

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MÉTHODES AVANCÉES POUR LE DESIGN DE FILTRES OPTIQUES AVEC DES
INDICES DE RÉFRACTION INTERMÉDIAIRES ARBITRAIRES

STÉPHANE LAROUCHE

DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIÆ DOCTOR
(GÉNIE PHYSIQUE)

JUILLET 2008



Library and
Archives Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Published Heritage
Branch

Direction du
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-46108-2

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-46108-2

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

MÉTHODES AVANCÉES POUR LE DESIGN DE FILTRES OPTIQUES AVEC DES
INDICES DE RÉFRACTION INTERMÉDIAIRES ARBITRAIRES

présentée par: LAROUCHE Stéphane

en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiæ Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. FRANCŒUR Sébastien, Ph. D., président

M. MARTINU Ludvik, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. KASHYAP Raman, Ph. D., membre

M. DOBROWOLSKI J. A. (George), Ph. D., membre

À mes parents, pour leur soutien constant

REMERCIEMENTS

Je tiens à dire combien j'ai apprécié mon passage à l'École polytechnique. Une nouvelle étape excitante de ma vie approche, mais je ne pourrai jamais oublier ces années de dur labeur remplies de réalisations et de joies.

Je veux tout d'abord remercier du plus profond de mon cœur Ludvik Martinu pour nos dix (!) belles années de collaboration. La confiance dont il m'a témoigné en me laissant guider mon projet de recherche à ma guise et en m'impliquant dans une foule d'autres projets m'a permis de m'épanouir et d'envisager avec enthousiasme une carrière académique. J'espère que nous aurons encore l'occasion de travailler ensemble dans le futur.

Je veux aussi remercier Jolanta Klemberg-Sapieha pour son enthousiasme contagieux et Oleg Zabeida pour son support constant.

Je tiens à remercier Aram Amassian, Bill Baloukas, Jean-Michel Lamarre et Richard Vernhes. J'ai grandement apprécié notre collaboration. Les discussions que nous avons eues ont permis d'améliorer mon travail.

Je veux aussi remercier tous ceux avec qui j'ai partagé la vie de tous les jours au laboratoire, dans le bureau et au département. Je ne veux pas tous les nommer, de peur d'en oublier, mais je me dois de mentionner Pierre-Luc Girard-Lauriault et Étienne Bousser. J'ai eu beaucoup de plaisir à travailler avec vous et à refaire le monde à chaque midi. Sans vous, mon passage à Polytechnique aurait été beaucoup plus ennuyant. Je veux dire un merci particulier à Florina-Elena Truica-Marasescu et Marie-Maude de Denus-Baillargeon pour leur amitié qui est très importante pour moi.

Je m'en voudrais de ne pas mentionner l'équipe technique (Francis Turcot et Yves Drolet) et le personnel administratif et de bureau (trop nombreuses pour être nommées sans que j'en oublie) qui ont rendu mon travail possible. Je veux remercier Fanny Béron qui a gentiment corrigé ma thèse.

Je veux remercier le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG) qui a, en grande partie, subventionné mon travail et qui m'a fourni une bourse d'étude.

Je tiens finalement à remercier les membres du jury qui ont accepté d'évaluer ma thèse. Je veux tout particulièrement remercier George Dobrowolski. Dès ma première présentation dans une conférence internationale, à la Svc en 2001, il a marqué un intérêt pour mon travail qui m'a grandement aidé à acquérir une confiance en sa qualité.

RÉSUMÉ

Les filtres optiques sont omniprésents. Leurs applications vont des filtres antireflets présents sur presque tous les instruments d'optique aux filtres à bande étroite utilisés dans les réseaux de télécommunication et en astronomie.

La majorité des filtres optiques sont constitués d'un empilement de couches homogènes de deux ou quelques matériaux possédant des indices de réfraction discrets. On dit que ce sont des filtres multicouches. Si les procédés disponibles le permettent, il est aussi possible de faire des filtres à gradient d'indice dans lesquels l'indice de réfraction varie de manière continue. Une autre avenue peu explorée est la conception de filtres multicouches, mais possédant des couches d'indices de réfraction intermédiaires arbitraires.

À incidence normale, il a été démontré que le filtre optimal pour une application donnée est constitué de seulement deux matériaux possédant le plus grand contraste d'indices de réfraction. À incidence oblique, la situation est plus complexe. Les conditions de continuité des champs électrique et magnétique aux interfaces diffèrent pour les polarisations s et p et amènent à définir des pseudo-indices de réfraction différents pour chacune des polarisations. Il est généralement accepté que la solution optimale maximise le contraste de pseudo-indices de réfraction et il est donc probable que le design optimal inclut des indices de réfraction intermédiaires.

La conception des filtres optiques passe par l'utilisation de méthodes de design, d'optimisation et de synthèse. Il existe plusieurs méthodes très efficaces pour la conception de filtres multicouches à indices de réfraction discrets. Par contre, elles sont moins bien adaptées à la conception de filtres possédant des indices de réfraction intermédiaires arbitraires. Les filtres à gradient d'indice peuvent être conçus en utilisant la relation approximative de transformée de Fourier qui existe entre le profil d'indice et le spectre désiré. Cette méthode possède cependant deux limitations importantes : (1) elle n'est qu'approximative et (2) elle ne considère pas l'effet de la dispersion de l'indice de diffraction. La première limitation est habituellement contournée par une approche itérative. Cependant, il n'existait pas, jusqu'à maintenant, de solution générale au problème de la dispersion.

Je présente, dans cette thèse, les résultats de mes recherches sur les filtres à gradient

d'indice et les filtres multicouches possédant des indices de réfraction intermédiaires. Mon objectif était d'améliorer les méthodes de conception existantes et d'en inventer de nouvelles.

Je propose tout d'abord deux facteurs correctifs qui permettent d'inclure l'effet de la dispersion de l'indice de réfraction dans la méthode de la transformée de Fourier. En analysant les effets de la dispersion, j'ai pu identifier qu'ils sont dus à la variation de l'épaisseur optique et de l'amplitude du profil d'indice en fonction de la longueur d'onde. Cela amène à définir, respectivement, un facteur de mise à l'échelle de l'axe des longueurs d'onde et un facteur de correction multiplicatif. L'efficacité de cette approche est démontrée par l'application de ces corrections lors du design d'un filtre fait de mélanges de $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$.

Je propose aussi de concevoir des filtres optiques en optimisant l'indice de réfraction de leurs couches, tout en préservant leurs épaisseurs optiques constantes. Lorsque les couches d'un filtre sont d'épaisseurs quart d'onde, il est possible de contrôler le dépôt à l'aide du monitoring *turning-point*, ce qui est nécessaire pour la fabrication de certains types de filtres. Cependant, lorsque des matériaux avec des indices de réfraction discrets sont utilisés, les solutions sont discrètes et il est impossible d'optimiser le filtre avec les méthodes habituellement utilisées. En permettant à l'indice de réfraction de varier, on peut utiliser les méthodes d'optimisation habituelles et la gamme de solutions est continue.

Je propose finalement une toute nouvelle méthode de synthèse spécialement conçue pour les filtres multicouches possédant des indices de réfraction intermédiaires : la méthode *step*. Elle consiste à ajouter des marches dans le profil d'indice à des positions appropriées puis à optimiser l'épaisseur et l'indice de réfraction des couches. Le processus est répété jusqu'à ce qu'une solution satisfaisante soit obtenue. La méthode *step* permet de trouver des solutions intéressantes pour certaines applications. En effet, dans plusieurs cas, ces solutions possèdent moins de couches que les solutions à deux matériaux et les couches sont plus épaisses.

Le formalisme développé pour la méthode *step* permet aussi d'étudier les conditions dans lesquelles un design est optimal. Il démontre qu'à incidence oblique, le design optimal est constitué de couches maximisant le contraste de pseudo-indices de réfraction, ou de couches à gradient d'indice.

Toutes les méthodes que j'ai développées ont été implémentées dans un logiciel de conception de filtres optiques que j'ai conçu. Pour aider les autres groupes de recherche qui désirent aussi développer des méthodes de conception de filtres optiques, nous avons décidé de publier ce logiciel, appelé OpenFilters, sous une licence à code source ouvert, la GNU General Public License.

ABSTRACT

Optical interference filters can be found everywhere. Their applications range from antireflective coatings present on almost every optical element to narrowband filters used in telecommunication networks and in astronomy.

Most optical filters consist of a stack of homogeneous layers of two or a few materials with discrete refractive indices. They are called multilayer filters. If an appropriate process is available, it is also possible to fabricate graded-index filters, in which the refractive index varies continuously. Another less explored avenue is the conception of multilayer filters, but with layer of arbitrary intermediate refractive indices.

At normal incidence, it has been demonstrated the the optimal filter for a given application consists of only two materials with the greatest refractive index contrast. At oblique incidence, the situation is more complex. Electric and magnetic fields continuity conditions at interfaces are different for s and p polarizations, which leads to the definition of different pseudo refractive indices. It is generally accepted that the optimal solution maximizes the pseudo refractive index contrast, and it is therefore probable that the optimal design includes intermediate refractive indices.

The conception of optical filters relies on the use of design, optimization, and synthesis methods. There exist many very effective methods for the conception of multilayer filters with discrete refractive indices. However, the methods are less adapted to the conception of filters with intermediate refractive indices. Graded-index filters can be designed using the approximate Fourier transform relationship between the refractive index profile and the desired spectrum. However, this method has two important drawbacks: (1) it is only approximate and (2) it does not account for the effect of the refractive index dispersion. The former is usually addressed by an iterative approach. However, there was no general solution to the problem of the dispersion.

In this thesis, I present the results of my research on graded-index filters and multilayer filters with arbitrary intermediate refractive indices. My objective was to improve existing conception methods and invent new ones.

I first propose two correction factors to include the effect of refractive index dispersion

in the Fourier transform method. Analyzing the effect of dispersion, I was able to identify it is related to a variation of the optical thickness and amplitude of the index profile with wavelength. This leads to, respectively, a scaling of the wavelength axis and a multiplicative correction factor. The efficiency of the correction factors is demonstrated during the design of a filter made of $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ mixtures.

I also propose to design optical filters by optimizing the refractive indices of their layers, while preserving their optical thicknesses constant. When the layers of a filter are of quarterwave thickness, it is possible to control deposition by turning-point monitoring, which is necessary for the fabrication of some types of filters. However, when discrete refractive index materials are used, solutions are discrete and it is impossible to use conventional optimization techniques. If the refractive index is allowed to vary, it is possible to use conventional optimization techniques and the range of solutions is continuous.

I finally propose a whole new synthesis method for multilayer filters with arbitrary refractive index layers: the step method. It consists in adding steps in the index profile at appropriate positions and then optimizing the thickness and refractive index of the layers. This process is repeated until a satisfactory solution is found. The step method provides interesting solutions for many applications. Indeed, in many cases, the solutions include less layers than two-materials solutions and the layers are thicker.

The formalism developed for the step method is also useful to study the conditions leading to an optimal design. It demonstrates that, at oblique incidence, the optimal design consists of layers maximizing the pseudo refractive index contrast, or of graded-index layers.

All the methods I developed have been implemented in a design software I programmed. To help other research groups who wish to develop new optical filter design methods, we have decided to release this software, called OpenFilters, under the GNU General Public License, an open-source license.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iv
REMERCIEMENTS	v
RÉSUMÉ	vii
ABSTRACT	x
TABLE DES MATIÈRES	xii
LISTE DES ANNEXES	xvi
LISTE DES FIGURES	xvii
LISTE DES TABLEAUX	xix
LISTE DES SYMBOLES	xx
 CHAPITRE 1 : INTRODUCTION	 1
1.1 Définitions	3
1.2 Contexte	4
1.3 Objectifs	6
1.4 Publications	7
1.5 Organisation de la thèse	7
 CHAPITRE 2 : REVUE DE LA LITTÉRATURE	 13
2.1 Historique	14
2.2 Propriétés optiques des matériaux	16
2.3 Propriétés optiques des couches minces	18
2.4 Couches quart d'onde, demi-onde et quelques designs simples	21
2.5 Incidence oblique	21

2.6	Filtres Fabry-Pérot	27
2.7	Problème inverse	27
2.7.1	Optimisation des filtres optiques (<i>refinement</i>)	29
2.7.2	Méthodes de synthèse	31
2.7.3	Caractérisation	36
2.8	Filtres à gradient d'indice	37
2.8.1	Méthode de la transformée de Fourier	37
2.8.2	Filtres <i>rugate</i>	39
2.8.3	Filtres antireflets quintiques	41
2.8.4	Optimisation et synthèse des filtres à gradient d'indice	42
2.9	Solution optimale au problème de design de filtres optiques à incidence normale et à incidence oblique	44
2.10	Fabricabilité	45
2.11	Logiciels de design de filtres optiques	45
2.11.1	Logiciels commerciaux	46
2.11.2	Logiciels gratuits, à code source ouvert et libres	48
2.11.3	Logiciels maison et justification de la création d'un nouveau logiciel	49
 CHAPITRE 3 : OPENFILTERS : OPEN-SOURCE SOFTWARE FOR THE DESIGN, OPTIMIZATION AND SYNTHESIS OF OPTICAL FILTERS		50
	Abstract	50
3.1	Introduction	51
3.2	GNU General Public License	52
3.3	What OpenFilters offers: a review of the calculation, design, optimization, and synthesis of optical filters	53
3.3.1	Calculation of the optical properties	53
3.3.2	Consideration of the backside	56
3.3.3	Graded-index filters	58
3.3.4	Optimization of multilayer filters	59

3.3.5	Synthesis of multilayer filters	62
3.3.6	Design of graded-index filters	65
3.4	Very short user guide	67
3.5	Under the hood	72
3.6	Conclusions and future plans	74
 CHAPITRE 4 : DISPERSION IMPLEMENTATION IN OPTICAL FILTER DE-		
 SIGN BY THE FOURIER TRANSFORM METHOD USING		
 CORRECTION FACTORS 75		
	Abstract	75
4.1	Introduction	75
4.2	Theory	76
4.2.1	The Fourier transform method	76
4.2.2	Effects of the dispersion	78
4.2.3	Scaling of the wavelength axis	80
4.2.4	Multiplicative correction of the Q function	82
4.3	Example	83
4.4	Limitations	83
4.5	Conclusions	86
 CHAPITRE 5 : OPTICAL FILTERS WITH PRESCRIBED OPTICAL THICK-		
 NESS AND REFINED REFRACTIVE INDICES 87		
	Abstract	87
5.1	Introduction	87
5.2	Theory	89
5.3	Examples	92
5.3.1	Dual narrowband filter	92
5.3.2	Tilted edge filter	95
5.4	Discussion	95
5.5	Conclusions	97
5.A	Derivation of Eq. 5.15	98

CHAPITRE 6 :	THE STEP METHOD : A NEW SYNTHESIS METHOD FOR THE DESIGN OF OPTICAL FILTERS WITH INTERMEDIATE REFRACTIVE INDICES	101
	Abstract	101
6.1	Introduction	101
6.2	Theory	102
6.2.1	Refinement	104
6.2.2	Addition of steps	107
6.3	Examples	109
6.3.1	Antireflective coating	109
6.3.2	Short-pass edge filter	111
6.3.3	Polarizing beam splitter	111
6.4	Discussion	114
6.5	Optimal solution	116
6.6	Conclusions	118
6.A	Implementation	119
CHAPITRE 7 :	SYNTHÈSE, DISCUSSION GÉNÉRALE, CONCLUSIONS & PERSPECTIVES	122
7.1	Synthèse des principaux résultats	122
7.2	Discussion générale et conclusions	124
7.3	Perspectives et recommandations	125
7.3.1	Développement d'un système de monitoring	126
7.3.2	Intégration d'autres fonctions lors du design des filtres optiques	127
BIBLIOGRAPHIE		129

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A :	DÉRIVÉE DE LA MATRICE CARACTÉRISTIQUE LORS DE L'ADDITION D'UN <i>NEEDLE</i>	148
ANNEXE B :	RECENSEMENT DES FONCTIONS <i>Q</i>	151

LISTE DES FIGURES

2.1	Filtres antireflets	22
2.2	Réflecteur constitué d'un empilement de couches quart d'onde	23
2.3	Pseudo-indices de réfraction	25
2.4	Polariseur de MacNeille	26
2.5	Filtre Fabry-Pérot	28
2.6	<i>Refinement</i> d'un filtre passe-bas	30
2.7	Synthèse d'un filtre par la méthode <i>needle</i>	35
2.8	Comparaison d'un empilement de couches quart d'onde, d'un filtre <i>rugate</i> , d'un filtre <i>rugate</i> appodisé et d'un filtre <i>rugate</i> appodisé avec une couche antireflet quintique	40
2.9	Filtres quintiques	43
2.10	Courbe de monitoring du filtre Fabry-Pérot	46
3.1	Multilayer optical filter	53
3.2	Optical filter with second surface	57
3.3	Discretization of the refractive index profile of a graded-index filter	59
3.4	Schematic representation of the needle method and the step method	63
3.5	Main window of OpenFilters	68
3.6	Needle method dialog	71
4.1	Index of refraction of SiO ₂ /TiO ₂ mixtures	77
4.2	Index profile of a model triple band rugate filter	79
4.3	Effect of dispersion on the transmission spectrum of a model triple-band rugate filter	80
4.4	Transmission spectrum of the triple-band rugate filter using the dispersion- corrected wavelength axis	81
4.5	Filter designed using the correction factors	84
4.6	Filter after three iterations	84

5.1	Design of a dual narrowband filter	94
5.2	Design of a s polarization edge filter working at 45°	96
6.1	Schematic representation of the step method	105
6.2	Progressive stages of the design of an AR coating on glass for the visible .	110
6.3	Comparison of an edge filter designed by the step method or the needle method	112
6.4	Polarizing beam splitter	113
6.5	Effective refractive indices for s and p polarizations	115

LISTE DES TABLEAUX

1.1	Liste des publications résultant des travaux réalisées dans le cadre de mon doctorat.	8
1.2	Liste des publications résultant des travaux réalisées dans le cadre de ma maîtrise.	9
1.3	Liste de mes publications découlant de collaborations.	10

LISTE DES SYMBOLES

Alphabet latin

A	coefficient d'absorption en irradiance
$\vec{a}$	vecteur des paramètres optimisé d'un filtre
a_k	$k^{\text{ième}}$ paramètre optimisé d'un filtre
$B_i, \bar{B}_i$	$i^{\text{ième}}$ propriété d'un filtre qui est optimisée, valeur cible pour cette propriété
c	vitesse de la lumière dans le vide
d	épaisseur physique totale
d_i	épaisseur physique de la $i^{\text{ième}}$ couche
d_n	épaisseur physique d'un <i>needle</i>
E	amplitude du champ électrique
$\vec{E}$	champ électrique
$\hat{e}$	direction de polarisation du champ électrique
GD	temps de propagation de groupe (<i>group delay</i>)
GDD	dispersion du temps de propagation de groupe (<i>group delay dispersion</i>)
$K(\lambda)$	facteur de correction multiplicatif de la fonction Q pour inclure la dispersion dans la méthode de la transformée de Fourier
k	partie imaginaire de l'indice de réfraction
MF	fonction de mérite (<i>merit function</i>)
M	matrice caractéristique d'un empilement de couches
M_i	matrice caractéristique de la $i^{\text{ième}}$ couche
$M_i(\Delta\phi_i)$	matrice caractéristique de la différence de phase lors de l'application de la méthode <i>needle</i> ou de la méthode <i>step</i>
$M_{i,1}, M_{i,2}$	matrices caractéristique des deux parties de la $i^{\text{ième}}$ couche après sa séparation lors de l'application de la méthode <i>needle</i> ou de la méthode <i>step</i>
M_n	matrice caractéristique d'un <i>needle</i>

$m_{11}, m_{12}, m_{21}, m_{22}$	éléments de la matrice caractéristique d'un empilement de couches
N	indice de réfraction
n	partie réelle de l'indice de réfraction
N_{ex}	indice de réfraction du milieu d'émergence (<i>exit medium</i>)
N_i	indice de réfraction de la $i^{\text{ème}}$ couche
n_i	partie réelle de l'indice de réfraction de la $i^{\text{ème}}$ couche
$N_{i,0}$	indice de réfraction de la $i^{\text{ème}}$ couche à la longueur d'onde de référence λ_0
$n_{i,0}$	partie réelle de l'indice de réfraction de la $i^{\text{ème}}$ couche à la longueur d'onde de référence λ_0
$\mathcal{N}_{i,0}$	indice de réfraction de la $i^{\text{ème}}$ à la longueur d'onde de référence λ_0 multiplié par le cosinus de l'angle de propagation
N_{inc}	indice de réfraction du milieu d'incidence
N_n	indice de réfraction d'un <i>needle</i>
$N_{\text{min}}, N_{\text{max}}$	indices de réfraction minimum et maximum
$n_{\text{min}}, n_{\text{max}}, n_m$	partie réelle des indices de réfraction minimum, maximum et moyenne géométrique de n_{min} et n_{max}
N_{sub}	indice de réfraction du substrat
OT	épaisseur optique totale
$\bar{Q}_i$	fonction Q réduite d'une bande d'un filtre <i>rugate</i>
$Q(\sigma)$	fonction d'amplitude pour la méthode de la transformée de Fourier
$Q'(\sigma')$	fonction d'amplitude normalisée pour inclure la dispersion dans la méthode de la transformée de Fourier
r	coefficient de réflexion en amplitude
R	coefficient de réflexion en irradiance
R_B	coefficient de réflexion en irradiance de la face arrière (<i>back side</i>)
R_F	coefficient de réflexion en irradiance de la face avant (<i>front side</i>)
R_{FR}	coefficient de réflexion en irradiance de la face avant en direction inverse (<i>front side, reverse direction</i>)

r_s, r_p	coefficient de réflexion en amplitude pour les polarisations s et p
$S(\lambda)$	facteur de mise à l'échelle de la longueur d'onde pour inclure la dispersion dans la méthode de la transformée de Fourier
t	temps
t	coefficient de transmission en amplitude
T	coefficient de transmission en irradiance
T_B	coefficient de transmission en irradiance de la face arrière (<i>back side</i>)
T_F	coefficient de transmission en irradiance de la face avant (<i>front side</i>)
T_{FR}	coefficient de transmission en irradiance de la face avant en direction inverse (<i>front side, reverse direction</i>)
T_s, T_p	coefficient de transmission en irradiance pour la polarisation s, la polarisation p
W_0	composante continue de la transformée de Fourier de $w(x)$
$w(x)$	enveloppe multipliant le profil d'indice d'un filtre <i>rugate</i>
x	double profondeur optique centrée
y	admittance
Y	admittance du vide
z	profondeur physique

Alphabet grec

α	sinus normalisé de l'angle de propagation
α_0	sinus normalisé de l'angle de propagation à la longueur d'onde de référence λ_0
β	paramètre contrôlant l'apodisation
β_i	partie imaginaire du déphasage de la substrat, utilisée pour calculer l'absorption dans le substrat
Δ	variable ellipsométrique représentant le changement du déphasage entre les polarisations s et p
ΔB_i	tolérance sur une cible

ΔN	hauteur de la marche dans la méthode <i>step</i>
Δn_i	amplitude du profil d'indice de réfraction d'une bande d'un filtre <i>rugate</i>
$\Delta \phi_i$	différence entre les déphasages dans les deux parties de la $i^{\text{ème}}$ couche après sa séparation lors de l'application de la méthode <i>needle</i> ou de la méthode <i>step</i>
$\Delta \lambda_i$	largeur d'une bande d'un filtre <i>rugate</i>
ϵ	permittivité
ϵ_r	permittivité relative
ϵ_0	permittivité du vide
η_i	pseudo-indice de réfraction de la $i^{\text{ème}}$ couche
η_{ex}	pseudo-indice de réfraction du milieu d'émergence (<i>exit medium</i>)
η_{inc}	pseudo-indice de réfraction du milieu d'incidence
η_n	pseudo-indice de réfraction d'un <i>needle</i>
θ_i	angle de propagation dans la $i^{\text{ème}}$ couche
λ	longueur d'onde dans le vide
λ'	longueur d'onde mise à l'échelle pour inclure la dispersion dans la méthode de la transformée de Fourier
λ_i	longueur d'onde d'une bande d'un filtre <i>rugate</i>
λ_0	longueur d'onde de référence
μ	perméabilité
μ_r	perméabilité relative
μ_0	perméabilité du vide
$\Pi(x)$	fonction rectangulaire
σ	conductivité
σ	nombre d'onde
σ'	nombre d'onde mis à l'échelle pour inclure la dispersion dans la méthode de la transformée de Fourier
σ_i	nombre d'onde d'une bande d'un filtre <i>rugate</i>
ϕ_i	déphasage dans la $i^{\text{ème}}$ couche
ϕ_i	déphasage du profil d'indice de réfraction d'une bande d'un filtre <i>rugate</i>

$\phi_{i,0}$	déphasage dans la $i^{\text{ième}}$ couche à la longueur d'onde de référence λ_0
$\phi_{i,1}, \phi_{i,2}$	déphasages dans les deux parties de la $i^{\text{ième}}$ couche après sa séparation lors de l'application de la méthode <i>needle</i> ou de la méthode <i>step</i>
ϕ_n	déphasage dans un <i>needle</i>
φ_r	déphasage lors de la réflexion (modulo 2π)
φ_t	déphasage lors de la transmission (modulo 2π)
χ^2	somme des erreurs quadratiques
Ψ	variable ellipsométrique représentant le changement du rapport des amplitudes des polarisations s et p
ψ_r	matrice servant à calculer la dérivée du coefficient de réflexion en amplitude
ψ_t	matrice servant à calculer la dérivée du coefficient de transmission en amplitude
$\Psi(\sigma)$	fonction de phase pour la méthode de la transformée de Fourier
ω	pulsation de l'onde

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Les filtres optiques jouent un rôle primordial dans plusieurs applications technologiques. Ils permettent d'obtenir des éléments d'optique possédant des propriétés spectrales appropriées à chaque application en contrôlant leur réflexion, leur transmission, leur propriétés dispersives, leur couleur... Ils sont omniprésents : leurs applications vont des simples filtres antireflets présents sur presque tous les instruments d'optique aux filtres à bande étroite utilisés en télécommunication et en astronomie.

Bien qu'il s'agisse d'une technologie bien établie, de nouveaux défis doivent constamment être relevés alors que les filtres optiques sont utilisés dans des applications de plus en plus exigeantes autant du point de vue des propriétés optiques que des autres propriétés fonctionnelles. Par exemple, la contribution canadienne au télescope spatial James Webb consistera en une caméra infrarouge et des filtres accordables devant fonctionner à 30 K, ce qui nécessitera une compréhension et un contrôle des propriétés mécaniques pour éviter la délamination.

Les filtres optiques sont habituellement constitués d'empilements de couches minces de quelques matériaux différents sur un substrat. Ces couches minces ont, typiquement, des épaisseurs comprises entre une dizaine et quelques centaines de nanomètres. On dit qu'il s'agit de filtres multicouches. Le plus souvent, seulement deux matériaux sont utilisés. En effet, cela facilite la fabrication et il a été démontré qu'à incidence normale, le filtre optimal pour une application donnée est constitué de seulement deux matériaux avec le plus grand contraste d'indice de réfraction [2].

À l'exception des filtres les plus simples, le design, l'optimisation et la synthèse de tels filtres doivent être effectués à l'aide d'un ordinateur et demande l'utilisation de méthodes numériques itératives complexes. La méthode de synthèse la plus populaire pour les filtres multicouches est la méthode *needle* [3]. Dans cette méthode, de très minces couches d'un matériau (appelées *needles*) sont incorporées aux endroits appropriés dans une couche d'un autre matériau et leurs épaisseurs sont ajustées par un processus d'optimisation. Étant

donné son fonctionnement, cette méthode tend à générer des designs avec des couches fines qui sont difficiles à fabriquer et il est habituellement impossible de comprendre intuitivement le rôle des différentes couches dans le fonctionnement du filtre.

Il est aussi possible de fabriquer des filtres optiques à gradient d'indice [4, 5]. Dans ce cas, plutôt que d'empiler quelques matériaux différents, les matériaux sont mélangés de manière à créer un profil de composition – et d'indice de réfraction – continu. Pour certaines applications, comme la création de bandes de réflexion étroites, ce type de filtres surpasse les filtres multicouches. De plus, étant donné l'absence d'interface, ces filtres possèdent des meilleures propriétés mécaniques [6, 7].

À la fin des années 1960, Delano a proposé une méthode, par la suite développée par Sossi puis popularisée par Dobrowolski, permettant de concevoir facilement des filtres à gradient d'indice : la méthode de la transformée de Fourier [8–12]. Elle relie directement le spectre de réflexion ou de transmission désiré au profil d'indice de réfraction par le biais d'une transformée de Fourier, ce qui est un grand avantage. Cette méthode possède cependant deux inconvénients : (1) la relation de transformée de Fourier n'est qu'approximative et (2) elle ne tient pas compte de la dispersion de l'indice de réfraction dans les matériaux. Le premier inconvénient peut être assez aisément contourné par une approche itérative [13], mais, jusqu'à maintenant, il n'existait pas de solution au second, ce qui limitait l'utilisation de la méthode de la transformée de Fourier à de petites gammes de longueurs d'onde permettant de négliger la dispersion.

Une autre avenue peu explorée est l'utilisation de mélanges de matériaux pour fabriquer des filtres multicouches, mais avec des couches possédant des indices de réfraction intermédiaires quelconques. La méthode *needle* peut être adaptée pour concevoir de tels filtres [14]. Cependant, tout comme la méthode *needle* originale, elle entraîne l'incorporation de couches très minces dans le design.

Enfin, une considération primordiale pour fabriquer des filtres optiques de manière reproductible est l'utilisation de procédés de dépôt stables et de méthodes de contrôle de procédé appropriées. Les filtres optiques sont habituellement fabriqués par des méthodes de dépôt de couches minces sous vide. Ils consistent à faire croître, séquentiellement, les différentes couches du filtre. Il est important que ces procédés donnent des matériaux

possédant des propriétés optiques et des taux de dépôt les plus reproductibles possible. Étant donné l'impossibilité d'obtenir un procédé de dépôt parfaitement reproductible, il faut aussi disposer de contrôle optique ou autre permettant de limiter les erreurs, de déterminer durant le dépôt si des erreurs sont commises et, éventuellement, de les corriger. Il est, bien entendu, plus difficile de contrôler le dépôt et d'obtenir des résultats reproductibles lorsque des couches à gradient d'indice ou des couches homogènes d'indices de réfraction intermédiaires sont utilisées.

Malgré les difficultés impliquées dans le design et la fabrication de filtre incluant des couches à gradient d'indice ou des indices de réfraction intermédiaires, il existent des applications pour lesquelles leur utilisation est clairement favorable. Par exemple, à incidence oblique, le design optimal peut inclure des couches d'indices intermédiaires [15]. Il est donc important, pour pouvoir répondre aux besoins de ces applications, de développer des méthodes de design et de contrôle appropriées.

Dans ce chapitre, je présente tout d'abord quelques définitions. Ensuite, j'indique dans quel contexte mon travail a été entrepris et je détaille les objectifs que je m'étais fixés pour mon projet de doctorat. Enfin, je présente la structure de cette thèse.

1.1 Définitions

Avant d'aller plus loin, je crois utile de définir quelques termes utilisés dans cette thèse pour m'assurer d'être bien compris.

La majorité des filtres optiques sont constitués de couches à dont l'indice de réfraction est constant. On dit que ces filtres sont multicouches et que les couches sont homogènes.

Lorsque l'indice de réfraction n'est pas constant à l'intérieur d'une couche, on dit qu'elle est inhomogène. Cette inhomogénéité peut être involontaire (due au processus de croissance de la couche, par exemple) ou volontaire. Si l'inhomogénéité est préméditée et à la base du fonctionnement du filtre, on parle de filtres inhomogènes ou à gradient d'indice. Je préfère utiliser uniquement le deuxième terme ce qui permet de bien distinguer les inhomogénéités volontaires de celles qui ne le sont pas.

Les méthodes utilisées lors de la conception des filtres optiques peuvent être classées

dans trois catégories : les méthodes de design, d'optimisation et de synthèse.

Le design d'un filtre optique implique une compréhension de son fonctionnement. La personne chargée de le concevoir utilise certains blocs fondamentaux possédant des propriétés connues ou des méthodes (graphiques ou autres) fournissant une interprétation du mode de fonctionnement du filtre. Étant donnée la complexité des phénomènes d'interférence impliqués dans le fonctionnement des filtres optiques, il est souvent difficile d'obtenir un filtre optique respectant les spécifications qu'on se fixe uniquement par design. Cependant, la compréhension du fonctionnement d'un filtre peut permettre un design plus efficace et, si c'est possible, on devrait utiliser cette méthode.

L'optimisation consiste à ajuster, à l'aide d'outils mathématiques, les paramètres d'un filtre (comme l'épaisseur et l'indice de réfraction des couches) pour que ses propriétés se rapprochent des spécifications. L'optimisation implique l'existence d'un design de départ.

La synthèse consiste à ajouter des paramètres supplémentaires lors de la conception d'un filtre optique. Ces paramètres supplémentaires, s'ils sont bien choisis, permettent d'améliorer le filtre. Les méthodes de synthèse sont souvent utilisées lorsque l'optimisation d'un design de départ ne permet pas d'obtenir un résultat satisfaisant les spécifications. Certaines de ces méthodes peuvent aussi être utilisées pour concevoir un filtre optique sans aucun design de départ.

Il arrive, lorsque le contexte ne prête pas à confusion, que j'utilise aussi le mot design au sens plus général de conception de filtres optiques qui englobe le design, l'optimisation et la synthèse.

1.2 Contexte

Le Laboratoire des revêtements fonctionnels et d'ingénierie des surfaces (LarFIS), où j'ai réalisé mon doctorat, travaille depuis plus de 15 ans sur le développement de matériaux pour des applications optiques et sur le design et la fabrication de filtres optiques. Il est en particulier reconnu pour son expertise dans le dépôt chimique en phase vapeur assisté par plasma (*plasma-enhanced chemical vapor deposition*, PECVD¹) [16]. Cette méthode est

1. Les acronymes anglais sont utilisés tout au long de la thèse pour assurer une certaine uniformité entre les chapitres en français et ceux en anglais et pour éviter de dérouter les lecteurs (et l'auteur), qui y sont

parfaitement appropriée au dépôt de mélanges de matériaux puisqu'il suffit de mélanger les précurseurs gazeux des matériaux que l'on désire obtenir dans une proportion appropriée.

Les activités du LARFIS reliées aux filtres optiques ont débuté avec les travaux de Daniel Poitras. Durant sa maîtrise, il a développé et étudié les mélanges de SiO_xN_y déposés par PECVD et fabriqué quelques filtres à gradient d'indice [17]. Durant son doctorat, il a étudié l'effet des inhomogénéités involontaires et volontaires sur les filtres optiques et tenté d'inclure l'effet de la dispersion dans la méthode de la transformée de Fourier [18].

J'ai ensuite, lors de ma maîtrise, pris la relève de ses travaux [19]. J'ai tout d'abord étudié, en collaboration avec plusieurs autres personnes, la microstructure des mélanges de $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ fabriqués par PECVD à l'aide de multiples techniques de caractérisation. Dans le contexte des filtres optiques, la conclusion la plus importante de ces travaux est qu'il est possible de créer un mélange de $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ avec un indice de réfraction quelconque entre celui du SiO_2 et celui du TiO_2 en mélangeant dans le bon rapport les précurseurs gazeux. Les taux de réaction des deux précurseurs gazeux étant différents, j'ai établi la courbe d'étalonnage de l'indice de réfraction en fonction du mélange gazeux. Nous avons aussi montré que les mélanges de $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ fabriqués par PECVD sont une solution solide, et non constitués de deux phases distinctes.

Daniel Poitras et moi-même avons développé une méthode pour concevoir des filtres *rugate*² multibandes tout en tenant compte de la dispersion de l'indice de réfraction des mélanges [20]. Cette méthode consiste à concevoir séparément un filtre *rugate* pour chaque bande en utilisant le profil d'indice à cette longueur d'onde, à convertir tout ces profils à une longueur d'onde commune en utilisant la dispersion du matériau, puis à les multiplier. J'ai montré l'efficacité de cette méthode en concevant et en fabricant un filtre *rugate* à trois bandes avec des mélanges de $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$.

J'ai aussi développé une méthode permettant de faire le monitoring des filtres *rugate* [21]. Cette méthode consiste à utiliser certaines régions du spectre sur lesquelles le profil d'indice a peu d'influence. On peut ainsi déterminer en temps réel l'épaisseur du filtre et ajuster la vitesse du procédé.

habitués.

2. J'ai décidé de conserver les termes anglais lorsqu'il n'existe aucune traduction acceptée en français.

À peu près au même moment, Richard Vernhes, dans le cadre de son doctorat, a commencé à travailler sur les nitrures de silicium riches en silicium ou poreux [22]. Il a montré que l'indice de réfraction de ces matériaux peut prendre n'importe quelle valeur entre 1,6 et 1,75. Il s'est aussi intéressé à la possibilité de fabriquer des senseurs basés sur l'absorption de vapeurs dans les pores du nitrure de silicium poreux.

Dans les dernières années, le LARFIS a commencé à appliquer ces connaissances à certaines applications. Bill Baloukas a, durant sa maîtrise, conçu des dispositifs de sécurité permettant de protéger des documents précieux comme des billets de banque, par exemple [23]. Les dispositifs qu'il a conçu exploitent d'une manière nouvelle les possibilités offertes par les filtres optiques pour obtenir des propriétés uniques. Marie-Maude de Denus-Baillargeon, de son côté, a étudié la possibilité d'utiliser des filtres à gradient d'indice pour les observations astronomiques [24]. En comparant les propriétés mécaniques des filtres à gradient d'indice à celles des filtres multicouches, elle est arrivée à la conclusion que les premiers peuvent être intéressants dans les conditions difficiles que ce type de filtre doit endurer.

1.3 Objectifs

Malgré leurs avantages, les filtres à gradient d'indice et les filtres multicouches avec des indices de réfraction intermédiaires quelconques sont rarement utilisés. Selon moi, deux raisons principales expliquent ce manque d'intérêt : (1) les limitations des techniques pour faire le design de tels filtres et (2) la difficulté de contrôler en temps réel le dépôt de tels filtres.

Au début de mon doctorat, je m'étais donc fixé comme objectifs de développer des méthodes pour concevoir des filtres optiques à partir de mélanges de matériaux et de montrer qu'il est possible de les fabriquer de manière reproductible. En particulier, je proposais de :

1. modifier la méthode de la transformée de Fourier pour inclure l'effet de la dispersion de l'indice de réfraction ;
2. concevoir une ou des méthodes de design appropriées pour le design de filtres

multicouches à indices de réfraction quelconques ;

3. montrer qu'il est possible de fabriquer de manière reproductible des filtres possédant des indice de réfraction intermédiaires et/ou des filtres à gradient d'indice.

1.4 Publications

Les travaux effectués dans le cadre de mon doctorat ont mené à la publication de quatre comptes rendus de conférence et quatre articles dans des journaux avec comité de lecture qui sont répertoriés au tableau 1.1. Les quatre articles constituent le corps de cette thèse et sont reproduits aux chapitres 3 à 6.

Mon doctorat a été effectué en continuité avec ma maîtrise. La liste des publications découlant de celle-ci est présentée au tableau 1.2.

Finalement, durant ma maîtrise et mon doctorat, en plus de mes travaux, j'en entre-tenu quelques collaborations qui ont mené à des publications. Elles sont présentées au tableau 1.3.

1.5 Organisation de la thèse

Le chapitre 2 dresse une revue de la littérature relative aux filtres optiques. Il raconte un bref historique et présente les propriétés optiques des matériaux et des empilements de couches minces. Il s'attarde surtout aux méthodes de design, d'optimisation et de synthèse des filtres optiques. Je tente d'en faire un recensement assez complet pour bien justifier la nécessité de développer de nouvelles méthodes adaptées aux filtres possédant des indices de réfraction intermédiaires. La majorité des développements mathématiques en sont évacués au profit du chapitre 3. Il présente aussi les logiciels présentement disponibles pour faire le design des filtres optiques.

Le chapitre 3 reproduit l'article « OpenFilters : open-source software for the design, optimization and synthesis of optical filters » publié dans *Applied Optics*. J'ai développé OpenFilters durant ma maîtrise et mon doctorat. Il a été rendu public en juin 2007 et est disponible sous une licence à code source ouvert. Il implémente les différentes méthodes de design, d'optimisation et de synthèse que j'ai développées durant ma maîtrise et mon

TABLEAU 1.1 – Liste des publications résultant des travaux réalisées dans le cadre de mon doctorat.

<i>Publications dans des journaux avec comité de lecture</i>
Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « Dispersion implementation in optical filter design by the Fourier transform method using correction factors », <i>Applied Optics</i> , vol. 46, no. 30, 2007, p. 7436–7441.
Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « OpenFilters : open-source software for the design, optimization, and synthesis of optical filters », <i>Applied Optics</i> , vol. 47, no. 13, 2008, p. C219–C230.
Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « The step method : A new synthesis method for the design of optical filters with arbitrary indices », soumis à <i>Applied Optics</i> le 12 mai 2008 et accepté le 30 juin 2008.
Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « Optical filters with prescribed optical thickness and refined refractive indices », soumis à <i>Applied Optics</i> le 20 mai 2008 et accepté le 17 juin 2008.
<i>Actes de conférence</i>
Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « A simple way to include dispersion in the design of graded-index optical filters by the fourier transform method », dans <i>Optical Interference Coatings on CD-ROM</i> , p. TuB6, Optical Society of America (Washington, DC), 2004.
S. Larouche et L. Martinu, « A new step method for the synthesis of optical filters with arbitrary indices », dans <i>49th Annual Technical Conference Proceedings</i> , p. 305–308, Society of Vacuum Coaters (Albuquerque, NM), 2006.
Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « Optical filters with constant optical thickness and refined refractive indices », dans <i>Optical Interference Coatings on CD-ROM</i> , p. TuD8, Optical Society of America (Washington, DC), 2007.
Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « OpenFilters : an open source software for the design and optimization of optical coatings », dans <i>Optical Interference Coatings on CD-ROM</i> , p. WB6, Optical Society of America (Washington, DC), 2007.

TABLEAU 1.2 – Liste des publications résultant des travaux réalisées dans le cadre de ma maîtrise.

<i>Publications dans des journaux avec comité de lecture</i>
Daniel Poitras, Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « Design and plasma deposition of dispersion-corrected multiband rugate filters », <i>Applied Optics</i> , vol. 41, no. 25, 2002, p. 5249–5255.
Stéphane Larouche, Hieronim Szymanowski, Jolanta E. Klemberg-Sapieha, Ludvik Martinu et Subhash C. Gujrathi, « Microstructure of plasma-deposited SiO ₂ /TiO ₂ optical films », <i>Journal of Vacuum Science and Technology A</i> , vol. 22, no. 4, 2004, p. 1200–1207.
<i>Actes de conférence</i>
S. Larouche, A. Amassian, S. C. Gujrathi, J. E. Klemberg-Sapieha et L. Martinu, « Multilayer and inhomogeneous optical filters fabricated by PECVD using titanium dioxide and silicon dioxide », dans <i>44th Annual Technical Conference Proceedings</i> , p. 277–281, Society of Vacuum Coaters (Albuquerque, NM), 2001.
Daniel Poitras, Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « Design and plasma-deposition of dispersion-corrected multiband rugate filters », dans <i>Optical Interference Coatings, OSA Technical Digest</i> , p. MB7–1–MB7–3, Optical Society of America (Washington, DC), 2001.
Stéphane Larouche, Aram Amassian, Jolanta Ewa Klemberg-Sapieha et Ludvik Martinu, « Plasma-deposited inhomogeneous optical filters », dans <i>Opto-Canada, SPIE Regional Meeting on Optoelectronics Photonics and Imaging, Proceedings of the SPIE</i> , vol. TD01, p. 488–490, 2002.
S. Larouche, H. Szymanowski, A. Amassian, J.E. Klemberg-Sapieha et L. Martinu, « Microstructure of SiO ₂ /TiO ₂ coatings and their use in graded-index optical filters », dans <i>46th Annual Technical Conference Proceedings</i> , p. 334–338, Society of Vacuum Coaters (Albuquerque, NM), 2003.
Stéphane Larouche, Aram Amassian, Bill Baloukas et Ludvik Martinu, « Turning-point monitoring is not simply optical thickness compensation », dans <i>Optical Interference Coatings on CD-ROM</i> , p. TuE8, Optical Society of America (Washington, DC), 2004.

