UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CONTRÔLE DES SYSTÈMES DE RÉFECTION AVEC APPROVISIONNEMENT

FRANÇOIS BERTHAUT
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE INDUSTRIEL)
DÉCEMBRE 2008

© François Berthaut, 2008.

Library and Archives Canada

Published Heritage Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et Archives Canada

Direction du Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 978-0-494-48907-9
Our file Notre référence
ISBN: 978-0-494-48907-9

NOTICE:
The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:
L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

CONTRÔLE DES SYSTÈMES DE RÉFECTION AVEC APPROVISIONNEMENT

présenté par : BERTHAUT François

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. OUALI Mohamed-Salah, ing., Doct., président

M. PELLERIN Robert, ing., Ph.D., membre et directeur de recherche

M. GHARBI Ali, ing., Ph.D., membre et codirecteur

M. MALHAMÉ Roland, ing., Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de cette maîtrise.

Je souhaite exprimer toute ma reconnaissance à mes directeurs de recherche, Messieurs Robert Pellerin et Ali Gharbi, pour leur disponibilité, leurs directives, leurs conseils et leur support tout au long de cette Maîtrise ès sciences appliquées.

Je remercie également les membres du jury, Messieurs Mohamed-Salah Ouali et Roland Malhamé, qui m'ont fait l'honneur d'examiner ce travail en détail et d'en être les rapporteurs.

J'adresse également des remerciements à Monsieur Adnène Hajji, pour m'avoir initié au logiciel AWESIM, ainsi qu'à Monsieur Guilhem Loustalot-Forest et Madame Vaia Coromili pour avoir corrigé mon expression écrite en anglais.

Je remercie le Fonds Général pour les Études Supérieures (FGES), qui m'ont accordé une bourse spéciale d'entrée à l'École Polytechnique.

Enfin je remercie ma famille et mes amis de m'avoir soutenu tout au long de cette Maîtrise ès sciences appliquées.

RÉSUMÉ

Depuis quelques années, l'évolution de la législation en matière de responsabilité élargie des producteurs et la prise de conscience que la valeur ajoutée restante des produits en fin de vie peut être exploitée ont incité les industriels à investir dans le domaine de la réfection. La réfection est le terme standard qui désigne à la fois le processus de restauration d'un produit durable endommagé partiellement, ou en totalité. Cette restauration a pour but de lui rendre ses conditions initiales d'apparence et de performance, ou de l'améliorer au regard de besoins technologiques dans le but de prolonger sa durée de vie.

Ce mémoire de maîtrise s'intéresse à la gestion de la réfection des biens d'équipements dans un système hybride de réparation et de réfection avec approvisionnement non fiable. Ces systèmes partagent leurs ressources manufacturières entre la réfection des équipements en fin de vie, dont le retour est planifié, et la réparation des équipements suite à des défaillances majeures, effectuée en priorité. La réfection consiste en réparer ou remplacer un composant usagé, avec des coûts et des durées d'exécution différentes. Dans la pratique, le choix entre réparer et remplacer dépend de l'état du composant, du niveau de l'inventaire d'équipements remis à neuf et de la disponibilité en pièces de rechange.

Nous avons restreint notre étude au cas d'un système traitant un seul type d'équipements et pour lesquels le choix de réparer et de remplacer est toujours possible. De plus nous avons envisagé que l'approvisionnement en pièces de rechange n'est pas fiable, en proposant deux modèles : le cas où la disponibilité des pièces de remplacement est une contrainte extérieure, caractérisée par une probabilité de disponibilité, et le cas où les pièces de remplacement sont fournies par un approvisionnement avec délais de livraison stochastique, considéré dans le système et contrôlé conjointement avec la réfection. Notre objectif est de déterminer une politique de contrôle de la réfection, et de

l'approvisionnement pour le second cas, qui minimisent le coût moyen total sur le long terme. Nous proposons pour la réfection une politique de contrôle sous-optimale dans la famille des politiques à seuils critiques et, dans le cas où l'approvisionnement est contrôlé, un modèle à « point de commande-quantité de commande ».

Les travaux réalisés dans le cadre de ce mémoire sont articulés autour de trois articles soumis à des revues scientifiques :

- "Optimization of the control policy for a stochastic remanufacturing system with unreliable replacement parts supply ", soumis à *International Journal of Simulation and Process Modeling - Inderscience Publishers*. Cet article aborde le modèle avec probabilité de disponibilité des pièces de remplacement et propose une méthode de résolution basée sur la simulation.
- "Control of a repair and overhaul system with probabilistic parts availability", accepté par *Production Planning & Control - Taylor & Francis*. Cet article aborde également le modèle avec probabilité de disponibilité des pièces de remplacement et propose une résolution analytique du problème d'optimisation. Nous validons les résultats obtenus à l'aide du modèle de simulation de l'article précédent.
- "Joint hybrid repair and remanufacturing systems and supply control", soumis à *International Journal of Production Research - Taylor & Francis*. Cet article propose d'optimiser conjointement réfection et approvisionnement. Une approche de résolution basée sur la simulation, les plans d'expériences et la méthode des surfaces de réponse est introduite.

L'utilisation de l'approche par simulation et de l'approche analytique permet de quantifier les effets des différents paramètres de coûts et de l'approvisionnement non fiable sur les politiques de contrôles proposées et ainsi d'avoir une meilleure compréhension de l'approvisionnement non fiable sur le contrôle de la réfection de biens d'équipements.

ABSTRACT

During the past few years, the evolution of the extended producer responsibility legislation and the awareness that the added value of end of life products can be recovered has encouraged firms to invest in remanufacturing activities. Remanufacturing is defined as the restoration of a worn-out item to a standard as close as possible to its original condition in appearance, performance and life expectancy. Remanufacturing provides the opportunity to extend the item's lifetime and update it with more modern technology.

This master's thesis examines the control of a hybrid repair and remanufacturing system with unreliable replacement parts supply. This kind of system shares a common pool of skilled resources for remanufacturing worn equipments at the end of their expected life and repairing equipments following severe failures, which takes precedence over remanufacturing. Remanufacturing can be executed at different rates and costs, corresponding to different replacement and repair modes. In practice, managers have to decide whether to repair or replace worn-out components, depending on the specific condition of each component, the level of the serviceable inventory of equipments and the availability of replacement parts.

Our study concentrates on the remanufacturing control problem of one product, with the assumption that its conditions don't have any impact on the choice of repairing or replacing it. We considered an unreliable supply and formulated two models: a model with a probabilistic availability of replacement parts and a model where the supply process, with random lead times, is considered and controlled. Our objective is to determine a control policy for remanufacturing, combined with the supply control in the second model, that minimizes the average total cost over an infinite horizon. We proposed, for the remanufacturing activities, a sub-optimal control policy based on

inventory thresholds triggering the use of the remanufacturing modes and "a reorder level-reorder quantity" supply policy in the second model.

Development works are got onto three papers submitted to specialised journals:

- "Optimization of the control policy for a stochastic remanufacturing system with unreliable replacement parts supply ", submitted to *International Journal of Simulation and Process Modeling - Inderscience Publishers*. This paper deals with the model of probabilistic availability of replacement parts and proposes a simulation approach to solve the optimization problem,
- "Control of a repair and overhaul system with probabilistic parts availability", accepted by *Production Planning & Control - Taylor & Francis*. This paper also deals with the model of probabilistic availability of replacement parts. An analytical solution is derived. Validation of this approach is obtained by comparing our results with the results obtained with the simulation approach of the previous article.
- "Joint hybrid repair and remanufacturing systems and supply control", submitted to *International Journal of Production Research - Taylor & Francis*. A joint remanufacturing and supply policy is proposed. A resolution approach combining simulation, experimental design and response surface methodology is applied to obtain a sub-optimal control policy.

Using the analytical and the simulation approach, the effect of the different cost parameters and the effect of an unreliable supply on the control policies were quantified and analysed. These results provide a better understanding of unreliable supply on remanufacturing.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS iv
RÉSUMÉ v
ABSTRACT vii
TABLE DES MATIÈRES ix
LISTE DES TABLEAUX xv
LISTE DES FIGURES xvi
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS xviii
LISTE DES ANNEXES xxi
INTRODUCTION 1
CHAPITRE 1 : REVUE DE LITTÉRATURE 5
1.1 Description des systèmes de réfection 5
1.1.1 Définition de la réfection 5
1.1.2 Les avantages apportés par la réfection 6
1.1.3 Le cycle de vie d'un produit remis à neuf 8
1.1.4 Les caractéristiques des produits remis à neuf 10
1.2 La complexité des opérations de réfection 11
1.3 Axes de recherche spécifique à la réfection 13
1.4 Gestion de l'inventaire et de la production appliquée à la réfection 16
1.4.1 Modèle déterministe 18
1.4.2 Modèle stochastique 20
1.4.2.1 Modèles à examen périodique 20
1.4.2.2 Modèles à examen continu 23
1.4.3 Similitudes avec les systèmes de réparation 27
1.5 Réfection et maintenance des biens d'équipement 28
1.5.1 Caractéristiques des systèmes de réfection de biens d'équipement 28
1.5.2 Le contrôle des systèmes hybrides de réparation et réfection 31

1.6 Modèles de systèmes hybrides de réparation et réfection dans la littérature 32
1.6.1 Similitude avec les systèmes manufacturiers flexibles 34
1.6.1.1 Contrôle stochastique des FMS 35
1.6.1.2 Politique de contrôle à seuils critiques 36
1.6.1.3 Approche de résolution basée sur la simulation 38
1.6.2 Application du concept de seuils critiques au contrôle des systèmes hybrides de réparation et de réfection 40
1.7 Gestion de l'approvisionnement en pièces de remplacement 42
1.7.1 Introduction à la gestion de l'inventaire 42
1.7.2 Incertitudes dans les modèles d'approvisionnement 43
1.7.3 Politiques d'approvisionnement avec pertes de ventes 45
1.7.4 Politiques de contrôle conjointes 47
1.8 Conclusions 48
CHAPITRE 2 : SYNTHÈSE 50
2.1 Problématiques 50
2.2 Démarche et objectifs de recherche 52
2.2.1 Probabilité de disponibilité des pièces de rechange 52
2.2.2 Inventaire de pièces de rechange et gestion de l'approvisionnement avec délai de livraison stochastique 53
2.3 Définitions des modèles 54
2.3.1 Modèle avec probabilité de disponibilité des pièces de rechange 58
2.3.2 Modèle d'approvisionnement avec gestion de l'inventaire de pièces de rechange 59
2.3.3 Politiques de contrôle proposées 61
2.3.4 Optimisation 63
2.4 Outils de résolution 63
2.4.1 Résolution analytique 64
2.4.2 Résolution par simulation 64
2.4.3 Validation 65

2.5 Analyse des résultats 66
2.6 Conclusion 66
CHAPITRE 3 : OPTIMIZATION OF THE CONTROL POLICY FOR A STOCHASTIC REMANUFACTURING SYSTEM WITH UNRELIABLE REPLACEMENT PARTS SUPPLY 68
3.1 Introduction 69
3.2 Our approach 72
3.3 Problem statement 73
3.3.1 Model assumptions and notations 75
3.3.2 Dynamics of the remanufacturing problem 77
3.4 Remanufacturing Control policy formulation 78
3.5 Estimation of the optimum control policy 81
3.5.1 Simulation assisted resolution approach 81
3.5.2 Simulation model 82
3.5.3 Data collection and statistical analysis 86
3.6 Numerical application of the control policy with the simulation model 87
3.6.1 Numerical values of the illustrative example 88
3.6.2 Validity of the remanufacturing system modelling 89
3.6.3 Sensitivity analysis with different probabilistic replacement parts availability 90
3.7 Conclusions and further works 91
3.8 Reference 92
CHAPITRE 4 : CONTROL OF A REPAIR AND OVERHAUL SYSTEM WITH PROBABILISTIC PARTS AVAILABILITY 96
4.1 Introduction 97
4.2 Problem statement 101
4.2.1 Model assumptions and notations 101
4.2.2 Control policy structure 104
4.3 Analytic Resolution and Optimization 108

4.4 Illustrative Case 109
4.4.1 Numerical Example 109
4.4.2 Validation of the analytical technique with a simulation technique 112
4.4.3 Sensitivity analysis 113
4.5 Concluding remarks 115
4.6 Appendix A : Forward Kolmogorov equations and long-term average cost calculation 117
4.7 References 120
CHAPITRE 5 : JOINT HYBRID REPAIR AND REMANUFACTURING SYSTEMS AND SUPPLY CONTROL 122
5.1 Introduction 123
5.2 Literature review 125
5.3 Problem Statement 128
5.3.1 Model assumptions and notations 128
5.3.2 Remanufacturing and supply policies formulation 131
5.4 Simulation Resolution and Optimization 136
5.4.1 Resolution Approach 136
5.4.2 Simulation model 137
5.5 Numerical Examples 140
5.5.1 Basic case 140
5.5.2 Sensitivity analysis of cost parameters 143
5.5.3 The effects of lead time on the control policy 146
5.5.3.1 General lead time mean results 146
5.5.3.2 The effects of the lead time mean 147
5.5.3.3 The effects of the lead time variance 149
5.5.4 Comparison with the joint HPP and (s, Q) policy 150
5.6 Conclusion 151
5.7 References 153
CHAPITRE 6 : ASPECTS MÉTHODOLOGIQUES DE L'OPTIMISATION 157

6.1 Méthode analytique 157
6.1.1 Conditions d'existence d'un régime stationnaire et ergodicité 158
6.1.2 Calcul du coût moyen en fonction des densités de probabilité 159
6.1.3 Calcul des densités de probabilité en fonction de (z_1, z_2) 160
6.1.3.1 Solutions des équations de Kolmogorov (forward) en régime stationnaire 160
6.1.3.2 Relations supplémentaires entre densités de probabilité et fonction de masse 163
6.1.3.3 Résolution du système d'équations 164
6.1.4 Procédure de résolution sous MAPLE 7 165
6.2 Résolution basée sur la simulation 165
6.2.1 Méthode de résolution par plan d'expériences, simulation et analyse 166
6.2.2 Présentation du logiciel AWESIM et du langage Visual SLAM 167
6.2.2.1 Modèles de simulation avec Visual SLAM 168
6.2.2.2 Génération des aléas pour un modèle stochastique 169
6.2.2.3 Conditions d'existence d'un régime stationnaire 174
6.2.2.4 Durée de simulation et régime permanent 175
6.2.3 Plan d'expériences 177
6.2.4 Analyse statistique 179
6.2.4.1 Analyse de la variance ANOVA 180
6.2.4.2 Analyse des résidus 181
6.2.4.3 Optimisation par la méthode des surfaces de réponse 184
6.3 Conclusion 186
CHAPITRE 7 : DISCUSION GÉNÉRALE 187
7.1 Analyse des résultats obtenus pour les deux modèles d'approvisionnement 187
7.1.1 Comparaison des analyses de sensibilité 187
7.1.2 Comparaison de la réaction des modèles à une variation de l'incertitude de l'approvisionnement 188

7.1.3 Intérêt de contrôler conjointement réfection et approvisionnement en pièces de rechange 189
7.1.4 Simulations et résultats analytiques 189
7.2 Comparaion des résultats expérimentaux avec la littérature 190
7.2.1 Similitudes avec les travaux portant sur la politique HPP 190
7.2.2 Similitudes avec les travaux portant sur l'approvisionnement non fiable 191
7.2.3 Influence de la variabilité du délai de livraison 191
7.3 Conclusion 193
CONCLUSION 194
BIBLIOGRAPHIE 198
ANNEXES 213

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 Constant data parameters for the numerical example 88
Tableau 3.2 Comparison of the simulation and analytical results for the basic case $p = 1$ 89
Tableau 3.3 Estimated control policy parameters for different replacement parts availability 91
Tableau 4.1 Sensitive analysis for different costs (for $p = 0.95$) 113
Tableau 5.1 ANOVA table for the total cost, case I 142
Tableau 5.2 Sensitivity analysis for different costs with exponential lead time distribution ($\mu = \sigma = 4$) 145
Tableau 5.3 Estimated best values for different lead time distributions, with ($\mu = \sigma = 4$) 147
Tableau 5.4 Sensitivity analysis for different cost for a joint HPP and (s, Q) policy with exponential lead time distribution ($\mu = \sigma = 4$) 151
Tableau 6.1 Plans d'expérience utilisés pour les simulations 178

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Les Différentes activités de récupération de la logistique inverse 6
Figure 1.2 Cycle de vie d'un produit remis à neuf.....9
Figure 1.3 Les Principaux domaines de recherche associés à la réfection.....15
Figure 1.4 Structure d'un système hybride de production / réfection 17
Figure 1.5 Système hybride de réparation et de réfection.....30
Figure 1.6 Problème de contrôle d'un système hybride de réparation et réfection 33
Figure 1.7 Approche de commande basée sur la théorie du contrôle, la simulation et les plans d'expériences 39
Figure 1.8 Représentation des retours planifiés et non planifiés par une chaîne de Markov à deux états.....41
Figure 1.9 Modèle simple de système d'approvisionnement.....42
Figure 2.1 Problème de contrôle de la réfection avec approvisionnement 55
Figure 2.2 Modèle d'approvisionnement avec probabilité de disponibilité des pièces de rechange 59
Figure 2.3 Modèle d'approvisionnement avec gestion de l'inventaire de pièces de rechange.....61
Figure 3.1 Cycle of life of a remanufactured product.....74
Figure 3.2 Remanufacturing Control Problem.....75
Figure 3.3 Evolution of the serviceable equipment inventory x(t).....81
Figure 3.4 Remanufacturing block-diagram 84
Figure 3.5 Control policy block-diagram.....85
Figure 3.6 Unplanned and planned demand occurrence block diagram 86
Figure 3.7 Replacement parts availability block-diagram 86
Figure 3.8 Trajectory of $x(t)$ with $z_1 = 25.35$, $z_2 = 4.88$ and $SL = 0$).....88
Figure 3.9 Cost response surface with $p = 0.7$ 90
Figure 4.1 Hybrid Production / Remanufacturing system 98

Figure 4.2 Hybrid Repair / Remanufacturing system 98
Figure 4.3 Remanufacturing control problem 102
Figure 4.4 Evolution of the serviceable equipment inventory x(t) 107
Figure 4.5 Total cost as a function of hedging points z_1 and z_2 112
Figure 4.6 Evolution of the corresponding cost J^* for different availability cases 114
Figure 4.7 Evolution of the Multi Hedging Point Policy (z_1^*, z_2^*) for different availability cases 115
Figure 5.1 Joint Remanufacturing and replenishment activities control problem 129
Figure 5.2 Evolution of the serviceable equipment inventory $x_2(t)$ and of the replacement parts inventory $x_1(t)$ under the joint remanufacturing and supply policy 135
Figure 5.3 Diagram of simulation model 138
Figure 5.4 Cost response surfaces for an exponential lead time distribution and ($z_1^* = 48.33$, $z_2^* = 10.74$, $s^* = 32.19$, $Q^* = 84.61$) 143
Figure 5.5 Effect of the lead time mean on the control policy and on the estimated cost 148
Figure 5.6 Effect of the variance on the control policy and on the estimated cost 149
Figure 6.1 Aspects méthodologiques de la résolution par plan d'expérience, simulation et analyse statistique 167
Figure 6.2 Génération des phénomènes aléatoires avec AWESIM 173
Figure 6.3 Loi normale modifiée utilisée pour le délai stochastique 174
Figure 6.4 Régime permanent pour le modèle avec probabilité de disponibilité de pièces de remplacement 176
Figure 6.5 Régime permanent pour le modèle avec politique d'approvisionnement en pièces de remplacement 177
Figure 6.6 Droite de Henry de l'erreur expérimentale 181
Figure 6.7 Résidus en fonction des facteurs 182
Figure 6.8 Résidus en fonction des valeurs prédites et observées 183
Figure 6.9 Résidus en fonction de l'ordre des simulations 183

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

a^*	valeur optimale de a
$\hat{A}$	estimateur de la matrice A
A^T	transposé de la matrice A
ANOVA	analyse of variance
B	vecteur des coefficients de l'équation de prédiction
c^-	coût de retard par équipement et par unité de temps
c^+	coût de stockage par équipement et par unité de temps
c_α	coût de réfection dans le mode α par équipement et par unité de temps
d	taux de la demande
ECD	environmentally conscious design
EOQ	economic order quantity
$f_{\alpha\xi}(x,t)$	densité de probabilité de x à l'instant t avec le mode α et l'état ξ
$f_{\alpha\xi}^{ss}(x)$	densité de probabilité de x en régime stationnaire avec le mode α et l'état ξ
FMS	flexible manufacturing systems
$g(.)$	coût instantané total de réfection
GrSCM	Green Supply-Chain Management
H	matrice quadratique des coefficients de l'équation de prédiction
HJB	Hamilton-Jacobi-Bellman
HPP	(single) hedging point policy
$J(.)$	côut moyen total par unité de temps sur le long terme
JIT	juste à temps
K	coût de passation de commande
L	capacité de l'inventaire de pièces de remplacement
LCA	life-cycle assessment/analysis
METRIC	multi-echelon technique for recoverable item control

MHPP	Multi Hedging Point Policy
MRP	Material Requirement Planning
$P_{z_1}(t)$	fonction de masse de x en z_1 à l'instant t
$P_{z_1}^{ss}$	fonction de masse de x en z_1 en régime stationnaire
p	probabilité de disponibilité des pièces de rechange
PLM	product life cycle management
Q	quantité de commande
Q_i	taille du lot de la i^{ème} commande
R_{adj}^2	coefficient de régression ajusté
R_α	intervalle de stock où on exécute le mode de réfection α
s	point de commande
SL	niveau de service de l'inventaire d'équipements disponibles
T_{now}	temps présent lors d'une simulation
T^∞	temps de simulation pour atteindre le régime permanent
$u(.)$	taux de réfection
u_α	taux de réfection dans le mode α
$v_{\alpha\zeta\beta}$	taux d'accroissement de l'inventaire d'équipement disponibles dans le mode α, l'état ξ et avec la disponibilité β
WIP	Work in Progress
y	modèle de régression de l'analyse des résultats des simulations
x	vecteur des niveaux de stocks
z_1, z_2	seuils critiques de la MHPP
α	mode de réfection du système hybride de réparation et de réfection
β	état de l'inventaire de pièces de rechange
β_i et β_{ij}	coefficients de l'équation de regression
ξ	état du système (réfection ou réparation)
θ_i	temps de réception de la i^{ème} commande
$\lambda_{\xi,\bar{\xi}}$	taux de transition entre l'état ξ et l'état $\bar{\xi}$

τ	délai stochastique de livraison
δ_{ij}	symbole de Kronecker
ε	erreur expérimentale dans l'équation de régression
Λ	matrice des taux de transition $\lambda_{\xi,\bar{\xi}}$ de l'état du système
σ	écart type de la distribution de la loi de probabilité du délai τ
τ	délai de livraison d'une commande de pièces de remplacement
μ	moyenne de la distribution de la loi de probabilité du délai τ
π_α	probabilité stationnaire d'être dans la région R_α
Ω	séquence des commandes (θ_i, Q_i)

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A : DÉMONSTRATION DES ÉQUATIONS FORWARD DE KOLMOGOROV 213
ANNEXE B : PROCEDURE SOUS MAPLE 217
ANNEXE C : RÉSULTATS DE LA RÉSOLUTION ANALYTIQUE 226
ANNEXE D : MODÈLES DE SIMULATION 228
ANNEXE E : RÉSULTATS DES SIMULATIONS POUR LE MODÈLE AVEC PROBABILITÉS DE DISPONIBILITÉ 243
ANNEXE F : RÉSULTATS DES SIMULATIONS POUR LE MODÈLE AVEC POLITIQUE D'APPROVISIONNEMENT 251

INTRODUCTION

La réfection se définie comme la réparation d'un équipement endommagé, partiellement ou en totalité, en vue de lui rendre ses conditions initiales d'apparence et de performances ou bien de l'améliorer, au regard de besoins et technologies entre-temps éprouvés, afin de prolonger sa durée de vie. La réfection boucle le cycle de vie d'un produit et permet de le réintroduire dans un nouveau cycle de vie.

De nombreux avantages directs et indirects découlent de la réutilisation de produits usagés en tant qu'alternative à la fabrication de produits neufs, tels que la diminution des déchets rejetés, la diminution de l'énergie utilisée, l'économie du coût d'achat d'un nouveau produit ou bien de la destruction d'un ancien. La réfection est ainsi un formidable moyen de diminuer les coûts, et donc ainsi d'améliorer la productivité d'une entreprise, en plus d'être un geste environnemental.

Une fois récupéré, un produit est désassemblé, nettoyé et subit une inspection afin de vérifier la valeur ajoutée restante et la pertinence de la réfection par rapport à la mise en rebut des composants en termes de standards minimums à respecter. D'autre part, la possibilité de changement technologique apporté au produit d'un cycle de vie à l'autre modifie la proportion de composants réutilisables. Ainsi les industries de réfection doivent en complément acquérir de nouveaux composants pour satisfaire la demande en nouveaux produits. La phase d'inspection fournit également un diagnostic sur les opérations de réfection, spécifiques à chaque composant et sous-ensemble, à effectuer en aval. On effectue ensuite ces tâches de réparation et de remplacement en tant que telles, puis l'assemblage et l'inspection finale.

Le flux de produits usagés récupérés se caractérise par une importante incertitude sur la quantité et la qualité des produits. En conséquence, les travaux de réfection se distinguent des opérations de fabrication par leur grande variabilité. En effet, la quantité

de travail et donc les délais et coûts de réfection dépendent de l'état de chaque composant et du mode de réfection choisi. Dans ce contexte de processus d'exécution complexes et stochastiques, les techniques classiques utilisées dans le contrôle des opérations de fabrication ne sont pas adéquats pour traiter l'exécution des opérations de réfection. Il y a donc un besoin critique d'apporter de nouvelles approches de gestion pour répondre aux besoins spécifiques d'une industrie de la réfection en pleine croissance, notamment pour les biens d'équipements.

Nous nous intéressons à la réfection des biens d'équipements, qui correspondent à des investissements majeurs, et qui sont la plupart du temps remis à neuf et réutilisés par les mêmes entreprises. La réfection de biens d'équipements a ainsi adopté une organisation proche des domaines de la maintenance et des services, qui sont intégrés dans une gestion globale du cycle de vie du produit. Le principal objectif recherché est alors de maintenir un nombre d'équipements utilisables supérieur au niveau de service requis dans l'entreprise en utilisant les mêmes ressources manufacturières pour effectuer la maintenance ou la réfection des équipements usagés et en envisageant le remplacement de certains composants.

Dans ce travail de recherche, nous proposons une démarche de contrôle de l'exécution des opérations de réparation et de réfection d'un produit unique dans un système en boucle fermée. Au sein d'un tel système, nommé système hybride de réparation et de réfection, un bien d'équipement est utilisé, puis subit des opérations de maintenance, en cas de défaillance majeure, et de réfection en fin de vie pour être réintroduit dans un nouveau cycle de service. Ces opérations de maintenance et de réfection utilisent les mêmes ressources. Le système alterne donc entre des opérations de réfections, considérées comme des actions planifiées et contrôlables, et des opérations de réparation d'équipements, considérées comme non planifiables et non contrôlables et dont l'urgence impose une priorité de traitement sur la réfection. Nous cherchons une politique de contrôle des opérations de réfection afin d'assurer un nombre suffisant d'équipements en service avec un coût minimum. Pour cela, nous proposons différentes

stratégies prédéfinies de réfection, qui diffèrent en termes de coût et de délai d'exécution, depuis une simple remise en état à un remplacement complet. La problématique est la suivante : comment effectuer un choix dynamique de stratégie de réfection afin de minimiser les coûts d'opération et d'inventaire et de remplacement ?

Des travaux précédents, tel que Gharbi, Pellerin et Sadr (2008) et Pellerin, Sadr, Gharbi et Malhamé (2008) ont contribué à apporter une réponse en utilisant une politique d'exécution se basant sur des seuils critiques d'inventaire d'équipements utilisables déclenchant l'utilisation des modes de réfection (*Multiple Hedging Point policy* - MHPP). Ils ont en outre proposé d'une part une méthode de détermination expérimentale de la valeur de ces seuils basée sur un plan d'expérience, une modélisation par simulation et la méthode des réponses de surface, et d'autre part une méthode de détermination analytique. Cependant, la stratégie de remplacement utilisée ne prend pas en compte la possibilité de rupture du stock de pièces de remplacement qui peut se produire dans les chaînes d'approvisionnement réelles. Dans notre approche nous proposons d'inclure l'incertitude sur le réapprovisionnement dans notre politique de gestion des systèmes hybrides de réparation et de réfection, dans un premier temps en considérant une probabilité de disponibilité des pièces de remplacement, et dans un second temps en traitant la gestion de l'inventaire de pièces de remplacement.

Les travaux présentés dans ce mémoire s'articulent autour de trois articles scientifiques, "Optimization of the control policy for a stochastic remanufacturing system with unreliable replacement parts supply", puis "Control of a repair and overhaul system with probabilistic parts availability" et "Joint hybrid repair and remanufacturing systems and supply control", présentés respectivement dans les chapitres 3, 4 et 5.

Ce mémoire se décompose ainsi :

- Le chapitre 1 présente une revue de littérature pertinente permettant de positionner la recherche effectuée par rapport aux travaux précédents et actuels dans le domaine de la réfection et de l'approvisionnement non fiable.

- Le chapitre 2 est une synthèse des travaux menés dans le cadre de cette recherche et constitue ainsi un fil conducteur cohérent des articles scientifiques par rapport aux objectifs de la recherche. La démarche de l'ensemble du travail de recherche et l'organisation générale du mémoire sont aussi présentées.
- Le chapitre 3 est un article scientifique qui intègre une probabilité de disponibilité des pièces de remplacement aux modèles existants de résolution par simulation du problème de contrôle optimal des systèmes hybrides de réparation et de réfection.
- Le chapitre 4 étend les résultats du chapitre 3 en proposant une résolution analytique du problème de contrôle des systèmes hybrides de réparation et de réfection sous la même contrainte de probabilité de disponibilité des pièces de remplacement. Cet article scientifique présente en outre les difficultés et les limites de la résolution analytique pour des modèles d'optimisation de systèmes plus complexes.
- Le chapitre 5 est un article scientifique qui propose d'optimiser conjointement le contrôle de systèmes hybrides de réparation et de réfection et le contrôle de l'approvisionnement en pièces de remplacement. L'approche utilisée se base sur la méthode résolution numérique proposée dans le chapitre 3.
- Le chapitre 6 apporte des détails complémentaires sur l'aspect méthodologique et théorique des deux approches de résolution utilisées dans ces travaux.
- Le chapitre 7 présente une discussion générale de la méthodologie employée et des résultats des travaux de recherche par rapport à la revue critique de la littérature.

La conclusion résume les résultats et la contribution du mémoire et introduit les perspectives de recherches supplémentaires qu'ouvre cette étude.

CHAPITRE 1 : REVUE DE LITTÉRATURE

L'objectif de cette revue de littérature est de positionner notre problématique parmi les travaux de recherche actuels. Ce mémoire étant présenté par articles, nous référons le lecteur aux chapitres 3, 4 et 5 qui contiennent des revues de littératures spécifiques à chaque article scientifique. Ce chapitre présente les concepts de contrôle des systèmes de réfection, en particulier pour les systèmes hybrides de réparation et de réfection, et aborde le concept de réapprovisionnement non fiable.

1.1 Description des systèmes de réfection

1.1.1 Définition de la réfection

Dans un premier temps, il convient de définir clairement le domaine de la réfection autour duquel les travaux effectués dans ce mémoire sont centrés. La réfection est une des activités de la logistique inverse (*Reverse Logistics*), que l'on peut définir comme « le processus de planifier, implanter et contrôler le flux efficient et rentable de matières premières, stocks d'en-cours, produits finis et d'informations utiles du lieu de consommation au lieu d'origine dans le but de récupérer la valeur ou d'éliminer de manière approprié » (Rogers et Tibben-Lembke 1998). La Figure 1.1 présente le diagramme de flux de la logistique inverse, qui s'articule autour des activités suivantes :

- la réutilisation directe du produit après nettoyage et travaux mineurs de maintenance, sans opérations de réparation,

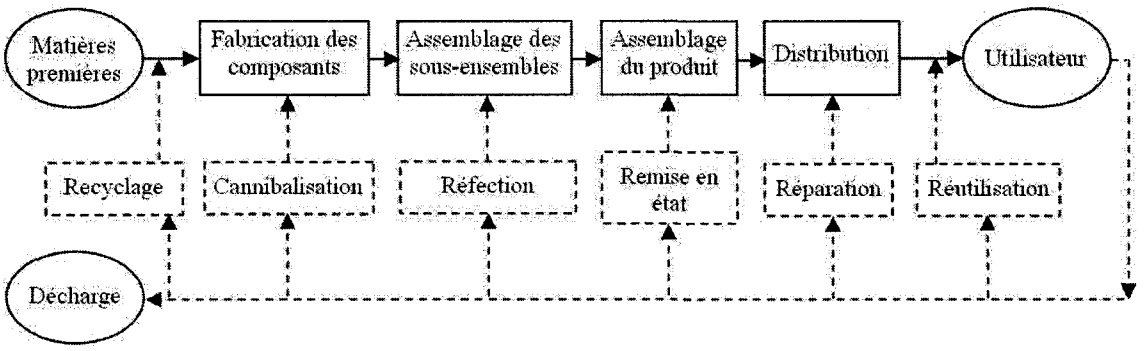


Figure 1.1 Les Différentes activités de récupération de la logistique inverse

- la réparation, qui consiste à remettre en état un produit défectueux avec une perte possible de qualité,
- le recyclage (*recycling*), qui représente la collecte et la conversion d'un produit ou d'un matériau usagé en matière première pour être utilisé dans la fabrication d'un produit complètement nouveau,
- la réfection (*remanufacturing*), telle que définie par Cox et Blackstone (2002), qui est le terme standard désignant à la fois le processus et l'environnement manufacturier dans lequel on restaure un produit durable endommagé partiellement, ou en totalité. Cette restauration a pour but de lui rendre ses conditions initiales d'apparence et de performance, ou afin de l'améliorer au regard de besoins technologiques dans le but de prolonger sa durée de vie. D'autres termes sont utilisés en anglais pour la réfection, telles que *refurbishing*, *reconditioning*, *rebuilding*.

1.1.2 Les avantages apportés par la réfection

La réfection se justifie économiquement par la volonté de récupérer la valeur ajoutée restante d'un produit endommagé sous la forme de coûts de main d'œuvre, matériau,

énergie et de production initialement apportés à la confection du produit et qui restent après un cycle de vie. Pour autant, chaque produit endommagé ne sera pas remis à neuf, il sera souvent éliminé (*disposal*) ou revendu sur un autre marché, comme le recyclage. L'essentiel de l'approche de sélection réside dans l'estimation de la valeur ajoutée du coût des travaux de réfection à effectuer, des coûts de stockage et de collecte, à comparer avec l'achat simple d'un nouveau produit et l'élimination d'un ancien produit. Ce processus s'applique sur chaque composant d'un produit endommagé. On pourra aboutir ainsi à un produit hybride, mélange de nouveau et ancien composants.

La réfection représente aujourd'hui une des plus importantes opportunités d'amélioration de la productivité (Giuntini et Gaudette, 2003). L'*U.S. environmental protection agency* (EPA) indique que l'industrie de la réfection représente un chiffre d'affaire annuel de 53 milliards $ par an, emploie directement ou indirectement près de 500,000 travailleurs au sein de 73,000 entreprises et est en constante croissance (EPA, 1997 ; EPA, 1998). En proposant des produits remis à neuf à des prix inférieurs aux prix d'un produit neuf, de l'ordre de 30 à 40% (Fargher, 1997), les entreprises de réfection attirent des clients pour qui le prix du produit neuf est prohibitif et augmentent ainsi la taille du marché.

Remettre à neuf ou acheter des produits réfectionnés est également considéré comme une activité majeure de prévention du gaspillage en matériau et énergie. Pour les seules économies d'énergie, on estime à 15 milliards $ par an la somme épargnée par la réutilisation en évitant le traitement et la production à partir de matériaux bruts (EPA, 1998). Une étude récente (Mayers, 2007) rapporte également que la législation de plus en plus contraignante dans de nombreux pays, notamment en Europe, impose la responsabilité du financement et de la gestion de la récupération, du traitement et du recyclage et des produits en fin de vie (*extended producer responsability*). Les entreprises manufacturières traditionnelles sont donc encouragées à mettre en place des stratégies de récupération des matériaux et produits en fin de vie et à investir dans la réfection. L'amélioration de l'image environnementale d'une entreprise a aussi un

impact marketing qui permet indirectement aux entreprises d'augmenter leur part de marché face aux concurrents.

1.1.3 Le cycle de vie d'un produit remis à neuf

Nous présentons à la Figure 1.2 le cycle de vie d'un produit remis à neuf. La première étape consiste à collecter les produits usagés auprès de leurs utilisateurs et de les faire converger au point de réfection, ce qui exige la constitution d'une chaîne de logistique inverse. La réfection englobant un large panel de séquence d'opérations, de la réparation mineure aux complexes programmes de mise à niveau technique (Pellerin, 1997), nous présentons ici le scénario typique du processus de réfection :

- le démontage complet d'un produit retourné, qui fournit les partis et composants qu'il faudra remettre à niveau. Thierry, Salomon, Van Nunen et Van Wassenhove (1995) identifièrent quatre niveaux de désassemblage possible d'un produit : produit, modules, composants et matériaux,
- une inspection est effectuée pour déterminer la pertinence d'une réfection par rapport au rejet en fonction de l'état et de la valeur intrinsèque restante et ainsi classer les composants. L'inspection fournit également des informations essentielles aux opérations en aval, tel qu'un diagnostic des opérations de réfection à effectuer pour chaque composant et la quantité de pièces neuves à acquérir pour compléter au besoin le flux de produits remis à neuf ou remplacer les composants rejetés,
- le nettoyage, la remise à niveau puis le test des composants acceptés. Les opérations de réfection sont souvent effectuées dans un atelier multigamme (*job-shop*), étant donné le besoin de machines polyvalentes et de flexibilité. Chaque pièce ayant vécu un cycle d'utilisation et donc une usure différente, les opérations de réfection se caractérisent par leur grande variabilité,

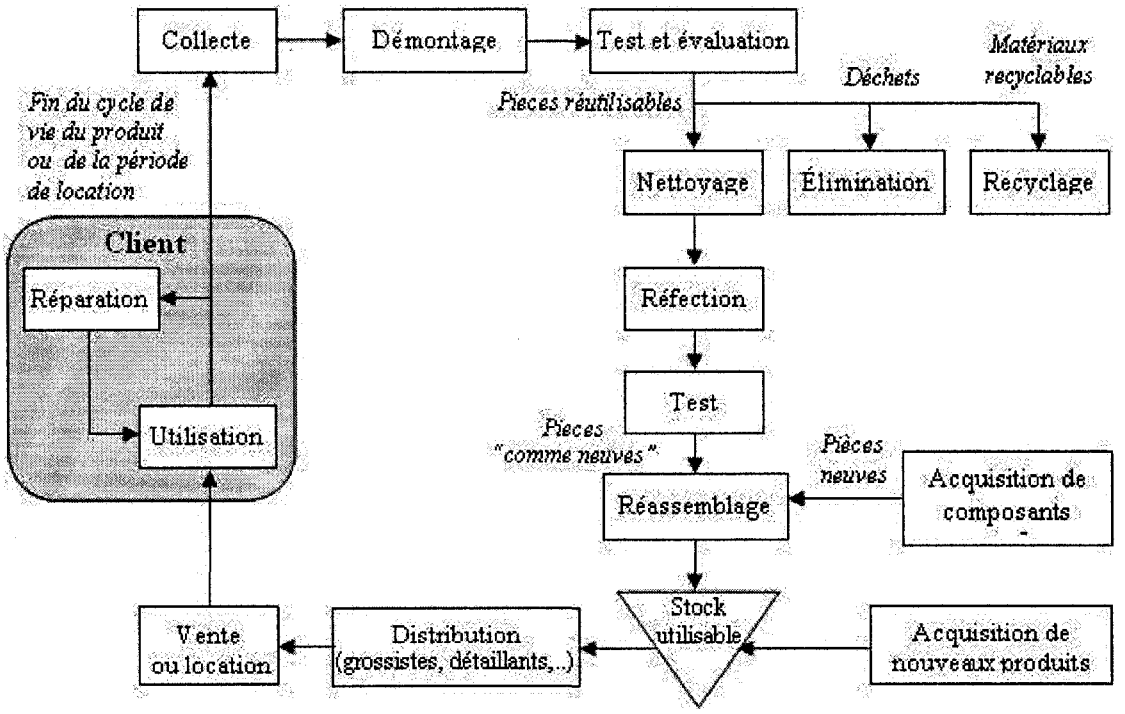


Figure 1.2 Cycle de vie d'un produit remis à neuf

- l'assemblage de composants et sous-ensembles « comme neufs » et neufs. Les produits sont ensuite disponibles pour être utilisés.

La quantité et la qualité des produits endommagés à réparer ou remplacer étant par nature variables, voire aléatoires, le flux de produits «remis à neuf » est complété par l'acquisition de nouveaux produits afin de satisfaire la demande. Le produit rentre ensuite dans un réseau de distribution classique pour être vendu ou loué au client utilisateurs. Le produit est utilisé en service et subit des opérations de maintenance jusqu'à sa fin de vie. Entre chacune de ces étapes, les systèmes de réfection doivent en outre stocker et gérer une variété importante de types de pièces : les produits avant réfection (*cores*), les pièces de rechange, les produits neufs, les produits finis et en cours de production (*WIP*).

1.1.4 Les caractéristiques des produits remis à neuf

Lund (1998) a identifié les principaux critères pour remettre à neuf un produit. Celui-ci doit avoir les caractéristiques suivantes :

- être un bien durable,
- être victime d'une défaillance durant son fonctionnement,
- être standardisé et avoir des composants interchangeables,
- avoir une valeur ajoutée restante importante,
- le coût pour obtenir (acquisition, transport, stockage,...) un produit défaillant est faible par rapport à la valeur ajoutée restante,
- sa technologie est stable durant plus d'un cycle de vie,
- le consommateur est conscient que des produits remis à neuf sont disponibles, ceci assurant des débouchés suffisants pour rendre la réfection viable.

Il est également important que le produit soit démontable. La phase de démontage n'est pas seulement l'inverse de la phase d'assemblage. En effet la plupart des produits, même dans le secteur de la réfection, n'ont pas été conçus pour être démontés et il faut faire appel à la rétro-ingénierie (*reverse engineering*) afin de définir des séquences de démontage. Le produits qui ne sont pas conçus pour être démontés ont ainsi des plus importants taux de rebut lors du démontage et donc de remplacement par la suite.

Giuntini et Gaudette (2003) ont distingués les biens de consommation des biens d'équipement parmi les produits remis à neuf. Les biens de consommation sont généralement réintroduits dans le même marché après réfection en tant que nouveau produit, alors que les biens d'équipement sont la plupart du temps remis à neuf par les propriétaires initiaux, étant des actifs importants de l'entreprise. Cela a un impact direct sur l'organisation d'un système de réfection. En effet, la structure de la chaîne de collecte est un élément pivot dans l'organisation des systèmes de réfection des biens de

consommation, alors que les systèmes de réfection de biens d'équipement sont souvent associés au service de maintenance et d'entretien, et de manière plus globale sont intégrés dans des programmes de gestion du cycle de vie.

1.2 La complexité des opérations de réfection

Guide (2000) a identifié un certain nombre de caractéristiques qui compliquent significativement les activités de planification et de contrôle des activités de réfection, à savoir :

- le besoin d'un réseau de logistique inverse. Les accords d'achats avec reprise, les mesures d'incitation et la location (*leasing*), ainsi qu'une localisation optimale des centres de retours, en s'appuyant par exemple sur le réseau de distribution ou des intermédiaires, permettent d'améliorer la fiabilité des retours de produits. Les coûts de transport variables selon les distances du client au centre de retour ainsi que le stockage de différents produits retournés, de différentes qualités, sont des facteurs compliquant la gestion du retour des produits usagés,
- l'incertitude dans la fréquence, la quantité et la qualité des retours des produits retournés. Chaque produit ayant vécu une utilisation différente et ayant subi des défaillances propres à cette utilisation, les systèmes de réfection n'ont quasiment aucun contrôle sur la quantité, la qualité et la fréquence des retours de produits endommagés. Le degré de changements technologiques influence également la proportion de produits réutilisables,
- la nécessité de balancer les retours avec la demande. Ce problème est lié à la difficulté de planifier les retours de produits en fin de vie. Les entreprises cherchent à synchroniser la demande en produits remis à neuf et les retours afin de minimiser les coûts d'inventaires et les pénalités de retard. Ceci exige une

coordination étroite entre les différents secteurs au sein du système de réfection. Un excessif retour de produits endommagés est stocké en attendant une réfection ultérieure ou bien vendu ou mis au rebut, alors qu'un retour insuffisant est compensé par l'acquisition de pièces de remplacement. Cette caractéristique a donc également une influence sur la gestion des matières et la planification des ressources,

- le démontage des produits retournés; Outre l'importance en amont de concevoir des produits démontables, les séquences de démontage obligent les entreprises de réfection à effectuer de la rétro-ingénierie. De plus, les opérations de démontage ont une variabilité de durée importante qui complique l'allocation des ressources, la gestion des matériaux, l'ordonnancement et la planification des tâches,

- les composants soumis à des restrictions; Lorsque l'utilisateur reste propriétaire du produit qu'il retourne, sans être celui qui en assure la réfection, le retour du même produit après réfection est requis. Dans ce cas, les systèmes de réfection emploient une stratégie de fabrique sur demande (*make-to-order*) dans laquelle demande et retour sont corrélés, assurant la fiabilité des retours mais ne permettant pas un horizon important pour l'acquisition de pièces de remplacement. En outre, rendre le même produit après réfection exige le comptage, l'étiquetage et le suivi des composants et donc impose une charge importante aux systèmes d'information,

- les problèmes d'acheminement stochastique des produits pour les opérations de réfection et les durées d'exécution très variables; Il existe une succession maximale d'opérations qu'un produit endommagé subira pour être remis à neuf. Chaque produit ne nécessite qu'une partie de ces opérations, qui constituent en fait le pire des scénarii, en fonction du degré de dégradation spécifique à son utilisation. Le nettoyage et le réassemblage sont des tâches souvent connues à l'avance, alors que les opérations de remise à neuf et donc l'acheminement

dans un atelier multi-gamme, la durée de réfection, et les ressources nécessaires sont assimilés à des phénomènes stochastiques, rendant complexe la planification de la production, l'ordonnancement et la gestion de l'inventaire. La coordination des activités (désassemblage, réparation, acquisition, réassemblage, etc...) est primordiale. Le désassemblage ne fournit par exemple pas un seul composant mais plusieurs simultanément. La capacité de l'outil de réparation, généralement multi-gamme, ou parfois servant également comme ressource de production de nouveaux produits, est également un élément important à considérer.

Ainsi, on constate que le domaine de la réfection possède de nombreuses caractéristiques qui compliquent les activités de contrôle et de planification rendus ainsi plus complexes que pour les systèmes manufacturiers traditionnels. L'importance économique de la réfection en termes de taille et de croissance oblige pourtant la recherche et la mise en place de réponses aux problèmes soulevés précédemment, ce que nous présentons dans la section suivante.

1.3 Axes de recherche spécifique à la réfection

L'engouement suscité pour la gestion écologique de la chaîne de logistique *(Green Supply-Chain Management GrSCM)* s'est manifesté au travers des nombreux travaux scientifiques parus ces dernières années. Srivastava (2007) propose une excellente revue de littérature des travaux menés ces dernières années et apporte une classification aux différents problèmes entourant la GrSCM, schématisé sur la Figure 1.3 :

- la gestion de la fin de vie du produit (*waste management*), qui englobe l'élimination, la réduction des déchets à la source et la prévention de la pollution,

- la conception écologique (*green design*), qui aborde la conception respectueuse de l'environnement (*environmentally conscious design, ECD*) et l'analyse du cycle de vie (*life-cycle assessment/analysis, LCA*). L'ECD propose de remplacer des matériaux potentiellement nocifs, d'évaluer le degré de recyclabilité et d'envisager le désassemblage du produit. La LCA est un processus pour déterminer et évaluer les conséquences sur l'environnement, la santé au travail et les ressources liées à un produit dans toutes les phases de sa vie, de l'extraction des matières premières jusqu'à la réutilisation ou l'élimination,
- la conception d'un réseau de distribution inverse, qui étudie l'analyse des flux de produits récupérés, la conception d'un réseau logistique de récupération, les interactions avec la logistique avancée (*forward logistics*). Nous sommes intéressés dans ce mémoire par les biens d'équipement, donc de valeur restante relativement importante, que les utilisateurs sont plus enclins à retournés en fin de vie que les produits de consommation et qui sont par ailleurs souvent remis à neuf par les propriétaires et utilisateurs. Nous ne développerons donc ce point que de manière succincte,
- les opérations de fabrication écologiques et de réfection (*green manufacturing and remanufacturing*), qui s'intéresse au contrôle des stocks (*inventory control*) et à la planification et contrôle de la production (*production planning and control*), notamment dans le cas de la réfection.

Fleischmann, Bloemof-Ruwaard, Dekker, van der Laan, van Numen et van Wassenhove (1997) et Gungor et Gupta (1999) proposèrent également une revue de littérature spécifique au domaine de la logistique inverse, s'articulant autour de la distribution inverse, du contrôle des stocks et enfin de la planification et gestion de la production.

La planification de la production dans le domaine de la réfection aborde d'une part à la sélection des opérations de réfection à mener, principalement les opérations de désassemblage et de réparation spécifique à chaque produit retourné, et d'autre part les

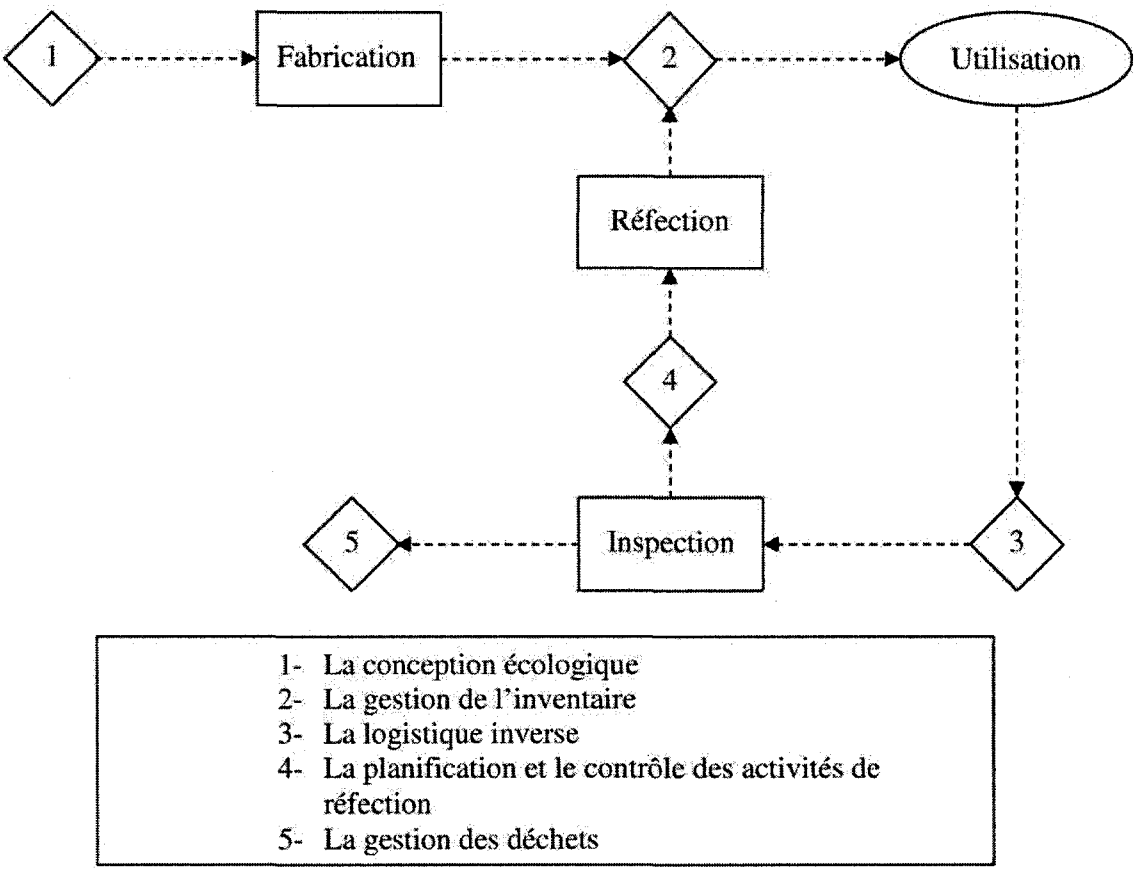


Figure 1.3 Les Principaux domaines de recherche associés à la réfection

techniques d'ordonnancement. Dans un premier temps, il faut sélectionner le niveau de désassemblage (produit, module, composant ou matériel) et les opérations de réparation, désassemblage, nettoyage à mener. L'idée est de trouver un compromis entre les coûts de réparation et de désassemblage et la valeur ajoutée restante des composants récupérés. Johnson et Wang (1995) et Penev et de Ron (1996) étudièrent ainsi un modèle permettant de définir la séquence optimale de désassemblage (*Disassembly Process Plan*). Nous orientons le lecteur vers Lambert (2003) et Lambert et Gupta (2005) pour une revue de littérature plus détaillée de ce thème, englobant des méthodes de détermination du graphe de désassemblage, les limitations topologiques, géométriques et

techniques qui permettent de réduire le nombre d'opérations de désassemblage réalisables et enfin les techniques de détermination de la séquence optimale.

Les techniques d'ordonnancement utilisent par exemple l'approche MRP (*Material Requirement Planning*), qui constitue un ensemble de procédures transformant les prévisions de demande des produits en calendrier des besoins en composants, utilisant une nomenclature inversée (*reverse Bill of Material*). Citons notamment Panisset (1988), Flapper (1994) et Taleb et Gupta (1997). Afin de contrôler le flux de composants au niveau des ateliers (*shop floor*), Guide, Kraus et Srivastava (1997) étudièrent différentes politiques de relâchement du désassemblage à l'atelier (*disassembly release mechanisms*) et différentes priorité dans le contrôle des files d'attentes des postes de travail (*dispatching priorities rules*) avec un modèle de simulation. Guide, Srivastava et Spencer (1997) abordèrent l'impact de l'incertitude des acheminements dans les ateliers de travail sur les techniques de planification de la capacité. Guide (1996) proposèrent d'utiliser le concept de cadence-tampon-lien (*drum-buffer-rope*).

1.4 Gestion de l'inventaire et de la production appliquée à la réfection

Comme nous avons pu voir dans la section précédente, la réfection est une alternative intéressante à la production de nouveaux produits. Néanmoins les incertitudes sur la fréquence, la quantité et la qualité des retours de produits endommagés, l'obligation de remplacer une partie des composants démontés, ainsi que la variabilité des opérations de réfection à mener pour leur redonner des standards semblables aux produits neufs posent des contraintes importantes aux industriels. Ceux-ci doivent compléter la réfection avec l'acquisition extérieure ou la production en interne de composants ou produits afin de répondre à la demande de produits finis.

Nous présentons sur la Figure 1.4 la structure typique d'un système hybride de fabrication et réfection auquel une grande partie de la littérature s'est intéressée, tel que

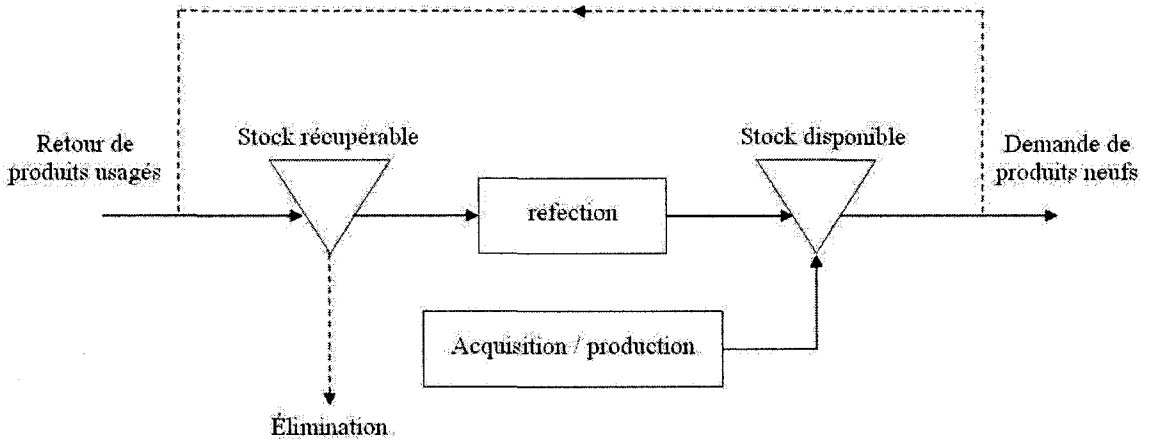


Figure 1.4 Structure d'un système hybride de production / réfection

décrit par Fleischman et al. (1997). Un tel système doit répondre à la demande en produits neufs et reçoit des produits usagés provenant du marché. De manière générale, le modèle est composé de deux inventaires : l'inventaire de produits retournés et l'inventaire de produits finaux disponibles pour le service. Néanmoins lorsque le délai de réfection est nul, ou dans le cas de réutilisation directe des produits retournés, ces deux inventaires coïncident. L'objectif, d'un point de vue gestion de l'inventaire et de la production est alors de contrôler les ordres de production/commande et le processus de réfection afin de garantir un niveau de service requis et/ou de minimiser les coûts fixes et variables du système. La coordination entre l'acquisition extérieure, ou la production, et la réfection rend le problème comparable à un système à deux modes d'approvisionnements avec la propriété qu'un des deux modes, la réfection, est prioritaire mais n'est pas entièrement contrôlable. Afin de prendre en compte la possibilité de rejeter un excès de produits retournés, l'élimination (*disposal*) est souvent considérée. Un autre élément difficile à cerner réside dans la dépendance entre la demande en produits neufs et le retour des produits usagés, pour lequel le système n'a

aucun contrôle. Nous présentons dans les sections qui suivent une revue de différents papiers avec les hypothèses, modèles et politiques de contrôle abordés.

1.4.1 Modèle déterministe

Dans un premier temps, nous nous intéressons au modèle déterministe, c'est-à-dire dans lequel toutes les données, tels que la demande et le retour de produits usagés, sont connus avec certitude dans le temps. L'objectif est de trouver un compromis entre les coûts fixes de réparation et de production et les coûts variables d'entreposage. En ce sens, la formule basique EOQ (*economic order quantity*) de la théorie classique permet, avec des modifications, d'aborder le problème. Schrady (1967) étudia un modèle statique de système de réfection, et proposa une politique de contrôle qui alterne entre un ordre de production et plusieurs ordres de réfection de lots fixes dont il détermine les valeurs optimales. Nahmias et Rivera (1979), puis Koh, Hwang, Sohn et Ko (2002) ont généralisé le modèle en abordant une contrainte de taux de réparation finis et Mabini, Pintelon et Gelders (1998) au cas de plusieurs types de produits partageant les mêmes ressources. Cependant ces travaux ne considèrent pas le contrôle de la proportion de produits retournés et de la proportion de produits éliminés. D'autres travaux ont utilisé ces paramètres comme variables de décision supplémentaires (Richter, 1996; Dobos et Richter, 2004). Plus récemment, Dobos et Richter (2006) ont étendu le problème au cas de qualité des pièces retournés non parfaites, qui impose de ne pas pouvoir réutiliser tous les produits en fin de vie.

Un autre courant de la littérature s'est intéressé aux modèles dynamiques, pour lesquels la demande est déterministe et variable dans le temps, suivant, par exemple, un cycle saisonnier. Ils étudièrent des problèmes de dimensionnement des tailles de lots dynamiques, comparables au modèle de gestion de l'inventaire et de planification de la production proposé de Wagner et Within (1958). Richter et Sombrutzki, (2000) et Richter et Weber (2001) proposent des modèles avec l'hypothèse que le nombre de

retours est suffisant pour traiter la demande sans délai, ne nécessitant donc pas de fabriquer des nouveaux composants. Beltran et Krass (2002) proposent un modèle dans lequel les produits retournés peuvent être réutilisés directement, sans réfection, et sont donc abordés comme des demandes négatives. Teunter, Bayindir et Van den Heuvel (2006) étudient la détermination des lots dynamiques de produits à remettre à neuf et à fabriquer, sans considérer d'option d'élimination, et proposent des heuristiques pour approximer la politique optimale.

Minner et Kleber (2001) ont étudié un modèle dynamique et continu, sans délais ni commandes en retard (*backlogging*) en utilisant la théorie du contrôle. Il s'agit alors de déterminer le taux de réfection, de production et de disposition qui minimisent le coût total sur un horizon de temps fini, en considérant des coûts linéaires. Kiesmuller, Minner et Kleber (2000) et Kiesmuller (2003) ont étendu respectivement ces travaux en considérant la possibilité de commandes en retard, puis des délais de fabrication et de réfection positifs et constants. Kleber, Minner et Kiesmuller (2002) ont également étendu les travaux de Minner et Kleber (2001) en considérant un système de réfection répondant à des demandes multiples correspondant à plusieurs familles d'un même produit de base.

Rubio et Corominas (2008) proposèrent d'étudier un modèle dans lequel les capacités de production et de réfection sont flexibles et peuvent être adaptées, en investissant un certain coût, pour atteindre un objectif de « zéro inventaire », dans un environnement de production allégée (*lean production*) ou juste à temps (JIT). Ils montrèrent ainsi, au contraire des papiers précédents tels que Richter (1996) et Dobos et Richter (2004), qui utilisent une approche EOQ, que des stratégies mixtes de production et de réfection peuvent être optimales, par opposition aux stratégies pures (i.e. allocation de toutes les ressources à la réfection ou à la production).

1.4.2 Modèle stochastique

Les modèles déterministes sont utiles en tant que première approche pour comprendre les interactions entre réfection et production. Néanmoins les modèles stochastiques sont plus proches de la réalité et permettent une meilleure compréhension du comportement du système. Les demandes et retours sont considérés comme des évènements stochastiques et la plupart du temps indépendants. Nous suivrons la traditionnelle classification des modèles stochastiques en séparant les modèles avec examen périodique (*periodic review*) des modèles avec examen continu (*continuous review*). L'objectif est de trouver la politique optimale qui minimise le coût total moyen à long terme par unité de temps.

1.4.2.1 Modèles à examen périodique

Dans les modèles à examen périodiques, les inventaires sont observés à chaque période de temps et une décision est alors prise de commander, effectuer la réfection ou éliminer certains produits. Simpson (1978) présenta les premières recherches abordant les systèmes stochastiques de récupération à deux échelons faisant face à des demandes et retours stochastiques. Le problème est de trouver un compromis entre les économies que permettent la réutilisation de produits usagés et les coûts additionnels de stockage, en considérant des coûts purement linéaires et sans délais d'exécution. Il montra l'optimalité, pour une période de temps fini (n périodes), d'une politique simple de contrôle basée sur trois paramètres commandant l'acquisition, l'élimination et la réparation (*purchase-up-to level*, *scrawn-down-to level* et *repair-up-to level*) en utilisant la programmation dynamique. Kelle et Silver (1989) formulèrent un problème de réutilisation de containers dans lequel demandes et retours sont explicitement indépendants, en considérant des coûts fixes de production, sans délai de production ni

option d'élimination. Le problème stochastique est ramené à un problème déterministe de détermination de taille de lots dynamiques.

Indefurth (1997) a étendu les travaux de Simpson (1978) en montrant l'optimalité de cette politique dans le cas de délais fixes et identiques de réfection et d'acquisition. Dans le cas de délais de réfection et d'acquisition différents, l'augmentation du nombre de dimensions du processus de Markov sous-jacent empêche la détermination de la politique de contrôle optimale. Afin de calculer de manière simple les valeurs optimales des paramètres de la politique de contrôle proposée par Inderfurth (1997), Kiesmuller et Scherer (2003) proposèrent deux techniques d'approximation.

Fleischmann et Kuik (2003) ont analysé un modèle sans option d'élimination, en considérant des coûts d'acquisition non linéaires et des délais nuls. Ils ont montré que le problème est équivalent à un problème de gestion d'inventaire classique avec demandes positives ou négatives. En utilisant la théorie des processus de décision Markovien (*Markovian decision process*), ils montrèrent qu'une politique d'approvisionnement (*s*, *S*) de produits neufs pour compléter les retours stochastiques est optimale. Ils ont également fournis une méthode de détermination des valeurs optimales de *s* et *S* basée sur la théorie classique du contrôle.

Le cas de délais de réfection et de fabrication différents, plus compliqué, a également été abordé dans la littérature. Mahadevan, Pike et Fleischmann (2003) proposèrent une politique périodique de contrôle à flux poussé (*periodic review push policy control*) pour un système de réfection avec délais de réfection et de fabrication différents, sans élimination. Cette politique indique quand effectuer la réfection de tous les produits retournés en stock (quel intervalle de temps entre chaque ordre de réfection) et combien de nouveaux produits il faut fabriquer (*order up to policy*). Ils proposèrent également plusieurs heuristiques simples de détermination des valeurs optimales des paramètres, qui sont plus pratiques que celles issues de la formulation Markovienne. Kiesmuller et Minner (2003) et Kiesmuller (2003) étudièrent un système identique en utilisant une

politique de contrôle basée sur deux paramètres (*produce-up-to level* et *remanufacturing-up-to level*) et utilisèrent une heuristique encore plus simple s'inspirant de la méthode *news-vendor*. Néanmoins, aucun des deux papiers ne montre l'optimalité de la politique utilisée.

Une partie de la littérature s'est également intéressé aux modèles avec dépendance entre retours et demandes. En effet, dans le cas de produits vendus mais retournés aux fabricants, ou dans le cas de produits loués (*leasing*, *rental*), il existe un lien entre demandes et retours. Cohen, Nahmias et Pierskalla (1980) étudièrent ainsi un modèle dans lequel une partie fixe des produits utilisés est retournée après un délai fixe et peut être réutilisée directement, sans option d'élimination, en complément de la production de nouveaux produits (sans délais de production). Une politique périodique de production à recouvrement calendaire (*order-up-to policy*) est optimale dans le cas d'un séjour sur le marché d'une période et une méthode heuristique est fournie pour déterminer la valeur optimale du stock cible. Kiesmuller et Van der Laan (2001) étendirent le modèle précédent au cas d'un délai de production constant et non nul et utilisèrent une approche basée sur les chaînes de Markov pour déterminer la valeur optimale du stock cible, sans toutefois démontrer l'optimalité d'une telle politique (*order-up-to policy*). . Buchanan et Abad (1998) modifièrent le modèle de Kelle et Silver (1989) en considérant que les retours correspondent à chaque période à une proportion aléatoire du nombre de produits en utilisation. Ils proposent une politique optimale de contrôle de la production en utilisant la programmation dynamique. Nakashima, Arimitsu, Nose et Kuriyama (2004) étudièrent un système de réfection dans lequel une proportion fixe des produits usagés est retournée et entièrement remise à neuf au bout d'une période, l'autre partie étant éliminée. Ils déterminent par itération, en utilisant également un modèle markovien, le nombre optimal de nouveaux produits à fabriquer dans chaque période.

Tang et Grubbstrom (2005) appliquèrent une politique de fractionnement de la demande par cycle entre réfection et acquisition (*dual sourcing policy*) dans le cas de demandes et de retours déterministes et de délais stochastiques de réfection et de fabrication. Une part

fixe de la demande est satisfaite par la réfection et l'autre part par la fabrication. Il s'agit alors de déterminer la longueur du cycle de commande, pendant laquelle un ordre de réfection et un ordre de fabrication sont lancés, et la longueur du délai planifié, de sorte que le coût total (stockage et commande) soit minimal. Ils montrent que cette politique de fractionnement apporte une réduction du coût dans le cas où le coût de commande jointe est inférieur à la somme des coûts de commande de la réfection et de la fabrication.

1.4.2.2 Modèles à examen continu

Les modèles à examen continu, c'est-à-dire dans lesquels le temps et la politique de contrôle sont continus, ont également suscité l'attention de nombreuses recherches. Ces modèles proposent généralement de trouver les paramètres optimaux, sans montrer l'optimalité de la politique proposée. Le critère de performance utilisé est le coût total moyen à long terme par unité de temps en régime stationnaire, qui est calculé à partir de la théorie des files d'attente.

Heyman (1977) considéra un système à échelon unique avec les hypothèses suivantes : délais de réfection et d'acquisition extérieur nuls, aucun coût fixe d'acquisition, pas de coûts de retards (*backorder cost*), demandes et retours caractérisés par des quantités et intervalles entre évènements stochastiques. Il proposa une politique optimale simple qui consiste à éliminer les produits retournés si l'inventaire dépasse un certain niveau. Il donna une expression exacte du niveau optimal d'élimination dans le cas où les demandes et les retours ont une distribution de Poisson et une méthode d'approximation pour des distributions générales. Muckstadt et Isaac (1981) ont étudié un système similaire avec des délais fixes, des coûts fixes d'acquisition, une cadence de retour inférieure à la demande, mais sans option d'élimination. Ils proposent dans le cas d'un modèle à un échelon (l'inventaire de produits disponibles) une politique de contrôle approchée, composée d'une politique d'acquisition extérieure « point de commande-

quantité de commande » (s, Q) tandis que les produits retournés sont remis à neuf dès que possible. Dans le cas d'un modèle à deux échelons (inventaires de produits disponibles et de produits retournés), réfection et acquisition sont commandés par des politiques (s, Q). Ils proposent une procédure d'approximation pour déterminer les valeurs optimales du paramètre s et Q.

Van der Laan, Dekker, Salomon et Ridder (1996) proposèrent une autre procédure d'approximation dans le cas d'un seul échelon et de délais exponentiellement distribués et montrèrent que l'élimination est nécessaire pour ne pas avoir des coûts d'inventaires trop élevés mais complique le modèle et l'optimisation. Leurs travaux comportent également une procédure heuristique d'approximation plus efficace que celle de Muckstadt et Isaac (1981). Van der Laan, Dekker et Salomon (1996) comparèrent différentes stratégies d'élimination pour un système à deux échelons et montrèrent qu'il est plus avantageux de décider en fonction du nombre de produits à remettre à niveau, caractérisé par la capacité N de la file d'attente de l'atelier de réfection, et de la position finale d'inventaire, caractérisée par le seuil s_d au-delà desquels on élimine les retours, soit une politique (s, Q, s_d, N). Ouyang et Zhu (2006) observèrent que le cycle de vie d'un produit dans le cadre de la réfection se divise en trois phases. Lors du début du temps de vie des produits, le taux de retour est faible et il n'y aucun retours de produits et donc aucune réfection. Puis en milieu de vie la demande excède le retour de produits et il faut combiner réfection de produits retournés et acquisition ou production pour satisfaire cette demande. Enfin en fin de vie le taux de retour est plus important que le taux de demande, impliquant que le système de réfection ne peut pas traiter tous les retours. Ils remarquent que peu de travaux se sont intéressés à cette dernière phase dans laquelle l'option d'élimination est incontournable. Ils proposèrent une politique (s, Q, s_d) qui améliore les résultats obtenus par Muckstadt et Isaac (2001) dans le cas d'un taux de retours important. Ils utilisent une méthode de recherche par quadrillage et de simulation pour trouver les paramètres optimaux.

Van der Laan et Salomon (1997) étudièrent un système à deux échelons avec des délais de production et de réfection fixes et proposent de coordonner production, réfection et élimination à l'aide de stratégies à flux poussé (*push strategy*) ou à flux tiré (*pull strategy*). La stratégie à flux poussé est caractérisée par le quadruplet (s_m, Q_m, Q_r, s_d), telle que la réfection se produit dès que le stock de produits retournés atteint Q_r, la production de nouveaux produits est commandée par une politique « point de commande- quantité de commande » (s_m, Q_m) basé sur le stock final de produits finis et l'élimination est utilisée lorsque le stock final atteint le niveau s_d. La stratégie à flux tiré est composé de cinq paramètres (s_m, Q_m, s_r, S_r, s_d), telle que la réfection a lieu lorsque le stock final descend sous le seuil s_r et que le stock de produits retournés est suffisamment important pour amener le stock de produits finis à S_r, les politiques de production et d'élimination sont identique à la stratégie précédente, avec ($s_m < s_r$). Les deux politiques suggèrent que la réfection est prioritaire sur la production de nouveaux produits. Même s'il n'est pas montré que ces politiques sont optimales, elles sont simples à calculer et utilisées dans la pratique. Ils montrèrent que le choix de l'une ou de l'autre dépend des paramètres de coûts utilisés. Ainsi la stratégie à flux tiré est préférable seulement si le coût de stockage des produits retournés est suffisamment inférieur à celui des produits finaux, sinon la stratégie à flux poussé est plus avantageuse. Van der Laan, Salomon et Dekker (1999) ont étudié un modèle similaire, avec des délais stochastiques de fabrication et de réfection, mais sans option d'élimination. Ils observèrent notamment les effets des délais sur le coût final dans le cas de politique à flux tiré et à flux poussé.

L'option d'élimination est parfois considérée dans les travaux précédemment cités. Teunter et Vlachos (2002) expliquèrent cette option rend plus complexe le contrôle et l'analyse des systèmes de réfection, mais permettrait des réductions de coûts. Ils proposent un système similaire à celui de Van der Laan et Salomon (1997) et étudient l'impact de l'élimination d'une partie des produits retournés sur une politique périodique à flux poussée, en considérant un coût d'élimination linéaire (positif ou négatif). Ils concluent que l'élimination n'est en général pas nécessaire, sauf pour des articles peu demandés dans le cas où la réfection est au même coût que l'acquisition plus

l'élimination, ou dans le cas où les taux de retour est important. Pince, Gurler et Berk (2008) étudièrent le cas de coûts d'élimination non linéaire pour un système avec réutilisation directe des produits retournés et donc un seul échelon. Ils montrent que l'élimination conduit à une réduction de coûts dans le cas de taux de retours importants, même pour un taux de demande important, et dans le cas de taux de retours modérés, si la demande est très variable.

Fleischmann, Kuik et Dekker (2002) ont considéré le contrôle d'un système basique de production, sans éliminations, avec réutilisation directe des retours de produits et délai de production constant. Ils constatent en effet que peu de travaux montrent l'optimalité de la politique utilisée et traitent plutôt de la détermination des paramètres optimaux ainsi que de l'influence des différents paramètres sur le politique utilisée. Retours et demandes sont représentés par des processus de Poisson indépendants. Le problème est ramené à un problème classique de gestion d'inventaire et ils démontrent l'optimalité d'une politique de réapprovisionnement (s, Q) et apportent un algorithme de détermination des valeurs optimales.

Aras, Boyaci et Verter (2004) ont étendu le modèle de Van der Laan et Salomon (1997) en introduisant l'hypothèse que les produits retournés n'ont pas tous la même qualité et par conséquent pas des taux et coûts de réfection identiques. Ils abordent ainsi une des caractéristiques majeures de la réfection, à savoir, la variabilité de la qualité des retours, présentés dans la section précédente. Ils utilisèrent une stratégie à flux tiré et le principe de priorisation de la réfection, c'est-à-dire que la réfection doit être effectuée sur les produits retournés ayant la meilleure qualité, et étudièrent les conditions pour lesquelles cette catégorisation mène à des économies pour les systèmes hybrides de réfection et fabrication.

1.4.3 Similitudes avec les systèmes de réparation

Les systèmes de réparation considèrent la réparation d'un produit défectueux ainsi que le remplacement par des pièces de rechange *(spares)* en dernier recours. Il s'agit typiquement d'équipements dispendieux, de longue durée et dont la réparation est moins chère que le remplacement. Ces systèmes ont trouvé leur application première dans le domaine militaire, avec par exemple le modèle multi-échelon METRIC développé par Sherbrooke (1968), puis dans le domaine commercial avec l'essor de la gestion des services (*service management*) et des activités de soutien au client (*customer support*), dont la réparation et la maintenance (Amini, Retzlaff-Roberts et Bienstock, 2005). Le but de la réparation est de redonner aux produits défectueux des conditions de fonctionnement, avec perte possible de qualité, au contraire de la réfection. Les pièces défaillantes sont tant que possible réparées et par la suite entrent dans le stock de pièces de rechange. Le problème des systèmes de réfections se pose généralement sous cette forme : quel est le niveau de stockage optimal des pièces entre des entrepôts avancés et un dépôt central qui répare les unités défaillantes provenant des entrepôts avancés et répond au besoin en pièces de remplacement ? L'objectif habituel est de minimiser le coût, maximiser la disponibilité des produits, ou inversement de minimiser les pénuries et retards.

Fleischmann et al. (1997) indique que les systèmes de réparation se distinguent des systèmes de récupération, présentés précédemment, de deux manières. En premier lieu les pièces retournées sont immédiatement remplacés par des nouvelles et donc chaque retour déclenche simultanément une demande. Les retours ne se traduisent donc pas par une augmentation de l'inventaire. Les retours et les demandes sont parfaitement corrélés, contrairement aux systèmes de récupération dans lesquels balancer demandes et retours est un problème. En second lieu, le système de réparation fonctionne essentiellement en boucle fermé avec un nombre de produits constant. Nous invitons le lecteur à consulter Cho et Parlar (1991) et Kennedy, Patterson et Fredendall (2002), qui apportent chacun

une vue d'ensemble et une classification différente des travaux abordant les systèmes de maintenance, dont une partie sur la gestion d'inventaire des systèmes de réparation, et Guide et Srivastava (1997), qui fournissent une revue de littérature plus spécifique aux systèmes de réparation.

1.5 Réfection et maintenance des biens d'équipement

La plupart des travaux publiés jusqu'ici dans le domaine de la réfection et de la logistique inverse portent sur les biens de consommation. La réfection des biens d'équipement constitue la plus mature, concentre la majorité des dépenses investis et est la plus prometteuse des forme de réfection. Elle n'a pourtant pas reçu la même attention de la part des scientifiques (Giuntini et Gaudette 2003).

1.5.1 Caractéristiques des systèmes de réfection de biens d'équipement

Les organisations de réfection des biens d'équipements partagent de nombreux objectifs et moyens avec les départements maintenance et service, qui sont intégrés dans des programmes de gestion du cycle de vie du produit (*product life cycle management* ou *PLM*). Le PLM permet de gérer toutes les informations du produit, de la création du design, en passant par la fabrication, la mise en service, la maintenance, jusqu'au retrait du service et l'élimination. Les biens d'équipement sont la plupart du temps remis à niveau pour être réutilisés par les utilisateurs initiaux durant un nouveau cycle. L'objectif principal commun de la réfection et de la maintenance est de maintenir un nombre d'équipements en service supérieur au niveau requis pour garantir des performances d'utilisation suffisantes à un coût minimum. Les dépôts d'ateliers militaires sont des exemples classiques d'organisations qui effectuent des tâches de réfection de composants, de sous ensembles et de produits complets, et des tâches de

maintenance qui ne peuvent être effectués par le service maintenance des bases militaires (Pellerin et al. 2008). On retrouve des structures similaires dans le domaine du transport pour la maintenance des équipements vitaux. On définit par systèmes hybrides de réparation et de réfection les organisations qui effectuent la double mission de réparer et remettre à niveau des équipements avec les mêmes ressources manufacturières afin de répondre à une demande de biens d'équipements à mettre en service. La Figure 1.5 présente un tel système hybride de réparation et de réfection.

Les systèmes hybrides de réparation et réfection de biens d'équipements font face d'une part au flux d'équipements arrivant à leur fin de vie prévue, retirés du service et dont on a planifié la réfection, et d'autre part au flux d'équipements en service endommagés suite à une défaillance majeure. Le système hybride de réparation et de réfection doit ainsi traiter des retours prévisibles, donc déterministes et planifiables, d'équipements à remettre à neuf, et des retours aléatoires, donc non planifiables, d'équipements à réparer. De plus, ces derniers doivent être traités en priorité afin de les remettre rapidement en service. Dans la pratique, le destin des équipements retournés est décidé, après inspection, par des techniciens, en fonction de l'état de chaque équipement retourné. On opte pour la réfection si ces techniciens jugent qu'il y a une forte probabilité que l'équipement va durer jusqu'à la prochaine opportunité de réfection. Une fois la réfection choisie, les gestionnaires ont le choix de réparer ou remplacer tout ou partie de l'équipement. Mise à part la qualité spécifique de chaque pièce, choisir entre la réparation et le remplacement répond à une logique de coût et de durée : réparer coûte moins cher que remplacer, mais prend plus de temps. Le gestionnaire peut ainsi adapter la proportion de pièces remplacées et la proportion de pièces réparées, donc le taux de production du système afin de répondre à la demande d'équipements remis à neuf. Par exemple, la réparation est préférable car moins coûteuse lorsque le surplus d'équipements, correspondant à la différence entre l'inventaire de biens d'équipements remis à neuf et la demande de biens d'équipements remis à neuf, est à un niveau suffisant (Gharbi et al. 2008). Le remplacement est choisi lorsque ce surplus

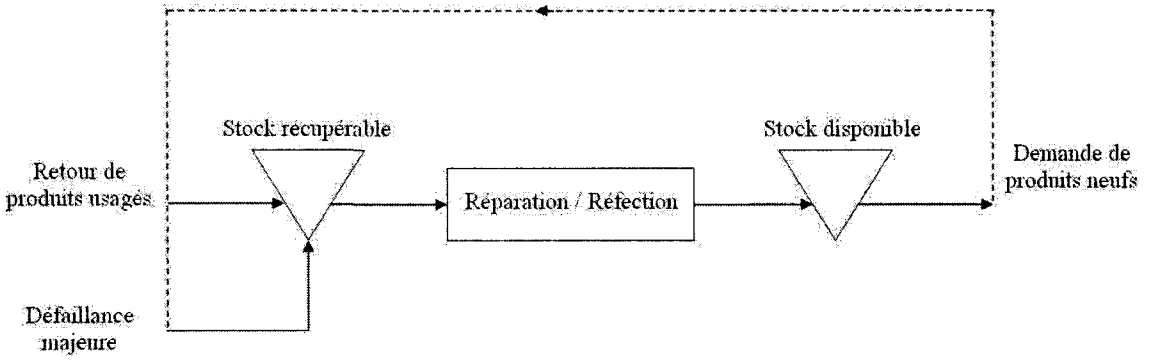


Figure 1.5 Système hybride de réparation et de réfection

d'équipements diminue et s'approche du niveau nul. Il est à noter que chaque pénurie de biens d'équipement oblige les entreprises à louer des biens d'équipements supplémentaires ou à annuler certaines opérations, entraînant des coûts importants.

Contrairement aux systèmes hybrides de production et de réfection adaptés aux biens de consommation, présentés dans les sections précédentes, l'élimination des produits retournés n'obéit pas à la même logique dans le cas de biens d'équipements. En effet l'élimination est considérée lorsque le taux de retour de produits est plus important que la capacité du processus de réfection et qu'il faut en conséquence éviter un coût de stockage excessif des produits retournés non encore traités en en éliminant une partie, sachant que ces produits ont une valeur relativement faible. À l'opposé, les biens d'équipement étant des investissements majeurs, souvent stratégiques, l'élimination s'accompagne du remplacement du même bien dans le but de satisfaire rapidement la demande d'équipements disponibles pour assurer un certain niveau de service. Le nombre total de biens d'équipements dans un système hybride de réparation et réfection reste ainsi constant dans le temps et le système fonctionne donc en boucle fermé.

1.5.2 Le contrôle des systèmes hybrides de réparation et réfection

La réparation des biens d'équipements retournés suite à des défaillances techniques majeures a priorité sur la réfection (réparation ou remplacement) des biens d'équipements, dont le retour a été planifié et occupe l'ensemble des ressources du système pour un temps aléatoire, dépendant de l'état spécifique du bien d'équipement abîmé. Les gestionnaires n'ont par conséquence pas de contrôle sur l'exécution, et donc la durée, de ces réparations. Parallèlement, le système de réfection ne peut répondre à la demande en biens d'équipement à mettre en service et le stock de biens d'équipement disponible diminue, jusqu'à ce que les ressources soient réaffectées à la réfection, une fois la réparation non planifiée terminée. Le contrôle des opérations de réfection est donc d'autant plus important.

Le choix des opérations de réfection dans le contexte des systèmes hybrides de réparation et de réfection, et par conséquent la durée et la planification de ces tâches dépend de :

- la condition particulière de chaque composant retourné,
- du mode de réfection choisi (réparation ou remplacement).

Comme énoncé précédemment, le choix entre réfection et réparation dépend du risque de ne pas satisfaire le niveau de service requis pour effectuer les opérations. Ce risque est mesuré par le surplus d'équipements de biens d'équipements remis à neuf et disponible pour le service, qui correspond à la différence entre le niveau de cet inventaire et demande en biens d'équipement à mettre en service. D'autre part, l'utilisation du mode « remplacement des biens d'équipement » nécessite la disponibilité des pièces de remplacement.

Dans ce contexte de processus complexe et stochastique, il y a un besoin critique de développer des outils de gestion qui permettent de traiter plusieurs types de retours

d'équipements et plusieurs modes de réfection. Les problématiques soulevées par le contrôle des systèmes hybrides de réparation et de réfection sont les suivantes :

- Comment tirer avantage de la possibilité d'exécuter des opérations de réfection à différents taux afin de minimiser les coûts globaux de réfection et d'exploitation ?
- Ou bien, en d'autres termes, comment choisir de manière optimale les niveaux de réparation et de remplacement lors de la réfection ?

1.6 Modèles de systèmes hybrides de réparation et réfection dans la littérature

Pellerin et al. (2008) et Gharbi et al. (2008) ont proposé une approche analytique pour contrôler un système hybride de réparation et de réfection d'un unique type d'équipement en boucle fermé, tel que présenté à la Figure 1.6. Les ressources manufacturières traitent les retours planifiés d'équipements arrivant en fin de vie et les retours non planifiés des équipements endommagés à la suite d'une défaillance majeure. Le système est configuré pour pouvoir au moins traiter la demande d en équipements à mettre en service. Les hypothèses suivantes sont utilisées :

- Le système a la possibilité d'effectuer la réfection des équipements en fin de vie selon trois modes d'exécution (α = 0, 1, 2), caractérisés par un taux et un coût de réfection notés respectivement u_α et c_α. On distingue un mode de réparation (α = 0), un mode de réparation accéléré (α = 1) et un mode de remplacement (α = 2), tels que ($u_0 < u_1 < u_2$), ($u_0 = d$) et ($c_0 < c_1 < c_2$). Le mode de réfection n'influence pas la qualité finale, l'équipement remis à neuf ayant la même qualité qu'un équipement neuf. De même l'état des équipements retournés n'influe pas sur le choix du mode d'exécution. On ne considère ni les coûts, ni les durées de mise en route associés à la transition d'un mode à l'autre,

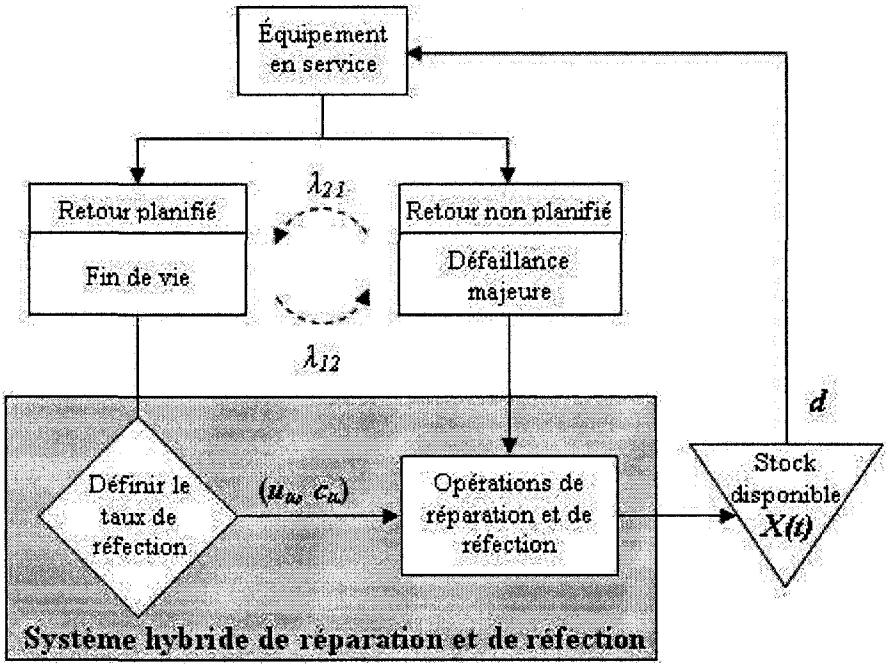


Figure 1.6 Problème de contrôle d'un système hybride de réparation et réfection

- Le nombre total d'équipements dans le système, constitué des équipements utilisable et des équipements non utilisables, reste constant dans le temps. L'élimination d'un équipement est compensé par l'acquisition d'un équipement neuf (i.e., remplacement),
- Le système de réfection fournit un inventaire d'équipements utilisables, désigné par x, qui répond à la demande d'équipements à mettre en service. Lorsque cet inventaire est insuffisant, l'organisation subit des coûts supplémentaires importants liés à l'annulation d'opérations ou à la location extérieure d'équipements, représentés par c^-. De même, on considère un coût à payer pour maintenir l'inventaire à un niveau supérieur au niveau de service requis, représenté par c^+,
- Le système devant effectuer avec les mêmes ressources réfection de produits retournés en fin de vie et réparation de produits à la suite d'une défaillance

majeure, la priorité est donné à cette dernière afin de remettre la plus rapidement possible en service les équipements endommagés. Ainsi le système exécute alternativement réfection et réparation durant des périodes considérés comme aléatoires, correspondant à des durées entre défaillances majeures et à des durées de réparation. De plus, l'inventaire de produits utilisables décroît avec la demande en équipements à mettre en service pendant les périodes de réparation, étant donné qu'il n'est plus approvisionné en équipements remis à neuf.

L'objectif est de trouver la politique de contrôle, c'est-à-dire le taux de réfection, qui minimise le coût moyen total de réfection, de stockage et de rupture de stock. Ils formulèrent le problème comme un problème de contrôle à plusieurs niveaux et proposèrent une politique sous-optimale, en s'inspirant des similarités entre le contrôle stochastique des systèmes manufacturiers flexibles (*flexible manufacturing systems*, ou *FMS*), que nous présentons dans la section suivante.

1.6.1 Similitude avec les systèmes manufacturiers flexibles

Un système de production flexible (*Flexible Manufacturing Systems*, *FMS*) est un système capable de produire une variété de type de composants, en quantité variable. Dans la pratique, un tel système est composé de machines à commande numérique, liées entre elles par un transporteur automatique de matériaux et contrôlées par ordinateur. Les matières premières sont chargées manuellement dans le système et sont traitées par plusieurs machines différentes, subissant des opérations complexes sans intervention humaine. Une fois que les opérations associées à un type spécifique de pièce ont été effectuées, la pièce est transportée à une station où elle est déchargée manuellement. Habituellement, un composant requiert plusieurs opérations différentes, avec plusieurs alternatives différentes pour chacune d'entre elles. Les systèmes flexibles manufacturiers sont ainsi flexibles au niveau de la quantité et de la diversité des

composants à fabriquer, et également du fait des pannes de machines, qui limitent la capacité du système.

1.6.1.1 Contrôle stochastique des FMS

Le problème de l'optimisation des performances de ces systèmes est particulièrement difficile à aborder (Older et Suri 1980). Le problème de planification des FMS demanderait par exemple une quantité non raisonnable de calcul, considérant les possibilités de machines et de gammes de production alternatives et les complications associées aux pannes de machines. Une autre approche consiste à construire un modèle analytique du comportement d'un FMS, puis à optimiser ce modèle, plus tractable, en fonction des paramètres de décision. Ainsi, on identifie un état de défaillance du système par un ensemble de machines en panne et un modèle stochastique de panne de machines est construit (ou, de manière équivalente, un modèle des transitions entre différents état de défaillance).

En posant l'hypothèse qu'un modèle analytique de prédiction de la performance du système pour un état de défaillance fixe et pour des paramètres d'entrée donnés puisse être développé, le problème d'optimisation de l'espérance mathématique de la performance se réduit à un problème de contrôle stochastique. La plupart des travaux portant sur le contrôle optimal du cheminement des FMS ont utilisé des processus de Markov pour modéliser les changements de l'état de défaillance du système. Older et Suri (1980) ont été les premiers à formuler un problème de contrôle stochastique en se basant sur les résultats de Rishel (1975) sur la théorie du contrôle des systèmes avec perturbations à sauts de Markov (*jump Markov disturbances*). Les politiques de contrôle développées dans ce contexte s'articulent autour du maintien d'un certain niveau de produits finis afin de limiter les pénuries de matériel lors de l'arrêt du système. La variable de décision courante est le taux de production, qui influence le niveau d'inventaire de produits finis. L'objectif est de choisir un taux de production admissible

qui minimise les coûts de stockage/retard et de production et satisfait la demande en produits finis. La difficulté majeure réside dans le manque de méthode efficace pour résoudre ce problème d'optimisation, caractérisé par des équations de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) stochastiques. Kimemia et Gerschwin (1983) étudièrent un FMS constitué de plusieurs machines dédiés à la production de plusieurs pièces. Ils formulèrent ce problème comme un problème de programmation dynamique et montrèrent que résoudre l'équation HJB pour chaque état du système revient à résoudre des programmes linéaires, connaissant la fonction de valeur. Ce programme linéaire est de la forme :

$$\text{minimiser} \nabla J(x,\alpha)\cdot u \text{, sous les contraintes } u \in \Omega(\alpha) \qquad (1)$$

Où x est le niveau d'inventaire de produits finis, α l'état de la machine, $\nabla J(x,\alpha)$ est le gradient de la fonction de valeur et $\Omega(\alpha)$ est l'ensemble convexe des taux de production possibles dans l'état α. Ainsi, la politique de contrôle optimale $u(x,\alpha,t)$ a pour valeur un des points extrêmes de $\Omega(\alpha)$ si le gradient $\nabla J(x,\alpha)$ existe. Pour chaque état α, une politique optimale divise l'espace d'état formé par x en régions dans lequel le taux de production est constant.

1.6.1.2 Politique de contrôle à seuils critiques

Kimemia et Gerschwin (1983) introduisirent le concept de politique à seuils critiques (*hedging points policy*). Le seuil critique, qui correspond au minimum de $J(x,\alpha)$, est le niveau de surplus optimal qui permet de faire face aux futures restrictions de capacités causés par les pannes de machines. Akella et Kumar (1986) ont étudié le cas d'un système à deux états (en marche ou en panne) dédié à la production d'un type unique de produit et dont les pannes et réparations sont décrites par un processus de Markov homogène. Ils ont montré analytiquement qu'une politique à un seuil est optimale et en

ont déterminé la valeur. Leur analyse est assez compliquée, en abordant pourtant un cas simple. Bielecki et Kumar (1987) proposèrent une autre approche : en admettant que le seuil critique est connu, il est possible de calculer la densité de fonction du surplus x et la fonction de masse pour le seuil critique. La valeur optimale du seuil critique est ensuite obtenue en trouvant le minimum du coût moyen par unité de temps parmi toutes les valeurs possibles du seuil critique. Cette approche a ensuite été étendue aux systèmes FMS à plus de deux états dédiés à un produit unique (Sharifnia 1988). L'objectif est de trouver le seuil optimal pour chaque taux de production.

Cependant, les travaux cités ci-dessus sont restreints par la taille du système (nombre de machines et/ou de types de produits limités) et par les hypothèses de taux de demandes constants et de distributions de durées de réparations et de pannes exponentielles. Lorsque ces hypothèses sont relâchées, le modèle n'est plus markovien et n'est plus décrit par la théorie classique du contrôle (Kenné et Gharbi 2000). De nombreux auteurs se sont penchés sur ces extensions. Boukas et Haurie (1990) ont par exemple étudié le cas où durées de réparations et durées entre pannes sont dépendantes de l'âge de la machine. Dans ce cas, il est possible d'améliorer la disponibilité des machines par la maintenance préventive, ajoutant par contre des variables d'état et des espaces supplémentaires dans la chaîne de Markov. Il est également possible d'améliorer la disponibilité des machines, donc les performances globales du système, par l'utilisation de la maintenance corrective, qui donne des conditions d'optimum plus faciles à résoudre (Kenné, Boukas et Gharbi 2003). Feng et Yan (2000) ont pour leur part contribué à l'étude des systèmes de production avec machines non fiables répondant à des demandes stochastiques. Hajji, Gharbi et Kenné (2004) ont considéré le cas où le changement de type de produits fabriqués s'accompagne d'un délai et d'un coût de mise en route pour chaque machine. Ils développèrent donc une politique de mise en route en plus de la politique de production. De plus, dans le cas de systèmes à plusieurs machines dédiées à la production de plusieurs types de produits, la dimension des équations HJB devient très grande et ne permet pas de déterminer de manière simple la politique de contrôle optimale (Gharbi et Kenné 2003).

