UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION DES VIBRATIONS ASYNCHRONES D'AUBES DE COMPRESSEURS AXIAUX PAR LA RÉSONANCE DE L'ÉCOULEMENT DE JEU

JEAN THOMASSIN
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D)
(GÉNIE MÉCANIQUE)
AVRIL 2009

© Jean Thomassin, 2009.

Library and Archives Canada

Published Heritage Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et Archives Canada

Direction du Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 978-0-494-49426-4
Our file Notre référence
ISBN: 978-0-494-49426-4

NOTICE:
The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:
L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

MODÉLISATION DES VIBRATIONS ASYNCHRONES D'AUBES DE COMPRESSEURS AXIAUX PAR LA RÉSONANCE DE L'ÉCOULEMENT DE JEU

présentée par: THOMASSIN Jean

en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. REGGIO Marcelo, Ph.D., président

M. VO Huu Duc, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. MUREITHI Njuki W., Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. TRÉPANIER Jean-Yves, Ph.D., membre

M. ALLAN William D.E., Ph.D., membre

À Kareen, Philippe, Sarah, Charles et Isabelle

REMERCIEMENTS

J'aimerais d'abord remercier Pratt & Whitney Canada pour le support continu offert à ces travaux. Plus spécialement, je voudrais souligner ma gratitude à messieurs Gilbert Ouellet et John Saabas, qui on cru en mon potentiel, et m'ont donné la chance, le support et les ressources nécessaires pour mener à bien les essais expérimentaux. J'aimerais aussi offrir mes plus sincères remerciements à monsieur Richard Lahaie ainsi qu'à toute l'équipe des Essais Spéciaux de Pratt & Whitney Canada. Ils constituent un maillon essentiel à l'avancement technologique de cette compagnie.

Philippe, Sarah, Charles et Isabelle, papa a enfin terminé son « gros devoir ». Enfin, pour toutes les longues soirées, vacances et week-ends de travail, ou pire, où j'y étais sans y être, Kareen, merci.

RÉSUMÉ

Les vibrations asynchrones représentent un phénomène d'aéroélasticité identifié au cours des vingt dernières années pouvant causer des problèmes de fatigues, notamment dans les aubes de compresseurs axiaux et soufflantes des moteurs d'aéronefs à turbines. L'objectif de cette recherche consiste à élucider le mécanisme physique sous-jacent aux vibrations asynchrones afin d'en dériver des règles de conception. Les travaux sont divisés en trois étapes, chacune d'elle visant à vérifier les hypothèses de recherche émises au préalable.

La supposition principale, dont découle le reste de la recherche, est que les vibrations asynchrones sont causées par la résonance de l'écoulement de jeu. La résonance se produit par le couplage entre l'interface de mélange des écoulements de jeu et principal des aubes avec une onde acoustique de rétroaction provenant des aubes adjacentes en vibration. Le mécanisme est similaire à la résonance d'un jet impactant avec la particularité que l'onde acoustique de rétroaction est ralentie par la vitesse de l'écoulement. Ce phénomène de couplage entre l'interface de mélange du jet avec la rétroaction provenant d'une surface en vibration dans l'écoulement n'avait jamais été démontré avant cette recherche.

Le travail est divisé en trois parties, chacune d'elles ayant pour but de vérifier les trois hypothèses de recherche afin de fermer la boucle sur l'objectif de recherche qui consiste à démontrer que la résonance de l'écoulement de jeu est le phénomène sous-jacent aux vibrations asynchrones. La première hypothèse stipule qu'un jet impactant entre en résonance à une vitesse de jet inférieure à celle requise pour la résonance d'un jet impactant sur une surface rigide. La deuxième hypothèse énonce que les vibrations asynchrones sont causées par la résonance de l'écoulement de jeu. La troisième hypothèse spécifie qu'une solution analytique complète, capturant le mécanisme de

couplage d'une interface de mélange avec une source d'excitation localisée en aval dans l'écoulement haute-vitesse, existe.

La première étape de la recherche consiste en la démonstration du mécanisme de couplage aéroélastique. Ceci pour vérifier la première hypothèse qui stipule que la résonance d'un jet impactant se produit à des vitesses de jets inférieures à celles jamais démontrées lorsque le jet impacte sur une plaque flexible en vibration au lieu d'une plaque rigide. La méthode privilégiée est expérimentale. L'essai consiste en la caractérisation de la réponse dynamique d'un jet impactant sur une plaque dont la vibration est forcée par un oscillateur mécanique. Les caractérisations obtenues ont permis de confirmer la résonance et le mécanisme de couplage proposé.

Les résultats contribuent au domaine de la mécanique des fluides qui étudie les oscillations d'interfaces de mélange impactantes en fournissant des données expérimentales sur un cas d'interface de mélange impactant sur une surface mobile. Les résultats et analyses fournissent également le mécanisme de résonance associé basé sur un modèle simple d'onde de rétroaction se propageant en amont dans l'écoulement, et dont la vitesse de propagation est réduite par ce dernier.

La seconde étape consiste à vérifier la deuxième hypothèse de recherche qui stipule que la résonance de l'écoulement de jeu constitue le phénomène physique sous-jacent aux vibrations asynchrones. La méthode de démonstration est également expérimentale mais cependant plus complexe puisqu'elle implique de l'instrumentation sur des pièces mécaniques en rotation à grande vitesse. Le compresseur à l'étude est monté dans une section d'essai permettant d'isoler les effets de l'écoulement de jeu sur le rotor. Des études de sensibilité sont conduites sur le jeu d'assemblage, la charge aérodynamique des aubes, la température et la vitesse d'opération du compresseur. Les résultats ont permis de vérifier l'hypothèse de recherche. Les conditions critiques de vibrations asynchrones sont prédites d'après le mécanisme couplé de résonnance proposé.

Les contributions de cette étape de recherche sont majeures dans le domaine de l'aéroélasticité lié aux vibrations asynchrones. D'abord, le phénomène physique du comportement du fluide sous-jacent aux vibrations asynchrones a été identifié. L'industrie peut utiliser cette connaissance pour prédire les croisements potentiels de ces vibrations sur le diagramme de Campbell au stade préliminaire de la conception des rotors et ainsi minimiser les niveaux de contraintes vibratoires associées très tôt dans le développement du produit. Des règles d'évitement, définissant la variation des paramètres de rigidité et de distance inter-aubes requis afin d'amener les croisements de vibrations asynchrones hors du régime d'opération, peuvent aussi être dérivées à partir des résultats.

Jusqu'à ce point, le couplage entre la rétroaction acoustique dans l'écoulement haute-vitesse est assumé comme se produisant de façon naturelle lorsqu'un maximum de l'onde de rétroaction atteint le bord de fuite émetteur de l'interface de cisaillement. La supposition est basée sur plusieurs données empiriques concernant les oscillations des interfaces de mélange impactantes. La dernière étape de la recherche consiste à capturer analytiquement le mécanisme de couplage d'une interface de mélange forcée par une source localisée en aval dans l'écoulement haute-vitesse et causant la résonance de l'interface pour ainsi en améliorer la compréhension fondamentale. Ceci en démontrant la périodicité spatiale de la réponse résonante de l'interface observée expérimentalement. Cet énoncé constitue la troisième hypothèse de recherche. La méthode de vérification de cette hypothèse est analytique. Elle consiste à solutionner le problème de la réponse de l'interface de mélange à une excitation située en aval dans l'écoulement haute-vitesse. Une relation analytique entre la fréquence d'excitation, la distance de la source et la vitesse de l'écoulement identifiant la résonance de l'interface a été établie à partir de la méthode de résolution proposée. Les conditions critiques de résonance prédites par la relation analytique sont en accord avec les résultats expérimentaux des deux essais précédents.

Les contributions principales de ces derniers travaux sont la détermination d'un critère spatial de résonance de l'interface ainsi qu'une formulation analytique de la prédiction des distances critiques de la source causant la résonance. La solution analytique capture ainsi le mécanisme de couplage causant les résonances observées expérimentalement. De plus, le domaine de la mécanique des fluides trouve dans ces résultats un cadre théorique et une méthode de résolution pour étudier la réponse des interfaces de mélange forcées par une excitation localisée en aval dans l'écoulement haute-vitesse.

ABSTRACT

Asynchronous vibrations, or, as more commonly called, Non-Synchronous Vibration (NSV), are an important branch of aeroelasticity identified within the last two decades. The phenomenon is believed to be the cause of fatigue issues of the rotor blades in aero gas turbines axial compressors and fans. The main objective of this research is to elucidate the underlying physics behind compressor asynchronous vibrations. The work is divided into three major steps, each of them to verify their related research hypothesis.

The overall assumption, driving the research work, is that the asynchronous vibrations are caused by the resonance of the tip clearance flow. The latter is proposed to be caused by the coupling of the mixing layer emanating from the tip clearance and the main passage flows with an acoustic feedback wave emitted by the adjacent blade's vibration and propagating upstream in the tangential direction within the tip clearance flow. The proposed coupling mechanism is similar to the one causing the resonance of an impinging jet on a vibrating plate, which had never been demonstrated prior to this research.

The work is divided in three parts, each of them verifying one of the three research hypotheses to bring closure on the general assumption that compressor asynchronous vibrations are caused by the resonance of tip clearance flow. The first hypothesis states that an impinging jet on a vibrating structure resonates at a lower jet velocity than when impinging on a rigid structure. The second hypothesis stipulates that the resonance of tip clearance flow is underlying asynchronous vibrations. The third hypothesis specifies that a closed form analytical solution, which captures the coupling mechanism of a mixing layer to a source located downstream in the high-speed flow, exists.

So the first step of the research consists of demonstrating the coupling mechanism causing the resonance of an impinging jet on a flexible plate. This demonstration, in essence, aims at verifying the first research hypothesis by demonstrating the resonance

of an impinging jet at stream velocities where the resonance has never been observed before when the jet impinges on a flexible plate in vibration rather than on a rigid plate. The chosen approach is experimental. It consists of characterizing the unsteady pressure response of a jet impinging on a flexible plate, whose vibration is induced by a mechanical shaker.

The experimental results confirm the proposed coupling mechanism between the mixing layer and the stream acoustic feedback when one of the wave crests reaches the separation edge. The results contribute to the field of fluid mechanics by providing a set of new experimental data on the oscillation of impinging layers on flexible moving surfaces. The results also provide the field of research with a coupling mechanism based on a simple 1D model of a feedback wave traveling upstream with its propagation speed reduced by the high-speed flow.

The following step of the research consists of verifying the second hypothesis which stipulates that the resonance of the tip clearance flow, based on the same coupling mechanism as the resonant jet-on-flexible-plate, is the fundamental fluid-structure phenomenon behind asynchronous vibrations. The demonstration method is also experimental, though more complex since it involves high-speed rotation of the geometries and instrumentation. The rotor under study is installed in a test-section which isolates the effect of the tip clearance on the blades. Sensitivity studies are conducted with respect to the tip clearance, the blade aerodynamic loading, the inlet temperature and the compressor rotating speed. The results support the second research hypothesis and the critical asynchronous vibration conditions of occurrence are predicted from the proposed coupling mechanism.

The contribution of this part of the research project is deemed major in the field of aeroelasticity concerned with asynchronous vibrations. First, the underlying physics are identified, from which, the industry can predict the asynchronous vibration crossings on

the blade Campbell diagram at the early stages of the design process and subsequently run the appropriate analyses to minimize the associated vibratory stresses. Avoidance rules can also be derived from the improved understanding of the phenomenon, for example, by adjusting the inter-blade distance or blade stiffness to bring the NSV crossings outside of the compressor/fan running range.

Until this point, the resonances were predicted by an empirical model of a planar feedback wave travelling upstream towards the separation edge. The coupling mechanism between the mixing layer and the acoustic feedback was assumed to occur when a crest of the sound wave reached the separation edge. This assumption was based on a number of historic empirical observations on oscillating shear layers. The final part of the research aims at analytically capturing the coupling mechanism of a mixing layer to a source forcing located downstream in the high-speed flow stream. The coupling mechanism is fundamental to the resonances observed experimentally. The demonstration is made by capturing the spatial periodicity of the mixing layer resonance under stream forcing with respect to the downstream source location. This is the last research hypothesis and the demonstration method is analytical. It consists of solving the 2D problem of a mixing layer interface excited by an acoustic point source located downstream in the axial direction on the planar jet centerline. An analytical relationship linking the excitation frequency and the source axial location to the stream velocity is derived. The critical resonance conditions, predicted by the analytical solution are in good agreement with the resonances obtained in the two experiments presented above.

The main contributions of this last part of the work are to provide an analytical criterion for the spatial resonance of stream forced mixing layers along with a closed form prediction relationship for the critical source locations. The analysis captures the coupling mechanism of a mixing layer to a forcing source located downstream in the high-speed flow stream, which is fundamental to the experimentally observed resonances. Also, the field of fluid mechanics benefits from the research by being

provided an analytical framework and a resolution method in the study of mixing layers forced response excited by a source located downstream in high-speed flow.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE iv
REMERCIEMENTS v
RÉSUMÉ vi
ABSTRACT x
TABLE DES MATIÈRES xiv
LISTE DES TABLEAUX xv
LISTE DES FIGURES xvi
LISTE DES SIGLES ET ABBRÉVIATIONS xviii
LISTE DES ANNEXES xx
INTRODUCTION 1
CHAPITRE 1: REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE 17
CHAPITRE 2: VÉRIFICATION DES HYPOTHÈSES DE RECHERCHE 26
2.1 – Réponse résonante d'un jet impactant sur une structure en vibration 26
2.1.1 Hypothèse de recherche no. 1 et résultats attendus 29
2.1.2 Méthodologie 30
2.1.3 Résultats et discussion 33
2.2 – Résonance de l'écoulement de jeu sous-jacente aux vibrations asynchrones 36
2.2.1 Hypothèse de recherche no. 2 et résultats attendus 36
2.2.2 Méthodologie 38
2.2.3 Résultats et discussion 43
2.3 – Réponse forcée résonante de l'interface de mélange 47
2.3.1 Hypothèse de recherche no. 3 et résultats attendus 48
2.3.2 Méthodologie 48
2.3.3 Résultats et discussion 53
CHAPITRE 3: DISCUSSION GÉNÉRALE 58
CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS 61
LISTE DES RÉFÉRENCES 67
ANNEXES 71

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2. 1. Instrumentation de l'essai jet-plaque-flexible.....32
Tableau 2. 2. Instrumentation statique de la section d'essai.....41
Tableau 2. 3. Instrumentation rotative de la section d'essai.....42

LISTE DES FIGURES

Figure I1. Cadre théorique et contexte de la recherche a) Application finale b) Compresseur c) Rotor d'un étage de compression d) Deux aubes de rotor en cascade e) Coupe méridionale de la cascade f) Coupe planaire de la cascade 2

Figure I2. Diagramme de Campbell et croisements critiques de réponse forcée 4

Figure I3. Diagramme de Campbell et croisements critique de NSV 6

Figure I4. Interaction des écoulements principal et de jeu 8

Figure I5. a) Direction de l'interface de mélange vs. charge aérodynamique b) Mécanisme de résonance de l'écoulement de jeu 10

Figure I6. a) Résonance de l'écoulement de jeu dans les aubes de compresseurs b) Résonance d'un jet impactant sur une plaque flexible en vibration c) Modèle analytique d'une interface de mélange excitée par une source acoustique localisée dans l'écoulement à haute vitesse 15

Figure 1.1. a) Modèle général des IR (Baumgartner *et al.* 1995) b) Modèle Spécifique des IR (Mailach *et al.* 2001) c) Réponse fréquentielle en pression des IR (Baumgartner *et al.* 1995) 18

Figure 1.2. Caractéristiques visuelles et fréquentielles du jet libre 20

Figure 2.1.a) Jet non-résonant à M0.5 (L/D=4) b) Jet résonant à M0.8 (L/D=4) c) Réponse fréquentielle du jet non-résonant M0.5 d) Réponse fréquentielle du jet résonant à M0.8 comparée à la réponse non-résonante à M0.5 28

Figure 2.2. Comportement résonant attendu du jet impactant sur une plaque flexible en vibration 30

Figure 2.3. Montage experimental jet-plaque-flexible 31

Figure 2.4. Réponse résonante du jet impactant sur un plaque flexible en vibration 34

Figure 2.5. Prédiction et mesure de la phase de l'onde de rétroaction propagée à vitesse réduite 35

Figure 2.6. a) Coupe méridionale de la section d'essai b) Instrumentation rotative 39

Figure 2.7. Montage expérimental du rotor de compresseur 40

Figure 2.8. Vitesse de convection de l'interface de mélange en bout d'aube 45

Figure 2.9. Niveaux de vibration élevés à proximité d'opération de la condition de résonance de l'équation 2.1a.....45
Figure 2.10. Niveaux de vibration élevés aux vitesses de rotation prédites par l'équation 2.1b.....46
Figure 2.11. Modèle analytique de l'interface de mélange force. 49
Figure 2.12. Comparaison de la solution analytique au modèle d'onde 1D de rétroaction et aux données expérimentales.....55
Figure 2.13. Méthode de conception proposée à partir de cette recherche et des travaux de Drolet *et al.* (2009). 57

LISTE DES SIGLES ET ABBRÉVIATIONS

1D : uni-dimensionnel

2D : bi-dimensionnel

a : demi largeur d'un jet planaire [m]

ASME : American Society of Mechanical Engineering

c : vitesse du son [m/s]

ch : corde (*chord*) [m]

CFD : *computational fluid dynamic*

D : diameter [m]

EO : multiple entier de la vitesse de rotation (*engine order*)

f : fréquence [Hz]

FEI : instabilité fluide-élastique (*Fluid Elastic Instability*)

G : amplitude normalisée du spectre de puissance

Hz : Hertz

IR : Instabilités Rotatives (*Rotating Instabilities* – RI)

k : U_{tip}/U_F rapport des vitesses en bout d'aube et tangentielle de convection

L : longueur ou distance [m]

LE : bord d'attaque (*leading edge*)

M : nombre de Mach

n : nombre entier

PS : intrados (*pressure side*)

R : constante des gaz [J/Kg.K]

s : distance inter-aubes (*blade pitch*) [m]

S' : contrainte vibratoire [ksi]

SS : extrados (*suction side*)

St : nombre de Strouhal

T : température [K]

TE : bord de fuite (*trailing edge*)

U : vitesse d'écoulement [m/s]

x' : distance dimensionnelle [m]

y' : distance dimensionnelle [m]

y : distance adimensionnelle y'/a

z' : mouvement vibratoire de la plaque [m/s^2]

Symboles

γ : rapport des chaleurs spécifiques de l'air

θ : épaisseur de la couche limite [m]

λ : longueur d'onde [m]

φ : charge aérodynamique

ω : fréquence angulaire [rad/s]

Indices

0 : local

b : aube (*blade*)

B : direction en amont de l'écoulement

c : vitesse du son [m/s]

D : diamètre [m]

F : direction en aval de l'écoulement

max : maximum

tip : bout d'aube

tipc : bout d'aube critique

LISTE DES ANNEXES

ARTICLE 1: BLADE TIP CLEARANCE FLOW AND COMPRESSOR NSV: THE JET CORE FEEDBACK THEORY AS THE COUPLING MECHANISM.....71
ARTICLE 2: THE TIP CLEARANCE FLOW RESONANCE BEHIND AXIAL COMPRESSOR NON-SYNCHRONOUS VIBRATIONS.....82
ARTICLE 3: MIXING LAYER RESONANCE UNDER HIGH-SPEED STREAM FORCING.....97

INTRODUCTION

Problématique de la recherche

Le marché très compétitif des moteurs à turbines pour les aéronefs impose une pression énorme sur les manufacturiers afin de continuellement augmenter le rapport puissance-poids des produits. Pour y arriver, on doit sans cesse repousser les limites de la technologie. En ce qui a trait aux vibrations il faut, en plus de très bien maîtriser les marges de contraintes disponibles, tenter de comprendre et contrôler les sources d'excitations du fluide sur les éléments structurels. Arriver à supprimer, ou du moins à éviter, ces sources d'excitation aérodynamiques, ceci dès la conception initiale du produit, représente un avantage compétitif évident. La figure I1 situe le contexte de la présente recherche. Les figures I1b et I1a illustrent respectivement une vue en coupe d'un moteur à turbine typique ainsi qu'un exemple d'application aéronautique. Le compresseur, axial dans le cas présenté, est situé à l'avant du moteur et est encerclé sur la figure I1b. Ce dernier est généralement composé de plusieurs étages de compression afin de rencontrer les spécifications de débit, de pression, d'efficacité et de stabilité. Chaque étage est composé de deux parties, le rotor, qui effectue le travail sur le fluide, et le stator qui recouvre la pression statique. La figure I1c montre le rotor type d'un des étages du compresseur.

La présente recherche porte sur les vibrations des aubes d'un rotor de compresseur, celles-ci sont illustrées en cascade tri-dimensionnelle sur la figure I1d. L'aube est un profil aérodynamique typique avec le bord d'attaque (*leading edge*, LE), le bord de fuite (*trailing edge*, TE), l'intrados (*pressure side*, PS), et l'extrados (*suction side*, SS). Ces quatre composantes sont identifiées sur la figure I1d également. Le rotor de compresseur opère en milieu confiné dans le carter. Ceci crée un autre paramètre géométrique important; le jeu en bout d'aube. Je jeu est identifié sur les coupes bi-dimensionnelles méridionale (figure I1e) et planaire (figure I1f) de la cascade. Pour situer le lecteur, le jeu typique est de l'ordre de 1% de la longueur de la corde (*ch*) du profil en bout d'aube.

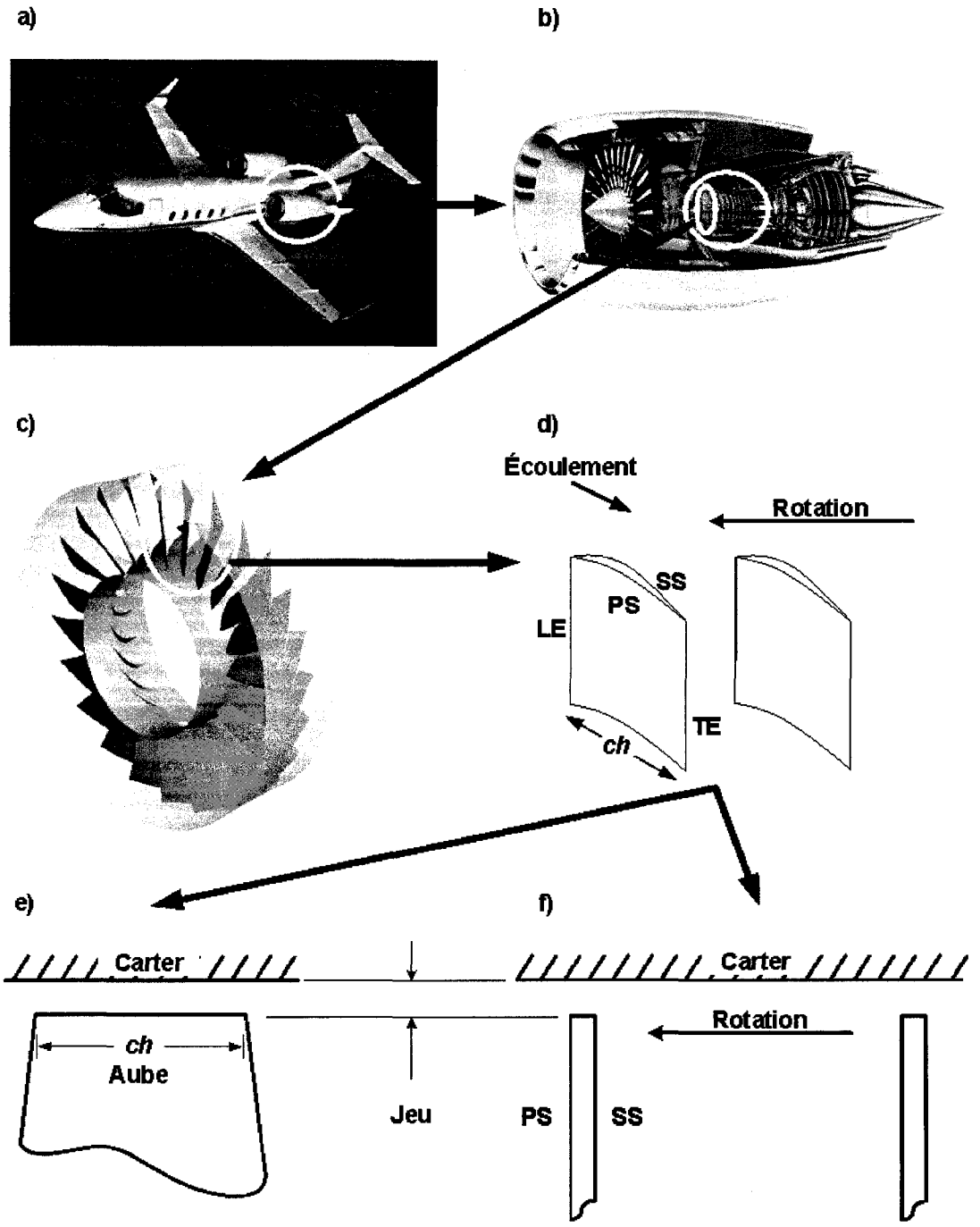

Figure I1. Cadre théorique et contexte de la recherche a) Application finale b) Compresseur c) Rotor d'un étage de compression d) Deux aubes de rotor en cascade e) Coupe méridionale de la cascade f) Coupe planaire de la cascade

Les vibrations les plus typiques rencontrées dans aubes de compresseurs axiaux sont synchrones, c'est-à-dire que la fréquence de vibration correspond à un multiple entier de la vitesse de rotation de l'arbre. Une aube en rotation sera dynamiquement excitée lorsque qu'elle croise les sillages des aubes statiques en amont, ou encore les ondes potentielles des aubes statiques en aval. Par exemple, si l'arbre tourne à une vitesse de 100 révolutions par seconde (100 Hz), et que l'aube est située en aval de 5 supports dans l'écoulement, celle-ci sera excitée périodiquement à une fréquence de 5 fois la vitesse de rotation (*5th engine order*, 5EO). Dans l'exemple présenté, cela correspond à une excitation de 500 Hz sur l'aube. Si cette dernière comprend un mode de vibration à cette fréquence naturelle à l'intérieur du régime d'opération, il y a un problème potentiel et des analyses plus poussées de la réponse forcée (*forced response*) de 5EO sont requises. La distribution inégale des sillages et ondes potentielles peut aussi introduire des excitations des sous- et super-harmoniques de la fréquence fondamentale, la fréquence fondamentale étant le 5EO dans l'exemple donné, mais celles-ci demeureront synchrones à la rotation de l'arbre.

La figure I2 dépeints l'outil principal permettant d'identifier les sources d'excitation synchrones; le diagramme de Campbell (*Campbell Diagram*). Il s'agit d'un graphique ayant pour abscisse la vitesse de rotation de l'arbre et pour ordonnée la fréquence de vibration. Les fréquences naturelles des différents modes de vibration des aubes sont tracées sur le graphique. Elles forment les lignes quasi-constantes en vitesse, leur légère pente représente l'augmentation de rigidité des aubes due à la force centrifuge de rotation. Ensuite, les lignes d'excitation synchrone potentielles sont tracées sur le diagramme. Elles sont représentées par les droites de pente croissante 1EO, 2EO, 3EO… On conduit des analyses plus poussées de réponse forcée lorsqu'un ou plusieurs de ces droites d'excitation croisent les fréquences naturelles (croisements ou *EO crossings*) des aubes à l'intérieur du régime d'opération du moteur. Les croisements critiques sont identifiés par les points sur la figure. Le régime d'opération (*running range*) s'étend de

la vitesse au ralenti (*idle*) à la vitesse au décollage (*take-off*) qui sont généralement associées à la plus faible et à la plus haute puissance possible du moteur respectivement.

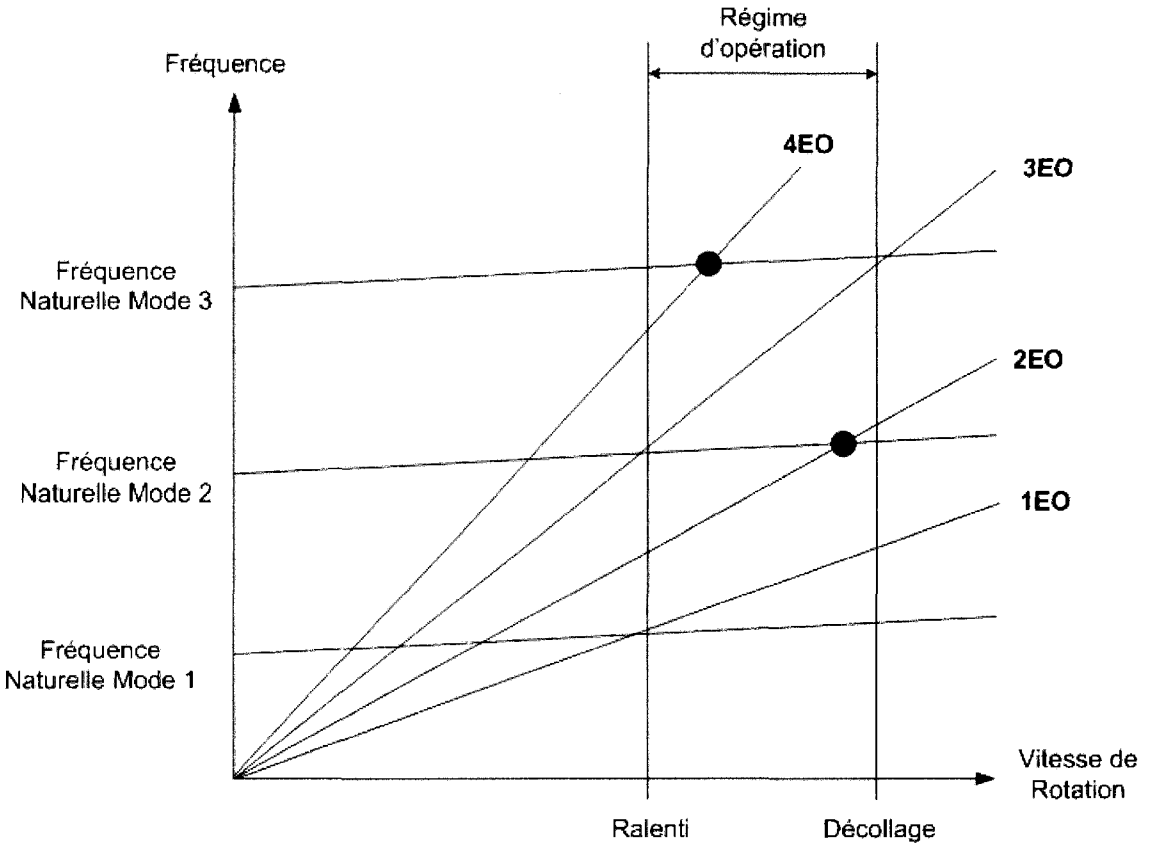

Figure I2. Diagramme de Campbell et croisements critiques de réponses forcées

La problématique de cette recherche concerne un certain type de vibrations asynchrones, communément identifiées par l'acronyme NSV provenant du terme anglais « Non-Synchronous Vibrations ». Ces vibrations sont asynchrones, c'est-à-dire qu'elles ne sont pas directement liées à un multiple entier de la vitesse de rotation de l'arbre. Afin d'en identifier les sources potentielles d'excitation, on doit considérer des phénomènes autres que les sillages et ondes potentielles des aubes statiques environnantes au rotor de compresseur. En fait, on s'intéresse à des phénomènes plus ou moins indépendants de la vitesse de rotation de l'arbre. Par exemple, on évalue les possibilités comme le

décrochage rotatif et les instabilités rotatives liées à sont établissement, les coïncidences avec des modes acoustiques du carter ou des cavités environnantes, les réflexions d'ondes acoustiques avec les aubes statiques en amont ou en aval ou encore les instabilités fluide-élastiques plus conventionnelles comme le flottement. Ce qui distingue les NSV du flottement classique, c'est qu'elles prennent la forme d'un croisement critique sur le diagramme de Campbell, c'est-à-dire une résonance qui d'abord augmente pour ensuite diminuer alors que le régime de puissance la traverse, plutôt que d'une divergence, caractéristique au flottement classique, qui ne fait qu'augmenter avec le régime de puissance du moteur. La particularité du croisement critique des NSV est qu'il se situe entre les pentes d'excitations forcées comme l'illustre la figure I3. La réponse forcée typique ainsi que le flottement classique sont aussi montrés sur la figure en guise de comparaison. Les modes associés aux NSV sont généralement de fréquence plus élevée que ceux du flottement classique. La largeur du croisement des NSV illustre leur sensibilité aux conditions d'opération, comme la température par exemple. Une autre particularité des NSV est le changement soudain du mode et de la fréquence de vibration qu'on observe parfois à des conditions d'opération similaires. Jusqu'à maintenant, de façon générale, les croisements NSV sont difficiles, voir même impossible, à prévoir sans données expérimentales.

La recherche récente sur les NSV se concentre à développer des méthodes de re-conception des aubes une fois la condition critique de NSV connue. Cette dernière est généralement identifiée par des problèmes de fatigues apparaissant après les essais expérimentaux ou plus tard après un certain nombre d'heures en service. Une fois la condition critique identifiée, la re-conception de l'aube est possible avec des outils d'analyses similaires à ceux utilisés dans le cas de flottement conventionnel par exemple. La présente recherche vise à élucider le mécanisme fondamental de la mécanique des fluides, influencé par le mouvement vibratoire de la structure, sous-jacent aux NSV. Cette compréhension permettra d'identifier les conditions critiques de NSV très tôt dans les processus de conception. On pourra en tirer des règles de conception

permettant d'éviter les croisements NSV à l'intérieur du régime d'opération ou encore, à tout le moins, de connaître les conditions critiques de NSV *a priori* et ainsi effectuer la conception de l'aube pour minimiser les contraintes liées aux NSV bien avant le début du développement expérimental du produit.

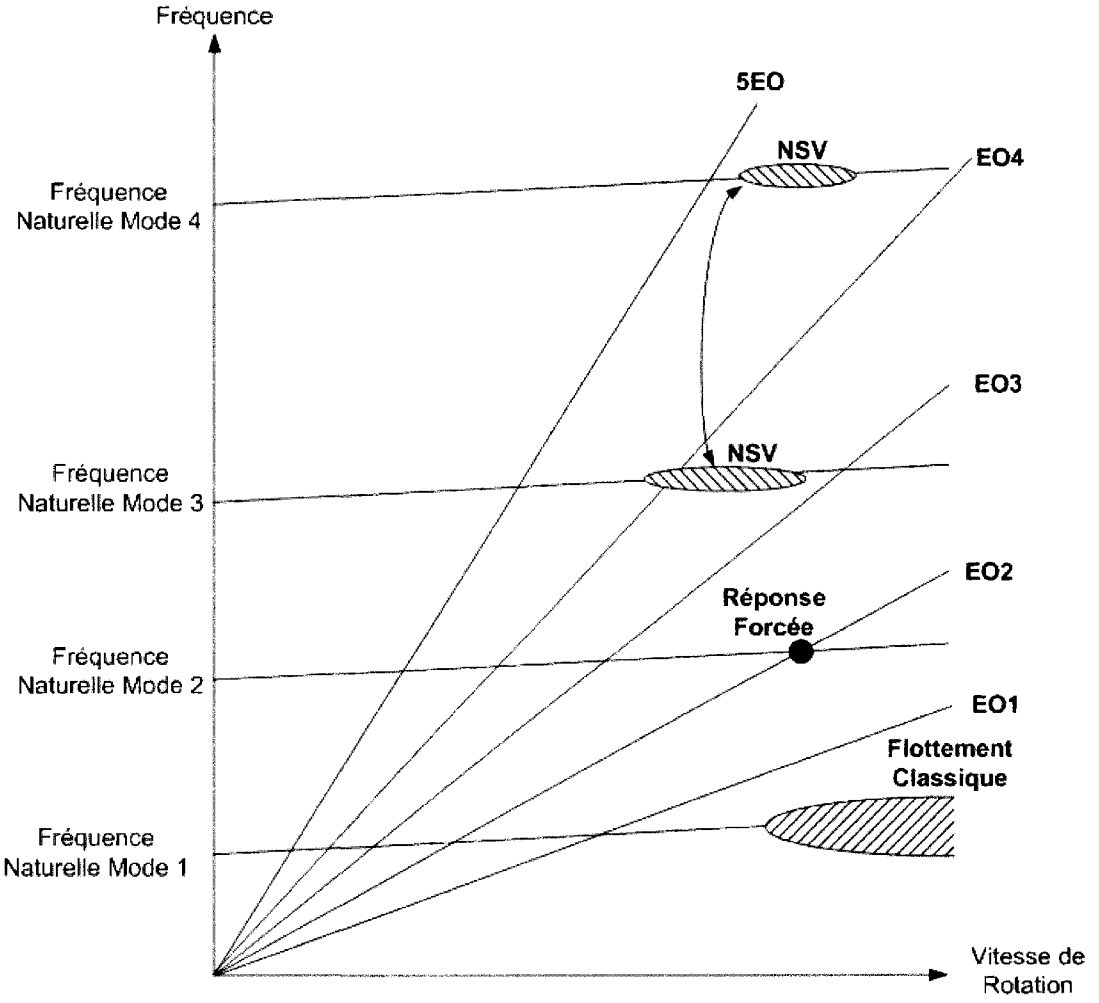

Figure I3. Diagramme de Campbell et croisements critiques de NSV

But de la recherche proposée et objectif général

Donc le but principal de cette recherche est de combler une lacune fondamentale de l'industrie quant aux NSV, c'est-à-dire la compréhension des mécanismes physiques associés afin de les prédire et d'en tirer des règles simples de conception avancée.

La question de recherche principale de ce travail est la suivante :

Quel phénomène de la mécanique des fluides peut expliquer l'excitation principale liée au phénomène de NSV?

On en tire l'objectif principal qui est de développer un modèle physique, sous-jacent aux NSV, pour permettre l'élaboration de règles et méthodes de conception afin d'en minimiser l'impact dans le développement de nouveaux moteurs à turbines.

Approche générale de solution et hypothèses de la recherche

Le mécanisme que l'on propose est basé sur le couplage entre l'écoulement de jeu, à des conditions d'opération ou ce dernier se développe tangentiellement entre deux aubes, et une onde acoustique de rétroaction émanent de la vibration des aubes et se propageant en amont dans la direction tangentielle de l'écoulement de jeu.

La figure I4 dépeint les éléments essentiels de l'écoulement de jeu et son interaction avec l'écoulement principal dans les aubes.

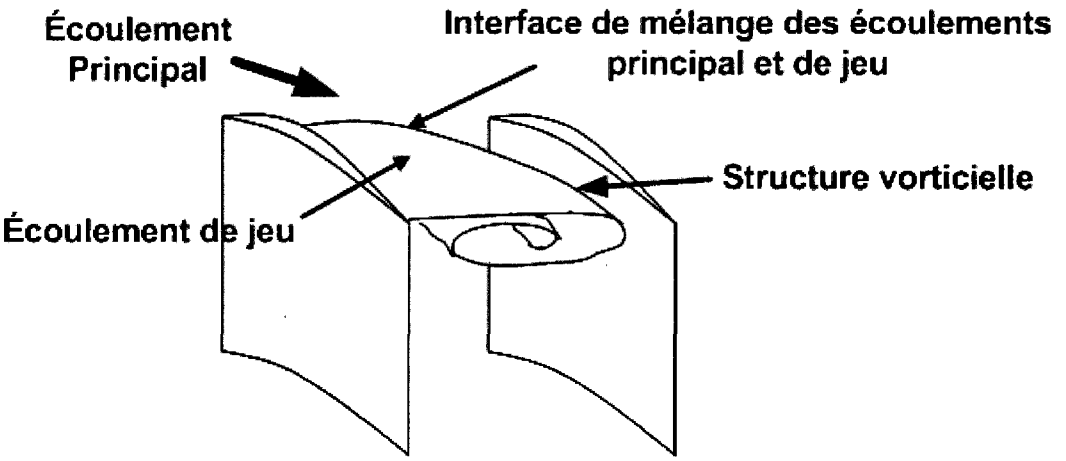

Figure I4. Interaction des écoulements principal et de jeu

Le mélange entre l'écoulement de jeu et l'écoulement principal produit une région de cisaillement dans le fluide, l'interface. Cette dernière se développe en une structure vorticielle dont la direction de convection est liée à l'équilibre de quantité de mouvement entre les écoulements de jeu et principal dans la région du bout de l'aube. Plus l'écoulement de jeu est important, plus la direction de convection de la structure vorticielle devient tangentielle. L'écoulement de jeu devient important lorsque la charge aérodynamique en bout d'aube est d'autant plus grande. La charge aérodynamique vient du différentiel de pression entre l'intrados et l'extrados de l'aube. À charge moyenne, le cisaillement en bout d'aube produit un tourbillon qui est rapidement convecté en aval avec l'écoulement principal. Lorsque la charge aérodynamique atteint un certain niveau, la structure vorticielle évolue tangentiellement de façon telle qu'elle impacte sur l'intrados des aubes adjacentes, créant une excitation instationnaire sur l'aube. Les conditions de haute charge aérodynamiques en bout d'aubes sont courantes dans l'opération des compresseurs de moteurs à turbine, surtout lorsque ce dernier opère à des vitesses éloignées de la condition principale de conception. La figure I5a illustre l'évolution de l'interface de mélange entre les conditions relatives de faible et haute charge aérodynamiques. Ces conditions sont illustrées sur la caractéristique typique d'un étage de compression, soit de la pression en fonction du débit, pour un gaz compressible

comme l'air. À mesure que l'on impose une restriction, ou charge, sur le compresseur, par la fermeture d'une valve en aval par exemple, il s'ensuit une élévation de pression combinée à une réduction de l'écoulement principal due à la compressibilité du fluide. Dans cette dernière condition, l'écoulement de jeu se développe dans la direction tangentielle au rotor et fournit un support pour la propagation d'une onde acoustique de rétroaction émanant du mouvement vibratoire de la pale. Cette onde est propagée à la vitesse sonore locale soustraite de la vitesse moyenne de convection tangentielle de l'interface. Cette dernière, bien que subsonique, est très élevée, typiquement de l'ordre de la moitié de la vitesse du son (Mach 0.5) dans l'axe de référence rotatif.

Lorsque la demi-longueur fondamentale de l'onde de rétroaction correspond à la distance entre les deux aubes, il y a couplage entre celle-ci et l'interface de cisaillement qui devient synchronisée avec la fréquence de vibration de l'aube. Le mécanisme est schématisé sur la figure I5b sur une vue en coupe planaire entre deux aubes adjacentes. La rétroaction est modélisée par une onde acoustique unidimensionnelle se propageant en amont dans l'écoulement de jeu tangentiel. C'est ce phénomène, que l'on a identifié comme la résonance de l'écoulement de jeu, sous-jacent aux vibrations asynchrones, qui fait l'objet principal de cette recherche.

La supposition principale, dont découle le reste de la recherche, est que les vibrations asynchrones sont causées par la résonance de l'écoulement de jeu. Comme mentionné précédemment, la résonance se produit par le couplage entre l'interface de mélange des écoulements de jeu et principal des aubes avec une onde acoustique de rétroaction provenant des aubes adjacentes en vibration.

Ce mécanisme est similaire à la résonance d'un jet impactant avec la particularité que l'onde acoustique de rétroaction est ralentie par la vitesse de l'écoulement. Ce phénomène de couplage entre l'interface de mélange du jet avec la rétroaction provenant

d'une surface en vibration dans l'écoulement n'a jamais été démontré avant les travaux et résultats de la présente recherche.

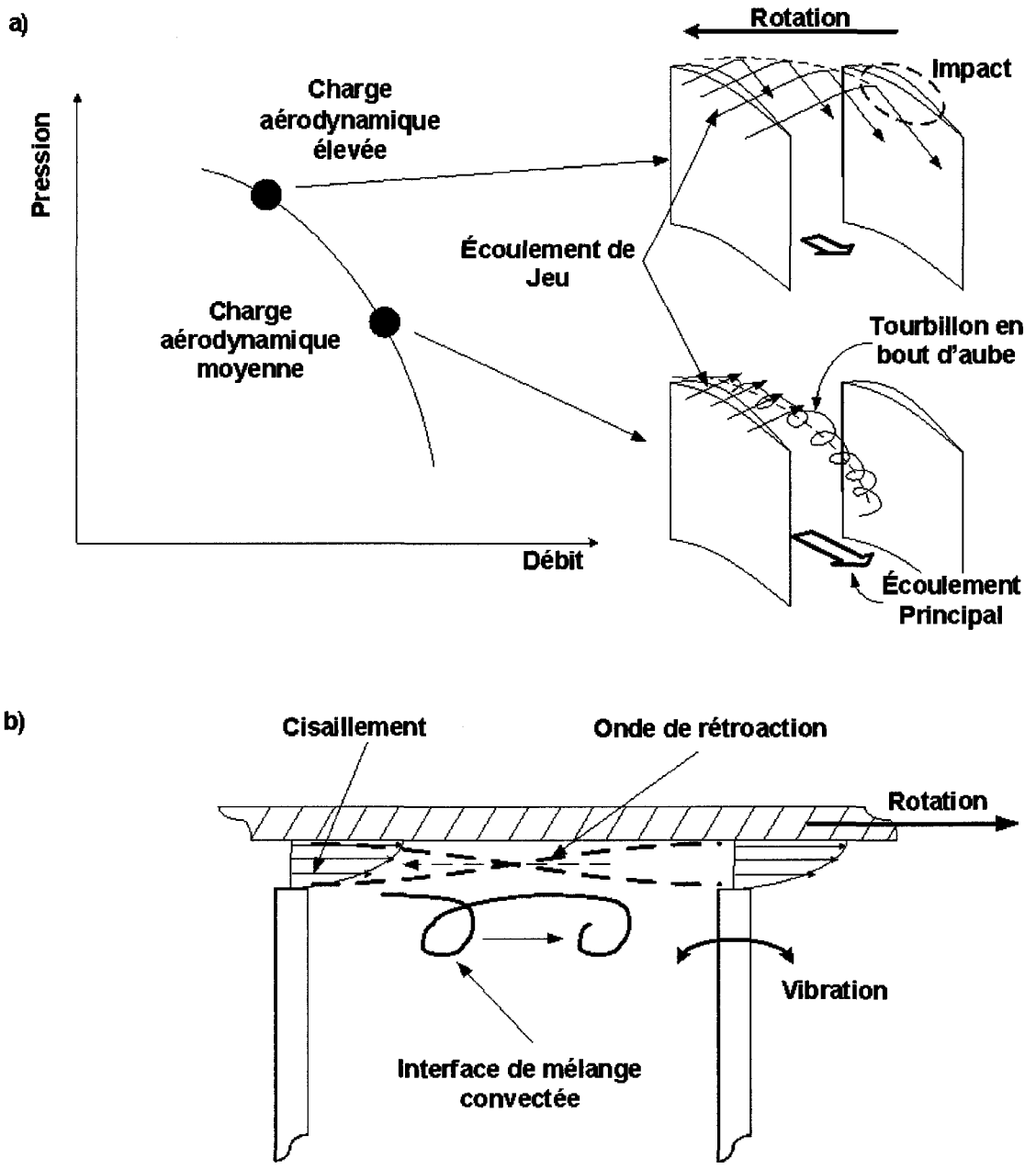

Figure I5. a) Direction de l'interface de mélange vs. charge aérodynamique b) Mécanisme de résonance de l'écoulement de jeu (axe de référence rotatif)

La première étape de la recherche consiste ainsi en la démonstration du mécanisme de résonance énoncé ci-haut. Ceci pour vérifier la première hypothèse de recherche énonçant la résonance d'un jet impactant, sur une plaque flexible en vibration, à des vitesses de jets inférieures à celles jamais démontrées. L'énoncé détaillé de l'hypothèse de recherche est le suivant:

Hypothèse de recherche no. 1
Un jet impactant sur une structure flexible en vibration entre en résonance à une vitesse de jet inférieure à celle causant la résonance du jet impactant sur une structure rigide.
Justification de l'originalité
La résonance d'un jet impactant sur une structure rigide a été démontrée et se produit seulement pour une vitesse du jet supérieure à Mach 0.65. La résonance d'un jet impactant sur une structure flexible en vibration, qui selon le mécanisme proposé à la figure 5b devrait se produire à des vitesses inférieures à Mach 0.65, n'a jamais été démontrée.
Réfutabilité
L'hypothèse est réfutée si le jet n'entre pas en résonance à une vitesse inférieure à Mach 0.65 lorsqu'il impacte une structure flexible en vibration.

