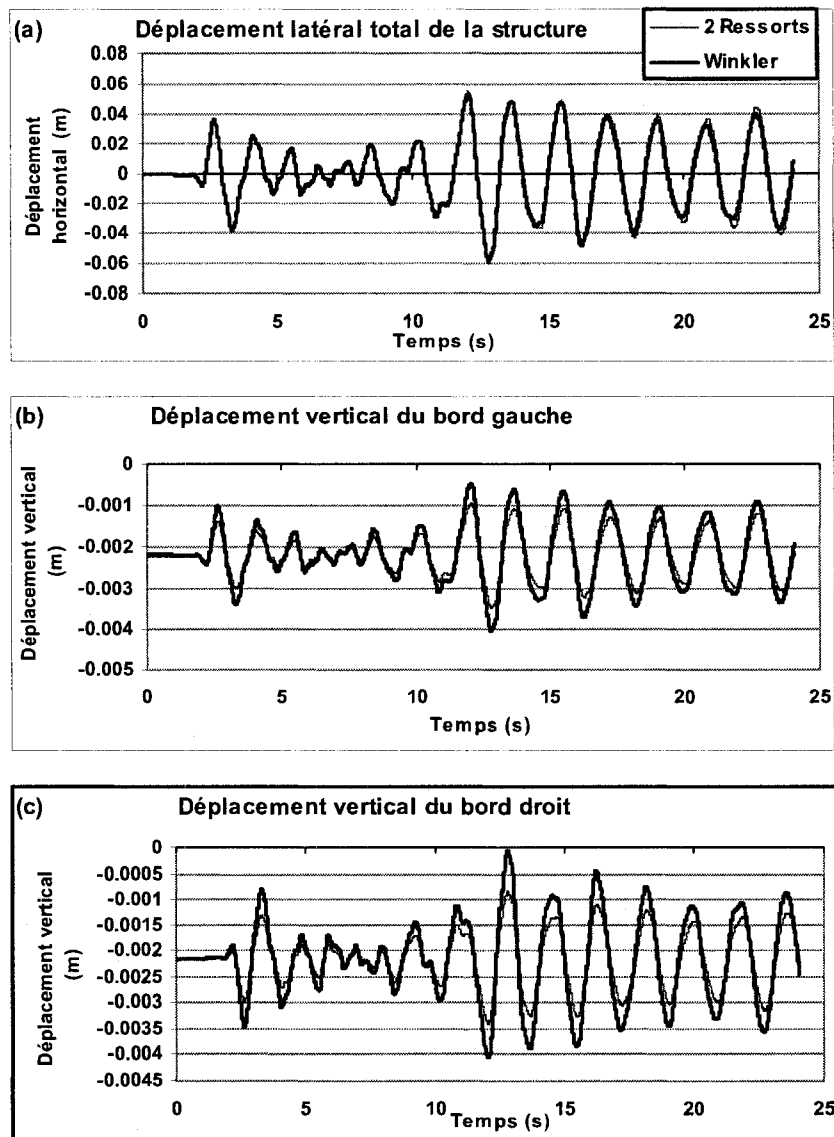


Figure 5.13 Réponse sismique amortie (sans soulèvement) calculée avec les deux modèles. (a) déplacement latéral; (b) déplacement du bord gauche; (c) déplacement du bord droit. $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$

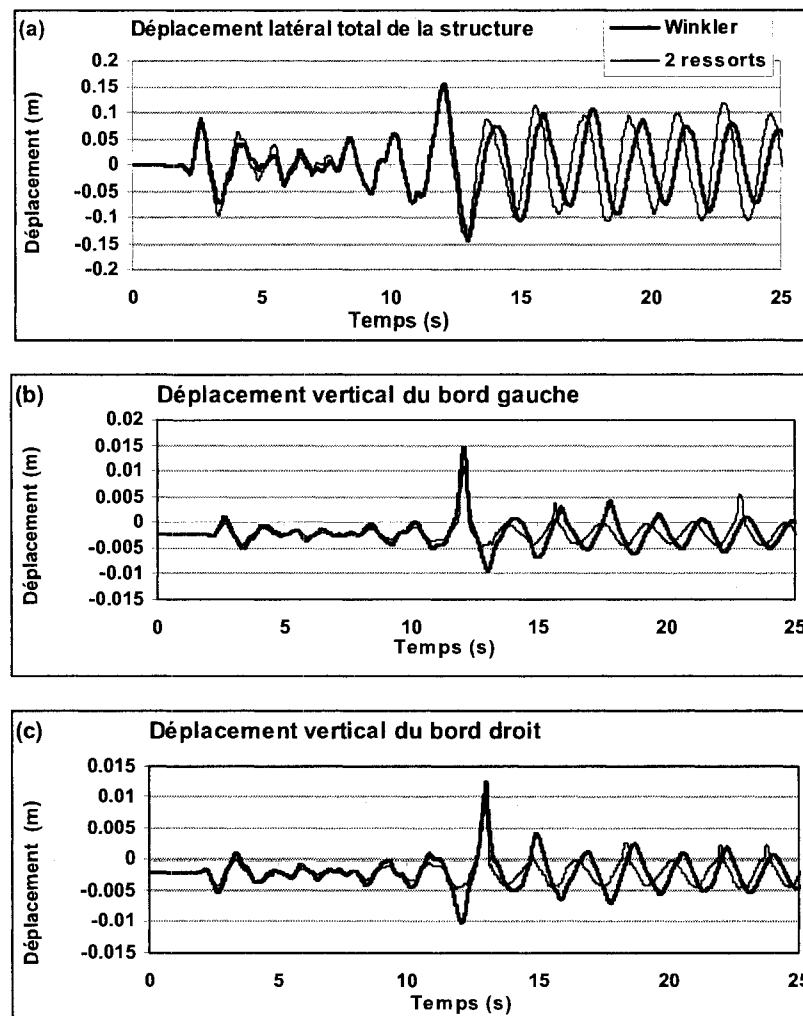


Figure 5.14 Réponse sismique amortie (avec soulèvement) calculée avec les deux modèles. (a) déplacement latéral; (b) déplacement du bord gauche; (c) déplacement du bord droit. $\xi = 3\%$; $\xi_v = 13\%$

Sur la Figure 5.14, on présente une comparaison des réponses sismiques de mur de refend de 10 étages soumis au séisme artificiel de Montréal, calculées avec Ruaumoko pour deux types de modélisation de la fondation : le modèle à deux ressorts et le modèle de Winkler. Le séisme a été amplifié par un facteur de 2 pour provoquer le soulèvement.

On voit que le déplacement latéral maximal atteint une valeur de 15 cm. Le soulèvement est atteint avec le modèle de Winkler avant celui obtenu avec le modèle à 2 ressorts. Avec le Modèle de Winkler, le soulèvement du bord gauche a eu lieu après 3 s. De même que dans le cas sans soulèvement, le déplacement des bords avec le modèle de Winkler est plus important que le déplacement obtenu avec le modèle à deux ressorts. Ces deux déplacements dépendent du tassement de la semelle et de sa rotation. Le moment nécessaire pour soulever la semelle dans le cas de Winkler n'est que le tiers de celui nécessaire pour la soulever avec deux ressorts. Le déplacement critique est donc atteint bien avant celui correspondant à deux ressorts. Cependant, on notifie pas une différence significative de point de vue amplitude de déplacement latéral total, car ce dernier dépend aussi de la déformation au sommet de la structure.

5.5 Conclusion sur le chapitre 5

L'étude du comportement du mur de cet exemple avec le logiciel Ruaumoko confirme ce que nous avons déjà observé à la fin du chapitre 4, c'est-à-dire que l'amortissement joue un rôle très important sur le comportement sismique de la structure et que les deux modèles de fondation (deux ressorts et Winkler) peuvent donner des résultats très différents quant aux déplacements verticaux des bords des semelles et de déformation de la structure.

La modélisation du système sans amortissement avec une fondation représentée par seulement deux ressorts conduit vers des erreurs de convergence après soulèvement. Le poids de la structure est transmis vers l'élément de l'autre bout de la semelle lors de soulèvement, ce qui est une représentation irréaliste du sol de fondation. Il est difficile donc avec ce type de modélisation de prédire avec précision la rotation de la semelle avec soulèvement lorsqu'on utilise le logiciel Ruaumoko. L'amortissement a eu un effet bénéfique sur la convergence en comparaison avec la réponse non amortie et le fait de l'introduire dans le modèle à deux ressorts a permis d'obtenir avec Ruaumoko une

solution proche de celle obtenue avec Matlab. Cependant, avec le modèle Winkler, le système dynamique utilisé dans l'algorithme pour Matlab était tout à fait conforme à la modélisation avec le logiciel Ruaumoko. Ainsi, l'utilisation du logiciel Ruaumoko a permis de valider le modèle Matlab et les comparaisons ont démontré que l'utilisation du modèle de Winkler dans Matlab avec un pas de temps variable donnaient des résultats plus précis lorsqu'il y avait soulèvement.

La comparaison entre le modèle à deux ressorts et celui de Winkler utilisés dans Ruaumoko, a démontré que le modèle à deux ressorts produit des amplitudes du déplacement vertical de la semelle plus faibles à ceux obtenues par le modèle de Winkler. La différence entre les instants et amplitudes de soulèvement, obtenus par les deux modèles de fondation, est due à la nature de la relation moment-rotation. Le moment nécessaire pour provoquer un soulèvement avec le modèle de Winkler est seulement le tiers de celui nécessaire utilisant le modèle à deux ressorts.

Même si le modèle de fondation à deux ressorts pouvait être utilisé en conception parasismique, il sous-estimerait la réponse de la structure en comparaison avec la réponse obtenue par le modèle Winkler. Par conséquent il est recommandé car plus réaliste d'utiliser la fondation Winkler pour l'étude paramétrique de la réponse des murs de refend. C'est ce qui sera fait au chapitre suivant.

CHAPITRE 6 Résultats d'analyses et étude paramétrique

Ce chapitre présente une étude paramétrique visant à comparer le comportement des murs de refend en permettant le soulèvement des fondations, pour des bâtiments soumis à des séismes de l'est et de l'ouest du Canada. Trois murs de 5, 10 et 25 étages localisés dans la région de Montréal et Vancouver et fondés sur des fondations superficielles sont étudiés. Chaque mur est considéré élastique et uniforme avec un poids propre total incluant la charge verticale supportée verticalement. Le poids sismique attribué pour chaque étage de hauteur 3 m, est égal à 3000 kN. On considérera trois valeurs du coefficient MR qui est le rapport entre la charge verticale supportée par le mur et le poids total : $MR = 0.2, 0.4$ et 0.6 .

6.1 Dimensionnement des murs de refend

Puisque la période fondamentale de vibration T_a est fonction de la rigidité latérale, k , du système donnée par la formule (6.1) et de la masse du bâtiment, les dimensions des murs sont déterminées en ajustant la rigidité horizontale correspondant à la période du premier mode donnée par le code CNB 2005.

$$k = \frac{4\pi^2 W}{T^2 \cdot g} \quad (6.1)$$

Ou T est la période fondamentale du mur de refend et W son poids sismique total. Des expressions empiriques sont proposées dans le CNB 2005 pour obtenir un estimé, T_a , de la période fondamentale. Cependant un modèle numérique du bâtiment permet de mieux prédire cette période. Dans le CNB 2005, la formule empirique pour la période des murs de refends en béton armé de hauteur h est:

$$T_a = 0.05 \cdot h^{3/4} \quad (6.2)$$

Dans le code CNB 2005, on permet de déterminer T_a à l'aide de méthodes mécanique en utilisant un modèle structural et en incluant les effets des sections fissurées dans les éléments en béton armé (Panneton et al. 2006). Cette période peut cependant être considérablement plus élevée que la période de l'équation (6.2) et on limite, dans le CNB, la période à utiliser pour le calcul des charges sismiques à 2.0 fois la période obtenue de la formule empirique. Dans notre étude, on supposera que la période réelle des murs de refend est égale à 2.5 fois la période empirique pour la région de Montréal et à 2.0 fois la période empirique pour la région de Vancouver. La différence vient du fait que les charges sismiques pour Montréal sont plus faibles qu'à Vancouver, ce qui conduit généralement à des structures plus souples, donc ayant une période plus longue. En considérant le mur de refend comme une console de section rectangulaire ayant une rigidité flexionnelle, EI , constante sur toute sa hauteur, la rigidité latérale, k , peut être exprimée par la relation suivante :

$$k = \frac{3.EI}{h_{eff}^3} \quad (6.3)$$

$$\text{où : } h_{eff} = (2/3)h ; \quad I = \frac{b_w \cdot l_w^3}{12} \quad (6.4)$$

et b_w et l_w sont l'épaisseur et la longueur du mur respectivement. On trouve alors :

$$\frac{3.EI}{(\frac{2}{3}.h)^3} = \frac{4.\pi^2.w}{T^2.g} \Rightarrow I = \frac{32}{81} \frac{h^3.\pi^2.w}{T^2.g.E} \quad (6.5)$$

On considère dans notre étude que le coefficient de Poisson pour le béton est $\nu = 0.3$ avec un module de cisaillement $G = 200.MPa$. La résistance à la compression est égale à $f'_c = 30.MPa$ avec un module de Young $E = 4500\sqrt{f'_c} = 25000.MPa$. En utilisant l'équation (6.1), on peut obtenir les valeurs de la rigidité latérale des différents murs

situés dans la région de Montréal et de Vancouver avec leurs périodes fondamentales. Les résultats sont présentés dans le tableau 6.1.

Tableau 6.1 Caractéristiques des murs de refend

Site	Catégorie Mur	Hauteur h (m)	Poids W (kN)	T (s)	Rigidité k (N/m)
Montréal	5 étages	15	15000	0.953	66500524.98
	10 étages	30	30000	1.602	47022972.17
	25 étages	75	75000	3.186	29739938.88
Vancouver	5 étages	15	15000	0.762	103907070.28
	10 étages	30	30000	1.282	73473394.01
	25 étages	75	75000	2.549	46468654.50

En écrivant l'égalité entre les expressions (6.1) et (6.3) de la rigidité latérale, on déduit l'expression du moment d'inertie de la structure. On ajuste ensuite le moment d'inertie exprimé en (6.4) avec celui déterminé par la formule (6.5) et on déduit les dimensions du mur du refend regroupées pour chacune des deux régions dans le tableau 6.2.

Tableau 6.2 Dimensions des murs de refend

Site	Catégorie Mur	I (m ⁴)	b_w (m)	l_w (m)	$A = b_w l_w$ (m ²)
Montréal	5 étages	0.887	0.200	3.761	0.752
	10 étages	5.016	0.200	6.702	1.340
	25 étages	49.567	0.300	12.563	3.769
Vancouver	5 étages	1.385	0.250	4.051	1.013
	10 étages	7.837	0.250	7.219	1.805
	25 étages	77.448	0.300	14.578	4.373

6.2 Dimensionnement des semelles de fondations

6.2.1 Cisaillement à la base du mur et moment de renversement

Le cisaillement à la base V est la somme algébrique des forces d'inertie agissant sur les masses de la structure. Dans le cas des vibrations de translation, l'addition des réponses modales donne une répartition latérale des forces sismiques ayant la forme d'un triangle inversé dont le sommet est à la base de la structure. Puisque les efforts F_x produits à un niveau quelconque h_x sont proportionnels au poids sismique w_x à ce niveau, la répartition des charges sismiques s'obtient par la relation suivante :

$$F_x = V \frac{w_x \cdot h_x}{\sum w_i \cdot h_i} \quad (6.6)$$

Dans notre étude, le système est considéré comme un système à un degré de liberté avec une masse globale (poids sismique) concentrée au centre de gravité de la répartition triangulaire des efforts : soit à une distance de la base égale au $2/3$ de la hauteur totale. L'effort F_x appliqué à ce niveau est donc égal à V . Dans le cas des structures élancées, des forces plus importantes peuvent se produire dans la partie supérieure et on devrait tenir compte de la nouvelle répartition des charges en appliquant une partie du cisaillement sous forme d'une charge concentrée F_t au sommet de la structure. Cette charge est égale à $0.07 TV$, mais limitée à $0.25 V$ et le reste $V - F_t$ est distribué sur la hauteur. Cette effet, dû à la réponse de la structure dans ses modes supérieurs, est ignoré ici car notre étude vise à examiner le basculement de la structure et que ce comportement est contrôlé principalement par le premier mode de vibration..

Dans la méthode des forces statiques équivalentes du CNB, on considère aussi la contribution des modes supérieurs par l'application d'un facteur d'amplification M_v à la force V et par l'application d'un facteur de réduction, J , au moment de renversement calculés à partir des forces latérales associées à cette force V . Comme la réponse de la

structure dans son mode fondamentale est celle qui domine pour le basculement de la structure, on ignore la contribution des modes supérieurs ($M_v = 1$) et le moment de renversement est posé égal à l'effort appliqué à la masse, multiplié par 2/3 de la hauteur soit :

$$M = 2/3.V.h \quad (6.7)$$

Avec $V = S(T_a).M_v.I_c.W / R_0.R_d$ est l'effort de cisaillement à la base explicité au chapitre 2.

6.2.2 Valeurs de R_0 , R_d et d'accélération spectrale

Pour la région de Montréal, on considère que les murs sont modérément ductiles et les valeurs des facteurs de réduction pour la force sismique sont: $R_d = 2$ et $R_0 = 1.4$. Pour la région de Vancouver, on considère que les murs sont ductiles avec $R_d = 3.5$ et $R_0 = 1.6$. Puisque la valeur de R_d est supérieure à 1.5, le code permet que la force V soit limitée à 2/3 de la force calculée avec $T_a = 0.2$ s. On considère que le site étudié dans les deux villes choisies est de classe C. Les facteurs de sol, F_a et F_v , sont alors égaux à 1.0. Les valeurs de $S(T)$ sont donc égales à S_a . Après interpolation selon la période, les valeurs de $S_a(T)$, on obtient les valeurs des accélérations spectrales correspondant à chaque mur. Le tableau 6.3 résume les valeurs de R_d , R_0 et de $S(T)$ pour tous les murs étudiés.

Tableau 6.3 Valeurs des spectres et facteurs de réduction des forces sismiques

	S(T)	S(T)	S(T)	R_d	R_0
	5 étages. h = 15m	10 étages. h = 30m	25 étages. h = 75m		
Montréal	0.16 g	0.09 g	0.02 g	2.0	1.4
Vancouver	0.52 g	0.31 g	0.12 g	3.5	1.6

6.2.3 Dimensions des semelles

Les semelles se comportent comme des dalles qui résistent à la pression du sol découlant de la force verticale et du moment de renversement imposés à la semelle. La distribution des contraintes sous les semelles sous ces efforts devrait être prise en compte dans les calculs. Le moment de renversement peut être traité en déplaçant la charge verticale d'une distance e , l'excentricité, qui est égale au moment de renversement divisé par la force verticale. La Figure 6.1 montre la répartition des contraintes sous une semelle modélisée par une fondation Winkler. Cette répartition est a priori trapézoïdale avant le soulèvement. Le sol est assumé ne pas pouvoir résister la tension. Dès que l'excentricité dépasse un sixième de la longueur, la contrainte devient nulle et la répartition des contraintes prend une forme triangulaire du côté comprimé.