1.6.1.3 Approche de résolution basée sur la simulation

Plusieurs de ces ouvrages ont utilisée une approche intéressante afin de contourner la difficulté ou l'impossibilité de résoudre les équations HJB, donc de trouver la valeur de fonction optimale et la politique de contrôle associée. Cette approche se base sur l'utilisation d'une méthode d'approximation de la valeur de fonction pour trouver la structure approchée de la politique de contrôle. Gharbi et Kenné (2003) ont par exemple appliqué la méthode itérative de Kushner (Kushner et Dupuis 1992) qui permet d'approximer la fonction valeur pour plusieurs combinaisons de variables d'état et donc de mailler l'espace d'état. Pour chacun de ces points, les paramètres de la politique de contrôle associée sont également fournis et il est possible de construire la structure de la politique de contrôle optimale. Dans un second temps, de nombreux auteurs ont appliqué une approche heuristique pour trouver les valeurs optimales des paramètres de la politique de contrôle trouvée précédemment. Kenné, Gharbi et Boukas (1997), puis Kenné et Gharbi (1999) et Kenné et Gharbi (2000) ont ainsi développé l'approche présentée par le diagramme de la Figure 1.7 et expliquée ci-dessous :

- formulation du problème de contrôle : à partir de la théorie du contrôle, le problème de contrôle optimale stochastique est formulé. Une représentation mathématique du système est fournie avec des hypothèses. L'objectif de l'étude est présenté, à savoir déterminer les variables de contrôle (i.e., le taux de production) qui minimise le critère de performance (i.e., le coût moyen total),
- approche analytique : en utilisant une approche analytique, les conditions d'optimalité sont décrites par des équations HJB. La fonction de valeur, qui représente le coût total, est solution des équations HJB et la politique de contrôle associée est optimale,
- Structure de la politique de contrôle optimale : les équations HJB ne pouvant être résolues analytiquement, une méthode numérique, par exemple la méthode

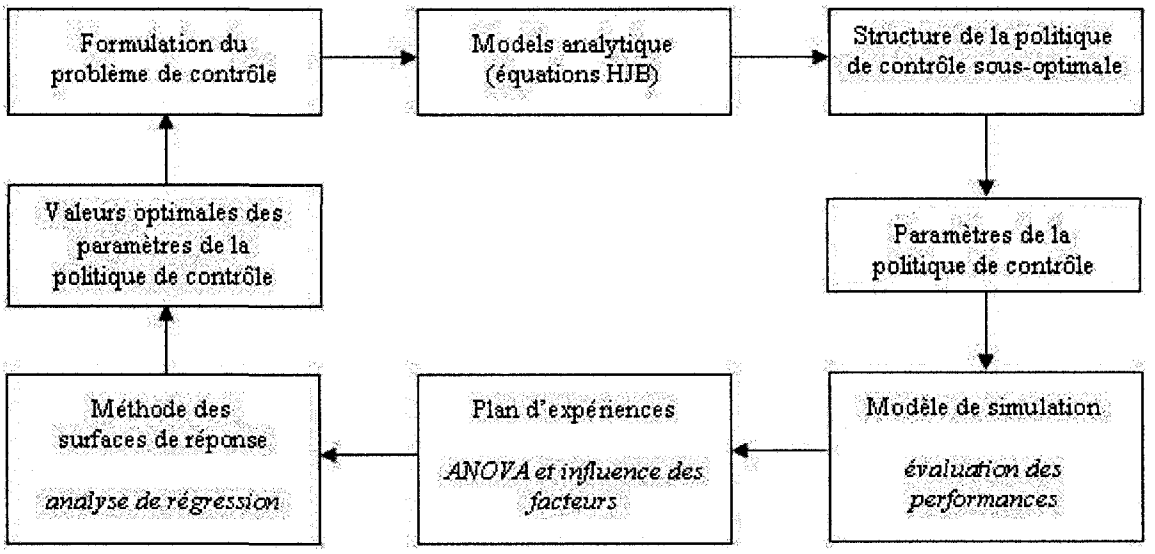


Figure 1.7 Approche de commande basée sur la théorie du contrôle, la simulation et les plans d'expériences

itérative de Kushner, est appliquée pour trouver la structure approchée de la politique de contrôle. Cette politique de contrôle est constituée de paramètres de contrôle, par exemple les seuils critiques,

- modèle de simulation : Les paramètres de la politique de contrôle sont utilisés comme variable d'entrées d'un modèle de simulation qui évalue les performances du système. Pour des variables d'entrées données, le coût moyen total correspondant est obtenu par la simulation,
- plan d'expériences : à partir des coûts moyens obtenus pour différents paramètres de contrôle lors d'un série de tests de simulation, l'influence des facteurs (i.e., les paramètres de contrôle) et de leurs interactions est quantifiée à l'aide d'une analyse ANOVA,
- méthode des surfaces de réponse : la méthode des surfaces de réponse apporte la relation entre le coût moyen total et les facteurs et interactions significatifs. Le modèle de régression est utilisé pour trouver les valeurs des paramètres de la

politique de contrôle qui minimisent le coût moyen total. La politique correspondante est une approximation de la politique de contrôle optimale.

1.6.2 Application du concept de seuils critiques au contrôle des systèmes hybrides de réparation et de réfection

Dans le problème de contrôle développé par Pellerin et al. (2008) et par Gharbi et al. (2008) pour les systèmes hybrides de réparation et de réfection, l'état du système est décrit à tout instant par le niveau d'inventaire disponible et par l'état du processus manufacturier. Ce dernier peut être classifié entre « réfection des retours planifiés d'équipements », noté par $\xi = 1$ et « réparation des retours non planifiés d'équipements », noté par $\xi = 2$. Par analogie avec un FMS à deux états (en marche et en panne), le processus de transition d'un état à l'autre peut être modélisé par une chaîne de Markov irréductible à temps continu avec des taux de transition constant, tel que représenté sur la Figure 1.8.

Pellerin et al. (2008) et Gharbi et al. (2008) posèrent le problème de manière identique au problème de contrôle des FMS et proposèrent d'utiliser une politique de contrôle sous-optimale dans la famille des politiques à seuils critiques, tel que :

$$u(x,\xi)=\begin{cases} u_0 & \text{si} \quad x=z_1 \text{ et } \xi=1 \\ u_1 & \text{si} \quad z_2 \le x \le z_1 \text{ et } \xi=1 \\ u_2 & \text{si} \quad x \le z_2 \text{ et } \xi=1 \\ 0 & \text{si} \quad \xi=2 \end{cases}, \tag{2}$$

Lorsque le système manufacturier traite le retour planifié d'équipements à remettre à neuf ($\xi = 1$), le taux de réfection est fixé à $u_0 = d$ quand l'inventaire d'équipements est au niveau z_1. Ce taux est accéléré à la cadence u_1 (mode de réparation accéléré) si le

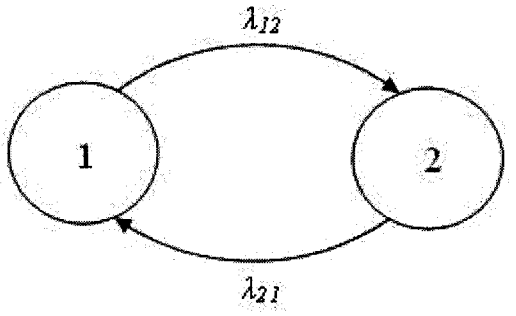


Figure 1.8 Représentation des retours planifiés et non planifiés par une chaîne de Markov à deux états

niveau d'inventaire descend en dessous de z_1, puis à la cadence u_2 (mode de remplacement) si le niveau d'inventaire descend en dessous de z_2. Cette politique est ainsi totalement décrite par deux seuils critiques (z_1, z_2), dont il faut déterminer les valeurs optimales. Pellerin et al. (2008) proposent une méthode analytique, alors que Gharbi et al. (2008) proposent une approche combinant simulation, plans d'expérience et méthode des surfaces de réponse.

Bien que permettant de modéliser et d'étudier le comportement d'un système partageant ces ressources entre réfection et maintenance de biens d'équipement, ces travaux se basent sur plusieurs hypothèses qui réduisent leur application dans des cas pratiques. Notamment, le modèle suppose que le mode de remplacement s'accompagne d'un approvisionnement fiable en pièces de rechange, en omettant les situations d'indisponibilité des pièces de rechange, et donc d'impossibilité d'application du mode de remplacement, rencontrées dans la réalité. Nous présentons dans la section suivante plusieurs ouvrages portant sur cette problématique et sur la possibilité d'intégrer ces situations dans un environnement de production.

1.7 Gestion de l'approvisionnement en pièces de remplacement

1.7.1 Introduction à la gestion de l'inventaire

L'utilisation du mode de remplacement dans les travaux de Pellerin et al. (2008) et Gharbi et al. (2008) est conditionnée par la disponibilité de pièces de remplacement. L'acquisition de ces pièces de remplacement exige une politique de gestion de l'inventaire devant faire face à un certain nombre d'incertitude sur la livraison.

La Figure 1.9 représente la structure la plus simple rencontré dans la gestion de l'inventaire, à savoir la gestion de l'inventaire d'un type unique de produits dans un seul lieu d'entreposage. L'inventaire est au centre des activités d'approvisionnement et de demandes. Les premières englobent la production, le transport, et toutes autres activités qui ajoutent du stock à l'inventaire, alors que les activités de demandes englobent les activités qui soustraient des produits de l'inventaire. Dans la plupart des situations la coordination directe entre approvisionnements et demandes n'est pas possible et l'inventaire sert de tampon (*buffer*) entre ces deux processus, afin principalement de

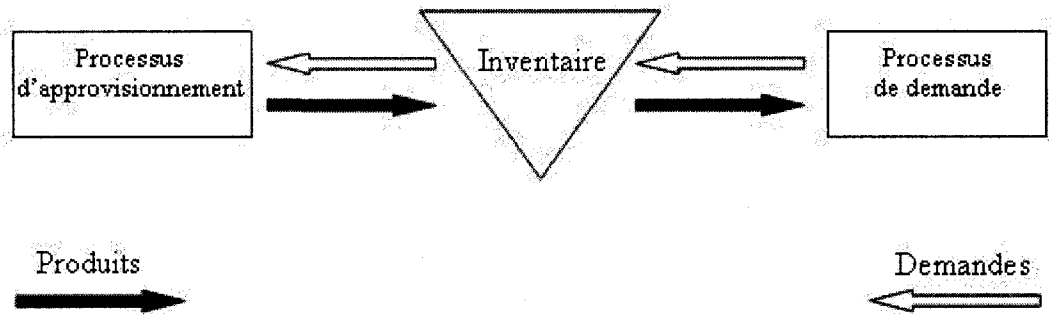


Figure 1.9 Modèle simple de système d'approvisionnement

pouvoir répondre à la demande et éviter les interruptions de flux. À l'inverse, garder un stock trop important entraîne des immobilisations inutiles de capitaux et des coûts de stockage importants.

1.7.2 Incertitudes dans les modèles d'approvisionnement

De manière générale, le processus de demande est caractérisé par une demande régulière ou irrégulière (*smooth or lumpy demand*), des variations de la demande dans le temps (par exemple des demandes saisonnières), des variations aléatoires donc non prévisibles. Dans notre cas, la demande correspond au remplacement d'équipements lorsque le mode de remplacement est exécuté. Autrement, cette demande est nulle (mode de remplacement ou bien système traitant les retours non planifiées). Ainsi la demande est stochastique, est fonction de la politique de contrôle utilisée par le système hybride de réparation et de réfection et fonction de la chaîne de Markov décrivant l'état du système. Elle sera constante pendant certaines périodes et nuls pendant d'autres.

L'approvisionnement, pour sa part, se caractérise par des économies d'échelle dans l'approvisionnement, des limites de capacités, des délais de réponse et une qualité des produits imparfaite. Des pannes inattendues chez le fournisseur, des ajustements de processus, des grèves, etc... peuvent être à l'origine d'incertitudes dont l'étude constitue une branche importante de l'analyse des problèmes stochastiques d'inventaire (Güllü, Ornal et Erkip, 1999). Ces incertitudes peuvent se traduire par une incertitude dans le délai de livraison, la quantité, la qualité ou le prix des produits livrés ou peuvent au contraire venir de l'acquéreur (demande stochastique). Plusieurs types de modèles stochastiques ont été abordés dans la littérature :

- incertitude dans la durée de livraison, modalisé, par exemple, par des délais stochastiques (He, Kim et Hayya, 2005; Bookbinder et Çakanyildirim, 1999) ou par des fenêtres de livraison (Guiffrida et Nagi, 2006),

- incertitudes dans la quantité ou la qualité des produits livrés. On distingue les cas de rendement aléatoire (*random yield*), lorsque la quantité commandée et la quantité livrée diffèrent (Henig, Mordechai, Gerchak et Yigal, 1990), en cas de la capacité aléatoire, lorsque la capacité du fournisseur est aléatoire (Ciarallo, Akella et Morton, 1994). Il existe aussi des modèles avec disponibilité aléatoire du fournisseur (Güllü et al., 1999; Parlar et Perry, 1995, 1996; Parlar, 1997), pour lesquels le fournisseur est soit disponible, soit indisponible pendant des durées de temps aléatoire,
- Incertitude dans le prix d'acquisition. Le coût d'acquisition d'une commande à l'autre peut différés du fait de la concurrence entre plusieurs fournisseurs concurrents qui proposent des prix et des délais différents (Tajbakhsh, Lee et Zolfaghari, 2005).

Nous nous intéressons au cas le plus commun, celui de délais stochastiques. Dans ce cas, il existe un délai aléatoire entre la décision issue du contrôle et les effets, pendant laquelle la demande peut soit être connue (demande déterministe), soit inconnue (demande stochastiques). La demande pendant le délai (*lead time demand*), et plus exactement l'écart-type de la demande pendant le délai, est un indicateur des risques de dégradations liées à ces incertitudes, par exemple un risque plus important de ruptures de stock et la nécessité d'un niveau de stock moyen important. Lors de ces ruptures de stock, dans le système hybride de réparation et de réfection étudié, l'inventaire de pièces de remplacement est indisponible et on ne peut pas utiliser le mode de remplacement. Les seuls modes disponibles sont alors ceux ne nécessitant aucune pièce de rechange, c'est-à-dire les modes de réparation. Ce scénario, où les modes de réparation se substituent au mode de remplacement, correspond à un scénario de pertes de ventes (*lost sales*), qui, avec le cas de retards possibles (*backloggs*), est une des deux approches traitées dans la littérature lorsqu'il y a des ruptures de stock.

1.7.3 Politiques d'approvisionnement avec pertes de ventes

Hadley et Within (1963) ont, les premiers, formulé le problème de réapprovisionnement avec perte de ventes pour des délais constants et une demande stochastique. Ils montrèrent que les équations exactes sont plus difficiles à déterminer pour les pertes de ventes que pour le cas de retards possibles (backorders). En effet, la position de l'inventaire juste après la réception d'une commande dépend, dans le cas de retards possibles, de la position de l'inventaire juste avant la réception et de la distribution de la demande pendant le délai d'approvisionnement. Dans le cas de pertes de ventes, la position d'inventaire avant la passation de commande affecte les ventes qui pourraient être perdues et ceci influence la position d'inventaire après la commande. Ainsi, si il a pu être montré que pour des retards de vente, des délais fixes et une demande suivant un processus de Poisson, une politique de commande (s, S) est optimale (Zipkin 2000), on ne peut par contre montrer que les politiques (s, S), ou même (s, Q) sont optimales pour les pertes de ventes (Hill and Johansen 2006).

De nombreuses hypothèses ont été posées pour faciliter la formulation du problème de la détermination de la politique optimale pour le scénario avec pertes de ventes :

- les quantités commandés sont de taille unitaire ((s, $Q = 1$) ou ($S - 1$, S),
- délai de livraison nul,
- pas plus d'une commande en même temps.

Bensoussan, Crouhy et Proth (1983), Shreve (1976) et Cheng et Sethi (1999) ont montré, pour des modèles à examen périodiques, l'optimalité des politiques (s, S) dans le cas de délais de livraison nuls pour une demande stochastique, en utilisant la propriété de K-convexité et la programmation dynamique. De même, dans le cas d'une seule commande à la fois, Hill and Johansen (2006) ont montré que pour des examens périodiques et

continus, et avec un délai d'approvisionnement fixe, les politiques (s, S) et (s, Q) ont un coût proche de la politique optimale.

Une grande partie de la littérature a porté son intention sur la détermination des politiques optimales dans la famille des lois (s, S) et (s, Q), étant donné leur simplicité d'application. Le problème revient alors à trouver les paramètres optimaux s^* et S^* ou s^* et Q^*. Cependant, l'expression du coût total n'est pas toujours disponible ou est difficile à utiliser et il faut alors faire appel à des méthodes d'approximations et à des heuristiques (Hadley et Within, 1963). Pour des politiques à examen périodiques avec délai constant, Morton (1971), Nahmias (1979) et Van Donselaar, Kok et Rutten (1996) ont proposé des heuristiques myopes (on regarde l'optimal pour un horizon de quelques périodes) et Johansen (2001) une procédure itérative, avec l'hypothèse de coût de passation de commande négligeable et plusieurs demandes pouvant avoir lieu simultanément. Johansen et Hill (2000) apportèrent une procédure pour le cas où la demande suit une fonction de distribution continue et qu'une seule commande est faite à la fois. Dans le cas de politiques à examen continu, la contrainte de n'avoir pas plus d'une commande en même temps est communément utilisée. Hadley et Within (1963) proposèrent une formulation exacte du coût moyen total par unité de temps avec une politique (s, Q) et une heuristique dans le cas de demandes suivant un processus de Poisson et avec des délais constants. Ce modèle a été enrichi étendu ensuite au cas de délais stochastiques par Buchanen et Love (1985) pour les distributions Erlang, Johansen et Thorstenson (1993) pour des distributions Gamma, Mohebbi et Posner (1998) ajoutèrent le cas de délais hyper-exponentiels et pour une demande suivant processus de Poisson composé. Notons que lorsqu'il est optimal d'avoir un niveau de service élevé, c'est-à-dire une proportion de clients effectivement servis, les hypothèses de perte de ventes et de retards donnent des résultats quasiment identiques. On peut alors utiliser les politiques d'approximation développées pour le cas de retards (Johansen et Thortenson, 1993).

Ces travaux, qui visent à chercher les politiques optimales dans la famille des politiques (s, S) ou (s, Q), ont en outre permis les effets des incertitudes dans le délai en déterminant les politiques optimales pour différentes moyennes et écart-types du délai ou de la demande pendant le délai. De manière générale, une plus grande incertitude de ce délai, représentée par son écart-type, entraîne une hausse de la valeur du point de réapprovisionnement, de la quantité de réapprovisionnement et du coût total de la politique optimale.

1.7.4 Politiques de contrôle conjointes

De récents travaux ont montré que contrôler conjointement la production et l'approvisionnement procure de meilleure performance en terme de coût moyen total que lorsque ces deux problèmes sont abordés de manière séparée (Lee 2005). Dans le domaine de la maintenance, la littérature utilise l'hypothèse que lorsqu'un composant doit être remplacé, une pièce de rechange est toujours immédiatement disponible. Ceci implique que soit ces composants sont suffisamment standardisés pour que l'industriel puisse facilement s'en procurer de nouveaux composants prêts à l'usage auprès d'un fournisseur, soit qu'ils sont si peu coûteux que l'on peut en garder un stock important pour faire face à d'éventuels pannes. Cependant, pour des composants coûteux et personnalisés et pour lesquels le délai d'acquisition est non négligeable, il faut porter attention à la gestion de l'approvisionnement. Ainsi, Brezavscek et Hudoklin (2003), Huang, Meng et Liu (2008) ont proposé des modèles de maintenance préventive incluant une politique d'approvisionnement périodique, avec respectivement des délais constants et des délais stochastiques.

Hajji, Gharbi et Kenné (2008a, 2008b) ont pour leur part étudié l'optimisation conjointe de la politique de contrôle de la production et de la politique d'approvisionnement en matières premières d'un système FMS à trois niveaux. Ils posèrent le problème mathématiquement en utilisant la programmation dynamique et montrèrent l'existence et

l'unicité d'une politique optimale conjointe, qui est solution d'équations HJB non résolvables. En utilisant la méthode de Kushner pour trouver, par itérations successives, les paramètres de la politique pour chaque état du système, c'est-à-dire le taux de production pour répondre à la demande des clients et les quantités d'approvisionnement en matières premières, ils montrèrent que la politique optimale est une combinaison modifiée d'une politique à seuil (HPP) pour la production et une politique d'approvisionnement (s, Q). En approximant cette politique par une politique simplifiée basée sur les politiques HPP et (s, Q), donc contrôlé par trois paramètres, Hajji et al. (2008b) utilisèrent une combinaison de simulations, plan d'expériences et méthodes de réponse de surface.

1.8 Conclusions

Dans cette revue de littérature ont été abordées les caractéristiques générales de la réfection, la complexité des opérations de réfection, les principaux axes de recherches spécifiques à la réfection, avec notamment la gestion de l'inventaire et de la production, la réfection des biens d'équipements en interaction avec la maintenance, la gestion de l'approvisionnement et enfin les politiques de gestion conjointes. Chacun des articles présentés dans ce mémoire propose également une revue de littérature plus spécifique à leur contenu.

Il apparaît que la réfection est un secteur en expansion présentant de formidables opportunités, mais dont l'étude est limitée par certaines caractéristiques. De plus, la réfection de biens d'équipement, qui coexiste souvent avec le département de la maintenance au sein des organisations industrielles, a reçu moins d'attention que celle des biens de consommation. Des travaux précédents ont étudié des modèles de systèmes hybrides de réfection et de réparation dans lequel réfection et maintenance partagent alternativement le même outil industriel. Le but était de déterminer le taux de réfection afin de minimiser le coût total et de répondre à la demande en produits remis à neuf,

dans un contexte stochastique d'interruptions de la réfection pour la réparation non prévue d'équipements tombés en pannes. Ces travaux considèrent que le remplacement de biens d'équipement dans le cadre de la réfection se base sur un approvisionnement parfait. Il nous semble pourtant intéressant d'étendre leur étude en modélisant cet approvisionnement, qui dans la réalité n'est jamais régulier, pour mieux comprendre les effets sur les systèmes hybrides de réparation et de réfection.

Dans les chapitres suivants nous présentons notre approche, qui se base notamment sur les modèles, formulations mathématiques et outils de résolution présentés dans ce chapitre.

CHAPITRE 2 : SYNTHÈSE

Ce chapitre présente la démarche de l'ensemble du travail de recherche et l'organisation générale du document, autour des trois articles de revues scientifiques.
La première section présente les problématiques rencontrées au cours de l'étude et les limites que nous avons fixé. La seconde section décrit les démarches et objectifs que nous avons suivis. Les différents modèles choisis pour notre étude font l'objet de la troisième section. La dernière section décrit les outils de résolution que nous avons appliqués.

2.1 Problématiques

Comme présenté dans la revue de littérature, l'essor des activités de réfection, en particulier des biens d'équipements, rend critique le besoin de développer des outils fiables, concrets et adaptés afin de pouvoir contrôler les activités de réfection avec les contraintes et complexités que nous avons également abordés précédemment. Ces caractéristiques, telles que l'incertitude sur la quantité et la qualité des retours pour les systèmes hybrides de réfection et de production, ou l'incertitude sur le partage des ressources entre réfection et maintenance pour les systèmes hybrides de réparation et de réfection, ont obligés les scientifiques a développer des modèles simples comportant un nombre important d'hypothèses simplificatrices.

Les travaux présentés dans ce mémoire s'articulent autour de la réfection des biens d'équipements au sein d'une organisation qui partage ses ressources avec la réparation

prioritaire et urgente d'équipements suites à une défaillance majeure. Les dépôts d'atelier militaire sont un exemple concret de tels organisations qui appliquent des programmes planifiés de réfection de matériels militaires et effectuent également des réparations d'équipements suites a des défaillances majeures qui ne peuvent être traités dans les bases militaires. Dans ce contexte, les modèles de systèmes hybrides de réparation et de réfection proposés dans la littérature (Pellerin et al., 2008; Gharbi et al., 2008) ont abouti a des politiques de contrôle de la réfection qui déterminent quel mode de réfection utiliser parmi des modes prédéfinis. Ces modes, de la réparation au remplacement, sont modélisés par des coûts et taux d'exécution différents. Pourtant, le remplacement de composants nécessite l'existence d'un inventaire et d'un approvisionnement soumis dans la réalité à des incertitudes qui rendent cet inventaire momentanément indisponible. Il existe un besoin majeur de rendre ce modèle plus proche de la réalité en relâchant l'hypothèse d'approvisionnement parfait et en incorporant une modélisation de ces incertitudes.

Pellerin et al. (2008) et Gharbi et al. (2008) suggèrent d'appliquer le mode de remplacement lorsque l'inventaire d'équipements disponibles est en dessous d'un certain seuil, afin d'éviter des pénalités de retards appliqués si l'inventaire ne peut plus satisfaire la demande en équipement remis à neuf. Cependant, en cas de pénurie de pièces de rechange, le mode de remplacement ne peut être utilisé pour exécuter la réfection des équipements et la réparation se substitue donc au remplacement. Bien que moins dispendieuse, la réparation a une cadence plus petite que le remplacement et augmente dans ce cas les risques de retards et donc de pénalités. Comment la politique de contrôle de la réfection et le coût total d'opération devraient réagir aux pénuries de pièces de remplacement ?

Les modèles de gestions de systèmes hybrides de réparation et de réfections proposés par Pellerin et al. (2008) et Gharbi et al. (2008) étant basé sur la théorie de la gestion des FMS, il faut également prendre en considération les limites rencontrées dans ce domaine. En effet, les travaux sur la gestion de la production des FMS proposent de

résoudre analytiquement et de manière optimale uniquement des modèles simples ou non complexes et utilisent des outils numériques pour les modèles plus compliqués. Les limites de la résolution analytique étant atteintes, comment modéliser l'approvisionnement et quelles méthodes de résolution utiliser si on relâche l'hypothèse d'approvisionnement parfait dans les systèmes hybrides de réparation et de réfection ?

Inclure un modèle de l'approvisionnement en pièces de remplacement dans les modèles de systèmes hybrides de réparation et de réfection devrait permettre de mieux comprendre et donc mieux prévoir les effets de l'approvisionnement en pièces de rechange, et notamment des périodes d'indisponibilité, sur la politique de réfection et le coût total du système. Répondre à ces problématiques est donc un des enjeux de ce mémoire.

2.2 Démarche et objectifs de recherche

L'objectif principal de ce mémoire est d'inclure l'étude de l'approvisionnement en pièce de rechange au contrôle de la réfection dans un système hybride de réfection et de réparation tel que défini par Pellerin et al. (2008) et Gharbi et al. (2008). Pour cela nous avons mené nos travaux dans deux directions différentes pour modéliser l'approvisionnement, ce qui mènent à construire des politiques de contrôle différentes et à utiliser des méthodes de résolution différentes. L'objectif étant de définir une politique de gestion qui minimise le coût moyen total par unité de temps sur un horizon de temps infini.

2.2.1 Probabilité de disponibilité des pièces de rechange

Dans un premier temps, nous avons supposé que l'approvisionnement était exogène, c'est-à-dire que nous ne pouvions le contrôler, mais que nous possédons l'information

sur la disponibilité des pièces de rechange. Ainsi, l'approvisionnement intervient dans le modèle de système hybride de réparation et de réfection par l'intermédiaire d'une probabilité de disponibilité des pièces de remplacement qui indique à chaque instant, de manière binaire, si l'inventaire est disponible ou non.

Cette modélisation de l'approvisionnement est justifiée par le fait que dans de nombreux cas, les politiques de contrôle de l'approvisionnement utilisent comme indicateur de performance, outre le coût total d'acquisition, de stockage et de retards, la probabilité moyenne sur long terme d'indisponibilité de l'inventaire. D'autre part, l'inventaire de pièces de rechange peut également être utilisé pour la maintenance des équipements de service et il est alors plus pratique de le considérer extérieur à notre système. Enfin, nous verrons dans les sections suivantes qu'une telle représentation de l'incertitude de l'approvisionnement permet une résolution mathématique du problème d'optimisation de la politique de contrôle de la réfection.

2.2.2 Inventaire de pièces de rechange et gestion de l'approvisionnement avec délai de livraison stochastique

Dans un second temps, nous avons supposé que nous pouvions contrôler l'inventaire de pièces de rechange, qui est alimenté par des commandes auprès d'un fournisseur et qui fournit les pièces nécessaires au mode de remplacement du système de réfection. L'objectif est alors de proposer conjointement une politique de contrôle de la réfection et une politique d'approvisionnement en pièces de rechange qui soit optimale en terme de coût moyen total sur long terme.

Avec la politique de contrôle étudiée précédemment, le mode de remplacement est inactif lorsque le mode de réparation est utilisé pour la réfection et lorsque les ressources manufacturières sont réquisitionnées lors de défaillances majeurs et imprévues d'équipements en service. Dans ces conditions, maintenir un inventaire trop important

de pièces de remplacement pendant ces périodes d'inaction entraîne des coûts de stockage inutiles. À l'inverse, lors de pénurie de pièces de rechange, les réparations se substituent aux remplacements, entrainant une augmentation du risque de ne pas répondre à la demande en équipements à mettre en service et donc une augmentation du coût moyen sur le long terme. Une politique d'approvisionnement adéquate ferait un compromis entre disponibilité des pièces de rechange et coût de stockage et également coûts d'acquisition.

Nous proposons une politique de commande par lot auprès d'un fournisseur, avec des coûts fixes et variables de commande. Une commande est reçue après un délai de livraison aléatoire, caractérisant les incertitudes de production et de logistique rencontrées par le fournisseur. La politique de gestion de l'approvisionnement répond à la question « Quand et combien commander de pièces de remplacement ?», qui s'ajoute ainsi à la problématique de gestion du taux de réfection du système de réparation et de réfection.

2.3 Définitions des modèles

Dans cette section sont présentés les hypothèses et notations appliquées à notre étude. Ces définitions sont en outre rappelées dans chacun des articles avec les particularités propres aux deux modèles d'approvisionnement utilisés.

La Figure 2.1, complétée par la Figure 2.2 et la Figure 2.3, représentent respectivement le problème de gestion du système hybride de réparation et de réfection avec approvisionnement avec les deux représentations de l'approvisionnement.

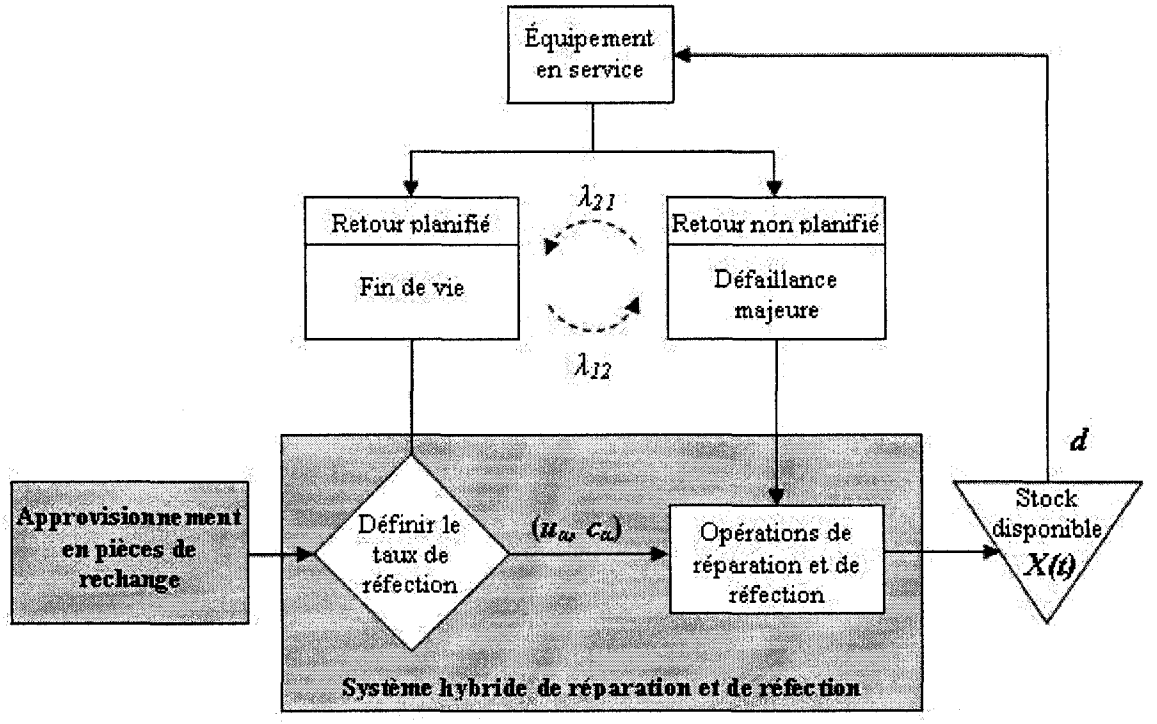


Figure 2.1 Problème de contrôle de la réfection avec approvisionnement

Nous posons les définitions suivantes pour les deux modèles :

$x(t)$ surplus d'équipements à l'instant t (une valeur positive représente l'inventaire, tandis qu'une valeur négative représente une rupture de stock). $x(t)$ est remplacé par $x_2(t)$ pour le second modèle d'approvisionnement;

$u(t)$ taux de réfection à l'instant t;

SL niveau de service (par exemple le nombre minimum d'équipements en service pour assurer les activités de l'organisation);

d taux de demande;

c^- coût par équipement par unité de temps de pénalité à payer pour ne pas satisfaire le niveau de service. c^- est remplacé par c_2^- pour le second modèle d'approvisionnement;

c^+ coût par équipement par unité de temps à payer pour maintenir l'inventaire d'équipement à un niveau supérieur au niveau de service; c^+ est remplacé par c_2^+ pour le second modèle d'approvisionnement;

u_0 taux minimum de réfection (mode de réparation standard);

u_1 taux intermédiaire de réfection (mode de réparation accéléré);

u_2 taux maximum de réfection (mode de remplacement);

c_0 coût par unité de temps d'exécution du mode de réparation standard;

c_1 coût par unité de temps d'exécution du mode de réparation accéléré;

c_2 coût par unité de temps d'exécution du mode de remplacement;

α mode de réparation;

ξ état du système de réfection (ξ = 1, traitement des retours planifiés d'équipements à remettre à neuf; ξ = 2, traitement des retours non planifiés d'équipements à la suite d'une défaillance majeure);

λ_{12} taux de transition entre l'état 1 et 2 (taux entre deux occurrences de retours non planifiés);

λ_{21} taux de transition entre l'état 2 et 1 (taux de réparation des équipements retournés après des défaillances majeures);

z_1, z_2 seuils critiques d'inventaire;

$J(x,\alpha)$ coût total sur un horizon infini;

Nous considérons un système hybride de réparation et de réfection traitant deux flux d'équipements identiques usagés avec les mêmes ressources manufacturières pour répondre à la demande en équipements :

- Le retour des équipements dont on a planifié la réfection au bout de leur durée de vie; ce flux est considéré comme prévisible,
- Le retour d'équipements endommagés suite à une défaillance majeure et retournés pour être réparés.

Le processus de transition d'un état à l'autre peut être modélisé par une chaîne de Markov irréductible à temps continu avec des taux de transition constant, λ_{12} and λ_{21}. Notons par $M = \{1,2\}$ les valeurs possibles de cet état.

Les réparations ont priorité sur la réfection. Les défaillances étant par nature aléatoires, le gestionnaire n'a aucun contrôle sur la durée de réparation et lorsqu'elles arrivent, les ressources sont réquisitionnées pour leur réparation. Ne pouvant répondre à la demande en équipements à mettre en service, le niveau d'inventaire d'équipements disponibles pour le service diminue.

La réfection des retours d'équipements usagés à remettre à neuf peut s'effectuer par des opérations de réparation ou de remplacement. Le gestionnaire peut choisir parmi trois modes de réfection prédéfinies, caractérisés par un taux et un coût d'exécution (u_α, c_α), tels que ($u_0 < u_1 < u_2$) et ($c_0 < c_1 < c_2$). De plus, le remplacement requiert la disponibilité de pièces de rechange, dont l'information est fournie de manière différente selon les modèles. Le coût de remplacement par équipement inclue le coût d'acquisition, le coût d'opération et les coûts éventuels d'élimination. Les coûts de pénalité lorsque l'inventaire est dessous du niveau de service correspondent à des frais d'annulation d'opération ou de location d'équipements sont tels que $c_2^- > c_2^+$.

La flotte globale d'équipements, composée des équipements en service, de ceux disponibles et de ceux indisponibles (en réfection ou en réparation), reste constante dans le temps. Toute acquisition d'équipement est contrebalancée par l'élimination d'un équipement (mode de remplacement). De plus, la qualité des équipements après réfection est constante et indépendante du mode de réfection utilisé.

Dans les sections suivantes sont également proposés les définitions et notations spécifique à chaque modèle.

2.3.1 Modèle avec probabilité de disponibilité des pièces de rechange

Définitions et notations supplémentaires :

- p probabilité de disponibilité des pièces de rechange;
- β état de l'inventaire de pièces de rechange (β = 1, inventaire disponible ; β = 2, pénurie de pièces de rechange);

Les coûts associés à l'approvisionnement et au stockage des pièces de rechange sont extérieurs au système étudié et ne sont pas considérés dans le problème de contrôle.

La dynamique du système est gouvernée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} &\dot{x} = u(t,\xi,\alpha,\beta) - d \quad \forall t \geq 0, \alpha \in \{0,1,2\}, \xi \in M, \beta \in \{1,2\} \\ &x(0) = x_0 \end{aligned} \tag{1}$$

Où $u(t,\xi,\alpha,\beta)$ désigne le taux de réfection dans le mode α, dans l'état du système de réfection ξ et avec l'état de l'inventaire de pièces de rechange β. x_0 désigne le stock initial.

L'objectif est de minimiser le coût moyen total par unité de temps de réfection et d'inventaire/retard sur un horizon infini, utilisé comme critère de performance du système, en fonction du taux de réfection. On note :

$$J(x,\xi,u) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} E\left[\int_{t_0}^{t_0+T} g(x,u) \cdot dt \,\middle|\, x(0) = x_0, \xi(0) = \xi_0 \right] \tag{2}$$

avec $g(x(t),u(t,\xi,\alpha,\beta)) = c^+ \cdot x^+(t) + c^- \cdot x^-(t) + \delta_{\alpha i} \cdot c_i \cdot u(t,\xi,i,\beta)$

Où $g(x(t),u(t,\xi))$ représente le coût instantané total de réfection et de stockage/retard, $\delta_{\alpha i}$ correspond au symbole de Kronecker, $x^+ = \max(0,x)$ et $x^- = \max(0,-x)$.

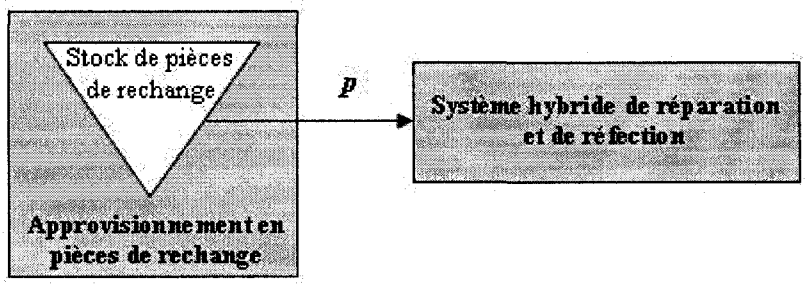


Figure 2.2 Modèle d'approvisionnement avec probabilité de disponibilité des pièces de rechange

2.3.2 Modèle d'approvisionnement avec gestion de l'inventaire de pièces de rechange

Définitions et notations supplémentaires :

$x_1(t)$ niveau d'inventaire du stock de pièces de rechange ($x_1(t) \geq 0$);

c_2^+ coût par équipement par unité de temps à payer pour maintenir l'inventaire de pièces de rechange à un niveau positif;

K coût de passation de commande;

θ_i temps de réception de la $i^{ème}$ commande;

Q_i taille du lot de la $i^{ème}$ commande;

τ délai stochastique de livraison;

Afin d'alimenter l'inventaire de pièces de rechange, des commandes doivent être placées auprès d'un fournisseur. Chaque commande se fait par lot de taille Q_i, avec un coût fixe de commande (K) et un coût par pièce commandée, intégré dans le coût d'exécution du mode de remplacement c_{u2}. Cette commande est par la suite reçue à l'instant θ_i après un délai stochastique τ. Les coûts de stockage sont tels que $c_2^+ > c_1^+$.

La dynamique du système est gouvernée par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_2(t) = u(t,\xi,\alpha) - d \quad \forall t \geq 0, \alpha \in \{0,1,2\}, \xi \in M \\
&x_2(0) = x_2 \\
&\dot{x}_1(t) = -u(t,\xi,2) \cdot \delta_{\alpha 2} \quad \forall t \in]\theta_i, \theta_{i+1}[, \alpha \in \{0,1,2\}, \xi \in M \\
&x_1(0) = x_1 \\
&x_1(\theta_i^+) = x_1(\theta_i^-) + Q_i \qquad i=1..N
\end{aligned} \tag{3}$$

Où x_1 et x_2 désignent les stocks initiaux, θ_i^- et θ_i^+ correspondent aux limites positives et négatives de l'instant de réception de la $i^{ème}$ commande.

L'objectif est de minimiser le coût moyen total par unité de temps de réfection, de commande, d'inventaires et de retard sur un horizon infini en fonction du taux de réfection et de la séquence de commande $\Omega = \{(\theta_0, Q_0), (\theta_1, Q_1), ...\}$. On note :

$$\begin{aligned}
&J(x_1, x_2, u, \theta, Q, \xi) = \lim_{T \to \infty} J_T(x_1, x_2, u, \theta, Q, \xi) \\
&J_T(x_1, x_2, u, \theta, Q, \xi) = \frac{1}{T} E\left(\left[\int_{t_0}^{t_0+T} g(x_1, x_2, u) \cdot dt \right] + \sum_{i=0}^{i=N} K \right) \\
&\qquad \text{avec } N : \theta_{N-1} < T < \theta_N \\
&g(x_1(t), x_2(t) u(t,\xi,x_2)) = c_1^+ \cdot x_1^+ + c_2^+ \cdot x_2^+ + c_2^- \cdot x_2^- + \delta_{\alpha i} \cdot c_{ui} \cdot u(t,\xi,x_2) \\
&\qquad \forall t \in]\theta_i, \theta_{i+1}[
\end{aligned} \tag{4}$$

Où $g(x_1, x_2, u)$ représente le coût instantané total de réfection, de stockages et de retard, $c_{u\alpha}$ le coût de réfection au taux u_α, $x_j^+ = \max(0, x_j)$ et $x_j^- = \max(0, -x_j)$ pour $j = 1, 2$.

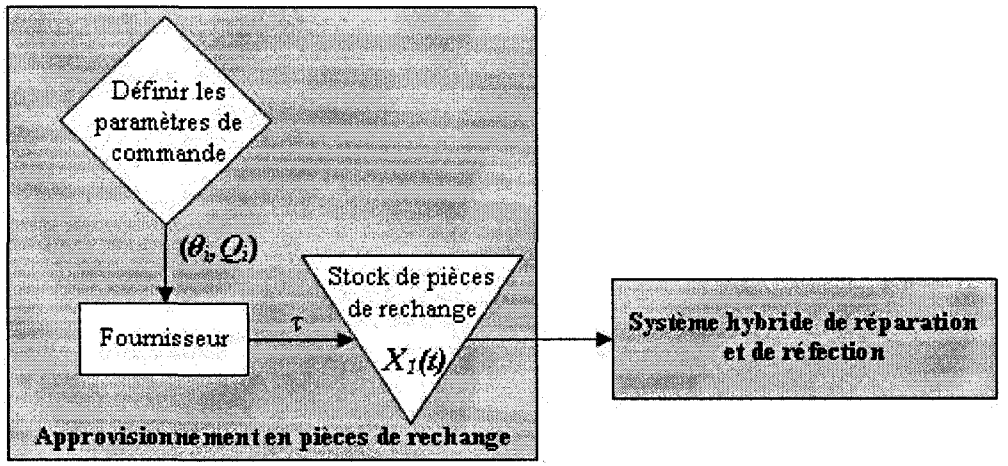


Figure 2.3 Modèle d'approvisionnement avec gestion de l'inventaire de pièces de rechange

2.3.3 Politiques de contrôle proposées

Pour chacun des modèles ont été proposé une politique de contrôle dans la famille des politiques à plusieurs seuils critiques (MHPP) délimitant les régions d'utilisation de chaque mode d'exécution. Nous renvoyons aux articles scientifiques présentés aux chapitres 3,4 et 5 pour des détails sur le choix de la structure des politiques choisies.

Pour le modèle de système de réparation et réfection avec probabilité de disponibilité de pièces de rechange, nous suggérons une politique de contrôle basée sur des seuils critiques et sur l'état de disponibilité de l'inventaire de pièces de rechange tel que :

$$u(x,\xi,\beta)=\begin{cases} u_0 & \text{si} \quad x=z_1 \text{ et } \xi=1 \\ u_1 & \text{si} \quad z_2 \le x \le z_1,\ \xi=1 \\ & \text{ou si} \quad x \le z_2 \text{ et } \{\xi=1;\beta=2\}; \\ u_2 & \text{si} \quad x \le z_2 \text{ et } \{\xi=1;\beta=1\} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{5}$$

Cette politique suggère que lorsque le système traite la demande planifiée d'équipements à remettre à neuf, le choix du mode est le suivant : lorsque l'inventaire d'équipements

disponibles est supérieur à z_1, aucun équipement n'est remis à neuf car le niveau d'inventaire est suffisamment élevé. Si l'inventaire est au niveau z_1, la réfection s'effectue selon le mode de réparation basique au taux $u_0 = d$. Lorsqu'une défaillance majeure survient, les ressources sont allouées à la réparation de l'équipement défaillant et le taux de réfection devient ainsi nul. Le niveau d'inventaire d'équipements disponibles diminue alors en suivant la demande d. Si l'inventaire descend sous z_1, la réfection est accélérée au taux u_1. Si l'inventaire descend sous le niveau z_2, deux situations sont possibles : si l'inventaire de pièces de rechange n'est pas nul ($\beta = 1$), la réfection est effectuée avec le mode de remplacement u_2, sinon la réfection s'effectue selon le taux de réfection maximale ne nécessitant pas de pièces de rechange, donc u_1.

Pour le modèle de système hybride de réparation et de réfection couplé à la gestion de l'approvisionnement et de l'inventaire en pièces de rechange avec délai stochastique de livraison, nous suggérons d'utiliser de manière jointe une politique de contrôle à plusieurs seuils critiques (MHPP), semblable à celle présentés ci-dessus, et une politique d'approvisionnement (s, Q). Cette politique d'approvisionnement, connue sous le terme de politique d'acquisition extérieure « point de commande - quantité de commande », suppose que lorsque le stock de pièces de rechange descend sous le niveau s, un lot de taille Q de nouvelles pièces est commandées auprès d'un fournisseur. La politique de contrôle conjointe proposée est donc :

$$u(x_1,x_2,\xi)=\begin{cases} u_0 & \text{si} \quad x_2 = z_1 \text{ et } \xi = 1 \\ u_1 & \text{si} \quad z_2 \le x_2 \le z_1,\ \xi = 1 \\ & \text{ou si} \quad x_2 \le z_2,\ x_1 = 0 \text{ et } \xi = 1; \\ u_2 & \text{si} \quad x_2 \le z_2,\ x_1 > 0 \text{ et } \xi = 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{6}$$

$$\Omega(Q,s)=\begin{cases} Q & \text{si} \quad x_1 \le s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases};$$

Nous constatons que ces deux politiques sont interreliées. En effet, la politique de contrôle de la réfection dépend du niveau d'inventaire en pièces de rechange x_2, contrôlé par la politique d'approvisionnement extérieur. À l'inverse, la dynamique du système, présentée à la section 2.3.2, indique que la demande en pièces de rechange dépend de l'état du système de réfection (x_2, ξ).

2.3.4 Optimisation

Nous cherchons pour les deux modèles la politique optimale ayant la structure présentée à la section précédente. Le problème d'optimisation revient ainsi à déterminer pour le modèle d'approvisionnement avec probabilité de disponibilité en pièces de rechange les valeurs des seuils critiques (z_1, z_2) qui minimisent le coût moyen total par unité de temps sur le long terme défini précédemment. Pour le second modèle, dans lequel nous proposons de gérer la disponibilité de ces pièces de rechange, il s'agit de trouver les valeurs optimales des paramètres (z_1, z_2, Q, s) qui minimisent le même coût.

2.4 Outils de résolution

Afin de résoudre le problème d'optimisation, nous suggérons d'obtenir la relation entre le coût moyen total par unité de temps sur le long terme et les paramètres de la politique de contrôle issue de la structure choisie. Cette relation donne l'expression du coût en fonction des paramètres de contrôle qu'il suffit ensuite de minimiser pour obtenir les paramètres et le coût optimaux.

Nous présentons en outre de manière plus précise dans le chapitre 6 les aspects méthodologiques relatifs à la résolution analytique et à la résolution par simulation appliquées dans la résolution des problèmes d'optimisation présentés ci-dessus.

2.4.1 Résolution analytique

Dans le chapitre 4, la modélisation de l'approvisionnement en pièces de rechange par la probabilité de disponibilité en pièces de rechange nous permet de trouver l'expression analytique du coût en fonction de (z_1, z_2) pour une probabilité p fixée. Pour cela, nous avons besoin de la probabilité de masse en z_1 et les densités de probabilité de x dans les régions $z_2 \leq x \leq z_1$ et $x < z_2$ en régime stationnaire, que nous obtenons en résolvant un système d'équations. Ce système d'équations est composé des équations partielles différentielles du premier ordre « forward » de Kolmogorov, décrivant l'évolution des densités de probabilités dans le temps, des équations aux limites et des équations de normalisation. L'expression du coût J en fonction de (z_1, z_2) est convexe et il existe ainsi un unique coût minimum $J^*(z_1, z_2)$ en (z_1^*, z_2^*).

2.4.2 Résolution par simulation

Dans les chapitres 3 et 5 sont présentés une méthode de résolution numérique respectivement pour le modèle avec probabilité de disponibilité des pièces de rechange et pour le modèle avec gestion de l'approvisionnement.

Cette méthode de résolution numérique est basée sur la détermination de l'expression de la variable de sortie J en fonction des variables d'entrée (z_1, z_2) dans le premier modèle, puis (z_1, z_2, Q, s) dans le second, à l'aide de simulations. En construisant un modèle de simulation du système hybride de réparation et de réfection et de l'approvisionnement dans le cas d'un exemple avec des valeurs numériques pour les paramètres de coûts, d'occurrence et de durée de traitement des retours non planifiés d'équipements défaillants, et en effectuant plusieurs expériences en suivant un plan d'expériences choisi, on peut quantifier les effets des variables d'entrées et de leurs interactions sur le coût total à l'aide d'outils statistiques (analyse de la variance, ANOVA). On obtient

ensuite une estimation du coût en fonction des facteurs, c'est-à-dire des variables d'entrée et des interactions significatives, puis la valeur optimale de ces facteurs à l'aide de la méthode des réponses de surface.

2.4.3 Validation

En appliquant l'approche de résolution par simulation et plans d'expérience au problème d'optimisation avec le modèle avec probabilité de disponibilité de pièces de rechange avec les mêmes paramètres (i.e., coûts et durées entre retours d'équipements défaillants et de leurs réparations) et les mêmes variables d'entrée (z_1, z_2) que ceux utilisées par Pellerin et al. (2008), nous obtenons un coût total proche à 0.09 % du coût qu'ils obtiennent dans le cas d'une probabilité $p = 1$. Cette comparaison, détaillée dans le chapitre 3, confirme la validité du modèle de simulation que nous avons développé et l'intérêt d'appliquer l'approche de résolution par simulation à notre modèle avec approvisionnement non fiable.

Dans le chapitre 4, l'approche analytique utilisée pour obtenir l'expression du coût moyen total sur le long terme en fonction des paramètres de contrôle (z_1, z_2) et les valeurs optimales (J^*, z_1^*, z_2^*), est comparée aux résultats obtenus par simulation dans un exemple. Les paramètres d'entrée sont fixés à (z_1^*, z_2^*) et nous observons la variable de sortie qu'est le coût total, que nous comparons à la valeur obtenue avec l'approche analytique. Les résultats très proches que nous avons observés attestent de la validité de l'approche analytique et permettent de faire un lien entre les deux méthodes de résolution abordées dans ces travaux.

2.5 Analyse des résultats

Les applications numériques proposées dans les chapitres 3, 4 et 5 et qui servent de support à notre recherche possèdent des paramètres identiques à ceux utilisés par Pellerin et al. (2008) (coûts de stockage, retards, réfection, durées de réfection, d'occurrence entre retours d'équipements non planifiés et de réparation de ces équipements). Ces données sont dérivées de l'étude d'une organisation militaire de réfection basée à Montréal, Canada, après modification sans perte d'applicabilité pour raisons de confidentialité.

Ces chapitres présentent également des analyses de sensibilité, d'une part à la variation des paramètres de coûts, et d'autre part à la variation de l'incertitude de l'approvisionnement, c'est-à-dire dans le premier modèle une variation de la probabilité de disponibilité des pièces de rechange et dans le second modèle une variation des moments de distribution de probabilité du délai de réception des commandes. Ces analyses de sensibilité ont permis de quantifier les effets de légères variations de paramètres sur le coût total J^* et les seuils critiques optimaux (z_1^*, z_2^*). Les directions et l'amplitude des variations du coût et des seuils critiques se sont révélées globalement conformes à ce qu'on pouvait s'attendre et montrent la robustesse des politiques de contrôle utilisées. Ces analyses de sensibilités apportent ainsi une meilleure connaissance sur le comportement du système avec les politiques de contrôle proposées.

2.6 Conclusion

Ce travail de recherche nous a permis de répondre aux problématiques de contrôle de la réfection avec approvisionnement non fiable dans le cadre de système de réfection de biens d'équipements partageant ses ressources manufacturières avec la réparation d'équipements défaillants suite à des défaillances majeurs. Nous avons exploré deux modèles qui diffèrent selon que l'on considère la gestion de l'approvisionnement comme

une contrainte extérieure ou comme un processus supplémentaire à contrôler conjointement à la réfection. Pour chacun de ces modèles, une structure de politique de contrôle dérivée des politiques de contrôle à seuils critiques a été proposée. L'objectif est de trouver la meilleure politique en termes de coût moyen total sur le long terme par unité de temps, ce qui revient à déterminer la valeur optimale des paramètres de la politique de contrôle choisie. Nous avons proposé pour cela une approche de résolution analytique et une approche de résolution par simulation que nous avons appliquées à des exemples. Ces modèles, politiques de contrôle et approches de résolution sont l'objet des chapitres suivants.

CHAPITRE 3 : OPTIMIZATION OF THE CONTROL POLICY FOR A STOCHASTIC REMANUFACTURING SYSTEM WITH UNRELIABLE REPLACEMENT PARTS SUPPLY

Auteurs: François Berthaut, Robert Pellerin et Ali Gharbi

Soumis à *International Journal of Simulation and Process Modeling*
Editions *Inderscience Publishers*

Ce chapitre présente la première partie du travail de recherche dont l'objectif est de développer un modèle de système hybride de réparation et de réfection avec probabilité de disponibilité des pièces de remplacement et de proposer une politique de contrôle prenant en compte ce paramètre. Ce chapitre décrit et valide le modèle de simulation développé qui sert de support à la résolution numérique du problème d'optimisation de la politique de contrôle.
Les Annexes D et E contiennent respectivement le modèle de simulation et les résultats expérimentaux.

Abstract :

Productivity improvement and Environmental legislation increasingly incite manufacturers to invest in remanufacturing activities. However, production planning and control activities for remanufacturing are more complex to address than in traditional manufacturing. We consider the control of a stochastic manufacturing system executing capital assets repair and remanufacturing in a closed-loop system. A simple sub-optimal control policy in class of multi hedging point policy is proposed. This policy consists in

inventory thresholds triggering the use of different predefined repair and replacement strategies, depending on the replacement parts availability. This paper focuses on estimating the optimum control policy parameters in terms of total cost by means of simulation tools. A flexible combined discrete event and continuous modelling is introduced and simulation experiments are conducted for a numerical example in order to achieve a close approximation of the optimal policy.

Keywords :

repair; overhaul; remanufacturing; unreliable supply; control theory; hedging point policy; simulation; response surface methodology.

3.1 Introduction

Remanufacturing is defined as the restoration of an item to a standard as close as possible to its original condition in appearance, performance and life expectancy (Cox et al., 1995). This process can also be known as rebuild, major overhaul or refurbishing. Remanufacturing differs from other forms of reuse: recycling permits the conversion of collected materials into raw materials to be manufactured into a completely new product, while remanufacturing restores durable products for a similar use. Hence, remanufacturing is the process of recovering the added value of worn products in the form of materials, energy and labour. Remanufacturing provides the opportunity to extend the product's lifetime and update it with more modern technology.

Nowadays the remanufacturing industry is a significant and growing sector, with more than 73,000 firms representing $53 billion in yearly sales in the United States (U.S. Environmental Protection Agency, EPA, 1997). Remanufacturing contributes to waste prevention and increase in productivity, by reducing material requirement and acquisition costs. Another indirect benefit of remanufacturing initiatives is the improvement of the environmental image for firms and its impact on customers and

market shares. Since the early 1990's, firms within the European Union face extended producer responsibility legislation acts that force them to finance and organize the return, treatment and recycling of their products at end of life (Mayers, 2007). These incentives will encourage firms to invest in material recovery and remanufacturing activities.

In this paper, we focus on capital assets, which represent a major investment for most organizations and for which remanufacturing is a viable cost-cutting opportunity. Capital assets are mostly remanufactured and reused by the original product owners. This special feature leads the capital assets remanufacturing sector to adopt an organization that often coexists with maintenance and service organizations, which are integrated through product life cycle management programs (Pellerin et al., 2008). Defence maintenance depots represent classic examples of such organizations.

Consequently, we propose a remanufacturing system, called hybrid repair and remanufacturing system that is designed to fulfil two types of returned worn products. On the one hand, foreseeable returned products, at the end of their expected life, can be remanufactured to begin a new life cycle. On the other hand, unplanned major equipment failures have to be repaired. Based on organizations' current practices, we assume that priority is given to unplanned (emergency) repairs as the equipment must be put back in service as quickly as possible. For this reason all remanufacturing resources are preempted to treat equipment failures. As the repair process is much shorter than the remanufacturing process and as the set-up cost is relatively low, this rule is applied to reduce the non-availability of equipment, which is already configured to meet specific operation needs. The main objective is to maintain a number of serviceable items above the operating firm's service levels at a minimal cost. For this purpose, we consider a stock of serviceable capital goods, which responds to the demand of capital goods put into service and which is fed by the remanufacturing process outputs.

Remanufacturing can take two forms: repairing components or replacing them by new ones. As the repair process is a major overhaul, one can assume that the desired quality of the equipment is the same and thus does not affect potential product failure rate. These two modes only differ in terms of cost and production rate: although repairing a component costs less than replacing it, it is more time consuming. This choice only depends on the condition of the returned items, the level of the serviceable capital assets inventory and the availability of replacement parts. For example, managers will typically choose to repair most components when the equipment surplus, which is equal to the difference between the serviceable equipments inventory and the equipments needs, exceeds the sufficient minimum level (Gharbi et al., 2008). Serviceable equipment demand backlog is permitted and incurs penalty costs for the operating firm.

We also assume that equipment disposal is not allowed. Consequently, the equipment fleet, which corresponds to the total amount of serviceable and non-serviceable equipment, remains constant. From the use to the repair and remanufacturing process, capital assets evolve in a closed-loop system, in which the initial item is reinserted after its life cycle as a "new one". Note that capital assets are rarely disposed in practice as the acquisition costs of capital goods are very high. For less expensive products, disposal is often considered to discard products that do not meet quality requirements or to avoid returned products holding costs. We refer the readers to Teunter and Vlachos (2002) for a discussion on the necessity of a disposal option in remanufacturing systems.

The problem is a complex one to address because of the variability of the returned product flow and because of the stochastic operating process, which is specific to major maintenance tasks (Gharbi et al., 1999). Simulation tools provide an interesting opportunity to represent such a system and, based on well-designed experiments, the system behaviour and performances can be evaluated. Until now, several authors have studied inventory control policies that aim at finding the optimal stock levels of a product that responds to the stochastic demand of the same product for a periodic review (Mahadevan et al., 2003, Toktay et al., 2000). Few researchers consider a stochastic

repair process, except for papers relevant to production planning and control that use discrete events simulation (Villeneuve et al., 1998, Duffuaa and Andijani, 1999). These models are not efficient to define control policies aimed at managing inventory thresholds that trigger the execution of repair or replacement modes and therefore the remanufacturing timeframes. In addition, these thresholds are often set by managers according to their own judgment. In such a context, there is a critical need to develop control policies that optimally define the use of different remanufacturing modes and that consider the availability of replacement parts.

The paper is organized as follows. Our approach is summarized in section 2. Section 3 presents the statement of the remanufacturing problem and we develop a sub-optimal control policy in section 4. Section 5 presents our resolution approach based on simulation experiment that is applied in section 6 on a numerical example. Finally section 7 outlines our main results and possible directions for future research.

3.2 Our approach

We propose a simulation-based approach that evaluates the behaviour of the hybrid repair and remanufacturing system. A suboptimal control policy based on inventory thresholds triggering the use of predefined repair and replace modes is considered. A simulation modelling is developed using the Visual SLAM language. We carried out simulation experiments to measure the performance of the system in terms of incurred average long-run cost per unit of time and find the inventory thresholds for which this cost has been minimized. This resolution approach is similar to the works of Gharbi et al. (2008), which addressed the multiple repair rate control problems of remanufacturing systems, and solved the problem in the case of one product type. Nevertheless, the main assumption they made is that replacement parts are constantly available. Our main contribution is to relax this assumption by considering a probabilistic availability of replacement parts that model material starvation or unreliable supply lead times and that

restrains the replacement parts use. We conclude that our approach provides a simple dynamic control policy that is easy to implement and reduces the total average cost, as compared to current practices.

3.3 Problem statement

The remanufacturing activities are divided into different tasks, from the collection of worn products, the remanufacturing processes, the manufacturing of new parts or products to complete the remanufacturing products flow, to the distribution of the new and "as new" items (Figure 3.1). A typical remanufacturing facility consists of several distinct sub-systems (Fleischmann et al., 1997 :

- Disassembly, testing and sorting parts and components. This first step provides important information for the purchase of new parts and products to complete the remanufacturing.
- Cleaning, refurbishing and testing of the acceptable returned products. The outputs of these operations are "as new" components.
- Reassembly of the parts, with a mix of new and recovered components. The products are then ready to be placed in the serviceable product inventory that can also be fed by a supply of newly manufactured products.

Many characteristics significantly complicate production planning and control of remanufacturing activities (Guide, 2000): the uncertain timing, quantity and condition of returned products, the need to balance returns with demand, the requirement for a reverse logistics network and the problem of stochastic routings for materials intended for remanufacturing operations and highly variable processing times and costs. The entire lifecycle of remanufactured products can be affected by these complicating elements and has brought a growing number of researchers to tackle problems related to

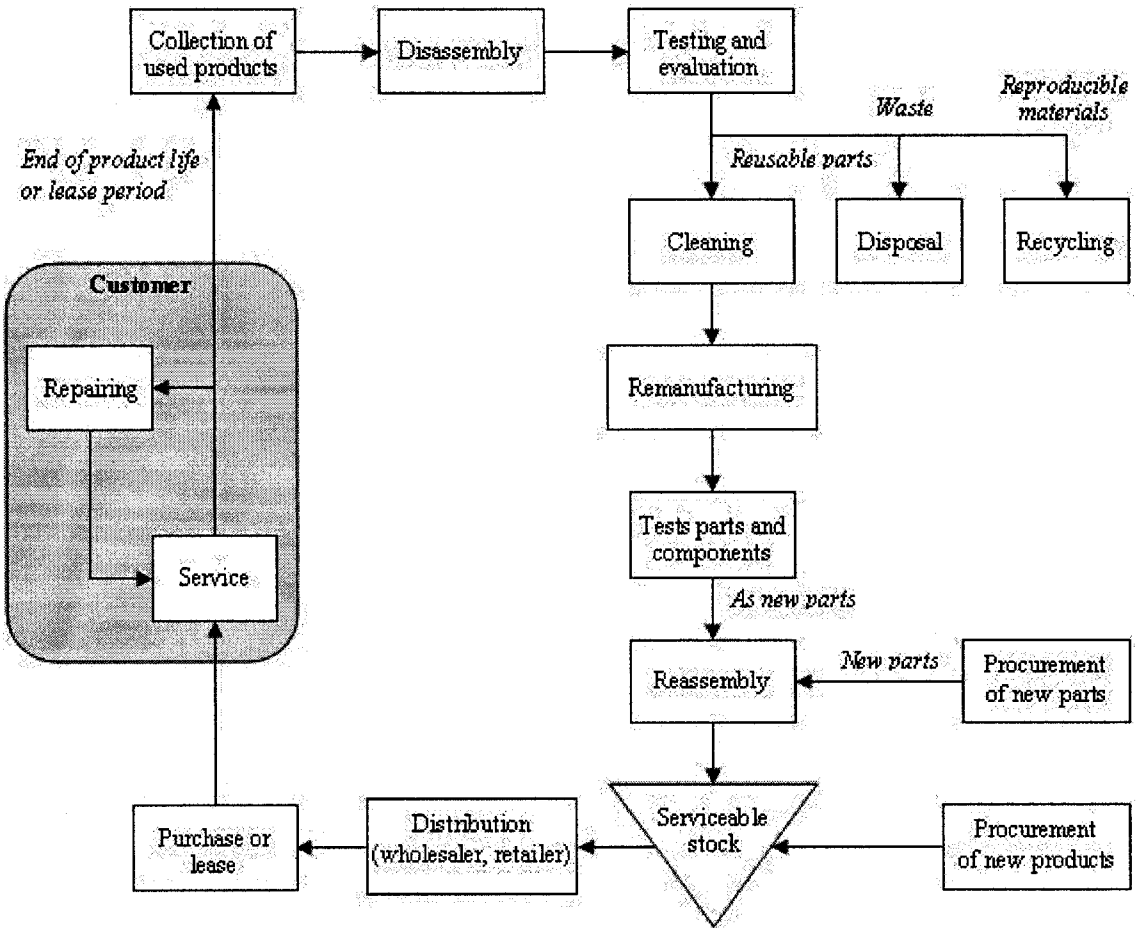


Figure 3.1 Cycle of life of a remanufactured product

remanufacturing activities, including forecasting, design of reverse logistics (Fleischmann et al., 1997, Savaskan et al., 2004), operations planning and scheduling (Guide, 2005), and inventory control (Van der Laan and Salomon, 1997; Kiesmuller, 2003).

We address the remanufacturing problem with a production control point of view. Thus, detailed scheduling is not a prime concern and the remanufacturing process is treated in a rather aggregate way, characterized by time and cost parameters.

3.3.1 Model assumptions and notations

We consider a hybrid repair and remanufacturing system of a single product type, as depicted in Figure 3.2. The problem we address is a problem of allocation of manufacturing resources in order to treat the planned flow of equipment that is returned at their end of life. This foreseeable flow is disturbed by the unplanned flow of worn equipment due to major failures that takes precedence over the planned demand, in order to put them back into service as quickly as possible.

During the unplanned flow overhaul, the surplus inventory of serviceable equipment decreases in order to fulfil the demand, while it is not supplied by the remanufacturing products output.

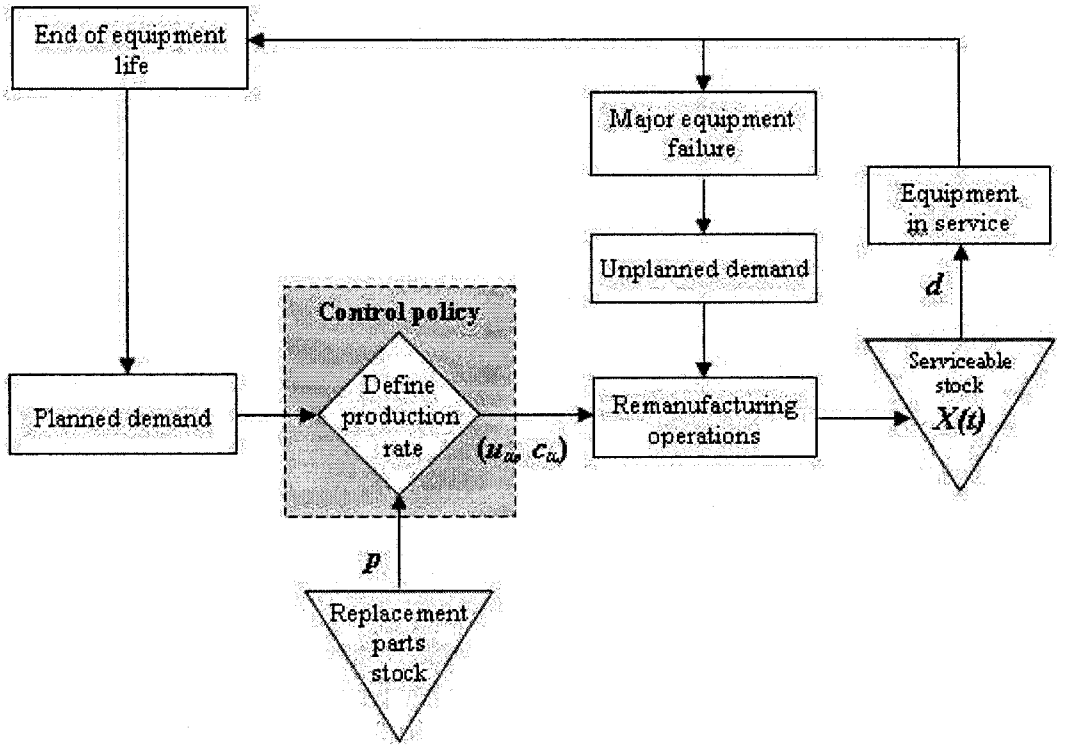


Figure 3.2 Remanufacturing Control Problem

Let us define the following notations :

- $x(t)$ equipment surplus at time t; a positive value of x(t) represents inventory, while a negative value represents backlog;
- $u(t)$ control remanufacturing rate at time t;
- SL service level (i.e. the number of serviceable equipment required to support the operations of the organization);
- d demand rate;
- c^- cost to be paid per equipment per unit of time for failing to meet the service level;
- c^+ cost to be paid per equipment per unit of time for keeping inventory at a higher level than the service level;
- u_0 minimum repair rate (repair policy);
- u_1 intermediate repair rate (inspect and repair policy);
- u_2 maximum repair rate (replacement policy);
- c_0 cost per unit of time when repairing at the minimum rate;
- c_1 cost per unit of time when repairing at the intermediate rate;
- c_2 cost per unit of time when repairing at the maximum rate;
- λ_{12} unplanned demand arrival rate;
- λ_{21} unplanned demand processing rate;
- z_1, z_2 inventory thresholds;
- $J(x,\alpha)$ long run average cost function;
- α remanufacturing mode when the system is on functional mode;
- ξ state of the remanufacturing system;
- p probability of availability of replacement parts;
- β availability mode of replacement parts;

The system capacity is initially designed to be able to at least produce at the expected demand rate d so as to guarantee feasibility ($u(t) = u_0 = d$, $x(t) = z_1$). The planned and unplanned demand inter-arrival times λ_{12}^{-1} and λ_{21}^{-1} are exponentially distributed. When

the amount of serviceable equipment is insufficient to meet the constant demand, penalty costs c^- are charged by having to cancel operations or renting equipment ($c^+ < c^-$).

Managers can treat the planned flow of worn parts with three different predefined remanufacturing modes: an emergency mode ($\alpha = 2$), an intermediate repair mode ($\alpha = 1$) and a regular repair mode ($\alpha = 0$), with different rates ($u_0 < u_1 < u_2$) and different costs ($c_0 < c_1 < c_2$). Set-up and switching costs are not significant as technicians who perform the remanufacturing process can easily move from one apparatus to another. The emergency mode consists of replacing all the returned items. We restrain the replacement policy by integrating the case of replacement unavailability. Thus, we define a probabilistic availability of replacement parts that indicates whether the replacement mode can be used ($\beta = 1$) or not ($\beta = 2$) every time replacement is required.

3.3.2 Dynamics of the remanufacturing problem

The state of the system at time t is described by the following variables:

- A continuous part that describes the cumulative surplus level, measured by $x(t)$.
- A discrete part that describes the remanufacturing system state. This state can be described at time t by the random variables $\xi(t)$ with value in $M = \{1,2\}$, such as :

$$\xi(t) = \begin{cases} 1 & \text{producing planned demand} \\ 2 & \text{producing unplanned demand} \end{cases}$$

The planned and unplanned demands occurrence can be modelled by an irreducible, continuous time, two-state Markovian chain with the transition rates λ_{12} and λ_{21}.

The dynamics of the stock level $x(t)$ is given by the following equations :

$$\dot{x}(t) = u(t,\xi,\alpha,\beta) - d,\ x(0) = x_0,\ \forall t \geq 0,\ \alpha \in \{0,1,2\},\ \xi \in M,\ \beta \in \{1,2\}, \qquad (1)$$

Where $u(t,\xi,\alpha,\beta)$ denotes the remanufacturing rate in mode α, in the system state ξ and with the replacement parts status β.

3.4 Remanufacturing Control policy formulation

Our production control problem can be presented from this point of view: how can one take advantage of the possibility of executing remanufacturing process at different rates and costs in order to minimize remanufacturing and operating costs?

This problem has many similarities with the flow rates control of one part through a Flexible Manufacturing Systems (FMS) with unreliable machines having two or more states (fully up, fully down and intermediate state). Kimemia and Gerschwin (1983) showed that the optimal production rate is governed in each machine state by a simple buffer level, called the hedging point. Within such a policy, a non-negative product surplus, corresponding to the optimal inventory level, is maintained to face prospective backlogs caused by machine failures. Akella and Kumar (1986) established the formula of the hedging point in the case of a one part, two-state systems (machine up or down). Bielecki and Kumar (1988), and Sharifnia (1988) used a simpler approach to solve the same problem and to extend it to multiple machine states systems. This approach is based on the calculation of the steady state probability of the distribution to find the optimum hedging points. However, for too-complex systems or for non-Markovian model (non-exponential failure and repair time distributions and/or random demand rates) the optimal control model cannot be described by the classical theory. Indeed, there is a lack of efficient methods to analytically solve the optimization problem, which rests on complex coupled Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) equations.

Kenné and Gharbi (2004) introduced an approach combining simulation modelling, regression analysis and analytical control theory to tackle the control problem of such systems. They provided a sub optimal solution in class of hedging point policy This control policy stipulates that when the machine is up, the process is operated at the maximum rate as long as the current level surplus is below the mode-dependent hedging level (z_α), at the demand rate if it is equal and at zero if it is above that level.

This multi-threshold-based control policy was applied to the hybrid repair and remanufacturing control problem (Pellerin et al., 2008). For this control problem, the unplanned flow of returned items has the same disturbing role as the machine breakdowns. The objective is to find the optimum remanufacturing rate $u(.)$ for each system state ξ and surplus $x(t)$, so as to minimize the long-term average surplus cost per unit of time presented below :

$$J^* = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \mathrm{E}\left[\int_{t_0}^{t_0+T} G(x,u)\cdot dt \,|_{x_0,\alpha_0} \right] \qquad (2)$$

$$\text{with } G(x(t),u(t,\xi,\alpha,\beta)) = c^- \cdot x^-(t) + c^+ \cdot x^+(t) + c_\alpha \cdot u(t,\xi,\alpha,\beta)$$

Where $E[\cdot \mid x_0,\alpha_0]$ denotes the expectation operator conditional on initial condition ($x(0) = x_0$, $\alpha(0) = \alpha_0$), $x^+ = \max(0,x)$ and $x^- = \max(-x,0)$.

Consequently, we propose for our problem a sub-optimal control policy based on two hedging points (z_1, z_2) that uses a framework similar to the one presented by Sharifnia (1988) and Pellerin et al. (2008). However, our control policy differs from theirs by the replacement part availability condition on the replacement mode, as presented below :

$$u_{z_1,z_2}(x,\zeta,\beta)=\begin{cases} u_0 & \text{if } x(t)=z_1 \text{ and } \zeta=1 \\ u_1 & \text{if } z_2 \le x(t) \le z_1 \text{ and } \zeta=1 \\ & \text{if } x(t)<z_2 \text{ and } \{\zeta=1;\beta=2\}; \\ u_2 & \text{if } x(t)<z_2 \text{ and } \{\zeta=1;\beta=1\} \\ 0 & \forall x \text{ and } \zeta=2 \end{cases} \tag{3}$$

The modified multiple-hedging-point-policy presented above entails that as unplanned demand occurs ($\xi = 2$), remanufacturing resources are preempted until this demand can be satisfied. Consequently, planned demand is not satisfied and the amount of serviceable equipment $x(t)$ decreases. As $x(t)$ drops below z_1, the remanufacturing process is accelerated to rate u_1. When $x(t)$ drops below z_2, two different scenarios can occur: if replacement parts are available ($\beta = 1$), then the replacement mode is applied to the system and thus the remanufacturing rate is further accelerated to rate u_2 in order to prevent the surplus level from crossing over a negative value and triggering backlog costs. On the other hand, if replacement parts are unavailable ($\beta = 2$), the remanufacturing system must repair the worn parts instead of replacing them and thus the remanufacturing rate remains at the rate u_1. Figure 3.3 displays the dynamics of the serviceable equipment inventory according to the aforementioned remanufacturing control policy.

We assume that for given planned and unplanned demand occurrence times, given repair duration statistics and given probabilistic availability of replacement parts, the hybrid repair and remanufacturing system is capable of meeting the demand in the long run. In other words, if we remanufacture at maximum possible rate in each system state, then the serviceable inventory level will exceed the demand rate, so there will be a strictly long term trend in $x(t)$.As mentioned by Sharifnia (1988), $x(t)$ will be stationary and the right-hand side of (2) will converge to a unique limit for given hedging points (z_1, z_2). Assuming the convexity property of the cost to be paid, we conclude the existence and uniqueness of a solution to this control problem.

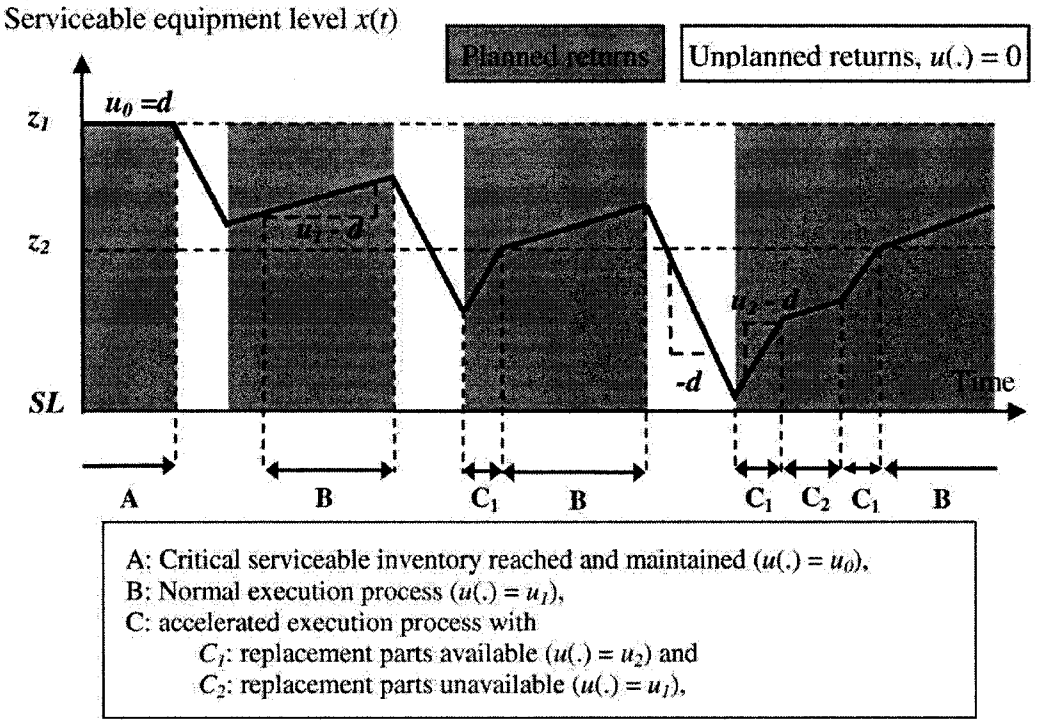


Figure 3.3 Evolution of the serviceable equipment inventory $x(t)$

Finally, once the optimum hedging points (z_1^*, z_2^*) are known, namely the levels that minimize the average surplus cost per unit of time J^*, then the optimum policy is completely determined.

3.5 Estimation of the optimum control policy

3.5.1 Simulation assisted resolution approach

The resolution of the hybrid repair and remanufacturing system control problem with probabilistic availability of replacement parts required the determination of the optimum

values of the hedging points. Bielecki and Kumar (1988) proposed a simple analytic approach for solving the single-product two machine-state FMS problem. Assuming the hedging points are known, they calculate the steady-state probability density function of the surplus inventory and the probability mass at each hedging point. As the long-term average cost per unit of time can be formulated as a function of these terms, the optimum hedging points are then found by minimizing the average cost over all the possible values of the hedging points. This analytic approach was extended to the more than two machine states problem (Sharifnia, 1988) and to solve the hybrid repair and remanufacturing system control problem, assuming a reliable replacement supply by Pellerin et al. (2008).

The simulation approach consists in estimating the relationship between the incurred cost and the threshold stock levels, considered as control factors. We developed a simulation model where the hedging points (z_1, z_2) are the input variables and the incurred cost the output variable. A set of experiments is conducted to collect the values of the incurred cost for different pairs (z_1, z_2) and a regression analysis is then applied on the collected data.

3.5.2 Simulation model

A simulation model was developed using the Visual SLAM simulation language and the AWESIM software. Visual SLAM is a simulation language for modelling discrete, continuous systems or a combination of both (Pritsker and O'Reilly, 1999). The main advantage of this language is to provide frameworks for different modelling worldviews. For process orientation, Visual SLAM can model a network structure, which consists of specialized symbols called nodes and branches to pictorially represent a system, especially a discrete one. On the other hand, the modeller will prefer an event orientation for continuous systems. The events, the differential and difference equations, which describe the dynamic behaviour of the state variables and the potential changes of the

system when an event occurs, can be coded in Visual SLAM or C procedures. Therefore, the AWESIM simulation support system provides efficient tools for running simulation model and for data collection and analysis.

The proposed simulation model consists of several networks and user routines, each of them describing a specific task of the system modelling. Figure 3.4, Figure 3.5, Figure 3.6 and Figure 3.7 present a block diagram representation of these networks developed with the Visual SLAM language.

State equations C insert

The state equations (1) are defined as a C language insert. They describe the serviceable inventory level $x(t)$ as a function of the remanufacturing rate, set by the control policy, and the demand rate.

Simulation control

Initially, we define the values of the remanufacturing control policy (z_1, z_2) for which the simulation run is conducted and the values of parameters of the system, such as the remanufacturing rates, the mean values of the exponential distributions of the planned and unplanned demand rates, the demand rate of serviceable items. The maximum and minimum time step specifications for integration of the cumulative variables are also defined. At the end of the production horizon T^{∞}, which is the time to reach the steady state, the simulation program is stopped and the incurred cost for a given pair (z_1, z_2) is exported.

Remanufacturing process block-diagram

On Figure 3.4, a block test checks the proposition $P(.)$, which corresponds to $u(.) = 0$ (i.e. $x(t) > z_1$ according to equation (3) or "the remanufacturing system treats the unplanned flow of worn parts"). If the proposition $P(.)$ is true, the message is routed to

the WAIT block, until the remanufacturing system treats the planned demand and $x(t) \leq z_1$.

If $u(.) \neq 0$, the message corresponds to a remanufacturing order, then $x(t)$, the cumulative variables (i.e. the cumulative probability of each remanufacturing mode) and consequently the estimated total cost are updated according to the equations (1) and (2) in the UPDATE INVENTORY and UPDATE COST block after the time step duration defined by the TIME ADVANCE blocks. The cumulative variables are integrated using the Runge-Kutta-Fehlberg (RKF) method as presented in Pritsker and O'Reilly (1999). The message is then routed to the initial block test. The time step is given by the TIME ADVANCE block, depending on discrete event scheduling (planned and unplanned demands), continuous variable threshold crossing events and time step specifications.

Control policy block-diagram

The control policy presented in the previous section is defined by the output of a FLAG block (Figure 3.5). Whenever one of the thresholds is crossed by $x(t)$, observation nodes raise a flag. The remanufacturing rate $u(.)$ is then set according to equation (3), considering the state of the system ξ and the replacement parts availability β.

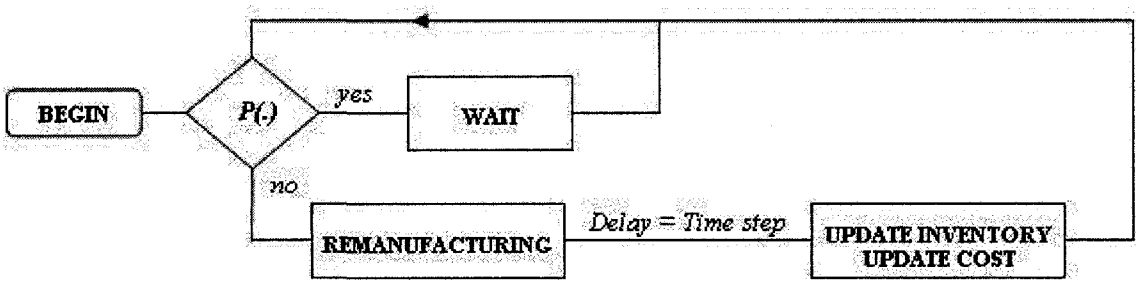


Figure 3.4 Remanufacturing block-diagram

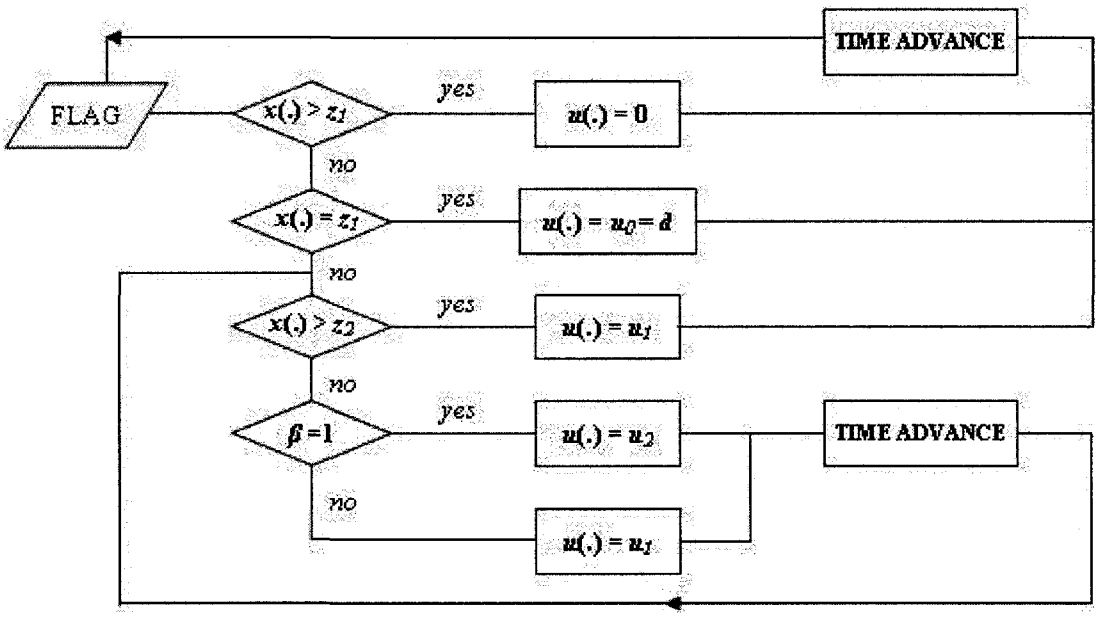


Figure 3.5 Control policy block-diagram

Unplanned and planned demand occurrence times block-diagram

Initially, a message representing an unplanned and planned sequence is created at the BEGIN block as illustrated in Figure 3.6. The PLANNED DEMAND and UNPLANNED DEMAND blocks sample the times to fail and times to remanufacture the unplanned flow of worn parts from their respective probability distributions. This block-diagram provides the system state changes (discrete events) and thus $x(t)$ and the incurred cost must be updated.

Replacement parts availability block-diagram

The replacement parts supply availability is checked in the region $x(t) < z_2$ at each time step (the time step is set to his minimum value), as presented in Figure 3.7. For each time step, the replacement part is either available or unavailable until the next time step

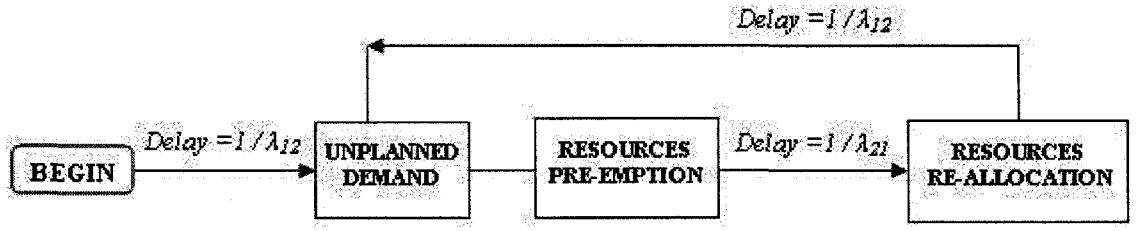


Figure 3.6 Unplanned and planned demand occurrence block diagram

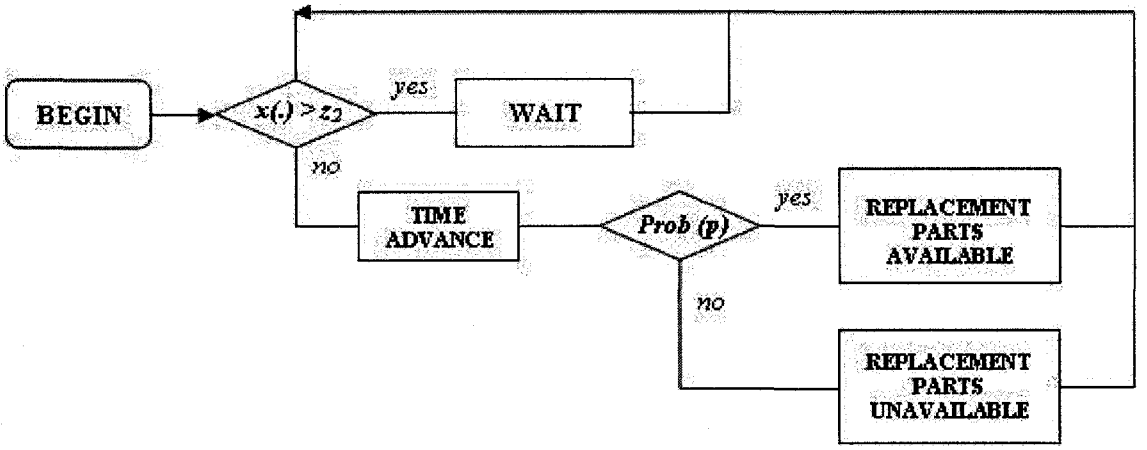


Figure 3.7 Replacement parts availability block-diagram

(see the TIME ADVANCE block). Once $x(t)$ crossed positively z_2 , we stop checking the replacement parts availability at each time step (WAIT block).

3.5.3 Data collection and statistical analysis

Two independent variables (z_1, z_2) and one dependent variable (the total cost J_{sim}*) are investigated through a set of simulation experiments. These independent variables are set to different values and the corresponding total cost J_{sim}* is collected for each

experiment. We analyse this data collection by means of statistical analysis tools. The reader is referred to Gharbi and Kenné (2003) for more details on this approach. Assuming the convexity property of the long run average cost per unit of time, a second order model is considered to estimate the cost function, as presented below. The third-order interactions and all other effects were ignored or added to the error ε :

$$Cost = \beta_0 + \beta_{11} \cdot z_1 + \beta_{12} \cdot z_2 + \beta_{21} \cdot z_1^2 + \beta_{22} \cdot z_2^2 + \beta_{31} \cdot z_1 \cdot z_2 + \varepsilon \qquad (4)$$

Firstly, a multi-factor analysis of the variance (ANOVA) provides the effects of the main factors and interactions on the dependent variable. From this analysis, we eliminate from the second-order model the parameters associated with the non-significant factors (*p-value* > 0.05).

Secondly, response surface methodology is applied to estimate the unknown parameters of the second-order model (Montgomery, 2001). Consequently, the estimated values of the cost for any combination of (z_1, z_2) are known and we can deduce the estimated values of the pair (z_1*, z_2*) and of the optimum cost J_{sim}*, for which the cost function *Cost* is minimized. As mentioned before, once the values of the hedging points are known, the sub-optimal control policy is entirely known.

3.6 Numerical application of the control policy with the simulation model

We suggest the use of a numerical application with the same remanufacturing and storage parameters than the model presented by Gharbi et al. (2008). However the model that we present diverges from the aforementioned paper since we consider an unreliable replacement parts supply, characterized by the probabilistic replacement parts availability.

3.6.1 Numerical values of the illustrative example

Let us consider the data parameters of the Table 3.1 for our illustrative example. Note that λ_{12}^{-1} and λ_{21}^{-1} follow exponential distributions.

We aim to evaluate the influence of the probabilistic replacement parts availability on the optimum values of the hedging points and the associated optimum average cost. Thus, we conduct a set of experiments with different probabilistic replacement parts availability and analyse the collected data. Each simulation was run during 200,000 units of time to ensure that the steady state of the cost was reached. Figure 3.8 presents the estimated trajectory of $x(t)$ in function of the simulation time for parameters ($z_1 = 25.35$, $z_2 = 4.88$ and $p = 0.8$).

Table 3.1 Constant data parameters for the numerical example

λ_{12}^{-1}	λ_{21}^{-1}	d	u_0	u_1	u_2	c_0	c_1	c_2	c^+	c^-	SL
4	10	20	20	25	40	20	40	100	10	100	0

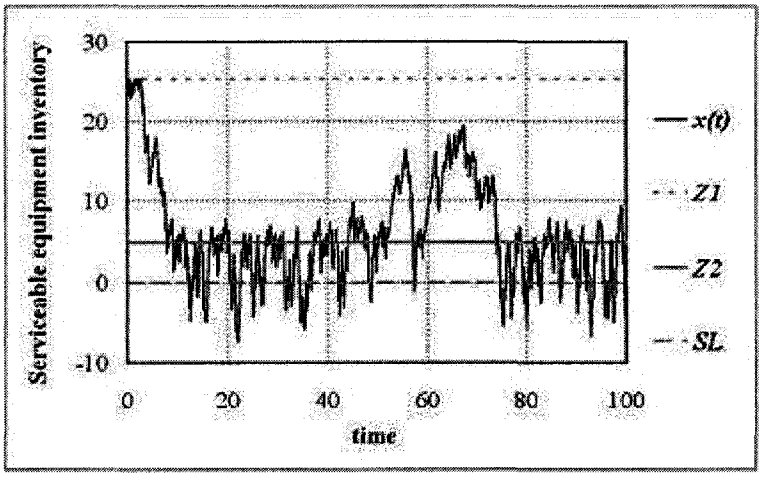


Figure 3.8 Trajectory of $x(t)$ with $z_1 = 25.35$, $z_2 = 4.88$ and $SL = 0$)

3.6.2 Validity of the remanufacturing system modelling

We carried out a first set of simulation experiments using the simulation framework presented in the previous sections with the same simulation parameters as the numerical example of Pellerin et al. (2008). In other words, we set $p = 1$ (i.e. the replacement mode is always available) and used the analytic optimal values of (z_1, z_2) that they found as inputs of our first simulation experiments.

We conduct 10 replications in order to achieve 95% confidence intervals for the cost values:

$$\bar{J}(n) \pm t_{n-1,1-\frac{\theta}{2}} \cdot \sqrt{\frac{S^2(n)}{n}}$$

Where $\bar{J}(n)$ and $S^2(n)$ are respectively the average total cost and the standard deviation obtained with n replications, $t_{n-1,1-\frac{\theta}{2}}$ denotes the student coefficient function of n and θ, where (1- θ) is the confidence level (set at 95%).

