

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

DÉVELOPPEMENT D'UN ALGORITHME AVEC PRISE EN COMPTE
DU REMODELAGE OSSEUX ET DE L'OSTÉO-INTÉGRATION
APPLIQUÉ À UNE PROTHÈSE ORTHOPÉDIQUE

ARNAUD DIVIALLE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MÉCANIQUE)
DÉCEMBRE 2008



Library and
Archives Canada

Published Heritage
Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Direction du
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-48913-0

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-48913-0

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

DÉVELOPPEMENT D'UN ALGORITHME AVEC PRISE EN COMPTE
DU REMODELAGE OSSEUX ET DE L'OSTÉO-INTÉGRATION
APPLIQUÉ À UNE PROTHÈSE ORTHOPÉDIQUE

présenté par: DIVIALLE Arnaud

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

Mme. PÉRIÉ-CURNIER Delphine, D.Sc., présidente

Mr. VADEAN Aurelian, Doct., membre et directeur de recherche

Mr. YAHIA L'Hocine, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

Mr. BUREAU Martin, Ph. D., membre

REMERCIEMENTS

Parmi toutes les personnes que je souhaite remercier, je commencerai par Mr Vadean, mon directeur de recherche. Il fut tout au long du projet présent et attentif au bon avancement de mes travaux, tout en m'accordant une très grande confiance et une grande liberté de mes choix et ma charge de travail. Merci beaucoup.

Ensuite, je souhaite dire un vif merci à Frédéric Lanoue et à Francis Turgeon, mes collègues de maîtrise. Je garde de très bons souvenirs du « club social ». Ils ont su allier avec beaucoup de brio, la bonne humeur et le sérieux.

Merci aussi à Salim Hassani, mon collègue de bureau. Nos belles discussions ont permis de casser la monotonie de notre salle de travail sans fenêtre.

Je voudrais souligner l'appui indéfectible que m'a offert Gypsie Khir ma compagne. Malgré la distance, elle a su m'apporter le soutien dont j'avais besoin pour mener à bien mon projet.

Je tiens à souligner l'aide non négligeable que m'a fourni Garth Kenworthy, ingénieur chez Altair Engineering. Merci aussi à MM Little et Kirby, responsables d'Altair Canada et d'Altair Ontario. Leur intérêt dans mon projet a facilité mes travaux.

Enfin, je voudrais remercier Mr Yahia, mon co-directeur de maîtrise pour sa présence et le temps qu'il a consacré à mon projet.

RÉSUMÉ

Parmi les diverses prothèses orthopédiques disponibles sur le marché et parmi les nombreux articles de la littérature proposant de nouvelles conceptions, il est extrêmement rare que le remodelage osseux et l'ostéo-intégration soient pris en compte. Pourtant, il est assez largement reconnu que ces deux phénomènes biologiques sont à l'origine d'une grande partie des échecs d'implantation de prothèses.

Le remodelage osseux est l'évolution de la densité de l'os au cours du temps. Il est particulièrement important dans le cas de l'implantation de prothèses qui modifient radicalement le stimulus mécanique ressenti par l'os. Ce phénomène biologique a été transcrit en un système d'équations mathématiques. Ce modèle est par la suite implémenté dans un logiciel de calcul par éléments finis (Hypermesh, Altair Engineering). Un algorithme y est adjoint pour améliorer l'efficacité numérique de la simulation. L'ensemble est validé par comparaison avec des données de la littérature. Cette première étape du projet a fait l'objet d'une publication (Divialle, Vadean et al. 2008).

La seconde partie du projet traite le phénomène de l'ostéo-intégration. Il s'agit de la croissance osseuse sur la surface et à l'intérieur des implants. Un modèle mathématique inspiré de la littérature a été implémenté et comme pour le remodelage, un algorithme a été rajouté afin de rendre les simulations plus efficaces. Encore une fois, les résultats des simulations sont comparés avec succès aux données de la littérature.

Enfin, dans une dernière partie, les deux algorithmes développés précédemment sont couplés. L'ensemble permet de simuler de manière un peu plus adéquate le comportement réel de l'os autour des implants orthopédiques. Cet outil est utilisé pour valider un nouveau design de prothèse orthopédique de fémur.

ABSTRACT

Amongst all the existing orthopedic prostheses and the numerous published articles, only a few take into account the bone remodeling and the osseointegration. However, those phenomena are thought to provoke many implant failures.

The bone remodeling is the bone density adaptation to mechanical stimulus through time. It is of great interest for prosthesis implantation which causes a radical change in the mechanical stimulus felt by the surrounding bone. This biological phenomenon has been translated into a mathematical system. A numerical algorithm was designed based on this system. Then the algorithm was implemented into a Finite Element Software. (Hypermesh, Altair Engineering) It was designed to improve calculation efficiency. The results were compared to data from the literature. An article based on these results was presented in June 2008 (Divialle, Vadean et al. 2008).

The second stage of the project deals with the osseointegration. This is the bone ongrowth / ingrowth on the implant surface. Once again, based on a mathematical expression of the phenomenon, an algorithm was designed. It allowed us to simulate the evolution of the bone-implant contact. The results were successfully compared to published data.

Based on those two algorithms we were able to accurately simulate the behavior of the bone surrounding the implant. This global algorithm is used to validate a new femoral implant design.

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements	iv
Résumé	v
Abstract.....	vi
Table des matières.....	vii
Liste des tableaux.....	xi
Liste des figures.....	xii
Liste des sigles et abréviations	xiv
1 Introduction.....	1
1.1 Intérêt de la compréhension du remodelage osseux.....	1
1.2 Prothèses orthopédiques.....	2
1.3 Présentation biologique.....	3
1.3.1 Structure de l'os.....	4
1.3.2 Activité cellulaire.....	5
1.4 Objectifs	6
2 Remodelage osseux	7
2.1 Présentation biologique du remodelage osseux	7
2.2 Modèles numériques de simulation du remodelage osseux	8
2.3 Modèle mathématique initial	11
2.4 Implémentation	14
2.5 Résultats	23
2.5.1 Choix du schéma d'intégration.....	23
2.5.2 Étude de sensibilité de l'algorithme.	25
2.5.3 Comparaison avec l'optimisation topologique.....	26
2.6 Validation.....	28

2.7	Discussion sur l'algorithme de remodelage osseux	35
3	Ostéo-intégration	39
3.1	Présentation biologique de l'ostéo-intégration.....	39
3.2	Données biologiques et numériques sur l'ostéo-intégration	40
3.3	Modèle mathématique initial	42
3.4	Implémentation	45
3.4.1	<i>Incrémentation optimisée de force.....</i>	<i>51</i>
3.4.2	<i>Algorithme d'appairage.....</i>	<i>52</i>
3.5	Validation.....	53
3.5.1	<i>Comparaison avec des données animale.....</i>	<i>54</i>
3.5.2	<i>Comparaison avec des données humaines.....</i>	<i>61</i>
3.6	Étude de l'influence du fretage de la prothèse	66
3.7	Conclusion de l'algorithme d'ostéo-intégration.....	67
4	Conception de prothèse	71
4.1	Présentation de la méthode de conception	71
4.2	Étude de l'influence du module d'Young du matériau de la prothèse sur l'ostéo-intégration.....	73
4.3	Étude de l'influence du module d'Young du matériau de la prothèse sur le remodelage osseux - déviation de contrainte.....	76
4.4	Simulation COMPLETE de l'assemblage os/prothèse	80
4.4.1	<i>Méthode et Résultats.....</i>	<i>82</i>
4.4.2	<i>Hypothèses de conception.....</i>	<i>84</i>
4.4.3	<i>Proposition de nouvelle conception.....</i>	<i>88</i>
4.4.4	<i>Proposition de solution technologique</i>	<i>89</i>
4.5	Conclusion de la conception	90
5	Conclusion générale.....	93
	Références	95

Annexes	101
----------------------	------------

LISTE DES ANNEXES

A.	<u>Algorithmie</u>	101
1.	<i>Exemple 1 : Calcul des lois d'évolution de la rigidité.</i>	101
2.	<i>Exemple 2 : Appairage des nœuds.</i>	102
3.	<i>Exemple 3 : Simulation de l'ostéo-intégration.</i>	103
B.	<u>Procédure de positionnement relatif de la prothèse par rapport au fémur</u>	107
C.	<u>Fichiers de résultats.</u>	108
D.	<u>Publications</u>	109
E.	éléments 1D utilisés	110

LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU 2.1 : FICHIERS DE RÉSULTATS DE L'ALGORITHME DE REMODELAGE.....	18
TABLEAU 2.2: PARAMÈTRES DE LA RELATION DENSITÉ - MODULE D'YOUNG (WIRTZ 2000)	20
TABLEAU 2.3 : SCHÉMAS D'INTÉGRATION.....	24
TABLEAU 2.4 : RÉSULTATS CLÉS DES TROIS SIMULATIONS	28
TABLEAU 2.5: PROPRIÉTÉS MÉCANIQUE DU MATÉRIAU Os (CORTEEN 2001)	29
TABLEAU 2.6 : SYNTHÈSE DE L'ÉCART ENTRE LA DENSITÉ DE L'OS ENTRE LES DONNÉES EXPÉRIMENTALES ET NUMÉRIQUES.	33
TABLEAU 3.1 : COMPARAISON DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET NUMÉRIQUES DE L'OSTÉO-INTÉGRATION.	58
TABLEAU 3.2 : ÉTUDE DE L'INFLUENCE DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT.	60
TABLEAU 3.3: CAS DE CHARGEMENTS APPLIQUÉS POUR LA VALIDATION DU MODÈLE D'OSTÉO-INTÉGRATION.	62
TABLEAU 4.1: RÉSULTATS POUR LE QUART DE CYLINDRE AVEC ET SANS COUPLAGE POUR DES MODULE D'YOUNG DE 210 GPA ET 42 GPA.	84
TABLEAU 4.2 : SYNTHÈSE DES RÉSULTATS OBTENUS AVEC L'ALGORITHME GLOBAL POUR LE QUART DE CYLINDRE.	89
TABLEAU A. 1 : COMPARAISON DES RÉSULTATS EN FONCTION DU TYPE D'OPTIMISATION.	106

LISTE DES FIGURES

FIGURE 2.1 : SCHÉMA DU PROCESSUS DE REMODELAGE OSSEUX ÉTUDIÉ.....	12
FIGURE 2.2 : SCHÉMA DE L'ALGORITHME DE REMODELAGE OSSEUX.....	15
FIGURE 2.3 : SCHÉMA DE CALCUL DE L'INCRÉMENT DE TEMPS	23
FIGURE 2.4: ÉVOLUTION DE LA DENSITÉ MOYENNE AU COURS DU TEMPS EN FONCTION DES SCHÉMAS DE RÉOLUTION	25
FIGURE 2.5 : MODÈLE NUMÉRIQUE DES SIMULATIONS MÉCANIQUES	27
FIGURE 2.6 : RÉPARTITION DE LA DENSITÉ POUR UNE PIÈCE MÉCANIQUE AVEC L'OPTIMISATION TOPOLOGIQUE ET LE REMODELAGE OSSEUX.	27
FIGURE 2.7 : MODÈLE DE PARTIE SUPÉRIEURE DE FÉMUR UTILISÉ	30
FIGURE 2.8 : ADAPTATION DE LA DENSITÉ OSSEUSE D'UNE TÊTE DE FÉMUR.	31
FIGURE 2.9 : ÉVOLUTION DE LA DENSITÉ MOYENNE AU COURS DU TEMPS.....	32
FIGURE 2.10 : EVOLUTION AU COURS DU TEMPS DE LA VARIATION MENSUELLE ÉQUIVALENTE DE LA DENSITÉ DE L'OS.....	34
FIGURE 3.1 : COMPORTEMENT EN CISAILLEMENT DES ÉLÉMENTS RESSORTS REPRÉSENTANT L'OS.....	43
FIGURE 3.2 : SCHÉMA DE L'ALGORITHME D'OSTÉO-INTÉGRATION	47
FIGURE 3.3 : VUE AGRANDIE DES ÉLÉMENTS 1D CRÉÉS ENTRE L'OS ET L'IMPLANT.....	53
FIGURE 3.4 : MODÈLE NUMÉRIQUE DE LA VALIDATION DE L'ALGORITHME D'OSTÉO- INTÉGRATION.....	56
FIGURE 3.5 : MODÈLE NUMÉRIQUE D'IMPLANT FÉMORAL DE L'OSTÉO-INTÉGRATION AVEC OS REMODELÉ.	63
FIGURE 3.6 : COURBE D'ÉVOLUTION DE LA RIGIDITÉ DE CONTACT MOYENNE AU COURS DU TEMPS.	64
FIGURE 3.7 : ÉVOLUTION DU TAUX D'OSTÉO-INTÉGRATION AU COURS DU TEMPS À LA SURFACE D'UN IMPLANT FÉMORAL.	65
FIGURE 3.8 : ÉVOLUTION DU LA RIGIDITÉ ADIMENSIONNELLE EN FONCTION DU FRETAGE.	67

FIGURE 4.1 : ÉVOLUTION DE LA RIGIDITÉ ADIMENTIONNELLE DU CONTACT APRÈS 60 JOURS DE GUÉRISON EN FONCTION DU MODULE D'YOUNG DE L'IMPLANT.	74
FIGURE 4.2 : VARIATION TEMPORELLE DE LA RIGIDITÉ POUR DIFFÉRENTS MODULES D'YOUNG.	75
FIGURE 4.3 : ÉVOLUTION DU TEMPS DE GUÉRISON À 95 % EN JOURS EN FONCTION DU MODULE D'YOUNG DE L'IMPLANT.	76
FIGURE 4.4 : MODÈLE NUMÉRIQUE DE L'ÉTUDE DE SENSIBILITÉ DU REMODELAGE OSSEUX AVEC RÉPARTITION DE LA DENSITÉ OSSEUSE.	78
FIGURE 4.5 : ÉVOLUTION DE LA DENSITÉ FINALE EN FONCTION DU MODULE D'YOUNG DE L'IMPLANT.	79
FIGURE 4.6 : ÉVOLUTION DU CRITÈRE D'ÉVALUATION DU REMODELAGE OSSEUX EN FONCTION DU MODULE D'YOUNG DE L'IMPLANT.	79
FIGURE 4.7 : SCHÉMA DE PRINCIPE DE L'ALGORITHME GLOBAL.....	81
FIGURE 4.8 : ÉVOLUTION DE LA DENSITÉ MOYENNE AVEC ET SANS COUPLAGE.	83
FIGURE 4.9 : VARIATION DES TROIS CRITÈRES D'ÉVALUATION EN FONCTION DU MODULE D'YOUNG DE LA PROTHÈSE.....	85
FIGURE 4.10 : COURBE D'ÉVOLUTION DU PARAMÈTRE D'ÉVALUATION DE L'OSTÉO- INTÉGRATION AU COURS DU TEMPS.	87
FIGURE 4.11 : COURBE D'ÉVOLUTION DU MODULE D'YOUNG DE LA PROTHÈSE.	88
FIGURE 5.1 : COMPORTEMENT DES ÉLÉMENTS DE CONTACT DANS LEUR DIRECTION NORMALE.....	110
FIGURE A. 1 : SCHÉMA DE PRINCIPE DE L'ALGORITHME INITIAL	101
FIGURE A. 2 : SCHÉMA DE PRINCIPE DE L'ALGORITHME OPTIMISÉ.	102
FIGURE A. 3 : ÉVOLUTION DE LA RIGIDITÉ EN FONCTION DU TYPE D'OPTIMISATION.	105

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

α	Rigidité adimensionnelle (ou pourcentage de contact entre la surface de l'os et celle de la prothèse)
β_i	somme des concentrations initiales de chacune des réactions
δ_i	ratio entre la vitesse de la réaction i et la vitesse de la résorption de l'os
δ^{ing}	Seuil croissance osseuse en termes de déplacement relatif
δ	Déplacement relatif d'un nœud par rapport au second nœud de l'élément ressort pour l'ostéo-intégration
Δ^k	Densité moyenne du modèle à l'itération k
ε_i^k	Critère de convergence de l'algorithme de remodelage osseux
η	Tolérance de convergence pour le remodelage osseux
$\mu\varepsilon$	Micro-déformations (unité de la déformation d'un élément)
ν	Coefficient de Poisson d'un matériau
v	Vitesse de croissance osseuse (en $\%.\text{mm}^{-1}.\text{s}^{-1}$)
ρ	Masse volumique (en $\text{g}.\text{cm}^{-3}$)
σ	Déviation standard
τ^k	Incrément de temps à l'itération k
ω	Critère d'évaluation de la prothèse
d_i^k	Densité de l'élément i à l'itération k
$\overline{d^k}$	Densité moyenne du modèle numérique à l'itération k
D_i	paramètres de stimulus mécanique
E	Module d'Young d'un matériau
F^n	Amplitude d'une force à l'itération n
G	Module de cisaillement d'un matériau

J_i	flux des composants du modèle d'ostéo-intégration
K^k	Rigidité globale d'une pièce mécanique à l'itération k
N_i	concentration normalisée de chacune des composantes du modèle d'ostéointégration
p	Degré du schéma numérique d'intégration
RANK-RANKL-OPG	principe d'interactions entre les différentes molécules et cellules mises en jeu par le remodelage osseux
UFR	Unité Fonctionnelle de remodelage (ou BMU en anglais)

1 INTRODUCTION

1.1 INTÉRÊT DE LA COMPRÉHENSION DU REMODELAGE OSSEUX

Dans une société vieillissante, les problèmes liés à l'ostéoporose en particulier (diminution de la densité des os avec l'âge) prennent une ampleur considérable. En 2007, 1,4 millions de Canadiens ont été touchés par cette maladie ce qui représente 1,3 milliards de dollars de frais médicaux par an. Ces coûts sont eux aussi en forte croissance (prévision de 32,5 milliards de dollars en 2018, (Canada and Society 2003)). Parmi ces frais, il faut compter les opérations d'arthroplastie totale. Cette intervention chirurgicale consiste à remplacer une articulation non-fonctionnelle par un implant (ou un ensemble d'implants). Cela permet de réduire les douleurs et d'accroître la mobilité des personnes affectées. Une large étude menée aux Pays-Bas et en Suède (Ostendorf, Johnell et al. 2002) relève une hausse de 20% des remplacements totaux de la hanche entre 1986 et 1997 dont jusqu'à 15% peuvent être attribués au vieillissement de la population. Cette tendance est vraisemblablement la même dans tous les pays industrialisés. Par exemple, une étude sur l'arthroplastie de la hanche aux États-Unis (Burns 2006) conclut qu'en 2030 cette opération coûtera \$22.7 milliards par an.

Les résultats de l'implantation de prothèse de hanche varient en fonction des modèles et des techniques opératoires. Un certain nombre d'entre elles nécessitent une seconde opération chirurgicale pour corriger l'implant mis en place. On parle de révision chirurgicale. D'après l'étude précédente (Burns 2006), en 2030, aux États-Unis, les opérations de révisions d'implants de la hanche coûteront \$4,01 milliards par an.

Parmi les causes de révision, la principale reste le descellement aseptique de la prothèse fémorale. Il s'agit de la disparition du lien créé entre l'os et la partie de l'implant insérée dans l'os. La prothèse se désolidarise donc de l'os qui le soutient, ce qui entraîne une perte de fonction et souvent des douleurs pour le patient. Selon

Wroblewski (Wroblewski 2002), parmi toutes les prothèse implantées, 16,6% sont revues du fait du descellement, loin devant les autres causes : fracture de la prothèse (1,7%) et infection majeure (1,5%). Parmi les descellements relevés pour les prothèses de hanche, Espehaug (Espehaug 2002) note que dans 95,4% des cas, la partie fémorale de la prothèse est en cause. Pour augmenter le taux de réussite des prothèses, il est donc primordial de réduire le descellement aseptique qu'elles subissent.

1.2 PROTHÈSES ORTHOPÉDIQUES

Ce projet est axé sur les prothèses orthopédiques et plus particulièrement sur les prothèses de hanche. Les prothèses implantées actuellement sont de deux types : les prothèses cimentées et non-cimentées. Pour les prothèses cimentées, une couche de ciment orthopédique est insérée entre l'os et la prothèse. Ce ciment adhère à la prothèse et l'os aura tendance à croître à l'interface avec le ciment. Dans le cas des prothèses non-cimentées, la prothèse est directement au contact de l'os et la croissance osseuse se fera sur la prothèse. On parle d'ostéo-intégration, les prothèses non-cimentées sont appelées prothèses ostéo-intégrées.

Il existe actuellement un débat entre les spécialistes concernant la méthode de fixation de la prothèse. Une étude américaine réalisée sur 271 patients ayant subi une arthroplastie totale de la hanche (Zimmerman, Hawkes et al. 2002) ne relève aucune différence statistique entre les prothèses cimentées et ostéo-intégrées. Il est toutefois admis que ces dernières sont plus performantes pour les patients jeunes et actifs. De plus, si l'implantation d'une prothèse non-cimentée se révèle plus coûteuse (en moyenne \$13 038 contre \$10 938 pour une prothèse cimentée), le coût de révision est moindre (\$6 042 contre \$10 855 en moyenne). De plus, étant donné que le taux de révision des prothèses cimentées est plus élevé (4,6% contre 0,7% pour les prothèses non-cimentées, écarts non statistiquement significatif), la prothèse non-cimentée

apparaît alors financièrement plus intéressante. C'est pour cela que notre projet s'orientera principalement vers ce type de prothèse.

L'échec de l'implantation d'une prothèse de hanche peut-être causé par plusieurs phénomènes. Dans la majorité des cas, la révision chirurgicale de l'implant est due au descellement aseptique. Le changement de sollicitation mécanique ressenti par l'os après l'implantation de la prothèse fait qu'il va modifier sa densité pour s'adapter aux nouvelles contraintes ressenties (« stress-shielding » en anglais). Celles-ci étant généralement moins importantes que dans un corps sain, l'os sera résorbé. Une résorption trop importante entraînera la destruction de l'os entourant la prothèse. Ainsi après un certain nombre d'années de fonctionnement correct, la prothèse se descellera par disparition de l'os environnant.

Ce problème est aussi amplifié par l'état de guérison de l'interface entre l'os et la prothèse. Meilleure est la guérison, plus il y aura d'os en contact avec la prothèse et donc plus elle sera stable et peu encline à se desceller. Il faudra donc veiller à favoriser la croissance de l'os sur la prothèse.

1.3 PRÉSENTATION BIOLOGIQUE

Depuis de nombreuses années, les scientifiques se penchent sur le comportement mécanique et le remodelage de l'os humain. C'est en effet un matériau vivant en perpétuelle évolution. Sa masse change lors de la croissance, mais il change aussi localement son architecture et ses propriétés mécaniques lors du remodelage et de la guérison d'une fracture par exemple. Il est à noter qu'en tant que matériau vivant, il change aussi sa morphologie en fonction de l'âge et l'activité physique de son propriétaire. Son architecture, sa structure et ses propriétés physiques sont « optimisées » simultanément afin de s'adapter aux sollicitations mécaniques auxquelles il est soumis.

Plus récemment, des recherches ont été lancées sur le phénomène de guérison osseuse, en particulier lors des fractures mais aussi lors de l'implantation de prothèses dentaires et orthopédiques.

1.3.1 Structure de l'os

A l'âge adulte, l'os sain est principalement séparé en deux types : l'os cortical compact et l'os spongieux ou trabéculaire. L'os cortical, situé préférentiellement sur le pourtour des os longs, est constitué d'ostéons. Un ostéon est composé de lamelles osseuses concentriques autour d'un canal haversien central qui contient les capillaires sanguins et les nerfs. Ces canaux haversiens sont reliés entre eux, avec la surface de l'os et avec la moelle osseuse par des canaux transversaux ou obliques appelés les canaux de Volkmann. Chaque ostéon est aligné parallèlement à l'axe principal de l'os (celui de la diaphyse) avec un trajet légèrement hélicoïdal des lamelles. Entre les ostéons se trouvent des lamelles osseuses qui sont les vestiges d'ostéons plus anciens résorbés.

L'os spongieux est formé d'un réseau tridimensionnel de trabécules de tissu osseux, ramifiées et interconnectées. Il est souvent situé à l'intérieur et aux extrémités des os longs. Il contient de la moelle osseuse, rouge ou jaune, selon l'âge du sujet.

L'os est un matériau composite formé d'une matrice extracellulaire étroitement associée à une substance minérale. La portion organique de la matrice osseuse est principalement constituée de fibres de collagène I ainsi que de protéines non collagéniques. Il faut aussi noter la présence de cytokines et de facteurs de croissance au sein de ladite matrice. La partie minérale de la matrice extracellulaire osseuse est constituée de cristaux naturels d'apatite ressemblant à l'hydroxyapatite (dont la formule chimique est $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6 (\text{OH})_2$) ainsi que d'autres composants nombreux et variés (calcium, magnésium, ...). La minéralisation s'initie à partir des fibres de collagène.

1.3.2 Activité cellulaire

L'os trabéculaire contient différents types de cellules dont les principales sont les ostéoblastes, les ostéoclastes et les ostéocytes. Les ostéoclastes sont des cellules originaires de la moelle osseuse (ou hématopoïétique) alors que les ostéoblastes sont issus de cellules embryonnaires (mésenchymateuses). Certains ostéoblastes, qui ne meurent pas à la fin de leur cycle de vie normal, se transforment en ostéocytes au cours du remodelage lorsqu'ils sont couverts de matrice osseuse (Racila 2005). Ces cellules incluses dans la matrice sont reliées entre elles et avec les cellules de la surface osseuse par des extensions de la membrane cytoplasmique. Ce sont les cellules les plus abondantes de l'os. Comme les ostéoblastes, elles ne peuvent pas se reproduire par mitose mais maintiennent des activités cellulaires, entre autre l'échange des nutriments et de déchets avec le sang. Le rôle physiologique de ces cellules est encore assez mal connu. Toutefois, il semble qu'elles forment un réseau de communication au sein de l'os. Du fait de leur sensibilité aux stimuli mécaniques, de nombreux chercheurs pensent qu'elles détectent le besoin d'une augmentation ou d'une diminution de la formation osseuse dans le processus d'adaptation fonctionnelle ou en cas de micro fractures. Parmi les ostéoblastes ayant accompli leur fonction d'ostéogénèse, certains se transforment en cellules bordantes, les autres meurent. Les cellules bordantes sont des cellules inactives, plates et allongées qui recouvrent la surface de la matrice osseuse non minéralisée. Une des hypothèses émises dit que les cellules bordantes, en réponse à un signal des ostéocytes, stimulent les préostéoclastes pour déclencher le remodelage.

Les ostéoblastes sont les cellules qui forment l'os nouveau. Les ostéoclastes quand à eux le résorbent (destruction de la matrice). Toutes ces cellules interviennent lors de la guérison de l'implantation des prothèses ou lors de l'évolution de l'os autour de ces prothèses.

1.4 OBJECTIFS

L'objectif de ce travail de recherche est de proposer une nouvelle conception de prothèse de hanche qui augmenterait la durée de vie des prothèses de hanche. Ce travail sera décomposé en plusieurs étapes :

1. Simuler l'évolution de la densité de l'os au cours du temps. Ceci permettra de mieux comprendre les paramètres influant sur la résorption osseuse autour de l'implant.
2. Simuler la croissance osseuse à l'interface entre l'os et la prothèse pour prendre en compte l'évolution du contact lors des simulations de comportement de l'os.
3. Proposer une amélioration pour les prothèses, en considérant qu'elles sont soumises à un chargement qui évolue au cours du temps (avec l'évolution de l'environnement de l'implant).

Actuellement, les implants sont dimensionnés pour fonctionner correctement pour un seul cas de chargement, qui est celui résultant de la guérison correcte de l'os autour de la prothèse. L'évolution de l'os au cours des années n'est pas prise en compte. Selon nous, un dimensionnement fait en prenant en compte l'évolution du chargement extérieur permettra de produire des prothèses plus adaptées au corps et donc avec une durée de vie accrue.

Comme expliqué précédemment, les principales causes du décèlement aseptique sont la résorption osseuse autour de l'os (dû à la déviation des contraintes) et une mauvaise guérison de l'interface entre l'os et la prothèse. Ces deux phénomènes seront donc utilisés comme critères d'évaluation de la qualité de la prothèse proposée. Ainsi, cette dernière devra induire une augmentation de la densité de l'os directement en contact avec l'implant. Ceci sera quantifiable par la densité de l'os entourant directement la prothèse. La prothèse proposée devra aussi favoriser la croissance d'os sur sa surface, ce qui se traduira par une bonne intégration osseuse sur l'interface et un temps de guérison minimal.

2 REMODELAGE OSSEUX

2.1 PRÉSENTATION BIOLOGIQUE DU REMODELAGE OSSEUX

Afin de satisfaire les contraintes mécaniques auxquelles il est soumis, le tissu osseux modifie sa forme, sa taille et sa structure. Ce comportement est appelé le *remodelage osseux*. En 1964, Frost a été le premier à décrire ce processus comme étant le seul mécanisme physiologique non pathologique du renouvellement de l'os du squelette adulte. Ce processus biologique a plusieurs fonctions : la formation adaptée du squelette durant la croissance, la conservation des propriétés mécaniques du tissu, leur adaptation aux contraintes, la réparation des fractures et la mise à disposition du calcium contenu. Lors du remodelage osseux, l'os ancien est résorbé par les ostéoclastes et remplacé par l'os nouveau formé par les ostéoblastes (Couret 2004). Chez un adulte sain, ces deux processus s'équilibrent pour permettre le maintien de l'intégrité de la masse osseuse et l'équilibre du taux de calcium. L'architecture osseuse est en permanence régénérée par apposition et résorption d'os au niveau local. Ce processus d'adaptation fonctionnelle n'est pas uniforme. Le squelette adulte se renouvelle d'environ dix pour cent par an. Ce travail est réalisé par des unités cellulaires de base où agissent les ostéoclastes et les ostéoblastes. Le remodelage se déroule en quatre phases (Lemaitre 2004).

- *Phase d'activation*: le long de la surface osseuse (recouverte de cellules bordantes), les précurseurs mononucléés des ostéoclastes sont recrutés.
- *Phase de résorption*: l'os ancien est résorbé par les ostéoclastes formant une lacune osseuse. Les précurseurs ostéoblastiques sont activés en parallèle et permettent la différenciation des ostéoblastes.
- *Phase d'inversion*: les ostéoclastes sont remplacés par des cellules mononucléées (pré-ostéoblastes).
- *Phase de reconstruction* (ostéoformation): les ostéoblastes colonisent la lacune et la comblent en déposant une nouvelle matrice osseuse et en la minéralisant.

Durant cette dernière phase, certains ostéoblastes restent enfermés dans la matrice nouvellement formée et deviennent alors des ostéocytes. Les autres meurent ou forment de nouvelles cellules bordantes (Follet 2002).

La résorption et la synthèse osseuse se succèdent dans le temps et l'espace à l'échelle microscopique. Le remodelage est dû à une entité appelée Unité Fonctionnelle de remodelage (UFR ou « Basic Multicellular Units », BMU en anglais). Cette entité mesure entre 1 et 2 mm de long et entre 0,2 et 0,4 mm de large. Chez l'adulte, environ un million d'entre eux sont actives simultanément. Leur fonctionnement diffère suivant le type d'os. Dans l'os cortical, elles progressent en perçant des tunnels dans l'os à l'avant et resynthétisant de l'os neuf à l'arrière (Couret 2004). Pour l'os trabéculaire, les UFR traversent de part en part les trabécules formant une nouvelle tranche. L'espérance de vie d'une UFR est d'environ 6 à 9 mois, au cours desquels les ostéoclastes et les ostéoblastes sont recrutés en permanence. L'équilibre entre destruction et formation est obtenu grâce à des interactions complexes entre cellules osseuses, hormones systémiques (hormone parathyroïde, vitamine D, calcitonine), facteurs de croissance et cytokines du microenvironnement local. Le système RANK-RANKL-OPG présente ces interactions (Couret 2004; C. A. Holding 2006) et il est considéré comme une des avancées majeures dans la compréhension biologique du remodelage osseux.