La prochaine étape des travaux consiste à vérifier la deuxième hypothèse de recherche qui stipule que la résonance de l'écoulement de jeu constitue le phénomène physique sous-jacent aux vibrations asynchrones des aubes de compresseurs axiaux des turbines à gaz. L'écoulement de jeu entre en résonance par un mécanisme similaire à celui démontré par l'expérience précédente d'un jet sur une plaque ne vibrations. L'énoncé de l'hypothèse est détaillé ici:

Hypothèse de recherche no. 2
La résonance de l'écoulement de jeu est le phénomène fondamental sous-jacent aux NSV.

Justification de l'originalité

L'existence de la résonance de l'écoulement de jeu d'aubes lors du phénomène de NSV n'a jamais été démontrée.

Réfutabilité

L'hypothèse sera réfutée si aucune évidence de la résonance de l'écoulement de jeu lors du phénomène de NSV ne peut être observée.

Jusqu'à ce point, le couplage entre la rétroaction acoustique dans l'écoulement haute-vitesse est assumée comme se produisant de façon naturelle lorsqu'un maximum de l'onde de rétroaction atteint le bord de fuite émetteur de l'interface de cisaillement. La supposition est basée sur plusieurs données empiriques concernant les oscillations des interfaces de mélange impactantes. La dernière étape de la recherche consiste à capturer analytiquement le mécanisme de couplage d'une interface de mélange forcée par une source localisée en aval dans l'écoulement et causant la résonance de l'interface et ainsi en améliorer la compréhension fondamentale. Ceci en démontrant la périodicité spatiale de la réponse résonante de l'interface observée expérimentalement. Cet énoncé constitue la troisième hypothèse de recherche qui est élaborée ici:

Hypothèse de recherche no. 3

Il existe une solution analytique du couplage d'une interface de mélange et d'une excitation localisée en aval, dans l'écoulement haute vitesse.

Justification de l'originalité

La périodicité spatiale de la réponse forcée résonante de l'interface de mélange, pour une excitation en aval dans l'écoulement haute-vitesse, n'a jamais été démontrée analytiquement.

Réfutabilité

L'hypothèse sera réfutée si la solution analytique du modèle simplifié n'est trouvée en accord avec les résultats expérimentaux des deux montages mis à l'essai.

Objectifs spécifiques de la recherche

Les objectifs spécifiques de la recherche sont les suivants:

1- Démontrer expérimentalement les résonances d'un jet impactant sur une structure flexible en vibration à des vitesses inférieures à Mach 0.65 et de l'écoulement de jeu lors du phénomène de NSV.
2- Développer un modèle des éléments fondamentaux de la mécanique des fluides en lien avec les résonances observées expérimentalement.
3- Valider le modèle à partir des résultats expérimentaux dans le cas d'un rotor de compresseur.

Méthodologie de la recherche et organisation du mémoire

L'essence de la présente recherche consiste à démontrer l'existence de la résonance de l'écoulement de jeu, telle que proposée, aux conditions critiques de NSV. L'approche utilisée, qui en fait repose sur la vérification des trois hypothèses de recherche énoncées précédemment, est résumée par la figure I6. La figure I6a reprend le contenu de la figure I5b pour mettre en contexte les analogies utilisées.

D'abord, à la connaissance de l'auteur, la démonstration du couplage entre une interface de mélange et une onde acoustique de rétroaction, provenant d'une surface d'impact flexible en vibration, se propageant dans un écoulement à haute vitesse n'a jamais été faite. La première étape des travaux consiste donc à démontrer ce phénomène. Pour ce faire, une première expérimentation est conduite en laboratoire. L'expérience consiste à caractériser la réponse instationnaire en pression d'un jet impactant sur une plaque dont la vibration est forcée par un oscillateur externe. La mécanique de l'expérimentation est schématisée sur la figure I6b et on remarque que les éléments principaux de l'écoulement sont similaires à ceux proposés par la résonance de l'écoulement de jeu de

la figure I6a. Les caractérisations obtenues ont permis de confirmer la résonance et le mécanisme de couplage proposé.

Une fois la mécanique confirmée sur un modèle expérimental simplifié, la deuxième étape de la recherche consiste à trouver expérimentalement, sur le rotor de compression exhibant le phénomène de NSV, des évidences de la résonance de l'écoulement de jeu telle qu'illustrée sur la figure I6a. La méthode de démonstration est donc aussi expérimentale mais cependant plus complexe puisqu'elle implique de l'instrumentation sur des pièces mécaniques en rotation à grande vitesse. Le compresseur à l'étude est monté dans une section d'essai permettant d'isoler les effets de l'écoulement de jeu sur le rotor. Des études de sensibilité sont conduites sur le jeu d'assemblage, la charge aérodynamique des aubes, la température et la vitesse d'opération du compresseur. Les résultats ont permis de vérifier la deuxième hypothèse de recherche. Les conditions critiques de vibrations asynchrones sont prédites d'après le mécanisme couplé de résonnance proposé.

La dernière étape consiste à simplifier le problème davantage en le résumant à ses principaux éléments de la mécanique des fluides. En solutionnant de façon analytique le problème simplifié de la figure I6c, qui consiste en une interface de mélange excitée par une source acoustique localisée en aval dans l'écoulement haute-vitesse, on confirme clairement le phénomène de couplage entre l'interface et l'onde de rétroaction. Ce phénomène est l'élément fondamental de la mécanique des fluides qui est à la base des résonances observées expérimentalement, sur la plaque flexible et dans les aubes de compresseur. Une relation analytique entre la fréquence d'excitation, la distance de la source et la vitesse de l'écoulement identifiant la résonance de l'interface est établie à partir de la méthode de résolution proposée. Les conditions critiques de résonance prédites par la relation analytique sont en accord avec les résultats expérimentaux des deux essais précédents.

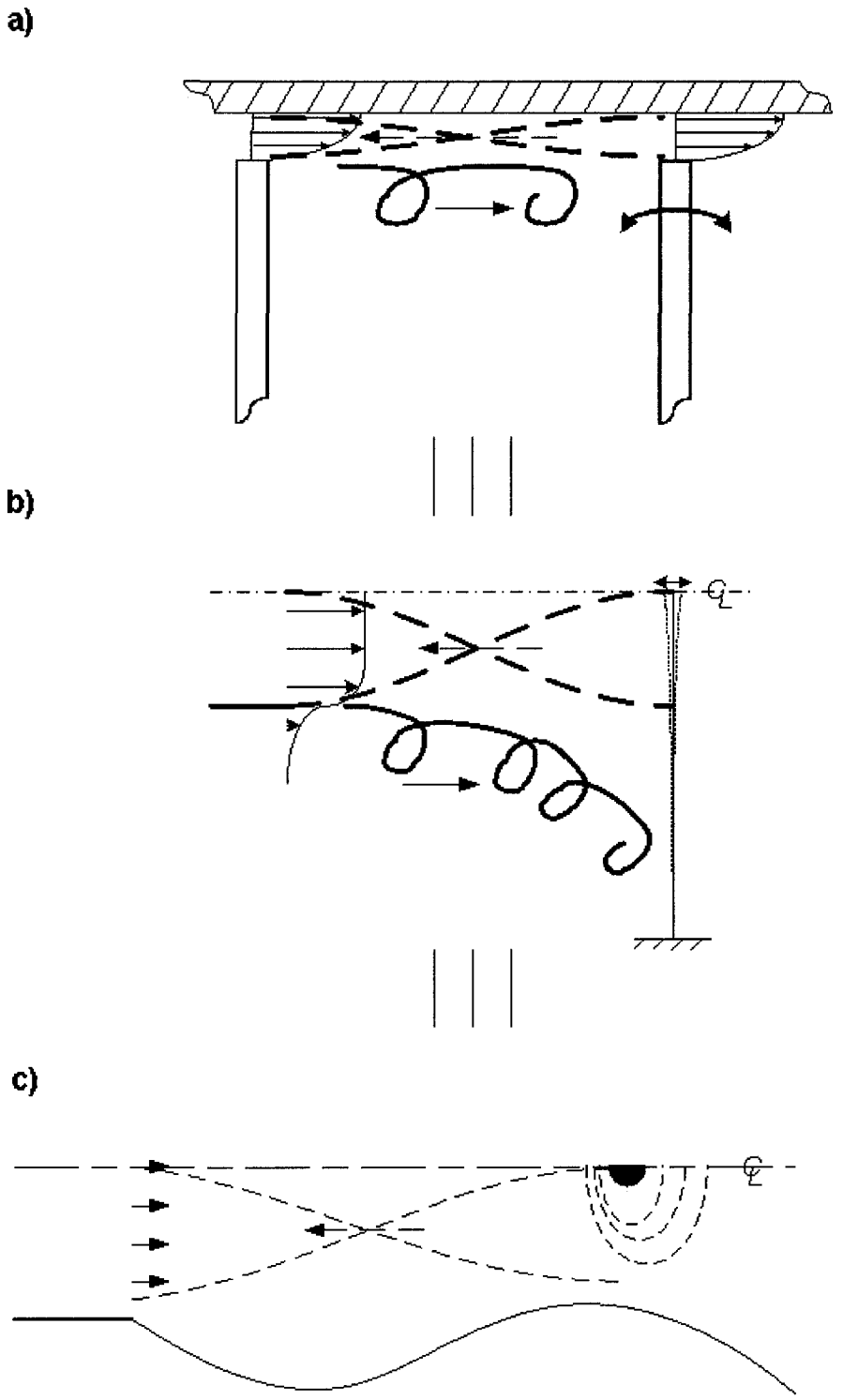

Figure I6. a) Résonance de l'écoulement de jeu dans les aubes de compresseurs b) Résonance d'un jet impactant sur une plaque flexible en vibration c) Modèle analytique d'une interface de mélange excitée par une source acoustique localisée dans l'écoulement à haute vitesse

Cette thèse est organisée de la façon suivante. Une revue de littérature critique sur le sujet de recherche est présentée au chapitre 1. Le chapitre 2 fait la synthèse de l'ensemble des articles, publiés ou soumis à des revues spécialisées, qui sont exposés de façon intégrale en annexe. La synthèse porte tant sur les aspects méthodologiques que sur les résultats obtenus. Un exemple d'application des aspects fondamentaux liés aux NSV et élucidés par cette recherche dans une proposition de méthode de conception conclut le chapitre 2. La méthode décrite fait partie d'un autre article, soumis et accepté à une conférence et dont les travaux ont été supervisés par l'auteur au cours de la présente recherche. La référence en est donnée au chapitre 1. Une discussion générale est élaborée au chapitre 3 avant de conclure et d'énoncer des recommandations suite à cette recherche.

CHAPITRE 1:
REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE

Le phénomène de NSV a été « plus ou moins » observé au cours des vingt dernières années par plusieurs manufacturiers de turbines à gaz. « Plus ou moins » parce que la distinction avec les différents types de flottement rencontrés dans les compresseurs axiaux de moteurs à turbines est parfois vague. Le cas du flottement classique a été traité en introduction et sa distinction avec les NSV est assez claire. Cependant, plusieurs autres types de flottement ont été rapportés dans l'histoire de l'industrie (Dowell E.H., Crawley E.F., Curtiss, Jr.H.C., Peters D.A., Scanlan R.H., Sisto F., 1995) comme le flottement lié au décrochage ou encore à l'étranglement des aubes. Il est donc possible que certains cas de NSV aient été confondus avec les différents types de flottement dans le passé. C'est au cours des quinze ou vingt dernières années que les NSV ont été caractérisées et distinguées du flottement. Un des premiers cas documentés de vibrations asynchrones provient de Baumgartner, Kameier, Hourmouziadis (1995). Les auteurs proposent un lien entre le phénomène d'Instabilités Rotatives (IR) et les vibrations asynchrones observées expérimentalement sur le premier rotor d'un compresseur multi-étage à haute pression. Les IR représentent un sujet de recherche assez populaire initié par les chercheurs allemands au cours des années 1990. Elles ont été étudiées surtout comme sources de bruit mais aussi soupçonnées d'être une source potentielle d'excitation pour les aubes de compresseurs (Liu, J.M., Holste, F., Neise, W., 1996; Kameier & Neise, 1997a; Kameier & Neise, 1997b; Mailach, R., Lehmann, I., Vogeler, K., 2001; Mailach, R., Sauer, H., Vogeler, K., 2001; März, J., Hah, C., Neise, W., 2002). Les IR sont modélisées comme étant une source de bruit instationnaire ($p = p(t)$), émanent du vortex en bout d'aube, qui est convectée dans la direction opposé à la rotation dans le repère relatif lié au rotor. Ce modèle général de l'excitation perçue par les aubes est illustré sur la figure 1.1a (Baumgartner *et al.* 1995).

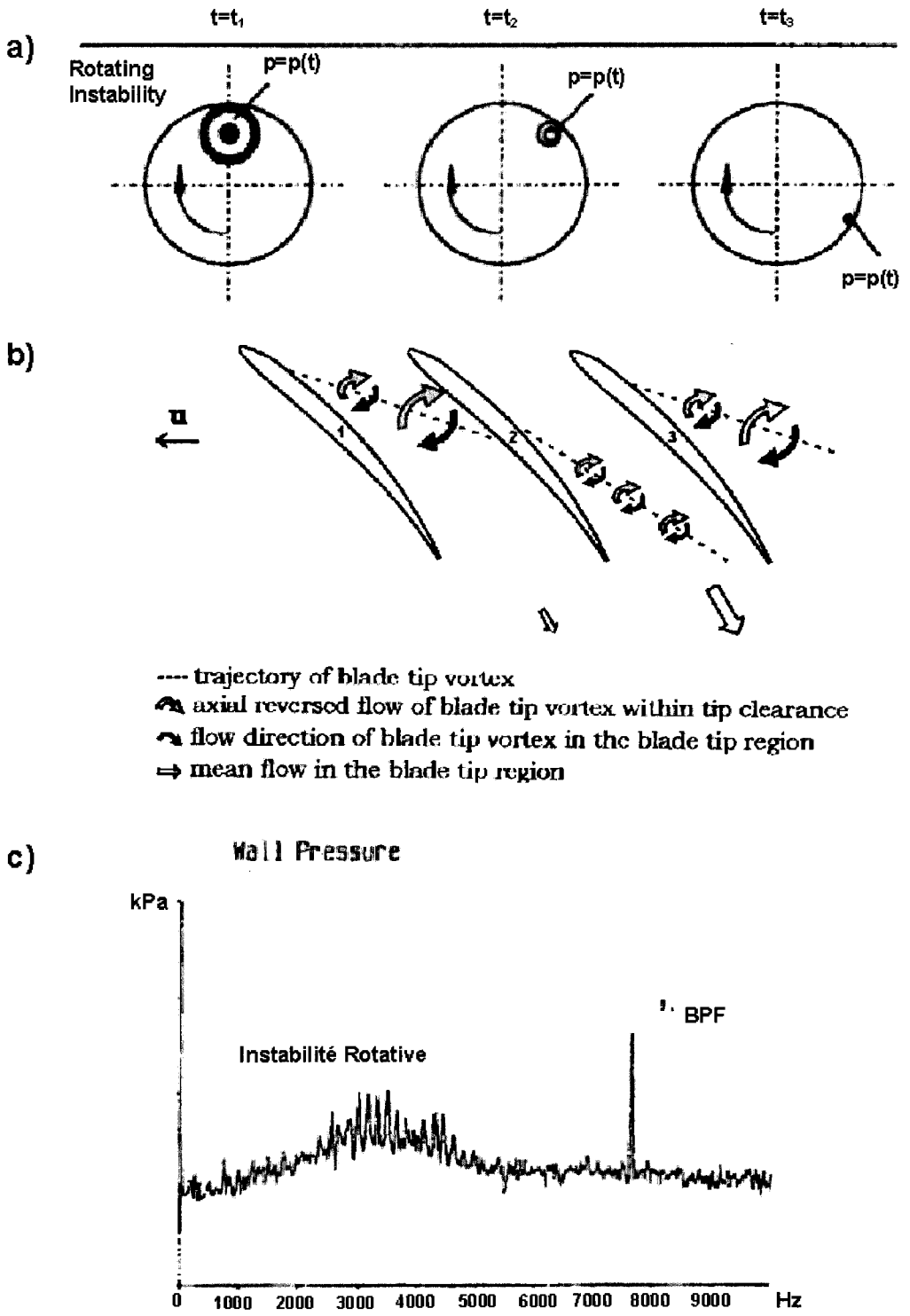

Figure 1. 1. a) Modèle général des IR (Baumgartner *et al.* 1995) b) Modèle Spécifique des IR (Mailach *et al.* 2001) c) Réponse fréquentielle en pression des IR (Baumgartner *et al.* 1995)

La figure 1.1b illustre le modèle plus spécifique des IR élaboré par Mailach *et al.* (2001). A haute charge aérodynamique, on conçoit le phénomène comme la modulation spatiale, sur deux aubes, de la trajectoire du tourbillon en bout d'aube en fonction du blocage induit par ce dernier. Finalement, la figure 1.1c illustre la signature en fréquence de la pression instationnaire mesurée au carter en bout d'aubes. Les Instabilités Rotatives produisent un niveau d'énergie sur une plage de fréquence assez large autour d'une valeur moyenne à environ la moitié de la fréquence liée au passage des aubes (*blade passing frequency* ou BPF).

Kameier & Neise (1997a) ont proposé une fréquence réduite, ou nombre de Strouhal, des IR. Il s'agissait d'une première ébauche qui permettait de capturer certaines sensibilités. En effet, la fréquence réduite élaborée varie en fonction du jeu et de la charge aérodynamique. Mailach, Sauer et Vogeler (2001) ont plus tard raffiné le calcul de la fréquence réduite des IR en une constante unique reliée aux conditions d'écoulement et aux paramètres géométriques de l'aube. Le modèle des IR ne considère pas le couplage avec le mouvement de l'aube. Les IR constituent en fait une évidence de la première caractéristique du phénomène de résonance à l'étude, c'est-à-dire le caractère instable de l'écoulement de jeu. La fréquence réduite des IR représente en fait le mode principal de l'instabilité en bout d'aube un peu à la façon du mode naturel d'un jet libre (Lucas, 1997). La figure 1.2 montre les principales caractéristiques visuelles et fréquentielles d'un jet libre sur un graphique de visualisation tiré de Culick (2001). À l'embouchure du jet, de très petites instabilités tourbillonnaires se forment à des fréquences réduites à l'échelle de l'épaisseur de la couche limite, générant une instationarité à haute fréquence, autour de un ordre de grandeur plus grande que les fréquences du mode privilégié. Ces petits tourbillons se mélangent rapidement pour former de plus grosses structures tourbillonnaires, observables sur toute la longueur du noyau potentiel du jet, de 5 à 7 fois sont diamètre pour un jet circulaire. Il s'agit du mode privilégié du jet, encerclé sur la figure, oscillant sur une plage de fréquence réduite, basée sur le diamètre, entre 0.3 et 0.5. Le mode privilégié du jet est analogique

aux IR de l'écoulement de jeu. D'ailleurs, leurs réponses fréquentielles sont d'allures générales très similaires comme en témoigne les figures 1.1c et 1.2. Le mode privilégié du jet peut potentiellement être forcé par une excitation, quelle qu'elle soit, qui parvient à atteindre l'embouchure de la tuyère pour synchroniser la formation des grosses structures vorticielles. L'excitation peut provenir d'une source forcée, comme un haut parleur en amont du jet dans les études de Tihon *et al.* (2005), ou d'une onde de rétroaction dans l'écoulement au repos (Ho & Nosseir, 1981), ou d'une structure en vibration dans l'écoulement en aval comme démontré dans cette recherche. À une distance du jet plus éloignée que la région de mélange, l'écoulement devient complètement développé et turbulent avec une bande fréquentielle très large comme illustré sur la figure.

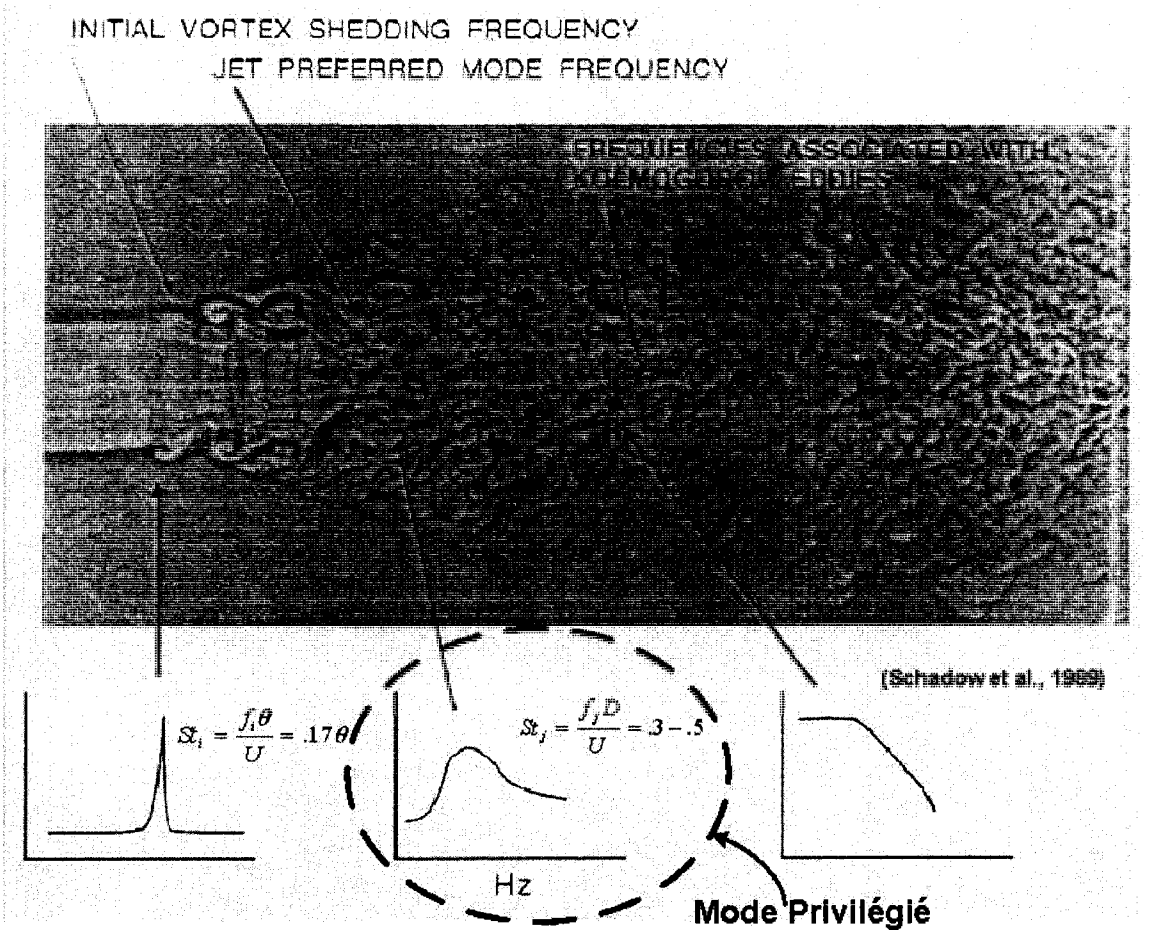

Figure 1. 2. Caractéristiques visuelles et fréquentielles du jet libre (Culick, 2001)

Comme le jet libre, les IR à elles seules n'entrent pas en résonance, un couplage avec la structure, comme pour un jet impactant sur une plaque (Ho & Nosseir, 1981) est requis. Donc, le modèle basé sur les IR ne peut expliquer le phénomène des NSV en soi, en particulier les changements soudains de modes et fréquences de vibration observés durant les NSV.

C'est un peu plus tard que les vibrations asynchrones, similaires à celles étudiées par Baumgartner *et al.* (1995), ont été identifiées par Kielb, Barter, Thomas et Hall (2003) et données l'appellation de « Non-Synchronous-Vibration » (NSV). Les auteurs ont identifié, de façon expérimentale, la sensibilité des NSV aux conditions d'opération et ont aussi établit un lien avec une instabilité provenant de l'écoulement de jeu à partir de simulations numériques. L'observation la plus importante de ces derniers travaux a été le changement soudain du mode et de la fréquence de vibration, mesurée de façon expérimentale, pour des conditions d'opération similaires du compresseur durant le phénomène de NSV. Une méthode d'analyse, pour des fins de conception des aubes, basée sur des simulations numériques simplifiées par la méthode « *harmonic balance* », a aussi été proposée par cette équipe de chercheurs (Spiker, M.A., Kielb, R.E., Hall, K.C., Thomas, J.P., 2008). En fait, on s'attend à ce que les codes modernes, avec mouvement du maillage, capturent le phénomène de couplage que l'on propose en autant que la simulation est conduite à la condition critique de NSV. C'est la détermination de cette dernière condition critique, au niveau de la conception avancée, qui constitue le défi premier de l'industrie et que cette recherche tente de solutionner.

Plusieurs auteurs ont étudié l'instationarité de l'écoulement de jeu relativement aux fluctuations de pression et de vitesse qui y sont associées toujours en lien avec le bruit ou comme excitation potentielle des structures. Entre autres März *et al.* (2002), Fukano & Jang (2003) anisi que Zhang, Lin, Chen, Deng & Huang (2006) ont tous identifié des évidences d'interaction entre la structure vorticielle de l'écoulement de jeu et les aubes adjacentes. A cet effet, Vo (2006) a observé une corrélation entre l'instationarité des

solutions numériques avec le refoulement de l'écoulement de jeu, ce dernier est un des critères trouvés nécessaires à l'initiation du décrochage tournant dans les compresseurs axiaux. Ce phénomène est observable lorsque la charge aérodynamique est élevée. Dans cette condition, la structure vorticielle de l'interface de mélange en bout de pale impacte les aubes adjacentes. Suite à ces observations, Vo (2006) propose d'étudier la dynamique des jets impactants afin d'élucider les fondements des vibrations asynchrones. La dynamique de l'écoulement, telle que proposée par Vo, a été également observée de façon expérimentale dans le cadre du décrochage tournant par Deppe, Saathoff & Stark (2005).

D'autres chercheurs se sont concentrés à identifier des coïncidences entre les fréquences naturelles des aubes avec des modes acoustiques des géométries environnantes comme les carters, les cavités ou les cascades. Owczarek (1984, 1992) suggère que les vibrations asynchrones sont liées à la réflexion d'ondes avec les stators en amont et en aval du rotor. Un très grand nombre de coïncidences peut ainsi être identifié. Dans l'expérience du rotor de compression décrit dans cet ouvrage, on s'assure que le rotor soit monté en isolation des stators normalement localisés en amont et en aval afin d'éliminer les possibilités de couplage, pour ainsi cerner le problème en lien avec les hypothèses de recherche. D'autres auteurs ont étudié les résonances des cascades basés sur les modes de Parker (Franklin, R.E., 1972; Koch, W., 1983). Leur théorie a été élaborée, plus tard, pour inclure les effets d'incidence et de compressibilité, s'identifiant comme la résonance aérodynamique (Dowell *et al.*, 1995). Plus récemment, Helmich & Seume (2006) ont trouvé des évidences de résonance du carter dans un compresseur axial haute-pression. Le mode du carter en question nécessite d'être réfléchi sur les stators en amont ou en aval afin de s'établir de façon permanente dans le carter. La plupart des théories basées sur les résonances acoustiques des géométries environnantes sont basées sur l'hypothèse que l'apport d'énergie provient du bruit large bande ou encore des émissions tourbillonnaires présentes de façon naturelle dans les

turbomachines. Le mécanisme de couplage entre les géométries résonantes et la source d'énergie instationnaire semble mal compris.

Tel que suggéré par Vo (2006), une revue des travaux antérieurs sur la dynamique des jets impactants est conduite. Ho & Nosseir (1981) ont caractérisé le phénomène de résonance des jets impactants. Essentiellement, lorsqu'un jet est éjecté dans un domaine au repos, une interface de mélange s'établit à la surface de cisaillement entre le noyau potentiel du jet et le fluide ambient. Près du jet, sur la longueur du noyau potentiel du jet (environ 7 fois le diamètre du jet pour un jet cylindrique), cette interface s'enroule pour former des anneaux vorticiels. Ces derniers sont plus ou moins définis et leur dimension suit une distribution relativement large autour d'une certaine valeur moyenne. Comme ces anneaux sont convectés à une certaine vitesse, et que les propriétés du fluide varient avec leur passage, il s'ensuit une fluctuation de ces mêmes propriétés du fluide. Cette fluctuation produit une instationarité à une fréquence donnée, il s'agit du mode privilégié du jet. La fréquence du mode privilégié du jet libre est définie sur une bande fréquentielle relativement large. La fréquence réduite, $St = fD/U$, du mode privilégié s'étend typiquement entre 0.3 et 0.5 avec f la fréquence, D le diamètre de la tuyère du jet cylindrique et U la vitesse moyenne du jet. Comme mentionné plutôt, on détermine la fréquence du mode privilégié du jet de façon similaire à la détermination de la fréquence des Instabilités Rotative (Mailach *et al.* 2001). Ces dernières représentent ni plus ni moins que le mode privilégié de l'écoulement de jeu.

Dans le cas du jet, lorsqu'on introduit une plaque rigide près de la sortie, c'est-à-dire à une distance inférieure à la longueur du noyau potentiel, l'impact des anneaux vorticiels sur la plaque génère des fluctuations acoustiques à la fréquence du mode privilégié du jet. Ces dernières se propagent dans le fluide ambient à la vitesse du son et vont éventuellement atteindre la sortie de la tuyère. Cette onde acoustique forme en fait une rétroaction entre la plaque et le jet. Lorsque la fréquence du jet et la distance entre la plaque et la sortie de la tuyère font en sorte que la fluctuation de l'onde de rétroaction est

maximum à l'embouchure du jet, il y a synchronisation de l'interface de mélange et de fortes amplifications de pression sont observées. Cette condition se produit lorsque la distance entre le jet et la plaque correspond à la longueur de l'onde rétroaction. On appelle ce phénomène la résonance du jet (Ho & Nossier, 1981).

La résonance du jet impactant constitue en fait un cas particulier d'oscillations d'interface de mélange impactant. Ces dernières existent dans un éventail de géométries et de configurations d'écoulements. Les oscillations d'interface de mélange impactants ont fait l'objet de plusieurs études expérimentales. Un sommaire exhaustif des résultats est présenté par Rockwell (1983) et le cas de la résonance de jet impactant, selon les travaux de Ho & Nossier (1981), en fait partie. Tous ces phénomènes font d'ailleurs partie intégrante du livre de Lucas (1997) qui traite spécifiquement de l'acoustique des cavités courantes dans les turbomachines. Howe (1997) a étudié une variété d'interfaces de mélange impactantes de façon analytique en assumant le nombre de Mach du jet infinitésimal ($M << 1$). Son modèle linéaire arrive à prédire les fréquences réduites des différentes configurations en accord avec les résultats expérimentaux disponibles.

Cette revue du sujet des interfaces de mélange, et plus particulièrement des jets impactants, s'est avérée très prometteuse quant à notre sujet de recherche. Le phénomène est si général et facile à prédire qu'il peut très bien être lié aux NSV. Cependant, on se rend compte rapidement par un calcul simple que la résonance ne peut exister en bout d'aubes, du moins pour le rotor à l'étude, si l'onde de rétroaction se propage à la vitesse du son.

Dans tous les travaux précédents, la rétroaction est toujours dans un écoulement relativement lent, ce qui n'est pas le cas de l'écoulement de jeu. La composante tangentielle de ce dernier est de l'ordre de Mach 0.5, dans l'axe de référence rotatif, aux conditions de NSV, ou plus généralement aux conditions des IR. Il faut donc considérer la vitesse de l'écoulement de jeu dans le calcul de l'onde de rétroaction. De plus, comme

la vibration de l'aube adjacente induit elle-même la rétroaction acoustique, la contrainte de déphasage nul entre la source acoustique et l'embouchure du jet requise dans le cas de la plaque rigide (Ho & Nossier 1981) disparaît. Ainsi, d'après le mécanisme proposé d'un jet impactant sur une plaque flexible en vibration, une demi-longueur d'onde de rétroaction, se propageant en amont de l'écoulement, suffit à causer la résonance. En modélisant ainsi la mécanique du fluide aux conditions de NSV, on arrive à en prédire la vitesse critique d'occurrence pour le rotor à l'étude.

Aucune recherche préalable documentée sur la résonance de jets, ou plus généralement sur les oscillations d'interface de mélange impactant sur des structures flexibles n'a pu être soulevée. Au mieux, la littérature nous permet de se convaincre qu'une interface de mélange est sensible à une excitation acoustique localisée dans l'écoulement en amont de l'embouchure du jet. Ceci a été démontré expérimentalement par Hwang & Cho (2003) et Tihon, Vejrazka, Marty, Sobolik (2005) lors d'études portant sur l'optimisation du transfert de chaleur des jets impactants par le contrôle de la turbulence. La sensibilité du jet, ou de l'interface de mélange, à l'excitation d'une source dans l'écoulement est aussi confirmée par les études analytiques et numériques respectives de Kerschen (1997) et de Barone & Lele (2005). Selon leurs résultats, la réponse du jet à l'excitation est possible, pour une source dans l'écoulement, lorsque cette dernière est localisée près de l'embouchure du jet. Ces études ne capturent pas la périodicité spatiale de la réponse forcée résonante de l'interface en fonction de la distance en aval de la source.

Finalement, ce n'est que suivant les résultats et conclusions de la présente recherche que Drolet, Thomassin, Vo et Mureithi (2009) proposent une méthode de conception qui met en application les principes physiques sous-jacents aux NSV combinés à une simulation numérique instationnaire avec maillage actif.

CHAPITRE 2:
VÉRIFICATION DES HYPOTHÈSES DE RECHERCHE

C'est à partir de l'état de l'art décrit au chapitre précédent que les travaux de cette recherche ont été conduits afin de faire progresser la compréhension sur la réponse forcée des interfaces de mélange à une excitation localisée en aval dans l'écoulement. L'application de cette mécanique de base permet en plus d'élucider les fondements de la dynamique des fluides liés au problème de vibrations asynchrones. Des méthodes d'analyses et des règles de conception pourront être tirées de cette compréhension plus approfondie de la physique sous-jacente au problème.

2.1 – Réponse résonante d'un jet impactant sur une structure en vibration

Les détails complets de la méthode, des résultats et conclusions de cette première étape de la recherche sont présentés à l'annexe 1 dans un article, d'abord présenté à la conférence ASME Turbo Expo 2007 et publié dans le « ASME Journal of Turbomachinery » et intitulé « Blade Tip Clearance Flow and Compressor NSV : The Jet Core Feedback Theory as the Coupling Mechanism », dont un sommaire est présenté ici.

Il est opportun à ce stade-ci, d'effectuer un retour sur le mécanisme de résonance des jets impactants. Lorsqu'une plaque rigide est insérée près de l'embouchure, l'impact des structures vorticielles du mode privilégié génère une onde acoustique de rétroaction. La longueur de cette dernière est inversement proportionnelle à sa fréquence d'oscillation, qui elle est proportionnelle à la vitesse du jet ($f=StU/D$). Comme l'illustrent les figures 2.1a et 2.1b, pour une distance entre l'embouchure du jet et de la plaque donnée (L), le jet doit atteindre une certaine vitesse critique (M) pour que la longueur d'onde de rétroaction (λ_c) égale la distance de la plaque. L'angle de propagation de l'onde de rétroaction, par rapport à l'axe du jet (Ho & Nosseir, 1981), relativement faible, est omis dans la démonstration pour des raisons de simplicité. La figure 2.1c montre la réponse

fréquentielle de la pression instationnaire mesurée sur la plaque à l'endroit marquée par le point de la figure 2.1a pour le jet à Mach 0.5. Il s'agit d'un cas non-résonant, et le spectre de fréquence demeure assez large autour de la fréquence du mode privilégié du jet. La figure 2.1d montre la réponse fréquentielle résonante de la pression instationnaire mesurée au même endroit pour le jet à Mach 0.8. On remarque l'importante amplification de pression à la fréquence de résonance alors que l'énergie des fréquences environnante a diminué en comparaison à la réponse en pression du cas non-résonant à Mach 0.5.

L'énergie totale du sytème demeure donc à peu près constante que le jet soit résonant ou non. L'onde de rétroaction synchronise la génération des structures vorticielles à l'embouchure du jet et concentre l'énergie de cisaillement sur une bande fréquentielle très étroite causant ainsi la résonance du jet. Ho & Nosseir (1981) ont aussi démontré l'importance de la relation de phase entre la fluctuation des structures impactantes et de l'onde de rétroaction à l'embouchure du jet. En effet, les auteurs on démontré que ces deux fluctuations, dont les fréquences sont liées par la vitesse du jet, doivent être en phase, c'est-à-dire qu'une longueur complète de l'onde de rétroaction et de ses super-harmoniques correspond à la distance de la plaque, pour générer la résonance. Ceci impose une contrainte sur l'onde de rétroaction, et par le fait même sur la vitesse critique du jet à une distance de plaque donnée, qui doit être complète. En d'autres termes, le couplage n'a pas été démontré pour une combinaison de vitesse de jet et de distance de plaque lorsque qu'une demi-longueur de l'onde de rétroaction correspond à la distance de la plaque.

Comme mentionné précédemment, en appliquant l'analogie du jet impactant sur une plaque rigide à la vitesse tangentielle de l'écoulement de jeu et à la distance inter-aubes du compresseur, on n'arrive pas à prédire les conditions de NSV. Ces dernières surviennent avec une vitesse de jet équivalent de la vitesse de l'écoulement de jeu d'aube, qui est typiquement de l'ordre de Mach 0.5 dans l'axe de référence rotatif.

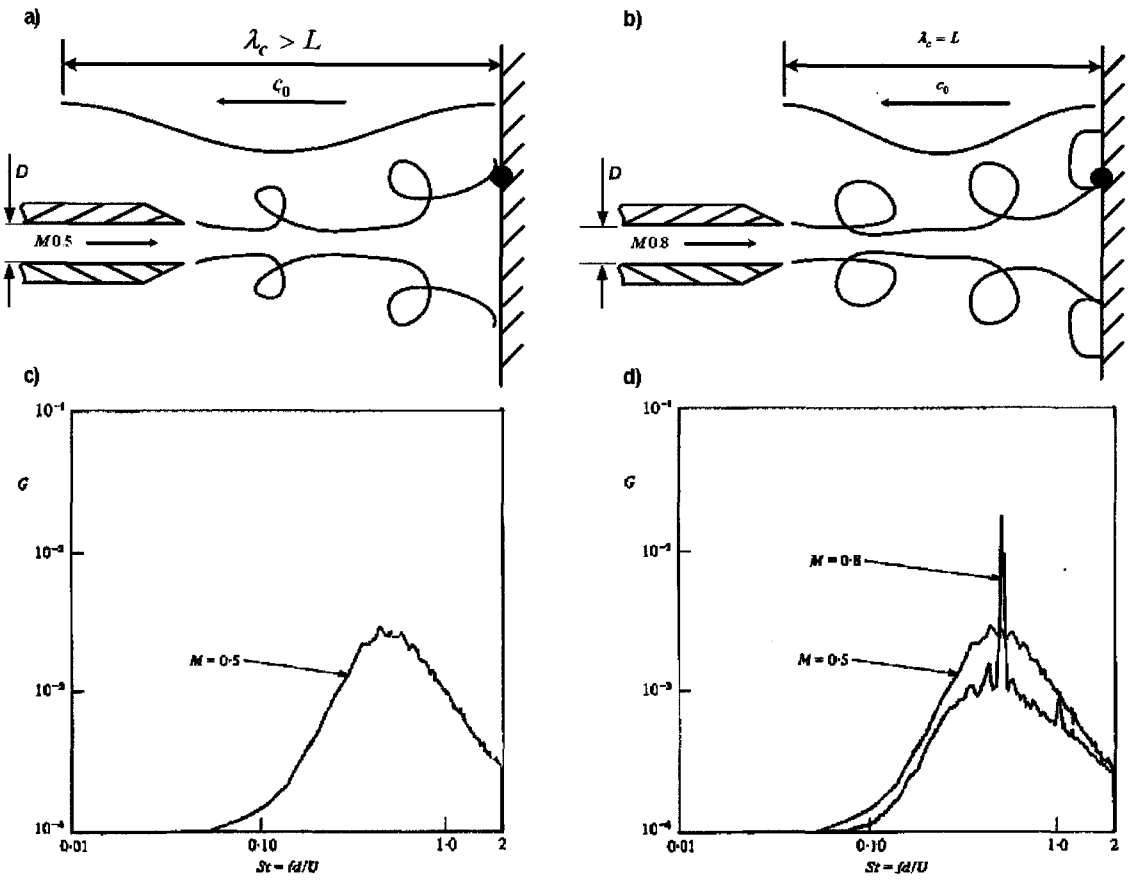

Figure 2. 1.a) Jet non-résonant à M0.5 (L/D=4) b) Jet résonant à M0.8 (L/D=4) c) Réponse fréquentielle du jet non-résonant M0.5 d) Réponse fréquentielle du jet résonant à M0.8 comparée à la réponse non-résonante à M0.5.

On peut par contre supposer que la plaque est flexible et en vibration, selon un mode ayant un maximum de déplacement en son centre, son mouvement induirait également une onde acoustique pouvant se propager dans le noyau potentiel du jet, ce qui n'est pas le cas pour une plaque rigide, son centre étant un point de stagnation sans aucune fluctuation. Dans cette situation, une toute autre dynamique de couplage prendrait place. D'abord, la vitesse de propagation de l'onde de rétroaction serait réduite par la vitesse du jet, contrairement au cas d'une plaque rigide où l'onde acoustique de rétroaction se propage dans le fluide au repos. De plus, la contrainte de phase sur la rétroaction disparaît également et une demi-longueur d'onde suffit à causer la résonance puisque la

fréquence des fluctuations, générée par la vibration de la plaque, ne dépend pas directement de la vitesse du jet comme dans le cas d'une plaque rigide.

En utilisant ces hypothèses appliquées à l'écoulement de jeu et à la géométrie du compresseur à l'étude, on arrive à prédire les conditions critiques de NSV.

Avant de se lancer dans un essai expérimental sur le rotor de compresseur lui-même basé simplement sur ce calcul, une expérimentation simplifiée pouvant démontrer le couplage d'une interface de mélange impactant sur une structure en vibration est requise. Le jet impactant sur une plaque en vibration, qui est un cas particulier d'une interface de mélange impactant sur une structure flexible en vibration, semble tout désigné pour y arriver. La résonance d'un jet sur une plaque flexible en vibration n'a jamais été observée. Ceci nous amène à la première étape de ces travaux qui consiste à vérifier la première hypothèse de recherche formulée en introduction et reprise ici:

2.1.1 Hypothèse de recherche no. 1 et résultats attendus

Un jet impactant sur une structure flexible en vibration entre en résonance à une vitesse de jet inférieure à celle causant la résonance du jet impactant sur une structure rigide.

La figure 2.2 illustre le comportement attendu. La vitesse de propagation de l'onde de rétroaction dans l'écoulement est réduite à la différence entre la vitesse sonore locale et la vitesse du jet ($U_B=c_0-U$ *où* $U=Mc_0$).

Il est donc possible que sa longueur d'onde corresponde à la distance de la plaque ($\lambda_B = L$) à une vitesse du jet inférieure à la vitesse critique causant la résonance du jet sur une plaque rigide ($M < M_c$) pour une distance de la plaque donnée. La longueur de l'onde de rétroaction dans le fluide stagnant est représentée par le symbole λ_c pour fin de référence. Comme l'excitation provient de la plaque, la contrainte de phase nulle entre la source de l'onde de rétroaction et la formation des tourbillons à l'embouchure du jet ne

devrait plus s'appliquer. On s'attend donc à observer la résonance du jet pour une distance de plaque d'une demi-longueur d'onde de rétroaction, à une vitesse donnée du jet. La demi-longueur d'onde de rétroaction est aussi illustrée par la ligne hachurée sur la figure 2.2.

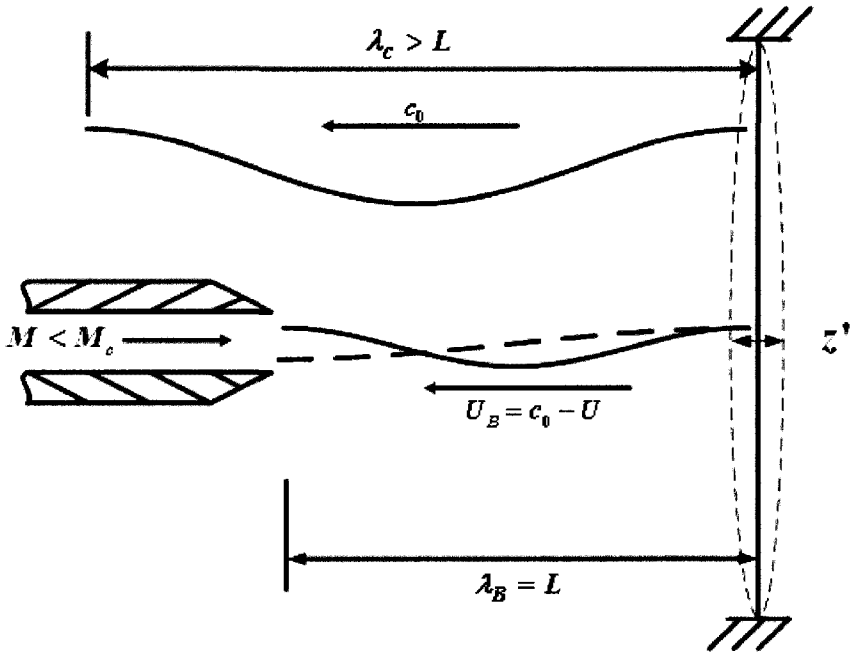

Figure 2. 2. Comportement résonant attendu du jet impactant sur une plaque flexible en vibration

2.1.2 Méthodologie

La méthode expérimentale consiste à caractériser la réponse aérodynamique d'un jet impactant sur une plaque flexible en vibration forcée. Les éléments du montage physique sont illustrés sur la figure 2.3.

Le montage consiste en une plaque circulaire installée sur le mur d'une chambre d'essai. La plaque est flexible mais assez rigide pour supporter la force du jet. La plaque est attachée de façon rigide à son support circonférentiel. L'épaisseur et la méthode d'attachement de la plaque sont choisies pour obtenir un mode de vibration d'assez large amplitude en son centre. Ceci afin de générer la rétroaction sur la ligne centrale de

l'écoulement et aussi pour que la fréquence naturelle de la plaque soit rapprochée de celle du mode privilégié du jet autour d'une vitesse de Mach 0.4. La vibration de la plaque est forcée par un oscillateur mécanique monté de façon à exciter le mode d'intérêt.