Table 3.2 synthesizes the comparison of the incurred cost J_{sim}* (\$), obtained by running our simulation model, with the long run average cost per unit of time J_{ana}* (\$) found through an analytical approach by Pellerin et al. (2008). It highlights that for the same optimum thresholds, our simulation results are close to the analytical approach results

Table 3.2 Comparison of the simulation and analytical results for the basic case $p = 1$

z_1	z_2	J_{sim}* (\$)	J_{ana}* (\$)	95% confidence intervals		Relative error
24.28	3.82	1227.48	1228.61	1 225,95	1 229,01	0.09%

(relative error of 0.09% and J^*_{anal} falls in the confidence interval). This test validates our proposed simulation modelling that is further run for different values of the probabilistic replacement parts availability p.

3.6.3 Sensitivity analysis with different probabilistic replacement parts availability

To illustrate the effect of the replacement parts availability, we conducted a sensitivity analysis with different probabilistic availability p. For each case, a set of simulation experiments was run and data collected in order to perform statistical analysis as presented in the previous section. In Figure 3.9, the response surface of the incurred cost for the case $p = 0.7$ is presented. It follows from the figure that the optimal values of z_1^* and z_2^* are respectively 26.53 and 5.93. Table 3.3 summarizes the sensitivity of the control policy with regard to the replacement parts availability in terms of incurred cost and hedging points.

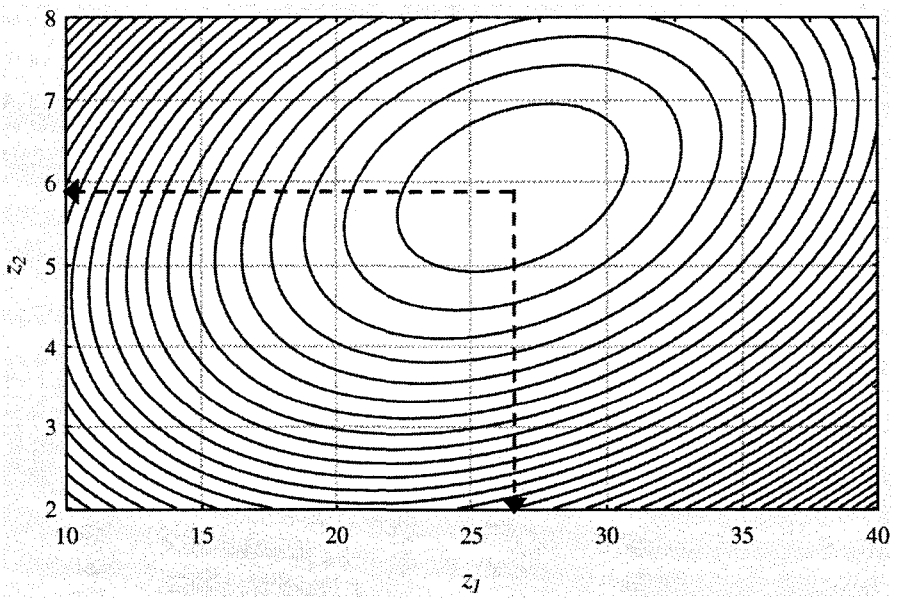


Figure 3.9 Cost response surface with $p = 0.7$

Table 3.3 Estimated control policy parameters for different replacement parts availability

p	z_1^*	z_2^*	$J^*_{sim}(\$)$
0.70	26.53	5.93	1243.77
0.75	25.95	5.38	1242.35
0.80	25.47	5.27	1236.65
0.85	25.19	4.85	1235.48
0.90	24.76	4.31	1231.44
0.95	24.71	4.03	1228.97
1	24.00	3.94	1227.44

As expected, when the replacement part availability decreases (resp. increases), the incurred cost and the hedging points levels increase (resp. decreases). This observation shows how the remanufacturing system reacts to counterbalance the disturbance caused by the unreliability of the replacement parts inventory. Indeed, a decrease (resp. increase) of the replacement parts availability leads to a decrease (resp. increase) of the average remanufacturing rate over a long period of time. As a result, the optimum hedging point level (z_1^*, z_2^*) becomes higher in order to avoid backlogs and to increase the possibility of call upon the replacement mode. Consequently, the serviceable inventory is more often in the region of $x(t) < z_2^*$, where the costs (i.e. backlog costs, remanufacturing cost per unit of time) are higher and thus the incurred cost is higher for a lower replacement parts availability p.

3.7 Conclusions and further works

In this paper, we introduced a simulation-based approach for estimating a sub-optimal control policy for stochastic hybrid repair and remanufacturing systems subject to replacement parts supply unreliability. Indeed, remanufacturing activities are considerably more complex to manage than traditional manufacturing activities, because of unique conditions and the uncertain quality and quantity of each returned worn item. We focus on capital assets remanufacturing and consider a closed-loop system for

modelling the flow of items, from the use to the repair or remanufacturing activities. Based on stochastic control theory, we formulate the control problem as a multi-level control problem and a sub-optimal control policy was developed. According to this sub-optimal policy, two inventory thresholds trigger the use of each predefined modes, from repair to replace the worn items, depending on the replacement parts availability. We developed a combined discrete-continuous simulation model of the remanufacturing system under study and of the control policy. Simulation runs were conducted in order to evaluate the total cost in function of the thresholds and therefore the optimum values of the control policy.

These results suggest that remanufacturing firms should consciously consider various predefined repair and replacement strategies when planning remanufacturing programs. Even though the hedging points based policy is easy to implement in practice, we made many assumptions that will have to be relaxed in further research. Different leads can be considered in the future, such as introducing a random demand rate and non-exponential unplanned and planned flow occurrence times, or considering a replacement parts supply control policy. To that purpose, the combined discrete-continuous simulation approach proposed in this paper provides flexible and simple tools in order to evaluate more complex and more complicated systems, for which optimal control parameters may be difficult to calculate analytically.

3.8 Reference

Akella, R. and Kumar, P.R. (1986) 'Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system', IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-31, pp.116-126.

Bielecki, T. and Kumar, P.R. (1988) 'Optimality of zero-inventory policies for unreliable manufacturing system', Operations Research, Vol. 36.

Cox, J.F., Blackstone, J.H., Spencer, M.S. (1995) APICS Dictionary, American Production and Inventory Control Society Inc., VA, USA.

Duffuaa, S.O. and Andijani, A.A. (1999) 'An integrated simulation model for effective planning of maintenance operations for Saudi Arabian Airlines (SAUDIA) ', Production PLanning and Control, Vol. 10, pp.579-584.

Fleischmann, M., Bloemof-Ruwaard, J.M., Dekker, R., Van der Lann, E., Van Numen, J.A.E.E. and Van Wassenhove, L.N. (1997) 'Quantitative models for reverse logistics: A review', European Journal of Operational Research, Vol. 103, pp.1-17.

Gharbi, A. and Kenné, J.P. (2003) 'Optimal production control problem in stochastic multiple-product multiple-machine manufacturing system', IEE transactions, Vol. 35, pp.941-952.

Gharbi, A., Pellerin, R. and Sadr, J. (2008) 'Repair rate control policy for stochastic remanufacturing systems', International Journal of Production Economics, Vol. 112, No. 1, pp. 37-47.

Gharbi, A., Pellerin, R. and Villeneuve, L. (1999) 'A new constraint based approach for overhaul project scheduling with work space constraints', International Journal of industrial Engineering, Vol. 6, No. 2, pp.123-131.

Guide Jr., V.D.R. (2000) 'Production planning and control for remanufacturing: industry practice and research needs', Journal of Operations Management, Vol. 18, pp.467-483.

Guide Jr., V.D.R., Souza, G.C. and van der Laan, E. (2005) 'Performance of static priority rules for shared facilities in remanufacturing shop with disassembly and reassembly', European Journal of Operational Research, Vol. 164, No. 2, pp.341-353.

Kenné, J.P. and Gharbi, A. (2004) 'Stochastic optimal production planning control problem with corrective maintenance', Computer and Industrial Engineering, Vol. 46, pp.865-875.

Kiesmüller, G.P. (2003) 'A new approach for controlling a hybrid stochastic manufacturing/remanufacturing system with inventories and different leadtimes', European Journal of Operational Research, Vol. 147, pp.62-71.

Kimemia, J. G. and Gerschwin, S. B. (1983) 'An algorithm for the computer control of production of a flexible manufacturing system', IEEE Transactions, Vol. AC-15, pp.353-362.

Mahadevan, B., Pyke, D.F. and Fleischmann, M. (2003) 'Periodic review, push inventory policies for remanufacturing', European Journal of Operational Research, Vol. 151, pp.536-551.

Mayers, C.K. (2007) 'Strategic, financial and design implications of extended producer responsibility in Europe: A producer case study', Journal of Industrial Ecology, Vol. 11, pp.113-131.

Montgomery, D. C. (2001) Design and Analysis of Experiments, NY, John Wiley & Sons.

Pellerin, R., Sadr, J., Gharbi, A. and Malhamé, R.P. (2008) 'A production rate control policy for closed-loop stochastic repair and remanufacturing systems', International Journal of Production Economics. (accepted for publication).

Pritsker, A. A. B. and O'Reilly, J. J. O. (1999) Simulation with Visual SLAM and Awesim, NY, John Wiley & Sons.

Savaskan, R. C., Bhattacharya, S. and Van Waasenhove, L.N. (2004) 'Close-loop supply chain models with product remanufacturing', Management Science, Vol. 50, No. 2, pp.229-252.

Sharifnia, A. (1988) 'Production control of a manufacturing system with multiple machine states', IEEE Transactions, Vol. 33, pp.620-625.

Teunter, R. H. and Vlachos, D. (2002) 'On the necessity of a disposal option for returned items that can be remanufactured', International Journal of Production Research, Vol. 75, pp. 257-266.

Toktay, L.B., Wein, L.M. and Zenios, S.A. (2000) 'Inventory management of remanufacturable products', Management Science, Vol. 46, No. 11, pp.1412-1426.

United States Environmental Protection Agency (1997) 'Remanufactured products: good as new', Washington DC. EPA530-N-002.

Van der Laan, E. and Salomon, M. (1997) 'Production planning and inventory control with remanufacturing and disposal', European Journal of Operational Research, Vol. 102, pp.264-278.

Villeneuve, L., Pellerin, R. and Gharbi, A. (1998) 'Zone and ressource scheduling in remanufacturing systems', Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 1, pp.383-387.

CHAPITRE 4 : CONTROL OF A REPAIR AND OVERHAUL SYSTEM WITH PROBABILISTIC PARTS AVAILABILITY

Auteurs: François Berthaut, Robert Pellerin et Ali Gharbi

Accepté par *Production Planning & Control*
Editions *Taylor & Francis*

Dans ce chapitre, nous étudions le même problème de contrôle que dans le chapitre précédent, à savoir celui d'un système hybride de réparation et de réfection avec probabilité de disponibilité des pièces de remplacement. Nous proposons un développement mathématique débouchant sur l'expression analytique du coût total en fonction de la politique de contrôle proposée. L'optimisation est ensuite effectuée en trouvant mathématiquement les valeurs des paramètres de cette politique qui minimisent le coût total. Les résultats sont comparés aux résultats obtenus par simulation et ainsi validés.

En complément, le chapitre 6 apporte une démonstration mathématique des équations utilisées et les Annexes B et C présentent respectivement la procédure de résolution analytique et les résultats pour plusieurs exemples.

Abstract :

We consider the control of a remanufacturing system executing capital assets repair and remanufacturing in a single system. It is assumed that the production system responds to planned demand at the end of the expected life cycle of each individual piece of

equipment and unplanned demand triggered by a major equipment failure. The difficulty of controlling this type of production resides in the variable nature of the remanufacturing process, the possibility of using different replacement and repair strategies, and the probabilistic availability of spare parts. We formulate this problem as a multi-level control policy based on inventory thresholds triggering the use of different execution modes and propose a suboptimal policy. Determination of the control policy parameters is based on parameter optimization of analytical expressions and a simulation approach was used to validate our analytical results. Hence, we show that we can provide a feasible control policy for repair and overhaul systems under probabilistic replacement parts availability.

Keywords :

Control, repair, overhaul, remanufacturing, unreliable supply, hedging point policy.

4.1 Introduction

Remanufacturing is defined as the restoration of an item to standard as close as possible to its original condition in appearance, performance and life expectancy (Cox and Blackstone 1995). In this paper, we focus on capital assets which are mostly rebuilt to be reused by the initial product owners. The capital assets remanufacturing sector has adopted a specific organization model, which often coexists with maintenance and service organizations and are integrated through product life cycle management programs. Defence maintenance depots represent classic examples of such organizations. In these systems, the initial equipment is maintained through its life and remanufactured after its useful life. The equipment is then reintroduced as a new one. The main objective of the maintenance and remanufacturing organization is to maintain the number of serviceable items above the operating firms' service levels. As such,

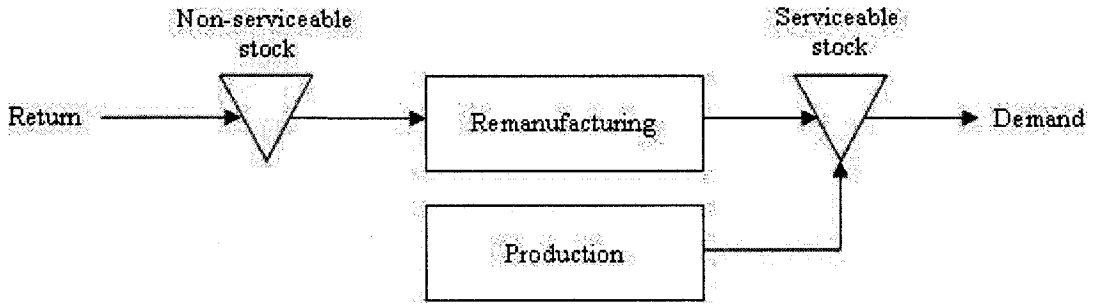


Figure 4.1 Hybrid Production / Remanufacturing system

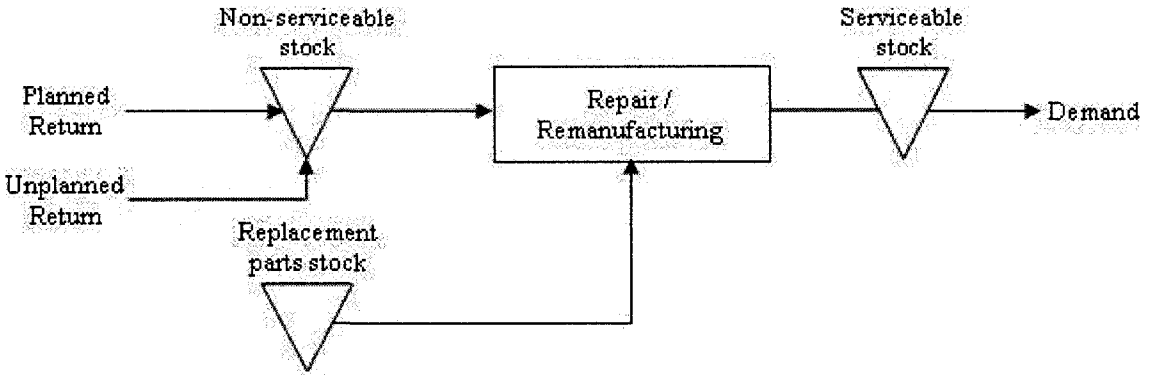


Figure 4.2 Hybrid Repair / Remanufacturing system

the organization must manage a common pool of skilled resources for addressing planned and unplanned demands. The planned demand is the foreseeable return of equipment to be remanufactured at the end of the expected life of each individual piece of equipment, so it is deterministic and can be planned, whereas the unplanned demand is triggered by a major equipment failure and must be processed according to priority.

The emergence of remanufacturing has recently prompted researchers to address remanufacturing operation issues. Many characteristics significantly complicate production planning and control of remanufacturing activities (Guide, 2000): the uncertain timing, quantity and condition of returned products, the need to balance returns with demand, the requirement for a reverse logistics network and the problem of stochastic routings for materials intended for remanufacturing operations and highly

variable processing times and costs. More precisely, the inventory control approach generally considers remanufacturing processes integrated in a single production environment, such as depicted in Figure 4.1 (Fleischmann et al., 1997). Managers can fulfill the demand either by ordering raw materials externally or fabricating new products, or by overhauling used products and bringing them back to "as-new condition". Detailed scheduling of the process is not a prime concern; the recovery process is treated in a rather aggregate way, characterized by time and cost parameters. In this context of hybrid production/remanufacturing systems, inventory management aims to control two different inventory positions and synchronize external component orders and internal recovery activities to guarantee a required service level at a minimum cost. For stochastic models, where demands and returns are stochastic variables, quantitative models use PUSH and PULL policies for both continuous and periodic reviews (Van der Laan et al. 1997; Kiesmuller, 2003), depending on the priority given to the remanufacturing or manufacturing process. We propose in this paper another framework for repair/remanufacturing system (Figure 4.2), previously considered by Gharbi et al. (2008), where the uncertainty of the return is characterized by planned and unplanned returns, which are treated in the same execution system. Remanufacturing activities are disturbed by the occurrence of equipment failures that must be repaired right away. This feature calls for a different control approach. This leads to the adoption of different remanufacturing rates, so different repair strategies to insure an optimal serviceable inventory level. They considered predefined strategies that differ in terms of cost and remanufacturing rates, from full repair strategy to full replacement strategy.

In practice, once renewal is decided after the inspection of worn parts, managers must decide whether to repair the component or to replace it by a new one. Although repairing a component usually costs less than replacing it, it takes more time. The choice between both strategies depends on the required service level, the serviceable equipment inventory and the availability of replacement parts. Indeed, managers can control the parts replaced ratio and the parts repaired ratio, so control the production rate of the hybrid repair and remanufacturing system. For example, when the equipment surplus,

which is equal to the difference between the serviceable equipment inventory and the equipment needs, exceeds the sufficient minimum level, remanufacturing organizations will typically choose to repair most components (Gharbi et al., 2008).

The main assumption made in the previous paper is that the system will never be starved and thus is based on a reliable supply of raw material. Indeed, the replacement activities are only described by time and cost to replace and do not include the possibility of replacement parts starvation or supply delay times. These assumptions could simply not be realistic and must be relaxed to extend these policies to more practical stochastic remanufacturing systems. The main contribution of this paper is to develop a control policy for hybrid repair and remanufacturing systems that integrates the replacement unavailability case. Thus we define a probabilistic availability of replacement parts that indicates whether the replacement strategy can be used every time replacement is required. This parameter provides a good indicator of the disturbance triggered by replacement parts unavailability.

The hybrid repair and remanufacturing systems control problem share many similarities with the production control problem of one product type manufactured by single or multiple parallel unreliable machines having two or more states (up, down, intermediate states). Older and Suri (1980) presented a model for FMS (flexible remanufacturing systems) with unreliable machines whose failures and repairs are described by certain homogeneous Markov process. Kimemia and Gershwin (1983) also considered these kinds of systems. An interesting result of the related research is the concept of hedging point policy (HPP). Within such a policy, a non-negative production surplus of part types, corresponding to the optimal inventory levels, is maintained to face future backlogs caused by machine failures. The production rate of the system is simply controlled by the inventory position. An exact solution was found under some restrictive hypotheses and for small size systems (Akella and Kumar, 1986; Bielecki and Kumar, 1988; Sharifnia, 1988). The main difficulties are that for too complex systems or for non-Markovian model, the optimal control model can not be described by classical

control theory or there is a lack of efficient methods for analytically solving the optimization problem. In order to face these difficulties, Gharbi and Kenné (2003) described an approach combining a discrete event simulation modelling, regression analysis and analytical control theory that provided a suboptimal control policy in class of hedging point policy. The approach consists of estimating the significant effects of control variables, which parameterize the hedging point policy, determined by an experimental design. The relationship between incurred cost and input factors is obtained by a response surface model. We propose a suboptimal policy, called multiple hedging point policy (MHPP) in order to address the hybrid repair and remanufacturing control problem. This policy is based on inventory thresholds and on the probabilistic replacement parts availability, triggering the use of each execution mode. These modes correspond to predefined repair and replacement strategies, with different production rates and costs. In this, we want to analytically determine the hedging points in order to minimize the long term average cost per unit of time.

The remainder of this paper is structured as follow. We first formulate the remanufacturing control production and develop the control policy in Section 2. In Section 3, the development of our analytical approach is presented. A numerical example is provided and used to validate the model with a simulation approach similar in Section 4. Finally, the paper ends with some concluding remarks in Section 5.

4.2 Problem statement

4.2.1 Model assumptions and notations

The system that we consider is a closed-loop hybrid repair and remanufacturing system and deals with a single product type with stochastic demand (see Figure 4.3). The

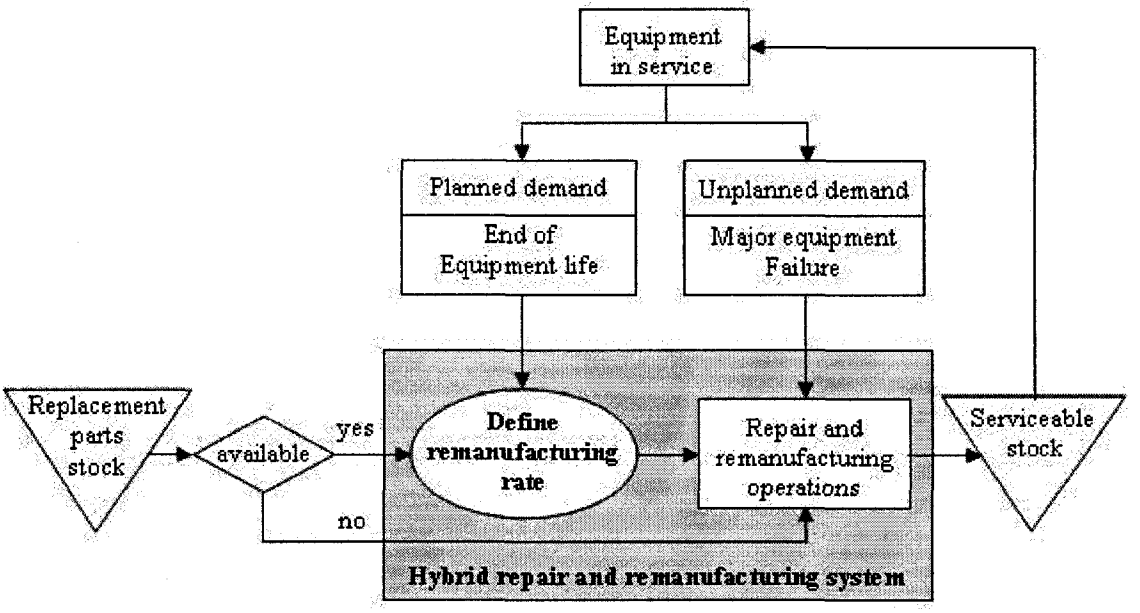


Figure 4.3 Remanufacturing control problem

system is said to be closed-loop because the operating firm controls both serviceable and non-serviceable equipments. Since disposal is not allowed, except when equipment is replaced, the total amount of equipments in the system remains constant. The system tries to meet a given constant planned demand rate and an unplanned demand rate. This unplanned demand, triggered by a major equipment failure, is described by a stochastic variable and must be processed according to priority in order to put failed equipment back in service as quickly as possible.

Let us define the following notations :

- *x(t)* equipment surplus at time t; a positive value of x(t) represents inventory, while a negative value represents backlog;
- *u(t)* control remanufacturing rate at time t;
- *SL* service level (i.e. the number of service-able equipment required to support the operations of the organization);

d demand rate;

c^- cost to be paid per equipment per unit of time for failing to meet the service level;

c^+ cost to be paid per equipment per unit of time for keeping inventory at a higher level than the service level;

u_0 minimum repair rate (repair policy);

u_1 intermediate repair rate (inspect and repair policy);

u_2 maximum repair rate (replacement policy);

c_0 cost per unit of time when repairing at the minimum rate;

c_1 cost per unit of time when repairing at the intermediate rate;

c_2 cost per unit of time when repairing at the maximum rate;

λ_{12} unplanned demand arrival rate;

λ_{21} unplanned demand processing rate;

z_1, z_2 optimal inventory thresholds;

$J(x,\alpha)$ long run average cost function;

α reparation mode when the system is on functional mode;

ξ state of the remanufacturing system;

p probability of availability of replacement parts;

β availability mode of replacement parts;

The system is initially designed ($u_0 = d$; $x(t) = z_1$) to be able to at least produce at the expected demand rate d so as to guarantee feasibility. As long as the resources are devoted to unplanned demand, the amount of serviceable equipment $x(t)$ decreases in order to balance the planned demand that is no longer satisfied. Moreover, demand backlog is permitted but incurs an additional cost for the operating firm ($c^+ < c^-$).

Managers of the remanufacturing system have the possibility to choose to repair or replace the worn equipment for executing the planned demand. We propose three different predefined strategies: an emergency mode ($\alpha = 2$), an intermediate mode ($\alpha = 1$) and a regular mode ($\alpha = 0$), in order to execute the process at three different rates ($u_0 < u_1 < u_2$) and with different costs ($c_0 < c_1 < c_2$). These modes are associated to

different tasks, from repair operations (α = 0, 1) to full replacement operations (α = 2). As mentioned previously, the purpose of this paper is to introduce the case of unavailability of replacement parts stock (β = 2), which is represented by the constraining probability of availability of replacement parts (p). Each time managers execute the remanufacturing operations with the replacement mode, the unavailability of replacement parts is checked and whether replacements parts are unavailable, the system must operate in the intermediate mode (α = 1). As a matter of fact, the execution of the planned demand and the occurrence of replacement parts unavailability disturb and limit the application of a control policy.

4.2.2 Control policy structure

The states of the remanufacturing system can be classified as "producing planned demand", denoted by ξ = 1 and as "producing unplanned demand", denoted by ξ = 2. This process could be modeled as an irreducible continuous time, two-state Markovian chain with time-variant transition rates (λ_{12} and λ_{21}). Pellerin et al. (2008) have shown the similarity of this problem with the production control problem of one product manufactured by one unreliable machine having two states (up and down).

Kimemia and Gershwin (1983) have shown that solving the HJB (Hamilton-Jacobi-Bellman) coupled equations for the optimum production policy can be reduced to the solution of linear programs, provided the minimum value function is known for each machine mode :

$$\text{Minimize } \nabla J(x,\alpha)\cdot u \qquad \text{subject to } u \in \Omega(\alpha) \tag{1}$$

where $\nabla J(x,\alpha)$ is the gradient of the minimum value function and $\Omega(\alpha)$ is the convex set of processing rate possibilities in machine mode α.

Sharifnia (1988) has proposed to find the optimum production rate u_α, for each machine state α and surplus level $x(t)$, so as to minimize the average surplus cost per unit of time presented below :

$$J^* = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \mathrm{E}\left[\int_{t_0}^{t_0+T} g(x)dt \,|_{x_0,\alpha_0} \right] \qquad (2)$$

where $g(x)$ is the cost of maintaining a surplus x for one time unit, $\mathrm{E}\left[\cdot\,|_{x_0,\alpha_0}\right]$ is the expectation operator conditional on initial condition, $x^+(t) = \max(0,x)$ and $x^-(t) = \max(0,-x)$ are respectively the positive and negative part of the inventory/backlog surplus at t.

The solution of this problem can be obtained from the linear program (1). Since we are using the average cost criterion (J^*), the functions $J(x,\alpha)$ will be the value functions. Since x is a scalar, Ω(α) is the positive segment of the real line bound by the maximum remanufacturing rate u_α in mode α :

$$\Omega(\alpha) = [0, u_\alpha]$$

For analytical tractability, a near optimal hedging point policy is considered. Sharifnia (1988) has proposed a multiple hedging point policy (MHPP) that suggests there should be several mode-dependent hedging points in surplus space. The target is to maintain a critical inventory level for each mode of the production system by operating at the maximum rate u_α when the surplus level is below the mode-dependent hedging level z_α, at zero if it is above that level and at the demand rate if it is equal.

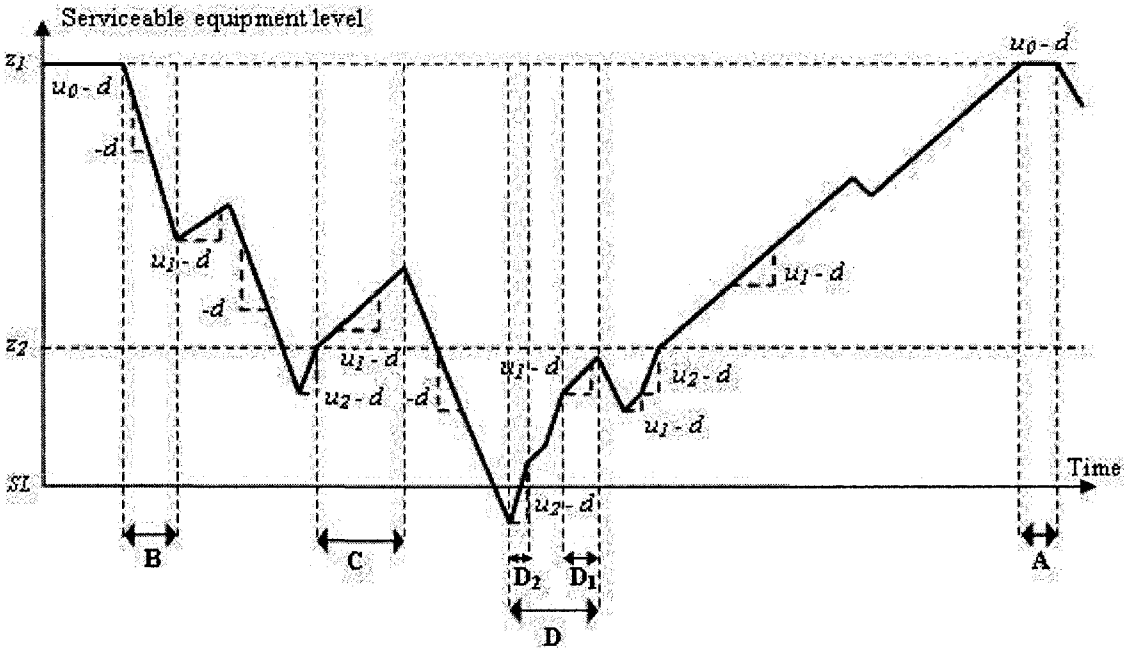
Using the same structure as the MHPP model for the hybrid repair and remanufacturing system described earlier and in order to measure production system vulnerability by means of inventory closeness to a shortage, the cost of maintaining the inventory/shortage $x(t)$ for one unit of time takes the following form :

$$g(x) = c^{+}x^{+}(t) + c^{-}x^{-}(t) + Ind\{\alpha = i\} \cdot c_i \cdot u_i \tag{3}$$

where *Ind{.}* is the indicator function. The optimal model is obtained by minimizing the total cost of the remanufacturing rate and serviceable equipment inventory/backlog such as proposed in (2).

The optimal solution of the control problem is therefore determined by minimizing the total cost J^*. Pellerin et al. (2008) proposed a suboptimal control policy characterized by a pair of thresholds (z_1, z_2). Within such a policy and for the treatment of planned demand, the remanufacturing processing rate is equal to the demand rate ($u_0 = d$) when the serviceable equipment inventory is equal to z_1, is accelerated to u_1 if $z_2 \leq x(t) \leq z_1$, and further accelerated to rate u_2 if $x(t)$ drops below z_2. In the current case, namely with the eventuality of a replacement parts stock shortage, the use of the replacement strategy is conditional on the availability of replacement parts (β = 1), according to the probability of availability p. Indeed, the replacement strategy is available in the region $z_2 \leq x(t) \leq z_1$ for $\beta = 1$ and so is applied to the system in order to avoid backlogs. On the other hand, if the replacement parts are unavailable (β = 2), the maximum remanufacturing rate is then u_1 ($u_1 > u_0$). According to the before-mentioned suboptimal policy, the remanufacturing system should be the processed at the maximum rate for $x(t) < z_2$, so at the intermediate repair rate u_1. As a result, we propose the following suboptimal control policy that considers the replacement parts issue, based on the analogy with Pellerin et al. (2008) :

$$u_{z_1,z_2}(x,\zeta,\beta) = \begin{cases} u_0 & \text{if } x(t) = z_1 \text{ and } \zeta = 1; \\ u_1 & \text{if } z_2 \leq x(t) \leq z_1 \text{ and } \zeta = 1; \\ & \text{if } x(t) < z_2 \text{ and } \{\zeta = 1; \beta = 2\}; \\ u_2 & \text{if } x(t) < z_2 \text{ and } \{\zeta = 1; \beta = 1\}; \\ 0 & \forall x \text{ and } \zeta = 2; \end{cases} \tag{4}$$



A: Critical serviceable inventory reached and maintained, B: Unplanned repair period, C: Normal execution process, D: accelerated execution process with D_1 (replacement parts not available) and D_2 (replacement parts available).

Figure 4.4 Evolution of the serviceable equipment inventory x(t)

Figure 4.4 shows the dynamics of the serviceable equipment inventory controlled according to the remanufacturing control policy presented above. As unplanned demand occurs, remanufacturing resources are preempted until the demand is satisfied. Consequently, planned demand is not satisfied and the amount of serviceable equipment $x(t)$ decreases. As $x(t)$ drops below z_1, the remanufacturing process is accelerated to rate u_1. When $x(t)$ drops below z_2, if replacement pieces are available ($\beta = 1$), the remanufacturing process is further accelerated to rate u_2, to prevent the surplus level from crossing over a negative value or else remains at the rate u_1 ($\beta = 2$).

We shall assume a feasibility condition for the hybrid repair and remanufacturing system for the given planned demand rate, the unplanned demand occurrence, the repair duration statistics and the probabilistic availability of replacement parts. In this sense, if

we remanufacture at maximum possible rates in each system state, then the demand can on average be met, so there will be a strictly positive long term trend in $x(t)$. As mentioned by Sharifnia (1988), the smallest hedging point, z_2, will be recurrent and, since the two hedging points are finitely separated, it follows that all the hedging points will be recurrent and $x(t)$ will be stationary. Moreover the control policy will induce a fixed long term cost independent of initial conditions for fixed critical levels z_1 and z_2.

4.3 Analytic Resolution and Optimization

To find the optimum hedging points, we follow the approach proposed by Bielecki and Kumar (1988). This approach consists in using the critical levels z_1 and z_2 as given and calculating the average cost per period as a function of these tentative values. The optimum hedging points are then found by minimizing the average cost function. As shown in Figure 4.4, the surplus space is divided in two open regions associated with repair execution modes $\alpha = 1$ and $\alpha = 2$:

$$\begin{aligned} R_1 &= \{x \in R \mid z_2 < x < z_1\} \\ R_2 &= \{x \in R \mid x < z_2\} \end{aligned} \tag{5}$$

The derivation of the average cost function requires determining the steady-state density functions both in R_1 and R_2 and the steady-state probability mass at the boundary $x = z_1$. We derive the forward Kolmogorov equations that describe the evolution of the density functions. These equations are a mixture of first-order differential and linear equations. Using appropriate boundary and normalization conditions, these equations are solved and used to derive the expression of the objective function as a function of the critical levels (z_1, z_2). The probability mass and probability density function definitions, the equations used to describe the system dynamics and the solution are detailed in the Appendix A with the equations A.1 to A.9. Finally, the average cost per unit of time is given by:

$$J^*(z_1,z_2)=c^-\cdot E(x^-)+c^+\cdot E(x^+)+c_0\cdot d\cdot P_{z_1}^{ss}+c_1\cdot u_1\cdot\int_{z_2}^{z_1} f_{11}^{ss}\cdot dx$$
$$+(p\cdot c_2\cdot u_2+(1-p)\cdot c_1\cdot u_1).\int_{-\infty}^{z_2} f_{21}^{ss}\cdot dx \qquad (6)$$

The optimal values of the hedging levels can now be determined by minimizing this cost function.

4.4 Illustrative Case

This section presents the collect and analyses of data from a real case, the parameters of which were modified to avoid propriety issues. The value of the hedging point policy (z_1^*, z_2^*) will be obtained by minimizing the cost function (see the previous section). To confirm the validity of the analytical approach, we will carry out a set of experiments and compare the analytical results to the simulation results, applied to this numerical example.

4.4.1 Numerical Example

As an illustrative example, we consider the following numerical values for the basic case :

- Planned demand rate : a constant demand inter-arrival $1/d$ with $d = 20$;
- Unplanned demand times :
    - Time between unplanned demand arrivals is exponentially distributed with the rate parameter $\lambda_{12} = 4$.

- Processing time of unplanned demand is exponentially distributed with the rate parameter $\lambda_{21} = 10$.

- Repair rates and production costs per unit of time associated with the predefined execution modes :
  - $u_0 = d = 20$; $u_1 = 25$; $u_2 = 40$;
  - $c_0 = 20$; $c_1 = 40$; $c_2 = 100$;
- Inventory surplus and Backlog costs per unit of time : $c^+ = 10$; $c^- = 100$;
- Probabilistic availability of replacement components : $p = 0.95$;

We aim to provide a rational methodology for setting the two thresholds defined by our control policy, the emergency level (z_2), and the normal serviceable equipment level (z_1), based on the before-mentioned data.

The transition and velocity matrices are obtained from the example data as defined by (A.1) in Appendix A :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ 10 & -10 \end{bmatrix}; \; V_1 = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -20 \end{bmatrix};$$

$$V_2 = 0.95 \cdot \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & -20 \end{bmatrix} + (1-0.95) \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{77}{4} & 0 \\ 0 & -20 \end{bmatrix};$$

We can find the probability functions in regions R_1 and R_2 from the equation (A.2) in Appendix A :

$$\begin{aligned}
f_{11}(x) &= \left[\frac{8}{3} \cdot f_{11}(z_1^-) - \frac{20}{3} \cdot f_{12}(z_1^-)\right] \cdot e^{0.3 \cdot (z_1 - x)} - \frac{5}{3} \cdot f_{11}(z_1^-) + \frac{20}{3} \cdot f_{12}(z_1^-) \\
f_{12}(x) &= \left[\frac{2}{3} \cdot f_{12}(z_1^-) - \frac{5}{3} \cdot f_{12}(z_1^-)\right] \cdot e^{0.3 \cdot (z_1 - x)} - \frac{2}{3} \cdot f_{11}(z_1^-) + \frac{8}{3} \cdot f_{12}(z_1^-) \\
f_{21}(x) &= \left[-\frac{32}{45} \cdot f_{21}(z_2^-) + \frac{16}{9} \cdot f_{22}(z_2^-)\right] \cdot e^{\frac{45}{74} \cdot (x - z_2)} \\
f_{22}(x) &= \left[-\frac{154}{225} \cdot f_{21}(z_2^-) + \frac{77}{45} \cdot f_{22}(z_2^-)\right] \cdot e^{\frac{45}{74} \cdot (x - z_2)}
\end{aligned} \tag{7}$$

Solving the systems of linear equations composed of the boundary conditions set (A.3), (A.4), (A.5), (A.6) and (A.7) presented in Appendix A, $P_{z_1}^{ss}$, $f_{12}^{ss}(z_1)$, $f_{11}^{ss}(z_1)$, $f_{21}^{ss}(z_2)$ and $f_{22}^{ss}(z_2)$ are determined. We then calculate the cost function with (A.9) by substituting the steady-state probability functions and the probability masses at the hedging points by the functions presented in (7):

$$\begin{aligned} J(z_1,z_2) = & \frac{-1019.05+4.63779\ 10^{-8}\cdot e^{-0.292208\cdot z_2}(z_1-z_2+4)}{-1+2.02667\cdot e^{0.3\cdot(z_1-z_2)}-0.164999\cdot(z_1-z_2)} \\ & + \frac{225.150\cdot e^{(0.3\cdot z_1-0.5922\cdot z_2)}+(20.267\cdot z_2+2343.34)e^{0.3\cdot(z_1-z_2)}}{-1+2.02667\cdot e^{0.3\cdot(z_1-z_2)}-0.164999\cdot(z_1-z_2)} \\ & + \frac{-10\cdot z_1-2.003410^{-7}\cdot z_2}{-1+2.02667\cdot e^{0.3\cdot(z_1-z_2)}-0.164999\,(z_1-z_2)} \\ & + \frac{6.363610^{-10}\cdot z_1^{\,2}-1.868410^{-9}\cdot z_2^{\,2}+1.232010^{-9}\cdot z_1\cdot z_2}{-1+2.02667\cdot e^{0.3\cdot(z_1-z_2)}-0.164999\cdot(z_1-z_2)} \end{aligned} \tag{8}$$

The graphic of the total cost (8) in Figure 5 indicates the convexity of the cost function and the existence of an optimum couple (z_1, z_2). The optimal values (J^*, z_1^*, z_2^*) are obtained by minimizing the total cost function (8): the optimal values of z_1^* and z_2^*, located in 24.50 and 4.03, lead to a total average cost of \$1,230.74.

In practice, the suboptimal control policy to be applied to the current hybrid repair and remanufacturing system can be summarized as follows :

$$u^*(x,\zeta,\beta) = \begin{cases} u_0 & \text{if } x(t)=25 \text{ and } \zeta=1; \\ u_1 & \text{if } 4\le x(t)\le 25 \text{ and } \zeta=1; \\ & \text{if } x(t)<4 \text{ and } \{\zeta=1;\beta=2\}; \\ u_2 & \text{if } x(t)<4 \text{ and } \{\zeta=1;\beta=1\}; \\ 0 & \forall x \text{ and } \zeta=2; \end{cases} \tag{9}$$

The control policy that we present suggests that one should adopt a normal repair execution process when the serviceable equipment inventory is 25. When this inventory

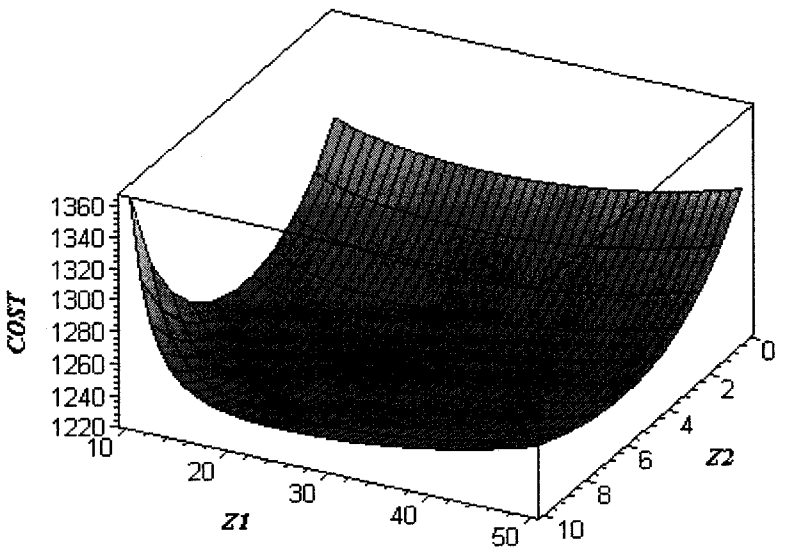


Figure 4.5 Total cost as a function of hedging points z_1 and z_2

is between 4 and 25, the intermediate execution process should be used. Under the value 4, a replacement remanufacturing process should be adopted if replacement parts are available.

4.4.2 Validation of the analytical technique with a simulation technique

To crosscheck the validity of the solution, a simulation model that combines discrete-continuous changes describing the dynamics of the system presented in Figure 1, was developed using the Visual SLAM language (Pritsker and O'Reilly, 1999). This model consists of several networks and user routines, each of which describes a specific task in the system: demand generation, control policy, states of the system, inventory control, …, etc. Our model is derived from the simulation model presented by Gharbi et al. (2008), in which the networks were modified to consider the probabilistic availability of replacement parts and the control policy in the region R_2 ($x(t) < z_2$). For the basic case, the values of the suboptimal thresholds found with the analytical approach ($z_1^* = 24.50$,

z_2^* = 4.03) were used as input to the simulation model. We conduct simulation experiments to achieve a 95% confidence interval for the cost values $\left(\bar{X}(n) \pm t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{S^2(n)}{n}}\right)$, obtained using n = 10 replications for each case.

A set of numerical examples was also considered to measure the sensitivity of the control policy obtained with respect to the probabilistic replacement parts availability p and to cost parameters (c^+, c^-, c_0, c_1, c_2). The variations are compared in the next section to the basic case.

4.4.3 Sensitivity analysis

A first set of experiments is considered to measure the sensitivity of the control policy with respect to the probabilistic availability of replacement components. These data were obtained under the same conditions as the basic case. The variations of the probabilistic availability of replacement components (p) and the results of the analytical (J^*_{ana}) and simulation (J^*_{sim}) approaches are presented in Figure 4.6 andFigure 4.7. Table 4.1 shows consistency between the variations of each parameter of the

Table 4.1 Sensitive analysis for different costs (for p = 0.95)

case	c^+	c^-	c_0	c_1	c_2	z_1^*	z_2^*	J^*_{ana} ($)	J^*_{sim} ($)	95% Confidence Interval	Relative error (%)
basic	10	100	20	40	100	26,19	5,72	1230,74	1229,74	[1228.32, 1231.17]	0,08
2	**5**	100	20	40	100	25,73	5,26	1197,88	1196,96	[1195.64, 1198.27]	0,08
3	**15**	100	20	40	100	25,35	4,88	1255,90	1255,15	[1253.83, 1256.48]	0,06
4	10	**80**	20	40	100	25,02	4,55	1223,87	1222,84	[1221.34, 1224.28]	0,08
5	10	**150**	20	40	100	24,74	4,28	1243,56	1244,11	[1243.00, 1245.22]	0,04
6	10	100	20	40	**80**	24,50	4,03	1115,34	1115,53	[1114.67, 1116.38]	0,02
7	10	100	20	40	**120**	24,28	3,82	1345,06	1345,24	[1343.96, 1346.53]	0,01

remanufacturing system (i.e., c^+, c^-, c_0, c_1, c_2) and the optimal hedging levels of the inventory equipment. All cost values obtained by our analytical resolution fall in the 95% confidence interval of the cost values obtained by simulation and the relative errors are low, which confirms the validity of the analytical approach.

In Table 4.1, as c^+ increases (resp. decreases), the optimal values z_1* and z_2* decrease (resp. increase) to reduce (resp. avoid) inventory costs. Similarly, z_1* and z_2* increase (resp. decrease), as c^- increases (resp. decreases), to reduce backlog costs. The variation of the replacement cost per unit of time c_2 influences the stock level z_1* more than z_2*: by increasing the level z_1* when c_2 increases, the system adapts itself by enlarging the region R_1 ($z_2 < x(t) < z_1$) and so increases the stationary probability of being in R_1 and decreases the stationary probability of being in R_2, where the remanufacturing cost is higher.

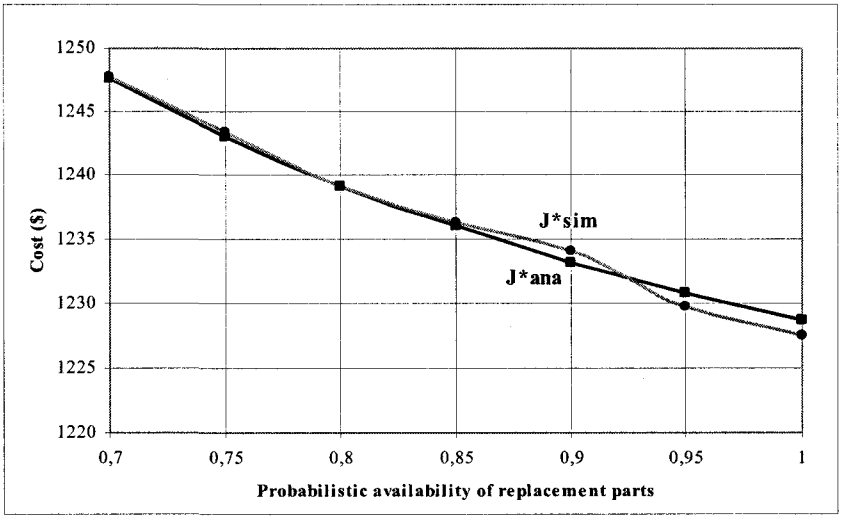


Figure 4.6 Evolution of the corresponding cost *J for different availability cases**

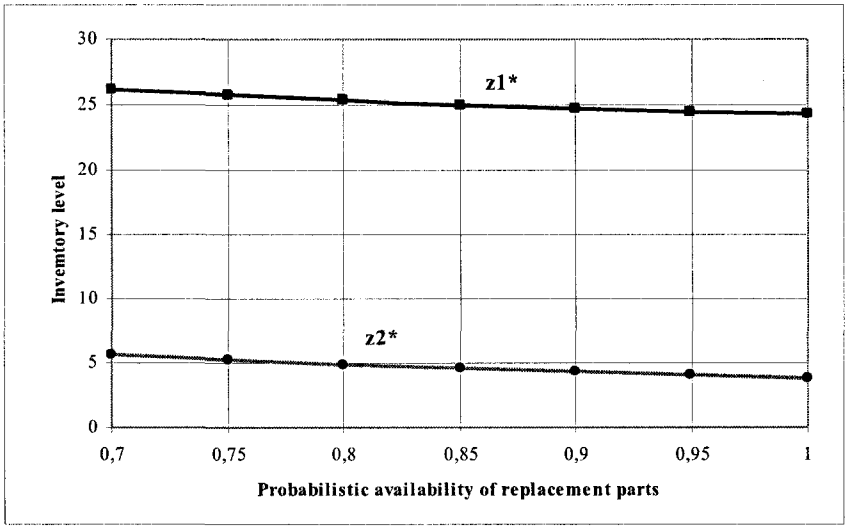


Figure 4.7 Evolution of the Multi Hedging Point Policy (z_1*, z_2*) for different availability cases

Figure 4.6 andFigure 4.7, it is interesting to note that when the probabilistic availability p decreases (resp. increases), the average total cost per unit of time over an infinite horizon increases (resp. decreases), while the stock levels (z_1*, z_2*) increase (resp. decreases). Indeed, when the replacement components are less available, demand can less be processed at the maximum rate u_2. The consequence is a tendency to increase the stock levels in order to counteract the lack of replacement components and avoid further backlog costs. Nevertheless, the surplus level is most often in the region R_1 ($x(t) < z_2$) where the repair cost is higher.

These results are coherent and show that the disturbance triggered by the unavailable replacement components is balanced and the system control policy is robust.

4.5 Concluding remarks

In this paper, we have studied the production control problem for multiple production rate remanufacturing systems and solved the problem in the case of one product type.

For this reason a suboptimal control policy, described by two thresholds, was proposed. This control policy manages the choice between repairing and replacing worn equipment, so manages the production rate and the cost per unit of time, as a function of the surplus inventory, in order to minimize the total cost. The availability of replacement components is a constraint that limits the replacement use. In order to validate our approach, simulation experiments were conducted, the results of which were compared to the analytically obtained results. We conclude that the Multi Hedging Point Policy (MHPP) can be extended to the remanufacturing systems that consider the replacement parts stock as a constant parameter.

We suggest that the multiple hedging point policy, used in this paper, should be applied to control the production of hybrid repair and remanufacturing systems. Nevertheless, the model used by the analytical approach is constrained by a number of assumptions that need to be relaxed to extend the practical use of the proposed control policy. Consequently, the classical control theories limits are reached and simulation techniques give an approximate solution, are more flexible, and enable to consider more complex parameters.

In conclusion, the proposed approach is a response to the need to develop efficient control policies to face the highly stochastic nature of the remanufacturing sector. Further research based on a combination of simulation methodology, experimental design and response surface methodology would certainly contribute to extend the multiple hedging point policy to more complex systems. Thus, the replacement parts inventory should be included and controlled in the hybrid repair and remanufacturing systems. For instance, a classical inventory model of order-quantity/order point type (s, Q) should be considered and coupled with the suboptimal control policy proposed in this paper. The main difficulty will then be to tackle the issue of discrete and continuous events with the impulsive control theory and to propose a combined control policy with parameters (s, Q, z_1, z_2).

4.6 Appendix A : Forward Kolmogorov equations and long-term average cost calculation

The repair strategy is implemented according to a normal execution mode (α = 1) in region R_1 ($z_2 < x < z_1$), and an emergency execution mode (α = 2) at maximum rate u_2 in region R_2 ($x < z_2$); this holds as long as the demand process is in the planned state (ξ = 1) and as replacement parts are available (β = 1). Otherwise, if ξ = 2 (unplanned demand state), the repair rate drops to zero as all resources are dedicated to servicing the unplanned demand, and if ξ = 1 and β = 2 (replacement parts inventory shortage), the demand process is executed at the intermediate rate u_1. Thus, designating by $v_{\alpha\xi}$ the (constant) rate of increase of serviceable equipment in repair mode α (region R_α) and demand state ξ, we can write for α = 1, 2, ξ = 1, 2 and β = 1, 2 :

$$v_{\alpha\zeta\beta} = u_1 \cdot [\mathrm{Ind}\{\xi = 1\} \cdot \mathrm{Ind}\{\beta = 2\}]$$

$$+ u_\alpha \cdot [\mathrm{Ind}\{\xi = 1\} \cdot \mathrm{Ind}\{\beta = 1\}] - d \qquad \text{A.1}$$

$$v_{\alpha\xi} = p \cdot v_{\alpha\xi 1} + (1-p) \cdot v_{\alpha\xi 2}$$

Where $\mathrm{Ind}\{\cdot\}$ is the indicator function.

Furthermore, we define :

$$V_{\alpha\xi} = diag_{\xi=1,2}[v_{\alpha\zeta\beta}] \qquad \alpha = 1, 2, \xi = 1, 2,$$

$$V_\alpha = diag_{\xi=1,2}[v_{\alpha\zeta}] = p \cdot V_{\alpha 1} + (1-p) \cdot V_{\alpha 2} \qquad \alpha = 1, 2,$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -\lambda_{12} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{21} \end{bmatrix},$$

$$f_{\alpha i}(\gamma, t)d\gamma = \Pr[(\gamma < x(t) < \gamma + d\gamma) \cap (\zeta(t) = i)] \quad \gamma \in R_\alpha, i = 1, 2,$$

$$f_{\alpha i}^{ss}(x) = \lim_{t\to\infty} f_{\alpha i}(x,t) \quad \alpha = 1, 2, \; i = 1, 2,$$

$$\vec{f}_{\alpha}(x,t) = \begin{bmatrix} f_{\alpha 1}(x,t) \\ f_{\alpha 2}(x,t) \end{bmatrix},$$

$$P_{z_1}(t) = \Pr\left[(x(t) = z_1) \cap (\zeta(t) = 1)\right],$$

$$P_{z_1}^{ss} = \lim_{t\to\infty} P_{z_1}(t).$$

It is possible to show, based on Theorem 1 in Malhamé and Boukas (1991) that hybrid probability density functions $f_{\alpha}(x,t)$ evolve according to the following Forward Kolmogorov partial differential equations :

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{f}_{\alpha}(x,t) = -V_{\alpha}\cdot\frac{\partial}{\partial x}\vec{f}_{\alpha}(x,t) + \Lambda^{T}\cdot\vec{f}_{\alpha}(x,t) \qquad x\in R_{\alpha},\ \alpha = 1, 2, \qquad \text{A.2}$$

The above equations are complemented by the following differential equation boundary conditions :

- Differential equation for $P_{z_1}(t)$, the probability mass at hedging level z_1 :

$$\frac{d}{dt}P_{z_1}(t) = -\lambda_{12}\cdot P_{z_1}(t) + v_{11}\cdot f_{11}(z_1^{-},t) \qquad \text{A.3}$$

- Boundary condition at z_1 :

$$\lambda_{12}\cdot P_{z_1}(t) - v_{11}\cdot f_{11}(z_1^{-},t) = 0 \qquad \text{A.4}$$

- Boundary conditions at critical level z_2 (flux continuity $V_1\cdot\vec{f}_1(z_2^{+}) = V_2\cdot\vec{f}_2(z_2^{-})$) :

$$v_{11}\cdot f_{11}(z_2^{+},t) - v_{21}\cdot f_{21}(z_2^{-},t) = 0$$

$$v_{12}\cdot f_{12}(z_2^{+},t) - v_{22}\cdot f_{22}(z_2^{-},t) = 0. \qquad \text{A.5}$$

In addition $f_{\alpha}(x,t)$ is zero as $x>z_1$, and goes to zero at -∞. More specifically :

$$\vec{f}_1(x,t) = 0 \qquad \forall x > z_1$$

$$\lim_{z \to -\infty} \vec{f}_2(x,t) = 0 . \qquad \text{A.6}$$

In order to compute the steady-state probability density functions and steady-state probability mass at z_1, it is enough to consider (A.2) to (A.6) in the steady state, complemented with the normalization equation below (for total probability) :

$$P_{z_1}^{ss} + \int_{z_2}^{z_1} f_{11}^{ss}(x) \cdot dx + \int_{-\infty}^{z_2} f_{21}^{ss}(x) \cdot dx = \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{12} + \lambda_{21}}$$

$$\int_{z_2}^{z_1} f_{12}^{ss}(x) \cdot dx + \int_{-\infty}^{z_2} f_{22}^{ss}(x) \cdot dx = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{12} + \lambda_{21}} . \qquad \text{A.7}$$

$P_{z_1}^{ss}, f_{\alpha i}^{ss}(x)$, α =1,2, i =1, 2, can now be found by solving the systems of linear equations composed of (A.2) to (A.7). It is then possible to compute the mean of $x^+(t)$ and $x^-(t)$ as :

$$E[x^+(t)] = z_1 \cdot P_{z_1}^{ss} + \int_{z_2}^{z_1} x \cdot \left[f_{11}^{ss}(x,t) + f_{12}^{ss}(x,t) \right] \cdot dx + \int_{0}^{z_2} x \cdot \left[f_{21}^{ss}(x,t) + f_{22}^{ss}(x,t) \right] dx$$

$$E[x^-(t)] = \int_{-\infty}^{0} x \cdot \left[f_{21}^{ss}(x,t) + f_{22}^{ss}(x,t) \right] dx . \qquad \text{A.8}$$

Finally, by substituting (A.8) in (2), the average cost per unit of time is obtained as :

$$J^*(z_1, z_2) = c^- \cdot E(x^-) + c^+ \cdot E(x^+) + c_0 \cdot d \cdot P_{z_1}^{ss} + c_1 \cdot u_1 \cdot \int_{z_2}^{z_1} f_{11}^{ss} \cdot dx$$

$$+ (p \cdot c_2 \cdot u_2 + (1-p) \cdot c_1 \cdot u_1) \cdot \int_{-\infty}^{z_2} f_{21}^{ss} dx \qquad \text{A.9}$$

The last three terms in (A.9) represent the cost of remanufacturing at hedging level z_1 and in regions R_1 and R_2 respectively. The optimal values of the hedging levels can now be determined by minimizing this cost function.

4.7 References

Akella, R. and Kumar, P.R., Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 1986, **AC-31**, 116-126.

Bielecki, T. and Kumar, P.R., Optimality of zero-inventory policies for unreliable manufacturing system. *Operations Research,* 1988, **36**.

Cox, J.F. and Blackstone, *APICS Dictionary,* 1995, 8th ed, (American Production and Inventory Control Society Inc.).

Fleischmann, M., Bloemof-Ruwaard, J.M., Dekker, R., Van der Lann, E., Van Numen, J.A.E.E. and Van Wassenhove, L.N., Quantitative models for reverse logistics: A review. *European journal of Operational Research,* 1997, **103**, 1-17.

Gharbi, A., Kenné, J.P., Optimal production control problem in stochastic multiple-product multiple-machine manufacturing systems. *IIE Transactions*, 2003, **35**(10), 941-952.

Gharbi, A., Pellerin, R. and Sadr, J., Repair rate control policy for stochastic remanufacturing systems. *International Journal of Production Economics,* 2008, **112**(1), 37-47.

Guide Jr., V.D.R., Production planning and control for remanufacturing: industry practice and research needs. *Journal of Operations Management*, 2000, 18, 467-483.

Kiesmüller, G.P., A new approach for controlling a hybrid stochastic manufacturing/remanufacturing system with inventories and different leadtimes. *European journal of Operational Research,* 2003, **147,** 62-71.

Kimemia, J.G. and Gershwin, S.B., An algorithm for the computer control of a flexible manufacturing system. *IIE Transactions,* 1983, 353-362.

Malhamé, R.P. and Boukas, E.K., A renewal theoretic analysis of a class of manufacturing systems. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 1991, **36**, 580-587.

Older, G.J. and Suri, R., Time optimal of part-routing in a manufacturing system with failure prone machines, *19th IEEE Conference on Decision and Control,* Albuquerque, 1980, 722-727.

Pellerin, R., Sadr, J., Gharbi, A. and Malhamé, R.P., A production rate control policy for closed-loop stochastic repair and remanufacturing systems. *International Journal of Production Economics*, 2008 (accepted for publication).

Pritsker, A.A.B. and O'Reilly, J.J.O., *Simulation with Visual SLAM and Awesim,* 1999, 2nd ed, (John Wiley & Sons).

Sharifnia, A., Production control of a manufacturing system with multiple machine states. *IEEE Transactions,* 1988, **33**, 620-625.

Van der Lann, E. and Salomon, M., Production planning and inventory control with remanufacturing and disposal. *European journal of Operational Research,* 1997, **102**, 264-278.

CHAPITRE 5 : JOINT HYBRID REPAIR AND REMANUFACTURING SYSTEMS AND SUPPLY CONTROL

Auteurs: François Berthaut, Ali Gharbi et Robert Pellerin

Soumis à *International Journal of Production Research*
Editions *Taylor & Francis*

Ce chapitre aborde le contrôle conjoint d'un système hybride de réparation et de réfection et de l'approvisionnement en pièces de remplacement. Cet approvisionnement est caractérisé par un délai de livraison stochastique. Nous proposons une politique de contrôle combinant seuils critiques (MHPP) pour le contrôle de la réfection et « point de commande-quantité de commande » (s, Q) pour l'approvisionnement. Le problème d'optimisation des paramètres de contrôle est effectué par une approche de résolution numérique combinant simulation, plan d'expériences et outils statistiques.

Les Annexes D et F présentent respectivement les modèles de simulation et les résultats expérimentaux. Le chapitre 6 développe les aspects méthodologiques de l'approche utilisée.

Abstract :

The control of a stochastic manufacturing system that executes capital asset repairs and remanufacturing in an integrated system is examined. The remanufacturing resources respond to planned returns of worn-out equipments at the end of their expected life and unplanned returns triggered by major equipment failures. Remanufacturing operations

for planned demand can be executed at different rates and costs corresponding to different replacement and repair modes. The replacement components inventory is provided by an upstream supply with random lead times. The objective is to determine a control policy for both the supply and remanufacturing activities that minimizes the average repair/replacement, acquisition and inventory/shortage total cost over an infinite horizon. We propose a sub-optimal joint remanufacturing and supply control policy, composed of a multi-hedging point policy (MHPP) for the remanufacturing stage and an (s, Q) policy for the replacement parts supply. The MHPP is based on two inventory thresholds that trigger the use of predefined remanufacturing modes. Control policy parameters are obtained combining analytical modelling, simulation experiments and response surface methodology. The effects of different lead time distributions, means and variances are tested and a sensitivity analysis of cost parameters is conducted to validate the proposed control policy. We also show that our policy leads to a significant cost reduction as compared to a combination of an hedging point policy (HPP) and an (s, Q) policy.

Keywords :

stochastic optimal control; remanufacturing; overhaul; unreliable supply; hedging point policy; simulation;

5.1 Introduction

Remanufacturing is defined as the restoration of a product to a standard as close as possible to its original condition in appearance, performance and life expectancy (Cox et al., 2002). This article focuses on capital goods, which are mostly rebuilt for the purpose of being reused by the initial product owners. This type of remanufacturing coexists with maintenance and service organisations and is integrated through product life cycle management. Thus, capital goods are used, then repaired or remanufactured in an

integrated system to be reinserted into a new life cycle. The system must fulfil, with the same skilled resources, both planned remanufacturing orders and unplanned repairs. The processing of unplanned repairs has priority over the processing of planned remanufacturing orders.

The primary objective of this hybrid repair and remanufacturing system is to maintain the level of serviceable capital goods above the operating firm's level in order to ensure sufficient operating performances at the lowest cost. We aim to control the level of the serviceable equipments by controlling the remanufacturing process of the system. In practice, managers have to decide whether to repair or replace worn-out equipments. Even though replacing a component is less time consuming than repairing it, it usually costs more and replacement parts shortages prevent managers from using the replacement mode. For example, when the equipment surplus exceeds a sufficient minimum level, the remanufacturing organizations will typically choose to repair most components, whereas replacing prevailed in emergency case to accelerate the serviceable equipment supply (Gharbi et al. 2008). Therefore, during an overhaul, the choice of operations depends on the required service level, the current level of the serviceable inventory and on the availability of replacement parts. It is important to note that the serviceable inventory is not fed by the remanufacturing system during the unplanned repair and consequently decreases with demand and that serviceable stock shortages will result in additional costs. Furthermore, the replacement parts replenishment may also undergo uncertainties on the lead time supply. The formulation of this problem is complex because of the specific conditions of each worn-out component, of the stochastic operating process and of the uncertainties in the supply. Within this context, it is critical to develop an optimal control policy that will jointly control the remanufacturing and replenishment processes.

Our paper describes a control approach to jointly optimize the hybrid repair and remanufacturing system control policy and the supply policy. Detailed scheduling of the process is not a prime concern. The repair and replacement processes are treated in an

aggregate way, characterized by rates and costs. The problem is formulated as a multi-level control problem and a sub-optimal combined policy is proposed. This policy is described by inventory thresholds (z_1, z_2) which trigger the use of the repair or replacement modes and by a reorder level-reorder quantity (s, Q) policy for the replacement parts supply. These parameters describe the entire control policy and a simulation based experimental approach is used to achieve a close approximation of this optimal control policy for a numerical example with random lead times.

The following article begins with a literature review in the area of stochastic optimal control problem for remanufacturing systems (Section 2). The hybrid repair and remanufacturing problem is then presented and a control policy developed in Section 3. A resolution approach based on a simulation model, experimental design and response surface methodology is detailed in Section 4. Then, in Section 5, we present our experimental results with an illustrative example in order to study the behaviour of the proposed control policy in presence of stochastic lead times. Finally we conclude by summarizing the main results and highlight possible directions for further research in Section 6.

5.2 Literature review

Reuse opportunities allow managers to consider remanufacturing as an alternative to manufacturing. However, the interaction between these two supply chains limits the effectiveness of traditional management methods. The emergence of remanufacturing has recently prompted researchers to address remanufacturing operation issues. The reader is referred to Fleischman et al. (1997), Guide and Jayaraman (2000) and Rubio et al. (2008) for an overview of the remanufacturing literature. More precisely, the production and inventory control approach generally considers systems where remanufacturing processes are integrated in a single production environment (Inderfurth et al., 2001; Van der Laan and Salomon, 1997; Van der Laan et al., 1999), whereby

managers can fulfil demand by ordering raw materials externally and manufacturing new products, or by overhauling used products and bringing them back to "as new conditions". Within this context of hybrid production/remanufacturing systems, the objective is to control two different inventory positions and to synchronize external component orders and internal recovery activities at a minimum cost. For stochastic models, where the demand and returns are stochastic variables, PUSH, PULL or DUAL sourcing policies have been investigated for both periodic (Kiesmuller, 2003) and continuous reviews (Zanoni, Ferretti and Tang, 2006; Van der Laan et al., 1999). The latter article also studied the effects of lead time duration and variability on the total expected cost in remanufacturing and manufacturing processes.

The following article proposes a different framework for repair/remanufacturing systems for capital goods, where repair and replacement are treated in the same execution system and with the same pool of resources. This leads to the adoption of different remanufacturing rates to keep an optimal serviceable inventory level.

As the hybrid repair and remanufacturing processes respond to both planned and unplanned return flows of worn-out capital goods, similarities are observed with the stochastic optimal control problem of Flexible Manufacturing Systems (FMS). Kimemia and Gerschwin (1983) introduced the concept of hedging point policy (HPP) to control the flow rates of parts through a manufacturing system prone to machine failures and repair cycles defined by Markov chains. Within such a policy, a non negative production surplus of part types, corresponding to an optimal inventory level, is maintained to compensate for future backlogs caused by machine failures. The production rate of the system is simply controlled by the inventory level. Gharbi et al. (2008) provided an approach to solve the hybrid repair and remanufacturing systems control policy problem, based on the multi-hedging point policy (MHPP) theory, as in Sharifnia (1988). The serviceable inventory controls the remanufacturing rate by repairing or replacing (a faster process) a worn-out component in order to minimize the remanufacturing and inventory/shortage cost per unit of time over an infinite horizon. An important

assumption made in the previous paper is that the replacement components are always available. To fill this gap and study the effects of an unreliable supply on the MHPP, Berthaut et al. (2008) introduced a constraining probabilistic availability of replacement parts that indicates whether the replacement components can be used every time replacement is required. However, the system did not consider a supply control policy.

Recent research has shown that integrated control systems that combine manufacturing and raw material procurement give better performance in terms of average total cost than when control is performed separately (Lee, 2005). Similarly, Brezavscek and Hudoklin (2003), Huang et al. (2008) included spare provisioning policy in preventive maintenance models and Hajji et al. (2008a, 2008b) developed an integrated production and supply policy for a three stages flexible manufacturing system. Since the solution of the problem is difficult, the latter article proposed a numerical approach that led to a modified and simplified policy that combines an (s, Q) policy and HPP and adopted a simulation based experimental approach to achieve a close approximation of this control policy.

Moreover, shortages in material capacity of the supplier, unexpected breakdowns, process adjustments, strikes, etc., make the treatment of supply uncertainty an important issue in the analysis of stochastic inventory problems (Gullu et al., 1999). This uncertainty takes the form of a stochastic lead time in our problem. During replacement parts stock outs, demand from the remanufacturing stage cannot be met by the replacement mode and consequently the repair mode is executed. Such a situation whereby the demand not immediately met is lost is known in the supply control field as the lost sales scenario. The lost sales scenario for stochastic supply problem is more difficult to model and has received less attention than backorders case (Hadley and Within, 1963). Bensoussan et al. (1983), Cheng and Sethi (1999) proved the optimality of (s, S) type policies for periodic review inventory problem with lost sales and stochastic demand, using a dynamic programming approach and the concept of K-convexity. In the context of continuous review, inventory systems with lost sales are in

general intractable and neither an (s, S) nor an (s, Q) policy will be optimal. Nevertheless, best policies among (s, S) and (s, Q) have a cost which is generally close to that of the optimal policy (Hill and Johansen, 2006), assuming a compound Poisson demand, fixed lead times and at most one order can be outstanding at any given time. The variable lead time case has been investigated, among others, by Mohebbi and Posner (1998) and Johansen and Thortensen (1993), who presented an exact cost minimization formulation for an (s, Q) policy. Determination of the control parameters is then achieved through a minimization procedure or heuristics, such as the well-known Hadley and Within iterative procedure. They studied the effects of the lead time variability on the control policy parameters and on the associated cost. In addition, (s, S) and (s, Q) policies are attractive to managers due to their simplicity and ease of implementation.

The main contribution of the present paper is to jointly solve the control problems associated with hybrid repair and remanufacturing systems and replacement parts supply in a two-echelon system. We formulate the problem as a multi-level control problem and propose in the next section a multi-hedging point policy based on two thresholds and an (s, Q) policy to control the remanufacturing and supply processes.

5.3 Problem Statement

5.3.1 Model assumptions and notations

The system studied (Figure 5.1) consists of an integrated hybrid repair and remanufacturing system and an unreliable upstream supplier. The entire system faces a single product type demand. The system must meet a demand of serviceable equipments by treating planned and unplanned returns. The planned returns are defined as the foreseeable returns of used equipments at the expected end of life and are disturbed by

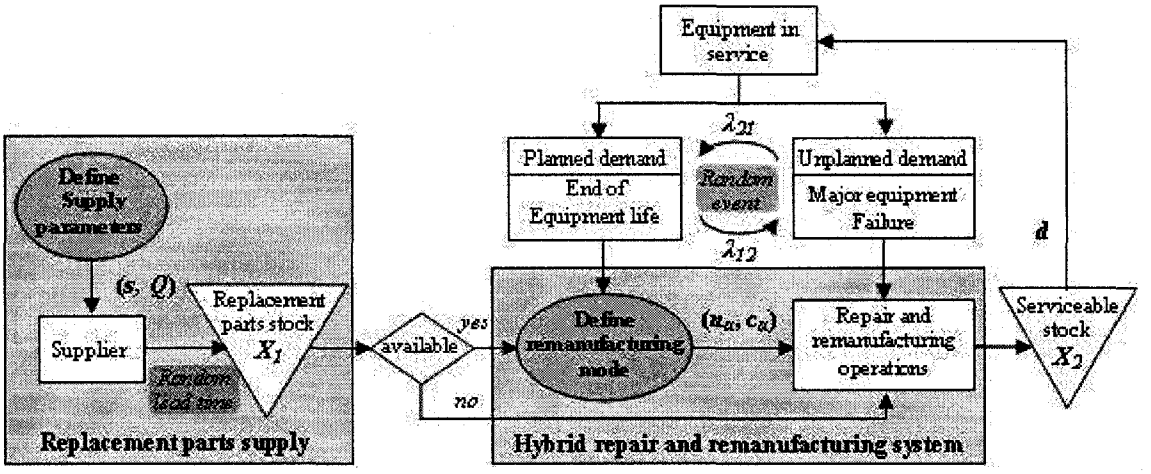


Figure 5.1 Joint Remanufacturing and replenishment activities control problem

the unplanned returns that are triggered by major equipment failures and that must be processed right away. When an unplanned return occurs, all remanufacturing resources are preempted to treat it, while the serviceable equipment level decreases with equipment demand. Managers of the remanufacturing system choose to repair or replace parts of the worn-out equipments for executing the planned demand. The replacement depends on the replacement parts inventory, and thus indirectly depends on the supply policy. When the replacement is executed, the level of the replacement parts inventory decreases. Whether the replacement parts inventory is starved, replacing is not yet available until the reception of a previously placed order and repair mode is executed instead.

The remanufacturing system is designed to perform three different execution modes, noted by $\alpha \in \{0,1,2\}$ and described by a cost per unit of time $c_{u\alpha}$ and a repair rate u_α, as follows :

- a repair mode, characterized by (u_0, c_{uo});

- an accelerated repair mode, characterized by (u_1, c_{u1}), with $u_1 > u_0$ and $c_{u1} > c_{u0}$;
- a replacement mode, characterized by (u_2, c_{u2}), with $u_2 > u_1$ and $c_{u2} > c_{u1}$, and by the replacement parts consumption. Note that the replacement part acquisition cost is included in c_{u2}.

In order to ensure the feasibility of the replacement mode in the long run, managers have to supply the replacement parts inventory by ordering a Q_i lot of replacement parts with an ordering cost K. This order is then delivered at instant θ_i after a stochastic delay τ. The replacement parts holding cost per unit of time is c_1^+.

When the number of serviceable equipment is insufficient, the operating firm is significantly penalized by having to cancel operations or renting equipments. c_2^- denotes the cost to be paid per equipment per unit of time for failing to meet the service level. Similarly, c_2^+ denotes the cost for keeping inventory at a higher level than the service level. These backlog and holding costs are such that $c_2^- > c_2^+ > c_1^+$.

The state of the system at time t can de described by the three following components :

- a continuous part which describes the cumulative surplus level (inventory if positive, backlog if negative), measured by $x_2(t)$;
- a piecewise continuous part which describes the replacement parts level and measured by $x_1(t)$. This part faces a continuous downstream demand (i.e., replacement rate of the remanufacturing system) and an upstream supply. When $x_1(t)$ is equal to zero, the remanufacturing system cannot perform any replacement. Let L be the capacity constraint of the replacement part inventory.
- a discrete part which describes the state of remanufacturing system. This state can be classified as "producing planned demand", denoted by $\xi = 1$, or "producing unplanned demand", denoted by $\xi = 2$. This process could be modeled as a continuous time Markov chain, with time-invariant transition rates λ_{12} and λ_{21}.

The following differential equations give the dynamic of the stock levels x_1(t) and x_2(t) :

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_2(t) = u(t,\alpha) - d \ , \ x_2(0) = x_2 \ , \ \forall t \geq 0 \\
&\dot{x}_1(t) = -u(t,2) \cdot Ind\{\alpha = 2\} \ , \ x_1(0) = x_1 \ , \ \forall t \in \left]\theta_i, \theta_{i+1}\right[\\
&x_1(\theta_i^+) = x_1(\theta_i^-) + Q_i \qquad i = 1..N \\
&\text{Where } Ind\{\alpha = m\} = \begin{cases} 1 & \text{if } \alpha = m \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}
\end{aligned} \tag{1}$$

Where x_1, x_2 denote the initial stock levels, d denotes the demand rate, $u(t, \alpha)$ the remanufacturing rate control in mode α, θ_i^- and θ_i^+ denote the left and right boundaries of the i^{th} receipt instant .

5.3.2 Remanufacturing and supply policies formulation

The problem formulated in the previous section is similar to the stochastic optimal control of manufacturing systems facing an unreliable upstream supply. Hajji et al. (2008a) considered this class of systems by a three stages flexible manufacturing system responding to a one part type demand. This system was composed of an unreliable manufacturing system and of an unreliable supplier, both of which are subjected to availability and unavailability periods. In order to hedge against supply and capacity shortage, the raw material inventory x_1 and the final products surplus x_2 have to be maintained at excess levels. The decision variables were the production rate $u(.)$ when the manufacturing system is up and a sequence of supply orders denoted by $\Omega = \{(\theta_0, Q_0), (\theta_1, Q_1), ...\}$, where Q_i is the order quantity received at time θ_i. The objective was to find the optimum decisions (Ω, $u(.)$) that minimize the total cost $J(.)$, which includes the manufacturing, inventory, backlog and supply costs over an infinite

horizon for each system state and inventory levels. Once formulated as a dynamic programming problem, the problem led to the value function given by :

$$v(x_1, x_2, \xi) = \inf_{(\Omega,u)\in A} J(x_1, x_2, u, \Omega, \xi) \tag{2}$$

where ξ is the state of the system (i.e., the availability state).

Hajji et al. (2008a) were able to establish that the value function is a viscosity solution of Hamilton-Jacob-Bellman equations that cannot be solved analytically. Since the joint production and supply policy is obtained when the value function is known, Hajji et al. (2008a) applied a numerical approximation method based on the Kushner iterative algorithm (Kushner and Dupuis, 1992) in order to estimate the value function for discrete values of the state variables (x_1, x_2, ξ). By observing separately the corresponding production and supply policies for the different systems states, they approximated the joint optimal control policy by a combination of a modified state dependent multi level base stock policy (MBSP) for the remanufacturing stage, and a state dependent (s, Q) supply policy. However, Hajji et al. (2008b) proposed a simplified approximation governed by a hedging point policy (HPP) and an (s, Q) type policy, such that :

$$u(.) = \begin{cases} U_{\max} \cdot Ind\{\xi = 1\} & if \quad x_2 < Z \\ d \cdot Ind\{\xi = 1\} & if \quad x_2 = Z \\ 0 & if \quad x_2 > Z \end{cases}$$

$$\Omega(s,Q) = \begin{cases} Q & \text{if } x_1(t) \le s \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{3}$$

$$\text{With } 0 \le Z;\ s < Q < L;\ s \ge 0$$

Where U_{max} is the maximum production rate and ξ = 1 denoted the system state 1 (manufacturing system available).

In this paper, the objective is to determine a control policy (Ω, $u(.)$) that minimizes the following average expected cost per unit of time over an infinite horizon :

$$J(x_1,x_2,u,\theta,Q,\alpha)=\lim_{T\to\infty} J_T(x_1,x_2,u,\theta,Q,\alpha)$$

$$\text{With } J_T(x_1,x_2,u,\theta,Q,\alpha)=\frac{1}{T}E\left(\left[\int_{t_0}^{t_0+T} g(x_1,x_2,u)\cdot dt\right]+\sum_{i=0}^{i=N}K\right) \quad (4)$$

$$\text{Where } N:\theta_{N-1}<T\le\theta_N$$

$$\text{and } g(x_1(t),x_2(t)u(t,\alpha))=c_1^{+}\cdot x_1^{+}+c_2^{+}\cdot x_2^{+}+c_2^{-}\cdot x_2^{-}+c_{u\alpha}\cdot u(t,\alpha)$$

$$\forall t\in\,]\theta_i,\theta_{i+1}[$$

Where $g(.)$ denoted the instantaneous cost of maintaining the inventory/shortage $x_1(t)$ and $x_2(t)$ per unit time, $x_j^{+}=\max(0,x_j)$, $x_j^{-}=\max(0,-x_j)$ and c_u is the cost of remanufacturing at rate $u(.)$.

This paper aims to transpose the joint production and supply policy of Hajji et al. (2008b) to the hybrid repair and remanufacturing systems presented in the previous section. The main difference between these problems is that instead of two different modes (u_0, c_{u0}) and (u_2, c_{u2}), the flexibility of the remanufacturing processes allows us to consider an additional repair mode (u_1, c_{u1}), which does not consume any material of the replacement parts inventory. The control policy will be affected in two ways. First, the remanufacturing process will be managed by a multi-hedging point policy (MHPP), composed of two thresholds that trigger the execution of the three remanufacturing modes, as proposed in Gharbi et al. (2008). Then, the joint production policy and supply presented above entails, in the case of raw material starvation, that the production rate is stopped until the reception of a previously placed order. When the replacement parts

inventory drops to 0 in our remanufacturing system, the replacement mode cannot be executed and the subsequent maximum rate (the accelerated repair rate) is applied, as it does not require any material to be available. Concerning the replacement parts supply, we also adopt a classical (s, Q) policy to control the replenishment. Such a policy should improve the cost performance as compared to a single hedging point policy with two execution modes, which will be showed on a numerical case in the last section. Indeed, the accelerated repair mode is less expensive than the replacement mode ($c_{u1} < c_{u2}$) when the serviceable equipment inventory is plenty, and postpones possible serviceable equipment shortages, and thus additional costs ($c_2^- > c_2^+$), in the case of replacement parts unavailability (x_1(t) = 0). Consequently a more appropriate joint remanufacturing and supply control policy is proposed below :

$$u(x,\xi)=\begin{cases} u_0 & \text{if} \quad x_2(t)=z_1 \text{ and} \xi=1 \\ u_1 & \text{if} \quad z_2 \le x_2(t) \le z_1 \text{ and} \xi=1 \\ & \text{or if} \quad x_2(t)<z_2 \text{ and} x_1(t)=0 \text{ and} \xi=1 \\ u_2 & \text{if} \quad x_2(t)<z_2 \text{ and} x_1(t)>0 \text{ and} \xi=1 \\ 0 & \quad \forall x \text{ and} \xi=2 \end{cases} \tag{5}$$

$$\Omega(Q,s)=\begin{cases} Q & \text{if } x_1(t) \le s \\ 0 & \textit{otherwise} \end{cases}$$

With the constraints : $0 \le z_2 < z_1 ; u_0 = d ; \; s < Q < L ; s \ge 0$

The remanufacturing and supply policies presented above are interrelated. Indeed, the MHPP part depends on the replacement parts availability (x_1(t) > 0). In a similar manner, the differential equations (1), that depicts the system dynamics, highlight the influence of the remanufacturing states (x_2, ξ) on the demand of replacement parts, thus on the replacement parts level.

Figure 5.2 shows the dynamics of the serviceable equipments and replacement parts inventories controlled according to the joint remanufacturing and supply control policy.

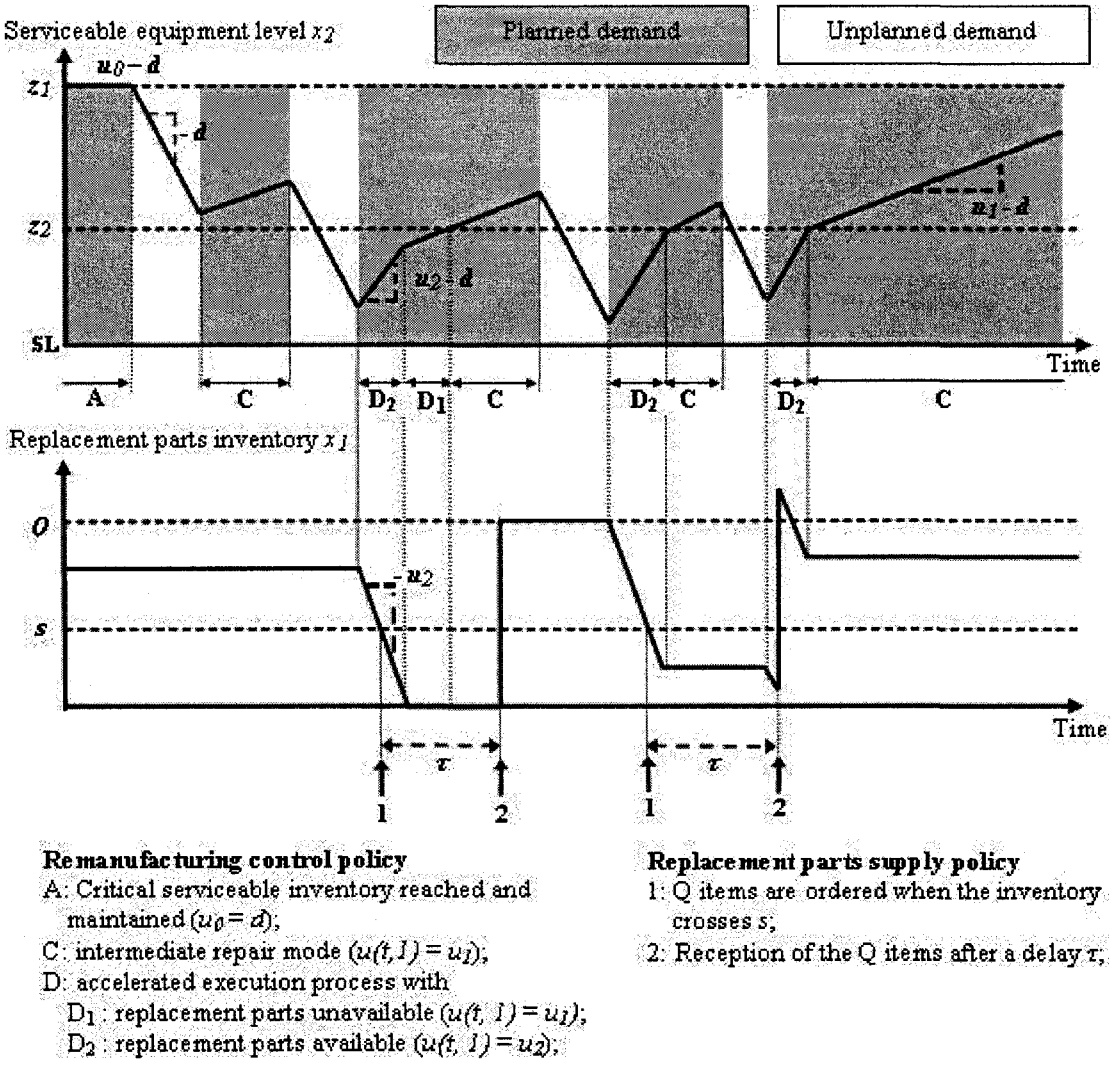


Figure 5.2 Evolution of the serviceable equipment inventory $x_2(t)$ and of the replacement parts inventory $x_1(t)$ under the joint remanufacturing and supply policy

As unplanned demand occurs, the remanufacturing resources are preempted to address that demand and consequently the amount of serviceable equipments x_2(t) decreases until the demand is satisfied. Then, as x_2(t) drops below z_1, the remanufacturing process is accelerated to rate u_1. When x_2(t) drops below z_2, if replacement parts are available (x_1(t) > 0), the remanufacturing process is further accelerated to rate u_2, to prevent the

surplus level from crossing over a negative value or else remains at rate u_1 (for $x_1(t) = 0$). When $x_1(t)$ crosses the level s, an order of Q replacement parts is placed and received after a delay τ. During this delay, if $x_1(t)$ decreases to zero, then the replacement mode would not be available until the reception of the order. Note that the replacement parts inventory remains constant when the replacement mode is not used ($x_2(t) > z_2$ or $\xi = 2$).

Once the values of (z_1, z_2, Q, s) are determined, the control policy is completely defined. These four control policy parameters have to be chosen in order to minimize the total cost defined in equation (4).

5.4 Simulation Resolution and Optimization

Within the sphere of control theory, especially for systems with multiple stochastic elements such as remanufacturing systems, optimal solutions are often difficult to calculate and/or are obtained under strict conditions limiting their application in real cases. Numerical methods or simulation tools are often effective approaches to understand the behaviour of a system and to obtain a close approximation of the optimal control policy. Thus, based on the work of Kenne and Gharbi (1999), we introduce a resolution approach that combines the descriptive capacities of conventional simulation models with analytical models, experimental design and response surface methodology techniques. The values of the control policy parameters are obtained by minimizing the total cost incurred by the simulation runs.

5.4.1 Resolution Approach

The first step consists of representing the remanufacturing and supply processes control problem through a stochastic optimal control model based on control theory. The objective of this approach is to obtain the control variables, namely the repair rates (u_α)

and the supply parameters, in order to improve the response variable (i.e., the incurred total cost). The problem is then structured as a near optimal control policy for the hybrid repair and remanufacturing system and for the replenishment as presented in the previous section. This policy consists in defining the thresholds (z_1, z_2) associated with the predefined remanufacturing modes, and in defining the (s, Q) type policy parameters. A simulation model is developed to describe the dynamics of the system under the control policy parameterized by (z_1, z_2, s, Q). These four factors and the related incurred cost are respectively considered as inputs and output of the model.

The experimental design approach defines how the control factors can be varied in order to determine the effects of the main factors, their quadratic effects and their interactions (i.e., analysis of variance or ANOVA) on cost with a minimal set of simulation experiments. In the next step, the response surface methodology is used to obtain the relationship between the incurred cost and the significant main factors, quadratic effects and interactions. With a proof similar to Hajji et al. (2008a) it can be shown that the value function is convex. For this reason, we choose a second-order model as regression model for constructing the cost value and aim to find its unknown parameters. The model is then optimized by minimizing the estimated cost in order to determine the best values of the factors, here called (z_1*, z_2*, s*, Q*), and the optimal cost value J* for executing our joint policy.

5.4.2 Simulation model

A simulation model that combines discrete-continuous changes was developed using the Visual SLAM language (Pritsker, 1999). This model consists of several networks and user routines, each of which describes a specific task in the system (demand generation, control policy, states of the system, threshold crossing of inventory variables..., etc). We adopt a schematic representation of the model in Figure 5.3 to facilitate understanding with the following descriptions of the different blocks.

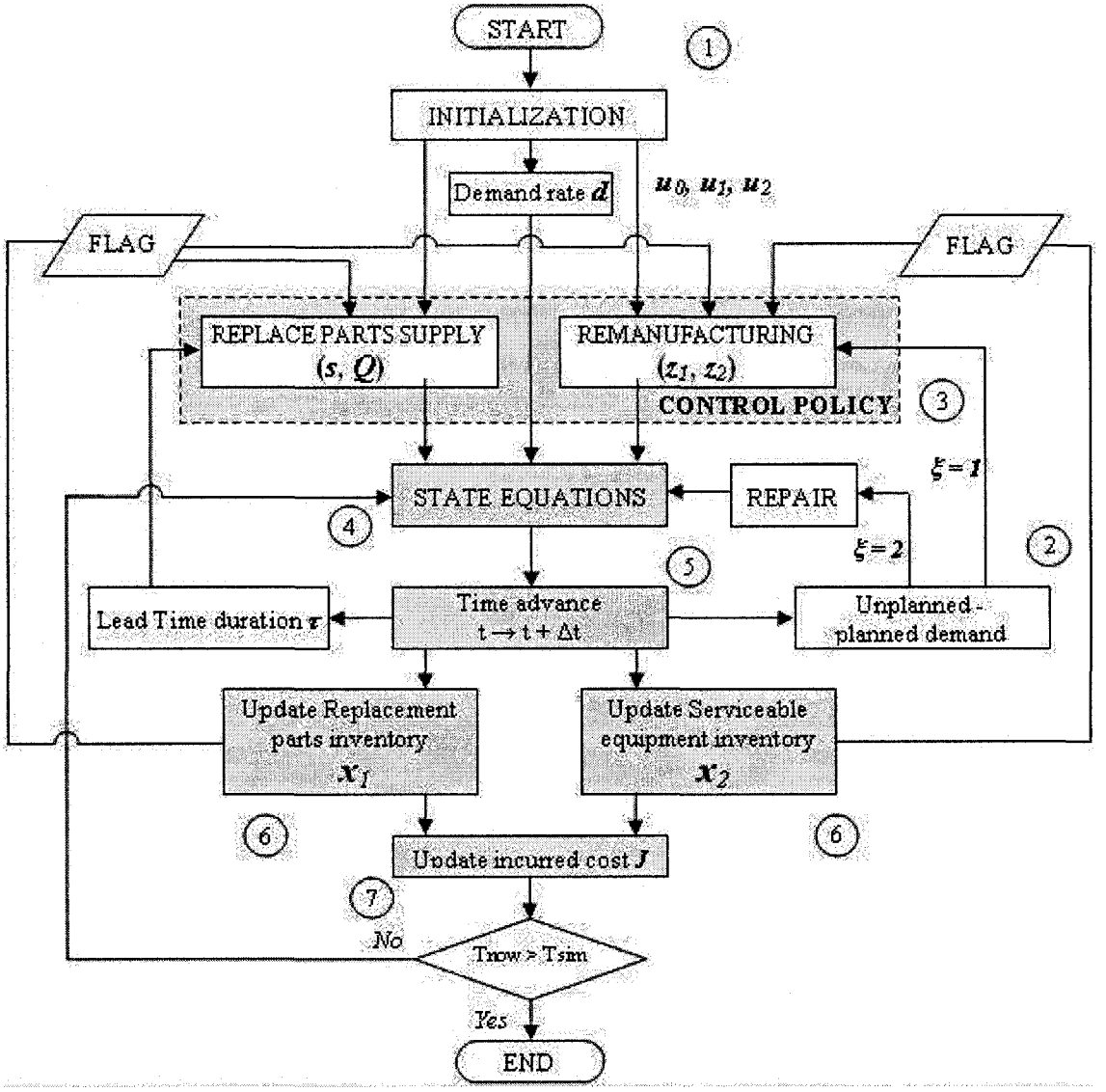


Figure 5.3 Diagram of simulation model

(1) The INITIALIZATION block initializes the values of the joint remanufacturing and supply policy (z_1, z_2, s, Q), for which the simulation run is conducted and the values of parameters of the system, such as the remanufacturing rates, the planned and unplanned demand occurrences, the demand rate of serviceable items, the supply lead time.

(2) The UNPLANNED-PLANNED DEMAND OCCURENCES block performs the arrival of a planned flow of equipments to be remanufactured and the arrival of an unplanned return of equipments to be repaired at each λ_{12}^{-1} units of time. The REPAIR block will then treat this unplanned demand (λ_{21}^{-1} units of time). Note that when unplanned demand occurs, the remanufacturing resources are preempted until this demand is satisfied. Planned demands are therefore not fulfilled during this period and the surplus level decreases.

(3) The CONTROL POLICY block provides the remanufacturing rates and the supply orders (refer to equation (5)). Observation networks raise a FLAG whenever inventory levels cross one of the control policy thresholds (z_1, z_2 and s).

(4) The STATE EQUATIONS are the equations (1) expressed by a C language insert and networks. This block performs the remanufacturing activities of equipments depending on the remanufacturing rates and the supplies set by the control policies.

(5) The TIME ADVANCE block change the current time according to a time step. Visual SLAM uses an algorithm to change the values of the discrete event scheduling (demand and unplanned demand rates) and continuous variables threshold crossing events.

(6) The UPDATE REPLACEMENT PARTS INVENTORY x_1 and UPDATE SERVICEABLE INVENTORY x_2 blocks trace the real-time variations of x_1 (t) and x_2 (t). The surplus level varies as equipments are remanufactured or as a demand arrival occurs, whereas the replacement parts inventory level varies as replacement parts are consumed or as ordered items are delivered.

(7) The UPDATE INCURRED COST block calculates the average total costs. This cost consists of the inventory/backlogs costs, which depends on the inventory levels, the remanufacturing costs and the replacement parts ordering costs.

The simulation runs until the current time T_{now} reaches the simulation horizon T_{sim}, which is the time needed to reach the steady state.

