

**Titre:** Développement d'outils d'analyse de la motricité fine pour  
l'investigation de troubles neuromusculaires : théorie, prototype et  
mise en application dans le contexte des accidents vasculaires  
cérébraux

**Auteur:** Christian O'Reilly  
Author:

**Date:** 2012

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** O'Reilly, C. (2012). Développement d'outils d'analyse de la motricité fine pour  
l'investigation de troubles neuromusculaires : théorie, prototype et mise en  
application dans le contexte des accidents vasculaires cérébraux [Thèse de  
doctorat, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/838/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/838/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** Réjean Plamondon  
Advisors:

**Programme:** Génie biomédical  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

DÉVELOPPEMENT D'OUTILS D'ANALYSE DE LA MOTRICITÉ FINE  
POUR L'INVESTIGATION DE TROUBLES NEUROMUSCULAIRES:  
THÉORIE, PROTOTYPE ET MISE EN APPLICATION DANS LE  
CONTEXTE DES ACCIDENTS VASCULAIRES CÉRÉBRAUX

CHRISTIAN O'REILLY

INSTITUT DE GÉNIE BIOMÉDICAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION

DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR

(GÉNIE BIOMÉDICAL)

MAI 2012

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

DÉVELOPPEMENT D'OUTILS D'ANALYSE DE LA MOTRICITÉ FINE  
POUR L'INVESTIGATION DE TROUBLES NEUROMUSCULAIRES:  
THÉORIE, PROTOTYPE ET MISE EN APPLICATION DANS LE  
CONTEXTE DES ACCIDENTS VASCULAIRES CÉRÉBRAUX

présentée par : O'REILLY Christian

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. SAVARD Pierre, Ph. D., président

M. PLAMONDON Réjean, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. MATHIEU Pierre A., D. Sc. A., membre

M. LAURENDEAU Denis, Ph. D., membre

## REMERCIEMENTS

J'aimerais d'abord remercier mes parents qui ont toujours valorisé l'éducation et qui ont fait les sacrifices nécessaires pour pouvoir payer les études collégiales et universitaires à leurs enfants. Sans ce support moral et financier, je ne crois pas qu'il m'aurait été possible de me rendre jusqu'au doctorat. Je voudrais d'ailleurs étendre ces remerciements à mes frères et sœurs que j'ai eu trop peu l'occasion de voir ces dernières années étant donné les exigences de mes études. Même dans l'absence, j'ai pu rester fort de leur présence. C'est de savoir la solidité de ces liens familiaux qui m'a permis de me concentrer sur les objectifs de cette thèse.

Je suis aussi grandement redevable à ma compagne, Marie-Josée, pour son support et ses encouragements. Bien qu'elle ne partage pas mon champ d'expertise, ses commentaires sur mes écrits ou mes présentations PowerPoint ont maintes fois permis de transformer un travail « bon » en travail excellent. Son regard vigilant m'invite à m'approfondir et à chercher, dans mon travail comme ailleurs, ma forme d'être.

Je ne saurais, de plus, oublier de mentionner mon immense gratitude pour mon directeur de recherche, le professeur Réjean Plamondon, qui, dès mon premier été au baccalauréat, m'a intégré comme assistant de recherche à son laboratoire. Durant cette période, il m'a permis de développer des aptitudes de chercheur et m'a soutenu dans le cadre d'un passage direct au doctorat. Au final, cette thèse est le fruit de près de huit ans de collaboration (B. Ing. & Ph. D.) avec ce dernier. Il m'a donné les responsabilités et la liberté nécessaires à l'élaboration d'un projet que j'ai pu sentir être le mien et dont j'ai pu décider de la direction. Cela m'a été une source de motivation importante. Il ne fait aucun doute à mon esprit qu'il s'agit d'un excellent directeur de recherche, d'un chercheur émérite et d'un grand homme.

Je voudrais aussi remercier les différentes personnes qui sont passées au laboratoire Scribens au cours des années où j'y ai travaillé. Je pense entre autres à Moussa Djoua, à Anna Woch et à Kéfil Landou, pour n'en nommer que quelques-uns. Leurs commentaires, leurs opinions et leur recherche ont contribué de façon substantielle à cette thèse.



Finalement, notons que ce doctorat n'aurait pu voir le jour sans le support financier du CRSNG qui m'a accordé une bourse d'étude ainsi que sans le financement, par la Fondation Chagnon, du projet Sign@médic.



---

Christian O'Reilly

## RÉSUMÉ

Cette thèse examine la possibilité d'évaluer la susceptibilité à un accident vasculaire cérébral (AVC) à partir des attributs des mouvements humains. Ces travaux reposent sur l'hypothèse selon laquelle l'existence d'un état pré-AVC peut, dans certains cas, être détecté par l'évaluation de la santé neuromotrice du patient. À défaut de disposer de données longitudinales permettant d'étudier directement cette conjecture, nos résultats démontrent que le diagnostic des principaux facteurs de risque d'AVC est effectivement réalisable à partir des propriétés des mouvements. Ces conclusions sont tirées à la suite de l'analyse transversale des réponses de 120 sujets à neuf tests neuromoteurs. Par cette étude des liens entre la motricité et la présence de conditions menant potentiellement à l'AVC, on espère stimuler l'intérêt des chercheurs en santé pour l'hypothèse – rapportée de façon anecdotique par plusieurs cliniciens – de l'existence d'un état pré-AVC.

Les investigations nécessaires à cette démonstration ont été menées dans le cadre de la Théorie Cinématique et suivent principalement trois axes directeurs, soit l'étude fondamentale du mouvement humain, le développement d'outils d'extraction permettant la modélisation lognormale des mouvements et l'analyse statistique des paramètres lognormaux dans le but du diagnostic des principaux facteurs de risque d'AVC (diabète, obésité, tabagisme, problèmes cardiaques, alcoolisme, hypertension et hypercholestérolémie).

En introduction de la première partie de cette thèse sont répertoriés les différents indices disséminés dans la littérature scientifique étayant l'existence de liens entre les mouvements humains et les principaux facteurs de risque d'AVC. Observant que la présence de tels liens est supportée par l'état des connaissances actuelles, le paradigme offert par la Théorie Cinématique ainsi que la modélisation lognormale qui en découle sont adoptés, puis présentés. L'apparition de profils de forme lognormale au niveau des primitives du mouvement est ensuite expliquée d'un point de vue original.

Une fois ces bases établies, il a été possible de procéder à l'analyse des données dont nous disposons, ce qui a mis en lumière un certain nombre de phénomènes fondamentaux relatifs à l'étude du contrôle moteur, dont trois sont particulièrement importants. En premier lieu, il a été relevé que la nature des mouvements est intrinsèquement proportionnelle. Cet aspect a été

examiné et comparé à la modélisation sérielle souvent préconisée pour la représentation des processus psychophysiques. En second lieu, l'examen delta-lognormal de mouvements impliquant un compromis vitesse-précision a permis de découvrir certaines stratégies de contrôle associées à l'exécution d'une tâche de Fitts, tels que 1) l'augmentation du couplage entre les commandes motrices et l'indice de difficulté du test ainsi que 2) l'amélioration de la coordination neuromusculaire rendue nécessaire par l'agrandissement des dimensions géométriques (amplitude du mouvement demandé, largeur des cibles à atteindre) de la tâche. En dernier lieu, la prédiction provenant de la Théorie Cinématique voulant qu'une commande motrice soit émise – au temps  $t_0$  – au niveau du système nerveux central est investiguée et confirmée.

La deuxième partie de cette thèse se penche sur le développement des outils d'extraction des paramètres lognormaux nécessaires à l'analyse des données provenant de tâches neuromotrices. On y rapporte, d'abord, le développement de deux nouveaux extracteurs pour la modélisation sigma-lognormale. Le premier système, basé sur l'algorithme  $X_0$  robuste, rend possible la modélisation automatique des mouvements d'une complexité arbitraire, tels que ceux provenant de l'écriture manuscrite, de dessins et de signatures. Pour sa part, le deuxième extracteur repose sur une représentation prototypique des mouvements et a été conçu pour permettre l'analyse de la variance (ANOVA) des paramètres lognormaux impliqués dans des tâches exigeant la production de gestes stéréotypés. De plus, un algorithme d'optimisation par séparation et évaluation (« branch-and-bound ») est présenté. Grâce à lui, les meilleures équations delta-lognormales pour la reproduction de mouvements de pointages rapides peuvent maintenant être identifiées. La possibilité d'extraire ces solutions globalement optimales ouvre de nouvelles perspectives, à savoir 1) la réalisation de nouvelles études fondamentales sur les propriétés de l'analyse lognormale des mouvements, 2) la caractérisation des outils d'extraction delta-lognormaux ainsi que 3) l'utilisation de la modélisation delta-lognormale dans des applications où une solution localement optimale n'est pas suffisante.

Fort des outils développés et des connaissances acquises dans les deux premières parties de cette thèse, les chapitres subséquents s'attaquent directement au problème de l'évaluation de la susceptibilité à l'AVC à partir de l'étude lognormale des mouvements humains. Dans un premier temps, les tâches neuromotrices utilisées ainsi que la base de données constituée dans le cadre du projet Sign@médecin y sont décrites. Suivent ensuite quatre chapitres consacrés à l'investigation

des tâches 1) de temps de réaction simple (visuels et auditifs) ou de choix (visuels); 2) des gestes de pointage impliquant un compromis vitesse-précision; 3) des mouvements nécessitant le séquençage d'une série de sous-mouvements ainsi que, pour terminer, 4) des tracés oscillatoires réalisés à vitesse maximale ou au rythme d'un métronome auditif. Différentes techniques de modélisation et de reconnaissance de formes sont mises en œuvre et comparées, d'une tâche à l'autre, afin d'identifier la méthodologie la mieux adaptée à ce projet novateur. Les courbes ROC des systèmes de diagnostic développés sont présentées et des aires sous la courbe ROC variant entre 0.6 et 0.9 sont rapportées pour le diagnostic des principaux facteurs de risque d'AVC. Profitant de l'expérience acquise sur les données du projet Sign@médecin, un certain nombre de recommandations sont formulées afin d'améliorer le protocole expérimental ainsi que la batterie de tests neuromoteurs, cela en vue d'une utilisation lors de travaux futurs.

## ABSTRACT

This Ph. D. thesis investigates the brain stroke susceptibility assessment based on the movement analysis of data acquired using neuromuscular tests. This work is rooted in the hypothesis of the existence of a pre-stroke state which can sometimes be detected by looking at the properties of a patient's neuromuscular system. As the study of this hypothesis would require longitudinal data that were unavailable, our analysis concentrates on the demonstration that the brain stroke risk factors can be diagnose from a human movement analysis. This conclusion derives from a transversal study of 120 subject's responses to nine neuromuscular tests. It is hoped that this investigation on the links between fine motor control and brain stroke risk factors can stimulate the interest of the medical community for the anecdotic report, by some clinicians, of the possible existence of a pre-stroke state.

The work presented herein was made under the Kinematic Theory and it follows three main axes which are 1) the fundamental study of human movements, 2) the design of extraction algorithms allowing the lognormal modeling of human motion, and 3) the statistical analysis of the kinematic parameters of human movements for the diagnosis of principal brain stroke risk factors.

In the first part of this thesis, an overview is presented of the many observations scattered in the scientific literature concerning the link between the human movements and the main brain stroke risk factors (diabetes, obesity, cigarette smoking, cardiac problems, alcoholism, hypertension and hypercholesterolemia). Building on the observation that the existence of such a link is supported, a modeling framework is chosen and the lognormal models forming its foundations are reported from an original point of view. The application of this methodology to our database allowed the investigation of some fundamental phenomena concerning the study of motor control. Notably, the proportional nature of human motion is examined and compared to the serial representation of psychophysical processes. The delta-lognormal modeling of speed-accuracy tradeoffs (Fitts' task) has also allowed the discovery of some fundamental aspects related to the control of this kind of movements, such as the increase of the coupling between the motor commands as the task becomes more difficult and the enhancement of the temporal coordination of the neuromuscular action as the geometrical properties of the task are scaled up.

Finally, the prediction, from the Kinematic Theory, that a neuromuscular command is emitted in the central nervous system at the time  $t_0$  is investigated and confirmed.

In the second part of this thesis, the software tools developed for the extraction of lognormal parameters from human motion are presented. Two new extractors are reported for the sigma-lognormal modeling of complex movements. The first one, the robust  $X_0$  extractor, allows the automatic modeling of arbitrarily complex motions such as handwriting, drawings and handwritten signatures. The second extractor uses movement prototypes to allow the analysis of variance (ANOVA) of lognormal parameters coming from neuromuscular tasks generating stereotypical motions. A branch-and-bound algorithm is also designed to allow the extraction of globally optimal delta-lognormal parameters for reaching or pointing motions. The availability of such globally optimal solutions now allows performing fundamental studies of the characteristics of the inverse delta-lognormal problem, benchmarking locally optimal delta-lognormal extractor and using the Delta-Lognormal model in demanding applications where locally optimal solutions are not sufficient.

Based on the tools developed and the acquired knowledge from the two first parts of this thesis, the next chapters address directly the problem of brain stroke susceptibility assessment based on the lognormal analysis of human motion. The neuromuscular tasks used in the Sign@medic project as well as the database collected are first described. Then, four chapters investigate the motions coming from simple and choice reaction time tests using a visual or an auditory modality, speed-accuracy tradeoffs, tasks involving a sequencing of pointing movements and oscillatory motions performed as fast as possible or in pace with an audio metronome. Different modeling and pattern recognition techniques are used and compared from one task to another so that the best methodological approach can be determined for this novel domain of investigations. The ROC curves are reported for the evaluation of the developed classifiers and areas under the ROC curve varying between 0.6 and 0.9 are reported for the diagnosis of the main brain stroke risk factors. Using the experience gathered from analyzing the Sign@medic database, some recommendations are formulated to enhance the experimental protocol and the neuromuscular test battery to be used for future works.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	III
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT .....	VIII
TABLE DES MATIÈRES .....	X
LISTE DES TABLEAUX.....	XX
LISTE DES FIGURES.....	XXIX
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	XLVI
LISTE DES ANNEXES.....	LII
INTRODUCTION.....	1
PARTIE I      FONDEMENTS THÉORIQUES ET APPORTS À L'ÉTUDE FONDAMENTALE DU MOUVEMENT HUMAIN.....	9
CHAPITRE 1    LIENS ENTRE LES PRINCIPAUX FACTEURS DE RISQUE D'AVC ET LES FONCTIONS COGNITIVES ET MOTRICES .....	11
1.1    L'hypertension .....	12
1.2    L'hypercholestérolémie.....	14
1.3    Le diabète .....	14
1.4    L'obésité.....	15
1.5    La consommation excessive d'alcool.....	16
1.6    Le tabagisme .....	17
1.7    Conclusion.....	18
CHAPITRE 2    LES MODÈLES LOGNORMAUX ET L'ÉTUDE DU MOUVEMENT HUMAIN.....	19
2.1    Définitions de concepts utiles à l'explication de l'émergence de la lognormale dans l'étude du mouvement humain.....	22

2.2	Notation facilitant le passage de la Théorie des Probabilités à la Théorie des Systèmes Linéaires .....	25
2.3	Explication de la lognormalité des mouvements humains .....	31
2.4	Conjecture sur l'avantage de la lognormale pour le SNC .....	34
2.5	Les modèles lognormaux .....	37
2.6	L'évaluation de la qualité de l'ajustement de courbe.....	42
2.7	Conclusion.....	46
CHAPITRE 3 APPORTS THÉORIQUES À L'ÉTUDE DES MODÈLES LOGNORMAUX.....		48
3.1	Calculs énergétiques dans les modèles lognormaux .....	48
3.2	Étude de la variabilité de $\int \Lambda_1(t)\Lambda_2(t)dt$ .....	50
3.2.1	Variation dans la direction de $\sigma_1$ .....	51
3.2.2	Variation dans la direction de $\sigma_2$ .....	53
3.2.3	Variation dans la direction de $\mu_1$ .....	53
3.2.4	Variation dans la direction de la variation de $\mu_2$ .....	54
3.2.5	Autres considérations .....	54
3.3	Calcul direct de la position à partir des paramètres lognormaux .....	55
3.4	Conclusion.....	59
CHAPITRE 4 VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DE L'ÉMISSION D'UNE ONDE CÉRÉBRALE AU TEMPS $t_0$ .....		60
4.1	Sur la nécessité d'une amélioration méthodologique.....	60
4.1.1	Problème d'application des tests d'hypothèses.....	61
4.1.2	Problème d'estimation de $t_0$ .....	62
4.2	Matériel & Méthodologie.....	63
4.2.1	Protocole expérimental.....	63



4.2.2	Détermination de $t_0$ .....	64
4.2.3	Détermination de l'instant d'occurrence d'une onde cérébrale ( $t_{dz}$ ).....	68
4.3	Résultats .....	69
4.4	Discussion .....	76
4.5	Conclusion.....	77
 CHAPITRE 5 COMPROMIS VITESSE-PRÉCISION - PARTIE I : CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE DU MOUVEMENT HUMAIN .....		
		78
5.1	L'étude des compromis vitesse-précision .....	80
5.2	Aspects méthodologiques.....	82
5.2.1	Extraction .....	82
5.2.2	Filtrage .....	82
5.2.3	Données aberrantes et statistiques robustes .....	83
5.2.4	Indice de difficulté .....	85
5.2.5	Corrélations et régressions .....	85
5.3	Résultats globaux .....	88
5.3.1	Validité du protocole pour l'acquisition de compromis vitesse-précision.....	88
5.3.2	Analyse de corrélation.....	88
5.3.3	Relations entre les paramètres $\Delta\Lambda$ et les paramètres de la tâche .....	89
5.3.4	Vérification de la présence d'un bruit neuromoteur dépendant du signal.....	90
5.4	Analyse de $D_1$ et $D_2$ .....	92
5.4.1	Analyse de corrélation entre $D_1$ et $D_2$ .....	92
5.4.2	Analyse de la distribution des $D_i$ .....	98
5.4.3	Analyses corrélatives supplémentaires concernant les $D_i$ .....	99
5.4.4	Discussion .....	101

5.5	Analyse de $\mu_1$ et $\mu_2$ .....	104
5.5.1	Considérations méthodologiques générales .....	104
5.5.2	Corrélation entre les $\mu_i$ .....	104
5.5.3	Analyse de la distribution des $\mu$ .....	105
5.5.4	Analyses corrélatives supplémentaires concernant les $\mu$ .....	107
5.5.5	Couplage temporel de la sortie des systèmes neuromusculaires .....	109
5.5.6	Discussion .....	113
5.6	Analyse de $\sigma_1$ et $\sigma_2$ .....	115
5.6.1	Corrélation entre $\sigma_1$ et $\sigma_2$ .....	115
5.6.2	Analyse de la distribution de $\sigma_1$ .....	115
5.6.3	Analyse de la distribution de $\sigma_2$ .....	117
5.6.4	Analyses corrélatives supplémentaires concernant les $\sigma$ .....	118
5.6.5	Discussion .....	119
5.7	Analyse de $t_0$ .....	120
5.7.1	Analyse de la distribution de $t_0$ .....	120
5.7.2	Discussion .....	121
5.8	Conclusion .....	121
5.8.1	Comparaison des échantillons .....	122
5.8.2	Distribution des paramètres lognormaux en fonction des caractéristiques de la tâche .....	121
5.8.3	Analyse de la variation des corrélations en fonction des caractéristiques de la tâche .....	123
CHAPITRE 6 PROPORTIONNALITÉ DES CARACTÉRISTIQUES TEMPORELLES DES MOUVEMENTS .....		125
6.1	Modélisation des processus cérébraux et psychomoteurs .....	126

6.1.1	Modélisation sérielle des processus mentaux.....	126
6.1.2	Modélisation sérielle des mouvements rapides de pointage .....	128
6.1.3	Modèle en cascade .....	130
6.1.4	Modélisation proportionnelle .....	132
6.1.5	Un modèle mixte et en cascade pour l'étude du mouvement.....	135
6.1.6	Proportionnalité versus additivité.....	138
6.2	Analyse des relations entre les caractéristiques temporelles.....	138
6.2.1	Définition des caractéristiques temporelles et notation utilisée .....	138
6.2.2	Modélisation du lien entre les caractéristiques temporelles.....	140
6.2.3	Modélisation de l'effet d'un facteur sur la relation entre les caractéristiques temporelles .....	141
6.2.4	Analyse population-groupes.....	148
6.2.5	Généralité de l'approche .....	150
6.3	Vérification expérimentale sur les caractéristiques temporelles des mouvements humains rapides.....	151
6.3.1	Expérience n° 1 – mouvements d'aller-retour .....	151
6.3.2	Expérience n° 2 – Traits rapides/réactions auditives et visuelles simples du projet Sign@médec.....	166
6.3.3	Expérience n° 3 – Compromis vitesse-précision du projet Sign@médec.....	177
6.4	Conclusion.....	186
PARTIE II CONTRIBUTION À LA RECHERCHE DE SOLUTIONS AU PROBLÈME DE L'EXTRACTION DES PARAMÈTRES LOGNORMAUX.....		190
CHAPITRE 7 EXTRACTION SIGMA-LOGNORMALE DES MOUVEMENTS COMPLEXES.....		191
7.1	Extraction Xzéro Robuste .....	192

7.1.1	Généralités sur l'algorithme .....	192
7.1.2	Identification des composantes neuromusculaires .....	192
7.1.3	Estimation Xzéro et Xzéro Robuste .....	194
7.1.4	Prétraitement des séries de points caractéristiques .....	197
7.1.5	Estimation des paramètres angulaires .....	201
7.1.6	Algorithme de haut niveau du système d'extraction .....	201
7.1.7	Évaluation des performances de l'algorithme .....	203
7.2	Extraction à base de prototype .....	218
7.2.1	Mise en contexte.....	218
7.2.2	Cohérence inter-spécimen et ensemble de caractéristiques cohérent.....	219
7.2.3	Obtention d'un ensemble cohérent de caractéristiques à l'aide d'un extracteur à base de prototype.....	220
7.2.4	Résultats d'extraction.....	222
7.3	Conclusion.....	223
CHAPITRE 8 EXTRACTION DELTA-LOGNORMALE GLOBALEMENT OPTIMALE.....		225
8.1	Généralités sur l'optimisation S&É de l'ajustement delta-lognormal .....	226
8.2	Définition d'une borne sur la l'amplitude du bruit .....	228
8.2.1	Obtention d'une enveloppe delta-lognormale .....	228
8.2.2	Vérification en simulation de la validité de l'enveloppe.....	234
8.2.3	Obtention d'une borne sur le bruit grâce à l'enveloppe delta-lognormale.....	235
8.3	Procédure de division des boîtes .....	235
8.4	Utilisation de la convexité pour passer d'un problème de taille $N^7$ à un problème de taille $N^5$ .....	244
8.5	Algorithme .....	250

8.6	Évaluation des performances .....	251
8.6.1	Étude de l'ajustement globalement optimal d'un mouvement delta-lognormal avec $t_0$ fixe.....	251
8.6.2	Optimisation à 7 paramètres.....	256
8.7	Exemples d'applications .....	262
8.7.1	Test de l'effet du bruit blanc sur les propriétés du problème d'extraction $\Delta\Lambda$ .....	262
8.7.2	Évaluation des propriétés de l'extraction $\Delta\Lambda$ sur des mouvements réels .....	266
8.7.3	Évaluation des algorithmes d'extraction .....	269
8.7.4	Comparaison des mesures de tendance centrale .....	274
8.8	Conclusion.....	276
PARTIE III APPLICATION DE L'ANALYSE CINÉMATIQUE DES MOUVEMENTS HUMAINS AU DÉVELOPPEMENT D'OUTILS DE PRÉVENTION DES AVC .....		280
CHAPITRE 9 LE PROJET SIGN@MÉDIC .....		282
9.1	Caractéristiques de l'échantillon .....	282
9.2	Protocole expérimental.....	284
9.2.1	Accueil du sujet et appareillage .....	284
9.2.2	Tâche neuromotrice n° 1 : Signatures du début de session .....	286
9.2.3	Tâche neuromotrice n° 2 : Traits rapides/réactions visuelles simples.....	287
9.2.4	Tâche neuromotrice n° 3 : Traits rapides/réactions de choix .....	289
9.2.5	Tâche neuromotrice n° 4 : Traits rapides/réaction auditive simple .....	289
9.2.6	Tâche neuromotrice n° 5 : Compromis vitesse-précision.....	290
9.2.7	Tâche neuromotrice n° 6 : Séquence de traits .....	291
9.2.8	Tâche neuromotrice n° 7 : Oscillations à fréquence maximale.....	292
9.2.9	Tâche neuromotrice n° 8 : Oscillations synchronisées.....	293
9.2.10	Tâche neuromotrice n° 9 : Signature de fin de session .....	293

9.2.11	Discussion et raccompagnement .....	294
9.3	Conclusion.....	294
CHAPITRE 10	ANALYSE DES TÂCHES DE TEMPS DE RÉACTION .....	295
10.1	Modélisation.....	295
10.2	Prétraitement des données .....	296
10.2.1	Retrait des données aberrantes .....	296
10.2.2	Évaluation de l'importance de l'arrêt en fin de mouvement .....	298
10.3	Modélisation delta-lognormale hiérarchique .....	300
10.4	Différence entre les tâches .....	303
10.5	Élaboration d'un ensemble de caractéristiques .....	307
10.6	Diagnostic.....	315
10.6.1	Élaboration des modèles prédictifs .....	315
10.6.2	Analyse de la prédictibilité des facteurs de risque à partir des trois tâches de temps de réaction.....	317
10.6.3	Fréquence d'utilisation des caractéristiques.....	320
10.6.4	Combinaison des classificateurs.....	321
10.6.5	Courbes ROC de classification .....	323
10.7	Conclusion.....	324
CHAPITRE 11	COMPROMIS VITESSE-PRÉCISION - PARTIE II : ÉTUDE DE LA PRÉDICTIBILITÉ DES FACTEURS DE RISQUE D'AVC.....	326
11.1	Analyse globale .....	326
11.1.1	Prédictibilité des paramètres delta-lognormaux .....	326
11.1.2	Analyse linéaire discriminante .....	327
11.2	Prédictibilité des facteurs de risque en fonction des caractéristiques de la tâche .....	329
11.3	Impacts des facteurs de risque sur la gestion du compromis vitesse-précision .....	332

11.4	Conclusion.....	334
CHAPITRE 12	ANALYSE DES MOUVEMENTS TRIANGULAIRES .....	335
12.1	Méthodologie .....	336
12.1.1	Application de l'extracteur à base de prototype aux données provenant de la tâche de séquences de traits.....	336
12.1.2	Ensemble d'entraînement versus ensemble de test .....	337
12.1.3	Calcul de l'estimateur $\gamma$ .....	338
12.1.4	Définition des modèles.....	338
12.2	Résultats .....	340
12.3	Discussion .....	343
12.4	Conclusion.....	345
CHAPITRE 13	ANALYSE DES MOUVEMENTS OSCILLATOIRES.....	347
13.1	Modélisation et extraction.....	347
13.2	Analyse des mouvements oscillatoires à fréquence maximale .....	351
13.2.1	Relation agoniste-antagoniste .....	351
13.2.2	Comparaison des variances inter et intra-sujet.....	354
13.2.3	Prédictibilité de la présence des facteurs de risque d'AVC .....	357
13.3	Conclusion.....	362
CHAPITRE 14	CHOIX DES TÂCHES NEUROMOTRICES ET AMÉLIORATIONS MÉTHODOLOGIQUES .....	363
14.1	Évaluation médicale des sujets.....	363
14.2	Tests neuromusculaires .....	366
14.2.1	Sommaire des résultats.....	366
14.2.2	Tâches de temps de réaction.....	367
14.2.3	Compromis vitesse-précision .....	369

14.2.4	Séquences de mouvements.....	373
14.2.5	Mouvements oscillatoires.....	374
14.2.6	Signatures et écriture manuscrite .....	375
14.2.7	Mouvements d’aller-retour.....	376
14.2.8	Période d’apprentissage.....	376
14.2.9	Autres considérations .....	377
14.3	Équipement et logiciel d’acquisition.....	378
14.3.1	Intégration des critères de rejets.....	378
14.3.2	Adoption de guides dynamiques .....	380
14.4	Conclusion.....	380
CONCLUSION .....		381
RÉFÉRENCES.....		387
ANNEXES .....		412



## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 4.1 : Statistiques associées à la détermination de l'instant de l'émission d'une commande neuromotrice ( $t_0$ ) et de l'instant d'apparition d'une onde cérébrale ( $t_{dz}$ ). ....	70
Tableau 5.1 : Pourcentages de données aberrantes calculés pour les différentes conditions expérimentales de la tâche de compromis vitesse-précision. ....	84
Tableau 5.2: Ajustement de différentes variantes de la Loi de .....	88
Tableau 5.3: Coefficients de corrélation moyens entre les paramètres delta-lognormaux. Les cellules en rouge sont celles à étudier plus en détail puisque significatives statistiquement.....	89
Tableau 5.4 : Écart-types utilisés dans le calcul de l'intervalle de confiance des coefficients de corrélation moyens. ....	89
Tableau 5.5: Analyse de régression utilisant le modèle $p = a \ln D + b \ln \Delta D + c$ . La couleur rouge indique la signifiante statistique (valeur $p < 0.05$ ). ....	90
Tableau 5.6: Valeur médiane de la distribution du coefficient de corrélation MCD entre $D_1$ et $D_2$ tel qu'obtenue par la méthode bootstrap .....	96
Tableau 5.7: Valeurs de $t_f$ . ....	97
Tableau 5.8 : Moyenne et écart-type de $D_1$ en fonction des paramètres de la tâche. ....	98
Tableau 5.9 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de $D_1$ . ....	99
Tableau 5.10: Corrélation entre $\mu_1$ et $D_1$ . ....	100
Tableau 5.11: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur $L_{\pm}(\rho(\mu_1, D_1))$ . ....	100
Tableau 5.12: Corrélation entre $\sigma_2$ et $D_1$ . ....	101
Tableau 5.13: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur $L_{+}(\rho(\sigma_2, D_1))$ .....	101
Tableau 5.14: Corrélation entre $e^{\mu_1}$ et $e^{\mu_2}$ . ....	105

Tableau 5.15: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la $L_+(\rho(e^{\mu_1}, e^{\mu_2}))$ .	105
Tableau 5.16: Moyenne de $e^{\mu_1}$ .	105
Tableau 5.17 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de $e^{\mu_1}$ .	106
Tableau 5.18: Corrélacion entre $t_0$ et $\mu_1$ .	107
Tableau 5.19: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur $L_-(\rho(t_0, \mu_1))$ .	107
Tableau 5.20: Corrélacion entre $\mu_1$ et $\sigma_1$ .	108
Tableau 5.21: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur $L_{\pm}(\rho(\mu_1, \sigma_1))$ .	108
Tableau 5.22: Corrélacion entre $\mu_1$ et $\sigma_2$ .	109
Tableau 5.23: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur $L_{\pm}(\rho(\mu_1, \sigma_2))$ .	109
Tableau 5.24 : Résultats détaillés des régressions pour l'indice NOS.	112
Tableau 5.25 : Corrélacions entre $\sigma_1$ et $\sigma_2$ .	115
Tableau 5.26: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la corrélacion entre $\sigma_1$ et $\sigma_2$ .	115
Tableau 5.27: Moyenne et écart-type de la distribution de $\sigma_1$ .	116
Tableau 5.28 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de $\sigma_1$ .	116
Tableau 5.29 : Moyenne et écart-type de $\sigma_2$ .	117
Tableau 5.30: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de $\sigma_2$ .	118
Tableau 5.31: Corrélacion entre $\sigma_1$ et $t_0$ .	118

Tableau 5.32: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur $L_+(\rho(\sigma_1, t_0))$ .....	118
Tableau 5.33: Corrélation entre $\sigma_2$ et $t_0$ .....	119
Tableau 5.34: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur $L_+(\rho(\sigma_2, t_0))$ .....	119
Tableau 5.35: Moyenne et écart-type de $t_0$ .....	120
Tableau 5.36 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de $t_0$ . ....	120
Tableau 5.37 : Synthèse de la variation des paramètres en fonction des conditions expérimentales.....	121
Tableau 5.38 : Proportion de la variance de la moyenne robuste (MCD) des paramètres delta-lognormaux pouvant être expliquée par la variation des paramètres de la tâche.....	122
Tableau 6.1 : Valeur de la pente de régression et taille de l'effet des différents facteurs (expérience n° 1).....	164
Tableau 6.2 : Résultats du test de normalité de Shapiro-Wilk sur la distribution de $X$ ( $n = 1953$ ).....	169
Tableau 6.3 : Valeur des pentes de régression et taille de l'effet des différents facteurs (expérience n° 2).....	174
Tableau 6.4 : Résultats du test de normalité de Shapiro-Wilk sur la distribution de $X$ ( $n = 2949$ ).....	178
Tableau 6.5 : Valeur de la pente de régression et taille de l'effet des différents facteurs (expérience n° 3).....	182
Tableau 7.1 Définition des cinq points caractéristiques.....	193
Tableau 7.2 : RSB obtenu pour l'extraction des paramètres (en dB).....	205
Tableau 7.3 Nombre de composantes neuromusculaires extraites.....	205
Tableau 7.4 Variance intra-classe du nombre de composantes neuromusculaires extraites.....	205

Tableau 7.5 Valeur p obtenue avec test de Wilcoxon pour données appariées « paired Wilcoxon signed-rank test » vérifiant si une variance plus faible est obtenue sur le nombre de composantes neuromusculaires pour les extractions portant seulement sur les vraies signatures versus celle portant sur les signatures frauduleuses. ....	206
Tableau 8.1 : Largeur moyenne de l'intervalle de variation des paramètres pour le bassin de solutions retenues. ....	257
Tableau 8.2 : Bornes sur la valeur des paramètres $\Delta\Lambda$ . ....	261
Tableau 8.3 : Principales statistiques de l'erreur absolue sur les paramètres extraits des mouvements $\Delta\Lambda$ idéaux en utilisant l'algorithme S&É. ....	261
Tableau 8.4 : Moyenne de l'erreur d'estimation de la médiane de la distribution des paramètres $\Delta\Lambda$ en fonction du RSB et de la taille de l'échantillon du bloc d'essais. ....	264
Tableau 8.5: Borne supérieure de l'intervalle de confiance à 95 % sur la taille de l'erreur d'estimation de la médiane de la distribution des paramètres $\Delta\Lambda$ en fonction du RSB et de la taille de l'échantillon du bloc d'essais. ....	265
Tableau 8.6 : Largeur de l'intervalle de confiance sur la position de l'optimum global ( $\varepsilon = 0.7943$ ). ....	268
Tableau 8.7 : Largeur de l'intervalle de confiance sur la position de l'optimum global ( $\varepsilon = 0.9772$ ). ....	268
Tableau 8.8 Coefficients de corrélation de Pearson entre la valeur des paramètres delta-lognormaux obtenus par les deux systèmes d'extraction. ....	269
Tableau 8.9 Variance et médiane de la distribution des paramètres lognormaux obtenus avec les deux systèmes d'extraction. ....	271
Tableau 8.10 : Principales statistiques pour l'erreur d'estimation du système IIX lorsque l'on considère l'algorithme S&É comme étalon or (seuil à 1 dB). ....	274
Tableau 8.11 : Variance du mode, de la moyenne et de la médiane de la distribution de chacun des sept paramètres delta-lognormaux ainsi que la valeur p pour l'hypothèse d'égalité entre les deux systèmes. ....	275

Tableau 8.12 Moyenne du mode, de la moyenne et de la médiane de la distribution de chacun des sept paramètres delta-lognormaux ainsi que la valeur p pour l'hypothèse d'égalité entre les deux systèmes. Le rouge indique la signifiante statistique ( $\alpha < 0.05$ ).	275
Tableau 8.13 Corrélations de Pearson entre les mesures de tendance centrale des distributions des paramètres obtenus pour les deux systèmes d'extraction.	276
Tableau 9.1: Nombre de sujets de chaque groupe d'âge, de chaque sexe et ayant chacun des six facteurs de risque d'intérêt.	282
Tableau 9.2: Nombre de sujets dans chaque cellule d'une ANOVA avec interactions doubles pour l'effet de l'âge, du sexe et des six facteurs de risque d'AVC.	283
Tableau 10.1 : Répartition des spécimens selon le critère d'arrêt appliqué.	296
Tableau 10.2 : Proportions de données rejetées pour chacune des tâches considérées.	297
Tableau 10.3 : Pourcentage des corrélations statistiquement différentes selon le critère d'arrêt utilisé et respectant l'une des conditions $\rho_{c_{2ij}} < \rho_{c_{1ij}}$ et $\rho_{c_{2ij}} > \rho_{c_{1ij}}$ .	299
Tableau 10.4 : Coefficient de corrélations de Spearman $\rho(x_{c_1}, x_{c_2})$ .	299
Tableau 10.5 : Proportions de données aberrantes lorsque le critère d'arrêt du mouvement $C_2$ est utilisé pour l'ensemble de la banque de données.	300
Tableau 10.6 : Corrélations de la valeur médiane (par sujet) des paramètres delta-lognormaux pour les tâches de temps de réaction.	301
Tableau 10.7 : $R^2$ médian pour la modélisation des équations (10.1)-(10.3) en fonction de la tâche.	302
Tableau 10.8 : Statistique relative aux régressions linéaires suivant les équations (10.4) et (10.5).	303
Tableau 10.9 : Pourcentage des sujets dont les paramètres affichent une différence statistiquement significative d'une tâche à l'autre.	304

Tableau 10.10 : Valeur p pour le test d'hypothèse unilatérale de Wilcoxon pour la différence des moyennes des paramètres selon la tâche, pour l'ensemble de la population.....	305
Tableau 10.11 : Pourcentage des sujets dont les paramètres affichent une différence statistiquement significative d'une direction de mouvement à l'autre dans la tâche de temps de réaction avec choix. ....	307
Tableau 10.12 : Valeur p du test d'hypothèse unilatérale de Wilcoxon portant sur la différence des moyennes des paramètres selon la direction du mouvement dans une tâche de temps de réaction avec choix. ....	307
Tableau 10.13 : Corrélations entre la médiane des caractéristiques mesurées et les facteurs de risque d'AVC. Dans la partie supérieure, le <b>rouge</b> identifie les corrélations $\rho \geq 0.9$ et le <b>jaune</b> celles telles que $0.7 \leq \rho < 0.9$ . Dans la partie inférieure, les mêmes couleurs sont utilisées pour des corrélations $\rho \geq 0.3$ et $0.2 \leq \rho < 0.3$ . La ligne $x$ donne la moyenne de la valeur absolue de la corrélation de chaque caractéristique avec les six facteurs de risque.....	309
Tableau 10.14 : Corrélations entre la médiane des paramètres lognormaux conservés et les facteurs de risque étudiés. ....	309
Tableau 10.15 : Analyse corrélative pour les caractéristiques basées sur l'étendue des paramètres de la tâche de traits rapides avec réaction sur stimulus visuel.....	310
Tableau 10.16 : Analyse corrélative pour les caractéristiques basées sur l'étendue des paramètres de la tâche de traits rapides avec réaction sur stimulus auditif.....	311
Tableau 10.17 : Analyse corrélative pour les caractéristiques basées sur l'étendue des paramètres de la tâche de temps de réaction impliquant un choix. ....	312
Tableau 10.18 : Analyse corrélative des caractéristiques provenant de la modélisation hiérarchique des mouvements initiés sur stimulus visuel simple.....	313
Tableau 10.19 : Analyse corrélative des caractéristiques provenant de la modélisation hiérarchique des mouvements initiés sur stimulus auditif simple.....	313

Tableau 10.20 : Analyse corrélative des caractéristiques provenant de la modélisation hiérarchique des mouvements initiés sur stimulus visuel de choix.....	314
Tableau 10.21 : Analyse corrélative des caractéristiques provenant de la modélisation hiérarchique des mouvements initiés sur stimulus visuel de choix.....	315
Tableau 10.22 : Nombre de sujets affectés par chaque facteur de risque après le rejet des sujets ayant cinq mouvements valides ou moins.....	316
Tableau 10.23 : Modèles optimaux obtenus en utilisant une analyse discriminante linéaire et une validation croisée avec mise de côté un à un pour chacune des trois tâches. La colonne VC donne la valeur de l'AUC calculée (avec validation croisée) sur les données de la tâche analysée. Les colonnes de validation indiquent les AUC obtenues lorsque l'on utilise la structure des modèles retenus pour déterminer les performances de prédiction atteignables sur les données des deux autres tâches (avec validation croisée). Le rouge indique une valeur significativement plus grande que 0.5 (avec une confiance de 95 %) telle qu'évaluée à l'aide de la technique de bootstrap.....	318
Tableau 10.24: Tableau analogue au Tableau 10.23 à l'exception que les modèles ont été obtenus sans l'utilisation de la validation croisée (les AUC finales sont quand même calculées avec une validation croisée). .....	319
Tableau 10.25 : Tableau analogue au Tableau 10.23 à l'exception que la régression logistique a été utilisée en remplacement de l'analyse discriminante.....	320
Tableau 10.26 : Fréquence (en pourcentage) d'apparition des différentes caractéristiques dans les modèles bâtis au moyen de l'analyse discriminante linéaire (ADL), en utilisant ou non la validation croisée (VC), ainsi que ceux bâtis avec la régression logistique (RL). La fréquence moyenne d'utilisation pour les trois types de modélisation est aussi rapportée. Les colonnes sont triées par ordre décroissant de fréquence pour les résultats combinés.....	321
Tableau 10.27 : AUC moyenne pour les trois tâches de temps de réaction, AUC obtenue en utilisant seulement le meilleur classificateur et AUC atteinte avec une combinaison des prédictions des classificateurs.....	322

Tableau 11.1: AUC pour la prédictibilité de chacun des facteurs de risque en fonction des paramètres lognormaux. ....	327
Tableau 11.2: Nombre de sujets affectés par chacun des facteurs de risque. ....	327
Tableau 11.3 : Modèles d'analyse discriminante optimaux (c.-à-d. ayant une AUC maximale). ....	328
Tableau 11.4 : Comparaison des AUC moyennes à travers les 16 conditions expérimentales pour les modèles (11.1) et (11.2). ....	329
Tableau 11.5: AUC pour la prédictibilité, à partir des paramètres delta-lognormaux, de chacun des facteurs de risque et cela pour chacune des conditions de la tâche de compromis vitesse-précision. ....	331
Tableau 11.6: AUC moyennées à travers l'ensemble des facteurs de risque. ....	331
Tableau 11.7 : Modèles linéaires décrivant la variabilité des paramètres lognormaux en fonction des paramètres significatifs de la tâche. ....	332
Tableau 11.8 : AUC obtenues pour la prédictibilité de la présence de facteurs de risque en fonction des paramètres de régressions significatifs décrivant la variation de la valeur des paramètres delta-lognormaux en fonction des paramètres de la tâche de compromis vitesse-précision. ....	333
Tableau 11.9 : Comparaison des AUC obtenues à partir de l'utilisation des modèles (11.1), (11.2) et (11.3). ....	334
Tableau 12.1: Les paramètres delta-lognormaux utilisés pour la représentation du prototype de triangle moyen dessiné dans le sens horaire. ....	337
Tableau 12.2 Moyenne et écart-type de l'AUC pour les cinq familles de modèles et les six facteurs de risque considérés tels que calculés sur 50 itérations de la procédure décrite dans la section précédente. ....	341
Tableau 12.3 : Taille de l'effet pour la comparaison des <i>modèles complets</i> versus les <i>modèles d'âge et de sexe</i> ( $d(1,2)$ ), des <i>modèles d'âge et de sexe</i> versus les <i>modèles partiellement aléatoires</i> ( $d(2,3)$ ) ainsi que les <i>modèles complètement aléatoires</i> versus la valeur 0.5 qui est attendue pour une AUC prise sur un échantillon aléatoire ( $d(4)_{0.5}$ ). ...	342



Tableau 13.1 : Quartiles de la distribution du RSB pour les ajustements des mouvements à fréquence maximale ( $f_{max}$ ) et des oscillations synchronisées ( $f_{sync}$ ). .....	349
Tableau 13.2 : Proportion de sujets pour lesquels la différence entre les paramètres neuromusculaires est statistiquement significative. ....	353
Tableau 13.3 : Comparaison des variations intra et inter-sujet pour les paramètres lognormaux (à l'exception de $t_0$ ). ....	354
Tableau 13.4 : Comparaison des variations intra et inter-sujet pour les variables $\Delta t_0$ et $\Delta t_3$ . ....	357
Tableau 13.5 : Matrice de corrélations des caractéristiques sélectionnées. Les corrélations supérieures à 0.9 ont été surlignées en rouge alors que celles entre 0.9 et 0.7 l'ont été en jaune. ....	359
Tableau 13.6 : Meilleurs résultats obtenus pour l'utilisation de l'analyse discriminante et d'une validation croisée avec mise de côté un à un. ....	359
Tableau 13.7 : Meilleurs résultats obtenus pour l'analyse discriminante sans validation croisée.....	359
Tableau 13.8 : Meilleurs résultats obtenus pour l'utilisation de la régression logistique et d'une validation croisée avec mise de côté un à un. ....	360
Tableau 13.9 : Meilleurs résultats obtenus pour la régression logistique sans validation croisée.....	360
Tableau 13.10 : Pourcentage d'utilisation des différentes caractéristiques dans les modèles prédictifs (analyse discriminante et régression logistique, avec validation croisée).....	361
Tableau 13.11 : Statistiques associées à la régression logistique pour les différents facteurs de risque. ....	361
Tableau 13.12 : $R^2$ de l'ajustement des modèles de régression logistique. ....	362
Tableau 14.1 : Résumé des meilleurs résultats obtenus pour chacune des quatre catégories de tâches analysées. Le symbole $x$ identifie la moyenne des rangées et des colonnes. ....	366

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 : Représentation couplée du système neuromusculaire. ....	31
Figure 2.2 : Représentation schématique du système neuromusculaire exponentiel équivalent. ....	32
Figure 2.3 : Représentation schématique en pelure d'oignon du système neuromusculaire.....	33
Figure 2.4 Représentation schématique du système neuromusculaire exponentiel équivalent avec la notation dérivée de la représentation en oignon. ....	34
Figure 2.5 : Illustration de la génération d'un mouvement comme étant le résultat synergétique d'une contribution agoniste et antagoniste. Repris de (O'Reilly & Plamondon, 2010b). ....	38
Figure 2.6 : Illustration de la courbe lognormale ainsi que des deux termes, agoniste et antagoniste.....	39
Figure 2.7 : Illustration du point pivot virtuel et des angles de départ et de fin d'une composante neuromusculaire. ....	40
Figure 2.8 : Décomposition du tracé d'un mouvement en un <i>plan d'action</i> composé des trajectoires virtuelles des composantes neuromusculaires et des cibles virtuelles.....	41
Figure 2.9 : Vitesse (en haut) et direction (en bas) du mouvement en fonction du temps. En pointillé, on peut voir la contribution des composantes neuromusculaires du mouvement alors que le trait plein représente le mouvement pouvant être observé.....	41
Figure 2.10 : Effet des paramètres sur la courbe lognormale.....	42
Figure 2.11 : Illustration des différences entre l'EA et l'EQ. Le trait plein représente un signal à reproduire alors que le trait pointillé représente la courbe d'ajustement. ....	45
Figure 3.1 : Représentation de la trajectoire d'une composante neuromusculaire. ....	57
Figure 3.2 : Illustration de la correspondance entre $\theta_i$ et $\theta_{di}$ .....	58
Figure 4.1 : Exemples de variation du RSB de reconstruction $\Delta\Lambda$ en fonction de la valeur de $t_0$ .....	65

- Figure 4.2 : Courbes  $f_{RSB}$  pour chacun des sujets. La ligne pointillée indique la position du mode utilisé comme valeur de  $t_0$ . .....67
- Figure 4.3 : Partie supérieure : la tête du sujet est présentée avec les électrodes disposées selon le système 10-20. Aucun ERP n'a été détectées pour les électrodes grises alors que celles blanches ont été rejetées pour des raisons techniques (p. ex. saturation du canal d'acquisition). Pour les autres électrodes, un spectre de couleur a été utilisé avec le bleu représentant les électrodes où  $t_{dz} = t_0$ , le rouge celles pour lesquelles  $t_{dz} \geq t_0 + 25 \text{ ms}$  et le vert celles telles que  $t_{dz} \leq t_0 - 25 \text{ ms}$ . Partie inférieure : le mouvement moyen réalisé par chaque sujet est superposé au spectre de couleur utilisé pour l'identification des électrodes. Ce spectre est donc centré à  $t_0$  et varie sur l'intervalle  $\pm 25 \text{ ms}$  autour de  $t_0$ . Le spectre de couleur est prolongé à l'extérieur de cet intervalle de telle façon à couvrir la plage  $[60, 350] \text{ ms}$ . Sous le spectre, une représentation unidimensionnelle (« rug plot ») représente la valeur  $t_{dz}$  des différentes électrodes.....74
- Figure 4.4 : Même représentation que pour la Figure 4.3, mais pour la valeur moyenne des sept sujets pour qui l'expérience a bien fonctionné (n° 3, 5, 6, 7, 10, 11 et 12). Les électrodes grises sont celles pour lesquelles un ERP n'a pas été observé pour au moins un des sept sujets. ....75
- Figure 4.5 : Variation de la carte moyenne en fonction du nombre minimal de sujets ayant un ERP. Ces cartes sont telles que les électrodes sont rejetées (grises) si un ERP n'a pas été détecté sur au moins (a) sept, (b) six, (c) quatre et (d) deux sujets. ....75
- Figure 5.1 : Schéma descriptif du système d'extraction utilisé pour la modélisation des mouvements delta-lognormaux. ....82
- Figure 5.2 : Exemple de  $DR$  calculées (compromis  $D = 180 \text{ mm}$ ,  $\Delta D = 15 \text{ mm}$ ). Une ligne horizontale indique la valeur maximale acceptable. Tout point (en rouge) dépassant cette ligne devrait être rejeté. ....84
- Figure 5.3: Régression linéaire de la variance des paramètres neuromusculaires sur l'amplitude des paramètres de commande. ....92

Figure 5.4: Régressions robustes de $D_1$ sur $D_2$ . $D_2$ est en abscisse et $D_1$ en ordonné, tous deux exprimés en millimètre. Dans ce tableau de graphes, les lignes sont associées à la distance parcourue (ordre croissant) et les colonnes sont associées à la largeur de la cible (ordre croissant). Par exemple, le graphe en haut à gauche concerne le compromis $(D, \Delta D) = (45, 3.75)$ mm alors que le graphe en bas à droite concerne le compromis $(D, \Delta D) = (180, 15)$ mm.....	93
Figure 5.5: Valeur estimée (marqueur circulaire) avec son intervalle de confiance (moustaches) pour la pende de la régression de $D_1$ sur $D_2$ . (a) $D = 45$ mm (b) $D = 90$ mm (c) $D = 135$ mm (d) $D = 180$ mm .....	94
Figure 5.6: Valeur estimée (cercle) et son intervalle de confiance (moustaches) pour l'ordonnée à l'origine de la régression de $D_1$ sur $D_2$ . Le trait plein donne la valeur moyenne de $d = D_1 - D_2$ . (a) $D = 45$ mm (b) $D = 90$ mm (c) $D = 135$ mm (d) $D = 180$ mm.....	95
Figure 5.7 (a) Corrélacion entre $D_1$ et $D_2$ en fonction de $D$ et $\Delta D$ . La grandeur de la corrélation entre $D_1$ et $D_2$ est représentée par le diamètre du cercle et augmente proportionnellement avec la valeur de $L_+(\rho(D_1, D_2))$ . La corrélation (cercle continu) et l'intervalle de confiance à 95 % associée à son estimation (cercle tireté) sont illustrés. Les droites pointillées indiquent les courbes de niveau de l'indice de difficulté (5.7)). (b) Régression linéaire $L_+(\rho(D_1, D_2)) \sim ID$ .....	96
Figure 5.8 : Moyenne (a) et écart-type (b) de $D_1$ en fonction des paramètres de la tâche. ....	98
Figure 5.9: Corrélacion entre $\mu_1$ et $D_1$ .....	100
Figure 5.10: Corrélacion entre $\sigma_2$ et $D_1$ .....	101
Figure 5.11 : Zone des combinaisons $(D_1, D_2)$ possibles en fonction des paramètres de la tâche $(D, \Delta D)$ . ....	102
Figure 5.12: Relation entre $e^{\mu_1}$ et $e^{\mu_2}$ .....	104
Figure 5.13: Corrélacion entre $e^{\mu_1}$ et $e^{\mu_2}$ .....	104
Figure 5.14 : Moyenne (a) et écart-type (b) de $e^{\mu_1}$ .....	106

Figure 5.15: Corrélation entre $t_0$ et $\mu_1$ .	107
Figure 5.16: Corrélation entre $\mu_1$ et $\sigma_2$ .	108
Figure 5.17: Corrélation entre $\mu_1$ et $\sigma_2$ .	109
Figure 5.18: (a) Corrélation entre $t_{31}$ et $t_{32}$ en fonction de $D$ et $\Delta D$ . L'importance de la corrélation entre $t_{31}$ et $t_{32}$ est représentée par la taille des cercles dont le diamètre s'accroît proportionnellement à la valeur de $L_+(\rho(t_{31}, t_{32}))$ . La corrélation (cercle en trait continu) et l'intervalle de confiance à 95 % associée à son estimation (cercle en trait tireté) sont tous deux illustrés. Les lignes pointillées courbes indiquent les courbes de niveau du terme $\ln(D)\ln(\Delta D)$ . (b) Régression linéaire selon le modèle $L_+(\rho(t_{31}, t_{32})) \sim \ln(D)\ln(\Delta D)$ .	111
Figure 5.19: (a) Ajustements linéaire (trait plein) et quadratique (trait tireté) de l'indice de séquençage neuromusculaire (NOS) en fonction de la précision requise par la tâche. (b) Régression linéaire entre l'indice NOS et le facteur $\ln(D)\ln(\Delta D)$ . (c) Régression linéaire entre la variance de l'indice NOS et le facteur $\ln(D)\ln(\Delta D)$ .	113
Figure 5.20 : Corrélation entre $\sigma_1$ et $\sigma_2$ .	115
Figure 5.21 : Moyenne (a) et écart-type (b) de $\sigma_1$ .	116
Figure 5.22 : Moyenne et écart-type de $\sigma_2$ .	117
Figure 5.23: Corrélation entre $\sigma_1$ et $t_0$ .	118
Figure 5.24: Corrélation entre $\sigma_2$ et $t_0$ .	119
Figure 5.25 : Moyenne et écart-type de $t_0$ .	120
Figure 6.1 : Exemple de modèle sériel pour une tâche de temps de réaction.	128
Figure 6.2 : Exemple d'une modélisation sérielle de la vitesse d'un mouvement de pointage rapide. (a) Identification des caractéristiques temporelles expérimentales sur le profil de vitesse. (b) Modélisation sérielle des étapes du mouvement. Le trait pointillé est utilisé pour souligner le caractère facultatif des étapes associées aux sous-mouvements secondaires. (c) Schéma bloc illustrant le processus de génération avec l'aspect rétroactif.	129

- Figure 6.3 : Version en cascade du système sériel de la Figure 6.1. Les modules sont représentés en losange pour symboliser qu'à un instant quelconque (p. ex. l'instant  $t_*$ ) un signal peut être encore en partie dans une première étape (p. ex. l'encodage) et avoir commencé simultanément à être traité dans une seconde étape (p. ex. sa propagation). ..... 132
- Figure 6.4 : Exemple d'une modélisation proportionnelle de la vitesse d'un mouvement. .... 135
- Figure 6.5 : Inspection visuelle pour le choix d'un modèle. (a) Aucun indice ne supporte la parcimonie du modèle postulé puisque le facteur  $f$  a un effet sur les trois caractéristiques  $\Delta T_1$ ,  $\Delta T_2$  et  $\Delta T_3$ . (b) Le facteur  $f$  a un effet sur les caractéristiques  $\Delta T_1$  et  $\Delta T_2$  mais ne semble pas avoir d'effet sur la caractéristique  $\Delta T_3$  comme on peut le constater par la colinéarité apparente entre  $T_2$  et  $T_3$ . Si ces caractéristiques peuvent effectivement être montrées comme étant colinéaires, alors on a  $b_3 = 0$  et l'on dispose donc de certains indices supportant le modèle proposé puisque celui-ci permet de localiser l'effet d'un facteur  $f$  à seulement certains de ces éléments. .... 143
- Figure 6.6 : Variation de la pente normalisée de la régression  $\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2) \sim F$  en fonction de  $\lambda_1$ . Dans cet exemple,  $T_k$  est le temps d'arrêt du mouvement,  $T_j$  est le moment d'occurrence du pic de vitesse maximale et le facteur  $F$  est l'âge. .... 146
- Figure 6.7 : Comparaison des modèles (6.16) et (6.19). La zone dorée représente l'intervalle de confiance sur la droite de régression (trait plein) du modèle additif. Puisque le modèle proportionnel se trouve dans l'intervalle de confiance de celui additif, ces deux représentations peuvent être considérées comme équivalentes. Le fait que le modèle proportionnel nécessite moins de paramètres que sa contrepartie additive en fait une alternative plus intéressante puisque plus parcimonieuse. .... 147
- Figure 6.8 : Exemple servant à l'explication du graphe population-groupes. .... 148
- Figure 6.9 : Quelques configurations prévisibles du graphe population-groupes selon le type de modélisation postulé. (a) Cas proportionnel. (b) Cas d'un facteur additif ayant un impact précédent l'occurrence des caractéristiques étudiées. (c) Cas additif ayant un impact à partir de la troisième caractéristique étudiée. (d) Exemple d'un processus non fiable. .... 149

- Figure 6.10 : Illustration des caractéristiques temporelles principales ( $t_0$ , TR, mode, TFM) et des 25<sup>e</sup>, 50<sup>e</sup> et 75<sup>e</sup> centiles calculés sur (a) l'ensemble du profil de vitesse et sur (b) seulement le premier mode du profil de vitesse.  $t_{stim}$  indique le moment de l'émission du stimulus. .... 152
- Figure 6.11 : Test de normalité pour la distribution de  $Q_{p80} - Q_{p20}$ . (a) Diagramme quantile-quantile. (b) Superposition de la fonction de densité empirique (trait plein) et de son ajustement normal (trait pointillé). .... 154
- Figure 6.12 : Test de lognormalité pour la distribution de  $Q_{p80}/Q_{p20}$ . (a) Graphe quantile-quantile. (b) Superposition de la fonction de densité empirique et de son ajustement lognormal. .... 155
- Figure 6.13: Test de lognormalité pour la distribution de  $Q_{p80}/Q_{p20} - 1$ . (a) Graphe quantile-quantile. (b) Superposition de la fonction de densité empirique et de son ajustement lognormal. .... 156
- Figure 6.14 : Variation de la valeur de la statistique  $W$  du test de Shapiro-Wilk pour la comparaison  $\Delta T_j = Q_{pj} - Q_{p(j-1)}$  avec la loi normale (trait pointillé),  $R_j = Q_{pj}/Q_{p(j-1)}$  avec la loi lognormale (trait tireté) et  $E_j = Q_{pj}/Q_{p(j-1)} - 1$  avec la loi lognormale (trait plein) pour  $j = 2, 3, \dots, 99$ . .... 157
- Figure 6.15 : Vérification de la normalité ou de la lognormalité des principales caractéristiques temporelles des mouvements rapides. .... 158
- Figure 6.16 : Variation de la valeur de la statistique  $W$  du test de Shapiro-Wilk pour les comparaisons à la lognormale (trait plein) et à la normale (trait tireté) des caractéristiques (a)  $Q_{cj}$  et (b)  $Q_{pj}$  en fonction de  $j$ . Sur (a), la fonction de densité de  $t_{d0}$  a été superposée (trait pointillés) pour expliquer l'apparition d'une irrégularité dans les courbes observées. En (c), un gros plan de la variation de  $W$  en fonction de  $j$  pour les caractéristiques  $Q_{pj}$  permet de mieux apprécier la variation observée. .... 159
- Figure 6.17 : Graphe population-groupes pour les caractéristiques (a)  $Q_{cj}$  et (b)  $Q_{pj}$  avec comme facteur de regroupement (a)  $Q_{c50}$  et (b)  $Q_{p50}$ . .... 160

- Figure 6.18 : Variation, en fonction de  $\lambda_1$ , de la pente (normalisée par l'erreur standard de son estimation) de régression de  $\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2)$  sur l'âge..... 161
- Figure 6.19: Variation, en fonction de  $\lambda_1$ , de la pente (normalisée par l'erreur standard de son estimation) de régression de  $\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2)$  sur le sexe. .... 163
- Figure 6.20: Variation de la pente normalisée des régressions  $\Delta T_{j(j-1)}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (région bleue) et  $\Delta T_{j(j-1)}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (région dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \hat{age}$  et (b)  $F = sexe$ . .... 164
- Figure 6.21 : Variation de la pente normalisée des termes  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (région bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (région dorée) en fonction de  $j$  où  $T_k = Q_{p99}$  et  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \hat{age}$  et (b)  $F = sexe$ . .... 165
- Figure 6.22 : Variation la taille de l'effet d'un facteur  $F$  pour les régressions  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (courbe bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (courbe dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \hat{age}$  et (b)  $F = sexe$ . .... 166
- Figure 6.23: Test de normalité pour la distribution (a, d) de  $Q_{p80} - Q_{p20}$ , (b, e) de  $Q_{p80}/Q_{p20}$  et (e, f) de  $Q_{p80}/Q_{p20} - 1$ . La rangée supérieure (a-c) illustres les graphes quantile-quantile alors que celle inférieure montre la superposition des fonctions de densité empirique avec leur ajustement (d) normal ou (e, f) lognormal. .... 168
- Figure 6.24 : Variation de la valeur de la statistique  $W$  du test de Shapiro-Wilk pour la comparaison  $\Delta T_j = Q_{pj} - Q_{p(j-1)}$  avec la loi normale (trait pointillé),  $R_j = Q_{pj}/Q_{p(j-1)}$  avec la loi lognormale (trait tireté) et  $E_j = Q_{pj}/Q_{p(j-1)} - 1$  avec la loi lognormale (trait plein) pour  $j = 2, 3, \dots, 99$ . .... 169
- Figure 6.25 : Vérification de la normalité ou de la lognormalité des principales caractéristiques temporelles des mouvements rapides. .... 170
- Figure 6.26 : Variation, en fonction de  $j$ , de la valeur de la statistique  $W$  de Shapiro-Wilk pour le test de lognormalité (trait plein) et de normalité (trait tireté) des caractéristiques (a)  $Q_{cj}$  et (b)  $Q_{pj}$ . Sur (a), la fonction de densité de  $t_{\Delta 0}$  (pointillés) a été superposée. .... 171



- Figure 6.27 : Graphe population-groupes pour les caractéristiques (a)  $Q_{cj}$  et (b)  $Q_{pj}$  avec comme facteur de regroupement (a)  $Q_{c50}$  et (b)  $Q_{p50}$ .....172
- Figure 6.28 : Variation, en fonction de  $\lambda_1$ , de la pente (normalisée par l'erreur standard de son estimation) des régressions de  $\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2)$  sur (a-c) l'âge, (d-f) le sexe, (g-i) le nombre de facteurs de risque et (j-l) le stimulus utilisé. ....173
- Figure 6.29 : Variation de la pente normalisée des termes  $\Delta T_{j(j-1)}(\lambda_1 = 0, \lambda_2)$  (région bleue) et  $\Delta T_{j(j-1)}(\lambda_1 = 1, \lambda_2)$  (région dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{cj}$  avec différents facteurs : (a) l'âge, (b) le sexe, (c) le nombre de facteurs de risque d'AVC et (d) le stimulus utilisé. ....175
- Figure 6.30 : Variation de la pente normalisée des termes  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2)$  (région bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2)$  (région dorée) en fonction de  $j$  où  $T_k = Q_{c99}$  et  $T_j = Q_{cj}$  avec différents facteurs : (a) l'âge, (b) le sexe, (c) le nombre de facteurs de risque d'AVC et (d) le stimulus utilisé. ....175
- Figure 6.31 : Variation la taille de l'effet d'un facteur  $F$  pour les régressions  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (courbe bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (courbe dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \text{âge}$ , (b)  $F = \text{sexe}$ , (c)  $F = NFR$  et (d)  $F = \text{stimulus}$ .....176
- Figure 6.32 : Variation la taille de l'effet d'un facteur  $F$  pour les régressions  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (coube bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (courbe dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \text{âge}$ , (b)  $F = \text{sexe}$  et (c)  $F = \text{stimulus}$  pour le sous-ensemble de mouvements provenant de sujets n'ayant aucun facteur de risque d'AVC.....176
- Figure 6.33 : Taille de l'effet d'un facteur  $F$  pour les régressions  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (courbe bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (courbe dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \text{âge}$ , (b)  $F = \text{sexe}$  et (c)  $F = \text{stimulus}$  pour le sous-ensemble de mouvements provenant de sujets n'ayant aucun facteur de risque d'AVC et étant relativement jeunes ( $\text{âge} < 55$ ). ....177
- Figure 6.34 : Test de normalité pour la distribution (a, d) de  $Q_{p80} - Q_{p20}$ , (b, e) de  $Q_{p80}/Q_{p20}$  et (e, f) de  $Q_{p80}/Q_{p20} - 1$ . La rangée supérieure (a-c) illustres les graphes

quantile-quantile alors que celle inférieure montre la superposition des fonctions de densité empirique avec leur ajustement (d) normal ou (e, f) lognormal. .... 178

Figure 6.35 : Variation de la valeur de la statistique  $W$  du test de Shapiro-Wilk pour la comparaison  $\Delta T_j = Q_{pj} - Q_{p(j-1)}$  avec la loi normale (trait pointillé),  $R_j = Q_{pj}/Q_{p(j-1)}$  avec la loi lognormale (trait tireté) et  $E_j = Q_{pj}/Q_{p(j-1)} - 1$  avec la loi lognormale (trait plein) pour  $j = 2, 3, \dots, 99$ . .... 179

Figure 6.36 : Variation de la valeur de la statistique  $W$  du test de Shapiro-Wilk pour les comparaisons à la lognormale (trait plein) et normale (trait tireté) des caractéristiques (a)  $Q_{cj}$  et (b)  $Q_{pj}$  en fonction de  $j$ . Sur (a), la fonction de densité de  $t_{40}$  (pointillé) a été superposée. (c) Équivalent de (a) mais pour les centiles calculés sur les profils delta-lognormaux pour lesquelles  $RSB > 20$  dB. .... 180

Figure 6.37 : Graphe population-groupes pour les caractéristiques (a)  $Q_{cj}$  et (b)  $Q_{pj}$  avec comme facteur de regroupement (a)  $Q_{c50}$  et (b)  $Q_{p50}$ . .... 181

Figure 6.38 : Variation, en fonction de  $\lambda_1$ , de la pente (normalisée par l'écart-type de son estimation) de régression de  $\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2)$  sur (a-c) l'âge, (d-f) le sexe, (g-i) le nombre de facteurs de risque et (j-l) l'amplitude du mouvement, (m-o) la largeur de la cible et (p-r) l'indice de difficulté de la tâche. .... 184

Figure 6.39 : Variation la taille de l'effet d'un facteur  $F$  pour les régressions  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (courbe bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (courbe dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \text{âge}$ , (b)  $F = \text{sexe}$ , (c)  $F = NFR$ , (d)  $F = D$ , (e)  $F = \Delta D$  et (f)  $F = ID$ . .... 185

Figure 6.40 : Variation la taille de l'effet d'un facteur  $F$  pour les régressions  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (courbe bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (courbe dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \text{âge}$ , (b)  $F = \text{sexe}$ , (c)  $F = D$ , (d)  $F = \Delta D$  et (e)  $F = ID$  pour le sous-échantillon des sujets en santé. .... 185

Figure 6.41 : Variation la taille de l'effet d'un facteur  $F$  pour les régressions  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (coube bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (courbe dorée) en fonction de  $j$  où

$T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \text{âge}$ , (b)  $F = \text{sexe}$ , (c)  $F = D$ , (d)  $F = \Delta D$  et (e)  $F = ID$  pour le sous-échantillon des sujets jeunes et en santé. ....186

Figure 7.1 : Exemple de résultats obtenus avec les neuf estimateurs retenus. Les barres noires représentent une contrainte d'égalité entre la valeur observée (courbe pleine bleue) et la valeur estimée (courbe tiretée rouge) pour l'amplitude (barre horizontale) ou le temps d'occurrence (barre verticale) d'un des trois points caractéristiques (cercles). ....197

Figure 7.2 : Zone de variabilité des points  $\Delta p_i = (\Delta t_{i3}, \beta_{i3})$ . (a) Cette figure montre les zones où peuvent se retrouver les points  $\Delta p_i$  si aucune restriction n'est mise sur la valeur des paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  ainsi que les zones réduites si l'on restreint ces paramètres tel que  $\mu = [-2.0, -1.0]$  et  $\sigma = [0.2, 0.5]$ . (b) Cette figure montre la valeur des paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  aux coins des zones restreintes. ....199

Figure 7.3 : Illustration des différents cas possibles lors du prétraitement du point  $p_2$  : (a) la courbe  $v_t$  ne descend pas jusqu'à la zone, (b) la courbe passe à la droite de la zone ou (c) à la gauche de la zone, (d-e) la courbe passe dans la zone mais le point  $p_2$  original n'est pas dans la zone et (f) le point  $p_2$  original est dans la zone. Le marqueur « o » représente le point  $p_2$  original alors que le marqueur « x » représente le point  $p_2$  corrigé par le prétraitement. Seulement le cas (f) n'exige aucun prétraitement de telle sorte que les marqueurs « o » et « x » sont superposés. ....200

Figure 7.4 Algorithme de haut niveau de l'extracteur  $\Sigma\Delta$ . ....202

Figure 7.5 Exemple U5S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 27.0 dB). (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges). ....207

Figure 7.6 Exemple U8S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 27.0 dB. (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).....208

Figure 7.7 Exemple U10S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 25.5 dB. (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).....209

Figure 7.8 Exemple U11S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 25.1 dB. (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).....210

Figure 7.9 Exemple U15S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 25.0 dB. (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-

lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).....211

Figure 7.10 Exemple U16S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 24.9 dB. (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).....212

Figure 7.11 Exemple U17S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 25.0 dB. (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).....213

Figure 7.12 Exemple U18S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 25.2 dB. (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).....214

Figure 7.13 Exemple U19S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 25.1 dB. (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c)

Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).....	215
Figure 7.14 Exemple U20S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 25.3 dB. (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).....	216
Figure 7.15 Comparaison de la distribution des RSB de reconstruction obtenus avec les deux extracteurs sigma-lognormaux conçus et présentés dans ce chapitre.....	222
Figure 8.1 : Schéma identifiant la valeur des paramètres maximisant la valeur de $\Lambda(t)$ .....	230
Figure 8.2 : Illustration permettant de définir le point $t_1^*$ .....	231
Figure 8.3 : Vérification expérimentale de la validité du calcul de l'enveloppe delta-lognormale.....	234
Figure 8.4 : Comparaison du nombre de boîtes à traiter en fonction du nombre d'itérations de l'algorithme, selon que l'on utilise une stratégie visant à minimiser l'aire des enveloppes delta-lognormales, à maximiser les bornes limites ou bien que l'on choisisse une direction de coupure de façon aléatoire. ....	243
Figure 8.5 : Temps de traitement de l'algorithme en fonction du nombre d'itérations de l'algorithme, selon que l'on utilise une stratégie visant à minimiser l'aire des enveloppes delta-lognormales, à maximiser les bornes limites ou bien que l'on choisisse une direction de coupure de façon aléatoire. ....	243
Figure 8.6 : Identification du domaine d'intérêt de $D_1$ et de $D_2$ . Les éléments encerclés sont utilisés pour numéroter les segments définissant le domaine dans l'équation (8.70). ....	249
Figure 8.7 : Algorithme S&É pour l'extraction delta-lognormale.....	250

Figure 8.8 : Mouvement test pour l'étude de cas d'une extraction globalement optimale avec un $t_0$ fixe. L'ajustement est le suivant : $\mathbf{p} = [0.2444 \quad 217.9 \quad -0.9238 \quad 0.2473 \quad 42.52 \quad -0.6071 \quad 0.1288]$ .....	252
Figure 8.9 : RSB optimal en fonction de $t_0$ . Le RSB de l'optimum absolu se situe entre la courbe bleue et la courbe rouge.....	253
Figure 8.10 : Gros plan de la figure 8.9 autour de la valeur de $t_0$ extraite par le système IIX. ....	253
Figure 8.11 : Temps de calcul nécessaire à l'optimisation S&É à six paramètres ( $t_0$ fixe). ....	254
Figure 8.12 : Nombre de sous-espaces de solutions conservés à la fin de l'algorithme, en fonction de la valeur de $t_0$ spécifiée.....	255
Figure 8.13 : Projection des solutions sur différents sous-espaces 2D. ....	256
Figure 8.14 : Quatre reconstructions delta-lognormales typiques pour des mouvements allers-retours. Le profil original est illustré en trait plein noir alors que la reconstruction est affichée en trait tireté rouge. On constate sur ces exemples typiques que le troisième mode est généralement mal reconstruit. ....	259
Figure 8.15 : Exemple typique de mouvement aller-retour à quatre pics. Le trait tireté indique le seuil de 2 % de la vitesse maximale. ....	259
Figure 8.16 : Variation du 0° (cercle vide), 10° (triangle vide), 50° (cercle plein), 90° (triangle vide) et 100° (cercle vide) centiles de la distribution de l'erreur d'estimation (signée) en fonction du RSB pour chaque paramètre lognormal. ....	263
Figure 8.17 : Distribution des valeurs globalement optimales extraites avec l'algorithme S&É ( $\varepsilon = 0.7943$ ) pour (a) $t_0$ et (b) $D_1$ . Dans le cas de (b), les essais avec des $t_0 < 0$ ont préalablement été rejetés. ....	266
Figure 8.18 Fonctions de densité de probabilité des paramètres extraits avec l'extracteur S&É (trait plein) et avec le système IIX (trait pointillé). ....	270
Figure 8.19 : Fonctions de densité de probabilité des paramètres $\Delta\Lambda$ extraits à l'aide du système IIX (trait plein) et du système S&É (trait pointillé) pour l'ensemble des mouvements. ....	272

Figure 8.20 : Fonction de probabilité de densité de la distribution des paramètres $\Delta\Delta$ obtenue à partir de l'extracteur IIX (ligne pleine) et de l'extracteur S&É (ligne pointillée) lorsque l'on n'utilise que les mouvements dont les paramètres extraits avec le système S&É sont tels que $t_0 > 0.0$ et $D_1 < 440$ .....	273
Figure 9.1 : Interface du logiciel d'acquisition Sign@médic. ....	285
Figure 9.2 : Feuille guide utilisée pour la collecte des signatures.....	286
Figure 9.3 : Feuille guide servant au test neuromusculaire de traits rapides/réactions auditives simples. Cette feuille est utilisée pour les droitiers. Pour les gauchers, un patron identique mais réfléchi par rapport à un axe vertical est utilisé.....	287
Figure 9.4 : Feuille guide servant au test neuromusculaire de traits rapides/réactions de choix.....	289
Figure 9.5 : Feuilles guides servant au test neuromusculaire de compromis vitesse-précision. Ces feuilles sont utilisées pour les droitiers. Pour les gauchers, un patron identique mais réfléchi par rapport à un axe vertical est utilisé.....	291
Figure 9.6 : Feuille guide servant au test neuromusculaire constitué d'une séquence de traits. Les cibles ont 15 mm de diamètre et sont positionnées aux sommets de triangles équilatéraux ayant des arrêtes de (a) 135 mm, (b) 90 mm et (c) 45 mm.....	292
Figure 9.7 : Feuille guide servant aux tests neuromusculaires des oscillations à fréquence maximale et des oscillations synchronisées. ....	293
Figure 10.1 : Courbes ROC obtenues avec une analyse discriminante linéaire et une validation croisée avec mise de côté un à un pour chacune des trois tâches ainsi que pour le classificateur combiné.....	323
Figure 11.1 : Variation des AUC, en fonction des conditions de la tâche, pour la prédictibilité de chacun des facteurs de risque à partir des paramètres delta-lognormaux.....	330
Figure 11.2 : Variation de la moyenne des AUC. ....	331



- Figure 12.1 : Courbes ROC pour la prédictibilité des facteurs de risque d'AVC. La droite à 45° représente les performances d'un classificateur aléatoire et les lignes courbes les performances associées aux différents types de modèles.....341
- Figure 13.1 : Exemple d'identification des composantes neuromusculaires agonistes (marqueurs circulaires) et antagonistes (marqueurs carrés). Les couleurs bleu, rouge, noir, vert et magenta sont utilisées respectivement pour identifier la position des points caractéristiques  $p_1$  à  $p_5$ .....348
- Figure 13.2 : Distribution du RSB pour l'ajustement oméga-lognormal (a) des oscillations à fréquence maximale et (b) des oscillations synchronisées.....348
- Figure 13.3 : Ajustements pour les mouvements associés au (a) minimum, (b) au premier quartile, (c) à la médiane, (d) au troisième quartile et (e) au maximum de la distribution du RSB pour les mouvements à vitesse maximale. ....349
- Figure 13.4 : Ajustements pour les mouvements associés aux (a) minimum, (b) au premier quartile, (c) à la médiane, (d) au troisième quartile et (e) au maximum de la distribution du RSB pour les oscillations synchronisées. ....350
- Figure 13.5 : Variation de la puissance pour la détection d'un effet relativement petit ( $d = 0.3$ ) avec un seuil de signifiante  $\alpha = 0.05$  pour un test t de Student avec données appariées (trait noir). La forme de la fonction de densité de la distribution du nombre de paires de composantes pour les mouvements traités est aussi illustrée avec un trait rouge pointillé. ....352
- Figure 13.6 : Comparaison entre les composantes agoniste et antagoniste moyennes. Les composantes ont été centrées autour de  $t_3 = 0$ .....354
- Figure 0.1 : Exemples illustrant la moins grande fiabilité de  $t_0$  (bleu) par rapport à  $t_3$  (rouge). On y voit la variation de ces deux variables en fonction de l'indice de la composante neuromusculaire. Ces exemples correspondent à trois sujets choisis au hasard.....360
- Figure 14.1 : Proposition de feuille guide pour les tâches des temps de réaction simples et de choix. ....368

Figure 14.2 : Fonction de densité de l'amplitude du mouvement réalisé dans la mauvaise direction avant que la trajectoire rejoigne la cible finale. ....	368
Figure 14.3 : Proposition de feuille guide pour la tâche de compromis vitesse-précision.....	372
Figure 14.4 : Proposition de modification de la feuille guide pour la tâche séquence de traits.....	373

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

Afin d'aider le lecteur, voici une liste des sigles et des abréviations utilisés dans cette thèse ainsi que leur signification.

$\oplus$	Opérateur de convolution. Pour des raisons présentées au Chapitre 2, ce symbole remplace l'opérateur « * » plus couramment utilisé.
$\otimes$	Opérateur pour la convolution de Mellin.
$\hat{x}$	À moins d'indications contraires, le symbole $\hat{\phantom{x}}$ chapeautant une variable $x$ quelconque indique que $\hat{x}$ est un estimateur de $x$ .
$\bar{x}$	À moins d'indications contraires, le symbole $\bar{\phantom{x}}$ chapeautant une variable $x$ quelconque indique que $\bar{x}$ représente la tendance centrale (sauf indication contraire, celle-ci correspond à la moyenne) de la variable $x$ .
$\Delta D$	Distance équivalant à la moitié de la largeur d'une zone cible dans une tâche de Fitts.
$\widetilde{\Delta D}$	Paramètre $\Delta D$ d'une tâche de Fitts, sur échelle logarithmique et centré ( $\widetilde{\Delta D} = \ln(\Delta D) - \overline{\ln(\Delta D)}$ ).
$\gamma$	Variable binaire indiquant l'appartenance à une classe dans l'analyse ROC.
$\Delta\Lambda$	Delta-Lognormal (modèle pour mouvements simples).
$\zeta$	Seuil de classification utilisé dans l'analyse ROC.
$\lambda$	Paramètre de la transformée de Box-Cox.
$\Lambda$	Lognormal.
$\kappa$	Paramètre servant au rejet des séries de points caractéristiques non pertinentes dans l'exécution de l'extracteur XOR.
$\mu$	Paramètre lognormal.

$\xi$	Nombre de composantes lognormales modélisant un mouvement complexe.
$\rho$	Coefficient de corrélation. Sauf en cas d'indication contraire, il s'agit du coefficient linéaire de Bravais-Pearson.
$\sigma$	Paramètre lognormal.
$\Sigma\Lambda$	Sigma-Lognormal (modèle pour mouvements complexes).
$\Omega\Lambda$	Oméga-Lognormal (modèle oscillatoire).
A	En général : amplitude du mouvement dans une tâche de Fitts.  Au Chapitre 10: tâche de temps de réaction sur stimulus auditif simple.
ADL	Analyse discriminante linéaire.
AFM	Méthode des facteurs additifs (« additive factor method »).
AIT	Accident ischémique transitoire.
ANOVA	Analyse de la variance.
AUC	Aire sous la courbe ROC.
AVC	Accident vasculaire cérébral.
B	Bruit associé à l'erreur d'ajustement du modèle lognormal aux données expérimentales.
C	Tâche de temps de réaction sur stimulus visuel de choix.
$C_1$	Critère d'arrêt stipulant que le temps d'arrêt d'un mouvement correspond au premier échantillon d'une série de 10 échantillons consécutifs tels 1) qu'ils sont subséquents à l'occurrence du pic de vitesse maximale et 2) que leur amplitude est inférieure à 2 % de la vitesse maximale atteinte.
$C_2$	Critère d'arrêt stipulant que le temps d'arrêt d'un mouvement correspond à l'instant d'occurrence du premier minimum local du profil de vitesse subséquent à l'occurrence du pic de vitesse maximale et pour lequel l'amplitude du signal est en deçà de 10 % de l'amplitude maximale.

$C_s$	Constante de compression (dilatation) temporelle, dans le contexte de l'extraction à base de prototype.
dB	Décibel.
D	Distance séparant le point de départ du point milieu de la zone cible dans une tâche de Fitts.
$\tilde{D}$	Paramètre $D$ d'une tâche de Fitts, sur échelle logarithmique et centré ( $\tilde{D} = \ln(D) - \overline{\ln(D)}$ ).
$D_i$	Paramètre de mise à l'échelle de la lognormale.
$d$	Distance égale à $D_1 - D_2$ dans le cas delta-lognormal.
DEL	Diode électroluminescente.
DM	Diabète.
DEM	Durée entre les modes agoniste et antagoniste d'une delta-lognormale.
DR	Distance robuste.
EA	Erreur absolue.
EBP	Extracteur à base de prototype.
EC	Échantillon complet.
EEG	Électroencéphalographie.
EMG	Électromyographie.
EQ	Erreur quadratique.
ERP	Potentiel évoqué ou « event-related potential ».
ES	Taille d'un effet (ou « effet size ») telle qu'utilisée en statistique.
FDP	Fonction de densité de probabilité.
FPGA	« Field-programmable gate array »
HC	Hypercholestérolémie.
HT	Hypertension.

IC	Intervalle de confiance.
ID	Indice de difficulté d'une tâche de Fitts.
$G$	Coefficients de Gini ( $G = (AUC - 0.5) * 2$ ).
$L(x)$	Transformation logit de $x$ .
MT	Durée du mouvement (« Movement Time »).
NFR	Nombre de facteurs de risque.
NOC	Indice de cooccurrence des composantes neuromusculaires (« Neuromuscular Output Co-occurrence »).
NOS	Indice de séquençage des composantes neuromusculaires (« Neuromuscular Output Sequentiality »).
OB	Obésité.
PC	Problèmes cardiaques.
$q_i$	Quantile $i/100$ (p. ex. $p_{75}$ est le troisième quartile).
RI	Réponse impulsionnelle.
RIE	Réponse impulsionnelle exponentielle.
RL	Régression logistique.
ROC	« Receiver operating characteristic »
RSB	Rapport signal sur bruit.
S	Signal.
S&É	Procédure par séparation et évaluation (« branch-and-bound »).
SEMG	Électromyographie de surface.
SENS	Sous-échantillon des sujets non en santé.
SES	Sous-échantillon des sujets en santé.
SNC	Système nerveux central.
SNM	Système neuromusculaire.

SSI	Si et seulement si.
$t_0$	Paramètre servant au décalage temporel de la lognormale.
$t_1$	Temps indiquant le début de la composante lognormale.
$t_2$	Temps d'occurrence du premier point d'inflexion de la lognormale.
$t_3$	Temps d'occurrence du pic de vitesse maximale.
$t_4$	Temps d'occurrence du deuxième point d'inflexion de la lognormale.
$t_5$	Temps indiquant la fin du la composante lognormale.
$t_{\Delta 0}$	Temps correspondant au passage par zéro de la delta-lognormale.
$t_f$	Temps de fin du mouvement.
$t_s$	Constante de décalage temporelle, dans le contexte de l'extraction à base de prototype.
$t_{stim}$	Temps d'émission du stimulus.
TA	Tabagisme.
TFM	Temps de fin du mouvement.
TFP	Taux de faux positifs.
TR	Temps de réaction.
TVP	Taux de vrais positifs.
X0R	Xzéro Robuste.
V	Tâche de temps de réaction sur stimulus visuel simple.
VC	Validation croisée.
$v_t$	Vitesse tangentielle.
$v_{t2}$	Amplitude du premier point d'inflexion du profil de vitesse.
$v_{t3}$	Amplitude maximale du profil de vitesse.
$v_{t4}$	Amplitude du second point d'inflexion du profil de vitesse.

W	Largeur de la cible dans une tâche de Fitts (W pour « width »).
$\bar{x}$	Symbole représentant la moyenne d'une colonne ou d'une rangée d'un tableau.

N.B. En général, les variables majuscules représentent des variables aléatoires, les variables ordinaires étant désignées par des lettres minuscules.



## LISTE DES ANNEXES

Annexe 1 : Aspects méthodologiques.....	412
Annexe 2 : Autres contributions à l'étude fondamentale du mouvement humain.....	418
Annexe 3 : Comparaison des modèles delta-lognormaux complets et réduits.....	422
Annexe 4 : Dérivation et évaluation comparative de bornes sur la valeur du bruit d'ajustement $\Delta\Lambda$ .....	450

## INTRODUCTION

L'allongement de l'espérance de vie que la société canadienne a connue au cours du dernier siècle et le vieillissement prévu de la population sont deux facteurs susceptibles d'ajouter une pression supplémentaire non négligeable sur le système de santé. Or, celui-ci est déjà poussé à ses limites. Devant cette situation, il semble important de déterminer quelles sont les maladies les plus susceptibles de contribuer à l'augmentation de la demande en soins de santé, et cela, de façon à amorcer une recherche de solutions novatrices permettant de réduire la pression sur les centres médicaux. Ainsi, la continuité et la qualité des soins offerts aux citoyens pourront être assurées.

À ce titre, les accidents vasculaires cérébraux (AVC) sont à considérer avec sérieux étant donné leur forte incidence, augmentant avec l'âge, ainsi que leur impact sévère sur l'autonomie et le bien-être des patients atteints. Annuellement, environ 50 000 Canadiens et 795 000 Américains en sont victimes. Aux États-Unis, la prévalence d'un antécédent d'AVC dans la population âgée de plus de 18 ans est de 2.6 %. Il s'agit d'ailleurs, après les maladies du cœur et le cancer, de la troisième cause de mortalité au Canada (6 % des décès) et aux États-Unis (5.8 % des décès). L'impact économique direct et indirect de cette maladie était estimé à 3.6 milliards au Canada en 2000 et à 68.9 milliards aux États-Unis en 2009. En moyenne, un montant de 27 500 \$ était déboursé par l'État canadien pour prodiguer les soins intensifs nécessaires lors d'un AVC (Fondation des maladies du cœur, 2012; Lloyd-Jones, et al., 2009).

Cependant, le fardeau le plus lourd revient sans aucun doute aux patients atteints et à leur entourage puisque les AVC sont une cause importante d'invalidité (CDC, 2001). Kelly-Hayes et al. (2003) dressent un portrait plus détaillé de l'impact sur la vie des patients de plus de 65 ans atteints d'AVC. On peut y lire que parmi ceux-ci, six mois après leur AVC, 50 % d'entre eux souffraient d'hémiplégie, 30 % étaient incapables de marcher sans aide, 26 % requéraient de l'assistance pour effectuer leurs activités quotidiennes et 26 % étaient institutionnalisés. De plus, l'aphasie, la dépression, l'incontinence, les déficits sensitifs, les problèmes d'intégration sociale et l'hémianopsie sont aussi des conséquences fréquemment rencontrées (dans 15 % à 40 % des cas).

Actuellement, la principale stratégie pour la prévention des AVC consiste en l'identification et la diminution des facteurs de risque par la modification des habitudes de vie.

Dans certains cas, une médication préventive (p. ex. des antiagrégants plaquettaires tels que l'aspirine ou des anticoagulants comme la warfarine) ou une intervention chirurgicale peuvent aussi s'avérer pertinentes (Sacco et al., 2006). Au cours des 50 dernières années, cette stratégie a réussi à entraîner une diminution soutenue de l'incidence des AVC (Carandang et al., 2006). Cependant, le vieillissement de la population, l'allongement de l'espérance de vie ainsi que l'importance des AVC, tant d'un point de vue humain que socio-économique, incite à un effort renouvelé pour l'élaboration de nouvelles stratégies visant la prévention des AVC grâce à une détection plus précise des patients à risque.

L'analyse cinématique du mouvement semble constituer une voie porteuse d'espoir pour le dépistage précoce du développement et de la susceptibilité au développement de l'AVC<sup>1</sup>. Deux points seront exposés pour appuyer cet énoncé. D'abord, une hypothèse sera proposée selon laquelle il existerait un état pré-AVC potentiellement détectable. Puis, les indices puisés dans la littérature suggérant que l'analyse des mouvements permet de diagnostiquer cet état seront relevés.

Bien que l'existence d'un état physiologique pré-AVC détectable ne puisse être établie avec certitude qu'au moyen d'études longitudinales, certains éléments tendent à soutenir la plausibilité d'une telle prémisse. En premier lieu, il a été rapporté que certains des facteurs de risque d'AVC (âge, hypertension, diabète et alcoolisme selon Kobayashi et al. (1997)) sont corrélés à la présence de lacunes cérébrales asymptomatiques. Or, la récurrence de telles lésions est associée à une diminution généralisée des capacités cognitives (Vermeer et al., 2003). Plus particulièrement, les lésions non thalamiques sont liées à une diminution de la vitesse psychomotrice (Fushimi, Inoue, Yamada, Uda, & Kameyama, 1994, 1996). Leur incidence est, d'ailleurs, relativement élevée dans la population (environ 13 % selon une étude post-mortem de Shinkawa et al. (1995)) et pourrait être l'indication de l'existence, chez ces patients, d'un état distinctif précédant l'occurrence potentielle d'un AVC.

---

<sup>1</sup> L'utilisation de l'expression « développement d'un AVC » contraste volontairement avec les expressions plus couramment employées et comportant une connotation soudaine telle que « subir un AVC ». Ce choix de vocabulaire n'est pas anodin et repose sur une prémisse à la base de cette thèse, soit que l'AVC est précédé, du moins dans certains cas, de modifications physiologiques détectables.

L'apparition de démences pré-AVC dans une proportion non négligeable de patients souffrant ultérieurement d'un AVC est un second indice soutenant l'existence d'un tel état. Une étude sur 250 patients (Klimkowicz et al., 2004) a mesuré une prévalence de ce phénomène d'environ 12 %. Les auteurs rapportent aussi que plusieurs patients atteints de démence trois mois post-AVC ont vécu une détérioration de leur état de santé mentale dans la période précédant le déclenchement de leur AVC.

La forte incidence d'accidents ischémiques transitoires (AIT) précédant de peu l'AVC (15 % selon Hankey (1996)) constitue un troisième élément indiquant la présence potentielle d'un état pré-AVC. En somme, ces trois observations supportent une hypothèse concernant l'existence d'un état pré-AVC. Celle-ci peut se formuler ainsi :

*Il existe, au moins dans certains cas, un état distinctif et détectable précédant le déclenchement d'un AVC.*

Considérant cette hypothèse et la grande proportion (p. ex. 50% pour l'hémiplégie) des AVC associés à une atteinte des fonctions psychomotrices (Kelly-Hayes et al., 2003), il semble raisonnable de supposer qu'une modification des caractéristiques de certains mouvements précède parfois l'AVC. Cette supposition mène à la formulation de l'hypothèse de détectabilité de l'état pré-AVC par l'analyse des mouvements. Celle-ci se formule ainsi :

*Dans certains cas où un état pré-AVC est présent, celui-ci peut être détecté par l'analyse des mouvements du patient.*

La justesse de cette hypothèse est d'ailleurs appuyée par l'existence probable d'un lien entre certains facteurs de risque d'AVC et les caractéristiques des mouvements. Un tel lien fait l'objet d'une revue de la littérature présentée au Chapitre 1 de cette thèse.

Notons, d'autre part, que l'examen détaillé de la non-réfutabilité de ces deux hypothèses dépasse largement le cadre de ce projet doctoral. En effet, cette démonstration nécessiterait une étude prospective échelonnée sur plusieurs années et celle-ci exigerait les outils que ce doctorat vise précisément à développer. Ces hypothèses, ne pouvant donc pas être étudiées *a priori*, elles seront ici considérées comme des postulats.

Par ailleurs, bien qu'il soit possible d'observer des relations entre certains éléments de base des mouvements (temps de réaction, durée, secousse (« jerk »), etc.) et les principaux

facteurs de risque d'AVC, il est raisonnable de penser que l'utilisation d'une modélisation formelle permette la réalisation d'analyses plus discriminantes. À cette fin, les modèles lognormaux tirés de la Théorie Cinématique des Mouvements Humains Rapides (Plamondon, 1995a, 1995b, 1998; Plamondon, Feng, & Woch, 2003) ont été adoptés. Les critères menant au choix de ces modèles ainsi que la présentation détaillée de ceux-ci font l'objet du Chapitre 2.

En considérant l'ensemble des éléments mentionnés précédemment, le présent projet de recherche s'est donné comme objectif d'*analyser les relations existants entre divers facteurs de risque d'AVC et la distribution des paramètres lognormaux des mouvements humains dans le but de développer des outils servant à l'investigation des troubles neuromusculaires associés aux accidents vasculaires cérébraux*. Cet objectif général peut être décomposé en cinq objectifs spécifiques :

1. Contribuer à l'avancement des connaissances sur l'étude fondamentale du mouvement humain au moyen de la Théorie Cinématique et de ces modèles lognormaux.
2. Développer des extracteurs de paramètres lognormaux robustes.
3. Extraire les paramètres des mouvements d'une banque de données contenant les résultats expérimentaux de tests neuromusculaires réalisés par des sujets humains.
4. Réaliser des analyses statistiques permettant d'étudier les schémas de variation des paramètres lognormaux afin de caractériser les liens entre les principaux facteurs de risque d'AVC et la motricité.
5. Concevoir des outils peu coûteux pouvant servir à l'investigation de troubles neuromusculaires.

L'atteinte de ces objectifs nécessite, en plus des postulats déjà mentionnés, la formulation de trois hypothèses de recherche. Celles-ci formeront le cœur de cette thèse et seront étudiées plus en détail. La première est relative à la représentation des mouvements humains et peut s'énoncer ainsi :

*Il est possible de représenter automatiquement des mouvements simples ou complexes provenant de trois groupes de sujets (sains, à risque ou atteints d'AVC) à partir de la Théorie Cinématique des Mouvements Humains Rapides.<sup>2</sup>*

L'originalité de cette hypothèse tient en deux aspects. Tout d'abord, avant d'amorcer ces travaux, il n'existait aucun algorithme permettant d'extraire automatiquement les paramètres lognormaux d'une banque de données de mouvements complexes. Or, cette étape est essentielle à leur analyse dans le cadre de la Théorie Cinématique. En second lieu, l'extraction des paramètres lognormaux a été testée seulement sur des sujets apparemment sains. La convergence des composantes neuromusculaires vers une fonction lognormale n'ayant pas été vérifiée explicitement chez des sujets dont le contrôle moteur est compromis, l'efficacité de la Théorie Cinématique pour la représentation des mouvements de ces sujets n'est pas assurée.

Cette hypothèse sera réfutée si les mouvements, simples ou complexes, produits par les sujets de chacun de ces trois groupes ne peuvent pas être reconstruits avec un rapport signal sur bruit supérieur à 25 dB.

La seconde hypothèse concerne la caractérisation du système neuromoteur de sujets humains et se formule ainsi :

*Une modélisation lognormale de la cinématique des mouvements humains permet de caractériser le système neuromoteur d'un sujet et d'associer certaines de ses caractéristiques à son état de santé.*

Cette hypothèse innove à plusieurs égards. D'abord, une modélisation, même très précise, d'un mouvement n'implique pas nécessairement que cette représentation permette de distinguer des caractéristiques physiologiques pertinentes, ce qui est envisagé ici à partir de la modélisation lognormale. Ensuite, même si les paramètres sont jugés plausibles, il n'est pas certain que ceux-ci reflètent l'état de santé d'un individu. Or, l'hypothèse de caractérisation énonce que les paramètres lognormaux sont pertinents à la fois physiologiquement et médicalement.

---

<sup>2</sup> Par mouvement simple, on réfère à un geste de pointage démarrant d'une position de départ et dirigé vers une zone cible. L'effecteur terminal se rend d'un point à l'autre avec une trajectoire relativement droite et sans ralentissement perceptible. Un mouvement complexe, pour sa part, peut être analysé comme le résultat synergétique d'une série de mouvements simples. L'écriture en est un exemple.

Selon la Théorie Cinématique, les paramètres lognormaux ont une signification psychophysique. L'hypothèse de caractérisation sera donc rejetée si l'extraction des paramètres retourne des valeurs jugées physiquement irréalistes. Elle sera aussi rejetée si la modélisation ne permet pas d'observer des relations cohérentes avec les connaissances actuelles liant la cinématique des mouvements à la présence de facteurs de risque d'AVC.

Finalement, la troisième hypothèse concerne l'évaluation de tests neuromusculaires et s'énonce ainsi :

*Une modélisation lognormale permet de sélectionner les tests neuromusculaires qui permettront l'évaluation la plus précise de la susceptibilité d'un sujet à l'AVC.*

Cette approche est novatrice puisque la possibilité d'obtenir des renseignements pertinents à l'évaluation de tests neuromusculaires au moyen d'une analyse lognormale n'avait pas été démontrée antérieurement.

Cette hypothèse sera réfutée si une analyse lognormale des résultats de différents tests neuromusculaires ne permet pas 1) d'identifier leurs avantages et leurs inconvénients respectifs et 2) de les classer de façon statistiquement significative selon leur capacité à évaluer la susceptibilité d'un sujet à l'AVC.

Pour faciliter l'intégration des différents aspects de cette thèse, la suite de celle-ci a été structurée en trois parties. À cela s'ajoutent une conclusion et quatre annexes.

La première partie se compose de six chapitres couvrant les fondements théoriques à la base de nos travaux ainsi que les contributions apportées à l'étude lognormale des mouvements humains. Le Chapitre 1 présente une revue de la littérature portant sur les liens entre le contrôle moteur et l'AVC alors que le Chapitre 2 décrit en détail les modèles lognormaux utilisés pour l'analyse des mouvements. Le Chapitre 3, quant à lui, fait état d'un certain nombre de développements théoriques d'intérêt général associés à la modélisation lognormale. Par la suite, le Chapitre 4 apporte une confirmation expérimentale à un des aspects particuliers de la Théorie Cinématique, à savoir, l'existence d'une onde cérébrale dont l'apparition est associée à l'émission, au temps  $t_0$ , d'une commande motrice. On y montre qu'une telle onde peut bel et bien être observée et que son temps d'occurrence peut être prédit grâce à un ajustement de courbe

delta-lognormal. Puis, au Chapitre 5, on retrouve la première de deux parties portant sur l'analyse de mouvements impliquant un compromis vitesse-précision. Un certain nombre d'observations permettant de mettre en lumière des stratégies de contrôle associées à ce type de mouvements y sont exposées. Finalement, cette première partie se conclut, au Chapitre 6, par l'étude de la proportionnalité des processus générant le mouvement. Cette propriété est à la base de la Théorie Cinématique et elle s'inscrit dans un débat de longue date entre les tenants d'une modélisation modulaire sérielle et les partisans d'une représentation proportionnelle des effets. Un certain nombre d'outils méthodologiques sont donc développés et testés sur trois ensembles de données pour montrer que l'exécution des mouvements arbore toutes les caractéristiques d'un phénomène proportionnel.

La deuxième partie de ce document rapporte les principales contributions de cette thèse à l'épineux problème de l'analyse lognormale des mouvements humains. Dans l'étude du contrôle moteur, comme dans la majorité des domaines du génie, le problème inverse associé à l'extraction des paramètres d'un modèle non linéaire est généralement de nature très complexe. La modélisation lognormale ne fait pas exception. C'est pourquoi, pour l'accomplissement des objectifs précités, un effort important a dû être investi dans le développement d'algorithmes de régression. Ces derniers ont pour tâche d'extraire les paramètres lognormaux à partir de données de mouvements numérisés. Le Chapitre 7 se penche sur les contributions apportées relativement au modèle Sigma-Lognormal, un domaine peu exploré dans le cadre de recherches antérieures. Pour sa part, le Chapitre 8 présente un tout nouvel extracteur permettant d'obtenir la solution globalement optimale au problème de modélisation delta-lognormale.

À partir des acquis théoriques et technologiques développés aux chapitres précédents, la troisième partie développe des outils de prévention de l'AVC reposant sur l'analyse cinématique des mouvements. Pour ce faire, le Chapitre 9 présente d'abord le projet Sign@médic dont les données ont constitué la matière première de la majeure partie de nos investigations. Ensuite, le Chapitre 10 brosse un tableau des résultats de l'analyse des mouvements de temps de réaction simple et de choix. Puis, le Chapitre 11 complète l'analyse des compromis vitesse-précision – entamée au Chapitre 5 – en concentrant cette fois-ci son étude sur la prévention des AVC. Par la suite, le Chapitre 12 investigate le potentiel diagnostic de tracés triangulaires constitués d'une séquence de trois mouvements de pointage superposés dans le temps. Le Chapitre 13, pour sa



part, étudie des mouvements de nature oscillatoire. Enfin, le Chapitre 14 synthétise les connaissances acquises et formule des recommandations en vue de collectes de données futures<sup>3</sup>.

Une conclusion résume les principales contributions novatrices apportées par cette thèse et évalue l'atteinte des objectifs fixés ainsi que la validité des hypothèses de recherches initialement postulées.

Par ailleurs, quatre annexes complètent cet ouvrage. L'Annexe 1 décrit un certain nombre de techniques ou d'algorithmes utilisés pour le traitement de nos données. Ces méthodes y sont détaillées afin de permettre une meilleure reproductibilité des analyses présentées.

Puis, l'Annexe 2 regroupe différentes études ayant mené à des publications couvrant certains aspects théoriques ou pratiques jugés pertinents et en lien avec notre sujet. Ces articles sont résumés et les références pour avoir accès aux versions intégrales sont incluses.

L'Annexe 3, quant à elle, renvoie aux investigations rapportées aux chapitres 5 et 11. Il y est fait état de l'analyse qui a permis de choisir le modèle delta-lognormal le plus adéquat pour nos travaux. On y compare des représentations à sept, à six et à cinq paramètres. Les résultats détaillés ont été inclus en annexe pour d'autres investigateurs qui seraient intéressés par l'utilisation d'un modèle alternatif.

Finalement, dans le cadre de la conception de l'extracteur par séparation et évaluation (Chapitre 8), quatre bornes inférieures sur la valeur du bruit d'ajustement delta-lognormal ont été développées et comparées pour ne retenir que la borne la mieux adaptée à ce problème particulier. Le développement des trois autres bornes ainsi que l'étude comparative de leurs performances sont rapportés à l'Annexe 4.

---

<sup>3</sup> En effet, puisque ce projet est hautement novateur, il est attendu qu'un ensemble de problèmes méthodologiques puissent nuire à l'obtention de résultats univoques. Ainsi, on vise à identifier les lacunes de la collecte de données réalisée antérieurement afin d'améliorer celles futures et ainsi permettre l'obtention de conclusions plus précises et plus robustes.

## **PARTIE I      FONDEMENTS THÉORIQUES ET APPORTS À L'ÉTUDE FONDAMENTALE DU MOUVEMENT HUMAIN**

Cette première partie regroupe les chapitres 1 à 6 et porte sur les principaux aspects théoriques associés à cette thèse ainsi que sur les contributions apportées à l'étude fondamentale des mouvements humains.

Le Chapitre 1 synthétise d'abord la littérature relative aux liens existants entre les principaux facteurs de risque d'AVC et les caractéristiques de la cinématique des mouvements humains.

Puis, le Chapitre 2 décrit le paradigme général dans lequel se situe cette thèse, soit celui de l'étude des mouvements humains basée sur la Théorie Cinématique des Mouvements Humains Rapides et sur les modèles lognormaux qu'elle propose.

Par la suite, le Chapitre 3 regroupe un ensemble de développements théoriques reliés à l'étude lognormale des mouvements humains. La large portée des contributions qui y sont exposées a motivé le regroupement de ces derniers dans un chapitre distinct afin de les aborder dans un contexte général plutôt que dans le cadre précis de l'une ou l'autre des thématiques propres aux autres chapitres de cet ouvrage.

Le Chapitre 4 rapporte ensuite les détails d'une étude expérimentale visant à corroborer un aspect fondamental de la Théorie Cinématique, soit l'hypothèse de l'émission, au temps  $t_0$ , d'une commande neuronale générant les mouvements delta-lognormaux.

Pour sa part, le Chapitre 5 présente la première partie d'une analyse portant sur les mouvements impliquant un compromis entre la vitesse et la précision tels qu'étudiés par Fitts et Peterson (1964). On expose ici les principaux résultats concernant l'étude fondamentale du contrôle moteur impliqué dans ce type de tâches. Les analyses de ces données dans le cadre du développement d'outils de diagnostic et de prévention de l'AVC sont pour leur part reportées à la troisième partie de cette thèse (Chapitre 11).

Finalement, le Chapitre 6 conclut le volet fondamental de cette thèse par une investigation portant sur la proportionnalité dans le mouvement humain. On y réalise une étude statistique de trois expériences distinctes afin d'étayer solidement nos conclusions sur des observations

empiriques. On y constate que, durant sa phase d'exécution, le mouvement affiche un comportement de nature fortement proportionnelle.

## **CHAPITRE 1 LIENS ENTRE LES PRINCIPAUX FACTEURS DE RISQUE D'AVC ET LES FONCTIONS COGNITIVES ET MOTRICES**

Cette thèse s'inscrit dans un projet ambitieux et à long terme visant le développement d'outils de prévention de l'AVC reposant sur l'étude de la cinématique des mouvements humains. Bien qu'il puisse ne pas sembler évident au premier abord que le mouvement humain puisse fournir des informations pertinentes permettant la prévention des AVC, une étude de la littérature peut éclairer et motiver cette proposition. Plusieurs conditions physiologiques ou psychologiques ont été mises en lien avec les caractéristiques du mouvement. Par exemple, il a été montré que l'écriture manuscrite est un marqueur valide de la prise de médication antipsychotique (Caligiuri, Teulings, Dean, Niculescu, & Lohr, 2010), que le « jerk » du mouvement peut être utilisé pour diagnostiquer la présence du syndrome pyramidal (Cozens & Bhakta, 2003), qu'une réduction de la coordination de la motricité fine est associée à la maladie de Parkinson (Teulings, Contreras-Vidal, Stelmach, & Adler, 1997), etc. Dans cette veine, il semble pertinent de se demander si ce genre de lien peut être établi entre les mouvements et l'AVC.

La littérature scientifique ne traite pas explicitement de l'existence ou non d'une telle relation et, pour cette raison, à la connaissance de l'auteur, aucune publication ne synthétise l'état de l'art relatif à l'impact des facteurs de risque d'AVC sur le contrôle moteur. Cependant, on peut néanmoins trouver différents indices supportant la présence de relations entre les principaux facteurs de risque d'AVC et les caractéristiques du mouvement telles que le temps de réaction et la vitesse des mouvements. On peut aussi y répertorier certaines indications étayant l'existence d'une relation entre ces facteurs de risque et une multitude de déficiences cognitives pouvant être associées à la planification et à l'exécution de tâches motrices.

Le présent chapitre tente donc de regrouper l'ensemble de ces indices. Pour ce faire, l'influence de six facteurs de risque y est analysée. Ceux-ci sont: l'hypertension, l'hypercholestérolémie, la présence de diabète, l'obésité, la consommation excessive d'alcool et le tabagisme<sup>4</sup>. Bien qu'il soit difficile de prétendre à l'exhaustivité complète sur un sujet aussi

---

<sup>4</sup> La présence de maladies cardiovasculaires est un autre facteur de risque considéré dans cette thèse. Cependant, étant donné l'hétérogénéité de cette condition, celle-ci n'est pas incluse dans la présente étude.

large, cette revue de la littérature est néanmoins représentative de l'état de l'art sur cette question et rapporte l'ensemble des éléments d'intérêt relatifs à cette dissertation.

## **1.1 L'hypertension**

Pour mieux circonscrire la portée de l'étude portant sur les liens entre l'hypertension et les performances cognitives et motrices, celle-ci a été limitée à l'examen de l'effet de l'hypertension essentielle. L'effet de l'hypertension secondaire ainsi que l'impact de la médication traitant l'hypertension n'ont pas été spécifiquement inclus dans nos critères de recherche.

Bien que l'investigation portant sur la relation entre l'hypertension et la perte de facultés cognitives ait commencé dès les années 40, beaucoup d'encre coule encore à ce sujet. La controverse sur l'existence et les caractéristiques éventuelles d'un tel lien provient de la publication de nombreux résultats apparemment contradictoires. Cependant, notre synthèse semble supporter la présence d'un tel lien.

Tout d'abord, notons que deux revues de la littérature récentes (Birns & Kalra, 2009; Paglieri et al., 2008) indiquent qu'un nombre important d'études rapportent l'existence d'un lien entre la pression artérielle systolique ou diastolique et les facultés motrices et cognitives (M. F. Elias, Wolf, D'Agostino, Cobb, & White, 1993; Swan, Carmelli, & La Rue, 1996).

De plus, au moins trois raisons peuvent être avancées pour expliquer l'obtention des résultats négatifs rapportés. L'utilisation, dans certaines études, d'échantillons trop petits pour permettre l'atteinte d'une puissance statistique suffisante constitue une première cause potentielle.

Une seconde est relative à l'existence de difficultés méthodologiques inhérentes à l'analyse de cette relation. La quantité et de la complexité des effets confondants (variables démographiques, socioéconomiques, émotionnelles et médicales), l'hétérogénéité de la nature et de la sensibilité des tests neuropsychologiques utilisés et la multitude des mécanismes pouvant mener à l'hypertension (Waldstein, Manuck, Ryan, & Muldoon, 1991) en sont quelques exemples.

La variabilité des choix méthodologiques des auteurs constitue une troisième cause possible. On relève ici trois aspects pouvant avoir un impact significatif. Premièrement, certaines études analysent l'effet d'une hypertension légère ou d'une tension artérielle à la limite de

l'hypertension (Grossman & Zalewski, 1995; Perez-Stable, Coates, Halliday, Gardiner, & Hauck, 1992). Dans ces cas, il est probable qu'un effet réduit de l'hypertension exige une puissance statistique supérieure pour être détecté. Deuxièmement, l'observation d'une relation en « J » entre l'hypertension et les facultés cognitives (Birns & Kalra, 2009) pourrait être à l'origine de conclusions discordantes entre des études utilisant différents critères de regroupement des sujets ou divers modèles statistiques. Troisièmement, certaines recherches portent sur l'effet de l'hypertension chez des sujets relativement jeunes ou chez des patients ayant récemment été diagnostiqués comme hypertendus (L. Edwards, Ring, McIntyre, Carroll, & Martin, 2007; Grossman & Zalewski, 1995). Dans un pareil contexte, l'effet de l'hypertension est nouveau et ne peut donc pas être la cause de dommages cumulatifs tels que l'apparition récurrente de lésions cérébrales asymptomatiques. En fait, l'examen de la littérature incite à établir une distinction entre deux hypothèses : 1) l'hypertension artérielle a un effet cognitif immédiat et 2) l'hypertension artérielle chronique a un effet cumulatif sur les performances cognitives. Bien que la justesse de la première hypothèse reste à établir, l'accumulation d'indices soutenant la pertinence de la seconde est importante. Plusieurs études prospectives ont d'ailleurs montré l'impact négatif sur les facultés cognitives d'une hypertension maintenue pendant plusieurs années (M. F. Elias, et al., 1993; Swan, et al., 1996).

Malheureusement, malgré l'importance de la littérature étudiant les conséquences de l'hypertension sur la cognition, il est difficile d'identifier son effet sur chacune des différentes fonctions cognitives (mémoire, flexibilité cognitive, vitesse psychomotrice, attention, perception, etc.). Néanmoins et malgré qu'elle date, la revue de littérature de Waldstein et al. (1991) offre une analyse convaincante à ce titre. En considérant la puissance statistique et l'ampleur des effets relevés dans les principales études transversales alors disponibles, elle conclut que l'hypertension a un impact probable sur la mémoire, le raisonnement abstrait et l'attention; un effet possible sur la perception, les facultés cognitives de construction, la vitesse psychomotrice et la flexibilité mentale; probablement pas de conséquences notables sur l'intelligence en général et sur les habiletés linguistiques.

Notons finalement que plusieurs études publiées portent spécifiquement sur l'effet de l'hypertension sur les temps de réaction. Ces études tendent à indiquer, chez les personnes âgées, un ralentissement des temps de réaction (simple et de choix) lié à l'hypertension (Harrington, Saxby, McKeith, Wesnes, & Ford, 2000; Kalra, Jackson, & Swift, 1993; Palombo et al., 1997).

Cette relation semble cependant moins évidente chez des sujets plus jeunes (L. Edwards, et al., 2007; Pavlik, Hyman, & Doody, 2005; R. Schmidt et al., 1991). Divers effets d'interaction ont aussi été relevés dont une interaction avec l'obésité (Kim et al., 2008), avec de l'hyperinsulinémie (chez des sujets non diabétiques) (Kuusisto et al., 1993) et avec le diabète (Pavlik, et al., 2005). En résumé, il semble très raisonnable de supposer qu'une batterie de tests neuromusculaires puisse être sensible à l'effet de l'hypertension.

## **1.2 L'hypercholestérolémie**

Peu de littérature concerne l'impact de l'hypercholestérolémie sur les caractéristiques des mouvements. Plusieurs études tendent à associer les troubles du cholestérol à une diminution des facultés cognitives (Terre, 2009), mais aucune de celle-ci ne s'est particulièrement intéressée aux facultés psychomotrices.

D'autre part, certains travaux indiquent que l'hypercholestérolémie est associée à l'apparition de neuropathies périphériques, un trouble qui induit un ralentissement de la conduction des nerfs et une augmentation des temps de délai (Drory, Groozman, Rubinstein, & Korczyn, 1999; Kassem, Azar, Zantout, & Sawaya, 2005). L'existence de ce lien ne fait cependant pas l'unanimité (David, Mahdavi, Nance, & Khan, 1999). De plus, l'importance de l'impact sur le mouvement que peut avoir ce ralentissement de la transmission des commandes motrices n'est pas claire.

## **1.3 Le diabète**

Puisque la conséquence du diabète sur les facultés cognitives (particulièrement les facultés psychomotrices) peut difficilement être séparée du rôle joué par l'hyperglycémie (causée par le diabète) et par l'hypoglycémie (causée par le traitement insulinique du diabète), la littérature a été examinée pour les études portant sur l'un ou l'autre de ces trois thèmes. De plus, comme dans le cas de l'hypertension, l'impact momentané du diabète (ou de l'hypo/hyperglycémie) doit être distingué de son effet chronique.

Plusieurs revues de la littérature ont été publiées sur cette thématique (Frier, 2001; Kodl & Seaquist, 2008; Pasquier, Boulogne, Leys, & Fontaine, 2006; Selam, 1998; Warren & Frier, 2005). Ces synthèses révèlent l'existence fortement probable d'un lien entre diverses fonctions

cognitives et le diabète de type 1 et 2. L'effet momentané de l'hypoglycémie sur les capacités cognitives semble ne pas faire de doute. Cependant, l'impact de la récurrence de crises hypoglycémiques semble plus incertain, bien qu'il y ait des indications plus claires que celles-ci pourraient laisser des séquelles chez les patients ayant développé un diabète de type 1 en bas âge. La conséquence négative d'une hyperglycémie chronique ou d'une glycémie mal contrôlée semble probable, mais nécessitera néanmoins plus d'investigations.

Plus spécifiquement, par rapport aux domaines cognitifs pouvant affecter les mouvements analysés dans cette thèse, le diabète de type 1 est associé à un ralentissement de la vitesse de traitement de l'information, à une moins grande efficacité psychomotrice, à une baisse de l'attention, ainsi qu'à une diminution de la vitesse et de la force motrice. Le diabète de type 2 est pour sa part relié à un ralentissement de la vitesse psychomotrice et du traitement de l'information, à une réduction de l'attention et à baisse des capacités motrices complexes (Kodl & Seaquist, 2008).

## **1.4 L'obésité**

Plusieurs études ont été publiées sur l'impact négatif de l'obésité sur les fonctions cognitives (Dahl et al., 2010; Dore, Elias, Robbins, Budge, & Elias, 2008; M. F. Elias, Elias, Sullivan, Wolf, & D'Agostino, 2003). D'ailleurs, la littérature supporte assez clairement la thèse voulant que l'obésité accélère le vieillissement du cerveau et contribue au développement de démences (Bruce-Keller, Keller, & Morrison, 2009).

Certains travaux rapportent l'impact de l'obésité sur différents aspects de la locomotion, de la posture et de la motricité en général. Par exemple, la littérature suggère que l'obésité est associée, chez les adolescents prépubères, à une locomotion moins efficace (Hills & Parker, 1992), une asymétrie dans la démarche (Hills & Parker, 1991), une vitesse de marche préférée plus lente (Hills & Parker, 1991; McGraw, McClenaghan, Williams, Dickerson, & Ward, 2000), une plus grande instabilité lors des déplacements lents (Hills & Parker, 1991), une proportion de temps plus grande passée en double support lors de la marche et une stabilité reposant davantage sur la vision (McGraw, et al., 2000). Spyropoulos, Pisciotto, Pavlou, Cairns & Simon (1991) ont aussi observé une enjambée plus courte dans le plan sagittal et plus large dans le plan frontal ainsi qu'une vitesse de marche préférée plus lente chez un groupe d'hommes obèses comparativement



à un groupe de sujets ayant un poids normal. Dans une autre étude, en utilisant le test de « grooved pegboard » avec 90 sujets, Waldstein & Katzel (2006) ont noté une réduction de la vitesse motrice et la dextérité manuelle des sujets en lien avec l'obésité centrale (mesurée par la circonférence de la taille) et globale (évalué en utilisant l'indice de masse corporelle) ainsi qu'avec la pression artérielle systolique et diastolique. Ils ont aussi relevé un effet négatif de l'interaction entre l'hypertension et l'obésité sur les performances motrices. Un tel effet d'interaction a aussi été observé par Kim et al. (2008) en utilisant des tests de temps de réaction simple et de choix. Les détails méthodologiques de ces tests étant rapportés de façon très succincte, la correspondance avec nos propres tests de temps de réaction simple et de choix ne peut être que supposée.

Bien que les études précédemment citées soient indicatrices d'un impact de l'obésité sur les mouvements, il n'est pas clair que leurs données puissent, de façon fiable, être appliquées aux tests utilisés dans le cadre de cette thèse (temps de réaction simple et de choix, compromis vitesse-précision, mouvements oscillatoires, séquences de traits rapides). Les travaux de Berrigan, Simoneau, Tremblay, Hue, & Teasdale (2006) se rapprochent plus du type de test utilisé. Ceux-ci ont analysé l'effet de la variation de la taille d'une cible (compromis vitesse-précision) sur les temps de réaction simples associés à des mouvements rapides de la main. Ils ont observé que les personnes obèses, comparativement aux personnes ayant un poids normal, ralentissent davantage leurs mouvements suite à la réduction de la taille de la cible. Ils ont aussi tendance à déplacer l'ensemble du corps plutôt que d'utiliser préférentiellement un mouvement de l'épaule et du coude, comme le font les sujets ayant une masse corporelle plus faible. Cependant, pour évaluer l'impact de l'instabilité de la posture des personnes obèses sur les mouvements de leurs membres supérieurs, les auteurs de l'étude ont demandé à leurs sujets de réaliser ces tests en position debout. Ceci limite l'utilisation directe de leurs conclusions dans le cadre de l'analyse de nos données puisque les participants étaient en position assise lors de nos expérimentations.

## **1.5 La consommation excessive d'alcool**

Beaucoup de recherches ont été publiées concernant l'effet du taux d'alcool dans le sang sur les facultés motrices. Ces études ont peu d'intérêt dans le cadre de cette thèse puisque l'on présume que les sujets, au moment de l'expérimentation, ne sont pas sous l'effet de l'alcool. À l'opposé,

les études portant sur l'effet de la consommation chronique d'alcool sur les caractéristiques des mouvements sont beaucoup moins nombreuses, mais également d'un plus grand intérêt.

En général, ces études indiquent qu'il existerait une relation en forme de « J » inversé, avec une amélioration des fonctions cognitives pour les buveurs modérés par rapport aux abstinents (Bond, Burr, McCurry, Graves, & Larson, 2001; Bond et al., 2004; Dufouil, Ducimetiere, & Alperovitch, 1997; Kalmijn, van Boxtel, Verschuren, Jolles, & Launer, 2002) et aux grands buveurs (Glass et al., 2009; Kalmijn, et al., 2002). Le sexe des sujets semble aussi jouer un rôle important sur cette relation. Outre le fait qu'elles ont des habitudes de consommation généralement plus modérées, les femmes semblent sujettes à un effet bénéfique potentiellement plus marqué (Dufouil, et al., 1997; P. K. Elias, Elias, D'Agostino, Silbershatz, & Wolf, 1999; Kalmijn, et al., 2002) et valable pour un nombre inférieur de consommations (P. K. Elias, et al., 1999). Une relation analogue est aussi rapportée en ce qui concerne l'impact de l'alcool sur la probabilité d'être victime d'AVC (Goldstein et al., 2006).

En ce qui a trait aux conséquences de l'alcool sur les dimensions cognitives potentiellement impliquées dans les tests neuromusculaires considérés pour cette thèse, l'alcoolisme semble créer un ralentissement général des activités et affecter les capacités perceptivo-motrices ainsi que la vitesse de traitement de l'information (Parsons, 1998).

## **1.6 Le tabagisme**

Dans le cas du tabagisme, contrairement à celui de la consommation d'alcool, les conséquences chroniques et à court terme du tabagisme sont pertinentes. En effet, la résultante de ces deux modes d'action doit être considérée puisque la majorité des expérimentations (incluant celle dont cette thèse utilise les données) contrôlent la présence du tabagisme, mais non la durée entre la dernière cigarette fumée et le début de l'expérimentation.

Le principal agent psychoactif de la cigarette, la nicotine, a un effet à court terme positif sur la mémoire, l'apprentissage et la cognition. Des études indiquent qu'elle aurait même des effets thérapeutiques pour une variété de dysfonctions cognitives (maladie d'Alzheimer, schizophrénie, perte de mémoire associée au vieillissement, déficit d'attention lié à un trouble d'hyperactivité) (Levin, McClernon, & Rezvani, 2006). Cependant, le tabagisme chronique est aussi associé à un effet négatif sur la cognition (Glass, et al., 2009; Kalmijn, et al., 2002).

En ce qui concerne plus spécifiquement l'effet du tabagisme sur les mouvements, en général la littérature indique qu'il y aurait un effet cumulatif réduisant la vitesse psychomotrice (Hill, 1989; Kalmijn, et al., 2002) et la flexibilité cognitive (Kalmijn, et al., 2002). La nicotine, pour sa part, aurait un effet positif à court terme sur les temps de réaction (Davranche & Audiffren, 2002; Hahn et al., 2009) et sur la vigilance (Ernst, Heishman, Spurgeon, & London, 2001; Griesar, Zajdel, & Oken, 2002). Un effet de dosage de la nicotine sur le raccourcissement des temps de réaction est aussi probable (Davranche & Audiffren, 2002; Newhouse, Potter, Corwin, & Lenox, 1992).

## 1.7 Conclusion

Cette revue de la littérature permet de prendre mesure de la dimension multifactorielle d'une investigation portant sur les liens entre les facteurs de risque d'AVC et les facultés cognitives et motrices. En effet, d'un côté, ce que l'on peut désigner comme « facultés cognitives et motrices » est assez vaste et peut prendre plusieurs formes. Il existe donc une grande variété de tests permettant d'en évaluer certains aspects particuliers et l'intégration en un tout cohérent des informations provenant de l'ensemble de ces tests peut nécessiter un effort de synthèse substantiel.

D'autre part, on peut aussi constater qu'il ne suffit pas d'évaluer la présence ou non d'un facteur de risque. Sa pathogenèse ou son mode d'action sur l'état de santé, son intensité et sa présence momentanée ou historique sont autant d'éléments pouvant modifier les conclusions d'une étude visant à déterminer si un facteur de risque peut avoir un effet sur la motricité.

En résumé, on constate que beaucoup d'aspects méthodologiques doivent être pris en considération dans l'évaluation de l'existence d'un lien entre les facteurs de risque d'AVC et les caractéristiques des mouvements. La confiance que l'on peut avoir en l'existence de tels liens varie d'un facteur à l'autre. Néanmoins, la littérature supporte clairement l'idée qu'un test neuromusculaire basé sur l'analyse de la motricité fine puisse être sensible à la susceptibilité de développer un AVC.

## CHAPITRE 2 LES MODÈLES LOGNORMAUX ET L'ÉTUDE DU MOUVEMENT HUMAIN

Afin de disposer d'un cadre d'analyse pour le projet proposé dans cette thèse, il était souhaitable d'adopter un paradigme permettant de modéliser efficacement les mouvements humains. À ce jour, il n'existe pas dans la communauté scientifique, un commun accord autour d'un paradigme d'études particulier. Plusieurs ont été proposés au fil des ans (Bezine, Kefi, & Alimi, 2007; Bizzi, Hogan, Mussaivaldi, & Giszter, 1992; Edelman & Flash, 1987; Feldman & Latash, 2005; Flash & Hochner, 2005; Gangadhar, Joseph, & Chakravarthy, 2007; Grossberg & Bullock, 1998; Harris & Wolpert, 1998; Hogan, 1984; Neilson, 1993; Nelson, 1983; Plamondon, 1995a; Tanaka, Krakauer, & Qian, 2006; Uno, Kawato, & Suzuki, 1989). Ceux-ci sont généralement associés à un modèle particulier qui est souvent mieux adapté à certains domaines ou types d'étude.

Pour choisir un modèle adéquat, il faut donc établir les besoins de modélisation associés à l'analyse planifiée. Dans le cadre des investigations à réaliser, le modèle à adopter devait :

1. Être adapté à l'étude, chez l'humain, du *mouvement des membres supérieurs*. Les modèles spécialisés dans l'analyse de la posture, de la locomotion ou des mouvements de corps non humains seront donc, en général, peu utiles.
2. Permettre l'analyse de la *cinématique* des mouvements. Certains modèles reposent sur l'analyse des forces ou des signaux électromyographiques (Berardelli et al., 1996). Ceux-ci sont intéressants pour l'analyse du travail et de l'énergie associés aux mouvements et ils permettent plus aisément la détermination de l'ampleur des cocontractions musculaires. Cependant, ce type d'analyse n'étant pas l'objet de ce projet, ces modèles sont ici inadaptés.
3. Être centré sur l'analyse de la cinématique de l'*effecteur terminal* du mouvement, par exemple, la pointe d'un crayon lors de l'écriture. Ceci s'oppose à une modélisation multi-joint des mouvements telle que retrouvée par exemple dans (Gielen, 2009).
4. Être assez polyvalent pour accommoder des *mouvements complexes* tels ceux associés à l'écriture manuscrite tout en gardant une parcimonie et une qualité de représentation suffisante pour réaliser des analyses efficaces de *mouvements simples* provenant, par exemple, de tâches de pointage.

5. Permettre la *synthèse de mouvements artificiels* qui soient fidèles aux caractéristiques des mouvements humains.
6. Permettre la *représentation automatique* de mouvements humains réels. C'est donc dire que les paramètres nécessaires à la reproduction des mouvements provenant de participants répondant à des tests neuromoteurs doivent pouvoir être extraits de façon non interactive.
7. Être *compatible avec les phénomènes régulièrement observés par différentes équipes de recherche*. Par exemple, il doit être physiologiquement plausible, respecter les observations empiriques (p.ex. loi de Fitts (Fitts, 1954), loi de puissance (Gribble & Ostry, 1996)) et reposer sur des hypothèses raisonnables.

En regard de ces exigences, les modèles delta et sigma-lognormaux, tirés de la Théorie Cinématique des Mouvements Humains Rapides (Plamondon, 1995a, 1995b, 1998; Plamondon, et al., 2003), semblent les plus adéquats et sont donc utilisés. Ces modèles font grandement appel à la fonction de densité de probabilité de la loi lognormale. Ainsi, pour alléger le texte qui suit, nous commettrons l'abus de langage qui consiste à référer à cette fonction simplement comme étant la lognormale.

Dans ce qui suit, l'utilisation de la lognormale en tant que fonction élémentaire pour la description des mouvements humains est justifiée en utilisant une approche différente et complémentaire à celle précédemment utilisée par le professeur Plamondon. En effet, d'un côté, l'approche présentée entre autres dans (Plamondon, et al., 2003) repose principalement sur une analogie entre les propriétés du calcul des variables aléatoires et une modélisation déterministe de l'appareil neuromoteur sous la forme d'un système linéaire. De l'autre côté, l'approche proposée dans le présent document repose davantage sur l'idée d'une correspondance entre le système neuromusculaire et un système linéaire équivalent produisant une sortie normale. Cette explication alternative se veut un outil supplémentaire pour mieux comprendre l'apparition de la loi lognormale dans la modélisation du mouvement humain.

Pour simplifier nos explications, plusieurs définitions sont d'abord proposées à la section 2.1. Celles-ci sont essentielles pour lever, autant que faire se peut, toute ambiguïté possible dans les termes utilisés dans la réflexion menant à l'élaboration des modèles lognormaux. Par la suite, puisque l'utilisation de la loi lognormale pour l'étude du mouvement repose à la fois sur la

Théorie des Probabilités et sur celle des systèmes linéaires, des ponts sont jetés entre ces deux théories pour faciliter l'utilisation conjointe des résultats provenant de chacune d'elles. Pour ce faire, à la section 2.2, une notation est élaborée afin de permettre un transfert plus aisé des résultats obtenus dans un cadre probabiliste vers une application déterministe reposant sur une modélisation systémique linéaire. L'utilisation de cette notation est illustrée par la réécriture des théorèmes 2.8, 2.9 et 3.1 de Aitchison & Browns (1957) concernant la convergence lognormale sous une forme applicable à la Théorie des Systèmes Linéaires.

La notation développée est alors utilisée à la section 2.3 pour fournir une explication de la lognormalité des mouvements humains selon un point de vue alternatif à celui pris dans par Plamondon et al. (2003). Cette façon de représenter le système neuromusculaire (SNM) vise principalement à expliquer *comment* la structure de ce dernier implique que sa sortie soit lognormale.

Par la suite, une conjecture proposant que le système nerveux central (SNC) utilise une variable temporelle logarithmique est formulée à la section 2.4. Quelques arguments sont apportés pour appuyer cette idée. Principalement, une telle hypothèse implique que la forme lognormale des composantes élémentaires du mouvement permette au SNC de se représenter un SNM comme une chaîne de sous-systèmes indépendants et disposés en série, ce qui représente une simplification majeure pour le contrôle des mouvements. Cette vision alternative se veut complémentaire à l'explication précédente puisqu'elle permet de fournir des hypothèses expliquant *pourquoi* il est profitable, d'un point de vue fonctionnel, que le SNM ait une sortie lognormale et, donc, pourquoi ce système s'est développé ainsi au cours de l'évolution.

La lognormalité des composantes neuromusculaires ayant été expliquée, les modèles utilisés dans cette thèse sont ensuite présentés à la section 2.5. Ceux-ci sont principalement le modèle unidimensionnel Delta-Lognormal à sept paramètres et le modèle bidimensionnel Sigma-Lognormal comportant six paramètres par composantes neuromusculaires.

Pour pouvoir utiliser ces modèles, il est essentiel de résoudre le problème inverse permettant d'affecter des valeurs numériques aux paramètres de modélisation, et ce, de façon à obtenir une reproduction optimale des données empiriques. Or, on ne saurait évaluer la qualité de l'ajustement que fournit un modèle sans disposer d'une mesure de l'erreur de la régression ainsi réalisée. La section 2.6 porte donc sur la mesure d'erreur à utiliser dans le cadre de l'étude

du mouvement humain. La définition de celle-ci a une importance certaine puisqu'elle a un impact direct sur la valeur des paramètres lognormaux que produiront les algorithmes de régressions non linéaires impliqués dans le processus d'analyse lognormale.

Finalement, ce chapitre se conclut à la section 2.7 par un résumé des principaux éléments présentés.

## 2.1 Définitions de concepts utiles à l'explication de l'émergence de la lognormale dans l'étude du mouvement humain

Dans ce chapitre, la notation  $g(t)$  est utilisée pour représenter une fonction en général, alors que  $h(t)$  et  $f(t)$  sont respectivement réservés pour les réponses impulsionnelles (RI) et les fonctions de densité de probabilité (FDP). Les fonctions  $h(t)$  et  $f(t)$  sont donc soumises à des contraintes supplémentaires par rapport à  $g(t)$ . Ainsi,  $h(t)$  est causale, ce qui implique  $h(t) = 0$  pour  $t < 0$  alors que  $f(t)$  est non négative et d'aire unitaire.

**Définition n° 1.** Pour une fonction  $h(t)$  représentant la RI d'un système, on définit la *réponse impulsionnelle exponentielle* (RIE) de ce même système comme étant  $\tilde{h}(t) \equiv h(e^t)e^t$ .

**Exemple.** Si la RI d'un système a une forme lognormale<sup>5</sup>, la RIE de ce système a une forme normale. En effet, la définition  $\tilde{h}(t) \equiv h(e^t)e^t$  implique  $h(t) = \frac{\tilde{h}(\ln(t))}{t}$ . On a

$$\tilde{h}(t) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.1)$$

et donc

---

<sup>5</sup> Dans ce document, nous entendons par l'expression « avoir une forme lognormale (normale) » que la réponse impulsionnelle peut s'exprimer par l'équation de la fonction de densité de probabilités lognormale (normale) avec, optionnellement, une mise à l'échelle et/ou un décalage temporel.

$$\begin{aligned}
h(t) &= \frac{\tilde{h}(\ln(t))}{t} \\
&= \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma t}} e^{\frac{-(\ln(t)-\mu)^2}{2\sigma^2}}
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Si les fonctions  $h(t)$  et  $\tilde{h}(t)$  sont considérées comme les FDP associées aux distributions  $X$  et  $\tilde{X}$ , et que  $Y$  suit une distribution  $\tilde{X}$  (que nous noterons  $Y \sim \tilde{X}$ ), on a alors la relation  $e^Y \sim X$ . D'autre part, on peut ainsi comprendre le lien entre  $h(t)$  et  $\tilde{h}(t)$ : l'intégrale indéfinie de  $h(t)$  est égale à l'intégrale indéfinie de  $\tilde{h}(l)$  après le changement de variable  $l = \ln(t)$ , c'est-à-dire  $\int \tilde{h}(l) dl = \int \frac{\tilde{h}(\ln(t))}{t} dt = \int h(t) dt$ .

**Définition n° 2.** On définit le *logtemps de délai*, noté  $\tilde{\mu}$ , d'un système comme étant le temps de délai de sa RIE. En utilisant le changement de variable  $l = \ln(t)$ , on obtient

$$\begin{aligned}
\tilde{\mu} &= \int_{-\infty}^{\infty} l \tilde{h}(l) dl \\
&= \int_0^{\infty} \ln(t) \frac{\tilde{h}(\ln(t))}{t} dt \\
&= \int_0^{\infty} \ln(t) h(t) dt
\end{aligned} \tag{2.3}$$

**Exemple.** Si un système a une réponse impulsionnelle suivant une équation lognormale, on a

$$\begin{aligned}
\tilde{\mu} &= \int_0^{+\infty} \ln(t) h(t) dt \\
&= \int_0^{+\infty} \ln(t) \frac{1}{\sqrt{2\pi s t}} e^{\frac{-(\ln(t)-m)^2}{2s^2}} dt \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} l \frac{1}{\sqrt{2\pi s} e^l} e^{\frac{-(l-m)^2}{2s^2}} e^l dl \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} l \frac{1}{\sqrt{2\pi s}} e^{\frac{-(l-m)^2}{2s^2}} dl \\
&= m
\end{aligned} \tag{2.4}$$

**Définition n° 3.** On définit le *logtemps de réponse*, noté  $\tilde{\sigma}$ , d'un système comme étant le temps de réponse de sa RIE. En utilisant le changement de variable  $l = \ln(t)$ , on obtient



$$\begin{aligned}
\tilde{\sigma}^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} (l - \tilde{\mu})^2 \tilde{h}(l) dl \\
&= \int_0^{\infty} (\ln(t) - \tilde{\mu})^2 \frac{\tilde{h}(\ln(t))}{t} dt \\
&= \int_0^{\infty} (\ln(t) - \tilde{\mu})^2 h(t) dt
\end{aligned} \tag{2.5}$$

**Exemple.** Si un système a une RI suivant une équation lognormale, on a

$$\begin{aligned}
\tilde{\sigma}^2 &= \int_0^{\infty} (\ln(t) - \tilde{\mu})^2 h(t) dt \\
&= \int_0^{\infty} (\ln(t) - \tilde{\mu})^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}st} e^{-\frac{(\ln(t)-m)^2}{2s^2}} dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} (l - \tilde{\mu})^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}se^l} e^{-\frac{(l-m)^2}{2s^2}} e^l dl \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} (l - \tilde{\mu})^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} e^{-\frac{(l-m)^2}{2s^2}} dl \\
&= \frac{1}{s^2}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

**Définition n° 4.** Si l'on considère une RIE  $\tilde{h}(l)$  qui serait le résultat d'une convolution de deux RIE  $\tilde{h}_1(l)$  et  $\tilde{h}_2(l)$ , on peut développer l'expression de  $\tilde{h}(l)$  ainsi<sup>6</sup> :

$$\begin{aligned}
\tilde{h}(l) &= \tilde{h}_1(l) \oplus \tilde{h}_2(l) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}_1(l-x) \tilde{h}_2(x) dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} h_1(e^{l-x}) h_2(e^x) e^x e^{l-x} dx \\
&= e^l \int_{-\infty}^{\infty} h_1(e^{l-x}) h_2(e^x) dx
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Si l'on veut maintenant connaître l'expression de la RI  $h(t)$ , on a

---

<sup>6</sup> Dans ce document, l'opérateur  $\oplus$  est utilisé pour représenter la convolution, normalement symbolisée par l'opérateur « \* ». Le choix de l'opérateur  $\oplus$  deviendra plus clair à la section 2.2 de ce document. Nous pouvons cependant dire dès maintenant que ce choix permet de mieux contraster la nature additive du système exponentiel équivalent (voir la définition n° 5) par rapport à la nature multiplicative du système de base. Cette notation aide à faire ressortir ce lien de ces deux systèmes, lorsque ceux-ci sont étudiés dans une perspective probabiliste.

$$\begin{aligned}
h(t) &= \frac{\tilde{h}(\ln(t))}{t} \\
&= \frac{e^{\ln(t)}}{t} \int_{-\infty}^{\infty} h_1(e^{\ln(t)-x}) h_2(e^x) dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} h_1(te^{-x}) h_2(e^x) dx \\
&= \int_0^{\infty} \frac{h_1\left(\frac{t}{x}\right)}{x} h_2(x) dx \\
&= h_1(t) \otimes h_2(t)
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Dans les faits, si l'on consulte la littérature, on constate que cette expression existe déjà. Il s'agit de la *convolution de Mellin* (Springer, 1979, p. 91), qui pourrait tout aussi bien s'appeler une *log-convolution*. On définira donc, aux fins de notation, le symbole  $\otimes$  comme un opérateur de convolution de Mellin ou de log-convolution. On dira aussi que  $h_1(t)$  et  $h_2(t)$  sont log-convoluées entre-elles ou bien qu'elles sont convoluées entre-elles au sens de Mellin.

**Définition n° 5.** Le système  $\tilde{S}$  sera considéré comme étant le *système exponentiel équivalent* au système  $S$  si la RI des deux systèmes est respectivement  $\tilde{h}(t)$  et  $h(t)$  (c.-à-d. que  $\tilde{h}(t)$  est la RIE correspondant à la RI  $h(t)$  selon la relation  $\tilde{h}(t) = h(e^t)e^t$ ).

## 2.2 Notation facilitant le passage de la Théorie des Probabilités à la Théorie des Systèmes Linéaires

Bien qu'en théorie, la convolution permette le passage direct du domaine des probabilités au domaine des systèmes linéaires (Papoulis, 1962), ce passage peut parfois être ardu et sembler nébuleux. Pourtant, en développant une notation permettant un meilleur transfert des connaissances entre ces deux domaines, ceux-ci pourraient avoir une synergie plus fructueuse. Dans cette optique, prenons les variables  $X_1$ ,  $X_2$  et  $Y$  ainsi que leurs FDP  $f_{X_1}$ ,  $f_{X_2}$  et  $f_Y$  et définissons les opérateurs suivants :

$$\oplus: \{Y = X_1 + X_2 \Leftrightarrow f_Y = f_{X_1} \oplus f_{X_2}\} \tag{2.9}$$

$$\ominus: \{Y = X_1 - X_2 \Leftrightarrow f_Y = f_{X_1} \ominus f_{X_2}\} \tag{2.10}$$

$$\otimes: \{Y = X_1 X_2 \Leftrightarrow f_Y = f_{X_1} \otimes f_{X_2}\} \quad (2.11)$$

$$\odot: \left\{Y = \frac{X_1}{X_2} \Leftrightarrow f_Y = f_{X_1} \odot f_{X_2}\right\} \quad (2.12)$$

L'expression algébrique de ces opérateurs découle de notions disponibles dans la littérature (Springer, 1979). On a :

$$f_{X_1}(t) \oplus f_{X_2}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X_1}(t-x) f_{X_2}(x) dx \quad (2.13)$$

$$f_{X_1}(t) \ominus f_{X_2}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X_1}(t+x) f_{X_2}(x) dx \quad (2.14)$$

$$f_{X_1}(t) \otimes f_{X_2}(t) = \int_0^{\infty} \frac{f_{X_1}\left(\frac{t}{x}\right)}{x} f_{X_2}(x) dx \quad (2.15)$$

$$f_{X_1}(t) \odot f_{X_2}(t) = \int_0^{\infty} x f_{X_1}(tx) f_{X_2}(x) dx \quad (2.16)$$

Puisque les  $f_{X_i}$  sont des FDP, on ne peut pas appliquer ces relations pour l'utilisation de scalaires. Il faut donc, pour cela, redéfinir le comportement des opérateurs lorsqu'ils sont utilisés avec des scalaires. Ceci peut être fait en se représentant un scalaire  $a$  quelconque comme une distribution. Celle-ci doit avoir une FDP qui soit nulle pour toutes valeurs différentes de  $a$ , avoir une amplitude non nulle pour la valeur  $a$  et être normalisée (c.-à-d. avoir une aire unitaire). Cette définition correspond au delta de Dirac. Les opérateurs définis précédemment seront donc fonctionnels si l'on remplace le scalaire  $a$  par  $\delta(t-a) = \delta_a(t)$ . On aura alors

$$\begin{aligned} a \oplus f_{X_2}(t) &= \delta_a(t) \oplus f_{X_2}(t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta((t-a)-x) f_{X_2}(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-(t-a)) f_{X_2}(x) dx \\ &= f_{X_2}(t-a) \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned}
a \ominus f_{X_2}(t) &= \delta_a(t) \ominus f_{X_2}(t) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - (a - t)) f_{X_2}(x) dx \\
&= f_{X_2}(a - t)
\end{aligned} \tag{2.18}$$

$$\begin{aligned}
f_{X_1}(t) \ominus a &= f_{X_1}(t) \ominus \delta_a(t) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} f_{X_1}(t + x) \delta_a(x) dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} f_{X_1}(X) \delta_a(X - t) dX \\
&= f_{X_1}(a + t)
\end{aligned} \tag{2.19}$$

$$\begin{aligned}
a \otimes f_{X_2}(t) &= f_{X_2}(t) \otimes a \\
&= f_{X_2}(t) \otimes \delta_a(t) \\
&= \int_0^{\infty} \frac{f_{X_2}\left(\frac{t}{x}\right)}{x} \delta_a(x) dx \\
&= \frac{1}{a} f_{X_2}\left(\frac{t}{a}\right)
\end{aligned} \tag{2.20}$$

$$\begin{aligned}
f_{X_1}(t) \oslash a &= \int_0^{\infty} x f_{X_1}(tx) \delta_a(x) dx \\
&= a f_{X_1}(ta)
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Pour  $a \oslash f_{X_2}(t)$ , on a:

$$\begin{aligned}
a \oslash f_{X_2}(t) &= \int_0^{\infty} x \delta((t - a)x) f_{X_2}(x) dx \\
&= \int_0^{\infty} \frac{x \delta(x)}{|t - a|} f_{X_2}(x) dx && (t - a \neq 0) \\
&= \int_0^{\infty} \frac{0}{|t - a|} f_{X_2}(x) dx \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.22}$$

et

$$\begin{aligned}
a \oslash f_{X_2}(t) &= \int_0^{\infty} x \delta((t-a)x) f_{X_2}(x) dx \\
&= \int_0^{\infty} x f_{X_2}(x) dx \quad (t-a=0)
\end{aligned} \tag{2.23}$$

On a donc

$$a \oslash f_{X_2}(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t-a \neq 0 \\ \int_0^{\infty} x f_{X_2}(x) dx & \text{pour } t-a = 0 \end{cases} \tag{2.24}$$

Notons qu'il est important de garder à l'esprit que pour transférer des résultats provenant de la Théorie des Probabilités vers la Théorie des Systèmes Linéaires, il faut que les RI  $h(t)$  respectent les conditions s'appliquant aux FDP. Il faut donc que ces fonctions soient positives et d'aire unitaire. Un résultat obtenu dans le domaine des probabilités peut donc être transféré au domaine des systèmes linéaires sous ces conditions. Un travail supplémentaire doit être fait pour relâcher les contraintes associées à la relation entre RI et FDP.

Cette notation permet un passage plus aisé des résultats provenant des probabilités vers le domaine des systèmes linéaires. À titre d'exemple, dans les paragraphes qui suivent, on reformule les théorèmes 2.8, 2.9 et 3.1 de Aitchison & Browns (1957) pour une application déterministe. Pour le théorème 2.8, on a cependant besoin de quelques définitions supplémentaires. Dans le cadre des systèmes linéaires, on notera donc :

$$E\{f(t)\} \equiv \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t f(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt} \tag{2.25}$$

$$V\{f(t)\} \equiv \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (t - E\{f(t)\})^2 f(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt} \tag{2.26}$$

$$LN\{f(t)\} \equiv f(e^t) e^t \tag{2.27}$$

Avec ces définitions supplémentaires, on peut transférer le Théorème 2.8. Aux fins de comparaison, la version s'appliquant à la Théorie des Probabilités et celle s'appliquant à la Théorie des Systèmes Linéaires sont mises côte à côte.

### Théorie des Probabilités

**Théorème 2.8 :** Si  $\{X_j\}$  est une séquence de variables positives ayant la même fonction de densité de probabilité et telle que

$$E\{\ln(X_i)\} = \mu$$

$$V\{\ln(X_i)\} = \sigma^2$$

existent tous deux, alors le produit  $\prod_{i=1}^n X_i$  tend asymptotiquement vers  $\Lambda(n\mu, n\sigma^2)$ .

### Théorie des Systèmes Linéaires

**Théorème 2.8 :** Si  $\{h_j\}$  est une séquence de réponses impulsionnelles positives, identiques (c.-à-d.  $h_i = h_j$ ), ayant une aire unitaire, provenant de systèmes linéaires indépendants et telle que

$$E\{LN\{f_i(t)\}\} = \mu$$

$$V\{LN\{f_i(t)\}\} = \sigma^2$$

existent tous deux, alors le produit  $h_1 \otimes h_2 \otimes \dots \otimes h_n$  tend asymptotiquement vers  $\Lambda(n\mu, n\sigma^2)$ .

Comme mentionné précédemment, le lien entre les FDP et les RI nous force à restreindre celles-ci à une aire unitaire. Cependant, il peut être relativement simple de généraliser les théorèmes ainsi dérivés. Par exemple, dans le cas du Théorème 2.8., on peut aisément obtenir un corollaire relâchant la contrainte d'aire unitaire. Pour ce faire, il faut considérer le fait que l'aire de la convolution est égale à la multiplication de l'aire des deux termes convolués et que la valeur des opérateurs  $E\{f(t)\}$  et  $V\{f(t)\}$  est indépendante de l'aire de  $f(t)$ . On peut alors obtenir le corollaire suivant :

*Corollaire.* On peut remplacer la contrainte d'aire unitaire pour les  $h_j$  par une aire  $A_j \in \mathbb{R}^+$ , dans quel cas le produit  $h_1 \otimes h_2 \otimes \dots \otimes h_n$  tend asymptotiquement vers  $[\prod_j A_j] \Lambda(n\mu, n\sigma^2)$ .

Pour dériver le théorème 2.9 de (Aitchison & Browns, 1957), on a besoin des opérateurs additionnels suivants:

$$ABS\{f(t)\} \equiv f(-|t|) + f(|t|) \quad (2.28)$$

$$f(t)^{\wedge N} = \underbrace{f(t) \otimes f(t) \otimes \dots \otimes f(t)}_{N \text{ fois}} \quad (N \text{ étant un entier positif}) \quad (2.29)$$

On peut alors transcrire le théorème 2.9 tel qu'illustré ci-dessous.

### Théorie des Probabilités

**Théorème 2.9 :** Si  $\{X_j\}$  est une séquence de variables positives et indépendantes telles que

$$E\{\ln(X_i)\} = \mu_i,$$

$$V\{\ln(X_i)\} = \sigma_i^2$$

et  $E\{|\ln(X_i) - \mu_i|^3\} = \omega_i^3$

existent pour tous les  $i$ . Et si

$$\mu_{(n)} = \sum_{i=1}^n \mu_i,$$

$$\sigma_{(n)}^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2$$

et  $\omega_{(n)}^3 = \sum_{i=1}^n \omega_i^3,$

alors le produit  $\prod_{i=1}^n X_i$  tend asymptotiquement vers  $\Lambda(\mu_{(n)}, \sigma_{(n)}^2)$ , pourvu que  $\omega_{(n)}/\sigma_{(n)} \rightarrow 0$  quand  $n \rightarrow \infty$ .

### Théorie des Systèmes Linéaires

**Théorème 2.9 :** Si  $\{h_j\}$  est une séquence de RI positives, ayant une aire unitaire, provenant de systèmes linéaires indépendants et tels que

$$E\{LN\{f_i\}\} = \mu_i,$$

$$V\{LN\{f_i\}\} = \sigma_i^2$$

et  $E\{ABS\{-\mu_i \oplus LN\{f_i\}\}^3\} = \omega_i^3$

existent pour tous les  $i$ . Et si

$$\mu_{(n)} = \sum_{i=1}^n \mu_i,$$

$$\sigma_{(n)}^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2$$

et  $\omega_{(n)}^3 = \sum_{i=1}^n \omega_i^3,$

alors le produit  $h_1 \otimes h_2 \otimes \dots \otimes h_n$  tend asymptotiquement vers  $\Lambda(\mu_{(n)}, \sigma_{(n)}^2)$ , pourvu que  $\omega_{(n)}/\sigma_{(n)} \rightarrow 0$  quand  $n \rightarrow \infty$ .

Tous les éléments nécessaires sont maintenant disponibles pour le dernier exemple d'application qui consiste en le transfert du théorème 3.1 au domaine déterministe, tel qu'illustré ci-dessous.

### Théorie des Probabilités

**Théorème 3.1 :** Une variable aléatoire sujette à l'effet d'une loi de proportionnalité tend, pour  $n$  grand, à être distribuée selon une variable lognormale à deux paramètres, pourvue que la séquence  $X_0, 1 + E_1, 1 + E_2, \dots$  satisfasse aux conditions des théorèmes 2.8 ou 2.9.

### Théorie des Systèmes Linéaires

**Théorème 3.1 :** Une réponse impulsionnelle sujette à l'effet d'une loi de proportionnalité tend, pour  $n$  grand, à être distribuée selon une variable lognormale à deux paramètres, pourvue que la séquence  $h_0, 1 \oplus h_{E_1}, 1 \oplus h_{E_2}, \dots$  satisfasse aux conditions des théorèmes 2.8 ou 2.9.

*Preuve* : Puisque

$$X_j - X_{j-1} = E_j X_{j-1}$$

on a

$$X_j = (1 + E_j) X_{j-1}$$

et donc

$$X_n = X_0(1 + E_1) \dots (1 + E_n)$$

et le résultat découle alors du Théorème 2.8 ou 2.9. ■

*Preuve* : Puisque

$$h_j \ominus h_{j-1} = h_{E_j} \otimes h_{j-1}$$

on a

$$h_j = (1 \oplus h_{E_j}) \otimes h_{j-1}$$

et donc

$$h_n = h_0 \otimes (1 \oplus h_{E_1}) \otimes \dots \otimes (1 \oplus h_{E_n})$$

et le résultat découle alors du Théorème 2.8 ou 2.9. ■

## 2.3 Explication de la lognormalité des mouvements humains

Il est possible d'expliquer la lognormalité des composantes élémentaires du mouvement humain en représentant la structure de tout système neuromusculaire (SNM) comme ayant un système exponentiel équivalent sériel dont les sous-systèmes respectent les conditions de Papoulis (1962, p. 227)<sup>7</sup>. Le SNM peut alors être schématisé par le système couplé de la Figure 2.1.

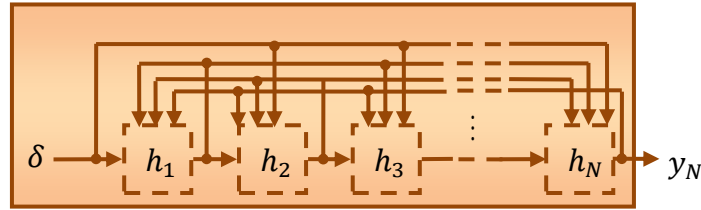


Figure 2.1 : Représentation couplée du système neuromusculaire.

Celui-ci permet la rétroaction, le parallélisme et le sérialisme. Notons aussi que les sous-systèmes sont délimités par des boîtes pointillées pour indiquer que ceux-ci ne sont pas

<sup>7</sup> Ces conditions sont les suivantes :

- 1) Les fonctions de transfert des  $N$  sous-systèmes ont un troisième moment qui est fini et est plus petit qu'une constante arbitraire  $C$ .
- 2) La somme de la dispersion des fonctions de transfert des  $N$  sous-systèmes tend vers l'infini avec  $N$ .



nécessairement indépendants. Par analogie à l'électronique, on pourrait dire que leurs impédances d'entrée et de sortie ne sont pas adaptées.

On peut établir le système exponentiel équivalent à celui précédent en découplant les modules et en remplaçant les RI par leurs RIE équivalentes. Le système de la Figure 2.1 peut donc être associé à son système exponentiel équivalent illustré à la Figure 2.2 où l'expression des RIE équivalentes découle de l'application de la définition n° 1 (c.-à-d.  $\tilde{h}_{\varepsilon_i^*}(t) \equiv h_i(e^t)e^t$ ).

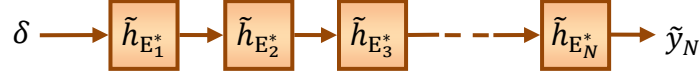


Figure 2.2 : Représentation schématique du système neuromusculaire exponentiel équivalent.

On peut alors représenter les RI du système de base et de son équivalence exponentielle comme suit :

$$y_N = \delta \otimes h_{E_1}^* \otimes h_{E_2}^* \otimes h_{E_3}^* \otimes \dots \otimes h_{E_N}^* \quad (2.30)$$

$$\tilde{y}_N = \tilde{h}_{E_1}^* \oplus \tilde{h}_{E_2}^* \oplus \tilde{h}_{E_3}^* \oplus \dots \oplus \tilde{h}_{E_N}^* \quad (2.31)$$

Il est instructif de contraster cette formulation avec ce que l'on peut conclure de l'application de l'effet de proportionnalité, tel que défini dans le domaine des probabilités, à un système linéaire déterministe. Comme il est exposé par Aitchison & Browns (1957, p. 22), la distribution de  $X_N$  pour  $N$  grand sera lognormale si les  $X_i$  sont reliés entre eux de telle sorte que  $X_i - X_{i-1} = E_i X_{i-1}$  avec les  $E_i$  étant des variables aléatoires mutuellement indépendantes et indépendantes des variables aléatoires  $X_i$ . En se servant de la notation préalablement établie, on peut réécrire cet effet de proportionnalité dans le cadre des systèmes linéaires. On aura alors  $h_N$  pour  $N$  grand qui sera lognormal si les  $h_i$  sont reliés entre eux de telle sorte que  $h_i \ominus h_{i-1} = h_{E_i} \otimes h_{i-1}$  avec les  $h_{E_i}$  étant des réponses impulsionnelles de systèmes indépendants entre eux et indépendants des systèmes ayant les réponses impulsionnelles d'aire unitaire  $h_i$ . Dans ce cas, le parallèle entre le domaine des probabilités et les systèmes linéaires permet d'établir la relation suivante :

$$\begin{aligned} X_N &= X_0(1 + E_1) \dots (1 + E_N) = X_0 E_1^* \dots E_N^* \\ &\Leftrightarrow \\ h_{X_N} &= h_{X_0} \otimes h_{E_1}^* \otimes \dots \otimes h_{E_N}^* \end{aligned} \quad (2.32)$$

Ce résultat est, sans surprise, une formulation équivalente à ce qui a été précédemment obtenu en (2.31). On peut alors se représenter le SNM non pas comme une série de boîtes mises les unes à la suite des autres, mais plutôt comme un ensemble de boîtes s'englobant les unes les autres telles des poupées russes. En effet, on a

$$h_{X_N} = \underbrace{h_{X_0} \otimes h_{E_1^*}}_{h_{X_1}=h_1} \otimes \underbrace{h_{E_2^*}}_{h_{X_2}=h_2} \otimes \dots \otimes h_{E_N^*} \quad (2.33)$$

$\underbrace{\dots}_{h_N=y_n}$

ce qui peut être schématisé comme ceci :

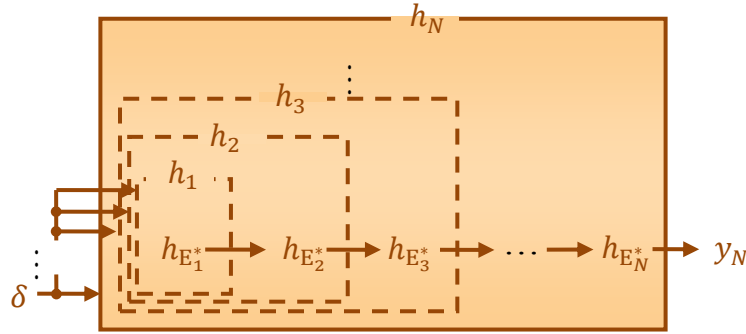


Figure 2.3 : Représentation schématique en pelure d'oignon du système neuromusculaire.

Il faut voir ce modèle un peu comme un oignon où  $h_i$  représente ce qui reste de l'oignon à éplucher lorsque l'on en a enlevé les  $N - i$  premières couches, alors que les  $h_{E_i^*}$  représentent les couches comme telles. L'analogie s'arrête cependant là puisque les  $h_{E_i^*}$  peuvent être interreliés et interdépendants de façon complexe, contrairement aux pelures de l'oignon.

Donc, dans ce modèle,  $h_i$  n'est pas une RI qui agit sur une entrée ayant été transformée par les  $i - 1$  sous-systèmes lui précédant, mais plutôt la RI du système composé des  $i$  premiers sous-systèmes enveloppés les uns dans les autres à la manière d'un oignon. Ainsi, l'entrée de  $h_i$  est l'impulsion  $\delta$ , peu importe la valeur de  $i$ . Alternativement, si l'on prend les  $h_{E_i^*}$ , on peut aussi considérer l'impulsion comme entrant dans le système  $h_{E_1^*}$  et étant transformée à chaque étape jusqu'à la dernière transformation par  $h_{E_N^*}$ . Cette transformation est alors décrite par la log-convolution. Le désavantage de cette façon de voir le système est cependant que l'opération de

log-convolution n'est pas évidente à conceptualiser physiquement, si on la compare à la convolution. En effet, la convolution a un sens physique très clair et bien connu. On obtient, comme résultat de la convolution, la sortie du deuxième sous-système si le premier reçoit une impulsion et que ces deux sous-systèmes sont indépendants et reliés en série. Dans le cas de la log-convolution, les choses sont plus complexes. On obtient, comme résultat de la log-convolution, la sortie du deuxième sous-système si le premier reçoit une impulsion et que ces deux sous-systèmes sont interreliés et interdépendants de telle sorte que l'on peut appliquer une loi de proportionnalité (au sens qu'elle s'applique aux systèmes linéaires, tel que précédemment discuté) reliant ces deux sous-systèmes.

En conclusion, on peut représenter un SNM de trois façons équivalentes, soit la version couplée de la Figure 2.1, soit la version en oignon de la Figure 2.3, soit la version exponentielle équivalente. Cette dernière version peut être représentée suivant la notation utilisée dans le schéma de la version couplée (Figure 2.1). Dans ce cas, on obtient alors la Figure 2.2. Alternativement, si l'on veut utiliser une notation conséquente avec la représentation en oignon, on peut représenter le système exponentiel équivalent par la Figure 2.4 avec  $y_N(t) = \frac{\tilde{y}_N(\ln(t))}{t}$  et  $\tilde{h}_{E_i^*}(t) = h_{E_i^*}(e^t)e^t = (h_i(e^t) \ominus h_{i-1}(e^t)) \oslash (h_{i-1}(e^t)e^t)$  puisque  $E_i = \frac{X_i - X_{i-1}}{X_{i-1}}$ . Évidemment, toutes ces représentations sont mathématiquement équivalentes.

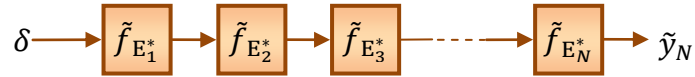


Figure 2.4 Représentation schématique du système neuromusculaire exponentiel équivalent avec la notation dérivée de la représentation en oignon.

## 2.4 Conjecture sur l'avantage de la lognormale pour le SNC

L'utilisation de la lognormale pour représenter les composantes neuromusculaires du mouvement repose en premier lieu sur l'observation que cette équation est la mieux adaptée à ce problème parmi une grande variété de courbes évaluées (Alimi & Plamondon, 1994, 1996; Plamondon, Alimi, Yergeau, & Leclerc, 1993). D'autre part, la modélisation du SNM a montré qu'une telle RI était naturelle pour la modélisation de ce système. Dans une perspective évolutionniste, on

peut alors se demander quel est l'avantage associé à une telle configuration des SNM. Dans les paragraphes qui suivent, une conjecture est proposée relativement à ce sujet.

Il semble naturel, de prime abord, de considérer les grandeurs physiques telles que le temps et les dimensions géométriques comme étant les variables avec lesquelles doit composer le SNC. Par extension, que ce soit pour la modélisation des processus du SNC ou des SNM, le temps ( $t$ ) est souvent une variable indépendante importante. Cependant, de façon alternative, on peut proposer que l'utilisation d'une variable temporelle logarithmique ( $\ln(t)$ ) puisse être plus adéquate pour simplifier la représentation des processus du SNC et, pour les mêmes raisons, de ceux des SNM. En effet, l'utilisation d'une telle transformée au moment de l'encodage des stimuli externes est justifiée par l'importance du logarithme dans le traitement cérébral. Cela se reflète par exemple par l'application courante de loi de Weber-Fechner (Cosma & Popescu, 2010; Portugal & Svaite, 2011; Shen & Jung, 2006) pour la modélisation de la perception de l'amplitude des stimuli ainsi que par l'application de différents autres modèles logarithmiques comme l'échelle de Mel (Stevens, Je, & Newman, 1937). Dans le domaine moteur, des relations logarithmiques interviennent aussi dans la majorité des modèles tentant de décrire la variation de la durée des mouvements soumis à un compromis entre la vitesse et la précision (Plamondon & Alimi, 1997)<sup>8</sup>. On verra de plus, à la section 6.1.4, qu'une panoplie processus cognitifs semble reposer sur une échelle logarithmique.

L'utilisation de ces relations logarithmiques pourrait être utile à l'organisme du point de vue de son adaptation à son environnement. En effet, celle-ci permettrait à l'organisme d'être efficace sur une plus grande plage de variabilité de la grandeur évaluée. Ceci s'explique bien à l'aide d'un exemple. Considérons l'être humain lorsque celui-ci traite l'information sensorielle lui parvenant de ses sens. L'analyse sera réalisée dans le cadre de la Théorie de l'Information. Pour simplifier l'exposé, supposons qu'il possède  $N$  bits pour se représenter l'information relative à la longueur d'un objet. Dans un premier cas de figure, il peut évaluer cette grandeur sur une échelle linéaire. Il pourra alors encoder, par exemple, des grandeurs de  $1, 2, \dots, 2^N$  cm comme ayant des valeurs étant respectivement  $1, 2, \dots, 2^N$ . Dans le cas d'une longueur supérieure à  $2^N$  cm, la dimension de l'objet ne pourra pas être estimée et sera considérée simplement comme plus grande que  $2^N$  cm.

---

<sup>8</sup> Voir aussi le Chapitre 5 pour une discussion plus élaborée des compromis vitesse-précision.

Deux problèmes surviennent avec cette appréciation linéaire des grandeurs. Premièrement, l'erreur maximale d'approximation d'une dimension géométrique sera toujours de 0.5 cm, peu importe que l'on soit face à un objet de 1 mm ou de 1 km (pourvu que 1 km soit plus petit que  $2^N$  cm). Deuxièmement, on atteindra vite un seuil au-delà duquel on ne pourra plus approximer les grandeurs. Par contre, si l'on utilise un encodage logarithmique des grandeurs, on pourra évaluer des distances sur un intervalle de variation beaucoup plus grand tout en gardant une erreur d'approximation proportionnelle à la longueur évaluée, ce qui est évidemment une caractéristique généralement désirée.

Ce raisonnement se transfère bien sûr à un large spectre de modalités (auditif, olfactif, tactile, etc.). Par exemple, il s'applique aussi à l'évaluation des durées (c.-à-d. que notre erreur d'approximation d'une durée est proportionnelle à sa longueur) et pour la production des mouvements telle que décrite par les différents modèles étudiant les compromis vitesse-précision. D'autre part, l'on peut montrer que les caractéristiques temporelles des mouvements sont intrinsèquement proportionnelles entre elles (voir Chapitre 6), ce qui tend aussi à indiquer un processus de nature logarithmique.

Il semble donc raisonnable de postuler que la variable temporelle utilisée pour la génération du mouvement soit logarithmique puisque cela permet d'obtenir une erreur qui soit proportionnelle à la durée du mouvement. Si l'on considère que la variable temporelle du SNC est  $\ln(t)$ , on peut approximer le système neuromusculaire comme étant une suite sérielle de sous-systèmes ayant une sortie de forme lognormale par rapport à  $t$  (normale par rapport à  $\ln(t)$ ). D'autre part, de telles relations logarithmiques sont implantables physiquement simplement par un couplage des temps de délai cumulatif comme mentionné précédemment et comme discuté plus en détail dans l'approche adoptée par le professeur Plamondon (1995a).

Dans ce cadre, le temps, pour le SNC, n'a d'existence que sous forme de durées, où formulé autrement, il n'existe que relativement à un événement ou à une référence quelconque. En effet, peu importe l'évaluation temporelle du SNC, il fait celle-ci par rapport à une référence et de telle façon que l'erreur d'évaluation soit proportionnelle à la durée depuis l'instant de référence, et non de façon relative à une référence absolue. Si tel n'était pas le cas, l'erreur d'estimation sur une durée fixe s'accroîtrait constamment avec le temps. Par exemple, l'erreur

d'approximation d'une durée d'une minute aujourd'hui serait moindre que celle de l'estimation de la même durée dans un an.

Bien que ces considérations soient d'ordre philosophique, pour le SNC, le fait d'envisager la variable temporelle de façon logarithmique pour la planification et l'exécution des commandes motrices aurait un impact pratique important. En effet, cela lui faciliterait grandement la gestion de ses SNM. Malgré que ceux-ci soient conçus d'une multitude de sous-systèmes interreliés et interdépendants de façon complexe, l'encodage logarithmique d'une variable temporelle lui permettrait de se représenter ceux-ci comme étant des systèmes linéaires sériels, simplifiant grandement la planification des mouvements en fonction de l'état variable des SNM. Il va sans dire que la possibilité de représenter l'ensemble de ses SNM sous la forme de systèmes linéaires est un avantage majeur que ce soit pour la planification de mouvements complexes, pour l'imagerie motrice (Lebon, Rouffet, Guillot, & Collet, 2008) ou pour la consolidation des apprentissages au repos (Frank & Benington, 2006). Dans ce contexte, l'homoncule moteur situé dans le cortex du SNC pourrait donc, entre autres, encoder sous formes neuronales une représentation linéaire simplificatrice de la complexité apparente de l'ensemble du système neuromusculaire du corps humain.

## 2.5 Les modèles lognormaux

Une famille complète de modèles lognormaux a été proposée par Plamondon & Djioa (2006) pour la représentation d'un trait de crayon. De cette famille, seulement le modèle unidimensionnel Delta-Lognormal à sept paramètres et le modèle bidimensionnel Sigma-Lognormal à six paramètres par composante neuromusculaire ont été utilisés pour notre étude. À l'intérieur de ce document, on réfère, sans risque de confusion, à ces deux modèles seulement par l'appellation Delta-Lognormal ( $\Delta\Lambda$ ) et Sigma-Lognormal ( $\Sigma\Lambda$ ). Nos travaux étudient donc des mouvements simples (pointage rapide) ou complexes (p. ex. les signatures manuscrites) au moyen, respectivement, des modèles  $\Delta\Lambda$  et  $\Sigma\Lambda$ .<sup>9</sup>

---

<sup>9</sup> Notons cependant qu'un modèle différent, empruntant des caractéristiques de la  $\Delta\Lambda$  et de la  $\Sigma\Lambda$ , est proposé au Chapitre 13 pour l'étude des mouvements oscillatoires.

Pour l'analyse de mouvements de pointage rapide, on considère l'interaction synergétique de deux groupes neuromusculaires. Le premier propulse l'effecteur terminal vers la cible et génère donc une action agoniste au mouvement. La contribution du second est approximée comme étant diamétralement opposée à celle du premier, de telle sorte qu'elle permet de freiner le mouvement afin d'éviter le dépassement de la cible visée. On qualifie donc ce second groupe neuromusculaire d'antagoniste puisque son action s'oppose à la projection de l'effecteur terminal dans la direction principale du mouvement. La figure ci-dessous illustre ce propos.

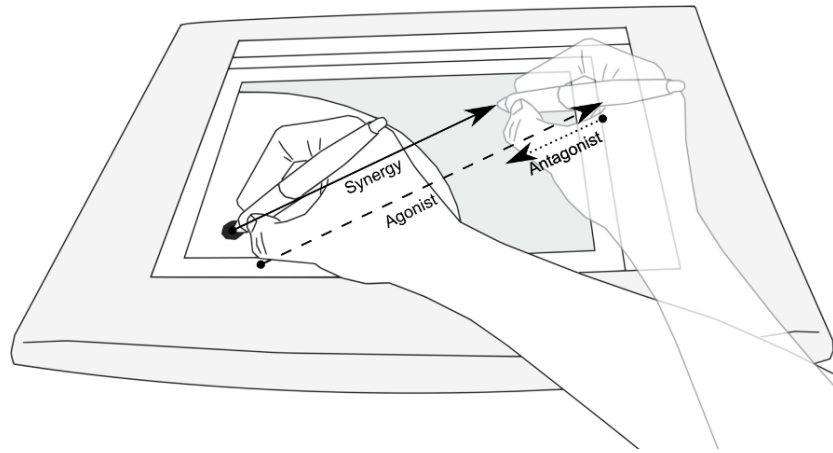


Figure 2.5 : Illustration de la génération d'un mouvement comme étant le résultat synergétique d'une contribution agoniste et antagoniste. Repris de (O'Reilly & Plamondon, 2010b).

Ayant précédemment justifié la forme lognormale du profil de vitesse des composantes neuromusculaires, on peut modéliser le mouvement de pointage comme résultant de la soustraction de deux composantes lognormales dont l'amplitude est pondérée respectivement par les facteurs  $D_1$  (agoniste) et  $D_2$  (antagoniste). Si l'on ajoute l'hypothèse de parcimonie qui stipule qu'une seule commande devrait être nécessaire au niveau sur SNC pour activer les deux groupes neuromusculaires et que celle-ci est émise à un temps  $t_0$ , on obtient alors le modèle Delta-Lognormal tel que proposé dans (Plamondon, 1995a, 1995b, 1998; Plamondon, et al., 2003).

La figure 2.6 (page suivante) illustre la courbe lognormale ainsi que ces deux composantes, agoniste et antagoniste. L'équation Delta-Lognormale ( $\Delta\Lambda$ ) se formule ainsi :

$$\Delta\Lambda(t) = D_1\Lambda_1(t) - D_2\Lambda_2(t) \quad (2.34)$$

où les lambdas ( $\Lambda$ ) représentent la FDP de la lognormale dont l'équation est la suivante :

$$\Lambda_i(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i(t-t_0)} \exp\left(\frac{(\ln(t-t_0) - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (2.35)$$

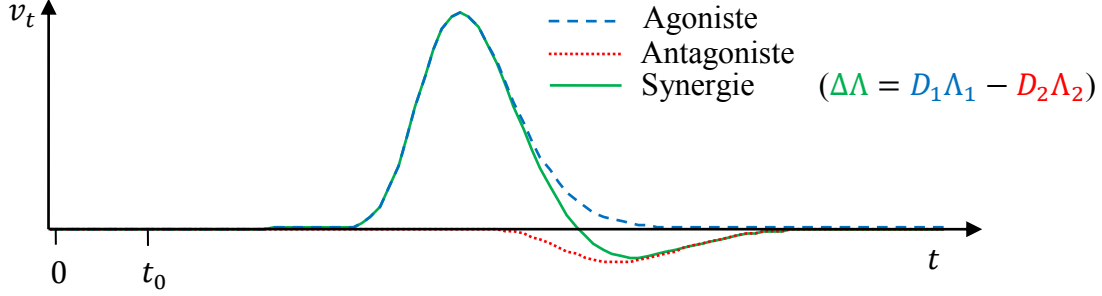


Figure 2.6 : Illustration de la courbe lognormale ainsi que des deux termes, agoniste et antagoniste.