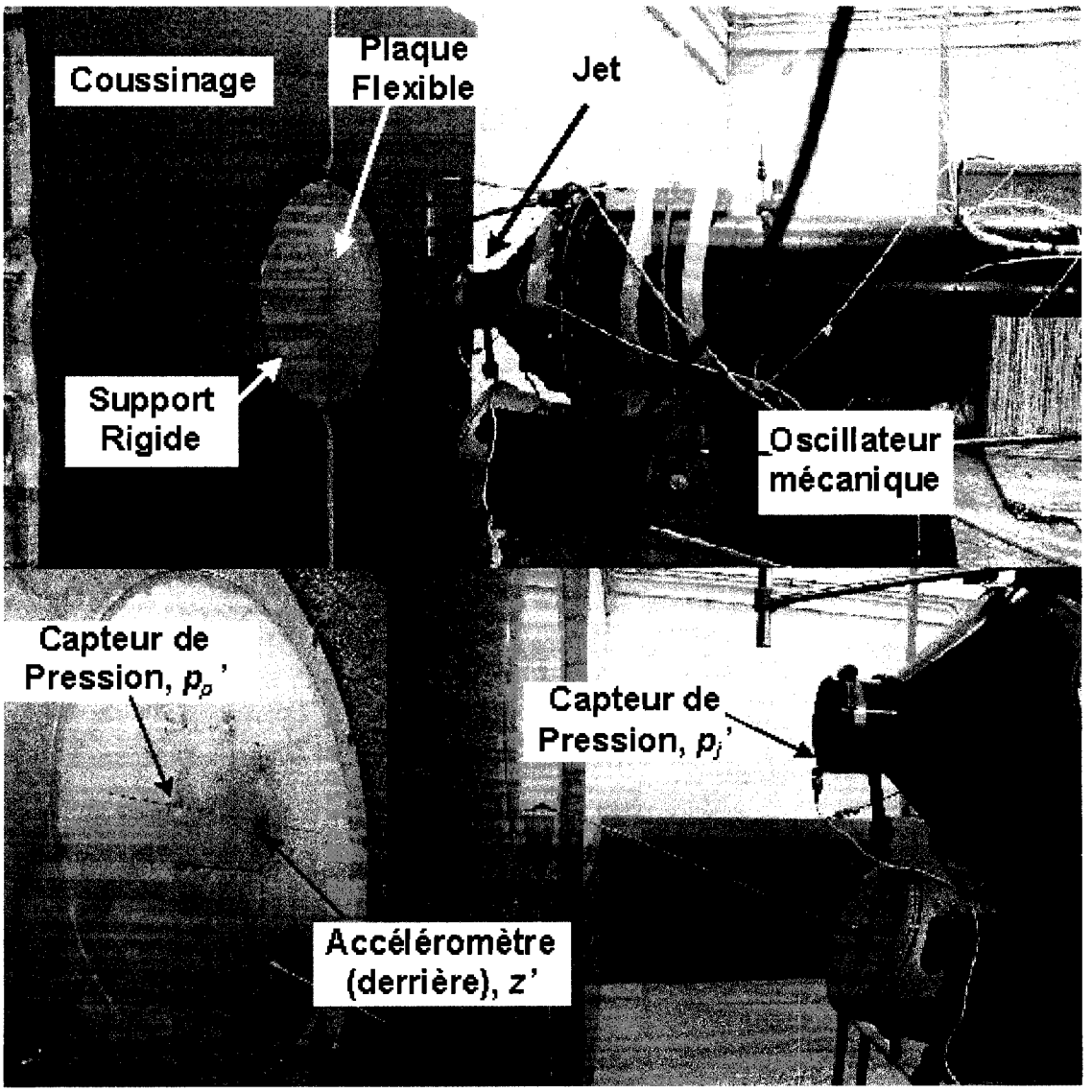

Figure 2. 3. Montage experimental jet-plaque-flexible

Le jet utilisé a une embouchure de 63.5 mm. Il est précédé d'une chambre où les conditions de stagnation de pression et température sont mesurées. Deux stations de redressement de l'écoulement sont également installées en amont de la chambre. La distance entre le jet et la plaque est ajustée en variant le point d'encrage du jet.

L'instrumentation principale est relativement simple. Elle consiste en des mesures de pressions instationnaires, une localisée sur la plaque et l'autre à l'embouchure du jet. Un accéléromètre est aussi monté au centre de la plaque. Le tableau 2.1 donne les détails de l'instrumentation de l'essai jet-plaque-flexible.

Description/Rayon/Position Angulaire/Location Axiale	**Plage**	**Bande passante**
Microphone au dessus du jet /(D/2)/0°/(L/4)	**150 dB**	**10 kHz**
Microphone au dessus du jet /(D/2)/0°/(L/2)	**150 dB**	**10 kHz**
Microphone au dessus du jet /(D/2)/0°/(3L/4)	**150 dB**	**10 kHz**
Jauge de contrainte plaque/2.15D/45°/L	**1000 $\mu\varepsilon$**	**10 kHz**
Jauge de contrainte plaque/2.15D/135°/L	**1000 $\mu\varepsilon$**	**10 kHz**
Jauge de contrainte plaque/2.15D/225°/L	**1000 $\mu\varepsilon$**	**10 kHz**
Jauge de contrainte plaque/2.15D/315°/L	**1000 $\mu\varepsilon$**	**10 kHz**
Pression instationnaire plaque/1.25D/240°/L	**25 psia**	**10 kHz**
Pression instationnaire jet/(D/2)/180°/0	**25 psia**	**10 kHz**

Tableau 2. 1. Instrumentation de l'essai jet-plaque-flexible

L'essai consiste à varier la vitesse du jet en maintenant la plaque en vibration. On mesure l'amplification de pression sur la plaque relativement à la pression à l'embouchure du jet. La vitesse critique de résonance du jet est établie au point d'amplification maximum. L'essai est répété à différentes distances de la plaque. Les évidences de l'onde de rétroaction sont obtenues en comparant la phase entre l'accéléromètre et la pression de l'embouchure du jet. La pression de l'onde de rétroaction sur la plaque est nécessairement en phase avec son mouvement mesuré au point central de stagnation et où la condition de non-glissement s'applique.

2.1.3 Résultats et discussion

D'abord, la résonance a été observée pour les trois distances jet-plaque évaluées, soit *L/D = 2.52, 4.75 et 4.92*. Les vitesses de jet respectives de résonance étaient toutes inférieures à Mach 0.65 soit Mach 0.36, 0.38 et 0.37. Les résultats obtenus sont repris sur la figure 2.4.

Ensuite, la phase mesurée entre le mouvement de la plaque et la pression instationnaire à l'embouchure du jet était conforme avec la prédiction. Celle-ci obtenue à partir du calcul de la longueur d'onde de rétroaction se propageant à la vitesse du son moins la vitesse du jet. La phase pour le cas de distance *L/D = 2.52* était de 180° (demi longueur d'onde) alors qu'elle était de 0° pour les 2 autres cas plus éloignés. La figure 2.5 illustre les résultats des mesures de phase de l'onde de rétroaction en fonction de la prédiction basée sur la propagation à vitesse réduite de l'onde acoustique. Ceci démontre que lorsque l'onde acoustique de rétroaction provient d'une structure en vibration, la résonance est possible lorsque la distance entre le bord de fuite de séparation et la structure d'impact correspond à une demi-longueur de l'onde de rétroaction. Ceci est contraire au cas d'un jet impactant sur unes structure rigide ou seulement la distance entre le jet et la plaque équivalente à une longueur complète de l'onde de rétroaction se propageant dans le fluide au repos cause la résonance du jet (Ho & Nosseir, 1981).

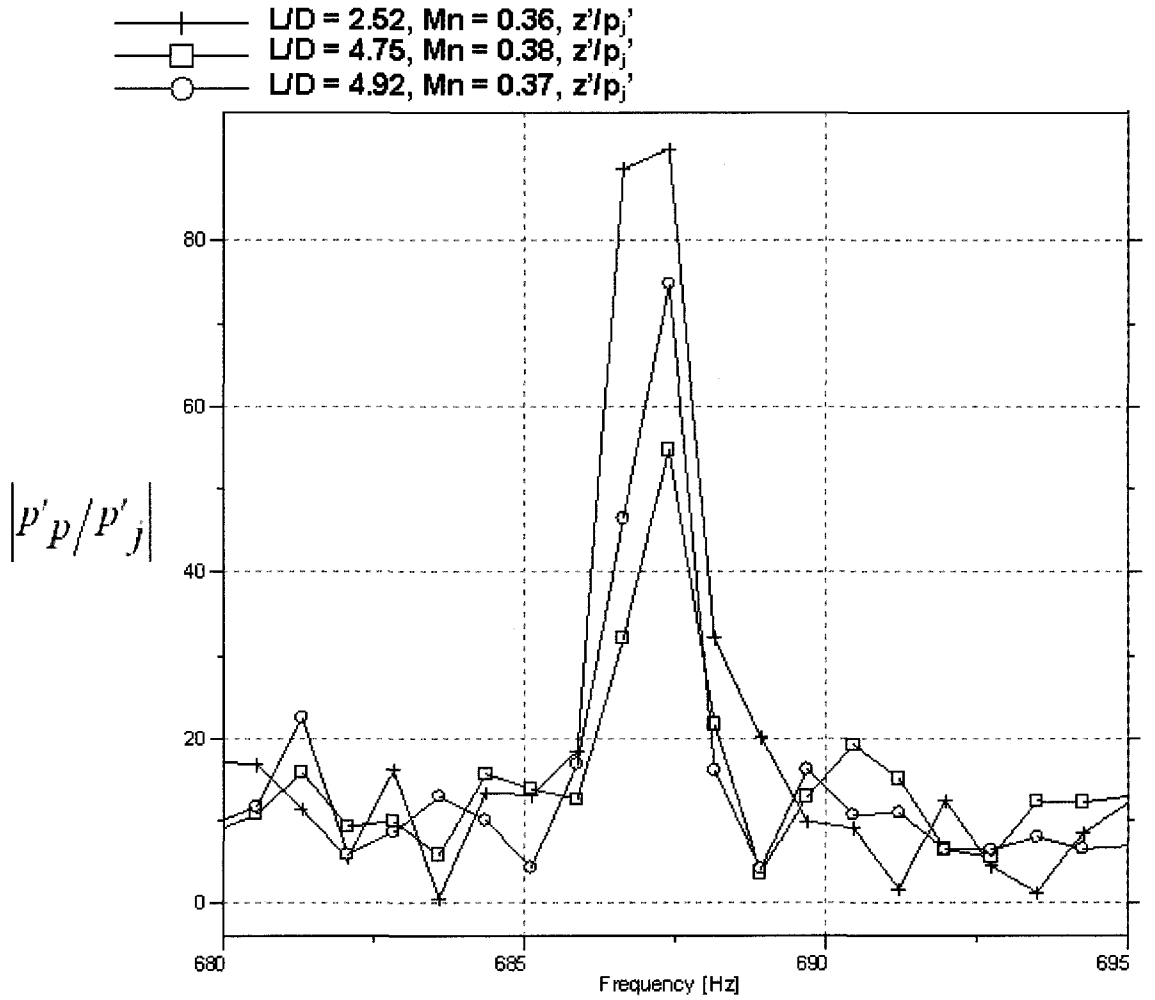

Figure 2. 4. Réponse résonante du jet impactant sur un plaque flexible en vibration

Ces observations permettent de vérifier la première hypothèse de recherche, soit que le jet impactant sur une structure flexible en vibration entre en résonance à une vitesse de jet inférieure à celle causant la résonance sur une plaque rigide. Il s'agissait en fait de la première démonstration de la résonance d'un jet impactant à une vitesse inférieure à Mach 0.65. Le corollaire de l'hypothèse, concernant la relation de phase entre la source d'excitation du jet, a aussi été démontré en observant la résonance avec la distance jet-plaque diminué de moitié et où une évidence du déphasage de 180° a été mesurée.

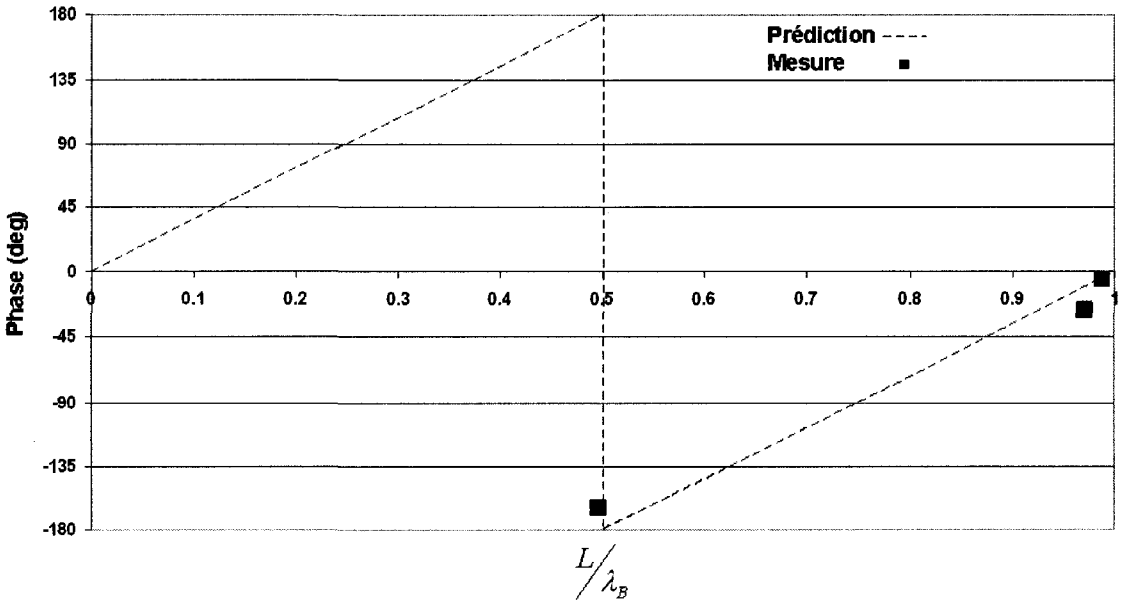

Figure 2. 5. Prédiction et mesure de la phase de l'onde de rétroaction propagée à vitesse réduite

À partir des résultats, le modèle de résonance de l'écoulement de jeu, tel que présenté à la figure I5b, a été élaboré selon l'analogie de l'écoulement de jeu, aux conditions de NSV, avec un jet impactant sur une plaque flexible en vibration. L'interface de mélange entre les écoulements de jeu et principal est similaire à celle formée à l'embouchure du jet tandis que la distance inter-aubes du rotor de compresseur est analogique à la distance jet-plaque. L'écoulement de jeu est analogique au jet avec la nuance que, par l'arrangement géométrique, sa vitesse moyenne correspond à une fraction de la vitesse en bout d'aube (U_{tip}), typiquement $U_{tip}/2$, dans l'axe de référence rotatif. Le modèle est par la suite validé de façon statistique non seulement avec le rotor à l'étude mais aussi avec le rotor de Baumgartner *et al.* (1995) pour lequel les données sur la géométrie, fréquence de vibration et vitesse critique d'occurrence des vibrations asynchrones étaient disponible. Le mécanisme proposé peut aussi expliquer les changements soudains de mode et de fréquence de vibration observé par Kielb *et al.* (2003) à des conditions d'opération très rapprochées. Il s'agit que les fréquences naturelles de vibration des différents modes soient séparées d'un facteur entier et on peut très bien imaginer les

super-harmoniques de l'onde de rétroaction s'établir dans la distance inter-aubes et synchroniser l'interface de mélange à cette fréquence. Il s'agit en fait d'un phénomène assez commun rencontré dans les oscillations d'interface de mélange impactants appelé « *staging* » (Rockwell, 1983).

Ces résultats ont fourni assez d'assurance pour procéder à la vérification de la deuxième hypothèse de recherche et dont le montage expérimental est plus complexe puisqu'il implique des pièces et de l'instrumentation en rotation rapide.

2.2 – Résonance de l'écoulement de jeu sous-jacente aux vibrations asynchrones

Les détails complets de la méthode, des résultats et conclusions de cette deuxième étape de la recherche sont élaborés à l'annexe 2 dans un article, d'abord présenté à la conférence ASME Turbo Expo 2008 sous le titre « Experimental Demonstration of the Tip Clearance Flow Resonance behind Compressor Non-Synchronous Vibration ». Après quelques corrections, l'article a été accepté pour publication par le « ASME Journal of Turbomachinery » avec le titre « Tip Clearance Flow Resonance behind Axial Compressor Non-Synchronous Vibration », dont un sommaire est présenté ici.

Cette seconde étape importante de la recherche vise à vérifier la deuxième hypothèse de recherche élaborée en introduction et dont l'énoncé est repris ici :

2.2.1 Hypothèse de recherche no. 2 et résultats attendus

La résonance de l'écoulement de jeu est le phénomène fondamental sous-jacent aux NSV.

Le phénomène de vibrations asynchrones est initialement apparu sur le rotor installé dans le moteur complet. Dans l'essai du rotor isolé, plusieurs interactions hypothétiques, comme le couplage avec les stators en amont et en aval par exemple, sont absentes. Ceci est voulu afin d'isoler la résonance de l'écoulement de jeu comme cause principale du

problème. Donc, le fait de générer des niveaux de contraintes vibratoires sur les aubes, comparables à ceux observés dans le moteur, représente en soi un accomplissement majeur.

Une fois les hautes vibrations reproduites, on s'attend à mesurer les plus hautes vibrations aux conditions prédites selon le mécanisme de résonance élaboré et démontré au cours de la première étape de la recherche. La condition de résonance, pour l'onde de rétroaction fondamentale ($n=1$), est décrite par l'équation 2.1. En principe, les plus hauts niveaux de vibration mesurés devraient l'être lorsque le point d'opération du compresseur est tel que la condition de résonance est vérifiée, c'est-à-dire que la vitesse de propagation de l'onde de rétroaction (c_0-U_F) égale au double du produit de la distance inter-aube et de la fréquence de vibration de l'aube, $2sf_b$ selon l'équation 2.1a. Cette dernière peut aussi être reformulée pour prédire la vitesse critique d'occurrence des NSV selon l'équation 2.1b. L'équation fait intervenir les paramètres de vitesse tangentielle de convection de l'interface de mélange en bout d'aube, la fréquence naturelle de vibration de l'aube, la température dans la région du bout d'aube et la distance inter-aube.

$$\frac{(c_0 - U_F)}{2sf_b} = 1 \tag{2.1a}$$

$$\frac{U_{tipc}}{\sqrt{T_{tip}}} = k\left(\sqrt{\gamma R} - \frac{2sf_b}{n\sqrt{T_{tip}}}\right) \tag{2.1b}$$

où U_{tipc} est la vitesse critique, en bout d'aube, d'occurrence de NSV, T_{tip} est la température de l'écoulement en bout de l'aube, k est l'inverse de la vitesse tangentielle de convection de l'interface de mélange normalisée par la vitesse du bout de l'aube U_{tip}/U_F, γ le ratio des chaleurs spécifiques de l'air, R la constante des gaz, s la distance inter-aube, f_b la fréquence de vibration de l'aube et n un entier qui définit le numéro d'harmonique de l'onde de rétroaction.

On s'attend aussi à trouver des évidences du phénomène de « *staging* » de l'onde de rétroaction, en lien avec ses super-harmoniques.

2.2.2 Méthodologie

La méthode expérimentale consiste à conduire des études de sensibilité des paramètres principaux influençant la résonance selon l'équation 2.1. Ces paramètres sont en fait le jeu d'aube (k), la vitesse de rotation (U_{tip}), la charge aérodynamique des aubes et la température d'opération (T_{tip}). La figure 2.6a illustre une vue en coupe méridionale de la section d'essai. Le rotor est monté en isolation des stators normalement environnants. On prend avantage de l'angulation en bout d'aube pour varier le jeu en déplaçant le carter axialement. La charge aérodynamique est variée en modulant le débit avec une valve en aval à la sortie du compresseur. La température d'opération est contrôlée par un système de chauffage dans les conduits d'entrée. Le système de chauffage et la valve ne sont pas montrés sur la figure. On prévoit aussi l'installation optionnelle de doigts de distorsion qui seront utilisée pour exciter d'autres fréquences naturelles de l'aube et ainsi obtenir des évidences du phénomène de « *staging* ».

L'instrumentation principale consiste en des jauges de contraintes et des capteurs de pression instationnaire montés sur les aubes en rotation. Les signaux rotatifs sont transmis par des anneaux de contact. Le carter comprend aussi des capteurs de pression instationnaire ainsi que des thermocouples pour obtenir la température du fluide en bout d'aube. Les tableaux 2.2 et 2.3 présentent les détails respectifs de l'instrumentation statique et rotative de la section d'essai. Les numéros d'aubes instrumentées, les positions des jauges de contraintes liées au mode de vibration d'intérêt ainsi que la position des capteurs de pression sur une des aubes sont illustrés en exemple sur la figure 2.6a. La figure 2.7 montre la réalisation physique du montage sur laquelle les éléments important visibles sont identifiés.

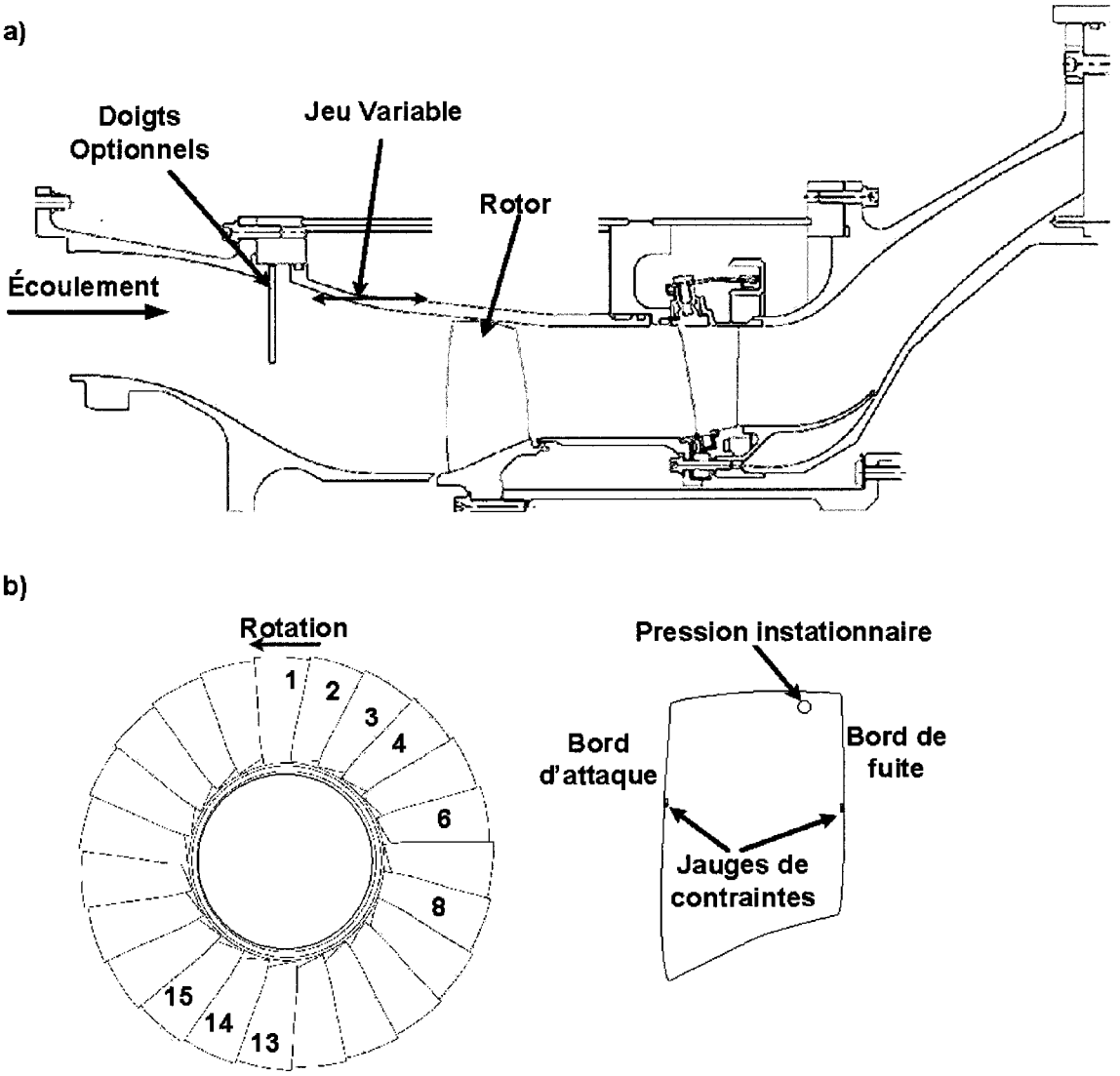

Figure 2. 6. a) Coupe méridionale de la section d'essai b) Instrumentation rotative

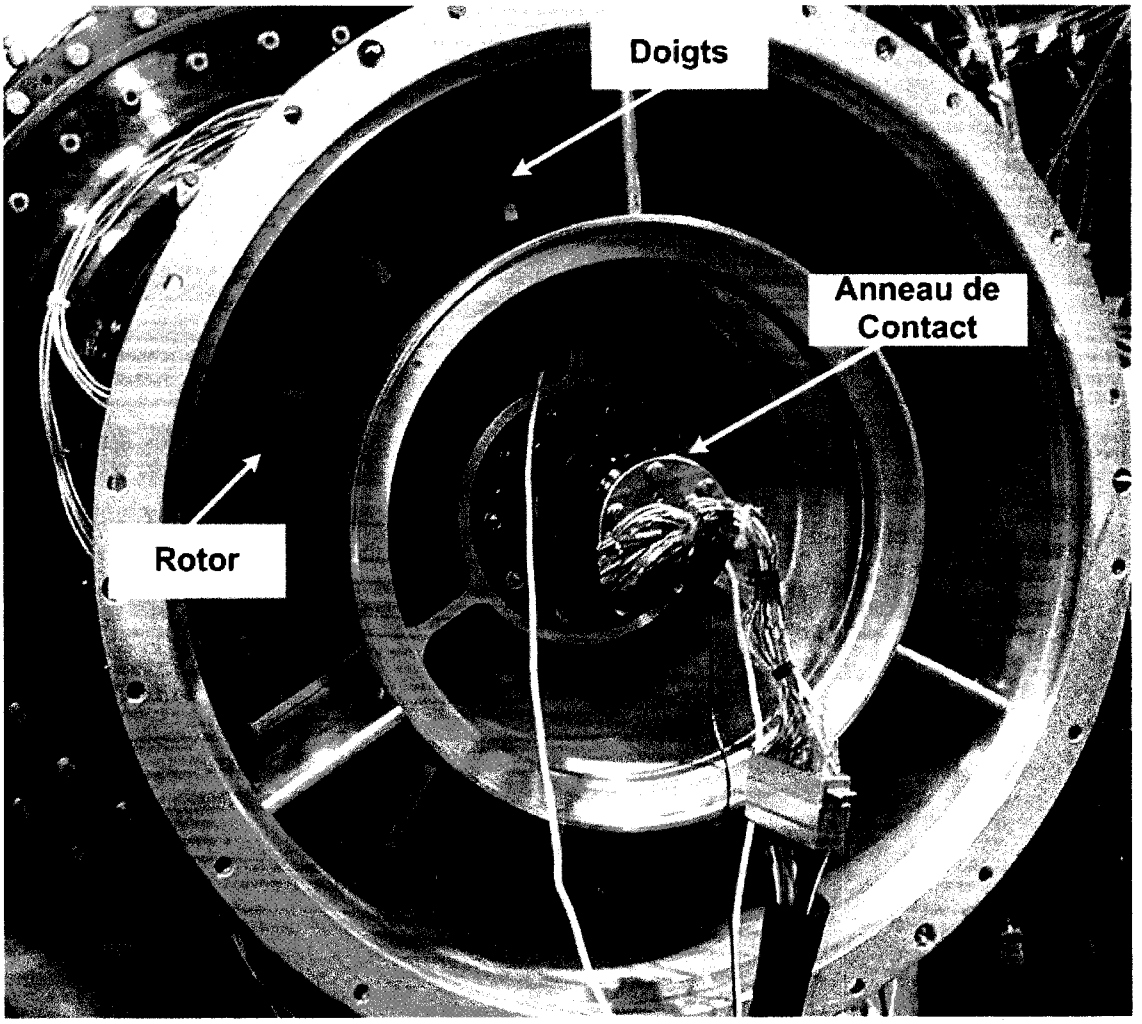

Figure 2. 7. Montage expérimental du rotor de compresseur

Description/Alignement Axial/Position Angulaire	Plage	Bande passante
Pression statique au carter/Bord d'attaque/0°	**15 psia**	**20 Hz**
Pression statique au carter/Milieu de corde/0°	**25 psia**	**20 Hz**
Pression statique au carter/Bord de fuite/0°	**50 psia**	**20 Hz**
Pression statique au carter/Bord d'attaque/90°	**15 psia**	**20 Hz**
Pression statique au carter/Milieu de corde/90°	**25 psia**	**20 Hz**
Pression statique au carter/Bord de fuite/90°	**50 psia**	**20 Hz**
Pression statique au carter/Bord d'attaque/180°	**15 psia**	**20 Hz**
Pression statique au carter/Milieu de corde/180°	**25 psia**	**20 Hz**
Pression statique au carter/Bord de fuite/180°	**50 psia**	**20 Hz**
Pression statique au carter/Bord d'attaque/240°	**15 psia**	**20 Hz**
Pression statique au carter/Milieu de corde/240°	**25 psia**	**20 Hz**
Pression statique au carter/Bord de fuite/240°	**50 psia**	**20 Hz**
Pression statique instationnaire/Bord d'attaque/0°	**15 psia**	**25 kHz**
Pression statique instationnaire/Milieu de corde/0°	**25 psia**	**25 kHz**
Pression statique instationnaire/Bord de fuite/0°	**50 psia**	**25 kHz**
Pression statique instationnaire/Bord de fuite/3°	**50 psia**	**25 kHz**
Pression statique instationnaire/Bord de fuite/6°	**50 psia**	**25 kHz**
Pression statique instationnaire/Bord de fuite/9°	**50 psia**	**25 kHz**
Pression statique instationnaire/Bord de fuite/12°	**50 psia**	**25 kHz**
Pression statique instationnaire/Bord d'attaque/180°	**15 psia**	**25 kHz**
Pression statique instationnaire/Milieu de corde/180°	**25 psia**	**25 kHz**
Pression statique instationnaire/Bord de fuite/180°	**50 psia**	**25 kHz**
Pression statique instationnaire/Bord de fuite/183°	**50 psia**	**25 kHz**
Pression statique instationnaire/Bord de fuite/186°	**50 psia**	**25 kHz**
Pression statique instationnaire/Bord de fuite/189°	**50 psia**	**25 kHz**
Pression statique instationnaire/Bord de fuite/192°	**50 psia**	**25 kHz**

Tableau 2. 2. Instrumentation statique de la section d'essai

Description/#Aube/Côté/%Hauteur/Bord(Attaque-Fuite**)**	**Plage**	**Bande passante**
Jauge de contrainte/#3/Intrados/10/BA	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#15/Intrados/10/BA	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#3/Extrados/60/BA	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#15/Extrados/60/BA	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#3/Intrados/60/BA	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#15/Intrados/60/BA	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#3/Intrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#15/Intrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#3/Extrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#15/Extrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#2/Intrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#2/Extrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#14/Intrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#14/Extrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#1/Intrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#1/Extrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#13/Intrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#13/Extrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#4/Intrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#4/Extrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#6/Intrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#6/Extrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#8/Intrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Jauge de contrainte/#8/Extrados/50/BF	**30 ksi**	**25 kHz**
Pression instationnaire/#1/Extrados/95/BF (Kulite LQ-062)	**25 psia**	**25 kHz**
Pression instationnaire/#2/Extrados/95/BF (Kulite LQ-062)	**25 psia**	**25 kHz**
Pression instationnaire/#13/Extrados/95/BF (Kulite LQ-062)	**25 psia**	**25 kHz**
Pression instationnaire/#14/Extrados/95/BF (Kulite LQ-062)	**25 psia**	**25 kHz**

Tableau 2. 3. Instrumentation rotative de la section d'essai

La première étape consiste à déterminer la vitesse de convection de l'interface de mélange lorsque la charge aérodynamique est élevée. On utilise une méthode similaire a celle de Kameier & Neise (1997a, 1997b) qui consiste à corréler les signaux de pression instationnaires des aubes en rotation.

Ensuite, on augmente la charge aérodynamique en fermant la valve d'étranglement en aval à différentes vitesses, jeux d'aubes et températures d'opération. On utilise les niveaux de contraintes vibratoires comme élément mesurable indiquant la proximité de la condition critique de vibration asynchrone. On corrèle ensuite les prédictions de l'équation 2.1 avec les niveaux de contraintes pour en tirer des conclusions quant à l'hypothèse de recherche.

Finalement, on vérifie l'impact sur la résonance de forcer la vibration d'un différent mode de l'aube. Ceci à une condition d'opération où le mode de vibration principal à l'étude exhibe normalement de hauts niveaux de vibration.

2.2.3 Résultats et discussion

D'abord les méthodes de réduction de données sont choisies afin de minimiser l'incertitude des mesures. Le but principal de l'analyse étant d'observer les tendances des niveaux de contraintes en fonction des conditions d'opérations, la moyenne des données des jauges de toutes les aubes, détaillées dans le tableau 2.3 et pour le mode de vibration d'intérêt, est utilisée, déterminant ainsi le niveau moyen de vibration de l'ensemble du rotor. Ainsi, le paramètre S', utilisé ultérieurement, représente le niveau moyen de contrainte de vibration du mode de NSV d'intérêt pour l'ensemble des aubes instrumentées. La vitesse de convection de l'interface de mélange est obtenue avec la méthode de corrélation croisée des pressions rotatives instationaires. La corrélation croisée consiste à rechercher la relation temporelle, entre deux mesures de pression, pour laquelle les signaux sont la représentation du même phénomène physique. Le phénomène physique, utilisé ici comme « trace » servant à mesurer la vitesse tangentielle moyenne de l'écoulement de jeu, est la vitesse de l'interface de mélange qui transporte des structures tourbillonnaires par convection. L'erreur sur le niveau de pression des capteurs est non pertinente puisque qu'on s'intéresse à la similitude dans le temps des signaux comparés. L'échantillonnage rapide (131kHz) rend la précision sur la mesure du temps de l'ordre de 0.08% des grandeurs géométriques et vitesses d'intérêts

($\approx 10^2$ Hz). L'incertitude de la mesure réside ainsi principalement dans la variabilité même du phénomène physique instationnaire observé. Similairement au cas des contraintes vibratoires, les données de vitesse sont aussi moyennées pour plusieurs cas de conditions de charge aérodynamique similaires, aux conditions de NSV. L'incertitude sur la mesure de vitesse de convection de l'interface de mélange s'en trouve réduite à l'écart-type de la distribution, soit de l'ordre de 3% de la vitesse moyenne mesurée.

Donc, en premier lieu, notons que des niveaux de contraintes vibratoires de l'ordre de ceux rencontrés dans le moteur ont été mesurés. Ce qui, en soit, représente un accomplissement majeur démontrant que les vibrations asynchrones sont liées aux paramètres du rotor même et non aux interactions avec les aubes statiques environnantes.

La vitesse de convection de l'interface de mélange est normalisée à la vitesse en bout d'aube. Son ratio, pour le jeu de 2% de la corde, est de l'ordre de 0.6. Ce ratio diminue autour de 0.55 avec le resserrement du jeu à 1% de la corde. Les résultats obtenus sont en accord avec les mesures de Kameieir & Neise (1997a, 1997b) lors d'études sur les instabilités rotatives (IR). Ces résultats sont résumés sur la figure 2.8. Le paramètre ϕ représente la mesure de la charge aérodynamique sur les aubes.

Pour vérifier l'hypothèse de recherche, on compare d'abord les niveaux relatifs de vibration à la proximité d'opération du rotor de la condition de résonance de l'équation 2.1a. La figure 2.9 illustre que la corrélation entre les niveaux de contraintes vibratoires et la proximité d'opération à la résonance selon l'équation 2.1a a été établie. Tel que mentionné précédemment, le paramètre S' indique le niveau de contrainte vibratoire. Il est normalisé par le niveau le plus élevé obtenu lors des essais. On considère le niveau de vibration relatif élevé lorsqu'il excède 0.6 ($S'/S'_{max} > 0.6$).

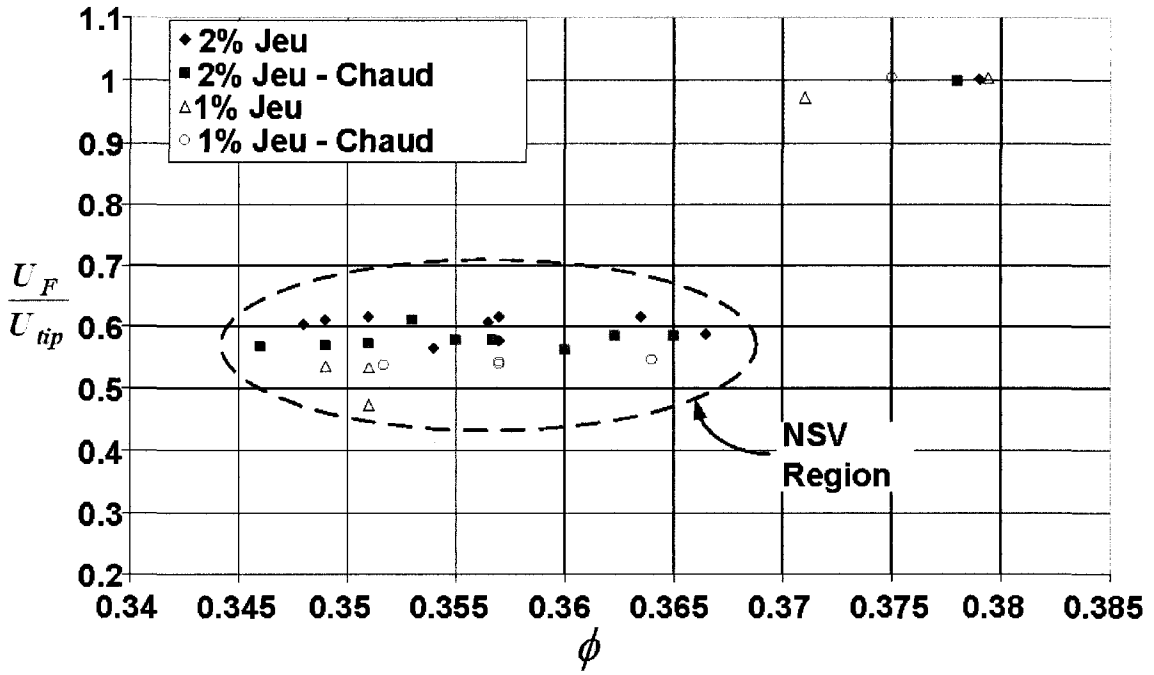

Figure 2. 8. Vitesse de convection de l'interface de mélange en bout d'aube

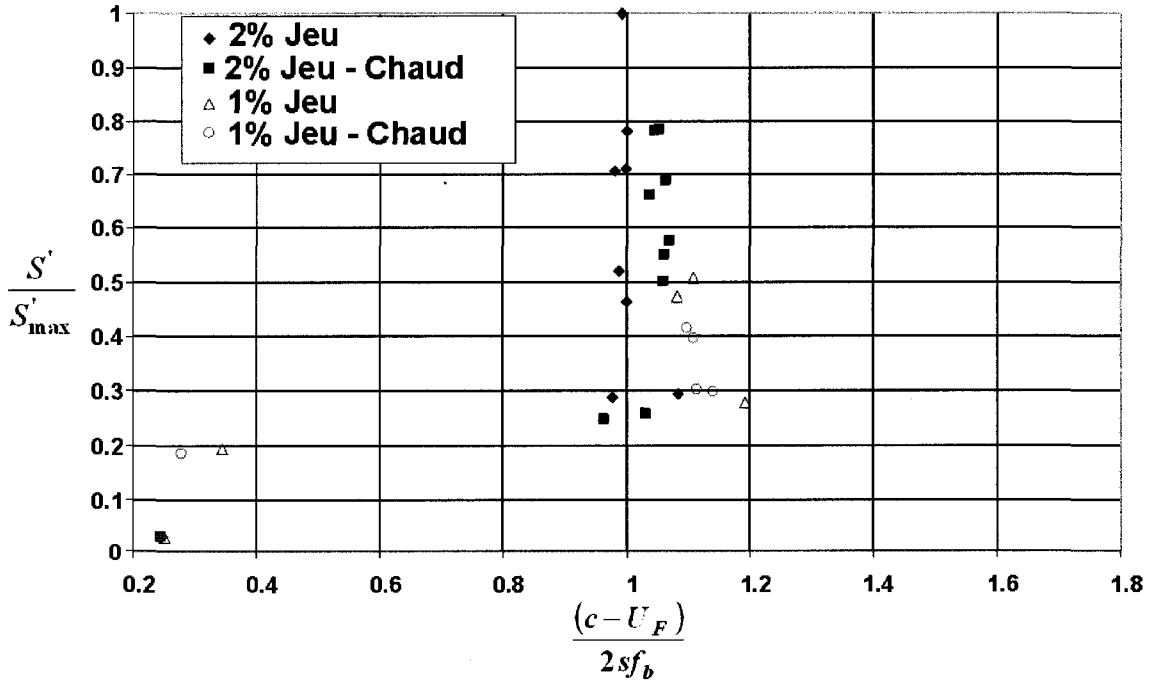

Figure 2. 9. Niveaux de vibration élevés à proximité d'opération de la condition de résonance de l'équation 2.1a

Comme deuxième méthode de vérification, on calcule le paramètre k à partir d'une seule condition de NSV à un jeu de 2% de la corde, celle correspondant au niveau de vibration le plus élevé rencontré au cours de l'expérience. On prédit ensuite la vitesse critique de NSV selon l'équation 2.1b pour tous les autres cas du même ajustement de jeu. En comparant les vitesses théoriques prédites par l'équation 2.1, formulée selon 2.1b, aux vitesses réelles mesurées, on peut vérifier la justesse de l'équation 2.1 et, aussi, de la théorie de la résonance de l'écoulement de jeu. La figure 2.10 montre la corrélation entre les niveaux de contraintes vibratoires et la prédiction de la vitesse critique d'apparition selon l'équation 2.1b. On remarque que les niveaux de vibration élevés correspondent aux cas où la vitesse prédite par l'équation 2.1b se rapproche de la vitesse d'apparition mesurée expérimentalement.

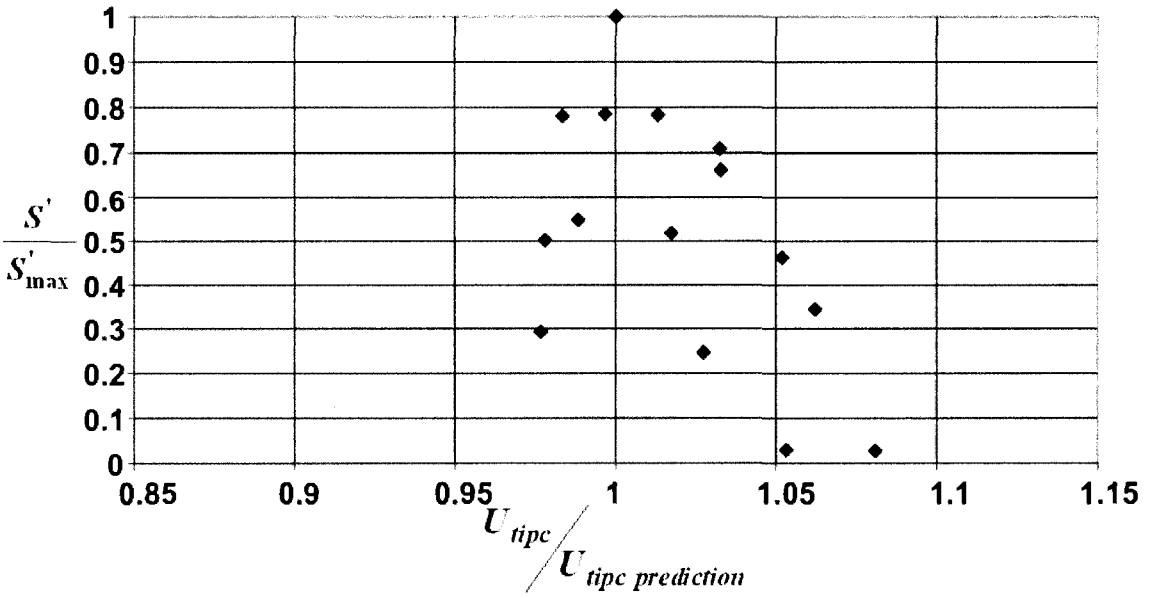

Figure 2. 10. Niveaux de vibration élevés aux vitesses de rotation prédites par l'équation 2.1b

Enfin, les NSV du premier mode de vibration à l'étude ne s'établissent pas, aux conditions normales de NSV, lorsqu'un mode de vibration différent est excité par les doigts installés à l'entrée du compresseur.

Ces résultats permettent de vérifier la deuxième hypothèse de recherche, soit que la résonance de l'écoulement de jeu est le phénomène fondamental sous-jacent aux vibrations asynchrones observées sur le rotor de compresseur à l'étude. En effet, les conditions critiques de vibrations asynchrones observées expérimentalement sont prédites de façon très juste (< 5%) par les équations dérivées du modèle proposé, ce qui est, de façon générale, très précis pour des analyses de vibrations.

Suite à cette importante conclusion, des méthodes et règles de conception peuvent déjà être élaborées. Tout d'abord, la compréhension de la physique du comportement du fluide permet d'identifier, très tôt lors de la conception des rotors, les zones d'opérations à risque en termes de NSV. L'équation 2.1 peut aussi être utilisée pour modifier la distance inter-aube (par le nombre d'aubes) ou la rigidité des aubes pour amener les vitesses critiques hors du régime d'opération du moteur.

Finalement, les résultats précédents suggèrent que la résonance de l'écoulement de jeu, ainsi que la résonance du jet sur la plaque flexible en vibration, soient des applications pratiques d'un phénomène plus fondamental de la mécanique des fluides. Ceci nous amène à la troisième et dernière étape de cette recherche où le problème de la résonance de la réponse forcée d'une interface de mélange excitée dans l'écoulement en aval est solutionné analytiquement.

2.3 – Réponse forcée résonante de l'interface de mélange

Les détails complets de la méthode, des résultats et conclusions de cette troisième étape de la recherche sont présentés à l'annexe 3 dans un article soumis au « Journal of Fluid Mechanics » et intitulé « Mixing Layer Resonance under High-Speed Stream Forcing », dont un sommaire est présenté ici.

Jusqu'ici, les conditions critiques de résonances des cas expérimentaux ont été obtenues d'après la coïncidence des maximums de l'onde de rétroaction avec le bord de fuite où a lieu la séparation. Le couplage entre l'onde acoustique et l'écoulement est supposé se produire de façon naturelle tel qu'observé dans plusieurs étude empiriques sur le sujet (Rockwell 1983, Ho & Nosier 1981).

Cette dernière étape de la recherche vise à vérifier la troisième hypothèse de recherche élaborée en introduction et dont l'énoncé est repris ici :

2.3.1 Hypothèse de recherche no. 3 et résultats attendus

Il existe une solution analytique du couplage d'une interface de mélange et d'une excitation localisée en aval, dans l'écoulement haute vitesse.

On s'attend à ce que la solution analytique, en termes de prédiction des vitesses et distances critiques causant la résonance, du problème simplifié d'une interface de mélange, forcée dans l'écoulement haute-vitesse avec source en aval, soit en accord avec les données expérimentales recueillies dans les deux expériences décrites précédemment. Dans l'étude analytique, l'interface de mélange est induite par un jet planaire s'écoulant dans du fluide au repos. Donc l'analyse est bi-dimensionnelle telle que schématisée par la figure I6c de l'introduction.

2.3.2 Méthodologie

La méthode analytique consiste à solutionner le problème de la réponse de l'interface de mélange à une excitation située en aval dans l'écoulement. Le problème à solutionner est présenté sur la figure 2.11. L'interface est induite par l'écoulement d'un jet planaire de largeur infinie, donc bi-dimensionnel, dans de l'air au repos. Le jet a une largeur $2a$, et s'écoule à la vitesse U. L'excitation provient de la source localisée transversalement, selon la direction x_2', sur la ligne centrale du jet en $x_2'=-y_2'=-a$ et axialement, selon la direction x_1', en $x_1'= y_1'$.

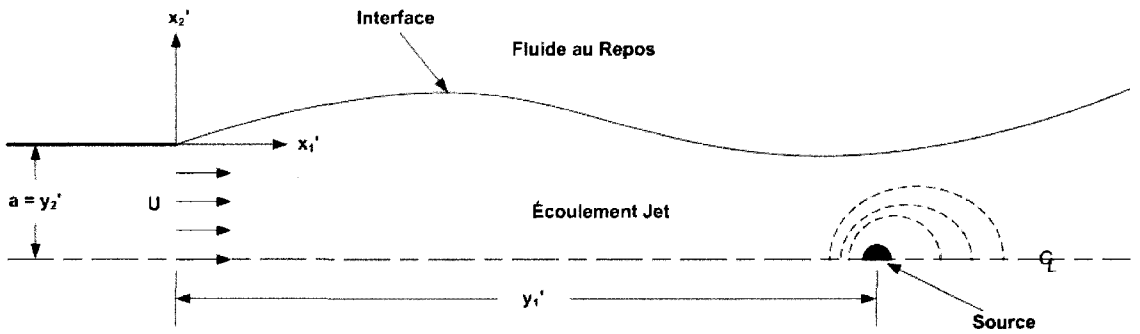

Figure 2. 11. Modèle analytique de l'interface de mélange force.