TABLEAU 1.3 – Liste de mes publications découlant de collaborations.

<i>Publications dans des journaux avec comité de lecture</i>
V. Timoshevskii, M. Côté, G. Gilbert, R. Leonelli, S. Turcotte, J.-N. Beaudry, P. Desjardins, S. Larouche, L. Martinu et R. A. Masut, « Experimental and theoretical studies of the E_+ optical transition in GaAsN alloys », <i>Physical Review B</i> , vol. 74, 2006, p. 165120-1-165120-6.
S. Turcotte, S. Larouche, J.-N. Beaudry, L. Martinu, R. A. Masut, P. Desjardins et R. Leonelli, « Evidence of valence band perturbations in GaAsN/GaAs(001) : A combined variable-angle spectroscopic ellipsometry and modulated photoreflectance investigation », soumis à <i>Physical Review B</i> le 19 avril 2008.
<i>Actes de conférence</i>
M.-A. Raymond, S. Larouche, O. Zabeida, L. Martinu et J. E. Klemberg-Sapieha, « Tribological properties of PECVD optical coatings », dans <i>44th Annual Technical Conference Proceedings</i> , p. 301-305, Society of Vacuum Coaters (Albuquerque, NM), 2001.
O. Zabeida, A. Amassian, S. Larouche, C. Lavigne, J. E. Klemberg-Sapieha, Ludvik Martinu, D. E. Morton, I. C. Stevenson et F. Zimone, « Plasma deposition of anti-reflective coatings on spherical lenses », dans <i>Optical Interference Coatings, OSA Technical Digest</i> , p. WA7-1-WA7-3, Optical Society of America (Washington, DC), 2001.
A. Amassian, S. Larouche, J. E. Klemberg-Sapieha, P. Desjardins et L. Martinu, « <i>In situ</i> ellipsometric study of the initial growth stages of a-TiO ₂ by PECVD », dans <i>44th Annual Technical Conference Proceedings</i> , p. 250-255, Society of Vacuum Coaters (Albuquerque, NM), 2002.
Aram Amassian, Stéphane Larouche, Richard Vernhes, Jolanta Ewa Klemberg-Sapieha, Patrick Desjardins et Ludvik Martinu, « Analysis and control of optical film growth by <i>in situ</i> real-time spectroscopic ellipsometry », dans <i>Opto-Canada, SPIE Regional Meeting on Optoelectronics Photonics and Imaging, Proceedings of the SPIE</i> , vol. TDO1, p. 493-495, 2002.

suite à la page suivante...

TABLEAU 1.3 (suite) – Liste de mes publications découlant de collaborations.

<i>Actes de conférence</i>
B. Baloukas, S. Larouche et L. Martinu, « Playing with light - The quest for new optically variable devices », dans <i>48th Annual Technical Conference Proceedings</i> , p. 381–386, Society of Vacuum Coaters (Albuquerque, NM), 2005.
Bill Baloukas, Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « Use of metameric filters for future interference security image structures », dans <i>Optical Security and Counterfeit Deterrence Techniques VI, Proceedings of the SPIE</i> , vol. 6075, p. 60750T-1–60750T-9, 2006.
S. Turcotte, S. Larouche, J.-N. Beaudry, L. Martinu, R. A. Masut, P. Desjardins et R. Leonelli, « Unexpected valence band perturbations in GaAsN alloys », dans <i>Proceeding of the Thirteenth Canadian Semiconductor Technology Conference</i> , p. 295–296, 2007.

doctorat en plus de quelques méthodes déjà connues. Cet article aurait dû, logiquement, être présenté à la fin de la thèse puisque l'implémentation de OpenFilters a suivi le développement des nouvelles méthodes présentées dans les autres chapitres de la thèse. J'ai cependant décidé de le présenter au début de la thèse puisqu'il passe en revue les approches mathématiques utilisées pour le calcul des propriétés des filtres optiques et que celles-ci sont utiles pour comprendre les chapitre suivants.

Le chapitre 4 reproduit l'article « Dispersion implementation in optical filter design by the Fourier transform method using correction factors » publié dans *Applied Optics*. Il montre comment il est possible, au moyen des deux facteurs de correction, de compenser l'effet de la dispersion de l'indice de réfraction dans la méthode de la transformée de Fourier.

Le chapitre 5 reproduit l'article « Optical filters with prescribed optical thickness and refined refractive indices » accepté par *Applied Optics*. Il propose d'optimiser l'indice de réfraction des couches d'un filtre optique tout en conservant leurs épaisseurs optiques. Cela rend possible le design de filtres constitués uniquement de couches quart d'onde, dont le dépôt est facile à contrôler, tout en laissant une certaine liberté lors du design et en permettant de l'optimiser.

Le chapitre 6 reproduit l'article « The step method : a new synthesis method for the design of optical filters with arbitrary refractive indices » accepté par *Applied Optics*. Cette nouvelle méthode de synthèse a été spécifiquement inventée pour les filtres multicouches possédant des indices de réfraction intermédiaires. Les exemples présentés montrent que cette méthode permet, pour certaines applications, de concevoir des filtres présentant des avantages par rapport à ceux conçus avec les méthodes actuellement utilisées. Le formalisme développé pour la méthode *step* permet aussi de démontrer que, généralement, le filtre optimal pour une application à incidence oblique contient des couches à gradient d'indice.

Enfin, le chapitre 7 fait une synthèse de mes travaux et en tire des conclusions. Il présente aussi quelques recommandations sur les avenues de recherche qui, je crois, devraient être poursuivies par le LARFIS dans la continuité de mon projet.

CHAPITRE 2

REVUE DE LA LITTÉRATURE

Il est impossible, dans un ouvrage de la taille de cette thèse, de répertorier l'ensemble de la littérature sur les filtres optiques. En effet, les filtres optiques constituent une science et une technologie matures et la littérature les concernant est très riche et vaste. Je dois donc me contenter de présenter uniquement les connaissances les plus importantes concernant la conception des filtres optiques qui permettent de comprendre et de justifier mon travail. Malgré son importance, je laisse presque totalement de côté le sujet de la fabrication des filtres optiques. Je n'en parle que pour justifier le développement de nouvelles méthodes de design, d'optimisation et de synthèse de filtres optiques.

Je présente tout d'abord un court historique. Puis, je présente les propriétés optiques des matériaux et la méthode matricielle qui permet de calculer les propriétés optiques des filtres optiques. Ensuite, je montre comment faire le design, l'optimisation et la synthèse des filtres optiques, en m'attardant particulièrement aux filtres possédant des indices intermédiaires ou à gradient d'indice. Enfin, je présente les logiciels existants permettant de concevoir les filtres optiques.

Pour des raisons de simplicité, seul le cas des matériaux isotropes et linéaires est traité. C'est le cas de la grande majorité des filtres optiques, dont tout ceux considérés dans le cadre de mon travail.

J'invite les lecteurs intéressés à approfondir leurs connaissances sur les filtres optiques à consulter les nombreux ouvrages de référence sur le sujet [25–29]. Je recommande aussi les anthologies *Selected Papers on Design of Optical Coatings*, *Selected Papers on Deposition of Optical Coatings* et *Selected Papers on Characterization of Optical Coatings* [30–32] qui regroupent plusieurs des articles les plus importants sur le design, la fabrication et la caractérisation des filtres optiques publiés avant 1990.

2.1 Historique

Il est difficile de déterminer précisément depuis quand l'homme s'intéresse au phénomène d'interférence qui est à la base des filtres optiques. En effet, on peut imaginer que, depuis la nuit des temps, il est fasciné par les magnifiques couleurs des coquillages, des perles et de certains animaux, ainsi qu'aux anneaux de couleur qui apparaissent lorsqu'une couche d'air est coincée entre deux plaques de verre. Ils ont tous pour source le phénomène d'interférence [33–37].

C'est cependant à Robert Hooke qu'on attribue généralement la première description du phénomène d'interférence dans son livre *Micrographia* [38], publié en 1665. Il observe, grâce à un microscope, des anneaux dus à la présence d'une couche d'air entre deux plaques de verre. Ce phénomène est par la suite expliqué par Newton qui l'analyse dans son célèbre livre *Opticks*, publié en 1704 [39]. Ce dernier utilise d'ailleurs ce phénomène, aujourd'hui connu sous le nom d'anneaux de Newton, pour vérifier la qualité des lentilles qu'il fabrique.

Au début du XIX^e siècle, les travaux de Young [40] et de Fresnel [41], qui expliquent les phénomènes d'interférence et de diffraction, convainquent la communauté scientifique de l'époque d'adopter le modèle ondulatoire de la lumière qui était, à ce moment, opposé au modèle corpusculaire. C'est aussi au cours du XIX^e siècle que la théorie de l'électromagnétisme est développée. Ce développement culmine avec la publication d'un ensemble de quatre équations différentielles, aujourd'hui connues sous le nom d'équations de Maxwell, qui, avec les relations constitutives, expliquent le comportement des ondes électromagnétiques [42–44].

C'est probablement Fraunhofer qui, le premier, observe un filtre antireflet lorsqu'en 1816 il étudie l'effet du ternissement sur la transmission des lentilles [45]. Tout comme Lord Rayleigh [46], il attribue l'augmentation de la transmission des lentilles ternies à la présence d'une couche d'indice de réfraction inférieur à la surface de celles-ci. Taylor, en 1891 [47], et Kollmorgen, en 1916 [48], développent un procédé de ternissement contrôlé pour la fabrication de filtres antireflets.

Parallèlement, on assiste durant la seconde moitié du XIX^e siècle et le début du XX^e

siècle au développement des pompes à vide ainsi qu'aux techniques de dépôt sous vide, en particulier l'évaporation et la pulvérisation. Ceux qui désirent en apprendre davantage sur l'histoire de ces développements technologiques peuvent consulter le livre *The Foundations of Vacuum Coating Technology* de Mattox [49] et son impressionnante liste de références.

En 1934, Bauer, qui étudie les propriétés des couches minces d'halogénures, mentionne que celles-ci permettent de diminuer la réflexion [50]. En 1936, Strong produit des filtres antireflets par le dépôt de couches poreuses de fluorures possédant un gradient d'indice de réfraction [51]. C'est lors de la Seconde Guerre mondiale que commence la production à grande échelle des filtres optiques [52]. Les Allemands, les Américains et les Anglais développent, chacun de leur côté, une industrie importante permettant de rendre leurs instruments d'optique plus performants. Chez les Américains, le Department of War évalue que l'application de filtres antireflets sur les instruments d'optiques permet de les utiliser jusqu'à une demi-heure de plus à l'aube et au crépuscule [53].

Jusque dans les années 1950, les filtres optiques sont simples. Ils comptent très peu de couches et les épaisseurs de celles-ci sont habituellement des multiples d'un quart d'onde. Cette simplicité est requise parce que les outils mathématiques pour le calcul des propriétés optiques des filtres optiques sont mal adaptés et que l'absence d'ordinateur rend tous ces calculs fastidieux. Je vous invite à consulter, par exemple, les travaux de Hadley qui présente, en 1947, une équation générale pour calculer la réflexion et la transmission d'un filtre à trois couches [54]. Le design des filtres optiques est alors basé sur des méthodes graphiques telles que l'abaque de Smith [55], le diagramme d'admittance [26], le diagramme de cercle [56] ou la méthode vectorielle [57].

Une triple révolution se produit dans les années 1950. Premièrement, Abelès présente une méthode de calcul faisant appel à des matrices de transfert qui permet de calculer facilement les propriétés d'un filtre optique possédant un nombre quelconque de couches [58]. Cette méthode, présentée plus loin, est encore utilisée aujourd'hui. Deuxièmement, les ordinateurs font leur apparition et permettent de calculer rapidement les propriétés des filtres optiques. Troisièmement, Baumeister montre comment optimiser un filtre optique à l'aide d'un programme informatique [59], donnant ainsi naissance aux techniques modernes de conception de filtres optiques. Depuis ce moment, des méthodes de design, d'optimisation

et de synthèse de plus en plus performantes, ainsi que des ordinateurs de plus en plus rapides, permettent de concevoir des filtres optiques toujours plus complexes.

Les lecteurs intéressés à en savoir davantage sur les débuts des filtres optiques peuvent consulter le résumé qu'en a fait Macleod [60], ainsi que les références citées par celui-ci. Ceux qui désirent en lire davantage sur l'historique de l'utilisation des outils informatiques pour le design et la fabrication des filtres optiques peuvent consulter un article de synthèse de Dobrowolski [61].

2.2 Propriétés optiques des matériaux

La lumière est une onde électromagnétique constituée d'un champ électrique et d'un champ magnétique qui sont gouvernés par les équations de Maxwell et les relations constitutives. Puisque le champ électrique et le champ magnétique sont reliés, on peut en exprimer qu'un seul ; dans le domaine de l'optique, on choisit habituellement d'exprimer seulement le champ électrique.

En l'absence de charge isolée et de courant, une onde électromagnétique se propageant dans un milieu peut être décomposée en une série d'ondes planes tel que

$$\vec{E} = E \hat{e} e^{i[\omega t - (2\pi N/\lambda)z]} = E \hat{e} e^{-(2\pi k/\lambda)z} e^{i[\omega t - (2\pi n/\lambda)z]}, \quad (2.1)$$

où $\vec{E}$ est le champ électrique, E son amplitude, $\hat{e}$ la direction de polarisation, λ la longueur d'onde dans le vide, $\omega = 2\pi c/\lambda$ la pulsation de l'onde, t le temps, z la direction de propagation et N l'indice de réfraction du matériau. On voit bien que la propagation de l'onde dans le matériau est gouvernée par l'indice de réfraction de celui-ci,

$$N = n - ik. \quad (2.2)$$

La partie réelle de l'indice de réfraction, n , est la diminution relative de la vitesse de la lumière dans le matériau par rapport à celle dans le vide, pour lequel $N = 1$. La partie imaginaire de l'indice de réfraction, k , est quant à elle reliée à l'atténuation de l'onde à l'intérieur du matériau.

Les filtres optiques sont principalement conçus avec des matériaux transparents, c'est-à-dire des matériaux pour lesquels $k \approx 0$. La partie réelle de l'indice de réfraction de ces

matériaux est généralement comprise entre 1,35 et 2,6 [16, 62]. Il est aussi possible, pour certaines applications, d'utiliser des matériaux absorbants. Par exemple, les métaux dans lesquels $n \ll k$ sont d'excellents réflecteurs.

L'indice de réfraction d'un matériau est relié aux propriétés électromagnétiques fondamentales de celui-ci par

$$N = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0} - i\frac{\mu\sigma}{\omega\epsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\epsilon_r\mu_r - i\frac{\mu_r\sigma}{\omega\epsilon_0}}, \quad (2.3)$$

où ϵ , μ et σ sont la permittivité, la perméabilité et la conductivité du matériau, ϵ_0 et μ_0 sont la permittivité et la perméabilité du vide alors que

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (2.4)$$

et

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (2.5)$$

sont la permittivité et la perméabilité relatives du matériau.

L'interaction entre l'onde électromagnétique et le matériau est due à l'interaction entre le champ électrique et les charges présentes dans le matériau ; elle est donc reliée à la structure de bande du matériau. L'étude de la structure de bande des matériaux est totalement hors du cadre de cette thèse. Si vous êtes intéressé à en savoir davantage sur le lien entre la structure électronique des matériaux et leurs propriétés optiques, je vous invite à consulter un livre de physique du solide, comme celui de Ashcroft et Mermin [63]. Il est cependant important de savoir que la densité des états électroniques dépend de l'énergie. L'interaction entre l'onde électromagnétique et le matériau dépend donc de l'énergie – qui est reliée à la longueur d'onde – de l'onde. Cette variation donnant naissance à la dispersion, on l'appelle habituellement la dispersion de l'indice de réfraction.

Le respect des équations de Maxwell impose aussi que le rapport entre le champ magnétique et le champ électrique à l'intérieur d'un matériau soit égal à l'admittance du matériau,

$$y = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}. \quad (2.6)$$

L'admittance du vide est

$$\gamma = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}. \quad (2.7)$$

Lorsque l'interaction magnétique entre l'onde et le matériau est négligeable, $\mu_r = 1$ et

$$N = \frac{\gamma}{\gamma}. \quad (2.8)$$

C'est presque toujours le cas aux fréquences optiques, particulièrement dans les matériaux utilisés pour fabriquer les filtres optiques. Pour cette raison, on utilise souvent indistinctement l'indice de réfraction et l'admittance dans la littérature sur les filtres optiques. C'est d'ailleurs le cas dans cette thèse¹.

Pour une discussion plus complète de la relation entre les équations de Maxwell, les relations constitutives et les propriétés optiques des matériaux et des couches minces (présentées à la section suivante), je vous invite à consulter les livres de Macleod [26] ou de Born et Wolf [25], ou encore mon mémoire de maîtrise [19].

2.3 Propriétés optiques des couches minces

En l'absence de charge et de courant à l'interface entre deux matériaux, la composante tangentielle à l'interface des champs électrique et magnétique doit être continue pour respecter les équations de Maxwell. Lorsqu'une onde lumineuse rencontre une telle interface, cette condition, conjuguée à l'impédance de chaque matériau qui dicte le rapport entre les champs magnétique et électrique, impose qu'une partie de l'onde soit réfléchi et qu'une partie soit transmise. Les coefficients de réflexion, r , et de transmission, t , en amplitude

1. Je vous invite cependant à faire preuve de prudence dans l'application des formules présentées dans cette thèse et dans la littérature reliée aux filtres optiques pour certaines nouvelles applications. Par exemple, si on voulait les appliquer aux métamatériaux à indice de réfraction négatif, dans lesquels $\mu_r < 0$, il serait indispensable de faire la distinction entre N et γ . Les conditions de continuité à une interface sont reliées à l'impédance des matériaux alors que l'angle de propagation et le déphasage dans une couche sont reliés à l'indice de réfraction. Il faut donc utiliser l'admittance pour calculer les coefficients de réflexion et de transmission de Fresnel et dans l'approche matricielle, qui sont présentés dans les pages qui suivent, mais utiliser l'indice de réfraction pour calculer l'angle de propagation et le déphasage dans la couche.

sont donnés par les équations de Fresnel,

$$r = \frac{\eta_{\text{inc}} - \eta_{\text{ex}}}{\eta_{\text{inc}} + \eta_{\text{ex}}} \quad (2.9)$$

et

$$t = \frac{2\eta_{\text{inc}}}{\eta_{\text{inc}} + \eta_{\text{ex}}}, \quad (2.10)$$

où η_{inc} et η_{ex} sont, respectivement, les pseudo-indices de réfraction du milieu d'incidence et du milieu d'émergence (*exit medium*).

Il est intéressant de noter que t est toujours positif, indiquant que l'onde ne subit aucun déphasage lors de la transmission à une interface. Par contre, r peut être positif ou négatif. Si $\eta_{\text{inc}} > \eta_{\text{ex}}$, r est positif, indiquant qu'il n'y a aucun déphasage lors de la réflexion. Si $\eta_{\text{inc}} < \eta_{\text{ex}}$, r est négatif et il y a un déphasage de π lors de la réflexion.

À l'interface entre les deux matériaux, une onde de polarisation quelconque peut être décomposée en une onde dont le champ électrique est dans le plan d'incidence et une onde dont le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence, c'est-à-dire les polarisations p et s (de l'allemand *parallel* (parallèle) et *senkrecht* (perpendiculaire)). Les pseudo-indices de réfraction pour les polarisations s et p dans le matériau i , obtenus par la projection des champs électrique et magnétique sur l'interface, sont

$$\eta_i = \begin{cases} N_i \cos \theta_i & \text{polarisation s,} \\ N_i / \cos \theta_i & \text{polarisation p,} \end{cases} \quad (2.11)$$

où θ_i est l'angle de propagation dans le matériau. Ce dernier est déterminé par la loi de Snell-Descartes selon laquelle $N_i \sin \theta_i$ est constant dans toutes les couches.

Les coefficients de réflexion et de transmission en irradiance, qui correspondent respectivement à la fraction de l'énergie transportée par l'onde lumineuse qui est réfléchie et celle qui est transmise, sont

$$R = rr^* \quad (2.12)$$

et

$$T = \frac{\text{Re } \eta_{\text{inc}}}{\text{Re } \eta_{\text{ex}}} tt^*. \quad (2.13)$$

Dans un système de couches minces impliquant plusieurs interfaces, il faut considérer la réflexion et la transmission à chacune de ces interfaces ainsi que le déphasage que subit l'onde dans chacune des couches. Les réflexions et transmissions multiples provenant des différentes interfaces interfèrent et il est possible de calculer la réflexion ou la transmission de l'ensemble par des formules récursives [29].

Abelès a montré que l'on peut aussi représenter chaque couche par une matrice caractéristique 2×2 [58]. Cette représentation est basée sur la continuité de la composante tangentielle des champs électrique et magnétique aux interfaces. La matrice établit le rapport entre ces composantes aux deux extrémités d'une couche en considérant le déphasage que l'onde subit dans la couche. La $i^{\text{ème}}$ couche d'un filtre est représentée par la matrice

$$M_i = \begin{bmatrix} \cos \phi_i & (i/\eta_i) \sin \phi_i \\ i\eta_i \sin \phi_i & \cos \phi_i \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

où η_i est le pseudo-indice de réfraction de la couche,

$$\phi_i = \frac{2\pi}{\lambda} d_i N_i \cos \theta_i \quad (2.15)$$

est le déphasage subit dans la couche et d_i est son épaisseur.

La réflexion et la transmission en amplitude d'un empilement de couches minces sont

$$r = \frac{\eta_{\text{inc}} - C/B}{\eta_{\text{inc}} + C/B} \quad (2.16)$$

et

$$t = \frac{2\eta_{\text{inc}}}{\eta_{\text{inc}}B + C}, \quad (2.17)$$

où

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \left(\prod_{i=q}^1 M_i \right) \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_{\text{ex}} \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

et q est le nombre de couches. Le produit est effectué en ordre décroissant puisque les matrices des couches supérieures doivent être multipliées à gauche.

L'article « OpenFilters : open-source software for the design, optimization, and synthesis of optical filters », reproduit au chapitre 3, présentant en détail le calcul des propriétés des filtres optiques, je vous invite à vous y référer plutôt que de le reproduire ici.

2.4 Couches quart d'onde, demi-onde et quelques designs simples

Avant l'arrivée des ordinateurs, le design des filtres optiques reposait essentiellement sur quelques blocs fondamentaux possédant des propriétés facilement compréhensibles. Les filtres étaient surtout constitués de couches quart d'onde et demi-onde, c'est-à-dire des couches dont les épaisseurs sont, respectivement, $\lambda_0/4n_0$ et $\lambda_0/2n_0$, où λ_0 est la longueur d'onde à laquelle le design est défini et n_0 la partie réelle de l'indice de réfraction de la couche à λ_0 . Encore aujourd'hui, plusieurs applications sont basées sur de telles couches.

Le déphasage subi par l'onde lumineuse lors d'un aller-retour dans une couche quart d'onde est de π . Dépendamment si l'indice de réfraction de la couche est inférieur ou supérieur à celui des couches avoisinantes, l'onde subit à chaque interface un déphasage de 0 ou π . La différence de phase entre la réflexion à la première interface et celle à la deuxième est donc de π ou de 2π , ce qui permet d'obtenir une interférence maximale destructive ou constructive. Les couches quart d'onde sont ainsi à la base de plusieurs filtres antireflets et réflecteurs. La figure 2.1 montre un filtre antireflet constitué de deux couches quart d'onde à 550 nm. La figure 2.2 montre quant à elle un filtre réflecteur constitué d'un empilement de couches quart d'onde à 550 nm.

Le déphasage subi par l'onde lumineuse lors d'un aller-retour dans une couche demi-onde est de 2π et, peu importe l'indice de réfraction des matériaux qui l'entourent, la couche demi-onde n'affecte aucunement la réflexion et la transmission à λ_0 . On pourrait penser que cela la rend inintéressante, or c'est le contraire. En effet, bien qu'elle n'affecte pas les performances du filtre à λ_0 , elle affecte ses performances ailleurs dans le spectre. Comme le montre la figure 2.1, on peut, par exemple, ajouter une couche demi-onde dans un filtre antireflet pour élargir son domaine d'efficacité sans affecter sa réflexion à la longueur d'onde centrale.

2.5 Incidence oblique

Telles que présentées à la section 2.3, à incidence oblique, les conditions de continuité aux interfaces ne sont pas identiques pour les polarisations s et p. Ceci amène à définir des pseudo-indices de réfraction pour chacune des deux polarisations.

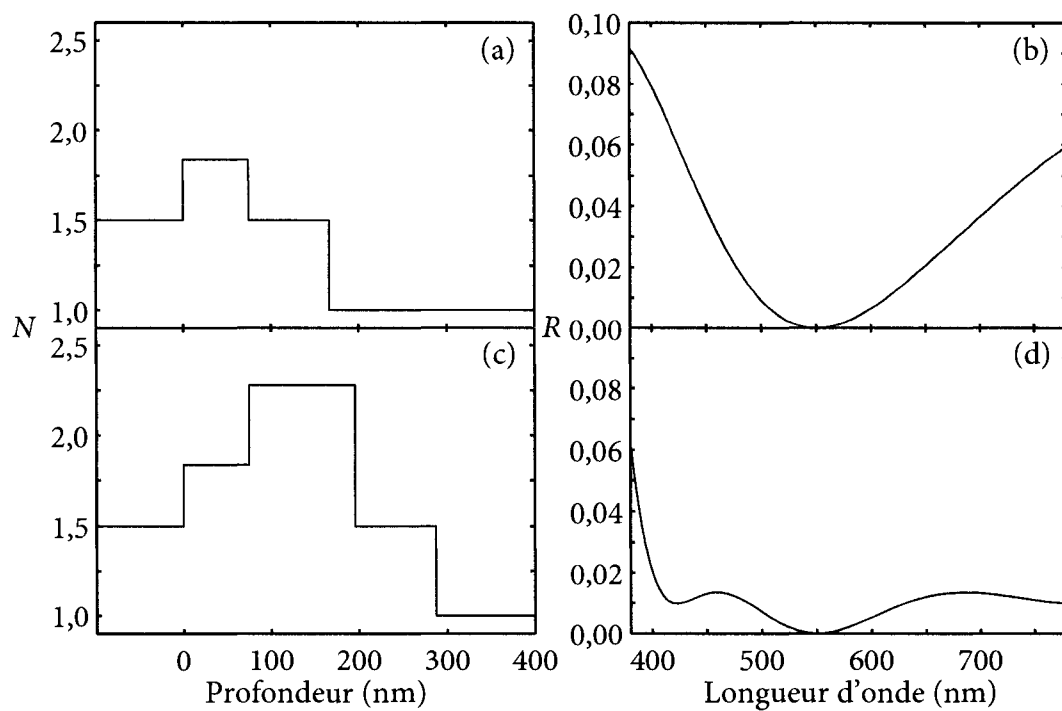


FIGURE 2.1 – Profil d'indice (gauche) et spectre de réflexion (droite) de filtres antireflets possédant deux couches quart d'onde (haut) ou deux couches quart d'onde et une couche demi-onde (bas).

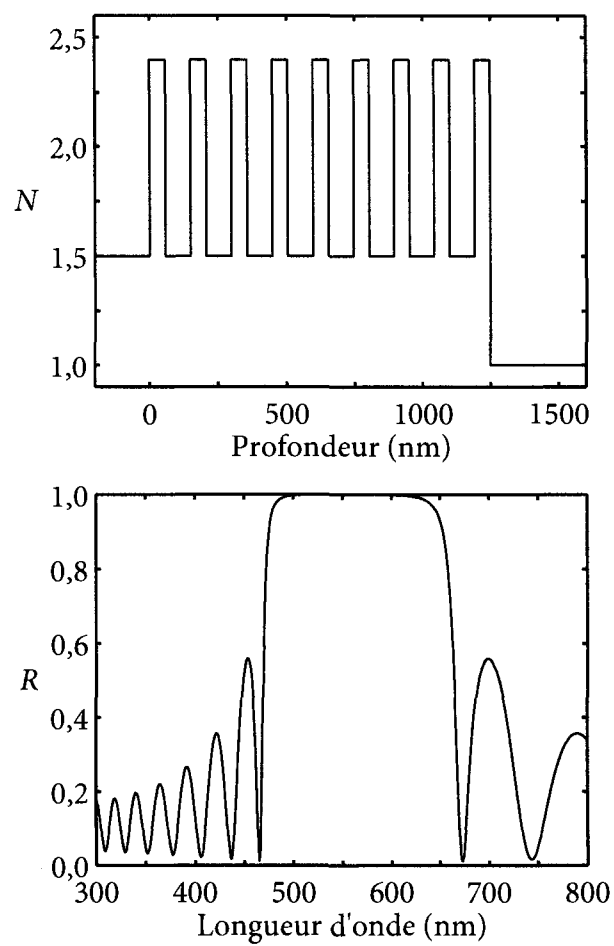


FIGURE 2.2 – Profil d'indice (haut) et spectre de réflexion (bas) d'un réflecteur constitué d'un empilement de couches quart d'onde.

L'angle de propagation dans un matériau et le pseudo-indice de réfraction de celui-ci dépendent de son indice de réfraction ainsi que de l'angle d'incidence et de l'indice de réfraction du milieu d'incidence. La figure 2.3 présente le pseudo-indice de réfraction d'un matériau en fonction de l'indice de réfraction de celui-ci pour deux milieux d'incidence et quelques angles d'incidence.

On voit sur cette figure que les pseudo-indices de réfraction pour les polarisations s et p possèdent des comportements très différents. Celui pour la polarisation s augmente monotonement alors que celui pour la polarisation p présente un minimum. Si l'angle d'incidence est élevé, ou même pour de relativement faibles angles d'incidence si le milieu d'incidence possède un indice de réfraction élevé, ce minimum se trouve à l'intérieur de la gamme d'indices de réfraction des matériaux utilisés pour la fabrication des filtres optiques. De plus, le contraste entre les pseudo-indices de réfraction augmente avec l'angle d'incidence pour la polarisation s alors qu'il diminue habituellement pour la polarisation p.

Pour la polarisation p, il existe des paires d'indices de réfraction pour lesquelles les pseudo-indices de réfraction sont identiques. Il n'y a aucune réflexion à l'interface entre deux matériaux dans cette condition, qui correspond à l'angle de Brewster.

À incidence oblique, si N est petit, η n'est pas représenté sur la figure 2.3. Dans ces conditions, le pseudo-indice de réfraction est imaginaire et la lumière ne peut se propager dans le matériau. L'angle à partir duquel le pseudo-indice de réfraction est imaginaire pour un indice de réfraction donné est appelé angle critique. Si l'angle d'incidence est égal ou supérieur à l'angle critique, il y a réflexion totale interne. Si la couche est mince et est suivie d'un matériau possédant un indice de réfraction permettant une onde propageante, il y a transmission tunnel et on dit que la réflexion totale interne est frustrée.

La différence entre les pseudo-indices de réfraction pour les polarisations s et p rend difficile la conception d'un dispositif indépendant de la polarisation. Par contre, cette propriété est utile pour concevoir des filtres dépendant de la polarisation. Un bon exemple est le polariseur de MacNeille qui consiste en un empilement de couches quart d'onde de deux matériaux possédant le même pseudo-indice de réfraction pour la polarisation p [64, 65]. Ainsi, la lumière de polarisation p est totalement transmise alors que la lumière

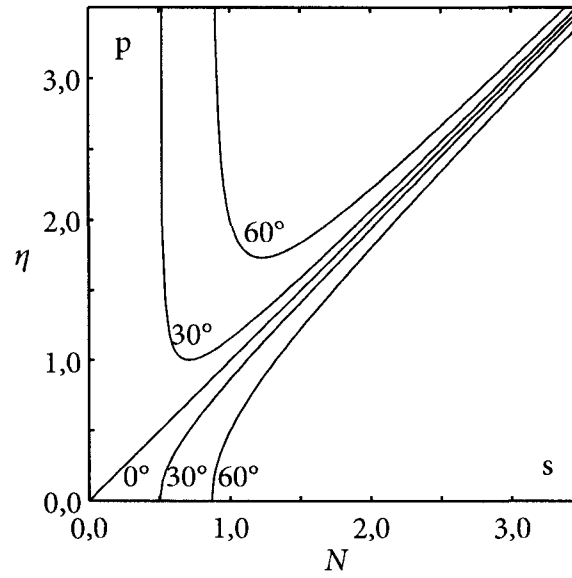
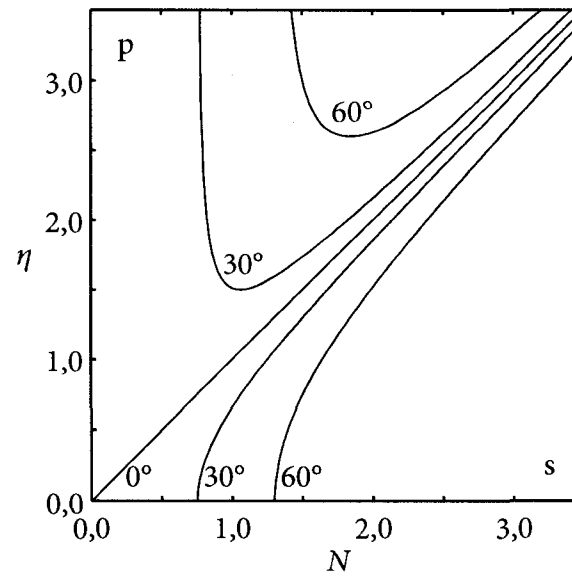
(a) Milieu d'incidence air ($N_{\text{inc}} = 1$)(b) Milieu d'incidence verre ($N_{\text{inc}} = 1,5$)

FIGURE 2.3 – Pseudo-indices de réfraction pour les polarisations s et p et quelques angles d'incidence dans (a) l'air et (b) le verre.

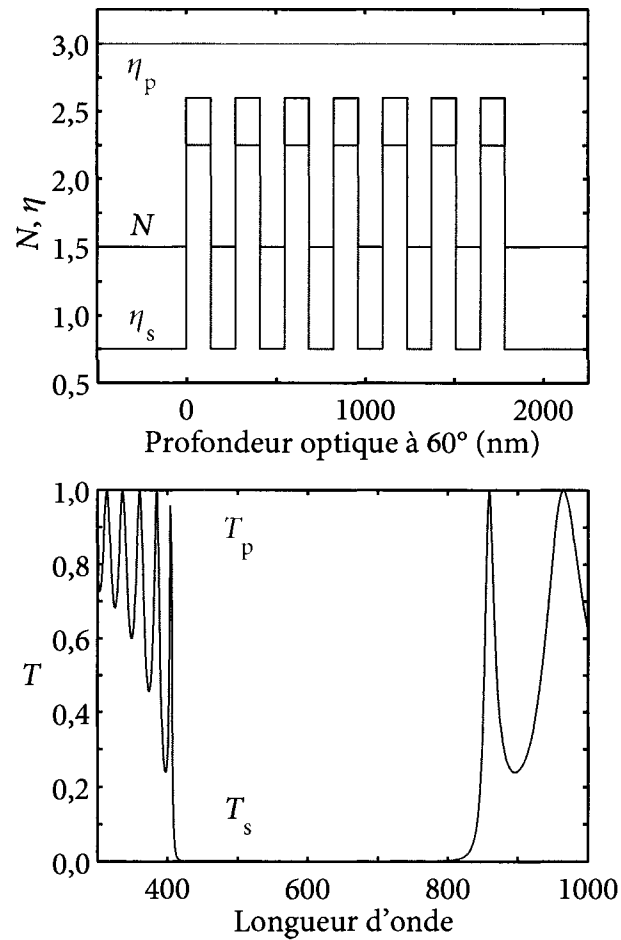


FIGURE 2.4 – Profil d'indice de réfraction et de pseudo-indice de réfraction et spectres de transmission pour les polarisations s et p d'un polariseur de MacNeille.

de polarisation s est presque totalement réfléchi. La figure 2.4 montre le profil d'indice de réfraction et de pseudo-indice de réfraction ainsi que le spectre de transmission d'un polariseur de MacNeille fonctionnant à 60° , centré autour de 550 nm et intercalé entre deux prismes de verre ($N = 1,5$). Ce filtre sépare les polarisations s et p dans presque tout le visible.

2.6 Filtres Fabry-Pérot

Une application importante des filtres optiques est la sélection d'une gamme étroite du spectre lumineux. On utilise les filtres à bande étroite autant dans les réseaux de télécommunication pour isoler les canaux dans un système de multiplexage en longueur d'onde qu'en astronomie pour isoler une raie d'émission ou d'absorption d'un objet céleste.

Comme le montre la figure 2.5, ce type de filtre est conçu comme un interféromètre Fabry-Pérot [66], c'est-à-dire par la création d'une cavité résonante demi-onde entre deux miroirs qui sont des empilements de couches quart d'onde. Le spectre de transmission d'un filtre Fabry-Pérot est, près de la longueur d'onde centrale, une fonction d'Airy dont la finesse est contrôlée par la puissance des miroirs et l'ordre de la cavité.

L'utilisation de plusieurs cavités permet de modifier la forme de la bande de transmission, qu'on désire habituellement carrée. Le design des filtres à bande étroite multicavité nécessite l'utilisation de méthodes sophistiquées [67–73] que je ne présente pas dans ce document, sauf une manière élégante proposée par Verly [74] qui sera présentée au chapitre 5.

2.7 Problème inverse

Il est facile de calculer les propriétés optiques d'un filtre optique lorsqu'on connaît l'épaisseur et l'indice de réfraction des couches qui le composent. Cependant, le problème inverse – déterminer quel empilement de couches produit les propriétés optiques désirées – n'a pas de solution analytique, sauf dans certains cas simples.

De plus, à l'exception de quelques cas comme ceux présentés aux sections précédentes, il est impossible de concevoir un filtre respectant les spécifications d'une application donnée seulement en empilant des couches quart d'onde et demi-onde. Il devient alors difficile de comprendre l'effet de chaque couche sur les propriétés optiques du filtre. Il est pratiquement impossible de concevoir un tel filtre sans l'aide d'un logiciel approprié permettant d'optimiser ou de synthétiser le filtre pour le rendre conforme aux spécifications.

Dans les pages qui suivent, j'explique tout d'abord comment optimiser les filtres optiques puis je présente quelques méthodes utilisées pour en faire la synthèse.

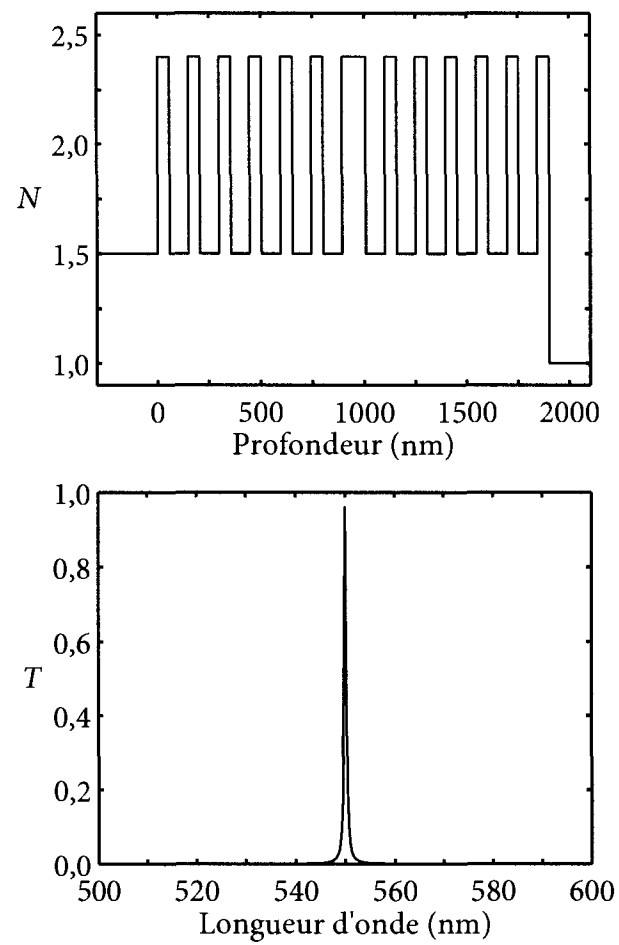


FIGURE 2.5 – Profil d'indice de réfraction (haut) et spectre de transmission (bas) d'un filtre Fabry-Pérot.

2.7.1 Optimisation des filtres optiques (*refinement*)

L'optimisation des filtres optiques est habituellement appelée *refinement* [59, 75]. Le *refinement* consiste à varier l'épaisseur et, lorsque c'est approprié, l'indice de réfraction des couches pour minimiser une fonction de mérite (*merit function*, MF) [76]. Dans ce travail, j'utilise

$$\text{MF} = \chi^2 = \sum_j \left(\frac{B_j - \tilde{B}_j}{\Delta B_j} \right)^2, \quad (2.19)$$

où B_j sont les propriétés du filtre, $\tilde{B}_j$ sont les spécifications à respecter et ΔB_j sont les tolérances sur ces spécifications. Il est possible d'optimiser le filtre par rapport à n'importe quelle propriété calculable à partir des paramètres du filtre. Les propriétés les plus régulièrement considérées sont la réflexion, la transmission, les propriétés dispersives comme le temps de propagation de groupe (*group delay*, GD) ou la dispersion du temps de propagation de groupe (*group delay dispersion*, GDD) ou encore la couleur du filtre.

Pour effectuer le *refinement*, il faut tout d'abord fournir un design initial. Cette étape repose sur les connaissances et l'expérience de la personne chargée de la conception du filtre. Par la suite, on utilise un algorithme d'optimisation pour minimiser MF. Cette étape consiste à ajuster de manière itérative les paramètres du filtre jusqu'à ce qu'on arrive à un minimum de MF.