5.5 Numerical Examples

For the following example, simulation runs are carried out and steady state cost data are collected for specific combinations of (z_1, z_2, s, Q). Assuming that an optimal solution of the stochastic problem described in section 3 exists and taking into account the convexity property of the cost function, three levels were required for each independent variable to obtain a convex estimated cost function. For these reasons, a 3^4 experimental design and a second-order response surface model were proposed. We plan to demonstrate that this approach is efficient and robust by studying the total cost when using the proposed control policy under different conditions. First exponential supply lead times are considered and a sensitivity analysis of cost parameters is detailed. Then the effects of different lead time distributions, means and variances on the optimal control policy and on the total cost are broached. Finally the control policy is compared to the combined hedging point and (s, Q) policy.

5.5.1 Basic case

In an illustrative example the following numerical values are considered :

(1) planned demand rate: a constant demand inter-arrival $1/d$ with d = 20 units per month;

(2) unplanned demand times :

- the time between unplanned demand arrivals is exponentially distributed with the rate parameter λ_{12}^{-1}, with λ_{12} = 4 per month;

- the processing time of unplanned demand is exponentially distributed with the rate parameter λ_{21}^{-1}, with $\lambda_{21} = 10$ per month;

(3) remanufacturing rates (units per month)and costs (K$ per unit) associated with the predefined execution modes :

- $u_0 = d = 20$; $u_1 = 25$; $u_2 = 40$;
- $c_{u0} = 20$; $c_{u1} = 40$; $c_{u2} = 100$;

(4) inventories surplus and backlog costs (K$ per unit per month) : $c_2^+ = 10$; $c_2^- = 100$; $c_1^+ = 4$;

(5) replacement parts ordering costs : $K = 200$ K$ per order;

(6) the order lead time is a random variable. In the next sections we will study different time distributions, whereby μ is the mean and σ the standard deviation. For the basic case, an exponential lead time distribution with the rate parameter $\lambda_1 = 0.25$ per month ($\mu_1 = \sigma_1 = 4$) is presented.

In each case, five replications were conducted for each combination of factors (i.e., 3^4 x 5 simulation runs). To ensure that the total cost reaches a steady state, the duration of simulation T_{sim} was set at a value of 1,000,000 months for each replication.

The statistical analysis of the simulation data consists of a multifactor analysis of variance (ANOVA). This is accomplished using a statistical software application (STATISTICA) to determine the effects of the four independent variables (z_1, z_2, s, Q) on the dependent variable (incurred cost J). We present in the Table 5.1 the ANOVA table of the total cost for the basic case. The effects of the main factors, their interactions and their quadratic effects on the dependent variable were observed. The factors, the quadratics effects and the interactions were considered significant at $p < 0.05$. An R-squared adjusted value of 0.9521 for exponentially distributed lead times, as shown in the ANOVA table, implies that 95.21% of the total variability is explained by the model (Montgomery, 2001). The residual versus predicted value plots and normal probability

Table 5.1 ANOVA table for the total cost, case I

	sum of squares	*d.f.*	*mean square*	*F-ratio*	*P-value*
A : z_1	16439.754	1	16439.754	43.907	0.0000
B : z_2	60488.200	1	60488.200	161.55	0.0000
C : s	319252.78	1	319252.78	852.65	0.0000
D : Q	1181935.2	1	1181935.2	3156.7	0.0000
AA	4635.2637	1	4635.2637	12.380	0.0000
BB	30037.292	1	30037.292	80.223	0.0005
CC	50345.562	1	50345.562	134.46	0.0000
DD	394052.67	1	394052.67	1052.4	0.0000
AB	13389.009	1	13389.009	35.759	0.0000
AC	806.41102	1	806.41102	2.1537	0.1430
AD	3361.4178	1	3361.4178	8.9776	0.0029
BC	108491.61	1	108491.61	289.76	0.0000
BD	133304.96	1	133304.96	356.03	0.0000
CD	694491.02	1	694491.02	1854.8	0.0000
blocks	422.93467	4	105.73367	0.2824	0.8893
Total error	144527.01	386	374.42230		
Total (corr.)	3155981.1	404			R^2 (adj.) = 95.21 %

plots were used to verify the homogeneity of the variances and the residual normality, respectively. It can be concluded that the model composed of the main factors, their quadratic effects and their interactions (except z_1.s) fit the basic case data.

We assume that there exists a function ψ of (z_1, z_2, s, Q) that provides values of the average cost corresponding to any combination of input factors : $Cost = \Psi(z_1, z_2, Q, s)$. The function $\psi(.)$ is called the response surface function. The non significant effect ($p > 0.05$), the third-order interactions and all other effects were ignored or added to the error ε. The estimated second-order model in the basic case with standardized factors is given by :

$$\begin{aligned} Cost\ (case\ I) = {} & 1564.99 - 7.803 \cdot z_1 - 14.97 \cdot z_2 - 66.16 \cdot Q - 34.39 \cdot s \\ & + 7.177 \cdot z_1^{\,2} + 18.27 \cdot z_2^{\,2} + 66.17 \cdot Q^2 + 23.65 \cdot s^2 \\ & - 8.625 \cdot z_1 \cdot z_2 + 4.321 \cdot z_1 \cdot Q + 27.21 \cdot z_2 \cdot Q + 24.55 \cdot z_2 \cdot s + 62.11 \cdot Q \cdot s + \varepsilon \end{aligned} \tag{6}$$

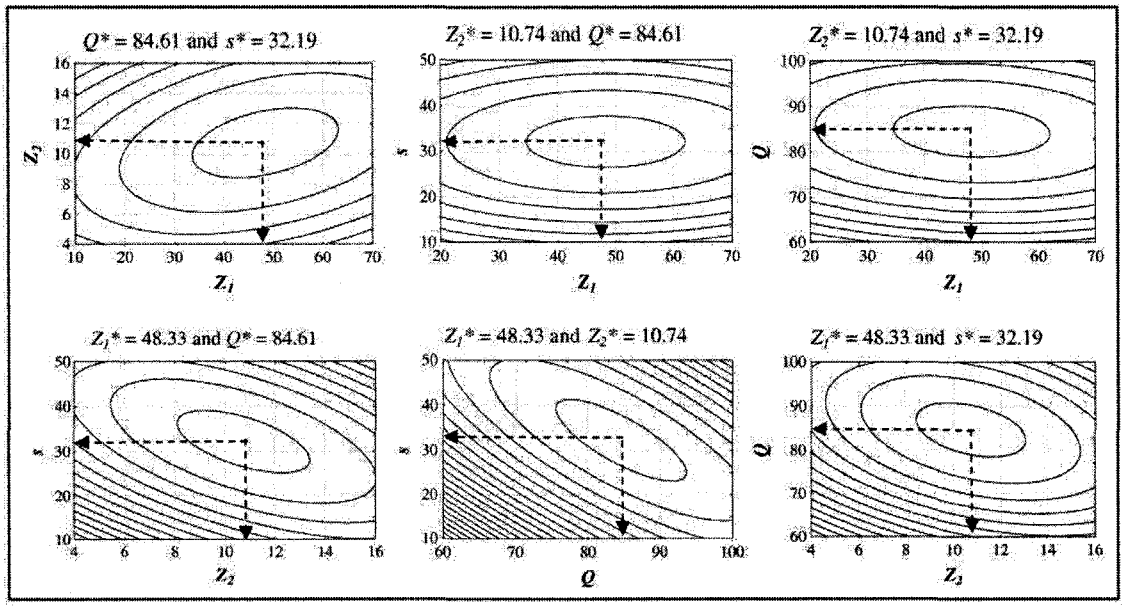


Figure 5.4 Cost response surfaces for an exponential lead time distribution and (z_1* = 48.33, z_2* = 10.74, s* = 32.19, Q* = 84.61)

The projection of the corresponding cost response surfaces onto two-dimensional planes are presented in Figure 5.4. The minimum of the total cost function, J* = \$1,546.65, is located at z_1* = 48.33, z_2* = 10.74, s* = 32.19, Q* = 84.61. As each response surface displays the value of the total cost in function of two of the input factors (the others being fixed at their optimal values), six plots are required for four factors. These values are the sub-optimal control policy parameters defined in the previous sections and which should be applied to the remanufacturing and supply processes.

5.5.2 Sensitivity analysis of cost parameters

Another set of experiments is considered to measure the sensitivity of the near-optimal joint remanufacturing and supply control policy with respect to the cost parameters. Table 5.2 highlights the consistency between the variation of each cost parameters (i.e.,

c_2^+, c_2^-, c_{u0}, c_{u1}, c_{u2} for the hybrid repair and remanufacturing system and c_1^+ and K for the supply), tested through eleven cost configurations, and the optimal parameters (z_1*, z_2*, s*, Q*) for the exponentially distributed lead time case. Results obtained, and discussed below are coherent and confirm our expectations. J* denotes the incurred cost for the optimal values (z_1*, z_2*, s*, Q*).

Before analyzing the variation of each cost parameter, it is noted that the order point and the order quantity evolve in opposite directions for every variation of cost parameters. Indeed, the optimal supply policy is a compromise between :

- the need for low holding costs, especially when the serviceable inventory is in the region $x_2(t) > z_2$, where the replacement parts stock level remains constant and triggers holding costs,
- the need for maintaining a critical availability of replacement parts for the remanufacturing stage to prevent the serviceable equipment backlogs.

For this reason, if Q decreases (resp. increases), then s increases (resp. decreases) to ensure a proper availability of replacement parts (resp. to prevent holding costs from increasing). Hajji et al. (2008b) reported the same opposite directions in a sensitivity analysis for the joint production and supply control of FMS.

- *Variation of the serviceable inventory cost* c_2^+ *:*

When the serviceable inventory cost increases (resp. decreases), the hedging points levels decrease (resp. increase), which is intuitively predictable. At the same time, the remanufacturing stage is more subject to backlogs (resp. less), thus the replacement mode, which is the fastest mode, must be more reliable. Consequently s* increases (resp. decreases) and Q* decreases (resp. increases).

Table 5.2 Sensitivity analysis for different costs with exponential lead time distribution ($\mu = \sigma = 4$)

No.	c_2^+	c_2^-	c_{u0}	c_{u1}	c_{u2}	c_1^+	K	z_1^*	z_2^*	Q^*	s^*	J^*
1	10	100	20	40	100	4	200	48.33	10.74	84.61	32.19	1546.65
2	**8**	100	20	40	100	4	200	53.63	12.94	84.84	29.04	1522.25
3	**12**	100	20	40	100	4	200	42.67	8.46	84.31	35.70	1567.30
4	10	**80**	20	40	100	4	200	45.47	9.77	87.08	27.27	1530.84
5	10	**150**	20	40	100	4	200	52.28	12.09	81.19	39.07	1572.71
6	10	100	20	40	**80**	4	200	45.42	11.05	84.91	31.57	1434.69
7	10	100	20	40	**120**	4	200	48.41	10.47	84.66	32.47	1658.45
8	10	100	20	40	100	**3**	200	44.17	8.70	82.02	41.77	1489.71
9	10	100	20	40	100	**5**	200	51.89	12.54	86.64	23.96	1597.10
10	10	100	20	40	100	4	**100**	48.56	10.73	83.47	33.11	1540.13
11	10	100	20	40	100	4	**300**	48.13	10.75	85.66	31.33	1553.08

- *Variation of the replacement cost c_{u2} :*

When the replacement cost increases (resp. decreases), the replacement strategy is less profitable (resp. more profitable) and the control policy give special weight to the accelerated repair mode (resp. replacement mode). Thereby the accelerated repair region, which is bounded by z_1 and z_2, enlarges and thus z_1* increases and z_2* decreases. Concerning the supply parameters, the amount of needed replacement parts decreases (Q* is then lower), and the s* increases to keep an appropriate availability of the replacement parts inventory.

- *Variation of the replacement parts inventory cost c_1^+ :*

When the replacement parts inventory cost increases (resp. decreases), the system reacts by lowering the average replacement inventory level (resp. increases). As a result, the s* is lower (resp. higher) and a higher Q* is required (resp. lower). A lower average replacement inventory level also means a lower availability, thus more uncertainty for the remanufacturing stage, which is counterbalanced by higher hedging points.

- *Variation of the order cost K :*

When the order cost increases (resp. decreases), Q* increases (resp. decreases) and s* decreases (resp. decreases). Indeed a higher order cost incites fewer frequent orders but

an increasing number of new replacement parts per order to decrease the acquisition cost per equipment unit. This effect must be balanced by a lower order point in order to maintain a proper average replacement parts inventory level. The influence on the hedging point levels is weak.

5.5.3 The effects of lead time on the control policy

5.5.3.1 General lead time mean results

The influence of lead time distributions on the optimal parameters of the control policy is examined using gamma, normal, log-normal time distributions instead of exponential time distribution. The former distributions are often encountered in the literature to represent stochastic lead times (Bookbinder and Çakanyildirim, 1999; Song and Yao, 2002; Bagchi, 1987; Van der Laan et al., 1999). For the normal distribution, a modified normal distribution that only provides positive values of lead times is used. In order to compare these different lead time distributions, the same mean and standard deviation are used in all distributions ($\mu = \sigma = 4$) and simulation experiments are conducted with the cost parameters of the basic case.

The convexity property holds and then there exists a set of factors (z_1, z_2, s, Q) that minimizes the total cost for the tested lead time distributions. In all cases, a multifactor analysis of variance (ANOVA) was conducted and lead to R-squared adjusted values close to 0.95. The residual analysis completed these studies and confirmed the adequacy of the second order model. As shown in Table 5.3, the optimal values z_1^*, z_2^*, s^*, Q^*) and the total cost obtained with different lead time distributions are close to the values obtained numerically with the exponential distribution.

Table 5.3 Estimated best values for different lead time distributions, with ($\mu = \sigma = 4$)

lead time distributions	z_1^*	z_2^*	Q^*	s^*	J^* *($)*	R^2 *adj. (%)*
Exponential	48.33	10.74	84.61	32.19	1546.65	95.21
Gamma	46.59	10.64	85.51	31.44	1547.37	95.11
Normal	51.18	10.68	81.64	34.98	1530.15	94.97
Lognormal	50.83	10.75	90.67	26.40	1558.48	95.36

5.5.3.2 The effects of the lead time mean

Several researchers have investigated the effects of lead time mean and variability on the cost performance. Generally, a higher average lead time as well as higher lead time variability of a supplier would cause a higher level of inventory, and thus higher holding and total cost. A large part of the literature is focused on quantifying the effects of lead time on the optimal inventory costs and policy decision variables in stochastic inventory models (among others, Mohebbi and Posner, 1998; Song, 1994; He et al., 2005), considering the lead time as an exogenous variable. Note that variance reduction is also a common theme in several theories, including total quality management (TQM) and just-in-time (JIT). However, few papers have considered the effects of lead time in a remanufacturing environment. Van der Laan, Salomon and Dekker (1999), under PUSH and PULL strategies and Tang and Grubbström (2005), for a cycle ordering policy, studied the impact of stochastic remanufacturing and manufacturing lead times in a hybrid production/remanufacturing system.

For the hybrid repair and remanufacturing presented in this paper, a set of experiments was conducted in order to study the impact of lead time mean and variance on the proposed control policy. Under the gamma distribution to model the lead time, we used the same approach and experimental design to test the control policy with respectively different lead time means and variance factors (defined as the ratio σ/μ).

The effects of the lead time mean on the optimal values of the control parameters and on the total cost are presented in Figure 5.5. As the lead time mean increases, the reorder point s^* and the average replacement parts inventory level increase to avoid replacement part starvation and thus to avoid serviceable equipments stock outs, whereas the other control parameters (z_1^*, z_2^*, Q^*) remain almost constant. Our simulation results show that the stationary replacement parts availability associated with the optimal control parameters is close to 90% in each case, which means that the impact of a higher lead time mean is absorbed by the supply stage and does not affect the remanufacturing stage. Furthermore, a higher lead time mean leads to a slight increase of the total cost, as the replacement parts holding costs increase.

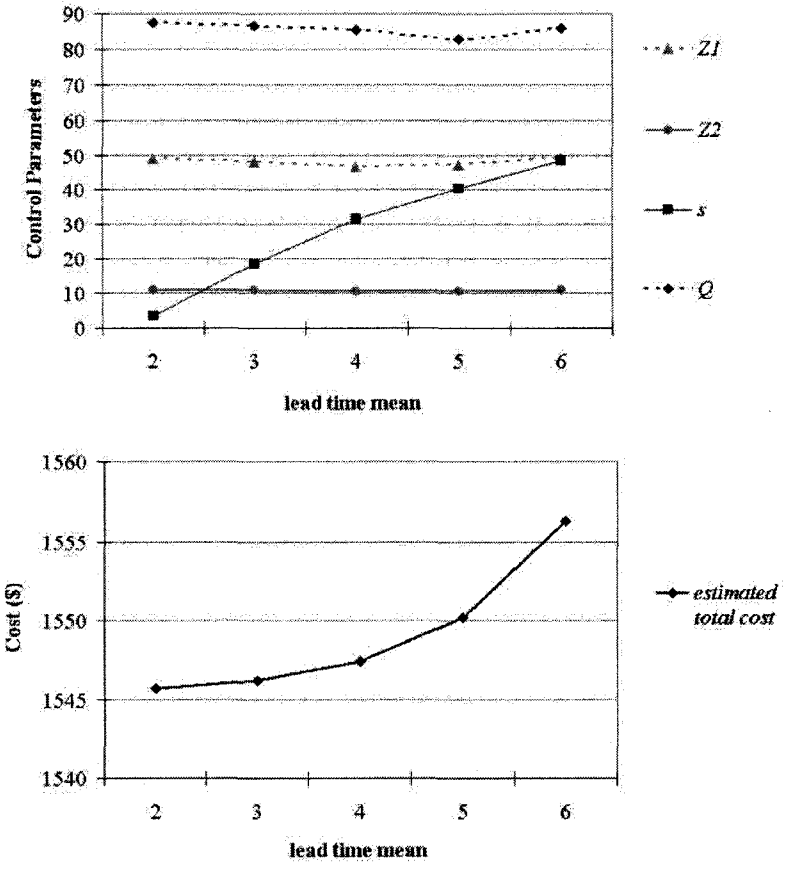


Figure 5.5 Effect of the lead time mean on the control policy and on the estimated cost

5.5.3.3 The effects of the lead time variance

Figure 5.6 shows that the total cost and the optimal values of the supply parameters increase significantly as the lead time variance increases. Indeed, the more scattered the lead time is, the more uncertain is the supply.

Early and late deliveries introduce waste in the form of excess cost into the remanufacturing and supply system. Early deliveries contribute to excess inventory holding costs, particularly holding costs associated to the replacement parts inventory

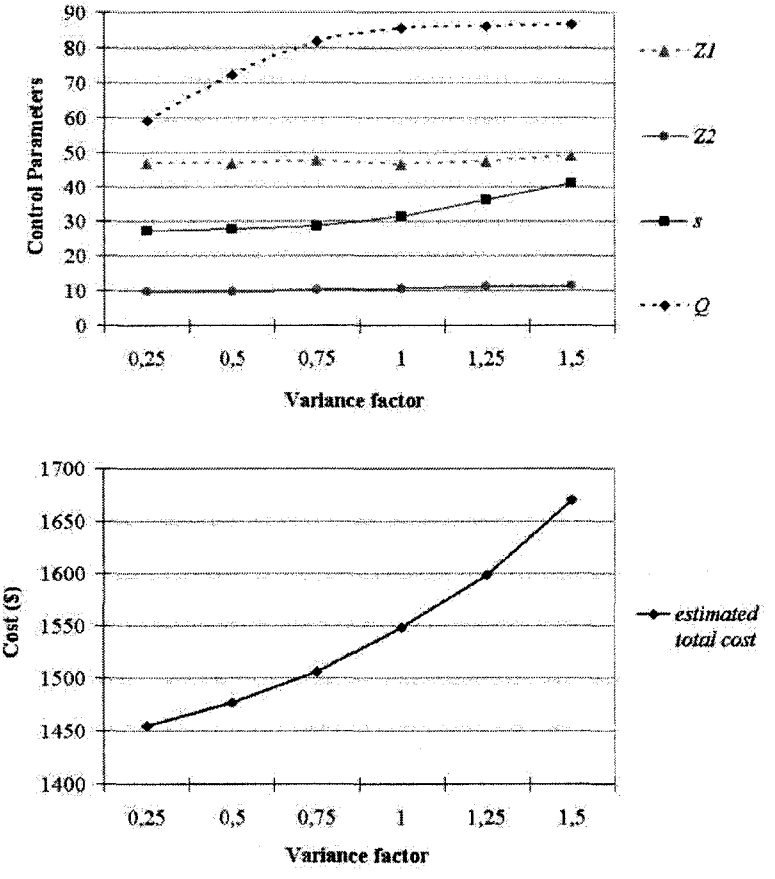


Figure 5.6 Effect of the variance on the control policy and on the estimated cost

when the replacement mode is not used ($x_2(t) > z_2$), whereas late deliveries contribute to replacement parts being out of stock (x_1(t) = 0), and thus to serviceable equipment backlogs ($x_2(t) < 0$). In other words, the control policy parameters increase tends to protect the system against supply uncertainty, triggering higher total costs. In addition, we observe that the reorder point s^* and the order quantity Q^* serve as adjustment variables for low and high variance factors, respectively.

5.5.4 Comparison with the joint HPP and (s, Q) policy

Results obtained using the joint multi-hedging point and (s, Q) policies, presented above, are compared to results of the joint single hedging point and (s, Q) policies, inspired from Hajji et al. (2008b). This joint policy is fully described by three parameters, namely the threshold Z, the order point s and the order quantity Q. By fitting a second order polynomial model to link the incurred total cost and the parameters of the control policy, we obtain for the basic case :

$$\begin{aligned} Cost\ (case\ I) = 2101.81 + 42.68 \cdot Z + 21.09 \cdot Q + 25.16 \cdot s \\ + 43.74 \cdot Z^2 + 16.70 \cdot Q^2 + 33.70 \cdot s^2 \\ + 24.72 \cdot Z \cdot Q + 50.80 \cdot Z \cdot s + 36.59 \cdot Q \cdot s + \varepsilon \end{aligned} \quad (7)$$

We present in Table 5.4 the sensitivity analysis conducted with joint HPP and (s, Q) policies. These results were obtained under the same conditions (simulation, experimental design, and response surface methodology) as those in the joint MHPP and (s, Q) policies. It is interesting to note that for each variation of cost parameter, the variation of the optimal parameters and of the incurred cost J_{HPP}^* follow the same direction as for the multi-hedging point case previously presented, but has greater amplitude.

Table 5.4 Sensitivity analysis for different cost for a joint HPP and (s, Q) policy with exponential lead time distribution ($\mu = \sigma = 4$)

No.	c_2^+	c_2^-	c_{u0}	c_{u2}	c_1^+	K	Z^*	Q^*	S^*	J_{HPP}^*
I	**10**	**100**	**20**	**100**	**4**	**200**	12.19	136.98	101.28	2088.50
2	**8**	100	20	100	4	200	20.36	141.00	87.85	2061.53
3	**12**	100	20	100	4	200	3.92	132.58	115.82	2100.86
4	10	**80**	20	100	4	200	8.62	128.33	97.47	2048.40
5	10	**150**	20	100	4	200	17.53	146.88	106.60	2149.45
6	10	100	20	**80**	4	200	12.24	137.00	101.20	1859.85
7	10	100	20	**120**	4	200	12.15	136.95	101.36	2317.14
8	10	100	20	100	**3**	200	5.43	140.91	122.93	1954.21
9	10	100	20	100	**5**	200	18.46	129.75	82.73	2200.40
10	10	100	20	100	4	**100**	12.05	131.15	104.21	2079.95
11	10	100	20	100	4	**300**	12.33	142.22	98.64	2096.71

The reorder point and quantity optimal values are considerably larger than those obtained with joint MHPP and (s, Q) policies. It is evident that since the MHPP is composed of three modes compared to the HPP composed only of two modes, the replacement mode would be more frequently executed with the latter policy and would require a more reliable replacement parts supply. For the same reason, the control policy parameters are more sensitive to a cost parameter variation with joint HPP and (s, Q) policies. Comparing these optimal cost values to those obtained by the joint MHPP and (s, Q) policies, denoted by J^* in the table 2 (previous sections), it is noted that in all cases J^* is lower by at least 20% than J_{HPP}^*. As mentioned previously in section 3.2, the joint multi-hedging point and (s, Q) policies are better in term of cost performance than the joint single hedging point and (s, Q) policies and can be used to better approximate the optimal control policy of the system.

5.6 Conclusion

In this paper, we have studied the production and supply problem for hybrid repair and remanufacturing systems and proposed a solution in the case of one product type. The

mathematical formulation of this problem is difficult to tackle, due to the stochastic aspect of the supply, the variability of the remanufacturing processes and of the conditions of the items to be returned. In order to benefit from the flexibility of the remanufacturing execution, from repair to replacement, a near-optimal joint remanufacturing and supply control policy composed of a multi hedging point policy (MHPP) for the remanufacturing stage and of an (s, Q) policy for the replacement parts supply have been proposed. To optimize the control parameters, an experimental approach based on design of experiment, simulation modelling and response surface methodology have been used. With this approach, the influence of the lead time distributions and the effects of the lead time duration and variability on the control policy have been investigated. It has also been shown that the developed control policy is better that a combined HPP and (s, Q) policy in term of cost performances.

In conclusion, the stochastic and complex nature of remanufacturing industry problems forces managers to consider new approaches, different from those already used in traditional production management. This paper presents an easy to implement and simple structure of stock level parameters that bound the use of predetermined repair or replacement modes, allied with a classical supply policy. Repair and replacement modes should be consciously selected by managers with an overall perspective, whereas this decision is often left up to technicians performing the work.

For hybrid repair and remanufacturing control problems where the classical control theory limits are reached, we think that adopting the experimental designs and simulation techniques presented in this paper provides satisfactory approximate solutions of the optimal control problems. The situations of multi-parts products, non-repairable returned items or multiple suppliers that differ in terms of cost, lead time and quality, are possible extensions to be investigated in future research.

5.7 References

Bagchi, U., 1987. Modeling lead-time demand for lumpy demand and variable lead time. Naval Research Logistics, 34 (5), 687-704.

Bensoussan, A., Crouhy, M. and Proth, J.M., 1983. Mathematical theory of production planning. New York, NY : North-Holland.

Berthaut, F., Pellerin, R. and Gharbi, A., 2008. Control of repair and overhaul systems with probabilistic parts availability. To appear in Production Planning & Control.

Bookbinder, J.H. and Çakanyildirim, M., 1999. Random lead times and expedited orders in (Q, r) inventory systems. European Journal of Operational Research, 115, 300-313.

Brezavscek, A. and Hudolkin, A., 2003. Joint optimization of block-replacement and periodic-review spare-provisioning policy. IEEE Transactions on Reliability, 52 (1), 112-117.

Cheng, F. and Sethi, S.P., 1999. Optimality of state-dependent (s, S) policies in inventory models with markovian modulated demand and lost sales. Production and Operations management, 8 (2), 183-192.

Cox, J.F. and Blackstone Jr., J.H., 2002. APICS Dictionary. Alexandria, VA : APICS-Educational Society for Ressource Management.

Fleischmann, M., Bloemhof-Ruwaard, J.M., Dekker, R., Van der Lann, E., Van Numen, J.A.E.E. and Van Wassenhove, L.N., 1997. Quantitative models for reverse logistics : A review. European Journal of Operational Research, 103, 1-17.

Gharbi, A., Pellerin, R. and Sadr, J., 2008. Production rate control for stochastic remanufacturing systems. International Journal of Production Economics, 112 (1), 37-47.

Guide Jr., V.D.R. and Jayaraman, V., 2000. Product acquisition management : current industry practice and a proposed framework. International Journal of Production Research, 38 (16), 3779-3800.

Güllü, R., Önol, E. and Erkip, N., 1999. Analysis of an inventory system under supply uncertainty. International Journal of Production Economics, 59, 377-385.

Hadley, G. and Within, T.M., 1963. Analysis of Inventory Systems. Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall.

Hajji, A., Gharbi, A. and Kenne J.P., 2008a. Joint Supply and Manufacturing Activities Control in Three Levels Unreliable Supply Chain. To appear in Intenational Journal of Production Research.

Hajji, A., Gharbi, A. and Kenne, J.P., 2008b. Joint production and supply control in three levels flexible manufacturing systems. To appear in Journal of Intelligent Manufacturing.

He, X.J., Kim, J.G. and Hayya, J.C., 2005. The cost of lead-time variability : The case of the exponential distribution. International Journal of Production Economics, 97, 130-142.

Hill, R.M. and Johansen, S.G., 2006. Optimal and near-optimal policies for lost sales inventory models with at most one replenishment order outstanding. European Journal of Operational Research, 169, 111-132.

Huang, R., Meng, L., Xi, L. and Liu, C.R., 2008. Modeling and analyzing a joint optimization policy of block-replacement and spare inventory with random-leadtime. IEEE Transactions on Reliability, 57 (1), 113-124.

Inderfurth, K. and van der Laan, E., 2001. Leadtime effects and policy improvement for stochastic inventory control with remanufacturing. International Journal of Production Economics, 71, 381-390.

Johansen, S.G. and Thorstenson, A., 1993. Optimal and approximate (Q, r) inventory policies with lost sales and gamma-distributed lead time. International Journal of Production Economics, 30-31, 179-194.

Kenne, J.P. and Gharbi, A., 1999. Experimental design in production and maintenance control problem of a single machine, single product manufacturing system. International Journal of Production Research, 37 (3), 621-637.

Kiesmüller, G.P., 2003. A new approach for controlling a hybrid stochastic manufacturing/remanufacturing system with inventories and different leadtimes. European Journal of Operational Research, 147, 62-71.

Kimemia, J.G. and Gershwin, S.B., 1983. An algorithm for the computer control of a flexible manufacturing system. IIE Transactions, 15 (4), 353-362.

Kushner, H.J. and Dupuis, P.G., 1992. Numerical methods for stochastic control problems in continuous time. NY : Springer-verlag.

Lee, W., 2005. A joint economic lot size model for raw material ordering, manufacturing setup, and finished goods delivering. Omega, 33, 163-174.

Mohebbi, E. and Posner, M.J.M., 1998. A continuous-review inventory system with lost sales and variable lead time. Naval Research Logistics, 45, 259-278.

Montgomery, D. C., 2001. Design and analysis of experiments. NY : John Wiley & Sons.

Pritsker, A. A. B. and O'Reilly, J. J. O., 1999. Simulation with visual SLAM and awesim. NY : John Wiley & Sons.

Rubio, S., Chamorro, A. and Miranda, F.J., 2008. Characteristics of the research on reverse logistics (1995–2005). International Journal of Production Research, 46 (4), 1099-1120.

Sharifnia, A., 1988. Production control of a manufacturing system with multiple machine states. IEEE Transactions on Automatic Control, 33 (7), 620-625.

Song, J.S., 1994. The effect of leadtime uncertainty in a simple stochastic inventory model. Management Science, 40, 603-613.

Song, J.S. and Yao, D.D., 2002. Performance analysis and opimization of assemble-to-order system with ransom lead times. Operations Research, 50 (5), 889-903.

Tang, O. and Grubbström, W., 2005. Considering stochastic lead times in a manufacturing/remanufacturing system, with deterministic demands and returns. International Journal of Production Economics, 93-94, 285-300.

Van der Lann, E. and Salomon, M., 1997. Production planning and inventory control with remanufacturing and disposal. European Journal of Operational Research, 102, 264-278.

Van der Laan, E., Salomon, M. and Dekker, R., 1999. An investigation of lead-time effects in manufacturing/remanufacturing systems under simple PUSH and PULL strategies. European Journal of Operational Research, 115, 195-214.

Zanoni, S., Ferretti, I. and Tang, O., 2006. Cost performance and bullwhip effect in a hybrid manufacturing and remanufacturing system with different control policies. International Journal of Production Research, 44 (18-19), 3847-3862.

CHAPITRE 6 : ASPECTS MÉTHODOLOGIQUES DE L'OPTIMISATION

Ce chapitre a pour objectif de détailler l'aspect méthodologique et la théorie associée aux approches de résolution par simulation et de résolution analytique.
Dans un premier temps, nous nous restreignons au modèle avec disponibilité des pièces de remplacement. Les équations de Kolmogorov sont démontrées et l'expression analytique du coût total en fonction des seuils critiques de la politique de contrôle MHPP est dérivé.
Dans un second temps, nous détaillons le logiciel de modélisation et de simulation, de même que la génération des phénomènes aléatoires. Le régime permanent, les plans d'expériences puis les outils statistiques sont par ailleurs étudiés, avec plus particulièrement l'analyse de la variance, l'analyse des résidus et la méthode des surfaces de réponse.

6.1 Méthode analytique

Nous avons présenté dans le chapitre 4 une méthode de résolution analytique du problème dans le cas d'une probabilité de disponibilité des pièces de rechange. Nous présentons ici des détails complémentaires sur cette approche.

Nous cherchons l'expression du coût moyen total sur le long terme du système avec une politique à seuils critiques modifiée, dépendant de l'état du système (i.e., réfection du

flux planifié d'équipements en fin de vie ou réparation non planifiée des équipements après une défaillance majeure) et de l'état de l'inventaire de pièces de rechange (i.e., plein ou vide), tel que :

$$u_{z_1,z_2}(x,\zeta,\beta)=\begin{cases} u_0 & \text{if } x(t)=z_1 \text{ and } \xi=1; \\ u_1 & \text{if } z_2 \le x(t) \le z_1 \text{ and } \xi=1; \\ & \text{if } x(t)<z_2 \text{ and } \{\xi=1;\beta=2\}; \\ u_2 & \text{if } x(t)<z_2 \text{ and } \{\xi=1;\beta=1\}; \\ 0 & \forall x \text{ and } \xi=2; \end{cases} \tag{1}$$

Le coût total moyen sur le long terme par unité de temps est donné par :

$$J^* = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\mathrm{E}\left[\int_{t_0}^{t_0+T} g(x)\cdot dt\,|_{x_0,\alpha_0}\right]$$
$$\text{avec } g(x)=c^+\cdot x^+(t)+c^-\cdot x^-(t)+\sum_{\alpha=0}^{2} c_\alpha\cdot\pi_\alpha\cdot u_\alpha \tag{2}$$

L'objectif est de déterminer l'expression de ce coût en fonction des seuils critiques (z_1, z_2).

6.1.1 Conditions d'existence d'un régime stationnaire et ergodicité

Avec la politique de contrôle rappelé ci-dessus, il est nécessaire qu'en effectuant la réfection au taux maximal dans la région $R_2=\{x=\Re \mid x<z_2\}$, la demande puisse en moyenne être satisfaite. Plus particulièrement, on impose la condition :

$$u_1\cdot\frac{\lambda_{21}}{\lambda_{12}+\lambda_{21}} > d$$
$$\text{qui entraîne } \left(u_2\cdot p+u_1\cdot(1-p)\right)\cdot\frac{\lambda_{21}}{\lambda_{12}+\lambda_{21}} > d \tag{3}$$

Avec cette condition, il existe une tendance strictement positive dans le niveau d'inventaire $x(t)$ et z_2 sera récurrent. Comme les seuils (z_1, z_2) sont tel que $z_1 > z_2$, il est clair que les deux seuils seront récurrents.

La politique de contrôle stipule que si le niveau d'inventaire est strictement supérieur à z_1, alors le taux de réfection devient nul et que donc il y a une tendance strictement négative de l'inventaire pour $x(t) > z_1$. Nous pouvons conclure que $x(t)$ sera stationnaire.

Si $x(t)$ est stationnaire et si les transitions des états du système (réfection ou réparation) sont décrites par une chaîne de Markov irréductible, alors $x(t)$ est ergodique (Sharifnia, 1988). On en conclue que d'une part le coût moyen total tend vers une valeur unique et indépendante des conditions initiales (Pellerin et al., 2008), et que d'autre part le calcul des densités de probabilité de $x(t)$ dans chaque état du système ξ convergent vers des valeurs uniques.

6.1.2 Calcul du coût moyen en fonction des densités de probabilité

On peut exprimer le coût moyen total sur le long terme en fonction des densités de probabilité de x dans les régions R_1 et R_2 dans l'état du système ξ et en fonction de la fonction de masse en z_1, définies respectivement par :

$$f_{\alpha i}(\gamma,t)d\gamma = \Pr[(\gamma < x(t) < \gamma + d\gamma) \cap (\xi(t) = i)] \qquad \gamma \in R_\alpha,\ i = 1, 2,$$

$$f_{\alpha i}^{ss}(x) = \lim_{t\to\infty} f_{\alpha i}(x,t) \qquad \alpha = 1,2,\ i = 1, 2,$$

$$P_{z_1}(t) = \Pr[(x(t) = z_1) \cap (\xi(t) = 1)],$$

$$P_{z_1}^{ss} = \lim_{t\to\infty} P_{z_1}(t)$$

On peut alors exprimer les espérances des niveaux moyens positif et négatif du niveau d'inventaire x en régime stationnaire :

$$E\left[x^{+}(t)\right]=z_1\cdot P_{z_1}^{ss}+\int_{z_2}^{z_1}x\cdot\left[f_{11}^{ss}(x,t)+f_{12}^{ss}(x,t)\right]\cdot dx+\int_{0}^{z_2}x\cdot\left[f_{21}^{ss}(x,t)+f_{22}^{ss}(x,t)\right]\cdot dx$$

$$E\left[x^{-}(t)\right]=\int_{-\infty}^{0}x\cdot\left[f_{21}^{ss}(x,t)+f_{22}^{ss}(x,t)\right]\cdot dx \qquad (4)$$

Finalement, on obtient l'expression du coût total :

$$J^{*}(z_1,z_2)=c^{-}\cdot E(x^{-})+c^{+}\cdot E(x^{+})+c_0.d\cdot P_{z_1}^{ss}+c_1.u_1.\int_{z_2}^{z_1}f_{11}^{ss}\cdot dx$$

$$+(p\cdot c_2\cdot u_2+(1-p)\cdot c_1\cdot u_1)\cdot\int_{-\infty}^{z_2}f_{21}^{ss}\cdot dx \qquad (5)$$

6.1.3 Calcul des densités de probabilité en fonction de (z_1, z_2)

Dans le chapitre 4, nous avons formulé le problème de détermination des densités de probabilité et de la fonction de masse en z_1 comme un système d'équations à plusieurs inconnus, en utilisant les conditions aux limites, la condition de normalisation et des équations différentielles linéaires du premier ordre. Ces équations différentielles sont dérivées des équations « forward » de Kolmogorov, qui expriment l'évolution dans le temps et dans l'espace des densités de probabilité, et que nous avons démontré dans l'annexe A. Ce développement est inspiré de Sharfnia (1988).

6.1.3.1 Solutions des équations de Kolmogorov (forward) en régime stationnaire

La densité de fonction $f_{a\xi}$ évolue selon les équations aux dérivées partielles de Kolmogorov (Forward) :

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{f}_\alpha(x,t) = -V_\alpha{}' \cdot \frac{\partial}{\partial x}\vec{f}_\alpha(x,t) + \Lambda^T \cdot \vec{f}_\alpha(x,t) \text{ pour } x \in R_\alpha \text{ et } \alpha = 1,2$$

$$\text{Avec } V_1' = V_1 \text{ et } V_2' = \begin{bmatrix} -(p\cdot(u_2-d)+(1-p)\cdot(u_1-d) & 0 \\ 0 & -d \end{bmatrix} \tag{6}$$

L'équation obtenue si dessus est analogue à celle que l'on considère dans le cas simplifié où la probabilité de disponibilité des pièces de remplacement n'est pas introduite, pour lequel le taux d'accroissement de la quantité x de biens d'équipement dans la région R_2 avec $\xi = 2$ ne serait pas $u_2 - d$ mais $p\cdot(u_2-d)+(1-p)\cdot(u_1-d)$.

En régime permanent, nous avons la relation suivante :

$$-V_\alpha{}' \cdot \frac{d}{dx}\vec{f}_\alpha(x) + \Lambda^T \cdot \vec{f}_\alpha(x) = 0 \text{ pour } x \in R_\alpha \text{ et } \alpha = 1,2$$

$$\text{Avec } V_1' = V_1 \text{ et } V_2' = \begin{bmatrix} -(p\cdot(u_2-d)+(1-p)\cdot(u_1-d) & 0 \\ 0 & -d \end{bmatrix} \tag{7}$$

Cette équation est une équation différentielle linéaire homogène du premier ordre à coefficients constants en notation matricielle, de la forme :

$$Y' = A \cdot Y \text{ avec } A = V_\alpha{}'^{-1} \cdot \Lambda^T$$

La solution de cette équation différentielle est de la forme suivante:

$$F(x) = Y_0 \cdot \exp((x - x_0)\cdot A)$$
$$\text{avec la condition } F(x_0) = Y_0$$

Dans le cas ou A est diagonalisable, en notant par P la matrice ayant pour colonnes les vecteurs propres $\vec{A}_0$ et $\vec{A}_1$ de A et par D la matrice diagonale formée par les valeurs propres a_0 et a_1 de A, on a :

$$D = P \cdot A \cdot P^{-1} \text{ avec } P = \begin{pmatrix} \vec{A}_1 & \vec{A}_0 \end{pmatrix} \text{ et } D = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_0 \end{bmatrix}$$

$$\exp((x - x_0) \cdot A) = P \cdot \begin{bmatrix} \exp(a_1 \cdot (x - x_0)) & 0 \\ 0 & \exp(a_0 \cdot (x - x_0)) \end{bmatrix} \cdot P^{-1}$$

La solution devient de la forme :

$$F(x) = F(x_0) \cdot P \cdot \begin{bmatrix} \exp(a_1 \cdot (x - x_0)) & 0 \\ 0 & \exp(a_0 \cdot (x - x_0)) \end{bmatrix} \cdot P^{-1}$$

Pour résoudre l'équation (7) pour $\alpha = 1$ et $\alpha = 2$, nous considérons respectivement les conditions suivantes :

$$\vec{f}_1(z_1) = \begin{pmatrix} f_{11}(z_1) \\ f_{12}(z_1) \end{pmatrix} \text{ et } \vec{f}_2(z_2) = \begin{pmatrix} f_{21}(z_2) \\ f_{22}(z_2) \end{pmatrix}$$

Les solutions des équations "forward" de Kolmogorov, en désignant respectivement par P_α et $(b_{1\alpha}, b_{0\alpha})$ la matrice de vecteurs propres et les valeurs propres de $V_\alpha'^{-1} \cdot \Lambda^T$, sont données par :

$$\vec{f}_\alpha(x) = \vec{f}_\alpha(z_\alpha) \cdot P_\alpha \cdot \begin{bmatrix} \exp(b_{1\alpha} \cdot (x - z_\alpha)) & 0 \\ 0 & \exp(b_{0\alpha} \cdot (x - z_\alpha)) \end{bmatrix} \cdot P_\alpha^{-1}, \alpha = 1, 2 \qquad (8)$$

Cette solution requiert que $V_\alpha'^{-1} \cdot \Lambda^T$ soit diagonalisable. Pour cela nous allons montrer que cette matrice a deux valeurs propres distinctes. Le polynôme caractéristique de $V_\alpha'^{-1} \cdot \Lambda^T$, dont les valeurs propres sont les racines, est tel que :

$$T_\alpha(\omega) = \det\left(\omega \cdot I - V_\alpha'^{-1} \cdot \Lambda^T\right) = 0 \ , \ \alpha = 1, 2$$

qui devient :

$$T_1(\omega) = \omega^2 + \left(\frac{\lambda_{12}}{u_1 - d} - \frac{\lambda_{21}}{d} \right) \cdot \omega$$

$$T_2(\omega) = \omega^2 + \left(\frac{\lambda_{12}}{p \cdot u_2 + (1-p) \cdot u_1 - d} - \frac{\lambda_{21}}{d} \right) \cdot \omega$$

on en déduit les valeurs propres : $b_{11} = \frac{\lambda_{21}}{d} - \frac{\lambda_{12}}{u_1 - d}$,

$$b_{12} = \frac{\lambda_{21}}{d} + \frac{\lambda_{12}}{p \cdot u_2 + (1-p) \cdot u_1 - d}$$

$$b_{01} = b_{02} = 0$$

Les conditions pour que les valeurs propres soient distinctes sont donc

$$u_1 \neq \frac{\lambda_{21} + \lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot d \text{ pour } \alpha = 1$$

$$p \cdot u_2 + (1-p) \cdot u_1 \neq \frac{\lambda_{21} + \lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot d \text{ pour } \alpha = 2$$

Avec les conditions d'existence du régime permanent telles que posées dans la section précédente, ces inégalités sont respectées. ${V_\alpha}'^{-1} \cdot \Lambda^T$ est donc diagonalisable et nous pouvons utiliser l'équation (8).

6.1.3.2 Relations supplémentaires entre densités de probabilité et fonction de masse

les équations de Kolmogorov sont complétées par :

- l'équation différentielle décrivant l'évolution de la fonction de masse en z_1 :

$$\frac{d}{dt}P_{z_1}(t) = -\lambda_{12}\cdot P_{z_1}(t) + v_{11}\cdot f_{11}(z_1^-,t)$$
$$-\lambda_{12}\cdot P_{z_1}(t) + v_{11}\cdot f_{11}(z_1^-,t) = 0 \text{ en régime permanent} \quad (9)$$

- l'équation de continuité de la densité de probabilité en z_2 :

$$v_{11}\cdot f_{11}(z_2^+,t) - (p\cdot v_{21} + (1-p)\cdot v_{11})\cdot f_{21}(z_2^-,t) = 0$$
$$v_{12}\cdot f_{12}(z_2^+,t) - v_{22}\cdot f_{22}(z_2^-,t) = 0 \quad (10)$$

- Les conditions aux limites en - ∞ :

$$\lim_{z\to-\infty}\vec{f}_2(x,t) = 0 \quad (11)$$

- l'équation de normalisation, afin de commuter la probabilité de masse en z_1 et la densité de probabilité en régime permanent :

$$P_{z_1}^{ss} + \int_{z_2}^{z_1} f_{11}(x,t)\cdot dx + \int_{-\infty}^{z_2} f_{21}(x,t)\cdot dx = \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{12}+\lambda_{21}}$$
$$\int_{z_2}^{z_1} f_{12}(x,t)\cdot dx + \int_{-\infty}^{z_2} f_{22}(x,t)\cdot dx = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{12}+\lambda_{21}} \quad (12)$$

Les équations (9), (11) et (12) sont identiques à celles proposées dans Pellerin et al. (2008).

6.1.3.3 Résolution du système d'équations

Les équations (8), (9), (10), (11) et (12) forment un système d'équations avec les inconnues $P_{z_1}^{ss}$, $f_{11}(z_1)$, $f_{12}(z_1)$, $f_{21}(z_2)$et $f_{22}(z_2)$. La résolution de ce système d'équations fournit l'expression de ces inconnues en fonction uniquement de z_1 et z_2. Il suffit ensuite de remplacer ces termes dans les expressions des densités de probabilité et enfin dans

l'expression du coût total. On obtient ainsi l'expression analytique du coût moyen total par unité de temps sur le long terme en fonction de z_1 et z_2.

6.1.4 Procédure de résolution sous MAPLE 7

Nous avons construit une procédure à l'aide du logiciel de calcul formel MAPLE 7. Cette procédure permet notamment de résoudre le système d'équations, puis de trouver rapidement l'expression J(z_1, z_2), de tracer la courbe de J en fonction de z_1 et z_2 et de trouver les valeurs optimales J^*, z_1^* et z_2^* en ayant entré initialement les paramètres du système (coûts et taux de réfection, taux de la demande, taux de transition entre les états du système, coûts de retard et de stockage). L'Annexe B présente cette procédure ainsi que les résultats pour l'exemple proposée dans le chapitre 4. Elle comporte également une vérification de la convexité de la fonction coût par rapport à z_1 et z_2.

L'Annexe C rassemble sous forme de tableau les résultats pour différentes probabilité de disponibilité p et différentes combinaisons de paramètres de coûts partant de l'exemple numérique décrit dans le chapitre 4. J^-, J^+, J_0, J_1 et J_2 désignent les différentes composantes du coût total, respectivement le coût des retards, de stockage et de réfection dans les modes α = 0, 1, 2. De même R_0, R_1, R_2^- et R_2^+ désignent les proportions de temps passées dans les régions $x = \{z_1\}$, $[z_2, z_1]$, $[0, z_2]$ et $]-\infty, 0]$.

6.2 Résolution basée sur la simulation

Dans les chapitres 3, 4, 5, des méthodes de détermination des paramètres optimaux de la politique de contrôle basées sur des modèles de simulation ont été utilisées, soit pour vérifier les résultats de la résolution analytique, soit en complément de plans d'expérience et d'outils statistiques (Statistica 6.0). Ces modèles de simulation ont été construits avec le logiciel Awesim 2 et le langage Visual SLAM.

L'idée est de simuler le comportement des modèles de simulation en régime permanent et ainsi d'obtenir les valeurs des moyennes des stocks, des probabilité de chaque mode de réfection α et le nombre de commandes le cas échéant, nécessaires pour construire le coût moyen total J pour différentes combinaisons des paramètres de loi de contrôle choisie (z_1, z_2 ou z_1, z_2, s, Q ou Z, s, Q).

6.2.1 Méthode de résolution par plan d'expériences, simulation et analyse

Afin d'obtenir une approximation de la relation entre le coût moyen total par unité de temps sur le long terme et les paramètres de la politique de contrôle, nous avons besoin d'une part de données sur le coût pour différentes combinaisons de paramètres d'entrée et d'autre part d'outils d'analyse statistique. La Figure 6.1 représente schématiquement les étapes de la méthode de résolution numérique.

Dans un premier temps, nous choisissons et écrivons un plan d'expérience approprié avec Excel, que nous avons ensuite simulé avec Awesim. Les résultats de chaque simulation, c'est-à-dire les moyennes des stocks, les probabilités stationnaires des modes de réfection et le nombre de commande de pièces de remplacement le cas échéant sont exportés automatiquement par Awesim dans un fichier Excel à la fin des simulations. Ces données sont multipliées par les paramètres de coûts de stockage, retard, réfection et commande le cas échéant, puis additionnées pour obtenir la valeur du coût total pour chaque simulation, donc pour chaque combinaison de paramètres d'entrée. À l'aide du logiciel d'analyse statistique Statistica 6.0, nous exploitons ces résultats pour déterminer l'influence des facteurs, c'est-à-dire les paramètres de la politique de contrôle, et de leurs interactions, puis pour construire un modèle de régression du coût à partir duquel les paramètres et le coût optimaux sont calculés.

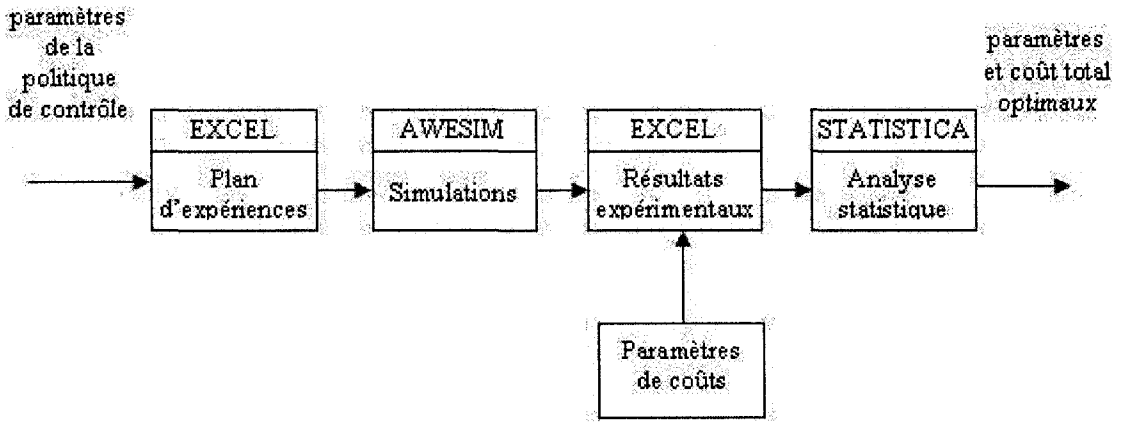


Figure 6.1 Aspects méthodologiques de la résolution par plan d'expérience, simulation et analyse statistique

6.2.2 Présentation du logiciel AWESIM et du langage Visual SLAM

Awesim est un programme qui supporte l'ensemble des tâches nécessaires pour effectuer un projet de simulation. Il permet en outre de stocker, récupérer, parcourir et communiquer avec des applications extérieures. La caractéristique principale de l'architecture d'Awesim est son ouverture et son interconnexion avec des logiciels de bases de données, des tableurs et des traitements de texte tels que ceux contenus dans Microsoft Office. Awesim étant programmé en Visual Basic et en C/C++, les programmes écrits dans ces langages sont facilement incorporable dans son architecture. Les détails sur les capacités et les applications d'Awesim sont développé dans Pritsker et O'Reilly (1999).

Un projet développé sur Awesim consiste en plusieurs scénarii de simulation. Chaque scénario s'articule autour principalement d'un ou plusieurs réseaux et sous réseaux, des fichiers de données utilisateur, des insertions d'utilisateurs, d'un contrôle que l'on peut construire avec Awesim.

Awesim utilise le langage de simulation à usage universel Visual SLAM qui permet de construire des modèles discrets, continus ou discrets et continus. Dans les modèles discrets, les variables évoluent de manière discrète lors d'évènements dans le temps et la dynamique du système est représentée en avançant le temps de simulation d'un évènement à l'autre. Dans les modèles continus, la dynamique du système est régie par des équations différentielles.

6.2.2.1 Modèles de simulation avec Visual SLAM

Dans les modèles développés dans nos travaux, nous avons utilisé une combinaison de modélisation discrète et continue. Chaque modèle est constitué des composants suivants :

- un réseau, qui représente les évènements discrets et les flux d'entité (produits, information,...) sous forme graphique par des nœuds, branches et activités. Le réseau modélise les politiques de contrôle, grâce à des nœuds qui détectent les franchissements des seuils par les variables de stock, et les transitions entre réfection planifiée et réparation non planifiée. Le réseau est en fait un raccourci pour utiliser des programmes de logiques préécrits,
- un fichier de contrôle, qui définit les conditions expérimentales (durée de la simulation, le pas de temps, le nombre de simulations), les variables du système avec leurs conditions initiales, les lois de distribution pour les phénomènes aléatoires, ainsi que les collectes de données statistiques,
- un fichier d'insertion d'utilisateur en C/C++, dans lequel on a inscrit les équations différentielles qui donne l'évolution des variables continues dans le temps.

Nous présentons en Annexe D les modèles de simulation construits dans le cadre de nos travaux de recherche. Pour le modèle avec probabilités de disponibilité des pièces de

rechange, un seul modèle a été développé et utilisé, il s'agit de celui mentionné dans les chapitres 3 et 4 et qui est en outre expliqué sous forme de bloc-diagramme dans le chapitre 3. Pour le modèle avec politique d'approvisionnement en pièces de rechange, abordé dans le chapitre 5, trois modèles de simulation ont été construits : deux modèles pour la politique à deux seuils critiques (un avec une distribution normale modifiée pour représenter le délai stochastique τ, un autre pour les autres distributions) et un modèle pour la politique à un seul seuil critique.

Awesim facilite la répétition d'expériences et l'exécution les unes à la suite des autres des expériences d'un plan d'expérience en important depuis un fichier Excel les facteurs du plan d'expérience, dans notre cas les paramètres de la politique de contrôle (z_1, z_2 ou z_1, z_2, s, Q ou Z, s, Q), et en exportant l'ensemble des résultats des expériences dans un fichier Excel. Ces actions sont représentées dans le fichier réseau de chaque modèle de simulation.

6.2.2.2 Génération des aléas pour un modèle stochastique

Puisque l'on a affaire à des modèles stochastiques, les aléas doivent être représentés et générer lors de la simulation de ces modèles. Dans notre cas, avec les modèles développés, les aléas correspondent aux phénomènes suivants :

- La transition entre la réfection planifiée des équipements en fin de vie ($\xi = 1$) et la réparation non planifiée des équipements en service à la suite de défaillances majeurs ($\xi = 2$). Puisque l'on modélise ce processus par une chaîne de Markov avec taux de transition constant λ_{12}, et λ_{21}, les durées de passage d'un état à l'autre suivent des lois de distribution exponentielles de paramètres λ_{12}^{-1} et λ_{21}^{-1}.
- Pour l'approvisionnement en pièces de remplacement, le modèle avec probabilités de disponibilité de pièces de remplacement indique que dans chaque intervalle t et $t + \Delta t$, la probabilité d'avoir des pièces est p. Pour le

modèle avec politique d'approvisionnement intégrés, les incertitudes résident dans le délai de livraison τ qui suivent une distribution soit exponentielle, gamma, log-normale ou normale (voir chapitre 5).

Dans toute simulation, il est nécessaire de construire des échantillons artificiels qui respectent les distributions statistiques des variables aléatoires intervenant dans les phénomènes à simuler. Awesim est capable d'engendrer des nombres aléatoires uniformément distribués $U(0,1)$ de façon rapide et efficace à partir desquels les variables aléatoires des distributions dont nous avons besoin sont obtenues.

Il existe quatre approches fondamentales, toutes utilisées par Awesim, pour générer des échantillons aléatoires (Pritsker et O'Reilly, 1999) à partir d'une distribution uniformément distribuée sur [0, 1[, à savoir :

- La méthode de la transformation inverse, notamment utilisée pour la loi exponentielle. Il s'agit d'engendrer une variable aléatoire X ayant une fonction de répartition $F(x)$ continue et strictement croissante et pour laquelle $F^{-1}(x)$ existe. La fonction de répartition étant définie sur [0, 1[, si r_i est une suite de nombres au hasard uniformément distribués sur [0, 1[, il est possible de générer les variables x_i dont la fonction de répartition est $F(x)$ en écrivant :

$$x_i = F^{-1}(r_i)$$

- La méthode du rejet, utilisée par exemple pour la loi normale en complément de la méthode de Box et Muller (Pritsker et O'Reilly, 1999). La procédure commence par la génération de deux nombres aléatoires X et U selon une loi uniforme. Le couple (X, U) définit la position d'un point dans un plan. On peut alors montrer que la densité de probabilité de la distribution recherchée Y s'exprime en fonction de l'évènement $M = \{U \leq f_y(X)\}$ par $f_y(x) = f_y(x \mid M)$. Pour simuler une variable X de distribution identique à celle de Y, il suffit alors de sélectionner les tirages de (X, U) vérifiant M et de rejeter les autres.

- La méthode de composition, par exemple pour la loi de Poisson. Cette méthode s'applique quand la fonction de distribution $F(x)$ peut se décomposer en une somme pondérer de n fonctions de distributions $F_1(x)$, $F_2(x)$, ..., $F_n(x)$. Le problème revient alors à générer ces fonctions de distributions (par exemple pour la loi de Poisson, cela revient à générer des lois exponentielles avec la méthode de la transformation inverse), tel que :

$$F(x) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i \cdot F_i(x)$$

- Les méthodes employant des propriétés particulières. Dans de nombreux cas, la loi de distribution à générer possède des propriétés particulières qui la relie à une autre loi de distribution et qui permettent d'en déterminer facilement un échantillon. C'est la cas par exemple de la loi log-normale, qui est telle que si N est un échantillon construit avec la loi normale, alors $L = e^N$ est distribuée selon la loi log-normale.

La génération d'échantillons d'une loi de distribution requiert un ou plusieurs échantillons aléatoires uniformément distribués entre 0 et 1. Il existe au moins trois méthodes différentes pour obtenir des nombres aléatoires pour une simulation numérique :

- les tables de nombres aléatoires. L'ordinateur lit une table de nombres aléatoires et utilisent ces nombres comme données pour la simulation. La méthode a pour avantage la reproductibilité de la séquence de nombres et pour inconvénients majeurs la lenteur relative, du fait de la lecture de la table par l'ordinateur, et le besoin d'un espace de stockage important pour la table,
- l'observation de phénomènes physiques, tel que la radioactivité, les bruits thermiques ou électromagnétiques et la mécanique quantique. Une telle méthode n'est par contre pas reproductible,

- les générateurs de nombres pseudo aléatoires. Cette méthode repose sur l'emploi d'une équation récursive qui génère le $(i+1)^{ème}$ nombre aléatoire en fonction des i nombres précédents. Même si cette séquence est déterministe et donc non réellement aléatoire, les nombres sont approximativement indépendants les uns des autres et donc considérés comme pseudo-aléatoires. Un générateur de nombres aléatoires efficace soit avoir certaines propriétés. Ces nombres doivent être indépendants et uniformément distribués sur [0, 1[. On cherchera de plus à avoir un nombre important de termes avant de générer un nombre déjà obtenu (longueur de la période du générateur). La séquence de nombre doit également être reproductible et enfin le générateur doit être rapide et nécessité peu de places.

Awesim utilise cette dernière méthode, et plus particulièrement la méthode congruentielle linéaire qui repose sur l'équation récursive suivante :

$$t_{i+1} = (a \cdot z_i + b)(\mathrm{mod}\, c) \quad i = 0, 1, 2, \ldots$$

$$r_{i+1} = \frac{t_{i+1}}{c}$$

Où *mod* représente la fonction donnant le reste de la division euclidienne, t_0 est la graine du générateur et r_i le $i^{ème}$ nombre pseudo-aléatoire. Awesim utilise les paramètres b = 0, $a = 7^5$, $c = 2^{31} - 1$ qui correspondent au générateur communément appelé standard minimal, proposé par Park et Lewis (1988). Dans sa banque de données, Awesim propose en outre 100 chaînes de nombres aléatoires, chacune associée à une graine différente. On peut résumer la génération des phénomènes aléatoires avec le logiciel Awesim par la démarche présentée à la Figure 6.2. Deux phénomènes aléatoires doivent être simulés pour le modèle avec probabilité de disponibilité des pièces de remplacement (λ_{12}^{-1} et λ_{21}^{-1}) et trois pour le modèle avec contrôle de l'approvisionnement (λ_{12}^{-1}, λ_{21}^{-1} et τ).

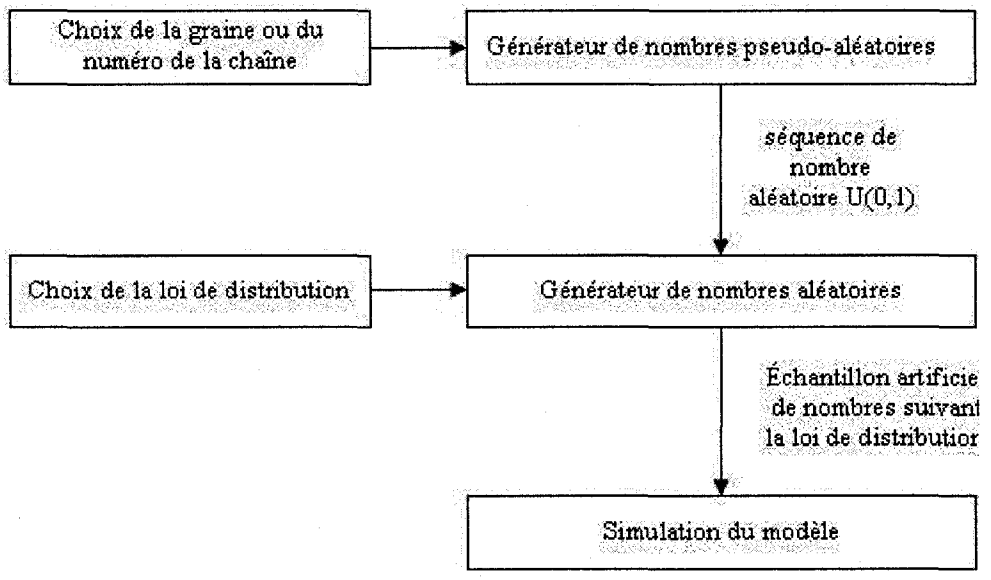


Figure 6.2 Génération des phénomènes aléatoires avec AWESIM

On utilisera pour chacun d'entre eux une graine et donc une séquence de nombres aléatoires différentes.

Notons que dans le cas de la loi normale, que nous avons utilisé pour modéliser le délai de livraison τ ($\tau \geq 0$), Awesim renvoie un échantillon dont les valeurs peuvent être négatives. Des modifications dans le réseau ont été effectuées afin de renvoyer une valeur nulle pour le délai lorsque le nombre issu de l'échantillon est négatif. La loi de distribution testée est donc une loi normale modifiée dans lequel la densité de probabilité est nulle avant 0. Il est possible de montrer, grâce à la fonction génératrice des moments, que nous avons la relation suivante entre les moyennes et écart-types :

$$\mu' = \mu \cdot \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) + \sigma \cdot \varphi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)$$

$$\sigma' = \left\{\left(\mu \cdot \sigma - \sigma^2\right)\left[\varphi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)\right]^2 + \sigma^2 \cdot \left[\Phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)\right]^2 - 2\mu \cdot \sigma \cdot \varphi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) \cdot \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)\right\}^{1/2}$$

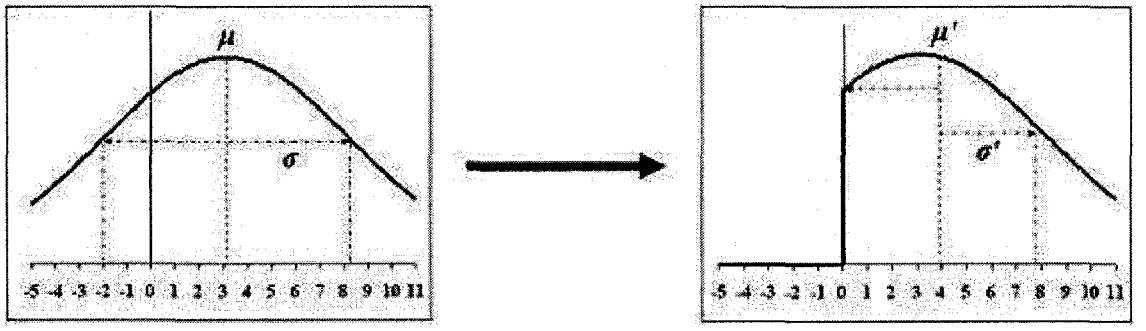


Figure 6.3 Loi normale modifiée utilisée pour le délai stochastique

où μ et σ sont la moyenne et l'écart type de la loi normale non modifiée, μ' et σ' sont la moyenne et l'écart type de la loi normale ainsi modifiée, φ et Φ représentent respectivement la densité de probabilité et la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. Par exemple avec une loi normale initiale (μ = 3.14 et σ = 5.17), on obtient une loi de distribution avec ($\mu' = \sigma' = 4$), telle que représentée sur la Figure 6.3.

6.2.2.3 Conditions d'existence d'un régime stationnaire

Pour le modèle avec probabilité de disponibilité de pièces de rechange, les conditions d'existence d'un régime stationnaire et de la convergence du coût total J vers une valeur unique sont présentées dans la section 6.1.1.

Les critères d'existence d'un régime stationnaire pour la variable x_2 dans le cas d'un modèle d'approvisionnement avec délais stochastiques sont identiques. La probabilité stationnaire d'avoir des pièces de rechange disponibles, intervenant dans l'équation (3) présentée en 6.1.1, dépend dans ce cas de la politique de contrôle de la réfection, de la politique d'approvisionnement et du délai stochastique. Notons qu'avec la condition sur le taux de réparation u_1, il y aura régime stationnaire pour la variable x_2 pour toute valeur de la probabilité de disponibilité.

Il convient de vérifier également la convergence des termes du coût total qui dépendent de l'approvisionnement. La variable x_1 étant comprise entre 0 et $s+Q$ avec une politique (s, Q), sa moyenne atteindra un régime stationnaire. De plus, pour une quantité d'approvisionnement donnée, la relation suivante garantie que la somme des coûts de passation de commande est bornée:

$$0 < (N-1)\cdot Q \le u_2 \cdot T \cdot \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{12}+\lambda_{21}} \quad \text{avec } \theta_{N-1} < T \le \theta_N$$

$$0 < \frac{N \cdot K}{T} \le u_2 \cdot \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{12}+\lambda_{21}} \cdot \frac{K}{Q} + \frac{K}{T}$$

$$0 < \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \mathrm{E}\left[\sum_{i=1}^{N} K\right] \le u_2 \cdot \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{12}+\lambda_{21}} \cdot \frac{K}{Q}$$

Ainsi, le coût total J dans le modèle d'approvisionnement avec délai atteint un régime stationnaire avec la condition (3) présentée en 6.1.1.

6.2.2.4 Durée de simulation et régime permanent

Le critère de performance utilisé dans notre problème d'optimisation est le coût moyen total par unité de temps sur le long terme. En effet, les modèles étudiés étant stochastiques, il est nécessaire de simuler le système sur une longue période pour atteindre le régime permanent. Nous avons donc simulé chaque modèle plusieurs fois dans des conditions identiques (coûts et taux de réfection, demande, ...), en utilisant cependant d'un essai à l'autre des séquences de nombres aléatoires différentes pour générer les phénomènes aléatoires (durées entre réparation non planifiée et durées de ces réparations, durée de livraison). Ces simulations répétées sont appelées réplications.

La Figure 6.4 présente la courbe de l'évolution du coût moyen total J en fonction du temps de simulation pour le modèle avec probabilité de disponibilité de pièces de

remplacement. Dix réplications du cas basique présenté au chapitre 4 ont été effectuées, représentées par les courbes numérotés de 1 à 10. Les courbes MOYENNE, MIN et MAX représentent, pour chaque temps de simulation, respectivement la moyenne, le minimum et le maximum des dix coûts obtenus par les réplications. Les courbes MOYENNE -0.5% et MOYENNE +0.5% correspondent aux valeurs de la courbe MOYENNE respectivement avec -1% et +1% pour mettre en évidence un couloir de convergence .On remarque qu'au bout de 200,000 unités de temps, l'écart entre les valeurs extrêmes des dix réplications est inférieur à 1% de la valeur moyenne. On considérera donc que le régime permanent est atteint au bout de cette durée qui sera utilisée comme durée de simulation.

De même, nous présentons à Figure 6.5 le coût J en fonction du temps de simulation pour le modèle de simulation avec politique d'approvisionnement dans le cas d'une politique $(z_1, z_2, s, Q) = (25, 5, 10, 50)$ avec les paramètres de coûts et de durées du cas basique étudié dans le chapitre 5. En effectuant également dix réplications, nous

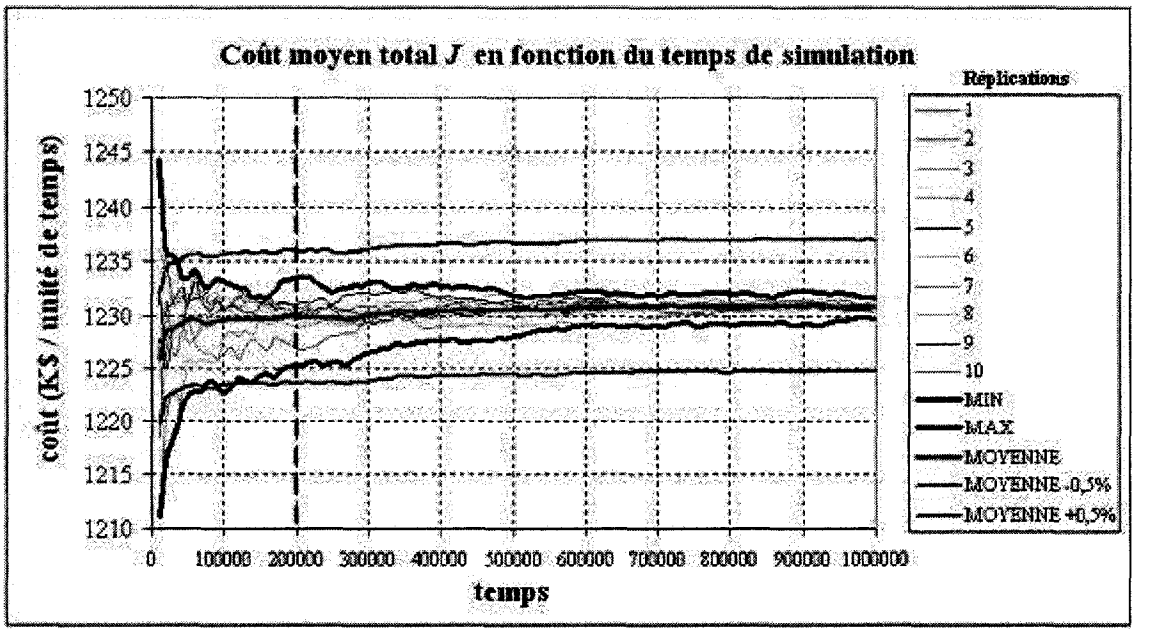


Figure 6.4 Régime permanent pour le modèle avec probabilité de disponibilité de pièces de remplacement

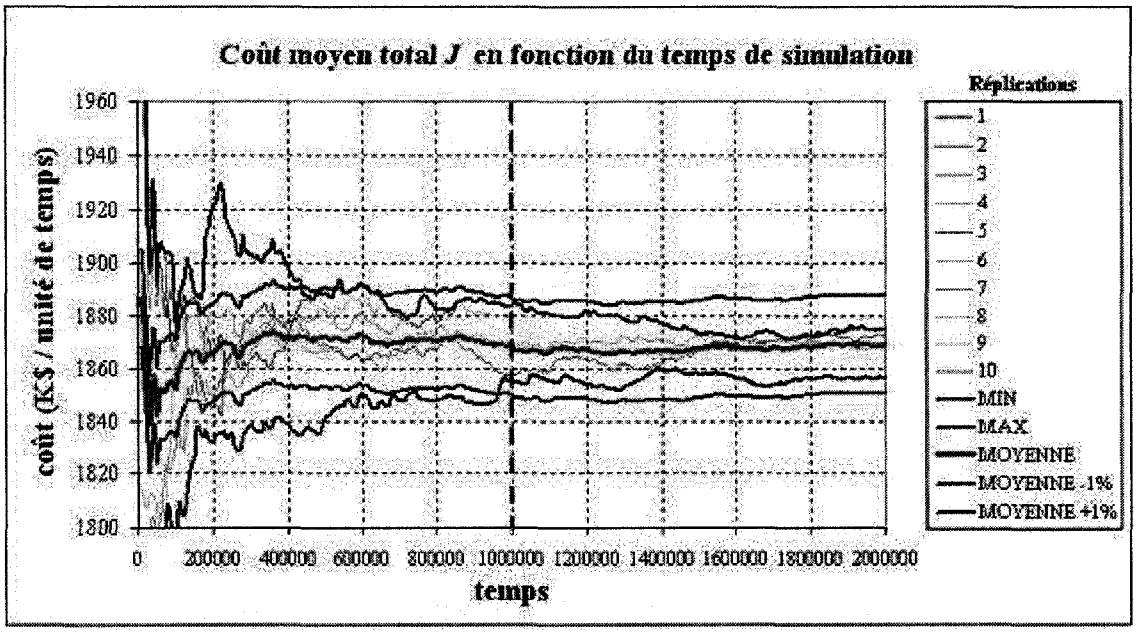


Figure 6.5 Régime permanent pour le modèle avec politique d'approvisionnement en pièces de remplacement

montrons qu'au bout de 1,000,000 unités de temps, les coûts obtenus pour les dix réplications rentrent dans un couloir de convergence de ± 1% autour de la moyenne. Nous concluons que le régime permanent est atteint au bout d'une durée de 1,000,000 unités de temps, qui sera utilisée comme durée de simulation pour nos expériences.

6.2.3 Plan d'expériences

Un plan d'expériences est un plan de collectes de données qui seront ensuite exploitées avec des outils statistiques. Dans les chapitres 3 et 5 nous avons employés des plans d'expériences pour obtenir le coût total pour un certain nombre de combinaisons des variables d'entrées (les paramètres de la politique de contrôle). Ces expériences sont menées dans les mêmes conditions (coûts et taux de réfection, coûts de stockage et de retards, coût de commande, durées de simulation, loi de probabilité pour décrire les

phénomènes aléatoires, ...). Le Tableau 6.1 résume les plans d'expérience appliqués dans nos travaux.

Au début de ce chapitre, nous avons pu voir que pour notre modèle de système hybride de réfection et de réparation avec probabilité de disponibilités de pièces de remplacement la fonction reliant le coût total J et les variables (z_1, z_2) est une fonction convexe. Cette propriété de convexité justifie la recherche d'un modèle de régression du second ordre pour approximer cette fonction et donc un plan factoriel complet avec 3 modalités pour chaque facteur z_1 et z_2 (Montgomery, 2001). Dans le cas du modèle de réfection avec politique d'approvisionnement, notre politique de contrôle s'inspire de Hajji et al. (2008a), qui ont montré la convexité de la fonction de valeur et du coût total pour un problème de contrôle conjoint de la production et de l'approvisionnement d'un FMS. Nous poserons donc comme hypothèse que le coût total est convexe par rapport à la politique de contrôle et donc par rapport aux variables (z_1, z_2, s, Q) et de même nous choisirons un plan factoriel complet avec 3 modalités pour chaque facteur (z_1, z_2, s, Q).

Afin de pouvoir détecter et mesurer l'erreur expérimentale, c'est-à-dire l'effet de toutes les sources de variabilité connues et inconnues, nous avons répliqué plusieurs fois chaque plan d'expérience. Les expériences au sein d'un même plan d'expérience utilisent la même séquence de nombres aléatoires pour générer les phénomènes aléatoires. Cette technique permet de diminuer la variance entre les expériences (Pritsker

Tableau 6.1 Plans d'expérience utilisés pour les simulations

modèle		paramètres de la politique de contrôle	plan d'expérience	réplications
modèle avec probabilité de disponibilité		z_1, z_2	3^2	3
modèle avec approvisionnement	avec deux seuils critiques pour la réfection	z_1, z_2, s, Q	3^4	5
	avec un seuil critique pour la réfection	Z, s, Q	3^3	5

et O'Reilly, 1999) et d'avoir exactement les mêmes conditions, à part les variables d'entrées. Au contraire, chaque réplication du plan utilise une séquence de nombres aléatoires différente, afin de mesurer l'erreur expérimentale liée aux phénomènes aléatoires générés.

L'ensemble des plans d'expérience et des résultats expérimentaux pour le modèle avec probabilité de disponibilité de pièces de remplacement et pour le modèle avec politique d'approvisionnement sont respectivement présentés dans les Annexes E et F.

6.2.4 Analyse statistique

Une fois le plan d'expérience simulé par Awesim, les résultats expérimentaux sont combinés aux paramètres de coût à l'aide d'Excel pour obtenir le coût total moyen par unité de temps sur le long terme pour chaque expérience. Nous utilisons ensuite le logiciel d'analyse statistique Statistica 6.0 pour établir la relation entre la variable dépendante (le coût) et les variables indépendantes (les paramètres de la politique de contrôle). Par exemple, pour le modèle de système de réfection contrôlé par une politique à deux seuils z_1 et z_2, combinée à une politique d'approvisionnement (s, Q), nous utilisons le modèle de régression suivant :

$$y = \beta_0 + \gamma_n + \beta_1 \cdot z_1 + \beta_2 \cdot z_2 + \beta_3 \cdot s + \beta_4 \cdot Q + \beta_{11} \cdot z_1^2 + \beta_{22} \cdot z_2^2 + \beta_{33} \cdot s^2 + \beta_{44} \cdot Q^2$$

$$+ \beta_{12} \cdot z_1 \cdot z_2 + \beta_{13} \cdot z_1 \cdot s + \beta_{14} \cdot z_1 \cdot Q + \beta_{23} \cdot z_2 \cdot s + \beta_{24} \cdot z_2 \cdot Q + \beta_{34} \cdot s \cdot Q + \varepsilon$$

où β_i et β_{ij} sont les coefficients à déterminer, γ_n l'effet des réplications et ε l'erreur expérimentale.

Les modalités des variables indépendantes sont codées en -1, 0 et 1 pour obtenir un modèle de régression avec des variables centrées réduites. Il est alors possible de

comparer la contribution relative de l'impact de chaque facteur sur la variable de réponse.

6.2.4.1 Analyse de la variance ANOVA

L'analyse de la variance (ANOVA) est une technique statistique permettant de tester si les variables indépendantes et leurs interactions ont une influence sur la variable dépendante en considérant un modèle ajusté, soit, dans notre cas, un modèle du second ordre. De même, l'influence des réplications des expériences, correspondant à différentes séquences de nombres pseudo-aléatoires, est testée. L'influence de ces variables est quantifiée en effectuant des tests de comparaison entre les moyennes avec le test de Student.

Le Table 5.1, présenté dans le chapitre 5, représente les résultats de l'ANOVA effectuée sur les résultats expérimentaux du plan d'expérience 3^4 x 5. Il en ressort que tous les facteurs principaux et toutes les interactions sont significatives, à l'exception de l'interaction $z_1 \cdot s$. De même, le facteur bloc n'a aucune influence, ce qui signifie que l'utilisation de séquences de nombres pseudo-aléatoires différentes pour répéter les expériences n'influence pas les résultats expérimentaux. On peut donc les traiter comme des répétitions des expériences et considérer leur effet négligeable dans ε, de même pour les effets de l'interaction $z_1 \cdot s$. De plus, le coefficient de détermination ajusté R_{adj}^2 indique que 95.21% de la variabilité du système est expliqué par les facteurs et les interactions considérés.

On peut ainsi réduire pour cet exemple le modèle de régression à :

$$y = \beta_0 + \beta_1 \cdot z_1 + \beta_2 \cdot z_2 + \beta_3 \cdot s + \beta_4 \cdot Q + \beta_{11} \cdot z_1^2 + \beta_{22} \cdot z_2^2 + \beta_{33} \cdot s^2 + \beta_{44} \cdot Q^2$$

$$+ \beta_{12} \cdot z_1 \cdot z_2 + \beta_{14} \cdot z_1 \cdot Q + \beta_{13} \cdot z_2 \cdot s + \beta_{24} \cdot z_2 \cdot Q + \beta_{34} \cdot s \cdot Q + \varepsilon$$

6.2.4.2 Analyse des résidus

La validité d'une analyse ANOVA requiert de vérifier les que les hypothèses de bases suivantes ne sont pas violées :

- l'erreur expérimentale ε est normalement distribuée (nécessaire pour utiliser le test de Student),
- elle a une espérance nulle,
- elle est indépendante des observations,

Ces hypothèses sont vérifiées a posteriori par diverses méthodes. En premier lieu, nous vérifions que l'erreur est normalement distribuée en effectuant la méthode de la droite de Henry, présentée à la Figure 6.6, qui permet graphiquement de comparer la distribution de l'erreur expérimentale à une distribution normale. On peut en outre estimer graphiquement que l'espérance de l'erreur est nulle.

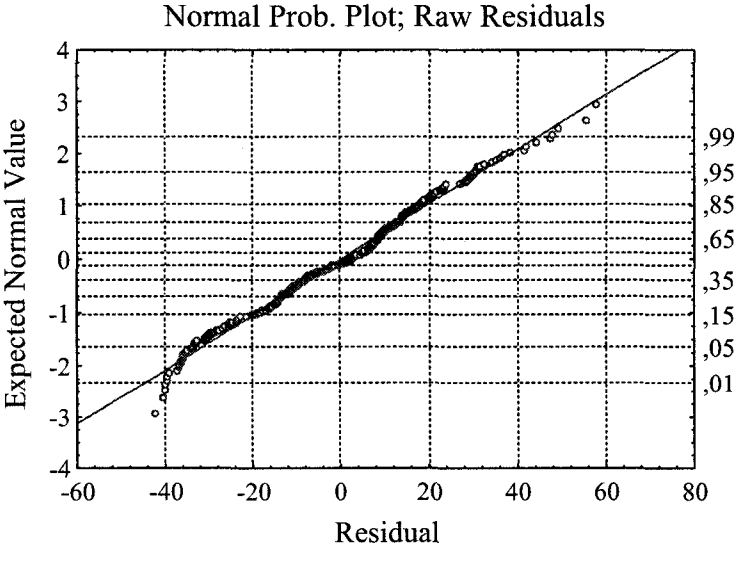


Figure 6.6 Droite de Henry de l'erreur expérimentale

Dans un second temps, nous avons vérifié l'hypothèse d'indépendance des résidus par rapport aux observations, plus précisément par en les comparant aux facteurs, aux prédictions, aux observations, et à l'ordre des simulations. Dans ce but, on représente sur la Figure 6.7 le graphique des résidus en fonction des niveaux (-1, 0, 1) pour chaque facteur (z_1, z_2, s, Q). Ces graphiques montrent que les résidus sont indépendants des facteurs (coefficient de corrélation quasi nul) et centrés en 0. D'autre part que les droites délimitant l'intervalle de confiance sont quasiment parallèles, témoignant de l'indépendance des résidus par rapport aux niveaux pour chaque facteur.

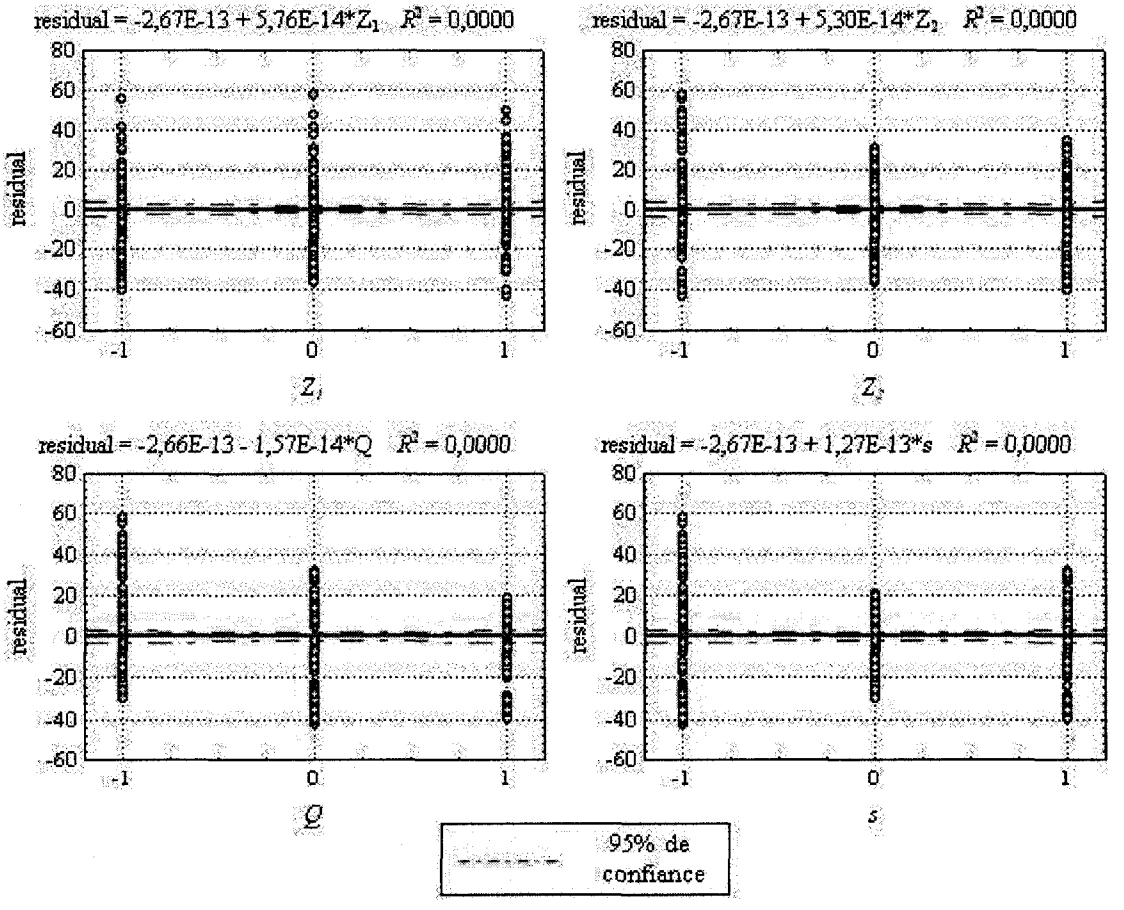


Figure 6.7 Résidus en fonction des facteurs

Le graphique des résidus en fonction des valeurs prédites par l'équation de prédiction, à la Figure 6.8, nous permet de conclure sur l'indépendance des résidus par rapport aux valeurs prédites. Ce qui est confirmé par le graphe de comparaison entre les valeurs observées et prédites. De même le graphique des résidus en fonction de l'ordre des simulations à la Figure 6.9 nous montre l'indépendance des résidus par rapport à l'ordre des expériences.

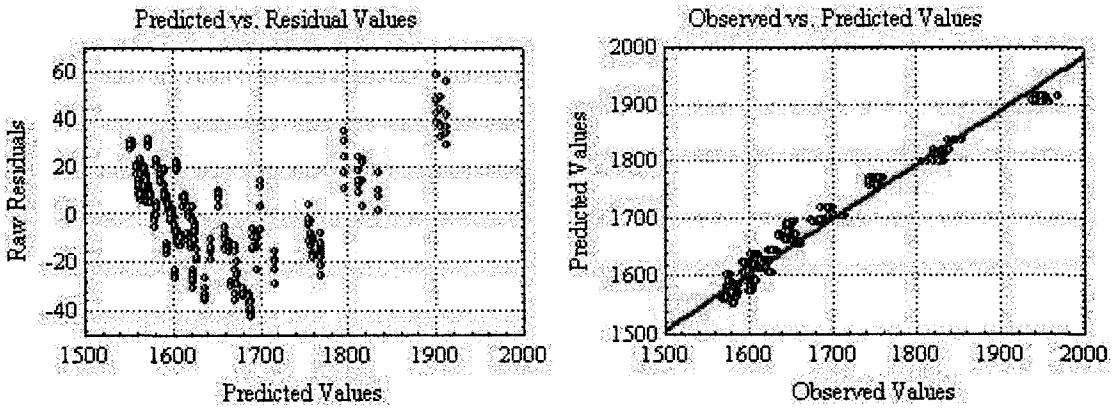


Figure 6.8 Résidus en fonction des valeurs prédites et observées

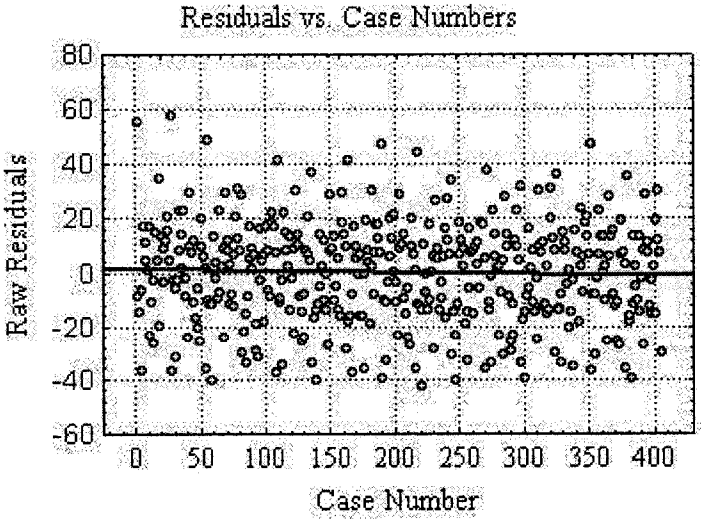


Figure 6.9 Résidus en fonction de l'ordre des simulations

6.2.4.3 Optimisation par la méthode des surfaces de réponse

La méthode des surfaces de réponse a pour but de déterminer la fonction reliant le coût total J et les facteurs, par exemple z_1, z_2, s et Q. Le modèle de régression est le suivant :

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_1 + \beta_2 \cdot X_2 + \cdots + \beta_k \cdot X_k + \cdots + \beta_m \cdot X_m + \varepsilon$$

où X_k et β_k, $k = 0..m$, représentent respectivement les facteurs et interactions significatifs trouvés par l'analyse de la variance ANOVA (par exemple $X_1 = z_1$,$X_2 = z_2$, $X_3 = s$, $X_4 = Q$, $X_5 = z_1^2$, $X_9 = z_1.z_2$, etc…) et les coefficients de régression associés.

Nous utilisons les notations matricielles suivantes :

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}, \; X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & .. & x_{1k} & .. & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & .. & x_{2k} & .. & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & .. & \vdots & .. & \\ 1 & x_{i1} & x_{i2} & .. & x_{ik} & .. & x_{im} \\ \vdots & \vdots & \vdots & .. & \vdots & .. & \\ 1 & x_{N1} & x_{N2} & .. & x_{Nk} & .. & x_{Nm} \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix}$$

où x_{ik} représente la valeur d'entrée (-1, 0, 1) de la variable X_k lors de la $i^{ème}$ expérience, y_i représente la moyenne des coûts observées lors de la $i^{ème}$ expérience (par exemple, la moyenne des 5 réplications faites pour les 3^4 expériences du plan d'expériences).

Par la méthode des moindres carrés, nous cherchons à minimiser la distance entre les observations et les prévisions qui sont obtenues avec le modèle de régression, tel que :

$$\underset{B}{Min} \sum_i \left(y_i - \sum_k \beta_k \cdot x_{ik} \right)^2$$

qui peut se ramener au systèmes d'équations linéaires :

$$\left(X^T \cdot X\right) \cdot B = X^T \cdot Y$$

dont la solution, en notant par $\hat{B}$ la matrice des estimateurs des coefficients, est :

$$\hat{B} = \left(X^T \cdot X\right)^{-1} \cdot X^T \cdot Y$$

L'équation de prédiction devient :

$$\hat{Y} = X \cdot \hat{B}$$

Dans un second temps, nous cherchons les points critiques de cette équation de prédiction. Revenons désormais à la notation suivante :

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_1 + \beta_2 \cdot X_2 + \cdots + \beta_l \cdot X_l + \cdots + \beta_{11} \cdot X_1^{\,2} + \cdots + \beta_{12} \cdot X_1 \cdot X_2 + \cdots$$

et en notant :

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_l \end{bmatrix},\ \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_l \end{bmatrix} \text{ et la matrice symétrique } H = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11} & \frac{\hat{\beta}_{12}}{2} & \cdots & \frac{\hat{\beta}_{1k}}{2} & \cdots & \frac{\hat{\beta}_{1m}}{2} \\ & \hat{\beta}_{22} & \cdots & \frac{\hat{\beta}_{2k}}{2} & \cdots & \frac{\hat{\beta}_{2m}}{2} \\ & & \ddots & & & \vdots \\ & & & \ddots & & \frac{\hat{\beta}_{km}}{2} \\ & & & & \ddots & \vdots \\ & & & & & \hat{\beta}_{mm} \end{bmatrix},$$

le modèle ajusté prend la forme matricielle :

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + X^T \cdot \hat{\beta} + X^T \cdot H \cdot X$$

Les points critiques sont dérivées par :

$$\frac{\delta Y}{\delta X} = \hat{\beta} + 2 \cdot H \cdot X = 0,$$

et on obtient le points critique : $X_s = -\frac{1}{2} \cdot H^{-1} \cdot \hat{\beta}$,

$$Y_s = \hat{\beta}_0 + \frac{1}{2} \cdot X_s^T \cdot \hat{\beta}$$

Le problème d'optimisation posée dans nos travaux est un problème de minimisation du coût en fonction des paramètres de la politique de contrôle. Il faut donc s'assurer que la surface représentée par l'équation de prédiction soit bien convexe, et non concave ou qu'elle ne possède pas de points d'inflexion. Cette information est fournie par le signe des valeurs propres de la matrice H: s'ils sont tous positifs, le point critique est un minimum de la fonction, s'ils sont tous négatifs, le point est un maximum et s'ils sont de signes différents, le point est un minimax.

Dans le cas basique développé au chapitre 5, cette méthode des surfaces de réponse est utilisée pour trouver l'équation de prédiction du second ordre dont le point stationnaire est un minimum. La Figure 5.4 représente la fonction J autour du point optimale (z_1^*, z_2^*, s^*, Q^*).

6.3 Conclusion

Ce chapitre développe les aspects méthodologiques et théoriques reliés aux approches de résolution par simulation et analytique utilisées dans ces travaux de recherche. Pour la méthode analytique, nous avons présenté les équations de Kolmogorov, les étapes de la résolution et la procédure de résolution analytique avec Maple. Pour l'approche basée sur la simulation, nous avons présenté notre approche globale, puis présenté le logiciel Awesim et le langage Visual SLAM, expliqué la méthode de génération des aléas et l'obtention du régime permanent, justifié nos plans d'expérience. Ensuite les aspects théoriques associés à l'analyse de la variance, des résidus et de la méthode de surface de réponse ont été rappelés.

CHAPITRE 7 : DISCUSION GÉNÉRALE

Ce chapitre présente une discussion sur certains aspects méthodologiques et sur nos résultats analytiques et expérimentaux. Dans un premier temps, les résultats obtenus entre les deux modèles présentés dans nos travaux aux chapitres 3, 4 et 5 sont comparés. Puis nous discutons des politiques de contrôles proposées et des modèles en comparaison de la revue de littérature.

7.1 Analyse des résultats obtenus pour les deux modèles d'approvisionnement

À partir des applications numériques proposées dans les chapitres 3, 4 et 5, nous avons pu constater l'importance du choix du modèle et la politique utilisée dans l'interprétation des résultats numériques. Notons que les paramètres de coûts, de taux, de transition entre réfection planifiée et réparation non planifiée utilisés pour le modèle avec probabilité de disponibilité de pièces de remplacement et pour le modèle avec délai stochastique de livraison sont identiques. Ceci nous autorise à pouvoir comparer les valeurs optimales trouvées dans les deux cas.

7.1.1 Comparaison des analyses de sensibilité

Pour ces deux modèles, nous avons testé la sensibilité de la politique de contrôle en variant les paramètres du système de la même manière, présentées dans le Table 4.1 et Table 5.2. La comparaison des deux modèles nous permet de constater que les seuils

optimaux de réfection ont des valeurs deux fois plus importantes dans le cas où l'approvisionnement est contrôlé conjointement, dans chacun des cas testés. En comparant de manière plus précise les réactions des modèles aux variations des coûts du système de réfection (coûts de réfection et coûts de stockage/retards), nous constatons que les seuils de la politique MHPP évoluent dans les mêmes directions, mais avec des amplitudes différentes (plus faible dans le cas de la politique conjointe). En effet, ces variations de coûts ont aussi une influence sur le point de commande et la quantité de commande de l'approvisionnement en pièces de rechange, montrant que la politique d'approvisionnement réagit aux variations des paramètres du système de réfection. En examinant l'analyse de sensibilité des paramètres de l'approvisionnement (coût de passation de commande et coût de stockage), on constate, dans le modèle avec approvisionnement, que la politique de contrôle de la réfection est affectée par les variations des paramètres de l'approvisionnement.

7.1.2 Comparaison de la réaction des modèles à une variation de l'incertitude de l'approvisionnement

Dans le modèle avec probabilité de disponibilité de pièces de rechange, nous avons observé dans le Table 3.3, la Figure 4.6 et la Figure 4.7 qu'une diminution de cette probabilité entraîne une augmentation des niveaux des seuils d'inventaire de la politique MHPP. Le système et la politique de contrôle tendent à se protéger en augmentant les niveaux des seuils d'inventaire. Au contraire, dans le second modèle, la politique de contrôle conjointe réagit à une plus grande variabilité du délai de livraison en augmentant les paramètres de la politique d'approvisionnement et en affectant que beaucoup moins les seuils d'inventaire de la politique de contrôle de la réfection. Notons dans ce cas que la disponibilité moyenne de l'inventaire de pièces de remplacement demeure à peu près constante, mettant en évidence que dans notre modèle à plusieurs

étages, l'augmentation de la variabilité du délai de livraison est en grande partie absorbée par l'adaptation de la politique d'approvisionnement.

7.1.3 Intérêt de contrôler conjointement réfection et approvisionnement en pièces de rechange

Nous pouvons conclure de cette comparaison entre les modèles que la politique conjointe est plus robuste que la politique MHPP étudiée avec probabilité de disponibilité de pièces de rechange. D'autre part, les paramètres de l'approvisionnement ayant une influence sur les seuils de réfection et inversement les paramètres du système de réfection ayant une influence sur le point de commande et la quantité commandée, il convient de considérer et de contrôler ensemble réfection et approvisionnement de pièces de rechange.

7.1.4 Simulations et résultats analytiques

Les résultats expérimentaux obtenus par l'approche de résolution par simulation, plan d'expériences et méthode des surfaces de réponse et les résultats mathématiques pour les exemples numériques proposés dans le chapitre 4 nous ont permis de valider nos résultats mathématiques et notre approche de résolution par simulation. Le modèle de simulation du chapitre 5, avec politique d'approvisionnement, a ensuite été construit à partir du modèle de simulation du chapitre 4, avec probabilité de disponibilité de pièces de rechange, et a servi de support à la résolution par simulation pour trouver la valeur optimale des paramètres de la politique de contrôle. Ces travaux suggèrent que la simulation, bien définie et bien utilisée, est un outil pour examiner le comportement dynamique d'un système et permet de résoudre des problèmes plus complexes ou en dehors des modèles théoriques.

Dans le chapitre 3, un plan d'expérience à 3^2 répliqué trois fois, avec des simulations de 200,000 unités de temps pour atteindre le régime permanent, a été exécuté. Dans le chapitre 5, un plan d'expérience à 3^4 répliqué cinq fois, avec des simulations de 1,000,000 unités de temps, a été testé. La résolution du modèle avec politique d'approvisionnement et délai stochastique a ainsi pris 75 fois plus de temps à être exécuté. Le choix du modèle, de la politique de contrôle et du plan d'expériences ont ainsi un impact sur la durée de simulation du système, suggérant pour des problèmes plus complexes de diminuer la taille du plan d'expériences avec par exemple des plans fractionnaires.

7.2 Comparaion des résultats expérimentaux avec la littérature

7.2.1 Similitudes avec les travaux portant sur la politique HPP

Dans le premier cas, le choix d'une politique de contrôle à seuils déclenchant l'exécution des modes de réfection prédéfinis découle de la littérature dans le domaine des FMS et de l'intuition que le choix entre réparation et remplacement est liée au niveau d'inventaire d'équipements disponible (Gharbi et al., 2008). La littérature nous montre que si les politiques HPP sont optimales sous certaines hypothèses et pour des modèles simples, comme dans le cas de Akella et Kumar (1986), elles sont proches de la politique optimale pour des cas plus complexes ou en relâchant certaines hypothèses (Gharbi et Kenné, 2003 ; Kenné et Gharbi, 2000 ; Hajji, Gharbi et Kenné, 2004). Ces travaux utilisent par exemple la méthode numérique de Kushner (Kushner et Dupuis, 1992) pour montrer la structure approchée de la politique optimale, puis une méthode de résolution par simulation, plan d'expériences et outils statistiques pour trouver la valeur optimale des paramètres de la politique de contrôle dans des applications numériques. Une structure approchée a l'avantage de proposer une politique plus simple à utiliser que la politique optimale. C'est ce même souci d'avoir une politique de contrôle simple,

pour un système simple (deux états du système, un seul type de produits) qui nous a conduit à proposer une politique de contrôle dans la famille des HPP.

Les résultats expérimentaux des travaux de Pellerin et al. (2008) et de Gharbi et al. (2008), qui portent sur le contrôle de systèmes hybrides de réparation et de réfection sans condition sur la disponibilité du mode de remplacement, sont par ailleurs semblables aux nôtres quant à l'interprétation des analyses de sensibilité et quant à l'intérêt d'une politique MHPP par rapport à une politique à un seuil MHPP.

7.2.2 Similitudes avec les travaux portant sur l'approvisionnement non fiable

La politique d'approvisionnement proposée dans nos travaux découlent d'une part des résultats de Hajji, Gharbi et Kenné (2008), qui ont montré qu'une politique conjointe HPP et (s, Q) permet d'approximer la politique de contrôle optimale d'un système de production soumis à des pannes de machines et de son approvisionnement, et d'autre part des travaux dans le domaine de l'approvisionnement non fiable. Ce domaine de littérature montre que les politiques simples ((s, Q) ou (s, S)), sont optimales dans le cas de modèles simples avec pertes de ventes et délais stochastiques sous certaines hypothèses (Hill et Johansen, 2006). Dans les autres cas, cette politique est posée comme point de départ et une méthode de détermination des valeurs optimales des paramètres s et Q est proposée (Hadley et Within, 1963 ; Mohebbi et Posner, 1998). Ces politiques ont l'avantage d'être souvent utilisées dans la pratique par les gestionnaires.

7.2.3 Influence de la variabilité du délai de livraison

Certains auteurs ont l'influence de la variabilité du délai de livraison des modèles d'approvisionnement simples avec une politique (s, Q). Il en ressort que de manière générale, varier la variance du délai de livraison a plus d'impact que varier sa moyenne.

De plus l'augmentation de la variabilité du délai de livraison a généralement pour conséquence l'augmentation du coût total. Par exemple, Mohebbi et Posner (1998) ont étudié le cas d'un modèle avec perte de ventes et ont montré, avec des distributions erlang et hyperexponentielle, que plus la variabilité du délai augmente, plus le coût total et la quantité optimale Q augmentent, sans cependant trouver de tendance monotone dans la variation de s. He, Kim et Hayya (2005) ont montré de leur coté, avec une distribution uniforme tronquée, et pour un modèle avec retards possibles, que plus la variabilité du délai augmente, plus s, Q et le coût optimal augmente.

Pour des systèmes plus complexes, on pourra parfois obtenir des résultats contre intuitifs, tel qu'une diminution du coût total quand le délai de livraison. Inderfurth et van der Laan (2001), Kiemuller (2003) Zanoni, Ferretti et Tang (2005) ont observé un tel phénomène, appelé paradoxe de délai, dans les systèmes hybrides de production et de réfection commandés par des politiques de contrôle PULL ou PUSH. S'ils ont remarqué que l'augmentation du délai d'acquisition ou de production augmente le coût total, l'augmentation du délai de réfection entraîne dans certains cas une augmentation du coût total.

En conclusion, selon les particularités des modèles étudiés, l'augmentation du délai de livraison n'entraîne pas systématiquement une augmentation du coût total et des paramètres de commandes optimaux. Nous ne pouvons donc pas comparer nos résultats sur l'effet de la moyenne et de la variabilité du délai de livraison à ceux trouvés dans la littérature. On notera toutefois que nos résultats suivent les conclusions généralement faites dans la littérature, à savoir qu'une augmentation de la variabilité du délai ou de sa moyenne entraîne une augmentation des paramètres de la politique d'approvisionnement et une augmentation du coût total.

7.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons discuté de nos résultats expérimentaux, en comparant entre eux les résultats des deux modèles d'approvisionnement étudiés dans nos travaux de recherche en regard de la revue de littérature présentée au début du mémoire. Nous concluons de l'intérêt de relâcher l'hypothèse d'approvisionnement parfait et de contrôler conjointement la réfection et l'approvisionnement dans les systèmes hybrides de réparation et de réfection.

CONCLUSION

Le secteur de la réfection est un secteur de plus en plus économiquement important. Il croît au rythme de la législation de plus en plus restrictive sur la gestion des produits en fin de vie et de la prise de conscience des industriels qu'ils peuvent améliorer leur productivité en récupérant la valeur ajoutée restante des produits usagés. Le développement de la réfection exige cependant des outils de gestion qui soient adaptés aux nombreuses contraintes, parmi lesquelles une grande variabilité dans la qualité des items à remettre à neuf et donc une variabilité dans les séquences de réparation à effectuer. Dans ce contexte, ce travail de recherche s'est intéressé plus particulièrement aux systèmes hybrides de réparation et de réfection de biens d'équipements. Un tel système partage ses ressources manufacturières entre réparation d'équipements suite à une défaillance majeure et réfection planifiée des équipements en fin de vie. La réfection consiste en la réparation ou le remplacement d'un composant.

Initialement, les modèles hybrides de réparation et de réfection considéraient l'approvisionnement comme parfait. Notre objectif global de recherche était de trouver une politique de contrôle du taux de réfection qui prenne en considération un approvisionnement non fiable en pièces de rechange, car il limite l'utilisation du mode de remplacement. Pour cela, nous avons proposé deux modèles pour l'approvisionnement. Nous avons considéré pour le premier modèle que l'approvisionnement était extérieur à notre problème d'optimisation et intervenait sous la forme d'une probabilité de disponibilité des pièces de remplacement. Le second modèle englobe la gestion de l'approvisionnement dans son périmètre et propose une politique conjointe de réfection et d'approvisionnement avec un délai stochastique de livraison. Pour chacun de ces modèles, nous avons proposé une politique de contrôle dans la famille des MHPP qui permet de contrôler le taux de réfection en fonction de seuils de l'inventaire d'équipements disponibles. L'approvisionnement est, dans le

second modèle, contrôlé par une politique (s, Q). Le problème d'optimisation du coût total moyen par unité de temps sur le long terme est alors équivalent à la détermination des valeurs optimales des paramètres de la politique de contrôle pour chaque modèle.

- Dans l'article "*Optimization of the control policy for a stochastic remanufacturing system with unreliable replacement parts supply*", nous proposons une politique de contrôle à deux seuils et développons un modèle de simulation du système avec le logiciel Awesim 2. Ce modèle est validé en comparant les résultats dans le cas particulier où l'approvisionnement est fiable avec ceux obtenus dans la littérature.
- Dans l'article "*Control of a repair and overhaul system with probabilistic parts availability*", nous avons montré les équations (forward) de Kolmogorov qui expriment l'évolution des densités de probabilité de la position d'inventaire. Puis nous déterminons de manière analytique l'expression du coût total en fonction des deux seuils critiques de la politique MHPP modifiée. À l'aide d'une procédure sous Maple 7, les valeurs optimales sont dérivées et comparées à celles obtenus avec le modèle de simulation dans l'article précédent. Cette étape valide notre développement mathématique.
- Dans l'article « *Joint Hybrid Repair and Remanufacturing Systems and Supply Control*", le problème d'optimisation conjointe du contrôle de la réfection et de l'approvisionnement ne peut être dérivé analytiquement. Nous proposons une politique à deux seuils critiques associée à une politique d'approvisionnement (s, Q) et utilisons une méthode de résolution combinant simulation, plan d'expériences et méthode des surfaces de réponse. Cette approche est utilisée sur plusieurs exemples et confirme l'intérêt de la simulation pour résoudre les problèmes d'optimisation trop complexes ou mathématiquement non solvables, notamment dans notre problème de gestion de la réfection avec approvisionnement non fiable.

La nature complexe et stochastique des opérations de réfection est un obstacle à l'application des méthodes traditionnelles de gestion de la production ou de l'inventaire. Ces travaux proposent une politiques de contrôle facile à implanter, avec une structure simple de niveaux d'inventaire qui délimite l'exécution de modes prédéfinies de réparation et de remplacement et qui peut être combinée à une politique classique d'approvisionnement (s, Q). La sélection de ces modes prédéfinis, en termes de coûts et de durées d'exécution, doit être consciencieusement faite par les gestionnaires avec une vision d'ensemble, alors que cette décision revient souvent dans la pratique à l'ouvrier effectuant cette tâche.

Une extension logique de ces travaux serait de prendre en considération la nature stochastique de la qualité des équipements à remettre à neuf, qui parfois n'autorise pas de réparation et doit être remplacé. On pourrait par exemple considérer une probabilité de ne pouvoir réparer l'équipement. Cette extension permettrait une résolution analytique comme pour la probabilité de disponibilités de pièces de rechange présentée dans nos travaux.

Généralement, s'appuyer sur différents fournisseurs permet de répartir les incertitudes sur les délais et la qualité des commandes et d'avoir des délais effectifs réduits. C'est le principe de l'approvisionnement multiple (*dual sourcing*) dans lequel on répartit la commande à passer en plusieurs commandes auprès de fournisseurs qui peuvent posséder des coûts, délais et des qualités différents. Il s'agit ensuite de faire un compromis entre les coûts fixes de commandes et les avantages escomptés. La variabilité du délai de livraison ayant un impact important sur le cout total du système hybride de réparation et de réfection et de l'approvisionnement, sans pour autant être un élément contrôlable, proposer un modèle à plusieurs fournisseurs peut être une possibilité pour en diminuer l'effet.

Nos modèles considèrent la réfection, la réparation et l'approvisionnement en pièces de rechange d'un type unique de produit. Dans la mesure où un équipement est dans la

réalité composé de multiple composants et étant donné que le système hybride de réparation et de réfection possède des ressources manufacturières polyvalentes, étudier le cas de plusieurs types d'équipements ou de composants est également une extension de notre modèle. Dans ce cas, chaque type de produits ou composant possède un stock d'inventaire, un taux de demande et est contrôlé par un taux de réfection différent. Les taux de réfection à déterminer sont alors reliés par une contrainte de capacité finie. L'application de l'approche de résolution par simulation, plans d'expériences et outils statistiques devrait permettre de résoudre ce genre de problème de contrôle, à l'image des travaux effectués dans le contrôle des FMS.

BIBLIOGRAPHIE

Akella, R., et Kumar, P. R. (1986). Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system. *IEEE Transactions on Automatic Control, 31*(2), 116-126.

Amini, M. M., Retzlaff-Roberts, D., et Bienstock, C. C. (2005). Designing a reverse logistics operation for short cycle time repair services. *International Journal of Production Economics, 96*, 367-380.

Aras, N., Boyaci, T., et Verter, V. (2004). The effect of categorizing returned products in remanufacturing. *IIE Transactions, 36*, 319-331.

Bacghi, U. (1987). Modeling lead-time demand for lumpy demand and variable lead time. *Naval Research Logistics, 34*(5), 687-704.

Beltran, J. L., et Krass, D. (2002). Dynamic lot sizing with returning items and disposals. *IIE Transactions, 34*, 437-448.

Bensoussan, A., Crouhy, M., et Proth, J. (1983). *Mathematical Theory of Production Planning*. Amsterdam: North-Holland.

Berthaut, F., Pellerin, R., et Gharbi, A. (2008). Control of repair and overhaul systems with probabilistic parts availability. *To appear in Production Planning & Control.*

Bielecki, T., et Kumar, P. R. (1987). Optimality of zero-inventory policies for unreliable manufacturing systems. *Operations Research, 36*(4), 532-541.

Bookbinder, J. H., et Çakanyildirim, M. (1999). Random lead times and expedites orders in (Q, r) inventory systems. *European Journal of Operational Research, 115*, 300-313.

Boukas, E. K., et Haurie, A. (1990). Manufacturing flow control and preventive maintenance: A stochastic control approach. *IEEE Transactions on Automatic Control, 35*(9), 1024-1031.

Brezavscek, A., et Hudoklin, A. (2003). Joint optimization of block-replacement and periodi-review spra-provisioning policy. *IEEE Transactions on Reliability, 52*(1), 112-117.

Buchanan, D. J., et Abad, P. L. (1998). Optimal policy for a periodic review returnable inventory system. *IIE Transactions, 30*, 1049-1055.

Buchanan, D. J., et Love, R. F. (1985). A (Q, R) inventory modle with lost sales and Erlang-distributed lead times. *Naval Research Logistics Quaterly, 32*, 605-611.

Cheng, F., et Sethi, S. P. (1999). Optimality of state-dependent (s, S) policies in inventory models with markov-modulated demand and lost sales. *Production and Operations Management, 8*(2), 183-192.

Cho, D. I., et Parlar, M. (1991). A survey of maintenance models for multi-unit systems. *European Journal of Operational Research, 51*, 1-23.

Ciarallo, F. W., Akella, R., et Morton, T. E. (1994). A periodic review, production planning model with uncertain capacity and uncertain demand-optimality of extended myopic policies. *Management Science, 40*(3), 320-332.

Cohen, M. A., Nahmias, S., et Pierskalla, W. P. (1980). A dynamic inventory system with recycling. *Naval Research Logistics Quaterly, 27*(2), 289-296.

Cox, I., J. F., et Blackstone Jr., J. H. (2002). *APICS Dictionary* (10th ed.). Alexandria, VA: APICS-Educational Society for Ressource Management.

Dobos, I., et Richter, K. (2004). An extended production/recycling model with stationary demand and return rates. *International Journal of Production Economics, 90*, 311-323.

Dobos, I., et Richter, K. (2006). A production/recycling model with quality consideration. *International Journal of Production Economics, 104*, 571-579.

Duffuaa, S. O., et Andijani, A. A. (1999). An integrated simulation model for effective planning of maintenance operations for Saudi Arabian Airlines (SAUDIA) *Production PLanning & Control, 10*, 579-584.

Fargher, J. S. W. (1997). Three shops, three strategies: using MRP-II, JIT and TOC in remanufacturing cells. *National Productivity Review, Autumn*, 77-93.

Feng, Y., et Yang, H. (2002). Optimal production control in a dicrete manufacturing system with unreliable machines and random demands. *IEEE Transactions on Automatic Control, 45*, 2280-2296.

Flapper, S. D. P. (1994). On the logistic aspects of integrating procurement, production and recycling by lean and agile-wise companies. *Proceedings of the 27th International Symposium on Automotive Technology and Automotion*, Aachen, Germany. Pergamon Press Ltd.

Fleischmann, M., Bloemof-Ruwaard, J. M., Dekker, R., Van der Laan, E., Van Numen, J. A. E. E., et Van Wassenhove, L. N. (1997). Quantitative models for reverse logistics: A review. *European Journal of Operational Research, 103*, 1-17.

Fleischmann, M., et Kuik, R. (2003). On optimal inventory control with independent stochastic item returns. *European Journal of Operational Research, 151*, 25-37.

Fleischmann, M., Kuik, R., et Dekker, R. (2002). Controlling inventories with stochastic item returns: A basic model. *European Journal of Operational Research, 138*, 63-75.

Gharbi, A., et Kenne, J. P. (2003). Optimal production control problem in stochastic multiple-product multiple-machine manufacturing systems. *IEEE Transactions, 35*, 941-952.

Gharbi, A., Pellerin, R., et Sadr, J. (2008). Production rate control for stochastic remanufacturing systems. *International Journal of Production Economics, 112*(1), 37-47.

Gharbi, A., Pellerin, R., et Villeneuve, L. (1999). A new constraint based approach for overhaul project scheduling with work space constraints. *International Journal of industrial Engineering, 6*(1), 123-131.

Giuntini, R., et Gaudette, K. (2003). Remanufacturing: The next great opportunity for boosting US productivity. *Business Horizons*, 41-48.

Guide Jr., V. D. R. (1996). Scheduling using drum-buffer-rope in a remanufacturing environment. *International Journal of Production Research, 34*, 1081-1091.

Guide Jr., V. D. R. (2000). Production planning and control for remanufacturing: industry practice and research needs. *Journal of Operations Management, 18*(4), 467-483.

Guide Jr., V. D. R., Kraus, M. E., et Srivastava, R. (1997). Scheduling policies for remanufacturing. *International Journal of Production Economics, 48*, 187-204.

Guide Jr., V. D. R., Souza, G. C., et Van der Laan, E. (2005). Performance of static priority rules for shared facilities in remanufacturing shop with disassembly and reassembly. *European Journal of Operational Research, 164*(2), 341-353.

Guide Jr., V. D. R., et Srivastava, R. (1997). Repairable inventory theory: Models and applications. *European Journal of Operational Research, 102*, 1-20.

Guide Jr., V. D. R., Srivastava, R., et Spencer, M. S. (1997). An evaluation of capacity planning techniques in a remanufacturing environment. *International Journal of Production Research, 5*(1), 67-82.

Guiffrida, A. L., et Nagi, R. (2006). Cost characterizations of supply chain delivery performance. *International Journal of Production Economics, 102*, 22-36.

Güllü, R., Önol, E., et Erkip, N. (1999). Analysis of an inventory system under supply uncertainty. *International Journal of Production Economics, 59*, 377-385.

Gungor, A., et Gupta, S. M. (1999). Issues in environmentally conscious manufacturing and product recovery: a survey. *Computers & Industrial Engineering, 36*, 811-853.

Hadley, G., et Whitin, T. M. (1963). *Analysis of Inventory Systems*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Hajji, A., Gharbi, A., et Kenne, J. P. (2004). Production and set-up control of a failure-prone manufacturing system. *International Journal of Production Research, 42*(6), 1107-1130.

Hajji, A., Gharbi, A., et Kenne, J. P. (2008). Joint production and supply control in three levels flexible manufacturing systems. *to appear in Journal of Intelligent Manufacturing.*

Hajji, A., Gharbi, A., et Kenne, J. P. (2008). Joint supply and manufacturing activities control in three levels unreliable supply chain. *to appear in International Journal of Production Research.*

He, X. J., Kim, J. G., et Hayya, J. C. (2005). the cost of lead-time variability: The case of the exponential distribution. *International Journal of Production Economics, 97*, 130-142.

Henig, M., et Gerchak, Y. (1990). Structure of periodic review policies in the presence of random yield. *Operations Research, 38*(4), 634-643.

Heyman, D. P. (1977). Optimal disposal policies for a single item inventory system with returns. *Naval Research Logistics Quaterly, 24*, 385-405.

Hill, R. M., et G., J. S. (2006). Optimal and near-optimal policies for lost sales inventory models with at most one replenishment order outstanding. *European Journal of Operational Research, 169*, 111-132.

Huang, R., Meng, L., Xi, L., et Liu, C. R. (2008). Modeling and analyzing a joint optimization policy of block-replacement and spare inventory with random-leadtime. *IEEE Transactions on Reliability, 57*(1), 113-124.

Inderfurth, K. (1997). Simple optimal replenishment and disposal policies for a product recovery system with leadtimes. *OR Spektrum, 19*, 111-122.

Inderfurth, K., et Van der Laan, E. (2001). Leadtime effects and policy improvement for stochastic inventory control with remanufacturing. *International Journal of Production Economics, 71*, 381-390.

Johansen, S. G. (2001). Pure and modified base stock policies for the lost sales inventory system with negligible set-up costs and constant lead times. *International Journal of Production Economics, 71*, 391-399.

Johansen, S. G., et Hill, R. M. (2000). The (r, Q) control of a periodic review inventory system with continuous demand and lost sales. *International Journal of Production Economics, 68*, 279-286.

Johansen, S. G., et Thortenson, A. (1993). Optimal and approximate (Q, r) inventory policies with lost sales and gamma-distributed lead time. *International Journal of Production Economics, 30-31*, 179-194.

Johnson, M. R., et Wang, M. H. (1995). Planning product disassembly for material recovery opportunities. *International Journal of Production Research, 33*(11), 3119-3142.

Kelle, P., et Silver, E. A. (1989). Purchasing policy of new containers considering random returns of previously issued containers. *IIE Transactions, 21*(4), 349-354.

Kenne, J. P., Boukas, E. K., et Gharbi, A. (2003). Control pf production and corrective maintenance rates in a multiple-machine, multiple-product manufacturing system. *Mathematical and Computer Modelling, 38*, 351-365.

Kenne, J. P., et Gharbi, A. (1999). Experimental design in production and maintenance control problem of a single machine, single product manufacturing system. *International Journal of Production Research, 37*(3), 621-637.

Kenne, J. P., et Gharbi, A. (2000). Production planning problem in manufacturing systems with general failure and repair time distributions. *Production Planning & Control, 11*(6), 581-588.

Kenné, J. P., et Gharbi, A. (2004). Stochastic optimal production planning control problem with corrective maintenance. *Computer and Industrial Engineering, 46*, 865-875.

Kenne, J. P., Gharbi, A., et Boukas, E. K. (1997). Control policy simulation based on machine age in a failure prone one-machine, one-product manufacturing system. *International Journal of Production Research, 35*(5), 1431-1445.

Kennedy, W. J., Patterson, J. W., et Fredendall, L. D. (2002). An overview of recent literature on spare parts inventories. *International Journal of Production Economics, 76*, 201-215.

Kiesmüller, G., Minner, S., et Kleber, R. (2000). Optimal control of a one product recovery system with backlogging. *IMA Journal of Mathematics in Business and Industry, 11*, 189-207.

Kiesmüller, G. P. (2003). A new approach for controlling a hybrid stochastic manufacturing/remanufacturing system with inventories and different leadtimes. *European Journal of Operational Research, 147*, 62-71.

Kiesmüller, G. P. (2003). Optimal control of a one product recovery system with leadtimes. *International Journal of Production Economics, 81-82*, 333-340.

Kiesmüller, G. P., et Minner, S. (2003). Simple expressions for findinc recovery system inventory control parameter values. *Journal of the Operational Research Society, 54*, 83-88.

Kiesmüller, G. P., et Scherer, C. W. (2003). Computational issues in a stochastic finite horizon one product recovery inventory model. *European Journal of Operational Research, 146*, 553-579.

Kiesmüller, G. P., et van der Laan, E. A. (2001). An inventory model with dependent product demands and returns. *International Journal of Production Economics, 72*, 73-87.

Kimemia, J. G., et Gerschwin, S. B. (1983). An algorithm for the computer control of production in flexible manufacturing systems. *IIE Transactions, 15*, 353-362.

Kleber, R., Mabini, S., et Kiesmüller, G. (2002). A continuous time inventory model for a product recovery system with multiple options. *International Journal of Production Economics, 79*, 121-141.

Koh, S. G., Hwang, H., Sohn, K. I., et Ko, C. S. (2002). An optimal ordering and recovery policy for reusable items. *Computer & Industrial Engineering, 43*, 59-73.

Kushner, H. J., et Dupuis, P. G. (1992). *Numerical Methods for Stochastic Control Problems in Continuous Time*. NY: Springer-verlag.

Lambert, A. J. D. (2003). Disassembly sequencing: a survey. *International Journal of Production Research, 41*(16), 3721-3759.

Lambert, A. J. D., et Gupta, S. M. (2005). *Disassembly Modeling for Assembly, Maintenance, Reuse, and Recycling. St. Lucie Press series on resource management.* Boca Raton, FL: CRC Press. Consulté le 4 novembre 2008, tiré de http://www.myilibrary.com?id=24225

Lee, W. (2005). A joint economic lot size model for raw material ordering, manufacturing setup, and finished goods delivering. *Omega, 33*, 163-174.

Lund, R. (1998). Remanufacturing: An American resource. *Proceedings of the 5th International congress on environmentally conscious design and manufacturing.* Consulté le 3 novembre 2008, tiré de http://www.bu.edu/reman/RemanSlides.pdf.

Mabini, M. C., Pintelon, L. M., et Gelders, L. F. (1998). EOQ type formulation for controlling repairable inventories. *International Journal of Production Economics, 54*, 173-192.

Mahadevan, B., Pyke, D. F., et Fleischmann, M. (2003). Periodic review, push inventory policies for remanufacturing. *European Journal of Operational Research, 151*, 536-551.

Malhamé, R. P., et Boukas, E. K. (1991). A renewal theoretic analysis of a class of manufacturing systems. *IEEE Transactions on Automatic Control, 36*, 580-587.

Mayers, C. K. (2007). Strategic, financial, and design implications of extended producer responsibility in Europe. *Journal of Industrial Ecology, 11*(3), 113-131.

Minner, S., et Kleber, R. (2001). Optimal control of productiona and remanufacturing in a simple recovery model with linear cost functions. *OR Spektrum, 23*, 3-24.

Mohebbi, E., et Posner, M. J. M. (1998). A continuous-review inventory system with lost sales and variable lead time. *Naval Research Logistics, 45*, 259-278.

Montgomery, D. C. (2001). *Design and Analysis of Experiments*. NY: John Wiley & Sons.

Morton, T. E. (1971). The near-myopic nature of the lagged-proportional-cost inventory problem with lost sales. *Operations Research, 19*, 1708-1716.

Muckstadt, J. A., et Isaac, M. H. (1981). An analysis of single items inventory systems with returns. *Naval Research Logistics Quaterly, 28*, 237-254.

Nahmias, S. (1979). Simple approximations for a variety of dynamic lead time lost-sales inventory models. *Operations Research, 27*, 904-924.

Nakashima, K., Arimitsu, H., Nose, T., et Kuriyama, S. (2004). Optimal control of a remanufacturing system. *International Journal of Production Research, 42*(17), 3619-3625.

Older, G. J., et Suri, R. (1980). Time optimal of part-routing in a manufacturing system with failure prone machines. *Proceedings of the 19th IEEE conference decisions controls*, Albuquerque, NM.

Ouyang, H., et Zhu, X. (2006). An inventory control system for remanufacture with disposal. *Proceedings of the IEEE conference on robotics, automation and mechatronics*, Bangkok, Thailand.

Panisset, B. D. (1988). MRP II for repair/refurbish industries. *Production and inventory Management Journal, 29*(4), 12-15.

Park, S. K., et Miller, K. W. (1988). Random number generators: Good ones are hard to find. *Coomunications of the ACM, 31*(10), 1192-1201.

Parlar, M. (1997). Continuous review inventory problem with random supply interruptions. *European Journal of Operational Research, 99*, 366-385.

Parlar, M., et Perry, D. (1995). Analysis of a (Q, r, T) inventory policy with deterministic and random yieds whrn future supply is uncertain. *European Journal of Operational Research, 84*, 431-443.

Parlar, M., et Perry, D. (1996). Inventory models of future supply uncertainty with single and multiple suppliers. *Naval Research Logistics, 43*, 191-210.

Pellerin, R. (1997). *Modèle d'ordonnancement dynamique de projets de réfection* (Ph.D., École Polytechnique de Montréal, Qc, Canada). *Dissertations Abstracts International, B59(12), 6441.*(UMI No. AAT NQ33018) Consulté le 3 novembre 2008, tiré de Proquest Dissertations and Theses.

Pellerin, R., Sadr, J., Gharbi, A., et Malhamé, R. P. (2008). A production rate control policy for closed-loop stochastic repair and remanufacturing systems. *International Journal of Production Economics (accepted for publication).*

Penev, K. D., et de Ron, A. J. (1996). Determination of a disassembly strategy. *International Journal of Production Research, 34*(2), 495-506.

Pinçe, Ç., Gürler, Ü., et Berk, E. (2008). A continuous review replenishment-disposal polocy for an inventory system with automous supply and fixed disposal costs. *European Journal of Operational Research, 190*, 421-442.

Pristker, A. A. B., et O'Reilly, J. J. O. (1999). *Simulation with Visual SLAM and Awesim*. NY: John Wiley & Sons.

Richter, K. (1996). The extended EOQ repair and waste disposal model. *International Journal of Production Economics, 45*, 443-447.

Richter, K., et Sombrutzki, M. (2000). Remanufacturing planning for the reverse Wagner/Within models. *European Journal of Operational Research, 121*, 304-315.

Richter, K., et Weber, J. (2001). The reverse Wagner#Within model with variable manufacturing and remanufacturing cost. *International Journal of Production Economics, 71*, 447-456.

Rishel, R. (1975). Control of systems with jump Markov disturbances. *IEEE Transactions on Automatic Control, 20*, 241-244.

Rogers, D. S., et Tibben-Lembke, R. S. (1998). *Going backwards: reverse logistics trends and practices*. Reno, NV. Consulté le 3 novembre 2008, tiré de http://www.rlec.org/reverse.pdf.

Rubio, S., Chamarro, A., et Miranda, F. J. (2008). Characteristics of the research on reverse logistics (1995–2005). *International Journal of Production Research, 46*(1), 1099-1120.

Rubio, S., et Corominas, A. (2008). Optimal manufacturing-remanufacturing policies in a lean production environment. *Computers & Industrial Engineering, 55*, 234-242.

Savaskan, R. C., Bhattacharya, S., et van Wassenhove, L. N. (2004). Close-loop supply chain models with product remanufacturing'. *Management Science, 50*(2), 229-252.

Schrady, D. A. (1967). A deterministic inventory model for repairable items. *Naval Research Logistics Quaterly, 14*, 391-398.

Sharifnia. (1988). Production control of manufacturing system with multiple machine state. *IEEE Transactions on Automatic Control, 33*(7), 620-625.

Sherbrooke, C. (1968). METRIC: A multi-echelon technique for recoverable item control. *Operations Research, 16*(2), 122-141.

Shreve, S. E. (1976). Abbreviated proof in the lost sales case. In D. P. Bersektas (éd.), *Dynamic programming and stochastic Control* (pp. 105-106). New York: Academic Press.

Simpson, V. P. (1978). OPtimum solution structure for a repairable inventory problem. *Operations Research, 26*(2), 270-281.

Song, J. S. (1994). The effect of leadtime uncertainty in a simple stochastic inventory model. *Management Science, 40*, 603-613.

Song, J. S., et Yao, D. D. (2002). Performance analysis and opimization of assemble-to-order system with ransom lead times. *Operations Research, 50*(5), 889-903.

Srivastava, S. K. (2007). Green supply-chain management: a state-of-the-art literature review. *International Journal of Management Reviews, 9*(1), 53-80.

Tajbakhsh, M. M., Zolfaghari, S., et Lee, C. G. (2007). Supply uncertainty and diversification: A review. In B. J. H. J. F. Chen (éd.), *Trends in supply chain design and Management: Technologies and methodologies* (pp. 345-368). London: Springer. http://www.springerlink.com/content/u181748306715334/.

Taleb, K. N., et Gupta, S. M. (1997). Disassembly of multiple product structures. *Computers & Industrial Engineering, 32*, 949-961.

Tang, O., et Grubbström, R. W. (2005). Considering stochastic lead times in a manufacturing/remanufacturing system with deterministic demands and returns. *International Journal of Production Economics, 93-94*, 285-300.

Teunter, R. H., Bayindir, Z. P., et van den Heuvel, W. (2006). Dynamic lot sizing with product returns and remanufacturing. *International Journal of Production Economics, 44*(20), 4377-4400.

Teunter, R. H., et Vlachos, D. (2002). On the necessity of a disposal option for returned items that can be remanufactured. *International Journal of Production Economics, 75*, 257-266.

Thierry, M., Salomon, M., van Nunen, J., et van Wassenhove, L. (1995). Strategic issues in product recovery management. *California Management Review, 37*(2), 114-135.

Toktay, L. B., Wein, L. M., et Zenios, S. A. (2000). Inventory management of remanufacturable products. *Management Science, 46*(11), 1412-1426.

United States Environmental Protection Agency. (1997). *Remanufacturing products: good as new.* Washington DC: US Government Printing Office, EPA530-N-002. Consulté le 3 novembre 2008, tiré de http://nlquery.epa.gov/epasearch/.

United States Environmental Protection Agency. (1998). *Macroeconomic importance of recycling and remanufacturing.* Washington DC: US Government Printing Office. Consulté le 3 novembre 2008, tiré de http://nlquery.epa.gov/epasearch/.

van der Laan, E., Salomon, M., et Dekker, R. (1999). An investigation of lead-time effects in manufacturing/remanufacturing systems under simple PUSH and PULL control strategies. *European Journal of Operational Research, 115*, 195-214.

van der Laan, E. A., Dekker, R., et Salomon, M. (1996). Product remanufacturing and disposal: A numerical comparison of alternative control strategies. *International Journal of Production Economics, 45*, 489-498.

van der Laan, E. A., Dekker, R., Salomon, M., et Ridder, A. (1996). An (s, Q) inventory model with remanufacturing and disposal. *International Journal of Production Economics, 46-47*, 339-350.

van der Laan, E. A., et Salomon, M. (1997). Production planning and inventory control with remanufacturing and disposal. *European Journal of Operational Research, 102*, 264-278.

van Donselaar, K., Kok, T., et Rutten, W. (1996). Two replenishment strategies for the lost sales inventory model: A comparison. *International Journal of Production Economics, 46-47*, 285-295.

Villeneuve, L., Pellerin, R., et Gharbi, A. (1998). Zone and ressource scheduling in remanufacturing systems. *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*.

Wagner, H. W., et Within, T. H. (1958). Dynamic version of the economic lot size model. *Management Science, 5*, 88-96.

Zanoni, S., Ferretti, I., et Tang, O. (2006). Cost performance and bullwhip effect in a hybrid manufacturing and remanufacturing system with different control policies. *International Journal of Production Research, 44*(18-19), 3847-3867.

Zipkin, P. H. (2000). *Foundations of Inventory Management*. New York: McGraw-Hill.

ANNEXE A : DÉMONSTRATION DES ÉQUATIONS FORWARD DE KOLMOGOROV

Nous posons ou rappelons les notations suivantes :

R_α région dans le mode α; $R_1 = \{x \in R \mid z_2 < x < z_1\}$ et $R_2 = \{x \in R \mid x < z_2\}$;

p probabilité de disponibilité des pièces de rechange;

ξ état du système de réfection; (ξ = 1, traitement des retours planifiés d'équipements à remettre à neuf; ξ = 2, traitement des retours non planifiés d'équipements à la suite d'une défaillance majeure);

$\lambda_{\xi\bar{\xi}}$ taux de transition de l'état ξ à $\bar{\xi}$; λ_{12} pour ξ = 1 et λ_{21} pour ξ = 2 ;

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -\lambda_{12} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{21} \end{bmatrix}$$

$v_{\alpha\xi}$ vitesse en mode α et dans l'état ξ, avec α = 1,2 et ξ = 1,2;

$V_\alpha = diag[v_{\alpha\zeta}]$;

$f_{\alpha\xi}$ densité de probabilité en mode α et dans l'état ξ, avec α = 1,2 et ξ = 1,2 ; $f_{\alpha i}(\gamma,t)d\gamma = \Pr[(\gamma < x(t) < \gamma + d\gamma) \cap (\xi(t) = i)]$ pour i= 1,2;

$f_{\alpha\xi}^{ss}$ densité de probabilité en régime stationnaire; $f_{\alpha\xi}^{ss}(x) = \lim_{t\to\infty} f_{\alpha\xi}(x,t)$; $\vec{f}_\alpha(x,t) = [f_{\alpha 1}(x,t) \quad f_{\alpha 2}(x,t)]^T$ pour α = 1,2;

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix};$$

Nous cherchons à déterminer la densité de probabilité de x à $t + \Delta t$ dans la région R_α et avec l'état ξ. Dans un premier temps, nous analysons les cas où $\{\alpha = 1$ et $\xi = 1,2\}$ et $\{\alpha = 2$ et $\xi = 2\}$ en x à $t + \Delta t$. Dans un second temps, nous examinerons le cas particulier où $\{\alpha = 2$ et $\xi = 1\}$ dans lequel la disponibilité des pièces de rechange intervient.

- $f_{\alpha\xi}(x,t+\Delta t)$ pour $\{\alpha = 1 \text{ et } \xi = 1,2\}$ ou $\{\alpha = 2 \text{ et } \xi = 2\}$:

- Une manière de se trouver en x à $t + \Delta t$ dans R_α avec l'état ξ est de se trouver en $x - \Delta x$ et dans l'état ξ à t et de n'avoir aucune transition de l'état du système pendant Δt. On a alors $\Delta t = \frac{\Delta x}{v_{\alpha\xi}}$ et la densité de probabilité de x à $t + \Delta t$:

$$f_{\alpha\xi}(x,t+\Delta t) = f_{\alpha\xi}(x-\Delta x,t)\cdot(1-\lambda_{\xi\bar{\xi}}\cdot\Delta t)$$
$$= -(1-\lambda_{\xi\bar{\xi}}\cdot\Delta t)\cdot\left(\frac{f_{\alpha\xi}(x,t)-f_{\alpha\xi}(x-\Delta x,t)}{\Delta x}\right)\cdot\Delta t\cdot v_{\alpha\zeta}$$
$$+ f_{\alpha\xi}(x,t)\cdot(1-\lambda_{\xi\bar{\xi}}\cdot\Delta t)$$

- se trouver $x+\Delta x$ et dans l'état $\bar{\xi}$ à t et avoir une transition pendant Δt. On a alors

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_{\alpha\bar{\xi}}} \text{ et } f_{\alpha\xi}(x,t+\Delta t) = f_{\alpha\bar{\xi}}(x-\Delta x,t)\cdot\lambda_{\bar{\xi}\xi}\cdot\Delta t\,.$$

- En ajoutant ces deux scénarii, on trouve l'expression de la densité de probabilité et on développe l'expression pour rassembler les termes en Δt et Δx :

$$f_{\alpha\xi}(x,t+\Delta t) = f_{\alpha\xi}(x-\Delta x,t)\cdot(1-\lambda_{\xi\bar{\xi}}\cdot\Delta t) + f_{\alpha\bar{\xi}}(x+\Delta x,t)\cdot\lambda_{\bar{\xi}\xi}\cdot\Delta t$$
$$f_{\alpha\xi}(x,t+\Delta t) = -(1-\lambda_{\xi\bar{\xi}}\cdot\Delta t)\cdot\left(\frac{f_{\alpha\xi}(x,t)-f_{\alpha\xi}(x-\Delta x,t)}{\Delta x}\right)\cdot\Delta t\cdot v_{\alpha\xi}$$
$$+ f_{\alpha\zeta}(x,t)\cdot(1-\lambda_{\xi\bar{\xi}}\cdot\Delta t) + f_{\alpha\bar{\zeta}}(x+\Delta x,t)\cdot\lambda_{\bar{\xi}\xi}\cdot\Delta t$$
$$\left(\frac{f_{\alpha\xi}(x,t+\Delta t)-f_{\alpha\xi}(x,t)}{\Delta t}\right) = -(1-\lambda_{\xi\bar{\xi}}\cdot\Delta t)\cdot\left(\frac{f_{\alpha\xi}(x,t)-f_{\alpha\xi}(x-\Delta x,t)}{\Delta x}\right)\cdot v_{\alpha\xi}$$
$$- \lambda_{\xi\bar{\xi}}\cdot f_{\alpha\xi}(x,t) + f_{\alpha\bar{\xi}}(x+\Delta x,t)\cdot\lambda_{\bar{\xi},\xi}$$

- En faisant tendre Δt et Δx vers 0, on obtient finalement l'expression :

$$\frac{\partial}{\partial t}f_{\alpha\xi}(x,t) = -\frac{\partial}{\partial x}f_{\alpha\xi}(x,t)\cdot v_{\alpha\xi} - \lambda_{\xi\bar{\xi}}\cdot f_{\alpha\xi}(x,t) + f_{\alpha\bar{\zeta}}(x,t)\cdot\lambda_{\bar{\xi}\xi}$$

- $f_{\alpha\xi}(x,t+\Delta t)$ pour $\{\alpha = 2 \text{ et } \xi = 1\}$:

- Une manière de se trouver en x à $t + \Delta t$ dans R_α avec l'état $\xi = 1$ est de se trouver en $x - \Delta x$ et dans l'état $\xi = 1$ à t, de n'avoir aucune transition de l'état du système pendant Δt et d'avoir des pièces de rechange en stock ($\beta = 1$). On a alors $\Delta t = \dfrac{\Delta x}{u_2 - d}$ et la densité de probabilité de x à $t + \Delta t$ devient :

$$\begin{aligned} f_{21}(x,t+\Delta t) &= p \cdot f_{21}(x-\Delta x,t) \cdot (1-\lambda_{12} \cdot \Delta t) \\ &= -p \cdot (1-\lambda_{12} \cdot \Delta t) \cdot \left(\frac{f_{21}(x,t) - f_{21}(x-\Delta x,t)}{\Delta x} \right) \cdot \Delta t \cdot (u_2 - d) \\ &\quad + p \cdot (1-\lambda_{12} \cdot \Delta t) \cdot f_{21}(x,t) \end{aligned}$$

- Se trouver en $x - \Delta x$ et dans l'état $\xi = 1$ à t, de n'avoir aucune transition pendant Δt et de n'avoir des pièces de rechange en stock ($\beta = 2$). On a $\Delta t = \dfrac{\Delta x}{u_1 - d}$ et

$$\begin{aligned} f_{21}(x,t+\Delta t) &= (1-p) \cdot f_{21}(x-\Delta x,t) \cdot (1-\lambda_{12} \cdot \Delta t) \\ &= -(1-p) \cdot (1-\lambda_{12} \cdot \Delta t) \cdot \left(\frac{f_{21}(x,t) - f_{21}(x-\Delta x,t)}{\Delta x} \right) \cdot \Delta t \cdot (u_1 - d) \\ &\quad + (1-p) \cdot (1-\lambda_{12} \cdot \Delta t) \cdot f_{21}(x,t) \end{aligned}$$

- Se trouver en $x + \Delta x$ et dans l'état $\xi = 2$ à t et d'avoir une transition pendant Δt : $\Delta t = \dfrac{\Delta x}{d}$ et la densité de probabilité sera $f_{21}(x,t+\Delta t) = f_{22}(x-\Delta x,t) \cdot \lambda_{21} \cdot \Delta t$

- En ajoutant ces trois scénarii, on trouve l'expression de la densité de probabilité et on développe l'expression pour rassembler les termes en Δt et Δx :

$$\begin{aligned} f_{21}(x,t+\Delta t) &= p \cdot f_{21}(x-\Delta x,t) \cdot (1-\lambda_{12}\Delta t) \\ &\quad + (1-p) \cdot f_{21}(x-\Delta x,t) \cdot (1-\lambda_{12} \cdot \Delta t) + f_{22}(x+\Delta x,t) \cdot \lambda_{21} \cdot \Delta t \\ &\quad + f_{\alpha\zeta}(x,t) \cdot (1-\lambda_{\zeta,\bar{\zeta}} \cdot \Delta t) + f_{\alpha\bar{\zeta}}(x+\Delta x,t) \cdot \lambda_{\bar{\zeta},\zeta} \cdot \Delta t \end{aligned}$$

$$f_{21}(x,t+\Delta t) = -p\cdot(1-\lambda_{12}\Delta t)\cdot\left(\frac{f_{21}(x,t)-f_{21}(x-\Delta x,t)}{\Delta x}\right)\cdot\Delta t\cdot(u_2-d)$$
$$+p\cdot(1-\lambda_{12}\cdot\Delta t)\cdot f_{21}(x,t)$$
$$-(1-p)\cdot(1-\lambda_{12}\cdot\Delta t)\cdot\left(\frac{f_{21}(x,t)-f_{21}(x-\Delta x,t)}{\Delta x}\right)\cdot\Delta t\cdot(u_1-d)$$
$$+(1-p)\cdot(1-\lambda_{12}\cdot\Delta t)\cdot f_{21}(x,t)+f_{22}(x-\Delta x,t).\lambda_{21}.\Delta t$$

puis en rassemblant les termes en p et (1 - p), on obtient l'expression suivante :

$$\left(\frac{f_{21}(x,t+\Delta t)-f_{21}(x,t)}{\Delta t}\right)=$$
$$-p\cdot(1-\lambda_{12}\cdot\Delta t)\cdot\left(\frac{f_{21}(x,t)-f_{21}(x-\Delta x,t)}{\Delta x}\right)\cdot(u_2-d)-\lambda_{12}\cdot f_{21}(x,t)$$
$$-(1-p)\cdot(1-\lambda_{12}\cdot\Delta t)\cdot\left(\frac{f_{21}(x,t)-f_{21}(x-\Delta x,t)}{\Delta x}\right)\cdot(u_1-d)$$
$$+f_{22}(x-\Delta x,t)\cdot\lambda_{21}\cdot\Delta t$$

- En faisant tendre Δt et Δx vers 0, on obtient finalement l'expression :

$$\frac{\partial}{\partial t}f_{21}(x,t) = -[p\cdot(u_2-d)+(1-p)\cdot(u_1-d)]\cdot\frac{\partial}{\partial x}f_{21}(x,t)$$
$$-\lambda_{12}\cdot f_{21}(x,t)+\lambda_{21}\cdot f_{22}(x,t)$$

Nous venons de montrer que la densité de fonction $f_{\alpha\xi}$ évolue selon les équations aux dérivées partielles de Kolmogorov (Forward) :

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{f}_\alpha(x,t) = -V_\alpha'\cdot\frac{\partial}{\partial x}\vec{f}_\alpha(x,t)+\Lambda^T\cdot\vec{f}_\alpha(x,t) \text{ pour } x\in R_\alpha \text{ et } \alpha=1,2$$

Avec $V_1'=V_1$ et $V_2'=\begin{bmatrix}-(p\cdot(u_2-d)+(1-p)\cdot(u_1-d) & 0\\ 0 & -d\end{bmatrix}$

ANNEXE B : PROCEDURE SOUS MAPLE

Initialisation de la session :

- restart;

Initialisation des paramètres du système hybride de réparation et de réfection :

- with(linalg): p:=95/100: u0:=20: d:=20: u1:=25: u2:=40: cneg:=100: cpos:=10: c0:=20: c1:=40: c2:=100: lambda12:=4: lambda21:=10: v11:=u1-d: v12:=0-d: v21:=p*(u2-d)+(1-p)*(u1-d): v22:=0-d:

Calcul des matrices de transition et des matrices des vitesses dans les régions R_1 et R_2 :

- Lambda1:=linalg[matrix](2,2,[-lambda12,lambda12,lambda21,-lambda21]);

$$\Lambda 1 := \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ 10 & -10 \end{bmatrix}$$

- Lambda2:=linalg[matrix](2,2,[-lambda12,lambda12,lambda21,-lambda21]);

$$\Lambda 2 := \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ 10 & -10 \end{bmatrix}$$

- V1:=linalg[matrix](2,2,[v11,0,0,v12]);

$$V1 := \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -20 \end{bmatrix}$$

- V2:=linalg[matrix](2,2,[v21,0,0,v22]);

$$V2 := \begin{bmatrix} \frac{77}{4} & 0 \\ 0 & -20 \end{bmatrix}$$

Résolution des équations forward de Kolmogorov pour trouver l'expression de $f_1(x)$ et $f_2(x)$:

- G1:=evalm(inverse(V1)&*transpose(Lambda1));

$$G1 := \begin{bmatrix} \frac{-4}{5} & 2 \\ \frac{-1}{5} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

- G2:=evalm(inverse(V2)&*transpose(Lambda2));

$$G2 := \begin{bmatrix} \frac{-16}{77} & \frac{40}{77} \\ \frac{-1}{5} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

- (Vp11,Vp12):=eigenvectors(G1);(Vp21,Vp22):=eigenvectors(G2);

$$Vp11, Vp12 := \left[0, 1, \left\{\left[\frac{5}{2}, 1\right]\right\}\right], \left[\frac{-3}{10}, 1, \{[4, 1]\}\right]$$

$$Vp21, Vp22 := \left[0, 1, \left\{\left[\frac{5}{2}, 1\right]\right\}\right], \left[\frac{45}{154}, 1, \left\{\left[\frac{80}{77}, 1\right]\right\}\right]$$

- P1 := linalg[matrix](2,2,[Vp11[3,1][1],Vp12[3,1][1],Vp11[3,1][2],Vp12[3,1][2]]):
- expG1:=evalm(P1&*linalg[matrix](2,2,[exp(Vp11[1]*(x-Z1)),0,0,exp(Vp12[1]*(x-Z1))])&*inverse(P1)):
- F10:=linalg[matrix](1,2,[f11z1,f12z1]):
- F1:=evalm(F10&*transpose(expG1));
- P2 := linalg[matrix](2,2,[Vp21[3,1][1],Vp22[3,1][1],Vp21[3,1][2],Vp22[3,1][2]]):
- expG2:=evalm(P2&*linalg[matrix](2,2,[exp(Vp21[1]*(x-Z2)),0,0,exp(Vp22[1]*(x-Z2))])&*inverse(P2)):
- F20:=linalg[matrix](1,2,[f21z2,f22z2]):
- F2:=evalm(F20&*transpose(expG2));

$$F1 := \left[f11z1\left(-\frac{5}{3}+\frac{8}{3}e^{(-3/10x+3/10Z1)}\right)+f12z1\left(\frac{20}{3}-\frac{20}{3}e^{(-3/10x+3/10Z1)}\right),\right.$$
$$\left. f11z1\left(-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}e^{(-3/10x+3/10Z1)}\right)+f12z1\left(\frac{8}{3}-\frac{5}{3}e^{(-3/10x+3/10Z1)}\right)\right]$$

$$F2 := \left[f21z2\left(\frac{77}{45}-\frac{32}{45}e^{\left(\frac{45}{154}x-\frac{45}{154}Z2\right)}\right)+f22z2\left(-\frac{16}{9}+\frac{16}{9}e^{\left(\frac{45}{154}x-\frac{45}{154}Z2\right)}\right),\right.$$
$$\left. f21z2\left(\frac{154}{225}-\frac{154}{225}e^{\left(\frac{45}{154}x-\frac{45}{154}Z2\right)}\right)+f22z2\left(-\frac{32}{45}+\frac{77}{45}e^{\left(\frac{45}{154}x-\frac{45}{154}Z2\right)}\right)\right]$$

Expression de $f_{11}(x)$, $f_{12}(x)$, $f_{21}(x)$, $f_{22}(x)$ en fonction de $f_{11}(z_1)$, $f_{12}(z_1)$, $f_{21}(z_2)$ et $f_{22}(z_2)$:

- F11:=x->f11z1*(8/3*exp(-3/10*x+3/10*Z1)-5/3)+f12z1*(-20/3*exp(-3/10*x+3/10*Z1)+20/3);F12:=x->f11z1*(2/3*exp(-3/10*x+3/10*Z1)-2/3)+f12z1*(-5/3*exp(-3/10*x+3/10*Z1)+8/3);F21:=x->f21z2*(-32/45*exp(45/154*x-45/154*Z2))+f22z2*(16/9*exp(45/154*x-45/154*Z2));F22:=x->f21z2*(-154/225*exp(45/154*x-45/154*Z2))+f22z2*(77/45*exp(45/154*x-45/154*Z2));

$$F11 := x \to f11z1\left(\frac{8}{3}\mathbf{e}^{(-3/10x+3/10Z1)} - \frac{5}{3}\right) + f12z1\left(-\frac{20}{3}\mathbf{e}^{(-3/10x+3/10Z1)} + \frac{20}{3}\right)$$

$$F12 := x \to f11z1\left(\frac{2}{3}\mathbf{e}^{(-3/10x+3/10Z1)} - \frac{2}{3}\right) + f12z1\left(-\frac{5}{3}\mathbf{e}^{(-3/10x+3/10Z1)} + \frac{8}{3}\right)$$

$$F21 := x \to -\frac{32}{45} f21z2\,\mathbf{e}^{\left(\frac{45}{154}x - \frac{45}{154}Z2\right)} + \frac{16}{9} f22z2\,\mathbf{e}^{\left(\frac{45}{154}x - \frac{45}{154}Z2\right)}$$

$$F22 := x \to -\frac{154}{225} f21z2\,\mathbf{e}^{\left(\frac{45}{154}x - \frac{45}{154}Z2\right)} + \frac{77}{45} f22z2\,\mathbf{e}^{\left(\frac{45}{154}x - \frac{45}{154}Z2\right)}$$

Résolution du système d'équations pour trouver $f_{11}(z_1)$, $f_{12}(z_1)$, $f_{21}(z_2)$, $f_{22}(z_2)$ et P_{z1} en fonction de z_1 et z_2 :

- sols:=solve({Pz1=v11/lambda12*F11(Z1),v11*F11(Z2)=v21*F21(Z2),v12*F12(Z2)=v22*F22(Z2),limit(F22(x),x=-infinity)=0,limit(F21(x),x=-infinity)=0,Pz1+evalf((int(F21(x),x=-infinity..Z2)+int(F11(x),x=Z2..Z1)))=lambda21/(lambda12+lambda21),evalf((int(F22(x),x=-infinity..Z2)+int(F12(x),x=Z2..Z1)))=lambda12/(lambda12+lambda21)},{Pz1,f11z1,f12z1,f21z2,f22z2});

$$sols := \left\{ Pz1 = -.3142857143\,10^{12} \right.$$

$$\frac{1}{.7333333337\,10^{12} - .1486222223\,10^{13}\,\mathbf{e}^{(-.3000000000Z2 + .3000000000Z1)} + 121.Z1 - 121.Z2},$$

$$f11z1 = -.2514285714\,10^{12}$$

$$\frac{1}{.7333333337\,10^{12} - .1486222223\,10^{13}\,\mathbf{e}^{(-.3000000000Z2 + .3000000000Z1)} + 121.Z1 - 121.Z2},$$

$$f12z1 = -.6285714286\,10^{11}$$

$$\frac{1}{.7333333337\,10^{12} - .1486222223\,10^{13}\, e^{(-.3000000000Z2 + .3000000000Z1)} + 121.\,Z1 - 121.\,Z2},$$

$$f21z2 = -.5102040816\,10^{9}$$

$$\frac{-929.\, e^{(-.3000000000Z2 + .3000000000Z1)} + 924. + 231.\,Z1 - 231.\,Z2}{.7333333337\,10^{12} - .1486222223\,10^{13}\, e^{(-.3000000000Z2 + .3000000000Z1)} + 121.\,Z1 - 121.\,Z2},$$

$$f22z2 = -.1428571429\,10^{10}$$

$$\frac{-107.\, e^{(-.30\,Z2 + .3\,Z1)} + 132. + 33.\,Z1 - 33.\,Z2}{.7333333337\,10^{12} - .1486222223\,10^{13}\, e^{(-.3000000000Z2 + .3000000000Z1)} + 121.\,Z1 - 121.\,Z2}$$

}

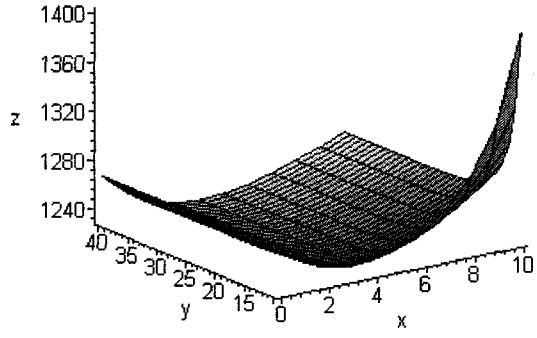
Expression de $E[x^-]$, $E[x^+]$ et J en fonction de z_1 et z_2

- f11z1:=subs(sols,f11z1): f12z1:=subs(sols,f12z1): f21z2:=subs(sols,f21z2): f22z2:=subs(sols,f22z2): Pz1:=subs(sols,Pz1):
- E(xpos):=Z1*Pz1+int(x*(F11(x)+F12(x)),x=Z2..Z1)+int(x*(F21(x)+F22(x)),x=0..Z2):evalf(E(xpos)):
- E(xneg):=-int(x*(F21(x)+F22(x)),x=-infinity..0):evalf(E(xneg)):
- J-:=cneg*E(xneg):evalf(J1):
- J+:=cpos*E(xpos):evalf(J2):
- J0:=c0*d*Pz1:evalf(J3):
- J1:=c1*u1*int(F11(x),x=Z2..Z1):evalf(J4):
- J2:=(p*c2*u2+(1-p)*c1*u1)*int(F21(x),x=-infinity..Z2):evalf(J5):
- J:=J-+J++J0+J1+J2: evalf(J);

$$
\begin{aligned}
&-936.9283951\,(33.\,e^{(-.292207792\,Z2)}\,Z2 - .160204081\,5\,10^{12}\,e^{(-.592207792\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)} \\
&\quad - 33.\,Z1\,e^{(-.292207792\,Z2)} - 132.\,e^{(-.292207792\,Z2)})\,/\,(\\
&\quad -.733333333\,7\,10^{12} + .148622222\,3\,10^{13}\,e^{(-.300000000\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)} - 121.\,Z1 + 121.\,Z2 \\
&)\,+\,\frac{.314285714\,3\,10^{13}\,Z1}{-.733333333\,7\,10^{12} + .148622222\,3\,10^{13}\,e^{(-.300000000\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)} - 121.\,Z1 + 121.\,Z2} \\
&\quad - 51.851851\,85\,(.202040816\,2\,10^{12}\,Z1 + .673469387\,5\,10^{12} - 9.\,Z1^2 + 9.\,Z2^2 \\
&\quad - .202040816\,2\,10^{12}\,Z2\,e^{(-.300000000\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)} \\
&\quad - .673469387\,5\,10^{12}\,e^{(-.300000000\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)})\,/\,(\\
&\quad -.733333333\,7\,10^{12} + .148622222\,3\,10^{13}\,e^{(-.300000000\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)} - 121.\,Z1 + 121.\,Z2 \\
&)\,-\,.608395061\,7\,(-.720918366\,9\,10^{13}\,Z2\,e^{(-.300000000\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)} \\
&\quad + .246714285\,6\,10^{14}\,e^{(-.300000000\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)} + 1485.\,Z2^2 + 20328. + 5082.\,Z1 \\
&\quad - 11022.\,Z2 - 1485.\,Z2\,Z1 + 5082.\,e^{(-.292207792\,Z2)}\,Z2 \\
&\quad - .246714285\,6\,10^{14}\,e^{(-.592207792\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)} - 5082.\,Z1\,e^{(-.292207792\,Z2)} \\
&\quad - 20328.\,e^{(-.292207792\,Z2)})\,/\,(\\
&\quad -.733333333\,7\,10^{12} + .148622222\,3\,10^{13}\,e^{(-.300000000\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)} - 121.\,Z1 + 121.\,Z2 \\
&)\,+\,\frac{.125714285\,7\,10^{15}}{-.733333333\,7\,10^{12} + .148622222\,3\,10^{13}\,e^{(-.300000000\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)} - 121.\,Z1 + 121.\,Z2} \\
&\quad - 22222.22222 \\
&\quad (-3.\,Z1 + .377142857\,0\,10^{11} + 3.\,Z2 - .377142857\,0\,10^{11}\,e^{(-.300000000\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)}) \\
&\quad /\,(\\
&\quad -.733333333\,7\,10^{12} + .148622222\,3\,10^{13}\,e^{(-.300000000\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)} - 121.\,Z1 + 121.\,Z2 \\
&)\,-\,\frac{2635.111111\,(-.326530612\,2\,10^{12}\,e^{(-.300000000\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)} - 132. - 33.\,Z1 + 33.\,Z2)}{-.733333333\,7\,10^{12} + .148622222\,3\,10^{13}\,e^{(-.300000000\,Z2\,+\,.300000000\,Z1)} - 121.\,Z1 + 121.\,Z2}
\end{aligned}
$$

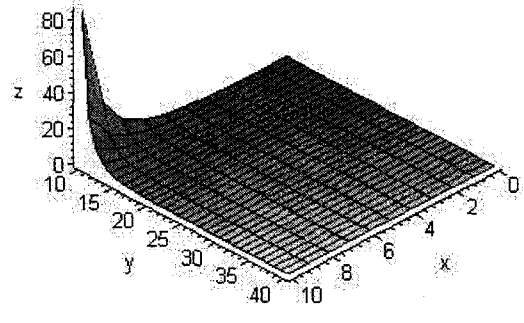
Représentation graphique du coût total *J* dans l'espace en utilisant un quadrillage de z_1 et z_2 :

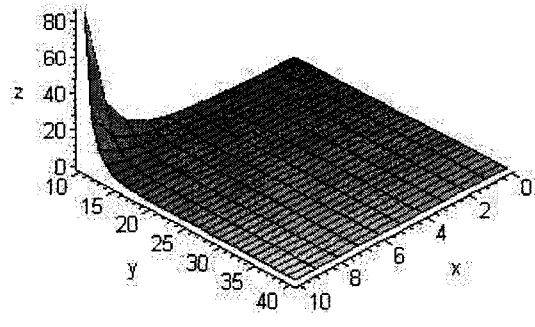
- with(plots):
- T2:=seq(k/4,k=0..40):T1:=seq(l/4,l=40..200):
- cosdata := [seq([seq([Z2,Z1,J], Z2=T2)], Z1=T1)]:
- surfdata({cosdata}, axes=frame, labels=[x,y,z]);



Vérification de la convexité de la fonction *J* en examinant les courbes des dérivées partielles d'ordre 2

- M:=(Z1,Z2)->evalf(J):minimize(J,Z1,Z2):MM:=unapply(J,Z1,Z2):
- ZW:=unapply(diff(MM(Z1,Z2),Z1,Z1),Z1,Z2):sindata1:= [seq([seq([Z2,Z1,ZW(Z1,Z2)], Z2=T2)], Z1=T1)]:surfdata({sindata1}, axes=frame, labels=[x,y,z]);
- ZW2:=unapply(diff(MM(Z1,Z2),Z1,Z1),Z1,Z2):sindata2:= [seq([seq([Z2,Z1,ZW2(Z1,Z2)], Z2=T2)], Z1=T1)]:surfdata({sindata2}, axes=frame, labels=[x,y,z]);





Minimisation de $J(z_1, z_2)$ pour trouver les valeurs z_1^*, z_2^* et J^* :

- M:=(Z1,Z2)->evalf(J):minimize(J,Z1,Z2):
- solfin:=fsolve({diff(M(Z1,Z2),Z1)=0,diff(M(Z1,Z2),Z2)=0},{Z1,Z2});

$$solfin := \{Z2 = 4.033296583, Z1 = 24.50231027\}$$

- Z2:=subs(solfin[1],Z2);
- Z1:=subs(solfin[1],Z1);
- M(Z1,Z2);

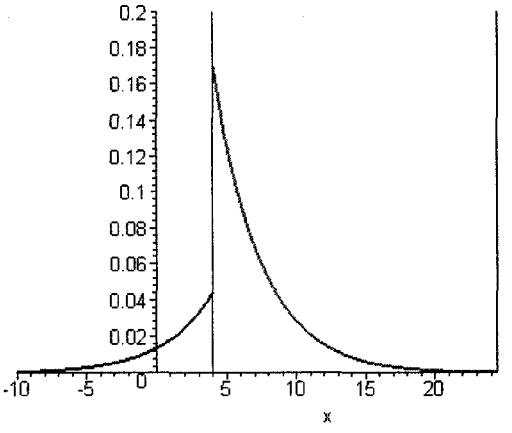
$$Z2 := 4.033296583$$

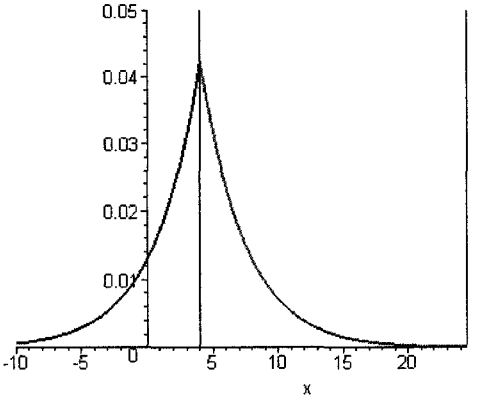
$$Z1 := 24.50231027$$

$$1230.737375$$

Compléments: tracé des densités de probabilités $f(x)$ en fonction de x dans les états 1 et 2:

- with(plots):
- P1:=plot(F11(x),x=Z2..Z1,y=0..0.2,color=red,thickness=2):
- P2:=plot(F12(x),x=Z2..Z1,y=0..0.05,color=red,thickness=2):
- P3:=plot(F21(x),x=-10..Z2,color=blue,thickness=2):
- P4:=plot(F22(x),x=-10..Z2,color=blue,thickness=2):
- P5:=arrow(<Z2,0>,<0,0.2>,shape=harpoon):
- P6:=arrow(<Z1,0>,[0,0.2],shape=harpoon):
- plots[display]({P1,P3,P5,P6});
- plots[display]({P2,P4,P5,P6});





Compléments: calcul des composants du coût total moyen

J_1 coût des retards, J_2 coût de stockage, J_3 coût d'exécution du mode 0, J_4 coût d'exécution du mode 1 et J_5 coût d'exécution du mode 2.

- J-;J+;J0;J1;J2;

31.11111107

56.58677922

.1823428221

563.2939671

579.5631748

Compléments: calcul de la probabilité en régime stationnaire de R_1, R_2 et de z_1

- int(F11(x)+F12(x),x=Z2..Z1);
- int((F21(x)+F22(x)),x=0..Z2);
- int(F21(x)+F22(x),x=-infinity..0);
- Pz1;
- int(F11(x)+F12(x),x=Z2..Z1)+int((F21(x)+F22(x)),x=0..Z2)+int(F21(x)+F22(x),x=-infinity..0)+Pz1;

.7041174590

.2045175920

.09090909065

.0004558570554

.9999999987

ANNEXE C : RÉSULTATS DE LA RÉSOLUTION ANALYTIQUE

c+ = 10 c- = 100																	
p	Z1	Z2	J (S)	J- (S)	J+ (S)	J0 (S)	J1 (S)	J2 (S)	J-J (%)	J+J (%)	J0J (%)	J1J (%)	J2J (%)	R0 (%)	R1 (%)	R2+ (%)	R2- (%)
0.70	26.19	5.72	1247.59	37.58	66.99	0.17	509.60	633.26	3.01	5.37	0.01	40.85	50.76	0.04	63.70	27.17	9.09
0.75	25.73	5.26	1243.01	35.81	64.17	0.17	523.20	619.66	2.88	5.16	0.01	42.09	49.85	0.04	65.40	25.47	9.09
0.80	25.35	4.88	1239.19	34.34	61.81	0.17	535.10	607.76	2.77	4.99	0.01	43.18	49.04	0.04	66.89	23.98	9.09
0.85	25.02	4.55	1235.95	33.10	59.81	0.18	545.60	597.25	2.68	4.84	0.01	44.14	48.32	0.04	68.20	22.66	9.09
0.90	24.74	4.28	1233.16	32.03	58.09	0.18	554.94	587.92	2.60	4.71	0.01	45.00	47.68	0.04	69.37	21.50	9.09
0.95	24.50	4.03	1230.74	31.11	56.59	0.18	563.60	579.56	2.53	4.60	0.01	45.79	47.09	0.05	70.41	20.45	9.09
1	24.29	3.82	1228.61	30.30	55.27	0.18	570.81	572.04	2.47	4.50	0.01	46.46	46.56	0.02	70.45	20.44	9.09

c+ = 5 c- = 100																	
p	Z1	Z2	J (S)	J- (S)	J+ (S)	J0 (S)	J1 (S)	J2 (S)	J-J (%)	J+J (%)	J0J (%)	J1J (%)	J2J (%)	R0 (%)	R1 (%)	R2+ (%)	R2- (%)
0.70	43.59	3.97	1196.53	13.87	37.80	0.00	571.43	571.43	1.33	3.16	0.00	47.76	47.76	0.00	63.78	31.46	4.76
0.75	43.86	6.24	1197.88	16.30	38.73	0.00	563.91	578.95	1.36	3.23	0.00	47.08	48.33	0.00	65.48	29.76	4.76
0.80	44.17	6.55	1199.42	16.78	39.78	0.00	555.55	587.31	1.40	3.32	0.00	46.32	48.97	0.00	66.96	28.27	4.76
0.85	44.52	6.90	1201.19	17.34	40.99	0.00	546.22	596.64	1.44	3.41	0.00	45.47	49.67	0.00	68.28	26.96	4.76
0.90	44.94	7.32	1203.25	17.99	42.41	0.00	535.71	607.15	1.50	3.52	0.00	44.52	50.46	0.00	69.44	25.79	4.76
0.95	45.43	7.80	1205.69	18.76	44.07	0.00	523.81	619.05	1.56	3.66	0.00	43.44	51.34	0.00	70.49	24.75	4.76
1	46.01	8.39	1208.60	19.68	46.06	0.00	510.20	632.66	1.63	3.81	0.00	42.21	52.35	0.00	71.43	23.81	4.76

c+ = 15 c- = 100																	
p	Z1	Z2	J (S)	J- (S)	J+ (S)	J0 (S)	J1 (S)	J2 (S)	J-J (%)	J+J (%)	J0J (%)	J1J (%)	J2J (%)	R0 (%)	R1 (%)	R2+ (%)	R2- (%)
0.70	17.36	2.63	1253.19	43.48	65.81	1.04	567.96	574.90	3.47	5.25	0.08	45.32	45.87	0.23	63.35	23.38	13.04
0.75	17.54	2.81	1255.90	44.64	67.38	1.03	560.44	582.42	3.55	5.36	0.08	44.62	46.37	0.24	65.05	21.67	13.04
0.80	17.74	3.02	1258.99	45.96	69.16	1.01	552.09	590.77	3.65	5.49	0.08	43.85	46.92	0.24	66.53	20.18	13.04
0.85	17.98	3.26	1262.54	47.49	71.19	1.00	542.76	600.10	3.76	5.64	0.08	42.99	47.53	0.25	67.78	18.86	13.04
0.90	18.25	3.53	1266.66	49.28	73.56	0.98	532.26	610.60	3.89	5.81	0.08	42.02	48.21	0.25	69.01	17.69	13.04
0.95	18.58	3.86	1271.53	51.38	76.33	0.95	520.36	622.49	4.04	6.00	0.08	40.92	48.96	0.26	70.06	16.65	13.04
1	18.97	4.24	1277.35	53.91	79.65	0.93	506.78	636.08	4.22	6.24	0.07	39.67	49.80	0.26	71.00	15.70	13.04

c+ = 10 c- = 50																	
p	Z1	Z2	J (S)	J- (S)	J+ (S)	J0 (S)	J1 (S)	J2 (S)	J-J (%)	J+J (%)	J0J (%)	J1J (%)	J2J (%)	R0 (%)	R1 (%)	R2+ (%)	R2- (%)
0.70	23.62	3.15	1221.92	29.63	49.25	0.19	570.81	572.04	2.42	4.03	0.02	46.71	46.82	0.04	63.70	25.15	11.11
0.75	23.82	3.35	1223.87	30.42	50.41	0.18	563.29	579.56	2.49	4.12	0.01	46.03	47.35	0.04	65.40	23.45	11.11
0.80	24.04	3.57	1226.09	31.32	51.73	0.18	554.94	587.92	2.55	4.22	0.01	45.26	47.95	0.04	66.89	21.96	11.11
0.85	24.29	3.82	1228.64	32.36	53.24	0.18	545.60	597.25	2.63	4.33	0.01	44.41	48.61	0.04	68.20	20.64	11.11
0.90	24.59	4.12	1231.61	33.58	55.00	0.17	535.10	607.76	2.73	4.47	0.01	43.45	49.35	0.05	69.37	19.48	11.11
0.95	24.94	4.47	1235.10	35.02	57.06	0.17	523.20	619.66	2.84	4.62	0.01	42.36	50.17	0.05	70.41	18.43	11.11
1	25.36	4.89	1239.29	36.74	59.53	0.16	509.60	633.26	2.96	4.80	0.01	41.12	51.10	0.05	71.35	17.49	11.11

c1 = 10 c = 150

p	Z1	Z2	J ($)	J- ($)	J+ ($)	J0 ($)	J1 ($)	J2 ($)	J-/J (%)	J+/J (%)	J0/J (%)	J1/J (%)	J2/J (%)	R0 (%)	R1 (%)	R2+ (%)	R2- (%)
0.70	25.54	5.07	1241.10	31.25	66.81	0.18	570.81	572.04	2.52	5.38	0.01	45.99	46.09	0.04	63.70	30.01	6.25
0.75	25.78	5.32	1243.56	32.08	68.44	0.18	563.29	579.56	2.58	5.50	0.01	45.30	46.61	0.04	65.40	28.31	6.25
0.80	26.06	5.60	1246.36	33.04	70.29	0.18	554.94	587.92	2.65	5.64	0.01	44.52	47.17	0.04	66.89	26.82	6.25
0.85	26.39	5.92	1249.59	34.13	72.42	0.18	545.60	597.25	2.73	5.80	0.01	43.66	47.80	0.04	68.20	25.51	6.25
0.90	26.76	6.29	1253.34	35.42	74.90	0.17	535.10	607.76	2.83	5.98	0.01	42.69	48.49	0.05	69.37	24.34	6.25
0.95	27.21	6.74	1257.77	36.93	77.81	0.17	523.20	619.66	2.94	6.19	0.01	41.60	49.27	0.05	70.41	23.29	6.25
1	27.74	7.27	1263.07	38.75	81.30	0.16	509.60	633.26	3.07	6.44	0.01	40.35	50.14	0.05	71.35	22.35	6.25

c1 = 80

p	Z1	Z2	J ($)	J- ($)	J+ ($)	J0 ($)	J1 ($)	J2 ($)	J-/J (%)	J+/J (%)	J0/J (%)	J1/J (%)	J2/J (%)	R0 (%)	R1 (%)	R2+ (%)	R2- (%)
0.70	12.75	3.94	1113.20	30.30	52.22	6.32	550.35	474.00	2.72	4.69	0.57	49.44	42.58	1.41	61.18	28.32	9.09
0.75	12.96	4.15	1115.34	31.11	53.58	6.24	542.85	481.56	2.79	4.80	0.56	48.67	43.18	1.44	62.87	26.60	9.09
0.80	13.21	4.40	1117.78	32.03	55.12	6.14	534.52	489.96	2.87	4.93	0.55	47.82	43.83	1.48	64.35	25.08	9.09
0.85	13.49	4.68	1120.58	33.10	56.90	6.03	525.22	499.33	2.95	5.08	0.54	46.87	44.56	1.51	65.65	23.75	9.09
0.90	13.81	5.00	1123.85	34.34	58.96	5.91	514.77	509.86	3.06	5.25	0.53	45.80	45.37	1.54	66.82	22.56	9.09
0.95	14.20	5.39	1127.69	35.81	61.38	5.78	502.95	521.77	3.18	5.44	0.51	44.60	46.27	1.56	67.86	21.49	9.09
1	14.66	5.85	1132.29	37.58	64.27	5.62	489.45	535.37	3.32	5.68	0.50	43.23	47.28	1.58	68.79	20.53	9.09

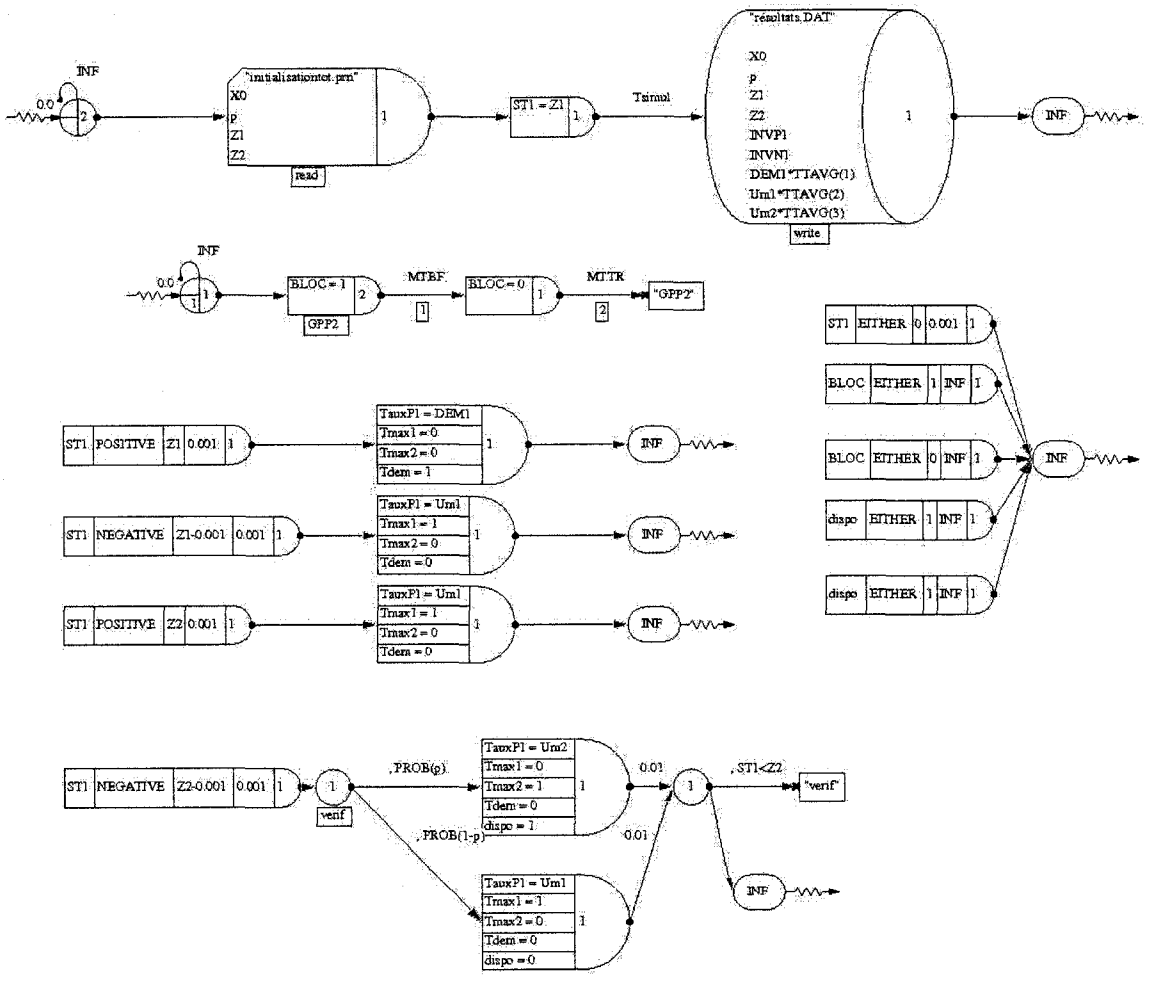
c2 = 120

p	Z1	Z2	J ($)	J- ($)	J+ ($)	J0 ($)	J1 ($)	J2 ($)	J-/J (%)	J+/J (%)	J0/J (%)	J1/J (%)	J2/J (%)	R0 (%)	R1 (%)	R2+ (%)	R2- (%)
0.70	35.72	3.82	1342.93	30.30	55.48	0.01	571.41	685.74	2.26	4.13	0.00	42.55	51.06	0.00	63.77	27.14	9.09
0.75	35.93	4.03	1345.06	31.11	56.79	0.01	563.89	693.26	2.31	4.22	0.00	41.92	51.54	0.00	65.47	25.43	9.09
0.80	36.18	4.27	1347.48	32.03	58.29	0.01	555.54	701.61	2.38	4.33	0.00	41.23	52.07	0.00	66.96	23.95	9.09
0.85	36.46	4.55	1350.26	33.10	60.01	0.01	546.20	710.95	2.45	4.44	0.00	40.45	52.65	0.00	68.28	22.63	9.09
0.90	36.78	4.87	1353.51	34.34	62.01	0.01	535.69	721.45	2.54	4.58	0.00	39.58	53.30	0.00	69.44	21.47	9.09
0.95	37.16	5.26	1357.33	35.81	64.36	0.01	523.79	733.36	2.64	4.74	0.00	38.59	54.03	0.00	70.49	20.42	9.09
1	37.62	5.71	1361.90	37.58	67.18	0.01	510.18	746.96	2.76	4.93	0.00	37.46	54.85	0.00	71.43	19.48	9.09

ANNEXE D : MODÈLES DE SIMULATION

Modèle de système hybride de réparation et de réfection avec probabilité de disponibilité des pièces de remplacement contrôlé par une politique à deux seuils (z_1, z_2)

Réseau



Fichier de contrôle

```
GEN,"Francois","simulation_selon_p",,27,YES,YES;
LIMITS,100,20,-1,-1,-1,-1;
NET;
SEEDS,{{,1,YES},{,2,YES},{,3,YES},{,4,YES},{,5,YES},{,6,YES},{,7,YES},{,8,YES},{,9,YES}};
CONTINUOUS,3,3,0.00001,10.0,,WARNING;
;
;
;durée de la simulation
;-----------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{Tsimul,200000}};
INITIALIZE,0.0,Tsimul,YES,,NO;
;
;définir cout
;-----------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{INVP1,SS[2]/TNOW},{INVN1,SS[3]/TNOW}};
;
;loi de commande
;-----------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{DEM1,XX[11]}};
EQUIVALENCE,{{Um1,XX[21]},{Um2,XX[22]}};
EQUIVALENCE,{{TauxP1,XX[31]},{Tdem,XX[40]},{Tmax1,XX[41]},{Tmax2,XX[42]}};
;
;fiabilité
;-----------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{X0,LL[11]},{X1,LL[11]+10}};
EQUIVALENCE,{{X12,0.25},{X21,0.10}};
EQUIVALENCE,{{MTBF,EXPON(X12,X0)},{MTTR,EXPON(X21,X1)}};
;
;variables de stock
;-----------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{ST1,SS[1]}};
EQUIVALENCE,{{BLOC,LL[0]}};
EQUIVALENCE,{{p,XX[50]},{Z1,XX[51]},{Z2,XX[52]}};
EQUIVALENCE,{{dispo,XX[60]}};
;
;collecte de stat
;-----------------------------------------------
TIMST,1,Tdem*BLOC,"1",0,0.0,1.0;
TIMST,2,Tmax1*BLOC,"2",0,0.0,1.0;
TIMST,3,Tmax2*BLOC,"3",0,0.0,1.0;
RECORD,1,1,TNOW,"TIME",{AWESIM,EXCEL},,TTBEG,500000,10000,{{10*INVP1+100*INVN1+
20*DEM1*TTAVG(1)+40*Um1*TTAVG(2)+100*Um2*TTAVG(3), , }};
;
;initialisation
;-----------------------------------------------
INTLC,{{BLOC,1}};
INTLC,{{DEM1,20},{Um1,25},{Um2,40},{TauxP1,DEM1},{Tmax1,0},{Tmax2,0},{Tdem,1}};
FIN;
```

User Inserts

```
#include "vslam.h"

#define DEM1 XX[11]

#define Um1 XX[21]
#define Um2 XX[22]


#define TauxP1 XX[31]

#define ST1 SS[1]
#define DSTOK1 DD[1]


#define BLOC LL[0]

void SWFUNC STATE(void)
{

  /* PRODUIRE AU TAUX MAX OU CELUI DE LA DEMANDE */



/* METTRE AJOUR LE STOCK DU PRODUIT. Cas de panne pas de production BLOC = 0 */

        DSTOK1 = TauxP1 * BLOC - DEM1;

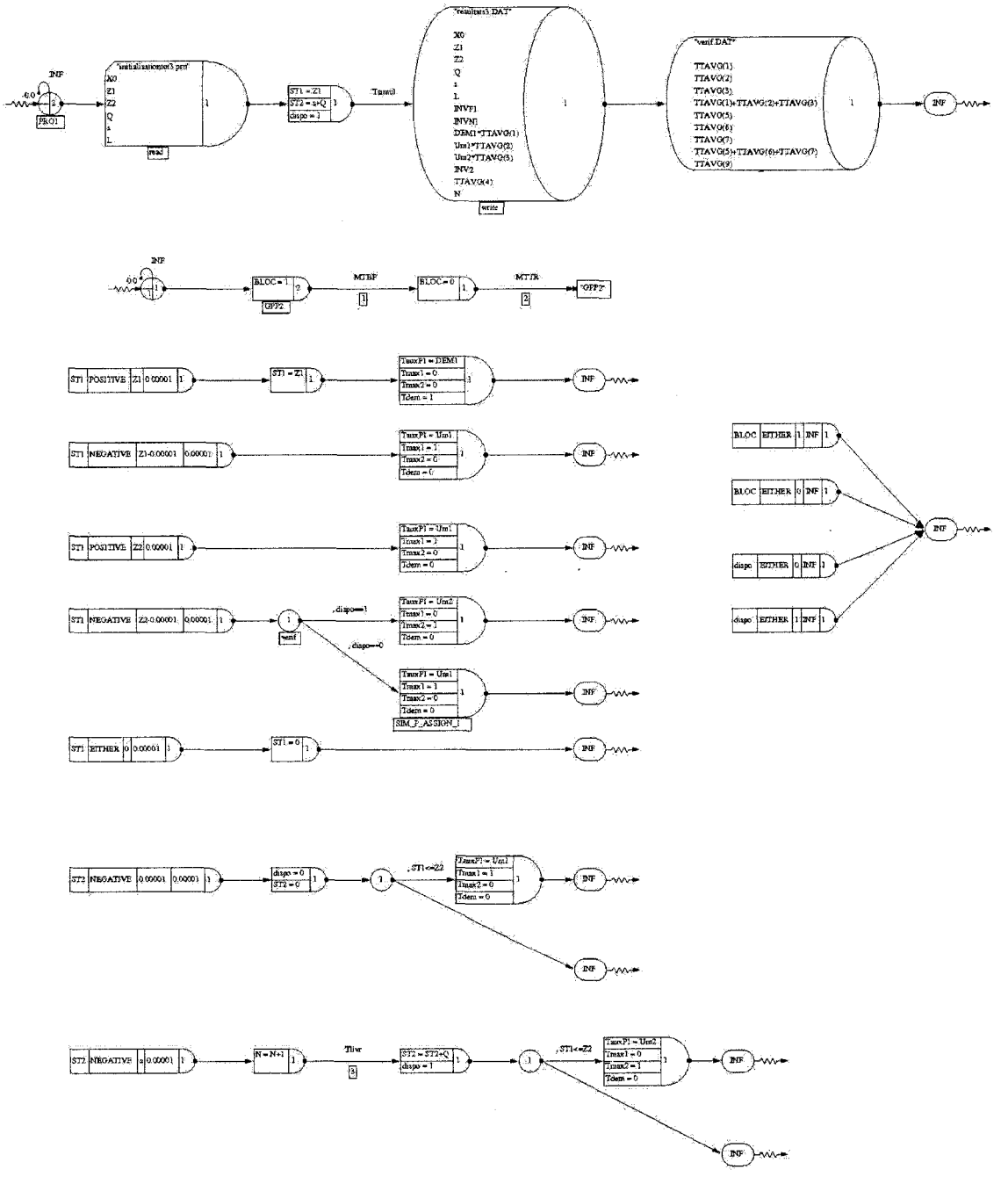
/* Intégrale dans le temps de stock positif et stock négatif*/

DD[2] = (ST1 >= 0) ? ST1 : 0.0;
DD[3] = (ST1 < 0) ? -ST1 : 0.0;

        return;
}
```

Modèle de système hybride de réparation et de réfection et d'approvisionnement contrôlé par une politique à (z_1, z_2, s, Q). Le délai de livraison a une distribution exponentielle, log-normale ou gamma.

Réseau



Fichier de contrôle

```
GEN,"208","simulation_selon_réappro",,405,YES,YES;
LIMITS,100,20,-1,-1,-1,-1;
SEEDS,{{ ,1,YES},{ ,11,YES},{ ,21,YES}};
SEEDS,{{ ,2,YES},{ ,12,YES},{ ,22,YES}};
SEEDS,{{ ,3,YES},{ ,13,YES},{ ,23,YES}};
SEEDS,{{ ,4,YES},{ ,14,YES},{ ,24,YES}};
SEEDS,{{ ,5,YES},{ ,15,YES},{ ,25,YES}};
SEEDS,{{ ,6,YES},{ ,16,YES},{ ,26,YES}};
SEEDS,{{ ,7,YES},{ ,17,YES},{ ,27,YES}};
SEEDS,{{ ,8,YES},{ ,18,YES},{ ,28,YES}};
SEEDS,{{ ,9,YES},{ ,19,YES},{ ,29,YES}};
SEEDS,{{,10,YES},{,20,YES},{,30,YES}};
SEEDS,{{ ,31,YES}};
SEEDS,{{,32,YES}};
SEEDS,{{ ,33,YES}};
SEEDS,{{ ,34,YES}};
SEEDS,{{ ,35,YES}};
CONTINUOUS,5,5,0.00000001,10.0,,WARNING;
;
;durée de la simulation
;------------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{Tsimul,1000000}};
INITIALIZE,0.0,Tsimul,YES,,NO;
;
;définir cout
;------------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{INVP1,SS[2]/TNOW},{INV2,SS[5]/TNOW},{INVN1,SS[3]/TNOW}};
;
;loi de commande
;------------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{DEM1,XX[11]}};
EQUIVALENCE,{{Um1,XX[21]},{Um2,XX[22]}};
EQUIVALENCE,{{TauxP1,XX[31]},{Tdem,XX[40]},{Tmax1,XX[41]},{Tmax2,XX[42]}};
EQUIVALENCE,{{N,LL[20]},{dispo,XX[61]},{Q,XX[70]},{s,XX[71]},{L,XX[72]}};
;
;fiabilité
;------------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{X0,LL[11]},{X1,LL[11]+10},{X2,LL[11]+20}};
EQUIVALENCE,{{X12,4},{X21,10}};
EQUIVALENCE,{{MTBF,EXPON(1/X12,X0)},{MTTR,EXPON(1/X21,X1)},{Tlivr,GAMA(4,1,X2)}};
;
;variables de stock
;------------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{ST1,SS[1]}};
EQUIVALENCE,{{BLOC,LL[0]}};
EQUIVALENCE,{{p,XX[50]},{Z1,XX[51]},{Z2,XX[52]}};
EQUIVALENCE,{{ST2,SS[4]}};
;
;collecte de stat
```

```
;-----------------------------------------------
TIMST,1,Tdem*BLOC,"1",0,0.0,1.0;
TIMST,2,Tmax1*BLOC,"2",0,0.0,1.0;
TIMST,3,Tmax2*BLOC,"3",0,0.0,1.0;
TIMST,4,dispo,"4",0,0.0,1.0;
TIMST,5,Tdem,"5",0,0.0,1.0;
TIMST,6,Tmax1,"6",0,0.0,1.0;
TIMST,7,Tmax2,"7",0,0.0,1.0;
TIMST,9,dispo*BLOC,"9",0,0.0,1.0;
TIMST,8,BLOC,"8",0,0.0,1.0;
RECORD,,,TNOW,"TIME",{AWESIM,EXCEL},,TTBEG,200000,200000,{{X0, , },{Z1, , },{Z2, , },{Q,
, },{s, , },{L, , },{INVP1, , },{INVN1, , },{DEM1*TTAVG(1), , },{Um1*TTAVG(2), ,
},{Um2*TTAVG(3), , },{INV2, , },{TTAVG(4), , },{N, , }};
;
;initialisation
;-----------------------------------------------
INTLC,{{BLOC,1},{dispo,1},{L,4}};
INTLC,{{DEM1,20},{Um1,25},{Um2,40},{TauxP1,DEM1},{Tmax1,0},{Tmax2,0},{Tdem,1}};
INTLC,{{N,0}};
MONTR,CLEAR;
;
NET;
FIN;
```

User Inserts

```
#include "vslam.h"

#define DEM1 XX[11]

#define Um1 XX[21]
#define Um2 XX[22]

#define TauxP1 XX[31]

#define Tmax2 XX[42]

#define ST1 SS[1]
#define DSTOK1 DD[1]

#define ST2 SS[4]
#define dispo XX[61]

#define dispo0 XX[80]
#define dispo1 XX[81]

#define BLOC LL[0]

void SWFUNC STATE(void)
{

/* METTRE AJOUR LE STOCK DU PRODUIT. Cas de panne pas de production
BLOC = 0 */

      DSTOK1 = TauxP1 * BLOC - DEM1;

/* METTRE AJOUR LE STOCK DES PIECES DE REMPLACEMENT.  */

SS[4] = SSL[4] - Um2*DTNOW*dispo*BLOC*Tmax2;
DD[5] = ST2;

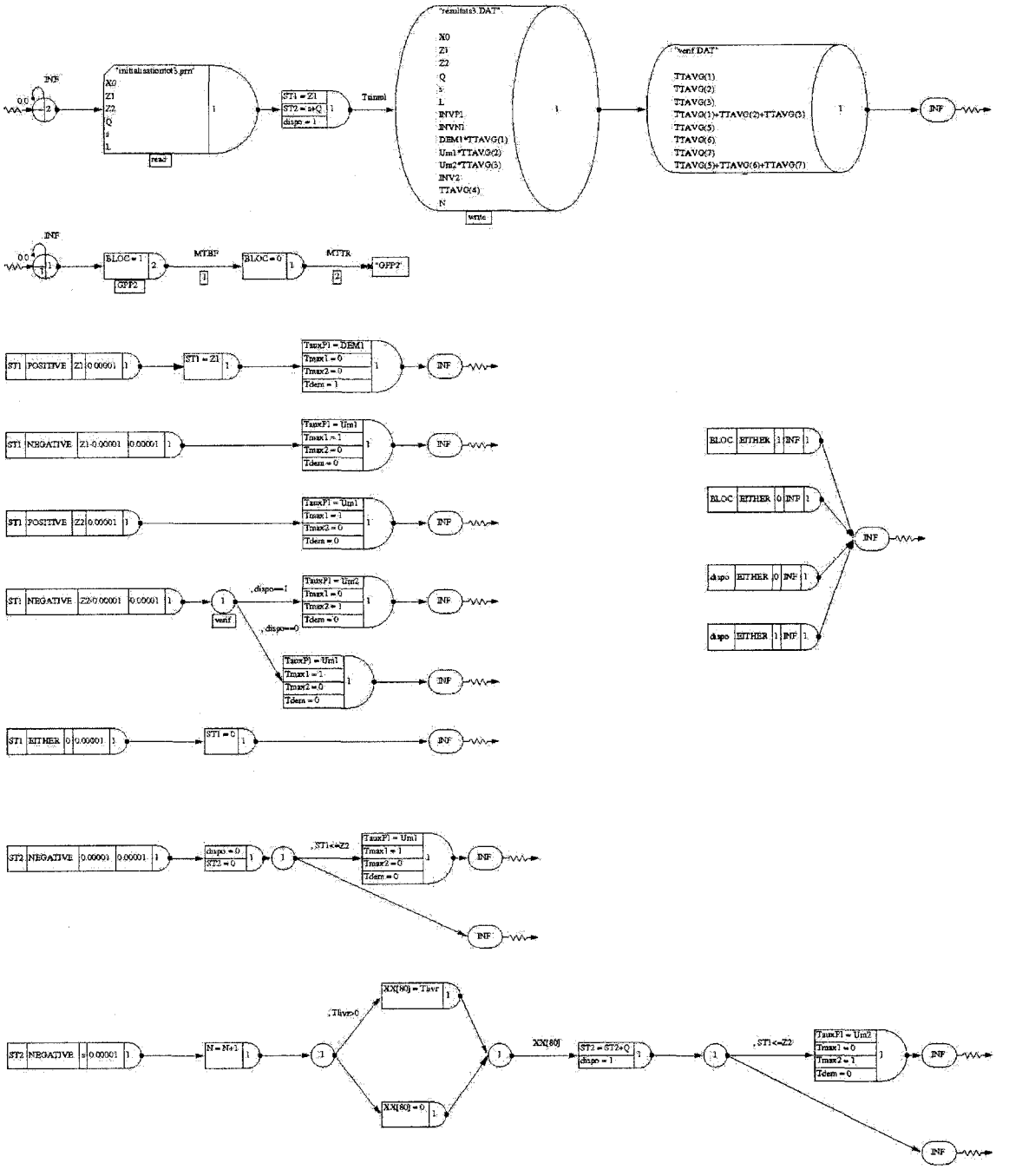

/* Intégrale dans le temps de stock positif et stock négatif*/

DD[2] = (ST1 >= 0) ? ST1 : 0.0;
DD[3] = (ST1 < 0) ? -ST1 : 0.0;

      return;
}
```

Modèle de système hybride de réparation et de réfection et d'approvisionnement contrôlé par une politique à (z_1, z_2, s, Q). La durée de livraison a une distribution normale.

Réseau



Fichier de contrôle

```
GEN,"208","simulation_selon_réappro",,405,YES,YES;
LIMITS,100,20,-1,-1,-1,-1;
SEEDS,{{ ,1,YES},{ ,11,YES},{ ,21,YES}};
SEEDS,{{ ,2,YES},{ ,12,YES},{ ,22,YES}};
SEEDS,{{ ,3,YES},{ ,13,YES},{ ,23,YES}};
SEEDS,{{ ,4,YES},{ ,14,YES},{ ,24,YES}};
SEEDS,{{ ,5,YES},{ ,15,YES},{ ,25,YES}};
SEEDS,{{ ,6,YES},{ ,16,YES},{ ,26,YES}};
SEEDS,{{ ,7,YES},{ ,17,YES},{ ,27,YES}};
SEEDS,{{ ,8,YES},{ ,18,YES},{ ,28,YES}};
SEEDS,{{ ,9,YES},{ ,19,YES},{ ,29,YES}};
SEEDS,{{,10,YES},{,20,YES},{,30,YES}};
SEEDS,{{ ,31,YES}};
SEEDS,{{,32,YES}};
SEEDS,{{ ,33,YES}};
SEEDS,{{ ,34,YES}};
SEEDS,{{ ,35,YES}};
CONTINUOUS,5,5,0.00000001,10.0,,WARNING;
;
;
;durée de la simulation
;--------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{Tsimul,1000000}};
INITIALIZE,0.0,Tsimul,YES,,NO;
;
;définir cout
;--------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{INVP1,SS[2]/TNOW},{INV2,SS[5]/TNOW},{INVN1,SS[3]/TNOW}};
;
;loi de commande
;--------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{DEM1,XX[11]}};
EQUIVALENCE,{{Um1,XX[21]},{Um2,XX[22]}};
EQUIVALENCE,{{TauxP1,XX[31]},{Tdem,XX[40]},{Tmax1,XX[41]},{Tmax2,XX[42]}};
EQUIVALENCE,{{N,LL[20]},{dispo,XX[61]},{Q,XX[70]},{s,XX[71]},{L,XX[72]}};
;
;fiabilité
;--------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{X0,LL[11]},{X1,LL[11]+10},{X2,LL[11]+20}};
EQUIVALENCE,{{X12,4},{X21,10}};
EQUIVALENCE,{{MTBF,EXPON(1/X12,X0)},{MTTR,EXPON(1/X21,X1)},{Tlivr,RNORM(3.14,5.17
,X2)}};
;
;variables de stock
;--------------------------------------------
EQUIVALENCE,{{ST1,SS[1]}};
EQUIVALENCE,{{BLOC,LL[0]}};
EQUIVALENCE,{{p,XX[50]},{Z1,XX[51]},{Z2,XX[52]}};
EQUIVALENCE,{{ST2,SS[4]}};
```

```
;
;collecte de stat
;-----------------------------------------------
TIMST,1,Tdem*BLOC,"1",0,0.0,1.0;
TIMST,2,Tmax1*BLOC,"2",0,0.0,1.0;
TIMST,3,Tmax2*BLOC,"3",0,0.0,1.0;
TIMST,4,dispo,"4",0,0.0,1.0;
TIMST,5,Tdem,"5",0,0.0,1.0;
TIMST,6,Tmax1,"6",0,0.0,1.0;
TIMST,7,Tmax2,"7",0,0.0,1.0;
TIMST,9,dispo*BLOC,"9",0,0.0,1.0;
TIMST,8,BLOC,"8",0,0.0,1.0;
RECORD,,,TNOW,"TIME",{AWESIM,EXCEL},,TTBEG,200000,200000,{{X0, , },{Z1, , },{Z2, , },{Q,
, },{s, , },{L, , },{INVP1, , },{INVN1, , },{DEM1*TTAVG(1), , },{Um1*TTAVG(2), ,
},{Um2*TTAVG(3), , },{INV2, , },{TTAVG(4), , },{N, , }};
;
;initialisation
;-----------------------------------------------
INTLC,{{BLOC,1},{dispo,1},{L,4}};
INTLC,{{DEM1,20},{Um1,25},{Um2,40},{TauxP1,DEM1},{Tmax1,0},{Tmax2,0},{Tdem,1}};
INTLC,{{N,0}};
MONTR,CLEAR;
;
NET;
FIN;
```

User Inserts

```
#include "vslam.h"

#define DEM1 XX[11]

#define Um1 XX[21]
#define Um2 XX[22]

#define TauxP1 XX[31]

#define Tmax2 XX[42]

#define ST1 SS[1]
#define DSTOK1 DD[1]

#define ST2 SS[4]
#define dispo XX[61]

#define dispo0 XX[80]
#define dispo1 XX[81]

#define BLOC LL[0]

void SWFUNC STATE(void)
{


/* METTRE AJOUR LE STOCK DU PRODUIT. Cas de panne pas de production BLOC = 0 */

        DSTOK1 = TauxP1 * BLOC - DEM1;

/* METTRE AJOUR LE STOCK DES PIECES DE REMPLACEMENT.  */

SS[4] = SSL[4] - Um2*DTNOW*dispo*BLOC*Tmax2;
DD[5] = ST2;

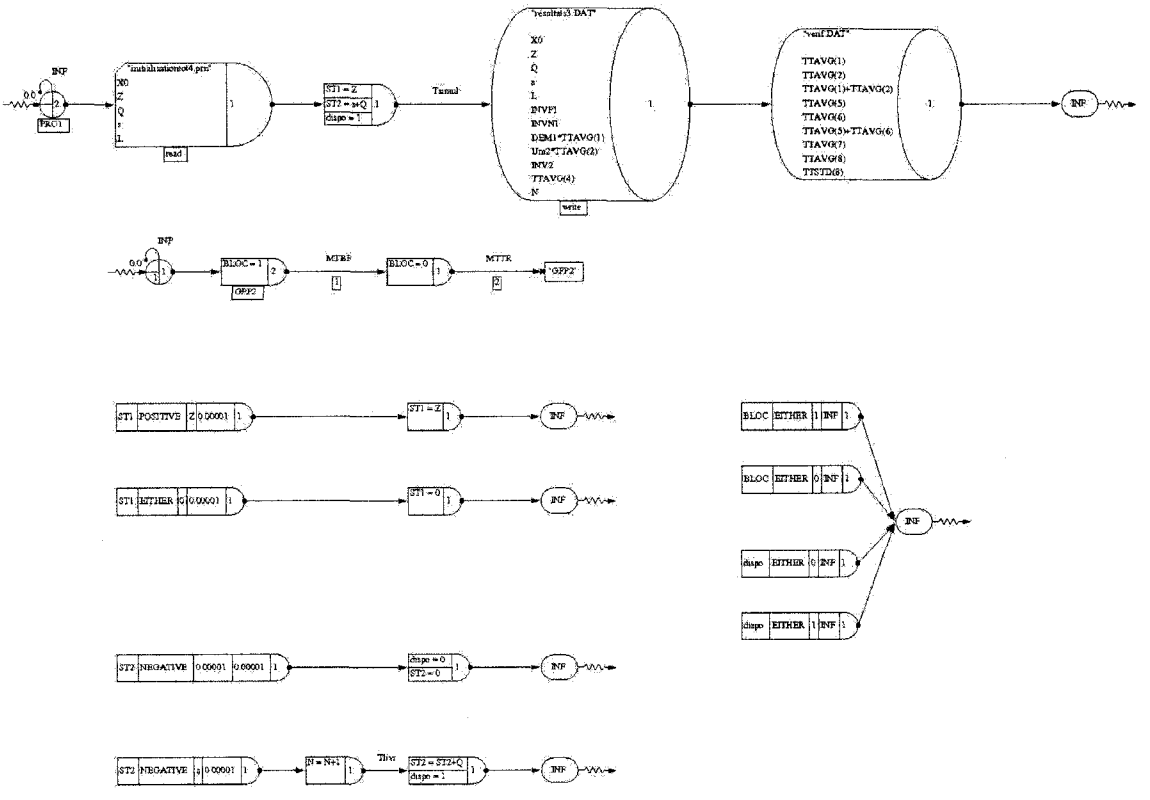

/* Intégrale dans le temps de stock positif et stock négatif*/

DD[2] = (ST1 >= 0) ? ST1 : 0.0;
DD[3] = (ST1 < 0) ? -ST1 : 0.0;

        return;
}
```

Modèle de système hybride de réparation et de réfection et d'approvisionnement contrôlé par une politique à (Z, s, Q).

Réseau



Fichier de contrôle

```
GEN,"Francois","Simulation_reappro_HPP",,135,YES,YES;
LIMITS,100,20,-1,-1,-1,-1,-1;
SEEDS,{{,1,YES},{,11,YES},{,21,YES}};
SEEDS,{{,2,YES},{,12,YES},{,22,YES}};
SEEDS,{{,3,YES},{,13,YES},{,23,YES}};
SEEDS,{{,4,YES},{,14,YES},{,24,YES}};
SEEDS,{{,5,YES},{,15,YES},{,25,YES}};
SEEDS,{{,6,YES},{,16,YES},{,26,YES}};
SEEDS,{{,7,YES},{,17,YES},{,27,YES}};
SEEDS,{{,8,YES},{,18,YES},{,28,YES}};
SEEDS,{{,9,YES},{,19,YES},{,29,YES}};
SEEDS,{{,10,YES},{,20,YES},{,30,YES}};
SEEDS,{{,31,YES},{,32,YES},{,33,YES},{,34,YES},{,35,YES}};
CONTINUOUS,5,5,0.00000001,10.0,,WARNING;
;
;
;durée de simulation
;-----------------------------------------
EQUIVALENCE,{{Tsimul,1000000}};
INITIALIZE,0.0,Tsimul,YES,,NO;
;
;variables de stock
;-----------------------------------------
EQUIVALENCE,{{INVP1,SS[2]/TNOW},{INV2,SS[5]/TNOW},{INVN1,SS[3]/TNOW}};
EQUIVALENCE,{{ST1,SS[1]},{ST2,SS[4]}};
EQUIVALENCE,{{BLOC,LL[0]}};
EQUIVALENCE,{{Z,XX[51]}};
;
;loi de commande
;-----------------------------------------
EQUIVALENCE,{{DEM1,XX[11]},{Um2,XX[22]}};
EQUIVALENCE,{{TauxP1,XX[31]},{Tdem,XX[40]},{Tmax2,XX[42]}};
EQUIVALENCE,{{N,LL[20]},{dispo,XX[61]},{Q,XX[70]},{s,XX[71]},{L,XX[72]}};
;
;demande planifiée et délai de livraison
;-----------------------------------------
EQUIVALENCE,{{X0,LL[11]},{X1,LL[11]+10},{X2,LL[11]+20}};
EQUIVALENCE,{{X12,4},{X21,10}};
EQUIVALENCE,{{MTBF,EXPON(1/X12,X0)},{MTTR,EXPON(1/X21,X1)},{Tlivr,EXPON(4,X2)}};
;
;demande planifiée et délai de livraison
;-----------------------------------------
TIMST,1,Tdem*BLOC,"1",0,0.0,1.0;
TIMST,2,Tmax2*BLOC,"2",0,0.0,1.0;
TIMST,4,dispo,"4",0,0.0,1.0;
TIMST,5,Tdem,"5",0,0.0,1.0;
TIMST,6,Tmax2,"6",0,0.0,1.0;
TIMST,7,BLOC,"7",0,0.0,1.0;
TIMST,8,Tlivr,"8",0,0.0,1.0;
```

```
RECORD,,,TNOW,"TIME",{AWESIM,EXCEL},,TTBEG,10000,10000,{{X0, , },{Z, , },{Q, , },{s, ,
},{L, , },{INVP1, , },{INVN1, , },{DEM1*TTAVG(1), , },{Um2*TTAVG(2), , },{INV2, ,
},{TTAVG(4), , },{N, , }};
;
;Initialisation
;-----------------------------------------------
INTLC,{{BLOC,1},{dispo,1},{L,4}};
INTLC,{{DEM1,20},{Um2,40},{TauxP1,DEM1},{Tmax2,0},{Tdem,1}};
INTLC,{{N,0}};
MONTR,CLEAR;
;
NET;
FIN;
```

User Inserts

```
#include "vslam.h"

#define DEM1 XX[11]
#define Um2 XX[22]

#define Z XX[51]

#define TauxP1 XX[31]

#define Tmax2 XX[42]
#define Tdem XX[40]

#define ST1 SS[1]
#define DSTOK1 DD[1]

#define ST2 SS[4]
#define dispo XX[61]

#define dispo0 XX[80]
#define dispo1 XX[81]

#define BLOC LL[0]

void SWFUNC STATE(void)
{

/* PRODUIRE AU TAUX MAX OU CELUI DE LA DEMANDE */

    TauxP1 = (ST1 < Z && dispo == 1) ? Um2 : DEM1;
    Tmax2 = (TauxP1 == Um2) ? 1 : 0;
    Tdem = (TauxP1 == DEM1) ? 1 : 0;

/* METTRE AJOUR LE STOCK DU PRODUIT. Cas de panne pas de production BLOC = 0 */

        DSTOK1 = TauxP1 * BLOC - DEM1;

/* METTRE AJOUR LE STOCK DES PIECES DE REMPLACEMENT.  */

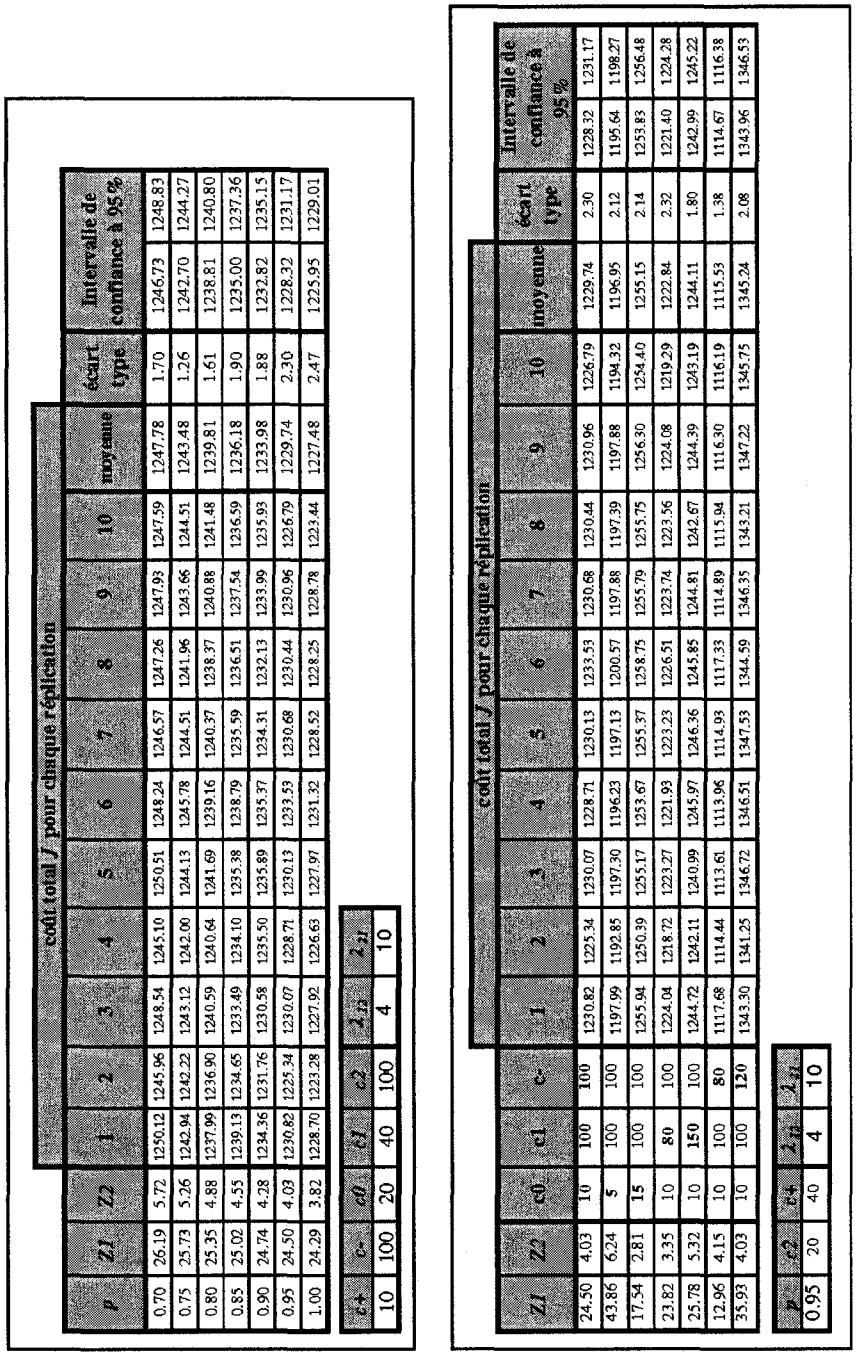
    SS[4] = SSL[4] - Um2*DTNOW*BLOC*Tmax2;
    DD[5] = ST2;


/* Intégrale dans le temps de stock positif et stock négatif*/

DD[2] = (ST1 >= 0) ? ST1 : 0.0;
DD[3] = (ST1 < 0) ? -ST1 : 0.0;

        return;
}
```

ANNEXE E : RÉSULTATS DES SIMULATIONS POUR LE MODÈLE AVEC PROBABILITÉS DE DISPONIBILITÉ



p	Z1	Z2	coût total J pour chaque réplication										moyenne	écart type	Intervalle de confiance à 95%	
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
0.70	26.19	5.72	1250.12	1245.96	1248.54	1245.10	1250.51	1248.24	1246.57	1247.26	1247.93	1247.59	1247.78	1.70	1246.73	1248.83
0.75	25.73	5.26	1242.94	1242.22	1243.12	1242.00	1244.13	1245.78	1244.51	1241.96	1243.66	1244.51	1243.48	1.26	1242.70	1244.27
0.80	25.35	4.88	1237.99	1236.90	1240.59	1240.64	1241.69	1239.16	1240.37	1238.37	1240.88	1241.48	1239.81	1.61	1238.81	1240.80
0.85	25.02	4.55	1239.13	1234.65	1233.49	1234.10	1235.38	1238.79	1235.59	1236.51	1237.54	1236.59	1236.18	1.90	1235.00	1237.36
0.90	24.74	4.28	1234.36	1231.76	1230.58	1235.50	1235.89	1235.37	1234.31	1232.13	1233.99	1235.93	1233.98	1.88	1232.82	1235.15
0.95	24.50	4.03	1230.82	1225.34	1230.07	1228.71	1230.13	1233.53	1230.68	1230.44	1230.96	1226.79	1229.74	2.30	1228.32	1231.17
1.00	24.29	3.82	1228.70	1223.28	1227.92	1226.63	1227.97	1231.32	1228.52	1228.25	1228.78	1223.44	1227.48	2.47	1225.95	1229.01

c+	c-	c0	c1	c2	L11	L21
10	100	20	40	100	4	10

p	c2	c+	L11	L21
0.95	20	40	4	10

Z1	Z2	c0	c1	c-	coût total J pour chaque réplication										moyenne	écart type	Intervalle de confiance à 95%	
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
24.50	4.03	10	100	100	1230.82	1225.34	1230.07	1228.71	1230.13	1233.53	1230.68	1230.44	1230.96	1226.79	1229.74	2.30	1228.32	1231.17
43.86	6.24	5	100	100	1197.99	1192.85	1197.30	1196.23	1197.13	1200.57	1197.88	1197.39	1197.88	1194.32	1196.95	2.12	1195.64	1198.27
17.54	2.81	15	100	100	1255.94	1250.39	1255.17	1253.67	1255.37	1258.75	1255.79	1255.75	1256.30	1254.40	1255.15	2.14	1253.83	1256.48
23.82	3.35	10	80	100	1224.04	1218.72	1223.27	1221.93	1223.23	1226.51	1223.74	1223.56	1224.08	1219.29	1222.84	2.32	1221.40	1224.28
25.78	5.32	10	150	100	1244.72	1242.11	1240.99	1245.97	1246.36	1245.85	1244.81	1242.67	1244.39	1243.19	1244.11	1.80	1242.99	1245.22
12.96	4.15	10	100	80	1117.68	1114.44	1113.61	1113.96	1114.93	1117.33	1114.89	1115.94	1116.30	1116.19	1115.53	1.38	1114.67	1116.38
35.93	4.03	10	100	120	1343.30	1341.25	1346.72	1346.51	1347.53	1344.59	1346.35	1343.21	1347.22	1345.75	1345.24	2.08	1343.96	1346.53

Conditions expérimentales :

c_1^+	c_1^-	c_0	c_1	c_2	p	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	**0.70**	4	10

Résultats du plan d'expérience :

		coût total J pour chaque réplication		
z_1	z_2	1	2	3
-1	-1	1284.46	1283.36	1283.33
-1	0	1265.19	1266.44	1266.85
-1	1	1299.51	1298.53	1293.94
0	-1	1274.09	1278.51	1273.80
0	0	1248.99	1247.65	1252.11
0	1	1259.68	1257.08	1250.08
1	-1	1272.90	1270.99	1280.79
1	0	1248.94	1254.49	1252.75
1	1	1248.94	1256.25	1251.45

ANOVA :

	ANOVA; Var.*J*; R-sqr=,91338; Adj:,88146 (Spreadsheet1) 2 3-level factors, 3 Blocks, 27 Runs; MS Residual=31,0556				
Factor	SS	df	MS	F	p
Blocks	6,875	2	3,437	0,1106	0,89579
(1)*Z1*(L)	2314,26	1	2314,26	74,5197	0,00000
Z1(Q)	705,034	1	705,034	22,7022	0,00013
(2)*Z2*(L)	418,21	1	418,21	13,4666	0,00162
Z2(Q)	1789,63	1	1789,63	57,6266	0,00000
1L by 2L	987,66	1	987,66	31,8029	0,00001
Error	590,058	19	31,056		
Total SS	6811,73	26			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(21)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1248,70	2,29433	544,257	0,00000	1243,93	1253,47
(1)*Z1*(L)	-11,33	1,25665	-9,023	0,00000	-13,95	-8,72
Z1(Q)	10,84	2,17659	4,980	0,00006	6,31	15,36
(2)*Z2*(L)	-4,82	1,25665	-3,835	0,00096	-7,43	-2,20
Z2(Q)	17,27	2,17659	7,934	0,00000	12,74	21,79
1L by 2L	-9,07	1,53908	-5,894	0,00000	-12,27	-5,87

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	J^*
26,53	5,03	1243,77

Conditions expérimentales :

c^+	$\bar{c}$	c_0	c_1	c_2	p	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	**0.75**	4	10

Résultats du plan d'expérience :

		coût total J pour chaque réplication		
z_1	z_2	1	2	3
-1	-1	1283.83	1289.85	1286.92
-1	0	1253.11	1256.93	1256.29
-1	1	1277.87	1274.15	1275.52
0	-1	1282.88	1279.89	1276.44
0	0	1253.12	1249.42	1247.71
0	1	1243.79	1245.16	1246.08
1	-1	1283.20	1276.46	1281.42
1	0	1253.64	1248.65	1246.30
1	1	1246.68	1247.55	1249.61

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.*J*; R-sqr=,92768; Adj:,90104 (Spreadsheet1) 2 3-level factors, 3 Blocks, 27 Runs; MS Residual=26,4164				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	9,047	2	4,523	0,1712	0,84391(
(1)*Z1*(L)	813,09	1	813,09	30,779	0,00002
Z1(Q)	357,68(	1	357,68(	13,540	0,00159
(2)*Z2*(L)	3054,79	1	3054,79	115,640	0,00000(
Z2(Q)	1860,47	1	1860,47	70,428	0,00000(
1L by 2L	343,23(	1	343,23(	12,993	0,00188
Error	501,91	19	26,41(		
Total SS	6940,23	26			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(21)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1246,53	2,122689	587,244	0,00000(	1242,12	1250,95
(1)*Z1*(L)	-6,721	1,16264	-5,780	0,00001(	-9,13	-4,30
Z1(Q)	7,721	2,01376(	3,834	0,00096	3,53	11,90
(2)*Z2*(L)	-13,02	1,16264	-11,204	0,00000(	-15,44	-10,60
Z2(Q)	17,60	2,01376(	8,744	0,00000(	13,421	21,79
1L by 2L	-5,348	1,42394	-3,755	0,00116	-8,30	-2,38

Valeurs optimales :

z_1*	z_2*	J*
25.95	5.38	1242.35

Conditions expérimentales :

c^+	c^-	c_0	c_1	c_2	p	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	**0.80**	4	10

Résultats du plan d'expérience :

		coût total J pour chaque réplication		
z_1	z_2	1	2	3
-1	-1	1262.68	1261.79	1261.45
-1	0	1249.67	1251.06	1251.33
-1	1	1280.30	1278.71	1275.24
0	-1	1254.84	1258.74	1254.84
0	0	1238.47	1237.55	1241.49
0	1	1254.99	1252.70	1246.07
1	-1	1254.15	1252.34	1261.39
1	0	1239.10	1243.94	1242.60
1	1	1245.66	1251.74	1247.45

ANOVA :

	ANOVA; Var.*J*; R-sqr=,90593; Adj:,87128 (Spreadsheet1) 2 3-level factors, 3 Blocks, 27 Runs; MS Residual=16,65005				
Factor	SS	df	MS	F	p
Blocks	4,627	2	2,314	0,1389	0,87114
(1)*Z1*(L)	995,46	1	995,46	59,7877	0,00000
Z1(Q)	318,90	1	318,90	19,1534	0,00032
(2)*Z2*(L)	6,275	1	6,275	0,3768	0,54657
Z2(Q)	1297,00	1	1297,00	77,8979	0,00000
1L by 2L	424,36	1	424,36	25,4871	0,00007
Error	316,35	19	16,65		
Total SS	3362,99	26			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(21)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1239,05	1,68240	736,476	0,00000	1235,55	1242,55
(1)*Z1*(L)	-7,437	0,92149	-8,070	0,00000	-9,353	-5,52
Z1(Q)	7,29	1,59607	4,567	0,00016	3,971	10,61
(2)*Z2*(L)	0,59	0,92149	0,640	0,52863	-1,32	2,507
Z2(Q)	14,70	1,59607	9,211	0,00000	11,38	18,02
1L by 2L	-5,947	1,12859	-5,269	0,00003	-8,29	-3,60

Valeurs optimales :

z_1*	z_2*	J*
25.47	5.27	1236.65

Conditions expérimentales :

c^+	c^-	c_0	c_1	c_2	p	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	**0.85**	4	10

Résultats du plan d'expérience :

		coût total J pour chaque réplication		
z_1	z_2	1	2	3
-1	-1	1251.13	1256.62	1254.17
-1	0	1242.01	1245.85	1244.79
-1	1	1278.38	1275.02	1276.21
0	-1	1250.77	1248.02	1244.90
0	0	1242.49	1238.82	1237.54
0	1	1245.56	1246.42	1247.37
1	-1	1251.46	1245.09	1249.54
1	0	1242.83	1237.94	1235.92
1	1	1248.12	1248.56	1250.59

ANOVA :

	ANOVA; Var.*J*; R-sqr=,84742; Adj:,7912 (Spreadsheet1) 2 3-level factors, 3 Blocks, 27 Runs; MS Residual=25,02263				
Factor	SS	df	MS	F	p
Blocks	9,103	2	4,5515	0,1818	0,83512
(1)*Z1*(L)	723,60	1	723,602	28,9179	0,00003
Z1(Q)	315,15	1	315,153	12,5947	0,00214
(2)*Z2*(L)	231,37	1	231,372	9,2465	0,00672
Z2(Q)	992,66	1	992,664	39,6706	0,00000
1L by 2L	368,56	1	368,562	14,7291	0,00111
Error	475,43	19	25,022		
Total SS	3115,88	26			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(21)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1236,07	2,06707	597,986	0,00000	1231,78	1240,37
(1)*Z1*(L)	-6,34	1,13218	-5,600	0,00001	-8,69	-3,98
Z1(Q)	7,247	1,96099	3,695	0,00134	3,16	11,32
(2)*Z2*(L)	3,585	1,13218	3,166	0,00464	1,231	5,94
Z2(Q)	12,86	1,96099	6,559	0,00000	8,784	16,94
1L by 2L	-5,542	1,38663	-3,996	0,00065	-8,42	-2,65

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	J^*
25.19	4.85	1235.48

Conditions expérimentales :

c^+	c^-	c_0	c_1	c_2	p	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	**0.90**	4	10

Résultats du plan d'expérience :

		coût total J pour chaque réplication		
z_1	z_2	1	2	3
-1	-1	1244.45	1241.93	1243.22
-1	0	1230.08	1240.93	1241.78
-1	1	1259.98	1264.62	1261.22
0	-1	1236.68	1239.89	1239.86
0	0	1234.33	1239.08	1227.69
0	1	1248.56	1248.63	1245.22
1	-1	1238.81	1243.50	1244.64
1	0	1236.41	1235.30	1236.08
1	1	1247.41	1250.12	1251.66

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,88989; Adj:,84933 (Spreadsheet1) 2 3-level factors, 3 Blocks, 27 Runs; MS Residual=11,74625				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	41,444	2	20,7220	1,76413	0,198265
(1)$Z1$(L)	108,877	1	108,8767	9,26906	0,006670
$Z1$(Q)	157,683	1	157,6826	13,42408	0,001650
(2)$Z2$(L)	605,890	1	605,8903	51,58161	0,000001
$Z2$(Q)	793,621	1	793,6205	67,56375	0,000000
1L by 2L	96,209	1	96,2085	8,19058	0,009978
Error	223,179	19	11,7462		
Total SS	2026,901	26			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(21)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1232,325	1,52759	806,7119	0,000000	1229,149	1235,502
(1)$Z1$(L)	-2,459	0,836690	-2,9394	0,007832	-4,199	-0,719
$Z1$(Q)	5,126	1,449200	3,5374	0,001952	2,113	8,140
(2)$Z2$(L)	5,802	0,836690	6,9341	0,000001	4,062	7,542
$Z2$(Q)	11,501	1,449200	7,9360	0,000000	8,487	14,515
1L by 2L	-2,831	1,024739	-2,7631	0,011652	-4,963	-0,700

Valeurs optimales :

z_1*	z_2*	J*
25.19	4.85	1235.48

Conditions expérimentales :

c^+	c^-	c_0	c_1	c_2	p	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	**0.95**	4	10

Résultats du plan d'expérience :

		coût total J pour chaque réplication		
z_1	z_2	1	2	3
-1	-1	1244.45	1241.93	1243.22
-1	0	1230.08	1240.93	1241.78
-1	1	1259.98	1264.62	1261.22
0	-1	1236.68	1239.89	1239.86
0	0	1234.33	1239.08	1227.69
0	1	1248.56	1248.63	1245.22
1	-1	1238.81	1243.50	1244.64
1	0	1236.41	1235.30	1236.08
1	1	1247.41	1250.12	1251.66

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.J; R-sqr=,91139; Adj:,87874 (Spreadsheet1) 2 3-level factors, 3 Blocks, 27 Runs; MS Residual=11,2319 SS	df	MS	F	p
Blocks	46,88(	2	23,443	2,0871!	0,15155!
(1)$Z1$(L)	128,52	1	128,52	11,4424	0,00312!
$Z1$(Q)	167,24	1	167,24	14,8900	0,00105!
(2)$Z2$(L)	1032,22	1	1032,22	91,9010(	0,00000(
$Z2$(Q)	733,41	1	733,41	65,2972(	0,00000(
1L by 2L	86,592	1	86,592	7,7094	0,01202
Error	213,40(	19	11,232		
Total SS	2408,28	26			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(22)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1230,41	1,70877	720,059	0,00000(	1226,87	1233,96
(1)$Z1$(L)	-2,672	0,93593	-2,855(	0,00920	-4,61	-0,731
$Z1$(Q)	5,28(	1,62108	3,2568	0,00361	1,918	8,641
(2)$Z2$(L)	7,573	0,93593	8,0911	0,00000(	5,632	9,514
$Z2$(Q)	11,05(	1,62108	6,8201	0,00000	7,694	14,418

Valeurs optimales :

z_1*	z_2*	J*
24.71	4.03	1228.97

Conditions expérimentales :

c^+	c^-	c_0	c_1	c_2	D	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	1	4	10

Résultats du plan d'expérience :

		coût total J pour chaque réplication		
z_1	z_2	1	2	3
-1	-1	1244.45	1241.93	1243.22
-1	0	1230.08	1240.93	1241.78
-1	1	1259.98	1264.62	1261.22
0	-1	1236.68	1239.89	1239.86
0	0	1234.33	1239.08	1227.69
0	1	1248.56	1248.63	1245.22
1	-1	1238.81	1243.50	1244.64
1	0	1236.41	1235.30	1236.08
1	1	1247.41	1250.12	1251.66

ANOVA :

	ANOVA; Var.*J*; R-sqr=,89637; Adj:,85819 (Spreadsheet1)				
	2 3-level factors, 3 Blocks, 27 Runs; MS Residual=25,414(				
Factor	SS	df	MS	F	p
Blocks	7,337	2	3,669	0,14435	0,86652
(1)*Z1*(L)	772,711	1	772,71	30,4048	0,00002(
Z1(Q)	329,371	1	329,37	12,9601	0,00190
(2)*Z2*(L)	1822,32	1	1822,32	71,7055(	0,00000(
Z2(Q)	821,767	1	821,76	32,3351	0,00001
1L by 2L	423,15	1	423,15	16,6503	0,00063
Error	482,867	19	25,414		
Total SS	4659,53	26			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(22)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1229,47	2,772759	443,410	0,00000(	1223,72	1235,22
(1)*Z1*(L)	-6,552	1,51870	-4,314	0,00028(	-9,702	-3,402
Z1(Q)	7,409	2,63047(	2,816	0,01004	1,954	12,86
(2)*Z2*(L)	10,062	1,51870	6,625	0,00000	6,912	13,211
Z2(Q)	11,703	2,63047(	4,449(	0,00020	6,248	17,158

Valeurs optimales :

z_1*	z_2*	J*
24.00	3.94	1227.44

ANNEXE F : RÉSULTATS DES SIMULATIONS POUR LE MODÈLE AVEC POLITIQUE D'APPROVISIONNEMENT

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1968.88	1942.42	1954.65	1947.43	1949.82
-1	-1	-1	0	1760.03	1747.16	1750.23	1754.15	1755.59
-1	-1	-1	1	1656.61	1655.76	1655.17	1647.77	1657.60
-1	-1	0	-1	1650.61	1653.73	1649.75	1647.29	1653.38
-1	-1	0	0	1598.23	1595.95	1596.67	1593.22	1597.26
-1	-1	0	1	1586.60	1586.37	1586.62	1588.08	1584.73
-1	-1	1	-1	1598.08	1599.48	1598.96	1600.31	1601.79
-1	-1	1	0	1584.53	1582.47	1583.45	1585.51	1584.28
-1	-1	1	1	1600.80	1601.85	1599.64	1602.23	1595.99
-1	0	-1	-1	1854.24	1843.83	1844.08	1846.14	1837.74
-1	0	-1	0	1693.69	1687.89	1701.01	1698.13	1696.81
-1	0	-1	1	1633.26	1625.04	1627.85	1629.38	1629.59
-1	0	0	-1	1611.69	1606.94	1601.98	1605.18	1602.95
-1	0	0	0	1577.25	1577.68	1579.88	1574.77	1577.38
-1	0	0	1	1584.26	1586.17	1588.80	1585.69	1584.89
-1	0	1	-1	1576.32	1576.65	1579.93	1579.14	1579.41
-1	0	1	0	1580.24	1582.52	1579.87	1584.54	1583.27
-1	0	1	1	1607.76	1609.19	1608.65	1611.94	1609.28
-1	1	-1	-1	1832.05	1814.28	1827.76	1807.11	1820.95
-1	1	-1	0	1714.75	1695.15	1703.82	1712.53	1704.33
-1	1	-1	1	1662.59	1661.97	1660.57	1656.25	1659.49
-1	1	0	-1	1621.80	1617.27	1618.07	1620.16	1618.50
-1	1	0	0	1604.11	1610.79	1609.88	1610.55	1610.66
-1	1	0	1	1626.60	1628.11	1623.54	1624.65	1626.87
-1	1	1	-1	1601.79	1603.62	1599.52	1604.63	1599.83
-1	1	1	0	1619.52	1622.99	1622.33	1620.10	1621.68
-1	1	1	1	1654.38	1653.93	1651.38	1655.12	1653.97
0	-1	-1	-1	1960.35	1944.46	1949.83	1940.64	1950.36
0	-1	-1	0	1754.96	1746.91	1747.96	1744.41	1749.84
0	-1	-1	1	1655.26	1651.07	1650.04	1650.05	1652.73
0	-1	0	-1	1649.86	1646.74	1648.23	1647.58	1650.31
0	-1	0	0	1595.82	1595.49	1595.00	1596.86	1596.35
0	-1	0	1	1586.28	1585.56	1583.60	1586.09	1586.05

0	-1	1	-1	1599.89	1600.08	1597.96	1598.22	1598.28
0	-1	1	0	1585.72	1585.96	1583.96	1585.27	1584.46
0	-1	1	1	1599.50	1600.49	1598.01	1599.58	1598.54
0	0	-1	-1	1840.82	1831.38	1839.14	1820.00	1831.36
0	0	-1	0	1688.83	1683.58	1686.92	1674.43	1687.79
0	0	-1	1	1622.43	1622.45	1621.59	1617.18	1627.26
0	0	0	-1	1599.25	1600.28	1599.58	1592.59	1597.37
0	0	0	0	1574.74	1574.29	1574.19	1570.22	1571.68
0	0	0	1	1584.31	1584.58	1583.38	1582.56	1582.56
0	0	1	-1	1568.64	1571.73	1571.73	1571.08	1574.81
0	0	1	0	1577.24	1579.59	1579.30	1579.73	1580.97
0	0	1	1	1605.50	1607.88	1607.34	1608.03	1608.65
0	1	-1	-1	1752.47	1754.54	1754.32	1743.48	1757.16
0	1	-1	0	1653.44	1648.15	1649.45	1644.38	1648.33
0	1	-1	1	1619.66	1617.57	1619.45	1613.65	1614.62
0	1	0	-1	1576.30	1577.99	1575.12	1578.64	1575.01
0	1	0	0	1578.19	1576.82	1578.67	1580.75	1575.08
0	1	0	1	1602.22	1603.46	1602.21	1605.20	1601.75
0	1	1	-1	1572.91	1573.93	1573.99	1577.22	1575.07
0	1	1	0	1597.52	1600.27	1596.62	1600.12	1599.17
0	1	1	1	1635.54	1638.05	1635.64	1637.90	1636.11
1	-1	-1	-1	1955.51	1943.11	1950.46	1938.38	1942.31
1	-1	-1	0	1751.55	1745.19	1749.92	1744.31	1743.79
1	-1	-1	1	1652.74	1650.65	1652.15	1649.90	1648.65
1	-1	0	-1	1648.82	1648.42	1646.48	1649.28	1649.38
1	-1	0	0	1595.18	1595.25	1592.93	1597.91	1595.06
1	-1	0	1	1584.94	1585.20	1582.05	1587.35	1584.74
1	-1	1	-1	1602.20	1599.46	1596.89	1598.31	1599.39
1	-1	1	0	1587.67	1586.29	1582.67	1585.22	1586.32
1	-1	1	1	1601.16	1600.65	1596.82	1599.65	1600.32
1	0	-1	-1	1836.09	1824.67	1830.60	1821.00	1826.01
1	0	-1	0	1685.74	1678.84	1682.46	1677.79	1678.18
1	0	-1	1	1622.19	1619.15	1620.04	1617.94	1617.82
1	0	0	-1	1598.77	1595.70	1593.95	1597.57	1595.47
1	0	0	0	1573.85	1572.85	1570.77	1574.16	1572.88
1	0	0	1	1583.34	1582.47	1580.54	1584.13	1582.79
1	0	1	-1	1573.13	1574.00	1569.93	1572.33	1572.44
1	0	1	0	1580.82	1582.15	1577.97	1580.16	1580.31
1	0	1	1	1608.45	1609.91	1606.21	1608.03	1607.92
1	1	-1	-1	1758.87	1750.93	1751.99	1744.19	1752.98
1	1	-1	0	1651.85	1646.27	1650.44	1644.82	1645.16
1	1	-1	1	1618.38	1617.52	1617.88	1614.41	1614.18
1	1	0	-1	1580.08	1576.76	1576.11	1578.70	1577.70
1	1	0	0	1579.85	1577.59	1575.42	1579.46	1578.64
1	1	0	1	1604.20	1602.79	1600.60	1604.05	1603.83
1	1	1	-1	1575.07	1576.32	1573.90	1575.18	1574.44
1	1	1	0	1598.93	1600.57	1598.00	1599.04	1598.44
1	1	1	1	1637.02	1638.54	1636.28	1636.99	1636.62

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,95421; Adj:,95207 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=374,4223				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	423	4	106	0,282	0,88935(
(1)Z1 (L)	1644(	1	1644(	43,907	0,000000
Z1 (Q)	4635	1	4635	12,38(	0,00048(
(2)Z2 (L)	60488	1	60488	161,551	0,000000
Z2 (Q)	30037	1	30037	80,223	0,000000
(3)Q (L)	118193:	1	118193:	3156,69(	0,000000
Q (Q)	394053	1	394053	1052,428	0,000000
(4)s (L)	319253	1	319253	852,654	0,000000
s (Q)	5034(	1	5034(	134,462	0,000000
1L by 2L	1338:	1	1338:	35,75:	0,000000
1L by 3L	3361	1	3361	8,978	0,00291(
1L by 4L	806	1	806	2,154	0,14303'
2L by 3L	133305	1	133305	356,028	0,000000
2L by 4L	108492	1	108492	289,757	0,000000
3L by 4L	694491	1	694491	1854,83:	0,000000
Error	144527	386	374		
Total SS	3155981	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1564,99(	2,878188	543,741:	0,000000(	1559,33'	1570,64:
(1)Z1 (L)	-7,803	1,175015	-6,6408	0,000000(	-10,113	-5,493
Z1 (Q)	7,177	2,035180	3,5262	0,00047'	3,175	11,178
(2)Z2 (L)	-14,968	1,175015	-12,738:	0,000000(	-17,278	-12,658
Z2 (Q)	18,26:	2,035180	8,976:	0,000000(	14,267	22,270
(3)Q (L)	-66,16:	1,175015	-56,308:	0,000000(	-68,473	-63,853
Q (Q)	66,16:	2,035180	32,512(	0,000000(	62,168	70,170
(4)s (L)	-34,38(	1,175015	-29,264(	0,000000(	-36,69(	-32,07(
s (Q)	23,652	2,035180	11,621:	0,000000(	19,650	27,653
1L by 2L	-8,625	1,439094	-5,9931	0,000000(	-11,454	-5,795
1L by 3L	4,321	1,439094	3,002:	0,00284(	1,492	7,151
2L by 3L	27,214	1,439094	18,910:	0,000000(	24,384	30,043
2L by 4L	24,551	1,439094	17,059:	0,000000(	21,721	27,380
3L by 4L	62,11:	1,439094	43,162(	0,000000(	59,28(	64,944

Valeurs optimales :

z_1*	z_2*	s*	Q*	J*
48.33	10.74	84.61	32.19	1546.65

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
8	100	20	40	100	4	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1960.51	1934.00	1946.33	1939.01	1941.44
-1	-1	-1	0	1750.14	1737.23	1740.37	1744.22	1745.71
-1	-1	-1	1	1645.66	1644.78	1644.23	1636.76	1646.63
-1	-1	0	-1	1640.38	1643.51	1639.55	1637.04	1643.19
-1	-1	0	0	1587.03	1584.75	1585.49	1581.98	1586.08
-1	-1	0	1	1574.76	1574.54	1574.81	1576.21	1572.89
-1	-1	1	-1	1587.10	1588.48	1587.99	1589.30	1590.82
-1	-1	1	0	1572.82	1570.76	1571.75	1573.77	1572.58
-1	-1	1	1	1588.63	1589.67	1587.48	1590.03	1583.82
-1	0	-1	-1	1839.60	1829.14	1829.51	1831.46	1823.10
-1	0	-1	0	1676.64	1670.80	1683.99	1681.04	1679.77
-1	0	-1	1	1614.56	1606.27	1609.14	1610.64	1610.86
-1	0	0	-1	1594.07	1589.30	1584.36	1587.51	1585.32
-1	0	0	0	1558.10	1558.53	1560.74	1555.59	1558.26
-1	0	0	1	1564.12	1566.03	1568.67	1565.51	1564.75
-1	0	1	-1	1557.49	1557.79	1561.11	1560.28	1560.58
-1	0	1	0	1560.29	1562.56	1559.94	1564.59	1563.32
-1	0	1	1	1587.08	1588.52	1588.01	1591.26	1588.60
-1	1	-1	-1	1812.44	1794.59	1808.22	1787.42	1801.28
-1	1	-1	0	1692.10	1672.41	1681.16	1689.86	1681.66
-1	1	-1	1	1637.73	1637.04	1635.72	1631.32	1634.58
-1	1	0	-1	1598.10	1593.54	1594.32	1596.40	1594.76
-1	1	0	0	1578.43	1585.14	1584.23	1584.90	1584.99
-1	1	0	1	1599.58	1601.10	1596.52	1597.61	1599.85
-1	1	1	-1	1576.38	1578.18	1574.11	1579.16	1574.40
-1	1	1	0	1592.65	1596.15	1595.49	1593.22	1594.83
-1	1	1	1	1626.56	1626.09	1623.54	1627.31	1626.14
0	-1	-1	-1	1951.77	1935.81	1941.25	1931.97	1941.77
0	-1	-1	0	1744.82	1736.73	1737.81	1734.18	1739.69
0	-1	-1	1	1644.01	1639.79	1638.80	1638.74	1641.49
0	-1	0	-1	1639.36	1636.26	1637.78	1637.04	1639.83
0	-1	0	0	1584.32	1584.02	1583.54	1585.33	1584.87
0	-1	0	1	1574.13	1573.43	1571.48	1573.90	1573.91
0	-1	1	-1	1588.60	1588.78	1586.72	1586.90	1587.02
0	-1	1	0	1573.70	1573.92	1571.97	1573.22	1572.45
0	-1	1	1	1587.01	1587.99	1585.55	1587.05	1586.06
0	0	-1	-1	1825.31	1815.82	1823.67	1804.36	1815.83
0	0	-1	0	1670.84	1665.52	1668.96	1656.29	1669.76
0	0	-1	1	1602.68	1602.66	1601.87	1597.33	1607.51
0	0	0	-1	1580.64	1581.67	1581.03	1573.89	1578.77

0	0	0	0	1554.55	1554.11	1554.05	1549.99	1551.52
0	0	0	1	1563.10	1563.39	1562.22	1561.32	1561.37
0	0	1	-1	1548.77	1551.84	1551.88	1551.16	1554.96
0	0	1	0	1556.23	1558.57	1558.33	1558.68	1559.99
0	0	1	1	1583.76	1586.15	1585.64	1586.26	1586.94
0	1	-1	-1	1729.23	1731.25	1731.20	1720.17	1733.96
0	1	-1	0	1626.95	1621.54	1623.04	1617.79	1621.80
0	1	-1	1	1590.91	1588.73	1590.73	1584.77	1585.83
0	1	0	-1	1548.93	1550.62	1547.78	1551.21	1547.63
0	1	0	0	1548.81	1547.43	1549.38	1551.36	1545.74
0	1	0	1	1571.58	1572.81	1571.58	1574.53	1571.11
0	1	1	-1	1543.93	1544.91	1545.05	1548.18	1546.12
0	1	1	0	1567.11	1569.84	1566.23	1569.66	1568.79
0	1	1	1	1604.20	1606.71	1604.34	1606.55	1604.79
1	-1	-1	-1	1946.90	1934.46	1941.89	1929.70	1933.70
1	-1	-1	0	1741.38	1734.99	1739.78	1734.08	1733.61
1	-1	-1	1	1641.48	1639.37	1640.93	1638.59	1637.39
1	-1	0	-1	1638.33	1637.93	1636.03	1638.74	1638.89
1	-1	0	0	1583.69	1583.76	1581.47	1586.38	1583.57
1	-1	0	1	1572.79	1573.06	1569.93	1575.16	1572.60
1	-1	1	-1	1590.93	1588.16	1585.64	1586.97	1588.13
1	-1	1	0	1575.66	1574.26	1570.68	1573.14	1574.31
1	-1	1	1	1588.67	1588.15	1584.35	1587.11	1587.84
1	0	-1	-1	1820.54	1809.07	1815.12	1805.37	1810.49
1	0	-1	0	1667.72	1660.75	1664.45	1659.67	1660.13
1	0	-1	1	1602.41	1599.33	1600.30	1598.09	1598.04
1	0	0	-1	1580.14	1577.07	1575.38	1578.87	1576.85
1	0	0	0	1553.65	1552.67	1550.61	1553.93	1552.69
1	0	0	1	1562.13	1561.28	1559.35	1562.90	1561.59
1	0	1	-1	1553.26	1554.11	1550.08	1552.41	1552.59
1	0	1	0	1559.81	1561.13	1556.98	1559.10	1559.31
1	0	1	1	1586.71	1588.17	1584.49	1586.26	1586.20
1	1	-1	-1	1735.65	1727.64	1728.86	1720.83	1729.80
1	1	-1	0	1625.37	1619.69	1623.97	1618.19	1618.62
1	1	-1	1	1589.58	1588.69	1589.12	1585.53	1585.38
1	1	0	-1	1552.69	1549.37	1548.77	1551.25	1550.31
1	1	0	0	1550.49	1548.21	1546.06	1550.03	1549.26
1	1	0	1	1573.54	1572.12	1569.94	1573.34	1573.15
1	1	1	-1	1546.07	1547.30	1544.93	1546.13	1545.46
1	1	1	0	1568.48	1570.12	1567.57	1568.57	1568.01
1	1	1	1	1605.66	1607.19	1604.95	1605.61	1605.27

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,95629; Adj:,95425 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=378,519				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	433	4	108	0,286	0,887052
(1)Z1 (L)	20135	1	20135	53,195	0,000000
Z1 (Q)	5757	1	5757	15,208	0,000114
(2)Z2 (L)	144250	1	144250	381,089	0,000000
Z2 (Q)	30225	1	30225	79,850	0,000000
(3)Q (L)	1236758	1	1236758	3267,355	0,000000
Q (Q)	401963	1	401963	1061,935	0,000000
(4)s (L)	345748	1	345748	913,422	0,000000
s (Q)	51505	1	51505	136,070	0,000000
1L by 2L	16146	1	16146	42,650	0,000000
1L by 3L	3378	1	3378	8,923	0,002994
1L by 4L	793	1	793	2,096	0,148500
2L by 3L	127866	1	127866	337,807	0,000000
2L by 4L	104387	1	104387	275,776	0,000000
3L by 4L	707334	1	707334	1868,684	0,000000
Error	146109	386	379		
Total SS	334278	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1544,605	2,893731	533,7763	0,000000	1538,916	1550,295
(1)Z1 (L)	-8,636	1,181361	-7,3100	0,000000	-10,958	-6,313
Z1 (Q)	7,998	2,046177	3,9086	0,000109	3,975	12,021
(2)Z2 (L)	-23,114	1,181361	-19,5656	0,000000	-25,437	-20,791
Z2 (Q)	18,326	2,046177	8,9561	0,000000	14,303	22,349
(3)Q (L)	-67,680	1,181361	-57,2899	0,000000	-70,003	-65,357
Q (Q)	66,830	2,046177	32,6609	0,000000	62,807	70,853
(4)s (L)	-35,785	1,181361	-30,2911	0,000000	-38,107	-33,462
s (Q)	23,922	2,046177	11,6912	0,000000	19,899	27,945
1L by 2L	-9,471	1,446866	-6,5459	0,000000	-12,316	-6,626
1L by 3L	4,332	1,446866	2,9940	0,002929	1,487	7,176
2L by 3L	26,653	1,446866	18,4210	0,000000	23,808	29,497
2L by 4L	24,082	1,446866	16,6440	0,000000	21,237	26,926
3L by 4L	62,687	1,446866	43,3259	0,000000	59,842	65,531

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
53.63	12.94	84.84	29.04	1522.25

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
12	100	20	40	100	4	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1977.25	1950.83	1962.98	1955.84	1958.20
-1	-1	-1	0	1769.92	1757.09	1760.10	1764.08	1765.47
-1	-1	-1	1	1667.56	1666.75	1666.10	1658.77	1668.57
-1	-1	0	-1	1660.84	1663.95	1659.94	1657.55	1663.57
-1	-1	0	0	1609.43	1607.16	1607.84	1604.46	1608.44
-1	-1	0	1	1598.44	1598.21	1598.43	1599.95	1596.58
-1	-1	1	-1	1609.05	1610.47	1609.92	1611.32	1612.75
-1	-1	1	0	1596.24	1594.19	1595.14	1597.25	1595.99
-1	-1	1	1	1612.96	1614.02	1611.79	1614.43	1608.16
-1	0	-1	-1	1868.89	1858.52	1858.65	1860.83	1852.37
-1	0	-1	0	1710.74	1704.97	1718.03	1715.21	1713.85
-1	0	-1	1	1651.97	1643.81	1646.56	1648.12	1648.32
-1	0	0	-1	1629.31	1624.57	1619.59	1622.86	1620.57
-1	0	0	0	1596.41	1596.82	1599.02	1593.95	1596.49
-1	0	0	1	1604.40	1606.32	1608.93	1605.88	1605.02
-1	0	1	-1	1595.15	1595.51	1598.76	1598.01	1598.24
-1	0	1	0	1600.20	1602.47	1599.80	1604.49	1603.23
-1	0	1	1	1628.44	1629.87	1629.30	1632.62	1629.95
-1	1	-1	-1	1851.66	1833.97	1847.29	1826.80	1840.61
-1	1	-1	0	1737.40	1717.90	1726.47	1735.20	1727.00
-1	1	-1	1	1687.45	1686.90	1685.43	1681.17	1684.40
-1	1	0	-1	1645.51	1641.00	1641.81	1643.92	1642.24
-1	1	0	0	1629.80	1636.44	1635.53	1636.20	1636.33
-1	1	0	1	1653.61	1655.12	1650.55	1651.69	1653.90
-1	1	1	-1	1627.20	1629.07	1624.94	1630.09	1625.26
-1	1	1	0	1646.39	1649.83	1649.17	1646.98	1648.53
-1	1	1	1	1682.20	1681.77	1679.21	1682.94	1681.81
0	-1	-1	-1	1968.93	1953.10	1958.40	1949.31	1958.95
0	-1	-1	0	1765.11	1757.10	1758.11	1754.64	1759.99
0	-1	-1	1	1666.50	1662.35	1661.29	1661.36	1663.97
0	-1	0	-1	1660.36	1657.22	1658.67	1658.12	1660.79
0	-1	0	0	1607.32	1606.97	1606.46	1608.40	1607.83
0	-1	0	1	1598.44	1597.70	1595.71	1598.28	1598.18
0	-1	1	-1	1611.17	1611.38	1609.21	1609.54	1609.55
0	-1	1	0	1597.74	1598.00	1595.95	1597.33	1596.47
0	-1	1	1	1612.00	1613.00	1610.48	1612.11	1611.01
0	0	-1	-1	1856.32	1846.94	1854.61	1835.64	1846.89
0	0	-1	0	1706.82	1701.64	1704.89	1692.56	1705.81
0	0	-1	1	1642.18	1642.25	1641.31	1637.03	1647.02
0	0	0	-1	1617.86	1618.89	1618.14	1611.28	1615.97

0	0	0	0	1594.92	1594.47	1594.33	1590.45	1591.85
0	0	0	1	1605.51	1605.77	1604.53	1603.81	1603.75
0	0	1	-1	1588.51	1591.62	1591.57	1591.01	1594.65
0	0	1	0	1598.24	1600.61	1600.28	1600.78	1601.95
0	0	1	1	1627.24	1629.61	1629.05	1629.80	1630.36
0	1	-1	-1	1775.71	1777.84	1777.45	1766.79	1780.36
0	1	-1	0	1679.93	1674.75	1675.86	1670.97	1674.85
0	1	-1	1	1648.41	1646.41	1648.16	1642.54	1643.41
0	1	0	-1	1603.66	1605.36	1602.45	1606.08	1602.38
0	1	0	0	1607.56	1606.22	1607.96	1610.13	1604.43
0	1	0	1	1632.86	1634.10	1632.84	1635.87	1632.40
0	1	1	-1	1601.89	1602.95	1602.93	1606.25	1604.03
0	1	1	0	1627.93	1630.70	1627.01	1630.58	1629.55
0	1	1	1	1666.88	1669.39	1666.95	1669.25	1667.43
1	-1	-1	-1	1964.11	1951.75	1959.02	1947.05	1950.92
1	-1	-1	0	1761.72	1755.38	1760.05	1754.54	1753.96
1	-1	-1	1	1664.00	1661.94	1663.37	1661.20	1659.90
1	-1	0	-1	1659.31	1658.91	1656.93	1659.82	1659.86
1	-1	0	0	1606.67	1606.73	1604.39	1609.45	1606.54
1	-1	0	1	1597.09	1597.34	1594.18	1599.54	1596.88
1	-1	1	-1	1613.48	1610.75	1608.14	1609.65	1610.64
1	-1	1	0	1599.69	1598.33	1594.67	1597.29	1598.33
1	-1	1	1	1613.65	1613.14	1609.29	1612.19	1612.80
1	0	-1	-1	1851.64	1840.27	1846.08	1836.63	1841.53
1	0	-1	0	1703.76	1696.93	1700.46	1695.91	1696.23
1	0	-1	1	1641.97	1638.96	1639.78	1637.78	1637.61
1	0	0	-1	1617.40	1614.33	1612.53	1616.27	1614.09
1	0	0	0	1594.04	1593.03	1590.93	1594.39	1593.07
1	0	0	1	1604.54	1603.67	1601.72	1605.37	1604.00
1	0	1	-1	1593.01	1593.89	1589.78	1592.25	1592.29
1	0	1	0	1601.84	1603.17	1598.97	1601.22	1601.31
1	0	1	1	1630.19	1631.64	1627.93	1629.81	1629.64
1	1	-1	-1	1782.10	1774.22	1775.13	1767.54	1776.16
1	1	-1	0	1678.33	1672.85	1676.92	1671.45	1671.70
1	1	-1	1	1647.18	1646.34	1646.63	1643.28	1642.99
1	1	0	-1	1607.47	1604.16	1603.44	1606.16	1605.10
1	1	0	0	1609.21	1606.97	1604.78	1608.88	1608.03
1	1	0	1	1634.86	1633.46	1631.26	1634.75	1634.51
1	1	1	-1	1604.06	1605.35	1602.87	1604.24	1603.42
1	1	1	0	1629.37	1631.03	1628.43	1629.52	1628.88
1	1	1	1	1668.37	1669.89	1667.62	1668.37	1667.96

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,95244; Adj:,95022 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=370,7133 SS	df	MS	F	p
Blocks	413	4	103,4	0,279	0,891618
(1)Z1 L+Q	16754	2	8376,8	22,597	0,000000
(2)Z2 L+Q	42413	2	21206,7	57,205	0,000000
(3)Q L+Q	1514576	2	757287,9	2042,786	0,000000
(4)s L+Q	343012	2	171506,2	462,638	0,000000
1*2	10890	1	10889,8	29,375	0,000000
1*3	3345	1	3345,2	9,024	0,002839
1*4	820	1	819,6	2,211	0,137866
2*3	138857	1	138856,7	374,566	0,000000
2*4	112676	1	112675,6	303,943	0,000000
3*4	681766	1	681766,1	1839,066	0,000000
Error	143095	386	370,7		
Total SS	3008617	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1585,375	2,864054	553,5422	0,000000	1579,744	1591,006
(1)Z1 (L)	-6,970	1,169245	-5,9615	0,000000	-9,269	-4,672
Z1 (Q)	6,355	2,025192	3,1382	0,001829	2,374	10,337
(2)Z2 (L)	-6,821	1,169245	-5,8339	0,000000	-9,120	-4,522
Z2 (Q)	18,212	2,025192	8,9926	0,000000	14,230	22,193
(3)Q (L)	-64,646	1,169245	-55,2886	0,000000	-66,945	-62,347
Q (Q)	65,508	2,025192	32,3467	0,000000	61,527	69,490
(4)s (L)	-32,988	1,169245	-28,2129	0,000000	-35,287	-30,689
s (Q)	23,381	2,025192	11,5449	0,000000	19,399	27,362
1L by 2L	-7,778	1,432027	-5,4315	0,000000	-10,594	-4,963
1L by 3L	4,311	1,432027	3,0104	0,002778	1,496	7,126
2L by 3L	27,775	1,432027	19,3953	0,000000	24,959	30,590
2L by 4L	25,019	1,432027	17,4714	0,000000	22,204	27,835
3L by 4L	61,543	1,432027	42,9764	0,000000	58,728	64,359

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
42.67	8.46	84.31	35.70	1567.30

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	**80**	20	40	100	4	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1833.15	1812.14	1821.81	1816.01	1818.10
-1	-1	-1	0	1676.16	1666.07	1668.34	1671.48	1672.78
-1	-1	-1	1	1604.59	1604.08	1603.43	1597.59	1605.61
-1	-1	0	-1	1589.63	1592.17	1589.00	1586.97	1591.97
-1	-1	0	0	1558.35	1556.53	1557.15	1554.35	1557.67
-1	-1	0	1	1560.29	1560.19	1560.34	1561.51	1559.04
-1	-1	1	-1	1557.57	1558.85	1558.33	1559.43	1560.64
-1	-1	1	0	1557.60	1555.98	1556.81	1558.35	1557.49
-1	-1	1	1	1581.95	1582.91	1581.13	1583.15	1578.21
-1	0	-1	-1	1748.25	1740.06	1740.09	1741.79	1735.25
-1	0	-1	0	1630.82	1626.31	1636.64	1634.36	1633.48
-1	0	-1	1	1594.26	1587.89	1589.95	1591.15	1591.55
-1	0	0	-1	1566.54	1562.79	1558.78	1561.39	1559.65
-1	0	0	0	1550.15	1550.51	1552.33	1548.08	1550.32
-1	0	0	1	1567.34	1568.96	1571.03	1568.59	1568.00
-1	0	1	-1	1548.66	1549.11	1551.63	1550.98	1551.35
-1	0	1	0	1563.04	1564.99	1562.73	1566.46	1565.62
-1	0	1	1	1596.68	1597.90	1597.40	1600.09	1598.03
-1	1	-1	-1	1738.14	1724.13	1734.66	1718.25	1729.48
-1	1	-1	0	1655.97	1640.53	1647.21	1654.22	1647.82
-1	1	-1	1	1626.54	1626.29	1624.91	1621.60	1624.31
-1	1	0	-1	1584.11	1580.59	1581.22	1582.87	1581.67
-1	1	0	0	1581.49	1586.84	1586.11	1586.62	1586.83
-1	1	0	1	1611.31	1612.70	1608.94	1609.85	1611.75
-1	1	1	-1	1579.45	1581.03	1577.64	1581.86	1578.07
-1	1	1	0	1605.01	1607.84	1607.27	1605.52	1606.90
-1	1	1	1	1644.64	1644.37	1642.32	1645.31	1644.54
0	-1	-1	-1	1826.39	1813.87	1818.02	1810.73	1818.61
0	-1	-1	0	1672.20	1665.99	1666.63	1663.82	1668.34
0	-1	-1	1	1603.62	1600.50	1599.49	1599.50	1601.84
0	-1	0	-1	1589.10	1586.64	1587.82	1587.26	1589.65
0	-1	0	0	1556.52	1556.21	1555.86	1557.36	1557.09
0	-1	0	1	1560.17	1559.54	1558.08	1560.04	1560.13
0	-1	1	-1	1559.10	1559.37	1557.58	1557.74	1558.01
0	-1	1	0	1558.66	1559.00	1557.28	1558.31	1557.87
0	-1	1	1	1581.09	1582.02	1579.89	1581.16	1580.50
0	0	-1	-1	1737.73	1730.30	1736.41	1721.14	1730.38
0	0	-1	0	1627.13	1623.15	1625.65	1615.78	1626.56
0	0	-1	1	1585.89	1586.10	1585.19	1581.80	1589.99
0	0	0	-1	1556.72	1557.66	1557.01	1551.53	1555.45

0	0	0	0	1548.36	1548.02	1547.94	1544.72	1546.04
0	0	0	1	1567.68	1567.94	1566.90	1566.30	1566.46
0	0	1	-1	1542.73	1545.26	1545.22	1544.69	1547.78
0	0	1	0	1560.81	1562.88	1562.54	1562.93	1563.93
0	0	1	1	1595.08	1597.12	1596.65	1597.23	1597.80
0	1	-1	-1	1674.82	1676.60	1676.23	1667.65	1678.67
0	1	-1	0	1607.35	1603.35	1604.08	1600.17	1603.54
0	1	-1	1	1592.69	1591.25	1592.51	1588.03	1588.94
0	1	0	-1	1547.11	1548.51	1546.24	1549.09	1546.27
0	1	0	0	1560.29	1559.32	1560.63	1562.32	1557.98
0	1	0	1	1591.42	1592.47	1591.49	1593.83	1591.29
0	1	1	-1	1555.22	1556.20	1556.10	1558.76	1557.10
0	1	1	0	1586.47	1588.90	1585.89	1588.63	1588.00
0	1	1	1	1628.76	1630.91	1628.91	1630.73	1629.37
1	-1	-1	-1	1822.55	1812.78	1818.54	1808.94	1812.21
1	-1	-1	0	1669.50	1664.57	1668.20	1663.80	1663.51
1	-1	-1	1	1601.64	1600.15	1601.14	1599.47	1598.59
1	-1	0	-1	1588.34	1588.00	1586.43	1588.70	1588.90
1	-1	0	0	1556.04	1556.08	1554.20	1558.23	1556.08
1	-1	0	1	1559.14	1559.33	1556.79	1561.08	1559.12
1	-1	1	-1	1560.94	1558.89	1556.76	1557.99	1558.89
1	-1	1	0	1560.20	1559.25	1556.28	1558.42	1559.30
1	-1	1	1	1582.36	1582.11	1578.97	1581.35	1581.89
1	0	-1	-1	1733.99	1724.99	1729.55	1721.93	1726.09
1	0	-1	0	1624.72	1619.38	1622.12	1618.42	1618.91
1	0	-1	1	1585.75	1583.47	1583.99	1582.38	1582.46
1	0	0	-1	1556.44	1553.98	1552.53	1555.48	1553.91
1	0	0	0	1547.68	1546.88	1545.17	1547.93	1547.03
1	0	0	1	1566.92	1566.23	1564.64	1567.55	1566.64
1	0	1	-1	1546.32	1547.13	1543.84	1545.69	1545.92
1	0	1	0	1563.76	1564.94	1561.56	1563.24	1563.49
1	0	1	1	1597.49	1598.77	1595.79	1597.17	1597.22
1	1	-1	-1	1679.88	1673.72	1674.34	1668.23	1675.28
1	1	-1	0	1606.06	1601.81	1604.95	1600.59	1600.95
1	1	-1	1	1591.72	1591.14	1591.25	1588.60	1588.53
1	1	0	-1	1550.18	1547.60	1546.98	1549.11	1548.46
1	1	0	0	1561.60	1559.91	1558.08	1561.32	1560.83
1	1	0	1	1593.01	1592.00	1590.16	1592.91	1592.92
1	1	1	-1	1556.99	1558.12	1556.13	1557.10	1556.60
1	1	1	0	1587.66	1589.11	1587.02	1587.79	1587.37
1	1	1	1	1629.96	1631.29	1629.46	1629.97	1629.74

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,94009; Adj:,9373 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=242,3217				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	254	4	63,6	0,262	0,902001
(1)Z1 (L)	10491	1	10491,3	43,295	0,000000
Z1 (Q)	2972	1	2972,2	12,265	0,000515
(2)Z2 (L)	2738	1	2738,5	11,301	0,000852
Z2 (Q)	20233	1	20233,1	83,497	0,000000
(3)Q (L)	464705	1	464704,7	1917,718	0,000000
Q (Q)	243664	1	243664,5	1005,541	0,000000
(4)s (L)	70161	1	70161,1	289,537	0,000000
s (Q)	33212	1	33211,9	137,057	0,000000
1L by 2L	8863	1	8862,9	36,575	0,000000
1L by 3L	2012	1	2012,3	8,304	0,004177
1L by 4L	534	1	533,6	2,202	0,138644
2L by 3L	90492	1	90492,4	373,439	0,000000
2L by 4L	72719	1	72718,6	300,091	0,000000
3L by 4L	444725	1	444724,7	1835,266	0,000000
Error	93536	386	242,3		
Total SS	1561312	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1540,489	2,315350	665,3374	0,000000	1535,937	1545,041
(1)Z1 (L)	-6,234	0,945238	-6,5946	0,000000	-8,092	-4,375
Z1 (Q)	5,747	1,637200	3,5101	0,000500	2,528	8,965
(2)Z2 (L)	-3,185	0,945238	-3,3692	0,000829	-5,043	-1,326
Z2 (Q)	14,994	1,637200	9,1582	0,000000	11,775	18,213
(3)Q (L)	-41,486	0,945238	-43,8900	0,000000	-43,345	-39,628
Q (Q)	52,033	1,637200	31,7814	0,000000	48,814	55,251
(4)s (L)	-16,120	0,945238	-17,0540	0,000000	-17,978	-14,262
s (Q)	19,210	1,637200	11,7334	0,000000	15,991	22,429
1L by 2L	-7,017	1,157675	-6,0613	0,000000	-9,293	-4,741
1L by 3L	3,344	1,157675	2,8881	0,004091	1,067	5,620
2L by 3L	22,422	1,157675	19,3679	0,000000	20,146	24,698
2L by 4L	20,100	1,157675	17,3620	0,000000	17,824	22,376
3L by 4L	49,706	1,157675	42,9361	0,000000	47,430	51,982

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
45.47	9.77	87.08	27.27	1530.84

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	**150**	20	40	100	4	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	2308.19	2268.11	2286.76	2275.97	2279.13
-1	-1	-1	0	1969.70	1949.89	1954.98	1960.81	1962.61
-1	-1	-1	1	1786.67	1784.98	1784.51	1773.21	1787.58
-1	-1	0	-1	1803.06	1807.62	1801.63	1798.11	1806.90
-1	-1	0	0	1697.93	1694.51	1695.47	1690.41	1696.24
-1	-1	0	1	1652.37	1651.84	1652.31	1654.51	1648.95
-1	-1	1	-1	1699.35	1701.05	1700.51	1702.53	1704.66
-1	-1	1	0	1651.84	1648.70	1650.05	1653.43	1651.27
-1	-1	1	1	1647.92	1649.19	1645.90	1649.94	1640.43
-1	0	-1	-1	2119.23	2103.26	2104.04	2107.02	2093.96
-1	0	-1	0	1850.88	1841.84	1861.93	1857.54	1855.12
-1	0	-1	1	1730.78	1717.91	1722.61	1724.96	1724.70
-1	0	0	-1	1724.55	1717.29	1709.98	1714.67	1711.18
-1	0	0	0	1645.00	1645.59	1648.74	1641.49	1645.02
-1	0	0	1	1626.56	1629.21	1633.23	1628.46	1627.11
-1	0	1	-1	1645.48	1645.50	1650.69	1649.53	1649.55
-1	0	1	0	1623.26	1626.35	1622.72	1629.76	1627.41
-1	0	1	1	1635.46	1637.41	1636.78	1641.58	1637.39
-1	1	-1	-1	2066.82	2039.67	2060.49	2029.27	2049.61
-1	1	-1	0	1861.70	1831.71	1845.32	1858.32	1845.61
-1	1	-1	1	1752.73	1751.18	1749.72	1742.87	1747.44
-1	1	0	-1	1716.04	1708.96	1710.17	1713.39	1710.56
-1	1	0	0	1660.68	1670.65	1669.30	1670.38	1670.22
-1	1	0	1	1664.80	1666.62	1660.03	1661.67	1664.69
-1	1	1	-1	1657.63	1660.11	1654.23	1661.55	1654.22
-1	1	1	0	1655.80	1660.85	1659.96	1656.54	1658.64
-1	1	1	1	1678.73	1677.84	1674.01	1679.66	1677.56
0	-1	-1	-1	2295.26	2270.93	2279.35	2265.41	2279.74
0	-1	-1	0	1961.88	1949.23	1951.28	1945.89	1953.59
0	-1	-1	1	1784.34	1777.51	1776.43	1776.41	1779.94
0	-1	0	-1	1801.76	1796.98	1799.24	1798.39	1801.94
0	-1	0	0	1694.09	1693.69	1692.85	1695.63	1694.49
0	-1	0	1	1651.56	1650.63	1647.38	1651.23	1650.83
0	-1	1	-1	1701.85	1701.86	1698.92	1699.41	1698.96
0	-1	1	0	1653.36	1653.35	1650.66	1652.68	1650.92
0	-1	1	1	1645.53	1646.68	1643.33	1645.65	1643.63
0	0	-1	-1	2098.52	2084.10	2095.98	2067.14	2083.83
0	0	-1	0	1843.07	1834.65	1840.10	1821.05	1840.85
0	0	-1	1	1713.78	1713.35	1712.59	1705.66	1720.43
0	0	0	-1	1705.57	1706.83	1706.01	1695.24	1702.17

0	0	0	0	1640.68	1639.96	1639.81	1633.96	1635.79
0	0	0	1	1625.87	1626.19	1624.57	1623.23	1622.81
0	0	1	-1	1633.42	1637.91	1637.98	1637.08	1642.36
0	0	1	0	1618.30	1621.38	1621.21	1621.73	1623.56
0	0	1	1	1631.56	1634.78	1634.09	1635.02	1635.78
0	1	-1	-1	1946.61	1949.40	1949.57	1933.05	1953.38
0	1	-1	0	1768.67	1760.14	1762.89	1754.90	1760.30
0	1	-1	1	1687.08	1683.38	1686.79	1677.71	1678.83
0	1	0	-1	1649.26	1651.69	1647.32	1652.52	1646.85
0	1	0	0	1622.92	1620.58	1623.78	1626.82	1617.83
0	1	0	1	1629.22	1630.91	1629.00	1633.63	1627.91
0	1	1	-1	1617.13	1618.26	1618.70	1623.35	1620.00
0	1	1	0	1625.15	1628.69	1623.44	1628.82	1627.08
0	1	1	1	1652.49	1655.91	1652.48	1655.84	1652.94
1	-1	-1	-1	2287.89	2268.91	2280.25	2261.98	2267.55
1	-1	-1	0	1956.67	1946.73	1954.20	1945.59	1944.48
1	-1	-1	1	1780.49	1776.93	1779.66	1775.96	1773.79
1	-1	0	-1	1800.02	1799.49	1796.61	1800.72	1800.56
1	-1	0	0	1693.02	1693.17	1689.76	1697.12	1692.51
1	-1	0	1	1649.42	1649.89	1645.21	1653.03	1648.80
1	-1	1	-1	1705.36	1700.88	1697.22	1699.11	1700.62
1	-1	1	0	1656.37	1653.91	1648.66	1652.21	1653.87
1	-1	1	1	1648.15	1646.98	1641.44	1645.41	1646.40
1	0	-1	-1	2091.34	2073.87	2083.22	2068.67	2075.80
1	0	-1	0	1838.29	1827.48	1833.29	1826.23	1826.35
1	0	-1	1	1713.30	1708.34	1710.18	1706.84	1706.23
1	0	0	-1	1704.60	1700.00	1697.53	1702.81	1699.38
1	0	0	0	1639.27	1637.76	1634.78	1639.74	1637.50
1	0	0	1	1624.37	1623.09	1620.28	1625.58	1623.19
1	0	1	-1	1640.17	1641.17	1635.16	1638.95	1638.74
1	0	1	0	1623.48	1625.18	1619.02	1622.46	1622.36
1	0	1	1	1635.85	1637.75	1632.27	1635.20	1634.67
1	1	-1	-1	1956.34	1943.97	1946.13	1934.08	1947.23
1	1	-1	0	1766.33	1757.42	1764.17	1755.38	1755.70
1	1	-1	1	1685.03	1683.45	1684.44	1678.92	1678.31
1	1	0	-1	1654.83	1649.67	1648.92	1652.68	1650.81
1	1	0	0	1625.47	1621.78	1618.78	1624.81	1623.18
1	1	0	1	1632.18	1629.77	1626.70	1631.88	1631.11
1	1	1	-1	1620.28	1621.82	1618.31	1620.38	1619.02
1	1	1	0	1627.09	1629.23	1625.46	1627.18	1626.12
1	1	1	1	1654.67	1656.67	1653.35	1654.55	1653.83

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,96873; Adj:,96727 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=830,5173 SS	df	MS	F	p
Blocks	1047	4	262	0,315	0,867790
(1)Z1 (L)	37131	1	37131	44,708	0,000000
Z1 (Q)	10403	1	10403	12,526	0,000450
(2)Z2 (L)	532865	1	532865	641,607	0,000000
Z2 (Q)	62994	1	62994	75,849	0,000000
(3)Q (L)	4413605	1	4413605	5314,285	0,000000
Q (Q)	927402	1	927402	1116,656	0,000000
(4)s (L)	1730245	1	1730245	2083,334	0,000000
s (Q)	108715	1	108715	130,901	0,000000
1L by 2L	28775	1	28775	34,647	0,000000
1L by 3L	8240	1	8240	9,922	0,001760
1L by 4L	1734	1	1734	2,088	0,149287
2L by 3L	276502	1	276502	332,928	0,000000
2L by 4L	229127	1	229127	275,885	0,000000
3L by 4L	1561431	1	1561431	1880,070	0,000000
Error	320580	386	831		
Total SS	10250797	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	SS	df	MS	F	p
(1)Z1 (L)	37131	1	37131	44,898	0,000000
Z1 (Q)	10403	1	10403	12,579	0,000437
(2)Z2 (L)	532865	1	532865	644,328	0,000000
Z2 (Q)	62994	1	62994	76,171	0,000000
(3)Q (L)	4413605	1	4413605	5336,825	0,000000
Q (Q)	927402	1	927402	1121,392	0,000000
(4)s (L)	1730245	1	1730245	2092,170	0,000000
s (Q)	108715	1	108715	131,456	0,000000
1L by 2L	28775	1	28775	34,793	0,000000
1L by 3L	8240	1	8240	9,964	0,001720
2L by 3L	276502	1	276502	334,340	0,000000
2L by 4L	229127	1	229127	277,055	0,000000
3L by 4L	1561431	1	1561431	1888,045	0,000000
Error	323361	391	827		
Total SS	10250797	404			

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
52.28	12.09	81.19	39.07	1572.71

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	**80**	4	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1853.93	1827.44	1839.56	1832.63	1834.59
-1	-1	-1	0	1644.93	1632.04	1635.00	1639.21	1640.23
-1	-1	-1	1	1541.41	1540.54	1539.83	1532.73	1542.13
-1	-1	0	-1	1535.48	1538.58	1534.48	1532.32	1537.98
-1	-1	0	0	1483.01	1480.71	1481.30	1478.15	1481.79
-1	-1	0	1	1471.33	1471.07	1471.20	1472.95	1469.19
-1	-1	1	-1	1482.89	1484.26	1483.62	1485.27	1486.33
-1	-1	1	0	1469.26	1467.18	1468.04	1470.40	1468.75
-1	-1	1	1	1485.49	1486.52	1484.19	1487.07	1480.40
-1	0	-1	-1	1736.66	1726.21	1726.40	1728.70	1719.90
-1	0	-1	0	1575.42	1569.60	1582.68	1580.00	1578.29
-1	0	-1	1	1514.52	1506.28	1509.02	1510.78	1510.61
-1	0	0	-1	1493.30	1488.52	1483.51	1486.92	1484.31
-1	0	0	0	1458.39	1458.83	1460.93	1456.05	1458.28
-1	0	0	1	1465.11	1467.01	1469.57	1466.67	1465.49
-1	0	1	-1	1457.60	1457.87	1461.09	1460.55	1460.42
-1	0	1	0	1461.17	1463.43	1460.71	1465.59	1463.94
-1	0	1	1	1488.46	1489.87	1489.28	1492.78	1489.73
-1	1	-1	-1	1701.46	1683.56	1697.11	1676.51	1690.11
-1	1	-1	0	1580.46	1560.75	1569.45	1578.23	1569.81
-1	1	-1	1	1525.50	1524.83	1523.43	1519.17	1522.17
-1	1	0	-1	1486.54	1481.95	1482.70	1484.92	1482.98
-1	1	0	0	1466.23	1472.88	1471.92	1472.67	1472.53
-1	1	0	1	1486.93	1488.35	1483.77	1484.94	1486.94
-1	1	1	-1	1464.37	1466.19	1462.06	1467.17	1462.17
-1	1	1	0	1480.08	1483.57	1482.83	1480.70	1482.02
-1	1	1	1	1513.59	1513.14	1510.52	1514.33	1512.96
0	-1	-1	-1	1846.12	1830.21	1835.46	1826.61	1835.87
0	-1	-1	0	1640.74	1632.67	1633.60	1630.38	1635.35
0	-1	-1	1	1541.03	1536.83	1535.68	1536.01	1538.24
0	-1	0	-1	1535.63	1532.49	1533.86	1533.55	1535.82
0	-1	0	0	1481.60	1481.25	1480.64	1482.83	1481.86
0	-1	0	1	1472.06	1471.32	1469.23	1472.06	1471.56
0	-1	1	-1	1485.66	1485.84	1483.60	1484.18	1483.80
0	-1	1	0	1471.49	1471.72	1469.59	1471.24	1469.97
0	-1	1	1	1485.28	1486.25	1483.65	1485.55	1484.05
0	0	-1	-1	1726.59	1717.13	1724.77	1705.96	1716.87
0	0	-1	0	1574.59	1569.33	1572.55	1560.39	1573.29
0	0	-1	1	1508.20	1508.20	1507.21	1503.14	1512.76
0	0	0	-1	1485.02	1486.03	1485.21	1478.54	1482.87

0	0	0	0	1460.50	1460.03	1459.81	1456.18	1457.18
0	0	0	1	1470.07	1470.33	1469.00	1468.52	1468.06
0	0	1	-1	1454.41	1457.48	1457.35	1457.04	1460.31
0	0	1	0	1463.00	1465.34	1464.93	1465.69	1466.47
0	0	1	1	1491.27	1493.63	1492.97	1493.99	1494.15
0	1	-1	-1	1638.21	1640.26	1639.93	1629.41	1642.63
0	1	-1	0	1539.17	1533.86	1535.05	1530.31	1533.79
0	1	-1	1	1505.39	1503.28	1505.03	1499.58	1500.08
0	1	0	-1	1462.03	1463.70	1460.71	1464.57	1460.47
0	1	0	0	1463.92	1462.53	1464.26	1466.67	1460.54
0	1	0	1	1487.95	1489.16	1487.79	1491.12	1487.21
0	1	1	-1	1458.64	1459.64	1459.57	1463.14	1460.53
0	1	1	0	1483.25	1485.97	1482.20	1486.03	1484.63
0	1	1	1	1521.26	1523.75	1521.22	1523.82	1521.56
1	-1	-1	-1	1841.28	1828.87	1836.10	1824.34	1827.83
1	-1	-1	0	1637.32	1630.95	1635.55	1630.28	1629.30
1	-1	-1	1	1538.51	1536.41	1537.79	1535.86	1534.16
1	-1	0	-1	1534.60	1534.18	1532.12	1535.25	1534.89
1	-1	0	0	1480.96	1481.01	1478.57	1483.88	1480.57
1	-1	0	1	1470.71	1470.96	1467.69	1473.32	1470.26
1	-1	1	-1	1487.98	1485.22	1482.53	1484.28	1484.90
1	-1	1	0	1473.45	1472.05	1468.31	1471.19	1471.84
1	-1	1	1	1486.94	1486.41	1482.46	1485.62	1485.84
1	0	-1	-1	1721.87	1710.43	1716.24	1706.97	1711.52
1	0	-1	0	1571.52	1564.60	1568.09	1563.76	1563.69
1	0	-1	1	1507.97	1504.91	1505.68	1503.90	1503.34
1	0	0	-1	1484.55	1481.46	1479.59	1483.54	1480.99
1	0	0	0	1459.62	1458.61	1456.41	1460.13	1458.40
1	0	0	1	1469.11	1468.23	1466.17	1470.10	1468.31
1	0	1	-1	1458.91	1459.76	1455.57	1458.30	1457.96
1	0	1	0	1466.60	1467.91	1463.61	1466.13	1465.83
1	0	1	1	1494.23	1495.67	1491.85	1494.00	1493.44
1	1	-1	-1	1644.65	1636.69	1637.63	1630.15	1638.50
1	1	-1	0	1537.63	1532.03	1536.08	1530.79	1530.68
1	1	-1	1	1504.16	1503.27	1503.51	1500.37	1499.70
1	1	0	-1	1465.86	1462.52	1461.74	1464.67	1463.22
1	1	0	0	1465.63	1463.35	1461.06	1465.43	1464.16
1	1	0	1	1489.98	1488.55	1486.24	1490.01	1489.35
1	1	1	-1	1460.85	1462.08	1459.54	1461.15	1459.96
1	1	1	0	1484.70	1486.33	1483.64	1485.01	1483.96
1	1	1	1	1522.79	1524.30	1521.92	1522.96	1522.14

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,95587; Adj:,95382 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=361,6241				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	415	4	104	0,287	0,886561
(1)Z1 (L)	2610	1	2610	7,216	0,007537
Z1 (Q)	564	1	564	1,561	0,212341
(2)Z2 (L)	93451	1	93451	258,421	0,000000
Z2 (Q)	22458	1	22458	62,103	0,000000
(3)Q (L)	1194344	1	1194344	3302,724	0,000000
Q (Q)	395690	1	395690	1094,203	0,000000
(4)s (L)	325219	1	325219	899,330	0,000000
s (Q)	50578	1	50578	139,864	0,000000
1L by 2L	1822	1	1822	5,039	0,025345
1L by 3L	4217	1	4217	11,662	0,000706
1L by 4L	1213	1	1213	3,353	0,067854
2L by 3L	129226	1	129226	357,350	0,000000
2L by 4L	105136	1	105136	290,734	0,000000
3L by 4L	696883	1	696883	1927,093	0,000000
Error	139587	386	362		
Total SS	3163414	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(392)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1453,890	2,500251	581,4975	0,000000	1448,974	1458,805
(1)Z1 (L)	-3,109	1,157391	-2,6861	0,007537	-5,384	-0,833
(2)Z2 (L)	-18,604	1,157391	-16,0742	0,000000	-20,880	-16,329
Z2 (Q)	15,797	2,004661	7,8799	0,000000	11,855	19,738
(3)Q (L)	-66,509	1,157391	-57,4649	0,000000	-68,785	-64,234
Q (Q)	66,307	2,004661	33,0762	0,000000	62,365	70,248
(4)s (L)	-34,706	1,157391	-29,9865	0,000000	-36,982	-32,431
s (Q)	23,706	2,004661	11,8255	0,000000	19,765	27,647
1L by 2L	-3,182	1,417509	-2,2447	0,025347	-5,969	-0,395
1L by 3L	4,840	1,417509	3,4146	0,000705	2,053	7,627
2L by 3L	26,794	1,417509	18,9022	0,000000	24,007	29,581
2L by 4L	24,168	1,417509	17,0496	0,000000	21,381	26,955
3L by 4L	62,222	1,417509	43,8953	0,000000	59,435	65,009

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
45.42	11.05	84.91	31.57	1434.69

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	**150**	4	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	2083.83	2057.39	2069.75	2062.22	2065.05
-1	-1	-1	0	1875.12	1862.28	1865.47	1869.09	1870.95
-1	-1	-1	1	1771.81	1770.99	1770.50	1762.80	1773.07
-1	-1	0	-1	1765.75	1768.88	1765.01	1762.26	1768.77
-1	-1	0	0	1713.46	1711.20	1712.03	1708.29	1712.74
-1	-1	0	1	1701.88	1701.68	1702.03	1703.21	1700.28
-1	-1	1	-1	1713.27	1714.70	1714.29	1715.36	1717.25
-1	-1	1	0	1699.79	1697.76	1698.86	1700.62	1699.82
-1	-1	1	1	1716.11	1717.18	1715.08	1717.39	1711.57
-1	0	-1	-1	1971.83	1961.45	1961.75	1963.59	1955.57
-1	0	-1	0	1811.97	1806.17	1819.34	1816.25	1815.32
-1	0	-1	1	1752.01	1743.80	1746.68	1747.98	1748.57
-1	0	0	-1	1730.08	1725.35	1720.44	1723.44	1721.58
-1	0	0	0	1696.11	1696.53	1698.83	1693.49	1696.48
-1	0	0	1	1703.41	1705.34	1708.04	1704.72	1704.28
-1	0	1	-1	1695.05	1695.43	1698.78	1697.74	1698.40
-1	0	1	0	1699.32	1701.61	1699.03	1703.50	1702.61
-1	0	1	1	1727.06	1728.52	1728.03	1731.10	1728.82
-1	1	-1	-1	1962.63	1945.00	1958.41	1937.71	1951.78
-1	1	-1	0	1849.04	1829.56	1838.18	1846.83	1838.85
-1	1	-1	1	1799.69	1799.11	1797.72	1793.32	1796.81
-1	1	0	-1	1757.07	1752.58	1753.43	1755.41	1754.01
-1	1	0	0	1742.00	1748.70	1747.83	1748.43	1748.79
-1	1	0	1	1766.26	1767.87	1763.30	1764.36	1766.81
-1	1	1	-1	1739.20	1741.06	1736.99	1742.09	1737.49
-1	1	1	0	1758.96	1762.41	1761.82	1759.50	1761.34
-1	1	1	1	1795.17	1794.72	1792.23	1795.92	1794.99
0	-1	-1	-1	2074.58	2058.70	2064.19	2054.67	2064.85
0	-1	-1	0	1869.19	1861.16	1862.33	1858.44	1864.33
0	-1	-1	1	1769.48	1765.32	1764.41	1764.08	1767.22
0	-1	0	-1	1764.08	1760.98	1762.59	1761.62	1764.79
0	-1	0	0	1710.05	1709.74	1709.37	1710.90	1710.84
0	-1	0	1	1700.51	1699.81	1697.96	1700.13	1700.53
0	-1	1	-1	1714.11	1714.32	1712.33	1712.25	1712.77
0	-1	1	0	1699.94	1700.20	1698.32	1699.31	1698.95
0	-1	1	1	1713.73	1714.74	1712.38	1713.62	1713.02
0	0	-1	-1	1955.05	1945.63	1953.51	1934.04	1945.86
0	0	-1	0	1803.06	1797.83	1801.30	1788.47	1802.29
0	0	-1	1	1736.67	1736.71	1735.96	1731.23	1741.76
0	0	0	-1	1713.48	1714.53	1713.95	1706.63	1711.87

0	0	0	0	1688.97	1688.54	1688.56	1684.26	1686.18
0	0	0	1	1698.54	1698.84	1697.75	1696.61	1697.05
0	0	1	-1	1682.88	1685.98	1686.10	1685.13	1689.31
0	0	1	0	1691.47	1693.84	1693.68	1693.78	1695.47
0	0	1	1	1719.74	1722.13	1721.72	1722.07	1723.15
0	1	-1	-1	1866.73	1868.82	1868.72	1857.55	1871.68
0	1	-1	0	1767.70	1762.43	1763.86	1758.46	1762.86
0	1	-1	1	1733.93	1731.86	1733.86	1727.73	1729.16
0	1	0	-1	1690.56	1692.28	1689.53	1692.72	1689.55
0	1	0	0	1692.46	1691.12	1693.09	1694.83	1689.62
0	1	0	1	1716.49	1717.75	1716.63	1719.28	1716.30
0	1	1	-1	1687.18	1688.22	1688.40	1691.29	1689.61
0	1	1	0	1711.79	1714.56	1711.03	1714.20	1713.71
0	1	1	1	1749.81	1752.35	1750.06	1751.99	1750.65
1	-1	-1	-1	2069.73	2057.35	2064.82	2052.41	2056.79
1	-1	-1	0	1865.77	1859.43	1864.28	1858.34	1858.27
1	-1	-1	1	1766.96	1764.89	1766.51	1763.93	1763.13
1	-1	0	-1	1763.04	1762.66	1760.84	1763.31	1763.86
1	-1	0	0	1709.40	1709.49	1707.29	1711.95	1709.54
1	-1	0	1	1699.16	1699.44	1696.42	1701.38	1699.22
1	-1	1	-1	1716.43	1713.70	1711.25	1712.34	1713.87
1	-1	1	0	1701.90	1700.53	1697.04	1699.25	1700.80
1	-1	1	1	1715.38	1714.89	1711.18	1713.68	1714.80
1	0	-1	-1	1950.31	1938.91	1944.96	1935.03	1940.49
1	0	-1	0	1799.96	1793.08	1796.82	1791.83	1792.66
1	0	-1	1	1736.41	1733.39	1734.40	1731.97	1732.31
1	0	0	-1	1713.00	1709.94	1708.32	1711.60	1709.95
1	0	0	0	1688.07	1687.09	1685.13	1688.19	1687.36
1	0	0	1	1697.56	1696.71	1694.90	1698.17	1697.28
1	0	1	-1	1687.36	1688.24	1684.29	1686.36	1686.92
1	0	1	0	1695.05	1696.39	1692.34	1694.19	1694.79
1	0	1	1	1722.67	1724.15	1720.57	1722.07	1722.40
1	1	-1	-1	1873.10	1865.17	1866.36	1858.22	1867.46
1	1	-1	0	1766.07	1760.51	1764.81	1758.85	1759.65
1	1	-1	1	1732.60	1731.76	1732.24	1728.44	1728.67
1	1	0	-1	1694.30	1691.01	1690.47	1692.74	1692.19
1	1	0	0	1694.08	1691.83	1689.78	1693.49	1693.13
1	1	0	1	1718.43	1717.04	1714.96	1718.08	1718.31
1	1	1	-1	1689.29	1690.56	1688.26	1689.21	1688.92
1	1	1	0	1713.15	1714.81	1712.36	1713.08	1712.93
1	1	1	1	1751.24	1752.78	1750.65	1751.02	1751.10

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,95123; Adj:,94895 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=403,0406 SS	df	MS	F	p
Blocks	447	4	112	0,277	0,892723
(1)Z1 (L)	42169	1	42169	104,628	0,000000
Z1 (Q)	12636	1	12636	31,352	0,000000
(2)Z2 (L)	34666	1	34666	86,012	0,000000
Z2 (Q)	38717	1	38717	96,062	0,000000
(3)Q (L)	1169591	1	1169591	2901,918	0,000000
Q (Q)	392419	1	392419	973,645	0,000000
(4)s (L)	313341	1	313341	777,444	0,000000
s (Q)	50114	1	50114	124,339	0,000000
1L by 2L	35620	1	35620	88,379	0,000000
1L by 3L	2603	1	2603	6,458	0,011439
1L by 4L	483	1	483	1,198	0,274408
2L by 3L	137447	1	137447	341,025	0,000000
2L by 4L	111900	1	111900	277,638	0,000000
3L by 4L	692103	1	692103	1717,204	0,000000
Error	155574	386	403		
Total SS	3189829	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1677,760	2,982408	562,5520	0,000000	1671,896	1683,623
(1)Z1 (L)	-12,497	1,217563	-10,2642	0,000000	-14,891	-10,104
Z1 (Q)	11,849	2,108881	5,6186	0,000000	7,703	15,995
(2)Z2 (L)	-11,331	1,217563	-9,3064	0,000000	-13,725	-8,937
Z2 (Q)	20,741	2,108881	9,8351	0,000000	16,595	24,887
(3)Q (L)	-65,817	1,217563	-54,0560	0,000000	-68,210	-63,423
Q (Q)	66,032	2,108881	31,3113	0,000000	61,886	70,178
(4)s (L)	-34,066	1,217563	-27,9792	0,000000	-36,460	-31,673
s (Q)	23,597	2,108881	11,1893	0,000000	19,451	27,743
1L by 2L	-14,067	1,491204	-9,4335	0,000000	-16,999	-11,136
1L by 3L	3,803	1,491204	2,5500	0,011154	0,871	6,734
2L by 3L	27,633	1,491204	18,5308	0,000000	24,701	30,565
2L by 4L	24,933	1,491204	16,7202	0,000000	22,001	27,865
3L by 4L	62,008	1,491204	41,5826	0,000000	59,076	64,940

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
48.41	10.47	84.66	32.47	1658.45

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	**3**	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1948.47	1921.88	1934.25	1926.91	1929.39
-1	-1	-1	0	1728.97	1715.91	1719.23	1722.97	1724.52
-1	-1	-1	1	1612.97	1611.97	1611.62	1603.95	1613.91
-1	-1	0	-1	1616.81	1619.88	1615.95	1613.41	1619.59
-1	-1	0	0	1552.41	1550.15	1550.86	1547.30	1551.50
-1	-1	0	1	1527.54	1527.23	1527.59	1528.89	1525.58
-1	-1	1	-1	1551.82	1553.07	1552.72	1553.89	1555.60
-1	-1	1	0	1525.63	1523.57	1524.55	1526.58	1525.48
-1	-1	1	1	1528.33	1529.25	1527.12	1529.61	1523.59
-1	0	-1	-1	1834.28	1823.78	1824.15	1826.08	1817.72
-1	0	-1	0	1663.27	1657.36	1670.67	1667.63	1666.36
-1	0	-1	1	1590.40	1581.99	1585.04	1586.42	1586.66
-1	0	0	-1	1578.40	1573.62	1568.76	1571.78	1569.73
-1	0	0	0	1532.13	1532.52	1534.72	1529.66	1532.31
-1	0	0	1	1526.01	1527.83	1530.55	1527.25	1526.63
-1	0	1	-1	1530.68	1530.84	1534.28	1533.33	1533.69
-1	0	1	0	1522.10	1524.23	1521.79	1526.30	1525.14
-1	0	1	1	1536.08	1537.42	1536.99	1540.05	1537.61
-1	1	-1	-1	1814.27	1796.41	1810.02	1789.30	1803.15
-1	1	-1	0	1687.76	1668.04	1676.92	1685.47	1677.33
-1	1	-1	1	1624.18	1623.37	1622.24	1617.67	1621.02
-1	1	0	-1	1591.17	1586.56	1587.44	1589.42	1587.84
-1	1	0	0	1562.61	1569.24	1568.41	1568.96	1569.20
-1	1	0	1	1572.68	1574.01	1569.62	1570.61	1572.91
-1	1	1	-1	1558.82	1560.58	1556.63	1561.51	1556.85
-1	1	1	0	1564.97	1568.34	1567.80	1565.41	1567.10
-1	1	1	1	1586.89	1586.36	1583.87	1587.46	1586.40
0	-1	-1	-1	1939.83	1923.78	1929.34	1919.93	1929.79
0	-1	-1	0	1723.75	1715.48	1716.81	1713.06	1718.54
0	-1	-1	1	1611.42	1607.01	1606.27	1606.08	1608.80
0	-1	0	-1	1615.94	1612.77	1614.32	1613.59	1616.33
0	-1	0	0	1549.85	1549.56	1549.08	1550.77	1550.37
0	-1	0	1	1527.02	1526.36	1524.32	1526.70	1526.78
0	-1	1	-1	1553.52	1553.61	1551.64	1551.78	1551.85
0	-1	1	0	1526.66	1526.75	1524.94	1526.10	1525.31
0	-1	1	1	1526.78	1527.63	1525.38	1526.75	1525.77
0	0	-1	-1	1820.23	1810.74	1818.60	1799.35	1810.76
0	0	-1	0	1657.61	1652.20	1655.73	1643.03	1656.49
0	0	-1	1	1578.57	1578.43	1577.83	1573.17	1583.32
0	0	0	-1	1565.34	1566.24	1565.68	1558.47	1563.37

0	0	0	0	1528.73	1528.27	1528.21	1524.15	1525.71
0	0	0	1	1525.00	1525.23	1524.16	1523.14	1523.21
0	0	1	-1	1522.24	1525.28	1525.37	1524.60	1528.42
0	0	1	0	1518.24	1520.40	1520.28	1520.49	1521.98
0	0	1	1	1532.85	1535.06	1534.65	1535.11	1535.92
0	1	-1	-1	1731.87	1733.86	1733.78	1722.77	1736.58
0	1	-1	0	1622.20	1616.78	1618.33	1613.03	1616.99
0	1	-1	1	1575.80	1573.55	1575.67	1569.62	1570.67
0	1	0	-1	1542.40	1544.06	1541.21	1544.56	1541.10
0	1	0	0	1532.22	1530.75	1532.78	1534.67	1529.07
0	1	0	1	1542.96	1544.13	1542.95	1545.80	1542.41
0	1	1	-1	1526.56	1527.44	1527.68	1530.66	1528.71
0	1	1	0	1538.51	1541.00	1537.52	1540.91	1540.06
0	1	1	1	1562.85	1565.20	1562.94	1564.98	1563.40
1	-1	-1	-1	1934.96	1922.43	1929.93	1917.65	1921.71
1	-1	-1	0	1720.31	1713.80	1718.74	1712.88	1712.49
1	-1	-1	1	1608.88	1606.62	1608.38	1605.81	1604.71
1	-1	0	-1	1614.80	1614.45	1612.57	1615.18	1615.41
1	-1	0	0	1549.14	1549.24	1547.02	1551.78	1549.05
1	-1	0	1	1525.61	1525.91	1522.85	1527.91	1525.44
1	-1	1	-1	1555.84	1552.96	1550.53	1551.68	1552.95
1	-1	1	0	1528.65	1527.10	1523.62	1525.87	1527.25
1	-1	1	1	1528.50	1527.81	1524.14	1526.66	1527.60
1	0	-1	-1	1815.51	1804.00	1810.10	1800.35	1805.39
1	0	-1	0	1654.48	1647.45	1651.26	1646.44	1646.87
1	0	-1	1	1578.30	1575.12	1576.26	1573.93	1573.89
1	0	0	-1	1564.76	1561.70	1560.05	1563.49	1561.51
1	0	0	0	1527.81	1526.81	1524.86	1528.03	1526.88
1	0	0	1	1524.00	1523.14	1521.34	1524.70	1523.48
1	0	1	-1	1526.74	1527.48	1523.50	1525.83	1526.01
1	0	1	0	1521.74	1522.94	1518.87	1520.96	1521.23
1	0	1	1	1535.73	1537.06	1533.47	1535.20	1535.19
1	1	-1	-1	1738.30	1730.23	1731.48	1723.51	1732.42
1	1	-1	0	1620.61	1614.89	1619.28	1613.41	1613.90
1	1	-1	1	1574.48	1573.53	1574.12	1570.38	1570.29
1	1	0	-1	1546.14	1542.75	1542.24	1544.66	1543.76
1	1	0	0	1533.87	1531.50	1529.52	1533.38	1532.66
1	1	0	1	1544.94	1543.41	1541.41	1544.65	1544.54
1	1	1	-1	1528.67	1529.81	1527.47	1528.68	1528.07
1	1	1	0	1539.85	1541.36	1538.89	1539.82	1539.44
1	1	1	1	1564.31	1565.70	1563.54	1564.12	1563.97

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,96352; Adj:,96181 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=374,5607 SS	df	MS	F	p
Blocks	455	4	114	0,304	0,875264
(1)Z1 (L)	20434	1	20434	54,553	0,000000
Z1 (Q)	5846	1	5846	15,608	0,000093
(2)Z2 (L)	55057	1	55057	146,992	0,000000
Z2 (Q)	31600	1	31600	84,364	0,000000
(3)Q (L)	1723493	1	1723493	4601,371	0,000000
Q (Q)	402807	1	402807	1075,412	0,000000
(4)s (L)	589901	1	589901	1574,914	0,000000
s (Q)	47319	1	47319	126,332	0,000000
1L by 2L	16769	1	16769	44,769	0,000000
1L by 3L	3319	1	3319	8,861	0,003097
1L by 4L	653	1	653	1,743	0,187581
2L by 3L	133461	1	133461	356,312	0,000000
2L by 4L	110005	1	110005	293,691	0,000000
3L by 4L	677151	1	677151	1807,853	0,000000
Error	144580	386	375		
Total SS	3962850	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1518,740	2,877519	527,7949	0,000000	1513,083	1524,397
(1)Z1 (L)	-8,699	1,174742	-7,4054	0,000000	-11,009	-6,390
Z1 (Q)	8,060	2,034713	3,9611	0,000089	4,059	12,060
(2)Z2 (L)	-14,280	1,174742	-12,1558	0,000000	-16,590	-11,970
Z2 (Q)	18,738	2,034713	9,2091	0,000000	14,737	22,738
(3)Q (L)	-79,896	1,174742	-68,0112	0,000000	-82,205	-77,586
Q (Q)	66,900	2,034713	32,8794	0,000000	62,900	70,901
(4)s (L)	-46,742	1,174742	-39,7892	0,000000	-49,052	-44,432
s (Q)	22,930	2,034713	11,2692	0,000000	18,929	26,930
1L by 2L	-9,652	1,438759	-6,7085	0,000000	-12,481	-6,823
1L by 3L	4,294	1,438759	2,9845	0,003018	1,465	7,123
2L by 3L	27,230	1,438759	18,9257	0,000000	24,401	30,058
2L by 4L	24,721	1,438759	17,1823	0,000000	21,893	27,550
3L by 4L	61,335	1,438759	42,6303	0,000000	58,506	64,163

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
44.17	8.70	82.02	41.77	1489.71

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	**5**	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1989.29	1962.95	1975.06	1967.94	1970.25
-1	-1	-1	0	1791.09	1778.40	1781.23	1785.33	1786.66
-1	-1	-1	1	1700.25	1699.56	1698.72	1691.58	1701.29
-1	-1	0	-1	1684.41	1687.58	1683.55	1681.18	1687.17
-1	-1	0	0	1644.06	1641.76	1642.48	1639.14	1643.03
-1	-1	0	1	1645.66	1645.52	1645.65	1647.28	1643.88
-1	-1	1	-1	1644.34	1645.88	1645.19	1646.74	1647.98
-1	-1	1	0	1643.43	1641.37	1642.34	1644.45	1643.09
-1	-1	1	1	1673.27	1674.44	1672.15	1674.86	1668.39
-1	0	-1	-1	1874.21	1863.88	1864.00	1866.21	1857.75
-1	0	-1	0	1724.11	1718.41	1731.35	1728.63	1727.25
-1	0	-1	1	1676.13	1668.09	1670.66	1672.34	1672.53
-1	0	0	-1	1644.98	1640.25	1635.19	1638.59	1636.16
-1	0	0	0	1622.38	1622.84	1625.03	1619.89	1622.44
-1	0	0	1	1642.51	1644.52	1647.05	1644.14	1643.14
-1	0	1	-1	1621.96	1622.45	1625.59	1624.95	1625.13
-1	0	1	0	1638.38	1640.81	1637.95	1642.79	1641.41
-1	0	1	1	1679.44	1680.97	1680.31	1683.83	1680.94
-1	1	-1	-1	1849.83	1832.15	1845.49	1824.92	1838.74
-1	1	-1	0	1741.75	1722.27	1730.71	1739.60	1731.33
-1	1	-1	1	1701.00	1700.57	1698.90	1694.83	1697.96
-1	1	0	-1	1652.44	1647.98	1648.69	1650.90	1649.15
-1	1	0	0	1645.62	1652.34	1651.35	1652.15	1652.12
-1	1	0	1	1680.51	1682.20	1677.45	1678.70	1680.83
-1	1	1	-1	1644.75	1646.67	1642.42	1647.74	1642.80
-1	1	1	0	1674.07	1677.64	1676.86	1674.79	1676.26
-1	1	1	1	1721.87	1721.50	1718.88	1722.79	1721.54
0	-1	-1	-1	1980.87	1965.13	1970.31	1961.36	1970.93
0	-1	-1	0	1786.18	1778.35	1779.12	1775.77	1781.14
0	-1	-1	1	1699.09	1695.13	1693.82	1694.01	1696.66
0	-1	0	-1	1683.77	1680.71	1682.13	1681.58	1684.28
0	-1	0	0	1641.79	1641.43	1640.92	1642.95	1642.33
0	-1	0	1	1645.55	1644.76	1642.87	1645.49	1645.32
0	-1	1	-1	1646.25	1646.55	1644.29	1644.65	1644.71
0	-1	1	0	1644.78	1645.17	1642.98	1644.44	1643.61
0	-1	1	1	1672.23	1673.36	1670.65	1672.41	1671.30
0	0	-1	-1	1861.40	1852.03	1859.68	1840.65	1851.96
0	0	-1	0	1720.04	1714.97	1718.11	1705.83	1719.08
0	0	-1	1	1666.30	1666.47	1665.35	1661.20	1671.21
0	0	0	-1	1633.16	1634.32	1633.48	1626.71	1631.37

0	0	0	0	1620.74	1620.30	1620.16	1616.29	1617.65
0	0	0	1	1643.62	1643.94	1642.59	1641.99	1641.90
0	0	1	-1	1615.05	1618.18	1618.09	1617.57	1621.19
0	0	1	0	1636.23	1638.78	1638.33	1638.97	1639.95
0	0	1	1	1678.15	1680.70	1680.04	1680.95	1681.38
0	1	-1	-1	1773.07	1775.23	1774.87	1764.19	1777.73
0	1	-1	0	1684.67	1679.51	1680.58	1675.74	1679.66
0	1	-1	1	1663.52	1661.59	1663.23	1657.69	1658.57
0	1	0	-1	1610.19	1611.92	1609.03	1612.73	1608.92
0	1	0	0	1624.15	1622.90	1624.57	1626.82	1621.10
0	1	0	1	1661.48	1662.78	1661.47	1664.60	1661.10
0	1	1	-1	1619.26	1620.42	1620.30	1623.77	1621.43
0	1	1	0	1656.53	1659.53	1655.72	1659.32	1658.28
0	1	1	1	1708.23	1710.91	1708.35	1710.83	1708.82
1	-1	-1	-1	1976.05	1963.79	1970.98	1959.10	1962.92
1	-1	-1	0	1782.79	1776.58	1781.09	1775.74	1775.09
1	-1	-1	1	1696.59	1694.69	1695.91	1693.98	1692.58
1	-1	0	-1	1682.84	1682.40	1680.39	1683.37	1683.34
1	-1	0	0	1641.21	1641.25	1638.84	1644.05	1641.06
1	-1	0	1	1644.27	1644.49	1641.26	1646.79	1644.04
1	-1	1	-1	1648.56	1645.96	1643.26	1644.94	1645.82
1	-1	1	0	1646.70	1645.49	1641.73	1644.56	1645.39
1	-1	1	1	1673.82	1673.48	1669.50	1672.64	1673.04
1	0	-1	-1	1856.67	1845.34	1851.11	1841.65	1846.63
1	0	-1	0	1717.00	1710.23	1713.66	1709.15	1709.48
1	0	-1	1	1666.08	1663.18	1663.82	1661.94	1661.76
1	0	0	-1	1632.79	1629.71	1627.85	1631.65	1629.43
1	0	0	0	1619.88	1618.89	1616.68	1620.30	1618.88
1	0	0	1	1642.67	1641.81	1639.74	1643.57	1642.11
1	0	1	-1	1619.53	1620.52	1616.36	1618.83	1618.87
1	0	1	0	1639.91	1641.37	1637.08	1639.35	1639.39
1	0	1	1	1681.17	1682.76	1678.95	1680.87	1680.65
1	1	-1	-1	1779.45	1771.64	1772.51	1764.86	1773.54
1	1	-1	0	1683.09	1677.64	1681.61	1676.22	1676.42
1	1	-1	1	1662.27	1661.50	1661.63	1658.44	1658.08
1	1	0	-1	1614.02	1610.78	1609.97	1612.75	1611.65
1	1	0	0	1625.83	1623.67	1621.32	1625.54	1624.62
1	1	0	1	1663.47	1662.18	1659.79	1663.44	1663.12
1	1	1	-1	1621.47	1622.84	1620.32	1621.68	1620.81
1	1	1	0	1658.00	1659.78	1657.11	1658.27	1657.45
1	1	1	1	1709.73	1711.38	1709.02	1709.86	1709.27

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,94291; Adj:,94025 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=374,9597 SS	df	MS	F	p
Blocks	394	4	98,5	0,263	0,901857
(1)Z1 (L)	12880	1	12879,8	34,350	0,000000
Z1 (Q)	3565	1	3564,6	9,507	0,002194
(2)Z2 (L)	66174	1	66174,4	176,484	0,000000
Z2 (Q)	28515	1	28514,6	76,047	0,000000
(3)Q (L)	742213	1	742213,4	1979,448	0,000000
Q (Q)	385394	1	385394,3	1027,829	0,000000
(4)s (L)	131043	1	131043,3	349,486	0,000000
s (Q)	53466	1	53465,9	142,591	0,000000
1L by 2L	10389	1	10389,4	27,708	0,000000
1L by 3L	3404	1	3404,1	9,079	0,002757
1L by 4L	976	1	976,3	2,604	0,107427
2L by 3L	133149	1	133149,4	355,103	0,000000
2L by 4L	106989	1	106988,8	285,334	0,000000
3L by 4L	712051	1	712050,7	1899,006	0,000000
Error	144734	386	375,0		
Total SS	2535337	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1611,240	2,881624	559,1431	0,000000	1605,575	1616,906
(1)Z1 (L)	-6,907	1,176418	-5,8710	0,000000	-9,220	-4,594
Z1 (Q)	6,293	2,037616	3,0886	0,002154	2,287	10,299
(2)Z2 (L)	-15,655	1,176418	-13,3077	0,000000	-17,968	-13,342
Z2 (Q)	17,800	2,037616	8,7355	0,000000	13,794	21,806
(3)Q (L)	-52,430	1,176418	-44,5678	0,000000	-54,743	-50,117
Q (Q)	65,438	2,037616	32,1151	0,000000	61,432	69,444
(4)s (L)	-22,031	1,176418	-18,7268	0,000000	-24,343	-19,718
s (Q)	24,373	2,037616	11,9618	0,000000	20,367	28,380
1L by 2L	-7,597	1,440812	-5,2729	0,000000	-10,430	-4,765
1L by 3L	4,349	1,440812	3,0183	0,002709	1,516	7,181
2L by 3L	27,198	1,440812	18,8767	0,000000	24,365	30,030
2L by 4L	24,380	1,440812	16,9210	0,000000	21,547	27,213
3L by 4L	62,895	1,440812	43,6528	0,000000	60,063	65,728

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
51.89	12.54	86.64	23.96	1597.10

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	**100**	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1957.38	1930.92	1943.15	1935.95	1938.30
-1	-1	-1	0	1748.52	1735.65	1738.71	1742.66	1744.05
-1	-1	-1	1	1645.09	1644.24	1643.63	1636.26	1646.05
-1	-1	0	-1	1642.94	1646.05	1642.06	1639.63	1645.68
-1	-1	0	0	1590.55	1588.27	1588.98	1585.55	1589.56
-1	-1	0	1	1578.92	1578.69	1578.92	1580.41	1577.03
-1	-1	1	-1	1592.32	1593.72	1593.19	1594.56	1596.02
-1	-1	1	0	1578.76	1576.71	1577.68	1579.76	1578.51
-1	-1	1	1	1595.03	1596.08	1593.86	1596.47	1590.21
-1	0	-1	-1	1842.49	1832.07	1832.31	1834.40	1825.95
-1	0	-1	0	1681.86	1676.06	1689.18	1686.31	1684.96
-1	0	-1	1	1621.39	1613.16	1615.97	1617.52	1617.70
-1	0	0	-1	1603.80	1599.04	1594.08	1597.30	1595.04
-1	0	0	0	1569.33	1569.75	1571.95	1566.86	1569.44
-1	0	0	1	1576.32	1578.23	1580.85	1577.76	1576.93
-1	0	1	-1	1570.39	1570.71	1573.99	1573.21	1573.46
-1	0	1	0	1574.29	1576.56	1573.91	1578.60	1577.31
-1	0	1	1	1601.80	1603.23	1602.68	1605.98	1603.30
-1	1	-1	-1	1818.99	1801.21	1814.69	1794.05	1807.86
-1	1	-1	0	1701.32	1681.71	1690.38	1699.10	1690.88
-1	1	-1	1	1648.88	1648.26	1646.86	1642.54	1645.76
-1	1	0	-1	1612.79	1608.25	1609.04	1611.15	1609.46
-1	1	0	0	1594.92	1601.59	1600.68	1601.36	1601.45
-1	1	0	1	1617.29	1618.79	1614.22	1615.34	1617.54
-1	1	1	-1	1594.92	1596.75	1592.65	1597.75	1592.95
-1	1	1	0	1612.55	1616.02	1615.35	1613.13	1614.70
-1	1	1	1	1647.34	1646.89	1644.33	1648.08	1646.92
0	-1	-1	-1	1948.93	1933.03	1938.39	1929.24	1938.91
0	-1	-1	0	1743.54	1735.49	1736.52	1733.01	1738.39
0	-1	-1	1	1643.83	1639.65	1638.61	1638.64	1641.28
0	-1	0	-1	1642.24	1639.12	1640.60	1639.98	1642.67
0	-1	0	0	1588.21	1587.88	1587.38	1589.26	1588.72
0	-1	0	1	1578.67	1577.95	1575.97	1578.49	1578.41
0	-1	1	-1	1594.17	1594.37	1592.24	1592.51	1592.56
0	-1	1	0	1580.01	1580.25	1578.24	1579.57	1578.74
0	-1	1	1	1593.79	1594.78	1592.30	1593.88	1592.81
0	0	-1	-1	1829.39	1819.96	1827.70	1808.59	1819.91
0	0	-1	0	1677.40	1672.16	1675.49	1663.02	1676.34
0	0	-1	1	1611.01	1611.03	1610.15	1605.78	1615.81
0	0	0	-1	1591.63	1592.66	1591.96	1584.98	1589.74

0	0	0	0	1567.12	1566.67	1566.56	1562.62	1564.05
0	0	0	1	1576.69	1576.97	1575.75	1574.96	1574.92
0	0	1	-1	1562.93	1566.02	1566.01	1565.38	1569.08
0	0	1	0	1571.53	1573.88	1573.59	1574.03	1575.24
0	0	1	1	1599.79	1602.17	1601.63	1602.33	1602.92
0	1	-1	-1	1741.05	1743.11	1742.88	1732.07	1745.71
0	1	-1	0	1642.01	1636.72	1638.01	1632.97	1636.87
0	1	-1	1	1608.23	1606.14	1608.00	1602.25	1603.17
0	1	0	-1	1568.68	1570.37	1567.49	1571.04	1567.37
0	1	0	0	1570.57	1569.21	1571.04	1573.14	1567.45
0	1	0	1	1594.60	1595.84	1594.58	1597.59	1594.12
0	1	1	-1	1567.20	1568.22	1568.27	1571.51	1569.34
0	1	1	0	1591.81	1594.55	1590.90	1594.41	1593.44
0	1	1	1	1629.83	1632.34	1629.92	1632.20	1630.38
1	-1	-1	-1	1944.08	1931.68	1939.02	1926.97	1930.86
1	-1	-1	0	1740.12	1733.76	1738.48	1732.91	1732.34
1	-1	-1	1	1641.32	1639.23	1640.71	1638.49	1637.20
1	-1	0	-1	1641.21	1640.81	1638.86	1641.67	1641.74
1	-1	0	0	1587.56	1587.63	1585.31	1590.31	1587.42
1	-1	0	1	1577.32	1577.59	1574.43	1579.75	1577.11
1	-1	1	-1	1596.49	1593.74	1591.17	1592.61	1593.66
1	-1	1	0	1581.96	1580.58	1576.96	1579.52	1580.59
1	-1	1	1	1595.45	1594.93	1591.10	1593.95	1594.60
1	0	-1	-1	1824.67	1813.24	1819.17	1809.60	1814.56
1	0	-1	0	1674.32	1667.42	1671.02	1666.39	1666.73
1	0	-1	1	1610.77	1607.72	1608.61	1606.53	1606.38
1	0	0	-1	1591.16	1588.09	1586.33	1589.97	1587.84
1	0	0	0	1566.23	1565.23	1563.15	1566.56	1565.25
1	0	0	1	1575.72	1574.86	1572.91	1576.53	1575.16
1	0	1	-1	1567.42	1568.29	1564.21	1566.63	1566.72
1	0	1	0	1575.11	1576.44	1572.26	1574.46	1574.59
1	0	1	1	1602.74	1604.20	1600.49	1602.33	1602.20
1	1	-1	-1	1747.45	1739.51	1740.56	1732.78	1741.53
1	1	-1	0	1640.43	1634.84	1639.01	1633.41	1633.71
1	1	-1	1	1606.96	1606.09	1606.44	1603.00	1602.74
1	1	0	-1	1572.46	1569.15	1568.48	1571.10	1570.07
1	1	0	0	1572.24	1569.97	1567.79	1571.86	1571.01
1	1	0	1	1596.59	1595.18	1592.97	1596.44	1596.20
1	1	1	-1	1569.36	1570.61	1568.18	1569.48	1568.71
1	1	1	0	1593.22	1594.86	1592.28	1593.34	1592.72
1	1	1	1	1631.31	1632.83	1630.57	1631.29	1630.89

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,95274; Adj:,95054 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=372,4222				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	422	4	105	0,283	0,888855
(1)Z1 (L)	15079	1	15079	40,488	0,000000
Z1 (Q)	4221	1	4221	11,333	0,000838
(2)Z2 (L)	62570	1	62570	168,007	0,000000
Z2 (Q)	29470	1	29470	79,132	0,000000
(3)Q (L)	1080322	1	1080322	2900,798	0,000000
Q (Q)	382699	1	382699	1027,596	0,000000
(4)s (L)	319716	1	319716	858,477	0,000000
s (Q)	50363	1	50363	135,231	0,000000
1L by 2L	12229	1	12229	32,836	0,000000
1L by 3L	3243	1	3243	8,708	0,003361
1L by 4L	835	1	835	2,242	0,135091
2L by 3L	133875	1	133875	359,470	0,000000
2L by 4L	108229	1	108229	290,607	0,000000
3L by 4L	694856	1	694856	1865,774	0,000000
Error	143755	386	372		
Total SS	3041882	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1557,489	2,870828	542,5225	0,000000	1551,845	1563,133
(1)Z1 (L)	-7,473	1,172011	-6,3763	0,000000	-9,777	-5,169
Z1 (Q)	6,848	2,029982	3,3735	0,000816	2,857	10,839
(2)Z2 (L)	-15,223	1,172011	-12,9888	0,000000	-17,527	-12,919
Z2 (Q)	18,096	2,029982	8,9142	0,000000	14,105	22,087
(3)Q (L)	-63,255	1,172011	-53,9713	0,000000	-65,559	-60,951
Q (Q)	65,209	2,029982	32,1230	0,000000	61,218	69,200
(4)s (L)	-34,411	1,172011	-29,3609	0,000000	-36,715	-32,107
s (Q)	23,656	2,029982	11,6531	0,000000	19,665	27,647
1L by 2L	-8,242	1,435414	-5,7422	0,000000	-11,065	-5,420
1L by 3L	4,245	1,435414	2,9571	0,003294	1,423	7,067
2L by 3L	27,272	1,435414	18,9992	0,000000	24,450	30,094
2L by 4L	24,521	1,435414	17,0827	0,000000	21,699	27,343
3L by 4L	62,131	1,435414	43,2846	0,000000	59,309	64,953

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
48.56	10.73	83.47	33.11	1540.13

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	**300**	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1980.37	1953.91	1966.16	1958.90	1961.34
-1	-1	-1	0	1771.54	1758.67	1761.76	1765.64	1767.13
-1	-1	-1	1	1668.13	1667.29	1666.70	1659.27	1669.15
-1	-1	0	-1	1658.29	1661.40	1657.43	1654.96	1661.07
-1	-1	0	0	1605.91	1603.64	1604.36	1600.89	1604.96
-1	-1	0	1	1594.29	1594.06	1594.31	1595.76	1592.43
-1	-1	1	-1	1603.84	1605.24	1604.72	1606.07	1607.56
-1	-1	1	0	1590.29	1588.24	1589.22	1591.27	1590.06
-1	-1	1	1	1606.56	1607.61	1605.41	1607.99	1601.77
-1	0	-1	-1	1866.00	1855.59	1855.84	1857.89	1849.52
-1	0	-1	0	1705.52	1699.72	1712.84	1709.94	1708.66
-1	0	-1	1	1645.14	1636.92	1639.73	1641.24	1641.49
-1	0	0	-1	1619.58	1614.83	1609.87	1613.07	1610.86
-1	0	0	0	1585.18	1585.60	1587.81	1582.69	1585.32
-1	0	0	1	1592.20	1594.12	1596.75	1593.63	1592.84
-1	0	1	-1	1582.26	1582.59	1585.87	1585.07	1585.36
-1	0	1	0	1586.20	1588.47	1585.83	1590.49	1589.24
-1	0	1	1	1613.73	1615.16	1614.62	1617.90	1615.25
-1	1	-1	-1	1845.11	1827.35	1840.82	1820.17	1834.03
-1	1	-1	0	1728.18	1708.59	1717.25	1725.96	1717.78
-1	1	-1	1	1676.30	1675.68	1674.29	1669.95	1673.22
-1	1	0	-1	1630.82	1626.29	1627.09	1629.18	1627.53
-1	1	0	0	1613.31	1619.98	1619.08	1619.74	1619.87
-1	1	0	1	1635.91	1637.42	1632.85	1633.97	1636.20
-1	1	1	-1	1608.66	1610.50	1606.40	1611.50	1606.71
-1	1	1	0	1626.49	1629.96	1629.30	1627.07	1628.66
-1	1	1	1	1661.42	1660.97	1658.42	1662.16	1661.02
0	-1	-1	-1	1971.77	1955.88	1961.26	1952.04	1961.81
0	-1	-1	0	1766.39	1758.34	1759.40	1755.81	1761.29
0	-1	-1	1	1666.68	1662.50	1661.48	1661.45	1664.18
0	-1	0	-1	1657.47	1654.35	1655.85	1655.19	1657.94
0	-1	0	0	1603.44	1603.11	1602.63	1604.47	1603.98
0	-1	0	1	1593.90	1593.18	1591.22	1593.70	1593.68
0	-1	1	-1	1605.60	1605.79	1603.68	1603.92	1604.01
0	-1	1	0	1591.43	1591.67	1589.68	1590.97	1590.18
0	-1	1	1	1605.22	1606.21	1603.73	1605.28	1604.26
0	0	-1	-1	1852.24	1842.81	1850.58	1831.40	1842.81
0	0	-1	0	1700.25	1695.01	1698.36	1685.83	1699.24
0	0	-1	1	1633.86	1633.88	1633.03	1628.59	1638.71
0	0	0	-1	1606.86	1607.90	1607.21	1600.19	1605.00

0	0	0	0	1582.35	1581.90	1581.81	1577.82	1579.32
0	0	0	1	1591.92	1592.20	1591.00	1590.17	1590.19
0	0	1	-1	1574.35	1577.44	1577.45	1576.79	1580.53
0	0	1	0	1582.95	1585.30	1585.02	1585.43	1586.69
0	0	1	1	1611.21	1613.59	1613.06	1613.73	1614.37
0	1	-1	-1	1763.90	1765.97	1765.76	1754.89	1768.61
0	1	-1	0	1664.87	1659.57	1660.89	1655.79	1659.78
0	1	-1	1	1631.09	1629.00	1630.89	1625.06	1626.07
0	1	0	-1	1583.91	1585.61	1582.75	1586.25	1582.65
0	1	0	0	1585.81	1584.44	1586.30	1588.35	1582.72
0	1	0	1	1609.84	1611.08	1609.84	1612.80	1609.39
0	1	1	-1	1578.63	1579.65	1579.71	1582.92	1580.80
0	1	1	0	1603.23	1605.98	1602.34	1605.82	1604.89
0	1	1	1	1641.25	1643.77	1641.37	1643.61	1641.83
1	-1	-1	-1	1966.93	1954.53	1961.89	1949.78	1953.76
1	-1	-1	0	1762.97	1756.61	1761.35	1755.71	1755.23
1	-1	-1	1	1664.16	1662.08	1663.58	1661.30	1660.10
1	-1	0	-1	1656.44	1656.04	1654.11	1656.88	1657.01
1	-1	0	0	1602.79	1602.86	1600.56	1605.52	1602.69
1	-1	0	1	1592.55	1592.82	1589.68	1594.95	1592.37
1	-1	1	-1	1607.91	1605.17	1602.61	1604.01	1605.11
1	-1	1	0	1593.39	1592.01	1588.39	1590.92	1592.04
1	-1	1	1	1606.87	1606.36	1602.54	1605.35	1606.04
1	0	-1	-1	1847.51	1836.09	1842.04	1832.41	1837.46
1	0	-1	0	1697.16	1690.26	1693.89	1689.20	1689.63
1	0	-1	1	1633.61	1630.57	1631.48	1629.34	1629.27
1	0	0	-1	1606.39	1603.32	1601.58	1605.17	1603.10
1	0	0	0	1581.46	1580.47	1578.39	1581.76	1580.51
1	0	0	1	1590.95	1590.09	1588.16	1591.74	1590.43
1	0	1	-1	1578.85	1579.71	1575.65	1578.03	1578.16
1	0	1	0	1586.54	1587.86	1583.69	1585.86	1586.04
1	0	1	1	1614.16	1615.62	1611.93	1613.74	1613.64
1	1	-1	-1	1770.29	1762.36	1763.43	1755.59	1764.43
1	1	-1	0	1663.27	1657.69	1661.88	1656.22	1656.61
1	1	-1	1	1629.80	1628.94	1629.31	1625.81	1625.63
1	1	0	-1	1587.69	1584.38	1583.73	1586.31	1585.34
1	1	0	0	1587.47	1585.20	1583.04	1587.06	1586.27
1	1	0	1	1611.82	1610.41	1608.22	1611.65	1611.46
1	1	1	-1	1580.78	1582.03	1579.62	1580.88	1580.16
1	1	1	0	1604.64	1606.29	1603.72	1604.74	1604.17
1	1	1	1	1642.73	1644.25	1642.00	1642.69	1642.34

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,95562; Adj:,95355 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=376,5087				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	424	4	106	0,282	0,889845
(1)Z1 (L)	17860	1	17860	47,435	0,000000
Z1 (Q)	5069	1	5069	13,464	0,000277
(2)Z2 (L)	58442	1	58442	155,221	0,000000
Z2 (Q)	30610	1	30610	81,298	0,000000
(3)Q (L)	1288115	1	1288115	3421,210	0,000000
Q (Q)	405572	1	405572	1077,191	0,000000
(4)s (L)	318790	1	318790	846,700	0,000000
s (Q)	50328	1	50328	133,670	0,000000
1L by 2L	14602	1	14602	38,782	0,000000
1L by 3L	3482	1	3482	9,248	0,002519
1L by 4L	778	1	778	2,067	0,151336
2L by 3L	132736	1	132736	352,546	0,000000
2L by 4L	108755	1	108755	288,851	0,000000
3L by 4L	694127	1	694127	1843,587	0,000000
Error	145332	386	377		
Total SS	3275022	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1572,491	2,885862	544,8948	0,000000	1566,818	1578,165
(1)Z1 (L)	-8,133	1,178148	-6,9033	0,000000	-10,449	-5,817
Z1 (Q)	7,505	2,040613	3,6778	0,000268	3,493	11,517
(2)Z2 (L)	-14,712	1,178148	-12,4876	0,000000	-17,029	-12,396
Z2 (Q)	18,442	2,040613	9,0375	0,000000	14,430	22,454
(3)Q (L)	-69,071	1,178148	-58,6267	0,000000	-71,387	-66,755
Q (Q)	67,129	2,040613	32,8967	0,000000	63,117	71,141
(4)s (L)	-34,361	1,178148	-29,1656	0,000000	-36,678	-32,045
s (Q)	23,647	2,040613	11,5884	0,000000	19,635	27,659
1L by 2L	-9,007	1,442931	-6,2420	0,000000	-11,844	-6,170
1L by 3L	4,398	1,442931	3,0481	0,002460	1,561	7,235
2L by 3L	27,156	1,442931	18,8197	0,000000	24,319	29,992
2L by 4L	24,580	1,442931	17,0350	0,000000	21,743	27,417
3L by 4L	62,099	1,442931	43,0366	0,000000	59,262	64,936

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
48.13	10.75	85.66	31.33	1553.08

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	100	4	10

τ	
loi normale	
moyenne	4
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1937.70	1968.54	1964.31	1946.12	1965.38
-1	-1	-1	0	1743.81	1746.22	1742.03	1733.59	1746.92
-1	-1	-1	1	1632.37	1635.81	1628.96	1627.72	1639.18
-1	-1	0	-1	1636.32	1638.17	1638.60	1633.26	1644.27
-1	-1	0	0	1579.65	1579.59	1582.59	1578.07	1585.35
-1	-1	0	1	1567.82	1568.20	1566.41	1566.30	1568.45
-1	-1	1	-1	1588.66	1590.00	1593.37	1590.20	1593.39
-1	-1	1	0	1572.19	1573.64	1572.81	1572.84	1576.05
-1	-1	1	1	1586.83	1585.28	1586.97	1585.04	1589.27
-1	0	-1	-1	1818.29	1839.76	1848.99	1819.36	1851.14
-1	0	-1	0	1665.64	1682.60	1686.10	1672.96	1688.09
-1	0	-1	1	1596.41	1601.67	1608.93	1606.66	1608.89
-1	0	0	-1	1586.41	1586.18	1592.17	1588.36	1587.40
-1	0	0	0	1557.10	1561.01	1558.97	1557.97	1562.17
-1	0	0	1	1566.44	1566.89	1567.59	1567.06	1568.93
-1	0	1	-1	1565.21	1564.68	1562.26	1561.84	1566.96
-1	0	1	0	1568.00	1568.40	1571.06	1569.00	1571.03
-1	0	1	1	1595.60	1596.02	1596.56	1595.83	1598.42
-1	1	-1	-1	1789.72	1797.75	1800.91	1795.36	1809.70
-1	1	-1	0	1664.07	1676.90	1676.70	1678.44	1678.11
-1	1	-1	1	1620.66	1630.18	1626.01	1621.95	1627.79
-1	1	0	-1	1592.43	1591.57	1591.41	1589.27	1599.67
-1	1	0	0	1582.62	1586.03	1584.23	1581.68	1584.79
-1	1	0	1	1604.76	1605.27	1604.79	1604.05	1604.66
-1	1	1	-1	1584.53	1585.88	1584.72	1584.77	1588.54
-1	1	1	0	1601.68	1602.30	1603.35	1601.58	1604.64
-1	1	1	1	1638.45	1639.99	1638.04	1637.15	1638.34
0	-1	-1	-1	1927.64	1953.19	1958.10	1948.04	1955.27
0	-1	-1	0	1726.74	1741.80	1746.29	1741.08	1743.38
0	-1	-1	1	1624.02	1634.16	1635.61	1632.42	1632.51
0	-1	0	-1	1634.51	1639.34	1639.03	1634.02	1643.49
0	-1	0	0	1577.81	1581.09	1580.11	1579.55	1583.45
0	-1	0	1	1566.37	1568.08	1567.63	1566.44	1569.73
0	-1	1	-1	1586.47	1587.89	1592.29	1587.76	1591.09
0	-1	1	0	1570.98	1571.83	1574.86	1571.95	1574.03
0	-1	1	1	1585.10	1585.76	1587.76	1584.15	1586.79
0	0	-1	-1	1798.00	1832.85	1826.25	1815.63	1830.27
0	0	-1	0	1650.31	1671.63	1672.57	1658.86	1667.08
0	0	-1	1	1588.61	1602.62	1599.32	1592.11	1599.79
0	0	0	-1	1576.58	1584.75	1581.53	1575.64	1582.87

0	0	0	0	1552.92	1556.77	1557.29	1552.72	1558.02
0	0	0	1	1563.97	1566.93	1565.31	1563.36	1567.03
0	0	1	-1	1558.02	1558.80	1561.05	1559.01	1561.51
0	0	1	0	1564.91	1566.63	1566.30	1566.14	1567.30
0	0	1	1	1594.24	1594.49	1595.95	1596.11	1595.66
0	1	-1	-1	1722.91	1754.34	1739.69	1729.83	1753.25
0	1	-1	0	1624.54	1634.23	1634.88	1624.44	1637.99
0	1	-1	1	1592.68	1595.70	1598.94	1589.61	1597.68
0	1	0	-1	1556.73	1563.63	1559.98	1557.24	1567.11
0	1	0	0	1559.52	1565.16	1560.14	1560.21	1566.05
0	1	0	1	1587.42	1590.04	1587.82	1587.44	1589.81
0	1	1	-1	1560.19	1561.14	1561.44	1560.16	1561.84
0	1	1	0	1584.49	1587.29	1584.86	1585.36	1586.05
0	1	1	1	1626.41	1626.50	1625.59	1625.67	1626.69
1	-1	-1	-1	1926.64	1952.54	1951.63	1940.71	1958.68
1	-1	-1	0	1725.39	1743.77	1745.37	1735.06	1746.47
1	-1	-1	1	1622.58	1635.55	1632.96	1629.71	1636.57
1	-1	0	-1	1633.28	1636.34	1638.08	1636.08	1644.65
1	-1	0	0	1577.36	1579.02	1580.05	1578.41	1584.45
1	-1	0	1	1566.11	1566.75	1567.63	1566.27	1569.79
1	-1	1	-1	1586.95	1588.80	1591.75	1587.67	1591.20
1	-1	1	0	1571.33	1572.21	1574.86	1571.53	1574.41
1	-1	1	1	1585.12	1585.30	1587.66	1585.18	1587.60
1	0	-1	-1	1800.38	1825.51	1823.76	1812.96	1829.77
1	0	-1	0	1652.50	1670.00	1671.20	1661.01	1670.85
1	0	-1	1	1590.04	1601.43	1597.85	1595.63	1601.39
1	0	0	-1	1576.99	1580.39	1580.11	1579.06	1584.17
1	0	0	0	1553.76	1555.88	1555.63	1553.81	1557.99
1	0	0	1	1564.83	1566.00	1565.73	1564.60	1566.91
1	0	1	-1	1557.53	1559.33	1562.13	1557.58	1560.76
1	0	1	0	1565.50	1566.24	1567.92	1564.72	1567.71
1	0	1	1	1594.82	1594.85	1596.34	1594.01	1596.47
1	1	-1	-1	1718.88	1740.29	1741.57	1729.93	1742.54
1	1	-1	0	1618.07	1632.11	1634.03	1625.56	1632.26
1	1	-1	1	1587.52	1595.24	1596.42	1591.91	1595.35
1	1	0	-1	1557.73	1561.39	1558.85	1556.80	1563.00
1	1	0	0	1560.12	1561.35	1560.78	1558.86	1562.60
1	1	0	1	1587.82	1588.11	1587.86	1586.44	1588.61
1	1	1	-1	1558.80	1559.92	1563.07	1559.11	1561.81
1	1	1	0	1584.54	1585.16	1587.12	1584.51	1586.42
1	1	1	1	1625.19	1625.52	1627.02	1625.06	1626.54

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,95197; Adj:,94973 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=417,2251 SS	df	MS	F	p
Blocks	3847	4	962	2,305	0,057826
(1)Z1 (L)	11439	1	11439	27,417	0,000000
Z1 (Q)	3051	1	3051	7,312	0,007152
(2)Z2 (L)	88832	1	88832	212,911	0,000000
Z2 (Q)	32461	1	32461	77,802	0,000000
(3)Q (L)	1121037	1	1121037	2686,888	0,000000
Q (Q)	424901	1	424901	1018,397	0,000000
(4)s (L)	373645	1	373645	895,547	0,000000
s (Q)	52511	1	52511	125,857	0,000000
1L by 2L	8749	1	8749	20,968	0,000006
1L by 3L	2309	1	2309	5,535	0,019142
1L by 4L	1156	1	1156	2,770	0,096853
2L by 3L	159400	1	159400	382,049	0,000000
2L by 4L	130189	1	130189	312,036	0,000000
3L by 4L	778315	1	778315	1865,455	0,000000
Error	161049	386	417		
Total SS	3352889	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1547,947	3,072036	503,8832	0,000000	1541,908	1553,987
(1)Z1 (L)	-6,509	1,254154	-5,1899	0,000000	-8,975	-4,043
Z1 (Q)	5,822	2,172258	2,6802	0,007668	1,551	10,093
(2)Z2 (L)	-18,139	1,254154	-14,4628	0,000000	-20,604	-15,673
Z2 (Q)	18,991	2,172258	8,7427	0,000000	14,721	23,262
(3)Q (L)	-64,436	1,254154	-51,3780	0,000000	-66,902	-61,970
Q (Q)	68,710	2,172258	31,6309	0,000000	64,440	72,981
(4)s (L)	-37,200	1,254154	-29,6618	0,000000	-39,666	-34,735
s (Q)	24,155	2,172258	11,1197	0,000000	19,884	28,426
1L by 2L	-6,972	1,536018	-4,5387	0,000008	-9,991	-3,952
1L by 3L	3,582	1,536018	2,3319	0,020214	0,562	6,602
2L by 3L	29,758	1,536018	19,3737	0,000000	26,738	32,778
2L by 4L	26,894	1,536018	17,5087	0,000000	23,874	29,914
3L by 4L	65,757	1,536018	42,8100	0,000000	62,737	68,777

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
51.18	10.68	81.64	34.98	1530.15

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	100	4	10

τ	
loi log-normale	
moyenne	4
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1974.45	1970.82	1946.10	1953.11	1943.15
-1	-1	-1	0	1764.46	1772.33	1771.40	1766.81	1763.73
-1	-1	-1	1	1672.85	1675.61	1672.41	1671.26	1667.65
-1	-1	0	-1	1656.52	1663.16	1648.97	1658.42	1658.97
-1	-1	0	0	1608.89	1613.76	1603.39	1605.91	1615.68
-1	-1	0	1	1606.11	1600.07	1606.42	1600.58	1605.02
-1	-1	1	-1	1605.09	1605.57	1597.09	1603.73	1608.81
-1	-1	1	0	1597.96	1588.80	1591.74	1591.69	1597.15
-1	-1	1	1	1612.18	1608.38	1608.01	1607.77	1611.42
-1	0	-1	-1	1881.16	1855.39	1862.24	1863.58	1849.70
-1	0	-1	0	1730.12	1703.36	1710.70	1707.67	1713.32
-1	0	-1	1	1663.85	1657.68	1652.03	1645.90	1656.08
-1	0	0	-1	1623.31	1615.71	1608.59	1615.43	1624.85
-1	0	0	0	1606.74	1594.36	1594.20	1591.77	1593.09
-1	0	0	1	1604.20	1603.69	1601.94	1603.21	1606.69
-1	0	1	-1	1588.36	1584.95	1584.84	1587.56	1588.71
-1	0	1	0	1598.83	1593.93	1591.23	1592.95	1599.00
-1	0	1	1	1625.62	1622.04	1623.24	1619.00	1626.20
-1	1	-1	-1	1846.64	1833.56	1839.58	1838.32	1829.26
-1	1	-1	0	1753.28	1730.50	1728.64	1732.12	1731.52
-1	1	-1	1	1701.59	1696.21	1694.89	1695.52	1694.03
-1	1	0	-1	1647.10	1637.59	1634.34	1631.64	1637.57
-1	1	0	0	1636.31	1634.00	1631.33	1630.63	1634.52
-1	1	0	1	1655.42	1651.49	1645.44	1646.83	1655.29
-1	1	1	-1	1618.19	1613.52	1612.69	1617.13	1621.85
-1	1	1	0	1637.65	1631.94	1635.12	1635.66	1637.92
-1	1	1	1	1675.72	1673.85	1672.43	1670.23	1675.29
0	-1	-1	-1	1969.67	1963.94	1947.75	1954.06	1948.80
0	-1	-1	0	1771.11	1764.71	1755.43	1757.61	1757.86
0	-1	-1	1	1681.34	1675.48	1673.02	1667.29	1675.32
0	-1	0	-1	1660.71	1651.60	1647.78	1651.46	1659.18
0	-1	0	0	1610.24	1604.55	1604.18	1602.05	1611.98
0	-1	0	1	1603.85	1600.32	1598.80	1595.27	1605.91
0	-1	1	-1	1600.60	1603.48	1597.98	1598.97	1604.44
0	-1	1	0	1591.65	1593.09	1587.19	1590.06	1595.07
0	-1	1	1	1609.39	1610.11	1607.49	1607.30	1614.54
0	0	-1	-1	1868.13	1848.05	1831.86	1842.48	1836.85
0	0	-1	0	1716.66	1703.05	1695.35	1698.74	1696.86
0	0	-1	1	1658.99	1646.74	1641.08	1638.92	1643.21
0	0	0	-1	1614.12	1610.34	1599.35	1604.46	1611.71

0	0	0	0	1591.80	1592.56	1583.41	1586.39	1592.07
0	0	0	1	1603.75	1602.13	1597.72	1598.18	1603.56
0	0	1	-1	1579.87	1582.33	1576.95	1578.45	1581.87
0	0	1	0	1590.63	1590.66	1587.92	1587.39	1593.46
0	0	1	1	1619.92	1620.25	1619.93	1616.90	1622.64
0	1	-1	-1	1794.21	1786.23	1769.88	1777.25	1780.44
0	1	-1	0	1695.67	1687.73	1672.86	1677.69	1678.37
0	1	-1	1	1659.02	1654.63	1647.43	1647.37	1651.59
0	1	0	-1	1601.15	1590.11	1592.48	1596.13	1596.01
0	1	0	0	1604.95	1596.06	1598.43	1595.59	1598.99
0	1	0	1	1627.69	1621.49	1623.76	1620.31	1623.19
0	1	1	-1	1585.55	1585.57	1582.38	1581.08	1586.28
0	1	1	0	1613.78	1610.51	1611.08	1608.03	1613.50
0	1	1	1	1650.22	1648.43	1651.72	1646.71	1650.22
1	-1	-1	-1	1965.84	1956.11	1942.85	1956.10	1944.68
1	-1	-1	0	1771.30	1764.90	1755.80	1760.21	1757.89
1	-1	-1	1	1682.18	1674.91	1670.85	1670.72	1672.39
1	-1	0	-1	1659.56	1655.02	1651.05	1652.62	1655.41
1	-1	0	0	1611.06	1607.00	1604.41	1603.20	1606.99
1	-1	0	1	1604.72	1601.41	1599.69	1597.06	1601.21
1	-1	1	-1	1600.15	1602.91	1598.01	1599.63	1601.32
1	-1	1	0	1590.58	1593.08	1589.11	1589.78	1592.05
1	-1	1	1	1608.02	1610.15	1607.47	1607.11	1609.61
1	0	-1	-1	1857.82	1847.04	1835.74	1846.28	1835.86
1	0	-1	0	1714.18	1706.07	1699.01	1701.97	1701.15
1	0	-1	1	1657.73	1648.35	1645.92	1644.42	1647.55
1	0	0	-1	1613.92	1607.68	1603.80	1603.11	1615.70
1	0	0	0	1594.01	1588.73	1586.84	1584.26	1590.38
1	0	0	1	1605.75	1600.88	1599.77	1596.38	1602.62
1	0	1	-1	1577.99	1581.43	1574.47	1575.52	1579.83
1	0	1	0	1588.76	1590.12	1586.85	1586.71	1590.93
1	0	1	1	1618.40	1619.58	1617.41	1616.67	1620.65
1	1	-1	-1	1788.46	1778.58	1769.67	1777.77	1768.88
1	1	-1	0	1686.20	1679.66	1673.43	1674.79	1675.48
1	1	-1	1	1655.83	1647.23	1646.62	1643.09	1648.36
1	1	0	-1	1598.05	1594.12	1590.40	1589.87	1602.44
1	1	0	0	1602.33	1597.41	1595.30	1592.86	1604.66
1	1	0	1	1626.78	1622.77	1621.65	1618.27	1628.72
1	1	1	-1	1584.02	1587.74	1581.27	1580.81	1587.81
1	1	1	0	1610.01	1611.09	1608.00	1607.02	1613.85
1	1	1	1	1648.60	1649.52	1647.29	1645.90	1652.47

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,95571; Adj:,95364 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=366,8102 SS	df	MS	F	p
Blocks	3949	4	987	2,691	0,030864
(1)Z1 (L)	18671	1	18671	50,901	0,000000
Z1 (Q)	5138	1	5138	14,008	0,000210
(2)Z2 (L)	25443	1	25443	69,364	0,000000
Z2 (Q)	31328	1	31328	85,407	0,000000
(3)Q (L)	1398073	1	1398073	3811,433	0,000000
Q (Q)	391685	1	391685	1067,813	0,000000
(4)s (L)	249612	1	249612	680,495	0,000000
s (Q)	47132	1	47132	128,493	0,000000
1L by 2L	15162	1	15162	41,334	0,000000
1L by 3L	1298	1	1298	3,539	0,060697
1L by 4L	610	1	610	1,663	0,198037
2L by 3L	111507	1	111507	303,991	0,000000
2L by 4L	98681	1	98681	269,026	0,000000
3L by 4L	656714	1	656714	1790,339	0,000000
Error	141589	386	367		
Total SS	3196593	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(392)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1580,785	2,891119	546,7728	0,000000	1575,101	1586,469
(1)Z1 (L)	-8,316	1,180294	-7,0455	0,000000	-10,636	-5,995
Z1 (Q)	7,556	2,044330	3,6961	0,000250	3,537	11,575
(2)Z2 (L)	-9,707	1,180294	-8,2246	0,000000	-12,028	-7,387
Z2 (Q)	18,657	2,044330	9,1263	0,000000	14,638	22,676
(3)Q (L)	-71,959	1,180294	-60,9667	0,000000	-74,279	-69,638
Q (Q)	65,970	2,044330	32,2698	0,000000	61,951	69,989
(4)s (L)	-30,405	1,180294	-25,7609	0,000000	-32,726	-28,085
s (Q)	22,884	2,044330	11,1941	0,000000	18,865	26,904
1L by 2L	-9,178	1,445560	-6,3489	0,000000	-12,020	-6,336
2L by 3L	24,889	1,445560	17,2179	0,000000	22,047	27,731
2L by 4L	23,414	1,445560	16,1974	0,000000	20,572	26,256
3L by 4L	60,402	1,445560	41,7846	0,000000	57,560	63,244

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
51.18	10.68	81.64	34.98	1530.15

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	100	4	10

τ	
loi gamma	
moyenne	4
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1950.33	1938.42	1951.16	1940.31	1945.69
-1	-1	-1	0	1746.65	1746.05	1755.05	1745.58	1743.91
-1	-1	-1	1	1666.01	1651.22	1654.48	1651.56	1654.00
-1	-1	0	-1	1655.83	1645.28	1651.35	1645.75	1644.85
-1	-1	0	0	1599.47	1595.19	1593.69	1594.20	1594.22
-1	-1	0	1	1586.88	1585.42	1585.61	1582.03	1585.19
-1	-1	1	-1	1601.88	1598.35	1598.84	1598.74	1601.15
-1	-1	1	0	1587.93	1585.31	1584.13	1583.41	1583.86
-1	-1	1	1	1602.31	1599.33	1600.06	1597.45	1598.27
-1	0	-1	-1	1847.32	1830.17	1834.82	1830.82	1840.61
-1	0	-1	0	1702.54	1684.60	1692.51	1686.21	1694.16
-1	0	-1	1	1625.93	1627.19	1627.10	1633.91	1628.22
-1	0	0	-1	1604.60	1598.92	1604.58	1602.91	1605.05
-1	0	0	0	1577.92	1576.89	1576.08	1578.49	1580.33
-1	0	0	1	1586.78	1584.41	1584.53	1584.79	1585.35
-1	0	1	-1	1582.22	1576.45	1572.44	1578.16	1576.55
-1	0	1	0	1585.32	1582.35	1583.04	1584.14	1580.75
-1	0	1	1	1609.10	1609.75	1609.20	1608.83	1610.21
-1	1	-1	-1	1818.72	1829.08	1815.21	1826.12	1801.89
-1	1	-1	0	1707.07	1704.86	1701.76	1701.13	1700.44
-1	1	-1	1	1658.62	1660.34	1650.86	1655.98	1655.94
-1	1	0	-1	1618.57	1613.24	1612.77	1612.45	1612.70
-1	1	0	0	1611.24	1608.37	1605.25	1608.58	1609.07
-1	1	0	1	1624.21	1626.84	1625.68	1625.66	1624.76
-1	1	1	-1	1603.37	1601.92	1600.80	1602.96	1602.20
-1	1	1	0	1622.17	1622.65	1620.37	1620.80	1618.95
-1	1	1	1	1656.43	1653.54	1654.30	1654.60	1654.60
0	-1	-1	-1	1954.16	1936.23	1938.95	1938.46	1938.46
0	-1	-1	0	1749.70	1739.06	1741.12	1749.18	1740.65
0	-1	-1	1	1655.47	1645.13	1646.54	1652.34	1647.19
0	-1	0	-1	1650.90	1647.81	1652.06	1643.24	1647.46
0	-1	0	0	1601.42	1594.89	1597.95	1596.50	1598.35
0	-1	0	1	1590.56	1584.93	1587.32	1586.31	1586.84
0	-1	1	-1	1595.65	1597.61	1597.69	1596.65	1594.44
0	-1	1	0	1582.97	1584.76	1583.28	1585.34	1581.97
0	-1	1	1	1597.33	1599.25	1597.57	1599.07	1597.24
0	0	-1	-1	1830.16	1811.35	1830.79	1825.15	1818.74
0	0	-1	0	1680.69	1673.67	1683.39	1680.07	1674.57
0	0	-1	1	1619.22	1615.32	1624.98	1624.22	1614.46
0	0	0	-1	1601.20	1597.07	1598.31	1594.06	1593.20

0	0	0	0	1574.18	1574.15	1575.93	1572.03	1571.39
0	0	0	1	1585.01	1584.20	1584.31	1582.18	1582.60
0	0	1	-1	1571.74	1571.00	1571.76	1571.33	1570.25
0	0	1	0	1579.52	1580.04	1578.23	1580.13	1579.34
0	0	1	1	1607.89	1608.07	1606.67	1609.23	1608.47
0	1	-1	-1	1746.00	1751.59	1760.31	1753.48	1729.78
0	1	-1	0	1641.80	1648.27	1649.74	1649.21	1638.25
0	1	-1	1	1613.98	1617.27	1617.00	1615.30	1613.41
0	1	0	-1	1578.11	1572.85	1576.14	1576.85	1575.36
0	1	0	0	1578.43	1576.54	1578.55	1578.39	1578.02
0	1	0	1	1603.29	1602.80	1603.16	1602.58	1602.56
0	1	1	-1	1575.97	1573.41	1572.94	1573.84	1571.81
0	1	1	0	1599.18	1598.90	1597.09	1599.69	1596.29
0	1	1	1	1637.24	1638.25	1634.88	1636.73	1635.67
1	-1	-1	-1	1948.70	1936.45	1943.80	1945.82	1935.13
1	-1	-1	0	1749.64	1741.44	1744.35	1749.22	1740.81
1	-1	-1	1	1654.32	1646.29	1647.31	1652.94	1645.88
1	-1	0	-1	1648.19	1648.07	1650.78	1651.64	1653.07
1	-1	0	0	1596.37	1595.00	1596.63	1598.58	1599.16
1	-1	0	1	1586.88	1585.25	1585.92	1587.71	1586.07
1	-1	1	-1	1597.20	1597.40	1598.45	1598.97	1595.81
1	-1	1	0	1583.47	1584.60	1584.99	1586.17	1582.74
1	-1	1	1	1598.14	1599.36	1599.34	1600.90	1597.58
1	0	-1	-1	1831.01	1817.95	1826.13	1826.81	1818.89
1	0	-1	0	1683.56	1674.90	1677.89	1683.10	1675.43
1	0	-1	1	1622.64	1616.49	1617.11	1621.35	1616.47
1	0	0	-1	1597.83	1596.61	1596.86	1597.16	1600.80
1	0	0	0	1576.00	1574.36	1575.61	1576.22	1574.56
1	0	0	1	1585.84	1584.05	1583.40	1585.57	1584.22
1	0	1	-1	1568.99	1571.76	1571.52	1571.48	1568.50
1	0	1	0	1577.92	1580.48	1579.72	1580.92	1577.30
1	0	1	1	1606.50	1608.72	1607.87	1609.09	1606.24
1	1	-1	-1	1757.29	1740.99	1746.72	1748.68	1744.58
1	1	-1	0	1652.28	1642.50	1643.87	1648.83	1644.44
1	1	-1	1	1620.11	1612.25	1613.04	1617.79	1614.00
1	1	0	-1	1580.25	1578.24	1579.07	1580.12	1581.71
1	1	0	0	1581.49	1579.37	1579.95	1581.12	1581.22
1	1	0	1	1605.86	1604.45	1604.26	1605.32	1605.67
1	1	1	-1	1571.90	1575.62	1573.78	1575.78	1572.20
1	1	1	0	1596.88	1599.93	1598.19	1600.00	1597.08
1	1	1	1	1635.72	1638.10	1636.30	1638.12	1635.84

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,95329; Adj:,95112 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=366,079 SS	df	MS	F	p
Blocks	701	4	175	0,479	0,751306
(1)Z1 (L)	13746	1	13746	37,550	0,000000
Z1 (Q)	5500	1	5500	15,024	0,000125
(2)Z2 (L)	58789	1	58789	160,591	0,000000
Z2 (Q)	30336	1	30336	82,868	0,000000
(3)Q (L)	1128483	1	1128483	3082,622	0,000000
Q (Q)	367646	1	367646	1004,280	0,000000
(4)s (L)	300050	1	300050	819,631	0,000000
s (Q)	48389	1	48389	132,182	0,000000
1L by 2L	13283	1	13283	36,285	0,000000
1L by 3L	2374	1	2374	6,485	0,011264
1L by 4L	589	1	589	1,610	0,205282
2L by 3L	132000	1	132000	360,577	0,000000
2L by 4L	106399	1	106399	290,645	0,000000
3L by 4L	675882	1	675882	1846,274	0,000000
Error	141306	386	366		
Total SS	3025475	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1565,035	2,846823	549,7479	0,000000	1559,438	1570,632
(1)Z1 (L)	-7,135	1,162211	-6,1394	0,000000	-9,420	-4,850
Z1 (Q)	7,817	2,013008	3,8834	0,000121	3,860	11,775
(2)Z2 (L)	-14,756	1,162211	-12,6964	0,000000	-17,041	-12,471
Z2 (Q)	18,359	2,013008	9,1204	0,000000	14,402	22,317
(3)Q (L)	-64,650	1,162211	-55,6264	0,000000	-66,935	-62,365
Q (Q)	63,914	2,013008	31,7503	0,000000	59,956	67,871
(4)s (L)	-33,336	1,162211	-28,6833	0,000000	-35,621	-31,051
s (Q)	23,187	2,013008	11,5188	0,000000	19,230	27,145
1L by 2L	-8,590	1,423412	-6,0351	0,000000	-11,389	-5,792
1L by 3L	3,632	1,423412	2,5515	0,011107	0,833	6,430
2L by 3L	27,080	1,423412	19,0248	0,000000	24,282	29,879
2L by 4L	24,313	1,423412	17,0806	0,000000	21,514	27,111
3L by 4L	61,277	1,423412	43,0496	0,000000	58,479	64,076

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
46.59	10.64	85.51	31.44	1547.37

Conditions expérimentales :

c_3^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_3^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	100	4	10

τ	
loi gamma	
moyenne	**2**
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1733.64	1739.65	1741.14	1739.56	1740.41
-1	-1	-1	0	1695.50	1709.74	1698.35	1699.17	1699.74
-1	-1	-1	1	1671.90	1674.30	1677.96	1672.95	1667.72
-1	-1	0	-1	1601.42	1604.24	1599.19	1603.23	1602.57
-1	-1	0	0	1585.62	1587.88	1589.21	1591.38	1593.23
-1	-1	0	1	1576.97	1584.23	1580.83	1588.00	1578.41
-1	-1	1	-1	1579.26	1581.10	1575.26	1578.22	1580.40
-1	-1	1	0	1573.99	1572.70	1571.75	1576.97	1578.28
-1	-1	1	1	1576.87	1576.68	1571.02	1577.16	1575.30
-1	0	-1	-1	1685.77	1683.78	1677.01	1679.38	1684.46
-1	0	-1	0	1646.72	1660.84	1650.34	1664.97	1657.75
-1	0	-1	1	1641.01	1639.63	1635.32	1642.07	1638.82
-1	0	0	-1	1569.85	1571.67	1575.23	1578.34	1579.82
-1	0	0	0	1571.46	1574.43	1570.15	1574.16	1569.71
-1	0	0	1	1570.86	1575.65	1569.62	1575.98	1574.27
-1	0	1	-1	1566.49	1568.33	1565.45	1568.81	1570.24
-1	0	1	0	1571.94	1572.18	1565.25	1571.99	1572.53
-1	0	1	1	1576.07	1578.85	1573.85	1574.67	1580.79
-1	1	-1	-1	1690.79	1698.37	1683.97	1694.11	1694.62
-1	1	-1	0	1682.60	1681.65	1671.61	1678.55	1680.12
-1	1	-1	1	1668.92	1668.13	1672.56	1673.87	1677.02
-1	1	0	-1	1606.71	1611.98	1610.56	1608.60	1610.61
-1	1	0	0	1610.74	1617.67	1609.88	1617.64	1612.05
-1	1	0	1	1614.89	1620.31	1614.03	1614.96	1623.01
-1	1	1	-1	1607.03	1610.13	1608.65	1613.15	1611.77
-1	1	1	0	1618.72	1621.66	1618.36	1620.54	1618.07
-1	1	1	1	1627.29	1629.23	1627.67	1626.79	1624.73
0	-1	-1	-1	1726.97	1738.62	1728.64	1728.37	1736.35
0	-1	-1	0	1692.21	1697.99	1693.13	1693.30	1699.36
0	-1	-1	1	1666.09	1672.89	1666.75	1667.90	1672.31
0	-1	0	-1	1595.79	1600.71	1593.88	1601.03	1599.03
0	-1	0	0	1584.29	1590.41	1582.60	1589.30	1587.63
0	-1	0	1	1577.48	1583.27	1575.71	1582.55	1580.95
0	-1	1	-1	1572.36	1578.76	1572.72	1577.04	1578.57
0	-1	1	0	1570.43	1576.03	1570.35	1573.61	1575.94
0	-1	1	1	1571.69	1576.84	1571.33	1575.38	1576.69
0	0	-1	-1	1666.11	1672.55	1660.48	1656.38	1664.26
0	0	-1	0	1642.10	1646.44	1635.27	1635.16	1640.23
0	0	-1	1	1628.13	1631.69	1621.33	1618.89	1625.27
0	0	0	-1	1565.03	1571.47	1561.48	1575.44	1562.32

0	0	0	0	1560.85	1570.85	1559.30	1571.49	1559.82
0	0	0	1	1560.99	1570.82	1560.00	1571.80	1560.64
0	0	1	-1	1558.62	1563.62	1555.88	1559.43	1561.70
0	0	1	0	1562.63	1566.81	1560.15	1564.01	1565.83
0	0	1	1	1568.97	1572.92	1566.66	1570.54	1571.01
0	1	-1	-1	1629.53	1635.75	1626.23	1625.78	1631.96
0	1	-1	0	1616.61	1625.97	1613.15	1614.42	1622.02
0	1	-1	1	1610.52	1616.86	1604.05	1608.49	1612.18
0	1	0	-1	1561.31	1565.36	1561.23	1571.48	1561.11
0	1	0	0	1564.35	1567.67	1566.54	1575.44	1563.40
0	1	0	1	1569.48	1572.35	1571.12	1580.62	1568.64
0	1	1	-1	1571.38	1572.27	1570.55	1567.68	1573.71
0	1	1	0	1579.25	1579.82	1579.62	1576.97	1581.49
0	1	1	1	1587.88	1588.41	1589.27	1588.36	1590.89
1	-1	-1	-1	1730.01	1738.44	1727.05	1727.25	1734.56
1	-1	-1	0	1694.47	1702.25	1692.14	1692.27	1699.11
1	-1	-1	1	1668.14	1675.42	1665.86	1666.16	1672.88
1	-1	0	-1	1595.49	1600.84	1595.57	1601.80	1598.07
1	-1	0	0	1584.09	1589.00	1584.07	1590.01	1586.70
1	-1	0	1	1577.67	1581.87	1577.50	1583.22	1579.94
1	-1	1	-1	1577.76	1575.27	1571.59	1577.03	1576.80
1	-1	1	0	1575.14	1572.99	1569.53	1574.68	1574.22
1	-1	1	1	1576.03	1573.82	1570.87	1575.59	1574.99
1	0	-1	-1	1662.77	1668.96	1658.49	1659.20	1667.30
1	0	-1	0	1640.14	1645.47	1635.88	1636.73	1644.70
1	0	-1	1	1623.94	1629.22	1620.43	1621.06	1628.55
1	0	0	-1	1563.19	1569.42	1561.95	1567.56	1565.58
1	0	0	0	1560.06	1566.01	1559.11	1567.16	1562.41
1	0	0	1	1560.38	1566.02	1559.57	1564.39	1562.64
1	0	1	-1	1562.67	1561.58	1558.36	1561.14	1561.41
1	0	1	0	1566.41	1565.30	1562.56	1565.74	1564.98
1	0	1	1	1572.49	1571.16	1568.89	1571.65	1570.82
1	1	-1	-1	1629.22	1635.34	1625.73	1623.93	1630.84
1	1	-1	0	1616.67	1623.62	1613.10	1611.93	1618.03
1	1	-1	1	1608.83	1615.14	1605.88	1604.77	1610.24
1	1	0	-1	1560.25	1566.30	1559.11	1564.67	1562.38
1	1	0	0	1563.21	1569.71	1562.38	1567.53	1565.53
1	1	0	1	1568.55	1574.77	1567.98	1572.70	1570.82
1	1	1	-1	1571.95	1572.56	1569.08	1572.39	1571.38
1	1	1	0	1580.22	1580.53	1577.60	1580.63	1579.38
1	1	1	1	1590.01	1590.13	1587.85	1590.25	1588.95

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,97297; Adj:,97171 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=62,45635				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	1617,0	4	404,2	6,472	0,000048
(1)Z1 (L)	30298,9	1	30298,9	485,121	0,000000
Z1 (Q)	9458,8	1	9458,8	151,446	0,000000
(2)Z2 (L)	18532,9	1	18532,9	296,734	0,000000
Z2 (Q)	32382,1	1	32382,1	518,476	0,000000
(3)Q (L)	480715,1	1	480715,1	7696,817	0,000000
Q (Q)	150229,7	1	150229,7	2405,354	0,000000
(4)s (L)	10333,9	1	10333,9	165,458	0,000000
s (Q)	431,2	1	431,2	6,904	0,008943
1L by 2L	24205,4	1	24205,4	387,557	0,000000
1L by 3L	1758,2	1	1758,2	28,151	0,000000
1L by 4L	26,9	1	26,9	0,431	0,512075
2L by 3L	70018,2	1	70018,2	1121,074	0,000000
2L by 4L	10207,6	1	10207,6	163,436	0,000000
3L by 4L	27613,9	1	27613,9	442,131	0,000000
Error	24108,2	386	62,5		
Total SS	891937,9	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1558,879	1,209793	1288,550	0,000000	1556,500	1561,257
(1)Z1 (L)	-10,593	0,493896	-21,448	0,000000	-11,564	-9,622
Z1 (Q)	10,252	0,855453	11,984	0,000000	8,570	11,934
(2)Z2 (L)	-8,285	0,493896	-16,775	0,000000	-9,256	-7,314
Z2 (Q)	18,968	0,855453	22,174	0,000000	17,287	20,650
(3)Q (L)	-42,195	0,493896	-85,433	0,000000	-43,166	-41,224
Q (Q)	40,856	0,855453	47,760	0,000000	39,174	42,538
(4)s (L)	-6,187	0,493896	-12,526	0,000000	-7,158	-5,216
s (Q)	2,189	0,855453	2,559	0,010882	0,507	3,871
1L by 2L	-11,596	0,604897	-19,171	0,000000	-12,786	-10,407
1L by 3L	3,125	0,604897	5,167	0,000000	1,936	4,315
2L by 3L	19,723	0,604897	32,605	0,000000	18,534	20,912
2L by 4L	7,531	0,604897	12,449	0,000000	6,341	8,720
3L by 4L	12,386	0,604897	20,476	0,000000	11,197	13,575

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
48.99	10.96	3.37	87.47	1545.67

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	100	4	10

τ	
loi gamma	
moyenne	3
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1841.91	1861.24	1853.49	1863.26	1855.20
-1	-1	-1	0	1695.29	1714.01	1702.92	1709.35	1708.25
-1	-1	-1	1	1628.71	1636.55	1632.00	1630.48	1639.63
-1	-1	0	-1	1632.85	1639.08	1634.12	1640.56	1634.31
-1	-1	0	0	1585.87	1591.26	1588.66	1588.89	1587.28
-1	-1	0	1	1575.65	1583.26	1576.87	1578.07	1579.89
-1	-1	1	-1	1590.93	1593.55	1589.24	1590.88	1598.60
-1	-1	1	0	1576.88	1583.44	1576.25	1579.86	1582.34
-1	-1	1	1	1591.49	1598.73	1594.20	1590.02	1599.45
-1	0	-1	-1	1759.31	1771.22	1758.18	1763.44	1772.85
-1	0	-1	0	1653.27	1657.53	1650.42	1650.85	1657.58
-1	0	-1	1	1608.89	1616.47	1610.17	1612.69	1613.95
-1	0	0	-1	1586.14	1598.53	1592.33	1587.46	1596.10
-1	0	0	0	1568.84	1577.50	1573.37	1568.08	1575.60
-1	0	0	1	1580.33	1584.90	1583.77	1580.46	1584.09
-1	0	1	-1	1566.97	1575.70	1570.74	1565.48	1575.07
-1	0	1	0	1575.33	1579.78	1575.50	1575.74	1585.08
-1	0	1	1	1600.61	1603.53	1603.17	1601.54	1604.19
-1	1	-1	-1	1751.05	1757.86	1754.92	1744.65	1746.25
-1	1	-1	0	1667.06	1681.85	1681.16	1667.76	1676.81
-1	1	-1	1	1645.28	1650.77	1655.63	1648.66	1649.06
-1	1	0	-1	1605.57	1612.28	1610.13	1604.51	1613.87
-1	1	0	0	1602.32	1606.95	1606.83	1605.45	1609.82
-1	1	0	1	1626.98	1631.68	1623.53	1628.60	1626.89
-1	1	1	-1	1595.75	1604.69	1601.75	1602.72	1605.84
-1	1	1	0	1616.88	1618.10	1617.88	1616.85	1622.28
-1	1	1	1	1651.35	1656.20	1653.59	1652.44	1654.48
0	-1	-1	-1	1845.51	1855.41	1855.52	1851.49	1857.10
0	-1	-1	0	1693.82	1701.97	1704.75	1704.98	1705.64
0	-1	-1	1	1625.65	1632.69	1633.15	1634.26	1634.84
0	-1	0	-1	1627.60	1639.54	1635.85	1633.34	1630.09
0	-1	0	0	1582.06	1591.32	1587.71	1587.19	1584.12
0	-1	0	1	1576.19	1583.10	1580.63	1580.36	1577.84
0	-1	1	-1	1589.47	1594.02	1592.35	1589.39	1593.94
0	-1	1	0	1576.81	1580.79	1578.31	1577.72	1581.02
0	-1	1	1	1591.83	1594.59	1592.26	1592.59	1594.30
0	0	-1	-1	1742.03	1750.41	1755.62	1749.51	1750.80
0	0	-1	0	1640.92	1647.68	1654.88	1643.43	1644.41
0	0	-1	1	1604.07	1606.42	1611.23	1602.97	1603.77
0	0	0	-1	1579.61	1587.31	1585.09	1586.19	1579.93

0	0	0	0	1562.75	1569.65	1567.11	1567.89	1563.66
0	0	0	1	1575.07	1580.00	1577.74	1577.22	1575.97
0	0	1	-1	1563.11	1568.01	1565.55	1563.13	1566.40
0	0	1	0	1572.17	1577.22	1572.12	1573.11	1573.87
0	0	1	1	1599.81	1603.49	1599.01	1601.48	1601.27
0	1	-1	-1	1681.79	1690.79	1696.12	1684.77	1693.75
0	1	-1	0	1617.58	1621.19	1621.05	1619.85	1622.23
0	1	-1	1	1602.10	1606.31	1603.97	1605.24	1604.94
0	1	0	-1	1564.53	1571.58	1567.77	1567.90	1568.87
0	1	0	0	1569.73	1574.41	1571.80	1572.89	1571.43
0	1	0	1	1594.94	1600.67	1598.01	1598.87	1596.41
0	1	1	-1	1564.90	1570.18	1568.47	1566.96	1572.02
0	1	1	0	1589.77	1591.32	1588.50	1590.17	1593.54
0	1	1	1	1625.37	1629.33	1626.23	1629.18	1630.66
1	-1	-1	-1	1848.21	1857.75	1860.11	1854.00	1853.31
1	-1	-1	0	1699.43	1705.28	1707.33	1704.35	1700.69
1	-1	-1	1	1630.58	1634.45	1635.92	1633.93	1630.38
1	-1	0	-1	1629.67	1639.63	1635.00	1631.72	1637.71
1	-1	0	0	1583.86	1591.66	1588.07	1585.83	1587.17
1	-1	0	1	1577.35	1583.53	1580.53	1579.42	1582.56
1	-1	1	-1	1589.16	1594.09	1590.43	1590.58	1596.49
1	-1	1	0	1576.50	1580.73	1577.53	1578.64	1580.95
1	-1	1	1	1591.10	1594.61	1591.87	1593.24	1594.47
1	0	-1	-1	1746.55	1752.67	1754.10	1751.25	1749.09
1	0	-1	0	1642.89	1646.94	1647.70	1647.42	1643.03
1	0	-1	1	1604.19	1606.26	1606.34	1607.08	1603.29
1	0	0	-1	1580.27	1589.68	1585.75	1583.64	1585.76
1	0	0	0	1563.85	1571.11	1566.61	1566.29	1568.13
1	0	0	1	1576.03	1580.85	1577.55	1577.99	1579.19
1	0	1	-1	1562.05	1568.29	1564.64	1565.02	1566.59
1	0	1	0	1570.99	1575.84	1572.68	1573.71	1574.30
1	0	1	1	1598.89	1602.75	1600.14	1601.06	1601.31
1	1	-1	-1	1685.19	1690.46	1692.58	1691.25	1686.69
1	1	-1	0	1618.80	1622.35	1622.24	1623.87	1618.97
1	1	-1	1	1604.40	1606.20	1606.39	1607.81	1603.17
1	1	0	-1	1565.28	1571.41	1568.74	1567.90	1568.79
1	1	0	0	1570.26	1576.20	1572.67	1572.39	1573.18
1	1	0	1	1596.28	1600.33	1597.22	1597.81	1598.40
1	1	1	-1	1564.99	1570.94	1567.43	1567.80	1568.75
1	1	1	0	1589.10	1593.88	1590.92	1591.84	1592.03
1	1	1	1	1626.68	1630.28	1627.74	1629.10	1628.93

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,95502; Adj:,95293 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=201,0825 SS	df	MS	F	p
Blocks	1752	4	437,9	2,178	0,070855
(1)Z1 (L)	15951	1	15950,6	79,324	0,000000
Z1 (Q)	6091	1	6090,9	30,291	0,000000
(2)Z2 (L)	33045	1	33045,0	164,335	0,000000
Z2 (Q)	31325	1	31325,5	155,784	0,000000
(3)Q (L)	596379	1	596379,0	2965,843	0,000000
Q (Q)	213153	1	213152,7	1060,026	0,000000
(4)s (L)	134809	1	134809,4	670,418	0,000000
s (Q)	33986	1	33985,7	169,014	0,000000
1L by 2L	16291	1	16290,9	81,016	0,000000
1L by 3L	1160	1	1160,1	5,769	0,016781
1L by 4L	399	1	398,6	1,982	0,159976
2L by 3L	93669	1	93668,8	465,823	0,000000
2L by 4L	89875	1	89875,1	446,956	0,000000
3L by 4L	380254	1	380254,5	1891,037	0,000000
Error	77618	386	201,1		
Total SS	1725756	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1559,158	2,129217	732,2685	0,000000	1554,972	1563,344
(1)Z1 (L)	-7,686	0,869249	-8,8422	0,000000	-9,395	-5,977
Z1 (Q)	8,227	1,505584	5,4641	0,000000	5,267	11,187
(2)Z2 (L)	-11,063	0,869249	-12,7270	0,000000	-12,772	-9,354
Z2 (Q)	18,656	1,505584	12,3915	0,000000	15,696	21,616
(3)Q (L)	-46,998	0,869249	-54,0673	0,000000	-48,707	-45,289
Q (Q)	48,666	1,505584	32,3236	0,000000	45,706	51,626
(4)s (L)	-22,345	0,869249	-25,7060	0,000000	-24,054	-20,636
s (Q)	19,432	1,505584	12,9069	0,000000	16,472	22,392
1L by 2L	-9,513	1,064608	-8,9361	0,000000	-11,606	-7,420
1L by 3L	2,539	1,064608	2,3846	0,017573	0,446	4,632
2L by 3L	22,812	1,064608	21,4275	0,000000	20,719	24,905
2L by 4L	22,345	1,064608	20,9891	0,000000	20,252	24,438
3L by 4L	45,962	1,064608	43,1729	0,000000	43,869	48,055

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
48.14	10.96	18.71	86.62	1546.18

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	100	4	10

τ	
loi gamma	
moyenne	**5**
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	2020.58	2037.51	2021.55	2008.34	2046.56
-1	-1	-1	0	1784.15	1784.98	1781.83	1784.15	1798.53
-1	-1	-1	1	1663.92	1675.75	1667.54	1664.98	1662.52
-1	-1	0	-1	1697.22	1699.14	1697.83	1693.59	1705.88
-1	-1	0	0	1620.49	1615.84	1621.95	1620.24	1626.75
-1	-1	0	1	1591.84	1592.42	1595.75	1591.87	1598.67
-1	-1	1	-1	1625.16	1625.11	1629.98	1626.72	1627.89
-1	-1	1	0	1597.54	1591.41	1596.07	1593.35	1596.47
-1	-1	1	1	1597.39	1593.46	1595.86	1594.50	1597.12
-1	0	-1	-1	1904.86	1890.56	1891.34	1888.15	1901.80
-1	0	-1	0	1708.33	1724.52	1711.35	1725.82	1715.70
-1	0	-1	1	1636.93	1639.71	1638.47	1630.45	1646.25
-1	0	0	-1	1636.84	1640.07	1637.88	1638.94	1643.11
-1	0	0	0	1592.16	1585.53	1593.30	1588.72	1598.77
-1	0	0	1	1590.72	1587.01	1587.07	1585.79	1592.31
-1	0	1	-1	1592.52	1586.69	1589.02	1584.22	1588.06
-1	0	1	0	1582.86	1583.25	1582.07	1579.20	1582.64
-1	0	1	1	1601.31	1600.49	1602.34	1597.93	1601.27
-1	1	-1	-1	1862.32	1882.73	1873.09	1871.57	1873.72
-1	1	-1	0	1724.11	1730.30	1727.39	1729.79	1725.32
-1	1	-1	1	1658.90	1668.34	1660.69	1658.71	1672.08
-1	1	0	-1	1642.45	1637.09	1644.04	1636.59	1642.01
-1	1	0	0	1615.79	1617.49	1610.31	1616.31	1619.72
-1	1	0	1	1623.53	1620.63	1622.08	1620.37	1626.41
-1	1	1	-1	1607.30	1605.59	1610.61	1601.54	1605.12
-1	1	1	0	1610.28	1609.64	1612.83	1611.04	1611.08
-1	1	1	1	1639.70	1638.56	1638.43	1638.53	1639.38
0	-1	-1	-1	2027.84	2008.01	2007.15	2029.16	2012.09
0	-1	-1	0	1786.86	1779.00	1776.67	1790.94	1784.22
0	-1	-1	1	1667.87	1661.12	1660.13	1669.96	1667.17
0	-1	0	-1	1694.27	1695.38	1704.89	1690.73	1702.68
0	-1	0	0	1618.07	1618.83	1624.80	1613.31	1623.81
0	-1	0	1	1593.10	1593.34	1597.54	1589.25	1596.31
0	-1	1	-1	1622.57	1622.40	1621.87	1618.96	1626.94
0	-1	1	0	1591.95	1591.56	1590.83	1590.39	1594.61
0	-1	1	1	1595.35	1595.93	1594.86	1592.86	1597.82
0	0	-1	-1	1897.86	1883.01	1875.86	1892.27	1887.69
0	0	-1	0	1711.90	1706.63	1700.75	1702.90	1710.92
0	0	-1	1	1630.85	1634.29	1624.73	1631.34	1625.51
0	0	0	-1	1630.53	1630.61	1637.22	1626.58	1631.54

0	0	0	0	1588.65	1587.82	1590.33	1585.66	1588.89
0	0	0	1	1586.42	1585.28	1588.27	1585.39	1586.24
0	0	1	-1	1582.82	1582.98	1584.72	1581.60	1586.33
0	0	1	0	1578.68	1578.17	1576.11	1578.75	1581.72
0	0	1	1	1599.43	1598.42	1598.26	1601.02	1600.42
0	1	-1	-1	1811.78	1807.19	1800.41	1786.08	1794.65
0	1	-1	0	1672.86	1672.36	1666.65	1668.49	1669.38
0	1	-1	1	1625.98	1626.14	1619.84	1620.48	1623.75
0	1	0	-1	1599.58	1596.55	1603.39	1596.92	1601.90
0	1	0	0	1583.59	1583.57	1587.60	1583.50	1590.67
0	1	0	1	1601.89	1603.47	1603.29	1601.36	1606.33
0	1	1	-1	1579.08	1578.50	1575.47	1578.45	1579.90
0	1	1	0	1593.36	1592.36	1590.90	1592.60	1594.13
0	1	1	1	1626.71	1626.81	1625.26	1626.61	1628.02
1	-1	-1	-1	2026.24	2014.19	2007.93	2033.28	2012.80
1	-1	-1	0	1788.73	1780.02	1774.99	1796.13	1780.73
1	-1	-1	1	1668.83	1664.66	1659.99	1674.34	1661.14
1	-1	0	-1	1695.53	1693.10	1704.63	1689.71	1704.30
1	-1	0	0	1618.74	1616.14	1624.71	1613.80	1622.90
1	-1	0	1	1594.20	1591.45	1596.92	1590.26	1596.04
1	-1	1	-1	1623.40	1619.85	1624.97	1621.32	1629.71
1	-1	1	0	1591.64	1589.10	1593.12	1590.19	1596.48
1	-1	1	1	1594.87	1593.42	1596.17	1594.16	1598.63
1	0	-1	-1	1899.36	1883.43	1878.16	1902.49	1880.04
1	0	-1	0	1711.49	1706.25	1700.68	1719.02	1702.93
1	0	-1	1	1632.88	1625.75	1624.41	1638.05	1627.11
1	0	0	-1	1632.55	1629.42	1635.50	1623.91	1635.87
1	0	0	0	1590.04	1585.37	1593.35	1583.42	1590.96
1	0	0	1	1588.89	1584.67	1588.30	1583.43	1588.23
1	0	1	-1	1583.24	1581.32	1585.25	1581.60	1589.74
1	0	1	0	1578.40	1577.20	1579.97	1577.69	1583.24
1	0	1	1	1599.31	1598.52	1600.49	1598.74	1602.79
1	1	-1	-1	1809.97	1792.13	1789.37	1813.68	1794.53
1	1	-1	0	1672.72	1663.11	1662.48	1679.70	1666.69
1	1	-1	1	1625.16	1619.71	1619.63	1630.30	1622.28
1	1	0	-1	1597.83	1598.10	1606.99	1593.50	1604.22
1	1	0	0	1588.53	1584.34	1590.32	1581.69	1587.35
1	1	0	1	1605.17	1602.40	1605.64	1600.44	1604.61
1	1	1	-1	1576.52	1575.72	1578.53	1574.73	1582.70
1	1	1	0	1591.77	1591.30	1593.25	1590.79	1596.21
1	1	1	1	1625.50	1625.37	1626.52	1624.69	1628.35

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,96146; Adj:,95966 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=1918,967 SS	df	MS	F	p
Blocks	3248	4	812	0,423	0,791899
(1)Z1 (L)	20057	1	20057	10,452	0,001331
Z1 (Q)	7461	1	7461	3,888	0,049338
(2)Z2 (L)	412479	1	412479	214,948	0,000000
Z2 (Q)	40386	1	40386	21,045	0,000006
(3)Q (L)	8980807	1	8980807	4680,022	0,000000
Q (Q)	2166075	1	2166075	1128,772	0,000000
(4)s (L)	2868063	1	2868063	1494,587	0,000000
s (Q)	161243	1	161243	84,026	0,000000
1L by 2L	22296	1	22296	11,619	0,000722
1L by 3L	4790	1	4790	2,496	0,114950
1L by 4L	1241	1	1241	0,647	0,421699
2L by 3L	330940	1	330940	172,457	0,000000
2L by 4L	216757	1	216757	112,955	0,000000
3L by 4L	3242097	1	3242097	1689,501	0,000000
Error	740721	386	1919		
Total SS	19218662	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(392)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1579,510	6,520511	242,2371	0,000000	1566,690	1592,329
(1)Z1 (L)	-8,619	2,661988	-3,2377	0,001307	-13,852	-3,385
Z1 (Q)	9,105	4,610698	1,9748	0,048991	0,040	18,170
(2)Z2 (L)	-39,086	2,661988	-14,6829	0,000000	-44,319	-33,852
Z2 (Q)	21,183	4,610698	4,5944	0,000006	12,118	30,248
(3)Q (L)	-182,379	2,661988	-68,5125	0,000000	-187,613	-177,146
Q (Q)	155,137	4,610698	33,6472	0,000000	146,072	164,202
(4)s (L)	-103,065	2,661988	-38,7174	0,000000	-108,299	-97,832
s (Q)	42,327	4,610698	9,1802	0,000000	33,262	51,392
1L by 2L	-11,130	3,260256	-3,4137	0,000708	-17,539	-4,720
2L by 3L	42,878	3,260256	13,1518	0,000000	36,469	49,288
2L by 4L	34,702	3,260256	10,6438	0,000000	28,292	41,111
3L by 4L	134,207	3,260256	41,1647	0,000000	127,798	140,617

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
47.20	10.72	40.46	82.78	1550.16

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	100	4	10

τ	
loi gamma	
moyenne	**6**
écart type	4

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	2098.73	2125.95	2132.40	2107.86	2113.23
-1	-1	-1	0	1833.51	1845.26	1846.35	1847.15	1844.52
-1	-1	-1	1	1696.76	1695.01	1699.07	1697.49	1692.81
-1	-1	0	-1	1735.72	1737.49	1729.78	1733.36	1741.42
-1	-1	0	0	1641.53	1642.49	1645.76	1637.02	1638.23
-1	-1	0	1	1605.89	1610.16	1607.24	1607.44	1610.49
-1	-1	1	-1	1646.71	1647.98	1647.26	1647.72	1644.54
-1	-1	1	0	1605.95	1607.56	1609.83	1608.73	1608.36
-1	-1	1	1	1607.49	1605.70	1607.27	1606.79	1608.58
-1	0	-1	-1	2005.28	2009.73	1993.37	1975.05	1984.37
-1	0	-1	0	1755.20	1775.42	1767.75	1765.84	1759.89
-1	0	-1	1	1655.91	1674.66	1662.28	1655.36	1654.29
-1	0	0	-1	1667.49	1667.39	1672.62	1663.55	1664.29
-1	0	0	0	1615.23	1608.41	1611.84	1610.94	1606.90
-1	0	0	1	1601.82	1601.51	1600.23	1598.87	1598.28
-1	0	1	-1	1606.91	1605.10	1607.22	1604.42	1605.64
-1	0	1	0	1589.72	1592.70	1595.26	1593.81	1592.96
-1	0	1	1	1608.22	1607.68	1607.30	1608.65	1608.22
-1	1	-1	-1	1956.37	1955.98	1952.87	1953.64	1969.61
-1	1	-1	0	1764.02	1768.15	1772.10	1762.27	1756.66
-1	1	-1	1	1674.14	1685.47	1679.39	1683.94	1682.53
-1	1	0	-1	1666.65	1665.80	1662.87	1661.19	1660.59
-1	1	0	0	1622.68	1627.25	1627.87	1624.96	1623.24
-1	1	0	1	1622.78	1629.96	1626.94	1629.07	1625.66
-1	1	1	-1	1614.90	1616.96	1616.17	1615.93	1615.13
-1	1	1	0	1614.94	1613.90	1615.32	1618.04	1618.93
-1	1	1	1	1640.14	1639.68	1639.10	1640.99	1639.79
0	-1	-1	-1	2140.65	2139.46	2136.25	2109.93	2122.78
0	-1	-1	0	1855.50	1850.23	1846.76	1837.70	1843.83
0	-1	-1	1	1703.96	1700.75	1699.49	1694.09	1700.24
0	-1	0	-1	1731.08	1735.56	1732.57	1732.25	1735.52
0	-1	0	0	1639.72	1644.01	1641.92	1641.85	1642.46
0	-1	0	1	1606.20	1609.87	1607.50	1608.10	1608.45
0	-1	1	-1	1644.97	1650.10	1651.20	1645.65	1647.24
0	-1	1	0	1606.14	1610.25	1612.89	1607.60	1607.72
0	-1	1	1	1604.94	1608.47	1609.62	1606.37	1606.64
0	0	-1	-1	1989.56	1989.88	1983.51	1965.05	1971.91
0	0	-1	0	1763.92	1760.92	1754.58	1750.25	1762.29
0	0	-1	1	1658.67	1658.17	1651.38	1652.94	1658.46
0	0	0	-1	1660.71	1662.12	1664.83	1656.65	1655.80

0	0	0	0	1605.92	1603.57	1608.66	1604.47	1604.41
0	0	0	1	1596.07	1596.29	1598.23	1595.30	1596.83
0	0	1	-1	1600.14	1604.98	1603.85	1602.11	1600.32
0	0	1	0	1588.69	1592.97	1591.66	1591.96	1590.11
0	0	1	1	1606.06	1607.52	1609.09	1609.30	1607.97
0	1	-1	-1	1877.12	1865.16	1881.78	1853.35	1873.28
0	1	-1	0	1705.85	1708.71	1708.15	1700.97	1712.72
0	1	-1	1	1638.07	1639.54	1640.01	1638.91	1645.43
0	1	0	-1	1622.02	1621.89	1626.59	1618.08	1622.69
0	1	0	0	1599.16	1600.07	1601.00	1596.91	1600.44
0	1	0	1	1610.37	1611.73	1612.31	1610.54	1613.93
0	1	1	-1	1590.52	1593.74	1591.12	1589.94	1588.93
0	1	1	0	1600.83	1602.72	1603.43	1602.70	1601.11
0	1	1	1	1633.07	1633.48	1633.00	1632.70	1632.81
1	-1	-1	-1	2136.14	2134.51	2126.95	2115.92	2112.81
1	-1	-1	0	1851.12	1855.36	1847.24	1835.98	1845.71
1	-1	-1	1	1702.08	1698.81	1699.08	1692.55	1697.05
1	-1	0	-1	1729.03	1736.48	1729.66	1731.80	1729.89
1	-1	0	0	1637.52	1639.24	1639.64	1640.45	1641.83
1	-1	0	1	1603.84	1610.65	1605.68	1606.38	1607.79
1	-1	1	-1	1647.98	1646.33	1648.40	1646.25	1647.49
1	-1	1	0	1608.66	1607.00	1608.74	1607.68	1608.53
1	-1	1	1	1606.50	1605.49	1606.65	1606.73	1607.34
1	0	-1	-1	1992.74	1991.13	1982.46	1967.52	1971.95
1	0	-1	0	1763.05	1763.65	1761.06	1750.99	1757.76
1	0	-1	1	1658.19	1657.75	1654.89	1650.44	1657.16
1	0	0	-1	1653.42	1657.80	1656.10	1658.07	1654.94
1	0	0	0	1600.91	1609.07	1603.22	1603.50	1601.69
1	0	0	1	1593.87	1596.59	1594.88	1595.55	1594.61
1	0	1	-1	1602.82	1603.71	1602.81	1601.74	1602.56
1	0	1	0	1592.21	1590.83	1591.60	1591.06	1591.97
1	0	1	1	1608.52	1608.07	1608.34	1608.50	1609.01
1	1	-1	-1	1890.88	1891.16	1882.35	1868.66	1874.19
1	1	-1	0	1716.23	1718.01	1713.94	1705.46	1710.90
1	1	-1	1	1646.92	1647.45	1643.21	1640.07	1645.37
1	1	0	-1	1618.71	1622.54	1621.65	1620.52	1620.30
1	1	0	0	1596.14	1599.21	1596.13	1597.78	1597.88
1	1	0	1	1609.36	1611.61	1608.74	1610.60	1610.62
1	1	1	-1	1591.14	1589.24	1592.33	1591.02	1591.73
1	1	1	0	1602.36	1600.48	1603.78	1602.08	1602.66
1	1	1	1	1632.86	1632.12	1634.21	1633.25	1633.75

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,96545; Adj:,96384 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=613,8347 SS	df	MS	F	p
Blocks	1110	4	278	0,452	0,770793
(1)Z1 (L)	10622	1	10622	17,304	0,000039
Z1 (Q)	3506	1	3506	5,712	0,017331
(2)Z2 (L)	229341	1	229341	373,621	0,000000
Z2 (Q)	35236	1	35236	57,403	0,000000
(3)Q (L)	2849889	1	2849889	4642,764	0,000000
Q (Q)	586234	1	586234	955,036	0,000000
(4)s (L)	1218579	1	1218579	1985,191	0,000000
s (Q)	93613	1	93613	152,506	0,000000
1L by 2L	12925	1	12925	21,057	0,000006
1L by 3L	2088	1	2088	3,402	0,065869
1L by 4L	1246	1	1246	2,030	0,155076
2L by 3L	161459	1	161459	263,033	0,000000
2L by 4L	162831	1	162831	265,268	0,000000
3L by 4L	1253051	1	1253051	2041,349	0,000000
Error	236940	386	614		
Total SS	6858671	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(392)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1595,158	3,699181	431,2192	0,000000	1587,885	1602,431
(1)Z1 (L)	-6,272	1,510184	-4,1533	0,000040	-9,241	-3,303
Z1 (Q)	6,241	2,615716	2,3861	0,017500	1,099	11,384
(2)Z2 (L)	-29,145	1,510184	-19,2988	0,000000	-32,114	-26,176
Z2 (Q)	19,787	2,615716	7,5645	0,000000	14,644	24,929
(3)Q (L)	-102,738	1,510184	-68,0303	0,000000	-105,707	-99,769
Q (Q)	80,708	2,615716	30,8549	0,000000	75,565	85,850
(4)s (L)	-67,181	1,510184	-44,4851	0,000000	-70,150	-64,212
s (Q)	32,251	2,615716	12,3298	0,000000	27,109	37,394
1L by 2L	-8,474	1,849591	-4,5815	0,000006	-12,110	-4,838
2L by 3L	29,950	1,849591	16,1927	0,000000	26,313	33,586
2L by 4L	30,077	1,849591	16,2613	0,000000	26,440	33,713
3L by 4L	83,435	1,849591	45,1100	0,000000	79,799	87,071

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
9.21	11.02	48.48	85.89	1556.31

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	100	4	10

τ	
loi gamma	
moyenne	4
variance	1

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1545.11	1545.56	1545.15	1545.20	1549.56
-1	-1	-1	0	1454.41	1455.09	1456.09	1454.94	1456.81
-1	-1	-1	1	1457.75	1458.14	1458.21	1457.84	1458.80
-1	-1	0	-1	1465.78	1465.65	1466.58	1466.51	1467.27
-1	-1	0	0	1459.58	1459.64	1460.11	1459.70	1460.42
-1	-1	0	1	1493.79	1493.56	1493.95	1493.38	1494.05
-1	-1	1	-1	1480.72	1480.24	1480.57	1480.62	1481.55
-1	-1	1	0	1495.83	1495.42	1495.64	1495.95	1496.36
-1	-1	1	1	1537.88	1538.01	1538.00	1537.78	1538.21
-1	0	-1	-1	1483.36	1482.10	1480.60	1480.71	1485.22
-1	0	-1	0	1446.33	1446.74	1446.91	1446.25	1447.45
-1	0	-1	1	1476.37	1476.31	1476.77	1476.24	1476.62
-1	0	0	-1	1447.11	1446.99	1448.35	1447.40	1448.14
-1	0	0	0	1471.11	1470.84	1471.53	1470.67	1471.70
-1	0	0	1	1518.76	1518.97	1519.01	1518.49	1518.92
-1	0	1	-1	1477.72	1477.32	1477.87	1477.53	1478.06
-1	0	1	0	1512.88	1513.33	1513.34	1513.29	1514.06
-1	0	1	1	1564.28	1565.03	1564.95	1564.41	1564.99
-1	1	-1	-1	1474.99	1476.71	1475.14	1475.62	1478.59
-1	1	-1	0	1475.70	1477.85	1477.27	1476.54	1477.78
-1	1	-1	1	1523.78	1524.04	1524.19	1523.51	1524.09
-1	1	0	-1	1473.19	1473.06	1473.81	1473.19	1473.69
-1	1	0	0	1514.20	1514.51	1514.24	1513.77	1514.09
-1	1	0	1	1569.30	1569.48	1569.55	1568.98	1569.57
-1	1	1	-1	1513.14	1512.72	1513.03	1513.31	1513.22
-1	1	1	0	1559.91	1559.93	1560.12	1559.71	1560.28
-1	1	1	1	1616.33	1615.97	1616.04	1615.77	1616.17
0	-1	-1	-1	1544.84	1544.01	1544.19	1546.56	1547.62
0	-1	-1	0	1454.27	1454.96	1454.47	1456.11	1457.05
0	-1	-1	1	1458.24	1458.18	1458.08	1458.32	1458.61
0	-1	0	-1	1465.10	1465.57	1466.73	1465.54	1466.26
0	-1	0	0	1459.55	1459.56	1460.37	1459.90	1460.08
0	-1	0	1	1493.89	1493.49	1494.45	1493.96	1494.47
0	-1	1	-1	1480.91	1480.10	1481.30	1479.59	1482.15
0	-1	1	0	1496.67	1495.84	1496.07	1495.91	1497.13
0	-1	1	1	1538.69	1538.07	1538.24	1538.02	1538.99
0	0	-1	-1	1474.95	1477.59	1476.87	1479.79	1479.84
0	0	-1	0	1446.16	1445.80	1444.98	1444.90	1446.38
0	0	-1	1	1476.39	1476.80	1476.28	1476.33	1476.81
0	0	0	-1	1445.84	1445.96	1446.04	1446.09	1447.36

0	0	0	0	1470.76	1471.56	1471.10	1471.07	1471.62
0	0	0	1	1518.96	1519.41	1519.26	1518.99	1519.39
0	0	1	-1	1476.78	1476.06	1476.87	1476.42	1476.72
0	0	1	0	1513.46	1513.29	1513.87	1513.57	1514.32
0	0	1	1	1564.84	1564.89	1565.56	1565.23	1565.87
0	1	-1	-1	1460.52	1459.78	1459.08	1459.44	1460.51
0	1	-1	0	1467.77	1467.17	1467.22	1467.63	1467.56
0	1	-1	1	1515.39	1515.09	1515.33	1514.89	1515.26
0	1	0	-1	1462.27	1462.96	1462.52	1462.40	1462.82
0	1	0	0	1506.09	1505.97	1506.35	1505.64	1506.65
0	1	0	1	1561.41	1561.42	1561.70	1561.30	1561.75
0	1	1	-1	1502.59	1502.09	1502.87	1502.49	1503.06
0	1	1	0	1552.12	1552.18	1552.60	1552.05	1552.99
0	1	1	1	1608.35	1608.77	1609.32	1608.46	1609.31
1	-1	-1	-1	1544.11	1544.08	1543.65	1545.24	1547.14
1	-1	-1	0	1454.71	1455.04	1453.88	1455.40	1457.07
1	-1	-1	1	1458.19	1458.64	1457.98	1458.86	1458.56
1	-1	0	-1	1464.53	1465.62	1466.56	1465.43	1467.20
1	-1	0	0	1459.70	1459.88	1459.94	1459.75	1460.60
1	-1	0	1	1494.19	1494.12	1494.08	1494.09	1494.51
1	-1	1	-1	1480.59	1480.27	1480.73	1480.76	1481.79
1	-1	1	0	1495.99	1495.96	1496.14	1496.36	1497.13
1	-1	1	1	1538.12	1538.28	1538.30	1538.62	1539.15
1	0	-1	-1	1477.83	1478.28	1476.20	1479.04	1479.71
1	0	-1	0	1446.10	1446.20	1444.72	1446.18	1445.81
1	0	-1	1	1476.87	1476.91	1476.26	1476.59	1476.61
1	0	0	-1	1445.24	1446.57	1447.06	1445.96	1446.97
1	0	0	0	1470.96	1471.41	1471.26	1471.18	1471.68
1	0	0	1	1519.25	1519.31	1519.15	1519.04	1519.56
1	0	1	-1	1476.51	1476.37	1477.12	1476.24	1476.88
1	0	1	0	1513.66	1513.57	1513.79	1513.32	1514.06
1	0	1	1	1565.42	1565.40	1565.55	1565.01	1565.85
1	1	-1	-1	1459.76	1459.54	1458.45	1461.08	1461.38
1	1	-1	0	1467.67	1467.47	1466.78	1468.01	1468.26
1	1	-1	1	1515.25	1515.03	1515.05	1515.03	1515.24
1	1	0	-1	1462.03	1463.05	1462.40	1462.22	1463.37
1	1	0	0	1505.95	1506.38	1506.03	1505.90	1506.65
1	1	0	1	1561.57	1561.79	1561.59	1561.57	1562.03
1	1	1	-1	1502.88	1502.60	1503.27	1502.57	1503.06
1	1	1	0	1552.43	1552.28	1552.79	1552.04	1552.55
1	1	1	1	1609.12	1609.01	1609.33	1608.68	1609.28

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,92436; Adj:,92084 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=137,0624 SS	df	MS	F	p
Blocks	44,9	4	11,2	0,082	0,987932
(1)Z1 (L)	771,9	1	771,9	5,631	0,018131
Z1 (Q)	279,5	1	279,5	2,039	0,154080
(2)Z2 (L)	61445,5	1	61445,5	448,303	0,000000
Z2 (Q)	20317,9	1	20317,9	148,238	0,000000
(3)Q (L)	152687,1	1	152687,1	1113,997	0,000000
Q (Q)	19696,3	1	19696,3	143,703	0,000000
(4)s (L)	141289,7	1	141289,7	1030,843	0,000000
s (Q)	29274,5	1	29274,5	213,586	0,000000
1L by 2L	1013,5	1	1013,5	7,394	0,006839
1L by 3L	39,2	1	39,2	0,286	0,593231
1L by 4L	83,3	1	83,3	0,608	0,436173
2L by 3L	32868,9	1	32868,9	239,810	0,000000
2L by 4L	82910,5	1	82910,5	604,911	0,000000
3L by 4L	103837,5	1	103837,5	757,593	0,000000
Error	52906,1	386	137,1		
Total SS	699466,1	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(393)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1466,430	1,531808	957,3199	0,000000	1463,419	1469,442
(1)Z1 (L)	-1,691	0,709089	-2,3844	0,017579	-3,085	-0,297
(2)Z2 (L)	15,086	0,709089	21,2746	0,000000	13,692	16,480
Z2 (Q)	15,025	1,228179	12,2337	0,000000	12,610	17,440
(3)Q (L)	23,780	0,709089	33,5365	0,000000	22,386	25,174
Q (Q)	14,793	1,228179	12,0451	0,000000	12,379	17,208
(4)s (L)	22,876	0,709089	32,2606	0,000000	21,482	24,270
s (Q)	18,035	1,228179	14,6846	0,000000	15,621	20,450
1L by 2L	-2,373	0,868453	-2,7322	0,006574	-4,080	-0,665
2L by 3L	13,513	0,868453	15,5600	0,000000	11,806	15,221
2L by 4L	21,462	0,868453	24,7128	0,000000	19,755	23,169
3L by 4L	24,018	0,868453	27,6563	0,000000	22,311	25,726

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
46.88	9.74	27.27	59.20	1454.89

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	100	4	10

τ	
loi gamma	
moyenne	4
variance	2

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1618.66	1619.70	1622.75	1615.58	1623.71
-1	-1	-1	0	1502.51	1503.93	1503.97	1501.18	1505.88
-1	-1	-1	1	1484.13	1481.07	1483.61	1481.78	1485.24
-1	-1	0	-1	1498.63	1499.17	1499.60	1499.11	1500.97
-1	-1	0	0	1481.04	1482.47	1483.11	1481.58	1482.20
-1	-1	0	1	1505.60	1505.52	1505.71	1505.74	1506.18
-1	-1	1	-1	1502.20	1501.70	1503.08	1501.24	1505.27
-1	-1	1	0	1509.41	1510.70	1511.02	1510.47	1511.47
-1	-1	1	1	1546.24	1546.11	1545.69	1546.32	1547.02
-1	0	-1	-1	1545.43	1545.31	1546.34	1545.52	1548.89
-1	0	-1	0	1482.11	1479.07	1480.87	1480.46	1482.30
-1	0	-1	1	1491.95	1491.09	1490.74	1492.88	1491.18
-1	0	0	-1	1473.59	1472.63	1472.90	1471.60	1475.14
-1	0	0	0	1485.67	1486.58	1485.42	1486.07	1486.73
-1	0	0	1	1525.11	1525.53	1525.20	1524.94	1525.84
-1	0	1	-1	1493.77	1493.74	1495.28	1493.26	1495.00
-1	0	1	0	1523.39	1522.53	1522.31	1522.03	1524.50
-1	0	1	1	1569.18	1569.34	1569.35	1569.59	1569.90
-1	1	-1	-1	1526.38	1531.32	1533.61	1527.30	1536.80
-1	1	-1	0	1506.76	1504.49	1502.84	1503.18	1505.24
-1	1	-1	1	1531.91	1531.65	1531.51	1532.69	1532.97
-1	1	0	-1	1493.02	1492.71	1494.83	1492.80	1495.10
-1	1	0	0	1523.39	1523.48	1523.57	1523.60	1524.61
-1	1	0	1	1572.46	1572.57	1572.29	1572.64	1573.07
-1	1	1	-1	1525.56	1525.89	1526.14	1526.00	1526.87
-1	1	1	0	1566.17	1566.29	1565.84	1565.91	1567.29
-1	1	1	1	1618.59	1618.85	1617.93	1618.75	1619.53
0	-1	-1	-1	1617.50	1616.98	1621.13	1615.09	1622.59
0	-1	-1	0	1501.21	1500.65	1503.22	1501.57	1504.89
0	-1	-1	1	1482.62	1482.16	1482.65	1482.08	1483.78
0	-1	0	-1	1498.53	1497.78	1501.69	1498.68	1500.28
0	-1	0	0	1481.15	1481.12	1483.23	1481.87	1483.53
0	-1	0	1	1505.58	1505.59	1506.88	1506.25	1506.86
0	-1	1	-1	1501.73	1501.78	1501.99	1501.83	1503.86
0	-1	1	0	1510.63	1510.49	1510.23	1510.28	1512.07
0	-1	1	1	1546.64	1546.31	1546.05	1546.40	1547.66
0	0	-1	-1	1537.77	1537.48	1541.18	1536.22	1541.60
0	0	-1	0	1478.36	1478.98	1481.00	1478.01	1480.93
0	0	-1	1	1490.30	1490.79	1491.51	1490.46	1491.58
0	0	0	-1	1471.49	1471.14	1472.84	1471.50	1472.25

0	0	0	0	1485.62	1484.87	1485.69	1484.61	1486.29
0	0	0	1	1525.70	1525.26	1525.52	1525.24	1526.64
0	0	1	-1	1491.46	1491.43	1492.41	1492.55	1492.36
0	0	1	0	1522.07	1522.49	1522.49	1523.68	1523.92
0	0	1	1	1569.23	1569.20	1570.02	1569.60	1570.89
0	1	-1	-1	1506.07	1507.69	1508.38	1503.27	1507.21
0	1	-1	0	1489.34	1490.10	1488.92	1487.61	1488.90
0	1	-1	1	1521.89	1522.25	1521.08	1521.74	1521.68
0	1	0	-1	1479.12	1479.24	1479.28	1478.23	1480.56
0	1	0	0	1513.70	1514.24	1513.63	1513.64	1514.73
0	1	0	1	1563.86	1564.10	1563.69	1563.56	1564.87
0	1	1	-1	1512.20	1512.67	1513.02	1512.33	1513.91
0	1	1	0	1557.21	1557.38	1557.69	1556.92	1558.02
0	1	1	1	1610.59	1611.09	1610.65	1610.93	1612.19
1	-1	-1	-1	1618.27	1617.56	1620.92	1616.22	1625.21
1	-1	-1	0	1501.74	1501.98	1503.74	1501.84	1506.63
1	-1	-1	1	1482.69	1482.44	1483.76	1482.99	1485.23
1	-1	0	-1	1497.13	1497.54	1500.42	1499.10	1501.68
1	-1	0	0	1482.26	1480.71	1482.30	1482.09	1483.85
1	-1	0	1	1506.79	1505.48	1506.01	1506.35	1507.65
1	-1	1	-1	1503.00	1501.65	1503.26	1501.50	1503.11
1	-1	1	0	1510.83	1510.37	1511.34	1510.66	1511.67
1	-1	1	1	1546.88	1546.49	1547.03	1546.96	1547.65
1	0	-1	-1	1537.38	1538.76	1540.05	1536.54	1543.21
1	0	-1	0	1477.61	1479.15	1479.71	1478.16	1481.33
1	0	-1	1	1489.83	1490.75	1490.57	1490.17	1491.54
1	0	0	-1	1470.03	1470.42	1472.60	1471.42	1473.30
1	0	0	0	1485.56	1484.99	1485.72	1485.90	1486.58
1	0	0	1	1526.03	1525.51	1525.54	1526.31	1526.55
1	0	1	-1	1492.38	1492.36	1492.50	1491.71	1492.99
1	0	1	0	1523.11	1522.99	1523.44	1522.66	1523.63
1	0	1	1	1570.10	1570.04	1570.33	1569.81	1570.65
1	1	-1	-1	1504.43	1504.33	1505.74	1503.24	1508.06
1	1	-1	0	1487.86	1488.14	1489.06	1488.33	1489.22
1	1	-1	1	1520.87	1521.37	1521.58	1521.30	1521.87
1	1	0	-1	1479.09	1478.72	1479.42	1479.36	1481.11
1	1	0	0	1514.03	1514.07	1514.06	1513.95	1515.23
1	1	0	1	1564.35	1564.51	1564.05	1564.23	1565.11
1	1	1	-1	1513.05	1512.67	1513.65	1513.10	1513.56
1	1	1	0	1557.48	1557.37	1557.49	1557.42	1557.88
1	1	1	1	1611.06	1611.03	1610.87	1610.99	1611.48

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,88433; Adj:,87894 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=177,0327 SS	df	MS	F	p
Blocks	211,8	4	52,9	0,299	0,878533
(1)Z1 (L)	1443,6	1	1443,6	8,155	0,004527
Z1 (Q)	543,3	1	543,3	3,069	0,080598
(2)Z2 (L)	16382,6	1	16382,6	92,540	0,000000
Z2 (Q)	22260,8	1	22260,8	125,744	0,000000
(3)Q (L)	28771,5	1	28771,5	162,521	0,000000
Q (Q)	46390,5	1	46390,5	262,045	0,000000
(4)s (L)	28364,4	1	28364,4	160,221	0,000000
s (Q)	35812,6	1	35812,6	202,294	0,000000
1L by 2L	1825,7	1	1825,7	10,313	0,001432
1L by 3L	157,9	1	157,9	0,892	0,345583
1L by 4L	222,1	1	222,1	1,255	0,263354
2L by 3L	51886,8	1	51886,8	293,091	0,000000
2L by 4L	94795,6	1	94795,6	535,469	0,000000
3L by 4L	193364,6	1	193364,6	1092,254	0,000000
Error	68334,6	386	177,0		
Total SS	590768,4	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(393)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1480,638	1,747925	847,0833	0,000000	1477,202	1484,075
(1)Z1 (L)	-2,312	0,809132	-2,8578	0,004493	-3,903	-0,722
(2)Z2 (L)	7,790	0,809132	9,6270	0,000000	6,199	9,380
Z2 (Q)	15,727	1,401458	11,2220	0,000000	12,972	18,482
(3)Q (L)	10,323	0,809132	12,7579	0,000000	8,732	11,914
Q (Q)	22,704	1,401458	16,1999	0,000000	19,948	25,459
(4)s (L)	10,250	0,809132	12,6673	0,000000	8,659	11,840
s (Q)	19,948	1,401458	14,2337	0,000000	17,193	22,703
1L by 2L	-3,185	0,990980	-3,2138	0,001418	-5,133	-1,236
2L by 3L	16,978	0,990980	17,1327	0,000000	15,030	18,927
2L by 4L	22,949	0,990980	23,1576	0,000000	21,000	24,897
3L by 4L	32,776	0,990980	33,0740	0,000000	30,827	34,724

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
46.93	9.82	27.78	72.33	1477.03

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	100	4	10

τ	
loi gamma	
moyenne	4
variance	3

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	1747.78	1748.46	1759.70	1752.84	1754.57
-1	-1	-1	0	1593.85	1598.09	1601.98	1596.00	1601.75
-1	-1	-1	1	1544.74	1537.94	1548.64	1542.05	1543.43
-1	-1	0	-1	1560.46	1557.41	1558.54	1555.59	1560.33
-1	-1	0	0	1522.77	1524.12	1522.68	1523.41	1524.35
-1	-1	0	1	1532.14	1532.97	1532.31	1532.57	1536.33
-1	-1	1	-1	1539.52	1540.06	1540.08	1538.51	1542.46
-1	-1	1	0	1537.96	1538.20	1539.50	1537.66	1540.30
-1	-1	1	1	1565.11	1565.03	1565.78	1565.27	1565.38
-1	0	-1	-1	1659.75	1661.74	1661.40	1658.08	1659.33
-1	0	-1	0	1559.58	1558.57	1552.09	1551.77	1557.68
-1	0	-1	1	1535.26	1536.22	1536.16	1533.26	1536.42
-1	0	0	-1	1519.56	1521.04	1521.58	1519.54	1522.71
-1	0	0	0	1518.31	1517.89	1516.67	1515.37	1518.56
-1	0	0	1	1543.32	1543.52	1545.12	1544.80	1546.45
-1	0	1	-1	1525.83	1523.14	1527.00	1524.22	1525.84
-1	0	1	0	1542.52	1542.91	1545.13	1543.46	1546.44
-1	0	1	1	1582.79	1582.25	1581.92	1580.86	1583.17
-1	1	-1	-1	1640.15	1638.63	1636.97	1635.62	1645.73
-1	1	-1	0	1569.79	1568.06	1570.27	1569.18	1570.51
-1	1	-1	1	1566.19	1565.97	1563.94	1569.17	1570.25
-1	1	0	-1	1538.25	1538.60	1537.39	1537.90	1540.21
-1	1	0	0	1552.20	1551.35	1549.23	1549.17	1553.42
-1	1	0	1	1588.11	1587.54	1587.15	1586.16	1585.80
-1	1	1	-1	1553.33	1551.92	1553.64	1550.64	1555.04
-1	1	1	0	1584.27	1583.96	1585.27	1584.35	1585.92
-1	1	1	1	1629.94	1627.88	1628.64	1628.32	1628.87
0	-1	-1	-1	1747.86	1744.56	1742.89	1740.01	1752.72
0	-1	-1	0	1593.87	1594.02	1588.85	1589.22	1597.30
0	-1	-1	1	1540.75	1540.03	1536.49	1536.89	1542.76
0	-1	0	-1	1556.34	1560.09	1560.34	1555.00	1561.17
0	-1	0	0	1524.06	1526.23	1526.36	1522.38	1527.08
0	-1	0	1	1533.64	1535.36	1535.08	1532.54	1534.99
0	-1	1	-1	1541.85	1537.23	1538.79	1538.57	1542.83
0	-1	1	0	1539.09	1536.97	1537.38	1537.92	1540.80
0	-1	1	1	1566.62	1564.27	1563.89	1564.37	1566.38
0	0	-1	-1	1643.26	1647.30	1650.59	1644.14	1652.37
0	0	-1	0	1547.60	1550.46	1550.61	1548.57	1552.92

0	0	-1	1	1529.06	1533.04	1532.26	1529.40	1532.87
0	0	0	-1	1517.20	1516.41	1519.13	1516.63	1519.56
0	0	0	0	1516.74	1514.28	1515.72	1515.10	1516.14
0	0	0	1	1544.09	1542.90	1543.49	1543.28	1544.38
0	0	1	-1	1522.28	1522.06	1522.83	1522.23	1522.72
0	0	1	0	1543.23	1544.33	1543.65	1542.99	1543.71
0	0	1	1	1582.19	1583.01	1582.12	1582.73	1582.99
0	1	-1	-1	1592.66	1598.68	1593.32	1596.32	1602.04
0	1	-1	0	1543.58	1539.53	1543.09	1542.85	1543.74
0	1	-1	1	1549.88	1548.04	1550.08	1549.23	1551.21
0	1	0	-1	1514.93	1512.32	1515.82	1515.05	1513.61
0	1	0	0	1535.50	1533.14	1536.38	1535.01	1535.08
0	1	0	1	1575.64	1573.52	1575.29	1575.63	1576.20
0	1	1	-1	1534.80	1534.35	1535.73	1532.33	1537.45
0	1	1	0	1571.01	1571.21	1572.11	1569.26	1571.56
0	1	1	1	1618.03	1618.37	1619.11	1618.61	1619.56
1	-1	-1	-1	1749.11	1749.03	1746.59	1741.59	1750.24
1	-1	-1	0	1594.98	1595.85	1594.25	1590.71	1597.57
1	-1	-1	1	1541.19	1540.71	1540.33	1538.06	1544.71
1	-1	0	-1	1554.60	1558.91	1559.13	1554.86	1562.01
1	-1	0	0	1522.54	1525.09	1525.29	1523.14	1527.84
1	-1	0	1	1532.67	1534.17	1534.18	1532.85	1536.27
1	-1	1	-1	1540.08	1538.93	1539.69	1540.43	1541.54
1	-1	1	0	1538.50	1537.83	1538.57	1539.59	1540.11
1	-1	1	1	1564.97	1564.41	1565.30	1566.24	1566.60
1	0	-1	-1	1651.09	1652.68	1648.39	1645.07	1651.32
1	0	-1	0	1551.28	1551.68	1549.41	1547.89	1553.95
1	0	-1	1	1531.80	1530.92	1530.66	1528.97	1534.29
1	0	0	-1	1516.95	1519.97	1519.05	1515.81	1522.11
1	0	0	0	1515.49	1517.66	1516.96	1515.16	1519.10
1	0	0	1	1543.29	1544.60	1544.19	1542.94	1546.11
1	0	1	-1	1521.59	1521.71	1522.03	1523.79	1523.48
1	0	1	0	1542.61	1542.55	1543.17	1544.22	1544.32
1	0	1	1	1581.83	1581.70	1582.35	1583.00	1583.37
1	1	-1	-1	1597.31	1599.26	1594.28	1590.30	1598.03
1	1	-1	0	1541.95	1541.79	1538.91	1537.77	1544.79
1	1	-1	1	1548.78	1546.04	1545.79	1545.17	1549.93
1	1	0	-1	1513.94	1517.95	1514.52	1513.67	1518.48
1	1	0	0	1534.41	1537.03	1535.19	1534.78	1537.55
1	1	0	1	1574.83	1576.18	1575.46	1575.32	1577.09
1	1	1	-1	1534.25	1534.50	1534.72	1536.16	1535.76
1	1	1	0	1570.48	1570.63	1570.75	1571.90	1571.60
1	1	1	1	1618.10	1618.20	1618.41	1619.23	1619.14

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,90106; Adj:,89645 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=251,2171 SS	df	MS	F	p
Blocks	444,2	4	111,1	0,442	0,778184
(1)Z1 (L)	4405,9	1	4405,9	17,538	0,000035
Z1 (Q)	1708,5	1	1708,5	6,801	0,009466
(2)Z2 (L)	1918,6	1	1918,6	7,637	0,005992
Z2 (Q)	26660,9	1	26660,9	106,127	0,000000
(3)Q (L)	78328,1	1	78328,1	311,795	0,000000
Q (Q)	133037,0	1	133037,0	529,570	0,000000
(4)s (L)	21487,5	1	21487,5	85,533	0,000000
s (Q)	43445,0	1	43445,0	172,938	0,000000
1L by 2L	4178,3	1	4178,3	16,632	0,000055
1L by 3L	858,7	1	858,7	3,418	0,065243
1L by 4L	471,7	1	471,7	1,878	0,171376
2L by 3L	86634,2	1	86634,2	344,858	0,000000
2L by 4L	103695,2	1	103695,2	412,771	0,000000
3L by 4L	375848,6	1	375848,6	1496,111	0,000000
Error	96969,8	386	251,2		
Total SS	980092,1	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(392)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1508,686	2,365959	637,6637	0,000000	1504,034	1513,337
(1)Z1 (L)	-4,040	0,965899	-4,1822	0,000036	-5,939	-2,141
Z1 (Q)	4,357	1,672985	2,6043	0,009557	1,068	7,646
(2)Z2 (L)	-2,666	0,965899	-2,7598	0,006056	-4,565	-0,767
Z2 (Q)	17,211	1,672985	10,2878	0,000000	13,922	20,501
(3)Q (L)	-17,032	0,965899	-17,6338	0,000000	-18,931	-15,133
Q (Q)	38,447	1,672985	22,9812	0,000000	35,158	41,736
(4)s (L)	-8,921	0,965899	-9,2359	0,000000	-10,820	-7,022
s (Q)	21,971	1,672985	13,1328	0,000000	18,682	25,260
1L by 2L	-4,818	1,182979	-4,0727	0,000056	-7,144	-2,492
2L by 3L	21,939	1,182979	18,5452	0,000000	19,613	24,264
2L by 4L	24,002	1,182979	20,2893	0,000000	21,676	26,328
3L by 4L	45,695	1,182979	38,6272	0,000000	43,369	48,021

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
47.77	10.22	28.49	81.72	1505.80

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	100	4	10

τ	
loi gamma	
moyenne	4
variance	**5**

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	2227.47	2225.01	2230.40	2211.94	2240.24
-1	-1	-1	0	1961.95	1989.05	1977.95	1961.08	1980.93
-1	-1	-1	1	1815.43	1847.45	1825.95	1821.57	1839.58
-1	-1	0	-1	1762.32	1772.07	1771.71	1764.67	1778.75
-1	-1	0	0	1689.93	1702.51	1711.49	1697.47	1707.21
-1	-1	0	1	1661.28	1674.21	1661.28	1663.26	1667.35
-1	-1	1	-1	1670.33	1679.83	1677.50	1672.97	1685.34
-1	-1	1	0	1646.16	1649.82	1654.67	1654.30	1657.53
-1	-1	1	1	1647.60	1658.76	1653.39	1646.69	1653.87
-1	0	-1	-1	2093.04	2127.21	2106.55	2102.43	2116.34
-1	0	-1	0	1891.94	1895.81	1902.26	1892.55	1915.74
-1	0	-1	1	1778.92	1787.67	1780.67	1772.16	1787.14
-1	0	0	-1	1712.75	1715.83	1718.24	1705.28	1718.01
-1	0	0	0	1661.77	1677.17	1666.60	1662.70	1669.84
-1	0	0	1	1654.78	1659.91	1651.71	1652.78	1657.33
-1	0	1	-1	1643.93	1649.13	1648.05	1645.45	1651.56
-1	0	1	0	1636.33	1640.11	1640.18	1633.45	1644.33
-1	0	1	1	1652.41	1657.92	1655.95	1654.07	1659.84
-1	1	-1	-1	2050.32	2108.54	2105.03	2081.97	2095.22
-1	1	-1	0	1902.24	1928.11	1931.29	1896.20	1920.47
-1	1	-1	1	1818.07	1823.99	1830.60	1813.71	1826.97
-1	1	0	-1	1717.37	1743.04	1723.49	1721.04	1737.05
-1	1	0	0	1699.22	1707.15	1701.95	1701.05	1698.86
-1	1	0	1	1690.34	1697.77	1696.44	1695.52	1706.00
-1	1	1	-1	1669.75	1680.00	1675.68	1679.03	1675.23
-1	1	1	0	1674.77	1683.11	1679.90	1675.54	1678.19
-1	1	1	1	1698.15	1705.09	1698.83	1699.40	1699.20
0	-1	-1	-1	2202.87	2230.26	2220.70	2186.60	2235.05
0	-1	-1	0	1960.54	1978.05	1968.83	1943.28	1986.58
0	-1	-1	1	1820.42	1831.89	1823.06	1806.06	1838.56
0	-1	0	-1	1757.69	1772.22	1778.75	1766.95	1777.74
0	-1	0	0	1687.40	1698.46	1704.46	1695.80	1699.70
0	-1	0	1	1658.64	1666.86	1672.67	1666.40	1668.18
0	-1	1	-1	1667.31	1679.81	1679.15	1673.72	1676.90
0	-1	1	0	1643.02	1652.07	1651.56	1648.17	1650.58
0	-1	1	1	1646.20	1652.65	1651.97	1649.58	1651.37
0	0	-1	-1	2063.71	2088.24	2082.02	2049.12	2096.69
0	0	-1	0	1876.32	1874.29	1876.58	1857.31	1889.72
0	0	-1	1	1766.03	1764.61	1769.34	1754.97	1780.59
0	0	0	-1	1688.91	1709.07	1703.54	1702.72	1711.50

0	0	0	0	1646.71	1665.49	1658.10	1662.75	1665.86
0	0	0	1	1639.83	1653.49	1648.00	1649.18	1654.38
0	0	1	-1	1631.75	1645.66	1638.95	1639.23	1648.62
0	0	1	0	1629.44	1639.49	1632.93	1635.00	1641.56
0	0	1	1	1648.51	1654.51	1647.70	1650.89	1655.39
0	1	-1	-1	1963.98	1994.45	1984.35	1972.90	2003.45
0	1	-1	0	1809.39	1839.84	1824.55	1819.43	1836.87
0	1	-1	1	1738.57	1759.68	1737.72	1743.61	1756.64
0	1	0	-1	1664.64	1673.34	1668.02	1670.16	1679.58
0	1	0	0	1641.99	1650.87	1649.46	1648.87	1660.00
0	1	0	1	1651.82	1659.35	1653.13	1656.95	1666.64
0	1	1	-1	1628.67	1635.00	1635.28	1629.98	1633.40
0	1	1	0	1640.56	1642.41	1646.60	1642.19	1646.68
0	1	1	1	1667.44	1669.54	1673.01	1666.35	1673.55
1	-1	-1	-1	2203.71	2233.64	2230.90	2203.39	2230.57
1	-1	-1	0	1958.50	1978.99	1970.33	1948.72	1979.78
1	-1	-1	1	1817.34	1830.45	1824.58	1809.79	1832.77
1	-1	0	-1	1754.50	1774.52	1778.60	1767.69	1771.48
1	-1	0	0	1684.35	1702.72	1699.74	1691.97	1696.83
1	-1	0	1	1656.40	1670.35	1668.64	1662.07	1665.30
1	-1	1	-1	1669.49	1685.53	1678.12	1672.22	1680.46
1	-1	1	0	1642.57	1653.09	1651.42	1647.96	1653.93
1	-1	1	1	1646.14	1653.58	1652.28	1650.46	1654.75
1	0	-1	-1	2068.75	2094.98	2091.52	2065.20	2093.36
1	0	-1	0	1870.94	1888.71	1886.78	1858.90	1892.24
1	0	-1	1	1766.78	1775.09	1773.07	1755.53	1776.86
1	0	0	-1	1691.47	1706.42	1710.13	1703.25	1708.52
1	0	0	0	1650.34	1665.16	1665.10	1661.07	1661.26
1	0	0	1	1642.75	1653.64	1654.48	1651.50	1650.38
1	0	1	-1	1634.85	1647.44	1640.76	1638.77	1644.41
1	0	1	0	1628.95	1637.53	1635.19	1633.53	1638.83
1	0	1	1	1646.86	1655.62	1650.71	1650.01	1654.04
1	1	-1	-1	1970.40	1993.18	1987.86	1962.84	1993.97
1	1	-1	0	1813.55	1828.39	1819.55	1803.62	1834.56
1	1	-1	1	1741.66	1747.50	1740.63	1733.67	1751.00
1	1	0	-1	1661.12	1673.90	1680.72	1673.36	1675.51
1	1	0	0	1643.61	1655.47	1655.99	1649.89	1653.15
1	1	0	1	1652.02	1661.18	1661.82	1656.92	1658.24
1	1	1	-1	1627.67	1636.73	1634.59	1630.38	1636.48
1	1	1	0	1639.63	1644.71	1644.95	1642.98	1647.05
1	1	1	1	1667.21	1673.93	1672.00	1670.64	1673.42

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,90106; Adj:,89645 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=251,2171 SS	df	MS	F	p
Blocks	444,2	4	111,1	0,442	0,778184
(1)Z1 (L)	4405,9	1	4405,9	17,538	0,000035
Z1 (Q)	1708,5	1	1708,5	6,801	0,009466
(2)Z2 (L)	1918,6	1	1918,6	7,637	0,005992
Z2 (Q)	26660,9	1	26660,9	106,127	0,000000
(3)Q (L)	78328,1	1	78328,1	311,795	0,000000
Q (Q)	133037,0	1	133037,0	529,570	0,000000
(4)s (L)	21487,5	1	21487,5	85,533	0,000000
s (Q)	43445,0	1	43445,0	172,938	0,000000
1L by 2L	4178,3	1	4178,3	16,632	0,000055
1L by 3L	858,7	1	858,7	3,418	0,065243
1L by 4L	471,7	1	471,7	1,878	0,171376
2L by 3L	86634,2	1	86634,2	344,858	0,000000
2L by 4L	103695,2	1	103695,2	412,771	0,000000
3L by 4L	375848,6	1	375848,6	1496,111	0,000000
Error	96969,8	386	251,2		
Total SS	980092,1	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1647,990	3,791527	434,6508	0,000000	1640,536	1655,445
(1)Z1 (L)	-12,219	1,547884	-7,8937	0,000000	-15,262	-9,175
Z1 (Q)	12,675	2,681014	4,7278	0,000003	7,404	17,946
(2)Z2 (L)	-26,260	1,547884	-16,9648	0,000000	-29,303	-23,216
Z2 (Q)	21,232	2,681014	7,9194	0,000000	15,961	26,503
(3)Q (L)	-139,526	1,547884	-90,1396	0,000000	-142,569	-136,482
Q (Q)	107,253	2,681014	40,0048	0,000000	101,982	112,524
(4)s (L)	-62,267	1,547884	-40,2273	0,000000	-65,310	-59,224
s (Q)	24,844	2,681014	9,2666	0,000000	19,573	30,115
1L by 2L	-13,909	1,895763	-7,3368	0,000000	-17,636	-10,182
1L by 3L	6,573	1,895763	3,4673	0,000584	2,846	10,300
2L by 3L	31,509	1,895763	16,6210	0,000000	27,782	35,237
2L by 4L	24,285	1,895763	12,8099	0,000000	20,557	28,012
3L by 4L	81,380	1,895763	42,9272	0,000000	77,653	85,107

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
47.53	11.00	36.42	86.10	1598.15

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_1	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	40	100	4	300	4	10

τ	
loi gamma	
moyenne	4
variance	6

Résultats du plan d'expérience :

				coût total J pour chaque réplication				
$Z1$	$Z2$	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	-1	2517.18	2565.02	2537.19	2517.36	2523.61
-1	-1	-1	0	2218.72	2279.73	2252.71	2218.97	2260.59
-1	-1	-1	1	2055.74	2075.64	2063.41	2035.68	2082.52
-1	-1	0	-1	1920.92	1933.81	1934.12	1915.31	1927.59
-1	-1	0	0	1823.80	1844.74	1833.09	1821.49	1827.52
-1	-1	0	1	1774.88	1799.96	1789.00	1765.96	1779.49
-1	-1	1	-1	1769.97	1782.22	1778.96	1777.24	1783.33
-1	-1	1	0	1735.37	1746.95	1742.59	1737.36	1751.47
-1	-1	1	1	1725.89	1734.89	1728.06	1721.78	1734.00
-1	0	-1	-1	2358.74	2407.89	2411.39	2376.49	2419.87
-1	0	-1	0	2164.91	2155.77	2156.57	2123.02	2158.51
-1	0	-1	1	1987.58	2019.27	2001.85	1979.92	2025.56
-1	0	0	-1	1844.35	1876.51	1866.47	1840.51	1855.93
-1	0	0	0	1775.80	1812.65	1807.20	1778.93	1800.63
-1	0	0	1	1752.88	1760.79	1767.35	1750.27	1774.58
-1	0	1	-1	1739.19	1741.59	1740.74	1736.07	1743.88
-1	0	1	0	1725.35	1724.95	1727.44	1718.75	1727.19
-1	0	1	1	1723.73	1729.43	1726.80	1718.79	1726.99
-1	1	-1	-1	2408.20	2408.61	2412.09	2372.05	2407.33
-1	1	-1	0	2181.53	2221.13	2209.76	2194.10	2189.43
-1	1	-1	1	2029.23	2060.04	2054.62	2044.57	2071.74
-1	1	0	-1	1879.10	1894.01	1889.05	1882.38	1874.93
-1	1	0	0	1828.47	1841.81	1838.33	1826.44	1837.71
-1	1	0	1	1795.44	1819.71	1822.23	1804.56	1814.80
-1	1	1	-1	1775.86	1779.09	1784.94	1765.21	1780.79
-1	1	1	0	1762.58	1767.32	1768.33	1751.10	1767.09
-1	1	1	1	1768.77	1777.13	1776.63	1763.03	1774.75
0	-1	-1	-1	2517.11	2548.75	2549.05	2494.89	2509.69
0	-1	-1	0	2234.99	2262.17	2254.37	2213.59	2226.15
0	-1	-1	1	2050.15	2073.38	2067.47	2031.71	2046.08
0	-1	0	-1	1902.74	1929.47	1910.69	1903.07	1930.54
0	-1	0	0	1814.33	1836.17	1821.58	1813.40	1840.60
0	-1	0	1	1765.79	1786.16	1768.79	1764.81	1788.19
0	-1	1	-1	1775.85	1777.86	1779.69	1767.56	1780.19
0	-1	1	0	1737.91	1739.61	1740.83	1731.84	1740.26
0	-1	1	1	1726.03	1727.98	1729.71	1720.78	1728.27
0	0	-1	-1	2362.35	2412.43	2391.51	2348.66	2364.70
0	0	-1	0	2114.76	2161.09	2142.75	2107.83	2118.18
0	0	-1	1	1969.56	2001.18	1990.69	1960.39	1968.49
0	0	0	-1	1830.09	1847.59	1843.18	1829.16	1857.86

0	0	0	0	1770.93	1780.65	1781.80	1768.57	1792.49
0	0	0	1	1741.76	1752.63	1752.48	1740.76	1758.97
0	0	1	-1	1726.00	1733.03	1732.39	1727.37	1732.60
0	0	1	0	1713.05	1713.96	1713.98	1708.33	1714.47
0	0	1	1	1712.59	1715.56	1715.76	1712.84	1716.08
0	1	-1	-1	2249.20	2276.72	2274.00	2261.45	2268.82
0	1	-1	0	2043.94	2065.66	2052.97	2053.57	2063.95
0	1	-1	1	1922.65	1945.68	1931.35	1930.08	1950.00
0	1	0	-1	1784.15	1810.25	1817.57	1788.68	1802.24
0	1	0	0	1747.73	1764.42	1774.90	1748.56	1758.01
0	1	0	1	1737.41	1748.31	1759.37	1736.49	1745.50
0	1	1	-1	1709.05	1717.58	1718.44	1708.84	1727.49
0	1	1	0	1710.26	1722.24	1710.78	1709.85	1723.15
0	1	1	1	1723.09	1734.04	1725.07	1722.44	1735.58
1	-1	-1	-1	2517.94	2558.20	2549.63	2488.07	2528.65
1	-1	-1	0	2231.72	2260.27	2256.43	2213.35	2230.16
1	-1	-1	1	2046.50	2073.21	2069.43	2026.52	2053.27
1	-1	0	-1	1906.77	1935.76	1914.72	1902.93	1929.83
1	-1	0	0	1817.58	1841.60	1824.53	1815.89	1832.95
1	-1	0	1	1768.84	1789.42	1774.99	1767.71	1786.45
1	-1	1	-1	1773.02	1782.07	1783.18	1765.83	1778.23
1	-1	1	0	1734.81	1740.01	1743.01	1729.26	1740.21
1	-1	1	1	1723.58	1728.26	1730.58	1719.62	1728.69
1	0	-1	-1	2369.88	2404.89	2398.31	2341.33	2374.78
1	0	-1	0	2124.11	2153.92	2148.69	2106.71	2122.34
1	0	-1	1	1974.97	2003.27	1994.85	1955.18	1971.15
1	0	0	-1	1828.51	1859.66	1841.03	1828.58	1853.81
1	0	0	0	1768.33	1793.24	1777.18	1767.74	1784.24
1	0	0	1	1739.35	1760.89	1746.08	1739.80	1753.41
1	0	1	-1	1728.27	1736.09	1739.60	1724.04	1734.42
1	0	1	0	1710.29	1716.64	1720.28	1706.92	1716.08
1	0	1	1	1713.28	1718.93	1721.84	1711.04	1718.54
1	1	-1	-1	2249.48	2283.63	2283.27	2223.95	2251.33
1	1	-1	0	2051.10	2077.97	2073.68	2027.04	2040.95
1	1	-1	1	1930.45	1948.40	1949.15	1908.54	1920.34
1	1	0	-1	1782.53	1812.54	1795.58	1784.51	1808.71
1	1	0	0	1746.88	1768.10	1753.26	1747.32	1764.02
1	1	0	1	1734.73	1752.67	1741.93	1735.49	1749.39
1	1	1	-1	1712.50	1720.10	1721.77	1707.36	1717.83
1	1	1	0	1710.72	1716.78	1718.10	1706.66	1714.81
1	1	1	1	1725.41	1730.76	1732.01	1722.60	1728.59

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,98415; Adj:,98341 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=865,0227 SS	df	MS	F	p
Blocks	33334	4	8333	9,63	0,000000
(1)Z1 (L)	88413	1	88413	102,21	0,000000
Z1 (Q)	28889	1	28889	33,40	0,000000
(2)Z2 (L)	323738	1	323738	374,25	0,000000
Z2 (Q)	54698	1	54698	63,23	0,000000
(3)Q (L)	13967574	1	13967574	16147,06	0,000000
Q (Q)	2131963	1	2131963	2464,63	0,000000
(4)s (L)	2024295	1	2024295	2340,16	0,000000
s (Q)	53358	1	53358	61,68	0,000000
1L by 2L	78583	1	78583	90,84	0,000000
1L by 3L	12299	1	12299	14,22	0,000188
1L by 4L	359	1	359	0,41	0,519936
2L by 3L	207052	1	207052	239,36	0,000000
2L by 4L	93302	1	93302	107,86	0,000000
3L by 4L	1635377	1	1635377	1890,56	0,000000
Error	333899	386	865		
Total SS	21067131	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(391)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1764,898	4,570755	386,128	0,000000	1755,912	1773,884
(1)Z1 (L)	-18,096	1,866003	-9,698	0,000000	-21,764	-14,427
Z1 (Q)	17,916	3,232012	5,543	0,000000	11,562	24,271
(2)Z2 (L)	-34,627	1,866003	-18,557	0,000000	-38,296	-30,958
Z2 (Q)	24,653	3,232012	7,628	0,000000	18,298	31,007
(3)Q (L)	-227,446	1,866003	-121,890	0,000000	-231,115	-223,778
Q (Q)	153,911	3,232012	47,621	0,000000	147,556	160,265
(4)s (L)	-86,587	1,866003	-46,403	0,000000	-90,256	-82,919
s (Q)	24,349	3,232012	7,534	0,000000	17,995	30,703
1L by 2L	-20,894	2,285377	-9,143	0,000000	-25,387	-16,401
1L by 3L	8,266	2,285377	3,617	0,000337	3,773	12,759
2L by 3L	33,916	2,285377	14,840	0,000000	29,423	38,409
2L by 4L	22,767	2,285377	9,962	0,000000	18,274	27,260
3L by 4L	95,318	2,285377	41,708	0,000000	90,824	99,811

Valeurs optimales :

z_1^*	z_2^*	s^*	Q^*	J^*
49.22	11.40	41.08	86.61	1670.20

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	100	4	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
variance	4

Résultats du plan d'expérience :

			coût total J pour chaque réplication				
Z	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	2243,95	2268,29	2277,14	2275,70	2261,50
-1	-1	0	2102,12	2095,95	2095,91	2099,89	2101,04
-1	-1	1	2090,01	2086,18	2088,34	2086,38	2085,29
-1	0	-1	2164,81	2152,26	2136,41	2146,75	2154,85
-1	0	0	2092,31	2090,62	2093,26	2092,58	2089,10
-1	0	1	2118,52	2114,04	2113,84	2121,56	2111,10
-1	1	-1	2131,37	2128,52	2126,58	2136,71	2133,90
-1	1	0	2118,91	2114,78	2124,01	2117,81	2115,99
-1	1	1	2169,11	2165,03	2164,11	2173,82	2170,64
0	-1	-1	2142,06	2127,31	2140,68	2140,58	2131,51
0	-1	0	2071,78	2082,84	2087,19	2081,91	2096,13
0	-1	1	2120,02	2131,48	2121,81	2126,51	2122,22
0	0	-1	2104,16	2093,17	2096,11	2090,99	2099,39
0	0	0	2112,03	2103,29	2109,90	2106,53	2099,04
0	0	1	2177,94	2174,68	2181,72	2175,16	2174,05
0	1	-1	2108,59	2099,77	2108,30	2110,78	2102,62
0	1	0	2152,73	2153,59	2155,41	2156,76	2154,41
0	1	1	2234,00	2232,10	2235,18	2233,99	2233,05
1	-1	-1	2153,81	2147,14	2140,69	2137,87	2147,00
1	-1	0	2158,69	2156,17	2161,12	2159,41	2159,88
1	-1	1	2243,26	2239,85	2242,11	2239,24	2239,45
1	0	-1	2140,48	2136,64	2136,79	2139,80	2144,41
1	0	0	2201,95	2204,53	2204,48	2207,56	2207,85
1	0	1	2299,30	2298,20	2295,37	2300,94	2296,07
1	1	-1	2186,67	2185,93	2183,80	2183,78	2179,41
1	1	0	2261,46	2262,52	2260,94	2260,44	2259,90
1	1	1	2364.14	2361.71	2367.03	2360.43	2364.41

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.: J; R-sqr=,95113; Adj:,94588 (Spreadsheet233) 3 3-level factors, 5 Blocks, 135 Runs; MS Residual=268,6671				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	85,6	4	21,4	0,0797	0,988426
(1)Z(L)	163976,8	1	163976,8	610,3343	0,000000
Z(Q)	57399,7	1	57399,7	213,6462	0,000000
(2)Q(L)	40014,5	1	40014,5	148,9370	0,000000
Q(Q)	8371,9	1	8371,9	31,1610	0,000000
(3)S(L)	56974,3	1	56974,3	212,0629	0,000000
S(Q)	34068,7	1	34068,7	126,8065	0,000000
1L by 2L	36670,1	1	36670,1	136,4890	0,000000
1L by 3L	154844,8	1	154844,8	576,3442	0,000000
2L by 3L	80308,1	1	80308,1	298,9131	0,000000
Error	32508,7	121	268,7		
Total SS	665223,3	134			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(125)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	2101,807	3,677039	571,6031	0,000000	2094,530	2109,084
(1)Z(L)	42,684	1,702138	25,0770	0,000000	39,316	46,053
Z(Q)	43,742	2,948190	14,8368	0,000000	37,907	49,576
(2)Q(L)	21,086	1,702138	12,3878	0,000000	17,717	24,454
Q(Q)	16,705	2,948190	5,6663	0,000000	10,870	22,540
(3)S(L)	25,160	1,702138	14,7817	0,000000	21,792	28,529
S(Q)	33,699	2,948190	11,4304	0,000000	27,864	39,534
1L by 2L	24,722	2,084685	11,8588	0,000000	20,596	28,848
1L by 3L	50,801	2,084685	24,3687	0,000000	46,675	54,927
2L by 3L	36,585	2,084685	17,5495	0,000000	32,459	40,711

Valeurs optimales :

Z^*	s^*	Q^*	J^*
12.19	101.28	136.98	2088.50

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
8	100	20	100	4	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
variance	4

Résultats du plan d'expérience :

			coût total J pour chaque réplication				
Z	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	2238.21	2262.58	2271.44	2269.99	2255.78
-1	-1	0	2095.79	2089.62	2089.57	2093.55	2094.70
-1	-1	1	2083.35	2079.52	2081.67	2079.72	2078.63
-1	0	-1	2158.75	2146.19	2130.33	2140.67	2148.79
-1	0	0	2085.79	2084.10	2086.74	2086.07	2082.59
-1	0	1	2111.77	2107.28	2107.07	2114.81	2104.32
-1	1	-1	2125.10	2122.23	2120.29	2130.44	2127.62
-1	1	0	2112.28	2108.14	2117.38	2111.18	2109.36
-1	1	1	2162.29	2158.21	2157.28	2167.01	2163.83
0	-1	-1	2111.48	2096.53	2110.11	2109.94	2100.79
0	-1	0	2038.46	2049.58	2053.96	2048.63	2062.91
0	-1	1	2085.31	2096.86	2087.10	2091.87	2087.51
0	0	-1	2072.02	2061.00	2063.96	2058.82	2067.23
0	0	0	2078.04	2069.19	2075.85	2072.41	2064.93
0	0	1	2142.91	2139.59	2146.67	2140.10	2138.97
0	1	-1	2075.49	2066.62	2075.24	2077.70	2069.50
0	1	0	2118.21	2119.06	2120.91	2122.29	2119.94
0	1	1	2198.71	2196.79	2199.90	2198.71	2197.73
1	-1	-1	2095.90	2089.23	2082.79	2080.09	2089.15
1	-1	0	2096.69	2094.30	2099.23	2097.62	2098.06
1	-1	1	2179.38	2176.01	2178.17	2175.27	2175.52
1	0	-1	2080.08	2076.24	2076.27	2079.44	2084.12
1	0	0	2138.79	2141.41	2141.37	2144.50	2144.79
1	0	1	2234.69	2233.68	2230.76	2236.39	2231.50
1	1	-1	2125.02	2124.29	2122.24	2122.19	2117.71
1	1	0	2197.67	2198.61	2197.18	2196.60	2196.07
1	1	1	2299.25	2296.77	2302.16	2295.49	2299.51

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.: J; R-sqr=,93679; Adj:,92999 (Spreadsheet233) 3 3-level factors, 5 Blocks, 135 Runs; MS Residual=263,9443 SS	df	MS	F	p
Blocks	86,8	4	21,7	0,0823	0,987706
(1)Z(L)	19363,6	1	19363,6	73,3624	0,000000
Z(Q)	55333,5	1	55333,5	209,6409	0,000000
(2)Q(L)	37522,3	1	37522,3	142,1598	0,000000
Q(Q)	8567,0	1	8567,0	32,4575	0,000000
(3)S(L)	50906,9	1	50906,9	192,8698	0,000000
S(Q)	34937,5	1	34937,5	132,3671	0,000000
1L by 2L	35275,2	1	35275,2	133,6462	0,000000
1L by 3L	149148,3	1	149148,3	565,0749	0,000000
2L by 3L	82143,3	1	82143,3	311,2146	0,000000
Error	31937,3	121	263,9		
Total SS	505221,6	134			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	ANOVA; Var.: J; R-sqr=,93679; Adj:,92999 (Spreadsheet233) 3 3-level factors, 5 Blocks, 135 Runs; MS Residual=263,9443 SS	df	MS	F	p
Blocks	86,8	4	21,7	0,0823	0,987706
(1)Z(L)	19363,6	1	19363,6	73,3624	0,000000
Z(Q)	55333,5	1	55333,5	209,6409	0,000000
(2)Q(L)	37522,3	1	37522,3	142,1598	0,000000
Q(Q)	8567,0	1	8567,0	32,4575	0,000000
(3)S(L)	50906,9	1	50906,9	192,8698	0,000000
S(Q)	34937,5	1	34937,5	132,3671	0,000000
1L by 2L	35275,2	1	35275,2	133,6462	0,000000
1L by 3L	149148,3	1	149148,3	565,0749	0,000000
2L by 3L	82143,3	1	82143,3	311,2146	0,000000
Error	31937,3	121	263,9		
Total SS	505221,6	134			

Valeurs optimales :

Z^*	s^*	Q^*	J^*
20.36	87.85	141.00	2061.53

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
12	100	20	100	4	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
variance	4

Résultats du plan d'expérience :

			coût total J pour chaque réplication				
Z	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	2249.69	2273.99	2282.84	2281.41	2267.22
-1	-1	0	2108.46	2102.29	2102.25	2106.23	2107.38
-1	-1	1	2096.68	2092.84	2095.01	2093.05	2091.95
-1	0	-1	2170.87	2158.34	2142.50	2152.83	2160.90
-1	0	0	2098.83	2097.15	2099.77	2099.09	2095.62
-1	0	1	2125.28	2120.81	2120.61	2128.31	2117.87
-1	1	-1	2137.64	2134.81	2132.86	2142.97	2140.17
-1	1	0	2125.53	2121.41	2130.64	2124.44	2122.62
-1	1	1	2175.93	2171.85	2170.94	2180.63	2177.45
0	-1	-1	2172.63	2158.09	2171.26	2171.23	2162.23
0	-1	0	2105.10	2116.10	2120.41	2115.19	2129.34
0	-1	1	2154.72	2166.10	2156.52	2161.15	2156.93
0	0	-1	2136.31	2125.34	2128.27	2123.15	2131.56
0	0	0	2146.02	2137.40	2143.95	2140.64	2133.14
0	0	1	2212.97	2209.78	2216.76	2210.21	2209.12
0	1	-1	2141.69	2132.91	2141.36	2143.86	2135.73
0	1	0	2187.26	2188.12	2189.91	2191.22	2188.87
0	1	1	2269.28	2267.41	2270.46	2269.28	2268.37
1	-1	-1	2211.71	2205.05	2198.59	2195.64	2204.86
1	-1	0	2220.70	2218.04	2223.01	2221.19	2221.70
1	-1	1	2307.13	2303.70	2306.06	2303.21	2303.37
1	0	-1	2200.87	2197.04	2197.30	2200.17	2204.70
1	0	0	2265.11	2267.64	2267.58	2270.62	2270.92
1	0	1	2363.91	2362.72	2359.98	2365.49	2360.63
1	1	-1	2248.32	2247.57	2245.36	2245.37	2241.10
1	1	0	2325.24	2326.43	2324.70	2324.27	2323.73
1	1	1	2429.02	2426.66	2431.91	2425.37	2429.31

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.: J; R-sqr=,96578; Adj:,9621 (Spreadsheet233) 3 3-level factors, 5 Blocks, 135 Runs; MS Residual=273,5225				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	84,4	4	21,1	0,077	0,989110
(1)Z(L)	449875,8	1	449875,8	1644,749	0,000000
Z(Q)	59503,8	1	59503,8	217,546	0,000000
(2)Q(L)	42586,8	1	42586,8	155,698	0,000000
Q(Q)	8179,1	1	8179,1	29,903	0,000000
(3)S(L)	63383,3	1	63383,3	231,730	0,000000
S(Q)	33210,9	1	33210,9	121,419	0,000000
1L by 2L	38092,1	1	38092,1	139,265	0,000000
1L by 3L	160648,0	1	160648,0	587,330	0,000000
2L by 3L	78493,7	1	78493,7	286,973	0,000000
Error	33096,2	121	273,5		
Total SS	967154,1	134			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(125)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	2135,863	3,709962	575,7102	0,000000	2128,521	2143,206
(1)Z(L)	70,701	1,717379	41,1679	0,000000	67,302	74,100
Z(Q)	44,536	2,974587	14,9722	0,000000	38,649	50,423
(2)Q(L)	21,753	1,717379	12,6663	0,000000	18,354	25,152
Q(Q)	16,512	2,974587	5,5509	0,000000	10,625	22,399
(3)S(L)	26,538	1,717379	15,4525	0,000000	23,139	29,937
S(Q)	33,272	2,974587	11,1854	0,000000	27,385	39,159
1L by 2L	25,197	2,103351	11,9793	0,000000	21,034	29,359
1L by 3L	51,744	2,103351	24,6009	0,000000	47,581	55,907
2L by 3L	36,169	2,103351	17,1961	0,000000	32,007	40,332

Valeurs optimales :

Z^*	s^*	Q^*	J^*
3.92	132.58	115.82	2100.86

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	**80**	20	100	4	200	4	10

r	
loi exponentielle	
moyenne	4
variance	4

Résultats du plan d'expérience :

			coût total J pour chaque réplication				
Z	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	2130.00	2148.89	2156.18	2155.20	2143.60
-1	-1	0	2039.01	2033.90	2033.89	2037.35	2038.08
-1	-1	1	2052.89	2049.42	2051.66	2050.03	2048.79
-1	0	-1	2080.93	2070.97	2058.53	2066.84	2072.78
-1	0	0	2045.68	2044.26	2046.21	2045.73	2042.89
-1	0	1	2089.87	2086.39	2086.40	2092.44	2084.34
-1	1	-1	2068.39	2066.17	2064.63	2072.56	2070.28
-1	1	0	2081.16	2077.76	2085.43	2080.21	2078.85
-1	1	1	2144.84	2141.14	2141.02	2148.17	2145.57
0	-1	-1	2073.14	2061.59	2071.99	2072.09	2064.84
0	-1	0	2041.87	2050.32	2053.89	2049.84	2061.09
0	-1	1	2105.12	2113.96	2106.73	2110.18	2106.93
0	0	-1	2058.70	2049.74	2052.21	2048.35	2054.73
0	0	0	2088.80	2082.20	2087.22	2085.05	2078.77
0	0	1	2165.80	2163.54	2169.25	2163.95	2162.92
0	1	-1	2077.30	2070.13	2076.83	2078.87	2072.53
0	1	0	2135.99	2136.70	2138.21	2139.27	2137.11
0	1	1	2225.05	2223.47	2226.03	2225.33	2224.59
1	-1	-1	2110.14	2104.66	2099.53	2096.90	2104.43
1	-1	0	2140.36	2137.85	2141.90	2140.42	2140.71
1	-1	1	2232.77	2229.86	2232.06	2230.09	2229.96
1	0	-1	2116.22	2113.00	2113.63	2115.62	2119.03
1	0	0	2190.37	2192.14	2192.25	2194.71	2194.86
1	0	1	2293.18	2291.69	2289.73	2294.20	2290.27
1	1	-1	2168.36	2167.59	2165.62	2165.86	2162.65
1	1	0	2252.66	2253.82	2252.01	2252.01	2251.43
1	1	1	2359.39	2357.14	2361.52	2356.29	2359,30

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,97592; Adj:,97334 (cas1.135) 3 3-level factors, 5 Blocks, 135 Runs; MS Residual=175,4457				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	64,2	4	16,1	0,092	0,984973
(1)Z (L)	349540,0	1	349540,0	1992,297	0,000000
Z (Q)	38476,2	1	38476,2	219,306	0,000000
(2)Q (L)	90578,0	1	90578,0	516,273	0,000000
Q (Q)	5074,7	1	5074,7	28,925	0,000000
(3)s (L)	176096,6	1	176096,6	1003,709	0,000000
s (Q)	21997,2	1	21997,2	125,379	0,000000
1L by 2L	24674,8	1	24674,8	140,641	0,000000
1L by 3L	103933,4	1	103933,4	592,396	0,000000
2L by 3L	50103,6	1	50103,6	285,579	0,000000
Error	21228,9	121	175,4		
Total SS	881767,6	134			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(125)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	2080,882	2,971989	700,1647	0,000000	2075,000	2086,763
(1)Z (L)	62,320	1,375763	45,2985	0,000000	59,597	65,043
Z (Q)	35,813	2,382892	15,0290	0,000000	31,097	40,529
(2)Q (L)	31,724	1,375763	23,0593	0,000000	29,001	34,447
Q (Q)	13,006	2,382892	5,4581	0,000000	8,290	17,722
(3)s (L)	44,234	1,375763	32,1522	0,000000	41,511	46,957
s (Q)	27,078	2,382892	11,3637	0,000000	22,362	31,794
1L by 2L	20,279	1,684959	12,0354	0,000000	16,944	23,614
1L by 3L	41,620	1,684959	24,7009	0,000000	38,285	44,955
2L by 3L	28,897	1,684959	17,1502	0,000000	25,563	32,232

Valeurs optimales :

Z^*	s^*	Q^*	J^*
8.62	97.47	128.33	2048.40

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	**150**	20	100	4	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
variance	4

Résultats du plan d'expérience :

			coût total J pour chaque réplication				
Z	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	2528.84	2566.77	2579.51	2576.97	2556.25
-1	-1	0	2259.90	2251.10	2250.96	2256.25	2258.44
-1	-1	1	2182.82	2178.06	2180.04	2177.28	2176.54
-1	0	-1	2374.50	2355.50	2331.11	2346.52	2360.01
-1	0	0	2208.89	2206.54	2210.86	2209.71	2204.62
-1	0	1	2190.15	2183.17	2182.45	2194.35	2177.97
-1	1	-1	2288.82	2284.40	2281.45	2297.08	2292.94
-1	1	0	2213.27	2207.31	2220.47	2211.82	2208.84
-1	1	1	2229.78	2224.77	2221.82	2237.95	2233.31
0	-1	-1	2314.34	2291.63	2312.41	2311.81	2298.18
0	-1	0	2146.55	2164.14	2170.44	2162.08	2183.72
0	-1	1	2157.27	2175.30	2159.53	2167.33	2160.45
0	0	-1	2217.82	2201.75	2205.87	2197.57	2211.04
0	0	0	2170.09	2156.04	2166.59	2160.22	2149.71
0	0	1	2208.29	2202.54	2212.89	2203.16	2201.86
0	1	-1	2186.82	2173.85	2186.97	2190.54	2177.84
0	1	0	2194.59	2195.82	2198.40	2200.47	2197.65
0	1	1	2256.36	2253.69	2258.05	2255.66	2254.20
1	-1	-1	2262.97	2253.34	2243.58	2240.27	2253.43
1	-1	0	2204.54	2201.99	2209.19	2206.87	2207.81
1	-1	1	2269.48	2264.84	2267.26	2262.11	2263.17
1	0	-1	2201.12	2195.74	2194.69	2200.26	2207.86
1	0	0	2230.92	2235.49	2235.06	2239.68	2240.34
1	0	1	2314.60	2314.47	2309.48	2317.79	2310.55
1	1	-1	2232.46	2231.77	2229.27	2228.57	2221.30
1	1	0	2283.45	2284.28	2283.25	2281.50	2281.07
1	1	1	2375.99	2373.13	2380.82	2370.78	2377.19

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,92343; Adj:,9152 (cas1.135) 3 3-level factors, 5 Blocks, 135 Runs; MS Residual=589,1076 SS	df	MS	F	p
Blocks	152,8	4	38,2	0,0648	0,992178
(1)Z (L)	3691,3	1	3691,3	6,2659	0,013641
Z (Q)	121211,5	1	121211,5	205,7544	0,000000
(2)Q (L)	2732,9	1	2732,9	4,6391	0,033234
Q (Q)	20207,2	1	20207,2	34,3013	0,000000
(3)s (L)	45655,4	1	45655,4	77,4992	0,000000
s (Q)	75753,9	1	75753,9	128,5910	0,000000
1L by 2L	77020,1	1	77020,1	130,7402	0,000000
1L by 3L	326376,4	1	326376,4	554,0183	0,000000
2L by 3L	186847,0	1	186847,0	317,1696	0,000000
Error	71282,0	121	589,1		
Total SS	930930,4	134			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(125)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	2154,120	5,443548	395,7199	0,000000	2143,347	2164,894
(1)Z (L)	-6,404	2,519873	-2,5415	0,012260	-11,391	-1,417
Z (Q)	63,564	4,364548	14,5637	0,000000	54,926	72,202
(2)Q (L)	-5,511	2,519873	-2,1868	0,030616	-10,498	-0,523
Q (Q)	25,953	4,364548	5,9464	0,000000	17,315	34,591
(3)s (L)	-22,523	2,519873	-8,9381	0,000000	-27,510	-17,536
s (Q)	50,251	4,364548	11,5134	0,000000	41,613	58,889
1L by 2L	35,828	3,086202	11,6092	0,000000	29,720	41,936
1L by 3L	73,754	3,086202	23,8979	0,000000	67,646	79,862
2L by 3L	55,804	3,086202	18,0819	0,000000	49,696	61,912

Valeurs optimales :

Z^*	s^*	Q^*	J^*
17.53	106.60	146.88	2149.45

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	**80**	4	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
variance	4

Résultats du plan d'expérience :

			coût total J pour chaque réplication				
Z	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	2015.36	2039.85	2048.53	2047.03	2033.02
-1	-1	0	1873.52	1867.51	1867.30	1871.21	1872.56
-1	-1	1	1861.41	1857.73	1859.73	1857.70	1856.80
-1	0	-1	1936.21	1923.83	1907.81	1918.07	1926.37
-1	0	0	1863.71	1862.18	1864.65	1863.90	1860.62
-1	0	1	1889.92	1885.60	1885.23	1892.87	1882.61
-1	1	-1	1902.77	1900.08	1897.97	1908.03	1905.41
-1	1	0	1890.31	1886.33	1895.40	1889.13	1887.50
-1	1	1	1940.50	1936.59	1935.50	1945.13	1942.15
0	-1	-1	1913.32	1898.73	1911.94	1911.76	1902.89
0	-1	0	1843.02	1854.24	1858.42	1853.07	1867.48
0	-1	1	1891.25	1902.87	1893.03	1897.65	1893.56
0	0	-1	1875.41	1864.58	1867.35	1862.15	1870.76
0	0	0	1883.26	1874.69	1881.12	1877.68	1870.39
0	0	1	1949.16	1946.06	1952.93	1946.30	1945.39
0	1	-1	1879.84	1871.17	1879.53	1881.94	1873.98
0	1	0	1923.96	1924.98	1926.63	1927.90	1925.75
0	1	1	2005.22	2003.48	2006.39	2005.13	2004.39
1	-1	-1	1924.93	1918.42	1911.80	1908.91	1918.24
1	-1	0	1929.77	1927.41	1932.19	1930.41	1931.08
1	-1	1	2014.32	2011.07	2013.16	2010.22	2010.62
1	0	-1	1911.57	1907.89	1907.87	1910.82	1915.62
1	0	0	1973.02	1975.75	1975.54	1978.55	1979.04
1	0	1	2070.35	2069.41	2066.42	2071.91	2067.24
1	1	-1	1957.76	1957.17	1954.88	1954.78	1950.61
1	1	0	2032.52	2033.74	2031.99	2031.41	2031.08
1	1	1	2135.19	2132.92	2138.07	2131.40	2135.58

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,95103; Adj:,94577 (cas1.135) 3 3-level factors, 5 Blocks, 135 Runs; MS Residual=268,6334 SS	df	MS	F	p
Blocks	69,5	4	17,4	0,0646	0,992224
(1)Z (L)	162733,3	1	162733,3	605,7820	0,000000
Z (Q)	57400,3	1	57400,3	213,6752	0,000000
(2)Q (L)	39990,4	1	39990,4	148,8661	0,000000
Q (Q)	8373,6	1	8373,6	31,1712	0,000000
(3)s (L)	56911,7	1	56911,7	211,8565	0,000000
s (Q)	34077,2	1	34077,2	126,8538	0,000000
1L by 2L	36656,7	1	36656,7	136,4562	0,000000
1L by 3L	154784,9	1	154784,9	576,1941	0,000000
2L by 3L	80324,7	1	80324,7	299,0124	0,000000
Error	32504,6	121	268,6		
Total SS	663826,9	134			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(125)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1873,076	3,675897	509,5563	0,000000	1865,801	1880,351
(1)Z (L)	42,522	1,701610	24,9895	0,000000	39,155	45,890
Z (Q)	43,742	2,947274	14,8414	0,000000	37,909	49,575
(2)Q (L)	21,079	1,701610	12,3879	0,000000	17,712	24,447
Q (Q)	16,707	2,947274	5,6686	0,000000	10,874	22,540
(3)s (L)	25,147	1,701610	14,7781	0,000000	21,779	28,514
s (Q)	33,703	2,947274	11,4354	0,000000	27,870	39,536
1L by 2L	24,717	2,084038	11,8603	0,000000	20,593	28,842
1L by 3L	50,791	2,084038	24,3716	0,000000	46,667	54,916
2L by 3L	36,589	2,084038	17,5567	0,000000	32,464	40,713

Valeurs optimales :

Z^*	s^*	Q^*	J^*
12.24	101.20	137.00	1859.85

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	**120**	4	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
variance	4

Résultats du plan d'expérience :

			coût total J pour chaque réplication				
Z	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	2472.54	2496.72	2505.74	2504.38	2489.98
-1	-1	0	2330.72	2324.40	2324.52	2328.57	2329.53
-1	-1	1	2318.62	2314.62	2316.96	2315.07	2313.78
-1	0	-1	2393.40	2380.70	2365.02	2375.43	2383.33
-1	0	0	2320.91	2319.07	2321.87	2321.26	2317.59
-1	0	1	2347.13	2342.49	2342.46	2350.25	2339.58
-1	1	-1	2359.97	2356.96	2355.18	2365.39	2362.38
-1	1	0	2347.51	2343.22	2352.62	2346.50	2344.48
-1	1	1	2397.71	2393.48	2392.73	2402.51	2399.13
0	-1	-1	2370.79	2355.89	2369.43	2369.40	2360.13
0	-1	0	2300.54	2311.44	2315.96	2310.75	2324.77
0	-1	1	2348.79	2360.10	2350.59	2355.36	2350.87
0	0	-1	2332.91	2321.76	2324.87	2319.82	2328.03
0	0	0	2340.79	2331.90	2338.68	2335.38	2327.69
0	0	1	2406.71	2403.30	2410.50	2404.01	2402.71
0	1	-1	2337.35	2328.37	2337.07	2339.61	2331.26
0	1	0	2381.50	2382.20	2384.19	2385.61	2383.06
0	1	1	2462.77	2460.72	2463.97	2462.85	2461.71
1	-1	-1	2382.69	2375.86	2369.58	2366.83	2375.76
1	-1	0	2387.61	2384.93	2390.05	2388.41	2388.68
1	-1	1	2472.20	2468.63	2471.06	2468.26	2468.27
1	0	-1	2369.38	2365.38	2365.70	2368.79	2373.19
1	0	0	2430.89	2433.30	2433.42	2436.57	2436.67
1	0	1	2528.25	2526.99	2524.33	2529.97	2524.90
1	1	-1	2415.59	2414.68	2412.73	2412.78	2408.21
1	1	0	2490.39	2491.31	2489.89	2489.46	2488.72
1	1	1	2593.09	2590.51	2595.99	2589.46	2593.25

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,95123; Adj:,94599 (cas1.135) 3 3-level factors, 5 Blocks, 135 Runs; MS Residual=268,7009				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	103,9	4	26,0	0,0966	0,983360
(1)Z (L)	165225,0	1	165225,0	614,9030	0,000000
Z (Q)	57399,2	1	57399,2	213,6173	0,000000
(2)Q (L)	40038,6	1	40038,6	149,0079	0,000000
Q (Q)	8370,3	1	8370,3	31,1508	0,000000
(3)s (L)	57037,0	1	57037,0	212,2693	0,000000
s (Q)	34060,3	1	34060,3	126,7592	0,000000
1L by 2L	36683,5	1	36683,5	136,5218	0,000000
1L by 3L	154904,6	1	154904,6	576,4944	0,000000
2L by 3L	80291,5	1	80291,5	298,8137	0,000000
Error	32512,8	121	268,7		
Total SS	666626,6	134			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(125)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	2330,537	3,678299	633,5911	0,000000	2323,258	2337,817
(1)Z (L)	42,847	1,702721	25,1636	0,000000	39,477	46,217
Z (Q)	43,741	2,949200	14,8316	0,000000	37,905	49,578
(2)Q (L)	21,092	1,702721	12,3872	0,000000	17,722	24,462
Q (Q)	16,704	2,949200	5,6638	0,000000	10,867	22,540
(3)s (L)	25,174	1,702721	14,7847	0,000000	21,804	28,544
s (Q)	33,695	2,949200	11,4251	0,000000	27,858	39,532
1L by 2L	24,726	2,085399	11,8569	0,000000	20,599	28,854
1L by 3L	50,811	2,085399	24,3650	0,000000	46,684	54,938
2L by 3L	36,581	2,085399	17,5416	0,000000	32,454	40,709

Valeurs optimales :

Z^*	s^*	Q^*	J^*
12.15	101.36	136.95	2317.14

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	100	3	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
variance	4

Résultats du plan d'expérience :

			coût total J pour chaque réplication				
Z	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	2165.75	2190.59	2199.34	2197.80	2183.70
-1	-1	0	1996.58	1990.48	1990.57	1994.28	1995.46
-1	-1	1	1955.42	1951.92	1953.63	1951.83	1950.98
-1	0	-1	2068.20	2055.42	2039.44	2049.80	2058.34
-1	0	0	1967.85	1966.10	1969.08	1968.40	1964.79
-1	0	1	1965.34	1960.58	1960.34	1968.27	1957.29
-1	1	-1	2016.63	2013.57	2011.77	2022.17	2019.20
-1	1	0	1976.18	1972.02	1981.08	1975.27	1973.13
-1	1	1	1997.23	1993.55	1992.02	2002.56	1999.26
0	-1	-1	2064.23	2049.29	2062.93	2062.77	2053.58
0	-1	0	1966.22	1977.55	1981.91	1976.55	1990.65
0	-1	1	1985.39	1997.00	1986.98	1992.04	1987.41
0	0	-1	2007.47	1996.56	1999.51	1994.17	2002.80
0	0	0	1987.90	1978.67	1985.70	1981.83	1974.49
0	0	1	2024.79	2021.02	2028.06	2021.64	2020.54
0	1	-1	1993.65	1984.85	1993.61	1996.11	1987.56
0	1	0	2010.36	2011.04	2012.91	2014.31	2012.11
0	1	1	2062.52	2060.58	2063.66	2062.25	2061.13
1	-1	-1	2075.80	2069.17	2062.84	2060.39	2069.15
1	-1	0	2052.98	2050.74	2055.78	2054.13	2054.56
1	-1	1	2108.95	2105.58	2107.65	2104.46	2104.79
1	0	-1	2043.68	2039.88	2039.71	2043.14	2047.79
1	0	0	2077.44	2080.16	2080.09	2083.19	2083.39
1	0	1	2145.45	2144.83	2141.92	2147.46	2142.45
1	1	-1	2071.85	2071.15	2069.43	2069.19	2064.39
1	1	0	2118.73	2119.41	2118.49	2117.65	2117.09
1	1	1	2192.06	2189.94	2195.20	2188.68	2192.63

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,94262; Adj:,93645 (cas1.135) 3 3-level factors, 5 Blocks, 135 Runs; MS Residual=269,4055				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	87,6	4	21,9	0,0813	0,987984
(1)Z (L)	163857,5	1	163857,5	608,2188	0,000000
Z (Q)	57317,6	1	57317,6	212,7559	0,000000
(2)Q (L)	579,7	1	579,7	2,1516	0,145013
Q (Q)	8760,5	1	8760,5	32,5179	0,000000
(3)s (L)	941,4	1	941,4	3,4945	0,063989
s (Q)	32693,3	1	32693,3	121,3535	0,000000
1L by 2L	36586,9	1	36586,9	135,8059	0,000000
1L by 3L	154637,0	1	154637,0	573,9935	0,000000
2L by 3L	80043,3	1	80043,3	297,1108	0,000000
Error	32598,1	121	269,4		
Total SS	568102,9	134			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(127)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	1977,408	3,737113	529,1271	0,000000	1970,012	1984,803
(1)Z (L)	42,669	1,729947	24,6649	0,000000	39,246	46,092
Z (Q)	43,710	2,996356	14,5878	0,000000	37,781	49,640
Q (Q)	17,088	2,996356	5,7031	0,000000	11,159	23,018
s (Q)	33,012	2,996356	11,0173	0,000000	27,083	38,941
1L by 2L	24,694	2,118744	11,6549	0,000000	20,501	28,886
1L by 3L	50,767	2,118744	23,9609	0,000000	46,574	54,960
2L by 3L	36,525	2,118744	17,2389	0,000000	32,332	40,717

Valeurs optimales :

Z^*	s^*	Q^*	J^*
5.43	122.93	140.91	1954.21

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	100	**5**	200	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
variance	4

Résultats du plan d'expérience :

			coût total J pour chaque réplication				
Z	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	2322.15	2345.98	2354.93	2353.60	2339.31
-1	-1	0	2207.67	2201.43	2201.25	2205.50	2206.62
-1	-1	1	2224.61	2220.43	2223.05	2220.94	2219.60
-1	0	-1	2261.42	2249.11	2233.38	2243.69	2251.35
-1	0	0	2216.78	2215.14	2217.43	2216.76	2213.41
-1	0	1	2271.71	2267.51	2267.35	2274.85	2264.90
-1	1	-1	2246.12	2243.48	2241.39	2251.25	2248.59
-1	1	0	2261.63	2257.53	2266.95	2260.35	2258.85
-1	1	1	2340.99	2336.51	2336.20	2345.08	2342.02
0	-1	-1	2219.88	2205.34	2218.44	2218.39	2209.43
0	-1	0	2177.33	2188.13	2192.46	2187.27	2201.61
0	-1	1	2254.65	2265.97	2256.64	2260.97	2257.02
0	0	-1	2200.85	2189.78	2192.71	2187.80	2195.99
0	0	0	2236.15	2227.91	2234.09	2231.22	2223.58
0	0	1	2331.09	2328.34	2335.37	2328.67	2327.56
0	1	-1	2223.54	2214.68	2222.99	2225.44	2217.67
0	1	0	2295.11	2296.14	2297.91	2299.20	2296.70
0	1	1	2405.47	2403.62	2406.70	2405.73	2404.97
1	-1	-1	2231.81	2225.11	2218.54	2215.34	2224.85
1	-1	0	2264.41	2261.61	2266.47	2264.68	2265.20
1	-1	1	2377.56	2374.12	2376.58	2374.02	2374.11
1	0	-1	2237.27	2233.40	2233.86	2236.47	2241.02
1	0	0	2326.47	2328.90	2328.87	2331.93	2332.31
1	0	1	2453.14	2451.57	2448.83	2454.41	2449.69
1	1	-1	2301.50	2300.71	2298.18	2298.37	2294.42
1	1	0	2404.18	2405.64	2403.39	2403.22	2402.71
1	1	1	2536.21	2533.49	2538.86	2532.18	2536.19

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,96655; Adj:,96296 (cas1.135) 3 3-level factors, 5 Blocks, 135 Runs; MS Residual=268,0043				
	SS	df	MS	F	p
Blocks	83,9	4	21,0	0,0782	0,988817
(1)Z (L)	164096,1	1	164096,1	612,2888	0,000000
Z (Q)	57481,9	1	57481,9	214,4812	0,000000
(2)Q (L)	141373,2	1	141373,2	527,5033	0,000000
Q (Q)	7992,2	1	7992,2	29,8211	0,000000
(3)s (L)	258134,1	1	258134,1	963,1712	0,000000
s (Q)	35472,5	1	35472,5	132,3580	0,000000
1L by 2L	36753,4	1	36753,4	137,1375	0,000000
1L by 3L	155052,6	1	155052,6	578,5453	0,000000
2L by 3L	80573,4	1	80573,4	300,6421	0,000000
Error	32428,5	121	268,0		
Total SS	969441,8	134			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(125)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	2226,206	3,672414	606,1969	0,000000	2218,938	2233,474
(1)Z (L)	42,700	1,699997	25,1177	0,000000	39,335	46,065
Z (Q)	43,773	2,944482	14,8661	0,000000	37,945	49,600
(2)Q (L)	39,633	1,699997	23,3139	0,000000	36,269	42,998
Q (Q)	16,322	2,944482	5,5432	0,000000	10,494	22,149
(3)s (L)	53,555	1,699997	31,5031	0,000000	50,191	56,920
s (Q)	34,386	2,944482	11,6782	0,000000	28,559	40,214
1L by 2L	24,750	2,082063	11,8872	0,000000	20,629	28,871
1L by 3L	50,835	2,082063	24,4158	0,000000	46,714	54,956
2L by 3L	36,645	2,082063	17,6006	0,000000	32,525	40,766

Valeurs optimales :

Z^*	s^*	Q^*	J^*
18.46	82.73	129.75	2200.40

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	100	4	**100**	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
variance	4

Résultats du plan d'expérience :

			coût total J pour chaque réplication				
Z	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	2253.09	2277.42	2286.27	2284.84	2270.64
-1	-1	0	2111.26	2105.09	2105.05	2109.03	2110.18
-1	-1	1	2099.15	2095.31	2097.48	2095.53	2094.42
-1	0	-1	2171.95	2159.40	2143.55	2153.89	2161.98
-1	0	0	2099.45	2097.76	2100.40	2099.72	2096.24
-1	0	1	2125.66	2121.18	2120.98	2128.70	2118.23
-1	1	-1	2137.23	2134.37	2132.43	2142.57	2139.75
-1	1	0	2124.77	2120.63	2129.87	2123.67	2121.85
-1	1	1	2174.97	2170.89	2169.97	2179.68	2176.49
0	-1	-1	2151.19	2136.44	2149.82	2149.72	2140.63
0	-1	0	2080.91	2091.96	2096.32	2091.05	2105.25
0	-1	1	2129.15	2140.61	2130.94	2135.64	2131.34
0	0	-1	2111.30	2100.30	2103.25	2098.12	2106.52
0	0	0	2119.16	2110.42	2117.03	2113.66	2106.17
0	0	1	2185.07	2181.81	2188.85	2182.29	2181.18
0	1	-1	2114.45	2105.61	2114.15	2116.63	2108.47
0	1	0	2158.59	2159.44	2161.26	2162.61	2160.26
0	1	1	2239.85	2237.95	2241.03	2239.85	2238.90
1	-1	-1	2162.93	2156.26	2149.81	2146.99	2156.12
1	-1	0	2167.82	2165.29	2170.25	2168.53	2169.00
1	-1	1	2252.38	2248.97	2251.24	2248.37	2248.57
1	0	-1	2147.60	2143.76	2143.91	2146.93	2151.53
1	0	0	2209.08	2211.65	2211.61	2214.69	2214.97
1	0	1	2306.43	2305.32	2302.50	2308.07	2303.19
1	1	-1	2192.52	2191.77	2189.65	2189.63	2185.25
1	1	0	2267.30	2268.37	2266.79	2266.29	2265.74
1	1	1	2369.98	2367.56	2372.88	2366.28	2370.26

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,96397; Adj:,96249 (cas1) 4 3-level factors, 5 Blocks, 405 Runs; MS Residual=2032,326 SS	df	MS	F	p
Blocks	5142	4	1286	0,633	0,639530
(1)z1 (L)	561315	1	561315	276,193	0,000000
z1 (Q)	171186	1	171186	84,232	0,000000
(2)z2 (L)	729369	1	729369	358,884	0,000000
z2 (Q)	223372	1	223372	109,910	0,000000
(3)q (L)	9220343	1	9220343	4536,842	0,000000
q (Q)	1664571	1	1664571	819,047	0,000000
(4)s (L)	4059639	1	4059639	1997,533	0,000000
s (Q)	195278	1	195278	96,086	0,000000
1L by 2L	444019	1	444019	218,478	0,000000
2L by 3L	588499	1	588499	289,569	0,000000
2L by 4L	466508	1	466508	229,544	0,000000
3L by 4L	2768774	1	2768774	1362,367	0,000000
Error	788543	388	2032		
Total SS	21886557	404			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(125)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	2108,939	3,677059	573,5397	0,000000	2101,662	2116,216
(1)Z (L)	42,678	1,702147	25,0733	0,000000	39,310	46,047
Z (Q)	43,742	2,948206	14,8367	0,000000	37,907	49,576
(2)Q (L)	19,447	1,702147	11,4249	0,000000	16,078	22,816
Q (Q)	17,064	2,948206	5,7879	0,000000	11,229	22,899
(3)s (L)	25,160	1,702147	14,7813	0,000000	21,791	28,529
s (Q)	33,699	2,948206	11,4304	0,000000	27,864	39,534
1L by 2L	24,723	2,084696	11,8593	0,000000	20,597	28,849
1L by 3L	50,801	2,084696	24,3684	0,000000	46,675	54,927
2L by 3L	36,585	2,084696	17,5495	0,000000	32,459	40,711

Valeurs optimales :

Z^*	s^*	Q^*	J^*
12.33	98.64	142.22	2096.71

Conditions expérimentales :

c_2^+	c_2^-	c_0	c_2	c_1^+	K	λ_{12}	λ_{21}
10	100	20	100	4	**300**	4	10

τ	
loi exponentielle	
moyenne	4
variance	4

Résultats du plan d'expérience :

			coût total J pour chaque réplication				
Z	Q	s	1	2	3	4	5
-1	-1	-1	2234.81	2259.15	2268.00	2266.56	2252.37
-1	-1	0	2092.99	2086.82	2086.77	2090.75	2091.91
-1	-1	1	2080.88	2077.04	2079.20	2077.24	2076.16
-1	0	-1	2157.67	2145.13	2129.27	2139.61	2147.71
-1	0	0	2085.17	2083.49	2086.12	2085.44	2081.97
-1	0	1	2111.38	2106.91	2106.70	2114.42	2103.96
-1	1	-1	2125.52	2122.67	2120.72	2130.85	2128.04
-1	1	0	2113.05	2108.92	2118.15	2111.95	2110.14
-1	1	1	2163.25	2159.18	2158.25	2167.96	2164.78
0	-1	-1	2132.92	2118.19	2131.55	2131.44	2122.38
0	-1	0	2062.65	2073.71	2078.06	2072.78	2087.00
0	-1	1	2110.89	2122.36	2112.68	2117.37	2113.09
0	0	-1	2097.03	2086.04	2088.98	2083.85	2092.26
0	0	0	2104.89	2096.17	2102.77	2099.39	2091.91
0	0	1	2170.80	2167.55	2174.58	2168.02	2166.92
0	1	-1	2102.74	2093.92	2102.44	2104.92	2096.77
0	1	0	2146.88	2147.74	2149.56	2150.90	2148.56
0	1	1	2228.14	2226.25	2229.33	2228.14	2227.20
1	-1	-1	2144.68	2138.02	2131.56	2128.74	2137.88
1	-1	0	2149.57	2147.06	2152.00	2150.28	2150.76
1	-1	1	2234.13	2230.74	2232.99	2230.11	2230.33
1	0	-1	2133.35	2129.52	2129.66	2132.67	2137.28
1	0	0	2194.83	2197.40	2197.35	2200.43	2200.73
1	0	1	2292.17	2291.08	2288.25	2293.81	2288.94
1	1	-1	2180.82	2180.08	2177.95	2177.93	2173.56
1	1	0	2255.61	2256.68	2255.09	2254.59	2254.05
1	1	1	2358.29	2355.87	2361.18	2354.58	2358.57

ANOVA :

Factor	ANOVA; Var.:J; R-sqr=,95158; Adj:,94638 (cas1.135) 3 3-level factors, 5 Blocks, 135 Runs; MS Residual=268,6689 SS	df	MS	F	p
Blocks	85,1	4	21,3	0,0792	0,988568
(1)Z (L)	164023,2	1	164023,2	610,5032	0,000000
Z (Q)	57399,7	1	57399,7	213,6449	0,000000
(2)Q (L)	46476,4	1	46476,4	172,9876	0,000000
Q (Q)	8016,4	1	8016,4	29,8375	0,000000
(3)s (L)	56976,8	1	56976,8	212,0705	0,000000
s (Q)	34068,4	1	34068,4	126,8045	0,000000
1L by 2L	36666,6	1	36666,6	136,4752	0,000000
1L by 3L	154847,1	1	154847,1	576,3492	0,000000
2L by 3L	80307,0	1	80307,0	298,9069	0,000000
Error	32508,9	121	268,7		
Total SS	671375,7	134			

Coefficients du modèle de régression :

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(125)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	2094,675	3,677020	569,6664	0,000000	2087,397	2101,952
(1)Z (L)	42,691	1,702129	25,0807	0,000000	39,322	46,059
Z (Q)	43,742	2,948175	14,8368	0,000000	37,907	49,576
(2)Q (L)	22,725	1,702129	13,3506	0,000000	19,356	26,093
Q (Q)	16,347	2,948175	5,5447	0,000000	10,512	22,181
(3)s (L)	25,161	1,702129	14,7821	0,000000	21,792	28,530
s (Q)	33,699	2,948175	11,4304	0,000000	27,864	39,534
1L by 2L	24,721	2,084674	11,8583	0,000000	20,595	28,846
1L by 3L	50,801	2,084674	24,3690	0,000000	46,676	54,927
2L by 3L	36,585	2,084674	17,5494	0,000000	32,459	40,711

Valeurs optimales :

Z^*	s^*	Q^*	J^*
12.05	104.21	131.15	2079.95