Le problème est en premier lieu développé mathématiquement selon les suppositions suivantes. Les applications d'intérêts sont des écoulements à haut nombre de Reynolds, donc l'écoulement est considéré non-visqueux. On suppose de petites perturbations permettant de linéariser les équations d'Euler et ainsi les potentiels de vitesse de chaque côté de l'interface obéissent à l'équation d'onde convectée.

On impose ensuite les conditions aux limites. Le domaine de résolution s'étend de l'origine à l'infini axialement et de l'axe de symétrie au centre du jet à l'infini transversalement. Axialement, le problème étant solutionné dans le domaine de Laplace, on applique les conditions de vitesse constante et d'accélération nulle du fluide à l'origine seulement. Transversalement, les conditions de symétrie et de radiation de Sommerfeld sont appliquées respectivement au centre du jet et à l'infini. Les conditions d'équilibre de pression et de vitesse transversale sont appliquées à l'interface. Après le changement de variables où les dimensions sont normalisées par l'épaisseur du jet, a, on obtient le système d'équations aux différentielles partielles non-homogène de l'équation 2.2 et les conditions aux limites des équations 2.3 à 2.7.

$$\left.\begin{aligned}&\left(\nabla^2+k_0^2\right)f\left(x_1,x_2\right)=0\\&\left(\nabla^2+\left(k_0+i\frac{M\partial}{\partial x_1}\right)^2\right)g\left(x_1,x_2\right)=\delta\left(x_1-y_1\right)\delta\left(x_2-y_2\right)\end{aligned}\right\}\tag{2.2}$$

où $k_0 = \omega a/c_0$ est la longueur d'onde acoustique de l'excitation, M le nombre de Mach de l'écoulement, f et g les potentiels réduits des fluides au dessus et en dessous de l'interface respectivement, δ la fonction impulsion de Dirac, $x_1 = x_1'/a$, $x_2 = x_2'/a$, $y_1 = y_1'/a$ *et* $y_2 = y_2'/a$ les distances de la figure 2.11 rendues adimensionnelles par la demie largeur du jet, a.

Conditions limites axiales à l'origine

$$\left.\begin{aligned}&f\left(0,x_2\right)=0\\&\frac{\partial}{\partial x_1}f\left(0,x_2\right)=0\\&g\left(0,x_2\right)=Ux_1\big|_{x_1=0}=0\\&\frac{\partial}{\partial x_1}g\left(0,x_2\right)=U\end{aligned}\right\}\tag{2.3}$$

Équilibre de pression à l'interface

$$k_0^2 f\left(x_1,0\right)=k_0\left(1+i\frac{M\partial}{\partial x_1}\right)g\left(x_1,0\right)\tag{2.4}$$

Équilibre de vitesse transversale à l'interface

$$k_0 \frac{\partial}{\partial x_2} g(x_1,0) = k_0 \left(1 + i\frac{M\partial}{\partial x_1}\right) \frac{\partial}{\partial x_2} f(x_1,0) \tag{2.5}$$

Sommerfeld à $x_2 \rightarrow \infty$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_2} - ik_0\right) f(x_1,x_2)\Big|_{x_2\rightarrow\infty} \rightarrow 0 \tag{2.6}$$

Symétrie au centre du jet

$$\frac{\partial}{\partial x_2} g(x_1,-1) = 0 \tag{2.7}$$

Comme on cherche à corréler les vitesses et distances critiques de la source à une fréquence donnée d'excitation aux résultats expérimentaux, on veut simplement identifier les formes de modes spatiaux causant la résonance. On modélise donc linéairement la réponse par une série d'ellipses complexes, dans la direction axiale, par la transformée de Laplace. On obtient un système d'équations différentielles ordinaire dans la direction transversale qui est solutionné en appliquant les conditions limites dans cette direction. On conserve la solution dans le domaine modal pour la direction axiale. L'équation 2.8 montre la solution obtenue pour la vitesse transversale de l'interface.

$$\left.\begin{aligned}
&V(k_1,x_2)=\frac{\partial F(x_2)}{\partial x_2}=\frac{e^{-\alpha x_2}\left(\cos(\alpha x_2)-\sin(\alpha x_2)\right)}{(1+iMk_1)\cos(\alpha)}\left(\frac{e^{-y_1\beta}}{\sqrt{1-M^2}}\right)\\
&v(x_1,x_2)=L^{-1}\left[V_2(k_1,x_2)\right]\\
&F(x_2)=F(k_1,x_2)=L\left[f(x_1,x_2)\right]\\
&avec\\
&\alpha=\sqrt{\frac{(1-M^2)k_0^2+\left(\sqrt{1-M^2}k_1+iMk_0\right)^2}{(1-M^2)^2}}\\
&\beta=\frac{\left(\sqrt{1-M^2}k_1+iMk_0\left(1-\sqrt{1-M^2}\right)\mathrm{sgn}(\mathrm{Im}(k_1))\right)}{(1-M^2)}
\end{aligned}\right\}\qquad(2.8)$$

où v est la vitesse transversale de l'interface et k_1 le mode spatial complexe de la réponse de l'interface.

Un nouveau critère définissant la résonance spatiale est élaboré. La résonance, dans ce problème analytique, est définie comme étant la condition où la réponse spatiale s'étend à l'infini dans les deux directions. On utilise ce critère afin d'identifier les modes critiques causant la résonance de la réponse de l'interface de mélange. Celle-ci se produit aux distances critiques en aval dans l'écoulement haute-vitesse selon l'équation 2.9 qui correspond aux maximums tels que prédits par la solution de la réponse forcée de l'interface selon l'équation 2.8.

$$\left.\begin{aligned}
&e^{-iy_1\,\mathrm{Im}(\beta)}=e^{-in\pi}\\
&y_1\,\mathrm{Im}(\beta)=n\pi
\end{aligned}\right\}\qquad(2.9)$$

Les conditions de résonance obtenues expérimentalement avec le jet impactant sur la plaque flexible en vibration sont identifiées par les points d'amplification de pression maximum à partir des mesures de pression instationnaire sur la plaque et à l'embouchure du jet.

Les conditions de résonance obtenues expérimentalement avec l'essai de compresseur sont identifiées par les points de vibration maximum des aubes à partir des jauges de contraintes.

Finalement, les conditions de résonance prédites par la solution analytique proposée sont comparées aux conditions critiques de résonance obtenues expérimentalement.

2.3.3 Résultats et discussion

D'abord la solution analytique au problème a pu être calculée à partir du modèle, des suppositions, des conditions limites et de la méthode de résolution proposés. La solution est dans le domaine spatial pour la direction transversale et demeure dans le domaine modal axialement selon l'équation 2.8. Le critère de résonance spatiale appliqué à la solution permet d'identifier les modes critiques de la réponse de l'interface de mélange. En appliquant l'équation 2.9 aux modes critiques ainsi identifiés, la relation entre la position axiale de la source au centre du jet, la vitesse de l'écoulement et la fréquence d'excitation de la source est établie. La relation obtenue est donnée par l'équation 2.10.

$$\frac{\omega L}{n \pi c_0} = \frac{\left(1 - M^2\right)}{M\left(2 + \sqrt{1 - M^2}\left(\frac{1}{M} - 1\right)\right)} \tag{2.10}$$

où ω est la fréquence angulaire d'excitation, $L = y_1'$ la distance dimensionnelle axiale de la source sur l'axe de symétrie, n un entier 0, 1, 2, 3..., M le nombre de Mach de l'écoulement et c_0 la vitesse du son.

Ensuite, les paramètres de l'écoulement aux conditions de résonance expérimentales des deux essais sont comparés aux prédictions de la relation de l'équation 2.10. Les données sont disponibles pour les deux premiers harmoniques, $n = 1, 2$, dans le cas de l'essai du jet sur plaque flexible en vibration et pour le premier, $n = 1$, dans le cas du compresseur. La comparaison est illustrée graphiquement sur la figure 2.12. Pour le jet, la fréquence de vibration est normalisée à la distance jet-plaque et la vitesse du son calculée d'après la température ambiante. Le nombre de Mach du jet est calculé d'après le rapport de pression total sur statique du jet. Quant au compresseur, la fréquence de vibration des aubes est normalisée à la distance inter-aubes et la vitesse locale du son calculée à partir des mesures de température près du carter. Le nombre de Mach est dérivé à partir de la vitesse mécanique du bout de l'aube et de la vitesse de convection tangentielle de l'interface de mélange obtenue expérimentalement d'après la figure 2.8. Deux conditions de résonance des essais de compresseur sont illustrées, une pour chaque condition de température d'entrée. L'abscisse de la figure 2.12 représente le nombre de Mach de l'écoulement et l'ordonnée la fréquence réduite de résonance, $\omega L/n\pi c_0$. Les droites pointillées représentent les prédictions des conditions de résonance, basées sur le modèle initial d'une onde uni-dimensionnelle de rétroaction se propageant en amont dans l'écoulement, qui a été utilisé de façon empirique pour valider les deux premières hypothèses de recherche. Les courbes de prédiction de la solution analytique, du modèle d'onde uni-dimensionnelle de rétroaction et les données expérimentales concordent en dedans de 5%.

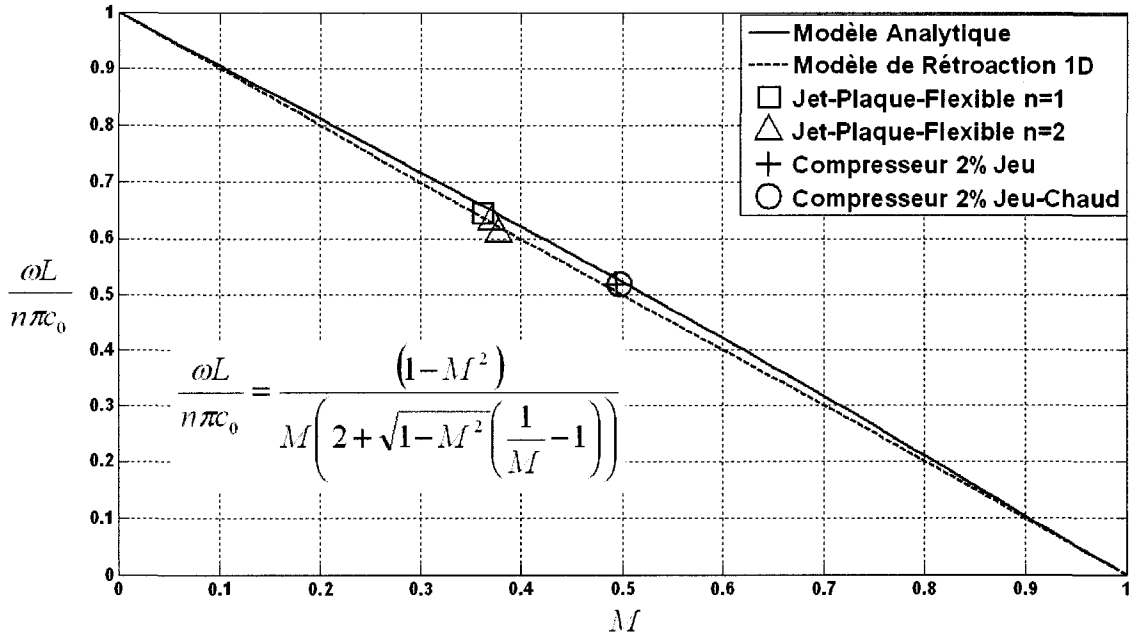

Figure 2. 12. Comparaison de la solution analytique au modèle d'onde 1D de rétroaction et aux données expérimentales.

La comparaison illustrée par la figure 2.12 démontre la validité de l'approche proposée pour capturer les conditions de résonance d'une interface de mélange forcée dans l'écoulement en aval de l'embouchure du jet. Les résultats confirment aussi que le modèle proposé d'interface forcée ainsi que la nouvelle condition de résonance spatiale élaborée permettent de capturer le phénomène de couplage entre l'onde de rétroaction dans l'écoulement et l'interface de cisaillement. L'approche utilisée a aussi permis de solutionner la périodicité des localisations critiques causant la résonance de l'interface forcée dans l'écoulement haute-vitesse telle qu'observée expérimentalement. Les contextes d'application des deux essais sont très différents, illustrant la généralité du phénomène modélisé et qui apparaît donc fondamental à la mécanique des fluides.

Les résultats éclairent un peu plus la compréhension du phénomène physique sous-jacent aux vibrations asynchrones. Par exemple, pour un mode et une fréquence de vibration des aubes donnés, seul le nombre de Mach tangentiel moyen de l'écoulement de jeu

reste à estimer, calculer numériquement ou mesurer pour prédire la résonance de l'écoulement de jeu, et donc les croisements de NSV sur le diagramme de Campbell. Ceci explique, entre autres, pourquoi la vitesse de rotation mécanique d'occurrence des vibrations asynchrones est sensible à la température et à la charge aérodynamique de l'aube. Aussi, à nombre de Mach constant, les harmoniques supérieurs, $n=2, 3, 4...$, peuvent entrer en résonance si les fréquences naturelles des modes de vibration supérieurs des aubes correspondent à des multiples entiers de la fréquence du premier mode de vibration. Ceci explique aussi les changements soudains de mode et de fréquence de vibrations observés expérimentalement lors de vibration asynchrones (Kielb *et al.* 2003).

Finalement, la figure 2.13 propose une méthode de conception basée sur l'utilisation des phénomènes élucidés par cette recherche combinés à une simulation numérique instationnaire avec mouvement de l'aube. Si les croisements NSV du diagramme de Campbell ne peuvent être évités, ils sont à tout le moins prédit par la méthode proposée. Ainsi, les contraintes vibratoires associées aux NSV peuvent être minimisées dès la conception des pièces avec des méthodes plus ou moins standard d'analyse de flottement, tant que les effets de l'écoulement de jeu sont capturés par l'analyse. Notons que les paramètres importants comme le nombre ou la rigidité des aubes peuvent aussi être ajustés pour éviter les croisements NSV dans le régime d'opération. La partie de la méthode constituant la contribution de cette recherche et des travaux de Drolet *et al.* (2009) est encerclée sur la figure 2.13. Cette dernière est reprise, à quelques détails près, dans l'article de Drolet *et al.* (2009) cité en référence et où la méthode, les résultats, les observations et les conclusions des simulations numériques en lien avec les résultats expérimentaux de cette recherche sont donnés.

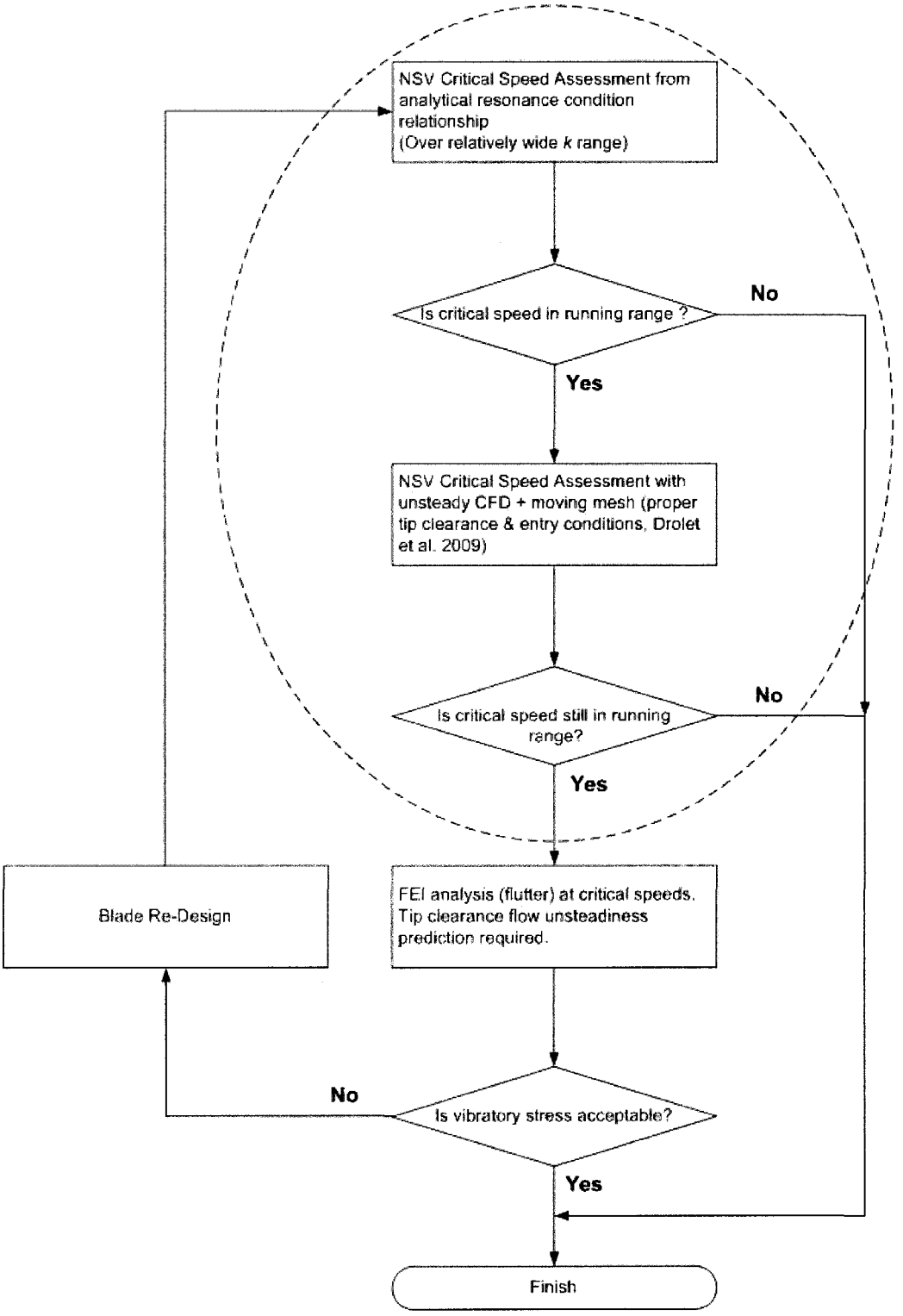

Figure 2. 13. Méthode de conception proposée à partir de cette recherche et des travaux de Drolet *et al.* (2009).

CHAPITRE 3: DISCUSSION GÉNÉRALE

Les résultats et conclusions de la recherche sont repris de façon sommaire dans cette section en lien avec l'état de l'art préalable obtenu par la revue de littérature des domaines principaux de la science et du génie concernés.

D'abord dans le domaine des oscillations des interfaces de mélanges impactants, ou plus particulièrement de la dynamique des jets impactants sur une structure rigide. Avant cette recherche, l'état de l'art sur le phénomène était que sa résonnance n'avait jamais été observée à une vitesse de jet inférieure à Mach 0.65. Aussi, la nature du couplage impose une contrainte de déphasage nul entre les oscillations du fluide au bord de fuite émetteur de l'interface de mélange et au bord d'attaque récepteur des structures vorticielles impactantes. Il a été démontré expérimentalement par les travaux initiaux de la présente recherche que la résonance d'un jet impactant sur une structure flexible en vibration est possible à des vitesses de jet inférieures à Mach 0.65. Ceci est du à une onde acoustique de rétroaction émise par le mouvement de la plaque et se propageant dans l'écoulement à la différence de la vitesse du son et de la vitesse du jet. La recherche a aussi démontré le couplage possible entre l'émission de l'interface et l'onde de rétroaction à un déphasage de 180°.

Les travaux de cette recherche contribuent également au génie mécanique appliqué à l'aéroélasticité, plus particulièrement dans le cas des vibrations asynchrones. Selon l'état de l'art, toujours avant la publication des travaux de cette recherche, il existe un lien possible entre l'écoulement de jeu et les vibrations asynchrones. D'autres phénomènes liés à des résonances et réflexions acoustiques avec les géométries environnantes au rotor exhibant les vibrations asynchrones font aussi partie des hypothèses plausibles. Cette recherche a démontré, selon le mécanisme de couplage élucidé lors des travaux initiaux mentionnés précédemment, que la solution réside dans la jonction des deux lignes de pensées. Il a été en effet démontré expérimentalement, au cours de la deuxième

étape des travaux, que les conditions critiques d'apparition des vibrations asynchrones sont prédites par la résonance de l'écoulement de jeu. Cette dernière consiste dans le couplage entre l'interface de mélange des écoulements de jeu et principal avec une onde de rétroaction émise par les aubes adjacentes en vibration. Le mécanisme de couplage de la résonance de l'écoulement de jeu est très similaire à celui de la résonance du jet impactant sur une plaque flexible en vibration. Ce dernier était en fait une simplification expérimentale voulue afin de confirmer la dynamique de couplage avant de se lancer dans les essais de compresseur plus complexes.

Finalement, les travaux de cette recherche contribuent de façon importante au domaine plus théorique de la mécanique des fluides. L'état de l'art préalable nous enseignait que les interfaces de mélange initiées par des jets pouvaient être synchronisées par une source acoustique extérieure localisée dans l'écoulement en amont de l'embouchure du jet. Les études théoriques confirment que la sensibilité de l'interface est maximum lorsque l'excitation atteint l'embouchure du jet avec la source située dans l'écoulement. Les travaux théoriques de cette recherche ont démontré que l'interface, forcée par une source localisée dans l'écoulement haute-vitesse en aval, est non seulement sensible à l'excitation, mais certains modes de sa réponse peuvent aussi entrer en résonance. Celle-ci survient périodiquement dans l'espace, pour une vitesse d'écoulement, température et fréquence d'excitation donnés, avec le déplacement axial de la source sur l'axe de symétrie de l'écoulement jet. Comme le modèle étudié d'interface de mélange forcée correspond à une simplification analytique des phénomènes de résonance observés expérimentalement dans cette recherche, les prédictions du modèle avec les résultats expérimentaux ont pu être comparés. Les prédictions analytiques de positions critiques de la source ont été trouvées en accord avec les résultats expérimentaux en dedans de 5%.

En résumé, les travaux de cette recherche ont d'abord élucidé un mécanisme de couplage entre une interface de mélange et la vibration de la structure d'impact. Le

mécanisme a été appliqué pour comprendre la physique sous-jacente à un important problème d'aéroélasticité des aubes de compresseurs axiaux de moteurs d'aéronefs à turbines; les vibrations asynchrones. Finalement le problème de la réponse de l'interface de mélange à une excitation forcée provenant de l'écoulement en aval, phénomène directement associé au mécanisme de couplage observé dans les deux essais précédant, a été solutionné analytiquement.

CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Les résultats et conclusions découlant des travaux de cette recherche font progresser la connaissance dans deux domaines particuliers de la science et du génie. D'abord en mécanique des fluides où des données supplémentaires sur les jets impactants ainsi qu'un modèle théorique sur la réponse résonante de l'interface forcée dans l'écoulement, sa méthode de résolution et sa solution sont fournis. Le domaine de l'aéroélasticité bénéficie également de cette recherche par le lien expérimental qui est établi entre les vibrations asynchrones et la résonance de l'écoulement de jeu, qui est un cas particulier de résonance d'interface de mélange impactante à haute vitesse sur une structure en vibration. Le commanditaire industriel bénéficie de la recherche en obtenant des méthodes de conception dérivées des phénomènes physiques élucidés au cours de la recherche.

La démarche de recherche a consisté, suivant l'établissement de l'état de l'art par la revue de littérature, à résoudre trois hypothèses de recherche principales. L'intuition de départ était qu'il existait un lien entre l'écoulement de jeu et les vibrations asynchrones, ce que la littérature suggère. Aussi que la dynamique de l'écoulement de jeu est similaire à un jet impactant aux conditions de NSV. Les jets impactants ont la particularité d'entrer en résonance sous certaines conditions et dans ces cas, de hautes amplifications de pression sont observées, ce qui est assez pour augmenter les risques de problèmes de fatigue. L'écoulement de jeu, aux conditions de NSV, a été analysé par analogie à un jet impactant. Les caractéristiques de l'écoulement de jeu durant les NSV ne correspondaient cependant pas à celles d'un jet impactant résonant selon le mécanisme connu.

Le point tournant de la recherche a été le calcul de la résonance de l'écoulement de jeu du rotor à l'étude en supposant que la vibration des aubes induise une rétroaction se propageant en amont dans la composante tangentielle de l'écoulement. La vitesse de

propagation de l'onde de rétroaction se trouvant réduite par la composante tangentielle significative de la vitesse de l'écoulement de jeu. Ce calcul arrivait à prédire les conditions de vibrations asynchrones, non-seulement pour le rotor à l'étude, mais aussi d'un second provenant de la littérature.

Pour se convaincre de la physique du couplage, un essai expérimental d'un jet impactant sur une plaque flexible en vibration a été conduit pour démontrer la première hypothèse de recherche. L'expérience a démontré que le couplage est possible lorsque l'onde de rétroaction, émise par la vibration de la plaque, synchronise l'enroulement de l'interface de mélange à l'embouchure du jet. Ce phénomène de résonance arrive à des distances jet-plaque très précises, c'est-à-dire à des entiers multiples de la demi-onde de rétroaction. Le jet étant à haute vitesse, celle-ci se propage à la différence de la vitesse du son et de la vitesse du jet. Les résultats ont aussi démontré que, dans le cas du jet impactant sur une structure en vibration, le couplage est possible même lorsque la relation de phase entre les bords d'enroulement de l'interface et de génération de l'onde de rétroaction est inversée. Ce qui n'est pas le cas dans la résonance classique des jets impactants sur une surface rigide où le mécanisme de résonance impose une contrainte de déphasage nul entre l'onde de rétroaction, qui se propage à l'extérieur du jet dans le fluide au repos et dont la fréquence est liée à la vitesse du jet, et le bord de séparation.

Cet essai fournit donc des données expérimentales supplémentaires au domaine de la mécanique des fluides étudiant les oscillations d'interfaces de mélange impactantes. Les résultats et analyses en fournissent également le mécanisme de résonance associé basé sur un modèle simple d'onde de rétroaction se propageant en amont dans l'écoulement, et dont la vitesse de propagation est réduite par ce dernier.

Basé sur ce mécanisme, la deuxième hypothèse de recherche a été formulée, c'est-à-dire que la résonance de l'écoulement de jeu, dont le mécanisme de couplage est très similaire à la résonance du jet sur une plaque flexible, est le phénomène physique

fondamental sous-jacent aux NSV. La méthode de démonstration a aussi été expérimentale. Elle consistait à tenter de reproduire le problème de vibration sur l'étage de compression concernée montée en isolation du reste du moteur afin de capturer exclusivement l'effet de l'écoulement du jeu d'aube. Non seulement les vibrations ont-elles été reproduites mais les conditions critiques d'apparition ont été prédites par le mécanisme de résonance de la deuxième hypothèse de recherche.

Les contributions de cette étape de recherche sont majeures dans le domaine de l'aéroélasticité lié aux vibrations asynchrones. D'abord, le phénomène physique du comportement du fluide sous-jacent aux vibrations asynchrones a été identifié. L'industrie peut utiliser cette connaissance pour prédire les croisements potentiels de ces vibrations sur le diagramme de Campbell au stade précoce de la conception des rotors et ainsi minimiser les niveaux de contraintes vibratoires associées très tôt dans le développement du produit. Des règles d'évitement, permettant de définir comment varier les paramètres de rigidité et de distance inter-aubes pour amener les croisements NSV hors du régime d'opération, peuvent aussi être dérivées à partir des résultats. Un exemple de méthode de conception basée sur les résultats de recherche est d'ailleurs donné en conclusion du chapitre 2.

Comme les deux contextes expérimentaux précédents semblaient être des applications pratiques du même mécanisme fondamental de résonance d'une interface de mélange sous l'influence d'une excitation provenant d'un point en aval dans l'écoulement, un modèle théorique de ce phénomène a été élaboré. Sa solution a constitué la dernière étape de cette recherche. Le but premier de cette tâche était de démontrer analytiquement le mécanisme de couplage entre l'onde de rétroaction acoustique et l'interface de mélange observé expérimentalement. Une nouvelle condition de résonance spatiale a été élaborée permettant d'identifier les modes résonants de l'interface forcée à partir d'une source localisée en aval dans l'écoulement haute-vitesse. La périodicité de la réponse résonante en fonction de la position de la source, telle qu'observée

expérimentalement, a aussi été capturée avec le modèle analytique de cette étude. Une relation analytique entre la fréquence d'excitation, la distance de la source et la vitesse de l'écoulement identifiant la résonance de l'interface a été établie à partir de la méthode de résolution proposée. Les conditions critiques de résonance prédites par la relation analytique sont en accord avec les résultats expérimentaux des deux essais présentés.

La contribution principale de ces derniers travaux est la confirmation du caractère fondamental du mécanisme de couplage causant les résonances observées expérimentalement. De plus, le domaine de la mécanique des fluides trouve dans ces résultats un cadre théorique et une méthode de résolution pour étudier la réponse des interfaces de mélange forcées par une excitation localisée en aval dans l'écoulement.

Au cours de toute cette recherche, la compréhension de l'aspect fluide du problème de vibrations asynchrones a été privilégiée. Ceci permet d'identifier les croisements NSV potentiels sur le diagramme de Campbell et représente une percée importante. Cependant, plusieurs croisements peuvent ainsi survenir pour une géométrie donnée. Il serait opportun que des études subséquentes considèrent l'élasticité de l'aube dans l'analyse, à savoir qu'il est possible que le couplage favorise des formes de modes de vibration particulières. Ceci permettrait d'éliminer certains croisements NSV avant de se lancer dans une analyse fluide-élastique pour chacun d'eux.

Une piste de départ serait de raffiner le modèle analytique en incluant des éléments de dynamiques de masse et de rigidité à la source. On devrait arriver à dériver une équation de dispersion pour le système fluide-élastique dont les instabilités devraient être identifiables par ses pôles. L'amortissement pourrait subséquemment être facilement incorporé au système.

Une autre avenue possible est l'étude détaillée de la distribution de pression sur les aubes aux conditions de vibrations asynchrones afin de mieux comprendre le phénomène

en termes d'amortissement aérodynamique. Comme les conditions critiques de NSV sont maintenant identifiables, l'étude numérique couplée à l'aide des codes commerciaux d'interaction fluide-structure maintenant disponible pourrait être prometteuse.

En rétrospective, les travaux de cette recherche ont permis de démontrer que les vibrations asynchrones sont une instabilité fluide-élastique causée par la résonance de l'écoulement de jeu. Le phénomène est générique et peut s'appliquer à plusieurs géométries de compresseurs axiaux. Les résultats obtenus montrent également que la résonance de l'écoulement de jeu est elle-même un cas particulier du phénomène de résonance d'une interface de mélange forcée en aval dans l'écoulement haute-vitesse. L'application de cette dernière, observée expérimentalement dans deux contextes très différents d'un jet impactant sur une plaque flexible en vibration et des vibrations asynchrones dans un compresseur axial, illustre le caractère fondamental du mécanisme de la dynamique des fluides maintenant expliqué, soit la résonance de l'interface de mélange excitée en aval dans l'écoulement.

En terminant, les contributions de ces travaux de recherche sont les suivantes:
Le mécanisme physique sous-jacent aux vibrations asynchrones a été élucidé. L'atteinte de cet objectif a permis de démontrer la résonance d'un jet impactant à une vitesse inférieure à M0.65 ainsi que le couplage de la rétroaction à 180° lorsque le jet impacte une structure en vibration. La résonance de l'écoulement de jeu, similaire à celle du jet impactant sur une plaque en vibration, a été également démontrée comme l'élément principal derrière les vibrations asynchrone. Une approche analytique bi-dimensionnelle a été développée faisant usage d'une condition de résonance spatiale novatrice. Les travaux ont fait l'objet de deux présentations de conférences et ont été acceptées pour publications dans une revue de l'ASME. La démonstration et les résultats analytiques font l'objet d'une troisième publication soumise à la prestigieuse revue spécialisée « *Journal of Fluid Mechanics* ». La première méthode « *a priori* » de prédiction et

d'évitement des vibrations asynchrones est aussi issue des travaux et résultats de cette recherche. Une demande de brevet est en évaluation par le commanditaire principal à cet effet.

LISTE DES RÉFÉRENCES

Barone, M.F., & Lele, S.K. (2005). Receprivity of the Compressible Mixing Layer. Journal of Fluid Mechanics, 540, 301-335.

Baumgartner, M., Kameier, F., & Hourmouziadis, J. (1995). Non-Engine Order Blade Vibration in a High Pressure Compressor. 12th International Symposium on Airbreathing Engines, Melbourne, Australia.

Culick., F.E.C. (2001). Dynamics of Combustion System: Fundamentals, Acoustics, and Control. Part IX Vortex Shedding and Passive Control of Combustion Instabilities. California Institute of Technology.
Tiré de http://ftp.caltech.edu/pub/culick/ppt/GRC_sect9.pdf

Deppe, A., Saathoff, H., & Stark, U. (2005). Spike-Type Stall Inception in Axial-Flow Compressors. Proceedings of the 6th European Conference on Turbomachinery – Fluid Dynamics and Thermodynamics, Lille, France.

Dowell E.H., Crawley E.F., Curtiss, Jr. H.C., Peters D.A., Scanlan R.H., & Sisto F. (1995). A modern Course in Aeroelasticity. Kluwer Academic Publishers.

Drolet M., Thomassin J., Vo H.D., Mureithi N.W., (2009). Numerical Investigation into Non-Synchronous Vibrations of Axial Flow Compressor by the Resonant Tip Clearance Flow. GT-2009-59074, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Orlando, Florida. À paraître.

Franklin, R.E. (1972). Acoustic Resonance in Cascades. Journal of Sound and Vibration, 25(4), 587-595.

Fukano, T., & Jang, C.-M. (2003). Tip Clearance Noise of Axial Flow Fans Operating at Design and Off-Design Condition. Journal of Sound and Vibrations, 275, 1027-1050.

Hellmich, B., & Seume, J.R. (2006). Causes of Acoustic Resonance in a High-Speed Axial Compressor. GT-2006-90947, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Barcelona, Spain.

Ho, C.-M., & Nosseir, S. (1981). Dynamics of and Impinging Jet Part I : The Feedback Phenomena. Journal of Fluid Mechanics, 105, 119-142.

Howe, M.S. (1997). Edge, Cavity and Aperture Tones at Very Low Mach Numbers. Journal of Fluid Mechanics, 330, 61-84.

Hwang, S.D., & Cho, H.H. (2003). Effects of Acoustic Excitation Positions on Heat Transfer and Flow in Axisymmetric Impinging Jet : Main Jet Excitation and Shear Layer Excitation. International Journal of Heat and Fluid Flow, 24, 199-209.

Kameier, F., & Neise, W. (1997a). Experimental Study of Tip Clearance Losses and Noise in Axial Turbomachines and their Reduction. Journal of Turbomachinery, 119, 460-471.

Kameier, F., & Neise, W. (1997). Rotating Blade Flow Instability as a Source of Noise in Axial Turbomachines. Journal of Sound and Vibration, 203(2), 833-853.

Kerschen, E.J. (1997). Receptivity Theory in Compressible Flow Jet Control. Final Report AFSOR Grant F49620-94-1-0206.

Kielb, R.E., Thomas, J.P., Barter, J.W., & Hall, K.C. (2003). Blade Excitation by Aerodynamic Instabilities – A Compressor Blade Study. GT-2003-38634, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Atlanta, Georgia.

Koch, W. (1983). Resonant Acoustic Frequencies of Flat Plate Cascades. Journal of Sound and Vibration, 88(2), 233-242.

Liu, J.M., Holste, F., & Neise, W. (1996). On the Azimuthal Mode Structure of Rotating Blade Flow Instabilities in Axial Turbomachines. AIAA Paper 96-1741, AIAA & CEAS Aeroacoustics Conference.

Lucas, M.J. (1997). Acoustic Characteristics of Turbomachinery Cavities. ASME Press, New York.

Mailach, R., Lehman, I., & Vogeler, K. (2001).Rotating Instabilities in a Axial Compressor Originating from the Blade Tip Vortex. Journal of Turbomachinery, 123, 453-463.

März, J., Hah, & C., Neise, W. (2002). An Experimental and Numerical Investigation into the Mechanism of Rotating Instability. Journal of Turbomachinery, 124, 367-375.

Owczarek, J., A. (1984). Analysis of an Axial Compressor Blade Vibration Based on Wave Reflection Theory. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 106, 57-64.

Owczarek, J., A. (1992). Wave Reflections in Subsonic Axial-Flow Turbomachines. AIAA 92-3075, Proceedings of 28th Joint Propulsion Conference and Exhibit, Nashville, USA.

Rockwell, D. (1983). Oscillations of Impinging Shear Layers, AIAA Journal, 21(5), 645-663.

Spiker, M.A., Kielb, R.E., Hall, K.C., & Thomas, J.P. (2008). Efficient Design Method for Non-Synchronous Vibrations using Enforced Motion. GT2008-50599, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Berlin, Germany.

Thomassin, J., Vo, H.D., & Mureithi, N.W. (2009). Blade Tip Clearance Flow and Compressor NSV: The Jet Core Feedback as the Coupling Mechanism. ASME Journal of Turbomachinery, vol. 131, DOI:10.1115/1.2812979.

Thomassin, J., Vo, H.D., & Mureithi, N.W. (2008). Experimental Demonstration of the Tip Clearance Flow Resonance behind Compressor NSV. GT2008-50303, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Berlin, Germany.

Tihon, J., Vejrazka, J., Marty, P., & Sobolik, V. (2005). Effect of an External Excitation on the Flow Structure in a Circular Impinging Jet. Physics of Fluids, 17.

Vo, H.D. (2006). Role of Tip Clearance Flow in the Generation of Non-Synchronous Vibrations. AIAA Paper 2006-629, Proceedings of the 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada.

Zhang, H., Lin, F., Chen, J., Deng, X., & Huang, W. (2006). A Study on the Mechanism of Tip Leakage Flow Unsteadiness in an Isolated Compressor Rotor. GT2006-91123, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Barcelona, Spain.

ARTICLE 1

Présenté à la conférence ASME Turbo Expo 2007, Montréal, Canada.

Soumis, accepté et publié dans la revue « ASME Journal of Turbomachinery », vol. 131, janvier 2009.

Proceedings of GT2007:
ASME Turbo Expo 2007: Power for Land, Sea and Air
May 14-17, 2007, Montreal, Canada

GT2007-27286

BLADE TIP CLEARANCE FLOW AND COMPRESSOR NSV: THE JET CORE FEEDBACK THEORY AS THE COUPLING MECHANISM

Jean Thomassin
Pratt & Whitney Canada
Longueuil, Québec, Canada
Jean.Thomassin@pwc.ca

Huu Duc Vo
Njuki W. Mureithi
École Polytechnique de Montréal
Montréal, Québec, Canada

ABSTRACT

This paper investigates the role of tip clearance flow in the occurrence of non-synchronous vibrations (NSV) observed in the first axial rotor of a high-speed high-pressure compressor (HPC) in an aero-engine. NSV is an aero-elastic phenomenon where the rotor blades vibrate at non-integral multiples of the shaft rotational frequencies in operating regimes where classical flutter is not known to occur.

A physical mechanism to explain the NSV phenomenon is proposed based on the blade tip trailing edge impinging jet like flow, and a novel theory based on the acoustic feedback in the jet potential core. The theory suggests that the critical jet velocity, which brings a jet impinging on a rigid structure to resonance, is reduced to the velocities observed in the blade tip secondary flow when the jet impinges on a flexible structure. The feedback mechanism is then an acoustic wave traveling backward in the jet potential core, and this is experimentally demonstrated.

A model is proposed to predict the critical tip speed at which NSV can occur. The model also addresses several unexplained phenomena, or missing links, which are essential to connect tip clearance flow unsteadiness to NSV. These are the pressure level, the pitch-based reduced frequency, and the observed step changes in blade vibration and mode shape. The model is verified using two different rotors that exhibited NSV.

NOMENCLATURE

c	: Local speed of sound
CFD	: Computational Fluid Dynamics
D	: Jet diameter, Cylinder diameter
EO	: Engine order (1,2,3,…)
f	: Natural frequency
G	: Power Spectral Density
H	: Planar jet width
HPC	: High pressure compressor
N	: Rotor speed

NSV : Non-Synchronous Vibrations
p' : Pressure fluctuation
PS : Pressure side
Q : Blade vibration amplification factor
r : Radial distance
R.I. : Rotating Instabilities
s : Blade pitch
SS : Suction side
St : Reduced frequency (Strouhal number)
T : Torsional vibration mode
TE : Trailing edge
u : Instantaneous velocity
U : Average Velocity
$Utip$: Blade tip velocity
V_f : Velocity fluctuation
x : Axial distance
z' : Center plate vibration
λ : Wavelength

Subscripts
B : Backward traveling wave
c : Speed of sound, Critical
D : Round jet
H : Planar jet
F : Forward traveling wave
p : Plate
j : Jet lip
b : Blade

INTRODUCTION

Non-Synchronous Vibrations (NSV) have been observed in an axial compressor rotor blade. NSV are characterized by being asynchronous to the rotor speed, i.e. the rotor blades vibrate at non-integral multiples of the shaft rotational frequencies, and they occur in operating regimes not associated with classical flutter. This type of vibration was previously reported by Baumgartner et al. [1] and Kielb et al. [2].

Figure 1 shows the rotor blade under study. The observed NSV mode is the first torsion (1T) illustrated on the figure. Figure 2a shows engine experimental blade strain gauge data during NSV. The significant vibratory amplification is clearly evident. Figure 2b shows the unsteady pressure simultaneously measured on the casing of which the level is in agreement with the case reported by Baumgartner et al. [1].

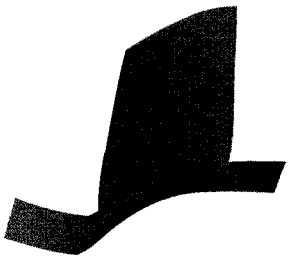

Figure 1: Rotor Blade and NSV Mode Shape

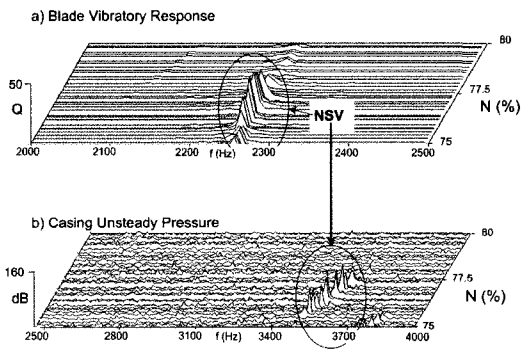

Figure 2: NSV Blade Vibrations and Casing Pressure

Several authors have studied tip clearance flow unsteadiness as the source of noise and NSV, both using computational simulations and experimentation. Examples of work in this area can be found in Kameier and Neise [3,4], Mailach et al. [5], and Liu at al. [6], who studied the tip flow unsteadiness, known as rotating instabilities (R.I.), inferred to excite the casing acoustic modes, which in turn can excite the blades. The reported acoustic wave to structure coupling mechanism is somewhat similar to the work of Yamaguchi et al. [7] who found NSV due to surrounding bleed cavity acoustic resonance, with the difference that the excitation source is attributed to a tip vortex interaction that increases with tip clearance. Fukano et al. [8], März et al. [9], and Zhang et al. [10] all identified an interference of the tip clearance flow instability with the adjacent blade pressure face at high stage loading. Vo [11] showed that significant tip clearance flow unsteadiness exists at large tip clearance when only one of the two criteria for spike stall inception, namely the trailing edge backflow, is met.

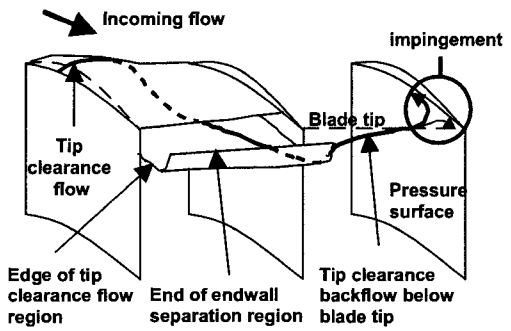

Figure 3: Impinging Trailing Edge Backflow [11]

This work suggested that the trailing edge backflow acts as an impinging jet on the pressure face of the second adjacent blade, and this is related to the known R.I. phenomenon.

Figure 3 from Vo [11] illustrates the impinging jet-like blade tip trailing edge flow feature, which laid the base for this work. This backflow is essentially a recirculation zone, as described by Kameier et al. [3], with a circumferential velocity component. At large clearance, and under high blade loading, the tip clearance flow develops in a jet-like pattern that reaches below the blade tip in the adjacent passage to finally impinge on the pressure side near the trailing edge.

The trailing edge backflow described by Vo [11] and Vo et al. [18] has been verified experimentally by Deppe et al. [12] both in cascade and compressors.

Figures 4 and 5 show additional evidence of blade pressure side impingement both calculated by März et al. [9] and measured by Fukano et al. [8], respectively, at conditions where R.I. exist.

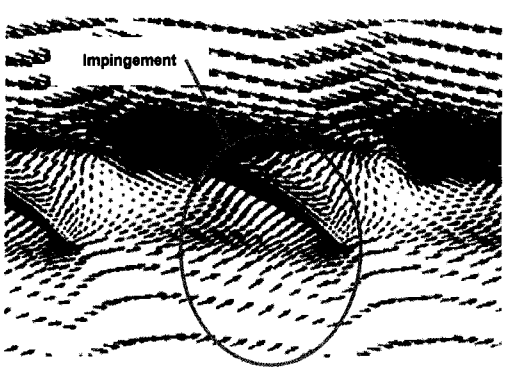

Figure 4: Tip Velocity Vector during R.I. [9]

Figure 4 shows the velocity vectors for a span cut just below the blade tip seen during a R.I. cycle [9]. The velocity field circled on the figure is in good agreement with the impinging jet like flow described on Figure 3.

Figure 5 presents the measured rotor trailing edge velocity fluctuations (V_f) at large tip clearance and high stage loading [8], which are the typical conditions for R.I. The presence of large velocity fluctuations (circled) is consistent with a flow impingement below the trailing edge tip.

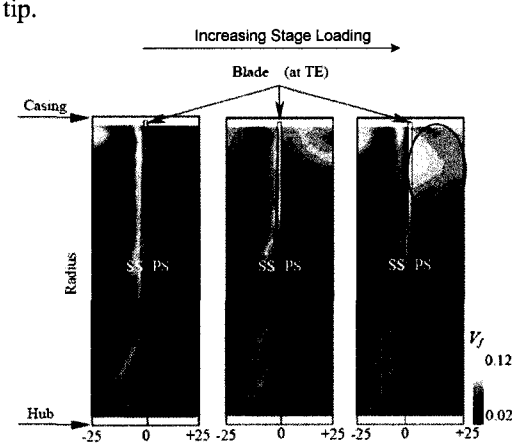

Figure 5: Pressure Side Velocity Fluctuation [8]

The recent work cited points to the study of the dynamics of an impinging jet to elucidate the mechanism behind NSV. Furthermore, although tip clearance flow instabilities (R.I.) are generally accepted as the cause for NSV, some unexplained phenomena, or missing links, are noted between the R.I. only based NSV mechanism and the available experimental data on NSV.

First, the amplitude of the tip pressure fluctuation during actual NSV conditions are experimentally measured to be between one and three orders of magnitude higher than during R.I. conditions of the fixed blade cases. Baumgartner et al. [1] reported NSV pressure fluctuations in the order of 150 dB, while typical near field R.I. induced noise data, with non-vibrating blades is in the order of 110 to 120 dB [3]. The rotor considered in this study also exhibited casing pressure fluctuations in the order of 150 dB as shown on Figure 2.

Second, there seems to be a physical inconsistency on the scaling length for the reduced frequency of R.I. The flow emanating

from the tip clearance essentially involves a shear layer. Based on typical observations of shear layer induced instabilities, one would expect the reduced frequency to scale with geometric lengthscales related to the body such as the chord or the tip clearance from which the jet like shear layer emanates. For example, the reduced frequency of a cylinder in cross-flow scales with the diameter ($St_D=fD/U$) [13]. Similarly for circular and planar jets, the reduced frequencies are, respectively, found to be $St_D=fD/U$ and $St_H=fH/U$ where D and H are the circular jet diameter and the planar jet width [14]. However, Kameier and Neise [3] deduced a reduced frequency from observations on R.I. that scales with the blade pitch when using half the blade tip velocity ($Utip/2$) as the velocity term.

Third, there is nothing in the R.I. based NSV mechanism to explain the frequency shift phenomena observed by Kielb et al. [2] where the blade vibration mode switched from the first torsion to the second torsion mode, which vibrated at around twice the first torsion mode frequency during NSV.

In this paper, a mechanism and associated model based on a resonant jet analogy is proposed to explain NSV and resolve the above three missing links.