Un grand nombre d'algorithmes d'optimisation ont été utilisés avec succès pour faire le *refinement* des filtres optiques [77, 78]. Les plus populaires sont les méthodes des moindres carrés amortis (*damped least squares*) et les méthodes de deuxième ordre. Les méthodes des moindres carrés amortis, comme la méthode de Levenberg-Marquardt [79], utilisent uniquement les dérivées premières. Elles peuvent indiquer dans quelle direction modifier les paramètres pour réduire MF, mais ne peuvent prévoir de quelle valeur il faut les modifier pour trouver le minimum. Il est donc nécessaire de faire un grand nombre de petites itérations. Les méthodes de deuxième ordre [75, 80], comme la méthode de Newton, font intervenir les dérivées secondes et convergent donc habituellement en moins d'itérations. Cependant, pour un système de m paramètres (par exemple les épaisseurs de m couches), il y a m^2 dérivées secondes alors qu'il n'y a que m dérivées premières. Souvent, la diminution du nombre d'itérations ne compense pas le temps supplémentaire nécessaire pour calculer

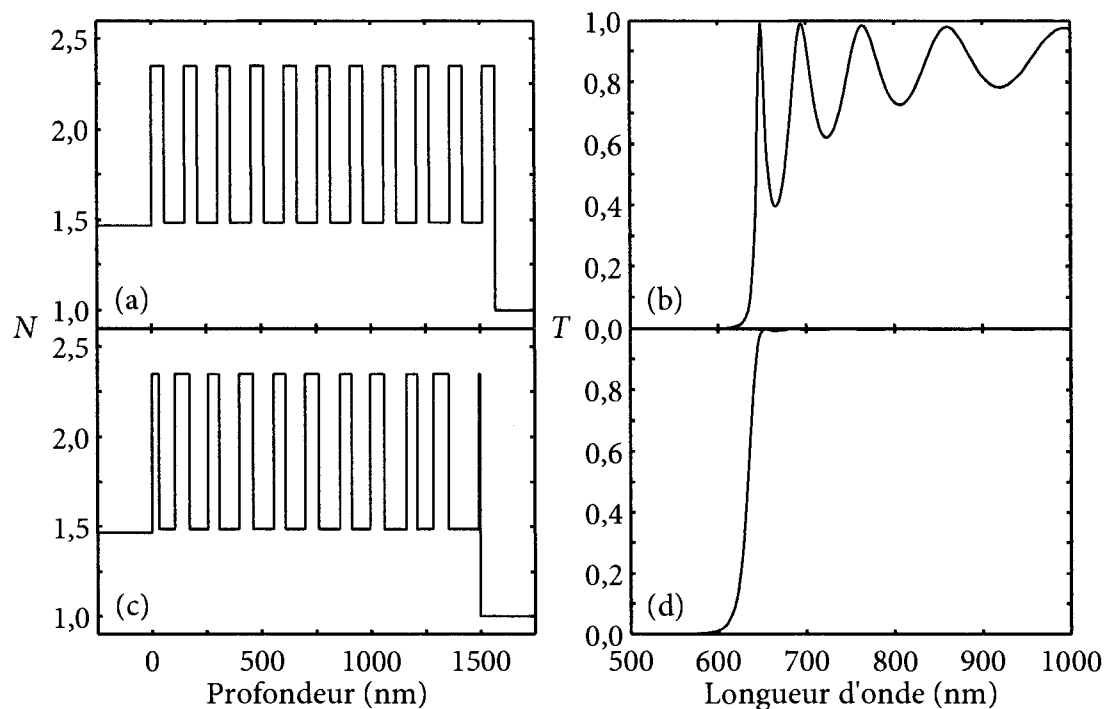


FIGURE 2.6 – *Refinement* d'un filtre passe-bas : profil d'indice et spectre de transmission du design initial (haut) et du filtre optimisé (bas).

toutes ces dérivées.

Le calcul des dérivées nécessaires au *refinement* peut se faire de manière numérique [75, 81, 82], mais il est plus rapide et plus exact de le faire de manière analytique [14, 83–86]. Les dérivées de la réflexion et de la transmission sont présentées à la section 3.3.4.

La figure 2.6 montre l'utilisation du *refinement* dans la conception d'un filtre passe-bas. Le but est d'obtenir la plus petite transmission possible en dessous de 600 nm et la plus grande transmission possible au-dessus de 650 nm. Le design initial, un empilement de couches quart d'onde, possède la bonne transmission en dessous de 600 nm, mais présente des oscillations dans la bande passante. Après le *refinement*, ces oscillations sont éliminées.

Il est important de noter que le *refinement* ne permet que de trouver un minimum local. Si le design initial est suffisamment prêt du minimum global, le *refinement* peut le trouver, mais rien ne le garantit. Il est donc important de choisir un design initial approprié [87].

2.7.2 Méthodes de synthèse

Souvent, même après le *refinement*, le filtre ne respecte pas les spécifications. De plus, il est souvent difficile de fournir un design initial satisfaisant. Dans ces cas, il faut s'en remettre à une méthode de synthèse. Ces méthodes créent des filtres dont il est difficile de comprendre le fonctionnement, mais permettent de trouver des solutions à tous les problèmes physiquement raisonnables.

Plusieurs méthodes de synthèse existent et elles ont été comparées à plusieurs reprises dans la littérature [88–90]. Je présente ici les plus importantes et celles que j'ai évaluées pour la conception des filtres à gradient d'indice ou possédant des indices de réfraction intermédiaires. Des absents dignes de mention sont la méthode de Rouard et les méthodes couche-par-couche [91–93].

2.7.2.1 Recherche globale

Une méthode de synthèse facile à concevoir et à programmer est l'utilisation de la force brute, habituellement appelée recherche globale dans le contexte des filtres optiques [75, 94, 95]. Elle consiste à faire varier l'ensemble des paramètres d'un filtre optique dans un certain domaine et à choisir la combinaison donnant la plus petite MF. Cette combinaison est habituellement optimisée par la suite. On peut faire varier les paramètres de manière systématique pour tester toutes les combinaisons possibles, ou alors de manière aléatoire, ce qui est pratiquement aussi efficace. Dans le premier cas, il faut s'assurer que le pas de chaque paramètre soit suffisamment petit pour ne pas rater un minimum. Dans le second cas, il faut tester un grand nombre de combinaisons pour s'assurer de couvrir l'ensemble de l'espace des paramètres.

Cette méthode est simple et très efficace puisqu'elle permet de trouver le minimum global. Cependant, elle est rarement utilisée puisqu'elle nécessite une quantité monstrueuse de calculs, particulièrement lorsque le nombre de paramètres est élevé.

2.7.2.2 Méthode *flip-flop*

Dans la méthode *flip-flop* [96, 97], le filtre est tout d'abord divisé en un grand nombre de sous-couches. Ensuite, le matériau de chaque sous-couche est choisi séquentiellement. On teste l'ensemble des matériaux disponibles et on choisit celui qui donne la plus petite MF. Ce traitement est effectué à répétition sur toutes les sous-couches jusqu'à ce que la solution se stabilise, normalement après quelques passages. Les couches adjacentes identiques sont alors fusionnées et le filtre est finalement optimisé.

Cette méthode a été populaire à la fin des années 1980 et au début des années 1990, mais a par la suite été supplantée par la méthode *needle*, présentée plus loin.

2.7.2.3 Algorithmes génétiques

Une autre approche m'apparaissant intéressante est l'utilisation d'algorithmes génétiques qui imitent le processus darwinien de l'évolution [98–100]. La première étape consiste à choisir le nombre de couches et à générer une série d'individus (filtres) en variant aléatoirement l'épaisseur (et l'indice de réfraction, si c'est approprié) des couches. Par la suite, les individus les mieux adaptés (ceux qui donnent la plus petite MF) sont combinés, habituellement deux par deux, pour obtenir des enfants qui – on espère – retiendront certaines propriétés des parents. Des mutations aléatoires sont aussi ajoutées.

Étant donné l'interaction complexe entre l'effet des différentes couches d'un filtre optique, il est difficile d'établir des gènes assurant la transmission du phénotype des parents aux enfants. Martin [98] propose de tout simplement faire la moyenne des épaisseurs optiques et des indices de réfraction des couches des parents. Rickers [100] propose de choisir, au hasard, de quel parent l'enfant hérite l'épaisseur de chaque couche. Dans les deux cas, il est fort probable que les enfants ne retiennent pas le phénotype des parents, surtout si les deux parents ont un génotype très éloigné.

Pour éviter ces difficultés, on peut concevoir un mécanisme complexe où chaque individu peut se reproduire avec chaque autre individu puis seulement l'enfant le plus adapté de chaque famille survit [101, 102]. Cette façon de faire semble assez efficace.

Étant donné la relation approximative de transformée de Fourier qui existe entre le

profil d'indice et le spectre du filtre, une avenue qui pourrait être intéressante serait de multiplier les profils d'indice lors de la reproduction. On pourrait, par exemple, utiliser des fonctions orthogonales comme gènes et prendre la moyenne de leurs amplitudes lors de la reproduction.

2.7.2.4 Méthode *needle*

La méthode *needle* est très puissante et est la plus largement utilisée pour faire la synthèse des filtres optiques. Elle a été inventée en 1982 par Tikhonravov [103], mais n'est largement utilisée que depuis le milieu des années 1990 [3, 82]. Dans cette méthode, lorsqu'il est impossible de diminuer MF par *refinement*, on ajoute des couches supplémentaires infinitésimalement minces, appelées *needles*, aux positions optimales pour pouvoir continuer l'optimisation. L'épaisseur de ces couches est ensuite optimisée par *refinement*. Ce processus est répété jusqu'à l'obtention d'un filtre satisfaisant.

La position optimale pour l'ajout des *needles* est déterminée en calculant la dérivée de MF par rapport à l'épaisseur d'une couche d'épaisseur infinitésimale en fonction de la position où cette couche est ajoutée. Si la dérivée est négative, il est favorable d'ajouter une couche supplémentaire puisque si son épaisseur augmente, MF diminue. La dérivée est calculée pour tous les matériaux disponibles et, à chaque position, celui qui donne la plus petite dérivée est choisi. On ajoute habituellement un *needle* à la fois, là où la dérivée de MF est la plus petite. Le développement mathématique de la méthode *needle* est présenté à la section 3.3.5.1.

Lorsqu'il n'y a plus aucun endroit dans le filtre où la dérivée de MF est négative, il est impossible d'ajouter un *needle* supplémentaire. Le filtre ne peut plus être amélioré par cette méthode. Si, à ce moment, le filtre ne respecte pas les spécifications, il faut tenter sa chance avec un autre design initial. On utilise souvent comme design initial pour la méthode *needle* une seule couche dont on ajuste l'épaisseur pour concevoir le filtre le plus mince possible.

La figure 2.7 montre le processus de création d'un filtre par la méthode *needle*. Le but est d'obtenir une variation linéaire de la transmission de 400 nm à 1000 nm. Le design initial est tout simplement une couche de 1000 nm de TiO_2 dans laquelle on ajoute des

needles de SiO_2 . Au fur et à mesure de l'addition de *needles*, on voit que le spectre du filtre se rapproche des spécifications. À la sous-figure (g), on remarque que la dérivée de MF est positive en tout point dans le filtre, il est donc impossible d'ajouter un *needle* supplémentaire. Le filtre est, de toute manière, déjà très près de l'objectif.

Étant donné son fonctionnement, la méthode *needle* génère souvent des designs possédant plusieurs couches très minces qui représentent un défi lors de la fabrication. Cependant, les techniques de dépôt modernes, bien contrôlées, permettent de déposer des filtres très sophistiqués [104].

Verly a proposé une modification à la méthode *needle* permettant de concevoir des filtres possédant des indices de réfraction intermédiaires [14]. Plutôt que d'essayer d'ajouter des *needles* de seulement quelques matériaux avec des indices discrets, il propose de trouver l'indice de réfraction donnant la plus petite dérivée de MF et d'optimiser à la fois l'épaisseur et l'indice de réfraction des couches. On peut se poser des questions sur la stabilité numérique des modifications proposées par Verly. En effet, dans la méthode originale, l'ajout d'un *needle* entraîne l'ajout de deux paramètres à l'optimisation (une couche en devient trois), alors que l'ajout d'un *needle* dans la méthode modifiée de Verly entraîne l'ajout de quatre nouveaux paramètres puisque l'indice de réfraction des couches est aussi optimisé.

2.7.2.5 Rôle de l'épaisseur optique et évolution graduelle

La méthode *needle* et les autres méthodes de synthèse nécessitent un design initial, qui est au minimum une seule couche d'épaisseur optique appropriée. En effet, pour chaque problème de synthèse, il existe une épaisseur optique minimale permettant de concevoir un filtre respectant les spécifications [105]. Verly a proposé une méthode, utilisant la transformée de Fourier, qui permet d'évaluer cette épaisseur [106, 107]. Cependant, cette méthode est approximative et n'est applicable qu'aux problèmes dans lesquels les objectifs sont donnés en terme de réflexion ou de transmission. La personne chargée de concevoir un filtre optique doit donc s'en remettre à son expérience, ou essayer plusieurs épaisseurs optiques pour déterminer à partir de quelle épaisseur un design satisfaisant peut être obtenu.

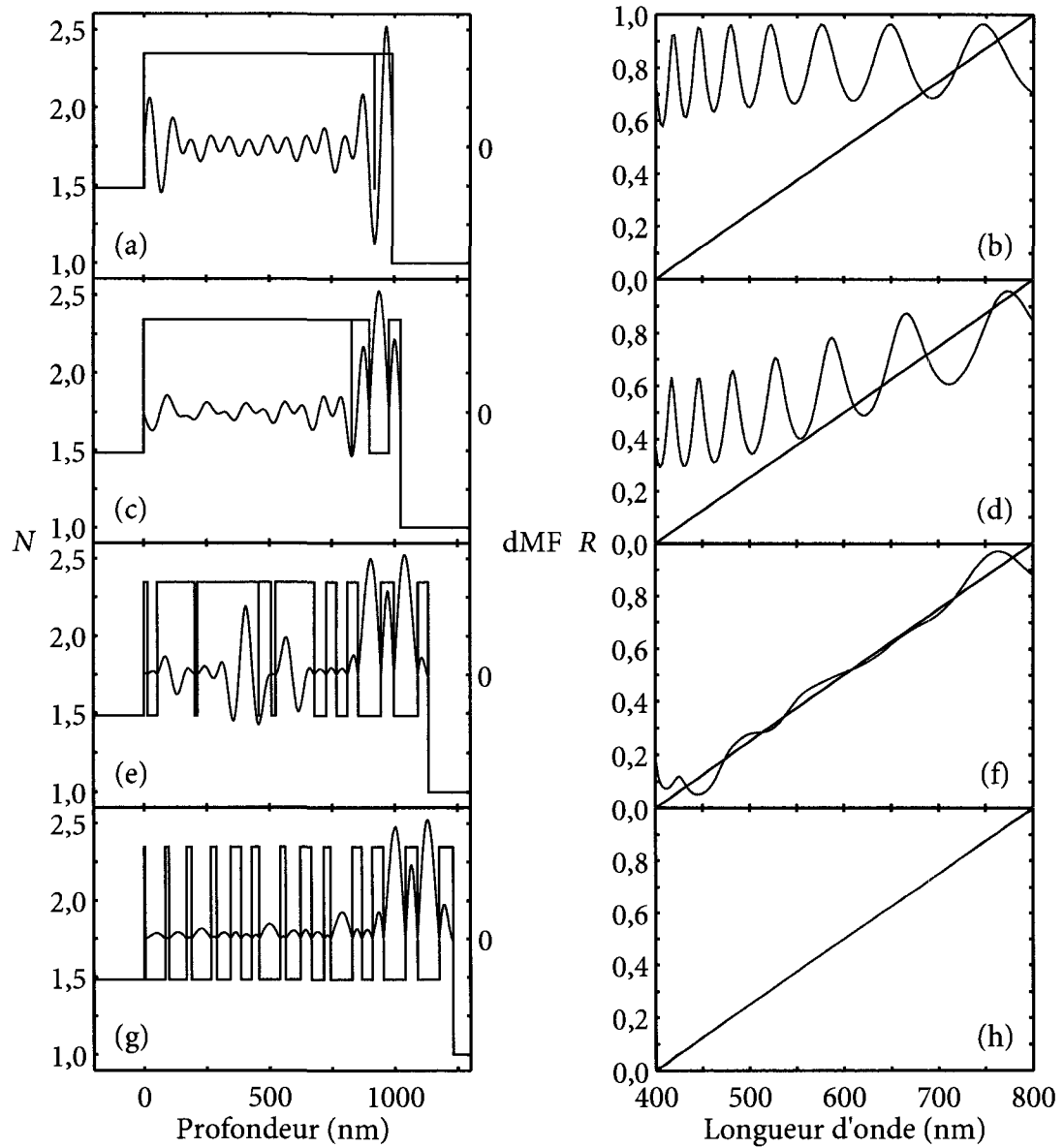


FIGURE 2.7 – Profil d'indice (noir, gauche), dérivée de la fonction de mérite (bleu, gauche) et spectre de transmission (bleu, droite) par rapport aux spécifications (noir, droite) à différentes étapes de la synthèse d'un filtre par la méthode *needle*.

Une autre possibilité est d'augmenter l'épaisseur du filtre durant le processus de conception. L'évolution graduelle (*gradual evolution*) consiste à ajouter des couches aux interfaces entre le filtre et le substrat et entre le filtre et le milieu [75, 81]. L'épaisseur et le matériau de ces couches sont choisis de manière à entraîner la plus grande diminution possible de MF. Habituellement, une seule couche est ajoutée à la fois. Par la suite, le filtre en entier est optimisé et, si la méthode *needle* est employée, on l'applique sur ce design [108].

L'évolution graduelle permet vraiment de faire une synthèse complète d'un filtre optique. En effet, il n'est même pas nécessaire que le design initial comprenne une couche.

2.7.3 Caractérisation

La caractérisation optique d'un système de couches minces, comme un filtre optique, est un problème inverse similaire à celui du design d'un filtre optique. Elle consiste à déterminer quelles sont les épaisseurs et les indices de réfraction des différentes couches d'un échantillon à partir de mesures optiques comme la réflexion, la transmission ou les spectres ellipsométriques. Elle présente cependant deux différences importantes par rapport à la conception d'un filtre optique : on a habituellement une idée préalable des paramètres de l'échantillon et il faut s'assurer que la solution obtenue correspond bien à l'échantillon mesuré.

Puisqu'on a une idée préalable des paramètres de l'échantillon, on peut facilement trouver un design initial, appelé modèle dans ce contexte. Par la suite, les paramètres de ce modèle sont optimisés pour faire correspondre les propriétés obtenues par le modèle avec celles mesurées.

Contrairement au problème de synthèse d'un filtre optique dans lequel on peut accepter plusieurs solutions (et choisir celle qui est la plus facile à fabriquer), lors du processus de caractérisation, il faut s'assurer qu'il n'y a qu'une solution qui correspond bien à l'échantillon mesuré. Pour s'assurer de l'unicité de la solution, il faut effectuer suffisamment de mesures et limiter la gamme de solutions en utilisant la connaissance préalable qu'on a des paramètres de l'échantillon [109–111].

2.8 Filtres à gradient d'indice

Jusqu'ici, nous n'avons vu que des filtres multicouches, c'est-à-dire des filtres composés d'une série de couches homogènes possédant chacune un indice constant sur toute son épaisseur. Il est aussi possible de concevoir des filtres à gradient d'indice dans lesquels l'indice de réfraction varie de manière continue.

On pourrait croire qu'en l'absence d'interface, ces filtres ne peuvent pas réfléchir la moindre lumière ; ce n'est pas du tout le cas. Pour le comprendre, il faut se souvenir que ce n'est pas directement la présence des interfaces qui cause la réflexion, mais plutôt les conditions de continuité et le rapport des champs électrique et magnétique imposés par les équations de Maxwell et l'impédance des matériaux. Étant donné ces conditions, il y a nécessairement une partie de la lumière qui est réfléchi lorsque l'indice de réfraction change [4, 5].

Il est impossible, sauf pour quelques cas possédant des solutions analytiques, de déterminer les propriétés optiques d'un filtre à gradient d'indice. Il faut se contenter de l'approximer en discrétisant le profil d'indice en une série de fines sous-couches homogènes. Ce procédé est présenté à la section 3.3.3.

Dans cette section, je présente tout d'abord la méthode de la transformée de Fourier qui établit une relation analytique approximative entre le profil d'indice de réfraction d'un filtre optique et son spectre. Par la suite, je présente une application simple de cette méthode, les filtres *rugate*. Enfin, je présente quelques autres méthodes de conception appropriées pour les filtres à gradient d'indice.

2.8.1 Méthode de la transformée de Fourier

On peut démontrer qu'il existe une relation approximative de transformée de Fourier entre le profil d'indice d'un filtre et une fonction Q qui est liée à sa transmission et/ou sa réflexion [8, 9, 12, 112]. Ainsi, on peut aisément trouver le profil d'indice, $n(x)$, correspondant au spectre désiré avec la transformée de Fourier inverse

$$\frac{1}{2} \ln \frac{n(x)}{n_m} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{Q(\sigma)}{\sigma} \sin(\Psi(\sigma) - \sigma x) d\sigma \quad (2.20)$$

où x est la double profondeur optique centrée, $\sigma = 2\pi/\lambda$ est le nombre d'onde alors que $Q(\sigma)$ et $\Psi(\sigma)$, conjointement appelés la fonction Q , représentent l'amplitude et la phase du spectre qu'on désire obtenir. La double profondeur optique centrée,

$$x = 2 \int_0^z n(u) du, \quad (2.21)$$

est le double de la profondeur optique mesurée à partir du centre du filtre, où z est la profondeur physique et u est une variable d'intégration.

Le profil d'indice fourni par la méthode de la transformée de Fourier, $n(x)$, est exprimé en fonction de la profondeur optique, et non de la profondeur physique. L'équation 2.21 établie la correspondance entre les deux, mais, puisque l'indice de réfraction des matériaux dépend de la longueur d'onde, ce lien n'est valide qu'à une seule longueur d'onde. Puisqu'il est évident qu'un filtre optique ne peut posséder qu'un seul profil d'indice en fonction de la profondeur physique, le profil d'indice en fonction de la profondeur optique doit varier en fonction de la longueur d'onde. La méthode de la transformée de Fourier ne permet donc que de concevoir un filtre optique dans une région spectrale où la dispersion est négligeable.

Étant donné la nature approximative de la méthode de la transformée de Fourier, plusieurs fonctions Q ont été proposées [8–10, 12, 112–117] et le choix dépend de l'application désirée. L'annexe B recense toutes celles que j'ai trouvées. Sossi a d'ailleurs démontré qu'il existe une infinité de fonctions Q donnant le même degré de précision [10]. Dans mes travaux, j'utilise

$$Q(\sigma) = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{R(\sigma)}}{1 - \sqrt{R(\sigma)}} \quad (2.22)$$

et

$$\Psi(\sigma) = 0 \quad (2.23)$$

tel que proposé par Bovard [115]. J'ai remarqué que cette fonction est valide peu importe la réflexion désirée. Il est intéressant de noter qu'elle peut être obtenue analytiquement à partir d'une équation de Ricatti (voir annexe B).

Puisque la méthode de la transformée de Fourier n'est qu'approximative, le filtre qu'elle fournit ne respecte pas exactement les spécifications. Cependant, il est possible de corriger

itérativement la fonction Q pour obtenir un spectre aussi près des spécifications qu'on le désire [13]. Pour ce faire, on calcule le profil d'indice de réfraction avec la fonction Q non corrigée, on compare le spectre obtenu avec les spécifications, puis on corrige la fonction Q selon la différence entre le spectre obtenu et les spécifications. Après seulement quelques itérations, le spectre obtenu converge vers les spécifications.

Verly a aussi montré qu'on peut effectuer une optimisation de la fonction Q en suivant une méthode similaire au *refinement* [118].

2.8.2 Filtres *rugate*

Il est facile de comprendre, étant donnée la relation de transformée de Fourier entre le profil d'indice et le spectre, que pour obtenir la réflexion à une seule longueur d'onde le profil d'indice doit être sinusoïdal [116]. Le profil d'indice de réfraction d'un tel filtre pour une longueur d'onde λ_A , appelé *rugate*, est

$$n(x) = n_m \exp \frac{2Q_A}{\pi} \sin \sigma_A x, \quad (2.24)$$

où $\sigma_A = 2\pi/\lambda_A$,

$$Q_A = \frac{\pi}{4} \ln \frac{n_{\max}}{n_{\min}},$$

$$n_m = \sqrt{n_{\max} n_{\min}}$$

et $n_{\min}$ et $n_{\max}$ sont, respectivement, les indices de réfraction minimum et maximum. La largeur de la bande de réflexion peut être contrôlée par le rapport $n_{\max}/n_{\min}$ [115]. Il est aussi possible de concevoir des filtres *rugate* multibandes en multipliant les profils d'indice de plusieurs filtres *rugate* individuels [20].

Comme le montre la figure 2.8, il est intéressant de comparer les réflecteurs multicouches et *rugate* en utilisant la relation de transformée de Fourier entre le profil d'indice et le spectre. Le profil d'indice d'un empilement de couches quart d'onde est la somme de plusieurs composantes sinusoïdales. On observe donc dans son spectre de transmission la présence de toutes les harmoniques impaires. Celles-ci sont absentes du spectre d'un filtre *rugate* équivalent.

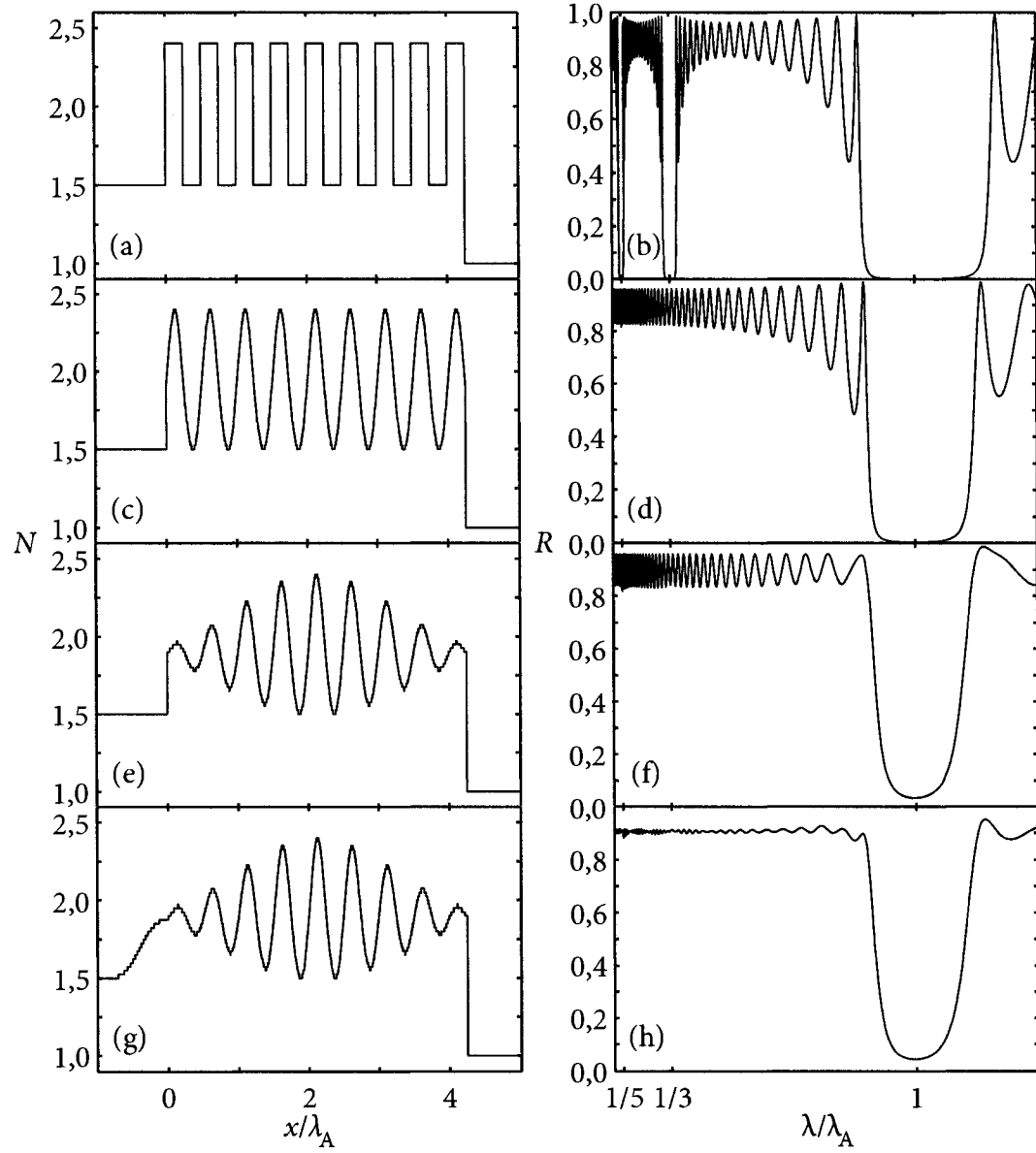


FIGURE 2.8 – Comparaison du profil d'indice (gauche) et du spectre de transmission (droite) d'un empilement de couches quart d'onde (a, b), d'un filtre *rugate* (c, d), d'un filtre *rugate* appodisé (e, f) et d'un filtre *rugate* appodisé avec une couche antireflet quintique (g, h).

Puisque le profil d'indice n'est pas infini, on peut considérer qu'il est le produit d'un profil périodique infini et d'une fonction qui limite son épaisseur. Le spectre est la convolution de la transformée de Fourier du profil périodique infini et de celle de la fonction qui limite son épaisseur. Comme la transformée de Fourier d'une fonction rectangulaire est un sinus cardinal, on observe des épaulements dans le spectre de l'empilement de couches quart d'onde et du filtre *rugate*. Si le profil d'indice infini est multiplié par une fonction possédant une transformée de Fourier plus appropriée, on peut éliminer les épaulements, ce qu'on appelle appodisation.

Enfin, il y a réflexion aux interfaces entre le filtre et le substrat et entre le filtre et le milieu d'incidence. Ces réflexions causent des franges d'interférence qui peuvent être éliminées en appliquant des couches antireflets, comme une couche antireflet quintique.

2.8.3 Filtres antireflets quintiques

Il est évident que si l'indice de réfraction d'une couche change lentement, celle-ci est très peu réfléchissante. Pour éliminer la réflexion entre deux matériaux, il est donc possible d'insérer une couche à gradient d'indice permettant une transition continue et lente entre les indices de réfraction des deux matériaux.

Le profil permettant de minimiser en tout point la dérivée de l'indice de réfraction par rapport à la profondeur est le profil linéaire. Étrangement, ce n'est pas le meilleur antireflet de ce type. En plus d'assurer la continuité du profil d'indice, il est possible d'assurer celle d'un certain nombre de ses dérivées en utilisant des polynômes d'ordres supérieurs. Le profil ainsi obtenu qui donne la plus petite réflexion est le profil quintique [119]

$$n(u) = n_1 + (n_2 - n_1)(10u^3 - 15u^4 + 6u^5), \quad (2.25)$$

où $u = z/d$, z est la profondeur physique et d est l'épaisseur physique totale de la couche. Le profil quintique assure la continuité de l'indice de réfraction et de ses deux premières dérivées.

Il n'y a pas, jusqu'à maintenant, d'explication satisfaisante de l'efficacité des filtres quintiques. Il est donc difficile de déterminer si on peut concevoir un meilleur design du même type. Cependant, il m'apparaît plus logique d'utiliser l'épaisseur optique, qui est

plus intimement lié à la nature physique du phénomène, plutôt que l'épaisseur physique. De plus, comme on l'a vu dans la méthode de la transformée de Fourier, on peut relier la fonction Q à l'exponentielle du profil d'indice. Cela m'amène à suggérer l'utilisation de

$$n(u) = n_1 \exp \left[\ln \frac{1 + (n_2 - n_1)}{n_1} (10u^3 - 15u^4 + 6u^5) \right], \quad (2.26)$$

où $u = x/20T$ plutôt que de l'équation 2.25.

La figure 2.9 présente le profil d'indice et le spectre de réflexion des profils quintiques obtenus en combinant l'échelonnage physique ou optique de l'épaisseur et l'échelonnage linéaire ou exponentiel de l'indice de réfraction. On voit clairement que d'échelonner l'épaisseur de manière optique et l'indice de réfraction de manière exponentielle diminue la réflexion. L'utilisation des deux conjointement permet de gagner environ un ordre de grandeur sur presque tout le spectre. Lorsque la longueur d'onde tend vers l'infini, la réflexion tend vers celle d'une interface abrupte. Lorsque la longueur d'onde tend vers zero, la réflexion tend aussi vers zero.

Poitras et Dobrowolski montrent comment adapter le profil quintique à l'incidence oblique [120].

Telles que présentées à la figure 2.8, les couches antireflets quintiques sont particulièrement appropriées pour éliminer la réflexion entre le substrat et un design obtenu avec la méthode de la transformée de Fourier ou les filtres *rugate* [121].

2.8.4 Optimisation et synthèse des filtres à gradient d'indice

Il est possible de diviser un filtre à gradient d'indice en un très grand nombre de sous-couches et d'ajuster leurs indices de réfraction de manière à optimiser le filtre [15, 122, 123].

Ce procédé, qui est identique à l'optimisation des filtres multicouches dans son fonctionnement, peut être assimilé à une méthode de synthèse. En effet, il peut faire apparaître des nouvelles structures dans le profil d'indice qui n'étaient pas présentes dans le design initial. Il n'est même pas nécessaire de fournir un design initial. Puisque le filtre optique optimal pour une application est souvent constitué de seulement deux matériaux (voir section suivante), il arrive souvent que cette méthode produise une solution quasi-multicouche.

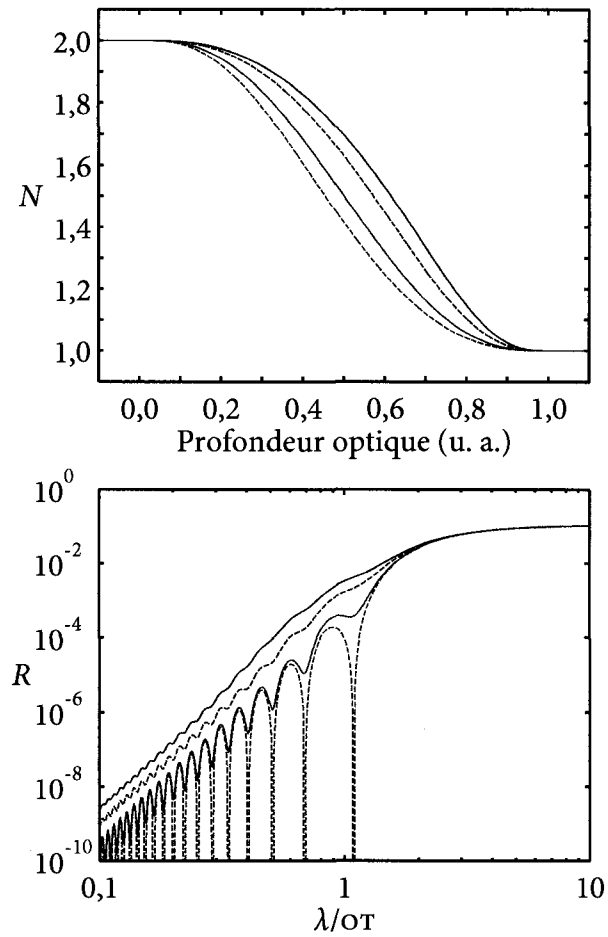


FIGURE 2.9 – Profil d'indice (haut) et spectre de réflexion (bas) de filtres quintiques dont l'épaisseur est échelonnée physiquement (bleu) ou optiquement (rouge) et l'indice de réfraction est échelonné linéairement (ligne pleine) ou exponentiellement (ligne pointillée).

Verly a étudié la possibilité d'optimiser à la fois l'indice de réfraction et l'épaisseur des sous-couches [124]. Il a aussi proposé d'utiliser la méthode de la transformée de Fourier en conjonction avec l'optimisation des filtres à gradient d'indice[125].

2.9 Solution optimale au problème de design de filtres optiques à incidence normale et à incidence oblique

Tikhonravov a démontré qu'à incidence normale le filtre le plus mince (en terme d'épaisseur optique) respectant des spécifications de transmission quelconques est constitué de seulement deux matériaux possédant la plus grande différence d'indice de réfraction [2, 126]. Le développement qu'il présente peut être adapté à la réflexion et il est généralement accepté que ce résultat est valide pour les autres propriétés optiques. On peut le comprendre intuitivement puisqu'une plus grande différence d'indice de réfraction aux interfaces entraîne une plus grande réflexion et augmente l'intensité des effets d'interférence. Ce constat explique, en partie, pourquoi la majorité des filtres optiques sont conçus avec seulement deux matériaux.

Or, comme le fait remarquer Tikhonravov lui-même dans la conclusion de son article, le filtre le plus mince n'est pas nécessairement le plus facile à fabriquer. Il est fort probable que ce design optimal contienne de nombreuses couches très minces qui, étant donné les processus de croissance, sont difficiles à fabriquer. De plus, rien ne garantit que le design à deux matériaux soit le plus robuste.

À incidence oblique, la situation est plus complexe. Il est généralement accepté qu'à incidence oblique, il faut maximiser le contraste de pseudo-indice de réfraction. Comme le montre la figure 2.3, les indices de réfraction provoquant la plus grande différence de pseudo-indice de réfraction dépendent de l'angle d'incidence et de la polarisation. Il est donc avantageux d'utiliser plusieurs matériaux pour concevoir un filtre devant fonctionner à plusieurs angles d'incidence pour la polarisation p. Les résultats du concours de design tenu lors de la conférence Optical Interference Coatings (OIC) de 2004 démontrent bien cette situation [127]. Le concours consistait à concevoir un filtre antireflet ayant la plus large gamme spectrale possible et fonctionnant pour une polarisation moyenne et pour tous

les angles d'incidence entre 0° et 70° . Toutes les solutions proposées par les participants comprennent au moins trois matériaux.

2.10 Fabricabilité

Il n'est jamais possible de fabriquer parfaitement le design qu'on a conçu. Celui-ci doit donc être suffisamment robuste pour résister aux erreurs de dépôt ou permettre d'effectuer une certaine compensation des erreurs de dépôt par une processus de monitoring.

Les filtres Fabry-Pérot sont particulièrement exigeants à fabriquer. La position de la bande de transmission de ces filtres est très sensible aux erreurs de dépôt. Des erreurs aléatoires d'à peine 0.1 nm sur chaque couche produisent un filtre dont la bande de transmission est tellement déplacée qu'il est inutilisable [128]. Il est impossible de déposer des couches minces avec une telle précision (inférieure à une couche atomique !) de manière reproductible. Heureusement, il existe une technique, le monitoring *turning-point*, qui permet de limiter ces erreurs et, surtout, de corriger celles qu'on commet [129–131]. Dans cette méthode, illustrée à la figure 2.10, le dépôt de chaque couches est arrêté lorsque la transmission atteint un minimum ou un maximum. Si une erreur est commise à un *turning-point* (ce qui est inévitable), elle peut être corrigée au *turning-point* suivant. De cette manière, les erreurs ne s'accumulent pas.

La méthode *turning-point* permet de réaliser les filtres extrêmement performants que nécessitent les réseaux de télécommunication d'aujourd'hui, mais elle est très limitée puisqu'elle ne peut être utilisée que si les épaisseurs des couches sont des multiples d'un quart d'onde. Dans le cas habituel d'un filtre fait de deux matériaux les solutions possibles sont discrètes ce qui rend impossible l'utilisation des méthodes d'optimisation continue généralement utilisées.

2.11 Logiciels de design de filtres optiques

Comme je le mentionne plus haut, il est impensable, sauf dans les cas les plus simples, de concevoir des filtres optiques et de calculer leurs propriétés sans l'aide d'un ordinateur. Il est possible de développer rapidement quelques routines simples pour faire le calcul des

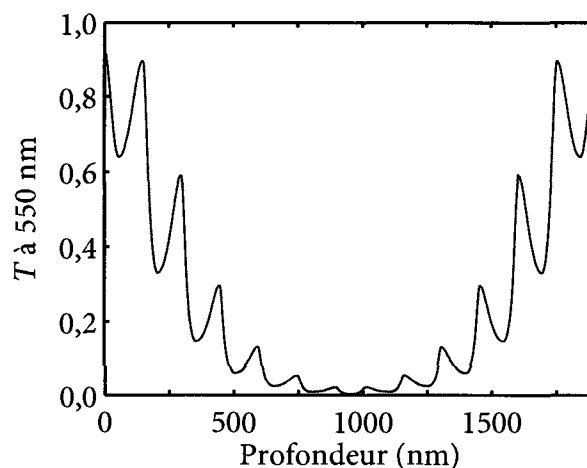


FIGURE 2.10 – Courbe de monitoring du filtre Fabry-Pérot de la figure 2.5.

propriétés des filtres optiques. Par contre, si on veut pouvoir les optimiser et les synthétiser, conserver une base de données de plusieurs matériaux et faire toutes ces opérations à l'aide d'une interface graphique conviviale, il faut un logiciel beaucoup plus sophistiqué. Dans cette section, je présente les logiciels commerciaux et les logiciels gratuits disponibles pour le design de filtres optiques puis je justifie le développement d'un nouveau logiciel.

2.11.1 Logiciels commerciaux

Les logiciels de design de systèmes optiques comme CODE V [132], OSLO [133] ou ZEMAX [134] proposent habituellement la possibilité de calculer les propriétés d'un empilement de couches minces. Cependant, les outils qu'ils offrent pour faire la conception des filtres optiques sont très limités.

Il est préférable d'utiliser un logiciel spécialisé et plusieurs logiciels commerciaux existent. Dobrowolski [135] et Kruschwitz [136] les recensent et comparent leurs capacités. Je ne veux pas reprendre ici toute leur analyse. Je présente seulement leurs fonctionnalités qui sont significatives en ce qui a trait à la conception de filtres à gradient d'indice ou possédant des indices de réfraction intermédiaires.

Essential Macleod [137] fournit plusieurs outils permettant de comprendre intuitivement le fonctionnement des filtres optiques. Malheureusement, selon les informations

disponibles sur son site web, il ne permet pas de considérer les mélanges de matériaux et ne permet pas de concevoir des filtres à gradient d'indice.

FilmStar [138] permet de considérer les mélanges de matériaux en utilisant l'approximation des milieux effectifs. Cela permet de considérer des indices de réfraction intermédiaires, mais l'approximation des milieux effectifs n'est valide que lorsque le mélange de deux matériaux est constitué de deux phases séparées. Il faut aussi que les dimensions de ces phases soient suffisamment grandes pour que l'indice de réfraction y soit clairement défini tout en étant beaucoup plus petites que la longueur d'onde de la lumière. Ce n'est pas nécessairement le cas des matériaux utilisés dans les filtres optiques. Par exemple, j'ai démontré durant mon projet de maîtrise que les mélanges de $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ déposés par PECVD ne sont pas constitués de deux phases séparées, mais sont plutôt des solutions solides [19]. Selon les informations disponibles sur son site web, FilmStar ne permet pas de concevoir les filtres à gradient d'indice, sauf en entrant chaque sous-couche séparément.

Film Wizard [139] est le seul logiciel commercial qui permet de définir le véritable indice de réfraction des mélanges de matériaux. On peut y entrer les propriétés de plusieurs mélanges et les propriétés des mélanges intermédiaires sont interpolées. Il permet aussi de définir des filtres *rugate*.

OptiLayer [140] est un logiciel très puissant et rapide. Cependant, ses capacités pour le design de filtres à gradient d'indice sont très limitées. Il n'offre pas la possibilité de définir l'indice de réfraction des mélanges de matériaux, qui est plutôt linéairement interpolé entre ceux des deux mélanges extrêmes. De plus, il faut entrer l'équation définissant le profil d'indice des filtres à gradient d'indice manuellement. Cette liberté peut être un avantage, mais demande beaucoup de la part de l'utilisateur dans les cas simples comme les filtres *rugate*.

TFCalc [141] possède les même fonctionnalités et limitations que FilmStar en ce qui concerne le design des filtres à gradient d'indice ou possédant des indices de réfraction intermédiaires.

D'autres logiciels, comme Multilayer Interference [142] et TFDesigner, sont tombés en désuétude, ou possèdent des capacités très limitées.

2.11.2 Logiciels gratuits, à code source ouvert et libres

Je suis aussi arrivé à trouver quelques logiciels gratuits ou à code source ouvert pour concevoir des filtres optiques : FreeSnell, IMD, Optical et Thinfilm.

Il est important ici de faire la distinction entre les logiciels gratuits, les logiciels à code source ouvert et les logiciels libres. Les logiciels simplement gratuits peuvent être utilisés sans frais, mais ne peuvent pas être modifiés pour être adaptés aux besoins spécifiques de l'utilisateur. De plus, leur utilisation est souvent limitée aux applications non commerciales. Les logiciels à code source ouvert mettent le code source à la disposition de l'utilisateur pour qu'il puisse le vérifier et en comprendre le fonctionnement. La majorité des logiciels à code source ouvert sont aussi libres. C'est-à-dire qu'il permettent à l'utilisateur de modifier le code source et, sous certaines conditions, de le redistribuer. En anglais, on compare les logiciels gratuits au « *free beer* » et les logiciels libres au « *free speech* ».

Il existe plusieurs licences pour les logiciels libres. Les plus largement utilisées se retrouvent presque toutes dans deux catégories dont la licence BSD et la licence GPL sont des bons exemples. La licence BSD contient très peu de restrictions et permet la redistribution des modifications sous code source fermé ou ouvert. En gros, elle demande seulement que l'avis de droit d'auteur soit préservé dans le logiciel dérivé et elle affirme que le logiciel est offert sans aucune garantie.

La licence GPL est beaucoup plus restrictive en terme de redistribution. En particulier, elle exige que tout logiciel dérivé soit publié sous une licence qui ne soit pas plus restrictive que la licence GPL. Ainsi, il est impossible pour quelqu'un de modifier un logiciel distribué sous licence GPL et d'en faire un logiciel à code source fermé, contrairement à la licence BSD.

FreeSnell [143], disponible sous licence GPL, permet uniquement de calculer la réflexion, la transmission et l'absorption d'un filtre optique et ne possède pas d'interface graphique.

IMD [144] est un logiciel gratuit pour les usages non commerciaux, mais son code source n'est pas ouvert et il doit être exécuté avec IDL, un logiciel commercial. Il est surtout destiné aux filtres pour les rayons x. Il permet de modéliser un filtre et de calculer sa

réflexion, sa transmission et la distribution du champ électrique à l'aide de formules récursives. Il permet de considérer une interface graduelle entre les couches, mais n'est pas destiné à la conception de filtres à gradient d'indice. Il permet aussi d'ajuster le spectre de réflexion ou de transmission à un spectre expérimental ou désiré, mais est limité à l'optimisation de 8 paramètres.

Optical [145] applique la formulation matricielle généralisée développée par Centurioni [146] pour calculer la réflexion, la transmission et la distribution du champ électrique dans un filtre en présence de phénomènes cohérents et incohérents. Il permet d'ajuster le spectre de réflexion ou de transmission à un spectre expérimental ou désiré et de considérer les mélanges de matériaux avec un modèle de milieu effectif de Bruggeman. Il est disponible sous licence GPL.

Thinfilm [147] est un outil en ligne gratuit qui permet de calculer la réflexion, la transmission et les variables ellipsométrique pour un empilement de couches. Son code source n'est pas disponible.

2.11.3 Logiciels maison et justification de la création d'un nouveau logiciel

Plusieurs institutions et compagnies possèdent aussi leurs propres logiciels maison. Ils peuvent ainsi développer de nouvelles méthodes de conception et adapter leurs logiciels en fonction de leurs besoins précis. Par exemple, lors du dernier concours de design organisé dans le cadre de la conférence OIC [148], plusieurs participants ont utilisé les logiciels de JDSU, du NRC ou leur logiciel personnel. Certaines personnes impliquées dans le développement de OptiLayer ont aussi utilisé une version modifiée de ce logiciel commercial.

Il m'apparaît donc important, pour toute institution qui désire rester à l'avant-garde du design des filtres optiques, de développer son propre logiciel.

CHAPITRE 3

OPENFILTERS : OPEN-SOURCE SOFTWARE FOR THE DESIGN, OPTIMIZATION AND SYNTHESIS OF OPTICAL FILTERS

Stéphane Larouche and Ludvik Martinu

Regroupement québécois sur les matériaux de pointe (RQMP) and
Department of Engineering Physics, École polytechnique de Montréal,
P. O. Box 6079, Station Centre-Ville, Montréal, Québec, H3C 3A7, Canada

Applied Optics, vol. 47, no. 13, 2008, p. C219–C230.

©2008 Optical Society of America

Abstract

The design of optical filters relies on powerful computer-assisted methods. Many of these methods are provided by commercial programs, but, in order to adapt and improve them, or to develop new methods, one needs to create his own software. To help people interested in such a process, we decided to release our in-house software, called OpenFilters, under the GNU General Public License, an open-source license. It is programmed in Python and C++ and the graphical user interface is implemented with wxPython. It allows creation of multilayer and graded-index filters and calculation of reflection, transmission, absorption, phase, group delay, group delay dispersion, color, ellipsometric variables, admittance diagram, circle diagram, electric field distribution and generation of reflection, transmission, and ellipsometric monitoring curves. It also provides the refinement, needle, step and Fourier transform methods.

3.1 Introduction

The conception of optical filters was revolutionized when, 50 years ago, Baumeister demonstrated the possibility to optimize optical filters using a computer program [59]. Before then, most optical filters consisted of quarter wave layers, and their design relied on graphical methods. Since then, a large variety of complex design procedures were developed that rely on sophisticated numerical methods and the use of computers [61]. Nowadays, we have at our disposal very powerful synthesis methods, such as the needle method, that allow one to design optical filters for any physically sound problem.

Many commercial programs are available to design optical filters; the most important ones were reviewed in 2003 by Kruschwitz [136]. Despite the high quality of these commercial programs, many companies and research institutions continue to develop their own in-house software. In-house software can be rapidly modified when a new problem arises and be adapted to fit the specific needs of the organization, while commercial programs, by their nature, are less customizable.

At the Functional Coating and Surface Engineering Laboratory (FCSEL) we developed an expertise in the design and fabrication of graded-index and intermediate index optical filters and found that commercial programs offer only limited capabilities for the design of such filters. Also in recent years we developed new design methods, and we wanted to incorporate them in a complete design environment, including popular design methods and an easy-to-use graphical user interface. This brought us to the creation, from scratch, of a new design program, a process that took us many years.

In the hope of helping other groups with similar goals to avoid the same troubles, we decided to release this program, called OpenFilters, as open-source software under the GNU General Public License (GPL). It is freely available on our website, <http://www.polymtl.ca/larfis>. We believe that the availability of such open-source software is a significant advance for the optical coating community. It will reduce the barrier encountered by people entering the community by giving them the opportunity to start developing new features from a fully functional program. We hope that this will stimulate the improvement of existing analysis and design methods as well as the creation of new ones.

Our aim is to present what OpenFilters offers so the reader can decide whether there is interest in using it, to justify the choices we made during its creation, to show how to use it, to explain under what conditions it can be used or modified, and to describe its implementation so that one can determine if it can be adapted to fit his or her specific needs.

We first present the GPL, followed by a review of the methods used by OpenFilters to calculate the properties of optical filters, as well as the design, optimization and synthesis methods it proposes. Contrary to our other publications about the design and synthesis method we have developed, we do not attempt to provide a complete development of the design methods; we only present the main equations used by OpenFilters and give references for readers interested to learn more. We then present a very short user guide and the structure of the implementation of OpenFilters. Finally, we outline some plans for the future development of OpenFilters and indicate how you can collaborate in its development.

3.2 GNU General Public License

The GPL [149] is an open source license, or free software license. It gives the user the freedom to access the source code of the program and to modify it to suit its needs. The user does not need to distribute the modifications made to OpenFilters. But, if he decides to do so, the derived work must also be released under the GPL. One should carefully read the GPL before distributing any work derived from OpenFilters.

The GPL does not apply to the results obtained with OpenFilters. It can be used to design filters for commercial applications, and the results can be published under different conditions. However, we would be grateful if you refer to this article or our website when publishing results obtained with OpenFilters.

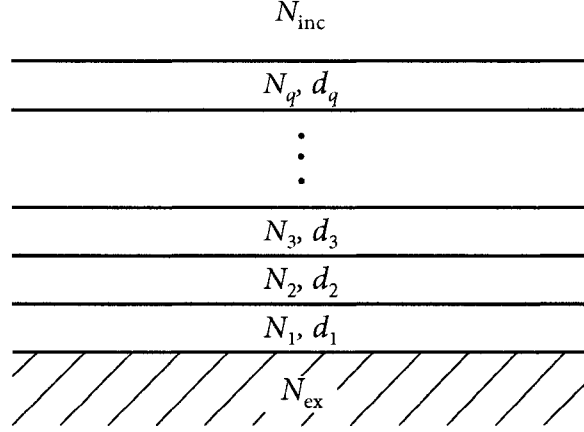


FIGURE 3.1: Multilayer optical filter.

3.3 What OpenFilters offers: a review of the calculation, design, optimization, and synthesis of optical filters

In this section we provide basic information to understand how OpenFilters designs, optimizes, synthesizes and calculates the optical properties of interference filters.

3.3.1 Calculation of the optical properties

As shown in Fig. 3.1, a classical optical filter consists of a stack of layers of thicknesses d_i and indices of refraction N_i between an incidence and an exit media of indices of refraction N_{inc} and N_{ex} , respectively.

OpenFilters calculates the filter properties using the characteristic matrix approach developed by Abeles [58] and presented in detail in most optical coating textbooks such as Macleod's [26]. In this exact approach, the i th layer is represented by

$$M_i = \begin{bmatrix} \cos \phi_i & (i/\eta_i) \sin \phi_i \\ i\eta_i \sin \phi_i & \cos \phi_i \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

where

$$\eta_i = \begin{cases} N_i \cos \theta_i & \text{s polarization,} \\ N_i / \cos \theta_i & \text{p polarization} \end{cases} \quad (3.2)$$

is the pseudoindex of the layer,

$$\phi_i = \frac{2\pi}{\lambda} N_i d_i \cos \theta_i \quad (3.3)$$

is the phase shift of the wave inside the layer, θ_i is the angle of propagation in the layer, and λ is the wavelength of light in vacuum.

According to the Snell-Descartes's law, $\alpha = N_i \sin \theta_i$ is constant [29]. To avoid computer intensive trigonometric function calculations, the pseudoindices and phase shift can be calculated using

$$\eta_i = \begin{cases} \sqrt{N_i^2 - \alpha^2} & \text{s polarization,} \\ N_i^2 / \sqrt{N_i^2 - \alpha^2} & \text{p polarization,} \end{cases} \quad (3.4)$$

and

$$\phi_i = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{N_i^2 - \alpha^2} d_i \quad (3.5)$$

instead of Eqs. 3.2 and 3.3, respectively.

The characteristic matrix describing the multilayer is

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} = \prod_{i=q}^1 M_i \quad (3.6)$$

where q is the number of layers and the product is taken in reverse order since the matrices of upper layers must be multiplied on the left.

The amplitude reflection and transmission coefficients of the multilayer are

$$r = \frac{\eta_{\text{inc}} m_{11} - \eta_{\text{ex}} m_{22} + \eta_{\text{inc}} \eta_{\text{ex}} m_{12} - m_{21}}{\eta_{\text{inc}} m_{11} + \eta_{\text{ex}} m_{22} + \eta_{\text{inc}} \eta_{\text{ex}} m_{12} + m_{21}} \quad (3.7)$$

and

$$t = \frac{2\eta_{\text{inc}}}{\eta_{\text{inc}} m_{11} + \eta_{\text{ex}} m_{22} + \eta_{\text{inc}} \eta_{\text{ex}} m_{12} + m_{21}}, \quad (3.8)$$

where η_{inc} and η_{ex} are the pseudoindices of the incidence and exit media, respectively. The reflectance and transmittance are

$$R = rr^* = |r|^2 \quad (3.9)$$

and

$$T = \frac{\text{Re } N_{\text{ex}}}{\text{Re } N_{\text{inc}}} t t^* = \frac{\text{Re } N_{\text{ex}}}{\text{Re } N_{\text{inc}}} |t|^2 \quad (3.10)$$

where Re is the real part and * denotes the complex conjugate. The absorptance is simply

$$A = 1 - R - T. \quad (3.11)$$

When dealing with a rapidly changing signal, such as a pulse train, one also needs to know the dispersive properties of the filter. The global phase shifts on reflection and transmission modulo 2π , φ_r and φ_t , are the angles made by r and t in the complex plane so that

$$\varphi_r = \arg r = \arctan \frac{\text{Im } r}{\text{Re } r} \quad (3.12)$$

and

$$\varphi_t = \arg t = \arctan \frac{\text{Im } t}{\text{Re } t}, \quad (3.13)$$

where Im is the imaginary part and the signs of the numerator and the denominator must be evaluated separately.

By themselves, the phase shifts do not provide much information about the behavior of the filter. One is usually more interested in the delay introduced when a pulse is reflected or transmitted by the filter, the group delay (GD), or in the deformation of a finite bandwidth pulse caused by the variation of GD with the wavelength, the group delay dispersion (GDD). GD and GDD are obtained from the phase using

$$\text{GD} = -\frac{d\varphi}{d\omega} \quad (3.14)$$

and

$$\text{GDD} = -\frac{d^2\varphi}{d\omega^2}, \quad (3.15)$$

where $\omega = 2\pi c/\lambda$ is the angular frequency and c the speed of light in vacuum. There are analytical formulæ to calculate the GD and GDD, but it is impossible to calculate them analytically from the characteristic matrix of a multilayer. For that reason, OpenFilters calculates GD and GDD numerically from the φ_r or φ_t spectrum.

Since ellipsometry is commonly used to characterize optical filters, OpenFilters can generate the ellipsometric spectrum of a filter. Following the convention most commonly

used in the optical thin film community [150], the ellipsometric angles Ψ and Δ are defined by

$$\rho = \frac{-r_p}{r_s} = \tan \Psi e^{i\Delta}, \quad (3.16)$$

where r_s and r_p are the amplitude reflection coefficients for s- and p-polarized light, respectively. Therefore,

$$\Psi = \arctan \frac{|r_p|}{|r_s|} \quad \text{and} \quad \Delta = \arg(-r_p) - \arg(r_s). \quad (3.17)$$

There also are applications, such as color shifting security devices, where the color of a filter is of interest. To calculate it, one must multiply the spectrum of an illuminant by that of the filter and color matching functions representing the sensitivity of the eye. OpenFilters strictly follows the CIE15:2004 standard [151].

OpenFilters also offers tools that provide an intuitive understanding of some filters: the admittance diagram [26, 55], the circle diagram [56], and the electric field distribution [152].

Finally, to prepare the filter deposition, OpenFilters can generate the reflection, transmission, or ellipsometric monitoring curves. To do so, it simply *grows* the filter by separating it in thin sublayers that are successively added and calculating the properties after the addition of each of these sublayers.

3.3.2 Consideration of the backside

Up to this point we have considered the case of a semi-infinite exit medium. This is clearly unrealistic, and it is necessary to account for the effect of the substrate backside. Since the coherence length of light is usually shorter than the substrate thickness, this case must be treated differently from that of a layer. As shown in Fig. 3.2, one can simply add multiple reflections and transmissions occurring in the substrate. They follow geometric series whose sums are

$$R = R_F + \frac{T_F T_{FR} R_B \exp 4\beta_i}{1 - R_{FR} R_B \exp 4\beta_i} \quad (3.18)$$

and

$$T = \frac{T_F T_B \exp 2\beta_i}{1 - R_{FR} R_B \exp 4\beta_i}, \quad (3.19)$$

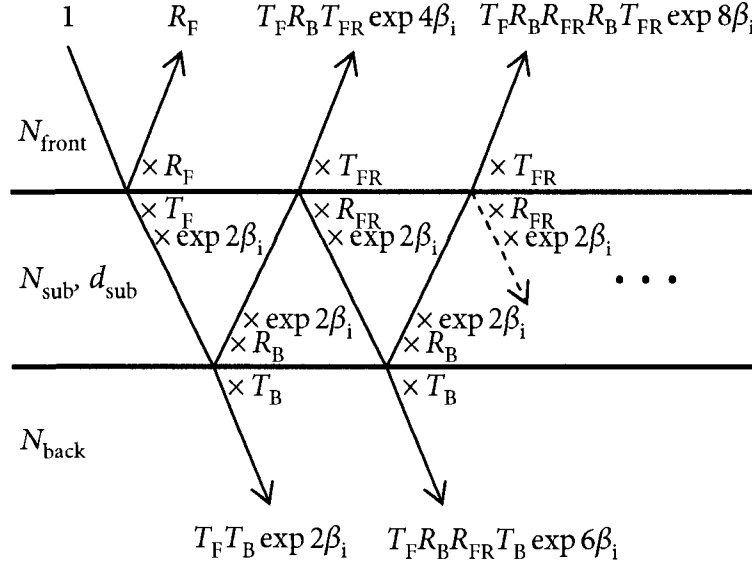


FIGURE 3.2: Optical filter with second surface.

where R_F and T_F are the reflectance and transmittance of the front side, R_{FR} and T_{FR} are the reflectance and transmittance of the front side in reverse direction, R_B and T_B are the reflectance and transmittance of the backside,

$$\beta_i = \text{Im} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{N_{\text{sub}}^2 - \alpha^2} d_{\text{sub}} \right) \quad (3.20)$$

is related to the absorption in the substrate, and N_{sub} is the index of refraction of the substrate.

The different reflection and transmission coefficients can be calculated from Eqs. 3.9 and 3.10 while considering appropriate incidence and exit media. It should also be noted that since the characteristic matrices Eq. 3.6 are persymmetric, the product $\prod_{i=1}^q M_i$ can be obtained from $\prod_{i=q}^1 M_i$ by simply interchanging the diagonal elements.

The situation is more complicated for ellipsometry since the incoherent effect of the front and back side phase shifts must be considered. In that case, OpenFilters uses the formalism of Yang and Abelson [153].

3.3.3 Graded-index filters

The index of refraction of graded-index filters varies continuously throughout the thickness. It is possible to treat some simple cases analytically, but this approach is very limited. A more general approach consists in approximating the index gradient by a series of very thin sublayers [154]. The thickness of the sublayers must be small enough to correctly represent the index profile, but large enough to limit calculation time and avoid numerical errors.

The discretization of the index profile is usually accomplished by a series of sublayers with constant physical or optical thickness. This approach is simple since the software only needs to calculate the function generating the index profile at equally spaced points. However, when one wants to calculate the properties of a filter made of real materials with dispersive refractive index, it is necessary to calculate the dispersion of the index for every sublayer. To avoid these repeated calculations, OpenFilters discretizes the index profile using predefined index levels.

The discretization process is shown in Fig. 3.3. First, the index profile $n(z)$ is calculated at a large number of points with a thickness interval chosen to provide multiple points in each index interval. Then, for each index interval, linear interpolation is used to determine the points a and b where the index profile crosses the predefined index levels n_j and n_{j+1} , defining a small section of the index profile. Finally, that section of the index profile is replaced by two sublayers of thicknesses d_j and d_{j+1} so that

$$d_j + d_{j+1} = b - a \quad (3.21)$$

and

$$n_j d_j + n_{j+1} d_{j+1} = \int_a^b n(z) dz, \quad (3.22)$$

where the integral is evaluated using the trapezoidal rule. This guarantees that the discretized filter preserves both the physical thickness and the optical thickness of the original index profile.

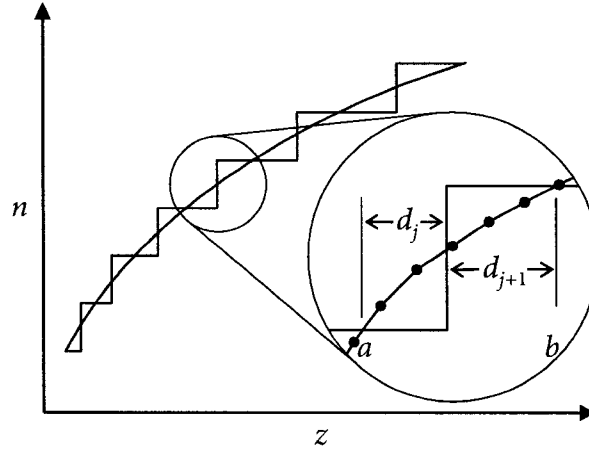


FIGURE 3.3: Discretization of the refractive index profile of a graded-index filter (see text for details).

3.3.4 Optimization of multilayer filters

It is often difficult, or even impossible, to *manually* design a filter respecting all the specifications for a given application. However, it is possible to optimize a filter using refinement [59]. In this method, the designer provides a starting design whose properties are sufficiently close to the specifications. Then, an optimization algorithm is used to adjust the thickness of the layers and eventually their index of refraction.

In addition to the starting design, the designer must provide targets describing the specifications. The targets can be any property computable from the parameters of the filter; usually, these are the reflection, the transmission, phase properties, or the color defined for some polarization and angle of incidence. Depending on the application, it may be necessary to define a target at a single wavelength or over a range of wavelengths. In the latter case, the target must in fact be discretized and defined at a finite number of wavelengths. Using the targets, it is possible to define a merit function (MF), representing the quality of a design, that the refinement must minimize. OpenFilters uses

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \left(\frac{B_i - \bar{B}_i}{\Delta B_i} \right)^2, \quad (3.23)$$

where m is the number of targets, B_i is a property of interest, $\bar{B}_i$ is the target value for that property, and ΔB_i is the tolerance for that property.

The optimization algorithm used by OpenFilters is the Levenberg-Marquardt algorithm [79]. The properties of a filter that are optimized, the thickness and the index of refraction of the layers, are represented by a vector $\vec{a} = [a_1, a_2, \dots]$. The Levenberg-Marquardt algorithm calculates the first derivatives of the merit function with regard to every parameter a_k ,

$$\frac{d\chi^2}{da_k} = 2 \sum_{i=1}^m \left(\frac{B_i - \bar{B}_i}{(\Delta B_i)^2} \frac{dB_i}{da_k} \right), \quad (3.24)$$

and it uses these derivatives to determine the point where the MF is the lowest in a trust region centered around the present value of $\vec{a}$. Repeated improvements of the MF allow the Levenberg-Marquardt algorithm to find a local minimum.

Following van der Laan and Frankena [85], let us now show how to calculate dB_i/da_k in the case where B_i is the reflection or the transmission. According to Eqs. 3.9 and 3.10,

$$\frac{dR}{da_k} = 2r^* \frac{dr}{da_k} \quad (3.25)$$

and

$$\frac{dT}{da_k} = 2 \frac{\text{Re}(N_{\text{ex}})}{\text{Re}(N_{\text{inc}})} t^* \frac{dt}{da_k}. \quad (3.26)$$

According to Verly [14], the derivative of the amplitude reflection coefficient r relative to the parameter a_k can be calculated using

$$\frac{dr}{da_k} = \text{Tr} \left(\frac{dM}{da_k} \psi_r \right), \quad (3.27)$$

where Tr is the trace and

$$\psi_r = \frac{t}{2N_{\text{inc}}} \begin{bmatrix} N_{\text{inc}}(1-r) & -(1+r) \\ N_{\text{inc}}N_{\text{ex}}(1-r) & -N_{\text{ex}}(1+r) \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Using a similar formalism, the derivative of the amplitude transmission coefficient can be calculated using

$$\frac{dt}{da_k} = \text{Tr} \left(\frac{dM}{da_k} \psi_t \right), \quad (3.29)$$

where

$$\psi_t = -\frac{t^2}{2N_{\text{inc}}} \begin{bmatrix} N_{\text{inc}} & 1 \\ N_{\text{inc}}N_{\text{ex}} & N_{\text{inc}} \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

According to Eq. 3.6, the derivative of the matrix of the multilayer relative to a parameter a_k of the j th layer is

$$\frac{dM}{da_k} = \prod_{i=q}^{j+1} M_i \frac{dM_j}{da_k} \prod_{i=j-1}^1 M_i. \quad (3.31)$$

If the parameter a_k is the thickness d_j of the layer, Eqs. 3.1 and 3.5 give

$$\frac{dM_j}{dd_j} = \frac{dM_j}{d\phi_j} \frac{d\phi_j}{dd_j}, \quad (3.32)$$

where

$$\frac{dM_j}{d\phi_j} = \begin{bmatrix} -\sin \phi_j & (i/\eta_j) \cos \phi_j \\ i\eta_j \cos \phi_j & -\sin \phi_j \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

and

$$\frac{d\phi_j}{dd_j} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{N_j^2 - \alpha^2}. \quad (3.34)$$

Similarly, if a_k is the index of refraction of the layer,

$$\frac{dM_j}{dN_j} = \frac{dM_j}{d\phi_j} \frac{d\phi_j}{dN_j} + \frac{dM_j}{d\eta_j} \frac{d\eta_j}{dN_j}, \quad (3.35)$$

where $dM_j/d\phi_j$ is given by Eq. 3.33,

$$\frac{dM_j}{d\eta_j} = \begin{bmatrix} 0 & -(i/\eta_j^2) \sin \phi_j \\ i \sin \phi_j & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.36)$$

$$\frac{d\eta_j}{dN_j} = \begin{cases} \frac{N_j}{\sqrt{N_j^2 - \alpha^2}} & \text{s polarization,} \\ \frac{N_j}{\sqrt{N_j^2 - \alpha^2}} \left(2 - \frac{N_j^2}{N_j^2 - \alpha^2} \right) & \text{p polarization,} \end{cases} \quad (3.37)$$

and

$$\frac{d\phi_j}{dN_j} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{N_j}{\sqrt{N_j^2 - \alpha^2}} d_j. \quad (3.38)$$

Note that the index of refraction of a layer is usually defined by its real part $n_{j,0} = \text{Re}(N_{j,0})$ at a reference wavelength λ_0 . In that case,

$$\frac{dM_j}{dn_{j,0}} = \frac{dM_j}{dN_j} \frac{dN_j}{dn_{j,0}}, \quad (3.39)$$

where $dN_j/dn_{j,0}$ is determined from the dispersion of the refractive index of the material.

OpenFilters also offers the possibility to refine the index of refraction of a layer while keeping its optical thickness constant [155]. Details will be published in an upcoming article.

Finally, the effect of the backside must be considered. According to Eqs. 3.18 and 3.19, the derivatives of the reflection and transmission by a parameter a_k of the front stack are

$$\frac{dR}{da_k} = \frac{dR_F}{da_k} + \frac{T_F T_{FR} R_B \exp 4\beta_i}{1 - R_{FR} R_B \exp 4\beta_i} \left(\frac{1}{T_F} \frac{dT_F}{da_k} + \frac{1}{T_R} \frac{dT_R}{da_k} + \frac{R_B \exp 4\beta_i}{1 - R_{FR} R_B \exp 4\beta_i} \frac{dR_{FR}}{da_k} \right) \quad (3.40)$$

and

$$\frac{dT}{da_k} = T \left(\frac{1}{T_F} \frac{dT_F}{da_k} + \frac{R_B \exp 4\beta_i}{1 - R_{FR} R_B \exp 4\beta_i} \frac{dR_{FR}}{da_k} \right). \quad (3.41)$$

3.3.5 Synthesis of multilayer filters

Even after being refined, the filter does not always fully respect the specifications. Or it can be difficult for the designer to provide a starting design. In that case, one must resort to synthesis methods. The most commonly used synthesis method is the needle method. OpenFilters also offers the step method that we have developed.

3.3.5.1 The needle method

The needle method was first described by Tikhonravov in 1982 [103]. However, it only began to be widely used in the middle of the 1990s [3, 82]. As shown in Fig. 3.4(a), it consists of adding thin layers at optimal positions in the filter and then adjusting their thickness by refinement. Needles are added until a satisfactory solution is found or the addition of more needles does not improve the filter.

The optimal position to add needles is determined by calculating the derivative of the MF with regard to the thickness of an infinitesimally thin layer as a function of the position

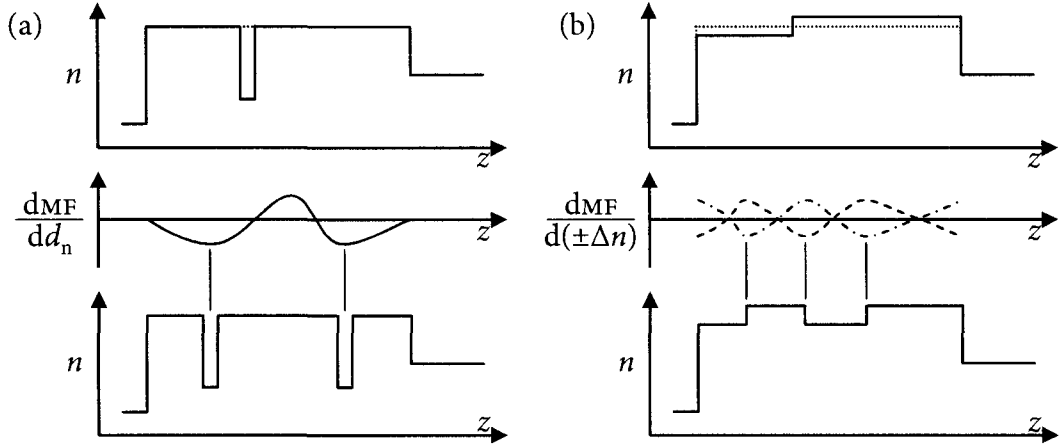


FIGURE 3.4: Schematic representation of (a) the needle method and (b) the step method.

where it is added. Where the derivative is negative, it is favorable to add a needle. Usually, one needle at a time is added at the position where the derivative of the MF is the most negative.

The addition of a needle in the j th layer represented by the matrix M_j which has a thickness corresponding to a phase shift ϕ_j creates two sublayers represented by matrices $M_{j,2}$ and $M_{j,1}$ with thicknesses corresponding to phases $\phi_{j,2}$ and $\phi_{j,1}$ such that $\phi_j = \phi_{j,2} + \phi_{j,1}$. These two sublayers are separated by a needle represented by the matrix M_n and $M_j = M_{j,2}M_nM_{j,1}$. The effect of the addition of the needle of index N_n and infinitesimal thickness d_n is, therefore,

$$\left. \frac{dM_j}{dd_n} \right|_{d_n=0} = M_{j,2} \left. \frac{dM_n}{dd_n} \right|_{d_n=0} M_{j,1}. \quad (3.42)$$

To speed up the calculations, Eq. 3.42 can be rewritten as

$$\left. \frac{dM_j}{dd_n} \right|_{d_n=0} = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\eta_j}{\eta_n} + \frac{\eta_n}{\eta_j} \right) \frac{dM_j}{d\phi_j} + \left(\frac{\eta_j}{\eta_n} - \frac{\eta_n}{\eta_j} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \frac{dM_j(\Delta\phi_j)}{d\Delta\phi_j} \right) \frac{d\phi_n}{dd_n}, \quad (3.43)$$

where η_n is the pseudo-index of the needle, $\phi_n = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{N_n^2 - \alpha^2} d_n$ is the phase shift in the needle, and $dM_j(\Delta\phi_j)/d\Delta\phi_j$ is identical to Eq. 3.33 in which ϕ_j is replaced by $\Delta\phi_j = \phi_{j,1} - \phi_{j,2}$. Eq. 3.43 is faster to compute than Eq. 3.42 because there is no matrix multiplication,

$dM_j/d\phi_j$ and $dM_j(\Delta\phi_j)/d\Delta\phi_j$ do not depend on the needle material, and $dM_j/d\phi_j$ does not depend on the position of the needle¹.

3.3.5.2 The step method

When materials with a continuous range of index of refraction are available, Verly proposed to determine both the optimal position and index of refraction of the added needle [14]. On our side, we proposed to add steps in the index profile instead of needles [156]. As shown in Fig. 3.4(b), the step method consists of adding infinitesimal steps in the index profile and then refining the index of refraction and the thickness of the separated layers.

Similarly to the needle method, the optimal position to add steps is determined by calculating the derivative of the MF with regard to the addition of a step as a function of the position where the step is added.

The j th layer is separated in two sublayers, and the refractive index of the first sublayer is increased while that of the second sublayer is decreased (or vice-versa). If the index change is equally distributed on both sublayers, the effect of the addition of a step is

$$\left. \frac{dM_j}{d\Delta N_j} \right|_{\Delta N_j=0} = \frac{1}{2} \frac{dM_{j,2}}{dN_j} M_{j,1} - M_{j,2} \frac{1}{2} \frac{dM_{j,1}}{dN_j}. \quad (3.44)$$

To speed up the calculation, this equation can be rewritten as

$$\begin{aligned} \left. \frac{dM_j}{d\Delta N_j} \right|_{\Delta N_j=0} = \frac{1}{2} \left(\frac{dM_j}{d\phi_j} \frac{d\Delta\phi_j}{dN_j} + \left(\frac{dM_j(\Delta\phi_j)}{d\eta_j} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\eta_j} (\cos \phi_j - \cos \Delta\phi_j) \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \frac{d\eta_j}{dN_j} \right), \quad (3.45) \end{aligned}$$

where $dM_j(\Delta)/d\eta_j$ is identical to Eq. 3.36 where ϕ_j is replaced by $\Delta\phi_j$.

If the index of refraction of the layer where the step is added is at a limit of the available index range, it is impossible to distribute the change of index equally, and the calculation must be slightly modified. Details about the step method will be published in an upcoming article.

1. Voir l'annexe A pour le développement de l'équation 3.43.

3.3.6 Design of graded-index filters

We have seen how to design, optimize and synthesize multilayer filters. We now turn to the design of graded-index filters. In this section, we present the Fourier transform method and a direct application, the design of rugate filters, as well as quintic antireflective layers.

3.3.6.1 The Fourier transform method

The Fourier transform method for the design of optical filters was developed by De-lano [8] and Sossi [9], and later popularized by Dobrowolski and Lowe [12]. It directly relates the desired reflection or transmission spectra with the index profile of the filter through the use of an amplitude and a phase functions, Q and Ψ , respectively, called the Q function. The index depth profile $n(x)$ is obtained by using the inverse Fourier transform [12]

$$\ln \frac{n(x)}{n_m} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{Q(\sigma)}{\sigma} \sin(\Psi(\sigma) - \sigma x) d\sigma, \quad (3.46)$$

where x is the double-centered optical thickness, $\sigma = 2\pi/\lambda$ is the wavenumber, λ is the wavelength, and

$$n_m = \sqrt{n_{\min} n_{\max}} \quad (3.47)$$

is the geometrical mean index of the filter. The double-centered optical thickness

$$x = 2 \int_0^z n(u) du, \quad (3.48)$$

is twice the optical thickness measured from the center of the filter, where z is the physical thickness and u is an integration variable.

Note that in real applications, the Q function is defined at a finite number of wavelengths in a limited range, and the integral of Eq. 3.46 is replaced by a sum.

Multiple Q functions have been proposed [8–10, 12, 112–117], and OpenFilters offers many of them. However, since the Q functions are only approximate, there will be discrepancies between the target and the obtained filter. This problem can be solved by iteratively correcting the Q function [13]. OpenFilters also considers the dispersion of the index of refraction in the Fourier transform method using a method we developed [157].

3.3.6.2 Rugate filters

A direct application of the Fourier transform method is the design of single- or multiple-wavelength reflectors called rugate filters [116]. It can easily be understood that the Fourier transform of a Q function defined for a single wavelength gives a sinusoidal index profile. Furthermore, a multiband rugate filter can easily be designed by multiplying multiple sinusoidal profiles:

$$\ln \frac{n(x)}{n_m} = \prod_i \bar{Q}_i \sin(2\pi x/\lambda_i + \phi_i) w(x), \quad (3.49)$$

where λ_i are the wavelengths of the band, ϕ_i are phase shifts that allow one to center the index profile, and

$$\bar{Q}_i = \frac{1}{2} \ln \frac{n_m + \Delta n_i/2}{n_m - \Delta n_i/2} \quad (3.50)$$

are the reduced Q functions controlling the amplitude Δn_i of the index profile.

Since the sinusoidal index profile cannot be infinite, it is necessary to multiply it by a finite envelope $w(x)$. The spectrum of the filter is the convolution of the Fourier transforms of the sinus and that of the envelope. Therefore, if that envelope is simply a rectangular function, the bands are convoluted with a sinus cardinal, causing sidelobes. An envelope providing apodization is the Kaiser function,

$$w(x) = \frac{I_0(\beta\sqrt{1-4x^2})}{I_0(\beta)} \Pi(x), \quad (3.51)$$

where I_0 is the modified Bessel function of the first kind and zeroth order, $\Pi(x)$ is a rectangular function and β is a parameter controlling the amount of apodization.

The bandwidth of a band, $\Delta\lambda_i$, is related to the amplitude of its index profile, while the reflecting power is related to the amplitude of the index profile and the number of periods. According to Bovard [115],

$$\Delta n = 2n_m \sin\left(\frac{\pi \Delta\lambda_i}{4 \lambda_i}\right) \quad (3.52)$$

and

$$x = \frac{Q}{\pi \bar{Q}_i |W_0|/\lambda_i}, \quad (3.53)$$

where W_0 is the continuous component of the Fourier transform of $w(x)$.

OpenFilters's rugate module corrects for the dispersion of the material using the method Poitras and we have developed [20]. It consists of (1) designing separate single-band rugate filters for each band, (2) converting the index profiles to a common wavelength using the dispersion of the material, and (3) multiplying the index profiles.

3.3.6.3 Quintic layers

Graded-index layers can also be used as antireflective layers. Indeed, when the index change is continuous and very slow, there is almost no reflection in a layer. One particularly effective antireflective layer to avoid reflection between two materials of indices n_1 and n_2 is the quintic index profile [119],

$$n(u) = n_1 + (n_2 - n_1)(10u^3 - 15u^4 + 6u^5), \quad (3.54)$$

where $u = z/d$, z is the physical depth and d is the total physical thickness of the filter.

OpenFilters also offers to scale the thickness optically ($u = x/2\sigma\tau$) and the index exponentially, giving

$$n(u) = n_1 \exp \left[\ln \frac{1 + (n_2 - n_1)}{n_1} (10u^3 - 15u^4 + 6u^5) \right], \quad (3.55)$$

which we have found to give even better results.

3.4 Very short user guide

Now that we have shown what OpenFilters offers, we succinctly present how to use it. All the functions of OpenFilters are accessible through a graphical user interface (GUI) which is designed so that the vast majority of the information is presented in a single main window, as shown in Fig. 3.5.

OpenFilters comes with a bank of materials from Palik [158, 159] or characterized in our laboratory. More materials can be added to fit the user's needs by use of the GUI. At this moment, OpenFilters offers three ways to enter the dispersion of the index of refraction: a single complex value for dispersion-less materials, a table of complex values as a function of wavelength, or a Cauchy dispersion model with an Urbach absorption tail. The material dispersion formulæ are saved in text files.

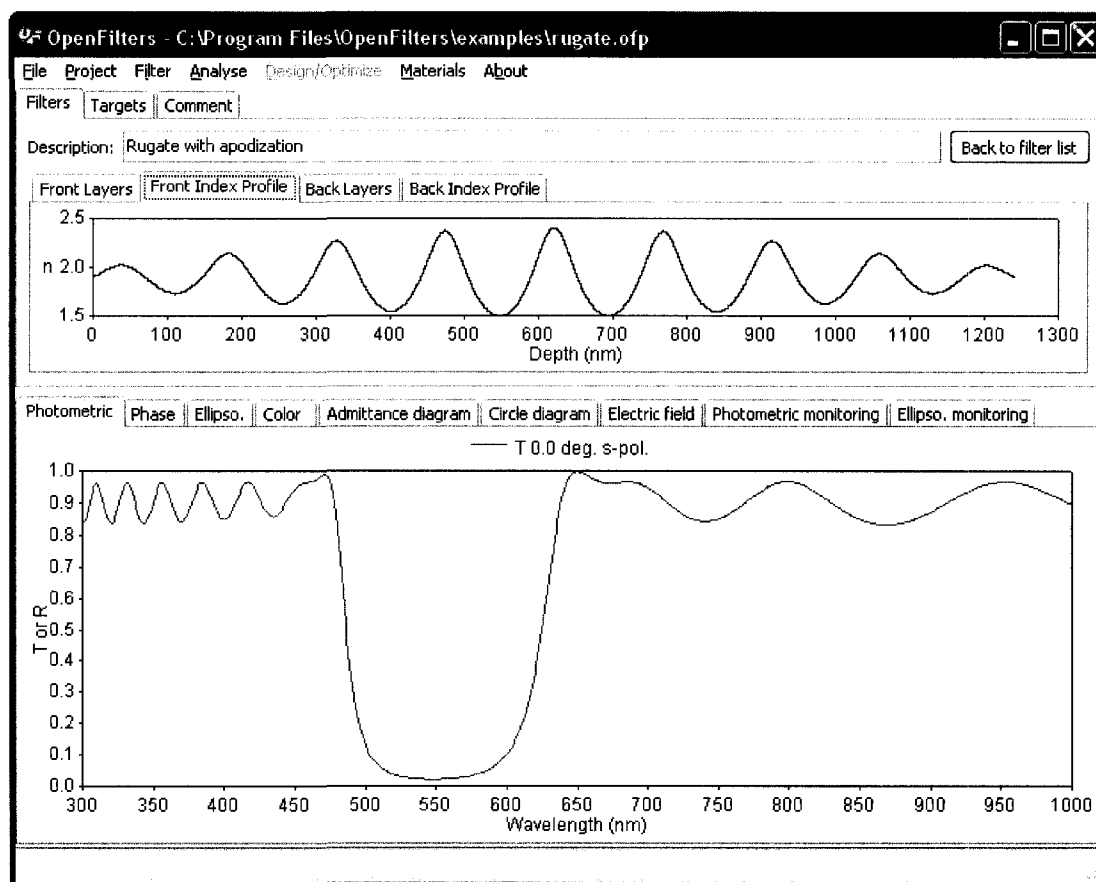


FIGURE 3.5: Main window of OpenFilters.

In OpenFilters, material mixtures are described using the real properties of the materials, instead of mixing laws such as the effective medium approximation. To do so, the user must enter the dispersion of the index of refraction for multiple mixtures, and the index of refraction of intermediate mixtures is interpolated using a cubic spline. OpenFilters also provides a mechanism to account for the limited resolution of the index of refraction during the eventual deposition of graded-index filters. When the optical properties are entered, the user must assign a number to every mixture. Then, OpenFilters considers that only intermediate mixtures represented by whole numbers are possible to deposit.

The operations in OpenFilters are centered around projects. A project allows the user to design and compare multiple solutions to the same problem by regrouping a set of filters designed to meet the same set of targets. After the creation of a project, the user can add filters and targets to it, and modify or remove them in the order wanted.

When the user adds a new filter to the project, a dialog is presented that makes it necessary for the user to specify the substrate material and thickness, the front and back media, the reference wavelength, the wavelength range, and the graded-index step spacing. The reference wavelength is the wavelength at which the index of refraction of mixtures is defined and is used when calculating the optical thickness of the layers. The step spacing is used in the discretization of the index profile of graded-index filters as explained in Section 3.3.3. The user may choose to discretize graded-index filters according to the *deposition* steps as described in the material file. All these properties may be changed later if necessary.

It is possible to add layers to the filter individually or through the use of a stack formula. When mixtures are used, in addition to the thickness of the layer, the user must specify its index of refraction. Layers can be added, removed or modified at the will of the user.

OpenFilters comes with modules to design rugate and quintic filters. The rugate module offers the possibility to design single-band and multiband rugates and to specify the number of periods and the amplitude of the index profile either directly or from the bandwidth and the reflection power of the bands. It also offers the possibility to multiply the index profile by a Kaiser apodization envelope. In the quintic module, the starting and ending indices can be selected manually or automatically matched to the surrounding

layers. The index can be linearly or exponentially scaled, while the thickness can be physically or optically scaled.

After a filter has been created, it is possible to calculate many of its properties: transmission, reflection, absorption, phase, GD, GDD, ellipsometric variables Ψ and Δ , color, the circle and admittance diagrams, and the electric field distribution. The color is calculated in XYZ, xyY , $L^*a^*b^*$, and $L^*u^*v^*$ color spaces using the CIE1931 or CIE1964 colorimetric observers and one of the 38 illuminants defined by the Commission internationale de l'éclairage [151]. OpenFilters can also generate photometric or ellipsometric monitoring curves. When the user asks the software to calculate a property, a dialog is presented for selection of the conditions at which to calculate the property, such as the angle of incidence and the polarization.

To design, optimize, or synthesize a filter, the user must define targets. OpenFilters offers single wavelength and spectral reflection and transmission targets, and color targets. In the case of spectral targets, the user must set a range of wavelengths and a resolution for the target, and then define the value of the target at some wavelengths. The values between those wavelengths are linearly interpolated. It is possible for the user to specify that the target is an equality or an inequality. For color targets, the user has the choice of the same color spaces, observers, and illuminants already mentioned.