2.2 *MODÈLES NUMÉRIQUES DE SIMULATION DU REMODELAGE OSSEUX*

Il existe actuellement trois classes de méthodes qui tendent à simuler le processus biologique du remodelage osseux. Chacune d'elle s'appuie sur un principe différent.

La méthode mécanistique est la méthode la plus récente. Elle part du principe que le remodelage osseux est une activité purement mécanique et tente de l'approximer avec

des méthodes purement mécaniques (logique floue (Shefelbine, Augat et al. 2005) ou automate cellulaire (Tovar 2004)). Il n'y a pas de structure commune pour ces méthodes. Les résultats obtenus avec cette approche sont assez corrects. En particulier, les deux méthodes citées prennent en compte beaucoup plus de paramètres que les modèles des autres classes. Mais ce type de simulation reste peu précis, surtout, du fait de son éloignement par rapport à la biologie. Il est ainsi assez difficile de déterminer des valeurs « physiologiques » pour les paramètres utilisés, de comparer leurs influences relatives et de leurs trouver une correspondance biologique.

Le second type de modèle de remodelage trouvé dans la littérature est phénoménologique. C'est la méthode la plus prolifique (Chen, Y. G. et al.; Baiotto and Zidi 2004; Peter 2004; Ruimerman, Hilbers et al. 2005; Martínez, Aznar et al. 2006; Moroz, Crane et al. 2006; Tanck, Ruimerman et al. 2006; Chen, Pettet et al. 2007; Magnier, Wendling-Mansuy et al. 2007; Moroz and Wimpenny 2007). Elle consiste à tenter de résoudre directement le problème à partir des connaissances biologiques actuelles par une approche cause - effets. En particulier, quasiment tous les modèles s'appuient sur une loi mathématique de comportement du remodelage en fonction de la contrainte ressentie. L'équation de base est souvent l'expression de la variation (dérivée) de la densité massique osseuse par rapport au temps. Par la suite, les modèles font souvent apparaître une sphère d'influence pour chaque ostéocyte. Le comportement des cellules est lié à l'énergie de déformation dans la matrice osseuse. Il y a aussi souvent une boucle de régulation sur l'activité des cellules. Étant la méthode la plus proche de celles utilisées dans les autres domaines de modélisation biologique, elle présente le plus de validations. Les résultats sont d'ailleurs souvent encourageants. Tous les algorithmes étudiés prédisent de façon très correcte la densité et l'architecture des trabécules de l'os. Toutefois, il faut noter que le plus gros défaut de cette méthode est qu'elle ne prédit pas l'architecture globale (géométrie) des os. Elle permet donc de simuler le comportement de l'os, de son remodelage avec ou sans modifications (prothèse, ostéotomie,...). Mais elle n'explique pas la forme des os. C'est donc un

outil puissant pour les chirurgiens, mais permet peu de progrès dans la compréhension globale de la constitution humaine.

Le dernier type de méthodes de simulation du remodelage osseux est appelé méthode par optimisation. Comme le dit son nom, cette méthode part de l'hypothèse que l'os est une structure optimisée, souvent par rapport à l'énergie de déformation (ou la densité d'énergie de déformation) (Bagge 2000; Fernandes, Folgado et al. 2002; Folgado, R. et al. 2004; Wendling-Mansuy 2005; Xinghua, He et al. 2005; Annicchiarico, Martinez et al. 2007). La distribution de la densité osseuse, l'architecture des trabécules et la géométrie globale de l'os sont alors vues comme des solutions de ce problème d'optimisation sous contrainte. La majorité des modèles optimise la densité osseuse. Le grand avantage de ce type de méthode est qu'il permet de prédire non seulement l'architecture des trabécules et la répartition de la matière, mais aussi la géométrie globale de l'os. Son principal défaut est la faible fiabilité quand à l'évolution dans le temps (itérations pour aboutir à la solution). En effet, rien ne permet d'affirmer que l'os a le même comportement qu'un algorithme d'optimisation pour aboutir à la solution, même si elle est très proche de la réalité. C'est donc un outil intéressant pour la compréhension globale des fonctions du vivant, mais il est peu utile dans un contexte médical de suivi de l'évolution.

Un des problèmes qui semble récurrente pour l'ensemble des modèles est la difficulté de trouver des valeurs « physiologiques » pour les différents paramètres. Ce qui se traduit par des écarts parfois importants entre les modèles. Par rapport au matériau en lui-même, si le comportement général fait l'objet d'un consensus, les valeurs ainsi que les méthodes utilisées varient. Pour certains paramètres, les valeurs choisies sont celles qui donnent les résultats le plus proches de la réalité. Il y a donc là un manque de données évident. Certains auteurs font apparaître plusieurs échelles (mésoscopique et microscopique) et utilisent la théorie d'homogénéisation pour déterminer les propriétés mécaniques du tissu. Cette méthode semble donner de bons résultats, mais reste lourde en calculs. Pour pouvoir faciliter le travail, il aurait été

intéressant d'avoir une référence commune pour les valeurs des paramètres, ce qui n'est pas encore le cas.

La prédominance du fémur et des vertèbres comme os étudiés est notable dans les articles étudiés. Ceci s'explique par les enjeux économiques et sociaux liés à l'ostéoporose et aux fractures chez les personnes âgées. Qui plus est, ce sont aussi des os dont les propriétés mécaniques et géométriques sont bien connues. Cela facilite les comparaisons et la validation.

Il est à noter enfin le faible nombre d'études faisant intervenir une validation correcte. Les modèles sont souvent comparés les uns aux autres, mais rarement corrélés par des données issues d'études cliniques et encore plus rarement par des expériences animales. De ce fait, il est toujours difficile de juger du degré de réalisme atteint par les différents modèles proposés.

2.3 *MODÈLE MATHÉMATIQUE INITIAL*

Le modèle phénoménologique, biothermodynamique, de remodelage osseux utilisé a été développé en collaboration entre le LIAB à l'École Polytechnique de Montréal et l'Institut de Thermodynamique de Pragues (Bougherara, Klika et al. 2006; V. Klika 2006). Il s'appuie sur la cinétique chimique des réactions chimiques et biologiques intervenant dans le processus du remodelage osseux (RANK-RANKL-OPG). L'hypothèse de base (corroborée par les connaissances actuelles) souligne l'influence des déformations mécaniques sur les réactions chimiques. C'est par ailleurs le point primordial de ce modèle qui couple les facteurs biologiques et les facteurs mécaniques quand nombre d'autres modèles se contentent de l'un ou de l'autre de ces aspects. Le schéma de la Figure 2.1 représente ce modèle.

MCELL représente les précurseurs ostéoclastiques mononuclées et MNOC les ostéoclastes. Les C_i sont les différentes composantes biologiques intervenant dans le

processus. ε représente l'influence du chargement mécanique sur la réaction chimique et les k_i sont les vitesses de cinétique de chacune de ces réactions.

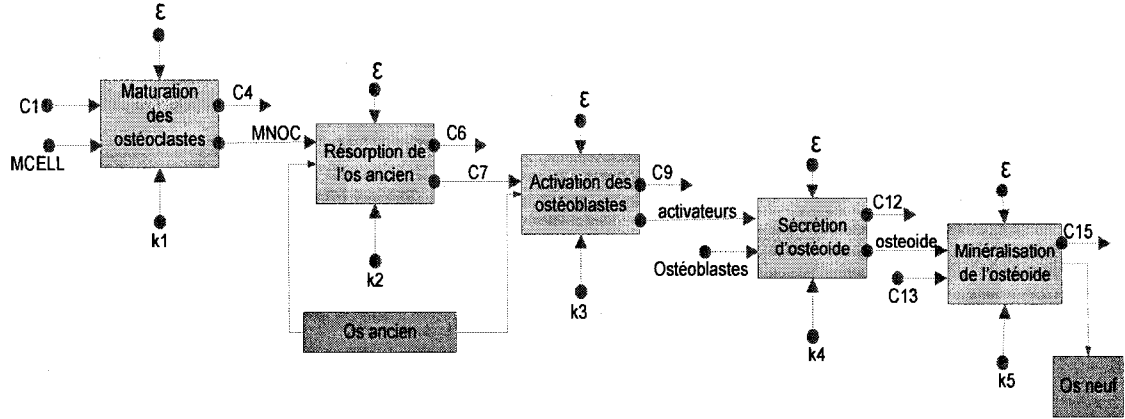


Figure 2.1 : Schéma du processus de remodelage osseux étudié

Le modèle initial a été réduit à 5 réactions (et donc 5 équations différentielles) dans le but de limiter le nombre de paramètres inconnus. En effet, la principale difficulté liée à ce modèle vient du fait que les valeurs des paramètres utilisés ne sont pas connues. Aucune expérience n'a été menée à ce jour à notre connaissance. Qui plus est, s'agissant des vitesses de réaction et de l'influence de la déformation sur chacune des réactions, ces paramètres sont probablement impossibles à déterminer expérimentalement. Ceci est le défaut majeur de ce modèle. Toutefois, des valeurs ont été trouvées pour chacun des paramètres et permettent d'obtenir des résultats réalistes. D'un point de vue mathématique, en s'appuyant sur les équations de cinétique chimique, les réactions simulées se résument en un système de 5 équations différentielles couplées (2.1).

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = -\delta_1 \cdot (\beta_1 + y_1) \cdot y_1 + J_3 + J_5 - D_1 \\ \dot{y}_2 = -(\beta_3 - y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5) \cdot y_2 - \delta_3 \cdot (\beta_7 - y_2 - 2 \cdot (y_3 + y_4 + y_5)) \cdot y_2 + 2 \cdot J_{14} - D_2 - D_3 \\ \dot{y}_3 = \delta_3 \cdot (\beta_7 - y_2 - 2 \cdot (y_3 + y_4 + y_5)) \cdot y_2 - \delta_4 \cdot (\beta_{10} - y_4 - y_5) \cdot y_3 + D_3 - D_4 \\ \dot{y}_4 = \delta_4 \cdot (\beta_{10} - y_4 - y_5) \cdot y_3 - \delta_5 \cdot (\beta_{13} - y_5) \cdot y_4 + D_4 - D_5 \\ \dot{y}_5 = \delta_5 \cdot (\beta_{13} - y_5) \cdot y_4 - J_{14} + D_5 \end{cases} \quad (2.1)$$

Ici, les composantes du modèle sont représentées par leur indice : 1 pour les précurseurs ostéoclastiques, 2 pour l'os ancien, 3 pour les ostéoblastes, 4 pour l'ostéoïde (matrice osseuse non minéralisé) et 5 pour l'os nouveau (minéralisé mais non mature).

Les y_i représentent les concentrations normalisées des composantes i , $\dot{y}_i$ la dérivée temporelle de ces variables y_i ; les D_i sont des paramètres dépendant du chargement mécanique ressenti par chaque cellule. β_i est la somme des concentrations initiales pour chacune des réactions et δ_i , le ratio entre chacune des vitesses de réaction et la vitesse de la résorption de l'os. Les J_i représentent les flux des composants i .

Il est à noter que la première équation est découplée des autres. C'est une équation différentielle non-linéaire autonome. Elle a une solution analytique et pourrait être résolue indépendamment du système différentiel. Toutefois pour conserver l'aspect général et permettre les modifications ultérieures du modèle théorique, le système différentiel initial à 5 équations / 5 inconnues est conservé. Il est résolu par des méthodes numériques itératives décrites au paragraphe 2.5.1.

Du fait des transformations mathématiques nécessaires pour obtenir le système différentiel utilisé, un facteur d'échelle doit être appliqué sur le « temps ». Ainsi la variable utilisée pour le calcul est liée au temps réel simulé par un facteur multiplicatif valant 0,0436.

Après avoir présenté le modèle mathématique utilisé, étudions l'influence du chargement mécanique sur les cellules osseuses. Elle est modélisée par la variable D_i qui est un paramètre des équations différentielles. La proposition faite par les auteurs était de choisir ce paramètre directement proportionnel à la trace du tenseur de déformation (Bougherara, Klika et al. 2006). Cette relation a été modifiée pour utiliser la déformation équivalente de Von Mises (même définition que la contrainte équivalente de Von Mises). Ceci permet de prendre en compte le cisaillement en plus

des déformations axiales. Le stimulus utilisé est donc la vitesse de déformation et la fonction choisie est décrite par l'équation (2.2).

$$D_i(I, n) = \frac{D_i^{ref}}{\varepsilon_{ref}} |f(n) \cdot \bar{\varepsilon}(I, n)| \quad (2.2)$$

où $f(n)$ représente la fréquence du chargement mécanique appliqué, $\bar{\varepsilon}(I, n)$ est la déformation équivalente de Von Mises de l'élément I soumis au cas de chargement n, ε_{ref} est la valeur de référence pour la déformation et D_i^{ref} est un paramètre définissant la référence de l'influence mécanique sur le composant de type i. Les valeurs de ces deux dernières variables ont dû être estimées à partir des transformations mathématiques utilisées et de l'aspect réaliste des résultats obtenus. L'utilisation de la valeur absolue sur la contrainte permet de simuler un comportement symétrique en traction et en compression.

Avec cette définition du stimulus, toutes les analyses mécaniques réalisées sont donc purement statiques. Le passage en dynamique se fait par l'application de la fréquence en tant que facteur multiplicatif sur le stimulus appliqué aux éléments. Pour l'étude réalisée, étant donné que les matériaux utilisés sont purement élastiques, cette approximation est satisfaisante.

2.4 IMPLÉMENTATION

La Figure 2.1 schématise le fonctionnement de l'algorithme implémenté sous le logiciel de calcul par éléments finis Hypermesh (Altair Engineering) avec le solveur Optistruct. Son fonctionnement sera détaillé par la suite.

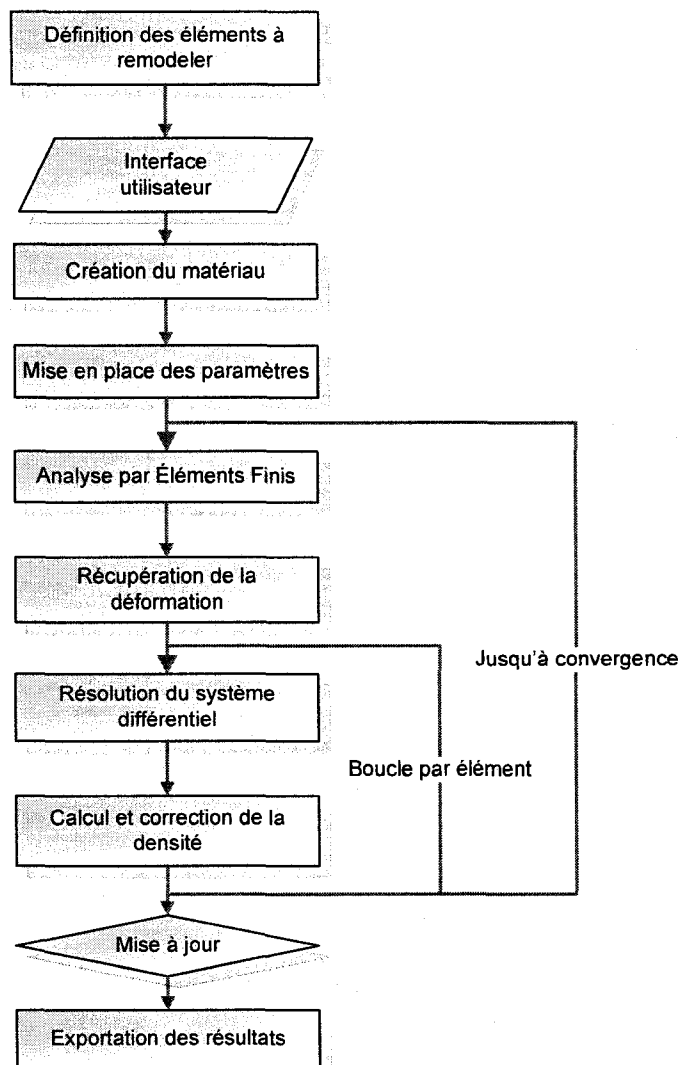


Figure 2.2 : Schéma de l'algorithme de remodelage osseux

Voici de façon plus détaillée le fonctionnement de l'algorithme dans l'ordre d'apparition pour l'utilisateur.

1. Création du modèle éléments finis utilisé par l'algorithme : L'utilisateur devra avoir défini au préalable un modèle complet (analysable avec Optistruct). Il devra donc inclure le ou les chargements mécaniques souhaités, les conditions aux limites et le maillage. Il sera demandé à l'utilisateur de choisir les éléments sur lesquels il souhaite appliquer le processus de remodelage.

2. Création du matériau anisotrope : Le modèle devra contenir un matériau de type MAT9 (anisotrope 3D) représentant le comportement de l'os. Les valeurs choisies sont au choix de l'utilisateur, il s'agit des modules de cisaillement transversaux (G_{ij}). Les coefficients de Poisson longitudinal et transversal sont définis dans la programmation et leur valeur est fixée à 0,4 (Corteen 2001). Ils permettront de déduire les valeurs des modules d'Young nécessaires. Certains autres paramètres de l'os seront à définir par l'utilisateur : sa masse volumique, sa densité relative maximale et minimale, la contrainte à la rupture, les paramètres des processus biologiques, etc.

3. Lancement de l'algorithme : Une fois les paramètres globaux du modèle définis, il sera demandé à l'utilisateur de préciser la durée souhaitée de remodelage à simuler et la précision requise pour la convergence (seuil en variation de densité). De même, l'incrément de temps initial sera à déterminer. L'interface indiquera alors un temps de calcul approximatif.

4. Mise en place des données à générer par l'analyse par Éléments Finis : Cela se traduit concrètement par la création d'une carte d'exportation des déformations sous forme de tenseur pour chacun des éléments sélectionnés par l'utilisateur. De plus, les composants représentant les classes de densité sont créées associés au matériau de densité correspondante.

5. Réalisation de l'analyse du modèle : Les calculs par éléments finis sont effectués sur l'ensemble du modèle pour les cas de chargement spécifiés.

6. Récupération des données issues du calcul et traitement : Ceci est effectif sur les calculs du tenseur de déformation. Le fichier de résultat généré lors de l'analyse est ouvert et l'algorithme récupère la contrainte équivalente de Von Mises. Cette grandeur est alors multipliée par la fréquence d'application de la contrainte pour donner le signal mécanique utilisé (le taux de déformation). Pour chaque élément, seule la valeur maximale du taux de déformation généré par les différents cas de chargement sera utilisée.

7. Mise en place des paramètres des équations différentielles : Les valeurs des paramètres D_i du modèle sont calculées. Si le taux de déformation ou la contrainte

maximale excèdent celles que peut supporter l'os, l'élément est détruit (sa densité est imposée au minimum physique défini par l'utilisateur, souvent 5%).

8. Calcul de l'incrément de temps requis : On souhaite obtenir une précision de 50% de la largeur d'une plage de valeur. Pour ce faire, on réalise une estimation de l'erreur pour chacun des éléments par la méthode de Runge-Kutta-Fehlberg. Cela permet de définir l'incrément temporel optimal pour l'élément étudié.

9. Résolution du système d'équations différentielles : Le système différentiel est résolu en boucle jusqu'à ce que l'incrément de temps requis par l'utilisateur soit atteint.

10. Correction des données : S'agissant de concentrations relatives, les valeurs issues des équations différentielles doivent être comprises entre 0 et 1. Si les valeurs calculées dépassent ces limites, elles sont corrigées. Concernant la densité calculée, elle doit être comprise entre les extrema fixés par l'utilisateur. Si ce n'est pas le cas, l'algorithme la corrige et la fixe à l'extremum le plus proche. Un compteur permet de connaître le nombre d'éléments dont la densité a été corrigée. Cette valeur sert d'indicateur de la qualité de la convergence.

11. Calcul des densités : Une fois les cinq concentrations connues, il est possible de déduire la densité réelle de chaque élément. De là, on calcule la densité équivalente (prenant en compte le module d'Young de l'os ancien ainsi que de l'os nouveau). On relève la différence entre les deux densités pour s'assurer de ne pas trop s'écarter de la solution. Enfin, on calcule la densité minérale osseuse moyenne de la pièce, ainsi que celle de la partie corticale (densité supérieure à 70%) et trabéculaire. Ces valeurs permettent de connaître la variation de densité d'une itération à l'autre puis la variation équivalente mensuelle des densités qui sert de critère d'arrêt de l'algorithme.

12. Modification de la pièce : Une fois que la densité équivalente de chaque élément est connue, il est possible de l'affecter au composant correspondant à cette densité.

13. Visualisation des résultats : Un fichier de synthèse est créé (« dens.out »). Il détaille la répartition des éléments dans chaque classe de densité pour chacune des itérations, ainsi que la densité minérale osseuse atteinte.

14. Finalisation du calcul : Une fois atteint la convergence ou la limite de temps imposée, l'algorithme crée deux fichiers résultat de type *.hm. Le premier est appelé « result_exact » et présente les éléments avec leur densité équivalente, le second appelé « result_visual » indique la densité réelle des éléments. Les fichiers de résultats sont synthétisés dans le Tableau 2.1 et sont décrit à l'annexe I.C.

Tableau 2.1 : Fichiers de résultats de l'algorithme de remodelage.

Remodeling.out	État de convergence
dens.out	Densités à chaque itération.
data.out	Données nécessaires pour relancer un calcul interrompu.
optimization synthesis.out	Paramètre d'évaluation à chaque itération (c.f. § 4.1)

Un critère d'arrêt est mis en place pour chacune des boucles.

Pour la boucle générale qui comprend l'analyse par éléments finis, le critère d'arrêt est la combinaison de la variation de densité moyenne et de celle de chaque élément. Tant que la moyenne sur les deux dernières itérations des variations de densité par unité de temps est trop importante, l'algorithme continue.

- Le premier écart considéré est l'écart maximum en pourcentage de densité sur l'ensemble des éléments. La densité de l'élément i , à l'itération k , associée à l'incrément de temps τ^k , est d_i^k et le critère de variation locale est défini comme suit :

$$\varepsilon_1^k = \max_i \left(100. \frac{|d_i^k - d_i^{k-1}|}{\tau^k} \right) \quad (2.3)$$

- Le critère de variation global est basé sur le même principe, mais utilise la densité moyenne du modèle Δ . Il est alors possible d'écrire :

$$\varepsilon_2^k = 100. \frac{|\Delta^k - \Delta^{k-1}|}{\tau^k} \quad (2.4)$$

où

$$\Delta^k = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N d_i^k \quad (2.5)$$

Et le critère de convergence utilisé est tel que :

$$\begin{cases} \frac{\varepsilon_1^k + \varepsilon_1^{k+1}}{2} \leq \eta \\ \frac{\varepsilon_2^k + \varepsilon_2^{k+1}}{2} \leq \eta \end{cases} \quad (2.6)$$

où η est la tolérance fixée par l'utilisateur en début d'algorithme. En utilisant la moyenne des deux dernières itérations, on s'assure que le système converge de façon lente vers la solution. Par contre, cette méthode présente le risque de ne pas s'arrêter en cas d'oscillations du modèle numérique.

Pour la seconde boucle, qui gène la résolution des équations différentielles, un critère fixe a été mis en place. Il s'agit simplement d'un seuil de temps (imposé au départ par l'utilisateur). Cela permet à chaque instant d'avoir simulé la même durée pour tous les éléments.

Le résultat utilisé est la fraction volumique de chaque élément. La densité est alors la fraction volumique multipliée par la masse volumique de référence. Cette nouvelle grandeur est comparée à la Densité Minérale Osseuse (DMO ou « Bone Mineral Density » BMD, en anglais). Elle est définie comme suit :

$$DMO = \frac{\rho}{N} \cdot \sum_{i=1}^N d_i \quad (2.7)$$

où ρ est la masse volumique de l'os telle que définie par l'utilisateur (en kg.m^{-3}), N est le nombre total d'éléments sur lesquels est appliqué le remodelage osseux et d_i est la densité réelle (calculée et corrigée) atteinte par chacun des éléments.

La limite en rupture de l'os a été prise en compte. Si le stimulus ressenti dépasse $0,03 \text{ s}^{-1}$, l'os est détruit. De même, les éléments dont la déformation est

supérieure à la déformation maximale donnée sont détruits. Cette limite en déformation est classiquement de 1% dans la direction transversale et 3% dans la direction normale (Bronzino 2006).

La relation entre les propriétés mécaniques de l'os et sa densité dépend du type d'os ainsi que de son orientation. Cette relation est définie comme suit :

$$E = E_0 \cdot d^r \quad (2.8)$$

où E_0 représente le module d'Young de l'os plein, et d sa fraction volumique. Plusieurs articles importants de la littérature donnent à r la valeur 3, mais un modèle présenté par Wirtz (Wirtz 2000) propose des valeurs plus précises. Elles sont présentées dans le Tableau 2.2.

Tableau 2.2: Paramètres de la relation densité - module d'Young (Wirtz 2000)

Os	Trabéculaire	Cortical
Axial	1.64	3.09
Transverse	1.78	1.57

Au cours de la simulation, il faut calculer la densité équivalente de l'os. C'est alors un matériau composite qui comprend de l'os ancien et de l'os nouveau. Ceci est fait grâce à la *loi des mélanges* (« mixture law » en anglais). On calcule donc la densité équivalente de l'élément telle que :

$$E = E_{new} \cdot d_{new} + E_{old} \cdot d_{old} \quad (2.9)$$

avec E le module d'Young équivalent du mélange; d_{new} et d_{old} les fractions volumiques respectives d'os ancien et nouveau et E_{new} et E_{old} les modules d'Young associés à ces deux matériaux. A partir de là, l'équation peut être développée comme suit :

$E = E_{re} \cdot (d_{re})^r$	Loi de comportement de l'os
$E = E_{eq} \cdot (d_{eq})^r$	Loi de comportement de l'os
$E = (E_{new} \cdot d_{new} + E_{old} \cdot d_{old}) \cdot (d_{re})^r$	
$d_{re} = N_{new} + N_{old}$	Définition
$d_{old} = \frac{N_{old}}{d_{re}}$	Définition
$d_{new} = \frac{N_{new}}{d_{re}}$	Définition
$E = \left(E_{new} \cdot \frac{N_{new}}{d_{re}} + E_{old} \cdot \frac{N_{old}}{d_{re}} \right) \cdot (d_{re})^r = E_{eq} \cdot (d_{eq})^r$	Relation utilisée dans le modèle théorique
$E_{eq} = E_{old}$	Hypothèse
$\left(\frac{E_{new}}{E_{old}} \cdot \frac{N_{new}}{d_{re}} + \frac{N_{old}}{d_{re}} \right) \cdot (d_{re})^r = (d_{eq})^r$	

Et on obtient au final :

$$d^{eq} = \left(\frac{E_{new}}{E_{old}} \cdot \frac{N_{new}}{d_{re}} + \frac{N_{old}}{d_{re}} \right)^{\frac{1}{r}} \cdot d_{re} \quad (2.10)$$

Cette densité équivalente est utilisée pour l'affectation des propriétés mécaniques de l'élément étudié.

Le calcul automatique de l'incrément de temps optimal est réalisé à partir d'une estimation de l'erreur basée sur un schéma itératif. La méthode utilisée s'appelle « l'Extrapolation de Richardson » (Komzsik 2007).

L'erreur est calculée à partir des résultats d'une résolution avec un incrément de temps τ et une résolution faite avec $\frac{\tau}{2}$. L'erreur est alors calculée à partir de la formule suivante :

$$\begin{cases} \varepsilon = C.\tau^p \\ \varepsilon = \left\| f(x_0, \tau) - f\left(f\left(x_0, \frac{\tau}{2}\right), \frac{\tau}{2}\right) \right\| \end{cases} \quad (2.11)$$

où C est une constante, τ l'incrément de temps, p l'ordre du schéma de résolution itératif, et f la fonction différentielle étudiée. En supposant que la tolérance est l'erreur obtenue avec l'incrément de temps optimum, il est possible d'estimer cette valeur.

Par la suite, si les résultats du système différentiel sont non physiques (négatifs ou supérieurs à un), l'incrément de temps utilisé est celui qui permet de respecter les limites physiques. Sa valeur est estimée par linéarisation de la fonction décrite par le système différentiel. Ceci est décrit à la Figure 2.3 qui schématise les variations de la fonction étudiée ainsi que son approximation numérique. Sur la figure, l'incrément de temps total est représenté par la durée τ et l'incrément de temps optimum calculé est h_R . Toutefois en résolvant le système différentiel pour cet incrément de temps, la valeur obtenue, B , se trouve être non physique. L'incrément de temps utilisé sera alors h_P (associé à une valeur physique, C). Une correction de l'incrément de temps sera alors réalisée à la place d'une correction en valeur du résultat dans la majorité des cas. Toutefois, un seuil minimum a été fixé pour h_P de manière à s'assurer de la convergence du calcul en un temps raisonnable. Si l'incrément de temps nécessaire est inférieur au seuil minimum, ce seuil minimum est utilisé et la correction de la valeur du paramètre est réalisée.

Il faut bien distinguer les deux fonctions de l'algorithme. Dans une première phase, le but est d'obtenir une densité physiologique à partir d'un état de départ supposé uniforme en densité. Cette phase n'est absolument pas représentative de la réalité et n'impose aucune durée spécifique. Le but est simplement d'aboutir à la convergence du système. La seconde phase, elle, représente ce qui se passe en réalité dans l'organisme. Elle prend comme point de départ une répartition physiologique de la masse osseuse et simule son évolution après une modification. Ici, on cherche à

connaître la répartition de la densité au bout d'un temps donné. Il n'est pas indispensable que les concentrations se soient stabilisées.

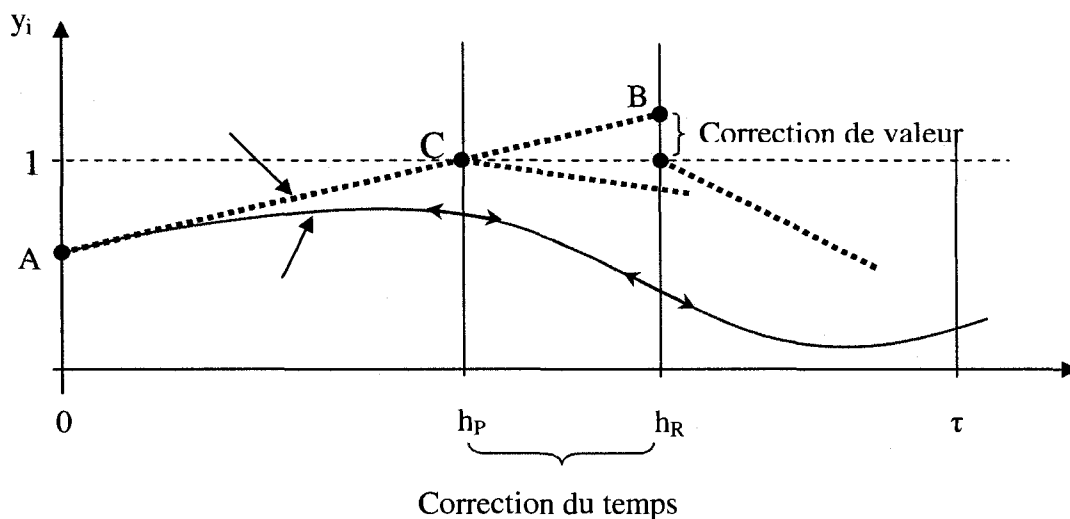


Figure 2.3 : Schéma de calcul de l'incrément de temps

2.5 RÉSULTATS

2.5.1 Choix du schéma d'intégration

La première étude réalisée sur l'algorithme développé visait à choisir le meilleur modèle de résolution itérative du système différentiel. Quatre modèles de résolution ont été testés : Euler, Runge-Kutta d'ordre 2, Runge-Kutta d'ordre 4 et Adams-Bashforth d'ordre 2. Les trois premiers sont des modèles à pas simple et le dernier est à pas multiples. Le modèle d'Adams-Bashforth demande donc la mise en mémoire d'un certain nombre de données. Grâce au calcul automatique de l'incrément de temps, tous les modèles ont la même précision. Ce n'est donc pas le critère principal ici. Les modèles d'ordre plus élevés auront donc des incréments de temps plus importants, mais chaque pas sera plus coûteux en temps de calcul, il est donc important ici d'étudier le temps de calcul de chaque méthode. Pour cela, il faut

comparer les résultats de ces schémas d'intégration. Ils ont tous été testés sur le même modèle de 1000 éléments dont la densité a été simulée sur un an. Le Tableau 2.3 présente les différents modèles avec leur ordre ainsi que la densité moyenne obtenue sur l'élément et le temps de calcul.

Tableau 2.3 : Schémas d'intégration

Schéma	Type	Ordre	Densité (en g/cm ³)	Durée (en minutes)
Euler	Un pas	1	1.67	42
Runge-Kutta 2	Un pas	2	1.68	35.4
Adams-Bashforth 2	Multi pas	2	1.67	51.9
Runge-Kutta 4	Un pas	4	1.69	31.1

La Figure 2.4, quand à elle, présente l'évolution de la densité moyenne au cours du temps en fonction des différents schémas de résolutions utilisés.

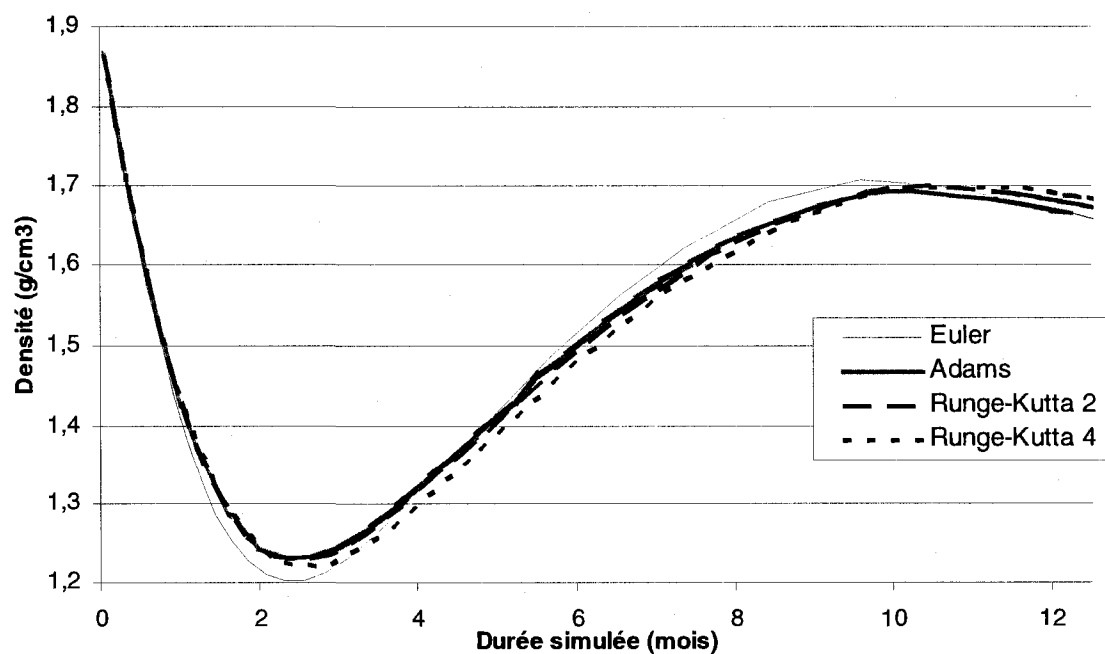


Figure 2.4: Évolution de la densité moyenne au cours du temps en fonction des schémas de résolution

Il est évident que les résultats des différents schémas sont très proches les uns des autres. L'écart maximum relevé est de l'ordre de 1.5% (soit supérieur à la tolérance spécifiée). Cet écart peut être expliqué par le lissage réalisé entre les points des résultats.

En termes de temps de calcul, le meilleur schéma de résolution est donc Runge-Kutta d'ordre 4 ce qui a été adopté par la suite.

2.5.2 Étude de sensibilité de l'algorithme.

La seconde étape a été l'étude préliminaire de la sensibilité de l'algorithme implémenté (et donc du modèle théorique) (Martin, Divialle et al. Hiver 2008). L'influence des principaux paramètres de la macro a été étudiée. Ces paramètres sont des deux types distincts :

- paramètres biologiques : la fréquence d'application du chargement ainsi que son amplitude.
- paramètres algorithmiques : le nombre d'éléments du modèle, la tolérance de convergence et le nombre de classes de densité.

Les conclusions de cette étude sont que :

- Le seuil de tolérance n'influence pas les résultats dès qu'il est en-dessous d'un certain seuil (qui a été calculé pour être de 0,008 pour le cas étudié).
- Le nombre de classes de densité n'influence que très peu le résultat du calcul mais augmente le temps de calcul (relation linéaire entre ces deux grandeurs). Il est à noter que dans l'étude, le nombre minimal de classes était de 100, ce qui donne une précision minimum de 1%, ce qui est largement acceptable.

- Le modèle est assez peu sensible au raffinement du maillage avec un écart maximum de 1,4 % entre les densités obtenues avec des modèles à 4 000 et 16 000 éléments pour un même cas de chargement.
- Au niveau des éléments comme au niveau du modèle entier, le stimulus global s'avère être une fonction linéaire de la fréquence et de l'amplitude du chargement. Ces deux paramètres sont les plus influents.

Toutes ces conclusions sont globales concernant l'algorithme. Elles permettent toutefois de limiter le nombre de classes ainsi que la tolérance de convergence. Utiliser des données trop conservatives ne fera qu'augmenter le temps de calcul sans améliorer la précision du résultat.

2.5.3 Comparaison avec l'optimisation topologique.

La seconde phase d'essais concerne la simulation de pièces mécaniques pour une première comparaison avec les résultats de la littérature. La première pièce simulée est utilisée dans de nombreux travaux sur le remodelage osseux (Tovar 2004). Il s'agit d'une plaque de 40 mm * 40 mm * 1 mm fixée sur une de ses arrêtes et avec une force de 8 N sur le coin inférieur opposé. Le matériau utilisé est isotrope avec un module d'Young de 22 GPa dans les directions transverses et 59 GPa dans la direction principale (ici Oz). Pour la simulation de remodelage osseux, la fréquence d'application de la force utilisée vaut 7 Hz. Pour pouvoir simuler le même phénomène lors de l'optimisation topologique, la force appliquée a été augmentée de façon proportionnelle. Elle valait donc 56 N pour l'optimisation avec le déplacement maximum comme contrainte d'optimisation. Le paramètre à minimiser était la densité volumique. La convergence correcte a été obtenue en utilisant un seuil de déplacement de 0,004 mm.

La Figure 2.5 présente le modèle numérique décrit précédemment. Par convention, pour l'ensemble du projet, les blocages seront représentés par des triangles bleus et les forces par des flèches rouges.

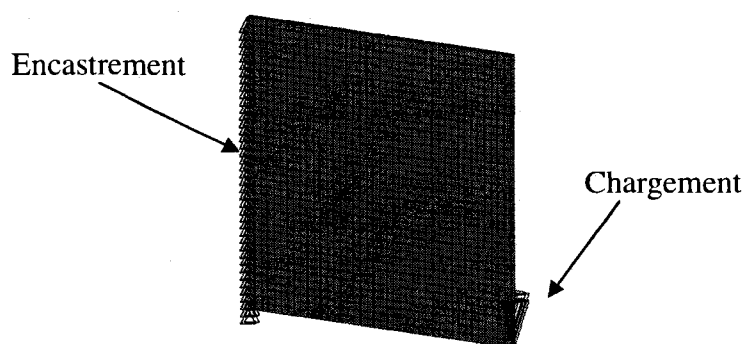


Figure 2.5 : Modèle numérique des simulations mécaniques

Les résultats de la répartition de densité obtenue avec l'optimisation topologique (à gauche) le du remodelage osseux (au centre) sont présentés à la Figure 2.6 avec la légende des couleurs des densités.

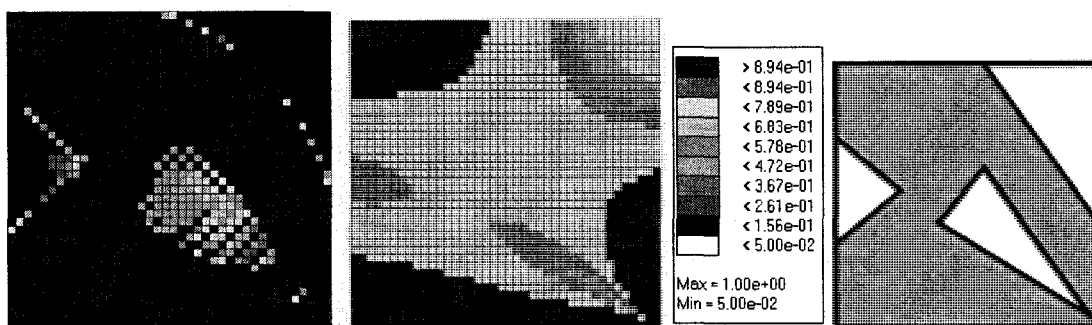


Figure 2.6 : Répartition de la densité pour une pièce mécanique avec l'optimisation topologique et le remodelage osseux.

Les deux résultats obtenus font apparaître une structure générale en arc, comme schématisé sur la figure la plus à droite avec en particulier, une partie inférieure dense, l'angle supérieur droit de faible densité et deux zones creuses similaires. Toutefois, il y

a de fortes différences dont la principale se situe dans la partie supérieure où la structure arquée n'a pas la même courbure.

Le Tableau 2.4 représente les résultats des deux simulations ainsi que l'état initial.

Tableau 2.4 : Résultats clés des trois simulations

Variables	Simulation initiale	Optimisation topologique	Remodelage osseux
Masse (g)	3,2	2,6	1,8
Contrainte maximale (MPa)	10,6	75,3	11,5
Déplacement maximum (mm)	0,0242	0,028	0,0103

Cette étude permet de vérifier que l'algorithme produit des résultats différents des modèles publiés pour des pièces mécaniques simples (Tovar 2004). Il est à noter que la processus d'optimisation topologique utilise beaucoup les densités maximales et minimales avec que le remodelage osseux répartira la matière avec quasiment toutes les densités possibles.

2.6 VALIDATION

Pour pouvoir accepter le modèle, il faut réaliser une validation des résultats obtenus en les comparants avec des données expérimentales. Plusieurs simulations « biologiques » ont été réalisées sur des fémurs. Cet os est en effet le plus étudié dans le domaine du remodelage osseux. Il est donc plus facile d'obtenir des données sur les chargements mécaniques, sur les propriétés de l'os ainsi que sur la répartition réelle de densité pour réaliser la validation du modèle.

Le modèle numérique de fémur utilisé est le modèle solide « Standardized Femur ». Il provient de la bibliothèque interactive, disponible en ligne, « BEL Repository » (Repository). Seule la partie supérieure du fémur (proche de la tête) a été utilisée.

Au cours de ce projet, les cas de chargements mécaniques utilisées sont issus d'autres modèles (Bergmann and Georg 2001; Heller, Bergmann et al. 2005; Moreo, Perez et al. 2007; Negus C. H. 2007). Les fréquences d'application des cas de chargement sont comprises entre 0,87 et 0,008 Hz (décrites au paragraphe 3.5.2). Les forces sont appliquées dès le début de la simulation et demeurent constant tout au long de l'essai.

Le Tableau 2.5 présente les propriétés mécaniques du matériau utilisé pour représenter l'os. Ce matériau est orthotrope et sa direction principale est celle qui correspond à l'axe de la diaphyse fémorale. Il est à noter que cet axe est l'axe principal pour tout le modèle, y compris pour le col du fémur par exemple qui a une orientation proche de 30° par rapport à cet axe.

Tableau 2.5: Propriétés mécanique du matériau Os (Corteen 2001)

		Os nouveau	Os ancien
Module d'Young axial	E_x	11,0 GPa	56,0 GPa
Module d'Young transverse	E_z	16,5 GPa	84,0 GPa
Module de cisaillement	G_{xy}	6,56 GPa	
	G_{yz}	5,85 GPa	
Coefficient de Poisson	ν_{xy}	0,4	
	ν_{xz}	0,4	
Déformation cible	ϵ_{ref}	0,0075 ϵ	
Densité de Référence	d^0	1,6 kg/m ³	
Densité minimale	d^{min}	5,0 %	
Densité maximale	d^{max}	95,0 %	

A partir de toutes ces données, l'évolution de la densité osseuse d'un fémur au cours du temps a été simulée. Le modèle numérique de fémur utilisé a été importé sous Hyperworks© v9.0 puis maillé avec 16 250 éléments tétraédraux et 3 825 nœuds par le

logiciel HyperMesh© v9.0. Le temps de calcul total requis pour obtenir la convergence était proche de 6h30min. Le remodelage n'a pas été appliqué à la tête dont la répartition de densité n'est selon nous pas uniquement obtenue par le remodelage osseux avec un cas de chargement simple. Le chargement mécanique utilisé était composé de quatre cas de chargement, les deux plus contraignants de la marche et de la montée d'escaliers (Bergmann and Georg 2001). Les fréquences d'application sont celles utilisées au paragraphe 3.5.2. La pièce est encastree dans sa partie inférieure sur une largeur proche de celle de l'os.

La Figure 2.7 présente le modèle numérique de la partie supérieure du fémur avant remodelage avec les différents cas de chargements. La partie inférieure est encastree en périphérie.

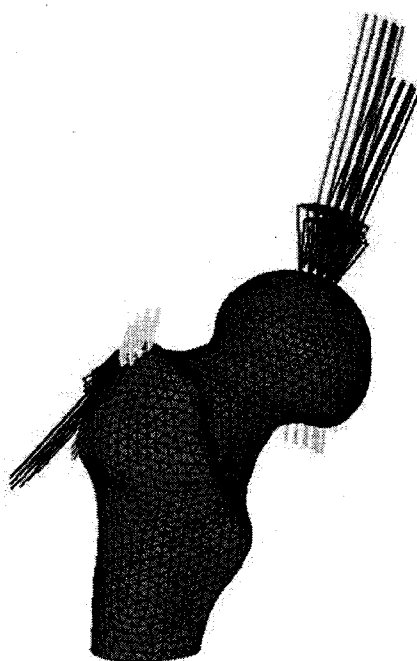


Figure 2.7 : Modèle de partie supérieure de fémur utilisé

La Figure 2.8 présente les résultats après la convergence de l'algorithme. L'image supérieure gauche est le résultat du remodelage. La répartition de la densité obtenue s'approche clairement de la répartition réelle observée cliniquement (image inférieure gauche (Therapy 2008)). L'image supérieure droite est la vue de coupe du résultat.

Cette vue permet de voir que l'on obtient bien une partie creuse à l'intérieur de l'os avec une partie dense à l'extérieur. L'image inférieure droite est la vue de dessous du résultat. On voit clairement l'apparition des deux types d'os, cortical à l'extérieur, trabéculaire à l'intérieur. Le cercle extérieur est l'outil de découpe graphique, il n'a aucune signification physique.

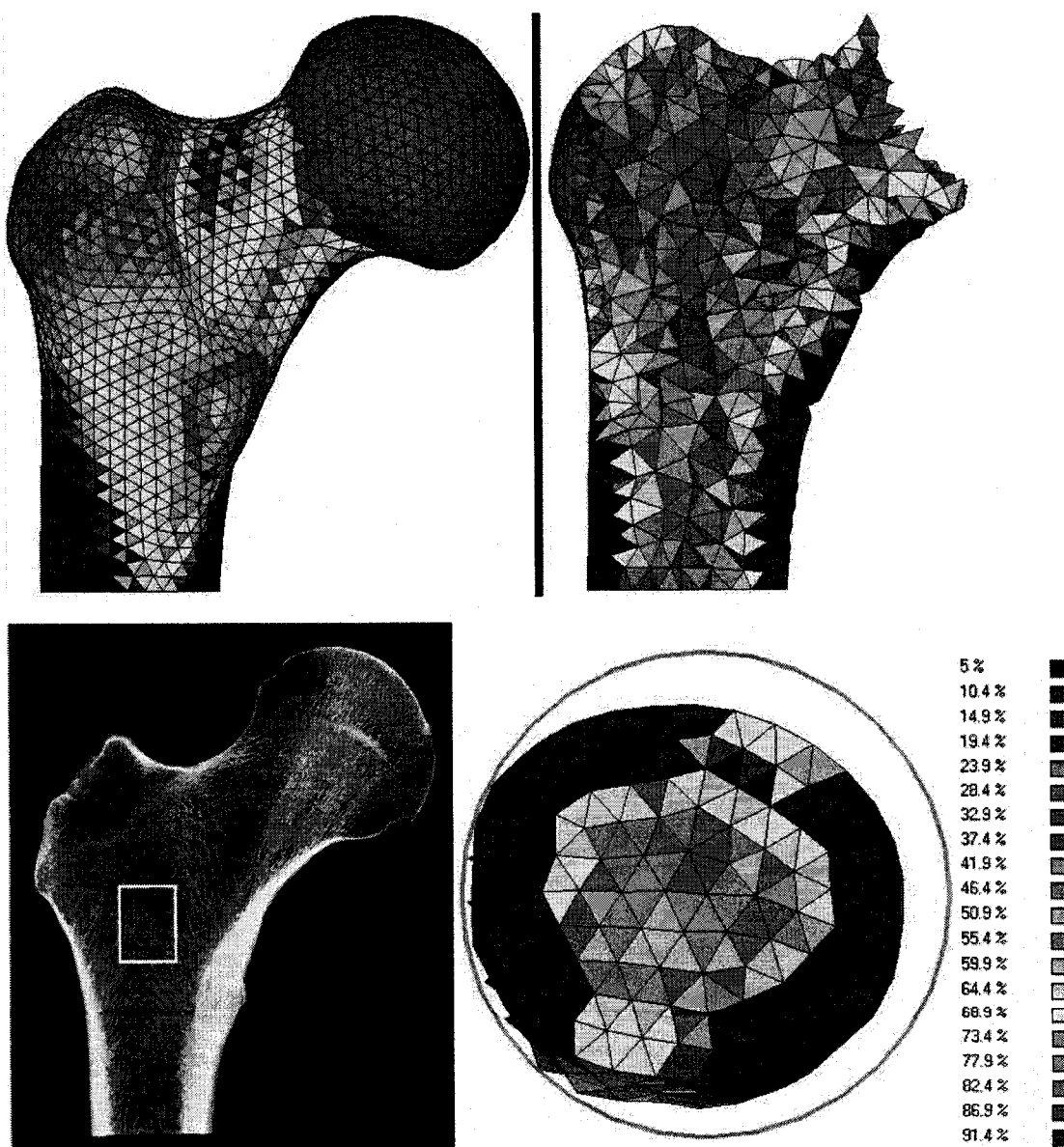


Figure 2.8 : Adaptation de la densité osseuse d'une tête de fémur.

La Figure 2.9 représente l'évolution au cours du temps de la densité moyenne observée sur le fémur. L'évolution réelle de la densité autour d'un implant fémorale issue de données cliniques (Zerahn, Lausten et al. 2004) a aussi été tracée.

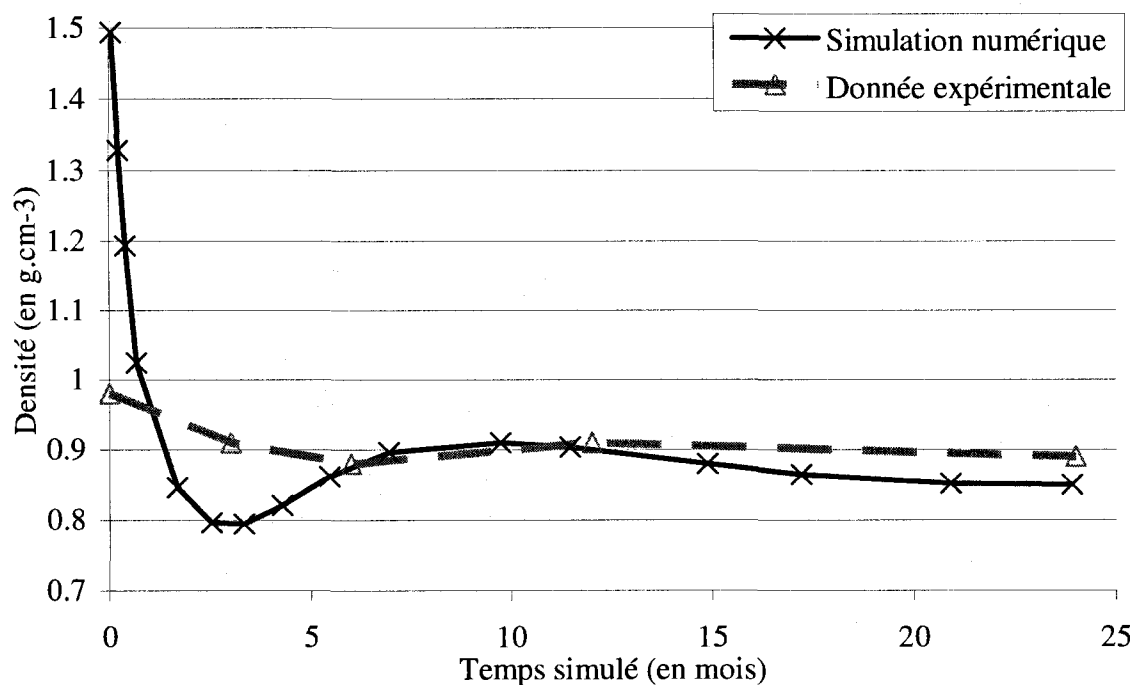


Figure 2.9 : Évolution de la densité moyenne au cours du temps.

Concernant l'évolution de la densité théorique, il est possible de distinguer 3 phases. La première correspond à l'initialisation du processus (phase d'activation, recrutement des ostéoclastes) et à la résorption de l'os. Pour cette simulation, cette phase dure 3 mois. La seconde phase voit la densité augmenter avec la courte phase d'inversion. Il s'agit de la reconstruction, ici elle dure 6 mois. De l'os nouveau est déposé pour remplacer celui résorbé. Enfin, la partie la plus longue est la minéralisation de l'os déposé. Les durées de différentes phases sont relativement éloignées des données présentées dans (Tovar 2004) (1 mois, 3 mois, 6 mois). Il semble donc que le facteur d'échelle (0,0436) doivent être ajusté.

L'évolution de la densité obtenue par la simulation est aussi comparée avec celle provenant des données expérimentales.

Tableau 2.6 : Synthèse de l'écart entre la densité de l'os entre les données expérimentales et numériques.

Temps simulé (en mois)	Densité expérimentale (en g/cm ³)	Densité numérique (en g/cm ³)	Ecart
0	0.98	1.52	-55.1%
3	0.91	0.795081	12.6%
6	0.88	0.87502	0.6%
12	0.91	0.900387	1.1%
24	0.89	0.850417	4.4%

Les résultats obtenus et présentés dans le Tableau 2.6 sont assez proches de ces données. L'écart relevé est inférieur à 12,6 % dès que nous sommes assez loin du point de départ qui avait une densité uniforme de 95%, ce n'était pas physiologique. Il faut noter que ces données proviennent de patients après implantation de prothèse alors que la simulation numérique est réalisée pour un fémur sain lors d'une transformation hypothétique. Il est donc impossible d'obtenir des données représentant exactement la simulation. Il faut donc se contenter des données citées.

Une seconde étude a été réalisée pour compléter cette validation. Pour cela, le point de départ était le résultat convergé de la simulation présentée ci-dessus. Nous souhaitons simuler l'évolution de la densité de l'os dans une situation de sous-chargement (apesanteur ou alitement prolongé) pour pouvoir comparer aux données expérimentales trouvées (L.Vico 2000). Pour simuler ce sous-chargement, le chargement mécanique appliqué a été divisé par deux (par diminution des fréquences de chargement) par rapport à la simulation permettant d'obtenir le modèle de départ. Les données issues d'expériences indiquent des variations mensuelles comprises entre -2,27 % et 1,1 % dans le cas de sous-chargements (L.Vico 2000). Il est à noter que ces données ne sont pas issues de mesures sur le fémur, mais sur le tibia. Par contre,

contrairement à d'autres articles de la littérature, les patients sont sains et n'ont pas de prothèse implantée.

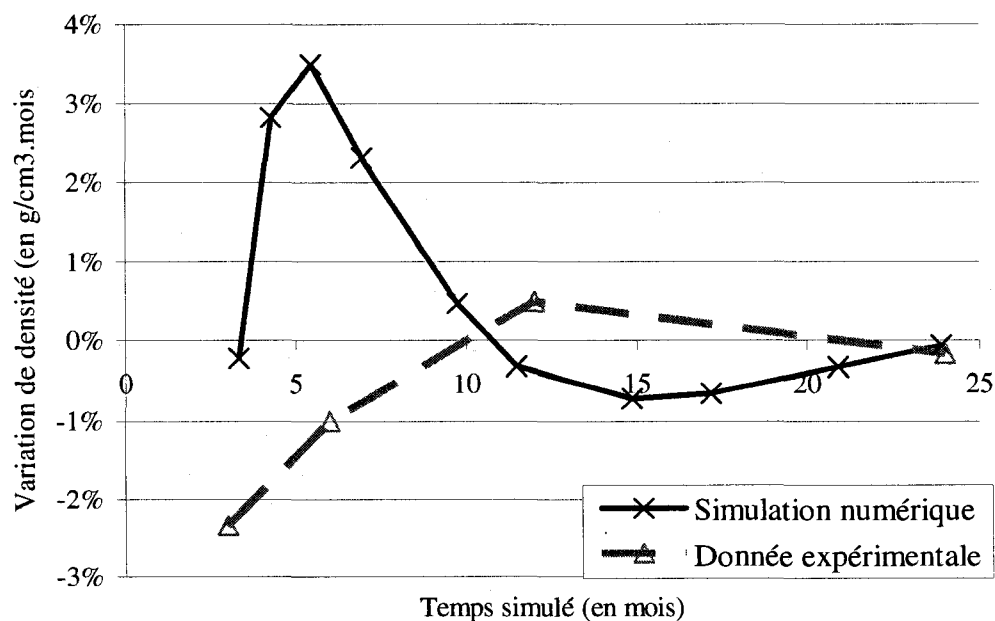


Figure 2.10 : Évolution au cours du temps de la variation mensuelle équivalente de la densité de l'os.

Pour la simulation numérique, la variation mensuelle équivalente de densité avec un demi-chargement est comprise entre -0,7% et 3,5 %. Ces résultats sont du même ordre de grandeur que les données expérimentales. Toutefois, les courbes affichées à la Figure 2.10 présentent des tendances inversées. Un choix plus judicieux des fréquences de chargement donnerait probablement de meilleurs résultats. Il est en effet impossible de déterminer exactement le chargement appliqué lors de l'alitement ou de l'apesanteur).

2.7 DISCUSSION SUR L'ALGORITHME DE REMODELAGE OSSEUX

Dans cette partie, un algorithme simulant le remodelage des os a été développé, testé et implémenté sous un logiciel de calcul par éléments finis. Pour le processus biologique étudié, le stimulus mécanique considéré est la variation temporelle de la déformation équivalente de Von Mises. La macro proposée s'appuie sur un système d'équations différentielles couplées reproduisant le remodelage osseux. Ce système différentiel est résolu de façon itérative et les approximations réalisées sont prises en compte par le calcul d'un pas optimal grâce à l'approximation de Richardson. Les résultats de ce système permettent de mettre à jour la densité de chaque élément. Le processus boucle jusqu'à ce que les variations de densité soient suffisamment faibles. Afin d'étudier graphiquement les résultats, une fonction d'exportation graphique des résultats a été optimisée puis implémentée. Elle permet de générer les figures présentées et analysées dans ce projet.

Pour faire un choix éclairé de méthode de résolution la plus performante, une étude comparative a été réalisée. L'objectif visé était de réduire le temps de calcul nécessaire pour simuler une période de temps donnée. Plusieurs schémas ont été comparés et le plus performant a été le schéma de Runge-Kutta 4.

Plus tard, une interface utilisateur a été créée et rajoutée pour rendre la macro plus ergonomique. Cette interface permet d'entrer toutes les informations nécessaires à l'algorithme.

Une étude de sensibilité de l'algorithme de remodelage osseux a été réalisée. Cette étude a permis d'évaluer les bornes des paramètres numériques du modèle ainsi que l'influence de différents paramètres numériques et algorithmiques. Cette étude permet de montrer que l'algorithme est stable par rapport au nombre de classes de densité ainsi que par rapport au maillage. Une valeur minimale du seuil de convergence est aussi déduite.

Une fois l'algorithme codé, implémenté et testé, différentes simulations ont été réalisées. Tout d'abord, les résultats obtenus par la macro ont été comparés aux

résultats d'optimisation mathématique et à ceux d'autres modèles théoriques de remodelage osseux. Cette comparaison montre des divergences certaines entre les résultats de nos simulations et ceux publiés dans la littérature (Tovar 2004).

Par la suite, une validation a été réalisée. L'algorithme de remodelage osseux a été utilisé sur un modèle numérique de fémur humain. Bien que les cas de chargements aient été simplifiés, les résultats obtenus sont proches de l'architecture réellement relevée observée chez l'être humain. Toutefois, aucune étude quantitative n'a pu être menée sur la répartition de la densité. Les résultats obtenus sont corrects mais moins bons que ceux produits par certains auteurs (Folgado and Rodrigues 2004). La validation a été complétée par l'étude de l'évolution temporelle de la densité moyenne de l'os, et l'écart entre la densité moyenne calculée et celle relevée cliniquement est inférieur à 12% dès que l'on s'écarte assez du point de départ non-physiologique utilisé.

Une comparaison quantitative a aussi été réalisée sur la variation mensuelle de l'os soumis à un sous-chargeement (alitement ou apesanteur). Encore une fois, les résultats semblent corroborer les données cliniques. La variation mensuelle équivalente de densité relevée cliniquement est comprise entre -2,27 % et 1,1 % alors que par le calcul nous obtenons une plage de -0,7% et 3,5 %. L'écart pourra être amélioré par un choix plus judicieux du cas de chargeement.

L'algorithme proposé est ainsi capable de simuler avec une précision suffisante l'évolution de la densité de l'os en fonction du chargeement mécanique appliqué.

Il faut toutefois remarquer que les résultats obtenus sont assez différents des données publiées pour un certains nombre de modèles purement mécanique présentés dans (Tovar 2004). Il est possible que ceci soit dû au stimulus mécanique utilisé. Toutefois, une étude approfondie de ces différences est nécessaire.

Au niveau des propriétés mécaniques attribuées à l'os, l'axe principal a été défini comme l'axe de la diaphyse fémorale. Toutefois, il est évident que l'axe principal n'est pas le même partout sur le modèle. Par exemple, il est dans l'axe du col

du fémur à ce niveau. Il faudrait donc pouvoir prendre en compte le changement d'orientation de l'axe principal de l'os.

Un des écueils de la simulation numérique des os dans leur environnement vivant est la difficulté de simuler correctement leur chargement mécanique. En effet, on peut compter jusqu'à une vingtaine de muscles différents agissant sur le fémur. Pour chacun d'entre eux, il faut déterminer la zone d'attache à l'os ainsi que la direction d'application de la force à chaque instant en fonction de l'activité physique simulée. Étant donné qu'il est impossible de faire des mesures *in-vivo* sur ces forces chez l'humain, plusieurs méthodes sont utilisées. Entre autre, certains modèles numériques d'optimisation de l'utilisation des muscles produisent d'assez bons résultats. Le logiciel « AnyBody Modeling SystemTM » a été étudié. Il implémente justement ce type d'algorithme. Malheureusement, bien que très intéressant et très proche de ce qui est cherché, ce logiciel ne permettait pas d'exporter simplement le chargement de chacun des muscles. C'est toutefois une piste à étudier sérieusement. Cela permettrait en effet d'obtenir un chargement mécanique beaucoup plus proche de la réalité.

Il faut aussi remarquer que l'algorithme ne génère pas de faibles densités. Alors que la limite inférieure est fixée à 5%, même dans le cas des modèles non chargés, la densité minimale obtenue est voisine de 30%. Il y aurait donc une amélioration à faire pour les paramètres β_i , δ_i et J_i du modèle théorique, même si une valeur minimale non nulle est corroborée par les données cliniques.

Le modèle mathématique utilisé est une version préliminaire datant du mois de Septembre 2006. Étant donnés les résultats intéressants obtenus au cours de ce projet, il semble envisageable de passer à l'étape suivante qui comprend l'implémentation d'une version améliorée de ce modèle mathématique. Grâce à la structure de l'algorithme, les modifications devraient être aisées à mettre en place.

Une des améliorations possibles de l'algorithme est l'utilisation d'analyses dynamiques. En effet, actuellement, toutes les analyses par éléments finis réalisées sont statiques. Si cette méthode fonctionne effectivement pour les matériaux

élastiques, il n'en est pas de même pour les matériaux viscoélastiques. L'influence de la propriété d'amortissement de l'os ne pourra être étudiée que si on utilise des analyses réellement dynamiques. Dans ce cas, la fréquence d'application de la contrainte sera un paramètre de la simulation numérique (et plus uniquement de l'algorithme).

Le modèle théorique pourra être amélioré en tenant compte de l'âge et du sexe du patient simulé. Certaines publications permettent d'obtenir les données nécessaires. (Ming. G. Li 2007) Des hypothèses sur le comportement biologique des cellules permettront de faire un choix judicieux des variables à modifier.

Les débris de matériaux provenant de la prothèse peuvent créer une réaction inflammatoire du corps, même dans le cas de matériaux biocompatibles (McGee, Howie et al. 2000). Cette réaction immunitaire peut conduire à un rejet de la prothèse même des années après son implantation. Malheureusement, cet aspect n'est pas pris en compte dans ce projet (Davim and Marques 2004).

3 OSTEO-INTEGRATION

3.1 PRÉSENTATION BIOLOGIQUE DE L'OSTÉO-INTEGRATION

L'ostéo-intégration est la création d'un lien fonctionnel et structural entre l'os et la surface d'un implant. Au niveau des implants articulaires, la non ostéo-intégration est souvent présentée (Wroblewski 2002) comme une des raisons majeures du descellement aseptique. Ce processus permet en effet d'obtenir la fixation nécessaire au bon fonctionnement des prothèses. Dans certains cas, la croissance osseuse n'aura pas lieu et l'implant se désolidarisera de l'os à court terme. A l'inverse, une bonne ostéo-intégration induira une transmission des efforts plus homogène entre l'os et la prothèse. Ainsi, cela réduira les concentrations de contrainte qui peuvent entraîner une nécrose de l'os, mais réduira aussi les zones trop faiblement chargées qui se résorbent par remodelage osseux (Stolk J. 2001).

Peu de temps après l'implantation, une mauvaise ostéo-intégration pourra produire des douleurs chez le patient et le déplacement de sa prothèse. Ceci conduira à une révision et donc à un échec de l'opération.

D'un point de vue biologique, l'ostéo-intégration est principalement réalisée par les ostéoblastes. Après l'opération chirurgicale, la surface de l'implant se couvre de tissu fibreux qui sert de support à ces cellules qui migrent alors de l'os vers la surface de la prothèse. Si les conditions y sont favorables, ils s'y fixent et commencent à générer de l'os sur et dans le métal.

L'utilisation de l'ostéo-intégration pour fixer les implants est une technique qui a fait ses preuves pour les implants dentaires où elle est utilisée depuis une trentaine d'année. Plus récemment, cette méthode est utilisée pour le remplacement de membres chez les amputés, avec un modèle d'implants semblables aux implants dentaires.

3.2 DONNÉES BIOLOGIQUES ET NUMÉRIQUES SUR L'OSTÉO-INTÉGRATION

Il est possible de trouver de nombreux articles (Claes and Heigele 1999; Kienapfel, Sprey et al. 1999; Nguyen H.Q. 2004; Clark, Clark et al. 2007; Lopez-Heredia 2007; Malmström J. 2007; Masaaki Takechi 2008) relatant des expérimentations animales sur l'ostéo-intégration. Il s'agit en général pour les auteurs d'étudier l'influence d'un paramètre donné (hormone de croissance, matériau, rugosité, etc.) sur l'ostéo-intégration d'un implant donné. Souvent ces expériences ne font intervenir aucun chargement mécanique sur l'implant. Les espèces animales utilisées sont généralement les lapins et les chiens, plus rarement les rats. Au niveau humain, il est possible de trouver des études cliniques sur l'ostéo-intégration. Toutefois, la grande majorité de ces études s'applique aux implants dentaire. De plus, il n'est pas évident que l'os se comporte de la même façon au niveau de la mâchoire qu'au niveau des os porteurs. Enfin, le chargement mécanique dans le cas dentaire est mal défini. Il est alors hasardeux de tirer de réelles données biologiques sur le comportement de l'os humain non buccal.

En dehors des expériences animales, il existe assez peu de modèles théoriques sur l'ostéo-intégration. Les rares modèles existant abordent généralement le problème d'un point de vue purement phénoménologique en tentant de simuler la différenciation des tissus. Il est à noter que les modèles théoriques sont souvent dérivés de modèles de guérison de fracture. En effet, ces phénomènes sont relativement similaires. Toutefois, dans le cas des prothèses, la croissance de l'os ne se fait pas entre deux zones osseuses et vivantes, mais entre une région osseuse et un implant métallique.

Le premier modèle étudié (Buchler

Pioletti and Rakotomanana 2003; J., N. et al. 2005) propose une loi de comportement pour la production du tissu fibreux et de l'os. Le stimulus mécanique utilisé est la déformation en cisaillement. Ce modèle de très bonne qualité est appliqué sur

différentes situations réelles ou théoriques. Les résultats sont intéressants et prometteurs. Toutefois sa complexité est un point limitant.

Un des modèles de référence a été développé par Lacroix et Prendergast (Lacroix, Prendergast et al. 2002). Cet algorithme prédit la différenciation des cellules en fibroblastes (qui créent la couche fibreuse), en chondrocytes (qui créent le cartilage) et en ostéoblastes (qui créent l'os). Il s'appuie sur un modèle de diffusion des cellules précurseurs dans les tissus. Il a été initialement développé pour la guérison de fracture. Les stimuli utilisés sont la déformation en cisaillement des cellules précurseurs ainsi que la vitesse du fluide interstitiel. Le schéma de différenciation proposé a aussi été utilisé pour le remodelage osseux. De nombreux auteurs (Andreykiv, Prendergast et al. 2005; Geris, Vandamme et al. 2007; Liu and Niebur 2008) ont par la suite utilisé et amélioré ce modèle.

Le second modèle de référence de la littérature (Claes and Heigele 1999) a aussi été développé pour simuler la formation des cals osseux résultants des fractures. Étant donné que c'est lui aussi un modèle phénoménologique, son principe de fonctionnement est relativement proche du modèle précédent. Ses stimuli mécaniques sont la déformation de l'os ainsi que la pression hydrostatique générée par le fluide physiologique et le sang circulant dans l'os. Il simule l'apparition et la transformation du cal osseux et des tissus le composant (cartilage, tissus fibreux, os, etc.) ainsi que l'évolution de leurs propriétés mécaniques.

Une comparaison des principaux modèles phénoménologiques développés (Isakssona, Wilsona et al. 2006) permet de conclure à leur bonne représentativité du phénomène de guérison de fracture. Toutefois, des améliorations sont encore nécessaires.

Tous les modèles présentés ci-dessus sont intéressants et présentent des résultats acceptables. Toutefois, ils tentent systématiquement de simuler de façon exacte la différenciation tissulaire.

D'autres références (Fernandes, Folgado et al. 2002) abordent de façon plus qualitative l'ostéo-intégration. Ils utilisent des lois simples. Par exemple, si les surfaces

de contact se touchent et que leur déplacement relatif en un point est inférieur à un seuil donné, alors ces surfaces sont considérées comme liées au point étudié. Cette approche simple semble donner de bons résultats. Toutefois, elle n'aborde pas l'évolution dans le temps du contact et en particulier la croissance osseuse.

Enfin, certains modèles de la littérature (Stolk J. 2001) se contentent de considérer l'interface entre l'os et l'implant, liée ou totalement libre. Cette approche permet de tirer des conclusions générales sur le comportement des prothèses à long terme. Toutefois, la stabilité initiale et l'évolution de l'interface au cours du temps sont négligées.

Pour pouvoir simuler l'évolution du contact entre l'os et la prothèse au cours du temps, tout en utilisant les théories de la thermodynamique, un modèle phénoménologique novateur a été utilisé (Moreo, Perez et al. 2007; Pérez, Moreo et al. 2008). Ce dernier s'appuie sur la thermodynamique des systèmes ouverts comme le modèle de remodelage osseux utilisé. Ceci assure une certaine cohérence de l'algorithme global qui sera présenté par la suite. De plus, cette référence présente de façon claire l'algorithme de simulation et son implémentation numérique.

3.3 MODÈLE MATHÉMATIQUE INITIAL

L'ostéo-intégration fait intervenir un certain nombre de cellules osseuses communes avec le processus de remodelage osseux (ostéoblastes entre autres). Toutefois, alors que le remodelage osseux est guidé de manière mécanique par la vitesse de déformation, pour la croissance osseuse, le stimulus mécanique est le déplacement relatif entre l'os et la prothèse. Le lien mécanique créé entre les deux surfaces se rigidifiera si le déplacement relatif est inférieur à un certain seuil. Au-delà de ce seuil, le lien osseux sera dégradé par des microfissures jusqu'à sa destruction complète.

Le modèle défini par Moreo distingue le comportement en traction et de celui en cisaillement (Moreo, Perez et al. 2007). La loi de comportement de la contrainte en fonction du déplacement relatif est présentée à la Figure 3.1.

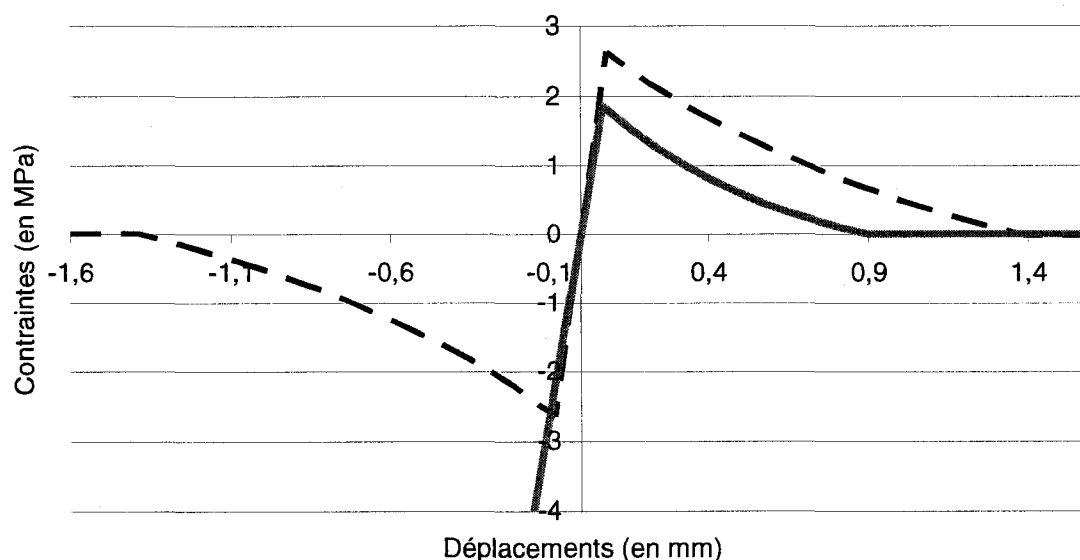


Figure 3.1 : Comportement en cisaillement des éléments ressorts représentant l'os

Sur la Figure 3.1, la courbe en traits discontinus représente le comportement en cisaillement alors que la courbe pleine représente le comportement en traction/compression. Aucune destruction ne pourra avoir lieu en compression.

L'algorithme développé est appliqué à chaque élément représentant l'interface entre l'os et l'implant. Dans un premier temps, l'évolution de la rigidité de cet élément est calculée pour un chargement statique. A partir du déplacement relatif normal et un tangentiel de l'élément, les critères de croissance et de détérioration issus des principes de la thermodynamique sont calculés. Ces valeurs permettent de déterminer le type d'évolution de l'élément. Trois situations sont étudiées : la croissance, la détérioration et une zone neutre (maintien des rigidités précédentes). Dans chacun des cas, la règle de mise-à-jour de la rigidité sera différente. Si le déplacement relatif est assez petit, il y aura croissance osseuse suivant une loi qui dépend du déplacement relatif. Une fois la

rigidité mise-à-jour dans des conditions statiques, les conditions dynamiques sont étudiées. En combinant pour l'os une loi d'endommagement par fatigue avec la règle de Miner, l'évolution de la rigidité est calculée. La rigidité normale et tangentielle (identique suivant les 2 directions tangentes) évolueront donc au cours du temps en fonction des déplacements relatifs ressentis.

Pour ce projet, le seuil pour la croissance osseuse est fixé à 50 μm (Fernandes, Folgado et al. 2002; Pérez, Moreo et al. 2008). D'autres auteurs utilisent des valeurs plus conservatives (20 μm , (Andreykiv, Prendergast et al. 2005), 30 μm , (Moreo, Perez et al. 2007)). Ce paramètre fait l'objet de nombreuses recherches, mais il n'existe pas à ce jour de consensus sur sa valeur.

Deux lois mathématiques ont été utilisées pour représenter la vitesse de croissance de l'os à l'interface avec la prothèse, une est linéaire et l'autre exponentielle (Moreo, Perez et al. 2007; Pérez, Moreo et al. 2008) :

$$\begin{cases} \dot{\alpha}_i = v \cdot (\delta^{ing} - \delta_i) \\ \dot{\alpha}_i = \alpha_i \cdot v \cdot (\delta^{ing} - \delta_i) \end{cases} \quad (3.1)$$

Où $\dot{\alpha}_i$ est la dérivée temporelle du paramètre α quantifiant la rigidité, v est le paramètre représentant la vitesse, δ^{ing} est le seuil pour la croissance osseuse et δ_i le déplacement relatif pour l'élément i . Ces deux lois ont été implémentées et testées. Toutefois, étant donné que dans le premier article, il n'a été fait aucune validation rigoureuse du modèle (qui applique une croissance linéaire de l'os), le second article (avec la loi exponentielle) a été implémenté.

Le modèle théorique sur lequel est basé l'algorithme utilise des éléments solides pour simuler le contact entre l'os et la prothèse. Le modèle présenté ici utilise des éléments 1D linéaires de type ressort. Ils sont utilisés de façon orthotrope. Le comportement normal (simulation de la compression et de la traction) est différent du

comportement tangentiel (simulation du cisaillement). La référence pour l'orientation est la position de l'élément avant application du chargement mécanique.

3.4 IMPLÉMENTATION

Sur le modèle numérique, les surfaces de l'os et de l'implant sont maillées et leurs nœuds appariés pour créer des éléments ressorts qui serviront à faire varier la rigidité du contact. Pour simuler correctement l'interface entre l'os et la prothèse, les éléments ressorts utilisés sont couplés avec des éléments de contact de type « GAP » dont le comportement est décrit en Annexe ÉLÉMENTS 1D UTILISÉS. Ces éléments empêchent l'interpénétration des solides en présence. Un élément ressort de type « BUSH » est couplé à chaque élément de contact dont la longueur est inférieure à un seuil donné. Ici, le seuil utilisé est la longueur de rupture des éléments telle que décrite dans l'article. Le couplage signifie que les deux éléments partagent le même couple de nœuds. Les éléments de contact sont configurés pour n'apporter aucune rigidité en traction ou en cisaillement, de même, ils ont un coefficient de friction nul. En résumé, en traction et en cisaillement, le comportement des éléments ressorts sera prépondérant et en compression ce sont les éléments de contact qui auront la plus grande influence. De plus, ces éléments de contact pourraient permettre de simuler la stabilité primaire de l'implant à travers un frottement entre l'implant et l'os environnant.

D'un point de vue algorithmique, le processus entier comporte deux boucles itératives. La plus haute est une boucle d'incrément de la force appliquée. En effet, étant donné la non-linéarité du comportement, le chargement doit être appliqué de façon progressive pour obtenir la réponse réelle.

La seconde boucle qui permet de vérifier l'équilibre mécanique du modèle par éléments finis utilisé. Cette boucle fait aussi partie des artifices algorithmiques nécessaires pour simuler des comportements fortement non linéaires. Il est à noter que

l'analyse par éléments finis prend en compte le caractère non linéaire des éléments de contact. Le seuil de convergence est fixé à 1% pour les forces, les déplacements et le travail. Le critère de convergence est une combinaison des trois critères précédents.

Pour vérifier l'équilibre mécanique du modèle, la force résultant en chacun des nœuds de la surface de contact entre l'os et la prothèse sera calculée et sommée suivant les 3 directions du repère global. Les trois sommes obtenues seront comparées aux composantes du chargement mécanique appliqué sur la prothèse. Si la différence est inférieure à un seuil donné (ici 3%), le modèle mécanique est considéré à l'équilibre.

Il est à noter que les deux évolutions de la rigidité font intervenir une composante temporelle. Tout processus itératif inclut un aspect temporel du fait de la succession d'itérations dans un ordre précis. Toutefois, ce temps-là n'a aucune réalité physique. À l'inverse, le temps requis pour passer d'une itération principale à la suivante (entre deux états où le chargement maximum est appliqué) est le temps réel qui est étudié. L'article de référence semble confondre ces deux temps (Moreo, Perez et al. 2007). Il serait donc judicieux d'approfondir ce modèle. Dans le cadre de ce projet, seules sont considérées les valeurs obtenues à la fin des boucles d'incrémentation de force et d'équilibre mécanique. En effet, seuls ces points ont une réalité physique.

Toutefois, les essais réalisés montrent que les données générées pour les cas non physiques suivent de très près l'évolution physique et peuvent donc être considérées comme des approximations de l'état réel du système.

Pour ces simulations, les différents cas de chargement utilisés sont appliqués successivement et consécutivement en statique et en dynamique. La croissance de l'os sera proportionnelle au déplacement relatif de l'élément ainsi qu'au nombre de cycles (fréquence) associé à chaque cas de chargement. La Figure 3.2 décrit la succession d'étapes utilisées dans l'algorithme :

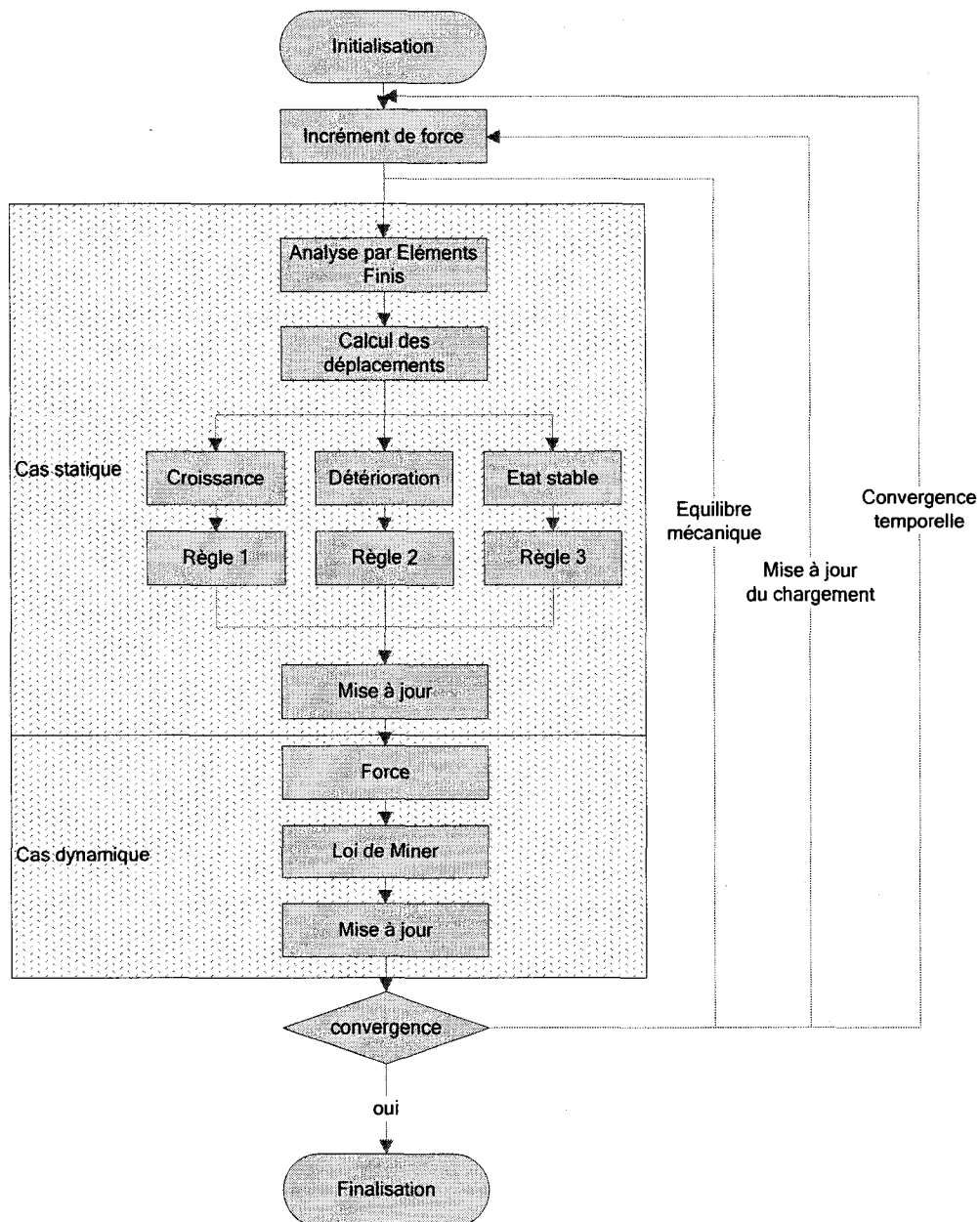


Figure 3.2 : Schéma de l'algorithme d'ostéo-intégration

L'algorithme s'exécute de la façon suivante :

1. Mise en place du modèle : Une sauvegarde du modèle numérique est créée avant toute opération. Les forces appliquées sur la prothèse et sur l'ensemble du modèle sont

récupérées. Elles seront toutes soumises à l'incrémentation des forces, mais les forces appliquées sur la prothèse servent aussi à vérifier l'équilibre mécanique du modèle.

2. Création des éléments de contact et les ressorts : L'utilisateur sélectionne les surfaces de contact entre l'os et la prothèse (maillés de façon contiguës), ainsi que les composants reproduisant la prothèse. À partir de ces données, les nœuds de l'os sont appariés avec ceux de la prothèse. Entre les nœuds appariés, un élément de contact est créé et si la distance entre ces nœuds est suffisamment faible, un élément ressort est aussi créé. Un repère local virtuel est créé pour chaque élément.

3. Création des cartes : Un matériau anisotrope est associé aux éléments de contact et ressorts qui reçoivent aussi une carte définissant leurs propriétés. Du fait de la présence d'éléments de contact, la résolution numérique sera itérative et il faut donc définir les propriétés de l'algorithme de résolution. Il sera aussi demandé d'exporter les déplacements de tous les nœuds du modèle, ainsi que les forces au niveau de l'interface.

4. Initialisation du processus : On définit les paramètres de l'algorithme (nombre d'incrémentation de la force, durée à simuler, etc.). Le modèle est sauvegardé avant le lancement du processus.

5. Lancement de la boucle temporelle : La première boucle incrémente le temps et lance les itérations successives des boucles de niveau inférieur.

6. Lancement de la boucle de force : Cette boucle fait varier l'amplitude des forces appliquées sur le modèle.

7. Lancement de la boucle d'équilibre mécanique : Cette boucle itère tant que l'écart entre la force extérieure appliquée sur l'implant est différente de la force ressentie sur la surface de contact, avec une tolérance choisie.

8. Analyse du modèle : Le modèle est résolu par un algorithme de résolution non-linéaire interne au solveur Optistruct. Plusieurs cas de chargement peuvent être appliqués pour représenter de manière plus précise le chargement réel.

9. Récupération des déplacements : Le déplacement de chacun des nœuds des éléments ressorts est récupéré. Il est ensuite transformé pour apparaître dans le repère

local fictif du nœud. La différence entre les déplacements des 2 nœuds de chaque élément donne le stimulus extérieur de l'ostéo-intégration.

10. Évolution des rigidités des éléments : Les lois d'évolution de la rigidité sous chargement mécanique statique sont appliquées pour chaque élément. A partir des résultats, l'évolution sous chargement dynamique permet d'obtenir une mise-à-jour des propriétés de chaque élément ressort.

11. Finalisation de l'algorithme : Lorsque la variation entre deux itérations successives de la rigidité moyenne du modèle est inférieure à un seuil donné, l'algorithme s'arrête.

Pour chaque élément, l'incrément de temps maximum est calculé. Il correspond au temps nécessaire pour détruire complètement l'élément sous le chargement dynamique qu'il ressent. Le plus petit des incréments de temps calculés pour chaque élément est utilisé pour l'itération suivante.

L'algorithme d'ostéo-intégration génère deux fichiers de résultat appelés « synthesis.out » qui présente la convergence du système et « result.out » qui affiche les résultats en termes de rigidité.

La rigidité adimensionnelle est comprise entre 5% et 100%. Elle est imposée à 10 % pour tous les éléments au début de la simulation, comme cela est proposé dans l'article de référence. De même, toutes les valeurs biologiques définissant le contact sont identiques à celles proposées par Pérez (Pérez, Moreo et al. 2008).

Étant donné que les résultats de cet algorithme sont des rigidités d'éléments 1D, il est assez difficile de les visualiser. Pour corriger cela, un code a été écrit pour créer des éléments surfaciques au niveau de l'interface entre l'os et l'implant. La couleur de ces éléments 2D sera définie en fonction de la moyenne des rigidités des éléments 1D présents à leurs nœuds. Ceci crée une approximation, mais permet une

visualisation et une comparaison directes des zones de l'implant où l'ostéo-intégration est favorisée.

L'étude du comportement obtenu pour l'ostéo-intégration montre une prépondérance des cas de croissance osseuse. La loi de détérioration de l'os existant est en effet rarement appliquée. Toutefois, ce comportement semble en accord avec les études clinique (Fernandes, Folgado et al. 2002).

La stabilité initiale peut être simulée par l'application d'un décalage de l'origine des éléments de contact. Cette méthode permet de simuler le frettage imposé entre l'os et la prothèse lors de l'opération. Les données issues de Norman (T.L. Norman 2006) indiquent une pénétration de l'ordre de 0,1 mm. Toutefois, cet aspect ne semble avoir été pris en compte ni par (Moreo, Perez et al. 2007; Pérez, Moreo et al. 2008). Il est possible que du fait de cette omission, les valeurs qu'ils utilisent pour la vitesse de croissance de l'os soient sous-estimées.

Une autre omission du modèle de référence est l'absence de coefficient de friction entre la prothèse et l'os. Il est admis que l'absence de frottement surestime les micromouvements de la prothèse. Les modèles numériques utilisés pour cette étude ont donc un coefficient de friction statique de $\mu = 0,5$ (Viceconti, Muccini et al. 2000). Cette valeur est plus élevée que le coefficient de frottement réel entre l'os et le métal (qui est de l'ordre de 0,25 (Davim and Marques 2004)), mais des valeurs plus faibles entraînent une non-convergence du calcul numérique car ils conduisent à des déplacements trop importants, en particulier pour les frettages importants. Ceci devrait permettre une estimation plus fine du déplacement relatif entre l'os et la prothèse. Par la suite, il sera possible d'en déduire une valeur plus précise de la vitesse de croissance de l'os.

3.4.1 Incrémentation optimisée de force

Dans le cas du premier modèle d'ostéo-intégration, il faut remarquer que si le déplacement relatif normal et transverse d'un élément est inférieur à $\delta^{ing} = 50 \mu m$, la croissance est linéaire. Si tous les éléments ont des déplacements inférieurs au seuil donné, l'ensemble du modèle verra croître sa rigidité de façon linéaire. Cette constatation a été utilisée pour calculer l'incrément de force maximum applicable tel que les déplacements restent inférieurs au seuil donnés.

L'incrémentation usuelle des forces appliquées sur le modèle numérique suit la relation :

$$F^n = \frac{n-1}{N} \cdot F^{total} \quad (3.2)$$

Où n est l'itération courante, N le nombre de pas total à réaliser et F^{total} la force total à appliquer sur le modèle.

Comme expliqué précédemment, si le déplacement relatif maximal d'un élément est inférieur à un seuil donné, sa croissance sera linéaire. Ainsi, il est possible d'appliquer un incrément de force plus important. Considérons le cas où tous les éléments ressorts du modèle sont dans cette configuration. (Cette situation apparaît à chaque réinitialisation de la boucle d'incrémentation de la force). Soit δ^n le déplacement relatif maximum de tous les éléments, K^n , une rigidité équivalente du modèle à l'itération n et F^n le chargement appliqué à cette même itération. La force s'écrit alors :

$$\begin{cases} F^n = K^n \cdot \delta^n \\ F^{n+1} = K^{n+1} \cdot \delta^{n+1} \end{cases} \quad (3.3)$$

Or il faut avoir $\delta^{n+1} < \delta^{ing}$

En faisant une hypothèse quasi-statique : $K^{n+1} \approx K^n$

Le système s'écrit alors :

$$\begin{cases} F^n = K^n \cdot \delta^n \\ F^{n+1} \leq K^n \cdot \delta^{ing} \end{cases} \quad (3.4)$$

Et de là :

$$F^{n+1} \approx \frac{\delta^{ing}}{\delta^n} F^n \quad (3.5)$$

Un facteur conservatif de 0.9 est ajouté à cette expression de l'incrément de force pour compenser les approximations faites. Seul le plus grand incrément de force entre les deux méthodes présentées est utilisé :

$$F^{n+1} = \max \left(0, 9 \cdot \frac{\delta^{ing}}{\delta^n}; 1 + \frac{1}{N} \cdot \frac{F^{total}}{F^n} \right) \cdot F^n \quad (3.6)$$

Dans la pratique, la méthode optimisée permet d'accélérer les calculs en début de simulation. Sur un cas classique de simulation de prothèse fémorale humaine, elle apparaît 2 fois au cours des premières itérations et permet d'éviter N-2 itérations à chaque fois (si le chargement mécanique est appliqué en N pas). Par la suite, la méthode linéaire n'apparaît plus.

3.4.2 Algorithme d'appairage

Dans le cas d'un modèle numérique maillé de façon continu, l'interface entre l'os et l'implant est définie de façon automatique. Voici la méthode employée :

1. Les éléments adjacents à la surface de contact et appartenant aux deux corps (os et prothèse) sont détachés, ce qui crée des nœuds doubles sur la surface de contact.
2. Ces nœuds sont déplacés suivant le vecteur $[0,001; 0,001; 0,001]$ pour pouvoir être considérés comme distincts lors des sélections ultérieures.
3. La direction normale est calculée pour chaque nœud comme étant la moyenne des vecteurs normaux des faces des éléments auxquels appartient le nœud.
4. Ces nœuds sont translatés dans cette direction normale avec une amplitude 0,01 mm.
5. Les nœuds sont appariés : chaque nœud de la surface de l'os est sélectionné et on mesure la distance qui le sépare de chacun des nœuds de la surface de la prothèse. Une fois que le nœud le plus proche a été trouvé, un élément de contact est créé.
6. Si la distance entre ces deux nœuds est inférieure au seuil donné un élément ressort est aussi créé (ceci est systématique pour les nœuds dupliqués étant donnée la

faible distance imposée). Ce seuil est défini comme la longueur maximale que peut avoir un élément avant sa rupture.

La surface de contact est ainsi couverte d'éléments de contact et d'éléments ressorts qui sont orthogonaux à la surface de contact. Ceci est visible sur la Figure 3.3.

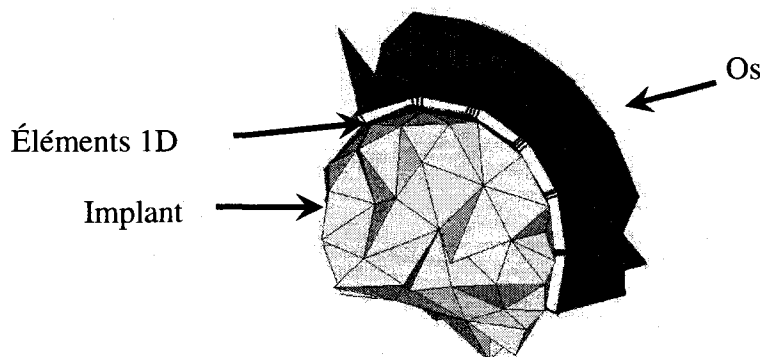


Figure 3.3 : Vue agrandie des éléments 1D créés entre l'os et l'implant.

Pendant le calcul, il faut calculer les déplacements normaux et tangentiels des éléments 1D. Pour cela, il faut définir la matrice de passage entre le repère global et le repère local de l'élément. En effet, les déplacements fournis par le logiciel de calcul par éléments finis sont exprimés dans le repère global du modèle. Le repère local est défini par le vecteur normal et deux vecteurs tangentiels orthogonaux tels que le premier vecteur tangentiel a une composante nulle suivant l'axe (Oz). Ce choix est arbitraire et n'influe pas sur les résultats dans la mesure où le déplacement tangent utilisé est la somme vectorielle des déplacements suivants les deux vecteurs tangentiels.

3.5 VALIDATION

Pour valider le modèle présenté, deux méthodes sont utilisées : une validation par comparaison avec un modèle numérique et une comparaison avec les données issues d'expérimentation animale.

3.5.1 Comparaison avec des données animale.

Pour pouvoir être en mesure de comparer les résultats des simulations numériques avec les données de la littérature, il faut faire certaines hypothèses.

L'hypothèse principale est que d'un point de vue biologique, au niveau microscopique, l'ostéo-intégration est binaire. C'est-à-dire que si l'on considère un élément infinitésimal d'os proche de la prothèse, il n'a que deux états possibles : soit il est lié à l'implant, soit il est libre. D'un point de vue mathématique, si l'on considère un élément de surface de la prothèse dS , son état d'ostéo-intégration binaire est noté da (il vaut 0 ou 1). Si $da = 1$, l'élément de surface est ostéo-intégré et donc que l'os et l'implant sont liés sur toute la surface dS . En passant au niveau mésoscopique, considérons la surface S composée d'un ensemble d'éléments de surface dS . Son état d'ostéo-intégration est donné par le ratio entre le nombre d'éléments de surface ostéo-intégrés et le nombre total d'éléments de surface. Cette grandeur est donc discrète (ou continue si on considère que le nombre d'élément de surface dS tend vers l'infini). Au niveau macroscopique, il suffit de décomposer la surface de la prothèse en éléments de surface S (eux-mêmes composés d'éléments infinitésimaux). L'état d'ostéo-intégration obtenu est donc la moyenne de celui des éléments de surface.

Par rapport à l'algorithme d'ostéo-intégration, chaque élément ressort est lié à un élément de surface fictif associé à un certain état d'ostéo-intégration α . Ce dernier représente la rigidité adimensionnelle du lien entre les deux corps, au niveau mésoscopique $\left(\alpha = \frac{K}{K_0} \right)$. La moyenne de toutes les rigidités adimensionnelles du modèle donne la rigidité adimensionnelle moyenne (macroscopique). Les données expérimentales issues de la littérature, souvent relevées visuellement, sont données sur la forme d'un pourcentage représentant le ratio entre la surface de l'implant ayant subi une ostéo-intégration et la surface totale de l'implant en contact avec l'os au cours de l'expérience. Il est donc possible de comparer la rigidité adimensionnelle moyenne du modèle numérique à ce ratio de surface.

Il est à noter que l'algorithme développé n'utilise pas les mêmes valeurs que l'article de référence pour les différents paramètres numériques et biologiques (Moreo, Perez et al. 2007). Étant donné le manque de précision de l'algorithme de référence, une phase d'ajustement de paramètres a été nécessaire. En effet, il semblerait que l'article de référence ne fait pas intervenir de frettage entre l'os et la prothèse. Ce faisant, il sous-estime la vitesse de croissance de l'os (qu'il détermine lui aussi par ajustement de paramètres). Il faut donc déterminer une valeur plus fiable de la vitesse de croissance de l'os et de l'influence du frettage sur la croissance osseuse.

Il faut aussi remarquer que les expériences animales donnent une grande variabilité de résultats, du fait en outre de protocoles expérimentaux différents. Ces expériences font souvent intervenir des paramètres qu'il est impossible de reproduire (utilisation de facteurs de croissance, interactions entre le matériau et les cellules humaines, etc.). Dans ce contexte, il est difficile de faire une validation très rigoureuse. Il a donc fallu procéder par comparaison.

Pour pouvoir valider l'algorithme, un modèle numérique a été créé pour reproduire de façon simplifiée les expériences animales utilisées. Ce modèle est composé d'un cylindre de 20 mm de diamètre et de 30 mm de hauteur, représentant le tibia ou le fémur du lapin (Figure 3.4). Il est maillé avec 3 578 éléments tétraédraux (937 nœuds) et est associé à un matériau anisotrope avec un module d'Young de 10 GPa. Dans cet os, un implant cylindrique a été inséré transcorticalement. L'implant a un diamètre de 6 mm et une longueur de 10 mm. Il est maillé avec 2 255 éléments tétraédraux (665 nœuds). Son matériau anisotrope a un module d'Young de 2.7 GPa (Lopez-Heredia 2007). Un chargement mécanique arbitraire de 53 N est imposé sur la face supérieure du cylindre-os. Il correspond approximativement au poids des lapins utilisés dans les expériences plus une majoration pour prendre en compte l'effet des muscles. Sa face inférieure est contrainte suivant toutes les directions. Aucun chargement mécanique n'est appliqué sur l'implant. L'interface entre l'os et l'implant

est composée de 211 couples de nœuds définissant autant d'éléments ressorts et contact.

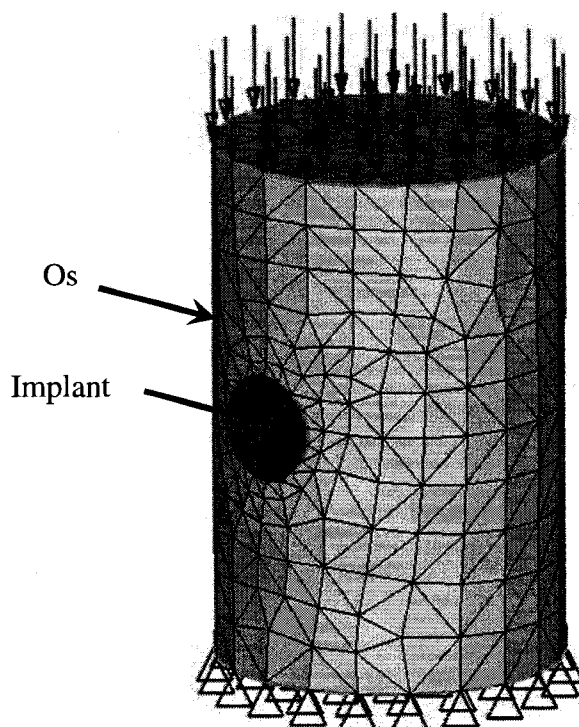


Figure 3.4 : Modèle numérique de la validation de l'algorithme d'ostéo-intégration.

D'un point de vue numérique, l'incrément de temps initial était de 1 journée. Pour ce modèle numérique, étant donné qu'il n'y a aucun chargement mécanique sur l'implant, le choix du nombre d'incrément de force et de la tolérance du contact n'influe pas sur les résultats.

L'article de Malmström (Malmström J. 2007) utilisée pour l'ajustement de paramètres fournit la valeur de 49% de contact entre l'os et un implant recouvert d'hydroxyapatite après 6 semaines de guérison. Cette expérience ne fait intervenir aucun chargement mécanique sur les implants. De même, ils ne sont pas fixés par frottement, ils sont simplement insérés dans l'orifice réalisé. L'ostéo-intégration est possible dans ce cas grâce à l'absence de chargement mécanique sur l'implant (et donc

l'absence de déplacement entre l'os et le métal). Le frettage utilisé étant spécifié et fixé à zéro, les résultats de cette simulation ont permis de définir une nouvelle valeur de la vitesse de croissance osseuse. Elle vaudra donc :

$$v = 8,8.10^{-6} \text{ \%.mm}^{-1}.\text{s}^{-1} \text{ (contre } 7.10^{-4} \text{ dans l'article)}$$

Dans ce cas, la rigidité adimensionnelle moyenne vaut 48,6 % à 6 semaines. Ce qui donne un écart de 0,7 % par rapport à la donnée expérimentale. La vitesse de croissance osseuse définie pour le lapin semble donc correcte.

Maintenant que la valeur de la vitesse de croissance de l'os chez le lapin est connue, il est possible de comparer les résultats numériques avec d'autres données expérimentales comme cela est synthétisé dans le Tableau 3.1. Plusieurs articles ont été retenus. Lopez-Heredia (Lopez-Heredia 2007) compare la croissance de l'os sur deux implants de porosités différentes. Les auteurs relèvent un contact os-prothèse entre $22,7 \pm 3,7 \%$ (pour une prothèse avec des pores de 800 μm de diamètres) et de $35,8 \pm 5,4 \%$ (pour une prothèse avec des pores de 1200 μm de diamètres) au bout de 3 semaines d'implantation. Il faut noter que cette expérience fait intervenir un frettage de 0,05 mm pris en compte par la simulation numérique (avec un coefficient de friction de 0,5).

Une expérience menée sur des rats par Masaaki (Masaaki Takechi 2008) permet de conclure que l'interface entre l'os et la prothèse est générée à $30,6 \pm 10,2\%$ après 4 semaines d'implantation. Cette valeur est aussi très proche de celle trouvée par l'auteur de l'article servant de référence (Moreo, Perez et al. 2007). Il est à noter que cette donnée est valable pour les rats. Il est donc possible qu'un biais dû à l'espèce animal soit introduit dans les résultats expérimentaux.

Enfin, une dernière expérience sur les lapins par Clark (Clark, Clark et al. 2007) aboutit à $53 \pm 10 \%$ de contact entre l'os et la prothèse au bout de 54 jours de guérison. Cette expérience fait intervenir un fort frettage de 0,3 mm au rayon. Elle introduit aussi un couplage entre ostéo-intégration et remodelage osseux.

Les résultats obtenus sont synthétisés dans le Tableau 3.1 qui indique aussi l'écart entre les données numériques et expérimentales. Il faut aussi vérifier que les données issues des simulations sont à l'intérieur de l'intervalle de confiance à 63 % des expériences animales ($m \pm \sigma$).

Tableau 3.1 : Comparaison des résultats expérimentaux et numériques de l'ostéo-intégration.

Durée d'insertion	21 jours	28 jours	42 jours	54 jours
Valeur expérimentales (en %)	22,7 $\pm$ 3,7	30,6 $\pm$ 10,2	49	53 $\pm$ 10
Espèce animale testée	Lapin	Rat	Lapin	Lapin
Frettage (au rayon, en mm)	0,05	0,0	0,0	0,3
Valeurs numériques (en %)	21,6	28,7	48,6	63,3
Écart	4,6 %	6,2 %	0,7 %	19,4 %
Intervalle de confiance	Oui	Oui	Oui	Non
Références	(Lopez-Heredia 2007)	(Masaaki Takechi 2008)	(Malmström J. 2007)	(Clark, Clark et al. 2007)

Les écarts très faibles relevés entre les données expérimentales et numériques permettent de conclure à la bonne représentativité du modèle numérique implanté. Il faut aussi remarquer la grande variabilité des résultats issus d'expériences animales. De plus, les résultats numériques sont proches de ceux obtenus avec des expériences réalisées sur deux espèces animales différentes (lapin et rat). Il est donc possible que la vitesse de croissance osseuse soit peu dépendante de l'espèce pour les espèces considérées. La vitesse de croissance utilisée ici sera donc implémentée sur les simulations de prothèses humaines, ce qui introduit un certain biais.

L'évolution de la rigidité dans le temps est assez proche de celle de l'auteur de référence. Toutefois, contrairement à ce qui est relevé par les expériences décrites précédemment et par (Moreo, Perez et al. 2007), il n'y a pas de ralentissement de la croissance osseuse après 7 semaines de guérison. Ceci explique aussi l'écart important obtenu pour l'expérience animale à 54 jours.

Comme indiqué précédemment, le modèle théorique ne semble pas prendre en compte le frottement entre l'os et l'implant. Ceci est clairement visible sur les essais réalisés sur un second modèle d'expérimentation animale (Lopez-Heredia 2007). Pour cette expérience, les auteurs ont imposés un frettage radial de 50 μm . D'un point de vue mécanique, sans contrainte appliquée sur l'implant et sans friction, les nœuds couplés de l'os et de la prothèse auront tendance à se repousser. Le déplacement relatif entre eux sera au moins égal au frettage en l'absence de frottement entre les surfaces en contact. Or dans ce cas, cette valeur correspond au seuil de croissance osseuse. Le déplacement relatif sera donc systématiquement supérieur au seuil de croissance. L'os ne pourra pas croître, ce qui conduira à la ruine de l'implant. Or ce n'est pas ce qui observé dans la nature, étant donné que les auteurs de l'expérience relèvent un contact os/prothèse entre $22,7 \pm 3,7 \%$ (pour une prothèse avec des pores de 800 μm de diamètres) et de $35,8 \pm 5,4 \%$ (pour une prothèse avec des pores de 1200 μm de diamètres) au bout de 3 semaines d'implantation. Ceci indique la nécessité de simuler le frottement entre l'os et la prothèse. Les simulations numériques avec et sans friction conduisent au même raisonnement. Sans friction, il est impossible de simuler correctement le comportement des prothèses frettées (même si les résultats semblent corrects pour les implants non-frettés).

Étant donné que le coefficient de frottement utilisé est plus important que celui observé dans les expériences animales, il faut s'assurer que les écarts générés par cette approximation sont négligeables. Pour ce faire, différentes simulations ont été lancées sur des modèles d'implantation animale, avec un frettage nul. Le Tableau 3.2 présente

le déplacement maximum de l'implant en fonction de différentes valeurs de coefficients de frottement et l'écart obtenu par rapport à la première valeur (pour $\mu = 0,3$), ainsi que la rigidité adimensionnelle moyenne atteinte après 28 jours et l'écart associé.

Tableau 3.2 : Étude de l'influence du coefficient de frottement.

Coefficient de frottement	0.3	0.4	0.5	0.6
Déplacement maximum (mm)	$6,99.10^{-5}$	$7,04.10^{-5}$	$7,08.10^{-5}$	$7,11.10^{-5}$
Écart de déplacements	<i>Référence</i>	0,71 %	1,3 %	1,7 %
Rigidité à 28 jours (en %)	28,7051	28,7053	28,7054	28,7054
Écarts de rigidité	<i>Référence</i>	$7,0.10^{-4}$ %	$1,0.10^{-3}$ %	$1,0.10^{-3}$ %

Le coefficient de frottement semble donc avoir très peu d'influence sur le déplacement maximum de l'implant et donc sur la croissance de l'os. Il est possible que cette faible influence soit due à l'absence de chargement mécanique sur l'implant. Les résultats obtenus avec un coefficient de frottement de 0.6 (au lieu de 0.25 de valeur théorique) sont donc considérés comme fiables.

Il est à noter qu'un des articles (Lopez-Heredia 2007) note une chute de l'ostéo-intégration après quelques semaines de guérison. Une des explications proposées par les auteurs est qu'il faut tenir compte du remodelage osseux de l'os généré autour des prothèses. Étant donné que seule l'ostéo-intégration est simulée dans cette partie, il est possible qu'une partie des écarts proviennent de cette lacune. Toutefois, pour limiter l'influence de ce second phénomène, il est recommandé d'utiliser les résultats précoces de guérison osseuse. En effet, il a été relevé dans la première partie de ce mémoire que le remodelage osseux met quelques semaines à s'initier. En utilisant les valeurs du contact os/prothèse obtenues après deux ou trois semaines de guérison, l'influence du remodelage osseux peut être considérée comme négligeable. A l'inverse, les résultats issus de guérisons plus longues (5/6 semaines)

combinent l'ostéo-intégration et le remodelage. Ainsi de façon surprenante, il semblerait aussi qu'un chargement mécanique appliqué sur la prothèse permette d'améliorer la croissance de l'os sur la surface de la prothèse (Clark, Clark et al. 2007). Tout d'abord, la différence relevée par l'auteur entre les cas avec et sans chargement mécanique n'est pas statistiquement significative. Ensuite, selon notre compréhension, il est fortement probable que l'ajout de contraintes mécaniques sur l'os entourant la prothèse initie le remodelage osseux. Ce faisant, un grand nombre de cellules ostéoblastiques sont recrutées. Ces dernières peuvent aussi servir à augmenter la densité de l'os en contact avec la prothèse (ce qui ressort de l'expérience animale). Ce faisant, elles augmentent le contact entre l'os et l'implant, créant plus de surfaces de contact et donc plus de sources de croissance osseuse sur l'implant. Les ostéoblastes créés peuvent aussi simplement se détourner de leur tâche originale et créer de l'os sur la prothèse (au lieu de renouveler l'os résorbé).

Deux simulations ont été lancées avec des incréments de temps de 1 et 2 jours. L'écart relevé au bout de 28 jours de simulation est de l'ordre de 1%. L'incrément de temps utilisé peut donc être augmenté sans trop perdre de la qualité des résultats. Cette augmentation réduit de façon proportionnelle le temps de calcul.

3.5.2 Comparaison avec des données humaines.

La seconde phase de validation de ce modèle a été faite en simulant la même étape que (Moreo, Perez et al. 2007), c'est-à-dire l'évolution du contact entre le fémur et une prothèse générique (aucune forme ou dimension spécifique) à partir de son implantation.. Les trois cas de chargements appliqués sont issus de (Moreo, Perez et al. 2007) et sont présentés dans le Tableau 3.3.

Au cours de la première semaine, seul le cas de chargement « Position debout » est appliqué pour permettre une ostéo-intégration initiale suffisante. Par la suite, les trois cas de chargements sont appliqués successivement. Ils sont associés

respectivement à 52 467 cycles pour la marche et la posture debout, 688 cycles pour la montée d'escaliers et 75 810 cycles pour le repos, tel que décrit dans (Moreo, Perez et al. 2007). Si on considère qu'ils sont appliqués de façon uniforme dans une journée (86 400 secondes), cela permet de déduire une fréquence d'application de 0,607 Hz pour la marche, 0,008 Hz pour la montée d'escalier et 0,87 Hz pour la position debout. Les fréquences utilisées représentent le nombre de cycles réalisés au total dans une journée pour chaque cas de chargement rapportés à chaque seconde. Ceci permet de simuler n'importe quelle période de temps.

Tableau 3.3: Cas de chargements appliqués pour la validation du modèle d'ostéo-intégration.

		Fx (N)	Fy (N)	Fz (N)
Tête	Marche/Debout	382,3	339,5	-2029,6
	Montée escalier	639,5	379,0	-2087,4
	Position debout	95,6	84,9	-507,4
Abducteurs	Marche/Debout	65,7	-557,6	798,7
	Montée escalier	-282,2	-687,0	832,0
	Position debout	16,4	-139,4	199,7

Le point de départ de l'algorithme d'ostéo-intégration est le résultat de l'algorithme de remodelage osseux lancé sur l'ensemble des éléments du modèle (y compris ceux de la prothèse). Le modèle initial de fémur est issu du BEL Repository et a été maillé avec 24 322 éléments tétraédraux (5 430 nœuds) et la prothèse avec 7 897 éléments (2 021 nœuds). L'interface est modélisée par 1 227 éléments à une dimension (1 227 éléments de type ressort et le même nombre de type contact). Le chargement mécanique décrit précédemment est appliqué sur le pourtour de l'os puis sur l'implant à travers des éléments 1D rigides. La face inférieure du modèle du fémur est encastree. Tous les éléments appartenant à la prothèse sont ensuite rassemblés dans un nouveau collecteur auquel est associé un matériau anisotrope (en général métallique). Les deux

corps (l'os et l'implant) ont donc des maillages contigus. L'ensemble du modèle numérique utilisé est représenté à la Figure 3.5.

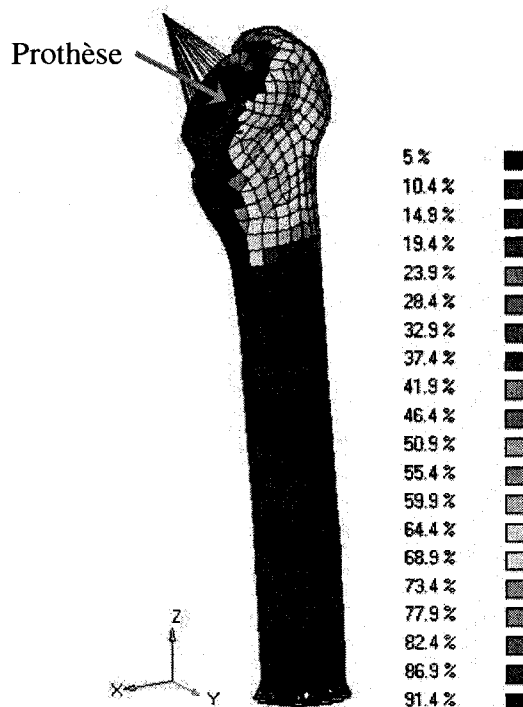


Figure 3.5 : Modèle numérique d'implant fémoral de l'ostéo-intégration avec os remodelé.

Comme indiqué précédemment, les paramètres du modèle ont été modifiés. La vitesse de croissance osseuse utilisée pour la prothèse humaine est celle obtenue avec les expériences animales.

Le logiciel utilisé pour réaliser les analyses par éléments finis est performant pour les modèles de calcul linéaires. Or, dans le cas de la prothèse, il y a de fortes non linéarités générées par la géométrie complexe, les éléments de contact, le frottement et la friction entre l'os et la prothèse. Le solveur numérique Optistruct, qui convergeait pour les simulations plus simples des expériences animales, n'a pas été capable de générer une solution dans ce cas là. Il a donc fallu négliger la friction et le frottement pour les simulations sur la prothèse humaine, ce qui produit des résultats moins réalistes.

Pour la validation par comparaison avec (Moreo, Perez et al. 2007), les données provenant des deux articles de référence ont été utilisées. Les critères de validation retenus sont :

- l'allure de la courbe d'évolution de la rigidité adimensionnelle moyenne du modèle.
- la rigidité adimensionnelle finale
- la répartition sur la prothèse des zones à forte croissance osseuse.

La simulation permet d'obtenir la courbe de la Figure 3.6.

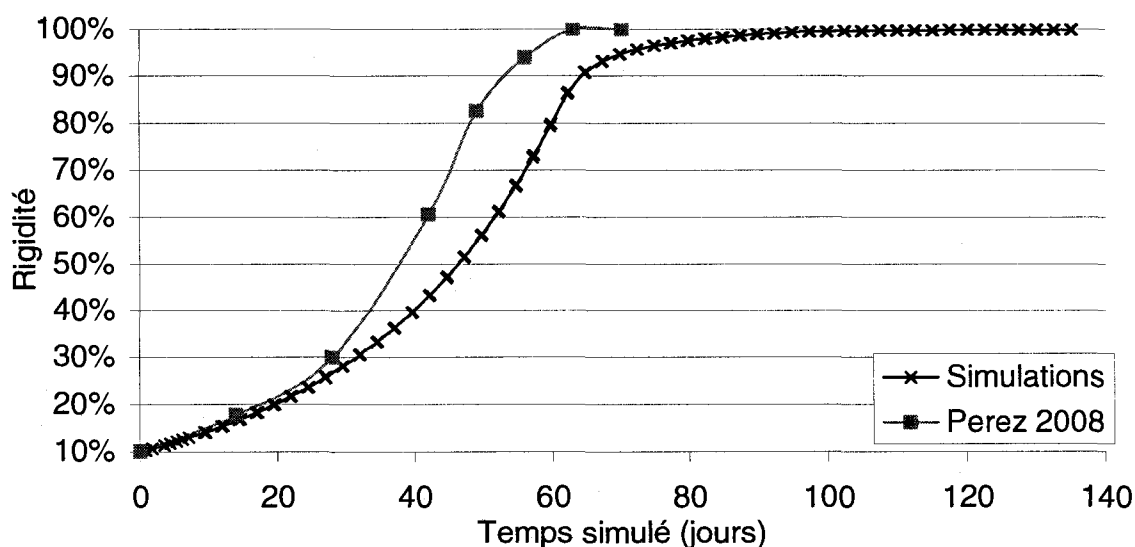


Figure 3.6 : Courbe d'évolution de la rigidité de contact moyenne au cours du temps.

Cette courbe représente l'évolution de la rigidité adimensionnelle moyenne au cours du temps calculée avec notre algorithme ainsi que les données publiées par (Moreo, Perez et al. 2007). La tendance globale de notre courbe correspond aux figures publiées. Toutefois nous notons un décalage dans le temps entre les deux courbes, ce qui est probablement dû à un écart entre les vitesses de croissance osseuse. Notre courbe montre aussi un ralentissement moins marqué à la convergence. Cet écart peut être dû à la différence entre les modèles de simulations et les paramètres utilisés pour

la modélisation du contact. La rigidité finale est de 100%, en bonne concordance avec la donnée de référence (95%). La vitesse de croissance osseuse (critère de convergence) chute à 0,002% / jour. Ce qui est inférieur au seuil fixé (0,001), mais qui est en accord avec l'algorithme implanté. Il doit en effet terminer la boucle d'incrémentation de force avant de conclure le processus.

La Figure 3.7 présente la rigidité adimensionnelle à 13, 37 et 69 jours de guérison pour une prothèse de module d'Young $E = 84$ GPa.

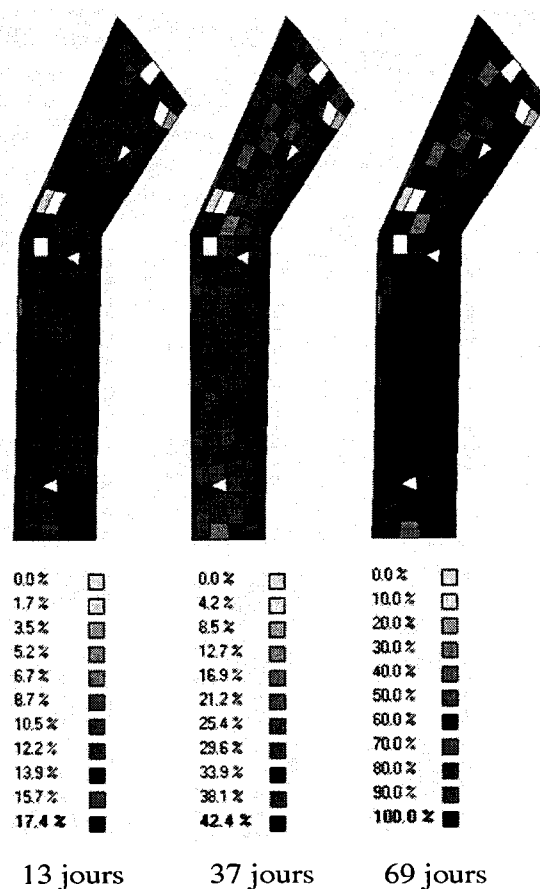


Figure 3.7 : Évolution du taux d'ostéo-intégration au cours du temps à la surface d'un implant fémoral.

Dans les trois cas, une moins bonne ostéo-intégration des parties proximales et distales des implants est visible. A l'inverse, la partie centrale de la partie inférieure a

la meilleure croissance osseuse. Certains auteurs et les données cliniques relèvent le même comportement (Fernandes, Folgado et al. 2002; Moreo, Perez et al. 2007). A partir de ces comparaisons avec l'auteur, il est possible de conclure que l'implémentation est correcte.

Les simulations réalisées sur les prothèses fémorales permettent de conclure qu'il est important de favoriser l'ostéo-intégration des parties proximales et distales des implants. Le revêtement en hydroxyapatite favorisant la croissance osseuse devrait donc être principalement appliqué dans ces zones.

Il est à noter que la rigidité obtenue est la combinaison de la rigidité de l'os créé (rigidité importante) et de celle du tissu fibreux (rigidité faible) qui peut recouvrir la prothèse (Kienapfel, Sprey et al. 1999). Cette différenciation en tissu fibreux est souvent observée et modélisée. Ceci expliquera par la suite les très faibles rigidités obtenues durant les premières semaines de guérisons. Dans cet état, la prothèse est quasiment entièrement recouverte de tissus fibreux qui sera par la suite remplacé par de l'os.

3.6 ÉTUDE DE L'INFLUENCE DU FRETTAGE DE LA PROTHÈSE

Il est généralement admis (Isakssona, Wilsona et al. 2006) que le frettage favorise l'ostéo-intégration de la prothèse. Différents tests ont été réalisés pour quantifier l'influence du frettage sur l'ostéo-intégration. L'étude consiste à simuler l'ostéo-intégration en fonction de différentes valeurs du frettage sur le modèle d'implant pour lapin. Ce modèle ne fait intervenir aucun chargement mécanique sur l'implant métallique. Dans ce cas, la croissance osseuse est freinée par le frettage. La Figure 3.8 représente l'évolution de la rigidité adimensionnelle moyenne en fonction de la valeur de frettage imposée. Le frettage varie de -0,1 mm (jeu de 0,1 mm entre l'os et l'implant) à 0,1 mm (interférence de 0,1 mm).

La tendance relevée sur la Figure 3.8 peut être expliquée par l'absence de chargement mécanique sur l'implant. Dans ce cas, le frettage imposera des déplacements relatifs entre les nœuds, déplacements qui n'existent pas dans le cas d'un jeu. Ainsi le frettage réduira la vitesse de croissance de l'os.

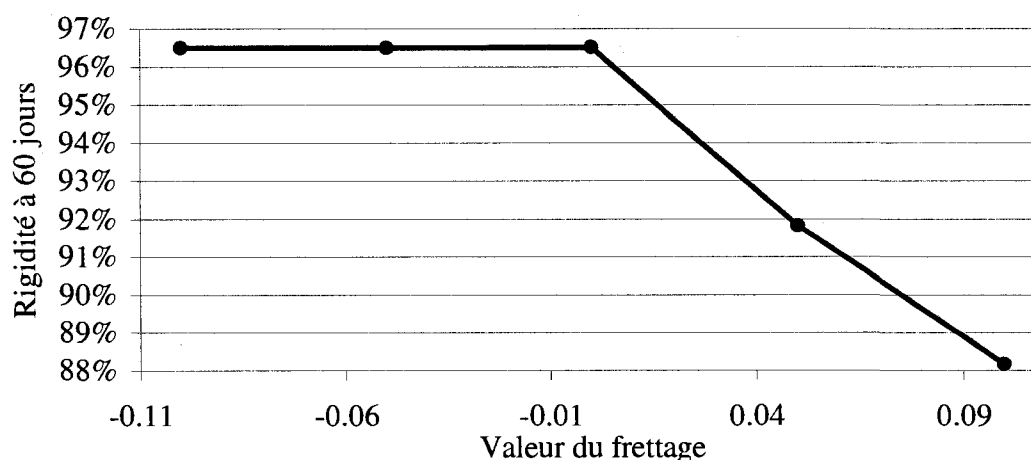


Figure 3.8 : Évolution de la rigidité adimensionnelle en fonction du frettage.

Du fait des limites numériques du logiciel de calcul par élément fini utilisé, il n'a pas été possible de simuler l'influence du frettage sur l'ostéo-intégration pour le modèle de prothèse fémorale en prenant en compte la friction entre les deux solides.

Conclusion :

Cette étude amènerait à conclure que le frettage doit être le plus petit possible. Il faudrait toutefois reprendre cette étude de manière plus rigoureuse en l'appliquant à un modèle plus réaliste d'implant.

3.7 CONCLUSION DE L'ALGORITHME D'OSTÉO-INTÉGRATION

Pour cette seconde partie, c'est l'évolution du contact entre l'os et l'implant qui a été étudié. Un algorithme inspiré de la littérature a été développé, testé et

implémenté. Cette macro utilise comme stimulus mécanique le déplacement relatif entre les deux corps en présence pour chaque point de l'interface. L'ensemble a été également implémenté sous un logiciel de calcul par éléments finis qui permet d'estimer le déplacement relatif obtenu en différents points de la surface de contact.

L'algorithme fait intervenir des artifices de calculs nécessaires à la simulation de comportements fortement non linéaires dont une incrémentation des forces qui a été optimisée grâce à une analyse du comportement recherché.

L'interface os/implant est automatiquement créée. Cela simplifie l'application ultérieure de l'algorithme mais requiert un nombre important d'opérations et de calculs.

Par la suite, et ici encore, pour permettre une meilleure utilisation des résultats, une exportation graphique des données obtenues a été développée. Son écriture a nécessité un travail important, toutefois, elle permet de localiser les régions de l'implant où la croissance osseuse est la plus faible.

Une fois l'algorithme développé et vérifié, une validation en deux étapes a été réalisée. En s'appuyant sur quatre articles de la littérature, il a été possible de montrer que pour les expériences animales sans frettage ou avec faible frettage, les résultats numériques obtenus avaient moins de 6,2 % d'erreurs avec les données expérimentales. Cette étude a aussi permis de déterminer la vitesse de croissance de l'os chez le lapin. La même valeur a été utilisée pour l'être humain ce qui a créé un biais non quantifié.

Par la suite, une étude comparative a été menée pour quantifier l'influence du frettage sur le phénomène étudié. Du fait de la non-convergence des calculs non linéaires, l'étude n'a pu être faite que sur des modèles simplistes. Elle mériterait donc d'être étendue. Selon nous, cette non-convergence est principalement due aux capacités du solveur numérique ainsi qu'au modèle utilisé. La mauvaise qualité de la simulation du frettage a conduit à un écart de 19,4 % entre les données expérimentales et numériques pour le cas d'un frettage important. Pour la suite du travail, le frettage a donc été négligé.

Dans un deuxième temps, l'algorithme a pu être correctement appliqué à un modèle numérique de prothèse fémorale humaine. La répartition des zones à forte ostéo-intégration ainsi que la tendance des courbes d'évolution de la rigidité adimensionnelle sont en accord avec les résultats des autres auteurs et des données cliniques. Toutefois, l'ajustement de la vitesse de croissance osseuse est nécessaire.

L'algorithme développé est donc capable de simuler correctement l'évolution du contact entre l'os et l'implant en fonction du chargement mécanique appliqué.

Un algorithme de mise-à-jour du modèle a été étudié. Ce code comprenait entre autre un remaillage de la surface d'interface par les éléments de contact et ressorts en prenant compte de l'état déformé du système obtenu lors de l'analyse précédente. Ceci aurait permis de simuler de façon plus exacte l'interface os/implant. En effet, la croissance osseuse se fait entre les surfaces en contact avec chargement. Or ces surfaces peuvent différer de celles en vis-à-vis en l'absence de chargement mécanique. Toutefois, ce travail nécessitait la création de nouvelles cartes de propriété, ainsi que la renumérotation interne de tous les éléments d'interface. Devant la complexité des problèmes rencontrés, cette tentative a été avortée. Toutefois, ce code existe encore et il fait partie d'une des prolongations possibles de ce projet.

De nombreuses améliorations peuvent être apportées au modèle numérique. En particulier, il est important de représenter la stabilité primaire (fretage initial) et la friction entre l'os et la prothèse.

D'un point de vue numérique, (Moreo, Perez et al. 2007) utilise des éléments solides pour l'interface entre les deux solides. Dans le cadre de ce projet, des éléments nœud-nœud ont été utilisés. Toutefois, il est conseillé (Viceconti, Muccini et al. 2000; M. Bernakiewicz 2002) d'utiliser des éléments de types contact nœud-surface ou surface-surface. Ils permettent d'obtenir une meilleure précision dans la simulation des déplacements relatifs relevés dans une prothèse.

Dans ce projet, le choix de l'élément de contact a été imposé par les éléments aisément disponibles avec le logiciel utilisé. Des éléments de types nœud-surface sont aussi disponibles dans ce logiciel. Il serait donc intéressant de les utiliser pour améliorer la précision des simulations. De même, il faudrait étudier la représentation du problème de contact pour choisir un solveur numérique adapté et qui permettrait de prendre en compte le frottement et le frottement. Ceci devrait améliorer les résultats du modèle présenté.

4 CONCEPTION DE PROTHESE

4.1 PRÉSENTATION DE LA MÉTHODE DE CONCEPTION

Les deux algorithmes décrits précédemment (remodelage osseux et ostéo-intégration) ont été implémentés pour simuler le comportement de l'os environnant la prothèse.

Pour obtenir une prothèse dont la durée de vie sera accrue, selon notre compréhension, il faudrait maximiser la densité de l'os en contact avec l'implant pour réduire le risque de descellement, tout en maximisant le taux d'ostéo-intégration. Il faut donc maintenant définir un critère d'évaluation global prenant en compte ces deux phénomènes. Pour se rapprocher des techniques d'optimisation classiques, le critère composite devra être nul pour une prothèse parfaite (totalement ostéo-intégrée et sans variation de densité osseuse). Pour cela, le critère d'évaluation pour chaque phénomène sera normalisé. Ils devront suivre la même règle de comportement que le critère composite, à savoir :

$$\begin{cases} \overline{\omega_i} = 0 \\ 0 \leq \omega_i \leq 1 \end{cases} \quad (4.1)$$

Où $\overline{\omega_i}$ est la valeur atteinte pour une densité osseuse maximale (95 % dans notre cas) autour de l'implant et pour une ostéo-intégration complète.

Pour le remodelage osseux, la densité de chaque élément d'os variant entre 5 et 95 %, le critère d'évaluation proposé est le suivant pour l'élément j :

$$\omega_j^r = \frac{d^{\max} - d_j}{d^{\max} - d^{\min}} \quad (4.2)$$

Où d_j est la densité atteinte par l'élément j après la stabilisation de l'implant, $d^{\max}$ et $d^{\min}$ sont les valeurs extrêmes de la densité (ici 95% et 5% respectivement). Le critère

d'évaluation est défini pour chacun des éléments ayant au moins un nœud sur la surface de contact.

Pour l'ostéo-intégration, une règle similaire est proposée :

$$\omega_j^o = \frac{\alpha^{\max} - \alpha_j}{\alpha^{\max} - \alpha^{\min}} \quad (4.3)$$

Où ω_j^o représente le critère d'évaluation de l'ostéo-intégration au nœud j et α_j est le taux d'ostéo-intégration de l'élément ressort possédant le nœud j et ce à la fin de la simulation, $\alpha^{\max}$ et $\alpha^{\min}$ sont les valeurs extrêmes de l'ostéo-intégration (ici 100% et 5% respectivement).

Il est désormais possible de construire un critère global d'évaluation de la prothèse prenant en compte les deux phénomènes. Dans le cas où l'interface os/prothèse est composée de N nœuds, le critère d'évaluation est défini comme suit :

$$\omega = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N \left(\frac{\omega_j^r + \omega_j^o}{2} \right) \quad (4.4)$$

D'où

$$\omega = \frac{1}{2 \cdot N} \sum_{j=1}^N \left(\frac{d^{\max} - d_j}{d^{\max} - d^{\min}} + \frac{\alpha^{\max} - \alpha_j}{\alpha^{\max} - \alpha^{\min}} \right) \quad (4.5)$$

Ce paramètre est compris entre 0 et 1 et est nul pour une prothèse optimale, c'est-à-dire qui atteint une ostéo-intégration complète de son interface tout en induisant une couche d'os cortical autour de l'implant. Ce paramètre sera exprimé en pourcentage. En termes d'optimisation, l'objectif sera alors de minimiser ω .

Il est à noter que cette expression peut se simplifier comme suit :

$$\omega = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d^{\max} - \bar{d}}{d^{\max} - d^{\min}} + \frac{\alpha^{\max} - \bar{\alpha}}{\alpha^{\max} - \alpha^{\min}} \right) \quad (4.6)$$

Où $\bar{\alpha}$ est la valeur moyenne de la rigidité adimensionnelle obtenue à la convergence du modèle et $\bar{d}$ la densité moyenne des éléments osseux entourant l'implant.

Le paramètre d'optimisation étudié est le module d'Young du matériau utilisé pour l'implant. La première étude aura pour but de quantifier l'influence de la rigidité de la prothèse sur la croissance osseuse et donc sur la guérison de l'interface entre l'os et la prothèse. La seconde étude comparera l'influence de la prothèse sur l'os environnant pour des matériaux de rigidités différentes. Il s'agit ici de quantifier la déviation de contrainte que va produire le remodelage dû à l'implantation de la prothèse. L'objectif de ces deux études est de déterminer par chacune d'entre elles le module d'Young du matériau qui permet d'éviter les phénomènes conduisant aux échecs cliniques des implantations.

4.2 ÉTUDE DE L'INFLUENCE DU MODULE D'YOUNG DU MATÉRIAU DE LA PROTHÈSE SUR L'OSTÉO-INTEGRATION

Une étude comparative a été menée pour définir de façon qualitative l'évolution de l'ostéo-intégration en fonction du matériau utilisé pour la prothèse. Les modules d'Young arbitraires utilisés sont : 42 GPa (proche de l'os cortical), 84 GPa (Titane poreux), 126 GPa, 168 GPa et 210 GPa (acier). Les matériaux associés sont ici à titre indicatifs, leurs propriétés mécaniques réelles n'ont pas été prises en compte.

Une série de simulation de guérison de l'interface a été réalisée avec chaque matériau. Le point de départ, ainsi que les conditions limites, le maillage et les cas de chargements étaient strictement les mêmes au cours des simulations. La Figure 4.1 présente la rigidité maximale atteinte après convergence du modèle de croissance osseuse et après 60 jours de guérison.

La tendance croissante de la rigidité adimensionnelle moyenne en fonction du module d'Young de l'implant est nette, que ce soit après 60 jours de guérison ou après guérison totale de l'interface. Par conséquence directe, le temps nécessaire pour la

guérison diminue quand la rigidité de la prothèse augmente. Le gain peut aller jusqu'à 25% (entre 80 et 105 jours).

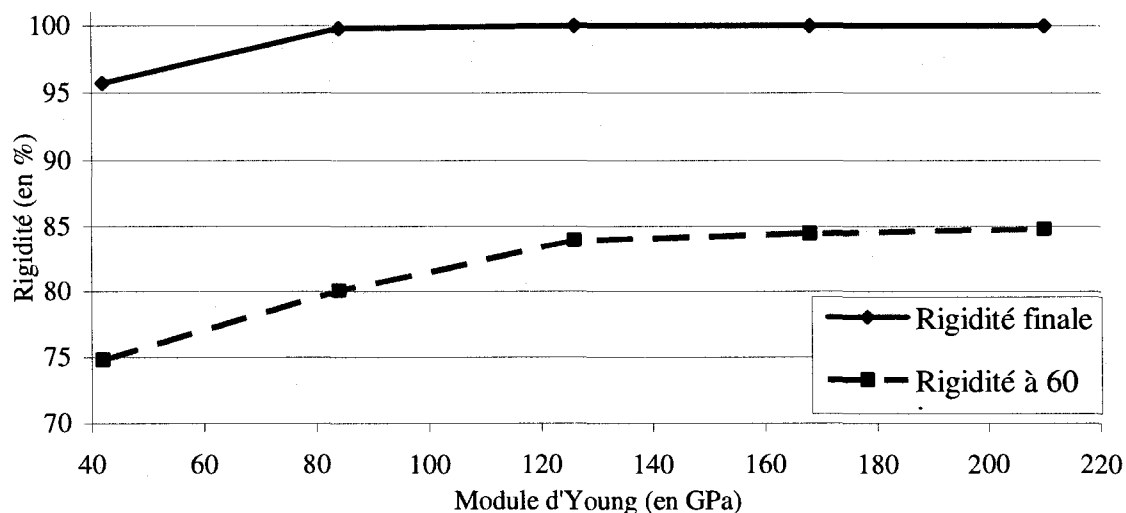


Figure 4.1 : Évolution de la rigidité adimensionnelle du contact après 60 jours de guérison en fonction du module d'Young de l'implant.

Toutefois, la différence entre les rigidités finales atteinte n'est pas très importante. Pour la rigidité finale, elle varie entre 95,7% et 100% d'ostéo-intégration, soit une variation de l'ordre de 5 % (et de 12% pour la rigidité à 60 jours). Pour des prothèses trop souples, l'ostéo-intégration n'est pas complète (rigidité finale inférieure à 100%, dans le cas $E = 42$ GPa).

L'amélioration de la croissance osseuse avec des prothèses plus rigides s'explique par la réduction du déplacement relatif entre l'os et la prothèse. Moins celle-ci est souple, moins elle se déformera sous l'effet d'un chargement extérieur et donc moins il y aura de micro-mouvements entre l'implant et l'os.

La Figure 4.2 représente l'évolution au cours du temps de la rigidité adimensionnelle moyenne du modèle, en fonction des différents modules d'Young utilisés.

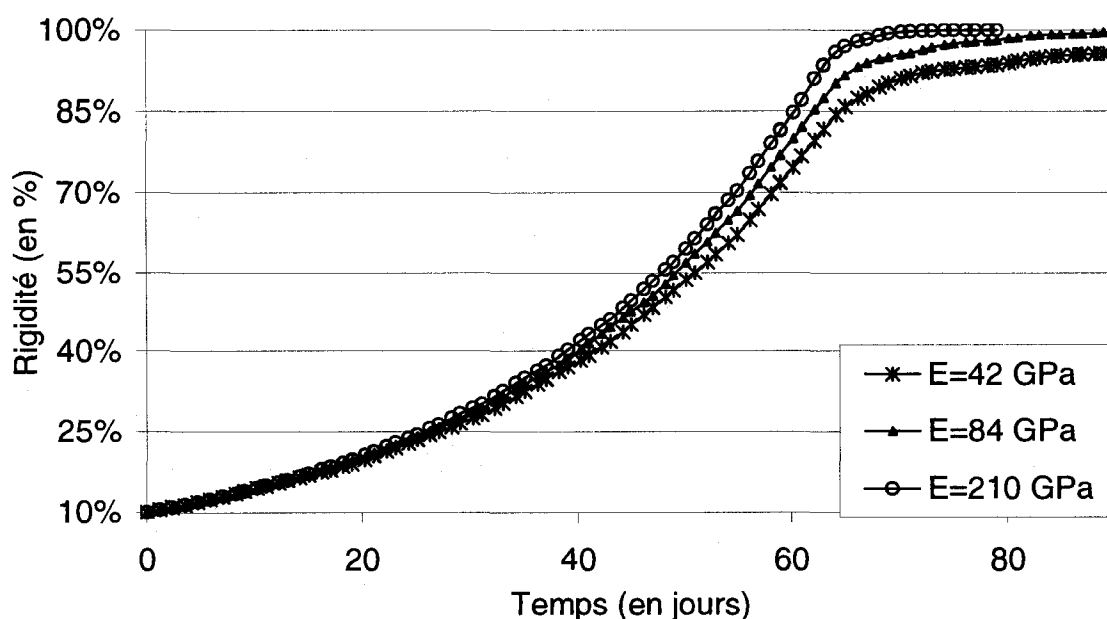


Figure 4.2 : Variation temporelle de la rigidité pour différents modules d'Young.

Sur ce graphique, il apparaît que plus la prothèse est rigide, plus la croissance osseuse se fera rapidement. Les courbes pour $E = 126$ GPa et $E = 168$ GPa sont quasiment confondues avec celle pour $E = 210$ GPa. Pour faciliter la lecture, elles n'ont pas été représentées. Pour les modules d'Young trop faibles ($E = 42$ GPa par exemple), la guérison atteinte n'est pas complète ($\alpha < 95$ %). Les temps en jours nécessaires pour obtenir une guérison à $\alpha = 95$ % sont représentés à la Figure 4.3.

La courbe montre une tendance décroissante claire. La croissance osseuse sera plus rapide (en plus d'être plus importante) pour les implants les plus rigides. Le gain de temps est de prêt de 32%, soit prêt de 3 semaines, ce qui est considérable pour un patient.

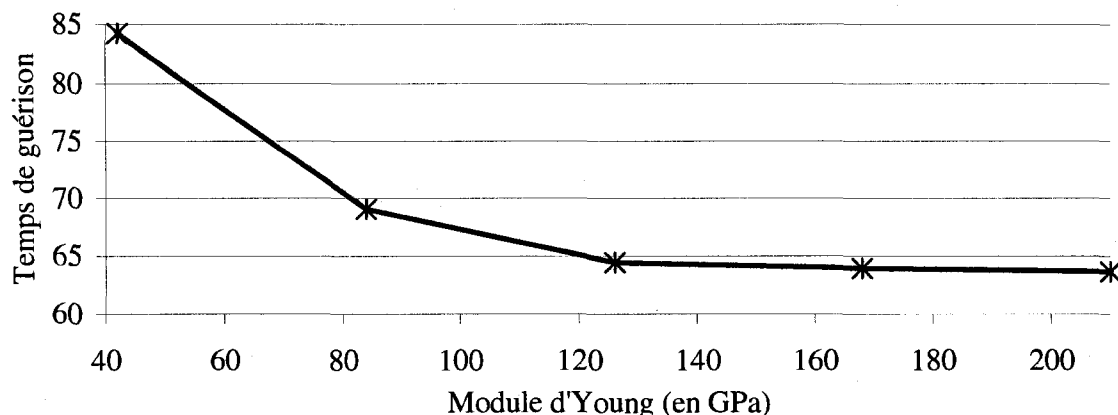


Figure 4.3 : Évolution du temps de guérison à 95 % en jours en fonction du module d'Young de l'implant.

Conclusion :

Cette étude de sensibilité permet de conclure que plus la prothèse est rigide, meilleure est l'ostéo-intégration, ce que concluent aussi les expériences animales (Sumner, Turner et al. 1998). Toutefois, le gain apporté (moins de 5% d'amélioration avec une prothèse plus rigide) est faible. Si l'on considère le temps de guérison, le gain est significatif et montre qu'une prothèse plus rigide cicatrisera plus rapidement. Par rapport au critère d'évaluation, il est évident que l'augmentation du module d'Young réduit la valeur de ω .

Il faut noter qu'une fois la guérison atteinte, la rigidité obtenue reste constante pour toute la durée de l'implantation si les conditions environnantes restent les mêmes.

4.3 ÉTUDE DE L'INFLUENCE DU MODULE D'YOUNG DU MATÉRIAU DE LA PROTHÈSE SUR LE REMODELAGE OSSEUX - DÉVIATION DE CONTRAINTE

Une étude comparative a été menée pour tenter de quantifier l'influence de la rigidité de la prothèse sur le remodelage osseux généré. Pour cela, il faut comparer la

densité moyenne obtenue après convergence de l'algorithme. Le modèle initial provient de la simulation du remodelage osseux d'un modèle sans implant à partir d'une répartition grossière de la densité et ce jusqu'à convergence de l'ensemble. Ce modèle sera le point de départ pour tous les essais. Les conditions limites, le maillage et les cas de chargements sont aussi strictement les mêmes pour les différents tests. Seule la rigidité de la prothèse change.

Le modèle numérique utilisé pour cette étude est composé d'un quart de cylindre représentant grossièrement le fémur. Les conditions de symétrie sont appliquées pour réduire la taille du modèle et donc le temps de calcul. Le modèle est donc composé de 3 657 éléments tétraédraux et 1 148 nœuds. Les nœuds d'une couronne de la face inférieure sont bloqués en translation suivant l'axe principal du modèle. Dans une première étape, un chargement de 680 N est appliqué sur une couronne similaire sur la face supérieure du modèle. Pour cette étape, l'ensemble des éléments du modèle subissent un remodelage osseux. Une fois la convergence atteinte, l'implant est simulé; un matériau anisotrope métallique est appliqué à tous les éléments d'une section centrale. Le module d'Young de ce matériau est le paramètre d'étude ici. Pour cette seconde phase, un chargement de 580 N est appliqué, mais cette fois sur la face supérieure de l'implant uniquement.

La Figure 4.4 représente la répartition de la densité pour les trois étapes du modèle numérique utilisé pour réaliser cette étude de sensibilité. Le code de couleurs est indiqué sur la droite avec les densités en pourcentages.

La figure de gauche est le modèle avant remodelage, comprenant l'os et l'implant. Tous les éléments représentés sont remodelés. Les éléments les plus clairs seront supprimés par la suite pour simuler l'enlèvement de matière réalisé lors de l'implantation.

La figure du milieu est celle résultant du remodelage osseux de l'ensemble du modèle. Le matériau de l'implant a été appliqué aux éléments le représentant après convergence du remodelage osseux. Sur cette figure, la structure obtenue est

clairement cylindrique : les éléments de l'extérieur ont une forte densité, ceux de l'intérieur ont des densités beaucoup plus faibles.

La figure de droite est la pièce telle qu'obtenue après le remodelage osseux en présence de l'implant (pour $E = 210 \text{ GPa}$). Il y a une forte résorption de la partie supérieure. Au contraire, sur la surface de contact entre l'implant et l'os et particulièrement à la base de l'implant, la densité augmente. Ces comportements sont observés cliniquement (Doblare and Garcia 2001). Ce modèle bien que simple permet donc de reproduire les principales évolutions cliniques observées. L'augmentation de la densité à l'interface sera le critère étudié ici.

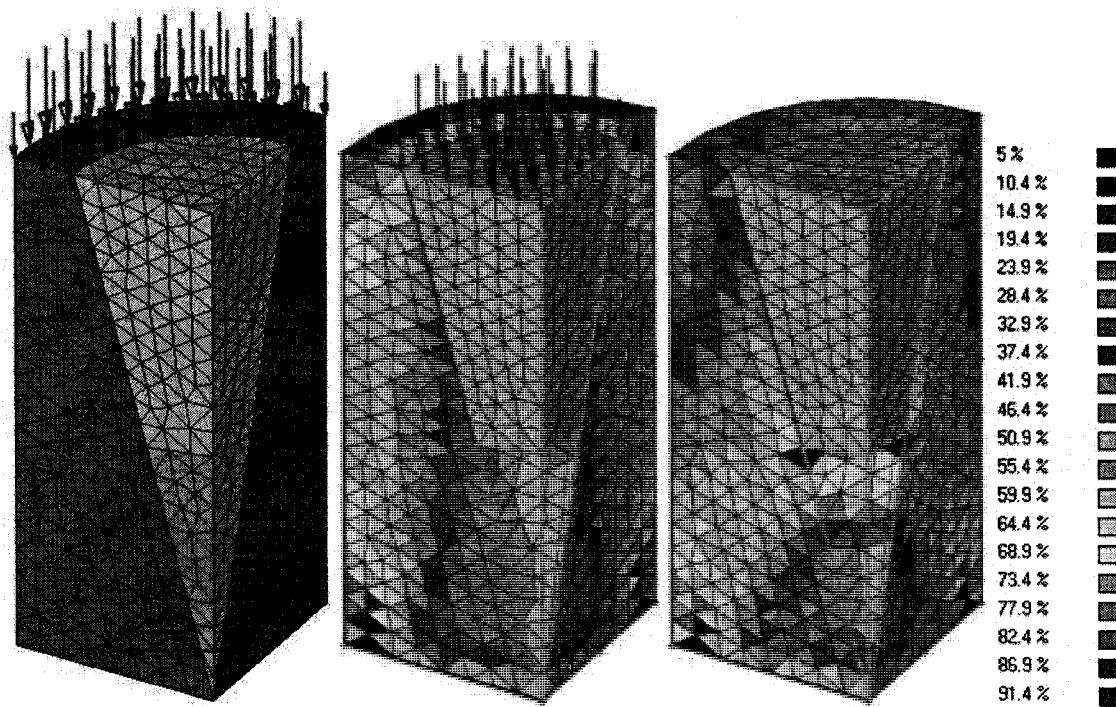


Figure 4.4 : Modèle numérique de l'étude de sensibilité du remodelage osseux avec répartition de la densité osseuse.

La Figure 4.5 montre l'évolution de la densité moyenne (en g.cm^{-3}) à la fin du calcul en fonction du module d'Young.

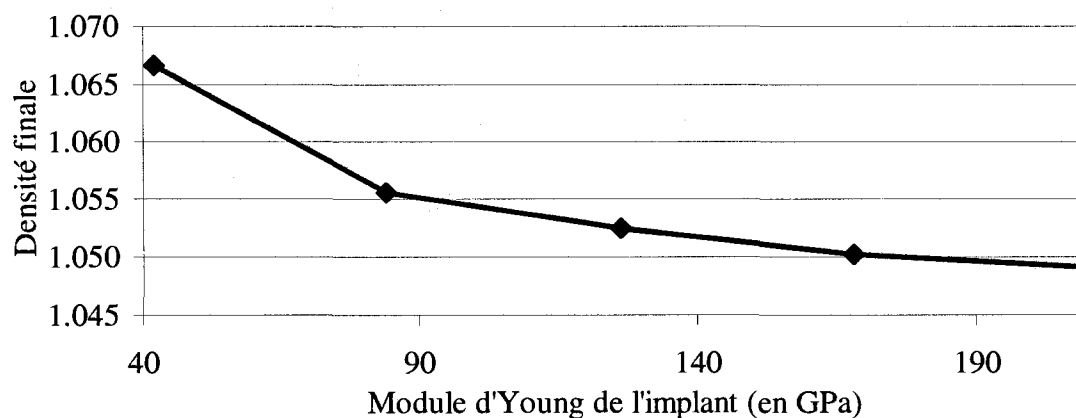


Figure 4.5 : Évolution de la densité finale en fonction du module d'Young de l'implant.

La tendance décroissante est visible. Le gain relevé avec des faibles modules d'Young est de l'ordre de 1,7 % de la densité.

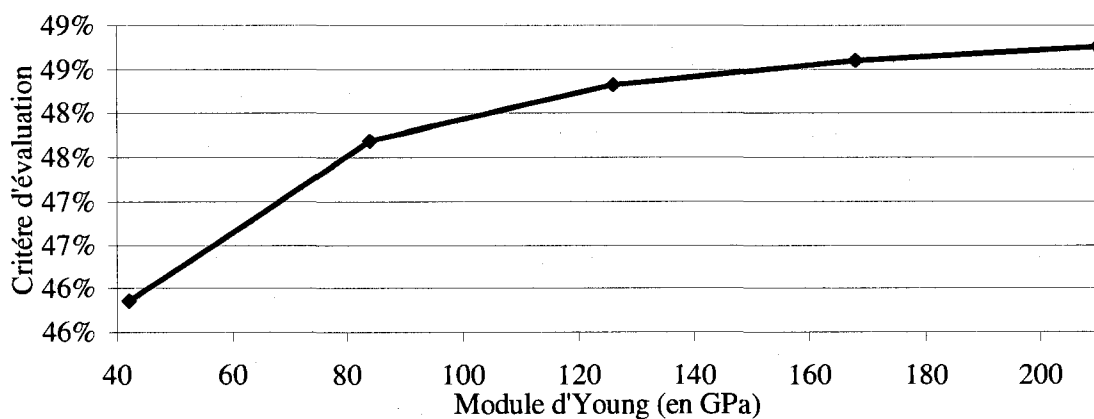


Figure 4.6 : Évolution du critère d'évaluation du remodelage osseux en fonction du module d'Young de l'implant.

La Figure 4.6 présente l'évolution du critère d'évaluation du remodelage osseux pour différentes valeurs de module d'Young de l'implant. Encore une fois, il y a une amélioration pour les faibles valeurs de module d'Young. La variation relevée est de près de 6 %.

Conclusion :

À partir des résultats de cette étude, il apparaît évident que l'augmentation de la rigidité de la prothèse entraînera une réduction de la densité de l'os implanté, et plus particulièrement autour de l'implant. Ceci est dû à la déviation de contrainte causée par la différence de rigidité entre la prothèse et l'os environnant. Les études animales (Sumner, Turner et al. 1998) relèvent la même tendance. C'est la raison qui a conduit certains chercheurs à proposer des prothèses à faible rigidité, certains (Bougherara, Bureau et al. 2006) se dirigeant vers des prothèses à rigidité proche de l'os (bio mimétisme).

Il faut toutefois noter que les améliorations enregistrées semblent faibles au niveau de la densité et du critère d'évaluation.

4.4 SIMULATION COMPLETE DE L'ASSEMBLAGE OS/PROTHÈSE

Dans les deux études précédentes, chacun des algorithmes implémentés a été étudié sans tenir compte des interactions entre ces deux comportements biologiques. En effet, dans le cas du remodelage osseux, l'interface était considérée totalement et définitivement liée, ce qui n'est évidemment pas le cas. Il convient donc de réaliser des simulations couplant les deux processus simulés.

Pour ce faire une macro unique a été développée. Elle fait appel aux deux algorithmes développés et présentés précédemment.

Il est à noter que le remodelage osseux et l'ostéo-intégration ont des vitesses caractéristiques très différentes. La croissance de l'os sur la prothèse est réalisée en approximativement 100 jours alors qu'il faut compter plus du triple de temps pour que le remodelage atteigne un état stable. Ceci est aussi observé cliniquement quand à la durée nécessaire pour la faillite des prothèses suivant ces deux processus. Les prothèses révisées pour mauvaise ostéo-intégration le sont généralement au cours des 5

premières années d'implantation. A l'inverse, la correction des prothèses à cause du remodelage osseux intervient au bout d'une quinzaine d'années.

Il faut aussi remarquer que l'algorithme de remodelage osseux ne fait intervenir que des situations physiques. A l'inverse, le code d'ostéo-intégration du fait de sa forte non linéarité fait intervenir des situations fictives (celles pour lesquelles le chargement mécanique n'est pas entier). Cette constatation a été importante dans la conception du code unique de simulation du comportement biologique de l'os. Il faut donc simuler en parallèle les deux processus en les mettant à jour dès que le code d'ostéo-intégration atteint un état physique. Dans la pratique, les deux algorithmes se succèdent. Ils simulent la même plage de temps. Au début de la seconde étape (en l'occurrence le remodelage osseux), le temps est initialisé à la valeur qu'il avait avant la première étape, de même que les propriétés des éléments ressorts. Ainsi, dès que les deux étapes ont été réalisées, le modèle complet est mis à jour et il est possible de relancer une autre boucle. Ceci est fait jusqu'à convergence des deux algorithmes.

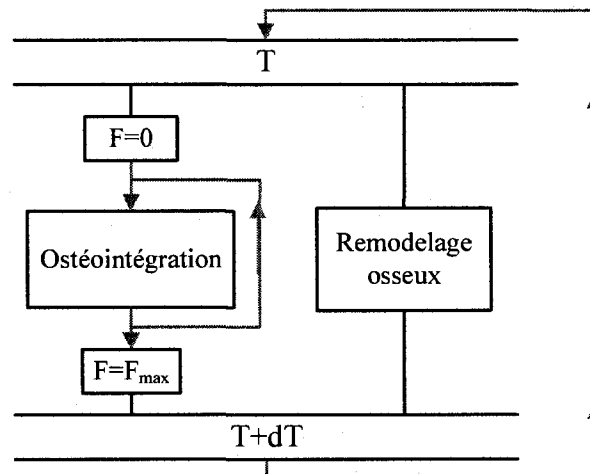


Figure 4.7 : Schéma de principe de l'algorithme global

Une des hypothèses est que le lien d'os créé lors de l'ostéo-intégration a toujours une densité unitaire. En effet, au niveau microscopique, ce sera toujours de l'os plein qui se liera à la surface de l'implant. Cela est visible sur les analyses histologiques réalisées

lors des expériences animales présentées (Lopez-Heredia 2007; Malmström J. 2007). Cette hypothèse entraîne que les propriétés mécaniques du lien créé lors de l'ostéo-intégration sont indépendantes de la densité des éléments osseux adjacents.

Tel qu'implémenté, l'algorithme complet comprend une première phase de modelage pur à partir d'un modèle à densité uniforme. Cette phase non-physiologique permet d'obtenir un modèle d'os dont la répartition de densité est en accord avec le chargement mécanique appliqué. Lors de cette phase, tous les éléments du modèle sont remodelés, y compris ceux qui par la suite simuleront le comportement de l'implant. Le modèle est analysé comme un seul corps, sans distinction entre os et prothèse (puisque'elle ne sera implantée que par la suite). Une fois cette étape convergée, le solide représentant la prothèse est détaché de l'os et l'interface mise en place. Les concentrations utilisées par le remodelage sont réinitialisées pour relancer le remodelage osseux, ce que semble faire l'opération chirurgicale. La densité et les concentrations d'os ancien et nouveau sont conservées à la valeur calculée lors de la première phase. Le chargement mécanique issu du contact avec la hanche est par la suite appliqué uniquement à l'implant.

A partir de là, l'évolution de l'os au cours du temps est simulée avec la prothèse telle que décrite précédemment.

4.4.1 Méthode et Résultats

Le modèle numérique utilisé est le même que celui décrit pour la validation de l'ostéo-intégration. Pour la première phase, le chargement mécanique est appliqué sur les éléments extérieurs de la partie supérieure de l'os. Pour la seconde phase, le chargement mécanique est appliqué aux éléments représentant la prothèse. Ces éléments sont alors associés à un matériau anisotrope élastique représentant le matériau de la prothèse. L'algorithme global de remodelage et d'ostéo-intégration

couplé est alors exécuté sur ce modèle. Pour un cas classique, l'ensemble du processus dure 100 min sur un ordinateur de bureau Pentium® D CPU 2,00 GHz.

Les simulations effectuées avec l'algorithme complet permettent de souligner l'influence non négligeable du couplage entre ostéo-intégration et remodelage osseux.

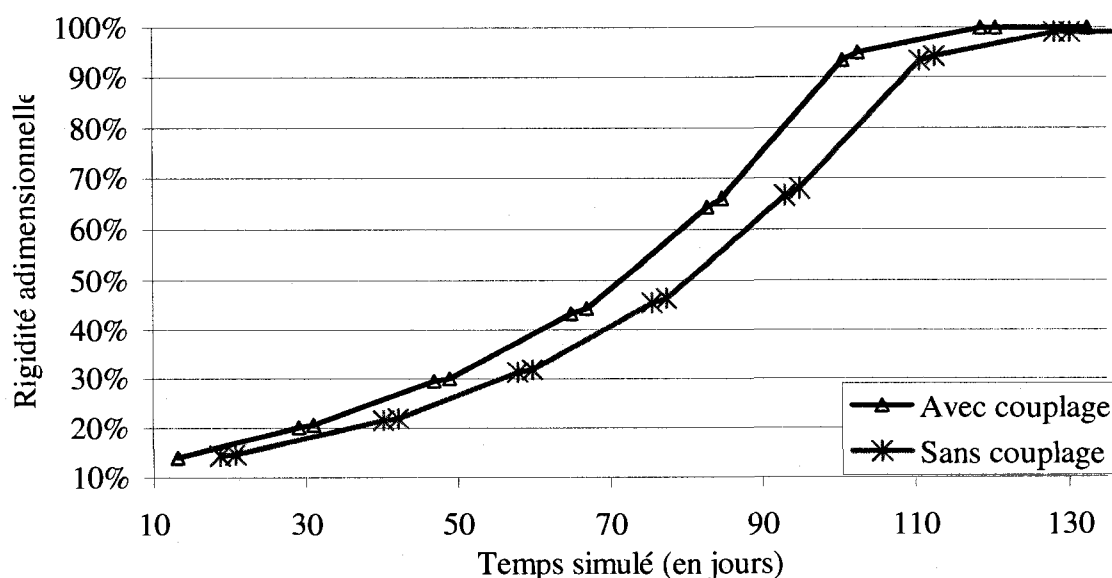


Figure 4.8 : Évolution de la densité moyenne avec et sans couplage.

La Figure 4.8 montre les courbes d'évolution de la rigidité adimensionnelle moyenne pour l'algorithme d'ostéo-intégration seul et pour l'algorithme complet. L'écart maximum relevé est de l'ordre de 20 %. Cet écart montre l'importance du couplage. En l'absence de remodelage osseux, la rigidité générée est donc sous-estimée.

Une étude similaire a été réalisée pour la densité et donne un écart de 5%. Bien que cet écart soit moins significatif, il apparaît que le remodelage osseux simulé sans ostéo-intégration aura tendance à surestimer la densité osseuse. Ceci s'explique simplement par le fait qu'avec une interface totalement liée, le chargement mécanique ressenti par l'os est plus important, et la densité sera donc augmentée.

Il faut aussi noter que dans les deux cas, la stabilisation apparaît plus tardivement avec le couplage. Toutefois, ceci peut être dû à des différences dans l'algorithme utilisé.

La prise en compte du couplage modifie aussi l'influence du module d'Young sur le processus. Pour le quart de cylindre, les résultats sont présentés au Tableau 4.1.

Tableau 4.1: Résultats pour le quart de cylindre avec et sans couplage pour des module d'Young de 210 GPa et 42 GPa.

Simulation	Module d'Young	Densité (en g.cm-3)		Durée de guérison à 95% (en jours)	
		Non couplé	Couplé	Non couplé	Couplé
Rigidité forte (acier)	210 GPa	1,377	1,41	115,3	102,6
Rigidité faible	42 GPa	1,40	1,47	131,0	107,4

A partir du Tableau 4.1 nous pouvons noter que l'écart entre les densités générées par une prothèse à 210 GPa de module d'Young et une à 42 GPa passe à 3,7 % contre 1,7% si l'interface n'est pas simulée. De même, la différence entre les temps de guérison passe de 11,9% à 4,5%.

Ceci permet de conclure qu'avec le couplage et pour le modèle numérique utilisé, l'ostéo-intégration et le remodelage osseux sont aussi influents l'un que l'autre. Aucun de ces deux phénomènes ne peut donc être négligé devant l'autre lors de la conception.

4.4.2 Hypothèses de conception.

Les résultats des parties 4.2. et 4.3., amènent à la problématique de conception suivante :

1. Une prothèse avec un module d'Young fort favorise l'ostéo-intégration.

2. Une prothèse avec un module d'Young faible réduit la déviation de contraintes. Ceci est clairement visible sur la Figure 4.9. Elle a été obtenue en réalisant le remodelage osseux et l'ostéo-intégration séparée du modèle numérique présenté à la partie 4.3. La rigidité utilisée est celle obtenue après 100 jours de guérison.

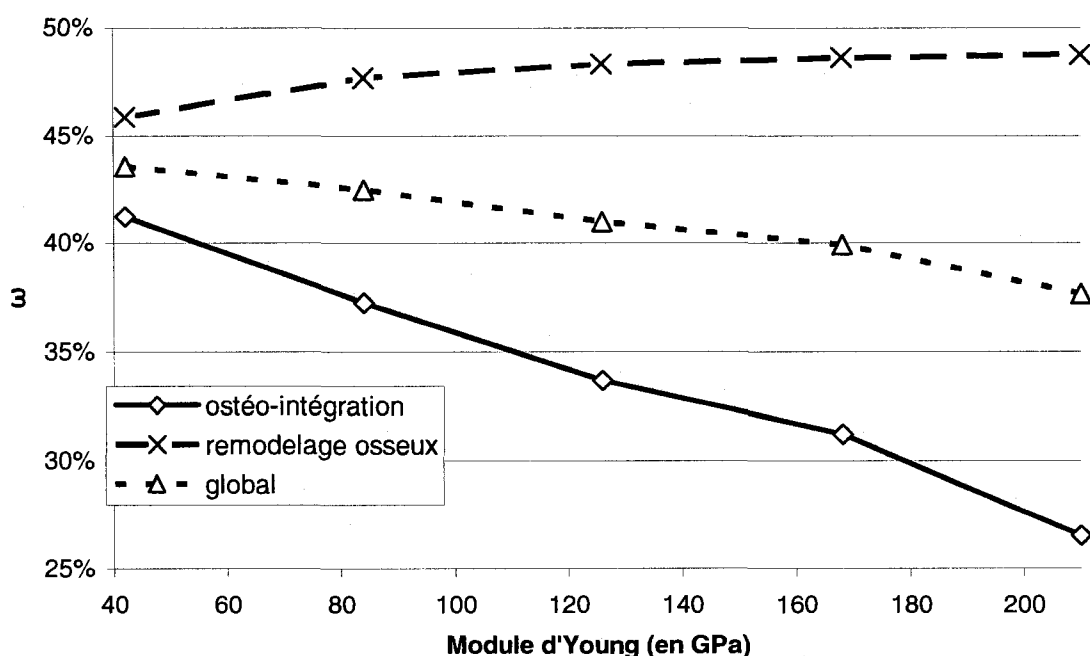


Figure 4.9 : Variation des trois critères d'évaluation en fonction du module d'Young de la prothèse.

Sur ce graphe, les tendances inverses du paramètre d'optimisation en fonction du module d'Young de la prothèse sont visibles. Pour ces simulations, aucun couplage n'a été réalisé entre processus. Étant donné les comportements inversés du remodelage osseux et de l'ostéo-intégration en fonction du module d'Young, le critère global, qui est la somme des deux, peut présenter un minimum.

Il faut donc trouver un compromis entre une prothèse trop rigide et une prothèse trop souple. De notre point de vue, il y a deux approches possibles :

1. Trouver une valeur de module d'Young qui limite à la fois la déviation de contrainte et la non ostéo-intégration. (ici $E \approx 130$ GPa)
2. Définir une loi de variation du module d'Young de l'implant.

En effet, l'approche numéro 2 est supportée par les remarques précédentes concernant la différence de vitesse entre l'ostéo-intégration et le remodelage osseux. Au cours des simulations de l'ostéo-intégration, il apparaît qu'une fois créé, le lien osseux entre l'os et la prothèse n'est quasiment jamais détruit.

L'objectif ici est de réduire le temps de guérison (favoriser l'ostéo-intégration) tout en générant une forte densité osseuse autour de l'implant. Mais il n'est pas nécessaire de satisfaire ces deux objectifs simultanément, étant donné que les processus sous-jacents ne s'appliquent pas de façon importante en même temps. Il faut donc favoriser la croissance osseuse jusqu'à atteindre une ostéo-intégration avancée. Par la suite, il faudra limiter la déviation de contrainte.

Une des solutions à ce problème serait alors une prothèse à rigidité variable dans le temps. En étant très rigide juste après son implantation, elle favoriserait l'ostéo-intégration sans être trop dommageable au remodelage osseux qui s'initie lentement. Plus tard, pour une ostéo-intégration quasiment complète, la rigidité de la prothèse pourrait devenir plus souple pour empêcher la résorption osseuse autour de l'implant.

Pour l'ostéo-intégration, dans les cas classiques, la croissance osseuse suit une loi exponentielle décroissante. Pour des valeurs de rigidité adimensionnelle comprises entre 10 % et 90%, la croissance osseuse de l'élément j s'écrit :

$$\alpha_j(t) = \alpha_0 \cdot e^{\beta_j \cdot t} \quad (4.7)$$

Où β_j est un paramètre induit par le comportement global du modèle. Il n'est pas quantifiable *a priori*. α_0 est la valeur initiale de la rigidité adimensionnelle (10% pour ce projet). Avec cette expression, l'équation du paramètre ω_o se simplifie :

$$\omega_o^j(t) = \frac{\alpha^{\max} - \alpha_0 \cdot e^{\beta_j \cdot t}}{\alpha^{\max} - \alpha^{\min}} \quad (4.8)$$

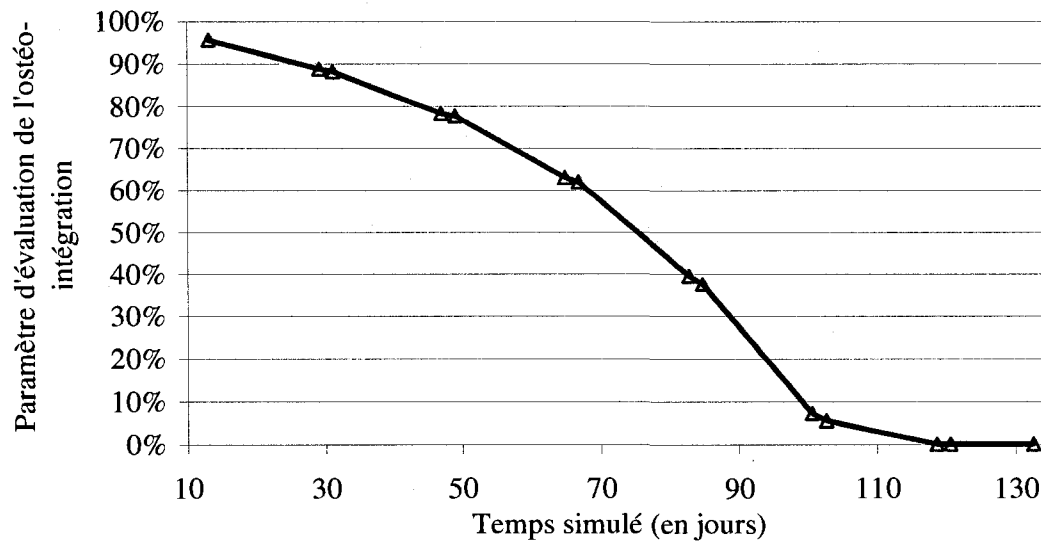


Figure 4.10 : Courbe d'évolution du paramètre d'évaluation de l'ostéo-intégration au cours du temps.

Cette fonction exponentielle tend rapidement vers zéro comme présenté sur la Figure 4.10. Considérons qu'après un temps τ_o , $\omega_o'(t)$ devient négligeable. Minimiser ω revient donc à minimiser ω_r uniquement.

Les objectifs peuvent alors être simplifiés comme suit :

- Pour $t < \tau_o$, il faut minimiser ω_o
- Pour $t > \tau_o$, il faut minimiser ω_r

D'après les résultats des études précédentes, ces objectifs deviennent :

- $\tau_o \approx 100$ jours
- Pour $t < \tau_o$, $E_{prothese} = E_0$ et E_0 doit être maximale.
- Pour $t > \tau_o$, $E_{prothese} = E_{finale}$ et E_{finale} doit être minimale.

4.4.3 Proposition de nouvelle conception

L'hypothèse de travail présentée ci-dessous a été implémentée grâce à un matériau à module d'Young variable (en GPa) tel que présenté dans la Figure 4.11.

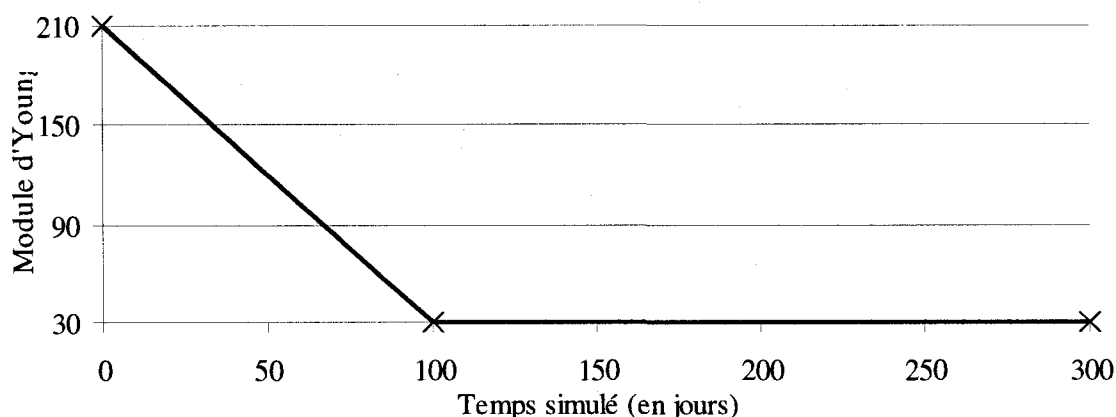


Figure 4.11 : Courbe d'évolution du module d'Young de la prothèse.

Cette solution a été implémentée et simulée avec $E_0 = 210$ GPa et $E_{\text{finale}} = 30$ GPa. Elle arrive à des valeurs finales de 13,35 %, 26,7 % et 0,0 % pour le critère global d'évaluation, le critère de remodelage osseux et le critère d'ostéo-intégration respectivement. La durée de guérison à 95% est de 103 jours.

Plusieurs simulations ont été réalisées à des fins de comparaison. Dans tous les cas, le critère d'ostéo-intégration est nul en fin de simulation. Cette donnée n'a donc pas été représentée et le critère global vaut donc la moitié du critère de remodelage osseux. Les modèles comparés sont la nouvelle conception, un implant en acier classique, un implant biomimétique, un implant avec module d'Young moyen (130 GPa) et un implant à faible module d'Young (10 GPa). Le Tableau 4.2 fait la synthèse des résultats obtenus pour le modèle numérique de quart de cylindre.

Les résultats présentés montrent, pour le cas du quart de cylindre, l'amélioration apportée avec la nouvelle conception d'implant. En effet, le critère d'évaluation global est quasiment le plus bas généré par tous les implants simulés. Le

gain généré par rapport à une prothèse classique en acier est de 13,6 %. En parallèle, le temps de guérison est réduit de 9 % par rapport à la prothèse biomimétique.

Tableau 4.2 : Synthèse des résultats obtenus avec l'algorithme global pour le quart de cylindre.

Type	Module d'Young	Critère global	Durée de guérison
Nouvelle conception	210 / 30 GPa	13,35 %	103,2 jours
Prothèse en acier	210 GPa	15,45 %	102,6 jours
Matériau théorique	130 GPa	15,1 %	104,6 jours
Prothèse biomimétique	30 GPa	13,35 %	113,4 jours
Faible rigidité	10 GPa	10,6 %	141,2 jours

L'outil de comparaison permet aussi de vérifier que les implants biomimétiques et ceux à très faible module d'Young sont prometteurs. Ils produisent en effet une densité osseuse autour de l'os supérieure aux implants classiques en acier. Toutefois, ils requièrent un temps de guérison plus important (jusqu'à 40 % plus long). A l'inverse, la nouvelle conception combine les avantages des deux solutions dont elle est issue (prothèse en acier et prothèse biomimétique) et produit une forte densité avec un temps de guérison faible.

4.4.4 Proposition de solution technologique

Une des solutions technique possible pour la prothèse à module d'Young variable est l'utilisation de matériaux résorbables. Il existe des polymères résorbables couramment utilisés en chirurgie. Combinés à une enveloppe métallique poreuse, il serait possible d'obtenir une prothèse à cœur résorbable dont la souplesse augmenterait avec le temps. Toutefois, étant donné le rapport des modules d'Young nécessaires, les matériaux résorbables présents sur le marché actuellement ne sont pas suffisants.

Une deuxième piste de recherche est l'utilisation de mécanismes de réglage de la rigidité par l'utilisation de ressorts et/ou de vis de tarage par exemple. Il pourrait aussi être envisagée de modifier la rigidité par pressurisation d'une prothèse creuse par un fluide éventuellement non-newtonien. Une forte pression diminue la souplesse de l'implant.

4.5 CONCLUSION DE LA CONCEPTION

Dans cette dernière partie, les deux algorithmes développés précédemment ont été utilisés comme des outils de conception. La première étape a été d'étudier l'influence du module d'Young de l'implant sur la densité de l'os environnant. Cette étude a permis de montrer qu'une prothèse trop rigide entraînera une fragilisation de l'os à cause d'une mauvaise transmission des contraintes. La seconde étape a étudié l'influence de ce même paramètre (module d'Young) sur la guérison de l'interface entre l'os et l'implant. Dans ce cas, une prothèse trop souple empêchera la croissance de l'os à l'interface à cause de trop grands déplacements relatifs entre les deux corps.

Pour améliorer la qualité de la simulation du comportement de l'os, il faut tenir compte simultanément des deux comportements biologiques. Ceci a conduit à la réalisation d'un troisième algorithme basé sur les deux premiers. Le couplage mécanique est fait automatiquement par le logiciel de calcul par éléments finis. Toutefois, le couplage numérique des algorithmes a nécessité la modification des codes développés, en particulier avec la prise en compte du temps simulé par chaque processus.

Pour pouvoir comparer de façon quantitative les résultats des différentes conceptions étudiées, un critère d'évaluation basé sur les concepts d'optimisation a été mis en place. Il évalue la densité moyenne de l'os directement en contact avec l'implant après stabilisation et la non ostéo-intégration qui sont les deux critères majeurs qui entraînent l'échec des implantations de prothèses.

Une fois ces différents outils mis en place, il est alors possible d'évaluer la nouvelle conception de prothèse proposée. Pour ce projet, le paramètre dimensionnant est le module d'Young de l'implant. Deux études préliminaires ont été réalisées avec pour objectif de déterminer l'influence de ce paramètre sur chacun des phénomènes étudiés. Des implants avec cinq différents modules d'Young ont été simulés et les variations de la densité et de l'ostéo-intégration ont été relevées. Les conclusions de ces études sont qu'une prothèse avec un module d'Young fort favorisera l'ostéo-intégration alors que si le module d'Young est plus faible il réduira la déviation de contraintes. Ces conclusions opposées sont utilisées pour la nouvelle conception.

À partir de conclusions des études précédentes, un implant avec un module d'Young variable a donc été proposé. Il a été simulé avec l'algorithme complet. Les résultats obtenus sont prometteurs. Il y a en effet une augmentation de 13,6% de la densité de l'os entourant l'implant. En parallèle, le temps nécessaire pour la guérison de l'interface os/prothèse est réduit de 9%.

Cette série d'essai permet cependant de tirer une conclusion importante. En prenant en compte l'interface de contact entre l'os et l'implant, l'influence du module d'Young de l'implant sur le critère d'évaluation est accrue. L'écart entre les densités générées par une prothèse à 210 GPa de module d'Young et une à 30 GPa passe à 3,7 % contre 1,7% si l'interface n'est pas simulée. De même, la différence entre les temps de guérison pour les cas à 210 GPa et à 30 GPa passe de 11,9% à 4,5%.

Les essais réalisés permettent de justifier l'hypothèse de l'influence du couplage entre ostéo-intégration et remodelage osseux. En effet, les simulations montrent que si le couplage est négligé, il y aura jusqu'à 23% d'erreur sur la rigidité de contact, et jusqu'à 5% sur la densité moyenne.

Il faut remarquer que tous les résultats présentés dans cette partie ont été réalisés sur des modèles numériques simplifiés représentant un quart de cylindre. Pour

s'assurer de la validité des résultats obtenus, l'étude devra être réalisée avec des modèles de prothèses plus réalistes.

Le critère d'évaluation du remodelage proposé est similaire au score T et au score Z (en anglais « T-score » et « Z-score ») qui sont utilisés cliniquement pour déterminer le risque de fracture. Malheureusement, ces tests sont basés sur les résultats de scanners et considèrent une densité en g.cm^{-2} . Il n'est donc pas possible de rapporter le critère d'évaluation du remodelage à une donnée clinique.

Notons qu'ici les contraintes mécaniques ressenties par l'implant et l'os n'ont pas été considérées comme limite de conception. Il est évident qu'il faudra s'assurer que l'implant proposé reste dans un domaine de fatigue à durée de vie infinie. Un compromis devra donc être trouvé entre durée de vie de l'implant, vitesse de guérison et stabilité de l'implant (forte densité osseuse).

5 CONCLUSION GÉNÉRALE

En résumé, cette maîtrise permet de réaliser des avancées dans plusieurs domaines et à plusieurs échelles. En voici la la synthèse :

- L'algorithme de remodelage osseux est implémenté sous Hypermesh avec une interface d'utilisateur, de nombreuses vérifications des données et des calculs, ainsi qu'une exportation graphique des résultats itération par itération.
- Une étude comparative de plusieurs solveurs est réalisée pour choisir le plus efficace pour le système mathématique (ici Runge-Kutta 4).
- Un estimateur d'erreur et un calculateur automatique de l'incrément de temps optimum par la méthode de Runge-Kutta-Fehlberg sont implémentés.
- Une étude de sensibilité de l'algorithme de remodelage osseux a été réalisée (études des paramètres numériques et algorithmiques sur des cas mécaniques simples).
- Une première validation du remodelage osseux est faite : comparaison avec des résultats de simulations sur des pièces mécaniques simples, simulation du comportement de la tête du fémur et comparaison de la variation de densité mensuelle.
- Une validation et un ajustement de paramètres ont été réalisés pour l'algorithme d'ostéo-intégration qui génère aussi une exportation graphique des résultats.
- Une méthode d'optimisation de l'algorithme d'ostéo-intégration est proposée.
- Un couplage des deux phénomènes biologiques simulés a été réalisé.
- L'étude de l'influence du module d'Young de l'implant sur ces deux phénomènes a été étudiée.

Au cours de ce projet, un certain nombre d'hypothèses et de simplifications ont été faites. Voici donc les principaux points à améliorer :

- L'utilisation de cas de chargements plus précis.
- La prise en compte le frottement et la friction entre l'os et la prothèse.
- La prise en compte de l'âge et du sexe dans la simulation de sa densité osseuse.

- La prise en compte de l'orientation de l'axe principal de l'os pour l'affectation de ses propriétés mécaniques longitudinales et transverses.
- L'amélioration des résultats du remodelage osseux de certains modèles non biologiques (Tovar 2004).
- L'utilisation d'analyses dynamiques (et non statiques) pour le remodelage osseux.
- L'utilisation d'éléments d'interface de type nœud-nœud au lieu de nœud – surface ou surface – surface (meilleure précision).
- L'utilisation du modèle théorique actualisé pour le remodelage osseux.
- L'utilisation de modèles numériques plus réalistes d'implants pour réaliser une étude fiable de l'influence des différents paramètres sur le comportement global de l'os.
- La validation *in-vivo* de l'hypothèse de conception et sa réalisation technologique.

Le travail réalisé au cours de ce projet a permis d'aboutir à un outil de simulation efficace du comportement de l'os humain et en particulier de son évolution au cours du temps. Cet outil reproduit le comportement du remodelage osseux et de l'ostéo-intégration qui sont les causes principales d'échec des implantations de prothèses. Bien que certaines améliorations restent à faire, l'outil développé a permis de comparer différentes conceptions d'implant et de proposer une nouvelle conception qui apporte une amélioration notable. Le paramètre étudié ici était le module d'Young de l'implant.

Maintenant que l'outil de comparaison est fonctionnel, il est possible de l'utiliser pour étudier l'influence de nombreux autres paramètres comme la géométrie de l'implant ou son état de surface. Tout ceci permettra de mieux identifier les caractéristiques requises pour améliorer la durée de vie des prothèses orthopédiques non-cimentées.

RÉFÉRENCES

- Andreykiv, A., P. J. Prendergast, et al. (2005). "Bone ingrowth simulation for a concept glenoid component design." Journal of Biomechanics **38**: 1023 - 1033.
- Annicchiarico, W., G. Martinez, et al. (2007). "Boundary elements and [beta]-spline surface modeling for medical applications." Applied Mathematical Modelling **31**: 194 -208.
- Bagge, M. (2000). "Model of bone adaptation as an optimization process." Journal of Biomechanics **33**(11): 1349-1357.
- Baiotto, S. and M. Zidi (2004). "Theoretical and numerical study of a bone remodeling model: The effect of osteocyte cells distribution." Biomechanics and Modeling in Mechanobiology **3**(1): 6-16.
- Bergmann and Georg (2001). "HIP98."
- Bougherara, H., M. Bureau, et al. (2006). "Design of a biomimetic polymer-composite hip prosthesis." Journal of Biomedical Materials Research **82 A**(1): 27 - 40.
- Bougherara, H., V. Klika, et al. (2006). A novel approach for bone remodeling after prosthetic implantation. ACFAS.
- Bougherara, H., V. Klika, et al. (2006). A novel approach for bone remodeling after prosthetic implantation.
- Bronzino, J. D. (2006). "The Biomedical Engineering Handbook." **1**.
- Buchler
- Pioletti and Rakotomanana (2003). "Biphasic constitutive laws for biological interface evolution." Biomechan Model Mechanobiol **1**: 239 - 249.
- Burns, R. B. A. (2006). Economics of revision total hip arthroplasty. Mini-symposium : Revision hip arthroplasty.
- C. A. Holding, D. M. F. (2006). "The correlation of RANK RANKL and TNFalpha expression with bone loss volume and polyethylene wear debris around hip implants." Biomaterials **27**: 5212-5219.
- Canada, H. and T. A. Society (2003). "Arthritis in Canada : An ongoing challenge."
- Chen, B., Z. K. Y. G., et al. "Strain-Energy Criterion based Method of Numerical Simulation for Trabecular Bone Remodeling —(II) Proximal Femur Remodeling." ISSMO Working Group - Optimization in Biomechanics and Modeling in Mechanobiology.
- Chen, G., G. Pettet, et al. (2007). "Comparison of two numerical approaches for bone remodelling." Medical Engineering & Physics **29**(1): 134-139.
- Claes, L. E. and C. A. Heigele (1999). "Magnitudes of local stress and strain along bony surfaces predict the course and type of fracture healing." Journal of Biomechanics **32**: 255 - 266.
- Clark, P. A., A. M. Clark, et al. (2007). "Nanoscale characterization of bone-implant interface and biomechanical modulation of bone ingrowth." Materials science and Engineering **27**: 382 - 393.

- Corteen, B. R. C. S. (2001). "Bone Mechanics Handbook." **1**.
- Couret, I. (2004). "Biologie du remodelage osseux." Médecine Nucléaire - Imagerie fonctionnelle et métabolique **28**(2).
- Couret, I. (2004). "Biologie du remodelage osseux." Médecine Nucléaire - Imagerie fonctionnelle et métabolique **28**.
- Davim, J. P. and N. Marques (2004). "Dynamical experimental study of friction and wear behaviour of bovine cancellous bone sliding against a metallic counterface in a water lubricated environment." Journal of Materials Processing Technology **152**: 389 - 394.
- Divialle, A., A. Vadean, et al. (2008). Thermodynamic model of bone remodeling : Numerical implementation. Conférence Canadienne de Génie Biomédical, Montréal.
- Doblare, M. and J. M. Garcia (2001). "Application of an anisotropic bone-remodelling model based on a damage-repair theory to the analysis of the proximal femur before and after total hip replacement." Journal of Biomechanics **34**(9): 1157-1170.
- Espehaug, G. (2002). "The type of cement and failure of total hip replacements." The Journal of Bone & Joint surgery.
- Fernandes, P. R., J. Folgado, et al. (2002). "A contact model with ingrowth control for bone remodelling around cementless stems." Journal of Biomechanics **35**(2): 167-176.
- Folgado, J., F. P. R., et al. (2004). "Evaluation of osteoporotic bone quality by a computational model for bone remodeling." Computers & Structures **82**: 1381-1388.
- Folgado, J. and H. C. Rodrigues (2004). "Evaluation of osteoporotic bone quality by a computational model for bone remodeling." Computers & Structures **82**: 1381-1388.
- Follet, H. C. (2002). "Biomécanique et Modélisation 3D par imagerie X et IRM haute résolution de l'os spongieux humain : Evaluation du risque fracturaire." Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- Geris, L., K. Vandamme, et al. (2007). "Application of mechanoregulatory models to simulate peri-implant tissue formation in an in vivo bone chamber " Journal of Biomechanics **41**(1): 145 - 154.
- Heller, M. O., G. Bergmann, et al. (2005). "Determination of muscle loading at the hip joint for use in pre-clinical testing." Journal of Biomechanics **38**(5): 1155-1163.
- Isakssona, H., W. Wilsona, et al. (2006). "Comparison of biophysical stimuli for mechano-regulation of tissue differentiation during fracture healing." Journal of Biomechanics **39**: 1507 - 1516.
- J., B. K., A. N., et al. (2005). "Remodeling response of an implant interface to *in vivo* stimuli." Summer Bioengineering Conference.
- Kienapfel, H., C. Sprey, et al. (1999). "Implant Fixation by Bone Ingrowth." The Journal of Arthroplasty **14**(3): 355 - 368.

- Komzsik, L. (2007). "Approximation techniques for engineers " Boca Raton, FL : CRC/Taylor & Francis, c2007. --
- L.Vico (2000). "Effect of long-term microgravity exposure on cancellous and cortical weight-bearing bones of cosmonauts." The Lancet **355**: 1607.
- Lacroix, D., P. J. Prendergast, et al. (2002). "Biomechanical model to simulate tissue differentiation and bone regeneration : application to fracture healing." Medical & biological engineering & computing **40**(1): 14 - 21.
- Lemaitre, J. (2004). "Biomatériaux "Histoire d'Os..." Laboratoire de Technologie des Poudres-EPFL MX Ecublens, CH-1015, Suisse.
- Liu, X. and G. L. Niebur (2008). "Bone ingrowth into a porous coated implant predicted by a mechano-regulatory tissue differentiation algorithm." Biomechanics and Modeling in Mechanobiology **7**(4): 335 - 344.
- Lopez-Heredia, E. G., E. Aguado, P. Pilet, C. Leroux, M. Dorget, P. Weiss, P. Layrolle (2007). "Bone growth in rapid prototyped porous titanium implants." Journal of Biomedical Materials Research **85 A**(3): 664-673.
- M. Bernakiewicz, M. V. (2002). "The role of parameter identification in finite element contact analyses with reference to orthopaedic biomechanics applications." Journal of Biomechanics **35**: 61-67.
- Magnier, C., S. Wendling-Mansuy, et al. (2007). "Modele de remodelage osseux au sein du tissu trabeculaire sous-contraint." Comptes Rendus Mecanique **335**: 48 - 55.
- Malmström J. , E. A., L. Emanuelsson, P. Thomsen (2007). "Bone ingrowth in zirconia and hydroxyapatite scaffolds with identical macroporosity." Journal of Materials Science: Materials in Medicine **19**(9).
- Martin, C., A. Divialle, et al. (Hiver 2008). "Étude de sensibilité de l'algorithme de remodelage osseux." Stage.
- Martínez, G., J. M. G. Aznar, et al. (2006). "The boundary element method in external bone remodeling." Mathematics and Computers in Simulation **73**(1): 183 - 199.
- Masaaki Takechi , S. T., Kazuhito Satomura, Kenji Fujisawa, Masaru Nagayama (2008). "Effect of FGF-2 and melatonin on implant bone healing: a histomorphometric study " Journal of Materials Science: Materials in Medicine **19**: 2949-2952.
- McGee, M. A., D. W. Howie, et al. (2000). "Implant retrieval studies of the wear and loosening of prosthetic joints: a review." Wear **241**: 158 - 165.
- Ming. G. Li, S. M. R., David J. Wood, BO Nivbrant (2007). "Periprosthetic changes in bone mineral density in 5 stems designs 5 years after cemented total hip arthroplasty. No relation to stem migration." The Journal of Arthroplasty **22**(5): 689-691.
- Moreo, P., M. A. Perez, et al. (2007). "Modelling the mechanical behaviour of living bony interfaces." Computer methods in applied mechanics and engineering **196**: 3300 - 3314.
- Moreo, P., M. A. Perez, et al. (2007). "Modelling the mechanical behaviour of living bony interfaces." Computer methods in applied mechanics and engineering **196**: 3300-3314.

- Moroz, A., M. C. Crane, et al. (2006). "Phenomenological model of bone remodeling cycle containing osteocyte regulation loop." Biosystems **84**(3): 183-190.
- Moroz, A. and D. I. Wimpenny (2007). "Allosteric control model of bone remodelling containing periodical modes." Biophysical Chemistry **127**(3): 194-212.
- Negus C. H., I. T. J. (2007). "Contionuum remodeling revisited : Deformation rate driven fonctionnal adaptation using a hypoelastic constitutive law." Biomechanics and Modeling in Mechanobiology **6**(4): 211-226.
- Nguyen H.Q., D. A. D., R.M. Pilliar, N. Valiquette, R. Yakubovich (2004). "The effect of sol-gel-formed calcium phosphate coatings on bone ingrowth and osteoconductivity of porous-surfaced Ti alloy implants." Biomaterials **25**: 865-876.
- Ostendorf, M., O. Johnell, et al. (2002). "The epidemiology of total hip replacement in the Netherlands and Sweden." Acta Orthopaedica **73**(3): 282 - 286.
- Pérez, M. A., P. Moreo, et al. (2008). "Computational simulation of dental implant osseointegration through resonance frequency analysis." Journal of Biomechanics **41**: 316 - 325.
- Pérez, M. A., P. Moreo, et al. (2008). "Computational simulation of dental implant osseointegration through resonance frequency analysis." Journal of Biomechanics **41**: 316-325.
- Peter, B. (2004). " Orthopedic implant used as drug delivery systems: numerical, in vitro and in vivo studies." École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Racila, M. P. (2005). "Elaboration d'une modelisation mathématique du transfert multiechelle des signaux mecaniques dans l'os cortical humain. Aspects theoriques et simulations numeriques." Université de Franche-Comté.
- Repository, B.
- Ruimerman, R., P. Hilbers, et al. (2005). "A theoretical framework for strain-related trabecular bone maintenance and adaptation." Journal of Biomechanics **38**(4): 931-941.
- Shelfelbine, S. J., P. Augat, et al. (2005). "Trabecular bone fracture healing simulation with finite element analysis and fuzzy logic." Journal of Biomechanics **38**: 2440 - 2450.
- Stolk J. , N. V., R. Huiskes (2001). "Hip-joint and abductor-muscle forces adequately represent in vivo loading of a cemented total hip reconstruction." Journal of Biomechanics **34**: 917 - 926.
- Sumner, D. R., T. M. Turner, et al. (1998). "Functional adaptation and ingrowth of bone vary as a function of hip implant stiffness." Journal of Biomechanics **31**: 909 - 917.
- T.L. Norman, E. S. A. (2006). "Cortical bone viscoelasticity and fixation strength of Press-fit femoral stems : an in-vitro model." Journal of Biomechanical Engineering **128**: 13-17.
- Tanck, E., R. Ruimerman, et al. (2006). "Trabecular architecture can remain intact for both disuse and overload enhanced resorption characteristics." Journal of Biomechanics **39**(14): 2631-2637.
- Therapy, A. R. (2008). "<http://arthritis-research.com/content/figures/ar2101-1.jpg>."

- Tovar, A. (2004). Bone remodeling as a hybrid cellular automaton optimization process. Aerospace and Mechanical Engineering. Indiana, University of Notre-Dame. **Ph. D.**
- V. Klika, F. M., H. Bougherara, I. Marik, L. Yahia (2006). "Thermodynamic model of bone remodelling: influence of dynamic loading and biochemical control." Journal of Biomechanics (submitted).
- Viceconti, M., R. Muccini, et al. (2000). "Large-sliding contact elements accurately predict levels of bone}implant micromotion relevant to osseointegration." Journal of Biomechanics **33**: 1611 - 1618.
- Wendling-Mansuy, J.-M. (2005). "Application de l'optimisation de topologie à l'étude du remodelage osseux." LMA/EGIM & LABM.
- Wirtz (2000). "Critical evaluation of known bone material properties to realize anisotropic FE-simulation of the proximal femur." Journal of Biomechanics **33**(10): 1325 - 1330.
- Wroblewski, B. M. (2002). "Charnley low-frictional torque arthroplasty in patients under the age of 51 years." Journal of Bone & Joint surgery.
- Xinghua, Z., G. He, et al. (2005). "The application of topology optimization on the quantitative description of the external shape of bone structure." Journal of Biomechanics **38**(8): 1612-1620.
- Zerahn, B., G. S. Lausten, et al. (2004). "Prospective comparison of differences in bone mineral density adjacent to two biomechanically different types of cementless femoral stems." International Orthopaedics **28**: 146 - 150.
- Zimmerman, S., W. G. Hawkes, et al. (2002). "Outcomes of surgical management of total HIP replacement in patients aged 65 years and older: cemented versus cementless femoral components and lateral or anterolateral versus posterior anatomical approach." Orthopaedic Research **20**: 182 - 191.

GLOSSAIRE

Termes techniques	Signification
*.hm	Extension des fichiers de modèle de Hypermesh.
Carte	Entité permettant de définir une propriété global du modèle numérique (exportation de certaines données, limitation du calcul, paramètres de l'algorithme de résolution non-linéaire).
Collecteur	Entité groupant certaines propriétés (matériau, chargement mécanique, composant d'élément, conditions limites, etc.)
Composant	Groupe d'éléments ayant le même matériau et la même définition (solide, plaque, etc.)
Élément GAP	Élément 1D permettant de simuler la séparation de deux surfaces et interdisant l'interpénétration.
Élément BUSH	Éléments simulant un ressort linéaire dont la rigidité varie en fonction de la direction d'application du déplacement.
Hypermesh	Logiciel de calcul par élément finis appartenant à la suite HyperWorks. Il est spécialisé dans le maillage des modèles.
MAT9	Matériau 3D anisotrope élastique
Optistruct	Solveur des modèles par éléments finis de référence sur Hypermesh.
Ostéoblastes	Cellules sécrétant de l'os nouveau
Ostéoclastes	Cellules résorbant l'os existant
Propriétés	Entité définissant certaines propriétés (rigidité des éléments ressorts et contact, etc.)

ANNEXES

A. ALGORITHMIE

L'algorithmie est l'étude des algorithmes en vue de leur optimisation. Elle vise donc à réduire le temps de calcul grâce à une meilleure programmation. Cette notion de gain de temps a été importante tout au long du projet. Elle s'est traduite par l'étude comparative de différentes méthodes de résolution du système d'équations différentielles dans le cas de l'algorithme de remodelage osseux.

Dans le cadre de l'ostéo-intégration, l'optimisation s'est faite au niveau de la programmation elle-même. Voici deux exemples de modifications faites en vue de réduire la durée du calcul.

1. Exemple 1 : Calcul des lois d'évolution de la rigidité.

Tel que décrit dans l'article de base, la loi d'évolution de la rigidité fait apparaître deux grandeurs g^{ing} (pour la croissance, « ingrowth ») et g^{dam} (pour la destruction, « damage »). Le comportement décrit est le suivant :

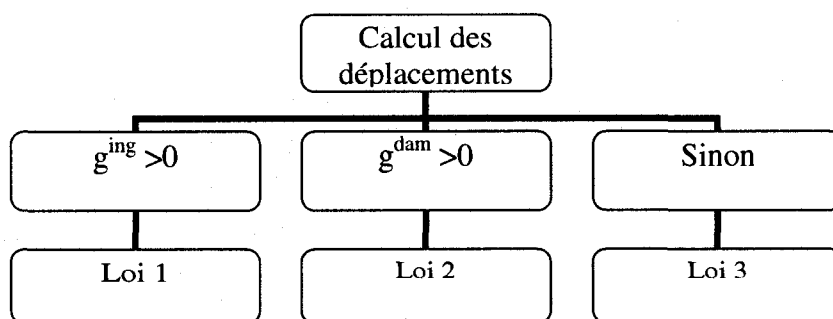


Figure A. 1 : Schéma de principe de l'algorithme initial

Cette présentation en parallèle est semblable à celle programmée dans un premier temps. Toutefois, il faut remarquer plusieurs points importants. Tout d'abord, telles

que définies, ils n'y a jamais les deux variables positives en même temps. Ainsi chaque condition est exclusive. Donc, si $g^{\text{ing}} > 0$ est positif, alors la loi 1 s'appliquera quelque soit g^{dam} (et réciproquement). Il n'est donc pas nécessaire de calculer g^{dam} si g^{ing} est positif. L'algorithme a donc été modifié comme suit :

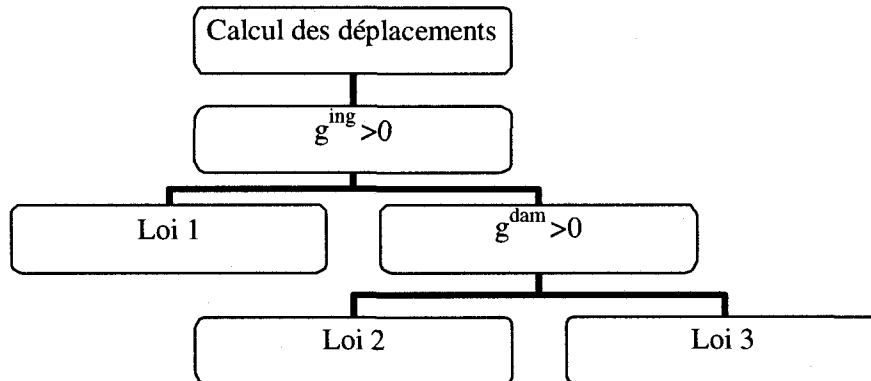


Figure A. 2 : Schéma de principe de l'algorithme optimisé.

Par convention, les branches de gauche sont celles empruntées si le test est vrai. Ainsi la loi 2 n'est calculée que si elle nécessaire. De même, g^{dam} ne sera évalué que si cela est requis.

Statistiquement, la loi 1 apparait plus fréquemment que la loi 2, elle-même plus fréquemment que la loi 3. Ceci explique la hiérarchie imposée dans cette amélioration.

2. Exemple 2 : Appairage des nœuds.

Comme expliqué précédemment lors de la mise en place du modèle numérique, il est nécessaire d'apparier les nœuds de la surface de contact. Le code initialement implémenté est le suivant :

POUR chaque nœud de la surface 1

POUR chaque nœud de la surface 2

longueur = première distance mesurée

mesurer la distance entre les nœuds

SI la distance est inférieure à longueur ALORS

longueur = distance

associer le nœud 2 au nœud 1

Ce code fonctionne, mais fait n^m opérations (où n est le nombre de nœuds de la surface 1 et m celui de la surface 2). Pour l'accélérer, étant donné que chaque nœud ne peut être associé qu'à un seul élément, une ligne de commande a été ajoutée à la fin :

effacer le nœud 2 de la liste des nœuds de la surface 2

Ainsi le nombre d'opérations chute à $k!$ où $k = \min(n, m)$. L'ajout d'une ligne permet de réduire de façon significative le nombre d'opérations et donc le temps de calcul de cette étape.

Dans un cas classique simulé, les variables sont telles que : $n = m = k = 412$.

Donc le premier code génère 10^{1078} opérations de mesure et de comparaison contre 10^{901} . La différence est indiscutable, même si la solution optimisée génère toujours énormément de calculs.

3. Exemple 3 : Simulation de l'ostéo-intégration.

L'objectif de cette partie est de présenter la méthode utilisée pour réduire le temps de calcul de l'algorithme de simulation de l'ostéo-intégration.

Le point de départ de la réflexion provient de l'observation selon laquelle la rigidité des éléments évolue de façon très similaire quelque soit l'élément. Étant donné le caractère déterministe du processus simulé cette observation est explicable par les similitudes entre les données d'entrées.

Pour ce modèle théorique, ces données sont au nombre de trois : la rigidité initiale, le déplacement normal et le déplacement transversal pour l'élément étudié.

Si deux éléments ont des entrées suffisamment proches, leurs résultats seront assez semblables pour être confondus. C'est le principe de l'amélioration apportée.

Les plages d'entrée des données ont été discrétisées. Si deux éléments ont toutes leurs entrées dans les mêmes plages, alors ils auront le même résultat. Ainsi aucun calcul ne sera fait pour le second élément et on lui attribuera simplement le même résultat que le premier élément (pour lequel le calcul correct a été réalisé).

La tolérance initiale choisie est de **0.1%** pour la rigidité adimensionnelle et de **1 μm** pour les déplacements relatifs. Elles sont suffisamment faibles pour ne pas impacter les résultats de l'algorithme.

Soit x_i , la donnée d'entrée, X_i la plage associée et N est la tolérance. Ici $N=1000$ pour les déplacements et 1000 pour la rigidité adimensionnelle. X_i est la valeur entière supérieure de x_i , soit :

$$X_i = \frac{\lceil x_i \cdot N + 1 \rceil}{N}$$

(5.1)

Le code implémenté est le suivant :

Récupérer les données d'entrée de l'élément (α, d_1, d_2)

Calculer la plage de chaque entrée X_i

SI $\alpha_function(X_1, X_2, X_3)$ existe ALORS

$\alpha = \alpha_function(X_1, X_2, X_3)$

SINON

Réaliser le calcul complet avec X_1, X_2, X_3 comme variables (et non x_1, x_2, x_3)

Enregistre le résultat obtenu : $\alpha_function(X_1, X_2, X_3) = \alpha$

Tel que présenté l'algorithme définit seul la fonction de transfert $\alpha_function$. Il aura toujours au minimum une entrée (le premier élément).

Plus les plages d'entrée des données sont large, moins le processus sera performant. (Il y a statistiquement moins de chances d'obtenir deux fois la même valeur). Toutefois, pour les premières itérations, la valeur de la rigidité adimensionnelle est fixée à son

seuil minimum pour tous les éléments. Dans ce cas, l'amélioration apportée a plus de chances d'être efficace.

Un test comparatif réalisé sur le modèle d'implant fémoral donne les résultats présentés à la Figure A. 3.

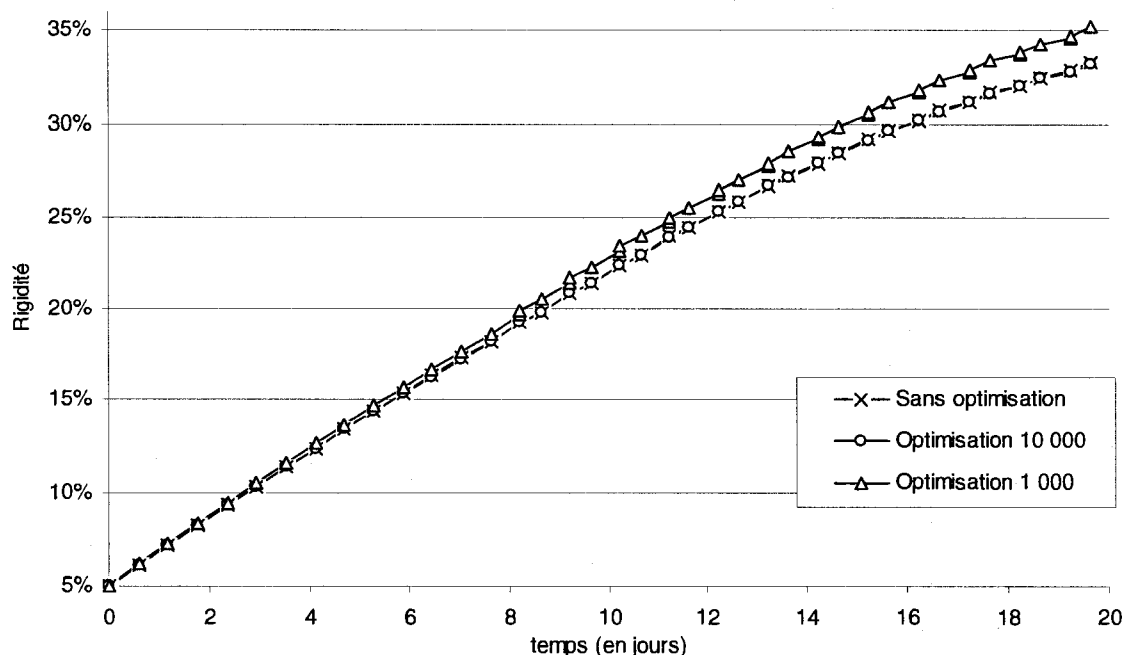


Figure A. 3 : Évolution de la rigidité en fonction du type d'optimisation.

La rigidité semble assez bien représentée malgré l'approximation faite, dans le cas de la tolérance à $N=10\,000$ (soit $0.1\mu\text{m}$ pour les déplacements et 0.01% pour les rigidités). Dans ce cas, l'erreur maximale relevée est de 0.2% . Pour la tolérance à $N=1\,000$ ($1\mu\text{m}$ pour les déplacements et 0.1% pour les rigidités), l'erreur maximale est de 6% . Ce qui commence à être important.

Contrairement aux attentes, le gain de temps n'est pas significatif. Les résultats sont présentés au tableau A.1. Ils ont été obtenus sur un ordinateur Pentium® D CPU 3.00GHz, pour un modèle numérique à 412 éléments de contacts dont l'évolution du contact a été simulée sur 15 jours.

Tableau A. 1 : Comparaison des résultats en fonction du type d'optimisation.

	Durées (s)	Écarts
Sans optimisation	644	
Avec N=1 000	639	-0.8%
Avec N=10 000	651	1.1%

L'optimisation avec N=1000 apporte un gain de moins de 1% du temps de calcul tout en dégradant les résultats de près de 6%. Cette méthode ne peut donc pas être retenue. Avec N= 10 000, le temps de calcul est légèrement plus long que sans optimisation, mais conserve la même qualité des résultats. Cette méthode complique donc l'algorithme sans apporter de réelle amélioration.

En conclusion, aucune des optimisations proposées ne convient dans le cas étudié ici. Ceci est principalement dû au rapport des temps de calculs entre l'analyse du modèle et sa mise-à-jour. Lors d'un test simple, il est apparu que pour un modèle de 412 éléments de contact, l'analyse par éléments finis avec un seul cas de chargement prenait en moyenne 13 secondes alors que la mise-à-jour des éléments était faite en 1 seconde. Du fait de la simplicité du modèle de mise-à-jour et donc de sa vitesse d'exécution très faible par rapport à la durée de l'analyse par éléments finis, la méthode d'optimisation proposée n'apporte aucune amélioration. Toutefois, la méthode développée ici reste intéressante pour les algorithmes faisant intervenir des calculs plus complexes et plus longs lors de la mise-à-jours des propriétés des éléments. (Résolution de systèmes différentiels, etc.)

Dans le cas présent, pour améliorer la vitesse de calcul de l'algorithme global, il faut en priorité s'attaquer à la durée de l'analyse par éléments finis, toutefois ceci est en-dehors de notre champ de compétence.

B. PROCÉDURE DE POSITIONNEMENT RELATIF DE LA PROTHÈSE
PAR RAPPORT AU FÉMUR

Voici la procédure utilisée pour assembler les modèles de fémur et de prothèse.

1. Réaliser la coupe des surfaces modélisant la diaphyse fémorale par deux plans parallèles. On pourra réutiliser la section inférieure (plan de « symétrie ») et une surface translatée jusqu'à mi-section de la diaphyse.
2. Déterminer les centres géométriques des deux contours fermés obtenus sur les surfaces de la diaphyse.
3. Créer le vecteur (droite) liant ces deux points. On obtient ainsi une approximation de l'axe de révolution de la diaphyse du fémur (axe d'hélicitorsion).
4. Réaliser les mêmes étapes (1 à 3) pour la prothèse.
5. Imposer la concordance des deux vecteurs. La prothèse est donc placée par rapport à la coordonnée r (repère cylindrique)
6. Calculer la position du centre de la tête du fémur (portion de sphère).
7. Créer la droite passant par ce point et normale à l'axe créé au point 3.
8. Calculer la position du centre de la tête de la prothèse représentée par une sphère.
9. Créer la droite passant par ce point et normale à l'axe créé au point 4.
10. Imposer à ces deux vecteurs d'être dans le même plan vertical normal à l'axe du fémur. Ainsi la position de la prothèse est réglée par rapport à l'angle θ .
11. Calculer la position du point de contact de la tête du fémur avec la cotyle (supposer que c'est le point le plus « haut » passant par la perpendiculaire à l'axe de révolution).
12. Créer le vecteur normal à l'axe du fémur et passant par ce point.
13. Calculer le point le plus « haut » de la prothèse, normal à son axe.
14. Imposer à ce point d'appartenir au vecteur normal du fémur créé en 12. Ainsi la prothèse est positionnée suivant son axe z .

C. FICHIERS DE RÉSULTATS.

Pour l'algorithme de remodelage osseux, quatre fichiers de résultat sont créés.

Le premier est nommé « remodeling.out » ; il fait la synthèse de tous les paramètres d'entrée et présente les résultats importants du calcul. Il permet de vérifier la convergence de l'algorithme, mais aussi de voir les corrections qui ont été réalisées.

Le second fichier est nommé « dens.out » ; il présente la répartition de la densité dans les différentes classes à chaque itération. Il permet de visualiser l'évolution de la densité moyenne du modèle au cours du temps.

Le troisième fichier de résultat, moins utilisé, est appelé « data.out » et est renommé « data_backup.out » à la fin du calcul. Il donne pour la dernière itération principale les valeurs des concentrations de chaque élément. Ce fichier permet donc de relancer un calcul interrompu.

Le dernier fichier généré pour le remodelage est « optimization synthesis.out » qui présente l'évolution du critère d'évaluation moyen du remodelage osseux à chaque itération ainsi que ses valeurs maximales et minimales. D'autres fichiers sont générés à chaque itération et permettent d'obtenir la valeur du critère pour chaque élément, ce qui permet de localiser les zones où la déviation de contrainte est la plus importante.

Pour l'ostéo-intégration, l'algorithme génère deux fichiers de résultat importants.

Le premier est appelé « synthesis.out », il résume l'état de convergence du système à chaque itération. Il affiche la somme des forces extérieures et la somme des forces intérieures ainsi que l'écart relevé pour l'équilibre mécanique. Il présente aussi la valeur moyenne de la rigidité adimensionnelle pour chaque itération. Ce fichier permet d'afficher l'évolution de ce paramètre au cours du temps.

Le second fichier de résultat, « result.out » synthétise à chaque itération les rigidités normales et transverses et les déplacements normaux et transverses de chaque élément.

D. PUBLICATIONS

Ce travail de maîtrise présenté a fait l'objet de plusieurs présentations et d'une publication dans le cadre d'une conférence.

Les présentations ont eu pour objectif d'exposer l'utilisation et la programmation du logiciel HyperMesh aux divers responsables d'Altair Engineering. Entre autres, ce travail a été exposé aux responsables d'Altair Canada (juin 2007), aux responsables d'Altair France (août 2007) et aux responsables d'Altair États-Unis (novembre 2007).

La partie traitant du remodelage osseux a été présentée lors de la 31^{ème} Conférence Canadienne de Génie Biomécanique de Montréal le 12 juin 2008. (Divialle, Vadean et al. 2008) Cet article est similaire au paragraphe 2 de ce mémoire. Il présente donc le modèle mathématique utilisé ainsi que les lignes directrices de son implémentation puis conclut avec l'application de l'algorithme sur un modèle numérique de partie supérieure de fémur.

E. ÉLÉMENTS 1D UTILISÉS

Au cours de ce projet, deux types d'éléments 1D ont été utilisés.

Etudions tout d'abord les éléments de contact. Il s'agit des éléments « PGAP » du logiciel HyperWorks. Ces éléments sont unidirectionnels et non-linéaires. Leur comportement dans la direction normale est schématisé sur la Figure 5.1

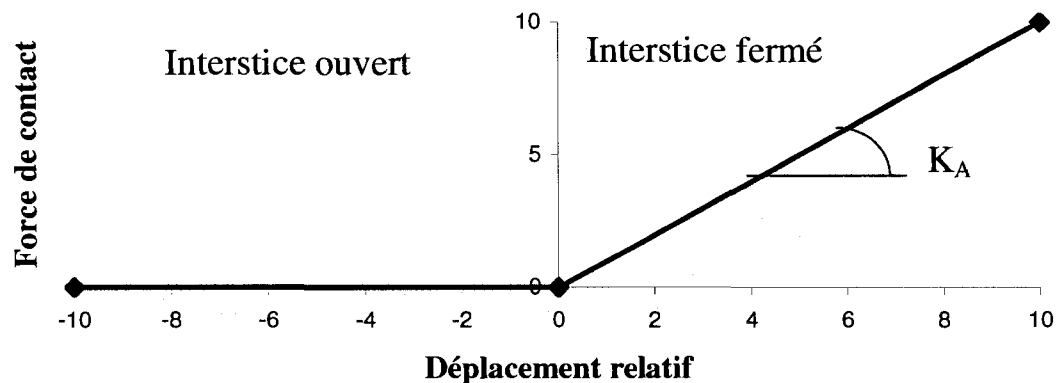


Figure 5.1 : Comportement des éléments de contact dans leur direction normale

Quand l'interstice est ouvert, l'élément n'a aucune rigidité normale ni tangentielle. Quand l'interstice se ferme, une rigidité K_A est appliquée dans la direction normale. Pour les cas où un coefficient de friction est associé, une rigidité tangentielle est calculée comme $\mu \cdot K_A$. Du fait de la non-linéarité du comportement, le chargement mécanique est appliqué progressivement jusqu'à avoir satisfait les critères de déplacements, force et travail suivant une méthode de Newton-Raphson.

Par la suite, pour simuler la rigidité de contact, les éléments utilisés sont les éléments ressorts « PBUSH » du même logiciel. Ce sont des ressorts linéaires multidirectionnels. Leurs rigidités en torsions sont nulles dans notre cas.