A jet core acoustic feedback theory is developed. The theory is verified on a simple experimental apparatus. A model is formulated, based on this theory, to predict the critical rotor speed at which NSV may occur at high stage loading.

The model is validated against two different rotor blades that exhibited NSV. Additional implications of the inferred NSV mechanism are subsequently presented.

IMPINGING JET RESONANCE

In observing R.I.-type flow unsteadiness when the flow condition depicted in Figure 3 arises at stable (unstalled) compressor operations, Vo [11] suggested that an explanation into the flow unsteadiness associated with NSV may lie in the dynamics of an impinging jet as studied by Ho et al. [15].

Ho et al. [15] conducted experimental work on high-speed subsonic jets impinging on a rigid flat plate. The shear layer, around the jet, produces vortical flow structures that scale with the jet velocity and diameter. When a rigid plate is introduced in the potential core of the jet, these impinging structures produce an acoustic reflection. As the jet velocity is increased, it eventually reaches a critical value where the acoustic feedback wavelength matches the jet-to-plate distance. The jet is then said to be resonant and significant amplification of the pressure unsteadiness is observed on the plate. The resonant jet conditions were found to occur at Mach numbers higher than 0.65, whereas jet velocities associated with NSV are often lower than this threshold. In fact, R.I. have been measured to rotate at around half the rotor speed, depending on the stage loading condition, by Kameier and Neise [3,4]. At off-design conditions, where NSV are often observed, the blade tip velocity ($Utip$) is generally subsonic, and thus the inferred tip jet emanating from the tip clearance is expected to be below Mach 0.5 in the relative frame of reference.

Jet Resonance when Impinging on a Rigid Plate

Figure 6 shows a simplified view of Ho's [15] rigid plate acoustic feedback and resonant impinging jet observations.

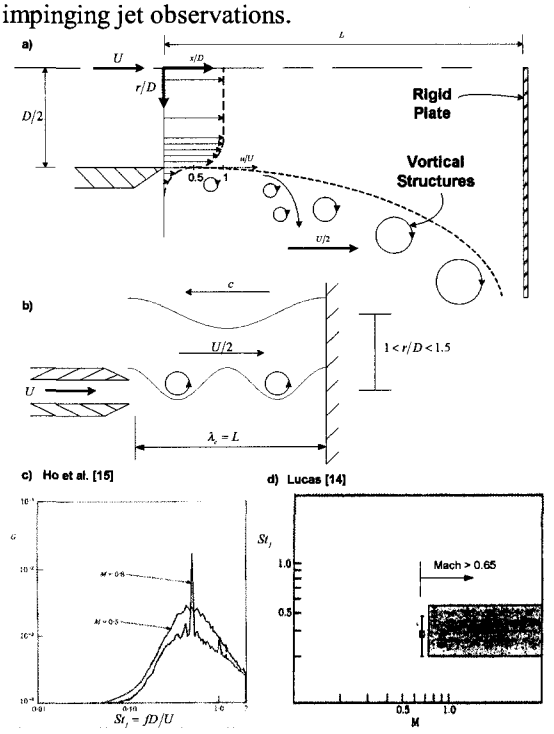

Figure 6: Resonant Jet on a Rigid Plate - Ho [15]

The exact details such as the reflecting wave angle, presented in reference [15], are omitted here for clarity.

When the fluid first exits the nozzle, small structures proportional to the thin shear layer thickness are produced. Those small structures merge very soon after leaving the nozzle lip into larger vortical structures that scale with the jet diameter (D). The structures are convected downstream at around half the jet velocity (Figure 6a) and induce pressure fluctuations on the plate. If the rigid plate is inserted within the jet potential core ($L/D \approx< 7$), peak pressure fluctuations are observed on the plate at $1 < r/D < 1.5$. The pressure fluctuation is also null at the plate center ($r/D = 0$), which is a stagnation point. The fluctuation reduced frequency ($St_j = fD/U$) is a constant at a given ratio of the plate distance to the jet diameter (L/D) [15]. The pressure fluctuations produce a sound wave that is reflected outside the jet potential core at the speed of sound (c). The reflected wave frequency is proportional to the jet velocity, and it is also equal to the ratio of the speed of sound over its wavelength ($f = St_jU/D = c/\lambda_c$). Thus, there exists a critical value of the jet velocity (U) for which the reflected wavelength (λ_c) equals the jet-to-plate distance (L), as depicted in Figure 6b. At this critical condition, the jet vortical structures lock-on to the acoustic wave frequency and significant amplification of the pressure fluctuations is measured on the plate (Figure 6c). Figure 6d presents the possible Strouhal number range of resonant impinging jets. It also shows that resonance on a rigid plate has not been reported below Mach 0.65 [14].

Jet Core Feedback Theory

This paper introduces the jet core feedback theory whose essence is shown in Figure 7. When a jet impinges on a flexible plate, in contrast to the rigid plate case, the plate vibration (z') induces a velocity, and thus a pressure fluctuation at $r/D = 0$ (Figure 7a). This in turn produces a pressure wave that propagates back inside the jet potential core at velocity U_B, where

$$U_B = c - U \tag{1}$$

with c being the local speed of sound. This implies that for the jet-on flexible-plate system, there exists a critical velocity (U), for which the jet becomes resonant at the plate natural frequency. The critical condition is then

$$f = f_b = St_jU/D = U_B/\lambda_B = (c-U)/\lambda_B \tag{2}$$

with f_b being the plate vibration frequency and λ_B the reflected wavelength. According to equation (2), and as shown on Figure 7b, the critical jet velocity at which the jet resonance can occur is when the feedback wavelength (λ_B) equals the distance between the jet lip and the plate (L). In parallel, this also implies that the core feedback wavelength ($\lambda_B = (c-U)/f$) is smaller than the acoustic wavelength ($\lambda_c = c/f$) for any $U > 0$. In the context of a compressor rotor, the critical jet velocity then becomes in the order of magnitude of the R.I. reported velocities [3,4]. Such a locked-on system will induce significant pressure amplification. Note also that the blade pitch (s) will naturally appear as the equivalent of the jet-to-plate distance (L) in the critical frequency calculation.

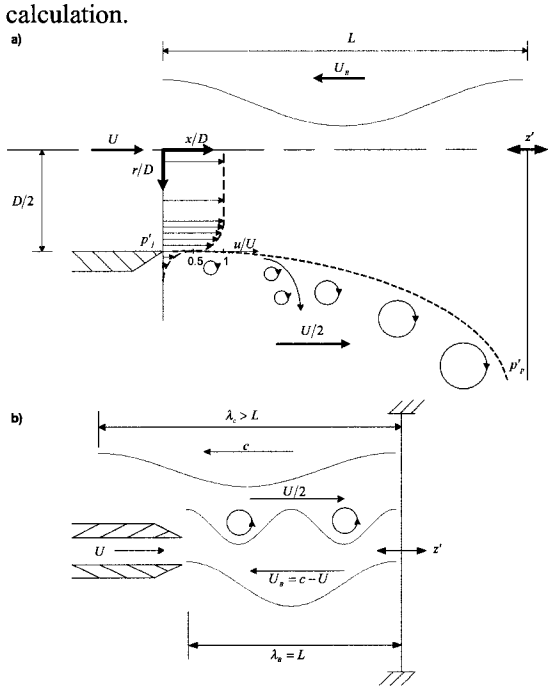

Figure 7: Jet Core Feedback Theory

The reflected wave will cause velocity and pressure fluctuation at the jet lip. A wave crest,

oscillating at the plate natural frequency, exists at the jet lip under the following condition:

$$L = {}^{n\lambda_B}/_{2} \tag{3}$$

where n is an integer.

Jet lip forced oscillation was also used in external impinging jet excitation studies to optimize the system heat transfer [16,17]. The excitation usually takes the form of a speakerphone located in a plenum upstream of the jet nozzle. It was found that the jet vortical structure formation can lock onto the external excitation provided that the forced oscillation frequency is close enough to the impinging jet natural frequency.

JET-FLEXIBLE-PLATE EXPERIMENT

An experiment was conducted with a jet impinging on a flexible plate to demonstrate the proposed jet core feedback theory. Figure 8 shows the experimental apparatus.

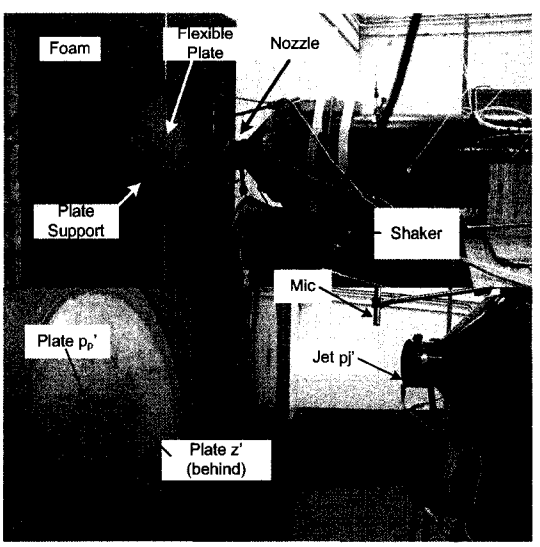

Figure 8: Experimental Set-Up

The diameter of the circular jet (D) was 0.0635 m (2.5"). In order to obtain a peak displacement at r/D = 0, and good frequency agreement between the plate and the jet, the circular plate was designed such that the first nodal circle mode (mode 01) natural frequency coincided with the jet oscillation around Mach 0.4 per equation (2). The plate was made of mild steel with an outside diameter of 0.273 m (10.75") and a thickness of 1.59 mm (0.0625"). The plate was clamped to the support at its circumference. Figure 9 shows the plate first two nodal circle modes, 00 and 01, which have their peak displacement at $r/D = 0$.

The jet core feedback demonstration consists of setting the plate into vibration using an external shaker at the mode 01 natural frequency. The jet velocity is then varied from Mach 0.2 to Mach 0.5 to locate the resonant jet condition. The resonant jet is characterized by the peak response of the plate pressure fluctuation (p'_p) located at r/D = 1.25 to the jet lip pressure fluctuation (p'_j). Once the resonant jet Mach number is located, dwells are conducted around that point determine the resonant conditions more accurately and to derive the backward propagating speed using the pressure and vibration signal phase relationships and equations (1) and (2).

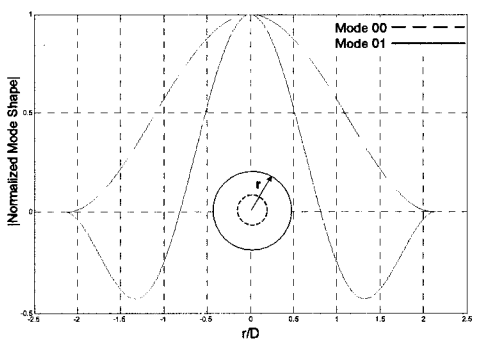

Figure 9: Plate Nodal Circle Mode Shapes

The experiment was conducted at different jet to plate distances (L/D) of 4.92, 4.75 and 2.52, where the nozzle lip pressure fluctuation is expected near a maximum per equation (3).

Figure 10 shows the acoustic response $|p'_p/p'_j|$ to a slow jet Mach number sweep through the resonance at L/D = 4.75. The strong amplification, 1000 times, shows the evidence of the jet acoustic lock-on at the plate natural frequency of 687Hz.

This is the first time, to the author's knowledge, that jet resonance has been shown to occur below Mach 0.65, and it confirms our hypothesis of a resonant impinging jet on a flexible structure. The speed of sound during the test ambient conditions was 345 m/s. The jet reduced frequency (St_j) at the resonant condition (Mach 0.37) was 0.342.

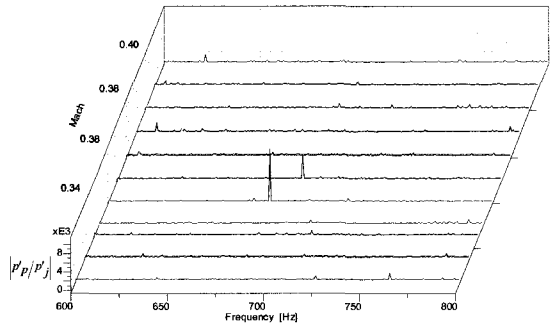

Figure 10: Mach Sweep Through Resonance

Dwells were conducted in the vicinity of the localized resonant Mach number to conduct the phase analysis. The magnitude response seen during the dwells is used to accurately locate the resonant peak frequency for the phase analysis. The best accuracy of the resonant peak amplification is obtained from the sweep through, as shown on Figure 10, since it is hardly possible to dwell at the exact maximum response, and thus steady-state running is always slightly off on either side of the resonant peak. On the other hand, best accuracy of the resonant frequency and Mach number is obtained from the dwells due to the inherent averaging of the response spectrum generation, which is more accurate in steady state than in transient. This is also true for a slow maneuver such as the slow sweep through used to generate Figure 10.

Figure 11 shows the forward wave transfer function ($|p'_p/p'_j|$) for the three distance (L/D) configurations at their respective peak responses.

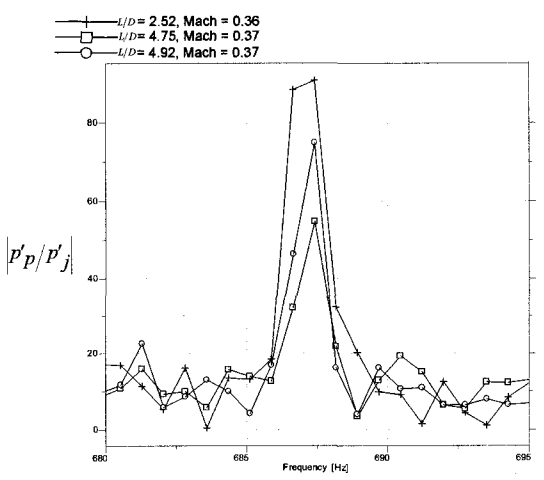

Figure 11: Forward Wave Transfer Function

It confirms the acoustic amplification at the plate natural frequency of 687 Hz and is used to accurately determine the resonance conditions.

No pressure measurement is available at r/D=0 where the accelerometer is installed. However, the pressure fluctuation at $r/D = 0$ and $x = L$ are in phase with the plate displacement due to the no slip condition of the flow adjacent to the surface. Thus, the phase component of the plate vibration-to-jet lip pressure transfer function (z'/p'_j) is used to derive the backward wave resulting propagation speed and wavelength at the plate resonant frequency.

Figure 12 shows the measured phase component of the backward wave transfer function ($\angle z'/p'_j$) compared to the prediction at a given distance to wavelength ratio (L/λ_B). The dashed line on Figure 12 is the predicted phase of the backward wave. The prediction is obtained from the resulting distance to wavelength ratio (L/λ_B) when assuming the wave propagating speed per equation (1) and calculating the wavelength (λ_B) per equation (2).

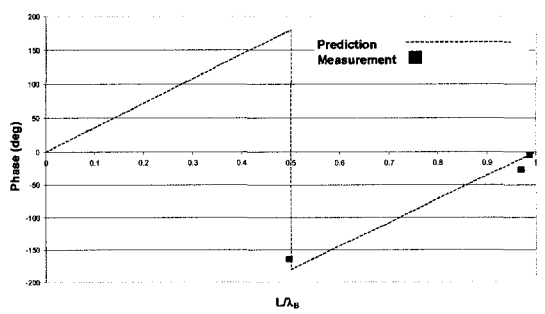

Figure 12: Backward Wave Phase Results

The experiment was conducted near acoustic resonances as per equation (3) with ($n \approx 1$) and ($n \approx 2$). The measured phase (square symbols), corresponding to three different nozzle-to-plate distances, agree well with the prediction.

The above results experimentally confirm the jet core feedback theory, in which a plate vibration induces a feedback wave traveling upstream in the jet potential core at a velocity that is the difference between the local speed of sound and the jet forward velocity. This feedback wave then couples with the jet lip convected unsteadiness to cause an acoustic resonance at the plate natural frequency, and at jet velocity below Mach 0.65.

APPLICATION TO ROTOR BLADING

As described by Vo [11] and Vo et al. [18], and shown in Figure 3, the trailing edge backflow impinges on the blade tip at the adjacent blade passage. This impinging flow, shown from a radially inward perspective above the blade tip in Figure 13, travels forward, that is from left to right on the figure, at velocity (U_F).

The forward wave velocity (U_F) is linked to the trailing edge backflow and in turn to the R.I. velocity [11] and has been established to be at around half the blade tip speed [3,4]. This is also confirmed with a single blade passage steady CFD simulation of the rotor under study which shows that the average normalized tip clearance tangential velocity ($U_F/Utip$) is 0.484. Therefore the general approximation ($U_F = Utip/2$) will be used.

The jet core feedback wave, traveling backward at velocity U_B per equation (1), with $U = U_F$, is also shown on the figure. The critical NSV condition arises when the feedback wavelength equals twice the blade pitch (s) as illustrated on Figure 13 by the full wavelength within two pitches.

As also shown on Figure 13, the blade$_i$ convected vortical structures, synchronized to the feedback wave, will impinge on the blade$_{i+2}$ pressure side. This in turn initiates strong amplification of both the pressure fluctuation and blade vibration, at the blade natural frequency, and can cause fatigue problems.

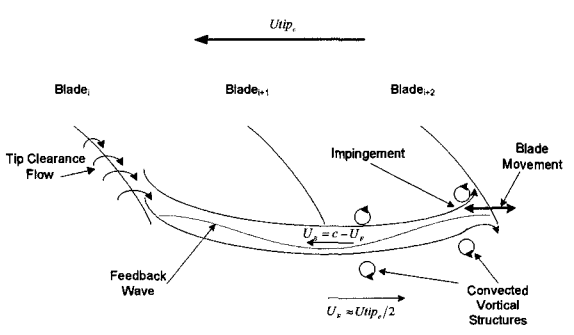

Figure 13: Jet Core Feedback - NSV Application

It should be noted that the resulting forward wavelength is not an integer multiple of two blade pitches, this condition being met only for the backward wave which travels at a different velocity, and thus its instantaneous phase may not appear synchronized to the blade movement. The forward wave is convected, that is its velocity fluctuates around the mean jet velocity (U_F) and therefore does not require to either be an integer of a half or of a full blade pitch to generate the unsteady forcing on the blade. In contrast, an equivalent acoustic wave velocity would fluctuate around zero mean (an acoustic wave is propagated), thus requiring phase matching as does the feedback wave.

Equation (4) is derived to predict the critical tip velocity ($Utip_c$) at which NSV may occur at the blade natural frequency (f_b).

$$Utip_c = 2(c - 2sf_b/n) \tag{4}$$

where c is the blade tip speed of sound, s the blade pitch and n an integer that accounts for the super-harmonics of the acoustic feedback wave, which results from the impinging flow "staging" phenomenon [14] and is discussed in the subsequent section.

Critical Tip Speed Validation

Equation (4) is now verified against the rotor under study along with Baumgartner et al. [1] rotor for which relevant information is available.

i) *Rotor Under Study*

Based on the rotor blade characteristics, the blade pitch (s) is 0.042 m. The blade vibration frequency (f_b) was found to be around 2260 Hz during NSV. The blade tip region local speed of sound (c) was about 356 m/s during the NSV event. Substituting these values into equation (4), with $n = 1$, the critical NSV tip velocity ($Utip_c$) predicted by equation (4) is 332 m/s and NSV were actually measured at ($Utip$) between 310 and 335 m/s. The critical NSV velocity is therefore accurately predicted by the proposed theory.

ii) *Baumgartner et al. Rotor [1]*

Based on the rotor blade characteristics, the blade pitch (s) is 0.053 m. The blade vibration frequency (f_b) was found to be around 1372 Hz during NSV. The blade tip region local speed of sound (c) is estimated at 357 m/s, assuming standard day inlet, 30K 1st stage off-design temperature rise from the given 400K over 10 stages at design speed, during the event.

Substituting these values into equation (4), with $n = 1$, the critical NSV tip velocity ($Utip_c$) predicted by equation (4) is 423 m/s and NSV were actually measured at ($Utip$) near 411 m/s. Equation (4) prediction thus falls within 3% of the reported [1] NSV speed.

Unfortunately, for the rotor used by Kielb et al. [2], relevant characteristics are not available, and equation (4) cannot be verified against this supplementary case.

NSV MODEL IMPLICATIONS

NSV Zone Prediction and Avoidance

Equation (4) constitutes a straightforward tool to predict the critical NSV zones in the rotor operating envelope, and the above results show that it leads to a reasonable prediction of the critical NSV speed even with an approximation of the blade tip local speed of sound. This is explained by the speed of sound being proportional to the square root of the temperature.

There is some analytical work in determining more accurately the local speed of sound. If, however, the stage characteristic is known, either by analytical or experimental means, the tip temperature at the NSV condition can be approximated from the near stall temperature rise characteristic as a function of the corrected rotor speed and the inlet temperature. The inlet temperature can be derived from the ambient conditions and the upstream compression stages when applicable.

Equation (4) can be used to design the blade away from potential NSV. The critical NSV speed ($Utip_c$) can be designed outside the operating range, or at least matched at low stage loading. For example, the front and rear stage $Utip_c$ should cross the blade modes, respectively, at the high and low end of the operating speed range.

Initial Blade Vibration

The proposed model is based on the feedback wave from the blade vibration, and it assumes that the blade is actually vibrating when the NSV tip flow condition occurs. This is a reasonable assumption since in practice, NSV inevitably occurs between two integer Engine Order (EO) crossings on the blade Campbell diagram. The Campbell diagram is a plot of the blade natural frequencies versus rotational speeds where potential crossings are represented by straight lines of slope EO, an integer, as shown on Figure 14.

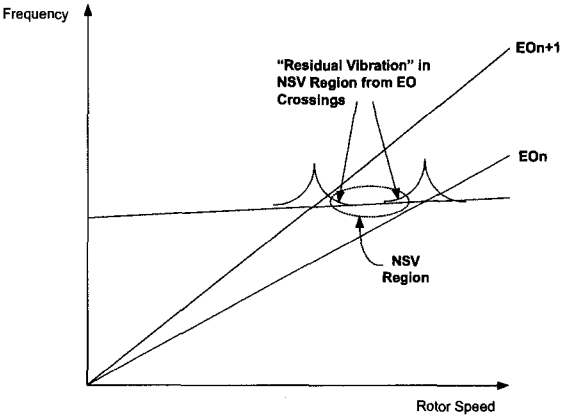

Figure 14: NSV Region on Campbell Diagram

Small forced response residual vibration from the near EO crossing can initiate the feedback wave that in turn will synchronize the generation of the tip clearance flow shear layer vortical structures to the blade natural frequency with which the self-sustained NSV will lock-on as depicted on Figure 14. This is also well illustrated by Figure 15, which shows actual engine blade strain gauge response during NSV just following EO 6 crossing on a slow engine deceleration.

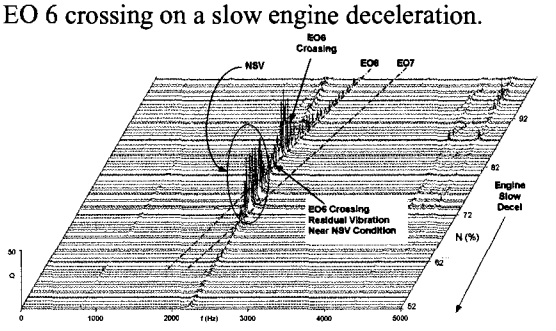

Figure 15: NSV near EO6 on Engine Deceleration

Close inspection of Kielb [2] engine strain gauge data also shows the NSV occurrence in the vicinity of the 12EO crossing, of which some activity can be seen in the strain gauge data. More research work is required to determine the actual minimum blade vibration threshold to initiate the jet core feedback wave. It is possible that typical engine running small blade movement at their natural frequencies, or the R.I. condition itself, is

enough to trigger the acoustic feedback phenomenon.

Resonant Jet Staging and Vibration Frequency Shifts

The general behavior of impinging shear layers has been characterized by Rockwell [19] and his work is summarized by Lucas [14]. One of the principal features common to impinging shear layers is the amplification of the pressure fluctuations in a narrowband of frequencies, as shown on Figure 6c, caused by the acoustic feedback (also known as the upstream influence) of the unsteady pressure from impingement on the downstream body. The frequency of the impinging shear layer oscillations increases quasi-linearly with the mean jet velocity over a limited range. It eventually "switches" from one feedback harmonic to the next in order to preserve the phase relationship between the source instability and the feedback wave. This phenomenon, causing discontinuities in the frequency versus jet velocity characteristic, is known as "staging" of the impinging shear layer.

The proposed mechanism is a particular type of impinging shear layer developing in the blade tip region for which the "jet" velocity is constant but the feedback wave is generated by the blade vibratory motion. The phase relationship between the shear layer source blade and the adjacent vibrating blade will be preserved for any shorter feedback wavelength that is a super-harmonic of the fundamental feedback wave. This will occur at frequencies that are integer multiples of the fundamental. This phenomenon could explain the observation by Kielb et al. [2] where NSV switches from the blade 1T to 2T vibration modes. In this case the two blade vibration mode natural frequencies are apart by about a factor of two. According to the proposed mechanism for NSV, the step change can be explained by the "staging" of the feedback wave as illustrated on Figure 16.

The staging causes the acoustic wave to switch from its first to second harmonic within the blade pitch. Its traveling speed remaining constant, the resulting frequency would double and lock-on to the 2T mode, which coincidentally is vibrating at a frequency around twice the 1T mode frequency.

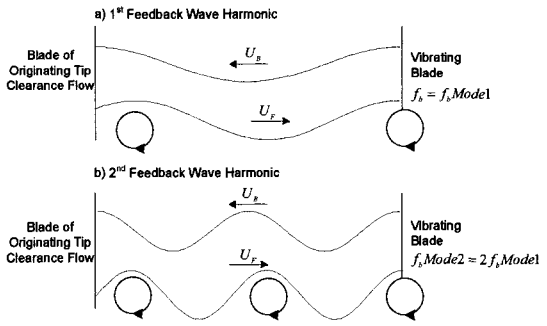

Figure 16: Feedback Staging & Vibration Frequency Shift

CONCLUSION

The link between tip clearance flow unsteadiness (R.I.) and NSV has been explained with a mechanism based on a novel impinging resonant jet theory. Moreover, a simple model to predict the critical rotor speed of NSV occurrence has been introduced and verified against the rotor under study and the rotor studied by Baumgartner et al. [1].

The proposed jet core feedback theory shows the possibility of having impinging jet acoustic resonance below Mach 0.65 when the jet impinges on a flexible structure.

Experimental work was conducted to demonstrate the jet core feedback theory using an impinging jet on a flexible plate apparatus. The results demonstrate the presence of the jet core acoustic wave traveling at c-U and its coupling with the shear layer vortical structures at the nozzle lip causing jet resonance below Mach 0.65.

The proposed model and associated physical NSV mechanism address the three missing links between R.I. and NSV that are identified from current knowledge: the required pressure unsteadiness amplification, the blade pitch as a main driving parameter, and the occasional vibration frequency and mode shift.

Equation (4) can be used to design a rotor critical NSV speed and blade mode crossings outside the operating range, or at least at low stage loading conditions.

This work suggested that damping the NSV surrounding EO crossing responses may prevent NSV occurrence. Further research is required to confirm the minimum blade vibration threshold that can trigger the acoustic feedback.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to thank Pratt & Whitney Canada for permission to publish this work.

REFERENCES

[1] Baumgartner, M., Kameier, F., Hourmouziadis, J., 1995, "Non-Engine Order Blade Vibration in a High Pressure Compressor", 12th International Symposium on Airbreathing Engines, Melbourne, Australia.

[2] Kielb, R.E., Thomas, J.P., Barter, J.W., Hall, K.C., 2003, "Blade Excitation by Aerodynamic Instabilities – A Compressor Blade Study", GT-2003-38634, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Atlanta, Georgia.

[3] Kameier, F., Neise, W., 1997, "Rotating Blade Flow Instability as a Source of Noise in Axial Turbomachines", Journal of Sound and Vibration, vol. 203, no. 2, pp. 833-853.

[4] Kameier, F., Neise, W., 1997, "Experimental Study of Tip Clearance Losses and Noise in Axial Turbomachines and their Reduction", Journal of Turbomachinery, vol. 119, pp. 460-471.

[5] Mailach, R., Lehman, I., Vogeler, K., 2001, "Rotating Instabilities in a Axial Compressor Originating from the Blade Tip Vortex", Journal of Turbomachinery, vol. 123, pp. 453-463.

[6] Liu, J.M., Holste, F., Neise, W., 1996, "On the Azimuthal Mode Structure of Rotating Blade Flow Instabilities in Axial Turbomachines", AIAA Paper 96-1741, AIAA & CEAS Aeroacoustics Conference.

[7] Yamagushi, N., Sato, T., Umemura, S., Ohwaki, T., "A Non-Synchronous Vibration of Moving Blades Coupled with the Bleed Chamber Resonance in an Axial Compressor", Takasago R&D Center, Mitsubishi Heavy Industries.

[8] Fukano, T., Jang, C.-M., 2003, "Tip Clearance Noise of Axial Flow Fans Operating at Design and Off-Design Condition", Journal of Sound and Vibrations, vol. 275, pp. 1027-1050.

[9] März, J., Hah, C., Neise, W., 2002, "An Experimental and Numerical Investigation into the Mechanism of Rotating Instability", Journal of Turbomachinery, vol. 124, pp. 367-375.

[10] Zhang, H., Lin, F., Chen, J., Deng, X., Huang, W., 2006, "A Study on the Mechanism of Tip Leakage Flow Unsteadiness in an Isolated Compressor Rotor", GT2006-91123, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Barcelona, Spain.

[11] Vo, H.D., 2006, "Role of Tip Clearance Flow in the Generation of Non-Synchronous Vibrations", AIAA Paper 2006-629, Proceedings of the 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada.

[12] Deppe, A., Saathoff, H., Stark, U., 2005, "Spike-Type Stall Inception in Axial-Flow Compressors", Proceedings of the 6th European Conference on Turbomachinery – Fluid Dynamics and Thermodynamics, Lille, France.

[13] Blevins, R.D., 1990, "Flow Induced Vibrations" 2e édition, Krieger Publishing Company, Malabar, Florida.

[14] Lucas, M.J., 1997, "Acoustic Characteristics of Turbomachinery Cavities", ASME Press, New York.

[15] Ho, C.-M., Nosseir, S., 1981, "Dynamics of and Impinging Jet Part I: The Feedback Phenomena", Journal of Fluid Mechanics, vol. 105, pp. 119-142.

[16] Tihon, J., Vejrazka, J., Marty, P., Sobolik, V., 2005, "Effect of an External Excitation on the Flow Structure in a Circular Impinging Jet", Physics of Fluids, vol. 17.

[17] Hwang, S.D., Cho, H.H., 2003, "Effects of Acoustic Excitation Positions on Heat Transfer and Flow in Axisymmetric Impinging Jet : Main Jet Excitation and Shear Layer Excitation", International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 24, pp. 199-209.

[18] Vo, H.D., Tan, C.S., Greitzer, E.M., 2005, "Criteria for Spike Initiated Rotating Stall", GT2005-68374, Proceedings of ASME Turbo Expo, Nevada, USA.

[19] Rockwell, D., 1983, "Oscillations of Impinging Shear Layers", AIAA Journal, vol. 21, No. 5, pp. 645-663.

ARTICLE 2

Présenté à la conférence ASME Turbo Expo 2008, Berlin, Allemagne.

Soumis et accepté pour publication dans la revue « ASME Journal of Turbomachinery », janvier 2009.

The Tip Clearance Flow Resonance behind Axial Compressor Non-Synchronous Vibration

J. Thomassin

H.-D. Vo

N. Mureithi

Non-Synchronous Vibration (NSV) is a particular type of aero-elastic phenomenon where the rotor blades vibrate at non-integral multiples of the shaft rotational frequencies. NSV behaviour appears similar to off-design stall flutter but with a particular blade tip flow evolution. This paper demonstrates the link between NSV and the resonance induced by the tip clearance flow, based on a proposed hypothesis and experimental confirmation.

At off-design operating conditions, the rotor blade tip clearance shear layer flow can evolve tangentially. It is proposed that this tangential flow becomes a support for an acoustic feedback wave that settles between rotor blades. The feedback wave is driven by the blade vibratory motion and synchronizes the shear layer vortical structures with the blade vibration frequency. Depending on the blade tip local temperature, and when the feedback wavelength matches within one or two blade pitches, the system becomes resonant and very high vibrations can occur on the blade.

An axial stage compressor test rig is set up to look into the underlying mechanism behind NSV through targeted measurements using both static and rotating instrumentation. The experimental apparatus consists of the first stage of a High Pressure Compressor (HPC) driven by an electric motor. The test section is built to minimize the effects of the adjacent stator blade rows in order to isolate the role of rotor blade tip clearance flow on NSV. Sensitivity studies are carried out to assess and demonstrate the effects of the rotor blade tip clearance and inlet temperature on NSV and validate the predicted resonance for NSV occurrence under various conditions. Vibrations and surface pressure data from adjacent blades are collected to demonstrate the predicted interactions between neighboring rotor blades. Finally, evidence of the staging phenomenon, inherent to the proposed NSV mechanism, is experimentally obtained. All the data obtained are consistent with and thus in support of the proposed mechanism for NSV.

Introduction

Non-Synchronous Vibrations (NSV) is a type of aero-elastic phenomenon encountered in modern turbomachinery. The symptoms are very similar to blade flutter, sometimes encountered at off-design operation, in the sense that the airfoil blades vibrate at non engine order frequencies to levels that can cause fatigue problems. The main differences between flutter and NSV are the vibration frequency and mode shape step changes that sometimes occur as a function of speed and temperature variation during NSV. The physical mechanism behind NSV has yet to be fully understood. For the more common engine order synchronous blade vibration, engineers can at least identify the excitation sources by the number of surrounding vanes. In the case of non-synchronous vibrations, aero-elastic specialists need to consider more complex phenomena such as fluid-elastic instability (flutter), vortex shedding or acoustic resonances.

Many hypotheses have been proposed in an attempt to explain the underlying physical mechanism behind NSV. Owczarek [1, 2] suggested that the blade vibration was due to forcing by waves reflected from neighboring blade row. In the 60's and 70's, researchers also investigated the resonance of cascades based on the

Parker modes [3, 4]. This theory was later elaborated to include incidence and compressibility effects encountered in turbomachines. The proposed mechanism was then called aerodynamic resonance [5]. More recently Helmich and Seume [6] found evidences of duct acoustic resonance in a high-speed axial compressor. The modes in question required to be reflected by the downstream blade row in order to be trapped in the annulus. Most of the acoustic resonance theories rely on the assumption that the acoustic excitation comes from some sort of blade vortex shedding or overall broadband noise from the turbomachinery components. The actual interaction between these acoustic modes and the vortex shedding or background noise is often not understood.

The link between blade vibrations and fan or compressor noise has been established [7]. Some authors studied the role of tip clearance flow in fan and compressor noise [8, 9] through an instability phenomenon interpreted as a Rotating Instability (R.I.). Baumgartner et al. [10] suggested that non-engine order compressor blade vibrations were induced by such a Rotating Instability. Mailach et al. [11] proposed a reduced frequency for the R.I. based on the blade tip clearance and other geometric parameters including the blade pitch. Kielb et al. [12] suggested that NSV were driven by a blade tip instability that interacts with the suction side vortex. Vo [13] also suggested that NSV were linked to the tip clearance flow instability at high blade loading, where the tip clearance flow starts to evolve tangentially and impacts below the blade tip adjacent blades. He then proposed to study the dynamics of an impinging jet to shed some light into the NSV mechanism.

More recently, Thomassin et al. [14] have proposed a novel theory to explain the NSV mechanism that essentially couples both tip clearance flow and acoustic wave phenomena. The model is based on the fundamental mechanism behind the oscillations of impinging shear layers. This type of fluid dynamic instability is quite common and exists for various geometries as studied by many authors and reported in detail by Rockwell [15] and summarized by Lucas [16].

Figure 1 depicts the general features of a self-oscillating impinging shear layer. The key mechanism that inspired the hypothesis [14] is the upstream influence, or acoustic feedback, that synchronizes the formation of the vortical structures that grow from the separation edge as shown in the figure. As illustrated, the typical behavior of the shear layer, as it leaves the separation edge, is to roll-up into a vortical structure. This structure is convected downstream at some average velocity. The vortices thus formed will impact the impingement edge inducing pressure fluctuations which are propagated upstream as shown. The feedback will locally influence the vortex formation or, in other words, the shear layer instability. This phenomenon is called the upstream influence. There exist critical conditions for which the feedback wavelength is near the inter-edge distance causing the system to resonate. A vortical structure is essentially the geometric expression of a given shear layer. Therefore, since they are directly related, the terminology shear layer and vortical structures are used to describe the same unsteady phenomenon of interest in the following discussions.

Nomenclature

c : Local speed of sound
EO : Engine order (1,2,3,...)
f : Frequency
FOR : Frame Of Reference
FR : Forced Response
k : Instability Convection Constant
n : Harmonic Integer Number
N : Rotor speed
NSV : Non-Synchronous Vibrations
p' : Pressure fluctuation
PR : Pressure Ratio
PS : Pressure side
R : Gas Constant
s : Blade pitch
S' : Vibration Level
SS : Suction side
T : Torsional, Temperature
u : Instantaneous velocity
U : Average Velocity
U_{tip} : Blade tip velocity
W : Mass air Flow
z' : Plate Vibration
ϕ : Flow Coefficient
γ : Specific Heat Ratio
λ : Wavelength

Subscripts

b : Blade
c : Speed of sound, Critical
B : Backward Wave in Rotating Frame
F : Forward Wave in Rotating Frame

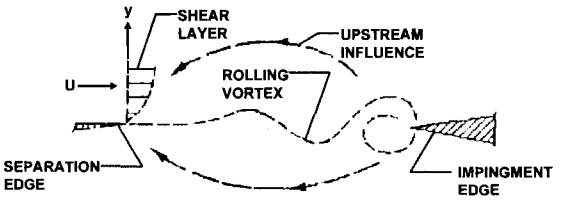

Figure 1: General Feature of Oscillating Shear Layer [15]

We studied the case where the vortical structures are convected at high velocity and the impingement edge is in vibratory motion at a frequency near the preferred mode (natural frequency) of the shear layer. The shear layer was obtained from a jet exit and the impingement 'edge' was a vibrating plate as depicted in Figure 2. Our work [14] demonstrated that the acoustic feedback, induced by the impingement 'edge' motion, can propagate upstream, in the jet potential core, at the speed of sound minus the jet mean velocity, U_B, and synchronize the shear layer into a resonance.

The resonance was found to occur at a lower critical jet velocity than normally encountered when the acoustic feedback (upstream influence) is propagated at the speed of sound, c, outside the jet potential core and also illustrated in Figure 2.

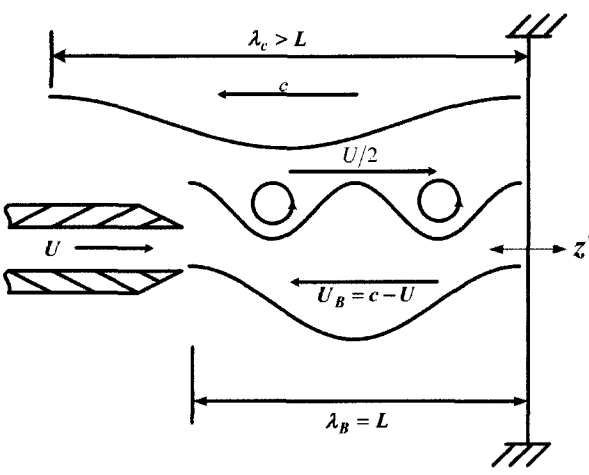

Figure 2: Oscillating Shear Layer Impinging on a Vibrating Structure [14]

The findings were applied to axial compressor rotor blade tip clearance flow. At low rotor blade loading, the tip clearance flow immediately rolls up into a tip vortex. However, at high blade tip loading, typical of NSV conditions, the tip clearance flow starts to evolve tangentially and reaches the pressure side of the adjacent blade, and there is no clearly defined tip vortex. When this happens, there is a clear shear layer between the tip clearance flow and the almost perpendicular core flow that inevitably leads to vortical structures as illustrated in figure 3.

This blade tip tangential flow then becomes a waveguide for the acoustic reflection to settle within one or two blade pitches. The feedback wave, forced by the blade vibration, propagates against the flow stream that convects the shear layer vortices. When the resulting feedback wavelength matches the interblade distance, or pitch, the tip clearance flow becomes "resonant" and can potentially induce high blade vibration.

The detailed NSV model, based on the resonance of tip clearance flow, which is a particular case of an oscillating shear layer impinging on a vibrating structure, is presented in the next section of this paper. Then, the rotor under study is briefly described along with the details of the test-section and instrumentation. The results and discussion section is finally presented in which the data analysis is conducted.

NSV Model Review

Before the experimental results and data analysis are presented, it is appropriate to conduct a more detailed review of the NSV mechanism as proposed by Thomassin et al. [14]. Figure 3 depicts the physics of the phenomenon.

Figures 3a and 3b show the relevant fluid mechanics occurring at the blade tip when the aerodynamic loading of the compressor stage is increased by mass flow reduction, through a downstream throttle for example. At high aerodynamic loading, a recirculation zone develops in the blade tip area as shown in Figure 3a [8]. This recirculation zone is in fact a vortex sheet of tip clearance flow with a large tangential velocity component. The tip clearance flow can develop in two flow paths as shown in Figure 3b. The solid line illustrates the mean flow path of the tip clearance backflow evolving around the blade trailing edge to eventually reach below the adjacent blade tip. The dashed lines illustrate the blade tip clearance flow that can leak through the next tip clearance.

Figures 3c and 3d show the 2D axial plane cut of Figure 3b. The tangential tip clearance flow evolution is driven by the difference in pressure, ΔP, across the blade and the casing shear as

illustrated in Figure 3c. The tip clearance shear layer is shown in the rotating frame of reference, as if the wall was moving at the blade tip speed U_{tip}. The vortical flow structures, associated with the tip clearance flow, are convected at the average velocity U_F, which is linked to the tip clearance flow velocity and is a fraction of the blade tip speed. This convection velocity is driven by many factors such as the blade loading, as mentioned above, and the tip clearance size [8, 9, 11]. The novel element that was brought to the study of NSV by Thomassin et al. [14] is the feedback wave shown in Figure 3d. It is this feedback wave that brings the tip clearance flow into resonance, inducing high enough unsteady pressure to explain the high vibration level observed during NSV. It is also this feedback wave that imposes the NSV critical condition and allows its prediction. As the blade vibrates, it produces a sound pressure wave that propagates in all directions. In the tip clearance "flow channel" area, shaded on Figures 3c and 3d, it encounters the tip vortical flow structure relatively high mean convection speed U_F. The feedback wave is thus compressed and propagates upstream, in the tangential direction, at the local speed of sound minus the mean vortical structure convection speed, $(c\text{-}U_F)$.

The adjacent blade interaction is shown in the figure but the initial work from the authors was inspired by the earlier studies on the topic conducted by Vo [13]. The latter suggested that the NSV region on the compressor map coincides with the apparition of one of the two tip stall inception criteria, namely the trailing edge backflow which actually reaches the second adjacent blade tip as illustrated by the solid line in Figure 3b. The later work by Thomassin et al. [14] demonstrated that both cases can in fact occur and would lead to the same prediction equation. The authors found that the shear layer instability, such as shown in Figure 3c at the blade tip, can couple to an acoustic feedback wave at either 360° or 180°, when the acoustic wave is induced by a downstream vibrating structure. This means that the resonance of the oscillating impinging shear layer can occur for a full wave trapped within two blade pitches or for a half wave trapped within a single blade pitch as depicted in Figure 3d, depending on the system's preferred flow path. In both cases though, the feedback wavelength is two blade pitches and the resonance condition, detailed in this work, is the same.

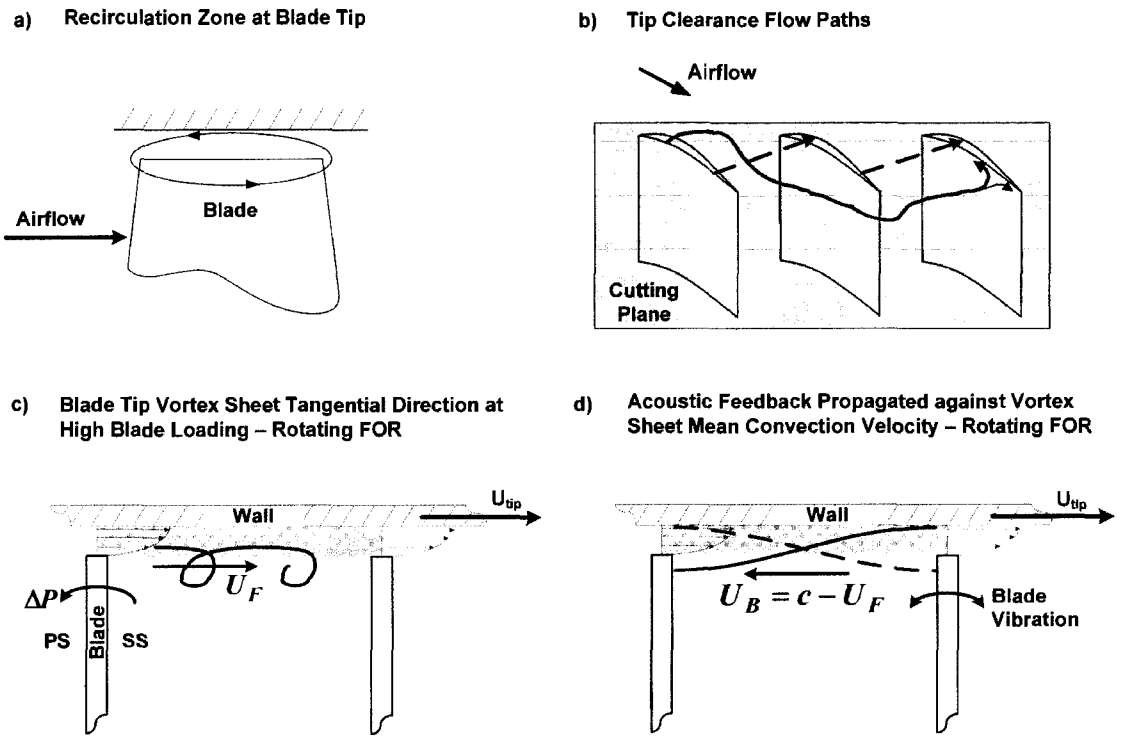

Figure 3: Thomassin et al. NSV Model Summary [14]

Eq. 1 was derived in reference [14] to predict the NSV critical speed based on the blade tip local speed of sound, c, natural blade vibration frequency, f_b, and pitch, s, with n the wave harmonic integer. The integer n captures the staging phenomenon that is inherent to impinging shear layers. It occurs when the higher harmonics of the feedback wave settle between the blades. The staging phenomenon is believed to explain the frequency and mode shape shifts sometimes encountered during NSV [12, 14].

$$U_{tipc} = 2\left(c - \frac{2sf_b}{n}\right) \tag{1}$$

The constant 2, outside the bracket of the right hand side term of Eq. 1, stands for the ratio of the blade tip speed, U_{tip}, to the tip clearance flow instability mean convection velocity, U_F. In the absence of more accurate data, it can be approximated using the general approximation $U_{tip}/U_F \cong 2$ [14]. A good prediction for this parameter, along with the blade tip temperature to estimate the local speed of sound, c, can also be obtained, at design level, from the stage performance and CFD simulations. Eq. 1 was statistically verified against a number of cases where compressor blades had exhibited NSV [14].

Figure 4 illustrates an example of the application of the derived equation to the F100 fan blade Campbell diagram. The diagram data is taken from Jeffers et al. [17].

The challenge in trying to model Fluid Elastic Instabilities (FEI), like off-design flutter or NSV, is to conduct the analysis at the proper operating condition. The latter is most of the time known once the engine ran and the blade failed flutter strain gauge testing. We believe that our proposed model brings a missing element into the "a priori" prediction of off-design FEI like NSV. NSV can appear quite similar to stall flutter, except for the sometimes observed frequency and mode shape step changes [12]. The F100 fan blade was reported to exhibit flutter during its development in the mid 70's [17]. The vibration was found in both the rig at approximately 800 Hz and the full engine testing at around 1000 Hz. The high vibration regions experimentally obtained are circled in Figure 4. Eq. 1 makes it possible to draw lines for the prediction of NSV like FEI occurrence on the Campbell diagram. These are the negative slope lines in Figure 4. The line on the left was calculated for cold day operation (-65°C) while the line on the right was calculated for hot day operation (+65°C). The extreme temperatures are arbitrarily chosen for typical operating conditions of an aircraft inlet first fan stage. All the reported vibration conditions fall within the prediction lines.