Lorsque les mouvements deviennent plus complexes et font intervenir une séquence de commandes produisant chacune une composante neuromusculaire (lognormale), les notions d'agonisme et d'antagonisme ne font plus de sens. Le modèle Delta-Lognormal unidimensionnel devient alors inadéquat puisqu'il ne permet pas de prendre en compte la direction changeante du mouvement. Pour pallier à cette limitation on peut avoir recours à une modélisation sigma-lognormale. Dans le cadre de ce modèle, une séquence de commandes d'amplitude  $D_i$  sont émises aux temps  $t_{0i}$ , chacune d'entre elles servant à innover un groupe neuromusculaire particulier caractérisé par une RI lognormale ayant des paramètres  $\mu_i$  et  $\sigma_i$ .

Afin de reproduire des mouvements en deux dimensions, il faut de plus disposer de paramètres donnant la direction du mouvement. Pour le modèle adopté, on suppose que chaque composante neuromusculaire agit autour d'un point pivot. Ce dernier peut être réel, comme dans le cas d'un mouvement de l'avant-bras où le coude serait fixe et ferait office de pivot. Généralement, cependant, il s'agit d'un point virtuel. De l'hypothèse de l'existence d'un point pivot, il résulte que la trajectoire de chaque composante neuromusculaire décrit un arc de cercle dont les angles de départ et de fin sont respectivement  $\theta_{di}$  et  $\theta_{fi}$ . La figure 2.7 illustre le concept de pivot virtuel ainsi que la définition géométrique des angles de départ et de fin du mouvement.



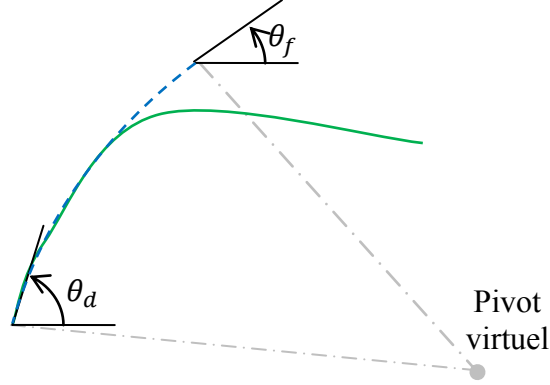


Figure 2.7 : Illustration du point pivot virtuel et des angles de départ et de fin d'une composante neuromusculaire.

La vitesse tangentielle d'une composante du mouvement peut donc se décrire comme suit :

$$v_{ti}(t) = \frac{D_i}{\sigma_i(t - t_{0i})\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{[\ln(t - t_{0i}) - \mu_i]^2}{-2\sigma_i^2}\right) \quad (2.36)$$

alors que sa direction en fonction du temps est décrite par :

$$\begin{aligned} \phi_i(t) &= \theta_{di} + \frac{(\theta_{fi} - \theta_{di})}{D_i} \int_0^t v_{ti}(\tau; t_{0i}, \mu_i, \sigma_i) d\tau \\ &= \theta_{di} + \frac{(\theta_{fi} - \theta_{di})}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\mu_i - \ln(t - t_{0i})}{\sqrt{2}\sigma_i}\right) \end{aligned} \quad (2.37)$$

où  $\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt$  est la fonction d'erreur complémentaire. L'ensemble de ces composantes interagit de façon synergétique à travers la somme vectorielle

$$\overrightarrow{v}(t) = \sum_{i=1}^N v_{ti}(t) \begin{bmatrix} \cos(\phi_i(t)) \\ \sin(\phi_i(t)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

de manière à générer le mouvement complexe désiré.

Un certain nombre de concepts supplémentaires sont associés au modèle Sigma-Lognormal. Par exemple, la figure 2.8 montre ce qui est appelé le *plan d'action* d'un mouvement. Ce dernier est obtenu en concaténant bout à bout les trajectoires des composantes

neuromusculaires, ordonnancées par ordre croissant des  $t_0$ <sup>10</sup>. À la fin de la trajectoire de chaque composante, on retrouve une *cible virtuelle*. Cette cible est le point où s'arrêterait le mouvement si la composante associée à celle-ci terminait le mouvement. Le plan d'action décrit donc la trajectoire virtuelle qui serait obtenue s'il n'existait aucune superposition temporelle entre les composantes neuromusculaires. Cependant, la synergie de ces dernières produit plutôt le mouvement observé (trajectoire réelle). La figure 2.9 illustre le profil de vitesse ainsi que la variation de l'angle de la trajectoire pour le mouvement dont le tracé est illustré à la Figure 2.8.

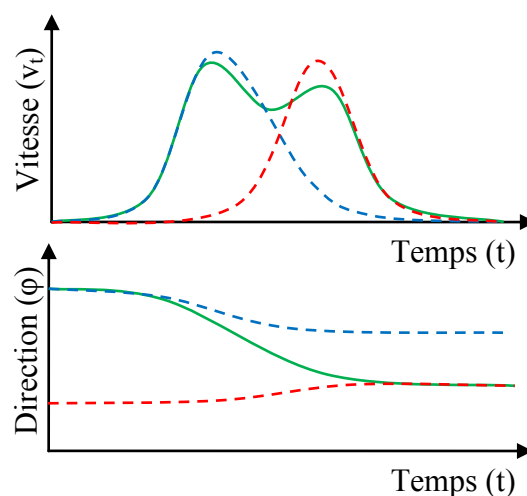
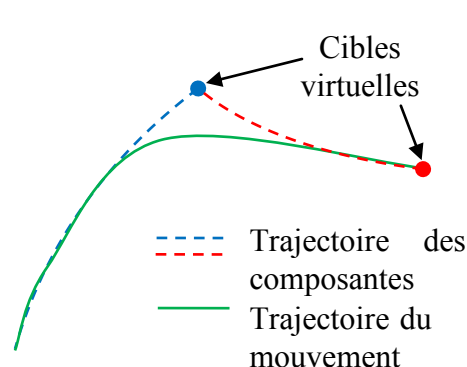


Figure 2.8 : Décomposition du tracé d'un mouvement en un *plan d'action* composé des trajectoires virtuelles des composantes neuromusculaires et des cibles virtuelles.

Figure 2.9 : Vitesse (en haut) et direction (en bas) du mouvement en fonction du temps. En pointillé, on peut voir la contribution des composantes neuromusculaires du mouvement alors que le trait plein représente le mouvement pouvant être observé.

Les modèles Delta et Sigma-Lognormal ont en commun d'être le résultat de l'interaction synergétique de composantes lognormales pondérées et décalées temporellement. La figure 2.10 illustre l'impact des paramètres  $t_0$ ,  $D$ ,  $\mu$  et  $\sigma$  sur la courbe lognormale.

<sup>10</sup> Notons qu'en pratique, il y a une certaine forme d'indéterminisme lors de la reconstruction des plans d'action puisqu'il est difficile d'obtenir l'ordonnancement véritable des  $t_0$  à cause du bruit et de la complexité du problème d'extraction des paramètres sigma-lognormaux.

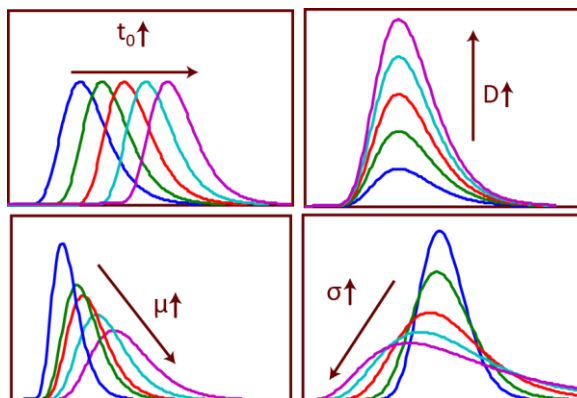


Figure 2.10 : Effet des paramètres sur la courbe lognormale.

Les paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  sont associés à la réponse impulsionnelle des groupes neuromusculaires. Il est donc raisonnable de penser qu'ils sont reliés aux caractéristiques intrinsèques de ceux-ci. Dans la Théorie Cinématique, ces paramètres sont respectivement le temps de délai et le temps de réponse de la réponse impulsionnelle, sur une échelle logarithmique. Ceci contraste avec le paramètre  $D$  qui est associé à la commande. Le paramètre  $t_0$ , pour sa part, a une double nature. Dans une tâche de temps de réaction, il s'agit du temps minimum que le sujet nécessite avant de pouvoir émettre la commande motrice suite à l'émission du stimulus. À ce titre, il a une valeur émergente qui caractérise la rapidité de différents éléments du système cognitif. Cependant, dans un mouvement complexe, les  $t_0$  deviennent des paramètres servant à coordonner, à synchroniser ou à enchaîner des sous-mouvements puisqu'ils décrivent alors le moment exact où une commande doit être émise pour obtenir la trajectoire désirée. Cette valeur n'est donc plus, dans ce second cas, un temps de latence associé à une limitation du système, mais une valeur imposée cognitivement dans la planification du mouvement.

## 2.6 L'évaluation de la qualité de l'ajustement de courbe

Pour pouvoir utiliser les modèles lognormaux dans le cadre de l'analyse des mouvements humains, il est nécessaire de pouvoir obtenir les paramètres maximisant l'ajustement de courbe entre le mouvement enregistré et le mouvement reconstruit par le modèle. Formulé autrement, on doit disposer d'un algorithme de régression delta/sigma-lognormale. Cependant, avant de pouvoir se pencher sur ce problème, encore faut-il définir clairement ce qui est entendu par la maximisation de l'ajustement de courbe. En effet, ce concept est naturellement équivoque tant et aussi longtemps qu'une mesure permettant d'associer une valeur numérique à la qualité d'un

ajustement de courbe n'est pas définie. L'élaboration d'une telle définition constitue l'objet de cette section.

Pour définir cette mesure, la première question qu'il faut se demander porte sur la grandeur physique par rapport à laquelle le bruit d'ajustement doit être évalué. Les choix les plus naturels sont sans aucun doute la position et ses dérivés (c.-à-d. la vitesse, l'accélération, la secousse (« jerk »), etc.). Cependant, puisque la dérivation est une opération qui amplifie généralement le bruit haute fréquence et que les modèles lognormaux modélisent les mouvements principalement au niveau de leur vitesse et de leur position, l'utilisation des dérivées d'ordre second ou supérieur ne semble pas être avantageuse.

L'optimisation d'un ajustement de courbe au niveau de la position ou de la vitesse ont tous deux un avantage et un inconvénient majeurs. L'optimisation en position est intéressante en cela qu'elle permet de retrouver des mouvements dont la trajectoire reconstruite « colle » à celle réellement parcourue. À l'opposé, dans le cas de l'optimisation en vitesse, si la trajectoire reconstruite modélise mal une portion du mouvement original, il peut arriver qu'un décalage apparaisse entre les deux trajectoires et que celui-ci affecte toute la partie du mouvement suivant la section problématique. Par analogie au domaine du contrôle, on pourrait dire que l'optimisation en position est analogue à un contrôleur proportionnel-intégral-dérivé : l'apparition momentanée d'une source de bruit produit une erreur qui sera seulement transitoire. Pour sa part, l'ajustement en vitesse est davantage comme un contrôleur proportionnel-dérivé : un mauvais ajustement local produit une erreur en régime permanent.

Ironiquement, ce désavantage de l'optimisation en vitesse est aussi son avantage principal. Dans le cas de l'optimisation en position, une erreur locale sera compensée en aval dans le signal, de façon à annuler le décalage. Cette compensation a pour effet d'altérer la valeur des paramètres du modèle non seulement à l'endroit où le décalage s'est produit, mais aussi partout où la cinématique du mouvement reconstruit a été déformée pour compenser ce décalage. L'importance de cette remarque est directement reliée au fait que les modèles lognormaux sont élaborés pour modéliser la vitesse du mouvement et non sa position. Évidemment, il faut garder cet état de fait en tête lorsque l'on observe les trajectoires reconstruites pour des mouvements complexes puisqu'un décalage en position donne souvent l'impression d'un mauvais ajustement. Pourtant, dans les faits, l'ajustement en vitesse peut être excellent et le décalage en position être

dû seulement à une erreur localisée et n'ayant aucun impact sur la validité des paramètres utilisés pour la reconstruction du reste du signal.

La deuxième question que l'on doit se poser relativement au choix d'un critère d'évaluation de la qualité de reconstruction de courbes concerne la définition du bruit d'ajustement. Si l'on prend le cas delta-lognormal et que l'on représente par  $v_t(t)$  la vitesse tangentielle (c.-à-d. le module de la vélocité) et par  $v_{t\Delta}(t)$  le profil de vitesse modélisé en utilisant le modèle Delta-Lognormal, au moins deux mesures d'erreur doivent être considérées. Celles-ci sont l'erreur absolue (EA), définie par  $\int |v_t(t) - v_{t\Delta}(t)| dt$ , et l'erreur quadratique (EQ), définie par  $\int (v_t(t) - v_{t\Delta}(t))^2 dt$ .

Des tests préliminaires ont montré que l'EA donne parfois des résultats qualitativement décevants puisque cette mesure permet localement de grands écarts dans l'ajustement. Notons qu'il ne s'agit pas ici du même type d'erreur que celui discuté dans le choix de la vitesse par rapport à la position. Ce dernier cas référerait davantage à l'erreur généralement produite par l'omission d'une lognormale dans l'ajustement sigma-lognormal. Ici, il est question d'un bruit local situé sur de plus petits intervalles de temps, par exemple ayant la durée des modes secondaires ou tertiaires de la Delta-Lognormal. Bien que l'on veuille éviter qu'une lognormale non modélisée soit compensée lors de l'optimisation par les lognormales voisines, on veut que les composantes agonistes et antagonistes de la delta-lognormale soient ajustées de façon à bien modéliser les modes secondaires et tertiaires de cette équation. Il s'agit donc ici de trouver le bon compromis entre la distribution et la localisation de l'erreur de modélisation. Ce problème a été approché au moyen de la technique de l'essai-erreur gouvernée par des heuristiques et soutenue par une procédure de test rigoureuse. Les paragraphes qui suivent décrivent les rationnels considérés dans le choix de la mesure retenue mais, au final, ce sont les résultats en test qui ont été décisifs.

Les grands écarts locaux permis dans l'ajustement de courbe basé sur l'EA produisent des solutions qui sont globalement optimales au sens de l'EA mais qui ne semblent pas qualitativement être les meilleures solutions. À ce titre, l'EQ semble beaucoup plus adéquate. La Figure 2.11 illustre pourquoi, en général, la minimisation de l'EQ donne des résultats qualitativement supérieurs à ceux obtenus avec la minimisation de l'EA.

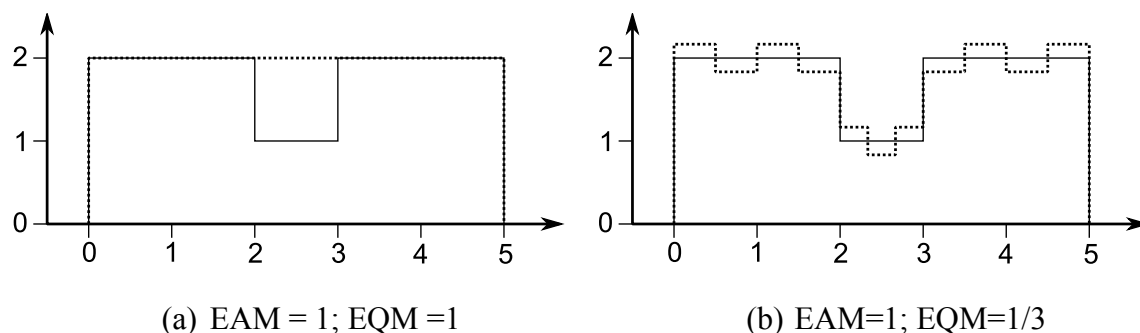


Figure 2.11 : Illustration des différences entre l'EA et l'EQ. Le trait plein représente un signal à reproduire alors que le trait pointillé représente la courbe d'ajustement.

Dans le cas illustré, le signal à reproduire est une onde carrée comportant une rainure. La courbe d'ajustement devrait reproduire les caractéristiques de ce signal aussi fidèlement que possible. Dans cette figure, l'EA est la même sur (a) et (b) alors que l'EQ est trois fois plus grande sur (a) que sur (b). Ainsi, l'utilisation de l'EA comme critère de décision pour choisir un ajustement entre (a) et (b) place ces deux ajustements sur un pied d'égalité alors que l'ajustement (a) ne prend aucunement compte d'une caractéristique locale importante du signal. L'utilisation de l'EQ comme critère de choix résultera en l'adoption de l'ajustement (b). Bien que dans celui-ci, un bruit réparti sur l'ensemble du signal soit permis, l'ajustement ne manque pas prendre en compte la rainure centrale.

En bref, l'EQ favorise un écart d'ajustement également distribué sur l'ensemble du profil de vitesse alors que l'EA permet aussi bien un écart distribué uniformément qu'un écart important localisé dans de petites sections du signal. Si l'on applique ces observations à la modélisation delta-lognormale, on en conclut que l'optimisation utilisant l'EA peut complètement négliger les pics secondaires et tertiaires d'un mouvement delta-lognormal au profit d'un ajustement optimal du pic primaire. Or, la forme des pics secondaires et tertiaires a une grande influence sur la valeur des paramètres extraits. L'utilisation d'un bruit reposant sur l'EQ est donc ici définitivement souhaitable.

Notons cependant qu'il est généralement préférable d'inclure l'EQ comme étant la composante bruit d'un rapport signal sur bruit (RSB) de façon à ce que l'erreur de modélisation soit mise à l'échelle relativement à l'énergie du signal étudié. On peut alors comparer la qualité des ajustements de courbe entre des mouvements d'amplitude (et donc d'énergie) différente. Une

transformation logarithmique du RSB peut de plus faciliter la comparaison de mesures variant sur plusieurs ordres de grandeur. On définira donc ce ratio comme suit :

$$RSB = 10 \log \left( \frac{S}{B} \right) \quad (2.39)$$

Que l'on soit dans le cas delta ou sigma-lognormal, la définition du signal  $S$  est équivalente, soit :

$$S = \int v_t^2 dt = \int (v_x^2 + v_y^2) dt \quad (2.40)$$

Pour le cas delta-lognormal, le bruit  $B$  est défini comme suit :

$$B_\Delta = \int (v_t - v_{t\Delta})^2 dt \quad (2.41)$$

alors que dans le cas sigma-lognormal, on préfère la définition suivante :

$$B_\Sigma = \int (v_x - v_{x\Sigma})^2 + (v_y - v_{y\Sigma})^2 dt \quad (2.42)$$

puisque celle-ci prend en compte l'aspect bidimensionnel du mouvement. Dans cette équation, les termes  $v_{x\Sigma}$  et  $v_{y\Sigma}$  sont les vitesses cartésiennes reconstruites avec le modèle Sigma-Lognormal.

Notons, pour conclure, qu'en vertu de l'inégalité triangulaire, le bruit obtenu avec  $B_\Sigma$  est plus grand ou égal à celui qui serait obtenu si l'on utilisait la formule du bruit  $B_\Delta$  pour le cas sigma-lognormal. Il faut donc s'attendre à ce que les meilleurs ajustements de courbe affichent un RSB plus élevé pour le cas delta-lognormal que pour celui sigma-lognormal.

## 2.7 Conclusion

Ce chapitre a permis de détailler les outils de modélisation qui sont utilisés pour représenter les mouvements analysés dans le cette thèse. Pour ce faire, ce texte a d'abord présenté les raisons justifiant l'adoption des modèles lognormaux. De plus, il a expliqué, d'un point de vue original, pourquoi on observe une courbe lognormale à la sortie d'un système neuromusculaire. Pour ce faire, une nomenclature a été élaborée et une notation a été établie afin de faciliter l'application

de théorèmes probabilistes à nos analyses déterministes. Une conjecture a aussi été proposée pour expliquer pourquoi, au cours de l'évolution, le système neuromusculaire se serait structuré de telle sorte qu'il produise des mouvements lognormaux affichant des caractéristiques proportionnelles.

Une fois ces éléments de base mis en place, les deux principaux modèles utilisés dans cette thèse, soit celui delta-lognormal et celui sigma-lognormal, ont été décrits. Finalement, la mesure qui est utilisée pour comparer et évaluer la qualité de la modélisation de nos données expérimentales a été définie et son choix a été justifié.



## **CHAPITRE 3    APPORTS THÉORIQUES À L'ÉTUDE DES MODÈLES LOGNORMAUX**

Ce chapitre rapporte d'abord certains développements théoriques concernant l'étude lognormale du mouvement dans le cadre de la Théorie Cinématique des Mouvements Humains Rapides. Dans un premier temps, la section 3.1 développe une expression analytique pour l'énergie de l'équation delta-lognormale. Celle-ci s'avère utile si l'on veut tester des hypothèses relatives à la variation de l'énergie des mouvements en fonction de paramètres expérimentaux comme c'est le cas, par exemple, dans les théories de minimisation de l'énergie (Alexander, 1997; Engelbrecht, 2001; Hatze & Buys, 1977; Kashima & Isurugi, 1998; Nelson, 1983; Rasmussen, Damsgaard, & Voigt, 2001; Soechting, Buneo, Herrmann, & Flanders, 1995; Todorov, 2004; Torres & Zipser, 2002). D'autre part, l'expression sous une forme close de l'énergie de la delta-lognormale peut servir au développement d'une borne sur le bruit d'ajustement dont on trouve une application pratique, entre autres, dans la conception d'extracteurs suivant une procédure d'évaluation et de séparation (voir Chapitre 8).

En second lieu, la section 3.2 présente une étude plus approfondie du comportement du terme  $\int \Lambda_1 \Lambda_2 dt$  dont l'analyse est importante dans le cadre de l'utilisation des modèles lognormaux puisque l'intégrale de la multiplication de deux lognormales apparaît dès que l'on travaille avec l'erreur quadratique d'ajustement de courbe delta-lognormale.

Par la suite, la section 3.3 élabore une relation permettant de calculer la trajectoire d'un mouvement sigma-lognormal directement à partir de la valeur des paramètres du modèle, c'est-à-dire, sans nécessiter la synthèse puis l'intégration numérique des signaux de vitesse. Cette relation directe permet de bénéficier d'un gain de rapidité algorithmique important lorsque la trajectoire de mouvements doit être synthétisée de façon répétitive.

### **3.1 Calculs énergétiques dans les modèles lognormaux**

Pour obtenir une équation ayant une forme close représentant l'énergie de la delta-lognormale, il est essentiel de pouvoir représenter sous forme analytique l'aire de la multiplication de deux lognormales. Pour ce faire, on développe ce produit comme suit :

$$\begin{aligned}
\Lambda_1 \Lambda_2 &= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2(t-t_0)^2} \exp \left\{ \frac{(\ln(t-t_0) - \mu_1)^2}{-2\sigma_1^2} + \frac{(\ln(t-t_0) - \mu_2)^2}{-2\sigma_2^2} \right\} \\
&= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2(t-t_0)^2} \exp \left\{ \frac{\ln^2(t-t_0) - 2\ln(t-t_0)\beta + \alpha}{-2\sigma^{*2}} \right\}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

avec  $\alpha = \frac{\sigma_2^2\mu_1^2 + \sigma_1^2\mu_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ ,  $\beta = \frac{\sigma_2^2\mu_1 + \sigma_1^2\mu_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$  et  $\sigma^* \equiv \frac{\sigma_1\sigma_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$ . En considérant la transformation  $t^* =$

$\ln(t-t_0)$  et  $dt^* = \frac{dt}{t-t_0}$ , on peut écrire le développement suivant :

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\infty} \Lambda_1 \Lambda_2 dt &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2 e^{t^*}} \exp \left\{ \frac{t^{*2} - 2t^*\beta + \alpha}{-2\sigma^{*2}} \right\} dt^* \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp \left\{ \frac{t^{*2} - 2t^*\beta + \alpha}{-2\sigma^{*2}} - t^* \right\} dt^* \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp \left\{ \frac{t^{*2} - 2t^*(\beta - \sigma^{*2}) + \alpha}{-2\sigma^{*2}} \right\} dt^* \\
&= \frac{\sigma^* \exp \left\{ \frac{\alpha - (\beta - \sigma^{*2})^2}{-2\sigma^{*2}} \right\}}{\sqrt{2\pi}\sigma_1\sigma_2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^*} \exp \left\{ \frac{(t^* - (\beta - \sigma^{*2}))^2}{-2\sigma^{*2}} \right\} dt^* \tag{3.2} \\
&= \frac{\exp \left\{ \frac{\alpha - (\beta - \sigma^{*2})^2}{-2\sigma^{*2}} \right\}}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \\
&= \frac{\exp \left\{ \frac{\sigma_1^2\sigma_2^2 - 2(\sigma_1^2\mu_2 + \sigma_2^2\mu_1) - (\mu_1 - \mu_2)^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)} \right\}}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}
\end{aligned}$$

Notons que pour  $\Lambda_1 = \Lambda_2$ , on a  $\alpha = \mu_1^2$ ,  $\beta = \mu_1$  et  $\sigma^* \equiv \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}}$ . Dans ce cas, l'expression (3.2) se simplifie significativement et peut s'exprimer ainsi :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Lambda_1 \Lambda_2 dt = \frac{\exp \left\{ \frac{\mu_1^2 - \left(\mu_1 - \frac{\sigma_1^2}{2}\right)^2}{-\sigma_1^2} \right\}}{2\sqrt{\pi}\sigma_1} = \frac{\exp \left\{ \frac{\sigma_1^2}{4} - \mu_1 \right\}}{2\sqrt{\pi}\sigma_1} \tag{3.3}$$

Cette expression correspond donc à l'énergie de la lognormale (c.-à-d. l'intégrale du carré de la lognormale). Ce calcul peut s'appliquer assez directement au cas delta-lognormal. En effet, pour une masse constante, le terme  $\int \Delta\Lambda(t)^2 dt$  est proportionnel à l'énergie contenue dans le mouvement delta-lognormal. D'autre part, on peut montrer que ce terme peut être développé ainsi :

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\infty} \Delta\Lambda(t)^2 dt &= D_1^2 \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda_1(t)^2 dt + D_2^2 \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda_2(t)^2 dt - 2D_1 D_2 \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda_1(t) \Lambda_2(t) dt \\
&= D_1^2 \frac{e^{\left(\frac{\sigma_1^2}{4} - \mu_1\right)}}{2\sqrt{\pi}\sigma_1} + D_2^2 \frac{e^{\left(\frac{\sigma_2^2}{4} - \mu_2\right)}}{2\sqrt{\pi}\sigma_2} - 2D_1 D_2 \frac{e^{\frac{(\beta - \sigma^{*2})^2 - \alpha}{2\sigma^{*2}}}}{\sqrt{2\pi(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} \\
&= D_1^2 \frac{e^{\left(\frac{\sigma_1^2}{4} - \mu_1\right)}}{2\sqrt{\pi}\sigma_1} + D_2^2 \frac{e^{\left(\frac{\sigma_2^2}{4} - \mu_2\right)}}{2\sqrt{\pi}\sigma_2} - 2D_1 D_2 \frac{e^{\frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - 2(\sigma_1^2 \mu_2 + \sigma_2^2 \mu_1) - (\mu_1 - \mu_2)^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}}}{\sqrt{2\pi(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}}
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Avant de clore ce propos, deux remarques supplémentaires semblent justifiées. Premièrement, notons que l'équation (3.4) est convexe dans l'espace  $(D_1, D_2)$  ce qui peut parfois être une caractéristique très utile, par exemple, si l'on doit utiliser ce terme en régression. Deuxièmement, il faut relever que le développement (3.2) est possible puisque les deux composantes de la delta-lognormale partagent un même  $t_0$ . La recherche d'une expression équivalente lorsque les deux composantes lognormales ont des paramètres  $t_0$  distincts n'a pas été fructueuse, ce qui suggère qu'une expression analytique de l'énergie de la sigma-lognormale ne puisse pas être développée en suivant une telle approche.

### 3.2 Étude de la variabilité de $\int_{-\infty}^{\infty} \Lambda_1 \Lambda_2 dt$

Puisque le terme  $f = \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda_1 \Lambda_2 dt$  développé en (3.2) apparaît fréquemment lors de la conception d'outils de régression delta-lognormale, il est utile de mieux en connaître le comportement. On cherche principalement à étudier comment il varie en fonction de ces paramètres et s'il possède certaines caractéristiques souhaitables telles que la convexité. Dans le cadre de cette thèse, ces informations ont été utiles pour le développement d'une borne sur la valeur du bruit d'ajustement delta-lognormal présenté en détail à l'Annexe 4.

### 3.2.1 Variation dans la direction de $\sigma_1$

On peut vérifier que

$$\frac{\delta f}{\delta \sigma_1} = \frac{\sigma_1 f}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2} [\Delta\mu^2 + 2\sigma_2^2 \Delta\mu + \sigma_2^4 - \sigma_2^2 - \sigma_1^2] \quad (3.5)$$

avec  $\Delta\mu = \mu_1 - \mu_2$ . Si l'on se déplace sur le graphe de  $f$  suivant la direction de variation de  $\sigma_1$ , on rencontrera un extremum pour

$$\Delta\mu^2 + 2\sigma_2^2 \Delta\mu + \sigma_2^4 - \sigma_2^2 - \sigma_1^2 = a\Delta\mu^2 + b\Delta\mu + c = 0 \quad (3.6)$$

Puisque le discriminant  $b^2 - 4ac = 4(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) > 0$  et que  $\sigma_i > 0$ , il n'y a aucun cas où l'on peut déduire que  $a\Delta\mu^2 + b\Delta\mu + c$  n'aura pas de zéros seulement sur la base de la valeur des  $\sigma_i$ . C'est donc dire que l'on ne peut pas établir de conditions où l'on saurait que  $\frac{\delta f}{\delta \sigma_1}$  n'aura pas d'optima qui ne soient à l'infini.

En résolvant l'équation quadratique, on obtient  $\Delta\mu = -\sigma_2^2 \pm \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}$ . On peut donc conclure que l'extremum de  $f$  en fonction de  $\sigma_1$  sera obtenu pour  $\sigma_1 = \sqrt{(\Delta\mu + \sigma_2^2)^2 - \sigma_2^2}$ . On peut vérifier que ce point extrême sera un maximum, peu importe la valeur de  $\mu_1, \mu_2$  et  $\sigma_2$ .

#### Preuve :

Pour une combinaison particulière des paramètres  $(\mu_1, \mu_2, \sigma_2)$  notée  $(\mu_1^*, \mu_2^*, \sigma_2^*)$ , la fonction  $f(\sigma_1; \mu_1^*, \mu_2^*, \sigma_2^*)$  aura un point critique en  $\sigma_1 = \sigma_1^*$  si et seulement si  $\frac{\delta f(\sigma_1^*; \mu_1^*, \mu_2^*, \sigma_2^*)}{\delta \sigma_1} = 0$ . De plus, ce point sera un maximum si et seulement si  $\frac{\delta^2 f(\sigma_1^*; \mu_1^*, \mu_2^*, \sigma_2^*)}{\delta \sigma_1^2} \leq 0$ . Pour vérifier ces conditions, on peut simplifier les calculs en considérant le paramètre  $\sigma_1^2$  plutôt que  $\sigma_1$ . On a alors

$$\begin{aligned} \dot{f} &= \frac{\delta f}{\delta \sigma_1^2} \\ &= \frac{\delta f}{\delta \sigma_1} \frac{1}{2\sigma_1} \\ &= \frac{f}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2} [\Delta\mu^2 + 2\sigma_2^2 \Delta\mu + \sigma_2^4 - \sigma_2^2 - \sigma_1^2] \end{aligned} \quad (3.7)$$

Notons que dans le cas qui nous intéresse ( $\sigma_i > 0$ ),  $\frac{\delta f}{\delta \sigma_1^2}$  aura un extremum seulement si la condition (3.6) est respectée, tout comme c'est le cas pour  $\frac{\delta f}{\delta \sigma_1}$ . Il n'y a donc pas de problème à substituer l'analyse  $\frac{\delta f}{\delta \sigma_1}$  par celle de  $\frac{\delta f}{\delta \sigma_1^2}$  afin de simplifier l'analyse. On peut montrer que l'on a

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 f}{\delta \sigma_1^2} &= \frac{\dot{f}^2}{f} - \frac{f}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2} - \frac{2\dot{f}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \\ &= \dot{f} \left[ \frac{\Delta\mu^2 + 2\sigma_2^2\Delta\mu + \sigma_2^4 - \sigma_2^2 - \sigma_1^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2} - \frac{1}{\Delta\mu^2 + 2\sigma_2^2\Delta\mu + \sigma_2^4 - \sigma_2^2 - \sigma_1^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right] \end{aligned} \quad (3.8)$$

Posons  $A = \Delta\mu^2 + 2\sigma_2^2\Delta\mu + \sigma_2^4 - \sigma_2^2 - \sigma_1^2$  de telle façon que l'on ait

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 f}{\delta \sigma_1^2} &= \frac{\dot{f}^2}{f} - \frac{f}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2} - \frac{2\dot{f}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \\ &= \frac{f}{4(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^4} [A^2 - 4A(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - 2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2] \end{aligned} \quad (3.9)$$

On peut constater par simple observation que le terme  $\frac{f}{4(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^4}$  est toujours positif. De son côté, l'expression  $A^2 - 4A(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - 2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2 = aA^2 + bA + c$  a une valeur négative si et seulement si  $A_{0-} \leq A_0 \leq A_{0+}$  avec

$$\begin{aligned} A_{0\pm} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{4(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \pm \sqrt{24(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2}}{2} \\ &= [2 \pm \sqrt{6}](\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \end{aligned} \quad (3.10)$$

On a donc  $\frac{\delta^2 f}{\delta \sigma_1^2} \leq 0$  pour  $-\sqrt{6} \leq \frac{A}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)} - 2 \leq \sqrt{6}$ . On peut simplifier cette expression puisque

$$\begin{aligned} \frac{A}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)} - 2 &= \frac{\Delta\mu^2 + 2\sigma_2^2\Delta\mu + \sigma_2^4 - \sigma_2^2 - \sigma_1^2}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)} - 2 \\ &= \frac{(\Delta\mu + \sigma_2^2)^2}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)} - 3 \end{aligned}$$

On a donc,  $\frac{\delta^2 f}{\delta \sigma_1^2} \leq 0$  pour  $3 - \sqrt{6} < \frac{(\Delta\mu + \sigma_2^2)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} < 3 + \sqrt{6}$ . Au point  $(\mu_1^*, \mu_2^*, \sigma_1^*, \sigma_2^*)$ , on a, par définition,  $\frac{\delta f(\sigma_1^*; \mu_1^*, \mu_2^*, \sigma_2^*)}{\delta \sigma_1^2} = 0$  et donc, comme discuté précédemment, on a  $\Delta\mu^* = -\sigma_2^{*2} \pm \sqrt{\sigma_2^{*2} + \sigma_1^{*2}} \Leftrightarrow (\Delta\mu^* + \sigma_2^{*2})^2 = \sigma_2^{*2} + \sigma_1^{*2}$ . On a donc  $\frac{\delta^2 f(\sigma_1^*; \mu_1^*, \mu_2^*, \sigma_2^*)}{\delta \sigma_1^2} \leq 0 \Leftrightarrow 0.5505 \approx 3 - \sqrt{6} \leq 1 \leq 3 + \sqrt{6} \approx 5.4495$ , ce qui est toujours vrai. ■

### 3.2.2 Variation dans la direction de $\sigma_2$

On peut vérifier aisément que

$$\frac{\delta f}{\delta \sigma_2} = \frac{\sigma_2 f}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2} [\Delta\mu^2 - 2\sigma_1^2 \Delta\mu + \sigma_1^4 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2] \quad (3.11)$$

avec  $\Delta\mu = \mu_1 - \mu_2$ . Si on se déplace sur le graphe de  $f$  suivant la direction de variation de  $\sigma_2$ , on rencontrera un extremum pour

$$\Delta\mu^2 - 2\sigma_1^2 \Delta\mu + \sigma_1^4 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2 = a\Delta\mu^2 + b\Delta\mu + c = 0 \quad (3.12)$$

Puisque le déterminant  $b^2 - 4ac = 4(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) > 0$ , il n'y a aucun cas où l'on peut déduire que  $a\Delta\mu^2 + b\Delta\mu + c$  n'aura pas de zéros seulement sur la base de la valeur des  $\sigma_i$  puisque  $\sigma_i > 0$ . En résolvant l'équation quadratique, on obtient  $\Delta\mu = \sigma_1^2 \pm \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}$ . On peut donc conclure que l'extremum de  $f$  en fonction de  $\sigma_2$  sera obtenu pour  $\sigma_2 = \sqrt{(\Delta\mu - \sigma_1^2)^2 - \sigma_1^2}$ . On peut vérifier, de façon analogue à ce qui a été fait dans le cas de la direction de variation de  $\sigma_1$ , que ce point extrême sera toujours un maximum, peu importe la valeur de  $\mu_1, \mu_2$  et  $\sigma_1$ .

### 3.2.3 Variation dans la direction de $\mu_1$

On peut vérifier que

$$\frac{\delta f}{\delta \mu_1} = -\frac{f}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} [\sigma_2^2 + \mu_1 - \mu_2] \quad (3.13)$$

Si on se déplace sur le graphe de  $f$  suivant la direction de variation de  $\mu_1$ , on rencontrera un extremum pour  $\mu_1 = \mu_2 - \sigma_2^2$ . On peut vérifier que ce point extrême sera toujours un maximum, peu importe la valeur de  $\mu_2, \sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

**Preuve :**

Pour une combinaison particulière des paramètres  $(\mu_2, \sigma_1, \sigma_2)$ , notée  $(\mu_2^*, \sigma_1^*, \sigma_2^*)$ , la fonction  $f(\mu_1; \mu_2^*, \sigma_1^*, \sigma_2^*)$  aura un point critique en  $\mu_1 = \mu_1^*$  si et seulement si  $\frac{\delta f(\mu_1^*; \mu_2^*, \sigma_1^*, \sigma_2^*)}{\delta \mu_1} = 0$ . De plus, ce point sera un maximum si et seulement si  $\frac{\delta^2 f(\mu_1^*; \mu_2^*, \sigma_1^*, \sigma_2^*)}{\delta \mu_1^2} \leq 0$ .

On a

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 f}{\delta \mu_1^2} &= -\frac{f}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} - \frac{f}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2} [\sigma_2^2 + \mu_1 - \mu_2]^2 \\ &= -\frac{f}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \left[ 1 + \frac{(\sigma_2^2 + \Delta\mu)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right] \end{aligned} \quad (3.14)$$

Par observation, on peut conclure que le terme  $-\frac{f}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$  est toujours négatif. Au point  $(\mu_1^*, \mu_2^*, \sigma_1^*, \sigma_2^*)$ , on a  $\Delta\mu^* = -\sigma_2^{*2}$ . Le terme  $1 + \frac{(\sigma_2^2 + \Delta\mu)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$  se réduit donc à 1 pour ce point. On a donc  $\frac{\delta^2 f(\mu_1^*; \mu_2^*, \sigma_1^*, \sigma_2^*)}{\delta \mu_1^2} \leq 0$  ce qui implique que le point extrême étudié est bel et bien un maximum. ■

**3.2.4 Variation dans la direction de la variation de  $\mu_2$** 

On peut vérifier que

$$\frac{\delta f}{\delta \mu_2} = -\frac{f}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} [\sigma_1^2 - \mu_1 + \mu_2] \quad (3.15)$$

Si on se déplace sur le graphe de  $f$  suivant la direction de variation de  $\mu_2$ , on rencontrera un extremum pour  $\mu_2 = \mu_1 - \sigma_1^2$ . On peut vérifier, de façon analogue à ce qui a été fait dans le cas de la direction de variation de  $\mu_1$ , que ce point critique sera toujours un maximum, peu importe la valeur de  $\mu_1$ ,  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

**3.2.5 Autres considérations**

Si l'on cherche à respecter simultanément les conditions  $\mu_1 = \mu_2 - \sigma_2^2$  et  $\mu_2 = \mu_1 - \sigma_1^2$  de façon à ce que les fonctions  $\frac{\delta f}{\delta \mu_1}$  et  $\frac{\delta f}{\delta \mu_2}$  soient toutes deux maximales, on peut réécrire  $\mu_1 = \mu_2 =$

$-\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2}$ . Pour que  $f$  ait un maximum, il faut donc que  $\Delta\mu = 0$ . En conséquence,  $\Delta\mu = 0 = -\sigma_2^2 \pm \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}$ . Cela implique que  $\sigma_2^2 = \pm\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}$ .

D'autre part, pour que  $\frac{\delta f}{\delta \sigma_2}$  soit maximale, la relation  $\Delta\mu = \sigma_1^2 \pm \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}$  doit être respectée, ce qui implique le respect de l'égalité  $\sigma_1^2 = \mp\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}$ . On doit donc avoir  $\sigma_2^2 = -\sigma_1^2 = \pm\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2} = 0$ . Cette valeur est hors du domaine de variation de  $\sigma_1$  et donc  $f$  peut avoir un extremum seulement aux frontières de son domaine de définition.

Le gradient de  $f$  est comme suit

$$\begin{aligned}
 \nabla f &= \left( \frac{\delta f}{\delta \sigma_1}, \frac{\delta f}{\delta \sigma_2}, \frac{\delta f}{\delta \mu_1}, \frac{\delta f}{\delta \mu_2} \right) \\
 &= \frac{f}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} [\Delta\mu^2 + 2\sigma_2^2 \Delta\mu + \sigma_2^4 - \sigma_2^2 - \sigma_1^2], \right. \\
 &\quad \left. \frac{\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} [\Delta\mu^2 - 2\sigma_1^2 \Delta\mu + \sigma_1^4 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2], \quad -[\sigma_2^2 + \mu_1 - \mu_2], \quad -[\sigma_1^2 - \mu_1 + \mu_2] \right) \\
 &= \frac{f}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \left( \sigma_1 \left[ \frac{(\sigma_2^2 + \Delta\mu)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} - 1 \right], \quad \sigma_2 \left[ \frac{(\sigma_1^2 - \Delta\mu)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} - 1 \right], \quad -(\sigma_2^2 + \Delta\mu), \quad -(\sigma_1^2 - \Delta\mu) \right) \\
 &= \frac{f}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \left( \sigma_1 \left[ \frac{\left( \frac{\delta f}{\delta \mu_1} \right)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} - 1 \right], \quad \sigma_2 \left[ \frac{\left( \frac{\delta f}{\delta \mu_2} \right)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} - 1 \right], \quad \frac{\delta f}{\delta \mu_1}, \quad \frac{\delta f}{\delta \mu_2} \right)
 \end{aligned}$$

On peut vérifier expérimentalement que  $f$  n'est ni convexe, ni concave.

### 3.3 Calcul direct de la position à partir des paramètres lognormaux

Lors de la synthèse lognormale des mouvements humains, la procédure habituelle consiste en la génération des signaux de vitesse d'un mouvement puis en son intégration pour obtenir la position cartésienne de la trajectoire en fonction du temps. Par exemple, dans le cas du modèle Sigma-Lognormal, pour obtenir la trajectoire du mouvement, il faut généralement utiliser les équations suivantes pour chaque composante neuromusculaire :

$$v_{ti}(t) = \frac{D_i}{\sigma_i(t - t_{0i})\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{[\ln(t - t_{0i}) - \mu_i]^2}{-2\sigma_i^2}\right) \quad (3.16)$$



$$\phi_i(t) = \theta_{di} + \frac{(\theta_{fi} - \theta_{di})}{2} \operatorname{erfc} \left( -\frac{\ln(t - t_{0i}) - \mu_i}{\sqrt{2}\sigma_i} \right) \quad (3.17)$$

Puis, on doit effectuer la somme vectorielle afin d'obtenir les vitesses cartésiennes à partir des relations suivantes :

$$v_x(t) = \sum_{i=1}^N v_{ti}(t) \cos(\phi_i(t)) \quad (3.18)$$

$$v_y(t) = \sum_{i=1}^N v_{ti}(t) \sin(\phi_i(t)) \quad (3.19)$$

Finalement, il faut procéder à l'intégration en utilisant les relations appropriées :

$$x(t) = \int_0^t v_x(t) dt \quad (3.20)$$

$$y(t) = \int_0^t v_y(t) dt \quad (3.21)$$

Évidemment, si l'on veut optimiser un ajustement de courbes et qu'il faut tout recalculer à chaque modification des paramètres, ce processus peut devenir couteux en termes de temps de traitement. Cependant, lorsque l'on est intéressé seulement par les positions cartésiennes, on peut montrer que celles-ci peuvent être obtenues directement à partir de la valeur des paramètres lognormaux en utilisant les équations suivantes :

$$x(t) = \sum_{i=1}^N \frac{D_i}{\theta_{fi} - \theta_{di}} (\sin(\phi_i(t)) - \sin(\theta_{di})) \quad (3.22)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^N \frac{D_i}{\theta_{fi} - \theta_{di}} (-\cos(\phi_i(t)) + \cos(\theta_{di})) \quad (3.23)$$

Pour démontrer la validité de ces relations, la démarche sera expliquée pour l'équation (3.22) seulement, les étapes permettant d'obtenir (3.23) étant similaires. Premièrement, notons que l'on a la relation suivante :

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \int_0^t v_x(t) dt \\
 &= \int_0^t \sum_{i=1}^N v_{ti}(t) \cos(\phi_i(t)) dt \\
 &= \sum_{i=1}^N x_i(t)
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

En considérant que, dans la modélisation sigma-lognormale, chaque composante neuromusculaire agit autour d'un point pivot, on sait que  $(x_i(t), y_i(t))$  forme une trajectoire en arc de cercle ayant un rayon  $r = \frac{D_i}{|\Delta\theta_i|}$  où  $\Delta\theta_i = \theta_{fi} - \theta_{di}$ . On peut se représenter la trajectoire d'une composante neuromusculaire telle que sur la Figure 3.1.a. Au niveau de l'abscisse, cette courbe peut être paramétrée comme suit :

$$x_i(t) = r \cos(m(t)) \tag{3.25}$$

où  $m(t)$  en une fonction de  $t$  à dont l'expression est à définir.

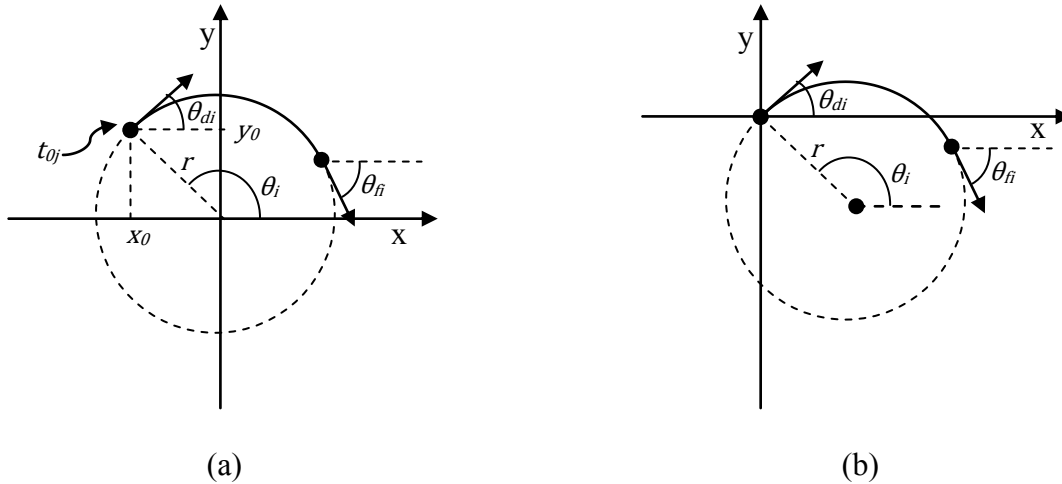


Figure 3.1 : Représentation de la trajectoire d'une composante neuromusculaire.

Cependant, puisqu'à l'instant  $t_{0i}$ , cette courbe devrait être à la position  $(0, 0)$ , il faut effectuer une translation de l'origine de la représentation (3.25) et considérer d'avantage la Figure 3.1.b ainsi que l'équation suivante :

$$x_i(t) = \frac{D_i}{|\Delta\theta_i|} \cos(m(t)) - x_0 \quad (3.26)$$

avec

$$x_0 = \frac{D_i}{|\Delta\theta_i|} \cos(\theta_i) \quad (3.27)$$

Le paramètre  $m$  dépend du temps et peut être exprimé en fonction de la distance parcourue le long de l'arc de cercle. Si l'on note cette distance comme étant  $l_i(t)$ , on peut alors écrire

$$m(t) = \theta_i + \Delta\theta_i \frac{l_i(t)}{D_i} \quad (3.28)$$

Comme on peut le constater sur la Figure 3.2,  $\theta_i$  peut aussi être décrit en fonction des paramètres sigma-lognormaux mais cette expression change selon le sens de rotation (c.-à-d. selon le signe de  $\Delta\theta_i$ ). Cette subtilité peut être prise en compte comme suit :

$$\begin{aligned} \theta_i &= \begin{cases} \theta_i'' = \theta_{di} + \frac{\pi}{2} & \text{si } \Delta\theta_i \leq 0 \\ \theta_i' = \theta_{di} - \frac{\pi}{2} & \text{si } \Delta\theta_i > 0 \end{cases} \\ &= \theta_{di} - \frac{\Delta\theta_i}{|\Delta\theta_i|} \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (3.29)$$

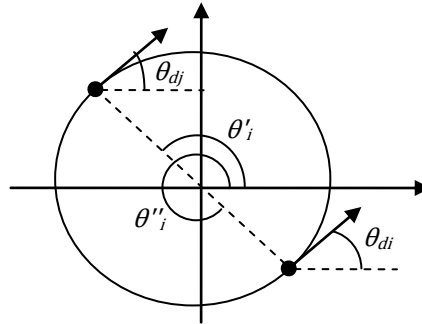


Figure 3.2 : Illustration de la correspondance entre  $\theta_i$  et  $\theta_{di}$ .

On peut donc réécrire (3.26) comme suit :

$$x_i(t) = \frac{D_i}{|\Delta\theta_i|} \left[ \cos\left(\theta_{di} - \frac{\Delta\theta_i}{|\Delta\theta_i|} \frac{\pi}{2} + \Delta\theta_i \frac{l_i(t)}{D_i}\right) - \cos\left(\theta_{di} - \frac{\Delta\theta_i}{|\Delta\theta_i|} \frac{\pi}{2}\right) \right] \quad (3.30)$$

De plus, puisque  $\cos(\alpha \pm \pi/2) = \mp \sin(\alpha)$  et que  $l_i(t) = D_i \frac{\phi_i(t) - \theta_{di}}{\Delta\theta_i}$ , (3.30) peut être réécrit  $\frac{D_i}{\theta_{fi} - \theta_{di}} (\sin(\phi_i(t)) - \sin(\theta_{di}))$  tel qu'en (3.22). Notons cependant que les expressions (3.22) et (3.23) sont singulières pour des mouvements rectilignes. Il est donc nécessaire, lorsque  $r \rightarrow \infty$ , de remplacer ces expressions par leurs estimations linéaires :

$$x_i(t) = l_i(t) \cos(\theta_{di}) \quad (3.31)$$

$$y_i(t) = l_i(t) \sin(\theta_{di}) \quad (3.32)$$

### 3.4 Conclusion

Dans les sections constituant ce chapitre, certains développements mathématiques importants concernant la modélisation lognormale des mouvements humains ont été présentés. Le comportement de la fonction résultant de la multiplication de deux équations lognormales partageant un même  $t_0$  a été examiné étant donné le rôle central que joue cette multiplication dans l'expression de l'EQ de la modélisation delta-lognormale. On a d'ailleurs montré que l'intégrale de ce terme peut s'exprimer sous une forme close, permettant ainsi de représenter l'énergie de la delta-lognormale de façon analytique. Finalement, on a simplifié grandement la représentation de la trajectoire des mouvements sigma-lognormaux en développant une expression analytique reliant directement la position cartésienne du mouvement à la valeur des paramètres sigma-lognormaux.

## **CHAPITRE 4    VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DE L'ÉMISSION D'UNE ONDE CÉRÉBRALE AU TEMPS $t_0$**

Certaines hypothèses sous-tendent la Théorie Cinématique utilisée dans le cadre de cette thèse. Les deux principales sont relatives à la loi de proportionnalité reliant entre eux les temps de délai cumulatif des sous-systèmes neuromusculaires ainsi qu'à l'émission, au temps  $t_0$ , d'une commande cérébrale initiant la génération du mouvement. La première de ces hypothèses est supportée par des résultats expérimentaux publiés (Djioua, Plamondon, & Mathieu, 2011) ou en voie de l'être (Djioua, Plamondon, & Mathieu, soumis) ainsi que par la nature proportionnelle des processus neuromoteurs (Chapitre 6).

En ce qui concerne la seconde, un mémoire de maîtrise a été produit à ce sujet (Landou, 2008) mais un certain nombre de préoccupations méthodologiques n'ont pas permis la diffusion à plus grande échelle de ces résultats. Puisque la présente thèse repose sur l'utilisation de la Théorie Cinématique, il apparaît important d'en valider les prémisses. C'est dans ce contexte que l'étude de Landou (2008) a été retravaillée afin de corriger la technique permettant de déterminer la valeur de  $t_0$  ainsi que les manipulations statistiques conduisant à l'observation d'une onde cérébrale au temps  $t_0$ . Ce travail fait l'objet du présent chapitre et d'une publication en préparation pour le *Journal of Neuroscience* (O'Reilly & Plamondon, en préparation-d). Dans ce qui suit, la section 4.1 examine d'abord des raisons justifiant une amélioration méthodologique de l'analyse de la banque de données collectée par Landou. Puis, la section 4.2 présente le protocole expérimental ainsi que l'analyse des données. Suit, en 4.3, la présentation des résultats ainsi que, à la section 4.4, la discussion de ceux-ci. Finalement, la section 4.5 résume les principales conclusions tirées de cette étude.

### **4.1 Sur la nécessité d'une amélioration méthodologique**

Le travail rapporté ici vise à corriger certaines lacunes présentes dans l'étude de Landou portant sur l'observation expérimentale de  $t_0$ . Il paraît donc important d'expliquer d'abord les limites observées dans cette première étude. L'auteur tient cependant à mentionner qu'il ne s'agit pas ici pour lui de critiquer injustement le travail de Landou (2008). En effet, il est de son avis que celui-ci est pionnier, innovateur et ingénieux. Cependant, toute nouvelle méthodologie souffre initialement de lacunes devant être retravaillées pour en peaufiner la justesse et la validité. C'est

cet objectif d'amélioration qui constitue le présent chapitre. Dans ce qui suit, deux aspects sont principalement abordés, soit la méthodologie statistique et la définition du temps  $t_0$ .

#### 4.1.1 Problème d'application des tests d'hypothèses

Dans (Landou, 2008), l'auteur montre que, lors de mouvements rapides, on peut observer avec une encéphalographie (EEG) une onde cérébrale ( $t_{dz}$ ) dont le temps de délai correspond à la valeur moyenne du paramètre  $t_0$  des mouvements exécutés. Pour ce faire, il pose les hypothèses suivantes :

$$h_0 : t_0 = t_{dz}$$

$$h_1 : t_0 \neq t_{dz}$$

Puis, il vérifie ces hypothèses à l'aide d'un test  $t$  de Student et conclut à  $t_0 = t_{dz}$  lorsque l'hypothèse nulle ( $h_0$ ) ne peut pas être rejetée. Évidemment, cette conclusion est erronée. L'incapacité à rejeter l'hypothèse nulle ne permet pas de tirer de conclusions. Un test de Student est concluant seulement lorsque l'hypothèse nulle peut être rejetée; la conclusion étant alors que  $t_0 \neq t_{dz}$  avec un taux de confiance défini par la valeur du seuil de signifiante statistique  $\alpha$  choisie pour ce test.

Le problème théorique associé au fait de conclure à la validité de la relation  $t_0 = t_{dz}$  lors de l'échec du rejet de l'hypothèse  $h_0$  peut être mis en lumière en examinant les conséquences de ces conclusions erronées. Normalement, pour augmenter la confiance en une conclusion statistique, on diminue la valeur de seuil de signifiante ( $\alpha$ ). C'est d'ailleurs ce qu'a fait Landou, le faisant passer de 0.05 à 0.01, afin de prendre en compte le fait qu'il applique simultanément plusieurs tests statistiques (une sorte de correction de Bonferroni, mais moins conservative). Aux fins de la démonstration, on pousse cette idée à l'extrême et l'on considère  $\alpha \rightarrow 0$ . Au fur et à mesure qu'on diminue  $\alpha$ , il est de plus en plus difficile de rejeter l'hypothèse  $h_0$ . On peut poser  $\alpha = 10^{-100}$ . Dans ce cas, il est fort probable qu'il ne sera jamais possible de rejeter l'hypothèse  $h_0$ . Suivant la méthodologie proposée par Landou, on peut alors conclure avec une certitude de  $(100 - 10^{-98})\%$  que l'on observe une onde cérébrale au temps  $t_0$  à chacune des électrodes. Inversement, si l'on prend  $\alpha = 0.5$ , on pourra presque toujours rejeter l'hypothèse  $h_0$ , ce qui implique que l'on ne sera plus capable de démontrer la cooccurrence de l'onde cérébrale et de  $t_0$  avec une confiance d'au moins 50 %.

Évidemment, cette situation est aberrante. Elle tient au fait que les tests d'hypothèse ont été utilisés « à l'envers ». Pour évaluer la certitude associée à une conclusion concernant l'égalité  $t_0 = t_{dz}$ , il faut considérer la puissance du test statistique ( $\beta$ ) et non son seuil de signifiante ( $\alpha$ ). Pour ce faire, il faut d'abord définir la taille maximale de l'effet (ou ES pour « effect size ») pouvant être jugé négligeable. C'est-à-dire qu'il faut déterminer à partir de quelle valeur  $\varepsilon = |t_0 - t_{dz}|$  on considèrera la commande motrice et l'onde cérébrale comme étant cooccurrentes d'un point de vue pratique (et non statistique).

Dans l'étude du comportement humain, comme dans bien des domaines, on s'attend rarement à observer une égalité stricte entre deux variables aléatoires. On considère généralement qu'il peut y avoir une différence due à une série de phénomènes non observables (p. ex., le temps de propagation de l'onde cérébrale). On qualifiera d'égales deux variables lorsque la différence de leurs moyennes est inférieure (d'un point de vue statistique) à un certain seuil jugé significatif (d'un point de vue pratique). La décision quant à la valeur du seuil au-dessous duquel la taille d'un effet peut être estimée non significative est un choix qui ne relève pas de la statistique, mais de la science et de l'ingénierie.

D'autre part, l'utilisation par Landou de tests t de Student pour la comparaison des paramètres  $t_0$  et  $t_{dz}$  est douteuse puisque la distribution de  $t_0$  contient généralement beaucoup de données aberrantes (« outliers ») et qu'elle a généralement une distribution davantage lognormale que normale, comme on le verra tout au long de cette thèse.

La difficulté théorique à obtenir un intervalle de confiance valide pour l'estimation de la valeur de  $t_0$  n'a pas permis, dans l'état des connaissances actuelles et avec la banque de données récoltée par Landou, d'appliquer des tests de statistiques suivant une méthodologie suffisamment rigoureuse. Ce document ne présente donc pas de tels résultats statistiques, mais fournit une évaluation qualitativement convaincante de l'observation de l'onde cérébrale au temps  $t_0$ .

#### **4.1.2 Problème d'estimation de $t_0$**

Le deuxième aspect méthodologique à revoir concerne la définition de la tendance centrale de  $t_0$ . Les travaux réalisés depuis 2008, par exemple (O'Reilly & Plamondon, 2012a), ont montré la difficulté associée à l'obtention d'une valeur fiable pour  $t_0$ . Ceci découle de la forme très plate de la fonction objective du problème de reconstruction  $\Delta\Lambda$  qui admet un intervalle de confiance très

large pour l'estimation de la valeur de  $t_0$ . Ce problème a donc été davantage étudié pour obtenir des résultats à la fois plus satisfaisants et dont les limites sont mieux connues.

## 4.2 Matériel & Méthodologie

### 4.2.1 Protocole expérimental

La collecte des données utilisées pour ce travail a eu lieu au laboratoire d'EEG du CRIUGM sous la direction de Brigitte Stemmer et fait partie intégrante du projet de maîtrise de Mohamed Kéfil Landou (2008). Les détails du protocole suivant y sont donc tirés.

Douze sujets (7 hommes, 5 femmes) âgés de 19 à 35 ans ont participé à l'expérience. Le premier sujet a servi à évaluer et corriger le protocole expérimental et, pour cette raison, ces données ont été écartées des analyses subséquentes. Tous les sujets ont donné un consentement écrit libre et éclairé et le protocole a été approuvé par le comité d'éthique de l'École Polytechnique de Montréal.

Deux systèmes d'acquisition ont été utilisés en parallèle : un premier pour l'enregistrement de la cinématique des mouvements et un second pour observer l'activité cérébrale du sujet. Le premier est constitué d'une tablette Wacom Intuos2 (fréquence d'acquisition de 200 Hz, résolution spatiale de 100 points/mm) ainsi que d'un stimulateur équipé d'une matrice 8 X 10 de diodes électroluminescentes (DEL). Ces deux équipements sont opérés par un programme privé (Sign@médic) s'exécutant sur l'ordinateur servant à l'acquisition. La distance entre les yeux du sujet et l'écran du stimulateur a été normalisée à environ 72 cm.

L'activité cérébrale des sujets a été enregistrée par EEG pour bénéficier de la précision temporelle de cette technique. Pour ce faire, un système fourni par la compagnie BIOSEM a été utilisé. Celui-ci est constitué d'un bonnet de 64 électrodes disposées selon le système international 10-20 ainsi que de huit électrodes externes. Chaque électrode de ce système est équipée de son propre amplificateur et est reliée à un équipement *ActiveTwo Ad Box*. Cette boîte est branchée par fibre optique au système d'acquisition échantillonnant les signaux à 512 Hz. L'expérience a pris part dans une chambre de Faraday pour réduire les interférences électromagnétiques. Le logiciel *E-Prime V1.4* de la compagnie *Psychology Software Tools, inc* a été utilisé pour gérer l'expérience. Un signal TTL émis par le stimulateur et transmis de façon



simultanée aux deux systèmes d'acquisition a permis la synchronisation des données électroencéphalographiques et des données cinématiques.

Pour chaque sujet, l'acquisition était séparée en quatre blocs de 30 essais. Une pause de deux minutes était allouée entre chaque bloc. Pour chaque essai, le sujet devait faire, aussi rapidement que possible, un trait de crayon sur la tablette à numériser. Chaque exécution était composée de trois étapes :

- 1) La préparation : Le sujet attend que le système soit prêt. Un signal rouge clignotant (l'écran de DEL du stimulateur passe cycliquement du rouge au noir) est émis pour indiquer au sujet que le système est prêt.
- 2) L'attente : Quand le sujet constate que le système est prêt, il/elle doit placer le bout de son stylet sur la tablette à numériser. À ce moment, le stimulateur cesse d'émettre tout signal (il affiche seulement un écran noir) pour un délai aléatoire exponentiellement distribué entre zéro et dix secondes. Ce délai est utilisé pour éviter toute anticipation de la part des sujets (Luce, 1986). Le système rejette automatiquement tous les essais où le sujet démarre son mouvement avant l'émission du stimulus.
- 3) La réaction : Dès que le délai expire, le système émet un signal vert. Le sujet doit alors faire un trait de crayon d'une grandeur arbitraire (de l'ordre de 10 cm) dès qu'il/elle perçoit le signal en question. Après l'achèvement de son mouvement, le sujet doit garder son crayon immobile pour au moins une seconde avant de retirer son stylet de la tablette. Dès que le stylet quitte la tablette, le système retombe en mode préparatoire.

Pour cette expérience, le système était manipulé par un opérateur de façon à libérer l'expérimentateur qui pouvait ainsi se concentrer sur l'interaction avec le sujet.

#### **4.2.2 Détermination de $t_0$**

Une régression non linéaire du profil de vitesse des mouvements observés vers une équation delta-lognormale peut être utilisée pour extraire l'instant d'émission de la commande motrice. Cette régression doit fournir les sept paramètres  $\Delta\Lambda$  qui permettent de reconstruire le mouvement observé de sorte que le RSB de reconstruction (2.39) soit maximal.

Grâce à l'utilisation d'un algorithme globalement optimal, il a été montré (voir Chapitre 8 et (O'Reilly & Plamondon, 2012a)) que l'extraction du paramètre  $t_0$  est compliquée par un

mauvais conditionnement du problème d'extraction  $\Delta\Lambda$ . Ceci a pour effet que la courbe du RSB maximale en fonction de  $t_0$  peut être essentiellement plate sur un large intervalle de variation de ce paramètre. La Figure 4.1 illustre douze exemples du meilleur RSB de reconstruction atteint en fonction de la valeur de  $t_0$ . Ceux-ci ont été obtenus en tirant au hasard douze mouvements parmi ceux de la banque de données utilisée pour la présente étude.

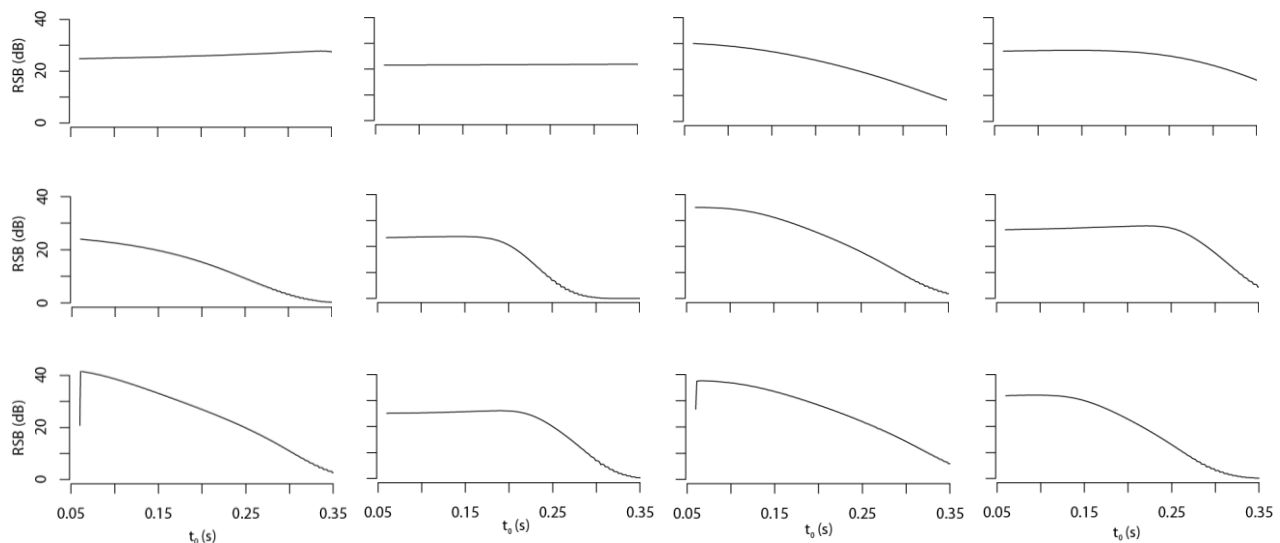


Figure 4.1 : Exemples de variation du RSB de reconstruction  $\Delta\Lambda$  en fonction de la valeur de  $t_0$ .

Comme on peut le constater sur ces exemples, il est généralement compliqué d'estimer de façon fiable la tendance centrale de  $t_0$  puisque l'équation  $\Delta\Lambda$  est telle qu'il est difficile de récupérer la valeur de  $t_0$  utilisée pour la génération du mouvement. Pour tenter de résoudre ce problème, plusieurs heuristiques ont été évaluées. Dans le présent document, les résultats présentés sont ceux obtenus avec la technique produisant les meilleurs résultats.

Étant donné le caractère plat de la fonction objective du problème d'extraction  $\Delta\Lambda$ , un léger bruit sur un mouvement peut avoir un grand impact sur l'estimation de  $t_0$ . Dans ce contexte, plutôt que de calculer la fonction de densité de la distribution des  $t_0$  extraits aux points où le RSB est maximal, une méthodologie alternative a été adoptée afin de prendre en compte, pour chaque mouvement, le profil de variation de RSB en fonction de  $t_0$  (c.-à-d.  $RSB(t_0)$ ).

Pour la présente expérience, un intervalle de variation  $t_0 \in [60, 350]$  ms a été choisi comme fenêtre d'observation. Celui-ci a été discrétisé avec un pas de 1 ms de façon à ce que la courbe  $RSB(t_0)$  soit échantillonnée aux temps  $t_0 = 60, 61, 62, \dots, 350$  ms. Pour calculer la

fonction  $RSB(t_0)$ , le système d'extraction de paramètres  $\Delta\Lambda$  IIX (Djioua & Plamondon, 2009) suivi d'un algorithme d'optimisation par recherche de coordonnées (voir la section A1.2 en annexe) a été utilisé pour trouver une solution initiale  $[\hat{t}_0 \quad \widehat{D}_1 \quad \widehat{\mu}_1 \quad \widehat{\sigma}_1 \quad \widehat{D}_2 \quad \widehat{\mu}_2 \quad \widehat{\sigma}_2]$  ayant un ajustement de  $\widehat{RSB}$  dB. Par la suite, un algorithme par recherche de coordonnées a été lancé en utilisant la solution de départ  $[\text{arrondi}(\hat{t}_0 - 1) \quad \widehat{D}_1 \quad \widehat{\mu}_1 \quad \widehat{\sigma}_1 \quad \widehat{D}_2 \quad \widehat{\mu}_2 \quad \widehat{\sigma}_2]$  et en gardant la valeur de  $t_0$  fixée à  $\text{arrondi}(\hat{t}_0 - 1)$ . Cette étape a pour effet d'optimiser la valeur des six autres paramètres pour la valeur de  $t_0$  imposée.

A la fin de ce processus d'optimisation, un ajustement est obtenu avec la solution optimale  $[\text{arrondi}(\hat{t}_0 - 1) \quad \widehat{D}_{1-1} \quad \widehat{\mu}_{1-1} \quad \widehat{\sigma}_{1-1} \quad \widehat{D}_{2-1} \quad \widehat{\mu}_{2-1} \quad \widehat{\sigma}_{2-1}]$ . Par la suite, une nouvelle optimisation est lancée en utilisant cette fois-ci la solution initiale  $[\text{arrondi}(\hat{t}_0 - 2) \quad \widehat{D}_{1-1} \quad \widehat{\mu}_{1-1} \quad \widehat{\sigma}_{1-1} \quad \widehat{D}_{2-1} \quad \widehat{\mu}_{2-1} \quad \widehat{\sigma}_{2-1}]$ . Ces étapes sont répétées jusqu'à l'obtention de la solution  $[60 \quad \widehat{D}_{1-N} \quad \widehat{\mu}_{1-N} \quad \widehat{\sigma}_{1-N} \quad \widehat{D}_{2-N} \quad \widehat{\mu}_{2-N} \quad \widehat{\sigma}_{2-N}]$ .

Une procédure identique est appliquée, mais cette fois-ci en incrémentant la valeur de  $t_0$  de  $\hat{t}_0$  jusqu'à 350 ms, avec une solution initiale  $[\text{arrondi}(\hat{t}_0 + 1) \quad \widehat{D}_1 \quad \widehat{\mu}_1 \quad \widehat{\sigma}_1 \quad \widehat{D}_2 \quad \widehat{\mu}_2 \quad \widehat{\sigma}_2]$ . À la fin de cette procédure, une solution optimale a été calculée pour chacune des valeurs de  $t_0 = 60, 61, 62, \dots, 350$  ms. Si le RSB de l'une de ces solutions est supérieur à  $\widehat{RSB} + 0.01$ , cette solution est prise comme solution initiale  $[\hat{t}_0 \quad \widehat{D}_1 \quad \widehat{\mu}_1 \quad \widehat{\sigma}_1 \quad \widehat{D}_2 \quad \widehat{\mu}_2 \quad \widehat{\sigma}_2]$  pour une nouvelle itération de l'ensemble de la procédure. Ce processus est répété jusqu'à ce qu'aucune augmentation du RSB ne soit obtenue. Normalement, deux itérations suffisent.

Une fois la courbe  $RSB(t_0)$  obtenue, la fonction  $f_{RSB} = \max(0, RSB(t_0) - \max(RSB(t_0)) + 3)$  est calculée. Celle-ci peut être vue comme une fonction de densité de probabilité non normalisée. Elle est définie de telle sorte que la valeur la plus probable de  $t_0$  soit celle correspondant au point où la courbe  $RSB(t_0)$  est maximale. Cette probabilité décroît proportionnellement avec le RSB jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur nulle lorsque le RSB est 3 dB inférieur à sa valeur maximale. Ce critère de 3 dB est fréquemment utilisé pour définir une fréquence de coupure lors de la conception de filtres et il correspond à l'endroit où le bruit a doublé d'intensité par rapport à sa valeur minimale.

Une courbe  $\overline{f_{RSB}}$  est calculée en prenant la valeur moyenne de toutes les courbes  $f_{RSB}$  calculées pour un sujet donné, et cela pour chacun des pas de discrétisation de  $t_0$ . La Figure 4.2

montre les courbes obtenues pour chaque sujet. La valeur de la tendance centrale de  $t_0$ , notée  $\bar{t}_0$ , est alors considérée comme étant le mode (i.e. le point maximal) des courbes  $\overline{f_{RSB}}$ .

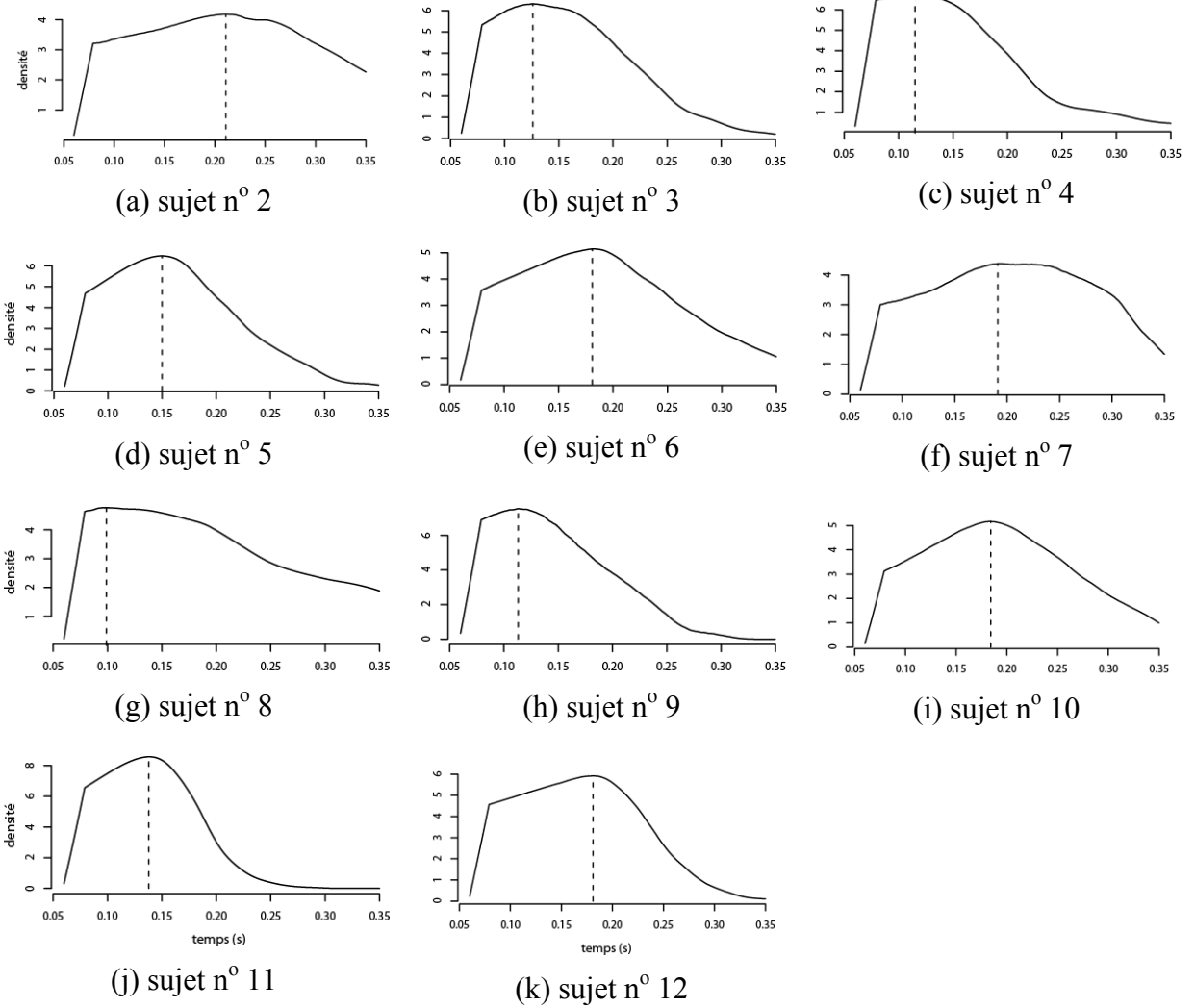


Figure 4.2 : Courbes  $\overline{f_{RSB}}$  pour chacun des sujets. La ligne pointillée indique la position du mode utilisé comme valeur de  $\bar{t}_0$ .

Certaines observations (voir Chapitre 8 et (O'Reilly & Plamondon, 2012a)) ont montré qu'on peut relever une proportion significative de mouvements présentant une extraction problématique. Pour ceux-ci, la courbe  $f_{RSB}$  tend à être maximale pour des valeurs très petites, voir négatives, de  $t_0$ . Puisque dans l'expérience présente, les observations ont été prises dans une fenêtre  $t_0 \in [60, 350] \text{ ms}$ , ces mouvements problématiques peuvent être identifiés comme ceux ayant un RSB maximal pour  $t_0 = 60 \text{ ms}$  (c.-à-d.  $\arg\max(RSB(t_0)) = 60 \text{ ms}$ ). Ceux-ci ont été

systématiquement rejetés pour la présente analyse puisqu'ils ne permettent pas une extraction fiable de la valeur des paramètres  $\Delta\Lambda$ . Les autres critères de rejet considérés sont: 1) le meilleur RSB obtenu est inférieur à 20 dB, 2) le meilleur RSB a été trouvé pour  $t_0 = 350 \text{ ms}$  et 3) le temps de réaction (évalué comme étant l'instant où la vitesse du mouvement atteint pour la première fois 1 % de son amplitude maximale) est supérieur à 500 ms. Ces critères de rejet ont été utilisés pour permettre d'éviter d'utiliser les données provenant de mouvements mal modélisés ou bien provenant d'essais où le sujet était distrait.

### 4.2.3 Détermination de l'instant d'occurrence d'une onde cérébrale ( $t_{dz}$ )

Les temps d'occurrence des ondes cérébrales utilisés ici ont été tirés de l'annexe 3 de (Landou, 2008). Cette section résume brièvement les principaux éléments méthodologiques servant au calcul de ces valeurs, une version plus complète se trouvant dans le mémoire de Landou.

Les étapes de prétraitement suivantes ont été appliquées aux données brutes pour calculer les ERP (« Event Related Potentials », ou potentiels évoqués) : 1) élimination des canaux saturés, 2) définition d'une référence sur les mastoïdes (Luck, 2005), 3) filtrage passe-bande des signaux EEG (filtre Butterworth avec un déphasage nul, des fréquences de coupures à 0.5 Hz et 20 Hz et des pentes de 12 dB/oct), 4) segmentation suivant l'instant d'émission du stimulus, 5) correction des artéfacts associés aux mouvements oculaires avec l'algorithme de Gratton, Coles, & Donchin (1983), 6) rejet des portions de signal EEG où l'on pouvait noter divers artéfacts, 7) correction de la ligne de base, 8) moyennage et 9) filtrage Savitzky-Golay des signaux moyennés.

Une fois que les signaux moyennés et filtrés ont été calculés, le temps d'occurrence de l'ERP est défini comme le temps de latence moyen (Luck, 2005)

$$t_{dz} = \frac{\int_{t_{inf}}^{t_{sup}} t \cdot E(t) dt}{\int_{t_{inf}}^{t_{sup}} E(t) dt} \quad (4.1)$$

où  $E(t)$  correspond à l'enveloppe de l'EEG. Les limites temporelles ( $t_{inf}$  et  $t_{sup}$ ) sont définies comme étant les points qui, tout en étant le plus près possible du point maximum de l'ERP ( $t_{max}$ ,  $E_{max}$ ), respectent les conditions suivantes :

$$E(t_{inf}) = 0.67E_{max} \quad (t_{inf} < t_{max}) \quad (4.2)$$

$$E(t_{inf}) = 0.67E_{max} \quad (t_{sup} > t_{max}) \quad (4.3)$$

Si l'on considère les ERP comme ayant une forme de cloche modélisable par une courbe normale, ces points limites représentent les bordures de l'intervalle de confiance d'un écart-type autour de la moyenne, de telle sorte que cet intervalle couvre 67 % de l'aire sous la courbe. Comme dans le cas du calcul de  $\bar{t}_0$ , une fenêtre d'observation suivant l'intervalle  $t_{dz} \in [60, 350] \text{ ms}$  a été considérée et la valeur de  $t_{dz}$  a été relevée systématiquement sur le premier pic positif pouvant être identifié sur le signal EEG moyenné.

Ici encore, pour obtenir des résultats valides, un certain nombre de critères de rejet ont été considérés : 1) le mouvement produit ne respecte pas les exigences de la tâche décrite en 4.2.1, 2) le temps de réaction est supérieur à 500 ms, 3) le RSB de reconstruction obtenu avec le système IIX (Djioua & Plamondon, 2009) est inférieur à 20 dB et 4) le système IIX a rencontré un problème technique quelconque lors de son opération.

### 4.3 Résultats

Le Tableau 4.1 liste les principales statistiques associées à la détermination de l'instant moyen de l'émission d'une commande neuromotrice ( $\bar{t}_0$ ) ainsi qu'à de l'instant moyen d'apparition d'une onde cérébrale ( $t_{dz}$ ). Pour l'analyse décrite à la section 4.2.2, la valeur de  $\bar{t}_0$  calculée est présentée ainsi que le nombre d'échantillons utilisés dans son calcul ( $n_{t_0}$ ). Le nombre d'échantillons rejetés parce qu'une reconstruction optimale a été obtenue pour  $t_0 = 60 \text{ ms}$  ( $n_{60}$ ) y est aussi rapporté. Comme on peut le voir, le taux de rejet varie, selon le sujet, de presque tous les mouvements à presque aucun.

Pour l'analyse de  $t_{dz}$  décrite dans la section 4.2.3, le nombre d'échantillons utilisés dans son calcul est donné ( $n_{t_{dz}}$ ) ainsi que la valeur de  $t_{dz}$  pour les quatre électrodes les plus significatives dans la suite des résultats présentés (Fz, FCz, FC1 et FC3). La valeur de  $t_{dz}$  pour les 60 autres électrodes n'est pas rapportée ici puisque, pour ce faire, il aurait fallu un tableau de 60 X 11 cellules. Le lecteur intéressé à consulter le tableau complet est référé à l'annexe 3 de (Landou, 2008).

Tableau 4.1 : Statistiques associées à la détermination de l'instant de l'émission d'une commande neuromotrice ( $\bar{t}_0$ ) et de l'instant d'apparition d'une onde cérébrale ( $t_{dz}$ ).

Sujet	Analyse de $\bar{t}_0$			Analyse de $t_{dz}$				
	$\bar{t}_0$ (s)	$n_{t_0}$	$n_{60}$	$t_{dz\_Fz}$ (s)	$t_{dz\_FCz}$ (s)	$t_{dz\_FC1}$ (s)	$t_{dz\_FC3}$ (s)	$n_{t_{dz}}$
2	0.213	43	8	0.184	0.221	0.224	0.226	10
3	0.126	76	43	0.135	0.136	0.139	0.140	76
4	0.114	14	104	-	-	-	0.136	57
5	0.150	93	4	0.174	0.149	0.153	0.163	65
6	0.185	68	2	0.132	0.124	0.139	0.151	86
7	0.213	84	2	0.189	0.180	0.181	0.182	76
8	0.116	19	54	-	0.250	0.248	0.248	55
9	0.113	55	66	-	0.146	0.144	-	87
10	0.182	100	5	0.192	0.169	0.169	0.169	73
11	0.138	116	1	0.175	0.165	0.168	0.172	100
12	0.179	116	1	0.204	0.192	0.193	0.201	91

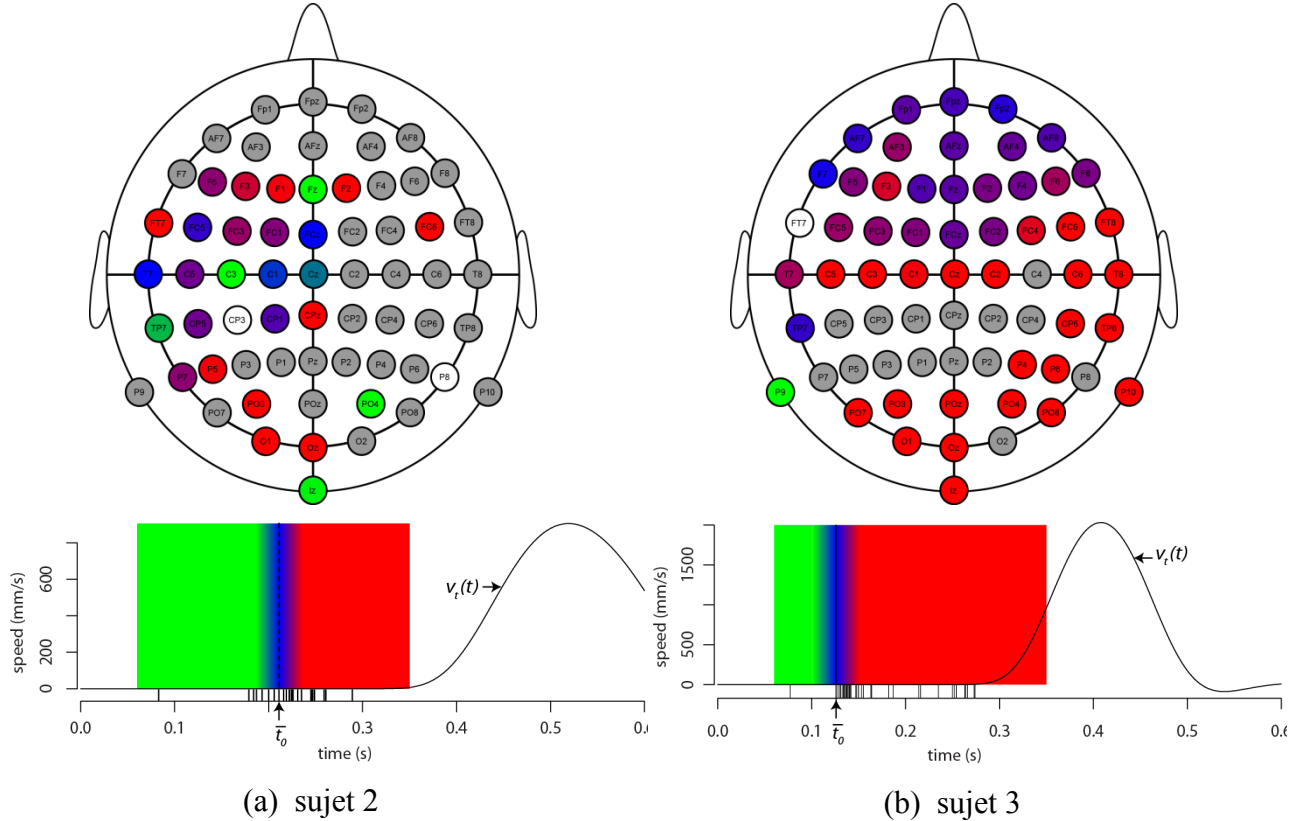
Il est important de noter que les manipulations décrites dans les sections 4.2.2 et 4.2.3 sont le résultat de deux analyses statistiques réalisées à deux moments différents (respectivement en 2008 et en 2011) par deux auteurs différents (respectivement Landou et l'auteur du présent document). L'extraction des paramètres  $\Delta\Lambda$  réalisée en 2011 utilise une technique différente de celle produite en 2008 pour tirer profit des dernières avancées concernant le problème d'extraction  $\Delta\Lambda$ . Pour cette raison, le nombre d'essais inclus dans l'analyse statistique des signaux EEG n'est pas le même que pour l'analyse des signaux cinématiques.

Parmi les onze sujets initiaux (sans compter le sujet n° 1 utilisé pour l'élaboration et l'évaluation du protocole expérimental), certains ont dû être éliminés de façon à obtenir des résultats significatifs. Le sujet n° 2 a été rejeté étant donné le faible nombre d'essais valides disponibles pour le calcul de ses ERP ( $n_{t_{dz}} = 10$ ). La carte des ERP obtenue sur ce participant montre des signes évidents d'inconsistance comparativement à celle des sujets pour lesquels plus d'essais étaient disponibles pour le moyennage (voir la distribution erratique des couleurs des électrodes sur la Figure 4.3.a). Le sujet n° 4 a été rejeté parce que presque aucun ERP n'a pu être obtenu pour celui-ci (seulement sept électrodes ont détecté un ERP).

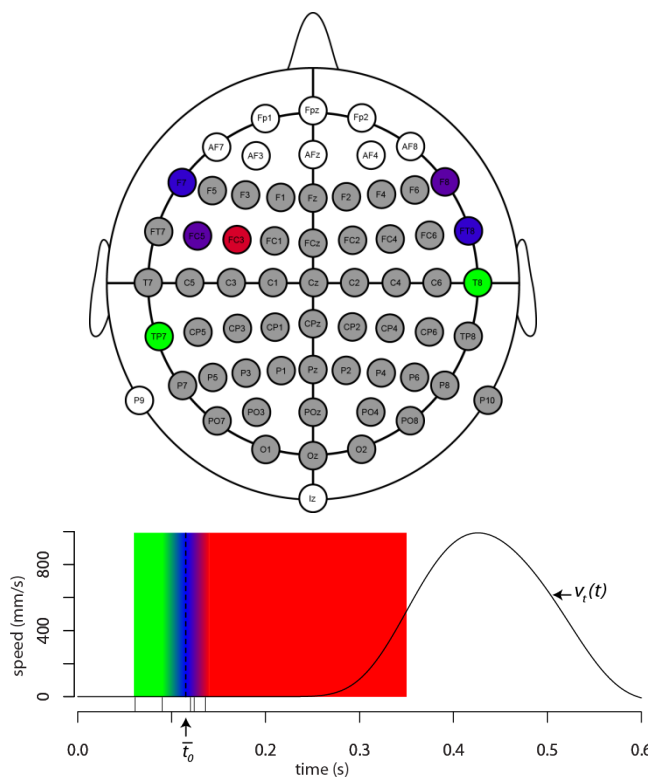
Sur deux des sujets restants (n° 8 et n° 9), on pouvait noter un problème apparent d'estimation des paramètres  $\Delta\Lambda$ . Cela a engendré des valeurs de  $\bar{t}_0$  très petites comparativement à celle de  $t_{dz}$  et, particulièrement pour le sujet n° 8, de beaucoup inférieures à ce à quoi l'on

pourrait s'attendre en regard du temps de réaction moyen des mouvements. Ceci peut être observé par exemple sur la Figure 4.3.g où l'on voit que la valeur de  $\bar{t}_0$  est complètement à la gauche de la fenêtre d'observation alors que le temps de réaction du sujet est particulièrement lent (supérieur à 400 ms). On peut constater (voir le Tableau 4.1) que pour ces deux sujets (ainsi que le sujet n° 4 déjà rejeté), le nombre de mouvements problématiques (c.-à-d. dont le profil de vitesse est tel que la fonction  $f_{SNR}$  a une pente faiblement négative avec un maximum à  $t_0 = 60\text{ ms}$ ) est supérieur au nombre de mouvements valides (c.-à-d.  $n_{60} > n_{t_0}$ ). Malgré que les essais problématiques aient été écartés lors du calcul de  $\bar{t}_0$ , cette procédure ne semble pas avoir été suffisante pour retirer le biais sur l'estimation de  $\bar{t}_0$ . Davantage de recherches seront nécessaires pour comprendre quand et pourquoi de tels mouvements problématiques apparaissent ainsi que pour trouver des moyens adéquats pour corriger le biais observé chez les sujets qui tendent à produire majoritairement de tels mouvements.

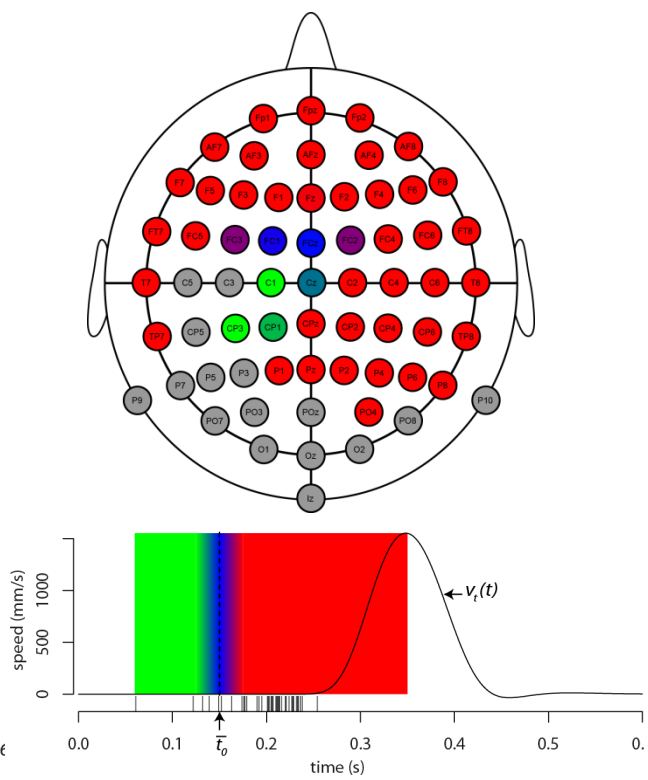
Pour chacun des sept sujets restants, un ERP a été détecté à l'intérieur d'une fenêtre  $\bar{t}_0 \pm 25\text{ms}$  et cela, sur plusieurs électrodes. Ceci peut être observé sur la Figure 4.3 qui montre les résultats obtenus pour chacun des sujets.



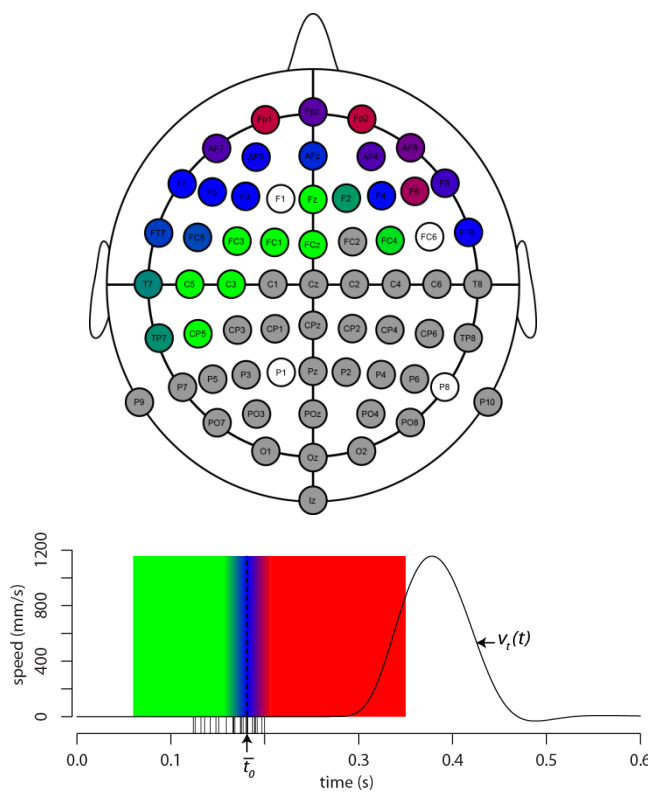




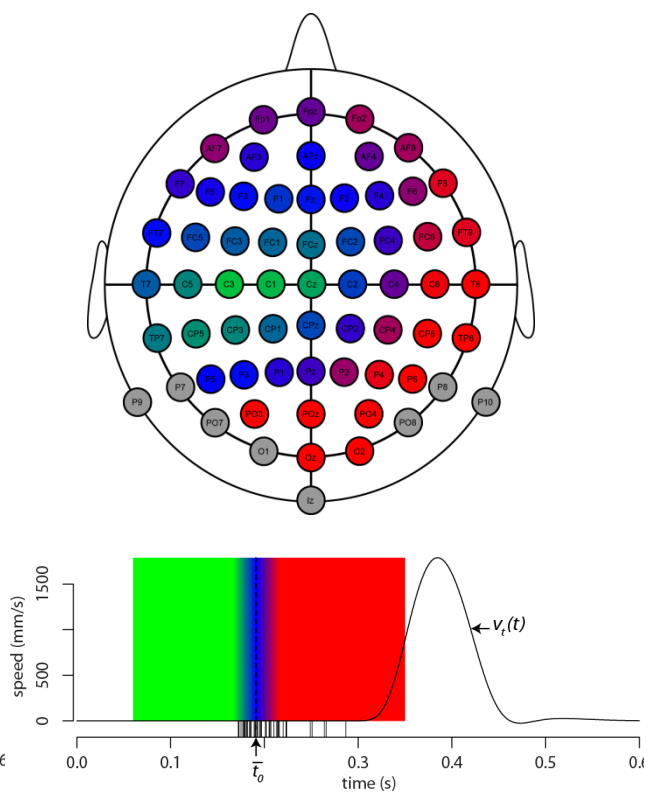
(c) sujet 4



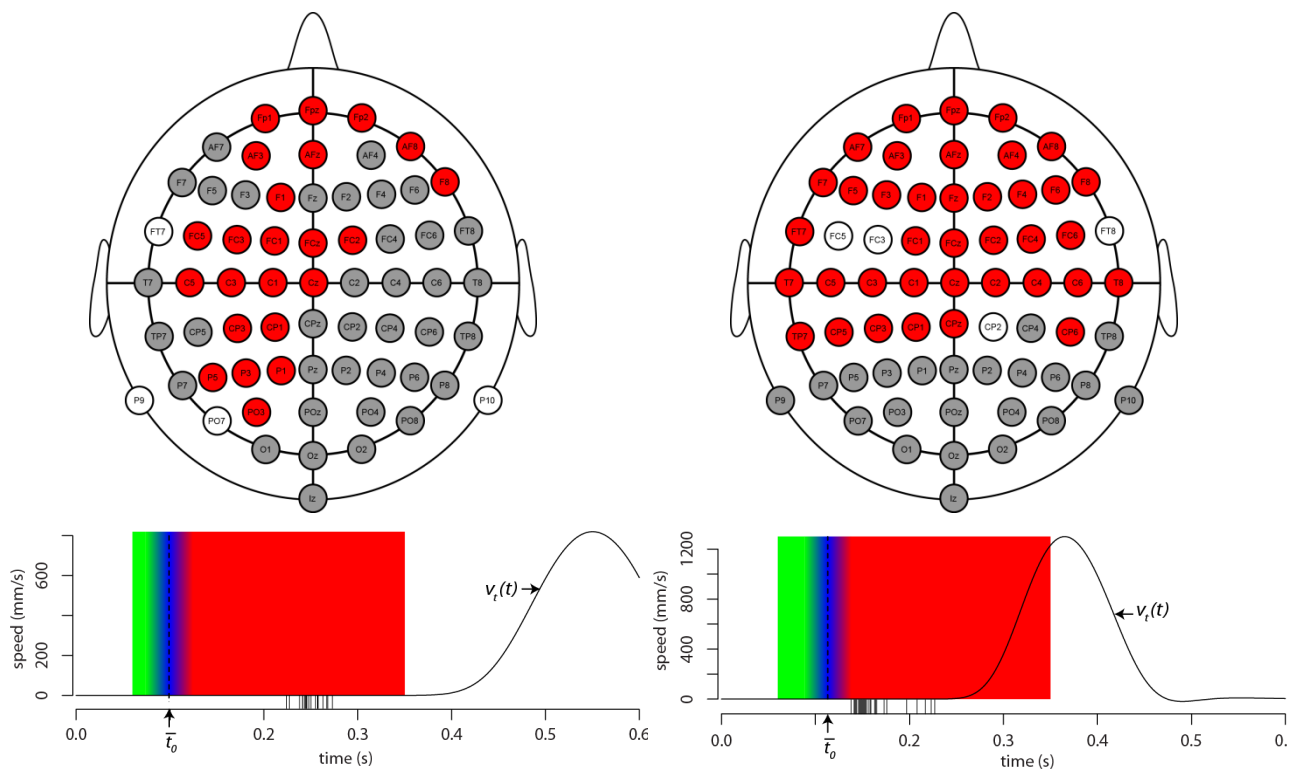
(d) sujet 5



(e) sujet 6

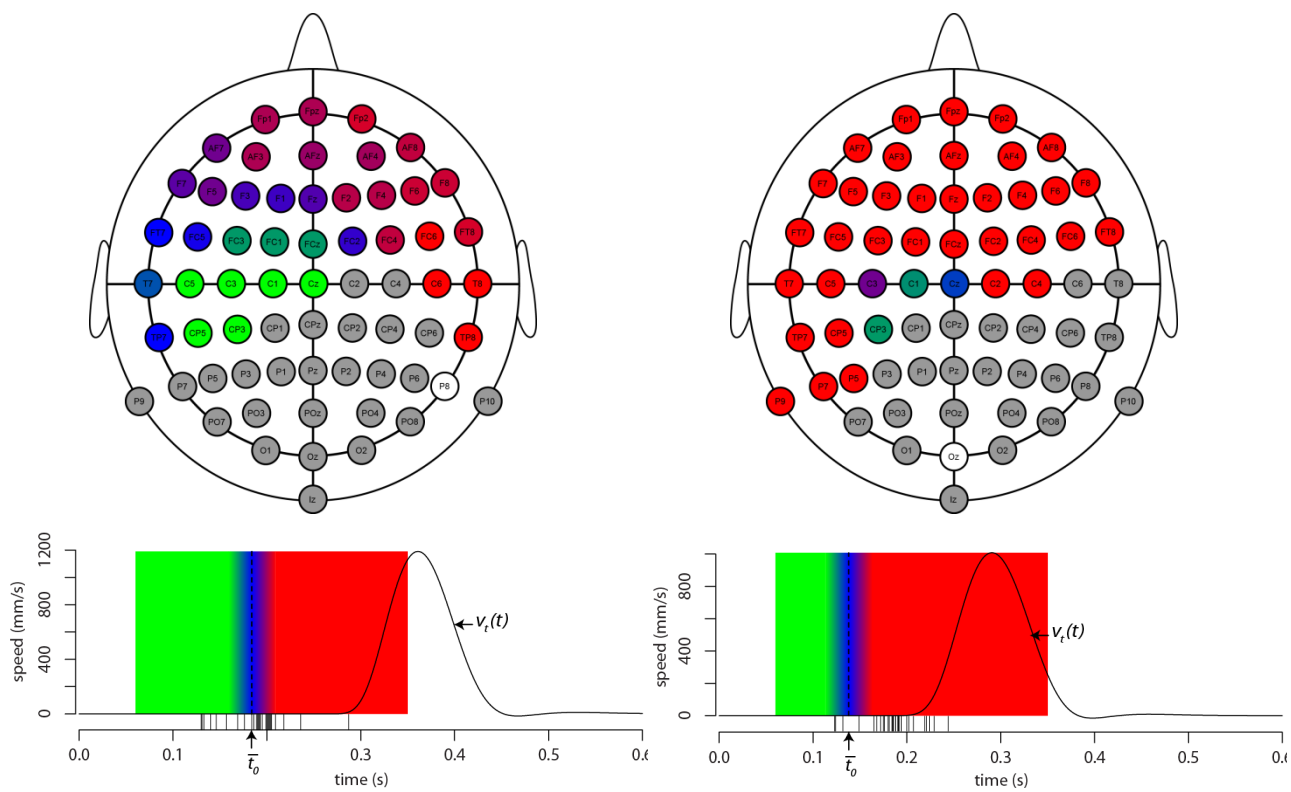


(f) sujet 7



(g) sujet 8

(h) sujet 9



(i) sujet 10

(j) sujet 11

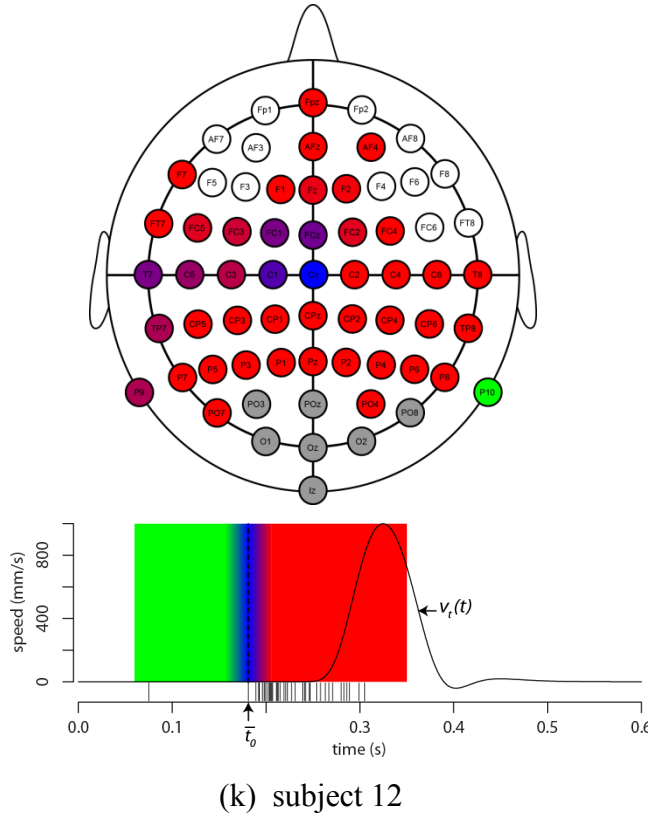


Figure 4.3 : Partie supérieure : la tête du sujet est présentée avec les électrodes disposées selon le système 10-20. Aucun ERP n'a été détecté pour les électrodes grises alors que les blanches ont été rejetées pour des raisons techniques (p. ex. saturation du canal d'acquisition). Pour les autres électrodes, un spectre de couleur a été utilisé avec le bleu représentant les électrodes où  $t_{dz} = \bar{t}_0$ , le rouge celles pour lesquelles  $t_{dz} \geq \bar{t}_0 + 25 \text{ ms}$  et le vert celles telles que  $t_{dz} \leq \bar{t}_0 - 25 \text{ ms}$ . Partie inférieure : le mouvement moyen réalisé par chaque sujet est superposé au spectre de couleur utilisé pour l'identification des électrodes. Ce spectre est donc centré à  $\bar{t}_0$  et varie sur l'intervalle  $\pm 25 \text{ ms}$  autour de  $\bar{t}_0$ . Le spectre de couleur est prolongé à l'extérieur de cet intervalle de telle façon à couvrir la plage  $[60, 350] \text{ ms}$ . Sous le spectre, une représentation unidimensionnelle (« rug plot ») représente la valeur  $t_{dz}$  des différentes électrodes.

Une carte moyenne est illustrée à la Figure 4.4. Celle-ci ne considère que les sujets pour lesquels l'expérience a fonctionné (n° 3, 5, 6, 7, 10, 11 et 12). Sur celle-ci, seulement les électrodes pour lesquelles un ERP a été détecté pour l'ensemble des sept sujets sont colorées. Pour ce faire, les valeurs moyennes pondérées de  $\bar{t}_0$  et  $t_{dz}$  ont été calculées en utilisant respectivement les variables  $n_{t_0}$  et  $n_{t_{dz}}$  comme poids.

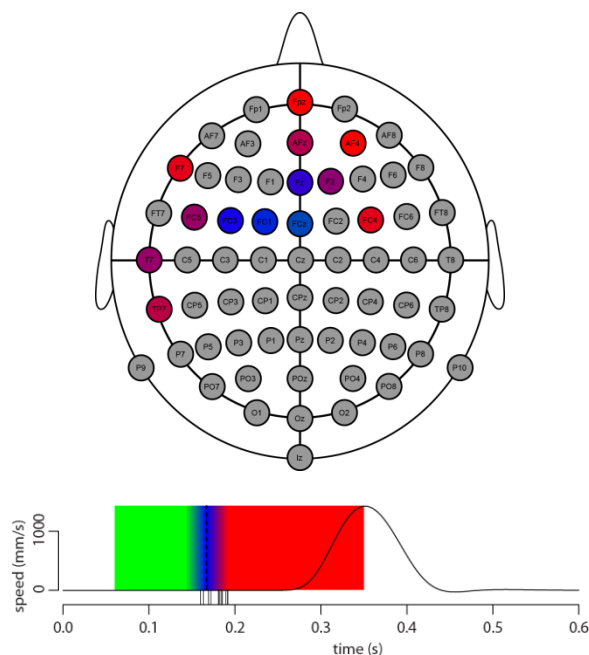


Figure 4.4 : Même représentation que pour la Figure 4.3, mais pour la valeur moyenne des sept sujets pour qui l'expérience a bien fonctionné (n° 3, 5, 6, 7, 10, 11 et 12). Les électrodes grises sont celles pour lesquelles un ERP n'a pas été observé pour au moins un des sept sujets.

La Figure 4.5 illustre, de gauche à droite, le comportement de la carte moyenne lorsque l'on inclut les électrodes pour lesquelles on peut lire un ERP pour au moins un, deux, quatre et six sujets.

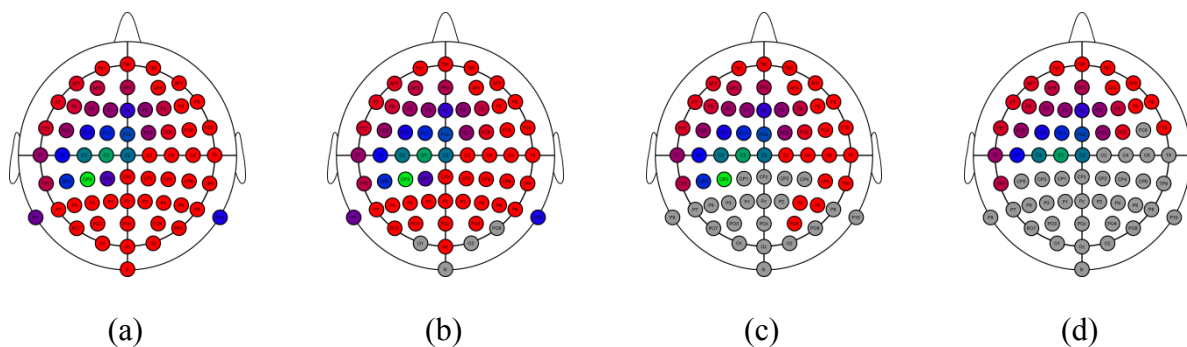


Figure 4.5 : Variation de la carte moyenne en fonction du nombre minimal de sujets ayant un ERP. Ces cartes sont telles que les électrodes sont rejetées (grises) si un ERP n'a pas été détecté sur au moins (a) sept, (b) six, (c) quatre et (d) deux sujets.

## 4.4 Discussion

Comme précédemment discuté, certaines difficultés reliées soit à l'étude EEG soit à l'étude de la cinématique des mouvements ont entraîné le rejet de quelques sujets. Cela n'est pas en soi surprenant puisque de telles difficultés sont fréquemment rencontrées dans l'étude électroencéphalographique ainsi que dans l'étude du mouvement humain. Ceci est inhérent à la grande variabilité des comportements observés dans ces deux champs d'investigations.

Pour la présente étude, un certain nombre de méthodes alternatives ont été testées et celle permettant l'obtention de la meilleure relation entre  $\bar{t}_0$  et  $t_{dz}$  a été retenue. Une corrélation élevée ( $0.9 \leq \rho \leq 0.95$ ) a été obtenue entre les résultats de la majorité des procédures utilisées pour l'évaluation de  $\bar{t}_0$ . L'estimation de ce paramètre s'est montrée très stable pour certains sujets alors que pour d'autres, les valeurs estimées montraient une plus grande instabilité. Puisqu'il s'agit ici d'une nouvelle approche, plus d'investigation sera nécessaire afin de déterminer quelles sont les techniques les plus robustes et précises pour le calcul de la valeur de  $\bar{t}_0$ .

Malgré certaines difficultés méthodologiques, une bonne cooccurrence a été observée entre les ERP (évaluée avec la valeur de  $t_{dz}$ ) et le temps d'émission des commandes neuronales (évaluée avec la valeur de  $t_0$ ) comme on peut le constater sur les exemples de la Figure 4.3. De façon intéressante, la carte moyenne (Figure 4.4) montre que les ERP observés au temps  $t_0$  ont été détectés aux alentours de la zone motrice. Comme on pouvait s'y attendre pour une telle tâche, les ERP enregistrés sont latéralisés de façon controlatérale au bras utilisé dans l'expérience. Il est aussi intéressant de noter que les ERP synchronisés avec  $\bar{t}_0$  semblent être très stables. En effet, alors que les conditions de moyennage les plus sévères (c.-à.-d. le rejet de toutes les électrodes sauf celles pour lesquels un ERP a été observé chez chacun des sept sujets retenus) ont entraîné le rejet de la majorité des électrodes, un petit noyau clairement défini de quatre électrodes synchronisées avec  $\bar{t}_0$  est néanmoins resté valide.

D'autre part, comme on peut le voir sur la Figure 4.5, le processus de moyennage semble être très stable puisqu'on relève peu de différence dans la couleur des électrodes – à l'exception de l'apparition de gris lorsque les électrodes deviennent invalides – au fur et à mesure que le critère de rejet des électrodes devient plus sévère. Ces figures montrent aussi qu'un potentiel évoqué est observé avant l'ERP moteur dans une région située de façon caudale par rapport à ce dernier. Étant donné son observation au-dessus de la zone motrice, un tel ERP prémoteur est

possiblement associé à certaines préparations motrices nécessaires avant l'émission de la commande. Aussi, il semble y avoir un ERP qui apparaît après la commande dans l'ensemble des régions entourant la région où les ERP moteurs et prémoteurs sont observés. De tels signaux peuvent être associés soit à la propagation de l'onde cérébrale, soit à un traitement neuronal nécessaire après l'émission de la commande motrice.

## 4.5 Conclusion

La redéfinition de la méthodologie permettant d'observer l'existence d'une onde cérébrale au temps  $t_0$ , extrait à partir d'une modélisation delta-lognormale, a permis de conforter les prémisses à la base de la Théorie Cinématique. On relève à la fois le potentiel intéressant de cette technique pour l'étude électroencéphalographique du contrôle moteur ainsi que l'importance de continuer à œuvrer au raffinement de sa méthodologie. En effet, des difficultés associées autant à l'étude EEG qu'à celle cinématique ont nécessité le rejet de quatre des onze sujets de cette étude. Bien qu'un tel taux ne soit pas hors-norme pour certaines recherches relatives aux potentiels évoqués, il semble souhaitable, dans de futures travaux, de s'efforcer de diminuer ratio ou d'augmenter le nombre de participants afin de disposer de résultats plus robustes.

Néanmoins, malgré ces difficultés, un potentiel évoqué cooccurrent avec la valeur de  $t_0$  a pu être relevé sur la majorité des participants restants. De plus, la carte moyenne indique que l'onde cérébrale est détectée aux alentours de la zone motrice controlatérale au bras utilisé lors de l'expérience, ce qui semble supporter qu'il s'agisse bien de la commande neuromusculaire postulée par la Théorie Cinématique. Il est espéré que ces résultats motiveront des chercheurs étudiant le contrôle moteur au moyen de l'EEG à apporter leur contribution à l'intégration de l'analyse cinématique à la batterie d'outils disponibles pour l'étude électroencéphalographique des mouvements humains.

## CHAPITRE 5 COMPROMIS VITESSE-PRÉCISION - PARTIE I : CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE DU MOUVEMENT HUMAIN

Ce chapitre se penche sur l'analyse des mouvements de compromis vitesse-précision récoltés dans le cadre du projet Sign@médic. Comme nous le verrons, l'étude de ces mouvements a été l'occasion d'investiguer un certain nombre de questions relatives à l'étude lognormale du contrôle moteur.

Premièrement, notons que ce texte constitue le premier de deux chapitres portant sur l'étude de ce type de mouvement. Dans ce premier volet, les mouvements sont analysés dans une perspective générale ayant comme but de contribuer à l'étude du contrôle moteur en présence d'un compromis vitesse-précision. Au Chapitre 11, l'étude de ce type de mouvement est poursuivie dans le cadre spécifique du développement d'outils de prévention de l'AVC.

Les mouvements qui sont analysés ici proviennent de la banque de données Sign@médic décrite en détail dans la troisième partie de cette thèse (Chapitre 9). Pour les besoins de la compréhension des analyses et des résultats présentés dans le présent chapitre, on spécifiera que cette banque comprend les mouvements de 120 sujets pour différents tests neuromoteurs dont celui du compromis vitesse-précision étudié dans ce chapitre. Pour cette tâche, deux paramètres sont modifiés dans un design expérimental factoriel 4 X 4, soit la distance entre le point de départ du mouvement et le milieu de la zone cible à atteindre (modalités : 45 mm, 90 mm, 135 mm et 180 mm) ainsi que la largeur de la zone cible (modalités : 7.5 mm, 15 mm, 22.5 mm et 30 mm). Les sujets doivent réaliser ces mouvements le plus rapidement possible, au son d'un stimulus audio. Deux répétitions sont réalisées pour un total de 32 acquisitions par sujet.

Notons que l'échantillon de 120 sujets utilisé pour nos analyses couvre un large spectre de conditions : un âge allant de 25 à 85 ans, des sujets des deux sexes ainsi que des conditions de santé variables. En effet, environ la moitié de ces sujets ont au moins un facteur de risque d'AVC alors que l'autre moitié est *a priori* en bonne santé<sup>11</sup>. L'analyse de données provenant d'un tel échantillon pour étudier les propriétés du mouvement humain offre l'avantage de produire des

---

<sup>11</sup> Le lecteur intéressé à en connaître plus sur le déroulement de l'expérimentation et sur la banque de données Sign@médic en général est référé au Chapitre 9.

observations pour lesquelles on peut avoir bon espoir quant à leur validité externe. Cependant, l'envers de la médaille est que l'on pourrait douter de la validité interne de nos résultats. En effet, un échantillon aussi hétérogène est naturellement plus susceptible de contenir des données aberrantes pouvant biaiser les analyses. Afin de répondre à cette préoccupation, en plus d'être obtenues sur l'échantillon complet (EC), les principales conclusions de nos analyses ont été vérifiées sur le sous-échantillon de sujets en santé (SES) ainsi que sur celui des sujets non en santé<sup>12</sup> (SENS). Bien que, pour éviter d'alourdir la présentation, seulement les principales conclusions soient validées sur ces trois échantillons, la similarité des tendances générales rapportées pour chacun de ces échantillons devrait rassurer le lecteur quant à la validité de nos observations.

Comme il sera discuté plus en détail au Chapitre 8, le problème de reconstruction delta-lognormal est souvent mal conditionné en cela qu'il permet d'obtenir une large variation des paramètres delta-lognormaux pour des RSB pratiquement optimaux. De ce fait, on peut supposer que la delta-lognormale comporte certains paramètres hautement redondants (c.-à-d. dont la variance de l'un explique une majeure partie de la variance de l'autre). Ceci est d'ailleurs appuyé par de fortes corrélations entre les paramètres delta-lognormaux tel que rapporté dans (Woch, et al., 2011). L'étude des compromis vitesse-précision a donc offert l'opportunité de vérifier s'il serait possible de réduire la taille du modèle Delta-Lognormal pour obtenir une modélisation plus parcimonieuse tout en améliorant le conditionnement de l'extraction delta-lognormale. Comme expliqué à l'Annexe 3, on peut construire un excellent modèle de régression de  $\mu_1$  vers  $\mu_2$  et un modèle de régression acceptable de  $\sigma_1$  vers  $\sigma_2$ . Les différentes manipulations statistiques ont donc été réalisées en parallèle pour des modèles delta-lognormaux à sept, à six et à cinq paramètres libres. Ces analyses tendent à montrer que, selon les considérations du chercheur, l'un ou l'autre de ces modèles peut être préféré, mais qu'il n'y a pas d'avantages décisifs qui motiveraient la recommandation générale de l'un par rapport aux autres. Pour alléger la lecture du corps de la thèse, l'étude comparative de ces trois modèles ainsi que la discussion sur les avantages des relatifs à chacun de ceux-ci sont rapportées à l'Annexe 3. Ce chapitre considère donc simplement le cas du modèle complet à sept paramètres décrit par l'équation (2.34).

---

<sup>12</sup> Notons qu'il y a ici un léger abus de langage dans le fait de qualifier de non en santé des sujets ayant un seul des facteurs de risque d'AVC. Cette terminologie a été utilisée pour simplifier les explications.



Dans ce qui suit, la littérature scientifique concernant l'étude des compromis vitesse-précision est d'abord rapportée à la section 5.1. Puis les différents aspects méthodologiques sont détaillés à la section 5.2. Par la suite, la section 5.3 présente les résultats globaux alors que les sections 5.4 à 5.7 discutent plus particulièrement des résultats relatifs à chacun des paramètres lognormaux. Une conclusion, à la section 5.8, résume les principaux résultats obtenus. Notons pour finir que les principaux résultats associés à ce chapitre peuvent être consultés dans les publications de langue anglaises (O'Reilly & Plamondon, 2011b; soumis.b).

## 5.1 L'étude des compromis vitesse-précision

On peut considérer que l'étude moderne des compromis vitesse-précision a réellement commencé à la suite de la publication, par Fitts (1954), d'un article dans lequel il proposait d'étudier ce type mouvement au moyen d'une analogie entre le système moteur humain et un canal de communication. Cette approche lui a permis de modéliser le processus de génération du mouvement dans le contexte de la Théorie de l'Information et a donné lieu à la découverte de ce qui est maintenant connu sous le nom de la *Loi de Fitts* :

$$MT = a + b \log_2 \left( \frac{2A}{W} \right) \quad (5.1)$$

Cette relation permet la prédiction de la durée moyenne d'un mouvement ( $MT$ ) à partir de deux paramètres d'une tâche de pointage réalisée à vitesse maximale, soit la largeur de la cible ( $W$  pour «width» dans certains ouvrages, le double de l'erreur relative  $\Delta D$  dans le cadre de la Théorie Cinématique) et la distance entre le point de départ et la zone cible ( $A$  pour amplitude dans certains ouvrages,  $D$  dans le cadre de la Théorie Cinématique). Depuis, plusieurs formulations alternatives ont été proposées pour améliorer cette prédiction, comme la forme de Shannon (MacKenzie, 1992a):

$$MT = a + b \log_2 \left( \frac{A}{W} + 1 \right) \quad (5.2)$$

l'équation quadratique de Plamondon & Alimi (1997):

$$a \ln^2(MT) + b \ln(MT) = \ln\left(\frac{2A}{W}\right) - c \quad (5.3)$$

et la loi de puissance de Kvalseth (1980):

$$\ln(MT) = a + b \ln\left(\frac{2A}{W}\right) \quad (5.4)$$

Treize différentes formulations ont été listées par Plamondon & Alimi (1997), sans compter leur propre formulation ainsi que celle originale de Fitts.

En plus d'être attribué à une loi, le nom de Fitts est aussi été associé aux tâches suivant un design expérimental semblable à celui décrit par Fitts & Peterson (1964). Ce protocole demande la production de mouvements aussi rapides que possible, mais atteignant les cibles fixées. La largeur des cibles ainsi que l'amplitude des mouvements à réaliser constituent généralement les deux variables indépendantes de cette expérience alors que la durée du déplacement constitue normalement la variable dépendante. Une grande variété de travaux ont été publiés portant sur les mouvements impliqués dans ce type de tâches (voir (Plamondon & Alimi, 1997) pour une revue de la littérature précédant 1997). Ces études rapportent, par exemple, comment le compromis vitesse-précision se comporte dans différentes conditions telles qu'en présence d'obstacles (Jax, Rosenbaum, & Vaughan, 2007; Vaughan, Barany, Sali, Jax, & Rosenbaum, 2010), avec ou sans rétroaction visuelle (Wu, Yang, & Honda, 2010), selon la géométrie de la zone cible (Bohan, Longstaff, Van Gemmert, Rand, & Stelmach, 2003), en présence d'illusion visuelle (Longstaff & Isaac, 2011; Mendoza, Hansen, Glazebrook, Keetch, & Elliott, 2005; van Donkelaar, 1999), avec des cibles mobiles (Chiu et al., 2011), etc.

Ce paradigme a aussi servi à évaluer différents aspects du contrôle moteur, comme l'apprentissage (Brenner & Smeets, 2011) et la présence de métacognition (Augustyn & Rosenbaum, 2005). De plus, outre le compromis étudié par Fitts, des variations de cette tâche ont servi à investiguer des situations dans lesquelles l'attribution des variables dépendantes et indépendantes est différente, tel que dans (Howarth, Beggs, & Bowden, 1971) où MT et W sont toutes deux considérées comme des variables dépendantes ou alors dans des tâches contraintes d'un point de vue temporel, où MT est pris comme variable indépendante (Newell, Hoshizaki, & Carlton, 1979; R. A. Schmidt, Zelaznik, Hawkins, Frank, & Quinn, 1979).

## 5.2 Aspects méthodologiques

### 5.2.1 Extraction

Les mouvements impliqués dans un compromis vitesse-précision se prêtent bien à une modélisation delta-lognormale dans la mesure où ceux-ci constituent des mouvements de pointage rapide. Pour extraire les paramètres lognormaux associés à cette tâche, le système IIX (Djioua & Plamondon, 2009) est utilisé en parallèle avec un extracteur appliquant le principe d'estimation XOR (section 7.1) au cas delta-lognormal. La solution produisant le meilleur RSB d'ajustement est conservée et optimisée en utilisant une recherche par coordonnées (section A1.2, en annexe). Ce processus est représenté à la Figure 5.1.

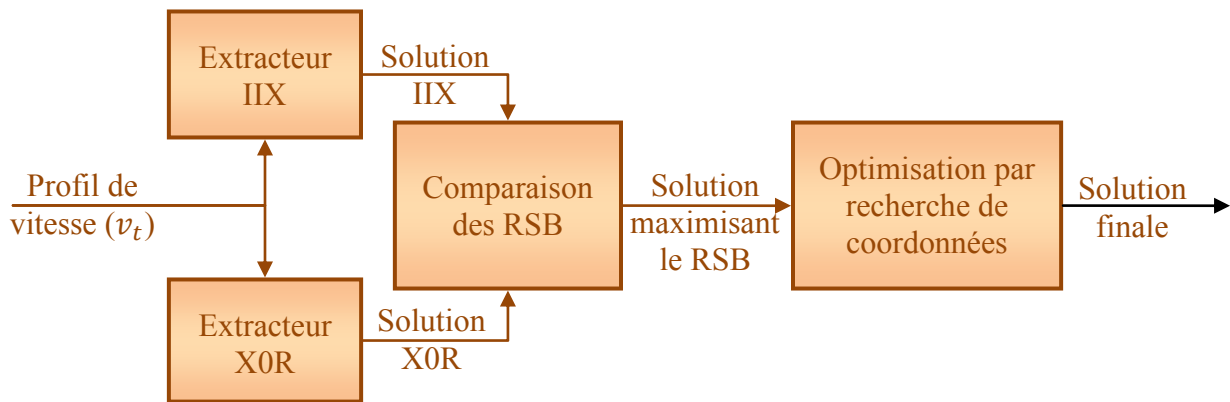


Figure 5.1 : Schéma descriptif du système d'extraction utilisé pour la modélisation des mouvements delta-lognormaux.

Pour la modélisation des mouvements de ce test, les profils de vitesse ont été préalablement segmentés (coupure à la fin du mouvement) manuellement afin de s'assurer de la propreté des signaux traités.

### 5.2.2 Filtrage

Une observation de nos données a indiqué que, dans certains cas, les filtres passe-bas à 16 Hz peuvent générer des oscillations non négligeables avant et après le lobe principal du profil de vitesse. Or, comme discuté plus en détail à la section A3.8, la forme des lobes secondaires a un impact important sur l'extraction des paramètres delta-lognormaux. Pour cela, lors de l'optimisation des solutions delta-lognormales, un filtre passe-bas moins contraignant (fréquence

de coupure à 35 Hz) a été utilisé<sup>13</sup>. Ceci semble tout à fait justifié pour éviter toute déformation du profil de vitesse par rapport aux données originales. De plus, cette modification ne devrait pas gêner le processus d'optimisation. En effet, celui-ci est basé sur une analyse comparative du rapport signal sur bruit (RSB) entre le profil original et les différentes solutions delta-lognormales envisagées. Un bruit haute-fréquence devrait avoir comme effet une réduction générale des RSB ayant peu d'impact sur le choix de la meilleure solution.

### 5.2.3 Données aberrantes et statistiques robustes

L'analyse automatique delta-lognormale des mouvements est de nature à produire des données contenant une proportion non négligeable de données aberrantes (« outliers ») (O'Reilly & Plamondon, 2011a; Woch, et al., 2011). Cette situation n'est pas exceptionnelle pour une expérience psychophysique portant sur le mouvement humain. Ce type d'étude nécessite normalement l'utilisation de différents critères de rejet ainsi que la prise en compte de nombreuses précautions méthodologiques (Luce, 1986).

Le Tableau 5.1 donne le pourcentage de données aberrantes relatives à chaque compromis vitesse-précision. Pour arriver à ces chiffres, la distance robuste (DR) de chaque échantillon par rapport à la population a été calculée à partir de l'algorithme *Fast MCD* de Rousseeuw et Van Driessen (1999)<sup>14</sup>. Cette distance correspond à la distance de Mahalanobis  $\sqrt{(x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu)}$  séparant un échantillon  $x$  du centre de la population  $\mu$  avec la moyenne  $\mu$  et la matrice de covariance  $\Sigma$  calculées en utilisant une méthode robuste à haut seuil de rupture. Les échantillons pour lesquels  $DR \geq q_{75} + 1.5(q_{75} - q_{25})$ , où  $q_i$  est le quantile  $i/100$  de la distribution de  $DR$ , sont considérés comme ayant une valeur aberrante. Cette technique est décrite plus en détail en annexe (voir section A1.3). À titre d'exemple, la Figure 5.2 illustre graphiquement la distance robuste des échantillons en fonction du numéro du sujet, pour les données associées à la condition expérimentale  $D = 180$  mm et  $\Delta D = 15$  mm.

<sup>13</sup> Ceci est vrai seulement pour la phase d'optimisation. Pour l'estimation de la solution initiale, le filtrage à 16 Hz a été conservé puisque cette phase est plus sensible à la présence de bruit.

<sup>14</sup> L'implémentation sous la fonction `covMcd(...)` de la librairie « `robustBase` » du logiciel de statistique R a été utilisée. Les paramètres `cor=TRUE`, `alpha=.75` ont été fixés alors que les autres paramètres ont été laissés à leur valeur par défaut.

Tableau 5.1 : Pourcentages de données aberrantes calculés pour les différentes conditions expérimentales de la tâche de compromis vitesse-précision.

	$D$ (mm)	$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15
	45	14.58	12.65	11.49	13.17
	90	8.18	14.55	13.79	12.87
	135	19.75	12.68	12.12	12.79
	180	17.21	13.95	13.42	12.08

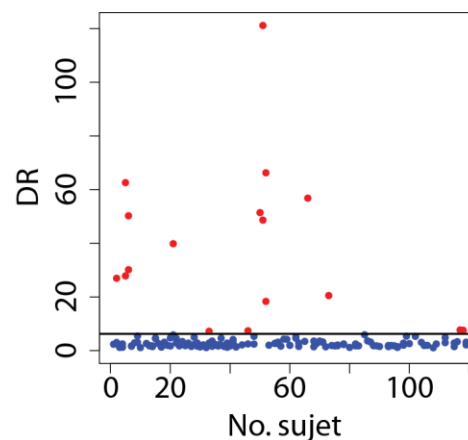


Figure 5.2 : Exemple de  $DR$  calculées (compromis  $D = 180$  mm,  $\Delta D = 15$  mm). Une ligne horizontale indique la valeur maximale acceptable. Tout point (en rouge) dépassant cette ligne devrait être rejeté.

La moyenne totale des données du Tableau 5.1 est de 13.46 % indiquant un pourcentage de rejet de plus de 13 % des données disponibles. Cependant, deux remarques supplémentaires doivent être apportées relativement à ces taux.

Premièrement, le nombre élevé de données aberrantes ne découle pas ici de l'inclusion, dans notre échantillon, de sujets provenant d'une population clinique. Ceci se vérifie par le fait que le taux moyen de données aberrantes dans SES et SENS est respectivement de 15.57 % et 16.68 %.

Deuxièmement, il est à noter que l'application d'une telle méthode de rejet des données aberrantes gagnerait à être utilisée individuellement pour chaque sujet plutôt que sur la population complète de notre échantillon. Ceci permettrait d'exclure les données aberrantes par rapport aux performances du sujet et non par rapport aux performances moyennes de la population cible. On relève un taux de rejet beaucoup moins élevé (environ 5 %) sur les données provenant des tests de temps de réaction (Chapitre 10) puisque, dans ce cas, la technique de détection des données aberrantes a été appliquée de façon individuelle à chaque sujet. Cependant, dans le cas présent, il est impossible de procéder ainsi puisque l'on dispose d'un maximum de deux échantillons par sujet par conditions expérimentales.

En conclusion, afin d'éviter que ce haut taux de données aberrantes ait un impact sur les analyses réalisées, des méthodes robustes ont été utilisées lors du calcul des différentes statistiques. Par exemple, les valeurs moyennes, les écarts-types et les corrélations sont systématiquement calculés avec la méthode MCD. La méthode de bootstrap est utilisée lorsqu'un intervalle de confiance sur une statistique est désiré.

### 5.2.4 Indice de difficulté

L'analyse des compromis vitesse-précision peut être faite au moyen de différents indices de difficultés (ID). Tout comme pour la loi de Fitts, plusieurs versions ont été proposées au fil des années pour décrire l'ID d'une tâche. Par exemple, on peut considérer la version originalement proposée par Fitts (1954):

$$ID_f = \log_2 \left( \frac{D}{\Delta D} \right) = \log_2 \left( \frac{2A}{W} \right) \quad (5.5)$$

la formulation de Shannon (MacKenzie, 1992a):

$$ID_s = \log_2 \left( \frac{D}{2\Delta D} + 1 \right) = \log_2 \left( \frac{A}{W} + 1 \right) \quad (5.6)$$

ou la version utilisant le logarithme naturel de l'inverse de l'erreur relative (Plamondon & Alimi, 1997):

$$ID_p = \ln \left( \frac{D}{\Delta D} \right) = \ln \left( \frac{2A}{W} \right) \quad (5.7)$$

Cependant, dans cette étude, nous ne serons intéressés que par les courbes de niveau de l'ID dans l'espace  $(D, \Delta D)$  et ces trois définitions produisent un patron de variation essentiellement identique. Dans le cas présent, l'une ou l'autre des définitions (5.5)-(5.7) peut donc être utilisée pour tirer les mêmes conclusions.

### 5.2.5 Corrélations et régressions

Dans les analyses rapportées, la variation du coefficient de corrélation en fonction des différentes conditions expérimentales est modélisée au moyen de régressions linéaires. Celles-ci supposent la normalité des variables dépendantes. Pour améliorer l'adéquation des données à cette hypothèse,

la transformation logit (identifiée par la lettre  $L$ ) est utilisée lorsque le coefficient de corrélation est strictement positif. Celle-ci est définie comme suit

$$L_+(x) = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \quad (5.8)$$

Le choix de cette transformation repose sur son adoption courante lorsqu'il est nécessaire de transformer le support d'une variable de  $[0, 1]$  vers  $[-\infty, +\infty]$ . Si le coefficient est strictement négatif, la définition suivante est utilisée :

$$L_-(x) = \ln\left(\frac{-x}{1+x}\right) \quad (5.9)$$

Finalement, pour les coefficients pouvant prendre des valeurs positives et négatives, il est nécessaire d'avoir recours à la transformée suivante :

$$L_{\pm}(x) = \ln\left(\frac{\left(\frac{x}{2} + 0.5\right)}{1 - \left(\frac{x}{2} + 0.5\right)}\right) \quad (5.10)$$

Il faut de plus mentionner que, dans ce chapitre, le symbole  $\rho$  est utilisé pour référer au coefficient de corrélation calculé avec l'algorithme *Fast MCD* et que la notation de Wilkinson et Rogers (1973) est adoptée pour représenter les modèles linéaires<sup>15</sup>. Par exemple, un modèle linéaire factoriel complet représentant la variation de la transformée logit du coefficient de corrélation entre  $D_1$  et  $D_2$  par rapport aux paramètres de la tâche  $D$  et  $\Delta D$  sera écrite  $L(\rho(D_1, D_2)) \sim D * \Delta D$ .

Notons aussi que, lors des investigations réalisées, les modèles de régression ont donné constamment de meilleurs ajustements lorsque le logarithme naturel des paramètres de la tâche (c.-à.-d.  $\ln(D)$  et  $\ln(\Delta D)$ ) ont été utilisés plutôt que les paramètres eux-mêmes. Cette observation est compréhensible puisqu'il y a plusieurs raisons de croire que les dimensions géométriques sont

---

<sup>15</sup> Dans cette notation, le symbole  $\sim$  sépare les variables dépendantes (à gauche) du modèle prédictif (à droite). Dans le modèle prédictif,  $x_1 + x_2$  indique que les effets de  $x_1$  et  $x_2$  sont additifs. L'expression  $x_1 : x_2$  correspond au terme d'interaction entre  $x_1$  et  $x_2$ .

traitées de façon logarithmique par le système nerveux central. Une telle hypothèse est en accord avec la Loi de Weber–Fechner qui relie les stimuli à la perception avec une relation logarithmique ainsi qu’avec la loi de Fitts qui utilise une relation logarithmique pour associer les dimensions géométriques ( $D$  et  $\Delta D$ ) à la dimension temporelle ( $MT$ ) (voir aussi la section 2.4 à ce sujet). Nous sommes donc enclins à préférer utiliser les transformées logarithmiques des paramètres de la tâche plutôt que leur valeur initiale. D’autre part, la régression linéaire utilisant le modèle factoriel complet  $\ln(D) * \ln(\Delta D)$  pose problème puisque, dans l’intervalle de variation des paramètres  $D$  et  $\Delta D$  considéré, 99 % de la variance du terme d’interaction  $\ln(D)\ln(\Delta D)$  peut s’exprimer par les facteurs  $\ln(D)$  et  $\ln(\Delta D)$  comme l’indique l’obtention d’un  $R^2$  de 0.990 pour l’ajustement du modèle linéaire  $\ln(D)\ln(\Delta D) \sim \ln(D) + \ln(\Delta D)$ .<sup>16</sup>

Devant cette observation, on pourrait être tenté de simplement rejeter le terme d’interaction en considérant que son apport dans la modélisation peut être pris en compte par les facteurs  $\ln(D)$  et  $\ln(\Delta D)$ . Or, d’une part, pour la modélisation de certaines caractéristiques en fonction des paramètres de la tâche, on peut obtenir une différence significative selon que l’on utilise ou non le terme d’interaction (p. ex., on a vu des différences de  $R^2_{ajusté}$  d’environ 0.2 avec une valeur  $p$  pour la supériorité du modèle avec interaction de l’ordre de 0.01). D’autre part, l’inclusion du terme d’interaction dans le modèle est difficilement recommandable puisqu’il peut causer un problème de colinéarité. Une technique standard en statistique pour ce genre de situation consiste à centrer les variables indépendantes du modèle. À cette fin, pour les régressions, on considèrera les variables transformées suivantes :

$$\tilde{D} = \ln(D) - \overline{\ln(D)} \quad (5.11)$$

$$\tilde{\Delta D} = \ln(\Delta D) - \overline{\ln(\Delta D)} \quad (5.12)$$

où  $\overline{\ln(D)} = \frac{\ln(180) + \ln(135) + \ln(90) + \ln(45)}{4}$  et  $\overline{\ln(\Delta D)} = \frac{\ln(15) + \ln(11.25) + \ln(7.5) + \ln(3.75)}{4}$  dans notre cas. On peut vérifier que cette technique résout effectivement le problème puisque le  $R^2$  pour le modèle  $\tilde{D}\tilde{\Delta D} \sim \tilde{D} + \tilde{\Delta D}$  tombe à 3.3e-31.

---

<sup>16</sup> Ce problème serait aussi présent si l’on n’utilisait pas les transformations logarithmiques puisque l’on obtient un  $R^2$  de 0.951 pour le modèle  $D\Delta D \sim D + \Delta D$ .



## 5.3 Résultats globaux

### 5.3.1 Validité du protocole pour l'acquisition de compromis vitesse-précision

On peut valider le protocole expérimental utilisé pour cette série d'acquisitions en vérifiant la possibilité de modéliser les données récoltées à l'aide des relations (5.1)-(5.5). Comme on peut s'y attendre pour ce protocole, l'ajustement des données avec ces relations est très précis (voir Tableau 5.2). Les meilleurs ajustements sont obtenus avec la loi quadratique et la loi de puissance, en accord avec les résultats publiés dans (Plamondon & Alimi, 1997).

L'obtention de tel  $R_{ajusté}^2$  sur EC montre que l'inclusion des sujets ayant potentiellement une atteinte au niveau neuromusculaire ne compromet pas l'applicabilité de la Loi de Fitts à nos données.

Tableau 5.2: Ajustement de différentes variantes de la Loi de Fitts aux données expérimentales récoltées.

Modèle	$R_{ajusté}^2$
Fitts (5.1)	0.95
Shannon (5.2)	0.96
Quadratique (5.3)	0.98
Puissance (5.4)	0.98

### 5.3.2 Analyse de corrélation

Dans les sections subséquentes, chaque paramètre lognormal est repris et sa variance est analysée en fonction des caractéristiques des compromis vitesse-précision. De plus, les corrélations importantes entre les paramètres sont analysées de la même façon. Pour se concentrer uniquement sur les relations pertinentes et éviter d'analyser l'ensemble des 21 corrélations non triviales<sup>17</sup>, une analyse globale a d'abord été réalisée. Dans le cadre de celle-ci, la matrice de corrélations robuste de l'ensemble des paramètres delta-lognormaux a été calculée pour chacun des 16 compromis vitesse-précision. Leur valeur moyenne est rapportée dans le Tableau 5.3 alors que leur écart-type se trouve listé dans le Tableau 5.4. Notons que dans ces tableaux, les informations triviales ont été omises pour faciliter la lecture.

<sup>17</sup> On considère comme triviales les corrélations  $\rho(x, x)$  ainsi que  $\rho(x, y)$  lorsque  $\rho(y, x)$  est connu.

Tableau 5.3: Coefficients de corrélation moyens entre les paramètres delta-lognormaux. Les cellules en rouge sont celles à étudier plus en détail puisque statistiquement significatives.

	$t_0$	$D_1$	$\mu_1$	$\sigma_1$	$D_2$	$\mu_2$
$D_1$	0.018					
$\mu_1$	<b>-0.499</b>	<b>0.107</b>				
$\sigma_1$	<b>0.380</b>	0.017	<b>-0.266</b>			
$D_2$	-0.007	<b>0.913</b>	<b>0.082</b>	-0.035		
$\mu_2$	<b>-0.395</b>	-0.019	<b>0.936</b>	-0.009	<b>-0.080</b>	
$\sigma_2$	<b>0.219</b>	<b>0.529</b>	<b>-0.146</b>	<b>0.505</b>	<b>0.606</b>	<b>-0.114</b>

Tableau 5.4 : Écart-types utilisés dans le calcul de l'intervalle de confiance des coefficients de corrélation moyens.

	$t_0$	$D_1$	$\mu_1$	$\sigma_1$	$D_2$	$\mu_2$
$D_1$	0.0200					
$\mu_1$	0.0292	0.0163				
$\sigma_1$	0.0267	0.0215	0.0367			
$D_2$	0.0247	0.0154	0.0163	0.0196		
$\mu_2$	0.0280	0.0187	0.0555	0.0408	0.0153	
$\sigma_2$	0.0183	0.0250	0.0394	0.0186	0.0157	0.0410

En utilisant les valeurs de ces deux tableaux, l'intervalle de confiance à 95 % de la moyenne a été calculé comme étant égal à  $\left[\mu - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ , où  $\mu$  et  $\sigma$  représentent respectivement la moyenne et l'écart-type indiqués aux Tableau 5.3 et 5.4 et  $n = 16$  est le nombre de compromis vitesse-précision analysés. Cet intervalle a été utilisé pour identifier les corrélations significativement (d'un point de vue statistique) différentes de zéro. Ces dernières sont indiquées en **rouge** dans le Tableau 5.3 et font l'objet d'une analyse plus détaillée dans les sections subséquentes. Une analyse plus poussée sera fournie pour les deux plus grandes corrélations, soit celle entre  $D_1$  et  $D_2$  et celle entre  $\mu_1$  et  $\mu_2$ .

### 5.3.3 Relations entre les paramètres $\Delta\Lambda$ et les paramètres de la tâche

Pour calculer la régression entre les paramètres  $\Delta\Lambda$  et les paramètres de la tâche, la moyenne robuste des paramètres  $\Delta\Lambda$  a été calculée pour chacune des 16 conditions expérimentales. Le Tableau 5.5 liste les résultats obtenus pour l'application du modèle de régression  $p \sim \tilde{D} + \tilde{\Delta D}$ .

Aucune interaction n'a été prise en compte dans ces régressions puisque ce terme n'était statistiquement significatif ( $\alpha=0.05$ ) pour aucun des paramètres lognormaux. L'absence d'interaction entre ces caractéristiques de la tâche semble supporter des mécanismes différents pour le traitement de l'amplitude du mouvement et de sa précision puisque des mécanismes traitant ces informations de façon indissociable seraient plus susceptibles de faire interagir ces deux dimensions.

Tableau 5.5: Analyse de régression utilisant le modèle  $p = a \ln(D) + b \ln(\Delta D) + c$ . La couleur **rouge** indique la signifiante statistique (valeur  $p < 0.05$ ).

$p$	$\ln(D)$		$\ln(\Delta D)$		Ordonnée à l'origine		$R^2_{ajusté}$
	$a$	valeur p	$b$	valeur p	$c$	valeur p	
$t_0$	<b>-0.0448</b>	<b>6.04E-09</b>	-0.0024	4.47E-01	<b>0.101</b>	<b>1.80E-16</b>	0.93
$\ln(D_1)$	<b>0.9533</b>	<b>2.41E-19</b>	<b>-0.0274</b>	<b>8.69E-03</b>	<b>4.839</b>	<b>3.29E-31</b>	1.00
$\ln(D_2)$	<b>0.9188</b>	<b>4.12E-12</b>	<b>-0.0908</b>	<b>2.05E-02</b>	<b>3.133</b>	<b>7.22E-22</b>	0.98
$\mu_1$	<b>0.3340</b>	<b>3.25E-12</b>	<b>0.0781</b>	<b>3.20E-05</b>	<b>-1.245</b>	<b>1.96E-22</b>	0.98
$\mu_2$	<b>0.3281</b>	<b>4.29E-12</b>	<b>0.0931</b>	<b>6.10E-06</b>	<b>-0.875</b>	<b>1.44E-20</b>	0.98
$\sigma_1$	<b>-0.0185</b>	<b>3.58E-02</b>	<b>0.0370</b>	<b>4.76E-04</b>	<b>0.297</b>	<b>2.84E-17</b>	0.64
$\sigma_2$	-0.0018	4.74E-01	0.0046	8.66E-02	<b>0.119</b>	<b>1.97E-18</b>	0.07

Comme on peut le constater, des  $R^2$  ajustés très élevés sont obtenus pour la majorité des paramètres. Ceux-ci sont plus grands ou égaux à 0.93 pour tous les paramètres de commande ainsi que pour  $\mu_1$  et  $\mu_2$ . L'ajustement est moins précis pour  $\sigma_1$  (0.64) alors qu'il très mauvais pour  $\sigma_2$  (0.07). Ceci est cohérent avec le fait qu'il est difficile d'obtenir une extraction fiable pour les paramètres  $\sigma$ , particulièrement pour  $\sigma_2$ . Les deux paramètres de tâche affectent la valeur de l'ensemble des paramètres  $\Delta\Lambda$ , à l'exception de  $t_0$  qui n'est pas affecté par la largeur de la cible et de  $\sigma_2$  dont la valeur semble trop erratique pour être affectée par aucune des propriétés de la tâche.

### 5.3.4 Vérification de la présence d'un bruit neuromoteur dépendant du signal

L'investigation et la discussion de certains résultats observés dans ce chapitre font appel à l'hypothèse de la présence d'un bruit dépendant du signal dans les processus de génération du mouvement. Une telle hypothèse a été adoptée par plusieurs investigateurs (Charles & Hogan, 2010; Guigon, Baraduc, & Desmurget, 2008; Harris & Wolpert, 1998; Kirsch & Hennighausen, 2011; Medina & Lisberger, 2007; Meyer, Abrams, Kornblum, Wright, & Smith, 1988; R. A.

Schmidt, et al., 1979; Tee, Franklin, Kawato, Milner, & Burdet, 2010; van Beers, 2008; White & Diedrichsen, 2010) et est maintenant largement endossée par la communauté scientifique. Cette acceptation n'est pas surprenante puisqu'il semble raisonnable de penser que le bruit sur la cinématique des mouvements puisse augmenter avec l'énergie du signal.

On peut montrer que cette hypothèse est aussi supportée par nos données. Dans le contexte de la Théorie Cinématique, un bruit neuromoteur devrait causer une erreur de convergence entre la sortie observée et la sortie idéale des systèmes neuromusculaires. En effet, la Théorie Cinématique montre comment la sortie de ces systèmes converge vers une fonction lognormale. Cependant, on peut s'attendre à ce que la présence d'un bruit neuromusculaire affecte cette convergence et ait pour conséquence une moins bonne modélisation des profils de vitesse par l'équation delta-lognormale. Une telle erreur d'ajustement devrait alors conduire à une plus grande variabilité des paramètres lognormaux. On s'attend donc à une plus grande variance des paramètres  $\mu_i$  et  $\sigma_i$  pour des valeurs de  $D_i$  supérieures. Par exemple, pour tester cette hypothèse pour le cas de  $\mu_1$ , on peut calculer la variance de cette variable dans dix groupes d'échantillons définis tels que  $D_1 \in [C(i), C(i + 1)]$  ( $i=0, 10, 20, \dots, 90$ ) où  $C(i)$  est la valeur du  $i^e$  centile de la distribution de  $D_1$ . On rejette de l'analyse le premier et le dernier groupe puisque ceux-ci sont plus sujets à la présence de données aberrantes. Puis, on régresse linéairement la variance de  $\mu_1$  sur la moyenne de  $D_1$  calculée pour chacun de ces groupes. Pour ce faire, on utilise la fonction de régression linéaire robuste *lmRob* du logiciel de statistique *R*<sup>18</sup>. Une telle analyse a été réalisée pour tous les  $\mu_i$  et  $\sigma_i$  et le résultat de celle-ci est illustré à la Figure 5.3. L'obtention de pentes de régression non statistiquement nulles supporte l'hypothèse de la présence, sur les commandes neuromusculaires, d'un bruit dépendant de l'amplitude du signal. Cette hypothèse sera donc utilisée pour notre discussion plus loin dans ce chapitre.

---

<sup>18</sup> R est une implémentation à code source ouvert du langage de programmation statistique S. Pour plus d'information, consulter <http://www.r-project.org>.

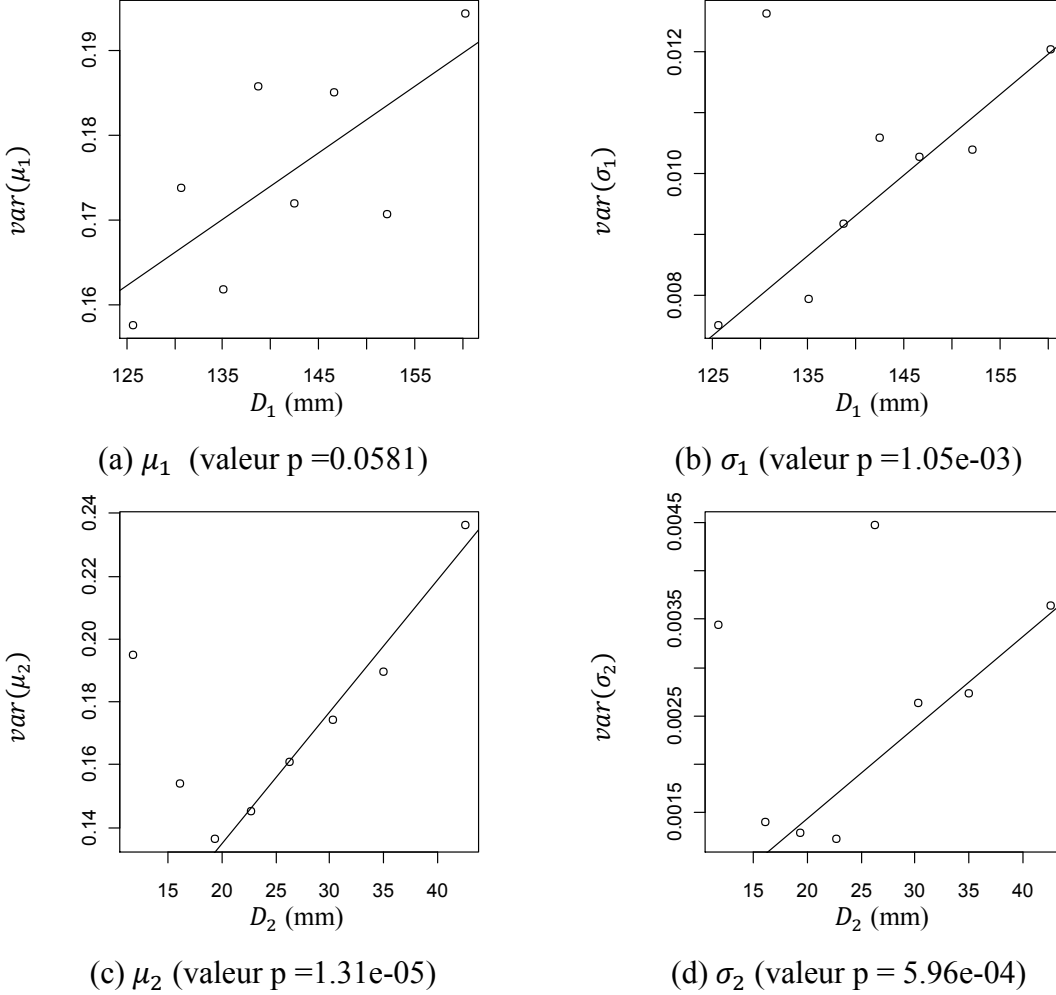


Figure 5.3: Régression linéaire de la variance des paramètres neuromusculaires sur l'amplitude des paramètres de commande.

## 5.4 Analyse de $D_1$ et $D_2$

### 5.4.1 Analyse de corrélation entre $D_1$ et $D_2$

Lors de l'exécution de mouvements devant répondre à un compromis entre la vitesse et la précision, les paramètres  $D_1$  et  $D_2$  d'un mouvement delta-lognormal rectiligne sont soumis à la contrainte  $d = D_1 - D_2$ , où  $d$  est la distance entre le point de départ et le point d'arrivée. Dans une tâche de Fitts, l'objectif est d'obtenir des mouvements tels que  $|d - D| \leq \Delta D$ . En général, on peut supposer que le sujet vise le milieu de la cible pour augmenter ses chances de succès de telle façon qu'il réussisse à produire des mouvements respectant la contrainte  $d = D$ . On peut donc considérer qu'au niveau cérébral, le problème consiste en l'estimation de la grandeur  $D$  à

parcourir puis au choix d'un paramètre ( $D_1$  ou  $D_2$ ) d'amplitude de commande. Par exemple, le système nerveux central pourrait choisir le degré d'antagonisme (c.-à-d. choisir  $D_2$ ) désiré, dans quel cas, la valeur de  $D_1$  est fixée par  $D_1 = D + D_2$ . Notons d'ailleurs que l'augmentation de  $D_2$  accroît le degré de synergie, de cocontraction et de travail négatif (c.-à-d. le travail dirigé dans la direction opposée au mouvement) impliqué dans le mouvement.

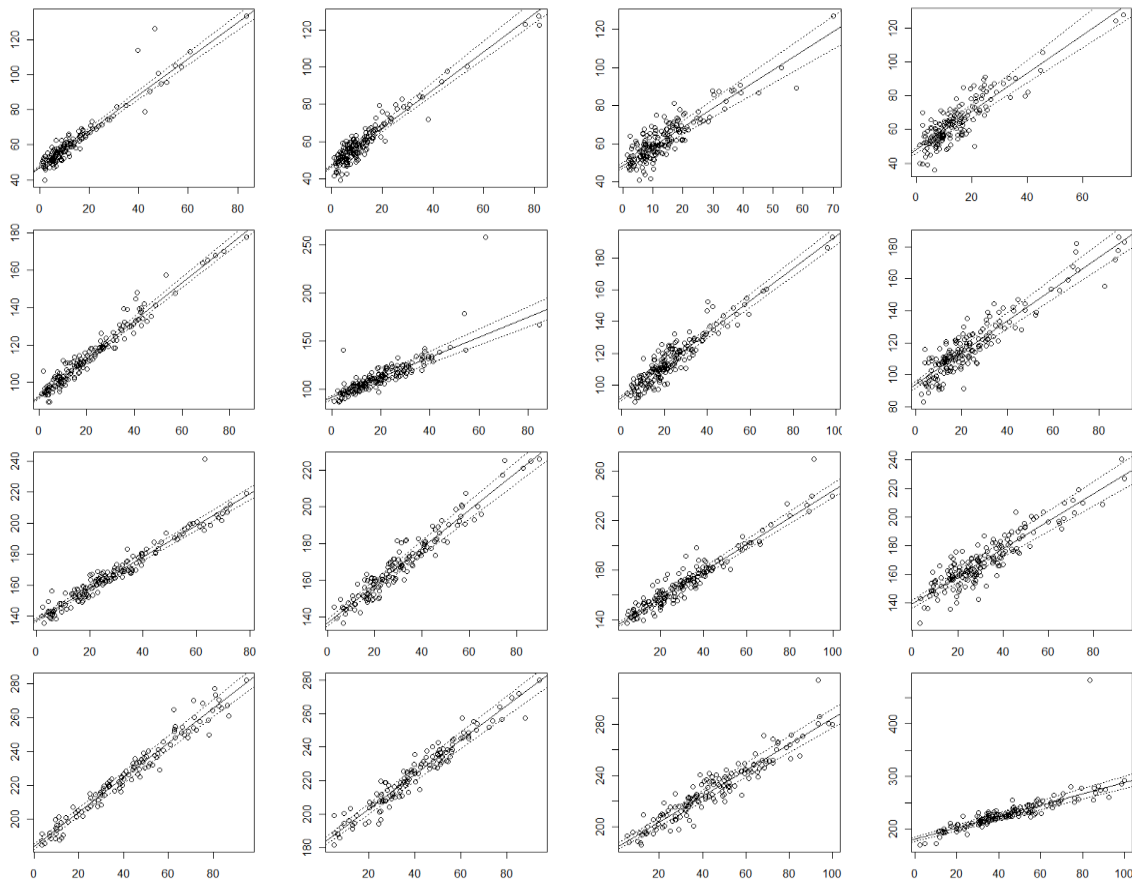


Figure 5.4: Régressions robustes de  $D_1$  sur  $D_2$ .  $D_2$  est en abscisse et  $D_1$  en ordonné, tous deux exprimés en millimètre. Dans ce tableau de graphes, les lignes sont associées à la distance parcourue (ordre croissant) et les colonnes sont associées à la largeur de la cible (ordre croissant). Par exemple, le graphe en haut à gauche concerne le compromis  $(D, \Delta D) = (45, 3.75)$  mm alors que le graphe en bas à droite concerne le compromis  $(D, \Delta D) = (180, 15)$  mm.

Théoriquement, cette interdépendance des paramètres  $D_1$  et  $D_2$  se reflèterait, pour des mouvements purement delta-lognormaux, par une relation linéaire de pente unitaire et d'ordonné à l'origine  $D$ . En pratique, ces caractéristiques peuvent être observées à l'aide d'une régression linéaire. En utilisant une fonction de régression linéaire robuste de la librairie *R* (*rlm(...)*) et la

méthode de bootstrap pour le calcul des intervalles de confiance, on peut obtenir une valeur médiane ainsi que les quantiles 0.025 et 0.975 définissant l'intervalle de confiance à 95 % de l'estimation de la pente et de l'ordonnée à l'origine de la droite de régression de  $D_1$  sur  $D_2$ . La Figure 5.4 illustre, pour chacune des conditions expérimentales, les droites de régression obtenues ainsi que leur intervalle de confiance. On peut voir que les paramètres de régression sont assez robustes. Ceci peut être constaté par le fait que les droites représentant les bornes de l'intervalle de confiance ne divergent pas beaucoup de la droite centrale représentant la valeur médiane.

La Figure 5.5 illustre, pour chaque combinaison distance-largeur de cible, la valeur estimée de la pente de régression de  $D_1$  sur  $D_2$ , ainsi que l'intervalle de confiance à 95 % de celle-ci. Comme on peut l'observer, la valeur unitaire se situe à l'intérieur de l'intervalle de confiance dans presque tous les cas.

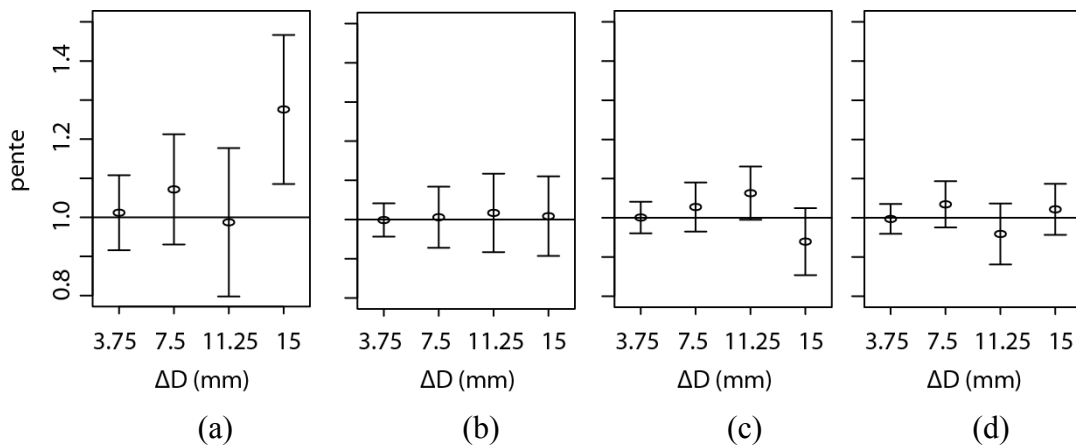


Figure 5.5: Valeur estimée (marqueur circulaire) avec son intervalle de confiance (moustaches) pour la pente de la régression de  $D_1$  sur  $D_2$ . (a)  $D = 45$  mm (b)  $D = 90$  mm (c)  $D = 135$  mm (d)  $D = 180$  mm

Pour sa part, la Figure 5.6 montre que la distance parcourue se retrouve presque toujours dans l'intervalle de confiance de l'ordonnée à l'origine de la régression de  $D_1$  sur  $D_2$ . La distance parcourue est ici calculée comme la médiane<sup>19</sup> de  $d$  plutôt que comme la valeur de  $D$ . Ce choix

<sup>19</sup> La médiane est préférée à la moyenne comme mesure de tendance centrale puisqu'elle est plus robuste à la présence de données aberrantes que cette dernière.

découle du fait que cette distance n'est pas totalement fixe étant donnée la géométrie de la feuille guide. En effet, selon que le sujet rejoint la zone cible avec un mouvement perpendiculaire ou non à la zone, la distance parcourue peut varier légèrement. Il en est aussi de même pour le caractère courbe ou non du trait.

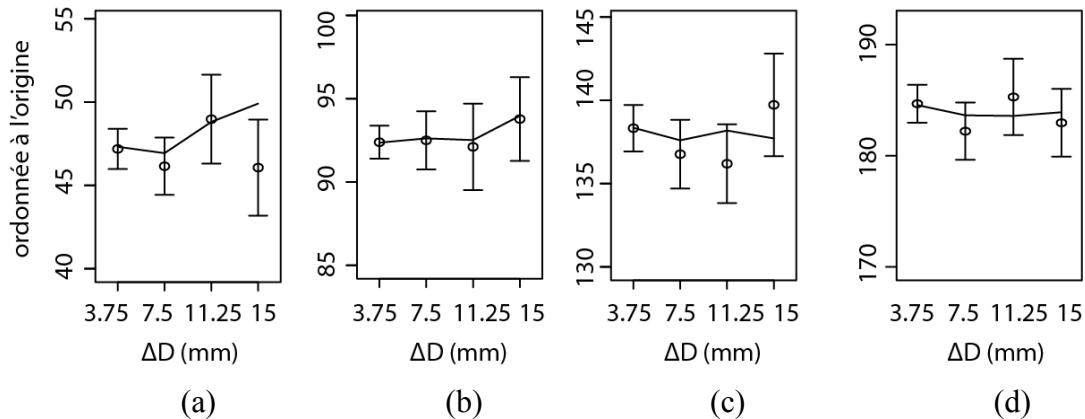


Figure 5.6: Valeur estimée (cercle) et son intervalle de confiance (moustaches) pour l'ordonnée à l'origine de la régression de  $D_1$  sur  $D_2$ . Le trait plein donne la valeur moyenne de  $d = D_1 - D_2$ . (a)  $D = 45$  mm (b)  $D = 90$  mm (c)  $D = 135$  mm (d)  $D = 180$  mm

L'analyse de la corrélation entre  $D_1$  et  $D_2$  en fonction des caractéristiques de la tâche montre que la précision du couplage entre l'amplitude des commandes envoyées aux groupes neuromusculaires agoniste et antagoniste augmente (tel qu'indiqué par de plus fortes corrélations) quand la tâche devient plus difficile. La Figure 5.7.a illustre clairement ce phénomène. Par exemple, la plus grande corrélation (0.987) est obtenue pour le compromis le plus difficile ( $D = 180$  mm,  $\Delta D = 3.75$  mm,  $ID_p = 3.87$ ) ce qui montre que, dans ce cas, 97.4 % de la variance de  $D_2$  est exprimée par la variation de  $D_1$ . Pour le compromis le plus facile ( $D = 45$  mm,  $\Delta D = 15$  mm,  $ID_p = 1.10$ ), la corrélation est encore relativement élevée (0.786), mais le pourcentage de variance de  $D_2$  exprimée par  $D_1$  chute à 61.8 %. À titre de référence, le Tableau 5.6 donne aussi la valeur estimée des coefficients de corrélations entre  $D_1$  et  $D_2$ .



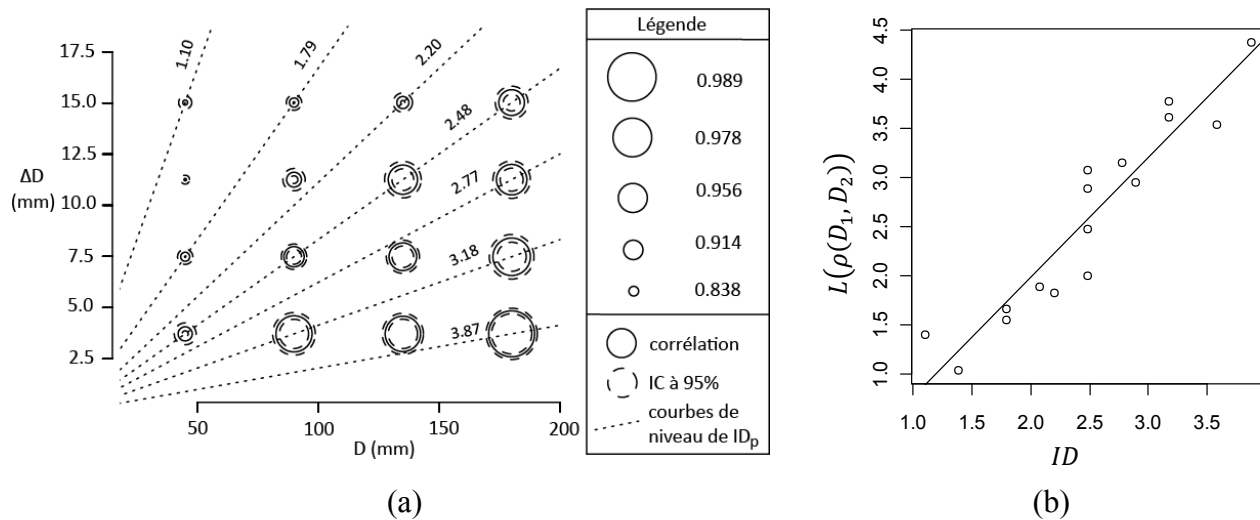


Figure 5.7 (a) Corrélation entre  $D_1$  et  $D_2$  en fonction de  $D$  et  $\Delta D$ . La grandeur de la corrélation entre  $D_1$  et  $D_2$  est représentée par le diamètre du cercle et augmente proportionnellement avec la valeur de  $L_+(\rho(D_1, D_2))$ . La corrélation (cercle continu) et l'intervalle de confiance à 95 % associée à son estimation (cercle tireté) sont illustrés. Les droites pointillées indiquent les courbes de niveau de l'indice de difficulté (5.7). (b) Régression linéaire  $L_+(\rho(D_1, D_2)) \sim ID$ .

Tableau 5.6: Valeur médiane de la distribution du coefficient de corrélation MCD entre  $D_1$  et  $D_2$  tel qu'obtenue par la méthode bootstrap

		D (mm)			
		45	90	135	180
$\Delta D$ (mm)	15	0.786	0.831	0.859	0.944
	11.25	0.750	0.886	0.957	0.961
	7.5	0.828	0.919	0.951	0.976
	3.75	0.879	0.974	0.972	0.987

Une régression linéaire factorielle complète utilisant le modèle  $L_+(\rho(D_1, D_2)) \sim \tilde{D} * \tilde{\Delta D}$  ( $R_{ajusté}^2 = 0.91$ ) permet d'observer la signifiante statistique des deux effets principaux ( $p < 1e - 5$ ) mais pas du terme d'interactions ( $p = 0.27$ ). Cela suggère que ces deux exigences – la distance et la largeur de la cible – puissent être traitées indépendamment en ce qui concerne la modulation du couplage des commandes envoyées aux systèmes agoniste et antagoniste. Cependant, un modèle très efficace pour décrire (la transformée logit de) la variation du coefficient de corrélation peut être obtenu en utilisant seulement l'indice de difficulté de la tâche. Un  $R^2$  ajusté de 0.88 peut être atteint sur EC (0.86 et 0.78 sur SES et SENS) quand seulement ce

terme est utilisé pour modéliser le phénomène étudié. La précision de cette régression linéaire peut être appréciée sur la Figure 5.7.b.

En théorie, pour une distance parcourue fixée à la valeur  $D$  et pour des mouvements parfaitement delta-lognormaux, on devrait observer une corrélation unitaire. Il serait donc tentant, mais erroné, de conclure que cette augmentation de la corrélation avec l'accroissement de l'ID est due à une augmentation de la « delta-lognormalité » des mouvements. En effet, ceci ne semble pas être le cas puisque que le rapport signal sur bruit n'augmente pas avec l'ID<sup>20</sup>, ces deux grandeurs n'étant pas corrélées de façon significative.

L'apparition de cette corrélation peut aussi être associée à la durée du mouvement. On peut prendre comme approximation de MT le moment où l'amplitude de la composante agoniste redescend pour la première fois sous les 5 % de sa valeur maximale. Ce temps peut être calculé grâce à l'équation suivante (Woch, 2006) :

$$t_f = \exp(\mu_1 - \sigma_1^2 + \sigma_1 \sqrt{2 * \ln(20)}) + t_0 \quad (5.13)$$

Le Tableau 5.7 donne la valeur de  $t_f$  pour chaque combinaison  $(D, \Delta D)$ . Comme attendu en vertu du principe de compromis entre la vitesse et la précision, on peut constater que cette valeur augmente également avec l'ID. On peut donc aussi faire l'hypothèse que la corrélation entre  $D_1$  et  $D_2$  augmente avec la durée du mouvement. D'ailleurs, cela est bien supporté par une corrélation de 0.92 entre les chiffres des tableaux 5.6 et 5.7.

Tableau 5.7: Valeurs de  $t_f$ .

		D (mm)			
		45	90	135	180
$\Delta D$ (mm)	15	0.571	0.646	0.691	0.741
	11.25	0.585	0.656	0.725	0.780
	7.5	0.608	0.684	0.746	0.824
	3.75	0.650	0.726	0.797	0.828

<sup>20</sup> Testé après le retrait des mouvements ayant un RSB < 15 dB. Tous les résultats rapportés ont été obtenus en considérant ce critère.

### 5.4.2 Analyse de la distribution des $D_i$

Le Tableau 5.8 donne la moyenne et l'écart-type (voir Figure 5.8 pour une représentation graphique) de la distribution du paramètre  $D_1$  en fonction des caractéristiques du compromis vitesse-précision. Cette analyse n'est réalisée que pour  $D_1$  puisque  $D_2$  lui est fortement corrélé. Une analyse pour le paramètre  $D_2$  donnerait donc des résultats analogues à ceux rapportés pour le paramètre  $D_1$ .

Tableau 5.8 : Moyenne et écart-type de  $D_1$  en fonction des paramètres de la tâche.