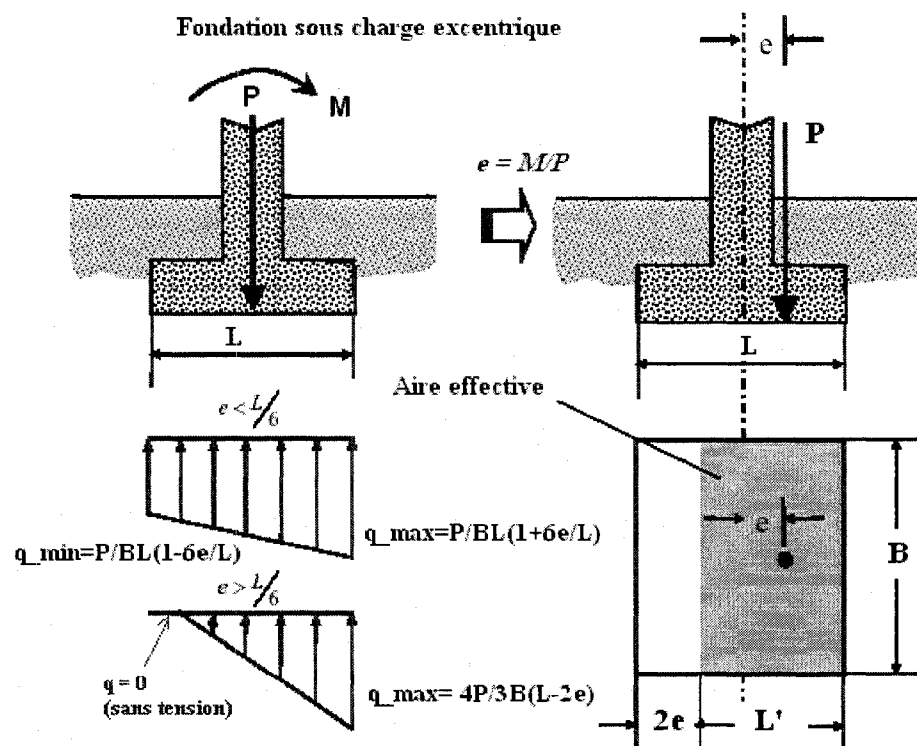


Figure 6.1 Répartition des contraintes sous la semelle de fondation filante

Quand la fondation bascule, toute la charge verticale est transmise par la pointe de la semelle qui est encore en contact avec le sol et la surface de contact diminue progressivement avec le soulèvement de la semelle. La contrainte dans la zone fortement comprimée peut alors atteindre la capacité portante du sol et on peut considérer, pour fins de calculs, une contrainte de résistance du sol uniforme et égale à la capacité portante admissible de sol dans cette zone (Meyerhof 1963). Les dimensions de la semelle peuvent être obtenues à partir de cette hypothèse. La largeur effective est réduite de deux fois l'excentricité et par conséquent la section qui reste en contact avec le sol est égale à $(L-2e)B$. La contrainte maximale est égale à $4/3$ fois la contrainte de référence sur cette section réduite (Figure 6.1) et ne doit pas dépasser la capacité portante admissible q_{adm} . Et on peut écrire l'inégalité suivante :

$$q_{adm} \geq \frac{4P}{3B(L-2e)} \quad (6.8)$$

Avec

B : largeur de la semelle ; L : longueur de la semelle ; e : excentricité

P : charge verticale dépendant du rapport de masse MR .

On suppose des semelles rectangulaires avec $L = 2B$. En substituant cette relation dans l'inéquation précédente, on obtient la relation suivante :

Capacité portante admissible de la fondation

Pour dimensionner les semelles de fondations on applique l'équation de la capacité portante ultime la plus utilisée et développée par Terzaghi. Pour un chargement vertical uniforme sur une fondation superficielle la capacité portante ultime est déterminée avec la formule suivante (Das, 2004):

$$q_{ult} = cN_c.S_c + \gamma DN_q S_q + \gamma L N_\gamma S_\gamma / 2 \quad (6.9)$$

où q_{ult} est la capacité portante ultime de la fondation superficielle, γ est le poids volumique du sol en kN/m^3 , D est la distance de la surface du sol à la base de la semelle et c est la cohésion du sol.

N_c, N_q et N_γ : sont les facteurs de portance, ne dépendant que de l'angle de frottement interne du sol sous la base de la fondation.

S_c, S_q , et S_γ : sont les coefficients de forme de la semelle de fondation, ils sont égaux selon Terzaghi à : $S_c = 1 + 0,2B/L$, $S_\gamma = 1 - 0,2B/L$ et $S_q = 1$.

L' : est la longueur effective de la semelle égale $L - 2e$

Pour notre étude on considère le sol de type C, comme un sable dense avec une cohésion nulle, un poids volumique de 21 kN/m^3 et un angle de frottement interne ϕ égal à 35° .

Les facteurs de portance prennent les valeurs suivantes : $N_c = 46$, $N_\gamma = 34$ et $N_q = 33$.

En considérant que la semelle à une profondeur D égale à 1.8 m , la valeurs de la capacité portante ultime en fonction de la longueur de la semelle est égale à :

$$q_{ult} = 0 \times (46)(1) + (21)(1.8)(33)(1) + (21)(L - 2e)(34)(0.9)/2 = 1247.4 + 321(L - 2e) \quad (6.10)$$

Puisque dans la pratique conventionnelle on mentionne les semelles avec la capacité portante admissible. Généralement un coefficient de sécurité égale à 3 est applicable entre la capacité portante admissible et la capacité ultime.

Dans le Code National du bâtiment, les effets des charges sont multipliés par des coefficients pondérateurs des charges. L'analyse aux états limites est donc basée sur des charges et résistances pondérées. Pour cette raison, la capacité portante admissible doit être pondérée par un coefficient pondérateur. Pour le cas des charges sismiques, le manuel Canadien d'Ingénierie des Fondations préconise un coefficient de 1.5. On peut écrire alors que :

$$q_{adm} = \frac{1.5q_{ult}}{3} = \frac{q_{ult}}{2} \quad (6.11)$$

En substituant (6.10) dans (6.11) on aura l'égalité suivante :

$$1247.4 + 321(L - 2e) = 2q_{adm} \quad (6.12)$$

Avec l'inéquation (6.8) et l'équation (6.12) on obtient l'inégalité suivante :

$$1247.4 + 321(L - 2e) \geq \frac{8P}{3B(L - 2e)} \quad (6.13)$$

Dans notre étude on a des semelles rectangulaires avec $L=2B$. L'équation ci-dessus pourrait alors s'écrire en fonction de L sous la forme suivante :

$$1871L(L - 2e) + 482L(L - 2e)^2 - 8P \geq 0 \quad (6.14)$$

La semelle doit être suffisamment épaisse pour reprendre, sans rupture, les efforts tranchants et moments de flexion qui se développent dans les zones en porte-à-faux excédant l'empreinte du mur. L'épaisseur doit aussi être suffisante pour appuyer l'hypothèse faite dans nos modèles à l'effet que la semelle peut être considérée élastique et infiniment rigide dans le but de réduire certains paramètres de calculs. La section de vérification pour le moment fléchissant se situe à l'extrémité du mur au front de section de mur (section AA sur la Figure 6.2). Il faut donc vérifier que la résistance en flexion de la semelle, M_r , est supérieure au moment de flexion de la semelle au front du mur, M_f , donné par la formule suivante:

$$M_f = q_a \cdot (L - 2e) \cdot (e - l_w/2) \cdot B \quad (kN.m) \quad (6.15)$$

Avec l_w : longueur du mur.

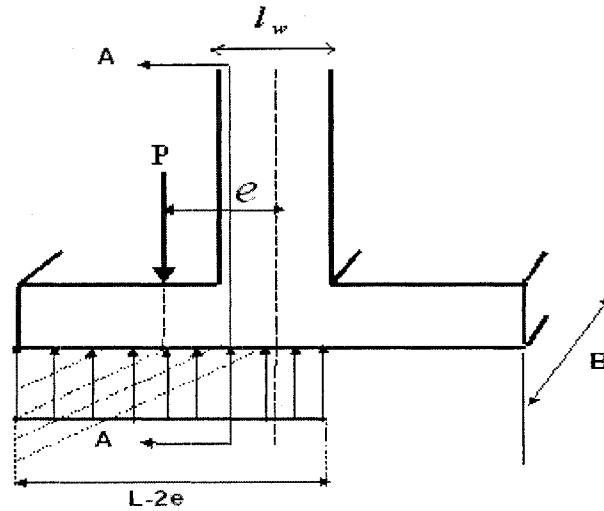


Figure 6.2 Front de section pour vérification du moment fléchissant

La résistance en flexion de la semelle est calculée selon CSA-A23.3-04 (CSA, 2004) par la relation ci-dessous:

$$M_r = \phi \cdot f_y \cdot j_d \cdot A_s = \phi \cdot f_y \cdot j_d \cdot A_b \cdot \frac{B}{esp} \quad kN.m. \quad (6.16)$$

A_s est la section des aciers d'armature dans la semelle, A_b est la Section d'une barre ($314 mm^2$), f_y est la limite d'élasticité des aciers égale à 200 000 MPa, esp est l'espacement entre les armatures égal à 15 cm et j_d est le bras de levier interne entre la force de compression dans le béton et la force de traction dans l'armature.

Si l'épaisseur de la semelle est considérée égale à 800 mm et $j_d = 707$ mm, la condition à respecter au niveau de la résistance en flexion s'écrit :

$$M_f \leq M_r \Rightarrow q_a \cdot (L - 2e) \cdot (e - l_w/2) \cdot \frac{L}{2} \leq \phi \cdot f_y \cdot j_d \cdot A_b \cdot \frac{B}{esp} \quad (6.17)$$

On obtient par l'équation (6.14) en vérifiant l'inégalité (6.17), les longueurs et excentricités des semelles, elles sont classées dans les tableaux 6.4 et 6.5 ci-dessous:

Tableau 6.4 Excentricités et longueurs des semelles pour la région de Montréal

h (m)	W (kN)	MR	$P=MR \cdot W$ (kN)	M (kN-m)	$e = M/P$ (m)	B_{min} (m)	L_{min} (m)
15	15000	0,2	3000	8571,43	2,857	3,674	7,347
15	15000	0,4	6000	8571,43	1,429	3,266	6,532
15	15000	0,6	9000	8571,43	0,952	3,514	7,027
30	30000	0,2	6000	19285,7	3,214	4,537	9,074
30	30000	0,4	12000	19285,7	1,607	4,360	8,719
30	30000	0,6	18000	19285,7	1,071	4,812	9,624
75	75000	0,2	15000	26785,7	1,786	4,867	9,735
75	75000	0,4	30000	26785,7	0,893	5,942	11,884
75	75000	0,6	45000	26785,7	0,595	7,012	14,025

Tableau 6.5 Excentricités et longueurs des semelles pour la région de Vancouver

h (m)	W (kN)	MR	$P=MR \cdot W$ (kN)	M (kN-m)	$e = M/P$ (m)	B_{min} (m)	L_{min} (m)
15	15000	0,2	3000	13928,6	4,643	5,218	10,436
15	15000	0,4	6000	13928,6	2,321	3,871	7,743
15	15000	0,6	9000	13928,6	1,548	3,872	7,744
30	30000	0,2	6000	33214,3	5,536	6,464	12,928
30	30000	0,4	12000	33214,3	2,768	5,114	10,228
30	30000	0,6	18000	33214,3	1,845	5,264	10,529
75	75000	0,2	15000	80357,1	5,357	7,388	14,775
75	75000	0,4	30000	80357,1	2,679	6,978	13,956
75	75000	0,6	45000	80357,1	1,786	7,660	15,320

6.3 Propriétés dynamiques de sol de fondation

Dans l'évaluation des déformations des fondations superficielles durant les excitations sismiques, il est nécessaire de considérer les propriétés de rigidité et d'amortissement du sol. Sous l'effet des accélérations horizontales, le sol adjacent à la fondation subit une augmentation de la déformation de cisaillement. Par conséquent, la rigidité du sol va diminuer alors que l'amortissement va augmenter. Le module de cisaillement moyen et l'amortissement de sol adjacent varient selon l'amplitude des accélérations de pointe du sol. La détermination de ces deux paramètres est importante dans l'analyse des problèmes de vibration ou de dynamique des sols, et il importe de bien les déterminer en fonction de l'amplitude des de la plage de déformations qui est anticipée. Les analyses ont montré qu'une seule valeur de module et amortissement ne peut être utilisée pour l'analyse complète en raison de leur dépendance de l'amplitude de déformation, de l'état des contraintes et des conditions environnantes. Par exemple, Hardin et Drnevich (1972) ont montré que le rapport d'amortissement des sols augmente avec l'amplitude de déformation et il est nul pour une amplitude de déformation nulle. Cependant, dans notre étude, on considèrera un niveau de déformation de sol constant, donc un module de cisaillement du sol, G , constant qui sera obtenu en petites déformations. La plupart des tests dynamiques produisent une évaluation indirecte de G par des mesures de la vitesse d'ondes de cisaillement V_s utilisant la relation suivante : $G = \rho V_s^2$, où ρ est la densité du sol. Dans notre étude, ρ est considérée égale à 2500 kg/m^3 . La vitesse d'ondes de cisaillement pour un site de classe C est comprise entre 360 et 760 m/s. On assumera ultérieurement trois valeurs différentes pour étudier l'effet de la flexibilité du sol sur la réponse de la structure : soient 350, 450 et 500 m/s.

Les paramètres nécessaires au calcul de la rigidité et le coefficient d'amortissement de sol pour l'étude des fondations superficielles sont définis comme suit : A_b , I_{bx} , I_{by} . Dans l'ordre, ces paramètres sont l'aire et les moments d'inertie par rapport à x et y de la surface de contact sol-fondation. De plus, les paramètres G , ν , V_s , et V_{La} sont,

respectivement, le module de cisaillement initial, le coefficient de Poisson, la vitesse d'ondes de cisaillement et la vitesse de l'analogie de Lysmer définie comme la vitesse de propagation apparente des ondes de compression-extension du sol sous une fondation. La vitesse V_{La} nécessaire pour l'évaluation des coefficients d'amortissement radiant du système est associée à V_s par la relation suivante (Gazetas, 1991):

$$V_{La} = \frac{3.4}{\pi(1-\nu)} V_s \quad (6.18)$$

La rigidité dynamique du sol notée, \tilde{K} , est le produit de la rigidité statique K par le coefficient de la rigidité dynamique $k = k(\frac{L}{B}, \nu, a_0)$. La rigidité statique d'une fondation enterrée est égale à la rigidité statique d'une fondation supposée sur la surface du sol multipliée par un facteur qui dépend de la profondeur de la semelle. Dans notre étude, la semelle est considérée posée sur la surface du sol. Ce facteur est donc pris égal à 1.0. Les rigidités statiques en surface sont estimées par les solutions théoriques pour une fondation rectangulaire $L=2B$ sur un demi-espace élastique homogène par les relations présentées dans le tableau 6.6.

Tableau 6.6 Rigidité statique pour une semelle rectangulaire $L=2B$.
(Mylonakis et al, 2006)

Mode vibration	Rigidité statique K pour $L/B=2$
Vertical, z	$K_z = \frac{3.3.G.B}{1-\nu}$
Longitudinal, x	$K_x = \frac{4.9.(1-1.4.\nu)}{(2-\nu)(0.75-\nu)} G.B$
Basculement $/y$	$K_\theta = \frac{2.46.G.B^3}{(1-\nu)}$

Par ailleurs le rapport de la rigidité dynamique à la rigidité statique du sol dépend de la fréquence du chargement. Le chargement est ainsi caractérisé par la période effective de la structure qui est, dans un premier temps, estimée comme la période effective d'un système avec une fondation rigide. La semelle est supportée par un sol considéré comme demi espace homogène isotrope et élastique. Le matériau supposé être un sable silteux très dense, avec du gravier. Le coefficient de Poisson est pris égal à 0.35, une valeur moyenne acceptée pour le cas des sables (Gajan et al., 2005). En prenant comme exemple le mur de 10 étages, la période propre de la structure sur fondation rigide est de 1.602 s. Pour un facteur $MR = 0.4$, les dimensions de la semelle sont calculées précédemment (tableau 6.4) sont égales à : $L = 8.71$ m et $B = 4.36$ m.

Calcul de rigidité statique

$$K_z = \frac{3.3.G.B}{1-\nu} = \frac{3.3 \times 625000 \times 4.36}{1-0.35} = 13834.615 \times 10^3 \text{ kN/m}$$

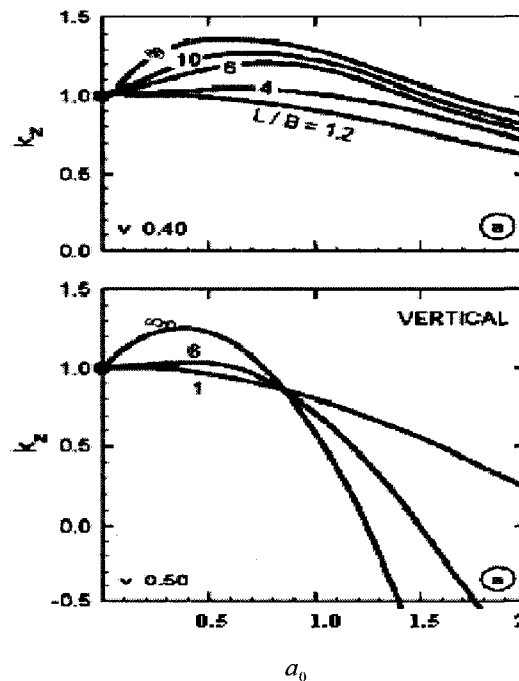


Figure 6.3 Coefficient de rigidité dynamique d'après (Gazetas, 1991)

Calcul du coefficient de rigidité dynamique

Le coefficient de la rigidité dynamique dépend des dimensions de la semelle, du coefficient du poisson ν et du coefficient de l'amortisseur a_0 .

a_0 est lié à la fréquence de l'excitation par la relation: $a_0 = \omega_e \cdot B / V_s$.

Où ω_e la fréquence d'excitation sismique. $k_z = k_z(\frac{L}{B}, \nu, a_0)$; $L/B=2$; $V_s = 500$ m/s.

Si on considère une fréquence de séisme de l'ordre de 8 à 10 Hz dans le cas de la région de Montréal, le facteur $a_0 = \omega_e \cdot B / V_s$ sera proche de 0.27. Cette valeur sera encore plus faible pour le cas des séismes de Vancouver qui ont des fréquences plus faibles. On constate sur la Figure 6.3 que pour un coefficient de poisson $\nu = 0.4$, les valeurs de k_z sont proches de l'unité pour un facteur a_0 variant de 0 à 0.5. On prendra alors $k_z = 1$ dans toute notre l'étude.

Calcul de la rigidité dynamique

La rigidité dynamique est très proche de la rigidité statique :

$$\tilde{K}_z = K_z \cdot k_z = 13834.615 \times 10^3 \times 1 = 13834.615 \times 10^3 \text{ kN/m}$$

Si la semelle de fondation est posée sur un substratum rocheux, la rigidité statique selon tous les modes de vibration augmentera et elle sera particulièrement sensible dans le mode vertical. Les rigidités horizontales seront aussi significativement affectées, tandis que les rigidités associées au basculement et à la torsion seront très peu affectées. De même, la variation des coefficients de rigidité dynamique est aussi sensible à la présence d'un roc.

La flexibilité du sol a tendance à diminuer la rigidité, mais à augmenter l'amortissement radiant. Cette augmentation est due au fait que les ondes réfléchies par l'interface sol-fondation pénètrent vers le demi espace.

Coefficient d'amortissement de sol

Comme on l'a mentionné précédemment, l'amortissement du sol est constitué de deux types d'amortissement : l'amortissement du matériau, qui est de nature visqueux-élastique et l'amortissement radiant. Pour des amplitudes relativement importantes et de longues périodes de vibration, il est connu que l'amortissement matériel (hystérétique) est le principal contributeur à l'absorption de l'énergie par le sol. Si la fondation était enterrée, l'amortissement radiant serait dû exclusivement à l'énergie additionnelle dissipée aux faces verticales de la fondation (Gazetas, 1984). Pour une fondation posée en surface, l'amortissement radiant dans le mouvement de basculement avec de longues périodes est relativement très faible. De même, l'effet de la profondeur de la semelle sur l'amortissement radiant associé au mouvement latéral de la semelle est moins significatif. Par contre l'amortissement radiant, $C = C(\omega_e)$ dû aux oscillations verticales pourrait être significatif. Mais il n'inclut pas l'amortissement hystérétique du sol, pour tenir compte de ce dernier, il faut ajouter à l'amortissement C , la valeur correspondant au coefficient de l'amortissement hystérétique β égal à $2\tilde{K}\beta/\omega_e$. La valeur de β est calculée en petites déformations et dépend de la contrainte de pré-consolidation et de l'indice des vides. Pour la majorité des sols la valeur de β fluctue entre 2 et 6 %. Dans notre étude on choisit pour un site de type C un facteur d'amortissement hystérétique égale à 2 %.

$$C_{total} = C_{radiant} + 2\tilde{K}\beta/\omega_e \quad (6.19)$$

Le détail de ce calcul est fait dans ce qui suit. On produit des équations pour estimer l'amortissement radiant dû aux oscillations verticales, ainsi que la rigidité dynamique pour les fondations superficielles. Ces équations sont généralement acceptées en pratique et seront utilisées dans notre analyse sismique des murs de refends.

Coefficient d'amortissement radiant

$C_{radiant} = (\rho V_{La} A_b) \bar{c}_z$; avec $\bar{c}_z = \bar{c}_z(\frac{L}{B}, a_0)$ est le coefficient d'amortisseur des oscillations verticales donné par la courbe de Gazetas montrée sur la Figure 6.4, en fonction des dimensions de la semelle et de la constante $a_0 = \omega_e . B / V_s$, où $a_0 = \omega_e . B / V_s = 0.27$. Avec cette valeur de a_0 , on obtient de la Figure 6.4, $\bar{c}_z \approx 0.97$.

$$V_{La} = \frac{3.4}{\pi(1-\nu)} V_s ; V_s = 500 \text{ m/s}; V_{La} = 832.92 \text{ m/s}$$

$$C_{radiant} = (\rho V_{La} A_b) \bar{c}_z = 2500 \times 832.92 \times 8.71 \times 4.36 \times 0.97 = 7.91 \times 10^4 \text{ kN.s/m}$$

Coefficient d'amortissement total

Avec un amortissement hystérétique β égal à 2% on obtient :

$$C_{total} = C_{radiant} + 2 \cdot \tilde{K}_z \beta / \omega_e = 7.91 \times 10^4 + \frac{2 \times 13834.615 \times 10^3 \times 0.02}{(2 \times 3.14 \times 8)} = 9.011 \times 10^4 \text{ kN.s/m}$$

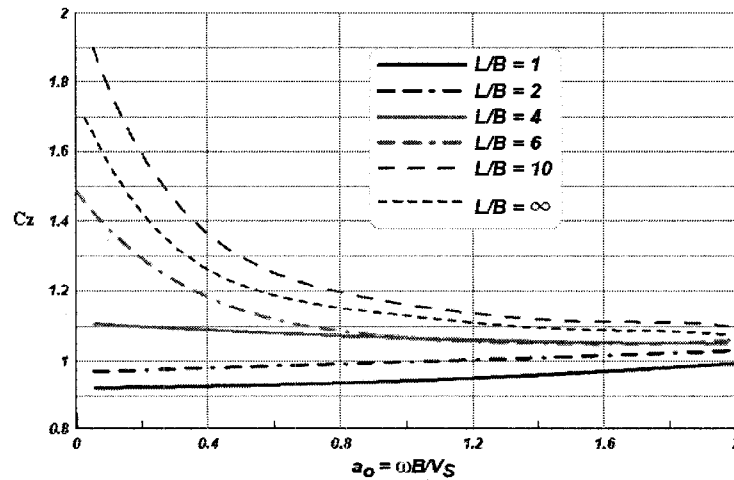


Figure 6.4 Coefficient d'amortisseur (Gazetas, 1991)

Les coefficients de rigidité et amortissement pour les autres semelles de fondations sont classés selon les dimensions de murs de refends dans le tableau 6.7.

Tableau 6.7 Coefficients de rigidité et d'amortissement de sol de fondation

Catégorie Mur	K_z (kN/m)	C_z (kN-s/m)
Montréal -5 étages	10363269	45210
Montréal -10 étages	13834615	90112
Montréal -25 étages	22249615	195254
Vancouver -5 étages	12279807	48125
Vancouver -10 étages	16227115	95215
Vancouver -25 étages	24591346	201215

6.4 Sélection des séismes pour l'Est et l'Ouest du Canada

Une meilleure compréhension de l'aléa sismique au Canada, ainsi qu'une connaissance des mouvements des sols, a mené à des changements significatifs dans l'estimation de l'aléa sismique pour le CNB 2005 par rapport aux données du CNB 1995 qui ont été introduites pour la première fois en 1985. Un nouveau modèle de l'aléa sismique, le quatrième modèle national au Canada, a été mis au point dans le but de mettre à jour les cartes sismiques de 1985. Le modèle incorpore de nouvelles connaissances tirées des récents tremblements de terre, de nouvelles relations d'atténuation de l'amplitude des secousses avec la distance ainsi que des nouvelles conditions du site (Adams & Atkinson, 2003).

Contrairement aux cartes de 1985 utilisées dans le CNB 1995, qui donnaient les valeurs pour le PGA (accélération de pointe au sol) et le PGV (vitesse de pointe au sol), on utilise dans le CNB 2005 des valeurs d'accélérations spectrales calculées à des périodes de 0.2, 0.5, 1.0 et 2.0 secondes pour un amortissement de 5%. Ces accélérations spectrales sont notées par $S_a(T)$ où T est la période fondamentale. Elles ont été établies pour une probabilité de dépassement de 2% sur une période de 50 ans (souvent notée comme 2%/50 ans), ce qui est équivalent à une probabilité annuelle de dépassement de 0.000404.

Pour la préparation des cartes nationales d'aléa, il était nécessaire de présenter l'aléa sismique pour une même condition de sol. Ainsi, on a adopté le site de classe C comme condition de référence pour l'Est et l'Ouest du pays. Dans le CNB 2005, un site de Classe C est défini par une vitesse d'ondes de cisaillement moyenne de 360 à 760 m/s. Il a été retenu comme condition de sol de référence pour tout le Canada parce qu'il représente le plus grand nombre de séismes forts dans les lieux les mieux instrumentés comme la Californie. Il représente aussi une condition moyenne entre le sol le plus dur et le plus mou (Adams & Halchuk, 2004).

Un ensemble de trois historiques synthétiques de mouvements sismiques du sol a été choisie pour représenter l'excitation sismique dans les analyses. La magnitude, la distance hypocentrale et l'amplitude d'accélération de pointe sont données pour chaque signal aux tableaux 6.8 et 6.9 pour Montréal et Vancouver, respectivement. Ces séismes synthétiques ont été normalisés par des facteurs de façon à ce que leur spectre corresponde aux valeurs spectrales du CNB 2005 pour chaque site (Tremblay et Atkinson 2001).

Tableau 6.8 Caractéristiques des séismes de Montréal

Magnitude	Distance (km)	PGA (g)	Facteur de normalisation
6.5	50	0.185	1.50
7.0	30	0.952	0.30
7.0	70	0.269	0.90

Tableau 6.9 Caractéristiques des séismes de Vancouver

Magnitude	Distance (km)	PGA (g)	Facteur de normalisation
6.5	30	0.533	1.0
7.2	30	0.918	0.5
7.2	70	0.226	1.0

6.5 Etude paramétrique et effets sur la réponse sismique

Dans cette section, on examine l'effet de quelques paramètres sur la réponse sismique des murs de refends avec des semelles de fondation pour lesquelles on permet le soulèvement. Les paramètres étudiés sont le site (Montréal et Vancouver), la hauteur du mur (5, 10 et 25 étages) et le rapport de poids ($MR = 0.2, 0.4$ et 0.6). L'élancement de la structure (angle α varie avec la hauteur de la structure. Pour chaque site, on effectue l'analyse sismique temporelle par intégration numérique dans Matlab avec les algorithmes qui ont été présentés au chapitre 4. Dans l'algorithme de Newmark, on choisit l'accélération moyenne sur un pas de temps de 0.001 s. Pour étudier l'effet de chaque paramètre sur le soulèvement de la structure, plusieurs paramètres de réponse ont été obtenus des analyses, dont le déplacement au sommet de la structure et la rotation de la semelle. Dans la plupart des cas, les calculs ont été lancés pour les deux conditions de contact avec le sol: fondation élastique avec soulèvement empêché et fondation élastique avec soulèvement permis.

6.5.1 Effet de l'élancement des murs

Les réponses des murs de 5, 10 et 15 étages de la région de Montréal et soumis au séisme de la Figure 3.7 (M7.0 à 70 km) sont présentées sur les Figures 6.5 à 6.7. Le rapport MR pour ces murs est égal à 0.6. On voit sur la Figure 6.5 que la déformation latérale de la structure est plus importante pour les structures moins élancées. On remarque aussi que le soulèvement réduit la déformation maximale de la structure et que cette réduction est plus importante pour les structures moins élancées. Par contre, on voit sur la Figure 6.6 que le déplacement latéral relatif (Drift) diminue quand l'élancement diminue. Le mur de 25 étages a subi la plus faible déformation relative. Cette dernière n'a pas été trop affectée par le soulèvement qui y est moins significatif malgré sa hauteur. Cela signifie que le déplacement critique n'a pas été atteint malgré que la déformation absolue de mur de 25 étages est plus grande que dans les autres murs à cause de la période propre de vibration qui est relativement plus

importante que pour les deux autres murs du fait qu'elle ne dépend que de la hauteur et pas de la largeur de la semelle. Il faut rappeler aussi que le déplacement critique diminue (ou augmente) linéairement avec le rapport d'élancement ($u_{cr} = \alpha g / \omega^2$).

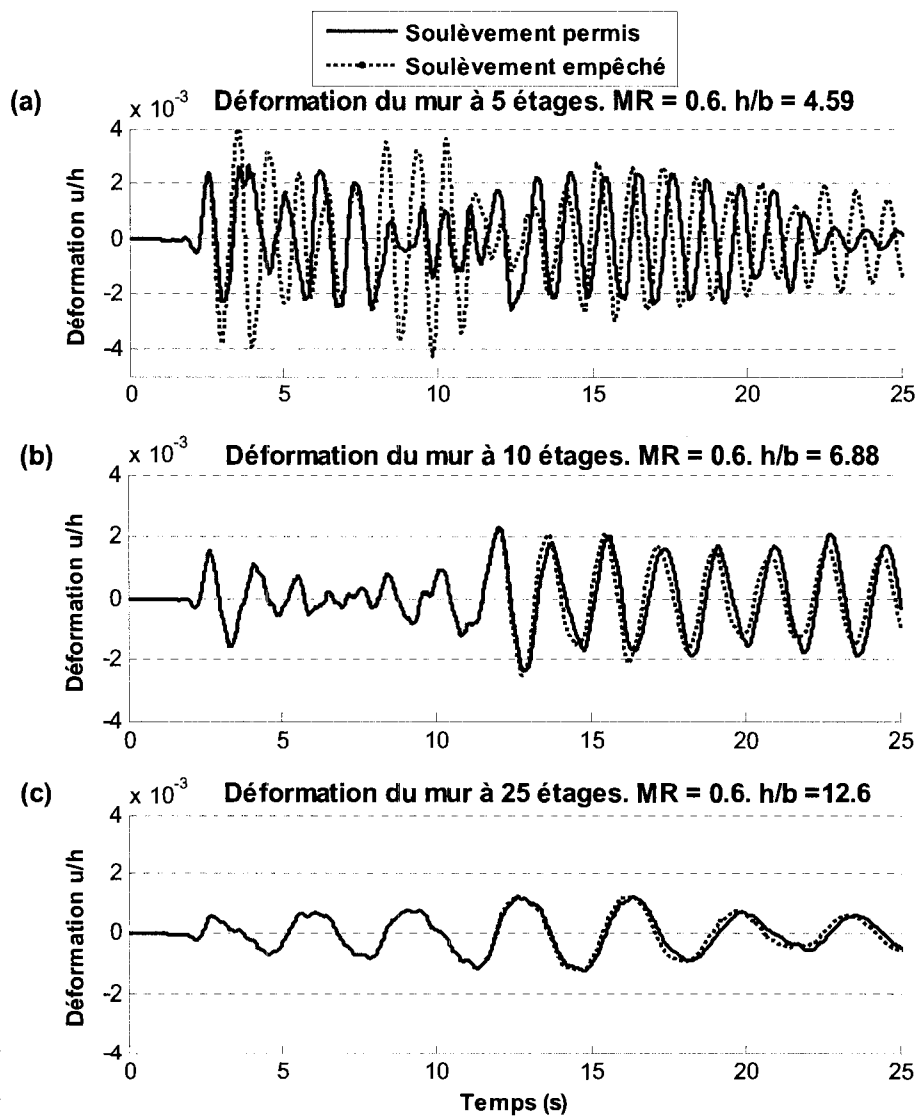


Figure 6.5 Déformation des murs de Montréal sous le séisme M7.0 à 70 km ($MR = 0.6$): (a) $h/b = 4.59$; (b) $h/b = 6.68$; (c) $h/b = 12.6$.

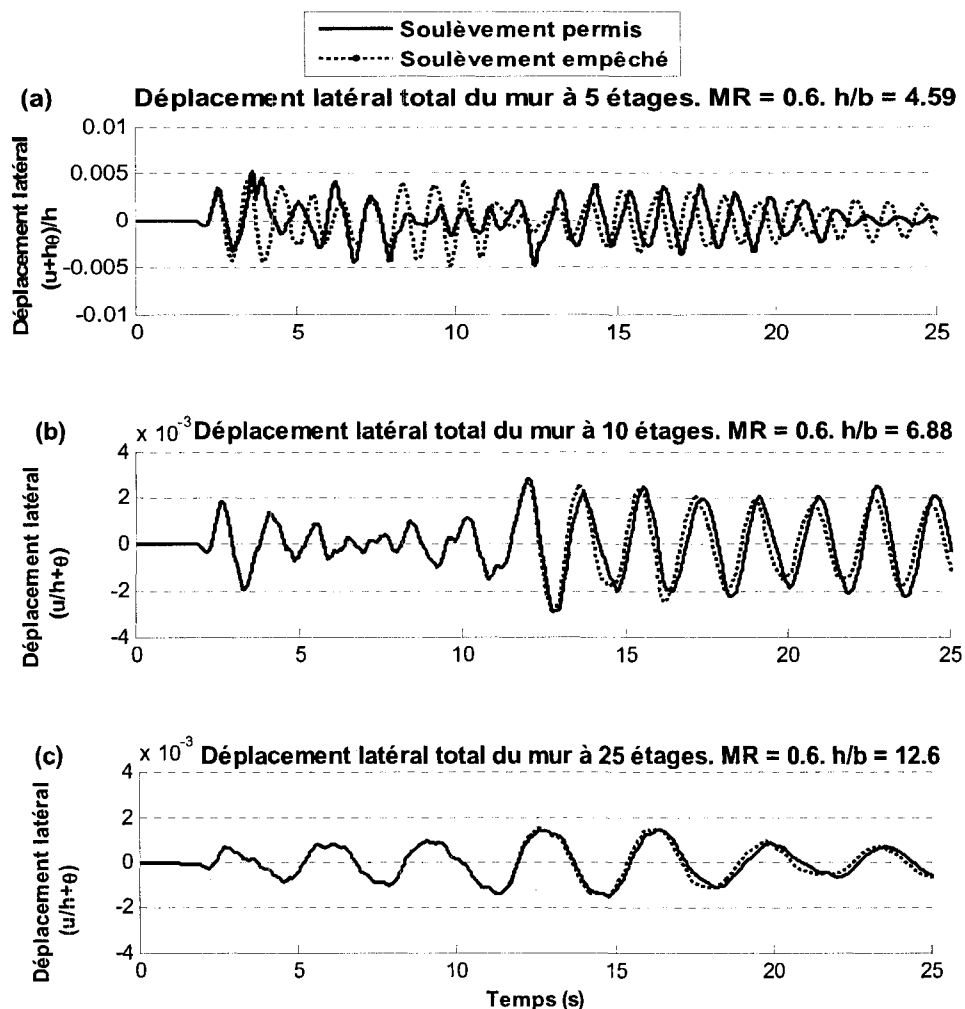


Figure 6.6 Déplacement latéral total des murs de Montréal sous le séisme M7.0 à 70 km ($MR = 0.6$): (a) $h/b = 4.59$; (b) $h/b = 6.68$; (c) $h/b = 12.6$.

La Figure 6.7 montre les déplacements verticaux du mur, ou du centre de la semelle. On remarque que le mur à 10 étages se soulève après 12 secondes, par contre le mur de 5 étages se soulève très tôt, environ après 3 s d'oscillations et le centre de la semelle sort au dessus de la surface du sol et pourrait atteindre environ 5 mm. En d'autres termes, plus de la moitié de la semelle sort au dessus du sol pour le mur à 5 étages. Cependant,

le centre de la semelle des murs à 10 et 25 étages subit moins de déplacement vertical et la semelle reste presque entièrement dans le sol avec un léger soulèvement de l'extrémité

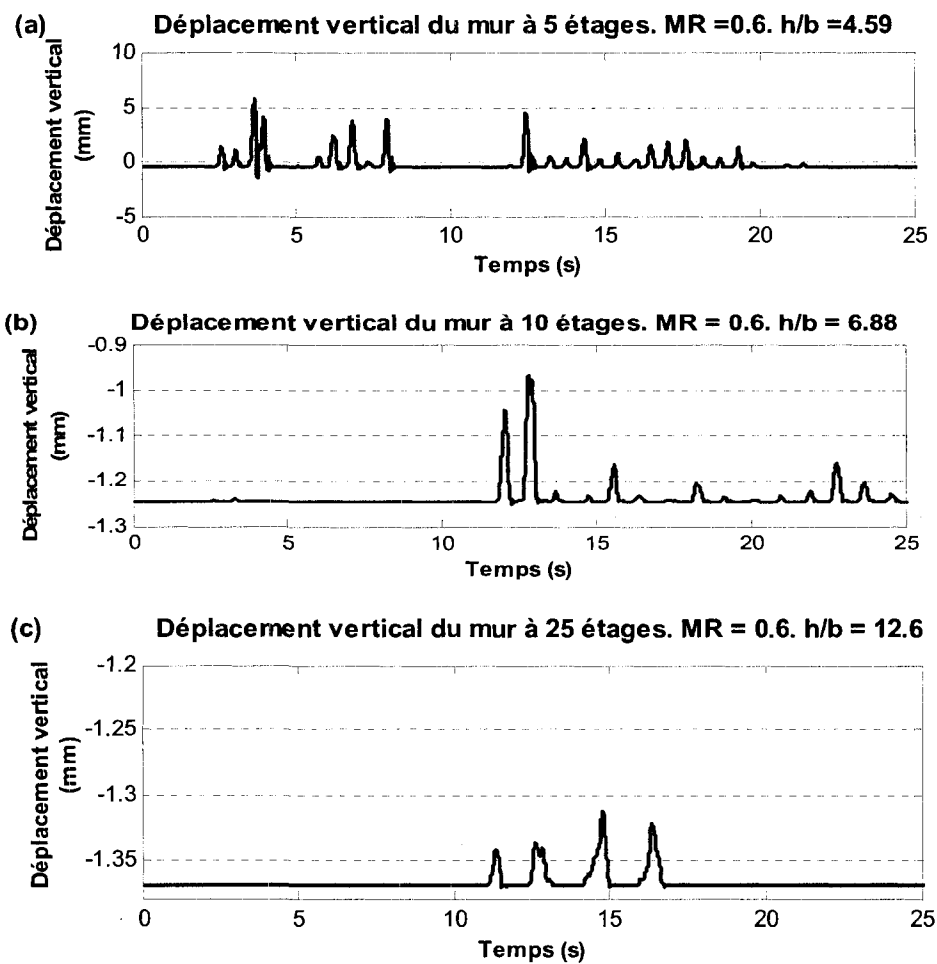


Figure 6.7 Déplacement vertical des murs de Montréal sous le séisme M7.0 à 70 km
($MR = 0.6$): (a) $h/b = 4.59$; (b) $h/b = 6.68$; (c) $h/b = 12.6$.

Le déplacement latéral et la déformation au sommet sont relativement plus grands pour les structures élancées. La déformation critique est d'autant plus grande qu'une

structure est élancée. Ceci réduit la tendance d'une telle structure à se soulever. Ce n'est donc ni la hauteur seul ni la dimension seule de la semelle qui contrôle le soulèvement, mais plutôt le rapport des deux.

Dans ce qui suit, on compare la réponse sismique des murs de dix étages soumis à un séisme de Montréal et un séisme de Vancouver. Les deux séismes sont montrés sur la Figure 6.8.

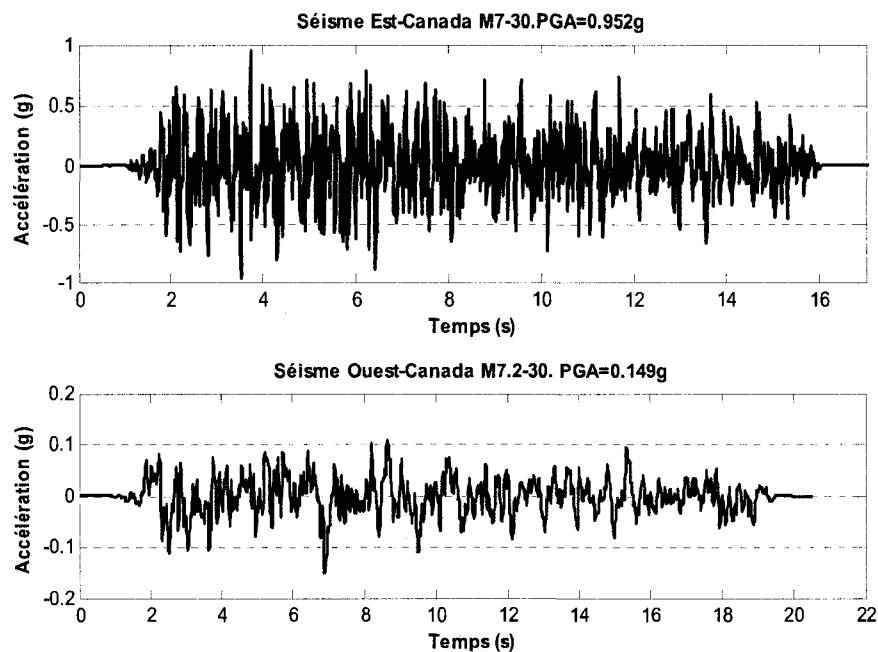
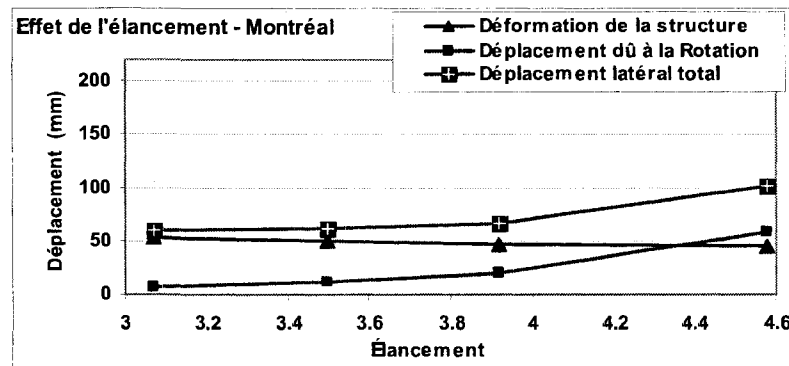


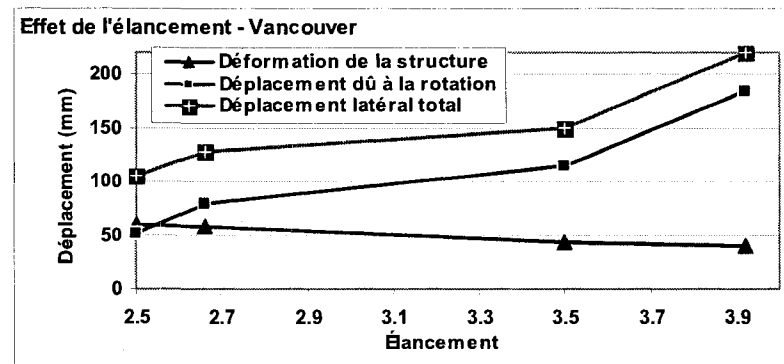
Figure 6.8 Signaux sismiques pour l'Est (Montréal) et l'Ouest (Vancouver).