The critical NSV speeds are calculated for both the rig and the engine conditions, which illustrates that the proposed mechanism can explain different vibration modes and frequencies at similar critical rotor speeds based on the fundamental coupling mechanisms of impinging shear layers [14, 16].

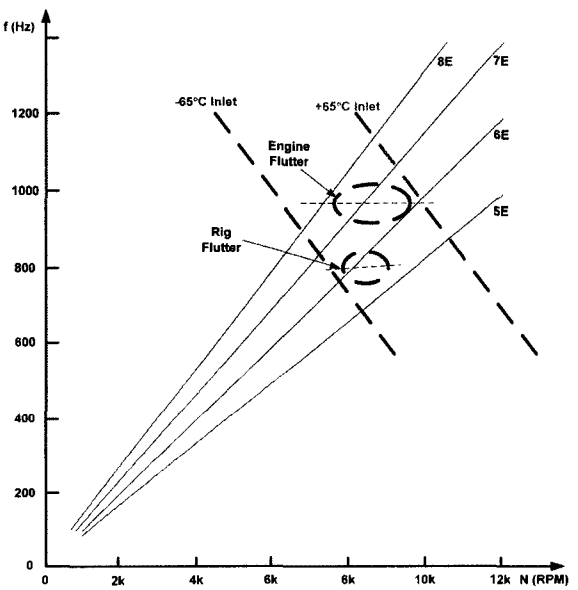

Figure 4: NSV Critical Speed Prediction

The above discussion essentially summarizes the work presented in reference [14]. In what follows our complementary effort to experimentally support the conclusions of [14] is presented.

With the availability of more accurate data on the blade tip instability convection speed, as for the present study, the prediction Eq. 1 can be reformulated by introducing a constant, k, as per Eq. 2 below. U_F is the tip instability, or tip vortical structures, convection speed and U_{tip} the blade tip speed.

$$\frac{U_F}{U_{tip}} = \frac{1}{k} \tag{2}$$

The critical NSV blade tip speed prediction takes the form of Eq. 3 with the left hand term being the NSV critical blade tip velocity corrected to the blade tip local temperature, γ the specific heat ratio assumed constant at 1.4, R the gas constant, s the blade pitch, f_b the blade natural vibration frequency, T_{tip} the local blade tip temperature, and n an integer that accounts for the "stage" or harmonic of the feedback wave of Figure 3d.

$$\frac{U_{tipc}}{\sqrt{T_{tip}}} = k\left(\sqrt{\gamma R} - \frac{2sf_b}{n\sqrt{T_{tip}}}\right) \qquad (3)$$

This paper presents an experimental investigation into the NSV phenomenon. A virtually isolated compressor rotor test rig experiment is conducted with unsteady instrumentation in both the rotating (rotor blades) and fixed (casing) frames of reference.
The objectives are the following:

- Demonstrate that NSV is tip clearance flow driven and does not require interactions with other blade rows. This is achieved by building the test section without static vanes in the rotor vicinity.
- Demonstrate the NSV mechanism where the blade tip clearance shear layer instability is synchronized by an acoustic feedback emanating from the vibration of adjacent blades.
- Verify that the critical NSV speed prediction can be obtained accurately with Eqs. 2 and 3.
- Conduct studies on NSV sensitivity with respect to tip clearance and inlet temperature.
- Obtain evidence supporting the staging phenomenon proposed in [14].

Experimental Set-up

The rotor considered in this case study is the first stage of a high pressure compressor that exhibited NSV under particular operating conditions. It is installed as a single stage in a compressor rig test-section. The IGV's are not installed and the de-swirl vanes are installed more than four blade chords downstream of the rotor to eliminate the effects of the surrounding vane interactions and focus purely on tip clearance flow effects. The rotor under study has 23 blades. The blade aspect ratio and hub-to-tip ratio are approximately 1.4 and .5 respectively. Two tip clearance settings are investigated, 1% and 2% of the tip chord (cold static condition).

Figure 5 shows a side view of the test section with its major components. Air flows from left to right in the figure. Engine order excitation is possible through the optional inlet fingers. Tip clearance variation is achieved by moving the rotor shroud axially, taking advantage of the blade tip meridional angle. De-swirl vanes are installed downstream the rotor to minimize the exhaust pressure losses. The air exits the section in a scroll plenum, and flows outside through a butterfly valve that controls the stage loading (back pressure). The plenum and exhaust valves are not shown in the figure. The gas path is designed to keep the entry flow accelerating up to the blade leading edge in order to minimize the entry boundary layer thickness.

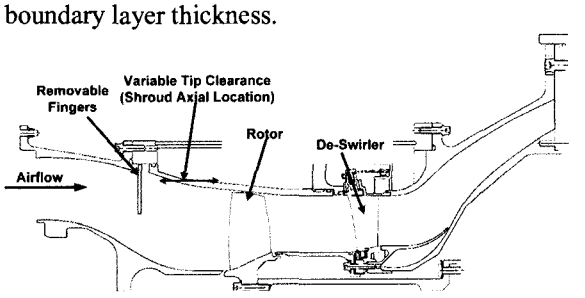

Figure 5: Rotating Rig Test-Section

There are two sets of instrumentation, static and rotating. The signals, from the rotating instrumentation on the rotor blades, are transmitted through a slip-ring which provides static contacts for the spinning instruments.

Figure 6 shows a picture of the installed compressor rig. The inlet fingers, the slip-ring that transmit the rotating instrument data and the rotor under test are identified on the figure.

Figure 7 shows the details of the static instrumentation. Unsteady static pressure sensors are flush mounted on the shroud per Figure 7a. The pressure probes are also distributed circumferentially, in the blade trailing edge plane, to capture the convected vortical structures. Their angular locations are depicted in Figure 7c. Two sets of seven pressure probes, as shown relative to the blade tip geometry, are mounted 180° apart to capture small (~half a blade pitch) and large (~11 blade pitches) convected flow structures.

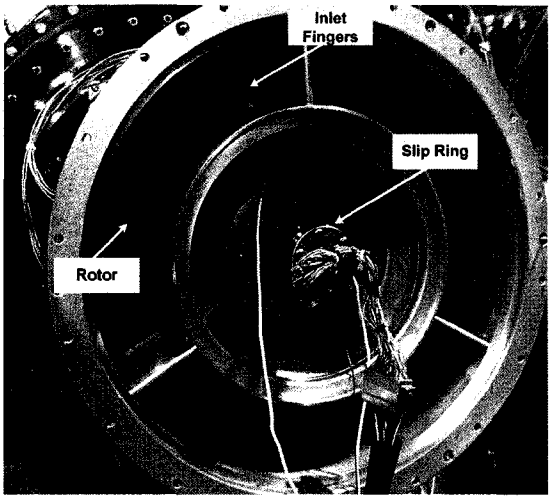

Figure 6: Installed Compressor Test Rig

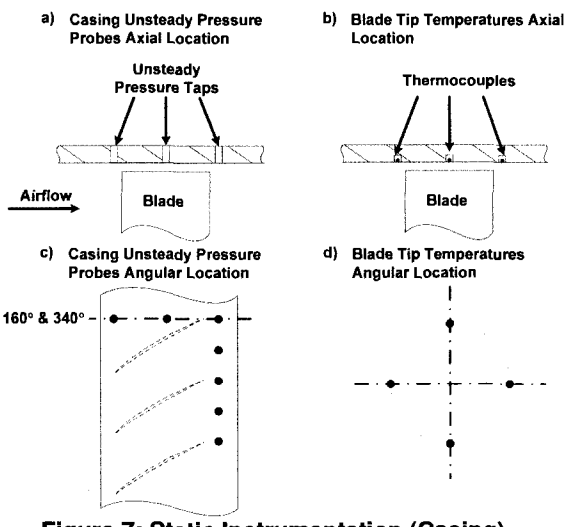

Figure 7: Static Instrumentation (Casing)

Temperature measurements, as shown in Figure 7b and 7d, are taken at various axial and circumferential locations essentially to obtain the local speed of sound in the blade tip region. This sensing location is found adequate since it is mounted in the well mixed flow region, as shown in Figure 3a, of the blade tip at the NSV operating conditions.

Figure 8 depicts the details of the rotating instrumentation. A total of nine blades are instrumented with strain gauges. The instrumented blades are identified in Figure 8a. Figure 8b shows the strain gauge locations selected to capture the NSV mode of interest. Also shown in Figure 8b are the locations of the unsteady flush mounted pressure probes installed on the suction side of blades 1 and 13.

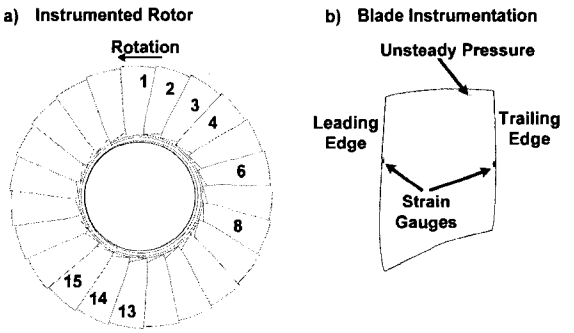

Figure 8: Rotating Instrumentation

The test procedure essentially consists of conducting NSV sensitivity studies to tip clearances, stage loading, inlet temperature and surrounding engine order vibration levels.

Results and Discussion

NSV Zone and Vibration Levels

Several types of Fluid-Elastic Instability (FEI) can occur in a compressor depending on the operating regime. The instability that is characterized in the present study is based on the criterion that it is sensitive to tip clearance and is defined as NSV. Figure 9 summarizes the method used to obtain NSV data. Based on the proposed model, NSV relies on three simultaneous conditions to occur. The relatively large tip clearance, the tangential flow direction at the blade tip and the appropriate blade tip temperature that defines the local speed of sound. It also generally occurs at non-integral multiple of the rotating speed. The method that was used to generate the data was to map the compressor speed lines at every 1% speed, N, in the NSV off-design regime as shown in Figure 9.

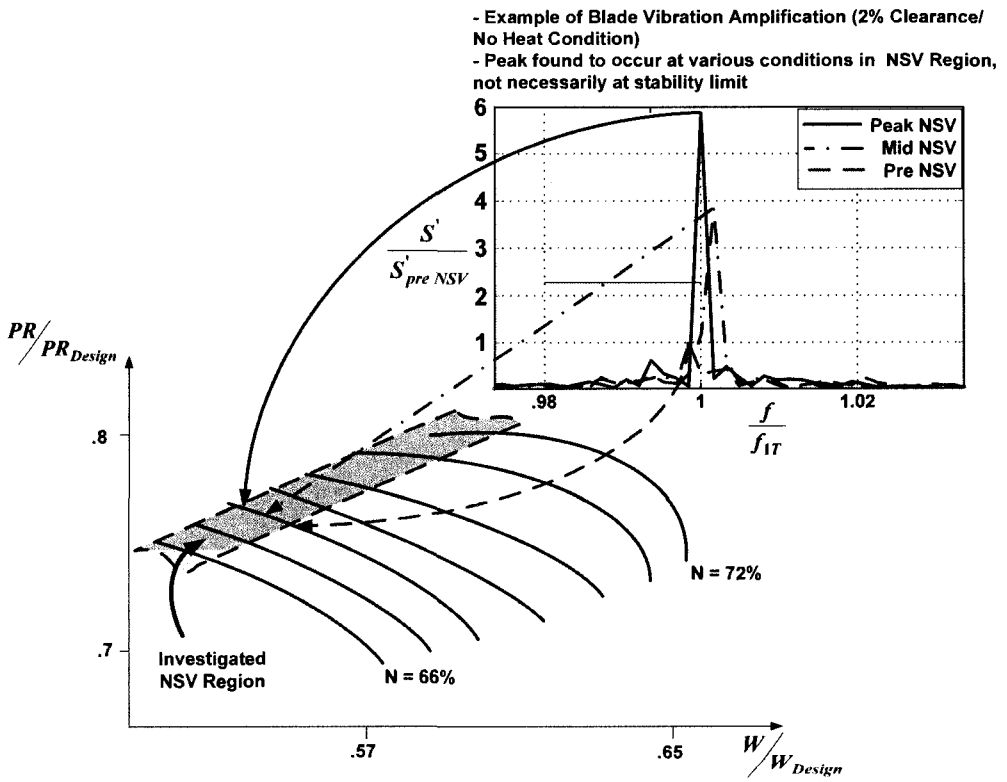

Figure 9: NSV Region and Vibration Amplification

Many maps were generated for various tip clearance and temperature configurations. The NSV region was found to occur at around 60% and 75% of the rotor design flow and pressure ratio, respectively. The NSV region, relative to the compressor map, is shaded in the figure. The map in Figure 9 corresponds to the 2% cold tip clearance case.

The blade vibration levels are obtained from the strain gauges installed on the blade to capture the first torsional, 1T, mode of interest. The modal natural frequency of the 1T mode is used as the reference frequency f_{1T}. Also shown in the figure is an example of the amplification levels of the blade vibration going through the NSV regime. The data is normalized to the vibration level measured just prior to the NSV zone. High amplification occurred in the NSV region as seen on the figure. The peak NSV levels, observed during the experiment, were found to occur at various conditions within the NSV region, not necessarily near the compressor stability limit as for the example shown.

Many blades were instrumented to obtain a good statistical basis for the vibration data. They all showed similar amplification levels such as shown in Figure 9 during NSV. Their values were blade-to-blade averaged to obtain a reference of the vibration level per NSV condition. The vibration data of each NSV condition were also normalized to the maximum vibratory stress level encountered during the experiment. Figure 10 summarizes the normalized vibratory data thus obtained. The x-axis is the compressor speed corrected to the inlet temperature. The y-axis represents the normalized vibratory stresses as defined above. The figure captures at a glance the inlet temperature, built tip clearance and speed effects. It can be noted that the peak vibrations occurred for the larger clearance case. The data also shows that the phenomenon does not occur at constant corrected speed. The critical NSV corrected speed of occurrence was in fact found to increase with inlet temperature as most clearly shown by the 2% clearance cases for which the peak vibration shifted to higher corrected speed with inlet heating.

It is appropriate at this point to make a few remarks. First the NSV region was found in an area of the compressor map for which the speed line slopes are still negative, as shown in Figure 9. In other words, it can occur in an aerodynamically

stable region in terms of system operability. So taking this compressor in an engine application for example, the identified NSV region could be crossed in normal off-design operation. More fundamentally, the NSV phenomenon itself was reproduced in this test-section configuration which was specifically designed to capture solely the influence of the tip clearance flow (without the effect of surrounding vanes).

Moreover, Figure 10 illustrates that the vibration is quite sensitive to tip clearance. It suggests that no inlet or outlet vane interactions are required for the phenomenon to occur.

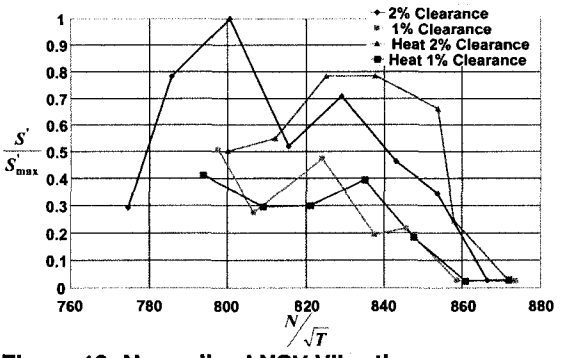

Figure 10: Normalized NSV Vibration vs. Corrected Speed

Finally, if the vibration was only due to an aerodynamic instability, one would expect to see it happening at constant compressor speed when corrected to the inlet temperature. The data of Figure 10 suggests that the NSV physical mechanism is not purely aerodynamic since the NSV corrected critical speed moves to the right with inlet heating.

Blade Tip Vortical Structures Convection Velocity U_F

The first parameter to determine in order to predict NSV per the proposed model is the constant k of Eq. 2. The constant is directly related to the blade tip flow vortical structures convection velocity, U_F, around the rotor annulus.

The method used to calculate U_F is depicted in Figure 11. The tip perturbation can be detected in both fixed and rotating frames of reference. The casing (fixed FOR) is instrumented with unsteady pressure probes that are located 180° apart. Blades 1 and 13 (rotating FOR) are also instrumented with unsteady pressure probes. As shown in Figure 11a, the perturbation above blade 1 will reach blade 13 after a given time. Using the pressure signal cross-correlation, the traveling time can be calculated from the correlation peak time delay. The same method is used in both FOR.

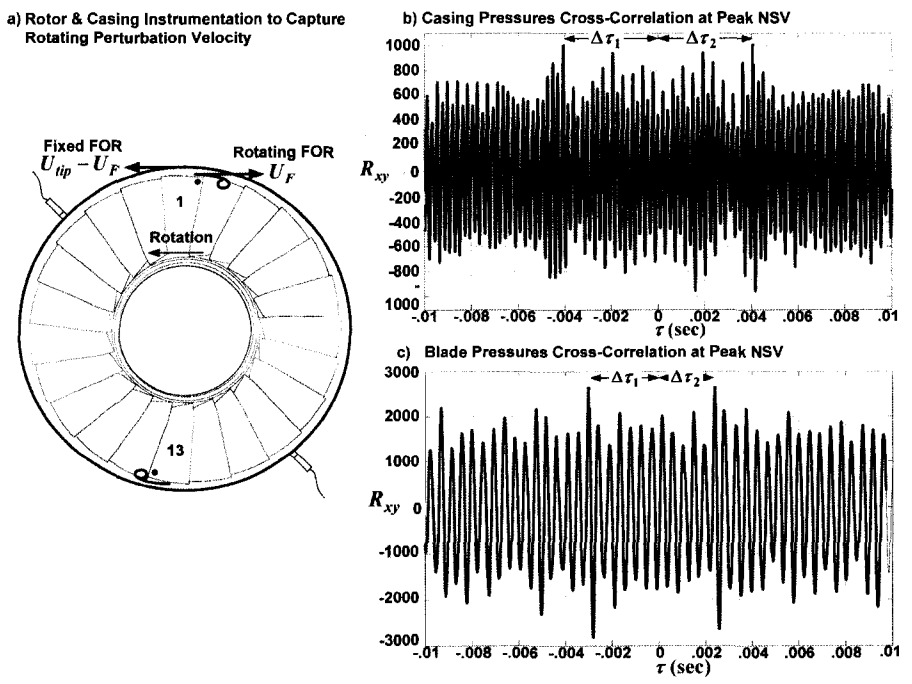

Figure 11: Unsteady Pressure Correlation Method

Figure 11b shows an example of cross-correlation calculation giving the perturbation traveling time in the fixed FOR. U_F in the rotating FOR is then obtained by subtracting the blade tip speed. Figure 11c shows an example calculation of the perturbation traveling time in the rotating FOR. This one provides a direct measurement of the velocity U_F which travels over 12 blade passages from blade 1 to blade 13 within $\Delta\tau_1$ seconds, and 11 passages from blade 13 to blade 1 within $\Delta\tau_2$ seconds. The traveling times were compiled for all the NSV conditions of Figure 10. The summary is presented as a function of the stage flow coefficient, ϕ in Figure 12.

The ratio of the convection velocity to the blade tip speed, U_F/U_{tip}, was found to be more dependent on the tip clearance size than on the operating temperature. The slight difference observable between two inlet temperature conditions, at a given clearance, in Figure 12 may be related to clearance tightening due to the running at higher mechanical speed with inlet heating. The U_F/U_{tip} ratio is approximately 0.6 for the 2% clearance case and 0.53 for the 1% clearance case. This is in good agreement with the experimental observations made by Kameier and Neise [8, 9] who investigated the Rotating Instability phenomenon in similar operating conditions. The Rotating Instabilitiy, as described by the authors, is essentially the same phenomenon as the one termed blade tip instability, tip clearance flow instability or blade tip vortical structure in the present work.

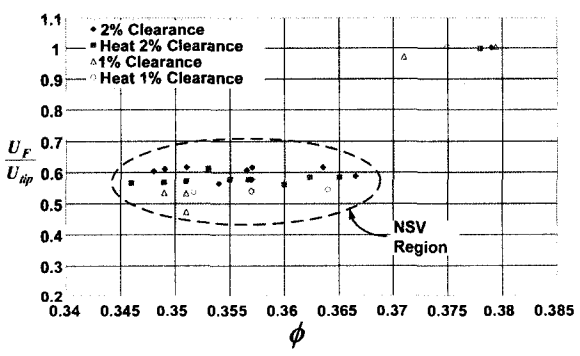

Figure 12: Convection Velocity U_F

The Resonance Condition

The key to vibration amplification during NSV is when the acoustic feedback from the vibrating blade can settle within a blade pitch. The tip clearance shear layer with the vibrating blades, as depicted in Figure 3d, then forms a system very similar to an organ pipe. The system energy comes from the shear layer momentum of the organ pipe jet and, in this case, from the blade tip clearance flow.

In both cases the flow structures impinge on a downstream structure, the edge for the organ pipe and the blade tip for the compressor rotor. The acoustic resonance that paces the system frequency is set by the pipe natural modes in the organ pipe case, and in this case by the harmonic motion of the vibrating blade in the compressor rotor passage.

The resonance condition for NSV has been established by Thomassin et al. [14]. It occurs when the feedback wave length matches the inter-blade distance, or pitch, s. The propagation velocity of the acoustic feedback is the difference between the local speed of sound, c, and the tip instability convection speed U_F obtained in the previous section. The first harmonic of the feedback, $n = 1$, that coincides with the blade natural frequency of interest is considered here. The resonance occurs when the feedback velocity equals the sound propagation velocity from the blade vibration per Eq. 4.

$$\frac{(c-U_F)}{2sf_b} = 1 \tag{4}$$

The normalized vibration levels measured at the various operating conditions are plotted against the resonance condition of Eq. 4 in Figure 13. It clearly shows that the high amplification points gather within a narrow band around the resonance condition at $(c-U_F)/2sf_b \cong 1$. The tip clearance acts as an open channel for the acoustic feedback. Also, the blade tip clearance flow is tri-dimensional and relatively complex. It is therefore likely that the acoustic feedback wave path may be slightly skewed. This can thus explain the slight offset between the baseline and heated inlet cases actual resonance conditions, where their respective peak vibrations are observed.

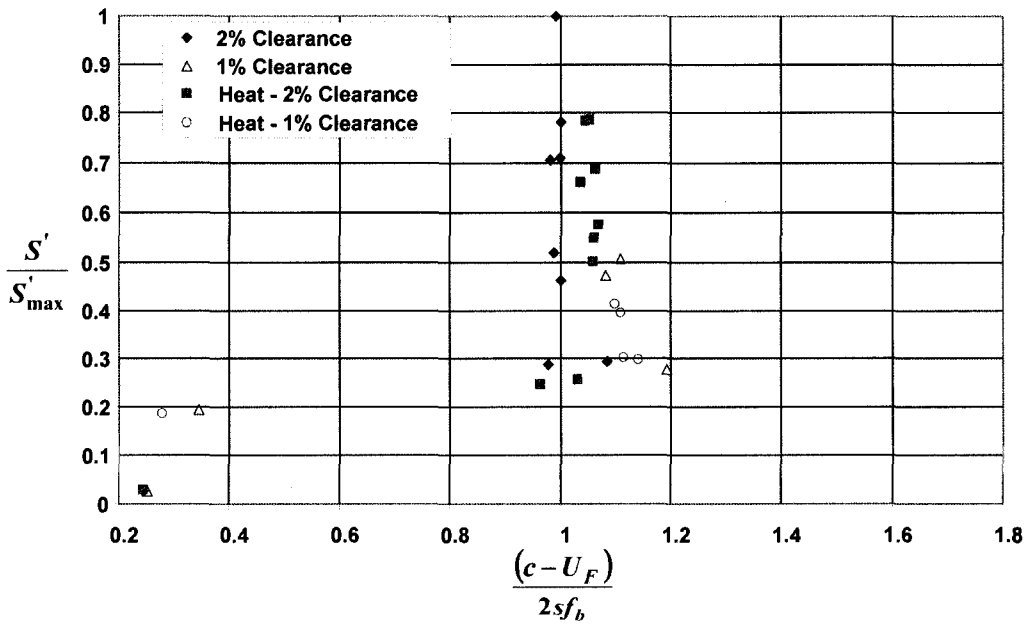

Figure 13: Resonance Condition

NSV Prediction

The constant k of the NSV model (Eq. 3) is adjusted, for the 2% clearance case, to the condition of the maximum NSV vibration measured during the experiment.

Introducing the measured data of that particular condition into Eq. 3, we obtain the constant $k=1.65$. This corresponds to the ratio U_F/U_{tip} = $.606$ per Eq. 2. This result is in good agreement with the data of Figure 12 for the 2% clearance case in the NSV region. The calibrated model is then used to calculate the critical NSV blade tip speed per Eq. 3 for all the 2% clearance cases at any temperature. The actual critical NSV speed measured during the experiment is compared to the prediction and the results are presented in Figure 14. The data shows the good correlation between the proximity of the operating speed to the predicted critical speed and the associated vibration level. Significant vibration amplification is found when the compressor operates in the NSV region, as identified in Figure 9, at a speed within a 2% band around the predicted critical speed per Eq. 3. This data demonstrates that the critical NSV speed can be predicted based on the proposed tip clearance flow resonance model of Figure 3.

Equation 3 gives good prediction accuracy provided that the tip instability propagation velocity and the blade tip local temperature are known.

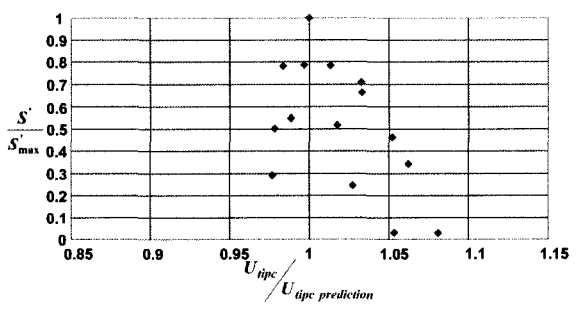

Figure 14: Critical NSV Speed Prediction

Influence of the Feedback Wave Harmonic

Observations of frequency and mode shape shifts were reported during NSV [12].

A possible explanation was provided by Thomassin et al. [14] where the feedback wave could "switch" from one harmonic to the next through the staging mechanism of the resonant impinging shear layer [15, 16].

The feedback harmonic is captured by the integer n in Eq. 3. For the staging to occur at similar speeds, the frequency of the second blade mode must also be an integral multiple of the first NSV blade mode. To demonstrate the staging

mechanism, the inlet temperature was adjusted to have the NSV crossing at a speed where the second torsional, 2T, blade mode, which vibrates at around twice the first mode frequency, could be excited by an integral forced response, 13EO in this particular case. The compressor speed was slowly varied while keeping the operating line constant well into the NSV zone that is shaded in Figure 9.

Figure 15a shows the normalized vibration from one strain gauge signal during the operating line sweep through the NSV crossing between the 6th and 7th engine orders (EO). Very low vibration of the second mode, 2T, can also be seen on the figure. Figure 15b shows the corresponding frequency content of the unsteady pressure measured by one of the blade pressure probes. The peak unsteady pressure is oscillating at the blade 1st torsional NSV mode.

Figure 15c shows the normalized vibration of the same strain gauge during the same operating line sweep, for the same tip clearance setting and for the same ambient conditions but with a set of 13 fingers in the inlet to generate a 13EO excitation to the second torsional mode.

Although the strain gauges are not perfectly located to measure this second mode, more activity can still be detected at the 13 EO forced response crossing of the 2T mode. Most importantly, the first torsional mode vibration level was significantly reduced.

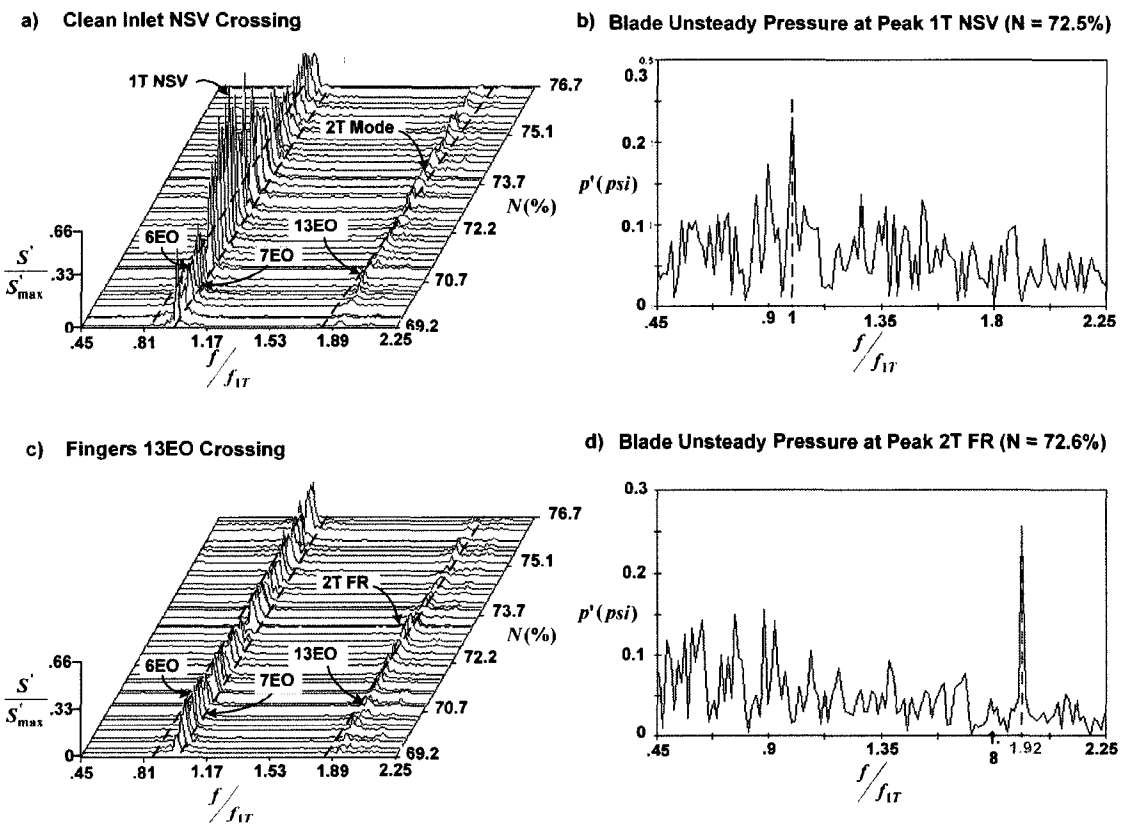

Figure 15: Influence of the Feedback Wave Harmonic

As previously mentioned, the gas path is designed to accelerate the flow from the inlet finger to the rotor leading edge to minimize the outer casing boundary layer thickness and its potential interaction with the tip clearance flow. The principal impact of the fingers on the rotor is thus expected to be their wakes in order to excite the appropriate blade modes. Also, the rotor blade unsteady pressure frequency content is compared along with the vibration levels to verify that the main aerodynamic interaction of the inlet fingers with the rotor is the integral blade forcing through the finger wakes. This is verified by the principal unsteady pressure harmonic which corresponds to the 13EO frequency. Figure 15d shows the corresponding frequency content of the unsteady pressure measured by one of the blade pressure probes. The peak unsteady pressure is now oscillating at the blade 2nd torsional forced response mode. This demonstrates that by forcing the vibration of the second blade mode with the inlet fingers, the second harmonic of the acoustic feedback dominated and the NSV resonance of the 1T mode of Figure 15a could not establish itself. The effect is similar to shortening the tube length of an organ pipe since it increases the feedback wave frequency by reducing its wavelength.

This supplementary evidence of the staging phenomenon further supports the proposed NSV mechanism which involves the interaction of an acoustic feedback wave within the blade passage, as per Figure 3d.

Other Observations

As mentioned earlier, the blade tip clearance flow vortex sheet components may be convected via two paths as shown in Figure 3b. It raises the question on whether the interaction is higher between one blade and its first or second neighbor.

In order to evaluate their relative interactions, the cross-correlation was conducted between the available blade unsteady pressure measurements on blades 1 and 13 and their adjacent blades' vibration. The top plot of Figure 16 shows the maximum cross-correlation coefficient between the unsteady pressure measured at blade 1 and its neighboring blades' vibration. The bottom plot of Figure 16 shows the maximum cross-correlation coefficient between the unsteady pressure measured at blade 13 and its neighboring blades' vibration. The correlation coefficients are normalized to the maximum correlation coefficient found within the three blades of the comparison.

Interestingly it is with blade 1 and 13, on which the pressure probes are installed, that the interaction shows the minimum relative correlation. The peak correlation occurs with blades 2 and 14. This supports the model proposition that NSV is an inter-blade phenomenon. It also suggests that the maximum interaction occurs between a given blade tip shear layer instability and its adjacent blade. The data also shows significant interaction of the second adjacent blades 3 and 15, relative to blades 1 and 13 respectively. This suggests that the shear layer induced vortical structures may also be convected along the second flow path captured by the proposed model and illustrated by the solid line on Figure 3b.

High vibrations were observed on all the instrumented blades during the experiment. One of the implications of the proposed NSV model of Figure 3 is that NSV could also occur locally within a few blades, so no particular disk vibration mode shape coincidence would be required. The inter-blade phase relationship at high NSV conditions was analyzed to try to identify potential disk vibration mode shape. No preferred disk mode shape of vibration could be clearly identified during NSV. This is in agreement with the proposed mechanism.

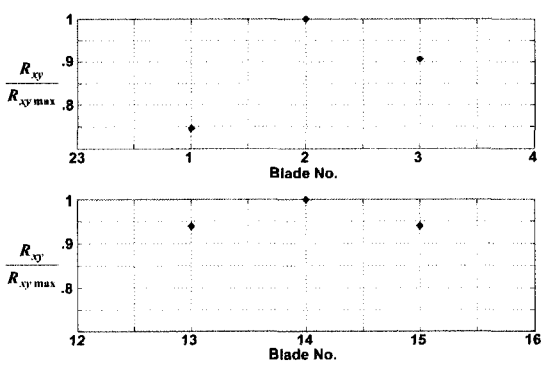

Figure 16: Maximum Blade Interactions

Conclusion

An experimental investigation was conducted to validate a proposed mechanism for NSV based on tip clearance flow resonance.

The proposed model was initially reviewed in detail and the critical NSV speed prediction

equation was reformulated for verification with new experimental data.

High vibration levels were reproduced with the experimental set-up that was designed to isolate the tip clearance effects from the surrounding vanes. The vibration was found to be sensitive to tip clearance size and the critical speed of occurrence, corrected to inlet temperature, was found to vary with temperature. The NSV were found to occur on an operationally realistic region, meaning on negative speed line slopes, of the off-design compressor characteristic.

The blade tip instability convection velocity was calculated from the experimental data and was significantly more dependent on the tip clearance size than on the operating temperature.

A criterion for the resonance condition was established and found to be in good agreement with experimental data. High vibrations were found to occur within a narrow band (1 to 2%) of the resonance condition.

The model constant, k, which is based on the blade tip vortical structures convection velocity, was calculated from the maximum vibration condition encountered in the experiment. The model was then used to predict the critical NSV speed. Good agreement with the experimental data was found.

Evidence of the staging phenomena was obtained by forcing the second feedback wave harmonic through the 2nd blade mode vibration of which the natural frequency was approximately twice the 1st investigated mode frequency. The 2nd mode excitation significantly reduced the 1st mode vibration at the critical NSV condition.

The data suggests that the maximum interaction between one blade tip unsteady pressure occurs with the next adjacent blade. Evidences of interaction with the second adjacent blade were also found. Both interactions are supported by the proposed model.

No evidence of preferred NSV disk vibration mode shape was identified. This suggests that the phenomenon could also occur locally on the rotor as the proposed model implies.

Acknowledgments

The authors would like to thank Pratt & Whitney Canada for permission to publish this work.

The principal author would also like to express his personal thanks to Mr. Richard Lahaie and the Pratt & Whitney Canada Special Test organization for their continuous support.

References

[1] Owczarek, J., A., 1984, "Analysis of an Axial Compressor Blade Vibration Based on Wave Reflection Theory", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol. 106, pp. 57-64.

[2] Owczarek, J., A., 1992, "Wave Reflections in Subsonic Axial-Flow Turbomachines", AIAA 92-3075, Proceedings of 28th Joint Propulsion Conference and Exhibit, Nashville, USA.

[3] Franklin, R.E., 1972, "Acoustic Resonance in Cascades", Journal of Sound and Vibration, vol. 25, no. 4, pp. 587-595.

[4] Koch, W., 1983, "Resonant Acoustic Frequencies of Flat Plate Cascades", Journal of Sound and Vibration, vol. 88, no. 2, pp. 233-242.

[5] Dowell E.H., Crawley E.F., Curtiss, Jr. H.C., Peters D.A., Scanlan R.H., Sisto F., 1995, "A modern Course in Aeroelasticity", Kluwer Academic Publishers.

[6] Hellmich, B., Seume, J.R., 2006, "Causes of Acoustic Resonance in a High-Speed Axial Compressor", GT-2006-90947, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Barcelona, Spain.

[7] Schuster, B., 2005, "Axial Fan Tone Induced by Separated Tip Flow, Flutter and Forced Response", AIAA-2005-2876, Proceedings of AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, California, USA

[8] Kameier, F., Neise, W., 1997, "Rotating Blade Flow Instability as a Source of Noise in Axial Turbomachines", Journal of Sound and Vibration, vol. 203, no. 2, pp. 833-853.

[9] Kameier, F., Neise, W., 1997, "Experimental Study of Tip Clearance Losses and Noise in Axial Turbomachines and their Reduction", Journal of Turbomachinery, vol. 119, pp. 460-471.

[10] Baumgartner, M., Kameier, F., Hourmouziadis, J., 1995, "Non-Engine Order Blade Vibration in a High Pressure Compressor", 12th International Symposium on Airbreathing Engines, Melbourne, Australia.

[11] Mailach, R., Sauer, H., Vogeler, K., 2001, "The periodical Interaction of the Tip Clearance Flow in the Blade Rows of Axial Compressors, Proceedings of the ASME Turbo Expo, New Orleans, Lousiana, USA.

[12] Kielb, R.E., Thomas, J.P., Barter, J.W., Hall, K.C., 2003, "Blade Excitation by Aerodynamic Instabilities – A Compressor Blade Study", GT-

2003-38634, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Atlanta, Georgia.
[13] Vo, H.D., 2006, "Role of Tip Clearance Flow in the Generation of Non-Synchronous Vibrations", AIAA Paper 2006-629, Proceedings of the 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada.
[14] Thomassin, J., Vo, H.D., Mureithi, N., 2007, "Blade Tip Clearance Flow and Compressor NSV: The Jet Core Feedback as the Coupling Mechanism", ASME Journal of Turbomachinery, vol. 131, Jan. 2009, DOI:10.1115/1.2812979.
[15] Rockwell, D., 1983, "Oscillations of Impinging Shear Layers", AIAA Journal, vol. 21, No. 5, pp. 645-663.
[16] Lucas, M.J., 1997, "Acoustic Characteristics of Turbomachinery Cavities", ASME Press, New York.
[17] Jeffers, J.D., Meece jr., C.E., 1975, "F100 Fan Stall Flutter Problem Review and Solution", Journal of Aircraft, vol. 12, No. 4, p 350.
[18] DiMaggio, S.J., Duron, Z.H., Davis, G., 2002, "Modal Identification of Lightly-Damped, Highly-Symmetric Bladed Disks", AIAA Paper 2002-1225, Proceedings of the 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials, 22-25 April 2002, Denver, Colorado.

ARTICLE 3

Soumis à la revue « Journal of Fluid Mechanics », février 2009.

Mixing layer resonance under high-speed stream forcing

By Jean Thomassin
Pratt & Whitney Canada, Longueuil, Canada

Njuki Mureithi and Huu Duc Vo
Department of Mechanical Engineering, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada

In the majority of fluid-structure interaction problems, the biggest challenge lies in the fundamental understanding of the flow physics. Forced mixing layers is an important phenomenon found in many cases of flow-induced vibrations and acoustics. The response of a mixing layer to high-speed stream acoustic forcing is investigated with a theoretical and experimental approach. Two different experiments demonstrating the fluid mechanic phenomenon are presented. The first experiment consists of a circular jet impinging on a vibrating plate. The second experiment demonstrates the mixing layer resonance in the context of a fluid elastic instability causing high-amplitude vibrations in gas turbine high-pressure compressor rotor blades. The mixing layer is present in both the jet and the blade tip clearance flow. Both the plate and the adjacent blade vibration induce an acoustic feedback that propagates within the jet and blade tip clearance flow, respectively. The resonance was found to occur when the feedback wavelength matched either the jet-to-plate or the inter-blade distance. In both experimental cases, the resonance condition has been simply modeled by the coincidence of a 1D feedback wave, which propagates upstream at reduced velocity by the high-speed flow. The

coupling between the jet induced mixing layer and the feedback wave is assumed to naturally occur when one of the wave crests reaches the separation edge. The objective of this study is to improve the understanding of the coupling mechanism between an emanating shear layer and the acoustic forcing originating within a fast flow stream. The study is based on a simplified analytical model in order to enlarge the current understanding of the mixing layer receptivity to the more specific case of its response to high-speed stream forcing. To identify the mixing layer resonant modes, an analytical resonance condition is proposed. It is found that the mixing layer response becomes spatially resonant for specific source locations downstream in the high-speed flow. The study also provides an analytical mean to capture the critical source location periodicity that has been experimentally observed. The resulting theoretical prediction of the resonant source locations is in good agreement with the experimental data. Therefore, it supports the stream forced mixing layer analytical model and the proposed spatial resonance condition. The simple 1D reduced speed feedback wave model, which has been used to identify the experimental resonance conditions, is also in good agreement, and thus validated, with the results of this study.

---

1. Introduction

Fluid-elastic instabilities are a major concern in many engineering fields. In the case of gas turbine engines, a new fluid-structure interaction problem has been identified and characterized within the last two decades. The phenomenon has taken various names

from non-engine order vibrations (Baumgartner et al. 1995) to non-synchronous vibrations (NSV) and has been associated with important compressor blade fatigue problems (Kielb et al. 2003, Thomassin et al. 2007, Spiker et al. 2008). Like the better known blade flutter phenomenon, non-synchronous vibrations are asynchronous to the compressor rotating speed. However, a few characteristics differentiate non-synchronous vibrations from classical blade flutter. First, they occur in operating regimes where flutter is traditionally absent. Second, the critical speed of occurrence varies with the operating temperature. Last but not least, discrete frequency and vibration mode shape shifts have been observed (Kielb et al. 2003).

Like most fluid-structure interaction problems, the fluid dynamic aspect of the system is generally the most challenging. Since the NSV frequency is not synchronized to the rotating speed of the machine, phenomena like surrounding blade row, cavity, duct and cascade acoustics have been investigated to identify potential blade excitations (Franklin 1972; Koch 1983; Dowell et al. 1995; Hellmich et al. 2006; Owczarek 1984, 1992). Other researches focused more on the blade tip clearance flow instabilities as the source of noise in turbomachinery but also established some links between tip clearance flow instabilities and blade vibrations (Schuster 2005; Kameier & Neise 1997; Mailach et al. 2001; Kielb et al. 2003; Vo 2006; Thomassin et al. 2007).

During the research on NSV, Thomassin et al. (2008) found that the blade tip speed at which the peak vibration occurred corresponded to a critical condition that was identified as tip clearance flow resonance. The blade tip clearance is the assembly gap between the rotating blade and the compressor casing as illustrated in figure 1a. It is set

for the best possible sealing while avoiding mechanical contact. The tip clearance flow is the fluid leakage flowing through that gap between the blade pressure side (PS) towards its suction side (SS) as illustrated in figure 1b. At part aerodynamic load (low pressure differential between PS and SS), the tip clearance flow has relatively low momentum and is quickly convected with the main flow stream after entering the blade passage. At high aerodynamic load, it has enough momentum to reach the adjacent blade. High shear is involved by the nature of the tip clearance flow and it generates a shear layer when mixing with the core flow in the blade passage. This shear layer is convected in the flow stream direction or in the tangential direction depending on the blade tip aerodynamic loading.

The tip clearance flow resonance, as understood to date by Thomassin et al. (2008), is determined by two main flow features: first the shear layer impingement and second the acoustic stream forcing, both phenomena taking place between adjacent blades on the same blade row. Our physical model for tip clearance flow resonance was first inspired by the fundamental mechanism of upstream influence behind the oscillations at discrete frequencies in impinging shear layers (Rockwell 1983). This type of fluid dynamic instability exists for various geometries as studied and reported by many authors (Rockwell 1983), summarized by Lucas (1997) and theoretically investigated by Howe (1997) for low Mach number flows.

The shear layer impingement occurs when the blade tip clearance flow evolves tangentially from one blade to the next. The tip clearance flow starts to evolve tangentially when the blade tip is highly loaded such as in the near stall condition, which

was the case of our rotor blade under study. Figures 1c and 1d illustrate the shear layer impingement phenomenon at high blade loading. Figure 1c shows the velocity vectors for a span cut just below the blade tip observed from an unsteady numerical simulation solution at high blade tip load (März et al. 2002). The velocity field circled on the figure shows evidence of impinging flow. Figure 1d presents the measured rotor trailing edge velocity fluctuations (V_f) at high stage loading made by Fukano et al. (2003). The presence of large velocity fluctuations, also circled on the figure represents experimental evidence of tangential flow impingement below the trailing edge tip on the adjacent blade as the aerodynamic load is increased. So for a highly loaded blade, the tip flow acts as an impinging shear layer with its associated velocity and pressure fluctuations. The vortex sheet associated with the shear layer is convected towards the adjacent blade at the average tangential tip clearance flow velocity.

The second required flow feature that we found necessary in order to predict the critical NSV conditions is the acoustic feedback, or stream acoustic forcing, originating from the blade vibration. This acoustic wave propagates within the tangential tip clearance flow and its propagation speed is reduced by the high subsonic average vortex sheet convection velocity. When the wavelength of the feedback wave, or that of its super-harmonic, equals the inter-blade distance, it synchronizes the vortex sheet to the blade vibration frequency causing high pressure amplifications. This phenomenon defines the tip clearance flow resonance that the authors observed experimentally during NSV (Thomassin et al. 2008). The resonance is schematically depicted in Figure 2.

Figure 2 shows a 2D plane cut of two adjacent rotor blades, similar to Figure 1d. In Figure 2a, the tip clearance shear layer vortex sheet is shown in the rotor frame of reference, as if the wall was moving at the blade tip speed, U_{tip}. The vortical flow structures, associated with the tip clearance flow, are convected at the average velocity U_F, which is linked to the tip clearance flow velocity and is a fraction of the blade tip speed. This convection velocity is driven by many factors such as the blade loading and the tip clearance size (Kameier & Neise 1997, Mailach et al. 2001).

The reduced velocity feedback wave is depicted in Figure 2b. As demonstrated by Thomassin et al. (2008), it is this feedback wave that brings the tip clearance flow into resonance, inducing high enough unsteady pressure to explain the vibration level observed during NSV. It is also this feedback wave that imposes the NSV critical condition and allows its prediction. The feedback propagation velocity, U_B, corresponds to the difference between the local speed of sound, c_0, and the vortex sheet average convection speed, U_F.