		Moyenne				Écart-type			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	56.8	56.1	59.8	61.7	7.44	8.25	9.12	11.7
	90	111	111	112	113	14.85	12.84	12.78	14.3
	135	164	166	165	167	17.00	16.22	18.32	16.0
	180	224	223	227	228	24.98	21.52	23.16	22.5

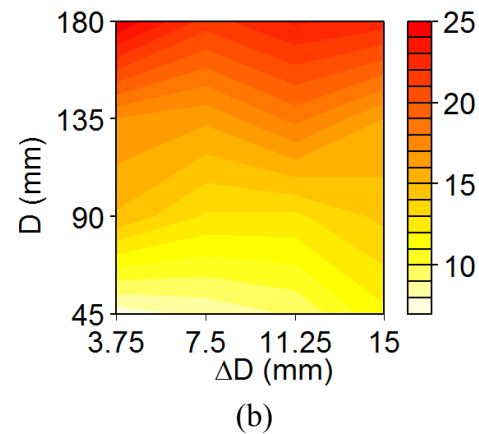
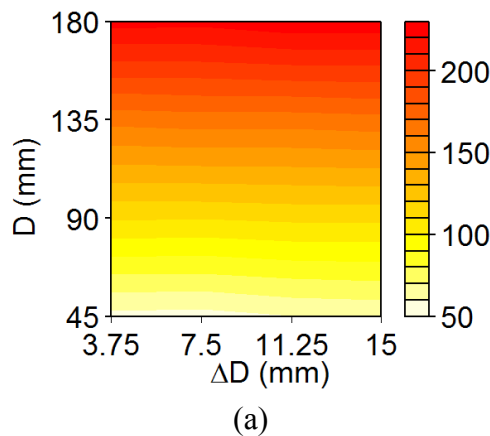


Figure 5.8 : Moyenne (a) et écart-type (b) de  $D_1$  en fonction des paramètres de la tâche.

Dans ce qui suit, chacun des tableaux analogues au Tableau 5.8 sera accompagné des résultats de deux procédures statistiques supplémentaires, soit une régression de la variable dépendante (p. ex. ici, la moyenne et l'écart-type de  $D_1$ ) sur l'indice de difficulté ainsi qu'une régression linéaire factorielle complète de la variable dépendante en fonction de la distance de la cible ( $\tilde{D}$ ) et de la largeur de la cible ( $\tilde{\Delta D}$ ). Les valeurs p obtenues pour l'influence de chacun des facteurs sont rapportées (la signifiante statistique pour  $\alpha = 0.05$  est indiqué en **rouge**) ainsi que le  $R^2$  indiquant la qualité de l'ajustement réalisé. De plus, les prémisses de normalité des données

et d'homogénéité de la variance sont évaluées sur chacune de ces procédures à l'aide des tests de Shapiro-Wilk et de Levene. Dans le cas de la non-adhérence des données aux hypothèses nécessaires à la régression linéaire, les indices N (normalité) et H (homogénéité de la variance) sont respectivement accolés aux valeurs p potentiellement affectées. Les données affublées de ces indices sont donc à considérer avec précaution. Les résultats d'une telle analyse pour les données du Tableau 5.8 sont rapportés au Tableau 5.9.

Tableau 5.9 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de  $D_1$ .

	moyenne de $D_1$		Écart-type de $D_1$	
	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>3.98E-09<sub>NH</sub></b>	0.95	<b>3.76E-07</b>	0.89
$\tilde{\Delta D}$	0.769 <sub>N</sub>		0.913	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	0.968 <sub>N</sub>		0.145	
$ID$	<b>0.004<sub>N</sub></b>	0.45	<b>0.006</b>	0.43

On peut noter que la moyenne de  $D_1$  augmente avec la distance parcourue. Ceci était attendu étant donné la relation  $D_1 = D + D_2$ . De plus, le fait que la valeur de  $D_1$  croisse aussi avec l'indice de difficulté n'est pas surprenant étant donné que l'ID augmente aussi avec  $D$ . Par ailleurs, on remarque que l'écart-type et la moyenne affichent un patron de variation similaire. Ceci est cohérent avec la forte corrélation (0.97) qui existe entre la valeur de ces deux statistiques à travers les 16 conditions expérimentales ainsi qu'avec l'hypothèse, postulée précédemment, de l'existence d'un bruit dépendant de l'énergie du signal.

### 5.4.3 Analyses corrélatives supplémentaires concernant les $D_i$

Trois analyses de corrélation supplémentaires impliquant  $D_1$  sont nécessaires selon les résultats de la section 5.3.2. Cependant, il est superflu d'étudier à la fois  $\rho(\mu_1, D_1)$  et  $\rho(\mu_2, D_1)$  puisque  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont fortement corrélés (0.936). Ainsi, les résultats relatifs à la corrélation  $\rho(\mu_2, D_1)$  ne sont pas rapportés. De façon analogue, la forte corrélation entre  $D_1$  et  $D_2$  nous permet d'omettre l'analyse des corrélations impliquant  $D_2$ .

La première analyse supplémentaire associe  $\mu_1$  et  $D_1$ . Les corrélations obtenues sont données dans le Tableau 5.10 (voir aussi Figure 5.9) alors que le Tableau 5.11 donne la

signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision.

Tableau 5.10: Corrélation entre  $\mu_1$  et  $D_1$ .

		$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	-0.017	0.051	0.04	0.13
	90	-0.094	-0.005	0.134	0.129
	135	0.186	-0.041	0.247	0.152
	180	-0.147	0.221	0.183	0.017

Tableau 5.11: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur  $L_{\pm}(\rho(\mu_1, D_1))$ .

	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	0.781	0.26
$\tilde{\Delta D}$	0.068	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	0.809	
$ID$	0.250	0.09

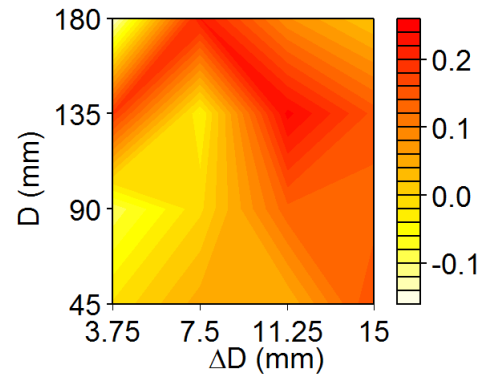


Figure 5.9: Corrélation entre  $\mu_1$  et  $D_1$ .

Les corrélations observées sont assez faibles et sont parfois positives, parfois négatives. Le patron de variation est peu clair et ne permet pas l'observation d'un phénomène d'apparence significative. Ceci tend à supporter le découpage des paramètres  $\Delta\Lambda$  en deux ensembles indépendants de paramètres de commandes ( $t_0, D_i$ ) et de paramètres de système ( $\mu_i, \sigma_i$ ).

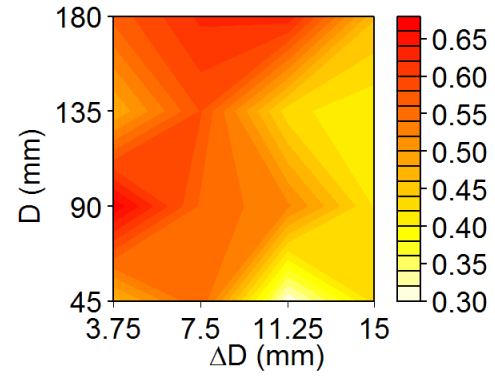
La deuxième analyse de corrélation supplémentaire associe  $\sigma_2$  et  $D_1$ . Les corrélations obtenues sont données dans le Tableau 5.12 (voir aussi Figure 5.10) alors que le Tableau 5.12 donne la signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision. On semble ici observer une corrélation augmentant légèrement avec l'indice de difficulté. De plus, il faut noter que, contrairement au cas précédent, l'ampleur des corrélations entre  $\sigma_2$  et  $D_1$  (0.4-0.6) semble aller à l'encontre de l'indépendance des paramètres de commande par rapport aux paramètres de système.

Tableau 5.12: Corrélation entre  $\sigma_2$  et  $D_1$ .

D (mm)		$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	0.469	0.558	0.303	0.426
	90	0.675	0.555	0.524	0.412
	135	0.480	0.582	0.427	0.403
	180	0.568	0.625	0.635	0.463

Tableau 5.13: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur  $L_+(\rho(\sigma_2, D_1))$ .

	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	0.106	0.39
$\tilde{\Delta D}$	0.053	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	0.690	
$ID$	<b>0.011</b>	0.38

Figure 5.10: Corrélation entre  $\sigma_2$  et  $D_1$ .

#### 5.4.4 Discussion

Les analyses réalisées indiquent une forte dépendance de la variance des paramètres  $D_i$  par rapport à leur moyenne. Ce fait doit être considéré lors de l'application de méthodes statistiques demandant l'homoscédasticité des variables. La moyenne des  $D_i$  augmente évidemment avec la distance de la cible alors qu'elle semble indépendante de la largeur de la cible. D'autre part, on ne relève pas d'impact majeur des paramètres du compromis vitesse-précision sur la corrélation des paramètres  $D_i$  avec les autres paramètres delta-lognormaux.

L'observation la plus intéressante de cette section concerne le fait que le niveau d'exigence du compromis vitesse-précision (évalué grâce à la valeur de l' $ID$  de la tâche) est associé au degré de liberté que les sujets ont dans leur choix des valeurs de  $D_1$  et  $D_2$ . En effet, plus la tâche est exigeante, plus les sujets doivent coordonner l'amplitude de leurs commandes neuromusculaires s'ils veulent réussir la tâche demandée (Figure 5.7). Ce phénomène est cohérent avec les contraintes que la tâche impose au système neuromusculaire ainsi qu'avec la présence d'un bruit dépendant de l'amplitude des signaux moteurs et perceptifs.

En ce qui concerne l'impact des caractéristiques de la tâche sur la corrélation entre  $D_1$  et  $D_2$ , Woch a remarqué, dans ses travaux de doctorat (Woch, 2006; Woch & Plamondon, 2010),

l'apparition de fortes corrélations entre les  $D_i$  ( $\rho \in [0.85, 0.99]$ ) et entre les  $\mu_i$  ( $\rho \in [0.49, 0.96]$ ) pour des mouvements bidirectionnels (c.-à-d. des mouvements rapides avec un retour important). Pour éliminer la possibilité d'un biais expérimental ou méthodologique, elle a réalisé des simulations en utilisant des paramètres delta-lognormaux dont les valeurs étaient générées aléatoirement. Procédant ainsi, elle a synthétisé une banque de données respectant les paramètres de la tâche étudiée. Ces simulations ont montré que d'importantes corrélations émergeaient dans tous les cas pour les paramètres  $\mu_i$  alors qu'elles apparaissaient entre les paramètres  $D_i$  seulement sur les signaux ayant un ou deux passages par zéros. C'est donc dire qu'aucune corrélation n'est apparue lorsque le profil de vitesse n'affichait aucun passage, un phénomène potentiellement lié à la plus grande lenteur de ce type de mouvements (Gielen, van den Oosten & Pull ter Gunne, 1985). Par ces simulations, Woch a démontré l'importance des propriétés de la tâche sur l'apparition de corrélations entre les paramètres des deux systèmes (agoniste et antagoniste) neuromusculaires.

Il est possible, à la suite d'une investigation théorique, d'identifier la cause de l'apparition de ces corrélations. La Figure 5.11 permet d'expliquer une partie de ce phénomène.

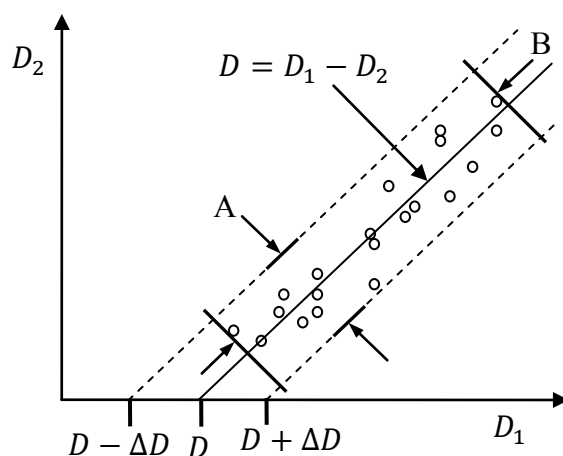


Figure 5.11 : Zone des combinaisons  $(D_1, D_2)$  possibles en fonction des paramètres de la tâche  $(D, \Delta D)$ .<sup>21</sup>

<sup>21</sup> Bien sûr, cette illustration est une simplification de la réalité puisque le sujet peut atteindre le milieu de la cible avec une valeur de  $d = D_1 - D_2$  qui diffère légèrement de la valeur de  $D$ . Ceci découle du fait que le sujet peut produire des trajectoires qui ne sont ni parfaitement rectilignes, ni parfaitement perpendiculaires à la bordure de la zone cible.

Sur cette figure,  $A$  et  $B$  sont les dimensions d'une boîte rectangulaire contenant 20 mouvements quelconques respectant les critères d'une tâche de Fitts donnée. Chacun de ces essais est représenté par un cercle de coordonnées  $(D_1, D_2)$  correspondant au mouvement réalisé. Du point de vue de l'interprétation géométrique de la corrélation, il est clair que le fait d'utiliser un  $A$  plus étroit ou un  $B$  plus large devrait résulter en une augmentation du coefficient de corrélation. Puisque  $A$  est directement dépendant de la variable  $\Delta D$  ( $A = \frac{\Delta D}{\sqrt{2}}$ ), l'augmentation du coefficient de corrélation entre les commandes agoniste et antagoniste est directement associée à la diminution de  $\Delta D$ . Donc, la diminution de la largeur de la cible force un meilleur couplage de l'amplitude des commandes envoyées aux deux systèmes neuromusculaires à cause de la géométrie de la tâche (c.-à-d. réduction de  $\Delta D$ ) et de la nature du système neuromusculaire (c.-à-d. le fait que la structure de celui-ci est telle qu'il génère des mouvements suivant une loi  $\Delta A$ ).

La variation de  $B$  dépend principalement de la variabilité de  $D_1$  et  $D_2$ . Or, bien qu'il ne soit pas clair comment celle-ci pourrait être associée directement aux caractéristiques de la tâche, elle peut être liée à la présence d'un bruit dépendant du signal dans le système neuromusculaire. En effet, puisque la distance entre le point de départ et le point d'arrivée ( $d$ ) d'un mouvement rectiligne delta-lognormal est telle que  $d = D_1 - D_2$  et puisqu'un sujet soumis à une tâche de Fitts essayait de produire des mouvements tels que  $d = D$ , un bruit dépendant du signal sur les signaux perceptifs, proprioceptifs et moteurs devrait résulter en une covariation de  $D$  avec la variabilité des  $D_i$ . Donc, un  $D$  plus important devrait causer une augmentation de la distance  $B$  et, par le fait même, accroître la corrélation entre les  $D_i$ , tel qu'observé dans nos données expérimentales.

En terme de contrôle neuromoteur, ces observations impliquent que l'un des mécanismes que le système nerveux central utilise pour réduire l'erreur relative dans des mouvements de pointage est d'accroître son contrôle sur l'amplitude des commandes neuromusculaires en corrélant celles-ci plus fortement.



## 5.5 Analyse de $\mu_1$ et $\mu_2$

### 5.5.1 Considérations méthodologiques générales

Il ressort des différentes analyses effectuées qu'il est souvent plus intéressant de travailler avec l'exponentiel des paramètres  $\mu$  qu'avec les paramètres  $\mu$  eux-mêmes. En plus de manipuler ainsi des paramètres exprimant une durée plutôt qu'un logtemps, les exponentielles des paramètres  $\mu$  sont généralement plus prédictives des caractéristiques des sujets et affichent généralement des corrélations plus élevées. Pour cette raison, dans cette section, plusieurs résultats seront présentés par rapport aux valeurs exponentielles des paramètres  $\mu$  plutôt que par rapport aux paramètres  $\mu$  eux-mêmes.

### 5.5.2 Corrélation entre les $\mu_i$

La Figure 5.12 illustre la relation entre  $e^{\mu_1}$  et  $e^{\mu_2}$ . On peut constater une forte corrélation entre ces deux grandeurs. Numériquement, on obtient une corrélation globale de 0.925. On peut donc dire que la variance de l'un de ces paramètres explique 85.5 % de la variance de l'autre.

Ci-dessous, le Tableau 5.14 donne la corrélation entre  $e^{\mu_1}$  et  $e^{\mu_2}$  et la Figure 5.13 fournit une représentation graphique de ces chiffres. Pour sa part le Tableau 5.15 contient la valeur p associée à l'influence des différents paramètres du compromis vitesse-précision sur cette corrélation.

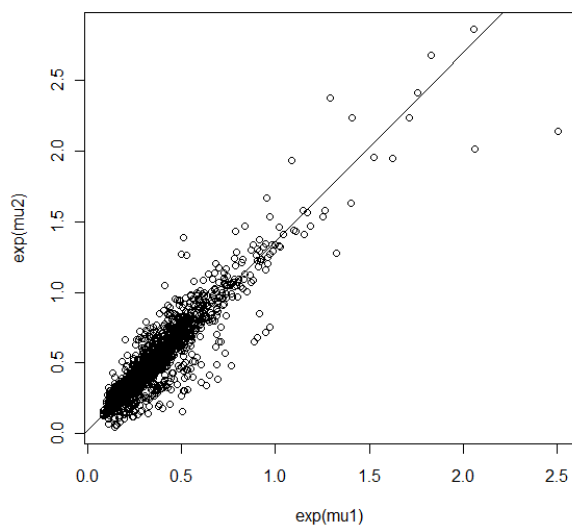


Figure 5.12: Relation entre  $e^{\mu_1}$  et  $e^{\mu_2}$ .

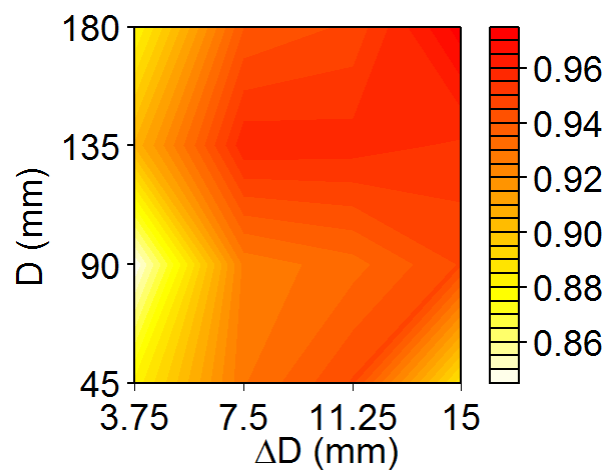


Figure 5.13: Corrélation entre  $e^{\mu_1}$  et  $e^{\mu_2}$ .

Tableau 5.14: Corrélation entre  $e^{\mu_1}$  et  $e^{\mu_2}$ .

D (mm)		$\Delta D$ (mm)			
		3.25	7.5	11.25	15
D (mm)	45	0.882	0.930	0.946	0.886
	90	0.840	0.927	0.933	0.946
	135	0.906	0.959	0.958	0.954
	180	0.879	0.940	0.946	0.973

Tableau 5.15: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la

$$L_+(\rho(e^{\mu_1}, e^{\mu_2})).$$

	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>0.026</b>	0.72
$\tilde{\Delta D}$	<b>6.81e-4</b>	
$\tilde{D}:\tilde{\Delta D}$	0.096	
$ID$	0.379	0.06

Les deux paramètres de la tâche semblent moduler significativement la valeur de la corrélation. Malgré tout, celle-ci reste élevée pour chaque combinaison  $(D, \Delta D)$  ( $> 0.84$ ) et la corrélation globale est suffisamment près de l'unité (0.925) pour qu'il soit raisonnable, pour ce type de mouvements, de considérer utiliser un seul des paramètres  $\mu_1$  et  $\mu_2$  dans le modèle Delta-Lognormal. Le développement d'un tel modèle ainsi que sont analyse sont d'ailleurs présentés à l'Annexe 3.

### 5.5.3 Analyse de la distribution des $\mu$

Étant donné la grande corrélation entre  $\mu_1$  et  $\mu_2$ , seulement les résultats concernant  $\mu_1$  seront rapportés ci-dessous. Le Tableau 5.16 (voir aussi Figure 5.14) donnent la moyenne et l'écart-type de la distribution de  $e^{\mu_1}$  en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision alors que le Tableau 5.17 quantifie la signifiante statistique des variations que l'on peut observer dans ces données.

Tableau 5.16: Moyenne de  $e^{\mu_1}$ .

D (mm)		Moyenne				Écart-type			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	0.218	0.230	0.211	0.209	0.101	0.113	0.094	0.084
	90	0.287	0.272	0.270	0.250	0.112	0.113	0.114	0.114
	135	0.346	0.320	0.301	0.293	0.129	0.128	0.127	0.127
	180	0.389	0.358	0.329	0.323	0.138	0.128	0.122	0.146

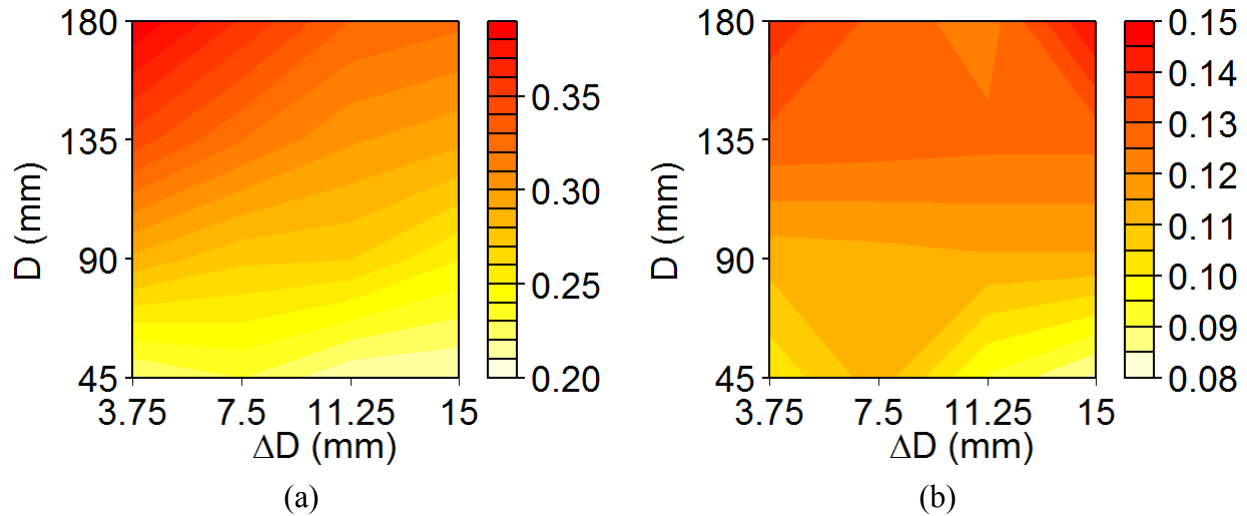


Figure 5.14 : Moyenne (a) et écart-type (b) de  $e^{\mu_1}$ .

Tableau 5.17 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de  $e^{\mu_1}$ .

	moyenne de $e^{\mu_1}$		Écart-type de $e^{\mu_1}$	
	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>2.30E-11</b>	0.98	<b>1.02E-05<sub>v</sub></b>	0.82
$\tilde{\Delta D}$	<b>8.10E-06</b>		4.46E-01	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	<b>2.22E-03</b>		2.23E-01	
$ID$	<b>1.25E-05</b>	0.76	<b>3.57E-03</b>	0.47

Ces tableaux indiquent clairement que la valeur de  $e^{\mu}$  augmente avec la difficulté du compromis vitesse-précision. Ceci est cohérent puisque  $e^{\mu}$  est une mesure du temps de délai du mouvement. Plus cette valeur augmente, plus le mouvement sera long. Or, on sait qu'un compromis vitesse-précision plus exigeant demande un mouvement plus lent. D'autre part, il est remarquable de constater que 98 % de la variance de la moyenne de  $e^{\mu}$  peut être directement expliquée par les paramètres de la tâche. C'est donc dire que pour réussir les différentes conditions d'une tâche de Fitts, la modulation des paramètres de commande ne suffit pas; il faut aussi modifier de façon adéquate les paramètres périphériques.

Bien que plus erratique, on constate une variation semblable au niveau de l'écart-type de  $e^{\mu}$ . Ceci est cohérent avec l'importante corrélation existant entre l'écart-type et la moyenne de 0.861.

### 5.5.4 Analyses corrélatives supplémentaires concernant les $\mu$

Trois analyses de corrélation supplémentaires impliquant  $\mu_1$  sont nécessaires selon les résultats de la section 5.3.2. Pour leur part, les corrélations concernant  $\mu_2$  sont omises étant donné la forte dépendance de  $\mu_2$  par rapport à  $\mu_1$ .

La première analyse de corrélation supplémentaire associe  $\mu_1$  et  $t_0$ . Les corrélations obtenues sont données dans le Tableau 5.18 (voir Figure 5.15) alors que le Tableau 5.19 donne la signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision.

Tableau 5.18: Corrélation entre  $t_0$  et  $\mu_1$ .

		$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	-0.601	-0.621	-0.649	-0.642
	90	-0.645	-0.672	-0.679	-0.698
	135	-0.608	-0.657	-0.632	-0.686
	180	-0.465	-0.599	-0.528	-0.687

Tableau 5.19: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur

$$L_-(\rho(t_0, \mu_1)).$$

	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	0.260 <sub>NV</sub>	0.41
$\tilde{\Delta D}$	<b>0.032<sub>N</sub></b>	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	$\square$ 0.303 <sub>NV</sub>	
$ID$	<b>0.019<sub>N</sub></b>	0.33

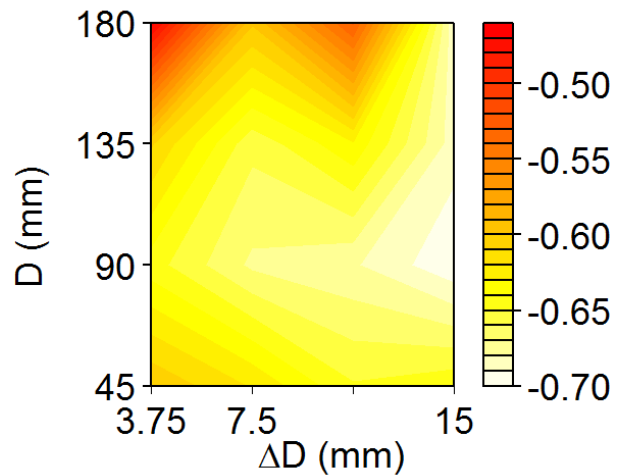


Figure 5.15: Corrélation entre  $t_0$  et  $\mu_1$ .

En général, on observe des corrélations fortement négatives, mais n'ayant pas de patron de variation manifestement associé aux variables manipulées dans cette expérimentation. Ceci n'est pas étonnant en soi puisque cette corrélation est suspectée d'apparaître due à la structure même du modèle Delta-Lognormal.<sup>22</sup>

<sup>22</sup> Il existe une ambiguïté numérique entre les valeurs  $t_0$  et  $\mu_1$  qui peuvent covarier en affectant que légèrement le profil du mouvement. Voir, par exemple, à ce sujet le Chapitre 8.

Notons que, au Tableau 5.19, l'influence statistiquement significative ( $p = 0.032$ ) de la largeur de la cible sur la corrélation entre  $t_0$  et  $\mu_1$  n'est pas très fiable puisque le test de normalité de Shapiro-Wilk donne une valeur  $p$  de 0.04 et le test d'homogénéité de la variance de Levene donne une valeur  $p$  de 0.03. Le test non paramétrique de Kruskal-Wallis a donc été utilisé pour vérifier si cette corrélation est effectivement influencée par la largeur de la cible. Son résultat montre que l'effet relevé n'est que marginalement significatif ( $p = 0.088$ ).

La deuxième analyse de corrélation supplémentaire associe  $\mu_1$  et  $\sigma_1$ . Les corrélations obtenues sont listées au Tableau 5.20 (voir Figure 5.16) alors que le Tableau 5.21 donne la signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision.

Tableau 5.20: Corrélation entre  $\mu_1$  et  $\sigma_1$ .

		$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	-0.427	-0.340	-0.529	-0.297
	90	-0.331	-0.344	-0.451	-0.459
	135	0.016	-0.208	-0.258	-0.421
	180	-0.021	-0.066	-0.227	-0.390

Tableau 5.21: Valeurs  $p$  obtenues pour l'influence de différentes variables sur

$$L_{\pm}(\rho(\mu_1, \sigma_1)).$$

	Valeur $p$	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>0.0020</b>	0.74
$\tilde{\Delta D}$	<b>0.0048<sub>v</sub></b>	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	<b>0.0198<sub>v</sub></b>	
$ID$	<b>0.0004</b>	0.61

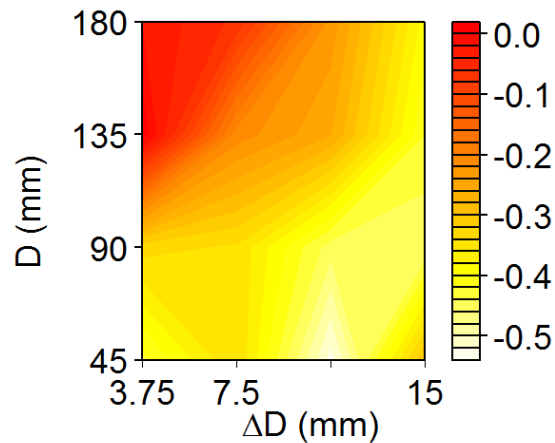


Figure 5.16: Corrélation entre  $\mu_1$  et  $\sigma_1$ .

Sur ces données, on observe des corrélations généralement négatives ainsi qu'une augmentation du module de la corrélation avec l'exigence du compromis vitesse-précision. Notons d'ailleurs que, par rapport au Tableau 5.21, le test de Levene indique une hétérogénéité de la variance pour cette corrélation par rapport à l'impact de la largeur de la cible ( $p = 0.026$ ) et que la vérification de la signifiante statistique de cette corrélation à l'aide d'un test non paramétrique (Kruskal-Wallis) retourne un résultat négatif ( $p = 0.298$ ).

La troisième analyse de corrélation supplémentaire associe  $\mu_1$  et  $\sigma_2$ . Les corrélations obtenues sont données dans le Tableau 5.22 (voir Figure 5.17) alors que le Tableau 5.23 donne la signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision.

Tableau 5.22: Corrélation entre  $\mu_1$  et  $\sigma_2$ .

		$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	-0.394	-0.393	-0.314	-0.394
	90	-0.284	-0.335	-0.473	-0.284
	135	-0.134	-0.192	-0.379	-0.134
	180	0.191	-0.255	-0.407	0.191

Tableau 5.23: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur  $L_{\pm}(\rho(\mu_1, \sigma_2))$ .

	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>0.046</b>	0.53
$\tilde{\Delta D}$	<b>0.017</b>	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	0.318	
$ID$	<b>0.002</b>	0.50

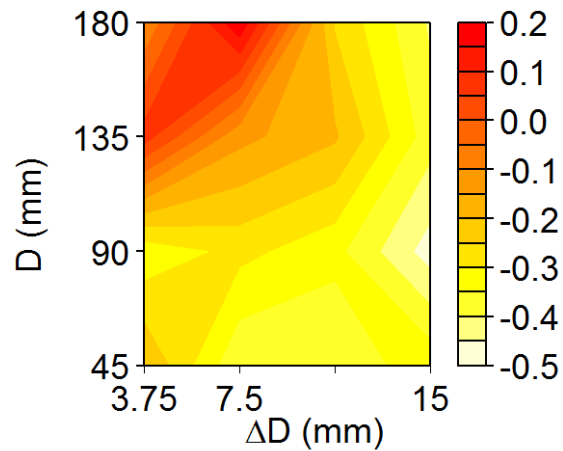


Figure 5.17: Corrélation entre  $\mu_1$  et  $\sigma_2$ .

On peut voir sur ces données que le module de la corrélation augmente avec l'indice de difficulté. Cet indice semble d'ailleurs à lui seul pouvoir modéliser aussi bien la variance de cette corrélation que le modèle factoriel complet  $\tilde{D} * \tilde{\Delta D}$  avec des  $R^2$  de 0.50 et 0.53.

### 5.5.5 Couplage temporel de la sortie des systèmes neuromusculaires

Tel que rapporté au Tableau 5.15, une représentation linéaire utilisant le modèle  $L_{+}(\rho(\mu_1, \mu_2)) \sim \tilde{D} * \tilde{\Delta D}$  permet de conclure à l'importance des paramètres de la tâche avec une modélisation ayant un  $R^2$  de 0.72 ( $R^2_{ajusté} = 0.65$ ). La recherche du modèle optimale montre que la variation du terme  $L_{+}(\rho(\mu_1, \mu_2))$  est prise en compte de façon très efficace en considérant seulement le terme  $\ln(D)\ln(\Delta D)$  ( $R^2_{ajusté} = 0.61$ ). Cette variable peut être associée à une mise à l'échelle des dimensions géométriques de la tâche.

Puisque l'un des effets principaux du paramètre  $\mu$  est de décaler l'ensemble des caractéristiques temporelles de la lognormale par rapport au paramètre  $t_0$ <sup>23</sup>, on peut supposer qu'une corrélation importante puisse être associée à la nécessité de minuter précisément l'action des composantes agoniste et antagoniste pour réussir à répondre aux exigences de la tâche. Si cette hypothèse est valide, une mesure alternative permettant de mieux prendre en compte le minutage de l'action des groupes neuromusculaires pourrait être davantage adéquate pour expliquer la variation de la corrélation que les paramètres  $\mu$  en soi. Pour trouver une telle mesure, on considère le lien étroit entre  $\mu$  et son exponentielle  $e^\mu$ . Cette dernière représente en fait la médiane de la fonction lognormale, une des statistiques évaluant la tendance centrale de cette distribution. Cependant, étant donné l'asymétrie de la courbe lognormale, le mode (identifié par le symbole  $t_3$ ) semble être une mesure plus naturelle et plus efficace de la tendance centrale et, à ce titre, est possiblement mieux adapté à la synchronisation des composantes neuromusculaires.

Il semble donc raisonnable de s'attendre à obtenir une modélisation plus juste de la variation des coefficients de corrélation si l'on utilise les modes plutôt que les paramètres  $\mu$ . Le mode d'une composante neuromusculaire prend l'expression  $e^{\mu-\sigma^2}$ , ce qui fait intervenir les  $\sigma_i$ , des paramètres moyennement corrélés entre eux ( $\rho(\sigma_1, \sigma_2) = 0.505$ ).

Une ANOVA utilisant le modèle  $L_+(\rho(t_{31}, t_{32})) \sim \tilde{D} * \tilde{\Delta\tilde{D}}$  a donc été utilisée pour mesurer l'impact des paramètres de la tâche sur la corrélation entre les modes des composantes neuromusculaires agoniste et antagoniste. De cette procédure, il ressort que le terme  $\tilde{\Delta\tilde{D}}$  est significatif ( $p = 9.54E - 6$ ) alors que  $\tilde{D}$  est marginalement significatif ( $p=0.067$ ). Ce modèle obtient un  $R_{ajusté}^2$  de 0.78 pour EC (0.44 et 0.71 respectivement pour SES et SENS). Toujours sur l'échantillon complet, la variabilité du terme  $L_+(\rho(t_{31}, t_{32}))$  peut être modélisée de façon très efficace en utilisant seulement le facteur de mise à l'échelle  $\ln(D)\ln(\Delta D)$  ( $R_{ajusté}^2$  de 0.75; des  $R_{ajusté}^2$  plus faibles de 0.42 et 0.63 sont obtenus respectivement pour SES et SENS). La qualité

---

<sup>23</sup> Le paramètre  $\mu$  a un effet de décalage sur la distribution normale. Puisque la lognormale est obtenue à la suite de l'application à la normale d'une transformation logarithmique, il n'est pas étonnant que  $\mu$  ait un effet de décalage temporel sur la courbe lognormale. Cependant, alors qu'il s'agit purement d'un décalage dans le cas de la normale, cet effet est plus complexe pour la lognormale. En fait, comme il sera discuté au Chapitre 6, le paramètre  $\mu$  décale les quantiles de la lognormale de façon proportionnelle.

de cette dernière régression est montrée sur la Figure 5.18.b. La Figure 5.18.a, pour sa part, utilise un diagramme de cercles analogue à celui présenté à la Figure 5.7.a pour illustrer la variation de la corrélation entre les modes en fonction des paramètres de la tâche. Bien que plus bruité que le phénomène illustré à la Figure 5.7.a, on observe néanmoins sur la Figure 5.18.a une tendance générale pour la corrélation à décroître avec la valeur de  $\ln(D)\ln(\Delta D)$ .

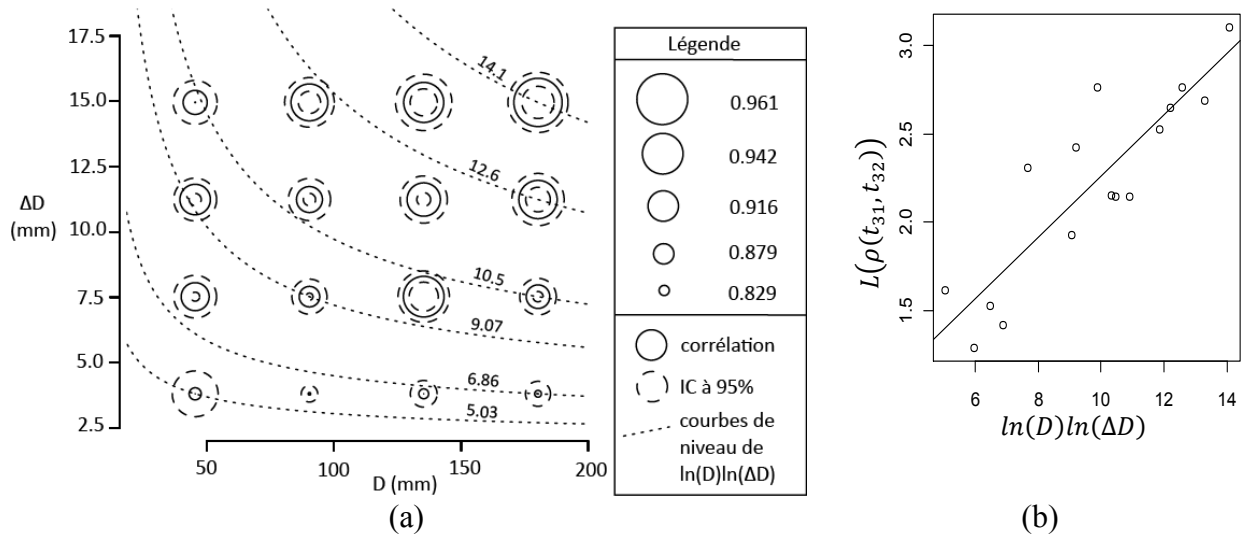


Figure 5.18: (a) Corrélation entre  $t_{31}$  et  $t_{32}$  en fonction de  $D$  et  $\Delta D$ . L'importance de la corrélation entre  $t_{31}$  et  $t_{32}$  est représentée par la taille des cercles dont le diamètre s'accroît proportionnellement à la valeur de  $L_+(\rho(t_{31}, t_{32}))$ . La corrélation (cercle en trait continu) et l'intervalle de confiance à 95 % associée à son estimation (cercle en trait tireté) sont tous deux illustrés. Les lignes pointillées courbes indiquent les courbes de niveau du terme  $\ln(D)\ln(\Delta D)$ .

(b) Régression linéaire selon le modèle  $L_+(\rho(t_{31}, t_{32})) \sim \ln(D)\ln(\Delta D)$ .

Il semble raisonnable de postuler que la corrélation du temps d'occurrence des modes puisse être associée à la cooccurrence de l'action des deux systèmes neuromusculaires. En effet, la variation de la durée entre l'occurrence des deux modes ( $DEM = |t_{32} - t_{31}|$ ) est très bien modélisée par les paramètres de la tâche, avec un ajustement de  $R_{ajusté}^2 = 0.98$  pour le modèle  $\ln(DEM) \sim \tilde{D} * \tilde{\Delta D}$ <sup>24</sup>. Cependant, cela n'est pas particulièrement surprenant puisque  $DEM$

<sup>24</sup> Une transformation de puissance de Box-Cox a été appliquée à  $DEM$  pour stabiliser sa variance, résultant en l'utilisation du terme  $\ln(DEM)$  dans ce modèle linéaire.



devrait être associé fortement à  $MT$ ; une corrélation de 0.98 est obtenue sur nos données. Or, il est connu que  $MT$ , selon la loi de Fitts, est très bien modélisé par les paramètres de la tâche.

Pour mieux mesurer la cooccurrence des deux composantes neuromusculaires, la mesure  $DEM$  peut être normalisée en la divisant par la durée du mouvement ( $MT$ ) afin d'obtenir une mesure de séquençage des composantes neuromusculaires  $NOS = \frac{DEM}{MT}$  et un indice associé de cooccurrence des composantes neuromusculaires  $NOC = \frac{1}{NOS}$ . Une analyse de la stabilité de la variance montre que l'indice NOS est mieux adapté à la modélisation linéaire que la mesure NOC et, pour cette raison, elle sera préférée pour les analyses subséquentes.

Avec cette statistique, on obtient une bonne modélisation des données expérimentales en utilisant un modèle factoriel complet  $NOS \sim \tilde{D} * \tilde{\Delta D}$  ( $R^2_{ajusté} = 0.80, 0.55$  et  $0.56$  pour EC, SES et SENS respectivement). Nos données supportent la présence d'une relation quadratique pour le terme  $\ln(\Delta D)$  puisque l'addition de  $\ln(\Delta D)^2$  au modèle permet d'accroître le  $R^2_{ajusté}$  jusqu'à 0.90 pour l'échantillon complet (0.65 et 0.60 pour SES et SENS). Le meilleur modèle à un terme est obtenu en utilisant le produit  $\ln(D)\ln(\Delta D)$ , bien que ce modèle ait un  $R^2$  ajusté significativement plus petit (0.54 pour EC et 0.37 pour SES). Cependant, l'ajustement est plutôt mauvais pour SENS ( $R^2_{ajusté} = 0.20$ ). Ce sous-échantillon est significativement mieux modélisé en utilisant seulement le facteur  $D$  ( $R^2_{ajusté} = 0.47$ ). Les résultats relatifs à ces régressions pour l'échantillon complet sont détaillés au Tableau 5.24. La Figure 5.19.a permet de comparer les régressions linéaires et quadratiques entre l'indice NOS et le paramètre  $\Delta D$  alors que la Figure 5.19.b montre la régression de l'indice NOS sur le facteur  $\ln(D)\ln(\Delta D)$ .

Tableau 5.24 : Résultats détaillés des régressions pour l'indice NOS.

	Modèle: $NOS \sim \tilde{D} * \tilde{\Delta D}$ ( $R^2_{multiple}: 0.84, R^2_{ajusté}: 0.80$ )			Modèle: $NOS \sim \tilde{D} * \tilde{\Delta D} + \tilde{\Delta D}^2$ ( $R^2_{multiple}: 0.93, R^2_{ajusté}: 0.90$ )			Modèle: $NOS \sim \ln(D)\ln(\Delta D)$ ( $R^2_{multiple}: 0.57, R^2_{ajusté}: 0.54$ )		
	Estim.	Err. std.	Valeur p	Estim.	Err. std.	Valeur p	Estim.	Err. std.	Valeur p
intercept	0.2576	0.0020	<b>2.00E-16</b>	0.2645	0.0023	<b>2.00E-16</b>	0.2096	0.0116	<b>4.17E-11</b>
$\tilde{D}$	0.0209	0.0039	<b>1.62E-4</b>	0.0209	0.0027	<b>7.74E-06</b>			
$\tilde{\Delta D}$	0.0193	0.0039	<b>3.12E-4</b>	0.0130	0.0031	<b>1.56E-03</b>			
$\tilde{\Delta D}^2$				-0.0255	0.0067	<b>2.62E-03</b>			
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	-0.0207	0.0074	<b>1.65E-02</b>	-0.0207	0.0051	<b>1.89E-03</b>	0.0049	0.0011	<b>7.54E-4</b>

Il est également intéressant de vérifier comment la stabilité du séquençage neuromusculaire varie à travers les conditions expérimentales. Cela peut être évalué en étudiant

le comportement de la variance de NOS en fonction des paramètres de la tâche. Notre investigation montre que le modèle le plus efficace ( $R^2_{\text{ajusté}}$  de 0.68) pour modéliser la variation de la variance de NOS à travers les conditions expérimentales se constitue seulement du terme  $\ln(D)\ln(\Delta D)$ . Avec un tel modèle, la variance de NOS varie inversement avec le facteur de misère à l'échelle  $\ln(D)\ln(\Delta D)$  tel qu'illustré à la Figure 5.19.c.

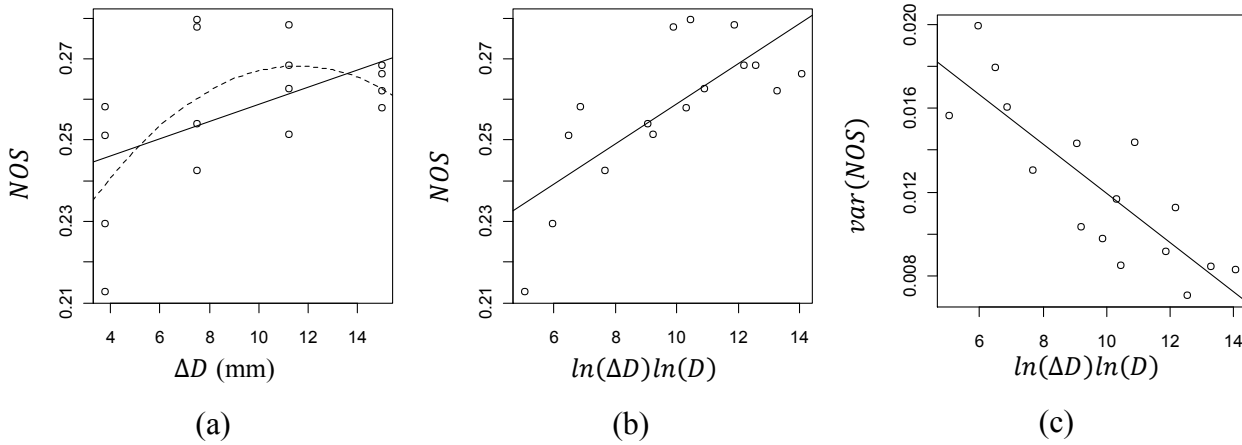


Figure 5.19: (a) Ajustements linéaire (trait plein) et quadratique (trait tireté) de l'indice de séquençage neuromusculaire (NOS) en fonction de la précision requise par la tâche. (b) Régression linéaire entre l'indice NOS et le facteur  $\ln(\Delta D)\ln(D)$ . (c) Régression linéaire entre la variance de l'indice NOS et le facteur  $\ln(\Delta D)\ln(D)$ .

### 5.5.6 Discussion

Des analyses préliminaires tendent à montrer que l'utilisation de la valeur exponentielle des paramètres  $\mu$  est généralement plus intéressante que l'utilisation des paramètres eux-mêmes. En utilisant donc cette transformation, on observe que  $e^{\mu_1}$  et  $e^{\mu_2}$  augmentent tous deux avec l'indice de difficulté du compromis vitesse-précision et que la variance du terme  $e^{\mu_i}$  augmente avec sa moyenne. De plus, les paramètres  $e^{\mu_1}$  et  $e^{\mu_2}$  sont fortement corrélés entre eux, la variance de l'un expliquant 85 % de la variance de l'autre. Au niveau du contrôle des mouvements, ceci tend à suggérer que le système neuromusculaire n'a qu'à gérer un des deux paramètres  $\mu_i$ , l'autre lui étant systématiquement corrélé. Au niveau de l'analyse, ceci permet d'envisager un modèle réduit avec un seul paramètre  $\mu$  libre. L'évaluation d'un tel modèle est discutée à l'Annexe 3.

En ce qui concerne la corrélation entre  $t_0$  et les  $\mu_i$ , celle-ci ne semble pas être affectée par les caractéristiques du compromis vitesse-précision. D'autre part, les paramètres de la tâche

semblent avoir un impact assez important sur les corrélations existant entre les  $\sigma_i$  et les  $\mu_i$ . Cet effet est qualitativement très semblable (comparaison de la Figure 5.16 avec la Figure 5.17). Il suit partiellement la variation de l'indice de difficulté puisque celui-ci décrit des lignes droites obliques alors que la variation observée est aussi oblique mais trace des lignes davantage courbes. Notons que cet effet est assez important, faisant passer la corrélation de presque -0.5 pour les compromis faciles à presque 0.0 pour les compromis difficiles.

Par rapport aux résultats observés concernant le couplage temporel de l'action des composantes neuromusculaires, on note que l'on peut poser une hypothèse voulant que la corrélation entre les paramètres  $\mu_i$  découle de la nécessité pour le système nerveux central de moduler le degré de coordination temporelle nécessaire par rapport à l'activation des composantes agoniste et antagoniste. Cela est supporté par un bon ajustement, en fonction des paramètres  $D$  et  $\Delta D$ , de la corrélation observée entre le temps d'occurrence du point maximum d'activation des groupes neuromusculaires. Nos résultats montrent que pour un certain indice de difficulté, les mouvements plus amples nécessitent plus d'alternance que de cooccurrence de l'activation neuromusculaire. De plus, tout porte à croire qu'un contrôle précis de la période d'activation est plus important pour synchroniser de façon séquentielle l'action des systèmes neuromusculaires que pour les faire agir simultanément. Cela est supporté par une relation inverse entre l'indice NOS et sa variance (voir Figure 5.19) ainsi que par la corrélation positive ( $\rho = 0.45$ ) que l'on peut relever entre l'indice NOS est la valeur de  $\rho(t_{31}, t_{32})$ .

D'autre part, une plus grande corrélation des paramètres  $\mu_i$  ou des modes des composantes neuromusculaires peut être associée à un contrôle plus serré de la cocontraction musculaire. En effet, la cooccurrence des composantes neuromusculaires devrait être liée étroitement à la cocontraction musculaire puisque l'action simultanée des systèmes neuromusculaires agoniste et antagoniste du modèle Delta-Lognormal devrait refléter la contraction simultanée des muscles associés. Une cocontraction plus importante est d'ailleurs associée à une plus grande précision (Gribble, Mullin, Cothros, & Mattar, 2003; Laursen, Jensen, & Sjogaard, 1998; Osu et al., 2004; Sandfeld & Jensen, 2005; Seidler-Dobrin, He, & Stelmach, 1998; van Roon, Steenbergen, & Meulenbroek, 2005; Visser, De Looze, De Graaff, & Van Dieen, 2004) et est donc attendue pour des mouvements orientés vers une cible plus petite. Cela est cohérent avec nos données puisque l'indice NOS covarie avec le logarithme de la largeur de

la cible ( $p=3.12E-4$ ) ce qui indique que la cooccurrence (et, par extension, la cocontraction) augmente avec la réduction de la largeur de la cible, tel que rapporté dans la littérature.

## 5.6 Analyse de $\sigma_1$ et $\sigma_2$

### 5.6.1 Corrélation entre $\sigma_1$ et $\sigma_2$

Le Tableau 5.25 donne la corrélation entre  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  (voir Figure 5.20 pour une représentation graphique de ces données). Aucun patron de variation ne peut clairement y être observé. Ceci est confirmé par les analyses statistiques fournies dans le Tableau 5.26 qui relèvent qu'aucun facteur n'a d'impact de façon statistiquement significative sur cette corrélation.

Tableau 5.25 : Corrélations entre  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

		$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	0.682	0.535	0.657	0.519
	90	0.369	0.431	0.440	0.529
	135	0.423	0.486	0.390	0.547
	180	0.497	0.589	0.470	0.484

Tableau 5.26: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la corrélation entre  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	0.103	0.23
$\widehat{\Delta D}$	0.795	
$\tilde{D}:\widehat{\Delta D}$	0.501	
$ID$	0.172	0.13

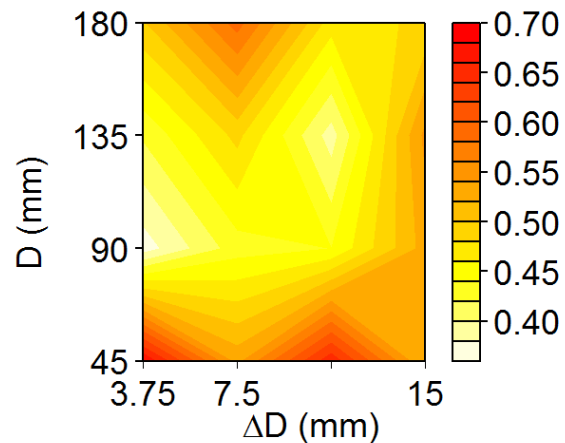


Figure 5.20 : Corrélation entre  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

### 5.6.2 Analyse de la distribution de $\sigma_1$

Le Tableau 5.27 (voir Figure 5.21) donne la moyenne et l'écart-type de la distribution de  $\sigma_1$  en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision alors le Tableau 5.28 quantifie la signifiante statistique des variations que l'on peut observer dans les données de ce premier

tableau. Dans ce cas, l'ANOVA factorielle n'a pas été utilisée pour tester les effets des facteurs  $\tilde{D}$ ,  $\tilde{\Delta D}$  et leur interaction puisque les données ne suivaient pas de façon satisfaisante la loi normale et leur variance était dans plusieurs cas hétérogènes. Pour pallier à ce problème, des tests non paramétriques de Kruskal-Wallis ont permis l'évaluation de l'impact des facteurs  $\tilde{D}$  et  $\tilde{\Delta D}$ .

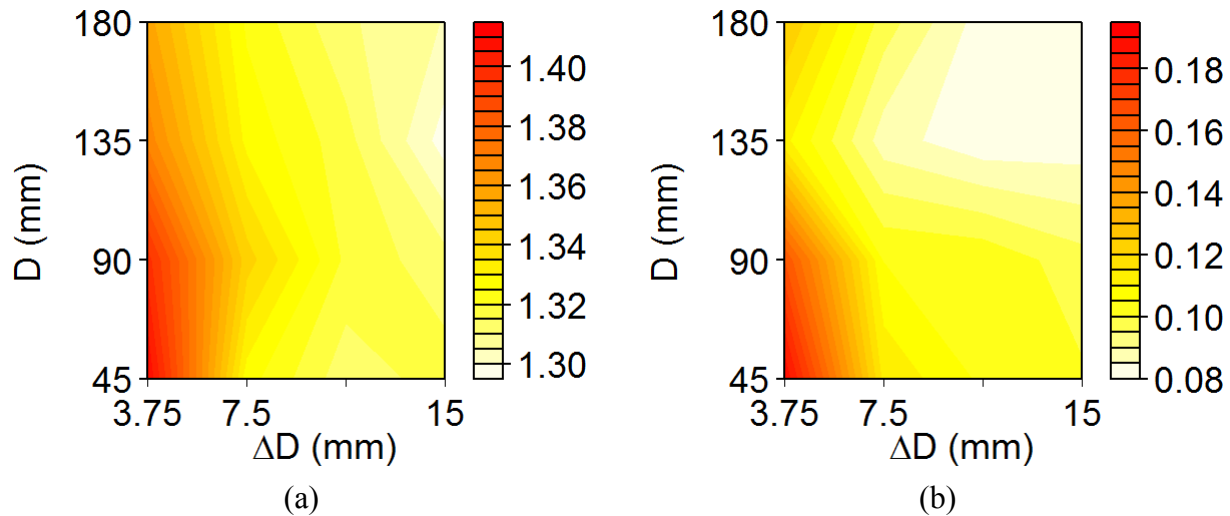


Figure 5.21 : Moyenne (a) et écart-type (b) de  $\sigma_1$ .

Tableau 5.27: Moyenne et écart-type de la distribution de  $\sigma_1$ .

		Moyenne				Écart-type			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	1.41	1.33	1.31	1.32	0.190	0.114	0.104	0.101
	90	1.40	1.34	1.32	1.31	0.165	0.105	0.104	0.097
	135	1.37	1.33	1.32	1.30	0.112	0.087	0.082	0.082
	180	1.36	1.32	1.31	1.30	0.125	0.098	0.082	0.081

Tableau 5.28 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de  $\sigma_1$ .

	moyenne de $\sigma_1$	Écart-type de $\sigma_1$
Distance	0.782	0.195
Largeur	<b>0.005</b>	<b>0.022</b>
ID	0.209	0.743

On se serait attendu à ce que la valeur moyenne de  $\sigma_1$  croisse avec l'indice de difficulté du compromis vitesse-précision puisqu'une augmentation de  $\sigma_1$  est associée à un ralentissement

des temps de réponse du groupe agoniste. Or, une augmentation de  $\sigma_1$  avec l'indice de difficulté implique un accroissement de  $\sigma_1$  avec à la fois le rétrécissement de la cible et l'augmentation de la distance de la cible. On observe bien une augmentation de  $\sigma_1$  avec un rétrécissement de la cible, mais  $\sigma_1$  ne varie pas significativement en fonction de la distance.

La variation de l'écart-type suit de près la variation de la moyenne et ceci se vérifie par une corrélation de 0.921 entre ces deux statistiques.

### 5.6.3 Analyse de la distribution de $\sigma_2$

Le Tableau 5.29 (voir Figure 5.22) donnent la moyenne et l'écart-type de la distribution de  $\sigma_2$  en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision alors le Tableau 5.30 quantifie la signifiante statistique des variations que l'on peut observer dans les données du Tableau 5.29.

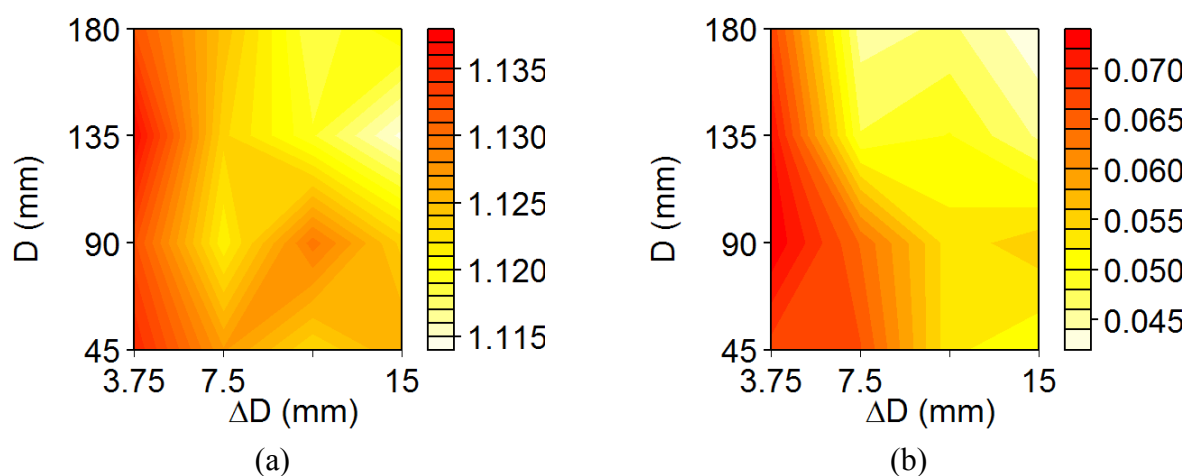


Figure 5.22 : Moyenne (a) et écart-type (b) de  $\sigma_2$ .

Tableau 5.29 : Moyenne et écart-type de  $\sigma_2$ .

		Moyenne				Écart-type			
		ΔD (mm)				ΔD (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	1.14	1.13	1.12	1.13	0.067	0.066	0.052	0.050
	90	1.13	1.12	1.13	1.12	0.074	0.064	0.053	0.055
	135	1.14	1.12	1.12	1.11	0.072	0.048	0.050	0.046
	180	1.13	1.12	1.12	1.12	0.068	0.045	0.047	0.042

Comme pour le cas de  $\sigma_1$ , on se serait attendu à ce que la valeur moyenne de  $\sigma_2$  augmente avec l'indice de difficulté du compromis vitesse-précision puisqu'une augmentation de  $\sigma_2$  est

associée à une augmentation du temps de réponse du groupe antagoniste. Or, dans les grandes lignes, on observe une variation similaire à celle de  $\sigma_1$ . La variation de l'écart-type suit de relativement près la variation de la moyenne et ceci se vérifie par une corrélation de 0.777.

Tableau 5.30: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de  $\sigma_2$ .

	moyenne de $\sigma_2$		Écart-type de $\sigma_2$	
	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	0.100	0.72	<b>0.030</b>	0.82
$\tilde{\Delta D}$	<b>2.21E-4</b>		<b>4.59E-05<sub>v</sub></b>	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	0.319	0.65	0.482 <sub>v</sub>	0.47
$ID$	0.144		0.172 <sub>v</sub>	

#### 5.6.4 Analyses corrélatives supplémentaires concernant les $\sigma$

Deux analyses de corrélation supplémentaires impliquant les  $\sigma$  sont nécessaires selon les résultats de la section 5.3.2. La première associe  $\sigma_1$  et  $t_0$ . Les corrélations obtenues sont données au Tableau 5.31 (voir Figure 5.23) alors que le Tableau 5.32 donne la signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision.

Tableau 5.31: Corrélation entre  $\sigma_1$  et  $t_0$ .

		$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	0.540	0.414	0.530	0.486
	90	0.557	0.513	0.547	0.501
	135	0.354	0.395	0.381	0.506
	180	0.423	0.405	0.220	0.257

Tableau 5.32: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur

$$L_+(\rho(\sigma_1, t_0)).$$

	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>0.016</b>	0.42
$\tilde{\Delta D}$	0.490 <sub>v</sub>	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	0.588 <sub>v</sub>	0.10
$ID$	0.226	

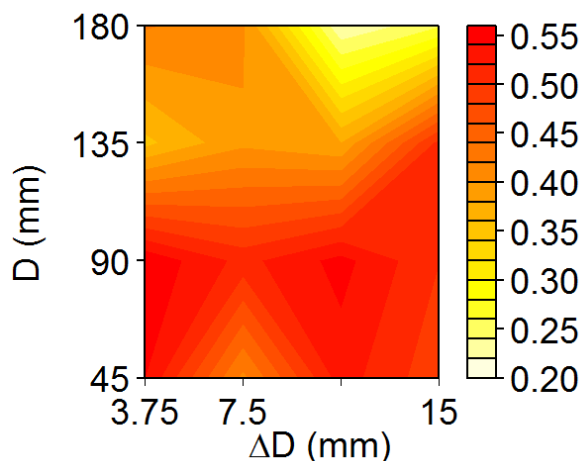


Figure 5.23: Corrélation entre  $\sigma_1$  et  $t_0$ .

On observe des corrélations positives relativement fortes et s'atténuant avec l'augmentation de la distance de la cible.

La deuxième analyse de corrélation supplémentaire associe  $\sigma_2$  et  $t_0$ . Les corrélations obtenues sont données dans le Tableau 5.33 (voir Figure 5.24) alors que le Tableau 5.34 donne la signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision. Aucun patron de variation clair ne se dégage de cette analyse.

Tableau 5.33: Corrélation entre  $\sigma_2$  et  $t_0$ .

		$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	0.326	0.349	0.261	0.294
	90	0.329	0.244	0.220	0.229
	135	0.257	0.162	0.140	0.328
	180	0.304	0.180	0.409	0.301

Tableau 5.34: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur  $L_+(\rho(\sigma_2, t_0))$ .

	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>0.461</b>	0.10
$\tilde{\Delta D}$	0.664	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	0.497	
$ID$	0.833	0.00

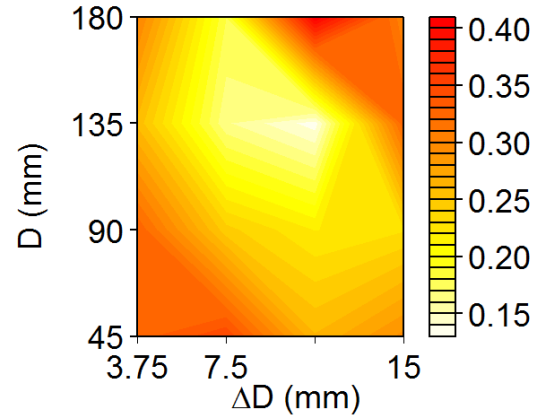


Figure 5.24: Corrélation entre  $\sigma_2$  et  $t_0$ .

### 5.6.5 Discussion

La corrélation entre  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  est moins évidente que pour les  $D_i$  ou les  $\mu_i$  ce qui justifie une analyse séparée de  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ . Cependant, dans l'ensemble, les phénomènes observés sur ces deux variables sont semblables. La variance des  $\sigma$  est fortement covariante avec leur valeur moyenne. Contrairement aux attentes, les  $\sigma$  n'augmentent pas avec l'indice de difficulté du mouvement mais augmentent avec le rétrécissement de la largeur de la cible. Le paramètre  $\sigma_1$  est corrélé positivement avec  $t_0$ , mais l'ampleur de cette corrélation diminue avec la distance de la cible.



## 5.7 Analyse de $t_0$

### 5.7.1 Analyse de la distribution de $t_0$

La valeur moyenne et l'écart-type de  $t_0$  sont donnés dans le Tableau 5.35 (voir Figure 5.25) alors que le Tableau 5.36 fournit des informations supplémentaires sur la signification statistique de l'influence des paramètres du compromis vitesse-précision sur la valeur de  $t_0$ .

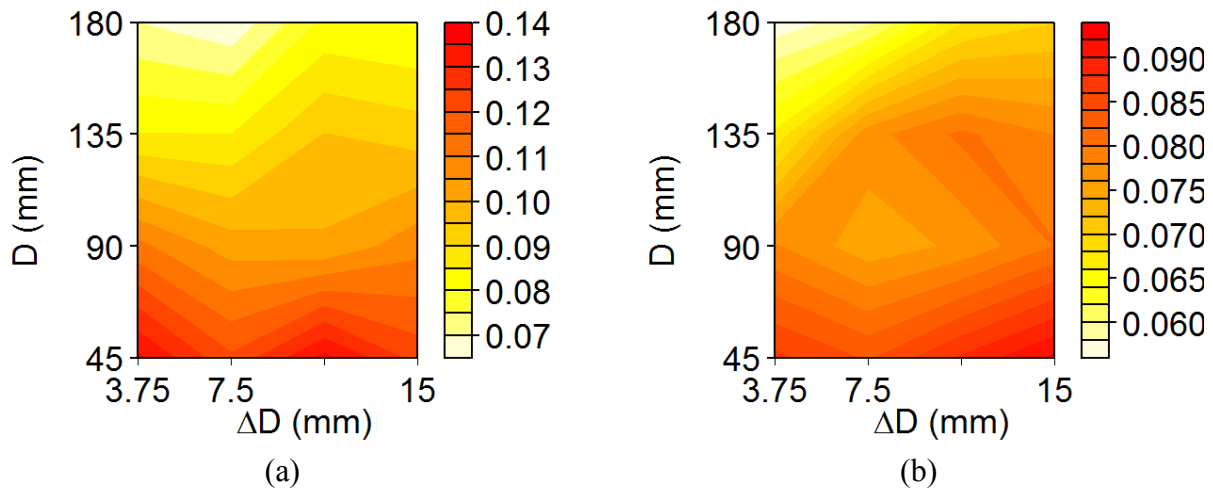


Figure 5.25 : Moyenne et écart-type de  $t_0$ .

Tableau 5.35: Moyenne et écart-type de  $t_0$ .

		Moyenne				Écart-type			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	0.1361	0.1210	0.1366	0.1230	0.0866	0.0838	0.0884	0.0925
	90	0.1115	0.1020	0.1009	0.1082	0.0783	0.0747	0.0765	0.0801
	135	0.0853	0.0850	0.0952	0.0927	0.0665	0.0772	0.0805	0.0779
	180	0.0701	0.0660	0.0812	0.0795	0.0567	0.0594	0.0679	0.0700

Tableau 5.36 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de  $t_0$ .

	moyenne de $t_0$		Écart-type de $t_0$	
	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>1.23E-08<sub>v</sub></b>	0.94	<b>6.29E-06</b>	0.85
$\tilde{\Delta D}$	0.614		<b>0.013</b>	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	0.068 <sub>v</sub>		0.225	
$ID$	<b>0.003</b>	0.49	<b>6.59E-05</b>	0.69

On remarque une augmentation de la valeur de  $t_0$  avec la diminution de la distance de la cible. La corrélation entre la valeur moyenne de  $t_0$  et son écart-type est importante avec un coefficient de 0.901.

### 5.7.2 Discussion

Il est possible que la diminution de  $t_0$  que l'on observe avec l'augmentation de la distance de la cible puisse s'expliquer par un artéfact propre au problème d'ajustement de courbe delta-lognormal. Une conclusion définitive à ce sujet nécessiterait cependant une validation expérimentale subséquente. Comme l'ensemble des paramètres delta-lognormaux, une forte corrélation entre la moyenne et l'écart-type de  $t_0$  est observée.

## 5.8 Conclusion

### 5.8.1 Distribution des paramètres lognormaux en fonction des caractéristiques de la tâche

Puisque la variation de l'écart-type des paramètres lognormaux est fortement corrélée à la variation de la moyenne, la synthèse des effets relevés est présentée seulement pour les moyennes, celle concernant les écarts-types étant qualitativement la même. Le Tableau 5.37 synthétise les variations notées en fonction des facteurs  $D$ ,  $\Delta D$  et  $ID$ . Dans ce tableau, les signes +, ++, +++ et ++++ sont respectivement utilisés pour dénoter une covariance positive avec une valeur  $p$  telle que  $0.05 < p \leq 0.1$ ,  $0.01 < p \leq 0.05$ ,  $0.001 < p \leq 0.01$  et  $p \leq 0.001$ . Les symboles -, --, --- et ---- sont utilisés de façon analogue pour la covariance négative. Dans le cas d'observations non statistiquement significatives, aucun symbole n'est utilisé.

Tableau 5.37 : Synthèse de la variation des paramètres en fonction des conditions expérimentales.

Paramètres	$\tilde{D}$	$\tilde{\Delta D}$	ID
$D_1$	++++		+++
$D_2$	++++		+++
$\mu_1$	++++	----	++++
$\mu_2$	++++	----	++++
$\sigma_1$		---	
$\sigma_2$	-	----	
$t_0$	----		---

Une façon alternative de présenter les données est de considérer le pourcentage de variance des paramètres lognormaux expliqué par la variance des paramètres de la tâche. Le Tableau 5.38 présente une telle analyse pour l'échantillon complet ainsi que pour les deux sous-échantillons SES et SENS. Dans ce tableau, la barre (p. ex.  $\bar{x}$ ) indique que l'on considère la valeur moyenne robuste (estimée avec l'algorithme *Fast MCD*) du paramètre surligné. Celle-ci est calculée individuellement pour chacune des 16 conditions expérimentales.

Tableau 5.38 : Proportion de la variance de la moyenne robuste (MCD) des paramètres delta-lognormaux pouvant être expliquée par la variation des paramètres de la tâche.

	EC		SES		SENS	
	$D$	$\Delta D$	$D$	$\Delta D$	$D$	$\Delta D$
$\bar{t}_0$	93.3%	0.2%	90.6%	0.1%	81.5%	0.2%
$\bar{D}_1$	95.1%	0.1%	99.8%	0.0%	99.7%	0.0%
$\bar{D}_2$	89.9%	1.0%	97.5%	0.3%	93.8%	0.2%
$\bar{\mu}_1$	93.4%	4.5%	90.0%	4.4%	87.0%	8.1%
$\bar{\mu}_2$	91.1%	6.7%	86.5%	5.2%	87.7%	8.4%
$\bar{\sigma}_1$	12.6%	67.6%	30.0%	52.5%	0.4%	65.9%
$\bar{\sigma}_2$	2.2%	32.2%	8.9%	14.7%	0.1%	31.8%

On peut constater une séparation claire des paramètres en deux groupes : ceux intervenant principalement dans l'amplitude du mouvement ( $t_0$ ,  $D_i$  et  $\mu_i$ ) et ceux intervenant principalement dans la précision du mouvement ( $\sigma_i$ ). Ces observations semblent donc supporter l'idée de mécanismes indépendants pour le contrôle de l'amplitude et la précision des mouvements. On relève aussi une tendance très similaire selon que l'on considère EC, SES ou SENS. En fait, ces pourcentages ne peuvent pas être distingués de façon statistiquement significative ( $\alpha = 0.05$ )<sup>25</sup>.

## 5.8.2 Comparaison des échantillons

Il est difficile de conclure sur la signifiante des disparités observées entre les résultats relatifs aux différents échantillons considérés (EC, SES ou SENS). Bien qu'il soit possible que celles-ci

<sup>25</sup> En fait, si l'on n'applique aucune correction pour les comparaisons multiples, l'effet de  $D$  sur  $\bar{\sigma}_1$  dans SES par rapport à SENS déroge à cette règle. Cependant, cette exception tombe si l'on applique une correction de Bonferroni au seuil de signifiante  $\alpha$ .

découlent de stratégies de contrôle ou de capacités motrices différentes entre les sujets en santé et ceux ayant des facteurs de risque d'AVC, il est aussi possible qu'elles soient principalement attribuables à des composantes aléatoires. Des travaux futurs accompagnés de nouvelles collectes de données seront nécessaires pour clarifier ce point.

D'autre part, notons que malgré ces quelques disparités, les tendances observées sont généralement similaires. On remarque toutefois que l'ajustement des modèles linéaires est constamment plus faible pour l'utilisation des sous-ensembles que pour celle des données complètes. Bien que les causes de ce phénomène soient probablement multifactorielles, une partie de cet effet peut être attribuée à la taille des échantillons considérés. En effet, si l'on utilise une approximation normale, le fait de passer de l'échantillon complet aux sous échantillons engendre une augmentation de  $100 \left( \sqrt{\frac{N_{EC}}{N_{SE}}} - 1 \right) \%$  de l'erreur standard d'approximation des moyennes, où  $N_{EC}$  et  $N_{SE}$  sont respectivement la taille des échantillons complets et partiels. Dans notre cas, la hausse est d'environ 40 %.

### **5.8.3 Analyse de la variation des corrélations en fonction des caractéristiques de la tâche**

La méthodologie adoptée pour ce travail a la particularité intéressante de permettre d'investiguer les effets de la tâche sur les propriétés de chacun des systèmes agoniste et antagoniste en utilisant seulement l'information tirée de la cinématique de l'effecteur terminale des mouvements. Une telle analyse nécessiterait autrement le recours à des appareils plus encombrants et coûteux permettant l'enregistrement des biosignaux provenant des muscles. D'ailleurs, afin de diminuer le coût du matériel d'acquisition, une telle étude pourrait même être réalisée en utilisant simplement une souris USB (O'Reilly & Plamondon, 2010a).

En ce qui a trait à la variation des différentes corrélations en fonction des paramètres de la tâche, notre approche reposant sur la modélisation delta-lognormale a permis l'observation de nouveaux phénomènes relatifs aux relations entre les systèmes neuromusculaires agoniste et antagoniste. Principalement, elle a montré que l'amplitude des commandes neuromusculaires des systèmes agoniste et antagoniste se corrèle davantage quand l'indice de difficulté de la tâche croît alors que l'activation du système neuromusculaire agoniste se corrèle plus fortement avec celle

du système antagoniste quand les dimensions de la tâche augmentent. Ces observations constituent deux exemples de nouvelles hypothèses de recherche que l'utilisation d'une modélisation  $\Delta\Lambda$  a permis de générer relativement à l'étude des compromis vitesse-précision. Puisque celles-ci découlent de l'utilisation d'un paradigme particulier (la Théorie Cinématique), il est espéré que ces résultats motiveront des chercheurs travaillant avec d'autres méthodologies (p. ex. EMG, EEG) ou dans d'autres paradigmes (p.ex. modèle minimisant la secousse (« jerk »), modèles à point d'équilibre) à investiguer ces phénomènes.

## **CHAPITRE 6    PROPORTIONNALITÉ DES CARACTÉRISTIQUES TEMPORELLES DES MOUVEMENTS**

En psychologie et en neuroscience, il est fréquent de rencontrer des modèles se basant sur une description modulaire sérielle des processus cognitifs ou psychomoteurs. Cette représentation repose sur l'existence hypothétique de modules cérébraux indépendants dont les temps de réponse, lors de l'exécution d'une tâche, seraient additifs. Dans cette veine, le contrôle moteur a souvent été étudié en adoptant de pareils postulats de modélisation.

D'autre part, l'analyse lognormale des mouvements humains proposée par la Théorie Cinématique repose davantage sur un concept de proportionnalité des temps de délai cumulatif, ne permettant plus la représentation sérielle des sous-processus psychophysiques. En fait, tel que discuté au Chapitre 2, elle renvoie davantage à une architecture de sous-systèmes interconnectés de façon complexe dont la topologie subsomptive partage plus de ressemblance avec l'agencement des pelures de l'oignon. Sous certaines conditions, par exemple lorsque l'interconnexion de ces systèmes est telle que les temps de délai cumulatif sont proportionnels d'une couche à l'autre, on assiste à l'apparition d'une RI de forme lognormale. Dans ce cas, le système étudié a un équivalent exponentiel qui peut être conceptualisé de façon sérielle.

Ces deux modes de modélisation très distincts peuvent entrer en compétition pour la représentation de différents processus psychiques et psychophysiques. Dans ce contexte, il est important de pouvoir déterminer si l'un ou l'autre est plus approprié à la description d'un phénomène particulier ou si leur utilisation conjointe est complémentaire. Il s'agit d'un enjeu méthodologique central dont une meilleure compréhension pourrait contribuer à l'amélioration des résultats de recherche. Dans l'objectif de participer à l'avancement des connaissances par rapport à cette thématique, la section 6.1 présente un survol des principaux courants de pensée concernant la modélisation des processus cérébraux, avec une attention particulière portée sur le cas des facultés motrices. Puis, à la section 6.2, un cadre permettant l'analyse statistique des caractéristiques temporelles des processus psychophysiques est développé dans le but d'étudier et de comparer la parcimonie des membres d'une famille de modèles incluant, entre autres, les cas additifs et proportionnels. Par la suite, la section 6.3 fournit trois exemples détaillés de l'application de cette méthodologie à l'analyse des caractéristiques temporelles des mouvements humains rapides. Cette étude met en évidence les avantages associés à la modélisation des

mouvements rapides comme étant un phénomène de nature proportionnelle plutôt que comme étant émergeant d'un système sériel de sous-processus. Finalement, la section 6.4 résume les principales conclusions que l'on peut tirer de l'investigation présentée à ce chapitre.

## **6.1 Modélisation des processus cérébraux et psychomoteurs**

### **6.1.1 Modélisation sérielle des processus mentaux**

L'étude des facultés mentales humaines comme émergeant de systèmes constitués d'un arrangement sériel de modules réalisant chacun une sous-tâche spécifique est un paradigme très populaire en psychologie expérimentale et en neuroscience. On peut le constater par l'importance dans ces champs d'études de la recherche et de l'analyse des dissociations simples et doubles (Gazzaniga, et al., 1998). Cet état de fait est aussi mis en évidence par la place prépondérante qu'a prise la théorie modulaire de l'esprit avancée par Fodor (1983) et le débat autour de la pertinence ou non de ce paradigme (Barrett & Kurzban, 2006; Uttal, 2001).

Donders (1868/1969), avec son travail sur les temps de réaction (TR), est l'un des pionniers de l'élaboration d'une conception des opérations mentales comme étant le fruit d'un travail sériel modulaire. Un de ses principaux apports à la science consiste en l'élaboration de ce qui est maintenant connu comme étant la méthode par soustraction (« subtraction method »). Celle-ci postule que le temps requis pour répondre à un stimulus donné est la somme du temps pris par une série d'étapes (« stages ») subséquentes. Celles-ci peuvent être conçues comme constituant chacune un maillon de la chaîne d'opérations mentales permettant à un sujet de répondre à un stimulus. Ces opérations peuvent par exemple être le codage neuronal d'un son, l'interprétation de la signification d'un signal, la prise de décision, etc. L'idée maîtresse de Donders est de proposer que l'on puisse mesurer le temps de traitement d'une étape par la différence des TR de deux tâches dont la seule différence porte sur l'inclusion ou non de l'étape d'intérêt. Par exemple, il considère que si l'on peut trouver 1) une tâche impliquant les étapes A, B et C pour laquelle un sujet a un temps de réaction moyen  $\overline{TR}_1$  et 2) une seconde tâche impliquant les étapes A et C pour laquelle le même sujet a un temps de réaction moyen  $\overline{TR}_2$ , alors  $\overline{TR}_1 - \overline{TR}_2$  devrait donner le temps moyen nécessaire à l'exécution de l'étape B. Supposant que les processus mentaux sont le résultat d'une architecture modulaire, une telle technique peut être utilisée pour décortiquer les opérations mentales en étapes dont le temps d'exécution peut

être mesuré. Ce type de raisonnement a d'ailleurs donné naissance au champ d'études de la chronométrie (Jensen, 2006).

Bien que conceptuellement intéressante, l'hypothèse voulant que les étapes cognitives puissent être ajoutées ou retirées d'un processus sans interférer sur l'opération des autres étapes n'a survécu que partiellement à sa vérification expérimentale. Par analogie à l'électronique, ajouter ou retirer une étape semble être davantage comme ajouter ou retirer un module d'un système électronique dont les impédances d'entrée et de sortie ne sont pas adaptées : cela change le comportement des autres modules puisque ceux-ci ne sont pas complètement découplés.

Cette limitation a dû attendre une centaine d'années et le développement de l'analyse de la variance (ANOVA) avant d'être corrigée de façon satisfaisante par Sternberg (1969, 1995). Ce dernier a proposé la méthode de l'addition des facteurs (ou AFM pour « additive factor method »). Tout comme la méthode de Donders, cette technique considère que les processus mentaux sont constitués d'étapes dont les temps de réponse sont principalement additifs. Cependant, l'AFM a l'avantage considérable de reposer directement sur l'ANOVA, permettant ainsi d'évaluer statistiquement la présence d'interactions entre les étapes postulées. L'absence de termes d'interaction significatifs dans l'ANOVA indique *a priori*<sup>26</sup> qu'un modèle purement additif, tel que proposé par Donders, peut être utilisé pour représenter le processus de façon adéquate et parcimonieuse. Cependant, si les termes d'interaction sont statistiquement significatifs, le modèle additif doit être rejeté. Les tenants les plus radicaux de l'hypothèse d'une architecture modulaire de l'esprit considéreront alors l'interaction détectée comme étant associée à une architecture modulaire partiellement sérielle et partiellement parallèle.

Un nombre important d'études ont été réalisées dans l'optique d'une architecture partiellement ou complètement sérielle des modules cérébraux (p. ex. Bruce & Young, 1986; Dehaene, 1996; E. Edwards et al., 2010; Fitts & Peterson, 1964; Kaan & Swaab, 2003; Luo, Feng, He, Wang, & Luo, 2010; Reichle, Warren, & McConnell, 2009; Shipp, 2011; Staub, 2011).

---

<sup>26</sup> Notons ici l'importance du *a priori* puisqu'il est impossible avec l'ANOVA de conclure que le système est alors sériel. En effet, dans ce cas, on a seulement échoué à obtenir une confiance d'au moins  $100(1 - \alpha) \%$  quant à la présence d'une interaction, on n'a pas démontré son absence. Une étude de puissance peut être utilisée pour évaluer quantitativement la probabilité de l'absence d'un effet d'interaction plus petit que  $\varepsilon$  où  $\varepsilon$  est un seuil dépendant davantage de considérations pratiques que statistiques.



Par exemple, Luce (1986) postule l'implication de cinq étapes de traitement pour les tests de temps de réaction, soit 1) l'encodage du signal, 2) la propagation du signal jusqu'au centre de décision, 3) la prise de décision, 4) la propagation du signal jusqu'au centre moteur et 5) la réaction motrice (voir Figure 6.1). Ce modèle peut être détaillé plus finement en représentant chacune des étapes par un arrangement de sous-étapes s'il peut être montré que ces dernières sont effectivement découplées. Alternativement, on peut aussi simplifier un tel modèle en le réduisant en deux principales étapes dont chacune est représentée par une variable aléatoire distincte : le temps de latence de décision et le temps de latence résiduel.

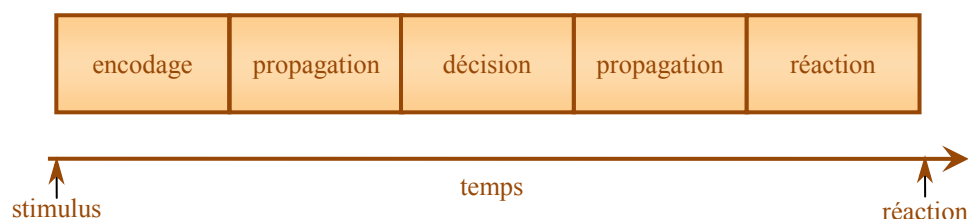


Figure 6.1 : Exemple de modèle sériel pour une tâche de temps de réaction.

Ce type de modélisation sérielle s'applique aussi naturellement à l'analyse des potentiels évoqués relevés grâce à une étude électroencéphalographique des signaux cérébraux. Dans ce contexte, chaque potentiel évoqué peut être vu comme le marqueur d'un module participant à la chaîne d'opérations cérébrales nécessaires à l'exécution de la tâche effectuée (Meyer et al., 1988; Sternberg, 2001).

### 6.1.2 Modélisation sérielle des mouvements rapides de pointage

Dans le contexte de la modélisation des processus associés au contrôle moteur, les mouvements de pointages rapides ont historiquement été largement étudiés puisqu'ils peuvent être considérés comme formant une primitive servant à la production des mouvements plus complexes (Flash & Hochner, 2005). Pour ce type de mouvement, plusieurs auteurs (Crossman & Goodeve, 1983; Howarth, et al., 1971; Keele, 1968; Meyer, et al., 1988; Woodworth, 1899) ont proposé de représenter la génération du mouvement comme étant un processus faisant intervenir la sérialisation d'une séquence de sous-mouvements (voir (Elliott, Helsen, & Chua, 2001) pour une revue historique sur cette thématique). L'origine d'une telle idée remonte à Woodworth (1899) qui considérait ce type de mouvement comme étant généré par deux processus. En premier lieu, la décision d'initier un mouvement est prise par le système nerveux central qui émet un pulse de

commande démarrant l'exécution d'un programme interne générant un mouvement balistique (sans rétroaction). Puis, en second lieu, une correction rétroactive est opérée en direct (« on-line ») grâce aux différentes informations perceptives. À titre d'exemple, la Figure 6.2 illustre le profil de vitesse d'un mouvement de pointage rapide décomposé en deux étapes de préparation (perception du stimulus de départ et préparation de la commande motrice) suivie de l'exécution d'une séquence de sous-mouvements.

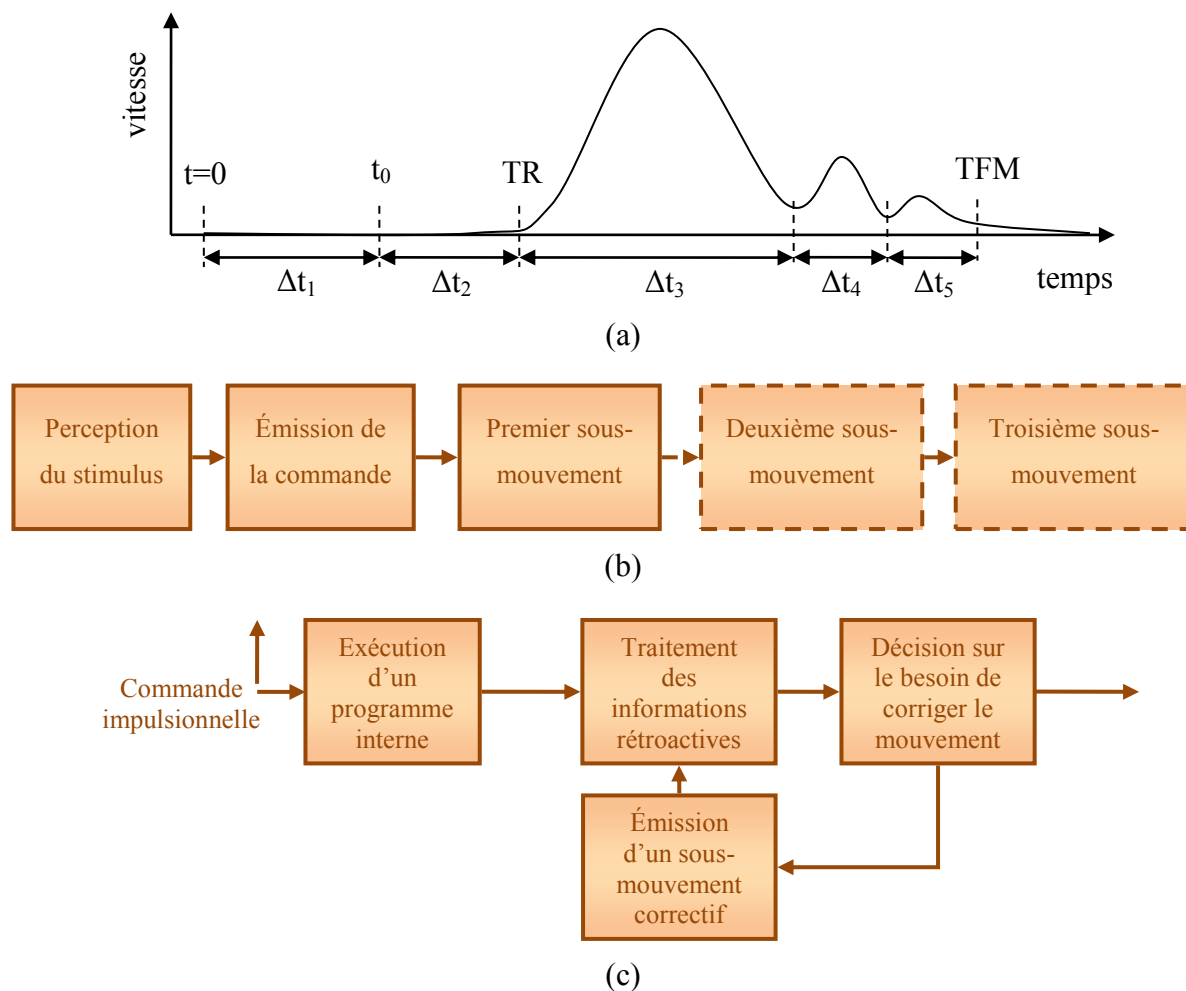


Figure 6.2 : Exemple d'une modélisation sérielle de la vitesse d'un mouvement de pointage rapide. (a) Identification des caractéristiques temporelles expérimentales sur le profil de vitesse (TR : temps de réaction, TFM : temps de fin du mouvement). (b) Modélisation sérielle des étapes du mouvement. Le trait pointillé est utilisé pour souligner le caractère facultatif des étapes associées aux sous-mouvements secondaires. (c) Schéma bloc illustrant le processus de génération avec l'aspect rétroactif.

Dans ce type de modélisation, un facteur invoqué (p. ex. l'âge, le sexe, l'état de santé, la présence d'une lésion cérébrale dans une aire donnée, etc.) ou provoqué<sup>27</sup> (p. ex. changement de stimulus, modification d'une condition de la tâche, etc.) peut avoir un impact sur une, plusieurs ou toutes les étapes de la préparation et de l'exécution du mouvement. Par exemple, une lésion à une aire cérébrale altérant l'efficacité de l'intégration de l'information servant à la rétroaction devrait avoir un impact sur la phase correctrice mais aucun impact sur le temps de délai associé au sous-mouvement balistique. Notons de plus que dans ce type de modèle, la durée de chaque étape (c.-à-d. la valeur de  $\Delta t$ ) est indépendante du déroulement des autres étapes.

Cette modélisation peut être intéressante pour l'analyse des propriétés des mouvements humains parce qu'elle est conceptuellement simple à comprendre et à mettre en œuvre. Elle a aussi l'avantage très important d'être naturellement compatible avec les outils d'analyse les plus répandus et les mieux maîtrisés par les psychologues, tels que l'ANOVA (p. ex. Sternberg (1995)). De plus, la possibilité de considérer les sous-processus comme étant reliés entre eux à la fois par des relations sérielles et parallèles offre une grande flexibilité qui vient cependant au coût d'une complexité de modélisation supérieure.

### 6.1.3 Modèle en cascade

Une des hypothèses importantes de la modélisation modulaire sérielle est que la durée de chaque étape subséquente doit être exclusive de telle façon qu'il ne peut exister de superposition temporelle de leurs processus. Pour des raisons évidentes, McClelland (1979) réfère à ce type de modélisation comme étant discret, une représentation qu'il oppose à une modélisation qui serait continue.

Comme défendu par McClelland (1979), il semble y avoir de bonnes raisons de croire que l'hypothèse des sous-processus discrets ne tient pas toujours. Cependant, la question de l'aspect continu ou discret du traitement cognitif fait l'objet de débats (Fingelkurts, 2006; Miller, 1982;

---

<sup>27</sup> On adopte ici la nomenclature utilisée entre autres dans (M. Robert & Allaire, 1988) et l'on qualifie d'invoqué un facteur sur lequel l'expérimentateur n'a pas de contrôle et de provoqué ceux qui peuvent être contrôlés expérimentalement.

VanRullen & Koch, 2003) et est encore à ce jour une question de conviction davantage qu'une connaissance faisant l'unanimité.

Afin de modéliser les processus cognitifs comme étant continus, McClelland (1979) propose un modèle qu'il qualifie comme étant « en cascade ». Celui-ci repose sur des sous-processus reliés les uns aux autres de façon parallèle-dépendante (« parallel-contingent »)<sup>28</sup>. C'est-à-dire que les étapes de traitements cognitifs sont considérées comme dépendantes les unes des autres, mais pouvant néanmoins s'actualiser largement de façon parallèle. Par exemple, l'étape de la propagation du signal dépend de l'étape lui précédant, soit l'encodage du signal. Cependant, cette modélisation considère que la propagation du stimulus n'attend pas la fin de l'encodage complet du signal. Elle procède de façon parallèle au fur et à mesure qu'une nouvelle portion du signal se fait encoder. Cette dépendance parallèle est donc possible dès que toute l'information provenant d'une étape précédente n'est pas nécessaire au début de l'exécution d'une étape subséquente, ce qui est le cas quand les sorties des différents modules associés aux étapes de traitement sont disponibles de façon continue. Dès lors, les modules subséquents reçoivent en entrée une information encore incomplète mais probablement suffisante pour commencer un traitement quelconque. La Figure 6.3 schématise le système de la Figure 6.1 lorsque l'on considère les modules en cascade et non plus simplement sériels.

Notons pour clore cette section que le concept de modules en cascade tel que considéré par McClelland est étroitement associé à celui du traitement parallèle de l'information puisqu'une architecture en cascade permet l'exécution simultanée de différents modules. Ainsi, ce type de modèle participe au débat portant sur l'activité sérielle versus parallèle du système nerveux central.

---

<sup>28</sup> On comprend dans la théorie de McClelland le terme anglais *contingent* comme prenant le sens adjectival « dépendant on or conditioned by something else » (*Webster's new collegiate dictionary*, 1977), un sens que le mot *contingent* en français ne prend pas (P. Robert & Liris interactive, 2001). Le terme dépendant est donc utilisé en remplacement de *contingent* bien que celui-ci ne recoupe que partiellement la sémantique du mot anglais *contingent*. Cette dépendance des modules dont le traitement prend place en parallèle n'est cependant pas à confondre avec le concept de dépendance tel qu'il est interprété en théorie des systèmes linéaires. En effet, le fait de postuler des modules implique l'indépendance de leurs opérations internes, mais non le fait que la sortie d'un module ne puisse dépendre de l'une de ces entrées, elle-même branchée à la sortie d'un autre module produisant en continu une information qui peut n'être encore que partielle.

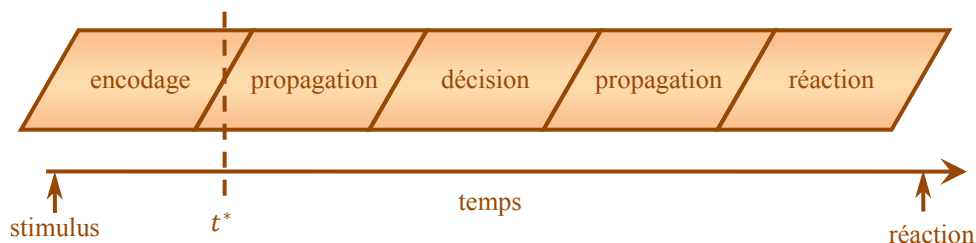


Figure 6.3 : Version en cascade du système sériel de la Figure 6.1. Les modules sont représentés en losange pour symboliser qu'à un instant quelconque (p. ex. l'instant  $t^*$ ) un signal peut être encore en partie dans une première étape (p. ex. l'encodage) et avoir commencé simultanément à être traité dans une seconde étape (p. ex. sa propagation).

#### 6.1.4 Modélisation proportionnelle

Une alternative à la modélisation des processus mentaux comme étant reliés entre eux par une architecture modulaire sérielle discrète ou en cascade est de les considérer comme étant associés selon des relations proportionnelles plutôt qu'additives. Selon ce type de modèle, ce n'est pas l'incrément ajouté à une variable qui importe, mais la proportion de celui-ci par rapport à la valeur initiale de la variable. Pour cette raison, il existe un lien intrinsèque entre le logarithme et la proportion puisque le logarithme permet de décomposer de façon additive la multiplication. Par exemple, si l'on demande à un sujet de soulever une première charge  $w_1$  et que, dans un second temps, on remplace celle-ci par une charge  $w_2$ , la différence des charges logarithmiques (en base deux pour cet exemple)  $y = \log_2(w_2) - \log_2(w_1)$  indique le nombre de fois que le poids a été doublé par le remplacement de la charge  $w_1$  par  $w_2$ . Le lien entre la proportion et le logarithme est important puisqu'il permet d'apprécier l'importance de la modélisation proportionnelle par l'évaluation du nombre de modèles impliquant une relation logarithmique.

Tel que brièvement discuté au Chapitre 2, l'utilisation du logarithme est utile pour l'organisme puisqu'elle lui permet d'obtenir une erreur proportionnelle à la grandeur estimée. Ce n'est donc pas surprenant qu'on le retrouve dans plusieurs modèles psychophysiques tels que la loi de Weber-Fechner (Cosma & Popescu, 2010; Portugal & Svaite, 2011; Shen & Jung, 2006), l'échelle de Mel (Stevens, et al., 1937), la loi de Hick (Hick, 1952) et la loi de Fitts (Fitts, 1954; Plamondon & Alimi, 1997). De plus, plusieurs indices tendent à montrer qu'une variété de processus cognitifs repose sur une échelle logarithmique tels que l'appréciation du temps à long

terme (Bruss & Ruschendorf, 2010), l'évaluation des quantités (Portugal & Svaiter, 2011), la durée nécessaire à certains processus mnésiques (Schneider & Anderson, 2011) et le temps pour la rationalisation des addictions (Takahashi, 2011), pour n'en nommer que quelques un.

Notons qu'avec le concept de logarithme vient celui de la base logarithmique. Principalement, trois bases sont utilisées pour des raisons théoriques différentes. La base binaire est assez rependue puisque qu'elle est utilisée pour le codage binaire de canaux de transmission dans le cadre de la Théorie de l'Information. Dans ce cas, l'information  $y = \log_2(x)$  est donnée en bits. La base naturelle pour sa part émerge principalement du fait qu'elle apparaît « naturellement » lors de la résolution de systèmes d'équations différentielles. Finalement, la base décimale est utilisée parce qu'elle permet d'évaluer la variation, en terme d'ordre de grandeur, dans le système décimal. Notons cependant qu'en fin de compte, le choix d'une base relève surtout d'une préférence théorique puisque, dans le cadre d'une modélisation linéaire par exemple, le choix de la base n'a aucun impact sur la qualité de l'ajustement qui sera obtenu. Elle n'aura en effet d'impact que sur la valeur des coefficients extraits puisque  $y = a + b \log_k(x) = a + \frac{b}{\log_l(k)} \log_l(x) = a + b' \log_l(x)$ .

Au niveau de la RI d'un système (ou de FDP d'une variable aléatoire), le lien entre la proportionnalité des processus mentaux et l'apparition de fonctions lognormales est bien documenté dans le cadre de la Théorie Cinématique (Plamondon, et al., 2003). Pour la modélisation des processus moteurs, en plus de représenter avec précision les profils de vitesses des mouvements rapides (Alimi & Plamondon, 1994, 1996; Plamondon, et al., 1993), la lognormale a été utilisée pour modéliser les enveloppes de signaux électromyographiques de surface (SEMG) (Djioua & Plamondon, 2008). La lognormale constitue d'ailleurs une RI plus naturelle que la fonction normale pour la représentation des processus psychophysiques puisque, contrairement à cette dernière, la lognormale est une fonction causale.

De façon plus générale, en psychophysique, la lognormale est utilisée pour la modélisation des temps de réaction étant donnée la qualité de son ajustement aux données expérimentales (Schnipke & Scrams, 1997; Thissen, 1983; van der Linden, 2006; van der Linden, Scrams, & Schnipke, 1999). Une telle observation suggère que la proportionnalité est un phénomène dépassant largement le contexte de la modélisation de l'exécution motrice. De plus, selon van der Linden (2006), la fonction logistique constitue l'un des modèles les plus répandus

pour la modélisation des temps de réponse. Or, la fonction logistique est souvent utilisée comme un substitue à la fonction lognormale puisqu'elle permet d'obtenir une approximation fiable de la fonction de densité cumulative de la lognormale à partir de fonctions élémentaires (Swamee, 2002).

Une raison importante à la difficulté de l'adoption de modèles proportionnels plutôt qu'additifs dans le cadre de la modélisation du cerveau peut certainement être associée au fait qu'une conception proportionnelle appelle une vision plus holistique des traitements cérébraux contrairement à la modélisation additive qui s'applique normalement à une conception modulaire. Cela découle principalement du fait que la proportionnalité apparaît lors d'interconnexions complexes de sous-systèmes dépendants alors que l'additivité est généralement associée à l'indépendance des modules postulés.

Une des façons possibles d'aborder un processus proportionnel est d'en étudier le comportement à travers ses caractéristiques temporelles (p.ex. temps de début, temps d'occurrence de l'amplitude maximale et temps de fin d'une composante d'un signal associé au processus). Celles-ci devraient alors être liées entre elles par la relation de proportionnalité

$$T_i = (1 + E_i)T_{i-1} \quad (6.1)$$

où les  $T_i$  et les  $E_i$  représentent des variables aléatoires associées respectivement à  $i^{\text{e}}$  caractéristique temporelle et au lien de proportionnalité reliant les  $i^{\text{e}}$  et  $i-1^{\text{e}}$  caractéristiques<sup>29</sup>. Une telle représentation est illustrée à la Figure 6.4. Sur cette figure, les lettres minuscules sont utilisées puisqu'elles représentent des occurrences particulières des variables aléatoires. Pour ce type de processus, la considération d'étapes de traitement subséquentes (Figure 6.2) ne semble pas apporter un éclairage intéressant. Notons d'ailleurs que sur la Figure 6.4, contrairement à la Figure 6.2, les  $\Delta t$  ne sont pas statistiquement indépendant. Cependant, un facteur quelconque pourrait théoriquement modifier la valeur moyenne de l'une, de quelques-unes ou de l'ensemble des constantes de proportionnalité  $\varepsilon$  de façon indépendante.

---

<sup>29</sup> Notons que dans les articles précédemment publiés (p. ex. Plamondon (1995a)) se rapportant à la Théorie Cinématique, le symbole  $\varepsilon_i$  est utilisé plutôt que le terme  $E_i$  ici adopté. Ce changement de nomenclature est justifié par un désir d'utiliser une notation compatible avec le reste de cette thèse et avec la nature aléatoire de la variable  $E_i$ .

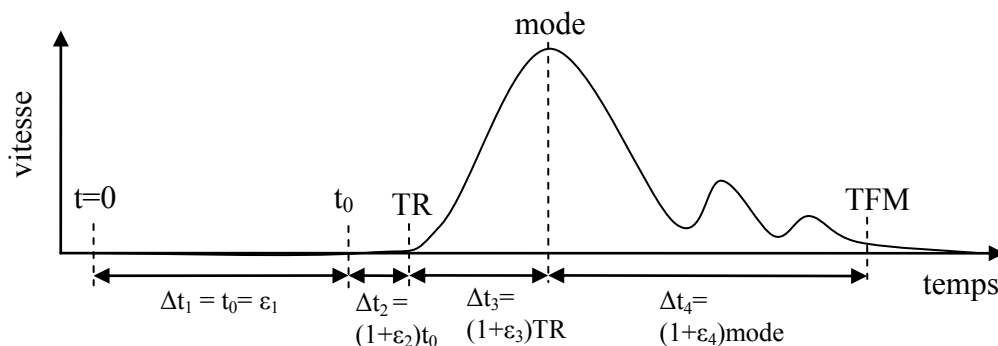


Figure 6.4 : Exemple d'une modélisation proportionnelle de la vitesse d'un mouvement.

### 6.1.5 Un modèle mixte et en cascade pour l'étude du mouvement

Dans le cadre de l'étude du mouvement humain, les modèles Delta-Lognormal et Sigma-Lognormal proposés dans la Théorie Cinématique peuvent être considérés comme étant mixtes (sériels et proportionnels) et en cascade. En effet, ils ont d'abord un aspect sériel relatif à l'émission d'une série de commandes neuromusculaires aux temps  $t_0$ . En d'autres mots, l'agencement des composantes neuromusculaires dans ces modèles est séquentiel. De plus, ils sont en cascade puisque l'exécution des composantes neuromusculaires se superpose dans le temps. Finalement, ils ont aussi un aspect fortement proportionnel puisque cette caractéristique au cœur de la Théorie Cinématique. En effet, Plamondon et al. (2003) ont démontré comment la fonction de transfert d'un système composé d'une multitude de sous-systèmes interdépendants et interreliés entre eux de façon complexe sera de forme lognormale pour autant que les temps de délai cumulatif ( $T_i$ ) des systèmes disposés en cascade suivent la loi de proportionnalité (6.1). En résumé, ces modèles postulent un agencement sériel en cascade de composantes proportionnelles.

Notons d'ailleurs que la proportionnalité n'intervient pas seulement au niveau de la structure postulée du système, elle apparaît dans la forme de sa sortie. En effet, conceptuellement, une réponse ayant une courbe lognormale décalée temporellement a des caractéristiques hybrides sérielles/proportionnelles. On peut concevoir son exécution en deux étapes sérielles, soit la préparation (d'une durée  $t_0$ ) et son exécution dont la sortie a un profil lognormal non décalé. Pour un mouvement donné, la relation entre une caractéristique telle que  $t_0$  et les caractéristiques temporelles de la composante lognormale est donc de nature additive en cela qu'une modification de la valeur de  $t_0$  aura un impact additif sur l'ensemble des caractéristiques subséquentes.



En ce qui concerne la phase d'exécution, celle-ci affiche certaines propriétés de proportionnalité. En effet, les quantiles de la courbe lognormale varieront entre eux de façon proportionnelle à la suite d'une modification du paramètre  $\mu$ . Cela découle du fait que la valeur du quantile  $i/100$  ( $0 \leq i \leq 100$ ) s'exprime comme ayant la forme

$$q(i; \mu, \sigma) = e^\mu e^{\alpha(i)\sigma} \quad (6.2)$$

où  $\alpha$  est fonction de  $i$  et correspond au quantile  $i/100$  de la distribution normale  $N(0,1)$  ( $\alpha(i/100)$  est aussi connu comme étant la fonction probit). Ainsi tout incrément de la valeur de  $\mu$  multiplie chacun des quantiles par une même constante, de telle sorte que, si l'on considère  $\mu_2 = \mu_1 + \Delta$ , on obtient  $q(i; \mu_2, \sigma) = e^\Delta q(i; \mu_1, \sigma)$ , où  $e^\Delta$  est une constante de proportionnalité invariante en fonction de  $i$ . Le mode ( $e^\mu e^{-\sigma^2}$ ), la moyenne ( $e^\mu e^{\frac{\sigma^2}{2}}$ ) et les points d'inflexion ( $e^\mu e^{-1.5\sigma^2 \pm \sigma\sqrt{0.25\sigma^2+1}}$ ) seront eux aussi affectés par le même facteur multiplicatif  $e^\Delta$  et varieront donc aussi de façon proportionnelle. Il en sera de même pour toutes caractéristiques temporelles associées aux instants où l'amplitude de la courbe lognormale est égale à  $100\gamma\%$  de son amplitude maximale ( $v_{t3}$ ), ces points étant définis par l'équation  $e^\mu e^{-\sigma^2 \pm \sigma\sqrt{2\ln(\gamma)}}$  (Woch, 2006).

Notons d'autre part que la multiplication de la fonction lognormale par un facteur  $\Delta d$  de mise à l'échelle n'a aucun effet sur les caractéristiques temporelles. Par exemple, la médiane des composantes  $\Lambda$  et  $\Delta d\Lambda$ , où  $\Lambda$  représente une lognormale quelconque et  $\Delta d$  est un scalaire, sont toutes deux égales et valent  $e^\mu$ . Ceci est bien sûr vrai pour toute autre caractéristique temporelle n'étant par explicitement définie en fonction de l'amplitude absolue, par exemple une mesure du temps de réaction qui serait défini non pas de façon relative au maximum de vitesse (p. ex.  $0.05v_{t3}$ ) mais par rapport à une valeur absolue (p. ex. 10 mm/s).

Pour sa part, la modification du paramètre  $\sigma$  par l'ajout d'un incrément  $\Delta$  multiplie la valeur de  $q(i)$  par un facteur  $e^{\alpha(i)\Delta}$  non constant par rapport à la valeur de  $i$ . Ce facteur multiplicatif étant variable à travers les quantiles, ceux-ci ne varient pas de façon proportionnelle entre eux comme c'est le cas pour la variation du paramètre.

Ces observations permettent d'identifier plus clairement le rôle des paramètres lognormaux dans le contrôle. En effet,  $t_0$  est un paramètre sériel produisant un décalage temporel, un effet typiquement sériel. Pour sa part,  $\mu$  est le paramètre de choix pour appliquer

une déformation proportionnelle du mouvement de façon à en moduler la durée. En ce qui concerne  $\sigma$ , son influence sur le profil de vitesse est plus complexe. Notons d'ailleurs qu'il s'agit d'un paramètre généralement plus difficile à extraire et dont les relations sont moins claires lors des analyses. Il est possible que la complexité de son effet en fasse un paramètre moins utilisé en termes de contrôle. Davantage d'études seront néanmoins nécessaires avant de pouvoir conclure à ce sujet.

Le paramètre  $D$  est, quant à lui, dissocié des caractéristiques temporelles de la courbe. Il applique une mise à l'échelle pure de l'amplitude. Cette propriété est sans aucun doute très utile au niveau du contrôle moteur si l'on considère le principe d'isochronie voulant que, à l'intérieur d'une certaine plage d'opération, la durée du mouvement soit indépendante de son amplitude (Viviani & McCollum, 1983). Cependant, le découplage des effets de  $\mu$  et  $\sigma$  par rapport à  $D$  n'implique pas que leur variation ne puisse pas être corrélée lors d'expérimentations. En effet, sur des plages de variation plus importantes, l'augmentation de l'amplitude du mouvement doit être compensée par un allongement des durées tel qu'observé dans la Loi de Fitts. Cela s'accorde avec le fait que le système neuromusculaire est limité en termes de la vitesse et de l'accélération maximales qu'il peut fournir. Ainsi, la variation expérimentale de l'amplitude des mouvements demandée devait entraîner une corrélation positive entre  $D$  et les paramètres  $\mu$  et  $\sigma$ , de façon à permettre de produire des mouvements plus amples sans toutefois dépasser les capacités cinématiques du système neuromusculaire.

Dans ce contexte, on s'intéressera à vérifier si la modification de différents facteurs (invoqués ou provoqués) fait varier les caractéristiques des mouvements entre-elles de façon :

- 1) proportionnelle tel que ce serait le cas d'un facteur influant sur la valeur du paramètre  $\mu$  d'un profil lognormal et tel qu'illustré à la Figure 6.4;
- 2) additive comme dans le cas du modèle sériel des sous-mouvements de la section 6.1.2 et de la Figure 6.2.a ou bien comme dans le cas du paramètre  $t_0$  d'une courbe lognormale;
- 3) autre, comme dans le cas d'un facteur influençant la valeur du paramètre  $\sigma$  d'une composante lognormale.

### 6.1.6 Proportionnalité versus additivité

L'attention relativement restreinte qui a été donnée à la modélisation des processus sous forme de systèmes proportionnels comparativement aux systèmes sériels est probablement due en grande partie à leur complexité conceptuelle ainsi qu'au fait que dans ce cas, la subdivision en sous-systèmes est moins évidente à réaliser. Une autre raison probable peut être associée au fait que les outils statistiques adéquats pour leur analyse sont moins connus et moins répandus que ceux utilisés dans le cas sériel. Par exemple, un modèle linéaire généralisé avec une fonction lien logarithmique est l'équivalent, pour la modélisation proportionnelle, des modèles linéaires pour la modélisation sérielle.

Le choix d'un cadre de modélisation particulier (proportionnel ou sériel) à adopter pour l'étude de processus psychophysiques devrait idéalement dépendre de l'impact des différents facteurs sur les caractéristiques du processus étudié. Le modèle adopté devrait permettre la description des observations de la façon la plus parcimonieuse tel que formulé par la règle du rasoir d'Occam (Duda, Hart, & Stork, 2001). Par exemple, dans le cas de la motricité, si le processus de génération des mouvements est de nature additive, on devrait pouvoir trouver certains facteurs modifiant de façon sélective la durée des différentes étapes (c.-à-d. la valeur de  $\Delta t$  sur la Figure 6.2.a). Cependant, si les mouvements humains rapides sont de nature proportionnelle, telle que suggéré par la Théorie Cinématique, il devrait être possible de trouver certains facteurs qui ont l'une des deux caractéristiques suivantes : 1) ils modifient de façon sélective la relation de proportionnalité entre différentes caractéristiques temporelles (c.-à-d. la valeur des  $\varepsilon$  sur la Figure 6.4) ou bien 2) ils modifient l'ensemble des caractéristiques temporelles du processus par un facteur de proportionnalité commun.

## 6.2 Analyse des relations entre les caractéristiques temporelles

### 6.2.1 Définition des caractéristiques temporelles et notation utilisée

Pour cette étude, la cinématique des mouvements est analysée seulement à l'aide de ces caractéristiques temporelles. Celles-ci peuvent être n'importe quelle particularité du profil cinématique pouvant être observée de façon systématique sur les données expérimentales et pouvant être évaluée par son occurrence temporelle. On définira pour nos besoins deux types de caractéristiques que l'on qualifiera d'absolues ou de relatives. Le premier type réfèrera à une

durée s'étant écoulée entre le moment de l'émission d'un stimulus enjoignant le sujet à produire un mouvement (cet instant faisant donc office de zéro absolu dans nos analyses) et le moment d'occurrence de la caractéristique étudiée. Le temps de réaction, le temps d'occurrence du pic maximale de vitesse et le temps d'arrêt du mouvement sont quelques exemples de caractéristiques de ce type.

La durée s'écoulant entre deux caractéristiques absolues sera considérée comme une caractéristique relative. La durée du mouvement (c.-à-d. le temps d'arrêt du mouvement moins le temps de réaction) en est un exemple.

Pour nos explications, une séquence de  $N$  caractéristiques absolues  $t_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) est considérée. La séquence est ordonnée en ordre croissant de façon que la relation  $t_{j-1} < t_j$  soit respectée. Par exemple,  $t_{j-1}$  peut être un temps de réaction alors que  $t_j$  est le temps d'occurrence du pic de vitesse maximale. On distinguera entre la valeur  $t_j$  que prend une caractéristique temporelle sur un mouvement donné et la variable aléatoire  $T_j$  représentant sa valeur possible dans une population de mouvement. D'autre part, les variables aléatoires  $\Delta T_{kj}$  seront utilisées pour représenter des caractéristiques relatives indiquant le temps s'écoulant entre les caractéristiques absolues  $T_j$  et  $T_k$ . Pour alléger la notation, le cas particulier où l'on s'intéresse au temps s'étant écoulé entre deux caractéristiques absolues consécutives sera noté avec un seul indice tel que  $\Delta T_k = \Delta T_{kk-1}$ . Notons d'ailleurs que cette notation est en accord avec celle utilisée pour les  $\Delta t_j$  (occurrences particulières de  $\Delta T_j$ ) dans la Figure 6.2.a.

D'autre part, on observe qu'une caractéristique absolue peut être décomposée en la somme d'une caractéristique absolue et d'un terme résiduel représentant la durée entre les deux caractéristiques subséquentes (une caractéristique relative) :

$$T_k = \Delta T_{kj} + T_j \quad (6.3)$$

Tel que mentionné précédemment, dans le cas d'une relation additive, les  $\Delta T_j$  sont indépendants alors que dans le cas d'une relation proportionnelle, ceux-ci sont reliés entre eux par des facteurs de proportionnalité (c.-à-d.  $\Delta T_j = E_j T_{j-1} = E_j \sum_{k=1}^{j-1} \Delta T_k$ ) mutuellement indépendants et indépendants des  $T_i$ .

### 6.2.2 Modélisation du lien entre les caractéristiques temporelles

On souhaite d'abord pouvoir vérifier si le lien entre différentes caractéristiques est additif ou proportionnel. Dans le cas additif, on suppose que la différence entre deux caractéristiques temporelles est un incrément de temps constant auquel se superpose un bruit gaussien tel que

$$T_j - T_{j-1} = \mu_j + N(0, \sigma_j^2) = N(\mu_j, \sigma_j^2) \quad (6.4)$$

ce qui implique que

$$T_j = T_{j-1} + \Delta T_j = T_{j-1} + N(\mu_j, \sigma_j^2) = \sum_{j=1}^k N(\mu_j, \sigma_j^2) = N\left(\sum_{j=1}^k \mu_j, \sum_{j=1}^k \sigma_j^2\right) \quad (6.5)$$

Le bruit gaussien est justifiable par le théorème de la limite centrale comme une conséquence de l'additivité d'une multitude d'effets indépendants. Notons d'une part que le résultat (6.5) découle des propriétés de réplcation sous l'addition de la distribution normale. D'autre part, toujours selon le même théorème, on obtiendra aussi une distribution normale pour  $T_j$  si l'on relâche l'hypothèse voulant que le bruit affectant la valeur de  $T_j - T_{j-1}$  est normal et que l'on assume une distribution quelconque de celui-ci pour autant que  $j$  soit grand et que le bruit soit indépendant d'une caractéristique relative à l'autre comme c'est implicitement le cas dans un modèle additif.

Dans le cas d'une modélisation proportionnelle, le coefficient de proportionnalité sera supposé être distribué de telle sorte que  $1 + E_j \sim \Lambda(\mu_j, \sigma_j^2)$ . Ceci sera le cas si le phénomène générant la variable aléatoire  $1 + E_j$  est le résultat d'une multitude d'effets suivant une loi de proportionnalité. Dans ce cas, étant donné les propriétés de réplcation sous la multiplication de la lognormale (voir Aitchison & Browns, (1957, p. 11)), on a

$$T_j = (1 + E_j)T_{j-1} = \prod_{j=1}^k \Lambda(\mu_j, \sigma_j^2) = \Lambda\left(\sum_{j=1}^k \mu_j, \sum_{j=1}^k \sigma_j^2\right) \quad (6.6)$$

Notons d'ailleurs que peu importe la distribution du terme  $1 + E_j$ , si le processus de génération du mouvement peut être représenté comme impliquant un grand nombre de ces

caractéristiques temporelles (même si celles-ci ne sont pas observables) reliées entre-elles par une loi de proportionnalité du type de (6.1),  $T_j$  (pour  $j$  grand) aura une forme lognormale selon le théorème 3.1 de Aitchison & Browns (1957) (voir aussi section 2.2 de cette thèse). Selon cette hypothèse, on s'attendrait à une convergence vers la lognormalité augmentant avec  $j$ , ce qui peut être vérifié dans nos données comme on le verra à la prochaine section.

Dans ce cadre, on peut vérifier l'additivité versus la proportionnalité d'un processus en évaluant la normalité ou la lognormalité de la distribution de ses caractéristiques temporelles. On vérifiera le caractère proportionnel ou additif des caractéristiques temporelles du mouvement à la section 6.3, mais avant de passer aux résultats expérimentaux, certains outils méthodologiques sont présentés pour permettre l'évaluation de la nature (proportionnelle, additive ou autre) de l'effet d'un facteur quelconque sur les caractéristiques temporelles.

### **6.2.3 Modélisation de l'effet d'un facteur sur la relation entre les caractéristiques temporelles**

En général, l'étude scientifique du mouvement ne porte pas sur les caractéristiques temporelles des mouvements comme telles, mais davantage sur l'effet de différents facteurs sur celles-ci ou sur la relation entre celles-ci. On considèrera donc le cas où un facteur  $f$  quelconque a une influence sur la distribution des  $\Delta T_j$ . Si ce facteur est provoqué, sa variation sera généralement restreinte à quelques valeurs spécifiques comme c'est le cas pour un design expérimental factoriel analysé par l'ANOVA. Alternativement, un facteur invoqué peut prendre une multitude de valeurs et faire l'objet d'une étude de régression<sup>30</sup>. Dans ce qui suit, le second cas sera étudié puisque celui-ci est plus général et qu'il s'applique à une grande variété de variables d'intérêt (âge, sexe, conditions de santé, etc.). Puisque le facteur choisi varie à travers la population ou les conditions expérimentales, celui-ci sera préférablement représenté par une variable aléatoire  $F$ . Pour simplifier l'analyse, on considèrera que la variation de  $F$  peut être modélisée adéquatement

---

<sup>30</sup> Éventuellement, un facteur invoqué peut aussi être regroupé en classes et être analysé au moyen d'une ANOVA mais cette technique souffre d'un effet de bord pour les données se situant aux frontières de deux classes.

par un polynôme du premier ordre<sup>31</sup>. Dans le cas où l'on veut analyser, au moyen d'un modèle additif, l'impact d'un facteur  $f$  sur les relations entre les caractéristiques temporelles, l'équation suivante peut être utilisée :

$$T_j = T_{j-1} + \Delta T_j = T_{j-1} + a_j + b_j F = \sum_{k=1}^j [a_k + b_k F] \quad (6.7)$$

alors que dans le cas d'une modélisation proportionnelle, c'est la relation suivante qui peut servir à l'analyse (avec  $a_k = 1 + a_k^*$ ):

$$T_j = (1 + \varepsilon_j)T_{j-1} = (1 + a_k^* + b_j F)T_{j-1} = \prod_{k=1}^j [a_k + b_k F] \quad (6.8)$$

Dans ces deux équations,  $a_k$  et  $b_k$  sont des constantes dont la valeur devra être calculée au moyen de techniques de régression appropriées.

La lettre  $p$  sera utilisée pour représenter le nombre de variables  $b_k$  dont la valeur est significativement différente de zéro. Dans le cas le plus général, le facteur peut avoir un effet différent sur chaque caractéristique. C'est donc dire que, pour décrire son effet sur  $N$  caractéristiques, la valeur de  $N$  coefficients  $b_k$  doit être connue (c.-à-d.  $p = N$ ). Dans un tel cas, le modèle postulé offre peu d'avantages et l'on peut suspecter que son manque de parcimonie soit dû au fait qu'il correspond mal à la nature du phénomène étudié.

On sera intéressé à une modélisation additive si celle-ci permet de relever un effet différentiel des facteurs (c.-à-d. le facteur  $F$  a un effet sur la caractéristique  $\Delta T_k$  mais pas sur  $\Delta T_j$ ) de telle sorte qu'elle supporte l'association de certaines caractéristiques à certains facteurs. De son côté, une modélisation proportionnelle sera intéressante si elle montre que certains facteurs ont un effet différentiel sur les facteurs de proportionnalités  $E_j$  ou si elle montre que toutes les caractéristiques sont affectées par une constante de proportionnalité commune. Pour un facteur donné, plus on aura de coefficients  $b_i = 0$ , plus  $p$  sera petit et plus l'effet du facteur sera localisé

---

<sup>31</sup> Notons cependant que cette hypothèse ne conduit pas à une perte de généralité de la technique présentée (voir la section 6.2.4).

précisément sur certaines portions du modèle. On devrait donc retenir le modèle (proportionnel ou sériel) permettant d'obtenir une valeur  $p$  minimale. Dans le cas contraire, l'effet est distribué de façon irrégulière sur l'ensemble du modèle ce qui suggère que l'on n'a pas réussi à cerner à quel niveau l'effet agit précisément sur le processus.

Tel qu'illustré à la Figure 6.5, un coefficient  $b_k$  nul pour le modèle additif (6.7) se reflète sur un graphe facteur-temps par l'apparition d'une relation colinéaire entre différentes caractéristiques.

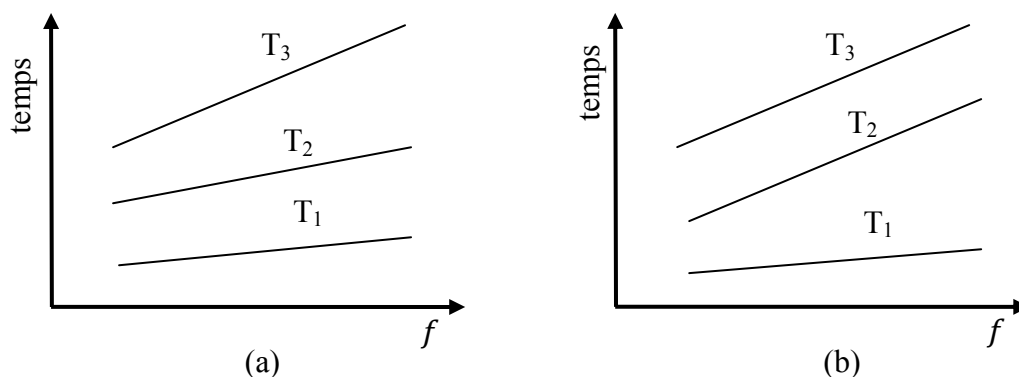


Figure 6.5 : Inspection visuelle pour le choix d'un modèle. (a) Aucun indice ne supporte la parcimonie du modèle postulé puisque le facteur  $f$  a un effet sur les trois caractéristiques  $\Delta T_1$ ,  $\Delta T_2$  et  $\Delta T_3$ . (b) Le facteur  $f$  a un effet sur les caractéristiques  $\Delta T_1$  et  $\Delta T_2$  mais ne semble pas avoir d'effet sur la caractéristique  $\Delta T_3$  comme on peut le constater par la colinéarité apparente entre  $T_2$  et  $T_3$ . Si ces caractéristiques peuvent effectivement être montrées comme étant colinéaires, alors on a  $b_3 = 0$  et l'on dispose d'un indice supportant le modèle proposé puisque celui-ci permet de circonscrire l'effet du facteur  $f$  à certaines caractéristiques.

Bien qu'utile à l'exploration des données, cette technique graphique ne permet pas de déterminer statistiquement si la non-colinéarité entre les caractéristiques  $T_j$  et  $T_{j-1}$  est le fruit du hasard ou si elle est statistiquement significative. Une confirmation peut être obtenue par le calcul de la régression linéaire de  $\Delta T_j$  en fonction de  $F$ . À la suite d'une telle régression, une pente statistiquement non nulle sera un indice de non-colinéarité. Dans le cas contraire, l'hypothèse nulle voulant que le facteur  $F$  affecte  $T_{j-1}$  mais non  $T_j$  ne peut pas être rejetée et, aux fins de parcimonie, on pourra considérer le facteur  $b_j$  comme étant nul. Notons cependant qu'il est nécessaire de produire une analyse de puissance de ce test statistique pour vérifier si cette



conclusion a une certaine valeur ou si elle découle en toute probabilité de l'utilisation d'un test trop faible (p. ex. à cause d'un échantillon de taille insuffisante).

Une telle méthodologie peut être utilisée pour rechercher des indices d'additivité. Cependant, il est possible de généraliser ce processus à une classe plus grande de relations entre les caractéristiques temporelles. Pour ce faire, la transformée de puissance

$$f(T; \lambda_1) = \begin{cases} T^{\lambda_1} & \text{si } \lambda_1 \neq 0 \\ \ln(T) & \text{si } \lambda_1 = 0 \end{cases} \quad (6.9)$$

est utilisée de telle sorte que, pour une valeur donnée de  $\lambda_1$ ,  $\Delta T_j$  peut être représenté comme suit :

$$\Delta T_j(\lambda_1) = f(T_j; \lambda_1) - f(T_{j-1}; \lambda_1) \quad (6.10)$$

Notons d'ailleurs que si l'on utilise  $\lambda_1 = 1$ , alors  $f(T; \lambda_1)$  est une transformation identitaire telle que  $f(T; \lambda_1) = T$ . Dans ce cas, on a

$$\begin{aligned} \Delta T_j(\lambda_1 = 1) &= T_j - T_{j-1} \\ &= \sum_{k=1}^j [a_k + F b_k] - \sum_{k=1}^{j-1} [a_k + F b_k] \\ &= a_j + F b_j \end{aligned} \quad (6.11)$$

On considèrera que le facteur  $F$  préserve l'additivité de  $T_j$  et  $T_{j-1}$  si  $b_j = 0$ . C'est donc dire que, dans ce cas,  $\Delta T_j = a_j$  est une constante sur laquelle  $F$  n'a pas d'impact. Si l'on peut observer un impact de  $F$  sur  $\Delta T_k$  ( $j \neq k$ ), on peut supposer que  $\Delta T_j$  et  $\Delta T_k$  sont le résultat de deux processus réalisés par des modules indépendants puisqu'on peut trouver un facteur  $F$  affectant l'opération de l'un sans avoir d'impact sur l'opération de l'autre. Dans le cas contraire (c.-à.-d.  $b_j \neq 0$ ), on ne considèrera plus les caractéristiques  $T_j$  et  $T_{j-1}$  comme étant associées de façon additive puisque le facteur  $F$  a un impact différent sur chacune d'elle.

D'autre part, dans le cas où l'on a  $\lambda_1 = 0$ , on peut vérifier que l'on observe une relation proportionnelle :

$$\begin{aligned}
\Delta T_j(\lambda_1 = 0) &= \ln(T_j) - \ln(T_{j-1}) \\
&= \ln\left(\prod_{k=1}^j [1 + a_k + b_k F]\right) - \ln\left(\prod_{k=1}^{j-1} [1 + a_k + b_k F]\right) \\
&= \sum_{k=1}^j \ln(1 + a_k^* + b_k F) - \sum_{k=1}^{j-1} \ln(1 + a_k^* + b_k F) \\
&= \ln(a_j + b_j F)
\end{aligned} \tag{6.12}$$

ce qui peut aussi s'écrire sous la forme simplifiée suivante :

$$\frac{T_j}{T_{j-1}} = a_j + b_j F \tag{6.13}$$

Ici encore, la relation proportionnelle entre  $T_j$  et  $T_{j-1}$  est préservée seulement si  $b_j = 0$  de telle sorte que  $\frac{T_j}{T_{j-1}} = a_j$  est une constante sur laquelle  $F$  n'a pas d'impact.

Les deux types de modélisation (c.-à-d. additive et proportionnelle) peuvent donc être comparés à l'intérieur de ce cadre en régressant  $\Delta T_j(\lambda_1)$  vers  $F$ . Cependant, avant de procéder, une transformation de puissance de Box-Cox de la variable  $\Delta T_j(\lambda_1)$  sera considérée pour aider à stabiliser la variance et pour diminuer l'écart de  $\Delta T_j(\lambda_1)$  par rapport à la distribution normale<sup>32</sup>. Pour ce faire, on utilisera la fonction

$$\Delta T_j(\lambda_1, \lambda_2) = f(\Delta T_j(\lambda_1); \lambda_2) = f(f(T_j; \lambda_1) - f(T_{j-1}; \lambda_1); \lambda_2) \tag{6.14}$$

où  $\lambda_2$  est choisie de façon à optimiser la ressemblance logarithmique (« log-likelihood ») pour le paramètre de puissance de la transformation de Box & Cox (1964). La pente de la régression  $\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2)$  par rapport à  $F$  peut être obtenue pour différentes valeurs de  $\lambda_1$  de façon à vérifier s'il est possible de trouver une valeur de ce paramètre qui tend à annuler la pente de la régression. En normalisant la valeur de la pente par l'erreur standard de son estimation, la valeur de la pente

---

<sup>32</sup> Alternativement, des techniques de régression robuste peuvent aussi être considérées si l'on a des doutes sur le respect des différentes hypothèses sous-tendant la régression linéaire.

normalisée peut être tracée en fonction de  $\lambda_1$  avec un intervalle de confiance à 95 % se situant 1.96 unité au-dessus et en dessous de la courbe.

Un exemple d'un tel graphe est illustré à la Figure 6.6. Sur celle-ci, la courbe centrale en forme de  $s$  montre la variation de la pente normalisée en fonction de  $\lambda_1$  avec l'intervalle de confiance délimité par des courbes tiretées parallèles. Deux zones rectangulaires ayant la largeur de l'intervalle de confiance pour  $\lambda_1 = 1$  (zone jaune) et  $\lambda_1 = 0$  (zone bleue) ont été ajoutées. Comme on peut le voir, la zone couverte par  $\lambda_1 = 0$  contient la valeur nulle sur l'axe des ordonnées mais pas la zone pour  $\lambda_1 = 1$ . Cela indique qu'il sera nécessaire de postuler un coefficient supplémentaire pour représenter adéquatement le lien entre  $T_k$  et  $T_j$  si l'on désire utiliser une modélisation additive plutôt que proportionnelle.

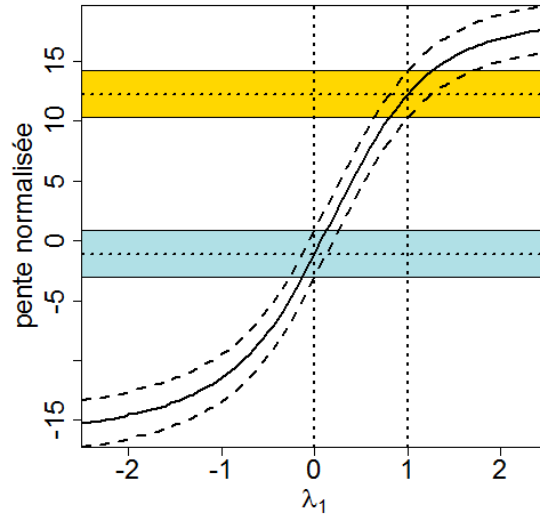


Figure 6.6 : Variation de la pente normalisée de la régression  $\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2) \sim F$  en fonction de  $\lambda_1$ . Dans cet exemple,  $T_k$  est le temps d'arrêt du mouvement,  $T_j$  est le moment d'occurrence du pic de vitesse maximale et le facteur  $F$  est l'âge.

Dans ce cas précis, les données supportent l'utilisation de la relation suivante :

$$TFM - mode = 0.146 + 0.00178 * age \quad (6.15)$$

Si l'on veut obtenir une représentation fidèle des données par rapport aux caractéristiques absolues, quatre paramètres ( $a_1, a_2, b_1, b_2$ ) sont nécessaires pour obtenir les modèles suivants :

$$TFM = a_1 + b_1 * age = 0.378 + 0.00533 * age \quad (6.16)$$

$$mode = a_2 + b_2 * age = 0.232 + 0.00355 * age \quad (6.17)$$

Pour le cas proportionnel, on aura le modèle suivant :

$$\frac{TFM}{mode} = a^* = 1.602 \quad (6.18)$$

Si l'on veut représenter la variation des caractéristiques absolues, seulement trois paramètres ( $a_2$ ,  $b_2$ ,  $a^*$ ) sont nécessaires pour obtenir le modèle (6.17) ainsi que le modèle suivant :

$$TFM = a^*(a_2 + b_2 * age) = 0.372 + 0.00569 * age \quad (6.19)$$

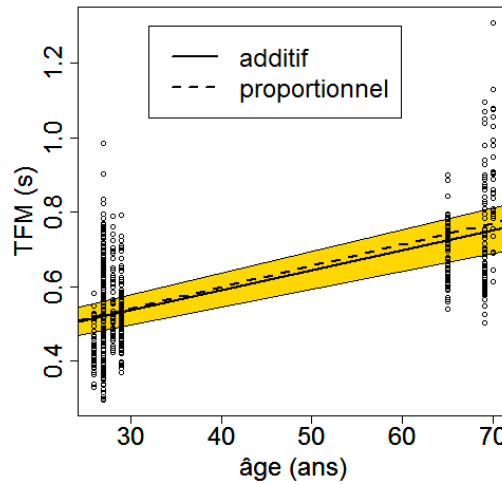


Figure 6.7 : Comparaison des modèles (6.16) et (6.19). La zone dorée représente l'intervalle de confiance sur la droite de régression (trait plein) du modèle additif. Puisque le modèle proportionnel se trouve dans l'intervalle de confiance de celui additif, ces deux représentations peuvent être considérées comme équivalentes. Le fait que le modèle proportionnel nécessite moins de paramètres que sa contrepartie additive en fait une alternative plus intéressante puisque plus parcimonieuse.

Notons que les intervalles de confiance à 95 % pour la régression ayant permis d'obtenir le modèle (6.16) sont tels que  $a_1 \in [0.354, 0.402]$  et  $b_1 \in [0.00478, 0.00587]$ , ce qui

englobe largement les valeurs correspondantes obtenues en (6.19). La Figure 6.7 montre la comparaison entre les deux modèles obtenus. On peut y voir que la droite de régression décrite par (6.19) est sans nul doute possible contenue dans l'intervalle de confiance du modèle (6.16). Ceci justifie bien, pour des soucis de parcimonie, l'adoption d'une modélisation proportionnelle à trois paramètres plutôt qu'une représentation additive à quatre variables.

### 6.2.4 Analyse population-groupes

Un outil graphique supplémentaire peut apporter des renseignements intéressants à l'étude comparative des modèles proportionnels et additifs. On référera au diagramme en question comme étant un graphe population-groupes. Les particularités de celui-ci sont expliquées à l'aide d'un exemple simple illustré à la Figure 6.8. Pour construire un tel graphe, il faut d'abord identifier une séquence de caractéristiques d'intérêt puis un facteur de regroupement. Pour chaque groupe formé et chaque caractéristique, on trace un point dont la coordonnée en abscisses correspond à la valeur de la caractéristique lorsque celle-ci est calculée sur la population totale alors que la coordonnée en ordonnée correspond à sa valeur lorsqu'elle est calculée sur le groupe considéré. Puis, pour chaque groupe, une droite de régression est tracée pour illustrer la tendance des caractéristiques pour ce groupe.

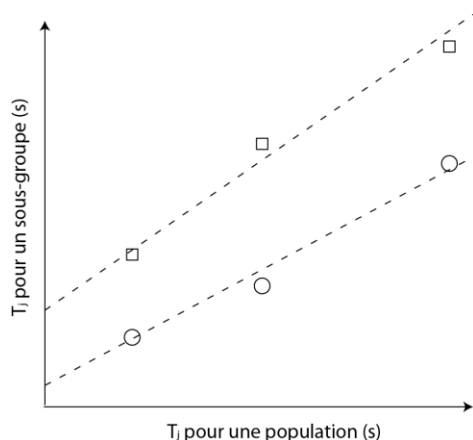


Figure 6.8 : Exemple servant à l'explication du graphe population-groupes.

On peut prédire les caractéristiques qu'aura ce graphe en fonction des hypothèses de modélisation postulées. Par exemple, sur la Figure 6.9.a un exemple de graphe que l'on devrait obtenir pour des caractéristiques proportionnelles. Notons que l'existence éventuelle d'un point de rencontre  $(x, y)$  de ces droites de régression est digne d'intérêt puisqu'il donne l'instant à

partir duquel la proportionnalité a commencé. Évidemment, le cas pour  $x = 0$  est particulièrement intéressant puisqu'il tendrait à démontrer que l'ensemble des processus cognitifs (la perception, à la planification motrice et l'exécution) sont tous régis par des processus proportionnels. L'exemple de la Figure 6.9.b montre un système additif, dont le facteur de groupement a un impact sur le processus à un temps précédant celui de l'occurrence des caractéristiques étudiées.

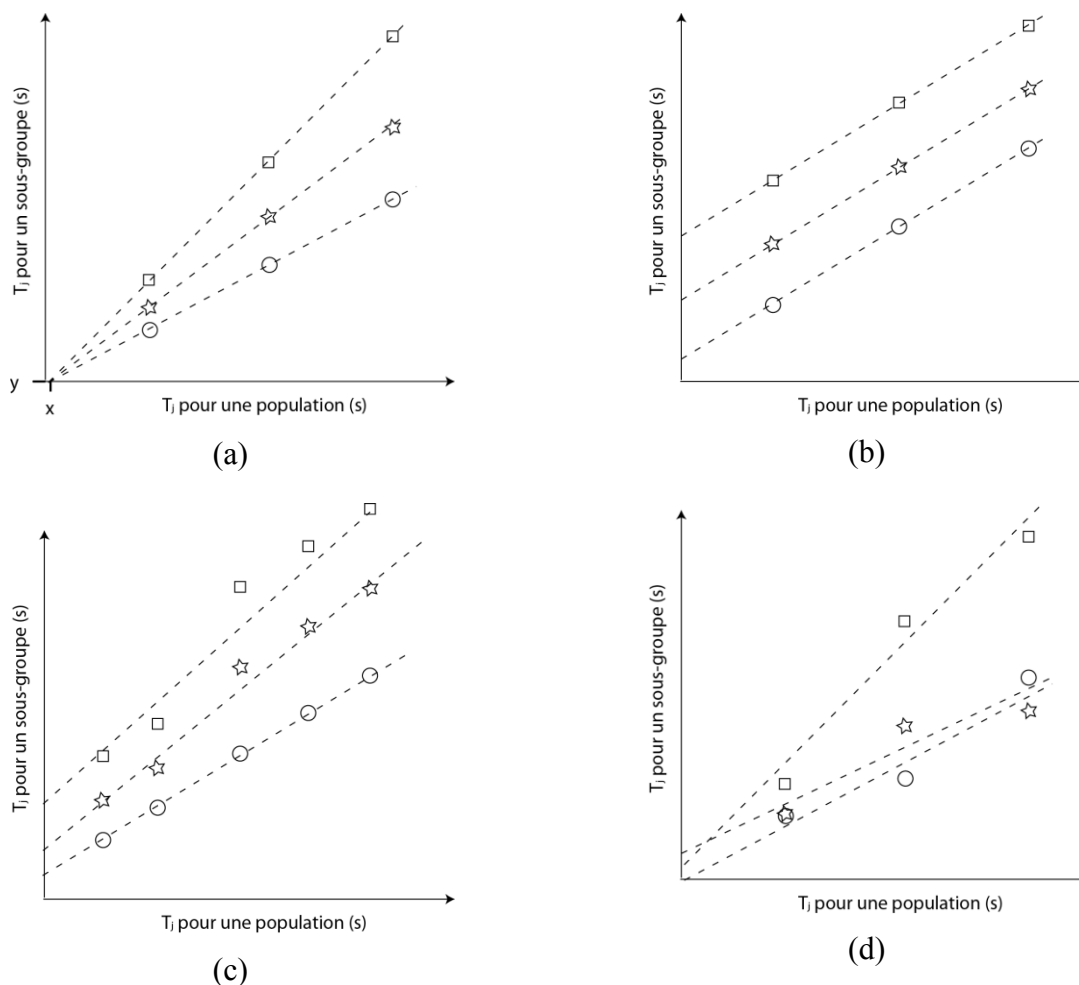


Figure 6.9 : Quelques configurations prévisibles du graphe population-groupes selon le type de modélisation postulé. (a) Cas proportionnel. (b) Cas d'un facteur additif ayant un impact précédant l'occurrence des caractéristiques étudiées. (c) Cas additif ayant un impact à partir de la troisième caractéristique étudiée. (d) Exemple d'un processus non fiable.

La Figure 6.9.c illustre un modèle additif où l'impact du facteur de regroupement a lieu quelque part entre le moment de la deuxième et de la troisième caractéristique. Sur ce graphe, les

deux premières et les trois dernières caractéristiques s'alignent sur des droites distinctes mais l'effet additif agissant entre la deuxième et la troisième caractéristique cause un décalage. Finalement, dans le cas illustré sur la Figure 6.9.d, le processus ne semble pas être bien contrôlé statistiquement. Ce genre de résultat peut être obtenu si le nombre d'échantillons est trop faible pour que la valeur moyenne des caractéristiques soit fiable, si le processus est régi par un modèle qui n'est ni proportionnel, ni additif, ou bien si le processus a un comportement erratique.

### 6.2.5 Généralité de l'approche

La méthodologie développée précédemment repose sur l'hypothèse que l'effet du facteur d'intérêt peut être modélisé comme étant linéaire (c.-à-d. que  $\Delta T_j = a_j + b_j F$ ). Cependant, la même méthodologie pourrait être utilisée avec une relation de type  $\Delta T_j = a_j + g(\Theta_j, F)$  où  $g$  est une fonction du facteur  $F$  et d'un ensemble de paramètres  $\Theta_j = [\theta_{ij}]$  à estimer. On obtiendra la solution préservant l'additivité des caractéristiques lorsque l'égalité  $g(\Theta_j, F) = 0$  sera respectée. De plus, un modèle du type  $\Delta T_j = h(\Theta_j, F)$  peut bien sûr être transformé en une valeur moyenne (c.-à-d.  $a_j = \int h(F, \theta) dF$ ) et une déviation par rapport à la moyenne (c.-à-d.  $g(\Theta_j, F) = h(F, \theta) - a_j$ ) de façon à utiliser la même méthode. Ceci est aussi vrai pour la relation de proportionnalité en remplaçant  $\Delta T_j$  par  $E_j$  dans le texte précédent. L'hypothèse simplificatrice voulant que l'effet de  $F$  sur  $\Delta T_j$  soit modélisable par un polynôme du premier ordre ne restreint donc pas réellement la généralité de cette méthode. Cependant, il est évident que plus la fonction  $g(\Theta_j, F)$  devient complexe, plus il peut être difficile de trouver un algorithme adéquat permettant d'obtenir la valeur de  $\Theta_j$  annulant la pente de régression.

Notons de plus que l'utilisation de  $\Delta T_j(\lambda_1, \lambda_2)$  au lieu du terme plus général  $\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2)$  pour la majorité des manipulations ne constitue pas une limitation à nos conclusions. En effet, puisque la séquence de caractéristiques est arbitraire, n'importe quelle paire  $(T_j, T_k)$  d'une séquence peut correspondre à la paire  $(T_{j-1}, T_j)$  d'une autre séquence. Par conséquent, le terme  $\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2)$  de la première séquence peut être analysé comme étant le terme  $\Delta T_j(\lambda_1, \lambda_2)$  de la seconde séquence.

## 6.3 Vérification expérimentale sur les caractéristiques temporelles des mouvements humains rapides

### 6.3.1 Expérience n° 1 – mouvements d’aller-retour

#### 6.3.1.1 Description de la tâche et des caractéristiques temporelles extraites

Dans un premier temps, l’hypothèse proposant la proportionnalité des processus psychophysiques sera évaluée sur les données provenant de (Woch, 2006; Woch & Plamondon, 2010; Woch, et al., 2011). Celles-ci ont été récoltées sur un échantillon de 11 sujets sains, comportant les deux sexes (six femmes et cinq hommes) ainsi que deux groupes d’âges (sept jeunes (26-29 ans) et quatre aînés (65-70 ans)). La tâche exigeait un mouvement rapide et ample (15-30 cm) constituant un aller-retour sans arrêt. Le mouvement devait être initié au son d’un bip (300 Hz) d’une durée d’une seconde. Les mouvements produits ont été enregistrés à 100 Hz sur une tablette Wacom SD-510C. La tâche était exécutée avec le bras dominant et 10 des 11 sujets étaient droitiers.

Entre 62 et 182 mouvements ont été enregistrés pour chaque sujet dont une proportion variable a été rejetée parce qu’ils ne respectaient pas les exigences de la tâche ou parce que l’extraction des paramètres delta-lognormaux résultait en un ajustement de moins de 15 dB. Au final, de 27 à 105 échantillons ont été conservés par sujet. Pour chacun de ces mouvements, le temps de réaction (TR), le temps de fin du mouvement (TFM), le mode (c.-à-d. l’instant d’atteinte de la vitesse maximale, noté  $t_3$ ) ainsi que les sept paramètres delta-lognormaux ont été extraits par Anna Woch dans le cadre de ses travaux de doctorat. Pour les analyses réalisées ici, TR, TFM,  $t_3$  et  $t_0$  seront utilisés comme caractéristique temporelle. De plus, la valeur absolue du profil de vitesse delta-lognormal reconstruit<sup>33</sup> a été normalisée de façon à pouvoir être traitée

---

<sup>33</sup> La valeur absolue des delta-lognormales de reconstruction correspond de près à la vitesse tangentielle des mouvements enregistrés puisque seulement les essais produisant des ajustements suffisamment précis ont été conservés. Les données de cette expérience ayant été traitées à un autre moment (début des années 2000), par un autre expérimentateur (Anna Woch), il était difficile d’établir la correspondance entre les données brutes et le sous-ensemble de mouvements valides. Étant donné le risque d’erreurs plus élevé, il a été choisi de n’utiliser que les données finales. Ceci a pour conséquence que l’on ne dispose pas des profils de vitesse originaux. Bien que seulement les échantillons produisant un bon ajustement delta-lognormal n’aient été conservés, on pourrait s’objecter que le fait de réaliser des analyses sur les reconstructions delta-lognormales plutôt que sur les profils de vitesse



comme une fonction de densité de probabilité sur laquelle les centiles  $q = 0.01, 0.02, \dots, 0.99$  ont été extraits (voir Figure 6.10.a). Ces caractéristiques temporelles seront notées  $q_{ci}$  pour le centile  $i/100$  lorsque l'on réfèrera à une donnée expérimentale (c.-à-d. une valeur réelle) et  $Q_{ci}$  lorsque l'on réfèrera à la variable aléatoire correspondante. Notons que l'indice  $c$  est utilisé pour signifier qu'il s'agit des quantiles relatifs au mouvement complet et que la lettre  $q$  correspond au terme quantile.

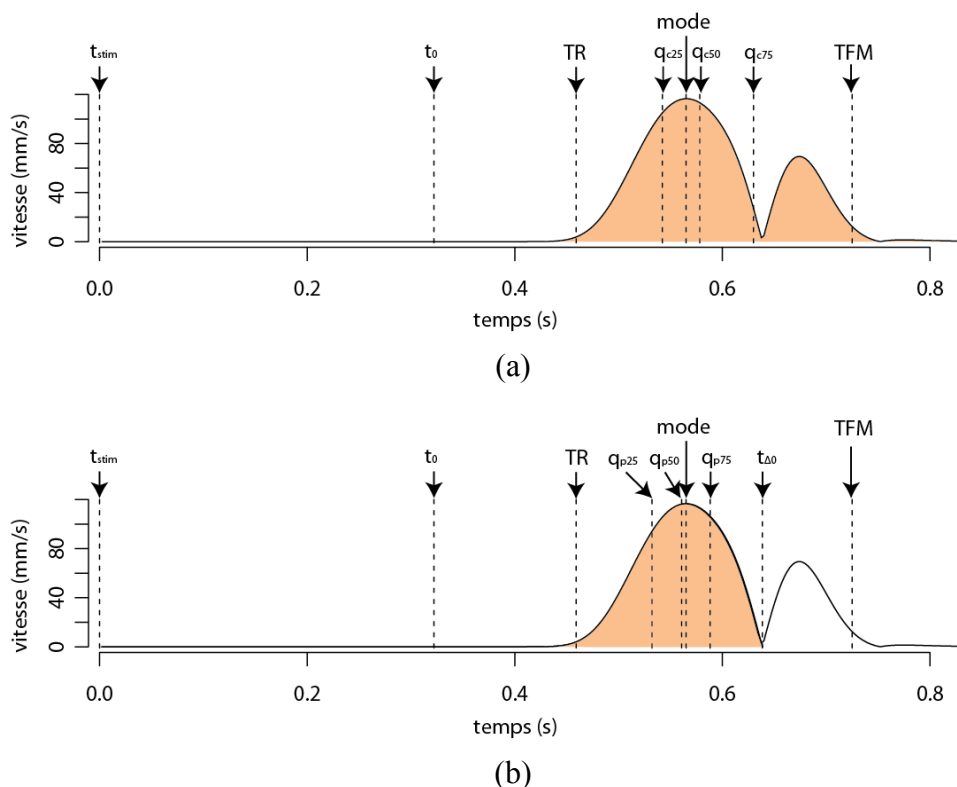


Figure 6.10 : Illustration des caractéristiques temporelles principales ( $t_0$ ,  $TR$ , mode,  $T_{FM}$ ) et des 25<sup>e</sup>, 50<sup>e</sup> et 75<sup>e</sup> centiles calculés sur (a) l'ensemble du profil de vitesse et sur (b) seulement le premier mode du profil de vitesse.  $t_{stim}$  indique le moment de l'émission du stimulus.

Dans un deuxième temps, on considère aussi les centiles extraits seulement sur le premier pic de vitesse (normalisé à une aire unitaire) tel qu'illustré sur la Figure 6.10.b. Le temps

---

originaux puisse biaiser les résultats. En réponse à cette critique potentielle, deux expérimentations supplémentaires utilisant seulement les profils de vitesse originaux sont présentées aux sections 6.3 et 6.3.2.

d'occurrence du premier passage par zéro ( $t_{\Delta 0}$ ) permet de définir le temps correspondant à la fin du premier mode. Celui-ci peut s'exprimer de façon analytique (Plamondon, 1995b) comme suit :

$$t_{\Delta 0} = t_0 + \exp \left[ \frac{\mu_2 \sigma_1^2 - \mu_1 \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 |\mu_1 - \mu_2| \sqrt{1 - y}}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2} \right] \quad (6.20)$$

avec

$$y = \frac{2(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)}{(\mu_1 - \mu_2)^2} \ln \left( \frac{\sigma_2 D_1}{\sigma_1 D_2} \right) \quad (6.21)$$

Les quantiles ainsi obtenus seront notés  $q_{pi}$  et  $Q_{pi}$  avec l'indice  $p$  pour signifier qu'il s'agit des quantiles pris seulement sur le premier pic de vitesse.

### 6.3.1.2 Vérification des hypothèses relatives à la distribution du bruit

Cette section vise à évaluer la pertinence des hypothèses de normalité (cas additif) et de lognormalité (cas proportionnel) du bruit, telles que posées à la section 6.2.2.

Dans le cas additif, la Figure 6.11.a illustre le diagramme quantile-quantile de  $Q_{p80} - Q_{p20}$  par rapport à la distribution normale. Ce graphe permet de constater le peu d'alignement des données expérimentales avec la droite théorique représentant le cas normal idéal. La Figure 6.11.b pour sa part illustre la fonction de densité empirique<sup>34</sup> par rapport à la fonction de densité normale dont les paramètres ont été estimés grâce à la technique robuste MCD de Rousseeuw et Van Driessen (1999). Cette seconde figure confirme l'obtention d'un ajustement très peu satisfaisant, une conclusion aussi supportée par le test de normalité de Shapiro-Wilk ( $n = 595, W = 0.929, \text{valeur } p = 4.77e - 16$ ).

---

<sup>34</sup> Celle-ci est obtenue par une estimation utilisant des noyaux gaussiens.

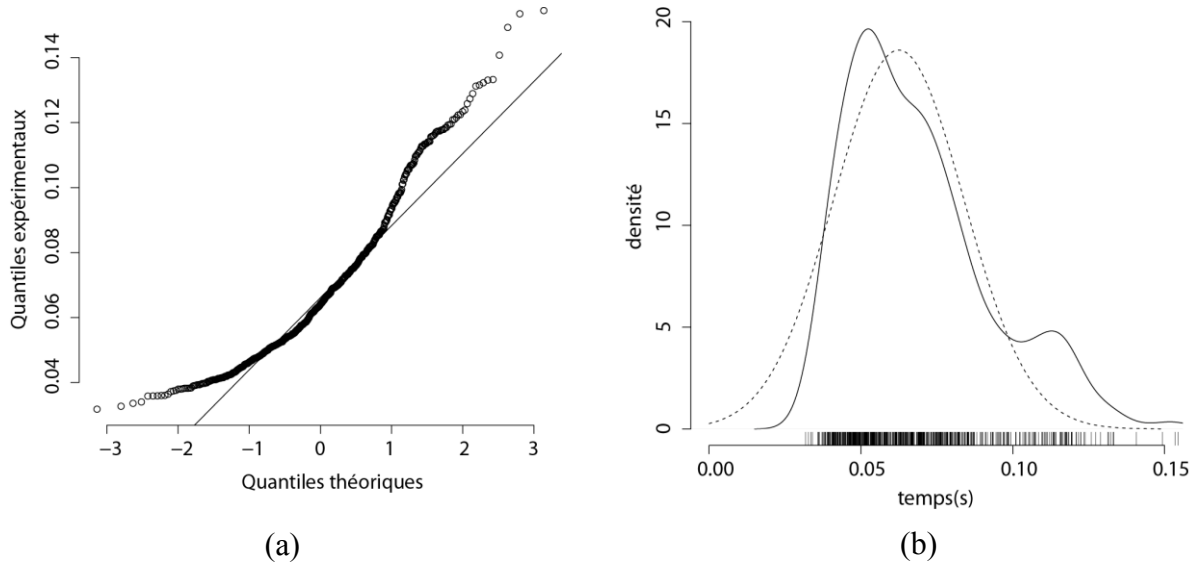


Figure 6.11 : Test de normalité pour la distribution de  $Q_{p80} - Q_{p20}$ . (a) Diagramme quantile-quantile. (b) Superposition de la fonction de densité empirique (trait plein) et de son ajustement normal (trait pointillé).

Les données expérimentales ne semblent pas supporter l'hypothèse d'un bruit gaussien pour les caractéristiques relatives du type  $T_j - T_{j-1}$ . Cela étant dit, comme mentionné à la section 6.2.2, il est quand même possible que les caractéristiques absolues  $T_j$  soient le résultat d'un processus additif résultant en une distribution normale pour autant que les caractéristiques  $T_i$  (pour  $i \leq j$ ) soient indépendantes entre-elles et que  $j$  soit assez grand pour que le théorème de la limite centrale s'applique. Nous reviendrons à cette possibilité à la prochaine section.

En ce qui concerne le cas proportionnel, le diagramme quantile-quantile comparant la distribution de  $Q_{p80}/Q_{p20}$  à la distribution lognormale est illustré à la Figure 6.12.a alors que le graphe d'ajustement de la fonction de densité est montré à la Figure 6.12.b. Le graphe quantile-quantile indique une meilleure correspondance pour le cas proportionnel que pour celui additif. La présence de bruit à l'extrémité gauche de la courbe nuit cependant à la correspondance. Un test de normalité de Shapiro-Wilk ne supporte pas l'égalité des deux distributions ( $n = 587$ ,  $W = 0.963$ , *valeur p* =  $6.07e - 11$ ) mais il convient de noter que la grandeur de l'échantillon ne laisse que peu de place à la divergence entre ces deux distributions pour l'obtention de résultats statistiquement significatifs. Dans le cas présent, il faut alors se demander, malgré que les statistiques ne supportent pas l'idée que ces deux distributions soient identiques, si la similarité de celles-ci est suffisamment forte pour qu'il s'agisse d'une bonne approximation du processus

réel. Dans tous les cas, notons que l'hypothèse d'un bruit lognormal dans le cas proportionnel est beaucoup plus adéquate que celle d'un bruit normal pour le cas additif.

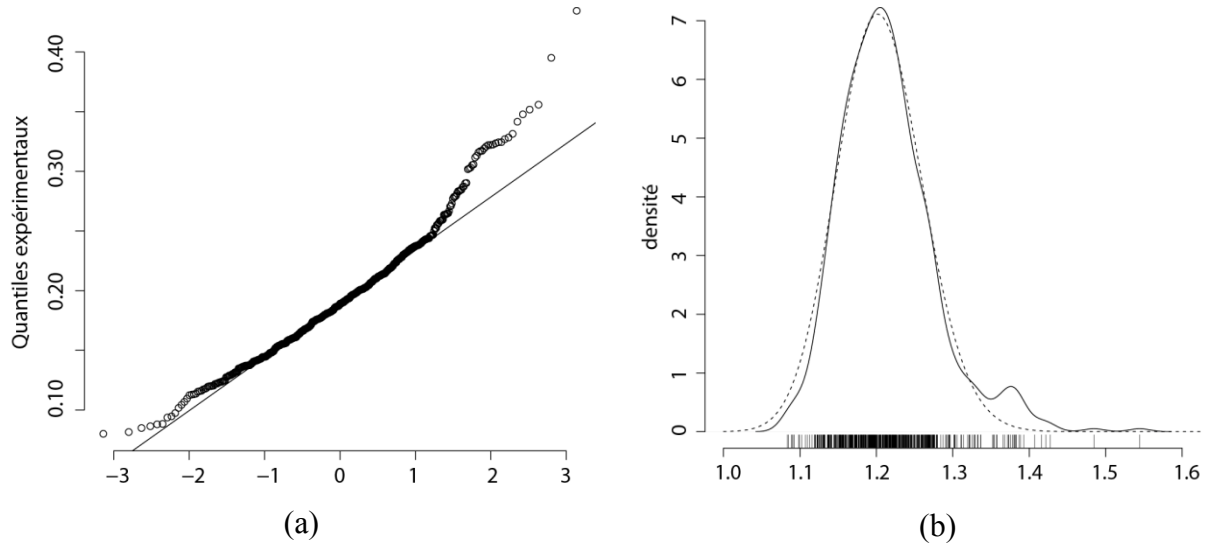


Figure 6.12 : Test de lognormalité pour la distribution de  $Q_{p80}/Q_{p20}$ . (a) Graphe quantile-quantile. (b) Superposition de la fonction de densité empirique et de son ajustement lognormal.

Notons qu'il est justifiable de proposer qu'il faille plutôt postuler la lognormalité des  $E_j$  que celle des  $1 + E_j$  puisqu'il est impossible pour les valeurs  $1 + \varepsilon_j$  (p. ex.  $Q_{p80}/Q_{p20}$ ) de prendre une valeur plus petite que 1. Il paraît donc plus fondé, d'un point de vue mathématique, de proposer  $E_j \sim \Lambda(\mu_j, \sigma_j)$  ou de façon équivalente  $1 + E_j \sim \Lambda_3(\tau = 1, \mu_j, \sigma_j)$  où  $\Lambda_3$  est la lognormale à trois paramètres (Aitchison & Browns, 1957). En pratique, cela équivaut donc à postuler que le terme  $\frac{T_j}{T_{j-1}} - 1$  suivra une distribution lognormale à deux paramètres. La Figure 6.13 illustre les

résultats que l'on obtient lorsqu'on teste la lognormalité du terme  $\frac{Q_{p80}}{Q_{p20}} - 1$ . On peut y voir un ajustement assez précis. D'ailleurs, un test de Shapiro-Wilk donne une valeur  $p$  étonnamment élevée pour un échantillon d'aussi grande taille ( $n = 587, W = 0.9947, \text{valeur } p = 0.038$ ).

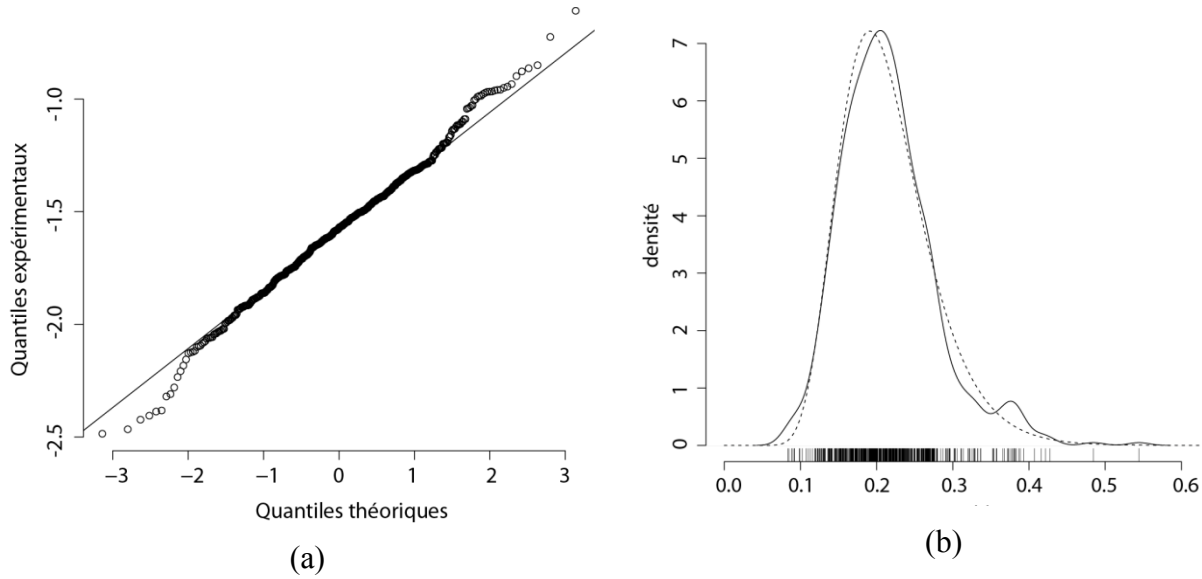


Figure 6.13: Test de lognormalité pour la distribution de  $\frac{Q_{p80}}{Q_{p20}} - 1$ . (a) Graphe quantile-quantile. (b) Superposition de la fonction de densité empirique et de son ajustement lognormal.

Le fait qu'il semble plus probable que ce soit  $E_j$  plutôt que  $1 + E_j$  qui soit lognormal ne permet plus de reposer sur la propriété de reproductibilité sous la multiplication de la lognormale pour postuler la lognormalité des caractéristiques temporelles absolues. Néanmoins, le fait que la variable aléatoire  $1 + E_j$  soit très près de la lognormalité nous permet de penser que l'approximation lognormale des caractéristiques absolues sera assez bonne. De plus, pour  $j$  grand, il est possible que l'on obtienne des caractéristiques  $T_j$  lognormales en vertu du théorème de la limite centrale, tel que précédemment discuté.

Les tests précédents ont été réalisés pour une caractéristique relative particulière et il serait bien sûr impossible de prétendre vérifier l'ensemble des cas possibles. Cependant, pour donner un aperçu de la généralité des résultats observés, la Figure 6.14 compare la valeur de la statistique  $W$  du test de Shapiro-Wilk pour l'ajustement de 1)  $\Delta T_j = Q_{pj} - Q_{pj-1}$  avec la loi normale, de 2)  $R_j = Q_{pj}/Q_{pj-1}$  avec la loi lognormale et de 3)  $E_j = \frac{Q_{pj}}{Q_{pj-1}} - 1$  avec la loi lognormale, et cela pour  $j = 2, 3, \dots, 99$ .

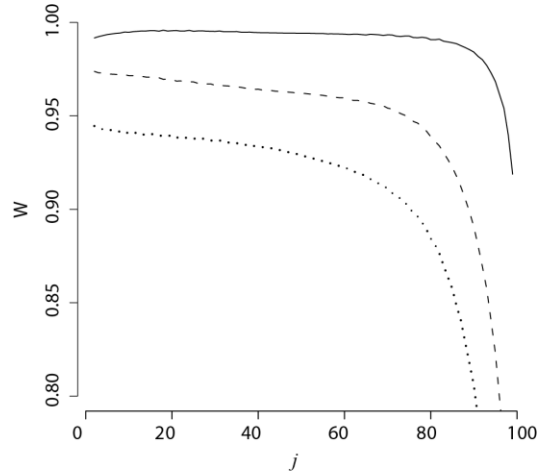


Figure 6.14 : Variation de la valeur de la statistique  $W$  du test de Shapiro-Wilk pour la comparaison  $\Delta T_j = Q_{pj} - Q_{pj-1}$  avec la loi normale (trait pointillé),  $R_j = Q_{pj}/Q_{pj-1}$  avec la loi lognormale (trait tireté) et  $E_j = \frac{Q_{pj}}{Q_{pj-1}} - 1$  avec la loi lognormale (trait plein) pour  $j = 2, 3, \dots, 99$ .

Comme on peut le constater par une valeur plus élevée de la statistique  $W$ ,  $E_j$  (trait plein) est systématiquement plus lognormal que  $R_j$  (trait tireté). De plus,  $E_j$  et  $R_j$  sont tous deux plus lognormaux que  $\Delta T_j$  est normal. Les valeurs de la statistique  $W$  chutent lorsque l'on approche les centiles supérieurs ( $j > 80$ ). On le verra aux sections 6.3.2 et 6.3.3 que ce phénomène n'apparaît pas sur les données des exemples subséquents. Il est donc possible qu'il soit associé au type de mouvements demandés (aller-retour).

### 6.3.1.3 Vérification de la distribution des caractéristiques temporelles absolues

Cette section vérifie si les caractéristiques absolues suivent l'une ou l'autre des distributions postulées, soit la distribution normale pour le cas additif et la distribution lognormale pour le cas proportionnel. La Figure 6.15 illustre des graphes quantiles-quantiles permettant d'évaluer la normalité et la lognormalité des principales caractéristiques temporelles des mouvements rapides. Comme on peut le voir, la distribution lognormale est systématiquement plus adaptée à la description de ces données.

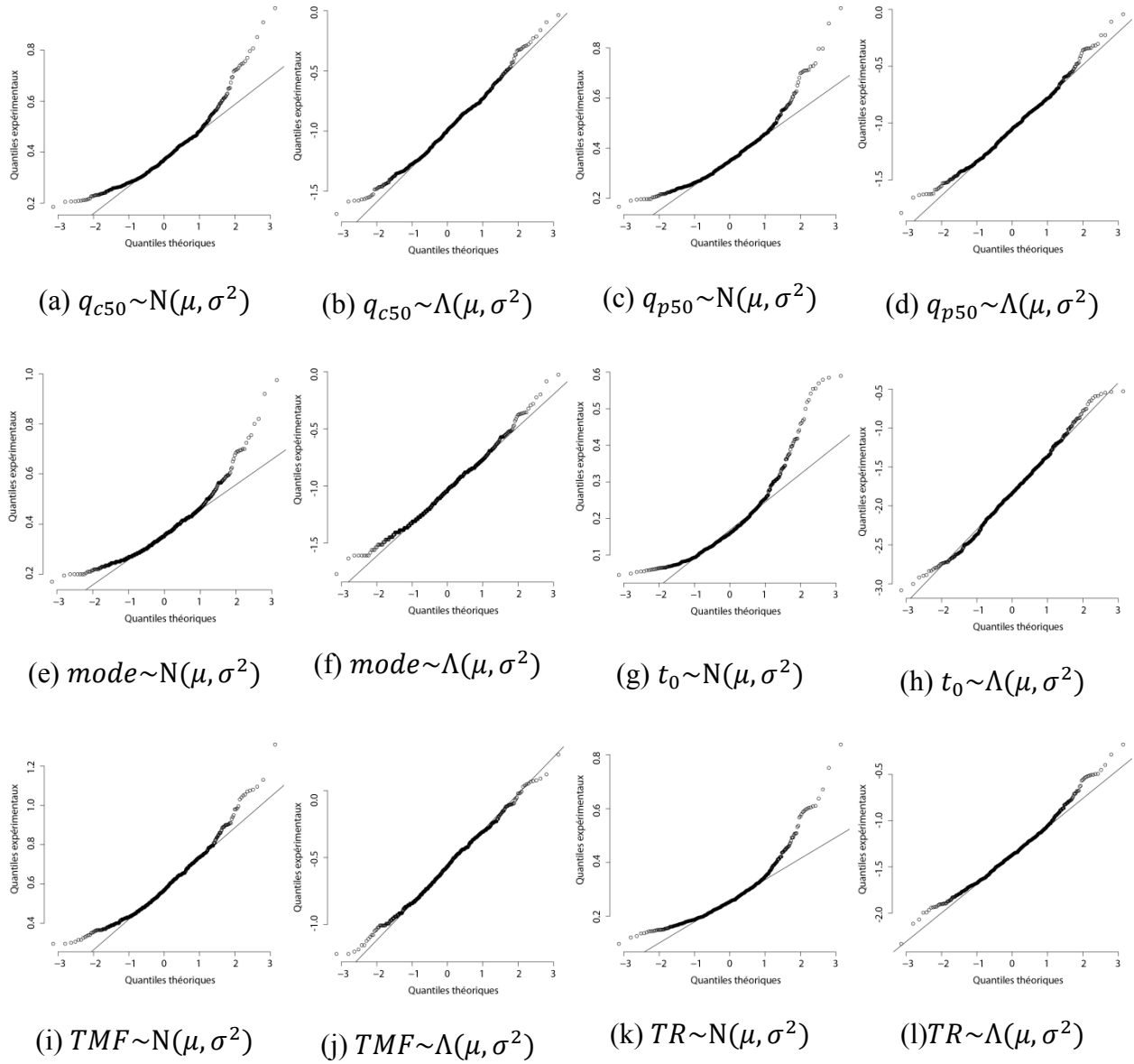


Figure 6.15 : Vérification de la normalité ou de la lognormalité des principales caractéristiques temporelles des mouvements rapides.

Dans la même veine, la Figure 6.16 illustre la variation de la statistique  $W$  du test de Shapiro-Wilk pour l'ajustement normal et lognormal des caractéristiques  $Q_{ci}$  en (a) et  $Q_{pi}$  en (b). Sur la Figure 6.16.a, la forme de la fonction de densité de probabilité de  $t_{\Delta 0}$  (c.-à-d. du premier passage par zéro du profil de vitesse) est aussi illustrée. Celle-ci semble expliquer l'irrégularité que l'on peut observer pour les quantiles 0.6 à 1.0. C'est donc dire que la variation des quantiles progresse de façon prévisible jusqu'au quantile 0.6 environ et qu'à partir de là, la variabilité du

quantile associé au premier passage par zéro des profils de vitesse semble causer un comportement moins prévisible. Il est intéressant de noter que les derniers centiles atteignent une valeur qui semble être celle qui aurait pu être prédite selon l'allure générale de la courbe pour les quantiles allant jusqu'à 0.6.

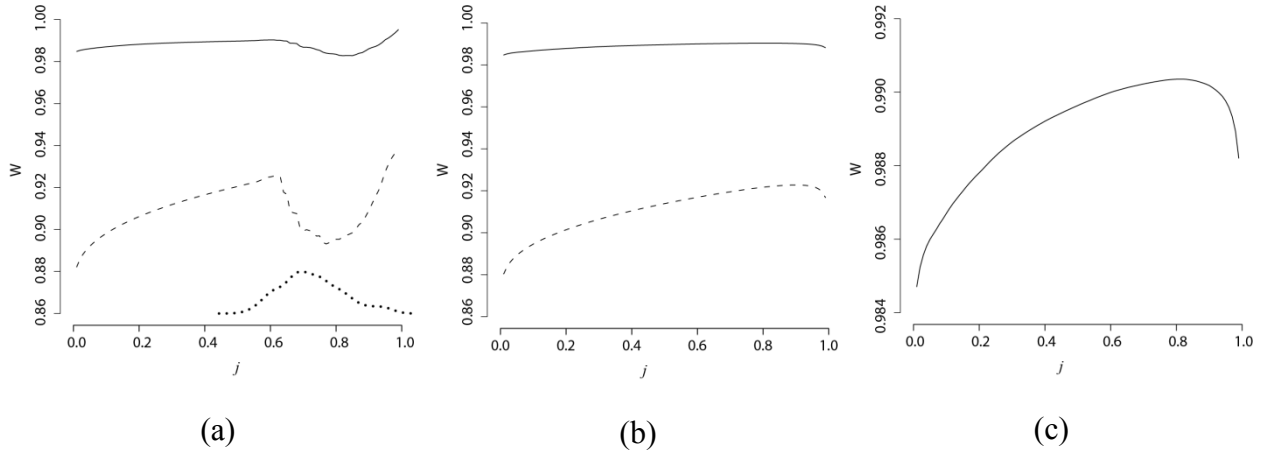


Figure 6.16 : Variation de la valeur de la statistique  $W$  du test de Shapiro-Wilk pour les comparaisons à la lognormale (trait plein) et à la normale (trait tireté) des caractéristiques (a)  $Q_{cj}$  et (b)  $Q_{pj}$  en fonction de  $j$ . Sur (a), la fonction de densité de  $t_{\Delta 0}$  a été superposée (trait pointillés) pour expliquer l'apparition d'une irrégularité dans les courbes observées. En (c), un gros plan de la variation de  $W$  en fonction de  $j$  pour les caractéristiques  $Q_{pj}$  permet de mieux juger de la variation observée.

De façon à mieux distinguer la variation de la statistique  $W$  pour l'ajustement lognormal de la caractéristique  $Q_{pj}$  en fonction de la valeur de  $j$ , la Figure 6.16.c montre un gros plan de la variation de cette courbe. On peut voir qu'environ jusqu'au quantile 0.8, la variation est monotone croissante, ce qui apporte un support à l'hypothèse d'un processus proportionnel dont la multiplication des effets fait tendre les caractéristiques temporelles  $T_j$  vers la lognormalité avec l'augmentation de la valeur de  $j$ . L'arrêt de l'augmentation de la valeur de  $W$  vers le quantile 0.8 et sa chute abrupte vers le quantile 1.0 est en accord avec les résultats de la Figure 6.14 et ne se retrouve pas dans les données des deux expériences subséquentes.

Notons que sur la Figure 6.16, on peut encore observer clairement la supériorité de la modélisation lognormale par rapport à la modélisation normale, ce qui tend à indiquer un processus davantage proportionnel qu'additif.



### 6.3.1.4 Analyse population-groupes

La Figure 6.17 montre les graphes population-groupes obtenus pour les caractéristiques  $Q_{cj}$  et  $Q_{pj}$ . Pour construire ces graphes, les données ont été regroupées en dix sous-groupes par valeur croissante des médianes  $Q_{c50}$  et  $Q_{p50}$  respectivement. Les premier et dernier sous-groupes ont été rejetés puisqu'ils sont les plus sensibles aux données aberrantes provenant des mouvements produits avec anticipation (dont l'anticipation n'a pas pu être détectée puisque le  $TR > 0$  malgré que la commande ait été préparée et envoyée avant  $t_{stim}$ ) ou pour lesquels les sujets étaient distraits ou non motivés. Sans surprise, le graphe pour  $Q_{cj}$  est plus bruité que celui pour  $Q_{pj}$ . Fait très intéressant, malgré la présence de bruit induisant une certaine variabilité, la Figure 6.17.b semble indiquer un point de rencontre autour de la coordonnée (0, 0) ce qui tendrait à supporter l'hypothèse que, dans une tâche de pointage rapide, les processus psychophysiques se succèdent suivant une loi de proportionnalité. Cependant, comme on le verra, cette observation n'est pas reproduite clairement par les exemples suivants.

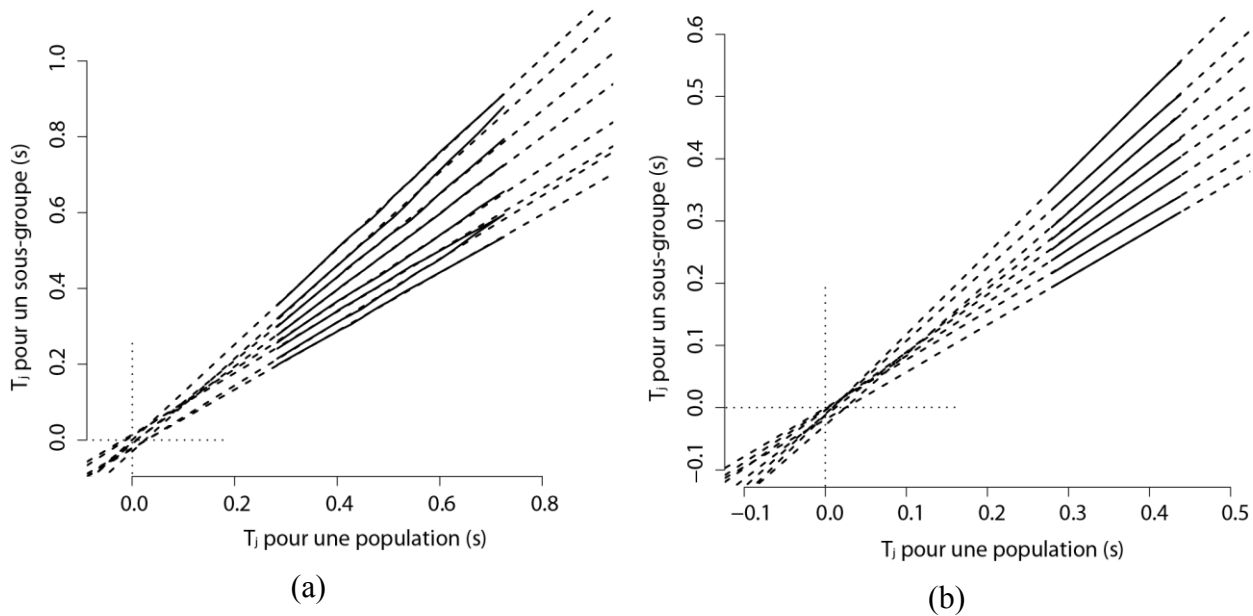


Figure 6.17 : Graphe population-groupes pour les caractéristiques (a)  $Q_{cj}$  et (b)  $Q_{pj}$  avec comme facteur de regroupement (a)  $Q_{c50}$  et (b)  $Q_{p50}$ .

### 6.3.1.5 Proportionnalité versus additivité de l'effet de différents facteurs sur les caractéristiques temporelles du mouvement

En plus de la proportionnalité ou de l'additivité de la nature des caractéristiques temporelles examinées précédemment, il est pertinent d'étudier la nature (proportionnelle ou additive) de l'effet que peuvent avoir différents facteurs sur les caractéristiques. Pour la banque de données analysée dans cette section, les deux principaux facteurs d'intérêt sont l'âge et le sexe des participants. L'effet de ces deux facteurs a été testé pour les principales caractéristiques temporelles (temps d'émission de la commande neuromusculaire estimé grâce à la Théorie Cinématique ( $t_0$ ), temps de réaction (TR), temps d'occurrence du pic de vitesse maximale ( $t_3$ ) et temps de fin du mouvement (TFM)). Les résultats obtenus sont illustrés à la Figure 6.18 pour le cas de l'âge.

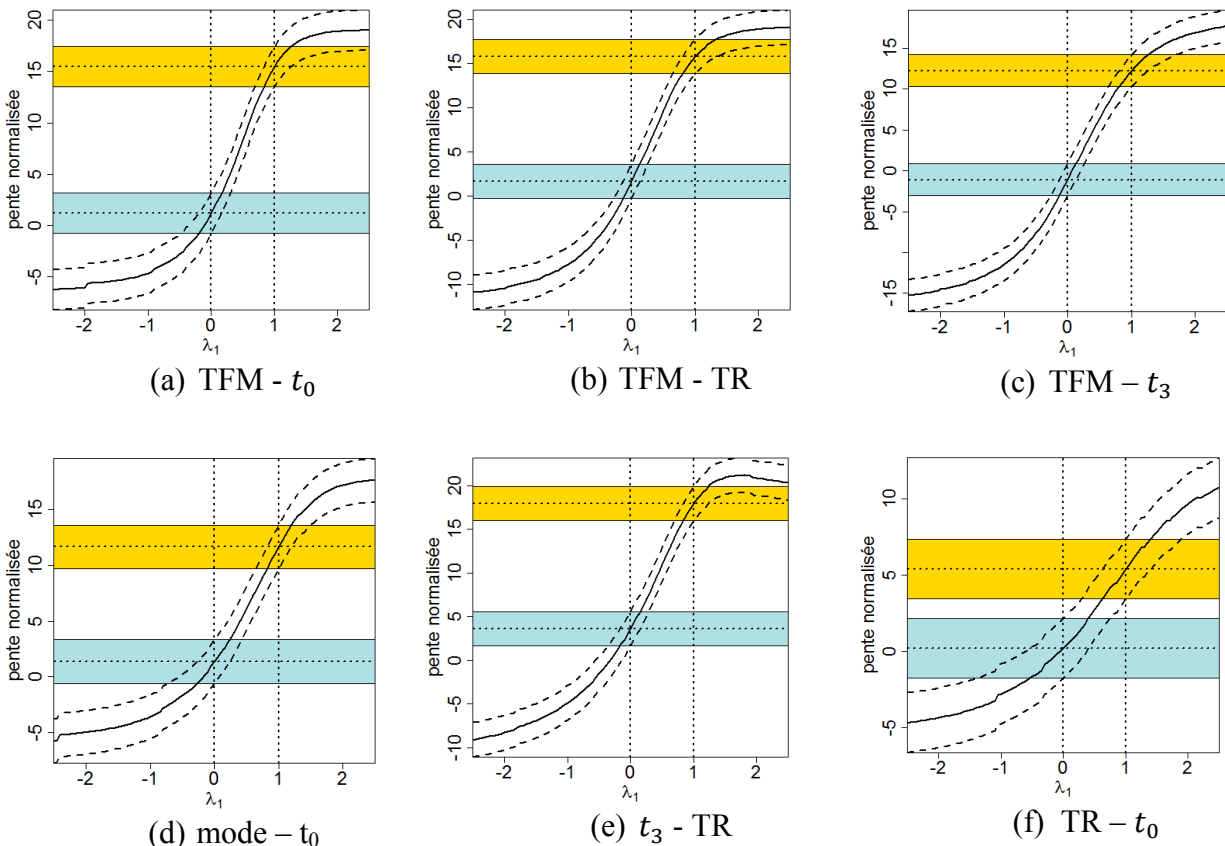


Figure 6.18 : Variation, en fonction de  $\lambda_1$ , de la pente (normalisée par l'erreur standard de son estimation) de régression de  $\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2)$  sur l'âge.

Pour un facteur ayant un impact additif sur les caractéristiques testées, on s'attendrait à ce que la région jaune englobe la valeur nulle, ce qui est loin d'être le cas ici. Dans le cas proportionnel, on s'attendrait à ce que la valeur nulle de l'ordonnée soit incluse dans la zone bleue tel qu'on peut l'observer dans presque tous les cas : seulement  $t_3$  et le temps de réaction ne semblent pas être proportionnels entre eux sous l'effet de l'âge. On semble donc, *a priori*, observer un impact proportionnel de l'âge sur les caractéristiques temporelles.

Cependant, la prudence est de mise. Tel que brièvement abordé précédemment, ce test permet de rejeter avec une confiance de 95 %<sup>35</sup> la possibilité que les facteurs aient un effet additif (rejet de l'hypothèse nulle). Cependant, il ne permet pas de statuer sur la confiance associée au non-rejet de l'hypothèse nulle et à la conclusion relative à la présence d'un effet proportionnel. En effet, cette seconde conclusion tient davantage à la puissance du test statistique (c.-à-d.  $1 - \beta$ ) qu'à sa signifiante statistique (c.-à-d.  $\alpha$ ). Or, en postulant un effet petit<sup>36</sup> ( $R^2 = 0.01$ ), on obtient une puissance d'environ 68 %, ce qui est relativement bas. Cependant, pour  $R^2 = 0.02$ , celle-ci passe à 93 %. Cela indique que l'hypothèse de la proportionnalité de l'effet de l'âge sur les caractéristiques temporelles étudiées semble *a priori* être une bonne approximation du processus réel. En effet, puisque l'effet non proportionnel est relativement petit et qu'il compte statistiquement pour moins de 2 % de la variance expliquée, l'approximation d'un modèle proportionnel semble être assez juste.

En ce qui concerne l'effet du sexe, la Figure 6.19 illustre les résultats obtenus. Sur cette banque de données et avec la puissance dont on dispose pour nos tests statistiques, les modèles proportionnels et additifs ne se démarquent pas de façon significative.

---

<sup>35</sup> La valeur p est de toute évidence beaucoup plus petite que 0.05 étant donné l'ampleur de la distance séparant l'intervalle de confiance pour le cas  $\lambda = 1$  mais ces graphes ne contiennent pas d'information quant à cette valeur.

<sup>36</sup> Puisque l'on considère des régressions linéaires à une seule variable indépendante, l'indice  $R^2$  a été préféré à l'indice  $f^2$  puisque ce premier exprime directement le pourcentage de la variance modélisée par le facteur d'intérêt. En accord avec Cohen (1988), les effets sont considérés petit, moyen ou grand selon que la valeur de  $R^2$  est respectivement de 0.01, 0.09 ou 0.25.

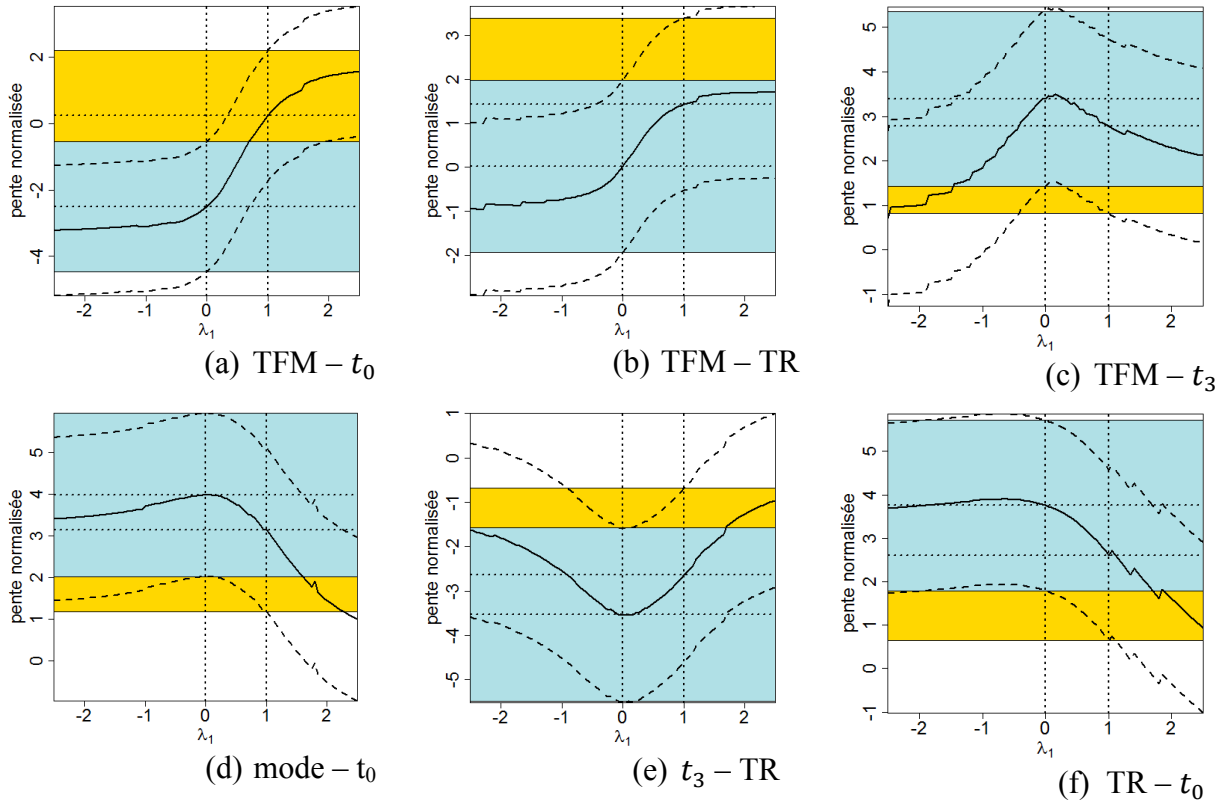


Figure 6.19: Variation, en fonction de  $\lambda_1$ , de la pente (normalisée par l'erreur standard de son estimation) de régression de  $\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2)$  sur le sexe.

Le Tableau 6.1 liste la valeur de la pente de la régression ainsi que la taille de l'effet du facteur considéré. Un code de couleur a été utilisé pour indiquer la signifiante, en pratique, de l'effet. Ainsi, on distingue les effets **très petits** ( $R^2 < 0.01$ ), **petits à moyens** ( $0.01 \leq R^2 < 0.09$ ), **moyens à grands** ( $0.09 \leq R^2 < 0.25$ ) et **très grands** ( $R^2 \geq 0.25$ ). Celui-ci confirme notre conclusion précédente voulant que l'âge soit un facteur ayant un effet proportionnel et que la contribution de la partie non proportionnelle soit généralement très petite.

Finalement, avant de clore cette première expérimentation, la Figure 6.20.a illustre la variation de la pente normalisée des régressions  $\Delta T_{jj-1}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (région bleue) et  $\Delta T_{jj-1}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (région dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  et  $F = \text{âge}$ . Sur ces graphes, plus la région dorée approche une valeur nulle, plus l'effet du facteur étudié est additif tout au long du profil de vitesse. De façon analogue, plus la courbe bleue est proche de la valeur nulle, plus cet effet peut être décrit de façon adéquate par une modélisation proportionnelle. La Figure 6.20.b montre les courbes équivalentes avec  $F = \text{sexe}$ .

Tableau 6.1 : Valeur de la pente de régression et taille de l'effet des différents facteurs (expérience n° 1).

$\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2) \sim F$			Proportionnel		additif	
$T_k$	$T_j$	$F$	pente	ES ( $f^2$ )	pente	ES ( $f^2$ )
TFM	TR	Age	4.01E-04	0.0023	8.68E-03	0.4120
TFM	TR	Sexe	2.52E-04	0.0000	-4.00E-03	0.0035
TFM	$t_3$	Age	-3.60E-04	0.0038	-9.02E-04	0.2452
TFM	$t_3$	Sexe	3.01E-02	0.0193	-8.63E-03	0.0130
TFM	$t_0$	Age	2.30E-04	0.0017	7.87E-04	0.4120
TFM	$t_0$	Sexe	-2.15E-02	0.0105	-6.57E-04	0.0001
$t_3$	TR	Age	5.46E-04	0.0171	1.04E-02	0.5467
$t_3$	TR	Sexe	-1.91E-02	0.0210	4.29E-02	0.0118
$t_3$	$t_0$	Age	4.08E-04	0.0033	7.85E-04	0.2409
$t_3$	$t_0$	Sexe	-2.95E-02	0.0268	1.21E-02	0.0167
TR	$t_0$	Age	1.18E-04	0.0002	1.09E-03	0.0557
TR	$t_0$	Sexe	-5.18E-02	0.0237	-1.90E-02	0.0115

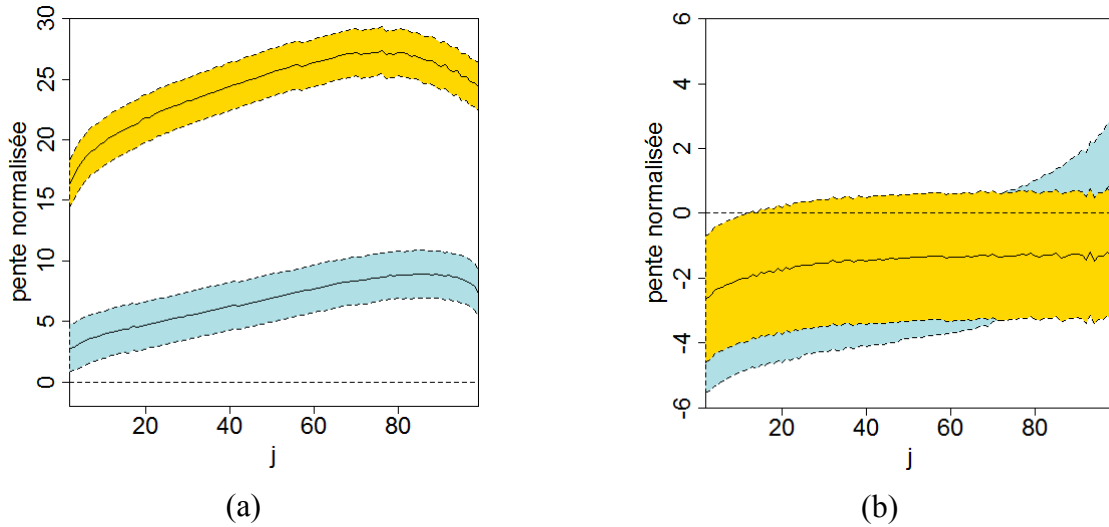


Figure 6.20: Variation de la pente normalisée des régressions  $\Delta T_{jj-1}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (région bleue) et  $\Delta T_{jj-1}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (région dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \text{âge}$  et (b)  $F = \text{sexe}$ .

La Figure 6.21 est semblable à la figure précédente à l'exception que l'on considère ici chaque quantile  $Q_{pj}$  par rapport au quantile  $Q_{p99}$ .

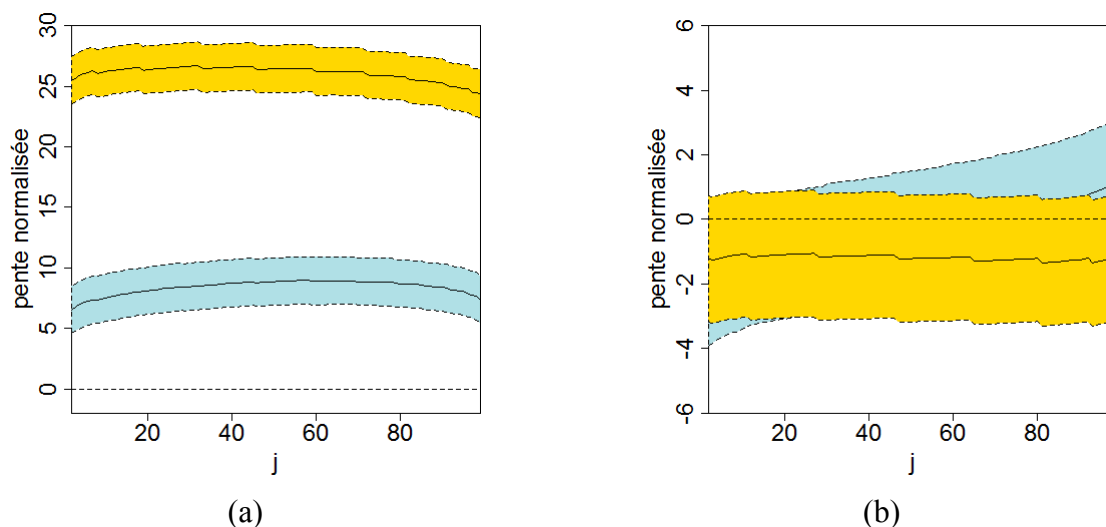


Figure 6.21 : Variation de la pente normalisée des termes  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (région bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (région dorée) en fonction de  $j$  où  $T_k = Q_{p99}$  et  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \text{âge}$  et (b)  $F = \text{sexe}$ .

Sur ces figures, on constate encore que l'effet de l'âge est généralement distribué sur l'ensemble du profil de vitesse du mouvement de façon plus proche de la proportionnalité que de l'additivité. En ce qui est de l'impact du sexe, il est difficile de trancher avec ces données et il semble que l'on puisse aussi bien adopter une modélisation additive que proportionnelle. Notons que pour ces graphes, plus l'échantillon considéré sera grand, plus les bandes proportionnelles et additives risquent de s'éloigner systématiquement de la valeur nulle. Cela indique que si l'on est prêt à amasser un échantillon assez grand, on pourra pratiquement toujours affirmer avec une confiance à 95 % que la vitesse du mouvement ne se distribue pas de façon strictement additive ou proportionnelle. Dans un tel cas, il sera plus pertinent de connaître l'écart entre les modèles postulés et les données. Ainsi, il peut être pertinent de tracer aussi la variation de la taille de l'effet relevé tel que montré sur la Figure 6.22.

Sur ce graphe, on constate que la taille de l'effet de l'âge est pratiquement négligeable autant pour le modèle additif que proportionnel, bien que cette hypothèse soit une meilleure approximation de la réalité pour le modèle proportionnel. En ce qui concerne du sexe, le modèle additif semble supérieur pour les 70 premiers centiles puis le modèle proportionnel devient supérieur. Cependant, comme on le verra, cette dernière conclusion n'est pas reproduite sur les autres banques de données analysées.

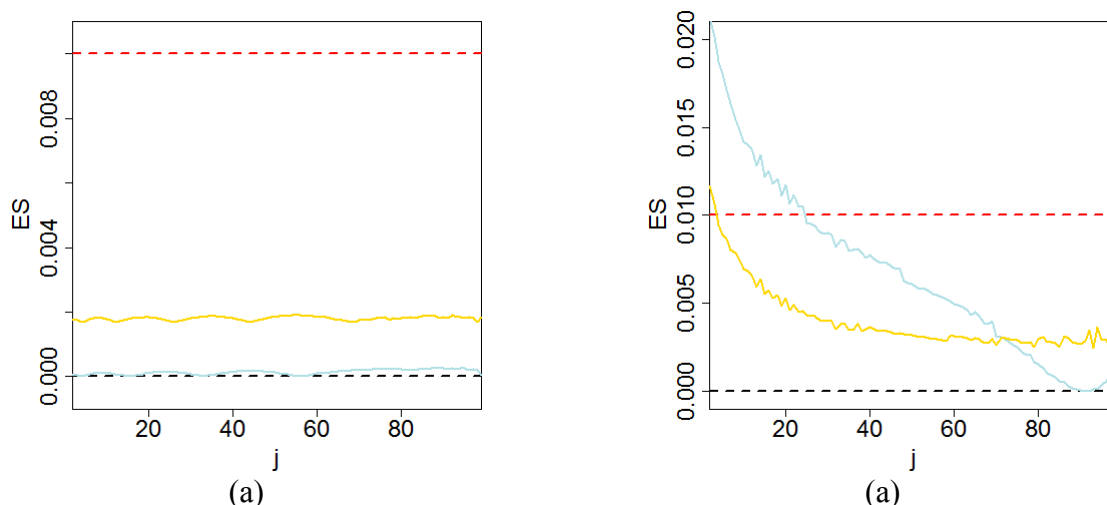


Figure 6.22 : Variation la taille de l'effet d'un facteur  $F$  pour les régressions  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (courbe bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (courbe dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \text{âge}$  et (b)  $F = \text{sexe}$ .

### 6.3.2 Expérience n° 2 – Traits rapides/réactions auditives et visuelles simples du projet Sign@médic

#### 6.3.2.1 Description de la tâche et des caractéristiques temporelles extraites

L'analyse précédente a démontré que les processus moteurs sont proportionnels à plusieurs égards. Ces vérifications ont été réalisées sur des mouvements d'aller-retour produits par des participants en santé, jeunes ou âgés.

Comme seconde analyse, on testera la proportionnalité et l'additivité des processus psychophysiques sur les tracés provenant des tâches de traits rapides/réactions auditives et visuelles simples dont l'acquisition a eu lieu dans le cadre du projet Sign@médic. Ces données concernent donc des traits rapides réalisés suite à l'audition d'un bip ou bien à la vision d'un flash lumineux. Les mouvements ont été enregistrés à 200 Hz sur une tablette Wacom Intuos 2. Cent vingt sujets balayant un large éventail d'âges (25-85 ans), représentant les deux sexes et affichant ou non des facteurs de risque d'AVC ont participé à cette collecte de données.<sup>37</sup> Cette seconde analyse devrait donc permettre de confirmer si les phénomènes observés dans une

<sup>37</sup> Cette banque de données est décrite en détail au Chapitre 9. Le lecteur est invité à s'y référer au besoin.

population saine peuvent aussi être relevés dans une population plus hétérogène en regard l'état de santé.

Pour les deux tâches considérées, un objectif de 15 traits valides par sujet était fixé. Cependant, une proportion importante des données a dû être rejetée puisque, sur celles-ci, on ne peut pas discerner de façon systématique la fin du mouvement de pointage par rapport au début du mouvement de retrait. Ceci est une conséquence fâcheuse du fait qu'aucune vérification automatisée du respect de la consigne exigeant l'arrêt du mouvement avant le retrait du stylet de la tablette à numériser n'a été implémentée dans le logiciel d'acquisition. Pour trier les données adéquates, l'instant de la fin du mouvement a été identifié comme correspondant au premier échantillon appartenant à la première série de cinq échantillons consécutifs (25 ms) dont l'amplitude est inférieure à 5 % de la vitesse maximale et dont l'occurrence est postérieure à celle du pic de vitesse maximale. Les mouvements se terminant sans qu'une telle séquence puisse être identifiée ont été rejetés. Sur ce critère ainsi que sur le critère exigeant que le mouvement soit d'une amplitude d'au moins 130 mm, 43.6 %<sup>38</sup> des 3974 mouvements initiaux ont été rejetés.

Les mouvements dont les principales caractéristiques temporelles (TR,  $t_3$ ,  $t_{\Delta 0}$ , TFM) étaient statistiquement aberrantes par rapport au reste de la population ont aussi été mis de côté (7.3 % des mouvements). Au final, 1953 mouvements sont considérés comme valides pour l'analyse présentée dans cette section.

Le temps de réaction a été identifié automatiquement comme l'instant où la vitesse atteint pour la première fois 5 % de sa valeur maximale.

Pour cette seconde expérimentation, seulement les données brutes sont utilisées pour dériver l'ensemble des caractéristiques temporelles. Ainsi, aucun ajustement à aucun modèle (p. ex., le modèle delta-lognormal) n'a été utilisé à aucun moment.

Comme pour la première expérimentation, les quantiles ont aussi été extraits sur le mouvement complet ainsi que sur le premier pic du mouvement, mais cette fois-ci en utilisant directement les signaux de vitesse enregistrés. Pour délimiter le premier pic de vitesse, la valeur

---

<sup>38</sup> Ce chiffre est gonflé artificiellement par une erreur de prétraitement des données qui a causé le rejet automatique des essais provenant des sept sujets gauchers.



de  $t_{\Delta 0}$  a été extraite comme étant l'instant où la vitesse tombe en bas de 5 % de la vitesse maximale pour la première fois après l'occurrence du pic de vitesse maximale.

### 6.3.2.2 Vérification de l'hypothèse de la distribution du bruit

La Figure 6.23 illustre les résultats des comparaisons 1) de  $Q_{p80} - Q_{p20}$  avec la distribution normale (cas additif), 2) de  $Q_{p80}/Q_{p20}$  avec la distribution lognormale (cas proportionnel) et 3) de  $\frac{Q_{p80}}{Q_{p20}} - 1$  avec la distribution lognormale. Le Tableau 6.2 donne les statistiques relatives à l'application du test de normalité de Shapiro-Wilk à chacun de ces trois cas.

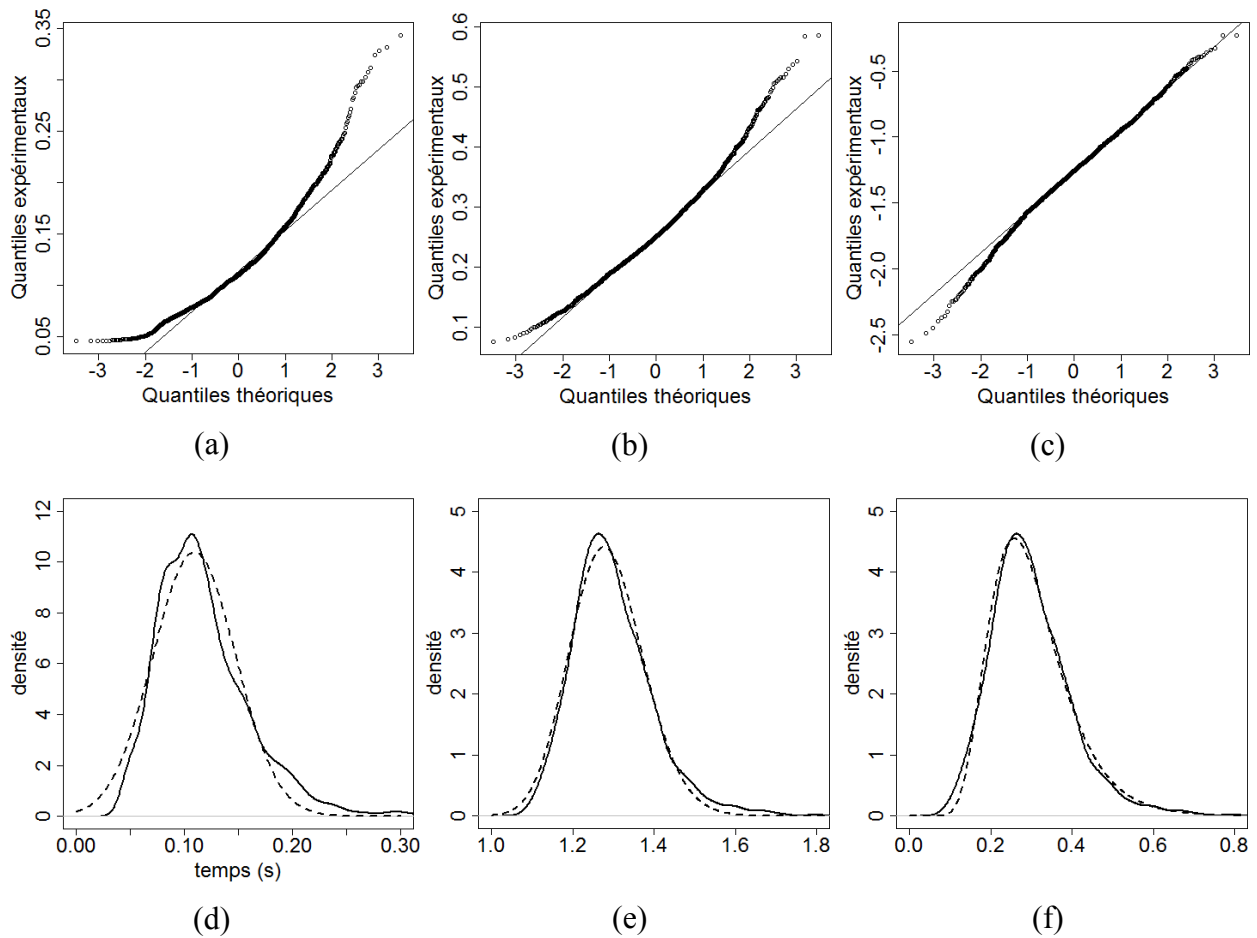


Figure 6.23: Test de normalité pour la distribution (a, d) de  $Q_{p80} - Q_{p20}$ , (b, e) de  $Q_{p80}/Q_{p20}$  et (c, f) de  $\frac{Q_{p80}}{Q_{p20}} - 1$ . La rangée supérieure (a-c) illustre les graphes quantile-quantile alors que celle inférieure montre la superposition des fonctions de densité empirique avec leur ajustement (d) normal ou (e, f) lognormal.

Tableau 6.2 : Résultats du test de normalité de Shapiro-Wilk sur la distribution de  $X$  ( $n = 1953$ ).

$X$	$W$	Valeur p
$Q_{p80} - Q_{p20}$	0.930	$< 2.2e - 16$
$\ln(Q_{p80}/Q_{p20})$	0.978	$< 2.2e - 16$
$\ln\left(\frac{Q_{p80}}{Q_{p20}} - 1\right)$	0.995	$1.3e - 06$

Étant donné la taille de l'échantillon utilisé, la valeur p du test de Shapiro-Wilk est de peu d'intérêt puisque nous sommes prêts à admettre que la distribution réelle ne soit pas parfaitement lognormale. Par contre, l'augmentation de la valeur de la statistique  $W$  lorsque l'on passe de la normalité de  $Q_{p80} - Q_{p20}$  à la lognormalité de  $\frac{Q_{p80}}{Q_{p20}}$  puis à celle de  $\frac{Q_{p80}}{Q_{p20}} - 1$  est intéressante puisqu'elle vient encore une fois supporter l'hypothèse d'un processus ayant des caractéristiques proportionnelles. Notons que ces résultats sont en accord avec ceux obtenus lors de l'expérience n° 1. La Figure 6.24 illustre le pendant de la Figure 6.14 mais, cette fois-ci, avec les données de l'expérience n° 2.

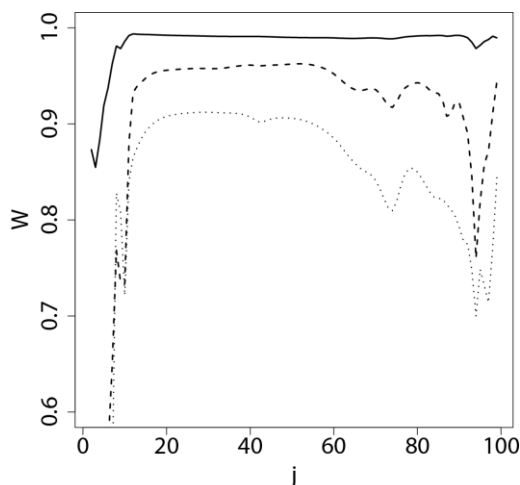


Figure 6.24 : Variation de la valeur de la statistique  $W$  du test de Shapiro-Wilk pour la comparaison  $\Delta T_j = Q_{pj} - Q_{pj-1}$  avec la loi normale (trait pointillé),  $R_j = Q_{pj}/Q_{pj-1}$  avec la loi lognormale (trait tireté) et  $E_j = \frac{Q_{pj}}{Q_{pj-1}} - 1$  avec la loi lognormale (trait plein) pour  $j = 2, 3, \dots, 99$ .

On constate que l'on peut en tirer les mêmes conclusions que lors de l'expérience n° 1. Cependant, on note plus de bruit (c.-à-d. des courbes moins lisses), ce qui n'est pas étonnant puisque la Figure 6.14 est obtenue sur les quantiles d'une fonction analytique (la delta-

lognormale) alors que la Figure 6.24 est calculée sur les données brutes. On note aussi que la chute de la statistique  $W$  pour les quantiles supérieurs à 0.8 est ici absente pour la courbe concernant la lognormalité de la constante de proportionnalité. Cette chute dans Figure 6.14 est donc possiblement un artéfact de la modélisation delta-lognormale ou de l'utilisation de mouvement d'aller-retour.

### 6.3.2.3 Vérification de la distribution des caractéristiques temporelles absolues

La Figure 6.25 illustre les diagrammes quantiles-quantiles permettant d'évaluer la normalité et la lognormalité des principales caractéristiques temporelles des mouvements rapides. En général, les ajustements sont moins précis que ce qui a été obtenu lors de l'expérience n° 1, mais on observe encore systématiquement la supériorité de la distribution lognormale par rapport à la distribution normale.

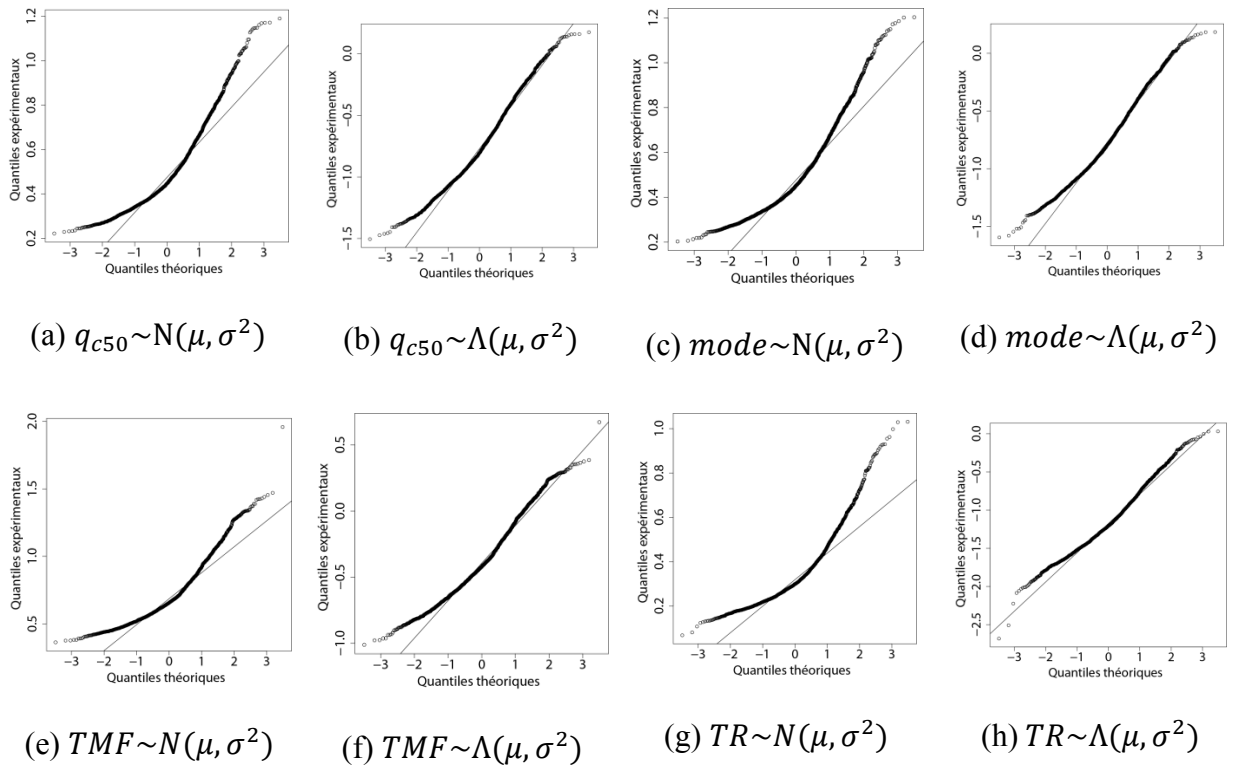


Figure 6.25 : Vérification de la normalité ou de la lognormalité des principales caractéristiques temporelles des mouvements rapides.

La Figure 6.26 illustre le pendant de la Figure 6.16 pour l'expérience n° 2. De toute évidence, en accord avec les résultats précédents, la distribution lognormale montre sa supériorité. Par rapport aux résultats précédents, on observe que pour cette expérience, les courbes de variation de  $W$  ne chutent pas pour les centiles supérieurs à 0.6 comme c'était le cas pour l'expérience n° 1. Cependant, pour les données ici analysées, les valeurs des quantiles correspondant aux passages par zéros sont beaucoup plus grandes. On observe d'ailleurs une très légère chute pour les derniers quantiles, ceux correspondant justement à l'instant des passages par zéro. Les résultats de l'expérience n° 3 compareront la variation de la statistique  $W$  sur les centiles des profils originaux par rapport à celle sur les centiles delta-lognormaux pour vérifier si la baisse de  $W$  plus importante lors de l'expérience n° 1 doit être associée aux passages par zéro des profils de vitesse ou à un artéfact de la modélisation delta-lognormale.

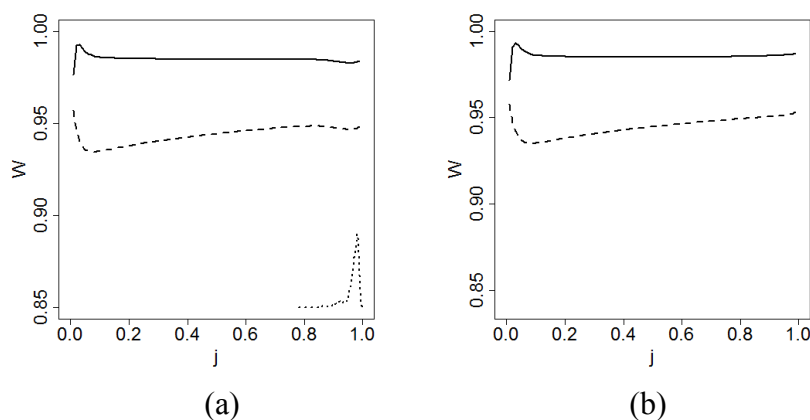


Figure 6.26 : Variation, en fonction de  $j$ , de la valeur de la statistique  $W$  de Shapiro-Wilk pour le test de lognormalité (trait plein) et de normalité (trait tireté) des caractéristiques (a)  $Q_{cj}$  et (b)  $Q_{pj}$ . Sur (a), la fonction de densité de  $t_{\Delta 0}$  (pointillés) a été superposée.

#### 6.3.2.4 Analyse population-groupes

La Figure 6.27 montre les graphes population-groupes obtenus pour l'expérience n° 2. On observe, ici encore, de forts indices de proportionnalité dans le fait que les droites de régression convergent vers un foyer. Cependant, dans ce cas, le foyer semble être obtenu pour un point  $(x, x)$  avec  $x < 0$ , ce qui n'est pas en accord avec l'hypothèse d'un processus entièrement proportionnel.

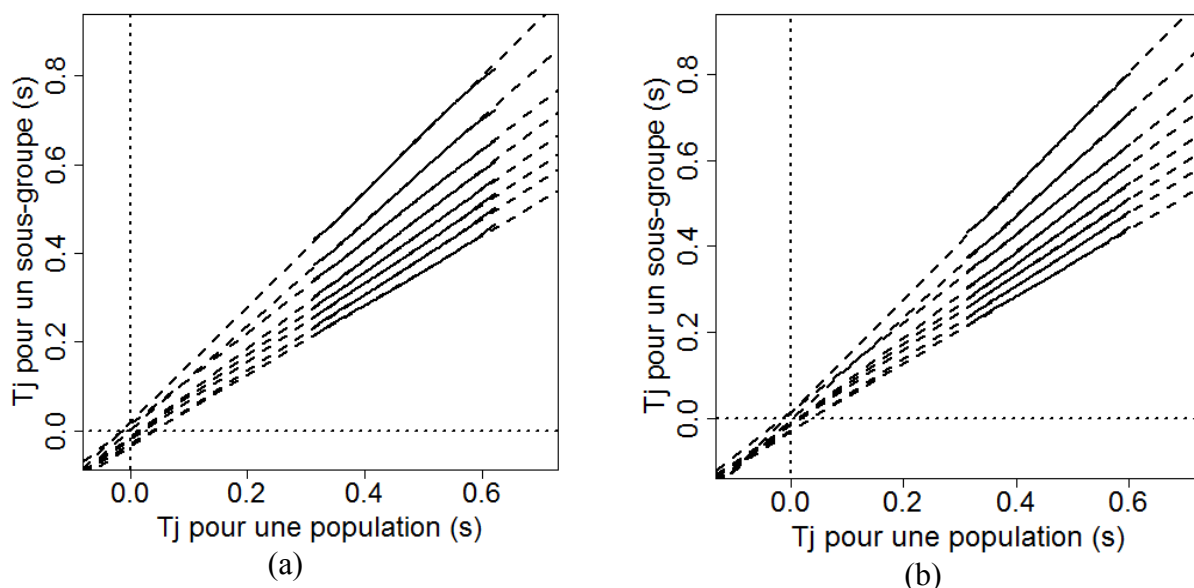


Figure 6.27 : Graphe population-groupes pour les caractéristiques (a)  $Q_{cj}$  et (b)  $Q_{pj}$  avec comme facteur de regroupement (a)  $Q_{c50}$  et (b)  $Q_{p50}$ .

### 6.3.2.5 Proportionnalité versus additivité de l'effet de différents facteurs sur les caractéristiques temporelles du mouvement

Étant donné que la banque de données de Sign@médecin est beaucoup plus diversifiée que celle utilisée pour la première expérience, le choix des facteurs pouvant influencer la proportionnalité ou l'additivité des caractéristiques temporelles est plus large. En plus d'étudier l'effet du sexe et de l'âge pour confirmer les observations précédentes, il est possible pour cette seconde expérience d'étudier l'effet du choix du stimulus (visuel versus auditif) ainsi que du nombre de facteurs de risque (NFR) d'AVC des sujets (variant de 0 à 5 dans l'échantillon utilisé). Les caractéristiques temporelles étudiées seront le temps de réaction (TR), le temps d'occurrence du pic de vitesse maximale ( $t_3$ ) et temps de fin du mouvement (TFM). Les résultats obtenus sont illustrés à la Figure 6.28 (page suivante).

On observe sur celle-ci que les écarts entre les bandes de couleur et la valeur nulle sont davantage marqués étant donné la puissance plus élevée (99.3 %) du test visant la détection d'un effet de petite taille ( $R^2 = 0.01$ ). C'est donc dire qu'une très légère déviation par rapport à l'additivité ou à la proportionnalité peut suffire à éloigner les bandes dorées ou bleues de la valeur nulle. Ainsi, ces graphes sont avantageusement complétés par une étude de la taille des effets dont les résultats sont présentés au Tableau 6.3 (page 174).

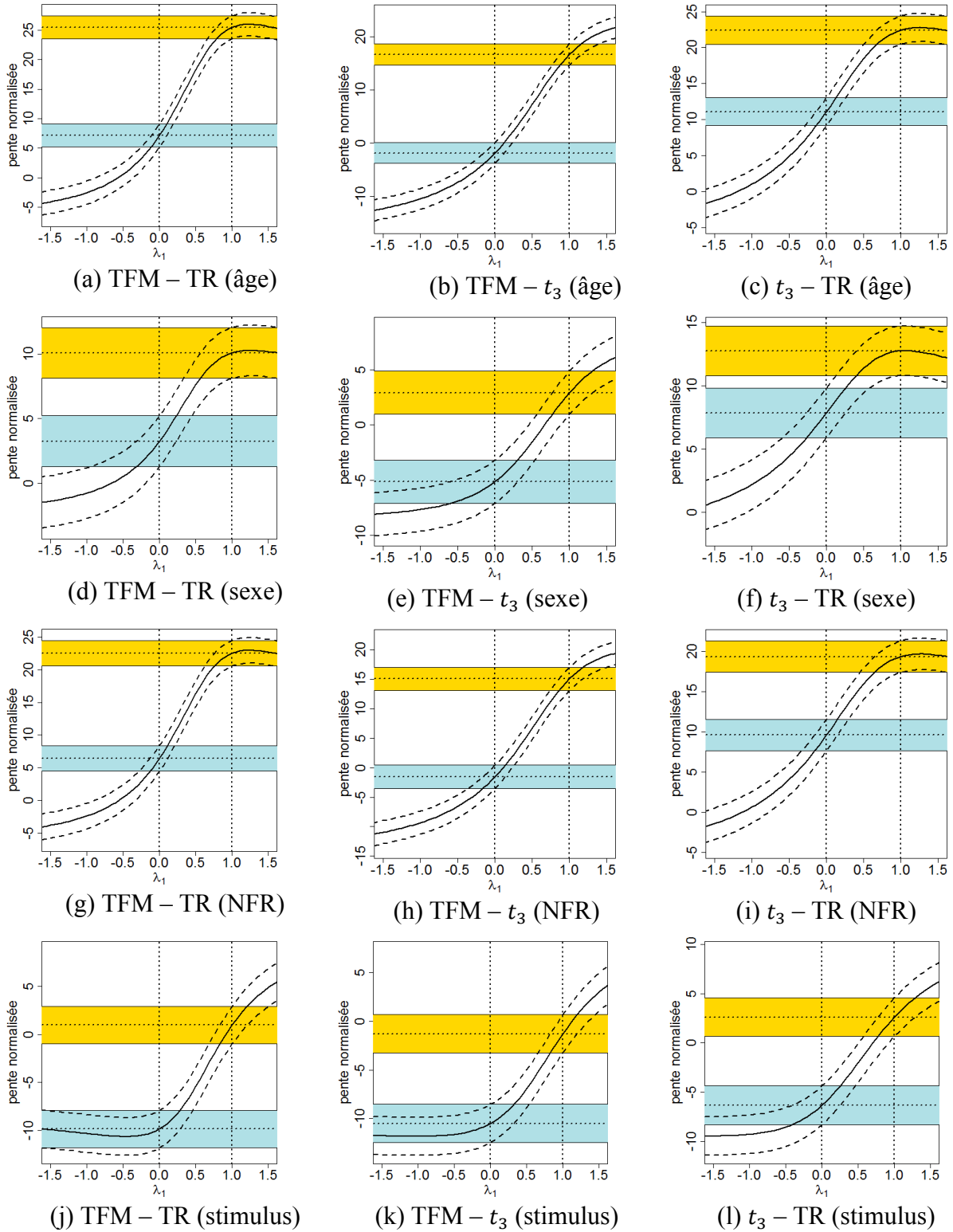


Figure 6.28 : Variation, en fonction de  $\lambda_1$ , de la pente (normalisée par l'erreur standard de son estimation) des régressions de  $\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2)$  sur (a-c) l'âge, (d-f) le sexe, (g-i) le nombre de facteurs de risque et (j-l) le stimulus utilisé.

Tableau 6.3 : Valeur des pentes de régression et taille de l'effet des différents facteurs (expérience n° 2).

$\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2) \sim F$			Proportionnel		additif	
$T_k$	$T_j$	$F$	pente	ES ( $f^2$ )	pente	ES ( $f^2$ )
TFM	TR	Age	-8.44E-04	0.0267	-4.45E-03	0.2467
TFM	TR	Sexe	-1.36E-02	0.0053	-1.03E-01	0.0516
TFM	TR	NFR	-1.04E-02	0.0214	-7.79E-02	0.2085
TFM	TR	stimulus	6.03E-02	0.0556	-1.16E-02	0.0007
TFM	$t_3$	Age	1.73E-04	0.0018	-5.53E-03	0.1205
TFM	$t_3$	Sexe	1.73E-02	0.0139	-5.74E-02	0.0050
TFM	$t_3$	NFR	2.12E-03	0.0015	-9.89E-02	0.1036
TFM	$t_3$	stimulus	3.47E-02	0.0563	2.46E-02	0.0009
$t_3$	TR	Age	-1.34E-03	0.0603	-3.06E-03	0.2028
$t_3$	TR	Sexe	-3.47E-02	0.0309	-6.82E-02	0.0769
$t_3$	TR	NFR	-1.59E-02	0.0456	-3.71E-02	0.1589
$t_3$	TR	stimulus	2.94E-02	0.0223	-1.49E-02	0.0037

Somme toute, les résultats par rapport à l'âge sont correspondants avec ceux de la première expérience. De ces analyses, la conclusion tirée de façon la plus constante et univoque porte sur l'avantage de la modélisation proportionnelle par rapport à celle additive. La taille plus importante de l'échantillon permet aussi, contrairement à l'expérience n° 1, la démonstration d'un avantage pour le modèle proportionnel par rapport à celui additif pour le cas du sexe (Figure 6.28.d et f, exception faite de la comparaison entre le TFM et le  $t_3$  (Figure 6.28.e). Le modèle proportionnel ressort aussi comme étant supérieur pour le facteur NFR. Notons cependant que dans le cas du stimulus, les résultats démontrent très clairement la validité de la modélisation additive. Ceci tend à suggérer que le changement d'un stimulus auditif à un stimulus visuel peut être modélisé comme causant simplement un délai additionnel ayant lieu dans une phase préparatoire précédant les caractéristiques neuromotrices étudiées ici. Ceci est en accord avec l'idée voulant que les processus perceptifs et moteurs puissent être modélisés comme étant séquentiels. Cela est cohérent avec le courant de pensée dominant ainsi qu'avec certains résultats expérimentaux, dont ceux de Fitts & Peterson (1964).

Comme on pouvait s'y attendre par la ressemblance des courbes sur la Figure 6.26, la variation des pentes des régressions  $\Delta T_{jj-1}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  et  $\Delta T_{jj-1}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  en fonction de  $j$  produit des résultats similaires que l'on utilise  $T_j = Q_{cj}$  ou  $T_j = Q_{pj}$ . Pour cette raison, seulement les résultats considérant  $T_j = Q_{cj}$  sont rapportés à la Figure 6.29. Les résultats

comparant les quantiles  $Q_{cj}$  par rapport aux quantiles  $Q_{c99}$  sont quant à eux montrés à la Figure 6.30.

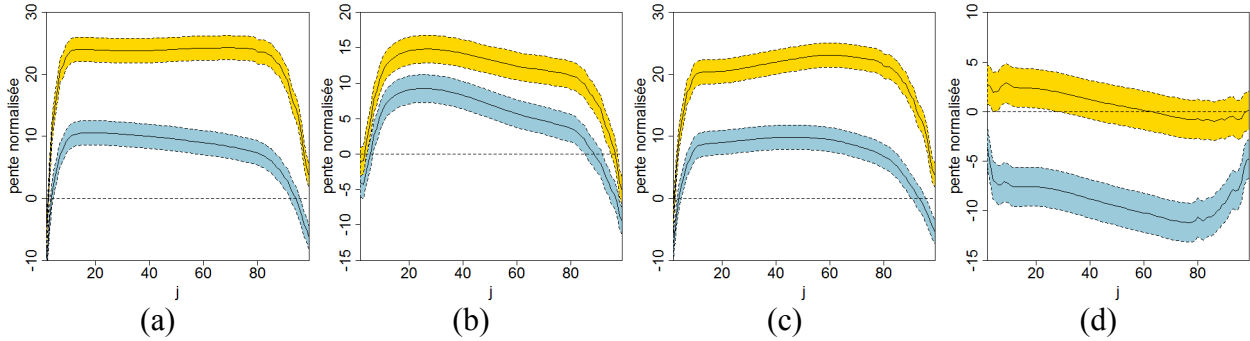


Figure 6.29 : Variation de la pente normalisée des termes  $\Delta T_{jj-1}(\lambda_1 = 0, \lambda_2)$  (région bleue) et  $\Delta T_{jj-1}(\lambda_1 = 1, \lambda_2)$  (région dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{cj}$  avec différents facteurs : (a) l'âge, (b) le sexe, (c) le nombre de facteurs de risque d'AVC et (d) le stimulus utilisé.

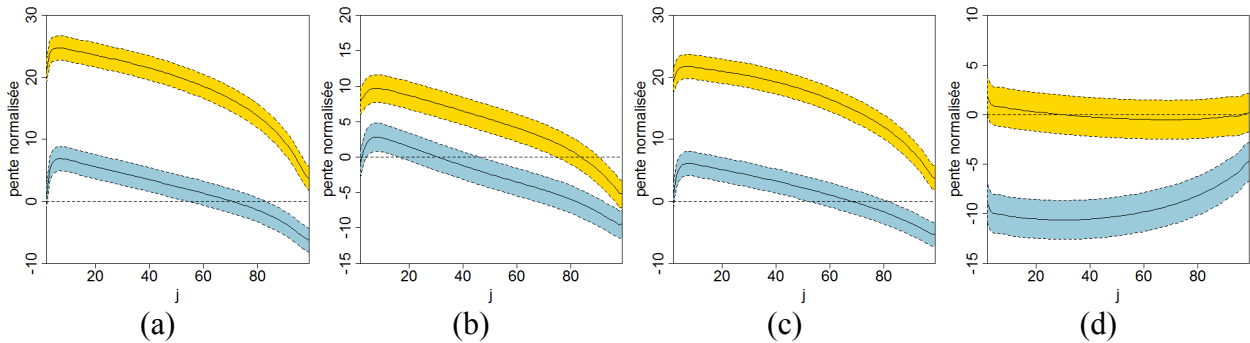


Figure 6.30 : Variation de la pente normalisée des termes  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2)$  (région bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2)$  (région dorée) en fonction de  $j$  où  $T_k = Q_{c99}$  et  $T_j = Q_{cj}$  avec différents facteurs : (a) l'âge, (b) le sexe, (c) le nombre de facteurs de risque d'AVC et (d) le stimulus utilisé.

Encore une fois, sur ces figures, on observe que les facteurs que sont l'âge, le sexe et le nombre de facteurs de risque d'AVC semblent avoir un effet plus proportionnel qu'additif sur l'ensemble du mouvement puisque les bandes bleues sont davantage proches de la valeur nulle que celles dorées. Cependant, le choix du stimulus a indéniablement un impact additif.

La taille de l'effet non proportionnel ou non additif peut être appréciée sur la Figure 6.31 (page suivante). On peut constater que celui-ci est beaucoup plus grand que ce qui a été obtenu pour l'expérience n° 1, surtout en ce qui concerne l'âge.



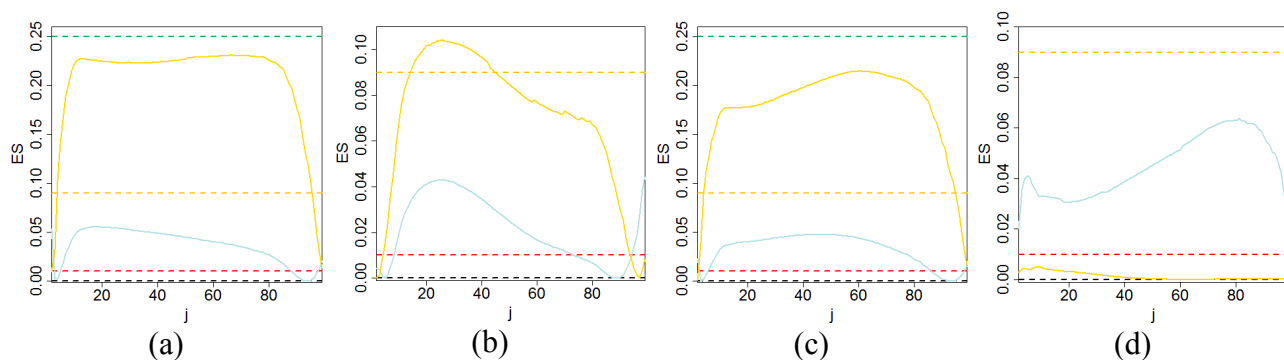


Figure 6.31 : Variation la taille de l'effet d'un facteur  $F$  pour les régressions  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (courbe bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (courbe dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \text{âge}$ , (b)  $F = \text{sexe}$ , (c)  $F = \text{NFR}$  et (d)  $F = \text{stimulus}$ .

On peut se demander quelle peut être la cause de cette moins grande adhésion des mouvements aux modèles proportionnels et additifs pour la seconde expérience par rapport à la première. L'état de santé semble être un facteur potentiel puisque si l'on calcule la taille de l'effet pour le sous-ensemble de mouvements provenant de sujets n'ayant aucun facteur de risque, on obtient une taille d'effet beaucoup plus petite (voir Figure 6.32.a). Cela ne semble cependant pas avoir un impact aussi marqué sur les autres facteurs considérés.

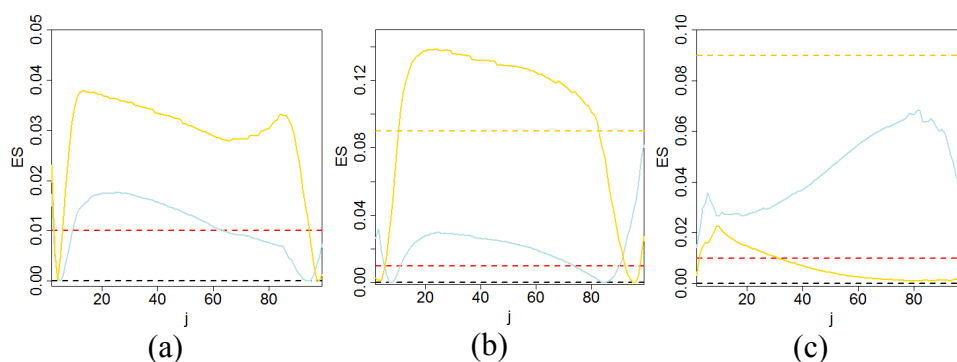


Figure 6.32 : Variation la taille de l'effet d'un facteur  $F$  pour les régressions  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (courbe bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (courbe dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \text{âge}$ , (b)  $F = \text{sexe}$  et (c)  $F = \text{stimulus}$  pour le sous-ensemble de mouvements provenant de sujets n'ayant aucun facteur de risque d'AVC.

Puisque l'avancement en âge est aussi reconnu comme un facteur affectant la motricité, on peut se demander s'il peut aussi être un facteur ayant un impact sur la proportionnalité des

mouvements. La Figure 6.33 montre la variation de la taille de l'effet non proportionnel et non additif pour le sous-ensemble des sujets relativement jeunes ( $\text{âge} < 55$ ) et en santé. On observe encore une chute radicale au niveau de l'impact de l'âge et une chute plus modérée au niveau du genre.

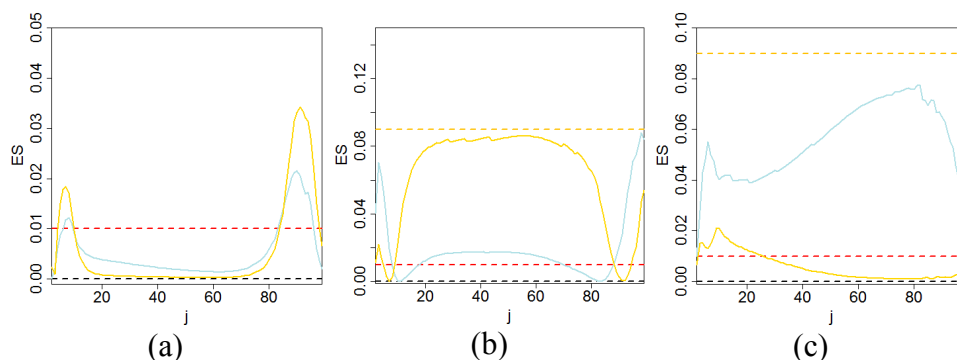


Figure 6.33 : Taille de l'effet d'un facteur  $F$  pour les régressions  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (courbe bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (courbe dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \text{âge}$ , (b)  $F = \text{sexe}$  et (c)  $F = \text{stimulus}$  pour le sous-ensemble de mouvements provenant de sujets n'ayant aucun facteur de risque d'AVC et étant relativement jeunes ( $\text{âge} < 55$ ).

### 6.3.3 Expérience n° 3 – Compromis vitesse-précision du projet Sign@médic

#### 6.3.3.1 Description de la tâche et des caractéristiques temporelles extraites

La troisième analyse présentée porte sur les mouvements de la tâche compromis vitesse-précision de la banque de données Sign@médic. Celle-ci contient 3492 mouvements respectant les critères de la tâche demandée. La mise de côté des mouvements dont les principales caractéristiques temporelles (TR, mode,  $t_{\Delta 0}$ , TFM) étaient statistiquement aberrantes par rapport au reste de la population a résulté en le rejet de 15.6 % des mouvements, laissant 2949 mouvements valides pour l'analyse ci-présente. Les caractéristiques temporelles ont été calculées tel que décrit pour l'expérience précédente, à l'exception de la valeur de TFM qui est le résultat d'un traitement manuel des données réalisé dans le cadre de l'étude présentée au Chapitre 5 et au Chapitre 11.

#### 6.3.3.2 Vérification de l'hypothèse de la distribution du bruit

La Figure 6.34 (page suivante) illustre les résultats des comparaisons 1) de  $Q_{p80} - Q_{p20}$  avec la distribution normale (cas additif), 2) de  $Q_{p80}/Q_{p20}$  avec la distribution lognormale (cas

proportionnel) et 3) de  $\frac{Q_{p80}}{Q_{p20}} - 1$  avec la distribution lognormale. Le Tableau 6.4 donne les statistiques relatives à l'application du test de normalité de Shapiro-Wilk à chacun de ces trois cas.

Tableau 6.4 : Résultats du test de normalité de Shapiro-Wilk sur la distribution de  $X$  ( $n = 2949$ ).

$X$	$W$	Valeur p
$Q_{p80} - Q_{p20}$	0.927	$< 2.2e - 16$
$\ln(Q_{p80}/Q_{p20})$	0.985	$< 2.2e - 16$
$\ln\left(\frac{Q_{p80}}{Q_{p20}} - 1\right)$	0.994	$2.7e - 9$

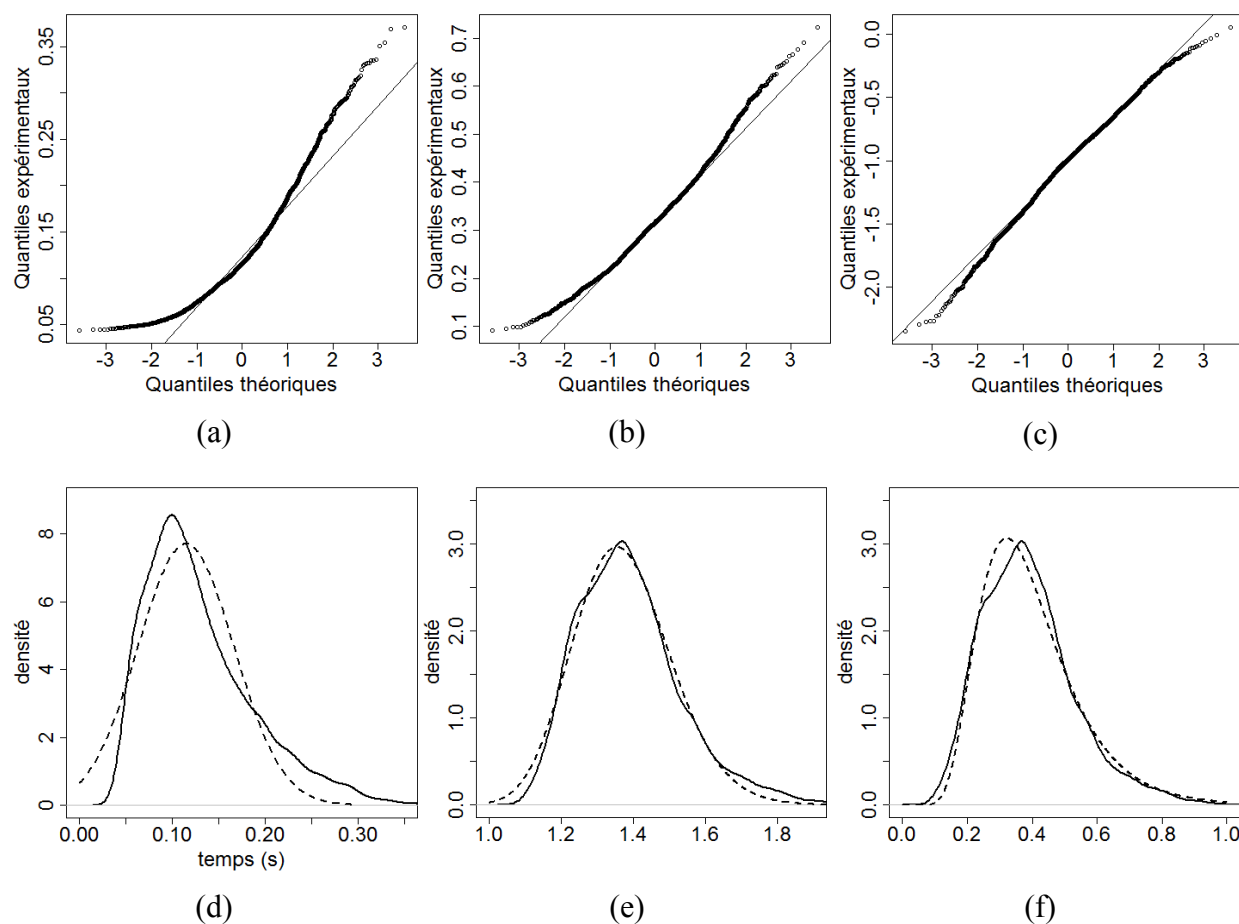


Figure 6.34 : Test de normalité pour la distribution (a, d) de  $Q_{p80} - Q_{p20}$ , (b, e) de  $Q_{p80}/Q_{p20}$  et (c, f) de  $\frac{Q_{p80}}{Q_{p20}} - 1$ . La rangée supérieure (a-c) illustre les graphes quantile-quantile alors que celle inférieure montre la superposition des fonctions de densité empirique avec leur ajustement (d) normal ou (e, f) lognormal.

Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus pour les expériences n° 1 et n° 2 tout comme l'est la Figure 6.35. On constate que les courbes de cette dernière figure sont moins lisses que leur contrepartie des expériences n° 1 (Figure 6.14) et n° 2 (Figure 6.24), possiblement à cause des contraintes ajoutées dans le protocole expérimental de compromis vitesse-précision.

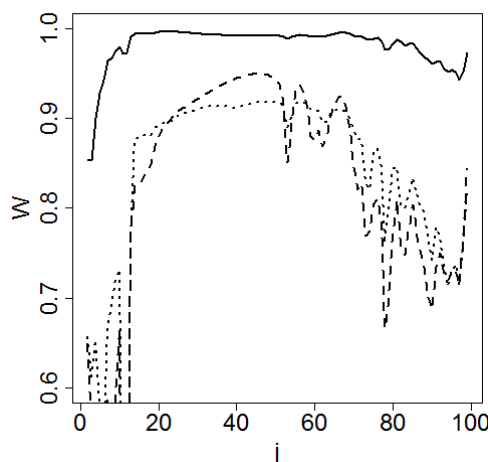


Figure 6.35 : Variation de la valeur de la statistique  $W$  du test de Shapiro-Wilk pour la comparaison  $\Delta T_j = Q_{pj} - Q_{pj-1}$  avec la loi normale (trait pointillé),  $R_j = Q_{pj}/Q_{pj-1}$  avec la loi lognormale (trait tireté) et  $E_j = \frac{Q_{pj}}{Q_{pj-1}} - 1$  avec la loi lognormale (trait plein) pour  $j = 2, 3, \dots, 99$ .

### 6.3.3.3 Vérification de la distribution des caractéristiques temporelles absolues

Les Figure 6.36.a-b (page suivante) illustrent la variation de la statistique  $W$  pour la normalité et la lognormalité de  $Q_{cj}$  et de  $Q_{pj}$ . Celle-ci est somme toute en accord avec sa contrepartie de l'expérience n° 2 (Figure 6.26) puisqu'elle montre bien la supériorité de la distribution lognormale et qu'elle ne montre pas, contrairement à la Figure 6.16 de l'expérience n° 1, une chute de la valeur de  $W$  pour les quantiles correspondant au premier passage par zéro du profil de vitesse des mouvements. La seule différence notable est que, dans ce cas-ci, on observe une valeur significativement plus petite de la statistique  $W$  pour la lognormalité des centiles inférieurs à 0.2 par rapport à sa valeur pour les centiles supérieurs.

La Figure 6.36.c reproduit la Figure 6.36.a mais cette fois-ci en calculant les quantiles sur les profils delta-lognormaux reconstruits avec un RSB supérieur à 20 dB. On constate que l'on obtient la même baisse de la valeur de la statistique  $W$  à partir environ du quantile 0.6 que celle observée lors de l'expérience n° 1 (Figure 6.16.a). Cependant, on peut voir que cette baisse ne

correspond pas avec l'occurrence des passages par zéro puisque ceux-ci se retrouvent généralement vers la fin du mouvement. D'ailleurs, pour plus de la moitié des mouvements, le premier passage par zéro arrive avec l'arrêt du mouvement. Il est donc plus probable que cette baisse soit due à l'entrée en jeu de la composante antagoniste, celle-ci commençant généralement à se faire sentir dans la deuxième moitié du mouvement. L'observation de cette baisse est indéniablement un artéfact de la modélisation delta-lognormale puisqu'elle n'apparaît pas sur les profils originaux.

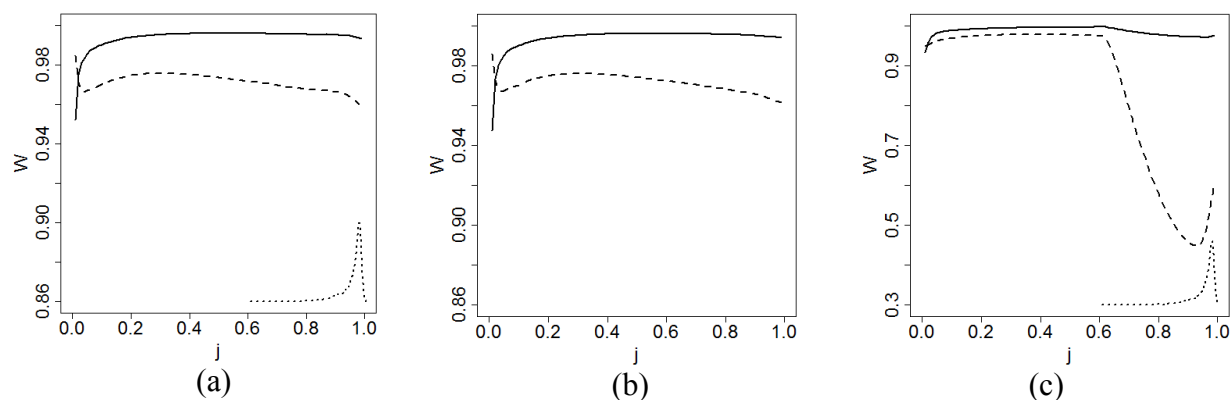


Figure 6.36 : Variation de la valeur de la statistique  $W$  du test de Shapiro-Wilk pour les comparaisons à la lognormale (trait plein) et normale (trait tireté) des caractéristiques (a)  $Q_{cj}$  et (b)  $Q_{pj}$  en fonction de  $j$ . Sur (a), la fonction de densité de  $t_{\Delta 0}$  (pointillé) a été superposée. (c) Équivalent de (a) mais pour les centiles calculés sur les profils delta-lognormaux pour lesquelles  $RSB > 20$  dB.

#### 6.3.3.4 Analyse population-groupes

La Figure 6.37 montre les graphes population-groupes obtenus pour les données de l'expérience n° 3. Encore ici, les droites convergent bien vers un foyer commun, mais cette fois-ci pour un point  $(x, y)$  avec  $x, y > 0$ . La position de ce point semble donc être assez variable d'une expérience à l'autre. Pour l'expérience n° 3, le processus proportionnel générant le mouvement semblerait commencer pour une valeur se situant quelque part autour de 100 ms, une valeur à peu près correspondante avec celle du paramètre  $t_0$ . En fait, la valeur médiane de la distribution de  $t_0$  (après rejet des  $t_0$  négatifs) est de 102 ms. Celle-ci est identifiée sur la Figure 6.37 par une ligne pointillée rouge. Comme on peut le voir, cette valeur semble bien correspondre avec le point de rencontre des droites de régression.

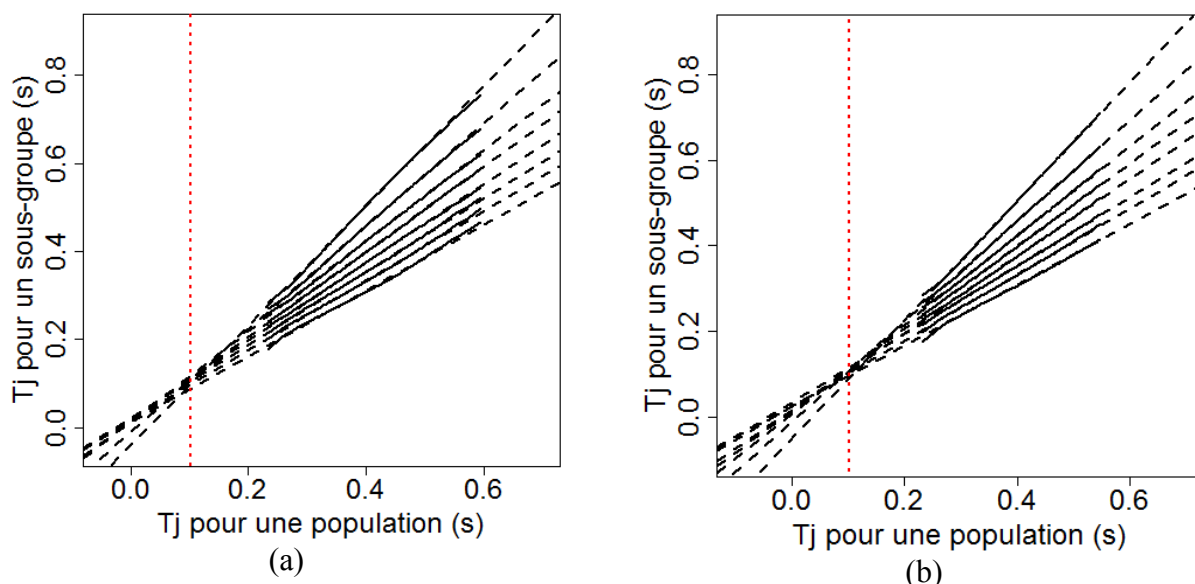


Figure 6.37 : Graphe population-groupes pour les caractéristiques (a)  $Q_{cj}$  et (b)  $Q_{pj}$  avec comme facteur de regroupement (a)  $Q_{c50}$  et (b)  $Q_{p50}$ . La ligne pointillée rouge indique la valeur médiane de  $t_0$ .

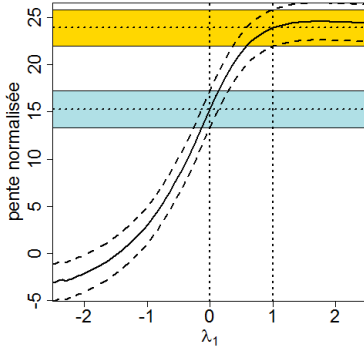
### 6.3.3.5 Proportionnalité versus additivité de l'effet de différents facteurs sur les caractéristiques temporelles du mouvement

L'utilisation de données provenant du test de compromis vitesse-précision du projet Sign@médic permet de vérifier l'impact de certains facteurs précédemment analysés (âge, sexe, NFR) en plus de permettre l'étude de trois nouveaux facteurs expérimentaux : la demi-largeur de la cible à atteindre ( $\Delta D$ ), l'amplitude du mouvement ( $D$ ) ainsi que l'indice de difficulté de la tâche, défini par  $ID = \ln\left(\frac{D}{\Delta D}\right)$ . Les résultats obtenus sont illustrés à la Figure 6.38 (page suivante).

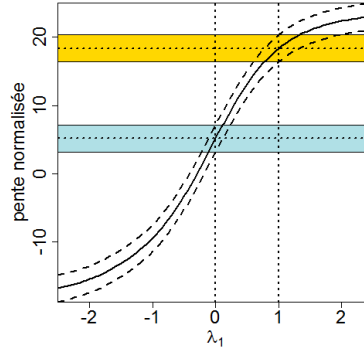
Ici encore, on observe un accroissement de l'écart entre les bandes de couleur et la valeur nulle. Cela est attribuable à l'augmentation de la puissance des tests (99.98 % pour la détection d'un effet de petite taille ( $R^2 = 0.01$ )). On note cependant que la modélisation proportionnelle est supérieure à celle additive dans presque tous les cas étant donné que les bandes bleues sont plus près de la valeur nulle que les bandes dorées. Le Tableau 6.5 (page suivante) liste la taille des effets correspondants.

Tableau 6.5 : Valeur de la pente de régression et taille de l'effet des différents facteurs (expérience n° 3).

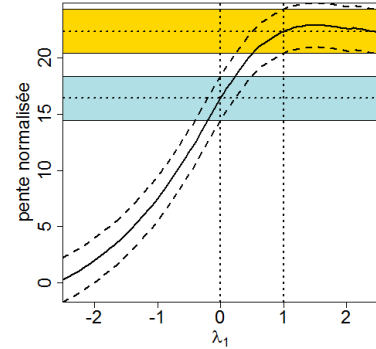
$\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2) \sim F$			Proportionnel		additif	
$T_k$	$T_j$	$F$	pente	ES ( $f^2$ )	pente	ES ( $f^2$ )
TFM	TR	Age	-4.31E-04	0.0734	-8.94E-04	0.1621
TFM	TR	Sexe	-8.50E-03	0.0238	-1.60E-02	0.0436
TFM	TR	NFR	-6.74E-03	0.0858	-1.20E-02	0.1404
TFM	TR	ID <sup>39</sup>	-1.36E-02	0.1250	-5.21E-02	0.1979
TFM	TR	Distance	-2.39E-04	0.0467	-5.11E-04	0.0920
TFM	TR	Cible	1.73E-03	0.0676	2.79E-03	0.0910
TFM	mode	Age	1.45E-04	0.0090	-7.83E-04	0.1024
TFM	mode	Sexe	4.58E-03	0.0074	-1.51E-02	0.0319
TFM	mode	NFR	2.44E-03	0.0120	-1.04E-02	0.0859
TFM	mode	ID	9.72E-03	0.0686	-2.47E-02	0.1751
TFM	mode	Distance	1.56E-06	0.0000	-3.86E-04	0.0396
TFM	mode	Cible	-2.14E-03	0.1119	3.72E-03	0.1331
mode	TR	Age	-7.44E-04	0.0835	-2.95E-03	0.1447
mode	TR	Sexe	-1.27E-02	0.0203	-4.66E-02	0.0301
mode	TR	NFR	-1.14E-02	0.0941	-4.00E-02	0.1269
mode	TR	ID	-1.95E-02	0.0987	-1.25E-01	0.1326
mode	TR	Distance	-2.78E-04	0.0967	-1.91E-03	0.1511
mode	TR	Cible	1.26E-03	0.0139	6.81E-03	0.0133



(a) TFM – TR (âge)

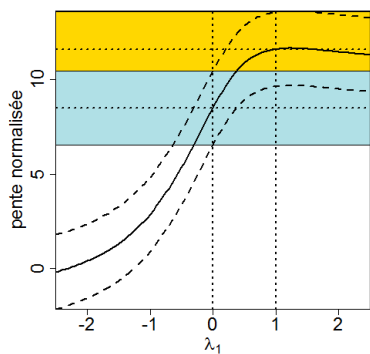


(b) TFM –  $t_3$  (âge)

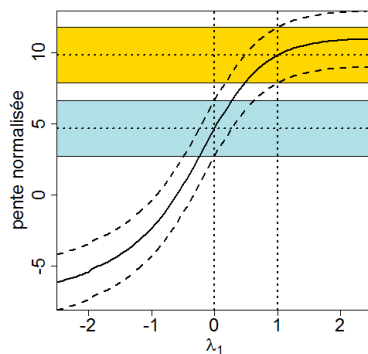
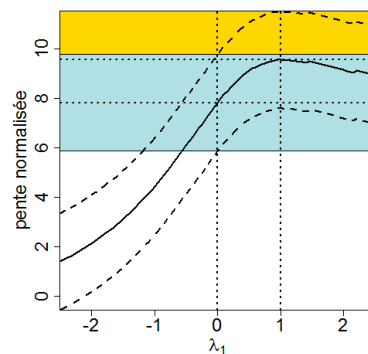
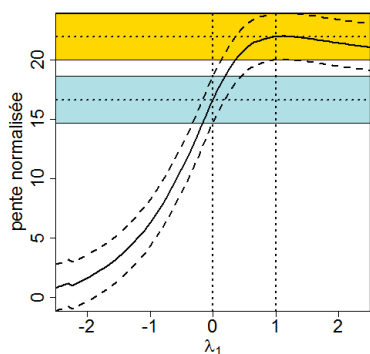


(c)  $t_3$  – TR (âge)

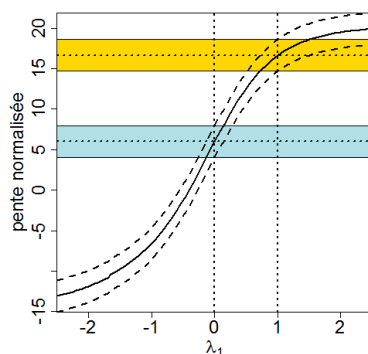
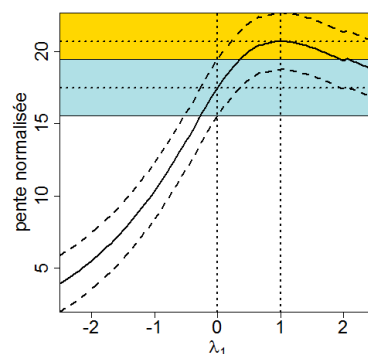
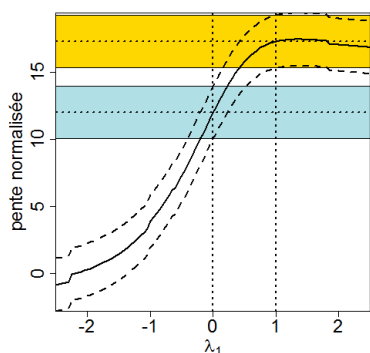
<sup>39</sup> La modélisation additive de cette relation correspond de près à la loi de Fitts. L'obtention d'un  $R^2 = 0.20$  découle du fait que la loi de Fitts modélise la variation de la valeur moyenne de  $TFM - TR$  pour chaque valeur de ID alors que dans notre cas, on modélise la variation de l'ensemble des données individuelles plutôt que celle des moyennes. La régression sur les moyennes pour notre banque de données produit un ajustement  $R^2 = 0.95$ , tel que listé au Tableau 5.2.



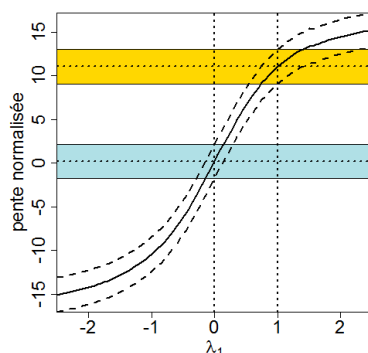
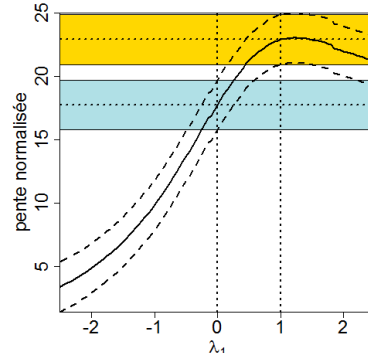
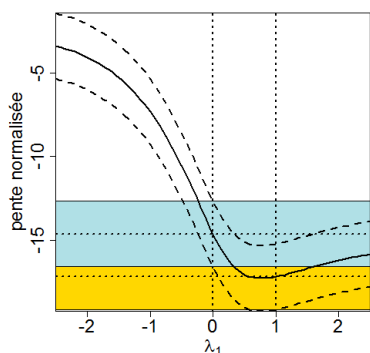
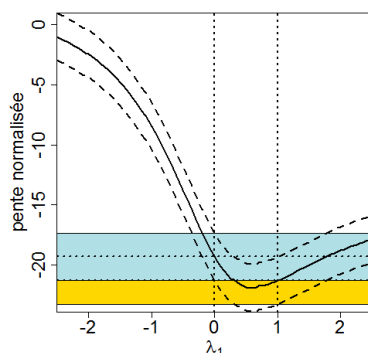
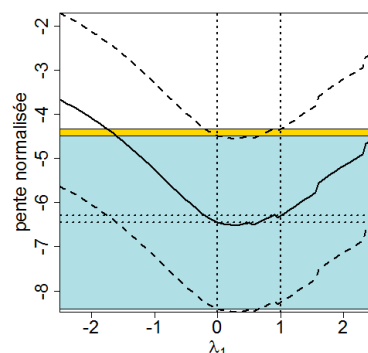
(d) TFM - TR (sexe)

(e) TFM -  $t_3$  (sexe)(f)  $t_3$  - TR (sexe)

(g) TFM - TR (NFR)

(h) TFM -  $t_3$  (NFR)(i)  $t_3$  - TR (NFR)

(j) TFM - TR (D)

(k) TFM -  $t_3$  (D)(l)  $t_3$  - TR (D)(m) TFM - TR ( $\Delta D$ )(n) TFM -  $t_3$  ( $\Delta D$ )(o)  $t_3$  - TR ( $\Delta D$ )



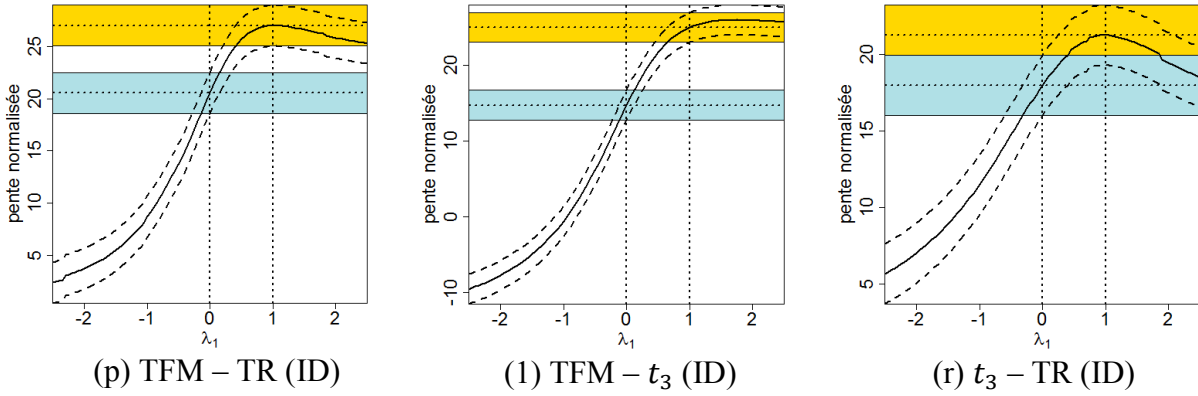
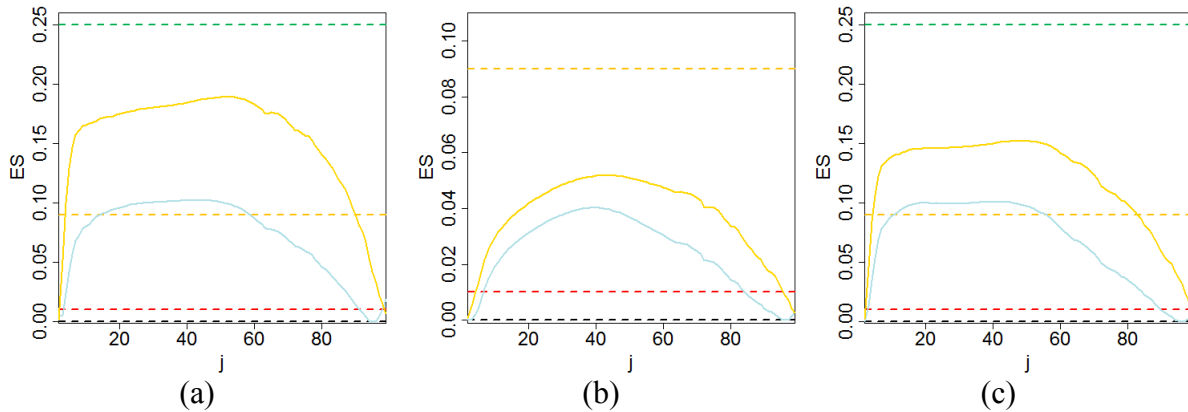


Figure 6.38 : Variation, en fonction de  $\lambda_1$ , de la pente (normalisée par l'écart-type de son estimation) de régression de  $\Delta T_{kj}(\lambda_1, \lambda_2)$  sur (a-c) l'âge, (d-f) le sexe, (g-i) le nombre de facteurs de risque et (j-l) l'amplitude du mouvement, (m-o) la largeur de la cible et (p-r) l'indice de difficulté de la tâche.

Ces résultats supportent ici encore la supériorité de la modélisation proportionnelle pour l'ensemble des facteurs étudiés. Notons cependant que l'effet non proportionnel est légèrement plus important sur cet ensemble de données.

La Figure 6.39 montre la taille de l'effet non proportionnel pour les régressions des termes  $\Delta T_{jj-1}(\lambda_1 = 0, \lambda_2)$  et  $\Delta T_{jj-1}(\lambda_1 = 1, \lambda_2)$  sur les facteurs étudiés. Comme cela a été fait pour l'expérience n° 2, les résultats pour le sous-échantillon contenant seulement les mouvements produits par des sujets en santé sont rapportés à la Figure 6.40 alors que ceux pour les mouvements provenant de sujets à la fois jeunes (âge < 55 ans) et en santé sont illustrés à la Figure 6.41.



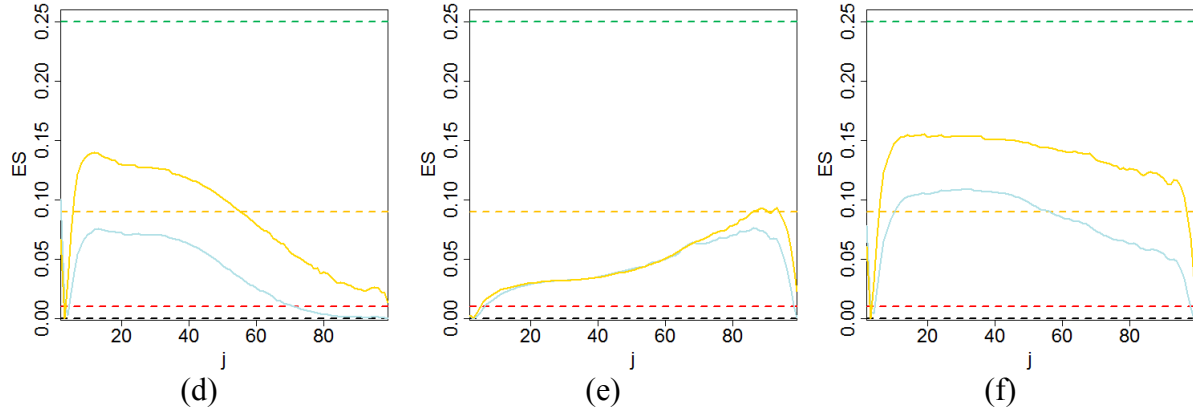


Figure 6.39 : Variation la taille de l'effet d'un facteur  $F$  pour les régressions  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (courbe bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (courbe dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \hat{\text{age}}$ , (b)  $F = \text{sexe}$ , (c)  $F = \text{NFR}$ , (d)  $F = D$ , (e)  $F = \Delta D$  et (f)  $F = ID$ .

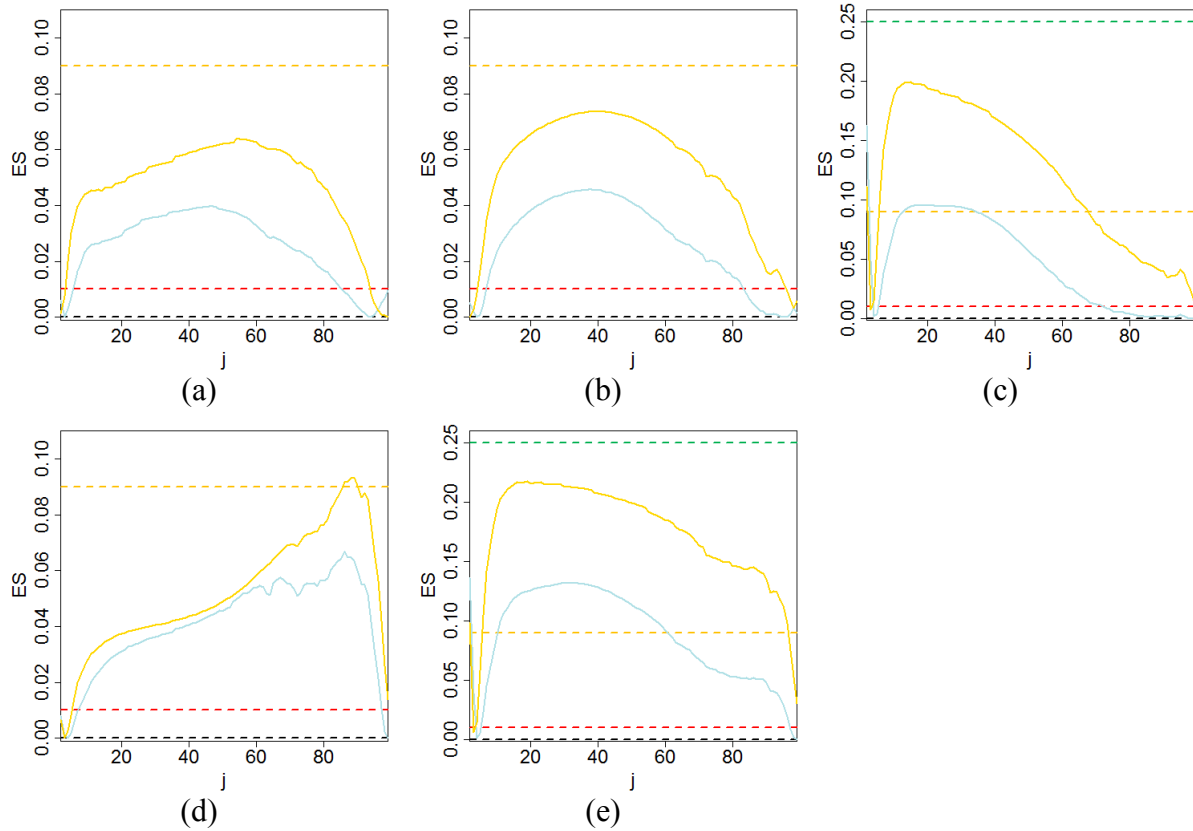


Figure 6.40 : Variation la taille de l'effet d'un facteur  $F$  pour les régressions  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (courbe bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (courbe dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \hat{\text{age}}$ , (b)  $F = \text{sexe}$ , (c)  $F = D$ , (d)  $F = \Delta D$  et (e)  $F = ID$  pour le sous-échantillon des sujets en santé.

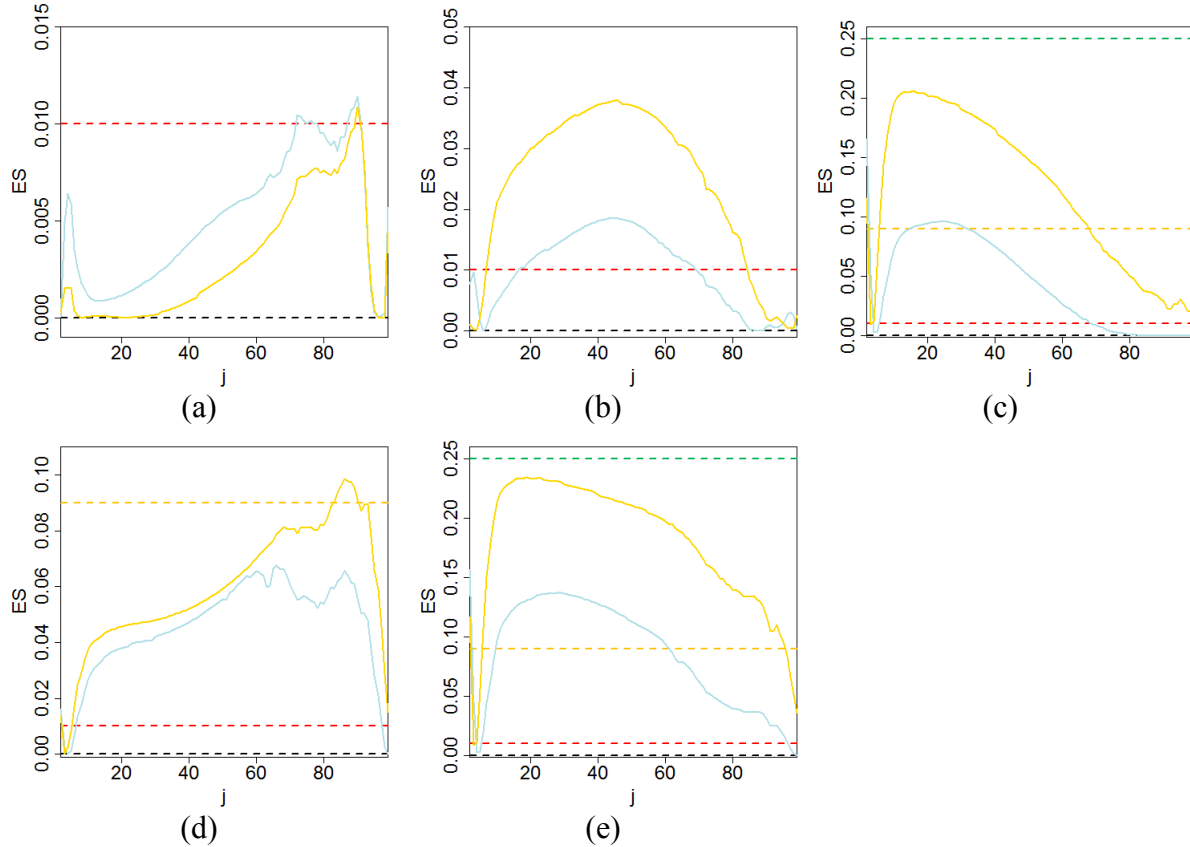


Figure 6.41 : Variation la taille de l'effet d'un facteur  $F$  pour les régressions  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 0, \lambda_2) \sim F$  (coube bleue) et  $\Delta T_{kj}(\lambda_1 = 1, \lambda_2) \sim F$  (courbe dorée) en fonction de  $j$  où  $T_j = Q_{pj}$  avec (a)  $F = \text{âge}$ , (b)  $F = \text{sexe}$ , (c)  $F = D$ , (d)  $F = \Delta D$  et (e)  $F = ID$  pour le sous-échantillon des sujets jeunes et en santé.

## 6.4 Conclusion

Dans ce chapitre, une méthodologie a été développée pour permettre de visualiser plus facilement quel modèle, parmi une famille de transformations de puissance, permet la meilleure analyse d'un phénomène décrit par un ensemble de caractéristiques temporelles. Comme il a été discuté en détail, les cas additifs et proportionnels constituent deux membres particuliers de cette famille dont l'utilisation est très répandue dans la littérature.

Il n'est pas difficile de comprendre que les modèles additifs aient eu le succès qu'on leur connaît lorsqu'ils ont été développés dans les années 20 par des chercheurs tels que Fisher pour la modélisation des facteurs environnementaux sur les cultures ou pour l'étude de l'effet de différents facteurs sur les procédés de fabrication industriels. Dans de tels cas, l'hypothèse

d'indépendance des effets peut assez bien se concevoir. Suite à ce grand succès, il n'est pas surprenant non plus que ces idées aient été appliquées à la modélisation des processus internes à l'organisme humain. Cependant, étant donné la nature fortement interdépendante des structures organiques constituant le corps, l'hypothèse d'indépendance est loin d'être une évidence dans ce cas. Si l'on pense par exemple à l'architecture neuronale, le caractère fortement complexe de son réseau peut nous laisser perplexes sur la notion d'indépendance des sous-systèmes. À titre de principe organisateur, la proportionnalité des effets paraît tout aussi, sinon plus, probable. Néanmoins, le concept de modularité des systèmes semble être aussi nécessaire dans le développement évolutionnaire des organismes (pensons par exemple à la modularisation des processus biologiques sous forme d'organes distincts bien qu'interreliés) que pour le développement des systèmes en ingénierie. Il semble donc qu'un partenariat des modèles proportionnels et sériels soit nécessaire, comme montré en exemple par le cas des mouvements humains.

Mais si l'on veut bien cerner ce qui est en jeu et départager les aspects sériels de ceux proportionnels, il semble important de distinguer clairement les deux principaux types de modélisation et leurs outils associés. Tout d'abord, le modèle sériel est caractérisé par une additivité des temps de délai associés aux différents effets et aux diverses étapes de traitement de l'information, par une indépendance des sous-systèmes (c.-à-d. par une architecture modulaire), par l'émergence de distributions normales et par l'utilisation de l'ANOVA et de la régression linéaire au niveau de l'analyse statistique. Pour sa part, la modélisation proportionnelle est caractérisée par une multiplication des effets, par l'émergence de relations logarithmiques et de distributions lognormales, par une dépendance proportionnelle des étapes de traitement qui peut se modéliser davantage par une subsomption (voir Figure 2.3) que par une sérialisation et par l'utilisation de modèles linéaires généralisés utilisant une fonction lien logarithmique pour l'analyse statistique.

La méthodologie développée dans ce chapitre a été appliquée à trois ensembles de données distincts. Ceci a permis d'évaluer l'hypothèse voulant que la loi de proportionnalité soit, dans certains cas, tel que celui de la génération des mouvements, plus avantageuse que la modélisation additive sérielle. Ce jugement prend ici appui sur la parcimonie relative des modèles, un critère bien résumé par le principe du rasoir d'Occam. Celui-ci stipule que « Les entités ne doivent pas être multipliées par delà ce qui est nécessaire ». L'application de cette règle

dans notre contexte implique qu'entre deux représentations décrivant aussi bien les observations empiriques, on considèrera meilleure celle qui est la plus simple (c.-à-d. si elle fait intervenir moins de facteurs, de variables).

Nos données illustrent clairement la supériorité de la modélisation proportionnelle dans presque tous les aspects de la production des mouvements de pointage rapide ou d'aller-retour. Le seul endroit où un modèle sériel (additif) est sans conteste plus représentatif concerne le temps de délai associé au choix du stimulus.

Notons d'autre part qu'afin d'assurer la validité interne de nos analyses, nos conclusions ont d'abord été étayées sur une banque de données de sujets sains (expérience n° 1). Puis, pour vérifier la validité externe de notre étude, les mêmes outils ont été utilisés sur une banque de données provenant d'un échantillon de sujets ayant des conditions de santé beaucoup plus hétérogènes (expérience n° 2 et 3). Les résultats expérimentaux pour les trois expériences montrent des tendances générales semblables, ce qui tend à confirmer la justesse et la généralité de nos observations. D'ailleurs, lors de nos investigations, les analyses présentées pour l'expérience n° 2 ont aussi été réalisées sur les sous-échantillons SENS et SES. Les tendances qu'on y a relevées suivent de très près celles décrites pour l'échantillon complet. Ces résultats n'ont donc pas été inclus dans ce chapitre afin d'éviter d'en alourdir inutilement la lecture.

En résumé, nos données supportent deux grandes conclusions :

- I) L'exécution d'un mouvement de pointage rapide suit un processus proportionnel. En cela, il est peu adapté à une modélisation sérielle telle que proposée par les différents modèles utilisant un nombre  $n$  de sous-mouvements séquentiels.
- II) Il semble y avoir un découplage (c.-à-d. une sérialisation) des étapes de préparation et d'exécution du mouvement. En effet, nos résultats indiquent clairement la supériorité du modèle additif lorsque l'on modélise l'effet d'un facteur associé à la préparation du mouvement (choix du stimulus) sur des caractéristiques temporelles associées à l'exécution du mouvement (RT, TFM, mode, quantiles).

De plus, un certain nombre d'observations suggèrent d'autres hypothèses ou pistes de recherche à explorer :

- i) L'application du modèle Delta-Lognormal semble compromettre la proportionnalité des mouvements lorsque la composante antagoniste entre en action. À la lumière de ce constat et de l'observation que les composantes agoniste et antagoniste sont fortement corrélées (voir Chapitre 5), il serait justifié d'évaluer expérimentalement si une meilleure préservation de la lognormalité peut être obtenue par l'adoption d'un modèle  $\Delta\Lambda$  où la composante antagoniste serait déclenchée à un instant  $t_{02}$  dont la valeur serait proportionnelle à  $t_{01}$  (c.-à-d. au paramètre  $t_0$  de la composante agoniste).
- ii) Les graphiques population-groupes pourraient fournir une information précieuse à la compréhension du processus de génération des mouvements humains si la localisation de son foyer pouvait être stabilisée par un meilleur contrôle expérimental, une procédure d'élimination des données aberrantes plus adéquates ou la définition de facteurs de regroupement plus stables. Davantage d'investigations seront nécessaires pour conclure à ce sujet. Si une telle stabilisation pouvait être atteinte, étant donné la conclusion II, on s'attendrait à obtenir un foyer en position  $(x, y)$  avec  $x, y > 0$ . Il serait alors envisageable d'évaluer l'existence d'un lien entre la valeur moyenne de  $t_0$  et celle de  $x$ .
- iii) Il fait peu de doutes que les temps de réaction sont distribués principalement de façon lognormale impliquant une proportionnalité des processus les générant. Cependant, puisque ceux-ci sont généralement enregistrés à la suite de l'exécution d'une tâche motrice (p. ex., appuyer sur un bouton), il n'est pas clair si la proportionnalité est propre à l'activité motrice ou si elle s'étend aussi aux processus psychiques. Pour tester l'hypothèse de la proportionnalité de l'activité cognitive, il faudrait évaluer la distribution de mesures directes de l'activité cérébrale.

## **PARTIE II    CONTRIBUTION À LA RECHERCHE DE SOLUTIONS AU PROBLÈME DE L'EXTRACTION DES PARAMÈTRES LOGNORMAUX**

La deuxième partie de cette thèse regroupe les chapitres portant sur le problème de l'estimation des paramètres lognormaux.

Le Chapitre 7 présente d'abord les résultats obtenus dans la conception de deux algorithmes d'extraction des paramètres sigma-lognormaux, soit un extracteur général s'appliquant à n'importe quel mouvement complexe et un second extracteur conçu spécifiquement pour des tâches où les mouvements attendus sont stéréotypés.

Le Chapitre 8 s'attaque pour sa part au problème de l'extraction delta-lognormale des mouvements simples. Ce problème a été beaucoup plus étudié dans le passé que celui de l'extraction sigma-lognormale et la caractéristique principale de l'apport faite à cette thématique est de proposer pour la première fois un algorithme d'extraction qui permette d'obtenir la solution globalement optimale à ce problème.

## CHAPITRE 7 EXTRACTION SIGMA-LOGNORMALE DES MOUVEMENTS COMPLEXES

Pour permettre l'utilisation du modèle Sigma-Lognormal dans l'analyse des mouvements humains, il faut disposer d'un algorithme de régression permettant d'obtenir les paramètres du modèle reconstruisant le plus fidèlement possible les mouvements à étudier. Or, le développement d'un tel algorithme est extrêmement complexe étant donné la non-linéarité de ce problème d'optimisation, le nombre élevé et variable de paramètres en jeu, l'existence d'une multitude de minimums locaux et le mauvais conditionnement de l'optimisation lognormale.

Avant le début de ces travaux, une étude préliminaire a été réalisée (Guerfali & Plamondon, 1998) sur l'extraction des paramètres lognormaux de mouvements complexes. Cependant, il n'existait aucun algorithme pouvant traiter automatiquement une grande banque de données de mouvements. La réalisation d'un tel algorithme a donc été un axe de recherche important dans le cadre de cette thèse. À cette fin, deux systèmes ont été développés. Le premier, l'extracteur Xzéro Robuste (X0R), permet la reconstruction automatique de n'importe quel mouvement complexe et cela à partir d'aucun *a priori*. Cette approche est intéressante puisque les paramètres ainsi obtenus ne sont influencés par aucune hypothèse concernant la modélisation sigma-lognormale du mouvement étudiés. La section 7.1 présente cet algorithme.

Bien que l'extracteur X0R affiche plusieurs caractéristiques désirables, les paramètres qu'il fournit peuvent être difficiles à analyser statistiquement quand ceux-ci proviennent d'un échantillon de plusieurs mouvements stéréotypés (p. ex. un ensemble de mouvements oscillatoires, de triangles, de carrés, etc.). Ceci découle du fait que chacun des mouvements reconstruits peut alors être décrit par des plans d'action très différents comportant un nombre variable de paramètres. Le problème visant à établir une correspondance entre les paramètres provenant des différents mouvements est alors épineux et les techniques statistiques semblent alors être de peu d'utilité. Pour répondre à ce problème, un algorithme d'extraction basé sur l'utilisation d'un prototype de mouvement a été élaboré et est présenté à la section 7.2.



## 7.1 Extraction Xzéro Robuste

### 7.1.1 Généralités sur l'algorithme

Les travaux menant à la réalisation de l'algorithme Xzéro Robuste (X0R) avaient pour but d'appliquer au cas  $\Sigma\Delta$  l'algorithme Xzéro (Djioua & Plamondon, 2009), développé pour l'extraction  $\Delta\Delta$ . Il a alors été constaté que Xzéro ne produisait pas toujours des solutions assez robustes lorsqu'utilisé dans un cadre  $\Sigma\Delta$  sur des données réelles. L'algorithme X0R a donc été développé en partie pour obtenir des solutions plus robustes que celles produites par Xzéro. De plus, contrairement à Xzéro, X0R doit prendre en compte un nombre arbitraire de composantes lognormales et doit pouvoir estimer la valeur des paramètres angulaires du modèle  $\Sigma\Delta$ .

La description de l'algorithme X0R proposée ici reprend plusieurs des éléments présentés dans (O'Reilly & Plamondon, 2008; 2009) portant sur l'extraction  $\Sigma\Delta$ . Cependant, elle laisse tomber les éléments dont la contribution à l'obtention de résultats satisfaisants ne contrebalançait pas suffisamment la complexité qu'ils ajoutaient. De plus, cette présentation propose certaines modifications qui ont permis l'obtention de résultats significativement supérieurs à ceux rapportés précédemment. Certaines de ces nouveautés ont aussi été présentées dans les articles (Plamondon, Djioua, & O'Reilly, 2009; Plamondon, O'Reilly, Galbally, Almaksour, & Anquetil, soumis) dressant l'état de l'art concernant la Théorie Cinématique et ses applications.

L'extracteur développé opère selon deux modes. Il démarre dans un mode séquentiel dans lequel il extrait les paramètres lognormaux dans l'ordre temporel d'apparition des *composantes neuromusculaires* du mouvement. Ce mode fonctionne généralement assez bien, mais il arrive qu'il manque certains pics de vitesse significatifs. Pour cette raison, lorsque l'algorithme a atteint la fin du signal sans produire un RSB de reconstruction jugé suffisamment élevé (25 dB a été considéré pour cette valeur seuil), l'extracteur entre dans le second mode d'extraction. Il extrait alors les composantes lognormales restantes par ordre décroissant de l'importance de leur effet sur le mouvement, jugé ici par l'importance de l'aire sous leur courbe de vitesse.

### 7.1.2 Identification des composantes neuromusculaires

Peu importe le mode dans lequel l'algorithme opère, pour estimer la valeur des paramètres  $\Sigma\Delta$ , les composantes neuromusculaires doivent d'abord être localisées sur le profil de vitesse  $v_t(t)$  du

mouvement. Pour ce faire, il faut pouvoir identifier leurs points caractéristiques parmi l'ensemble des échantillons du signal. À cette fin, on considère cinq points caractéristiques  $p_i = (t_i, v_{ti})$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ) dont la définition est donnée dans le Tableau 7.1.

Tableau 7.1 Définition des cinq points caractéristiques.

i	Définition ( $p_i$ )	Valeur numérique ( $p_{i_n}$ )
1	Début de la composante. Son occurrence correspond au temps $t_0$ .	Premier point précédant $p_{3_n}$ qui est un minimum local ou qui a une amplitude inférieure à 1 % de $v_{t_{3_n}}$ .
2	Premier point d'inflexion.	Premier zéro de $\dot{v}_{t_n}$ précédant $p_{3_n}$ .
3	Maximum local.	Maximum local de $v_{t_n}$ .
4	Second point d'inflexion.	Premier zéro de $\dot{v}_{t_n}$ suivant $p_{3_n}$ .
5	Fin de la composante. Celui-ci a lieu théoriquement à $t = \infty$ mais on peut utiliser une définition plus pratique. Par exemple, on peut considérer un intervalle $[t_1, t_5]$ tel qu'il englobe X % de l'aire totale de la composante.	Premier point suivant $p_{3_n}$ qui est un minimum local ou qui a une amplitude inférieure à 1 % de $v_{t_{3_n}}$ .

Puisque la présence de bruit sur le signal peut générer de fausses séries de points caractéristiques, un élagage est nécessaire pour conserver seulement les séries qui semblent pertinentes. À cette fin, on ne garde que les séries dont l'amplitude maximale (c.-à-d.  $v_{t_3}$ ) est au moins  $1/\kappa$  fois la valeur maximale de  $v_t$ . Nos expérimentations ont indiqué qu'il peut être pertinent de changer la valeur de  $\lambda$  selon le mode d'opération de l'algorithme. Sur notre banque de données,  $\kappa = 20$  pour le premier mode et  $\kappa = 10$  pour le second mode ont permis l'obtention des meilleurs résultats.

De plus, une étape d'élagage supplémentaire est appliquée dans le premier mode d'opération afin de s'assurer que l'algorithme progresse constamment du début vers la fin du signal. Celle-ci élimine les séries ne respectant pas la condition  $t_{3(i+1)} > t_{3i} + 5ms$ , où  $t_{3i}$  est le temps d'occurrence du point maximum de la  $i^e$  composantes neuromusculaires.

### 7.1.3 Estimation Xzéro et Xzéro Robuste

Les points caractéristiques des pics de vitesse fournissent les données nécessaires à l'estimation XOR. Une partie de cet algorithme repose sur une généralisation des concepts utilisés par l'algorithme Xzéro publié dans (Djioua & Plamondon, 2009). Il semble donc pertinent de présenter comment ces concepts sont utilisés dans le cadre de l'algorithme Xzéro pour ensuite montrer comment leur utilisation est généralisée dans l'algorithme XOR.

Xzéro exploite les passages par zéro de la première et de la seconde dérivée de l'équation lognormale mise à l'échelle et décalée temporellement. Les expressions analytiques de ces dérivés sont données par les équations suivantes

$$\dot{\Lambda}(t - t_0) = -\frac{\Lambda(t - t_0)}{\sigma(t - t_0)}(\sigma + k) \quad (7.1)$$

$$\ddot{\Lambda}(t - t_0) = -\frac{\Lambda(t - t_0)}{\sigma^2(t - t_0)^2}(k^2 + 3k\sigma + 2\sigma^2 - 1) \quad (7.2)$$

où  $k$  est défini comme suit :

$$k = \frac{\ln(t - t_0) - \mu}{\sigma} \quad (7.3)$$

Les zéros non triviaux de (7.1) et (7.2) peuvent être utilisés pour obtenir l'amplitude et l'occurrence temporelle des points  $p_2$ ,  $p_3$  et  $p_4$ . De plus, on choisira  $p_1$  et  $p_5$  de façon à ce qu'ils définissent l'intervalle de temps contenant 99.97 % de l'aire sous la courbe lognormale. Les expressions analytiques correspondantes sont données par

$$t_i = t_0 + e^\mu e^{-a_i} \quad i \in \{1, 2, \dots, 5\} \quad (7.4)$$

$$v_{ti} = \frac{D}{\sqrt{2\pi}} e^{-\mu} \sigma^{-1} e^{\left(a_i - \frac{a_i^2}{2\sigma^2}\right)} \quad i \in \{1, 2, \dots, 5\} \quad (7.5)$$

avec le paramètre  $a_i$  défini tel que

$$\begin{cases} a_1 = 3\sigma \\ a_2 = 1.5\sigma^2 + \sigma\sqrt{0.25\sigma^2 + 1} \\ a_3 = \sigma^2 \\ a_4 = 1.5\sigma^2 - \sigma\sqrt{0.25\sigma^2 + 1} \\ a_5 = -3\sigma \end{cases} \quad (7.6)$$

En utilisant ces relations, il peut être montré que  $\sigma$  peut être estimé en résolvant l'équation non linéaire suivante :

$$\frac{t_{3_n} - t_{1_n}}{t_{5_n} - t_{1_n}} = \frac{e^{-a_3} - e^{-a_1}}{e^{-a_5} - e^{-a_1}} \quad (7.7)$$

Les valeurs de  $t_0$ ,  $D$  et  $\mu$  peuvent alors être calculées avec les équations suivantes :

$$t_0 = t_{i_n} - e^\mu e^{-a_i} \quad (7.8)$$

$$D = \sqrt{2\pi} v_{ti_n} e^\mu \sigma e^{\left(\frac{a_i^2}{2\sigma^2} - a_i\right)} \quad (7.9)$$

$$\mu = \ln\left(\frac{t_{i_n} - t_{j_n}}{e^{-a_i} - e^{-a_j}}\right) \quad (7.10)$$

Ces expressions sont données dans la forme généralisée qui sera utilisée dans l'algorithme X0R. L'algorithme Xzéro utilise les valeurs  $i = 3$  dans (7.8) et (7.9) et  $(i = 4, j = 2)$  dans (7.10).

Sous l'hypothèse que la contribution antagoniste est non significative en regard de celle agoniste, les relations (7.7) à (7.10) sont utilisées directement sur  $|v_t(t)|$  pour calculer les paramètres agonistes. Cela permet l'approximation de la vitesse tangentielle de la partie agoniste de l'équation delta-lognormale ( $|v_{t1}(t)|$ ). La soustraction de ce terme à  $|v_t(t)|$  permet d'obtenir une estimation de la composante de vitesse antagoniste ( $|v_{t2}(t)|$ ). Ce signal est alors utilisé pour extraire les paramètres antagonistes suivant une méthodologie similaire à celle utilisée pour la lognormale agoniste.

Bien que Xzéro ait montré d'excellentes performances pour l'extraction des paramètres  $\Delta\Lambda$  (Djioua & Plamondon, 2009), celui-ci ne peut pas être utilisé directement pour l'analyse des mouvements complexes. Pour traiter ce type de mouvements, il est nécessaire de généraliser cette méthodologie et de la compléter. C'est ce que propose l'estimateur X0R. Tout comme pour Xzéro, les équations (7.4)-(7.6) forment la base de l'estimation des paramètres cinématiques (c.-à-d.  $t_0$ ,  $D$ ,  $\mu$  et  $\sigma$ ) de l'estimation X0R, les paramètres angulaires (c.-à-d.  $\theta_d$  et  $\theta_f$ ) étant estimés dans un second temps.

Pour développer des estimateurs pour les quatre paramètres cinématiques, six contraintes peuvent être appliquées sur les points  $p_2$ ,  $p_3$  et  $p_4$ . Celles-ci sont de la forme  $v_{ti\_a} = v_{ti\_n}$  ou  $t_{i\_a} = t_{i\_n}$ , le terme de gauche étant donné par (7.4)-(7.5) et le terme de droite prenant une valeur numérique extraite sur le profil de vitesse, tel que décrit à la troisième colonne du Tableau 7.1.

De ces six contraintes, 15 différentes combinaisons de quatre contraintes sont disponibles pour estimer la valeur des paramètres lognormaux. Cependant, on peut montrer que seulement deux des trois contraintes sur les valeurs de  $v_{ti}$  sont libres, la troisième pouvant être déduite des deux autres. Les trois ensembles de contraintes utilisant les trois contraintes sur  $v_{ti}$  sont donc sous-définis ce qui les rend inutiles. De plus, les trois ensembles de contraintes utilisant les trois contraintes sur  $t_i$  nécessitent la résolution numérique de la valeur du paramètres  $\sigma$  comme c'est le cas pour l'équation (7.7). Ces trois ensembles sont donc aussi rejetés pour préférer seulement les neuf combinaisons permettant d'obtenir une résolution analytique pour la valeur du paramètre  $\sigma$ .

Les valeurs de  $D$ , de  $t_0$  et de  $\mu$  peuvent être calculées en utilisant différentes combinaisons de  $v_{ti\_n}$  and  $t_{i\_n}$  ( $i = 2,3,4$ ) dans les équations (7.8) à (7.10). Pour ce qui est de la valeur de  $\sigma$ , son expression dépend du choix des  $v_{ti\_n}$  et prend la forme suivante :

$$\sigma = \begin{cases} \sqrt{-2 - 2\ln\left(\frac{v_{tl\_n}}{v_{t3\_n}}\right) - \frac{1}{2\ln\left(\frac{v_{tl\_n}}{v_{t3\_n}}\right)}} & l \in \{2,4\} \\ \sqrt{2 \sqrt{1 + \ln^2\left(\left(\frac{v_{t4\_n}}{v_{t2\_n}}\right)\right)} - 2} \end{cases} \quad (7.11)$$

Chacune des neuf combinaisons de contraintes retenues forme un estimateur différent pour les paramètres lognormaux. La Figure 7.1 illustre graphiquement un exemple d'application pour chacun de ces ensembles de contraintes.

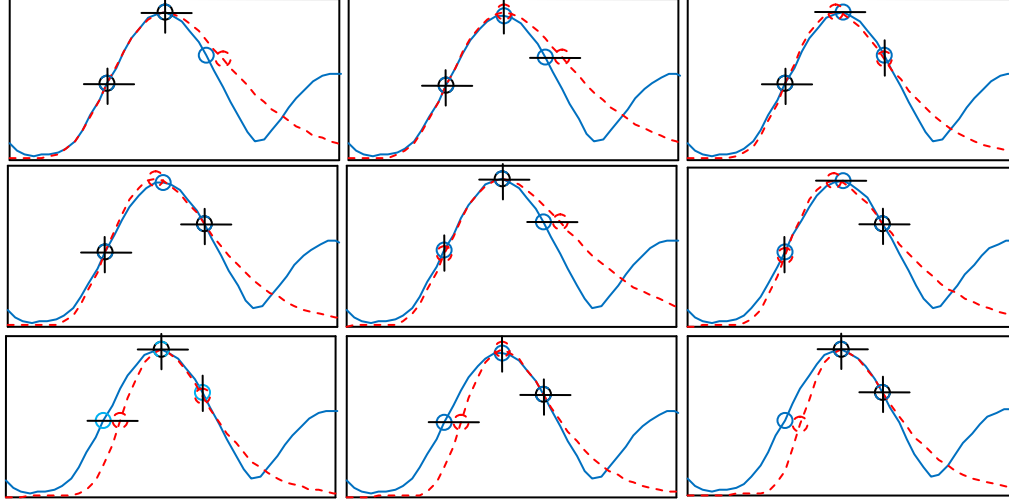


Figure 7.1 : Exemple de résultats obtenus avec les neuf estimateurs retenus. Les barres noires représentent une contrainte d'égalité entre la valeur observée (courbe pleine bleue) et la valeur estimée (courbe tiretée rouge) pour l'amplitude (barre horizontale) ou le temps d'occurrence (barre verticale) d'un des trois points caractéristiques (cercles).

Parmi les neuf estimations calculées, on conserve celle qui minimise la fonction d'erreur suivante :

$$\int_{t_1}^{t_5} \left( (v_t(t) - \hat{D}\Lambda(t - \hat{t}_0; \hat{\mu}, \hat{\sigma}))\Lambda(t - \hat{t}_0; \hat{\mu}, \hat{\sigma}) \right)^2 dt \quad (7.12)$$

Cette fonction mesure la somme du carré de l'erreur d'estimation pondérée par la fonction lognormale estimée. Cette pondération assure un poids plus important aux points centraux, ce qui est un comportement désirable puisque les points aux extrémités de la lognormale sont généralement bruités par la superposition des composantes neuromusculaires voisines.

#### 7.1.4 Prétraitement des séries de points caractéristiques

Un certain nombre de prétraitements sur les points caractéristiques doivent être effectués afin d'améliorer les performances de l'algorithme ou, tel que discuté dans (O'Reilly & Plamondon,

2009), pour éviter que l'estimateur XOR ne donne des valeurs aberrantes (p. ex. des valeurs imaginaires).

Le premier traitement effectué consiste en l'interpolation linéaire de la valeur de  $t_3$  et de  $v_{t3}$ . Les points caractéristiques extraits étant numérisés à une fréquence finie (dans notre cas, 200 Hz), une valeur plus exacte pour de  $t_3$  et  $v_{t3}$  peut être obtenue par interpolation. Pour ce faire, on dérive  $v_t$  pour obtenir l'accélération  $a_t$  et l'on interpole linéairement le signal  $a_t$  pour trouver le moment exact où ce signal s'annule.

On serait tenté d'appliquer un raisonnement similaire aux points  $(t_2, v_{t2})$  et  $(t_4, v_{t4})$ , mais dans ce cas, l'interpolation ne produit pas en une hausse significative des performances de l'algorithme. On peut suspecter que cela soit dû au fait que, pour ces deux points, l'interpolation doit se faire sur la dérivée seconde de la vitesse et que l'opération de dérivation amplifie le bruit haute fréquence, ce qui est susceptible d'annuler le gain de précision recherché par l'interpolation.

Pour ce qui est du prétraitement visant à éviter que XOR ne produise des résultats aberrants, il faut s'assurer que les points caractéristiques  $p_2$  et  $p_4$  se trouvent, par rapport aux points  $p_3$ , à une position qui soit possible en regard de l'étendue de variabilité que l'on est prêt à accepter pour les valeurs de  $\mu$  et de  $\sigma$ . Si l'on note ces intervalles comme étant  $[\mu_-, \mu_+]$  et  $[\sigma_-, \sigma_+]$ , on peut établir l'espace de variabilité des points  $p_2$  et  $p_4$  par rapport aux points  $p_3$  tel qu'illustré sur la Figure 7.2 (page suivante), où  $\beta_{i3} = \frac{v_{ti}}{v_{t3}}$  et  $\Delta t_{i3} = t_i - t_3$ .

Notons que dans l'axe des ordonnées, l'espace de variabilité est borné simplement par des lignes  $\beta_{i3} = x$ , où  $x$  est une constante dont l'expression est à trouver. Pour ce faire, on utilise les relations suivantes<sup>40</sup>

$$\beta_{23\pm} = \frac{v_{t2}}{v_{t3}} = e^{-0.25\left(\sigma_{\mp}^2 + \sigma_{\mp}\sqrt{\sigma_{\mp}^2 + 4} + 2\right)} \quad (7.13)$$

---

<sup>40</sup> Notez l'inversion des indices  $\pm$  selon le terme considéré, de façon à retenir les valeurs maximales ou minimales des paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  en accord ce qui est illustré sur la Figure 7.2.b.

$$\beta_{43\pm} = \frac{v_{t4}}{v_{t3}} = e^{-0.25\left(\sigma_{\mp}^2 - \sigma_{\mp}\sqrt{\sigma_{\mp}^2 + 4} + 2\right)} \quad (7.14)$$

qui permettent de restreindre la variabilité des amplitudes de  $p_2$  et  $p_4$  de telle sorte que  $v_{t2\_n} \in \{v_{t3\_n}[\beta_{23-}, \beta_{23+}] = [v_{t2-}, v_{t2+}]\}$  et  $v_{t4\_n} \in \{v_{t3\_n}[\beta_{43-}, \beta_{43+}] = [v_{t4-}, v_{t4+}]\}$ .

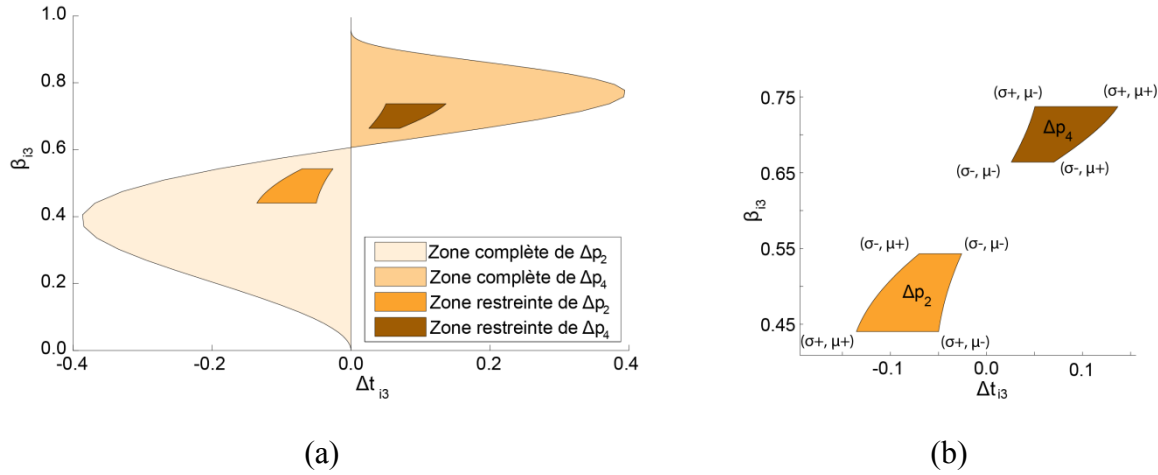


Figure 7.2 : Zone de variabilité des points  $\Delta p_i = (\Delta t_{i3}, \beta_{i3})$ . (a) Cette figure montre les zones où peuvent se retrouver les points  $\Delta p_i$  si aucune restriction n'est mise sur la valeur des paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  ainsi que les zones réduites si l'on restreint ces paramètres tel que  $\mu = [-2.0, -1.0]$  et  $\sigma = [0.2, 0.5]$ . (b) Cette figure montre la valeur des paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  aux coins des zones restreintes.

Dans l'axe des abscisses, la borne est plus complexe puisqu'elle varie en fonction de la valeur de  $\beta_{i3}$ . En considérant  $\Delta t_{23} = t_2 - t_3$  avec les expressions de  $t_2$  et  $t_3$  définies en (7.4), on peut obtenir le développement suivant :

$$\begin{aligned} t_{2\pm}(\beta_{23}) &= t_{3\_n} + \Delta t_{23\pm} \\ &= t_{3\_n} + e^{\mu_{\mp}} e^{-\sigma^2} \left[ e^{-\frac{\sigma^2}{2} - \sqrt{\frac{\sigma^4}{4} + \sigma^2}} - 1 \right] \end{aligned} \quad (7.15)$$

On peut alors substituer dans cette équation l'expression  $\sigma = \sqrt{-2 - 2 \ln(\beta_{23}) - \frac{1}{2 \ln(\beta_{23})}}$  obtenue à partir de (7.11) pour obtenir



$$t_{2\pm}(\beta_{23}) = t_{3-n} + e^{\mu_{\mp}} \beta_{23}^2 e^{\frac{1}{2\ln(\beta_{23})}} [\beta_{23}^2 e - 1] \quad (7.16)$$

De façon analogue, on trouve

$$t_{4\pm}(\beta_{43}) = t_{3-n} + e^{\mu_{\mp}} \beta_{43}^2 e^{\frac{1}{2\ln(\beta_{43})}} [\beta_{43}^2 e - 1] \quad (7.17)$$

Avec ces bornes, on ajuste la valeur du point  $p_2$  comme suit : si  $v_t > v_{t2+}$  pour tout  $t_1 \leq t < t_3$ , alors il y a trop d'effets de superposition du mode précédent pour extraire la position de  $p_2$ . On place donc  $p_2$  au milieu de la zone de variabilité (Figure 7.3.a). Sinon, si la courbe  $v_t$  passe complètement à gauche (resp. à droite) de la zone de variabilité, alors on utilise  $v_{t2-n} = v_{t3-n} \frac{\beta_{23-} + \beta_{23+}}{2}$  et  $t_{2-} \left( \frac{\beta_{23-} + \beta_{23+}}{2} \right)$  (resp.  $t_{2+} \left( \frac{\beta_{23-} + \beta_{23+}}{2} \right)$ ) (Figure 7.3.b-c). Sinon, la courbe  $v_t$  passe nécessairement dans la zone de variabilité. Cependant, si le point  $p_2$  original (c.-à-d. avant prétraitement) est à l'extérieur de la zone de variabilité, on fixe  $p_2$  au point de la courbe  $v_t$  à l'intérieur de la zone de variabilité qui est le plus près du point  $p_2$  original (Figure 7.3.c-d). Dans le cas contraire, aucun prétraitement n'est nécessaire (Figure 7.3.f). La même logique est appliquée au prétraitement du point  $p_4$ .

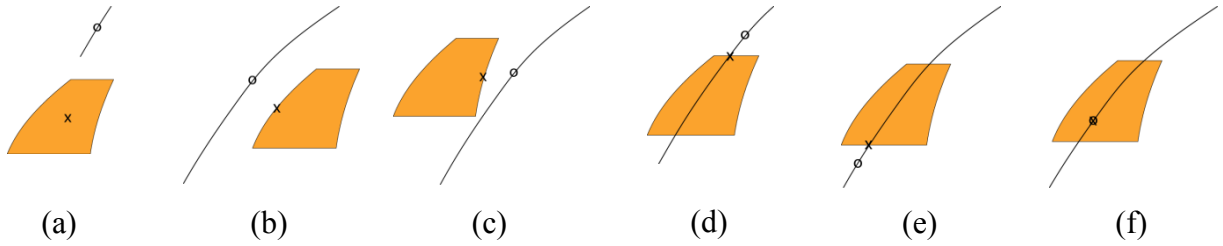


Figure 7.3 : Illustration des différents cas possibles lors du prétraitement du point  $p_2$  : (a) la courbe  $v_t$  ne descend pas jusqu'à la zone de restriction, (b) la courbe passe à la droite de la zone ou (c) à la gauche de la zone, (d-e) la courbe passe dans la zone mais le point  $p_2$  original n'est pas dans la zone et (f) le point  $p_2$  original est dans la zone. Le marqueur « o » représente le point  $p_2$  original alors que le marqueur « x » représente le point  $p_2$  corrigé par le prétraitement. Seulement le cas (f) n'exige aucun prétraitement de telle sorte que les marqueurs « o » et « x » sont superposés.

### 7.1.5 Estimation des paramètres angulaires

Une fois que les paramètres  $D$ ,  $t_0$ ,  $\mu$  et  $\sigma$  d'une composante neuromusculaire ont été estimés, il reste à évaluer la valeur des paramètres angulaires  $\theta_d$  et  $\theta_f$ . Puisque le modèle  $\Sigma\Lambda$  considère que les composantes neuromusculaires forment une trajectoire en arc de cercle, l'angle de la trajectoire d'une composante neuromusculaire varie linéairement en fonction de la distance parcourue (c.-à-d.  $\phi(t) \propto \int v_t(t)dt$ ). Cette propriété est donc utilisée pour l'estimation des paramètres angulaires. Pour ce faire, on calcul  $\Delta = \frac{d\phi(t_3)}{dt}$  comme étant la pente de cette relation linéaire ainsi que  $l_3 = \int_{t_0}^{t_3} D\Lambda(t - t_0; \mu, \sigma)dt = \frac{D}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)$ . On obtient alors les approximations angulaires suivantes :

$$\theta_d = \phi(t_3) - \Delta l_3 \quad (7.18)$$

$$\theta_f = \phi(t_3) + \Delta(D - l_3) \quad (7.19)$$

### 7.1.6 Algorithme de haut niveau du système d'extraction

La Figure 7.4 (page suivante) présente un algorithme de haut niveau du fonctionnement de l'extracteur. À partir d'une trajectoire  $T_n$ , l'algorithme bâtit itérativement la solution  $T_a$  en ajoutant les composantes estimées. Il calcule aussi le signal différentiel  $T_s = T_n - T_a$  sur lequel les composantes neuromusculaires restantes sont estimées. Dans le premier mode, les séries de points caractéristiques sont extraites séquentiellement par ordre croissant de leur  $t_3$ . Puis, elles sont prétraitées pour ensuite être utilisées pour obtenir la meilleure estimation des paramètres cinématiques parmi les neuf estimations produites par X0R. Cette solution optimale est alors utilisée pour l'estimation des paramètres angulaires.

Lorsque l'algorithme est arrivé au bout du signal (c.-à-d. qu'il ne reste plus de séries de points caractéristiques valides à traiter), celui-ci procède à une optimisation non linéaire de la solution provisoire au moyen d'un algorithme par recherche de coordonnées (voir section A1.2, en annexe).

```

Tn : Trajectoire d'un mouvement numérisé
P : Matrice des paramètres lognormaux

Ts = Tn
Ta = Trajectoire vide
i = 0

// Premier mode d'extraction
TANT QUE il reste des séries de points caractéristiques dans Ts FAIRE
    Identifier dans Ts une série de points caractéristiques PC valide (mode 1)
    Prétraiter la série PC
    Estimation XOR des paramètres  $\hat{\epsilon}_0, \hat{D}, \hat{\mu}$  et  $\hat{\sigma}$  associés à PC
    Estimation des paramètres angulaires  $\hat{\theta}_a$  et  $\hat{\theta}_f$ 
     $P_i = [\hat{\epsilon}_0, \hat{D}, \hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\theta}_a, \hat{\theta}_f]$ 
     $T_s = T_s - \Lambda(t, P_i)$ 
     $T_a = T_a + \Lambda(t, P_i)$ 
    i = i+1
FIN
OptimisationGlobale(Ta, Tn)

// Second mode d'extraction
RSB1 = CalculerRSB(Tn, Ta);
NbLogMax = CalculerNombreLogMax()

Continuer = Vrai
TANT QUE Continuer FAIRE
    Identifier dans Ts une série de points caractéristiques PC valide (mode 2)
    Prétraiter la série PC
    Estimation XOR des paramètres  $\hat{\epsilon}_0, \hat{D}, \hat{\mu}$  et  $\hat{\sigma}$  associés à PC
     $p_i = [\hat{\epsilon}_0, \hat{D}, \hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\theta}_a, \hat{\theta}_f]$ 
     $T_a = T_a + \Lambda(t, p_i)$ 
    OptimisationGlobale(Ta, Tn)
    RSB2 = CalculerRSB(Tn, Ta);

    SI RSB2 > RSB1 + 0.05 ALORS
         $P_i = p_i$ 
         $T_s = T_s - \Lambda(t, P_i)$ 
        i = i+1

        RSB1 = RSB2
        SI RSB1 > 25 dB ALORS
            Continuer = Faux
        FIN

        SI i > NbLogMax ALORS
            Continuer = Faux
        FIN
    SINON
         $T_a = T_a - \Lambda(t, p_i)$ 
        Continuer = Faux
    FIN
FIN

```

Figure 7.4 Algorithme de haut niveau de l'extracteur  $\Sigma\Delta$ .

Une fois l'optimisation terminée, l'algorithme entre dans son deuxième mode d'extraction. Dans celui-ci, les paramètres sont estimés de la même façon que dans le mode précédant à l'exception que, dans ce cas, les séries de points caractéristiques sont traitées par ordre décroissant de l'aire de la portion du profil de vitesse de  $T_s$  qu'elles délimitent. Après chaque nouvelle composante estimée, une optimisation globale non linéaire est lancée. L'algorithme itère dans ce mode tant que la solution n'obtient pas un RSB d'au moins 25 dB, que le RSB de la solution croît significativement (au moins 0.05 dB par itération) et que l'on n'atteint pas un nombre trop important de lognormales. Ce nombre peut être calculé de différentes façons selon les objectifs poursuivis, mais, dans tous les cas, il devrait être tel que l'on n'utilise jamais plus de paramètres lognormaux qu'il y a de points décrivant le profil numérique. Ce cas limite correspond à une compression de moitié des données initiales (pour un signal en deux dimensions).

## **7.1.7 Évaluation des performances de l'algorithme**

### **7.1.7.1 Généralités**

Les performances de l'algorithme proposé ici seront comparées avec les résultats publiés dans (O'Reilly & Plamondon, 2009). À ce moment, deux axes avaient été établis pour l'évaluation des performances d'un système d'extraction sigma-lognormal, soit la qualité de l'ajustement de courbe réalisé ainsi que la cohérence des extractions. Alors que le premier critère peut assez facilement être opérationnalisé, le second l'est plus difficilement. Dans le premier cas, on mesure principalement la qualité d'ajustement de courbe au moyen du RSB décrit en (2.39).

Le second axe est moins clairement défini puisqu'il concerne la plausibilité de la représentation constituée des paramètres extraits par rapport au processus neuromusculaire ayant eu lieu lors de la production du mouvement. L'opérationnalisation de cet axe reste un problème ouvert mais on peut déjà mesurer deux indices qui permettent une première évaluation relative à cette dimension du problème. Ceux-ci sont le nombre de lognormales nécessaire à la reconstruction d'un mouvement et la variabilité du nombre de lognormales à l'intérieur d'une classe de mouvement. Pour un RSB constant, sur un même mouvement, on considérera que l'on améliore la cohérence d'une extraction si l'on diminue le nombre de lognormales nécessaire à sa description. D'autre part, à l'intérieur d'une classe de mouvements (p. ex. un ensemble de

signatures d'un même scripteur), on jugera que l'on améliore la cohérence des extractions si l'on diminue la variabilité du nombre de lognormales d'un mouvement à l'autre.

### 7.1.7.2 Description des bases de données de signatures

L'extracteur a été testé sur les mêmes bases de données que pour l'article (O'Reilly & Plamondon, 2009). L'une d'entre elles est propriétaire (Sign@médic) et contient 683 signatures provenant de 124 sujets<sup>41</sup>. De quatre à huit spécimens sont disponibles par classe. Les signatures ont été numérisées avec une fréquence de 200 Hz à l'aide d'une tablette Intuos2 de Wacom.

La seconde base de données est disponible au grand public et a été collectée dans le cadre du concours SVC2004 (Yeung et al., 2004). Elle est séparée en deux parties (tâches 1 and 2) comportant chacune 1600 spécimens. Chaque sous-ensemble contient 40 différentes classes de signatures, avec 20 signatures authentiques et 20 falsifications qualifiées (« skilled forgeries ») par classe. Les sujets ont été encouragés à concevoir une nouvelle signature spécialement pour ces acquisitions plutôt que d'utiliser leur vraie signature. Les données ont été collectées à 100 Hz à l'aide d'une tablette Wacom.

### 7.1.7.3 Évaluation de la qualité d'ajustement de courbe

Pour l'extraction des paramètres, le processus a été complètement automatisé. Aucun prétraitement manuel n'a été appliqué aux données et une seule commande non interactive a été entrée pour démarrer l'extraction de chacune des bases de données. La Tableau 7.2 présente les principales statistiques sur la distribution des RSB obtenus pour la rédaction de cette thèse (2011) ainsi que, à fin de comparaison, les résultats publiés en 2009 dans (O'Reilly & Plamondon, 2009)<sup>42</sup>. Comme on peut le voir, une amélioration moyenne d'environ 8 dB est rapportée.

---

<sup>41</sup> La banque de données Sign@médic comporte un total de 124 sujets. Cependant, dans le reste de la thèse, on utilise seulement les données de 120 sujets puisqu'il y a une incertitude sur les caractéristiques médicales de quatre sujets. Puisque l'état de santé des participants n'a pas ici d'importance, on considère l'ensemble des 124 sujets dans nos tests.

<sup>42</sup> Les RSB rapportés ici pour les extractions de 2009 sont deux fois plus petits que ceux rapportés dans (O'Reilly & Plamondon, 2009) puisque dans cet article, la définition du RSB adoptée utilisait un facteur 20. Or, puisque le calcul du RSB tel que défini ici utilise l'énergie (et non l'amplitude) du signal et du bruit, il est plus juste d'utiliser un facteur 10 tel qu'utilisé dans le présent document.

Tableau 7.2 : RSB obtenu pour l'extraction des paramètres (en dB).

Base de données	Moyenne		Écart-type		Minimum		Maximum	
	2009	2011	2009	2011	2009	2011	2009	2011
Sign@médic	17.35	25.31	3.15	1.21	9.60	16.09	29.45	30.75
SVC2004 – Tâche 1	15.55	24.22	4.70	4.99	2.15	1.46	29.1	32.17
SVC2004 – Tâche 2	14.95	24.06	4.8	2.89	1.75	-13.73	28.65	28.90

#### 7.1.7.4 Évaluation de la cohérence des extractions

En ce qui concerne l'évaluation de la cohérence des extractions, le Tableau 7.3 répertorie les principales caractéristiques concernant le nombre de composantes extraites pour les extractions de 2009 et de 2011. Le Tableau 7.4 fournit les informations équivalentes concernant la variance intra-classe du nombre de composantes. Notons que pour la base SVC2004, le calcul de la variance intra-classe a été séparé entre l'ensemble des signatures originales et l'ensemble des signatures falsifiées.

Tableau 7.3 Nombre de composantes neuromusculaires extraites.

Base de données	Moyenne		Écart-type		Minimum		Maximum	
	2009	2011	2009	2011	2009	2011	2009	2011
Sign@médic	57.23	69.84	27.67	34.29	7	10	163	175
SVC2004 – Tâche 1	38.32	43.79	16.19	17.33	10	15	106	110
SVC2004 – Tâche 2	33.87	37.74	15.19	15.14	7	3	108	144

Tableau 7.4 Variance intra-classe du nombre de composantes neuromusculaires extraites.

Base de données	Moyenne		Écart-type		Minimum		Maximum	
	2009	2011	2009	2011	2009	2011	2009	2011
Sign@médic	5.51	7.53	3.74	5.67	0.00	1.05	19.33	30.49
SVC2004 – Tâche 1 (originales)	6.60	7.22	2.45	2.97	2.81	2.68	12.37	16.05
SVC2004 – Tâche 1 (falsifiées)	7.61	8.17	3.23	3.02	2.78	4.05	17.70	16.22
SVC2004 – Tâche 2 (originales)	6.34	5.76	2.99	2.40	2.78	2.27	16.36	11.86
SVC2004 – Tâche 2 (falsifiées)	6.33	6.77	2.57	2.57	3.29	3.16	17.19	17.56

Le Tableau 7.5 vérifie si l'on peut conclure en une variance intra-classe plus faible pour les signatures originales par rapport aux signatures imitées. Les valeurs p obtenues sont rapportées pour les deux années (2009 et 2011) ainsi que pour les deux tâches de la banque SVC2004.

Tableau 7.5 Valeur p obtenue avec test de Wilcoxon pour données appariées « paired Wilcoxon signed-rank test » vérifiant si une variance plus faible est obtenue sur le nombre de composantes neuromusculaires pour les extractions portant seulement sur les vraies signatures versus celle portant sur les signatures frauduleuses.

	2009	2011
SVC2004 – Tâche 1	0.028	0.066
SVC2004 – Tâche 2	0.362	0.004

Afin d'évaluer si la différence entre les valeurs p pour les extractions de 2009 et 2011 est différente de façon statistiquement significative, les résultats pour les deux années 2009 et 2011 portant sur la différence entre les variances intra-classe pour les signatures réelles versus les signatures frauduleuses sont aussi comparés. L'hypothèse que les extractions de 2009 sont plus consistantes que celles de 2011 pour la tâche 1 n'est pas vérifiée ( $p=0.47$ ) malgré l'obtention d'une valeur p inférieure pour les données de 2009. Pour sa part, l'hypothèse que les extractions de 2011 sont plus consistantes que celles de 2009 pour la tâche 2 est vérifiée avec une valeur p de 0.056.

#### 7.1.7.5 Visualisation des résultats

Bien qu'aucune technique n'ait été conçue à ce jour pour opérationnalisé cette évaluation, aucune vérification des performances d'un extracteur ne pourrait se prétendre complète sans une inspection visuelle des résultats. Les Figure 7.5-14 fournissent quelques exemples des résultats obtenus permettant d'évaluer la qualité des ajustements.

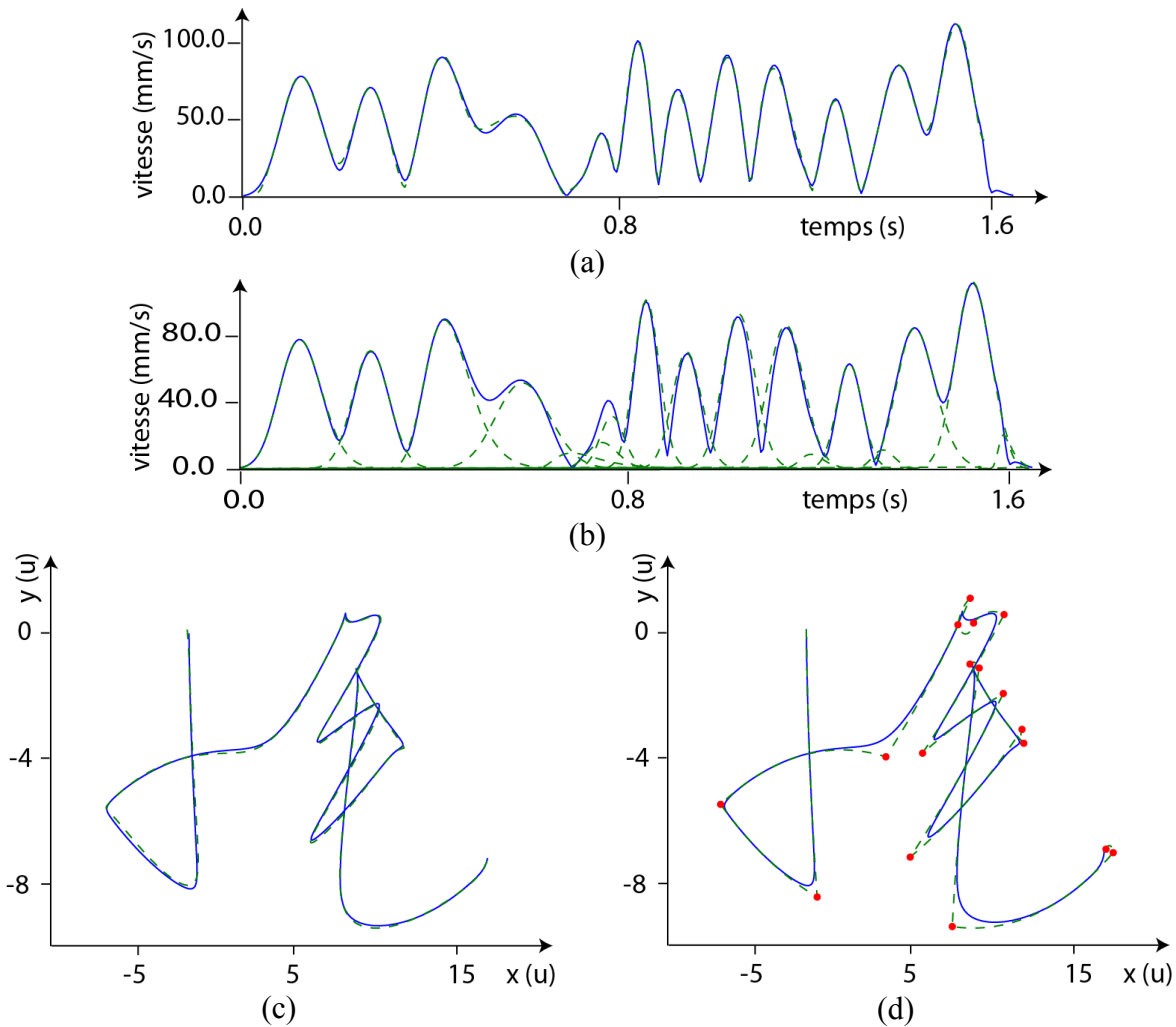


Figure 7.5 Exemple U5S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 27.0 dB). (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).



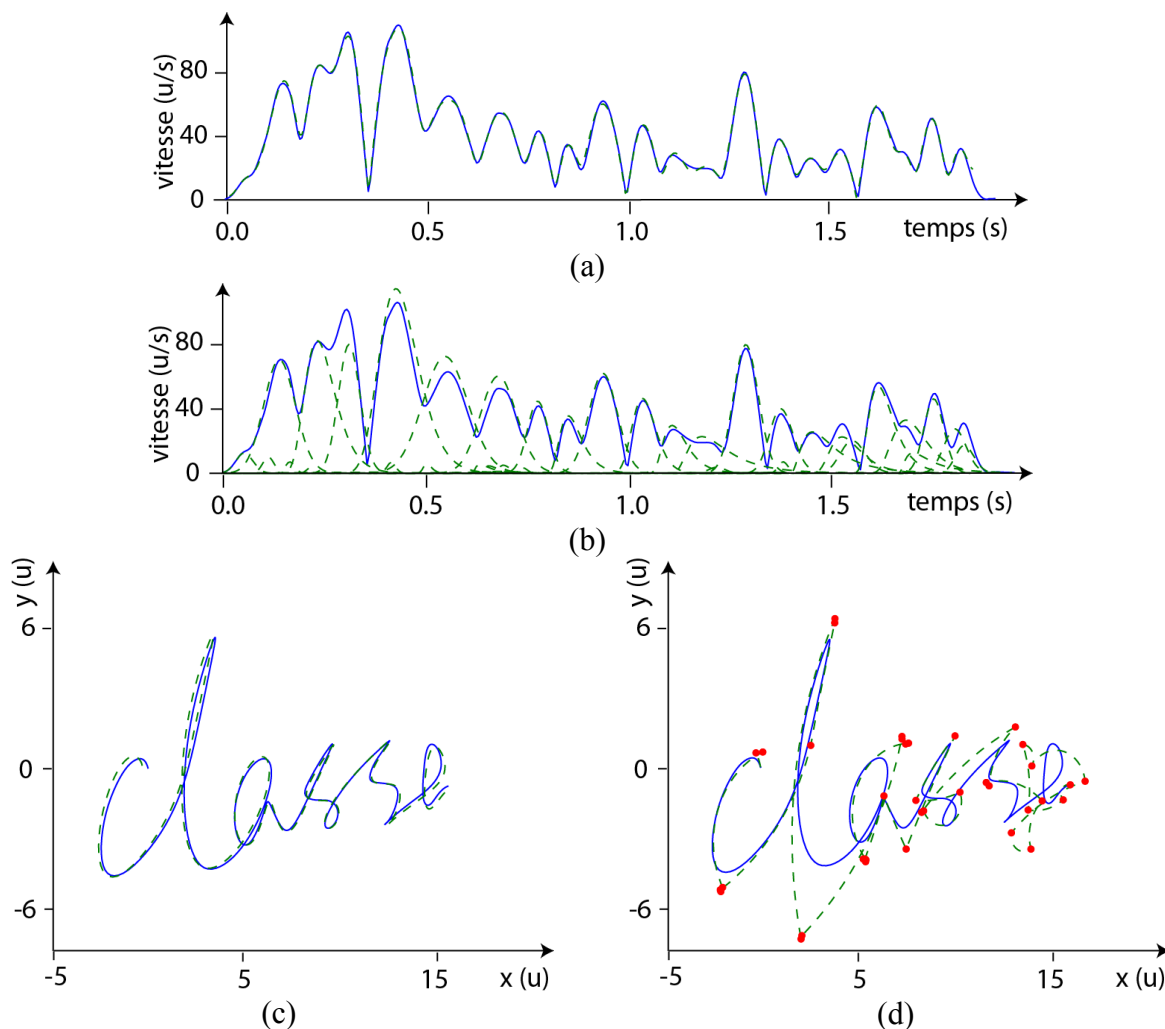


Figure 7.6 Exemple U8S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 27.0 dB). (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).

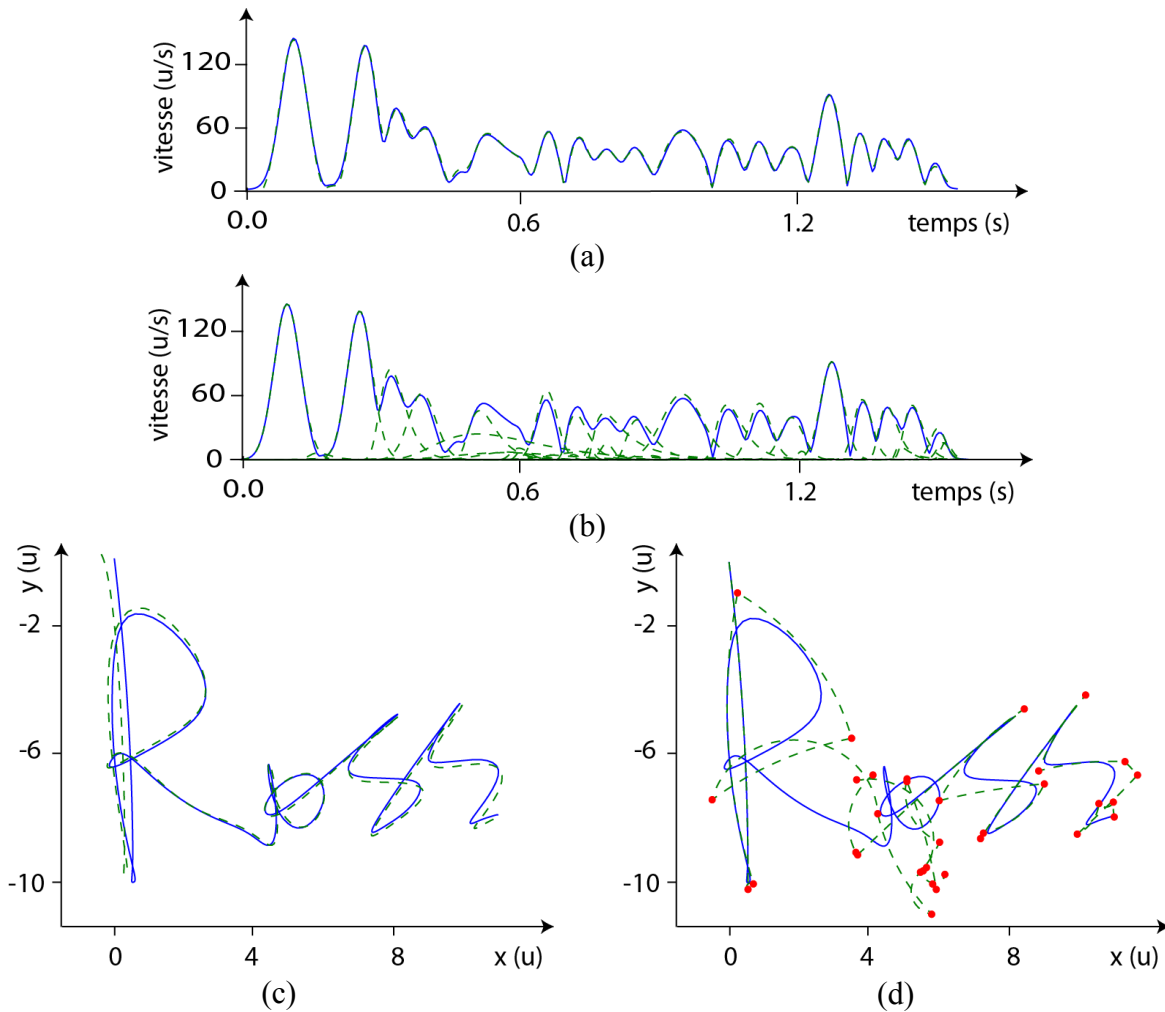


Figure 7.7 Exemple U10S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 25.5 dB). (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).

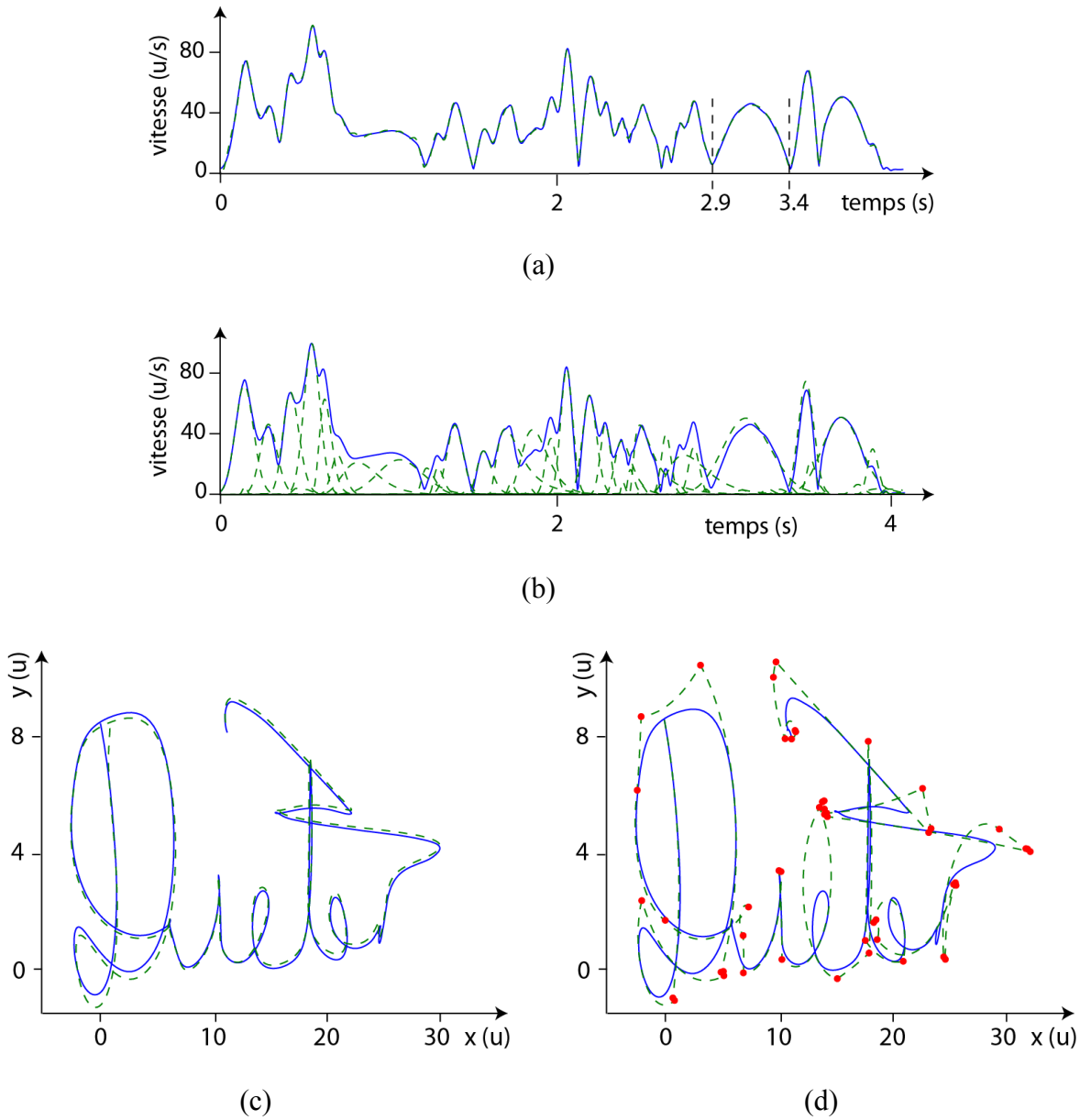


Figure 7.8 Exemple U11S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 25.1 dB). (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).

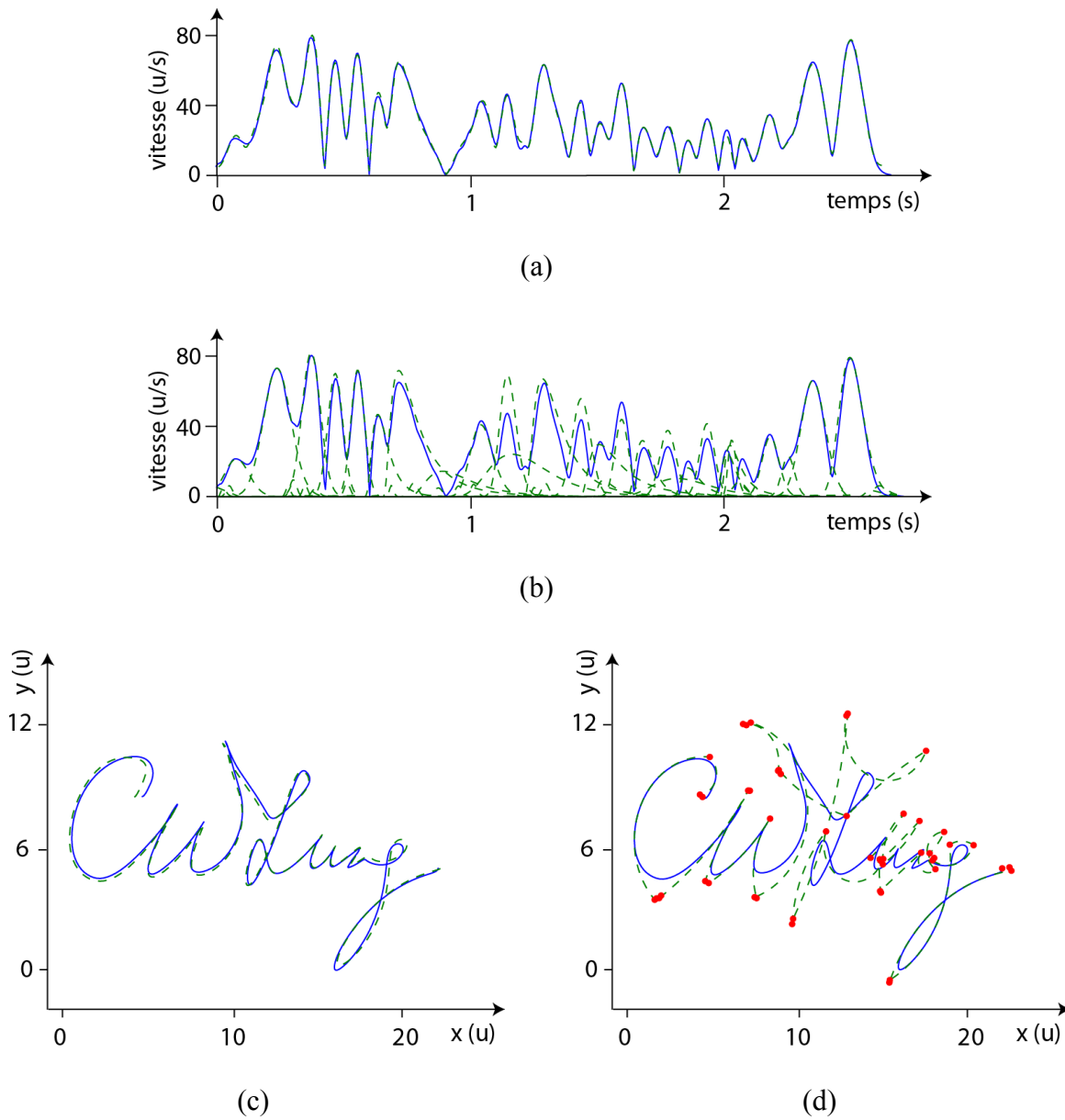


Figure 7.9 Exemple U15S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 25.0 dB). (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).

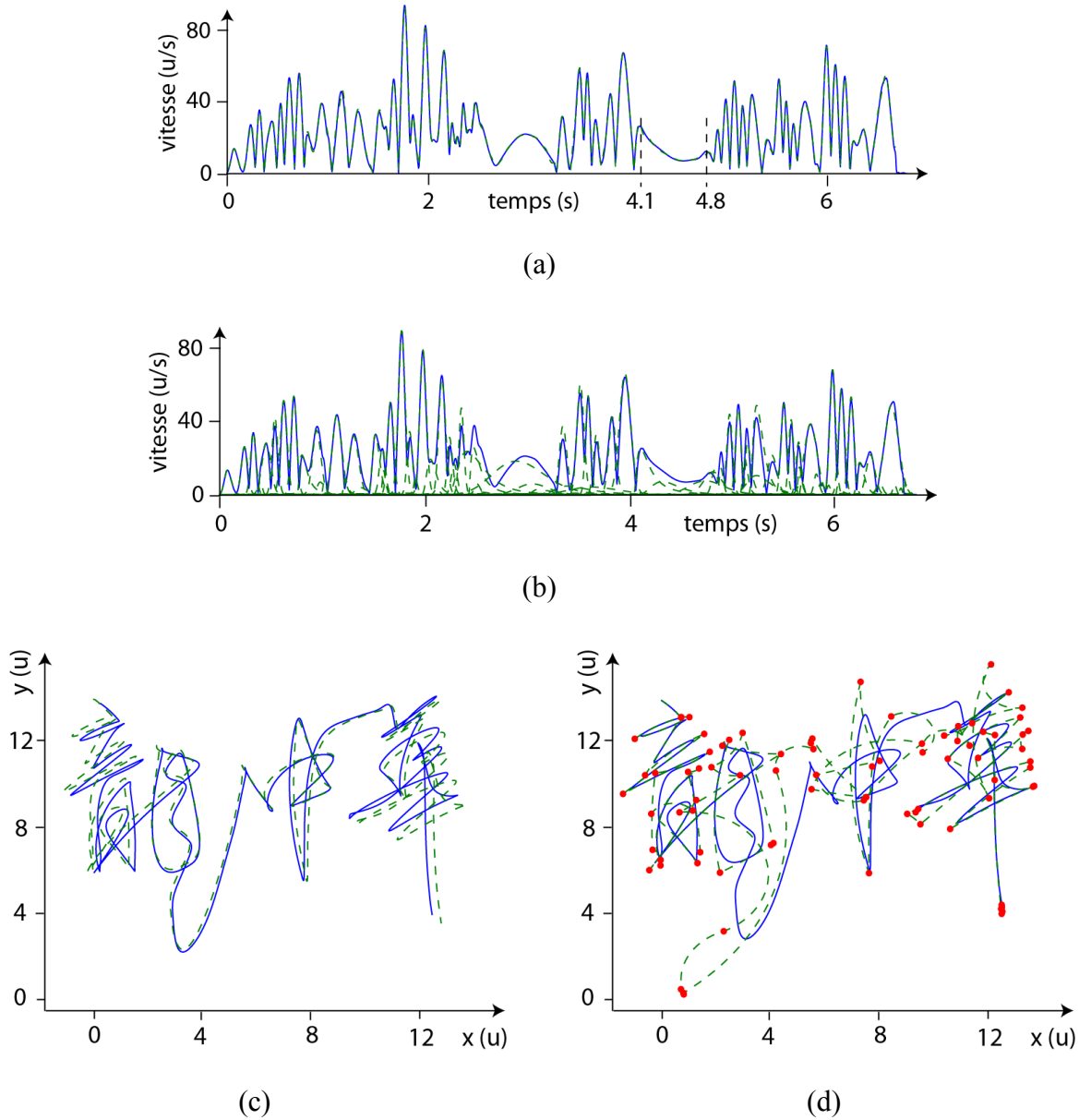


Figure 7.10 Exemple U16S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 24.9 dB). (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).

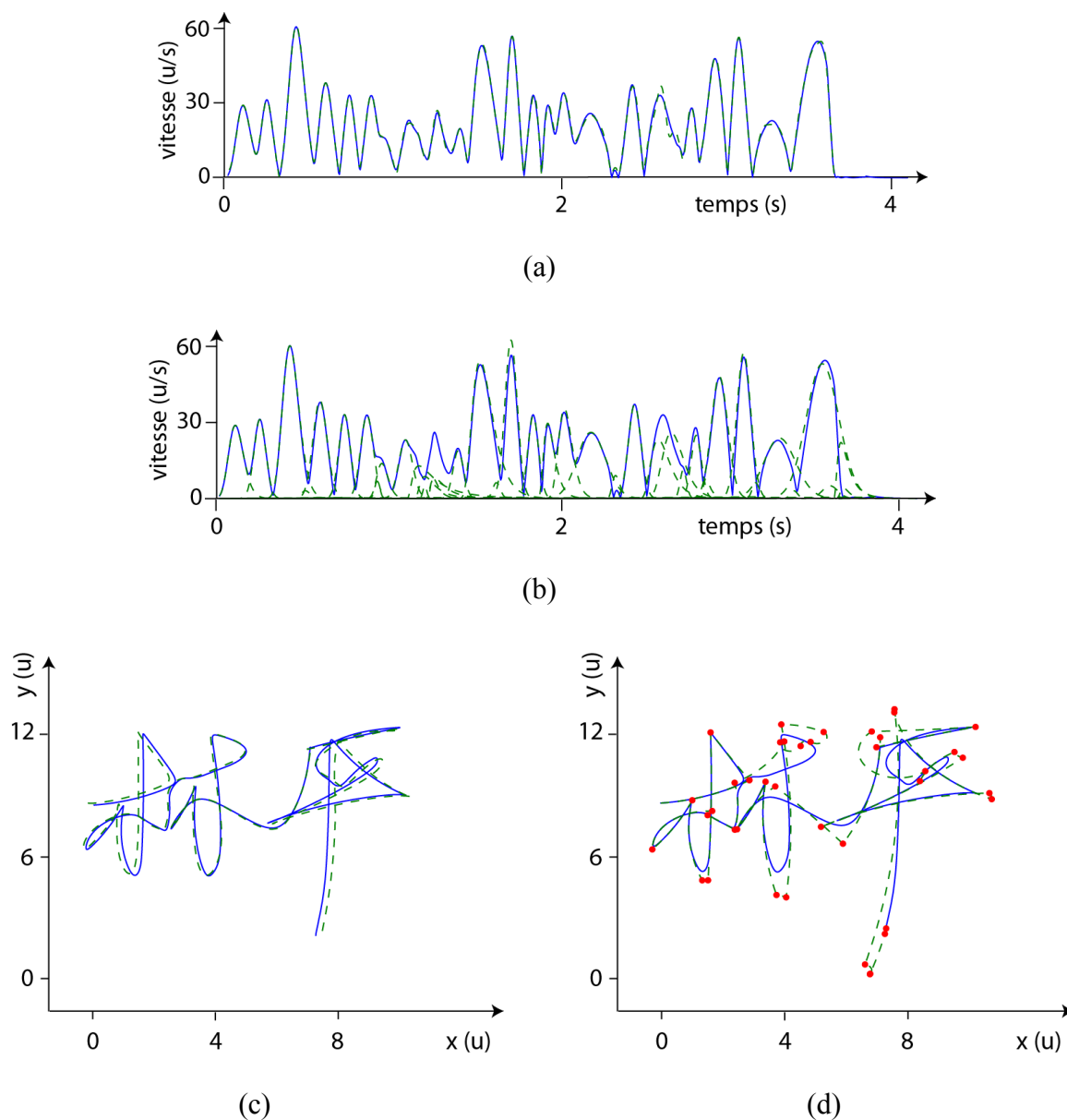


Figure 7.11 Exemple U17S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 25.0 dB). (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).

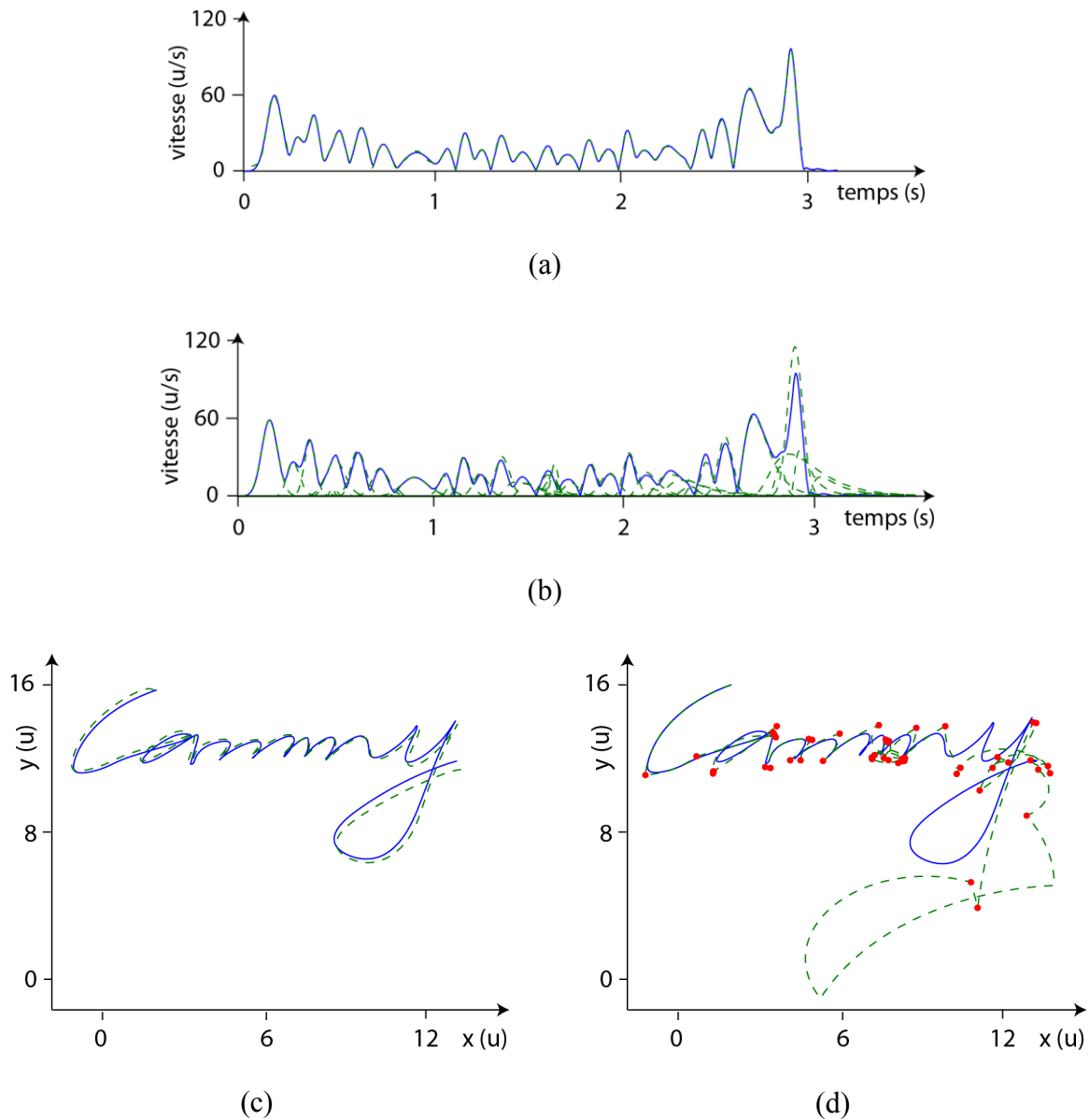


Figure 7.12 Exemple U18S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 25.2 dB). (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).

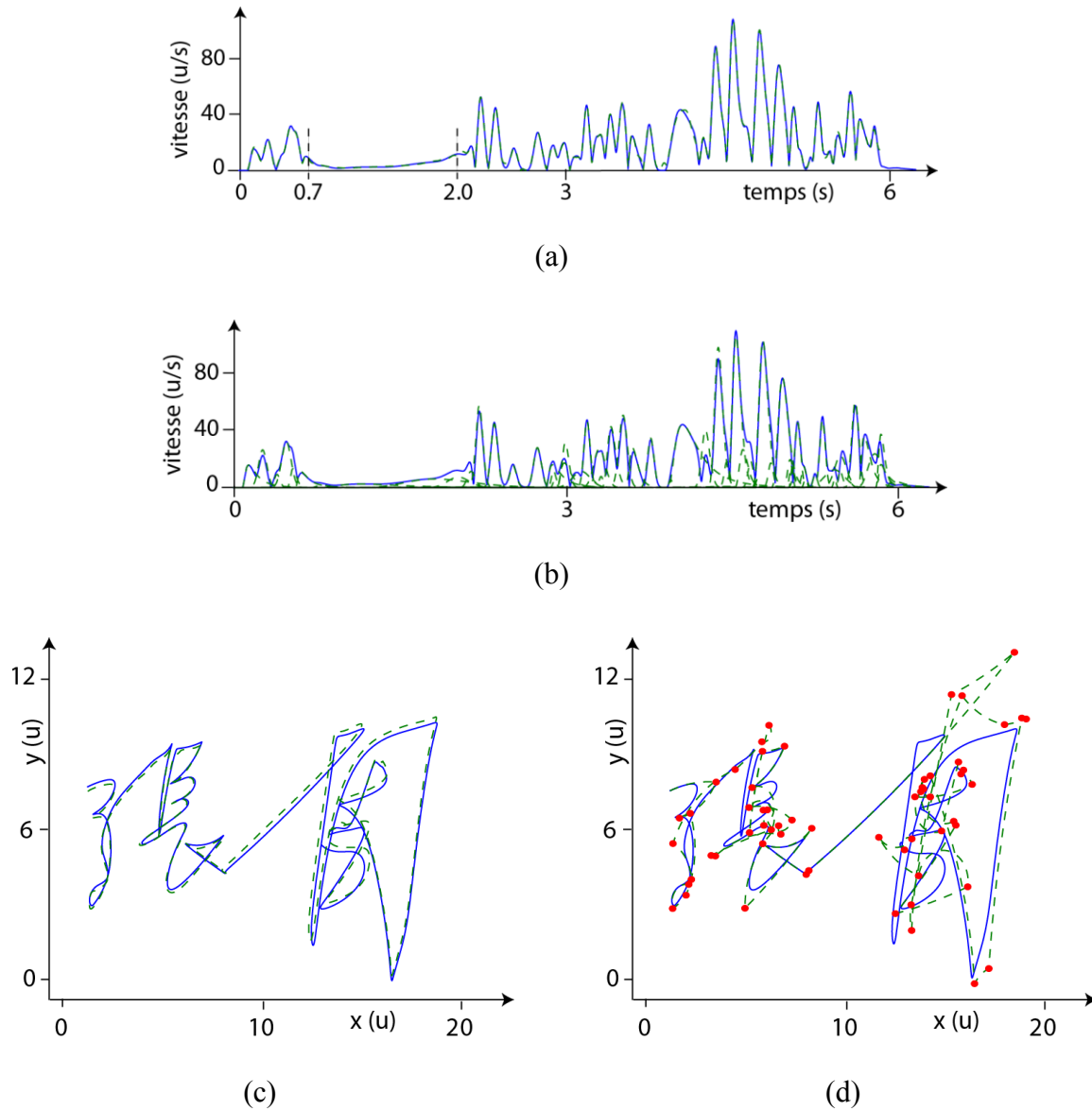


Figure 7.13 Exemple U19S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 25.1 dB). (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).



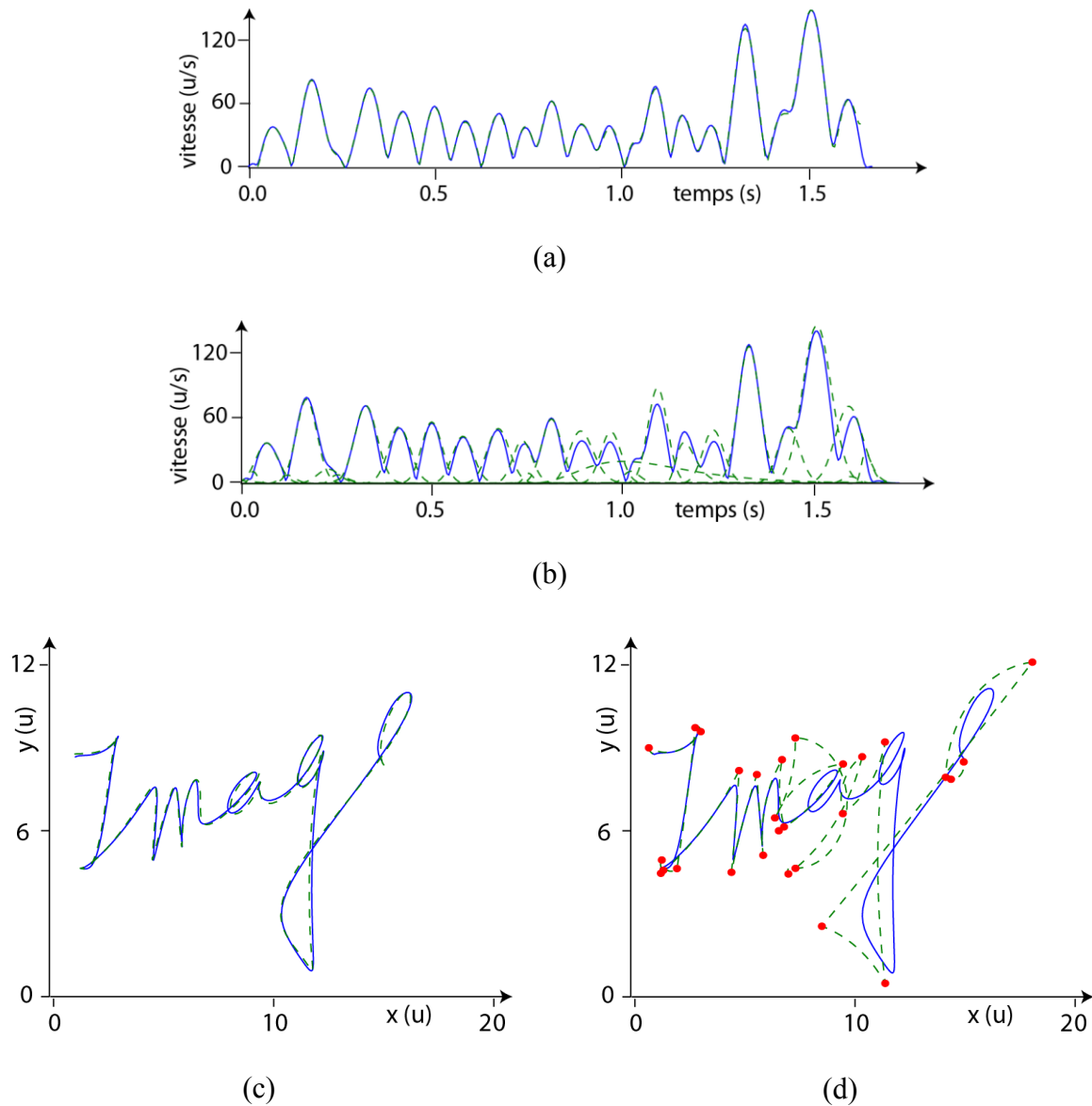


Figure 7.14 Exemple U20S1 de la tâche 1 de la banque de données SVC 2004 (ajustement de 25.3 dB). (a) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et du profil de vitesse du mouvement original (trait continu). (b) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en composantes lognormales (traits tiretés). (c) Comparaison de l'ajustement sigma-lognormal (trait tireté) et de la trace du mouvement original (trait continu). (d) Décomposition de l'ajustement sigma-lognormal (trait continu) en plan d'action (trait tireté) et en cibles virtuelles (points rouges).

Plusieurs remarques peuvent être faites par rapport à ces figures. Premièrement, ces exemples ont été tirés de la banque de données SVC2004 puisque celle-ci permet la publication de données permettant d'identifier les sujets, ce que la banque de données Sign@médic ne permet pas (sauf sur accord des sujets concernés) pour des raisons d'éthique.

Notons que, sur ces figures, la trace est affichée peu importe que le crayon soit levé ou non. Contrairement à la banque de données Sign@médic, la banque de SVC2004 a le désavantage de ne pas fournir de données associées à l'acquisition du mouvement lorsque le crayon est levé. Il est donc nécessaire pour traiter ces données avec les modèles lognormaux d'extrapoler les données manquantes. Évidemment, ces extrapolations ne seront alors pas nécessairement représentatives du mouvement réel produit durant les levés de crayon ce qui peut parfois causer des problèmes à l'extraction et éventuellement, à l'analyse. De tels levés de crayon sont facilement identifiables, par exemple sur la Figure 7.8 dans l'intervalle [2.9, 3.4] s, sur la Figure 7.10 dans l'intervalle [4.1, 4.8] s et sur la Figure 7.13 dans l'intervalle [0.7, 2.0] s.

Notons que l'algorithme ne fait pas de différence particulière quant au type de mouvement, ce qui implique qu'il n'a pas de difficulté à modéliser les différents types d'écritures comme les signatures occidentales ou orientales. D'autre part, on peut voir que dans certains cas, le plan d'action trouvé est très économe et semble très probable (p. ex. Figure 7.5) alors que dans d'autres cas, il semble y avoir un peu d'errance et celui-ci paraît moins probable (p. ex. la fin du plan d'action de la Figure 7.12). Dans certains cas, on peut remarquer des composantes lognormales qui aident à l'ajustement mais qui ne sont pas physiologiquement plausibles (p. ex. la lognormale plate parcourant l'intervalle [0.7, 1.5] s sur la Figure 7.14). Notons aussi qu'il serait probablement plus juste d'utiliser un seuil dynamique (variable selon le mouvement analysé) pour arrêter l'ajout de composantes lognormales contrairement au seuil fixe à 25 dB ici utilisé. En effet, le RSB qu'il est souhaitable d'obtenir peut varier d'un mouvement à l'autre. L'utilisation d'un seuil fixe peut avoir l'effet de sous optimiser certains mouvements alors que d'autres mouvements peuvent souffrir de surajustement (« overfitting ») comme c'est le cas par exemple pour la Figure 7.9.

Dans l'ensemble, comme on peut le constater sur ces figures, l'ajustement est excellent. Notons que l'optimisation de ces mouvements est réalisée sur le profil de vitesse puisque c'est à ce niveau que le modèle Sigma-Lognormal décrit le mouvement. Ainsi, il est normal d'observer

l'apparition d'un certain décalage au niveau de la trace. Celui-ci, bien qu'apparent, n'est pas le signe d'une différence cinématique significative, comme on peut le constater par le fait que la courbe originale (trait plein bleu) est pratiquement parfaitement confondue avec le profil de vitesse reconstruit (trait tireté vert) sur les sous-figures (a).

## 7.2 Extraction à base de prototype

### 7.2.1 Mise en contexte

Le système d'extraction présenté dans la section précédente a l'avantage d'être très polyvalent en ce sens qu'il peut être utilisé directement sur n'importe quelle trajectoire de l'effecteur terminal d'un mouvement humain, sans que les données aient à être prétraitées ou que des informations *a priori* sur la nature du mouvement ne soient nécessaires. Ceci est très utile pour différentes applications liées à la reconnaissance de formes telles que le développement d'algorithme de reconnaissance de l'écriture ou de vérification de signature. En fait, ce type d'algorithme est essentiel dans tous les cas où le mouvement est laissé libre.

À l'opposé, certaines applications contraignent fortement les mouvements à traiter. C'est le cas pour les domaines dans lesquels on fait passer des tests neuromoteurs ou des consignes du type « à tel signal, allez là, puis là, puis arrêtez-vous ici, le plus rapidement possible ». Ce genre de test est utilisé par exemple en psychologie expérimentale ou en génie biomédical pour le développement de tests de diagnostic (p. ex. O'Reilly & Plamondon, 2011a; Rohrer et al., 2004). Dans ce contexte, les données disponibles à l'analyse proviennent de mouvements stéréotypés. Bien que le système d'extraction XOR puisse être utilisé pour ce genre d'études (p. ex., il a été utilisé dans (O'Reilly, Plamondon, Lebrun, Clément, & Mathieu, 2009)), il y a au moins deux raisons pour lesquelles une autre approche puisse sembler avantageuse. Premièrement, on dispose d'une connaissance *a priori* du type de mouvement réalisé. Il est donc possible de mettre à profit cette connaissance supplémentaire pour obtenir des résultats d'extraction supérieurs. Deuxièmement, le type d'application utilisant ces tests nécessite généralement un type d'analyse statistique qui peut être difficile de réaliser sur les paramètres extraits à l'aide du système décrit précédemment puisque celui-ci ne peut pas assurer une extraction ayant un haut degré de *cohérence inter-spécimen*.

### 7.2.2 Cohérence inter-spécimen et ensemble de caractéristiques cohérent

Une extraction ayant un haut degré de cohérence inter-spécimen produira une représentation que l'on pourra qualifier de cohérente d'un spécimen à l'autre, pourvu que ces spécimens soient stéréotypés. Cette représentation sera constituée d'un ensemble de caractéristiques que l'on qualifiera de cohérent. Le texte qui suit décrit donc ce concept et explique les raisons pour lesquelles cette qualité peut être recherchée pour l'analyse des mouvements stéréotypés.

Tel que discuté dans (O'Reilly & Plamondon, 2010c)<sup>43</sup>, lorsque l'on désire utiliser un modèle pour analyser les mouvements humains en psychologie ou en génie biomédical, on doit généralement extraire les caractéristiques significatives de ce modèle pour les soumettre à l'analyse statistique. Cette façon de faire est pratiquement inévitable étant donné l'importance dans ces champs de la formulation et de la vérification statistique de la signification des hypothèses de recherche<sup>44</sup>. Lorsque l'on utilise des caractéristiques globales (p. ex. la durée du mouvement, son amplitude moyenne, l'énergie d'une bande de fréquence particulière, etc.), généralement, aucun problème ne se pose au moment de l'analyse statistique parce que ces caractéristiques sont, par nature, cohérentes en cela que leur valeur peut être comparée d'un mouvement à l'autre. Pour chaque spécimen, on peut identifier la valeur de chacune de ses caractéristiques de façon évidente, non ambiguë et selon une relation connue d'un à un. C'est cette qualité qui permet de calculer des statistiques (tendance centrale, déviation, etc.) sur ces caractéristiques.

Cette correspondance devient plus compliquée lorsqu'on s'intéresse à des caractéristiques locales (c.-à-d. s'appliquant seulement à une portion du signal, par exemple les différents maximums locaux de l'amplitude du profil de vitesse d'un mouvement). Ces caractéristiques prennent un nombre variable de valeurs selon le mouvement et la technique de segmentation considérés. On qualifiera donc ces ensembles de caractéristiques comme étant incohérents puisqu'ils ne permettent pas l'identification claire des relations existantes entre les

---

<sup>43</sup> Cet article étant en anglais, le terme « inter-sample consistency » a été adopté pour parler de cohérence inter-spécimen alors que l'expression « consistent feature set » a été utilisée pour référer à un ensemble de caractéristiques cohérent, c'est-à-dire, résultant d'une extraction ayant un haut niveau de cohérence inter-spécimen.

<sup>44</sup> Ceci n'est pas nécessairement le cas pour tous les champs de recherche. Certains domaines par exemple acceptent plus facilement les études exploratoires et les analyses qualitatives.

caractéristiques extraites pour différents mouvements. Dans ce cas, on a une relation qui n'est pas évidente, qui est ambiguë, dont la relation est inconnue et est de type N-à-M.

Bien que certaines techniques puissent être envisagées pour tenter d'établir une correspondance entre les éléments de tels ensembles de caractéristiques incohérents (p. ex. l'utilisation de la programmation dynamique pour l'appariement de listes de caractéristiques), il n'est pas clair comment une analyse statistique systématique de la variation de ces caractéristiques puisse être réalisée. Or, il serait intéressant de pouvoir utiliser des caractéristiques locales tout en obtenant un ensemble cohérent. C'est ce que permet d'accomplir l'extracteur à base de prototype (O'Reilly & Plamondon, 2010c) décrit ci-dessous.

### **7.2.3 Obtention d'un ensemble cohérent de caractéristiques à l'aide d'un extracteur à base de prototype**

L'extracteur proposé procède en trois étapes: 1) synthèse d'un prototype de mouvement, 2) mise à l'échelle et décalage temporel du prototype pour l'ajuster au mouvement à analyser et 3) optimisation de l'ajustement de courbe entre le prototype modifié et le mouvement à analyser.

#### **7.2.3.1 Synthèse du prototype**

La synthèse d'un prototype de mouvement permet de mettre en valeur la connaissance *a priori* dont on dispose par rapport à la tâche ainsi que par rapport à la nature du système neuromusculaire. Dans notre cas, la connaissance *a priori* du système neuromusculaire est incluse dans la Théorie Cinématique et son modèle Sigma-Lognormal qui sera adopté pour représenter le prototype du mouvement.

Pour ce qui est de la connaissance *a priori* concernant la tâche, il s'agit de tous les éléments restreignant la liberté de mouvement du sujet tel que l'ensemble de consignes qu'on lui transmet, l'utilisation d'une feuille guide ou d'un dispositif limitant les possibilités de mouvement, etc. Ce type de contraintes se retrouve en grand nombre lorsqu'on utilise des tests neuromoteurs produisant des mouvements stéréotypés.

#### **7.2.3.2 Mise à l'échelle et décalage temporel du prototype**

Pour des mouvements stéréotypés de durée relativement courte, la mise à l'échelle temporelle (c.-à-d. l'ajustement de la durée du mouvement par une compression ou une dilatation de l'axe

temporel<sup>45</sup>) et le déplacement temporel permettent de prendre en compte une partie significative de la variabilité des mouvements. Ces transformations doivent être appliquées au prototype de mouvement pour l'ajuster au spécimen à analyser. Pour ce faire, on doit obtenir les facteurs de mise à l'échelle ( $C_s$ ) et de translation temporelle ( $t_s$ ) de telle façon que l'ajustement de courbe entre le prototype ainsi modifié et le mouvement à analyser soit optimal.

On peut montrer qu'un étirement proportionnel et un décalage temporel d'un prototype sigma-lognormal ne nécessitent que la modification des paramètres  $\mu_i$  et  $t_{0i}$  de telle sorte que les valeurs ajustées ( $\mu_{ia}$  et  $t_{0ia}$ ) sont reliées aux valeurs originales ( $\mu_i$  et  $t_{0i}$ ) via le facteur de mise à l'échelle  $C_s$  et le paramètre de décalage temporel  $t_s$  suivant les équations suivantes :

$$t_{0ia} = C_s t_{0i} + t_s \quad (7.20)$$

$$\mu_{ia} = \mu_i + \ln(C_s) \quad (7.21)$$

Le rôle de  $t_s$  dans ces équations est relativement trivial puisque que l'ajout d'une valeur fixe à l'ensemble des  $t_{0i}$  aura l'effet d'un décalage temporel de l'ensemble du mouvement puisque les  $t_{0i}$  indiquent le début de chaque composante neuromusculaire. D'autre part, tel que décrit à la section 6.1.5, l'effet du facteur  $C_s$  découle du fait que les quantiles de l'équation lognormale peuvent s'écrire  $e^{\mu+\alpha\sigma} + t_0$  où  $\alpha$  est un scalaire dont la valeur est fonction du numéro de quantile. Si l'on veut que la lognormale soit étirée proportionnellement par un facteur  $C_s$ , ces quantiles doivent être multipliés par ce facteur  $C_s$ . On obtient donc  $C_s e^{\mu} e^{\alpha\sigma} + C_s t_0$ . On peut donc inclure cet effet en multipliant les  $t_{0i}$  par le facteur  $C_s$  et en ajoutant le terme  $\ln(C_s)$  aux  $\mu_i$ .

### 7.2.3.3 Optimisation globale des paramètres

Le prototype mis à l'échelle et décalé temporellement peut être utilisé comme solution de départ d'un algorithme d'optimisation non linéaire. Dans le cadre de ce travail, une routine d'optimisation par recherche de coordonnée (« direct search optimization », voir section A1.2) est

---

<sup>45</sup> Notons que cette dilation (compression) doit être compensée par une diminution (augmentation) de l'amplitude pour que cette modification n'ait pas d'impact sur la distance parcourue dans le mouvement. Heureusement, cette compensation est prise en compte automatiquement par la transformation du modèle Sigma-Lognormal proposée.

utilisée. Bien qu'un peu lent, cet algorithme est intéressant puisqu'il augmente la valeur de la fonction objective (c.-à-d. le RSB) de façon monotone et parce qu'il évite de trouver des solutions trop éloignées du point de départ. S'il en était autrement, l'obtention de solutions très différentes des valeurs initiales pourrait remettre en cause la cohérence des extractions en rendant moins clair le lien entre les lognormales des différents mouvements.

### 7.2.4 Résultats d'extraction

L'utilisation de cet algorithme d'extraction a été démontrée dans (O'Reilly & Plamondon, 2010c). Puis, son utilisation dans le cadre de nos travaux portant sur le développement d'un outil de diagnostic des troubles neuromusculaires a fait l'objet d'une publication dans *Human Movement Science* (O'Reilly & Plamondon, 2011a). Ces résultats sont repris en détail au Chapitre 12. Cependant, pour donner un aperçu au lecteur des performances atteintes, la Figure 7.15 illustre la distribution des RSB obtenus avec l'extracteur XOR et l'extracteur à base de prototype sur les 1440 mouvements triangulaires de la tâche *séquence de traits* de la banque de données Sign@médic (Chapitre 9).

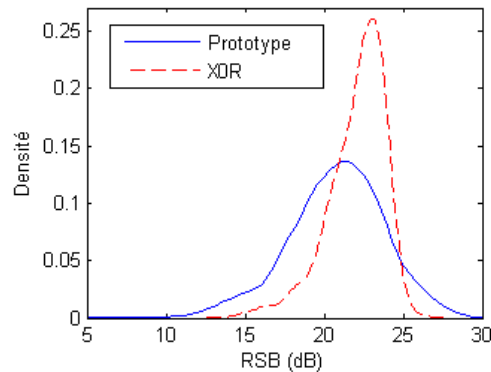


Figure 7.15 Comparaison de la distribution des RSB de reconstruction obtenus avec les deux extracteurs sigma-lognormaux conçus et présentés dans ce chapitre.

Les RSB moyens sont respectivement 22.05 dB et 20.75 dB pour les extracteurs XOR et celui à base de prototype (EBP). On note aussi que ce dernier affiche une plus grande variabilité. Ces résultats sont néanmoins très acceptables pour l'extracteur EBP si l'on considère la simplicité de son algorithme et le fait qu'il produit toujours des solutions cohérentes à six

lognormales alors que l'extracteur XOR extrait un nombre variable de composantes (c.-à-d. qu'il extrait des ensembles des paramètres incohérents) avec un nombre moyen de 9.1 lognormales.

### 7.3 Conclusion

Les travaux relatifs au développement de l'extracteur XOR font l'objet d'une déclaration d'invention au niveau de l'École Polytechnique de Montréal (O'Reilly, et al., 2008a). Ce système est d'ailleurs en valorisation chez Univalor. Sa disponibilité a ouvert la voie à l'utilisation, par des laboratoires étrangers, du modèle Sigma-Lognormal dans le cadre de leurs travaux. De plus, les systèmes d'extraction développés dans le cadre de cette thèse sont la pierre angulaire permettant plusieurs travaux de coopération (en cours ou en discussion) avec des équipes de recherche à travers le monde (Rennes, Calcutta, Madrid, Pointe-à-Pitre, Bari, Salerne, Boca Raton et Buffalo). Certaines de ces collaborations ont d'ailleurs déjà commencé à porter fruits (Almaksour, Anquetil, Plamondon, & O'Reilly, 2011; Galbally et al., 2010).

Évidemment, le problème d'extraction sigma-lognormale n'est pas pour autant définitivement résolu. Plusieurs sujets d'étude restent à approfondir pour mener à une utilisation mieux maîtrisée de ce modèle. Un des enjeux majeurs consiste en l'évaluation de la plausibilité psychophysique des extractions réalisées. En effet, cette thématique très complexe n'a pu qu'être abordée dans le cadre de ce doctorat et davantage de réflexions seront nécessaires à ce sujet pour permettre une utilisation optimale du modèle sigma-lognormal dans des applications en génie biomédical, en psychologie expérimentale et en neuroscience. Un second sujet à approfondir porte sur le seuil de 25 dB considéré pour la cessation de l'optimisation sigma-lognormale dans l'algorithme de l'extracteur XOR. En effet, il n'est pas toujours souhaitable d'augmenter le RSB d'une optimisation sigma-lognormale puisque celle-ci s'effectue normalement au prix de l'utilisation de nombre plus élevé de composantes lognormales. Il s'agit donc ici de trouver un équilibre entre une bonne qualité de reconstruction (un RSB élevé) et un modèle succinct (nombre minimal de composantes lognormales). Or, il est fort probable que cet équilibre puisse varier d'un mouvement à l'autre, certains spécimens trouvant un équilibre optimal (en terme de plausibilité physiologique de la reconstruction) à 20 dB et d'autres à 30 dB. Dans ce contexte, l'utilisation d'un seuil fixe à 25 dB peut conduire à un surajustement de certains mouvements et en un sous-ajustement des autres. Comment décider à quel moment il faut arrêter l'optimisation à



partir des caractéristiques du mouvement et non d'un seuil fixe sur la valeur du RSB reste donc à ce jour une question de recherche ouverte.

## CHAPITRE 8    EXTRACTION DELTA-LOGNORMALE GLOBALEMENT OPTIMALE

Étant donné la difficulté du problème de l'extraction des paramètres delta-lognormaux, plusieurs travaux ont été publiés sur cette thématique au fil des ans. Un premier algorithme, INflex, a d'abord été présenté dans (Guerfali & Plamondon, 1995). Puis, dans le but d'améliorer les performances d'extraction, l'algorithme INITRI a été conçu (Plamondon, Li, & Djioua, 2007). Finalement, l'algorithme Xzero a été élaboré et intégré dans un système d'extraction nommé IIX qui utilise ces trois estimateurs en parallèle (Djioua & Plamondon, 2009).

Bien que ce système offre des performances intéressantes pour une panoplie d'applications en reconnaissance de formes et en analyse du mouvement, aucune certitude ne peut être offerte sur l'optimalité globale des solutions extraites. Or, l'utilisation des paramètres delta-lognormaux globalement optimaux ou la connaissance de l'intervalle de confiance sur les solutions obtenues est parfois nécessaire pour certaines applications plus exigeantes. Ceci est parfois le cas, par exemple, lors de l'étude fondamentale du mouvement et lors du développement d'applications en génie biomédical.

Dans ce contexte, le présent chapitre propose d'optimiser l'ajustement delta-lognormal avec un algorithme *par séparation et évaluation* (S&É) de façon à obtenir les paramètres delta-lognormaux globalement optimaux. Pour ce faire, différentes mesures de la qualité d'un ajustement de courbe peuvent être envisagées. Dans (Rohrer & Hogan, 2003), les auteurs proposent un algorithme pour l'ajustement de courbe d'un modèle basé sur une addition de fonctions lognormales tronquées et dont la qualité d'ajustement est évaluée grâce à l'erreur absolue (EA). Sur la base de ces travaux, un premier algorithme a été réalisé pour l'extraction delta-lognormale basée sur la minimisation de l'EA.

Les résultats obtenus ont été qualitativement décevants étant donné que l'EA permet localement de grands écarts dans l'ajustement de courbe. Comme discuté à la section 2.6, il est préférable d'utiliser une erreur quadratique (EQ) comme dénominateur d'un rapport signal sur bruit. Dans ce chapitre, les résultats présentés sont donc relatifs au développement d'un algorithme S&É pour l'optimisation delta-lognormale basée sur l'évaluation du RSB. Dans un premier temps, quelques généralités sur l'extraction S&É sont présentées à la section 8.1. Les

développements théoriques nécessaires à l'obtention d'une borne inférieure sur la valeur du bruit associé à un ajustement de courbe delta-lognormal sont ensuite présentés à la section 8.2. Notons que trois bornes supplémentaires ont aussi été élaborées. Ces développements ainsi que la comparaison des quatre bornes disponibles ont été reportés à l'annexe 4 de façon à alléger la lecture du présent chapitre. La section 8.3 discute d'un élément central de la méthodologie S&É, c'est-à-dire l'adoption d'une technique permettant de diviser l'espace complet en sous-espaces. Puis, la section 8.4 présente quelques résultats théoriques supplémentaires permettant de réduire la taille du problème de  $N^7$  à  $N^5$ . À la section 8.5, les développements précédents sont réunis dans la formulation du pseudo-code d'une adaptation de l'algorithme S&É au problème de l'optimisation delta-lognormale. Par la suite, la section 8.6 évalue les performances du système développé alors que la section 8.7 illustre des exemples d'application. Finalement, ce chapitre se conclut à la section 8.8 avec une discussion générale des résultats obtenus et une ouverture sur la suite des travaux.

## 8.1 Généralités sur l'optimisation S&É de l'ajustement delta-lognormal

Une des grandes limitations de l'optimisation basée sur l'EQ est la complexité relative à l'obtention de bornes sur la valeur de cette métrique. Dans ce cas, l'obtention de bornes ne peut plus reposer sur des calculs d'aires sous la courbe tels que proposés dans (Rohrer & Hogan, 2003) pour la minimisation de l'EA. Dans la prochaine section, différentes approches sont développées pour obtenir une borne adéquate. Cependant, précédemment, quelques remarques d'ordre plus générales sont formulées.

Le rapport signal sur bruit (RSB) est donné par l'équation suivante

$$RSB = 10 \log \left( \frac{S}{B} \right) = 10(\log(S) - \log(B)) \quad (8.1)$$

où  $S$  est le signal et  $B$  le bruit.

Pour les signaux d'amplitude de vitesse delta-lognormale,  $S$  et  $B$  sont définis par

$$S = \int v_t(t)^2 dt \quad (8.2)$$

et

$$B = \int (v_t(t) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}))^2 dt \quad (8.3)$$

avec  $\mathbf{p}$  défini comme suit :

$$\mathbf{p} = [t_0 \quad D_1 \quad \mu_1 \quad \sigma_1 \quad D_2 \quad \mu_2 \quad \sigma_2]^T \quad (8.4)$$

Puisque la valeur de  $\log(S)$  est constante par rapport à la variation de  $\mathbf{p}$ , ce terme n'a aucun impact sur le processus d'optimisation et peut donc être omis. De plus,  $-10\log(B)$  sera maximal si et seulement si (SSI)  $B$  est minimal. Le problème d'optimisation visant à maximiser le RSB est donc identique au problème visant la minimisation de  $B$ .

Ce problème sera ici abordé en adoptant la méthodologie S&É. L'idée générale de cette approche s'explique bien au moyen d'un exemple. On considère que les valeurs des paramètres de modélisation peuvent varier à l'intérieur d'un espace  $\Phi$  que l'on divise en deux sous-espaces  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$ . L'objectif de l'algorithme est de trouver un point  $p^* \in \Phi$  qui minimise la valeur d'une fonction objective  $f$  telle que  $\operatorname{argmin}_{\Omega} f(p) = p^*$ . Si 1) l'on peut définir une borne inférieure  $L_{\Phi_i}$  sur la valeur de  $f(p)$  avec  $p \in \Phi_i$ , 2) s'il existe une solution  $\hat{p}$  telle que  $f(\hat{p}) = \hat{x}$  et 3) si  $\hat{x} < L_{\Phi_2}$ , alors  $\Phi_2$  peut être éliminé de l'espace pouvant contenir la solution globalement optimale du problème. On peut alors séparer  $\Phi_1$  en deux nouveaux sous-espaces plus petits et appliquer la même règle aux nouveaux sous-espaces. D'itération en itération, l'espace pouvant contenir l'optimum global se réduit jusqu'à ce que sa taille puisse être considérée négligeable ou bien jusqu'à ce qu'un critère quelconque d'arrêt soit satisfait. Dans cet algorithme, on peut, par exemple, évaluer la valeur de  $f$  au point central de chaque nouveau sous-espace créé et considérer  $\hat{x}$  comme étant la meilleure solution trouvée jusqu'alors.

Pour pouvoir appliquer l'algorithme S&É à la minimisation de  $B$ , il faut donc obtenir une borne inférieure sur  $B$  à l'intérieur d'un sous-espace  $\Phi$  donné. L'obtention de cette borne est le point névralgique de ce problème d'optimisation. Cependant, avant d'aborder ce sujet, il faut définir la forme des sous-espaces  $\Phi$ . Ceux-ci seront ici définis par des contraintes de boîte. Plus

rigoureusement, si l'on note  $p_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) les éléments du vecteur  $\mathbf{p}$ , un sous-espace  $\Phi$  quelconque peut être défini tel que  $\Phi \in \{\mathbf{p} : p_{i-} \leq p_i \leq p_{i+}, i = 1, 2, \dots, 7\}$  où  $p_{i-}$  et  $p_{i+}$  sont les bornes de la boîte  $\Phi$  dans la direction de variation du paramètre  $p_i$ .

## 8.2 Définition d'une borne sur la l'amplitude du bruit

De façon à obtenir les meilleures performances possible pour cet algorithme d'extraction, quatre différentes bornes ont été développées sur la valeur du bruit  $B$ . Celles-ci ont été comparées et la meilleure a été conservée. De façon à alléger la lecture de cette thèse, seulement la borne retenue est décrite dans cette section. Les trois autres bornes développées ainsi que la comparaison des performances des quatre bornes sont présentées à l'Annexe 4.

L'idée maîtresse servant au développement de la borne retenue est d'obtenir une enveloppe englobant les valeurs possibles de l'équation delta-lognormale pour des paramètres variant à l'intérieur d'une boîte  $\Phi$ . L'erreur peut ensuite être bornée en calculant l'écart quadratique des sections du signal  $v_t$  sortant de l'enveloppe.

### 8.2.1 Obtention d'une enveloppe delta-lognormale

Pour obtenir l'enveloppe supérieure et inférieure de l'ensemble des delta-lognormales dont la valeur des paramètres est comprise dans une boîte, on peut étudier séparément l'impact des composantes agoniste et antagoniste. Le problème revient alors à développer l'enveloppe pour une lognormale. Pour ce faire, on doit tout d'abord identifier les points où il y a changement de comportement de la fonction lognormale par rapport à la variation de chacun des paramètres (c.-à-d. le moment précis où l'augmentation de la valeur du paramètre fait augmenter la valeur des échantillons précédant ce moment et diminuer la valeur des échantillons suivant ce moment, ou vice-versa). Mathématiquement, ces points sont ceux où une des dérivées partielles de la lognormale est nulle. Dans cette optique, on considère

$$\frac{\delta \Lambda}{\delta \mu} = \Lambda \left[ \frac{(\ln(t - t_0) - \mu)^2}{\sigma^2} \right] \quad (8.5)$$

On a  $\frac{\delta\Lambda}{\delta\mu} = 0$  dans deux cas. On rencontre le premier cas quand  $\Lambda = 0$ , ce qui ne peut jamais arriver sur le domaine  $]t_0, \infty[$ . Le deuxième cas survient quand on a  $\ln(t - t_0) - \mu = 0$ . On peut vérifier que

$$\begin{cases} \frac{\delta\Lambda}{\delta\mu} < 0 \Leftrightarrow \ln(t - t_0) - \mu < 0 \\ \frac{\delta\Lambda}{\delta\mu} > 0 \Leftrightarrow \ln(t - t_0) - \mu > 0 \end{cases} \quad (8.6)$$

Le moment de changement de comportement est donc  $t_3 = t_0 + e^\mu$ .

Par rapport à  $\sigma$ , on a

$$\frac{\delta\Lambda}{\delta\sigma} = \frac{\Lambda}{\sigma} \left[ \frac{(\ln(t - t_0) - \mu)^2}{\sigma^2} - 1 \right] \quad (8.7)$$

avec  $\frac{\delta\Lambda}{\delta\sigma} = 0$  si et seulement si  $\frac{(\ln(t - t_0) - \mu)^2}{\sigma^2} = 1$  et on peut vérifier que

$$\begin{cases} \frac{\delta\Lambda}{\delta\sigma} > 0 \Leftrightarrow \frac{(\ln(t - t_0) - \mu)^2}{\sigma^2} > 1 \\ \frac{\delta\Lambda}{\delta\sigma} < 0 \Leftrightarrow \frac{(\ln(t - t_0) - \mu)^2}{\sigma^2} < 1 \end{cases} \quad (8.8)$$

Il y a donc deux moments où la fonction change de comportement, soit  $t_1 = t_0 + e^{\mu - \sigma}$  et  $t_4 = t_0 + e^{\mu + \sigma}$

Par rapport à  $D$ , aucun point de changement de comportement n'existe car  $\frac{\delta D \Lambda}{\delta D} = \Lambda \geq 0$ .

Par rapport à  $t_0$ , on peut obtenir

$$\frac{\delta\Lambda}{\delta t_0} = \frac{\Lambda}{t - t_0} \left[ \frac{(\ln(t - t_0) - \mu)}{\sigma^2} + 1 \right] \quad (8.9)$$

On a donc  $\frac{\delta\Lambda}{\delta t_0} = 0$  dans deux cas. On rencontre le premier cas quand  $\Lambda = 0$ , ce qui ne peut jamais arriver sur le domaine  $]t_0, \infty[$ . Le deuxième cas se manifeste quand  $\frac{(\ln(t - t_0) - \mu)}{\sigma^2} = -1$ . On peut vérifier que

$$\begin{cases} \frac{\delta \Lambda}{\delta t_0} < 0 \Leftrightarrow \frac{(\ln(t - t_0) - \mu)}{\sigma^2} > -1 \\ \frac{\delta \Lambda}{\delta t_0} > 0 \Leftrightarrow \frac{(\ln(t - t_0) - \mu)}{\sigma^2} < -1 \end{cases} \quad (8.10)$$

Le moment de changement de comportement est donc  $t_2 = t_0 + e^{\mu - \sigma^2}$ .

Pour obtenir une enveloppe égale à  $\max_{p^*} D\Lambda(t)$ , il faut trouver quel doit être la valeur de  $p^*$  en fonction de  $t$ . L'analyse précédente permet de l'obtenir tel que schématisée à la Figure 8.1.

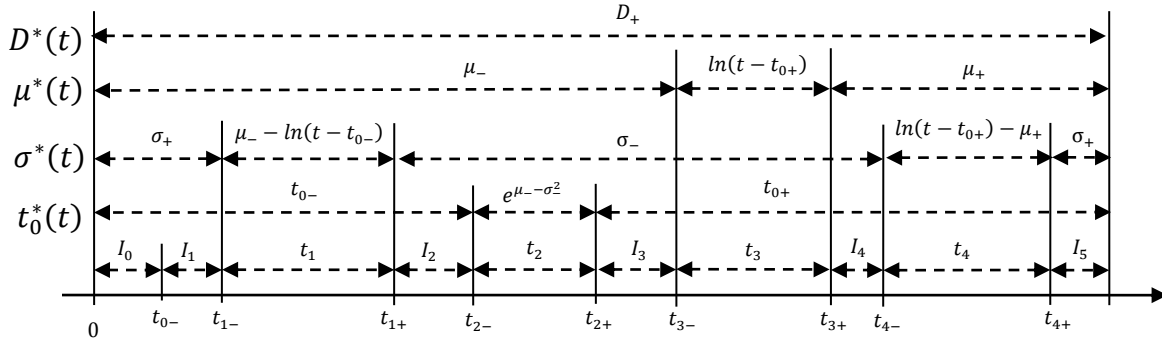


Figure 8.1 : Schéma identifiant la valeur des paramètres maximisant la valeur de  $\Lambda(t)$ .

$$\Lambda_+ = \begin{cases} 0 & t \in I_0 = [0, t_{0-}] \\ \Lambda(t - t_{0-}; \mu_-, \sigma_+) & t \in I_1 = t_{0-} + ]0, e^{\mu_- - \sigma_+}] \\ \Lambda(t - t_{0-}; \mu_-, \sigma = \mu_- - \ln(t - t_{0-})) & t \in t_1 = t_{0-} + ]e^{\mu_- - \sigma_+}, e^{\mu_- - \sigma_-}] \\ \Lambda(t - t_{0-}; \mu_-, \sigma_-) & t \in I_2 = t_{0-} + ]e^{\mu_- - \sigma_-}, e^{\mu_- - \sigma_-^2}] \\ \Lambda(e^{\mu_- - \sigma_-^2}; \mu_-, \sigma_-) & t \in t_2 = ]t_{0-}, t_{0+}] + e^{\mu_- - \sigma_-^2} \\ \Lambda(t - t_{0+}; \mu_-, \sigma_-) & t \in I_3 = t_{0+} + ]e^{\mu_- - \sigma_-^2}, e^{\mu_-}] \\ \Lambda(t - t_{0+}; \mu = \ln(t - t_{0+}), \sigma_-) & t \in t_3 = t_{0+} + ]e^{\mu_-}, e^{\mu_+}] \\ \Lambda(t - t_{0+}; \mu_+, \sigma_-) & t \in I_4 = t_{0+} + ]e^{\mu_+}, e^{\mu_+ + \sigma_-}] \\ \Lambda(t - t_{0+}; \mu_+, \sigma = \ln(t - t_{0+}) - \mu_+) & t \in t_4 = t_{0+} + ]e^{\mu_+ + \sigma_-}, e^{\mu_+ + \sigma_+}] \\ \Lambda(t - t_{0+}; \mu_+, \sigma_+) & t \in I_5 = t_{0+} + ]e^{\mu_+ + \sigma_+}, t_e] \end{cases} \quad (8.11)$$

En fait, comme on peut le noter sur ce diagramme, les  $t_i$  ne sont pas des instants discrets, mais des intervalles de temps. Par exemple, pour  $t_1$ , si l'on considère la valeur des paramètres lognormaux, on a  $t_1 = t_0 + e^{\mu - \sigma} = t_{0-} + ]e^{\mu_- - \sigma_+}, e^{\mu_- - \sigma_-}]$ . Dans cet intervalle, la valeur du paramètre changeant ( $\sigma$  dans ce cas) peut être obtenue en isolant  $\sigma$  de l'équation définissant le

temps  $t_1$  comme suit :  $t = t_{0-} + e^{\mu_- - \sigma} \Leftrightarrow \sigma = \mu_- - \ln(t - t_{0-})$ . En appliquant la même logique, on obtient l'expression du paramètre variant dans chaque l'intervalle  $t_i$  tel que donné sur la Figure 8.1. À partir de ce diagramme, l'expression de l'enveloppe maximale recherchée ( $\Lambda_+$ ) peut s'exprimer comme indiqué à l'équation (8.11).

Le développement de l'enveloppe minimale est quelque peu plus complexe. Dans ce cas, les  $t_i$  ne sont plus des intervalles. Par exemple, on a  $t_1 = t_{0+} + ]e^{\mu_+ - \sigma_-}, e^{\mu_+ - \sigma_+}] = ]t_{1-}, t_{1+}]$ . Or, les contraintes de boîte sont telles que l'inégalité  $t_{1-} > t_{1+}$  doit être respectée. C'est donc dire que les intervalles  $I_j$  et  $I_{j+1}$  se chevaucheraient s'ils étaient définis tel que  $I_j = ]t_{(j-1)+}, t_{j-}]$  comme c'était le cas pour  $\Lambda_+$ . On doit donc trouver des  $t_j^*$  ( $t_{1+} \leq t_j^* \leq t_{1-}$ ) permettant de définir  $I_j = ]t_{j-1}^*, t_j^*]$  tel que  $f_{I_{j-1}}(t) \geq f_{I_j}(t)$  pour  $t \geq t_{j-1}^*$ , si l'on note  $f_{I_j}(t)$  la fonction associée à  $\Lambda_-$  dans l'intervalle  $I_j$ . On a donc

$$\Lambda_- = \begin{cases} 0 & t \in I_0 = [0, t_{0+}] \\ \Lambda(t - t_{0+}; \mu_+, \sigma_-) & t \in I_1 = ]t_{0+}, t_1^*] \\ \Lambda(t - t_{0+}; \mu_+, \sigma_+) & t \in I_2 = ]t_1^*, t_2^*] \\ \Lambda(t - t_{0-}; \mu_+, \sigma_+) & t \in I_3 = ]t_2^*, t_3^*] \\ \Lambda(t - t_{0-}; \mu_-, \sigma_+) & t \in I_4 = ]t_3^*, t_4^*] \\ \Lambda(t - t_{0-}; \mu_-, \sigma_-) & t \in I_5 = ]t_4^*, t_e] \end{cases} \quad (8.12)$$

où il reste à obtenir la valeur des  $t_j^*$ . On peut trouver une expression pour  $t_1^*$  et  $t_4^*$  en utilisant une même démarche. On considère le graphe de la figure 8.2.

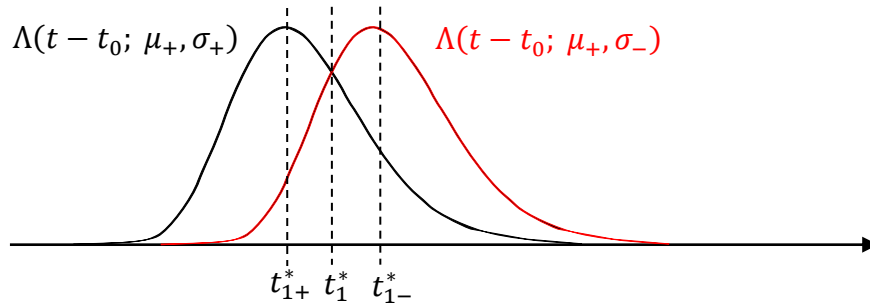


Figure 8.2 : Illustration permettant de définir le point  $t_1^*$ .

Le point  $t_1^*$  sera le point où l'égalité  $\Lambda(t_1^* - t_{0+}; \mu_+, \sigma_-) = \Lambda(t_1^* - t_{0+}; \mu_+, \sigma_+)$  sera respectée. On peut vérifier que



$$\begin{aligned}
\Lambda(t^*; \mu, \sigma_-) &= \Lambda(t^*; \mu, \sigma_+) \\
&\Leftrightarrow \frac{(\ln(t^*) - \mu)^2}{2\sigma_+^2} - \frac{(\ln(t^*) - \mu)^2}{2\sigma_-^2} = \ln\left(\frac{\sigma_-}{\sigma_+}\right) \\
&\Leftrightarrow \ln(t^*)^2 - 2\mu \ln(t^*) + \left[ \mu^2 + \frac{2\sigma_-^2 \sigma_+^2 \ln\left(\frac{\sigma_-}{\sigma_+}\right)}{\sigma_+^2 - \sigma_-^2} \right] = 0
\end{aligned} \tag{8.13}$$

De là, on peut extraire les racines de  $\ln(t^*)^2 - 2\mu \ln(t^*) + \left[ \mu^2 + \frac{2\sigma_-^2 \sigma_+^2 \ln\left(\frac{\sigma_-}{\sigma_+}\right)}{\sigma_+^2 - \sigma_-^2} \right] = 0$  et montrer que  $t^* = e^{\mu - \sigma^*}$  avec  $\sigma^*$  défini dans

$$\sigma^* = \sigma_+ \sigma_- \sqrt{\frac{2(\ln(\sigma_+) - \ln(\sigma_-))}{\sigma_+^2 - \sigma_-^2}} \tag{8.14}$$

pour  $\sigma^* > 0$ . On a donc  $t_1^* = t_{0+} + e^{\mu_+ - \sigma^*}$  et  $t_4^* = t_{0-} + e^{\mu_- + \sigma^*}$ .

Pour trouver l'expression de  $t_2^*$ , on doit résoudre l'égalité  $\Lambda(t_2^* - t_{0+}; \mu_+, \sigma_+) = \Lambda(t_2^* - t_{0-}; \mu_+, \sigma_+)$ . Pour ce faire, celle-ci peut être réécrite sous la forme :

$$2(\sigma_+^2 - \mu_+) \ln\left(\frac{t_2^* - t_{0+}}{t_2^* - t_{0-}}\right) = \ln(t_2^* - t_{0-})^2 - \ln(t_2^* - t_{0+})^2 \tag{8.15}$$

Si l'on pose  $\alpha = \ln(t_2^* - t_{0-})$  et  $\beta = \ln(t_2^* - t_{0+})$ , on peut obtenir l'expression suivante :

$$\beta^2 + 2(\sigma_+^2 - \mu_+)\beta = \alpha^2 + 2(\sigma_+^2 - \mu_+)\alpha \tag{8.16}$$

On peut alors compléter le carré de chaque côté de cette égalité en ajoutant le terme  $(\sigma_+^2 - \mu_+)^2$  de part et d'autre pour réécrire l'expression précédente comme suit :

$$(\beta + (\sigma_+^2 - \mu_+))^2 = (\alpha + (\sigma_+^2 - \mu_+))^2 \tag{8.17}$$

Cette égalité peut être respectée dans deux conditions différentes. On peut premièrement avoir  $\alpha = \beta$  dans quel cas  $\ln(t_2^* - t_{0-}) = \ln(t_2^* - t_{0+})$ . Cela imposerait  $t_{0-} = t_{0+}$  ce qui est évidemment impossible. Deuxièmement, et c'est le cas pertinent à notre démarche, on peut avoir

$\beta + (\sigma_+^2 - \mu_+) = -\alpha - (\sigma_+^2 - \mu_+)$ . Dans ce cas, on a  $\beta + \alpha = -2(\sigma_+^2 - \mu_+)$ , ce qui implique la relation quadratique suivante :

$$t_2^{*2} - t_2^*(t_{0-} + t_{0+}) + t_{0-}t_{0+} - e^{2(\mu_+ - \sigma_+^2)} = 0 \quad (8.18)$$

On peut alors isoler la valeur de  $t_2^*$  pour obtenir l'expression :

$$t_2^* = \frac{t_{0+} + t_{0-} \pm \sqrt{(t_{0+} - t_{0-})^2 + 4e^{2(\mu_+ - \sigma_+^2)}}}{2} \quad (8.19)$$

De cette expression, on ne conserve que la racine

$$t_2^* = \frac{t_{0+} + t_{0-} + \sqrt{(t_{0+} - t_{0-})^2 + 4e^{2(\mu_+ - \sigma_+^2)}}}{2} \quad (8.20)$$

puisque le terme  $\frac{t_{0+} + t_{0-}}{2}$  est en fait la moyenne de  $t_{0-}$  et  $t_{0+}$ . Or, le point de rencontre des deux lognormales doit nécessairement être plus grand que le point  $\frac{t_{0+} + t_{0-}}{2}$  étant donné le sens de l'asymétrie de la lognormale.

Le point  $t_3^*$  sera le point où l'égalité  $\Lambda(t_3^* - t_{0-}; \mu_+, \sigma_+) = \Lambda(t_3^* - t_{0-}; \mu_-, \sigma_+)$  sera respectée. On peut vérifier que

$$\begin{aligned} \Lambda(t^*; \mu_+, \sigma) &= \Lambda(t^*; \mu_-, \sigma) \\ &\Leftrightarrow \\ t^* &= e^{\frac{\mu_+^2 - \mu_-^2}{2(\mu_+ - \mu_-)}} = e^{\frac{(\mu_+ + \mu_-)}{2}} \end{aligned} \quad (8.21)$$

et donc que  $t_3^* = t_{0-} + e^{\bar{\mu}}$  avec  $\bar{\mu} = \frac{(\mu_+ + \mu_-)}{2}$ .

Tous les éléments de (8.12) sont alors définis. Cependant, il est important de considérer le fait que cette équation repose implicitement sur la condition  $t_1^* \leq t_2^* \leq t_3^* \leq t_4^*$ . Plusieurs cas de figure peuvent arriver quand cette condition n'est pas respectée. La solution la plus simple est alors de calculer  $\Lambda_-$  à partir de

$$\Lambda_- = \min_{i=1,2,\dots,5} \Lambda_i \quad (8.22)$$

où les  $\Lambda_i$  représentent chacune des valeurs possibles de  $\Lambda_-$  dans l'équation (8.12) (exception faite de la valeur nulle). Bien évidemment, ce calcul est plus long à réaliser que l'évaluation de (8.12) et est donc une solution de dernier recours.

À partir de ces résultats, l'enveloppe de la  $\Delta\Lambda$  peut se trouver facilement comme étant

$$\Delta\Lambda_+ = D_{1+}\Lambda_{1+} - D_{2-}\Lambda_{2-} \quad (8.23)$$

$$\Delta\Lambda_- = D_{1-}\Lambda_{1-} - D_{2+}\Lambda_{2+} \quad (8.24)$$

### 8.2.2 Vérification en simulation de la validité de l'enveloppe

Pour vérifier le bon fonctionnement de l'enveloppe développée, on considère un sous-espace quelconque défini par les paramètres

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_+ &= [t_{0+} \ D_{1+} \ \mu_{1+} \ \sigma_{1+} \ D_{2+} \ \mu_{2+} \ \sigma_{2+}]^T \\ &= [0.023 \ 93.95 \ -0.707 \ 0.283 \ 31.32 \ -0.100 \ 0.550]^T \end{aligned} \quad (8.25)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_- &= [t_{0-} \ D_{1-} \ \mu_{1-} \ \sigma_{1-} \ D_{2-} \ \mu_{2-} \ \sigma_{2-}]^T \\ &= [0.013 \ 55.68 \ -0.789 \ 0.206 \ 0.693 \ -2.200 \ 0.040]^T \end{aligned} \quad (8.26)$$

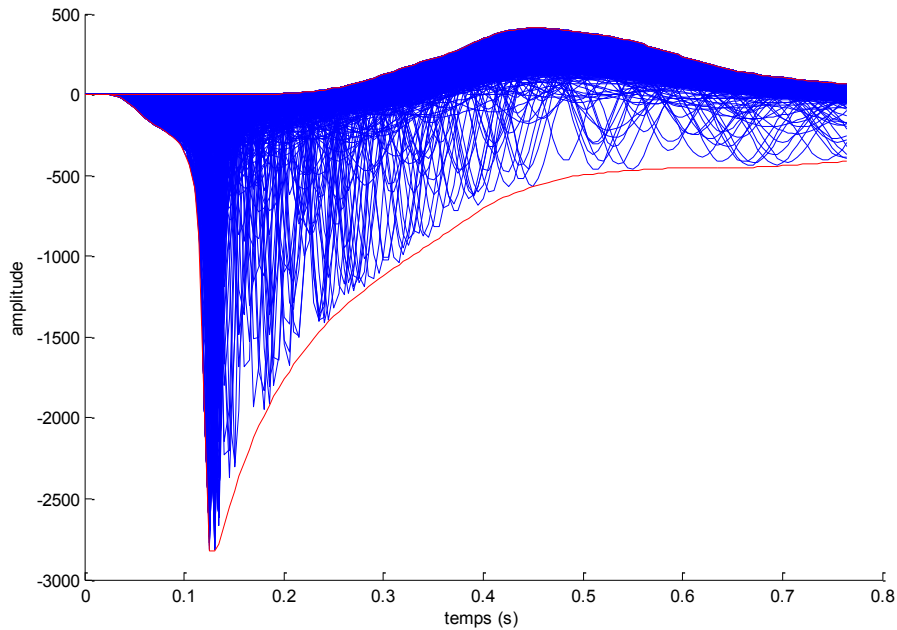


Figure 8.3 : Vérification expérimentale de la validité du calcul de l'enveloppe delta-lognormale.

Sur le graphe de la Figure 8.3, les deux parties de l'enveloppe calculées (c.-à-d.  $\Delta\Lambda_+$  et  $\Delta\Lambda_-$ ) sont représentées par des lignes rouges. En bleue, on peut voir la superposition de 3000 courbes  $\Delta\Lambda$  ayant des paramètres dont la valeur est aléatoire telle que  $P(p_i = p_{i+}) = P(p_i = p_{i-}) = 0.25$  et  $P(p_{i-} < p_i < p_{i+}) = 0.5$  avec  $p_i$  distribué uniformément entre  $p_{i-}$  et  $p_{i+}$ . Comme on peut le constater par le fait qu'aucune courbe bleue ne sort de l'espace délimité par les deux lignes rouges, l'enveloppe calculée borne adéquatement les valeurs possibles de la fonction delta-lognormale à l'intérieur de la boîte étudiée.

### 8.2.3 Obtention d'une borne sur le bruit grâce à l'enveloppe delta-lognormale

Il est relativement trivial d'obtenir une borne sur le bruit à partir de l'enveloppe obtenue. Une borne inférieure peut être définie par la relation suivante :

$$\begin{aligned} B &= \int (v_t(t) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*))^2 dt \\ &\geq \int \max(0, \Delta\Lambda_- - v_t(t), v_t(t) - \Delta\Lambda_+)^2 dt \\ &= L_{B4} \end{aligned} \quad (8.27)$$

Notons d'ailleurs que l'on dispose aussi, avec cette technique, d'une expression relative à la borne maximale du bruit :

$$\begin{aligned} B &= \int (v_t(t) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*))^2 dt \\ &\leq \int \max((v_t(t) - \Delta\Lambda_+)^2, (v_t(t) - \Delta\Lambda_-)^2) dt \end{aligned} \quad (8.28)$$

## 8.3 Procédure de division des boîtes

Le choix d'une procédure permettant de définir comment diviser les boîtes à chaque itération de l'algorithme peut avoir un impact important sur les performances de l'optimisation S&É. Un choix permettant rapidement d'éliminer le plus d'espace de recherche possible diminuera l'ampleur de l'explosion exponentielle associée au processus de division itérative de l'espace. En général, une boîte  $\Phi$  peut être séparée en  $N$  sous-espaces. Cependant, puisque  $N$  représente l'exposant associé à l'accroissement exponentiel du nombre de boîtes, il est intéressant de garder

ce nombre aussi petit que possible. Dans notre cas, une subdivision en trois sous-espaces a été adoptée de telle sorte que l'un des trois sous-espaces conserve le même centre que l'espace d'origine. Ainsi, tel que noté par Rohrer & Hogan (2003), on peut profiter d'une réduction de 33 % des calculs associés aux centres des boîtes par rapport à ce qui aurait été obtenu pour une stratégie de division en deux sous-espaces.

À chaque itération de l'algorithme, chacun des espaces  $\Phi$  est donc subdivisé en trois sous-espaces ayant un volume identique. Pour ce faire, un espace  $\Phi$  est coupé en trois tiers égaux dans la direction de l'un des axes principaux du problème (c.-à-d. dans la direction de variation d'un des paramètres delta-lognormaux). Le problème à résoudre consiste alors à choisir dans quel axe chaque boîte devrait être coupée pour permettre d'éliminer un maximum de boîtes le plus tôt possible dans le déroulement de l'algorithme.

Une réponse heuristique à ce problème est de choisir l'axe de coupure qui minimisera l'aire de l'enveloppe delta-lognormale associée aux trois sous-espaces résultants. Pour que cela puisse être fait de façon efficiente, il faudrait idéalement que l'aire de l'enveloppe d'une boîte donnée puisse être représentée de façon analytique. Cette aire s'exprimera par la formule suivante :

$$\begin{aligned}
 A &= \int \Delta\Lambda_+ - \Delta\Lambda_- dt \\
 &= \int D_{1+}\Lambda_{1+} - D_{2-}\Lambda_{2-} - D_{1-}\Lambda_{1-} + D_{2+}\Lambda_{2+} dt \\
 &= D_{1+} \int \Lambda_{1+} dt + D_{2+} \int \Lambda_{2+} dt - D_{2-} \int \Lambda_{2-} dt - D_{1-} \int \Lambda_{1-} dt
 \end{aligned} \tag{8.29}$$

L'expression des termes  $\int \Lambda_{i+} dt$  et  $\int \Lambda_{i-} dt$  sera bien sûr la somme de l'aire de chacun des segments des fonctions  $\Lambda_{i+}$  et  $\Lambda_{i-}$  tels que définis en (8.11) et (8.12). L'aire de ces segments sera notée  $A_{j+}$  et  $A_{j-}$  respectivement, avec  $j$  faisant référence au  $j^{\text{e}}$  segment des fonctions  $\Lambda_{i+}$  et  $\Lambda_{i-}$  si l'on ne tient pas compte du segment d'amplitude nulle sur l'intervalle  $I_0$  (l'aire de ce segment étant trivialement nulle). On a donc les expressions (8.30)-(8.38) pour les neuf segments non nuls de  $\Lambda_{i+}$  et les expressions (8.39) -(8.43) pour les cinq segments non nuls de  $\Lambda_{i-}$ .

$$\begin{aligned}
A_{1+} &= \int_{t_{0-}}^{t_{0-}+e^{\mu_- - \sigma_+}} \Lambda(t - t_{0-}; \mu_-, \sigma_-) dt \\
&= \int_0^{e^{\mu_- - \sigma_+}} \Lambda(t; \mu_-, \sigma_+) dt \\
&= \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) + 1}{2}
\end{aligned} \tag{8.30}$$

$$\begin{aligned}
A_{2+} &= \int_{t_{0-}+e^{\mu_- - \sigma_+}}^{t_{0-}+e^{\mu_- - \sigma_-}} \Lambda(t - t_{0-}; \mu_-, \sigma = \mu_- - \ln(t - t_{0-})) dt \\
&= \int_{e^{\mu_- - \sigma_+}}^{e^{\mu_- - \sigma_-}} \Lambda(t; \mu_-, \sigma = \mu_- - \ln(t)) dt \\
&= \frac{1}{\sqrt{2e\pi}} \int_{e^{\mu_- - \sigma_+}}^{e^{\mu_- - \sigma_-}} \frac{1}{t(\mu_- - \ln(t))} dt \\
&= \frac{1}{\sqrt{2e\pi}} \int_{\mu_- - \sigma_+}^{\mu_- - \sigma_-} \frac{1}{\mu_- - t} dt \\
&= \frac{1}{\sqrt{2e\pi}} \int_{-\sigma_+}^{-\sigma_-} \frac{1}{-t} dt \\
&= \frac{-1}{\sqrt{2e\pi}} \int_{-\sigma_+}^{-\sigma_-} \frac{1}{t} dt \\
&= \frac{\ln\left(\frac{\sigma_+}{\sigma_-}\right)}{\sqrt{2e\pi}}
\end{aligned} \tag{8.31}$$

$$\begin{aligned}
A_{3+} &= \int_{t_{0-}+e^{\mu_- - \sigma_-}}^{t_{0-}+e^{\mu_- - \sigma_-^2}} \Lambda(t - t_{0-}; \mu_-, \sigma_+) dt \\
&= \int_{e^{\mu_- - \sigma_-}}^{e^{\mu_- - \sigma_-^2}} \Lambda(t; \mu_-, \sigma_+) dt \\
&= \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{-\sigma_-}{\sqrt{2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)}{2}
\end{aligned} \tag{8.32}$$

$$\begin{aligned}
A_{4+} &= \int_{t_{0-}+e^{\mu_- - \sigma_-^2}}^{t_{0+}+e^{\mu_- - \sigma_-^2}} \Lambda(e^{\mu_- - \sigma_-^2}; \mu_-, \sigma_-) dt \\
&= \frac{e^{\sigma_-^2 - \mu_-}}{\sqrt{2e\pi}\sigma_-} (t_{0+} - t_{0-})
\end{aligned} \tag{8.33}$$

$$\begin{aligned}
A_{5+} &= \int_{t_{0+}+e^{\mu_- - \sigma_-^2}}^{t_{0+}+e^{\mu_-}} \Lambda(t - t_{0+}; \mu_-, \sigma_-) dt \\
&= \int_{e^{\mu_- - \sigma_-^2}}^{e^{\mu_-}} \Lambda(t; \mu_-, \sigma_-) dt \\
&= -\frac{\operatorname{erf}\left(\frac{-\sigma_-}{\sqrt{2}}\right)}{2}
\end{aligned} \tag{8.34}$$

$$\begin{aligned}
A_{6+} &= \int_{t_{0+}+e^{\mu_-}}^{t_{0+}+e^{\mu_+}} \Lambda(t - t_{0+}; \mu = \ln(t - t_{0+}), \sigma_-) dt \\
&= \int_{t_{0+}+e^{\mu_-}}^{t_{0+}+e^{\mu_+}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_- (t - t_{0+})} dt \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_-} \int_{e^{\mu_-}}^{e^{\mu_+}} \frac{1}{t} dt \\
&= \frac{\mu_+ - \mu_-}{\sqrt{2\pi}\sigma_-}
\end{aligned} \tag{8.35}$$

$$\begin{aligned}
A_{7+} &= \int_{t_{0+}+e^{\mu_+}}^{t_{0+}+e^{\mu_+ + \sigma_-}} \Lambda(t - t_{0+}; \mu_+, \sigma_-) dt \\
&= \int_{e^{\mu_+}}^{e^{\mu_+ + \sigma_-}} \Lambda(t; \mu_+, \sigma_-) dt \\
&= \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}{2}
\end{aligned} \tag{8.36}$$

$$\begin{aligned}
A_{8+} &= \int_{t_{0+}+e^{\mu_++\sigma_-}}^{t_{0+}+e^{\mu_++\sigma_+}} \Lambda(t - t_{0+}; \mu_+, \sigma = \ln(t - t_{0+}) - \mu_+) dt \\
&= \int_{e^{\mu_++\sigma_-}}^{e^{\mu_++\sigma_+}} \Lambda(t; \mu_+, \sigma = \ln(t) - \mu_+) dt \\
&= \frac{1}{\sqrt{2e\pi}} \int_{e^{\mu_++\sigma_-}}^{e^{\mu_++\sigma_+}} \frac{1}{t(\ln(t) - \mu_+)} dt \\
&= \frac{1}{\sqrt{2e\pi}} \int_{\mu_++\sigma_-}^{\mu_++\sigma_+} \frac{1}{t - \mu_+} dt \\
&= \frac{1}{\sqrt{2e\pi}} \int_{\sigma_-}^{\sigma_+} \frac{1}{t} dt \\
&= \frac{\ln\left(\frac{\sigma_+}{\sigma_-}\right)}{\sqrt{2e\pi}}
\end{aligned} \tag{8.37}$$

$$\begin{aligned}
A_{9+} &= \int_{t_{0+}+e^{\mu_++\sigma_+}}^{t_{0+}+t_e} \Lambda(t - t_{0+}; \mu_+, \sigma_+) dt \\
&= \int_{e^{\mu_++\sigma_+}}^{t_e} \Lambda(t; \mu_+, \sigma_+) dt \\
&= \frac{1 - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}{2}
\end{aligned} \tag{8.38}$$

$$\begin{aligned}
A_{1-} &= \int_{t_{0+}}^{t_{0+}+e^{\mu_+-\sigma^*}} \Lambda(t - t_{0+}; \mu_+, \sigma_-) dt \\
&= \int_0^{e^{\mu_+-\sigma^*}} \Lambda(t; \mu_+, \sigma_-) dt \\
&= \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{-\sigma^*}{\sqrt{2\sigma_-^2}}\right) + 1}{2} \\
&= \frac{\operatorname{erf}\left(-\sigma_+ \sqrt{\frac{\ln(\sigma_+) - \ln(\sigma_-)}{(\sigma_+^2 - \sigma_-^2)}}\right) + 1}{2}
\end{aligned} \tag{8.39}$$



$$\begin{aligned}
A_{2-} &= \int_{t_{0+} + e^{\mu_+ - \sigma^*}}^{t_2^*} \Lambda(t - t_{0+}; \mu_+, \sigma_+) dt \\
&= \int_{e^{\mu_+ - \sigma^*}}^{t_2^* - t_{0+}} \Lambda(t; \mu_+, \sigma_+) dt \\
&= \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{\ln(t_2^* - t_{0+}) - \mu_+}{\sqrt{2\sigma_+^2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{-\sigma^*}{\sqrt{2\sigma_+^2}}\right)}{2} \\
&= \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{\ln(t_2^* - t_{0+}) - \mu_+}{\sqrt{2\sigma_+^2}}\right) - \operatorname{erf}\left(-\sigma_- \sqrt{\frac{\ln(\sigma_+) - \ln(\sigma_-)}{(\sigma_+^2 - \sigma_-^2)}}\right)}{2}
\end{aligned} \tag{8.40}$$

$$\begin{aligned}
A_{3-} &= \int_{t_2^*}^{t_{0-} + e^{\mu^*}} \Lambda(t - t_{0-}; \mu_+, \sigma_+) dt \\
&= \int_{t_2^* - t_{0-}}^{e^{\mu^*}} \Lambda(t; \mu_+, \sigma_+) dt \\
&= \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{\mu^* - \mu_+}{\sqrt{2\sigma_+^2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\ln(t_2^* - t_{0-}) - \mu_+}{\sqrt{2\sigma_+^2}}\right)}{2} \\
&= \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{\mu_- - \mu_+}{2\sqrt{2\sigma_+^2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\ln(t_2^* - t_{0-}) - \mu_+}{\sqrt{2\sigma_+^2}}\right)}{2}
\end{aligned} \tag{8.41}$$

$$\begin{aligned}
A_{4-} &= \int_{t_{0-} + e^{\mu^*}}^{t_{0-} + e^{\mu_- + \sigma^*}} \Lambda(t - t_{0-}; \mu_-, \sigma_+) dt \\
&= \int_{e^{\mu^*}}^{e^{\mu_- + \sigma^*}} \Lambda(t; \mu_-, \sigma_+) dt \\
&= \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{\sigma^*}{\sqrt{2\sigma_+^2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\mu^* - \mu_-}{\sqrt{2\sigma_+^2}}\right)}{2} \\
&= \frac{\operatorname{erf}\left(\sigma_- \sqrt{\frac{\ln(\sigma_+) - \ln(\sigma_-)}{\sigma_+^2 - \sigma_-^2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\mu_+ - \mu_-}{2\sqrt{2\sigma_+^2}}\right)}{2}
\end{aligned} \tag{8.42}$$

$$\begin{aligned}
A_{5-} &= \int_{t_{0-} + e^{\mu_- + \sigma_-^*}}^{\infty} \Lambda(t - t_{0-}; \mu_-, \sigma_-) dt \\
&= \int_{e^{\mu_- + \sigma_-^*}}^{\infty} \Lambda(t; \mu_-, \sigma_-) dt \\
&= \frac{1 - \operatorname{erf}\left(\sigma_+ \sqrt{\frac{\ln(\sigma_+) - \ln(\sigma_-)}{\sigma_+^2 - \sigma_-^2}}\right)}{2}
\end{aligned} \tag{8.43}$$

Ces expressions peuvent être combinées pour obtenir les termes désirés, soit les intégrales des fonctions  $\Lambda_+$  et  $\Lambda_-$  telles que données par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
\int \Lambda_+ dt &= \sum_{i=1}^9 A_{i+} \\
&= 1 + \frac{e^{\frac{\sigma_-^2}{2} - \mu_-}}{\sqrt{2\pi}\sigma_-} (t_{0+} - t_{0-}) + \sqrt{\frac{2}{e\pi}} \ln\left(\frac{\sigma_+}{\sigma_-}\right) + \frac{\mu_+ - \mu_-}{\sqrt{2\pi}\sigma_-}
\end{aligned} \tag{8.44}$$

$$\begin{aligned}
\int \Lambda_- dt &= \sum_{i=1}^5 A_{i-} \\
&= 1 + \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{\ln(t_2^* - t_{0+}) - \mu_+}{\sqrt{2}\sigma_+}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\ln(t_2^* - t_{0-}) - \mu_+}{\sqrt{2}\sigma_+}\right) \right] \\
&\quad + \operatorname{erf}\left(\sigma_- \sqrt{\frac{\ln(\sigma_+) - \ln(\sigma_-)}{\sigma_+^2 - \sigma_-^2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\sigma_+ \sqrt{\frac{\ln(\sigma_+) - \ln(\sigma_-)}{\sigma_+^2 - \sigma_-^2}}\right) \\
&\quad - \operatorname{erf}\left(\frac{\mu_+ - \mu_-}{2\sqrt{2}\sigma_+}\right)
\end{aligned} \tag{8.45}$$

Ici encore, il faut considérer le fait que (8.29) n'est valide que si  $t_1^* \leq t_2^* \leq t_3^* \leq t_4^*$ . Dans le cas contraire, la solution la plus simple pour obtenir l'aire de  $\Lambda_-$  reste l'intégration numérique de (8.22). Cependant, en pratique, pour la division des boîtes, l'utilisation de la formule (8.29) dans tous les cas (c.-à-d. même si l'inégalité  $t_1^* \leq t_2^* \leq t_3^* \leq t_4^*$  n'est pas respectée) donne de meilleurs résultats. Cela peut sembler contradictoire à première vue, mais il n'en est rien. En effet, le calcul de (8.29) quand  $t_i^* > t_{i+1}^*$  ne donne pas la vraie aire de l'enveloppe. Cependant, cette mesure peut néanmoins être un indicateur plus fiable de l'impact de la division de  $\Phi$  sur la variation de l'aire que le serait l'intégration numérique de (8.22). Cela découle de la présence de

discontinuités dans les dérivées partielles de  $\int \Lambda_- dt$  aux points où  $t_i^* = t_j^*$ . La division de  $\Phi$  le long d'un axe quelconque peut donc avoir aucun impact immédiat sur l'aire de l'enveloppe, mais nous approcher d'un point où un effet important apparaîtra. Le fait que l'algorithme s'approche de ce seuil peut ne pas être apparent sur le calcul de l'aire réelle tout en ayant un impact sur la valeur calculée avec (8.29) lorsque le critère  $t_1^* \leq t_2^* \leq t_3^* \leq t_4^*$  n'est pas respecté. De plus, il faut noter que la violation de la condition  $t_1^* \leq t_2^* \leq t_3^* \leq t_4^*$  ne menace pas l'optimalité globale de la solution obtenue telle que ça l'aurait été le cas à la section 8.2.1. En effet, ici, les calculs ne sont pas associés à la définition de la borne sur le bruit mais plutôt à une heuristique guidant la séparation des sous-espaces. Le seul effet que peut avoir ici le non-respect de ce critère est de ralentir ou d'accélérer la convergence de l'algorithme et les résultats expérimentaux semblent indiquer un effet accélérateur.

On notera  $\Phi_{1i}$ ,  $\Phi_{2i}$  et  $\Phi_{3i}$  les sous-espaces obtenus à partir de la boîte  $\Phi$  telle que définis dans

$$\Phi_{1i} \subset \{\Phi \mid p_{i-} \leq p_i \leq p_{i-} + \Delta_i \text{ et } p_{j-} \leq p_j < p_{j+}, (j \neq i)\} \quad (8.46)$$

$$\Phi_{2i} \subset \{\Phi \mid p_{i-} + \Delta_i \leq p_i \leq p_{i+} - \Delta_i \text{ et } p_{j-} \leq p_j < p_{j+}, (j \neq i)\} \quad (8.47)$$

$$\Phi_{3i} \subset \{\Phi \mid p_{i+} - \Delta_i \leq p_i \leq p_{i+} \text{ et } p_{j-} \leq p_j < p_{j+}, (j \neq i)\} \quad (8.48)$$

avec  $\Delta_i = \frac{p_{i+} - p_{i-}}{3}$ . On notera de plus,  $A_{ji}$  l'aire obtenue en appliquant (8.29) à  $\Phi_{ji}$ . La boîte  $\Phi$  sera divisée en trois boîtes  $\Phi_{1i}$ ,  $\Phi_{2i}$  et  $\Phi_{3i}$  où la valeur de  $i$  sera définie par l'équation suivante :

$$\operatorname{argmax}_i A_{1i} + A_{2i} + A_{3i} \quad (i = 1, 2, \dots, 7) \quad (8.49)$$

La performance de cette stratégie de subdivision des boîtes en sous-espaces a été comparée à ce qui serait obtenu si 1) on subdivisait les boîtes en choisissant au hasard l'axe de coupure et si 2) on les subdivisait de manière à maximiser les bornes obtenues. Sur la Figure 8.4, on peut voir que le nombre de boîtes devant être traitées d'une itération à l'autre de l'algorithme augmente beaucoup plus rapidement avec une sélection aléatoire de l'axe de coupure qu'avec une sélection basée sur le calcul de l'aire de l'enveloppe. Le nombre minimal de boîtes est obtenu si l'on cherche à maximiser les bornes sur la limite inférieure du bruit. Malgré que le calcul de

l'aire soit beaucoup plus long à réaliser que la pige au hasard de l'axe de division, la figure 8.5 montre bien que cette stratégie permet néanmoins l'obtention d'un temps de traitement de beaucoup inférieur à ce qui serait obtenu dans le cas d'une subdivision aléatoire. Par contre, en ce qui concerne la stratégie utilisant les limites, son temps d'exécution est trop élevé pour que la diminution du nombre boîtes qu'elle engendre se concrétise en un meilleur temps de calcul.

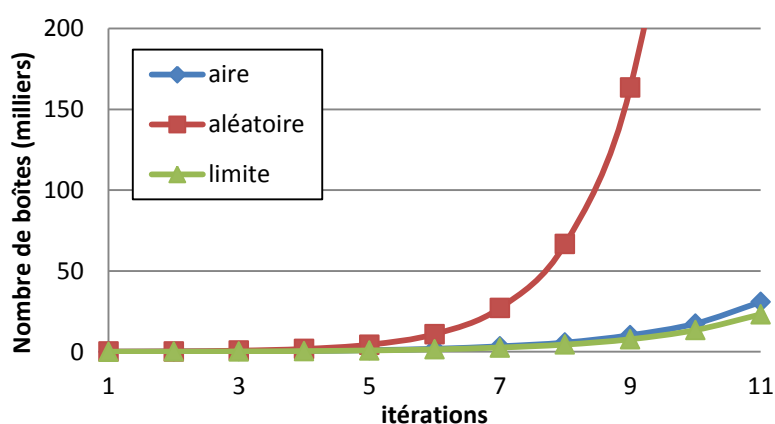


Figure 8.4 : Comparaison du nombre de boîtes à traiter en fonction du nombre d'itérations de l'algorithme, selon que l'on utilise une stratégie visant à minimiser l'aire des enveloppes delta-lognormales, à maximiser les bornes limites ou bien que l'on choisisse une direction de coupure de façon aléatoire.

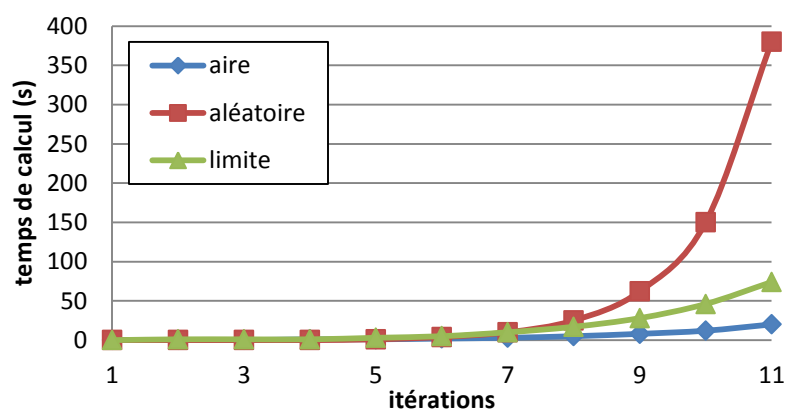


Figure 8.5 : Temps de traitement de l'algorithme en fonction du nombre d'itérations de l'algorithme, selon que l'on utilise une stratégie visant à minimiser l'aire des enveloppes delta-lognormales, à maximiser les bornes limites ou bien que l'on choisisse une direction de coupure de façon aléatoire.

En résumé, la stratégie de coupe basée sur la minimisation de l'aire de l'enveloppe delta-lognormale des sous-espaces offre les meilleures performances et a donc été adoptée dans le développement de l'algorithme final.

## 8.4 Utilisation de la convexité pour passer d'un problème de taille $N^7$ à un problème de taille $N^5$

On considère la borne

$$\begin{aligned}
 B &= \int (v_t(t) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*))^2 dt \\
 &\geq \int \max(0, \Delta\Lambda_- - v_t(t), v_t(t) - \Delta\Lambda_+)^2 dt \\
 &= \int \max(0, D_{1-}\Lambda_{1-} - D_{2+}\Lambda_{2+} - v_t(t))^2 dt \\
 &\quad + \int \max(0, v_t(t) - D_{1+}\Lambda_{1+} + D_{2-}\Lambda_{2-})^2 dt \\
 &= L_{B4}
 \end{aligned} \tag{8.50}$$

On note qu'il ne peut y avoir qu'une seule valeur de  $D_1$  et de  $D_2$  pour laquelle la valeur de  $L_{B4}$  est minimale pour ensemble  $(t_0, \mu_1, \sigma_1, \mu_2, \sigma_2)$  donné. Si cette valeur minimale est supérieure à la meilleure valeur de  $B$  connue, alors l'ensemble  $(t_0, \mu_1, \sigma_1, \mu_2, \sigma_2)$  peut être éliminé des solutions possibles, pour toutes les valeurs de  $D_1$  et  $D_2$ .

Cette valeur minimale de  $L_{B4}$ , que l'on notera  $L_{B4}^*$  peut s'exprimer par

$$\begin{aligned}
 B &\geq \min_{D_1, D_2} \int \max(0, D_1\Lambda_{1-} - D_2\Lambda_{2+} - v_t(t))^2 dt \\
 &\quad + \int \max(0, v_t(t) - D_1\Lambda_{1+} + D_2\Lambda_{2-})^2 dt \\
 &= L_{B4}^* \\
 &\geq L_{B4}
 \end{aligned} \tag{8.51}$$

Fait intéressant, même si l'on cherche la combinaison de  $(D_1, D_2)$  qui produit une valeur minimale de  $L_{B4}^*$ , cette dernière sera tout de même plus grande ou égale à  $L_{B4}$ . Cela signifie que l'on peut obtenir une borne plus restrictive tout en passant d'un problème de taille  $N^7$  à un problème de taille  $N^5$ . Pour ce faire, il faudrait cependant pouvoir résoudre le problème d'optimisation

$$\begin{aligned}
\min_{D_1, D_2} h &= \min_{D_1, D_2} \int \max(0, D_1 \Lambda_{1-} - D_2 \Lambda_{2+} - v_t(t))^2 dt \\
&\quad + \int \max(0, v_t(t) - D_1 \Lambda_{1+} + D_2 \Lambda_{2-})^2 dt \\
&= \min_{D_1, D_2} h_1 + h_2
\end{aligned} \tag{8.52}$$

Ce problème peut être résolu simplement si l'on peut montrer que  $h$  est une fonction convexe. Pour ce faire, on a besoin de la matrice Hessienne de  $h$ . Celle-ci nécessite la dérivation de

$$\begin{aligned}
&\int \max(0, D_1 \Lambda_{1-} - D_2 \Lambda_{2+} - v_t(t))^2 dt \\
&\quad + \int \max(0, v_t(t) - D_1 \Lambda_{1+} + D_2 \Lambda_{2-})^2 dt
\end{aligned} \tag{8.53}$$

qui peut être réécrit sous la forme

$$\begin{aligned}
&\int_A (D_1 \Lambda_{1-} - D_2 \Lambda_{2+} - v_t(t))^2 dt \\
&\quad + \int_B (v_t(t) - D_1 \Lambda_{1+} + D_2 \Lambda_{2-})^2 dt = h_1 + h_2
\end{aligned} \tag{8.54}$$

avec  $A \equiv \{t | v_t(t) \leq D_1 \Lambda_{1-} - D_2 \Lambda_{2+}\}$  et  $B \equiv \{t | v_t(t) \geq D_1 \Lambda_{1+} - D_2 \Lambda_{2-}\}$ .

On peut utiliser la formule de Leibniz pour appliquer la dérivation partielle aux  $h_i$ . Par exemple, dans le cas de la dérivée partielle de  $h_1$  par rapport à  $D_1$ , on a

$$\frac{\partial h_1}{\partial D_1} = \sum_{k=1}^{l(D_1)} \frac{\partial}{\partial D_1} \int_{f_k(D_1)}^{g_k(D_1)} h_1(t, D_1) dt \tag{8.55}$$

où  $f_k(D_1)$  et  $g_k(D_1)$  sont respectivement les bornes inférieures et supérieures, en fonction de  $D_1$ , du  $k^e$  intervalle de variation continu de  $t$  pour lequel la condition  $v_t(t) \leq D_1 \Lambda_{1-} - D_2 \Lambda_{2+}$  est respectée. Le nombre de ces intervalles peut varier en fonction de la valeur de  $D_1$  et sera noté par la fonction  $l(D_1)$ . On applique alors la formule de Leibniz à chacun des termes de cette somme pour obtenir

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1}{\partial D_1} = & \sum_{k=1}^{l(D_1)} \left[ \frac{\partial g_k(D_1)}{\partial D_1} h_1(g_k(D_1), D_1) - \frac{\partial f_k(D_1)}{\partial D_1} h_1(f_k(D_1), D_1) \right. \\ & \left. + \int_{f_k(D_1)}^{g_k(D_1)} \frac{\partial h_1(t, D_1)}{\partial D_1} dt \right] \end{aligned} \quad (8.56)$$

Dans cette équation, on a  $h_1(g_k(D_1), D_1) = 0$  et  $h_1(f_k(D_1), D_1) = 0$  par définition de  $g_k(D_1)$  et de  $f_k(D_1)$ . Cette équation se réduit donc à

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1}{\partial D_1} &= \sum_{k=1}^{l(D_1)} \int_{f_k(D_1)}^{g_k(D_1)} \frac{\partial h_1(t, D_1)}{\partial D_1} dt \\ &= \int_A \frac{\partial (D_1 \Lambda_{1-} - D_2 \Lambda_{2+} - v_t(t))^2}{\partial D_1} dt \\ &= 2 \int_A \Lambda_{1-} [D_1 \Lambda_{1-} - D_2 \Lambda_{2+} - v_t(t)] dt \end{aligned} \quad (8.57)$$

De façon analogue, on obtient

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1}{\partial D_2} &= \int_A \frac{\partial (D_1 \Lambda_{1-} - D_2 \Lambda_{2+} - v_t(t))^2}{\partial D_2} dt \\ &= -2 \int_A \Lambda_{2+} [D_1 \Lambda_{1-} - D_2 \Lambda_{2+} - v_t(t)] dt \end{aligned} \quad (8.58)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_2}{\partial D_1} &= \int_B \frac{\partial (v_t(t) - D_1 \Lambda_{1+} + D_2 \Lambda_{2-})^2}{\partial D_1} dt \\ &= -2 \int_B \Lambda_{1+} [v_t(t) - D_1 \Lambda_{1+} + D_2 \Lambda_{2-}] dt \end{aligned} \quad (8.59)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_2}{\partial D_2} &= \int_B \frac{\partial (v_t(t) - D_1 \Lambda_{1+} + D_2 \Lambda_{2-})^2}{\partial D_2} dt \\ &= 2 \int_B \Lambda_{2-} [v_t(t) - D_1 \Lambda_{1+} + D_2 \Lambda_{2-}] dt \end{aligned} \quad (8.60)$$

Et pour les dérivées secondes

$$\frac{\partial^2 h_1}{\partial D_1^2} = 2 \int_A \Lambda_{1-}^2 dt \quad (8.61)$$

$$\frac{\partial^2 h_1}{\partial D_2^2} = 2 \int_A \Lambda_{2+}^2 dt \quad (8.62)$$

$$\frac{\partial^2 h_1}{\partial D_1 \partial D_2} = -2 \int_A \Lambda_{2+} \Lambda_{1-} dt \quad (8.63)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial D_1} = 2 \int_B \Lambda_{1+}^2 dt \quad (8.64)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial D_2} = 2 \int_B \Lambda_{2-}^2 dt \quad (8.65)$$

$$\frac{\partial^2 h_2}{\partial D_1 \partial D_2} = -2 \int_B \Lambda_{2-} \Lambda_{1+} dt \quad (8.66)$$

On obtient donc la matrice Hessienne suivante :

$$H = 2 \begin{bmatrix} \int_A \Lambda_{1-}^2 dt + \int_B \Lambda_{1+}^2 dt & - \int_A \Lambda_{2+} \Lambda_{1-} dt - \int_B \Lambda_{2-} \Lambda_{1+} dt \\ - \int_A \Lambda_{2+} \Lambda_{1-} dt - \int_B \Lambda_{2-} \Lambda_{1+} dt & \int_A \Lambda_{2+}^2 dt + \int_B \Lambda_{2-}^2 dt \end{bmatrix} \quad (8.67)$$

La fonction  $h$  est strictement convexe si et seulement si sa matrice Hessienne est définie positive ce qui est le cas si l'on a  $x^T H x > 0$  pour tout vecteur  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$  réel non nul. Le problème est donc strictement convexe si et seulement si

$$\begin{aligned} x_1^2 \left[ \int_A \Lambda_{1-}^2 dt + \int_B \Lambda_{1+}^2 dt \right] - 2x_1 x_2 \left[ \int_A \Lambda_{2+} \Lambda_{1-} dt + \int_B \Lambda_{2-} \Lambda_{1+} dt \right] \\ + x_2^2 \left[ \int_A \Lambda_{2+}^2 dt + \int_B \Lambda_{2-}^2 dt \right] > 0 \end{aligned} \quad (8.68)$$

On peut réécrire cette inégalité sous la forme



$$\int_A (x_1 \Lambda_{1-} - x_2 \Lambda_{2+})^2 dt + \int_B (x_1 \Lambda_{1+} - x_2 \Lambda_{2-})^2 dt > 0 \quad (8.69)$$

Cette inégalité est bien sûr respectée pour tout vecteur  $x$  non nul, ce qui démontre la convexité de  $h$ . On peut donc résoudre le problème d'optimisation  $\min_{D_1, D_2} h$  à l'aide de n'importe quel algorithme d'optimisation convexe. Ce faisant, nous sommes assuré, grâce à la convexité, de trouver les valeurs de  $D_1$  et  $D_2$  pour l'optimum global de  $h$ .

Cependant, on sait que les valeurs de  $D_1$  et de  $D_2$  sont limitées par la nature du problème. Puisque  $\int \Delta \Lambda dt = D_1 - D_2 = D$ , on sait que l'on aura  $D \approx S \equiv \int v_t dt$ . De plus, il serait aberrant que les amplitudes des commandes des deux groupes neuromusculaires soient démesurément grandes par rapport à la distance parcourue (c.-à-d.  $S$ ). On considère donc ici que la somme des amplitudes des commandes neuromusculaires ne peut pas être supérieure à trois fois la distance parcourue.<sup>46</sup> Cette règle du pouce est adoptée de façon à être conservateur. Il serait en effet inefficace et plutôt surprenant que quelqu'un voulant accomplir un mouvement d'une amplitude de 10 cm planifie un mouvement agoniste de plus de 20 cm avec un mouvement antagoniste de plus de 10 cm. Dans tous les cas, cette valeur est une simple constante dans l'algorithme et peut être changée facilement sans interférer autrement sur le fonctionnement de l'extracteur. La détermination expérimentale de la valeur adéquate pour cette constante reste une question ouverte du domaine de l'étude fondamentale du mouvement.

Si l'on considère ces éléments, on peut établir un domaine de variabilité adéquat pour ce problème tel qu'illustré à la Figure 8.6. Ce domaine est défini par les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} D_1 - D_2 \geq 0.9S \\ D_1 - D_2 \leq 1.1S \\ D_1 + D_2 \leq 3S \\ D_2 \geq 0.0 \end{cases} \quad (8.70)$$

---

<sup>46</sup> Cette règle du pouce est valable pour un mouvement de pointage, mais devient trop restrictive pour un mouvement d'aller-retour. Dans ce dernier cas, on peut remplacer la constante trois par une valeur plus permissive, cinq par exemple.

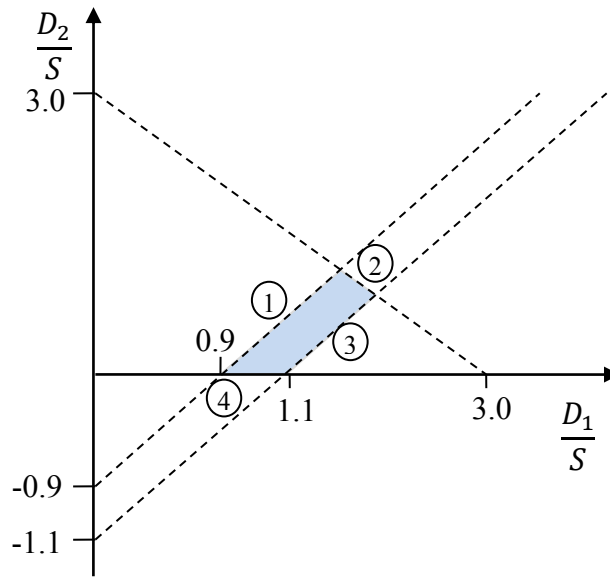


Figure 8.6 : Identification du domaine d'intérêt de  $D_1$  et de  $D_2$ . Les éléments encadrés sont utilisés pour numéroté les segments définissant le domaine dans l'équation (8.70).

Le respect strict de ce domaine n'est pas obligatoire. On désire seulement éviter que des solutions fortement éloignées de celui-ci soient obtenues. Un algorithme d'optimisation Quasi-Newton standard a été utilisé pour obtenir la valeur de  $D_1$  et  $D_2$ . Cependant, puisque cet algorithme ne prend pas en compte les bornes du domaine, la fonction optimisée a été modifiée pour pénaliser les solutions hors du domaine d'intérêt. La fonction optimisée est la suivante :

$$h^* = h + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4 \quad (8.71)$$

avec

$$\Delta_1 = \begin{cases} e^{0.9S - D_1 + D_2} - 1 & \text{si } 0.9S - D_1 + D_2 > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (8.72)$$

$$\Delta_2 = \begin{cases} e^{-1.1S + D_1 - D_2} - 1 & \text{si } -1.1S + D_1 - D_2 > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (8.73)$$

$$\Delta_3 = \begin{cases} e^{-3S + D_1 + D_2} - 1 & \text{si } -3S + D_1 + D_2 > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (8.74)$$

$$\Delta_4 = \begin{cases} e^{-D_2} - 1 & \text{si } D_2 > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (8.75)$$

## 8.5 Algorithme

Une fois que l'on dispose des éléments développés dans les sections précédentes, l'algorithme d'optimisation S&É est relativement simple. Son pseudo-code est fourni à la Figure 8.7. Dans son implémentation en C++, cet algorithme a été parallélisé en utilisant des processus légers « pthread » de façon à permettre une exécution plus rapide sur les ordinateurs du centre de calcul de Calcul Québec.

```

 $p_+$  : vecteur des valeurs maximales admissibles pour les paramètres  $\mu_1, \sigma_1, \mu_2$  et  $\sigma_2$  (note 1)
 $p_-$  : vecteur des valeurs minimales admissibles pour les paramètres  $\mu_1, \sigma_1, \mu_2$  et  $\sigma_2$  (note 1)
lstBoîtes, lstBoîtes2, lstBoîtesTerminées : liste de boîtes
 $B_{min}$  : Valeur minimale du bruit
Ajouter la boîte  $\Phi \equiv [p_+, p_-]$  à lstBoîtes
 $B_{min} \leftarrow \text{infini}$ 
TANT QUE lstBoîtes n'est pas vide FAIRE
  Vider lstBoîtes2
  POUR CHAQUE boîte de lstBoîtes FAIRE
    Diviser la boîte pour obtenir 3 sous-boîtes (section 8.3)
    POUR chaque sous-boîte FAIRE
      Calculer  $\Lambda_{1+}, \Lambda_{1-}, \Lambda_{2+}$  et  $\Lambda_{2-}$  (section 8.2)
      Calculer la valeur optimale pour  $D_1$  et  $D_2$  (section 8.4)
      Calculer  $L_{B4}^*$  (équation (8.51))
      Calculer  $B_c = \int (v_t(t) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}))^2 dt$ 
      SI  $B_c < B_{min}$  ALORS
         $B_{min} \leftarrow B_c$ 
      FIN SI
      SI  $L_{B4}^* \leq B_{min}$  ALORS
        SI  $L_{B4}^*/B_c \leq \varepsilon$  ALORS (note 2)
          Ajouter la sous-boîte à lstBoîtesTerminées
        SINON
          Ajouter la sous-boîte à lstBoîtes2
        FIN SI
      FIN SI
    FIN POUR
  FIN POUR
  lstBoîtes  $\leftarrow$  lstBoîtes2
FIN TANT QUE

POUR CHAQUE boîte de lstBoîtesTerminées FAIRE
  Calculer  $L_{B4}^*$ 
  SINON SI  $L_{B4}^* > B_{min}$  ALORS
    Retirer la boîte de la liste lstBoîtesTerminées
  FIN SI
FIN POUR

```

Figure 8.7 : Algorithme S&É pour l'extraction delta-lognormale.

Dans la colonne de droite de cet algorithme, les sections discutant chacun des aspects sont inscrites. Deux notes supplémentaires doivent être fournies.

**Note 1 :** Les valeurs minimales et maximales des paramètres lognormaux peuvent être tirées de la littérature (p. ex. (Djioua & Plamondon, 2009)) ou être déterminées pour une banque de données particulière tel que montré à la section 8.6.2.2.

**Note 2 :** Selon les besoins, on a utilisé  $\varepsilon = 0.9772 \approx 10^{-0.01}$  et  $\varepsilon = 0.7943 \approx 10^{-0.1}$ . Ces valeurs correspondent respectivement à une différence de 0.1 dB et 1.0 dB entre  $L_{B4}^*$  et  $B_{min}$ . Si l'on note  $RSB_{B_{min}}$  la valeur du RSB au point ayant un bruit  $B_{min}$ , ce choix de valeur pour  $\varepsilon$  implique qu'à la fin de l'algorithme, il est impossible de trouver une solution telle que son RSB soit supérieur respectivement à  $RSB_{B_{min}} + 0.1$  et  $RSB_{B_{min}} + 1.0$ . De plus, les boîtes contenues dans `IstBoîtesTerminées` contiennent toutes les solutions (mais pas seulement celles-là) ayant un RSB compris respectivement dans l'intervalle  $[RSB_{B_{min}}, RSB_{B_{min}} + 0.1]$  et  $[RSB_{B_{min}}, RSB_{B_{min}} + 1.0]$ . Comme il sera montré dans la prochaine section, des corrélations supérieures à 0.999 sont obtenues entre la valeur des paramètres extraits avec un seuil de 1 dB et de 0.1 dB<sup>47</sup>. On peut donc généralement utiliser un seuil de 1 dB pour extraire des paramètres statistiquement identiques à ceux d'une extraction adoptant un critère plus exigeant de 0.1 dB.

## 8.6 Évaluation des performances

### 8.6.1 Étude de l'ajustement globalement optimal d'un mouvement delta-lognormal avec $t_0$ fixe

Cette section présente en détail les performances obtenues dans l'ajustement d'un profil delta-lognormal typique<sup>48</sup>. En d'autres mots, nous présentons ici une étude de cas. Le profil de vitesse du mouvement considéré ainsi que son ajustement tel que réalisé à l'aide du système IIX (Djioua & Plamondon, 2009) suivi d'une optimisation non linéaire supplémentaire (ci-après simplement désigné sous l'appellation IIX) sont illustrés à la Figure 8.8.

<sup>47</sup> Ces corrélations ont été calculées sur les mouvements bidirectionnels de la section 6.3.1 ainsi que sur les mouvements de pointages rapides utilisés à la section 8.6.

<sup>48</sup> Il s'agit de l'essai n° 1 du premier bloc d'essais sur stimulus audio pour le sujet n° 2 de l'étude (Landou, 2008).

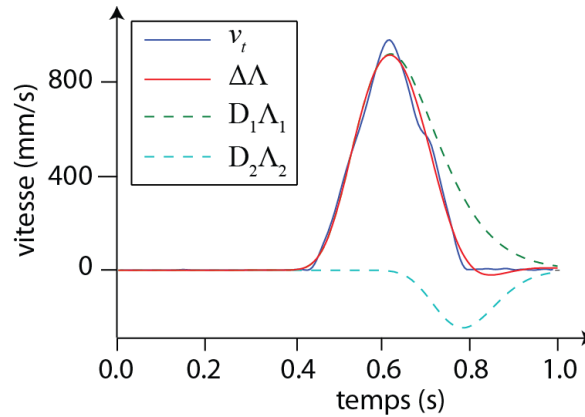


Figure 8.8 : Mouvement test pour l'étude de cas d'une extraction globalement optimale avec un  $t_0$  fixe. L'ajustement est le suivant :  $\tilde{\mathbf{p}} = [0.2444 \quad 217.9 \quad -0.9238 \quad 0.2473 \quad 42.52 \quad -0.6071 \quad 0.1288]$ .

Notons qu'un des avantages importants de l'optimisation S&É proposée est qu'elle est très peu sensible au bruit puisque contrairement aux principales techniques d'extraction (p. ex. XZero (Djioua & Plamondon, 2009), INITRI (Plamondon, et al., 2007) et INflex (Guerfali & Plamondon, 1995)), l'extracteur S&É ne repose pas sur certaines caractéristiques géométriques précises du tracé. Il se fonde plutôt sur l'ajustement aux moindres carrés de l'ensemble du signal. Il est donc superflu d'appliquer au signal un quelconque filtrage. Ceci est avantageux puisque tout filtrage (p. ex. le filtrage passe-bas généralement appliqué sur les données cinématiques provenant des mouvements humains) a un effet déformant sur le signal filtré, même dans sa bande passante. Puisqu'il n'est pas trivial de caractériser l'effet du filtrage sur la valeur des paramètres extraits, l'optimisation S&É est préférablement appliquée à des signaux non filtrés. L'ajustement de courbe delta-lognormale résultant de la procédure S&É peut en définitive être vu comme un type de filtrage puisque la minimisation de l'EQ élimine naturellement tout bruit se situant dans un spectre non opportun à l'étude delta-lognormale du mouvement.

Les deux figures ci-après illustrent les résultats obtenus pour l'optimisation S&É avec un  $t_0$  fixe dont la valeur a été variée sur la plage allant de 0 ms à 450 ms par incrément de 10 ms. Une optimisation supplémentaire a aussi été réalisée à la valeur  $t_0 = 0.2444$  qui correspond à la valeur de  $t_0$  extraite par le système IIX.

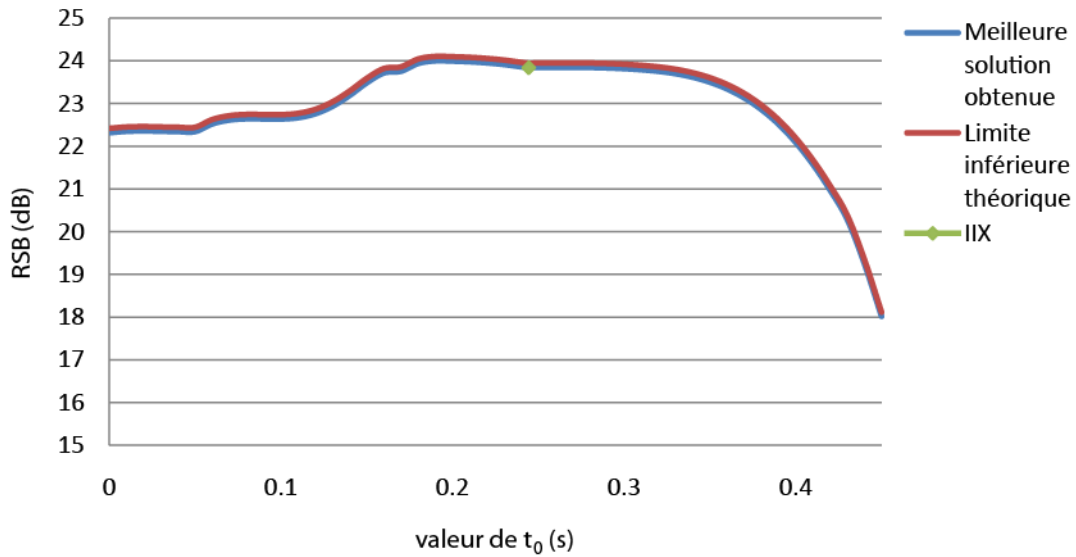


Figure 8.9 : RSB optimal en fonction de  $t_0$ . Le RSB de l'optimum absolu se situe entre la courbe bleue et la courbe rouge.

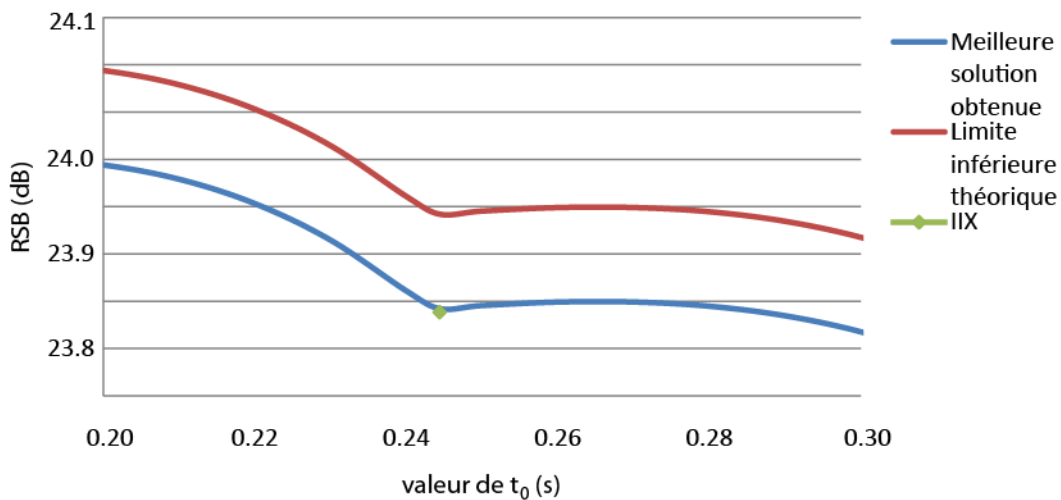


Figure 8.10 : Gros plan de la figure 8.9 autour de la valeur de  $t_0$  extraite par le système IIX.

La valeur optimale du RSB (24.00 dB) a été calculée avec  $t_0 = 0.19$ . Pour la solution produite par le système IIX, on a  $RSB = 23.84$ . Si l'on se basait sur ce critère pour appliquer un seuil minimal sur la valeur du RSB, on aurait trouvé, en utilisant l'algorithme S&É, des points respectant  $RSB \geq 23.84$  pour  $t_0 \in [0.18, 0.28]$ . Si l'on veut être plus rigoureux et déterminer l'intervalle dans lequel on ne peut rejeter l'hypothèse voulant qu'on puisse trouver un point respectant la condition  $\geq 23.84$ , on obtient  $t_0 \in [0.17, 0.32]$ . Ceci illustre bien le problème du mauvais conditionnement (c.-à-d. une large variation des paramètres pour une petite baisse du

RSB par rapport à sa valeur optimale) de l'extraction delta-lognormale dont il a été fait mention dans les chapitres précédents.

Ces optimisations ont été exécutées sur les serveurs Altix<sup>49</sup> du Réseau Québécois de Calcul de Haute Performance (RQCHP) avec un maximum de quatre processus parallèles par optimisation. Le temps requis pour l'extraction et le temps processeur sont illustrés sur la figure ci-dessous.

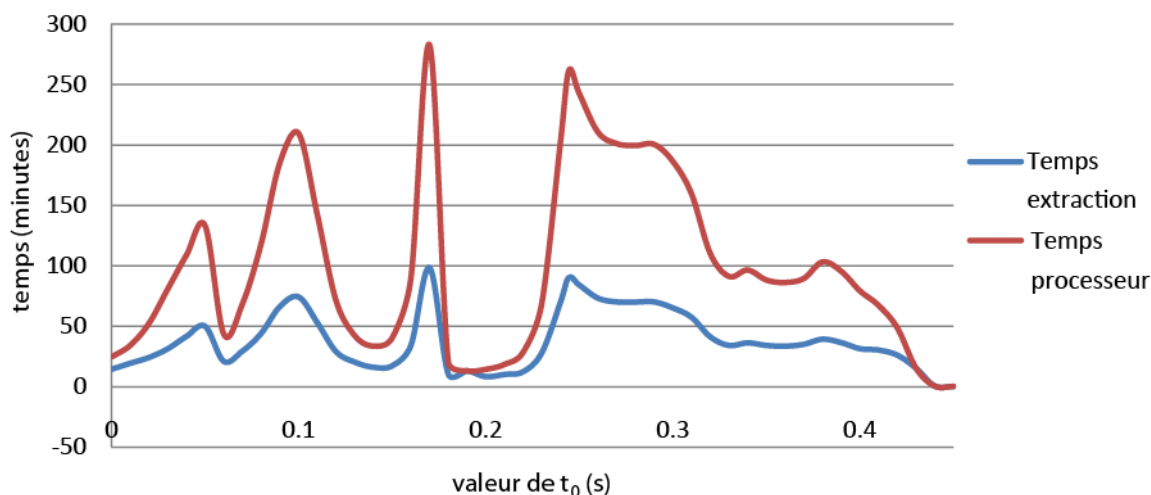


Figure 8.11 : Temps de calcul nécessaire à l'optimisation S&É à six paramètres ( $t_0$  fixe).

Outre le temps nécessaire pour l'exécution, l'espace disque nécessaire pour emmagasiner les boîtes de solutions trouvées est un facteur important. Ainsi, plus le nombre de solutions valides est élevé, plus la taille des fichiers contenant les solutions devient problématique. Le graphe de la figure 8.12 illustre le nombre de solutions valides conservées à la fin de l'exécution de l'algorithme. Notons que dans notre cas, on enregistre 96 octets d'information par solution. Cela implique, dans le pire cas ( $t_0 = 0.17$ ), un fichier de solutions de 11 Go.

En comparant la Figure 8.12 à la Figure 8.11, on peut se rendre compte de l'allure semblable des courbes affichées. Pour cette raison, il semble superflu d'évaluer à la fois le temps processeur requis par les extractions ainsi que le nombre de solutions obtenues. Cela est supporté par des analyses préliminaires ayant montré que ces deux grandeurs sont fortement corrélées (

<sup>49</sup> Serveur à mémoire partagée, avec 384 processeurs Itanium 2 bi-coeur (768 coeurs), avec 2 Go/coeur de mémoire vive et une puissance mesurée de 4 603 Gflops (<https://rqchp.ca/?mod=cms&pageId=5&lang=FR&>).

$\rho = 0.9997$ ,  $N = 40$ ). Pour cette raison, dans le reste de ce chapitre, seulement le nombre de solutions extraites est retenu et l'on considère que la multiplication par un facteur  $\alpha$  du nombre de solutions extraites implique une multiplication par un même facteur  $\alpha$  de la taille du fichier de solutions et du temps nécessaire à l'extraction.

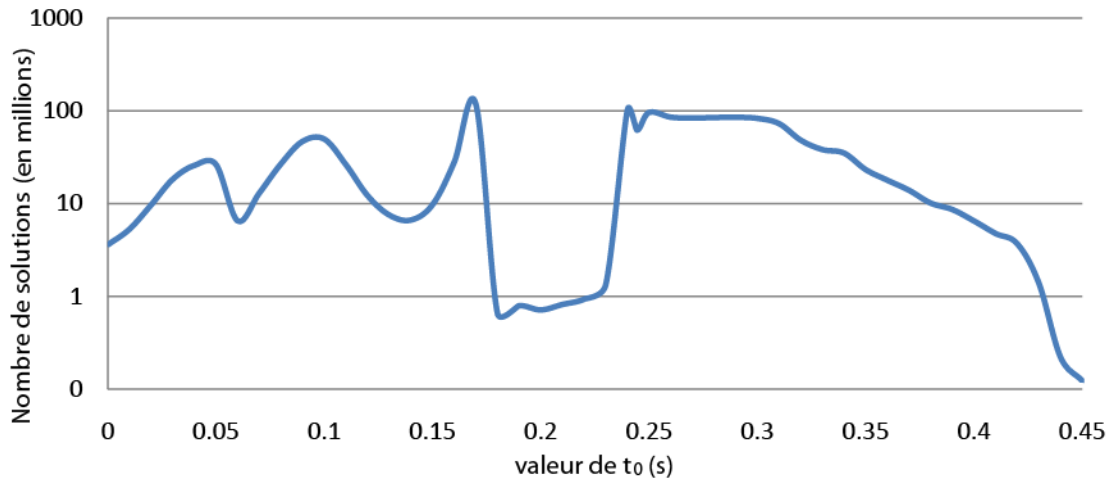


Figure 8.12 : Nombre de sous-espaces de solutions conservés à la fin de l'algorithme, en fonction de la valeur de  $t_0$  spécifiée.

Évidemment, une fois les fichiers de solutions obtenus, il faut en extraire l'information pertinente. Par exemple, il peut être intéressant d'évaluer si l'ensemble des solutions forme un seul sous-espace ou s'il est constitué de sous-espaces disjoints. On voudra aussi probablement choisir les statistiques adéquates pour décrire chacun des sous-espaces disjoints de façon succincte.

Dans l'analyse de ces fichiers de solutions, il peut se montrer assez difficile d'apprécier l'espace des solutions étant donné que le problème comporte sept dimensions. Il est cependant possible d'effectuer des projections sur les plans les plus pertinents pour visualiser les espaces de solutions en un ensemble de projections bidimensionnelles. De telles projections ont été réalisées pour l'extraction avec  $t_0 = 0.2444$ . Afin de permettre la comparaison des solutions de l'algorithme S&É et celles de l'extracteur IIX, le point extrait par ce dernier a été ajouté à ces projections. Les graphes de la Figure 8.13 illustrent, pour différents couples de paramètres, le logarithme népérien du nombre de sous-espaces projetés sur un point donné.



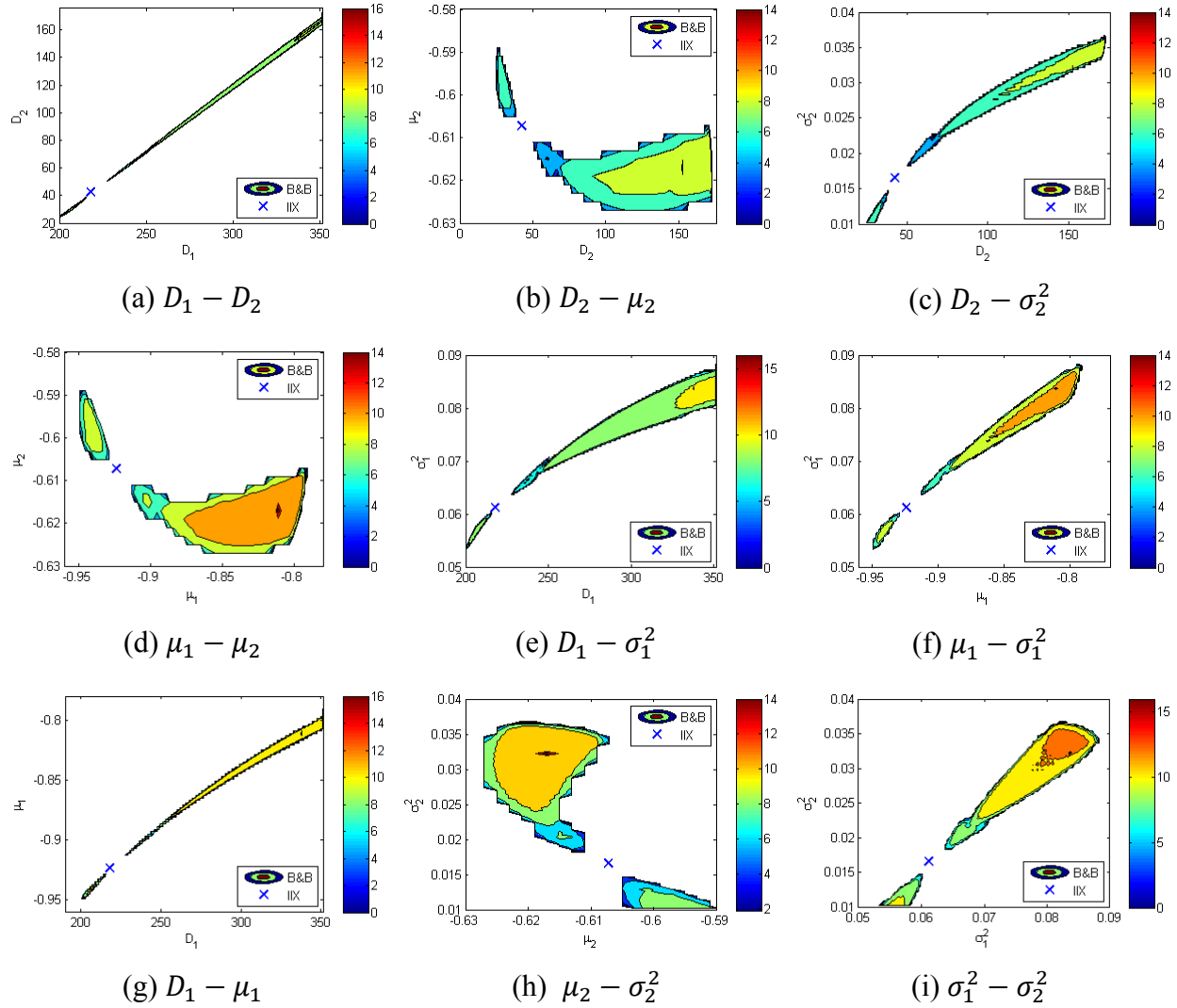


Figure 8.13 : Projection des solutions sur différents sous-espaces 2D.

## 8.6.2 Optimisation à sept paramètres

### 8.6.2.1 Comparaison des mouvements de type aller-retour versus aller-simple et des seuils d'extractions $\varepsilon = 1.0dB$ versus $\varepsilon = 0.1dB$

Bien que l'algorithme affiche des résultats intéressants à six paramètres, ces propriétés ne peuvent pas être transférées directement au cas à sept paramètres étant donné la nature exponentielle du problème (de six à sept paramètres on passe d'une complexité  $N^4$  à  $N^5$ ). À titre d'exemple, si l'on prend un seuil  $\varepsilon$  moins restrictif, par exemple un seuil correspondant à 1 dB plutôt qu'à 0.1 dB, l'extraction des sept paramètres du mouvement de la Figure 8.8 prend près de

60 heures de temps processeurs et génère un fichier de solutions de 72 Go. Il ne semble donc pas envisageable de considérer utiliser un seuil  $\varepsilon = 0.1 \text{ dB}$  pour ce type de mouvements. Il est de ce fait nécessaire de trouver des solutions alternatives.

Une approche possible est de considérer des mouvements aller-retour tels que ceux étudiés dans (Woch, et al., 2011) et à la section 6.3.1 du présent document. Ces mouvements, contrairement aux allers-simples, ont l'avantage d'avoir une composante antagoniste très bien définie. Il est donc concevable que l'espace des solutions acceptables puisse être plus petit pour ce type de mouvements. Puisque des tests préliminaires ont montré que les mouvements aller-retour sont effectivement beaucoup plus court à extraire, trois ensembles de données ont été générés aux fins de comparaison. Un ensemble de 40 mouvements aller-retour a été extrait avec un seuil de 1 dB et de 0.1 dB et 40 mouvements allers-simples ont été extraits avec un seuil de 1 dB. Le nombre médian<sup>50</sup> de sous-espaces de solutions obtenus à la fin du traitement (en millions) est respectivement 6.1, 983.6 et 305.6. La médiane du facteur multipliant la complexité (en espace disque et en temps de calcul) est d'environ 142 lorsque l'on passe d'un seuil de 1 dB à un seuil de 0.1 dB (pour des mouvements aller-retour) et elle est d'environ 56 lorsque l'on veut considérer des allers-simples plutôt que des allers-retours.

Tableau 8.1 : Largeur moyenne de l'intervalle de variation des paramètres pour le bassin de solutions retenues.

	Aller-simple (1dB)	Aller-retour (1dB)	Aller-retour (0.1dB)
$D_1$	156.46	76.775	8.1450
$D_2$	154.43	68.916	7.4695
$\mu_1$	0.5149	0.7430	0.1314
$\mu_2$	0.4071	0.5505	0.0881
$\sigma_1^2$	0.0863	0.2629	0.0644
$\sigma_2^2$	0.0262	0.0314	0.0059
$t_0$	0.1348	0.1711	0.0259

Le Tableau 8.1 donne la largeur de l'intervalle contenant les solutions finales. Notons que l'intervalle de solutions pour les allers-retours est généralement plus grand que celui pour les allers-simples, exception faite des paramètres  $D_1$  et  $D_2$  dont la valeur semble plus ambiguë dans

<sup>50</sup> On préfère ici la médiane à la moyenne étant donné la nature asymétrique de la distribution du nombre de sous-espaces conservés. Avec la moyenne, on aurait plutôt les valeurs 11.6, 2106.2 et 1073.6.

le cas des allers-simples. Cela est en accord avec ce qui a pu être observé dans le passé relativement au processus d'extractions delta-lognormale. En effet, dans la surface d'optimisation du RSB, il semble y avoir fréquemment une vallée parcourant la droite  $D_1 - D_2 = \int v_t dt$ . Lorsque de tels mouvements sont traités par le système IIX, il arrive souvent que les paramètres  $D_1$  et  $D_2$  prennent des valeurs anormalement élevées par rapport à la valeur de  $\int v_t dt$  (de l'ordre de  $\frac{D_1}{\int v_t dt} \approx 1000$  alors que l'on s'attendrait à un ratio ayant une valeur aux alentours de deux). De telles extractions sont problématiques puisque l'ensemble des paramètres lognormaux est affecté. En effet,  $\frac{D_1}{\int v_t dt} \rightarrow \infty$  a pour effet que  $\mu_2 \rightarrow \mu_1$  et  $\sigma_2 \rightarrow \sigma_1$ . Les mouvements allers-retours semblent moins vulnérables à l'apparition d'une telle vallée dans l'espace des solutions, ce qui est en accord avec une incertitude moins élevée sur la valeur des paramètres d'amplitude.

D'autre part, il est intéressant de remarquer que la corrélation entre les valeurs extraites avec un seuil de 0.1 dB et un seuil de 1.0 dB (pour les mouvements allers-retours) est supérieure à 0.9998 pour chacun des paramètres delta-lognormaux. Cela indique que, dans ce cas, on peut utiliser une extraction S&É avec un seuil de 1dB et avoir un haut degré de certitude concernant l'égalité statistique des paramètres extraits par rapport à ceux qui auraient été obtenus avec un seuil de 0.1 dB.

Cependant, l'utilisation de mouvements de type aller-retour pour la planification de tests neuromoteurs reste mitigée. Cela est principalement dû au fait que ce type de mouvement est substantiellement moins bien décrit par le modèle Delta-Lognormal que le sont les mouvements comportant un aller-simple. En effet, on obtient des RSB moyens de 28.7 dB (écart-type 2.44 dB) et de 20.7 dB (écart-type 2.63 dB) respectivement pour la reconstruction delta-lognormale des mouvements allers-simples et allers-retours.

Une partie de ce manque d'ajustement provient du fait que la delta-lognormale modélise assez mal le troisième pic du profil de vitesse pour ce type de mouvements. La Figure 8.14 illustre quatre exemples typiques.

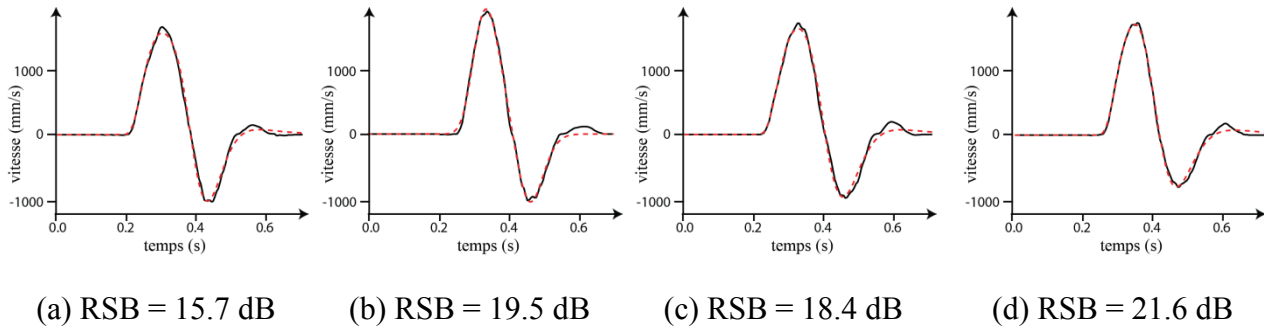


Figure 8.14 : Quatre reconstructions delta-lognormales typiques pour des mouvements allers-retours. Le profil original est illustré en trait plein noir alors que la reconstruction est affichée en trait tireté rouge. On constate sur ces exemples typiques que le troisième mode est généralement mal reconstruit.

Une autre cause de la baisse du RSB pour les mouvements d'aller-retour est associée au fait, que pour ceux-ci, on observe un nombre de modes variant normalement entre deux et quatre alors que ce nombre se situe entre un et trois pour les allers-simples. Par exemple, si l'on compte tous les pics dépassant le seuil de 2 % de la vitesse maximale, on dénombre, dans l'ensemble des 40 mouvements allers-simples, 10 % de mouvements à un seul pic, 75 % de mouvements à deux pics et 15 % de mouvements à trois pics. Avec le même critère, pour l'ensemble des 40 mouvements d'aller-retour, on relève 2.5 % de mouvements à deux pics, 67.5 % de mouvements à trois pics et 30 % de mouvements à quatre pics. La figure ci-dessous illustre un exemple typique de mouvement aller-retour à quatre pics.

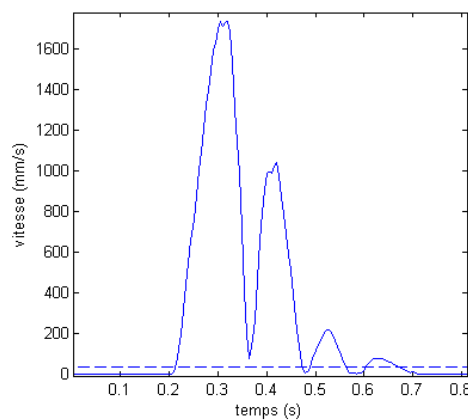


Figure 8.15 : Exemple typique de mouvement aller-retour à quatre pics. Le trait tireté indique le seuil de 2 % de la vitesse maximale.

La delta-lognormale pouvant modéliser entre un et trois pics, il est évident que les mouvements allers-retours à quatre pics souffrent d'une pénalité en termes de RSB due à leur quatrième pic. Cette observation exige d'autre part de nuancer l'hypothèse voulant que les mouvements aller-retour soient, au niveau physiologique, produits par une commande delta-lognormale tel que proposé dans (Woch, 2006; Woch & Plamondon, 2010; Woch, et al., 2011). Pour conserver une telle hypothèse, il faut considérer qu'elle ne peut s'appliquer que dans un certain nombre de cas puisqu'une proportion non négligeable de mouvements à quatre pics implique l'adoption d'une stratégie alternative telle que l'utilisation d'une lognormale pour l'aller et d'une delta-lognormale pour le retour et l'arrêt.

#### 8.6.2.2 Vérification du bon fonctionnement de l'optimisateur par séparation et évaluation

Les performances de l'extracteur développé ont été évaluées sur des spécimens de mouvement synthétiques afin de vérifier la validité (c.-à-d. l'optimalité globale) des extractions réalisées. De plus, pour s'assurer que les mouvements analysés sont semblables à ceux produits par l'être humain, les paramètres delta-lognormaux servant à la synthèse ont été extraits<sup>51</sup> des mouvements provenant de la tâche *traits rapides/réactions visuelles simples* du projet Sign@médec (Chapitre 9). Seulement les spécimens suffisamment bien reconstruits ( $RSB \geq 20$  dB) ont été retenus. Les profils de vitesse  $\Delta\Lambda$  idéaux synthétisés à partir des paramètres ainsi extraits ont alors été soumis à l'extracteur S&É pour vérifier si celui-ci pouvait retrouver les valeurs initiales des paramètres. Étant donné la nature assez hétérogène des sujets ayant participé à la collecte de données du projet Sign@médec, on peut considérer que cet échantillon représente bien l'espace des mouvements delta-lognormaux réalisables par des humains.

De l'ensemble de départ de 995 essais<sup>52</sup> respectant les critères de la tâche (trajectoire d'au moins 130 mm de long avec un arrêt complet de plus de 50 ms à la fin de chaque mouvement avant le retrait du stylet), 215 essais ont été mis de côté parce que le critère de reconstruction de

---

<sup>51</sup> L'extraction a été réalisée en utilisant le système IIX.

<sup>52</sup> Il a été constaté, après la réalisation de cette étude, que ce chiffre devrait normalement être plus élevé puisqu'une erreur au niveau de la programmation des algorithmes de prétraitement des données a causée le rejet de l'ensemble des mouvements provenant des sept sujets gauchers. Les mouvements de ces sujets ont été rejetés de façon erronée comme n'ayant pas une amplitude suffisante pour respecter les critères de la tâche.

20 dB n'était pas atteint et 56 autres essais ont été rejetés parce que la valeur des paramètres delta-lognormaux extraits n'était pas dans un intervalle adéquat. Pour ce dernier critère, les intervalles considérés sont listés dans le Tableau 8.2. Ceux-ci ont été définis en suivant des heuristiques reposant sur le sens psychophysique des paramètres  $\Delta\Lambda$  et sur l'observation des FDP empiriques de ces paramètres. L'objectif poursuivi était de déterminer des seuils de rejet qui soient aussi permissifs que possible sans pour autant accepter des données aberrantes. Étant donné la grande diversité de la population ayant participé à la production de ces données, ces intervalles sont beaucoup plus larges que ceux habituellement déterminés sur des populations de sujets jeunes et en santé (p. ex. dans (Djioua & Plamondon, 2009)).

Tableau 8.2 : Bornes sur la valeur des paramètres  $\Delta\Lambda$ .

paramètre	maximum	minimum
$t_0$	-0.2	0.8
$D_1$	100	500
$D_2$	0	300
$\mu_1$	-2.5	0.5
$\sigma_1$	0.01	0.8
$\mu_2$	-2.5	0.5
$\sigma_2$	0.01	0.4

Le Tableau 8.3 montre les principales statistiques relatives à la valeur absolue de l'erreur d'estimation des paramètres. Pour cette expérience, le critère utilisé pour l'arrêt de la division des sous-espaces a été modifié pour prendre en compte la nature de l'expérience. La règle suivante a donc été utilisée : arrêter de diviser un sous-espace et l'enregistrer comme étant un espace de solution si  $B_c < 10e - 8$ .

Tableau 8.3 : Principales statistiques de l'erreur absolue sur les paramètres extraits des mouvements  $\Delta\Lambda$  idéaux en utilisant l'algorithme S&É.

paramètre	moyenne	écart-type	minimum	maximum
$t_0$	4.9920e-06	1.8902e-05	6.7618e-09	2.2425e-04
$D_1$	1.0180e-06	6.7225e-07	7.8158e-09	3.1114e-06
$D_2$	2.0410e-06	1.9413e-06	1.3840e-08	1.7049e-05
$\mu_1$	1.9008e-06	2.6693e-06	1.9839e-08	2.5735e-05
$\mu_2$	1.9911e-06	5.5835e-06	7.7948e-10	5.6276e-05
$\sigma_1$	1.2486e-06	1.0656e-06	1.6100e-08	6.2096e-06
$\sigma_2$	2.1512e-06	1.6198e-06	8.0000e-09	6.9825e-06

Comme on peut le voir dans ces données, l'extracteur S&É trouve toujours l'optimum global avec une grande précision. Le critère  $B_c < 10^{-8}$  peut être renforcé (p. ex.  $B_c < 10^{-10}$ ) pour atteindre une erreur plus petite, théoriquement jusqu'à l'atteinte de la limite de la précision numérique. Notons cependant que les valeurs obtenues peuvent être considérées comme étant les optima globaux puisqu'une erreur de moins de  $1e-4$  sur la valeur des paramètres estimés est négligeable en pratique.

## 8.7 Exemples d'applications

### 8.7.1 Test de l'effet du bruit blanc sur les propriétés du problème d'extraction

#### $\Delta\Lambda$

Sachant que l'extracteur fonctionne correctement dans sa recherche de l'optimum global, il est intéressant de l'utiliser pour étudier les propriétés de l'extraction  $\Delta\Lambda$  sur des données bruitées. Particulièrement, on aimerait connaître l'effet du bruit sur la précision des paramètres extraits. Pour cela, un bruit blanc a été ajouté à 100 profils idéaux choisis aléatoirement parmi ceux de la section 8.6.2.2. L'énergie du bruit a été ajustée de façon à ce que l'on ait des RSB de 10 dB, 15 dB, 20 dB, 25 dB, 30 dB, 35 dB et 40 dB. La Figure 8.16 (page suivante) montre les 0°, 10°, 50°, 90° et 100° centiles de l'erreur (signée) d'estimation des paramètres  $\Delta\Lambda$ .

D'un côté, on note que la courbe médiane de ces graphes indique une erreur (signée) d'estimation proche de la valeur nulle. Cela indique qu'une bonne précision peut être atteinte sur l'estimation de la tendance centrale. De plus, une extraction fiable des paramètres est possible dans la majorité des cas comme on peut le voir sur l'amplitude généralement petite des 10° et 90° centiles de la distribution de l'erreur.

De l'autre côté, les courbes des 0° et 100° centiles des graphes de la Figure 8.16 montrent que les données aberrantes (c.-à-d. des erreurs ayant une grande amplitude) sont possibles même avec des RSB élevés. Par exemple, on obtient une erreur sur  $\mu_1$  d'à peu près 1.5 sur un ajustement à 30 dB. Cette erreur correspond à la moitié de l'intervalle de variation de ce paramètre  $([-2.5, 0.5])$ . Cette observation n'est pas le résultat d'une difficulté algorithmique puisque le programme a bel et bien extrait les optimums globaux pour ces données bruitées (à l'intérieur d'une marge d'erreur spécifiée par la valeur de  $\varepsilon$ ). Il semble donc que ce soit une

propriété du problème d'extraction  $\Delta\Lambda$ . En effet, ce problème d'optimisation semble être parfois mal conditionné étant donné l'apparition de longues vallées ayant une faible pente sur la surface de la fonction objective. Cela indique que sur des données bruitées, il est impossible d'obtenir une grande certitude à l'effet que les valeurs des paramètres lognormaux extraits soient belles et biens celles représentant le processus de génération de ces mouvements. En effet, il semble que l'on ne puisse pas rejeter l'hypothèse que l'optimum global ait pu être déplacé sur d'importantes distances par la présence de différentes sources de bruit.

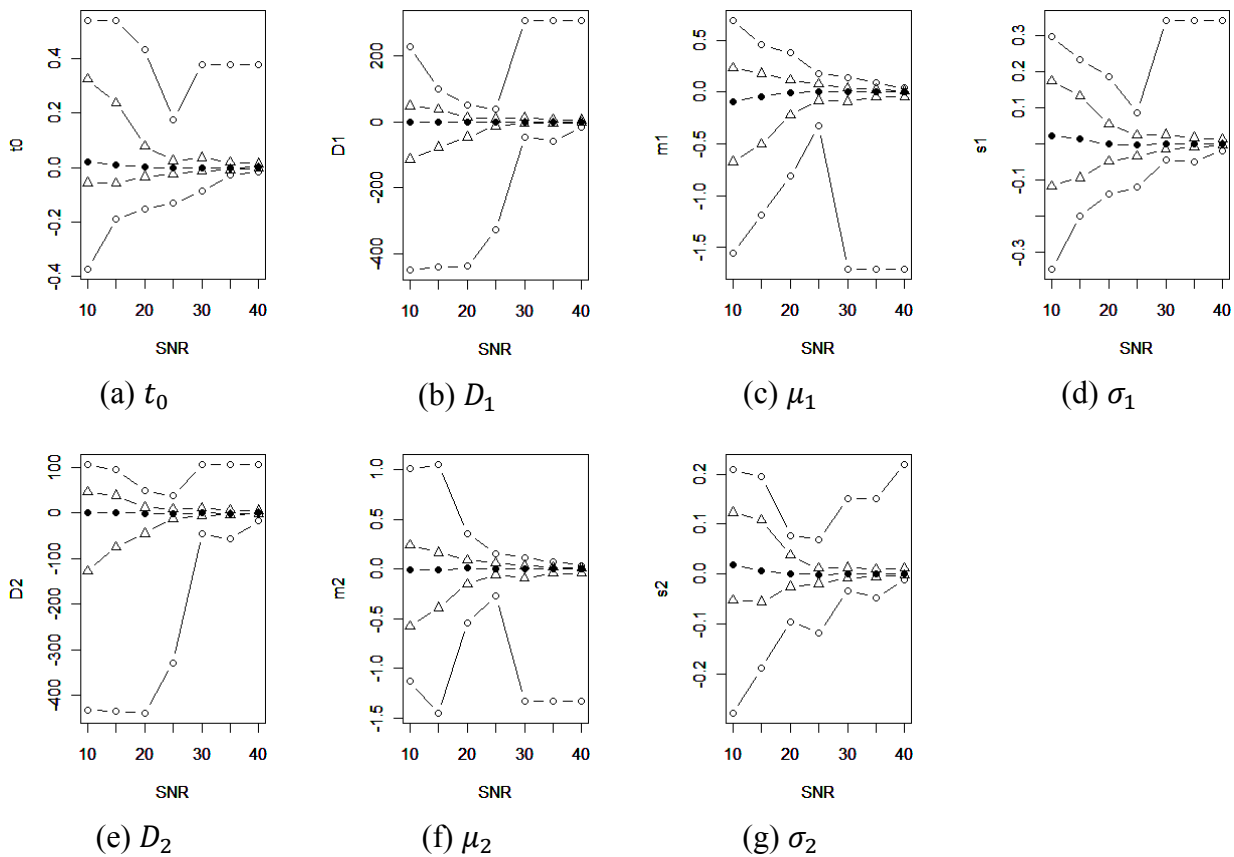


Figure 8.16 : Variation du 0° (cercle vide), 10° (triangle vide), 50° (cercle plein), 90° (triangle vide) et 100° (cercle vide) centiles de la distribution de l'erreur d'estimation (signée) en fonction du RSB pour chaque paramètre lognormal.

Cependant, il ne faut pas être trop négatif en ce qui concerne l'utilisation des paramètres  $\Delta\Lambda$  pour l'analyse des mouvements humains. Bien que la valeur des paramètres sur chaque acquisition prise isolément ne puisse pas être garantie, on peut néanmoins obtenir une estimation fiable de la valeur de la tendance centrale de la distribution des paramètres d'un ensemble de



mouvements puisque la médiane de l'erreur a une valeur négligeable. Pour ce faire, la médiane devrait être préférée par rapport à la moyenne comme mesure de la tendance centrale étant donné la présence de données aberrantes (celles-ci sont indiquées par la grande amplitude des 0<sup>e</sup> et 100<sup>e</sup> centiles de la distribution de l'erreur illustrée à la Figure 8.16).

La technique de bootstrap a été utilisée pour calculer la moyenne et l'intervalle de confiance à 95 % sur l'estimation de l'erreur absolue de la médiane de la distribution des paramètres. Ces résultats sont rapportés respectivement au Tableau 8.4 et au Tableau 8.5.

Tableau 8.4 : Moyenne de l'erreur d'estimation de la médiane de la distribution des paramètres  $\Delta\Lambda$  en fonction du RSB et de la taille de l'échantillon du bloc d'essais.

		$t_0$					$D_1$					$\mu_1$				
		Taille de l'échantillon (n)					Taille de l'échantillon (n)					Taille de l'échantillon (n)				
		5	10	15	20	25	5	10	15	20	25	5	10	15	20	25
RSB (dB)	10	0.0835	0.0580	0.0536	0.0491	0.0477	24.719	16.185	13.255	11.104	10.517	0.2761	0.2203	0.2138	0.1981	0.1996
	15	0.0574	0.0393	0.0353	0.0312	0.0271	16.905	10.918	9.1291	7.3770	6.9235	0.1688	0.1368	0.1330	0.1212	0.1229
	20	0.0322	0.0221	0.0216	0.0172	0.0160	13.351	9.2936	7.8944	6.5741	5.9135	0.0861	0.0619	0.0685	0.0537	0.0558
	25	0.0140	0.0094	0.0114	0.0090	0.0104	6.8014	4.7404	4.9911	4.0316	3.8545	0.0467	0.0304	0.0387	0.0279	0.0310
	30	0.0252	0.0191	0.0185	0.0167	0.0174	6.2818	4.7437	4.6727	3.8940	4.0822	0.0713	0.0703	0.0711	0.0700	0.0716
	35	0.0228	0.0202	0.0191	0.0182	0.0177	5.4528	3.8217	3.7754	3.2297	3.4373	0.0610	0.0585	0.0645	0.0569	0.0556
	40	0.0277	0.0234	0.0246	0.0217	0.0227	6.1893	4.8190	4.2317	3.8046	4.3235	0.0845	0.0742	0.0826	0.0855	0.0798

		$\sigma_1$					$D_2$					$\mu_2$				
		Taille de l'échantillon (n)					Taille de l'échantillon (n)					Taille de l'échantillon (n)				
		5	10	15	20	25	5	10	15	20	25	5	10	15	20	25
RSB (dB)	10	0.0670	0.0542	0.0520	0.0452	0.0449	21.183	13.566	11.366	9.3507	8.6095	0.1898	0.1520	0.1355	0.1198	0.1101
	15	0.0479	0.0360	0.0342	0.0294	0.0257	16.031	11.076	10.214	8.0613	7.6109	0.1313	0.0882	0.0789	0.0610	0.0570
	20	0.0260	0.0171	0.0159	0.0138	0.0135	11.334	7.6509	7.4231	6.2462	6.1798	0.0645	0.0437	0.0432	0.0329	0.0352
	25	0.0180	0.0128	0.0131	0.0112	0.0110	5.5270	4.1619	4.2945	3.8697	3.8880	0.0324	0.0231	0.0263	0.0205	0.0210
	30	0.0167	0.0126	0.0139	0.0117	0.0129	4.9370	3.3531	2.9714	2.3205	2.3195	0.0568	0.0474	0.0436	0.0425	0.0391
	35	0.0133	0.0117	0.0128	0.0119	0.0125	3.3986	2.5247	2.3829	1.8888	1.8858	0.0482	0.0414	0.0435	0.0413	0.0422
	40	0.0175	0.0146	0.0162	0.0151	0.0156	2.8355	2.1357	2.0363	1.8831	1.8164	0.0695	0.0606	0.0560	0.0555	0.0539

		$\sigma_2$				
		Taille de l'échantillon (n)				
		5	10	15	20	25
RSB (dB)	10	0.0427	0.0368	0.0332	0.0325	0.0315
	15	0.0312	0.0223	0.0188	0.0173	0.0158
	20	0.0134	0.0088	0.0081	0.0062	0.0055
	25	0.0092	0.0064	0.0069	0.0056	0.0057
	30	0.0066	0.0046	0.0045	0.0036	0.0040
	35	0.0054	0.0040	0.0041	0.0032	0.0034
	40	0.0071	0.0056	0.0051	0.0045	0.0046

Tableau 8.5 : Borne supérieure de l'intervalle de confiance à 95 % sur la taille de l'erreur d'estimation de la médiane de la distribution des paramètres  $\Delta\Lambda$  en fonction du RSB et de la taille de l'échantillon du bloc d'essais.

		$t_0$					$D_1$					$\mu_1$				
		Taille de l'échantillon (n)					Taille de l'échantillon (n)					Taille de l'échantillon (n)				
		5	10	15	20	25	5	10	15	20	25	5	10	15	20	25
RSB (dB)	10	0.2472	0.1726	0.1239	0.1095	0.1041	66.854	40.578	35.091	27.246	24.922	0.7132	0.5433	0.5098	0.4517	0.4266
	15	0.1985	0.1213	0.1014	0.0844	0.0740	48.092	27.758	25.992	19.140	16.602	0.4857	0.3474	0.3399	0.2742	0.2722
	20	0.1149	0.0598	0.0603	0.0479	0.0439	41.965	25.852	23.168	18.620	17.492	0.2908	0.2028	0.1953	0.1359	0.1431
	25	0.0356	0.0232	0.0274	0.0234	0.0258	18.895	12.845	12.624	10.245	10.016	0.1141	0.0773	0.0863	0.0682	0.0804
	30	0.1041	0.0707	0.0658	0.0512	0.0535	23.899	14.397	12.349	11.128	11.947	0.4032	0.2532	0.2685	0.1938	0.1944
	35	0.1101	0.0763	0.0729	0.0592	0.0509	15.700	14.258	12.393	10.044	8.7214	0.3902	0.2336	0.2591	0.1836	0.1766
	40	0.1400	0.0791	0.0764	0.0643	0.0621	34.052	19.192	18.701	13.495	12.860	0.4971	0.2728	0.2941	0.2367	0.2428

		$\sigma_1$					$D_2$					$\mu_2$				
		Taille de l'échantillon (n)					Taille de l'échantillon (n)					Taille de l'échantillon (n)				
		5	10	15	20	25	5	10	15	20	25	5	10	15	20	25
RSB (dB)	10	0.1590	0.1306	0.1208	0.1063	0.0998	51.698	37.469	29.640	23.941	21.528	0.5219	0.3844	0.3554	0.3133	0.3153
	15	0.1190	0.0820	0.0786	0.0696	0.0658	43.199	26.478	23.543	19.857	17.951	0.4003	0.2554	0.2045	0.1652	0.1649
	20	0.0748	0.0460	0.0437	0.0346	0.0343	28.197	19.458	18.481	15.746	14.637	0.1984	0.1252	0.1222	0.0897	0.0899
	25	0.0489	0.0347	0.0325	0.0250	0.0273	14.462	10.052	10.097	8.6211	8.7971	0.0824	0.0573	0.0653	0.0460	0.0536
	30	0.0525	0.0351	0.0408	0.0332	0.0297	16.427	9.8399	8.8101	6.0960	6.5371	0.2860	0.1609	0.1521	0.1285	0.1288
	35	0.0671	0.0394	0.0444	0.0316	0.0349	14.673	7.6835	7.1911	5.4659	5.7402	0.2600	0.1584	0.1602	0.1376	0.1309
	40	0.0887	0.0540	0.0477	0.0424	0.0425	12.802	9.5057	8.0088	5.3753	5.8214	0.3481	0.2244	0.2068	0.1610	0.1754

		$\sigma_2$				
		Taille de l'échantillon (n)				
		5	10	15	20	25
RSB (dB)	10	0.1096	0.0818	0.0740	0.0670	0.0637
	15	0.0789	0.0521	0.0451	0.0434	0.0386
	20	0.0375	0.0235	0.0215	0.0157	0.0152
	25	0.0215	0.0169	0.0167	0.0134	0.0140
	30	0.0252	0.0131	0.0116	0.0093	0.0092
	35	0.1096	0.0818	0.0740	0.0670	0.0637
	40	0.0789	0.0521	0.0451	0.0434	0.0386

Ces tableaux permettent d'évaluer la précision à laquelle on peut s'attendre lors de l'estimation de la valeur médiane d'un paramètre prise sur un échantillon de  $n$  mouvements d'un RSB donné, sous l'hypothèse que le bruit présent sur les mouvements est gaussien. Selon l'erreur qu'un investigateur est prêt à accepter sur l'estimation de la valeur médiane de chaque paramètre, il/elle peut sélectionner un échantillon de taille  $n$  qui produira un intervalle de confiance de 95 % jugé acceptable. Par exemple, sur des mouvements réels, un seuil de 20 dB est souvent appliqué. Bien sûr, le fait de choisir un tel seuil comme critère de rejet implique que l'on conservera des données provenant d'extractions ayant divers RSB, tous plus grand ou égaux à 20 dB. Les chiffres des tableaux précédents sont donc conservateurs et peuvent être vus comme des bornes supérieures sur les statistiques de la distribution de l'erreur. Par exemple, on peut y lire que, pour un critère de rejet à 20 dB et un échantillon de taille  $n = 20$ , dans le pire des cas (c.-à-d. que tous

les mouvements considérés ont un ajustement à 20 dB) l'erreur attendue sur le calcul de la médiane de  $t_0$  est de 17 ms et que 19 fois sur 20, celle-ci sera inférieure à 48 ms.

### 8.7.2 Évaluation des propriétés de l'extraction $\Delta\Lambda$ sur des mouvements réels

La procédure S&É a aussi été utilisée pour évaluer le comportement du problème d'extraction  $\Delta\Lambda$  sur les données réelles ayant servi à la synthèse de mouvements idéaux de la section 8.6.2.2. Bien sûr, dans ce cas, il est impossible de comparer les paramètres extraits avec les valeurs les plus représentatives des processus internes aux systèmes neuromusculaires parce que celles-ci ne sont pas accessibles. Néanmoins, comme on le verra, les résultats d'extraction de l'algorithme S&É sont très révélateurs des propriétés du problème d'extraction  $\Delta\Lambda$ .

Pour cette analyse, les paramètres  $\Delta\Lambda$  ont tous d'abord été extraits en utilisant un seuil de 1 dB (c.-à-d.  $\varepsilon = 0.7943$ ). Un seuil de 0.1 dB (c.-à-d.  $\varepsilon = 0.9772$ ) a aussi été utilisé pour extraire une partie des mouvements de la banque de données. Puisque le temps de calcul augmente avec l'abaissement du seuil, il n'était pas réaliste<sup>53</sup> d'extraire l'ensemble des 724 mouvements de la banque de données avec un seuil de 0.1 dB. Donc, dans ce cas, 327 mouvements ont été extraits.

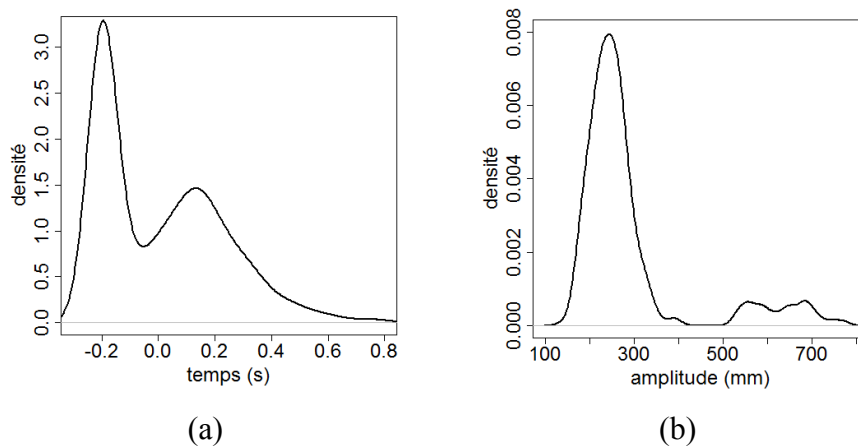


Figure 8.17 : Distribution des valeurs globalement optimales extraites avec l'algorithme S&É ( $\varepsilon = 0.7943$ ) pour (a)  $t_0$  et (b)  $D_1$ . Dans le cas de (b), les essais avec des  $t_0 < 0$  ont préalablement été rejetés.

<sup>53</sup> Notons que le temps d'extraction est très variable et imprévisible d'un mouvement à l'autre. Sur un nœud de 12 processeurs d'un centre de calcul, le temps d'extraction variait d'une minute à une semaine pour un seuil de 1 dB.

La Figure 8.17.a illustre la distribution des  $t_0$  extraits. Sur celle-ci, on peut noter l'apparition, pour une proportion importante de mouvements, d'une vallée ayant une pente très faible et qui permet l'extraction de solutions optimales ayant des  $t_0$  fortement négatifs : pour 31 % et 22 % des mouvements extraits respectivement avec  $\varepsilon = 0.7943$  et  $\varepsilon = 0.9772$ , la solution optimale était tel que  $t_0 \approx -0.2$  (c.-à-d. la limite inférieure imposée à l'intervalle de variation du paramètre  $t_0$ ). Pour ces mouvements, la valeur de tous les paramètres est automatiquement décalée pour compenser l'effet du déplacement de  $t_0$  : les  $\sigma_i$  prennent des valeurs plus petites alors que la valeur des  $\mu_i$  et des  $D_i$  est augmentée, sous contrainte que les  $D_i$  doivent suivre la relation  $D_1 - D_2 \approx \int v_t dt$ . La présence de cette vallée sur la surface de la fonction objective montre qu'il est impossible, en utilisant seulement le critère d'optimalité globale, de récupérer avec une précision acceptable la valeur physiologique des paramètres  $\Delta\Lambda$  pour ces mouvements. Cette limite est imposée par les propriétés numériques du problème d'ajustement de courbe  $\Delta\Lambda$ . Il ne s'agit pas d'un problème algorithmique à résoudre, mais bel et bien d'un obstacle intrinsèque au problème d'optimisation considéré : sur ces mouvements, le problème d'extraction  $\Delta\Lambda$  est mal conditionné. Contrairement au système IIX, l'extracteur S&É offre l'avantage d'identifier ces mouvements qui peuvent alors être rejetés des analyses delta-lognormales puisqu'ils ne permettent pas une extraction fiable des paramètres lognormaux.

La Figure 8.17.b illustre la fonction de densité de probabilité de  $D_1$  après le rejet des mouvements pour lesquels les solutions optimales sont obtenues pour des  $t_0$  négatifs. Comme on peut le voir, une vallée le long d'une ligne respectant la contrainte  $D_1 - D_2 = \int v_t dt$  avec  $t_0 > 0$  semble aussi poser problème dans un certain nombre d'échantillons, poussant les  $D_i$  vers des valeurs atypiques. Cela était prévisible étant donné la structure du modèle  $\Delta\Lambda$  : au fur et à mesure que les composantes agonistes et antagonistes deviennent de plus en plus similaires, le problème devient de plus en plus mal conditionné. Ces mouvements devraient donc aussi être retirés de l'analyse statistique puisqu'ils ne permettent pas une extraction fiable de leurs paramètres. Heureusement, les échantillons problématiques peuvent facilement être identifiés et rejetés comme des données aberrantes relativement à l'approximation normale du pic principal de la FDP de  $D_1$ .

Une fois ces mouvements mal conditionnés retirés, les analyses statistiques peuvent être entreprises. L'intervalle de confiance (IC) sur la position de l'optimum global peut être évalué en

considérant la largeur de la plus petite boîte pouvant contenir toutes les solutions non rejetées par l'optimisateur. Le Tableau 8.6 donne les principales statistiques relatives à la largeur de ces IC pour un seuil à 1 dB ( $\varepsilon = 0.7943$ ). Le Tableau 8.7 donne l'information équivalente pour un seuil à 0.1 dB ( $\varepsilon = 0.9772$ ).

Tableau 8.6 : Largeur de l'intervalle de confiance sur la position de l'optimum global ( $\varepsilon = 0.7943$ ).

param.	moyenne	écart type	min	max
$t_0$	0.2203	0.1998	0.0050	0.9751
$D_1$	108.63	134.22	1.6901	494.79
$D_2$	106.39	134.54	1.6702	495.72
$\mu_1$	0.5254	0.3353	0.0195	1.9397
$\mu_2$	0.4134	0.2875	0.0207	1.6409
$\sigma_1$	0.1597	0.0857	0.0071	0.4541
$\sigma_2$	0.0906	0.0475	0.0081	0.3419

Tableau 8.7 : Largeur de l'intervalle de confiance sur la position de l'optimum global ( $\varepsilon = 0.9772$ ).

param.	moyenne	écart type	min	max
$t_0$	0.0347	0.0403	0.0022	0.3575
$D_1$	12.981	11.417	0.6222	92.142
$D_2$	12.242	10.953	0.5799	93.109
$\mu_1$	0.1055	0.0683	0.0129	0.4467
$\mu_2$	0.0827	0.0624	0.0108	0.3990
$\sigma_1$	0.0373	0.0180	0.0052	0.1016
$\sigma_2$	0.0220	0.0099	0.0025	0.0711

En comparant la largeur de l'IC pour le seuil à 1 dB (Tableau 8.6) avec la largeur totale de l'intervalle de variabilité des paramètres (Tableau 8.2), on constate que l'IC est plus grand que ce qui serait souhaitable pour permettre la réalisation d'analyses statistiques précises. Cependant, la largeur de ces intervalles se réduit de façon significative (d'un facteur allant de quatre à neuf, selon le paramètre) avec la diminution du seuil de 1 dB à 0.1 dB. D'ailleurs, l'IC devrait ultimement se réduire à un point au fur et à mesure que le seuil tend vers 0 dB. En fait, leur largeur est davantage une question de temps de calcul que de confiance statistique. En effet, comme discuté précédemment, les paramètres extraits en utilisant un  $\varepsilon = 0.7943$  sont hautement corrélés avec ceux extraits en utilisant un  $\varepsilon$  plus grand. Si l'on considère l'ensemble des 327 mouvements extraits à la fois avec  $\varepsilon = 0.7943$  et  $\varepsilon = 0.9772$ , la corrélation est supérieure à 0.999 pour chacun des sept paramètres  $\Delta\Lambda$ . C'est donc dire qu'en sacrifiant plus de temps de calcul, on obtiendra des estimations dont la valeur est statistiquement équivalente mais dont l'IC est plus petit. De cette observation, on peut conclure que la largeur de l'IC est surtout indicative du fait que la fonction objective du problème d'extraction  $\Delta\Lambda$  est très plate aux alentours de l'optimum global puisque de grandes variations des paramètres peuvent être observées pour des RSB ayant une valeur très près de celle globalement optimale. Bien qu'il ne soit pas possible de visualiser

cette vallée en sept dimensions, on dispose d'exemples de sa projection sur une dimension à la Figure 8.9 et sur deux dimensions à la Figure 8.13.

En conclusion, le point correspondant à l'optimum présente un comportement instable en présence de bruit. Cela indique que, pour un mouvement particulier, malgré qu'un IC arbitrairement petit puisse être obtenu avec assez de temps de calcul, la confiance que l'on peut avoir sur la correspondance entre les valeurs extraites et celles représentant le processus neuromusculaire est relativement basse. Heureusement, cette variabilité devrait pouvoir être neutralisée en majeure partie en moyennant les valeurs extraites sur un ensemble de mouvements et en développant des modèles de bruits neuromusculaires plus spécifiques au problème étudié.

### 8.7.3 Évaluation des algorithmes d'extraction

Nos expérimentations indiquent qu'il semble justifié d'opter pour un seuil de 1 dB lors de l'extraction S&É. Cette simplification permet de diviser le temps d'extraction par un facteur supérieur à 100. Un gain supplémentaire serait obtenu si l'on pouvait montrer que l'utilisation des outils d'extraction localement optimaux (p. ex. IIX) produit un résultat comparable à celui obtenu avec l'extracteur S&É à 1 dB. Cette section présente donc les résultats concernant la possibilité d'utiliser l'extraction IIX en remplacement de l'algorithme S&É.

#### 8.7.3.1 Test sur des mouvements d'aller-retour

Une première étude a été réalisée avec des mouvements d'aller-retour. Pour celle-ci, sept blocs de 40 mouvements ont été extraits avec les systèmes IIX et S&É ( $\varepsilon = 1.0 \text{ dB}$ ). Le premier test réalisé vise à vérifier si l'on peut remplacer l'extraction S&É par celles du système IIX pour l'analyse des mouvements pris individuellement. Pour ce faire, les corrélations entre les paramètres extraits par les deux systèmes ont été calculées et sont présentées au Tableau 8.8.

Tableau 8.8 Coefficients de corrélation de Pearson entre la valeur des paramètres delta-lognormaux obtenus par les deux systèmes d'extraction.

	$t_0$	$D_1$	$D_2$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
$\rho$	0.5255	0.4467	0.4034	0.1929	0.3288	0.2303	0.2743

À priori, ces résultats ne sont pas très encourageants en ce qui concerne l'analyse individuelle des mouvements à l'aide des paramètres extraits avec le système IIX. Il n'est

cependant pas impossible que lorsque l'on considère une population de mouvements, la distribution des paramètres extraits soit semblable entre les deux systèmes. Pour étudier cette possibilité, les fonctions de densité de probabilité des paramètres delta-lognormaux ont été estimées (avec l'utilisation de fonctions noyaux gaussienne) pour l'ensemble des 280 mouvements aller-retour extraits. Celles-ci sont affichées à la Figure 8.18.

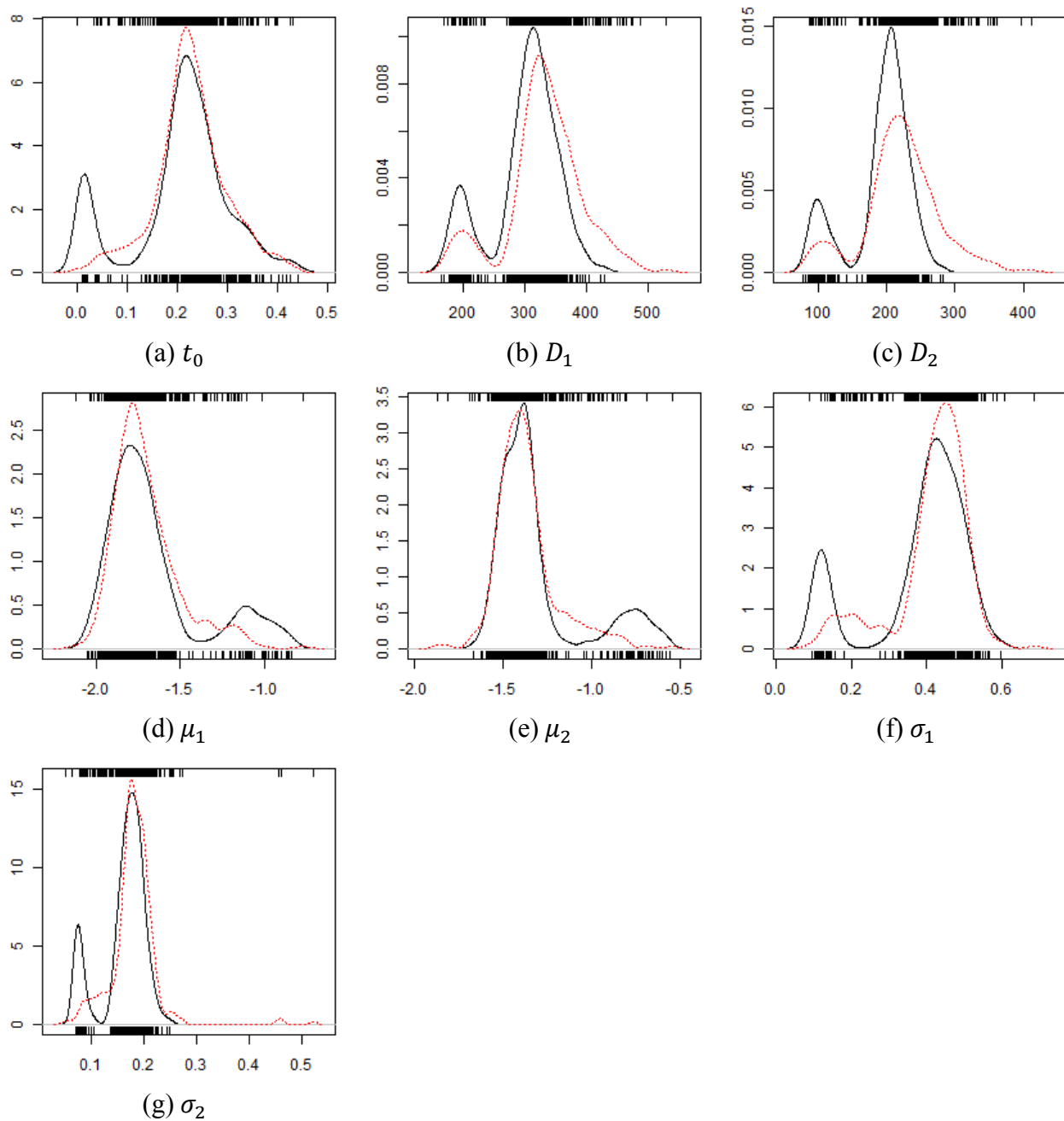


Figure 8.18 Fonctions de densité de probabilité des paramètres extraits avec l'extracteur S&É (trait plein) et avec le système IIX (trait pointillé).

Bien que les distributions extraites par les deux systèmes soient parfois assez différentes, on peut constater que le mode du pic principal reste assez stable lorsqu'une grande population ( $N = 280$ ) est considérée.

Pour conclure cette analyse, on voudrait évaluer si la dispersion et la tendance centrale des paramètres lognormaux sont statistiquement égales pour les deux systèmes lorsque ces statistiques sont calculées sur la population entière (c.-à.-d. avec  $N = 280$ ). Évidemment, pour ce faire, il faut utiliser des tests statistiques non paramétriques. À cette fin, le test de Wilcoxon a été utilisé pour la différence des médianes et le test de Mood pour la dispersion. Le tableau ci-dessous donne la variance et la médiane ainsi que la valeur p relative à l'hypothèse d'égalité pour les résultats obtenus avec les deux systèmes d'extraction. La couleur **rouge** a été utilisée pour indiquer une signifiante statistique ( $\alpha = 0.05$ ).

Tableau 8.9 Variance et médiane de la distribution des paramètres lognormaux obtenus avec les deux systèmes d'extraction.

	Variance			Médiane		
	IIX	S&É	Valeur p	IIX	S&É	Valeur p
$t_0$	<b>5.12E-03</b>	<b>9.79E-03</b>	<b>1.42E-02</b>	<b>0.2242</b>	<b>0.2171</b>	<b>1.69E-02</b>
$D_1$	3.84E+03	3.09E+03	5.83E-02	<b>331.27</b>	<b>310.39</b>	<b>8.29E-22</b>
$D_2$	<b>3.15E+03</b>	<b>2.08E+03</b>	<b>2.63E-05</b>	<b>222.14</b>	<b>203.72</b>	<b>1.29E-21</b>
$\mu_1$	<b>3.96E-02</b>	<b>8.36E-02</b>	<b>1.47E-03</b>	-1.7463	-1.7433	7.66E-01
$\mu_2$	3.14E-02	6.71E-02	2.18E-01	<b>-1.3945</b>	<b>-1.3884</b>	<b>3.24E-02</b>
$\sigma_1$	<b>1.03E-02</b>	<b>1.71E-02</b>	<b>1.95E-02</b>	<b>0.4377</b>	<b>0.4220</b>	<b>1.37E-04</b>
$\sigma_2$	2.20E-03	1.82E-03	9.64E-01	<b>0.1796</b>	<b>0.1734</b>	<b>8.31E-17</b>

### 8.7.3.2 Test sur des mouvements d'aller-simple

Une seconde étude a été réalisée en utilisant cette fois-ci les données provenant de mouvements de pointage tels que décrits dans la section 8.6.2.1. Ces mouvements ont été extraits avec le système IIX (Djioua & Plamondon, 2009) mis en cascade avec un algorithme d'optimisation par recherche de coordonnées. La Figure 8.19 compare les fonctions de densité de probabilité extraites avec les systèmes IIX et S&É.



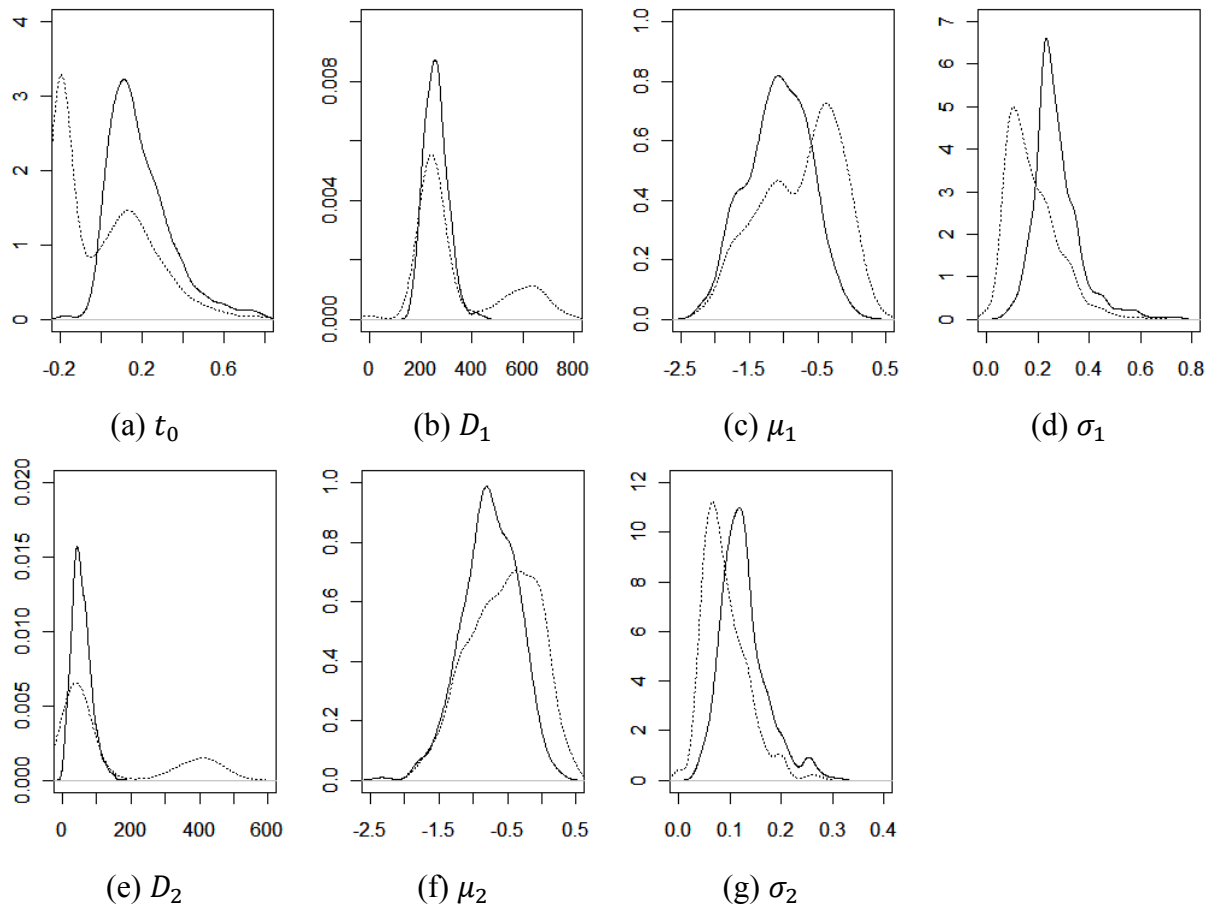


Figure 8.19 : Fonctions de densité de probabilité des paramètres  $\Delta\Lambda$  extraits à l'aide du système IIX (trait plein) et du système S&É (trait pointillé) pour l'ensemble des mouvements.

Comme on peut le voir, la correspondance est d'une qualité qualitativement comparable à celle obtenue pour les mouvements d'aller-retour (Figure 8.18). Évidemment, il serait souhaitable d'améliorer cette correspondance puisque cela permettrait d'utiliser des algorithmes localement optimaux et rapides pour produire des résultats équivalents à ceux du système S&É. Tel que discutés à la section 8.7.2, le problème d'extraction  $\Delta\Lambda$  souffre de mauvais conditionnement dans plusieurs cas. Il est donc possible que ces spécimens problématiques soient mis en cause dans la disparité observée sur la Figure 8.19 entre les fonctions de densités des paramètres extraits avec les deux systèmes.

Une fois que ces mouvements mal conditionnés ont été identifiés et retirés à partir des résultats d'extraction de l'algorithme S&É (on rejette les mouvements pour lesquels l'extracteur S&É produit une solution optimale ne respectant pas les critères  $t_0 > 0.0$  et  $D_1 < 440$ ), on

observe une grande correspondance entre les résultats d'extraction provenant des deux systèmes comme on peut le voir sur la Figure 8.20.

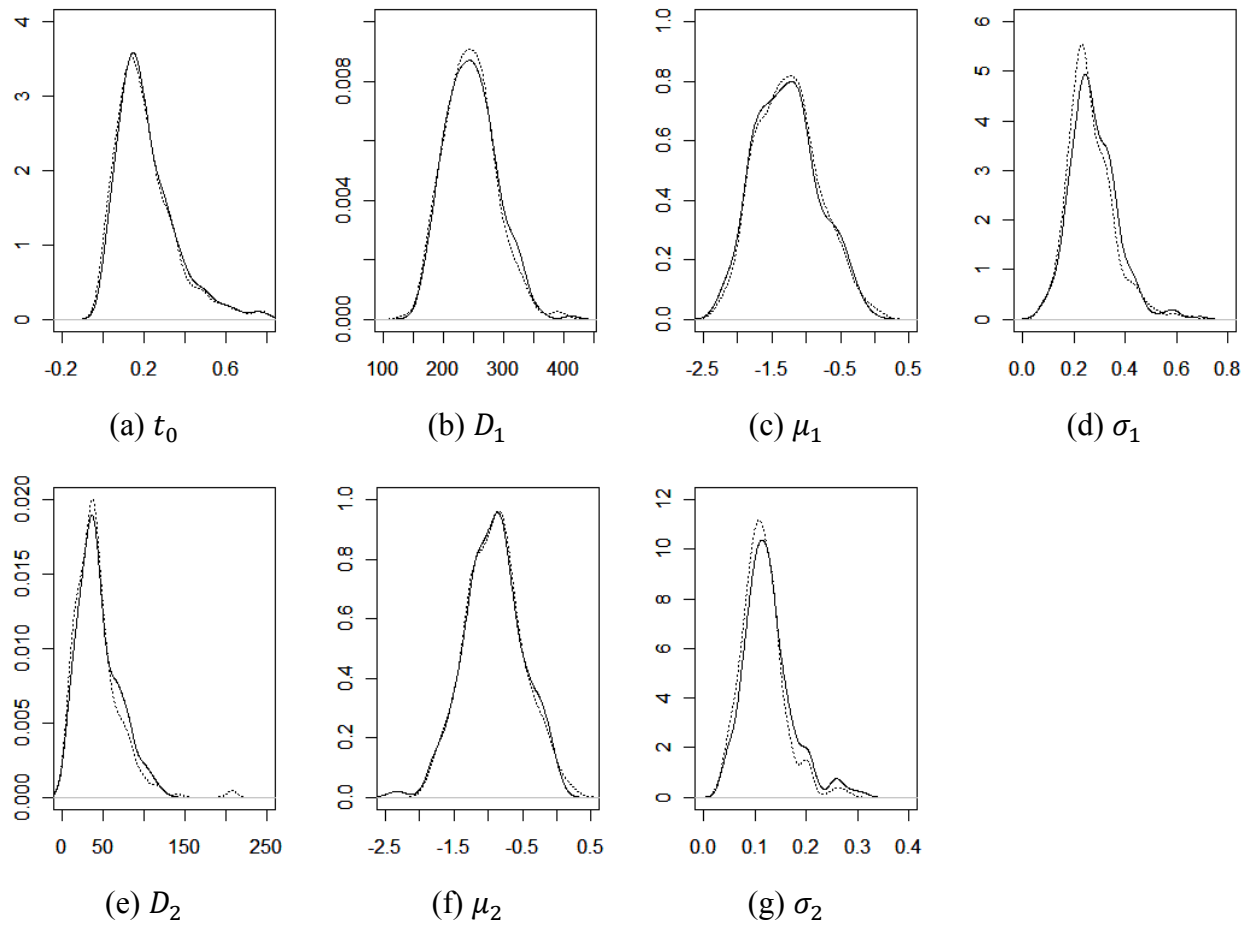


Figure 8.20 : Fonction de probabilité de densité de la distribution des paramètres  $\Delta\Lambda$  obtenue à partir de l'extracteur IIX (ligne pleine) et de l'extracteur S&É (ligne pointillée) lorsque l'on n'utilise que les mouvements dont les paramètres extraits avec le système S&É sont tels que  $t_0 > 0.0$  et  $D_1 < 440$ .

Sur les données où l'on a filtré les mouvements mal conditionnés, la moyenne de la différence  $\Delta = RSB_{B\&B} - RSB_{IIX}$  est de 0.485 dB (écart type: 1.300 dB). Une valeur minimale de -0.3031 dB est obtenue, ce qui indique que, dans certains cas, le système IIX a trouvé de meilleures solutions que celles du système S&É, sans toutefois remettre en cause le bon fonctionnement de ce dernier puisque cette différence tombe à l'intérieur de la marge de 1 dB utilisée pour ces extractions. Cette valeur minimale pourrait être réduite au besoin en abaissant le niveau du seuil utilisé, au prix évidemment d'un temps de calcul plus long. La différence de RSB

maximale entre les deux systèmes est de 9.898 dB. Cela indique que dans certain cas, la solution extraite par le système IIX est loin de celle globalement optimale. La différence de RSB entre les deux systèmes est de plus de 4 dB dans 2.66 % des cas et de plus de 1 dB dans 14.0 % des cas.

Le Tableau 8.10 fournit les principales statistiques relatives à l'erreur d'estimation associée au système IIX en considérant l'algorithme S&É avec un seuil de 1 dB comme étant un étalon or (« golden standard »).<sup>54</sup> Comme on peut le voir dans ce tableau, on obtient une bonne correspondance entre les valeurs des paramètres extraits sur l'ensemble des mouvements élagué<sup>55</sup>. Le coefficient de corrélations entre les paramètres extraits avec les deux systèmes se situe entre 0.62 et 0.95, selon le paramètre considéré. Étant donné la correspondance étroite entre les FDP des paramètres extraits avec les deux systèmes (Figure 8.20), des résultats encore plus satisfaisants devraient être possibles en groupant les données.

Tableau 8.10 : Principales statistiques pour l'erreur d'estimation du système IIX lorsque l'on considère l'algorithme S&É comme étalon or (seuil à 1 dB).

paramètres	erreur moyenne	écart type de l'erreur	erreur maximale
$t_0$	0.0207	0.0578	0.5658
$D_1$	7.7817	19.200	171.02
$D_2$	7.4044	18.953	171.80
$\mu_1$	0.0574	0.1284	1.2410
$\mu_2$	0.0625	0.1565	1.1694
$\sigma_1$	0.0222	0.0443	0.2818
$\sigma_2$	0.0154	0.0373	0.2343

#### 8.7.4 Comparaison des mesures de tendance centrale

Le sujet abordé dans cette section concerne la mesure de la tendance centrale de la valeur des paramètres lognormaux. Cette étude vise à définir laquelle de trois mesures de tendance centrale entre la moyenne, la médiane et le mode, devrait être utilisée dans le cadre de l'étude lognormale des mouvements humains. Elle vise de plus à vérifier si l'utilisation de l'extracteur par

<sup>54</sup> Puisque l'erreur d'estimation entre les paramètres extraits avec des seuils de 1 dB et 0.1 dB est fortement corrélée ( $\rho > 0.999$ ), seulement les résultats d'extraction avec un seuil à 1 dB sont rapportés.

<sup>55</sup> Lorsqu'on utilise l'ensemble complet de mouvements, sans l'élagage de ceux mal conditionnés, les erreurs obtenues sont environ un ordre de grandeur supérieur à celles rapportées.

séparation-évaluation versus le système IIX influence les mesures de la tendance centrale des paramètres. Cette comparaison est réalisée sans élagage des données puisqu'en pratique, on ne dispose pas des résultats d'extraction du système S&É pour procéder à cet élagage.

Les résultats de cette section ont été compilés en utilisant les données portant sur les mouvements d'aller-retour utilisés à la section 8.7.3.1. La moyenne, la médiane et le mode ont été calculés pour chacun des sept blocs de 40 essais, pour chacun des sept paramètres delta-lognormaux et pour chacune des deux techniques d'extraction (c.-à.-d. pour  $7 \times 7 \times 2 = 98$  cas). Le Tableau 8.11 ci-dessous donne la valeur de la variance calculée ainsi que le résultat d'un test  $F$  d'égalité des variances. Avec ce petit échantillon ( $N = 7$  blocs), on ne détecte aucune différence de variance statistiquement significative ( $\alpha = 0.05$ ). Étant donné la faible puissance du test, on ne peut pas conclure (ni à l'égalité ni à la différence des variances) dans ce cas.

Tableau 8.11 : Variance du mode, de la moyenne et de la médiane de la distribution de chacun des sept paramètres delta-lognormaux ainsi que la valeur  $p$  pour l'hypothèse d'égalité entre les deux systèmes.

	Variance du mode			Variance de la moyenne			Variance de la médiane		
	IIX	S&É	p	IIX	S&É	p	IIX	S&É	p
$t_0$	3.29E-04	3.47E-04	0.9507	9.64E-04	2.00E-03	0.3959	5.27E-04	6.72E-04	0.6725
$D_1$	3.02E+02	2.74E+02	0.9088	3.50E+02	5.60E+02	0.5823	2.02E+02	3.09E+02	0.8831
$D_2$	2.59E+02	1.28E+02	0.4109	1.88E+02	2.91E+02	0.6104	1.08E+02	1.46E+02	0.7676
$\mu_1$	5.03E-03	5.66E-03	0.8901	6.79E-03	1.25E-02	0.4766	6.66E-03	4.64E-03	0.6552
$\mu_2$	4.25E-03	3.60E-03	0.8467	6.12E-03	1.10E-02	0.4940	3.96E-03	3.07E-03	0.4226
$\sigma_1$	5.93E-04	1.17E-03	0.4304	3.24E-04	1.35E-03	0.1062	2.43E-04	1.54E-04	0.3862
$\sigma_2$	1.16E-04	1.12E-04	0.9656	8.56E-05	1.55E-04	0.4872	3.76E-05	4.83E-05	0.5042

Tableau 8.12 Moyenne du mode, de la moyenne et de la médiane de la distribution de chacun des sept paramètres delta-lognormaux ainsi que la valeur  $p$  pour l'hypothèse d'égalité entre les deux systèmes. Le **rouge** indique la signifiante statistique ( $\alpha < 0.05$ ).

	Mode moyen			moyenne moyenne			Médiane moyenne		
	IIX	S&É	p	IIX	S&É	p	IIX	S&É	p
$t_0$	0.2253	0.2242	0.3588	<b>0.2264</b>	<b>0.2057</b>	<b>0.0349</b>	0.2277	0.2196	0.1887
$D_1$	<b>330.82</b>	<b>318.06</b>	<b>0.0054</b>	<b>332.03</b>	<b>299.97</b>	<b>0.0028</b>	<b>331.80</b>	<b>311.03</b>	<b>0.0105</b>
$D_2$	219.93	209.39	0.0617	<b>221.43</b>	<b>191.22</b>	<b>0.0004</b>	<b>220.37</b>	<b>203.45</b>	<b>0.0083</b>
$\mu_1$	-1.7761	-1.7756	0.9584	-1.7014	-1.6611	0.2207	<b>-1.7423</b>	<b>-1.7482</b>	<b>0.0354</b>
$\mu_2$	-1.4322	-1.4080	0.0932	<b>-1.3677</b>	<b>-1.3076</b>	<b>0.0251</b>	-1.4031	-1.3876	0.2571
$\sigma_1$	0.4491	0.4316	0.0955	<b>0.4140</b>	<b>0.3842</b>	<b>0.0356</b>	0.4359	0.4198	0.4168
$\sigma_2$	<b>0.1857</b>	<b>0.1791</b>	<b>0.0241</b>	<b>0.1804</b>	<b>0.1622</b>	<b>0.0005</b>	0.1813	0.1736	0.0972

De façon équivalente, le Tableau 8.12 liste la moyenne calculée pour chacun des paramètres et pour chacune des techniques d'extraction. Il comprend aussi le résultat (valeur  $p$ ) de l'application d'un test  $t$  de Student apparié pour l'égalité des moyennes entre les deux systèmes d'extraction. On peut constater que, même avec ce petit échantillon, on détecte plusieurs différences significatives. Notons que le mode semble être la tendance centrale la plus stable, suivie de la médiane puis de la moyenne. Ce résultat est en adéquation avec ce qui peut être observé sur les FDP de la Figure 8.19.

Une étude des corrélations de Pearson entre les tendances centrales des deux systèmes d'extraction (tableau 8.13) donne des résultats significativement plus encourageants que l'étude des corrélations entre les mouvements individuels (tableau 8.8) mais indique quand même une différence importante entre l'utilisation du système IIX et de l'extracteur S&É. Ici encore, le mode semble être la tendance centrale la plus stable à travers les outils d'extraction. Une étude plus poussée devrait permettre de valider si, en pratique, on peut estimer de façon fiable le mode de certains paramètres (p. ex.  $t_0$ ) à l'aide du système IIX puisque dans certains cas, une corrélation très élevée a été obtenue avec cet ensemble de données.

Tableau 8.13 Corrélations de Pearson entre les mesures de tendance centrale des distributions des paramètres extraits avec les deux systèmes d'extraction.

	Corrélation des modes	Corrélation des moyennes	Corrélation des médianes
$t_0$	0.9857	0.9207	0.9347
$D_1$	0.8917	0.6827	0.6861
$D_2$	0.6578	0.7482	0.3039
$\mu_1$	0.9462	0.7169	0.8385
$\mu_2$	0.8713	0.8674	0.8582
$\sigma_1$	0.7275	0.6212	0.4317
$\sigma_2$	0.8493	0.8348	0.7502

## 8.8 Conclusion

À mesure que des solutions au problème d'extraction des paramètres delta-lognormaux deviennent davantage accessibles à la communauté scientifique et aux ingénieurs, de nouveaux besoins émergent. Bien qu'un bon ajustement de courbe du modèle  $\Delta\Lambda$  aux données empiriques soit adéquat pour plusieurs applications en reconnaissance de formes, il arrive que cela ne soit

pas suffisant. Tel est le cas dans certains domaines particulièrement exigeants tels que l'étude fondamentale des mouvements humains, l'évaluation des performances des algorithmes d'extraction delta-lognormaux et l'utilisation des paramètres  $\Delta\Lambda$  dans des applications biomédicales ou associées aux neurosciences. Dans ces domaines, une solution globalement optimale est souvent nécessaire. Pour cette raison, un algorithme d'extraction basé sur la procédure par séparation et évaluation a été développé. Pour ce faire, quatre bornes sur la valeur du bruit de reconstruction ont été définies puis comparées. La meilleure d'entre elles a été retenue pour le développement et l'implémentation d'un algorithme S&É.

Avec ce nouvel algorithme, il est maintenant possible d'obtenir, pour n'importe quel mouvement rapide de pointage, les sept paramètres  $\Delta\Lambda$  globalement optimaux. Cela est un avantage définitif sur l'extraction de paramètres utilisant la notion traditionnelle de sous-mouvement, tel que dans (Fradet, Lee, & Dounskaia, 2008), où chaque pic de vitesse est considéré comme un nouveau sous-mouvement. Dans ce type de modélisation, le nombre variable de paramètres complique la comparaison des mouvements sur une base paramètre-par-paramètre. Dans une telle modélisation, la comparaison entre les paramètres des différents mouvements est généralement ambiguë tel que discuté à la section 7.2. Avec l'utilisation des paramètres  $\Delta\Lambda$ , peu importe si le mouvement a zéro, un ou deux sous-mouvements secondaires, on peut maintenant compresser l'essentiel de l'information du mouvement en sept paramètres globalement optimaux et ayant un sens psychophysique. De plus, puisque ces paramètres sont les mêmes (en nombre et en signification) d'un mouvement à l'autre, ceux-ci peuvent être comparés et étudiés en utilisant différents outils statistiques tels que l'analyse de la variance (ANOVA). Ceci est une caractéristique importante de la présente méthodologie puisque l'ANOVA est omniprésente dans différents domaines scientifiques intéressés par l'étude du mouvement humain, tels que le champ de la psychologie expérimentale.

Notons de plus que les éléments de la méthodologie développée dans ce travail devraient être transférables à d'autres problèmes d'extraction de paramètres. Le premier aspect méthodologique significatif concerne la dérivation de l'enveloppe de la variation du signal lorsque les paramètres sont bornés par des contraintes de boîtes comme moyen d'obtenir une borne sur la valeur du bruit associé à un problème d'ajustement. Le second aspect correspond à l'utilisation d'un algorithme par séparation et évaluation pour l'étude de fonctions objectives complexes et multidimensionnelles qui ne se laisse pas facilement étudier par les outils d'analyse

standards. En effet, puisque l'algorithme S&É produit un espace de solutions optimales, ce type d'algorithme se prête mieux à une telle étude que les extracteurs ne fournissant qu'une seule solution.

Notons que, pour permettre une plus grande utilisation de cet outil, il est souhaitable, à l'avenir, d'accélérer son temps d'exécution. Pour le travail présenté ici, le parallélisme naturel de l'algorithme S&É a été exploité afin de paralléliser son implémentation grâce à l'utilisation de processus légers. Cela a permis de tirer profits de la puissance de calcul offert par Calcul Québec et Calcul Canada. Dans des travaux futurs, cette qualité pourrait être davantage exploitée en procédant à la parallélisation physique de l'algorithme par son implémentation sur un support adéquat (p. ex. un FPGA). On peut espérer ainsi obtenir des performances permettant d'extraire rapidement les solutions  $\Delta\Lambda$  optimales de mouvements de pointage.

Une autre alternative possible pour l'accélération de l'exécution de cet algorithme est de tirer profits des corrélations importantes entre les valeurs des paramètres delta-lognormaux. Par exemple, il est possible de réduire la complexité de l'algorithme de  $N^5$  à  $N^4$  en estimant la valeur de  $\mu_2$  à partir de celle de  $\mu_1$ .<sup>56</sup>

Dans tous les cas, bien que son temps de calcul soit une limitation, cet algorithme a un grand potentiel puisque le temps de traitement nécessaire à son exécution ne pourra que diminuer dans les années à venir, soit parce qu'il sera implémenté sur un matériel parallèle ou simplement parce que les ordinateurs disponibles sur le marché seront plus performants. Notons d'ailleurs que la réduction prévisible du temps de calcul de cet algorithme est intéressante puisqu'elle permettra de considérer cette technique comme un tremplin pour le développement d'un extracteur globalement optimal pour le modèle Sigma-Lognormal.

Le travail sur l'extracteur S&É a permis de relever un certain nombre d'observations importantes. Premièrement, dans le passé, il a été noté que l'utilisation de techniques multivariées devait être favorisée dans le cadre de l'analyse lognormale des mouvements humains (Woch, et al., 2011). Cette conclusion est renforcée par l'observation que l'espace de solutions retenues par

---

<sup>56</sup> Pour ce faire, on peut utiliser la relation (A3.1) que l'on peut trouver à l'Annexe 3 du présent document. Une telle procédure est évidemment possible pour peu que l'on puisse démontrer la généralité de cette équation ainsi que son indépendance par rapport à la population étudiée et à l'algorithme d'extraction utilisé.

l'algorithme S&É est plusieurs ordres de grandeur plus petit que l'hypercube obtenu en considérant les intervalles de variation univariés.

Deuxièmement, il a été relevé qu'il semble souhaitable de préférer le mode ou la médiane comme mesure de la tendance centrale pour contrer le problème du nombre élevé de données aberrantes que l'on peut rencontrer dans le cadre de l'analyse  $\Delta\Lambda$  des mouvements humains (O'Reilly & Plamondon, 2011a; Woch, et al., 2011).

Troisièmement, on retient que si les sont données élaguées, le système IIX peut produire des extractions fiables. Davantage de recherches reposant sur l'utilisation de l'algorithme S&É seront nécessaires pour mieux comprendre quand, comment et pourquoi le problème de mauvais conditionnement de l'extraction delta-lognormale apparaît sur des mouvements rapides. Ceci sera un sujet de recherche important puisque si l'on peut identifier un ensemble de règles de rejet ne nécessitant pas l'utilisation de l'extracteur S&É, un système tel qu'IIX pourrait être utilisé pour obtenir des extractions rapides, fiables et précises. Notons cependant qu'il sera alors important de mesurer l'impact (p. ex. création d'un biais) du rejet de cette classe de mouvements sur les phénomènes étudiés.

Finalement, d'un point de vue plus fondamental, on peut poser l'hypothèse que les vallées observées sur la fonction objective de l'ajustement delta-lognormal soient une caractéristique de la génération des mouvements qui soit utile au système nerveux central (SNC). Elles peuvent être un mécanisme permettant au SNC de réaliser des mouvements affichant des performances similaires tout en utilisant des stratégies alternatives. Cela permettrait de réaliser un compromis entre les exigences au niveau périphérique et central. Ainsi, le SNC pourrait attribuer plus de ressources au niveau cérébral pour compenser une condition neuromusculaire affaiblie ou alors utiliser davantage de ressources neuromusculaires pour relâcher la pression sur des capacités cérébrales diminuées ou épuisées. Davantage d'investigations sur la fonction objective du problème d'ajustement delta-lognormal seront nécessaires si l'on veut bien saisir l'ensemble des caractéristiques de ce modèle et comprendre ce qu'il implique relativement au processus de génération des mouvements.



### **PARTIE III      APPLICATION DE L'ANALYSE CINÉMATIQUE DES MOUVEMENTS HUMAINS AU DÉVELOPPEMENT D'OUTILS DE PRÉVENTION DES AVC**

La troisième partie de cette thèse explore les liens entre les facteurs de risque d'AVC et le contrôle moteur. Pour ce faire, le Chapitre 9 décrit d'abord les principaux aspects du projet Sign@médic. Cela permet d'exposer en un seul endroit les caractéristiques des tâches neuromusculaires ayant servi à l'acquisition des mouvements étudiés dans les chapitres subséquents.

Suivent ensuite une série de quatre chapitres portant sur l'analyse de la banque de données du projet Sign@médic. D'abord, le Chapitre 10 rapporte les résultats provenant de l'évaluation des mouvements associés aux différents tests de temps de réaction. Puis, le Chapitre 11 présente la deuxième partie de l'étude entamée au Chapitre 5 portant sur les compromis vitesse-précision. Pour sa part, le Chapitre 12 investigate la possibilité de diagnostiquer la présence de facteurs de risque d'AVC à partir de la cinématique de dessins triangulaires. Enfin, le Chapitre 13 s'intéresse au cas des mouvements oscillatoires.

Mentionnons d'ailleurs que la présentation de ces chapitres ne suit pas l'ordre chronologique de nos investigations<sup>57</sup>, mais plutôt l'ordre du déroulement des tests neuromusculaires du projet Sign@médic. Or, les techniques d'analyse utilisées ont été raffinées au fur et à mesure de nos recherches. On peut donc constater, lors de la lecture de certains chapitres, que ceux-ci pourraient tirer profits d'éléments méthodologiques décrits dans des chapitres précédents. Le cas échéant, ces possibilités d'amélioration sont notées en bas de page. Il est bien sûr souhaitable de considérer ces raffinements dans des études ultérieures afin de maximiser le potentiel des analyses. Cependant, nos résultats ne donnent pas de raison de croire que ces différences méthodologiques puissent remettre en cause les tendances générales observées lors de nos premières études.

Finalement, cette partie est clôturée par le Chapitre 14 discutant des avantages et des limitations des différentes tâches étudiées. On espère ainsi bonifier cette batterie de tests pour des

---

<sup>57</sup> L'ordre chronologique est le suivant : chapitre 12, 11, 13 et 10.

travaux futurs. Ce chapitre comporte aussi une discussion sur les améliorations méthodologiques à apporter au processus de collecte de données du projet Sign@médec.

## CHAPITRE 9 LE PROJET SIGN@MÉDIC

La majorité des données utilisées dans cette thèse a été collectée en 2004 dans le cadre de l'étude de pré faisabilité du projet Sign@médic visant la constitution d'une chaire industrielle CRSNG en Génie Neuromoteur (Plamondon & Laboratoire Scribens, 2003, 2004a, 2004b, 2004c, 2004d, 2004e). Ce projet visait l'investigation des troubles neuromoteurs grâce à l'analyse des mouvements humains. Bien que ce projet soit actuellement en dormance, la banque de données récoltées constitue néanmoins une mine d'information et l'objectif de cette thèse est d'en extraire la substance. Le présent chapitre présente donc la banque de données amassée dans le cadre de ce projet alors que les chapitres subséquents rapportent les résultats de l'analyse de ces données.

Dans ce qui suit, les sections 9.1 et 9.2 présentent respectivement les caractéristiques de l'échantillon et le protocole expérimental alors que la section 9.3 conclut ce chapitre.

### 9.1 Caractéristiques de l'échantillon

Dans le but d'étudier la relation entre les mouvements humains et certaines maladies telles que l'AVC, 120 sujets ont participé à une collecte de données transversale. Chacun d'entre eux a donné un accord écrit et éclairé et le projet a été approuvé par le comité d'éthique de l'École Polytechnique de Montréal et de l'Hôpital de Réadaptation Villa Medica.

Le Tableau 9.1 montre la distribution des sujets par rapport à leur âge, leur sexe et la présence ou non de six facteurs de risque<sup>58</sup>, soit l'hypertension (HT), l'hypercholestérolémie (HC), le diabète (DM), l'obésité (OB), le tabagisme (TA) et les problèmes cardiaques (PC).

Tableau 9.1: Nombre de sujets de chaque groupe d'âge, de chaque sexe et ayant chacun des six facteurs de risque d'intérêt.

Goupes d'âge				sexe		Facteurs de risque d'AVC											
25-39	40-54	55-69	70-85	Femme	Homme	Sans DM	DM	Sans HT	HT	Sans HC	HC	Sans TA	TA	Sans OB	OB	Sans PC	PC
27	31	33	29	68	52	105	15	80	40	92	28	107	13	110	10	96	24

<sup>58</sup> Un septième facteur, l'alcoolisme, a aussi été considéré, mais puisqu'aucun sujet dans notre échantillon n'a rapporté souffrir d'alcoolisme, ce facteur a été mis de côté pour nos analyses. Notons néanmoins que la présence de ce facteur a été contrôlée.

Le Tableau 9.2 montre, pour les mêmes six facteurs, le nombre de sujets dans chaque cellule d'un modèle factoriel d'ANOVA avec les termes d'interaction double. Par exemple, dans ce tableau on peut voir qu'il y a 14 hommes du groupe d'âge 25-39 ans (c.-à-d. une prévalence de  $14/120=11.7\%$ ) et que sept sujets obèses étaient hypertensifs (c.-à-d. une prévalence de  $7/120=5.8\%$ ).

Dans notre échantillon, 112 sujets ont rapporté être droitiers, sept étaient gauchers et un sujet s'est dit ambidextre<sup>59</sup>. Cependant, dans nos analyses, ce facteur n'est pas ressorti comme ayant un impact significatif, possiblement à cause du petit nombre de sujets gauchers disponibles dans notre échantillon. Ce facteur n'est donc pas mentionné dans nos analyses subséquentes.

Tableau 9.2: Nombre de sujets dans chaque cellule d'une ANOVA avec interactions doubles pour l'effet de l'âge, du sexe et des six facteurs de risque d'AVC.

	25-39	40-54	55-69	70-85	Femme	Homme	Sans DM	DM	Sans HT	HT	Sans HC	HC	Sans TA	TA	Sans OB	OB
Sans PC	27	30	25	14	55	41	92	4	75	21	79	17	84	12	89	7
PC	0	1	8	15	13	11	13	11	5	19	13	11	23	1	21	3
Sans OB	27	28	31	24	59	51	98	12	77	33	86	24	98	12		
OB	0	3	2	5	9	1	7	3	3	7	6	4	9	1		
Sans TA	23	28	30	26	57	50	93	14	69	38	81	26				
TA	4	3	3	3	11	2	12	1	11	2	11	2				
Sans HC	26	26	22	18	50	42	86	6	72	20						
HC	1	5	11	11	18	10	19	9	8	20						
Sans HT	27	26	20	7	45	35	77	3								
HT	0	5	13	22	23	17	28	12								
Sans DM	27	30	26	22	61	44										
DM	0	1	7	7	7	8										
Femme	13	19	16	20												
Homme	14	12	17	9												

De notre échantillon, 57 sujets n'ont aucun facteur de risque d'AVC, 55 ont au moins un facteur de risque mais n'ont pas eu d'AVC alors que huit sujets ont subi un AVC dans le passé. Pour obtenir des données provenant à la fois de sujet en santé et de sujets ayant des problèmes de santé, des acquisitions ont eu lieu à la fois à l'École Polytechnique de Montréal et à l'Hôpital de

<sup>59</sup> Ce sujet a réalisé l'expérience avec sa main droite.

Réadaptation Villa Medica. Pour les collectes à l'École Polytechnique, les données médicales ont été collectées au moyen d'un questionnaire écrit traité confidentiellement par une neurologue. Pour les collectes ayant lieu de l'Hôpital de Réadaptation, l'information médicale a été obtenue à partir des dossiers médicaux par la même neurologue.

## **9.2 Protocole expérimental**

### **9.2.1 Accueil du sujet et appareillage**

La collecte de données comportait une série de neuf tests neuromoteurs. Avant de se présenter à la séance d'acquisition, le sujet avait déjà pris connaissance d'un fascicule présentant l'expérience. De plus, avant le début de l'expérimentation, le participant avait l'opportunité de poser les questions qu'il désirait à un responsable de l'expérimentation et il avait remis son formulaire de consentement.

Lors de la séance d'acquisition, trois personnes étaient présentes, soit le sujet, l'expérimentateur chargé de guider le participant et d'interagir au besoin avec celui-ci et l'opérateur du système d'acquisition chargé de gérer les aspects techniques liés à l'enregistrement des données et à la validité des signaux récoltés.

Une période d'accueil est prévue pour présenter l'expérimentateur et l'opérateur au sujet ainsi que pour le familiariser avec l'équipement d'acquisition. Le sujet est invité à s'asseoir et à placer la tablette à numériser (Wacom Intuos2) de façon à ce qu'il soit confortable pour y faire des mouvements d'écriture et de dessin. Le stimulateur – appareil servant à émettre des stimuli sonores (bip à 1 kHz d'une durée de 500 ms) ou visuels (matrice 8 X 10 de DEL pouvant prendre une couleur verte, rouge ou jaune) – est placé à 68 cm du rebord de la table et il est orienté de façon à ce que la ligne du regard du sujet soit approximativement normale au plan des DEL. Une feuille guide en format 8½ X 11 (format lettre) est placée sur la surface de la tablette ou sous la pellicule de plastique transparente de la tablette, selon que le sujet ait à utiliser un stylo (pointe avec encre bleue) ou un stylet (pointe en plastique) pour le test en question. Les feuilles guides sont inversées pour les gauchers de façon à ce que les tests impliquent les mêmes groupes musculaires pour les gauchers et les droitiers. L'expérimentateur est assis à la droite du sujet et dispose d'un ensemble de feuilles guides et d'un stylet pour démontrer au sujet l'exécution de chacune des tâches. L'opérateur est assis à la droite de l'expérimentateur et il tient à jour un

journal de bord de l'expérience et surveille l'acquisition se déroulant sur un ordinateur portable placé en face de lui. Cet ordinateur est relié à la fois à la tablette à numériser et au stimulateur de façon à opérer ces équipements et à enregistrer les signaux provenant de la tablette. Un panneau de séparation est placé entre l'opérateur et l'expérimentateur de façon à ce que le sujet ne soit pas distrait par le travail de l'opérateur.

Sur l'ordinateur de l'opérateur, le programme Sign@médic gère l'expérience. Ce logiciel, développé au laboratoire Scribens, permet d'opérer la tablette à numériser et le stimulateur pour enregistrer de façon structurée les données d'une expérience. L'enregistrement des signaux cinématiques se fait à 200 Hz avec une résolution de 100 points par millimètre. L'étiquetage temporel des échantillons est réalisé directement par la tablette à numériser, évitant tout problème d'enregistrement sur un ordinateur équipé d'un système d'exploitation qui n'est pas en temps réel (Windows 2000). Le stimulateur est synchronisé au système d'acquisition par l'envoi d'un signal TTL indiquant un front montant à l'instant de l'émission du stimulus. Le logiciel Sign@médic intègre l'information des deux systèmes et enregistre un fichier de données par essais, dans une structure de fichier hiérarchique à trois niveaux : séance d'acquisition, bloc d'essais et essai. La Figure 9.1 illustre l'interface du logiciel d'acquisition Sign@médic que l'opérateur utilise dans son travail de surveillance de l'expérience.

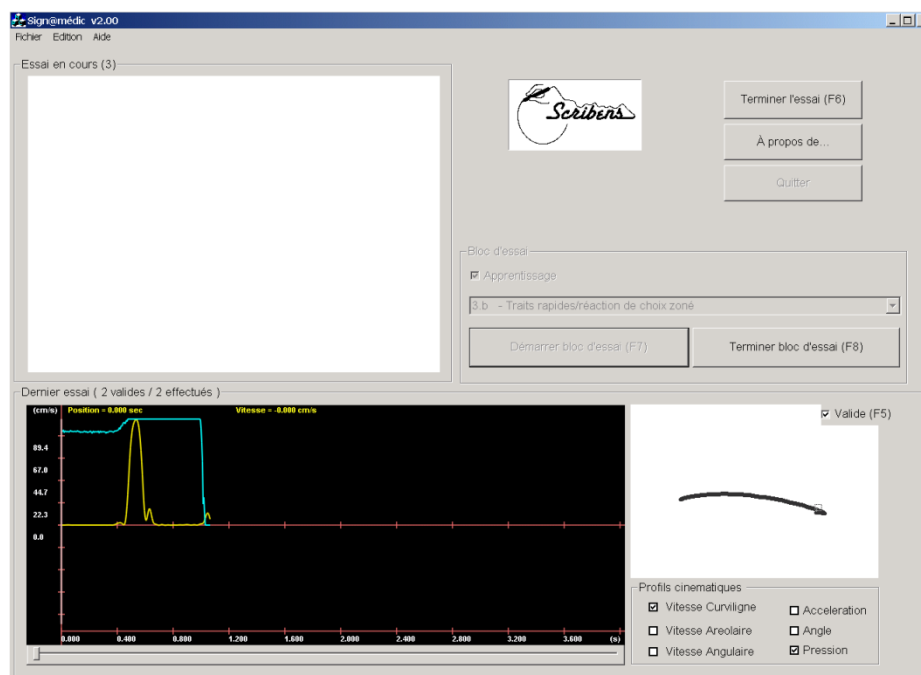


Figure 9.1 : Interface du logiciel d'acquisition Sign@médic.

Lorsque l'opérateur relève un mouvement invalide, il peut l'indiquer de façon à ce que l'essai en question soit automatiquement rejeté lors de l'analyse statistique. Un mouvement peut être rejeté s'il ne respecte pas le protocole pour diverses raisons, les plus communes étant : 1) le sujet réalise des mouvements lents lors d'une tâche exigeant des mouvements à vitesse maximale<sup>60</sup>, 2) le sujet n'arrête pas son mouvement avant de lever son crayon de la tablette, 3) le sujet ne relève pas suffisamment son crayon de la tablette pour indiquer la fin d'un essai avant le début d'un essai subséquent (la zone de sensibilité des tablettes Wacom étant d'approximativement un pouce) et 4) le sujet fait un faux départ (démarré son mouvement avant l'émission du stimulus).

Lorsque le sujet est prêt à commencer l'expérimentation, celle-ci débute par le premier test.

### 9.2.2 Tâche neuromotrice n° 1 : Signatures du début de session

Ce test vise à « évaluer l'état général de la neuromotricité du sujet » (Laboratoire Scribens, 2004). Il consiste en la production de quatre exemplaires de signatures. Le sujet peut signaler si une signature qu'il a produite n'est pas représentative, dans quel cas celle-ci est rejetée et une nouvelle signature est demandée. Cette tâche est réalisée avec un stylo Wacom sur une feuille guide dont le patron est illustré à la Figure 9.2.

TEST #1	date	sujet #	lieu	D

Figure 9.2 : Feuille guide utilisée pour la collecte des signatures.

<sup>60</sup> Bien sûr, ce critère s'applique seulement s'il est clair que le sujet en question produit des mouvements lents par manque de motivation ou parce qu'il n'a pas compris les instructions. Les mouvements qui sont lents parce que le sujet est incapable de les exécuter plus rapidement sont valides et sont *a priori* conservés au moment de l'analyse.

Entre chaque signature, le sujet doit retirer son stylo de la tablette. Aucun stimulus n'est donné au sujet pour cette tâche et celui-ci peut donc, dès que le système d'acquisition est prêt pour l'enregistrement (le stimulateur indique que le système est prêt en émettant un clignotement rouge), produire ses signatures à son rythme.

Un système de reconnaissance de la signature (Sign@matic) est opéré par le système d'acquisition Sign@médic. Les trois premières signatures servent à abonner le sujet au système alors que la quatrième est utilisée en vérification. Dans l'éventualité où le système ne reconnaît pas le sujet, une cinquième signature est demandée.

### 9.2.3 Tâche neuromotrice n° 2 : Traits rapides/réaction visuelle simple

Ce test vise à évaluer « la capacité du sujet à réagir très rapidement à un stimulus visuel » (Scribens, 2004). Ni la précision, ni la direction ne sont importantes pour ce test, seulement la rapidité d'exécution du mouvement compte. Pour ce test, le sujet se voit remettre un stylet et l'expérimentateur installe la feuille guide illustrée à la Figure 9.3 sous la pellicule de plastique de la tablette. Le point noir représente le point de départ du mouvement alors que l'espace grisé illustre la zone cible où le sujet doit se rendre et arrêter son mouvement. Les dimensions de cette feuille sont telles qu'un mouvement valide (c.-à-d. partant du point de départ et rejoignant la zone cible) doit avoir minimalement 130 mm d'amplitude.

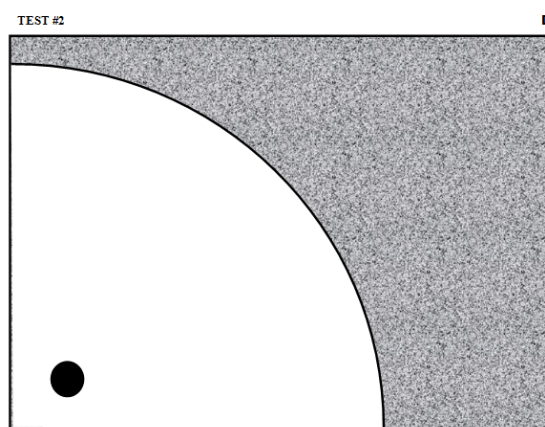


Figure 9.3 : Feuille guide servant au test neuromusculaire de traits rapides/réactions auditives simples. Cette feuille est utilisée pour les droitiers. Pour les gauchers, un schéma identique mais réfléchi par rapport à un axe vertical est utilisé.



Après que l'expérimentateur ait montré un exemple expliquant comment la tâche doit être réalisée, le sujet peut expérimenter le protocole autant de fois qu'il le désire avant que l'enregistrement des données valides ne commence. Durant cette période d'apprentissage, tout est identique à l'exécution des acquisitions valides à la seule exception que les données enregistrées sont étiquetées comme étant des données d'apprentissage et ne sont pas utilisées dans les analyses statistiques.

Lorsque le sujet signale qu'il a assez pratiqué, l'acquisition d'au moins 15 traits valides commence. Chaque essai se déroule comme suit :

- 1) L'écran de DEL du stimulateur clignote du rouge au noir pour indiquer que le système est prêt à l'acquisition. Le sujet peut alors déposer la pointe de son stylet sur le point de départ.
- 2) Au moment où la pointe du stylet fait contact avec la tablette à numériser, le stimulateur arrête d'afficher son message clignotant et un délai d'une durée aléatoire est entamé. Celui-ci est distribué exponentiellement puisque cette fonction a la propriété d'absence de mémoire. C'est-à-dire que peu importe la durée de temps que le sujet a attendu, la probabilité que le stimulus soit déclenché dans la prochaine milliseconde est toujours la même (Luce, 1986). Les paramètres de cette distribution sont choisis de telle sorte que le délai soit d'une durée se situant entre zéro et dix secondes.
- 3) Dès que le délai est expiré, l'écran de DEL du stimulateur passe du noir au vert, signalant au sujet qu'il doit faire son mouvement. Dès que le sujet perçoit ce signal, il doit faire un trait de crayon aussi vite que possible, déplaçant la pointe de son stylet du point de départ à un endroit quelconque dans la zone cible.
- 4) Après que la pointe du stylet ait été immobilisée dans la zone cible, le sujet doit lever, à son rythme, le stylet de la tablette. Dès que le stylet quitte la tablette, le stimulateur recommence à afficher son signal clignotant rouge de l'étape n° 1.

Notons que si le sujet démarre son mouvement avant l'émission du stimulus, le stimulateur émet un « X » jaune clignotant et un bip indiquant au sujet qu'il a fait un faux départ. Les données de ces mouvements sont automatiquement étiquetées comme étant invalides.

### 9.2.4 Tâche neuromotrice n° 3 : Traits rapides/réaction de choix

Ce test vise à « évaluer les capacités du sujet à réagir très rapidement dans la bonne direction » (Scribens, 2004). Dans celui-ci, deux critères sont importants : la vitesse de réaction et le choix de la bonne direction de mouvement.

Dans l'ensemble, le protocole pour ce test est identique à celui du test précédent, à deux exceptions près. Premièrement, 30 traits valides sont enregistrés. Deuxièmement, la feuille guide illustré à la Figure 9.4 est utilisée. Comme on peut le voir, deux zones cibles sont placées de part et d'autre du point de départ. Contrairement au test précédent, le signal émis par le stimulateur n'est plus simplement un écran vert mais plutôt une flèche verte. Selon que la flèche pointe vers la droite ou la gauche, le sujet doit faire son mouvement en direction de la zone, respectivement, à la droite ou à la gauche du point de départ.

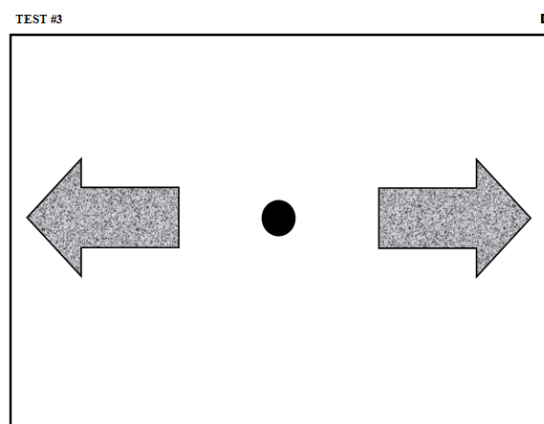


Figure 9.4 : Feuille guide servant au test neuromusculaire de traits rapides/réactions de choix.

### 9.2.5 Tâche neuromotrice n° 4 : Traits rapides/réaction auditive simple

Ce test vise à évaluer « la capacité du sujet à réagir très rapidement à un stimulus auditif » (Scribens, 2004). Son protocole est identique à celui pour le test *traits rapides/réaction visuelle simple* à l'exception que le signal lumineux vert est remplacé par un bip.

### 9.2.6 Tâche neuromotrice n° 5 : Compromis vitesse-précision

Ce test vise à « évaluer les capacités du sujet à exécuter une tâche nécessitant à la fois de la rapidité et de la précision » (Scribens, 2004). Le sujet doit donc réaliser cette tâche en tentant à la fois d'être le plus rapide possible sans pour autant compromettre l'atteinte de la cible visée.

Deux paramètres de la tâche sont variés lors de l'expérience, soit la largeur de la cible à atteindre et la distance séparant le point de départ du centre de la cible d'arrivée. Quatre feuilles guides ont été utilisées pour définir ces paramètres (voir Figure 9.5). Chacune de ces feuilles contient quatre points de départ, identifiés par des cercles noirs pleins. La zone cible est identifiée par une bande grise. La distance entre les points de départ et le centre de la zone cible est de 45, 90, 135 et 180 mm pour chacune de ces feuilles. La largeur de la zone cible est de 30, 22.5, 15 ou 7.5 mm selon la feuille. La feuille guide a été placée sous un plastique transparent pour diminuer l'effet de la friction. En tout, 16 combinaisons de distance à parcourir et de largeur de cible sont présentes. Chaque participant devait exécuter chacune de ces 16 combinaisons à deux reprises, constituant ainsi un design d'expérience factoriel 4 X 4 X 2 (distance X largeur de cible X répétition).

Une période d'apprentissage est allouée au sujet seulement sur la première feuille guide (Figure 9.5.a). Sur chaque feuille, le sujet commence le premier essai à partir du point de départ le plus proche de la cible. Au deuxième essai, il se positionne au point de départ le deuxième plus près de la cible, et ainsi de suite pour les quatre points de départ. Il répète ce processus une fois supplémentaire avant que l'expérimentateur change la feuille guide Figure 9.5.a pour la feuille Figure 9.5.b. Le processus est identique avec cette seconde feuille à l'exception qu'aucune pratique n'est allouée. Le processus se répète ainsi avec la feuille Figure 9.5.c et finalement avec la feuille Figure 9.5.d.

Pour cette tâche, l'interaction avec le stimulateur est identique au protocole décrit précédemment à la section 9.2.3, à l'exception qu'un stimulus auditif est utilisé (signal sonore de 1 kHz d'une durée de 500 ms).

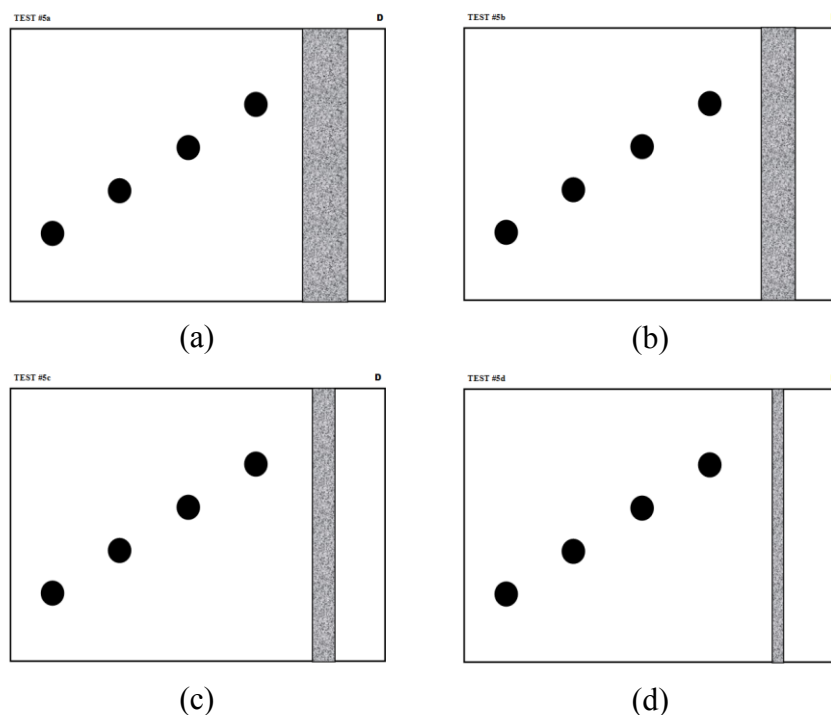


Figure 9.5 : Feuilles guides servant au test neuromusculaire de compromis vitesse-précision. Ces feuilles sont utilisées pour les droitiers. Pour les gauchers, un schéma identique mais réfléchi par rapport à un axe vertical est utilisé.

### 9.2.7 Tâche neuomotrice n° 6 : Séquence de traits

Ce test vise à « évaluer les capacités du sujet à réaliser des tâches plus complexes nécessitant le séquençement rapide de traits simples pour produire une figure » (Scribens, 2004). Dans l'exécution de ce test, la précision et la rapidité d'exécution sont deux critères d'égale importance.

Pour ce test, on demande au sujet de dessiner des triangles suivant des feuilles guides (voir Figure 9.6). Ces triangles sont en fait spécifiés comme étant une séquence de trois mouvements de pointage vers des cibles subséquentes. À partir du point de départ noir, les sujets doivent produire une trajectoire triangulaire passant par chacune des cibles intermédiaires (zones grises) et se terminant dans la zone de départ. Puisque le mouvement doit être réalisé aussi rapidement que possible, les sujets ont été instruits de ne pas s'arrêter sur les cibles intermédiaires mais de seulement passer par elles.

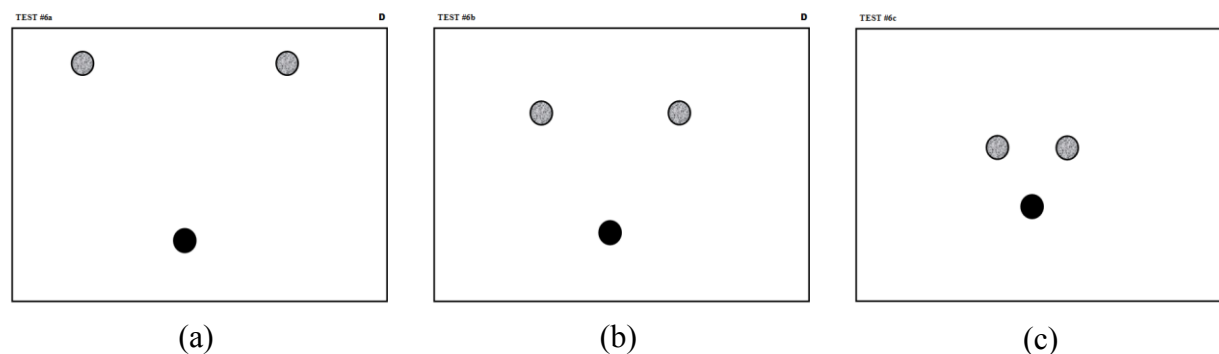


Figure 9.6 : Feuille guide servant au test neuromusculaire constitué d’une séquence de traits. Les cibles ont 15 mm de diamètre et sont positionnées aux sommets de triangles équilatéraux ayant des arêtes de (a) 135 mm, (b) 90 mm et (c) 45 mm.

Au début de l’expérience, la feuille guide Figure 9.6.a est placée sous la pellicule de plastique de la tablette Wacom. Le sujet peut se pratiquer sur celle-ci aussi longtemps qu’il le désire. Lorsque le sujet est prêt pour les acquisitions, on lui demande, à la suite d’un stimulus auditif, de faire un premier triangle en rejoignant les cibles de façon à faire un mouvement dans le sens horaire. Cette tâche est répétée une fois supplémentaire. Puis, la même procédure est répétée deux fois dans le sens antihoraire. Par la suite, l’expérimentateur change la première feuille pour la seconde (Figure 9.6.b) puis pour la troisième (Figure 9.6.c). Pour chacune de celle-ci, la procédure est la même. Ceci constitue donc un plan expérimental 2 X 3 X 2 (sens de rotation X taille de triangle X répétition) pour un total de 12 mouvements par sujet.

### 9.2.8 Tâche neuromotrice n° 7 : Oscillations à fréquence maximale

Ce test vise à « évaluer les propriétés rythmiques du sujet lorsque son avant-bras ou sa main est en oscillations très rapides » (Scribens, 2004). Dans le cadre de ce test, l’accent est mis sur la vitesse des mouvements. On demande donc au sujet de réaliser un mouvement oscillatoire à fréquence maximale.

Puisque ce test peut être fatiguant, aucune période de pratique n’est allouée. Un seul essai est réalisé. Un stimulus sonore indique au sujet quand commencer son mouvement oscillatoire. Celui-ci doit durer 10 secondes. À la fin de ce délai, un signal sonore d’arrêt (bip plus long que le signal de départ) indique au sujet qu’il peut arrêter son mouvement. Les oscillations sont

produites suivant la feuille guide illustrée à la Figure 9.7. Le sujet commence ce test en positionnant son stylet sur le point de départ noir. Ces oscillations doivent produire un mouvement rapide passant de la zone grise de droite à la zone grise de gauche et vice-versa.

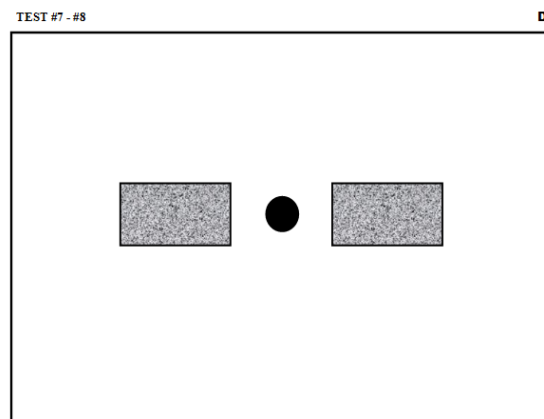


Figure 9.7 : Feuille guide servant aux tests neuromusculaires des oscillations à fréquence maximale et des oscillations synchronisées.

### 9.2.9 Tâche neuromotrice n° 8 : Oscillations synchronisées

Ce test vise à « évaluer les capacités du sujet à synchroniser ses gestes à un métronome auditif » (Scribens, 2004). Son protocole est identique à celui de la tâche précédente à l'exception qu'après le signal auditif de départ, le stimulateur émet pendant 10 secondes un bip ayant un tempo fixe. Le sujet doit produire un mouvement oscillatoire suivant ce tempo. Après 10 secondes, le stimulateur devient silencieux, mais le sujet doit continuer les oscillations en tentant de garder le rythme sans l'aide du métronome. Après 5 secondes supplémentaires (pour un total de 15 secondes), un bip long indique la fin de l'essai. Deux essais sont réalisés. Le premier a pour but d'étudier l'adaptation alors que le second permet d'étudier le régime permanent.

### 9.2.10 Tâche neuromotrice n° 9 : Signature de fin de session

Ce test vise à « vérifier si l'état général de la neuromotricité du sujet a été affecté par l'expérience à laquelle il vient de participer » (Scribens, 2004).

Pour ce test, un stylo est remis au sujet et la feuille utilisée pour le premier test est remise sur la tablette à numériser. On demande au sujet de produire un spécimen de sa signature. Si le

système ne reconnaît pas cette signature, on demande au sujet d'en produire une seconde. Comme au premier test, si le sujet dit avoir raté sa signature, l'essai est recommencé.

### **9.2.11 Discussion et raccompagnement**

À la fin de l'expérience, l'expérimentateur demande au sujet ce qu'il a aimé et moins aimé de l'expérience. Puis le sujet est remercié et, au besoin, il est raccompagné.

## **9.3 Conclusion**

Ce chapitre a présenté l'appareillage et le protocole expérimental conçu pour l'acquisition des données du projet Sign@médecin. De plus, les caractéristiques principales de l'échantillon de 120 sujets ayant participé à cette expérience ont été rapportées.

Notons que l'ensemble des données récoltées dans ce projet a été analysé dans les chapitres 5 et 6 (pour les aspects concernant l'étude fondamentale du mouvement) ainsi que dans les chapitres 10 à 13 (pour le développement d'outils de prévention des AVC). Les données concernant les signatures constituent la seule exception à cette règle, celles-ci ayant fait l'objet d'un travail de modélisation au Chapitre 7 mais n'ayant pas été utilisées pour l'évaluation de la susceptibilité à l'AVC.

Pour finir, soulevons le fait que, au Chapitre 14, on reviendra sur le protocole présenté précédemment pour formuler des recommandations visant son amélioration.

## CHAPITRE 10 ANALYSE DES TÂCHES DE TEMPS DE RÉACTION

Ce premier chapitre d'analyse des mouvements dans le cadre du diagnostic des AVC se penche sur les trois tâches de temps de réaction, soit celle avec un stimulus auditif, celle avec un stimulus visuel et celle impliquant un choix quant à la direction du mouvement.

La première section de ce chapitre discute des détails relatifs à la modélisation de ces mouvements. Par la suite, la section 10.2 présente des considérations relatives au prétraitement des données, principalement en ce qui concerne le retrait des données aberrantes et l'inclusion ou non des données provenant des mouvements où le sujet n'a pas marqué clairement l'arrêt à la fin de son mouvement. La section 10.3 propose une modélisation hiérarchique des données expérimentales permettant de retirer certaines corrélations des données initiales et de définir certaines caractéristiques propres aux sujets. En 10.4, on évalue les trois types de tâches pour vérifier si les données provenant de celles-ci sont différentes de façon significative ou si ces tâches produisent essentiellement les mêmes résultats. Par la suite, à la section 10.5, les corrélations sont étudiées entre un ensemble de caractéristiques potentielles de façon à déterminer un sous-ensemble ayant des propriétés adéquates pour le développement de modèles prédictifs. Les détails concernant la constitution de ces modèles ainsi que les résultats qu'ils permettent d'obtenir sont ensuite discutés à la section 10.6. Finalement, la section 10.7 résume les principales conclusions de ce chapitre.

### 10.1 Modélisation

Les tâches analysées dans ce chapitre impliquent des mouvements de pointage se prêtant bien à une modélisation delta-lognormale. On doit donc, en premier lieu, extraire les sept paramètres delta-lognormaux ( $t_0$ ,  $D_1$ ,  $\mu_1$ ,  $\sigma_1$ ,  $D_2$ ,  $\mu_2$ ,  $\sigma_2$ ) correspondant à chaque mouvement. Pour ce faire, le système décrit à la section 5.2.1 (Figure 5.2) a été utilisé.

Pour que ce système puisse fonctionner adéquatement, il est important de lui fournir en entrée des profils de vitesse ( $v_t$ ) qui soient déjà segmentés, c'est-à-dire tels que le temps  $t = 0$  correspond à l'instant d'émission du stimulus et dont le dernier échantillon du signal correspond à la fin du mouvement. Le système d'acquisition du projet Sign@médic permet d'établir une correspondance entre l'instant d'émission du stimulus et les mouvements enregistrés sur la tablette Wacom, de façon à pouvoir remplir la première condition. Pour ce qui est de la



deuxième, le protocole expérimental demande au sujet d'arrêter son mouvement lorsqu'il atteint la zone cible avant de retirer son crayon de la tablette. Il devrait donc être relativement simple de déterminer le temps d'arrêt du mouvement. Pour ce faire, on peut par exemple considérer la fin du mouvement comme correspondant à l'instant d'acquisition du premier échantillon appartenant à une série de 10 échantillons consécutifs (c.-à-d. un intervalle de temps de 50 ms) tels 1) qu'ils sont subséquents à l'occurrence du pic de vitesse maximale et 2) que leur amplitude est inférieure à 2 % de la vitesse maximale atteinte. On désignera ce critère par la notation  $C_1$ .

Cependant, comme on le verra plus en détail dans ce qui suit, dans les faits, la consigne demandant au sujet d'arrêter son mouvement avant de retirer son stylet de la tablette à numériser a été assez peu respectée lors de l'acquisition de la banque de données Sign@médec. Pour cette raison, on retrouve une proportion importante (environ la moitié des mouvements) dont la fin ne peut pas être déterminée de cette façon (voir le Tableau 10.1 pour les proportions exactes). Pour ceux-ci, la fin du mouvement a été définie comme étant le premier minimum local du profil de vitesse subséquent à l'occurrence du pic de vitesse maximale et pour lequel l'amplitude du signal est en deçà de 10 % de l'amplitude maximale. On désignera ce critère par la notation  $C_2$ .

Tableau 10.1 : Répartition des spécimens selon le critère d'arrêt appliqué.

Critère d'arrêt	Visuel	Auditif	Choix
$C_1$	769 (55 %)	782 (53 %)	1322 (51 %)
$C_2$	641 (45 %)	699 (47 %)	1261 (49 %)

## 10.2 Prétraitement des données

### 10.2.1 Retrait des données aberrantes

La première préoccupation relative à l'analyse statistique est de disposer de données « propres », c'est-à-dire épurées des cas aberrants. Ce nettoyage comporte trois niveaux. Premièrement, on rejette d'emblée tous les mouvements ne respectant pas les critères de la tâche (p. ex. les mouvements trop courts pour rejoindre la zone cible). Puis, tous les mouvements pour lesquels le RSB de reconstruction est inférieur à 20 dB sont aussi éliminés de façon à conserver pour l'analyse seulement les spécimens pour lesquels la modélisation delta-lognormale constitue une représentation adéquate. Une analyse statistique est ensuite réalisée sur l'ensemble des mouvements restant pour retirer les échantillons constituant des données aberrantes d'un point

de vue statistique. Le nombre d'échantillons rejetés à chacune de ces étapes et leur proportion par rapport à l'ensemble des données sont rapportés au Tableau 10.2 pour chacune des trois tâches considérées.

Tableau 10.2 : Proportions de données rejetées pour chacune des tâches considérées.

	Visuel	Auditif	Choix
Rejeté d'emblée	120 (6.0 %)	121 (6.1 %)	202 (5.4 %)
RSB < 20 dB	363 (18.1 %)	268 (13.6 %)	809 (21.6 %)
Données aberrantes	109 (5.4 %)	101 (5.1 %)	160 (4.3 %)
Spécimens conservés	1519 (70.4 %)	1481 (75.1 %)	2743 (68.8 %)
Total	2002 (100 %)	1971 (100 %)	3754 (100 %)

La détermination des données aberrantes a été effectuée individuellement pour chaque sujet et pour chacune des trois tâches. On note  $p_{hijk}$  ( $h = 1, 2, \dots, 7; i = 1, 2, \dots, 120; j = 1, 2, 3; k = 1, 2, \dots, N_i$ ) un paramètre donné avec  $p_h$  représentant l'élément  $h$  du vecteur  $p = [t_0 \ D_1 \ \mu_1 \ \sigma_1 \ D_2 \ \mu_2 \ \sigma_2]$ . Les indices  $i, j$  et  $k$  réfèrent respectivement au sujet, à la tâche et au spécimen alors que  $N_i$  indique le nombre de spécimens valides pour le sujet  $i$ . On définit une cote d'aberrance  $y_{ijk}$  associée à l'échantillon  $p_{ijk}$  comme ayant une valeur de base nulle et étant incrémentée de un pour chaque valeur  $p_{hijk}$  ( $h = 1, 2, \dots, 7$ ) à l'extérieur de l'intervalle

$$I_1 = [2q_{25} - q_{75}, \quad 2q_{75} - q_{25}]$$

et de trois pour chaque valeur  $p_{hijk}$  ( $h = 1, 2, \dots, 7$ ) à l'extérieur de l'intervalle

$$I_3 = [4q_{25} - 3q_{75}, \quad 4q_{75} - 3q_{25}]$$

Dans ces intervalles,  $q_{25}$  et  $q_{75}$  sont respectivement le premier et le troisième quartile de la distribution de  $p_{hij}$ . On considère  $p_{ijk}$  aberrant si  $y_{ijk} \geq 3$ .

Ceci constitue une condition reposant sur un agrégat de vérifications unidimensionnelles. Il serait généralement plus intéressant d'utiliser une mesure multivariée. Une telle approche a été évaluée et est décrite à la section 3 de l'Annexe 1. Cependant, elle n'a pas été retenue puisqu'elle nécessitait trop d'échantillons par classe pour la banque de données disponible pour notre analyse. Il est de l'avis de l'auteur que, lors des collectes de données subséquentes à cette thèse,

un plus grand nombre d'échantillons devrait être collecté par classe (p. ex.  $N = 30$ ). De plus, les deux premières étapes de rejet (non-respect du protocole et ajustement ayant un RSB insuffisant) devraient être validées automatiquement par le logiciel d'acquisition de façon à disposer de  $N$  échantillons valides pour l'application de la procédure multivariée proposée.

### 10.2.2 Évaluation de l'importance de l'arrêt en fin de mouvement

La nature de la modélisation delta-lognormale et du protocole expérimental utilisé pour l'acquisition des données suggère que l'on ne devrait conserver pour l'analyse que les échantillons pour lesquels le temps d'arrêt peut être déterminé par le critère  $C_1$ . Cependant, puisque cela résulterait en le rejet d'environ la moitié des données autrement valides, on est intéressé à vérifier si l'inclusion des données segmentées en utilisant le critère  $C_2$  semble avoir ou non un effet négatif sur les performances en diagnostic.

Pour ce faire, on considère chacune des 42 corrélations faisant intervenir l'un des sept paramètres lognormaux ( $p_i$ ) et l'un des six facteurs de risque ( $f_j$ ). Celles-ci sont évaluées à l'aide du coefficient de corrélation de Spearman. Elles sont identifiées  $\rho_{C_k ij} = \rho_{C_k}(p_i, f_j)$  avec  $k \in \{1, 2\}$  selon qu'elles sont calculées sur les données utilisant le critère d'arrêt  $C_1$  ou  $C_2$ .

De plus, on utilise la technique de bootstrap pour calculer les intervalles de confiance à 95 % (calculés en utilisant la méthode BCa (Davison & Hinkley, 1997)) sur la valeur de la corrélation estimée. Cet intervalle est noté  $\rho_{C_k ij} \in [b_{C_k ij}, h_{C_k ij}]$ . Pour chaque combinaison  $(p_i, f_j)$ , la corrélation est considérée comme variant de façon statistiquement significative en fonction du choix du critère d'arrêt si  $h_{C_1 ij} < b_{C_2 ij}$  ou si  $h_{C_2 ij} < b_{C_1 ij}$ . De plus, les variations significatives sont considérées comme supportant l'utilisation seule des mouvements dont l'arrêt est défini avec le critère  $C_1$  si  $|\rho_{C_2 ij}| < |\rho_{C_1 ij}|$  alors qu'elles supportent l'utilisation seule des mouvements dont l'arrêt est défini avec le critère  $C_2$  si  $|\rho_{C_2 ij}| > |\rho_{C_1 ij}|$ . Le pourcentage de corrélations statistiquement significatives dans chacun de ces deux cas et pour chacune des trois tâches est rapporté au Tableau 10.3.

Tableau 10.3 : Pourcentage des corrélations statistiquement différentes selon le critère d'arrêt utilisé et respectant l'une des conditions  $|\rho_{C_2ij}| < |\rho_{C_1ij}|$  et  $|\rho_{C_2ij}| > |\rho_{C_1ij}|$ .

	Visuel	Auditif	Choix
$ \rho_{C_2ij}  <  \rho_{C_1ij} $	7.14 %	2.38 %	2.38 %
$ \rho_{C_2ij}  >  \rho_{C_1ij} $	11.90 %	4.76 %	16.67 %

Puisque l'on effectue des comparaisons multiples, ces pourcentages ne sont significativement différents de zéro (avec  $\alpha = 0.05$ ) que s'ils sont supérieurs à 5 %. Étonnement, de meilleures performances (c.-à-d. de plus grandes corrélations entre les paramètres lognormaux et les facteurs de risque) semblent être obtenues en utilisant le critère  $C_2$ . On peut cependant se demander si ces différences sont le fruit de l'utilisation de critères d'arrêt différents ou si elles découlent de la différence des sous-ensembles de spécimens de mouvements considérés.

Pour investiguer cette question, la même approche a été adoptée pour tester si l'utilisation du critère  $C_2$  sur l'ensemble de données pour lequel le critère  $C_1$  est applicable a pour effet d'augmenter ou de diminuer les corrélations entre les paramètres lognormaux et les facteurs de risque. Lors de l'application de ce test, aucune corrélation n'a varié de façon statistiquement significative en fonction du critère d'arrêt considéré. Cela semble indiquer un impact très faible du critère d'arrêt choisi sur les corrélations entre les facteurs de risque et les paramètres delta-lognormaux. D'ailleurs, les valeurs extraites pour les paramètres delta-lognormaux sont étonnamment semblables selon que l'on utilise le critère d'arrêt  $C_1$  ou  $C_2$  comme l'indique les fortes corrélations rapportées au Tableau 10.4.

Tableau 10.4 : Coefficient de corrélations de Spearman  $\rho(x_{C_1}, x_{C_2})$ .

$x$	$t_0$	$D_1$	$D_2$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
$\rho(x_{C_1}, x_{C_2})$	0.94	0.99	0.89	0.97	0.97	0.83	0.77

Étant donné ce résultat, il ne semble pas avisé de rejeter la moitié de nos données seulement parce qu'elles ne respectent pas le critère d'arrêt  $C_1$ . De plus, on préférera, pour une raison d'uniformité, considérer un seul et même critère d'arrêt pour l'ensemble des données. Ce critère doit évidemment être  $C_2$  puisque  $C_1$  n'est applicable qu'à la moitié des mouvements enregistrés. D'ailleurs, la même méthodologie peut être utilisée pour montrer qu'il n'y a aucune corrélation statistiquement différente selon que l'on utilise les paramètres extraits en utilisant

seulement le critère  $C_2$  ou selon que l'on utilise les deux critères  $C_1$  et  $C_2$  comme proposé initialement.

L'utilisation seule du critère  $C_2$  change bien sûr la valeur des paramètres extraits et a donc un impact sur la proportion de données aberrantes rejetées. Le Tableau 10.5 donne les taux calculés pour ce nouvel ensemble de données.

Tableau 10.5 : Proportions de données aberrantes lorsque le critère d'arrêt du mouvement  $C_2$  est utilisé pour l'ensemble de la banque de données.

	Visuel	Auditif	Choix
Données aberrantes	103 (5.1 %)	108 (5.5 %)	184 (4.9 %)

Notons finalement que le même type de test a été appliqué sur les 724 mouvements produits en réponse à un stimulus visuel dont l'extraction a été réalisée avec l'algorithme S&É (seuil de 1.0 dB) tel que discuté au Chapitre 8. L'analyse sur ces mouvements n'indique pas non plus de différence significative dans les corrélations obtenues selon que les données aient été extraites avec le système décrit à la section 5.2.1 ou avec l'algorithme par S&É. Nous n'avons donc pas considéré la possibilité d'extraire l'ensemble de la banque de données ici utilisée avec l'algorithme S&É étant donné l'investissement de temps supplémentaire que cela aurait exigé.

### 10.3 Modélisation delta-lognormale hiérarchique

Les analyses présentées précédemment (p. ex. à la section 5.3.2) ont montré que les paramètres agonistes et antagonistes sont généralement fortement corrélés entre eux. Comme on peut le voir au Tableau 10.6 (page suivante), cette observation est confirmée sur les données provenant des temps de réaction. Dans ce tableau, la couleur **rouge** est utilisée pour identifier les corrélations très fortes ( $\rho > 0.9$ ) alors que la couleur **jaune** souligne les corrélations moyennes à fortes ( $0.65 \leq \rho < 0.9$ ).

L'utilisation de tous les paramètres delta-lognormaux, en plus d'être inutilement redondante, est problématique pour certaines techniques de modélisation telle que la régression où elle peut causer des problèmes de colinéarité. De plus, l'apparition de telles corrélations suggère que certains phénomènes présents dans les données n'ont pas été modélisés de la façon la

plus parcimonieuse. Pour pallier à ce problème, on propose de synthétiser davantage nos données expérimentales à l'aide d'une modélisation delta-lognormale hiérarchique.

Tableau 10.6 : Corrélations de la valeur médiane (par sujet) des paramètres delta-lognormaux pour les tâches de temps de réaction.

	Traits rapides/réaction visuelle simple						Traits rapides/réaction auditive simple					
	$t_0$	$D_1$	$\mu_1$	$\sigma_1$	$D_2$	$\mu_2$	$t_0$	$D_1$	$\mu_1$	$\sigma_1$	$D_2$	$\mu_2$
$D_1$	0.125						0.043					
$\mu_1$	-0.074	0.365					-0.396	0.446				
$\sigma_1$	0.304	0.136	-0.172				0.207	-0.044	-0.197			
$D_2$	0.003	0.819	0.550	0.092			-0.243	0.747	0.632	-0.046		
$\mu_2$	-0.012	0.346	0.975	-0.047	0.508		-0.304	0.416	0.951	-0.026	0.570	
$\sigma_2$	0.120	0.289	-0.195	0.674	0.319	-0.147	0.116	-0.017	-0.211	0.673	0.132	-0.111

	Traits rapides/réaction de choix					
	$t_0$	$D_1$	$\mu_1$	$\sigma_1$	$D_2$	$\mu_2$
$D_1$	0.103					
$\mu_1$	-0.237	0.223				
$\sigma_1$	0.308	0.001	-0.324			
$D_2$	0.018	0.790	0.311	0.053		
$\mu_2$	-0.132	0.175	0.960	-0.159	0.245	
$\sigma_2$	0.244	-0.026	-0.509	0.754	0.157	-0.399

La modélisation delta-lognormale de base comporte un paramètre commun ( $t_0$ ) et trois paramètres ( $D$ ,  $\mu$  et  $\sigma$ ) spécifiques à chacune des commandes envoyées aux groupes neuromusculaires. Cependant, les groupes neuromusculaires sont couplés entre eux (c.-à-d. ils ne sont pas libres d'agir de façon indépendante) étant donné les fortes corrélations observées. On peut prendre en compte ces relations comme suit :

$$D_2 = a_{sD}D_1 + b_{sD} + e_{sD} \quad (10.1)$$

$$e^{\mu_2} = a_{s\mu}e^{\mu_1} + b_{s\mu} + e_{s\mu} \quad (10.2)$$

$$\sigma_2 = a_{s\sigma}\sigma_1 + b_{s\sigma} + e_{s\sigma} \quad (10.3)$$

avec les  $e$  étant des termes d'erreur centrés sur zéro. L'indice  $s$  est ici utilisé pour souligner le fait que ces paramètres sont propres aux sujets. Notons que la relation associant les paramètres  $\mu$

utilise l'exponentiel puisque, comme il a été remarqué au Chapitre 5, les termes  $e^\mu$  sont généralement plus fortement corrélés entre eux que les paramètres  $\mu$  eux-mêmes.

Les coefficients de détermination ( $R^2$ ) associés aux régressions linéaires suivant ces équations varient selon le sujet, l'équation considérée et la tâche analysée. Les médianes de la distribution de ces valeurs pour chaque condition (tâche, équation) sont données au Tableau 10.7.

Tableau 10.7 :  $R^2$  médian pour la modélisation des équations (10.1)-(10.3) en fonction de la tâche.

	Visuel	Auditif	Choix
(10.1)	0.791	0.816	0.624
(10.2)	0.938	0.952	0.928
(10.3)	0.698	0.671	0.601

Pour la relation (10.1), étant donné la structure du modèle Delta-Lognormal, on s'attend à  $a_{sD} \approx 1$  et  $b_{sD} \approx -D$  où  $D$  est l'amplitude du mouvement à produire (c.-à-d. un paramètre associé à la tâche). On sait d'ailleurs, suite à l'analyse du Chapitre 5, que cette relation sera d'autant plus précise que l'indice de difficulté de la tâche sera élevé. On s'attendrait donc à ce que ces paramètres soient assez indépendants du sujet. Pourtant, comme on le verra plus loin, ceux-ci ont un certain intérêt pour le développement des modèles prédictifs.

Pour ce qui est des deux autres relations, leurs paramètres constituent *a priori* une propriété descriptive du sujet. Cependant, les paramètres  $a$  et  $b$  de ces relations ne sont pas totalement libres et covarient selon une relation propre à la population de mouvements considérée, et cela, selon les équations suivantes (l'indice  $p$  est utilisé pour souligner que ces paramètres sont propres à la population de mouvements considérés) :

$$b_{s\mu} = a_{p\mu}a_{s\mu} + b_{p\mu} + \varepsilon_{p\mu} \quad (10.4)$$

$$b_{s\sigma} = a_{p\sigma}a_{s\sigma} + b_{p\sigma} + \varepsilon_{p\sigma} \quad (10.5)$$

Le Tableau 10.8 liste les  $R^2$  obtenus pour la régression linéaire suivant les modèles (10.4)-(10.5) ainsi que pour chacune des conditions expérimentales. La valeur des paramètres estimés ainsi que leur intervalle de confiance à 95 % sont aussi fournis. Comme on peut le

constater, les régressions, pour un paramètre donné, ne varient pas significativement en fonction de la tâche.

Tableau 10.8 : Statistique relative aux régressions linéaires suivant les équations (10.4) et (10.5).

modèle	$x$	Tâche	$R^2$	$a_{px}$			$b_{px}$		
				2.5 %	Estim.	97.5 %	2.5 %	Estim.	97.5 %
(10.4)	$\mu$	Visuel	0.7425	1.3309	1.3579	1.3849	0.8734	0.9858	1.0981
		Auditif	0.8365	1.3430	1.3660	1.3889	0.8708	0.9523	1.0337
		Choix	0.7337	1.2953	1.3206	1.3459	0.7257	0.8195	0.9132
(10.5)	$\sigma$	Visuel	0.8743	2.1723	2.2414	2.3105	-9.4698	-8.8253	-8.1809
		Auditif	0.8511	2.1498	2.2213	2.2929	-8.5470	-7.9098	-7.2727
		Choix	0.7731	2.1085	2.1908	2.2732	-8.8199	-8.0009	-7.1820

Ce type de modélisation peut être utilisé pour synthétiser plus parcimonieusement une population de mouvements. Par exemple, pour un design de  $M$  mouvements par  $N$  sujets par  $O$  tâches, une modélisation hiérarchique décrira les données avec  $4MNO + 2NO + 4O$  paramètres plutôt que les  $7MNO$  paramètres delta-lognormaux normalement nécessaires. D'autre part, et c'est ce qui est le plus important dans notre cas, cette modélisation fait apparaître six paramètres ( $a_{sD}$ ,  $b_{sD}$ ,  $a_{s\mu}$ ,  $b_{s\mu}$ ,  $a_{s\sigma}$  et  $b_{s\sigma}$ ) potentiellement significatifs pour la représentation des sujets.

## 10.4 Différence entre les tâches

Avant de chercher à diagnostiquer la présence des facteurs de risque d'AVC à partir des données des trois tâches considérées, il semble pertinent d'évaluer dans quelle mesure les données de ces trois différents tests se distinguent de façon à déterminer si ces tâches apportent une information redondante ou complémentaire. Pour cette étude, on considèrera les sept paramètres lognormaux ainsi que cinq paramètres mesurés sur la courbe delta-lognormale, soit le temps de réaction ( $RT$ ) pris comme l'instant où le profil de vitesse atteint pour la première fois 1 % de son amplitude maximale, le temps d'occurrence ( $t_3$ ) et l'amplitude ( $v_{t_3}$ ) du maximum de vitesse, le temps de fin du mouvement défini selon le critère  $C_2$  ( $t_f$ ) et la durée du mouvement ( $MT = t_f - RT$ ).

Un test de Wilcoxon a été utilisé pour comparer la moyenne de la distribution de chaque paramètre pour chaque sujet, selon que les paramètres sont obtenus pour une tâche de temps de réaction visuelle, auditive ou de choix. Les deux hypothèses nulles  $x < y$  et  $x > y$  ont été testées séparément. Ainsi, pour chacune des  $12 \times 6 = 72$  cellules du Tableau 10.9, 120 tests de Wilcoxon



(c.-à-d. un par sujet) ont été réalisés. Le contenu des cellules représente le pourcentage de ces 120 tests pour lesquels un résultat statistiquement significatif ( $\alpha = 0.05$ ) a été obtenu. Ainsi, un pourcentage de plus de 5 % est considéré comme statistiquement significatif. Les colonnes de ce tableau indiquent le test effectué, avec  $x$  représentant l'un des 12 paramètres, selon la rangée, et les indices  $V$ ,  $A$  et  $C$  indiquant la tâche analysée (respectivement visuel, auditif et de choix). Ainsi, la première cellule en haut à gauche indique que pour 51.9 % des sujets, la moyenne de  $t_0$  pour la tâche visuelle est plus grande que la moyenne de ce paramètre pour la tâche auditive, et cela, de façon statistiquement significative selon un seuil  $\alpha = 0.05$ .

Tableau 10.9 : Pourcentage des sujets dont les paramètres affichent une différence statistiquement significative d'une tâche à l'autre.

$x$	$x_V > x_A$	$x_V < x_A$	$x_V > x_C$	$x_V < x_C$	$x_A > x_C$	$x_A < x_C$
$t_0$	51.9	5.6	0.0	80.4	0.0	93.5
$D_1$	29.6	17.6	100.0	0.0	100.0	0.0
$\mu_1$	38.0	18.5	50.5	8.4	49.1	15.7
$\sigma_1$	7.4	27.8	15.0	22.4	28.7	16.7
$D_2$	20.4	13.0	97.2	0.0	93.5	0.0
$\mu_2$	36.1	22.2	54.2	8.4	57.4	16.7
$\sigma_2$	8.3	24.1	15.9	20.6	20.4	13.9
$RT$	64.8	1.9	2.8	81.3	0.0	100.0
$t_3$	63.0	7.4	5.6	74.8	0.0	93.5
$v_{t3}$	30.6	26.9	98.1	0.0	100.0	0.0
$t_f$	63.9	9.3	7.5	68.2	0.9	88.9
$MT$	31.5	26.9	63.6	14.0	60.2	17.6

La couleur rouge est utilisée pour identifier les cellules dont le résultat est correspondant avec ce qui était attendu en regard de la littérature portant sur les expériences comportant des temps de réaction. En effet, il est bien connu que les temps de réaction sont plus courts pour une modalité auditive que visuelle et qu'ils sont plus courts pour une réaction simple que pour une réaction impliquant un choix (Luce, 1986). Étant donné la nature proportionnelle des mouvements, de pareils résultats étaient aussi attendus pour les autres caractéristiques temporelles absolues (c.-à-d.  $t_0$ ,  $t_3$  et  $t_f$ ).

La couleur bleue a été utilisée pour identifier les résultats considérés comme découlant trivialement des propriétés géométriques de la tâche. En effet, la feuille guide utilisée pour les mouvements impliquant un temps de réaction simple force des trajectoires de plus grande

amplitude que celle utilisée pour les temps de réaction de choix. Dans ce contexte, on s'attend à des  $D_1$  et des  $D_2$  plus grands pour les temps de réaction simple. D'autre part, il est connu dans le domaine de la psychophysique que l'augmentation de l'amplitude d'un mouvement réalisé à vitesse maximale a pour effet d'augmenter l'amplitude maximale du profil de vitesse et d'allonger la durée du déplacement.

Outre ces résultats, on observe, en général, que les paramètres étudiés sont différents d'une tâche à l'autre. De plus, cette différence peut parfois être fortement asymétrique en ce sens que l'on observe beaucoup plus de sujets pour lesquels  $x > y$  que l'inverse. Par exemple, c'est le cas pour  $\mu_{1V} > \mu_{1C}$  qui est observé chez environ 50 % des sujets alors que la relation inverse est observée chez moins de 10 % d'entre eux. Cette différence peut cependant aussi être approximativement symétrique. C'est le cas, par exemple, de  $v_{t3V} > v_{t3A}$  qui est observé pour 30.6 % des sujets alors que l'hypothèse inverse tient pour 26.9 % des sujets.

Le Tableau 10.10 permet d'évaluer s'il existe une différence statistiquement significative entre la valeur médiane des paramètres des sujets pour les différentes tâches. Les valeurs p que ce tableau contient sont obtenues avec des tests de Wilcoxon ( $N = 120$ ,  $\alpha = 0.05$ ). Le symbole + ou – est utilisé pour indiquer le sens de cette différence (c.-à-d. + et - indiquent respectivement une relation  $x > y$  et  $x < y$ ). Le même code de couleur est utilisé que pour le tableau précédent.

Tableau 10.10 : Valeur p pour le test d'hypothèse unilatérale de Wilcoxon pour la différence des moyennes des paramètres selon la tâche, pour l'ensemble de la population.

$x$	$x_V > x_A$ (+) $x_V < x_A$ (-)	$x_V > x_C$ (+) $x_V < x_C$ (-)	$x_A > x_C$ (+) $x_A < x_C$ (-)
$t_0$	3.08E-31 (+)	1.29E-149 (-)	0.00 (-)
$D_1$	0.0118 (+)	0.00 (+)	0.00 (+)
$\mu_1$	5.09E-05 (+)	9.05E-36 (+)	1.65E-18 (+)
$\sigma_1$	3.76E-10 (-)	0.0517 (-)	8.78E-07 (+)
$D_2$	0.0271 (+)	0.00 (+)	0.00 (+)
$\mu_2$	3.79E-03 (+)	1.82E-37 (+)	9.57E-27 (+)
$\sigma_2$	1.88E-05 (-)	0.185 (-)	2.47E-04 (+)
$RT$	3.96E-65 (+)	4.98E-148 (-)	0.00 (-)
$t_3$	8.93E-44 (+)	4.54E-65 (-)	2.74E-256 (-)
$v_{t3}$	0.245 (+)	0.00 (+)	0.00 (+)
$t_f$	1.71E-28 (+)	8.39E-30 (-)	3.81E-148 (-)
$MT$	0.384 (+)	8.23E-40 (+)	2.02E-40 (+)

Ces chiffres permettent de confirmer que plusieurs paramètres varient en moyenne selon la tâche considérée au niveau de la population de sujets, mais que ce ne sont pas tous les paramètres qui sont affectés. Par exemple, les paramètres  $\sigma$  semblent varier selon la modalité utilisée (valeur supérieure pour la modalité auditive par rapport à celle visuelle) mais ne semblent pas varier selon que la tâche comporte ou non un choix. Il s'agit sans aucun doute de l'observation la plus marquante de ce tableau et elle semble d'autant plus pertinente que les deux paramètres  $\sigma$  vont dans ce sens. Une telle observation serait à corroborer par des études subséquentes.<sup>61</sup> Au contraire, la modalité semble avoir beaucoup moins d'impact sur les paramètres  $\mu$  que la présence ou non d'un choix à faire. Les paramètres affectés principalement par les dimensions de la tâche ( $D_1$ ,  $D_2$ ,  $v_{t3}$  et  $MT$ ) ne varient pas de façon significative en fonction de la modalité utilisée, ce qui est conséquent avec le fait que la même feuille guide a servi aux deux modalités de temps de réaction simple.

Ces différences entre les tâches supportent la réalisation d'études séparées pour chacune des trois tâches afin d'évaluer si elles diffèrent en termes de pouvoir diagnostique et si elles peuvent être complémentaires. Dans ce qui suit, les principaux résultats seront donc rapportés pour chacune des tâches de façon indépendante.

Une étude semblable est proposée pour l'impact de la direction du mouvement dans la tâche de temps de réaction de choix. Comme on peut le constater sur le Tableau 10.11, une plus grande proportion de sujets ont tendance à produire des mouvements plus énergiques (plus grande valeurs de  $D_1$  et  $D_2$ ) vers la droite que vers la gauche. Ceux-ci sont initiés plus tard, mais sont plus courts et se terminent plus rapidement. Ces tendances sont d'ailleurs aussi observées au niveau de la population (voir Tableau 10.12).

---

<sup>61</sup> Celle-ci devrait idéalement avoir un design factoriel 2 (modalité : visuelle, auditive) X 2 (choix : avec, sans) utilisant une seule et même feuille guide.

Tableau 10.11 : Pourcentage des sujets dont les paramètres affichent une différence statistiquement significative d'une direction de mouvement à l'autre dans la tâche de temps de réaction avec choix.

$x$	$x_d > x_g$	$x_d < x_g$
$t_0$	18.8	3.1
$D_1$	31.3	8.3
$\mu_1$	9.4	30.2
$\sigma_1$	14.6	17.7
$D_2$	20.8	8.3
$\mu_2$	7.3	31.3
$\sigma_2$	5.6	10.4
$RT$	15.6	8.3
$t_3$	9.4	9.4
$v_{t3}$	57.3	7.3
$t_f$	8.3	12.5
$MT$	10.4	42.7

Tableau 10.12 : Valeur p du test d'hypothèse unilatérale de Wilcoxon portant sur la différence des moyennes des paramètres selon la direction du mouvement dans une tâche de temps de réaction avec choix.

$x$	$x_d > x_g (+)$ $x_d < x_g (-)$
$t_0$	1.41E-06 (+)
$D_1$	1.06E-07 (+)
$\mu_1$	1.73E-10 (-)
$\sigma_1$	5.89E-02 (+)
$D_2$	3.16E-02 (+)
$\mu_2$	1.37E-11 (-)
$\sigma_2$	7.55E-03 (+)
$RT$	1.64E-02 (+)
$t_3$	3.12E-01 (-)
$v_{t3}$	2.51E-19 (+)
$t_f$	3.44E-02 (-)
$MT$	2.90E-09 (-)

## 10.5 Élaboration d'un ensemble de caractéristiques

L'analyse des corrélations est un outil précieux pour l'élaboration d'un ensemble de caractéristiques ayant des propriétés adéquates au développement de modèles prédictifs. Deux types de corrélations sont d'intérêt, soit celles faisant intervenir un couple paramètre-facteur de risque et celles faisant intervenir un couple paramètre-paramètre. On cherche à maximiser la valeur du premier type puisque ces corrélations sont associées de façon évidente au potentiel diagnostic. Le deuxième type de corrélations est, pour sa part, à surveiller pour éviter que certains paramètres soient trop fortement corrélés entre eux. De tels paramètres, en plus d'être inutilement redondant, sont problématiques pour certaines techniques de modélisation telle que la régression où il cause des problèmes de colinéarité<sup>62</sup>.

<sup>62</sup> Notons que cette vision est vraie pour les techniques d'analyse ici utilisées. D'autres techniques telles que la modélisation utilisant des variables latentes (p. ex. l'analyse factorielle) peuvent tirer profits de variables prédictives

Comme caractéristiques prédictives, on considère naturellement d'abord la tendance centrale et l'étendue des paramètres delta-lognormaux ainsi que des paramètres mesurés  $RT$ ,  $t_3$ ,  $v_{t3}$ ,  $t_f$  et  $MT$ . La tendance centrale est ici évaluée au moyen de la médiane puisque cette statistique est plus robuste que la moyenne. Elle sera notée par la barre de surlignement (p. ex.  $\bar{x}$ ). L'étendue, pour sa part, sera calculée au moyen de la déviance absolue par rapport à la médiane (c.-à-d.  $\overline{(|X - \bar{X}|)}$  où la barre indique l'opération correspondant à prendre la valeur médiane de l'expression qu'elle chapeaute) puisqu'il s'agit d'une mesure robuste de la variabilité d'une distribution univariée. Les étendues seront indiquées par l'ajout d'un indice  $e$  (p. ex.  $x_e$ ). D'entrée de jeu, on peut écarter la médiane des paramètres associés à la composante lognormale antagoniste ( $\overline{D_2}$ ,  $\overline{\mu_2}$  et  $\overline{\sigma_2}$ ) puisque l'on a vu précédemment que les paramètres antagonistes sont fortement corrélés avec ceux agonistes.

De plus, comme le montre le Tableau 10.13 (page suivante), les médianes des caractéristiques mesurées sont aussi fortement corrélées entre elles. On doit ici éliminer les caractéristiques  $\bar{t}_3$ ,  $\overline{v_{t3}}$  et  $\bar{t}_f$  pour éviter les trop fortes corrélations dans l'ensemble  $\{\overline{RT}, \bar{t}_3, \overline{v_{t3}}, \bar{t}_f, \overline{MT}\}$ . On remarque que ces caractéristiques ont un assez bon potentiel diagnostic comme l'indique le grand nombre de corrélations impliquant un facteur de risque dont la valeur du coefficient est supérieure à 0.3. D'autre part, ces caractéristiques semblent très cohérentes d'une tâche à l'autre comme l'indiquent les hautes corrélations *inter-tâches* (entre 0.94 et 0.96) que l'on obtient lorsque l'on compare la variation des corrélations sur une tâche à celles obtenues sur une autre tâche.

En ce qui concerne les caractéristiques portant sur la médiane des paramètres lognormaux, les corrélations entre elles ont déjà été examinées précédemment (Tableau 10.6) alors que le Tableau 10.14 (page suivante) rapporte les corrélations entre les paramètres conservés et les facteurs de risque étudiés. Comme on peut le constater, ces caractéristiques ont un potentiel diagnostic, de prime abord, moins intéressant que celles du Tableau 10.13. Elles ont aussi une corrélation inter-tâche plus faible, celle-ci variant entre 0.67 et 0.78.

---

hautement corrélées (Bartholomew, 2008). L'évaluation des performances de ces approches alternatives est un sujet qui mériterait d'être abordé dans des études ultérieures.

Tableau 10.13 : Corrélations de Spearman entre la médiane des caractéristiques mesurées et les facteurs de risque d'AVC. Dans la partie supérieure, le **rouge** identifie les corrélations  $|\rho| \geq 0.9$  et le **jaune** celles telles que  $0.7 \leq |\rho| < 0.9$ . Dans la partie inférieure, les mêmes couleurs sont utilisées pour des corrélations  $|\rho| \geq 0.3$  et  $0.2 \leq |\rho| < 0.3$ . La ligne  $\overline{|x|}$  donne la moyenne de la valeur absolue de la corrélation de chaque caractéristique avec les six facteurs de risque.

		Visuel					Auditif					Choix				
		$\overline{RT}$	$\overline{t_3}$	$\overline{v_{t3}}$	$\overline{t_f}$	$\overline{MT}$	$\overline{RT}$	$\overline{t_3}$	$\overline{v_{t3}}$	$\overline{t_f}$	$\overline{MT}$	$\overline{RT}$	$\overline{t_3}$	$\overline{v_{t3}}$	$\overline{t_f}$	$\overline{MT}$
Caractéristiques	$\overline{RT}$		0.90	-0.36	0.83	0.43		0.74	-0.17	0.62	0.32		0.87	-0.24	0.77	0.36
	$\overline{t_3}$	0.90		-0.66	0.97	0.72	0.74		-0.68	0.95	0.81	0.87		-0.57	0.97	0.71
	$\overline{v_{t3}}$	-0.36	-0.66		-0.75	-0.92	-0.17	-0.68		-0.79	-0.90	-0.24	-0.57		-0.68	0.88
	$\overline{t_f}$	0.83	0.97	-0.75		0.83	0.62	0.95	-0.79		0.92	0.77	0.9	-0.68		0.82
	$\overline{MT}$	0.43	0.72	-0.92	0.83		0.32	0.81	-0.90	0.92		0.36	0.71	-0.88	0.82	
Facteurs de risque	$DM$	0.20	0.27	-0.26	0.29	0.29	0.24	0.26	-0.17	0.31	0.24	0.28	0.25	-0.16	0.26	0.20
	$HT$	0.07	0.37	-0.39	0.39	0.39	0.25	0.36	-0.34	0.41	0.38	0.40	0.42	-0.33	0.45	0.36
	$HC$	0.17	0.27	-0.33	0.29	0.32	0.07	0.26	-0.35	0.31	0.34	0.26	0.31	-0.31	0.35	0.36
	$TA$	0.06	0.10	-0.15	0.13	0.18	0.04	0.13	-0.17	0.17	0.23	0.05	0.11	-0.13	0.11	0.19
	$OB$	0.12	0.16	-0.20	0.16	0.21	-0.04	0.06	-0.17	0.13	0.13	0.07	0.10	0.20	0.14	0.20
	$CP$	0.23	0.32	-0.26	0.35	0.34	0.21	0.34	-0.23	0.40	0.38	0.27	0.34	-0.22	0.35	0.31
$\overline{ x }$		0.14	0.25	0.27	0.27	0.29	0.14	0.24	0.24	0.29	0.28	0.22	0.25	0.22	0.28	0.26

Tableau 10.14 : Corrélations de Spearman entre la médiane des paramètres lognormaux conservés et les facteurs de risque étudiés.

	Visuel				Auditif				Choix			
	$\overline{t_0}$	$\overline{D_1}$	$\overline{\mu_1}$	$\overline{\sigma_1}$	$\overline{t_0}$	$\overline{D_1}$	$\overline{\mu_1}$	$\overline{\sigma_1}$	$\overline{t_0}$	$\overline{D_1}$	$\overline{\mu_1}$	$\overline{\sigma_1}$
$DM$	0.17	0.09	0.21	0.15	0.14	-0.04	0.15	0.05	0.27	0.00	0.11	0.06
$HT$	0.19	-0.03	0.31	0.11	0.17	0.08	0.32	0.08	0.34	0.00	0.27	0.12
$HC$	0.01	0.12	0.28	0.08	-0.04	0.10	0.29	0.14	0.15	0.14	0.22	0.24
$TA$	-0.04	0.17	0.15	0.05	-0.08	0.21	0.18	0.04	0.01	0.10	0.11	0.02
$OB$	-0.09	0.04	0.18	-0.06	0.02	-0.11	0.07	-0.02	-0.01	-0.01	0.20	0.02
$CP$	0.15	0.18	0.26	0.10	-0.02	0.24	0.34	0.01	0.18	0.14	0.26	0.05
$\overline{ x }$	0.11	0.11	0.23	0.09	0.08	0.13	0.23	0.06	0.16	0.06	0.19	0.08

Les trois tableaux ci-après sont analogues au Tableau 10.13 à l'exception qu'ils considèrent les caractéristiques portant sur l'étendue des paramètres évalués. Comme on peut le constater, ces caractéristiques sont beaucoup moins corrélées entre elles, mais elles le sont aussi beaucoup moins avec les facteurs de risque. De plus, leur variation est moins cohérente d'une

tâche à l'autre que les caractéristiques évaluées précédemment (corrélations inter-tâches : 0.42-0.69).<sup>63</sup>

Tableau 10.15 : Analyse corrélative (de Spearman) pour les caractéristiques basées sur l'étendue des paramètres de la tâche de traits rapides avec réaction sur stimulus visuel.

		Traits rapides/réaction visuelle simple												
		$t_{0e}$	$D_{1e}$	$\mu_{1e}$	$\sigma_{1e}$	$D_{2e}$	$\mu_{2e}$	$\sigma_{2e}$	$RT_e$	$t_{3e}$	$v_{t3e}$	$t_{fe}$	$MT_e$	
Caractéristiques	$t_{0e}$		0.25	0.24	0.14	0.31	0.20	0.09	0.72	0.66	-0.22	0.63	0.38	
	$D_{1e}$	0.25		0.07	0.22	0.74	0.09	0.39	0.17	0.17	-0.03	0.21	0.34	
	$\mu_{1e}$	0.24	0.07		0.41	0.16	0.69	0.37	0.13	0.15	0.15	0.09	0.22	
	$\sigma_{1e}$	0.14	0.22	0.41		0.34	0.23	0.60	0.07	0.18	0.17	0.12	0.06	
	$D_{2e}$	0.31	0.74	0.16	0.34		0.17	0.46	0.26	0.25	-0.15	0.24	0.40	
	$\mu_{2e}$	0.20	0.09	0.69	0.23	0.17		0.29	0.17	0.15	0.25	0.17	0.31	
	$\sigma_{2e}$	0.09	0.39	0.37	0.60	0.46	0.29		0.03	0.05	0.19	0.08	0.10	
	$RT_e$	0.72	0.17	0.13	0.07	0.26	0.17	0.03		0.80	-0.02	0.74	0.25	
	$t_{3e}$	0.66	0.17	0.15	0.18	0.25	0.15	0.05	0.80		-0.08	0.87	0.29	
	$v_{t3e}$	-0.22	-0.03	0.15	0.17	-0.15	0.25	0.19	-0.02	-0.08		-0.04	-0.02	
	$t_{fe}$	0.63	0.21	0.09	0.12	0.24	0.17	0.08	0.74	0.87	-0.04		0.37	
$MT_e$	0.38	0.34	0.22	0.06	0.40	0.31	0.10	0.25	0.29	-0.02	0.37			
Facteurs de risque	$DM$	0.09	0.05	0.00	0.00	0.15	-0.06	-0.03	0.01	0.06	-0.10	-0.03	0.26	0.07
	$HT$	0.22	0.09	-0.01	0.10	0.22	-0.03	0.09	0.18	0.21	-0.11	0.15	0.26	0.14
	$HC$	0.19	0.17	-0.14	0.11	0.21	-0.11	0.12	0.09	0.13	-0.17	0.12	0.16	0.14
	$TA$	-0.01	0.08	0.05	0.02	-0.01	0.03	0.00	0.03	0.00	-0.09	0.06	0.02	0.03
	$OB$	-0.02	0.01	0.07	-0.19	0.05	0.10	-0.10	0.14	0.05	-0.15	0.09	0.13	0.09
	$CP$	0.23	0.15	-0.04	0.13	0.24	-0.07	0.08	0.04	0.10	-0.15	0.02	0.17	0.12
	$ \bar{x} $	0.13	0.09	0.05	0.09	0.15	0.07	0.07	0.08	0.09	0.13	0.08	0.17	0.10

<sup>63</sup> Notons que la faiblesse de la corrélation inter-tâche d'un ensemble de caractéristiques n'est pas un défaut en soi. Par exemple, elle peut provenir d'un impact réellement différent d'une tâche à l'autre sur les caractéristiques étudiées. Elle constitue un défaut seulement lorsqu'elle est suspectée de découler de l'importance de la composante aléatoire associée aux caractéristiques étudiées.

Tableau 10.16 : Analyse corrélative (de Spearman) pour les caractéristiques basées sur l'étendue des paramètres de la tâche de traits rapides avec réaction sur stimulus auditif.

		Traits rapides/réaction auditive simple												
		$t_{0e}$	$D_{1e}$	$\mu_{1e}$	$\sigma_{1e}$	$D_{2e}$	$\mu_{2e}$	$\sigma_{2e}$	$RT_e$	$t_{3e}$	$v_{t3e}$	$t_{fe}$	$MT_e$	
Caractéristiques	$t_{0e}$		0.30	0.29	0.28	0.36	0.40	0.22	0.59	0.44	-0.32	0.46	0.36	
	$D_{1e}$	0.30		0.26	0.35	0.71	0.14	0.36	0.21	0.21	-0.13	0.27	0.26	
	$\mu_{1e}$	0.29	0.26		0.50	0.16	0.68	0.27	0.12	0.19	0.16	0.19	0.21	
	$\sigma_{1e}$	0.28	0.35	0.50		0.26	0.33	0.51	0.02	0.15	0.04	0.12	0.21	
	$D_{2e}$	0.36	0.71	0.16	0.26		0.21	0.46	0.31	0.32	-0.25	0.34	0.39	
	$\mu_{2e}$	0.40	0.14	0.68	0.33	0.21		0.40	0.19	0.26	0.15	0.26	0.28	
	$\sigma_{2e}$	0.22	0.36	0.27	0.51	0.46	0.40		0.18	0.28	-0.01	0.26	0.32	
	$RT_e$	0.59	0.21	0.12	0.02	0.31	0.19	0.18		0.78	-0.20	0.59	0.29	
	$t_{3e}$	0.44	0.21	0.19	0.15	0.32	0.26	0.28	0.78		-0.16	0.73	0.40	
	$v_{t3e}$	-0.32	-0.13	0.16	0.04	-0.25	0.15	-0.01	-0.20	-0.16		-0.13	-0.20	
	$t_{fe}$	0.46	0.27	0.19	0.12	0.34	0.26	0.26	0.59	0.73	-0.13		0.52	
	$MT_e$	0.36	0.26	0.21	0.21	0.39	0.28	0.32	0.29	0.40	-0.20	0.52		
Facteurs de risque	$DM$	0.28	0.02	0.13	0.10	-0.10	0.11	0.06	0.22	0.27	-0.11	0.29	0.13	0.15
	$HT$	0.39	0.16	0.09	0.08	0.21	0.04	0.11	0.32	0.36	-0.17	0.33	0.31	0.21
	$HC$	0.22	0.16	-0.01	0.07	0.15	0.00	0.12	0.21	0.31	-0.17	0.31	0.26	0.17
	$TA$	0.18	0.15	-0.06	0.07	0.22	0.03	0.09	0.11	0.01	-0.18	0.03	0.07	0.10
	$OB$	0.24	-0.01	0.00	0.09	0.13	0.10	0.13	0.04	0.04	-0.05	0.09	0.15	0.09
	$CP$	0.29	0.22	0.20	0.13	0.23	0.02	0.07	0.20	0.26	-0.07	0.37	0.29	0.20
	$ \bar{x} $	0.27	0.12	0.08	0.09	0.17	0.05	0.10	0.18	0.21	0.12	0.24	0.20	0.15



Tableau 10.17 : Analyse corrélative (de Spearman) pour les caractéristiques basées sur l'étendue des paramètres de la tâche de temps de réaction impliquant un choix.

		Traits rapides/réaction de choix												
		$t_{0e}$	$D_{1e}$	$\mu_{1e}$	$\sigma_{1e}$	$D_{2e}$	$\mu_{2e}$	$\sigma_{2e}$	$RT_e$	$t_{3e}$	$v_{t3e}$	$t_{fe}$	$MT_e$	
Caractéristiques	$t_{0e}$		0.19	0.45	0.28	0.23	0.46	0.41	0.59	0.57	-0.20	0.52	0.38	
	$D_{1e}$	0.19		0.11	0.25	0.57	-0.06	0.15	0.11	0.19	0.05	0.15	0.20	
	$\mu_{1e}$	0.45	0.11		0.53	0.19	0.72	0.32	0.19	0.21	-0.03	0.18	0.35	
	$\sigma_{1e}$	0.28	0.25	0.53		0.33	0.38	0.57	0.11	0.25	-0.04	0.23	0.32	
	$D_{2e}$	0.23	0.57	0.19	0.33		0.12	0.41	0.10	0.14	-0.26	0.24	0.48	
	$\mu_{2e}$	0.46	-0.06	0.72	0.38	0.12		0.36	0.18	0.25	0.05	0.24	0.36	
	$\sigma_{2e}$	0.41	0.15	0.32	0.57	0.41	0.36		0.19	0.27	-0.21	0.30	0.47	
	$RT_e$	0.59	0.11	0.19	0.11	0.10	0.18	0.19		0.79	-0.21	0.69	0.23	
	$t_{3e}$	0.57	0.19	0.21	0.25	0.14	0.25	0.27	0.79		-0.14	0.87	0.41	
	$v_{t3e}$	-0.20	0.05	-0.03	-0.04	-0.26	0.05	-0.21	-0.21	-0.14		-0.11	-0.17	
	$t_{fe}$	0.52	0.15	0.18	0.23	0.24	0.24	0.30	0.69	0.87	-0.11		0.49	
	$MT_e$	0.38	0.20	0.35	0.32	0.48	0.36	0.47	0.23	0.41	-0.17	0.49		
Facteurs de risque	$DM$	0.24	-0.09	-0.24	-0.14	-0.02	-0.02	0.14	0.22	0.26	-0.03	0.29	0.08	0.15
	$HT$	0.27	0.02	0.08	0.13	0.11	0.12	0.28	0.26	0.20	-0.15	0.24	0.25	0.17
	$HC$	0.18	0.03	-0.04	0.03	0.13	-0.04	0.14	0.26	0.16	-0.21	0.24	0.13	0.13
	$TA$	0.08	0.16	-0.07	0.03	0.18	-0.08	0.09	0.11	0.12	-0.12	0.07	0.06	0.10
	$OB$	0.00	0.10	-0.15	0.08	0.22	0.05	0.23	-0.06	0.00	-0.07	0.14	0.22	0.11
	$CP$	0.11	0.00	-0.09	-0.01	0.03	-0.05	0.28	0.13	0.18	0.04	0.25	0.31	0.12
	$ \overline{x} $	0.15	0.07	0.11	0.07	0.11	0.06	0.19	0.17	0.15	0.10	0.21	0.17	0.13

Finalement, un dernier ensemble de caractéristiques sera évalué. Celui-ci découle de la modélisation hiérarchique proposée à la section 10.3. Les trois tableaux ci-après rapportent donc les corrélations portant sur les paramètres  $a$  et  $b$  des équations (10.1)-(10.3) ainsi que la qualité de ces ajustements évaluée au moyen de la corrélation entre les paramètres en jeu.<sup>64</sup> De cet ensemble de caractéristiques, on rejettera  $b_{s\mu}$  et  $b_{s\sigma}$  puisqu'ils sont corrélés de façon importante avec  $a_{s\mu}$  et  $a_{s\sigma}$ . De plus, ils sont moins corrélés avec les facteurs de risque que le sont les paramètres  $a_{s\mu}$  et  $a_{s\sigma}$ . Bien qu'ayant un potentiel diagnostic moins intéressant de prime abord, cet ensemble de caractéristiques est relativement cohérent d'une tâche à l'autre, avec une corrélation inter-tâche de 0.67 à 0.71.

<sup>64</sup> On rappelle au lecteur que le carré de la corrélation de Pearson entre deux variables correspond à la qualité de l'ajustement  $R^2$  de la régression linéaire d'une de ces variables sur l'autre.

Tableau 10.18 : Analyse corrélative (de Spearman) des caractéristiques provenant de la modélisation hiérarchique des mouvements initiés sur stimulus visuel simple.

		$\rho_\mu$	$\rho_D$	$\rho_\sigma$	$a_{s\mu}$	$b_{s\mu}$	$a_{s\sigma}$	$b_{s\sigma}$	$a_{sD}$	$b_{sD}$	
caractéristiques	$\rho_\mu$		0.14	0.37	0.23	0.12	-0.30	0.24	-0.20	0.10	
	$\rho_D$	0.14		0.00	-0.18	-0.10	-0.09	0.11	-0.02	0.20	
	$\rho_\sigma$	0.37	0.00		0.34	0.19	-0.56	0.49	-0.15	0.35	
	$a_{s\mu}$	0.23	-0.18	0.34		0.82	-0.40	0.40	-0.21	0.15	
	$b_{s\mu}$	0.12	-0.10	0.19	0.82		-0.34	0.48	-0.11	0.09	
	$a_{s\sigma}$	-0.30	-0.09	-0.56	-0.40	-0.34		-0.91	0.19	-0.42	
	$b_{s\sigma}$	0.24	0.11	0.49	0.40	0.48	-0.91		-0.11	0.39	
	$a_{sD}$	-0.20	-0.02	-0.15	-0.21	-0.11	0.19	-0.11		-0.54	
	$b_{sD}$	0.10	0.20	0.35	0.15	0.09	-0.42	0.39	-0.54		$ \overline{x} $
Facteurs de risque	<i>DM</i>	-0.04	0.00	-0.20	-0.27	-0.08	0.23	-0.19	0.28	-0.20	0.17
	<i>HT</i>	0.05	0.18	-0.18	-0.22	0.01	0.13	-0.06	0.00	-0.17	0.11
	<i>HC</i>	0.01	0.31	-0.02	-0.23	-0.08	0.03	0.00	-0.08	0.06	0.09
	<i>TA</i>	-0.04	-0.09	0.04	-0.04	0.06	-0.01	0.00	0.12	-0.06	0.05
	<i>OB</i>	0.11	0.07	-0.19	-0.11	-0.04	0.12	-0.11	0.00	-0.06	0.09
	<i>CP</i>	-0.05	-0.07	-0.08	-0.17	-0.03	0.14	-0.06	0.19	-0.17	0.11
	$ \overline{x} $	0.05	0.12	0.12	0.17	0.05	0.11	0.07	0.11	0.12	0.10

Tableau 10.19 : Analyse corrélative (de Spearman) des caractéristiques provenant de la modélisation hiérarchique des mouvements initiés sur stimulus auditif simple.

		$\rho_\mu$	$\rho_D$	$\rho_\sigma$	$a_{s\mu}$	$b_{s\mu}$	$a_{s\sigma}$	$b_{s\sigma}$	$a_{sD}$	$b_{sD}$	
caractéristiques	$\rho_\mu$		0.07	0.41	0.32	0.29	-0.34	0.29	-0.01	0.13	
	$\rho_D$	0.07		0.09	-0.05	0.05	-0.22	0.18	-0.05	0.08	
	$\rho_\sigma$	0.41	0.09		0.23	0.22	-0.62	0.59	-0.18	0.27	
	$a_{s\mu}$	0.32	-0.05	0.23		0.88	-0.35	0.30	-0.11	0.11	
	$b_{s\mu}$	0.29	0.05	0.22	0.88		-0.34	0.39	-0.05	0.10	
	$a_{s\sigma}$	-0.34	-0.22	-0.62	-0.35	-0.34		-0.92	0.11	-0.29	
	$b_{s\sigma}$	0.29	0.18	0.59	0.30	0.39	-0.92		-0.12	0.33	
	$a_{sD}$	-0.01	-0.05	-0.18	-0.11	-0.05	0.11	-0.12		-0.63	
	$b_{sD}$	0.13	0.08	0.27	0.11	0.10	-0.29	0.33	-0.63		$ \overline{x} $
Facteurs de risque	<i>DM</i>	-0.07	-0.08	-0.09	-0.13	-0.02	0.05	-0.03	0.14	-0.03	0.07
	<i>HT</i>	-0.05	0.17	-0.17	-0.17	-0.06	0.22	-0.13	0.07	-0.10	0.13
	<i>HC</i>	-0.02	0.21	-0.03	-0.26	-0.11	-0.01	0.02	-0.06	0.06	0.09
	<i>TA</i>	0.06	0.10	-0.01	-0.20	-0.21	-0.06	0.03	0.09	0.05	0.09
	<i>OB</i>	-0.09	0.19	-0.11	-0.14	-0.08	0.07	-0.05	-0.04	-0.08	0.10
	<i>CP</i>	-0.04	0.08	-0.14	-0.21	-0.09	0.17	-0.14	0.26	-0.14	0.14
	$ \overline{x} $	0.05	0.14	0.09	0.19	0.10	0.10	0.07	0.11	0.08	0.10

Tableau 10.20 : Analyse corrélative (de Spearman) des caractéristiques provenant de la modélisation hiérarchique des mouvements initiés sur stimulus visuel de choix.

		$\rho_\mu$	$\rho_D$	$\rho_\sigma$	$a_{s\mu}$	$b_{s\mu}$	$a_{s\sigma}$	$b_{s\sigma}$	$a_{sD}$	$b_{sD}$	
caractéristiques	$\rho_\mu$		0.19	0.56	0.24	0.26	-0.22	0.15	-0.06	0.03	
	$\rho_D$	0.19		0.20	-0.08	-0.04	0.06	0.01	-0.07	0.19	
	$\rho_\sigma$	0.56	0.20		0.27	0.28	-0.46	0.37	0.04	0.07	
	$a_{s\mu}$	0.24	-0.08	0.27		0.77	-0.40	0.31	-0.10	0.28	
	$b_{s\mu}$	0.26	-0.04	0.28	0.77		-0.37	0.44	0.06	0.13	
	$a_{s\sigma}$	-0.22	0.06	-0.46	-0.40	-0.37		-0.87	-0.09	-0.17	
	$b_{s\sigma}$	0.15	0.01	0.37	0.31	0.44	-0.87		0.12	0.13	
	$a_{sD}$	-0.06	-0.07	0.04	-0.10	0.06	-0.09	0.12		-0.63	
	$b_{sD}$	0.03	0.19	0.07	0.28	0.13	-0.17	0.13	-0.63		$\overline{ x }$
Facteurs de risque	$DM$	-0.13	0.11	-0.10	-0.06	-0.07	0.30	-0.27	0.06	-0.07	0.13
	$HT$	0.01	0.15	-0.11	-0.09	0.02	0.20	-0.04	0.06	-0.11	0.09
	$HC$	-0.22	0.17	-0.09	-0.13	0.01	0.16	-0.01	0.07	0.00	0.09
	$TA$	0.13	0.18	0.16	-0.06	-0.07	0.00	0.02	0.02	0.05	0.08
	$OB$	-0.09	0.15	-0.10	-0.15	-0.03	0.12	-0.06	0.10	-0.07	0.10
	$CP$	-0.07	0.08	0.01	-0.14	-0.07	0.18	-0.12	0.14	-0.12	0.10
	$\overline{ x }$	0.11	0.14	0.09	0.11	0.05	0.16	0.09	0.07	0.07	0.10

Le Tableau 10.21 présente une matrice des valeurs absolues des corrélations calculées entre les caractéristiques retenues, moyennées pour les trois tâches. On peut voir qu'il reste assez peu de corrélations importantes. Ce sous-ensemble de 25 caractéristiques semble donc être un point de départ acceptable pour la constitution des modèles prédictifs.

Tableau 10.21 : Analyse corrélative (de Spearman) des caractéristiques provenant de la modélisation hiérarchique des mouvements initiés sur stimulus visuel de choix.

	$\bar{t}_0$	$\bar{D}_1$	$\bar{\mu}_1$	$\bar{\sigma}_1$	$\overline{RT}$	$\overline{MT}$	$t_{0e}$	$D_{1e}$	$\mu_{1e}$	$\sigma_{1e}$	$D_{2e}$	$\mu_{2e}$	$\sigma_{2e}$	$RT_e$	$t_{3e}$	$v_{t3e}$	$t_{fe}$	$MT_e$	$\rho_\mu$	$a_{s\mu}$	$\rho_\sigma$	$a_{s\sigma}$	$\rho_D$	$a_{sD}$
$\bar{D}_1$	0.12																							
$\bar{\mu}_1$	0.25	0.33																						
$\bar{\sigma}_1$	0.24	0.08	0.25																					
$\overline{RT}$	0.68	0.31	0.34	0.12																				
$\overline{MT}$	0.14	0.34	0.90	0.11	0.35																			
$t_{0e}$	0.31	0.23	0.47	0.10	0.58	0.48																		
$D_{1e}$	0.08	0.51	0.28	0.16	0.11	0.34	0.25																	
$\mu_{1e}$	0.14	0.08	0.13	0.14	0.10	0.13	0.34	0.11																
$\sigma_{1e}$	0.22	0.12	0.12	0.41	0.09	0.18	0.26	0.27	0.46															
$D_{2e}$	0.11	0.49	0.50	0.16	0.24	0.57	0.36	0.70	0.17	0.32														
$\mu_{2e}$	0.06	0.04	0.13	0.13	0.11	0.11	0.37	0.09	0.72	0.34	0.17													
$\sigma_{2e}$	0.11	0.07	0.19	0.24	0.12	0.26	0.28	0.33	0.32	0.58	0.47	0.34												
$RT_e$	0.39	0.22	0.29	0.05	0.60	0.33	0.65	0.18	0.18	0.10	0.25	0.20	0.15											
$t_{3e}$	0.31	0.21	0.32	0.05	0.49	0.38	0.56	0.21	0.23	0.23	0.28	0.25	0.21	0.79										
$v_{t3e}$	0.16	0.13	0.61	0.05	0.19	0.63	0.28	0.07	0.11	0.05	0.26	0.14	0.13	0.14	0.13									
$t_{fe}$	0.26	0.16	0.36	0.03	0.48	0.39	0.54	0.22	0.17	0.17	0.31	0.26	0.23	0.70	0.84	0.11								
$MT_e$	0.11	0.20	0.59	0.07	0.20	0.65	0.37	0.28	0.27	0.22	0.46	0.37	0.32	0.26	0.35	0.15	0.45							
$\rho_\mu$	0.07	0.13	0.22	0.30	0.13	0.09	0.16	0.11	0.29	0.15	0.08	0.24	0.21	0.04	0.03	0.11	0.12	0.07						
$a_{s\mu}$	0.15	0.15	0.35	0.04	0.17	0.40	0.17	0.17	0.15	0.06	0.34	0.11	0.18	0.17	0.17	0.15	0.28	0.45	0.26					
$\rho_\sigma$	0.13	0.16	0.15	0.16	0.04	0.15	0.07	0.10	0.14	0.13	0.15	0.09	0.07	0.05	0.05	0.05	0.08	0.16	0.45	0.28				
$a_{s\sigma}$	0.06	0.15	0.06	0.09	0.03	0.13	0.06	0.10	0.19	0.26	0.14	0.08	0.14	0.07	0.09	0.11	0.09	0.15	0.29	0.38	0.54			
$\rho_D$	0.06	0.23	0.33	0.07	0.09	0.34	0.17	0.44	0.10	0.05	0.44	0.12	0.13	0.14	0.10	0.22	0.10	0.17	0.13	0.10	0.10	0.12		
$a_{sD}$	0.17	0.64	0.17	0.19	0.27	0.24	0.19	0.26	0.18	0.30	0.45	0.14	0.25	0.17	0.17	0.06	0.14	0.22	0.09	0.14	0.12	0.13	0.05	
$b_{sD}$	0.01	0.06	0.18	0.15	0.14	0.19	0.14	0.11	0.14	0.13	0.28	0.17	0.27	0.06	0.05	0.12	0.11	0.23	0.09	0.18	0.23	0.29	0.16	0.60

## 10.6 Diagnostic

### 10.6.1 Élaboration des modèles prédictifs

Les modèles prédictifs ont été élaborés à l'aide d'une recherche semi-exhaustive dont l'objectif est de trouver le sous-ensemble de caractéristiques permettant de maximiser l'aire sous la courbe ROC (AUC). Les détails de cette méthode de recherche ainsi sont présentés à la section A1.1 alors que le lecteur non familier avec les courbes ROC peut trouver une courte présentation sur ce sujet à la section A1.4 (en annexe). La taille des modèles construits avec cette technique a été

limitée à un maximum de six facteurs dans le but d'éviter un surajustement aux données expérimentales.

Étant donné que l'application diagnostique évaluée dans ce travail requiert une classification binaire à partir d'un ensemble de variables continues, la régression logistique et l'analyse discriminante linéaire constituent deux techniques potentiellement intéressantes. Celles-ci ont donc toutes deux été retenues<sup>65</sup> afin que leur comparaison permette d'identifier la stratégie de modélisation la plus adaptée au problème investigué.

Pour assurer une certaine stabilité à la valeur des caractéristiques calculées, seulement les sujets ayant plus de cinq mouvements valides pour la tâche analysée ont été conservés. Un peu moins de dix sujets par tâches ont ainsi été mis de côté. Le Tableau 10.22 donne le nombre de sujets qui ont été conservés dans l'échantillon après l'application de ce critère de rejet, et cela, pour chaque facteur de risque et chaque tâche.

Tableau 10.22 : Nombre de sujets affectés par chaque facteur de risque après le rejet des sujets ayant cinq mouvements valides ou moins.

	Sans DM	DM	Sans HT	HT	Sans HC	HC	Sans TA	TA	Sans OB	OB	Sans PC	PC
Visuel	99	12	77	34	86	25	98	13	102	9	91	20
Auditif	100	11	77	34	87	24	99	12	102	9	92	19
Choix	101	12	78	35	90	23	101	12	104	9	94	19

<sup>65</sup> L'analyse discriminante quadratique a aussi été évaluée lors des explorations préliminaires, mais celle-ci n'a pas été retenue pour la présentation finale des résultats. Bien que cette technique permettait d'atteindre des AUC très élevées (p. ex. 0.98 lorsqu'utilisée avec une validation croisée pour la prédiction de l'obésité sur les données provenant de la tâche avec stimulus visuel simple), celles-ci semblaient davantage être attribuables à un surajustement qu'à l'élaboration d'un modèle réellement prédictif. En effet, l'application des modèles retenus au moyen de cette technique sur les données provenant des autres tâches de temps de réaction produisait des AUC très faibles (p. ex. dans le cas de l'obésité, celles-ci n'atteignaient pas une valeur statistiquement supérieure à 0.5). Cet état de fait découle sans aucun doute de la trop petite taille de notre échantillon (p.ex. dix sujets obèses disponibles pour l'élaboration d'un modèle quadratique impliquant six caractéristiques). Cette technique serait à reconsidérer avec un échantillon mieux balancé et de plus grande taille (p. ex. 50 sujets obèses, 50 sujets contrôles).

Dans le cadre de cette thèse, on ne cherche pas à vérifier la qualité d'ajustement d'un modèle à un ensemble de données mais bien à déterminer le potentiel diagnostique des modèles élaborés. Pour ce faire, il serait souhaitable de procéder à la séparation de nos données expérimentales en sous-ensembles, soit une première banque servant à l'« apprentissage » (dans notre cas, à la constitution des modèles prédictifs) et une seconde banque servant à tester les résultats. Cependant, le nombre relativement petit de sujets affectés par chacune des conditions à tester (entre 9 et 35 selon la condition) ne permet pas une telle approche. Une validation croisée ainsi qu'une validation sur une tâche différente sont donc utilisées pour tenter d'obtenir un portrait aussi fidèle et complet que possible des performances atteignables en termes de prédictions.

### **10.6.2 Analyse de la prédictibilité des facteurs de risque à partir des trois tâches de temps de réaction**

Le Tableau 10.23 (page suivante) contient les résultats obtenus avec les modèles maximisant l'AUC d'une analyse discriminante avec validation croisée opérant une mise de côté un-à-un des échantillons (« leave-one-out cross-validation »).

Malgré l'utilisation de la validation croisée, les AUC ainsi rapportées (colonne VC) sont sans doute trop optimistes. En effet, l'élaboration des modèles sur le même ensemble de données que sur celui utilisé en test peut entraîner la sélection de caractéristiques modélisant bien cet ensemble de données particulier mais se généralisant mal à la population cible.

Pour tenter de compenser ce biais, le potentiel prédictif de la structure des modèles élaborés a aussi été validé sur les deux autres tâches (p. ex. pour un modèle construit en utilisant les données provenant d'une tâche de temps de réaction avec choix, les prédictions sont validées sur les données concernant les temps de réaction simples auditifs et visuels). La validation croisée avec mise de côté un à un a aussi été utilisée dans ce processus afin d'éviter de calculer la valeur des paramètres des modèles sur les données utilisées pour l'évaluation des performances en classification. Notons qu'il est possible qu'il y ait aussi un certain biais sur ces estimations puisque, contrairement à ce qui serait fait dans une application clinique, on utilise des tests neuromoteurs différents pour l'apprentissage et le diagnostic. En effet, bien qu'elles soient semblables, ces tâches produisent des paramètres différents d'un point de vue statistique (section

10.4). Cela peut donc générer des AUC trop conservatives. La faiblesse des résultats en validation peut aussi découler du peu de sujets affectés par chaque facteur de risque puisqu'une telle situation est susceptible de mener à une estimation des paramètres de modélisation qui soit peu fiable. Il est donc probable que l'AUC réellement atteignable se situe entre celle donnée dans la colonne VC et celles des colonnes de validation.

Tableau 10.23 : Modèles optimaux obtenus en utilisant une analyse discriminante linéaire et une validation croisée avec mise de côté un à un pour chacune des trois tâches. La colonne VC donne la valeur de l'AUC calculée (avec validation croisée) sur les données de la tâche analysée. Les colonnes de validation indiquent les AUC obtenues lorsque l'on utilise la structure des modèles retenus pour déterminer les performances de prédiction atteignables sur les données des deux autres tâches (avec validation croisée). Le rouge indique une valeur significativement plus grande que 0.5 (avec une confiance de 95 %) telle qu'évaluée à l'aide de la technique de bootstrap.

			Validation		
	Modèles	VC	V	A	C
Visuel	$DM \sim a_{SD} + \overline{MT} + \sigma_{2e} + a_{s\mu}$	0.848		0.613	0.596
	$TA \sim b_{SD} + \overline{D_1} + D_{1e} + D_{2e}$	0.685		0.679	0.471
	$OB \sim \sigma_{2e} + RT_e + t_{0e} + v_{t3e} + MT_e$	0.775		0.750	0.507
	$HT \sim t_{0e} + MT_e + \rho(\mu_1, \mu_2)$	0.762		0.690	0.681
	$HC \sim \overline{\mu_1} + \sigma_{1e} + a_{SD} + \mu_{1e} + D_{2e} + b_{SD}$	0.805		0.634	0.536
	$PC \sim \overline{t_0} + RT + \mu_{1e} + \overline{\mu_1} + D_{2e} + \rho(D_1, D_2)$	0.809		0.694	0.682
Auditif	$DM \sim \overline{D_1} + \overline{MT} + \rho(\mu_1, \mu_2) + \overline{t_0} + a_{SD} + b_{SD}$	0.823	0.781		0.638
	$TA \sim \mu_{1e} + \sigma_{2e} + \overline{D_1} + \rho(\mu_1, \mu_2) + a_{s\mu}$	0.815	0.425		0.581
	$OB \sim D_{2e} + \overline{D_1} + t_{0e} + RT_e$	0.884	0.452		0.615
	$HT \sim \rho(D_1, D_2) + t_{fe} + \rho(\mu_1, \mu_2) + a_{s\sigma}$	0.759	0.633		0.628
	$HC \sim \rho(\mu_1, \mu_2) + \rho(D_1, D_2) + \overline{\sigma_1} + \overline{t_f} + a_{s\mu}$	0.775	0.682		0.667
	$PC \sim \sigma_{2e} + v_{t3e} + \overline{\mu_1} + \overline{RT} + a_{SD}$	0.815	0.683		0.760
Choix	$DM \sim \overline{t_0} + t_{0e} + \rho(\sigma_1, \sigma_2) + \mu_{1e} + t_{3e} + a_{s\sigma}$	0.888	0.600	0.490	
	$TA \sim t_{0e} + \mu_{1e} + \rho(D_1, D_2) + RT_e + t_{3e} + MT_e$	0.717	0.247	0.599	
	$OB \sim \overline{MT} + \mu_{1e} + \overline{RT} + \mu_{2e} + b_{SD}$	0.851	0.598	0.439	
	$HT \sim \overline{t_0} + \overline{D_1} + MT_e$	0.764	0.708	0.554	
	$HC \sim D_{2e} + \rho(\mu_1, \mu_2)$	0.731	0.657	0.683	
	$PC \sim \overline{t_0} + \rho(\sigma_1, \sigma_2) + a_{s\sigma} + \overline{\mu_1} + D_{2e} + v_{t3e}$	0.846	0.683	0.782	
		$\bar{x}$	0.797	0.596	0.613

Le Tableau 10.24 reprend la même analyse que celle du Tableau 10.23, à l'exception que, cette fois-ci, les modèles ont été élaborés en cherchant à maximiser l'AUC sans l'application

d'une validation croisée. On constate que la moyenne des AUC pour chacune des tâches ne varie pas de façon significative selon que les modèles soient élaborés en utilisant ou non la validation croisée. Notons cependant que la validation croisée produit généralement des modèles plus parcimonieux (4.7 paramètres en moyenne lors de son utilisation contre 6.0 paramètres dans le cas contraire). Son emploi semble donc souhaitable.

Tableau 10.24: Tableau analogue au Tableau 10.23 à l'exception que les modèles ont été obtenus sans l'utilisation de la validation croisée (les AUC finales sont quand même calculées avec une validation croisée).

	Modèles	VC	Validation		
			V	A	C
Visuel	$DM \sim \bar{t}_0 + \overline{MT} + a_{sD} + t_{0e} + \sigma_{2e} + a_{s\sigma}$	0.831		0.551	0.745
	$TA \sim \bar{\mu}_1 + MT_e + a_{sD} + D_{1e} + \mu_{1e} + D_{2e}$	0.548		0.587	0.569
	$OB \sim t_{0e} + D_{1e} + RT_e + \mu_{1e} + \sigma_{2e} + v_{t3e}$	0.717		0.732	0.544
	$HT \sim \bar{D}_1 + \rho_\mu + a_{s\mu} + \bar{t}_0 + \overline{MT} + D_{2e}$	0.761		0.683	0.718
	$HC \sim \bar{D}_1 + \bar{\mu}_1 + \rho_D + \mu_{1e} + \sigma_{1e} + t_{3e}$	0.770		0.679	0.599
	$PC \sim \bar{t}_0 + \overline{RT} + \mu_{1e} + \bar{\mu}_1 + t_{fe} + \rho_D$	0.795		0.703	0.684
Auditif	$DM \sim \bar{D}_1 + \rho_\mu + a_{sD} + \bar{\mu}_1 + \overline{MT} + b_{sD}$	0.808	0.779		0.443
	$TA \sim \bar{t}_0 + \bar{D}_1 + \rho_\mu + \mu_{1e} + \mu_{2e} + \sigma_{2e}$	0.777	0.274		0.527
	$OB \sim \bar{D}_1 + D_{2e} + v_{t3e} + \overline{RT} + t_{0e} + RT_e$	0.851	0.623		0.515
	$HT \sim \sigma_{2e} + t_{fe} + \rho_D + \sigma_{1e} + \rho_\mu + a_{s\sigma}$	0.747	0.678		0.671
	$HC \sim \bar{\sigma}_1 + t_{fe} + \rho_D + \bar{t}_0 + \rho_\mu + a_{s\mu}$	0.757	0.642		0.644
	$PC \sim \bar{\mu}_1 + D_{2e} + a_{sD} + \bar{D}_1 + \sigma_{2e} + b_{sD}$	0.788	0.680		0.597
Choix	$DM \sim \bar{D}_1 + t_{0e} + t_{fe} + \mu_{1e} + D_{2e} + a_{s\sigma}$	0.857	0.596	0.579	
	$TA \sim t_{0e} + \mu_{1e} + \rho_D + RT_e + t_{3e} + t_{fe}$	0.708	0.335	0.521	
	$OB \sim \mu_{1e} + \mu_{2e} + a_{s\sigma} + t_{3e} + v_{t3e} + a_{sD}$	0.803	0.476	0.470	
	$HT \sim \bar{D}_1 + \sigma_{2e} + \bar{t}_0 + t_{0e} + MT_e$	0.751	0.670	0.655	
	$HC \sim \bar{\sigma}_1 + \mu_{2e} + \rho_\mu + \bar{t}_0 + \bar{D}_1 + t_{0e}$	0.705	0.606	0.595	
	$PC \sim \bar{t}_0 + \rho_\sigma + a_{s\sigma} + \bar{\mu}_1 + D_{2e} + v_{t3e}$	0.840	0.700	0.757	
$\bar{x}$		0.767	0.588	0.626	0.605

Le Tableau 10.25, pour sa part, montre les résultats découlant de l'utilisation de la régression logistique. Dans ce cas, les modèles ont été obtenus sans validation croisée puisque l'adoption de la validation croisée avec cette technique de modélisation pour l'évaluation combinatoire des 25 caractéristiques possibles aurait nécessité une recherche semi-exhaustive trop longue. Cependant, toutes les AUC rapportées dans ce tableau ont fait l'objet d'une validation croisée, comme c'est le cas pour les deux tableaux précédents.



Tableau 10.25 : Tableau analogue au Tableau 10.23 à l'exception que la régression logistique a été utilisée en remplacement de l'analyse discriminante.

	Modèles	VC	Validation		
			V	A	C
Visuel	$DM \sim \overline{D_1} + a_{s\mu} + a_{sD} + \overline{\mu_1} + \overline{\sigma_1} + \sigma_{2e}$	0.862		0.680	0.504
	$TA \sim \overline{D_1} + \rho_\mu + b_{sD} + D_{1e} + D_{2e} + \rho_D$	0.585		0.646	0.525
	$OB \sim t_{0e} + RT_e + b_{sD} + v_{t3e} + t_{fe} + MT_e$	0.648		0.678	0.342
	$HT \sim \overline{D_1} + \rho_\mu + a_{s\mu} + \overline{t_0} + D_{1e} + \rho_\sigma$	0.778		0.513	0.580
	$HC \sim \overline{D_1} + \overline{\mu_1} + \sigma_{1e} + \mu_{1e} + t_{3e} + \rho_D$	0.772		0.666	0.548
	$PC \sim \overline{t_0} + \overline{RT} + t_{3e} + \overline{\mu_1} + \mu_{1e} + \rho_D$	0.755		0.665	0.684
Auditif	$DM \sim \overline{D_1} + \rho_\mu + a_{sD} + \overline{MT} + D_{1e} + b_{sD}$	0.815	0.765		0.339
	$TA \sim \overline{MT} + \mu_{1e} + \rho_\mu + D_{1e} + D_{2e} + \sigma_{2e}$	0.737	0.515		0.477
	$OB \sim \overline{D_1} + D_{2e} + \rho_D + t_{0e} + D_{1e} + RT_e$	0.873	0.289		0.368
	$HT \sim \overline{D_1} + \overline{MT} + t_{3e} + t_{0e} + \rho_D + b_{sD}$	0.727	0.668		0.598
	$HC \sim \overline{RT} + t_{3e} + a_{s\mu} + \overline{t_0} + \overline{\mu_1} + \rho_\mu$	0.712	0.603		0.615
	$PC \sim \overline{D_1} + \rho_D + a_{sD} + \overline{\mu_1} + \mu_{2e} + \sigma_{2e}$	0.834	0.637		0.561
Choix	$DM \sim t_{0e} + RT_e + a_{sD} + \overline{RT} + \mu_{1e} + t_{fe}$	0.848	0.638	0.436	
	$TA \sim D_{1e} + \sigma_{1e} + b_{sD} + \sigma_{2e} + v_{t3e} + \rho_\sigma$	0.575	0.311	0.552	
	$OB \sim \overline{MT} + \mu_{2e} + a_{s\sigma} + \mu_{1e} + \sigma_{1e} + RT_e$	0.730	0.646	0.278	
	$HT \sim \overline{t_0} + \overline{\mu_1} + v_{t3e} + \overline{D_1} + \overline{RT} + \mu_{2e}$	0.750	0.679	0.683	
	$HC \sim t_{0e} + t_{3e} + \rho_\mu + \overline{\sigma_1} + \overline{MT} + \mu_{2e}$	0.732	0.658	0.620	
	$PC \sim \overline{t_0} + D_{2e} + a_{sD} + \overline{\mu_1} + \overline{RT} + v_{t3e}$	0.841	0.739	0.738	
		$\bar{x}$	0.754	0.596	0.512

Une comparaison des AUC calculées en validation au Tableau 10.24 et au Tableau 10.25 tend à montrer que la régression logistique produit des résultats moins bons que l'analyse discriminante (valeur p de 0.017 avec un test de Wilcoxon avec données appariées). Cette différence est cependant légère et nécessitera d'être revisitée (cela est fait au Chapitre 14).

### 10.6.3 Fréquence d'utilisation des caractéristiques

En ce qui concerne les caractéristiques ayant servi à la modélisation, le Tableau 10.26 donne leur fréquence (en pourcentage) d'utilisation dans les 54 modèles construits automatiquement avec l'algorithme de recherche semi-exhaustive rapportés dans les trois tableaux 10.23-10.25. On y fournit aussi la fréquence moyenne d'utilisation dans les trois types de modélisation.

Tableau 10.26 : Fréquence (en pourcentage) d'apparition des différentes caractéristiques dans les modèles bâtis au moyen de l'analyse discriminante linéaire (ADL), en utilisant ou non la validation croisée (VC), ainsi que ceux bâtis avec la régression logistique (RL). La fréquence moyenne d'utilisation pour les trois types de modélisation est aussi rapportée. Les colonnes sont triées par ordre décroissant de fréquence pour les résultats combinés.

	$\overline{D_1}$	$\mu_{1e}$	$\overline{t_0}$	$\rho_\mu$	$\overline{\mu_1}$	$t_{0e}$	$D_{2e}$	$\rho_D$	$\sigma_{2e}$	$a_{sD}$	$\overline{MT}$	$v_{t3e}$	$a_{s\sigma}$
ADL avec VC	28 %	33 %	28 %	33 %	22 %	28 %	33 %	22 %	22 %	22 %	17 %	17 %	17 %
ADL sans VC	50 %	44 %	44 %	33 %	33 %	39 %	33 %	28 %	33 %	28 %	17 %	22 %	28 %
RL sans VC	50 %	28 %	28 %	33 %	39 %	28 %	22 %	33 %	22 %	17 %	28 %	22 %	17 %
moyenne	43 %	35 %	33 %	33 %	31 %	31 %	30 %	28 %	26 %	22 %	20 %	20 %	20 %

	$b_{sD}$	$\overline{RT}$	$RT_e$	$t_{3e}$	$D_{1e}$	$t_{fe}$	$\mu_{2e}$	$a_{s\mu}$	$\sigma_{1e}$	$MT_e$	$\overline{\sigma_1}$	$\rho_\sigma$
LDA avec CV	22 %	17 %	17 %	11 %	6 %	11 %	6 %	17 %	6 %	22 %	6 %	11 %
LDA sans CV	11 %	11 %	17 %	17 %	11 %	28 %	17 %	11 %	11 %	6 %	11 %	6 %
RL sans CV	28 %	28 %	22 %	28 %	33 %	11 %	22 %	17 %	17 %	6 %	11 %	11 %
moyenne	20 %	19 %	19 %	19 %	17 %	17 %	15 %	15 %	11 %	11 %	9 %	9 %

On constate que, à l'exception du paramètre  $\sigma$ , les paramètres lognormaux sont très utiles à la prédiction. Par exemple, les médianes des trois autres paramètres lognormaux (c.-à-d.  $\overline{D_1}$ ,  $\overline{t_0}$  et  $\overline{\mu_1}$ ) se retrouvent toutes parmi les cinq caractéristiques les plus fréquemment employées. En contrepartie, la médiane des paramètres mesurés ( $\overline{MT}$  et  $\overline{RT}$ ) se retrouvent en 11<sup>e</sup> et en 15<sup>e</sup> place. Ceci est plutôt surprenant si l'on considère que les paramètres mesurés sont beaucoup plus corrélés avec les facteurs de risque que les paramètres lognormaux (section 10.5). Ainsi, il semble que la performance diagnostique d'une caractéristique prise isolément soit un faible indicateur de son apport prédictif dans un modèle multivarié.

On note aussi que les caractéristiques mesurant le degré de corrélation entre les paramètres associés aux commandes neuromotrices (à l'exception encore des paramètres  $\sigma$ ) se classent assez bien avec une 4<sup>e</sup> et une 8<sup>e</sup> place.

#### 10.6.4 Combinaison des classificateurs

Bien qu'elle ne constitue pas une panacée (Hu & Damper, 2008), la combinaison de classificateurs peut souvent permettre d'améliorer les performances en classification par rapport aux résultats atteignables en prenant isolément chacun de ces classificateurs. À ce titre, le

Tableau 10.27 contient les résultats relatifs à l'amélioration du diagnostic des facteurs de risque d'AVC grâce à l'intégration des données provenant des trois tâches de temps de réaction.

Tableau 10.27 : AUC moyenne pour les trois tâches de temps de réaction, AUC obtenue en utilisant seulement le meilleur classificateur et AUC atteinte avec une combinaison des prédictions des classificateurs.

	moyenne	meilleur	combiné
<i>DM</i>	0.853	0.888	0.883
<i>TA</i>	0.739	0.815	0.779
<i>OB</i>	0.837	0.884	0.845
<i>HT</i>	0.762	0.764	0.806
<i>HC</i>	0.770	0.805	0.825
<i>CP</i>	0.823	0.846	0.849
$\bar{x}$	0.797	0.834	0.831

Ce tableau montre la moyenne des AUC calculées pour chaque facteur de risque, telles que listées au Tableau 10.23. En comparaison, la deuxième colonne rapporte la valeur maximale obtenue, ce qui reviendrait à une combinaison de classificateurs du type « winner-take-all » où seulement le classificateur ayant la meilleure AUC est utilisé. Cette approche est probablement plus ou moins stable en plus d'être susceptible d'être affectée par le phénomène de régression vers la moyenne lors de son application sur de nouvelles données.

La troisième colonne liste les résultats obtenus grâce à la combinaison des prédictions des trois classificateurs en utilisant une moyenne pondérée<sup>66</sup> par les coefficients de Gini ( $G = (AUC - 0.5) * 2$ ) associés à chaque classificateur. Cette approche a un meilleur potentiel de robustesse puisque tous les classificateurs contribuent à la performance finale, diminuant ainsi l'impact d'un classificateur moins fiable. De plus, elle produit une AUC finale pratiquement aussi bonne que celle obtenue en utilisant seulement le meilleur classificateur (0.831 par rapport à 0.834).

---

<sup>66</sup> Cette moyenne prend en compte seulement les prédictions provenant des tâches pour lesquelles le sujet n'a pas été rejeté. Puisque seulement un sujet a été rejeté dans chacune des trois tâches, les résultats de cette section proviennent d'une analyse impliquant un échantillon de 119 sujets.

### 10.6.5 Courbes ROC de classification

Pour conclure cette analyse, les courbes ROC des modèles construits au moyen de l'analyse discriminante linéaire avec validation croisée un-à-un (celles-ci correspondent aux AUC de la colonne VC du Tableau 10.23) ainsi que celles du classificateur combiné ont été calculées et sont illustrés à la Figure 10.1.

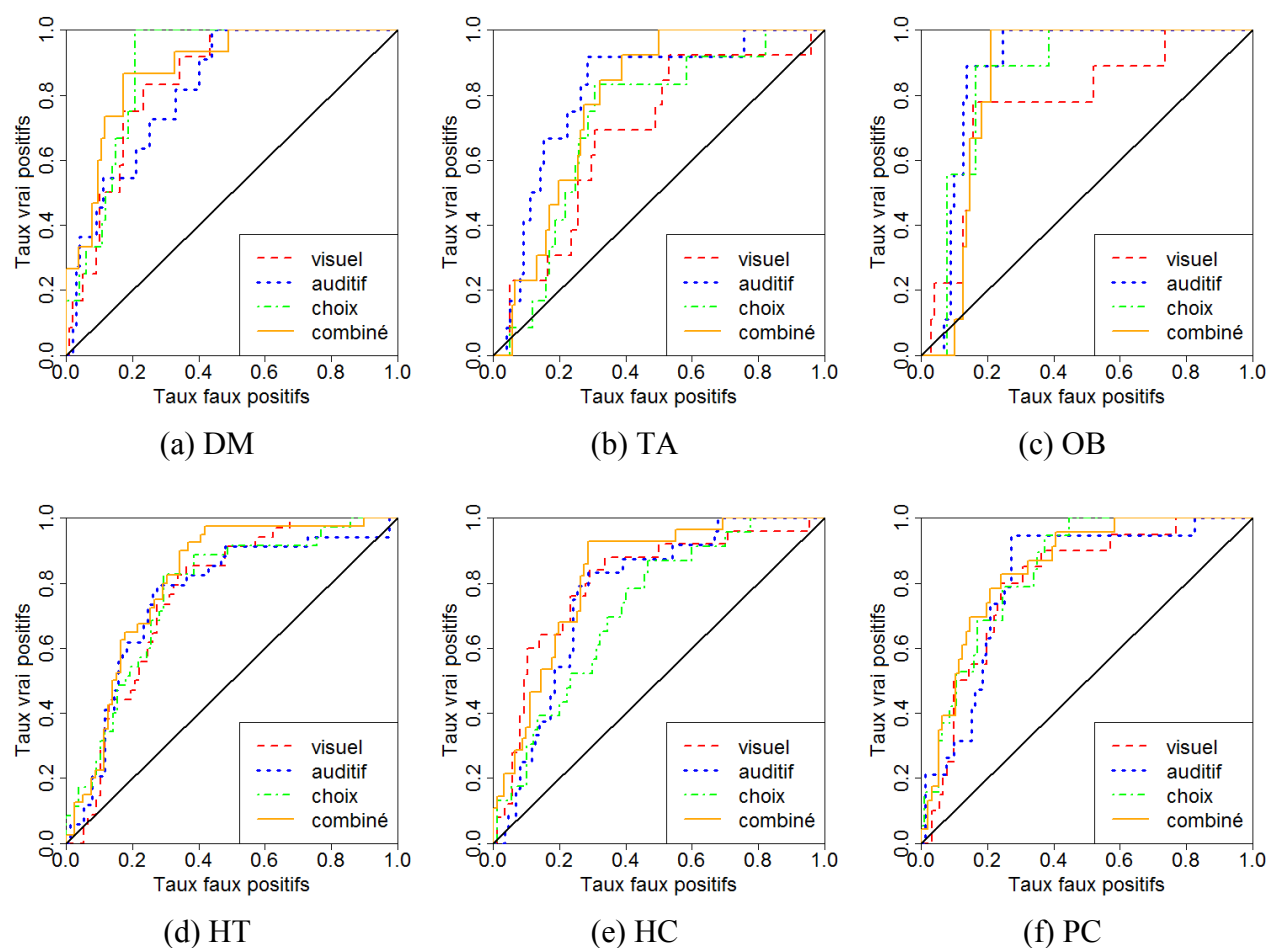


Figure 10.1 : Courbes ROC obtenues avec une analyse discriminante linéaire et une validation croisée avec mise de côté un à un pour chacune des trois tâches ainsi que pour le classificateur combiné

Ces courbes sont assez intéressantes de prime abord, mais on ne peut mettre trop l'accent sur l'importance de reproduire une telle étude avec des échantillons mieux balancés et de taille plus importante. Pour chaque facteur de risque, une banque de données comportant 50 sujets atteints et 50 sujets contrôles devrait constituer un échantillon suffisant pour le développement de

modèles adéquats. Un échantillon de 40 sujets supplémentaires (20 atteints, 20 contrôles) devrait constituer une banque de données suffisante pour l'évaluation des performances.

## 10.7 Conclusion

L'analyse des données provenant des tests de temps de réaction a nécessité une investigation portant sur l'importance du critère servant à déterminer l'instant de fin des mouvements. Deux critères ont ainsi été évalués soit un critère ( $C_1$ ) conçu pour conserver les pics de vitesses secondaires mais nécessitant des données très propres et un critère plus robuste ne conservant que le premier pic de vitesse ( $C_2$ ). On a relevé que l'utilisation du critère  $C_2$  en remplacement de  $C_1$  ne semble pas avoir d'impact négatif sur le potentiel diagnostic de nos données. De plus, comme l'indique le Tableau 10.4, son effet sur la valeur des paramètres extraits semble être relativement léger. Néanmoins, l'utilisation d'un tel critère réduit la correspondance physiologique des paramètres utilisés avec ce qu'ils représentent dans le cadre de la Théorie Cinématique. Il est aussi suspecté de contribuer au mauvais conditionnement de l'extraction delta-lognormal puisque certains tests ont montré l'impact important des pics de vitesse secondaires sur la valeur des paramètres delta-lognormaux. Afin de conserver une correspondance physiologique et de disposer des meilleures données possible pour l'analyse, il est donc recommandé de forcer l'arrêt du mouvement dans le protocole expérimental de façon à pouvoir utiliser le critère de segmentation  $C_1$  sur l'ensemble des données.

La comparaison des trois tests neuromusculaires montre que ceux-ci produisent des paramètres statistiquement différents. Cependant, une partie importante de ces différences peut être attribuée à l'utilisation de protocoles impliquant des amplitudes de mouvements différentes ainsi qu'à des phénomènes bien documentés dans la littérature (p. ex. temps de réaction plus long pour un stimulus visuel par rapport à un stimulus auditif). On note néanmoins des différences non attribuables à ces deux causes. D'ailleurs, on observe aussi une différence statistiquement significative dans la valeur des paramètres selon la direction du mouvement pour le test de temps de réaction avec choix. Il serait donc possible que de meilleurs résultats puissent être obtenus en modélisant plus finement ces différences pour tirer profit d'une complémentarité diagnostique des différentes conditions expérimentales ainsi que pour améliorer notre compréhension des particularités du contrôle moteur. Bien que l'étude plus approfondie de ces aspects dépasse le cadre de cette thèse et constitue un sujet pour de futurs travaux, un premier pas dans cette

direction a été fait en développant un classificateur combinant les résultats provenant de ces trois tâches.

L'analyse de ces tâches de temps de réaction a par ailleurs stimulé le développement d'une modélisation hiérarchique des données expérimentales, permettant de mieux représenter les régularités observées dans ces acquisitions et d'extraire des caractéristiques supplémentaires représentant les sujets. Celles-ci, en combinaison avec un certain nombre d'autres caractéristiques mesurées ou extraites d'une modélisation delta-lognormale, ont permis de développer des modèles prédictifs ayant une AUC prometteuse. Malgré que notre échantillon permette difficilement de procéder à une vérification adéquate de ces résultats, une validation croisée avec mise de côté un à un et une validation inter-tâche ont été utilisées afin de disposer d'un portrait fiable du potentiel de ces tâches pour le diagnostic des facteurs de risque d'AVC.

Notons pour terminer que les caractéristiques découlant de la modélisation delta-lognormale semblent être plus utiles pour le développement de modèles prédictifs que les principales caractéristiques temporelles pouvant être mesurées sur les profils de vitesse (p. ex. le temps de réaction, la durée du mouvement, etc.). Ceci supporte *a priori* l'approche adoptée dans cette thèse reposant sur l'utilisation de la Théorie Cinématique.

## **CHAPITRE 11 COMPROMIS VITESSE-PRÉCISION - PARTIE II : ÉTUDE DE LA PRÉDICTIBILITÉ DES FACTEURS DE RISQUE D'AVC**

Une première analyse des compromis vitesse-précision, présentée au Chapitre 5, a permis de relever un certain nombre d'observations intéressantes pour l'étude fondamentale du mouvement humain. Le présent chapitre vise à examiner les caractéristiques de ce type de mouvements quant au diagnostic des facteurs de risque d'AVC. Dans ce qui suit, les analyses réalisées visent à répondre aux questions suivantes : 1) Quels sont les paramètres déterminants dans la prédiction des facteurs de risque? 2) Quelles sont les performances atteignables en matière de diagnostic des facteurs de risque d'AVC? 3) Est-ce que parmi les conditions expérimentales testées certaines permettent plus efficacement le diagnostic des facteurs de risque? 4) Étant donné le travail supplémentaire associé à la réalisation et à l'analyse d'un test comportant 16 conditions expérimentales, est-ce que l'emploi de cette variété de conditions apporte une valeur supplémentaire par rapport à l'utilisation d'un seul compromis vitesse-précision?

Dans ce qui suit, une analyse globale de la prédictibilité de chacun des paramètres  $\Delta\Lambda$  est premièrement présentée à la section 11.1.1 alors qu'une analyse discriminante est réalisée à la section 11.1.2 pour permettre d'identifier les meilleurs modèles prédictifs pour chacun des six facteurs de risque. À la section 11.2, la variation de la prédictibilité des facteurs de risque est étudiée en fonction des conditions expérimentales. Finalement, l'impact des facteurs de risque sur la modulation de la valeur des paramètres  $\Delta\Lambda$  est évalué à la section 11.3 de façon à déterminer si la comparaison des résultats provenant des différentes conditions expérimentales peut avoir une valeur ajoutée au niveau de la prédictibilité de la présence des facteurs de risque d'AVC.

### **11.1 Analyse globale**

Dans cette section, une analyse globale (c.-à-d. où l'on ne distingue pas les mouvements en fonction des caractéristiques de la tâche) est présentée.

#### **11.1.1 Prédictibilité des paramètres delta-lognormaux**

Notons qu'étant donné que la valeur des paramètres  $D_2$  et  $\mu_2$  est presque entièrement définie par la valeur des paramètres  $D_1$  et  $\mu_1$  (voir Tableau 5.6 et Tableau 5.14), les paramètres  $D_2$  et  $\mu_2$  ne

seront pas analysés. Chacun des autres paramètres delta-lognormaux a été régressé (régression logistique binaire) vers la valeur de chacun des facteurs de risque d'AVC. Puis, les modèles de régression ont été utilisés pour prédire la valeur des facteurs de risque et l'AUC de cette prédiction a été calculée. Les résultats sont rapportés au Tableau 11.1 où la couleur rouge a été utilisée pour représenter les régressions pour lesquelles le paramètre delta-lognormal était significatif avec seuil  $\alpha^* = 0.001\bar{6}$  (c.-à-d. un seuil  $\alpha = 0.05$  corrigé selon Bonferroni pour les 30 comparaisons tel que  $\alpha^* = \frac{\alpha}{30}$ ).

Tableau 11.1: AUC pour la prédictibilité de chacun des facteurs de risque en fonction des paramètres lognormaux.

	$t_0$	$D_1$	$\mu_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
DM	<b>0.566</b>	0.537	<b>0.781</b>	<b>0.553</b>	0.521
HT	<b>0.509</b>	0.516	<b>0.669</b>	<b>0.566</b>	0.525
HC	0.536	0.513	<b>0.668</b>	<b>0.573</b>	0.512
TA	0.534	0.522	<b>0.574</b>	0.543	0.571
OB	0.549	0.509	<b>0.591</b>	0.581	<b>0.567</b>
PC	<b>0.533</b>	0.501	<b>0.726</b>	<b>0.526</b>	0.540

### 11.1.2 Analyse linéaire discriminante

Pour évaluer les performances auxquelles on peut s'attendre pour la prédiction des facteurs de risque d'AVC à partir des données provenant des analyses delta-lognormales, une analyse linéaire discriminante a été réalisée. Pour mettre en œuvre celle-ci, les données provenant de sujets ayant produit moins de 10 mouvements valides (cible atteinte et RSB > 15 dB) ont été mises de côté, de telle sorte qu'un échantillon de 111 est ici considéré. Le Tableau 11.2 montre la distribution des facteurs de risques parmi les sujets conservés.

Tableau 11.2: Nombre de sujets affectés par chacun des facteurs de risque.

	Sans DM	DM	Sans HT	HT	Sans HC	HC	Sans TA	TA	Sans OB	OB	Sans PC	PC
Nombre de sujets	99	12	77	34	87	24	100	11	101	10	90	21

Pour chaque sujet valide et pour chaque compromis vitesse-précision, la valeur moyenne des paramètres delta-lognormaux a été calculée. Les cellules vides (c.-à-d. les compromis vitesse-



précision pour lesquels un sujet n'avait aucun mouvement valide) ont été remplies par la valeur médiane de l'ensemble des sujets. Ceci a permis d'obtenir une valeur représentant la tendance centrale de chaque paramètre et cela pour chaque sujet et pour chacun des 16 compromis vitesse-précision. Par la suite, la valeur moyenne des 16 compromis a été calculée pour chaque paramètre de chaque sujet. Les valeurs ainsi obtenues ont ensuite été utilisées pour les analyses discriminantes.

Pour évaluer la performance de chaque analyse, la technique du « leave-one-out » a été utilisée. Celle-ci permet de prédire la présence d'un facteur de risque pour chaque sujet en utilisant les données de tous les autres sujets dans le calcul des paramètres du modèle discriminant. La qualité de ces prédictions a été évaluée en prenant l'air sous la courbe ROC (AUC) calculée via l'utilisation de la statistique de Wilcoxon-Mann-Whitney.

Puisque le modèle prédictif optimal n'est pas connu, celui-ci a été bâti itérativement. Dans cette analyse, on considère comme facteur d'intérêt seulement les sept paramètres delta-lognormaux et non les interactions entre eux. Cela a pour but de simplifier la recherche des modèles optimaux et d'éviter le surajustement des modèles aux données en considérant un trop grand nombre de caractéristiques parmi celles qui sont possibles (7 paramètres, 21 interactions doubles, 35 interactions triples, etc.).

Le Tableau 11.3, ci-dessous, donne les résultats finaux de cette démarche. Les modèles optimaux ont été choisis en fonction du critère de maximisation de l'AUC en utilisant une recherche semi-exhaustive (voir la section A1.1 pour les détails de cette procédure).

Tableau 11.3 : Modèles d'analyse discriminante optimaux (c.-à-d. ayant une AUC maximale).

	modèle	AUC
HT	$D_2 + \mu_1$	0.739
PC	$D_2 + \mu_1 + \mu_2$	0.801
DM	$D_2 + \mu_2$	0.848
HC	$D_2 + \mu_2$	0.751
TA	$D_1$	0.711
OB	$t_0 + \sigma_1 + \sigma_2 + \mu_1$	0.725

## 11.2 Prédicibilité des facteurs de risque en fonction des caractéristiques de la tâche

Afin de vérifier si certaines conditions dans une tâche de compromis vitesse-précision sont plus favorables à la prédictibilité de la présence de facteurs de risque d'AVC, on calcule les modèles de régression

$$X \sim \text{modèle}X \quad (11.1)$$

où  $X$  est un facteur de risque et  $\text{modèle}X$  est son modèle associé dans le Tableau 11.3, et cela pour chaque condition expérimentale et pour chaque facteur de risque. Ces modèles ont été utilisés pour prédire la valeur du facteur de risque. Puis, cette prédiction a été comparée à la valeur réelle pour calculer l'AUC. Cette démarche a aussi été répétée en utilisant le modèle suivant

$$X \sim t_0 + D_1 + D_2 + \mu_1 + \mu_2 + \sigma_1 + \sigma_2 \quad (11.2)$$

pour chaque facteur de risque. La moyenne des AUC à travers toutes les conditions expérimentales pour chacun des facteurs de risque est listée au Tableau 11.4.

Tableau 11.4 : Comparaison des AUC moyennes à travers les 16 conditions expérimentales pour les modèles (11.1) et (11.2).

modèle	DM	HT	HC	TA	PC	OB
(11.1)	0.743	0.662	0.650	0.682	0.706	0.604
(11.2)	0.741	0.683	0.656	0.612	0.705	0.601

Comme on peut le voir, il n'y a pas de différence décisive entre ces deux modèles produisant une AUC moyenne de 0.674 et 0.666 respectivement. Les modèles (11.1) sont donc plus succincts tout en étant légèrement plus prédictifs, mais ceci vient au prix de l'utilisation d'un modèle spécifique pour chaque facteur de risque. Ce modèle a d'ailleurs été construit avec les caractéristiques d'un ensemble de données particulier. Il est donc, possiblement, moins bien ajusté à un autre ensemble de données. Ainsi, le modèle (11.2) a pour lui la simplicité et, puisqu'il n'a pas été obtenu sur mesure avec un ensemble de données spécifique, on peut s'attendre à ce qu'il affiche une plus grande validité externe (c.-à-d. une meilleure stabilité en

fonction des données utilisées). Dû à ces qualités, ce dernier est retenu pour le reste de nos analyses.

Les résultats détaillés obtenus avec l'application du modèle (11.2) sont listés au Tableau 11.5 (voir Figure 11.1 pour une représentation graphique) alors que le Tableau 11.6 liste les AUC moyennées à travers l'ensemble des six facteurs de risque (voir aussi Figure 11.2).

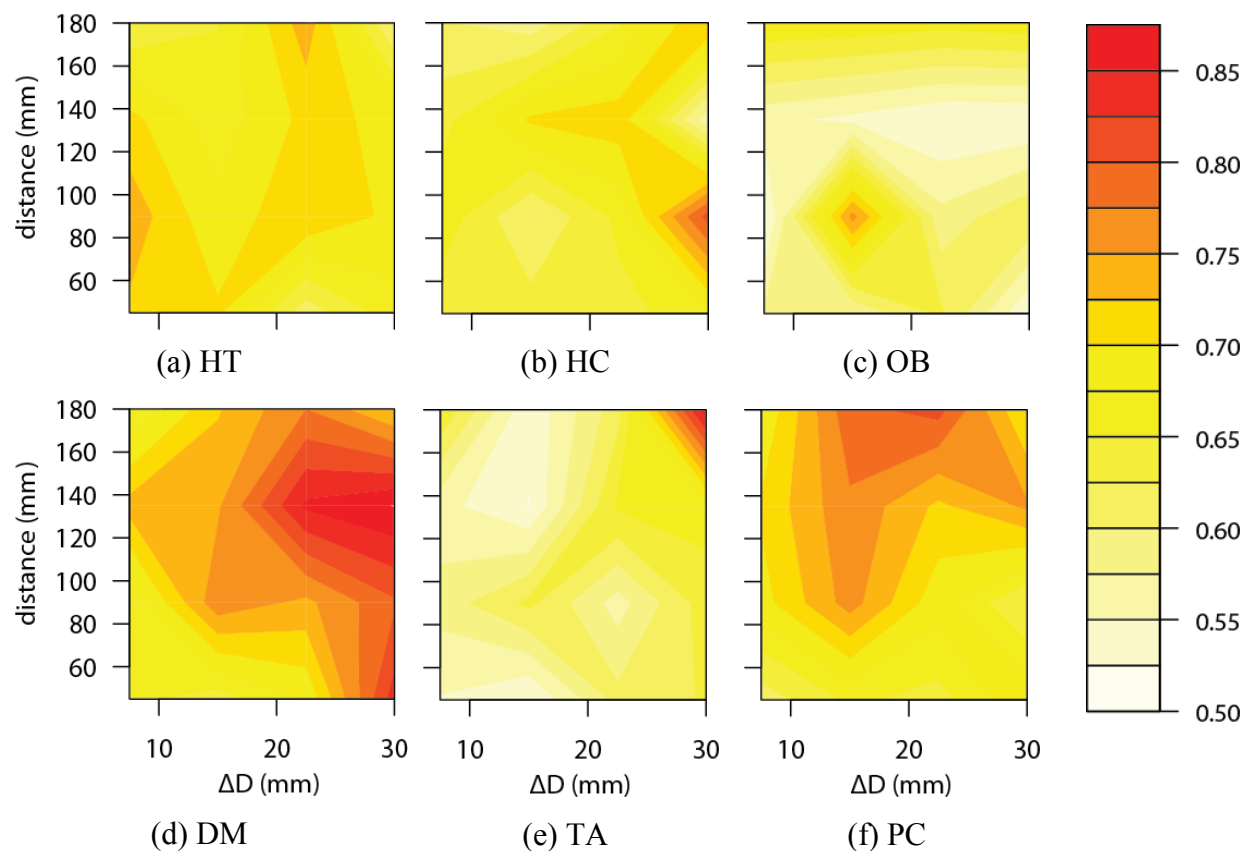


Figure 11.1 : Variation des AUC, en fonction des conditions de la tâche, pour la prédictibilité de chacun des facteurs de risque à partir des paramètres delta-lognormaux.

Tableau 11.5: AUC pour la prédictibilité, à partir des paramètres delta-lognormaux, de chacun des facteurs de risque et cela pour chacune des conditions de la tâche de compromis vitesse-précision.

		Hypertension				Hypercholestérolémie				Obésité			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	0.654	0.727	0.696	0.599	0.579	0.689	0.681	0.655	0.517	0.600	0.644	0.579
	90	0.669	0.684	0.634	0.582	0.572	0.615	0.713	0.532	0.640	0.742	0.537	0.534
	135	0.649	0.695	0.725	0.634	0.661	0.667	0.689	0.626	0.625	0.655	0.605	0.604
	180	0.635	0.692	0.628	0.681	0.693	0.744	0.629	0.651	0.539	0.537	0.675	0.628

		Diabète				Tabagisme				Problèmes cardiaques			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	0.628	0.678	0.693	0.617	0.692	0.998	0.506	0.526	0.595	0.655	0.670	0.576
	90	0.641	0.791	0.785	0.772	0.523	0.533	0.515	0.532	0.668	0.749	0.777	0.806
	135	0.674	0.846	0.886	0.803	0.782	0.709	0.622	0.670	0.677	0.729	0.742	0.798
	180	0.812	0.644	0.871	0.750	0.692	1.000	0.606	1.000	0.695	0.601	0.778	0.782

Tableau 11.6: AUC moyennées à travers l'ensemble des facteurs de risque.

		$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	0.625	0.643	0.651	0.646
	90	0.622	0.700	0.659	0.658
	135	0.635	0.660	0.696	0.708
	180	0.669	0.698	0.678	0.713

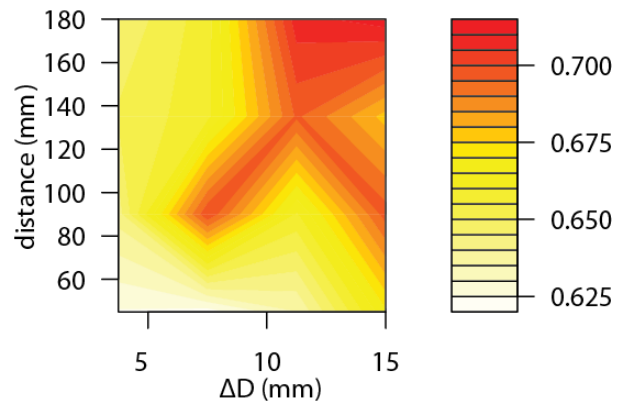


Figure 11.2 : Variation de la moyenne des AUC.

Une ANOVA suivant le modèle  $L_+(AUC) \sim \tilde{D} * \tilde{\Delta D}$  a été réalisée pour chacun des facteurs de risque ainsi que pour le tableau des AUC moyennes. Ces analyses indiquent une signifiante statistique de  $\tilde{D}$  pour le diabète ( $p = 0.025$ ), de  $\tilde{D}$  et  $\tilde{\Delta D}$  pour les problèmes cardiaques (respectivement,  $p = 0.032$  et  $p = 0.027$ ) et les deux paramètres  $\tilde{D}$  et  $\tilde{\Delta D}$  pour l'AUC moyenne (respectivement,  $p = 0.0024$  et  $p = 0.0063$ ).

Nos données semblent donc indiquer que des mouvements plus amples et plus rapides sont plus prédictifs des facteurs de risque d'AVC. Notons qu'en ce qui concerne la rapidité

d'exécution, ceci n'est pas étonnant. En fait, les mouvements lents peuvent parfois perdre leur caractère delta-lognormal et compter plus de pics de vitesse indiquant que le sujet ne produit plus un geste balistique, mais plutôt un mouvement résultant d'une séquence de commandes lognormales soumise à l'impact d'une rétroaction non négligeable.

### 11.3 Impacts des facteurs de risque sur la gestion du compromis vitesse-précision

Comme dernière étude, nous voulons vérifier si l'utilisation de la tâche de compromis vitesse-précision apporte une valeur ajoutée à la prédictibilité des facteurs de risque basée sur l'étude du mouvement. Pour que ce soit le cas, il faudrait que l'apparition de facteurs de risque d'AVC ait un impact particulier sur la variation des mouvements en fonction des caractéristiques de la tâche par rapport à ce qui peut être observé chez des sujets en santé.

Pour tester cette hypothèse, on vérifiera l'allure générale de la surface représentant la valeur des paramètres delta-lognormaux en fonction des paramètres de la tâche. Cette surface peut être caractérisée par les paramètres de sa régression linéaire. De l'étude présentée au Chapitre 5, on peut établir les modèles linéaires pertinents à la variabilité des paramètres lognormaux. Notons qu'ici encore, les paramètres  $D_2$  et  $\mu_2$  sont ignorés puisque qu'ils sont presque entièrement déterminés par leur contrepartie agoniste. Les modèles à considérer sont listés au Tableau 11.7.

Tableau 11.7 : Modèles linéaires décrivant la variabilité des paramètres lognormaux en fonction des paramètres significatifs de la tâche.

Modèles linéaires
$t_0 = a_{Dt_0}D + b_{t_0}$
$D_1 = a_{DD_1}D + a_{\Delta DD_1}\Delta D + b_{D_1}$
$\mu_1 = a_{D\mu_1}D + a_{\Delta D\mu_1}\Delta D + a_{inter\mu_1}D \cdot \Delta D + b_{\mu_1}$
$\sigma_1 = a_{\Delta D\sigma_1}\Delta D + b_{\sigma_1}$
$\sigma_2 = a_{\Delta D\sigma_2}\Delta D + b_{\sigma_2}$

Le calcul de ces régressions permet d'obtenir les valeurs des facteurs  $a_{Dt_0}$ ,  $a_{DD_1}$ ,  $a_{\Delta DD_1}$ ,  $a_{D\mu_1}$ ,  $a_{\Delta D\mu_1}$ ,  $a_{inter\mu_1}$ ,  $a_{\Delta D\sigma_1}$  et  $a_{\Delta D\sigma_2}$  pour chaque sujet ayant produit des mouvements valides dans des conditions utilisant au moins deux largeurs de cible et deux amplitudes de mouvement

différentes. Les sujets ne remplissant pas ce critère ont été exclus de la présente analyse (quatre sujets). En utilisant une méthodologie analogue à celle décrite à la section 11.1, les AUC permettant de prédire chacun des facteurs de risque en fonction des paramètres de régression ont été calculées et sont fournies au Tableau 11.8. Dans ce dernier, les AUC statistiquement significatives ( $\alpha = 0.05$ ) sont en **rouge**. Si l'on applique une correction de Bonferroni, aucun coefficient n'est significatif. Notons cependant qu'ici, on a  $n = 116$  (une valeur pour chaque facteur par sujet non rejeté) alors qu'à la section 11.1 on avait  $n = 2505$  (le nombre de mouvements valides dans la banque de données). Il est donc normal dans une certaine mesure d'obtenir des conclusions moins significatives au niveau statistique. Cependant, dans l'ensemble, on observe des AUC plus faibles que celles obtenues directement sur la valeur des paramètres delta-lognormaux (voir le Tableau 11.1).

Tableau 11.8 : AUC obtenues pour la prédictibilité de la présence de facteurs de risque en fonction des paramètres de régressions significatifs décrivant la variation de la valeur des paramètres delta-lognormaux en fonction des paramètres de la tâche de compromis vitesse-précision.

	$a_{Dt_0}$	$a_{DD_1}$	$a_{\Delta DD_1}$	$a_{D\mu_1}$	$a_{\Delta D\mu_1}$	$a_{inter\mu_1}$	$a_{\Delta D\sigma_1}$	$a_{\Delta D\sigma_2}$
DM	<b>0.623</b>	0.517	<b>0.522</b>	0.576	0.587	0.610	<b>0.688</b>	0.604
HT	0.517	0.560	0.546	0.535	0.508	0.516	0.558	0.516
HC	0.547	<b>0.667</b>	0.547	0.513	0.522	0.509	0.507	0.519
TA	0.528	0.563	0.564	0.576	0.537	0.544	0.612	0.607
OB	0.543	0.547	0.560	0.593	0.552	0.513	0.521	0.508
PC	0.618	0.580	0.597	0.552	0.552	0.571	0.606	0.530

En regard de ces AUC, les trois facteurs les plus prometteurs semblent être  $a_{Dt_0}$ ,  $a_{DD_1}$  et  $a_{\Delta D\sigma_1}$ . Une méthodologie identique à celle décrite à la section 11.2 est appliquée en utilisant le modèle

$$X \sim t_0 + D_1 + D_2 + \mu_1 + \mu_2 + \sigma_1 + \sigma_2 + a_{Dt_0} + a_{DD_1} + a_{\Delta D\sigma_1} \quad (11.3)$$

afin de vérifier si l'on semble pouvoir obtenir une meilleure prédictibilité avec les modèles utilisant de l'information propre aux tâches de Fitts. Pour faciliter la comparaison des performances obtenues, le Tableau 11.4 est repris au Tableau 11.9 avec l'ajout des résultats obtenus en utilisant le modèle (11.3). L'AUC moyenne pour le modèle (11.3) est de 0.662 (comparativement à 0.674 et 0.666 pour les deux autres modèles). Notre étude ne nous permet

donc pas de conclure à la présence d'information décisive contenue dans la structure des tâches de Fitts permettant d'augmenter la qualité du diagnostic des facteurs de risque d'AVC. Le seul facteur de risque qui semble y tirer un avantage significatif est l'hypercholestérolémie. Pour celui-ci, la consultation du Tableau 11.8 nous informe que c'est le facteur  $a_{DD_1}$  qui semble être responsable de cette augmentation des performances de diagnostic.

Tableau 11.9 : Comparaison des AUC obtenues à partir de l'utilisation des modèles (11.1), (11.2) et (11.3).

modèle	DM	HT	HC	TA	PC	OB
(11.1)	0.743	0.662	0.650	0.682	0.706	0.604
(11.2)	0.741	0.683	0.656	0.612	0.705	0.601
(11.3)	0.722	0.682	0.684	0.591	0.696	0.599

## 11.4 Conclusion

De nos investigations, on conclut qu'il n'y a pas d'indices clairs quant à l'existence d'une valeur ajoutée provenant de l'utilisation d'une tâche de Fitts par rapport à l'adoption d'un simple compromis vitesse-précision (une condition expérimentale plutôt que les 16 variantes utilisées dans le projet Sign@médic). Parmi le choix des différents compromis vitesse-précision, on relève qu'il est avantageux d'utiliser ceux avec des dimensions  $D$  et  $\Delta D$  plus grandes pour augmenter la précision du diagnostic. Cette dernière observation semble assez robuste puisque cette tendance peut être relevée directement à l'œil au Tableau 11.6 (Figure 11.2). Elle est d'ailleurs corroborée par des valeurs  $p$  significatives (0.0024 et 0.0063 respectivement pour les facteurs  $\tilde{D}$  et  $\tilde{\Delta D}$ ).

Mentionnons pour terminer que l'étude des spécimens provenant de la tâche de compromis vitesse-précision est grandement limitée par le peu de données disponibles pour chaque condition expérimentale (seulement une répétition est réalisée). Ainsi, il est probable que des résultats d'analyse plus robustes et plus concluants pourraient être obtenus avec ce type de protocole si l'on récoltait un nombre significatif de répétitions par conditions (p. ex. une quinzaine) avec des échantillons de sujets mieux balancés.

## CHAPITRE 12 ANALYSE DES MOUVEMENTS TRIANGULAIRES

Dans ce chapitre, les données provenant de la tâche « séquence de traits » de la banque de données Sign@médecin sont analysées pour vérifier la prédictibilité des facteurs de risque d'AVC en fonction d'une analyse cinématique de ce type de mouvement. Étant donné la nature stéréotypée de ces mouvements, ceux-ci ont été analysés grâce à l'extracteur à base de prototype. Ce dernier produisant des extractions cohérentes<sup>67</sup>, les paramètres ainsi obtenus ont pu être modélisés à l'aide de régressions linéaires pour bâtir des modèles prédictifs. Ces modèles sont alors utilisés pour quantifier la prédictibilité des facteurs de risque d'AVC en fonction des paramètres lognormaux des mouvements. La qualité du diagnostic des facteurs de risque basé sur l'étude des caractéristiques du mouvement est ensuite évaluée grâce à une analyse ROC.

Notons d'autre part que le nombre de composantes neuromusculaires extraites ( $\xi$ ) par l'algorithme XOR a aussi été analysé comme variable dépendante dans un modèle linéaire généralisé en utilisant une distribution de Poisson et une fonction de lien (« link function ») identitaire afin de prendre en compte la nature entière de cette variable (McCullagh & Nelder, 1983). Les résultats obtenus avec ce type de modélisation ont été présentés dans (O'Reilly, et al., 2009). Bien que ceux-ci soient intéressants à plusieurs égards, ils ne seront pas repris ici de manière à se concentrer davantage sur l'approche adoptée dans (O'Reilly & Plamondon, 2011a). Celle-ci, en plus d'utiliser  $\xi$  comme variable prédictive, tire profit des paramètres extraits à l'aide d'une représentation prototypique des mouvements produits pour la tâche analysée.

Dans les sections qui suivent, la méthodologie adoptée est d'abord expliquée à la section 12.1. Puis, les résultats expérimentaux sont présentés à la section 12.2. Ces résultats sont par la suite discutés à la section 12.3. Finalement, le présent chapitre se conclut à la section 12.4 par le résumé des principales conclusions de cette étude.

---

<sup>67</sup> Le sens du terme « cohérent » ici utilisé est tel que défini à la section 7.2.2. C'est-à-dire qu'il réfère à des extractions ayant toutes le même nombre de paramètres lognormaux et dont les composantes lognormales peuvent être mises en correspondance d'un mouvement à l'autre.



## 12.1 Méthodologie

### 12.1.1 Application de l'extracteur à base de prototype aux données provenant de la tâche de séquences de traits

L'extracteur à base de prototype décrit à la section 7.2 de cette thèse a été utilisé pour représenter les mouvements à l'étude. À cette fin, un prototype de mouvement a d'abord été défini. Pour ce faire, les mouvements triangulaires ici examinés peuvent être considérés comme composés d'une série de trois mouvements de pointage se superposant dans le temps. Pour représenter cette dynamique, le prototype synthétisé comporte donc trois paires de lognormales suivant un schéma delta-lognormal (c.-à-d. deux composantes ayant un même  $t_0$  et étant diamétralement opposées). Chacune de ces paires modélise un mouvement de pointage au moyen de la synergie de deux composantes neuromusculaires : une première propulsant l'effecteur terminal vers sa cible (agoniste) et une seconde freinant le mouvement pour éviter le dépassement (antagoniste). La valeur des  $t_0$  pour chacune des paires a été choisie de façon à ce qu'il y ait une superposition notable entre les paires de commandes de façon à modéliser la contrainte de la tâche voulant que le mouvement passe par chacune des cibles dans un déplacement continu.

Les paires de paramètres  $D$  ont été définies de telle façon que 1) l'amplitude de la composante antagoniste soit dix fois plus grande que celle de la composante agoniste et que 2) la différence entre les composantes agoniste et antagoniste soit égale à la distance à parcourir (c.-à-d. égale à la longueur des arrêtes du triangle à dessiner). Les paramètres angulaires sont ajustés pour produire des traits delta-lognormaux rectilignes de telle sorte que les trois paires de composantes delta-lognormales produiraient un triangle équilatéral si aucune superposition n'intervenait dans leur réalisation. Finalement, les paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  ont été fixés à la valeur moyenne de ces paramètres, telle qu'observée dans l'étude de Woch, et al. (2011).

Le Tableau 12.1 donne les valeurs des paramètres constituant le prototype de triangle de taille moyenne dessiné dans le sens horaire. Pour les autres tailles de triangle, les paramètres  $D$  ont été multipliés par 0.5 ou par 1.5, selon que l'on considère les petits ou les grands triangles. Pour les triangles dessinés dans le sens antihoraire, les paramètres angulaires ont été ajustés de façon à renverser la direction du mouvement.

Tableau 12.1: Les paramètres delta-lognormaux utilisés pour la représentation du prototype de triangle moyen dessiné dans le sens horaire.

No log.	$t_0$ (s)	$D$ (mm)	$\mu$	$\sigma$	$\theta_d$ (rad)	$\theta_f$ (rad)
1	0.1	100	-1.65	0.34	$2\pi/3$	$2\pi/3$
2	0.1	10	-1.37	0.16	$-\pi/3$	$-\pi/3$
3	0.3	100	-1.65	0.34	0.0	0.0
4	0.3	10	-1.37	0.16	$\pi$	$\pi$
5	0.5	100	-1.65	0.34	$-2\pi/3$	$-2\pi/3$
6	0.5	10	-1.37	0.16	$\pi/3$	$\pi/3$

Une fois ces prototypes définis pour les six conditions de la tâche, ceux-ci ont été ajustés à chacun des mouvements en les décalant temporellement et en les dilatant (contractant) temporellement puis en appliquant un algorithme d'optimisation non linéaire, tel que décrit dans la section 7.2.3 du présent document. À la fin de l'application de cette procédure, chacun des mouvements de la banque de données était associé à 36 paramètres lognormaux formant un ensemble d'extraction cohérent.

### 12.1.2 Ensemble d'entraînement versus ensemble de tests

L'évaluation des performances en diagnostic de l'analyse lognormale des mouvements humains repose ici sur l'utilisation des courbes ROC et de l'aire sous celles-ci (AUC). Pour ce faire, pour chaque facteur de risque  $\gamma$  à évaluer, un estimateur  $\hat{\gamma}$  doit être calculé. Pour éviter l'introduction d'un biais dans nos résultats, les paramètres du classificateur développé ont été calculés sur un sous-ensemble de données différent (ensemble d'entraînement) de celui pour lequel on calcule la valeur des estimateurs  $\hat{\gamma}$  servant à l'évaluation des performances du classificateur (ensemble test).

À cette fin, les données des différents sujets ont été séparées aléatoirement en quatre sous-ensembles de tailles approximativement égales et ayant approximativement la même prévalence du facteur de risque à analyser<sup>68</sup>. Puis, itérativement, chacun de ces sous-ensembles a été utilisé

<sup>68</sup> Une prévalence rigoureusement égale du facteur de risque étudié dans chacun des quatre sous-ensembles n'est pas toujours possible puisque le nombre de sujets ayant ce facteur de risque n'est pas toujours un multiple de quatre.

comme ensemble test alors que les sous-ensembles restants formaient l'ensemble d'entraînement. L'AUC rapportée correspond à la moyenne des AUC calculées pour les quatre itérations. Ceci correspond, dans la littérature, à une validation croisée à quatre sous-ensembles («  $k$ -fold cross-validation » avec  $k = 4$ ).

### 12.1.3 Calcul de l'estimateur $\hat{\gamma}$

Pour cette étude, le calcul de cet estimateur  $\hat{\gamma}$  repose sur la fonction  $lm(...)$  du logiciel de statistique  $R$ . Cette fonction a été utilisée pour calculer les paramètres des modèles linéaires reposant sur les données de l'ensemble d'entraînement alors que la fonction  $predict.lm(...)$  a été utilisée pour estimer la valeur de  $\gamma$  sur l'ensemble de tests.<sup>69</sup>

Étant donné la géométrie différente des mouvements associés à chacune des six conditions (trois grandeurs X deux directions) de la tâche étudiée, il a été nécessaire de calculer différents modèles linéaires pour chacun des six types de triangle. Cependant, une étude préliminaire n'a pas indiqué d'impact significatif de la grandeur ou de la direction du tracé sur la prédiction de la présence des facteurs de risque. Nos analyses considèrent donc seulement la valeur moyenne de  $\hat{\gamma}$  estimée pour chacun des six types de triangles produits par chaque sujet.

### 12.1.4 Définition des modèles

En appliquant la méthodologie précédemment décrite, des courbes ROC ont été calculées pour permettre d'évaluer la prédictibilité des six facteurs de risque d'AVC considérés en fonction d'une combinaison de variables prédictives. Ces variables comprennent les 36 paramètres sigma-lognormaux, le facteur de mise à l'échelle temporelle ( $C_s$ ), la constante de décalage temporel ( $t_s$ ), le RSB de reconstruction, l'âge et le sexe du sujet. Un facteur additionnel a aussi été considéré, soit le nombre de lognormales ( $\xi$ ) utilisées dans l'ajustement XOR des mouvements tel que décrit dans (O'Reilly, et al., 2009). Ce facteur a été ajouté puisqu'il a été identifié comme étant associé à la condition de santé des sujets.

---

<sup>69</sup> À la suite d'études subséquentes, il a été relevé qu'il serait possible de raffiner cette méthodologie en remplaçant la régression linéaire par une régression logistique afin de prendre en compte plus adéquatement la nature binaire des facteurs de risque. Il s'agirait ici d'une amélioration conceptuelle dont la valeur ajoutée en pratique sera cependant à évaluer dans des travaux futurs.

Dans l'analyse effectuée, cinq différentes familles (ou type) de modèles ont été considérées pour permettre de répondre aux trois questions suivantes :

- 1) Est-ce que les caractéristiques du mouvement sont des variables prédictives de la présence de facteur de risque d'AVC?
- 2) Si tel est le cas, est-ce ces informations prédictives se retrouvent dans les covariables que sont l'âge et le sexe des sujets?
- 3) Est-ce que la méthodologie utilisée pour évaluer la prédictibilité des facteurs de risque est biaisée?

La première famille de modèles, auxquels on réfèrera comme étant les *modèles complets*, sont obtenus en considérant la combinaison des variables prédictives qui produit le meilleur diagnostic (c.-à-d. la combinaison maximisant l'AUC). Notons cependant qu'étant donné la quantité de variables prédictives considérées, une recherche exhaustive de la meilleure combinaison linéaire des variables et de leurs interactions est impossible en pratique. Pour pallier à ce problème, une recherche additive séquentielle (« sequential additive selection ») heuristique des caractéristiques les plus pertinentes a été réalisée de façon interactive pour identifier les modèles les plus prometteurs. Les équations (12.1)-(12.6) listent les six modèles retenus. Ceux-ci sont représentés en utilisant la notation de Wilkinson & Rogers (1973) tel que discuté au Chapitre 4.

$$DM \sim C_s + \text{sexe} + \sigma_2 + \text{age}:\sigma_2 \quad (12.1)$$

$$HT \sim \text{age} + \xi \quad (12.2)$$

$$PC \sim \text{age} + C_s \quad (12.3)$$

$$HC \sim \text{age} + \text{age}:\sigma_5 + \text{age}:\sigma_3 + \sigma_3 + RSB + \xi \quad (12.4)$$

$$TA \sim \sigma_4 + \sigma_3 + \text{sexe} \quad (12.5)$$

$$OB \sim \text{age}:\text{sexe} + \text{age}:C_s + \text{age}:\sigma_2 + \text{age}:RSB \quad (12.6)$$

Pour évaluer l'importance de la contribution des caractéristiques du mouvement à la prédictibilité des facteurs de risque d'AVC, des courbes ROC ont été calculées sur le second type

de modèles, soit les *modèles d'âge et de sexe*. Ceux-ci sont constitués de la combinaison de l'âge, du sexe et de leur interaction qui permet d'obtenir la plus haute AUC pour chaque facteur de risque. Les équations (12.7)-(12.12) listent les six modèles retenus pour cette famille.

$$DM \sim age \quad (12.7)$$

$$HT \sim age: sexe \quad (12.8)$$

$$PC \sim age \quad (12.9)$$

$$HC \sim age + sexe \quad (12.10)$$

$$TA \sim age + sexe \quad (12.11)$$

$$OB \sim age + age: sexe \quad (12.12)$$

À partir des deux premiers types de modèles, trois types supplémentaires ont été obtenus. Le troisième type regroupe les *modèles partiellement aléatoires*. Ceux-ci sont l'équivalent des *modèles complets* sauf que l'ensemble des variables prédictives, à l'exception de l'âge et du sexe, est randomisé à travers les 1440 essais. Le quatrième type regroupe les *modèles totalement aléatoires*. Ceux-ci sont identiques aux *modèles partiellement aléatoires* à l'exception que l'âge et le sexe des sujets ont aussi été randomisés à travers les 120 sujets. Finalement, le cinquième type regroupe les *modèles cinématiques*. Ceux-ci sont identiques aux *modèles complets* à l'exception que l'information concernant l'âge et le sexe des sujets a été retirée.

## 12.2 Résultats

Les courbes ROC ont été calculées pour chaque facteur de risque et pour chacune des quatre premières familles de modèles. Celles-ci sont illustrées à la Figure 12.1. Pour obtenir ces courbes, la méthodologie précédemment présentée a été répétée 50 fois<sup>70</sup> et la courbe moyenne a été

---

<sup>70</sup> Cette méthode peut être vue comme un type de bootstrap appliqué au calcul de courbes ROC moyennes puisqu'à chacune des 50 répétitions, les quatre sous-ensembles entrant dans la définition des ensembles d'entraînement et de test sont constitués par pige au hasard respectant la prévalence des facteurs de risque.

retenue. D'autre part, le Tableau 12.2 liste, pour chacun des cinq types de modèles, l'AUC moyenne et, entre parenthèses, l'écart-type obtenu sur les 50 itérations de l'algorithme.

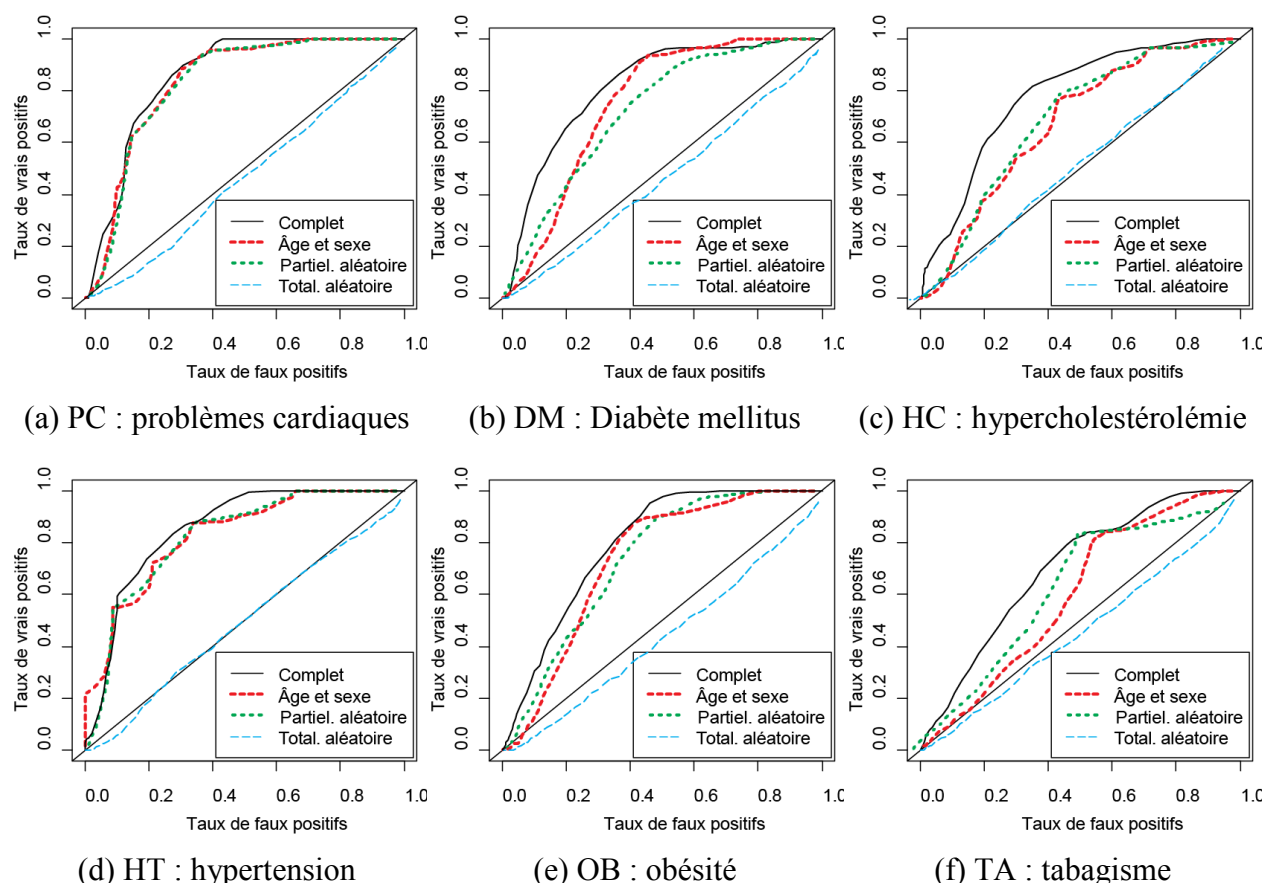


Figure 12.1 : Courbes ROC pour la prédictibilité des facteurs de risque d'AVC. La droite à 45° représente les performances d'un classificateur aléatoire et les lignes courbes les performances associées aux différents types de modèles.

Tableau 12.2 Moyenne et écart-type de l'AUC pour les cinq familles de modèles et les six facteurs de risque considérés tels que calculés sur 50 itérations de la procédure décrite dans la section précédente.

	Complet ( $x_1$ )	Âge et sexe ( $x_2$ )	Partiellement aléatoire ( $x_3$ )	Totalement aléatoire ( $x_4$ )	Cinématique ( $x_5$ )
PC	0.8541 (0.0034)	0.8248 (0.0143)	0.8202 (0.0174)	0.4683 (0.0863)	0.8105 (0.0037)
DM	0.8362 (0.0223)	0.7498 (0.0098)	0.7235 (0.0248)	0.4451 (0.1182)	0.8202 (0.0091)
HC	0.7781 (0.0073)	0.6718 (0.0078)	0.6867 (0.0226)	0.4745 (0.0781)	0.7318 (0.0091)
HT	0.8525 (0.0034)	0.8225 (0.0038)	0.8158 (0.0117)	0.4769 (0.0784)	0.8050 (0.0023)
OB	0.8063 (0.0137)	0.7313 (0.0111)	0.7440 (0.0216)	0.4140 (0.1407)	0.6809 (0.0284)
TA	0.7033 (0.0245)	0.5980 (0.0197)	0.6004 (0.0418)	0.4384 (0.0919)	0.7003 (0.0230)

Bien qu'il soit tentant de vérifier la signifiante statistique des différences de performance entre ces familles de modèles, on pourrait douter de la validité des conclusions d'une telle étude étant donné l'interdépendance des échantillons générés par le processus itératif décrit précédemment. Ce type de tests demanderait, par exemple, l'adaptation de la technique bootstrap à la méthodologie ici utilisée pour la génération des différents essais. Afin de concentrer nos énergies sur l'évaluation des possibilités de diagnostic plutôt que sur le développement d'éléments de statistique théorique, il a été choisi d'évaluer l'importance de cette différence en mesurant la taille de l'effet (« effect size »). Cela peut se faire en reposant sur une version modifiée de la mesure  $d$  de Cohen (Cohen, 1988), telle que définie ci-dessous

$$d(i, j) = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{(s_i + s_j)/2} \quad (12.13)$$

$$d(i)_a = \frac{\bar{x}_i - a}{s_i} \quad (12.14)$$

où  $\bar{x}_i$  représente la moyenne de  $x_i$  et  $s_i$  son écart-type. Les tailles d'effets pour les comparaisons d'intérêt sont données dans le Tableau 12.3.

Tableau 12.3 : Taille de l'effet pour la comparaison des *modèles complets* versus les *modèles d'âge et de sexe* ( $d(1,2)$ ), des *modèles d'âge et de sexe* versus les *modèles partiellement aléatoires* ( $d(2,3)$ ) ainsi que les *modèles complètement aléatoires* versus la valeur 0.5 qui est attendue pour une AUC prise sur un échantillon aléatoire ( $d(4)_{0.5}$ ).

	$d(1,2)$	$d(2,3)$	$d(4)_{0.5}$
PC	3.31	0.290	-0.367
DM	5.38	1.520	-0.465
HC	14.08	-0.980	-0.327
HT	8.33	0.865	-0.295
OB	6.05	-0.777	-0.611
CS	4.76	-0.078	-0.670

Notons au passage qu'il est préférable d'utiliser la statistique définie en (12.13) pour comparer la différence entre les résultats obtenus pour les différentes familles de modèles que d'utiliser une comparaison directe des AUC calculées. Ceci est dû à l'hétérogénéité de la variance des AUC, ayant une valeur maximale pour des AUC autour de 0.5 et une valeur minimale pour

des AUC aux extrêmes (c.-à-d. aux alentours de zéro ou de un). Cela reflète la difficulté croissante de développer de meilleurs classificateurs au fur et à mesure que la valeur de l'AUC approche une valeur unitaire. En pratique, ceci implique qu'il est beaucoup plus facile d'améliorer un classificateur pour le faire passer d'une AUC de 0.5 à 0.6 que d'en améliorer un pour le faire passer de 0.8 à 0.9. C'est donc dire que parler d'une amélioration de 0.1 de l'AUC d'un classificateur n'est pas très informatif.<sup>71</sup>

## 12.3 Discussion

On peut tirer quatre conclusions principales à partir des résultats obtenus. Premièrement, avec une AUC variant entre 0.68 et 0.82 pour les *modèles cinématiques* du Tableau 12.2, il ne fait pas de doute qu'il existe une relation entre les caractéristiques des mouvements et la présence de facteurs de risque d'AVC. Les données de ce tableau ne permettent cependant pas de vérifier dans quelle mesure cette relation peut être associée à la corrélation entre les facteurs de risque et d'autres variables telles que l'âge et le sexe (ces dernières covariant avec les caractéristiques des mouvements).

Deuxièmement, les *modèles complets* affichent une AUC significativement supérieure à celle obtenue pour les modèles basés seulement sur l'âge et le sexe des sujets. On relève à cet effet un  $d$  variant entre 3.31 et 14.08. Cela indique que, malgré leur corrélation avec l'âge et le sexe, les caractéristiques des mouvements humains contiennent de l'information supplémentaire sur la présence de facteurs de risque d'AVC (c.-à-d. une information ne pouvant pas être attribuée ni à l'âge, ni au sexe, ni à leur interaction).

---

<sup>71</sup> Des investigations subséquentes à la présente étude ont permis de remarquer qu'il serait plus juste, d'un point de vue méthodologique, d'utiliser une transformée logit de l'AUC pour la valeur de  $x_i$  dans le calcul des statistiques (12.13) et (12.14). Ceci permettrait de corriger le support de l'AUC de  $[0, 1]$  vers  $[-\infty, +\infty]$ , ce qui convient évidemment mieux à une approximation normale. Il ne nous est pas possible de recalculer les valeurs exactes du Tableau 12.3 avec la transformation logit ici proposée étant donné que l'on ne dispose plus des résultats intermédiaires ayant servi au calcul des entrées du Tableau 12.2. Cette correction méthodologique est donc suggérée pour les travaux futurs sans être appliquée à la présente étude puisque 1) le calcul des valeurs corrigées (avec la transformée logit) du Tableau 12.3 nécessiterait de reprendre une partie substantielle des analyses réalisées, 2) ces résultats ont déjà été publiés sous cette forme (O'Reilly & Plamondon, 2011a) et 3) cette correction méthodologique ne devrait pas modifier substantiellement les conclusions de la présente étude.



Troisièmement, on ne note pas de différence significative entre les *modèles partiellement aléatoires* et les *modèles d'âge et de sexe* ( $d(2,3)$  variant entre -0.980 et 1.520). Cela indique que la différence entre les *modèles complets* et les *modèles d'âge et de sexe* n'est pas un simple artéfact lié au nombre supérieur de degrés de liberté des *modèles complets*<sup>72</sup> par rapport aux *modèles d'âge et de sexe*. Si c'était le cas, les *modèles partiellement aléatoires* auraient une performance passablement meilleure que les *modèles d'âge et de sexe*.

Quatrièmement, les *modèles totalement aléatoires* ne semblent pas, à première vue, être significativement différents de la valeur attendue de 0.5 ( $d(4)_{0.5}$  variant entre -0.670 et -0.295). Cependant, tout au long de l'exploration des données de notre banque, des AUC inférieures à 0.5 ont été obtenues de façon constante pour les *modèles complètement aléatoires*. Il semble donc y avoir un biais négatif dans la méthodologie décrite précédemment, du moins lorsqu'elle est appliquée aux données traitées dans cette thèse. Des vérifications subséquentes ont montré qu'une bonne partie de ce biais (environ 60 %) était associée à un artéfact introduit par le fait de regrouper les données en quatre catégories d'âges. Bien que la source exacte du biais restant n'ait pas pu être localisée, on peut poser l'hypothèse qu'une des causes soit liée au fait que nos données n'adhèrent pas complètement aux hypothèses associées à la modélisation linéaire (p. ex. normalité, indépendance et homoscedasticité des données) utilisée dans cette méthodologie. Le développement d'une méthodologie plus adaptée (p. ex., utilisant des modèles linéaires généralisés mixtes) est une question pour des investigations futures étant donné la complexité ajoutée par ce type de modélisation<sup>73</sup>.

En résumé, une aire sous la courbe ROC variant entre 0.68 et 0.82 a été obtenue pour la prédiction des six facteurs de risque d'AVC en utilisant seulement l'information extraite des mouvements. Il semble donc exister une relation entre la présence de facteurs de risque d'AVC et

---

<sup>72</sup> Pour saisir cela, il faut se rappeler que les modèles partiellement aléatoires et les modèles complets ont le même nombre de degrés de liberté puisqu'ils ont le même modèle prédictif. La seule différence entre ces deux modèles tient à la randomisation des données.

<sup>73</sup> Il faut considérer la complexité mathématique associée au développement d'un modèle plus adéquat pour les données étudiées dans cette étude étant donné la quantité, la non normalité, l'hétéroscédasticité et la covariance des différentes caractéristiques utilisées. De plus, l'ensemble de données étudié forme un design quasi-expérimental sévèrement déséquilibré avec seulement deux échantillons par condition expérimentale.

les caractéristiques du mouvement humain. Bien qu'une grande partie de celle-ci puisse être associée à l'âge et au sexe des sujets, nos résultats indiquent que ces deux facteurs ne peuvent pas expliquer l'ensemble de la variance observée. Il semble donc que les mouvements humains contiennent de l'information supplémentaire associée à la susceptibilité de subir un AVC qui ne puisse être attribuée ni à l'âge ni au sexe. Notons cependant que la sélection des caractéristiques entrant dans la constitution des modèles prédictifs ayant eu lieu sur le même échantillon que celui utilisé en test, il sera important de corroborer ces conclusions avec une validation sur un autre échantillon. Tel que discuté au Chapitre 10, le petit nombre de sujets affectés par chaque facteur de risque n'a pas permis de réaliser une vérification complète dans le cadre de cette thèse.

Au cours de l'analyse de nos données, les caractéristiques qui ont semblé les plus utiles sont la constante de proportionnalité ( $C_s$ ), le RSB de reconstruction, le nombre de lognormales extraites par le système XOR ( $\xi$ ) et les paramètres  $\sigma_i$  du modèle  $\Sigma\Lambda$ . Cependant, il n'est pas clair si d'autres paramètres se montreront utiles à l'augmentation de la précision de l'évaluation de la susceptibilité à l'AVC au fur et à mesure que de futures investigations conduiront à l'amélioration de la méthodologie actuellement adoptée. À cette fin, davantage de travail devra être investi au raffinement des outils d'analyse afin de mieux extraire à partir des mouvements humains l'information pertinente à l'évaluation de la susceptibilité à l'AVC.

## 12.4 Conclusion

Nos analyses des mouvements triangulaires récoltés dans le cadre du projet Sign@médec semblent indiquer l'existence d'une relation entre le risque d'être atteint d'AVC et les caractéristiques du mouvement. Cela est étayé par des AUC se situant entre 0.68 et 0.82 pour le diagnostic des facteurs de risque d'AVC basé sur une modélisation linéaire des caractéristiques des mouvements. Notons cependant que, comme pour la majorité des analyses de la partie III de cette thèse, le petit nombre de sujets atteints par chaque condition limite l'ampleur de la validation possible. Il sera donc important de corroborer ces résultats par des études subséquentes. On note néanmoins que nos analyses supportent l'intérêt d'investir les ressources nécessaires dans un tel projet.

Il est d'ailleurs attendu qu'une relation plus forte pourra être obtenue avec l'amélioration de la méthodologie, la collecte de plus de données et l'amélioration des caractéristiques des

banques de données utilisées (p. ex., balancer davantage les données, utiliser des facteurs de risque continus plutôt que binaires lorsqu'approprié, contrôler davantage les facteurs confondants tels que la fatigue, la médication, la variation intra-individuelle, la motivation, etc.).

## CHAPITRE 13 ANALYSE DES MOUVEMENTS OSCILLATOIRES

Ce chapitre se penche sur l'analyse des mouvements oscillatoires faisant partie de la banque de données Sign@médic. Ceux-ci regroupent les données provenant de deux tâches, soit celle demandant la production d'oscillations à fréquence maximale (section 9.2.8) et celle où le sujet devait synchroniser son mouvement oscillatoire au rythme d'un métronome auditif (section 9.2.9). Comme on le verra à la section 13.1, l'analyse préliminaire des oscillations synchronisées montre qu'elles posent un certain nombre de problèmes au niveau de leur modélisation lognormale. Pour cette raison, la section 13.2 se penche uniquement sur l'analyse statistique des mouvements oscillatoires à fréquence maximale. On profite aussi de cette étude pour tester l'impact de la validation croisée avec mise de côté un à un (« leave-one-out cross-validation ») sur l'amplitude des aires sous la courbe ROC calculées. On compare de plus deux techniques de modélisation statistique différentes : l'analyse discriminante et la régression logistique. Ce chapitre se conclue à la section 13.3 avec un sommaire des principales observations.

### 13.1 Modélisation et extraction

Pour représenter les mouvements oscillatoires, on peut adopter un modèle à mi-chemin entre ceux delta et sigma-lognormal. Puisque le mouvement est réalisé principalement le long d'un axe d'oscillation, on utilisera une représentation unidimensionnelle d'une séquence alternante de composantes agonistes et antagonistes. Ce modèle, auquel on référera par l'appellation Omega-Lognormal, peut s'écrire mathématiquement comme suit :

$$\Omega\Lambda = \sum_{\substack{i=1 \\ v_x(t_3) > 0}}^{\xi} D_{1i} \Lambda(t - t_{01i}; \mu_{1i}, \sigma_{1i}) - \sum_{\substack{i=1 \\ v_x(t_3) < 0}}^{\xi} D_{2i} \Lambda(t - t_{02i}; \mu_{2i}, \sigma_{2i}) \quad (13.1)$$

Dans celui-ci, les conditions  $v_x(t_3) \leq 0$  sont spécifiées de façon à ce que les paramètres qualifiés d'agonistes soient toujours ceux pour des mouvements allant de la gauche vers la droite.

Pour extraire les paramètres à partir des données expérimentales, les composantes neuromusculaires formant une série alternante agoniste-antagoniste sont d'abord localisées et décrites à l'aide des cinq points caractéristiques définis à la section 7.1. Lors de cette procédure, le premier et le dernier mode agoniste et antagoniste sont ignorés pour obtenir des données moins

bruitées par les effets de bord associés au démarrage et à l'arrêt des oscillations. Un exemple typique de résultat d'identification des composantes lognormales est illustré à la Figure 13.1.

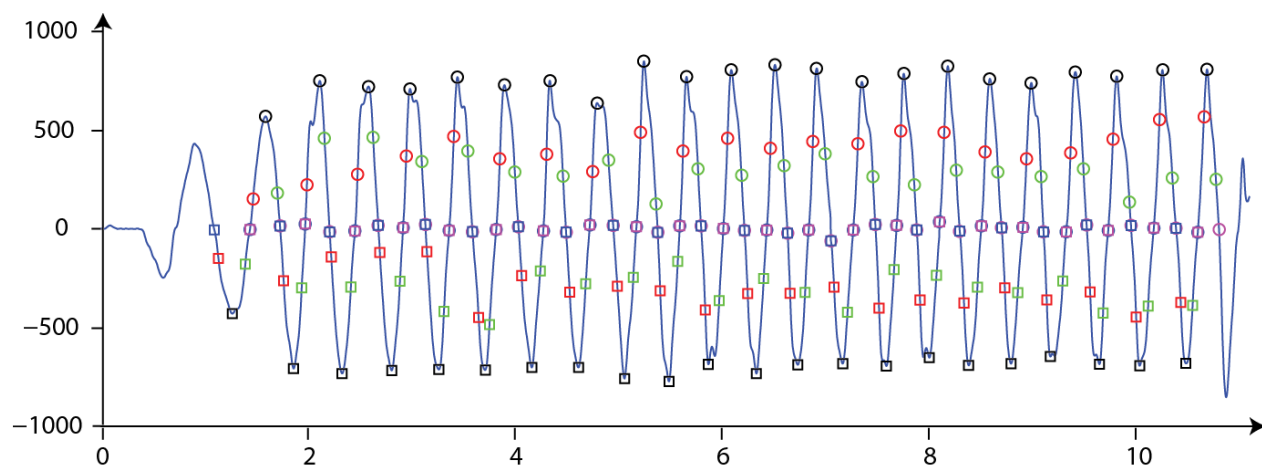


Figure 13.1 : Exemple d'identification des composantes neuromusculaires agonistes (marqueurs circulaires) et antagonistes (marqueurs carrés). Les couleurs bleu, rouge, noir, vert et magenta sont utilisées respectivement pour identifier la position des points caractéristiques  $p_1$  à  $p_5$ .

À partir de ces séries de points, l'algorithme X0R a été utilisé pour estimer les quatre paramètres cinématiques ( $t_0$ ,  $D$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$ ) associés à chaque composante. Puis, ces solutions ont été améliorées par un algorithme d'optimisation par recherche de coordonnées (section A1.2). Cette technique a été utilisée pour l'extraction sur les oscillations synchronisées ainsi que celles à fréquence maximale. La distribution des RSB de ces ajustements est illustrée à la Figure 13.2.

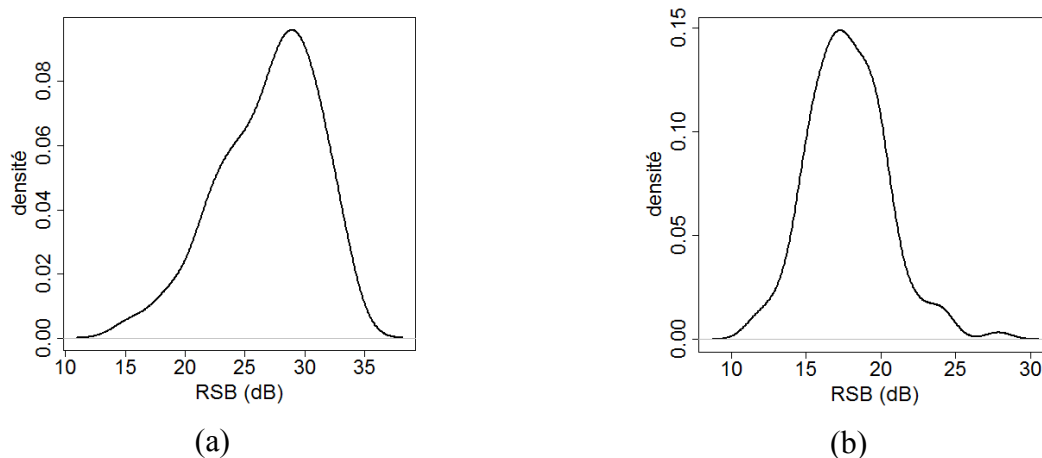


Figure 13.2 : Distribution du RSB pour l'ajustement oméga-lognormal (a) des oscillations à fréquence maximale et (b) des oscillations synchronisées.

Les quartiles de ces distributions sont donnés au Tableau 13.1 alors que les ajustements correspondants à chacun de ces quartiles sont illustrés à la Figure 13.3 pour les mouvements à fréquences maximales et à la Figure 13.4 pour les oscillations synchronisées.

Tableau 13.1 : Quartiles de la distribution du RSB pour les ajustements des mouvements à fréquence maximale ( $f_{max}$ ) et des oscillations synchronisées ( $f_{sync}$ ).

quantile	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00
$f_{max}$	15.3	24.1	27.8	30.1	33.8
$f_{sync}$	11.4	15.9	17.6	19.5	27.8

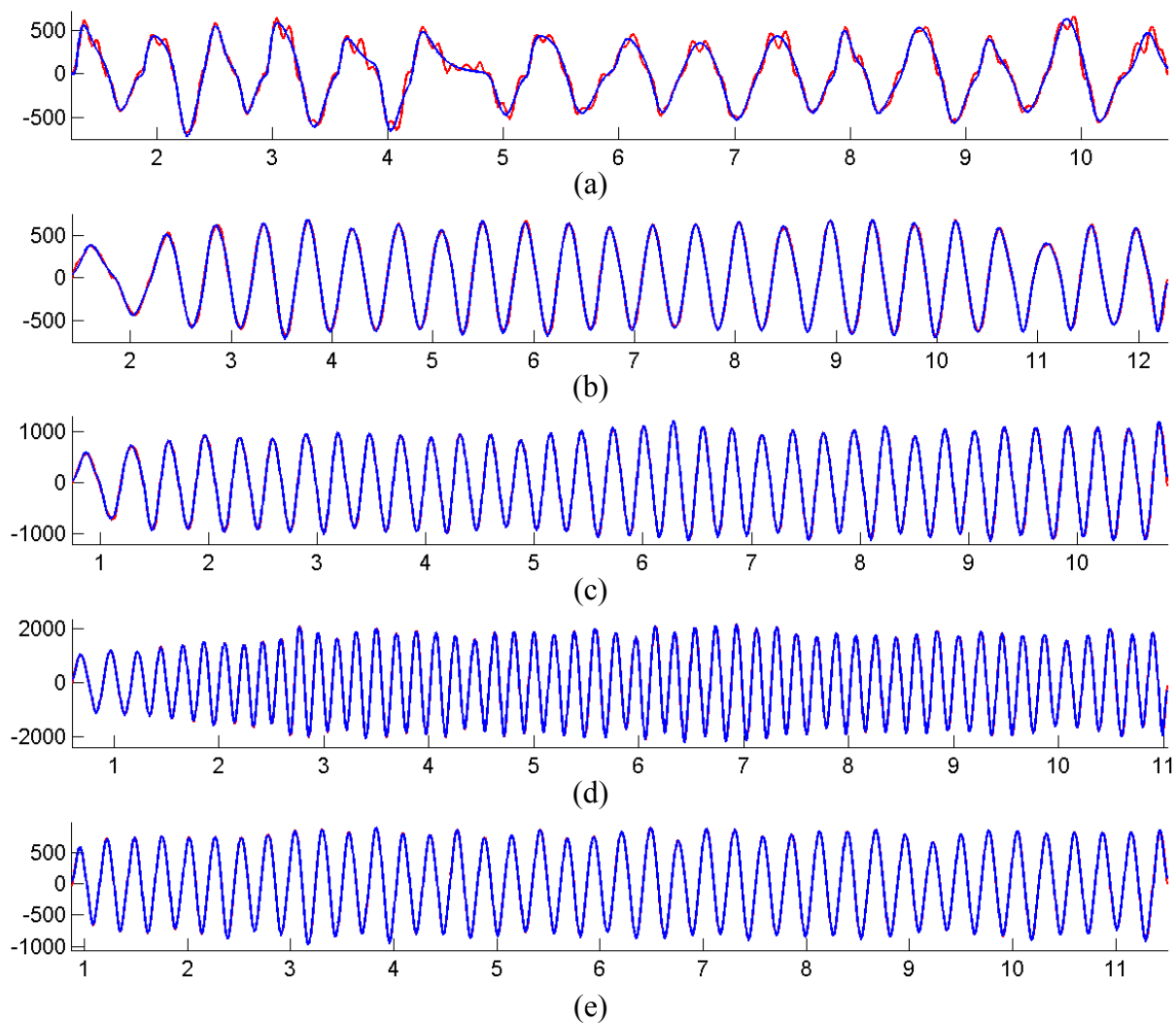


Figure 13.3 : Ajustements pour les mouvements associés au (a) minimum, (b) au premier quartile, (c) à la médiane, (d) au troisième quartile et (e) au maximum de la distribution du RSB pour les mouvements à vitesse maximale.

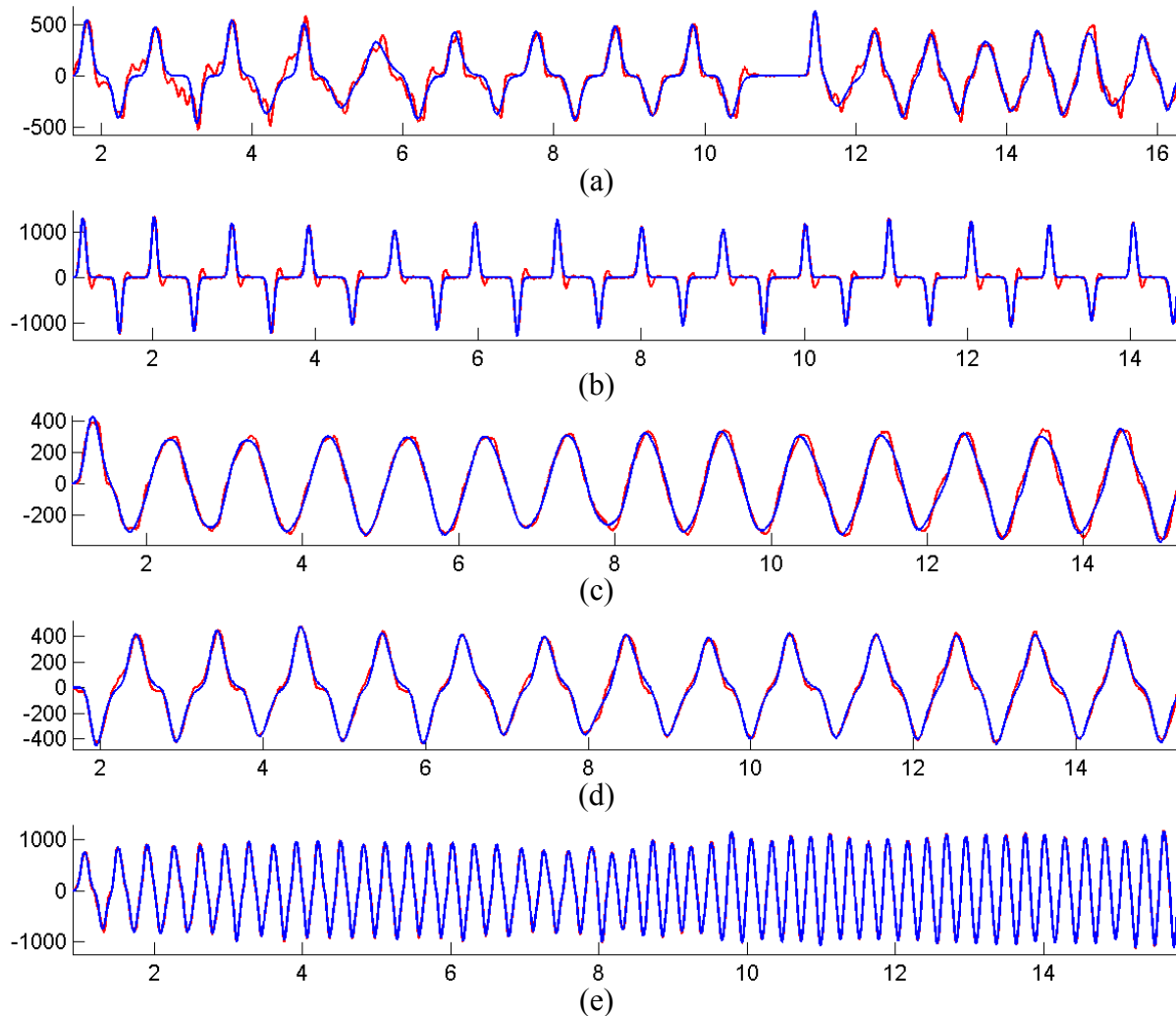


Figure 13.4 : Ajustements pour les mouvements associés aux (a) minimum, (b) au premier quartile, (c) à la médiane, (d) au troisième quartile et (e) au maximum de la distribution du RSB pour les oscillations synchronisées.

Plusieurs remarques peuvent être apportées concernant ces résultats. Premièrement, on note que le modèle proposé est excellent pour les oscillations à fréquence maximale (RSB médian de 27.8 dB) mais qu'il est plus ou moins adéquat pour les oscillations synchronisées (RSB médian de 17.6 dB). L'observation de la Figure 13.4 révèle qu'au moins deux différentes stratégies sont utilisées pour réaliser les oscillations synchronisées : 1) le sujet fait des mouvements relativement rapides suivis d'une pause ou 2) le sujet ralenti ses gestes pour produire un mouvement continu. Le premier cas devrait bien se modéliser à l'aide d'un modèle utilisant une delta-lognormale plutôt qu'une lognormale pour chaque demi-cycle d'oscillation (c.-

à-d. chaque mouvement rapide suivi d'un arrêt). Dans le deuxième cas, l'ajustement moins bon (par rapport aux oscillations à fréquence maximale) peut être associé au fait que la synchronisation avec le tempo imposé exige des mouvements relativement lents (durée d'environ 500 ms) pouvant difficilement être produits par l'utilisation d'une seule composante lognormale. Il est donc probable, dans ce cas, que les mouvements soient générés par une séquence d'au moins deux lognormales agonistes entre elles.

D'autre part, on note que certains sujets ont de la difficulté à suivre le tempo proposé. La Figure 13.4.e montre un tel exemple. Sur cette figure, le sujet n'a pas réussi à synchroniser ses mouvements avec le tempo, ses oscillations ayant une fréquence moyenne d'environ 3.6 Hz alors qu'une fréquence de 1 Hz était demandée. On a aussi observé des sujets ayant tendance à osciller spontanément au double de la fréquence demandée et d'autres sujets oscillants deux fois trop vite en début de mouvement puis corrigeant leur fréquence en cours d'exécution.

L'ensemble de ces remarques montre qu'il est beaucoup plus problématique d'étudier les mouvements oscillatoires synchronisés que ceux produits à fréquence maximale, principalement à cause de la variabilité des stratégies adoptées par les sujets et la complexité de modélisation cinématique ajoutée par la production de mouvements relativement lents. Les données provenant des oscillations synchronisées ne seront donc pas étudiées plus en détail ici, le reste de ce chapitre se concentrant sur l'étude des oscillations à fréquence maximale dans le cadre du diagnostic des facteurs de risque d'AVC.

## **13.2 Analyse des mouvements oscillatoires à fréquence maximale**

### **13.2.1 Relation agoniste-antagoniste**

Les relations entre les composantes agonistes et antagonistes seront d'abord étudiées pour confirmer la validité du modèle et identifier les caractéristiques pertinentes au développement d'outils de diagnostic. Puisque les composantes agonistes et antagonistes sont produites par des groupes neuromusculaires distincts, on s'attendrait à ce que  $\bar{\mu}_1$  et  $\bar{\sigma}_1$  soit statistiquement différents de  $\bar{\mu}_2$  et  $\bar{\sigma}_2$ , où la notation  $\bar{x}_j$  est utilisée pour représenter la valeur moyenne d'une variable  $x_{ji}$  pour un sujet donné.



Pour vérifier cette hypothèse, les composantes dont la valeur de  $\mu$  ou de  $\sigma$  étaient aberrantes<sup>74</sup> ont été retirées et un test de Wilcoxon avec observations appariées<sup>75</sup> a été utilisé pour comparer entre eux les  $\mu$  ainsi que les  $\sigma$ , et cela, pour chacun des sujets. Il est malheureusement difficile de calculer la puissance de ces tests, mais on peut se donner une idée de l'ordre de grandeur de celle-ci en calculant la puissance d'un test paramétrique équivalent (test t de Student avec appariement des données). La Figure 13.5 illustre la variation de cette puissance ( $\alpha = 0.05$ ,  $d = 0.3$ ) en fonction du nombre de paires de composantes disponibles ainsi que la distribution du nombre de paires dans notre ensemble de mouvements oscillatoires traités. On peut observer que l'on travaillera avec des puissances assez faibles. Pour limiter le nombre de faux négatifs, seulement les mouvements pour lesquels au moins 30 paires de mouvements sont disponibles ont donc été conservés pour les tests. Avec ce critère, 75 mouvements ont été retenus.

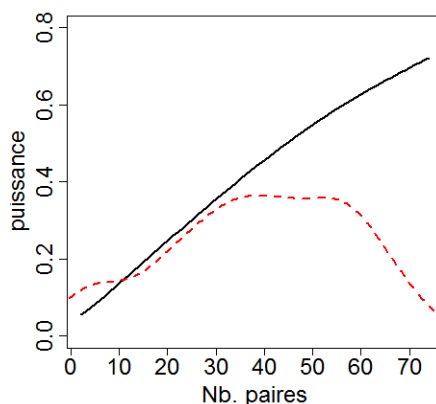


Figure 13.5 : Variation de la puissance pour la détection d'un effet relativement petit ( $d = 0.3$ ) avec un seuil de signifiante  $\alpha = 0.05$  pour un test t de Student avec données appariées (trait noir). La forme de la fonction de densité de la distribution du nombre de paires de composantes pour les mouvements traités est aussi illustrée avec un trait rouge pointillé.

<sup>74</sup> Si l'on note  $q_{25}$  et  $q_{75}$  la valeur du premier et du troisième quartile,  $x$  est considéré comme étant une donnée aberrante si  $x < q_{25} - (q_{75} - q_{25})$  ou si  $x > q_{75} + (q_{75} - q_{25})$ . Suivant ce critère, 7.7 % des composantes ont été rejetées pour cette analyse.

<sup>75</sup> L'utilisation de l'appariement découle du fait que les paramètres de deux composantes agoniste et antagoniste se suivant l'une l'autre sont plus étroitement associés que ceux de deux composantes éloignées l'une de l'autre puisque les caractéristiques des oscillations (p. ex. la fréquence et l'amplitude) se modifient graduellement dans le temps plutôt que de façon soudaine et chaotique. Lorsque le nombre  $M$  de composantes agonistes est différent du nombre  $N$  de composantes antagonistes, seulement les  $\min(M, N)$  premières composantes de chaque classe sont utilisées.

Le Tableau 13.2 donne le pourcentage des sujets pour lesquels on peut conclure à une différence statistique significative avec  $\alpha = 0.05$ . Puisqu'aucune correction (p. ex. Bonferroni) n'a été utilisée afin corriger pour l'utilisation de plusieurs tests statistiques indépendants, on peut s'attendre à ce que jusqu'à 5 % de ces taux soit dû au hasard.

Tableau 13.2 : Proportion de sujets pour lesquels la différence entre les paramètres neuromusculaires est statistiquement significative.

Conclusion	Pourcentage des sujets
$\overline{\mu}_1 < \overline{\mu}_2$	29 %
$\overline{\mu}_1 > \overline{\mu}_2$	21 %
$\overline{\sigma}_1 < \overline{\sigma}_2$	19 %
$\overline{\sigma}_1 > \overline{\sigma}_2$	42 %

En regard de ces chiffres, on peut conclure que les paramètres agonistes et antagonistes chez les sujets prennent des valeurs distinctes lorsqu'ils sont associés à des oscillations rapides. En fait, comme on peut le constater sur ce tableau, la valeur des  $\mu$  et des  $\sigma$  est différente respectivement pour 50 % et 61 % des sujets selon que ces paramètres sont associés aux groupes neuromusculaires antagonistes ou agonistes. D'autre part, un test de Wilcoxon avec observations appariées ne permet pas de distinguer entre eux les  $\overline{\sigma}_i$  ( $p=0.47$ ) mais indique une faible différence entre les  $\overline{\mu}_i$  ( $p=0.056$ ), où  $\bar{x}$  est la valeur moyenne de  $\bar{x}$  dans la population testée. La différence entre les  $\overline{\mu}_i$  ne semble pas significative en pratique comme on peut le voir par l'absence de différences notables entre les composantes agonistes et antagonistes moyennes (voir Figure 13.6 à la page suivante). Ceci indique qu'il ne semble pas y avoir de différence, au niveau de la population de sujets, entre les valeurs des paramètres agonistes versus ceux antagonistes.

Notons pour clore cette section qu'il n'y a pas, *a priori*, de raisons claires pour postuler une différence dans la valeur des paramètres de commande  $D$  selon qu'elles soient envoyées au système agoniste ou au système antagoniste. D'ailleurs, une telle asymétrie ne pourrait exister sans qu'il y ait un décalage latéral de la zone où les oscillations ont lieu à moins qu'une des composantes (agoniste ou antagoniste) soit systématiquement moins rectiligne que l'autre. Tel qu'attendu, les données ne supportent pas une telle différence puisque les hypothèses  $|\overline{D}_1| < |\overline{D}_2|$  et  $|\overline{D}_1| > |\overline{D}_2|$  ne sont valides pour aucun sujet. Il ne semble donc pas pertinent, contrairement aux paramètres  $\mu$  et  $\sigma$ , de distinguer  $D_1$  et  $D_2$ .

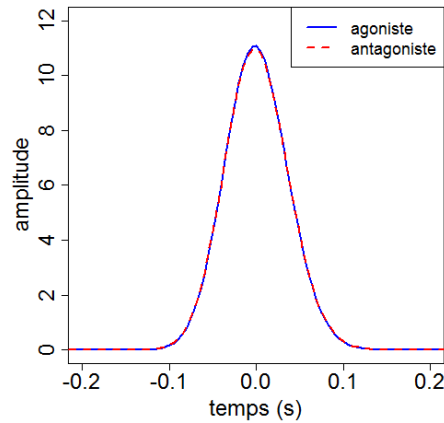


Figure 13.6 : Comparaison entre les composantes agoniste et antagoniste moyennes. Les composantes ont été centrées autour de  $t_3 = 0$ .

## 13.2.2 Comparaison des variances inter et intra-sujet

### 13.2.2.1 Paramètres $D$ , $\mu$ et $\sigma$

La valeur d'un modèle et son potentiel diagnostic sont directement associés à sa faculté à maximiser la variation inter-sujet ( $\sigma_r$ ) tout en minimisant la tendance centrale de la variation intra-sujet ( $\overline{\sigma_a}$ ). Nous sommes donc intéressés à valider le modèle en vérifiant que  $\sigma_r - \overline{\sigma_a} > 0$  et à évaluer l'ampleur de cette différence. Le Tableau 13.3 donne la valeur de  $\overline{\sigma_a}$  et  $\sigma_r$  respectivement calculée comme étant la moyenne de l'écart-type de la distribution des paramètres de chaque sujet et l'écart-type des paramètres pour l'ensemble des mouvements.

Tableau 13.3 : Comparaison des variations intra et inter-sujet pour les paramètres lognormaux (à l'exception de  $t_0$ ).

paramètre	$\overline{\sigma_a}$	$\sigma_r$	$ES$	<i>valeur p</i>
$D_i$	11.97	23.07	1.900	2.66E-18
$\mu_1$	0.075	0.103	0.715	1.22E-10
$\mu_2$	0.075	0.102	0.625	3.09E-11
$\sigma_1$	0.0042	0.010	2.350	9.55E-20
$\sigma_2$	0.0041	0.010	2.537	1.09E-19

Ce tableau donne aussi une statistique relative à la différence entre  $\overline{\sigma_a}$  et  $\sigma_r$  dont la définition est semblable à la statistique  $d$  de Cohen

$$ES = \frac{\sigma_r - \overline{\sigma_a}}{sd(\sigma_a)} \quad (13.2)$$

où  $sd(\sigma_a)$  est l'écart-type de la distribution de  $\sigma_a$  à travers les sujets. Finalement, la valeur p testant l'hypothèse  $\sigma_r - \overline{\sigma_a} > 0$  avec un test de Wilcoxon est aussi rapportée.

On peut constater que l'hypothèse voulant que la variance intra-sujet soit inférieure à celle inter-sujet est fortement supportée et que la taille de l'effet est assez importante. Cela apporte du support à l'hypothèse voulant que cette modélisation arrive à caractériser de façon significative le système neuromoteur des sujets.

### 13.2.2.2 Paramètres $t_0$

Étant donné que la valeur de  $t_0$  est croissante avec la durée du mouvement, il ne fait pas sens d'analyser la valeur moyenne ou l'écart-type de ce paramètre. On s'intéressera davantage à la valeur de  $\Delta t_{0i}$  où  $\Delta$  est utilisé comme un opérateur dont la définition est la suivante :

$$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$$

Dans ce cas,  $\Delta t_{0i}$  correspond à la demi-période d'oscillations au niveau de la commande. Étant donné les difficultés associées à l'extraction du paramètre  $t_0$ , on veut vérifier si cette grandeur constitue une mesure fiable de la période d'oscillations. On peut en douter si l'on considère le fait que l'on observe une stabilité beaucoup plus grande des caractéristiques mesurables du signal par rapport à celle de  $t_0$ . Par exemple, si l'on compare  $t_0$  avec l'instant d'occurrence du pic de vitesse maximale des composantes ( $t_3$ ), on observe un écart-type moyen significativement plus élevé pour  $\Delta t_0$  que pour  $\Delta t_3$  ( $\overline{\sigma_{\Delta t_0}} = 0.194$  versus  $\overline{\sigma_{\Delta t_3}} = 0.017$ , valeur p  $< 2.2e-16$ ) ce qui suggère que la valeur de  $\Delta t_0$  est plutôt bruitée. D'ailleurs, la corrélation entre  $\Delta t_0$  et  $\Delta t_3$  est relativement petite (0.67 pour le coefficient de corrélation de Spearman). Cette conclusion est d'ailleurs illustrée à la Figure 13.7 illustrant la variation de  $t_0$  et  $t_3$  en fonction de l'indice de la composante neuromusculaire. Comme on peut le voir, le paramètre  $t_0$  affiche une variation beaucoup moins systématique que la variable  $t_3$ .

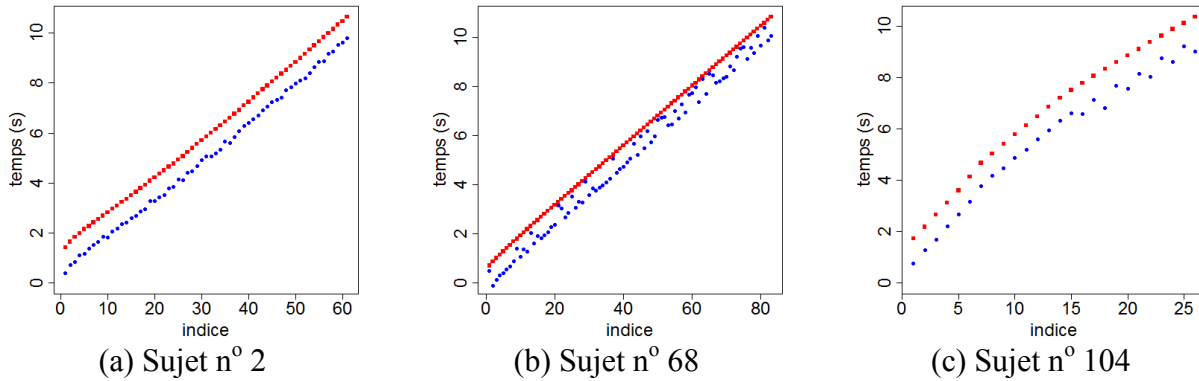


Figure 13.7 : Exemples illustrant la moins grande fiabilité de  $t_0$  (bleu) par rapport à  $t_3$  (rouge). On y voit la variation de ces deux variables en fonction de l'indice de la composante neuromusculaire. Ces exemples correspondent à trois sujets choisis au hasard.

D'autre part, la valeur extraite pour  $t_0$  sur ces oscillations semble trop grande pour être physiologiquement plausible. En effet, la période entre deux composantes lognormales est en moyenne de 111 ms alors que la durée moyenne de  $t_3 - t_0$  est de 844 ms (ceci peut aussi être visualisé sur la Figure 13.7). C'est donc dire que dans l'intervalle entre l'émission d'une commande et son impact sur le mouvement, environ huit autres commandes seraient émises. Il faudrait de plus postuler l'existence d'un mécanisme d'inhibition pour expliquer que les sujets ne continuent pas à osciller pendant près d'une seconde après l'audition du signal d'arrêt. Finalement, cette valeur observée pour  $t_3 - t_0$  est aussi en contradiction avec la grandeur des délais  $t_3 - t_0$  observés sur les mouvements rapides, celle-ci se situant aux alentours de 200 ms (Woch, et al., 2011).

La modélisation lognormale proposée ne semble donc pas être physiologiquement représentative du processus neuromoteur. Ceci peut être associé soit à l'inexactitude du modèle (13.1), soit à un problème systématique d'extraction des paramètres. Cette seconde hypothèse est plausible dans la mesure où les données oscillatoires présentent des pics d'apparence très symétrique alors que les mouvements rapides de pointage sont davantage asymétriques. Puisque la symétrie semble être souhaitable pour l'obtention d'oscillations à fréquence maximale, il est possible que celle-ci apparaisse grâce à la superposition des composantes. Si tel est le cas, il est possible que l'amélioration des techniques d'extraction puisse corriger le problème. Il est cependant aussi possible que la solution oméga-lognormale optimale (en terme de RSB) soit systématiquement différente de celle ayant réellement produit le mouvement. Ce genre de

phénomène a déjà été observé lors de l'optimisation globalement optimale de mouvements delta-lognormaux produisant des valeurs de  $t_0$  pouvant être systématiquement trop petites (voir Chapitre 8). Plus d'études seront nécessaires pour déterminer s'il s'agit d'un problème de modélisation ou alors d'un problème d'extraction. Dans le second cas, il faudra lors déterminer si ce problème peut être résolu seulement en améliorant les techniques d'extraction utilisant le RSB comme seul critère d'optimalité.

Cependant, en ce qui concerne le problème du diagnostic des facteurs de risque d'AVC, le modèle proposé est très succinct tout en offrant un excellent ajustement de courbe. Cela laisse penser que son utilisation puisse néanmoins être profitable. Comme le montre le Tableau 13.4, il sera par contre plus intéressant d'utiliser  $\Delta t_3$  que  $\Delta t_0$  pour le développement d'outils de diagnostic étant donné que ce paramètre est moins bruité et qu'il permet de maximiser la différence entre la variance inter et intra-classe.

Tableau 13.4 : Comparaison des variations intra et inter-sujet pour les variables  $\Delta t_0$  et  $\Delta t_3$ .

paramètre	$\sigma_a$	$\sigma_r$	$ES$	<i>valeur p</i>
$\Delta t_0$	0.194	0.210	0.086	6.23E-03
$\Delta t_3$	0.017	0.059	2.151	3.93E-19

### 13.2.3 Prédicibilité de la présence des facteurs de risque d'AVC

Au total, 13 caractéristiques ont été testées pour le développement de modèles prédictifs, soit la médiane des paramètres lognormaux  $\bar{D}$ ,  $\bar{\mu}$ ,  $\bar{\sigma}$ , l'étendue (mesurée comme étant la déviance absolue par rapport à la médiane  $médiane(|X - médiane(X)|)$ ) de la distribution des paramètres lognormaux  $D_e$ ,  $\mu_e$ ,  $\sigma_e$ , la médiane et l'étendue de la distance entre les  $t_2$  et  $t_4$  ( $\Delta t_{42} = \overline{t_4 - t_2}$  et  $\Delta t_{42e}$ ), la différence entre les paramètres périphériques agonistes et antagonistes ( $\Delta\mu = \overline{\mu_1} - \overline{\mu_2}$  et  $\Delta\sigma = \overline{\sigma_1} - \overline{\sigma_2}$ ), la médiane et l'étendue de l'écart entre les  $t_3$  de composantes consécutives ( $\Delta t_3 = \overline{t_{3(l+1)} - t_{3l}}$  et  $\Delta t_{3e}$ ) et la médiane du RSB de reconstruction des composantes lognormales ( $\overline{RSB}$ ). Seulement les effets principaux ont été considérés pour la construction des modèles afin d'éviter que la sélection de caractéristiques à l'intérieur d'un trop grand ensemble de variables prédictives possibles augmente les chances de surajustement des modèles aux données.

Tout comme au Chapitre 10, la régression logistique et l'analyse discriminante linéaire seront utilisées en parallèle pour permettre la comparaison de leurs résultats. Pour éviter les problèmes de modélisation associés à la présence de colinéarité, une analyse de corrélation entre les 13 caractéristiques retenues est d'abord réalisée pour éliminer les caractéristiques fortement corrélées entre elles. Le Tableau 13.5 (page suivante) donne la matrice de corrélation des caractéristiques. Certaines données ont été surlignées afin de mettre en évidence les corrélations fortes (jaune) ou très fortes (rouge). Toutes les corrélations très fortes et une bonne partie des corrélations fortes peuvent être éliminées en rejetant les caractéristiques  $\Delta t_3$ ,  $\Delta \sigma$  et  $\Delta t_{42}$ . Ces trois dernières caractéristiques n'ont donc pas été utilisées pour le développement des modèles prédictifs.

La sélection des caractéristiques dans la constitution des modèles descriptifs a été effectuée à l'aide d'une recherche semi-exhaustive de la solution optimale (c.-à-d. maximisant l'AUC) tel que décrit à la section A1. 1.

En plus de vouloir comparer les deux techniques de modélisation retenues (c.-à-d. l'analyse discriminante et la régression logistique), on désire confirmer la pertinence d'effectuer une validation croisée avec mise de côté un à un (« leave-one-out cross-validation »)<sup>76</sup>. Ainsi, quatre conditions sont testées. Les quatre tableaux ci-dessous listent les modèles maximisant l'AUC dans chacune de ces quatre conditions.

---

<sup>76</sup> Notons que cette validation croisée est utilisée pour retirer le biais que l'on obtient sur l'évaluation d'un système de diagnostic si l'on utilise le même ensemble de données pour calculer la valeur des paramètres du système et pour en évaluer les performances. Cependant, cette validation ne compense pas pour le fait que les facteurs prédictifs utilisés sont déterminés sur le même ensemble de données que celui servant à l'évaluation. Ainsi, si certains paramètres ont une puissance de diagnostic dans notre ensemble de données mais que celle-ci ne relève que du hasard (elle serait absente dans un autre ensemble), l'évaluation des performances du système sera biaisée. Pour éliminer tout biais, il faudrait tester les outils ici développés sur une nouvelle banque de données. Comme mentionné dans les chapitres précédents, il a été impossible ici de considérer un sous-ensemble de données pour le développement des outils et un autre sous-ensemble exclusivement pour les tests étant donné le petit nombre de sujets affectés par chacune des conditions à diagnostiquer.

Tableau 13.5 : Matrice de corrélations des caractéristiques sélectionnées. Les corrélations supérieures à 0.9 ont été surlignées en rouge alors que celles entre 0.9 et 0.7 l'ont été en jaune.

	$\Delta t_3$	$\Delta t_{3e}$	$\bar{\mu}$	$\Delta\mu$	$\mu_e$	$\bar{\sigma}$	$\Delta\sigma$	$\sigma_e$	$\bar{D}$	$D_e$	$\Delta t_{42}$	$\Delta t_{42e}$	$\overline{RSB}$
$\Delta t_3$		0.76	0.33	0.20	0.41	0.94	0.30	0.64	0.41	0.38	0.98	0.81	0.64
$\Delta t_{3e}$	0.76		0.31	0.08	0.21	0.67	0.16	0.44	0.33	0.32	0.73	0.83	0.46
$\bar{\mu}$	0.33	0.31		0.35	0.28	0.11	0.36	0.21	0.14	0.09	0.38	0.22	0.12
$\Delta\mu$	0.20	0.08	0.35		0.65	0.35	0.91	0.57	0.02	0.09	0.11	0.19	0.36
$\mu_e$	0.41	0.21	0.28	0.65		0.53	0.74	0.80	0.21	0.36	0.31	0.31	0.56
$\bar{\sigma}$	0.94	0.67	0.11	0.35	0.53		0.48	0.83	0.42	0.38	0.92	0.74	0.66
$\Delta\sigma$	0.30	0.16	0.36	0.91	0.74	0.48		0.72	0.10	0.18	0.23	0.35	0.39
$\sigma_e$	0.64	0.44	0.21	0.57	0.80	0.83	0.72		0.32	0.38	0.58	0.50	0.61
$\bar{D}$	0.41	0.33	0.14	0.02	0.21	0.42	0.10	0.32		0.50	0.44	0.26	0.35
$D_e$	0.38	0.32	0.09	0.09	0.36	0.38	0.18	0.38	0.50		0.36	0.25	0.42
$\Delta t_{42}$	0.98	0.73	0.38	0.11	0.31	0.92	0.23	0.58	0.44	0.36		0.78	0.56
$\Delta t_{42e}$	0.81	0.83	0.22	0.19	0.31	0.74	0.35	0.50	0.26	0.25	0.78		0.51
$\overline{RSB}$	0.64	0.46	0.12	0.36	0.56	0.66	0.39	0.61	0.35	0.42	0.56	0.51	

Tableau 13.6 : Meilleurs résultats obtenus pour l'utilisation de l'analyse discriminante et d'une validation croisée avec mise de côté un à un.

Facteur	AUC	Modèle
OB	0.753	$OB \sim \Delta\mu + \sigma_e + \mu_e + \bar{\sigma} + \bar{D} + D_e$
HC	0.661	$HC \sim \Delta\mu + D + D_e + \Delta t_{42e}$
HT	0.766	$HT \sim s + \mu_e + \sigma_e + \Delta t_{3e} + \bar{D} + \Delta t_{42e}$
TA	0.600	$TA \sim \bar{\sigma} + \Delta t_{3e} + \sigma_e + \bar{D}$
DM	0.759	$DM \sim \bar{\mu} + \sigma_e$
PC	0.735	$CP \sim \bar{\mu} + \sigma_e$

Tableau 13.7 : Meilleurs résultats obtenus pour l'analyse discriminante sans validation croisée.

Facteur	AUC	Modèle
OB	0.865	$OB \sim \Delta\mu + \sigma_e + \mu_e + \bar{\mu} + \bar{\sigma} + \bar{D} + \Delta t_{3e} + D_e + \overline{RSB}$
HC	0.673	$HC \sim \sigma_e$
HT	0.822	$HT \sim \bar{\sigma} + \mu_e + \sigma_e + \bar{D} + \Delta t_{3e} + \Delta\mu + \bar{\mu} + D_e + \Delta t_{42e} + \overline{RSB}$
TA	0.703	$TA \sim \bar{\mu} + \Delta t_{3e} + \bar{\sigma} + \sigma_e + \mu_e + \bar{D} + D_e + \Delta t_{42e}$
DM	0.822	$DM \sim \Delta t_{3e} + \sigma_e + \bar{\mu} + \bar{D} + D_e + \overline{RSB}$
PC	0.814	$CP \sim \bar{\mu} + \bar{\sigma} + \bar{D} + \Delta\mu + D_e + \overline{RSB}$



Tableau 13.8 : Meilleurs résultats obtenus pour l'utilisation de la régression logistique et d'une validation croisée avec mise de côté un à un.

Facteur	AUC	Modèle
OB	0.766	$OB \sim \Delta t_{3e} + \Delta\mu + \mu_e + \sigma_e$
HC	0.639	$HC \sim \Delta\mu + \sigma_e + \bar{D} + \Delta t_{42e}$
HT	0.760	$HT \sim \bar{\sigma} + \mu_e + \sigma_e + \Delta t_{3e} + \bar{D} + \Delta t_{42e}$
TA	0.498	$TA \sim \bar{\mu} + \bar{D}$
DM	0.746	$DM \sim \bar{\mu} + \Delta\mu + \sigma_e$
PC	0.739	$CP \sim \bar{\mu} + \bar{\sigma} + \bar{D}$

Tableau 13.9 : Meilleurs résultats obtenus pour la régression logistique sans validation croisée.

Facteur	AUC	Modèle
OB	0.903	$OB \sim \bar{\mu} + \mu_e + \sigma_e + \bar{D} + \Delta\mu + \bar{\sigma} + \Delta t_{3e} + D_e + \overline{RSB}$
HC	0.673	$HC \sim \sigma_e$
HT	0.825	$HT \sim \bar{\sigma} + \mu_e + \sigma_e + \bar{D} + \Delta t_{3e} + \bar{\mu} + \Delta\mu + D_e + \Delta t_{42e} + \overline{RSB}$
TA	0.696	$TA \sim \bar{\sigma} + \bar{\mu} + \Delta t_{3e} + \sigma_e + \bar{D}$
DM	0.831	$DM \sim \Delta t_{3e} + \bar{\mu} + \Delta\mu + \bar{\sigma} + \bar{D} + D_e$
PC	0.849	$CP \sim \bar{\mu} + \bar{\sigma} + \Delta\mu + \sigma_e + \mu_e + \bar{D} + \Delta t_{3e} + D_e + \Delta t_{42e} + \overline{RSB}$

Comme attendu, l'utilisation de la validation croisée réduit substantiellement la valeur de l'AUC, motivant son utilisation pour éviter le gonflement artificiel de l'AUC dû au surajustement des modèles aux données de notre échantillon. La moyenne de l'AUC obtenue pour les six facteurs de risque (avec validation croisée) est de 0.712 pour l'utilisation de l'analyse discriminante et de 0.691 pour la régression logistique alors que le nombre moyen de paramètres utilisés pour la modélisation est respectivement de 4 et de 3.67 pour ces deux modèles. Ainsi, il semblerait prématuré, à ce moment, de conclure en la supériorité de l'une ou de l'autre de ces techniques de modélisation. Le Tableau 13.10 permet d'apprécier l'utilité relative de chacune des caractéristiques considérées en comparant leur fréquence d'utilisation dans les différents modèles prédictifs. Il est intéressant de noter que les caractéristiques découlant des paramètres lognormaux ( $\sigma_e$ ,  $\bar{D}$ ,  $\bar{\mu}$ ,  $\Delta\mu$ ,  $\bar{\sigma}$ ,  $\mu_e$  et  $D_e$ ) sont généralement plus prédictives (comme observé par leur sélection plus fréquente) que les caractéristiques découlant de mesures directes prises sur le signal ( $\Delta t_{42e}$  et  $\Delta t_{3e}$ ).

Tableau 13.10 : Pourcentage d'utilisation des différentes caractéristiques dans les modèles prédictifs (analyse discriminante et régression logistique, avec validation croisée).

$\sigma_e$	$\bar{D}$	$\bar{\mu}$	$\Delta\mu$	$\bar{\sigma}$	$\mu_e$	$\Delta t_{42e}$	$\Delta t_{3e}$	$D_e$	$\overline{RSB}$
75%	67%	42%	42%	42%	33%	33%	25%	17%	0%

Les modèles de régressions logistiques se prêtent bien à certains tests supplémentaires permettant de mieux apprécier les résultats obtenus. Le Tableau 13.11 donne les principales statistiques relatives aux modèles de régressions. La couleur **rouge** indique une signifiante statistique ( $p \leq 0.05$ ) alors que la couleur **orange** indique les cas marginalement significatifs ( $0.1 \leq p < 0.5$ ). Dans ces tableaux, le symbole 0 est utilisé pour identifier l'ordonnée à l'origine (« intercept »).

Tableau 13.11 : Statistiques associées à la régression logistique pour les différents facteurs de risque.

Obésité			
	Estim.	Err. Std.	valeur p
0	-3.81	0.775	<b>8.64E-07</b>
$\Delta t_{3e}$	75.0	41.0	<b>0.067</b>
$\Delta\mu$	-3.99	2.15	<b>0.063</b>
$\mu_e$	20.2	7.80	<b>0.010</b>
$\sigma_e$	-313	127.7	<b>0.014</b>

Hypercholestérolémie			
	Estim.	Err. Std.	valeur p
0	0.521	1.05	0.690
$\Delta\mu$	4.00	2.193	<b>0.068</b>
$\sigma_e$	18.29	17.28	0.290
$\bar{D}$	-0.0190	0.012	0.101
$\Delta t_{42e}$	33.5	21.08	0.113

Diabète			
	Estim.	Err. Std.	valeur p
0	-0.113	0.789	0.886
$\bar{\mu}$	17.3	6.739	<b>0.010</b>
$\Delta\mu$	-2.93	1.488	<b>0.049</b>
$\sigma_e$	26.9	13.33	<b>0.044</b>

Hypertension			
	Estim.	Err. Std.	valeur p
0	-0.0720	1.36	0.9577
$\bar{\sigma}$	64.6	23.3	<b>0.0056</b>
$\mu_e$	7.6	2.89	<b>0.0098</b>
$\sigma_e$	-91.4	35.5	<b>0.0102</b>
$\Delta t_{3e}$	65.5	38.4	<b>0.0883</b>
$\bar{D}$	-0.0367	0.0127	<b>0.0039</b>
$\Delta t_{42e}$	-49.0	39.8	0.2185

Tabagisme			
	Estim.	Err. Std.	valeur p
0	0.704	1.69	0.721
$\bar{\mu}$	4.73	5.02	0.346
$\bar{D}$	-0.0181	0.0144	0.209

Problèmes cardiaques			
	Estim.	Err. Std.	valeur p
0	1.189	1.678	0.479
$\bar{\mu}$	13.72	4.72	<b>0.004</b>
$\bar{\sigma}$	31.9	10.3	<b>0.002</b>
$\bar{D}$	-0.0206	0.0140	0.139

Finalement, le Tableau 13.12 indique pour sa part la valeur du coefficient de détermination  $R^2$  adapté à la régression logistique, tel que proposé dans (Faraway, 2006, p. 41).

Tableau 13.12 :  $R^2$  de l'ajustement des modèles de régression logistique.

Facteur de risque	OB	HC	HT	TA	DM	PC
$R^2$	0.24	0.11	0.33	0.04	0.22	0.29

### 13.3 Conclusion

Nos investigations suggèrent que la tâche d'oscillations à fréquence maximale puisse être intéressante pour une application diagnostique alors que les oscillations synchronisées à 1 Hz ne sont pas, *a priori*, intéressantes puisqu'elles posent plusieurs problèmes au niveau de la modélisation lognormale dans le cadre de la Théorie Cinématique. Nos analyses confirment l'importance de réaliser une validation croisée avec mise de côté un à un pour éviter un gonflement artificiel des résultats évalués à l'aide de l'aire sous la courbe ROC.

Deux techniques de modélisation ont été comparées, soit l'analyse discriminante et la régression logistique. Cette dernière permet d'évaluer aisément différentes statistiques relatives à la signifiante des résultats obtenus. Dans l'ensemble, nos chiffres suggèrent une prédictibilité des facteurs de risque OB, HT, DM et PC alors que les facteurs TA et HC ne semblent pas être prédictible pour une application diagnostique à partir de la tâche des oscillations à fréquence maximale. Bien que la modélisation dans le cadre de l'analyse discriminante ait donné des résultats légèrement supérieurs à celle utilisant une régression logistique (AUC moyenne de 0.712 versus 0.691), cette différence se réduit pratiquement à néant si l'on rejette les facteurs non pertinents TA et HC (AUC moyenne de 0.753 versus 0.752). Ainsi, nos résultats ne permettent pas de trancher pas, à ce stade, sur la supériorité d'une technique par rapport à l'autre pour l'application ici considérée.

## **CHAPITRE 14 CHOIX DES TÂCHES NEUROMOTRICES ET AMÉLIORATIONS MÉTHODOLOGIQUES**

L'étude des données provenant des expérimentations réalisées en 2003-2004 dans le cadre du projet Sign@médic est une bonne occasion pour relever les améliorations méthodologiques possibles à prendre en compte lors d'études subséquentes à cette thèse. Ces améliorations sont importantes afin de diminuer l'erreur expérimentale, d'augmenter la puissance statistique des analyses et d'assurer la crédibilité des résultats obtenus. Elles seront étudiées et discutées selon trois axes, soit l'évaluation médicale des sujets, les tests neuromusculaires adoptés et l'appareillage utilisé.

### **14.1 Évaluation médicale des sujets**

Dans le cadre de ce projet de doctorat, on ne cherche pas simplement à statuer sur la signifiante statistique d'un lien entre des caractéristiques du mouvement et la présence de facteur de risque. En effet, démontrer que certaines caractéristiques varient de façon statistiquement significative en fonction des principaux facteurs de risque d'AVC n'est pas particulièrement problématique si l'on dispose d'une banque de données suffisamment grande. Le défi proposé est plus ambitieux. Il propose une évaluation de la susceptibilité à l'AVC de sujets humains reposant sur la démonstration de l'existence d'une relation entre les caractéristiques des mouvements et les facteurs de risque d'AVC qui soit suffisamment forte pour permettre un diagnostic fiable.

Afin d'atteindre cet objectif, il pourrait être intéressant de considérer la consignation de facteurs de risque sur une échelle continue (p. ex. l'indice de masse corporelle en  $\text{kg/m}^2$ , la pression en millimètres de mercure). Une telle information se prête mieux à la régression linéaire entre les facteurs de risque et les caractéristiques du mouvement pour une application diagnostique. La discrétisation binaire de cette information en classes de personnes affectées ou non, telle que réalisée dans le cadre de Sign@médic, est davantage adaptée à l'ANOVA qu'à la régression linéaire. Or, l'ANOVA est plus appropriée à la démonstration de liens statistiquement significatifs et à l'utilisation de facteurs imposés dans le cadre de l'application d'un plan factoriel. Pour sa part, la régression linéaire se prête mieux à la construction de modèles pouvant entrer en jeu dans le cadre du développement d'outils de diagnostic et est plus adaptée à

l'analyse de facteurs invoqués dans le cadre d'une étude corrélationnelle telle que celle considérée dans cette thèse.

Notons aussi qu'il paraît souhaitable, lors de la définition des caractéristiques d'une future campagne d'acquisition, que les concepteurs se penchent à nouveau sur les objectifs visés de façon à définir plus clairement les variables à étudier. Par exemple, comme relevé au Chapitre 1, il peut être nécessaire d'approfondir la réflexion sur le lien que l'on veut établir avec certains facteurs de risque. Ainsi, il convient de définir laquelle des hypothèses suivantes on désire tester : 1) l'hypertension artérielle a un effet cognitif et moteur immédiat ou 2) l'hypertension artérielle chronique a un effet cumulatif sur les performances cognitives et motrices. Selon l'hypothèse posée, les données à colliger pourront varier. Par exemple, dans le cas de la seconde hypothèse, il sera important de connaître non seulement la pression artérielle du sujet au moment de l'acquisition des mouvements mais aussi son historique (p. ex. le moment auquel remonte le premier diagnostic d'hypertension, le niveau de contrôle de l'hypertension depuis son premier diagnostic, etc.).

Dans la même veine d'idées, il faut se demander si l'on est intéressé par le diagnostic du diabète comme tel ou par une évaluation du contrôle de la glycémie. En effet, certains diabétiques régulent très bien leur glycémie et peuvent ainsi ne développer aucun problème de santé visible associé à leur diabète. Or, plusieurs études supportent l'impact négatif sur la santé d'une glycémie mal contrôlée. Ainsi, il n'est pas clair si le réel facteur de risque d'AVC à évaluer est la présence d'un diabète ou le mauvais contrôle de la glycémie. Si l'on considère seulement le diagnostic du diabète, on pourra vouloir noter le type (1 ou 2) ainsi que le moment où le diagnostic a été posé (selon qu'on s'intéresse à l'effet cumulatif et/ou immédiat). Si c'est davantage le contrôle glycémique qui est jugé important, il vaut mieux définir plus précisément le sujet d'étude afin d'opérationnaliser ce facteur. Ainsi, selon les hypothèses posées, on pourra vouloir, en plus de noter la glycémie au moment de l'expérience, obtenir une estimation de l'historique de la fréquence et/ou de la durée des épisodes hyper et hypoglycémiques. Évidemment, cette réflexion est aussi valide pour les autres facteurs de risque. Ainsi, on pourra vouloir connaître l'historique de la présence des facteurs de risque et des doses (cigarettes/jour, consommations d'alcool/jour). Il pourra aussi être pertinent de contrôler la présence d'effets lors de l'acquisition des mouvements (p. ex. délai entre la dernière cigarette consommée et le début de l'expérience), etc.

Notons aussi que l'auto-rapport de données telles que l'hypertension chez des sujets apparemment sains constitue une faiblesse méthodologique lorsque l'on compare la banque de données Sign@médic aux principales études examinant l'impact de l'hypertension sur les temps de réaction. Celles-ci font souvent le suivi de la pression systolique et diastolique de leurs sujets soit durant l'expérimentation, soit de façon ambulante pour une période pré ou post acquisition.

Concernant l'obésité, il faudrait mieux définir et évaluer celle-ci. Ainsi, dans la littérature, on distingue généralement l'obésité centrale (mesurée par la circonférence de la taille) et globale (évalué en utilisant l'indice de masse corporelle). Ici encore l'auto-rapport binaire (oui/non) de l'obésité cause beaucoup d'incertitude lors de l'analyse des données.

D'autre part, selon les ressources disponibles, il pourrait être avantageux de concentrer, à tour de rôle, l'attention sur l'un ou l'autre des facteurs de risque. L'approche utilisée dans le cadre du projet Sign@médic – étudier de front l'AVC et plusieurs de ces facteurs de risque – était bien adaptée au projet de la formation d'une chaire d'études sur les troubles neuromusculaires. Dans un tel contexte, de grandes banques de données longitudinales permettent de tirer des conclusions ayant une bonne validité interne et cela à partir d'un échantillon plus hétérogène permettant d'espérer atteindre simultanément une bonne validité externe. Cependant, dans un cadre où les ressources sont plus limitées, la constitution d'une banque de données de la taille telle que celle utilisée dans le cadre de ce projet de doctorat (120 sujets) ayant des sujets sains ainsi que des patients affichant des combinaisons complexes de plusieurs facteurs de risque complique grandement l'atteinte de conclusions ayant une validité interne robuste. L'analyse d'une telle banque de données demande le contrôle statistique d'un grand nombre de conditions pour permettre d'émettre des conclusions valides sur l'impact d'un facteur particulier.

Étant donné l'importance en soi de certains facteurs de risque d'AVC et la difficulté de financement de recherches aussi novatrices, de petites études plus focalisées pourraient porter davantage de fruits. On peut donner un exemple de ce qu'impliquerait l'application des deux commentaires précédents. Si l'on considère des ressources suffisantes pour effectuer des tests neuromusculaires chez 50 sujets et que l'on choisit de mettre à ce moment l'emphasis sur l'étude de l'obésité, les commentaires précédents suggèrent de réaliser une étude comportant par exemple 25 sujets contrôles (poids santé) et 25 sujets obèses. La présence d'autres facteurs de

risque d'AVC devrait être contrôlée et, pour chacun des sujets, la masse, la taille ainsi que la circonférence de la taille devraient être notées.

## 14.2 Tests neuromusculaires

L'objectif de cette section est de synthétiser l'ensemble des connaissances et des réflexions concernant les avantages et limitations des différents tests neuromusculaires utilisés dans le cadre du projet Sign@médecin et cela dans le but de formuler des recommandations visant l'amélioration de cette batterie de tests. Cette analyse est orientée spécifiquement dans le cadre des objectifs de la prévention des AVC. Ainsi, certaines tâches pourront ne pas s'être montrées utiles à la prévention des AVC mais posséder des caractéristiques qui les rendent riches au niveau de la recherche fondamentale sur l'étude du mouvement. Selon les objectifs précis de l'investigateur, des choix différents de ceux proposés ici peuvent donc être pertinents.

### 14.2.1 Sommaire des résultats

Le Tableau 14.1 résume les meilleurs résultats obtenus pour chacune des quatre catégories de tâches analysées. Il permet de juger de la valeur relative de chacune des tâches. Notons cependant qu'il faut considérer celui-ci avec prudence. Différentes méthodes ont sciemment été utilisées d'une tâche à l'autre puisqu'un des buts du travail d'exploration réalisé dans cette thèse était d'identifier les meilleures techniques applicables au problème étudié. Bien que ce choix soit judicieux dans cette phase exploratoire de l'application ici étudiée, il a le désavantage de produire des résultats moins facilement comparables d'une tâche à l'autre.

Tableau 14.1 : Résumé des meilleurs résultats obtenus pour chacune des quatre catégories de tâches analysées. Le symbole  $\bar{x}$  identifie la moyenne des rangées et des colonnes.

	Temps de réaction				Compromis (7 paramètres)	triangles (modèles cinématiques)	oscillations	$\bar{x}$
	Visuel	Auditif	Choix	Combiné				
DM	0.848	0.823	0.888	0.883	0.848	0.820	0.759	0.838
HT	0.762	0.759	0.764	0.806	0.739	0.801	0.766	0.771
HC	0.805	0.775	0.731	0.825	0.751	0.732	0.661	0.754
TA	0.685	0.815	0.717	0.779	0.711	0.700	0.600	0.715
PC	0.809	0.815	0.846	0.849	0.801	0.811	0.735	0.809
OB	0.775	0.884	0.851	0.845	0.725	0.681	0.753	0.788
$\bar{x}$	0.781	0.812	0.800	0.831	0.763	0.758	0.712	0.779

Notons néanmoins que les meilleurs résultats proviennent ici des tâches les plus simples produisant des mouvements de pointage. Il est cependant possible que cela soit attribuable au fait que le nombre d'échantillons plus élevé pour ces tâches permet une meilleure estimation des paramètres de modélisation et une plus grande fiabilité des caractéristiques prédictives calculées.

En ce qui concerne la prédictibilité des facteurs de risque, le diabète et les problèmes cardiaques ressortent dans cette étude comme étant les mieux prédits alors que le tabagisme semble le facteur pouvant le moins bien être évalué à partir des mouvements humains. Cette dernière conclusion est peut-être attribuable au fait que la présence de nicotine dans le sang des sujets fumeurs n'a pas été contrôlée au moment de l'expérimentation.

### 14.2.2 Tâches de temps de réaction

L'utilisation des données provenant des tests de temps de réaction a produit des résultats intéressants en termes d'aire sous la courbe ROC. Il a été montré au Chapitre 10 que la combinaison des classificateurs développés pour chacune des trois tâches a généralement donné des résultats supérieurs à ceux provenant des classificateurs individuels. Il n'est cependant pas possible, à ce moment, de statuer sur la cause de cette amélioration. En effet, elle pourrait être attribuable soit à une réelle complémentarité de ces tâches, soit à la diminution du bruit causé par l'augmentation du nombre total d'échantillons disponibles suite à la combinaison des trois tests. Une étude plus poussée exigeant une nouvelle collecte de données serait nécessaire pour répondre de façon définitive à cette question.

Si les tâches de temps de réaction avec choix sont conservées, le protocole de ce test doit être clarifié en ce qui concerne les erreurs relatives à la direction du mouvement. Ainsi, une amplitude maximale  $\lambda_m$  doit être définie quant à l'incursion que la trajectoire peut faire dans la mauvaise direction avant que le mouvement soit considéré comme une erreur puisque l'on rencontre, sur certains mouvements rapides normaux, un court recul avant que le mouvement aille de l'avant. Une fois cette amplitude maximale définie, les essais où une erreur est présente devraient être détectés automatiquement, étiquetés comme tels<sup>77</sup> et un signal devrait

---

<sup>77</sup> Dans le protocole d'acquisition du projet Sign@médic, ces mouvements étaient étiquetés comme « invalides » et ils tombaient alors dans l'ensemble des mouvements invalides pour diverses raisons (faux départs, erreur de



automatiquement être émis au sujet pour lui indiquer que sa réponse est erronée. Pour cette tâche, il faut aussi évaluer si l'on veut normaliser le taux d'erreur comme cela est parfois proposé dans la littérature (voir p. ex. (Mackenzie, 1992b)).

D'autre part, une limitation de la batterie de tests actuelle réside dans le fait que les tâches de temps de réaction simple et de choix font varier en simultanée deux facteurs, soit la présence ou non d'un choix et l'amplitude du mouvement. Ainsi, l'effet de ces deux variables ne peut pas être distingué lors de la comparaison des paramètres lognormaux provenant des deux tests. Afin que cette comparaison soit aussi riche que possible, il serait souhaitable que les deux protocoles soient en tous points identiques à l'exception d'un seul facteur dont la manipulation expérimentale est souhaitée (p. ex. la présence ou non d'un choix à faire avant de produire une réaction rapide). Ainsi, si des tâches de temps de réaction simples et de choix sont toutes deux utilisées dans une même batterie de tests, il est suggéré d'utiliser la même feuille guide pour les deux tâches. Une proposition de feuille guide pour ces tests est illustré à la Figure 14.1.

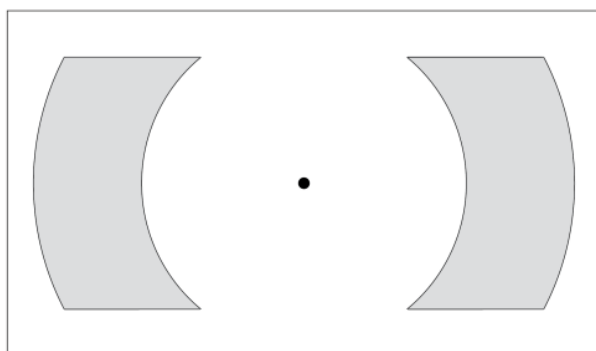


Figure 14.1 : Proposition de feuille guide pour les tâches des temps de réaction simples et de choix.

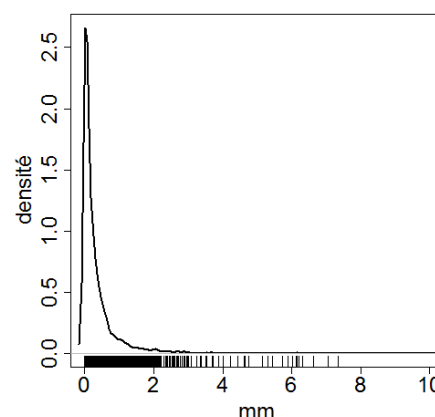


Figure 14.2 : Fonction de densité de l'amplitude du mouvement réalisé dans la mauvaise direction avant que la trajectoire rejoigne la cible finale.

Le point de départ central est identifié en noir et il devrait avoir un rayon  $\lambda_m$ . Les zones cibles sont identifiées en gris. Leurs bordures sont concentriques avec le centre du point de départ

---

manipulation de l'équipement, etc.). Cela rend difficile le calcul du nombre d'erreurs par sujet lors de l'analyse et a pour effet que cette information ne peut pas être considérée comme une caractéristique prédictive lors du développement de systèmes de diagnostic.

et sont formées d'arcs de cercle ayant un rayon de 75 mm et de 125 mm. Cette tâche a donc un indice de difficulté égale à  $\ln(4) \approx 1.39$  (selon la formule (5.7)), ce qui en fait une tâche facile où la précision n'est pas un facteur important. Dans le cas d'une réaction simple, la zone droite ou gauche doit être atteinte selon que le sujet est droitier ou gaucher alors que pour un protocole avec choix, le stimulus dicte la zone à atteindre.

La Figure 14.2 montre la fonction de densité de l'amplitude de l'incursion du mouvement dans la mauvaise direction avant que le sujet rejoigne la bonne cible, telle que calculée sur l'ensemble des spécimens valides de la collecte de données du projet Sign@médic. On constate qu'une valeur de  $\lambda_m$  de l'ordre de 2.5 mm semble être amplement suffisante.

### 14.2.3 Compromis vitesse-précision

L'intérêt d'utiliser une tâche de Fitts pour l'évaluation de la susceptibilité à l'AVC est mitigé. En général, l'enregistrement des différentes conditions expérimentales n'a pas apporté une valeur ajoutée claire au moment de l'analyse. D'autre part, l'utilisation de 16 conditions expérimentales complexifie le protocole, limite le nombre d'échantillons possibles par condition et ajoute du bruit à l'analyse lors de la combinaison des données provenant des différentes conditions. Il est donc recommandé de diminuer au maximum le nombre de conditions expérimentales de façon à augmenter le nombre d'échantillons par condition (p. ex. deux à quatre conditions avec 20 à 30 échantillons par conditions).

Les analyses réalisées suggèrent qu'il est avantageux de considérer des compromis vitesse-précision impliquant des mouvements amples et des cibles larges. On peut formuler une hypothèse selon laquelle le désavantage lié aux cibles étroites est associé au fait que celles-ci forcent des mouvements plus lents ayant une nature moins balistique. Dans ce cadre, il n'est pas étonnant que ces données soient moins riches lors d'une analyse delta-lognormale. Il est possible qu'une modélisation sigma-lognormale de ces compromis plus exigeants puisse mener à des conclusions différentes. Une autre hypothèse possible serait que les mouvements d'amplitude plus larges sont moins affectés par la composante de bruit non liée à l'amplitude des signaux et ont donc un rapport signal sur bruit plus élevé, permettant ainsi une meilleure évaluation des caractéristiques neuromusculaires.

La littérature nous enseigne que les mouvements de grande amplitude sont affectés de façon particulière par certaines conditions telles que le Parkinson. Les sujets atteints par cette maladie tendent en effet à ne plus pouvoir produire des mouvements larges avec un seul patron d'activation EMG triphasé. Des cycles supplémentaires d'activation agoniste-antagoniste doivent alors être produits et le profil cinématique affiche alors une trajectoire comportant plusieurs corrections (Isenberg & Conrad, 1994). Cependant, les mouvements de petite amplitude faisant davantage appel à la motricité fine sont aussi plus propices pour le diagnostic de certains troubles tels que, ici encore, la maladie de Parkinson (Pradhan et al., 2010). Ainsi, sans garder l'ensemble des 16 conditions expérimentales, le choix d'un plus petit nombre de conditions (de deux à quatre) pourrait être un bon compromis permettant de diagnostiquer différents types de problèmes.

D'un point de vue méthodologique, deux préoccupations méritent d'être considérées. Premièrement, il est usuel dans une tâche de Fitts de contrôler le taux d'erreur et d'inciter le sujet à être plus précis ou plus rapide selon que celui-ci fait trop ou trop peu d'erreurs comparativement à la norme visée. Pour ce faire, il est suggéré d'implémenter, dans le logiciel Sign@médecin, une détection automatique des cibles manquées et, éventuellement, d'informer le sujet quant à l'atteinte ou non des cibles. Cette rétroaction peut provenir du stimulateur ou de la modification de la couleur des cibles manquées. Évidemment, cette seconde alternative nécessiterait de remplacer la tablette Wacom Intuos2 par une tablette PC (ou un équivalent tel que la tablette Wacom Cintiq) afin de générer des feuilles guides dynamiques.

Ceci met d'ailleurs en lumière une ambiguïté protocolaire dans l'implémentation de ce genre de tâche sur une tablette à numériser. À titre de comparaison, on considère la tâche décrite par Fitts (1954). Dans celle-ci, trois plaques métalliques sont disposées côte à côte, celle du centre étant la cible. Le sujet doit aller porter la pointe de son stylet aussi rapidement que possible sur la zone cible. La première des trois plaques entrant en contact avec le stylet détermine l'atteinte ou non de la cible et la fin du mouvement est clairement étiquetée comme étant l'instant où le stylet entre en contact avec l'une des trois plaques. Ce protocole a deux avantages par rapport à celui utilisé dans Sign@médecin. En premier lieu, il permet d'établir précisément le moment de fin du mouvement. Cela est moins évident sur le profil cinématique d'un mouvement, le pic de vitesse principal étant souvent suivi d'une alternance de pics secondaires de plus faible amplitude et de moments où la vitesse est pratiquement nulle pour des durées variables. En

second lieu, le protocole de Fitts n'a aucune ambiguïté quant à l'atteinte ou non de la cible. Dans le cas du protocole sur tablette à numériser, le stylet passe par une zone d'erreur (équivalent de la première plaque de Fitts) avant d'atteindre la cible (deuxième plaque). Il peut même dépasser la cible pour et atteindre l'autre zone d'erreur (troisième plaque) avant de revenir dans la zone cible. Lorsqu'un sujet n'atteint pas la cible (p. ex., il la dépasse), il peut arriver que la correction soit très rapide et en continuité (ou presque) avec le mouvement. Il devient alors difficile d'opérationnaliser la décision concernant l'atteinte ou non de la cible. Évidemment, ces deux problèmes sont interreliés si l'on considère que la cible est atteinte lorsque l'effecteur terminal est dans sa région à l'instant de la fin du mouvement. Il faut alors définir clairement comment sera déterminé l'instant de la fin du mouvement puisque le déplacement principal sera inévitablement superposé aux corrections que le sujet aura tendance à faire pour réussir la tâche.

Pour pallier à ces difficultés, il serait préférable que le protocole expérimental soit modifié pour désambigüiser le moment de fin du mouvement ainsi que l'atteinte ou non de la cible. Dans le cas contraire, la détermination de ces deux éléments doit être opérationnalisée lors du traitement des données ce qui entraîne généralement une procédure de rejet aveugle générant un nombre supérieur d'erreurs. D'autre part, si l'instant de fin du mouvement et les critères d'atteinte des cibles ne sont pas clairement définis dans le protocole expérimental et que le sujet ne reçoit pas de rétroaction systématique et cohérente sur le succès ou non de l'atteinte des cibles<sup>78</sup>, celui-ci reste dans le flou. Plusieurs questions doivent donc être éclaircies au niveau même du protocole : Est-ce qu'un mouvement correcteur permettant d'atteindre d'une cible est acceptable? Qu'est-ce qui distingue un mouvement correcteur des pics secondaires de la delta-lognormale? Est-ce que la tâche est réussie si le mouvement est continu et qu'il comporte un dépassement suivi d'un retour? Où est tracée la ligne entre un mouvement continu et discontinu? Etc.

La deuxième préoccupation méthodologique concerne la forme de la zone cible. Celle-ci étant une longue bande droite, le sujet peut réaliser des mouvements qui sont plus ou moins perpendiculaires à la cible. Cela crée une incertitude supplémentaire sur la valeur du paramètre  $D$

---

<sup>78</sup> Ceci est le cas pour l'acquisition dans le cadre du projet Sign@médic. La rétroaction au sujet n'était pas automatisée et le guide de l'expérimentateur (Scribens, 2004) est très peu explicite quant aux conditions de l'atteinte de la cible stipulant seulement que les traits doivent atteindre les cibles (barres verticales).

effectif de la tâche. Des cibles dont les bordures seraient perpendiculaires (c.-à-d. formées d'arcs de cercle concentrique avec la zone de départ) pourraient, à ce titre, représenter un avantage.

La Figure 14.3 montre un exemple de feuille guide. Celle-ci comporte une zone de départ réduite à 5 mm de diamètre puisqu'il a été noté que l'utilisation de zones de départ de 15 mm de diamètre sur les feuilles guides du projet Sign@médic a pour effet d'ajouter une incertitude sur la valeur effective de la distance  $D$ . La zone illustrée comporte deux caractéristiques : la distance entre ces deux bordures circulaires et la longueur de l'arc de cercle formant sa bordure interne. Il peut être intéressant de manipuler indépendamment ces deux grandeurs puisque Bohan et al. (2003) ont noté un effet différent de la largeur et la hauteur de la cible sur les caractéristiques cinématiques. Alternativement, la longueur de l'arc peut être prise assez grande pour ne pas avoir d'impact, de façon à manipuler seulement la largeur de la cible, tel que proposé dans le protocole utilisé par le projet Sign@médic.

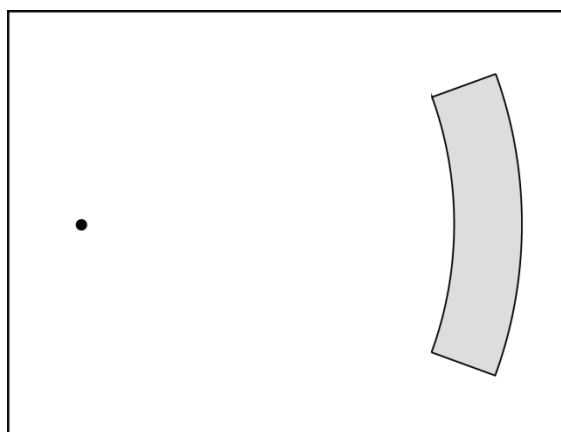


Figure 14.3 : Proposition de feuille guide pour la tâche de compromis vitesse-précision.

Notons qu'une seule condition est affichée par feuille. Ceci n'est pas un inconvénient notable par rapport aux quatre conditions par feuille du projet Sign@médic puisqu'il est recommandé 1) de faire au moins 15 essais valides par condition expérimentale et 2) d'adopter une tablette d'acquisition qui puisse permettre la génération dynamique des feuilles guides.

Comme point de départ, on suggère d'utiliser un arc de cercle de longueur maximale et d'étudier les quatre conditions  $(D, \Delta D)$  se situant aux « coins » du plan expérimental actuel. L'impact de l'inclusion de la longueur des arcs de cercle formant les cibles devra être étudié plus sérieusement sur une population non clinique avant que l'on puisse en recommander l'inclusion dans une batterie de test clinique.

### 14.2.4 Séquences de mouvements

Dans l'état actuel des travaux, il n'est pas encore certain que les tâches plus complexes, telles que les séquences de mouvements, aient un avantage définitif par rapport aux tâches plus simples de pointage. De nos analyses, il ressort que la complexité relative de ce test cause une plus grande hétérogénéité des réponses (p. ex., certains sujets ont tendance à arrêter aux cibles alors que d'autre non, certains réalisent des mouvements plus circulaires alors que d'autres font des séquences de traits rectilignes). Cela ajoute une variabilité supplémentaire lorsque vient le moment de comparer des mouvements réalisés en suivant des stratégies différentes.

Une solution possible pour mieux contrôler le design expérimental est de restreindre davantage les stratégies possibles en modifiant les feuilles guides utilisées. Par exemple, on peut ajouter des ellipses d'une largeur  $A$  reliant chacune des cibles tel qu'illustré à la Figure 14.4. Sur celle-ci, la zone gris pâle constitue un espace dont les frontières ne doivent pas être franchies dans le cadre d'un mouvement valide. Bien sûr, la grandeur  $A$  devient alors un facteur expérimental qui peut être modifié pour restreindre davantage le mouvement ou le laisser plus libre.

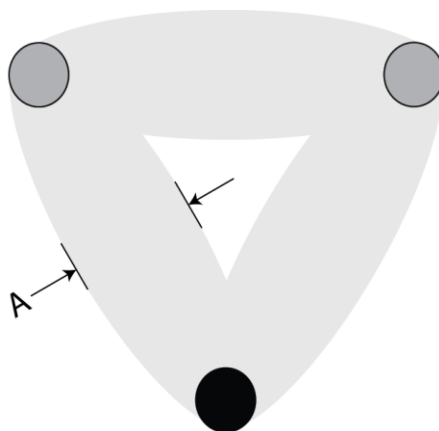


Figure 14.4 : Proposition de modification de la feuille guide pour la tâche séquence de traits.

Malgré que nos analyses n'aient pas réussi à détecter un avantage clair à l'utilisation de cette tâche par rapport aux tâches de pointage rapide, il faut noter que la littérature comporte des résultats contraires. Par exemple, Marzilli & Shea (2000) rapportent que les performances aux tâches nécessitant significativement plus de traitement d'information sont davantage affectées par l'abstinence à la nicotine que des tâches simples. Il semble donc que plus d'investigation soit

nécessaire avant de conclure de façon définitive sur l'avantage ou non d'utiliser des tâches simples plutôt que des tâches complexes.

Notons d'autre part que, comme pour les compromis vitesse-précision, la définition du temps d'arrêt du mouvement doit être opérationnalisée et incluse directement dans le logiciel d'acquisition. La vérification de l'atteinte des cibles devrait être validée lors de l'expérimentation et une rétroaction devrait être fournie au sujet (p. ex. par le changement de la couleur de la cible si la feuille guide est implémentée de façon interactive sur une tablette PC). De plus, comme pour les compromis vitesse-précision, il convient de considérer la possibilité de contrôler le ratio d'erreur des sujets. Il faut aussi décider de ce qui sera fait (exclusion ou inclusion), au moment de l'analyse, par rapport aux mouvements pour lesquels une cible a été ratée.

Finalement, mentionnons que l'analyse des données disponibles n'a pas montré d'avantages dans le fait de varier la direction du tracé ou la grandeur des triangles. Le fait de considérer 6 conditions expérimentales avec deux répétitions produit des données où peu de répétitions sont disponibles pour l'analyse. Il pourrait être préférable de considérer seulement une condition expérimentale et de réaliser au moins une quinzaine de répétitions de celle-ci.

### **14.2.5 Mouvements oscillatoires**

Une analyse préliminaire des mouvements oscillatoires synchronisés montre que ceux-ci sont difficilement analysables dans le cadre actuel et cela pour deux raisons. Premièrement, cette tâche laisse place à l'adoption de différentes stratégies pour lesquelles des modèles différents doivent être utilisés, ce qui constitue une complication significative en soi. De plus, l'utilisation de modèles alternatifs selon la stratégie adoptée pose une difficulté supplémentaire au niveau de l'analyse statistique puisqu'il faut alors se demander comment on pourra comparer la valeur des paramètres lognormaux entre des mouvements découlant de stratégies et de modèles différents. Deuxièmement, l'une des stratégies adoptées consiste en la production d'oscillations suivant un mouvement continue. Or, la fréquence d'oscillations a été fixée à 1 Hz, ce qui impose des mouvements de pointage d'une durée de 500 ms. Cette durée est trop longue pour permettre l'utilisation d'une seule composante neuromusculaire. La modélisation se complexifie alors par la production de complexes constitués d'un nombre inconnu de composantes ayant une forte superposition.

Cette tâche est donc peu utile au diagnostic dans son format actuel. Il est possible qu'une fréquence d'oscillation plus rapide (p. ex. 2 Hz) puisse forcer l'utilisation d'une seule composante neuromusculaire par mouvement de pointage ainsi que l'adoption d'un mouvement continu. Cependant, il est aussi possible qu'une telle fréquence ne soit pas atteignable par les sujets les moins en santé. Il est donc suggéré, *a priori*, de retirer cette tâche de la batterie de tests. Une étude où la fréquence du tempo serait manipulée expérimentalement serait nécessaire pour définir dans quel intervalle de fréquence cette tâche peut produire des résultats intéressants à l'analyse lognormale pour une application diagnostique.

L'utilisation d'oscillations à fréquence maximale s'est pour sa part montrée intéressante. Bien qu'elle ait produit, en moyenne, des résultats plus faibles que ceux des autres tâches, certains facteurs de risque sont bien diagnostiqués par cette tâche. Celle-ci est donc à conserver dans la batterie de tests utilisée pour des études subséquentes.

#### **14.2.6 Signatures et écriture manuscrite**

Au moment de l'écriture de ces lignes, les signatures comprises dans la banque de données Sign@médec avaient été modélisées, mais l'étude de leur potentiel diagnostique n'avait pas été réalisée. Celles-ci sont suspectées d'avoir un bon potentiel diagnostique puisque certains cas anecdotiques de déformation pré-AVC de la signature ont été rapportés. Cependant, ce test pose un certain nombre de défis méthodologiques. Ces mouvements sont très stéréotypés, mais le prototype de ceux-ci est propre à chaque sujet, ce qui complique l'analyse transversale de celles-ci. Il est probable que ce test serait plus utile dans une collecte de donnée longitudinale, où un sujet peut être comparé à ces performances passées afin d'étudier l'évolution de sa neuromotricité. Il est donc recommandé d'inclure ce test dans les collectes de données longitudinales ou à mesures répétées, mais de l'exclure des collectes transversales.

Notons cependant que l'inclusion de ce test peut poser certains problèmes éthiques et méthodologiques par rapport à la confidentialité des données récoltées ainsi qu'à l'analyse à l'aveugle de celles-ci. En effet, pour ce type de mouvements, les profils de vitesse permettent aisément l'identification du sujet. Il peut donc être intéressant de prévoir un mécanisme de numérotation des données qui ne permette pas d'associer une signature aux données des autres tests neuromusculaires de façon à limiter ces préoccupations aux seules données associées aux signatures.



D'autre part, l'écriture manuscrite comporte aussi des mouvements complexes hautement stéréotypés. Cependant, dans ce cas, un patron de mouvement peut être imposé (en stipulant le texte à écrire et le style de calligraphie à adopter) de façon à pouvoir étudier les mouvements de chaque sujet à partir d'un même prototype. Il semble donc avantageux de considérer l'inclusion d'un test d'écriture manuscrite dans la banque de données. Une étude plus approfondie de la littérature et un test de préféabilité sur une population non clinique devront cependant être menés avant de pouvoir inclure un tel test dans la batterie de test clinique.

### **14.2.7 Mouvements d'aller-retour**

Il paraît séduisant d'envisager d'utiliser une tâche d'aller-retour telle que celle utilisée par Woch (2006) puisque ce type de mouvement pourrait être considéré comme étant le produit d'une seule lognormale. Dans un tel cas, il aurait l'avantage de comporter une composante antagoniste beaucoup plus facile à identifier et à caractériser. Cependant, tel que discuté au Chapitre 8, les mouvements d'aller-retour sont significativement moins bien modélisés que ceux d'aller-simple (20.7 dB versus 28.7 dB). De plus, le nombre de pics observés (un à trois pour l'aller-simple versus deux à quatre pour l'aller-retour) semble suggérer que ces mouvements ne sont pas toujours le résultat d'une simple delta-lognormale.

### **14.2.8 Période d'apprentissage**

Pour l'acquisition des tests en général, la politique à l'égard des essais d'entraînement semble être à réviser. En effet, dans le cadre de la collecte d'acquisition de Sign@médecin, l'expérimentateur offre au sujet de s'entraîner aussi longtemps qu'il le désire pour se sentir confortable avec le protocole. Ainsi, certains sujets choisissent systématiquement de faire très peu voire pas d'essais d'entraînement parce qu'ils jugent avoir bien compris le protocole ou qu'ils ne veulent pas paraître lents à comprendre. Pourtant, peu importe l'évaluation qu'un sujet peut faire de son niveau de préparation, le système neuromusculaire peut ne pas avoir eu suffisamment de temps pour s'adapter à la tâche. Cela a comme conséquence que, pour les sujets ayant choisi de faire beaucoup d'essais d'entraînement, aucun phénomène d'apprentissage ne se reflète dans leurs données alors que cet effet peut être plus présent pour les sujets ayant choisi une période très courte. D'autre part, le fait que la période soit non normalisée ne permet pas d'envisager réaliser des analyses statistiques sur ces données pour évaluer les phénomènes d'apprentissage.

Ainsi, ces essais sont en quelque sorte gaspillés alors qu'ils pourraient servir à certaines analyses si une période d'apprentissage normalisée était appliquée.

### **14.2.9 Autres considérations**

Dans l'acquisition de la banque de données Sign@médic, certains problèmes méthodologiques ont conduit à un rejet important de données comme étant aberrantes ou ne respectant pas les critères de la tâche. Les deux plus grandes lacunes observées sont sans aucun doute le manque d'emphase sur la nécessité de réaliser des mouvements rapides et sur l'obligation de prendre un temps d'arrêt à la fin du mouvement avant de retirer le stylet de la tablette à numériser. Ce haut taux de rejet crée un déséquilibre supplémentaire dans les données. Cela a pour effet de diminuer la validité interne des conclusions ainsi que la facilité avec laquelle on peut observer des effets significatifs et cohérents. Pour ces raisons, il est de notre avis que les tâches analysées n'ont pas pu être exploitées à leur plein potentiel.

Rappelons aussi qu'il sera important d'effectuer une validation plus poussée des résultats obtenus. Celle-ci n'a pu être réalisée que partiellement (p. ex. en utilisant une validation croisée) étant donné le trop petit nombre de sujets affectés par chacune des conditions évaluées. Comme suggéré au Chapitre 10, l'étude d'un facteur de risque devrait se faire avec une banque de données d'entraînement (50 sujets affectés, 50 sujets contrôles) alors que la validation devrait être réalisée sur une banque d'une quarantaine de sujets supplémentaires (20 atteints, 20 contrôles).

De plus, chaque condition expérimentale testée (à l'exception des oscillations) devrait comporter un échantillon d'environ 30 spécimens valides pour l'analyse statistique. Une technique multivariée de rejet des données aberrantes du type de celle proposée à la section A1.3 de cette thèse devrait être appliquée sur l'ensemble des paramètres lognormaux extraits. Il serait souhaitable que le rejet des données aberrantes soit réalisé automatiquement durant l'acquisition des données de façon à assurer que les données valides forment une banque aussi équilibrée que possible.

Finalement, il pourrait être profitable de synthétiser davantage d'informations tirées de l'étude de la littérature à l'intérieur d'une réflexion sur les dimensions neuropsychologiques (Lezak, 2004) à tester. Par exemple, sachant que les fonctions exécutives (planification, filtrage

de stimuli concurrents, inhibition de faux signaux, etc.) sont affectées par la cigarette et l'alcoolisme, il est possible que l'ajout d'une tâche évaluant la faculté d'inhibition (p. ex. la tâche d'arrêt décrite par Glass et al. (2009)) permette d'évaluer une dimension cognitive supplémentaire par rapport à la situation actuelle. Une investigation plus poussée à ce sujet pourrait être envisagée afin d'optimiser la batterie de tests en éliminant les redondances et en ajustant le spectre des fonctions cognitives évaluées aux exigences du diagnostic de la susceptibilité à l'AVC.

## 14.3 Équipement et logiciel d'acquisition

### 14.3.1 Intégration des critères de rejets

L'expérience a montré que malgré que les consignes soient clairement communiquées aux sujets, l'exécution répétitive d'une tâche neuromusculaire porte plusieurs d'entre eux à négliger certaines contraintes. Ainsi, la consigne obligeant l'arrêt du mouvement avant de lever le crayon de la tablette n'a pas été respectée dans un grand nombre d'essais de la banque de données Sign@médecin. Pour ces mouvements, les pics secondaires peuvent être difficilement séparables du mouvement de retrait du sujet. Cela a comme conséquence qu'il est difficile d'opérationnaliser la segmentation des mouvements (c.-à-d. couper le profil de vitesse à la fin du mouvement) sans éliminer systématiquement les pics de vitesse secondaires. Pourtant, étant donné le problème de conditionnement associé à la modélisation delta-lognormale, la présence ou non de pics secondaires et la forme de ceux-ci sont suspectées de jouer un rôle important pour l'extraction de paramètres delta-lognormaux ayant une correspondance avec leur sens physiologique postulé dans la Théorie Cinématique. Bien que le fait de conserver seulement le premier pic de vitesse se soit montré une solution viable pour éviter de rejeter près de la moitié des données des tests de temps de réaction du projet Sign@médecin, il paraît souhaitable, à l'avenir, d'assurer la collecte de mouvements ayant des arrêts bien marqués.

D'autre part, différents critères ( $RSB < 20 \text{ dB}$ ,  $t_0$  optimaux négatifs, données statistiquement aberrantes, etc.) résultent en le rejet d'une proportion non négligeable des mouvements enregistrés. Cela a pour effet de diminuer de façon importante la taille des échantillons et de déséquilibrer les données.

Pour pallier à ces problèmes, on propose l'intégration dans le logiciel d'acquisition de la vérification de l'arrêt du mouvement et des critères de rejet. Un premier pas dans cette direction a été pris lors de la conception du logiciel Sign@médecin en y intégrant le rejet automatique des essais où le sujet anticipe le stimulus. Il faudrait maintenant aller plus loin en intégrant les autres critères de rejet. Ainsi, un essai devrait être rejeté automatiquement et un message d'erreur devrait être transmis au sujet lorsque celui-ci n'effectue pas une pause d'au moins 50 ms à la fin d'un mouvement avant de retirer son stylet de la tablette (voir la définition du critère  $C_1$  à la section 10.1 pour une définition plus précise).

Les mouvements ayant un RSB de reconstruction inférieur à 20 dB devraient aussi être rejetés et un signal devrait être émis au sujet puisque ce type de rejet est souvent associé à des mouvements où le sujet semble manquer de motivation et fait un mouvement lent alors que la tâche exige un mouvement aussi rapide que possible. Les algorithmes d'extraction de paramètres sont maintenant assez matures pour permettre l'extraction des paramètres en direct (« on-the-fly »). L'évaluation de la delta-lognormalité des mouvements acquis peut alors être réalisée au moment de l'acquisition.

Finalement, les mouvements produisant des extractions ayant un  $t_0$  négatif devraient être rejetés, mais aucun signal d'erreur ne devrait être transmis au sujet puisque la cause d'une telle erreur est à ce jour inconnue. Le sujet n'ayant aucun moyen de corriger ce type de mouvement, il est préférable de ne pas créer chez lui un stress inutile en lui fournissant une rétroaction négative sur un phénomène qu'il ne peut pas contrôler.

Notons d'autre part qu'il est impérieux d'examiner plus en détail les causes de l'obtention de ces mouvements pour évaluer l'impact sur les analyses que peut avoir le rejet systématique de ces mouvements. D'ailleurs, à ce sujet, mentionnons que les mouvements ainsi rejetés sont simplement étiquetés invalides et ne sont pas comptés dans le nombre d'échantillons valides nécessaires pour clore un test neuromusculaire. Ils sont néanmoins enregistrés et peuvent être analysés afin d'étudier cette problématique.

Idéalement, cette intégration des conditions de rejet devrait être poussée jusqu'à exclure automatiquement les données dont la valeur des paramètres delta-lognormaux est aberrante statistiquement. Ainsi, on pourrait assurer qu'un nombre  $N$  de mouvements valides est disponible pour chaque sujet, une caractéristique très souhaitable pour l'application des tests statistiques.

### 14.3.2 Adoption de guides dynamiques

Notons d'autre part qu'il pourrait être avantageux de remplacer la tablette Wacom Intuos2 par une tablette PC ou une tablette Wacom Cintiq permettant de remplacer les feuilles guides par l'affichage dynamique des guides. L'adoption d'un tel équipement permettrait d'éviter la manipulation des feuilles guides puisque l'affichage des guides pourrait être géré automatiquement par le logiciel d'acquisition. Ceci contribuerait à réduire les manipulations de l'expérimentateur et du même coup, la variabilité et les sources d'erreurs associées à la possibilité qu'une feuille guide soit mal placée. Malgré toutes les précautions, ce type d'erreur est rencontré en pratique. À titre d'exemple, pour trois sujets, l'étude des données de Sign@médec montre que la position des points de départ est telle que les feuilles guides pour les compromis vitesse-précision ont été mal placées par l'expérimentateur. L'utilisation d'un dispositif d'acquisition avec affichage permettrait d'autre part une randomisation automatisée des essais pour les protocoles plus complexes tels que celui de la tâche de Fitts. Pour l'acquisition des données actuellement disponibles, les conditions expérimentales du test de compromis vitesse-précision et du test de séquençage des mouvements n'ont pas été randomisées pour éviter de complexifier le protocole expérimental. Ceci permettrait aussi d'envisager la conception de tests qui seraient impossibles avec des feuilles guides statiques (cibles en mouvement, cible disparaissant après un certain délai ou apparaissant à des positions aléatoires, avec des tailles aléatoires, etc.).

## 14.4 Conclusion

Rappelons, comme il a été mentionné au Chapitre 1, que plus de 70 ans d'investigations sur les liens entre l'hypertension et les mouvements n'ont pas suffi à obtenir des conclusions univoques et cela étant donné principalement des difficultés méthodologiques qui ont dû être identifiées d'expérience en expérience et corrigées au fur et à mesure. À la suite d'une première étude se situant dans un champ aussi novateur que celui de la prévention des AVC basée sur l'analyse cinématique des mouvements, il n'est pas étonnant de constater qu'un bon nombre d'améliorations méthodologiques soient possibles. Il est espéré que ce chapitre est un premier pas permettant de tendre vers une méthodologie d'investigation scientifique plus fructueuse pour la problématique ici étudiée.

## CONCLUSION

Le caractère novateur de la thématique de recherche investiguée dans cette thèse constitue l'un de ses points forts. À la connaissance de l'auteur, aucun autre travail scientifique ne porte sur la détection d'un état pré-AVC. Comme tout nouveau champ d'études, beaucoup de connaissances doivent être développées d'un point de vue méthodologique et conceptuel avant que l'idée initiale ne se retrouve implémentée dans un système disponible pour un usage clinique. Ainsi, cette thèse a contribué au développement de différents outils (extracteurs de paramètres, méthodologie expérimentale, techniques d'analyse) devant en définitive servir à la conception d'un système de diagnostic commercialisable. Bien qu'il reste encore plusieurs étapes à franchir avant d'en arriver à la réalisation d'un prototype utilisable en clinique, les contributions apportées en ce sens sont substantielles. Celles-ci peuvent être regroupées en trois axes, soit 1) l'étude fondamentale du mouvement humain, 2) le développement d'outils d'analyse lognormaux et 3) l'utilisation de la cinématique des mouvements humains dans le cadre de l'évaluation de la susceptibilité à l'AVC.

Concernant le premier aspect, des hypothèses novatrices ont été avancées et vérifiées relativement à l'interrelation agoniste-antagoniste dans les mouvements de compromis vitesse-précision. Cette étude a démontré comment une analyse cinématique peu coûteuse et peu envahissante peut servir à l'observation de phénomènes qui nécessiteraient autrement un appareillage beaucoup plus lourd tel que l'EMG. L'existence d'un potentiel évoqué au temps  $t_0$  a aussi été postulée puis observée, ouvrant ainsi une nouvelle fenêtre sur l'investigation du contrôle moteur. De plus, une position a été prise dans le débat opposant la modélisation modulaire sérielle et la représentation proportionnelle des processus cognitifs et psychophysiques. À cet effet, nos travaux ont montré, d'une part, le caractère incontournable de la proportionnalité dans l'analyse des primitives motrices et, d'autre part, le chevauchement séquencé de ces mêmes éléments constitutifs. Ainsi, il en découle une représentation en cascade de processus proportionnels. Ensuite, une somme importante de connaissances supplémentaires a été développée au niveau de l'analyse lognormale des mouvements humains. Cela s'est concrétisé au moins à trois niveaux, soit 1) par le développement d'une façon alternative d'étudier l'apparition de la lognormale dans les mouvements humains, 2) par l'investigation des propriétés de la distribution des paramètres lognormaux et des techniques adaptées à leur analyse statistique et 3) par l'identification de certaines difficultés méthodologiques qui exigeront un examen plus

approfondi (p. ex. le problème du mauvais conditionnement de l'ajustement delta-lognormal). Enfin, nos résultats aident aussi à répondre à certaines interrogations (p. ex. Est-ce que les problèmes cardiaques affectent le contrôle moteur? ) et soulèvent de nouvelles questions de recherches (p. ex. Pourquoi et comment les problèmes cardiaques affectent-ils les mouvements humains?).

Au niveau du deuxième axe, trois algorithmes d'extraction ont été proposés. Le premier permet de modéliser, avec un haut niveau de confiance (25 dB), des mouvements humains d'une complexité arbitraire. Pour sa part, le second est particulièrement adapté à la modélisation des mouvements complexes stéréotypés. Ce dernier permet d'extraire des ensembles de paramètres cohérents pouvant être soumis à une modélisation par régression linéaire ou par ANOVA. Le troisième système s'intéresse, quant à lui, au cas delta-lognormal qu'il résout de façon globalement optimale. Il s'agit d'une nouveauté et d'une nécessité pour certaines applications plus exigeantes, par exemple en génie biomédical et en neurosciences. Notons, de plus, qu'un nouveau modèle (Omega-Lognormal) a été défini pour l'étude des mouvements oscillatoires et que les outils préexistants ont été adaptés à l'extraction de ses paramètres.

Pour terminer ce résumé, en ce qui concerne le troisième axe, une revue de la littérature portant sur les liens entre les caractéristiques des mouvements et les facteurs de risque d'AVC a été réalisée. Aussi, au niveau expérimental, différentes méthodologies ont été testées afin d'évaluer la prédictibilité de la présence des principaux facteurs de risque d'AVC. Ces développements visent à démontrer l'existence de liens entre les caractéristiques de la motricité et la susceptibilité à l'AVC. On espère ainsi attirer l'attention (et le financement) sur cette approche novatrice ayant pour but la diminution de l'impact de l'AVC sur la société. Notons que ces travaux ont permis la modélisation et l'analyse statistique de l'ensemble des neuf tests neuromoteurs de la banque de données Sign@médecin (à l'exception près des signatures et des oscillations synchronisées qui ont seulement été modélisées), une tâche d'une ampleur considérable. De plus, un certain nombre de suggestions ont été formulées en vue d'améliorer la méthodologie des collectes de données futures servant à l'investigation de cette problématique.

Afin de bien mettre en contexte les conclusions concernant le potentiel de l'analyse cinématique des mouvements pour le diagnostic des facteurs de risques d'AVC, rappelons que les résultats rapportés dans cette thèse ne doivent pas être comparés directement aux tests

préexistants permettant d'évaluer la présence desdits facteurs. En fait, il convient de considérer que l'objectif à long terme de ces travaux est d'accumuler assez de connaissances pour soutenir le développement d'outils permettant de détecter, non pas les facteurs de risques d'AVC – ce que font déjà les tests préexistants –, mais la formation d'un AVC à venir. Pour ce faire, l'évaluation des facteurs de risque sera combinée à un examen de l'état de santé du système neuromusculaire basé sur l'étude de la cinématique des mouvements.

D'autre part, bien que le but de ce projet ne soit pas de concevoir des outils de diagnostic des facteurs de risque d'AVC en tant que tels, nos résultats de recherche pourraient susciter des développements dans ce domaine puisque la collecte de mouvements est maintenant facilitée par la disponibilité de nombreux équipements peu coûteux (p. ex. PDA, tablette PC, téléphone intelligent, contrôleur Wii et même la souris d'ordinateur (O'Reilly & Plamondon, 2010a)). Ces données peuvent donc facilement être collectées et servir comme source d'information supplémentaire afin d'améliorer les systèmes de diagnostic existants. Mentionnons d'ailleurs que le rôle des facteurs de risque d'AVC dans d'autres maladies laisse envisager une application plus large des connaissances dérivées de ce projet. Par exemple, les mêmes outils pourraient servir à la prévention des maladies du cœur et même au dépistage précoce du déclin cognitif (Paglieri, et al., 2008).

Bien sûr, il faut tenir compte qu'il existe un envers de la médaille dans la mesure où l'aspect novateur de ces recherches induit par le fait même leur caractère exploratoire. Ainsi, il est trop tôt pour identifier ce qui cause l'existence des liens entre la motricité et les facteurs de risque d'AVC. À vrai dire, dans l'état actuel des connaissances, ceux-ci pourraient aussi bien s'expliquer par la présence d'un état pré-AVC que par une dégradation généralisée du contrôle moteur. Davantage d'études seront nécessaires pour associer avec plus d'assurance et de précision les caractéristiques des mouvements aux facteurs de risque d'AVC. Ces recherches seraient préférablement menées par des équipes distinctes, utilisant différentes méthodologies.

Comme en font foi les résultats présentés dans le cadre de cette thèse, les cinq sous-objectifs proposés en introduction ont été atteints. Ceux-ci sont repris ci-dessous :

- 1) Nos travaux ont apporté des contributions significatives à l'avancement des connaissances portant sur l'étude fondamentale du mouvement humain. Ces derniers s'inscrivent dans le



contexte de la Théorie Cinématique et constituent l'essentiel de la Partie I de ce document.

- 2) L'atteinte de l'objectif visant le développement d'extracteurs lognormaux robustes n'est pas sujet à débat. En effet, la Partie II présente dans le détail la conception d'un extracteur globalement optimal pour le cas delta-lognormal. Celle-ci propose aussi un extracteur capable de modéliser automatiquement des mouvements d'une complexité arbitraire pour le cas sigma-lognormal.
- 3) L'objectif concernant l'extraction des paramètres de mouvements produits en réponse à des tests neuromusculaires a bien entendu été atteint comme le démontre la modélisation lognormale de l'ensemble des échantillons de la banque de données Sign@médic.
- 4) La Partie III porte essentiellement sur le quatrième objectif qui vise l'analyse statistique de la variation des paramètres lognormaux en fonction de différents facteurs de risque d'AVC. L'ensemble de la banque de données Sign@médic a ainsi été examiné et une méthodologie adaptée à ce type de données a été élaborée au fil de cette investigation. Des liens entre la motricité et les facteurs de risque d'AVC ont été mis en lumière par la démonstration qu'il est possible de diagnostiquer ceux-ci directement à partir d'une analyse cinématique des mouvements.
- 5) Finalement, en réponse au cinquième objectif, des outils peu coûteux ont été développés pour servir à l'investigation des troubles neuromusculaires. Cette recherche s'est penchée autant sur l'aspect matériel (utilisation possible de la souris d'ordinateur pour l'acquisition des signaux cinématiques (section A2.4)) que logiciel (proposition d'extracteurs de paramètres lognormaux et de classificateur pour les facteurs de risque pouvant s'exécuter sur un ordinateur personnel et ne nécessitant pas l'acquisition de logiciels connexes supplémentaires).

En ce qui concerne les hypothèses de recherche postulées en introduction, certaines ont mieux survécu que d'autres à leur évaluation expérimentale. Sans conteste, l'hypothèse de représentativité des mouvements humains par les modèles lognormaux a été corroborée puisque les mouvements des sujets, en santé ou non, ont pu être analysés dans le cadre de la Théorie Cinématique (avec un rapport signal sur bruit le plus souvent supérieur à 25 dB).

Cependant, les critères fixés pour le rejet de l'hypothèse de la caractérisation du système neuromoteur à l'aide des modèles lognormaux invitent à la prudence. Dans les faits, il a été montré que l'extraction (même globalement optimale) des paramètres lognormaux peut parfois aboutir à des valeurs physiologiquement impossibles (p. ex. des  $t_0$  fortement négatifs). Par rapport à cette observation, deux positions peuvent être prises. Premièrement, l'hypothèse peut être rejetée simplement puisque le test n'a pas été concluant. Deuxièmement, on peut utiliser des hypothèses *ad hoc* pour éviter la conclusion négative. De telles hypothèses pourraient par exemple guider l'extraction des paramètres de façon à éviter certaines situations menant à l'extraction de paramètres non représentatifs du système neuromoteur. Évidemment, l'adoption de telles hypothèses *ad hoc* a généralement pour effet de diminuer la force de l'hypothèse initiale (Popper, 1962).

En dernier lieu, l'hypothèse concernant l'évaluation des tests neuromoteurs est jugée avoir été corroborée puisqu'il a été possible, à la suite d'une analyse lognormale des résultats, de déterminer quelles sont les tâches les plus avantageuses pour l'application visée. Certains travaux seront encore nécessaires pour arriver à un classement statistiquement significatif de ces tâches, mais il est de notre avis que l'atteinte d'un tel niveau de détail dans l'évaluation de ces tests neuromoteurs ne peut pas être atteint avec les données actuellement disponibles. Ce type de conclusion nécessitera l'acquisition d'une nouvelle banque de données selon une méthodologie améliorée par les recommandations proposées dans cette thèse.

Pour conclure, notons qu'au niveau de la contribution au développement de la science, les travaux réalisés ont un impact certain si l'on considère les nombreuses retombées qui y sont associées :

- rédaction de 16 articles de revue scientifique révisés par des pairs (neuf sont publiés (Feng, O'Reilly, & Plamondon, 2010; Feng, Plamondon, & O'Reilly, 2010, 2011; O'Reilly & Plamondon, 2009, 2010a, 2011, 2012a; Plamondon, et al., 2009; Woch, et al., 2011), deux sont acceptés avec demande de révisions (O'Reilly & Plamondon, soumis.b; Plamondon, O'Reilly, Galbally, Almaksour, & Anquetil, soumis) et cinq sont en préparation (O'Reilly & Plamondon, en préparation-a, en préparation-b, en préparation-c, en préparation-d, en préparation-e));

- publication de résumés détaillés révisés par les pairs dans les comptes-rendus de conférences internationales (huit sont publiés (Almaksour , et al., 2011; Djioua, et al., 2006; Galbally, et al., 2010; O'Reilly & Plamondon, 2007, 2008, 2010c, 2011; O'Reilly, et al., 2009), un est accepté (O'Reilly & Plamondon, 2012b) et un est en soumis (O'Reilly & Plamondon, soumis.a));
- attribution du prix du meilleur article pour une présentation dans le domaine des neurosciences cognitives et motrices à la conférence internationale IGS2011;
- publication d'un chapitre de livre (O'Reilly & Plamondon, 2010b);
- présentation de deux affiches scientifiques dans des symposiums d'envergure (O'Reilly & Plamondon, 2010d, 2010e);
- déclaration de deux inventions au Bureau de la Recherche et Centre de Développement Technologique de l'École Polytechnique avec mise en valorisation de ces produits par la société Univalor (O'Reilly, Plamondon, & Djioua, 2008a, 2008b);
- projets de collaboration (en cours ou en discussion) avec neuf équipes de recherche localisées partout dans le monde (Canada, États-Unis, Espagne, Italie, France, Guadeloupe et Inde).

## RÉFÉRENCES

- Aitchison, J., & Browns, J. A. C. (1957). *The lognormal distribution : with special reference to its uses in economics*. Cambridge, Angleterre: University Press.
- Alexander, R. M. (1997). A minimum energy cost hypothesis for human arm trajectories. *Biological Cybernetics*, 76(2), 97-105.
- Alimi, A., & Plamondon, R. (1994). Analysis of the Parameter Dependence of Handwriting Generation Models on Movements Characteristics. In G. L. C. Faure, A. Vinter, P. Keuss (éd.), *Advances in Handwriting and Drawing: A Multidisciplinary Approach* (pp. 363-378). Paris: Europia.
- Alimi, A., & Plamondon, R. (1996). A Comparative Study of Speed/Accuracy Tradeoffs formulations: The case of Spatially Constrained Movements where both Distance and Spatial Precision Are Specified. In M. Simner, G. Leedham & A. J. T. W. M. Thomassen, (Éds.), *Handwriting and Drawing Research: Basic and Applied Issues* (pp. 127-142). Amsterdam: IOS Press.
- Almaksour , A., Anquetil, E., Plamondon, R., & O'Reilly, C. (2011). Synthetic Handwritten Gesture Generation Using Sigma-Lognormal Model for Evolving Handwriting Classifiers. *Proceedings of the 15th Conference of the International Graphonomics Society, 12-15 juin 2011, Cancùn, Mexique*, pp. 98-101.
- Augustyn, J. S., & Rosenbaum, D. A. (2005). Metacognitive control of action: preparation for aiming reflects knowledge of Fitts's law. *Psychonomic bulletin & review*, 12(5), 911-916.
- Barrett, H. C., & Kurzban, R. (2006). Modularity in cognition: framing the debate. *Psychological Review*, 113(3), 628-647.
- Bartholomew, D. J. (2008). *Analysis of multivariate social science data* (2nd<sup>e</sup> éd.). Boca Raton: CRC Press.
- Berardelli, A., Hallett, M., Rothwell, J. C., Agostino, R., Manfredi, M., Thompson, P. D., et al. (1996). Single-joint rapid arm movements in normal subjects and in patients with motor disorders. *Brain*, 119 ( Pt 2), 661-674.

- Berrigan, F., Simoneau, M., Tremblay, A., Hue, O., & Teasdale, N. (2006). Influence of obesity on accurate and rapid arm movement performed from a standing posture. *International Journal of Obesity*, 30(12), 1750-1757.
- Bezine, H., Kefi, M., & Alimi, A. M. (2007). On the Beta-elliptic model for the control of the human arm movement. *International journal of pattern recognition and artificial intelligence*, 21(1), 5-19.
- Birns, J., & Kalra, L. (2009). Cognitive function and hypertension. *Journal of Human Hypertension*, 23(2), 86-96.
- Bizzi, E., Hogan, N., Mussa-Ivaldi, F. A., & Giszter, S. (1992). Does the Nervous-System Use Equilibrium-Point Control to Guide Single and Multiple Joint Movements. *Behavioral and Brain Sciences*, 15(4), 603-613.
- Bohan, M. J., Longstaff, M. G., Van Gemmert, A. W. A., Rand, M. K., & Stelmach, G. E. (2003). Differential effects of target height and width on 2D pointing movement duration and kinematics. *Motor Control*, 7(3), 278-289.
- Bond, G. E., Burr, R., McCurry, S. M., Graves, A. B., & Larson, E. B. (2001). Alcohol, aging, and cognitive performance in a cohort of Japanese Americans aged 65 and older: the Kame project. *International Psychogeriatrics*, 13(2), 207-223.
- Bond, G. E., Burr, R., McCurry, S. M., Rice, M. M., Borenstein, A. R., Kukull, W. A., et al. (2004). Alcohol, gender, and cognitive performance: a longitudinal study comparing older Japanese and non-Hispanic white Americans. *Journal of Aging and Health*, 16(5), 615-640.
- Bortoletto, M., Sarlo, M., Poli, S., & Stegagno, L. (2006). Pre-motion positivity during self-paced movements of finger and mouth. *Neuroreport*, 17(9), 883-886.
- Box, G. E. P., & Cox, D. R. (1964). An Analysis of Transformations. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 26(2), 211-252.
- Brenner, E., & Smeets, J. B. J. (2011). Quickly 'learning' to move optimally. *Experimental Brain Research*, 213(1), 153-161.

- Bruce-Keller, A. J., Keller, J. N., & Morrison, C. D. (2009). Obesity and vulnerability of the CNS. *Biochimica Et Biophysica Acta-Molecular Basis of Disease*, 1792(5), 395-400.
- Bruce, V., & Young, A. (1986). Understanding face recognition. *British Journal of Psychology*, 77 (Pt 3), 305-327.
- Bruss, F. T., & Ruschendorf, L. (2010). On the Perception of Time. *Gerontology*, 56(4), 361-370.
- Caligiuri, M. P., Teulings, H. L., Dean, C. E., Niculescu, A. B., 3rd, & Lohr, J. B. (2010). Handwriting movement kinematics for quantifying extrapyramidal side effects in patients treated with atypical antipsychotics. *Psychiatry Research*, 177(1-2), 77-83.
- Carandang, R., Seshadri, S., Beiser, A., Kelly-Hayes, M., Kase, C. S., Kannel, W. B., et al. (2006). Trends in incidence, lifetime risk, severity, and 30-day mortality of stroke over the past 50 years. *JAMA*, 296(24), 2939-2946.
- CDC. (2001). *Prevalence of disabilities and associated health conditions among adults--United States, 1999*: Centers for Disease Control and Prevention (CDC).
- Charles, S. K., & Hogan, N. (2010). The curvature and variability of wrist and arm movements. *Experimental Brain Research*, 203(1), 63-73.
- Chiu, T.-T., Lin, C.-L., Young, K.-Y., Lin, C.-T., Hsu, S.-H., Yang, B.-S., et al. (2011). A study of Fitts' law on goal-directed aiming task with moving targets. *Perceptual & Motor Skills*, 113(1), 339-352.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd<sup>e</sup> éd.). Hillsdale, N.J.: L. Erlbaum Associates.
- Cosma, I., & Popescu, D. I. (2010). Entropical aspects in auditory processes and psychoacoustical law of weber-fechner. *Modern Physics Letters B*, 24(16), 1815-1824.
- Cozens, J. A., & Bhakta, B. B. (2003). Measuring movement irregularity in the upper motor neurone syndrome using normalised average rectified jerk. *Journal of Electromyography and Kinesiology*, 13(1), 73-81.
- Crossman, E. R., & Goodeve, P. J. (1983). Feedback control of hand-movement and Fitts' Law. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A - Human Experimental Psychology*, 35(Pt 2), 251-278.

- Dahl, A., Hassing, L. B., Fransson, E., Berg, S., Gatz, M., Reynolds, C. A., et al. (2010). Being Overweight in Midlife Is Associated With Lower Cognitive Ability and Steeper Cognitive Decline in Late Life. *The journals of gerontology. Series A, Biological sciences and medical sciences*, 65A(1), 57-62.
- David, W. S., Mahdavi, Z., Nance, M., & Khan, M. (1999). Hyperlipidemia and neuropathy. *Electromyography and clinical neurophysiology*, 39(4), 227-230.
- Davison, A. C., & Hinkley, D. V. (1997). Bootstrap methods and their application. Cambridge ; New York, NY: Cambridge University Press.
- Davranche, K., & Audiffren, M. (2002). Effects of a low dose of transdermal nicotine on information processing. *Nicotine & Tobacco Research*, 4(3), 275-285.
- Deecke, L., Grozinger, B., & Kornhuber, H. H. (1976). Voluntary finger movement in man: cerebral potentials and theory. *Biological Cybernetics*, 23(2), 99-119.
- Dehaene, S. (1996). The Organization of Brain Activations in Number Comparison: Event-Related Potentials and the Additive-Factors Method. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 8(1), 47-68.
- Djioua, M., O'Reilly, C., & Plamondon, R. (2006). An interactive trajectory synthesizer to study outlier patterns in handwriting recognition and signature verification. *Proceedings of the 18th International Conference on Pattern Recognition (ICPR )*, 20-24 août 2006, Hong Kong, vol. 1, pp. 1124-1127.
- Djioua, M., & Plamondon, R. (2008). A new methodology to improve myoelectric signal processing using handwriting. *Proceedings of the 11th International Conference on Frontiers in Handwriting Recognition*, 19-21 août 2008, Montreal, Québec, Canada, pp. 112-118.
- Djioua, M., & Plamondon, R. (2009). A new algorithm and system for the characterization of handwriting strokes with delta-lognormal parameters. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 31(11), 2060-2072.
- Djioua, M., Plamondon, R., & Mathieu, P. A. (2011). Experimental Confirmation of the Proportional Effect Hypothesis of the Kinematic Theory of Rapid Movements.

*Proceedings of the 15th Conference of the International Graphonomics Society, 12-15 juin 2011, Cancùn, Mexique*, pp. 90-93.

- Djioua, M., Plamondon, R., & Mathieu, P. A. (soumis). Time-Dependence between Upper Arm Muscles Activity during Rapid Movements. *Human Movement Science*.
- Donders, F. C. (1868/1969). On the speed of mental processes. *Acta Psychologica*, 30, 412-431 (English translation of the original work published in 1868.).
- Dore, G. A., Elias, M. F., Robbins, M. A., Budge, M. M., & Elias, P. K. (2008). Relation between central adiposity and cognitive function in the Maine-Syracuse study: Attenuation by physical activity. *Annals of Behavioral Medicine*, 35(3), 341-350.
- Drory, V. E., Groozman, G. B., Rubinstein, A., & Korczyn, A. D. (1999). Hypertriglyceridemia may cause a subclinical peripheral neuropathy. *Electromyography and clinical neurophysiology*, 39(1), 39-41.
- Duda, R. O., Hart, P. E., & Stork, D. G. (2001). *Pattern classification* (2nd<sup>e</sup> éd.). New York ; Toronto: Wiley.
- Dufouil, C., Ducimetiere, P., & Alperovitch, A. (1997). Sex differences in the association between alcohol consumption and cognitive performance. EVA Study Group. Epidemiology of Vascular Aging. *American Journal of Epidemiology*, 146(5), 405-412.
- Edelman, S., & Flash, T. (1987). A model of handwriting. *Biological Cybernetics*, 57(1), 25-36.
- Edwards, E., Nagarajan, S. S., Dalal, S. S., Canolty, R. T., Kirsch, H. E., Barbaro, N. M., et al. (2010). Spatiotemporal imaging of cortical activation during verb generation and picture naming. *Neuroimage*, 50(1), 291-301.
- Edwards, L., Ring, C., McIntyre, D., Carroll, D., & Martin, U. (2007). Psychomotor speed in hypertension: effects of reaction time components, stimulus modality, and phase of the cardiac cycle. *Psychophysiology*, 44(3), 459-468.
- Elias, M. F., Elias, P. K., Sullivan, L. M., Wolf, P. A., & D'Agostino, R. B. (2003). Lower cognitive function in the presence of obesity and hypertension: the Framingham heart study. *International Journal of Obesity and Related Metabolic Disorders*, 27(2), 260-268.



- Elias, M. F., Wolf, P. A., D'Agostino, R. B., Cobb, J., & White, L. R. (1993). Untreated blood pressure level is inversely related to cognitive functioning: the Framingham Study. *American Journal of Epidemiology*, 138(6), 353-364.
- Elias, P. K., Elias, M. F., D'Agostino, R. B., Silbershatz, H., & Wolf, P. A. (1999). Alcohol consumption and cognitive performance in the Framingham Heart Study. *American Journal of Epidemiology*, 150(6), 580-589.
- Elliott, D., Helsen, W. F., & Chua, R. (2001). A century later: Woodworth's (1899) two-component model of goal-directed aiming. *Psychological Bulletin*, 127(3), 342-357.
- Engelbrecht, S. E. (2001). Minimum Principles in Motor Control. *Journal of Mathematical Psychology*, 45(3), 497-542.
- Ernst, M., Heishman, S. J., Spurgeon, L., & London, E. D. (2001). Smoking history and nicotine effects on cognitive performance. *Neuropsychopharmacology*, 25(3), 313-319.
- Faraway, J. J. (2006). *Extending the linear model with R : generalized linear, mixed effects and nonparametric regression models*. Boca Raton, Fla.: Chapman & Hall/CRC.
- Fawcett, T. (2006). An introduction to ROC analysis. *Pattern Recognition Letters*, 27(8), 861-874.
- Feldman, A. G., & Latash, M. L. (2005). Testing hypotheses and the advancement of science: recent attempts to falsify the equilibrium point hypothesis. *Experimental Brain Research*, 161(1), 91-103.
- Feng, C., O'Reilly, C., & Plamondon, R. (2010). Permanent oscillations in a 3-node recurrent neural network model. *Neurocomputing*, 74(1-3), 274-283.
- Feng, C., Plamondon, R., & O'Reilly, C. (2010). On Some Necessary and Sufficient Conditions for a Recurrent Neural Network Model With Time Delays to Generate Oscillations. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 21(8), 1197-1205.
- Feng, C., Plamondon, R., & O'Reilly, C. (2011). Analyzing Oscillations for an N-node Recurrent Neural Networks Model With Time Delays and General Activation Functions. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 58(8), 1877-1887.

- Fingelkurts, A. A. (2006). Timing in cognition and EEG brain dynamics: discreteness versus continuity. *Cognitive Processing*, 7(3), 135-162.
- Fitts, P. M. (1954). The information capacity of the human motor system in controlling the amplitude of movement. *Journal of Experimental Psychology*, 47(6), 381-391.
- Fitts, P. M., & Peterson, J. R. (1964). Information capacity of discrete motor responses. *Journal of Experimental Psychology*, 67(2), 103-112.
- Flash, T., & Hochner, B. (2005). Motor primitives in vertebrates and invertebrates. *Current Opinion in Neurobiology*, 15(6), 660-666.
- Fodor, J. A. (1983). *Modularity of mind : an essay on faculty psychology*. Cambridge, Mass.: MIT Press.
- Fondation des maladies du coeur (2012). Statistiques - Fondation des maladies du coeur du Canada. Consulté le 2 février 2012, <http://www.heartandstroke.com/site/c.ikIQLcMWJtE/b.3483991/k.34A8/Statistics.htm>.
- Fradet, L., Lee, G., & Dounskaia, N. (2008). Origins of submovements during pointing movements. *Acta Psychologica*, 129(1), 91-100.
- Frank, M. G., & Benington, J. H. (2006). The role of sleep in memory consolidation and brain plasticity: dream or reality? *Neuroscientist*, 12(6), 477-488.
- Frier, B. M. (2001). Hypoglycaemia and cognitive function in diabetes. *International Journal of Clinical Practice*, Suppl(123), 30-37.
- Fushimi, H., Inoue, T., Yamada, Y., Udaka, F., & Kameyama, M. (1994). Asymptomatic lacunes and their relationship to intellectual disturbances. *Internal Medicine*, 33(6), 317-320.
- Fushimi, H., Inoue, T., Yamada, Y., Udaka, F., & Kameyama, M. (1996). Asymptomatic cerebral small infarcts (lacunae), their risk factors and intellectual disturbances. *Diabetes*, 45 Suppl 3, S98-100.
- Galbally, J., Fierrez, J., Martinez-Diaz, M., Ortega-Garcia, J., Plamondon, R., & O'Reilly, C. (2010). Kinematical Analysis of Synthetic Dynamic Signatures using the Sigma-Lognormal Model. *The Proceedings of the 12th International Conference on Frontiers in Handwriting Recognition*, 16-18 novembre 2010, Calcutta, Inde, pp. 113-118.

- Gangadhar, G., Joseph, D., & Chakravarthy, V. S. (2007). An oscillatory neuromotor model of handwriting generation. *International Journal on Document Analysis and Recognition*, 10(2), 69-84.
- Gazzaniga, M. S., Ivry, R. B., & Mangun, G. R. (1998). *Cognitive neuroscience : the biology of the mind*. New York: W.W. Norton.
- Gielen, S. (2009). Review of Models for the Generation of Multi-Joint Movements in 3-D. *Progress in Motor Control: A Multidisciplinary Perspective*, 629, 523-550.
- Gielen, C. C., van den Oosten, K., & Pull ter Gunne, F. (1985). Relation between EMG activation patterns and kinematic properties of aimed arm movements. *Journal of Motor Behavior*, 17(4), 421-442.
- Glass, J. M., Buu, A., Adams, K. M., Nigg, J. T., Puttler, L. I., Jester, J. M., et al. (2009). Effects of alcoholism severity and smoking on executive neurocognitive function. *Addiction*, 104(1), 38-48.
- Goldstein, L. B., Adams, R., Alberts, M. J., Appel, L. J., Brass, L. M., Bushnell, C. D., et al. (2006). Primary prevention of ischemic stroke: a guideline from the American Heart Association/American Stroke Association Stroke Council: cosponsored by the Atherosclerotic Peripheral Vascular Disease Interdisciplinary Working Group; Cardiovascular Nursing Council; Clinical Cardiology Council; Nutrition, Physical Activity, and Metabolism Council; and the Quality of Care and Outcomes Research Interdisciplinary Working Group: the American Academy of Neurology affirms the value of this guideline. *Stroke*, 37(6), 1583-1633.
- Gratton, G., Coles, M. G., & Donchin, E. (1983). A new method for off-line removal of ocular artifact. *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, 55(4), 468-484.
- Gribble, P. L., Mullin, L. I., Cothros, N., & Mattar, A. (2003). Role of cocontraction in arm movement accuracy. *Journal of Neurophysiology*, 89(5), 2396-2405.
- Gribble, P. L., & Ostry, D. J. (1996). Origins of the power law relation between movement velocity and curvature: modeling the effects of muscle mechanics and limb dynamics. *Journal of Neurophysiology*, 76(5), 2853-2860.

- Griesar, W. S., Zajdel, D. P., & Oken, B. S. (2002). Nicotine effects on alertness and spatial attention in non-smokers. *Nicotine & Tobacco Research*, 4(2), 185-194.
- Grossberg, S., & Bullock, D. (1998). The Vite Model: A Neural Command Circuit for Generating Arm and Articulator Trajectories. In J.A.S. Kelso, A.J. Mandell & M.F. Schlesinger (Eds.), *Dynamic patterns in complex systems* (pp. 305–326). Singapore: World Scientific Publishers.
- Grossman, L. R., & Zalewski, C. (1995). Hypertension and cognitive function. *Journal of Clinical Psychology in Medical Settings*, 2(3), 233-248.
- Guerfali, W., & Plamondon, R. (1995). Signal Processing for the Parameter Extraction of the Delta Lognormal Model. In C. Archibald & P. Kwok, (Éds.), *Research in Computer and Robot Vision* (pp. 217-232): World Scientific.
- Guerfali, W., & Plamondon, R. (1998). A new method for the analysis of simple and complex planar rapid movements. *Journal of Neuroscience Methods*, 82(1), 35-45.
- Guigon, E., Baraduc, P., & Desmurget, M. (2008). Computational motor control: feedback and accuracy. *European Journal of Neuroscience*, 27(4), 1003-1016.
- Hahn, B., Ross, T. J., Wolkenberg, F. A., Shakleya, D. M., Huestis, M. A., & Stein, E. A. (2009). Performance Effects of Nicotine during Selective Attention, Divided Attention, and Simple Stimulus Detection: An fMRI Study. *Cerebral Cortex*, 19(9), 1990-2000.
- Hankey, G. J. (1996). Impact of Treatment of People with Transient Ischaemic Attacks on Stroke Incidence and Public Health. *Cerebrovascular Diseases*, 6(Suppl. 1), 26-33.
- Hanley, J. A., & McNeil, B. J. (1982). The meaning and use of the area under a receiver operating characteristic (ROC) curve. *Radiology*, 143(1), 29-36.
- Harrington, F., Saxby, B. K., McKeith, I. G., Wesnes, K., & Ford, G. A. (2000). Cognitive performance in hypertensive and normotensive older subjects. *Hypertension*, 36(6), 1079-1082.
- Harris, C. M., & Wolpert, D. M. (1998). Signal-dependent noise determines motor planning. *Nature*, 394(6695), 780-784.

- Hatze, H., & Buys, J. D. (1977). Energy-optimal controls in the mammalian neuromuscular system. *Biological Cybernetics*, 27(1), 9-20.
- Hick, W. E. (1952). On the rate of gain of information. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 4(1), 11-26.
- Hill, R. D. (1989). Residual effects of cigarette smoking on cognitive performance in normal aging. *Psychology and Aging*, 4(2), 251-254.
- Hills, A. P., & Parker, A. W. (1991). Gait characteristics of obese children. *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, 72(6), 403-407.
- Hills, A. P., & Parker, A. W. (1992). Locomotor characteristics of obese children. *Child: Care, Health and Development*, 18(1), 29-34.
- Hogan, N. (1984). An organizing principle for a class of voluntary movements. *Journal of Neuroscience*, 4(11), 2745-2754.
- Howarth, C. I., Beggs, W. D. A., & Bowden, J. M. (1971). The relationship between speed and accuracy of movement aimed at a target. *Acta Psychologica*, 35(3), 207-218.
- Hu, R., & Damper, R. I. (2008). A 'No Panacea Theorem' for classifier combination. *Pattern Recognition*, 41(8), 2665-2673.
- Isenberg, C., & Conrad, B. (1994). Kinematic properties of slow arm movements in Parkinson's disease. *Journal of Neurology*, 241(5), 323-330.
- Jax, S. A., Rosenbaum, D. A., & Vaughan, J. (2007). Extending Fitts' Law to manual obstacle avoidance. *Experimental Brain Research*, 180(4), 775-779.
- Jensen, A. (2006). *Clocking the mind: mental chronometry and individual differences*: Elsevier.
- Kaan, E., & Swaab, T. Y. (2003). Electrophysiological evidence for serial sentence processing: a comparison between non-preferred and ungrammatical continuations. *Cognitive Brain Research*, 17(3), 621-635.
- Kalmijn, S., van Boxtel, M. P., Verschuren, M. W., Jolles, J., & Launer, L. J. (2002). Cigarette smoking and alcohol consumption in relation to cognitive performance in middle age. *American Journal of Epidemiology*, 156(10), 936-944.

- Kalra, L., Jackson, S. H., & Swift, C. G. (1993). Psychomotor performance in elderly hypertensive patients. *Journal of Human Hypertension*, 7(3), 279-284.
- Kashima, T., & Isurugi, Y. (1998). Trajectory formation based on physiological characteristics of skeletal muscles. *Biological Cybernetics*, 78(6), 413-422.
- Kassem, H. S., Azar, S. T., Zantout, M. S., & Sawaya, R. A. (2005). Hypertriglyceridemia and peripheral neuropathy in neurologically asymptomatic patients. *Neuroendocrinology Letters*, 26(6), 775-779.
- Keele, S. W. (1968). Movement control in skilled motor performance. *Psychological Bulletin*, 70(6, Pt.1), 387-403.
- Kelly-Hayes, M., Beiser, A., Kase, C. S., Scaramucci, A., D'Agostino, R. B., & Wolf, P. A. (2003). The influence of gender and age on disability following ischemic stroke: the Framingham study. *Journal of Stroke and Cerebrovascular Diseases*, 12(3), 119-126.
- Kim, E., Cho, M. H., Cha, K. R., Park, J. S., Ahn, C. W., Oh, B. H., et al. (2008). Interactive effect of central obesity and hypertension on cognitive function in older out-patients with Type 2 diabetes. *Diabetic Medicine*, 25(12), 1440-1446.
- Kirsch, W., & Hennighausen, E. (2011). Kinematic markers of distance-specific control in linear hand movements. *Journal of Motor Behavior*, 43(3), 253-262.
- Klimkowicz, A., Dziedzic, T., Polczyk, R., Pera, J., Slowik, A., & Szczudlik, A. (2004). Factors associated with pre-stroke dementia: the cracow stroke database. *Journal of Neurology*, 251(5), 599-603.
- Kobayashi, S., Okada, K., Koide, H., Bokura, H., & Yamaguchi, S. (1997). Subcortical silent brain infarction as a risk factor for clinical stroke. *Stroke*, 28(10), 1932-1939.
- Kodl, C. T., & Seaquist, E. R. (2008). Cognitive dysfunction and diabetes mellitus. *Endocrine Reviews*, 29(4), 494-511.
- Kolda, T. G., Lewis, R. M., & Torczon, V. (2003). Optimization by Direct Search: New Perspectives on Some Classical and Modern Methods. *SIAM Review*, 45(3), 385-482.

- Kuusisto, J., Koivisto, K., Mykkanen, L., Helkala, E. L., Vanhanen, M., Hanninen, T., et al. (1993). Essential hypertension and cognitive function. The role of hyperinsulinemia. *Hypertension*, 22(5), 771-779.
- Kvalseth, T. (1980). An alternative to Fitts' Law. *Bulletin of Psychonomic Society*, 16, 371-373.
- Laboratoire Scribens. (2004). Guide de l'expérimentateur *Conception et certification d'un outil de diagnostic et de détection de troubles neuromusculaires: vers la prévention des accidents vasculaires cérébraux - Phase 1 - Étude de préféabilité*. École Polytechnique de Montréal.
- Landou, M. K. (2008). *Potentiels évoqués associés au temps d'occurrence du modèle Delta-Lognormal pour un mouvement volontaire induit* (Mémoire de maîtrise, École Polytechnique, Montréal).
- Laursen, B., Jensen, B. R., & Sjogaard, G. (1998). Effect of speed and precision demands on human shoulder muscle electromyography during a repetitive task. *European Journal of Applied Physiology and Occupational Physiology*, 78(6), 544-548.
- Lebon, F., Rouffet, D., Guillot, A., & Collet, C. (2008). Imagerie motrice et activité électromyographique. *Science & motricité*, (64), pp. 11-34.
- Levin, E. D., McClernon, F. J., & Rezvani, A. H. (2006). Nicotinic effects on cognitive function: behavioral characterization, pharmacological specification, and anatomic localization. *Psychopharmacology (Berl)*, 184(3-4), 523-539.
- Lezak, M. D. (2004). *Neuropsychological assessment* (4th<sup>e</sup> éd.). Oxford ; New York: Oxford University Press.
- Lloyd-Jones, D., Adams, R., Carnethon, M., De Simone, G., Ferguson, T. B., Flegal, K., et al. (2009). Heart Disease and Stroke Statistics--2009 Update: A Report From the American Heart Association Statistics Committee and Stroke Statistics Subcommittee. *Circulation*, 119(3), e21-181.
- Longstaff, M. G., & Isaac, M. (2011). The Ponzo Illusion affects movement characteristics in memory guided target aiming movements. *Proceedings of the 15th Conference of the International Graphonomics Society*, 12-15 juin 2011, Cancùn, Mexique, pp. 221-224.

- Luce, R. D. (1986). *Response times - Their Role in Inferring Elementary Mental Organization* (Vol. 1). New York: Oxford Science Publications.
- Luck, S. J. (2005). *An introduction to the event-related potential technique*. Cambridge, Ma: MIT Press.
- Luo, W., Feng, W., He, W., Wang, N. Y., & Luo, Y. J. (2010). Three stages of facial expression processing: ERP study with rapid serial visual presentation. *Neuroimage*, 49(2), 1857-1867.
- MacKenzie, I. S. (1992a). Fitts' law as a research and design tool in human-computer interaction. *Human-Computer Interaction*, 7(1), 91-139.
- Mackenzie, I. S. (1992b). Movement Time Prediction in Human-Computer Interfaces. *Graphics Interface* 92, 140-150.
- Marzilli, T. S., & Shea, J. B. (2000). Effects of smoking abstinence on movement regulation. *Perceptual & Motor Skills*, 90(2), 624-630.
- McCallum, W. G. (1999). *Fonctions de plusieurs variables*. Montréal: Chenelière/McGraw-Hill.
- McClelland, J. L. (1979). On the time relations of mental processes: An examination of systems of processes in cascade. *Psychological Review*, 86(4), 287-330.
- McCullagh, P., & Nelder, J. A. (1983). *Generalized Linear Models*. London: Chapman and Hall.
- McGraw, B., McClenaghan, B. A., Williams, H. G., Dickerson, J., & Ward, D. S. (2000). Gait and postural stability in obese and nonobese prepubertal boys. *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, 81(4), 484-489.
- Medina, J. F., & Lisberger, S. G. (2007). Variation, signal, and noise in cerebellar sensory-motor processing for smooth-pursuit eye movements. *Journal of Neuroscience*, 27(25), 6832-6842.
- Mendoza, J., Hansen, S., Glazebrook, C. M., Keetch, K. M., & Elliott, D. (2005). Visual illusions affect both movement planning and on-line control: A multiple cue position on bias and goal-directed action. *Human Movement Science*, 24(5-6), 760-773.



- Meyer, D. E., Abrams, R. A., Kornblum, S., Wright, C. E., & Smith, J. E. (1988). Optimality in human motor performance: ideal control of rapid aimed movements. *Psychological Review*, 95(3), 340-370.
- Meyer, D. E., Osman, A. M., Irwin, D. E., & Yantis, S. (1988). Modern mental chronometry. *Biological Psychology*, 26(1-3), 3-67.
- Miller, J. (1982). Discrete versus continuous stage models of human information processing: in search of partial output. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 8(2), 273-296.
- Neilson, P. D. (1993). The problem of redundancy in movement control: the adaptive model theory approach. *Psychological research*, 55(2), 99-106.
- Nelson, W. L. (1983). Physical principles for economies of skilled movements. *Biological Cybernetics*, 46(2), 135-147.
- Newell, K. M., Hoshizaki, L., & Carlton, M. J. (1979). Movement time and velocity as determinants of movement timing accuracy. *Journal of Motor Behavior*, 11(1), 49-58.
- Newhouse, P. A., Potter, A., Corwin, J., & Lenox, R. (1992). Acute nicotinic blockade produces cognitive impairment in normal humans. *Psychopharmacology (Berl)*, 108(4), 480-484.
- O'Reilly, C., Djiova, M., & Plamondon, R. (2006). Système de synthèse de l'écriture manuscrite par l'utilisation du modèle Sigma-lognormal : bilan de la conception et documentation de l'application SIMSCRIPT. *EPM/RT (Ecole polytechnique de Montréal) 2005-09*. Rapport technique. <http://www.polymtl.ca/biblio/epmrt/rapports/rt2005-09.pdf>.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (2007). A software assistant for the design and analysis of neuromuscular tests. *Proceedings of the IEEE Biomedical Circuits and Systems Conference (BIOCAS)*, 27-30 novembre 2007, Montréal, Québec, Canada, pp. 107-110.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (2008). Automatic Extraction of Sigma-Lognormal Parameters on Signatures. *Proceedings of the 11th International Conference on Frontiers in Handwriting Recognition*, 19-21 août 2008, Montreal, Canada, pp. 216-222.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (2009). Development of a Sigma-Lognormal representation for on-line signatures. *Pattern Recognition*, 42(12), 3324-3337.

- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (2010a). Can computer mice be used as low-cost devices for the acquisition of planar human movement velocity signals? *Behavior Research Methods*, 43(1), 229-238.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (2010b). A Lognormal Framework for Human Movement Rehabilitation. In Y. K. Tan, (éd.), *Rehabilitation Engineering* (pp. 157-172). Vukovar: IN-TECH.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (2010c). Prototype-based methodology for the statistical analysis of local features in stereotypical handwriting tasks. *Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition, 23-26 août 2010, Istanbul, Turkey*, pp. 1864-1867.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (2010d). Étude préliminaire sur la relation entre les facteurs de risque d'AVC et les caractéristiques des mouvements humains, *78e Congrès de l'Acfas, Montréal, 10-14 mai 2010*.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (2010e). A preliminary study on the relationship between brain stroke risk factors and movement characteristics, *32e Symposium International du GRSNC, Montréal, 10-11 mai 2010*.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (2011a). Impact of the principal stroke risk factors on human movements. *Human Movement Science*, 30(4), 792-806.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (2011b). The Coupling of Agonist and Antagonist Commands in Speed/Accuracy Tradeoff. *Proceedings of the 15th Conference of the International Graphonomics Society, 12-15 juin 2011, Cancun, Mexique*, pp. 94-97.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (2012a). A globally optimal estimator for the Delta-Lognormal modeling of fast reaching movements. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*. Advance online publication. doi:10.1109/TSMCB.2012.2192109
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (2012b). Design of a Neuromuscular Disorders Diagnostic System Using Human Movement Analysis. *Proceedings of the 11th International Conference on Information Sciences, Signal Processing and their Applications, Montreal, Canada, Canada*.

- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (soumis.a). Looking for the brain stroke signature. *21st International Conference on Pattern Recognition, Tsukuba Science City, Japan*.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (soumis.b). Agonistic and antagonistic interaction in speed/accuracy tradeoff: A Delta-Lognormal perspective. *Human Movement Science*, accepté avec demande de corrections.
- O'Reilly, C., Plamondon, R., & Djoua, M. (2008a). SimScript : Un système de synthèse de l'écriture manuscrite et des signatures par l'utilisation du modèle Sigma-Lognormal *Déclaration d'invention no. DIV-323C*. Montréal: École Polytechnique de Montréal.
- O'Reilly, C., Plamondon, R., & Djoua, M. (2008b). Extracteur de paramètres sigma-lognormaux *Déclaration d'invention no. DIV-323B*. Montréal: École Polytechnique de Montréal.
- O'Reilly, C., Plamondon, R., Lebrun, L.-H., Clément, B., & Mathieu, P. A. (2009). Sigma-Lognormal Analysis of a Complex Movements Neuromuscular Test. *Proceedings of the 14th Conference of the International Graphonomics Society, 13-16 septembre 2009, Dijon, France*, pp. 48-51.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (en préparation-a). Development and evaluation of a neuromuscular test battery for the study of brain stroke susceptibility. *Behavior Research Methods*.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (en préparation-b). Linking human movements to the main brain stroke risk factors. *Stroke*.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (en préparation-c). On the existence of a pre-stroke state. *Journal of Neuroscience*.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (en préparation-d). Prediction of the Time Occurrence a Motor ERP based on the Kinematic Analysis of Movement with the Delta-Lognormal Model. *Journal of Neuroscience*.
- O'Reilly, C., & Plamondon, R. (en préparation-e). Proportional modeling in psychophysics : The case of motor control. *Behavioral and Brain Sciences*.

- Osu, R., Kamimura, N., Iwasaki, H., Nakano, E., Harris, C. M., Wada, Y., et al. (2004). Optimal impedance control for task achievement in the presence of signal-dependent noise. *Journal of Neurophysiology*, 92(2), 1199-1215.
- Paglieri, C., Bisbocci, D., Caserta, M., Rabbia, F., Bertello, C., Canade, A., et al. (2008). Hypertension and cognitive function. *Clinical and Experimental Hypertension*, 30(8), 701-710.
- Palombo, V., Scurti, R., Muscari, A., Puddu, G. M., Di Iorio, A., Zito, M., et al. (1997). Blood pressure and intellectual function in elderly subjects. *Age and Ageing*, 26(2), 91-98.
- Papoulis, A. (1962). *The Fourier integral and its applications*. New York: McGraw-Hill.
- Parsons, O. A. (1998). Neurocognitive deficits in alcoholics and social drinkers: a continuum? *Alcoholism: Clinical and Experimental Research*, 22(4), 954-961.
- Pasquier, F., Boulogne, A., Leys, D., & Fontaine, P. (2006). Diabetes mellitus and dementia. *Diabetes & Metabolism*, 32(5), 403-414.
- Pavlik, V. N., Hyman, D. J., & Doody, R. (2005). Cardiovascular risk factors and cognitive function in adults 30-59 years of age (NHANES III). *Neuroepidemiology*, 24(1-2), 42-50.
- Perez-Stable, E. J., Coates, T. J., Halliday, R., Gardiner, P. S., & Hauck, W. W. (1992). The effects of mild diastolic hypertension on the results of tests of cognitive function in adults 22 to 59 years of age. *Journal of General Internal Medicine*, 7(1), 19-25.
- Plamondon, R. (1995a). A kinematic theory of rapid human movements. Part I. Movement representation and generation. *Biological Cybernetics*, 72(4), 295-307.
- Plamondon, R. (1995b). A kinematic theory of rapid human movements. Part II. Movement time and control. *Biological Cybernetics*, 72(4), 309-320.
- Plamondon, R. (1998). A kinematic theory of rapid human movements: Part III. Kinetic outcomes. *Biological Cybernetics*, 78(2), 133-145.
- Plamondon, R., Alimi, A., Yergeau, P., & Leclerc, F. (1993). Modelling velocity profiles of rapid movements: a comparative study. *Biological Cybernetics*, 69(2), 119-128.
- Plamondon, R., & Alimi, A. M. (1997). Speed/accuracy trade-offs in target-directed movements. *Behavioral and Brain Sciences*, 20(2), 279-303.

- Plamondon, R., & Djioua, M. (2006). A multi-level representation paradigm for handwriting stroke generation. *Human Movement Science*, 25(4-5), 586-607.
- Plamondon, R., Djioua, M., & O'Reilly, C. (2009). La Théorie Cinématique des mouvements humains rapides: développements récents. *Traitement du Signal*, 26(5), 377-394.
- Plamondon, R., Feng, C. H., & Woch, A. (2003). A kinematic theory of rapid human movement. Part IV: a formal mathematical proof and new insights. *Biological Cybernetics*, 89(2), 126-138.
- Plamondon, R., & Laboratoire Scribens. (2003). *Conception et certification d'un appareil de diagnostic et de détection des troubles neuromusculaires: vers la prévention des accidents vasculaires cérébraux - Phase 1 - Étude de préfaisabilité - Partie 1*. Montréal: École Polytechnique.
- Plamondon, R., & Laboratoire Scribens. (2004a). *Conception et certification d'un appareil de diagnostic et de détection des troubles neuromusculaires: vers la prévention des accidents vasculaires cérébraux - Phase 1 - Étude de préfaisabilité - Partie 2*. Montréal: École Polytechnique.
- Plamondon, R., & Laboratoire Scribens. (2004b). *Conception et certification d'un appareil de diagnostic et de détection des troubles neuromusculaires: vers la prévention des accidents vasculaires cérébraux - Phase 1 - Étude de préfaisabilité - Partie 3*. Montréal: École Polytechnique.
- Plamondon, R., & Laboratoire Scribens. (2004c). *Conception et certification d'un appareil de diagnostic et de détection des troubles neuromusculaires: vers la prévention des accidents vasculaires cérébraux - Phase 1 - Étude de préfaisabilité - Partie 4*. Montréal: École Polytechnique.
- Plamondon, R., & Laboratoire Scribens. (2004d). *Conception et certification d'un appareil de diagnostic et de détection des troubles neuromusculaires: vers la prévention des accidents vasculaires cérébraux - Phase 1 - Étude de préfaisabilité - Partie 5*. Montréal: École Polytechnique.
- Plamondon, R., & Laboratoire Scribens. (2004e). *Conception et certification d'un appareil de diagnostic et de détection des troubles neuromusculaires: vers la prévention des*

*accidents vasculaires cérébraux - Phase 1 - Étude de préféabilité - Partie 6*. Montréal: École Polytechnique.

- Plamondon, R., Li, X., & Djoua, M. (2007). Extraction of delta-lognormal parameters from handwriting strokes. *Frontiers of Computer Science in China*, 1(1), 106-113.
- Plamondon, R., O'Reilly, C., Galbally, J., Almaksour, A., & Anquetil, E. (soumis). Recent Developments in the Study of Rapid Human Movements with the Kinematic Theory: Applications to Handwriting and Signature Synthesis. *Pattern Recognition Letters*.
- Popper, K. R. (1962). *Conjectures and refutations : the growth of scientific knowledge*. New York: Basic Books.
- Portugal, R. D., & Svaite, B. F. (2011). Weber-Fechner Law and the Optimality of the Logarithmic Scale. *Minds and Machines*, 21(1), 73-81.
- Pradhan, S. D., Brewer, B. R., Carvell, G. E., Sparto, P. J., Delitto, A., & Matsuoka, Y. (2010). Assessment of Fine Motor Control in Individuals with Parkinson's Disease Using Force Tracking with a Secondary Cognitive Task. *Journal of Neurologic Physical Therapy*, 34(1), 32-40 10.1097/NPT.1090b1013e3181d1055a1096.
- Rasmussen, J., Damsgaard, M., & Voigt, M. (2001). Muscle recruitment by the min/max criterion -- a comparative numerical study. *Journal of Biomechanics*, 34(3), 409-415.
- Reichle, E. D., Warren, T., & McConnell, K. (2009). Using E-Z Reader to model the effects of higher level language processing on eye movements during reading. *Psychonomic bulletin & review*, 16(1), 1-21.
- Robert, M., & Allaire, D. (1988). *Fondements et étapes de la recherche scientifique en psychologie* (3e éd.<sup>e</sup> éd.). St-Hyacinthe Paris: Edisem ; Maloine.
- Robert, P., & Liris interactive. (2001). Le petit Robert dictionnaire de la langue française. Paris: Dictionnaires Le Robert : Liris interactive.
- Rohrer, B., Fasoli, S., Krebs, H. I., Volpe, B., Frontera, W. R., Stein, J., et al. (2004). Submovements grow larger, fewer, and more blended during stroke recovery. *Motor Control*, 8(4), 472-483.

- Rohrer, B., & Hogan, N. (2003). Avoiding spurious submovement decompositions: a globally optimal algorithm. *Biological Cybernetics*, 89(3), 190-199.
- Rousseeuw, P. J., & Van Driessen, K. (1999). A fast algorithm for the minimum covariance determinant estimator. *Technometrics*, 41(3), 212-223.
- Ruiz, A., Owens, D. H., & Townley, S. (1998). Existence, learning, and replication of periodic motions in recurrent neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 9(4), 651-661.
- Sacco, R. L., Adams, R., Albers, G., Alberts, M. J., Benavente, O., Furie, K., et al. (2006). Guidelines for prevention of stroke in patients with ischemic stroke or transient ischemic attack: a statement for healthcare professionals from the American Heart Association/American Stroke Association Council on Stroke: co-sponsored by the Council on Cardiovascular Radiology and Intervention: the American Academy of Neurology affirms the value of this guideline. *Stroke*, 37(2), 577-617.
- Sandfeld, J., & Jensen, B. R. (2005). Effect of computer mouse gain and visual demand on mouse clicking performance and muscle activation in a young and elderly group of experienced computer users. *Applied Ergonomics*, 36(5), 547-555.
- Schmidt, R., Fazekas, F., Offenbacher, H., Lytwyn, H., Blematl, B., Niederkorn, K., et al. (1991). Magnetic resonance imaging white matter lesions and cognitive impairment in hypertensive individuals. *Archives of Neurology*, 48(4), 417-420.
- Schmidt, R. A., Zelaznik, H., Hawkins, B., Frank, J. S., & Quinn, J. T., Jr. (1979). Motor-output variability: a theory for the accuracy of rapid motor acts. *Psychological Review*, 47(5), 415-451.
- Schneider, D. W., & Anderson, J. R. (2011). A memory-based model of Hick's law. *Cognitive Psychology*, 62(3), 193-222.
- Schnipke, D. L., & Scrams, D. J. (1997). *Representing response time information in item banks*. Newtown, PA: Law School Admission Council.
- Seidler-Dobrin, R. D., He, J., & Stelmach, G. E. (1998). Coactivation to reduce variability in the elderly. *Motor Control*, 2(4), 314-330.

- Selam, J. L. (1998). Cognitive risk from recurrent hypoglycemia in the diabetic. *Diabetes & Metabolism*, 24(2), 167-172.
- Shen, J., & Jung, Y.-M. (2006). Weberized Mumford-Shah Model with Bose-Einstein Photon Noise. *Applied Mathematics & Optimization*, 53(3), 331-358.
- Shibasaki, H., Barrett, G., Halliday, E., & Halliday, A. M. (1980). Components of the movement-related cortical potential and their scalp topography. *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, 49(3-4), 213-226.
- Shinkawa, A., Ueda, K., Kiyohara, Y., Kato, I., Sueishi, K., Tsuneyoshi, M., et al. (1995). Silent cerebral infarction in a community-based autopsy series in Japan. The Hisayama Study. *Stroke*, 26(3), 380-385.
- Shipp, S. (2011). Interhemispheric integration in visual search. *Neuropsychologia*, 49(9), 2630-2647.
- Soechting, J. F., Buneo, C. A., Herrmann, U., & Flanders, M. (1995). Moving effortlessly in three dimensions: does Donders' law apply to arm movement? *Journal of Neuroscience*, 15(9), 6271-6280.
- Springer, M. D. (1979). *The algebra of random variables*. New York: Wiley.
- Spyropoulos, P., Pisciotta, J. C., Pavlou, K. N., Cairns, M. A., & Simon, S. R. (1991). Biomechanical gait analysis in obese men. *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, 72(13), 1065-1070.
- Staub, A. (2011). Word recognition and syntactic attachment in reading: evidence for a staged architecture. *Journal of Experimental Psychology: General*, 140(3), 407-433.
- Sternberg, S. (1969). The discovery of processing stages: Extensions of Donders' method. *Acta Psychologica*, 30, 276-315.
- Sternberg, S. (1995). Discovering Mental Processing Stages: The Method of Addictive Factors. In D. N. Osherson, D. Scarborough, L. R. Gleitman & S. Sternberg, (Éds.), *An invitation to cognitive science* (2nd éd.). Cambridge, Mass.: MIT Press.
- Sternberg, S. (2001). Separate modifiability, mental modules, and the use of pure and composite measures to reveal them. *Acta Psychologica*, 106(1-2), 147-246.



- Stevens, S. S., Je, & Newman, E. B. (1937). A scale for the measurement of the psychological magnitude of pitch. *Journal of the Acoustical Society of America*, 8, 185-190.
- Swamee, P. K. (2002). Near Lognormal Distribution. *Journal of Hydrologic Engineering*, 7(6), 441-444.
- Swan, G. E., Carmelli, D., & La Rue, A. (1996). Relationship between blood pressure during middle age and cognitive impairment in old age: The western collaborative group study. *Aging, Neuropsychology, and Cognition*, 3(4), 241 - 250.
- Szurhaj, W., Labyt, E., Bourriez, J. L., Kahane, P., Chauvel, P., Mauguiere, F., et al. (2006). Relationship between intracerebral gamma oscillations and slow potentials in the human sensorimotor cortex. *European Journal of Neuroscience*, 24(3), 947-954.
- Takahashi, T. (2011). A neuroeconomic theory of rational addiction and nonlinear time-perception. *Neuroendocrinology Letters*, 32(3), 221-225.
- Tanaka, H., Krakauer, J. W., & Qian, N. (2006). An optimization principle for determining movement duration. *Journal of Neurophysiology*, 95(6), 3875-3886.
- Tee, K. P., Franklin, D. W., Kawato, M., Milner, T. E., & Burdet, E. (2010). Concurrent adaptation of force and impedance in the redundant muscle system. *Biological Cybernetics*, 102(1), 31-44.
- Terre, L. (2009). Cognitive Risks of Dyslipidemia. *American Journal of Lifestyle Medicine*, 3(4), 284-286.
- Teulings, H. L., Contreras-Vidal, J. L., Stelmach, G. E., & Adler, C. H. (1997). Parkinsonism reduces coordination of fingers, wrist, and arm in fine motor control. *Experimental Neurology*, 146(1), 159-170.
- Thissen, D. (1983). Time testing: An approach using item response theory. In D. J. Weiss, (éd.), *New horizons in testing: Latent trait test theory and computerized adaptive testing*. New York: Academic Press.
- Todorov, E. (2004). Optimality principles in sensorimotor control. *Nat Neurosci*, 7(9), 907-915.
- Torres, E. B., & Zipser, D. (2002). Reaching to grasp with a multi-jointed arm. I. Computational model. *Journal of Neurophysiology*, 88(5), 2355-2367.

- Townley, S., Ilchmann, A., Weiss, M. G., McClements, W., Ruiz, A. C., Owens, D. H., et al. (2000). Existence and learning of oscillations in recurrent neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 11(1), 205-214.
- Uno, Y., Kawato, M., & Suzuki, R. (1989). Formation and control of optimal trajectory in human multijoint arm movement. *Biological Cybernetics*, 61(2), 89-101.
- Uttal, W. R. (2001). *The new phrenology : the limits of localizing cognitive processes in the brain*. Cambridge, Mass.: The MIT Press.
- van Beers, R. J. (2008). Saccadic eye movements minimize the consequences of motor noise. *PLoS One*, 3(4), e2070.
- van der Linden, W. J. (2006). A lognormal model for response times on test items. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 31(2), 181-204.
- van der Linden, W. J., Scrams, D. J., & Schnipke, D. L. (1999). Using response-time constraints to control for differential speededness in computerized adaptive testing. *Applied Psychological Measurement*, 23(3), 195-210.
- van Donkelaar, P. (1999). Pointing movements are affected by size-contrast illusions. *Experimental Brain Research*, 125(4), 517-520.
- van Roon, D., Steenbergen, B., & Meulenbroek, R. G. J. (2005). Trunk use and co-contraction in cerebral palsy as regulatory mechanisms for accuracy control. *Neuropsychologia*, 43(4), 497-508.
- VanRullen, R., & Koch, C. (2003). Is perception discrete or continuous? *Trends in Cognitive Sciences*, 7(5), 207-213.
- Vaughan, J., Barany, D. A., Sali, A. W., Jax, S. A., & Rosenbaum, D. A. (2010). Extending Fitts' Law to three-dimensional obstacle-avoidance movements: support for the posture-based motion planning model. *Experimental Brain Research*, 207(1-2), 133-138.
- Vermeer, S. E., Prins, N. D., den Heijer, T., Hofman, A., Koudstaal, P. J., & Breteler, M. M. (2003). Silent brain infarcts and the risk of dementia and cognitive decline. *New England Journal of Medicine*, 348(13), 1215-1222.

- Visser, B., De Looze, M., De Graaff, M., & Van Dieen, J. (2004). Effects of precision demands and mental pressure on muscle activation and hand forces in computer mouse tasks. *Ergonomics*, 47(2), 202-217.
- Viviani, P., & McCollum, G. (1983). The relation between linear extent and velocity in drawing movements. *Neuroscience*, 10(1), 211-218.
- Waldstein, S. R., & Katzel, L. I. (2006). Interactive relations of central versus total obesity and blood pressure to cognitive function. *International Journal of Obesity*, 30(1), 201-207.
- Waldstein, S. R., Manuck, S. B., Ryan, C. M., & Muldoon, M. F. (1991). Neuropsychological correlates of hypertension: review and methodologic considerations. *Psychological Bulletin*, 110(3), 451-468.
- Warren, R. E., & Frier, B. M. (2005). Hypoglycaemia and cognitive function. *Diabetes Obesity & Metabolism*, 7(5), 493-503.
- Webster's new collegiate dictionary*. (1977). (New<sup>e</sup> éd.). Springfield, Mass.: G. & C. Merriam.
- White, O., & Diedrichsen, J. (2010). Responsibility assignment in redundant systems. *Current Biology*, 20(14), 1290-1295.
- Wilkinson, G. N., & Rogers, C. E. (1973). Symbolic Description of Factorial Models for Analysis of Variance. *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*, 22(3), 392-399.
- Woch, A. (2006). *Étude des primitives bidirectionnelles du mouvement dans le cadre de la théorie cinématique : confirmation expérimentale du modèle delta-lognormal* (Thèse de Doctorat, École Polytechnique, Montréal). [http://gateway.proquest.com/openurl?url\\_ver=Z39.88-2004&rft\\_val\\_fmt=info:ofi/fmt:kev:mtx:dissertation&res\\_dat=xri:pqdiss&rft\\_dat=xri:pqdiss:NR24553](http://gateway.proquest.com/openurl?url_ver=Z39.88-2004&rft_val_fmt=info:ofi/fmt:kev:mtx:dissertation&res_dat=xri:pqdiss&rft_dat=xri:pqdiss:NR24553).
- Woch, A., & Plamondon, R. (2010). Characterization of bi-directional movement primitives and their agonist-antagonist synergy with the delta-lognormal model. *Motor Control*, 14(1), 1-25.
- Woch, A., Plamondon, R., & O'Reilly, C. (2011). Kinematic characteristics of bidirectional delta-lognormal primitives in young and older subjects. *Human Movement Science*, 30(1), 1-17.

- Wojtek, J. K., & David, J. H. (2009). *ROC Curves for Continuous Data*: Chapman \& Hall/CRC.
- Woodworth, R. S. (1899). *The accuracy of voluntary movement*: The Macmillan Company.
- Wu, J. L., Yang, J. J., & Honda, T. (2010). Fitts' law holds for pointing movements under conditions of restricted visual feedback. *Human Movement Science*, 29(6), 882-892.
- Yeung, D. Y., Chang, H., Xiong, Y. M., George, S., Kashi, R., Matsumoto, T., et al. (2004). SVC2004: First international signature verification competition. *Biometric Authentication, Proceedings*, 3072, 16-22.

## ANNEXE 1 ASPECTS MÉTHODOLOGIQUES

### A1.1 Sélection des caractéristiques par recherche semi-exhaustive

Pour déterminer la structure optimale des modèles prédictifs utilisés dans plusieurs chapitres de la troisième section de cette thèse, une recherche qualifiée de semi-exhaustive a été employée. Celle-ci se déroule ainsi. Premièrement, une recherche exhaustive des meilleurs modèles à un et à deux paramètres est d'abord réalisée. Si le meilleur résultat est obtenu avec un modèle à un paramètre, cette solution est retenue. Sinon, une recherche exhaustive des modèles à trois paramètres est réalisée. Si la meilleure solution est obtenue avec un modèle à deux paramètres, celle-ci est retenue et ainsi de suite. Cependant, à partir de quatre paramètres, la recherche exhaustive devient très longue. Pour pallier à ce problème, lorsqu'on cherche les meilleurs modèles à  $N$  paramètres ( $N > 3$ ), on utilise les  $N - 3$  premiers paramètres du modèle optimal de taille  $N - 1$  comme premiers paramètres des modèles de taille  $N$ . Puis, on lance une recherche exhaustive pour trouver les trois derniers paramètres optimisant le modèle de taille  $N$ .

### A1.2 Optimisation par recherche de coordonnées

Il est souvent souhaitable, dans le cadre de la modélisation lognormale des mouvements, de disposer d'un algorithme d'optimisation fiable. Puisque cette thèse se situe davantage dans un cadre exploratoire visant l'élaboration d'un prototype plutôt que dans celui de la conception d'un produit commercial, les requis pour un tel algorithme sont adaptés en conséquence. Ainsi, la rapidité d'exécution n'est pas un critère très important pour autant que le temps de calcul de l'algorithme ne soit pas limitatif pour la réalisation des travaux de recherche. Cependant, la simplicité, la stabilité et la fiabilité de son exécution doivent être garanties. Un algorithme simple et assurant une croissance monotone de la fonction objective à maximiser a donc été adopté. Les algorithmes sur treillis, particulièrement la recherche par coordonnées<sup>79</sup>, constituent un type d'algorithme répondant bien au besoin du projet. Un exemple, en Python, de l'application de ce type d'algorithme à l'optimisation d'une solution initiale  $\Sigma\Lambda$  est montré à la Figure A1.1.

---

<sup>79</sup> Voir (Kolda, Lewis, & Torczon, 2003) pour une revue de cette famille d'algorithmes.

```

def runOptimization(func, T_n, T_a):
    # Optimisation par recherche de coordonnées.
    # Paramètres :
    #     func    : Fonction objective dont le prototype a la forme func(X, Y).
    #               Dans notre cas, cette fonction calcul et retourne l'erreur
    #               quadratique moyenne de la reconstruction de X par Y.
    #     T_n      : Mouvement à analyser.
    #     T_a      : Objet représentant la solution initiale.

    # Paramètres globaux
    NbIterMax = 2000          # Nombre maximal d'itérations
    RefMin     = 1.0/64.0     # Critère servant à la fin de l'optimisation.
    UBound     = [-1.0, 1.0, -10.0, 0.01, -4.0, -8.0]  # Borne minimale
    LBound     = [20.0, 300.0, -0.01, 2.0, 4.0, 8.0]   # Borne maximale

    # Cette variable est utile pour ajuster le niveau de précision désiré sur chaque paramètre.
    Deltak     = {'t0':1.0/128.0, 'D':1.0, 'mu':1.0/32.0,
                  'sigma':1.0/32.0, 'thetas':0.125, 'thetae':0.125}

    T_Xk       = deepcopy(T_a)
    Val        = func(T_n, T_Xk)

    # On construit une liste de dictionnaires. La liste contient un item
    # pour chaque composante lognormale de la solution initiale.
    # Le nombre de composantes est donné par T_Xk.NbLog().
    listItems = []
    for i, log in zip(range(T_Xk.NbLog()), ["t0", "D", "mu", "sigma", "thetad", "thetaf"]):
        for key in log.getParamKeys():
            listItems.append( {"param":log.getParam(key), "ref":1.0, "nolog":i, "paramkey":key})

    succes = False
    for i in arange(NbIterMax):
        listItems.sort(cmp=lambda item1, item2: cmp(item1["ref"], item2["ref"]), reverse=True)

        # Valeur de la plus grande référence.
        Ref = listItems[0]["ref"]

        # Initialement, chaque paramètre à optimiser a une "référence" à 1.0.
        # Celle-ci est augmentée ou diminuée au cours du déroulement de l'algorithme.
        # Lorsque la référence associée à chacun des paramètres est inférieure au critère
        # RefMin, l'algorithme a obtenu une réponse suffisamment précise.
        if Ref < RefMin:
            return T_Xk

        for item in listItems:
            # On désire concentrer l'extraction sur les composantes dont
            # la référence est la plus grande.
            if item["ref"] < Ref/16.0:
                break

            for signe in [-1.0, 1.0]:
                # On incrémente ou décrémente la valeur d'un des paramètres du modèle.
                item["param"] += signe*Deltak[item["paramkey"]]*item["ref"]
                # On vérifie que le paramètre modifié est toujours à l'intérieur de
                # son intervalle de variation.
                if (( item["param"] < UBound[item["paramkey"]] and signe == 1.0) or
                    ( item["param"] > LBound[item["paramkey"]] and signe == -1.0)):

                    # Cette fonction change la valeur du paramètre item["paramkey"] de la
                    # la item["nolog"]-ième lognormale en lui affectant la valeur item["param"].
                    T_Xk.changerParametre(item["param"], item["paramkey"], item["nolog"])
                    NewVal = func(T_n, T_Xk)
                    if NewVal > Val:
                        succes = True
                        Val = NewVal
                        break
                    else:
                        # Si la modification du modèle n'a pas permis d'améliorer la
                        # reconstruction, on annule la modification apportée précédemment.
                        item["param"] -= signe*Deltak[item["paramkey"]]*item["ref"]

```

```

        T_Xk.changerParametre(item["param"], item["paramkey"], item["nolog"])
    else :
        # Si la modification de la valeur du paramètre a sorti celui-ci de son
        # intervalle de variation, on annule la modification apportée sa valeur.
        item["param"] -= signe*Deltak[item["paramkey"]]*item["ref"]

    if succes :
        # Si la modification du paramètre a permis une amélioration du modèle,
        # l'incrément (ou le décrétement) à appliquer au prochain passage est doublé.
        item["ref"] *= 2.0
        succes = False
    else :
        # Si la modification du paramètre n'a pas permis une amélioration du modèle,
        # l'incrément (ou le décrétement) à appliquer au prochain passage est coupé de
        # moitié.
        item["ref"] /= 2.0

# Nombre maximal d'itérations atteint. On retourne la meilleure solution obtenue.
return T_Xk

```

Figure A1.1 : Code Python illustrant un exemple d'optimisation sigma-lognormale par recherche de coordonnées.

### A1.3 Procédure de rejet multivariée des données aberrantes

L'utilisation de techniques de rejet des données aberrantes reposant sur des méthodes univariées constitue un bon point de départ pour le nettoyage des données provenant de l'analyse lognormale. Cependant, ces approches peuvent être insuffisantes pour la détection des échantillons aberrants d'un point de vue multivarié, mais normaux d'un point de vue univarié. La Figure A1.2 illustre un tel cas. La détection graphique de telles données devient évidemment impossible lorsque l'on veut considérer les sept dimensions de l'analyse delta-lognormale.

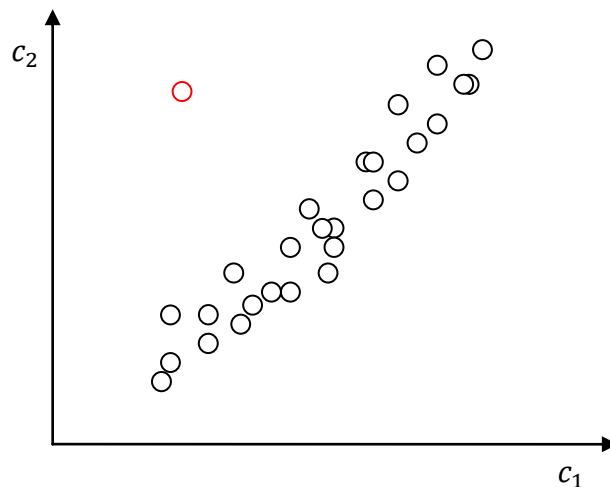


Figure A1.2 : Exemple d'une donnée aberrante (cercle rouge) d'un point de vue multivarié (dans l'espace  $(c_1, c_2)$ ) mais valide selon une étude univariée (c.-à-d. en regard des distributions de  $c_1$  et de  $c_2$ ).

Pour pallier à ce problème, on peut envisager d'utiliser une version robuste de la distance de Mahalanobis définie par

$$D_M(x) = \sqrt{(x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu)} \quad (\text{A1-1})$$

où on remplace la moyenne  $\mu$  et la matrice de covariance  $\Sigma$  par leur estimation robuste, par exemple utilisant l'algorithme MCD. Ce faisant, on obtient la distance robuste (DR) proposée par Rousseeuw et Van Driessen (1999). Les données ayant une distance robuste trop grande par rapport à l'ensemble des autres spécimens provenant du même sujet sont alors considérées aberrantes. Le seuil au-delà duquel  $DR$  justifie un rejet peut être défini par un test non paramétrique, par exemple en étiquetant  $x$  comme aberrant si  $D_M(x) > q_{75} + k(q_{75} - q_{25})$  où  $k$  est à déterminer expérimentalement (une valeur de 1.5 est utilisée par défaut dans la fonction `boxplot.stats` de R). La Figure A1.3 fournit un code en R implémentant la méthodologie proposée.

```
library(robustbase)
library(MASS)

robMahalOutliers <- function(X)
{
  # La variable x est un objet de type data.frame contenant les variables
  # en colonnes et les observations en rangées.

  mcdout = covMcd(X)
  invS = as.matrix(ginv(mcdout$cov))
  mu = mcdout$center

  dist = NULL
  for(noRow in 1:dim.data.frame(X)[1])
  {
    dist = c(dist, sqrt(as.matrix((X[noRow, ]-mu)) %*% invS
                                %*% as.matrix(t(X[noRow, ]-mu))))
  }

  boxplot.stats(dist)$out
}
```

Figure A1.3 : Code R pour l'identification des données aberrantes en utilisant un seuil sur une distance de Mahalanobis robuste.

Notons pour clore ce sujet qu'il paraît souhaitable que les variables évaluées avec cette technique aient une distribution symétrique si l'on veut obtenir une performance aussi bonne aux deux extrémités de l'intervalle de variation. Dans le cas des paramètres delta-lognormaux, la



transformation  $(\ln(t_0), \sqrt{D_1}, \mu_1, \sqrt{\sigma_1}, \sqrt{D_2}, \mu_2, \sqrt{\sigma_2})$  peut être utilisée à cette fin (Woch, Plamondon, & O'Reilly, 2011).

## A1.4 Analyse ROC de la qualité du diagnostic

Dans les analyses de la partie III de cette thèse, la courbe ROC (« receiver operating characteristic ») est largement utilisée pour évaluer la prédictibilité de la présence de facteurs de risque d'AVC grâce à l'analyse de la cinématique des mouvements. Cette courbe permet d'évaluer la puissance de classification d'un estimateur  $\hat{\gamma}$  d'une variable binaire aléatoire  $\gamma$  en fonction d'un seuil de décision  $\zeta$ . Pour une série de couples  $(\gamma, \hat{\gamma})$ , la courbe ROC peut être construite en calculant les taux de vrais positifs (TVP) et de faux positifs (TFP) obtenus par rapport à la prédiction de la valeur de  $\gamma$  en appliquant différents seuils  $\zeta$  à la valeur de l'estimateur  $\hat{\gamma}$  (p. ex. pour  $\hat{\gamma} \geq \zeta$ ,  $\gamma$  est prédit comme étant « vrai » alors que pour  $\hat{\gamma} < \zeta$ ,  $\gamma$  est prédit étant « faux »). Ceci résulte en une courbe paramétrique de TVP et TFP en fonction de  $\zeta$ . On réfère à celle-ci comme étant la courbe ROC (Fawcett, 2006; Wojtek & David, 2009). Formellement, on peut décrire cette courbe avec les expressions suivantes :

$$TVP(\zeta) = \frac{\text{compte}(\hat{\gamma} > \zeta \text{ ET } \gamma = 1)}{\text{compte}(\gamma = 1)} \quad (14.1)$$

$$TFP(\zeta) = \frac{\text{compte}(\hat{\gamma} > \zeta \text{ ET } \gamma = 0)}{\text{compte}(\gamma = 0)} \quad (14.2)$$

où la fonction  $\text{compte}(x)$  retourne le nombre d'échantillons respectant la condition  $x$ .

D'autre part, l'aire sous la courbe ROC (AUC) peut être utilisée comme statistique scalaire permettant d'évaluer la puissance de classification de l'algorithme générant l'estimateur  $\hat{\gamma}$ . D'un côté pratique, ceci revient à utiliser la statistique de rang de Wilcoxon-Mann-Whitney (Hanley & McNeil, 1982) alors que d'un côté plus conceptuel, cela correspond à évaluer la probabilité que l'on obtienne  $\hat{\gamma}_1 > \hat{\gamma}_2$  pour deux échantillons pigés aléatoirement si ceux-ci sont tels que  $\gamma_1 > \gamma_2$ . On se rappellera qu'une AUC de 0.5 correspond à un classificateur aléatoire alors que des AUC de 1.0 et de 0.0 correspondent respectivement à un classificateur qui est toujours juste ou toujours faux.

L'utilisation des courbes ROC et de l'AUC pour l'évaluation des résultats de recherche présentés dans cette thèse a été préférée à une méthode reposant davantage sur l'évaluation de la signification statistique (p. ex. en utilisant des ANOVA et des valeurs p). Ceci découle du fait que l'on cherche à évaluer si l'effet des facteurs de risque sur le contrôle moteur est assez important pour supporter des investigations futures ayant pour but de prévenir les AVC à partir de l'analyse des mouvements. Ainsi, nos critères de succès sont plus exigeants que ceux d'une étude visant l'évaluation de la signification statistique des liens entre les mouvements et les facteurs de risque d'AVC. En effet, on veut aller plus loin en démontrant que l'ampleur de ceux-ci est assez importante pour avoir un impact significatif dans une application diagnostique.

## **ANNEXE 2    AUTRES CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE FONDAMENTALE DU MOUVEMENT HUMAIN**

Cette annexe résume un certain nombre d'études connexes réalisées dans le cadre de ce doctorat. Bien qu'une présentation détaillée de ces travaux ne soit pas essentielle à la compréhension de cette thèse, les principaux résultats et les conclusions que l'on peut en tirer sont néanmoins très pertinents à notre thématique de recherche. Les lecteurs intéressés à prendre plus amples connaissances de ces études sont invités à le faire en se référant aux articles correspondants, dont les références sont données ci-dessous.

### **A2.1 SimScript et la synthèse des mouvements sigma-lognormaux**

Des travaux prédoctorat ont été réalisés sur le développement d'un logiciel permettant d'étudier les propriétés des mouvements grâce à la synthèse de courbes sigma-lognormales. Ceux-ci ont fait l'objet d'un rapport technique (O'Reilly, Djoua, & Plamondon, 2006) puis d'une présentation à la conférence ICPR (Djoua, O'Reilly, & Plamondon, 2006). Par la suite, ce programme a été proposé comme outil d'aide à la conception et à l'analyse de tests neuromoteurs (O'Reilly & Plamondon, 2007). Suite à cette présentation, nous avons été invités, durant les travaux de doctorat menant à cette thèse, à développer plus en détail cette thématique dans le cadre de la réhabilitation (O'Reilly & Plamondon, 2010b) .

Notons d'autre part que l'utilisation de ce type de logiciel est très utile lors de la définition de prototypes de mouvements utilisés dans la technique d'extraction présentée à la section 7.2 ainsi que dans (O'Reilly & Plamondon, 2010c; O'Reilly & Plamondon, 2011). Ce logiciel est d'ailleurs le sujet d'une déclaration d'invention à l'École Polytechnique (O'Reilly, Plamondon, & Djoua, 2008). Il est actuellement en valorisation chez Univalor et il est utilisé par plusieurs équipes de recherches à travers le monde dans le cadre de projets de recherche conjoints.

Le principal objectif de ce logiciel est de permettre la synthèse interactive de mouvements lognormaux à l'aide d'une interface usager conviviale. L'ajout ou le retrait de composantes lognormales peut se faire d'un clic de souris alors que la modification de la valeur de chacun des paramètres s'opère au moyen de contrôles à glissière permettant de visualiser en temps réel l'impact de la modification de la valeur d'un paramètre sur la trajectoire et sur le profil de vitesse

du mouvement. Depuis quelques années, les fonctionnalités de SimScript ont été intégrées avec les fonctionnalités d'extraction de paramètres dans un outil complet nommé ScriptStudio.

## **A2.2 Développement de réseaux de neurones modélisant la commande et le contrôle de mouvements oscillatoires**

Dans le cadre de l'investigation des mouvements oscillatoires et de la modélisation de la commande neuronale, des études ont été réalisées sur l'utilisation de réseaux de neurones artificiels récurrents incluant des délais de propagation. Bien que l'investigateur principal de ces études soit le professeur Feng, j'ai eu l'occasion d'aider ce dernier et le professeur Plamondon dans ces recherches, particulièrement au niveau des simulations ainsi que de la révision et de la correction des développements mathématiques.

L'intérêt de ces réseaux pour l'étude du mouvement découle de leur capacité à apprendre et reproduire des signaux cycliques (Ruiz, Owens, & Townley, 1998; Townley et al., 2000). Cependant, l'étude de leurs propriétés est complexe et soulève plusieurs questions dont l'une, particulièrement importante, est de définir sous quelles conditions un tel réseau peut entrer en oscillations. Dans (Feng, Plamondon, & O'Reilly, 2010), nous avons dérivé de nouvelles conditions suffisantes pour l'oscillation d'un tel système composé de trois et de six neurones en utilisant la fonction d'activation  $\tanh(x)$ . Puis, dans un travail subséquent, des conditions d'oscillations ont été obtenues pour l'utilisation d'une fonction d'activation généralisée (Feng, O'Reilly, & Plamondon, 2010). Finalement, des conditions d'oscillations ont été dérivées pour le cas général où le réseau est constitué de  $n$  neurones et où l'on utilise aussi une fonction d'activation généralisée (Feng, Plamondon, & O'Reilly, 2011).

Ces travaux constituent en quelque sorte une extension du Chapitre 13 puisqu'ils étudient différentes hypothèses quant à la structure physiologique à la base de la génération des mouvements oscillatoires étudiés d'un point de vue statistique.

## **A2.3 Étude de la delta-lognormale comme primitive**

Dans le cadre de l'étude fondamentale des mouvements humains, la primitive est un concept clé. En effet, plusieurs investigateurs considèrent la génération de mouvements complexes comme

étant le résultat de la synergie d'éléments constitutifs atomiques : les primitives (Flash & Hochner, 2005).

Dans le cadre de nos travaux, la delta-lognormale est généralement considérée comme une primitive en soi. Dans ce contexte, l'article (Woch, Plamondon, & O'Reilly, 2011) porte sur l'utilisation de cette primitive pour les mouvements bidirectionnels chez des sujets jeunes et âgés. Outre l'apport que ce travail fournit à l'étude fondamentale des mouvements humains, celui-ci a été l'occasion d'une étude statistique poussée sur la variation des paramètres delta-lognormaux. Certaines observations provenant de ce travail sont omniprésentes dans la présente thèse. Ainsi, la primitive d'aller-retour est utilisée au Chapitre 8 dans le cadre de l'extraction de paramètres delta-lognormaux globalement optimaux alors que son utilisation pour le développement de tests neuromusculaires est discutée au Chapitre 14. De plus, les détails statistiques (quantités de données aberrantes, non-normalité de la distribution des paramètres lognormaux, etc.) soulevés dans cette étude interviennent dans l'ensemble des analyses de cette thèse alors que l'observation d'un effet proportionnel de l'âge sur les mouvements humains est à la base des travaux du Chapitre 6 et du développement de l'extracteur à base de prototype (section 7.2).

## **A2.4 Utilisation de la souris d'ordinateur comme périphérique d'acquisition des mouvements humains**

Le cinquième objectif spécifique de cette thèse (voir le chapitre d'introduction) stipule que l'on cherche à développer des outils de prévention des AVC qui soient peu coûteux. Dans cet objectif, on a voulu vérifier si une souris d'ordinateur standard pouvait être utilisée pour l'acquisition des mouvements dans le cadre du développement de systèmes servant à la prévention et au diagnostic. De tels outils prendraient alors simplement la forme d'un logiciel pouvant être exécuté sur l'ordinateur personnel d'un omnipraticien et ne nécessiteraient pas d'appareil d'acquisition supplémentaire tel qu'une tablette à numériser (p. ex. la tablette Wacom Intuos2 utilisée dans le cadre de l'acquisition des données du projet Sign@médecin).

Pour vérifier cette possibilité, une série d'acquisitions ont été réalisées en enregistrant la trajectoire de mouvements oscillatoires de façon simultanée avec une souris USB optique, une tablette Wacom Intuos2 et un système de vision 3D Vicon constitué de six caméras infrarouges. Les résultats d'une telle étude ont été publiés dans (O'Reilly & Plamondon, 2010a). Ceux-ci

rapportent qu'il est possible de réaliser l'acquisition de mouvements humains dans le but d'une analyse cinématique lognormale moyennant un certain nombre de précautions méthodologiques. Ainsi, il a été montré que les outils développés dans le cadre de cette thèse ne nécessitent pas, *a priori*, un appareillage spécialisé et peuvent ainsi être implémentés à faible coût.

### ANNEXE 3 COMPARAISON DES MODÈLES DELTA-LOGNORMAUX COMPLETS ET RÉDUITS

L'étude des mouvements provenant des tâches de compromis vitesse-précision (Chapitre 5 et 11) a été l'occasion de vérifier si l'on pouvait tirer profit de certaines corrélations existant entre les paramètres delta-lognormaux afin de réduire la taille du modèle et peut-être ainsi condenser l'information disponible en moins de paramètres que l'on pourrait espérer alors être plus prédictifs.

Le modèle Delta-Lognormal à sept paramètres libres décrit l'amplitude de la vitesse du mouvement au moyen de l'équation (2.34). Le modèle réduit à six paramètres libres utilise la régression de  $\mu_1$  vers  $\mu_2$  pour ajouter une première contrainte à la variation des paramètres delta-lognormaux :

$$e^{\mu_2} = 1.33e^{\mu_1} + 0.024 \quad (\text{A3.1})$$

Pour sa part, le modèle réduit à cinq paramètres libres utilise une relation linéaire entre  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  pour ajouter une deuxième contrainte

$$\sigma_2 = 0.75\sigma_1 - 0.05 \quad (\text{A3.2})$$

La définition de ces équations deviendra plus claire au fur de l'étude de la distribution des paramètres delta-lognormaux présentée ci-dessous. Dans cette annexe, la majeure partie des analyses statistiques présentées au Chapitre 5, et dans une moindre mesure au Chapitre 11, seront reprises pour les modèles à six et à cinq paramètres. Afin de faciliter, pour le lecteur, la comparaison entre le modèle complet et ceux réduits, les résultats rapportés aux Chapitres 5 et 11 seront aussi reproduits côte à côte avec ceux relatifs aux modèles réduits.

#### A3.1 Retrait des données aberrantes

Une analyse identique à celle proposée à la section 5.2.3 a été réalisée pour le calcul de la quantité de données aberrantes propre à chacun des trois modèles. Tel que rapportée précédemment, la moyenne du pourcentage de données aberrantes pour les 16 conditions expérimentales est de 23.20 % pour le cas à sept paramètres. Un test  $t$  apparié de Student indique qu'il n'y a pas de différence statistiquement significative entre cette moyenne et celle obtenue

(23.28 %) sur le modèle à six paramètres ( $p=0.85$ ). Par contre, la moyenne du pourcentage de données aberrantes sur le modèle à cinq paramètres (20.54 %) est statistiquement plus basse que celle du modèle à sept paramètres ( $p=0.000061$ ).

## A3.2 Analyse de $D_1$ et $D_2$

### A3.2.1 Analyse de corrélation entre $D_1$ et $D_2$

Le Tableau A3.1 donne la valeur de la corrélation entre les paramètres  $D_1$  et  $D_2$  telle que calculée avec l'algorithme MCD. La Figure A3.1 illustre l'évolution de cette corrélation en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision. Pour chacun des trois modèles considérés, la signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres de la tâche a été calculée suivant les mêmes procédures statistiques que celles présentées à la section 5.4.1. Les résultats correspondants sont rapportés au Tableau A3.2.

Tableau A3.1 : Corrélation entre  $D_1$  et  $D_2$  pour les modèles à sept, six et cinq paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	0.881	0.840	0.738	0.801	0.889	0.836	0.718	0.789	0.720	0.820	0.708	0.711
	90	0.973	0.922	0.868	0.824	0.954	0.888	0.851	0.846	0.936	0.854	0.810	0.836
	135	0.972	0.950	0.956	0.861	0.971	0.926	0.926	0.857	0.909	0.887	0.894	0.734
	180	0.988	0.977	0.959	0.947	0.976	0.962	0.946	0.922	0.967	0.870	0.885	0.812

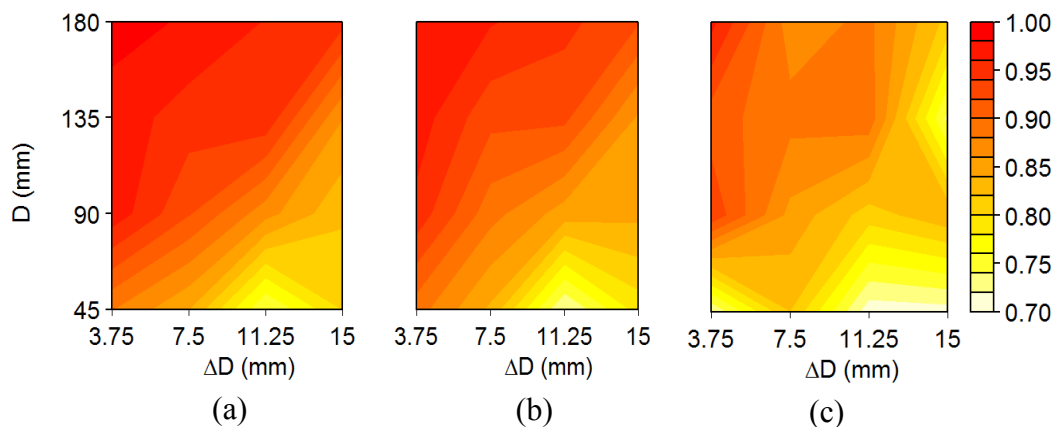


Figure A3.1 : Corrélation entre  $D_1$  et  $D_2$  pour le modèle à (a) sept, (b) six et (c) cinq paramètres.



Tableau A3.2 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur  $L_+(\rho(D_1, D_2))$  pour chacun des trois modèles.

	7 param.		6 param.		5 param.	
	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>9.34E-07</b>	0.92	<b>1.60E-07</b>	0.94	<b>6.51E-04</b>	0.79
$\Delta\tilde{D}$	<b>1.75E-05</b>		<b>1.16E-06</b>		<b>9.26E-04</b>	
$\tilde{D}:\Delta\tilde{D}$	2.91E-01		3.81E-01		<b>3.78E-02</b>	
$ID$	<b>3.11E-08</b>	0.89	<b>9.36E-10</b>	0.94	<b>4.67E-05</b>	0.71

On observe des tendances similaires pour les trois modèles, bien que celles-ci soient moins claires sur le modèle à cinq paramètres. L'ajustement de la modélisation linéaire y est aussi beaucoup moins bon, suggérant que cette représentation est plus bruitée.

### A3.2.2 Analyse de la distribution des $D_i$

Le Tableau A3.3 donne la moyenne (voir Figure A3.2 pour une représentation graphique) de la distribution du paramètre  $D_1$  en fonction des caractéristiques du compromis vitesse-précision. Le Tableau A3.4 fournit l'équivalent mais pour l'écart-type (voir Figure A3.3 pour une représentation graphique). Le Tableau A3.5 quantifie la signifiante statistique des variations que l'on peut observer dans le Tableau A3.3 et le Tableau A3.4.

Tableau A3.3 : Moyenne de  $D_1$  pour les modèles à sept, six et cinq paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	56.8	56.1	59.8	61.7	55.9	55.3	59.3	60.3	53.4	53.9	57.3	58.4
	90	111	111	112	113	108	109	112	112	105	106	109	110
	135	164	166	165	167	163	165	168	167	157	160	163	160
	180	224	223	227	228	218	223	223	224	216	217	218	217

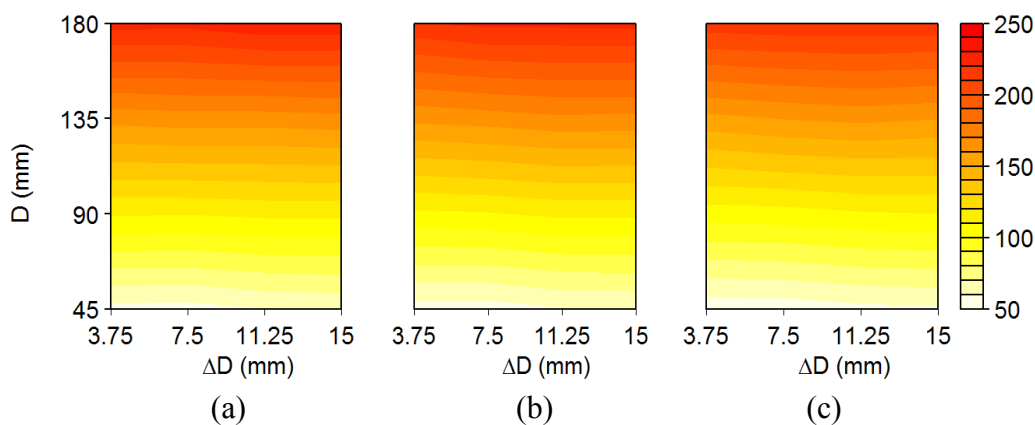


Figure A3.2 : Moyenne de  $D_1$  pour les modèles à (a) sept, (b) six et (c) cinq paramètres.

Tableau A3.4 : Écart-type de  $D_1$  pour les modèles à sept, six et cinq paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	7.44	8.25	9.12	11.7	8.56	9.43	9.69	12.7	6.43	9.8	10.3	12.3
	90	14.85	12.84	12.78	14.3	12.55	12.89	13.25	15.8	10.58	11.2	13.7	15.6
	135	17.00	16.22	18.32	16.0	18.72	14.16	16.87	17.1	12.03	11.3	15.9	14.9
	180	24.98	21.52	23.16	22.5	18.38	18.25	19.9	20.2	17.15	14.3	15.1	13.5

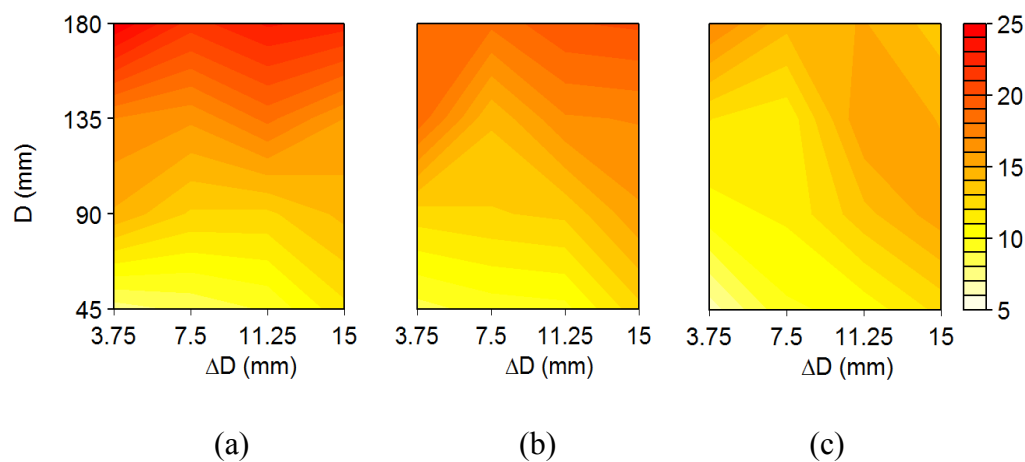


Figure A3.3 : Écart-type de  $D_1$  pour les modèles à (a) sept, (b) six et (c) cinq paramètres.

Tableau A3.5 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de  $D_1$  pour chacun des trois modèles.

	moyenne de $D_1$						Écart-type de $D_1$					
	7 param.		6 param.		5 param.		7 param.		6 param.		5 param.	
	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>4.0E-09<sub>NL</sub></b>	0.95	<b>2.2E-09<sub>N</sub></b>	0.95	<b>2.9E-09<sub>N</sub></b>	0.95	<b>3.8E-07</b>	0.89	<b>5.8E-07</b>	0.89	<b>1.5E-04</b>	0.80
$\tilde{\Delta D}$	7.7E-01 <sub>N</sub>		6.3E-01 <sub>N</sub>		6.8E-01 <sub>N</sub>		9.1E-01		9.6E-02		<b>1.2E-02</b>	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	9.7E-01 <sub>NL</sub>		9.9E-01 <sub>N</sub>		9.2E-01 <sub>N</sub>		1.5E-01		2.7E-01		<b>1.3E-02</b>	
$ID$	<b>4.5E-03<sub>N</sub></b>	0.45	<b>5.1E-03<sub>N</sub></b>	0.44	<b>4.8E-03<sub>N</sub></b>	0.44	<b>5.9E-03</b>	0.43	<b>3.6E-02</b>	0.28	3.8E-01	0.05

Ici encore, on observe un patron de variation somme toute assez semblable d'un modèle à l'autre. L'écart-type varie de façon similaire à la moyenne, ce qui suggère que ces deux valeurs sont corrélées. Cela s'avère être le cas pour les trois modèles avec des corrélations de 0.970, 0.928 et 0.703 respectivement. On note aussi des écarts-types plus faibles au fur et à mesure que l'on réduit le nombre de paramètres du modèle. La moyenne de l'écart-type à travers les 16 conditions expérimentales pour les trois modèles est de 15.7, 14.9 et 12.8 respectivement pour les modèles à sept, six et cinq paramètres.

### A3.2.3 Analyses corrélatives supplémentaires concernant les $D_i$

La première analyse supplémentaire associe  $\mu_1$  et  $D_1$ . Les corrélations obtenues sont données dans le Tableau A3.6 (voir aussi Figure A3.4) alors que le Tableau A3.7 donne la signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision.

Tableau A3.6 : Corrélation entre  $\mu_1$  et  $D_1$  pour les modèles à sept, six et cinq paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	-0.017	0.051	0.041	0.163	0.103	0.126	0.055	0.084	0.001	0.225	0.105	0.134
	90	-0.094	-0.005	0.134	0.129	-0.354	-0.001	0.092	0.100	-0.249	-0.034	0.093	0.026
	135	0.186	-0.041	0.247	0.152	0.002	0.174	0.158	0.138	0.079	0.020	0.200	0.256
	180	-0.147	0.221	0.083	0.017	-0.345	-0.078	-0.004	0.229	-0.208	0.168	0.034	0.255

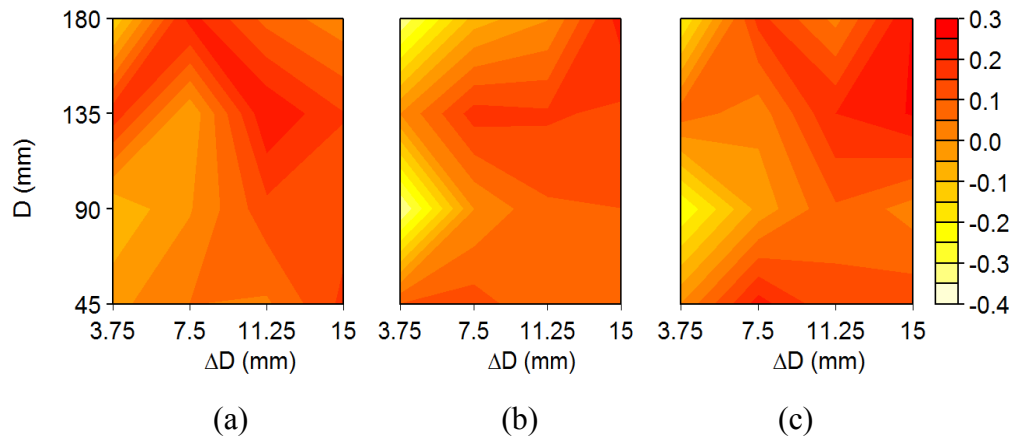


Figure A3.4 : Corrélation entre  $\mu_1$  et  $D_1$  pour le modèle à (a) sept, (b) six et (c) cinq paramètres.

Tableau A3.7 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur  $L_{\pm}(\rho(\mu_1, D_1))$  pour chacun des trois modèles.

	7 param.		6 param.		5 param.	
	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	7.9E-01	0.26	3.4E-01N	0.59	8.9E-01	0.49
$\tilde{\Delta D}$	6.7E-02		4.5E-03 <sub>NL</sub>		7.3E-03	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	8.1E-01		6.4E-02 <sub>NL</sub>		3.1E-01	
$ID$	2.5E-01	0.09	1.4E-02 <sub>N</sub>	0.36	4.9E-02 <sub>L</sub>	0.25

Dans les trois cas, on observe des corrélations faibles et assez aléatoires, sans patron de variation clair. Notons néanmoins l'ajustement significativement supérieur de la régression linéaire pour le modèle à 6 paramètres, avec un  $R^2$  de 0.59.

La deuxième analyse de corrélation supplémentaire associe  $\sigma_2$  et  $D_1$ . Les corrélations sont données dans le Tableau A3.8 (voir aussi la Figure A3.5) alors que le Tableau A3.9 donne la signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres de la tâche.

Tableau A3.8 : Corrélation entre  $\sigma_2$  et  $D_1$  pour les modèles à sept, six et cinq paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	0.469	0.558	0.303	0.426	0.653	0.414	0.273	0.456	-0.074	0.283	-0.115	0.418
	90	0.675	0.555	0.524	0.412	0.642	0.624	0.506	0.379	0.293	0.128	0.536	0.205
	135	0.480	0.582	0.427	0.403	0.729	0.561	0.611	0.480	-0.208	0.309	0.410	0.161
	180	0.568	0.625	0.635	0.463	0.558	0.642	0.594	0.451	-0.189	0.366	0.466	0.319

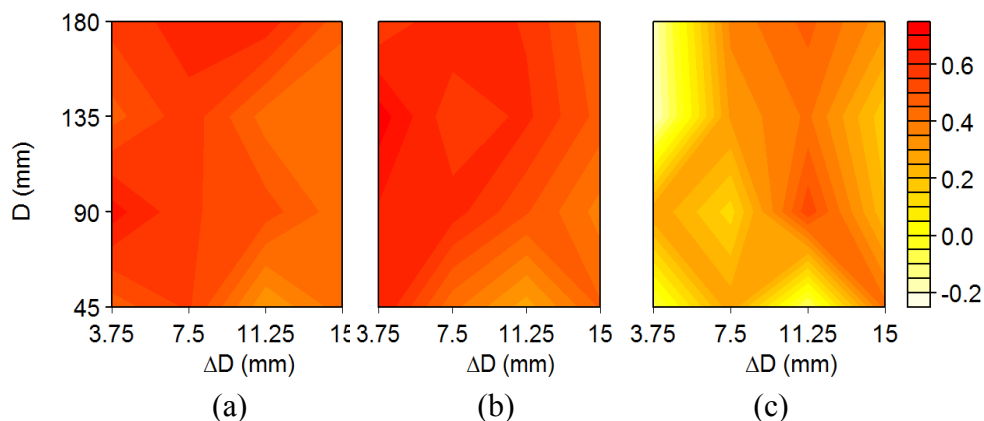


Figure A3.5 : Corrélation entre  $\sigma_2$  et  $D_1$  pour le modèle à (a) sept, (b) six et (c) cinq paramètres.

Tableau A3.9 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur  $L_+(\rho(\sigma_2, D_1))$  pour les modèles à sept et à six paramètres et  $L_\pm(\rho(\sigma_2, D_1))$  pour le modèle à cinq paramètres.

	7 param.		6 param.		5 param.	
	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	8.0E-01	0.13	3.1E-01 <sub>N</sub>	0.62	9.3E-01	0.51
$\tilde{\Delta D}$	2.8E-01		<b>3.4E-03<sub>NL</sub></b>		<b>5.7E-03</b>	
$\tilde{D}; \tilde{\Delta D}$	5.5E-01		<b>4.8E-02<sub>NL</sub></b>		2.6E-01	
$ID$	3.1E-01	0.07	<b>1.2E-02<sub>N</sub></b>	0.37	6.3E-02 <sub>L</sub>	0.23

Ici aussi, on n'observe pas de patron de variation clair, mais on relève un ajustement significativement meilleur de la régression linéaire pour le modèle à six paramètres. Notons par ailleurs que les corrélations pour le modèle à cinq paramètres sont beaucoup moins élevées que pour les autres modèles, suggérant que celui-ci réussit mieux à séparer les paramètres de commande des paramètres neuromusculaires. Ces observations seraient cependant à corroborer puisque le côté très aléatoire de ces corrélations soulève quelques doutes quant à la reproductibilité de tels résultats.

On relève qu'autant pour les  $\mu_i$  que pour  $\sigma_2$ , la largeur de la cible est le facteur ayant le plus d'impact sur la modulation de la corrélation. Ce phénomène n'est cependant observable que sur les modèles réduits.

### A3.3 Analyse de $\mu_1$ et $\mu_2$

#### A3.3.1 Corrélation entre $\mu_1$ et $\mu_2$ et simplification du modèle à sept paramètres

Comme vue à la section 5.5, la corrélation entre  $\mu_1$  et  $\mu_2$  varie légèrement à travers les conditions expérimentales. Malgré tout, celle-ci reste élevée pour toutes les combinaisons distance-largeur ( $> 0.84$ ) et la corrélation globale est suffisamment près de 1 (0.925) pour qu'il soit raisonnable de considérer, pour ce type de mouvements, seulement un paramètre dans le modèle Delta-Lognormal au lieu des deux paramètres  $\mu_1$  et  $\mu_2$ . Ceci peut se faire en régressant  $e^{\mu_2}$  sur  $e^{\mu_1}$ . Ce faisant, on obtient la relation suivante :

$$e^{\mu_2} = 1.333e^{\mu_1} + 0.0241 \quad (\text{A3.3})$$

Cette formule peut être utilisée pour obtenir une estimation de  $\mu_1$  basée sur l'information contenue dans  $\mu_2$ . Ceci donne

$$\widehat{\mu_1} = \ln\left(\frac{e^{\mu_2} - 0.0241}{1.333}\right) \quad (\text{A3.4})$$

On peut utiliser cette valeur pour obtenir un couple  $(\mu_1^*, \mu_2^*)$  qui utilise l'information à la fois du  $\mu_1$  et de  $\mu_2$  tout en respectant la relation (A3.3).

$$\begin{aligned} \mu_1^* &= \frac{\mu_1 + \widehat{\mu_1}}{2} \\ \mu_2^* &= \ln(1.333e^{\mu_1^*} + 0.0241) \end{aligned} \quad (\text{A4.5})$$

Une optimisation a été lancée avec la valeur originale des paramètres delta-lognormaux à l'exception des paramètres  $\mu_1$  et  $\mu_2$  qui ont été remplacés par  $\mu_1^*$  et  $\mu_2^*$  et avec la contrainte supplémentaire que le processus d'optimisation ne peut varier les paramètres  $\mu$  qu'en respectant la relation (A3.3). Les résultats obtenus ont donc seulement six paramètres libres. Sur notre banque de données, le RSB calculé pour l'ensemble des mouvements diminue de 22.85 dB à 21.72 dB lorsque l'on passe de sept à six paramètres. La distribution des RSB est affichée sur la figure ci-dessous.

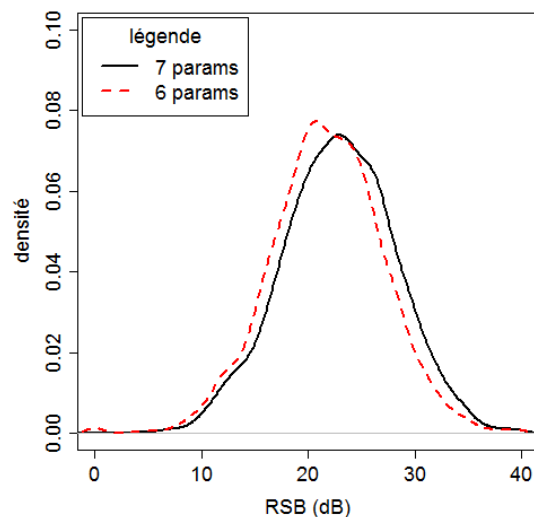


Figure A3.6 : RSB obtenus pour les modèles à six et à sept paramètres.

Il est donc probable qu'un tel modèle réduit puisse être utilisé avec succès pour décrire des données de pointage rapide. Bien sûr, l'adoption de celui-ci demanderait la vérification de l'universalité de la relation (A3.3) ainsi que la confirmation de l'obtention de performances d'extraction qualitativement semblables à celles présentées à la Figure A3.6.

### A3.3.2 Analyse de la distribution des $\mu$

Le Tableau A3.10 (voir aussi Figure A3.7) donnent la moyenne de  $e^{\mu_1}$  en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision alors que le Tableau A3.11 (voir Figure A3.8) donne l'équivalent pour l'écart-type. Le

Tableau A3.12 quantifie la signifiante statistique des variations que l'on peut observer dans les données du Tableau A3.10 et du Tableau A3.11.

Tableau A3.10 : Moyenne de  $e^{\mu_1}$  pour les modèles à sept, six, et cinq paramètres.

	D (mm)	Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
	45	0.218	0.230	0.211	0.209	0.219	0.207	0.206	0.200	0.221	0.215	0.207	0.190
	90	0.287	0.272	0.270	0.250	0.267	0.270	0.258	0.250	0.275	0.274	0.263	0.245
	135	0.346	0.320	0.301	0.293	0.324	0.300	0.290	0.286	0.315	0.319	0.302	0.288
	180	0.389	0.358	0.329	0.323	0.349	0.370	0.340	0.321	0.349	0.332	0.330	0.319

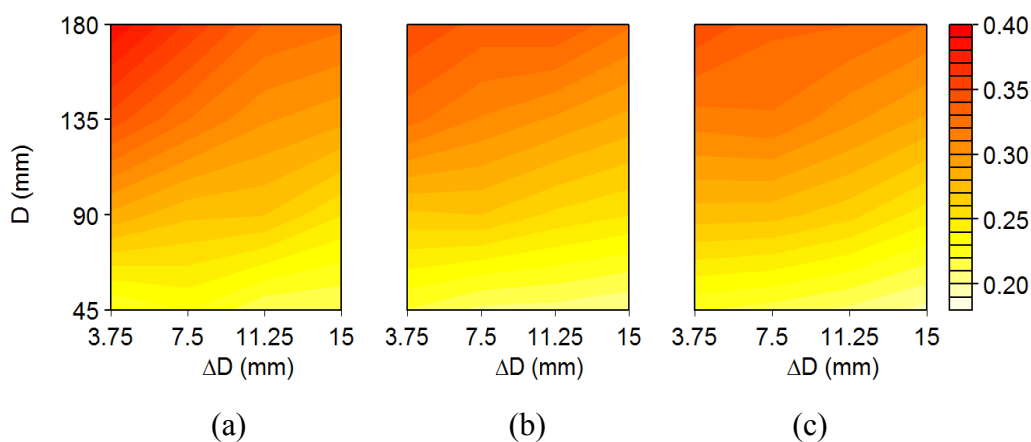


Figure A3.7 : Moyenne de  $e^{\mu_1}$  pour les modèles à (a) sept, (b) six et (c) cinq paramètres.

Tableau A3.11 : Écart-type de  $e^{\mu_1}$  pour les modèles à sept, six, et cinq paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	0.101	0.113	0.094	0.084	0.112	0.103	0.095	0.087	0.108	0.100	0.091	0.082
	90	0.112	0.113	0.114	0.114	0.106	0.111	0.105	0.112	0.097	0.104	0.096	0.104
	135	0.129	0.128	0.127	0.127	0.112	0.113	0.122	0.132	0.093	0.108	0.120	0.120
	180	0.138	0.128	0.122	0.146	0.126	0.131	0.135	0.125	0.117	0.118	0.118	0.124

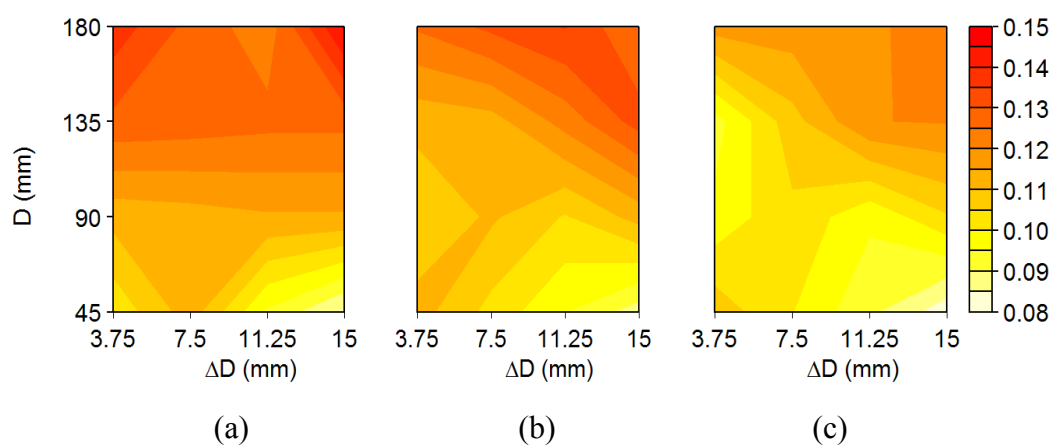


Figure A3.8 : Écart-type de  $e^{\mu_1}$  pour les modèles (a) à sept, (b) à six et (c) à cinq paramètres.



Tableau A3.12 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de  $e^{\mu_1}$  pour chacun des trois modèles.

	moyenne de $e^{\mu_1}$						Écart-type de $e^{\mu_1}$					
	7 param.		6 param.		5 param.		7 param.		6 param.		5 param.	
	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>2.3E-11</b>	0.98	<b>5.3E-12</b>	0.98	<b>4.5E-12</b>	0.98	<b>1.0E-05</b>	0.82	<b>1.5E-05</b>	0.83	<b>2.5E-04</b>	0.76
$\tilde{\Delta D}$	<b>8.1E-06</b>		<b>3.7E-04</b>		<b>1.1E-04</b>		4.5E-01		9.5E-01		4.5E-01	
$\tilde{D}:\tilde{\Delta D}$	<b>2.2E-03</b>		4.4E-01		7.9E-01		2.2E-01		<b>1.1E-02</b>		<b>5.5E-03</b>	
$ID$	<b>1.3E-05</b>	0.76	<b>1.3E-04</b>	0.66	<b>8.4E-05</b>	0.68	<b>3.6E-03</b>	0.47	<b>2.1E-02<sub>L</sub></b>	0.32	1.1E-01 <sub>L</sub>	0.17

On constate un effet similaire dans les trois modèles à l'exception d'un impact plus clair de l'interaction  $\tilde{D}:\tilde{\Delta D}$  sur la moyenne de  $e^{\mu_1}$  du modèle complet. Pour les trois modèles, la moyenne est corrélée avec l'écart-type avec des coefficients de 0.861, 0.817 et 0.692, respectivement pour les modèles à sept, six, et cinq paramètres.

### A3.3.3 Analyses corrélatives supplémentaires concernant les $\mu$

La première analyse de corrélation supplémentaire associe  $\mu_1$  et  $t_0$ . Les corrélations obtenues sont données dans le Tableau A3.13 (voir Figure A3.9) alors que le Tableau A3.14 donne la signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision.

Tableau A3.13 : Corrélation entre  $t_0$  et  $\mu_1$  pour les modèles à sept, six et cinq paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	-0.601	-0.621	-0.649	-0.642	-0.584	-0.569	-0.583	-0.408	-0.518	-0.562	-0.568	-0.545
	90	-0.645	-0.672	-0.679	-0.698	-0.718	-0.667	-0.661	-0.616	-0.731	-0.647	-0.663	-0.590
	135	-0.608	-0.657	-0.632	-0.686	-0.601	-0.678	-0.667	-0.682	-0.484	-0.677	-0.708	-0.650
	180	-0.465	-0.599	-0.528	-0.687	-0.594	-0.600	-0.598	-0.604	-0.559	-0.510	-0.534	-0.660

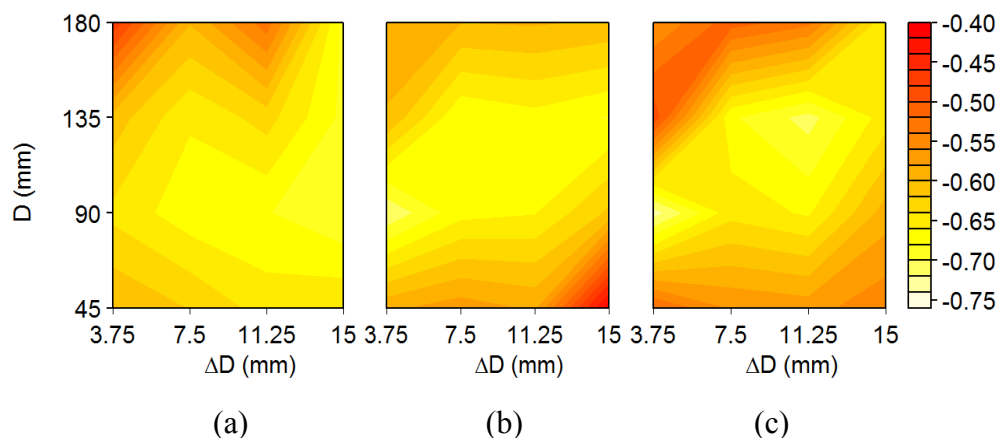


Figure A3.9: Corrélation entre  $t_0$  et  $\mu_1$  pour le modèle (a) à sept, (b) à six et (c) à cinq paramètres.

Tableau A3.14 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur  $L_-(\rho(t_0, \mu_1))$  pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres.

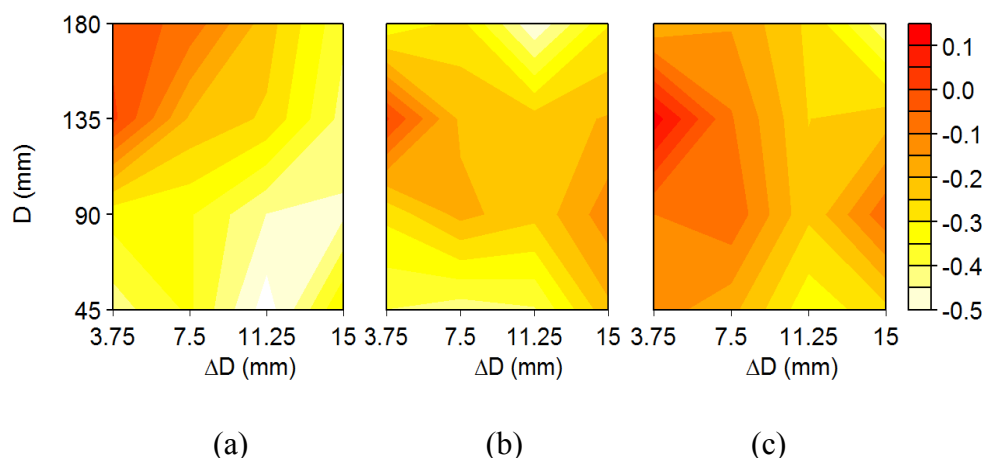
	7 param.		6 param.		5 param.	
	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	2.6E-01 <sub>NL</sub>	0.41	9.9E-02 <sub>N</sub>	0.35	5.7E-01	0.11
$\tilde{\Delta D}$	<b>3.3E-02<sub>N</sub></b>		4.3E-01 <sub>N</sub>		4.8E-01	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	3.0E-01 <sub>NL</sub>		1.4E-01 <sub>N</sub>		4.6E-01	
$ID$	<b>1.9E-02<sub>N</sub></b>	0.33	1.2E-01 <sub>NL</sub>	0.16	8.7E-01	0.00

En général, on observe des corrélations fortement négatives, mais n'ayant pas de patron de variation associé aux variables manipulées dans l'expérimentation du compromis vitesse-précision.

La deuxième analyse de corrélation supplémentaire associe  $\mu_1$  et  $\sigma_1$ . Les corrélations obtenues sont listées au Tableau A3.15 (voir Figure A3.10) alors que le Tableau A3.16 donne la signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision.

Tableau A3.15 : Corrélation entre  $\mu_1$  et  $\sigma_1$  pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	-0.427	-0.340	-0.529	-0.297	-0.401	-0.427	-0.405	-0.212	-0.124	-0.184	-0.337	-0.265
	90	-0.331	-0.344	-0.451	-0.459	-0.287	-0.184	-0.234	-0.121	-0.101	-0.061	-0.239	-0.062
	135	0.016	-0.208	-0.258	-0.421	0.009	-0.211	-0.226	-0.195	0.129	-0.094	-0.251	-0.222
	180	-0.021	-0.066	-0.227	-0.390	-0.342	-0.282	-0.495	-0.303	-0.196	-0.155	0.260	-0.441

Figure A3.10: Corrélation entre  $\mu_1$  et  $\sigma_1$  pour le modèle (a) à sept, (b) à six et (c) à cinq paramètres.Tableau A3.16 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur  $L_{\pm}(\rho(\mu_1, \sigma_1))$  pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres.

	7 param.		6 param.		5 param.	
	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>2.0E-03</b>	0.74	4.8E-01	0.13	9.8E-01	0.38
$\tilde{\Delta D}$	<b>4.8E-03<sub>L</sub></b>		9.4E-01		<b>2.2E-02</b>	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	<b>2.0E-02<sub>L</sub></b>		2.6E-01		5.4E-01	
$ID$	<b>3.8E-04</b>	0.61	6.4E-01	0.02	9.7E-02	0.18

On observe, pour cette corrélation, un contraste marqué entre le modèle complet et les modèles réduits. En effet, avec la représentation à sept paramètres, la corrélation entre  $\mu_1$  et  $\sigma_1$  semble clairement varier en fonction des paramètres de la tâche alors que ce phénomène disparaît lorsque l'on réduit le modèle à six ou à cinq paramètres.

La troisième analyse de corrélation supplémentaire associe  $\mu_1$  et  $\sigma_2$ . Les corrélations obtenues sont données dans le Tableau A3.17 (voir Figure A3.11) alors que le Tableau A3.18 donne la signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision.

Tableau A3.17 : Corrélation entre  $\mu_1$  et  $\sigma_2$  pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	-0.394	-0.393	-0.314	-0.394	0.031	0.055	-0.363	-0.172	-0.124	-0.184	-0.337	-0.265
	90	-0.284	-0.335	-0.473	-0.284	-0.094	-0.072	-0.144	-0.210	-0.101	-0.061	-0.239	-0.062
	135	-0.134	-0.192	-0.379	-0.134	0.165	0.213	-0.253	-0.520	0.129	-0.094	-0.251	-0.222
	180	0.191	-0.255	-0.407	0.191	-0.175	-0.251	-0.403	-0.356	-0.196	-0.155	-0.260	-0.441

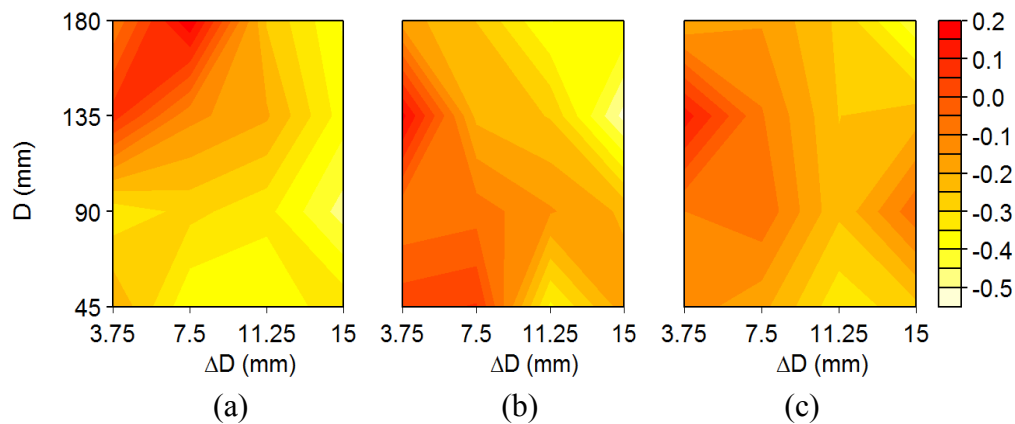


Figure A3.11 : Corrélation entre  $\mu_1$  et  $\sigma_2$  pour le modèle (a) à sept, (b) à six et (c) à cinq paramètres.

Tableau A3.18: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur  $L_{\pm}(\rho(\mu_1, \sigma_2))$  pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres.

	7 param.		6 param.		5 param.	
	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>4.4E-02</b>	0.53	6.1E-02	0.61	9.8E-01	0.38
$\tilde{\Delta D}$	<b>1.8E-02</b>		<b>2.6E-03</b>		<b>2.2E-02</b>	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	3.2E-01		6.7E-01		5.4E-01	
$ID$	<b>2.3E-03</b>	0.50	4.0E-01	0.05	9.7E-02	0.18

Ici encore, on observe moins de relations significatives pour les modèles réduits que pour le modèle complet. Néanmoins, le meilleur ajustement est encore obtenu avec un modèle à six

paramètres (pour la modélisation factorielle complète seulement, la régression sur l'indice de difficulté étant beaucoup mieux ajustée avec le modèle à sept paramètres).

### A3.4 Analyse de $\sigma_1$ et $\sigma_2$

#### A3.4.1 Corrélation entre $\sigma_1$ et $\sigma_2$ et simplification du modèle à six paramètres

Le Tableau A3.19 donne la corrélation entre  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  pour les modèles à six et à sept paramètres (voir Figure A3.12 pour une représentation graphique). Aucun patron de variation ne peut clairement être observé pour le modèle à sept paramètres, mais la situation est bien différente pour le modèle à six paramètres. Ceci est confirmé par les analyses statistiques fournies dans le Tableau A3.20 qui relèvent une modélisation ayant un coefficient de détermination de 0.63 pour la modélisation à six paramètres alors que celui-ci est négligeable pour le modèle complet.

Tableau A3.19 : Corrélations entre  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

		Modèle à sept paramètres				Modèle à six paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
Distance (mm)	45	0.682	0.535	0.657	0.519	0.251	0.102	0.443	0.427
	90	0.369	0.431	0.440	0.529	0.308	0.646	0.762	0.589
	135	0.423	0.486	0.390	0.547	0.513	0.607	0.627	0.668
	180	0.497	0.589	0.470	0.484	0.249	0.713	0.766	0.681

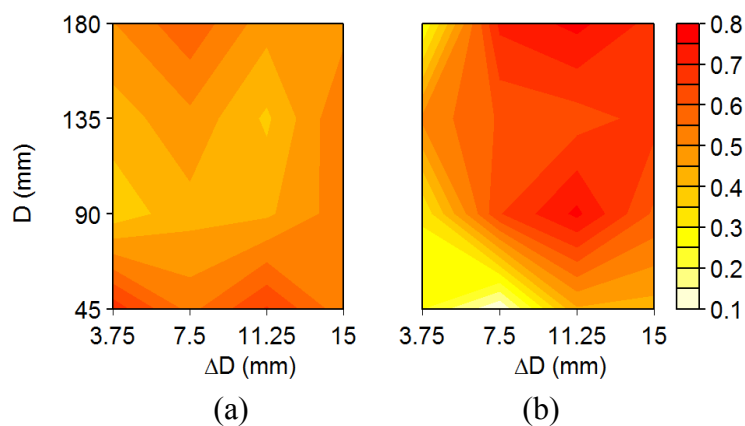


Figure A3.12 : Corrélation entre  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  pour le modèle à (a) sept et à (b) six paramètres.

Tableau A3.20: Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la corrélation entre  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  pour les modèles à sept et six paramètres.

	7 param.		6 param.	
	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	1.0E-01	0.23	<b>6.5E-03</b>	0.63
$\tilde{\Delta D}$	8.0E-01		<b>1.1E-02</b>	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	5.0E-01		6.8E-01	
$ID$	1.7E-01	0.13	9.4E-01	0.00

La Figure A3.13 ci-dessous illustre la valeur de  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  pour le modèle à sept et à six paramètres. On peut remarquer sur celles-ci que le passage de sept à six paramètres fait apparaître une régularité dans la relation entre  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ . En effet, on observe l'alignement d'une proportion importante de couples  $(\sigma_1, \sigma_2)$  aux abords de la ligne  $\sigma_2 = 0.75\sigma_1 - 0.05$ , tel qu'illustré sur la Figure A3.13.b.

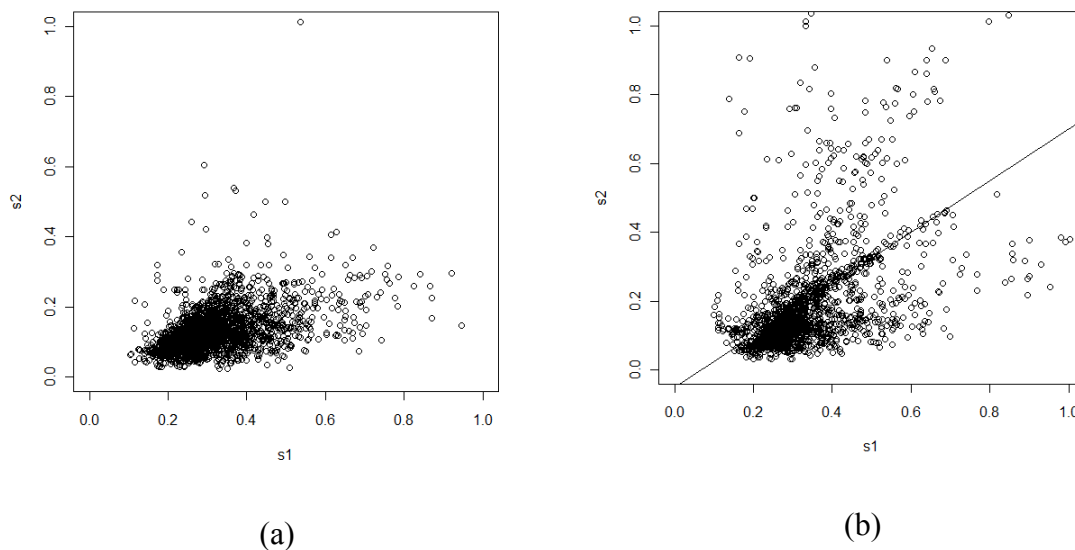


Figure A3.13 : Nuage de points de  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  pour le modèle à (a) sept et à (b) six paramètres.

À partir du modèle à six paramètres, une contrainte supplémentaire a donc été ajoutée sur les  $\sigma$  tel que  $\sigma_2 = 0.75\sigma_1 - 0.05$  pour obtenir le modèle à cinq paramètres libres. En passant de six à cinq paramètres pour la modélisation lognormale, on perd environ 1 dB en moyenne au niveau du RSB. La Figure A3.14 illustre la distribution du RSB pour les trois modèles. Ici

encore, la validité de cette droite de régression et des performances en modélisation devrait être validée sur d'autres ensembles de données. Cette remarque est sans doute encore plus juste ici que la relation linéaire utilisée est moins évidente que pour le cas ayant servi à la réduction des modèles de sept à six paramètres.

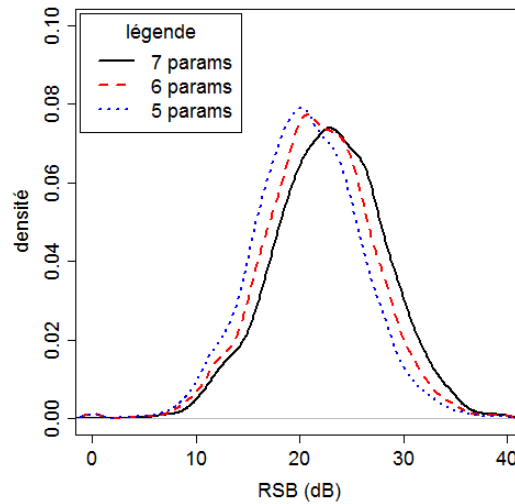


Figure A3.14 : Distribution du RSB pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres.

### A3.4.2 Analyse de la distribution de $\sigma_1$

Le Tableau A3.21 (voir Figure A3.15) donne la moyenne de la distribution de  $\sigma_1$  en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision alors que le Tableau A3.22 (voir Figure A3.16) donne l'équivalent pour l'écart-type. Le Tableau A3.23 quantifie la signifiante statistique des variations que l'on peut observer dans les données des tableaux précédents.

Tableau A3.21 : Moyenne de  $\sigma_1$  pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	1.41	1.33	1.31	1.32	1.45	1.35	1.33	1.32	1.42	1.32	1.29	1.28
	90	1.40	1.34	1.32	1.31	1.41	1.35	1.33	1.31	1.37	1.34	1.30	1.29
	135	1.37	1.33	1.32	1.30	1.38	1.32	1.31	1.31	1.36	1.29	1.28	1.27
	180	1.36	1.32	1.31	1.30	1.34	1.32	1.31	1.30	1.32	1.28	1.27	1.27

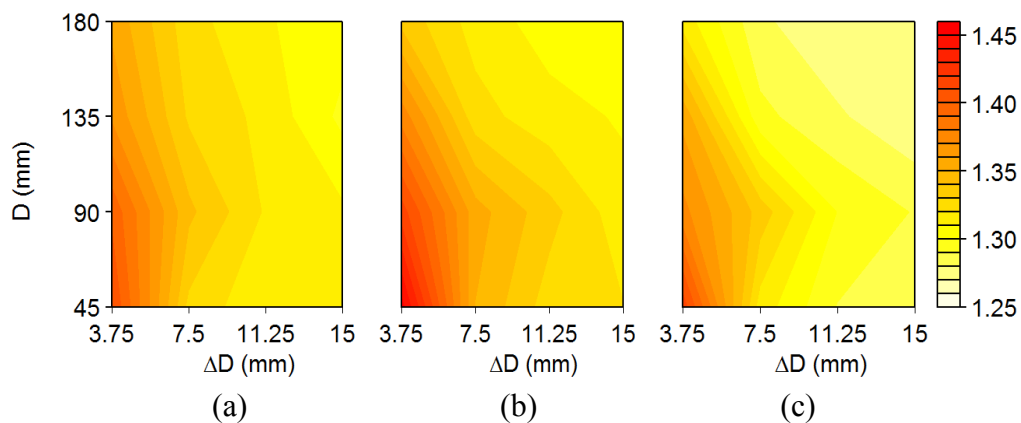


Figure A3.15 : Moyenne de  $\sigma_1$  pour les modèles (a) à sept, (b) à six et (c) à cinq paramètres.

Tableau A3.22 : Écart-type de  $\sigma_1$  pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	0.190	0.114	0.104	0.101	0.248	0.113	0.101	0.094	0.209	0.119	0.064	0.069
	90	0.165	0.105	0.104	0.097	0.190	0.122	0.087	0.071	0.158	0.125	0.083	0.076
	135	0.112	0.087	0.082	0.082	0.112	0.071	0.067	0.060	0.126	0.069	0.058	0.044
	180	0.125	0.098	0.082	0.081	0.076	0.056	0.056	0.049	0.083	0.050	0.057	0.042

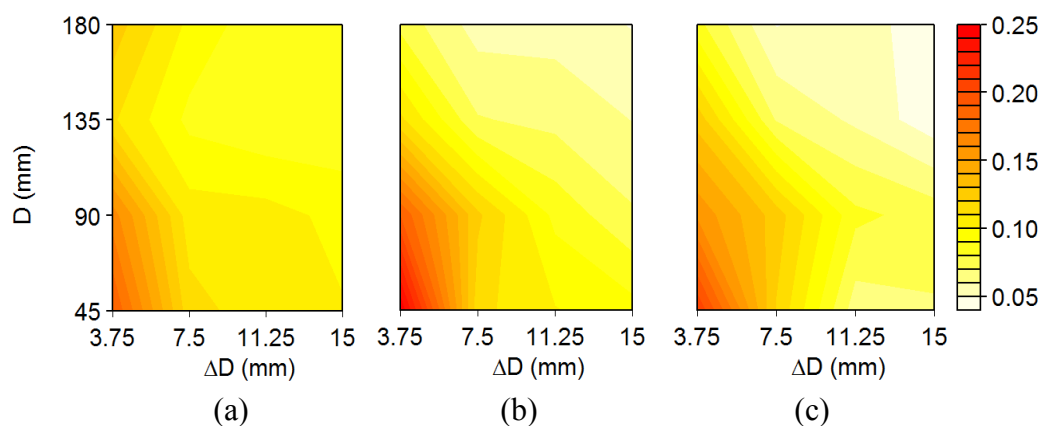


Figure A3.16 : Écart-type de  $\sigma_1$  pour les modèles (a) à sept, (b) à six et (c) à cinq paramètres.



Tableau A3.23 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de  $\sigma_1$  pour chacun des trois modèles.

	moyenne de $\sigma_1$						Écart-type de $\sigma_1$					
	7 param.		6 param.		5 param.		7 param.		6 param.		5 param.	
	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>2.9E-02<sub>N</sub></b>	0.91	<b>1.8E-04<sub>N</sub></b>	0.92	<b>1.0E-03<sub>N</sub></b>	0.91	<b>1.5E-03<sub>N</sub></b>	0.85	<b>1.9E-05<sub>N</sub></b>	0.91	<b>1.1E-04<sub>N</sub></b>	0.91
$\tilde{\Delta D}$	<b>2.8E-07<sub>NL</sub></b>		<b>4.7E-07<sub>NL</sub></b>		<b>7.8E-07<sub>N</sub></b>		<b>2.2E-05<sub>NL</sub></b>		<b>7.9E-06<sub>NL</sub></b>		<b>2.1E-06<sub>NL</sub></b>	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	<b>5.0E-02<sub>NL</sub></b>		<b>9.3E-04<sub>NL</sub></b>		<b>8.3E-03<sub>N</sub></b>		<b>3.9E-02<sub>NL</sub></b>		<b>1.1E-03<sub>NL</sub></b>		<b>2.8E-03<sub>NL</sub></b>	
$ID$	5.5E-02 <sub>N</sub>	0.24	3.5E-01 <sub>N</sub>	0.06	2.4E-01 <sub>N</sub>	0.10	4.3E-01 <sub>N</sub>	0.4	8.9E-01 <sub>N</sub>	0.00	5.2E-01 <sub>N</sub>	0.03

On observe des résultats très semblables pour les trois modèles, avec des modélisations linéaires très précises ( $R^2 \approx 0.9$ ). Par ailleurs, la variation de l'écart-type suit de près la variation de la moyenne. Ceci se vérifie par des corrélations de 0.921, 0.970 et 0.978, respectivement pour les modèles à sept, à six, et à cinq paramètres.

### A3.4.3 Analyse de la distribution de $\sigma_2$

L'analyse de  $\sigma_2$  est réalisée seulement sur les modèles à sept et à six paramètres puisque la valeur de  $\sigma_2$  est complètement définie par la valeur de  $\sigma_1$  dans le modèle à cinq paramètres. Le Tableau A3.24 (voir Figure A3.17) donnent la moyenne de la distribution de  $\sigma_2$  en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision alors que le Tableau A3.25 (voir Figure A3.18) fournit l'information équivalente pour l'écart-type. Le Tableau A3.26 quantifie la signifiante statistique des variations que l'on peut observer dans les données des tableaux précédents.

Tableau A3.24 : Moyenne de  $\sigma_2$  pour les modèles à sept et à six paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	1.14	1.13	1.12	1.13	1.15	1.15	1.14	1.14
	90	1.13	1.12	1.13	1.12	1.16	1.15	1.15	1.14
	135	1.14	1.12	1.12	1.11	1.16	1.13	1.13	1.12
	180	1.13	1.12	1.12	1.12	1.13	1.13	1.12	1.12

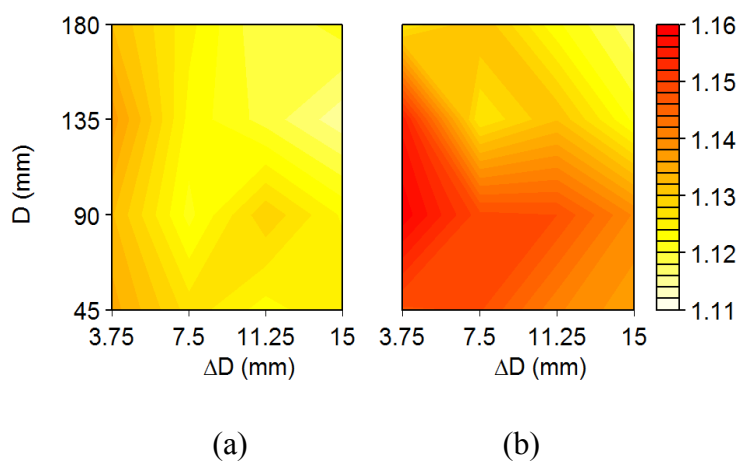


Figure A3.17 : Moyenne de  $\sigma_2$  pour les modèles (a) à sept et (b) à six paramètres.

Tableau A3.25 : Écart-type de  $\sigma_2$  pour les modèles à sept et à six paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	0.067	0.066	0.052	0.050	0.091	0.080	0.067	0.056
	90	0.074	0.064	0.053	0.055	0.096	0.094	0.075	0.066
	135	0.072	0.048	0.050	0.046	0.099	0.059	0.060	0.052
	180	0.068	0.045	0.047	0.042	0.052	0.056	0.049	0.038

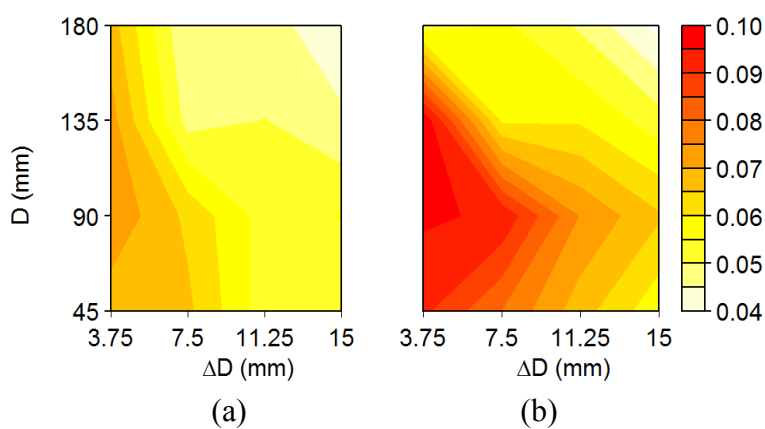


Figure A3.18 : Écart-type de  $\sigma_2$  pour les modèles (a) à sept et (b) à six paramètres.

Tableau A3.26 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de  $\sigma_2$  pour chacun des deux modèles à sept et à six paramètres.

	moyenne de $\sigma_2$				Écart-type de $\sigma_2$			
	7 param.		6 param.		7 param.		6 param.	
	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$
$\tilde{D}$	1.0E-01 <sub>L</sub>	0.72	1.0E-02	0.59	3.0E-02	0.79	2.5E-02	0.62
$\tilde{\Delta D}$	2.2E-04 <sub>L</sub>		1.5E-02		4.6E-05		4.2E-03	
$\tilde{D}:\tilde{\Delta D}$	3.2E-01 <sub>L</sub>		7.4E-01		4.8E-01		6.2E-01	
$ID$	1.4E-01	0.15	9.3E-01	0.00	1.7E-01	0.13	6.6E-01	0.01

On observe une variation semblable pour les deux modèles, bien que la distance ait un effet mieux discernable sur le modèle à six paramètres. Le modèle à sept paramètres semble cependant produire des valeurs de  $\sigma_2$  moins bruitées comme on peut le noter par de meilleurs coefficients de détermination des régressions linéaires. Suivant la même logique, on note sans étonnement que  $\sigma_1$  est bruité que  $\sigma_2$ . D'autre part, la variation de l'écart-type suit de relativement près la variation de la moyenne et ceci se vérifie par des corrélations de 0.777 et 0.944, respectivement pour les modèles à sept et à six paramètres.

### A3.4.5 Analyses corrélatives supplémentaires concernant les $\sigma$

Deux analyses de corrélation supplémentaires impliquant les  $\sigma$  sont nécessaires selon les résultats de la section 5.3.2. La première associe  $\sigma_1$  et  $t_0$ . Les corrélations obtenues sont données au Tableau A3.27 (voir Figure A3.19) alors que le Tableau A3.28 donne la signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision. On observe des corrélations positives relativement fortes. Celles-ci s'atténuent avec l'augmentation de la distance de la cible pour les modèles à sept et à six paramètres.

Tableau A3.27 : Corrélation entre  $\sigma_1$  et  $t_0$  pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	0.540	0.414	0.530	0.486	0.426	0.425	0.505	0.328	0.342	0.365	0.348	0.149
	90	0.557	0.513	0.547	0.501	0.577	0.477	0.355	0.411	0.419	0.356	0.238	0.297
	135	0.354	0.395	0.381	0.506	0.311	0.197	0.358	0.278	0.301	0.194	0.093	0.143
	180	0.423	0.405	0.220	0.257	0.302	0.112	0.155	0.419	0.217	0.010	0.236	0.383

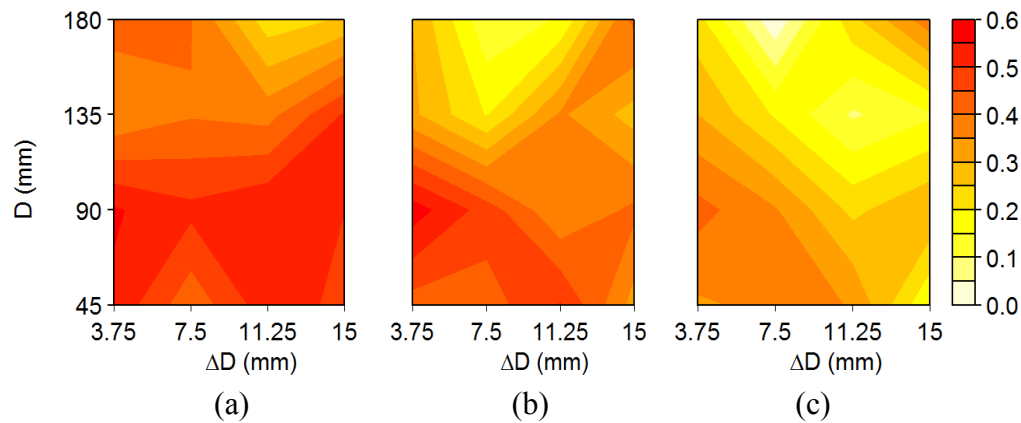


Figure A3.19 : Corrélation entre  $\sigma_1$  et  $t_0$  pour le modèle (a) à sept, (b) à six et (c) à cinq paramètres.

Tableau A3.28 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur  $L_+(\rho(\sigma_1, t_0))$  pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres.

	7 param.		6 param.		5 param.	
	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>1.6E-02<sub>L</sub></b>	0.42	<b>2.7E-02</b>	0.36	1.6E-01 <sub>N</sub>	0.20
$\tilde{\Delta D}$	4.9E-01		6.3E-01		5.6E-01 <sub>N</sub>	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	5.9E-01 <sub>L</sub>		6.4E-01		5.0E-01 <sub>N</sub>	
$ID$	2.3E-01	0.10	2.1E-01 <sub>L</sub>	0.11	5.4E-01 <sub>N</sub>	0.03

La deuxième analyse de corrélation supplémentaire associe  $\sigma_2$  et  $t_0$ . Les corrélations obtenues sont données dans le Tableau A3.29 (voir Figure A3.20) alors que le Tableau A3.30 donne la signifiante statistique de la variation de cette corrélation en fonction des paramètres du compromis vitesse-précision. On observe des corrélations beaucoup plus homogènes et significatives pour le modèle à sept paramètres que pour le modèle à six paramètres. Aucun patron de variation clair ne se dégage de cette analyse.

Tableau A3.29 : Corrélation entre  $\sigma_2$  et  $t_0$  pour les modèles à sept et à six paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	0.326	0.349	0.261	0.294	-0.075	-0.082	0.261	0.160
	90	0.329	0.244	0.220	0.229	0.135	0.057	0.094	0.111
	135	0.257	0.162	0.140	0.328	0.033	0.175	0.065	0.099
	180	0.304	0.180	0.409	0.301	-0.094	0.079	0.146	0.307

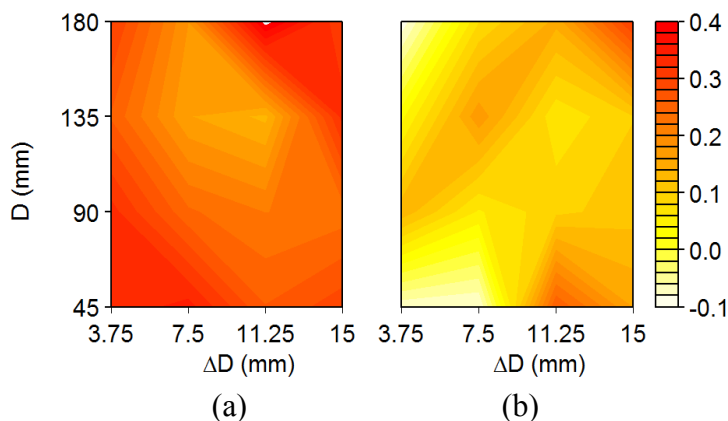


Figure A3.20 : Corrélation entre  $\sigma_2$  et  $t_0$  pour le modèle (a) à sept et (b) à six paramètres.

Tableau A3.30 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur  $L_+(\rho(\sigma_2, t_0))$  pour les modèles à sept et sur  $L_\pm(\rho(\sigma_2, t_0))$  pour le modèle à six paramètres.

	7 param.		6 param.	
	Valeur p	$R^2$	Valeur p	$R^2$
$\tilde{D}$	4.6E-01	0.10	5.7E-01	0.38
$\tilde{\Delta D}$	6.6E-01		<b>2.0E-02</b>	
$\tilde{D} : \tilde{\Delta D}$	5.0E-01		9.7E-01	
$ID$	8.3E-01	0.00	2.0E-01	0.11

## A3.5 Analyse de $t_0$

### A3.5.1 Analyse de la distribution de $t_0$

La valeur moyenne de  $t_0$  pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres est donnée dans le Tableau A3.31 (voir Figure A3.21) alors que son écart-type est listé au Tableau A3.32 (voir Figure A3.22). Le Tableau A3.33 fournit des informations supplémentaires sur la signification statistique de l'influence des paramètres du compromis vitesse-précision sur la valeur de  $t_0$ .

Tableau A3.31 : Moyenne de  $t_0$  pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
D (mm)	45	0.1361	0.1210	0.1366	0.1230	0.1520	0.1379	0.1449	0.1409	0.1477	0.1290	0.1402	0.1329
	90	0.1115	0.1020	0.1009	0.1082	0.1170	0.1105	0.1145	0.1132	0.1042	0.1042	0.1070	0.1146
	135	0.0853	0.0850	0.0952	0.0927	0.1020	0.0945	0.0961	0.1094	0.1039	0.0817	0.0819	0.0929
	180	0.0701	0.0660	0.0812	0.0795	0.0910	0.0843	0.0831	0.0836	0.0817	0.0809	0.0862	0.0866

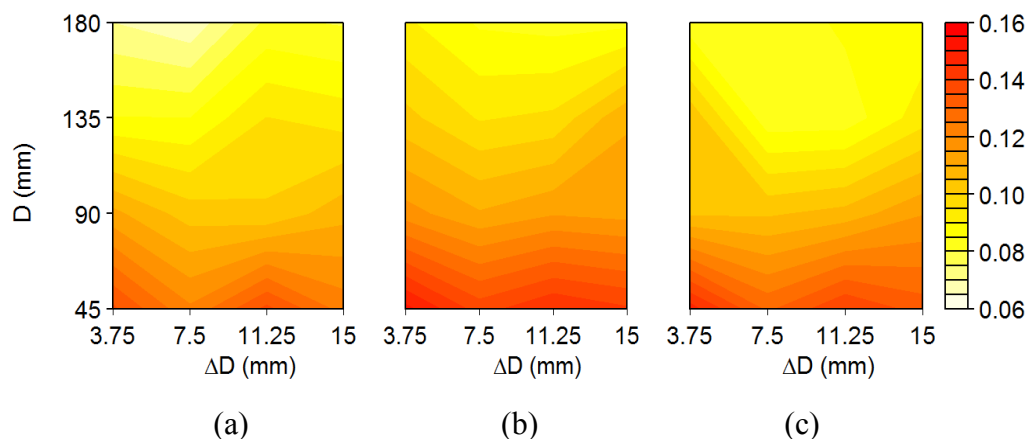


Figure A3.21 : Moyenne de  $t_0$  pour les modèles (a) à sept, (b) à six et (c) à cinq paramètres.

Tableau A3.32 : Écart-type de  $t_0$  pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres.

		Modèle à 7 paramètres				Modèle à 6 paramètres				Modèle à 5 paramètres			
		$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)				$\Delta D$ (mm)			
		3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15	3.75	7.5	11.25	15
$D$ (mm)	45	0.0866	0.0838	0.0884	0.0925	0.0874	0.0857	0.0861	0.0813	0.0790	0.0849	0.0863	0.0799
	90	0.0783	0.0747	0.0765	0.0801	0.0825	0.0772	0.0719	0.0834	0.0784	0.0740	0.0735	0.0807
	135	0.0665	0.0772	0.0805	0.0779	0.0814	0.0780	0.0757	0.0806	0.0787	0.0757	0.0752	0.0713
	180	0.0567	0.0594	0.0679	0.0700	0.0720	0.0670	0.0778	0.0710	0.0625	0.0702	0.0862	0.0789

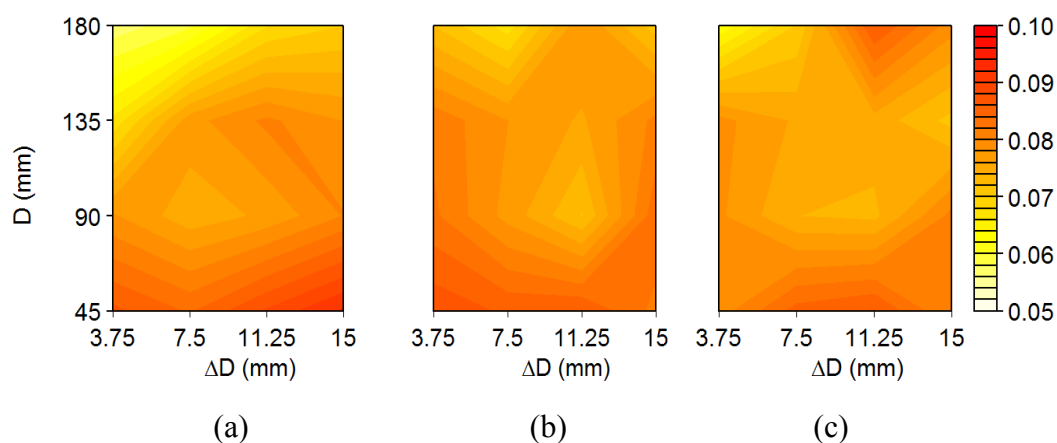


Figure A3.22 : Écart-type de  $t_0$  pour les modèles (a) à sept, (b) à six et (c) à cinq paramètres.

Tableau A3.33 : Valeurs p obtenues pour l'influence de différentes variables sur la moyenne et l'écart-type de  $t_0$  pour chacun des trois modèles.

	moyenne de $\sigma_1$						Écart-type de $\sigma_1$					
	7 param.		6 param.		5 param.		7 param.		6 param.		5 param.	
	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$	p	$R^2$
$\tilde{D}$	<b>1.2E-08<sub>L</sub></b>	0.94	<b>6.8E-10</b>	0.96	<b>1.1E-07</b>	0.91	<b>6.3E-06</b>	0.85	<b>1.4E-03</b>	0.60	<b>4.3E-02<sub>L</sub></b>	0.39
$\tilde{\Delta D}$	6.1E-01		2.6E-01		5.8E-01		<b>1.3E-02</b>		5.0E-01		2.6E-01	
$\tilde{D}:\tilde{\Delta D}$	6.8E-02 <sub>L</sub>		5.2E-01		4.8E-01		2.3E-01		4.3E-01		3.1E-01 <sub>L</sub>	
$ID$	<b>2.5E-03</b>	0.49	<b>8.0E-03</b>	0.41	<b>8.8E-03</b>	0.40	<b>6.6E-05</b>	0.69	<b>9.0E-02</b>	0.19	<b>2.6E-02<sub>L</sub></b>	0.31

On observe clairement une augmentation de la valeur de  $t_0$  avec la diminution de la distance de la cible. D'ailleurs, la moyenne de  $t_0$  est modélisée très précisément par ces régressions linéaires, avec un coefficient de détermination supérieur à 0.9. La corrélation entre la valeur moyenne de  $t_0$  et son écart-type décroît avec la simplification du modèle. Celle-ci est de 0.901, 0.785 et 0.548 pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres respectivement.

### A3.6 Prédicibilité globale

Cette section reprend l'analyse de la section 11.1.1 en considération les modèles à sept, six et cinq paramètres de façon à observer quelles sont les paramètres les plus prédictifs avec l'objectif de déterminer si l'un des modèles delta-lognormaux est supérieur aux autres. Les AUC calculées suivant la méthodologie présentée à la section 11.1.1 sont rapportées au Tableau A3.34 où la couleur rouge a été utilisée pour représenter les régressions pour lesquelles le paramètre delta-lognormal était significatif avec seuil  $\alpha^* = 0.001\bar{6}$  (c.-à-d. un seuil  $\alpha = 0.05$  corrigé selon Bonferroni pour les 30 comparaisons tel que  $\alpha^* = \frac{\alpha}{30}$ ).

Tableau A3.34 : AUC pour la prédictibilité de chacun des facteurs de risque en fonction des paramètres lognormaux pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres.

	Modèle à sept paramètres					Modèle à six paramètres					Modèle à cinq paramètres			
	$t_0$	$D_1$	$\mu_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$t_0$	$D_1$	$\mu_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$t_0$	$D_1$	$\mu_1$	$\sigma_1$
DM	<b>0.566</b>	0.537	<b>0.781</b>	<b>0.553</b>	0.521	<b>0.594</b>	0.560	<b>0.798</b>	<b>0.539</b>	<b>0.533</b>	<b>0.603</b>	0.537	<b>0.796</b>	0.528
HT	<b>0.509</b>	0.516	<b>0.669</b>	<b>0.566</b>	0.525	<b>0.506</b>	0.502	<b>0.681</b>	<b>0.555</b>	<b>0.511</b>	<b>0.533</b>	0.517	<b>0.670</b>	<b>0.554</b>
HC	0.536	0.513	<b>0.668</b>	<b>0.573</b>	0.512	0.533	0.520	<b>0.669</b>	<b>0.544</b>	0.503	0.522	0.535	<b>0.652</b>	<b>0.552</b>
TA	0.534	0.522	<b>0.574</b>	0.543	0.571	0.502	0.501	<b>0.560</b>	0.535	0.533	0.505	0.504	0.551	0.533
OB	0.549	0.509	<b>0.591</b>	0.581	<b>0.567</b>	0.564	0.512	<b>0.628</b>	0.560	0.505	0.567	0.517	<b>0.630</b>	0.578
PC	<b>0.533</b>	0.501	<b>0.726</b>	<b>0.526</b>	0.540	<b>0.531</b>	0.510	<b>0.738</b>	0.532	0.503	<b>0.561</b>	0.516	<b>0.743</b>	0.528

Si l'on calcule la moyenne des AUC pour chacun des modèles<sup>80</sup>, on obtient respectivement 0.556, 0.556 et 0.572 pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres. Ces moyennes ne sont pas statistiquement différentes pour un  $\alpha = 0.1$  (test t de Student bilatérale avec appariement). Notons que la valeur p la plus petite obtenue pour la comparaison des modèles deux à deux est de 0.357. Si l'on calcule la taille de l'effet détectable pour une puissance  $\beta = 0.8$ , on obtient un effet  $d = 0.36$ , ce qui peut être considéré comme étant de taille petite à moyenne (Cohen, 1988). On ne relève donc pas d'impact important sur la prédictibilité des facteurs de risque lorsqu'on passe d'un modèle à l'autre, mais il est possible néanmoins qu'il existe un effet de petite taille qui ne puisse pas être détecté ici.

### A3.7 Analyse linéaire discriminante

Cette section rapporte les résultats obtenus en appliquant la méthodologie présentée à la section 11.1.2 aux paramètres des trois modèles delta-lognormaux. Le rejet des sujets ayant moins de dix mouvements valides (cible atteinte et RSB > 15 dB) laisse un total de 111, 106, et 92 sujets dont les données sont valides pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres respectivement. Le Tableau A3.35 montre le nombre de sujets valides affectés par chacun des facteurs de risque.

Tableau A3.35: Nombre de sujets affectés par chacun des facteurs de risque.

	sept paramètres	six paramètres	cinq paramètres
HT	34	31	23
PC	21	18	11
DM	12	11	5
HC	24	21	14
TA	11	11	8
OB	10	10	6

Le Tableau A3.36 liste les modèles retenus ainsi que les AUC obtenues pour chacun des trois modèles. La moyenne des AUC pour les modèles à sept, à six et à cinq paramètres est respectivement de 0.762, 0.715 et 0.707. Ainsi, le modèle à sept paramètres semble le plus

<sup>80</sup> Afin de comparer des poires avec des poires, on ne considère pas dans le calcul de ces statistiques les corrélations relatives au paramètre  $\sigma_2$  du Tableau 11.1 puisque celui-ci n'est pas présent dans les trois modèles. Ainsi, peu importe le modèle considéré, les statistiques sont calculées sur un échantillon de 24 AUC.



prédictif, mais cela n'est pas significatif statistiquement (test t de Student bilatérale avec appariement,  $n = 6$ ,  $\alpha = 0.05$ ). Bien sûr, avec un échantillon de cette taille, seulement un très grand effet aurait pu être significatif pour une puissance de 80 % ( $d=1.43$ ).

Tableau A3.36 : Modèles d'analyse discriminante optimaux (c.-à-d. ayant une AUC maximale).

	sept paramètres		six paramètres		cinq paramètres	
	modèle	AUC	modèle	AUC	modèle	AUC
HT	$D_2 + \mu_1$	0.739	$\sigma_1 + \mu_1$	0.709	$\sigma_1 + \mu_1$	0.678
PC	$D_2 + \mu_1 + \mu_2$	0.801	$D_1 + \mu_1 + \mu_2$	0.789	$D_2 + \mu_1$	0.844
DM	$D_2 + \mu_2$	0.848	$\sigma_1 + \mu_1$	0.857	$D_2 + \sigma_1 + \mu_1$	0.899
HC	$D_2 + \mu_2$	0.751	$\mu_1$	0.708	$D_1 + \mu_1$	0.653
TA	$D_1$	0.711	$\mu_2$	0.551	$\mu_1 + \mu_2$	0.546
OB	$t_0 + \sigma_1 + \sigma_2 + \mu_1$	0.725	$\sigma_2 + \mu_1 + \mu_2$	0.677	$t_0 + \mu_1$	0.622

### A3.8 Conclusion

Il est difficile de conclure unilatéralement à la supériorité de l'un des modèles delta-lognormaux évalués. La réduction du nombre de paramètres peut se faire au prix d'une certaine réduction du RSB (environs 1 dB par paramètre). Le choix d'un modèle par rapport à un autre dépend donc d'un compromis entre la précision de modélisation et la parcimonie en termes de paramètres. Le modèle à six paramètres se défend bien étant donné l'importance de la corrélation entre les  $\mu_i$  alors que le modèle à cinq paramètres est sans doute à éviter puisque la corrélation entre les  $\sigma_i$  est moins importante. D'ailleurs, alors que les modèles à sept et à six paramètres ont produit des résultats généralement similaires, le modèle à cinq paramètres faisait souvent bande à part.

On peut a vérifié, lors de nos analyses, que les solutions obtenues pour les modèles à sept, six et cinq paramètres sont généralement aussi bonnes les unes que les autres pour la modélisation du lobe principal du mouvement. La différence apparaît surtout dans la qualité de l'adéquatement des lobes secondaires et tertiaires. Or, ces derniers sont généralement beaucoup plus bruités et l'ajustement delta-lognormal y est généralement moins bon. C'est-à-dire que le bruit ou les déformations diverses dans les lobes secondaires et tertiaires ont un impact important sur les solutions obtenues pour le modèle à sept paramètres. Il est donc possible que le processus d'optimisation gagne en stabilité avec la diminution du nombre de paramètres du modèle. Pour être convaincant, ceci devrait par contre se traduire par des résultats expérimentaux plus

intéressants avec les modèles réduits qu'avec le modèle complet. Malheureusement, cela n'a pas été démontré clairement puisque les meilleurs résultats en prédictions ont été obtenus avec le modèle à sept paramètres. Cette conclusion n'a cependant pas pu être validée de façon statistiquement significative.

Notons par ailleurs que d'autres choix de modèle réduit (p. ex. en exprimant  $D_2$  à partir de la valeur de  $D_1$ ) aurait pu fait l'objet d'investigation, mais les résultats assez semblables d'un modèle à l'autre n'ont pas justifié de pousser davantage dans cette direction de recherche.

Bien que le modèle à sept paramètres n'ait pas eu des performances décisivement meilleures que les deux autres modèles, on ne retiendra au final que celui-ci pour les analyses réalisées dans cette thèse puisque 1) il semble être légèrement plus prédictifs, 2) il permet un meilleur ajustement du modèle à nos données et 3) il est plus standard, mieux connu et davantage mature.

## ANNEXE 4 DÉRIVATION ET ÉVALUATION COMPARATIVE DE BORNES SUR LA VALEUR DU BRUIT D'AJUSTEMENT $\Delta\Delta$

Le développement de bornes sur la valeur minimale que peut prendre le bruit d'ajustement delta-lognormal lorsque la valeur des paramètres lognormaux est limitée par des contraintes de boîte est intéressant pour plusieurs raisons. Une de celles-ci est relative au développement d'algorithmes d'optimisation globale de type par séparation et évaluation, un sujet abordé en détail au Chapitre 8. Lors de cette présentation, seulement le développement de la borne la mieux adaptée au développement de l'algorithme d'extraction a été présenté. Dans la présente annexe, les trois autres techniques ayant servi au développement des bornes sont présentées. La divulgation de ces travaux semble ici pertinente puisque 1) les bornes non présentées au Chapitre 8 peuvent avoir certaines caractéristiques complémentaires celle décrite précédemment, 2) ces développements sont susceptibles d'être utiles sous cette forme ou suite à des améliorations et 3) afin de rendre disponible l'état des connaissances sur ce sujet de façon à ce qu'un investigateur subséquent n'ait pas à redécouvrir ces relations.

### A4.1 Approche énergétique ( $L_{B1}$ )

#### A4.1.1 Considérations préliminaires

De façon à rendre le problème traitable d'un point de vue énergétique, celui-ci est d'abord simplifié : la borne proposée peut être utilisée dans le développement d'un algorithme S&É permettant l'obtention de la valeur globalement optimale des paramètres delta-lognormaux pour un  $t_0$  donné. On suppose donc que les signaux ont été déplacés temporellement de façon à ce que  $t_0$  prenne une valeur nulle. Ainsi, celui-ci disparaît de l'expression delta-lognormale.

#### A4.1.2 Obtention d'une borne sur $B$

On peut définir une borne minimale sur la valeur de  $B$  en utilisant l'inégalité triangulaire inverse<sup>81</sup> (c.-à-d.  $\|x - y\| \geq \left| \|x\| - \|y\| \right|$ ). Pour ce faire, dans le cas euclidien, on utilise la norme  $\|x\| = \sqrt{\int x^2 dx}$ . On peut donc écrire

---

<sup>81</sup> Notons que ce développement peut aussi être obtenu en utilisant l'inégalité de Cauchy-Schwarz

$$\begin{aligned}
B &= \int (v_t(t) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*))^2 dt \\
&= \int \left( (v_t(t) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p})) - (\Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p})) \right)^2 dt \\
&= \left\| (v_t(t) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p})) - (\Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p})) \right\|^2 \\
&\geq \left( \left\| (v_t(t) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p})) \right\| - \left\| (\Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p})) \right\| \right)^2 \quad (\text{A4.1}) \\
&= \left( \sqrt{\int (v_t(t) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}))^2 dt} - \sqrt{\int (\Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}))^2 dt} \right)^2 \\
&= (\sqrt{B_c} - \sqrt{B^*})^2
\end{aligned}$$

où  $B_c$  représente le bruit au centre de la boîte  $\Phi$  et  $B^*$  est le bruit entre la delta-lognormale au centre de la boîte et une delta-lognormale ayant les paramètres  $\mathbf{p}^* \in \Phi$ . Puisque cette inégalité nous permet de dire qu'au point  $\mathbf{p}^*$  le bruit est égal ou supérieur à  $(\sqrt{B_c} - \sqrt{B^*})^2$ , le problème se réduit à trouver  $\min_{\mathbf{p}^*} (\sqrt{B_c} - \sqrt{B^*})^2$ . Dans cette expression, d'une part,  $B_c$  est complètement définie pour un espace  $\Phi$  donné. Cette valeur peut donc être calculée et ne pose aucun problème. D'autre part, on a  $B^*$  qui dépend du point  $\mathbf{p}^*$  et qui doit donc être borné. Ce terme peut se développer ainsi

$$\begin{aligned}
B^* &= \int \Delta\Lambda(t; \mathbf{p})^2 dt - 2 \int \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}) \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*) dt + \int \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*)^2 dt \\
&= E_c - 2E_{c^*} + E_* \quad (\text{A4.2})
\end{aligned}$$

avec

---


$$\begin{aligned}
B &= \int (v_t(t) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*))^2 dt \\
&= \int \left( (v_t(t) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p})) - (\Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p})) \right)^2 dt \\
&= B_c + B^* - 2 \int (v_t(t) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p})) (\Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p})) dt \\
&\geq B_c - 2\sqrt{B^*} \sqrt{B_c} + B^* \\
&= (\sqrt{B_c} - \sqrt{B^*})^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_c &= \int \Delta \Lambda^2(t; \mathbf{p}) dt \\
&= D_1^2 \int \Lambda_1(t)^2 dt + D_2^2 \int \Lambda_2(t)^2 dt - 2D_1 D_2 \int \Lambda_1(t) \Lambda_2(t) dt
\end{aligned} \tag{A4.3}$$

$$\begin{aligned}
E_{c^*} &= \int \Delta \Lambda(t; \mathbf{p}) \Delta \Lambda(t; \mathbf{p}^*) dt \\
&= \int (D_1 \Lambda_1 - D_2 \Lambda_2) (D_1^* \Lambda_1^* - D_2^* \Lambda_2^*) dt \\
&= D_1 D_1^* \int \Lambda_1^* \Lambda_1 dt - D_1 D_2^* \int \Lambda_2^* \Lambda_1 dt - D_2 D_1^* \int \Lambda_1^* \Lambda_2 dt + D_2 D_2^* \int \Lambda_2^* \Lambda_2 dt
\end{aligned} \tag{A4.4}$$

$$\begin{aligned}
E_* &= \int \Delta \Lambda^2(t; \mathbf{p}^*) dt \\
&= D_1^{*2} \int \Lambda_1^*(t)^2 dt + D_2^{*2} \int \Lambda_2^*(t)^2 dt - 2D_1^* D_2^* \int \Lambda_1^*(t) \Lambda_2^*(t) dt
\end{aligned} \tag{A4.5}$$

On aura alors  $B \geq \min_{\mathbf{p}^*} (\sqrt{B_c} - \sqrt{B^*})^2 = (\min_{\mathbf{p}^*} |\sqrt{B_c} - \sqrt{B^*}|)^2$ . Pour considérer toutes les valeurs possibles de l'expression  $|\sqrt{B_c} - \sqrt{B^*}|$ , on doit considérer les quatre possibilités suivantes :  $||\sqrt{B_c}| - |\sqrt{B^*}||$ ,  $|-|\sqrt{B_c}| - |\sqrt{B^*}||$ ,  $|-|\sqrt{B_c}| + |\sqrt{B^*}||$  et  $||\sqrt{B_c}| + |\sqrt{B^*}||$ . De ces dernières, on s'intéressera seulement aux expressions  $||\sqrt{B_c}| - |\sqrt{B^*}||$  et  $||\sqrt{B_c}| + |\sqrt{B^*}||$  puisque  $||\sqrt{B_c}| - |\sqrt{B^*}|| = |-|\sqrt{B_c}| + |\sqrt{B^*}||$  et  $||\sqrt{B_c}| + |\sqrt{B^*}|| = |-|\sqrt{B_c}| - |\sqrt{B^*}||$ . De plus, puisque  $||\sqrt{B_c}| + |\sqrt{B^*}|| \geq ||\sqrt{B_c}| - |\sqrt{B^*}||$ , seulement l'expression  $||\sqrt{B_c}| - |\sqrt{B^*}||$  est réellement intéressante pour la minimisation de  $|\sqrt{B_c} - \sqrt{B^*}|$ .

L'expression  $||\sqrt{B_c}| - |\sqrt{B^*}||$  est une fonction continue variant selon la valeur de  $|\sqrt{B^*}| \in [\min_{\mathbf{p}^*} |\sqrt{B^*}|, \max_{\mathbf{p}^*} |\sqrt{B^*}|]$ . Elle est minimale, c'est-à-dire nulle, SSI  $\min_{\mathbf{p}^*} |\sqrt{B^*}| < |\sqrt{B_c}| < \max_{\mathbf{p}^*} |\sqrt{B^*}|$ . Sinon, le minimum atteint est fonction la valeur de  $|\sqrt{B_c}|$  par rapport aux valeurs extrêmes de  $|\sqrt{B^*}|$ . En résumé, on a

$$\min_{p^*} |\sqrt{B_c} - \sqrt{B^*}| = \begin{cases} \min_{p^*} |\sqrt{B^*}| - |\sqrt{B_c}| & \text{si } |\sqrt{B_c}| \leq \min_{p^*} |\sqrt{B^*}| \\ 0 & \text{si } \min_{p^*} |\sqrt{B^*}| < |\sqrt{B_c}| < \max_{p^*} |\sqrt{B^*}| \\ |\sqrt{B_c}| - \max_{p^*} |\sqrt{B^*}| & \text{si } \max_{p^*} |\sqrt{B^*}| \leq |\sqrt{B_c}| \end{cases} \quad (\text{A4.6})$$

En pratique, puisque  $\Phi$  est toujours centré autours de  $\mathbf{p}$ , on peut toujours choisir  $\mathbf{p}^* = \mathbf{p}$  tel que  $B^* = \int \left( (\Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p})) \right)^2 dt = 0$ . On a donc  $\min_{p^*} |\sqrt{B^*}| = 0$  et puisque  $|\sqrt{B_c}| > 0$ , la première condition (c.-à-d.  $|\sqrt{B_c}| \leq \min_{p^*} |\sqrt{B^*}|$ ) n'est jamais remplie. On peut donc simplifier l'expression obtenue comme suit

$$\min_{p^*} |\sqrt{B_c} - \sqrt{B^*}| = \begin{cases} 0 & \text{si } |\sqrt{B_c}| < \max_{p^*} |\sqrt{B^*}| \\ |\sqrt{B_c}| - \max_{p^*} |\sqrt{B^*}| & \text{si } \max_{p^*} |\sqrt{B^*}| \leq |\sqrt{B_c}| \end{cases} \quad (\text{A4.7})$$

Cette expression peut se représenter de façon mathématiquement équivalente, mais plus efficace algorithmiquement, telle que formulée ainsi<sup>82</sup> :

$$\min_{p^*} |\sqrt{B_c} - \sqrt{B^*}| = \max \left( 0, |\sqrt{B_c}| - \max_{p^*} |\sqrt{B^*}| \right) \quad (\text{A4.8})$$

On obtient donc une première borne inférieure  $L_{B1}$  sur la valeur de  $B$  grâce à

$$\begin{aligned} B &\geq \left( \min_{p^*} |\sqrt{B_c} - \sqrt{B^*}| \right)^2 \\ &= \left( \max \left( 0, |\sqrt{B_c}| - \max_{p^*} |\sqrt{B^*}| \right) \right)^2 \\ &\geq \left( \max(0, \sqrt{B_c} - \sqrt{U_{B^*}}) \right)^2 \\ &= L_{B1} \end{aligned} \quad (\text{A4.9})$$

où  $U_{B^*}$  est une borne supérieure sur la valeur de  $B^*$  :

---

<sup>82</sup> Dans l'algorithme, les valeurs absolues peuvent être omises puisqu'à la connaissance de l'auteur, tous les langages de programmation sont tels que  $\sqrt{x^2} = |x|$  et non  $\sqrt{x^2} = -|x|$ .

$$\begin{aligned}
B^* &= E_c - 2E_{c*} + E_* \\
&\leq U_{E_c} - 2L_{E_{c*}} + U_{E_*} \\
&= U_{B^*}
\end{aligned} \tag{A4.10}$$

Pour que la borne inférieure sur  $B$  soit complètement définie, il faut développer une expression pour les termes  $U_{E_c}$ ,  $L_{E_{c*}}$  et  $U_{E_*}$ . Ceci est le sujet des trois prochaines sous-sections.

#### A4.1.3 Obtention de $U_{E_c}$

Puisque  $E_c$  est constant à travers tous les points  $\mathbf{p}^* \in \Phi$ , on a  $L_{E_c} = E_c = U_{E_c}$  avec<sup>83</sup>

$$E_c = D_1^2 \frac{e^{\left(\frac{\sigma_1^2}{4} - \mu_1\right)}}{2\sqrt{\pi}\sigma_1} + D_2^2 \frac{e^{\left(\frac{\sigma_2^2}{4} - \mu_2\right)}}{2\sqrt{\pi}\sigma_2} - 2D_1D_2 \frac{e^{\frac{\sigma_1^2\sigma_2^2 - 2(\sigma_1^2\mu_2 + \sigma_2^2\mu_1) - (\mu_1 - \mu_2)^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}}}{\sqrt{2\pi(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} \tag{A4.11}$$

#### A4.1.4 Obtention de $U_{E_*}$

Pour la borne supérieure sur  $E_*$  (c.-à-d.  $U_{E_*}$ ), on a

$$\begin{aligned}
E_* &\leq \max_{\mathbf{p}_*} \int \Delta\Lambda^2(\mathbf{t}; \mathbf{p}_*) dt \\
&= \max_{\mathbf{p}_*} \left( D_{1*}^2 \frac{e^{\left(\frac{\sigma_{1*}^2}{4} - \mu_{1*}\right)}}{2\sqrt{\pi}\sigma_{1*}} + D_{2*}^2 \frac{e^{\left(\frac{\sigma_{2*}^2}{4} - \mu_{2*}\right)}}{2\sqrt{\pi}\sigma_{2*}} \right. \\
&\quad \left. - 2D_{1*}D_{2*} \frac{e^{\frac{\sigma_{1*}^2\sigma_{2*}^2 - 2(\sigma_{1*}^2\mu_{2*} + \sigma_{2*}^2\mu_{1*}) - (\mu_{1*} - \mu_{2*})^2}{2(\sigma_{1*}^2 + \sigma_{2*}^2)}}}{\sqrt{2\pi(\sigma_{1*}^2 + \sigma_{2*}^2)}} \right) \\
&\leq \max_{\mathbf{p}_*} (D_{1*}^2 B_n(\sigma_{1*}, \mu_{1*})) + \max_{\mathbf{p}_*} (D_{2*}^2 B_n(\sigma_{2*}, \mu_{2*})) - 2\min_{\mathbf{p}_*} (D_{1*}D_{2*}f) \\
&= D_{1*+}^2 B_n(\sigma_{1*-}, \mu_{1*-}) + D_{2*+}^2 B_n(\sigma_{2*-}, \mu_{2*-}) - 2D_{1*-}D_{2*-}\min_{\mathbf{p}_*}(f)
\end{aligned} \tag{A4.12}$$

avec

---

<sup>83</sup> Cette expression est développée à la section 3.1 portant sur l'énergie contenue dans la delta-lognormale.

$$B_n(\sigma, \mu) = \frac{\exp\left\{\frac{\sigma^2}{4} - \mu\right\}}{2\sqrt{\pi}\sigma} \quad (\text{A4.13})$$

et

$$f = \frac{e^{\frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - 2(\sigma_1^2 \mu_{2*} + \sigma_2^2 \mu_{1*}) - (\mu_{1*} - \mu_{2*})^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}}}{\sqrt{2\pi(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} \quad (\text{A4.14})$$

La dernière égalité de (A4.12) découle du fait que le terme  $\frac{\exp\left\{\frac{\sigma^2}{4} - \mu\right\}}{2\sqrt{\pi}\sigma}$  est maximal quand  $\mu$

est minimal et que  $\frac{e^{\frac{\sigma^2}{4}}}{\sigma}$  est maximal. Puisque  $\frac{\delta\left(\frac{e^{\frac{\sigma^2}{4}}}{\sigma}\right)}{\delta\sigma} = e^{\frac{\sigma^2}{4}}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sigma^2}\right)$ , le terme  $\frac{e^{\frac{\sigma^2}{4}}}{\sigma}$  est minimal pour  $\sigma = \sqrt{2}$  ( $\sigma > 0$ ) et donc, le terme  $\frac{e^{\frac{\sigma^2}{4}}}{\sigma}$  est maximal pour  $\sigma$  minimal sur l'intervalle  $]0, \sqrt{2}[$  et pour  $\sigma$  maximal sur l'intervalle  $[\sqrt{2}, \infty[$ . Empiriquement, on peut borner  $0.01 < \sigma < 0.7$  tout en étant assez conservateur. Sur l'intervalle utile, le terme  $\frac{e^{\frac{\sigma^2}{4}}}{\sigma}$  est donc maximal pour  $\sigma$  minimal.

Pour que l'expression recherchée soit complètement déterminée, il faut donc résoudre le problème d'optimisation  $\min_{p_*} f$ . De l'étude de la fonction  $f$  fournie à la section 3.2, il ressort que

$\frac{\delta f}{\delta \mu_1}$ ,  $\frac{\delta f}{\delta \mu_2}$ ,  $\frac{\delta f}{\delta \sigma_1^2}$  et  $\frac{\delta f}{\delta \sigma_2^2}$  ont tous un seul extremum et que celui-ci est dans tous les cas un maximum.

Dans ces conditions, la valeur minimale de  $f$  sera située à l'un des 16 sommets de la boîte  $\Phi$ . Cette affirmation peut être prouvée par le raisonnement suivant : supposons que l'on obtienne un point  $\mathbf{p}^* \in \Phi$  pour lequel la fonction  $f$  a une valeur minimale et que  $\mathbf{p}^*$  n'est pas un sommet de la boîte  $\Phi$ . Puisque  $\mathbf{p}^*$  n'est pas un sommet de  $\Phi$ , au moins un des paramètres (noté  $p_i^*$ ) ne prend ni la valeur maximale ni la valeur minimale de l'intervalle dans lequel il peut varier (c.-à-d.  $p_i^* \neq p_{i-}$  et  $p_i^* \neq p_{i+}$ ). Or, puisque, peu importe le paramètre  $p_i^*$ ,  $\frac{\delta f}{\delta p_i}$  n'a pas de minimum, on peut nécessairement trouver une valeur inférieure pour  $f$  en incrémentant ou en décrémentant le paramètre  $p_i^*$ . Ceci est contraire à l'énoncé de départ qui veut que ce point soit un minimum de la



fonction  $f$  à l'intérieur de  $\Phi$ . Il faut donc nécessairement que  $p_i^*$  soit à l'un des sommets de  $\Phi$  pour que la fonction  $f$  puisse prendre une valeur minimale.

Il suffit donc d'évaluer  $f$  aux 16 sommets de la boîte et de prendre la valeur minimale pour obtenir la réponse à  $\min_{p_*} f$ . On peut cependant montrer qu'il est possible de choisir plus judicieusement la valeur de  $D_{1*}$  et de  $D_{2*}$  que dans

$$U_{E_*} = D_{1*}^2 B_n(\sigma_{1*-}, \mu_{1*-}) - 2D_{1*}D_{2*} \min_{p_*} \left( \int \Lambda_{1*} \Lambda_{2*} dt \right) + D_{2*}^2 B_n(\sigma_{2*-}, \mu_{2*-}) \quad (A4.15)$$

Pour ce faire, on considère

$$\begin{aligned} f_{UE_*}(D_{1*}, D_{2*}) &= D_{1*}^2 B_n(\sigma_{1*-}, \mu_{1*-}) - 2D_{1*}D_{2*} \min_{p_*} \left( \int \Lambda_{1*} \Lambda_{2*} dt \right) \\ &\quad + D_{2*}^2 B_n(\sigma_{2*-}, \mu_{2*-}) \\ &= aD_{1*}^2 + bD_{1*}D_{2*} + cD_{2*}^2 \end{aligned} \quad (A4.16)$$

Avec

$$\begin{cases} a = B_n(\sigma_{1*-}, \mu_{1*-}) \\ b = -2L \left( \int \Lambda_{1*} \Lambda_{2*} dt \right) \\ c = B_n(\sigma_{2*-}, \mu_{2*-}) \end{cases} \quad (A4.17)$$

D'une part, on sait que  $U_{E_*}$  formera un bol quadratique pour  $D = 4ac - b^2 \geq 0$ , (ce bol sera dégénéré en un cylindre parabolique pour  $D = 0$ ) alors qu'il aura une forme de selle dans le cas où  $D < 0$  (McCallum, 1999). D'autre part, en utilisant l'inégalité de Cauchy-Schwarz ( $\int X^2 dt \int Y^2 dt \geq (\int XY dt)^2$ ), on obtient :

$$\begin{aligned} D &= 4ac - b^2 \\ &= 4B_n(\sigma_{1*-}, \mu_{1*-})B_n(\sigma_{2*-}, \mu_{2*-}) - 4 \min_{p_*} \left( \int \Lambda_{1*} \Lambda_{2*} dt \right)^2 \\ &\geq 4 \int \Lambda_1^*(t)^2 dt \int \Lambda_2^*(t)^2 dt - 4 \left( \int \Lambda_1^*(t) \Lambda_2^*(t) dt \right)^2 \\ &\geq 4 \left( \int \Lambda_1^*(t) \Lambda_2^*(t) dt \right)^2 - 4 \left( \int \Lambda_1^*(t) \Lambda_2^*(t) dt \right)^2 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (A4.18)$$

La fonction  $f_{UE^*}(D_{1*}, D_{2*})$  a donc la forme d'un bol quadratique dont l'extremum est un minimum (car  $a = B_n(\sigma_{1*-}, \mu_{1*-}) > 0$ ). On conclut donc que la fonction  $f_{UE^*}(D_{1*}, D_{2*})$  sera maximale à l'un des quatre coins du domaine de  $(D_{1*}, D_{2*})$ . Il suffit donc d'évaluer ces quatre points et de choisir celui d'entre eux qui maximise  $f_{UE^*}(D_{1*}, D_{2*})$  pour obtenir la valeur de  $U_{E^*}$ .

#### A4.1.5 Obtention de la borne $L_{E_{c^*}}$

Pour ce qui est de la borne inférieure sur  $E_{c^*}$ , la meilleure façon de procéder semble de diviser le problème tel que

$$\begin{aligned}
 E_{c^*} &= D_1 D_1^* \int \Lambda_1^* \Lambda_1 dt - D_1 D_2^* \int \Lambda_2^* \Lambda_1 dt \\
 &\quad - D_2 D_1^* \int \Lambda_1^* \Lambda_2 dt + D_2 D_2^* \int \Lambda_2^* \Lambda_2 dt \\
 &\geq D_1 D_1^* \min_{p_*} \left( \int \Lambda_1^* \Lambda_1 dt \right) - D_1 D_2^* \max_{p_*} \left( \int \Lambda_2^* \Lambda_1 dt \right) \\
 &\quad - D_2 D_1^* \max_{p_*} \left( \int \Lambda_1^* \Lambda_2 dt \right) + D_2 D_2^* \min_{p_*} \left( \int \Lambda_2^* \Lambda_2 dt \right) \quad (A4.19) \\
 &= D_1^* \left[ D_1 \min_{p_*} \left( \int \Lambda_1^* \Lambda_1 dt \right) - D_2 \max_{p_*} \left( \int \Lambda_1^* \Lambda_2 dt \right) \right] \\
 &\quad + D_2^* \left[ D_2 \min_{p_*} \left( \int \Lambda_2^* \Lambda_2 dt \right) - D_1 \max_{p_*} \left( \int \Lambda_2^* \Lambda_1 dt \right) \right] \\
 &= L_{E_{c^*}}
 \end{aligned}$$

Pour obtenir une borne inférieure, on doit choisir les  $D_i^*$  tel que

$$D_1^* = \begin{cases} D_{1-}^* & \text{si } D_1 \min_{p_*} \left( \int \Lambda_1^* \Lambda_1 dt \right) > D_2 \max_{p_*} \left( \int \Lambda_1^* \Lambda_2 dt \right) \\ D_{1+}^* & \text{autrement} \end{cases} \quad (A4.20)$$

$$D_2^* = \begin{cases} D_{2-}^* & \text{si } D_2 \min_{p_*} \left( \int \Lambda_2^* \Lambda_2 dt \right) > D_1 \max_{p_*} \left( \int \Lambda_2^* \Lambda_1 dt \right) \\ D_{2+}^* & \text{autrement} \end{cases} \quad (A4.21)$$

Pour les termes  $\min_{p_*} \left( \int \Lambda_i \Lambda_j^* dt \right)$ , on considère le fait que  $\frac{\delta f}{\delta \mu_j}$  et  $\frac{\delta f}{\delta \sigma_j^2}$  n'ont qu'un extremum et que celui-ci est un maximum. La valeur minimale de  $f = \int \Lambda_i \Lambda_j^* dt$  sera donc toujours à l'un

des quatre points :  $(\mu_{j+}, \sigma_{j+})$ ,  $(\mu_{j-}, \sigma_{j-})$ ,  $(\mu_{j+}, \sigma_{j-})$  et  $(\mu_{j-}, \sigma_{j+})$ . Il suffit d'évaluer  $f$  à ces quatre points et de prendre la valeur minimale.

Pour les termes  $\max_{p_*} \int \Lambda_i \Lambda_j^* dt$ , puisque  $\sigma_i^2$  et  $\mu_i$  sont tous deux constants, le problème d'optimisation à résoudre peut être formulé comme suit :

$$\max_{\substack{\mu_{j-} \leq \mu_{j_*} \leq \mu_{j+} \\ \sigma_{j-} \leq \sigma_{j_*} \leq \sigma_{j+}}} \int \Lambda_i \Lambda_j^* dt \quad (\text{A4.22})$$

Notons que la solution optimale pour (A4.22) sera identique à celle pour

$$\max_{\substack{\mu_{j-} \leq \mu_{j_*} \leq \mu_{j+} \\ \sigma_{j-}^2 \leq \sigma_{j_*}^2 \leq \sigma_{j+}^2}} g \quad (\text{A4.23})$$

où  $g$  est défini par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} g &= 2 \left[ \ln \left( \int \Lambda_i \Lambda_j^* dt \right) + \ln(2\pi) \right] \\ &= \frac{\sigma_i^2 \sigma_j^2 - 2(\sigma_i^2 \mu_j + \sigma_j^2 \mu_i) - (\mu_i - \mu_j)^2}{\sigma_i^2 + \sigma_j^2} - \ln(\sigma_i^2 + \sigma_j^2) \end{aligned} \quad (\text{A4.24})$$

Étant donné

$$\frac{\delta g}{\delta \mu_j} = \frac{-2}{\sigma_i^2 + \sigma_j^2} [\sigma_i^2 - \mu_i + \mu_j] \quad (\text{A4.25})$$

on a  $\frac{\delta g}{\delta \mu_j} = 0 \Leftrightarrow \mu_j = \mu_i - \sigma_i^2$ . Ce point est un maximum de  $g$  dans la direction de  $\mu_j$  et on obtient la valeur de  $\mu_j$  à l'aide de la relation suivante :

$$\begin{aligned} \mu_j &= \begin{cases} \mu_{j+} & \text{si } \mu_{j+} < \mu_i - \sigma_i^2 \\ \mu_{j-} & \text{si } \mu_{j-} > \mu_i - \sigma_i^2 \\ \mu_i - \sigma_i^2 & \text{sinon} \end{cases} \\ &= \max(\min(\mu_i - \sigma_i^2, \mu_{j+}), \mu_{j-}) \end{aligned} \quad (\text{A4.26})$$

Pour  $\sigma_j$ , étant donné

$$\frac{\delta g}{\delta \sigma_j^2} = \frac{1}{\sigma_i^2 + \sigma_j^2} \left[ \frac{(\sigma_i^2 - \mu_i + \mu_j)^2}{\sigma_i^2 + \sigma_j^2} - 1 \right] \quad (\text{A4.27})$$

on a  $\frac{\delta g}{\delta \sigma_j^2} = 0 \Leftrightarrow \sigma_j^2 = (\sigma_i^2 - \mu_i - \mu_j)^2 - \sigma_i^2$ . Ce point est un maximum de  $g$  dans la direction de  $\sigma_j^2$  et on obtient donc la valeur de  $\sigma_j$  à l'aide de la relation suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_j &= \begin{cases} \sigma_{j+} & \text{si } \sigma_{j+}^2 < (\sigma_i^2 - \mu_i - \mu_j)^2 - \sigma_i^2 \\ \sigma_{j-} & \text{si } \sigma_{j-}^2 > (\sigma_i^2 - \mu_i - \mu_j)^2 - \sigma_i^2 \\ \sqrt{(\sigma_i^2 - \mu_i - \mu_j)^2 - \sigma_i^2} & \text{sinon} \end{cases} \\ &= \sqrt{\max(\min((\sigma_i^2 - \mu_i - \mu_j)^2 - \sigma_i^2, \sigma_{j+}^2), \sigma_{j-}^2)} \end{aligned} \quad (\text{A4.28})$$

## A4.2 Seconde approche énergétique ( $L_{B2}$ )

### A4.2.1 Préliminaires

Un développement alternatif à celui de (A4.1) peut être élaboré en utilisant l'inégalité de Cauchy-Schwartz pour obtenir la relation suivante :

$$\begin{aligned} B &= \int (v_t(t) - \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*))^2 dt \\ &= \int v_t(t)^2 dt - 2 \int v_t(t) \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*) dt + \int \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*)^2 dt \\ &\geq \int v_t(t)^2 dt - 2 \sqrt{\int v_t(t)^2 dt \int \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*)^2 dt} + \int \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*)^2 dt \\ &= E_{vt} + E_{DL} - 2\sqrt{E_{vt}}\sqrt{E_{DL}} \\ &= (\sqrt{E_{vt}} - \sqrt{E_{DL}})^2 \end{aligned} \quad (\text{A4.29})$$

Basée sur ce critère, la borne inférieure d'une boîte donnée aura une valeur maximale nulle si celle-ci contient un point tel que  $\int v_t(t)^2 dt = \int \Delta\Lambda(t; \mathbf{p}^*)^2 dt$ . Or, il y a de bonnes raisons de croire qu'il puisse exister une multitude, sinon une infinité de points respectant cette condition. Cette approche ne peut donc pas assurer à elle seule la convergence vers la solution

optimale. Il est cependant possible qu'elle produise des bornes plus conservatives que  $L_{B1}$  pour certaines boîtes.

On peut développer davantage l'expression obtenue en (A4.29) pour obtenir :

$$\begin{aligned}
 B &\geq (\sqrt{E_{vt}} - \sqrt{E_{DL}})^2 \\
 &\geq \min(\sqrt{E_{vt}} - \sqrt{E_{DL}})^2 \\
 &= (\min|\sqrt{E_{vt}} - \sqrt{E_{DL}}|)^2 \\
 &= \left( \min(\sqrt{E_{vt}} - \max\sqrt{E_{DL}}, \min\sqrt{E_{DL}} - \sqrt{E_{vt}}) \right)^2 \\
 &= \left( \max\left(0, \sqrt{E_{vt}} - \sqrt{U_{E_*}}, \sqrt{L_{E_*}} - \sqrt{E_{vt}}\right) \right)^2 \\
 &= L_{B2}
 \end{aligned} \tag{A4.30}$$

La façon d'obtenir une valeur pour  $U_{E_*}$  a déjà été discutée à la section A4.1.4. Il manque donc seulement une expression pour  $L_{E_*}$ . Deux expressions,  $L_{E_*1}$  et  $L_{E_*2}$ , ont été développées dans ce but, ce qui permet d'obtenir la borne recherchée avec l'équation suivante :

$$L_{E_*} = \max(L_{E_*1}, L_{E_*2}) \tag{A4.31}$$

#### A4.2.2 Obtention de la borne $L_{E_*1}$

On peut définir une borne inférieure sur la valeur de  $E_*$  à l'intérieur de la boîte  $\Phi$  en utilisant l'inégalité triangulaire inverse tel que démontré par le développement suivant :

$$\begin{aligned}
E_* &= \int \Delta \Lambda^2(t; \mathbf{p}_*) dt \\
&= \int (D_{1*} \Lambda_{1*}(t) - D_{2*} \Lambda_{2*}(t))^2 dt \\
&= \|D_{1*} \Lambda_{1*}(t) - D_{2*} \Lambda_{2*}(t)\|^2 \\
&\geq |D_{1*} \|\Lambda_{1*}(t)\| - D_{2*} \|\Lambda_{2*}(t)\||^2 \\
&= \left| D_{1*} \sqrt{\int \Lambda_{1*}(t)^2 dt} - D_{2*} \sqrt{\int \Lambda_{2*}(t)^2 dt} \right|^2 \\
&= \left| D_{1*} \sqrt{B_n(\sigma_{1*}, \mu_{1*})} - D_{2*} \sqrt{B_n(\sigma_{2*}, \mu_{2*})} \right|^2 \\
&\geq \left( \min_{p_*} \left| D_{1*} \sqrt{B_n(\sigma_{1*}, \mu_{1*})} - D_{2*} \sqrt{B_n(\sigma_{2*}, \mu_{2*})} \right| \right)^2 \tag{A4.32} \\
&= \left( \max \left( 0, \min \left( D_{1*-} \sqrt{\frac{e^{\frac{\sigma_{1*+}^2}{4} - \mu_{1*+}}}}{2\sqrt{\pi}\sigma_{1*+}} - D_{2*+} \sqrt{\frac{e^{\frac{\sigma_{2*-}^2}{4} - \mu_{2*-}}}}{2\sqrt{\pi}\sigma_{2*-}}, \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. D_{1*+} \sqrt{\frac{e^{\frac{\sigma_{1*-}^2}{4} - \mu_{1*-}}}}{2\sqrt{\pi}\sigma_{1*-}} - D_{2*-} \sqrt{\frac{e^{\frac{\sigma_{2*+}^2}{4} - \mu_{2*+}}}}{2\sqrt{\pi}\sigma_{2*+}} \right) \right) \right)^2 \\
&= \left( \max \left( 0, D_{1*-} \sqrt{B_n(\sigma_{1*+}, \mu_{1*+})} - D_{2*+} \sqrt{B_n(\sigma_{2*-}, \mu_{2*-})} \right) \right)^2 \\
&= L_{E_*1}
\end{aligned}$$

### A4.2.3 Obtention de la borne $L_{E_*2}$

Une seconde borne inférieure sur la valeur de  $E_*$  peut être développée de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
E_* &\geq \min_{p_*} \int \Delta \Lambda^2(t; \mathbf{p}_*) dt \\
&= \min_{p_*} (D_{1*}^2 B_n(\sigma_{1*}, \mu_{1*}) + D_{2*}^2 B_n(\sigma_{2*}, \mu_{2*}) - 2D_{1*} D_{2*} f) \\
&\geq \min_{p_*} (D_{1*}^2 B_n(\sigma_{1*}, \mu_{1*})) + \min_{p_*} (D_{2*}^2 B_n(\sigma_{2*}, \mu_{2*})) - 2 \max_{p_*} (D_{1*} D_{2*} f) \tag{A4.33} \\
&= D_{1*-}^2 B_n(\sigma_{1*+}, \mu_{1*+}) + D_{2*-}^2 B_n(\sigma_{2*+}, \mu_{2*+}) - 2D_{1*+} D_{2*+} \max_{p_*} (f) \\
&\geq D_{1*-}^2 B_n(\sigma_{1*+}, \mu_{1*+}) + D_{2*-}^2 B_n(\sigma_{2*+}, \mu_{2*+}) - 2D_{1*+} D_{2*+} U_f \\
&= L_{E_*2}
\end{aligned}$$

Le problème consiste donc à obtenir une borne supérieure sur la valeur de  $f$  à l'intérieur de la boîte  $\Phi$  tel que  $\max_{p_*}(f) \leq U_f$ . Pour ce faire, on peut décomposer le problème comme suit :

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{e^{\frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - 2(\sigma_1^2 \mu_2 + \sigma_2^2 \mu_1) - (\mu_1 - \mu_2)^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}}}{\sqrt{2\pi(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{\frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}}}{\sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} e^{\frac{-(\sigma_1^2 \mu_2 + \sigma_2^2 \mu_1)}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} e^{\frac{-(\mu_1 - \mu_2)^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} f_1 f_2 f_3 \\
 &\leq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} U_{f_1} U_{f_2} U_{f_3} \\
 &= U_f
 \end{aligned} \tag{A4.34}$$

et chercher des bornes  $f_i \leq U_{f_i}$ .

On peut vérifier que  $f_1$  atteint une valeur maximale en  $\vec{\sigma}_i = \vec{0}$  et que cette fonction décroît avec  $\sigma_i \uparrow$  ( $\sigma_i > 0$ ). La borne sur  $f_1$  est donc donnée par la relation suivante :

$$f_1 \leq \frac{e^{\frac{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}}}{\sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} = U_{f_1} \tag{A4.35}$$

L'argument de l'exponentielle de  $f_2$  est la valeur négative d'une moyenne pondérée où les  $\sigma_i^2$  font office de poids. On peut donc obtenir la borne supérieure en maximisant le poids relatif du  $\mu_i$  maximal. Cela donne

$$\min\left(\frac{\sigma_1^2 - \mu_{2+} + \sigma_2^2 + \mu_{1-}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \frac{\sigma_1^2 + \mu_{2-} + \sigma_2^2 - \mu_{1+}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right) \leq \frac{\sigma_1^2 \mu_2 + \sigma_2^2 \mu_1}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \tag{A4.36}$$

et donc

$$-\frac{\sigma_1^2 \mu_2 + \sigma_2^2 \mu_1}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \leq -\min\left(\frac{\sigma_1^2 - \mu_{2+} + \sigma_2^2 + \mu_{1-}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \frac{\sigma_1^2 + \mu_{2-} + \sigma_2^2 - \mu_{1+}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right) \tag{A4.37}$$

On obtient alors

$$f_2 \leq e^{-\min\left(\frac{\sigma_{1-}^2 - \mu_{2+} + \sigma_{2+}^2 + \mu_{1-}}{\sigma_{1-}^2 + \sigma_{2+}^2}, \frac{\sigma_{1+}^2 + \mu_{2-} + \sigma_{2-}^2 - \mu_{1+}}{\sigma_{1+}^2 + \sigma_{2-}^2}\right)} = U_{f_2} \quad (\text{A4.38})$$

pour la borne sur  $f_2$ .

Finalement,  $f_3$  décroît avec  $\sigma_i \downarrow$  ( $\sigma_i > 0$ ) et  $|\mu_1 - \mu_2| \uparrow$  et on obtient donc une borne supérieure sur la valeur de  $f_3$  tel que donné par la relation suivante :

$$\begin{aligned} f_3 &\leq e^{\frac{-(\min|\mu_1 - \mu_2|)^2}{2(\sigma_{1+}^2 + \sigma_{2+}^2)}} \\ &= e^{\frac{-(\max(\mu_{1-} - \mu_{2+}, \mu_{2-} - \mu_{1+}, 0))^2}{2(\sigma_{1+}^2 + \sigma_{2+}^2)}} \\ &= U_{f_3} \end{aligned} \quad (\text{A4.39})$$

### A4.3 Approche par coupure du signal

Pour un mouvement commençant au temps  $t = 0$  et se terminant au temps  $t = t_e$ , on peut couper le signal de vitesse à un temps  $t_c$  ( $0 \leq t_c \leq t_e$ ). Nous aurons alors deux signaux dont l'aire sous la courbe est égale à  $D_{vt1} = \int_0^{t_c} v_t dt$  et  $D_{vt2} = \int_{t_c}^{t_e} v_t dt = D - D_{vt1}$ .

Pour une delta-lognormale donnée, on peut aussi obtenir l'aire sous la courbe des deux sections de signaux tronqués au temps  $t_c$ . On a alors

$$\begin{aligned} D_{\Delta\Lambda 1} &= \int_0^{t_c} \Delta\Lambda dt \\ &= \frac{D_1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln(t_c - t_0) - \mu_1}{\sqrt{2\sigma_1^2}} \right] \right] - \frac{D_2}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln(t_c - t_0) - \mu_2}{\sqrt{2\sigma_2^2}} \right] \right] \end{aligned} \quad (\text{A4.40})$$

et

$$D_{\Delta\Lambda 2} = D_1 - D_2 - D_{\Delta\Lambda 1} \quad (\text{A4.41})$$

Pour une boîte donnée, on peut établir les valeurs extrêmes de  $D_{\Delta\Lambda 1}$  et de  $D_{\Delta\Lambda 2}$  comme suit :

$$D_{\Delta\Lambda 1-} = \frac{D_{1-}}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln(t_c - t_{0+}) - \mu_{1+}}{\sqrt{2\sigma_{1+}^2}} \right] \right] - \frac{D_{2+}}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln(t_c - t_{0-}) - \mu_{2-}}{\sqrt{2\sigma_{2-}^2}} \right] \right] \quad (\text{A4.42})$$



$$D_{\Delta\Lambda1+} = \frac{D_{1+}}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln(t_c - t_{0-}) - \mu_{1-}}{\sqrt{2\sigma_{1-}^2}} \right] \right] - \frac{D_{2-}}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln(t_c - t_{0+}) - \mu_{2+}}{\sqrt{2\sigma_{2+}^2}} \right] \right] \quad (\text{A4.43})$$

et

$$D_{\Delta\Lambda2-} = \frac{D_{1-}}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln(t_c - t_{0-}) - \mu_{1-}}{\sqrt{2\sigma_{1-}^2}} \right] \right] - \frac{D_{2+}}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln(t_c - t_{0+}) - \mu_{2+}}{\sqrt{2\sigma_{2+}^2}} \right] \right] \quad (\text{A4.44})$$

$$D_{\Delta\Lambda2+} = \frac{D_{1+}}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln(t_c - t_{0+}) - \mu_{1+}}{\sqrt{2\sigma_{1+}^2}} \right] \right] - \frac{D_{2-}}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln(t_c - t_{0-}) - \mu_{2-}}{\sqrt{2\sigma_{2-}^2}} \right] \right] \quad (\text{A4.45})$$

La distance entre  $D_{vt1}$  et l'intervalle de variation de  $D_{\Delta\Lambda1}$  peut être évaluée comme étant

$$\Delta D_1 = \begin{cases} D_{\Delta\Lambda1-} - D_{vt1} & \text{si } D_{\Delta\Lambda1-} > D_{vt1} \\ 0 & \text{si } D_{\Delta\Lambda1-} \leq D_{vt1} \leq D_{\Delta\Lambda1+} \\ D_{vt1} - D_{\Delta\Lambda1+} & \text{si } D_{\Delta\Lambda1+} < D_{vt1} \end{cases} \quad (\text{A4.46})$$

On sait qu'une différence d'aire de  $\Delta D$  entre deux signaux de même longueur engendrera une erreur quadratique moyenne minimale si ces signaux sont constants. On peut donc borner l'erreur quadratique moyenne sur cette partie de signal par la formule suivante :

$$e_1 = \left( \frac{\Delta D_1}{t_c} \right)^2 t_c = \frac{\Delta D_1^2}{t_c} \quad (\text{A4.47})$$

De la même façon, on a

$$\Delta D_2 = \begin{cases} D_{\Delta\Lambda2-} - D_{vt2} & \text{si } D_{\Delta\Lambda2-} > D_{vt2} \\ 0 & \text{si } D_{\Delta\Lambda2-} \leq D_{vt2} \leq D_{\Delta\Lambda2+} \\ D_{vt2} - D_{\Delta\Lambda2+} & \text{si } D_{\Delta\Lambda2+} < D_{vt2} \end{cases} \quad (\text{A4.48})$$

et

$$e_2 = \frac{\Delta D_2^2}{t_e - t_c} \quad (\text{A4.49})$$

On a donc une borne sur le bruit  $B \geq e_1 + e_2 = L_{B3}$ . On peut alors tester  $B$  pour différentes valeurs de  $t_c$  balayant l'intervalle  $]0, t_e[$  et ne garder que la valeur maximale de  $B$ .

Notons que la borne  $L_{B3}$  ne converge généralement pas vers la valeur de  $B$  quand le volume de la boîte tend vers zéro.

## A4.4 Approche par enveloppe du signal

La borne  $L_{B4}$  reposant sur le calcul de l'enveloppe du signal delta-lognormal a été présentée à la section 8.2. Le lecteur est invité à s'y référer au besoin.

## A4.5 Sous-optimalité des bornes développées

Notons que l'on ne peut pas considérer que le travail de recherche d'une borne sur  $B$  soit définitivement terminé. Il est effectivement possible qu'il existe une meilleure borne que celles trouvées puisque la borne optimale serait définie par  $L_{B5}$  dans l'expression

$$\begin{aligned} B &\geq \min_{p^*} B \\ &= L_{B5} \\ &\geq L_{Bi} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \end{aligned} \tag{A4.50}$$

et chacune des bornes développées précédemment est inférieure ou égale à cette dernière.

## A4.6 Comparaison des bornes

Bien évidemment, ayant développé quatre alternatives de bornes inférieures pour la valeur du bruit, il serait pertinent de déterminer quelle borne est la plus conservative. Une simulation a été réalisée pour répondre à cette question puisque la solution analytique à ce problème, si elle existe, serait, à première vue, très complexe. Aux fins de comparaison, on considère les bornes comme étant recherchée pour une valeur de  $t_0$  donnée. Le mouvement utilisé pour ce test a été reconstruit de façon localement optimale grâce à l'extracteur IIX<sup>84</sup>. La solution ainsi obtenue est la suivante  $\tilde{p} = [0.2444 \quad 217.9 \quad -0.9238 \quad 0.2473 \quad 42.52 \quad -0.6071 \quad 0.1288]$ .

---

<sup>84</sup> Ce mouvement et sa reconstruction sont illustrés à la Figure 8.8.

À partir de cette solution, 500 boîtes différentes ont été obtenues aléatoirement. Les valeurs des paramètres de ces boîtes sont telles que les coordonnées de leur point central sont  $p_{ci} = \tilde{p}_i + \delta_i X$  avec  $\delta = [0 \ 20 \ 0.1 \ 0.02 \ 5 \ 0.05 \ 0.01]$  et  $X$  étant une variable aléatoire distribuée uniformément entre 0 et 1. Les valeurs extrêmes des boîtes sont obtenues aussi aléatoirement avec la relation  $p_{i\pm} = p_{ci} \pm \delta_i X$ .

Pour chacune des 500 boîtes ainsi obtenues, les quatre bornes ( $L_{B1}$ ,  $L_{B2}$ ,  $L_{B3}$  et  $L_{B4}$ ) précédemment développées ont été calculées pour différentes valeurs d'un coefficient  $\alpha$  variant entre 0 et 1 tel que  $p_{i\pm} = p_{ci} \pm \alpha \delta_i x$ . Ceci permet d'étudier la variation des bornes au fur et à mesure que ces boîtes agrandissent autour de leur centre (c.-à-d. pour une occurrence  $x$  de la valeur aléatoire  $X$ , on étudie les bornes des boîtes obtenues avec les valeurs extrêmes  $p_{i\pm} = p_{ci} \pm \alpha \delta_i x$  alors que  $\alpha$  varie de 0 à 1). Les graphiques ci-dessous montrent les résultats obtenus.

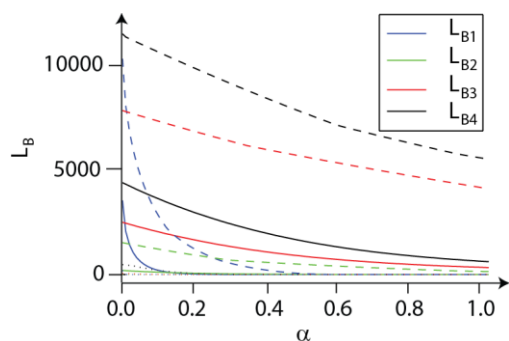


Figure A4.1: Valeurs moyennes (traits pleins) et extrêmes (traits tiretés) calculées pour les quatre bornes développées en fonction d'un indice de la taille des boîtes.

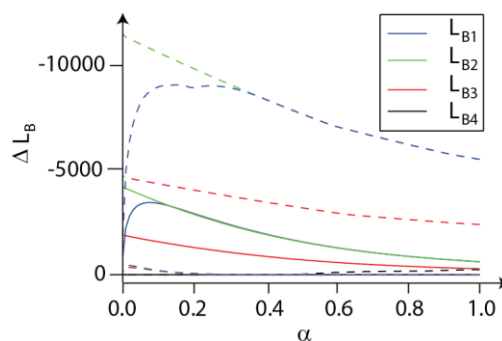


Figure A4.2 : Écarts moyens (traits pleins) et extrêmes (traits tiretés) entre la meilleure borne et les bornes calculées en fonction d'un indice de la taille des boîtes.

La Figure A4.1 illustre les valeurs moyennes (trait plein) et extrêmes (traits tiretés) pour les bornes calculées, en fonction de la valeur  $\alpha$  alors que la Figure A4.2 décrit l'écart moyen (trait plein) et extrême (traits tiretés) entre la meilleure borne trouvée pour une boîte donnée et chacune des quatre bornes développées. C'est-à-dire que, pour un  $\alpha$  donné, ces courbes sont nulles pour la meilleure borne alors que, pour les autres, elles sont égales à la différence entre la borne considérée et la meilleure borne obtenue. Il est très clair que l'on obtient les résultats les plus conservateur en utilisant  $L_{B4}$ . Il arrive cependant que  $L_{B1}$  et  $L_{B3}$  lui soit supérieures, particulièrement quand la taille de la boîte augmente. Ceci peut être observé sur la Figure A4.2

ainsi que sur le gros plan illustré à la Figure A4.3. Dans ces cas,  $L_{B3}$  est toujours plus conservative que  $L_{B1}$ .

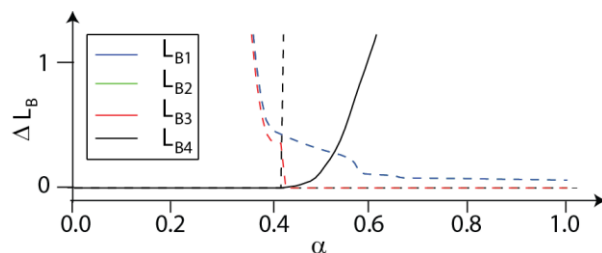


Figure A4.3: Agrandissement de la Figure A4.2 autour de  $\Delta L_B = 0$ .

Le temps nécessaire au calcul des bornes a été déterminé aux fins de comparaison<sup>85</sup>. Pour 1000 exécutions du calcul de chaque borne, on obtient 1.80, 1.56, 11.87 et 3.20 secondes respectivement pour les bornes  $L_{B1}$ ,  $L_{B2}$ ,  $L_{B3}$  et  $L_{B4}$ . Notons que la borne  $L_{B3}$  offre la possibilité de choisir le nombre de points  $t_c$  testés, permettant ainsi de chercher un équilibre entre le conservatisme de la borne et son temps de calcul. Pour les résultats rapportés ici,  $t_c$  a été évalué à tous les 50 ms dans l'intervalle  $]0, t_e[$ , pour un total de 14 points. Le Tableau A4.1 résume les caractéristiques de chacune des quatre bornes. On peut y constater la supériorité de  $L_{B4}$ . Celle-ci a donc été retenue pour l'implémentation de l'algorithme S&É présentée au Chapitre 8.

Tableau A4.1 : Comparaisons des principales caractéristiques des quatre bornes.

Borne sur $B$	Convergence	$t_0$ fixe	Conservatisme	Temps de calcul
$L_{B1}$	Oui	Oui	Passable	Excellent
$L_{B2}$	Non	Oui	Mauvais	Excellent
$L_{B3}$	Non	Non	Bon	Mauvais
$L_{B4}$	Oui	Non	Excellent	Bon

<sup>85</sup> Ces temps ont été déterminés sur un ordinateur aux performances moyennes (processeur Intel Core 2 Duo T5500 avec 1 Go de mémoire vive) et avec une implémentation Python servant au prototypage rapide de l'optimisateur. Les versions définitives, programmées en c++, sont beaucoup plus rapides. Ces chiffres sont donc fournis à titre comparatif et sont intéressants les uns relativement aux autres plutôt que dans leur valeur absolue.