On varie le rapport d'élancement (rapport de la hauteur h à la demi-longueur de la fondation B) en modifiant la longueur de la semelle. La hauteur du mur reste constante et égale à 20 m (= $2/3$ de 30 m). On étudie le cas des murs supportant une charge verticale égale à 0.4 fois la masse totale du mur ($MR = 0.4$). Les valeurs sélectionnées de la demi-longueur de la semelle pour le mur situé dans la région de Montréal sont : 4.36, 5.10, 5.7, et 6.5 m, ce qui correspond à des rapports d'élancement de 4.58, 3.92, 3.5 et

3.07, respectivement. Pour le mur de la région de Vancouver, on choisit les largeurs 5.10, 5.70, 7.50 et 8.0 m, qui correspondent à des rapports d'élancement de 3.92, 3.50, 2.66 et 2.5, respectivement. On notera que la longueur minimum à chaque site correspond à la valeur obtenue du dimensionnement pour $MR = 0.4$ (Tableaux 6.4 et 6.5). La réponse sismique avec soulèvement pour les différents élancements est présentée sur la Figure 6.9.



(a)



(b)

Figure 6.9 Effet de l'élancement sur la réponse sismique maximale de mur de 10 étages ; (a) Montréal ; (b) Vancouver

On observe que les valeurs de pointe de la rotation de la semelle et du déplacement latéral total augmentent graduellement lorsque l'on diminue la longueur de la semelle par rapport à la valeur de conception. Evidemment on remarque que les valeurs maximales de la rotation de la semelle et du déplacement latéral total augmentent selon la même tendance, puisque ces paramètres sont dépendants l'un de l'autre. Par contre on voit que la déformation relative diminue lentement en diminuant la dimension de la semelle. Pour le mur situé dans la région de Montréal, les déplacements sont moins importants que ceux du mur situé dans la région de Vancouver.

6.5.2 Effet de l'intensité des séismes

Pour étudier l'effet de l'intensité des séismes sur le soulèvement, il suffit de considérer un mur de 10 étages soumis à des différents niveaux d'accélération. Tout d'abord on examine l'effet du séisme pour la région de Vancouver montré sur la Figure 6.8 et amplifié par des facteurs de 1.0 et 1.5. La déformation de la structure et le déplacement latéral total sont présentés sur la Figure 6.10. Les résultats avec soulèvement empêché et soulèvement permis sont tous deux présentés. Comparé au cas sans soulèvement où la déflexion de la structure augmente proportionnellement avec l'amplitude du séisme, on voit que le soulèvement de la semelle a un effet important sur la déformation maximale car il limite de façon significative la demande sur le mur : l'intensification du séisme n'a pas d'effet sur la déformation maximale de la structure. Le soulèvement pourrait donc agir comme mesure de protection de la structure contre des incertitudes sur l'amplitude des mouvements sismiques. Le pic d'accélération du signal sismique se situe à 6.5 s. Dans le cas du signal de plus faible intensité (1.0 x signal), le déplacement total est moins prononcé à l'instant du pic que vers la fin du séisme où les accélérations sont relativement plus faibles. De plus, on voit que les phases de soulèvement (grands déplacements) durent longtemps à l'approche de la fin du séisme. Lorsque l'on intensifie le séisme par un facteur 1.5, on remarque que les déplacements latéraux sont moins prononcés sur une période de 10 à 15 secondes, mais qu'ils demeurent sensiblement les mêmes vers la fin du séisme. Dans le cas où le

soulèvement est empêché, les déplacements augmentent dans la même proportion que le facteur d'amplification. Par contre, lorsqu'il y a soulèvement, le comportement devient fortement non linéaire et plus complexe, ce qui rend la prédiction beaucoup plus difficile.

On considère maintenant le même mur de 10 étages, mais soumis à des séismes différents choisis pour l'Est et l'Ouest du Canada. Les déplacements latéraux du mur sont présentés sur les Figures 6.11 et 6.12. Pour le mur situé à l'Est du Canada (Montréal) soumis à des séismes de pic d'accélération de 0.185 g et 0.269 g le soulèvement n'a pas eu lieu. Par contre pour le séisme de pic égal à 0.952 g, le soulèvement de la semelle se produit et donne lieu à un déplacement maximal latéral noté x_{\max} sur les figures, égal à 160.4 mm, ce qui est supérieur aux déplacements maximaux correspondant aux deux séismes précédents (Figure 6.11).

Dans le cas des séismes pour la région de l'Ouest (Vancouver), on voit sur la Figure 6.12 qu'il n'y a pas de soulèvement et que le déplacement maximal atteint n'est que 20.6 mm sous le séisme ayant un pic d'accélération de 0.226 g. Pourtant, ce séisme a un pic d'accélération supérieur au premier séisme qui a un pic de 0.149 g, ce dernier provoquant le soulèvement de la structure et un déplacement maximal de 100 mm. Ce déplacement est 5 fois plus grand que celui subi par le mur soumis au séisme $\text{PGA} = 0.226$ g et ce, malgré que les deux séismes aient la même magnitude de 7.2. Pour le séisme ayant un pic d'accélération de 0.533 g, la structure montre un soulèvement significatif avec un déplacement latéral maximal de 250 mm, qui est nettement supérieur aux deux précédents, malgré qu'il soit de magnitude plus faible. Le mur localisé en région de Montréal et soumis au séisme de $\text{PGA} = 0.952$ g montre un soulèvement avec un déplacement maximal de 160.4 mm, ce qui est inférieur à celui obtenu à l'ouest avec un séisme de PGA plus faible. On conclut de ces observations qu'on ne peut prédire s'il y aura soulèvement sur la seule base du pic d'accélération du séisme.

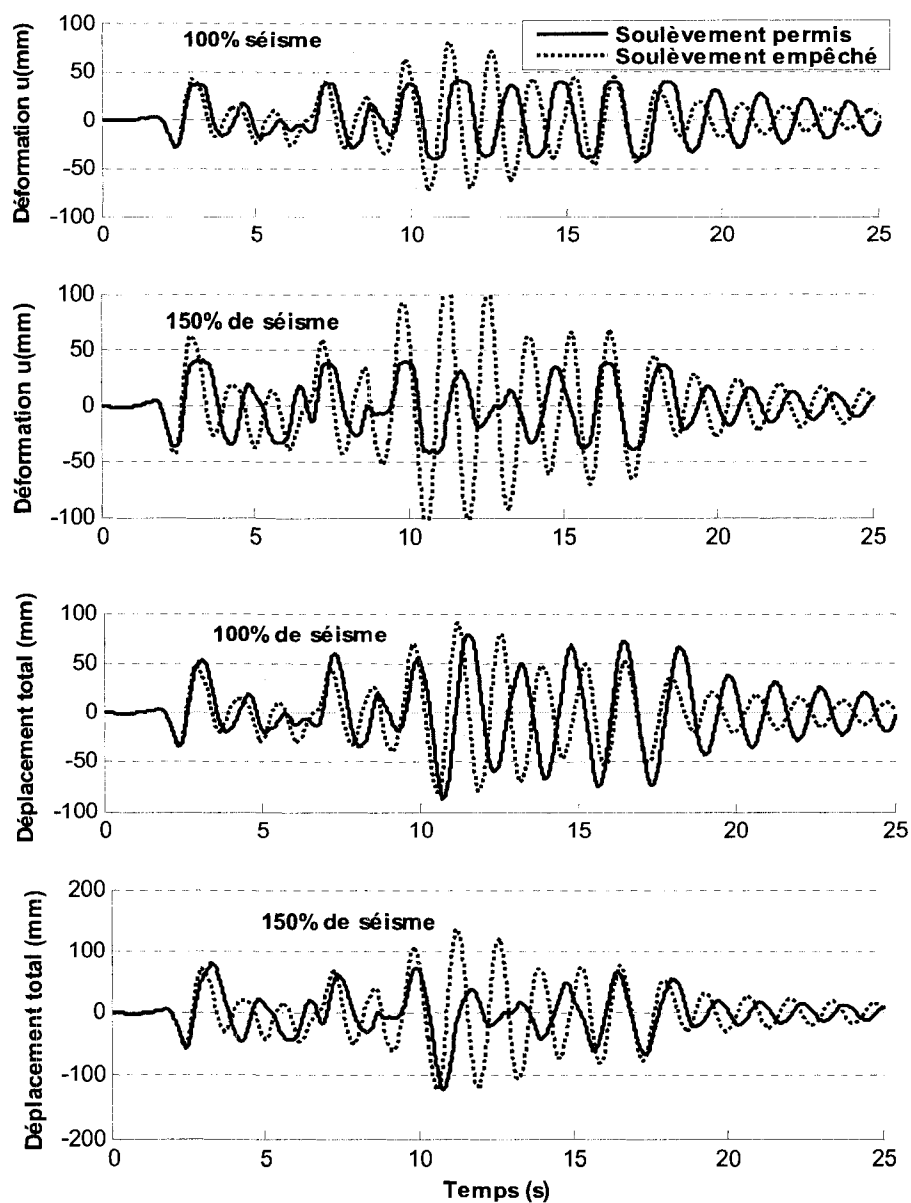


Figure 6.10 Effet de l'intensité du séisme sur la déformation et le déplacement total du mur de 10 étages à Vancouver ($MR = 0.4$)

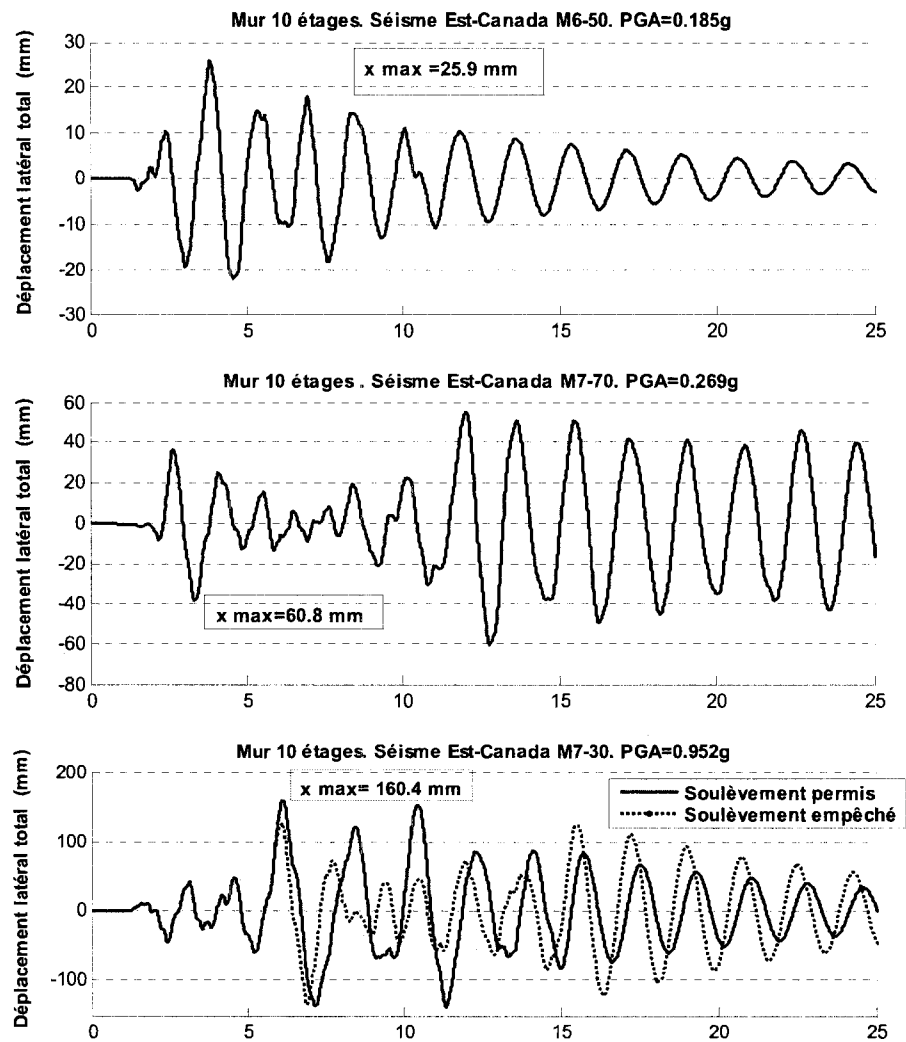


Figure 6.11 Effet de l'intensité du séisme sur le déplacement horizontal total de mur de 10 étages dans la région de Montréal

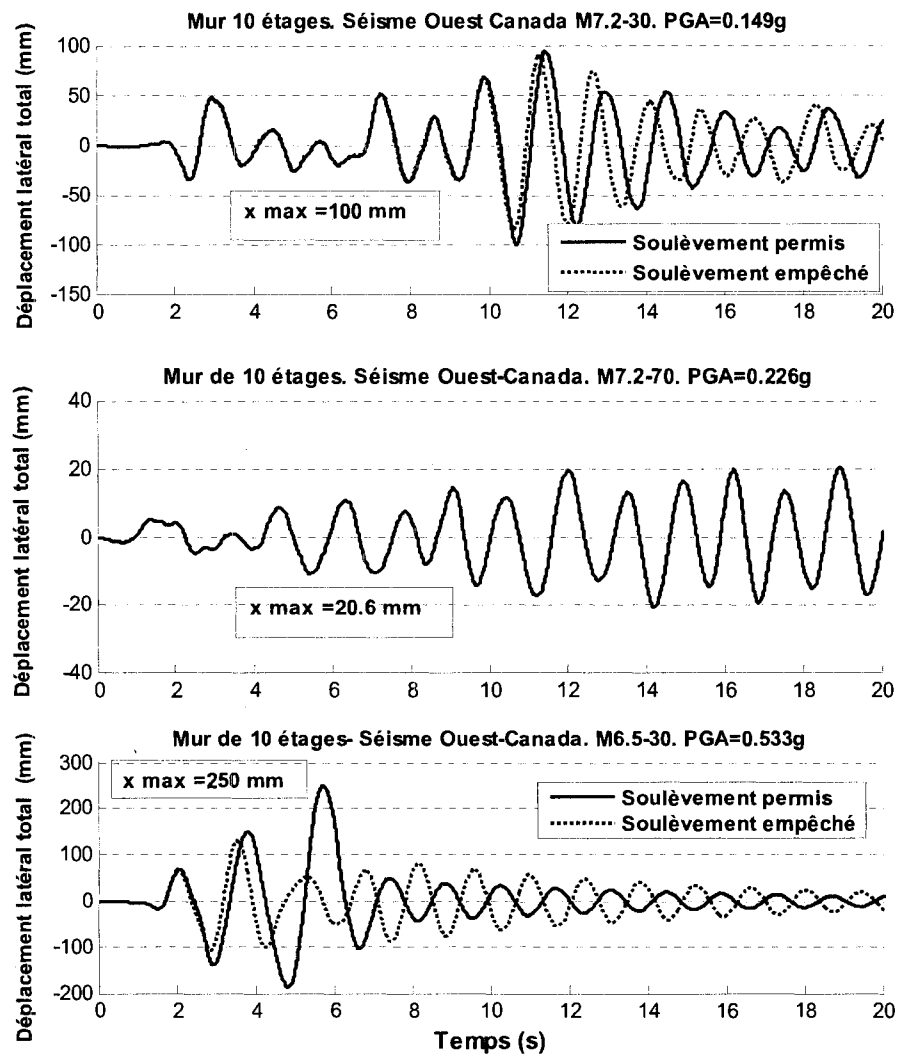


Figure 6.12 Effet de l'intensité du séisme sur le déplacement total de mur de 10 étages dans la région de Vancouver

6.5.3 Effet de la flexibilité du sol

Pour étudier l'effet de la flexibilité de la fondation sur la réponse sismique, on considère trois valeurs du module de cisaillement, 625, 506 et 324 MPa, valeurs qui correspondent à des vitesses d'ondes de cisaillement de 500, 450 et 360 m/s, respectivement. Ces vitesses sont comprises à l'intérieur des limites supérieure et inférieure de la vitesse d'ondes de cisaillement prescrites dans le CNB 2005 pour un site de type C : entre 360 et 760 m/s. Pour Montréal, ces trois valeurs de G donnent lieu à des périodes de basculement de 1.66 s, 1.70 s et 1.73 s respectivement. Pour Vancouver, les trois périodes sont égales à de 1.4 s, 1.43 s et 1.52 s.

Pour les trois niveaux de flexibilité du sol, on examine la réponse du mur de 10 étages avec $MR = 0.4$ à Montréal et Vancouver pour les signaux de la Figure 6.8. Pour l'Est du Canada, si on diminue le module de cisaillement de 625 à 506 MPa, la Figure 6.13 montre que le maximum des déplacements diminue légèrement. Par contre, pour un sol ayant une vitesse d'ondes de cisaillement de 360 m/s, qui correspond à la limite inférieure pour un sol de type C, on remarque que le déplacement latéral et le déplacement vertical augmentent nettement par rapport aux sols plus rigides. En particulier, on voit que la réaction du sol à une extrémité de la semelle est très grande pour un sol plus mou lorsque l'extrémité opposée se soulève.

Dans la région de l'Ouest (Vancouver), l'effet de la flexibilité du sol sur la réponse des structures est montré sur la Figure 6.14. Pour les sols plus rigides de modules de cisaillement de 500 MPa et 625 MPa, on remarque un faible soulèvement comparable pour les deux sols correspondants. Mais pour un sol plus mou, le soulèvement est significatif. Et plus le sol est mou plus la période de vibration est importante. Ce qui est prévu puisque la flexibilité du sol a tendance à augmenter la période de basculement. Donc, on a aussi un effet très similaire de ce qui a été observé pour Montréal.

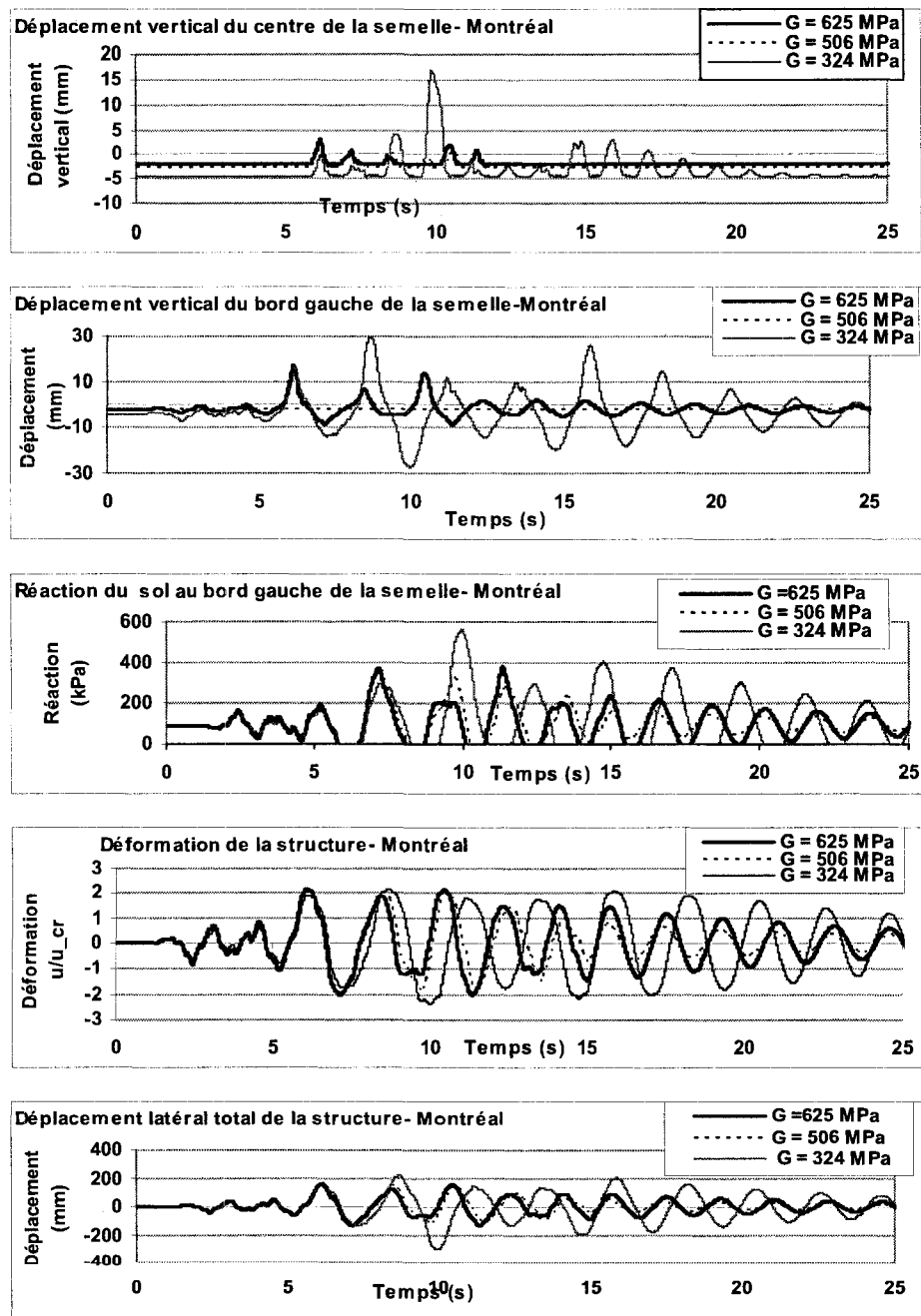


Figure 6.13 Effet de la flexibilité du sol de fondation sur la réponse sismique du mur de 10 étages ($MR = 0.4$) de la région de Montréal

Pour les deux sites, le tassement le plus important est associé au sol dont la rigidité est la plus faible. Pendant le soulèvement sur un sol de faible rigidité, le bord de la semelle où le sol est comprimé s'enfonce plus profondément dans le sol, ce qui donne lieu à une rotation plus grande et permet au bord opposé de se soulever davantage et, par conséquent, de provoquer une réaction dans le sol plus grande.

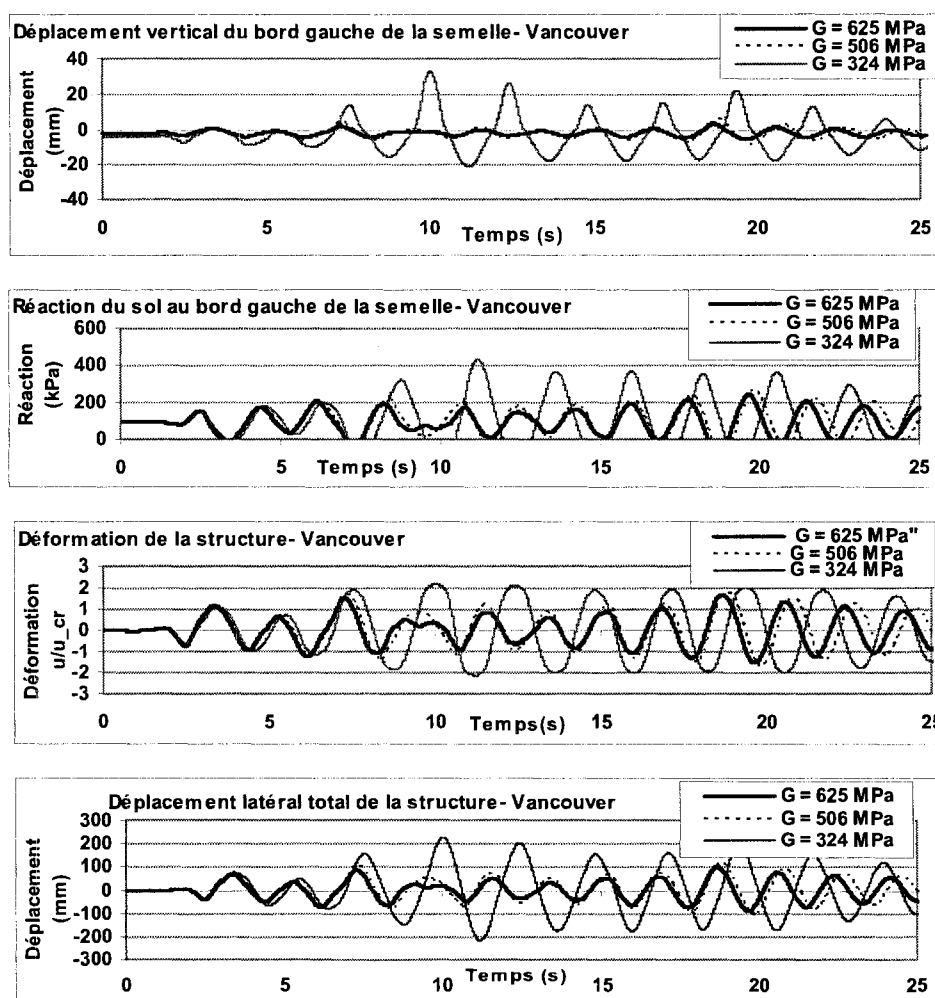


Figure 6.14 Effet de la flexibilité du sol de fondation sur la réponse sismique du mur de 10 étages ($MR = 0.4$) de la région de Vancouver.

6.5.4 Effet de rapport de masse

Dans cette partie, on examine l'effet du rapport de masse MR , qui a été défini précédemment comme le rapport de la charge verticale supportée par le mur au poids sismique total. Ce rapport a un effet important sur la taille de la semelle, comme le montre les tableaux 6.4 et 6.5, au même titre que le moment de renversement et la capacité portante du sol. L'effet du paramètre MR dans la conception de la semelle se fait via l'excentricité, cette dernière étant égale au rapport du moment de renversement à la charge verticale. Les valeurs de MR choisies étaient 0.2, 0.4 et 0.6. Pour étudier l'influence du rapport MR sur le soulèvement de la structure, on a soumis le mur de 10 étages dans les deux régions de Montréal et Vancouver aux séismes de la Figure 6.8. Les réponses sont présentées sur les Figure 6.15 à 6.18 pour chacune des deux régions. On voit sur les Figures 6.15 et 6.16 que l'importance du soulèvement diminue progressivement en augmentant le rapport MR (différences entre les réponses avec et sans soulèvement s'amenuisent). Plus le soulèvement est important (MR petit), plus la déformation de la structure est réduite par rapport au cas sans soulèvement (protection accrue de la structure). On remarque que la structure devient plus élancée avec un rapport MR élevé et le déplacement critique qui dépend linéairement de l'élancement devient grand. Par conséquent la déformation maximale u_{\max}/u_{cr} est réduite et ceci retarde le soulèvement.

Sur la Figure 6.16 on observe que le déplacement latéral maximal passe de 56.6 mm à 78.7 mm lorsque MR passe de 0.2 à 0.4 et que les dimensions de la semelle diminuent (voir tableau 6.4). Lorsque l'on augmente MR de 0.4 à 0.6, le déplacement diminue, ce qui semble coïncider avec le fait que la semelle pour $MR = 0.6$ est de plus grandes dimensions. Dans la région de Vancouver on remarque sur la Figure 6.17, que le rapport MR a un effet très limité sur la déformation maximale après le soulèvement. Lorsque le soulèvement est empêché, l'augmentation du rapport MR donne lieu à une diminution proportionnelle de la déformation maximale.

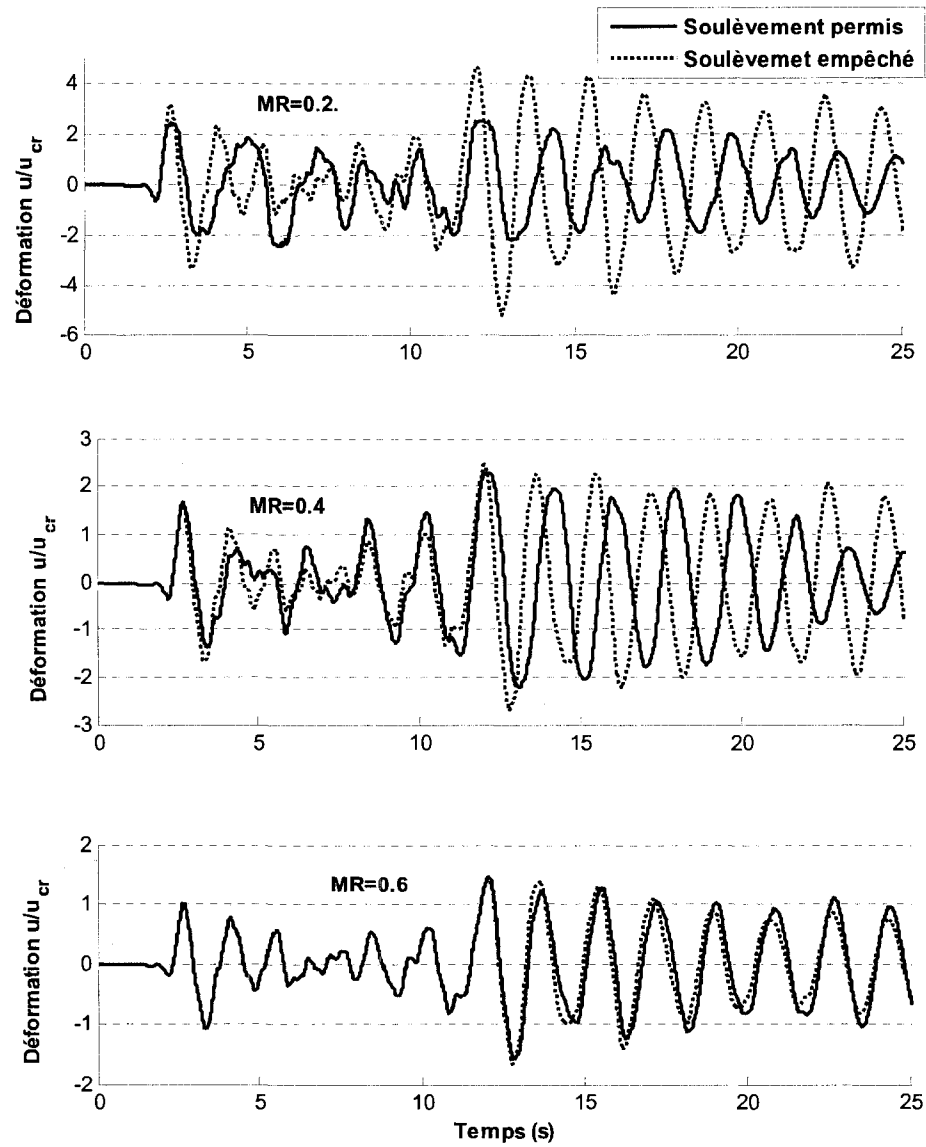


Figure 6.15 Influence de MR sur la déformation u/u_{cr} pour le mur de 10 étages dans la région de Montréal

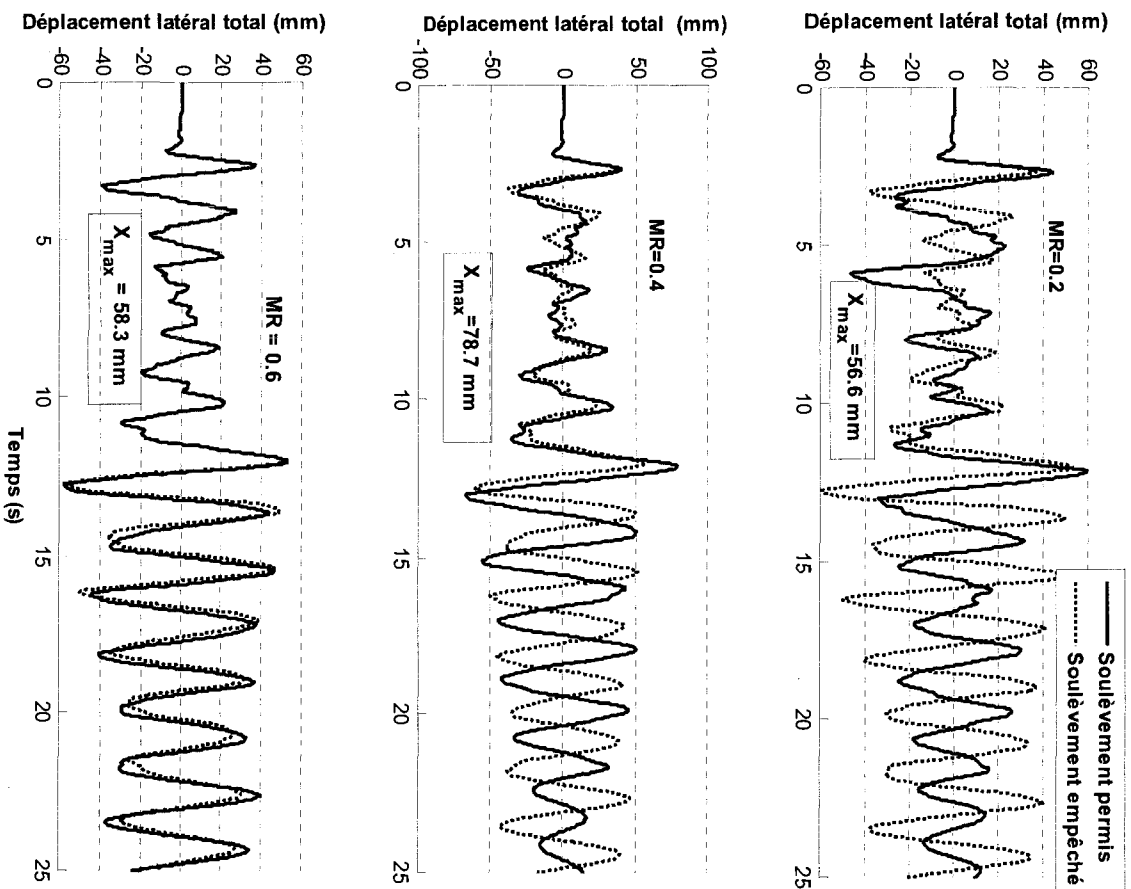


Figure 6.16 Influence de MR sur le déplacement latéral total pour le mur de 10 étages dans la région de Montréal

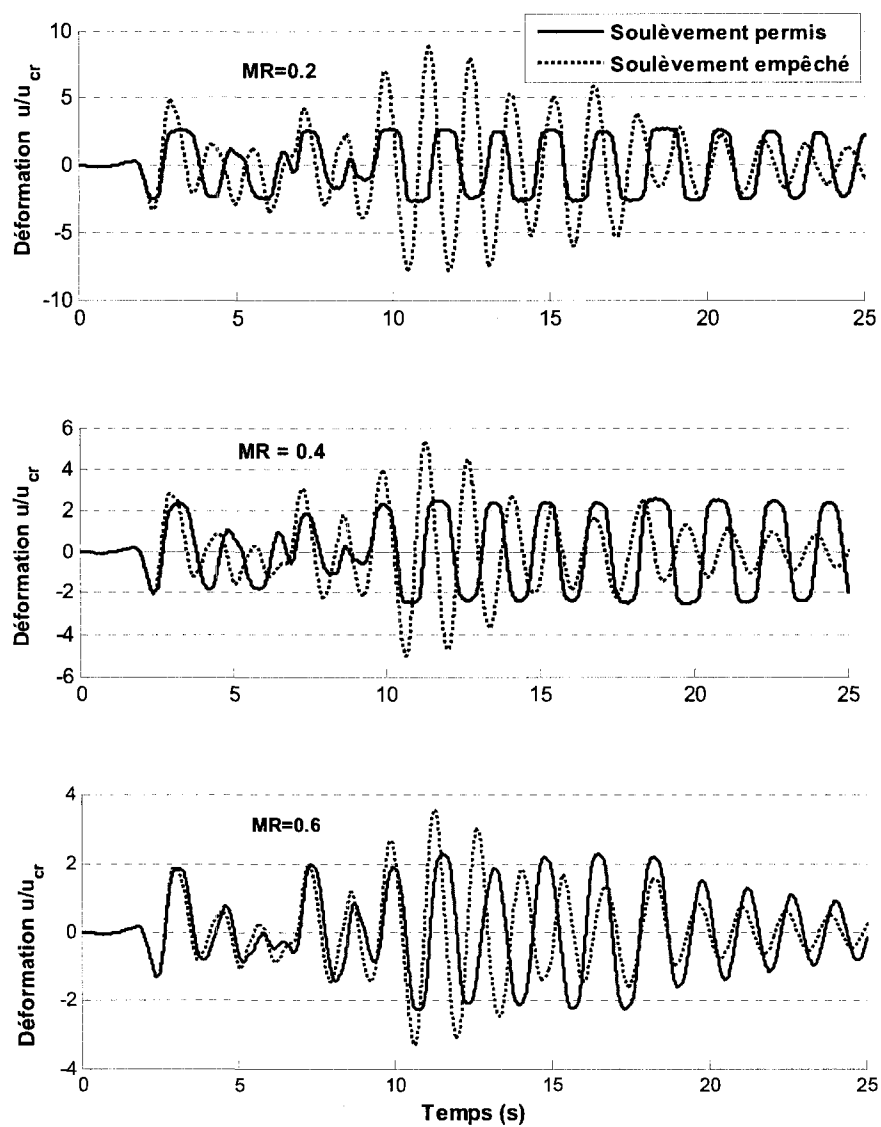


Figure 6.17 Influence de MR sur le déformation u/u_{cr} pour le mur de 10 étages dans la région de Vancouver

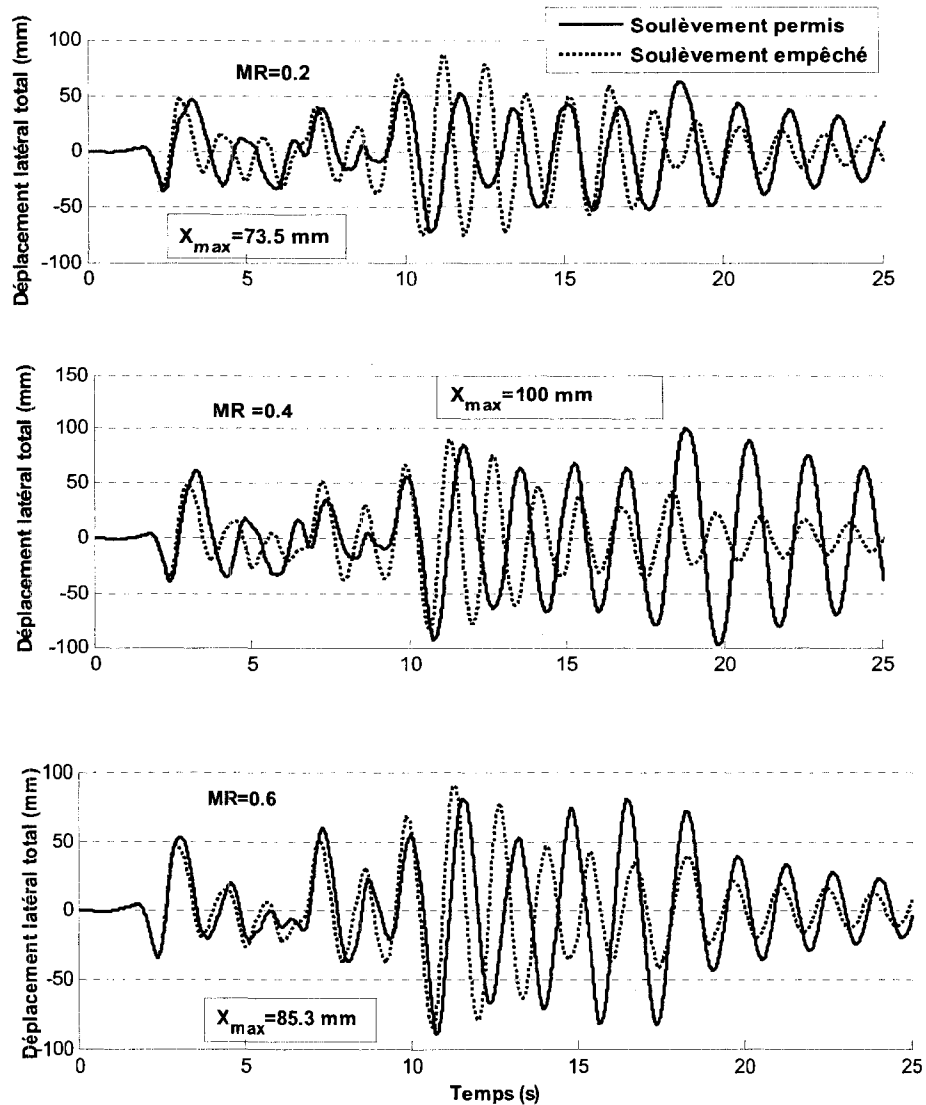
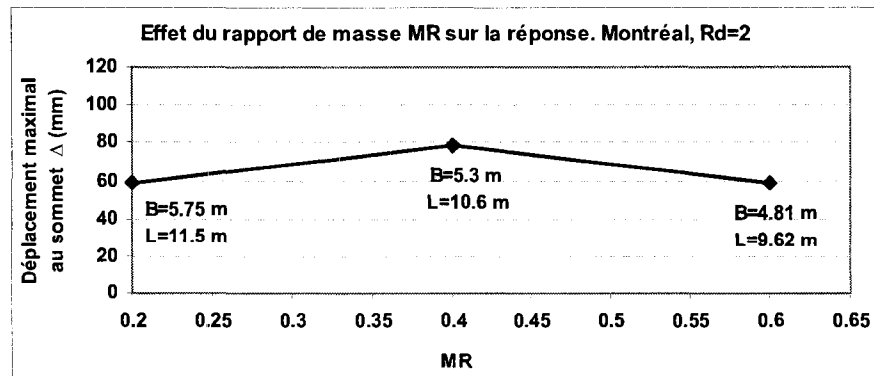


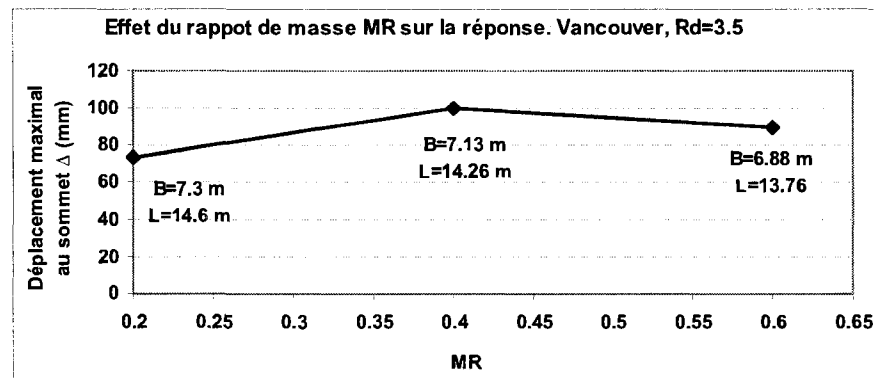
Figure 6.18 Influence de MR sur le déplacement latéral total pour le mur de 10 étages dans la région de Vancouver

Sur la Figure 6.18, on voit, comme à Montréal, qu'un facteur MR plus important donne lieu à un soulèvement moins important (différences entre les réponses avec et sans soulèvement). On peut attribuer ce comportement à la contribution de la charge verticale

supportée par le mur. Cette charge procure à l'ensemble une force de recentrage qui aide à contrôler le soulèvement. Aussi, comme dans le cas de Montréal, on remarque sur les Figures 6.18 et 6.19 que le déplacement latéral total augmente lorsque l'on passe de $MR = 0.2$ à 0.4 puis diminue par la suite (entre 0.4 et 0.6). Encore cette fois, il y a corrélation entre cette tendance et la dimension de la semelle qui augmente de 0.2 à 0.4 et qui diminue entre 0.4 et 0.6 .



(a)



(b)

Figure 6.19 Déplacement latéral maximal vs MR :

(a) Région de Montréal; (b) Région de Vancouver

6.5.5 Effet de soulèvement de fondation

La taille de la semelle a un effet déterminant sur le moment stabilisant. Donc, en augmentant les dimensions de la semelle, on augmente évidemment sa rigidité à la rotation de même que la rigidité de tout le système sol-structure. Par conséquent, on diminue la période de vibration du premier mode, ce qui peut contribuer à réduire le déplacement horizontal latéral et la rotation de la semelle. Une augmentation de la semelle contribue aussi à réduire la période de vibration du deuxième mode qui est associé exclusivement au mouvement vertical. Dans cette section, on examine l'influence de la taille de la semelle dimensionnée pour trois différentes valeurs du facteur de réduction R_d . On examine le cas du mur de 10 étages avec un rapport $MR = 0.4$. Les tableaux 6.10 et 6.11 donnent les dimensions de la semelle, la rigidité en rotation, les périodes de vibration de l'ensemble sol-structure dans les deux premiers modes, et les déplacements latéraux totaux de pointe moyens obtenus des analyses sous les trois séismes (moyenne de trois résultats).

Tableau 6.10 Déplacements pour le mur de 10 étages à Montréal ($MR=0.4$)

R_d	Largeur B	K_θ	T_1	T_2	Δ/h
	(m)	(kN-m/rad)	(s)	(s)	(%)
2.0	4.360	195041725.00	1.669	0.059	0.508
3.0	4.212	170147612.62	1.690	0.062	0.494
4.0	3.910	145471547.20	1.710	0.064	0.490

Tableau 6.11 Déplacements pour le mur de 10 étages à Vancouver ($MR=0.4$)

R_d	Largeur B	K_θ	T_1	T_2	Δ/h
	(m)	(kN-m/rad)	(s)	(s)	(%)
2.5	5.907	483875669.40	1.316	0.05	0.486
3.5	5.114	313989440.97	1.33	0.0546	0.603
4.0	4.881	272997893.20	1.341	0.0558	0.71

Sur la Figure 6.20, on présente les valeurs maximales moyennes du déplacement latéral inter-étages pour le mur de 10 étages situé dans les régions de Montréal et de Vancouver soumis aux trois séismes de chaque région classés dans les Tableaux 6.8 et 6.9.

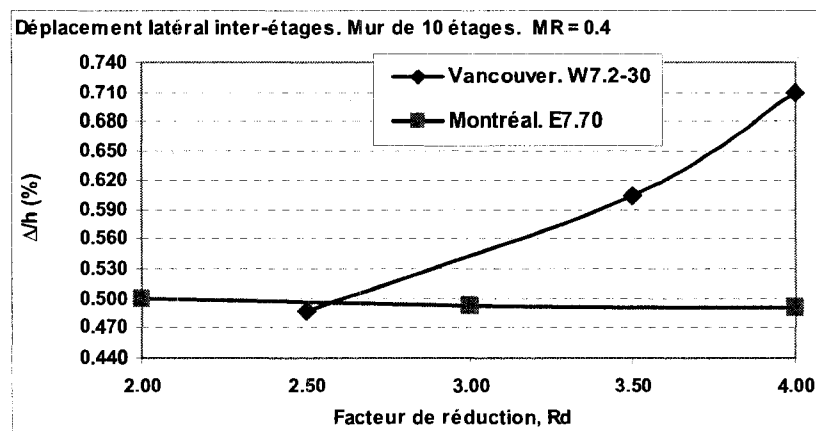


Figure 6.20 Déplacement latéral moyen inter-étages vs ductilité pour Montréal et Vancouver

En ce qui concerne la région de l'Est, on remarque que le déplacement diminue lorsque l'on augmente le facteur R_d , donc lorsque l'on diminue les dimensions des fondations. Ce qui explique que plus on diminue la taille de la semelle et plus le soulèvement est moins significatif du fait que la rotation de la semelle est moins significative voire diminue en réduisant la dimension de la semelle. Par contre on observe l'inverse dans la région de Vancouver où le déplacement augmente significativement avec le facteur de réduction des forces. Plus la taille de la semelle diminue, plus la rotation augmente et induit à son tour un déplacement latéral en tête important. En d'autres termes, le soulèvement est plus significatif à l'Ouest qu'à l'Est. Cela est attribué au fait que les séismes de la région de l'Ouest ont une période dominante plus longue que ceux de l'est, ce qui donne plus de temps à la semelle pour subir une grande rotation dans un sens avant que ne survienne une pointe d'accélération dans la direction inverse qui vient interrompre le bercement de la semelle et la mettre en mouvement opposé. Cela pourrait

expliquer que les séismes de l'Ouest sont plus sévères. Dans les deux régions, les déplacements observés sont acceptables (inférieurs à la limite de 2.5% du CNB 2005). Bien évidemment ces résultats sont partiels compte tenu du nombre des séismes utilisés, mais on peut toutefois comprendre de ces résultats que le soulèvement dans la région de Montréal serait bénéfique et qu'il serait possible de diminuer davantage les dimensions de la semelle, lorsque comparé à l'Ouest, sans que ces soulèvements ne conduisent à des déplacements excessifs.

On a mentionné précédemment que la dimension de la semelle est influencée, entre autres, par le rapport MR et le moment de renversement. On sait aussi que le moment de renversement est calculé à partir de l'effort de cisaillement à la base et que ce dernier est influencé par le facteur de réduction des forces sismiques, R_d . Les deux facteurs, MR et R_d , influencent donc les dimensions de la semelle. Dans cette partie, on étudie l'effet de la dimension de la semelle déterminé par ces deux paramètres sur la réponse sismique des murs de refends soumis aux trois séismes dans chaque région. On examine surtout le déplacement latéral moyen en tête de la structure relativement à la hauteur. Les valeurs Δ/h : moyennes obtenues par les trois séismes, sont calculées pour les trois murs de refend (5, 10, 25 étages), pour les trois valeurs de MR (0.2, 0.4 et 0.6) et de R_d sont classées dans les tableaux 6.12 et 6.13. La Figure 6.21 montre les déplacements inter-étages calculés en fonction du facteur de réduction R_d et de rapport de masse MR . Dans tous les cas, les déplacements demeurent sous la limite du CNB (2.5%). On voit que pour les murs localisés dans la région de Vancouver et conçus avec des rapports MR importants ($MR = 0.6$) et avec des facteurs R_d élevés, les semelles sont plus petites et conduisent à des déplacements plus importants à cause de l'allongement de la période. Avec un rapport MR de 0.2, les dimensions des semelles sont plus importantes et on voit sur la figure que les déplacements sont plus petits que ceux obtenus avec des semelles conçues avec des rapports MR de 0.4 et de 0.6. Cela suggère qu'il serait envisageable de proposer des réductions plus importantes de la dimension des semelles pour certaines

combinaisons. Par exemple, la semelle calculée avec un facteur de $R_d = 4.0$ et $MR = 0.2$ donne un déplacement inférieur à celui calculé avec un $R_d = 3.5$ et $MR = 0.4$.

Tableau 6.12 Déplacements inter-étages (déplacement %) pour les murs à Montréal

a) Mur 5 étages-Montréal

	$MR = 0.2$	$MR = 0.2$	$MR = 0.4$	$MR = 0.4$	$MR = 0.6$	$MR = 0.6$
R_d	B	Δ/h	B	Δ/h	B	Δ/h
	(m)	(%)	(m)	(%)	(m)	(%)
2.0	4.2	0.31	3.85	0.28	3.65	0.19
3.0	3.91	0.26	3.56	0.23	3.33	0.13
3.5	3.64	0.25	3.51	0.21	3.28	0.12

b) Mur 10 étages-Montréal

	$MR = 0.2$	$MR = 0.2$	$MR = 0.4$	$MR = 0.4$	$MR = 0.6$	$MR = 0.6$
R_d	B	Δ/h	B	Δ/h	B	Δ/h
	(m)	(%)	(m)	(%)	(m)	(%)
2	5.75	0.52	5.3	0.508	4.81	0.45
3	4.95	0.512	4.82	0.499	4.61	0.38
3.5	4.85	0.5	4.72	0.492	4.56	0.34

c) Mur 25 étages-Montréal

	$MR = 0.2$	$MR = 0.2$	$MR = 0.4$	$MR = 0.4$	$MR = 0.6$	$MR = 0.6$
R_d	B	Δ/h	B	Δ/h	B	Δ/h
	(m)	(%)	(m)	(%)	(m)	(%)
2	8.02	0.164	7.64	0.155	7.012	0.145
3	7.63	0.162	7.31	0.154	6.91	0.142
3.5	7.3	0.157	7.13	0.153	6.88	0.139

Tableau 6.13 Déplacements inter-étages (déplacement %) pour les murs à Vancouver

a) Mur 5 étages -Vancouver

	$MR = 0.2$	$MR = 0.2$	$MR = 0.4$	$MR = 0.4$	$MR = 0.6$	$MR = 0.6$
R_d	B	Δ/h	B	Δ/h	B	Δ/h
	(m)	(%)	(m)	(%)	(m)	(%)
3	7.123	0.32	6.34	0.51	5.45	0.67
3.5	6	0.5	5.45	0.73	4.63	0.79
4	4.5	0.72	4.13	1.08	3.92	1.43

b) Mur 10 étages -Vancouver

	$MR = 0.2$	$MR = 0.2$	$MR = 0.4$	$MR = 0.4$	$MR = 0.6$	$MR = 0.6$
R_d	B	Δ/h	B	Δ/h	B	Δ/h
	(m)	(%)	(m)	(%)	(m)	(%)
3	8.23	0.47	6.97	0.486	6.23	0.521
3.5	7.76	0.57	6.4	0.603	5.5	0.7
4	6.22	0.64	5.92	0.71	5.01	1.32

c) Mur 25 étages -Vancouver

	$MR = 0.2$	$MR = 0.2$	$MR = 0.4$	$MR = 0.4$	$MR = 0.6$	$MR = 0.6$
R_d	B	Δ/h	B	Δ/h	B	Δ/h
	(m)	(%)	(m)	(%)	(m)	(%)
3	9.65	0.31	9.16	0.35	8.36	0.43
3.5	8.9	0.37	8.34	0.39	7.8	0.56
4	8.12	0.49	7.56	0.72	7.5	0.82

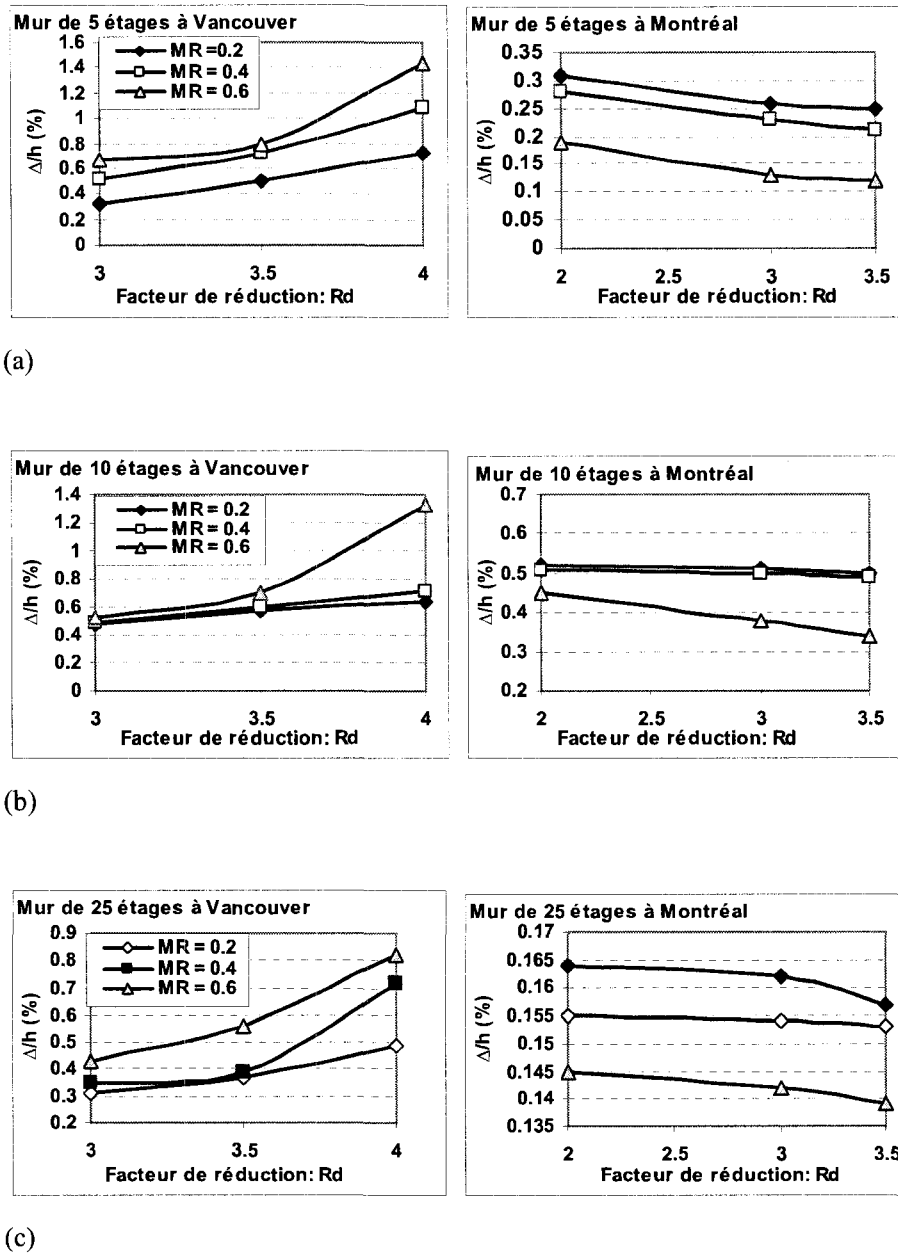


Figure 6.21 Déplacement latéral vs facteur de réduction des forces sismiques, R_d :

(a) 5 étages; (b) 10 étages; (c) 25 étages

.En examinant les résultats de la Figure 6.21, on constate aussi que le soulèvement a plus d'effet sur les déplacements pour les structures moins élancées. Le déplacement pour le mur de 25 étages reste faible comparé à celui du mur de 5 étages. Pour le mur de 5 étages et un rapport MR de 0.4, le déplacement augmente plus rapidement en augmentant la valeur de R_d que pour les murs de 10 et 25 étages. Ce déplacement peut atteindre la valeur de 1.1 % avec une valeur de R_d égale à 4.0. Dans le cas des murs de 10 et 25 étages, le déplacement reste inférieur à 0.8%, même avec un facteur R_d de 4.0. Les structures plus élancées avec un faible rapport MR montrent des déplacements moindres que les autres structures; elles pourraient possiblement être conçues avec des semelles plus petites sans pour autant donner lieu à des déplacements excessifs.

Pour la région de Montréal, on voit que les déplacements diminuent généralement lorsque l'on augmente le facteur de réduction R_d . En augmentant R_d , on fait diminuer la longueur de la semelle, ce qui a tendance à faire diminuer la rotation. Cette tendance, déjà observée pour le mur de 10 étages, va à contre-sens de l'intuition puisque que la rigidité en rotation diminue en réduisant la taille des semelles. Ce comportement serait attribué à l'allongement des périodes des structures découlant de la réduction des semelles combinées au fait que l'énergie dans les séismes de la région de l'Est du Canada est concentrée dans les hautes fréquences. On a donc à la fois un découplage plus marqué entre les périodes des structures et les périodes de séismes et des séismes à plus hautes fréquences qui sont moins critiques du point de vue du bercement.

On constate aussi que les murs dans la région de Montréal subissent des déplacements inférieurs à ceux de la région de l'Ouest. Les déplacements pour le mur de 5 étages et $MR = 0.2$ localisé à Montréal diminuent plus rapidement avec le facteur R_d que pour les murs de 10 et de 25 étages. Pour un rapport R_d égal à 3.0 et un rapport $MR = 0.4$, un mur de 5 étages localisé à Vancouver subit un déplacement égal à environ deux fois celui obtenu pour le même mur localisé à Montréal. Pour une même valeur de R_d , une

variation de MR à Montréal a une influence plus marquée sur les déplacements à Montréal.

Pour un mur de 10 étages localisé à l'ouest, le déplacement augmente lentement avec la valeur de R_d pour les valeurs de MR égales à 0.2 et 0.4. Par contre avec un rapport MR de 0.6 (semelle plus petite et période plus longue), la valeur de R_d a un effet significatif sur le déplacement, surtout pour des valeurs de R_d supérieures à 3.5. Les déplacements calculés pour les murs de Montréal avec un facteur $R_d = 2.5$ restent inférieurs à ceux calculés pour les murs localisés à Vancouver avec la même valeur de facteur R_d . Il y aurait donc possibilité de diminuer davantage les semelles pour la région de Montréal pour permettre davantage de soulèvement.

CHAPITRE 7 Conclusions et recommandations

La revue de littérature a montré que la majorité des travaux menés sur le phénomène de soulèvement des fondations consistait principalement à des études analytiques de modèles de structures, mais que peu d'études examinaient le comportement sismique des structures. L'objectif de cette étude était de choisir un modèle analytique approprié pour modéliser l'interaction sol-structure et de l'utiliser pour analyser l'effet du soulèvement de la fondation sur la réponse sismique des murs de refend en béton armé. L'étude visait surtout à observer l'effet de certains paramètres sur le soulèvement tels que l'élancement des murs, le rapport de masse, la flexibilité du sol de fondation, les caractéristiques de l'excitation sismique et les dimensions de la semelle de fondation.

Afin de se familiariser avec le sujet, on a d'abord réalisé une étude préalable sur le basculement sismique de corps rigides de forme rectangulaire. La réponse était calculée dans deux cas : fondation rigide et fondation flexible comprenant deux ressorts situés aux coins du bloc. Cette étude a permis de constater que ce n'est pas seulement l'élancement qui influe sur le basculement d'un bloc rigide sur une fondation rigide, mais aussi sa taille. Pour les structures de grande taille, tels que les barrages, l'effet de taille est significatif et la réponse des blocs sur une fondation élastique est fortement influencée par la flexibilité du sol. Enfin, l'hypothèse des blocs infiniment rigides est acceptable pour représenter des structures élastiques rigides, mais les murs de refends en béton armé élancés que l'on rencontre dans les bâtiments multi-étagés peuvent subir de grandes déformations en flexion sous l'effet l'action sismique, en développant une rotule plastique à leur base.

Les équations décrivant le comportement sismique d'un mur de refend représenté par sa rigidité, sa masse et son amortissement ont ensuite été développées et mises en forme dans le logiciel Matlab. Le comportement du mur est posé linéaire et élastique. Ces modèles prennent aussi en compte la flexibilité et l'amortissement au niveau des

fondations et permettent de traiter le phénomène fortement non linéaire qu'est le soulèvement. Sauf pour le soulèvement, le comportement du sol est toutefois posé linéaire et élastique. Deux modèles de fondation ont été examinés : le modèle à deux ressorts-amortisseurs verticaux placés aux extrémités de la semelle et le modèle de fondation de Winkler avec ressorts-amortisseurs verticaux distribués sur la longueur de la semelle. Le second permet une représentation plus fidèle du comportement réel des fondations. Les analyses effectuées ont aussi permis de constater que le modèle de Winkler permettait une prédiction plus précise de la réponse sismique car la variation des propriétés de rigidité et d'amortissement lors du soulèvement est plus graduelle. Même si le modèle de fondation à deux ressorts pouvait être utilisé en conception parasismique, il sous-estimerait la réponse de la structure. Par conséquent il est plus réaliste et, par conséquent, recommandé et d'utiliser la fondation Winkler pour l'étude paramétrique de la réponse des murs de refend. Cette recommandation a été suivie pour l'analyse paramétrique.

Les solutions développées avec Matlab avec la méthode de Newmark ont été comparées pour validation avec les résultats obtenus du logiciel Ruaumoko, un logiciel développé spécifiquement pour l'analyse sismique non linéaire des structures. Une bonne corrélation a été obtenue entre les deux outils de prédiction. Par ailleurs, on a fait la comparaison des réponses obtenues par la méthode de Newmark utilisant une accélération moyenne et un pas de temps fixe, avec celles obtenues par la méthode de Runge-Kutta utilisant Simulink avec un pas de temps variable. On a remarqué que les résultats obtenus avec Runge-kutta sont probablement plus certains compte tenu de la possibilité de pas de temps variables pour déterminer la solution aux instants précis où les propriétés de la structure sont modifiées.

Le logiciel Matlab a ensuite été utilisé pour faire une étude paramétrique afin de tirer des conclusions sur le soulèvement sismique de murs de refend en béton armé. L'étude a porté sur des murs de 5, 10 et 25 étages localisés dans les régions de Montréal et de

Vancouver. Trois valeurs du rapport entre la charge verticale et le poids sismique tributaires des murs ont été considérées : $MR = 0.2, 0.4$ et 0.6 . Les structures étaient fondées sur un sol flexible dont les propriétés correspondent à un site de Classe C. Les dimensions des murs et des semelles ont été déterminées selon les règles du code national du bâtiment du Canada 2005. Dans la conception, plusieurs valeurs du facteur de réduction des forces sismiques, R_d , ont été considérées. Les analyses ont été effectuées pour trois mouvements sismiques du sol représentatifs pour chacun des deux sites. Dans les analyses, on a aussi varié la rigidité du sol à l'intérieur des limites fixées pour les sols de Classe C. Cette étude paramétrique a permis d'observer les points suivants :

- En augmentant la taille de la semelle, on augmente le moment capacitair dans la semelle qui est fonction de la largeur et de la charge verticale, par conséquent cela diminue la tendance au soulèvement de la semelle. L'endommagement dans le mur pourrait avoir lieu si la semelle était très large avec un moment capacitair supérieur à celui du mur. Ainsi avec le soulèvement de la semelle, l'endommagement dans le mur sera réduit.

On observe que les valeurs de pointe de la rotation de la semelle et du déplacement latéral total augmentent graduellement lorsque l'on diminue la longueur de la semelle par rapport à la valeur de conception.

- L'élancement de la structure affecte significativement la réponse sismique. Cet effet est plus significatif pour les sols plus rigides où le soulèvement pourrait avoir un effet significatif sur la réponse sismique des structures. Pour un facteur $MR = 0.4$, Les valeurs de pointe de la rotation de la semelle et du déplacement latéral total augmentent graduellement lorsque l'on augmente l'élancement du mur. Par contre on voit que la déformation relative diminue lentement en augmentant l'élancement.

Pour le mur situé dans la région de Montréal, les déplacements sont moins importants que ceux du mur situé dans la région de Vancouver. L'effet de l'élancement non seulement conduit à la réduction des déformations mais pourrait aussi augmenter ou diminuer la rotation de la semelle et, par conséquent, le déplacement latéral total, dépendamment des caractéristiques des murs. Cependant, ce n'est ni la hauteur seule ni la dimension de la semelle seule qui contrôle le comportement d'un mur de refend, mais le rapport des deux.

- L'augmentation de l'intensité du séisme pourrait aussi diminuer l'effet bénéfique du soulèvement sur le déplacement latéral. Pour un mur situé à l'Est du Canada (Montréal) soumis à des séismes de faibles pics d'accélération, le soulèvement n'a pas eu lieu. Mais quand il était soumis à un séisme de pic d'accélération plus élevé, le mur a montré un soulèvement avec un déplacement maximal inférieur à celui obtenu à Vancouver avec un séisme de PGA plus faible. On conclut de ces observations qu'on ne peut prédire s'il y aura soulèvement sur la seule base du pic d'accélération du séisme. Le fait qu'une structure peut se soulever sous l'action d'un séisme ne signifie pas que la structure se soulèvera obligatoirement sous l'action d'un séisme dont l'accélération de pointe est plus élevée. La signature des mouvements sismiques (fréquence dominante, séquence et durée des pics) a probablement aussi un effet important.
- Un sol plus flexible a un effet bénéfique lors du soulèvement de la semelle, car la flexibilité du sol prolonge la période de vibration et pourrait jouer un rôle très important dans la réponse des structures. Avec une fondation large, la réponse est significativement affectée par un sol plus flexible. Cependant, une rigidité élevée du sol pourrait réduire la rotation de la semelle même avec une fondation de faibles dimensions, ce qui diminue la tendance au soulèvement et augmente les effets d'inertie dans la superstructure. On peut dire que les sols très durs amènent à l'utilisation de petites semelles et pourraient influencer davantage le basculement.

Cependant, les structures sur des sols plus flexibles montrent un déplacement plus important que celles sur des sols durs, parce que les périodes sont plus longues sur un sol plus flexible. De telles structures se trouvent avec des semelles plus larges que celle fondées sur des sols durs. Pour l'Est du Canada, si on diminue le module de cisaillement, le déplacement latéral et le déplacement vertical augmentent nettement par rapport aux sols plus rigides. En particulier, la réaction du sol à une extrémité de la semelle est très grande pour un sol plus mou lorsque l'extrémité opposée se soulève. Dans la région de l'Ouest (Vancouver). Pour les sols plus rigides, plus le sol est mou plus la période de vibration est importante. Puisque la flexibilité du sol a tendance à augmenter la période de basculement.

- Le soulèvement de la semelle réduit la déformation de la structure. Il s'agit donc d'une approche qui permettrait de réduire l'endommagement de la structure. Le soulèvement peut aussi réduire ou augmenter les déplacements latéraux de la structure, selon les caractéristiques du séisme et de la structure. Dans la région de l'Ouest du Canada, le soulèvement a plus d'effet sur les déplacements latéraux que dans la région de l'Est. Dans l'Ouest, le déplacement maximal augmente lorsque l'on diminue la taille de la semelle en augmentant MR et/ou R_d . Dans l'Est, on a constaté que des semelles plus petites donnent lieu à des déplacements latéraux généralement plus faibles. On pourrait donc y réduire les semelles davantage et dimensionner les semelles pour des valeurs de R_d un peu plus élevées tout en restant dans une marge de déplacement inférieure à celle calculée dans la région de l'Ouest.

Recommandations

- Une extension de l'analyse du comportement inélastique des murs de refends en béton armé est prévue en complément de cette étude en permettant les murs de développer des rotules plastiques à la base même si le moment capacitaire de la semelle est le plus faible. Aussi, une analyse tridimensionnelle, en incorporant les

effets de torsion, devrait être effectuées afin de donner une meilleure vue sur le problème de soulèvement de fondations, incluant l'interaction possible entre les divers éléments de résistance aux charges sismiques de la structure.

- On pourrait aussi incorporer par la suite la mobilisation de la capacité portante du sol (comportement inélastique du sol) et donc la réduction de la résistance du sol avec la considération de la rupture du sol avec prise en compte de l'interaction sol structure.
- Des tests à échelle réelle sur le comportement des murs de refends avec soulèvement seraient nécessaires pour examiner les effets de soulèvement et valider les modèles numériques comme ceux utilisés dans cette étude.

Références bibliographiques

Adams, J., & Atkinson, G. (2003). Development of seismic hazard maps for the proposal 2005 edition of the National Building Code of Canada. *Canadian Journal of the Civil Engineering*, 30(2), 255-271.

Adams, J., & Halchuk, S. (2004). Fourth-Generation Seismic Hazard Maps for the 2005 National Building Code of Canada. 13th World Conference on Earthquake Engineering Vancouver, B.C., Canada Paper No. 2502, August 1-6.

Anderson, D.L. (2003). Effect of foundation rocking on the seismic response of shear walls. *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 30, pp. 360-365.

Apostolou M., Gazetas G., & Garini, E. (2007). Seismic response of slender rigid structures with foundation uplifting. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. Vol. 27(7), pp. 642-654.

Apostolou, M., Gazetas, G., Makris, N., & Anastasopoulos, J. (2004). Rocking of Foundations under Strong Seismic Excitation". *Fib-Symposium on Concrete Structures in Seismic Regions*, Athens.

Aslam, M., Godden, W. G., & Scalise, D. T. (1980). Earthquake Rocking Response of Rigid Bodies", *J. of the Struct. Div., ASCE* 106(ST2), February.

ATC 40. (1996). *The Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings*, 2 volumes, the Applied Technology Council, Redwood City, CA.

Badie, S. S., Salmon, D. C., & Beshara, A. W. (1997). Analysis of shear wall structures on elastic foundations. *Computers and Structures*, Vol. 65(2), pp. 213-224.

Carr, A. J. (2003). Ruaumoko2D [Computer program]. 2-dimensional version (December 2003). Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.

CEN (2004). Eurocode 7 Geotechnical design - Part 1: General rules. Final Draft, EN 1997-1:2004. November 2004, European Committee for Standardisation: Brussels, 168 pages.

Chopra, A. K., & Yim, C. S. (1985). Simplified Earthquake Analysis of Structures with Foundation Uplift", J. Struct. Eng., ASCE 111(4).

Clough, R., & Penzien, J. (1993). Dynamics of structures, 2nd ed., Mc Graw-Hill.

Collectif, Eurocode 8. (2003). Design of structures for Earthquake Resistance, Part1 : General Rules, Seismic Actions and Rules for buildings, CEN/TC250/SC8/N317.

CSA-A23.3-04. (2004). Design of concrete structures. Standard CAN/CSA-A23.3-04, Canadian Standards Association (CSA), Rexdale, Ont. CSA.

Das, B. M. (2004). Principles of Foundation Engineering, 5th edition, Prindle, Weber and Schmidt.

FEMA-356. (2002). Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings. Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.

Filiatrault, A., Anderson, D. L & DeVall, R. H. Effect of a weak foundation on the seismic response of core wall type buildings. (1992). Canadian Journal of Civil Engineering, (19), pp. 530-539.

Finn, W. D., & Wightman, A. (2003). Ground motion amplification factor for the proposed 2005 edition of the National Building Code of Canada. *Can. J. Civ. Eng.* Vol.30, pp. 272-278.

Gajan, S., Kutter, B. L., Phalen, J. D., Hutchinson, T., & Martin, G. R. (2005). Centrifuge modeling of load-deformation behaviour of rocking shallow foundations. *Soil dynamics and earthquake engineering*. Vol.25(7), pp.773-783.

Gazetas, G. (1984). Discussion of "Rocking Vibration of Footings," by H.R. Sreekantiah, *Journal of Geotechnical Engineering ASCE*, Vol. 100, No. GT1, pp. 128-131.

Gazetas, G. (1991). *Foundation Engineering Handbook*, Chapter 15: Foundation vibrations, edited by H. Y. Fang, Van Nostrand Reinhold, New York, pp. 553-593.

Gazetas, G., Apostolou, M., & Anastasopoulos, I. X. (2003). Seismic Uplifting of Foundations on Soft Soil, with Examples from Adapazari". *Foundations: Innovations, Observations, Design, and Practice*, British Geotechnical Association, Thomas Telford, pp 37-50.

Gazetas, G., & Apostolou, M. (2004). Nonlinear Soil-Structure Interaction : Foundation Uplifting and Soil Yielding. *Proceedings Third UJNR Workshop on Soil-Structure Interaction*, March 29-30, Menlo Park, California, USA.

Harden, C., Hutchinson, T., & Moore, M. (2006). Investigation into the Effects of Foundation Uplift on Simplified Seismic Design Procedures. *Earthquake Spectra*, Vol. 22, pp. 663-692.

Harden, C., Hutchinson, T., Martin, G. R., & Kutter, B. L. (2005). Numerical Modeling of the Nonlinear Cyclic Response of Shallow Foundations. PEER, report 2005/04.

Hardin, B. O., Drnevich, V. P. (1984). Shear modulus and damping in soils: Design equations and curves. *Journal of the soil mechanics and foundations division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 98, No. SM7, pp. 667-692, June.

Housner, G. W., (1963). The Behavior of Inverted Pendulum Structures During Earthquakes", *Bulletin of the Seismological Society of America*, SSA 52(2).

Huckelbridge, A. A., & Clough, R. W. (1978). Seismic Response of Uplifting Building Frame, *J. of the Struct. Div., ASCE* 104(ST8).

Humar, J., & Mahgoub, M. A. (2003). Determination of seismic design forces by equivalent static load method. *Canadian Journal of the Civil Engineering*, 30(2): 287-307.

ICC (2000). International Code Council. (International Building Code, 2000 Edition, Falls Church, VA.

Koh A., Spanos P., & Roesset J. (1986). Harmonic Rocking of Rigid Block on Flexible Foundation". *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 112, No 11.

Krysl, P., & Endres, L. (2005). Explicit Newmark/Verlet algorithm for time integration of the rotational dynamics of rigid bodies. *Int. J, Numer. Mech. Engng.* Vol. 62, pp. 2154-2177.

Kutter, B. L., Rosebrook, K., Gajan, S., Hutchinson, T., & Harden, C. (2002). Soil-Foundation-Structure Interaction (Shallow Foundations). Annual Meeting Research Digest, PEER Report No. 2002-17.

Makris, N., & Roussos, Y. (2000). Rocking response of rigid blocks under near-source ground motions. *Géotechnique*. Vol. 50(3), pp. 243-262.

Makris, N & Zhang, J. (1999). Rocking Response and Overturning of Anchored Equipment under Seismic Excitations. PEER Report 1999/06.

Manuel Canadien d'Ingénierie des Fondations. (1994). Seconde édition. Société canadienne de géotechnique.

Meek, J. W. (1975). Effects of Foundation Tipping on Dynamic Response", *J. of the Struct. Div., ASCE* 101(ST7).

Meek, J. W. (1978). Dynamic response of tipping core buildings. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 6(5), pp. 437-454.

Meyerhof, G. G., & Adams, J. I. (1968). The ultimate uplift capacity of foundations, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 5(4), pp. 225-244.

Mitchell, D., Tremblay, R., Karacabeyli, E., Paultre, P., Saatcioglu, M. & Anderson, D.L. (2003). Seismic force modification factors for the proposed 2005 edition of the National Building Code of Canada. Vol. 30(2), pp. 308-327.

Mylonakis, G., Nikolaou, S. & Gazetas, G. (2006). Footings under seismic loading: Analysis and design issues with emphasis on bridge foundations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* vol. 26, pp 824-853.

Nadjai, A., & Johnson, D. (1996). Elastic Analysis of Spatial Shear Wall Systems With Flexible Bases. *The structural Design of Tall Buildings*. Vol.5(1), pp. 55-72.

Newmark, N. M. (1959). A Method of Computation for Structural Dynamics, ASCE. *Journal of the Engineering Mechanics Division*. Vol. 85 (EM3).

NRCC. 1990. National Building Code of Canada. Canadian Commission on Building and Fire Codes, National Research Council of Canada (NRCC), Ottawa, Ont.

NRCC.1995. National Building Code of Canada. 11th ed. Canadian Commission on Building and Fire Codes, National Research Council of Canada (NRCC), Ottawa, Ont.

NRCC. 2005. National Building Code of Canada. 12th ed. Canadian Commission on Building and Fire Codes, National Research Council of Canada (NRCC), Ottawa, Ont.

Panneton, P., Léger, P., & Tremblay, R. (2006). Inelastic analysis of a reinforced concrete shear-wall building according to the National Building Code of Canada. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 33: 854-871.

Pender, M. (2007). Earthquake Geotechnical Engineering, Chapter 10: Seismic design and performance of surface foundations, edited by K. D. Pitilakis, pp 217-243.

Pecker A. (1994). Seismic Design of Shallow Foundations, State of the Art, Proceeding. 10th European Conference on Earthquake Engineering, Ed. Balkema, Vienne, Autriche, pp. 2905-2910.

Pecker, A. (2004). Recent advances in earthquake geotechnical engineering and microzonation, Chapter 10: Earthquake resistant design of shallow foundations, Edited by Atilla Ansal, Kluwer Academic Publishers. Netherlands, pp. 285-301.

Prakash, V., Powell, G.H., & Campell, S. (1993). Drain-2DX, University of California, Berkeley, Calif.

Priestley, M.J.N. & Grant, D.N. (2005). Viscous Damping in Seismic Design and Analysis, *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 9(SP2), pp. 229-255.

Psycharis, I.N. (1981). Dynamic Behavior of Rocking Structures Allowed to Uplift, Report No. EERL 81-02, Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, CA.

Psycharis, I.N. (1983). Dynamics of flexible systems with partial lift-off. *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.11, 501-521.

Psycharis, I. N. & Jennings, P. C. (1983). Rocking of slender rigid bodies allowed to Uplift. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 11, pp. 57-76.

Psycharis, I.N. (1991). Effect of base uplift on dynamic response of SDOF structures. *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 117(3), pp. 733-754.

Psycharis, I.N. (2007). Investigation of dynamic response of rigid footings on tensionless Winkler foundation. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, doi:10.1016/j.soildyn.2007.07.010.

Saatcioglu, M., & Humar, J. (2003). Dynamic analysis of buildings for earthquake-resistant design. *Canadian Journal of the Civil Engineering*, 30(2): 338-359.

Siddharthan, R. V., Ara, S., & Norris, G. M. (1992). Simple rigid plastic model for seismic tilting of rigid walls. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 118, No.2, pp. 469-487.

Tremblay, R., & Atkinson, G. M. (2001). Comparative study of the inelastic seismic demand of eastern and western Canadian sites. *Earthquake Spectra*, Vol.17(2), pp. 333-358.

Varela, J. L., Tanner, J. E., & Klingner, R. E. (2006). Development of Seismic Force Reduction and Displacement Amplification Factors for Autoclaved Aerated Concrete Structures. *Earthquake Spectra*, Vol.22 (1), pp. 267-286.

Xu, C., & Spyrakos, C. C. (1996). Seismic analysis of towers including foundation uplift. *Engineering Structures*, Vol. 18(4), pp. 271-278.

Yim, C.S., Chopra, A.K., & Penzien, J. (1983). Rocking Response of Rigid Blocks to Earthquakes, *Earthquake Eng. and Struct. Dynamics*. Vol. 8, pp. 565-587, 1980.

Yim, C.S., & Chopra, A.K.(1983). Effects of transient foundation uplift on earthquake response of structures. EERC, Report UCB/EERC-83/09.

Yim, S. C. S., & Chopra A. K. (1984). Earthquake response of structures with partial uplift on Winkler foundation, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* Vol.12, pp. 263–281.

Yim, S.C.S., & Chopra, A.K. (1985). Simplified Earthquake Analysis of Multistory Structures with Foundation Uplift”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE Vol.111(12), pp. 2708-2731.

Zhang, J., & Makris, N. (2001). Rocking Response of Free-Standing Blocks Under Cycloidal Pulses. *Journal of Engineering Mechanics*. Vol. 127(5), pp. 473-483.

Annexes

Annexe I

Programme qui calcule la réponse sismique d'une structure flexible à un degré de liberté avec fondation Winkler permettant le soulèvement de la semelle. (Simulink. Sfunction)

```
function [sys,x0,str,ts] = uplift(t,x,u,flag)

fac=1; % facteur d'amplification du séisme
%=====
% Exemple de mur dans la région de Montréal
%=====
mur de 10 étages: (2/3) hauteur totale h(2/3) = 20 m
%=====
m1=30000000/9.81; h=20; T = 1.602; w = 2*pi/T;
k=4*pi^2*m1/(T^2); g=9.81; m=m1;
MR = 0.4; b = 4.36; m2=MR*m1; alpha=h/b; kw = 1586538461.5385;%N/m
cw = 4175017.9;%N.s/m
wv = sqrt(2*b*kw/m2); beta=wv/w%
%=====
Murs de la région de Vancouver
%=====
mur de 10 étages: (2/3) hauteur totale h(2/3) = 20 m
%=====
m1=30000000/9.81; m=m1; h=20; g=9.81; T = 1.282; w = 2*pi/T;
k=4*pi^2*m1/(T^2);
MR = 0.4; b = 5.92; m2=MR*m1; alpha=h/b; kw = 1586538461.538;
cw = 38612119.96;
wv = sqrt(2*b*kw/m2); beta=wv/w
%=====
psi = 0.03;
c = 2*psi*m1*w;
psi_v = cw*b/(m*beta*w)
m2=MR*m;
u_cr = m*g*b/(3*h*k); theta_cr = m*g/(2*kw*b^2)
x_cr = u_cr+h*theta_cr;
%=====
eps1=1; eps2=0;
xp0bar = 4;

xp0 = xp0bar*(g/w)*sqrt(3*alpha^2+beta^2)/(3*alpha*beta);
%=====
v0 = xp0*w1b^2 ; dans le cas de vibration libre
thetap0 =xp0*(1-w1b^2)/h;
v0 = 0; dans le cas de la réponse sismique
theta=0;
```



```

%=====
u_cr = m*g*b/(3*h*k);  theta_cr =  m*g/(2*k*w*b^2);
x_cr = u_cr+h*theta_cr;
eps1 = 1; eps2 = 0;
x0 = [0; 0; -9.81*m/(2*k*w*b);0] ;
%=====

%      x' = Ax + Bu
%      y  = Cx + Du
A=0;
B=0;
C=0;
D=0;
switch flag
    case 0
        [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(A,B,C,D,eps1,eps2,alpha,beta,m1,T,k,
        kw,b,h,c,cw,v0); %
    case 1
        sys =
        mdlDerivatives(t,x,u,A,B,C,D,eps1,eps2,alpha,beta,m,T,k,kw,b,h,c,cw,v0)
    case 3
        sys =
        mdlOutputs(t,x,u,A,B,C,D,eps1,eps2,alpha,beta,m,T,k,kw,b,h,c,cw,v0);
    case { 2, 4, 9 }
        sys = [];
    otherwise
        error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end
%=====

function [sys,x0,str,ts] =
mdlInitializeSizes(A,B,C,D,eps1,eps2,alpha,beta,m,T,k,kw,b,h,c,cw,v0)
sizes = simsizes;
sizes.NumContStates  = 4;
sizes.NumDiscStates  = 0;
sizes.NumOutputs     = 8;
sizes.NumInputs      = 1;
sizes.DirFeedthrough = 0;

```



```

sizes.NumSampleTimes = 1;
sys = simsizes(sizes);
x0 = [0; v0; -9.81*m/(2*kw*b); 0];
theta = 0;
str = [];
ts = [0 0]; %
%=====
function sys = mdlDerivatives(t,x,u,A,B,C,D,eps1,eps2,alpha,beta,m1,m2,
                                T,k,kw,b,h,c,cw,v0)

    fact=1;g=9.81;
    eps1=1; eps2=0;
if (x(3)+b*(3*h*k*x(1)-(3/2)*(1-
    eps1^2)*kw*eps2*b^2*x(3))/(kw*b^3*(1+eps1^3))<0 && x(3)-
    b*(3*h*k*x(1)-(3/2)*(1-
    eps1^2)*kw*eps2*b^2*x(3))/(kw*b^3*(1+eps1^3))<0)
    theta = (3*h*k*x(1)-(3/2)*(1-
    eps1^2)*kw*eps2*b^2*x(3))/(kw*b^3*(1+eps1^3));
    eps1=1; eps2=0;
elseif (x(3)+b*(3*h*k*x(1)-(3/2)*(1-
    eps1^2)*kw*eps2*b^2*x(3))/(kw*b^3*(1+eps1^3))>=0)
    theta = (3*h*k*x(1)-(3/2)*(1-
    eps1^2)*kw*eps2*b^2*x(3))/(kw*b^3*(1+eps1^3));
    eps2=-1; eps1=eps2*x(3)/(b*theta);
elseif (x(3)-b*(3*h*k*x(1)-(3/2)*(1-
    eps1^2)*kw*eps2*b^2*x(3))/(kw*b^3*(1+eps1^3))>=0)
    theta = (3*h*k*x(1)-(3/2)*(1-
    eps1^2)*kw*eps2*b^2*x(3))/(kw*b^3*(1+eps1^3));
    eps2=1; eps1=eps2*x(3)/(b*theta);
end

M1=m1*(1+3*h^2*k/(kw*b^3*(1+eps1^3)));
M2=-3*m1*h*(1-eps1^2)*eps2/(2*b*(1+eps1^3));
Cv=(1+eps1)*cw*b-3*b*cw*(1-eps1^2)^2*eps2^2/(4*(1+eps1^3));
Cu=3*h*k*(1-eps1^2)*eps2*cw/(2*kw*b*(1+eps1^3));
Kv=(1+eps1)*kw*b-3*b*kw*(1-eps1^2)^2*eps2^2/(4*(1+eps1^3));
Ku=3*(1-eps1^2)*eps2*h*k/(2*b*(1+eps1^3));

```



```

sys=[x(2);1/M1*(-m1*fact*u*9.81+M2*g-(c-M2*Cu/m1)*x(2)+M2*Cv/m2*x(4)-
(k-M2*Ku/m1)*x(1)+(M2*Kv/m2*x(3)));x(4);1/m2*(-m2*g-Cv*x(4)-Cu*x(2)-
Kv*x(3)-Ku*x(1))];
function sys
mdlUpdate(t,x,u,A,B,C,D,eps1,eps2,alpha,beta,m1,m2,T,k,kw,b,h,c,cw,v0)
sys = [];
function sys=mdlOutputs(t,x,u,A,B,C,D,eps1,eps2,alpha,beta,m1,m2,
T,k,kw,b,h,c,cw,v0) %
w = 2*pi/T;g=9.81;
u_cr = g/(3*alpha*w^2); theta_cr = g/(b*beta^2*w^2);
x_cr = u_cr+h*theta_cr;
theta = (3*h*k*x(1)-(3/2)*(1-
eps1^2)*kw*eps2*b^2*x(3))/(kw*b^3*(1+eps1^3));
vL = x(3)+ b*theta;
vR = x(3)- b*theta;
ut = x(1)+h*theta;
=====
sys =[x(1)/u_cr x(2) x(3) x(4) theta/theta_cr ut vL/(b*theta_cr)
vR/(b*theta_cr)];

```


Annexe II

```
function [t,u]= Newmark(K,C,M,P,dt,u0,v0,bet,gam)
```

Programme qui calcule la réponse sismique d'une structure flexible à un degré de liberté avec fondation Winkler permettant le soulèvement de la semelle. (Méthode de Newmark)

```
%ENTRÉE:
```

```
%
%      M      : Masse
%      C      : Amortissement
%      K      : Rigidité
%
%      gama   : "gamma" paramètre de Newmark
%      beta   : "beta" paramètre de Newmark
%      Méthode d'accélération linéaire. -> gamma=1/2, beta=1/6
%      Méthode d'accélération constante-> gamma=1/2, beta=1/4
%
%      dt     : pas de temps
%      u0,v0  : déplacement, vitesse initiales
```

```
% SORTIE:
```

```
%      u,v,a : déplacements, vitesses et accélérations
```

```
clear; clc;
fac=1; % facteur d'amplification du séisme
%=====
m1=30000000/9.81; h=20; b=4.36; alpha=h/b; g=9.81;
T = 1.603; w = 2*pi/T; k=4*pi^2*m1/(T^2);
kw = 1586538461.538; wv=sqrt(2*k*w*b/m2); beta=wv/w;
cw=6274400;%N.s/m
%=====
w1b=sqrt(beta^2/(beta^2+3*alpha^2));
T1 =T/w1b % période de vibration sans soulèvement du premier mode
T2 = T/beta % période de vibration sans soulèvement du deuxième mode
w1 = w1b*w;
xp0bar = 4;
xp0 = xp0bar*(g/w)*sqrt(3*alpha^2+beta^2)/(3*alpha*beta);
%%=====
psi = 0.03; psi_v = 0.13;
c = 2*psi*m1*w;
cw = psi_v*m2*beta*w/b
m2=m;
u_cr = m1*g*b/(3*h*k); theta_cr = m2*g/(2*k*w*b^2)
x_cr = u_cr+h*theta_cr;
%=====
dt = 0.0001;
gam = 1/2; bet = 1/4;
eps1=1; eps2=0;
%=====
Tw =kw;
```



```

M = [ m1*(h+2*(1+eps1^3)*b^3*kw/(6*k*h)), 3*m1*eps2*(1-eps1^2)*Tw*b^2/(6*k*h); 0,m2];
K = [2*k*(1+eps1^3)*b^3*kw/(6*k*h), 3*k*eps2*(1-eps1^2)*Tw*b^2/(6*k*h); 1/2*(1-eps1^2)*eps2*kw*b^2, (1+eps1)*kw*b];
C = [2*c*(1+eps1^3)*b^3*kw/(6*k*h), 3*c*eps2*(1-eps1^2)*Tw*b^2/(6*k*h); 1/2*(1-eps1^2)*eps2*cw*b^2, (1+eps1)*cw*b];
%
A0 = (K+4*M/(dt^2)+2*C/dt) ;
A1 = 4*M/(dt^2)+2*C/dt ;
A2 = 4*M/dt+C ;
% % % %
gamma = load('E70701_M2.txt');
tu = gamma(:, [1,2]);
t_ech = tu(:,1);
u_ech = tu(:,2);
tfinal = t_ech(end);
Dt = 0.01;
t = 0:Dt:tfinal;
ti = 0:dt:tfinal;
uu = fac*interp1(tu(:,1),tu(:,2),ti);
plot(ti,uu,'b',t,fac*u_ech,'r');
grid on;
figure;

=====
initialisations des déplacements:
i=1;
eps1 = 1;
eps2 = 0;
%
% N = length(K);
ntimes = length(uu);
Time = dt*[0:(ntimes-1)];
% tfinal=(ntimes-1)*dt
%
% u = zeros(N, ntimes);
% v = zeros(N, ntimes);
% a = zeros(N, ntimes);
% u(1:N,1) = u0(1:N);
% v(1:N,1) = v0(1:N);
vitesse initiale
=====
% up(i) = xp0*w1b^2;
% u(:,i) = [0 ; -9.81*m2/(2*kw*b)];
% v(:,i) = [(1/h)*xp0*(1-w1b^2) ; 0];

excitation sismique
=====
u(:,i) = [0 ; -9.81*m2/(2*kw*b)];
v(:,i) = [0 ; 0];
up(i) = 0;
%
ux(i) = (3*(1-eps1^2)*eps2*Tw*b^2*u(2,i)+2*(1+eps1^3)*kw*b^3*u(1,i))/(6*k*h);
déplacements des bord gauche VL et bord droit VR

```



```

=====
VL(i)    = u(2,i)+ b*u(1,i);
VR(i)    = u(2,i)- b*u(1,i);
=====
Algorithme de Newmark

calcul des l'accélérations initiales
    a(:,i) = inv(M)*([-m1*g*uu(i) ; -m2*g] - C*v(:,i) - K*u(:,i));
    %
    for i=2:ntimes
        FULL CONTACT
        =====
        eps1 = 1;
        eps2 = 0;
        =====
        u(:,i) = inv(A0)*([-m1*g*uu(i) ; -m2*g]+A1*u(:,i-1)+A2*v(:,i-1)+M*a(:,i-1));
        v(:,i) = 2/dt*(u(:,i)- u(:,i-1))- v(:,i-1);
        a(:,i) = 4/(dt^2)*( u(:,i)- u(:,i-1)- dt*v(:,i-1)-1/4*dt^2* a(:,i-1));
        =====
        %
        ux(i) = (3*(1-eps1^2)*eps2*Tw*b^2*u(2,i)+2*(1+eps1^3)*kw*b^3*u(1,i))/(6*k*h);
        VL(i)  = u(2,i)+ b*u(1,i);
        VR(i)  = u(2,i)- b*u(1,i);
        %
        sauvgarder les déplacements, vitesses et accelerations:
        déplacements
        =====
        tabTHETA1(i-1) = u(1,i-1);
        tabV1(i-1)      = 1000*u(2,i-1);
        tabX1(i-1)      = 1000*(ux(i-1)+h*u(1,i-1));
        tabUX1(i-1)     = ux(i-1)/u_cr;
        tabVL1(i-1)     = 1000*VL(i-1);
        tabVR1(i-1)     = 1000*VR(i-1);
        vitesses
        =====
        tabUP1(i-1) = v(1,i-1);
        tabVP1(i-1) = v(2,i-1);
        acceleration
        =====
        tabUPP1(i-1) = a(1,i-1);
        tabVPP1(i-1) = a(2,i-1);
        tabT1(i-1)  = ti(i-1);

    end
    for i=2:ntimes

Contact entier avec les éléments de la semelle
=====
    if (VL(i-1)<= 0) & (VR(i-1)<= 0)
        eps1 = 1;

```



```

    eps2 = 0;
M = [ m1*(h+2*(1+eps1^3)*b^3*kw/(6*k*h)), 3*m1*eps2*(1-
eps1^2)*Tw*b^2/(6*k*h); 0,m2];
K = [2*k*(1+eps1^3)*b^3*kw/(6*k*h), 3*k*eps2*(1-eps1^2)*Tw*b^2/(6*k*h);
1/2*(1-eps1^2)*eps2*kw*b^2, (1+eps1)*kw*b];
C = [2*c*(1+eps1^3)*b^3*kw/(6*k*h), 3*c*eps2*(1-eps1^2)*Tw*b^2/(6*k*h);
1/2*(1-eps1^2)*eps2*cw*b^2, (1+eps1)*cw*b];
%
A0 = (K+4*M/(dt^2)+2*C/dt) ;
A1 =4*M/(dt^2)+2*C/dt ;
A2 =4*M/dt+C ;

=====
    u(:,i) = inv(A0)*( [-m1*g*uu(i) ; -m2*g]+A1*u(:,i-1)+A2*v(:,i-
1)+M*a(:,i-1));
    v(:,i) = 2/dt*(u(:,i)- u(:,i-1))- v(:,i-1);
    a(:,i) = 4/(dt^2)*( u(:,i)- u(:,i-1)- dt*v(:,i-1)-1/4*dt^2* a(:,i-
1));
=====
ux(i) = (3*(1-eps1^2)*eps2*Tw*b^2*u(2,i)
+2*(1+eps1^3)*kw*b^3*u(1,i))/(6*k*h);
end

Soulèvement du bord gauche de la semelle
=====
    if (VL(i-1)> 0)
        eps2 = -1;
        eps1 = eps2*u(2,i-1)/(b*u(1,i-1));
        %
M = [ m1*(h+2*(1+eps1^3)*b^3*kw/(6*k*h)), 3*m1*eps2*(1-
eps1^2)*Tw*b^2/(6*k*h); 0,m2];
K = [2*k*(1+eps1^3)*b^3*kw/(6*k*h), 3*k*eps2*(1-eps1^2)*Tw*b^2/(6*k*h);
1/2*(1-eps1^2)*eps2*kw*b^2, (1+eps1)*kw*b];
C = [2*c*(1+eps1^3)*b^3*kw/(6*k*h), 3*c*eps2*(1-eps1^2)*Tw*b^2/(6*k*h);
1/2*(1-eps1^2)*eps2*cw*b^2, (1+eps1)*cw*b];
%
A0 = (K+4*M/(dt^2)+2*C/dt) ;
A1 =4*M/(dt^2)+2*C/dt ;
A2 =4*M/dt+C ;

=====
    u(:,i) = inv(A0)*( [-m1*g*uu(i) ; -m2*g]+A1*u(:,i-1)+A2*v(:,i-
1)+M*a(:,i-1));
    v(:,i) = 2/dt*(u(:,i)- u(:,i-1))- v(:,i-1);
    a(:,i) = 4/(dt^2)*( u(:,i)- u(:,i-1)- dt*v(:,i-1)-1/4*dt^2* a(:,i-
1));
=====
    %
ux(i) = (3*(1-
eps1^2)*eps2*Tw*b^2*u(2,i)+2*(1+eps1^3)*kw*b^3*u(1,i))/(6*k*h);
end

Soulèvement du bord droit de la semelle
=====
    if (VR(i-1)> 0)

```



```

    eps2 = 1;
    eps1 = eps2*u(2,i-1)/(b*u(1,i-1));
    %
M = [ m1*(h+2*(1+eps1^3)*b^3*kw/(6*k*h)), 3*m1*eps2*(1-
eps1^2)*Tw*b^2/(6*k*h); 0,m2];
K = [2*k*(1+eps1^3)*b^3*kw/(6*k*h), 3*k*eps2*(1-eps1^2)*Tw*b^2/(6*k*h);
1/2*(1-eps1^2)*eps2*kw*b^2, (1+eps1)*kw*b];
C = [2*c*(1+eps1^3)*b^3*kw/(6*k*h), 3*c*eps2*(1-eps1^2)*Tw*b^2/(6*k*h);
1/2*(1-eps1^2)*eps2*cw*b^2, (1+eps1)*cw*b];
%
A0 = (K+4*M/(dt^2)+2*C/dt) ;
A1 =4*M/(dt^2)+2*C/dt ;
A2 =4*M/dt+C ;
=====
u(:,i) = inv(A0)*( [-m1*g*uu(i) ; -m2*g]+A1*u(:,i-1)+A2*v(:,i-
1)+M*a(:,i-1));
v(:,i) = 2/dt*(u(:,i)- u(:,i-1))- v(:,i-1);
a(:,i) = 4/(dt^2)*( u(:,i)- u(:,i-1)- dt*v(:,i-1)-1/4*dt^2* a(:,i-
1));
=====
%
ux(i) = (3*(1-
eps1^2)*eps2*Tw*b^2*u(2,i)+2*(1+eps1^3)*kw*b^3*u(1,i))/(6*k*h);
end
=====
VL(i) = u(2,i)+ b*u(1,i);
VR(i) = u(2,i)- b*u(1,i);
sauvgarder les déplacements, vitesses et accélérations:

déplacements
=====
    tabTHETA(i-1) = u(1,i-1);
    abV(i-1) = 1000*u(2,i-1);
    tabX(i-1) =1000*(ux(i-1)+h*u(1,i-1));
    tabUX(i-1) = ux(i-1)/u_cr;
    tabVL(i-1) = 1000*VL(i-1);
    tabVR(i-1) = 1000*VR(i-1);
vitesses
=====
    tabUP(i-1) = v(1,i-1);
    tabVP(i-1) = v(2,i-1);
acceleration
=====
    tabUPP(i-1) = a(1,i-1);
    tabVPP(i-1) = a(2,i-1);
    tabTl(i-1)= ti(i-1);
end

```