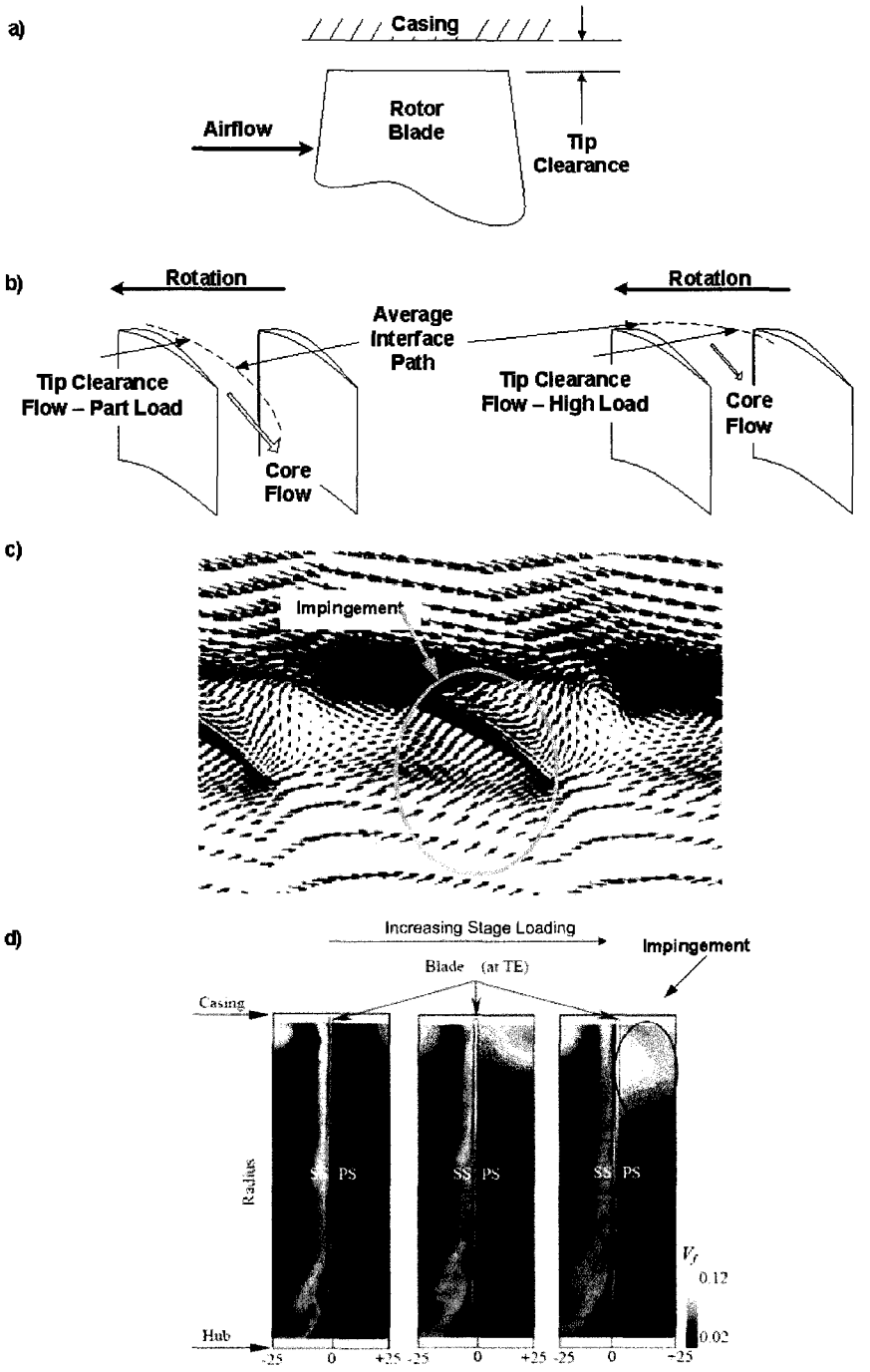

Figure 1: a) Blade Tip Clearance b) Tip clearance flow at part and at high aerodynamic loading c) Numerical (März et al. 2002) and d) experimental (Fukano et al. 2003) evidence of tangential tip clearance flow impingement at high aerodynamic loading

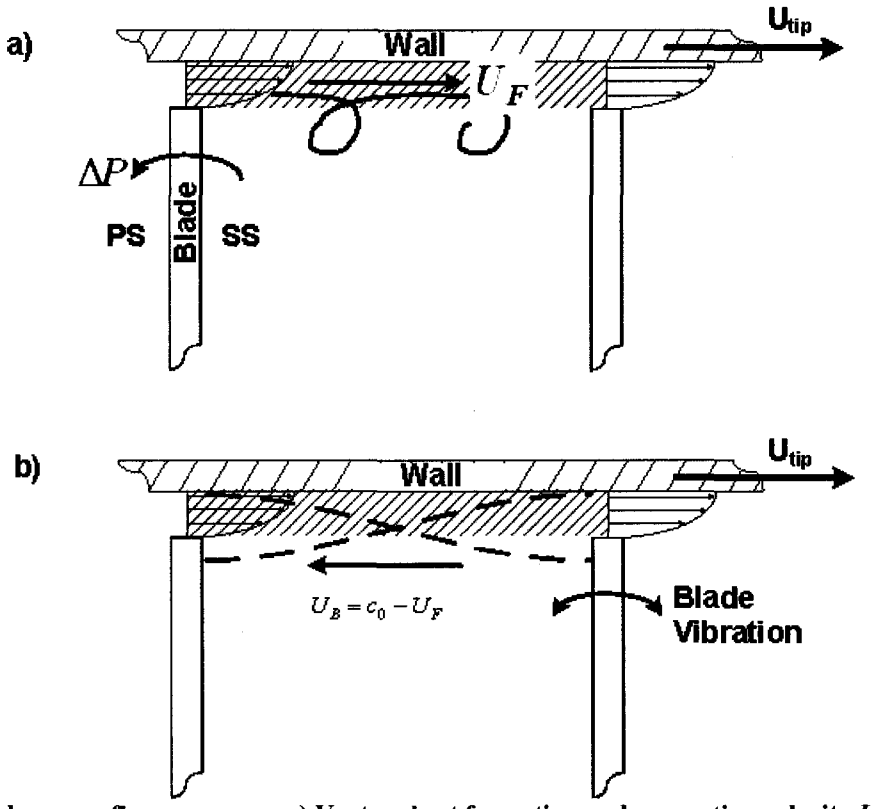

Figure 2. Tip clearance flow resonance a) Vortex sheet formation and convection velocity U_F b) compressed acoustic feedback propagation velocity U_B (Thomassin et al. 2008)

The tip clearance flow resonance, as described in Figure 2, has been modeled by a 1D planar feedback wave which relies on the assumption that the feedback wave naturally couples to and synchronizes the emanating shear layer when one of its crests reaches the separation edge. In other words, the coupling occurs when a half wavelength of the feedback wave, and that of the super-harmonic, corresponds to the inter-blade distance. The tip clearance flow resonance thus represents an engineering application of the more fundamental fluid mechanic mechanism of mixing layer resonance under high-speed stream forcing, which is the main topic of the current study.

Prior to the actual NSV test on the rotating compressor blade, a simplified experiment was conducted to confirm the existence of the phenomenon. The experiment consisted of

measuring the pressure amplifications and unsteady phase relationships between the fluid and the structure displacement of a circular jet of high subsonic speed impinging on a flexible plate undergoing forced vibration (Thomassin et al. 2007). The stream feedback acoustic wave was found to couple to the emanating shear layer, similarly to the upstream influence empirically observed in a number of more typical oscillations of impinging shear layers (Rockwell 1983). In the latter, the upstream influence generally takes the form of an acoustic feedback wave traveling in still air from the impingement edge to the upstream separation edge. The conditions in a typical turbomachinery compressor blade tip are similar to an impinging shear layer except that the stream side of the shear layer is at high subsonic velocities, similarly to an impinging jet. High-velocity impinging jets have been studied by Ho (1981). The upstream influence was demonstrated to cause the jet resonance for particular jet-to-plate distances. During our jet to flexible plate experiment, we discovered the second acoustic feedback path existing within the jet when the impingement point is in vibratory motion (Thomassin et al. 2007). This jet core feedback was also found to cause the mixing layer resonance at critical jet-to-plate distances. The jet stream feedback wave is compressed by the flow velocity in the jet and thus propagates upstream at the speed of sound minus the jet average velocity. Critical plate locations were identified at integer multiples of the compressed wave half-wavelength. A simple 1D model of the compressed feedback wave was derived to predict the critical plate locations, again assuming that the shear layer naturally couples to the feedback wave when one of its crests reaches the jet lip, or separation edge.

This paper presents an analytical study of the problem of a mixing layer response to unsteady forcing originating from the high-speed fluid stream. The objective of the research is to improve the understanding of the coupling mechanism between a mixing layer and an acoustic feedback originating from downstream in high-speed flow. The study consists into a specific extension of the current knowledge on the more generic problem of mixing layer receptivity (Barone et al. 2005; Kerschen 1997) involving both upstream and downstream forcing. The simplified model along with the proposed solving approach permits, by the introduction of a novel spatial resonance criterion, to elucidate the periodicity, in spatial source location, of the resonant mixing layer response which was experimentally observed. The periodic behavior of the response is a function of the excitation source location in the downstream high-speed subsonic flow. The mixing layer is modeled as an interface between the still and stream fluid sides of a planar jet. The forcing comes from an acoustic source located at an arbitrary axial location on the jet centerline. Figure 3 illustrates the actual tip clearance flow resonance model along with its experimental simplification and the proposed analytical model, which are considered equivalent in terms of the flow physics. Figures 3a and 3b show the blade tip clearance flow resonance phenomenon and the jet to flexible plate experiment schematics, respectively, while Figure 3c illustrates the analytical half planar jet of this study.

The understanding of the tip clearance flow resonance allows the a priori prediction of the critical NSV speeds (Thomassin et al. 2008). Therefore, it provides a means to design a compressor blade to either avoid the NSV conditions, which fall within the

operating range, or to withstand the associated vibratory stress levels at the critical NSV conditions. This represents a breakthrough for the industry that is lacking a design level prediction tool for the NSV condition and has to rely heavily on engine testing to identify the critical operating conditions. The latter can also often be missed depending on the particular test day conditions. The tip clearance flow resonance was found to be caused by the coupling of a reduced speed acoustic wave, originating from the blade vibration, to the emanating mixing layer. The physical coupling mechanism has yet to be fully understood and is generally assumed to naturally occur based on several empirical observations (Rockwell 1983; Ho & Nosier 1981).

In summary, the objective of this study is to improve our understanding of the coupling underlying high-speed stream forced mixing layer resonance, which was experimentally observed to be periodic in space with the downstream source location . The objective is achieved by finding the closed form solution to the analytical problem of Figure 3c. The solution is validated with the available data from both the jet-flexible-plate and the compressor NSV experiments. The correlation between the analytical and experimental results consists of comparing the critical source location predicted by the analytical solution to the data experimentally obtained at the resonance conditions. The resonance condition for the jet-flexible-plate system is defined at the peak near field unsteady pressure. The resonance condition for the compressor NSV experiment corresponds to the peak blade vibration. The analytical results are also used to confirm the validity of the 1D feedback model that has been used to predict both experimental resonance of this study, which occurred in two distinct physical applications.

The theoretical model and its solution are first elaborated. Then both the jet-flexible-plate and compressor rotor experiments are presented along with their respective results. Finally the analytical solution is compared to the experimental data and to the 1D feedback wave prediction in the validation section.

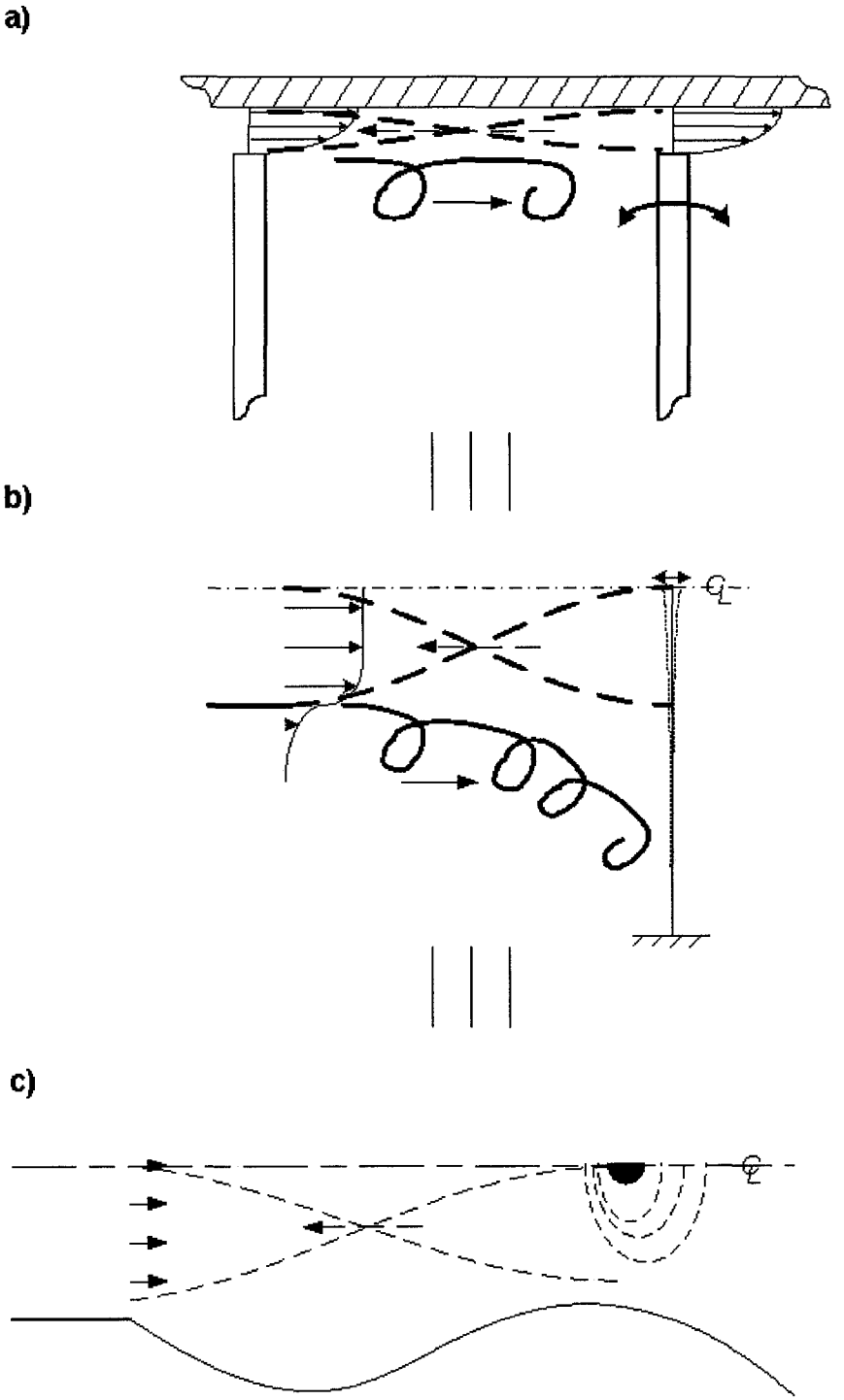

Figure 3. a) Tip clearance flow resonance, b) equivalent jet-flexible-plate experiment schematic, c) equivalent half planar jet analytical model

2. Theoretical model

Figure 4 shows the theoretical problem under study. It consists of a 2D planar jet stream exiting into still fluid. The domain extends from zero to infinity in the streamwise direction (x_1') and from the jet centerline to infinity in the transverse direction (x_2'). An acoustic point source is located in the stream side on the jet centerline. The purpose of the current work is to study the forced shear layer interface perpendicular velocity response as a function of the source axial location (y_1') at fixed transverse location (y_2') on the jet centerline. More precisely, we investigate the interface modes for which the spatially growing waves propagate to infinity in both directions, which represents what we define as the spatial resonance of the interface. Only the velocity ratio equal to unity is considered in the study. The velocity ratio is the ratio between the two streams velocity difference to twice their average velocity. For this velocity ratio, the shear layer interface is convectively unstable and the instability will not develop temporally without the source forcing (Huerre & Monkewitz, 1985). The stream velocities of interest for the experiments and this study span the whole subsonic range.

In our previous research, we found experimental evidence that, for a given source oscillating frequency and jet Mach number, a critical source to jet distance exists, for which the instability becomes resonant (Thomassin et al. 2007, 2008). The mixing layer maximum receptivity occurs when the acoustic excitation reaches the vicinity of the jet lip (Barone et al. 2005; Kerschen 1997). This holds for a source located at the jet lip. We further experimentally observed that the mixing layer is receptive to any crest of an upstream traveling acoustic wave provided that the source is powerful enough

(Thomassin et al. 2007, 2008). In our experiments, the resonance condition was found to exist when the forcing feedback acoustic fundamental wavelength, or its super-harmonics, matched the separation edge to source distance. This was modeled by a 1D wave as illustrated in figures 2b and 3. The main particularity of the feedback wave is that it is propagated upstream at the difference velocity between the local speed of sound and the jet speed. The experimental observations demonstrated evidences of the periodicity of the mixing layer resonance with the downstream source location in the flow.

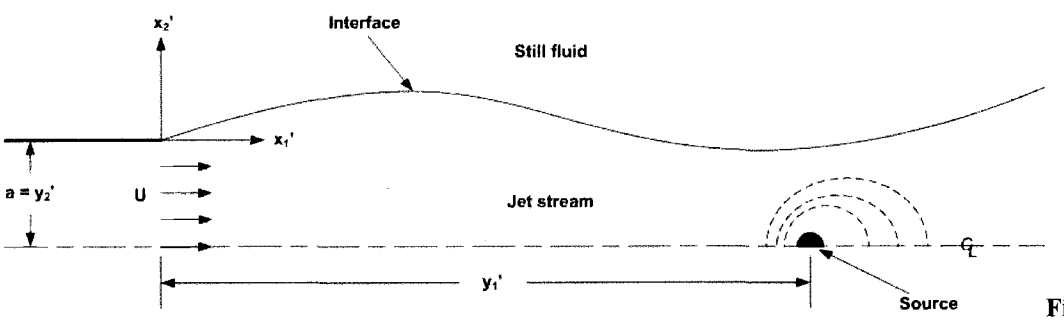

Figure 4. Theoretical problem framework

Governing equations

Since the engineering applications of interest occurred at high Reynolds number flows, the fluid is considered inviscid. Small amplitude perturbations are assumed, thus the perturbation flow velocity potentials on either side of the interface obey the convected wave equation (linearized Euler)

$$\nabla^2 \varphi_{\pm} - \frac{1}{c_{\pm}^2} \frac{D^2 \varphi_{\pm}}{Dt'^2} = 0 \tag{1}$$

with the following unsteady pressure

$$p_{\pm} = -\rho_{\pm} \frac{D\varphi_{\pm}}{Dt'} \tag{2}$$

where φ is the perturbation velocity potential, p the pressure, ρ the density and c the local speed of sound. The primes identify dimensional parameters. The subscripts plus and minus define the still and the stream flow sides of the interface, respectively. *D/Dt* is the material derivative taken along the streamwise direction.

The following non-homogeneous source term is introduced in the stream side of equation (1):

$$q\delta(x'_1 - y'_1)\delta(x'_2 - y'_2)e^{-i\omega t'} \tag{3}$$

where q is the source amplitude, δ the Dirac delta function, ω the source oscillating angular frequency and t' the dimensional time.

Boundary conditions

In the streamwise positive direction, the domain is bounded at the origin by the jet lip trailing edge plane and unbounded to infinity. In the transverse positive direction, the domain in unbounded and the Sommerfeld radiation condition applies. In the transverse negative x_2 direction, the domain is bounded by the planar jet center line and a symmetry condition is applied.

At the interface, there is continuity of pressure

$$p_+\big|_{x'_2=0} = p_-\big|_{x'_2=0} \tag{4}$$

and continuity of perpendicular particle velocities

$$v_{\perp+}\Big|_{x'_2=0} = \frac{\partial \xi'_+}{\partial t'} = v_{\perp-}\Big|_{x'_2=0} = \frac{\partial \xi'_-}{\partial t'} + U\frac{\partial \xi'_-}{\partial x'_1} \tag{5}$$

where ξ and v are the respective interface displacement and velocity in the transverse direction. Equation (5) is the linearized material derivative of the interface displacement assuming small interface perpendicular velocities compared to the stream velocity.

The time and space variables are non-dimensionalized by the angular frequency, ω, and the jet half width, a, respectively,

$$\left.\begin{aligned} t &= \omega t' \\ x_1 &= x'_1/a \\ x_2 &= x'_2/a \\ y_1 &= y'_1/a \\ y_2 &= y'_2/a \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

the reduced potentials $f(x_1,x_2)$ and $g(x_1,x_2)$ are introduced for the still and stream fluid part of the domain, respectively on either side of the interface, such that:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_+ &= qf(x_1,x_2)e^{-it} \\ \varphi_- &= qg(x_1,x_2)e^{-it} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Substituting (6) and (7) into (1) to (5), we obtain the following system of partial differential equations, with the non-homogeneous term applied to the stream side only, to solve:

PDE

$$\left(\nabla^2 + k_0^2\right) f(x_1, x_2) = 0 \tag{8}$$

$$\left(\nabla^2 + \left(k_0 + i\frac{M\partial}{\partial x_1}\right)^2\right) g(x_1, x_2) = \delta(x_1 - y_1)\delta(x_2 - y_2) \tag{9}$$

where $k_0 = \omega a/c$ is the forcing acoustic wavenumber and M is the stream Mach number.

B.C.'s

Interface pressure match

$$k_0^2 f(x_1, 0) = k_0\left(1 + i\frac{M\partial}{\partial x_1}\right) g(x_1, 0) \tag{10}$$

Interface normal particle velocity match

$$k_0 \frac{\partial}{\partial x_2} g(x_1, 0) = k_0\left(1 + i\frac{M\partial}{\partial x_1}\right)\frac{\partial}{\partial x_2} f(x_1, 0) \tag{11}$$

Sommerfeld at $x_2 \to \infty$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_2} - ik_0\right) f(x_1, x_2)\Big|_{x_2 \to \infty} \to 0 \tag{12}$$

Symmetry at jet centerline

$$\frac{\partial}{\partial x_2} g(x_1, -1) = 0 \tag{13}$$

Streamwise boundary conditions at origin

$$\left.\begin{aligned} & f(0,x_2)=0 \\ & \frac{\partial}{\partial x_1} f(0,x_2)=0 \\ & g(0,x_2)=Ux_1\big|_{x_1=0}=0 \\ & \frac{\partial}{\partial x_1} g(0,x_2)=U \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

The local speed of sound on both sides of the interface is assumed equal, $c_+=c_-$, for simplicity.

3. Theoretical Model Solution

First an analytical criterion for the mixing layer resonance is established. This allows the 2D model and solving approach to analytically capture the coupling between the source excitation and the mixing layer.

The spatial resonance is defined as the particular case of any mode of the forced interface response which becomes infinite in space meaning that the mode does not decay in space in either directions of the domain. In other words, the spatial resonance occurs when the forced interface instability radiates to infinity in both the streamwise and the transverse directions.

The approach used to solve the 2D problem derived by equations (8) and (9) consists of first conducting a change of variable to simplify the subsequent transform calculation. The system is then transformed to the Laplace domain in the streamwise direction, applying the boundary conditions of equation (14). The result is a set of ordinary differential equations in the transverse direction. Thus the general solutions for both the still and stream side velocity potentials can be determined. The perpendicular boundary

conditions of equations (10) to (13) are finally applied after reverting to the original problem variables. The final solution remains in the Laplace domain in the streamwise direction and is found sufficient to identify the critical resonant source locations.

This assumes that the interface response is linear and harmonic. It is therefore modeled by a series of complex ellipsoid wavenumbers, which in turn are scaled in the transverse direction as to satisfy the symmetry, Sommerfeld and the interface equilibrium of pressure and perpendicular velocity boundary conditions.

Non-linear effects, such as the Kutta condition at the jet edge, which would affect the interface spatial growth rate, are not captured in this approach. Since our main purpose is to capture the spatially infinite "mode shapes" in the still velocity potential domain, the fact that the solution wavenumbers are fully grown, in the streamwise direction, at the origin or somewhat downstream is irrelevant to this study.

Change of variables

The following change of variables is applied (Howe, 1998):

$$\left.\begin{aligned} x_1^* &= \frac{x_1}{\sqrt{1-M^2}} \\ x_2^* &= x_2 \\ k_0^* &= \frac{k_0}{\sqrt{1-M^2}} \\ g &= g^* e^{-ik_1^* M x_1^*} \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Substituting into equations (8) and (9), the system becomes

$$\left(\nabla^{*2} + k_0^{*2}\right) f^* = 0 \tag{16}$$

$$\left(\nabla^{*2} + k_0^{*2}\right) g^* = \frac{\delta\left(x_1^* - y_1^*\right)\delta\left(x_2^* - y_2^*\right) e^{ik_0^* M y_1^*}}{\sqrt{1-M^2}} \tag{17}$$

Applying the Laplace transform, solving the system of ordinary differential equations in the streamwise and transverse directions respectively and applying the Sommerfeld radiation condition (equation (12)) in the still velocity potential we obtain the general solution:

$$F(x_2) = Ae^{-\alpha x_2} \sin(\alpha x_2) \tag{18}$$

$$G(x_2) = C\sin(\alpha x_2) + D\cos(\alpha x_2) + \frac{U}{\alpha^2} + \frac{e^{-y_1\beta}\sin(\alpha(x_2 - y_2))}{\alpha\sqrt{1-M^2}}\left(1 - H(x_2 - y_2)\right) \tag{19}$$

with

$$\left.\begin{aligned}\alpha &= \sqrt{\frac{\left(1-M^2\right)k_0^2+\left(\sqrt{1-M^2}\,k_1+iMk_0\right)^2}{\left(1-M^2\right)^2}}\\ \beta &= \frac{\left(\sqrt{1-M^2}\,k_1+iMk_0\left(1-\sqrt{1-M^2}\right)\operatorname{sgn}\left(\operatorname{Im}\left(k_1\right)\right)\right)}{\left(1-M^2\right)}\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

where k_1 is the interface response wavenumber. $H(x)$ is the Heaviside function and β is the source forcing phase marker. k_0 is the source acoustic wavenumber travelling in the same direction as the interface wavenumber, k_1, and thus requires the $sgn(Im(k_1))$ term in equation (20).

The interface and symmetry boundary conditions of equations (10), (11) and (13) are finally applied to obtain the specific solution shown in equation (21):

$$\left.\begin{aligned}A &= \frac{1}{\left(1+iMk_1\right)}\left(\tan(\alpha)\left(\frac{U}{\alpha^2}+\frac{e^{-y_1\beta}\sin(\alpha)}{\alpha\sqrt{1-M^2}}\right)+\frac{e^{-y_1\beta}\cos(\alpha)}{\alpha\sqrt{1-M^2}}\right)\\ C &= \tan(\alpha)\left(\frac{U}{\alpha^2}+\frac{e^{-y_1\beta}\sin(\alpha)}{\alpha\sqrt{1-M^2}}\right)\\ D &= -\left(\frac{U}{\alpha^2}+\frac{e^{-y_1\beta}\sin(\alpha)}{\alpha\sqrt{1-M^2}}\right)\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

The spatial resonance condition occurs when the forced interface instability radiates to infinity in both the streamwise and the transverse directions. The resonant condition is

thus identified by analyzing the still fluid side solution since its domain extends from the origin to infinity in both directions. Substituting equation (21) into (18), we obtain equation (22) which is the velocity potential solution in the still fluid part of the domain.

$$F(x_2) = \frac{e^{-\alpha x_2}\sin(\alpha x_2)}{(1+iMk_1)\alpha\cos(\alpha)}\left(\underbrace{\frac{U\sin(\alpha)}{\alpha}}_{\substack{Natural\\ \text{Re}sponse}} + \underbrace{\frac{e^{-y_1\beta}}{\sqrt{1-M^2}}}_{\substack{Forced\\ \text{Re}sponse}}\right) \tag{22}$$

The solution is composed of the natural and the forced response. The natural part of the response is the same whether the source is present or not, hence only the forced response is considered here. Also, for the Sommerfeld condition to apply in the transverse direction, α must be real and positive. Equation (23) is the first derivative, with respect to x_2, of the still side velocity potential as a function of the transverse direction. Thus it represents the actual transverse velocity modal response in the still fluid domain.

$$\left.\begin{aligned} V(k_1,x_2) &= \frac{\partial F(x_2)}{\partial x_2} = \frac{e^{-\alpha x_2}(\cos(\alpha x_2)-\sin(\alpha x_2))}{(1+iMk_1)\cos(\alpha)}\left(\frac{e^{-y_1\beta}}{\sqrt{1-M^2}}\right) \\ v(x_1,x_2) &= L^{-1}[V_2(k_1,x_2)] \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

From equation (20), an infinite number of complex streamwise wavenumber modes can exist as a function of α. The wavenumber pairs are plotted in the complex domain in figure 5 for an arbitrary stream Mach number, source frequency and real α range. The

whole complex domain is shown for reference but the solution exists only in the Laplace transform Region of Convergence (ROC). The ROC is identified by the shaded area in the figure. The streamwise response modes evolve from a pair of imaginary-only wavenumbers at low α to a pair of complex wavenumbers, with negative only imaginary part, at higher α value. As a reminder of the Laplace transform properties, the spatial modes of negative real value are converging with increasing x_2 and are thus stable. The spatial modes of positive real value are diverging with increasing x_2 and are thus unstable. The spatial modes of zero real value are neither converging nor diverging in space. The figure therefore shows that at any α, from 0 to infinity, the streamwise spatial modes, in the Laplace domain ROC, are either infinite or diverging, and thus radiate to infinity in the axial direction. So the critical modes causing the spatial resonance, which requires modal radiation in both directions of the domain, must be determined from the velocity field radiation in the transverse direction.

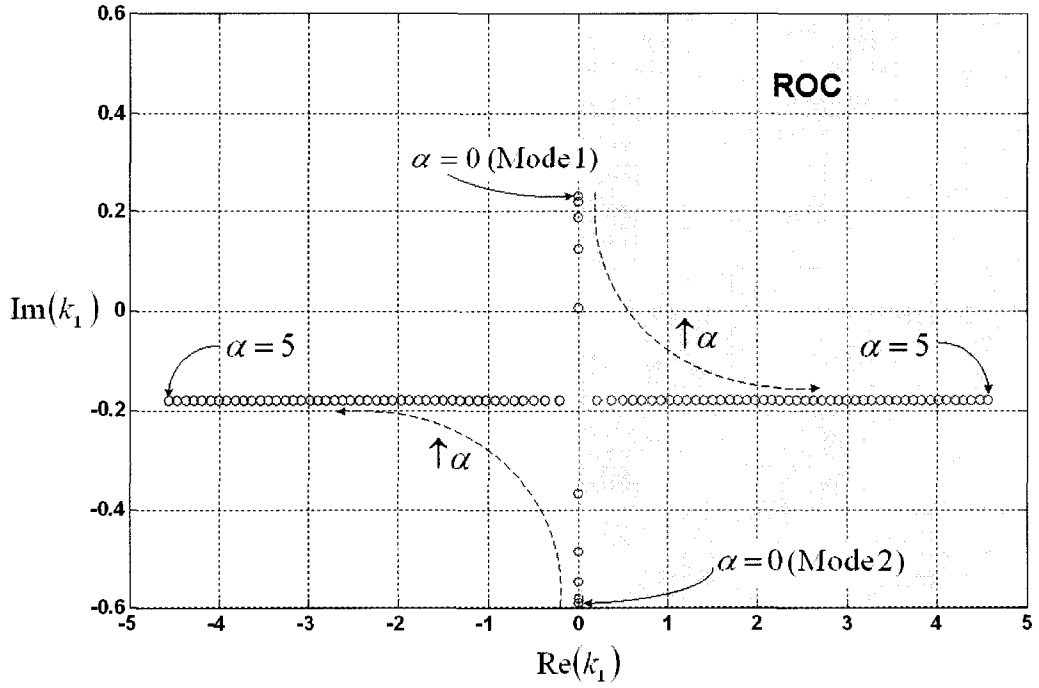

Figure 5. Complex wavenumbers

Figure 6 shows the 2D relative velocity response on the still fluid side of two particular mode pairs for the same Mach number and source frequency as used to generate Figure 5. The first mode pair is associated with the $\alpha = 0$ case while the second mode is associated to the $\alpha > 0$ case. The figure shows that the only mode pair wavenumbers that will radiate to infinity in both spatial directions is associated with the $\alpha = 0$ case. When α becomes greater than zero, the streamwise mode grows to infinity near the jet lip horizontal axis but decays rapidly in the transverse direction with increasing x_2. Therefore, per the proposed spatial resonance criterion that requires infinite radiation in both directions, the resonant modes are associated with the $\alpha = 0$ case of the solution.

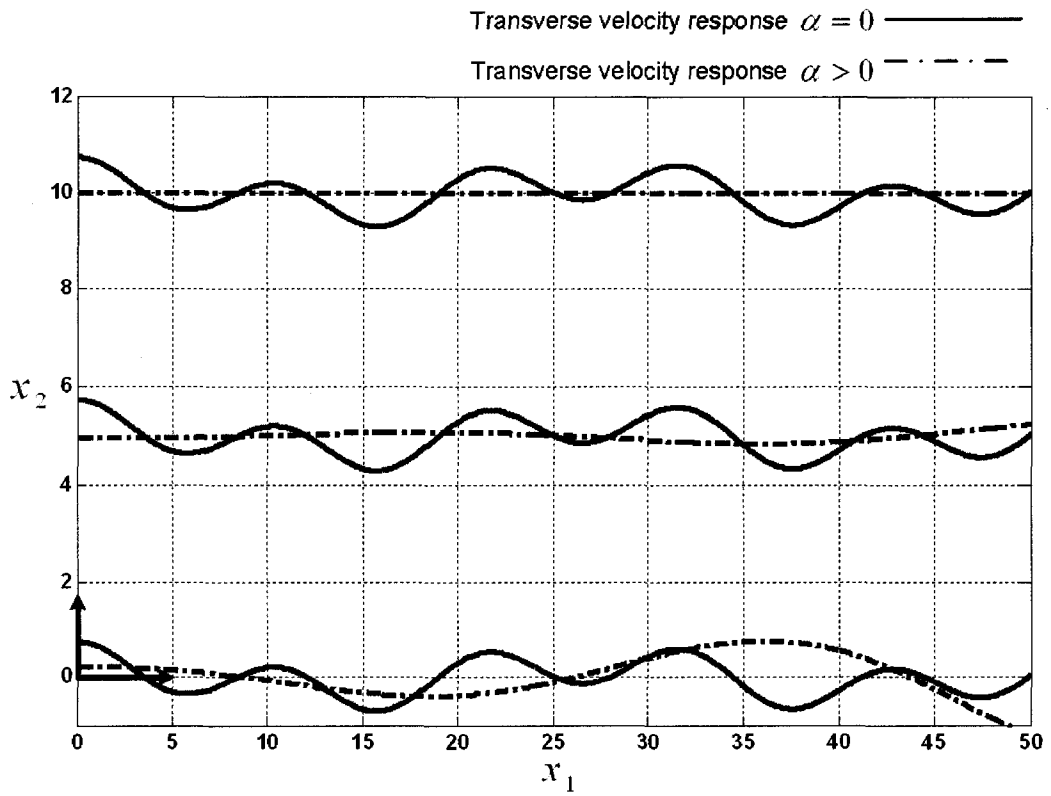

Figure 6. Perpendicular velocity field radiation

From equation (23), the maximum interface perpendicular velocity response will occur when the real part of the source location phasor reaches unity per equation (24)

$$\left.\begin{aligned} e^{-iy_1 \operatorname{Im}(\beta)} &= e^{-in\pi} \\ y_1 \operatorname{Im}(\beta) &= n\pi \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

where $n = 0,1,2,3\ldots$ is an integer.

Analytical Model Results

Figures 7 and 8 provide a visual demonstration of the interface transverse velocity response amplitude sensitivity to the forcing source axial location on the jet centerline. The source axial location, y_1, is calculated using equation (24) such that the $y_1\beta$ term

equals 0, $\pi/2$, π, $3\pi/2$ and 2π and the corresponding interface responses are plotted from top to bottom in both figures. The figures show that the transverse interface velocity response is at its maximum when the source is located at certain critical locations. The critical locations are found when the $y_1\beta$ term is an integer multiple of π, per equation (24), and is also a function of the jet stream velocity and the source oscillating frequency as shown in figures 7 and 8 respectively. The interface response associated to the $\alpha = 0$ case is composed of two imaginary wavenumbers as shown in figure 5. Their values vary with the jet velocity. Only the negative wavenumber mode is used here for simplicity of the demonstration.

Figure 7 shows the transverse interface velocity response of the negative wavenumber mode, for the $\alpha = 0$ case, at a given source frequency and jet velocity, as a function of the axial source location. The figure also shows the effect of the stream velocity on the critical source locations that are causing the peak interface response. The stream velocities, source frequency and jet width, are chosen to be representative of the jet-flexible-plate experiment, described in detail in the following section.

Figure 8 illustrates a similar example but at constant stream velocity for varying source frequency. The jet width is the same as the one used in figure 7.

Figures 7 and 8 show, for example, that increasing either the source oscillating frequency or the jet Mach number causes the critical source location to move closer to the jet lip.

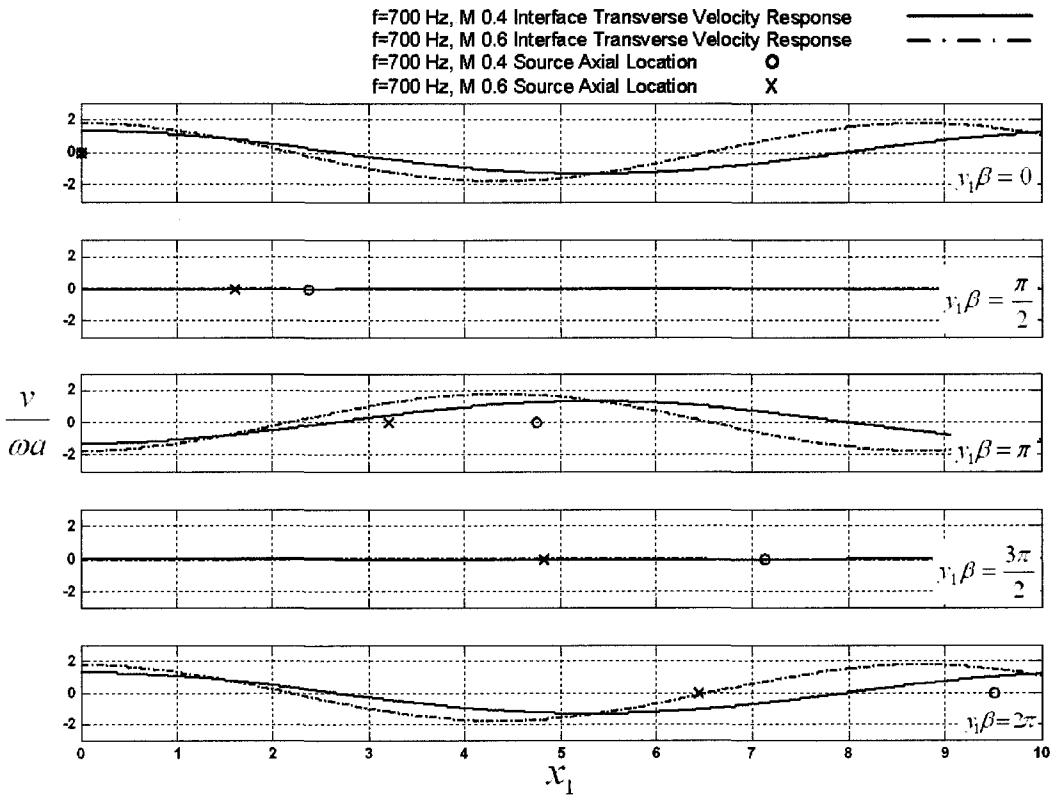

Figure 7. Interface transverse velocity spatial response vs. source location and stream velocity

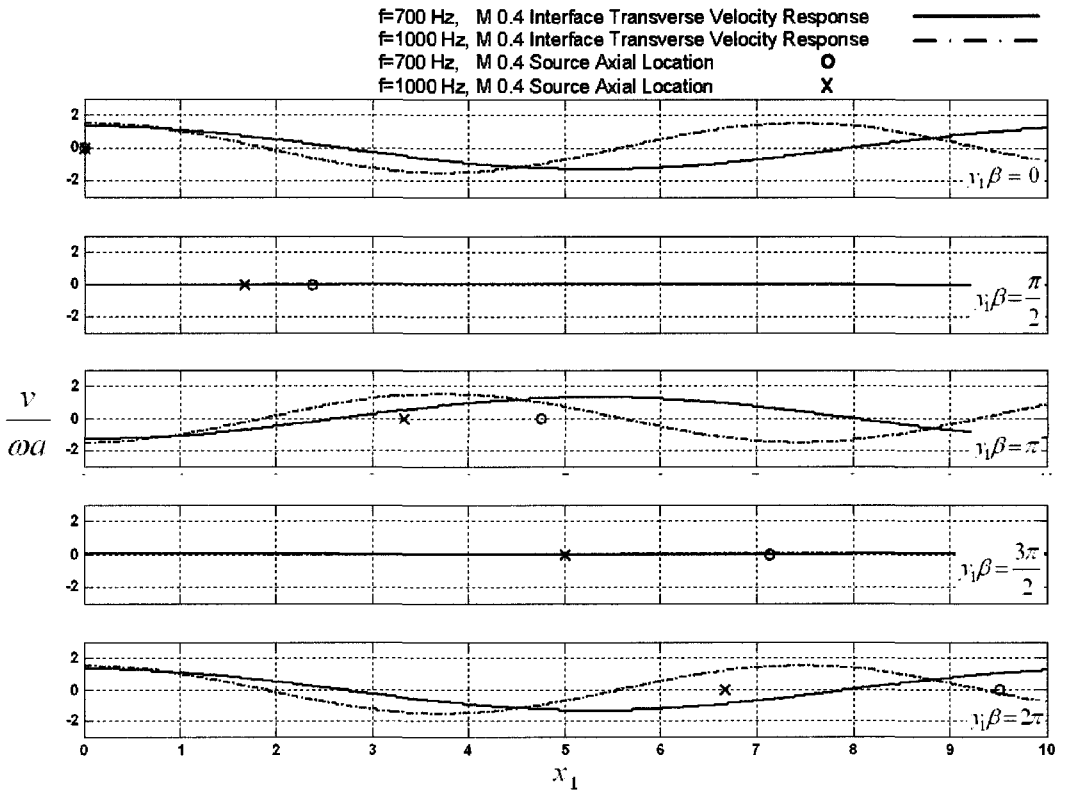

Figure 8. Interface transverse velocity spatial response vs. source location and frequency

Figure 9 depicts an overview of the source reduced frequency based on the critical source location and the local speed of sound, $\omega y_1/n\pi c_0$, as a function of the stream Mach number. The figure summarizes the analytical solution in a non-dimensional chart and can be used to predict the critical source distance, causing the mixing layer resonance, for a given stream Mach number and source oscillating frequency.

The critical source locations are shown for both wavenumbers of the $\alpha=0$ case and identified as mode 1 and mode 2 in figure 5. Mode 1 of the solution shows a discontinuity at $M = \sqrt{1/2}$ that we believe is a mathematical artifact induced by the boundary conditions in the streamwise direction. The choice of the boundary conditions at the origin is made on purpose to simplify the problem and is found adequate to

capture, with mode 2 of figure 5, the principal phenomenon of interest, which is the resonance of the stream forced mixing layer. Therefore only the second critical mode of the $\alpha=0$ case, mode 2 of figure 5, is considered to establish the critical source locations versus jet velocity analytical prediction relationship and for comparison with experimental data.

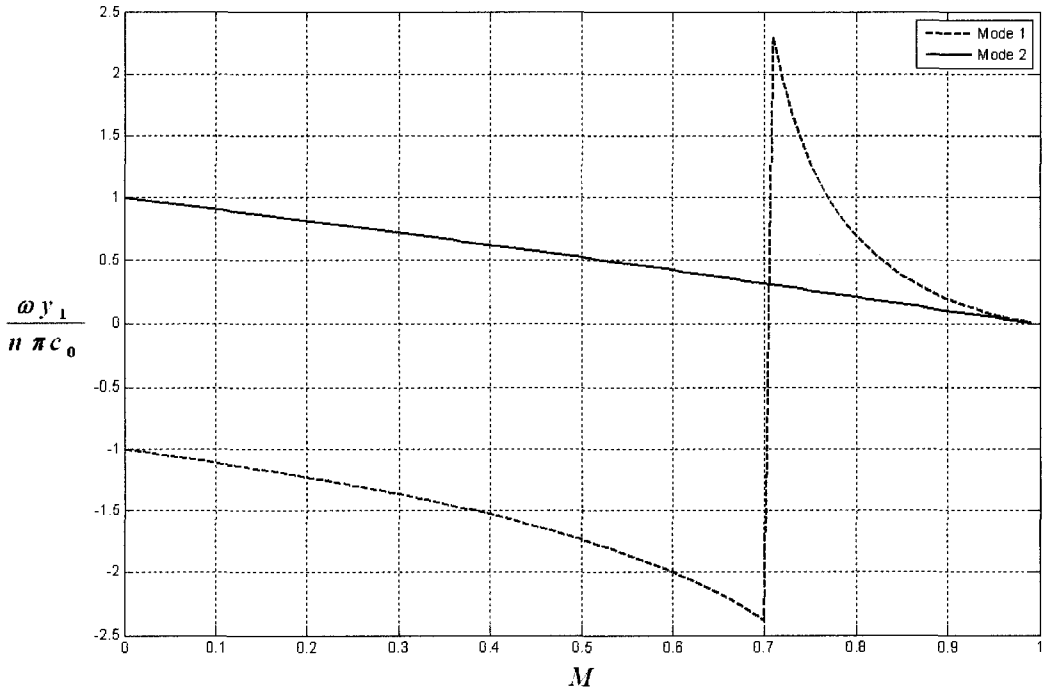

Figure 9. Source critical location analytical prediction chart

The available data are plotted on the same chart in the validation section. However, it is appropriate to first provide the description of the two experiments conducted during our research on NSV and from which the data on mixing layer resonance under stream forcing is extracted.

4. Jet-Flexible-Plate Experiment

It is rare to find experimental data on stream excited mixing layers in high-speed flows, such as shown in figure 4, in the open literature. Most available data on excited jets were generated by unsteady forcing located upstream the nozzle. Examples can be found in the field of controlled jet turbulence to optimize heat transfer (Tihon et al. 2005; Hwang et al. 2003). The reason is simple, the acoustic source needs to withstand a high subsonic flow stream and be powerful enough to radiate sound upstream to the jet lip. The most common acoustic source that can be found in engineering applications is a vibrating mechanical structure located in the flow stream such as the compressor rotor blades in figure 2. However, to demonstrate the physics of the mixing layer resonance, as previously detailed analytically, a more controlled laboratory experiment was conducted.

The principle of the demonstration is illustrated in figure 10. Air flow exits a nozzle at high speed, U, in still fluid. The jet thus formed generates a mixing layer at its boundary with the surrounding stagnant fluid. The jet impinges on a plate that is located within the length of its potential core. The induced vortical structures are convected downstream at about half the jet velocity, $U/2$. The convected structures impinging on the plate generate sound that is propagated upstream in the still fluid at the speed of sound, c. This is in essence the mechanism that was described by Ho & Nosier (1981, 1982) when they studied the resonance of impinging jets on a rigid plate and is shown on the figure for reference. The upstream wave acoustic incidence, or propagation angle, is omitted for clarity and simplicity.

When the plate is in vibratory motion, with peak displacement at the jet centerline, z', it also induces an upstream traveling wave with the difference that it is propagated at the speed of sound minus the jet velocity, $U_B=c-U$. The feedback was modeled by a simple 1D feedback wave and is shown in figure 10. When either feedback wavelength, λ_c or λ_B, equals the jet-to-plate distance, L, the jet is said to become resonant and a discrete tone appears in its frequency spectrum. The impinging jet resonance on a rigid plate was experimentally demonstrated by Ho & Nosier (1881, 1982) while we later demonstrated the impinging jet resonance on a flexible plate (Thomassin et al. 2007). The main difference between the two resonance types, is that, at a given stream speed, the critical plate location is closer for the stream feedback case. The latter was also found to enter resonance when the half wavelength of the compressed feedback wave matched the jet-to-plate distance (Thomassin et al. 2007), while only the full feedback wavelength caused the impinging jet on rigid plate resonance (Ho & Nosier 1981). This is believed to be related to the significance of the phase relationship between the emanating shear layer oscillating velocity and the impacting unsteady pressures which generates the acoustic feedback. The relative phase angle can be inverted when the stream acoustic feedback is forced by the vibration of the impingement edge (Thomassin et al. 2007). In both cases though, the coupling between the acoustic feedback and the mixing layer is assumed to occur, base on a number of empirical observations (Rockwell 1983), when a crest of the upstream travelling wave is located at the separation edge. Ho & Nosier (1981) used the terminology "collective interaction" to identify the coupling, which has yet to be fully understood, and emphasize its importance.

The jet-flexible-plate experiment was conducted on a circular jet impinging on a round plate with a selected vibratory motion, which was induced by a mechanical shaker.