Once targets are set, the user can optimize an existing filter using refinement, synthesize a filter using the needle or step methods, or design one using the Fourier transform method. When the user selects one of these methods, a dialog is presented that allows control of the design, optimization, or synthesis. For example, the needle method dialog, presented in Fig. 3.6, offers the possibility to select the materials of the needles, to refine the filter, to add a selectable number of needles or to remove thin layers. The user can also select the automatic mode in which refinement, addition of needles and removal of thin layers are automatically done until an acceptable solution is found or the addition of more needles is no longer helpful.

Finally, the project can be saved in a text file and reopened later. All the results given by OpenFilters can be exported to text files to allow the user to plot them with a software of his or her choice.

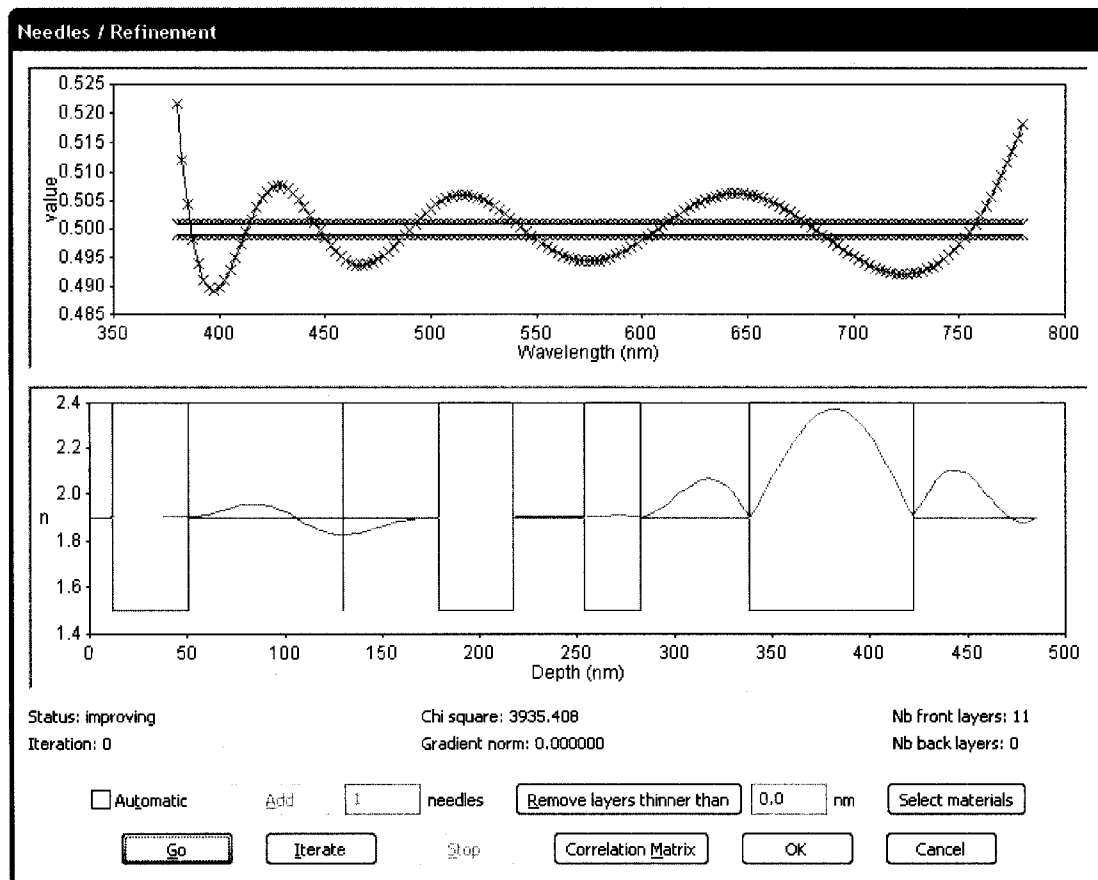


FIGURE 3.6: Needle method dialog.

3.5 Under the hood

If the user is interested to modify OpenFilters to fit specific needs and to collaborate on its development, it is necessary to understand the structure of its implementation.

OpenFilters is written in Python [160] and C++ using object oriented programming. Major logical elements of the software (materials, projects, filters, targets, design/optimization/synthesis routines, ...) are represented by classes programmed in Python. To speed up the calculations, most of the computationally intensive tasks are performed by two modules implemented in C++: the *abeles* and *moremath* modules. The GUI is programmed using the *wxPython* toolkit [161].

The *abeles* module is named after Florin Abelès who first presented the characteristic matrix approach to calculate the optical properties of optical coatings [58]. It implements classes to calculate the index of refraction of materials from their dispersion formulæ, compute the characteristic matrices of layers, multiply these matrices, calculate the properties of the filter, and evaluate the derivatives used in refinement, needle and step methods.

The *moremath* module, named to differentiate it from the standard Python module *math*, implements the Levenberg-Marquardt algorithm, routines to solve linear equation systems using Gauss-Jordan elimination or QR decomposition, interpolation methods (mainly the cubic spline) and a few more tools. The Levenberg-Marquardt code is similar to *MINPACK* [162], but allows the use of inequality targets and the bounding of the fitted parameters (to avoid negative thicknesses and bound the index of refraction to acceptable values).

Each kind of material is represented by a different class that derives from the material base class. At this moment, there are six derived classes for simple materials and mixtures, and for the three dispersion models previously described. All these classes include a common set of methods to set the dispersion formula of the material and to obtain its index of refraction for a single wavelength or a spectrum. Many of the calculations are delegated to the *abeles* module. More dispersion models can easily be added by simply creating more derived classes without needing to modify other parts of the code.

Projects are instances of the project class. It is a very plain class that simply implements

methods to add or remove filters and targets.

All offered kinds of targets derive from the target base class. Derived classes are implemented for single wavelength and spectral reflection or transmission, and for color. They include methods to set the target and to interact with optimization methods. If new target classes are added, it will also be necessary to modify the optimization methods accordingly.

The optical filter class implements methods to add and remove homogeneous and graded-index layers, and to calculate the properties of a filter with the help of the *abeles* package. When a property is calculated at a given angle of incidence, the matrices for that angle of incidence are saved. Therefore, it is not necessary to recalculate them when determining another property at the same angle of incidence.

The classes implementing design, optimization, and synthesis methods derive from the optimization base class. The refinement and the Fourier transform method classes are directly derived from the optimization class. The refinement class is further derived to create the needle and step method classes. Optimization methods use the *abeles* and *moremath* modules intensively during the calculations.

All the files in which materials, illuminants, observers or projects are saved are text files in an easily understandable format.

The GUI is clearly separated from rest of the implementation to allow creation of another user interface if necessary. *OpenFilters* is somewhat multithreaded: computationally intensive tasks are done in a separate thread to preserve the GUI responsiveness, and it is possible to stop most of these operations. However, at this moment, these operations are done in a single thread.

Finally, *rugate* and *quintic* modules are self contained. This implementation was selected to allow the creation of modules without having to modify any other part of the code. The modules are loaded when *OpenFilters* starts, so it is possible to add modules without recompiling it.

3.6 Conclusions and future plans

We have developed OpenFilters, an open-source program for the design of optical filters. It offers new features such as the step method and the consideration of the dispersion in the Fourier transform method as well as popular methods such as refinement and the needle method. It was recently used in the OIC 2007 design contest and provided a result comparable to the winning design [148].

We plan to continue the development of OpenFilters and would be pleased to find collaborators. Following the open-source philosophy, we therefore invite you not only to use OpenFilters, but also to modify it to fit your needs and to collaborate on its development. If you send us the modifications, and we believe they are of interest to the community, we will be glad to include them in the distribution of OpenFilters.

In the near future, we plan to include gradual evolution [75, 81, 108], design cleaning [108] and pre-production analysis [83, 163–165] to OpenFilters. In the longer term, we would like to extend the OpenFilters project to develop a reverse-engineering software.

We would also like to build a large database of materials' refractive index. To help us, we invite you to send us the index of refraction of the materials that you measure as well as a description of the fabrication condition and measurement setup.

Acknowledgments

We acknowledge the financial support of the Natural sciences and engineering research council of Canada (NSERC) and we thank our colleagues of the FCSEL, particularly Marie-Maude de Dénus-Baillargeon and Bill Baloukas, who tested early versions of OpenFilters, for their feedback. Stéphane Larouche also thanks the NSERC for its scholarship.

A preliminary version of this work was presented at the Optical Society of America's Tenth Topical Meeting on Optical Interference Coatings held in Tucson (AZ) June 3 – 8 2007 [166].

CHAPITRE 4

DISPERSION IMPLEMENTATION IN OPTICAL FILTER DESIGN BY THE
FOURIER TRANSFORM METHOD USING CORRECTION FACTORS

Stéphane Larouche and Ludvik Martinu

Regroupement québécois sur les matériaux de pointe (RQMP) and
Department of Engineering Physics, École polytechnique de Montréal,
P. O. Box 6079, Station Centre-Ville, Montréal, Québec, H3C 3A7, Canada

Applied Optics, vol. 46, no. 30, 2007, p. 7436–7441.

©2007 Optical Society of America

Abstract

The Fourier transform method to design graded-index optical filters, that relates the desired reflection spectrum and the index profile through the use of a Q function, has two important drawbacks: (1) it relies on approximate Q functions and, (2) it does not account for the dispersion of the index of refraction. The former is usually addressed by an iterative correction process. We propose to address the latter by scaling the wavelength in the Fourier transform by the optical thickness of the filter and to multiply the Q function by a wavelength-dependant correction factor. We demonstrate the high effectiveness of this approach by the performance of optical filters designed with such correction factors using the optical properties of $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ mixtures.

4.1 Introduction

Most optical interference filters nowadays consist of a multilayer stack of a few discrete materials. However, graded-index filters, in which the index of refraction n continuously varies throughout the filter, are used in some niche applications such as eyewear protec-

tion, heads-up displays, and Raman spectroscopy. Graded-index filters show interesting optical properties, such as easy removal of harmonics and sidelobes [116], and enhanced mechanical properties, such as better wear resistance and lower stresses [167]. One factor impeding a wider use of graded-index filters is that design methods for such filters are not as well developed as those for their multilayer counterpart.

The Fourier transform (FT) method, developed by Delano [8] and Sossi [9], and later popularized by Dobrowolski and his coworkers [12], is a very powerful approach for the design of graded-index optical interference filters. It provides a direct relationship between a Q function, that depends on the desired reflection spectrum, and the index profile. Design generated by the FT method can be fabricated using materials with arbitrary indices of refraction or serve as an initial guess in the design of multilayer filters.

The FT method has two important drawbacks: (1) it relies on approximate Q functions and (2) it does not account for the dispersion of the optical properties. The former is usually addressed by an iterative approach or by choosing a Q function more appropriate for the problem considered [13]. The latter can be addressed by transforming the graded index profile into a two material multilayer [168]. In addition, Poitras and ourselves have described a method to include dispersion in the design of multiband rugate filters [20]. However, until now, no general solution has been proposed.

In this paper, we present a simple method to account for the dispersion of the index of refraction by wavelength scaling and by the application of a multiplicative correction factor to the Q function. Then, using the optical properties of $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ mixtures [1], shown in Fig. 4.1, as an example, we demonstrate that this method is effective and that it can be included in the iterative correction approach. Finally, we discuss some limitations of the proposed method.

4.2 Theory

4.2.1 The Fourier transform method

The Fourier transform method directly relates the desired reflection or transmission spectrum with the index profile of the filter through the use of an amplitude and a phase

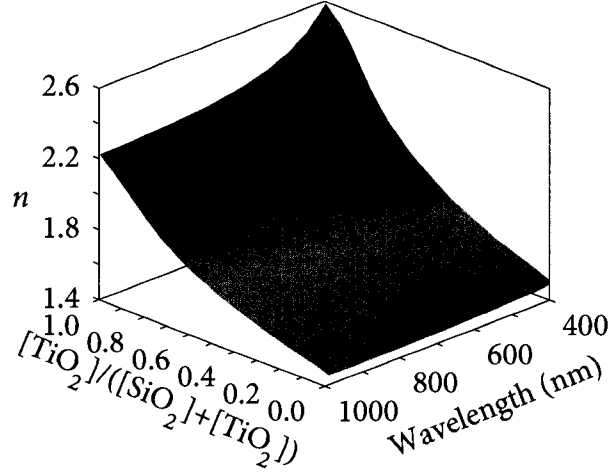


FIGURE 4.1: Index of refraction of $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ mixtures deposited by PECVD, and characterized using spectroscopic ellipsometry and spectrophotometry [1].

functions, Q and Ψ , respectively, called the Q function. The index depth profile $n(x)$ is obtained by using the inverse FT [12]

$$\ln \frac{n(x)}{n_m} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{Q(\sigma)}{\sigma} \sin(\Psi(\sigma) - \sigma x) d\sigma, \quad (4.1)$$

where x is the double-centered optical thickness, $\sigma = 2\pi/\lambda$ is the wavenumber, λ is the wavelength, and

$$n_m = \sqrt{n_{\min} n_{\max}} \quad (4.2)$$

is the geometrical mean index of the filter. The double-centered optical thickness,

$$x = 2 \int_0^z n(u) du, \quad (4.3)$$

is twice the optical thickness measured from the center of the filter, where z is the physical thickness and u is an integration variable.

Multiple Q functions have been proposed [8–10, 12, 112–117]. In this paper, we specifically use

$$Q(\sigma) = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{R(\sigma)}}{1 - \sqrt{R(\sigma)}} \quad \text{and} \quad \Psi(\sigma) = 0 \quad (4.4)$$

as proposed by Bovard [115]. However, the proposed method can be applied to any Q function.

4.2.2 Effects of the dispersion

A problem occurs when the FT method is used to design a filter using real materials that exhibit a strong dispersion. The filter must be defined by a single physical thickness-based index profile $n(z)$. However, since n is wavelength dependent, the correspondance between $n(z)$ and $n(x)$, given by Eq. 4.3, is only valid at a single chosen wavelength λ_0 . At all wavelengths where n is different from the one at λ_0 , $n(x)$ is different from that given by Eq. 4.1 and the spectral properties are affected.

To observe the effect of dispersion, let us look at a model triple band rugate filter designed using

$$n(x) = n_m \prod_{i=1}^3 \exp[\bar{Q}_i \sin(2\pi x/\lambda_i + \phi_i) w(x)],$$

where

$$\bar{Q}_i = \frac{1}{2} \ln \frac{n_m + \Delta n_i/2}{n_m - \Delta n_i/2}$$

are the reduced Q functions, Δn_i are the amplitude of the individual band index profiles, λ_i are the wavelengths of the bands, ϕ_i are phase shifts introduced to correctly center the profile, and $w(x)$ is an apodization envelope [116].

When the index of refraction of $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ mixtures is considered, a reference wavelength must be chosen (here $\lambda_0 = 550 \text{ nm}$). The optical thickness and the amplitude of the index profile of the model triple-band rugate filter, shown in Fig. 4.2, are wavelength dependant. Since the effects of dispersion are not considered in the design, this leads to two consequences for the transmission spectrum shown in Fig. 4.3: (1) the spectral features at any other wavelength than λ_0 are shifted and (2) their amplitudes and bandwidths are modified.

In order to account for the effect of dispersion, Eq. 4.1 must be modified to explicitly include the wavelength dependance of n and x . For every λ where the Q function is defined,

$$\frac{1}{2} \ln \frac{n(x(\lambda), \lambda)}{n_m(\lambda)} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{Q(\sigma)}{\sigma} \sin(\Psi(\sigma) - \sigma x(\lambda)) d\sigma \quad (4.5)$$

must be respected. Now, to include complete dispersion information in a single equation defined at λ_0 , let us introduce a modified wavenumber, σ' , and a modified Q function,

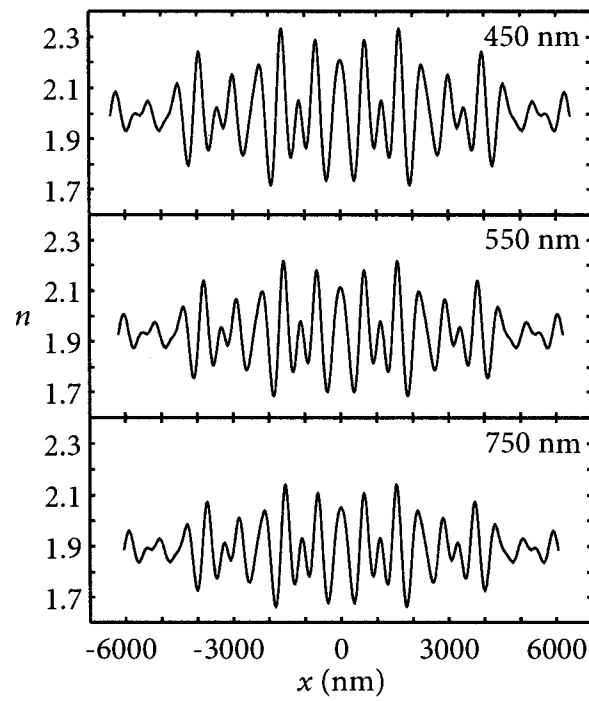


FIGURE 4.2: Index profile of a model triple band rugate filter made of $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ mixtures from Fig. 4.1 at the wavelengths of the three bands centered at 450 nm, 550 nm, and 750 nm. As the wavelength increases, the amplitude of the index profile and its total double optical thickness diminish.

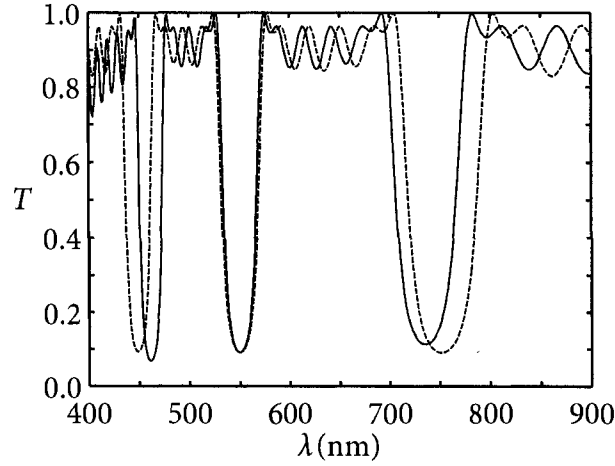


FIGURE 4.3: Effect of dispersion on the transmission spectrum of a model triple-band rugate filter made of $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ (continuous line) compared to that of a filter made of dispersionless material (dashed line) for $\lambda_0 = 550$ nm.

$Q'(\sigma')$, and incorporate them in Eq. 4.1. This gives

$$\frac{1}{2} \ln \frac{n(x(\lambda_0), \lambda_0)}{n_m(\lambda_0)} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{Q'(\sigma')}{\sigma'} \sin(\Psi(\sigma') - \sigma' x(\lambda_0)) d\sigma'. \quad (4.6)$$

Comparing Eqs. 4.5 and 4.6 shows that they are equivalent if

$$\sigma x(\lambda) = \sigma' x(\lambda_0) \quad (4.7)$$

and

$$\frac{Q(\sigma)}{\ln[n(x(\lambda), \lambda)/n_m(\lambda)]} = \frac{Q'(\sigma')}{\ln[n(x(\lambda_0), \lambda_0)/n_m(\lambda_0)]}. \quad (4.8)$$

These last two equations naturally lead to a scaling of the wavelength axis and a multiplicative correction factor for the Q function that we now present.

4.2.3 Scaling of the wavelength axis

Using Eq. 4.7, it is easy to define a scaled wavelength axis that includes the dispersion such as

$$\sigma' = \frac{1}{S(\lambda)} \sigma \quad \text{and} \quad \lambda' = S(\lambda) \lambda, \quad (4.9)$$

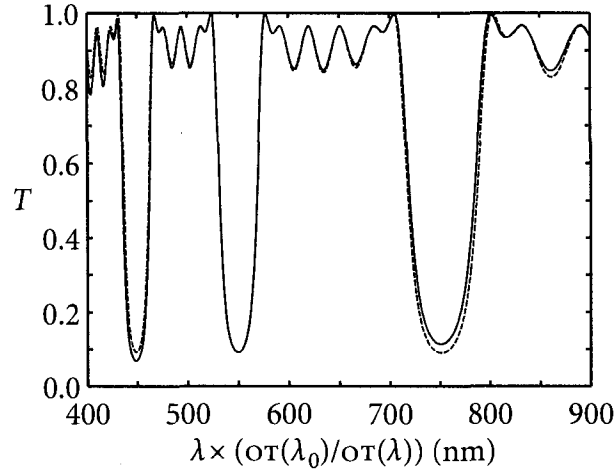


FIGURE 4.4: Transmission spectrum of the triple-band rugate filter made of $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ (continuous line) compared to that of a filter made of dispersionless material (dashed line) using the dispersion-corrected wavelength axis.

where $\lambda' = 2\pi/\sigma'$ and

$$S(\lambda) = \frac{x(\lambda_0)}{x(\lambda)}. \quad (4.10)$$

It is not very convenient to use this scaling in real applications since $x(\lambda_0)/x(\lambda)$ varies continuously throughout the filter's thickness. However, in most practical cases it is reasonable to assume that the ratio of the double centered optical thicknesses does not vary too much and it is approximately equal to that of the total optical thicknesses. Therefore, one can scale the wavelength axis using

$$S(\lambda) = \frac{\text{OT}(\lambda_0)}{\text{OT}(\lambda)}, \quad (4.11)$$

where

$$\text{OT}(\lambda) = \int_{-d/2}^{d/2} n(u, \lambda) du \quad (4.12)$$

is the total optical thickness of the filter and d is the corresponding total physical thickness.

As an example, Fig. 4.4 shows the transmission spectrum of the model triple band rugate filter with the wavelength axis scaled to include the effect of dispersion. It clearly appears that the position of the bands corresponds to the non-dispersive case.

Another problem occurs when one wants to use the scaled wavelength axis to design a filter with the FT method. Since $OT(\lambda)$ is not known prior to the design of the filter, Eq. 4.11 cannot be used for the first iteration. However, in the first approximation, one can suppose that $OT(\lambda)$ is proportional to $n_m(\lambda)$ and use

$$S(\lambda) = \frac{n_m(\lambda_0)}{n_m(\lambda)} \quad (4.13)$$

instead of Eq. 4.11. This last equation is, in fact, very similar to the one proposed by Fabricius in the case of the conversion of a graded-index filter to a two-material discrete layer filter [168].

4.2.4 Multiplicative correction of the Q function

Using Eq. 4.8, it is possible to define the modified Q function as

$$Q'(\sigma') = K(\lambda)Q(\sigma), \quad (4.14)$$

where

$$K(\lambda) = \frac{\ln[n(x(\lambda_0), \lambda_0)/n_m(\lambda_0)]}{\ln[n(x(\lambda), \lambda)/n_m(\lambda)]}. \quad (4.15)$$

Once again, this multiplicative correction factor is not very convenient since it varies continuously throughout the filter's thickness. However, it is reasonable to assume that

$$\frac{n(x(\lambda_0), \lambda_0)}{n_m(\lambda_0)} \approx \frac{n_{\max}(\lambda_0)}{n_m(\lambda_0)} = \frac{n_m(\lambda_0)}{n_{\min}(\lambda_0)}$$

and

$$\frac{n(x(\lambda), \lambda)}{n_m(\lambda)} \approx \frac{n_{\max}(\lambda)}{n_m(\lambda)} = \frac{n_m(\lambda)}{n_{\min}(\lambda)},$$

which leads to

$$K(\lambda) = \frac{\ln \sqrt{n_{\max}(\lambda_0)/n_{\min}(\lambda_0)}}{\ln \sqrt{n_{\max}(\lambda)/n_{\min}(\lambda)}}. \quad (4.16)$$

If fact, this result is not surprising since it is consistent with that of Bovard who demonstrated that the amplitude of the Q function is proportional to $\ln \sqrt{n_{\max}/n_{\min}}$ [116].

4.3 Example

In this section, we test the effectiveness of the proposed correction factors in the design of a filter. In general, to design an optical filter by the FT method with the proposed corrections, one must

1. calculate the Q function as it is normally done;
2. multiply the Q function by $K(\lambda)$;
3. scale the wavelength axis using $S(\lambda)$; and
4. use the inverse FT of the corrected and scaled Q function to obtain the index profile.

If the result is unsatisfactory, an iterative correction process can be applied to the Q function [13].

As an example, Fig. 4.5 compares the reflection spectra of two 30 000 nm optically thick $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ filters obtained by the FT method. One can clearly observe that the bands in the reflection spectrum of the filter designed using the correction factors are better aligned with the target and that their intensities are closer to the target than for the filter obtained without the correction factors. This is particularly evident in the low wavelength part of the spectrum where the dispersion of the optical properties of $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ is high.

Fig. 4.6 presents the reflection spectrum of the filter from Fig. 4.5 after three iterations, showing a good agreement with the target. More iterations do not significantly improve the results and one would need to design a thicker filter in order to further reduce the difference between the design and the target.

4.4 Limitations

With this work, we remove one of the biggest drawbacks of the FT method by providing correction factors to consider the dispersion. However, certain limitations apply to the corrections we propose: (i) eqs. 4.11 and 4.16 must be reasonable approximations and (ii) once scaled, the wavelengths must still be unique.

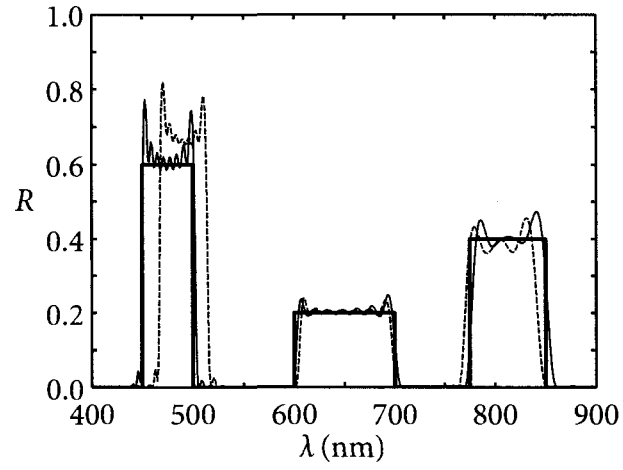


FIGURE 4.5: Reflection spectrum of a $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ filter designed using the correction factors (thin line) is closer to the target (thick line) than that of a filter designed without the correction factors (dashed line). The index profile is defined at 650 nm.

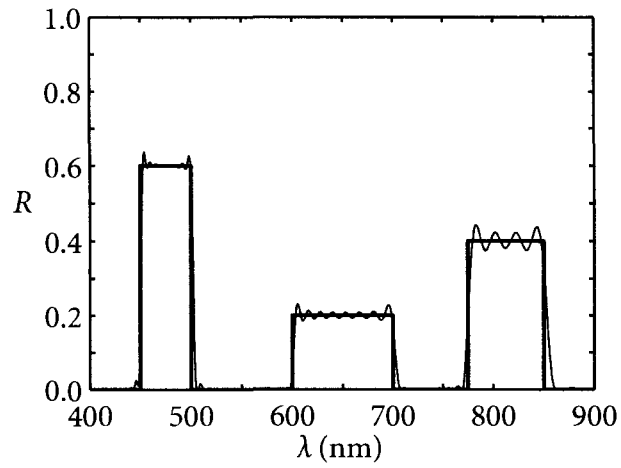


FIGURE 4.6: Reflection spectrum of the filter presented in Fig. 4.5 after three iterations (thin line) compared to the target (thick line).

(i) Approximations 4.11 and 4.16 are only reasonable when the dispersions of the different mixtures are similar and can be approximated from that of $n_{\min}$ and $n_{\max}$. This is usually the case for mixtures of dielectrics. Otherwise, Eq. 4.11 ensures that the total optical thickness is correctly scaled, and, therefore, that the position of the spectral features is correct. However, at wavelengths other than λ_0 , the index profile may differ largely from that obtained by the FT and affect the amplitude of the reflection. Nevertheless, it should be possible to correct for such effects using the iterative correction approach. In the worst case, it is always possible to use the unapproximated Eqs. 4.10 and 4.15 directly, but it requires a lot more calculations.

(ii) More fundamentally, in order to obtain an uniquely defined scaled wavelength axis, it is necessary that λ' depends monotonically on λ or, equivalently, that

$$\frac{d\lambda'}{d\lambda} > 0. \quad (4.17)$$

Since

$$\frac{d\lambda'}{d\lambda} = \frac{dS(\lambda)}{d\lambda} \lambda + S(\lambda) \frac{d\lambda}{d\lambda},$$

according to Eq. 4.9, it is necessary that

$$\frac{dS(\lambda)}{d\lambda} > \frac{S(\lambda)}{\lambda}.$$

According to the definition of $S(\lambda)$, this condition is equivalent to

$$\frac{d}{d\lambda} \frac{x(\lambda_0)}{x(\lambda)} > \frac{1}{\lambda} \frac{x(\lambda_0)}{x(\lambda)}$$

so that

$$-\frac{1}{x^2(\lambda)} \frac{dx(\lambda)}{d\lambda} > \frac{1}{\lambda} \frac{1}{x(\lambda)}$$

or, using Eq. 4.3,

$$\frac{d}{d\lambda} \int_0^z n(u, \lambda) du < \frac{1}{\lambda} \int_0^z n(u, \lambda) du.$$

Application of the Leibniz integral rule gives

$$\int_0^z \frac{dn(u, \lambda)}{d\lambda} du < \frac{1}{\lambda} \int_0^z n(u, \lambda) du, \quad (4.18)$$

indicating that $dn(u, \lambda)/d\lambda$ must not be too large for the proposed method to work.

To respect that condition, it is sufficient (but not necessary) that

$$\frac{dn(\lambda)}{d\lambda} < \frac{n(\lambda)}{\lambda}. \quad (4.19)$$

Therefore, it is possible to obtain a unique scaled wavelength axis if the dispersion is normal but not necessarily when the dispersion is anomalous. This is not an important limitation since anomalous dispersion implies that there is some absorption and that the FT method only works when the absorption is negligible.

4.5 Conclusions

We have developed wavelength scaling and multiplicative correction factors in order to implement the dispersion of the index of refraction of real materials in the design of graded-index filters by the FT method. We have also proposed convenient approximative formulæ. Considering the approximate nature of the FT method and the use of an iterative approach, we recommend to use these approximative formulæ for the design of filters. The example demonstrated in this article and other model designs that we have performed show that the proposed correction factors are very effective.

During the development of this new approach, we have identified a few limitations of the proposed method. However, considering that predominantly dielectric materials are used to fabricate optical filters designed with the FT method, these limitations appear unimportant.

Acknowledgments

This work was supported in part by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC). Stéphane Larouche thanks the NSERC for providing a graduate student scholarship.

Preliminary results of this work were presented at the Optical Society of America's Ninth Topical Meeting on Optical Interference Coatings held in Tucson (AZ) on June 27 – July 2, 2004 [169].

CHAPITRE 5

OPTICAL FILTERS WITH PRESCRIBED OPTICAL THICKNESS AND REFINED REFRACTIVE INDICES

Stéphane Larouche and Ludvik Martinu

Regroupement québécois sur les matériaux de pointe (RQMP) and
Department of Engineering Physics, École polytechnique de Montréal,
P. O. Box 6079, Station Centre-Ville, Montréal, Québec, H3C 3A7, Canada

Soumis à *Applied Optics* le 21 mai 2008, accepté le 17 juin 2008.

Abstract

We propose to refine the refractive index of the layers composing optical filters while keeping their optical thicknesses constant. Using this technique, one can optimize filters made of quarterwave layers using conventional optimization techniques, while preserving the possibility to use turning-point monitoring during their fabrication. Application of this method to the design of a dual narrowband filter and a tilted edge filter demonstrates its effectiveness.

5.1 Introduction

Before the advent of computers, most optical filters consisted of quarterwave (QW) layers (or multiple thereof). It was necessary because it was difficult to calculate the properties of filters including layers with arbitrary thicknesses. The design of optical filters mainly relied on the ability of the designer to understand how filters work and on graphical methods. Nowadays, we have at our disposal powerful computer programs to optimize optical filters by adjusting the layers thicknesses and, when appropriate, their refractive indices.

Despite the great advances in the design of optical filters, there are still several applications in which most layers are qw thick. This choice is often required to allow turning-point monitoring [129]. For example, it would be impossible to fabricate the wavelength division multiplexing narrowband filters used in the telecommunication industry without the turning-point monitoring autocompensation mechanism.

When only a limited number of materials with discrete refractive indices are available and only qw layers are used, the possible designs are also discrete. This limits the liberty of the designer and requires special optimization methods appropriate for discrete problems [73]. Since these limitations make it difficult or sometime impossible to design a satisfactory filter, a few of the qw layers in narrowband filters are frequently replaced by three layers of qw total equivalent thickness and intermediate equivalent refractive index [70] using the Herpin equivalent index concept [170].

Since we have at our disposal deposition systems that allow the deposition of materials with arbitrary refractive indices, we propose to design filters consisting solely of qw layers, but with adjusted refractive indices. In that case, the range of solution is continuous and it is possible to use conventional optimization techniques to optimize the layer refractive indices.

In 2004, Verly considered a similar technique to design narrowband filters used in the telecommunication industry [74]. He proposed to adjust the refractive indices of the layers and suggested that intermediate refractive indices be replaced by their two-material equivalent according to the Herpin equivalent index. His study was limited to normal incidence and narrowband filters.

In this work, we provide a mathematical development of the method that is also valid at oblique incidence. Rather than replacing the layer with a two-material solution, we propose to use the intermediate indices in the final design.

5.2 Theory

The goal of optimization of optical interference filters, called refinement, is to minimize a merit function (MF) such as

$$\text{MF} = \chi^2 = \sum_{i=1}^m \left(\frac{B_i - \bar{B}_i}{\Delta B_i} \right)^2, \quad (5.1)$$

where B_i are the properties of interest, $\bar{B}_i$ are the target values for these properties, ΔB_i are the tolerances on these properties, and m is the number of targets. The properties of interest are typically the reflection or the transmission of the filter, or dispersive properties such as the group delay or the group delay dispersion at specific wavelength, angle of incidence and polarization. The refinement consists in adjusting the thicknesses d_i and refractive indices N_i of the layers to minimize the MF [59]. The optimization algorithms used, such as damped least squares or Newton methods, involve calculating the derivative of the MF with respect to d_i and N_i , and modifying them in a direction that reduces the MF.

In this work, we propose to adjust both d_i and N_i , but to keep the layer optical thicknesses constant. There is therefore only one free parameter by layer and it seems natural to choose N_i as the optimized parameter. More precisely, the optimized parameter is $n_{i,0}$, the real part of N_i at a reference wavelength λ_0 . The complex refractive index at all wavelengths is related to $n_{i,0}$ by the dispersion of the material used for the design, that must be determined beforehand.

The canonical way to calculate the properties of optical filters is the characteristic matrix approach [58], presented in details in most optical coating textbooks, such as Macleod's [26]. In this approach, the i th layer is represented by

$$M_i = \begin{bmatrix} \cos \phi_i & (i/\eta_i) \sin \phi_i \\ i\eta_i \sin \phi_i & \cos \phi_i \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

where

$$\eta_i = \begin{cases} \sqrt{N_i^2 - \alpha^2} & \text{s polarization,} \\ N_i^2 / \sqrt{N_i^2 - \alpha^2} & \text{p polarization} \end{cases} \quad (5.3)$$

is the pseudo refractive index of the layer,

$$\phi_i = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{N_i^2 - \alpha^2} d_i \quad (5.4)$$

is the phase shift introduced in the wave by the layer, λ is the wavelength of light in vacuum, and α is the normalized propagation angle. According to the Snell-Descartes's law,

$$\alpha = N_i \sin \theta_i, \quad (5.5)$$

where θ_i is the angle of propagation in the layer, is constant in all layers.

The whole stack is represented by the product of the individual matrices,

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} = \prod_{i=q}^1 M_i, \quad (5.6)$$

where q is the number of layers. Therefore, the derivative of the multilayer matrix with regard to the real part of the refractive index of the j th layer, $n_{j,0}$, is

$$\frac{dM}{dn_{j,0}} = \prod_{i=q}^{j+1} M_i \frac{dM_j}{dn_{j,0}} \prod_{i=j-1}^1 M_i. \quad (5.7)$$

It is only possible to preserve the optical thickness of the layer constant for a single angle of incidence and, if the material is dispersive, at a single wavelength. Let us therefore define α_0 , the normalized propagation angle at λ_0 for which the wave undergoes a phase shift of $\phi_{j,0}$ in the j th layer. When the material is absorbing, $\phi_{j,0}$ is complex, but its imaginary part is related to absorption, not to a phase shift. Therefore, it is $\text{Re } \phi_{j,0}$ that must be fixed and, using a development similar to that of van der Laan and Frankena [85],

$$\left. \frac{dM_j}{dn_{j,0}} \right|_{\text{Re } \phi_{j,0}} = \frac{dM_j}{d\phi_j} \frac{d\phi_j}{dn_{j,0}} \bigg|_{\text{Re } \phi_{j,0}} + \frac{dM_j}{d\eta_j} \frac{d\eta_j}{dN_j} \frac{dN_j}{dn_{j,0}} \quad (5.8)$$

where, by differentiation of Eqs 5.2 and 5.3,

$$\frac{dM_j}{d\phi_j} = \begin{bmatrix} -\sin \phi_j & (i/\eta_j) \cos \phi_j \\ i\eta_j \cos \phi_j & -\sin \phi_j \end{bmatrix}, \quad (5.9)$$

$$\frac{dM_j}{d\eta_j} = \begin{bmatrix} 0 & -(i/\eta_j^2) \sin \phi_j \\ i \sin \phi_j & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.10)$$

and

$$\frac{d\eta_j}{dN_j} = \begin{cases} \frac{N_j}{\sqrt{N_j^2 - \alpha^2}} & \text{s polarization,} \\ \frac{N_j}{\sqrt{N_j^2 - \alpha^2}} \left(2 - \frac{N_j^2}{N_j^2 - \alpha^2} \right) & \text{p polarization,} \end{cases} \quad (5.11)$$

while $dN_j/dn_{j,0}$ is obtained from the dispersion of the material used.

The factor that assures that the optical thickness is kept constant is

$$\left. \frac{d\phi_j}{dn_{j,0}} \right|_{\text{Re } \phi_{j,0}} = \frac{d\phi_j}{dN_j} \frac{dN_j}{dn_{j,0}} + \frac{d\phi_j}{dd_j} \frac{dd_j}{dn_{j,0}} \Big|_{\text{Re } \phi_{j,0}}, \quad (5.12)$$

where

$$\frac{d\phi_j}{dN_j} = \frac{2\pi}{\lambda} d_j \frac{N_j}{\sqrt{N_j^2 - \alpha^2}}, \quad (5.13)$$

$$\frac{d\phi_j}{dd_j} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{N_j^2 - \alpha^2}, \quad (5.14)$$

$dN_j/dn_{j,0}$ is determined by the dispersion of the material, and (see appendix 5.A)

$$\left. \frac{dd_j}{dn_{j,0}} \right|_{\text{Re } \phi_{j,0}} = -d_j \left(\frac{n_{j,0}}{|\mathcal{N}_{j,0}|^2} - \frac{\text{Im } \mathcal{N}_{j,0}}{\text{Re } \mathcal{N}_{j,0}} \frac{k_{j,0}}{|\mathcal{N}_{j,0}|^2} \right), \quad (5.15)$$

where

$$\mathcal{N}_{j,0} = \sqrt{N_{j,0}^2 - \alpha_0^2}. \quad (5.16)$$

If the layer is absorptionless, Eq. 5.15 simplifies to

$$\left. \frac{dd_j}{dn_{j,0}} \right|_{\text{Re } \phi_{j,0}} = -d_j \frac{n_{j,0}}{|\mathcal{N}_{j,0}|^2}. \quad (5.17)$$

Furthermore, at normal incidence $\mathcal{N}_{j,0} = n_{j,0}$,

$$\left. \frac{dd_j}{dn_{j,0}} \right|_{\text{Re } \phi_{j,0}} = -\frac{d_j}{n_{j,0}}, \quad (5.18)$$

and $d\phi_j/dn_{j,0}|_{\text{Re } \phi_{j,0}} = 0$.

The derivatives of the properties of the filter can be obtained from the derivative of the characteristic matrix [15]. For example, the derivative of reflectance is

$$\frac{dR}{dn_{j,0}} = 2r^* \frac{dr}{dn_{j,0}}, \quad (5.19)$$

where

$$r = \frac{\eta_{\text{inc}} m_{11} - \eta_{\text{ex}} m_{22} + \eta_{\text{inc}} \eta_{\text{ex}} m_{12} - m_{21}}{\eta_{\text{inc}} m_{11} + \eta_{\text{ex}} m_{22} + \eta_{\text{inc}} \eta_{\text{ex}} m_{12} + m_{21}} \quad (5.20)$$

is the amplitude reflection coefficient of the filter,

$$\frac{dr}{dn_{j,0}} = \text{Tr} \left(\frac{dM_j}{dn_{j,0}} \psi_r \right) \quad (5.21)$$

is its derivative, Tr is the trace,

$$\psi_r = \frac{t}{2\eta_{\text{inc}}} \begin{bmatrix} \eta_{\text{inc}}(1-r) & -(1+r) \\ \eta_{\text{inc}}\eta_{\text{ex}}(1-r) & -\eta_{\text{ex}}(1+r) \end{bmatrix}, \quad (5.22)$$

η_{inc} and η_{ex} are the pseudo-indices of the incidence and exit media, respectively, and

$$t = \frac{2\eta_{\text{inc}}}{\eta_{\text{inc}} m_{11} + \eta_{\text{ex}} m_{22} + \eta_{\text{inc}} \eta_{\text{ex}} m_{12} + m_{21}} \quad (5.23)$$

is the amplitude transmission coefficient.

Finally, knowing the derivative of the properties of interest, it is easy to calculate the derivative of the MF which is, by differentiation of Eq. 5.1,

$$\frac{d\text{MF}}{dn_{j,0}} = 2 \sum_{i=1}^m \left(\frac{B_i - \bar{B}_i}{(\Delta B_i)^2} \frac{dB_i}{dn_{j,0}} \right). \quad (5.24)$$

5.3 Examples

Let us now illustrate the proposed method using two examples: a dual narrowband filter and a tilted edge filter. All calculations have been made using the OpenFilters software [171].

5.3.1 Dual narrowband filter

Some experiments in quantum computing and quantum cryptography involve the creation of two collinear entangled photons with slightly different wavelengths by type I nondegenerate parametric downconversion [172]. Considering that one wants to detect two individual photons, it is essential to reduce to a minimum all other photons coming from the downconversion and from any other source. For that purpose, one needs a filter

providing the highest possible transmission in two narrow spectral ranges, but the lowest possible transmission in all other regions; in short, a dual narrowband filter. In order to make such filter manufacturable, we believe it is important that all layers are QW. Poitras, with a totally different goal in mind, proposed asymmetrical dual-cavity filters, similar to Fabry-Pérot filters, that possess such properties [173]. However, when only two materials are used, it is difficult to control the position and the shape of the two bands.

Fig. 5.1 shows the design of a dual narrowband filter. The goal is to obtain the highest possible transmission in ± 0.5 nm intervals around 540 nm and 560 nm, while rejecting as much as possible all other wavelengths. For simplicity's sake, dispersionless materials with refractive indices between $N = 1.5$ and $N = 2.4$ are used. The substrate is glass ($N = 1.5$). The starting design, in the top row of the figure, contains four asymmetrical cavities. It is centered around 549.82 nm, the center of 540 nm and 560 nm in wavenumber. The number of layers in the reflectors is chosen to provide approximately the correct position for the two bands and low index layers are added at the substrate/stack and the stack/air interfaces to allow index matching during the optimization.

The middle row of Fig. 5.1 shows the result obtained when the refractive indices of all layers are allowed to vary while their optical thicknesses are preserved. The transmission spectrum of the filter shows two relatively square bands correctly centered around 540 nm and 560 nm. However, the filter contains a large number of intermediate index layers, which may make it difficult to fabricate.

Following Verly [74], we decided to only allow the refractive index of the cavities, the coupling layer, and the matching layers to vary. When their index varied enough to make it identical to that of their neighbors, they were merged to the neighbors and the refractive index of the merged layer was allowed to vary. The result, shown at the bottom of Fig. 5.1, is as good as the one where all layers were allowed to vary (the MFs are identical within 0.02 %). It contains only six layers of intermediate refractive indices: the four cavities, the coupling layer and one of the matching layers.

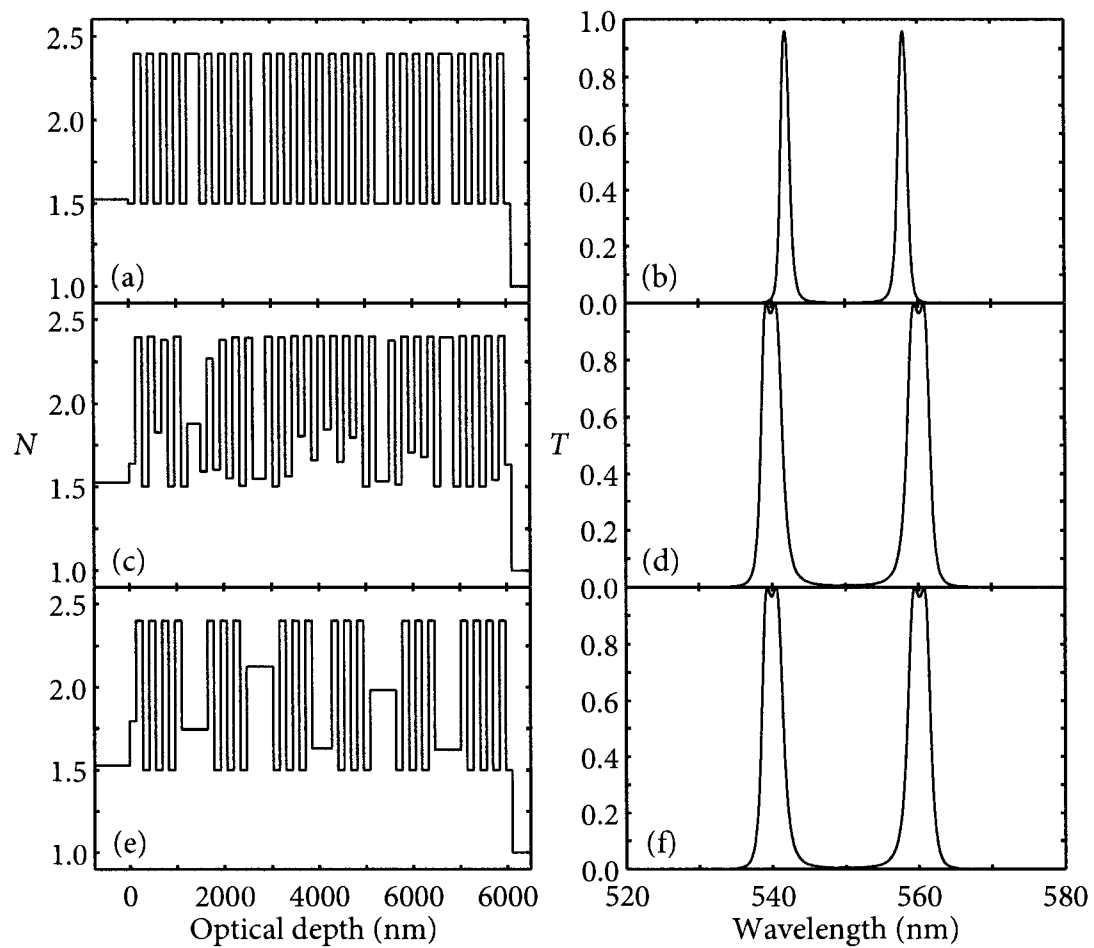


FIGURE 5.1: Design of a dual narrowband filter: index profile (left) and transmission spectrum (right) of the starting design (top), the filter obtained when the refractive index of all layers is allowed to vary (middle), and the filter obtained when only the refractive index of the cavities, the matching layer and the coupling layers is allowed to vary (bottom).

5.3.2 Tilted edge filter

In spectroscopy, and in particular in Raman spectroscopy, it is often necessary to eliminate one wavelength, while preserving all wavelengths above or below it and to obtain a very sharp transition between the rejection and transmission regions.

Fig. 5.2 shows the design of a high pass edge filter with a transition at 600 nm working at an angle of incidence of 45° in air for s polarisation. The goal is to obtain the lowest possible transmission below 600 nm and the highest possible transmission above 600 nm. The filter is made of $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ mixtures [1] on B270 glass. The starting design, shown at the top of Fig. 5.2, is a quarterwave stack at 45° , centered around 510 nm, a wavelength that was chosen because it provided a transition at the correct position.

After optimization, the filter at the bottom of Fig. 5.2 is obtained in which the sidelobes have been almost totally eliminated. Most layers are pure SiO_2 or TiO_2 ; only the refractive indices of layers at both extremities of the filter are intermediate. The result is similar to multiplying the index profile by an apodization envelope [116] and matching the refractive index of the substrate and the medium.

5.4 Discussion

We have shown, using two examples, that refining the refractive index of the layers of a filter while preserving their optical thickness can yield interesting solutions for some applications.

The fabrication of such filters is more complex than that of filters involving only two materials since one needs to control the refractive index as well as the thickness of every layer. However, turning-point monitoring is possible to apply, allowing an autocompensation mechanism. Furthermore, it is not necessary to let the refractive index of all layers vary. As demonstrated by the dual narrowband filter, fitting the refractive index of only a limited number of appropriately selected layers can provide results that are as satisfactory as those obtained when the refractive index of all layers is allowed to vary.

One may have thought that preserving the optical thickness of a layer while varying its refractive index is as simple as varying the thickness inversely proportionally to the

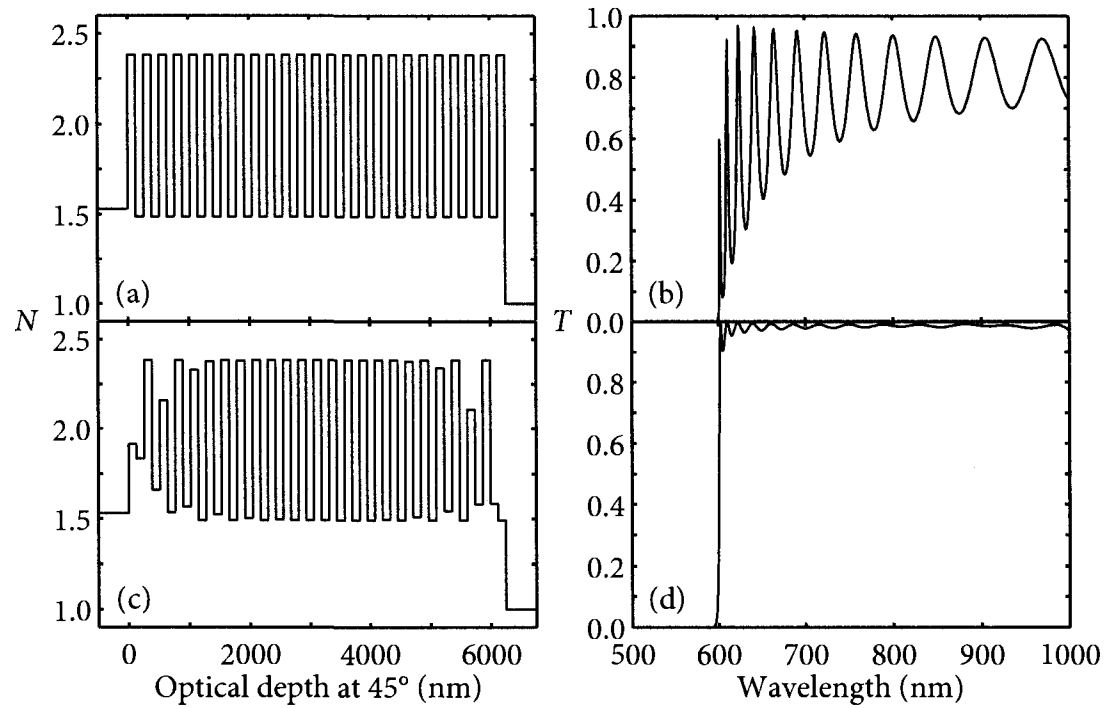


FIGURE 5.2: Design of a s polarization edge filter working at 45°: index profile (left) and transmission spectrum (right) of the starting design (top) and the optimized filter (bottom).

refractive index, as in Eq. 5.18. However, the general oblique incidence case is significantly more complicated. This arises from the fact that when the refractive index of a layer changes, the propagation angle in the layer also changes. Eqs. 5.15 or 5.17 correctly handle most oblique incidence cases.

One case that is not correctly handled and that must be avoided is total internal reflectance. Indeed, if the angle of incidence is above the critical angle, $N_{j,0}^2 - \alpha_0^2$ is negative and its square root is imaginary. The optical thickness is then not well defined. To avoid this difficulty, one should be careful when the index of refraction of a layer can be lower than that of the incidence medium.

5.5 Conclusions

We have proposed a new design method to add to the arsenal of techniques available to the optical coating designer. It is mainly targetted at niche applications where turning-point monitoring is important to be able to fabricate specific complex filters.

The proposed optimization method is available in OpenFilters, an open-source software we have recently released [171].

Acknowledgments

This work was supported by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC). We thank Yasaman Soudagar for suggesting the dual narrowband filter problem. Stéphane Larouche also thanks the NSERC for its scholarship.

A preliminary version of this work was presented at the Optical Society of America's Tenth Topical Meeting on Optical Interference Coatings held in Tucson (AZ) June 3–8 2007 [155].

5.A Derivation of Eq. 5.15

According to Eq. 5.4, we know that

$$\operatorname{Re} \phi_{j,0} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \operatorname{Re} \sqrt{N_{j,0}^2 - \alpha_0^2} d_j,$$

where α_0 is the normalized propagation angle at λ_0 and $N_{j,0}$ is the refractive index of the layer at λ_0 . To simplify the notation, let us set

$$\mathcal{N}_{j,0} = \sqrt{N_{j,0}^2 - \alpha_0^2}.$$

Therefore,

$$d_j = \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{\operatorname{Re} \phi_{j,0}}{\operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}}.$$

and

$$\begin{aligned} \left. \frac{dd_j}{dn_{j,0}} \right|_{\operatorname{Re} \phi_{j,0}} &= \left[\frac{d}{dn_{j,0}} \left(\frac{\lambda_0 \operatorname{Re} \phi_{j,0}}{2\pi \operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}} \right) \right]_{\operatorname{Re} \phi_{j,0}} = \frac{\lambda_0 \operatorname{Re} \phi_{j,0}}{2\pi} \frac{d}{dn_{j,0}} \frac{1}{\operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}} \\ &= -\frac{\lambda_0 \operatorname{Re} \phi_{j,0}}{2\pi} \frac{1}{\operatorname{Re}^2 \mathcal{N}_{j,0}} \frac{d \operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}}{dn_{j,0}} = -\frac{d_j}{\operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}} \frac{d \operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}}{dn_{j,0}}. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Separating the real and imaginary parts of N_0 and α_0 gives

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_{j,0} &= \left((n_{j,0} - ik_0)^2 - (\alpha_{0,r} - i\alpha_{0,i})^2 \right)^{1/2} \\ &= \left((n_{j,0}^2 - k_0^2 - \alpha_{0,r}^2 + \alpha_{0,i}^2) + i(2\alpha_{0,r}\alpha_{0,i} - 2n_{j,0}k_0) \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

Then, using

$$\sqrt{a + ib} = \pm \left(\left(\frac{1}{2} \left(\sqrt{a^2 + b^2} + a \right) \right)^{1/2} \pm i \left(\frac{1}{2} \left(\sqrt{a^2 + b^2} - a \right) \right)^{1/2} \right)$$

yields

$$\operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0} = \pm \left(\frac{1}{2} \left((n_{j,0}^2 - k_0^2 - \alpha_{0,r}^2 + \alpha_{0,i}^2)^2 + (2\alpha_{0,r}\alpha_{0,i} - 2n_{j,0}k_0)^2 \right)^{1/2} + n_{j,0}^2 - k_0^2 - \alpha_{0,r}^2 + \alpha_{0,i}^2 \right)^{1/2}.$$

Therefore,

$$\begin{aligned} \frac{d \operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}}{dn_{j,0}} &= \frac{2}{2} \pm \frac{\frac{d}{dn_{j,0}} \left(\frac{1}{2} \left((n_{j,0}^2 - k_0^2 - \alpha_{0,r}^2 + \alpha_{0,i}^2)^2 + (2\alpha_{0,r}\alpha_{0,i} - 2n_{j,0}k_0)^2 \right)^{1/2} + n_{j,0}^2 - k_0^2 - \alpha_{0,r}^2 + \alpha_{0,i}^2 \right)}{2}^{1/2} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{\frac{d}{dn_{j,0}} \left((n_{j,0}^2 - k_0^2 - \alpha_{0,r}^2 + \alpha_{0,i}^2)^2 + (2\alpha_{0,r}\alpha_{0,i} - 2n_{j,0}k_0)^2 \right)}{2}^{1/2} + 2n_{j,0} \right)^{1/2} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \left((n_{j,0}^2 - k_0^2 - \alpha_{0,r}^2 + \alpha_{0,i}^2)^2 + (2\alpha_{0,r}\alpha_{0,i} - 2n_{j,0}k_0)^2 \right)^{1/2} + n_{j,0}^2 - k_0^2 - \alpha_{0,r}^2 + \alpha_{0,i}^2 \right)^{1/2} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \left((n_{j,0}^2 - k_0^2 - \alpha_{0,r}^2 + \alpha_{0,i}^2)^2 + (2\alpha_{0,r}\alpha_{0,i} - 2n_{j,0}k_0)^2 \right)^{1/2} + n_{j,0}^2 - k_0^2 - \alpha_{0,r}^2 + \alpha_{0,i}^2 \right)^{1/2} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \left((n_{j,0}^2 - k_0^2 - \alpha_{0,r}^2 + \alpha_{0,i}^2)^2 + (2\alpha_{0,r}\alpha_{0,i} - 2n_{j,0}k_0)^2 \right)^{1/2} + n_{j,0}^2 - k_0^2 - \alpha_{0,r}^2 + \alpha_{0,i}^2 \right)^{1/2} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \left((n_{j,0}^2 - k_0^2 - \alpha_{0,r}^2 + \alpha_{0,i}^2)^2 + (2\alpha_{0,r}\alpha_{0,i} - 2n_{j,0}k_0)^2 \right)^{1/2} + n_{j,0}^2 - k_0^2 - \alpha_{0,r}^2 + \alpha_{0,i}^2 \right)^{1/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}^2 n_{j,0} - \operatorname{Im} \mathcal{N}_{j,0}^2 k_0}{2} + n_{j,0} \\
&= \frac{1}{2} \frac{|\mathcal{N}_{j,0}^2|}{\operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}} + \frac{1}{2} \left(\frac{\operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}^2 n_{j,0} - \operatorname{Im} \mathcal{N}_{j,0}^2 k_0}{|\mathcal{N}_{j,0}^2| \operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}} + \frac{n_{j,0}}{\operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}} \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{\operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}^2}{|\mathcal{N}_{j,0}^2| \operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}} + \frac{1}{\operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}} \right) n_{j,0} - \frac{\operatorname{Im} \mathcal{N}_{j,0}^2}{2 |\mathcal{N}_{j,0}^2| \operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}} k_0.
\end{aligned}$$

This can be further simplified by using

$$\operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}^2 = \operatorname{Re}^2 \mathcal{N}_{j,0} - \operatorname{Im}^2 \mathcal{N}_{j,0},$$

$$\operatorname{Im} \mathcal{N}_{j,0}^2 = 2 \operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0} \operatorname{Im} \mathcal{N}_{j,0},$$

and

$$|\mathcal{N}_{j,0}^2| = |\mathcal{N}_{j,0}|^2 = \operatorname{Re}^2 \mathcal{N}_{j,0} + \operatorname{Im}^2 \mathcal{N}_{j,0}$$

to find

$$\begin{aligned}
\frac{d \operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}}{d n_{j,0}} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\operatorname{Re}^2 \mathcal{N}_{j,0} - \operatorname{Im}^2 \mathcal{N}_{j,0}}{|\mathcal{N}_{j,0}|^2 \operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}} + \frac{1}{\operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}} \right) n_{j,0} - \frac{2 \operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0} \operatorname{Im} \mathcal{N}_{j,0}}{2 |\mathcal{N}_{j,0}|^2 \operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}} k_0 = \frac{1}{2} \frac{\operatorname{Re}^2 \mathcal{N}_{j,0} - \operatorname{Im}^2 \mathcal{N}_{j,0} + |\mathcal{N}_{j,0}|^2}{|\mathcal{N}_{j,0}|^2} n_{j,0} - \frac{\operatorname{Im} \mathcal{N}_{j,0} k_0}{|\mathcal{N}_{j,0}|^2} \\
&= \frac{1}{2} \frac{\operatorname{Re}^2 \mathcal{N}_{j,0} - \operatorname{Im}^2 \mathcal{N}_{j,0} + \operatorname{Re}^2 \mathcal{N}_{j,0} + \operatorname{Im}^2 \mathcal{N}_{j,0}}{|\mathcal{N}_{j,0}|^2 \operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}} n_{j,0} - \frac{\operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0}}{|\mathcal{N}_{j,0}|^2} n_{j,0} - \frac{\operatorname{Im} \mathcal{N}_{j,0} k_0}{|\mathcal{N}_{j,0}|^2} k_0.
\end{aligned}$$

Finally,

$$\left. \frac{dd}{dn_{j,0}} \right|_{\operatorname{Re} \phi_{j,0}} = -d \left(\frac{n_{j,0}}{|\mathcal{N}_{j,0}|^2} - \frac{\operatorname{Im} \mathcal{N}_{j,0} k_0}{\operatorname{Re} \mathcal{N}_{j,0} |\mathcal{N}_{j,0}|^2} \right). \quad (5.26)$$

CHAPITRE 6

THE STEP METHOD : A NEW SYNTHESIS METHOD FOR THE DESIGN OF OPTICAL FILTERS WITH INTERMEDIATE REFRACTIVE INDICES

Stéphane Larouche and Ludvik Martinu

Regroupement québécois sur les matériaux de pointe (RQMP) and
Department of Engineering Physics, École polytechnique de Montréal,
P. O. Box 6079, Station Centre-Ville, Montréal, Québec, H3C 3A7, Canada

Soumis à *Applied Optics* le 12 mai 2008, accepté le 30 juin 2008.

Abstract

We propose a new synthesis method for the design of multilayer optical filters with intermediate refractive indices, the step method. This method consists in adding infinitesimally small index steps in the index profile at optimal positions and then reoptimizing the thickness and the refractive index of the layers. Application of the method to the design of an antireflective coating, a low-pass edge filter and an immersed polarizing beam splitter shows that it provides interesting solutions, even in the absence of a proper starting design. The formalism developed for the method also allows to demonstrate that the optimal filter consists of homogeneous layers maximizing the effective refractive index contrast or of graded-index layers.

6.1 Introduction

Most optical filters in use nowadays consist of a stack of two or a few materials with discrete refractive indices. This restrictive choice is motivated by the imperatives of the design and by the limitations of the deposition systems. The requirements of some applications as well as the evolution of thin-film deposition systems allows us to question this

choice.

On the one hand, it is well known that, when non-absorbing materials are used, the optimal solution for any optical coating design problem at normal incidence consists of only two materials with the greatest refractive index contrast [2]. However, it is generally accepted that when oblique incidence is involved, the optimal solution may include layers of intermediate refractive indices.

On the other hand, there has recently been a resurgence in the development of thin-film deposition systems for material mixtures or variable porosity materials. For example, our laboratory can fabricate $\text{SiO}_2/\text{Si}_3\text{N}_4$ [174], $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ [1], and SiN_x [175] mixtures, as well as porous SiN_x [7] allowing the deposition of thin films of any refractive index between 1.3 and 2.6 at 550 nm. With these materials, it is possible to fabricate graded-index filters, in which the refractive index varies continuously, as well as multilayer filters with layers of intermediate refractive indices.

The design of graded-index filters has been studied in details and the Fourier transform method [8, 9, 12, 157] can produce a filter with almost any reflection spectrum. Unfortunately, graded-index filters are hard to fabricate because it is difficult to monitor them effectively, limiting their use to a few niche applications. There are also a few methods aimed at the conception of multilayer filters with homogeneous layers of arbitrary intermediate refractive indices [14].

In this work, we present the step method, a new synthesis method we developed specifically for multilayer optical filters with arbitrary intermediate refractive indices. We first introduce the mathematical development of the step method, then present examples of filters designed with it, and finally discuss some of its attributes.

6.2 Theory

The design, optimization, or synthesis of optical interference filters consists in finding a refractive index profile describing a filter respecting certain given specifications. Usually, an optical filter is a stack of homogeneous layers with thicknesses d_i and refractive indices N_i . The specifications are typically the reflection or transmission spectra, or dispersive

properties such as the group delay or the group delay dispersion. To quantitatively evaluate the quality of a filter, the specifications are expressed as a series of targets: numerical values of the specifications for specific wavelength, angle of incidence, polarization, ... The quality of a filter is evaluated using a merit function (MF), such as

$$\text{MF} = \chi^2 = \sum_{i=1}^m \left(\frac{B_i - \bar{B}_i}{\Delta B_i} \right)^2, \quad (6.1)$$

where B_i is a property of interest, $\bar{B}_i$ is the target value for that property, ΔB_i is the tolerance on that property, and m is the number of targets. Please note that the square root of χ^2 divided by m is often used as the MF.

The refinement of optical filters involves adjusting d_i and, when appropriate, N_i to fit the specifications by minimizing the MF [59]. The optimization algorithms used, such as damped least square or Newton methods, involve calculating the derivatives of the MF with respect to d_i and N_i , and iteratively adjusting d_i and N_i in a direction that reduces the MF.

Unfortunately, refinement has a limitation. When a local minimum is found, the filter cannot be further improved. If the optimized filter does not respect the specifications, refinement must be reinitialized with a better starting design. If this is not possible, one must resort to a synthesis method, in which new optimization parameters, such as new layers, are added to the filter to allow further optimization.

Currently, the prevailing synthesis method is the needle method invented by Tikhonravov in 1982 [103], but widely used only since the middle of the 1990s [3, 82]. It consists in adding infinitesimally thin layers, called needles, at optimal positions to improve the MF. The filter is then reoptimized and this process is repeated until a satisfactory solution is obtained. The needle method can synthesize a filter even without a proper starting design. It suffices to provide a single starting layer with appropriate thickness.

The needle method was conceived for filters made of materials with discrete refractive indices. However, Verly showed that it can be adapted when a continuous range of refractive indices is available [14]. In that case, the derivative of the MF is calculated for many indices and the optimal index is determined as well as the optimal position.

The step method is a new synthesis method devised specifically for filters made of

materials offering a continuous range of refractive indices. As the needle method, it is based on the addition of new parameters to the optimization by the addition of more layers. But, instead of adding infinitesimally thin layers, existing layers are separated in many layers by adding infinitesimally small steps in the index profile.

Fig. 6.1 illustrates the step method. A layer can be separated in two by decreasing the refractive index of the first part and increasing that of the second part (or vice versa), creating a rising (or descending) step. In order to determine the optimal position where to add steps, the derivative of the MF with respect to the height of the step, ΔN , is calculated for rising and descending steps as a function of the position where the step is added. Where the derivative is negative, it is favorable to add a step. One or a few steps are added at the positions where the derivative of the MF is minimal. Then, the filter is reoptimized and the process is repeated until a satisfactory solution is obtained.

In the following, we review some basics of refinement necessary to understand the step method and then present the mathematical development of the step method.

6.2.1 Refinement

As shown in most optical coating textbooks, such as Macleod's [26], the i th layer in an optical filter can be represented by its characteristic matrix [58]

$$M_i = \begin{bmatrix} \cos \phi_i & (i/\eta_i) \sin \phi_i \\ i\eta_i \sin \phi_i & \cos \phi_i \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

where

$$\eta_i = \begin{cases} \sqrt{N_i^2 - \alpha^2} & \text{s polarization,} \\ N_i^2 / \sqrt{N_i^2 - \alpha^2} & \text{p polarization} \end{cases} \quad (6.3)$$

is the effective refractive index of the layer,

$$\phi_i = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{N_i^2 - \alpha^2} d_i \quad (6.4)$$

is the phase thickness of the layer, λ is the wavelength of the light in vacuum, and

$$\alpha = N_i \sin \theta_i, \quad (6.5)$$

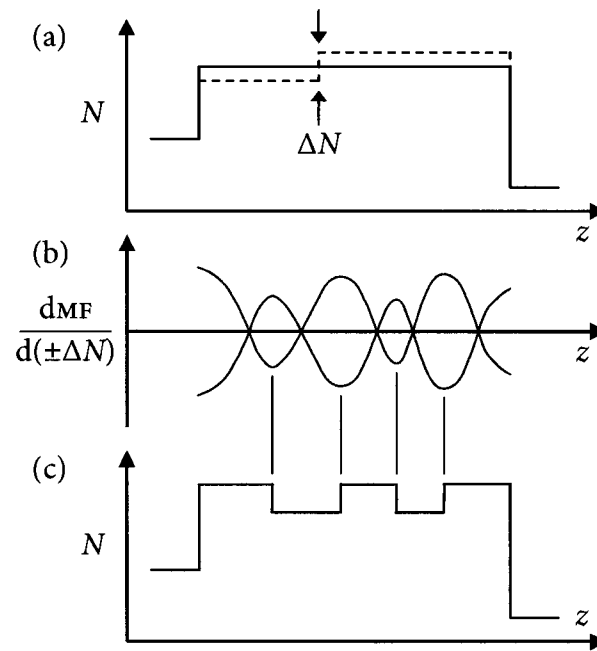


FIGURE 6.1: Schematic representation of the step method: (a) parameters can be added to the refinement by adding steps in existing layers; (b) to determine where to add steps, the derivative of the MF is calculated for rising (blue) and descending (red) steps as a function of the position; and (c) one or a few steps are added at the positions where the derivative of the MF is minimal.

where θ_i is the angle of propagation in the layer. According to the Snell-Descartes's law, α is constant in all layers.

The whole stack is represented by the product of the individual matrices,

$$M = \prod_{i=q}^1 M_i, \quad (6.6)$$

where q is the number of layers. Therefore, the derivative of the multilayer matrix with respect to a parameter a_k of the j th layer is

$$\frac{dM}{da_k} = \prod_{i=q}^{j+1} M_i \frac{dM_j}{da_k} \prod_{i=j-1}^1 M_i. \quad (6.7)$$

Following van der Laan and Frankena [85], if a_k in the refractive index of the layer,

$$\frac{dM_j}{dN_j} = \frac{dM_j}{d\phi_j} \frac{d\phi_j}{dN_j} + \frac{dM_j}{d\eta_j} \frac{d\eta_j}{dN_j}, \quad (6.8)$$

where

$$\frac{dM_j}{d\phi_j} = \begin{bmatrix} -\sin \phi_j & (i/\eta_j) \cos \phi_j \\ i\eta_j \cos \phi_j & -\sin \phi_j \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

$$\frac{dM_j}{d\eta_j} = \begin{bmatrix} 0 & -(i/\eta_j^2) \sin \phi_j \\ i \sin \phi_j & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.10)$$

$$\frac{d\eta_j}{dN_j} = \begin{cases} \frac{N_j}{\sqrt{N_j^2 - \alpha^2}} & \text{s polarization,} \\ \frac{N_j}{\sqrt{N_j^2 - \alpha^2}} \left(2 - \frac{N_j^2}{N_j^2 - \alpha^2} \right) & \text{p polarization,} \end{cases} \quad (6.11)$$

and

$$\frac{d\phi_j}{dN_j} = \frac{2\pi}{\lambda} d_j \frac{N_j}{\sqrt{N_j^2 - \alpha^2}}. \quad (6.12)$$

Real materials show a dispersion of the refractive index and they can also show some absorption. It is therefore defined by its real part $n_{j,0} = \text{Re}(N_{j,0})$ at a reference wavelength λ_0 . In that case,

$$\frac{dM_j}{dn_{j,0}} = \frac{dM_j}{dN_j} \frac{dN_j}{dn_{j,0}}, \quad (6.13)$$

where $dN_j/dn_{j,0}$ is determined from the dispersion of the refractive index of the material.

The derivatives of the properties of the filter can be obtained from dM/da_k . For example, the derivative of the reflectance is

$$\frac{dR}{da_k} = 2r^* \frac{dr}{da_k}, \quad (6.14)$$

where r is the amplitude reflection coefficient of the filter,

$$\frac{dr}{da_k} = \text{Tr} \left(\frac{dM}{da_k} \psi_r \right) \quad (6.15)$$

is its derivative, Tr is the trace, and

$$\psi_r = \frac{t}{2\eta_{\text{inc}}} \begin{bmatrix} \eta_{\text{inc}}(1-r) & -(1+r) \\ \eta_{\text{inc}}\eta_{\text{ex}}(1-r) & -\eta_{\text{ex}}(1+r) \end{bmatrix}, \quad (6.16)$$

where η_{inc} and η_{ex} are the effective refractive indices of the incidence and exit media, respectively [15].

Finally, the derivative of the MF is, by derivation of Eq. 6.1,

$$\frac{d\text{MF}}{da_k} = 2 \sum_{i=1}^m \left(\frac{B_i - \bar{B}_i}{(\Delta B_i)^2} \frac{dB_i}{da_k} \right). \quad (6.17)$$

6.2.2 Addition of steps

We now show how to calculate the effect of the addition of a step in the j th layer. When a step is added at position z (calculated from the bottom of the layer), the layer is separated into two sublayers represented by the matrices $M_{j,1}$ and $M_{j,2}$ in which the phase shifts are

$$\phi_{j,1} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{N_j^2 - \alpha^2} z \quad (6.18)$$

and

$$\phi_{j,2} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{N_j^2 - \alpha^2} (d_j - z). \quad (6.19)$$

The overall matrix of the layer is $M_j = M_{j,2}M_{j,1}$ and the step modifies the index of the sublayers. The derivative of the layer matrix with respect to the addition of a step of infinitesimal height $d\Delta N$ is

$$\left. \frac{dM_j}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0} = M_{j,2} \left. \frac{dM_{j,1}}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0} + \left. \frac{dM_{j,2}}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0} M_{j,1}.$$

If the index difference ΔN is equally distributed on the two parts of the layer, as shown in Fig. 6.1(a), the index of the first part is decreased by $\Delta N/2$, while that of the second part is increased by $\Delta N/2$ (or vice versa). Therefore,

$$\left. \frac{dM_{j,1}}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0} = -\frac{1}{2} \frac{dM_{j,1}}{dN}$$

and

$$\left. \frac{dM_{j,2}}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0} = \frac{1}{2} \frac{dM_{j,2}}{dN}.$$

Hence,

$$\left. \frac{dM}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0} = \frac{1}{2} \frac{dM_{j,2}}{dN} M_{j,1} - M_{j,2} \frac{1}{2} \frac{dM_{j,1}}{dN}, \quad (6.20)$$

where $dM_{j,1}/dN$ and $dM_{j,2}/dN$ are obtained from Eq. 6.8 replacing ϕ_j by $\phi_{j,1}$ and $\phi_{j,2}$, respectively.

When implementing the step method in a computer program, it is possible to reduce the calculation time by rewriting Eq. 6.20 as

$$\begin{aligned} \left. \frac{dM_j}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0} = & \frac{1}{2} \left(\frac{dM_j}{d\phi_j} \frac{d\Delta\phi_j}{dN_j} + \left(\frac{dM_j(\Delta\phi_j)}{d\eta_j} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{\eta_j} (\cos \phi_j - \cos \Delta\phi_j) \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{d\eta_j}{dN_j} \right) \right). \quad (6.21) \end{aligned}$$

where $d\Delta\phi_j/dN_j$ and $dM_j(\Delta\phi_j)/d\eta_j$ are identical to Eqs. 6.12 and 6.9, respectively, except for ϕ_j that is replaced by $\Delta\phi_j = \phi_{j,2} - \phi_{j,1}$. Eq. 6.21 is faster to compute than Eq. 6.20 because there are no matrix multiplication and $dM_j/d\phi_j$ does not depend on the step position. For details about the derivation of this formula, see appendix 6.A.

The refractive index of real materials is limited. It must therefore be bounded during the optimization to avoid unrealistic values. When the refractive index of a layer is at a limit of the available range, $N_{\min}$ or $N_{\max}$, it must also be treated differently by the step method since the index step cannot be equally distributed between the two sublayers. The index step must be applied to only one of the sublayers; choice of the sublayer depends on the limit considered and whether the step is rising or descending. This case can be regarded as applying a step as above, and then shifting the index profile by $\Delta N/2$. Therefore, the

derivative of the MF with respect to the addition of a step when the layer refractive index is at a limit is

$$\left. \frac{dM_j}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0, N_{\min}} = \left. \frac{dM_j}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0} + \frac{1}{2} \frac{dM_j}{dN_j} \quad (6.22)$$

or

$$\left. \frac{dM_j}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0, N_{\max}} = \left. \frac{dM_j}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0} - \frac{1}{2} \frac{dM_j}{dN_j}. \quad (6.23)$$

6.3 Examples

Let us now demonstrate the use of the step method using three examples. We first present the design of an antireflective coating on glass for the visible. This simple example allows us to show all stages of the step method. We then present the design of an edge filter and compare the results obtained with those of the needle method. Finally, we present a more complex example, the design of an immersed polarizing beam splitter.

All calculations were made using OpenFilters [171]. For simplicity we use a dispersionless and absorptionless material whose refractive index can be varied between 1.5 and 2.4. However, it is possible to apply the same method to real materials showing dispersion.

6.3.1 Antireflective coating

Fig. 6.2 shows the synthesis of an antireflective (AR) coating on glass ($N = 1.5$) for the visible (380 nm–780 nm). The starting design, shown in Fig. 6.2(a), is a single 200 nm layer with a refractive index of 2.1. The derivative of the MF with respect to the addition of a step, superimposed on the index profile, indicates the potential effect of adding a rising or a descending step. In both cases, for certain positions dM_F is negative, indicating that it would be favorable to add a step. The layer is separated into two at the position where dM_F is the smallest, corresponding to a descending step.

Then, the thickness and the refractive index of the two layers are reoptimized, resulting in the filter shown in Fig. 6.2(c). Once again, the derivative of the MF is calculated, and a single step is added at the position where dM_F is the smallest, corresponding to a rising step this time. After reoptimization of the three layers, the filter shown in Fig. 6.2(e) is obtained. This filter is, in fact, a traditional 3-layer AR coating.

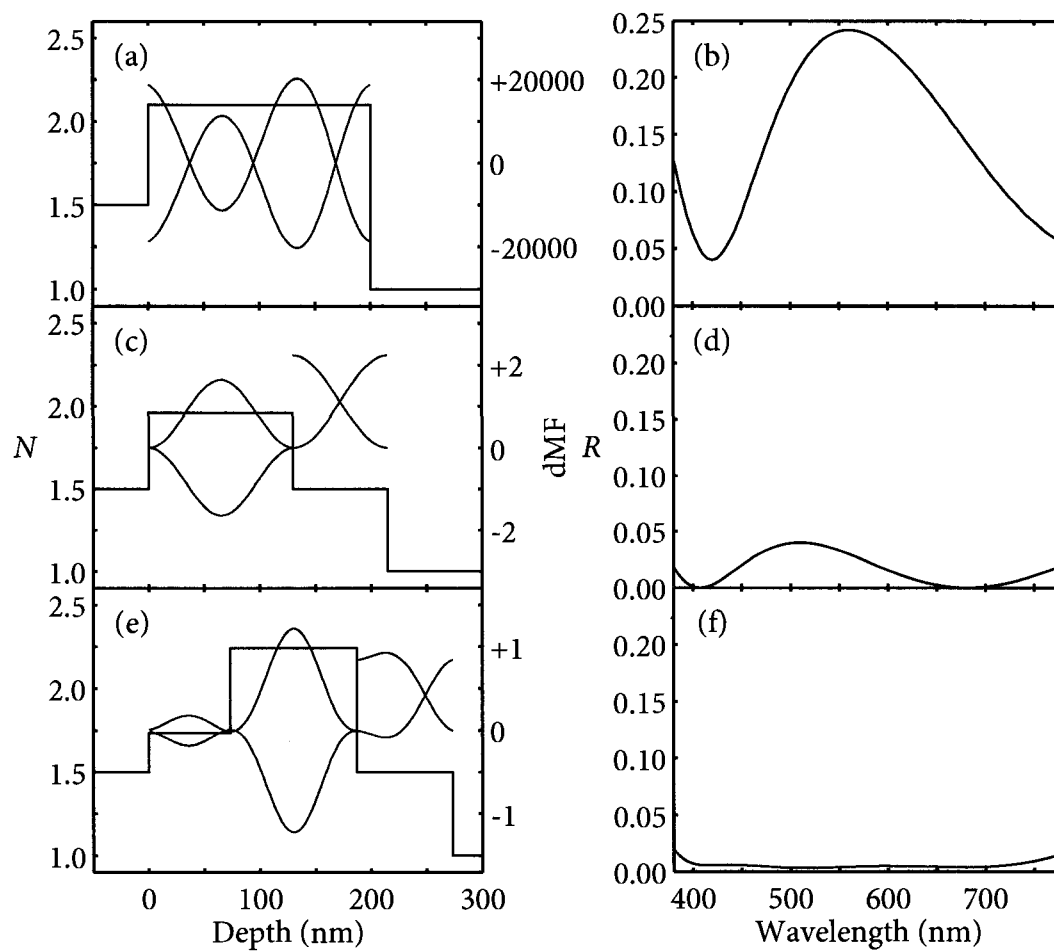


FIGURE 6.2: Index profile (black) and derivative of the MF with respect to the addition of rising (blue) or descending (red) step (left column), and reflection spectrum (right column) at progressive stages (from top to bottom) of the design of an AR coating on glass for the visible.

The derivative of the MF, superimposed on the index profile in Fig. 6.2(e), shows that the filter could still be further improved by the addition of more steps.

6.3.2 Short-pass edge filter

To compare the results obtained by the step method with those obtained by the needle method, we now examine the synthesis of a short-pass edge filter on glass ($N = 1.5$). The goal is to obtain the highest possible transmittance below 1250 nm and the highest blocking power above 1300 nm. The starting design, a 25-layer quarter-wave stack shown at the top of Fig. 6.3, provides the right blocking power and a steep transition, but it shows oscillations and an harmonic in the passband. The step method was used to obtain the filter in the middle of Fig. 6.3, while the needle method was used to obtain that at the bottom.

Using the step method creates one intermediate index layer between the high and low index layers, giving a design similar to one proposed by Thelen [28], as well as index matching structures at both ends of the refractive index profile. The filter obtained by the needle method is very similar, but the intermediate index layers are replaced by two thin layers of extreme indices, giving an intermediate equivalent index.

The MF of the filter obtained by the step method is 11.8 % higher than the MF of the filter obtained by the needle method. They have 53 and 80 layers, respectively. The filter obtained by the needle method has 29 layers below 25 nm—the thinnest one being only 6.20 nm—while the thinnest layer in the filter obtained by the step method is 59.4 nm thick.

6.3.3 Polarizing beam splitter

In the previous two examples, we designed filters for normal incidence. It is at oblique incidence, however, that we can expect the use of intermediate indices to provide the greatest advantage. Let us now study the synthesis of an immersed polarizing beam splitter with a large angular tolerance. The goal is to separate s and p polarisations using a filter sandwiched between two glass prisms ($N = 1.5$). We use specifications similar to

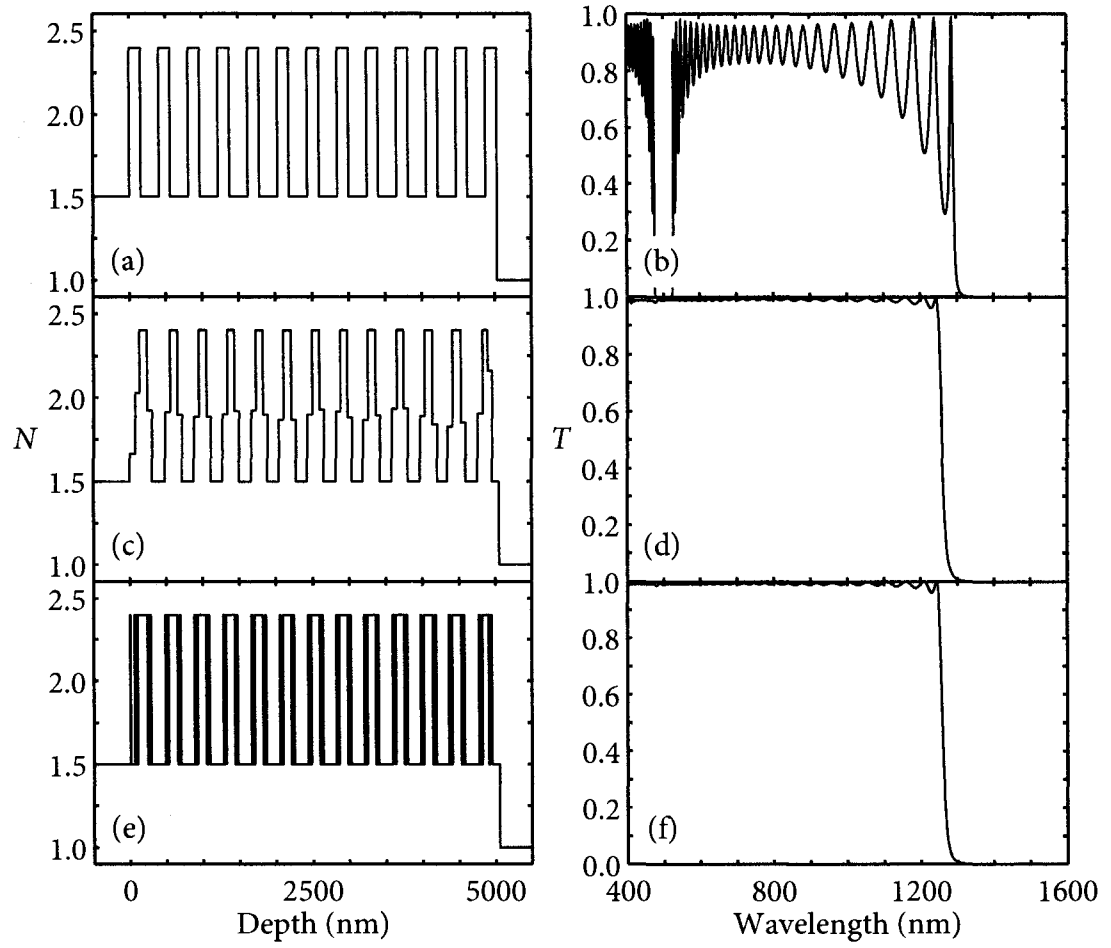


FIGURE 6.3: Comparison of the index profile (left) and transmission spectra (right) of an edge filter designed using a qw stack as the starting design (top) by the step method (middle) or the needle method (bottom).

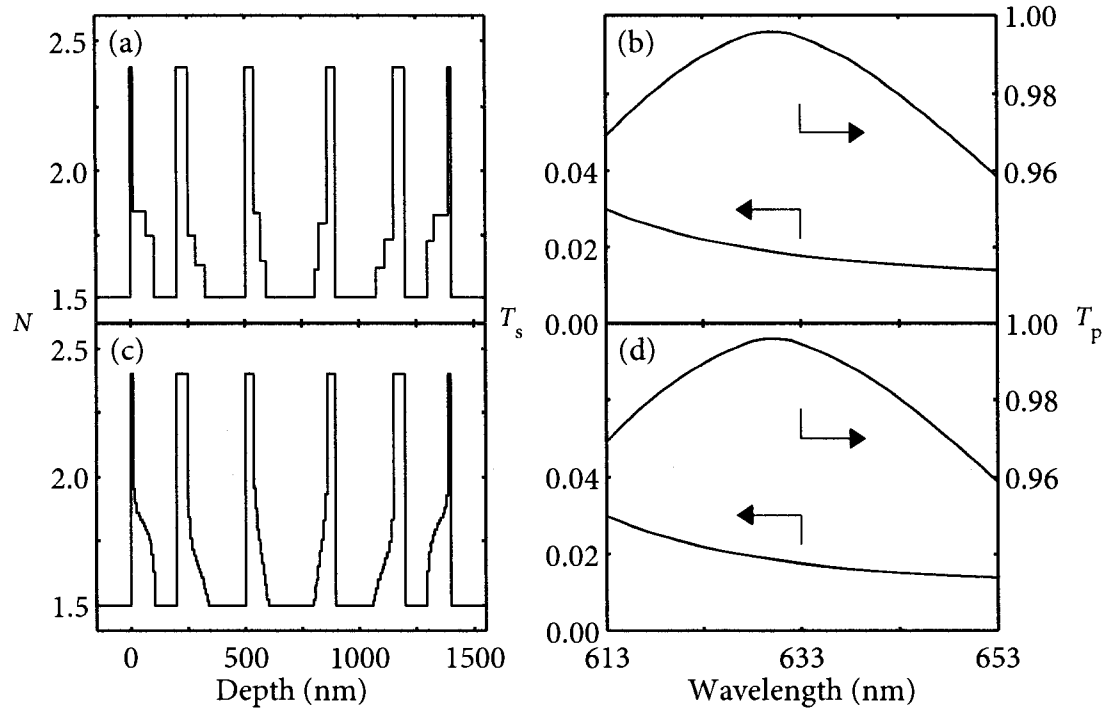


FIGURE 6.4: Index profile and worst case transmission spectrum between 51° and 71° of a polarizing beam splitter.

those used by Baumeister [176]: maximum p-polarization transmittance and minimum s-polarization transmittance in a ± 20 nm region centered around 633 nm and for an angle range of $\pm 10^\circ$ centered around 61° . A single 1200 nm layer with a refractive index of 2.0 is used as the starting design.

Fig. 6.4 shows the results obtained at two different stages of the synthesis. The top of the figure shows a 23-layer design that provides a good compromise between the number of layers and the quality of the filter. If we let the step method continue, the regions with intermediate refractive indices are eventually transformed into graded-index regions as shown at the bottom of Fig. 6.4. It does not, however, provide a significant improvement of the MF which only decreases by 1.8 %.

6.4 Discussion

We have shown, using three examples, that the step method is an effective synthesis method. It even provides an interesting solution in the absence of a starting design, as demonstrated by the antireflective coating and the polarizing beam splitter examples.

At normal incidence, the optimal design for given specifications consists of only two materials with the greatest refractive index contrast [2]. One can intuitively understand that the largest index contrast produces the highest reflection at every interface, giving the strongest interference effects, and allowing the specifications to be respected with the least number of layers. There is no guaranty, however, that such design is the easiest or the least expensive to fabricate: the use of intermediate refractive indices may allow the design of filters with a smaller number of thicker layers.

A good example is the short-pass edge filter presented above. The filter obtained by the needle method and consisting of only two materials has a slightly better MF than that obtained by the step method, but contains 51 % more layers and many thin layers. The presence of less layers in the solution obtained by the step method implies that the deposition process needs to be stopped less often for reoptimization [177], allowing a faster (and maybe more cost-effective) deposition. Furthermore, we have simulated the effect of random thickness errors and have found that the filter obtained by the step method is less sensitive to such errors than that obtained by the needle method. The sensitivity to refractive index errors must also be considered. The degree of control of thickness and refractive index depends on the deposition and monitoring systems and are difficult to compare in an absolute way; it should therefore be considered on a case-by-case basis.

It is at oblique incidence that the advantage of using arbitrary refractive indices is most obvious. Fig. 6.5 shows the effective refractive index for s and p polarizations as a function of the refractive index of the layer for various angles of incidence in glass ($N = 1.5$), corresponding to the polarizing beam splitter presented above. The s polarization effective refractive index varies monotonically, but that for the p polarization does not. For high angles of incidence, particularly when the incidence medium has a high refractive index, the p polarization effective refractive index has a minimum occurring in the range of

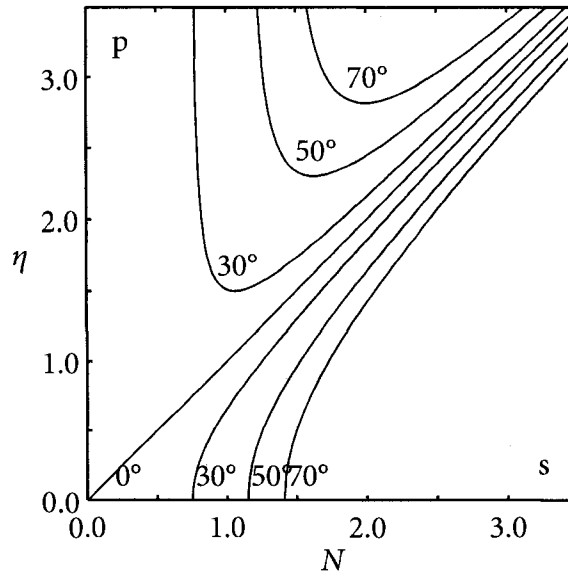


FIGURE 6.5: Effective refractive indices for s and p polarizations and multiple angles of incidence in glass ($N = 1.5$).

refractive indices available for optical filter manufacturing. Using Eq. 6.3, it is easy to show that the minimum p polarization effective refractive index occurs for

$$N = \sqrt{2}\alpha. \quad (6.24)$$

In order to maximize the effective refractive index contrast, to obtain the optimal design, a filter working for p-polarized light at a single angle of incidence should include layers of that refractive index. When multiple angles of incidence or both s and p polarized light components are used, a compromise needs to be made in the optimal refractive index.

For the immersed polarizing beam splitter presented above, the refractive index giving the minimum p polarization effective refractive index varies from 1.649 at 51° to 2.006 at 71° . As shown in Fig. 6.4, the intermediate refractive indices in the filter obtained by the step method fall almost exactly in this range.

As can be seen in Fig. 6.2, for example, the derivative of the MF with respect to the addition of a step is optimal at the interfaces between layers. Obviously, the presence of a

step at a position in the optimized refractive index profile implies that it is beneficial to have one there. It is therefore often advantageous to add steps right next to discontinuities already present in the index profile. When multiple polarizations or angles of incidence are considered, abrupt index transitions tend to be converted into a graded transition by the addition of a very large number of steps. However, as demonstrated by the immersed polarizing beam splitter example, this does not always provide a significant improvement of the MF.

A question arises: when should one stop adding steps? In this respect, the criteria we implemented is to require that the minimum of the MF derivative is located inside the layer, not at one of its extremities. When this criteria is insufficient to prevent the addition of too many steps, an input from the designer can be necessary. For example, we determined that adding more steps to the 23-layer polarizing beam splitter does not significantly improve it. Other possible avenues include monitoring the convergence or developing a design cleaning procedure (similar to that currently used to eliminate too thin layers in designs obtained by the needle method [108]) to remove steps that do not contribute significantly to the design.

We can expect the results obtained by the step method to be similar to those obtained by the synthesis method of Verly which consists in dividing the filter in a very large number of thin layers and to refine their refractive indices and thicknesses [15, 124]. The step method has the advantage of adding steps only at the optimal positions. This allows one to limit the number of fit parameters and to stop adding steps when the solution is satisfactory, limiting the number of layers in the final design.

6.5 Optimal solution

As shown in Fig. 6.1, when a step is equally distributed on the two sublayers created by the addition of a step, the addition of a rising step or that of a descending step are symmetrical. In other words,

$$\left. \frac{dMF}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0, \text{rising}} = - \left. \frac{dMF}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0, \text{descending}}. \quad (6.25)$$

In fact, if the refractive index is intermediate, it is unimportant how the step is distributed between the two sublayers. Indeed, distributing the step unequally boils down to shifting the index of refraction of the layer, N_j , and then distributing the step equally. But if N_j has been optimized, dMF/dN_j is null and shifting the index of the layer has no effect.

If the refractive index of one layer is $N_{\min}$ or $N_{\max}$, dMF/dN_j is generally not null and the way a step is distributed is important. Since the step cannot be distributed equally on the two sublayers created by the addition of the step, the derivative of the MF with respect to the addition of a rising step is not the reverse of that for the addition of a descending step.

In Fig. 6.2(c), for example, the derivative of the MF with respect to the addition of a rising step is the inverse of that for a descending step in the bottommost layer, which has an intermediate refractive index. On the contrary, it is not in the topmost layer, whose refractive index is $N_{\min}$.

According to Eq. 6.25, inside an intermediate index layer, the derivative of the MF with respect to the addition of a step must be negative for either a rising or a descending step, or they must both be null. Therefore, provided $dMF/d\Delta N \neq 0$, it is always possible to add a step inside an intermediate refractive index layer to improve the MF. It remains now to be determined under what conditions $dMF/d\Delta N = 0$.

Looking at Eq. 6.17, one can first identify the (improbable) trivial solution in which $B_i = \bar{B}_i$ for all i , corresponding to $MF = 0$. In the general case, Eq. 6.17 indicates that $dMF/d\Delta N|_{\Delta N=0}$ is the sum of step addition effect on every target. According to Eq. 6.21, each of these effects is the sum of a linear and a periodic functions of the position where the step is added. The periodic function period depends on the wavelength at which the target is defined. The sum of the linear components is also a linear function. and, according to Fourier analysis, it is impossible to fit a linear function at every point in a finite range using a finite number of periodic functions of different periods. Therefore, both the sums of the linear and the periodic parts must be null for $dMF/d\Delta N$ to be null. The conditions in which the linear part sum cancels out depend on the problem. However, according to Eq. 6.21, the periodic part is null at every position only when $d\eta_j/dN_j = 0$.

In summary, except for the trivial case where $MF = 0$, it is always possible to add a

step in a layer of finite thickness to improve the MF except if its refractive index is $N_{\min}$ or $N_{\max}$, or if $d\eta/dN = 0$. Therefore, it is impossible that an optimal design contains homogeneous layers of intermediate indices and finite thicknesses except if $d\eta/dN = 0$. If a single angle of incidence and a single polarisation are involved, the optimal filter either consists of homogeneous layers maximizing the effective refractive index contrast, or of graded-index layers. When multiple angles of incidence or multiple polarisations (or just multiple wavelengths in the presence of dispersion) are involved, it is impossible to define a single N for which $d\eta/dN = 0$; therefore, the optimal filter consists of either homogeneous layers with refractive indices $N_{\min}$ or $N_{\max}$, or of graded-index layers.

6.6 Conclusions

We have proposed a new synthesis method specifically aimed at designing multi-layer filters containing layers of intermediate refractive indices. This new method adds a new weapon to the arsenal available to the optical coating designer. It is particularly interesting for filters operating at oblique incidence with p polarized light. Despite their non-optimality, the designs obtained by the step method for other applications, including normal incidence, appear to be more suitable for manufacturing due to a lower number of layers and their larger thicknesses.

We have also shown that the optimal design generally includes graded-index layers. However, the use of a limited number of layers with intermediate refractive indices provides almost as good performance.

Those interested in using the step method can find it in OpenFilters, an open-source software that we have recently released [171].

Acknowledgments

This work was supported by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC). Stéphane Larouche also thanks the NSERC for its scholarship.

A preliminary version of this work was presented at the Society of Vacuum Coaters 49th Annual Technical Conference held in Washington (DC) April 22–27, 2006.[156].

6.A Implementation

In this appendix, we show how to rewrite the derivative of the layer characteristic matrix with respect to the addition of a step,

$$\left. \frac{dM}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0} = \frac{1}{2} \frac{dM_{j,2}}{dN} M_{j,1} - M_{j,2} \frac{1}{2} \frac{dM_{j,1}}{dN}, \quad (6.26)$$

to allow faster computation.

Developing the derivatives according to Eq. 6.8 gives

$$\left. \frac{dM_j}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0} = \frac{1}{2} \left(\frac{dM_{j,2}}{d\phi_{j,2}} \frac{d\phi_{j,2}}{dN_j} + \frac{dM_{j,2}}{d\eta_j} \frac{d\eta_j}{dN_j} \right) M_{j,1} - \frac{1}{2} M_{j,2} \left(\frac{dM_{j,1}}{d\phi_{j,1}} \frac{d\phi_{j,1}}{dN_j} + \frac{dM_{j,1}}{d\eta_j} \frac{d\eta_j}{dN_j} \right),$$

or, regrouping similar terms,

$$\left. \frac{dM_j}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0} = \frac{1}{2} \left(\frac{dM_{j,2}}{d\phi_{j,2}} \frac{d\phi_{j,2}}{dN_j} M_{j,1} - M_{j,2} \frac{dM_{j,1}}{d\phi_{j,1}} \frac{d\phi_{j,1}}{dN_j} + \left(\frac{dM_{j,2}}{d\eta_j} M_{j,1} - M_{j,2} \frac{dM_{j,1}}{d\eta_j} \right) \frac{d\eta_j}{dN_j} \right).$$

Writing explicitly all the matrices yields

$$\begin{aligned} \left. \frac{dM_j}{d\Delta N_j} \right|_{\Delta N=0} = & \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} -\sin \phi_{j,2} & (i/\eta_j) \cos \phi_{j,2} \\ i\eta_j \cos \phi_{j,2} & -\sin \phi_{j,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \phi_{j,1} & (i/\eta_j) \sin \phi_{j,1} \\ i\eta_j \sin \phi_{j,1} & \cos \phi_{j,1} \end{bmatrix} \frac{d\phi_{j,2}}{dN} \right. \\ & - \begin{bmatrix} \cos \phi_{j,2} & (i/\eta_j) \sin \phi_{j,2} \\ i\eta_j \sin \phi_{j,2} & \cos \phi_{j,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \phi_{j,1} & (i/\eta_j) \cos \phi_{j,1} \\ i\eta_j \cos \phi_{j,1} & -\sin \phi_{j,1} \end{bmatrix} \frac{d\phi_{j,1}}{dN} \\ & + \left(\begin{bmatrix} 0 & -(i/\eta_j^2) \sin \phi_{j,2} \\ i \sin \phi_{j,2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \phi_{j,1} & (i/\eta_j) \sin \phi_{j,1} \\ i\eta_j \sin \phi_{j,1} & \cos \phi_{j,1} \end{bmatrix} \right. \\ & \left. \left. - \begin{bmatrix} \cos \phi_{j,2} & (i/\eta_j) \sin \phi_{j,2} \\ i\eta_j \sin \phi_{j,2} & \cos \phi_{j,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -(i/\eta_j^2) \sin \phi_{j,1} \\ i \sin \phi_{j,1} & 0 \end{bmatrix} \right) \frac{d\eta_j}{dN} \right). \end{aligned}$$

or, after multiplying all the matrices,

$$\begin{aligned}
\left. \frac{dM_j}{d\Delta N_j} \right|_{\Delta N=0} &= \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} -\sin \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} - \cos \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} \\ i\eta(\cos \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} - \sin \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1}) \\ (i/\eta)(-\sin \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} + \cos \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1}) \\ -\cos \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} - \sin \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} \end{bmatrix} \frac{d\phi_{j,2}}{dN} \right. \\
&\quad - \begin{bmatrix} -\cos \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} - \sin \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} \\ i\eta(-\sin \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} + \cos \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1}) \\ (i/\eta)(\cos \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} - \sin \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1}) \\ -\sin \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} - \cos \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} \end{bmatrix} \frac{d\phi_{j,1}}{dN} \\
&\quad + \left(\begin{bmatrix} (1/\eta) \sin \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} & -(i/\eta^2) \sin \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} \\ i \sin \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} & -(1/\eta) \sin \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} \end{bmatrix} \right. \\
&\quad \left. \left. - \begin{bmatrix} -(1/\eta) \sin \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} & -(i/\eta^2) \cos \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} \\ i \cos \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} & (1/\eta) \sin \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} \end{bmatrix} \right) \frac{d\eta}{dN} \right).
\end{aligned}$$

The matrices for the $d\phi/dN$ dependance are identical and those for the $d\eta/dN$ dependance can be added, giving

$$\begin{aligned}
\left. \frac{dM}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0} &= \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} -(\sin \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} + \cos \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1}) \\ i\eta(\cos \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} - \sin \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1}) \\ (i/\eta)(\cos \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} - \sin \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1}) \\ -(\cos \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} + \sin \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1}) \end{bmatrix} \left(\frac{d\phi_{j,2}}{dN} - \frac{d\phi_{j,1}}{dN} \right) \right. \\
&\quad + \begin{bmatrix} (2/\eta) \sin \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} \\ i(\sin \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} - \cos \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1}) \\ -(i/\eta^2)(\sin \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} - \cos \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1}) \\ -(2/\eta) \sin \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} \end{bmatrix} \frac{d\eta}{dN} \Bigg).
\end{aligned}$$

Using the trigonometric identities

$$\sin \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} + \cos \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} = \sin (\phi_{j,2} + \phi_{j,1}),$$

$$\sin \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} - \cos \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} = \sin (\phi_{j,2} - \phi_{j,1}),$$

$$\cos \phi_{j,2} \cos \phi_{j,1} - \sin \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} = \cos (\phi_{j,2} + \phi_{j,1}),$$

and

$$\sin \phi_{j,2} \sin \phi_{j,1} = \frac{1}{2} (\cos (\phi_{j,2} - \phi_{j,1}) - \cos (\phi_{j,2} + \phi_{j,1})),$$

where $\phi_{j,1} + \phi_{j,2} = \phi_j$ and $\phi_{j,2} - \phi_{j,1} = \Delta\phi_j$ yields

$$\begin{aligned} \left. \frac{dM_j}{d\Delta N_j} \right|_{\Delta N_j=0} &= \frac{1}{2} \left(\left[\begin{array}{cc} -\sin \phi_j & (i/\eta_j) \cos \phi_j \\ i\eta_j \cos \phi_j & -\sin \phi_j \end{array} \right] \frac{d\Delta\phi_j}{dN_j} \right. \\ &\quad \left. + \left[\begin{array}{cc} (1/\eta_j)(\cos \Delta\phi_j - \cos \phi_j) & -(i/\eta_j^2) \sin \Delta\phi_j \\ i \sin \Delta\phi_j & -(1/\eta_j)(\cos \Delta\phi_j - \cos \phi_j) \end{array} \right] \frac{d\eta_j}{dN_j} \right), \end{aligned}$$

which is equivalent to

$$\begin{aligned} \left. \frac{dM_j}{d\Delta N_j} \right|_{\Delta N_j=0} &= \frac{1}{2} \left(\left[\begin{array}{cc} -\sin \phi_j & (i/\eta_j) \cos \phi_j \\ i\eta_j \cos \phi_j & -\sin \phi_j \end{array} \right] \frac{d\Delta\phi_j}{dN_j} \right. \\ &\quad \left. + \left[\begin{array}{cc} 0 & -(i/\eta_j^2) \sin \Delta\phi_j \\ i \sin \Delta\phi_j & 0 \end{array} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\eta_j} \left[\begin{array}{cc} \cos \Delta\phi_j - \cos \phi_j & 0 \\ 0 & -\cos \Delta\phi_j + \cos \phi_j \end{array} \right] \frac{d\eta_j}{dN_j} \right) \end{aligned}$$

or, comparing the matrices to equations 6.8 and 6.9,

$$\begin{aligned} \left. \frac{dM_j}{d\Delta N} \right|_{\Delta N=0} &= \frac{1}{2} \left(\frac{dM_j}{d\phi_j} \frac{d\Delta\phi_j}{dN_j} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{dM_j(\Delta\phi_j)}{d\eta_j} + \frac{1}{\eta_j} (\cos \phi_j - \cos \Delta\phi_j) \left[\begin{array}{cc} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right] \right) \frac{d\eta_j}{dN_j} \right). \quad (6.27) \end{aligned}$$

where $d\Delta\phi_j/dN_j$ and $dM_j(\Delta\phi_j)/d\eta_j$ are identical to Eqs 6.12 and 6.9, respectively, except for ϕ_j that is replaced by $\Delta\phi_j = \phi_{j,2} - \phi_{j,1}$.

CHAPITRE 7

SYNTHÈSE, DISCUSSION GÉNÉRALE, CONCLUSIONS & PERSPECTIVES

L'objectif général de mes travaux de doctorat était de contribuer à l'avancement des connaissances relatives à la conception et à la fabrication des filtres à gradient d'indice et des filtres multicouches possédant des indices de réfraction intermédiaires. Dans ce chapitre, je présente tout d'abord une synthèse de mes résultats, ce qui permet de tirer des conclusions quant à l'atteinte de cet objectif et à l'impact de mes travaux. Par la suite, j'ose quelques recommandations visant la poursuite des travaux relatifs aux filtres optiques au LARFIS.

7.1 Synthèse des principaux résultats

Les travaux de mon doctorat m'ont tout d'abord amené à améliorer la méthode de la transformée de Fourier. En effet, celle-ci, telle que présentée dans la littérature, ne permettait pas de considérer l'effet de la dispersion de l'indice de réfraction. Cela la rendait inutilisable pour les applications nécessitant une large gamme spectrale. Une analyse des effets de la dispersion a montré que ces effets sont dus à la variation de l'épaisseur optique et de l'amplitude du profil d'indice en fonction de la longueur d'onde. Cette analyse a permis de proposer deux facteurs correctifs qui peuvent être appliqués à la fonction Q : un ajustement de l'échelle des longueurs d'onde et un facteur multiplicatif. Plusieurs exemples démontrent l'efficacité des corrections proposées.

Ces facteurs correctifs possèdent quelques limitations. En particulier, ils sont inappropriées si l'indice de réfraction augmente fortement avec la longueur d'onde. Or, cette dispersion anormale ne se produit qu'à l'intérieur d'une bande d'absorption et la méthode de la transformée de Fourier n'est utilisable que lorsque l'absorption est négligeable. Les facteurs de correction devraient donc fonctionner dans tous les cas où la méthode de la transformée de Fourier est utile.

J'ai aussi proposé d'optimiser les indices de réfraction des couches d'un filtre tout en

préservant leurs épaisseurs optiques. L'utilisation d'indices de réfraction arbitraires permet d'appliquer le *refinement* pour améliorer les propriétés des filtres, ce qui est impossible lorsqu'on utilise des matériaux possédant des indices de réfraction discrets.

J'ai finalement inventé une nouvelle méthode de synthèse de filtres spécifiquement destinée aux filtres multicouches possédant des indices de réfraction intermédiaires : la méthode *step*. Cette méthode de synthèse a montré son efficacité pour plusieurs problèmes de synthèse. Elle est complémentaire à la méthode *needle* et il serait sûrement intéressant des les combiner.

Les trois méthodes que j'ai améliorées ou inventées sont complémentaires. La méthode de la transformée de Fourier permet d'obtenir un design pour n'importe quel problème spécifié en terme de réflexion ou de transmission. Elle fournit des solutions à gradient d'indice qui sont plus difficiles à fabriquer que les filtres multicouches ; elle devrait donc être utilisée pour certaines applications de niche pour lesquelles il est difficile d'obtenir une solution multicouche. Par exemple, lorsqu'on désire une ou plusieurs bandes de réflexion sans harmonique et sans épaulement. Les filtres à gradient d'indice sont aussi intéressants lorsque les exigences du point de vue des propriétés mécaniques sont élevées. L'optimisation de l'indice de réfraction de filtres avec une épaisseur optique constante est une méthode qui vise particulièrement les applications dans lesquelles les couches sont d'épaisseurs quart d'onde ou demi-onde, ce qui permet le monitoring *turning-point*. Elle est donc particulièrement appropriée aux filtres à bande étroite. Finalement, la méthode *step* est la plus générale des méthodes que je propose. Elle permet d'obtenir des solutions pour plusieurs types de problèmes. Ces solutions sont particulièrement intéressantes à incidence oblique et lorsque le design obtenu par la méthode *needle* possède un grand nombre de couches très fines.

Le formalisme développé pour la méthode *step* permet aussi d'obtenir des informations intéressantes sur les filtres optimaux à incidence oblique. À incidence normale, on savait déjà que le filtre optimal est constitué de seulement deux matériaux avec la plus grande différence d'indices de réfraction. À incidence oblique, un filtre optimal peut comprendre une couche homogène d'indice de réfraction intermédiaire si elle entraîne le plus grand contraste de pseudo-indices de réfraction. Si plusieurs angles d'incidence, ou si les polari-

sations s et p sont impliquées, il est impossible de clairement maximiser le contraste de pseudo-indices de réfraction. Dans cette situation, il ne peut pas y avoir de couche homogène d'indice de réfraction intermédiaire dans le filtre optimal. Celui-ci contient plutôt des couches à gradient d'indice. On a cependant vu que l'utilisation d'un petit nombre de couches d'indices de réfraction intermédiaires fourni une solution pratiquement aussi bonne.

7.2 Discussion générale et conclusions

Mon travail ne visait pas une application particulière. Son but était plutôt de développer des outils qui donneraient une plus grande liberté aux personnes impliquées dans la conception des filtres optiques. Les différentes méthodes de conception que j'ai proposées vont certainement dans ce sens. Elles permettent l'utilisation de la méthode de la transformée de Fourier pour de véritables applications et elles fournissent des solutions originales à plusieurs problèmes de design existants. Je crois donc avoir rempli avec succès les objectifs spécifiques 1 et 2 présentés à la section 1.3. La recherche sur les filtres optiques possédant des indices de réfraction intermédiaires m'apparaît d'autant plus importante – et mes résultats d'autant plus significatifs – qu'on a trouvé des conditions dans lesquelles ce type de filtre représente la solution optimale.

Pour ce qui est de l'objectif spécifique 3, on peut s'attendre à ce que les méthodes de monitoring actuellement utilisées pour les filtres multicouches faits de matériaux possédant des indices de réfraction discrets fonctionnent pour les filtres multicouches possédant des indices de réfraction intermédiaires quelconques. Ces derniers se rapprochent des filtres à gradient d'indice, permettant des solutions pratiquement aussi performantes, sans pour autant être aussi difficiles à fabriquer. Il reste cependant toujours du travail à faire sur le monitoring des filtres à gradient d'indice.

J'espère que la communauté des filtres optiques s'emparera de mes résultats et les utilisera dans des applications réelles. C'est d'autant plus facile que toutes les méthodes que j'ai développées ont été implémentées dans OpenFilters, un logiciel de conception de filtres optiques que j'ai développé et qui est maintenant disponible sous licence à code

source ouvert.

OpenFilters est le premier logiciel à code source ouvert de cette envergure disponible pour la communauté des filtres optiques. Bien qu'il ne s'agisse pas, en lui-même, d'une avancée scientifique significative, je crois qu'il s'agit d'une des contributions les plus importantes de mon doctorat.

Lorsqu'OpenFilters a été rendu public à la conférence Optical Interference Coatings tenue à Tucson en juin 2007, il a été reçu de manière très enthousiaste. Le comité organisateur l'a même sélectionné comme la meilleure présentation de la conférence. Dans sa décision, le comité organisateur indique qu'il s'agit d'une alternative aux logiciels commerciaux qui pourrait influencer leurs prix [178].

Personnellement, je ne crois pas qu'OpenFilters remplacera un jour les logiciels commerciaux les plus performants. L'absence de garantie et de service à la clientèle le rend probablement peu attrayant pour la majorité des entreprises devant concevoir des filtres optiques multicouches traditionnels. Je crois plutôt qu'il trouvera son utilité dans le milieu académique et chez ceux qui ont des besoins plus particuliers. Par exemple, Tapani Alasaarela, un étudiant à la maîtrise du Imperial College, à Londres, a récemment communiqué avec moi parce qu'il est intéressé à modifier OpenFilters pour pouvoir concevoir des filtres symétriques. Ces filtres seront fabriqués par dépôt par couche atomique (*atomic layer deposition*), un procédé avec lequel il est plus facile de recouvrir un substrat de manière symétrique sur les faces avant et arrière. Or, les logiciels commerciaux ne permettent pas d'optimiser les couches se trouvant sur la face arrière du substrat, et encore moins de les corrélérer avec celles de la face avant. Tapani Alasaarela travaille donc actuellement à insérer cette fonctionnalité dans OpenFilters. La possibilité de modifier le logiciel est, à mon avis, la principale force des logiciels à code source ouvert.

7.3 Perspectives et recommandations

Je crois que le LARFIS est présentement un des joueurs importants du domaine des filtres optiques et qu'il est en excellente position pour prendre une place encore plus importante. Deux avenues de recherche m'apparaissent particulièrement importantes et intéressantes :

le développement d'un système de monitoring et l'intégration d'autres fonctions lors du design des filtres optiques.

7.3.1 Développement d'un système de monitoring

Il faut, si nous voulons être capables de fabriquer les filtres que nous concevons de manière reproductible, développer un système de monitoring.

Nous devrions, dans un premier temps, développer un système de monitoring pour les filtres multicouches en nous inspirant des systèmes existants. Le fonctionnement de ces systèmes consiste à prendre un spectre de transmission et/ou de réflexion de l'échantillon après le dépôt de chaque couche, à déterminer l'épaisseur de celle-ci en ajustant un modèle au spectre expérimental, puis à réoptimiser la partie du filtre pas encore déposée pour corriger, dans la mesure du possible, les erreurs commises [177, 179]. Il est aussi possible de déposer chaque couche en plusieurs étapes et de déterminer l'épaisseur de la couche après chacune des étapes pour mieux la contrôler. Dans un système expérimental approprié, il est même possible de graver une couche si son épaisseur dépasse l'épaisseur désirée [180].

Cette méthode pourra sûrement être adaptée assez facilement au monitoring des filtres multicouches possédant des indices de réfraction intermédiaires.

Dans un deuxième temps, je serais enchanté de voir quelqu'un prendre la relève de mes travaux en ce qui a trait au monitoring des filtres à gradient d'indice. Je ne suis pas arrivé à trouver une méthode aussi polyvalente et performante que la réoptimisation l'est pour les filtres multicouches, mais j'ai tout de même quelques idées qui pourraient aider quelqu'un qui déciderait de s'attaquer à ce problème.

Je ne crois pas qu'on puisse tout simplement diviser le filtre en une série de fines sous-couches qu'on considérerait homogènes et déterminer leurs épaisseurs et leurs indices de réfraction en temps réel. En effet, si ces sous-couches sont suffisamment minces pour qu'on puisse considérer que leurs indices de réfraction sont constants, elles ont nécessairement un effet minime sur le spectre de réflexion et de transmission et il est très difficile de déterminer leurs propriétés. De plus, lorsqu'une couche est très mince, il y a une forte corrélation entre l'effet de son épaisseur et celui de son indice de réfraction ; on ne peut déterminer avec fiabilité que son épaisseur optique.

Une approche à explorer serait de déterminer séparément la forme du profil d'indice de réfraction et son épaisseur. On pourrait, par exemple, utiliser la méthode de l'interface virtuelle généralisée (*generalized virtual interface*, GVI) conjointement avec une autre méthode. La méthode GVI permet de déterminer en temps réel le profil d'indice du filtre à partir de l'évolution de son spectre ellipsométrique [181]. Elle est cependant sujette à des erreurs systématiques qui la rendent insuffisante pour faire le monitoring. Elle pourrait tout de même servir à déterminer la forme du profil d'indice de sections du filtre dont l'épaisseur serait déterminée séparément.

Dans certains cas, l'épaisseur pourrait être déterminée à partir de régions du spectre qui ne sont pas sensibles au profil d'indice. Certains travaux dans ce sens avait débuté durant ma maîtrise [19, 21].

Il est aussi intéressant de noter qu'on peut adapter la méthode *turning-point* au cas des filtres *rugate* [182]. On l'a d'ailleurs fait dans le cadre des travaux de Marie-Maude de Denus-Baillargeon [24].

Un facteur très important, puisqu'on ne peut arrêter le dépôt comme dans le cas des filtres multicouches, est l'implémentation de méthodes de calcul rapides. À ce sujet, je recommande la lecture des travaux de Kildemo [183–185].

7.3.2 Intégration d'autres fonctions lors du design des filtres optiques

L'expertise du LARFIS ne se limite pas aux filtres optiques. Il effectue aussi des recherches sur les propriétés mécaniques des couches minces et développe de nouveaux matériaux anisotropes, non-linéaires et électrochromiques. Il serait intéressant, à mon avis, de combiner notre expertise sur les filtres optiques et celle sur ces domaines.

En plus de leurs propriétés optiques, les filtres optiques doivent posséder des propriétés mécaniques adéquates pour résister aux conditions dans lesquelles ils sont utilisés. Certaines applications, comme les filtres pour le télescope spatial James Webb mentionnés dans l'introduction, nécessitent même un contrôle très précis de ces propriétés. Il serait donc utile de pouvoir prédire les propriétés mécaniques des filtres optiques durant leur conception, voire les considérer comme des paramètres à optimiser. Dans ce sens, le modèle prédictif que développe présentement Salim Hassani du LARFIS est intéressant.

Celui-ci, à l'aide d'une méthode d'éléments finis, prédit la tenue mécanique de systèmes de couches minces. Si cette méthode devient suffisamment rapide, elle pourrait être intégrée au processus d'optimisation des filtres optiques.

Le projet de doctorat de Bill Baloukas vise à intégrer des matériaux électrochromiques à l'intérieur de filtres optiques. Il lui sera donc nécessaire de modéliser l'effet du changement des propriétés du matériau sur les propriétés du filtre. Il voudra probablement maximiser cet effet. Je crois que la meilleure façon d'y arriver sera de modifier OpenFilters.

Maintenant que mon doctorat se termine, le temps que je pourrai consacrer à continuer de développer de nouvelles fonctionnalités pour OpenFilters sera limité. Par contre, je compte bien continuer à fournir de l'aide à ceux qui désirent l'améliorer et à assurer un développement ordonné en coordonnant leurs efforts.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Stéphane Larouche, Hieronim Szymanowski, Jolanta E. Klemberg-Sapieha, Ludvik Martinu et Subhash C. Gujrathi, « Microstructure of plasma-deposited SiO₂/TiO₂ optical films », *J. Vac. Sci. Technol. A*, vol. 22, no. 4, 2004, p. 1200–1207.
- [2] Alexander V. Tikhonravov, « Some theoretical aspects of thin-film optics and their applications », *Appl. Opt.*, vol. 32, no. 28, 1993, p. 5417–5426.
- [3] Alexander V. Tikhonravov, Michael K. Trubetskov et Gary W. DeBell, « Application of the needle optimization technique to the design of optical coatings », *Appl. Opt.*, vol. 35, no. 28, 1996, p. 5493–5508.
- [4] R. Jacobsson, « Light reflection from films of continuously varying index », dans *Progress in optics* (E. Wolf, éd.), vol. 5, John Wiley and Sons (New York, NY, USA), 1966, p. 247–287.
- [5] R. Jacobsson, « Inhomogeneous and coevaporated homogeneous films for optical applications », dans *Physics of Thin Films* (Georg Hass, Maurice H. Francombe et Richard W. Hoffman, éd.), vol. 8, Academic Press (New York, NY, USA), 1975, p. 51–98.
- [6] M.-A. Raymond, S. Larouche, O. Zabeida, L. Martinu et J. E. Klemberg-Sapieha, « Tribological properties of PECVD optical coatings », dans *44th Annual Technical Conference Proceedings*, p. 301–305, Society of Vacuum Coaters (Albuquerque, NM, USA), 2001.
- [7] Richard Vernhes, Oleg Zabeida, Jolanta E. Klemberg-Sapieha et Ludvik Martinu, « Single material inhomogeneous optical filters based on microstructural gradients in plasma-deposited silicon nitride », *Appl. Opt.*, vol. 43, no. 1, 2004, p. 97–103.
- [8] Erwin Delano, « Fourier synthesis of multilayer filters », *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 57, no. 12, 1967, p. 1529–1533.

- [9] L. Sossi, « A method for the synthesis of multilayer dielectric interference coatings », *Eesti NSV Teaduste Akadeemia Toimetised Füüsika, Matemaatika*, vol. 23, no. 3, 1974, p. 229–237. Traduction en anglais disponible à l'Institut canadien de l'information scientifique et technique (ICIST).
- [10] L. Sossi, « On the theory of the synthesis of multilayer dielectric light filters », *Eesti NSV Teaduste Akadeemia Toimetised Füüsika, Matemaatika*, vol. 25, no. 2, 1976, p. 171–176. Traduction en anglais disponible à l'Institut canadien de l'information scientifique et technique (ICIST).
- [11] L. Sossi, « On the synthesis of interference coatings », *Eesti NSV Teaduste akadeemia Toimetised. Füüsika, Matemaatika*, vol. 26, no. 1, 1977, p. 28–48. Traduction en anglais disponible à l'Institut canadien de l'information scientifique et technique (ICIST).
- [12] J. A. Dobrowolski et D. Lowe, « Optical thin film synthesis program based on the use of Fourier transforms », *Appl. Opt.*, vol. 17, no. 19, 1978, p. 3039–3050.
- [13] P. G. Verly et J. A. Dobrowolski, « Iterative correction process for optical thin film synthesis with the Fourier transform method », *Appl. Opt.*, vol. 29, no. 25, 1990, p. 3672–3684.
- [14] Pierre G. Verly, « Modified needle method with simultaneous thickness and refractive-index refinement for the synthesis of inhomogeneous and multilayer optical thin films », *Appl. Opt.*, vol. 40, no. 31, 2001, p. 5718–5725.
- [15] P. G. Verly, A. V. Tikhonravov et M. K. Trubetskov, « Efficient refinement algorithm for the synthesis for inhomogeneous optical coatings », *Appl. Opt.*, vol. 36, no. 7, 1997, p. 1487–1495.
- [16] Ludvik Martinu et Daniel Poitras, « Plasma deposition of optical films and coatings : A review », *J. Vac. Sci. Technol. A*, vol. 18, no. 6, 2000, p. 2619–2645.

- [17] Daniel Poitras, « Étude de la microstructure de revêtements optiques homogènes et inhomogènes », Mémoire de maîtrise, École polytechnique de Montréal, Montréal, Québec, Canada, 1994.
- [18] Daniel Poitras, *Étude de couches optiques inhomogènes déposées par plasma*. Thèse de doctorat, École polytechnique de Montréal, Montréal, Québec, Canada, 2000.
- [19] Stéphane Larouche, « Étude des mélanges de $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ déposés par PECVD et fabrication de filtres à gradient d'indice », Mémoire de maîtrise, École polytechnique de Montréal, Montréal, Québec, Canada, 2003.
- [20] Daniel Poitras, Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « Design and plasma deposition of dispersion-corrected multiband rugate filters », *Appl. Opt.*, vol. 41, no. 25, 2002, p. 5249–5255.
- [21] S. Larouche, H. Szymanowski, A. Amassian, J.E. Klemberg-Sapieha et L. Martinu, « Microstructure of $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ coatings and their use in graded-index optical filters », dans *46th Annual Technical Conference Proceedings*, p. 334–338, Society of Vacuum Coaters (Albuquerque, NM, USA), 2003.
- [22] Richard Vernhes, *Fabrication et analyse de revêtements de nitrure de silicium déposés par plasma pour de nouvelles applications optiques*. Thèse de doctorat, École polytechnique de Montréal, Montréal, Québec, Canada, 2006.
- [23] Bill Baloukas, « Conception et fabrication de dispositifs de sécurité optiques », Mémoire de maîtrise, École polytechnique de Montréal, Montréal, Québec, Canada, 2006.
- [24] Marie-Maude de Denus-Baillargeon, « Stabilité thermique de filtres optiques interférentiels quart d'onde et à gradient d'indice pour l'astronomie », Mémoire de maîtrise, École polytechnique de Montréal, Montréal, Québec, Canada, 2007.
- [25] Max Born et Emil Wolf, *Principles of optics*, Cambridge University Press (Cambridge, UK), 7^e éd., 1999.

- [26] H. A. Macleod, *Thin-Film Optical Filters*, Institute of Physics Publishing (Bristol, UK), 3^e éd., 2001.
- [27] J. A. Dobrowolski, « Optical properties of films and coatings », dans *Handbook of Optics* (Michael Bass et Eric W. Van Stryland, éd.), vol. 1, McGraw Hill, 2^e éd., 1995, ch. 42.
- [28] Alfred Thelen, *Design of Optical Interference Coatings*, McGraw-Hill (New York, NY, USA), 1989. Une version électronique est disponible à <http://www.alfredthelen.com/>.
- [29] Sh. A. Furman et A. V. Tikhonravov, *Basics of Optics of Multilayer Systems*, Éditions Frontières (Gif-sur-Yvette, France), 1992.
- [30] Michael Ray Jacobson, éd., *Selected Papers on Deposition of Optical Coatings*, vol. MS 6 de *SPIE Milestone Series*, SPIE (Bellingham, WA, USA), 1989.
- [31] Michael Ray Jacobson, éd., *Selected Papers on Design of Optical Coatings*, vol. MS 26 de *SPIE Milestone Series*, SPIE (Bellingham, WA, USA), 1990.
- [32] Michael Ray Jacobson, éd., *Selected Papers on Characterization of Optical Coatings*, vol. MS 63 de *SPIE Milestone Series*, SPIE (Bellingham, WA, USA), 1992.
- [33] Lord Rayleigh (John William Strutt), « On the optical character of some brilliant animal colours », *Phil. Mag.*, vol. 36, 1919, p. 98.
- [34] Lord Rayleigh (Robert John Strutt), « The iridescent colours of birds and insects », *Proc. Roy. Soc. London A*, vol. 128, no. 808, 1930, p. 624–641.
- [35] Crawford H. Greenewalt, Werner Brandt et Daniel D. Friel, « Iridescent colors of hummingbird feathers », *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 50, no. 10, 1960, p. 1005–1013.
- [36] Andrew Richard Parker, « 515 million years of structural colour », *J. Opt. A : Pure Appl. Opt.*, vol. 2, 2000, p. R15–R28.

- [37] Pete Vukusic et J. Roy Sambles, « Photonic structures in biology », *Nature*, vol. 424, no. 6950, 2003, p. 952–855. Erratum : vol. 429 no. 6992, 2004, p. 680.
- [38] Robert Hooke, *Micrographia : Some physiological descriptions of minute bodies made by magnifying glasses*, J. Martyn and J. Allestry (London, UK), 1665.
- [39] Isaac Newton, *Opticks*, Royal Society (London, UK), 1704.
- [40] Thomas Young, « The bakerian lecture : Experiments and calculations relative to physical optics », *Phil. Trans. R. Soc.*, vol. 94, 1804, p. 1–16.
- [41] A. J. Fresnel, « Mémoire sur la diffraction de la lumière », *Ann. Chim. Phys.*, vol. 1, 1816, p. 239–281.
- [42] James Clerk Maxwell, « A dynamical theory of the electromagnetic field », *Phil. Trans. R. Soc.*, vol. 155, 1865, p. 459–512.
- [43] James Clerk Maxwell, *A Treatise on Electricity & Magnetism*, vol. 1&2, Clarendon Press (Oxford, UK), 1873.
- [44] Oliver Heaviside, « On the forces, stresses and fluxes of energy in the electromagnetic field », *Phil. Trans. R. Soc. A*, vol. 183, 1892, p. 423–480.
- [45] Joseph Fraunhofer, « Versuche über die ursachen des anlaufens und mattwerdens des glases und die mittel, denselben zu vorzuzukommen », dans *Gesammelte Schriften*, Verlag Der K. Akademie (Munich, Allemagne), 1888.
- [46] Lord Rayleigh (John William Strutt), « On the intensity of light reflected from certain surfaces at nearly perpendicular incidence », *Proc. R. Soc. London*, vol. 41, 1886, p. 275–294.
- [47] H. D. Taylor, « Lenses », UK Patent 29561, 1904.
- [48] F. Kollmorgen, « Light transmission through telescopes », *Trans. Am. Illumination Eng. Soc.*, vol. 11, 1916, p. 220–228.

- [49] Donald M. Mattox, *The Foundations of Vacuum Coating Technology*, Noyes Publications/William Andrew Publishing (Norwich, NY, USA), 2003.
- [50] Gerhard Bauer, « Absolutwerte der optischen absorptionskonstanten von alkalihalogenidkristallen im gebiet ihrer ultravioletten eigenfrequenzen », *Ann. Phys.*, vol. 19, no. 5, 1934, p. 434–464.
- [51] John Strong, « On a method of decreasing the reflection from nonmetallic substances », *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 26, no. 1, 1936, p. 73–74.
- [52] Richard A. Denton, « The manufacture of military optics at the Frankfort Arsenal during WWII », *Optics News*, vol. 15, 1989, p. 24.
- [53] War Department, *Operation and Maintenance of Optical Coating Equipment*, no. TM 9 1501 de War Department Technical Manual, 1945.
- [54] L. N. Hadley et D. M. Dennison, « Reflection and transmission interference filters : Part I. theory », *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 37, no. 6, 1947, p. 451–465.
- [55] Paul J. Leurgans, « The impedance concept in thin film optics », *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 41, no. 10, 1951, p. 714–717.
- [56] Joseph H. Apfel, « Graphics in optical coating design », *Appl. Opt.*, vol. 11, no. 6, 1972, p. 1303–1312.
- [57] A. F. Turner, « Some current developments in multilayer optical films », *J. Phys. Rad.*, vol. 11, no. 2, 1950, p. 444–460.
- [58] Florin Abelès, « Recherches sur la propagation des ondes électromagnétiques sinusoïdales dans les milieux stratifiés. Application aux couches minces », *Annales de physique*, vol. 5, 1950, p. 596–640, 706–782.
- [59] Philip Baumeister, « Design of multilayer filters by successive approximations », *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 48, no. 12, 1958, p. 955–958.

- [60] Angus Macleod, « The early days of optical coatings », *J. Opt. A : Pure Appl.*, vol. 1, no. Supplement, 1999, p. 779–783.
- [61] J. A. Dobrowolski, « The impact of computers on the design and manufacture of optical multilayer coatings during the past 50 years », dans *50th Annual Technical Conference Proceedings*, p. 289–301, Society of Vacuum Coaters (Albuquerque, NM, USA), 2007.
- [62] H. K. Pulker, « Characterization of optical thin films », *Appl. Opt.*, vol. 18, no. 12, 1979, p. 1969–1977.
- [63] Neil W. Ashcroft et N. David Mermin, *Solid State Physics*, Brooks/Cole, Thomson Learning, 1976.
- [64] S. M. MacNeille, « Beam splitter », us Patent 2,403,731, 1946.
- [65] Mary Banning, « Practical methods of making and using multilayer filters », *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 37, no. 10, 1947, p. 792–793.
- [66] H. A. Macleod, « Thin film narrow band optical filters », *Thin Solid Films*, vol. 34, 1976, p. 335–342.
- [67] Philip Baumeister, « Simplified equations for maximally flat all-dielectric bandpass design », *Appl. Opt.*, vol. 22, no. 13, 1983, p. 1960.
- [68] Philip Baumeister, « Bandpass filters for wavelength division multiplexing – modification of the spectral bandwidth », *Appl. Opt.*, vol. 37, no. 28, 1998, p. 6609–6614.
- [69] C. K. Carniglia, « Design of thin-film interference filters for telecommunications applications », Slides presented at OFC, 2000.
- [70] Philip Baumeister, « Design of a coarse WDM bandpass filter using the Thelen bandpass design method », *Opt. Express*, vol. 9, no. 12, 2001, p. 652–657.
- [71] Philip Baumeister, « Design of a wavelength-division multiplexing bandpass with quasi-Chebyshev spectral shape », *Appl. Opt.*, vol. 40, no. 7, 2001, p. 1132–1137.

- [72] Alexander V. Tikhonravov et Michael K. Trubetskov, « Automated design and sensitivity analysis of wavelength-division multiplexing filters », *Appl. Opt.*, vol. 41, no. 16, 2002, p. 3176–3182.
- [73] A. V. Tikhonravov et M. K. Trubetskov, « Mathematical modeling of multilayer filters for telecommunication », *Computational Mathematics and Modeling*, vol. 14, no. 1, 2003, p. 74–86.
- [74] P. G. Verly, « Simple technique for the accurate design of square bandpass WDM interference filters », dans *Advances in Optical Thin Films* (Claude Amra, Norbert Kaiser et H. Angus Macleod, éd.), vol. 5250 de *Proceedings of the SPIE*, p. 378–383, SPIE (Bellingham, WA, USA), 2004.
- [75] J. A. Dobrowolski, « Completely automatic synthesis of optical thin film systems », *Appl. Opt.*, vol. 4, no. 8, 1965, p. 937–946.
- [76] J. A. Dobrowolski, F. C. Ho, A. Belkind et V. A. Koss, « Merit functions for more effective thin film calculations », *Appl. Opt.*, vol. 28, no. 14, 1989, p. 2824–2831.
- [77] Arnold L. Bloom, « Refining and optimization in multilayers », *Appl. Opt.*, vol. 20, no. 1, 1981, p. 66–73.
- [78] J. A. Dobrowolski et R. A. Kemp, « Refinement of optical multilayer systems with different optimization procedures », *Appl. Opt.*, vol. 29, no. 19, 1990, p. 2876–2893.
- [79] Jorge J. Moré, « The Levenberg-Marquardt algorithm : implementation and theory », dans *Numerical Analysis* (G. A. Watson, éd.), no. 630 de *Lecture Notes in Mathematics*, p. 105–116, Springer-Verlag (New York, NY, USA), 1978.
- [80] A. N. Tikhonvov Jr, A. V. Tikhonravov et M. K. Trubetskov, « Second-order optimization methods in the synthesis of multilayer coatings », *Comp. Maths Math. Phys.*, vol. 33, no. 10, 1993, p. 1339–1352.
- [81] J. A. Dobrowolski, « Versatile computer program for absorbing optical thin film systems », *Appl. Opt.*, vol. 20, no. 1, 1981, p. 74–81.

- [82] Brian T. Sullivan et J. A. Dobrowolski, « Implementation of a numerical needle method for thin-film design », *Appl. Opt.*, vol. 35, no. 28, 1996, p. 5484–5492.
- [83] Philip W. Baumeister, « Methods of altering the characteristics of a multilayer stack », *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 52, no. 10, 1962, p. 1149–1152.
- [84] Jacques Mouchart, « Thin film optical coatings. 1 : Optical coating stabilities », *Appl. Opt.*, vol. 16, no. 9, 1977, p. 2486–2490.
- [85] C. J. v. d. Laan et H. J. Frankena, « Fast computation method for derivatives of multilayer stack reflectance », *Appl. Opt.*, vol. 17, no. 4, 1978, p. 538–541.
- [86] H. Dupoisot et J. Morizet, « Thin film coatings : algorithms for the determination of reflectance and transmittance, and their derivatives », *Appl. Opt.*, vol. 18, no. 15, 1979, p. 2701–2704.
- [87] Philip Baumeister, « Starting designs for the computer optimization of optical coatings », *Appl. Opt.*, vol. 34, no. 22, 1995, p. 4835–4843.
- [88] J. A. Dobrowolski, « Computer design of optical coatings », *Thin Solid Films*, vol. 163, 1988, p. 97–110.
- [89] J. A. Aguilera, J. Aguilera, P. Baumeister, A. Bloom, D. Coursen, J. A. Dobrowolski, F. T. Goldstein, D. E. Gustafson, et R. A. Kemp, « Antireflection coatings for germanium IR optics : a comparison of numerical design methods », *Appl. Opt.*, vol. 27, no. 14, 1988, p. 2832–2840.
- [90] Li Li et J. A. Dobrowolski, « Computation speeds of different optical thin-film synthesis methods », *Appl. Opt.*, vol. 31, no. 19, 1992, p. 3790–3799.
- [91] Pierre Rouard, « études des propriétés optiques des lames métalliques très minces », *Ann. Phys. (Paris)*, vol. 7, 1937, p. 291–384.
- [92] Johannes Skaar, Kigang Wang et Turan Erdogan, « Synthesis of thick optical thin-film filters with a layer-peeling inverse-scattering algorithm », *Appl. Opt.*, vol. 40, no. 13, 2001, p. 2183–2189.

- [93] Juan I. Larruquert, « New layer-by-layer multilayer design method », *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 19, no. 2, 2002, p. 385–390.
- [94] J. F. Tang et Q. Zheng, « Automatic design of optical thin-film systems—merit function and numerical optimization method », *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 72, no. 11, 1982, p. 1522–1528.
- [95] A. G. Sveshnikov, Sh. A. Furman, A. V. Tikhonravov et S. A. Yanshin, « General method of synthesis of optical coatings », *Opt. Spectrosc. (USSR)*, vol. 59, no. 5, 1985, p. 697–698.
- [96] William H. Southwell, « Coating design using very thin high- and low-index layers », *Appl. Opt.*, vol. 24, no. 4, 1985, p. 457–460.
- [97] J. A. Dobrowolski et R. A. Kemp, « Flip-flop thin film design program with enhanced capabilities », *Appl. Opt.*, vol. 31, no. 19, 1992, p. 3807–3812.
- [98] S. Martin, J. Rivory et M. Schoenauer, « Synthesis of optical multilayer systems using genetic algorithms », *Appl. Opt.*, vol. 34, no. 13, 1995, p. 2247–2254.
- [99] Horst Greiner, « Robust optical coating design with evolutionary strategies », *Appl. Opt.*, vol. 35, no. 28, 1996, p. 5477–5483.
- [100] Christoph Rickers et Michael Vergöhl, « Spectrally selective reflecting thin-film filters for laser display technology », *Thin Solid Films*, vol. 442, 2003, p. 145–152.
- [101] Jinn-Moon Yang, Jorng-Tzong Horng, Chih-Jen Lin et Chang-Yan Kao, « Optical coating design using the family competition evolutionary algorithm », *Evolutionary Computation*, vol. 9, no. 4, 2001, p. 421–443.
- [102] Jinn-Moon Yang et Cheng-Yan Kao, « An evolutionary algorithm for the synthesis of multilayer coatings at oblique light incidence », *J. Lightwave Technol.*, vol. 19, no. 4, 2001, p. 559–570.

- [103] A. V. Tikhonravov, « A method of synthesis of optical coverings which uses the necessary optimality conditions », *Vestn. Mosk. Univ. 3, Fiz. Astron. (USSR)*, vol. 37, no. 6, 1982, p. 91–93. Traduction en anglais : *Mosc. Univ. Phys. Bull. (USA)*, vol. 37, 1982, p. 108–110.
- [104] V. Pervak, A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov, J. Pistner, F. Krausz et A. Apolonski, « Band filters : two-material technology versus rugate », *Appl. Opt.*, vol. 46, no. 8, 2007, p. 1190–1193.
- [105] Alexander Tikhonravov, Michael Trubetskov, Tatiana Amotchkina et Michel Koka-rev, « Key role of the coating total optical thickness in solving design problems », dans *Advances in Optical Thin Films* (Claude Amra, Norbert Kaiser et H. Angus Macleod, éd.), vol. 5250 de *Proceedings of the SPIE*, p. 312–321, SPIE (Bellingham, WA, USA), 2004.
- [106] Pierre G. Verly, « Fourier transform approach for thickness estimation of reflecting interference filters », *Appl. Opt.*, vol. 45, no. 22, 2006, p. 5636–5641.
- [107] Pierre G. Verly, « Fourier transform approach for thickness estimation of reflecting interference filters. 2. generalized theory », *Appl. Opt.*, vol. 46, no. 1, 2007, p. 76–83.
- [108] A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov et G. W. DeBell, « Optical coating design approaches based on the needle optimization technique », *Appl. Opt.*, vol. 46, no. 5, 2007, p. 704–710.
- [109] Alexander V. Tikhonravov, Michael V. Klibanov et Ilya V. Zuev, « Numerical study of the phaseless inverse scattering problem in thin-film optics », *Inverse Problems*, vol. 11, no. 1, 1995, p. 252–270.
- [110] Konstantin V. Popov et Alexander V. Tikhonravov, « The inverse problem in optics of stratified media with discontinuous parameters », *Inverse Problems*, vol. 13, no. 3, 1997, p. 801–814.

- [111] Konstantin V. Popov, « A uniqueness result for the recovery of the optical parameters of a dispersive and absorbing thin film », *Inverse Problems*, vol. 14, no. 3, 1998, p. 725–731.
- [112] Hosung Chang, Sang-Sun Lee, Myung-Ryul Chul et Sungkyoo Lim, « Inhomogeneous optical filter design with the use of a Riccati equation », *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 22, no. 2, 1999, p. 140–144.
- [113] P. G. Verly, J. A. Dobrowolski, W. J. Wild et R. L. Burton, « Synthesis of high rejection filters with the Fourier transform method », *Appl. Opt.*, vol. 28, no. 14, 1989, p. 2864–2875.
- [114] Bertrand G. Bovard, « Derivation of a matrix describing a rugate dielectric thin film », *Appl. Opt.*, vol. 27, no. 10, 1988, p. 1998–2005.
- [115] Bertrand G. Bovard, « Fourier transform technique applied to quarterwave optical coatings », *Appl. Opt.*, vol. 27, no. 15, 1988, p. 3062–3063.
- [116] Bertrand G. Bovard, « Rugate filter theory : an overview », *Appl. Opt.*, vol. 32, no. 28, 1993, p. 5427–5442.
- [117] R. Szipőcs et A. Kőházi-Kis, « Theory and design of chirped dielectric laser mirrors », *Appl. Phys. B*, vol. 65, no. 2, 1997, p. 115–135.
- [118] P. G. Verly, « Fourier transform technique with refinement in the frequency domain for the synthesis of optical thin films », *Appl. Opt.*, vol. 35, no. 25, 1996, p. 5148–5154.
- [119] W. H. Southwell, « Gradient-index antireflection coatings », *Opt. Lett.*, vol. 8, no. 11, 1983, p. 584–586.
- [120] Daniel Poitras et J. A. Dobrowolski, « Toward perfect antireflection coatings. 2. theory », *Appl. Opt.*, vol. 43, no. 6, 2004, p. 1286–1295.
- [121] W. H. Southwell et Randolph L. Hall, « Rugate filter sidelobe suppression using quintic and rugated quintic matching layers », *Appl. Opt.*, vol. 28, no. 14, 1989, p. 2949–2951.

- [122] Robert Bertram, M. F. Ouellette et P. Y. Tse, « Inhomogeneous optical coatings : an experimental study of a new approach », *Appl. Opt.*, vol. 28, no. 14, 1989, p. 2935–2939.
- [123] Charles G. Snedaker, « New numerical thin-film synthesis technique », *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 72, 1982, p. 1732.
- [124] Pierre G. Verly, « Optical coating synthesis by simultaneous refractive-index and thickness refinement of inhomogeneous films », *Appl. Opt.*, vol. 37, no. 31, 1998, p. 7327–7333.
- [125] Pierre G. Verly, « Hybrid approach for rugate filter design », *Appl. Opt.*, vol. 47, no. 13, 2008, p. C172–C178.
- [126] A. V. Tikhonravov, « On the optimal control theory problems connected with the layer media systhesis », *Differentsial'nye uravneniya*, vol. 21, 1985, p. 1516–1523.
- [127] Markus Tilsch, Karen Hendrix et Pierre Verly, « Optical interference coatings design contest 2004 », *Appl. Opt.*, vol. 45, no. 7, 2006, p. 1544–1554.
- [128] Stéphane Larouche, Aram Amassian, Bill Baloukas et Ludvik Martinu, « Turning-point monitoring is not simply optical thickness compensation », dans *Optical Interference Coatings on CD-ROM*, p. TuE8, Optical Society of America (Washington, DC, USA), 2004.
- [129] H. A. Macleod, « Turning value monitoring of narrow-band all-dielectric thin-film optical filters », *Optica Acta*, vol. 19, no. 1, 1972, p. 1–28.
- [130] P. Bousquet, A. Fornier, R. Kowalczyk, E. Pelletier et P. Roche, « Optical filters : monitoring process allowing the auto-correction of thickness errors », *Thin Solid Films*, vol. 13, no. 2, 1972, p. 285–290.
- [131] H. A. Macleod et E. Pelletier, « Error compensation mechanisms in some thin-film monitoring systems », *Optica Acta*, vol. 24, no. 9, 1977, p. 907–930.

- [132] Optical Research Associates, « CODE V », http://www.opticalres.com/cv/cvprodds_f.html.
- [133] Sinclair Optics, « OSLO », <http://www.sinopt.com/>.
- [134] « ZEMAX », <http://www.zemax.com/>.
- [135] J. A. Dobrowolski, « Numerical methods for optical thin films », *Optics & Photonics News*, June 1997, p. 25–33.
- [136] Jennifer Kruschwitz, « Software tools speed optical thin-film design », *Laser Focus World*, vol. 39, no. 6, 2003, p. 153–157.
- [137] Thin Film Center Inc., « The Essential Macleod », <http://www.thinfilmcenter.com/GMacleod.asp>.
- [138] FTG Software, « FilmStar », <http://www.ftgsoftware.com/fsindex.htm>.
- [139] Scientific Computing International, « Film Wizard », <http://www.sci-soft.com/Film%20Wizard.htm>.
- [140] OptiLayer Ltd., « OptiLayer », <http://www.optilayer.com/>.
- [141] Software Spectra Inc., « TFCalc », <http://www.sspectra.com>.
- [142] Dynacomp Software, « Multilayer Interference », <http://www.dynacompsoftware.com/ebay/91-60.HTM>.
- [143] Aubrey Jaffer, « FreeSnell », <http://swiss.csail.mit.edu/~jaffer/FreeSnell/>.
- [144] David L. Windt, « IMD–software for modeling the optical properties of multilayer films », *Comput. Phys.*, vol. 12, no. 4, 1998, p. 360–370.
- [145] Emanuele Centurioni, « Optical - a GPL optical simulation program for mixed coherent / incoherent multilayer systems », <http://www.bo.imm.cnr.it/~centurio/optical.html>.

- [146] Emanuele Centurioni, « Generalized matrix method for calculation of internal light energy flux in mixed coherent and incoherent multilayers », *Appl. Opt.*, vol. 44, no. 35, 2005, p. 7532–7539.
- [147] Fredrik Hansteen, « Thinfilm », <http://thinfilm.hansteen.net/>.
- [148] Markus Tilsch et Karen Hendrix, « Optical Interference Coatings design contest 2007 : Triple bandpass and non-polarizing beamsplitter », *Appl. Opt.*, vol. 47, no. 13, 2008, p. C55–C69.
- [149] Free Software Foundation, « GNU General Public License », <http://fsf.org/>.
- [150] Rolf H. Muller, « Definitions and conventions in ellipsometry », *Surf. Sci.*, vol. 16, 1969, p. 14–33.
- [151] Commission internationale de l'éclairage, *CIE Colorimetry 3rd Edition Technical Report (CIE 15 :2004)*, 2004.
- [152] V. V. Veremei et I. M. Minkov, « Distribution of light intensity within a dielectric mirror », *Opt. Spektrosk. (USSR)*, vol. 33, 1972, p. 1175–1178. Traduction en anglais : *Opt. Spectrosc. (USA)*, vol. 33, 1972, p. 640–641.
- [153] Y. H. Yang et J. R. Abelson, « Spectroscopic ellipsometry of thin films on transparent substrates : A formalism for data interpretation », *J. Vac. Sci. Technol. A*, vol. 13, no. 3, 1995, p. 1145–1149.
- [154] Philip Baumeister, « Simulation of a rugate filter via a stepped-index dielectric multilayer », *Appl. Opt.*, vol. 25, no. 16, 1986, p. 2644–2645.
- [155] Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « Optical filters with constant optical thickness and refined refractive indices », dans *Optical Interference Coatings on CD-ROM*, p. TuD8, Optical Society of America (Washington, DC, USA), 2007.
- [156] S. Larouche et L. Martinu, « A new step method for the synthesis of optical filters with arbitrary indices », dans *49th Annual Technical Conference Proceedings*, p. 305–308, Society of Vacuum Coaters (Albuquerque, NM, USA), 2006.

- [157] Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « Dispersion implementation in optical filter design by the Fourier transform method using correction factors », *Appl. Opt.*, vol. 46, no. 30, 2007, p. 7436–7441.
- [158] Edward D. Palik, éd., *Handbook of Optical Constants of Solids*, Academic Press (San Diego, CA, USA), 1985.
- [159] Edward D. Palik, éd., *Handbook of Optical Constants of Solids II*, Academic Press (San Diego, CA, USA), 1991.
- [160] « Python », <http://www.python.org/>.
- [161] « wxPython », <http://wxpython.org/>.
- [162] Jorge Moré, Burt Garbow et Ken Hillstom, « MINPACK », <http://www.netlib.org/minpack>.
- [163] W. P. Thoeni, « Deposition of optical coatings : Process control and automation », *Thin Solid Films*, vol. 88, 1982, p. 385–397.
- [164] H. Zorc, « Optimum multilayer design selection in relation to production errors », *Vacuum*, vol. 37, no. 1/2, 1987, p. 101–102.
- [165] Alexander V. Tikhonravov et Michael K. Trubetskov, « Computational manufacturing as a bridge between design and production », *Appl. Opt.*, vol. 44, no. 32, 2005, p. 6877–6884.
- [166] Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « OpenFilters : an open source software for the design and optimization of optical coatings », dans *Optical Interference Coatings on CD-ROM*, p. WB6, Optical Society of America (Washington, DC, USA), 2007.
- [167] D. Rats, D. Poitras, J. M. Soro, L. Martinu et J. von Stebut, « Mechanical properties of plasma-deposited silicon-based inhomogeneous optical coatings », *Surf. Coat. Technol.*, vol. 111, 1999, p. 220–228.

- [168] Henrik Fabricius, « Gradient-index filters : conversion into a two-index solution by taking into account dispersion », *Appl. Opt.*, vol. 31, no. 25, 1992, p. 5216–5220.
- [169] Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « A simple way to include dispersion in the design of graded-index optical filters by the fourier transform method », dans *Optical Interference Coatings on CD-ROM*, p. TuB6, Optical Society of America (Washington, DC, USA), 2004.
- [170] Alfred Thelen, « Equivalent layers in multilayer filters », *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 56, no. 11, 1966, p. 1533–1538.
- [171] Stéphane Larouche et Ludvik Martinu, « OpenFilters : open-source software for the design, optimization, and synthesis of optical filters », *Appl. Opt.*, vol. 47, no. 13, 2008, p. C219–C230.
- [172] Yasaman Soudagar, Félix Bussi eres, José M. Fernandez et Nicolas Godbout, « Creation of a two-photon 4-qubit square cluster state in optical fibres », dans *Frontiers in Optics 2007/Laser Science XXIII/Organic Materials and Devices for Displays and Energy Conversion*, p. JTua6, Optical Society of America (Washington, DC, USA), 2007.
- [173] Daniel Poitras, « Asymmetrical dual-cavity filters and their application to thickness uniformity monitoring », *Opt. Express*, vol. 11, no. 25, 2003, p. 3393–3403.
- [174] Daniel Poitras, Pierre Leroux, Jolanta E. Klemberg-Sapieha, Subhash C. Gujrathi et Ludvik Martinu, « Characterization of homogeneous and inhomogeneous Si-based optical coatings deposited in dual-frequency plasma », *Opt. Eng.*, vol. 35, no. 9, 1996, p. 2693–2699.
- [175] R. Vernhes, O. Zabeida, J. E. Klemberg-Sapieha et L. Martinu, « Pulsed radio frequency plasma deposition of a – SiN_x :H alloys : Film properties, growth mechanism, and applications », *J. Appl. Phys.*, vol. 100, no. 6, 2006, p. 063308–1–063308–10.

- [176] Philip Baumeister, « Rudiments of the design of an immersed polarizing beam divider with a narrow spectral bandwidth and enhanced angular acceptance », *Appl. Opt.*, vol. 36, no. 16, 1997, p. 3610–3613.
- [177] Brian T. Sullivan et J. A. Dobrowolski, « Deposition error compensation for optical multilayer coatings. I. Theoretical description », *Appl. Opt.*, vol. 31, no. 19, 1992, p. 3821–3835.
- [178] Norbert Kaiser et Christopher J. Stolz, « Optical Society of America's 2007 Topical Meeting on Optical Interference Coatings : overview », *Appl. Opt.*, vol. 47, no. 13, 2008, p. OIC1–OIC7.
- [179] Brian T. Sullivan et J. A. Dobrowolski, « Deposition error compensation for optical multilayer coatings. II. Experimental results-sputtering system », *Appl. Opt.*, vol. 32, no. 13, 1993, p. 2351–2360.
- [180] Daniel Poitras, J. A. Dobrowolski, Tom Cassidy et Simona Moisa, « Ion-beam etching for the precise manufacture of optical coatings », *Appl. Opt.*, vol. 42, no. 19, 2003, p. 4037–4044. Erratum : vol. 42, 2003, p. 5749.
- [181] Blaine Johs, « General virtual interface algorithm for *in situ* spectroscopic ellipsometric data analysis », *Thin Solid Films*, vol. 455–456, 2004, p. 632–638.
- [182] James T. Hall et Ronald T. Smith, « Single-notch rugate filters and a controlled method of manufacture thereof », US Patent 4,915,476.
- [183] M. Kildemo et B. Dré villon, « Real time monitoring of the growth of transparent thin films by spectroscopic ellipsometry », *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 67, no. 5, 1996, p. 1956–1960.
- [184] M. Kildemo et B. Dré villon, « Real-time control of the deposition of optical coatings by multiwavelength ellipsometry », *Surf. Coat. Technol.*, vol. 100–101, 1998, p. 480–485.

- [185] M. Kildemo, B. Dré villon et O. Hunderi, « A direct robust feedback method for growth control of optical coatings by multiwavelength ellipsometry », *Thin Solid Films*, vol. 313–314, 1998, p. 484–489.
- [186] A. V. Tikhonravov et J. A. Dobrowolski, « Quasi-optimal synthesis for antireflection coatings : a new method », *Appl. Opt.*, vol. 32, no. 22, 1993, p. 4265–4275.
- [187] Alexander V. Tikhonravov, Brian T. Sullivan et Maia V. Borisova, « Discrete-fourier-transform approach to inhomogeneous layer synthesis », *Appl. Opt.*, vol. 33, no. 22, 1994, p. 5142–5150.

ANNEXE A

DÉRIVÉE DE LA MATRICE CARACTÉRISTIQUE LORS DE L'ADDITION D'UN
NEEDLE

Cette annexe présente le développement de l'équation 3.43, c'est-à-dire la dérivée de la matrice caractéristique lors de l'addition d'un *needle*.

Soit la j ème couche d'épaisseur d_j et d'indice de réfraction N_j représentée par la matrice caractéristique M_j . Calculons l'effet de l'ajout d'un *needle* d'épaisseur infinitésimale d_n d'un matériau possédant un indice de réfraction N_n à une position z (calculée à partir du bas de la couche).

Les parties de la couches avant et après le *needle* sont représentées par les matrices $M_{j,1}$ et $M_{j,2}$ alors que la matrice du *needle* est la matrice unité M_n . La matrice globale de la couche est $M_j = M_{j,2}M_nM_{j,1}$ et sa dérivée est

$$\left. \frac{dM_j}{dd_n} \right|_{d_n=0} = M_{j,2} \left. \frac{dM_n}{dd_n} \right|_{d_n=0} M_{j,1} \quad (\text{A.1})$$

où, en utilisant les équations 3.1 et 3.32,

$$\begin{aligned} M_{j,1} &= \begin{bmatrix} \cos \phi_{j,1} & (i/\eta_j) \sin \phi_{j,1} \\ i\eta_j \sin \phi_{j,1} & \cos \phi_{j,1} \end{bmatrix} \\ \frac{dM_n}{dd_n} &= \begin{bmatrix} -\sin \phi_n & (i/\eta_n) \cos \phi_n \\ i\eta_n \cos \phi_n & -\sin \phi_n \end{bmatrix} \frac{d\phi_n}{dd_n} \\ M_{j,2} &= \begin{bmatrix} \cos \phi_{j,2} & (i/\eta_j) \sin \phi_{j,2} \\ i\eta_j \sin \phi_{j,2} & \cos \phi_{j,2} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

De plus,

$$\phi_n = 0$$

et, selon les équations 3.5 et 3.34,

$$\begin{aligned} \phi_{j,1} &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\eta_j^2 - \alpha^2 z}, \\ \phi_{j,2} &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\eta_j^2 - \alpha^2 (d - z)} \end{aligned}$$

et

$$\frac{d\phi_n}{dd_n} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\eta_n^2 - \alpha^2}.$$

Puisque $\phi_n = 0$,

$$\left. \frac{dM_n}{dd_n} \right|_{d_n=0} = \begin{bmatrix} 0 & i/\eta_n \\ i\eta_n & 0 \end{bmatrix} \frac{d\phi_n}{dd_n}.$$

et, donc,

$$\left. \frac{dM_j}{dd_n} \right|_{d_n=0} = \begin{bmatrix} \cos \phi_{j,2} & (i/\eta_j) \sin \phi_{j,2} \\ i\eta_j \sin \phi_{j,2} & \cos \phi_{j,2} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0 & i/\eta_n \\ i\eta_n & 0 \end{bmatrix} \frac{d\phi_n}{dd_n} \right) \begin{bmatrix} \cos \phi_{j,1} & (i/\eta_j) \sin \phi_{j,1} \\ i\eta_j \sin \phi_{j,1} & \cos \phi_{j,1} \end{bmatrix}.$$

En multipliant les matrices tout en laissant $d\phi_n/dd_n$ à l'extérieur, on trouve

$$\begin{aligned} \left. \frac{dM_j}{dd_n} \right|_{d_n=0} &= \begin{bmatrix} \cos \phi_{j,2} & (i/\eta_j) \sin \phi_{j,2} \\ i\eta_j \sin \phi_{j,2} & \cos \phi_{j,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\eta_j}{\eta_n} \sin \phi_{j,1} & (i/\eta_n) \cos \phi_{j,1} \\ i\eta_n \cos \phi_{j,1} & -\frac{\eta_n}{\eta_j} \sin \phi_{j,1} \end{bmatrix} \frac{d\phi_n}{dd_n} \\ &= \begin{bmatrix} -(\eta_j/\eta_n) \sin \phi_{j,1} \cos \phi_{j,2} - (\eta_n/\eta_j) \cos \phi_{j,1} \sin \phi_{j,2} \\ -i(\eta_j^2/\eta_n) \sin \phi_{j,1} \sin \phi_{j,2} + i\eta_n \cos \phi_{j,1} \cos \phi_{j,2} \\ (i/\eta_n) \cos \phi_{j,1} \cos \phi_{j,2} - i(\eta_n/\eta_j^2) \sin \phi_{j,1} \sin \phi_{j,2} \\ -(\eta_j/\eta_n) \cos \phi_{j,1} \sin \phi_{j,2} - (\eta_n/\eta_j) \sin \phi_{j,1} \cos \phi_{j,2} \end{bmatrix} \frac{d\phi_n}{dd_n}. \end{aligned}$$

On peut donner à cette équation une forme similaire à celle de l'équation 3.32,

$$\left. \frac{dM_j}{dd_n} \right|_{d_n=0} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\eta_j}{\eta_n} \sin \phi_{j,1} \cos \phi_{j,2} + \frac{\eta_n}{\eta_j} \cos \phi_{j,1} \sin \phi_{j,2} \right) \\ i\eta_j \left(-\frac{\eta_j}{\eta_n} \sin \phi_{j,1} \sin \phi_{j,2} + \frac{\eta_n}{\eta_j} \cos \phi_{j,1} \cos \phi_{j,2} \right) \\ i(1/\eta_j) \left(\frac{\eta_j}{\eta_n} \cos \phi_{j,1} \cos \phi_{j,2} - \frac{\eta_n}{\eta_j} \sin \phi_{j,1} \sin \phi_{j,2} \right) \\ -\left(\frac{\eta_j}{\eta_n} \cos \phi_{j,1} \sin \phi_{j,2} + \frac{\eta_n}{\eta_j} \sin \phi_{j,1} \cos \phi_{j,2} \right) \end{bmatrix} \frac{d\phi_n}{dd_n}.$$

En utilisant les identité trigonométriques

$$\begin{aligned} \sin \phi_{j,1} \cos \phi_{j,2} &= \frac{1}{2} (\sin (\phi_{j,1} - \phi_{j,2}) + \sin (\phi_{j,1} + \phi_{j,2})), \\ \cos \phi_{j,1} \sin \phi_{j,2} &= \frac{1}{2} (\sin (\phi_{j,2} - \phi_{j,1}) + \sin (\phi_{j,1} + \phi_{j,2})) \\ &= \frac{1}{2} (-\sin (\phi_{j,1} - \phi_{j,2}) + \sin (\phi_{j,1} + \phi_{j,2})), \\ \sin \phi_{j,1} \sin \phi_{j,2} &= \frac{1}{2} (\cos (\phi_{j,1} - \phi_{j,2}) - \cos (\phi_{j,1} + \phi_{j,2})) \end{aligned}$$

et

$$\cos \phi_{j,1} \cos \phi_{j,2} = \frac{1}{2} (\cos (\phi_{j,1} - \phi_{j,2}) + \cos (\phi_{j,1} + \phi_{j,2})),$$

ainsi que $\phi_{j,1} + \phi_{j,2} = \phi_j$ et $\phi_{j,1} - \phi_{j,2} = \Delta\phi_j$ on peut écrire

$$\left. \frac{dM_j}{dd_n} \right|_{d_n=0} = \left[\begin{array}{c} -\frac{1}{2} \left(\frac{\eta_j}{\eta_n} (\sin \Delta\phi_j + \sin \phi_j) + \frac{\eta_n}{\eta_j} (-\sin \Delta\phi_j + \sin \phi_j) \right) \\ i\eta_j \frac{1}{2} \left(-\frac{\eta_j}{\eta_n} (\cos \Delta\phi_j - \cos \phi_j) + \frac{\eta_n}{\eta_j} (\cos \Delta\phi_j + \cos \phi_j) \right) \\ (i/\eta_j) \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_j}{\eta_n} (\cos \Delta\phi_j + \cos \phi_j) - \frac{\eta_n}{\eta_j} (\cos \Delta\phi_j - \cos \phi_j) \right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\eta_j}{\eta_n} (-\sin \Delta\phi_j + \sin \phi_j) + \frac{\eta_n}{\eta_j} (\sin \Delta\phi_j + \sin \phi_j) \right) \end{array} \right] \frac{d\phi_n}{dd_n}.$$

En séparant les parties qui dépendent de ϕ_j de celles qui dépendent de $\Delta\phi_j$, on obtient

$$\left. \frac{dM_j}{dd_n} \right|_{d_n=0} = \left(\left[\begin{array}{cc} -\frac{1}{2} \left(\frac{\eta_j}{\eta_n} + \frac{\eta_n}{\eta_j} \right) \sin \phi_j & (i/\eta_j) \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_j}{\eta_n} + \frac{\eta_n}{\eta_j} \right) \cos \phi_j \\ i\eta_j \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_j}{\eta_n} + \frac{\eta_n}{\eta_j} \right) \cos \phi_j & -\frac{1}{2} \left(\frac{\eta_j}{\eta_n} + \frac{\eta_n}{\eta_j} \right) \sin \phi_j \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} -\frac{1}{2} \left(\frac{\eta_j}{\eta_n} - \frac{\eta_n}{\eta_j} \right) \sin \Delta\phi_j & (i/\eta_j) \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_j}{\eta_n} - \frac{\eta_n}{\eta_j} \right) \cos \Delta\phi_j \\ i\eta_j \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_n}{\eta_j} - \frac{\eta_j}{\eta_n} \right) \cos \Delta\phi_j & -\frac{1}{2} \left(\frac{\eta_n}{\eta_j} - \frac{\eta_j}{\eta_n} \right) \sin \Delta\phi_j \end{array} \right] \right) \frac{d\phi_n}{dd_n}.$$

ou encore, en comparant les matrices à l'équation 3.33,

$$\left. \frac{dM_j}{dd_n} \right|_{d_n=0} = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\eta_j}{\eta_n} + \frac{\eta_n}{\eta_j} \right) \frac{dM_j}{d\phi_j} + \left(\frac{\eta_j}{\eta_n} - \frac{\eta_n}{\eta_j} \right) \left[\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{array} \right] \frac{dM_j(\Delta\phi_j)}{d\Delta\phi_j} \right) \frac{d\phi_n}{dd_n} \quad (\text{A.2})$$

où $M_j(\Delta\phi_j)$ est définie comme à l'équation 3.1 en remplaçant ϕ_j par $\Delta\phi_j$.

ANNEXE B

RECENSEMENT DES FONCTIONS Q

Dans cette annexe, je recense les fonctions Q utilisées dans la méthode de la transformée de Fourier présentée à la section 2.8.1. J'ai tenté d'être le plus exhaustif possible.

Dans les premiers articles décrivant la méthode de la transformée de Fourier, utilisant une décomposition en série du coefficient de réflexion, Delano propose [8]

$$Q_{\text{Delano}}(\sigma) = \sqrt{\frac{R(\sigma)}{T(\sigma)}}, \quad (\text{B.1})$$

alors que Sossi propose [9]

$$Q_{\text{Sossi}}(\sigma) = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{T(\sigma)} - T(\sigma) \right)}, \quad (\text{B.2})$$

où σ est le nombre d'onde, $R(\sigma)$ le spectre de réflexion désiré et $T(\sigma)$ le spectre de transmission désiré. Plus tard, Sossi démontre qu'il existe une infinité de fonctions Q qui donnent le même degré de précision [10].

Dans l'article popularisant la méthode, Dobrowolski et Lowe mentionnent $Q_{\text{Delano}}(\sigma)$, mais utilisent $Q_{\text{Sossi}}(\sigma)$, qui, selon eux, donne de meilleurs résultats [12]. Ils insèrent la phase dans la fonction Q en utilisant

$$Q_{\text{Dobrowolski}}(\sigma) = Q(\sigma) \exp i\varphi(\sigma) \quad (\text{B.3})$$

et contrôlent l'amplitude et la forme du profil d'indice à l'aide de $\varphi(\sigma)$. Ils notent aussi que $\varphi(\sigma)$ n'est ni le changement de phase lors de la réflexion ni celui lors de la transmission.

Verly *et al.* ont étudié l'utilisation de la méthode de la transformée de Fourier pour la conception de filtres fortement réfléchissants [113]. Utilisant l'analyse provenant des articles de Sossi, ils proposent

$$Q_{\text{Verly},1}(\sigma) = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{T(\sigma)} - T(\sigma) \right)} = Q_{\text{Sossi}}(\sigma), \quad (\text{B.4})$$

$$Q_{\text{Verly},2}(\sigma) = \sqrt{1 - T(\sigma)} \quad (\text{B.5})$$

et

$$Q_{\text{Verly},3}(\sigma) = \sqrt{\frac{1}{T(\sigma)} - 1} = Q_{\text{Delano}}(\sigma). \quad (\text{B.6})$$

De plus, puisque n'importe quelle combinaison linéaire de fonctions Q respecte les équations définissant les fonctions Q , ils proposent aussi

$$Q_{\text{Verly},4}(\sigma) = w\sqrt{1 - T(\sigma)} + (1 - w)\sqrt{\frac{1}{T(\sigma)} - T(\sigma)} \quad (\text{B.7})$$

où w pour être ajusté de manière itérative. Finalement, pour inclure les termes d'ordres supérieurs de la série définissant les fonctions Q , ils trouvent une série infinie qui peut être représentée sous la forme fermée

$$Q_{\text{Verly},5}(\sigma) = \ln\left(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}\right) \quad (\text{B.8})$$

où

$$\gamma = 1 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{T(\sigma)} - T(\sigma)\right). \quad (\text{B.9})$$

Verly et Dobrowolski ont étudié le processus de correction itérative de la méthode de la transformée de Fourier et proposé d'inclure la correction dans le terme de phase [13].

Bovard, développant une matrice caractéristique pour les filtres à gradient d'indice [114], a utilisé Q_{Sossi} et proposé

$$Q_{\text{Bovard},1}(\sigma) = \sqrt{-\ln T(\sigma)}. \quad (\text{B.10})$$

Plus tard, étudiant les empilements de quarts d'onde, il propose [115]

$$Q_{\text{Bovard},2}(\sigma) = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{R(\sigma)}}{1 - \sqrt{R(\sigma)}}. \quad (\text{B.11})$$

Dans un article de revue [116], il collige

$$Q(\sigma) = \sqrt{R(\sigma)} = Q_{\text{Verly},2}(\sigma) \quad (\text{B.12})$$

$$Q(\sigma) = \sqrt{\frac{R(\sigma)}{T(\sigma)}} = Q_{\text{Verly},3}(\sigma) = Q_{\text{Delano}}(\sigma) \quad (\text{B.13})$$

$$Q(\sigma) = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{T(\sigma)} - T(\sigma)\right)} = Q_{\text{Verly},4}(\sigma) = Q_{\text{Sossi}}(\sigma) \quad (\text{B.14})$$

et propose

$$Q_{\text{Bovard},3}(\sigma) = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{T(\sigma)}} - \sqrt{T(\sigma)}}. \quad (\text{B.15})$$

Pour la synthèse de miroirs de compression de pulsation (*chirped mirror*), Szipöcs utilise [117]

$$Q_{\text{Szipöcs}}(\sigma) = |r(\sigma)| = \sqrt{R} \quad (\text{B.16})$$

et

$$\Psi_{\text{Szipöcs}}(\sigma) = \arg r(\sigma) = \varphi_r(\sigma). \quad (\text{B.17})$$

En dérivant la méthode de la transformée de Fourier à partir de l'équation de Ricatti, Chang *et al.* trouvent [112]

$$Q(\sigma) = \frac{1}{2} \left[\left(\ln \frac{\sqrt{(1-R(\sigma))^2 + 4R(\sigma) \sin^2 \varphi(\sigma)}}{1 - 2\sqrt{R(\sigma)} \cos \varphi(\sigma) + R} \right)^2 + \left(\arctan \frac{2\sqrt{R(\sigma)} \sin \varphi(\sigma)}{1 - R(\sigma)} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{B.18})$$

et

$$\Psi(\sigma) = \arctan \frac{\arctan \frac{2\sqrt{R(\sigma)} \sin \varphi(\sigma)}{1 - R(\sigma)}}{\ln \frac{\sqrt{(1-R(\sigma))^2 + 4R(\sigma) \sin^2 \varphi(\sigma)}}{1 - 2\sqrt{R(\sigma)} \cos \varphi(\sigma) + R}}. \quad (\text{B.19})$$

Si on ne considère pas la phase ($\varphi(\sigma) = 0$), cette équation se simplifie à

$$\begin{aligned} Q(\sigma) &= \frac{1}{2} \left[\left(\ln \frac{\sqrt{(1-R(\sigma))^2}}{1 - 2\sqrt{R(\sigma)} + R} \right)^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{2} \ln \frac{(1-R(\sigma))}{1 - 2\sqrt{R(\sigma)} + R} \\ &= \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{1+R(\sigma)}\sqrt{1-R(\sigma)}}{\sqrt{1-R(\sigma)}^2} = \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{1+R(\sigma)}}{\sqrt{1-R(\sigma)}} = Q_{\text{Bovard},2}(\sigma). \end{aligned}$$

Finalement, Tikhonravov indique que $Q_{\text{Delano}}(\sigma)$ est un choix justicieux puisque c'est la norme de $r(\sigma)/\tau(\sigma)$ (où $\tau(\sigma) = \sqrt{\text{Re } N_{\text{ex}}/\text{Re } N_{\text{inc}}} t(\sigma)$, de telle façon que $\tau(\sigma)\tau^*(\sigma) = |\tau(\sigma)|^2 = T(\sigma)$) une fonction qui ne possède aucune singularité dans le plan complexe des nombres d'onde [2, 186, 187].