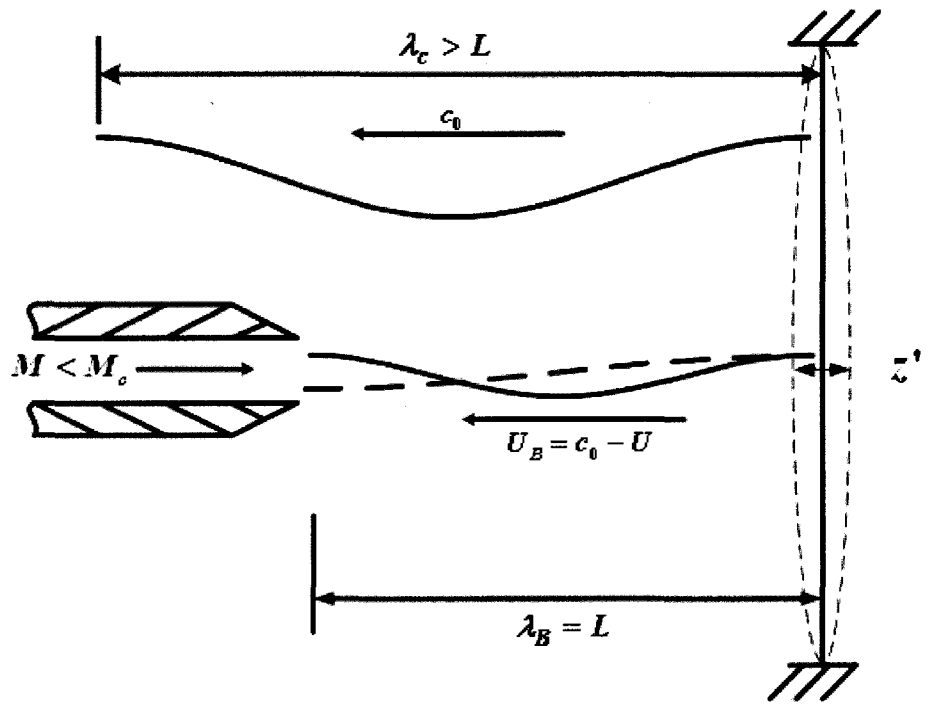

Figure 10. Jet-Flexible-Plate experiment principle

Figure 11 illustrates the experimental apparatus. The diameter of the circular jet ,*D*, was 0.0635 m (2.5"). In order to obtain a peak displacement at *r/D* = 0, and good frequency agreement between the plate and the jet, the circular plate was designed such that the first nodal circle mode natural frequency coincided with the jet oscillation at around Mach 0.4. The plate was made of mild steel with an outside diameter of 0.273 m (10.75") and a thickness of 1.59 mm (0.0625"). The plate was clamped to the support at its circumference. Figure 12 shows the physical implementation of the experimental apparatus.

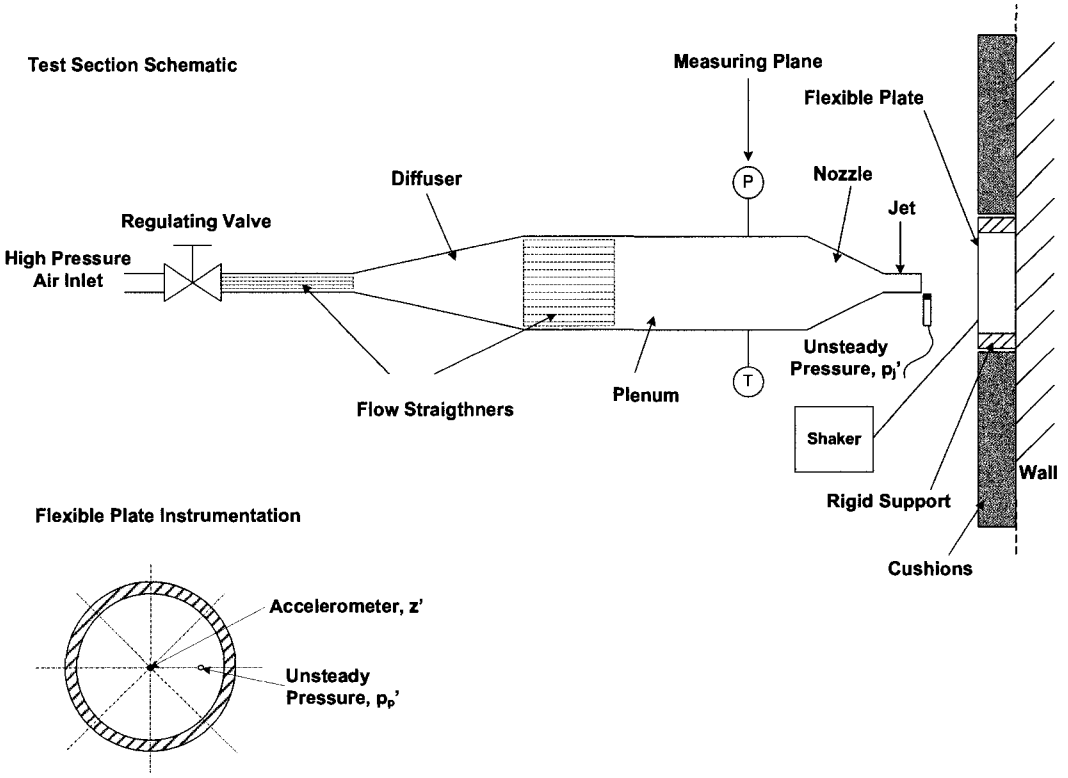

Figure 11. Jet-Flexible-Plate Experimental Set-up

The jet core feedback demonstration consists of setting the plate into vibration using an external shaker. The frequency of excitation is chosen to force the vibration of a circular mode of the plate with peak displacement at its center point. The jet velocity is then varied to locate the resonant jet condition. The resonant jet is characterized by the peak response of the plate pressure fluctuation, p'_p, at the location $r/D = 1.25$ relative to the jet lip pressure fluctuation, p'_j. Once the resonant jet Mach number is located, dwells are conducted around that point to determine the resonant conditions more accurately and to derive the backward propagating speed using the pressure and vibration signal phase relationships.

The experiment was conducted at different jet to plate distances, L/D, of 4.92, 4.75 and 2.52, where the nozzle lip pressure fluctuation is expected to be near a maximum.

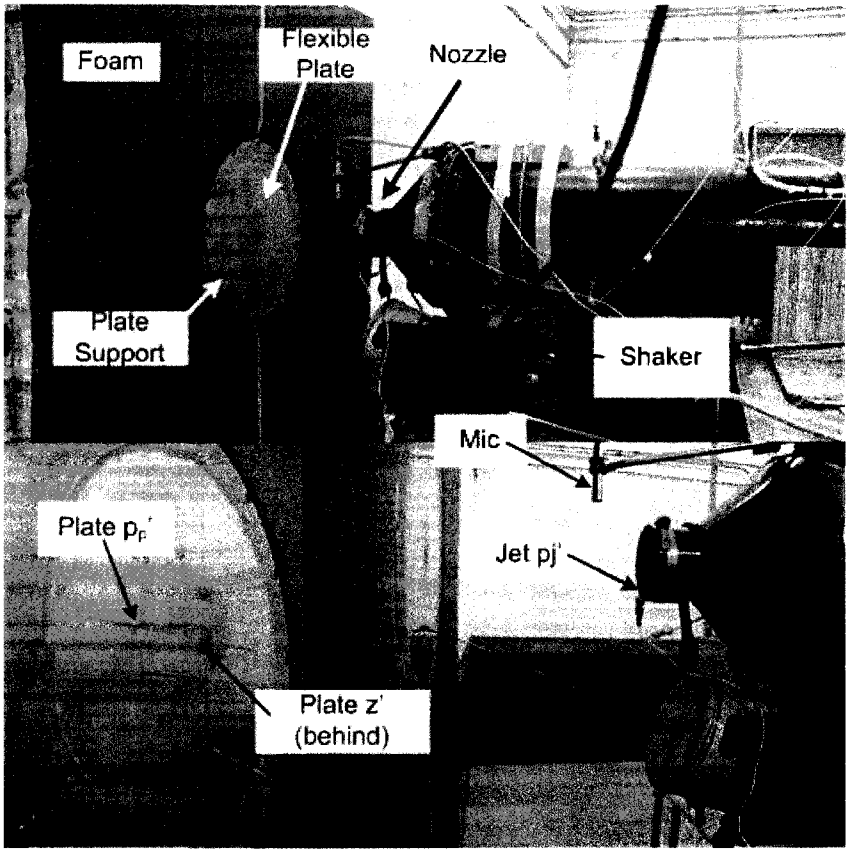

Figure 12. Physical experimental apparatus implementation (Thomassin et al. 2007)

Jet-Flexible-Plate Experiment Results

Figure 13 shows the acoustic response, $|p'_p/p'_j|$, to a slow jet Mach number sweep through the resonance at L/D = 4.75. The strong amplification at M≈0.36 shows the evidence of the jet mixing layer resonance at the plate vibration frequency of 687Hz.

Dwells were conducted in the vicinity of the localized resonant Mach number to conduct the phase analysis between the plate accelerometer and the jet lip unsteady pressure.

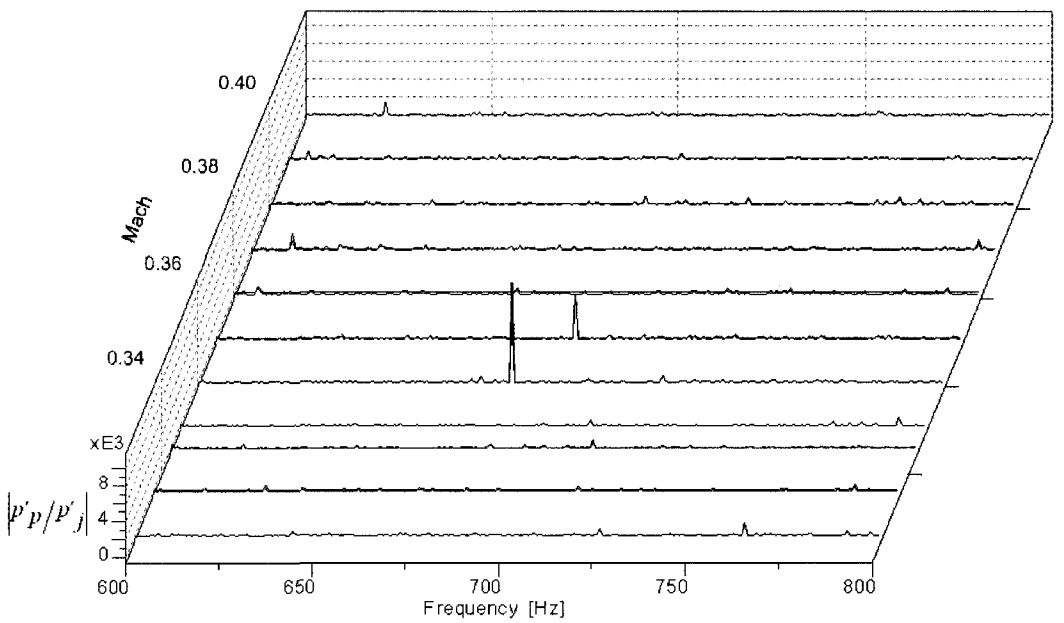

Figure 13. Jet-Flexible-Plate Critical Jet Velocity Identification (Thomassin et al. 2007)

Figure 14 shows the forward wave transfer function, $|p'_p/p'_j|$, for the three distance, L/D, configurations at their respective peak responses. It confirms the acoustic amplification at the plate natural frequency of 687 Hz and is used to accurately determine the resonance conditions. No pressure measurement is available at $r/D = 0$ where the accelerometer is installed. However, the pressure fluctuation at $r/D = 0$ and $x = L$ are in phase with the plate displacement due to the no slip condition of the flow adjacent to the surface. Thus, the phase component of the plate vibration-to-jet lip pressure transfer function, z'/p'_j, is used to derive the backward wave resulting propagation speed and wavelength at the plate resonant frequency.

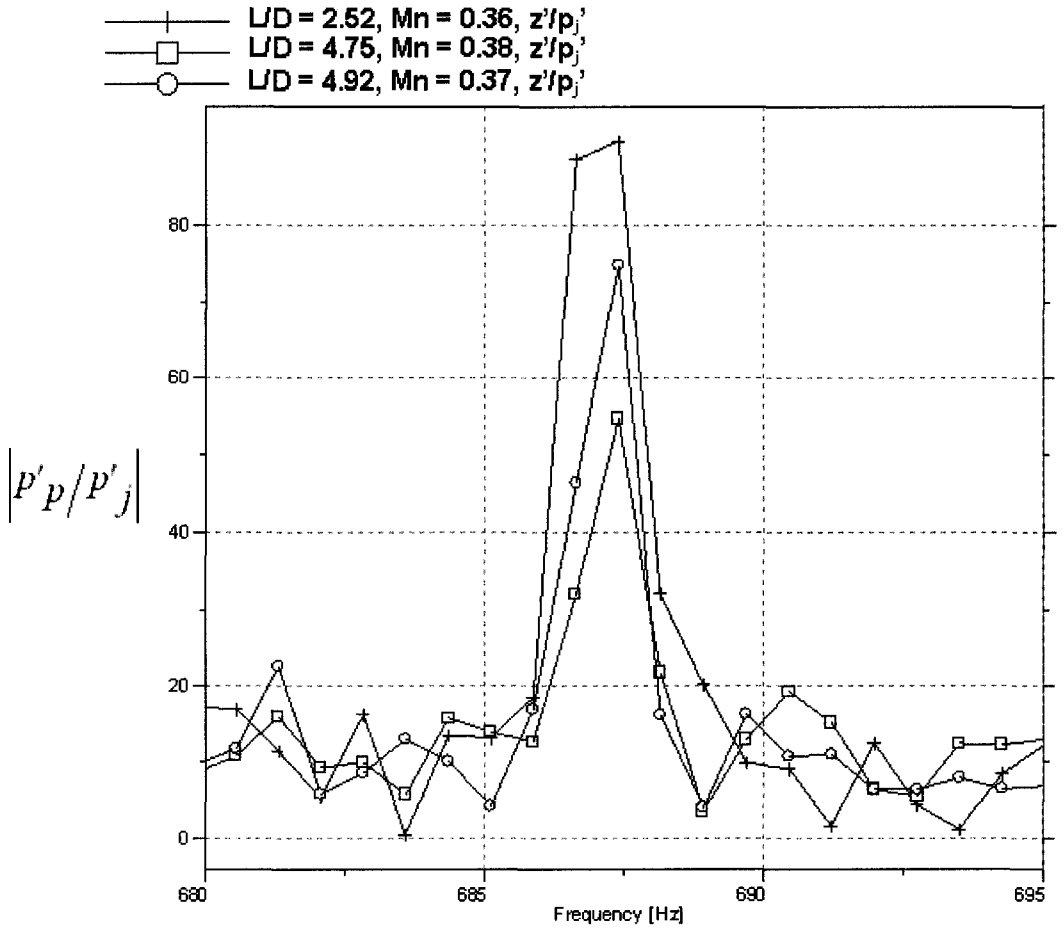

Figure 14. Forward wave transfer function and jet resonance (Thomassin et al. 2007)

Figure 15 depicts the transfer function of the jet lip unsteady pressure to the plate center vibratory motion, p'_j/z'. The important parameter used to identify the jet stream feedback is the phase relationship. As shown on the figure, the two large *L/D* cases phase is near zero, suggesting that a full wavelength of the compressed wave is established in the jet-to-plate distance at the resonant condition. The low *L/D* case was conducted at half the distance to demonstrate that for a forced stream feedback, the jet resonance could also occur for a half wavelength feedback within the jet-to-plate distance as evidenced by the 180° phase relationship in figure 15. This is a significant difference compared to the rigid plate resonance case where the resonance would only

occur when the unsteady forcing at the jet lip had to be in phase with the unsteady plate pressure (Ho & Nosier, 1981).

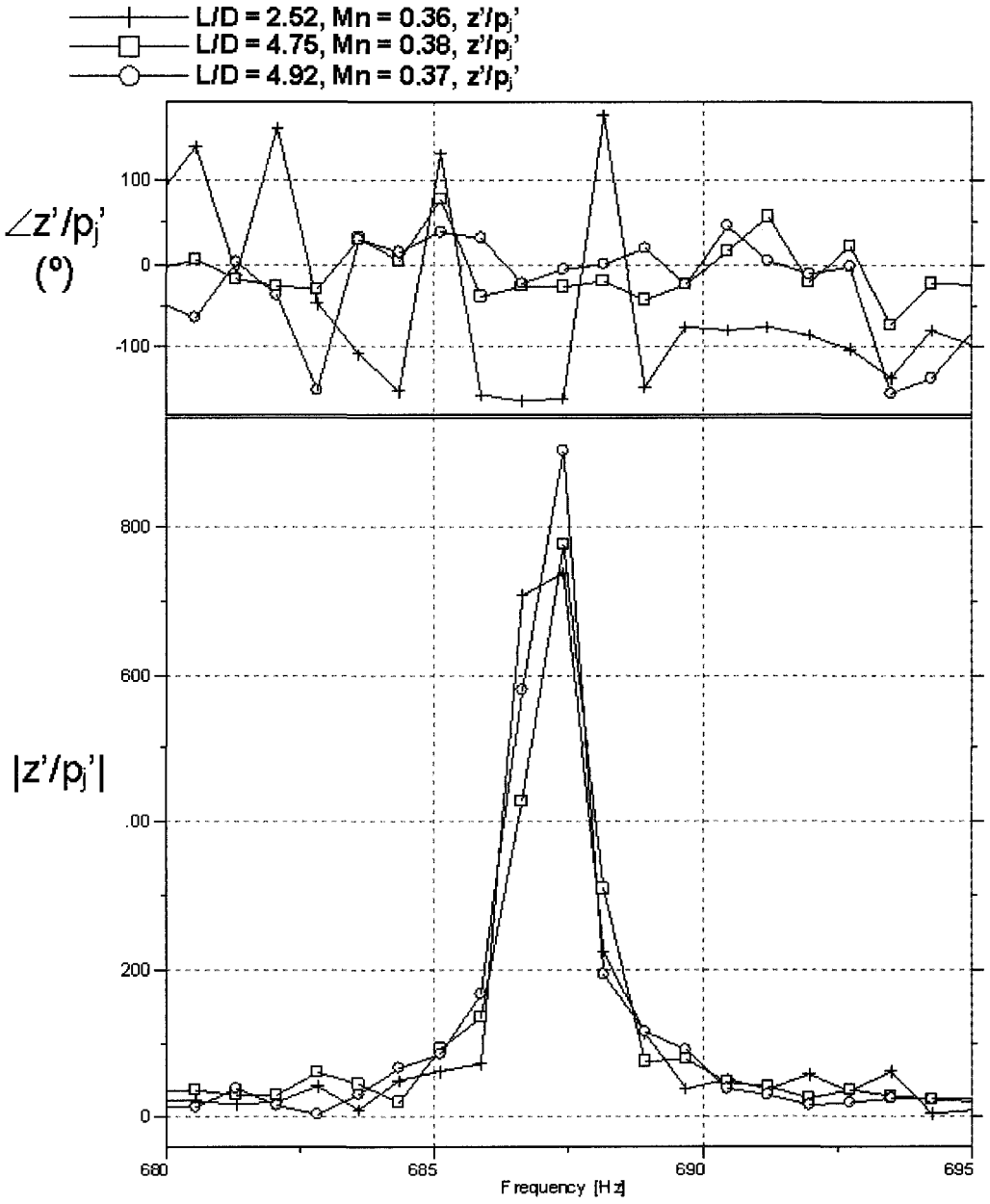

Figure 15. Feedback wave phase analysis

Figure 16 shows the compiled results of the measured feedback wave phase component transfer function, $\angle z'/p'_j$, compared to the prediction by the 1D feedback

wave model at a given distance to wavelength ratio, L/λ_B. The prediction is obtained from the resulting distance to wavelength ratio, L/λ_B, when assuming the feedback wave propagating speed at the local speed of sound minus the jet velocity U. The measured phase (square symbols), corresponding to three different nozzle-to-plate distances, agree well with the prediction.

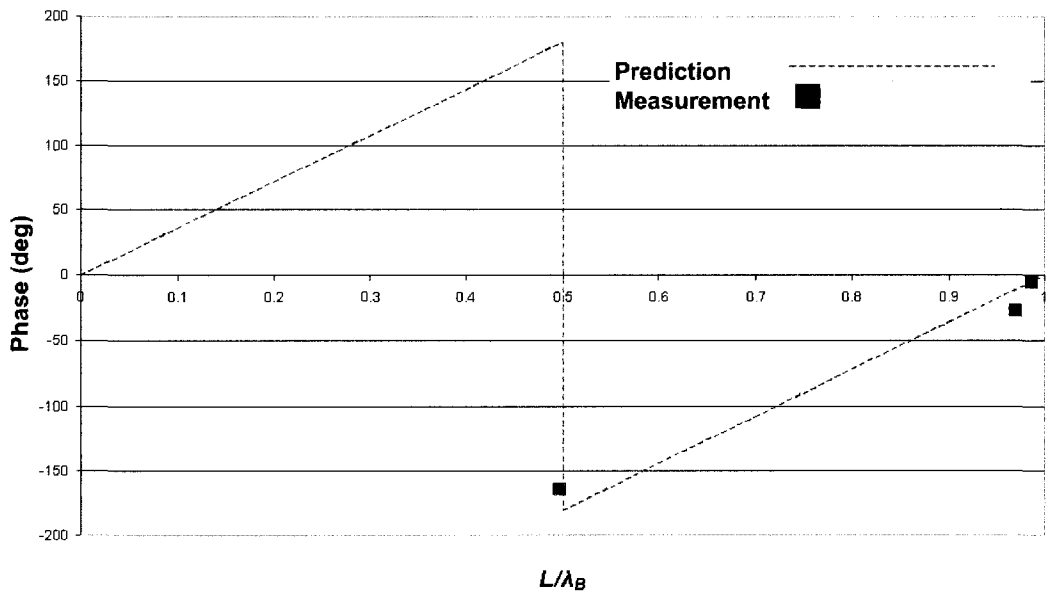

Figure 16. Backward Wave Phase Results (Thomassin et al. 2007)

The above results experimentally confirm the jet core feedback theory, in which a plate vibration induces a feedback wave traveling upstream in the jet potential core at a velocity that is the difference between the local speed of sound and the jet forward velocity. This feedback wave then couples with the jet lip unsteadiness, similarly to the upstream influence coupling in more typical impinging shear layer oscillations, to cause the mixing layer resonance at the plate vibration frequency.

5. Compressor Test-Rig Experiment

One of the first observations made on NSV is that the mechanical rotor speed of occurrence is sensitive to the operating temperature. Also, the tip clearance tangential velocity depends on both the tip clearance itself and on the blade aerodynamic loading. To capture all of these phenomena, a compressor test rig (CTR) was build with the features shown in figure 17.

Air flows from left to right in the figure. Tip clearance variation is achieved by moving the rotor shroud axially, taking advantage of the blade tip meridional angle. De-swirl vanes are installed downstream of the rotor to minimize the exhaust pressure losses. The air exits the section in a scroll plenum, and flows outside through a butterfly valve that sets the mass flow and thus controls the stage loading (pressure rise). The plenum and exhaust valves are not shown in the figure. Intake heating is also available in the test facility. The gas path is designed to keep the entry flow accelerating up to the blade leading edge in order to minimize the entry boundary layer thickness on the hub and casing. The rotor is isolated from surrounding blade rows, normally present in the engine, to capture solely the tip clearance flow features of interest. There are two sets of instrumentation, static and rotating. The signals, from the rotating instrumentation on the rotor blades, are transmitted through a slip-ring which provides static contacts for the spinning instruments.

The casing instrumentation comprises steady and unsteady static pressure measurements to monitor the compressor operating condition. Thermocouples are also installed on the casing aligned with the blade, mainly to derive the blade tip clearance speed of sound. The rotating instrumentation consists of strain gauges to capture the

unsteady stresses associated with the blade vibration mode of interest. Unsteady pressures are also monitored on a few blades to capture the required fluid dynamic features in the rotating frame of reference. The rotating instrumentation signals are transmitted through a contact slip ring. Figure 18 depicts the actual CTR physical implementation.

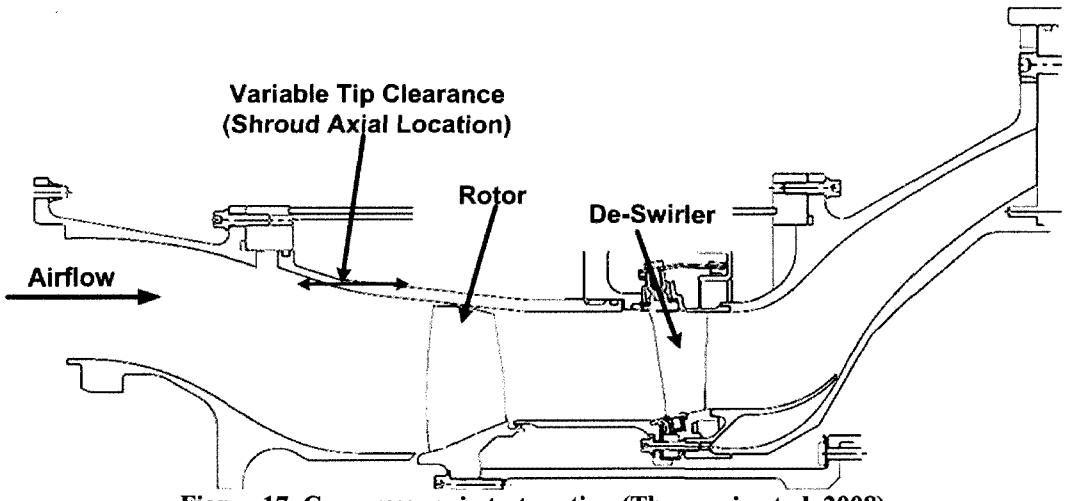

Figure 17. Compressor rig test-section (Thomassin et al. 2008)

The test consists at varying the aerodynamic load by modulating the downstream throttle valve. This generates the tangential tip clearance flow impingement condition required to cause NSV.

A compressor speed survey is then conducted to narrow down the critical NSV condition, which is determined by the speed at which the blade strain gauges monitor the maximum vibratory stresses.

The same procedure is repeated for various tip clearance sizes (1% and 2% of the blade tip chord) and operating inlet temperatures (with and without intake heating).

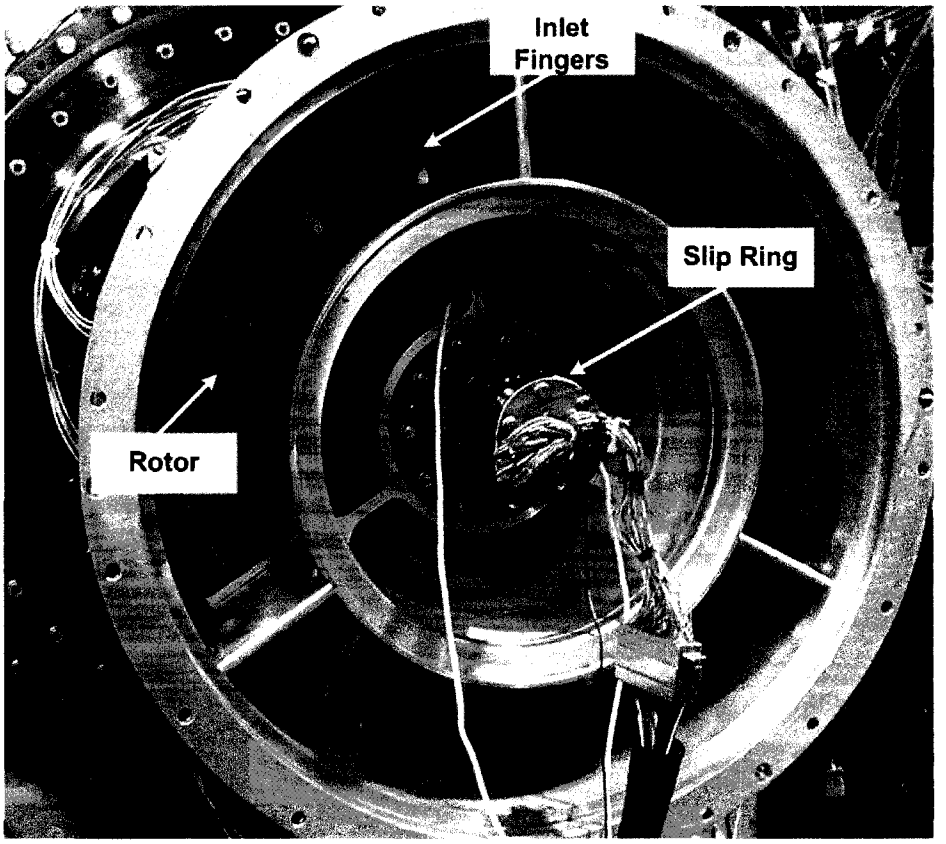

Figure 18. Compressor test rig physical implementation (Thomassin et al. 2008)

Compressor Test Rig Results

The tip clearance flow Mach number is derived from its average tangential convection velocity, U_F, at the NSV condition. It is determined by measuring the shear layer convection velocity using time correlation between the inter-blade unsteady pressure measurements. Figure 19 depicts the obtained results. The tip clearance flow average tangential velocity is normalized to the blade tip speed, U_{tip}, and is plotted against the flow coefficient, ϕ, the ratio of the compressor axial flow normalized to the blade tip speed. At a fixed rotating speed, reduced ϕ implies increased blade loading. Figure 19 shows that the tip clearance flow average convection velocity is constant at a given tip clearance when operating at aerodynamic blade loading typical of NSV conditions.

Moreover, the ratio of the convection velocity to the blade tip speed, U_F/U_{tip}, was found significantly more dependent on the tip clearance size than on the operating temperature. The slight difference observable between two inlet temperature conditions, at a given clearance, in Figure 19 may be related to clearance tightening due to the running at higher mechanical speed with intake heating. The U_F/U_{tip} ratio is approximately 0.6 for the 2% clearance case and 0.53 for the 1% clearance case. This is in good agreement with the experimental observations made by Kameier and Neise (1997) who investigated the Rotating Instability phenomenon in similar operating conditions. The Rotating Instability, as described by the authors, is essentially the same phenomenon as the tip clearance flow instability in the present work.

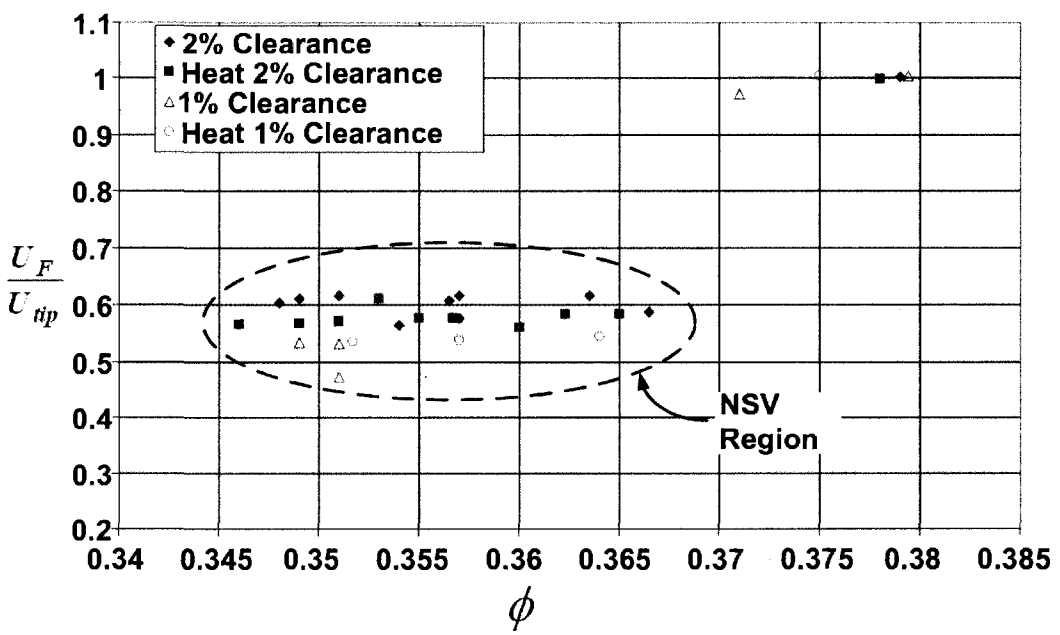

Figure 19. Tip clearance flow mean velocity at NSV conditions (Thomassin et al. 2008)

To gather experimental evidence for the existence of the acoustic stream forcing flow feature, we correlated the NSV vibration stress levels, indicative of the operation proximity to the resonance condition, to the criterion of equation (25).

The numerator in equation (25) represents the propagation velocity of the feedback wave, or acoustic stream forcing. It is compared to the blade vibration sound propagation velocity, which is the product of the blade vibrating frequency, f_b, and the feedback wavelength. The latter equals twice the inter-blade distance, or pitch, s. Our stream feedback theory holds true whenever high vibrations occur when the ratio of equation (25) equals to one. This is the tip clearance flow resonance condition based on our 1D compressed feedback wave model for the NSV associated fluid mechanics. The resonance condition is analyzed for the case of the fundamental harmonic, $n=1$, of the stream wave of interest.

$$\frac{(c-U_F)}{2sf_b}=1 \tag{25}$$

The normalized vibration levels, S'/S'_{max}, measured at the various operating conditions are plotted against the resonance condition of equation (25) in Figure 20. It clearly shows that the high amplification points gather within a narrow band around the resonance condition at $(c-U_F)/2sfb \cong 1$, for each intake temperature conditions of the 2% chord tip clearance settings. The experimental data of figure 20 represent significant evidence of the tip clearance flow resonance associated to NSV and can be predicted

within 5% using our model of stream feedback compressed acoustic wave, which travels against the average blade tip vortex sheet tangential velocity.

The coupling between the acoustic feedback and emanating shear layer is also assumed to occur when one of the wave crests reached the separation edge at the blade, similarly to the coupling of the upstream influence in more typical oscillations of impinging shear layers on rigid structures. An attempt model has been proposed by Ho & Nosier (1981) called "collective interaction", for the coupling, not fully understood but observed experimentally.

The current work provides some understanding of the coupling between the acoustic forcing in a fast stream by capturing analytically the periodic resonant interface response with source location.

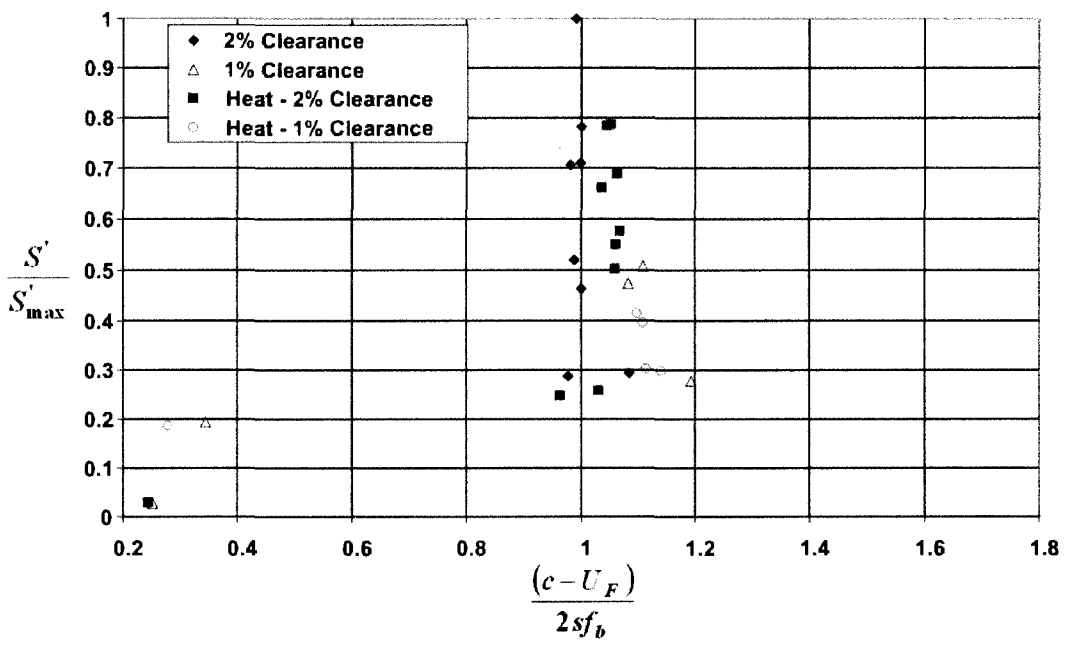

Figure 20. Compressor test rig - blade stresse levels versus proximity of operation from the resonance condition (Thomassin et al. 2008)

The prediction of the proposed 1D model feedback wave is validated using the closed form 2D analytical solution of this study. The results are also compared to the available experimental data in the following section.

6. Validation of the resonance models with experimental data

Equation (26) is derived, for the resonant mode of interest, from the analytical model solution of equation (23) and the peak response condition of equation (24).

$$\frac{\omega y_1}{n\pi c_0} = \frac{\left(1-M^2\right)}{M\left(2+\sqrt{\left(1-M^2\right)\left(\frac{1}{M}-1\right)}\right)} \tag{26}$$

In order to validate the prediction for critical source locations, as a function of the jet velocity, the relationship of equation (26) is compared to the experimental results. The 1D stream feedback model prediction is also compared to the analytical results for validation purpose.

The available experimental data, from both experiments, is normalized and plotted on the reduced frequency versus Mach number chart of figure 9. Data is available for the fundamental and the first feedback wave harmonics ($n=1,2$) and for the fundamental only ($n=1$) for the jet-flexible-plate and the CTR cases respectively. Figure 21 summarizes the results.

For the jet-flexible-plate data, the vibration frequency is normalized to the jet-to-plate distance and the local speed of sound taken at the room temperature during the experiment. The jet Mach number is calculated using the plenum to ambient pressure

ratio. For the CTR data, the blade vibration frequency is normalized to the inter-blade distance and the blade tip local speed of sound taken at the measured temperature in the blade tip region. The jet Mach number is calculated from the average vortex sheet tangential convection velocity of figure 19 and the actual blade tip speed.

The 1D compressed feedback wave prediction lines, which were empirically validated in our experiments, are also plotted on the figure for reference. The figure shows the good agreement between the 2D analytical prediction, the 1D compressed feedback model's prediction and the experimental data.

Figure 21 demonstrates the validity of the proposed analytical approach to capture the fluid mechanics of the mixing layer resonance under stream forcing. Based on the novel 2D analytical resonant response criterion that was first established, the critical source location as a function of the jet Mach number relationship has been elaborated. The latter captures the spatial periodicity of the resonance which represents an extension of the current generic understanding of the mixing layer receptivity to an arbitrarily located excitation source. The results also validate the simple 1D reduced speed feedback wave model, which has been used to predict the critical resonance conditions observed in both experiments related to this study.

This study also allows the better understanding of the fluid mechanics involved in NSV. Basically, the tip clearance flow resonance occurs at the average tangential velocity, for a given critical blade reduced frequency, predicted by equation (26) and plotted in the chart of figure 21. This explains, amongst other things, why the critical NSV occurrence varies with operating temperature and aerodynamic blade loading.

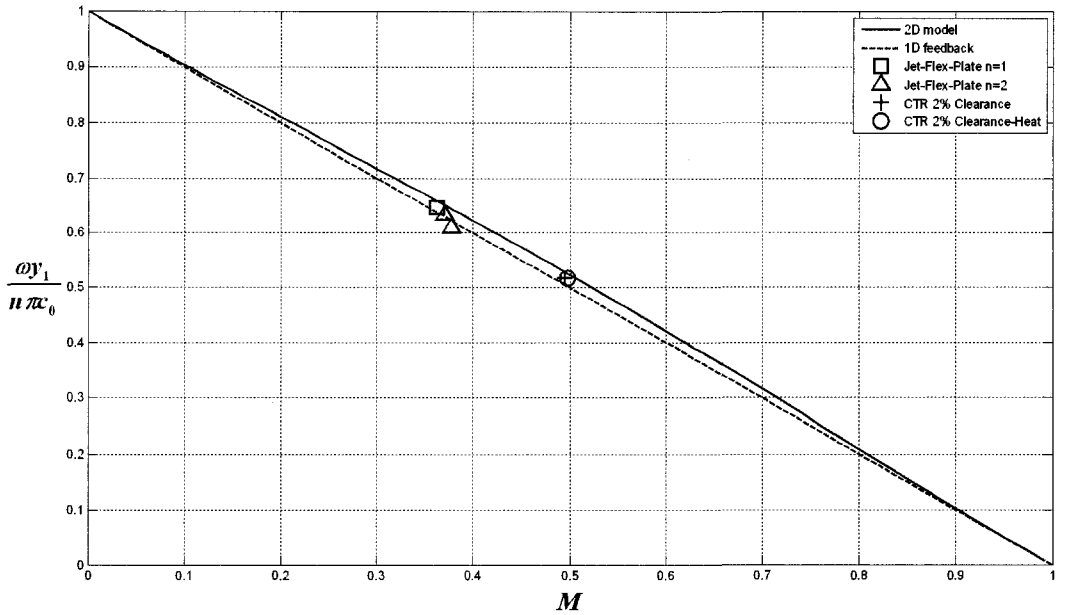

Figure 21. Comparison of the 2D analytical solution to the 1D stream feedback model and to experimental data

7. Conclusion

This paper presented a theoretical framework to analyze the resonant response of a 2D semi-infinite mixing layer under stream forcing. The problem was first introduced and its supporting mathematical equations developed. The solution to the problem was then detailed. The problem was solved in the spatial domain in the transverse direction and in the modal wavenumber domain in the streamwise direction. The condition for spatial resonance was discussed and the associated interface forced response mode identified. The maximum interface response was then calculated for the spatially resonant mode.

Two experimental cases were presented to illustrate the application of the mixing layer resonance under stream forcing.

The first laboratory experiment consisted of unsteady pressure and vibration measurements of a high subsonic speed jet impinging on a vibrating flexible plate.

The second engineering case consisted of the application of the mixing layer resonance condition in the prediction of the critical vibration condition for a particular case of non-synchronous vibration encountered in turbomachinery. This problem has been experienced by several industry leaders within the last two decades. Individual results of the analysis and the two experiments were presented. Finally the analytical and experimental data were compared on a common basis.

The latter shows the particularly good agreement between the results of the closed-form solution of the 2D analysis and the two experimental sets of data. The two experiments are from quite different contexts, thus illustrating the generality of application of the fundamental fluid mechanics relevant to the phenomenon studied in this work.

Based on the novel 2D analytical resonant response criterion that was first established, the critical source location as a function of the jet Mach number relationship has been elaborated. The latter captures the spatial periodicity of the resonance which represents an extension of the current generic understanding of the mixing layer receptivity to an arbitrarily located excitation source. The results also validate the simple 1D reduced speed feedback wave model, which has been used to predict the critical resonance conditions observed in both experiments related to this study.

The understanding of the tip clearance flow resonance allows the a priori prediction of the critical NSV speeds. Therefore it provides a mean to design a compressor blade to

either avoid the NSV conditions which fall within the operating range, or to withstand the associated vibratory stress levels at the critical NSV conditions. This represents a breakthrough for the industry that is lacking a design level prediction tool for NSV condition and has to rely heavily on engine testing to identify the critical operating conditions.

8. References

Barone, M.F., & Lele, S.K. (2005). Receprivity of the Compressible Mixing Layer. Journal of Fluid Mechanics, 540, 301-335.

Baumgartner, M., Kameier, F., & Hourmouziadis, J. (1995). Non-Engine Order Blade Vibration in a High Pressure Compressor. 12th International Symposium on Airbreathing Engines, Melbourne, Australia.

Dowell E.H., Crawley E.F., Curtiss, Jr. H.C., Peters D.A., Scanlan R.H., & Sisto F. (1995). A modern Course in Aeroelasticity. Kluwer Academic Publishers.

Franklin, R.E. (1972). Acoustic Resonance in Cascades. Journal of Sound and Vibration, 25(4), 587-595.

Fukano, T., & Jang, C.-M. (2003). Tip Clearance Noise of Axial Flow Fans Operating at Design and Off-Design Condition. Journal of Sound and Vibrations, 275, 1027-1050.

Hellmich, B., & Seume, J.R. (2006). Causes of Acoustic Resonance in a High-Speed Axial Compressor. GT-2006-90947, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Barcelona, Spain.

Ho, C.-M., & Nosseir, S. (1981). Dynamics of and Impinging Jet Part I : The Feedback Phenomena. Journal of Fluid Mechanics, 105, 119-142.

Howe, M.S. (1997). Edge, Cavity and Aperture Tones at Very Low Mach Numbers. Journal of Fluid Mechanics, 330, 61-84.

Howe, M.S. (1998). Acoustics of Fluid-Structure Interactions. Cambridge University Press.

Huerre, P. & Monkewitz, P.A. (1985). Absolute and Convective Instabilities in Free Shear Layers. Journal of Fluid Mechanics, 159, 151-168.

Hwang, S.D., & Cho, H.H. (2003). Effects of Acoustic Excitation Positions on Heat Transfer and Flow in Axisymmetric Impinging Jet : Main Jet Excitation and Shear Layer Excitation. International Journal of Heat and Fluid Flow, 24, 199-209.

Kameier, F., & Neise, W. (1997). Experimental Study of Tip Clearance Losses and Noise in Axial Turbomachines and their Reduction. Journal of Turbomachinery, 119, 460-471.

Kameier, F., & Neise, W. (1997). Rotating Blade Flow Instability as a Source of Noise in Axial Turbomachines. Journal of Sound and Vibration, 203(2), 833-853.

Kerschen, E.J. (1997). Receptivity Theory in Compressible Flow Jet Control. Final Report AFSOR Grant F49620-94-1-0206.

Kielb, R.E., Thomas, J.P., Barter, J.W., & Hall, K.C. (2003). Blade Excitation by Aerodynamic Instabilities – A Compressor Blade Study. GT-2003-38634, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Atlanta, Georgia.

Koch, W. (1983). Resonant Acoustic Frequencies of Flat Plate Cascades. Journal of Sound and Vibration, 88(2), 233-242.

Lucas, M.J. (1997). Acoustic Characteristics of Turbomachinery Cavities. ASME Press, New York.

Mailach, R., Lehman, I., & Vogeler, K. (2001).Rotating Instabilities in a Axial Compressor Originating from the Blade Tip Vortex. Journal of Turbomachinery, 123, 453-463.

März, J., Hah, & C., Neise, W. (2002). An Experimental and Numerical Investigation into the Mechanism of Rotating Instability. Journal of Turbomachinery, 124, 367-375.

Owczarek, J., A. (1984). Analysis of an Axial Compressor Blade Vibration Based on Wave Reflection Theory. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 106, 57-64.

Owczarek, J., A. (1992). Wave Reflections in Subsonic Axial-Flow Turbomachines. AIAA 92-3075, Proceedings of 28th Joint Propulsion Conference and Exhibit, Nashville, USA.

Rockwell, D. (1983). Oscillations of Impinging Shear Layers, AIAA Journal, 21(5), 645-663.

Schuster, B. (2005). Axial Fan Tone Induced by Separated Tip Flow, Flutter and Forced Response. AIAA-2005-2876, Proceedings of AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, California, USA.

Spiker, M.A., Kielb, R.E., Hall, K.C., & Thomas, J.P. (2008). Efficient Design Method for Non-Synchronous Vibrations using Enforced Motion. GT2008-50599, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Berlin, Germany.

Thomassin, J., Vo, H.D., & Mureithi, N. (2007). Blade Tip Clearance Flow and Compressor NSV: The Jet Core Feedback as the Coupling Mechanism. GT-2007-27286, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Montreal, Canada.

Thomassin, J., Vo, H.D., & Mureithi, N. (2008). Experimental Demonstration of the Tip Clearance Flow Resonance behind Compressor Non-Synchronous Vibration. GT-2008-50303, Proceedings of the ASME Turbo Expo, Berlin, Germany.

Tihon, J., Vejrazka, J., Marty, P., & Sobolik, V. (2005). Effect of an External Excitation on the Flow Structure in a Circular Impinging Jet. Physics of Fluids, 17.

Vo, H.D. (2006). Role of Tip Clearance Flow in the Generation of Non-Synchronous Vibrations. AIAA Paper 2006-629, Proceedings of the 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada.