UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CARACTÉRISATION DE L'HYDRODYNAMIQUE DES ÉCOULEMENTS SOLIDE-LIQUIDE DANS UNE CONDUITE EN FORME DE BOUCLE

ROBIN GIGUÈRE

DÉPARTEMENT DE GÉNIE CHIMIQUE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION

DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)

(GÉNIE CHIMIQUE)

FÉVRIER 2008

© Robin Giguère, 2008.

Library and Archives Canada

Published Heritage Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et Archives Canada

Direction du Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 978-0-494-41749-2
Our file Notre référence
ISBN: 978-0-494-41749-2

NOTICE:
The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:
L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

CARACTÉRISATION DE L'HYDRODYNAMIQUE DES ÉCOULEMENTS SOLIDE-LIQUIDE DANS UNE CONDUITE EN FORME DE BOUCLE

présentée par: GIGUÈRE Robin

en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. PATIENCE Gregory-S., Ph.D., président

M. TANGUY Philippe, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. PERRIER Michel, Ph.D., membre

M. ESMAÏL Nabil, Ph.D., membre

À Paul, mon père.

« Dis Papa, plusieurs infinis

c'est comme un seul infini, n'est-ce pas ? »

Robin, 5 ans.

Remerciements

Je tiens à adresser mes plus sincères remerciements à mon directeur de recherche, le Professeur Philippe Tanguy. Sa passion, son énergie, ses conseils et surtout son amitié ont été de grandes sources de motivation et d'inspiration.

J'exprime également ma reconnaissance au Professeur Louis Fradette pour son inestimable contribution à cette thèse. Ses conseils et ses encouragements lors de nos innombrables discussions ont été très précieux.

J'aimerais remercier Denis Mignon ainsi que la direction scientifique de la compagnie Total pour leur collaboration et soutien financier.

Je veux aussi exprimer des remerciements à tous mes collègues et amis de l'URPEI pour l'atmosphère unique qui existe dans ce groupe. Il m'importe de remercier Charles-Olivier, François, Jean-Philippe, Maya, et Matthieu qui m'ont accompagné dans l'aventure du laboratoire, ainsi que Christophe, Florent, François, Grégoire et Mourad pour les discussions sur les péripéties numériques. Je tiens aussi à remercier spécialement l'aide enthousiaste de Yoann.

Je dois l'achèvement de cette thèse à ma bien-aimée, Banafsheh. Son amour et sa patience ont été d'un immense réconfort.

Je veux aussi remercier chaleureusement ma famille et mes amis pour leurs supports et encouragements soutenus. Je tiens à remercier particulièrement mon père, Paul, pour son écoute exceptionnelle dans les moments difficiles.

Résumé

Le sujet de cette thèse de doctorat porte sur les écoulements solide-liquide dans une conduite. Ces écoulements sont présents dans de nombreuses applications industrielles, dont les réacteurs en boucle utilisés pour la production d'oléfines. La connaissance de l'hydrodynamique des suspensions dans ces réacteurs est importante afin d'améliorer la conception et de permettre l'optimisation des conditions opératoires.

L'écoulement de suspensions pour le transport par pipeline est un sujet qui a fait l'objet d'une recherche intensive en particulier pour prédire la perte de charge et la vitesse limite de déposition des particules solides dans les conduites. Toutefois, on retrouve relativement peu d'informations sur l'écoulement des suspensions dans le cas des réacteurs en forme de boucle, pour lequel les objectifs de conception et d'opérations sont différents de ceux du transport par pipelines. L'influence des nombreux coudes formant la boucle d'écoulement sur les profils de concentration est encore méconnue, notamment l'effet des coudes verticaux sur l'écoulement dans les conduites horizontales en aval des coudes. La compréhension de l'hydrodynamique dans cette région est cependant primordiale pour la conception des jambes de décantation utilisées pour soutirer la phase solide de ces réacteurs.

Ainsi, l'objectif général de ce projet de recherche doctorale était de caractériser l'hydrodynamique des écoulements solide-liquide dans une conduite en forme de boucle. Pour ce faire, une maquette froide en laboratoire a été utilisée avec une suspension

composée d'eau et de billes de verre sphériques et monodispersées s'écoulant à différentes vitesses et concentrations.

Un tomographe à résistance électrique (ERT) a été utilisé pour mesurer les profils de concentration de la phase solide dans la conduite. La maquette a été ainsi instrumentée avec deux capteurs d'ERT, pouvant être installés à différentes positions en amont et en aval d'un coude vertical dans une configuration d'écoulement descendant.

Dans un premier temps, une stratégie pour l'interprétation quantitative des mesures d'ERT a été mise au point et un programme de reconstruction d'image d'ERT a été écrit et implanté. Les images reconstruites par ce programme ont été confrontées à différents cas tests à partir de données synthétiques et expérimentales. Il a été montré que les images reconstruites par ce programme à partir des mesures d'ERT permettent de quantifier la concentration en solides d'une suspension et ainsi d'analyser les régimes d'écoulements dans une conduite.

D'autre part, des indicateurs pour l'interprétation directe des mesures d'ERT ont été développés pour déterminer si la concentration en solides est homogène et symétrique dans le capteur. Ces indicateurs ont permis d'analyser systématiquement les vitesses d'écoulement correspondant aux transitions entre les régimes homogène et hétérogène, et ce, sans utiliser d'algorithmes de reconstruction d'images.

Les développements réalisés pour interpréter les mesures d'ERT ont permis de caractériser l'influence du coude sur les régimes d'écoulement. Il a été observé que la suspension est homogène à la sortie du coude et qu'une certaine distance est nécessaire pour atteindre le

régime d'écoulement établi dans la conduite horizontale. Ainsi, les vitesses de transitions entre les régimes d'écoulement dans une conduite horizontale sont plus faibles à la sortie du coude que dans le tuyau horizontal et une distance équivalente à 20 diamètres de conduite est nécessaire pour atteindre un régime établi. De plus, au-delà d'une concentration en particules solides de 15% v/v, la concentration n'influence pas les vitesses de transition entre les régimes.

La maquette froide et son instrumentation ont également permis d'étudier le mélange d'une suspension en écoulement dans une conduite en forme de boucle. La réponse à l'injection d'un traceur liquide très conducteur a été mesurée avec un des capteurs d'ERT et caractérisée au moyen d'un modèle de dispersion axiale en une dimension. Il a été constaté que le modèle de dispersion axiale s'applique bien au mélange du traceur dans la boucle. De plus, les mesures ont montré que le mélange du traceur est plus rapide lorsque la concentration en particules solides augmente.

En résumé, cette thèse a permis d'améliorer la compréhension de l'écoulement de suspensions dans une conduite en forme de boucle. En particulier, l'influence de la présence d'un coude sur les régimes d'écoulement dans la conduite horizontale en aval ainsi que l'influence de la concentration en particules solides sur le mélange ont été caractérisées à partir des mesures d'ERT. Les développements réalisés pour l'interprétation des mesures d'ERT constituent un avancement dans ce domaine. Finalement, les mesures expérimentales obtenues s'avèrent fort utiles pour la calibration et la validation des modèles de simulation numériques des écoulements polyphasiques.

Abstract

This thesis concerns the hydrodynamics of slurry flows in pipe. These flows are encountered in many industrial applications, such as the slurry loop reactors used for the polyolefin production. The understanding of the complex hydrodynamics of slurry flow prevailing in these reactors is important to improve their design and optimize their operating conditions.

Slurry flows for pipeline transport have been studied intensively, in particular to predict the pressure drop and the limit deposition velocity in the pipes. However, few studies have been conducted about the hydrodynamic of slurry flow in slurry loop reactor, where the objectives for the design and the operating conditions differ from those of the pipeline transport. The influence of bend sections forming the pipe loop on the solids concentration profiles is still misunderstood, in particular the influence of vertical bends on flow in the horizontal pipes after the bend. The understanding of the hydrodynamics on this region is important for settling legs design, used to extract solids phase in slurry loop reactor.

Thus, the general objective of this thesis was to characterize the hydrodynamic of concentrated slurry flow in a pipe loop. An experimental cold model has been used to study slurry flow in a pipe loop. The slurry considered was a mixture of water and monodisperse spherical glass beads flowing at different velocities and solids concentration.

An electrical resistance tomography (ERT) device has been used to measure the solids concentration profiles in the pipe loop. Two pipe sensors have been installed at different positions located each side of the bend in the pipe loop.

A strategy for quantitatively interpreting the measurements provided by the ERT has been developed and ERT image reconstruction software has been written and implemented. The images reconstructed by the software have been tested successfully using both synthetic and experimental data. It has been shown that the quantitative imaging of solids concentration of slurry flowing in the pipe sensor is possible and made possible the identification of slurry flow regime in the pipe. The indicators have been developed to directly interpret the ERT measurements by determining if the slurry concentration is homogeneous and symmetric in the sensor. These indicators allowed the systematic identification of the transitions velocity between homogeneous and heterogeneous regimes, without the necessity of an image reconstruction algorithm.

The developments in the interpretation of ERT measurements allowed the characterization of the influence of bend on slurry flow regime in the horizontal pipe next to the bend. It has been found that the slurry is homogeneous at the bend outlet. A certain distance from bend is necessary to reach the established flow regime in the horizontal pipe. The transition velocities between slurry flow regimes are smaller at the bend outlet and increase gradually in the horizontal pipe until a distance of 20 pipe diameter, where the established regime is reached. Moreover, beyond solids concentration of 15% v/v, the transitions velocities are not influenced by the solids concentration.

The cold model instrumentation has been used to study the axial mixing of slurry flow in a pipe loop. The response to a high conductivity liquid tracer injection has been monitored for various solids concentration of slurry and characterized using a one dimensional axial dispersion model. Results have shown that the axial dispersion model applies to the mixing of the tracer in the loop for all slurry concentrations. Also, it was found that the increase of the solids concentration increases the mixing of the tracer.

In summary, this thesis has improved the understanding of hydrodynamics of slurry flow involved in a pipe loop. The influence of bend on slurry flow regime in the horizontal pipe after the bend and the influence of solids concentration on axial mixing have been characterized experimentally. The strategy developed for the quantitative interpretation of ERT measurement represent a point of interest and constituted an advance in this field. In closing, the experimental measurements carried out in this project are useful to tune and validate models for the numerical simulation of slurry flows in pipe.

Table des matières

Dédicace iv

Remerciements v

Résumé vi

Abstract ix

Table des matières xii

Liste des tableaux xviii

Liste des figures xx

Liste des sigles et abréviations xxv

Liste des annexes xxix

1 Introduction 1

1.1 Procédés d'écoulement solide-liquide dans une conduite 1

1.2 Motivation industrielle du projet de recherche 2

1.3 Objectif général 7

1.4 Contenu de la thèse 8

2 Revue de la littérature 9

2.1 Caractérisation des suspensions 9
2.1.1 Masse volumique 9
2.1.2 Viscosité 11
2.1.3 Classification des suspensions 16
2.1.4 Sédimentation de particules solides dans un liquide 18
2.2 Écoulements de suspensions dans une conduite 22
2.2.1 Profils de concentration et de vitesse 24
2.2.2 Régimes d'écoulement dans une conduite horizontale 36
2.2.3 Influence des coudes 48
2.2.4 Mélange des écoulements de suspensions dans une conduite 54
2.3 Modélisation des écoulements de suspensions dans une conduite 57
2.3.1 Modèles 1D pour une conduite horizontale 58
2.3.2 Modélisation numérique des écoulements polyphasiques 61
2.3.3 Simulation numérique des écoulements solide-liquide à l'aide de logiciels commerciaux de CFD 67
2.3.4 Défis de la modélisation et la validation des modèles polyphasiques 69
2.4 Méthodes de mesure des écoulements polyphasiques 71
2.4.1 Technique de vélocimétrie 72
2.4.2 Tomographie à rayon X et rayon-γ 73
2.4.3 Tomographie électrique 74
2.4.4 Tomographie à résistance électrique 80
2.5 Synthèse de la revue de littérature 84

3 Objectifs spécifiques 89

4 Méthodologie 90

4.1 Maquette froide 90

4.2 Développement de stratégies pour l'interprétation des mesures d'ERT 94

4.2.1 Correction de l'influence de la température sur les mesures d'ERT 95

4.3 Caractérisation des régimes d'écoulement et détermination des vitesses de transition dans la conduite horizontale à la sortie du coude 97

4.4 Caractérisation du mélange dans une conduite en forme de boucle 98

5 Algorithmes pour la mesure quantitative de concentration des écoulements multiphasiques avec l'ERT 99

5.1 Présentation de l'article 99

5.2 ERT algorithms for quantitative concentration measurement of multiphase flows 100

5.2.1 Abstract 100

5.2.2 Introduction 101

5.2.3 Image reconstruction for ERT 104

5.2.4 A generalized image reconstruction algorithm for ERT 110

5.2.5 GIA experiments with synthetic images 112

5.2.6 Images from experimental measurements 128

5.2.7 Conclusion 136

5.2.8 Acknowledgments 136

5.2.9 Nomenclature 137
5.2.10 Reference 139
5.3 Commentaires additionnels 143

6 Caractérisation des transitions entre les régimes d'écoulements d'une suspension avec l'ERT 146

6.1 Présentation de l'article 146
6.2 Characterization of slurry flow regime transitions by ERT 147
6.2.1 Abstract 147
6.2.2 Introduction 148
6.2.3 Direct interpretation of ERT measurements 150
6.2.4 Methodology 156
6.2.5 Results 160
6.2.6 Conclusion 171
6.2.7 Acknowledgments 171
6.2.8 Nomenclature 171
6.2.9 References 173

7 Influence d'un coude sur les transitions entre les régimes d'écoulements d'une suspension dans une conduite 175

7.1 Présentation de l'article 175
7.2 Influence of pipe bend on transition velocities between slurry flow regimes 176
7.2.1 Abstract 176

7.2.2 Introduction 177

7.2.3 Methodology 182

7.2.4 Results 187

7.2.5 Conclusion 198

7.2.6 Acknowledgments 199

7.2.7 Nomenclature 200

7.2.8 References 201

8 Mélange d'une suspension dans une conduite en forme de boucle 205

8.1 Introduction 205

8.2 Modèle de dispersion axiale dans une conduite en forme de boucle 206

8.3 Post-traitement 207

8.3.1 Correction en température 208

8.3.2 Concentration de traceur normalisée 208

8.3.3 Estimation du coefficient de dispersion axiale 210

8.4 Résultats pour un fluide monophasique 211

8.5 Résultats pour une suspension 218

8.6 Discussion 222

9 Discussion générale et recommandations 224

9.1 Synthèse des résultats 224

9.1.1 Tomographie à résistance électrique 224

9.1.2 Régimes d'écoulement et des transitions dans une conduite horizontale en

aval d'un coude. 226

9.1.3 Mélange d'une suspension dans une boucle 227

9.2 Développements possibles 228

9.2.1 Tomographie à résistance électrique 228

9.2.2 Régimes d'écoulement et vitesses de transition d'une suspension 231

9.2.3 Mélange d'une suspension circulant dans une conduite 232

9.2.4 Modélisation des écoulements solide-liquide dans une boucle 235

10 Conclusion 237

11 Références 238

Annexe 249

Liste des tableaux

Tableau 2.1 : Corrélations pour la viscosité relative d'une suspension 15

Tableau 2.2 : Classification des mélanges solide-liquide en fonction de la concentration 17

Tableau 2.3 : Corrélations pour le coefficient de traînée 19

Tableau 2.4 : Résumé des conditions expérimentales pour une conduite horizontale 26

Tableau 2.5 : Influence de paramètres sur les gradients de concentration 35

Tableau 2.6 : Corrélations pour la vitesse limite de déposition V_{LD} 41

Tableau 2.7 : Corrélations pour la vitesse de transition V_{LH} 48

Tableau 2.8 : Travaux portant sur le profil de concentration dans un coude 50

Tableau 2.9 : Exemples de forces qui agissent sur une particule 62

Tableau 2.10 : Exemples de corrélations d'équation de fermeture du modèle Euler-Euler . 64

Tableau 2.11 : Résumé des études de cas tirées de la littérature pour la simulation de suspensions avec un modèle Euler-Euler 68

Tableau 2.12 : Propriétés électriques des techniques de tomographie électrique 74

Tableau 2.13 : Exemples d'application de l'ERT pour les écoulements polyphasiques 81

Tableau 8.1 : Résultats pour les essais avec un fluide monophasique (V = 1.25 m/s) 218

Tableau 8.2 : Comparaison du coefficient de dispersion axiale avec les corrélations de la littérature 218

Tableau A.1 : Analogie entre la tomographie électrique et un problème de conduction thermique 252

Tableau B.1 : Valeurs moyennes des 7 composantes du vecteur C^* pour une conductivité inférieure à 380 µS/cm. 269

Tableau B.2 : Valeurs moyennes des composantes du vecteur K* prédites avec différents maillages 273

Tableau B.3 : Écarts-types des facteurs de correction (ε) pour différents maillages 273

Tableau B.4 : Valeurs moyennes des composantes du vecteur C* avec différents maillages 274

Tableau B.5 : Intervalle des composantes du vecteur K* avec l'impédance de contact 279

Tableau B.6 : Intervalle des composantes du vecteur C* avec l'impédance de contact 279

Liste des figures

Figure 1.1 : Exemple de réacteur *slurry loop* industriels pour la production du HDPE 3

Figure 1.2 : Schéma simplifié d'un réacteur *slurry loop* pour la production du HDPE 4

Figure 2.1 : Distance moyenne de particules monodispersées en fonction de la concentration 11

Figure 2.2 : Comparaison des prédictions de quelques corrélations du Tableau 2.1 16

Figure 2.3 : V_s/V_∞ en fonction de la concentration en particules solides 22

Figure 2.4 : Profils de vitesse et de concentration pour l'écoulement ascendant dans une conduite verticale 25

Figure 2.5 : Profils de concentration d'un mélange huile-sable 27

Figure 2.6 : Profils de vitesse et de concentration d'un mélange eau-sable 28

Figure 2.7 : Profils de vitesse et de concentration d'un mélange eau-polystyrène 29

Figure 2.8 : Profils de concentration d'un mélange eau-sable 30

Figure 2.9 : Profils de concentration d'un mélange eau-sable (tirée de Roco & Shook (1987)) 31

Figure 2.10 : Profils de concentration d'un mélange eau-sable (tirée de Roco & Shook (1987)) 31

Figure 2.11 : Profils de concentration d'un mélange eau-sable 32

Figure 2.12 : Profils de concentration d'un mélange eau-zinc 34

Figure 2.13 : Perte de charge d'une suspension en fonction de la vitesse 38

Figure 2.14 : Profil de concentration et de vitesse dans une conduite horizontale en amont d'un coude vertical ascendant..... 53

Figure 2.15 : Profil de concentration d'un mélange d'eau et de bille..... 82

Figure 4.1 : Photo de la maquette froide située au laboratoire de l'URPEI 90

Figure 4.2 : Schéma simplifié de la maquette froide 91

Figure 4.3 : Composantes du tomographe ERT (A) Capteur (B) *p2000* 93

Figure 5.1 : Meshes of ERT sensor used to generate synthetic data and reconstruct image with GIA..... 113

Figure 5.2 : Reconstructed images using GIA with ideal synthetic data (η=1, ε=5x10^{-7})... 116

Figure 5.3 : Reconstructed images for the test case A with ideal synthetic data using linear forward projection (η=1, ε=5x10^{-7}). 118

Figure 5.4 : Norm of voltage residual error (i) and conductivity error (ii) of images reconstructed for the test case A (Landweber iterations, τ=0.1) 120

Figure 5.5 : Reconstructed images with 10 % Gaussian noise contamination of ideal synthetic data (η=0.5, ε=5x10^{-7}). 123

Figure 5.6 : Normalised voltage differences simulated using 2D and 3D FEM sensor models. i) Case B, ii) Case E. 126

Figure 5.7 : Reconstructed images with non-ideal synthetic data from 3D sensor model (η=0.5 ε=5x10^{-7}). 127

Figure 5.8 : Reconstructed images of non-conductive rods inserted in the ERT pipe sensor (η=0.5, ε = 5x10-^{7}) 130

Figure 5.9 : Reconstructed images of solid particle bed (C_b=17.4%) at bottom of ERT pipe sensor (η=0.5, ε = 5x10-^{7}). 132

Figure 5.10 : Comparison of measured and simulated normalised voltage differences of Figure 5.9. 134

Figure 5.11 : Calibration data of solid particle bed concentration (C_b) using ERT 135

Figure 6.1 : Adjacent electrode pair strategy for 16 electrodes ERT sensor 150

Figure 6.2 : Schematic of pipe loop installation 157

Figure 6.3 : Concentration tomograms reconstructed with ITS LBP method 162

Figure 6.4 : Concentration tomograms reconstructed with GIA method. 163

Figure 6.5 : Comparison between Coriolis flow-meter measurements and ERT predictions in the vertical pipe for homogenous slurry flow. 165

Figure 6.6 : Comparison of bed height observed through the Plexiglas pipe and computed from concentration tomograms with LBP and GIA (C_{b0} = 10 %) 166

Figure 6.7 : ϕ_m. ϕ_{std}, ψ and slurry velocity in function of times (C_{b0} = 20 %). 168

Figure 6.8 : Time-average of ϕ_M. ϕ_S, and ψ as a function of slurry velocity for vertical and horizontal pipes 170

Figure 7.1 : Schematic of the pipe loop installation 184

Figure 7.2 : Symmetry indicator (ψ-ψ_0) as a function of the slurry velocity 187

Figure 7.3 : ERT concentration tomograms for C_{B0}= 18.7 % v/v 188

Figure 7.4 : Solids concentration profiles for tomograms of Figure 7.3 189

Figure 7.5 : Limit homogeneous velocity (V_{LH}) as a function of solids concentration 191

Figure 7.6 : Limit deposit velocity (V_{LD}) as a function solids concentration 191

Figure 7.7 : V_{LH} and V_{LD} as a function of distance from bend outlet 193

Figure 7.8 : F_{LD} as a function of solids concentration 196

Figure 7.9 : F_{LD}^{HP} as a function of solids concentration 198

Figure 8.1 : Exemple de réponse à l'injection du traceur 213

Figure 8.2 : Concentration normalisée de traceur pour l'injection de la Figure 8.2 213

Figure 8.3 : Comparaison entre trois essais d'injection de traceur a) ϕ^{exp} b) ϕ^{std} 214

Figure 8.4 : Comparaison entre ϕ^{exp} et ϕ^{ana} (D_a=0.029 m^2/s) 215

Figure 8.5 : Résultats d'injection de traceur pour suspension 16% v/v a) ϕ^{exp} b) ϕ^{std} 220

Figure 8.6 : Comparaison entre ϕ^{exp} et ϕ^{ana} pour une suspension 221

Figure 8.7 : Coefficient de dispersion axiale en fonction de la concentration en solides

d'une suspension 221

Figure 9.1 : Axe de symétrie verticale d'un conduite (Section perpendiculaire à l'axe) 236

Figure B.1 : Schéma des 16 électrodes installées à la périphérie du capteur d'ERT 254

Figure B.2 : Exemple de mesures d'ERT avec la méthode des paires d'électrodes adjacentes 255

Figure B.3 : Mesures des 104 résistances électriques (R) en fonction de la conductivité électrique de la solution pour les deux capteurs d'ERT 263

Figure B.4 : Moyenne de 104 mesures de résistances électriques en fonction de la conductivité électrique de la solution 264

Figure B.5 : Moyenne des 7 mesures indépendantes de résistances (R^*) en fonction de la conductivité. 265

Figure B.6 : Écart-type des facteurs de correction ε (équation (B.13)) 265

Figure B.7 : Moyenne de chacune des composantes du vecteur K^* 267

Figure B.8 : Valeurs des 7 composantes du vecteur C^* en fonction de la conductivité 268

Figure B.9 : Maillage 3D du capteur d'ERT a) 19 873 éléments b) 125 280 éléments. 272

Figure B.10 : Composantes du vecteur K* en fonction de la conductivité électrique pour différentes valeurs d'impédance de contact 277

Figure B.11 : Composantes du vecteur C* en fonction de la conductivité électrique pour différentes valeurs d'impédance de contact 278

Liste des sigles et abréviations

Symboles

A_P	Surface d'une particule projetée,	m^2
Ar	Nombre d'Archimède	[-]
B, n	Paramètres pour corrélation de μ_r	[-]
Bo	Nombre de Bodenstein	[-]
C	Concentration en solides	% v/v
C_{lim}	Concentration limite d'entassement	% v/v
C_i	Concentration de la phase i	% v/v
C_{NaCl}	Concentration de NaCl	mol/m
C_D	Coefficient de traînée	[-]
d_p	Diamètre d'une particule	m
D	Diamètre d'une conduite	m
D_a	Coefficient de dispersion axiale	m^2/s
E_T	Énergie provenant de la turbulence	J
E_D	Énergie pour mettre en suspension	J
f	Coefficient de friction dans une conduite	[-]
$\overline{F_D}$	Force de traînée	N
F_{LD}	Vitesse limite de déposition adimensionnelle	[-]
$\bar{F}_g$	Force gravitationnelle	N
$\bar{F}$	Somme des forces qui agissent sur une particule	N

$\overline{F}_{bS}$	Forces externes appliquées sur la phase solide	N
$\overline{F}_{bL}$	Forces externes appliquées sur la phase liquide	N
g	Constante d'accélération gravitationnelle	m^2/s
K, K_S, K_L	Coefficient d'échange de quantité de mouvement	[-]
l_e	Taille moyenne d'un tourbillon	m
L	Distance à la sortie du coude	m
L_{min}	L pour atteindre un écoulement établi	m
m_p	Masse d'une particule	kg
n	Coefficient de sédimentation entravée	[-]
P	Nombre de dispersion	[-]
R	Rayon de la conduite	m
Re	Nombre de Reynolds	[-]
Re_p	Nombre de Reynolds d'une particule	[-]
R_T	Résistance à la température T	ohms
R_{Tref}	Résistance à la température de référence	ohms
S	Surface d'échange	m^2
S	Rapport des masses volumiques du solide et du fluide	[-]
t	Temps	s
t_0	Temps avant l'injection d'un traceur	s
t_∞	Temps après le mélange d'un traceur	s
T	Température	°C
T_{ref}	Température de référence	°C

u^*	Vitesse de cisaillement	m/s
V	Volume d'une conduite	m^3
V_∞	Vitesse terminale d'une particule	m/S
$\bar{V}_r$	Vecteur de vitesse relative entre liquide et particules	m/s
$\bar{V}_L$	Vecteur vitesse du liquide	m/s
$\bar{V}_P$	Vecteur vitesse des particules	m/s
V_{LD}	Vitesse limite de déposition	m/s
V_{LH}	Vitesse de transition homogène hétérogène	m/s
V_S	Vitesse de sédimentation entravée	m/s
V	Vitesse moyenne d'une suspension	m/s
X	Facteur d'énergie dissipée sous forme de chaleur	[-]
y	Direction verticale perpendiculaire à l'écoulement	m

Lettres grecques

α	Coefficient de résistance thermique	$°C^{-1}$
α_S	Fraction volumique du solide	[-]
α_L	Fraction volumique du liquide	[-]
δ	Distance moyenne entre des particules	m
ρ_M	Masse volumique d'une suspension	kg/m^3
ρ_S	Masse volumique de la phase solide	kg/m^3
ρ_L	Masse volumique de la phase liquide	kg/m^3

μ_M	Viscosité d'un mélange polyphasique	Pa·s
μ_i	Viscosité de la phase i	Pa·s
μ_r	Viscosité relative d'une suspension	[-]
μ_L	Viscosité de la phase liquide	Pa·s
Ψ	Variable pour classification des mélanges solide-liquide	[-]
γ	Facteur de correction de la turbulence	[-]
ϕ	Concentration normalisée	[-]
ϕ^{exp}	Concentration normalisée mesurée	[-]
ϕ^{ana}	Concentration normalisée calculée	[-]
ϕ^{std}	Écart type des concentrations normalisées	[-]
θ	Nombre de circulation	[-]
θ_0	Distance adimensionnelle	[-]
ε_S	Coefficient de diffusion du solide	m^2/s
ξ	Coefficient adimensionnel de diffusion du solide	[-]

Abréviations

CFD	*Computational fluid dynamic*
DNS	*Direct Numerical Simulation*
ERT	*Electrical Resistance Tomography*
ECT	*Electrical Capacitance Tomography*
FPIV	*Fluorescent particle image velocimetry*
HDPE	*High Density Poly-Ethylene*
LES	*Large Eddy Simulation*
LDA	*Laser Doppler Anemometry*
PIV	*Particle Image Velocimetry*
UDV	*Ultrasonic Doppler Velocimetry*

Liste des annexes

- Annexe A : Analogie pour la tomographie électrique
- Annexe B : Modèle et calibration des mesures d'ERT

1 Introduction

1.1 Procédés d'écoulement solide-liquide dans une conduite

Cette thèse de doctorat traite des écoulements solide-liquide dans une conduite en forme de boucle. Les écoulements solide-liquide sont présents dans plusieurs situations industrielles, dont le dragage et le transport par pipeline. Le transport par pipeline de particules solides mélangées avec de l'eau est utilisé depuis longtemps par l'industrie minière pour l'acheminement des concentrés de minerais. Récemment, ces techniques également ont fait leur apparition dans le transport des sables bitumineux. Les opérations de transport de particules solides sont aussi fréquentes dans l'industrie alimentaire. Les écoulements solide-liquide se retrouvent également dans les réacteurs polyphasiques, dont ceux utilisés par l'industrie des polymères pour la production de polyoléfines, telles que le polyéthylène et le polypropylène. Il existe enfin plusieurs exemples d'écoulements solide-liquide dans la nature, tels que le transport des sédiments dans les rivières ou lors d'inondations.

Les procédés impliquant les écoulements solide-liquide sont donc nombreux. Leur compréhension est souvent difficile en raison de la complexité des phénomènes physiques impliqués. Dans le cas du transport par pipeline, le dimensionnement des pompes et des conduites, le choix des matériaux et des conditions opératoires est déterminant pour permettre une solution économique au transport des matières solides. Dans le cas des réacteurs polyphasiques, la connaissance de l'hydrodynamique est importante afin de

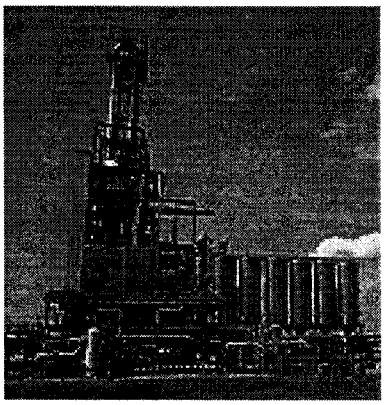
comprendre, modéliser, prédire et optimiser la performance de ces réacteurs, telle que la conversion des réactions chimiques et le transfert de chaleur.

Ainsi, l'hydrodynamique complexe des procédés d'écoulements solide-liquide dans une conduite présente de nombreux défis de conception et de mise à l'échelle. Dans ces conditions, une connaissance approfondie de l'hydrodynamique des écoulements solide-liquide s'avère nécessaire pour faciliter la compréhension, la conception et permettre l'optimisation de ces procédés.

1.2 Motivation industrielle du projet de recherche

L'application industrielle de ce projet de recherche doctorale concerne les réacteurs de polymérisation en forme de boucle. Ce projet de recherche a été réalisé en partenariat industriel avec la compagnie *Total Petrochemicals* qui exploite plusieurs de ces réacteurs, notamment à l'usine de Feluy en Belgique où se trouve un réacteur employé à la production du polyéthylène haute densité (HDPE). Les réacteurs *slurry loop* sont utilisés dans l'industrie des polymères pour la production d'oléfines, tels que le polypropylène et le polyéthylène.

Un réacteur *slurry loop* est constitué d'une longue conduite cylindrique formant une ou plusieurs boucles dans lesquelles la polymérisation s'effectue par une réaction catalytique en suspension (Figure 1.1 et Figure 1.2). En raison des contraintes d'espace, les boucles sont montées verticalement et peuvent atteindre plusieurs étages. Les conduites verticales sont munies d'une double enveloppe avec circulation d'eau afin d'évacuer l'énergie qui est générée par la réaction exothermique de polymérisation.



Usine de Feluy, Belgique
TOTAL Petrochemicals

Figure 1.1 : Exemple de réacteur *slurry loop* industriels pour la production du HDPE

Dans le cas des réacteurs de HDPE, la phase liquide se compose de monomères (éthylène) et d'un diluant inerte (isobutane) alors que le polyéthylène produit, se retrouve dans la phase solide sous forme de particules solides. La circulation de la suspension dans le réacteur est assurée par une pompe axiale, située à l'intérieur de la conduite dans un des coudes inférieurs. La pompe produit un écoulement à grande vitesse considéré comme étant fortement turbulent.

Le soutirage du polymère produit est effectué par l'intermédiaire de jambes de décantation fonctionnant en mode semi-continu. Ces jambes sont installées sur une des conduites horizontales inférieures et ont pour objectif de concentrer le flux de polymère extrait du réacteur et ainsi limiter la sortie des réactifs et du diluant. La suspension concentrée se trouvant dans les jambes de décantation est envoyée vers une unité de séparation de type «*flash*». La phase liquide est acheminée vers une unité de distillation pour séparer et purifier

les réactifs et le diluant, tandis que la phase solide est séchée et extrudée en granules pour être commercialisée.

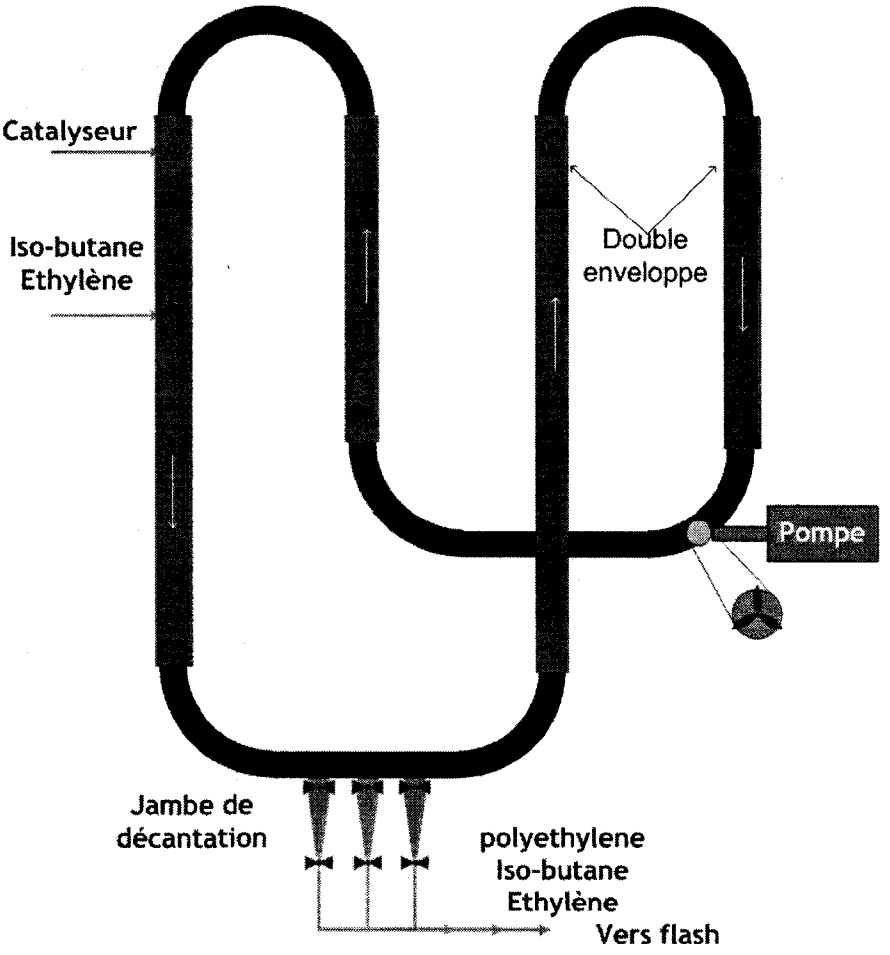


Figure 1.2 : Schéma simplifié d'un réacteur *slurry loop* pour la production du HDPE

L'ouverture d'une vanne de décharge située au bas de chaque jambe permet de propulser le contenu de la jambe vers l'unité de flash. L'utilisation de plusieurs jambes de décantation permet le soutirage de la phase solide en mode semi-continu. Chaque jambe est vidée à tour de rôle, pendant que les particules solides s'accumulent dans les autres jambes.

Dans la production d'oléfines dans un réacteur de grand volume, l'un des grands défis consiste à évacuer l'énergie produite par les réactions de polymérisation fortement exothermiques. La capacité d'évacuer la chaleur produite par la polymérisation est souvent la principale contrainte pour la conception et le dimensionnement des réacteurs de polymérisation. Sur ce point, les réacteurs en forme de boucle ont l'avantage d'offrir naturellement une plus grande surface par unité de volume que les réacteurs classiques en cuve agitée. Le rapport entre la surface d'échange disponible (S) et le volume du réacteur (V) d'une conduite cylindrique de longueur L et de diamètre D, est donné par l'expression

$$S/V = \frac{L\pi D}{L\pi D^2/4} = \frac{4}{D}. \qquad (1.1)$$

On constate que pour un diamètre de conduite fixé, le rapport S/V est constant tandis que le volume du réacteur est proportionnel à la longueur de la conduite. En théorie, il est donc possible d'augmenter le volume d'un réacteur en forme de boucle en maintenant le rapport S/V constant, ce qui n'est pas le cas pour les réacteurs en cuve agitée où le rapport S/V diminue lorsque le volume augmente.

En vertu de leur avantage géométrique, les réacteurs en forme de boucle sont bien adaptés au grand volume de production. Par contre, le désavantage se situe dans le mélange dans le réacteur qui est en quelque sorte défavorisé par la présence d'une longue conduite sans agitation mécanique, dans laquelle la circulation s'effectue essentiellement comme dans un réacteur piston. En fait, le mélange dans le réacteur provient essentiellement de la turbulence associée à la circulation rapide de la suspension, à l'action de la pompe et à la présence des perturbations géométriques telles que les coudes. Dans ces conditions,

l'apparition de points chauds dans le réacteur peut entraîner l'apparition d'agglomérats de polymères circulant dans le réacteur. Il devient alors difficile d'éliminer ces agglomérats, ce qui cause des problèmes au niveau de l'opération et du contrôle du réacteur.

Les réacteurs *slurry loop* présentent également des défis de conception reliés à la présence de coudes entre les conduites verticales et horizontales. La présence des coudes est susceptible d'influencer les profils de concentration en particules solides dans les conduites horizontales situées en aval. D'une part, des phénomènes de centrifugation sont susceptibles d'intervenir dans les coudes favorisant ainsi la décantation de la phase solide. D'autre part, l'augmentation de la turbulence associée à la perturbation provenant des coudes peut favoriser la mise en suspension des particules solides. Dans ces conditions, la performance des jambes de décantation situées sur la conduite horizontale juste à la sortie d'un coude est potentiellement influencée par ce dernier.

Soulignons que la performance des jambes de décantation joue un rôle important dans la rentabilité du procédé. L'augmentation du taux de solide dans les jambes de décantation permet de limiter la quantité de diluant et de réactifs soutirés du réacteur lors de l'ouverture de ces dernières. Ainsi, les jambes de décantation permettent de diminuer la quantité totale de diluant nécessaire et de limiter la charge qui est alimentée aux unités de séparation, qui consomme généralement beaucoup d'énergie pour réaliser la purification par distillation.

Dans un même ordre d'idées, les réacteurs en forme de boucle présentent un défi quant au choix des conditions opératoires, en particulier au niveau de la vitesse de circulation de la suspension. La vitesse de circulation doit être rapide pour favoriser le mélange et

uniformiser la suspension dans le but de favoriser le transfert de chaleur. Néanmoins, une vitesse de circulation élevée diminue la performance de la décantation dans les jambes. Ainsi, le choix de la vitesse de circulation s'avère un compromis entre l'efficacité du mélange, du transfert de chaleur et de la décantation de la phase solide dans les jambes.

En résumé, la géométrie en forme de boucle du réacteur soulève des défis de conception et d'optimisation des jambes de décantation. En conséquence, la connaissance et la prédiction de l'influence des coudes sur l'hydrodynamique dans les conduites horizontales sont essentielles pour concevoir efficacement les jambes de décantation et déterminer la vitesse de circulation dans le réacteur.

1.3 Objectif général

L'objectif général de ce projet de recherche doctorale est de caractériser l'hydrodynamique des écoulements solide-liquide à concentration élevée dans une conduite en forme de boucle.

Il s'agit ainsi d'améliorer la connaissance de l'écoulement des suspensions s'écoulant à concentration élevée en solide. Plus spécifiquement, il s'agit de comprendre l'influence de la présence d'un coude sur l'hydrodynamique des écoulements solide-liquide dans une conduite horizontale en fonction des paramètres suivants : vitesse de circulation, concentration en particules solides et distance à la sortie du coude. Le but est donc, *in fine*, de permettre l'amélioration de l'opération et de la conception des réacteurs en forme de boucle. Il s'agit en même temps d'obtenir des mesures expérimentales nécessaires au développement et la validation de modèles numériques dans des travaux futurs.

1.4 Contenu de la thèse

Cette thèse se divise en quatre parties.

Le chapitre 2 présente une revue de la littérature concernant :

- La caractérisation des mélanges solide-liquide,
- L'hydrodynamique des suspensions dans une conduite,
- Les méthodes de mesures non intrusives des écoulements solide-liquide.

Les chapitres 3 et 4 présentent les objectifs spécifiques et résument la méthodologie employée.

Les chapitres 5 à 8 présentent les travaux réalisés ainsi que les résultats obtenus. Les chapitres 5 à 7 sont présentés sous forme d'article scientifique.

Les chapitres 9 et 10 présentent une discussion générale des résultats, les développements possibles et concluent les travaux.

2 Revue de la littérature

Dans un premier temps, ce chapitre présente une brève revue de la littérature sur la caractérisation des mélanges solide-liquide. Ensuite, l'état de l'art concernant les différentes recherches réalisées sur l'hydrodynamique des écoulements solide-liquide dans une conduite est abordé. Finalement, les techniques non intrusives de mesure des écoulements polyphasiques sont revues avec un intérêt particulier pour la tomographie électrique qui a été employée dans le cadre du programme expérimental de ce projet de recherche.

2.1 Caractérisation des suspensions

Dans cette thèse, le terme suspension est employé pour définir un mélange polyphasique composé d'une phase liquide et d'une phase solide composées de particules solides. De plus, on considère, sauf indication contraire, des particules sphériques, monodispersées, chimiquement neutres dans le liquide et qui ne s'agglomèrent pas.

2.1.1 Masse volumique

Il est tout d'abord pratique de caractériser la masse volumique de la suspension résultant du mélange d'une phase solide et d'une phase liquide. La masse volumique du mélange (ρ_M) est obtenue à partir de la concentration en solides (C) et de la masse volumique de chacune des phases (ρ_S et ρ_L) d'après la relation

$$\rho_M = \rho_S C + \rho_L (1-C). \tag{2.1}$$

Selon la forme des particules solides, il existe une concentration limite pour l'entassement de particules solides. Dans le cas de sphères monodispersées, six arrangements réguliers d'entassement de particules sont possibles et correspondent à une fraction volumique limite d'entassement appelée subséquemment concentration (C_{lim}) allant de 52% à 74% v/v. En pratique, des tests sur l'entassement aléatoire d'un grand nombre de particules suggèrent qu'il est possible d'estimer C_{lim} à environ 60% v/v (Shook & Roco, 1991).

On peut aussi définir la distance moyenne δ entre des particules sphériques par l'expression

$$\delta = \left(\left[\frac{C_{lim}}{C} \right]^{1/3} - 1 \right) d_p , \tag{2.2}$$

où d_p est le diamètre de la particule (Shook & Roco, 1991). La variation du rapport δ / d_p en fonction de la concentration en solides donnée par l'équation (2.2) est présentée à la Figure 2.1. On constate que même si concentration en solides est diluée, la distance moyenne entre les particules est faible, de l'ordre de grandeur de la taille d'une particule. Le mouvement des particules est donc assez limité dans l'espace. Ce constat est d'ailleurs une des justifications avancées pour considérer que les suspensions concentrées se comportent de manière analogue à un fluide homogène (Eskin et al., 2004).

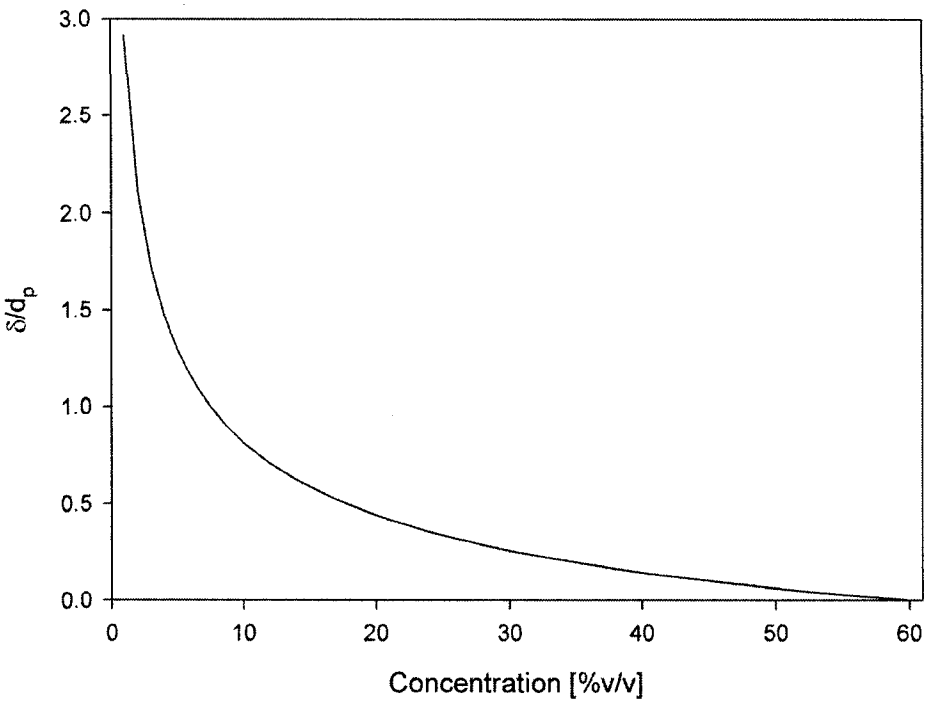


Figure 2.1 : Distance moyenne de particules monodispersées en fonction de la concentration

2.1.2 Viscosité

La viscosité est un paramètre important dans les modèles hydrodynamiques. Il est donc important de caractériser la viscosité d'une suspension, notée μ_M. La caractérisation rhéologique d'une suspension constitue en soi un vaste domaine de recherche qui ne sera abordé que brièvement dans cette section. Les modèles rhéologiques, les méthodes de mesures expérimentales et les viscosimètres utilisés pour caractériser les mélanges solide-liquide sont revus dans plusieurs publications et livres de référence (Frankel & Acrivos, 1967; Govier & Aziz, 1972; Wasp et al., 1977; Shook & Roco, 1991; Shamlou, 1993; Abulnaga, 2002).

Plusieurs paramètres interviennent dans la rhéologie d'une suspension qui peut être newtonienne ou non newtonienne selon les caractéristiques du liquide et des particules solides la composant. La géométrie, la dimension, la distribution et la concentration des particules solides sont parmi les principaux facteurs influençant la viscosité d'une suspension.

L'approche la plus simple pour définir la viscosité d'un mélange polyphasique s'avère l'utilisation d'une règle linéaire pour le calcul de la viscosité,

$$\mu_M = \sum_{i=1}^{n} C_i \mu_i \,, \tag{2.3}$$

où C_i et μ_i étant respectivement la concentration volumique et la viscosité de la phase *i* et *n,* le nombre de phases du mélange. Toutefois, cette expression s'avère inappropriée pour les mélanges solide-liquide puisque la viscosité de la phase solide doit être définie et qu'elle ne tient pas compte des interactions susceptibles d'intervenir entre les phases. En fait, cette expression s'applique davantage pour caractériser la viscosité d'un mélange gaz-liquide ou liquide-liquide.

Pour une suspension homogène, les études expérimentales montrent qu'il est souvent possible de prédire une viscosité de mélange à l'aide d'un modèle rhéologique comme dans le cas d'un fluide monophasique. En présence d'un liquide newtonien, les suspensions de particules non colloïdales de géométrie symétrique avec un diamètre assez grand pour éviter la floculation ($\approx$ 50 μm et plus) se comportent généralement comme un fluide newtonien.

Par contre, les suspensions de particules plus petites ou asymétriques présentent un comportement de type non newtonien (Wasp et al., 1977).

Dans le cas d'un liquide ayant un comportement rhéologique plus complexe, il est fréquent d'être en mesure d'établir un modèle de viscosité non newtonien pour caractériser le mélange d'une suspension (Shook & Roco, 1991). On retrouve, entre autres, plusieurs suspensions se comportant comme un fluide de Bingham pour lequel une contrainte de cisaillement minimum est nécessaire pour que la suspension soit en mouvement. Plusieurs exemples de suspensions de Bingham et d'autres rhéologies complexes ont été présentés par Abulnaga (2002).

Plusieurs expressions théoriques et empiriques ont été proposées pour exprimer le rapport $\mu_r = \mu_M / \mu_L$ en fonction de la concentration de la phase de solide pour une suspension newtonienne composée de particules sphériques monodispersées. Dans le cas où la concentration en solides est très diluée, la première relation pour exprimer μ_r en fonction de la concentration a été obtenue théoriquement par Einstein en 1906. L'équation d'Einstein,

$$\mu_r = 1 + 2.5C, \tag{2.4}$$

tient compte uniquement de la concentration de la phase solide. La viscosité est déduite en considérant que la trajectoire des particules est libre et qu'il n'existe pas d'interaction entre les particules, ce qui est vérifié seulement dans le cas de mélanges très dilués. Cette forme a

été employée récemment par Eraslan & Ozbelge (2003) pour la modélisation des suspensions en régime laminaire à très faible concentration en particules solides.

À mesure que la concentration de la phase solide augmente, les interactions entre les particules sont de plus en plus importantes et le comportement rhéologique de la suspension s'éloigne du comportement linéaire prédit par l'équation d'Einstein. Un modèle plus complet est alors nécessaire pour prédire le comportement rhéologique d'un mélange solide-liquide concentré. Plusieurs études rhéologiques ont proposé des corrélations, dont quelques-unes sont résumées au Tableau 2.1. Une comparaison des prédictions de certaines de ces corrélations est aussi présentée à la Figure 2.2.

À la Figure 2.2, on constate une augmentation importante de la viscosité relative en fonction de la concentration, sauf dans le cas de l'équation d'Einstein, qui est valide uniquement à faible concentration en solides. De plus, jusqu'à environ 30% v/v on note une variation similaire de la viscosité en fonction de la concentration pour les différentes corrélations présentées. À concentration plus élevée, les corrélations diffèrent davantage, en particulier celle proposée par Gillies et al. (1999) et établie pour des suspensions concentrées jusqu'à 50% v/v.

Tableau 2.1 : Corrélations pour la viscosité relative d'une suspension

Références	Corrélations
Eilers (1941)	$\mu_r = 1 + 2.5c + 10.05c^2 + 0.00273e^{16.6c}$
	$\mu_r = 1 + 2.5c + 10c^2 + 0.0019e^{20c}$
Thomas (1965)	$\mu_r = \frac{e^{Bc}}{1 - c/c_{\lim}}$
Frankel & Acrivos (1967)	$\mu_r = \left(1 - \frac{c}{c_{\lim}}\right)^{-Bc_{\lim}}$
Krieger (1972)	$\mu_r = \left[1 + \frac{e^{Bc}}{1 - c/c_{\lim}}\right]^2$
	$\mu_r = \left[1 - \frac{2.5c}{2(1 - c/c_{\lim})}\right]^2$
Vocadlo & Sagoo (1973)	$\mu_r = \frac{e^{[c(B - n/c_{\lim})]}}{(1 - c/c_{\lim})^n}$
Gillies et al.(1999)	$\mu_r = 1.125\left[\frac{\left[c/c_{\lim}\right]^{1/3}}{1 - \left[c/c_{\lim}\right]^{1/3}}\right]$

Soulignons que lorsque la concentration en solides est très élevée, la viscosité du mélange est alors fortement influencée par les interactions entre les particules. Il est alors nécessaire, pour prédire la viscosité, de tenir compte de la forme et de la distribution des particules. De

plus, à mesure que la concentration en particules solides s'approche de la concentration limite de l'entassement, les mécanismes de cisaillement changent, ce qui entraîne un comportement rhéologique de la suspension s'apparentant plutôt à celui des poudres (Shook & Roco, 1991).

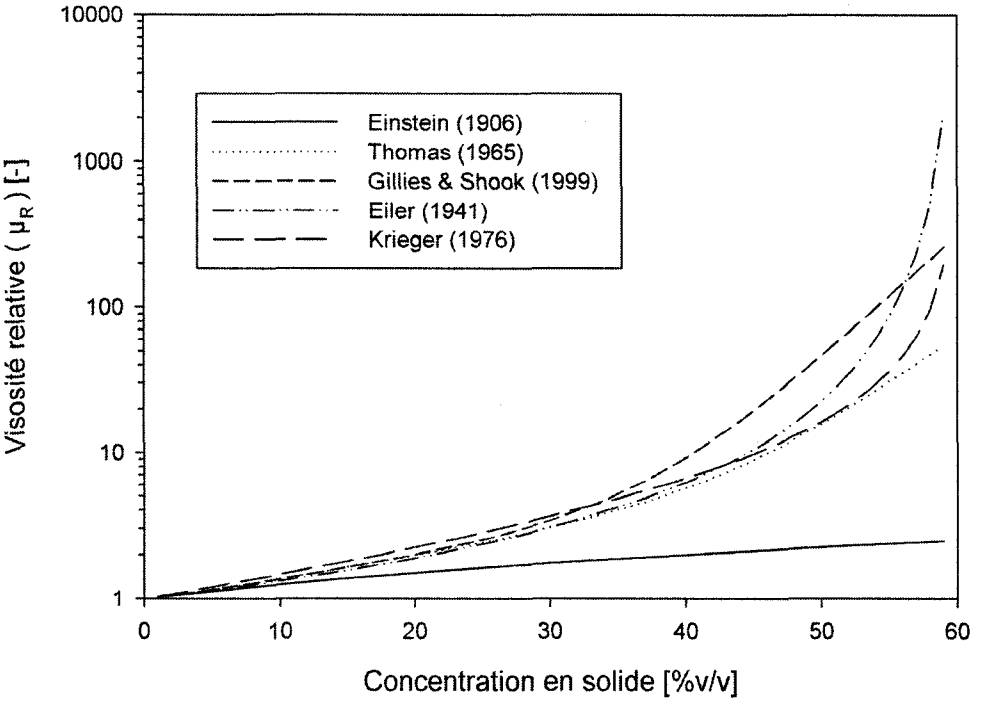


Figure 2.2 : Comparaison des prédictions de quelques corrélations du Tableau 2.1

2.1.3 Classification des suspensions

Il apparaît important de classer les mélanges solide-liquide selon la concentration moyenne en particules solides, qu'elle soit faible, moyenne ou élevée. Ce classement permet de décrire qualitativement l'intensité des interactions entre les particules. À faible concentration, les collisions et les interactions entre les particules sont minimes et considérées comme étant

négligeables. À l'opposé, dans les mélanges concentrés, les particules sont très près les unes des autres et les interactions entre les particules sont importantes. Entre les deux, se trouve la gamme de concentrations moyennes en solides pour lesquelles les interactions entre les particules sont présentes et dont l'intensité augmente à mesure que la concentration en solides augmente. Le Tableau 2.2 présente la classification proposée par Laux (1998), basée sur la concentration de la phase solide.

Tableau 2.2 : Classification des mélanges solide-liquide en fonction de la concentration

Concentration [% v/v]	**Classification du mélange**
Moins de 1%	Faible ou très dilué
1 à 20%	Moyen ou dilué
Plus de 20%	Élevé ou dense

Le classement suggéré par Crowe et al. (1998) permet de tenir compte de plus de paramètres, tels que la masse volumique et le diamètre des particules, la viscosité du liquide et la vitesse relative entre les phases donnée par

$$\bar{V}_r = \bar{V}_L - \bar{V}_P . \tag{2.5}$$

Pour ce faire, la variable Ψ est calculée pour caractériser la concentration du mélange :

$$\Psi = \frac{C\rho_S d_p \left|\bar{V}_L - \bar{V}_P\right|}{3\mu_L} . \tag{2.6}$$

L'écoulement est alors considéré comme dilué lorsque $\Psi < 1$ et dense lorsque $\Psi > 1$. Mentionnons qu'il est possible de réécrire Ψ en utilisant le nombre de Reynolds d'une particule défini par

$$\mathrm{Re}_P = \frac{\rho_L d_p \left|\bar{V} - \bar{V}_p\right|}{\mu_L}. \tag{2.7}$$

On obtient alors l'expression

$$\Psi = \frac{1}{3} C \frac{\rho_S}{\rho_L} \mathrm{Re}_P, \tag{2.8}$$

qui est maintenant en fonction de la concentration du solide, du rapport des masses volumiques et du nombre de Reynolds d'une particule.

2.1.4 Sédimentation de particules solides dans un liquide

2.1.4.1 Force de traînée et vitesse terminale d'une particule

La force de traînée est la force qui agit sur une particule soumise à un champ de pression uniforme et sans accélération de la vitesse relative entre la particule et la phase continue. La force de traînée est quantifiée par l'équation

$$\overline{F_D} = \frac{1}{2} C_D A_p \rho_L \left|\bar{V} - \bar{V}_p\right| \left(\bar{V} - \bar{V}_p\right), \tag{2.9}$$

où A_p est la surface de la particule projetée dans la direction du mouvement, $\bar{V}_p$ est la vitesse de la particule, $\bar{V}$ est la vitesse de la phase continue et C_D le coefficient de traînée.

Ce coefficient dépend principalement de la géométrie des particules et du nombre de Reynolds d'une particule donné par l'équation(2.7).

Il est à noter que la forme de l'équation (2.9) montre une ressemblance entre le coefficient de traînée et le facteur de friction de Fanning dans une conduite. Ainsi, le coefficient de traînée peut être interprété comme un facteur de friction de l'écoulement d'une particule dans un fluide.

Le Tableau 2.3 présente quelques corrélations existantes pour le coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds pour une particule sphérique. Il existe toutefois beaucoup d'autres corrélations pour le coefficient de traînée afin de tenir compte, par exemple, de la géométrie et de la rugosité de la surface de la particule ou de la présence d'effets de parois.

Tableau 2.3 : Corrélations pour le coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds

Expression	Intervalle de validité
$C_D = \frac{24}{Re_P}$	$Re_p < 0.2$
$C_D = \frac{24}{Re_P}\left(1+0.15Re_P^{0.687}\right)$	$0.2 < Re_p < 1000$
$C_D = 0.44$	$1000 < Re_p < 3x10^5$

Le coefficient de traînée peut être mesuré à partir de la vitesse terminale d'une particule dans une suspension très diluée, notée V_∞. L'expression de la vitesse terminale d'une particule est donnée par

$$v_\infty = \left(\frac{4gd_p(S-1)}{3C_D} \right)^{1/2}, \tag{2.10}$$

où $S = \rho_S / \rho_L$ est le rapport des densités du solide et du fluide.

Soulignons que les équations du Tableau 2.3 sont implicites quant à la vitesse terminale de chute d'une particule. Il est possible d'utiliser le nombre d'Archimède pour éviter le processus itératif dans le calcul du C_D et de la vitesse terminale,

$$Ar = C_D \mathrm{Re}_p^{\,2} = \frac{4gd_p^{\,3}(S-1)\rho_L^{\,2}}{3\mu_L^{\,2}}. \tag{2.11}$$

Les corrélations sont alors généralement exprimées par $C_D = f(Ar)$. Par exemple, plusieurs corrélations sont données sous la forme

$$C_D = a_1 Ar^{b_1}, \tag{2.12}$$

où a_1 et b_1 sont des coefficients obtenus par régression avec des mesures expérimentales de vitesses terminales. Dans le cas du régime de Stokes, où $C_D = 24/\mathrm{Re}$, il est facile de montrer que $a_1 = 576$ et $b_1 = -1$.

2.1.4.2 Vitesse de sédimentation entravée

Lorsque la concentration en particules solides devient plus importante, les interactions entre les particules interviennent dans la force de traînée. Le coefficient de traînée augmente avec la concentration en particules. Par conséquent, cela diminue la vitesse de sédimentation des particules, appelée vitesse de sédimentation entravée. Cette diminution de la vitesse de sédimentation provient essentiellement de deux phénomènes. D'une part, par l'interaction entre les particules qui augmente le coefficient de traînée et d'autre part, par le mouvement ascendant du liquide qui est déplacé en réaction au mouvement descendant des particules.

Dans le cas de particules monodispersées, on peut exprimer la vitesse de sédimentation d'une suspension (V_s) en fonction de la concentration en particules solides à partir de la vitesse terminale d'une particule (Richardson & Zaki, 1954; Maude & Whitmore, 1958),

$$V_S = V_\infty (1-C)^n, \tag{2.13}$$

où n est un coefficient qui dépend du nombre de Reynolds de la particule à la vitesse terminale. D'après l'analyse de Maude & Whitmore (1958), on a

$$n = \begin{cases} 4.65, & \mathrm{Re}_p < 0.3 \quad \textit{(Régime de Stokes)} \\ 2.33, & \mathrm{Re}_p > 1000 \quad \textit{(Régime de Newton)} \end{cases}. \tag{2.14}$$

La Figure 2.3 présente l'évolution du rapport V_s/V_∞ en fonction de la concentration donnée par l'équation (2.13). On constate qu'une diminution de 50% de la vitesse de sédimentation est obtenue pour une concentration de 13.5% et 24% pour les régimes de Stokes et Newton respectivement.

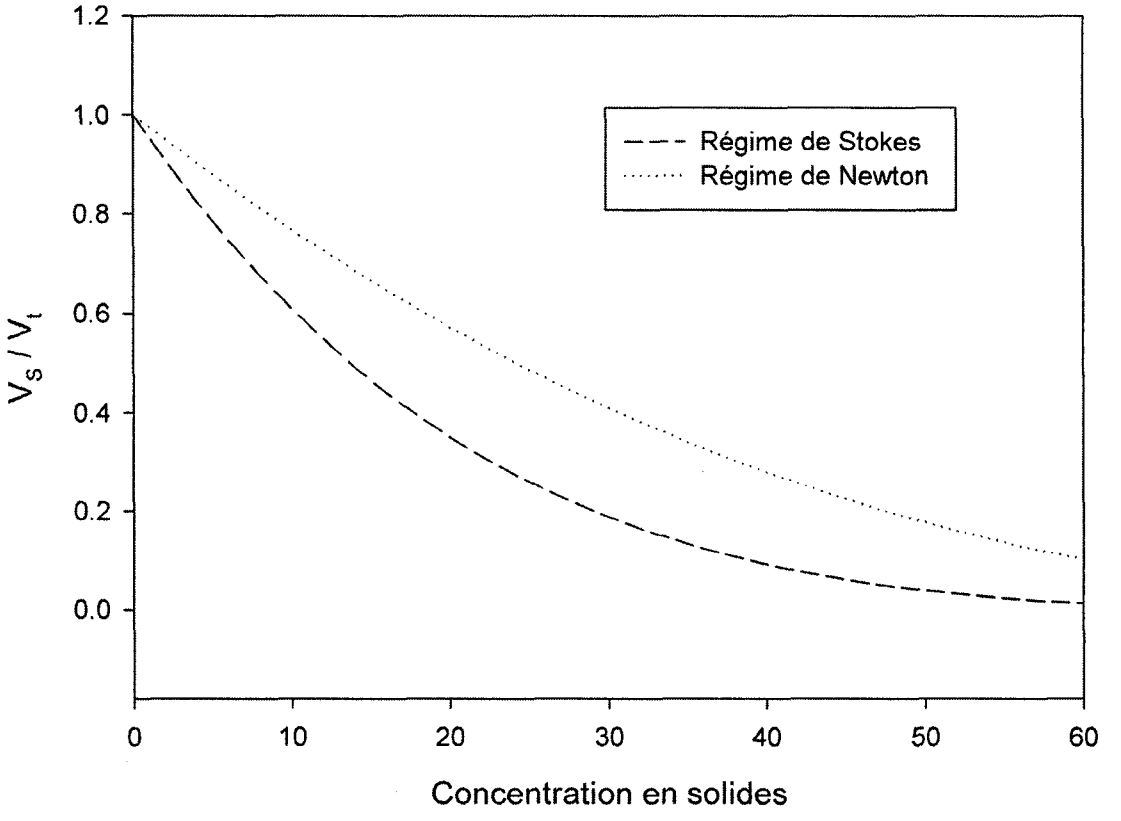


Figure 2.3 : V_s/V_∞ en fonction de la concentration en particules solides

2.2 Écoulements de suspensions dans une conduite

Cette section concerne l'écoulement de suspensions dans une conduite. Les efforts de recherche dans ce domaine ont été réalisés en grande partie pour le transport par pipeline. Ces études ont généralement pour objectif d'évaluer la perte de charge, la vitesse de déposition, les phénomènes de friction et l'usure dans les conduites. Ces informations sont requises afin de dimensionner les différents équipements utilisés tels les pompes, le diamètre de la conduite, le choix des matériaux. Elles sont aussi nécessaires pour déterminer les conditions d'opérations du pipeline, telles la vitesse et la température de circulation. Les modèles proposés dans la littérature requièrent une connaissance des profils de

concentration, qui s'avère utile pour caractériser l'hydrodynamique de l'écoulement d'une suspension dans une conduite.

Considérons une suspension où les particules solides sont plus denses que la phase liquide ($\rho_S > \rho_L$). L'écoulement d'une telle suspension dans une conduite est complexe à quantifier par un modèle simple puisque de nombreux paramètres sont à considérer (Shook & Roco, 1991):

- Diamètre, orientation et matériau de la conduite,
- Propriétés physiques de la phase liquide (densité et viscosité),
- Densités, formes, tailles, distribution et concentration des particules,
- Régime d'écoulement : laminaire, transitoire ou turbulent.

Les écoulements de suspensions sont généralement présentés et traités séparément selon que la conduite soit en position horizontale ou verticale.

Dans un premier temps, les profils de concentration et de vitesse mesurés expérimentalement seront présentés pour le cas d'une conduite verticale et horizontale. Ensuite, les régimes d'écoulement dans une conduite horizontale ainsi que les vitesses de transition entre ces régimes seront abordés. Par la suite, les travaux portant sur l'influence des coudes en amont et en aval des conduites horizontales seront traités. Finalement, les travaux concernant le mélange seront aussi présentés.

2.2.1 Profils de concentration et de vitesse

2.2.1.1 Écoulement dans une conduite verticale

Comme mentionné précédemment, dans une conduite verticale la force gravitationnelle agit parallèlement à l'écoulement et les profils de concentration et de vitesse sont alors symétriques par rapport à l'axe de la conduite. L'effet de la gravité est alors à considérer selon que l'écoulement soit ascendant ou descendant, car la gravité génère un décalage de la vitesse de la phase solide par rapport à la phase liquide.

La Figure 2.4 présente les profils de vitesse et de concentration tirés de Shook & Roco (1991) pour différentes tailles et types de particules en écoulement ascendant dans une conduite verticale de 38 mm de diamètre. La vitesse moyenne est de 3 m/s et la concentration moyenne est 30% v/v. Mentionnons que ces mesures ont été réalisées à partir de sondes intrusives de conductivité électrique installées à différentes positions à l'intérieur de la conduite. Dans ce contexte, les vitesses mesurées représentent la vitesse moyenne de la phase solide et de la phase liquide.

On constate que le profil de concentration a tendance à s'aplatir lorsque le diamètre des particules diminue. Le profil de vitesse est par contre moins influencé par la taille des particules et plus influencé par la densité des particules. Le maximum de vitesse est situé au centre de la conduite tel qu'attendu pour l'écoulement dans une conduite. On remarque également que les profils de vitesse et de concentration sont influencés par la paroi de la conduite, et ce, en raison de la friction avec la conduite et de la présence d'une couche limite.

Dans le cas de suspensions s'écoulant dans les conduites verticales, la taille, la densité et la concentration des particules solides influent principalement sur la différence de vitesse entre la phase liquide et solide. En négligeant les phénomènes de paroi, la vitesse relative entre les phases liquide et solide peut être estimée dans une conduite verticale à partir des corrélations utilisées pour la vitesse de sédimentation entravée donnée par l'équation (2.13) (Shook & Roco, 1991). En fait, la vitesse terminale des particules et la vitesse de sédimentation entravée, qui sont de l'ordre de quelques millimètres ou centimètres par seconde, sont souvent faibles en comparaison avec la vitesse d'écoulement dans la conduite qui est de l'ordre de plusieurs mètres par seconde. Dans ces conditions, on peut souvent négliger la différence de vitesse entre les phases dans les conduites verticales (Liang et al., 1996; Wilson et al., 2006).

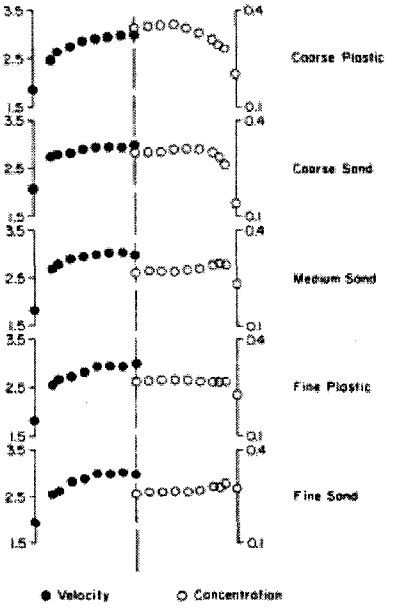


Figure 2.4 : Profils de vitesse et de concentration pour l'écoulement ascendant dans une conduite verticale (30% v/v, V = 3 m/s, D = 38 mm)
[Coarse plastic : 1.4 mm, coarse sand : 0.8 mm, medium sand : 0.47 mm, fine plastic : 0.3 mm , fine sand 0.17 mm] (tiré de Shook & Roco (1991)).

2.2.1.2 Écoulement dans une conduite horizontale

De nombreux travaux expérimentaux ont mesuré les profils de concentration et de vitesse d'une suspension en écoulement dans une conduite horizontale. Le Tableau 2.2 résume les conditions expérimentales des travaux expérimentaux abordés dans cette section.

Tableau 2.4 : Résumé des conditions expérimentales pour une conduite horizontale

Références	Liquide	Solide	d_p	D	V	C
			µm	mm	m/s	% v/v
Gillies et al. (1999)	Huile visqueuse	Sable	430	50	0.014 - 0.109	20 %
Roco & Shook (1987)	Eau	Sable	165	51.5-495	1.66-4.53	8-34 %
Sumner et al. (1989)	Eau	Sable	900	50	3.0	30 %
	Eau	Polystyrène	1400	50	3.0	30 %
Kaushal & Tomita (2002)	Eau	Zinc	38 à 739	105	2 - 3.5	4-26 %
Gillies et al. (1996)	Eau	Sable	180	105	4.0	36-47 %

Le transport d'une suspension en régime laminaire a été étudié par Gillies et al. (1999) pour un mélange composé de sable et d'une huile visqueuse. La Figure 2.5 montre les mesures de concentrations en fonction de la position verticale pour différentes vitesses d'écoulement ayant une concentration moyenne en solide de 20% v/v. Ces mesures de concentration en solides ont été réalisées en utilisant un densitomètre à rayon gamma.

À basse vitesse (0.014 m/s et 0.029 m/s), on constate que la phase solide est concentrée au fond de la conduite et forme un lit de particules dont la concentration est d'environ 60% v/v, ce qui est de l'ordre de la concentration limite d'entassements des particules. À une

vitesse plus élevée (0.061 m/s), une réduction de la concentration de la phase solide au fond de la conduite est observée, celle-ci passe alors de 60 à 43% v/v. Un gradient de concentration au-dessus du lit est aussi présent à cette vitesse et celui-ci devient plus prononcé lorsque la vitesse est plus élevée (0.109 m/s).

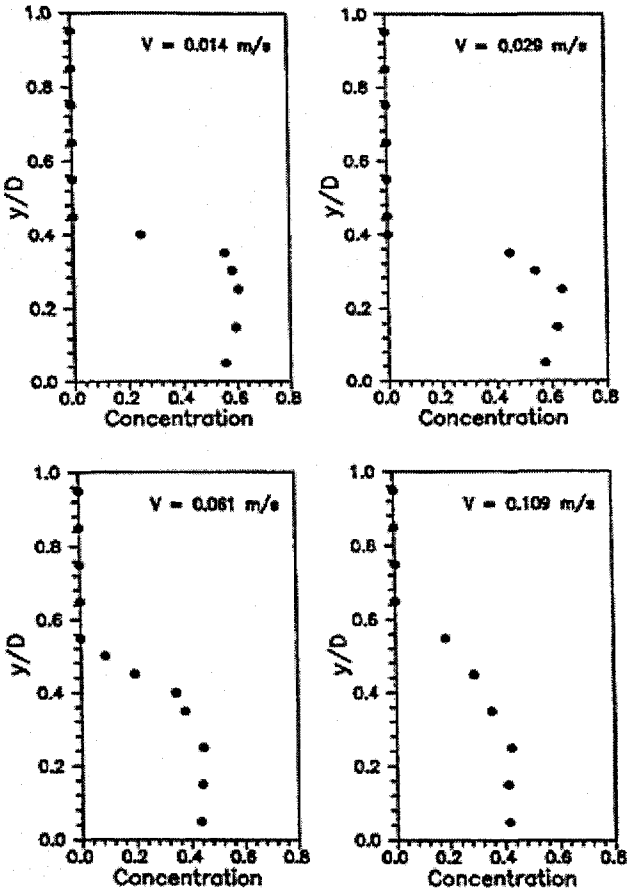


Figure 2.5 : Profils de concentration d'un mélange huile-sable 20% v/v (tirée de Gillies et al. (1999))

Les profils de concentration et de vitesse ont aussi été mesurés par Sumner et al. (1989) à vitesse plus élevée (3 m/s) pour un mélange d'eau et de sable (30% v/v). Ces mesures ont été réalisées en utilisant des sondes intrusives de conductivité électrique. Les résultats présentés à la Figure 2.6 montre que la concentration en solides est relativement constante

dans le bas de la conduite alors que la concentration s'approche de la concentration limite d'entassement. De plus, un gradient de concentration est présent dans la partie supérieure de la conduite. Le profil de vitesse montre aussi un maximum de concentration situé dans la partie supérieure de la conduite tandis que la vitesse et les gradients de vitesse sont plus faibles dans la partie inférieure. Ces mesures indiquent la présence d'un lit de particules en mouvement au fond de la conduite. De plus, le décalage du maximum de la vitesse par rapport à l'axe de la conduite s'explique par la présence du lit qui restreint la section de la conduite où le fluide s'écoule, ce qui déplace l'axe central de l'écoulement.

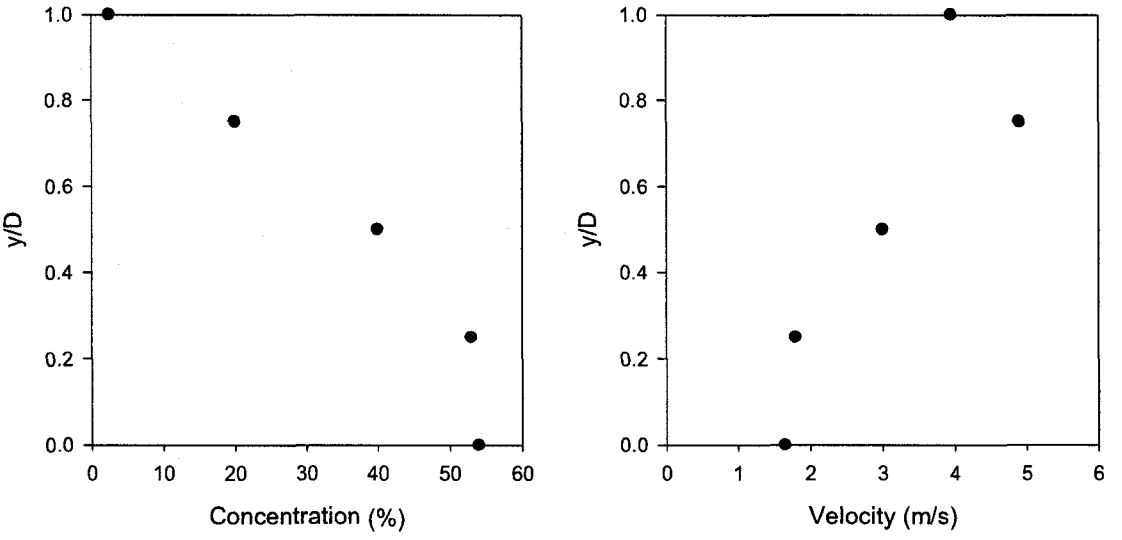


Figure 2.6 : Profils de vitesse et de concentration d'un mélange eau-sable (tirée de Sumner et al. (1989))

La Figure 2.7 présente les profils de concentration mesurés avec un mélange d'eau et de particules de polystyrène (1050 kg/m^3) par Sumner et al. (1989). On constate que pour le cas où la densité de la phase solide est près de celle de la phase liquide, le profil de concentration devient quasi symétrique. Ceci s'explique par le fait que la force

gravitationnelle a une influence relativement faible et la vitesse de sédimentation des particules est alors faible.

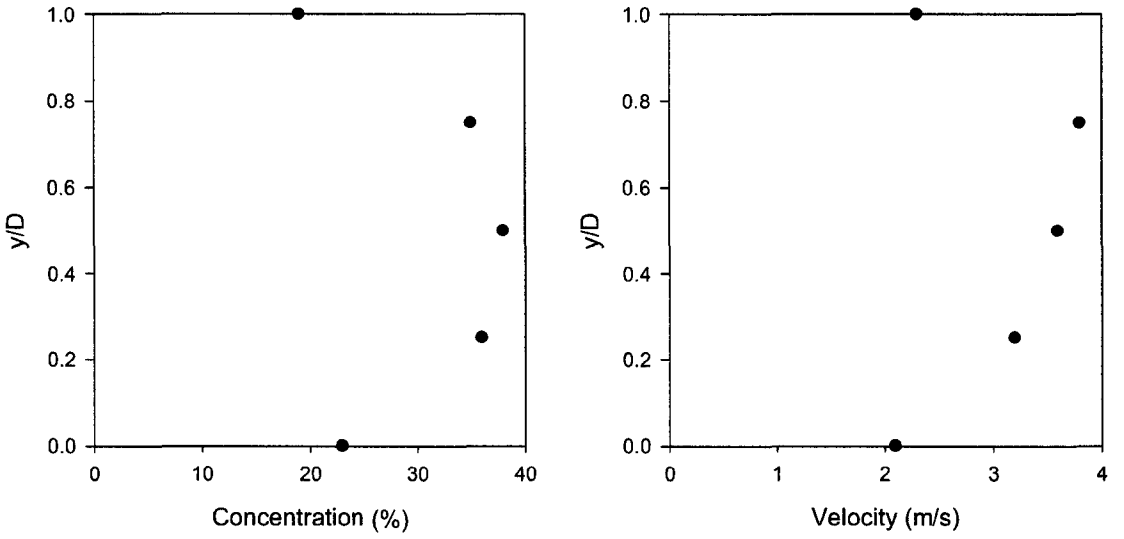


Figure 2.7 : Profils de vitesse et de concentration d'un mélange eau-polystyrène (tirée de Sumner et al. (1989))

Les Figures 2.8 à 2.9 présentent les profils de concentration mesurés par Roco & Shook (1987) pour différents diamètres de conduite, vitesses de circulation et concentrations en particules solides. Ces mesures ont été obtenues à partir de sondes à rayon gamma.

On remarque que le profil de concentration s'aplatit à mesure que la concentration et la vitesse moyenne augmentent et qu'un gradient est presque toujours présent dans la portion supérieure de la conduite. Le diamètre de la conduite influence également le profil de concentration. Une diminution du diamètre de la conduite tend à réduire les gradients de concentration, en particulier lorsque la vitesse de circulation est élevée.

Ces résultats illustrent bien l'influence de la vitesse et de la concentration en particules sur le profil de concentration de la phase solide dans la conduite. En résumé, ces profils de concentration peuvent être expliqués par l'effet combiné de la force de gravité et des interactions entre les particules qui influent sur la vitesse de sédimentation de celles-ci. Tel que présenté à l'équation (2.13), la vitesse de sédimentation des particules diminue lorsque la concentration en solides augmente. Ainsi, pour une vitesse de circulation constante (Figure 2.8-A), l'augmentation de la concentration a tendance à diminuer les gradients de concentration dans le bas de la conduite.

Mentionnons que des profils de concentration similaires ont été publiés par Gillies & Shook (1994) pour un plus grand nombre de conditions opératoires, diamètre de particules et diamètre de conduite. Les observations rapportées sont toutefois semblables à ceux résumés aux Figures 2.8 à 2.10.

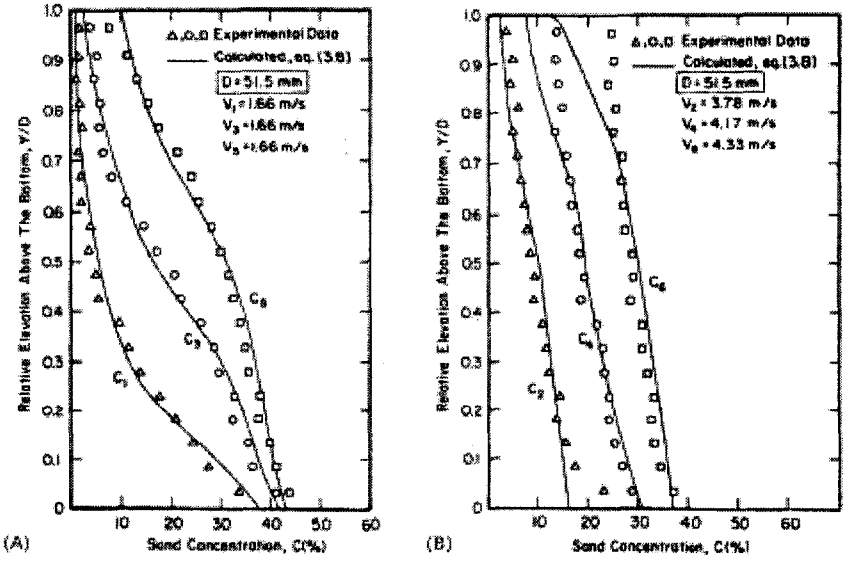


Figure 2.8 : Profils de concentration d'un mélange eau-sable (tirée de Roco & Shook (1987)) C_1 = 8.4%, C_2=9.2%, C_3 =18.7%, C_4 = 18.9%, C_5 = 28.0%, C_6 =28.6%, D =51.5 mm

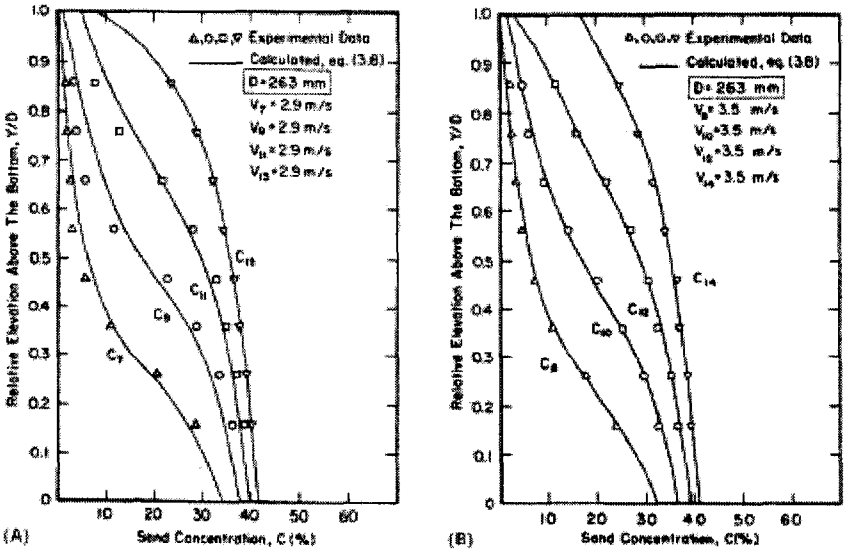


Figure 2.9 : Profils de concentration d'un mélange eau-sable (tirée de Roco & Shook (1987))
C7 =10.3%, C8=10.0%, C9 =19%, C10 = 18.4%, C11 = 27.0%, C12 =26.8%, C13 = 34.1%, C14 =33.8%, D =263 mm

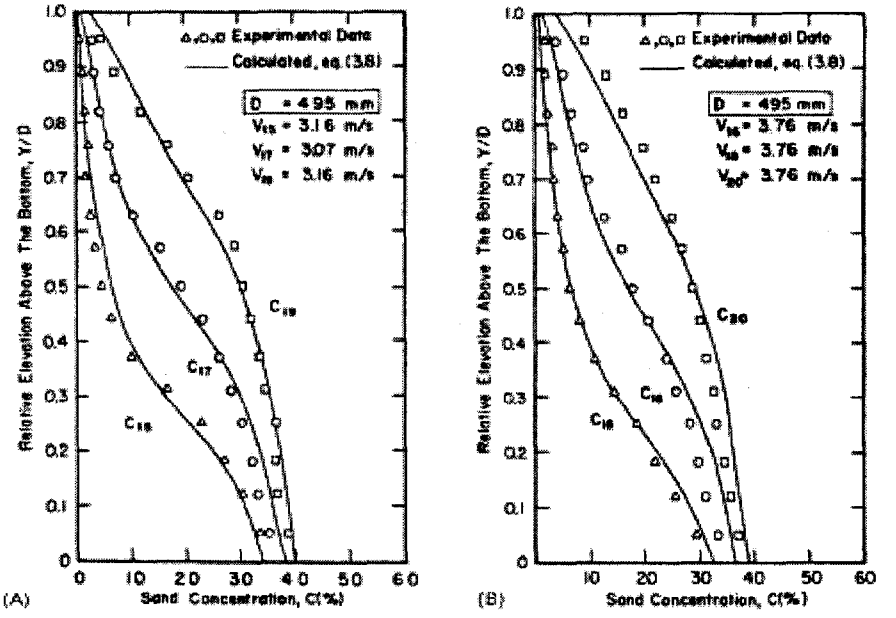


Figure 2.10 : Profils de concentration d'un mélange eau-sable (tirée de Roco & Shook (1987))
C_{15} = 10.4%, C_{16}=10.0%, C_{17} =18.7%, C_{18} = 18.4%, C_{19} = 27.3%, C_{20} =26.9%, D =495 mm

La Figure 2.11 présente des profils de concentration tirés de Wilson et al. (2006). On constate une fois de plus qu'à mesure que la concentration augmente, les gradients de concentration diminuent.

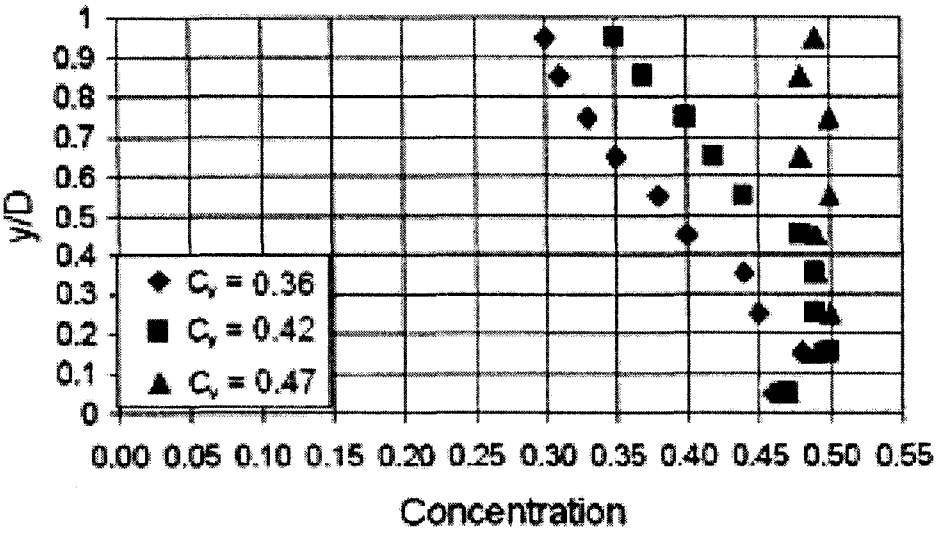


Figure 2.11 : Profils de concentration d'un mélange eau-sable, V= 4 m/s (tirée de Wilson et al. (2006))

À la Figure 2.11, on note également une concentration de solides légèrement plus faible près de la paroi inférieure. Un effet similaire sur les profils de concentration a été observé par Schaan & Shook (2000) qui ont également mesuré les profils de vitesse associés. Ce phénomène s'explique par la présence d'un effet de paroi et par la présence d'une couche limite induisant une force de portance sur les particules. Cette force apparaît lorsque le diamètre des particules est largement supérieur à la taille de la couche limite (Wilson & Sellgren, 2003; Wilson et al., 2006).

Les travaux expérimentaux de Kaushal & Tomita (2002) permettent d'illustrer l'influence de la distribution de taille des particules sur les profils de concentration (Figure 2.12). Ces mesures ont été réalisées par la prise d'échantillons à différents endroits dans une conduite horizontale de 105 mm de diamètre et pour un mélange d'eau et de particules de zinc (2820 kg/m^3).

Les mesures de la Figure 2.12 montrent un profil de concentration plat et homogène pour les plus petites particules (38 μm) et ce, pour toutes les concentrations et vitesses étudiées. Pour les particules de plus grande taille, on constate une distribution asymétrique et celle-ci est plus prononcée à mesure que la taille des particules augmente. De plus, on remarque également qu'une augmentation de la vitesse ou de la concentration moyenne réduit l'asymétrie du profil de concentration.

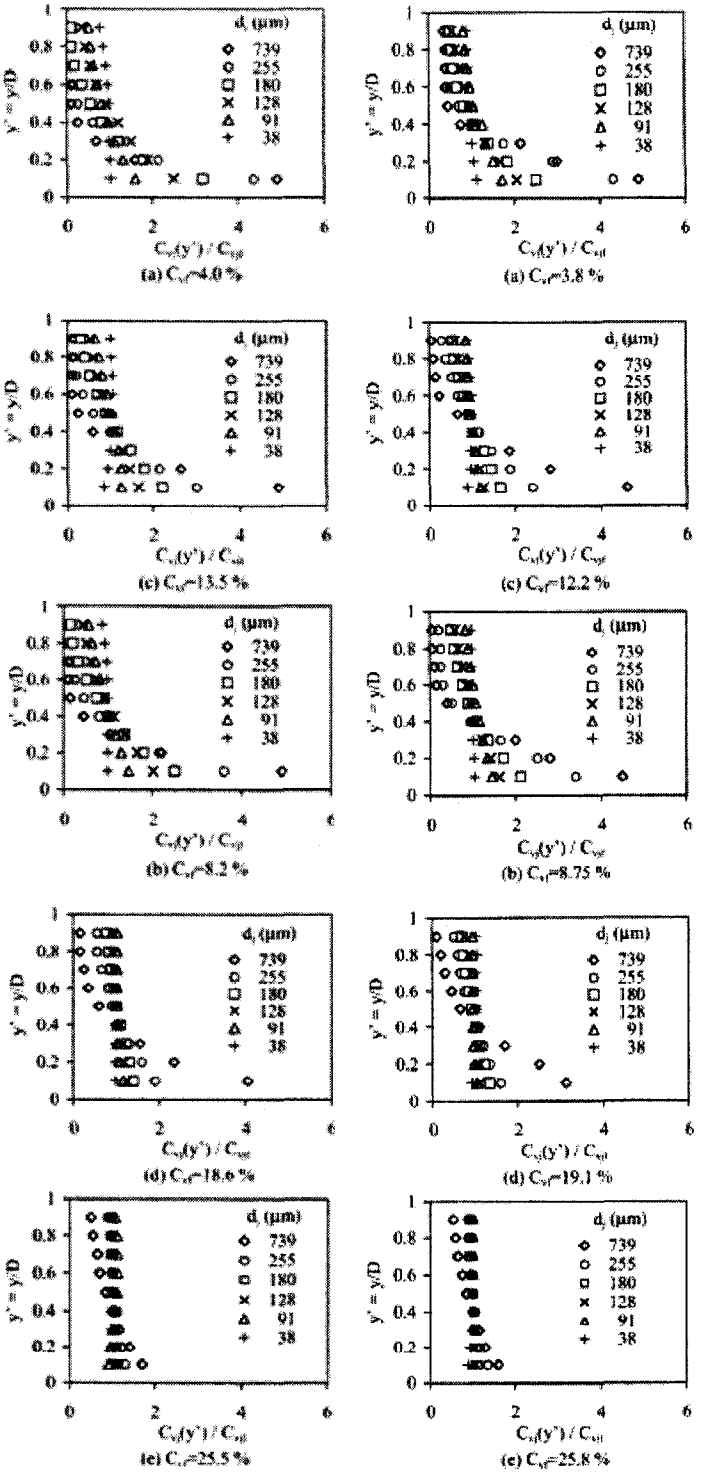


Figure 2.12 : Profils de concentration d'un mélange eau-zinc (2820 kg/m³) (tirée de Kaushal & Tomita (2002))

En somme, les mesures expérimentales des profils de concentration dans une conduite qui ont été présentés montrent que plusieurs paramètres influencent les profils de concentrations et ceux-ci peuvent être classés selon leur tendance à aplatir les profils et réduire les gradients de concentration. Le Tableau 2.5 synthétise l'influence de certains paramètres sur les profils de concentration en solides dans une conduite horizontale. Ainsi, les gradients de concentration deviennent plus prononcés à mesure que la vitesse de sédimentation entravée augmente par rapport à la vitesse de circulation dans la conduite.

Tableau 2.5 : Influence de paramètres sur les gradients de concentration dans une conduite

Type de paramètres	**Paramètres**	**Influence de l'augmentation du paramètre sur le gradient de concentration**
Conditions opératoires	Vitesse de circulation	-
	Concentration moyenne	-
Phase liquide	Viscosité	+
Particules solides	Diamètre des particules	+
	Densité des particules	+
	Distribution polydisperse des particules	+
Conduite	Diamètre	+

2.2.2 Régimes d'écoulement dans une conduite horizontale

Les mesures expérimentales des profils de concentration présentés à la section précédente permettent de constater la présence de plusieurs régimes d'écoulement d'une suspension dans une conduite horizontale. Cette section présente ces différents régimes et résume les corrélations proposées dans la littérature pour prédire les vitesses de transition entre ces régimes.

En fonction de la vitesse d'écoulement, on peut distinguer différents régimes d'écoulement intermédiaires se situant entre les deux cas extrêmes suivants:

- à faible vitesse un lit de particules stationnaires est formé dans le bas de la conduite
- à grande vitesse la suspension est complète, homogène et symétrique.

Les régimes d'écoulement d'une suspension dans une conduite horizontale sont donc classés selon le profil de concentration de la phase solide, allant d'une sédimentation complète des particules solides formant un lit stationnaire, jusqu'à un écoulement où toutes les particules sont en suspension dans la phase liquide.

Une revue des différentes classifications utilisées dans la littérature pour caractériser les régimes d'écoulement est donnée par Shamlou (1993), Abulnaga (2002) ainsi que par Doron & Barnea (1996). Ces derniers ont notamment discuté des nombreux termes utilisés dans la littérature pour décrire les régimes d'écoulement et les vitesses de transition entre ces régimes.

Il existe ainsi plusieurs classifications des différents régimes pour décrire l'écoulement d'une suspension dans une conduite horizontale. On peut notamment distinguer les 5 régimes suivants (Govier & Aziz, 1972):

1. Lit stationnaire de toutes les particules
2. Écoulement hétérogène : suspension partielle et lit stationnaire de particules
3. Écoulement hétérogène : suspension partielle et lit de particules en mouvement
4. Écoulement hétérogène : suspension complète et asymétrique
5. Écoulement homogène : suspension uniforme et symétrique

Il est également possible d'inclure la présence de dunes et les phénomènes de saltation dans la définition des régimes d'écoulement. D'autres auteurs préfèrent utiliser seulement 3 catégories, en regroupant les régimes 1-2 et 3-4 (Doron & Barnea, 1996; Ling et al., 2003). Certains utilisent plutôt 4 catégories en regroupant les régimes 1-2 (Abulnaga, 2002).

La distinction entre un écoulement hétérogène et un écoulement avec un lit de particules en mouvement est souvent confuse et difficile à observer en pratique. En fait, il apparaît approprié de regrouper les régimes 1 à 3 pour définir les trois régimes suivants :

1. Écoulement avec un lit de particules solides
2. Écoulement hétérogène : suspension complète et asymétrique
3. Écoulement homogène : suspension complète et symétrique

2.2.2.1 Vitesses de transition entre les régimes d'écoulement

Les différents régimes d'écoulement sont obtenus en variant la vitesse d'écoulement. On peut donc s'intéresser aux vitesses critiques correspondant aux transitions entre ces régimes. Les régimes d'écoulement sont souvent identifiés par visualisation à travers une conduite transparente. L'identification des transitions entre les régimes par cette méthode est difficile et subjective. Une autre technique employée pour définir et détecter les transitions entre les régimes d'écoulement consiste à mesurer la perte de charge dans la conduite en fonction de la vitesse de l'écoulement. Un exemple est présenté à la Figure 2.13.

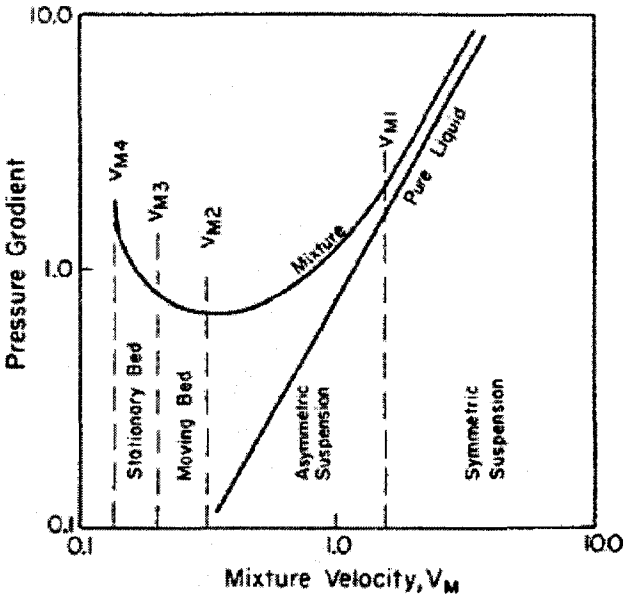


Figure 2.13 : Perte de charge d'une suspension en fonction de la vitesse (tirée de Govier & Aziz (1972))

La Figure 2.13 montre que la vitesse V_{M2} qui représente la transition entre le régime hétérogène et l'apparition d'un lit de particules solides, correspond au minimum du gradient de pression en fonction de la vitesse. La vitesse V_{M1}, qui démarque la transition entre l'écoulement homogène (symétrique) et l'écoulement hétérogène (asymétrique) correspond

à la vitesse de transition où la perte de charge n'est plus proportionnelle au carré de la vitesse comme dans le cas d'un liquide. Ces définitions des vitesses de transition, basées sur la perte de charge, s'avèrent utiles pour la conception des pipelines puisque la perte de charge est un paramètre déterminant du dimensionnement. Par contre, la mesure de perte de charge ne procure aucune information directe sur le profil de concentration dans la conduite horizontale.

La vitesse minimale de mise en suspension, aussi appelée vitesse limite de déposition notée V_{M2} à la Figure 2.13 et notée V_{LD} dans ce document, est la vitesse de transition sans doute la plus étudiée dans la littérature en raison de son importance dans la conception et l'opération des pipelines. En effet, les pipelines sont généralement conçus de telle sorte que la vitesse de circulation soit supérieure à la vitesse limite de déposition pour éviter la formation d'un lit de particules solides au fond de la conduite et les problèmes d'usure qui en découlent. Puisque la perte de charge augmente aussi avec la vitesse, il est plus économique d'opérer les pipelines à une vitesse légèrement au-dessus de la vitesse limite de déposition, d'où l'importance de disposer de modèles de prédiction de la vitesse limite de déposition.

La vitesse de transition entre un écoulement homogène et hétérogène, notée V_{M1} à la Figure 2.13 et notée V_{LH} dans ce document, est importante pour caractériser l'hydrodynamique de l'écoulement d'une suspension. En outre, cette vitesse de transition est utile pour la conception des réacteurs en suspension tels que le réacteur *slurry loop*. Elle permet de définir les conditions dans lesquelles l'écoulement d'une suspension est homogène dans la conduite horizontale.

2.2.2.2 Corrélations pour la vitesse limite de déposition (V_{LD})

Un grand nombre de corrélations ont été proposées pour la vitesse limite de déposition (V_{LD}) dans les conduites horizontales. Une des premières corrélations pour prédire V_{LD} dans une conduite horizontale a été établie empiriquement par Durand & Condolios (1952) pour le cas de suspensions monodispersées. Cette corrélation est donnée par

$$v_{LD} = F_{LD}\sqrt{2gD(S-1)}, \tag{2.15}$$

où g est l'accélération gravitationnelle (9.81 m/s^2), D le diamètre de la conduite, tandis S est le rapport de la masse volumique du solide et du liquide $S = \rho_S / \rho_L$. L'équation (2.15) utilise une vitesse de déposition adimensionnelle, notée F_{LD}, qui dépend du diamètre des particules et de la concentration en particules solides. Durand et Condolios ont présenté F_{LD} sous forme graphique pour un diamètre de particules entre 0.1 et 3 mm et une concentration en solides de 2 à 15% v/v.

Suite à ces travaux, plusieurs corrélations empiriques et semi-empiriques ont été proposées pour généraliser l'influence des différents paramètres, tels que la taille et la densité des particules ainsi que le diamètre de la conduite. Le Tableau 2.6 résume quelques-unes des corrélations proposées dans la littérature pour prédire V_{LD}.

Tableau 2.6 : Corrélations pour la vitesse limite de déposition V_{LD}

Références	Corrélations
Durand & Condolios (1952)	$v_{LD} = F_{LD}\sqrt{2gD(S-1)}$ Graphique pour F_{LD}= f(d_p,C)
Spells (1955)	$v_{LD} = \sqrt{0.025(DV\rho_M/\mu)^{0.775} gd_p(S-1)}$
Newitt et al. (1955)	$v_{LD} = 34/\sqrt{gd_P(S-1)3C_D}$
Wilson & Judge (1976)	$v_{LD} = F_{LD}\sqrt{2gD(S-1)}$ $F_{LD} = 2 + 0.3\log_{10}(d_P/DC_D)$
Wasp (1970)	$v_{LD} = F_{LD}\sqrt{2gD(S-1)}(d_p/D)^{1/6}$ Graphique pour F_{LD}= f(C)
Wilson (1979)	Nomogramme
Thomas (1979)	$v_{LD} = 9\left[g(S-1)\frac{\mu}{\rho}\right]^{0.37}\left(\frac{D\rho}{\mu}\right)^{0.11}$

Peu de corrélations établies avant les années 1980 tiennent compte adéquatement de l'influence de la concentration en particules solides, particulièrement lorsque la concentration en solides est élevée (> 15% v/v) (Parzonka et al., 1981). En effet, la compilation par Parzonka et al. (1981) d'un grand nombre de données expérimentales provenant de la littérature pour les mélanges d'eau et de sable montre que la concentration

en particules solides influence significativement la vitesse limite de déposition. À faible concentration, il y a une augmentation importante de V_{LD} jusqu'à une valeur d'environ 10 à 15 % v/v où ensuite V_{LD} est faiblement influencée par l'augmentation de la concentration. Pour certaines suspensions, dont celles ayant une concentration élevée de particules très fines mélangées à des particules de plus grande taille, V_{LD} passe par un maximum et diminue significativement lorsque la concentration en solides augmente.

Les travaux réalisés par Oroskar & Turian (1980) sont particulièrement intéressants pour expliquer l'influence de la concentration en particules solides sur V_{LD}. Ils ont établi une corrélation pour la vitesse limite de déposition dans une conduite horizontale en régime turbulent permettant de tenir compte d'un grand nombre de paramètres, dont la concentration en solides. Leur approche mécanistique consiste à réaliser un bilan d'énergie entre l'énergie provenant de la turbulence, noté E_T, et l'énergie nécessaire pour maintenir les particules en suspension, noté E_D.

Les expressions dérivées par Oroskar & Turian (1980) pour E_T et E_D sont les suivantes :

$$E_T = 0.01\rho_L V^2 \mathrm{Re}^{-1/4} \frac{\pi D^2}{4}(1-C), \tag{2.16}$$

$$E_D = \frac{3}{2} C C_D \left(\frac{1}{2}\rho_L V_S^{\,2}\right) \frac{l_e}{d_p} \frac{\pi D^2}{4}, \tag{2.17}$$

où V_S est la vitesse de sédimentation entravée, l_e est la taille moyenne d'un tourbillon provenant de la turbulence et Re est le nombre de Reynolds donné par

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho_L D V}{\mu_L}. \tag{2.18}$$

L'expression suivante a été utilisée pour estimer l_e d'après des expressions proposées pour des liquides

$$l_e = 0.05 D \mathrm{Re}^{-1/8}. \tag{2.19}$$

Ainsi, en égalisant les équations (2.16) et (2.17) et en substituant les expressions pour la vitesse de sédimentation (équation (2.13), les auteurs ont pu établir une équation de la forme suivante:

$$\frac{v_c}{\sqrt{g d_p (S-1)}} = \left\{ 5C(1-C)^{2n-1} \left(\frac{D}{d_p}\right) \left(\frac{\rho_L D \sqrt{g D_p (S-1)}}{\mu_L}\right)^{-1/8} / \mathrm{X} \right\}^{8/15}, \tag{2.20}$$

où la variable X est un facteur tenant compte de l'énergie dissipée sous forme de chaleur dans les petits tourbillons et n l'exposant utilisé pour exprimer la vitesse de sédimentation entravée. En utilisant n=2, les auteurs ont pu prédire de manière satisfaisante un grand nombre de mesures expérimentales provenant de la littérature. Pour améliorer le potentiel de prédiction de leur corrélation, les auteurs ont également réalisé une régression basée sur une loi de puissance. Leur corrélation est de la forme suivante:

$$\frac{v_{LD}}{\sqrt{g d_p (S-1)}} = 1.85 C^{0.1536} (1-C)^{0.3564} \left(d_p/D\right)^{-0.378} \left(D v_{LD} \rho_L / \mu_L\right)^{0.09} \mathrm{X}^{0.3}. \tag{2.21}$$

Il est intéressant de constater que l'analyse d'Oroskar & Turian (1980) permet d'expliquer mathématiquement l'influence de la concentration en particules sur V_{LD}. D'une part, l'augmentation de la concentration en particules tend à diminuer linéairement l'énergie E_T provenant de la turbulence en diminuant la quantité de fluide où cette énergie est produite. D'après l'équation (2.16), on a

$$E_T \propto (1-C). \tag{2.22}$$

D'autre part, l'augmentation du nombre de particules tend à augmenter linéairement l'énergie E_D nécessaire pour maintenir en suspension toutes les particules. De plus, la vitesse de sédimentation diminue lorsque la concentration en particules augmente, ce qui tend à diminuer E_D. D'après l'équation (2.17), on a

$$E_D \propto C(1-C)^n. \tag{2.23}$$

À faible concentration, l'augmentation de E_D est plus importante que l'augmentation de E_T ce qui se traduit par une augmentation V_{LD}. Lorsque la concentration devient plus grande, les interactions entre les particules deviennent alors importantes et ralentissent l'augmentation E_D, ce qui se traduit par une plus faible influence de la concentration sur V_{LD}.

Cette analyse permet également d'expliquer la présence d'un régime hétérogène. En effet, pour une suspension s'écoulant à grande vitesse, E_T est en excès par rapport à E_D, ce qui permet de maintenir toutes les particules en suspension en régime homogène. Lorsque la vitesse diminue, E_T diminue jusqu'à ce qu'elle soit égale à E_D. Ensuite, si la vitesse diminue

alors l'énergie disponible par la turbulence devient insuffisante pour maintenir toutes les particules en suspension alors, certaines particules commencent à sédimenter. Par contre, l'augmentation de la concentration en solides dans la portion inférieure de la conduite diminue localement l'énergie nécessaire pour maintenir en suspension les particules, ce qui permet d'établir un nouvel équilibre avec la présence d'un gradient de concentration. Ensuite, lorsque la vitesse limite de déposition est atteinte, les particules commencent à former un dépôt au fond de la conduite.

Une modification à l'approche de Oroskar & Turian (1980) a été proposée par Davies (1987) pour tenir compte de l'influence de la présence des particules solides dans l'expression de l'énergie provenant de la turbulence. La corrélation proposée par Davies (1987) est de la forme suivante en terme de concentration en solides

$$V_{LD} \propto (1+\gamma C)^{1.09}(1-C)^{0.55n}, \tag{2.24}$$

où γ est un facteur de correction permettant de tenir compte de la réduction locale de la vitesse des tourbillons en raison de la présence des particules solides. Il est à noter que l'introduction du paramètre γ permet de prédire la présence d'un maximum dans la courbe V_{LD} vs C. De plus, l'analyse de Davies (1987) a permis de prédire les coefficients de régression trouvés par Oroskar & Turian (1980) pour les variables d_p et D de l'équation (2.21).

Mentionnons finalement que d'autres travaux ont été réalisés concernant la prédiction de la vitesse limite de déposition. On retrouve, entre autres, les travaux de Wilson (1986) qui a

proposé une extension de ces corrélations présentées sous forme de nomogrammes Wilson (1979) pour inclure l'effet de la concentration. Par contre, aucune comparaison avec des données expérimentales n'a été présentée par Wilson.

On retrouve également des travaux portant sur l'influence de la viscosité, de la densité de la phase liquide et de la présence de particules fines (< 74 m) (Gillies & Shook, 1991; Gillies et al., 2000; Sanders et al., 2004). Ces travaux ont notamment permis d'établir des critères de validité des corrélations de Wilson & Judge (1976) et Thomas (1979) basés sur le nombre d'Archimède d'une particule donné par l'équation (2.11).

2.2.2.3 Corrélations pour la vitesse de transition homogène hétérogène (V_{LH})

Les corrélations pour prédire la vitesse de transition entre le régime homogène et le régime hétérogène, noté V_{LH}, sont beaucoup moins nombreuses que celles pour la vitesse limite de déposition. En fait, le régime homogène ne s'avère souvent pas avantageux sur le plan économique dans le transport de solides par pipeline, ce qui explique le peu d'intérêt porté à la vitesse V_{LH} dans la littérature. En effet, une vitesse de circulation élevée est nécessaire pour maintenir les particules en suspension homogène. Puisque la perte de charge augmente de manière importante avec la vitesse de circulation, la puissance de pompage nécessaire peut être très élevée. À grande vitesse, l'usure dans les conduites est aussi plus importante, ce qui nécessite davantage de maintenance et de précautions lors de la conception et l'opération du pipeline.

Mentionnons également qu'en pratique, la détermination de la vitesse V_{LH} est difficile puisque la visualisation de l'écoulement ne permet pas de distinguer facilement la transition

entre un écoulement homogène et hétérogène. Cette transition est généralement considérée comme étant complexe et graduelle lorsque la vitesse diminue (Govier & Aziz, 1972; Shook & Roco, 1991). La relation entre la perte de charge et la vitesse présentée à la Figure 2.13 permet de constater la transition douce entre ces régimes. Il est donc difficile de déterminer avec précision la vitesse de transition V_{LH} à partir des mesures de perte de charge. Par contre, les données expérimentales des profils de concentration provenant des méthodes de mesures non intrusives sont souvent difficiles, coûteuses à réaliser et relativement récentes. Il n'est donc pas surprenant de trouver peu de corrélations pour V_{LH} dans la littérature. Dans ce contexte, il y donc un intérêt à mettre au point une technique de mesure non intrusive permettant de déterminer efficacement la vitesse de transition V_{LH} à partir des mesures de concentration en solides. Un telle technique de mesure pourrait alors permettre l'élaboration de corrélations pour la vitesse V_{LH}.

Le Tableau 2.7 résume les corrélations trouvées dans la littérature pour prédire V_{LH}. Ces corrélations empiriques ne tiennent pas compte de la concentration en solides et ont été établies pour des écoulements relativement peu concentrés. De plus, on constate que les exposants associés aux différents paramètres utilisés, tels que d_p, D et V_t, sont différents pour chacune de ces corrélations. Selon Govier & Aziz (1972), ces corrélations permettent de prédire seulement un ordre de grandeur de la vitesse V_{LH}.

Tableau 2.7 : Corrélations pour la vitesse de transition V_{LH}

Références	Corrélations
Newitt (1955)	$V_{LH} = (1800 g D V_\infty)^{1/3}$
Spells (1955)	$V_{LH} = 134 C_D^{0.816} D^{0.633} V_\infty^{1.63}$
Govier & Charles (1961)	$V_{LH} = 11.9 d_p^{-1/4} (V_\infty D)^{0.5}$

2.2.3 Influence des coudes

Les coudes sont une composante essentielle au transport par pipeline. L'influence des coudes dans le transport de suspensions par pipeline a été relativement peu étudiée comparativement à l'écoulement dans une conduite horizontale. De plus, la majorité des travaux de recherche concernant les coudes portent sur la perte de charge et l'usure.

La perte de charge dans les coudes pour des suspensions a été notamment étudiée par Toda et al. (1972), Mukhtar et al. (1995) et par Turian et al. (1998). Les mesures expérimentales pour une grande variété de mélanges solide-liquide ont permis de vérifier que la perte de charge d'une suspension s'écoulant dans un coude peut souvent être estimée à partir de la relation établie pour un écoulement monophasique en tenant compte de la densité de la suspension dans les calculs.

Les coudes présentent souvent une usure particulièrement importante et la prédiction de la friction dans les coudes est primordiale pour concevoir ce type d'équipements. Une connaissance du profil de concentration de la phase solide est toutefois nécessaire pour

prédire l'usure dans les coudes. Des mesures de profil de concentration dans les coudes ont donc été réalisées dans certains travaux de recherches traitant de l'usure dans les coudes.

Le Tableau 2.8 résume les observations rapportées dans le cadre de ces travaux. Ces études concernent des coudes en position horizontale ou en position verticale où l'écoulement est ascendant. La force centrifuge ainsi que la force gravitationnelle dans le cas d'un coude en position verticale jouent un rôle important sur la distribution de la phase solide dans les coudes. En entrant dans un coude, les particules ont tendance à être entraînées vers la paroi extérieure. Un écoulement secondaire dans le coude est également rapporté à basse vitesse, entraînant des particules sur la paroi intérieure du coude tandis qu'une distribution plus uniforme est observée lorsque la vitesse augmente. Il est aussi à noter que la vitesse limite de déposition dans un coude vertical ascendant est inférieure à la vitesse limite de déposition dans une conduite horizontale en aval. De plus, certains auteurs ont montré que l'utilisation d'une conduite en forme de tourbillon en amont d'un coude vertical permet de réduire significativement l'usure dans le coude en favorisant l'homogénéisation de la suspension dans le coude.

Tableau 2.8 : Travaux portant sur le profil de concentration dans un coude

Références	Position du coude	Observations
(Toda et al., 1972; Toda et al., 1973)	Horizontale	La majorité des particules est située sur la paroi extérieure et quelques particules sur la paroi intérieure dû à la présence d'un écoulement secondaire dans le coude
	Verticale avec écoulement ascendant	Toutes les particules sont sur la paroi extérieure à grande vitesse (pas d'écoulement secondaire)
(Nasr-El-Din & Shook, 1987)	Horizontale	Profil de concentration plus uniforme que dans la conduite horizontale pour des coudes de faible rayon de courbure
(Mukhtar et al., 1995; Mishra et al., 1998a, 1998b)	Verticale avec écoulement ascendant	Les particules se concentrent sur la paroi extérieure, mais il y a aussi à basse vitesse des particules sur la paroi intérieure (écoulement secondaire). La vitesse limite de déposition dans un coude ascendant est inférieure à la vitesse dans la conduite horizontale en amont
(Wood et al., 2001; Wood et al., 2002; Wood & Jones, 2003)	Verticale avec écoulement ascendant	L'utilisation d'une conduite tourbillonnante (*swirling pipe*) en amont d'un coude permet d'homogénéiser la suspension dans le coude.

Les travaux expérimentaux de Colwell & Shook (1988) ont porté sur l'influence d'un coude en position verticale ascendante sur le profil de concentration en solides dans la conduite horizontale située en aval du coude. Ces travaux visaient à déterminer la distance minimum nécessaire pour que le régime d'écoulement dans une conduite horizontale soit complètement établi. L'objectif étant de pouvoir concevoir des applications à l'échelle laboratoire permettant l'étude du transport dans les conduites horizontales en s'assurant d'éviter l'influence des coudes sur les mesures recueillies. Pour ce faire, les profils de concentration et de vitesse dans une conduite horizontale à L/D = 6, 60 et 185 ont été mesurés en utilisant des sondes de conductivité insérées directement dans la conduite. Les auteurs ont montré qu'une distance de l'ordre de 50 diamètres de la conduite est nécessaire pour atteindre le régime établi dans la conduite horizontale en aval. Un exemple des profils de concentration et de vitesse mesurés par Colwell et Shook (1988) est présenté à la Figure 2.14. On note qu'à la sortie du coude (L/D =6) le profil de concentration est homogène, ce qui suggère qu'il n'y a pas d'effet de sédimentation à la sortie du coude.

Les auteurs ont étudié l'influence de la concentration en solides, la vitesse de la suspension ainsi que le diamètre et la densité des particules solides sur la distance nécessaire pour atteindre le régime établi, noté L_{min}. Il a été observé qu'une augmentation du diamètre ou de la densité des particules tend à diminuer la distance L_{min}. À faible concentration en solides (10% v/v), la distance L_{min} augmente lorsque la vitesse augmente, tandis que la vitesse a peu d'influence sur L_{min} à concentration plus élevée (30% v/v). Par contre, l'effet de la concentration sur L_{min} n'a pas été établi clairement.

Ces observations montrent que la présence du coude maintient en suspension les particules solides sur une certaine distance avant que le régime d'écoulement soit établi dans la conduite horizontale. Ainsi, ces observations montrent que la distance L_{min} diminue lorsque les particules ont une vitesse de sédimentation plus élevée. Néanmoins, il est difficile de quantifier avec précision l'influence des paramètres étudiés (V, C, ρ_s et d_p) sur la distance L_{min} puisque les 3 positions de mesures étaient relativement espacées entre eux. De plus, ces mesures ne permettent pas de quantifier la distance où la transition entre le régime homogène et le régime hétérogène dans la conduite horizontale s'effectue.

En résumé, les travaux expérimentaux portant sur les profils de concentration dans les coudes et dans la conduite en aval de ceux-ci indiquent une influence des coudes sur l'hydrodynamique d'une suspension. Par contre, on constate qu'il n'existe *a priori* aucune étude expérimentale ayant porté sur les profils de concentration dans une conduite horizontale située en aval d'un coude en position verticale où l'écoulement est descendant. De plus, plusieurs études présentées au Tableau 2.8 ont été réalisées avec des concentrations en solides relativement faibles et des vitesses inférieures où légèrement supérieures à la vitesse limite de déposition. Ces conditions opératoires représentent en fait les conditions pour lesquelles l'usure dans les coudes pose un problème de conception dans le transport de suspensions par pipeline.

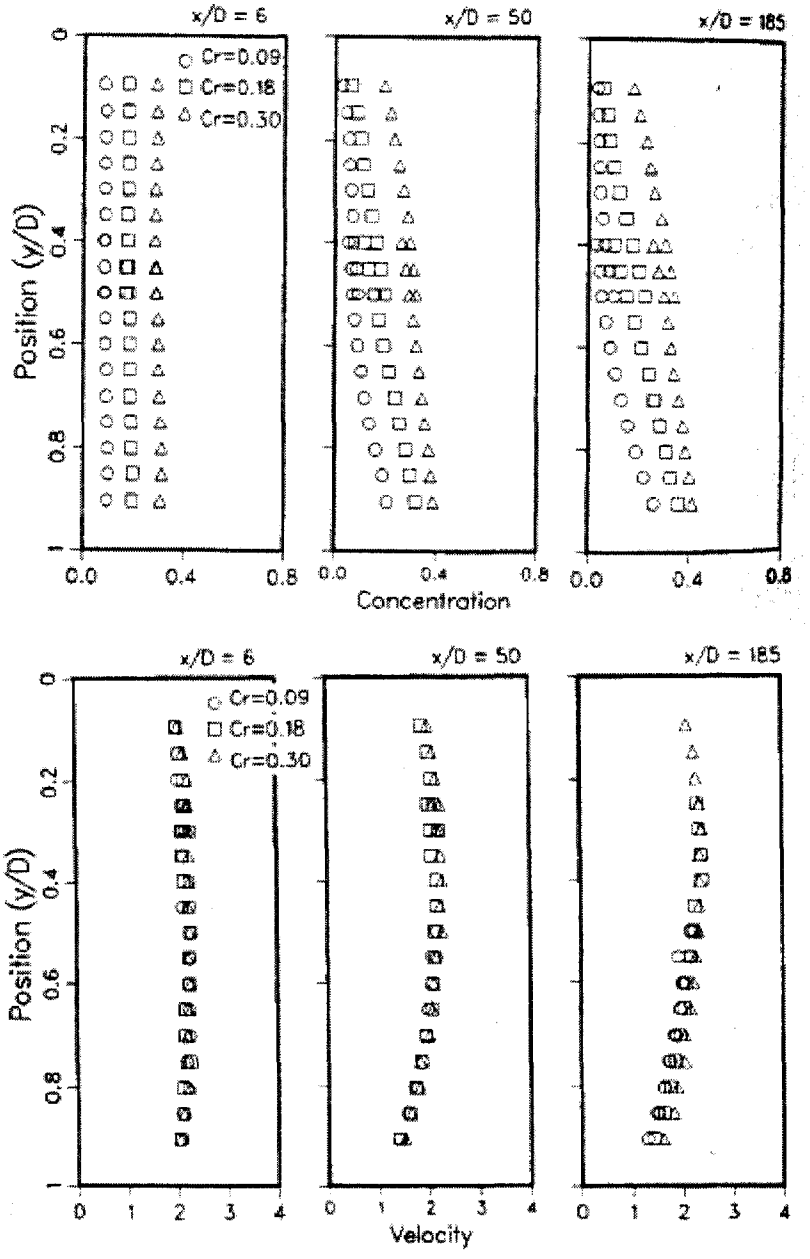


Figure 2.14 : Profil de concentration et de vitesse dans une conduite horizontale en amont d'un coude vertical ascendant (d_p=0.19 mm, V=2m/s) (tiré de Colwell & Shook (1988)).

2.2.4 Mélange des écoulements de suspensions dans une conduite

Pour des raisons évidentes, le mélange des suspensions n'est pas considéré dans la littérature sur le transport par pipeline. Par contre, le mélange est un aspect important pour les réacteurs polyphasiques, tels que les réacteurs en forme de boucle. Le mélange intervient au niveau du transfert de chaleur et de la conversion des réactions chimiques. Il joue un rôle particulièrement important lorsqu'un inhibiteur de réaction est injecté dans un réacteur afin de contrôler ou d'arrêter les réactions chimiques. Dans ce contexte, il est essentiel de comprendre et prédire la performance du mélange dans les réacteurs polyphasiques.

Pour le cas d'un fluide monophasique, il est reconnu que le mélange dans une conduite en régime turbulent peut être décrit à partir d'un modèle de dispersion axiale (Levenspiel, 1958, 1999; Fogler, 2006). Dans ce modèle, le mélange d'un fluide s'écoulant dans une conduite est caractérisé par un modèle de diffusion gouverné par une loi de Fick. En une dimension, ce modèle s'exprime à partir d'une d'équation différentielle de la forme

$$D_A \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = V \frac{\partial C}{\partial z} + \frac{\partial C}{\partial t}, \tag{2.25}$$

où $C = C(t, z)$ est la concentration (mol/m), V est la vitesse du fluide (m/s) et D_A est le coefficient de dispersion axiale (m^2/s).

Plusieurs corrélations pour prédire le coefficient de dispersion axiale dans un fluide monophasique s'écoulant dans conduite ont été proposées dans la littérature. Ces corrélations utilisent généralement un coefficient de dispersion adimensionnel, noté P et donné par

$$P = \frac{VD}{D_A}. \tag{2.26}$$

En régime turbulent, la corrélation de Taylor (1954) exprime P en fonction du coefficient de friction de Fanning f,

$$\frac{1}{P} = 3.57\sqrt{f}. \tag{2.27}$$

En régime turbulent, une autre corrélation a été établie par Wen & Fan (1975) en fonction du nombre de Reynolds

$$\frac{1}{P} = \frac{3\times10^7}{\mathrm{Re}^{2.1}} + \frac{1.35}{\mathrm{Re}^{1/8}}. \tag{2.28}$$

Cette corrélation a d'ailleurs été utilisée par Zacca & Ray (1993) dans leur modèle de polymérisation du HDPE dans un réacteur solide-liquide en forme de boucle.

Certaines études expérimentales ont porté sur le mélange dans des conduites en forme de boucle (e.g. (Murakami et al., 1982; Liang et al., 1996; Melo et al., 2001; Zhang et al., 2005)). Murakami et al. (1982) ont étudié le mélange liquide-liquide dans une boucle avec un agitateur et des chicanes insérés directement dans la conduite. Dans ces travaux, la réponse à l'injection d'un traceur a été caractérisée par un modèle de dispersion axiale en généralisant la solution analytique pour une conduite au cas d'une conduite en forme de boucle. Des coefficients de dispersion axiale inférieurs à ceux prédits par la corrélation de Taylor (équation (2.28)) ont été obtenus par Murakami et al. (1982). Selon les auteurs, cette diminution s'explique par la présence d'un mélange radial provenant du système d'agitation.

Ils ont aussi constaté que la géométrie des mobiles d'agitation n'influe pas sur la dispersion axiale tandis que celle-ci est plus grande lorsque les chicanes sont présentes.

Le modèle de dispersion axiale a également été utilisé par Liang et al. (1996) pour caractériser le mélange dans une conduite en forme de boucle. Ils ont utilisé un fluide monophasique et une suspension composée d'eau et de billes de verres de 400 μm et une concentration en solides allant jusqu' à 18% v/v. Pour le mélange liquide-liquide, des coefficients de dispersion axiale largement supérieurs que ceux prédits par les équations (2.27) et (2.28) ont été mesurées. Ce qui suggère que le mélange du traceur était peut-être contrôlé par le passage du fluide dans la pompe centrifuge utilisée dans leur montage. Pour le mélange de suspensions, les coefficients de dispersion ont été mesurés pour chacune des phases et des valeurs similaires de coefficient de dispersion axiale ont été obtenues. L'influence de la concentration en solides a été aussi étudiée et une faible diminution du coefficient de dispersion a été observée lorsque la concentration en solides augmente. Cependant, les auteurs ont suggéré que d'autres mesures et développements seraient nécessaires pour caractériser efficacement le mélange d'une suspension dans une boucle.

En somme, le modèle de dispersion axiale est utilisé pour caractériser la réponse à l'injection d'un traceur dans une conduite en régime turbulent. Néanmoins, il existe peu de travaux concernant l'influence de la concentration en solides sur le mélange d'un traceur dans une conduite et aucune corrélation n'a été trouvée pour prédire le coefficient de dispersion axiale en fonction de la concentration en solides. Dans ces conditions, il s'avère difficile de prédire de manière satisfaisante le mélange dans un réacteur en forme de boucle.

2.3 Modélisation des écoulements de suspensions dans une conduite

Cette section aborde brièvement la modélisation des écoulements de suspensions dans une conduite. La littérature concernant la modélisation des écoulements polyphasiques est abondante. Dans un premier temps, des travaux portant sur la modélisation en 1D des suspensions en écoulement dans une conduite horizontale seront présentés. Ensuite, la simulation numérique des écoulements polyphasiques concentrés dans des systèmes complexes sera abordée. Les approches utilisées pour ces écoulements dans des systèmes complexes seront introduites afin d'illustrer certains défis et difficultés qui y sont associés. Finalement, des exemples de travaux de simulations numériques des écoulements polyphasiques dans des applications complexes seront rapportés.

De nos jours, l'augmentation de la puissance des ordinateurs rend particulièrement prometteuse la simulation numérique de l'écoulement des fluides (appelée *Computational Fluid Dynamics* en anglais ou CFD). Il faut toutefois réaliser que les différentes techniques de CFD ne sont en fait que des méthodes mathématiques pour résoudre, par des méthodes numériques, les modèles physiques dans des situations où les solutions analytiques n'existent pas, par exemple dans le cas des géométries complexes. Par conséquent, la qualité des simulations numériques dépend directement de la qualité des modèles physiques utilisés. De plus, la limitation de la puissance de calcul des ordinateurs nécessite souvent des simplifications dans les modèles physiques. Ces modèles utilisent aussi plusieurs paramètres souvent difficiles à mesurer et des corrélations sont alors employés. Dans ce contexte, il semble important de faire preuve d'esprit critique envers les résultats de CFD et d'accorder

une attention particulière à la validation des modèles physiques à l'aide de résultats expérimentaux.

2.3.1 Modèles 1D pour une conduite horizontale

Avant d'introduire la modélisation numérique des écoulements polyphasiques par des techniques de CFD, il est utile de s'intéresser aux travaux de recherche qui ont été réalisés pour modéliser en 1D les profils de concentration dans une conduite horizontale. Des revues des approches proposées pour modéliser analytiquement les profils de concentration et de vitesse d'une suspension s'écoulant dans une conduite horizontale en régime établi ont été publiées (Roco & Shook, 1987; Shook & Roco, 1991; Matousek, 2005).

Une des approches préconisées pour prédire le profil de concentration dans une conduite horizontale en régime turbulent consiste à utiliser un modèle de diffusion de type Schmidt-Rouse (Schmidt, 1925; Rouse, 1937). Considérons y comme étant la direction perpendiculaire à l'écoulement, le modèle de diffusion est donné par

$$\varepsilon_S \frac{dC}{dy} = -V_\infty C, \tag{2.29}$$

où ε_S est le coefficient de diffusion du solide et V_∞ la vitesse terminale d'une particule. Ce modèle établit que le flux de particules solides dû à la gravité ($V_\infty C$) est balancé par le flux en sens opposé dû à la diffusion turbulente ($\varepsilon_S \frac{dC}{dy}$). Dans ce modèle, le coefficient de diffusion ε_S s'apparent à la viscosité cinématique d'un tourbillon. L'équation (2.29) est

appropriée pour des faibles concentrations en solides. Lorsque la concentration en solides est importante, la vitesse de sédimentation entravée (équation (2.13)) peut alors être utilisée à la place de la vitesse terminale. On a alors,

$$\varepsilon_S \frac{dC}{dy} = -V_\infty (1-C)^n C . \tag{2.30}$$

Le défi pour ce modèle est d'exprimer adéquatement le coefficient de diffusion ε_S. L'approche la plus simple est de considérer ce coefficient sous forme adimensionnelle ξ comme étant constant dans la section de la conduite,

$$\xi = \frac{\varepsilon_S}{Ru^*} . \tag{2.31}$$

où R est le rayon de la conduite et u^* est la vitesse de cisaillement (Karabelas, 1977). Récemment, Matousek (2002) a utilisé cette hypothèse pour résoudre l'équation (2.30) en ajustant le coefficient ε_S avec des mesures expérimentales de concentration pour le cas de particules de sable.

Certains auteurs ont utilisé des coefficients de dispersion ε_S variables. L'utilisation de corrélations provenant de la littérature pour les écoulements turbulents, combinés avec un ajustement de certains paramètres, a permis d'obtenir de bonne correspondance entre la solution de l'équation (2.30) et des mesures expérimentales (Roco & Shook, 1987; Gillies & Shook, 1994; Kaushal et al., 2002; Kumar et al., 2003). Soulignons que les résultats de Roco & Shook (1987) ont été présentés avec les mesures expérimentales sur certaines figures

présentées la section 2.2.1.2). Mentionnons que dans leurs travaux, les coefficients ε_S présentés par (Roco & Shook, 1987) variaient de manière importante en fonction de la position de la conduite. De plus, tel que mentionné par Gillies & Shook (1994), il n'existe pas de corrélation générale pouvant s'appliquer à l'écoulement de suspension concentrée en régime turbulent. Un ajustement avec des données expérimentales est donc toujours nécessaire.

Il existe également un autre type de modèle, appelé *two-layer model*, développé pour analyser les écoulements dans lesquels un lit de particules solides est présent. Dans ce modèle, la friction entre un lit de particules et les particules en suspension est considérée. Le détail de ce modèle est présenté dans plusieurs livres de référence (Shook & Roco, 1991; Wilson et al., 2006). Ce modèle a été utilisé dans plusieurs études (Gillies & Shook, 2000; Schaan & Shook, 2000). Il permet d'obtenir la perte de charge, la vitesse limite de déposition, la différence de vitesse entre les phases et la taille du lit dans la conduite. Par contre, ce type de modèle ne permet pas d'obtenir explicitement le profil de concentration et de vitesse.

En somme, beaucoup des efforts recherche ont été entrepris au fil des ans pour prédire les profils de concentration d'une suspension en écoulement dans une conduite horizontale. Les modèles proposés sont intéressants pour expliquer les profils de concentration mesurés expérimentalement. Ils constituent une tentative de mathématisation des phénomènes physiques complexes intervenant dans les écoulements de suspensions dans une conduite horizontale.

Par contre, ces modèles utilisent des paramètres souvent difficiles à déterminer, par exemple le coefficient de diffusion turbulent. Des corrélations et des ajustements avec des données expérimentales sont alors nécessaires, ce qui limite le pouvoir de prédiction et d'extrapolation de ces modèles. De plus, il apparaît évident que ces modèles sont difficiles à appliquer dans le cas des géométries plus complexes et qu'un couplage avec les profils de vitesse est aussi nécessaire. Dans ce contexte, les méthodes numériques de simulation des écoulements polyphasiques sont à envisager.

2.3.2 Modélisation numérique des écoulements polyphasiques

Les différentes approches de modélisation numériques des écoulements polyphasiques ont été revues par plusieurs auteurs (e.g. (Crowe et al., 1998; Sanyal et al., 1999; Brown, 2002; van Wachem & Almstedt, 2003)). En général, les stratégies de modélisation numériques des écoulements polyphasiques peuvent être classées selon qu'elles soient lagrangiennes ou eulériennes.

2.3.2.1 Modèles lagrangiens

Dans l'approche lagrangienne, les phases sont modélisées séparément et la trajectoire de chaque particule de la phase dispersée est calculée. On retrouve entre autres les modèles de type DNS (*direct numerical simulation*) (e.g. (Hu, 1996a, 1996b; Huang et al., 1997)) et les modèles DEM (*Discrete element method*) (e.g. (Bertrand et al., 2005; Zhu et al., 2007)). Ces modèles ont l'avantage d'être déterministes, la résolution de l'équation de mouvement de Newton permet d'obtenir la trajectoire de chaque particule.

On a pour chaque particule

$$m_p \frac{d\bar{u}_p}{dt} = \bar{F} + \bar{F}_g , \tag{2.32}$$

où m_p et $\bar{u}_p$ sont la masse et la vitesse de la particule, $\bar{F}_g$ est la force gravitationnelle et $\bar{F}$ représente la somme des forces qui agissent sur la particule. Le Tableau 2.9 résume les principales forces qui agissent sur une particule, tel que revue récemment en détail par Zhu et al. (2007).

Tableau 2.9 : Exemples de forces qui agissent sur une particule

Type de forces	**Forces**
Contacts	normale
	tangentielle
Cohésives	van der Waals
	électrostatique
	pont liquide
Interactions particule-fluide	traînée
	pression
	masse ajoutée
	Basset
	Saffman
	Magnus

Par contre, ces techniques sont limitées quant au nombre de particules pouvant être considéré et nécessitent une puissance de calcul considérable. En conséquence, pour des raisons de puissance, de mémoire et d'espace disque des ordinateurs, l'approche lagrangienne ne peut être employée à l'heure actuelle et dans un futur rapproché pour la simulation de suspensions concentrées (van Wachem & Almstedt, 2003).

Dans ce contexte, d'autres approches de modélisation sont nécessaires pour permettre la simulation numérique des écoulements polyphasiques. Ces approches nécessitent inévitablement des simplifications par rapport à l'approche déterministe.

2.3.2.2 Modèles eulériens

Initialement proposée par Anderson & Jackson (1967), l'approche de type Euler-Euler est devenue au fil des ans une méthode très répandue pour simuler des écoulements polyphasiques. Les modèles eulériens s'intéressent aux comportements moyens des particules. Les systèmes polyphasiques sont alors considérés comme plusieurs fluides homogènes, continus et interpénétrés. Dans ces modèles, les propriétés de chaque phase sont moyennées dans l'espace et dans le temps. Les équations de conservation sont alors définies pour chaque phase en introduisant la fraction volumique et une équation de fermeture pour tenir compte de l'interaction entre les phases. Ces modèles permettent donc de traiter un grand nombre de particules puisque celles-ci ne sont pas explicitement prises en compte.

Les équations de continuité pour la phase solide et la phase liquide sont données par

$$\frac{\partial \alpha_S \rho_S}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\alpha_S \rho_S \overline{u}_S \right) = 0 , \tag{2.33}$$

$$\frac{\partial \alpha_L \rho_L}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\alpha_L \rho_L \overline{u}_L \right) = 0 , \tag{2.34}$$

où α_S et α_L sont les fractions volumiques des phases. Les équations de conservation de quantité de mouvement sont données par

$$\frac{\partial \alpha_S \rho_S \bar{V}_S}{\partial t} + \nabla \cdot \alpha_S \rho_S \bar{V}_S \bar{V}_S = -\alpha_S \nabla p - \nabla p_S + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_S + \alpha_S \rho_S \bar{g} + \bar{F}_{bS} + K_{LS}\left(\bar{V}_L - \bar{V}_S\right), \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial \alpha_L \rho_L \bar{V}_L}{\partial t} + \nabla \cdot \alpha_L \rho_L \bar{V}_L \bar{V}_L = -\alpha_L \nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_L + \alpha_L \rho_L \bar{g} + \bar{F}_{bL} + K_{SL}\left(\bar{V}_S - \bar{V}_L\right), \quad (2.36)$$

où $\bar{F}_{bS}$ et $\bar{F}_{bL}$ sont des forces externes appliquées sur la phase solide et liquide, p_s représente la pression du solide, tandis que K_{Sl} et K_{LS} sont les coefficients d'échanges de quantités de mouvement entre la phase solide et la phase liquide ($K = K_{Sl} = K_{LS}$) aussi appelée équation de fermeture.

Des corrélations, basées sur un coefficient d'échange, ont été développées pour l'équation de fermeture et quelques exemples sont présentés au Tableau 2.10.

Tableau 2.10 : Exemples de corrélations d'équation de fermeture du modèle Euler-Euler

Références	**Équation de fermeture (K)**
Wen & Yu (1966) Ding & Gidaspow (1990)	$K = \frac{3}{4}\frac{\alpha_S \mu_L}{D_p^{\,2}} C_D \alpha_L \mathrm{Re}_p \, \alpha_L^{-2.65}$
Syamlal & O'Brien (1988)	$K = \frac{3}{4}\frac{\alpha_S \alpha_L \rho_L}{V_\infty^{\,2} D_p} C_D \frac{\lvert u_s - u_L \rvert}{V_\infty}$
Laux (1998)	$K = \begin{cases} \frac{3}{4}\frac{\alpha_S \mu}{D_p^{\,2}} C_D \alpha_L \mathrm{Re}_S \, \alpha_L^{-2.65} & \alpha_S \le 0.2 \\ \frac{\alpha_S \mu}{D_p^{\,2}}\left(150_D \frac{\alpha_S}{\alpha_L} + 1.75 \mathrm{Re}_S\right) & \alpha_S > 0.2 \end{cases}$

Lorsque la concentration en particules est élevée, les collisions entre les particules deviennent de plus en plus importantes et les vitesses des particules fluctuent localement autour d'une vitesse moyenne. Il est alors nécessaire d'ajouter une équation de fermeture supplémentaire au modèle pour décrire le tenseur des contraintes de la phase solide.

Pour ce faire, il a été proposé d'utiliser une analogie entre l'énergie cinétique associée à ces fluctuations et la température granulaire provenant de la théorie cinétique des gaz. L'introduction du concept de température granulaire permet ainsi d'estimer la viscosité et la pression de la phase solide lorsque celle-ci est concentrée. Cette approche a été initialement proposée par Bagnold (1954) et depuis, plusieurs auteurs ont contribué à son développement (e. g. (Nedderman et al., 1982; Savage et al., 1983; Lun et al., 1984; Farrell et al., 1985)).

Les relations constitutives pour le tenseur des contraintes de la phase solide ont été obtenues à partir notamment de l'équation de Boltzmann (Tuzun et al., 1982; Farrell et al., 1985). Une équation de conservation additionnelle est ajoutée au problème en considérant que l'énergie cinétique des particules solide est proportionnelle à la température granulaire de la phase solide. La pression et la viscosité du solide peuvent être exprimées à partir de la température granulaire. Mentionnons que le détail de la théorie cinétique des écoulements granulaires a été présenté par Laux (1998) et van Wachem & Almstedt (2003).

L'approche eulérienne permet donc de traiter un grand nombre de particules en moyennant leur comportement dans l'espace et le temps. Par contre, des équations de fermeture sont nécessaires pour tenir compte de l'échange de quantité de mouvement entre les phases et

des modèles sont alors nécessaires. En pratique, le choix des équations de fermetures et des paramètres associés à ces modèles est encore difficile et contrôle les résultats de simulations des écoulements polyphasiques.

2.3.2.3 Modélisation de la turbulence

La turbulence d'un fluide est un sujet abondamment traité dans la littérature en raison de son importance dans les procédés industriels. Néanmoins, la compréhension de la turbulence et le développement de modèle numérique demeurent encore un défi, même dans le cas d'un écoulement monophasique. La turbulence est souvent modélisée par un modèle de type k-ε qui caractérise l'énergie cinétique et le taux de dissipation de la turbulence. Il existe également les modèles de type LES et des méthodes DNS.

Dans le cas des écoulements polyphasiques, la modélisation de la turbulence est encore plus complexe. En général, une adaptation des méthodes de résolution monophasiques est employée. La présence de plusieurs phases implique un grand nombre de termes dans les équations de quantité de mouvement et les équations de fermeture des modèles de turbulence sont alors très difficiles à déterminer empiriquement.

Il est connu que la présence des particules modifie les gradients de vitesse et l'intensité de la turbulence (Davies, 1987; Roco & Shook, 1987; Crowe et al., 1998). Les particules peuvent, dans certains cas, favoriser une augmentation de la turbulence alors que pour d'autres cas, la turbulence est atténuée par la présence d'une grande concentration en fines particules. Il n'existe toutefois aucun modèle général permettant de prédire adéquatement l'influence des particules solides sur la turbulence d'un écoulement d'une suspension.

2.3.3 Simulation numérique des écoulements solide-liquide à l'aide de logiciels commerciaux de CFD

Cette section présente quelques études tirées de la littérature pour la simulation numérique des écoulements solide-liquide utilisant une approche de type Euler-Euler. Le Tableau 2.11 résume les modèles, les conditions d'écoulement et les codes commerciaux utilisés pour ces études numériques. Mentionnons que la plupart de ces études sont accompagnées par des résultats expérimentaux permettant d'évaluer le pouvoir de prédiction de ces modèles.

Le Tableau 2.11 indique qu'il existe peu d'étude sur l'écoulement de suspensions dans une conduite à partir des logiciels de CFD et ces études concernent principalement la prédiction de l'usure dans les conduites et les coudes. En fait, il n'existe pas d'étude de CFD concernant la prédiction des régimes d'écoulement dans une conduite horizontale ou dans un coude et la confrontation des prédictions avec des données expérimentales de concentration. La seule étude traitant des régimes d'écoulement dans une conduite horizontale a été comparée à des mesures de perte de charge dans une conduite (Liang et al., 1996).

Tableau 2.11 : Résumé des études de cas tirées de la littérature pour la simulation de suspensions avec un modèle Euler-Euler

Références	Conditions d'écoulement	Code de CFD	Modèle de traînée	Modèle de turbulence	Autres modèles	Données expérimentales
Ling et al..(2003)	Conduite horizontale	Fluent	N.A.	κ–ε	ASM (*Algebraic slip mixture*)	Perte de charge
Brown (2002)	Jonction en T et coude	CFX	Wen & Yu (1966)	κ–ε	Modèle d'érosion	N.D.
Wood et. (2004)	Coude	Fluent	N.A.	κ–ε	ASM (Algebraic slip mixture	Usure dans le coude
Micale et al.(2004)	Cuve agitée	CFX	Schiller & Nauman	κ–ε	N.A	Photographie des particules
Khopkar et al.(2006)	Cuve agitée	Fluent	Brucato (1998)	κ–ε	N.A	Concentration des solides
Cornelissen et al.(2007)	Lit fluidisé	Fluent	Wen & Yu (1966) Gidaspow (1994)	Laminaire	Température granulaire	Porosité du lit Vitesse du solide
Doroodchi et al.(2005)	Lit fluidisé	CFX	Richardson & Zaki (1954)	Laminaire	N.A	Fraction de solides
Panneerselvam et al. (2007)	Lit fluidisé	CFX	Gidaspow (1994) Syamlal & O'Brien (1988) Di Felice (1994)	κ–ε	N.A	Vitesses et concentrations du solide
Roy & Dudukovic (2001)	Lit fluidisé	Fluent	Wen & Yu (1966)	κ–ε	Température granulaire	Vitesses et concentrations des solides

Pour le cas des lits fluidisés solide-liquide, des comparaisons avec des mesures expérimentales de vitesses et de concentrations ont été réalisées. Par contre, seulement deux études ont comparé l'influence du choix de certains paramètres sur les résultats des simulations, tels que le modèle de traînée, le coefficient de restitution pour le modèle de collision ou le choix des conditions aux limites (Cornelissen et al., 2007; Panneerselvam et al., 2007). Ainsi, le manque d'information sur l'influence du choix des paramètres des modèles Euler-Euler et des modèles de turbulence rend difficile la simulation des écoulements polyphasiques concentrés en régime turbulent. Dans ce contexte, il apparaît évident qu'un examen systématique des différents modèles utilisés pour simuler les écoulements polyphasiques dans les logiciels commerciaux est essentiel. Pour ce faire, il faut bien sûr disposer de données expérimentales fiables et provenant de techniques de mesure non intrusive.

2.3.4 Défis de la modélisation et la validation des modèles polyphasiques

En résumé, il existe des modèles dans la littérature pour simuler le comportement d'un système polyphasique, tel que l'écoulement d'une suspension dans une conduite. La plupart de ces modèles sont maintenant disponibles dans des logiciels commerciaux de CFD, tels Fluent ou CFX.

Les études numériques présentées à la section précédente mettent en évidence la possibilité d'utiliser ces logiciels commerciaux de CFD pour simuler l'hydrodynamique des écoulements solide-liquide. Quelques applications industrielles ont pu être étudiées à partir

de ces modèles, dont quelques-unes concernent l'écoulement d'une suspension dans une conduite.

Néanmoins, une difficulté importante des simulations polyphasiques réside dans le choix des modèles à utiliser et des paramètres qui sont associés. La validation des modèles de CFD pour les écoulements polyphasiques est donc un défi très important et limite leurs utilisations. Beaucoup de publications scientifiques concluent que le modèle utilisé a été validé. Néanmoins, tel qu'argumenté par Grace & Taghipour (2004), de telles conclusions sont très souvent optimistes et même inconsistantes avec la définition du terme validation. Selon ces auteurs, il n'existe pas encore de modèle correctement validé pour des applications gaz-solide en lit fluidisé, et ce, en dépit d'un très grand nombre de travaux de recherche, de publications et de codes de CFD. Ce constat s'applique également à la simulation des écoulements de suspensions, en particulier lorsque celles-ci sont concentrées et en régime turbulent.

Dans ce contexte, il apparaît important d'être très prudent avec l'utilisation des modèles de CFD. Une confrontation avec des données expérimentales est encore nécessaire et les résultats doivent être interprétés et extrapolés avec une grande précaution. Sans quoi, les prédictions de ces modèles peuvent entraîner des erreurs importantes de conception. Par conséquent, des mesures expérimentales sont donc encore nécessaires pour étudier les écoulements polyphasiques, tels que les suspensions concentrées.

2.4 Méthodes de mesure des écoulements polyphasiques

Dans un premier temps, cette section présente un survol des méthodes expérimentales non intrusives permettant de mesurer les profils de concentration et de vitesse d'un écoulement solide-liquide dans une conduite. Dans un deuxième temps, la méthode de tomographie à résistance électrique (ERT) sera décrite plus en détail.

Les méthodes de mesure des écoulements polyphasiques représentent un vaste domaine de recherche où la littérature scientifique est abondante. Plusieurs revues de littérature ont été publiées sur ces méthodes (Williams et al., 1991; Chaouki et al., 1997). Dans le cas de suspensions dans une conduite, plusieurs revues de ces techniques sont également disponibles (Shook & Roco, 1991; Dyakowski et al., 2000; Matousek, 2005; Cui & Grace, 2007).

En général, la caractérisation expérimentale des écoulements polyphasiques requiert des techniques complexes qui nécessitent des appareils de mesure relativement coûteux. Parmi les méthodes de mesures non intrusives, on retrouve diverses techniques de tomographie et de vélocimétrie. En raison des coûts des équipements et des mesures de sécurité nécessaires, on distingue généralement ces méthodes selon qu'elles soient basées ou non sur la radioactivité.

Les méthodes basées sur la radioactivité ont été initialement développées pour des applications médicales et sont de plus en plus utilisées pour des mesures en laboratoire. Par contre, ces techniques sont difficiles à mettre en oeuvre dans un contexte industriel.

D'autres techniques de mesure, basées en autre sur les propriétés électriques ou optiques, sont alors souvent préconisées.

2.4.1 Technique de vélocimétrie

Les techniques de vélocimétrie consistent à suivre la trajectoire d'une ou de plusieurs particules radioactives ou optiquement actives afin d'en déterminer leur vitesse et dans certains cas la concentration des particules solides. Parmi les méthodes basées sur la radioactivité, on retrouve la technique PEPT (*Position emission particle tracking*) et la technique RPT *(Radioactive particle tracking*) qui sont basées sur la mesure de la position d'un traceur radioactif. Ces techniques ont été revues récemment par Doucet et al. (2007) et appliqué au mélange de poudre.

Les techniques de vélocimétrie non radioactives sont les suivantes :

- *Laser Doppler anemoetry (LDA),*
- *Ultrasonic Doppler Velocimetry (UDV),*
- *Particle image velocimetry (PIV),*
- *Fluorescent particle image velocimetry (FPIV).*

Les techniques de vélocimétrie optique utilisent une source qui émet un faisceau lumineux cohérent (laser) ou non. Dans le cas de la LDA et de l'UDV, le changement de la fréquence d'une onde, due à la présence d'un déplacement relatif entre les phases (effet Doppler), permet de mesurer la vitesse et la concentration de chaque phase. Dans le cas de la PIV et

de la FPIV, un laser est envoyé en direction de l'écoulement et une caméra très rapide enregistre la dispersion du faisceau, provoquée par la présence des particules. Il est alors possible d'obtenir une image de la position des particules dans la région parcourue par le laser. L'analyse des données permet ensuite de déterminer la position et la vitesse de chaque particule.

Ces méthodes ont l'avantage d'avoir une bonne résolution spatiale et temporelle. Par contre, elles sont limitées quant à la concentration en particules pouvant être mesurées. En effet, le suivi de la trajectoire de particules par des méthodes optiques est limité à une concentration faible en particules, de l'ordre de 2 à 3% v/v maximum.

2.4.2 Tomographie à rayon X et rayon-γ

Cette technique consiste à émettre des rayons x ou des rayons γ dans un milieu hétérogène et de mesurer leurs atténuations pour déterminer la densité de la matière qui est traversée par les faisceaux. En répétant les mesures avec plusieurs faisceaux, il est possible de reconstruire l'image du profil de la masse volumique dans la région balayée par les faisceaux. En utilisant un grand nombre de faisceaux, il est alors possible d'obtenir une excellente résolution spatiale. Par contre, le prix à payer se situe au niveau de la résolution temporelle qui est faible en raison du temps nécessaire au balayage d'un grand nombre de faisceaux, et ce, même si celui-ci est automatisé et assisté par ordinateur.

Dans le cas de suspension, mentionnons que la tomographie par rayon γ a été utilisée par Dudukovic (2002) qui a mesuré la concentration d'une suspension (16% v/v en billes de

verre de 2.500 mm de diamètre) s'écoulant lentement dans une conduite verticale (0.15 m/s) de 15 cm de diamètre.

2.4.3 Tomographie électrique

La tomographie électrique exploite les différences de propriétés électriques pour mesurer la concentration d'un système polyphasique. Différentes méthodes de tomographie électrique sont utilisées suivant les mesures électriques effectuées et la propriété physique de l'image reconstruite. Le Tableau 2.12 résume les caractéristiques impliquant les deux principales familles de tomographie électrique : la tomographie à résistance électrique (ERT) et la tomographie à capacitance électrique (ECT).

Tableau 2.12 : Propriétés électriques des techniques de tomographie électrique

Méthode	Mesures électriques	Propriété physique calculée	Phase continue
ERT	Résistance	Conductivité électrique	Fluide conducteur
ECT	Conductance	Permittivité électrique	Fluide non conducteur

Le choix d'une technique de mesure par tomographie électrique dépend des propriétés électriques de la phase continue devant être mesurée. La tomographie par résistance électrique (ERT) s'avère adaptée aux solutions aqueuses tandis que la tomographique par conductance électrique (ECT) convient pour les hydrocarbures et les gaz.

Les capteurs d'un tomographe électrique sont communément installés sur des équipements de géométrie cylindrique, telle que les cuves et les conduites. Ils sont généralement

composés de 4, 8, 16 ou 32 électrodes, disposées en cercle à la périphérie de manière à ne pas perturber l'écoulement. La surface des électrodes est ainsi confondue avec la paroi de la conduite ou de la cuve. Il existe également des capteurs de type linéaires, où les électrodes sont alignées sur une tige insérée dans le système étudié, comme une cuve agitée.

Les électrodes sont reliées à un système d'acquisition de données qui effectuent la séquence de mesures. À tour de rôle, un courant électrique est injecté entre une paire d'électrodes et les propriétés électriques du mélange sont ensuite mesurées entre les autres paires d'électrodes. Cette séquence de mesures est ensuite répétée, à tour de rôle, pour chacune des paires d'électrodes afin d'obtenir une série de mesures indépendantes caractérisant la distribution spatiale des phases se trouvant à l'intérieur du capteur. Un traitement mathématique des mesures est ensuite utilisé pour reconstruire une image, aussi appelée tomogramme, représentant une propriété électrique du fluide se trouvant dans le capteur. Ensuite, cette image est convertie en concentration de chacune des phases en se basant sur la connaissance des propriétés électriques de chacune d'elles.

Soulignons qu'une analogie entre la tomographie électrique et un problème de conduction de la chaleur peut être utilisée pour faciliter la compréhension du principe de fonctionnement de la tomographie électrique. Cette analogie est présentée dans l'annexe de ce document.

L'avantage de la tomographie électrique provient du fait que la séquence d'injection du courant électrique et de mesures est très rapide, ce qui permet d'obtenir plusieurs mesures par seconde. Ces techniques offrent donc une excellente résolution temporelle. De plus, en

comparaison aux techniques de tomographie dites radioactives, les techniques de tomographie électrique sont généralement moins coûteuses. En outre, il existe des systèmes commerciaux disponibles depuis plus d'une dizaine d'années. En pratique, ces méthodes ont également l'avantage d'être simples à installer et à mettre en œuvre. De plus, leurs utilisations ne présentent aucune difficulté importante sur l'aspect santé et sécurité. Dans ce contexte, la tomographie électrique peut être envisagée sur des applications industrielles.

Par contre, l'ERT et l'ECT offrent une résolution spatiale relativement limitée. D'une part, le nombre d'électrodes utilisées est bas, ce qui explique en partie la faible résolution spatiale de ces méthodes. D'autre part, les techniques sont considérées comme étant de type «*soft-field senson*», c'est- à- dire que la mesure est réalisée à la périphérie du capteur et ne constitue donc pas une mesure directe de la concentration à l'intérieur du capteur. Finalement, la reconstruction de l'image est un problème particulièrement difficile d'un point de vue mathématique. Seulement une approximation de l'image peut être estimée, et ce, même avec des algorithmes de reconstruction d'image très sophistiqués et coûteux en temps de calcul.

Il est intéressant de constater qu'il existe une ressemblance entre l'ECT et l'ERT. Les propriétés physiques impliquées diffèrent entre ces deux techniques, mais le principe de fonctionnement, le protocole de mesure, de même que le problème mathématique de reconstruction d'image sont similaires. En conséquence, les développements réalisés pour une de ces techniques sont facilement transposables à l'autre, ce qui est un avantage important, particulièrement pour le développement d'algorithmes de reconstruction d'images.

2.4.3.1 Formulation mathématique du problème d'ERT

Considérons le problème mathématique associée à la reconstruction d'images pour l'ERT. L'objectif est de reconstruire une image représentant la distribution spatiale de la conductivité électrique des phases se trouvant dans le capteur à partir de mesures de différence de potentiel électrique à la périphérie du capteur en réponse à l'injection de courant électrique.

En électromagnétisme, la conductivité électrique σ et le potentiel électrique Φ sont gouvernées par les relations dérivées par Maxwell (1873). Dans le cas de l'ERT, des simplifications mènent à l'équation différentielle suivante:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \Phi) = 0 \qquad \text{dans} \quad \Omega, \tag{2.37}$$

où Ω représente le domaine occupé par le fluide dans le capteur ($\Omega \in \mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$). Le flux de courant électrique à la périphérie du domaine $\partial\Omega$ est donnée par

$$c = \sigma \frac{\partial \Phi}{\partial n} \qquad \text{sur} \quad \partial\Omega, \tag{2.38}$$

où n est le vecteur normal. On peut exprimer le flux c à partir de l'intensité I du courant électrique. On a ainsi

$$c = \begin{cases} I/A & \text{sur} \quad \partial\Omega_+ \\ -I/A & \text{sur} \quad \partial\Omega_- \\ 0 & \text{sur} \quad \partial\Omega \setminus (\partial\Omega_+ \cap \partial\Omega_-) \end{cases} \tag{2.39}$$

où $\partial\Omega_+$ et $\partial\Omega_-$ représentent les électrodes émettrices et réceptrices et A l'aire d'une électrode. Une discontinuité entre le potentiel du fluide qui est en contact une électrode et le potentiel mesuré à la surface de cette électrode peut également être considérée. Pour ce faire, une impédance de contact, notée z, est incorporé à l'équation (2.38). On a alors la condition aux limites suivante:

$$\Phi + z\sigma\frac{\partial\Phi}{\partial n} = U \text{ sur } \partial\Omega, \tag{2.40}$$

où U est le potentiel à la surface de l'électrode $\partial\Omega$.

Lorsque la distribution spatiale de la conductivité électrique dans le capteur (i.e. $\sigma = \sigma(x,y,z)$)est connue, la résolution de l'équation différentielle (2.37) avec les conditions aux limites données par les équations (2.38), (2.39) et (2.40) est appelée le problème direct. La différence de potentiel électrique entre les paires d'électrodes peut alors être exprimée par

$$V = F(\sigma), \tag{2.41}$$

où F est l'opérateur du problème direct. À l'opposé, le problème consistant à calculer la distribution spatiale de la conductivité électrique à partir des mesures de différences de potentiel est appelé le problème inverse et est noté

$$\sigma = F^{-1}(V). \tag{2.42}$$

La résolution du problème direct est simple en utilisant des méthodes numériques classiques, comme la méthode des éléments finis. Par contre, le problème inverse est difficile à résoudre puisque l'inverse de l'opérateur F n'existe pas directement. De plus, dans sa forme discrète il y a généralement plus de valeurs inconnues de conductivité, chaque pixel de l'image est associé à une valeur de conductivité, que de valeurs connues de différences de potentiel mesurées par le capteur. Dans ces conditions, des techniques d'optimisation sont préconisées pour résoudre le problème inverse. Il s'agit alors de déterminer la distribution de conductivité électrique permettant de minimiser la norme de la différence entre la solution du problème directe et les mesures du capteur. En choisissant la norme euclidienne L_2, on a

$$\sigma = \arg\min_{\sigma^*} \left\| F(\sigma^*) - V \right\|_2^2 . \tag{2.43}$$

Ainsi, l'équation (2.43) met en évidence que la reconstruction d'image pour l'ERT nécessite un algorithme de minimisation pour résoudre le problème inverse et faisant appel à un modèle du capteur pour résoudre le problème direct.

Plusieurs techniques de reconstruction d'images ont été développées pour la tomographie électrique et plusieurs revues sont disponibles dans la littérature (Isaksen, 1996; Polydorides, 2002; M. Wang, 2002; Yang & Peng, 2003). Néanmoins, la méthode la plus simple, appelée LBP pour *linear back projection*, est encore la plus utilisée pour des raisons de temps de calcul. Elle permet en effet la visualisation en temps réel des images. Par contre, cette technique est reconnue comme étant qualitative. La méthode LBP est en fait une linéarisation du problème non linéaire à résoudre et par conséquent, elle peut donner de bons résultats

seulement lorsque les variations de concentration sont linéaires ou faibles. Toutefois, l'excellente résolution temporelle combinée aux images qualitatives est parfois suffisante pour certaines applications.

Malgré beaucoup d'efforts faits pour mettre au point des algorithmes quantitatifs de reconstruction d'images, il existe encore relativement peu de publications concernant la confrontation de ces méthodes avec des données expérimentales. Les études disponibles concernent en majorité l'ECT (Su et al., 2000; Zhao et al., 2002; Yang & Peng, 2003; Lu et al., 2005; Tibirna et al., 2006). Seulement quelques-unes concernent l'ERT (Fransolet et al., 2002; Polydorides, 2002). En somme, le manque de confrontation avec des données expérimentales rend le choix d'un algorithme quantitatif encore difficile, ce qui limite l'interprétation quantitative des images obtenues. De plus, les algorithmes nécessitent souvent de fixer certains paramètres pour assurer la convergence des méthodes itératives et il n'existe pas de consensus sur le choix de ces paramètres.

2.4.4 Tomographie à résistance électrique

La tomographie à résistance électrique est utilisée avec un fluide conducteur, tel que l'eau. Elle s'avère donc une technique de mesure intéressante pour de nombreuses applications où l'eau est utilisée comme phase continue. Le Tableau 2.13 présente des exemples récents de travaux utilisant l'ERT pour l'étude des écoulements polyphasiques. On retrouve des applications, à l'échelle de laboratoire, concernant l'hydrodynamique des réacteurs et l'écoulement dans des conduites pour des systèmes polyphasiques, notamment pour l'étude des suspensions dans une conduite.

Tableau 2.13 : Exemples d'application de l'ERT pour les écoulements polyphasiques

Applications	Phases	Références
Conduite	S-L	(Lucas et al., 1999; Dai et al., 2004; Wood et al., 2004; Norman & Bonnecaze, 2005; Pullum et al., 2006; Stevenson et al., 2006)
	G-L	(F. Dong et al., 2005; Feng Dong et al., 2006; Mi Wang et al., 2006)
	L-L	(Henningsson et al., 2006; Henningsson et al., 2007)
Cuve agitée	L-L	(Ricard et al., 2005; Kim et al., 2006)
	G-L	(Ricard et al., 2005)
	S-L	(Stanley et al., 2005)
Colonne à garnissage	S-L	(Bolton et al., 2004)
Colonne à bulle	G-L	(Fransolet et al., 2001; Fransolet et al., 2005; Toye et al., 2005; Jin et al., 2007; Vijayan et al., 2007)

Une des premières études utilisant l'ERT pour détecter la présence d'un lit de particules solides au fond d'une conduite cylindrique a été réalisée par Fangary et al. (1998). Dans des conditions statiques et contrôlées, c'est-à-dire en utilisant seulement le capteur d'ERT rempli d'une quantité connue de particules solides (billes de verres monodispersées de 5 mm de diamètre), les auteurs ont pu détecter la présence d'un lit de particules solides.

Cependant, ils ont rapporté certaines limitations quant à la qualité des images obtenues. D'une part, la valeur absolue de la conductivité électrique de la solution de KCl utilisée comme phase continue influence significativement la résolution de l'image reconstruction. Une valeur suffisamment élevée de la conductivité électrique doit être utilisée pour obtenir

un profil de concentration qualitativement satisfaisant. De plus, même avec le bon choix de la conductivité électrique, la dimension du lit de particules estimée à partir des images reconstruites par la méthode LBP était surestimée de l'ordre de 15%. Ainsi, seulement des résultats qualitatifs ont pu être obtenus dans ces travaux. Néanmoins, l'ERT a pu être appliquée à la mesure détection de lit de particules pour des suspensions circulant dans une conduite.

D'autres études portant sur la visualisation des suspensions dans une conduite horizontale ont été réalisées. Des tomogrammes de concentration pour l'écoulement d'un mélange d'eau et de billes de verre dans une conduite horizontale ont été publiés par Wood et al. (2004). La Figure 2.15 présente les profils obtenus pour différentes vitesses d'écoulement (0.5, 1.0 et 2.0 m/s) avec une concentration moyenne de 5% v/v de billes de verres monodispersées (d_p=1.75 mm).

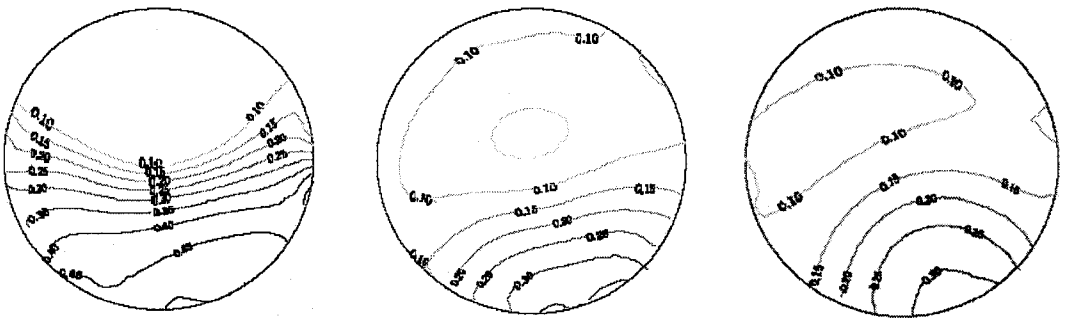


Figure 2.15 : Profil de concentration d'un mélange d'eau et de bille C_B=5% v/v (A) 0.5 m/s, (B) 1 m/s et (C) 2 m/s. (tirée de Wood et al. (2004))

Qualitativement, ces résultats montrent une réduction de la taille du lit de particules lorsque la vitesse de circulation moyenne augmente. Par contre, on peut critiquer les résultats

quantitatifs. En effet, la valeur de la concentration minimale qui est rapportée dans les tomogrammes de la Figure 2.15 est de 10% v/v, ce qui est deux fois plus élevé que la concentration moyenne de solide qui est de 5% v/v. Il est donc fort surprenant que les iso valeurs de concentration soient toutes supérieures à la valeur de la concentration moyenne.

Des résultats similaires ont été rapportés dans les publications de Pachowko et al. (2004). Qualitativement, les images d'ERT permettent d'analyser les différents régimes d'écoulement d'une suspension dans une conduite horizontale, allant d'homogène à vitesse élevée jusqu'à la détection d'un lit de particules solides à basse vitesse. Par contre, les résultats quantitatifs présentent les mêmes lacunes que ceux présentés par Wood et al. (2004). En fait, une des difficultés de la reconstruction d'images d'une suspension avec l'ERT vient de la nécessité de disposer de mesures de référence prises avec la phase liquide uniquement. Les techniques de reconstruction d'images, comme le LBP, utilisent cette mesure de référence pour estimer la déviation de la conductivité électrique (ou de la concentration) par rapport à celle-ci. Dans les travaux de Pachowko et al. (2004), on peut supposer que la mesure de référence ait été prise avec la suspension homogène en écoulement. Un traitement approprié aurait alors dû être appliqué lors de la reconstruction de l'image afin de tenir compte de la présence de la phase solide dans la référence.

En résumé, ces études montrent un excellent potentiel de l'ERT pour visualiser qualitativement les régimes d'écoulement d'une suspension dans une conduite. Ces études ont utilisé en majorité la méthode LBP pour reconstruire les images. Il n'est donc pas surprenant qu'aucune des études ne soit parvenue à des résultats quantitatifs fiables.

2.5 Synthèse de la revue de littérature

Dans un premier temps, la revue de la littérature a permis de montrer que les travaux de recherche réalisés dans le domaine du transport par pipeline fournissent une base de connaissance fort utile pour comprendre l'hydrodynamique de l'écoulement des suspensions impliquée dans le réacteur en forme de boucle. Même si l'objectif de ces études concerne principalement la prédiction de la perte de charge, de la vitesse limite de déposition et de l'usure dans les conduites, les profils de concentration et les régimes d'écoulement dans les conduites horizontales et verticales ont été abondamment caractérisés.

Toutefois, il a été remarqué que les travaux portant sur l'influence des coudes sont beaucoup moins nombreux et concernent principalement la compréhension et la prédiction de l'usure dans les coudes. Une seule étude, celle de Colwell & Shook (1989), a été trouvée concernant l'influence d'un coude sur le profil de concentration dans une conduite horizontale située en aval. Il a été observé qu'à la sortie du coude le profil de concentration était homogène et qu'une certaine distance, de l'ordre de 50 diamètres de la conduite, était nécessaire pour atteindre le régime établi dans la conduite horizontale.

Néanmoins, aucune information précise n'est disponible dans la littérature sur la distance nécessaire pour que la suspension soit homogène à la sortie du coude et sur l'influence de la vitesse et de la concentration en solides sur cette distance. De plus, toutes les études rapportées concernant l'influence d'un coude sur les profils de concentration ont été réalisées sur des coudes en position horizontale ou en position verticale avec un écoulement

ascendant. Ainsi, aucune étude expérimentale ne semble avoir été réalisée pour un coude en position verticale avec un écoulement descendant de la suspension. Il n'existe donc *a priori* pas d'étude portant sur l'influence d'un coude sur les régimes d'écoulement et les transitions entre ces régimes dans une conduite horizontale situé en aval d'un coude en position verticale et avec un écoulement descendant.

Il a été aussi constaté qu'il existe très peu de connaissances sur l'influence de la concentration en solides sur le mélange d'une suspension concentrée s'écoulant dans une conduite. Un modèle de dispersion axiale en 1-D est souvent utilisé pour caractériser le mélange dans une conduite pour le cas d'un fluide monophasique. Ce modèle a d'ailleurs été utilisé à quelques reprises pour caractériser le mélange dans une conduite en forme de boucle et permet généralement de caractériser de manière satisfaisante l'injection rapide d'un traceur. Dans ces études, les coefficients de dispersion axiale mesurés étaient comparables à celui donné par les corrélations provenant de la littérature pour la dispersion dans une longue conduite.

Dans le cas de suspension, une seule étude a été trouvée concernant l'influence de la concentration en solides sur ce coefficient de dispersion axiale (Liang et al., 1996). Cette étude a permis de constater que les coefficients de dispersion axiale pour la phase solide et liquide sont semblables. Néanmoins, ces mesures ont été réalisées à des concentrations relativement faibles (<18% v/v) et les valeurs des coefficients de dispersion axiale trouvées pour de l'eau uniquement étaient relativement loin de ceux prédits par les corrélations pour une longue conduite. Dans ce contexte, il apparaît difficile de connaître avec précision l'influence de la concentration en solides sur la performance du mélange, ce qui rend

difficile l'utilisation de corrélations pour les calculs de dispersion dans des modèles cinétiques du réacteur en forme de boucle.

Du côté des modèles numériques de l'écoulement d'une suspension dans une conduite, il a été constaté qu'il existe plusieurs stratégies pour modéliser ces écoulements et celles-ci sont maintenant implantées dans plusieurs logiciels commerciaux de CFD. Ces modèles ont été utilisés pour simuler plusieurs procédés à l'échelle laboratoire et certains à l'échelle industrielle, quelques-unes des études concernant d'ailleurs l'écoulement solide-liquide dans un coude.

Néanmoins, à ce jour, aucune de ces stratégies n'est considérée comme adéquate pour les écoulements de suspensions concentrés. En fait, la difficulté provient essentiellement de lacunes quant aux modèles polyphasiques utilisés par ces stratégies. De plus, la modélisation de la turbulence des écoulements polyphasiques complexifie de manière importante les modèles à employer. En outre, les modèles polyphasiques en régime turbulent nécessitent de nombreux paramètres difficiles à déterminer. La validation des modèles polyphasiques, en particulier l'écoulement de suspensions concentrées, demeure un défi de taille.

Somme toute, des mesures expérimentales sur l'hydrodynamique des écoulements solide-liquide sont absolument nécessaires pour déterminer les nombreux paramètres empiriques des modèles. Ces mesures sont également indispensables pour permettre la validation du pouvoir de prédiction des modèles numériques et éventuellement la conception et la mise à l'échelle d'applications industrielles.

Par rapport aux méthodes expérimentales disponibles pour mesurer les profils de concentration des écoulements de suspension, il a été constaté qu'il existe un nombre relativement limité de techniques de mesure non intrusives. D'un côté, les techniques basées sur la radioactivité sont reconnues comme étant très précises, mais elles sont souvent difficiles à mettre en œuvre. Elles requièrent des investissements importants en temps et en argent et posent des difficultés sur le plan de la sécurité. D'un autre côté, les méthodes basées sur des mesures électriques, telles que la tomographie électrique, ont l'avantage d'être moins coûteuses et faciles à mettre en œuvre. Des systèmes commerciaux sont maintenant disponibles et ces techniques sont de plus en plus utilisées pour des projets de recherche académique. De plus, ces techniques ont l'avantage de convenir aux contraintes de sécurités des procédés industriels et leur utilisation sur des applications industrielles peut donc être envisagée.

Il a été vu que la tomographie à résistance électrique (ERT) a été employée par plusieurs équipes de recherche pour étudier des suspensions où l'eau est la phase continue. Cette technique s'avère en fait fort prometteuse pour la mesure des écoulements solide-liquide dans une conduite pour des applications à l'échelle laboratoire et à l'échelle industrielle. Toutefois, des limitations avec l'utilisation de l'ERT ont été constatées. Quelques exemples de mauvaises interprétations des résultats d'ERT ont été identifiés dans la littérature.

Les limitations de l'ERT proviennent principalement de la difficulté de reconstruire une image quantitative de la concentration en solides à partir des mesures de résistances électriques. Beaucoup des efforts de recherche sur la tomographie électrique visent à obtenir une image qualitative pouvant être calculée en temps réel, afin d'exploiter la grande

résolution temporelle de ces méthodes. Bien que plusieurs techniques de reconstruction d'images quantitatives aient été développées, peu de confrontations satisfaisantes avec des données expérimentales ont été présentées. En particulier, il n'existe aucune comparaison systématique et quantitative des images d'ERT pour le cas de suspensions dans une conduite. Dans ce contexte, le choix d'un algorithme quantitatif de reconstruction d'image reste difficile et limite l'interprétation efficace des mesures d'ERT. Ainsi, une stratégie permettant d'interpréter quantitativement les mesures d'ERT est encore inexistante. Dans ces conditions, il apparaît nécessaire de déterminer une stratégie efficace pour l'interprétation des mesures d'ERT et de réaliser une confrontation avec des mesures expérimentales.

3 Objectifs spécifiques

Compte tenu de ce qui précède, nous nous proposons d'aborder dans cette thèse les objectifs spécifiques suivants :

- Développer une stratégie d'analyse des régimes d'écoulement d'une suspension et des vitesses de transition entre ces régimes à partir des mesures provenant de la tomographie à résistance électrique (ERT).

- Caractériser les régimes d'écoulement d'une suspension et les vitesses de transition entre ces régimes dans une conduite horizontale en aval d'un coude en position verticale pour un écoulement descendant.
  - Quantifier l'influence de la concentration en solides
  - Quantifier l'influence de la distance de la sortie du coude

- Caractériser l'influence de la concentration en solides sur le mélange d'une suspension dans une conduite en forme de boucle.

4 Méthodologie

4.1 Maquette froide

La méthodologie de ce projet de recherche doctorale consiste à étudier l'écoulement d'une suspension dans une conduite en forme de boucle au moyen d'une maquette froide. Pour ce faire, un montage a été installé dans le laboratoire de l'URPEI à l'École Polytechnique (Figure 4.1). L'objectif de cette maquette est de permettre l'expérimentation et la mesure d'écoulements solide-liquide dans une conduite formant une boucle pour diverses conditions opératoires, telles que la vitesse de circulation et la concentration de la phase solide.

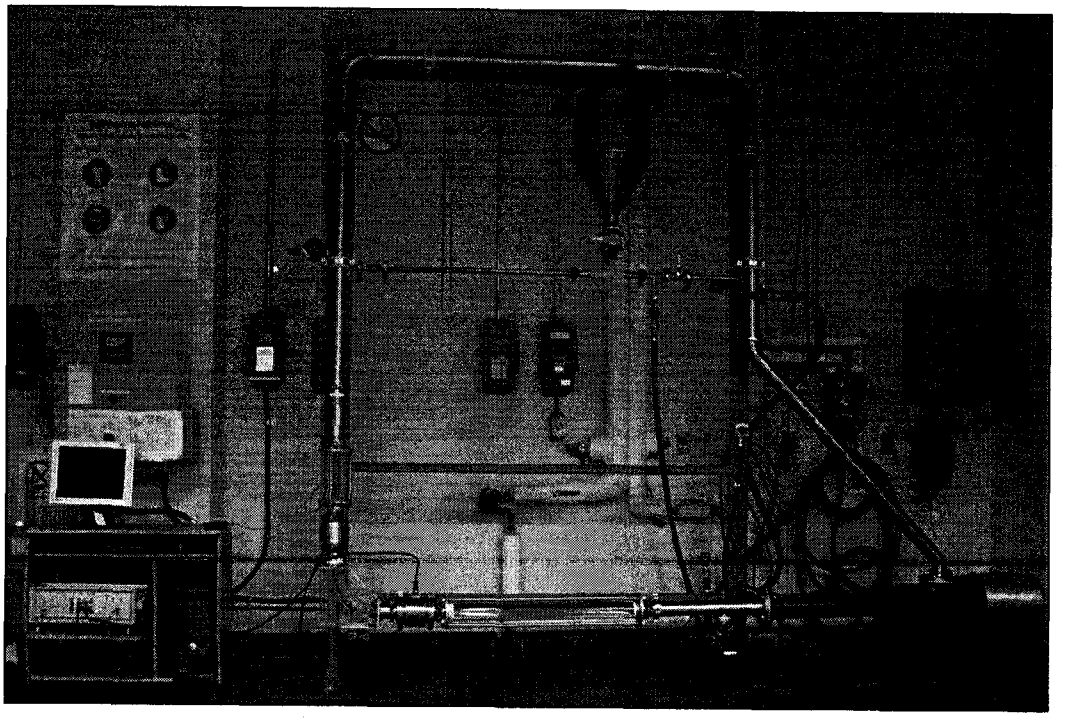


Figure 4.1 : Photo de la maquette froide située au laboratoire de l'URPEI

Un schéma simplifié de la maquette est présenté à la Figure 4.2. La boucle principale est formée par une conduite cylindrique en acier inoxydable d'un diamètre de 0.076 m (3 pouces), d'une longue d'environ 10 m et d'un volume d'environ 0.045 m^3 (45 L). L'écoulement est assuré par une pompe à cavité progressive, modèle Bornemann, actionnée par un moteur de 10 HP. Cette pompe peut délivrer une vitesse moyenne de circulation jusqu'à environ 2.2 m/s (11 L/s). Pour l'alimentation en particules solides, une seconde pompe à cavité progressive (3 HP, 0.3 L/s) est employée pour alimenter à la boucle principale les particules solides se trouvant dans un réservoir.

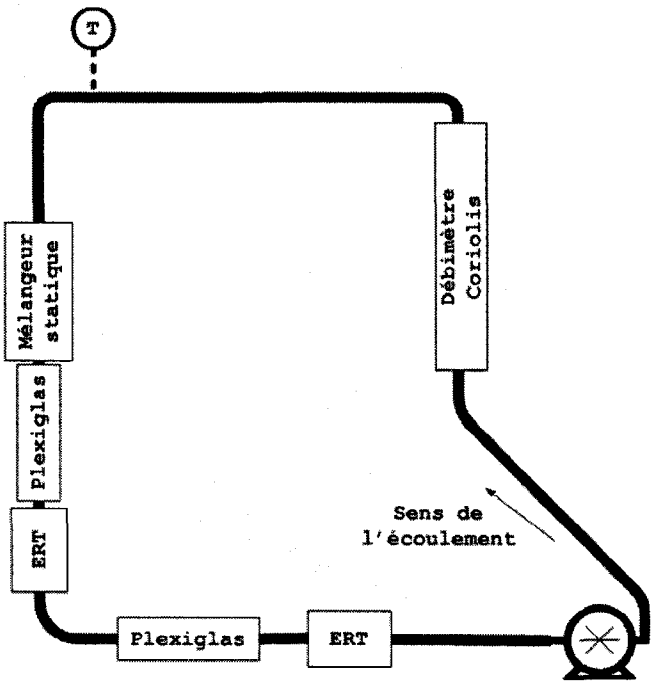


Figure 4.2 : Schéma simplifié de la maquette froide

Un débitmètre Coriolis, modèle FCM2000-MC23 de la compagnie ABB, est installé dans la section verticale de la boucle, en position ascendante. Ce débitmètre permet la mesure simultanée de la masse volumique et du débit massique du fluide. Ces mesures permettent

de calculer la concentration en particules solides s'écoulant dans la boucle avec une précision inférieure à 0.5 % v/v. Un thermistor est aussi installé dans la conduite horizontale supérieure pour mesurer la température du fluide circulant dans la maquette. À ce sujet, il est à noter que le fluide s'échauffe en fonction du temps lorsqu'il circule en raison de la chaleur dégagée par la friction dans la pompe. L'augmentation de la température est typiquement de 2°C par 10 minutes d'opération.

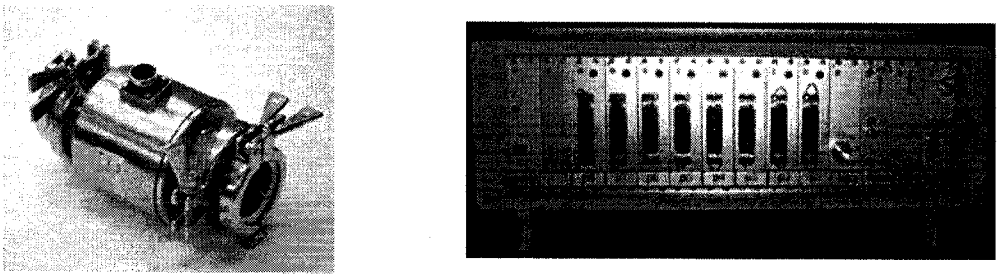
La maquette est aussi équipée d'un mélangeur statique, modèle 3-HEV de la compagnie *Kenics*. Son rôle est d'homogénéiser la suspension dans la section verticale en amont de la zone de mesure située de chaque côté du coude inférieur gauche.

L'écoulement peut être visualisé par deux sections transparentes en plexiglas situées avant et après le coude inférieur gauche. La visualisation de l'écoulement à travers les sections transparentes est utile pour l'opération de la maquette froide. Elle permet d'observer qualitativement l'écoulement. Toutefois, l'écoulement est difficile à quantifier par la visualisation, en particulier pour des écoulements concentrés à grande vitesse.

Pour obtenir des mesures quantitatives de profil de concentration en solides, un tomographe à résistance électrique, fabriqué par la compagnie *ITS* en Angleterre a été utilisé. Le tomographe comprend les éléments suivants :

- 2 capteurs représentant chacun une section de conduite de 0.225 m de long et de même diamètre que la conduite principale (Figure 4.3-a). Chacun des capteurs possède 16 électrodes non intrusives, installées en anneau à la périphérie de la conduite.

- Appareil d'acquisition et de traitement des signaux, modèle *p2000* (Figure 4.3-b)
- Logiciel de traitement des données et de reconstruction d'image (*ITS System 2000* version 4.0)



(A) **(B)**

Figure 4.3 : Composantes du tomographe ERT (A) Capteur (B) *p2000*

Les deux capteurs du tomographe peuvent être installés en amont et en aval du coude inférieur gauche. Soulignons que la zone de mesure est modulaire, car les différentes sections de conduites et les capteurs sont fixés par des brides de type «*try-clamp*». Il est donc aisé de modifier la configuration de la zone de mesure. Il est ainsi possible d'installer les capteurs d'ERT à 6 positions après la sortie du coude inférieur gauche (L/D = 3.5, 6.5, 9.4, 10.6, 13.5 et 16.5).

La suspension expérimentale à l'étude avec cette maquette froide est un mélange composé d'eau et de billes de verre monodispersées d'un diamètre de 100 µm et d'une densité de 2500 kg/m^3. Mentionnons que des particules avec un diamètre de 500 µm ont également été envisagées et essayées. Néanmoins, il s'est avéré impossible de pomper les particules de 500 µm pour une concentration supérieure à 1 % v/v avec la pompe d'alimentation. En effet, les essais réalisés ont dévoilé que la pompe se bloquait à concentration supérieure à 1 % v/v

et que le caoutchouc de la pompe se désagrégeait très rapidement, rendant l'expérimentation impossible pour cette taille de particules.

4.2 Développement de stratégies pour l'interprétation des mesures d'ERT

Dans un premier temps, des tests préliminaires ont été réalisés avec le tomographe à résistance électrique. Il a été observé que l'ERT procure d'excellents résultats qualitatifs, comme la détection de la présence d'un lit de particules au fond de la conduite ou encore la visualisation en temps réel d'un objet en déplacement dans le capteur. Par contre, les mesures quantitatives étaient incohérentes pour ce qui est de la valeur de la concentration en solides. Par exemple, une concentration négative de la phase solide pouvait être obtenue ou encore les images produites par le logiciel d'*ITS* pouvaient contenir des artéfacts importants. Ces observations ont donc indiqué des lacunes ou des limitations avec cette technique de mesure rendant difficile l'interprétation des mesures dans la maquette froide. Soulignons que des limitations similaires ont d'ailleurs été identifiées à la section 2.4.4 portant sur la revue de littérature de l'ERT.

La technique de reconstruction de l'image utilisée par le tomographe ERT d'*ITS* est une méthode de type LBP (*linear back-projection*) qui est réputée pour donner seulement des résultats qualitatifs. Dans ce contexte, il a été décidé de développer et d'implanter des algorithmes de reconstruction d'images pour l'interprétation quantitative des mesures d'ERT appliquées à l'écoulement de suspension dans une conduite.

Dans un premier temps, une synthèse de la littérature sur les techniques de reconstruction d'images a permis de généraliser les algorithmes de reconstruction d'images pour l'ERT. Ensuite, un logiciel de reconstruction d'image a été développé. Les images obtenues par ce logiciel ont finalement été confrontées avec des données synthétiques et expérimentales.

En complément, une méthode pour l'interprétation directe des mesures d'ERT a été mise au point, permettant de s'affranchir de la nécessité de reconstruire une image pour déterminer si l'écoulement est homogène ou symétrique.

4.2.1 Correction de l'influence de la température sur les mesures d'ERT

La conductivité électrique de l'eau, utilisée comme phase liquide pour les expériences, est influencée par la température. Une correction des mesures de résistances électriques données par l'ERT s'est avérée indispensable. En effet, l'échauffement de la température de l'eau en fonction du temps étant inévitable, les mesures d'ERT ont dû être corrigées avant d'effectuer la reconstruction d'images. Mentionnons que cette correction n'est pas possible avec le logiciel d'ITS. L'utilisation de notre propre programme de reconstruction d'image a permis d'inclure facilement cette correction en température.

La correction de la conductivité électrique d'un liquide conducteur en fonction de la température peut être approximé par une forme linéaire, donnée par

$$R_{T_{ref}} = R_T \cdot \left[1 + \alpha(T - T_{ref})\right] \tag{4.1}$$

où $R(T_{ref})$ est la résistance à la température de référence T_{ref}, tandis que $R(T)$ est la température mesurée à la température T et α est le coefficient de résistance thermique. La

valeur de α peut être facilement déterminée en mesurant l'évolution de R(T) en fonction de la température pour un fluide dont la composition ne change pas. En pratique, il suffit de faire circuler le fluide dans la maquette à vitesse constante et de mesurer l'évolution de R(T) vs T. Une valeur typique de α entre 1 et 3% a été obtenue pour les différents essais réalisés avec la maquette froide. Notons que la valeur attendue pour une solution de NaCl est de 2.14% (Norme ASTM D 1195, 1995).

Mentionnons que les déviations par rapport à cette dernière valeur peuvent s'expliquer par le fait que la conductivité de l'eau augmente légèrement avec la pression. En fait, la présence d'une faible quantité d'air provoque, d'après la loi des gaz parfaits, une augmentation linéaire de la pression en fonction de la température. Par conséquent, le facteur de correction de la température inclut l'effet de l'augmentation de la pression et explique en partie la déviation de la valeur de α par rapport à la valeur attendue pour une solution de NaCl. La composition minérale de l'eau peut également influencer la valeur de α.

En résumé, la correction des résistances électriques mesurées par le tomographe permet d'associer les variations de résistance uniquement aux variations de la conductivité électrique du fluide provenant des variations de concentration de la phase solide.

4.3 Caractérisation des régimes d'écoulement et détermination des vitesses de transition dans la conduite horizontale à la sortie du coude

Suite au développement d'une stratégie pour l'interprétation quantitative des mesures d'ERT, il a été possible de mettre en oeuvre un programme de mesures avec la maquette froide. Il s'agissait de caractériser l'influence du coude inférieur gauche sur l'hydrodynamique d'une suspension dans la conduite horizontale en aval du coude. Pour ce faire, une série d'essais a été réalisée suivant la méthodologie décrite ci-dessus.

Au laboratoire, 2 positions de capteurs en sortie du coude ont été utilisées pour chaque essai. Dans un premier temps, les particules solides ont été alimentées au moyen de la deuxième pompe. Par la suite, l'écoulement de la suspension a été d'abord établi à la vitesse maximale de la pompe, assurant un écoulement homogène dans la boucle. Ensuite, l'acquisition de données a été effectuée pour 50 mesures d'ERT. La vitesse de la pompe a ensuite été diminuée de 1/24 de la vitesse maximale (environ 0.1 m/s) pour établir un nouveau régime stationnaire et l'acquisition de 50 mesures d'ERT a été réalisée. Ce processus a été répété jusqu'à la vitesse minimum de la pompe (0.27 m/s), permettant d'obtenir les mesures pour 22 vitesses moyennes de circulation. Une fois cette séquence complétée, la concentration en solides a été diminuée en enlevant des particules solides et en ajoutant de l'eau fraîche. Cette eau a permis du même coup de diminuer la température du fluide qui s'était échauffée d'environ 5 à 10°C. Au total, environ 120 essais ont été réalisés en utilisant les 6 positions de capteurs en sortie du coude et des concentrations en particules solides variant de 2% à 38% v/v.

Dans un second temps, les données recueillies ont été analysées en utilisant la stratégie d'interprétation quantitative des mesures d'ERT développée dans le cadre de cette thèse. D'une part, en utilisant le programme de reconstruction d'image avec des algorithmes itératifs de reconstruction d'images et d'autre part, en utilisant la méthode d'interprétation directe de mesures d'ERT. De cette manière, les régimes d'écoulement ainsi que les vitesses critiques de transition entre ces régimes ont pu être déterminés systématiquement.

4.4 Caractérisation du mélange dans une conduite en forme de boucle

En parallèle au programme expérimental présenté à la section précédente, il a été possible de réaliser des mesures d'injection d'un traceur dans la maquette froide pour caractériser la réponse à l'injection de traceur. Dans un premier temps, l'injection de traceur et l'analyse des données ont été mises au point avec de l'eau seulement. Cela a permis d'établir une méthodologie efficace pour les conditions d'injections d'un traceur conducteur et les paramètres efficaces pour l'acquisition de donnée avec l'ERT.

Le traceur utilisé était une solution saturée en NaCl et 5 à 10 ml de solution ont été injectés à l'aide d'une seringue fixée sur une connexion dans la conduite verticale descendante. De plus, pour obtenir une reproductibilité satisfaisante des mesures il a été trouvé que la conductivité électrique de la solution circulant dans la maquette devait se situé entre 300 et 340 μS/cm pour injection de courant électrique de 15 mA à une fréquence de 9.6kHz.

Un modèle de dispersion axiale dans une conduite, généralisé au cas d'une conduite en forme de boucle, a ensuite été utilisé pour caractériser la réponse à l'injection du traceur.

5 Algorithmes pour la mesure quantitative de concentration des écoulements multiphasiques avec l'ERT

5.1 Présentation de l'article

Cet article, soumis à la revue *Chemical Engineering Journal*, porte sur la reconstruction d'images pour l'ERT. Dans ce travail, des algorithmes de reconstruction d'images disponibles dans la littérature pour la tomographie électrique ont été synthétisés sous forme d'un algorithme itératif généralisé, appelé GIA (*General Iterative Algorithm*). Cette forme générale a permis de faciliter l'implantation des différents algorithmes de la littérature et de mettre en évidence les différences entre ceux-ci. De plus, il a été possible de généraliser le calcul du paramètre de relaxation qui s'avère primordial pour la convergence des méthodes itératives.

La performance des différentes variantes du GIA a été étudiée à l'aide de données synthétiques. Il a été possible d'identifier une stratégie efficace pour la reconstruction quantitative d'images d'ERT. Il a été trouvé qu'avec les choix judicieux d'algorithmes, le processus itératif converge vers une bonne approximation de la solution.

Cette stratégie a ensuite été testée avec mesures expérimentales d'ERT. Pour le cas d'un lit de particules solides, une courbe de calibration pour la taille d'un lit de particules a été obtenue. Une erreur de l'ordre de 1 % v/v a été obtenue avec le GIA. De plus, il a été découvert que des erreurs dans les mesures d'ERT entraînent la reconstruction d'images erronées dans le cas de lits de particules solides. Il a été montré que ces erreurs de mesures peuvent être évitées par un choix judicieux de la conductivité électrique de la phase continue ou du courant électrique injecté.

5.2 ERT algorithms for quantitative concentration measurement of multiphase flows

Auteurs: R. Giguère, L. Fradette, D. Mignon*, P. A. Tanguy

Department of Chemical Engineering, URPEI, Ecole Polytechnique of Montreal

*Total Petrochemicals Research Feluy, Belgium

Keywords: Tomography, ERT, image reconstruction, inverse problem, multiphase flow

5.2.1 Abstract

A quantitative image reconstruction algorithm for electrical resistance tomography (ERT) has been developed to visualize multiphase flows, like slurry flows in pipes. Based on image reconstruction techniques from literature, a generalized iterative algorithm (GIA) has been derived to solve the ERT inverse problem. Performance of this algorithm has been studied for synthetic and experimental test cases representing rods and solid particle beds in a pipe.

Quantitative images have been obtained for each test case and a suitable strategy for the image reconstruction has been identified. In particular, it was found that convergence of the GIA can be ensured using Landweber or Tikhonov iterations, an efficient forward problem solver and an appropriate relaxation factor. Finally, experimental calibration curve of concentration of solid particle beds in a horizontal pipe has been done using the GIA. Results show the capability of ERT to produce quantitative concentration measurements of multiphase flows.

5.2.2 Introduction

Electrical resistance tomography (ERT) is a non-intrusive process tomography technique, aiming at visualizing multiphase flows. ERT systems are composed of a hardware part, which includes the sensor with electrode ring(s), the data acquisition system, and the computer to generate images. The working principle consists of injecting electrical current between a pair of electrodes and measuring the potential differences between the remaining electrode pairs. This procedure is repeated for all the other electrode pairs until a full rotation of the electrical field is completed to form a set of measurements. Each dataset is interpreted by image reconstruction algorithms to compute a cross-sectional image corresponding to the electrical conductivity inside the sensor. The concentration of each phase can be computed based on the knowledge of the electrical conductivity of each phase, yielding the concentration tomogram.

ERT can be applied to various processes involving a conductive fluid as the continuous phase. Typical applications of ERT are the visualization of multiphase flow in pipes and agitated tanks, for which commercial devices are now available for a wide range of sensor dimensions and materials. Examples of applications for electrical tomography have been reviewed [1-3] and recent applications for ERT are reported in Table 5-1.

The advantage of ERT lays in its excellent time resolution arising from the very fast measurements of electrical resistances. Moreover, electrical tomography techniques are safe and cheap in comparison to nuclear techniques, and make them suitable for both research and process industry. The drawback of ERT resides in the relatively low spatial resolution,

reported as being between 3-10% of the sensor diameter [2, 4]. In fact, electrical tomography is considered as a soft-field technique since the image is based on measurements at the periphery of the sensor and the image reconstruction involves resolution of a mathematically challenging inverse problem.

Table 5-1 : Recent applications of ERT to monitor multiphase flow.

Applications	Phases	References
Pipe flow	S-L	[18-21]
	G-L	[22-24]
	L-L	[25, 26]
Agitated tank	L-L	[27, 28]
	G-L	[27]
	S-L	[29]
Packed-bed reactor	S-L	[30]
Bubble column	G-L	[31-35]

Over the years, many image reconstruction techniques have been proposed for electrical tomography, but the simplest one, the linear back-projection (LBP), is still the most widely used because it allows online imaging. The excellent time resolution and the qualitative images provided by LBP are often sufficient to monitor and visualize transient multiphase flows.

Quantitative tomography techniques are important to characterise a multiphase flow and efficient strategies of image reconstruction for ERT must be developed. Despite the

numerous efforts on image reconstruction deployed in electrical tomography, there are very few reports concerning the performance, validation, and limitations of quantitative image reconstruction techniques [5, 6]. The selection of the most suitable image reconstruction strategy to support the adequate interpretation of ERT images is often hampered by the lack of experimentally validated results.

Most of the efforts made in electrical tomography for the development of image reconstruction techniques and their quantitative validation were made in electrical capacitance tomography (ECT). Among the works on ECT offering a confrontation with synthetic and experimental data, investigations in [7-11] have compared results for various image reconstruction techniques for both synthetic and experimental data. In general, iterative methods have been reported to improve the precision of the results in comparison to direct methods, like the LBP. Despite the effectiveness of the iterative methods to provide quantitative results when used in very controlled environments, the selection of the appropriate algorithm and related numerical parameters often requires a trial-and-error scheme to reach a solution comparable to the experiments. It can obviously be envisaged to transpose the image reconstruction techniques used for ECT to ERT since there is a simple mathematical analogy between them, but the performance of these algorithms must systematically be evaluated and an efficient strategy must be devised to free the algorithms from the dependence on manual selection of parameters.

The present work aims at developing a quantitative image reconstruction method usable for ERT. First, a generalized iterative algorithm (GIA) is devised from the generalization of the image reconstruction techniques available in the electrical tomography literature. Then, the

performance of two iterative image reconstruction techniques is investigated for synthetic data to identify a reliable strategy to reconstruct quantitative images from ERT. Finally, the performance of the proposed GIA is assessed by confrontation of the reconstructed images with experimental data. A parallel comparison of the results with the output from the commercial software using the LBP algorithm is also made.

5.2.3 Image reconstruction for ERT

5.2.3.1 Problem formulation

The goal of image reconstruction in ERT is to compute a tomogram representing the electrical conductivity of materials flowing within the sensor from voltages measured at the periphery of the sensor in response to the injected electrical current. The electrical conductivity σ and electrical potential Φ are governed by the Maxwell relations and simplifications in the case of ERT lead to the classical Poisson equation

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \Phi) = 0 \qquad \text{in } \Omega, \tag{5.1}$$

where Ω represents the domain occupied by the medium to analysis. Boundary conditions for equation (5.1) are given by

$$\sigma \frac{\partial \Phi}{\partial n} = c \qquad \text{in } \partial\Omega, \tag{5.2}$$

where n is the vector normal to the sensor periphery $\partial\Omega$. The current density in equation (5.2) is given by

$$c = \begin{cases} I/A & in \quad \partial\Omega_+ \\ -I/A & in \quad \partial\Omega_- \\ 0 & in \quad \partial\Omega \setminus (\partial\Omega_+ \cap \partial\Omega_-) \end{cases} \tag{5.3}$$

where $\partial\Omega_+$ and $\partial\Omega_-$ are the surfaces of the source and sink electrodes respectively, A is the area of electrode and I the electrical current. The potential drop at the fluid-electrode interface can be included in equation (5.2) leading to complete electrode model (CEM)

$$\Phi + z\sigma\frac{\partial\Phi}{\partial n} = V \qquad \text{in } \partial\Omega_V, \tag{5.4}$$

where z is the electrode's contact impedance and V is the potential at the electrode surface $\partial\Omega_V$.

5.2.3.2 Forward problem

Knowing the distribution of σ (i.e. the image), the problem of finding the electrical potential and potential differences V between electrode pairs for a given current injection is called the *forward problem* and it is denoted

$$V = F(\sigma), \tag{5.5}$$

where F is defined as the forward operator governed by equation (5.1) with boundary conditions given by equations (5.2), (5.3) and (5.4).

Finite element methods (FEM) are widely used to solve the forward problem in electrical tomography [6]. Nowadays, many FEM implementations are available for this well-known Poisson equation problem necessitating a simple inversion of a linear system. In the case of

ERT, it provides an approximation of the potential differences for a given conductivity distribution σ, denoted

$$V_{FEM} = F_{FEM}(\sigma), \tag{5.6}$$

where F_{FEM} is called the FEM forward operator. The conductivity distribution is generally defined as a constant per element in the mesh, each discrete value corresponding to a pixel of the image.

Another forward operator can be derived from the linearization of equation (5.5). The change in voltage differences V+ΔV in response to a perturbation of conductivity distribution $\sigma + \Delta\sigma$ can be expressed by the Taylor expansion

$$\Delta V = \frac{\partial F}{\partial \sigma}(\Delta\sigma) + O\left((\Delta\sigma)^2\right). \tag{5.7}$$

Neglecting the higher order terms, equation (5.7) is simplified to the linear form

$$\Delta V = s\Delta\sigma, \tag{5.8}$$

where $s = \frac{\partial F(\sigma)}{\partial \sigma}$ is the Jacobian matrix, also referred to in literature as the sensitivity matrix, which is computed based on multiple solutions of the FEM forward operator. Methods for the computation of the sensitivity matrix have been discussed in details in [6, 12]. In their normalised form, the voltage, conductivity and sensitivity matrix are defined as

$$U_i = \frac{\Delta V_i}{V_i}, \tag{5.9}$$

$$G_j = \frac{\Delta\sigma_j}{\sigma_j}, \tag{5.10}$$

$$S_{ij} = \frac{s_{ij}}{\sum_{k=1}^{N} s_{ik}} \tag{5.11}$$

and equation (5.8) is rewritten to

$$U = SG. \tag{5.12}$$

The linear forward projection operator is simply:

$$F_S = SG. \tag{5.13}$$

5.2.3.3 Inverse problem

Finding the conductivity distribution σ based on the voltages measurements V_M is called the *inverse problem* of ERT. Based on the previous notation, the inverse problem is to find the inverse of the forward operator

$$\sigma = F^{-1}(V). \tag{5.14}$$

In its normalised linear form, the ERT inverse problem computes the inverse of the sensitivity matrix

$$G = S^{-1}U. \tag{5.15}$$

In general, direct analytical solution for equations (5.14) or (5.15) does not exist since F is a non-linear operator with more unknown conductivity values than known voltage

measurements. In that context, only approximations of F^{-1} or S^{-1} can be found by numerical techniques, representing both challenges and limitations for ERT imaging.

Approximations of S^{-1} are commonly derived using an optimisation method by computing a conductivity distribution, which minimises the difference between the measured voltages and the simulated voltages. With L_2-norm, that corresponds to solving the least-square minimisation problem

$$\hat{G} = \arg\min_{G} \left\| U_M - F(G) \right\|_2^2, \tag{5.16}$$

for which both direct and iterative algorithms can be formulated.

Many reviews about electrical tomography image reconstruction techniques are available in the literature (e.g. [6, 7, 13, 14]). The choice of the approximation of S^{-1} in equation (5.15) leads to different image reconstruction algorithms summarized in Table 5-2. The simplest choice is to use the transpose of S, which corresponds to the linear back projection (LBP) and Landweber method. The Newton-Raphson method (NRM) appears to be very sensitive to the noise in the raw measurements because of ill-conditioned Hessian matrix [6, 12]. Therefore, a modified Newton-Raphson method (MNRM), which includes a regularization property, is commonly preferred. Depending on the choice of regularization matrix, the Tikhonov method or the Levenberg-Marquardt method can be obtained. In general, a large value of the regularization parameter λ tends to attenuate the presence of noise in data, but also reduces the precision of the reconstructed image [7]. Thus, the choice of the

regularization parameter λ is seen as a compromise between the noise level and the desired precision of the solution.

Table 5-2 : Approximations of S^{-1} in GIA.

Algorithms	$\hat{S}^{-1}$
LBP/ Landweber	S^T
Newton-Raphson	$(SS^T)^{-1}S^T$
Tikhonov	$(SS^T + \lambda I)^{-1}S^T$
Levenberg-Marquardt	$(SS^T + \lambda W)^{-1}S^T$

Single-value decomposition (SVD) can be used to solve the inverse problem but it is very sensitive to the noise as well, even in presence of very small singular values. Truncated single-value decomposition (TSVD) can alleviate the problem by filtering the singular values. With the MNRM and TSVD methods, some regularisation parameters must be fitted as a function of the noise level, mostly by a trial-and-error method. The preconditioned conjugate gradient method can also be used to solve the inverse problem of ERT.

5.2.4 A generalized image reconstruction algorithm for ERT

In this work, the reconstruction algorithms developed for ERT are synthesised in the following iterative form

$$\hat{G}_{k+1} = \hat{G}_k + \tau_k \hat{S}_k^{-1} R_k, \qquad \text{for k = 1, 2, 3, ...} \tag{5.17}$$

$$R_k = U_M - F(\hat{G}_k),$$

where $\hat{S}_k^{-1}$ is the approximation of the inverse of S_k at iteration k, τ_k is a relaxation parameter and R_k is the voltage residual to be minimised, which represents the difference between the measured voltages and the voltages computed by the forward projection operator F. The general form of equation (5.17) is called the Generalized Iterative Algorithm (GIA) and the image reconstruction techniques in literature can be classified according to:

- The choice of approximation of sensitivity matrix inverse $\hat{S}^{-1}$ (Table 5-2)
- The choice of forward operator F used in the calculation of the residuals R (F_{FEM} or F_S)
- The update of the sensitivity matrix $S_k = S(\hat{G}_k)$ during the iterations
- The choice of the relaxation parameter τ_k

The filtering operator P(G) defined in equation (5.18) can also be incorporated in equation (5.17) to make sure that iterations converge to a convex set, where conductivity is upper bounded (G_U) and lower bounded (G_L)

$$P(G) = \begin{cases} G_L & if \quad G < G_L \\ G & if \quad G_L \le G \le G_U \\ G_U & if \quad G_L > G \end{cases}, \tag{5.18}$$

Finally, a stopping criterion is chosen such as the rate of change between reconstructed images (equation (5.19)) is less than a preset parameter ε.

$$\frac{\left\| \hat{G}_{k-1} - \hat{G}_k \right\|}{\left\| \hat{G}_{k-1} \right\|} \le \varepsilon . \tag{5.19}$$

5.2.4.1 Relaxation parameter

The relaxation parameter τ takes into account the non-linearity of the inverse problem and control the convergence rate of the GIA. The simplest choice for τ is to use a relatively small constant value which ensures slow convergence of equation (5.17) at the price of a larger number of iterations. This value is usually determined by a trial-and-error method.

To alleviate the choice of an appropriate relaxation parameter, some authors have suggested strategies to re-evaluate τ each iteration. In the case of Landweber iteration, optimal step-length was derived by minimising the norm of the error residual R using an additional computation of the forward solution, at each iteration ([15, 16]) namely :

$$\tau = \frac{\left\| S^T R \right\|_2^2}{\left\| S S^T R \right\|_2^2}. \tag{5.20}$$

It is possible to extend the calculation of the optimal step-length for the case of GIA leading to a generalized pseudo-optimal relaxation parameter τ^*

$$\tau^*_k = \frac{F(\hat{S}_k^{-1} R_k)^T R}{\left\| F(\hat{S}_k^{-1} R_k) \right\|_2^2} \tag{5.21}$$

The value for τ^*_k calculated by equation (5.21) depends both on the approximation of $\hat{S}_k^{-1}$ and the forward operator F used in the GIA. Linearity of the forward operator is assumed in the derivation of equation (5.21). This assumption is however not rigorously true. Therefore, an under-relaxation factor η can be necessary to ensure convergence

$$\tau^{**} = \eta \tau^*. \tag{5.22}$$

Thus, the relaxation parameters defined by equation (5.21) or equation (5.22) are an alternative to the constant τ value and they can be used for any choice of $\hat{S}^{-1}$ and F in the GIA.

5.2.5 GIA experiments with synthetic images

A study was carried out to evaluate the performance of the GIA in ERT image reconstruction by using synthetic data from a set of known images. For each test case, synthetic voltage differences were computed using a sensor model solving the forward

problem of ERT for the corresponding conductivity distribution. Then, the synthetic data were used to reconstruct the image with our implementation of the GIA.

For that purposes, the geometry and dimensions of a commercial ERT sensor device *(ITS, UK)* was considered. It consists of a 3 inches pipe sensor having 16 circular electrodes of 8 mm in diameter mounted in a ring and using adjacent protocol of measurement. The meshes of the pipe sensor used in this work for the FEM sensor model are shown in Figure 5.1.

i)

ii)

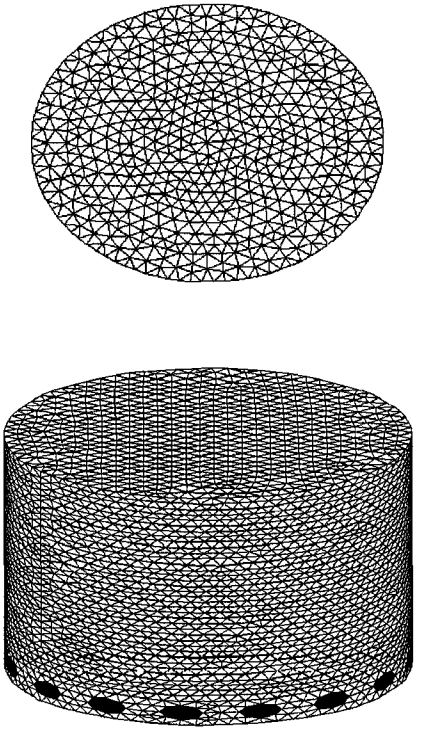


Figure 5.1 : Meshes of ERT sensor used to generate synthetic data and reconstruct image with GIA
i) 2D mesh (1028 P1 finite elements, 563 nodes)
ii) 3D mesh (78 898 P1 finite elements, 15 298 nodes).

A set of five test cases was used in these performance experiments: two cases represent non-conductive rods (referenced as A: 1 rod; B: 2 rods) at different location in the sensor; three cases represent different heights of solid particles forming a bed at the bottom of a pipe (referenced as C, D, and E, in increasing order). The conductivity of the continuous (most conductive) phase was assigned to 300 μS/cm for each test case, while the non-conductive rods were associated with a 1 μS/cm conductivity. In the case of the solid particle bed, the minimum value of the conductivity for a solid-liquid mixture was computed by the Maxwell equation

$$\sigma = \frac{2-2C_s}{2+C_s}\sigma_L, \tag{5.23}$$

where σ_L is the conductivity of the liquid conductive phase and C_s is the solid concentration of non-conductive solid particles. Considering the maximum packing limit of particles in the bed is about 0.6 for solid spheres, a value of $0.3\sigma_L$ was obtained for the electrical conductivity of the bed (90 μS/cm). Also, a current of 15 mA was injected with adjacent pair strategy for the protocol measurement.

For each test case studied in the following, the GIA was used to reconstruct the images using Landweber iterations and Tikhonov iterations with two different values for the regularization parameters (λ=0.1 and λ=1). Also, the 2D FEM sensor model (Figure 5.1-i) was used to solve the forward problem and compute the sensitivity matrix in GIA, given an image with 1028 unknown pixels. The upper and lower limits of conductivity on images were imposed in GIA using the projection operator defined in equation (5.18) (G_U=1.0 for conductive phase, G_L= 0.3 for bed of solid particles and G_L= 0.0001 for rods). A maximum

number of 10 000 iterations was fixed and the stopping criterion defined by equation (5.19) was set as $\varepsilon=5x10^{-7}$.

5.2.5.1 Images reconstruction with ideal data

Figure 5.2 presents the tomograms reconstructed using the GIA from the ideal synthetic data. The 2D FEM sensor model was used to reconstruct the images. Table 5-3 compares the number of iterations, the norm of voltages residual ($\|R_k\|_2^2$), the correlation coefficient (R^2) and the error on the bulk concentration of the non-conductive phase (e_b) given by

$$e_b = \tilde{C}_b - C_b, \tag{5.24}$$

where C_b is the bulk concentration of the non-conductive phase and $\tilde{C}_b$ is the bulk concentration computed by

$$\tilde{C}_b = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i A_i}{A_T}, \tag{5.25}$$

where C_i is the concentration of the non-conductive phase in the area A_i of the i-th pixel of image.

These results show that the Landweber and Tikhonov iterations yield very similar results and their respective reconstructed images look very close to the image of reference. The numerical values reported in Table 5-3 indicate that the Tikhonov iteration with $\lambda=0.1$ reaches a slightly smaller norm of residuals and a higher R^2 coefficients than with $\lambda=1$ or the Landweber iteration. In general, both the Landweber and Tikhonov iterations generate

good approximations of the images and CPU times remain reasonable: ~500 iterations per minute with Matlab scripts (version 6.1 Release 12.1) on a Pentium M laptop computer running at 1.80 GHz with 1Gb of RAM.

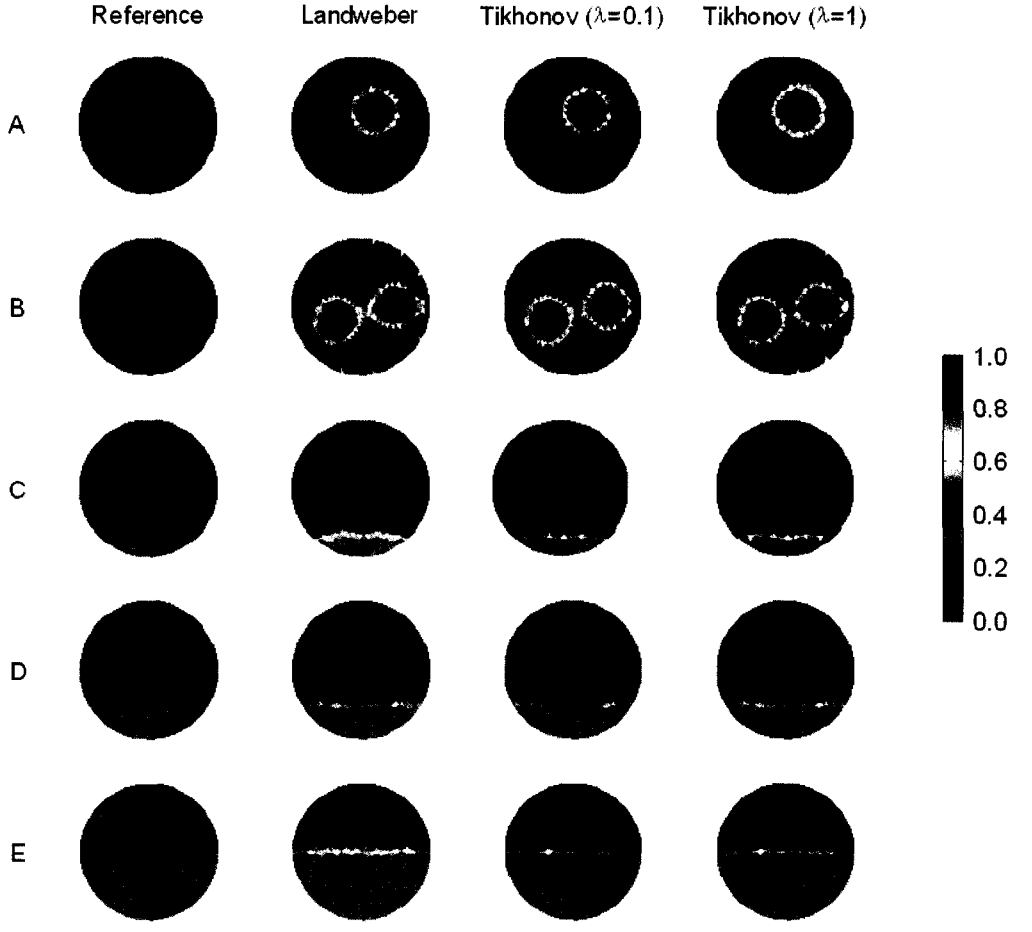


Figure 5.2 : Reconstructed images using GIA with ideal synthetic data (η=1, ε=5x10^{-7}).

Table 5-3 : Numerical results for images of Figure 5.2.

Case (C_b)	Algorithm	Number of iterations	R^2	$\|R_k\|_2^2$	e_b
A (8.9%)	Landweber	6098	95.6%	0.02	-0.1%
	Tikhonov (λ=0.1)	4329	96.3%	0.01	-0.1%
	Tikhonov (λ=1)	825	90.3%	0.10	0.3%
B (17.7%)	Landweber	871	91.7%	0.16	-0.5%
	Tikhonov (λ=0.1)	997	93.2%	0.06	-0.3%
	Tikhonov (λ=1)	2346	93.2%	0.09	-0.4%
C (5.6%)	Landweber	286	95.2%	0.16	0.3%
	Tikhonov (λ=0.1)	1275	99.0%	0.02	0.0%
	Tikhonov (λ=1)	1924	98.0%	0.04	0.0%
D (11.9%)	Landweber	17	93.4%	0.49	1.3%
	Tikhonov (λ=0.1)	3097	99.0%	0.03	0.2%
	Tikhonov (λ=1)	4853	98.7%	0.03	0.2%
E (30.4%)	Landweber	68	97.4%	0.56	0.0%
	Tikhonov (λ=0.1)	2987	99.5%	0.05	0.0%
	Tikhonov (λ=1)	3985	99.1%	0.07	0.0%

5.2.5.1.1 Influence of forward operator and recalculation of sensitivity matrix

Figure 5.3 and Table 5-4 respectively present the reconstructed images and the numerical values obtained with case A using the linear forward projection F_S as the forward operator combined to the same numerical parameters (η, λ, ε) used to generate results in Figure 5.2. Results show that the linear forward projection provides a quick approximation in a reduced number of iterations yielding the image in less than 1 second. Looking at values of Table 5-3 and Table 5-4 it is clear that the results are much less accurate with this linear

forward operator, leading to significant errors on the bulk concentration and lower correlation coefficients.

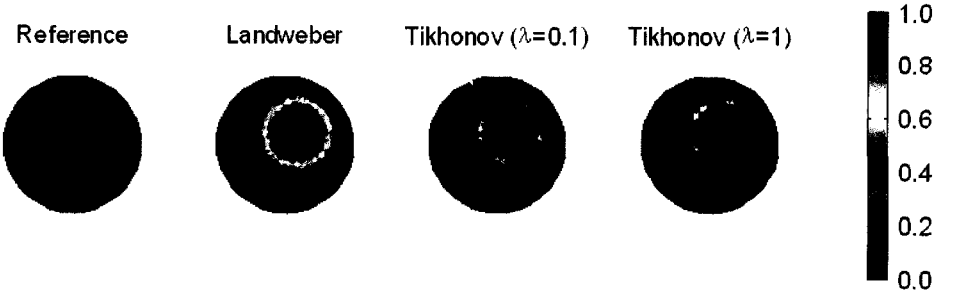


Figure 5.3 : Reconstructed images for the test case A with ideal synthetic data using linear forward projection (η=1, ε=5x10^{-7}).

Table 5-4 : Numerical results for images of Figure 5.3.

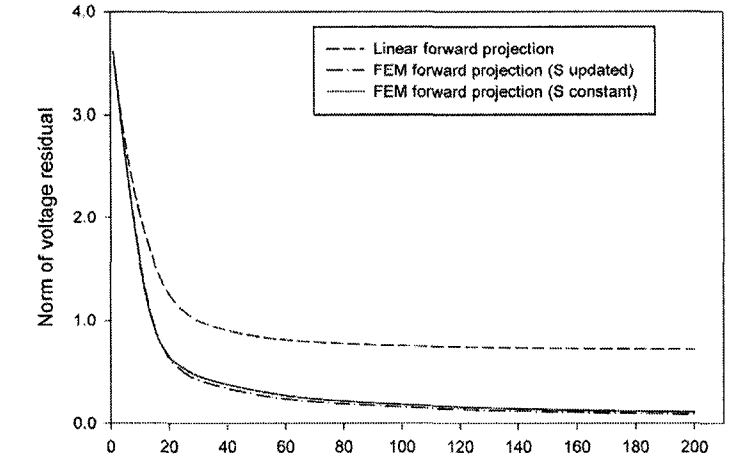
Algorithm	Number of iterations	R^2	$\|R_k\|_2^2$	e_b
Landweber	8	73.8%	0.88	9.2%
Tikhonov (λ=0.1)	31	67.2%	0.74	9.6%
Tikhonov (λ=1)	73	64.6%	0.69	10.5%

The influence of the linear forward operator on the quality of the results is presented on Figure 5.4 where the voltages error (i) and the images error (ii) are presented as a function of the iterations. This example illustrates the poor convergence properties of the Landweber iterations when the linear forward projection is used in the residual calculation of GIA. After a certain number of iterations, the norm of the image error begins to increase while the norm of the residual continues to decrease. Note that the same behaviour was experimented with Tikhonov iterations and similar observations were also reported in the literature [7]. This indicates that the linear forward projection exhibits undesired semi-

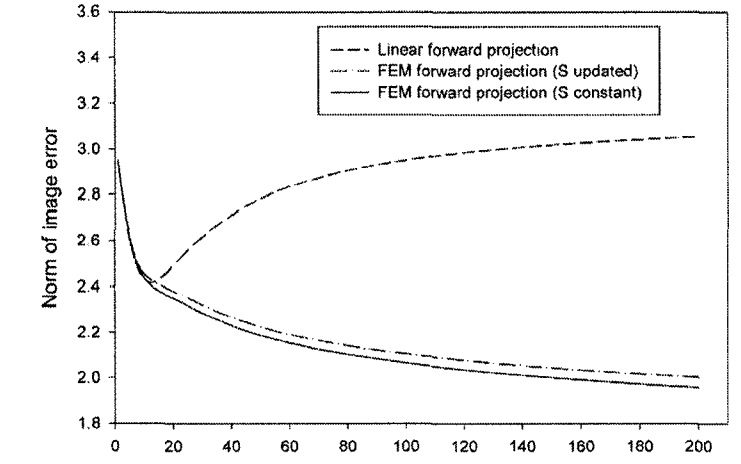
convergence properties. To avoid the divergence of the algorithm, the iterative process must hence be stopped after a given number of iterations. In practice, the most appropriate number of iterations is very difficult to determine. After comparison of Table 5-3 and

Table 5-4 or from Figure 5.4, it is clear that only the F_{FEM} forward operator can ensure the convergence of GIA. Consequently, only the FEM sensor model should be used to compute the residual in GIA when quantitative images are desired, at the price of longer CPU times for post-processing the ERT measurements.

Figure 5.4 also compares the norm of the image error along the iterations with the sensitivity matrix recalculated each iteration ($S_k = S(\hat{G}_k)$) and the sensitivity matrix kept constant ($S_k = S_0$). The convergence rates are similar and, surprisingly, the norm of the image error along the iteration is smaller when matrix S is kept constant. Thus, the recalculation of matrix S does not improve the precision of the GIA and could be kept constant without exerting a strong influence on the final results.



i)



ii)

Figure 5.4 : Norm of voltage residual error (i) and conductivity error (ii) of images reconstructed for the test case A (Landweber iterations, τ=0.1)

5.2.5.1.2 Influence of the relaxation parameter

According to the results of Figure 5.2 and Table 5-3, the calculation of the pseudo-optimal relaxation parameter τ^* (equation (5.21)) allows convergence of the GIA with each case tested. Because the calculation of τ^* requires additional FEM forward solution each

iteration ($\tau_k=\tau^*$), a constant value of τ can effectively reduce the CPU time. The selection of an appropriate constant value of τ depends on the image to be reconstructed and there is a minimum critical value of τ for which the GIA convergence is stable and ensures a unique solution. Thus, small enough τ value is required to facilitate the convergence of non-linear inverse problem obviously at the expense of a larger number of iterations.

After a reasonable number of numerical experiments, it was observed that the number of iterations required to reach convergence of the GIA (using both the Landweber and Tikhonov iterations) is inversely proportional to the τ value. For all the cases tested, the same minimum of residuals and the same images were obtained for any value of τ below the critical value. Therefore, if the relaxation parameter is small enough, the GIA converge towards a unique solution and only the number of iterations and CPU times are affected. This observation indicates that by using small constant value or the pseudo-optimal relaxation parameter and allowing large number of iterations, the image reconstructed with the Landweber and Tikhonov methods does not depend on the choice of the relaxation parameter and the number of iteration.

5.2.5.2 Image reconstruction with noisy data

So far, the synthetic images have been reconstructed using noise-free data to assess the performance of GIA with ideal data. On the other hand, experimental data are inevitably contaminated by noise and image reconstruction techniques must be robust enough to handle the presence of noise. The noise level influence was studied by contaminating the simulated voltages with a Gaussian normalised distribution (white noise) using

$$\tilde{U} = U \cdot \left(1 + N(0, \delta)\right), \tag{5.26}$$

where $\tilde{U}$ is the contaminated voltage vector, δ is the noise level percentage and N is a Gaussian distribution.

Reconstructed images and numerical results for a noise level of $\delta = 10\%$ are reported in Figure 5.5 and Table 5-5 for the case of Landweber and Tikhonov iterations. In these images, under-relaxation of pseudo-optimal parameter with η=0.5 was used to ensure convergence of every case tested. With noisy data, the norm of the voltages residual and the error on the bulk concentration of the non-conductive phase increase as expected, while the correlation coefficient decreases slightly. With the Tikhonov iterations, the use of λ=1 produces fewer artefacts and higher correlation coefficient than λ=0.1.

The results indicate that there is a relatively weak influence of noise level on the quality of reconstructed images when the GIA is used with an adequate parameter values. This suggests that the Landweber and Tikhonov iterations are relatively robust to noisy data, at the expense of lower precision in the reconstructed images as for every tomography technique.

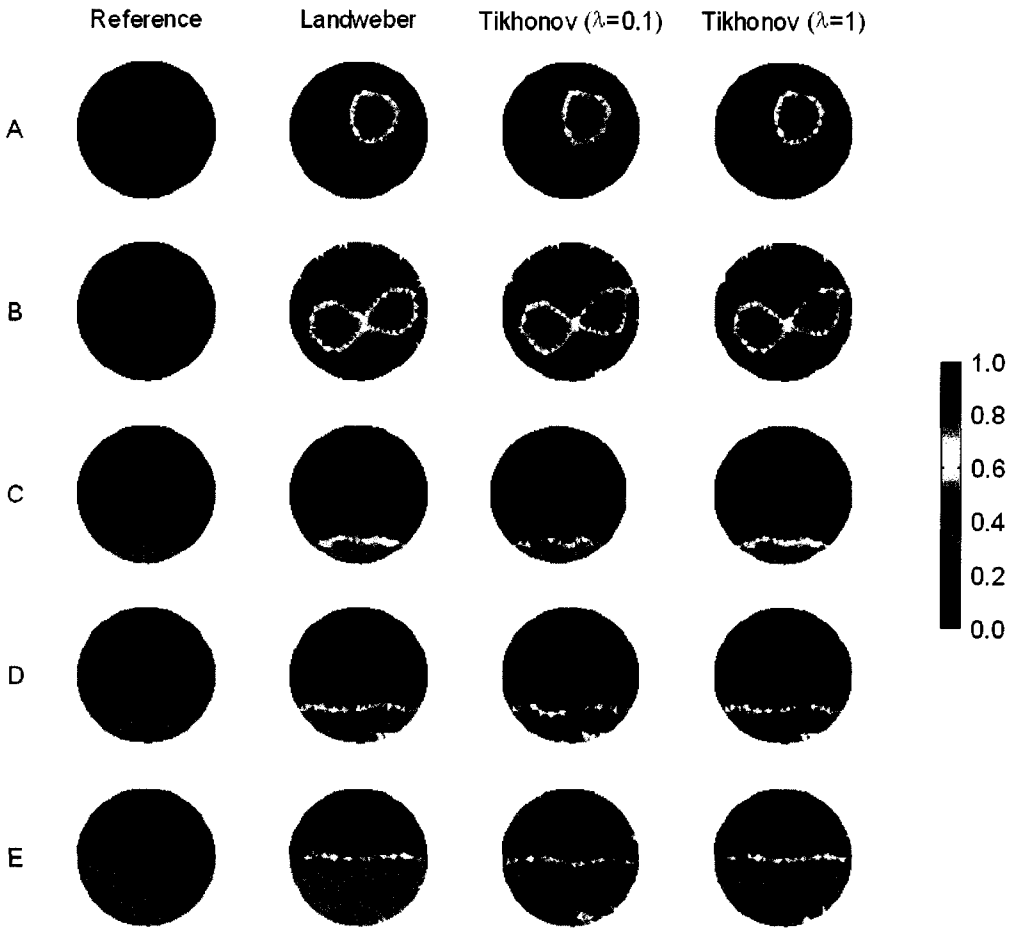


Figure 5.5 : Reconstructed images with 10 % Gaussian noise contamination of ideal synthetic data (η=0.5, ε=5x10^{-7}).

Table 5-5: Numerical results for reconstructed images of Figure 5.5.

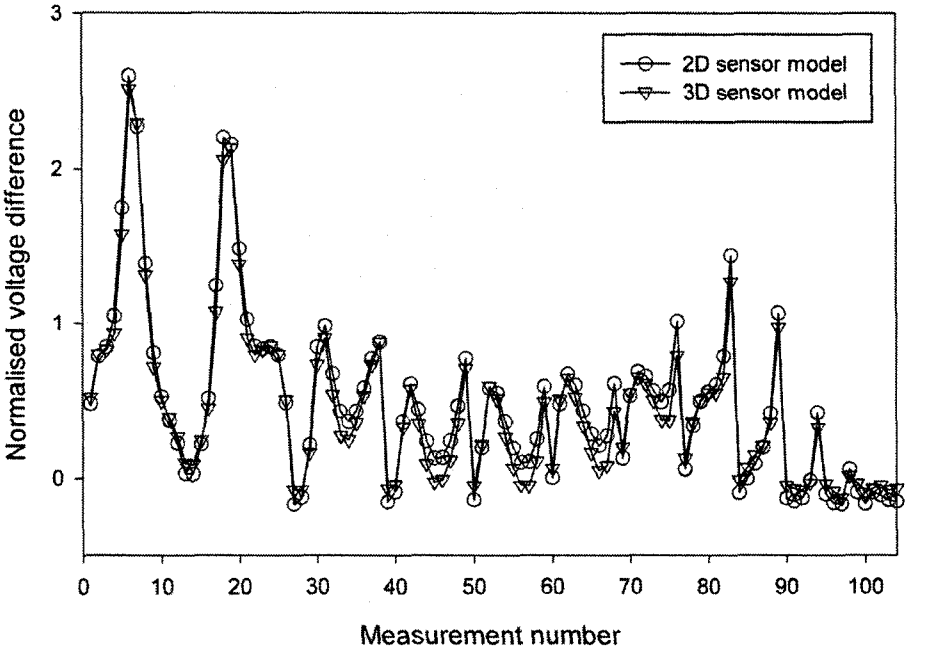
Case (C_b)	Algorithm	Number of iterations	R^2	$\|R_k\|_2^2$	e_b
A (8.9%)	Landweber	1555	91.5%	0.42	-0.1%
	Tikhonov (λ=0.1)	200	89.9%	0.43	0.3%
	Tikhonov (λ=1)	2009	91.0%	0.42	0.0%
B (17.7%)	Landweber	583	87.9%	0.71	-0.2%
	Tikhonov (λ=0.1)	113	86.8%	0.73	0.1%
	Tikhonov (λ=1)	1223	87.2%	0.69	-0.5%
C (5.6%)	Landweber	249	93.0%	0.34	0.5%
	Tikhonov (λ=0.1)	88	93.6%	0.31	0.5%
	Tikhonov (λ=1)	114	94.0%	0.29	0.4%
D (11.9%)	Landweber	332	95.9%	0.75	0.5%
	Tikhonov (λ=0.1)	143	95.5%	0.92	0.5%
	Tikhonov (λ=1)	315	95.8%	0.75	0.5%
E (30.4%)	Landweber	379	98.2%	1.65	-0.1%
	Tikhonov (λ=0.1)	318	94.5%	2.55	-1.6%
	Tikhonov (λ=1)	299	97.9%	1.71	-0.4%

5.2.5.3 Image reconstruction with non-ideal data

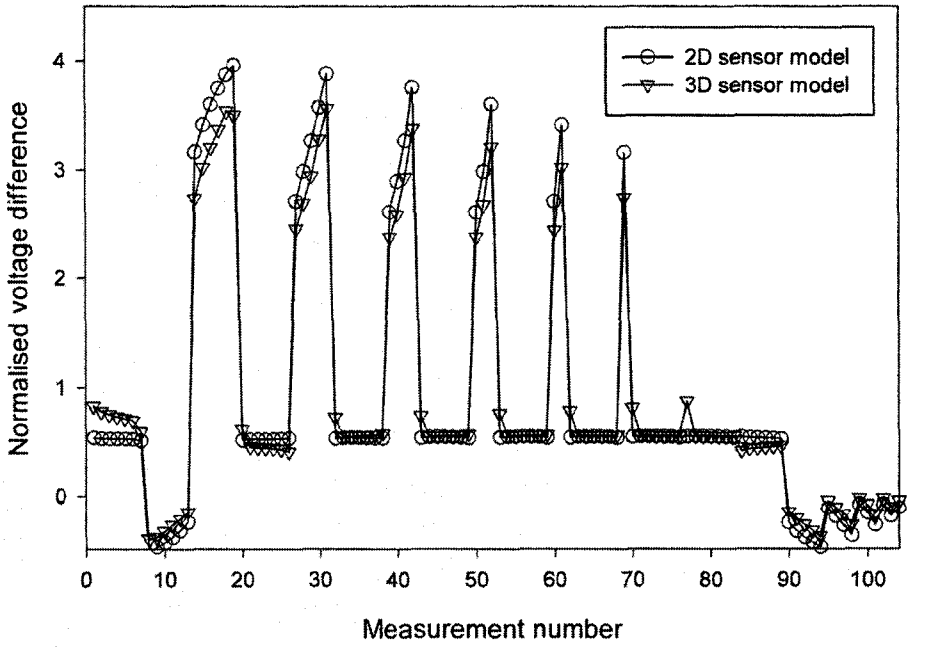
Up to this point, the reconstructed images were based on ideal synthetic data. The same 2D FEM sensor model was used to generate the normalised potential difference data and to compute the residual in the GIA. This means that FEM sensor model can reach a zero residual value if the true image is given. In practice, discrepancies between numerical and experimental sensors are inevitable and a non-ideal sensor has been considered to generate synthetic data using a complete 3D FEM sensor model.

In Figure 5.6, non-ideal data generated for the 3D mesh sensor model presented in Figure 5.1-ii with a contact impedance value of z = 0.2 are compared to ideal data. The normalised potential difference vectors are relatively similar for the 2D and the 3D model. Thus, a simple 2D approximation to solve the forward problem of ERT can be used instead of an expensive 3D model. The use of a 2D model is then justified to solve the forward problem in the GIA. However, differences between predictions from 2D or 3D model are not negligible and can potentially limit the performance of image reconstruction algorithms.

Figure 5.7 and Table 5-6 present the results for images reconstructed from the non-ideal data with the 2D forward model in the GIA. Qualitatively, these images are quite similar to those obtained previously but images reconstructed using non-ideal data are more contaminated by artefacts. Quantitatively, larger residual values were generally obtained leading to lower number of iterations necessary to reach convergence. In spite of that, correlation coefficients and bulk concentration are reasonably similar to those computed from ideal data, meaning that GIA is relatively robust to the presence of non-ideal data. Therefore, a 2D model to solve the forward problem is suitable in the GIA.



i)



ii)

Figure 5.6 : Normalised voltage differences simulated using 2D and 3D FEM sensor models. i) Case B, ii) Case E.

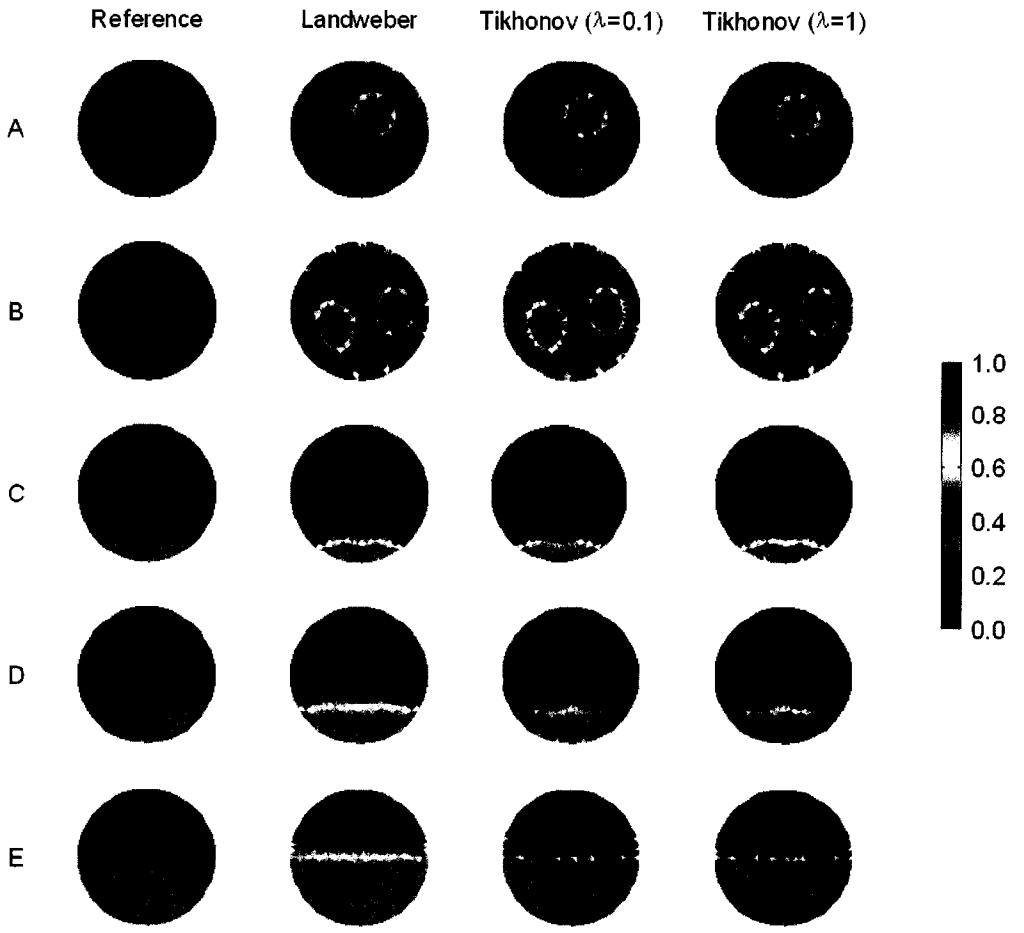


Figure 5.7 : Reconstructed images with non-ideal synthetic data from 3D sensor model (η=0.5 ε=5x10^{-7}).

Table 5-6 : Numerical results for reconstructed images of Figure 5.7.

Case (C_b)	Algorithm	Number of iterations	R^2	$\|R_k\|_2^2$	e_b
A (8.9%)	Landweber	6347	95.1%	0.12	0.0%
	Tikhonov (λ=0.1)	1712	95.3%	0.14	0.2%
	Tikhonov (λ=1)	7604	95.1%	0.12	0.0%
B (17.7%)	Landweber	1021	85.9%	0.31	-0.9%
	Tikhonov (λ=0.1)	463	87.8%	0.35	-0.4%
	Tikhonov (λ=1)	1248	85.8%	0.31	-0.8%
C (5.6%)	Landweber	564	93.7%	0.13	-0.2%
	Tikhonov (λ=0.1)	108	93.6%	0.11	0.0%
	Tikhonov (λ=1)	125	93.0%	0.22	0.0%
D (11.9%)	Landweber	32	93.9%	0.50	0.6%
	Tikhonov (λ=0.1)	2458	95.9%	0.16	0.0%
	Tikhonov (λ=1)	4312	96.7%	0.14	-0.2%
E (30.4%)	Landweber	52	96.0%	0.62	0.4%
	Tikhonov (λ=0.1)	1104	97.5%	0.26	0.2%
	Tikhonov (λ=1)	6797	98.1%	0.21	0.2%

5.2.6 Images from experimental measurements

ERT measurements were then carried out under laboratory conditions using the *p2000* (ITS, UK) and the pipe sensor described earlier for the synthetic study. Experimental measurements of static conductivity distributions were used to reconstruct images using the GIA and were compared to images reconstructed by means of the LBP method implemented in the ITS software.

5.2.6.1 Non-conductive rods

First, non-conductive rods were inserted in the pipe sensor filled with NaCl solution (325 μS/cm) and ERT measurements were carried out using current injection of 15 mA at frequency of 9.6 kHz. This value of electrical current ensures good signal-to-noise ratio for the reference measurements when having homogenous NaCl solution with electrical conductivity between 300 and 400 μS/cm.

Three test cases of real rods were experimented: centered and off-centered single rod (case A and B) and two rods (case C). Images reconstructed from these test cases with ITS software and GIA are compared in Figure 5.8 and numerical results are reported in Table 5-7. The LBP method provides good qualitative images of single rod, but cannot distinguish the presence of two rods. Interface of rods are diffuse and minimum conductivity value of images is far from the non-conductive value expected. On the other side, the use of GIA with Landweber and Tikhonov iterations can improve the reconstructed images significantly. The interface of the rods is much sharper and the minimum conductivity values of the tomogram are close to the zero value expected for the non-conductive rods.

As for the synthetic data case study, minor differences were observed between Landweber and Tikhonov results. The Tikhonov iteration seems to produce more artefacts while for the Landweber iteration, the use of pseudo-relaxation parameter cannot ensure convergence of GIA and an under-relaxation procedure with η=0.5 is needed to converge properly the single and two rods cases.

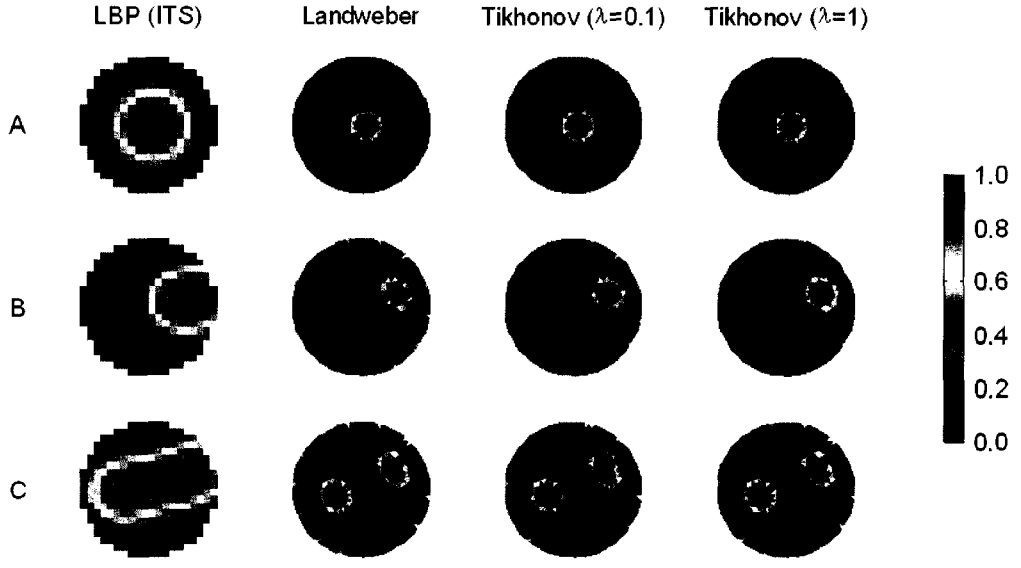


Figure 5.8 : Reconstructed images of non-conductive rods inserted in the ERT pipe sensor (η=0.5, ε = 5x10-7).

Table 5-7 : Numerical results for images of Figure 5.8.

Case (C_b)	Algorithm	Number of iterations	$\|R_k\|_2^2$	e_b
Centered rod (4.0%)	ITS LBP	1	--	1.0%
	Landweber	7156	0.09	0.0%
	Tikhonov (λ=0.1)	481	0.10	0.2%
	Tikhonov (λ=1)	10000	0.09	0.0%
Off-centered rod (4.0%)	ITS LBP	1	--	2.0%
	Landweber	3421	0.18	-0.2%
	Tikhonov (λ=0.1)	321	0.22	0.2%
	Tikhonov (λ=1)	3449	0.19	0.0%
2 rods (8.0 %)	ITS LBP	1	--	4.1%
	Landweber	2154	0.26	-0.2%
	Tikhonov (λ=0.1)	217	0.30	0.3%
	Tikhonov (λ=1)	6301	0.26	-0.1%

5.2.6.2 Bed of solid particles

Cases of static particle bed at the bottom of the pipe sensor were generated to assess the performance of ERT to quantify the size of a bed of particles in a pipe. For that purpose, the pipe sensor was filled with conductive water and a known amount of solid particles, consisting of spherical glass particles of 100 μm in diameter. The reference measurements were taken with the sensor in vertical position and all the solid particles at bottom of sensor while the measurements with the particle bed were taken with the sensor in a horizontal position.

In a first attempt, ERT measurements were taken for the case of a bed with a bulk concentration of 17 % v/v in solid particles, with NaCl solution of around 400 μS/cm and current injection of 15 mA. Images reconstructed for these measurements with LBP method and GIA are presented in Figure 5.9-a. At first glance, it seems that the LBP method provides relatively good representation of the bed while GIA produces poor images, which are highly contaminated by artefacts.

It was found that for the case of particle bed, the injection of 15 mA was inappropriate for a conductive solution of 400 μS/cm. In fact, the presence of non-conductive particles increases the electrical resistance of materials in the sensor and relatively high voltages have to be measured by the ERT hardware. Thus, for too high current injection or too small absolute conductivity of mixture, the corresponding voltages to measure can fall out of range of the hardware capability, producing erroneous measurements.

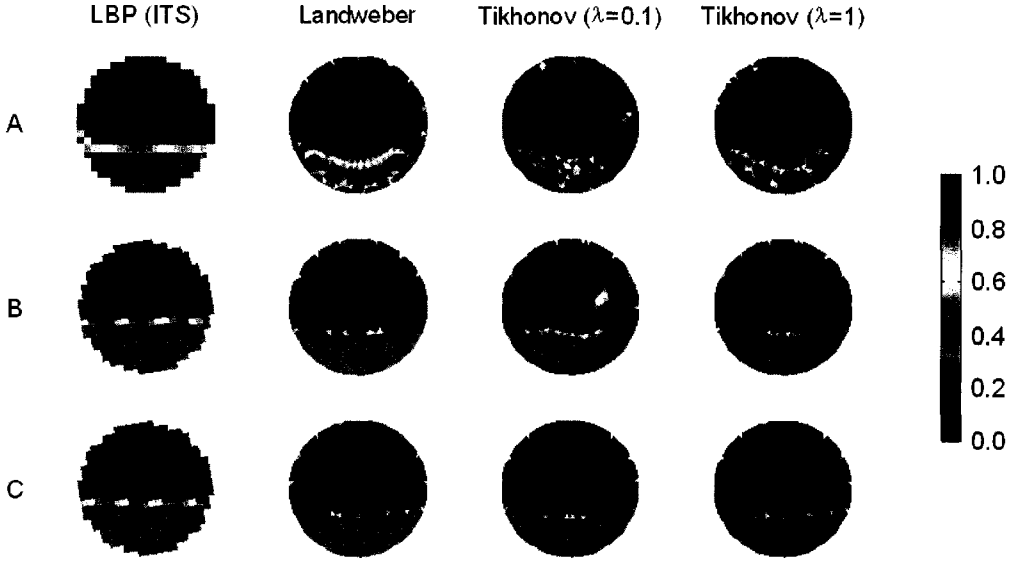


Figure 5.9 : Reconstructed images of solid particle bed (C_b=17.4%) at bottom of ERT pipe sensor (η=0.5, ε = 5x10-7).

A) 400 μS/cm, 15 mA
B) 1800 μS/cm, 15 mA
C) 400 μS/cm, 1 mA

Table 5-8 : Numerical results for reconstructed images of Figure 5.9.

Case	Algorithm	Number of iterations	$\|R_k\|_2^2$	e_b
A	ITS LBP	1	--	-0.3%
	Landweber	54	2.34	-7.4%
	Tikhonov (λ=0.1)	340	2.40	-6.4%
	Tikhonov (λ=1)	503	2.24	-7.4%
B	ITS LBP	1	--	4.6%
	Landweber	722	1.04	0.6%
	Tikhonov (λ=0.1)	399	1.16	1.3%
	Tikhonov (λ=1)	775	1.04	0.7%
C	ITS LBP	1	--	4.5%
	Landweber	1359	1.51	0.1%
	Tikhonov (λ=0.1)	181	1.62	0.2%
	Tikhonov (λ=1)	1652	1.52	0.1%

Images were reconstructed using ERT measurement carried out for a bed of solid particles having conductive solution of 1800 μS/cm with 15 mA (Figure 5.9-b) and 400 μS/cm with 1 mA (Figure 5.9-c). With these combinations of absolute electrical conductivity and current injection, images reconstructed with GIA provide acceptable approximations of the bed of solid particles and also a reasonable prediction of the solids bulk concentration. For these measurements, the results from the LBP method are qualitatively good, but over-estimate the concentration of solid particles.

The influence of electrical conductivity and current injection on ERT results is also evident by looking at the measurements used to compute images of Figure 5.9 and comparing with synthetic data generated by 2D FEM sensor model used in GIA (Figure 5.10). Results clearly demonstrate that for the combination of 400 μS/cm and 15 mA, the normalised potential differences measured by the hardware are too small and there are important differences with the numerical sensor model predictions. These erroneous measurements of voltage differences explained why GIA failed and cannot reconstruct acceptable images in Figure 5.9-a.

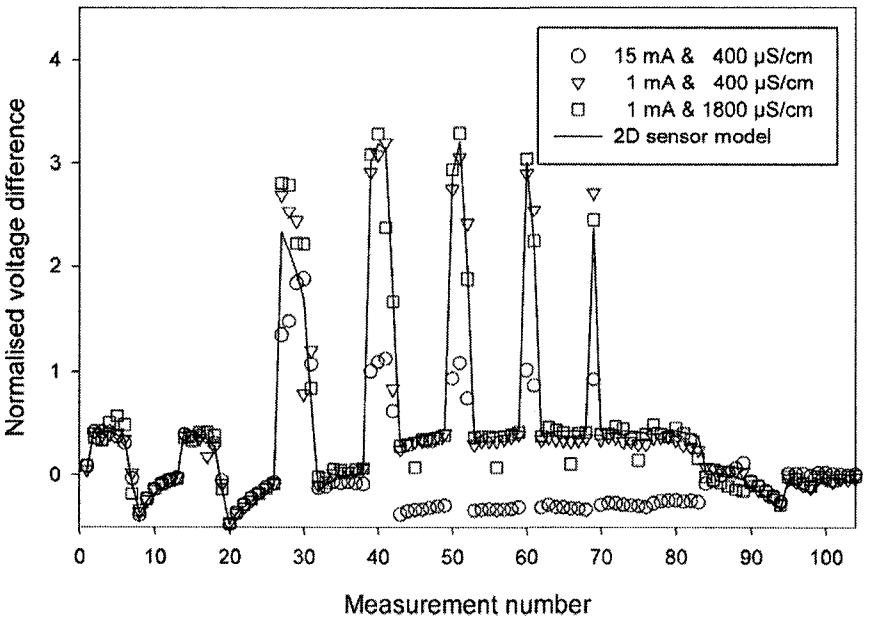


Figure 5.10 : Comparison of measured and simulated normalised voltage differences of Figure 5.9.

5.2.6.2.1 Calibration curve

Finally, ERT measurements were obtained for different size of solid particle beds with current injection of 1 mA and electrical conductivity of NaCl solution between 300 and 400 µS/cm. For each measurement, images were reconstructed using LBP and GIA algorithms. The corresponding bulk concentrations (C_b) of solid particles are compared in Figure 5.11. These calibration curves show that the use of GIA iterations provides an estimation of C_b with less than 1% v/v of error. Using LBP algorithm, C_b was found correct only for small bed of particles (2.5 % v/v), while an over-estimation of about 5% v/v is obtained when more particles are present. This is in agreement with calibration results of [17] by the LBP method, where over-estimation was reported. Also, it is interesting to underline that the

LBP method in combination with a calibration curve can be suitable to rapidly determine the size of a bed without expensive post-treatment.

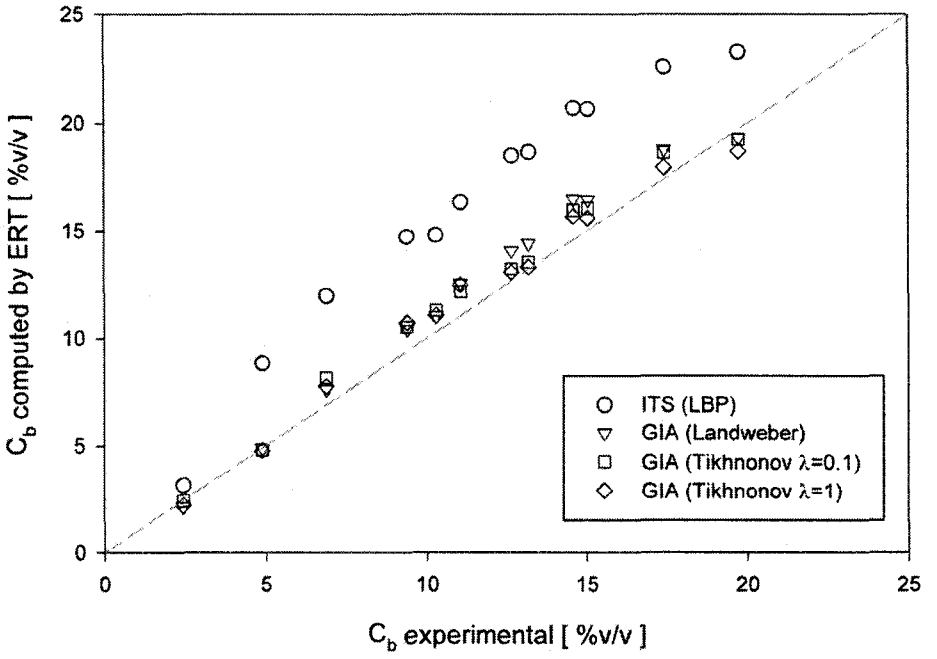


Figure 5.11 : Calibration data of solid particle bed concentration (C_b) using ERT

These results show that the GIA can output quantitative images to visualize solid particle beds. The GIA is limited by the quality of experimental measurements. In particular, careful attention must be paid to the choice of current injection intensity according to the absolute conductivity of the sensing materials. This also points out the importance of having numerical model of ERT sensor that efficiently emulates the real sensor data and vice-versa. The FEM sensor models used in this work has shown good capability to simulate sensor data, allowing the diagnostics of the quality of experimental data and determining an appropriate value of current injected.

5.2.7 Conclusion

In this paper, quantitative image reconstruction techniques for ERT have been implemented and systematically evaluated using synthetic and experimental test cases. For that purpose, image reconstruction techniques from literature were expressed in a general iterative algorithm, called the GIA, which facilitates their implementation and their comparison.

Synthetic and experimental case studies were used to determine a suitable strategy for the GIA. This consists of the Landweber or Tikhonov iterations, with calculation of voltage residual by a FEM sensor model and calculation of the pseudo-optimal relaxation parameters at each iteration. It was shown that this strategy can ensure convergence and provide a successful quantitative approximation for all test cases tested in this work, without specifying any parameters by a trial and error method. When comparing with direct LBP method, the use of the GIA improved significantly the image precision, allowing for a better interpretation of the ERT measurements.

This work shows that quantitative imaging can be performed with ERT measurements. In this context, ERT coupled with GIA implementation is a promising technique to visualize quantitatively multiphase flow in process application, like monitoring slurry flow in pipe.

5.2.8 Acknowledgments

The financial contribution of NSERC and Total Petrochemicals is gratefully acknowledged. Thanks are also directed to ITS for their technical assistance.

5.2.9 Nomenclature

Symbol	
A	Surface of electrode, m^2
c	Current density, A/m^2
C	Concentration of non-conductive phase, % v/v
$\tilde{C}$	Estimated non-conductive phase, % v/v
e	Error on non-conductive phase concentration, % v/v
F	Forward operator
G, $\hat{G}$	Grey function (normalised conductivity)
I	Electrical current, A
n	Number of pixels in images
N	Gaussian distribution
P	Projection operator
R	Residual of voltage difference
R^2	Correlation coefficient
s	Sensitivity matrix
S	Normalised sensitivity matrix
$\hat{S}^{-1}$	Approximation of inverse of sensitivity matrix
U	Normalised voltages difference
$\tilde{U}$	Voltage differences contaminated by Gaussian noise
V	Voltage difference, volts

W	Regularisation matrix
z	Contact impedance, ohms

Greek letter

δ	Noise-level percentage
ε	Stopping criteria
σ	Electrical conductivity distribution, S/m
Φ	Electrical potential fields, volts
Ω	Domain (sensing area)
$\partial\Omega$	Domain boundary
τ	Relaxation parameter in GIA
τ^*	Pseudo-relaxation parameter in GIA
τ^{**}	Under-relaxed pseudo-relaxation parameter in GIA
λ	Regularisation factor
η	Under-relaxation coefficient

Subscript

$_b$	Bulk value
$_k$	Number of iterations
$_i$	Pixel number
$_L$	Liquid phase

$_M$	Measured
$_S$	Solid phase
$_0$	Reference condition

5.2.10 Reference

[1] H. S. Tapp, E. K. Kemsley, R. H. Wilson, A. J. Peyton, Chemical engineering applications of electrical process tomography, Sens. Actuators, B 92 (2003) 17-24.

[2] T. Dyakowski, L. F. C. Jeanmeure, A. J. Jaworski, Applications of electrical tomography for gas-solids and liquid-solids flows - a review, Powder Technol. 112 (2000) 174-192.

[3] M. Wang, Impedance mapping of particulate multiphase flows, J. Flow Meas. Instum. 16 (2005) 183-189.

[4] A. J. Wilkinson, E. W. Randall, T. M. Long, A. Collins, The design of an ERT system for 3D data acquisition and a quantitative evaluation of its performance, Meas. Sci.Technol. 17 (2006) 2088-2096.

[5] E. Fransolet, M. Crine, G. L'Homme, D. Toye, P. Marchot, Electrical resistance tomography sensor simulations: Comparison with experiments, Meas. Sci.Technol. 13 (2002) 1239-1247.

[6] N. Polydorides, PhD thesis, Image reconstruction algorithms for soft-field tomography, University of Manchester Institute of science and technology, Manchester (2002). 250 pp.

[7] W. Q. Yang, L. Peng, Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography, Meas. Sci.Technol. 14 (2003) 1-13.

[8] B. Su, Y. Zhang, L. Peng, D. Yao, B. Zhang, Use of simultaneous iterative reconstruction technique for electrical capacitance tomography, Chem. Eng. J. 77 (2000) 37-41.

[9] J. Zhao, W. Fu, T. Li, S. Wang, An image reconstruction algorithm based on a revised regularization method for electrical capacitance tomography, Meas. Sci.Technol. 13 (2002) 638-640.

[10] G. Lu, L. Peng, B. Zhang, Y. Liao, Preconditioned Landweber iteration algorithm for electrical capacitance tomography, J. Flow Meas. Instum. 16 (2005) 163-167.

[11] C. Tibirna, D. Edouard, A. Fortin, F. Larachi, Usability of ECT for quantitative and qualitative characterization of trickle-bed flow dynamics subject to filtration conditions, Chem. Eng. Process. 45 (2006) 538-545.

[12] C. J. Grootveld, A. Segal, B. Scarlett, Regularized modified Newton-Raphson technique applied to Electrical Impedance Tomography, Int. J. Imaging. Syst. Technol. 9 (1998) 60-65.

[13] M. Wang, Inverse solutions for electrical impedance tomography based on conjugate gradients methods, Meas. Sci.Technol. 13 (2002) 101-117.

[14] O. Isaksen, Review of reconstruction techniques for capacitance tomography, Meas. Sci.Technol. 7 (1996) 325-337.

[15] S. Liu, L. Fu, W. Q. Yang, Optimization of an iterative image reconstruction algorithm for electrical capacitance tomography, Meas. Sci.Technol. 10 (1999) 37-39.

[16] S. Liu, L. Fu, W. Q. Yang, H. G. Wang, F. Jiang, Prior-online iteration for image reconstruction with electrical capacitance tomography, IEE Proc. Sci. Meas. Technol. 151 (2004) 195-200.

[17] Y. S. Fangary, R. A. Williams, W. A. Neil, J. Bond, I. Faulks, Application of electrical resistance tomography to detect deposition in hydraulic conveying systems, Powder Technol. 95 (1998) 61-66.

[18] R. Stevenson, S. T. L. Harrison, N. Miles, J. J. Cilliers, Examination of swirling flow using electrical resistance tomography, Powder Technol. 162 (2006) 157-165.

[19] Y. Dai, A. D. Pachowko, M. Wang, The control of polymer addition to raw waste sludge using electrical resistance tomography - A preliminary study, Part. Part. Syst. Charact. 21 (2004) 228-233.

[20] J. T. Norman, R. T. Bonnecaze, Measurement of solids distribution in suspension flows using electrical resistance tomography, Can. J. Chem. Eng. 83 (2005) 24-36.

[21] L. Pullum, L. Graham, M. Rudman, R. Hamilton, High concentration suspension pumping, Miner. Eng. 19 (2006) 471-477.

[22] F. Dong, Y. B. Xu, L. J. Xu, L. Hua, X. T. Qiao, Application of dual-plane ERT system and cross-correlation technique to measure gas-liquid flows in vertical upward pipe, J. Flow Meas. Instum. 16 (2005) 191-197.

[23] F. Dong, Y. Xu, L. Hua, H. Wang, Two methods for measurement of gas-liquid flows in vertical upward pipe using dual-plane ERT system, IEE Trans. Instrum. Meas. 55 (2006) 1576-1586.

[24] M. Wang, G. Lucas, Y. Dai, N. Panayotopoulos, R. A. Williams, Visualisation of bubbly velocity distribution in a swirling flow using Electrical Resistance Tomography, Part. Part. Syst. Charact. 23 (2006) 321-329.

[25] M. Henningsson, K. Ostergren, P. Dejmek, Plug flow of yoghurt in piping as determined by cross-correlated dual-plane electrical resistance tomography, J. Food Eng. 76 (2006) 163-168.

[26] M. Henningsson, M. Regner, K. Ostergren, C. Tragardh, P. Dejmek, CFD simulation and ERT visualization of the displacement of yoghurt by water on industrial scale, J. Food Eng. 80 (2007) 166-175.

[27] F. Ricard, C. Brechtelsbauer, Y. Xu, C. Lawrence, D. Thompson, Development of an electrical resistance tomography reactor for pharmaceutical processes, Can. J. Chem. Eng. 83 (2005) 11-18.

[28] S. Kim, A. N. Nkaya, T. Dyakowski, Measurement of mixing of two miscible liquids in a stirred vessel with electrical resistance tomography, Int. Comm. Heat Mass Transfer 33 (2006) 1088-1095.

[29] S. J. Stanley, R. Mann, K. Primrose, Interrogation of a precipitation reaction by electrical resistance tomography (ERT), AICHE J. 51 (2005) 607-614.

[30] G. T. Bolton, C. W. Hooper, R. Mann, E. H. Stitt, Flow distribution and velocity measurement in a radial flow fixed bed reactor using electrical resistance tomography, Chem. Eng. Sci. 59 (2004) 1989-1997.

[31] M. Vijayan, H. I. Schlaberg, M. Wang, Effects of sparger geometry on the mechanism of flow pattern transition in a bubble column, Chem. Eng. J. 130 (2007) 171-178.

[32] H. Jin, M. Wang, R. A. Williams, Analysis of bubble behaviors in bubble columns using electrical resistance tomography, Chem. Eng. J. 130 (2007) 179-185.

[33] E. Fransolet, M. Crine, G. L'Homme, D. Toye, P. Marchot, Analysis of electrical resistance tomography measurements obtained on a bubble column, Meas. Sci.Technol. 12 (2001) 1055-1060.

[34] E. Fransolet, M. Crine, P. Marchot, D. Toye, Analysis of gas holdup in bubble columns with non-Newtonian fluid using electrical resistance tomography and dynamic gas disengagement technique, Chem. Eng. Sci. 60 (2005) 6118-6123.

[35] D. Toye, E. Fransolet, D. Simon, M. Crine, G. L'Homme, P. Marchot, Possibilities and limits of application of Electrical Resistance Tomography in hydrodynamics of bubble columns, Can. J. Chem. Eng. 83 (2005) 4-10.

5.3 Commentaires additionnels

Les difficultés rencontrées pour la reconstruction d'images avec des mesures expérimentales d'ERT ont motivé une analyse plus approfondie de cette technique de mesure. Ainsi, en parallèle au développement du programme de reconstruction d'images, des travaux ont été réalisés pour analyser les mesures provenant de l'ERT. Ces travaux sont détaillés en annexe à ce document (annexe B).

Dans un premier temps, le problème inverse de la reconstruction d'image a été pressenti comme étant le principal responsable des difficultés et limitations à reconstruire des images quantitatives pour des lits de particules solides dans une conduite. Beaucoup d'efforts ont donc été réalisés pour élaborer une stratégie efficace quant aux choix d'algorithmes utilisés pour résoudre le problème inverse. Les résultats obtenus avec les images provenant de données synthétiques ont montré que les difficultés mathématiques du problème inverse pouvaient être résolues en utilisant des paramètres appropriés avec le GIA.

Le modèle numérique du capteur d'ERT utilisé pour résoudre le problème direct a été ensuite suspecté comme étant une cause des limitations observée. En fait, il était possible que le modèle numérique du capteur ne permette pas de prédire correctement les mesures expérimentales du tomographe, d'où les difficultés à résoudre de manière satisfaisante le problème inverse avec le GIA. Dans ce contexte, il s'est avéré important de valider le pouvoir de prédiction du modèle numérique du capteur utilisé pour résoudre le problème

direct de l'ERT. De la même manière, la qualité des mesures expérimentales provenant des capteurs d'ERT devait aussi être vérifiée.

Il a donc été entrepris d'étudier le comportement des capteurs expérimentaux et numériques d'ERT. Pour ce faire, le cas d'un fluide homogène, la situation la plus simple du point de vue des mesures, a été étudié. Il était en effet intéressant de vérifier le pouvoir de prédiction du capteur numérique et de vérifier la sensibilité des mesures expérimentales en réponse aux variations de conductivité électrique du fluide. En plus, ce cas test était simple à réaliser au laboratoire.

Pour faciliter l'interprétation des mesures, un modèle simplifié des mesures d'ERT pour le cas d'un fluide de conductivité homogène a aussi été développé. Ce modèle a permis l'analyse systématique des mesures d'ERT obtenues avec les capteurs et les modèles numériques. Le modèle suppose que la résistance mesurée est inversement proportionnelle à la conductivité électrique du fluide. Une série de mesures avec un fluide de conductivité homogène a donc été réalisée au laboratoire. Ces mesures ont été également comparées à différents modèles numériques des capteurs.

D'une part, il a été trouvé que les mesures expérimentales du tomographe diffèrent légèrement du comportement idéal qui est supposé dans les modèles numériques des capteurs. Lorsque la conductivité électrique du fluide est trop petite, les mesures de résistances électriques ne sont pas tout à fait inversement proportionnelles à la conductivité électrique du fluide mesuré. De plus, à partir d'une certaine valeur de conductivité, la variabilité des mesures devient significative. En conséquence, les grandes variations de

conductivité électrique peuvent entraîner certaines erreurs de mesures et fausser leur interprétation. Néanmoins, une plage de conductivité électrique du fluide a pu être déterminée où les mesures des capteurs se comportent comme attendu.

Du côté du modèle numérique du capteur, il a été constaté qu'il existe des différences importantes entre les prédictions des modèles utilisant un maillage 2D et 3D. En effet, seul un modèle utilisant un maillage 3D prédit correctement les mesures d'ERT. De plus, une taille de maille très fine doit être employée pour s'assurer de conserver les propriétés de symétrie du capteur.

Il s'est aussi avéré que l'utilisation d'une impédance de contact dans les conditions aux limites du modèle permet d'expliquer les déviations par rapport au modèle idéal du capteur. En ajoutant une impédance de contact dans le modèle, une réponse au changement de conductivité électrique similaire aux mesures expérimentales a été observée. D'autre part, l'influence de l'impédance de contact sur les mesures est bornée, l'écart entre les mesures de résistance avec ou sans une impédance de contact est limité à 10% de la valeur mesurée.

Mentionnons que le modèle simplifié des mesures d'ERT combiné avec les propriétés de symétrie des mesures a aussi permis de réaliser qu'il est possible d'interpréter directement les mesures de l'ERT sans avoir à reconstruire des images. Cette constatation a permis de développer des indicateurs pour interpréter directement les mesures d'ERT sans avoir à reconstruire d'images. Ces indicateurs ont permis d'élaborer une stratégie pour déterminer les vitesses de transitions entre les régimes d'écoulement dans la maquette froide. Ces travaux sont présentés dans le chapitre suivant sous forme d'un article scientifique.

6 Caractérisation des transitions entre les régimes d'écoulements d'une suspension avec l'ERT

6.1 Présentation de l'article

Cet article, soumis à la revue *Chemical Engineering Research and Design*, porte sur le développement d'une stratégie pour l'analyse des régimes d'écoulement et des vitesses de transition d'une suspension en écoulement dans une conduite à partir des mesures d'ERT. En complément à la reconstruction d'images, des indicateurs ont été développés pour interpréter les mesures d'ERT. Ces indicateurs permettent d'estimer la concentration apparente de la phase solide et de déterminer si cette concentration est radialement homogène ou symétrique à partir de simples calculs statistiques sur les mesures d'ERT.

Ces indicateurs ont été appliqués à l'analyse des régimes d'écoulement de suspension dans la maquette froide pour différentes vitesses d'écoulement et de concentrations en solides. De plus, des courbes de calibrations pour le calcul de la concentration en solides ont été réalisées en utilisant le GIA et comparées avec les résultats du logiciel d'ITS utilisant l'algorithme LBP.

Ainsi, il a été montré que ces indicateurs, combinés à la reconstruction d'images avec le GIA, permettent une analyse des transitions entre les régimes d'écoulement d'une suspension en écoulement dans une conduite.

6.2 Characterization of slurry flow regime transitions by ERT

Authors: R. Giguère, L. Fradette, D. Mignon*, P. A. Tanguy

Department of Chemical Engineering, URPEI, Ecole Polytechnique of Montreal

*Total Petrochemicals Research Feluy, Belgium

Keywords: Slurry, pipe flow, tomography, ERT, image reconstruction

6.2.1 Abstract

Slurry flows in a pipe have been visualized using electrical resistance tomography (ERT). Complementary to image reconstruction technique, a strategy based on the direct interpretation of the raw ERT measurements has been developed to analyze slurry flow regimes in horizontal pipe. Experiments have been conducted using a lab-scale pipe loop equipped with a commercial ERT device. The images of slurry concentration have been reconstructed using an iterative Landweber method and compared to a direct LBP method available in the ERT software. The slurry concentration has been estimated and the homogeneity of the concentration distribution has been assessed directly from resistance measurements and a simple resistance model. It is shown that this procedure, combining the image reconstruction and the direct interpretation of ERT measurements, allows analyzing the slurry flow regimes and transitions for slurry concentrations up to 20% v/v and velocities up to 2.2 m/s.

6.2.2 Introduction

Electrical resistance tomography (ERT) is a measurement technique for multiphase flow involving electrically conductive fluid as the continuous phase. It uses electrical resistance measurements and image reconstruction techniques to generate a 2D image, called a tomogram, representing the electrical conductivity map of the fluid. The sensor is generally composed of one or more electrode rings positioned at the periphery of a cylindrical vessel, a tank, or a pipe. The ERT is a non-intrusive sensing technique with an excellent time resolution relying on fast electrical measurements, which makes it particularly well adapted to time-dependant multiphase process.

In the case of slurry pipe flows, ERT measurements can be used to characterize the slurry flow regimes generated with the operating conditions such as velocity, solids concentration and particle types. There are typically four main regimes in a horizontal pipe according to the solid phase concentration profile. Namely: flow with a stationary bed, flow with a moving bed, heterogeneous flow and pseudo-homogenous flow (Govier and Aziz, 1972; Shook and Rocco, 1991; Doron and Barnea, 1996; Abulnaga, 2002). The characterization of these slurry flow regimes is useful for the design, the optimisation and the control of processes involving slurry flows but also for research purposes by providing experimental data needed to develop, tune and validate empirical and numerical multiphase models.

Some applications of ERT to slurry flow in pipe at laboratory scale have previously been reported (Fangary et al., 1998; Lucas et al., 1999; Pachowko et al., 2004; Norman and Bonnecaze, 2005; Pullum et al., 2006; Stevenson et al., 2006). In most of these studies, the

linear back-projection method (LBP) was employed in the tomogram reconstruction that allows a rapid reconstruction of the images for the visualization of solids concentration distribution. However, concentration profiles obtained with the LBP are qualitative because of limitations originating from both the image reconstruction technique and the equipment capability.

ERT is a promising technique to visualize slurry flow in pipe but hardware and software limitations are important. These limitations make it difficult to exploit quantitatively ERT images and a systematic validation of slurry flow images is still necessary.

The development of quantitative ERT image reconstruction software has been described previously by the authors (Giguère et al., 2008). Results have been validated for the case of static solid particle bed at the bottom of a pipe sensor. A calibration curve relating the size of the particle bed predicted by ERT has shown good agreement with experimental values when using an appropriate iterative image reconstruction technique.

Transition between slurry flow regimes can be determined from tomograms analysis. However, the identification of transition from the image only remains subjective, particularly for the transition from a homogenous to heterogeneous slurry flow.

The present work is aimed at developing a suitable strategy to analyze slurry flow regimes in pipes. For that purpose, a strategy for the direct interpretation of ERT measurements has been developed to identify homogeneous and heterogeneous slurry flow regimes, without the needs for image reconstruction. Results from the proposed approach and standard

image reconstruction have been compared and used to assess the slurry flow regimes for various flow conditions.

6.2.3 Direct interpretation of ERT measurements

6.2.3.1 Adjacent electrode pair strategy

The adjacent electrode pair strategy is widely used method for the ERT data acquisition (Seagar et al., 1987; Dickin and Wang, 1996). It consists of injecting the electrical current and measure voltages differences between pairs of adjacent electrodes (Figure 6.1). For a sensor ring with N electrodes, the adjacent electrode pair protocol consists of N current injections with N-3 potential difference measurements. Considering equivalence between the current injection and the potential measurement, the number of independent measurements is reduced to N*(N-3)/2. Thus, for a 16 electrodes sensor ring, the adjacent electrode pair strategy leads to a dataset of 104 measurements. This dataset is then used to reconstruct a tomogram of phase concentration inside the sensor using image reconstruction algorithm.

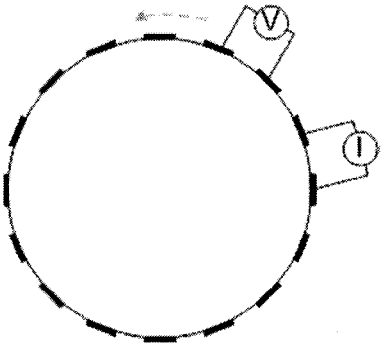


Figure 6.1 : Adjacent electrode pair strategy for 16 electrodes ERT sensor

6.2.3.2 Resistance model for ERT measurements

For a single- or multi-phase homogenous fluid, a resistance model can be used to relate the resistances measured by the ERT to the fluid conductivity. In that case, only one resistance measurement is needed to estimate the fluid conductivity as for a simple conductivity probe. Therefore, each dataset provides useful measurement redundancies, allowing the estimation of the slurry concentration and also the verification of the assumption of homogenous fluid by a simple procedure presented in this section.

According to Ohm's law, each voltage difference V measured by a pair of ERT electrode is the product of a resistance R and the electrical current injected I

$$V = R(\sigma) I . \tag{6.1}$$

In the general case, the voltage differences are complex functions of conductivity distribution. Simplification in the case of homogeneous conductivity distribution allows expressing a resistance model derived from the analogy with a classical resistor. For the case of a resistor, the resistance is proportional to the inverse of electrical conductivity by

$$R(\sigma) = \frac{K}{\sigma}, \tag{6.2}$$

where K is a geometrical parameter, of dimension m^{-1}. In the case of ERT, the parameter K depends on the geometry of electrodes, the distance between them, and the diameter of the vessel.

Considering that electrical conductivity is inversely proportional to the resistance, it is possible to relate the slurry conductivity variation directly to the ERT measurements. For that purpose, it is useful to express the normalized conductivity change, η, from an initial reference homogeneous conductivity σ_0 by

$$\eta = \frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_0}. \tag{6.3}$$

Combining with equation (6.2) and considering a constant parameter K, the above yields

$$\eta = \frac{1/R - 1/R_0}{1/R_0}. \tag{6.4}$$

For non-conductive particles, the solids concentration C_S and the slurry conductivity σ_S can be related using the Maxwell equation (Maxwell, 1873)

$$\sigma_S = \sigma_W \cdot \left(\frac{2 - 2C_S}{2 + C_S} \right), \tag{6.5}$$

where σ_W is the conductivity of the conductive phase. Although equation (6.5) has been derived by Maxwell for a small volume fraction of solid particles, it is also valid for high solids concentration, and makes it suitable for ERT study (Neale and Nader, 1973; Turner, 1976; Loh et al., 1999; Wu et al., 2005).

Equation (6.5) can also be expressed as

$$C_S = \left(\frac{2 - 2\sigma_S / \sigma_W}{2 + \sigma_S / \sigma_W} \right). \tag{6.6}$$

Considering the normalized slurry conductivity η_S, by substituting equation (6.3) into equation (6.6), the apparent solids concentration, denoted ϕ, can be estimated by

$$\phi = \frac{2 - 2\left(\frac{1 + \eta_S}{\sigma_W / \sigma_{S0}} \right)}{2 + \left(\frac{1 + \eta_S}{\sigma_W / \sigma_{S0}} \right)}. \tag{6.7}$$

The quantity σ_W / σ_{S0} in equation (6.7) is obtained from equation (6.5) using the solids concentration of slurry at the initial condition C_{S0}. In equation (6.7) the variable ϕ has been used instead of C_S to stress that the results represent the apparent solids concentration from the homogeneous slurry assumption.

For each dataset of P resistance measurements, equation (6.7) gives a vector of apparent solids concentration,

$$\phi = [\phi_1, \phi_2, ..., \phi_P]. \tag{6.8}$$

Assuming a homogenous distribution, the average of the vector ϕ components provides an estimation of the apparent concentration of slurry,

$$\phi_M = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^{P} \phi_i . \tag{6.9}$$

The hypothesis of a homogenous distribution can be verified by computing the standard deviation of the apparent concentration,

$$\phi_S = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}(\phi_i - \phi_M)^2. \tag{6.10}$$

Large value of ϕ_S indicates a heterogeneous distribution while a zero value indicates a homogenous distribution. Nevertheless, a zero value can be reached only with an ideal sensor having identical electrodes mounted in perfectly symmetric position in the sensor ring. In practice, real sensors are non-ideal and exhibit non-zero ϕ_S even with homogenous fluid. In this context, it is convenient to use a minimum value of ϕ_S, for which the conductivity distribution is considered as homogeneous.

6.2.3.3 Symmetry

Based on the symmetry of the electrode ring and the adjacent electrode pair strategy, it is possible to derive a simple indicator to verify if the conductivity distribution of the sensed fluid is symmetric. Consider the case of a 16 electrode ring leading to a dataset of 104 measurements. If the electrical conductivity distribution inside the sensor is symmetric, then there is only 1 independent current injection and the 13 other current injections of the adjacent electrode pair strategy can be considered as repetitions. Furthermore, the number of possible resistance measurements associated to each current injection is reduced to only 7 because of the sensor ring symmetry. This means that when the conductivity distribution is symmetric each dataset of 104 measurements provided by the adjacent electrode pair

strategy of measurement should reduce to only 7 independent measurements, the other being considered as repetitions.

Based on this observation, by computing the average and the standard deviation of repetitions for each independent measurement, it is possible to asses the symmetry of the conductivity distribution. The average resistance is defined as

$$\hat{R}_j = \frac{\sum_{i=1}^{104} R_i \delta_{i,j}}{\sum_{i=1}^{104} \delta_{i,j}}, \tag{6.11}$$

where $\delta_{i,j}$ is an operator equal to unity if the ith measurement is related to the jth independent measurement,

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{if } R_i \in \left\{\hat{R}_j\right\} \\ 0 & \text{else} \end{cases}. \tag{6.12}$$

The standard deviation of normalised differences from the average values of resistance can be written as

$$\psi = \frac{\sum_{i=1}^{104} \left(\frac{R_i - \sum_{j}^{7} \hat{R}_j \delta_{i,j}}{\sum_{j}^{7} \hat{R}_j \delta_{i,j}} \right)^2}{\sum_{i=1}^{104} \delta_{i,j}}. \tag{6.13}$$

Similarly to ϕ_s, a large value of ψ suggests unsymmetrical conductivity distribution, while a small value would indicate symmetric distribution. In fact, a symmetry is a necessary condition for a homogenous distribution, but it is not sufficient. However, in the case of slurry flow in pipe, where stratified profiles of concentration are expected, the symmetric distribution should correspond to a pseudo-homogenous distribution.

It is interesting to note that the variable ψ is computed from a single dataset of measurement and does not need any reference measurement. Moreover, ψ is independent of the absolute conductivity of the sensed fluid and makes it well adapted for situation where the absolute conductivity of fluid is changing over time. Indeed the electrical conductivity is sensitive to process conditions, as the temperature and pressure. Therefore, correction to the measured resistances can be necessary in order to compute a tomogram or the apparent slurry concentration ϕ, which is not always available and reliable.

6.2.4 Methodology

6.2.4.1 Set-up and operating conditions

In this work, the slurry flow was studied using a laboratory-scale pipe loop Figure 6.2). The pipe is 3 inches in diameter and 10 meters long. The set-up is provided with a progressive cavity pump that delivers the volumetric flow, a Coriolis flow meter to measure the slurry density and a temperature probe to monitor the temperature changes. A static mixer is installed in order to ensure homogeneity of the slurry in the vertical pipe. For convenience, two Plexiglas pipe sections are installed in vertical and horizontal position, allowing for a direct observation of the slurry flow.

two Plexiglas pipe sections are installed in vertical and horizontal position, allowing for a direct observation of the slurry flow.

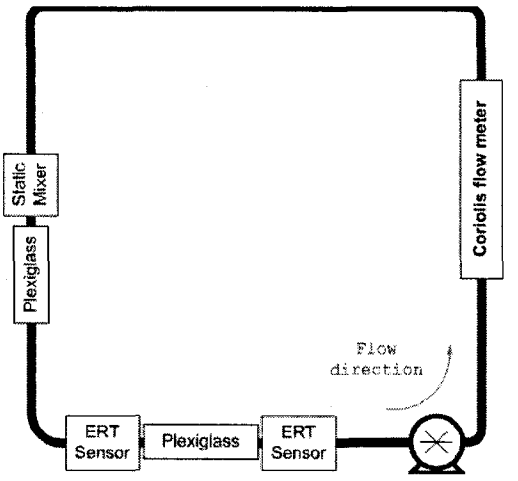


Figure 6.2 : Schematic of pipe loop installation

The ERT device is a commercial system from ITS (UK). Two pipe sensors, each including 16 electrodes, are mounted on each side of the vertical downward bend section of the loop as shown in Figure 6.2. These sensors are connected to a data acquisition system (*p2000* from ITS), which uses the adjacent electrode pair strategy for the resistance measurements.

The slurry consisted of a mixture of tap water and non-conductive glass beads of 100 μm in diameter with a density of 2500 kg/m^3. The flow rates were tested in the range of 1 to 10 L/s, corresponding to an average velocity from 0.22 to 2.2 m/s and pipe Reynolds numbers from $2x10^4$ to $2x10^5$ for water flow conditions. Four bulk concentrations of solid particles were considered: 5%, 10%, 15%, and 20% v/v. For each trial, the slurry flow was established at the highest flow rate of the pump, ensuring a pseudo-homogenous slurry flow. Then, the ERT monitoring was started and the flow rate was decreased by steps

Electrical current of 1.5 mA at 9.6 kHz was injected by the *p2000* system using the adjacent electrode pair strategy. To limit the noise in electrical measurements, one dataset corresponds to the hardware average of 8 measurements. These settings provided an acquisition rate of around 600 ms per dataset for each sensor, leading to a total acquisition rate of 1.2 seconds per measurement.

6.2.4.2 Temperature correction

In this set-up, the slurry temperature increases with time because of friction in the pump rubber casing, which in turn increases the absolute conductivity of the water phase. For that purpose, resistance measurements from ERT were corrected according to the change of temperature over time using

$$R_{T_{ref}} = R_T \cdot \left(1 + \alpha(T - T_{ref})\right), \tag{6.14}$$

where R_{Tref} is the resistance at reference temperature T_{ref}, R_T is the resistance at temperature T and α is the thermal resistance coefficient.

For each trial, values of α between 2 to 3% were fitted from the resistances measured with the vertical pipe sensor for the first 500 datasets. It should be noted that the estimation of the coefficient α also takes into account the pressure change induced by the presence of small amount of air in the slurry, which in turn slightly affects the absolute conductivity of mixture.

6.2.4.3 Image reconstruction

Transient tomograms, representing the concentration of solid phase in vertical and horizontal pipe sections, were computed using ERT image reconstruction techniques. Two techniques were used: the LBP method available in the ITS software providing online images, and an implementation of the Generalized Iterative Algorithm, based on the Landweber method (Giguère et al., 2008).

ERT image reconstruction algorithms, like the LBP and Landweber methods, are generally designed to compute normalized variations of electrical conductivity based on normalized resistance measurements as input data. The normalization of resistance measurements is obtained by

$$R_N = \frac{R - R_0}{R_0}, \tag{6.15}$$

where R_0 is a reference resistance measurement, usually taken at homogenous condition. The choice of the reference measurement is particularly important for the concentration conversion from conductivity tomogram. Ideally, the reference should be taken with water only. However, it requires having the same absolute conductivity of water for both the reference and the slurry measurement, which was not reliable in practice with our application. For that purpose, the reference measurements R_0 in equation (6.15) were taken at the beginning of each trial at the highest flow rate, ensuring the homogeneity of slurry. Then, the bulk concentration of the slurry measured by the Coriolis flow meter at reference

condition, denoted C_{b0}, was used to estimate the conductivity ratio σ_0 / σ_W by rewriting equation (6.5)

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_W} = \left(\frac{2 - 2C_{b0}}{2 + C_{b0}} \right). \tag{6.16}$$

This ratio is needed for conversion of solids concentration from the conductivity tomogram reconstructed. It defines the upper limit of conductivity, which corresponds to the water phase conductivity σ_W when $\sigma_0 = 1$ in the normalization procedure.

6.2.5 Results

6.2.5.1 Concentration tomograms

Figure 6.3 presents the concentration tomograms reconstructed for all solids concentration tested using the LBP method in the ITS software. The bulk concentration of the slurry, denoted C_b and computed by averaging the solids concentration, are also given below each image. The results obtained for the vertical pipe shows a homogenous slurry distribution for all velocity and concentrations of solid tested. For the horizontal pipe the distribution is varies, however, depending of the velocity. At higher velocity, the slurry is essentially homogenous as in the vertical pipe. When the velocity is decreased, the slurry becomes heterogeneous and a bed of solid particles forms at the bottom. Furthermore, the settling of solid particles increases C_b in the horizontal pipe, while it decreases C_b in the vertical pipe for obvious mass conservation reasons.

By comparing the tomograms obtained for the horizontal pipe at various slurry velocities, it is possible to identify the limit deposit velocity corresponding to the onset of bed formation. If we consider the bed as settled particles at maximum packing limit concentration, which is about 60 % for random packing spherical particles, the presence of the bed can be detected by looking at the maximum value of the concentration tomograms. Results of Figure 6.3 indicate that for the four slurry concentration tested, the bed appears at a velocity between 0.9 and 1.1 m/s. Beyond this velocity, a decrease of slurry velocity tends to increase the bed height and the bulk concentration of slurry in the horizontal pipe. The comparison between the four slurry concentrations tested also indicates that for a constant slurry velocity the bed height tends to increase with the slurry concentration.

Figure 6.4 presents the concentration tomogram computed using Landweber iterations implemented in our GIA software. When compared with the tomograms obtained with the LBP method shown in Figure 6.3, similar results are obtained for velocity corresponding to homogenous slurry. The difference between LBP and GIA are observed at low velocity when a particle bed is present. The use of the GIA improves image resolution, in particular the interface sharpness between the bed and the slurry. Nevertheless, artefacts are also observed with the GIA when the bed occupies a large portion of the sensing areas. In fact, large bed size involves large resistance values and hardware limitations can lead to erroneous measurements if the resistances fall out of the hardware range. These phenomena have been also observed and discussed in the case of image reconstruction for static particles bed (Giguère et al., 2008).

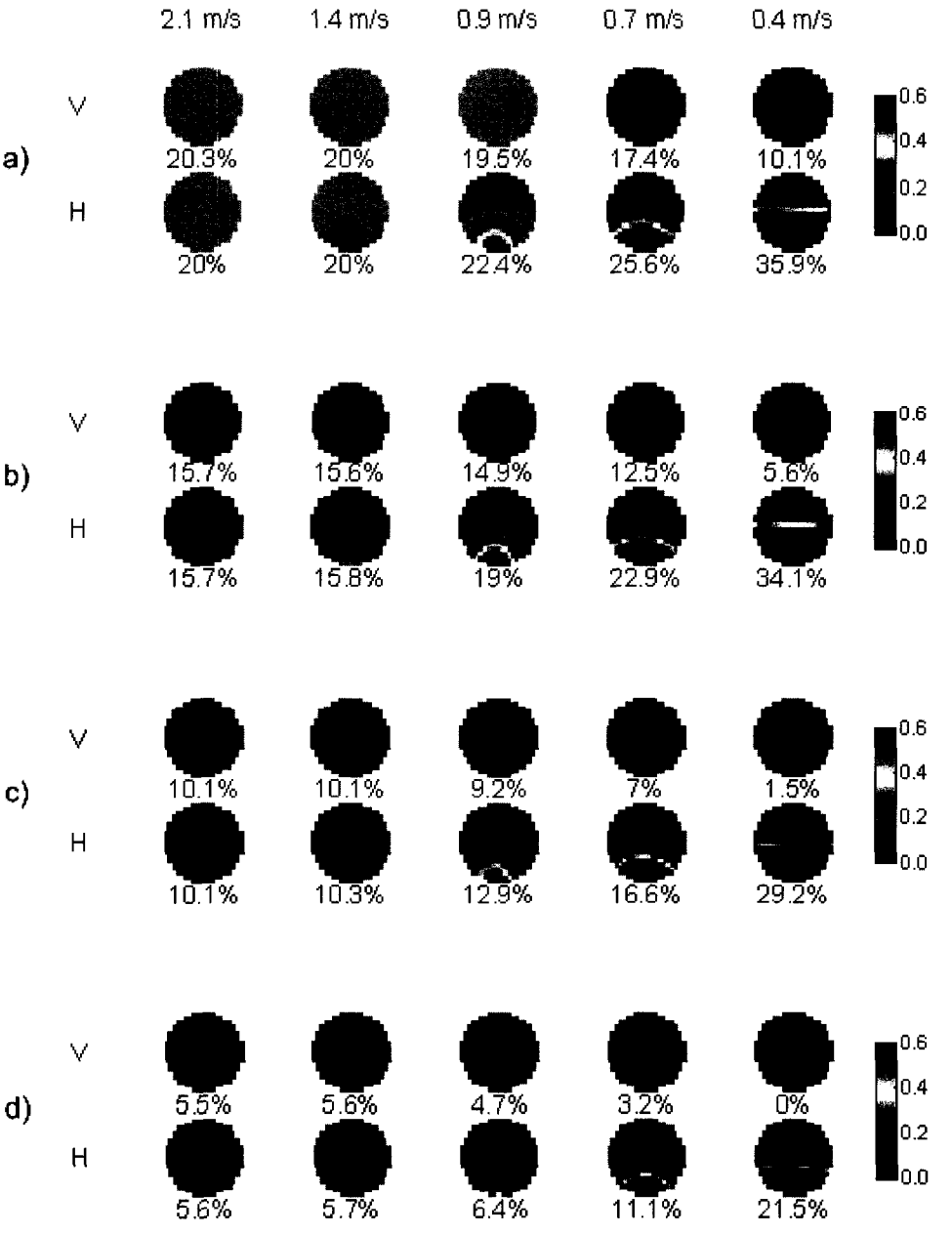


Figure 6.3 : Concentration tomograms reconstructed with ITS LBP method. a) C_{b0}=20%, b) C_{b0}=15%, c) C_{b0}=10%, d) C_{b0}=5 % (H: horizontal pipe sensor, V: vertical pipe sensor, the colorbar represents the solids concentration)

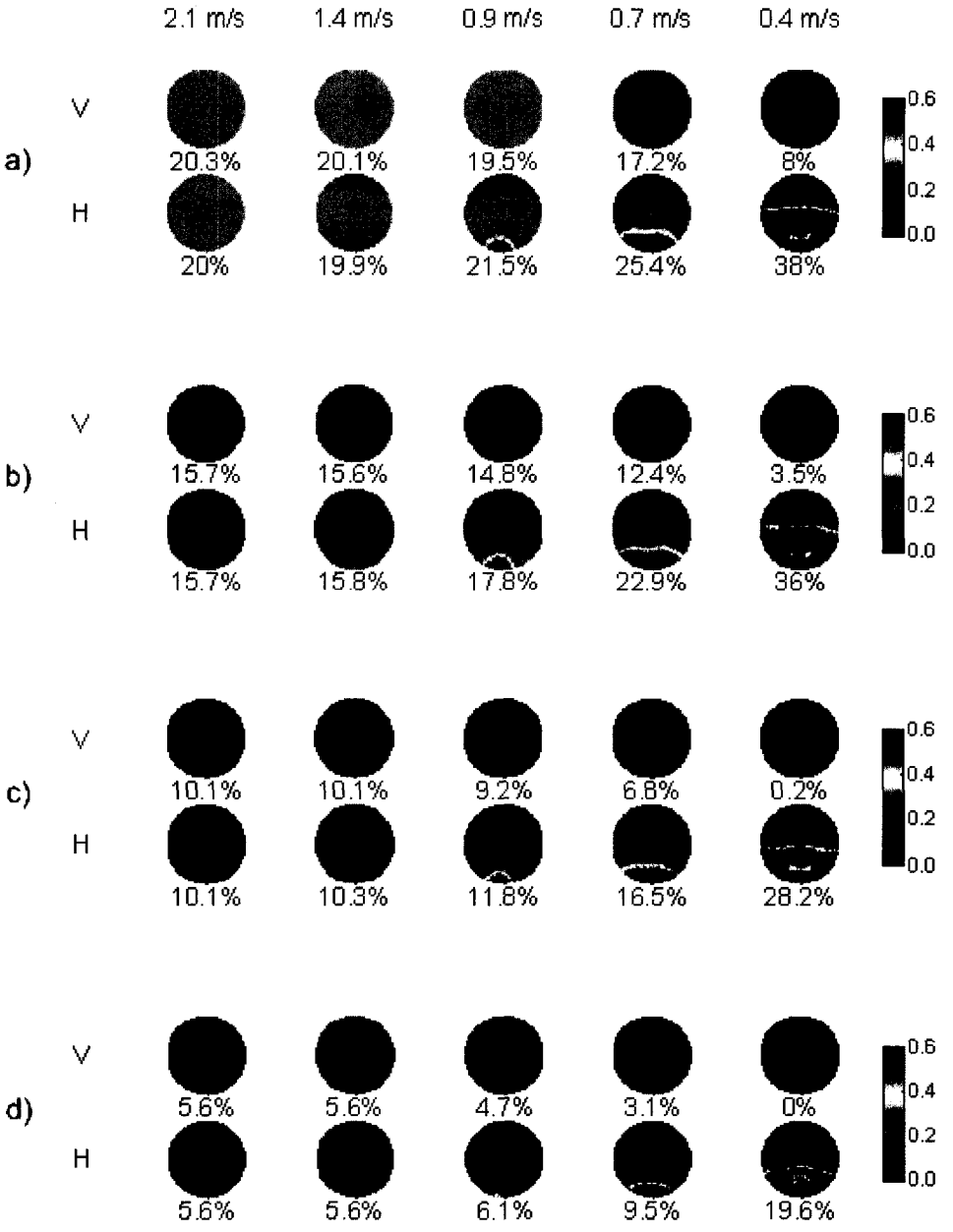


Figure 6.4 : Concentration tomograms reconstructed with GIA method. a) C_{b0}=20%, b) C_{b0}=15%, c) C_{b0}=10%, d) C_{b0}=5 % (H: horizontal pipe sensor, V: vertical pipe sensor, the colorbar represents the solids concentration)

To alleviate these artefacts, several options are available: decreasing the intensity of electrical current injected, increasing the absolute electrical conductivity of the water phase for instance by adding NaCl, or modifying the gain used by the hardware for the resistance measurements. In fact, any of these changes will lead to better definition of the bed of solid particles, but will decrease the quality of ERT reference measurements.

It is interesting to note that the use of GIA allows diagnosing the quality of hardware measurements and identify erroneous values when significant artefacts are observed in the reconstructed images. However, in spite of these erroneous measurements, the LBP results are not significantly affected and provide good qualitative images of bed at the bottom of pipe. In fact, the LBP results are not influenced by the erroneous resistance measurements because of the linearity of the method, which generally overestimates the concentration change associated to large resistance measurements.

Figure 6.5 compares the bulk concentration computed in the vertical pipe sensor using the LBP and GIA methods with the measurements from the Coriolis flow meter at each velocity step tested. Results indicate that in the case of homogenous slurry flow, the measurements of concentration changes by ERT are in remarkable agreement with experimental values for the two methods, with an error of less than 1% even for large changes in the slurry concentration from the reference conditions. This also indicates that equation (6.5) provides a suitable estimate, even at high slurry concentration.

Figure 6.6 compares the height of particle beds computed from the tomograms reconstructed using the LBP and GIA methods with the direct observation through the

Plexiglas pipe located just before the horizontal sensor. The bed height shown represent the height of a flat bed of identical concentration to the one obtained in the tomogram of Figure 6.3 and Figure 6.4. Results show that the height of particles bed estimated using tomogram reconstructed with the GIA method are in good agreement with the experimental observation, while the LBP significantly overestimates the bed size. These results also agree with the calibration results obtained previously for the case of static particles bed in a pipe (Giguère et al., 2008).

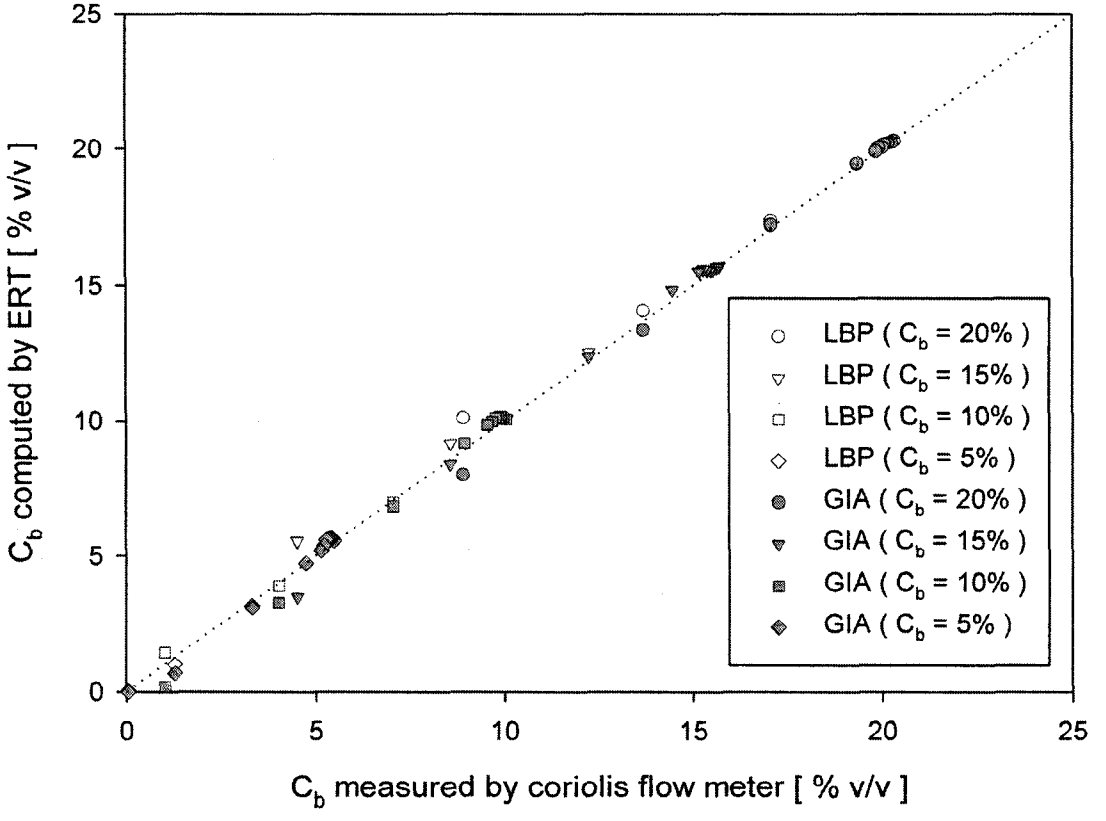


Figure 6.5 : Comparison between Coriolis flow-meter measurements and ERT predictions in the vertical pipe for homogenous slurry flow.

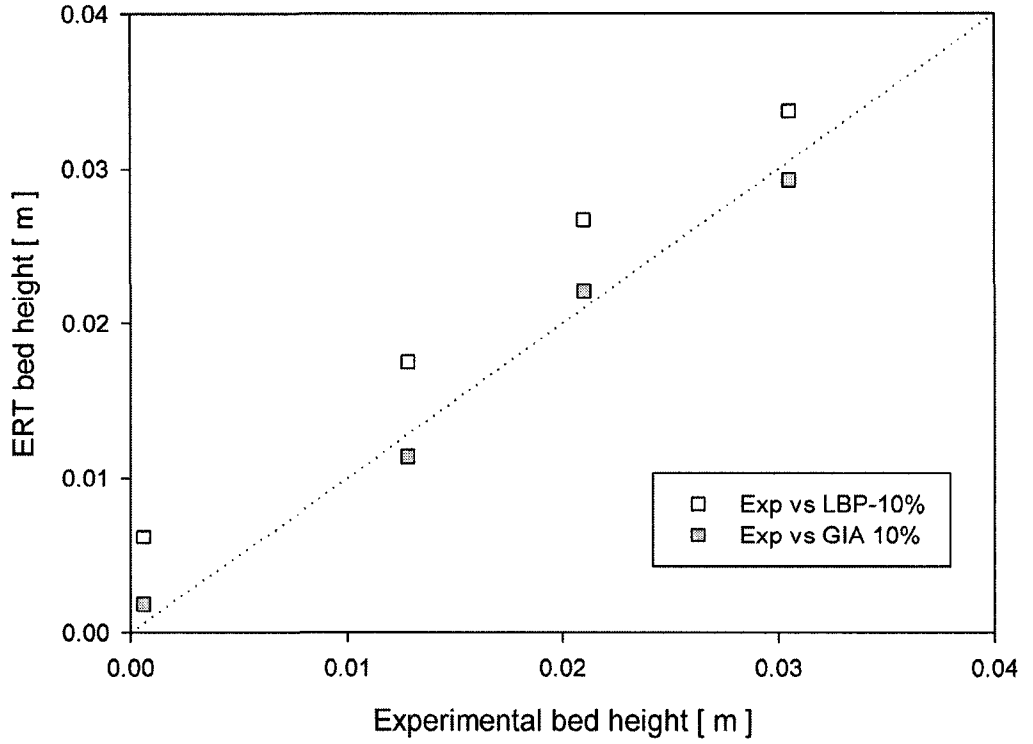


Figure 6.6 : Comparison of bed height observed through the Plexiglas pipe and computed from concentration tomograms with LBP and GIA (C_{b0} = 10 %).

6.2.5.2 Direct interpretation of ERT measurements

Transition between slurry flow regimes can be determined from tomograms analysis (Figure 6.3 and Figure 6.4). However, the identification of transition by looking at the image only is subjective, particularly for the transition from a homogenous to heterogeneous slurry flow. For that purpose, the interpretation of ERT measurements can be also carried out directly using the procedure presented in section 6.2.

For each trial, the variables ϕ_M, ϕ_S, and ψ were computed using Eqs. (6.9), (6.10), and (6.13). Typical results are shown in Figure 6.7 for the case of slurry having C_{b0}= 20% v/v. As a comparison, the average and the standard deviation of concentration computed from LBP

tomograms, denoted by ϕ_M^{LBP}, ϕ_S^{LBP} respectively, are also presented. The results indicate that ϕ_M and ϕ_S provided the same trends as the computation from LBP tomograms, although slight differences can be noted on the magnitude when flow is heterogeneous. When decreasing the velocity below the 0.9 m/s, the average slurry concentration increases in the horizontal pipe while it decreases in the vertical pipe, providing another indicator of limit velocity for which particle beds forms in the horizontal pipe.

The transition between the homogenous and the heterogeneous slurry flow regime can be assessed by looking as the evaluation of the standard deviation of apparent slurry concentration. For the vertical pipe, constant values are obtained for the standard deviations of apparent concentration (ϕ_S and ϕ_S^{LBP}), indicating that homogenous slurry flow is present for all velocities experimented. These values of ϕ_S and ϕ_S^{LBP} can be used as references to assess homogeneity level in the horizontal pipe. At the highest flow rate, both sensors have the same values for ϕ_S or ϕ_S^{LBP}, while after decreasing the velocity the values of the horizontal pipe start to increase, indicating that the assumption of homogenous slurry flow is no more satisfied.

We also show in Figure 6.7 the evaluation of the symmetric index ψ, which provides information related to the symmetry of conductivity distribution in the sensor. Comparing with value of ϕ_S or ϕ_S^{LBP}, practically same trends are obtained, with only difference in the magnitude. This indicates that ψ provides similar information as ϕ_S or ϕ_S^{LBP}, which can be used to assess slurry homogeneity. Note that the symmetry index is independent of absolute conductivity and can be computed directly on raw resistances. Therefore, this

indicator is particularly well adapted for online monitoring of homogeneity of slurry with an ERT sensor.

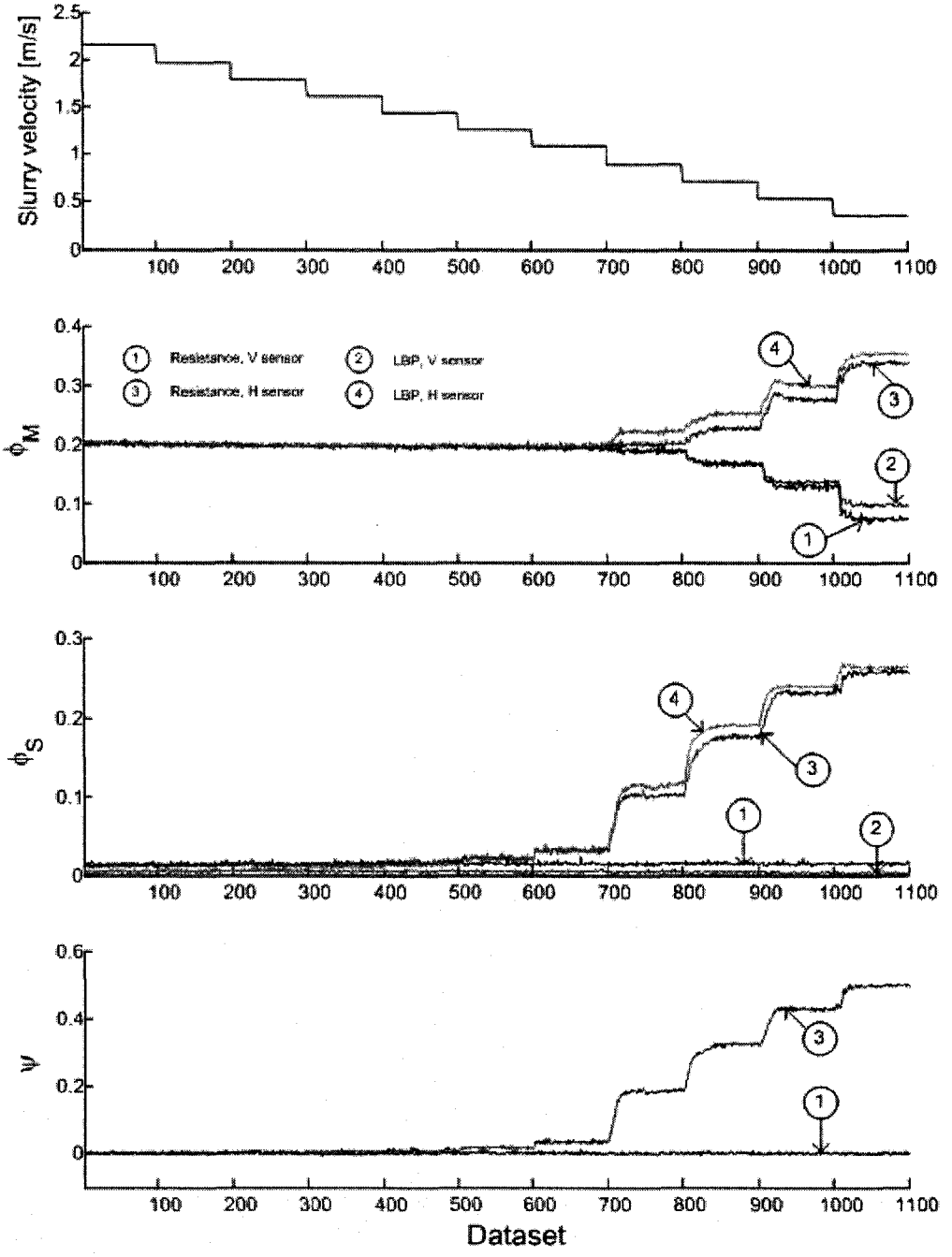


Figure 6.7 : ϕ_m. ϕ_{std}, ψ and slurry velocity in function of times (C_{b0} = 20 %).

Symmetry index is also particularly useful to assess if the slurry is homogenous at reference measurement conditions. Figure 6.7 shows that the same value of ψ is essentially obtained for both sensors at the reference conditions, which corresponds to the average of first 30 datasets of each trial. Moreover, it should be noted that the value of ψ for the vertical pipe remains constant over time. This confirms that the assumption of homogenous conductivity distribution for the reference conditions at the highest flow rate is respected.

Figure 6.8 presents the time averaged ϕ_M. ϕ_S and ψ for each flow rate experimented and the four bulk concentration using the last 30 datasets acquired for each step of slurry velocity. From these results, it is possible to compare the influence of bulk solids concentration on the transition between homogenous and heterogeneous slurry flow regimes.

Results indicate that heterogeneous slurry occurs at velocity beyond 1.6 m/s for slurry concentration above 5%, and 1.3 m/s at 5%. Thus, between 5 and 10% of concentration, the slurry concentration seems to influence the velocity transition from homogenous to heterogeneous regime, but only few differences are observed when slurry concentration is higher then 10%. It is important to mention that the step of velocity and bulk concentration used for these experiments are relatively large and can potentially explained why the velocity transition between slurry flow regimes with the concentrated slurry are pretty similar.

It is also interesting to notice that below the critical velocity of 1.1 m/s, where the particle beds have been detected using image reconstruction, the homogeneity and symmetry indicators both start to increase sharply. Hence, when decreasing slurry velocity a sudden

change in the slope of ϕ and ψ seems to be a useful indicator to detect the presence of bed of solid particles without the requirement of an image reconstruction technique.

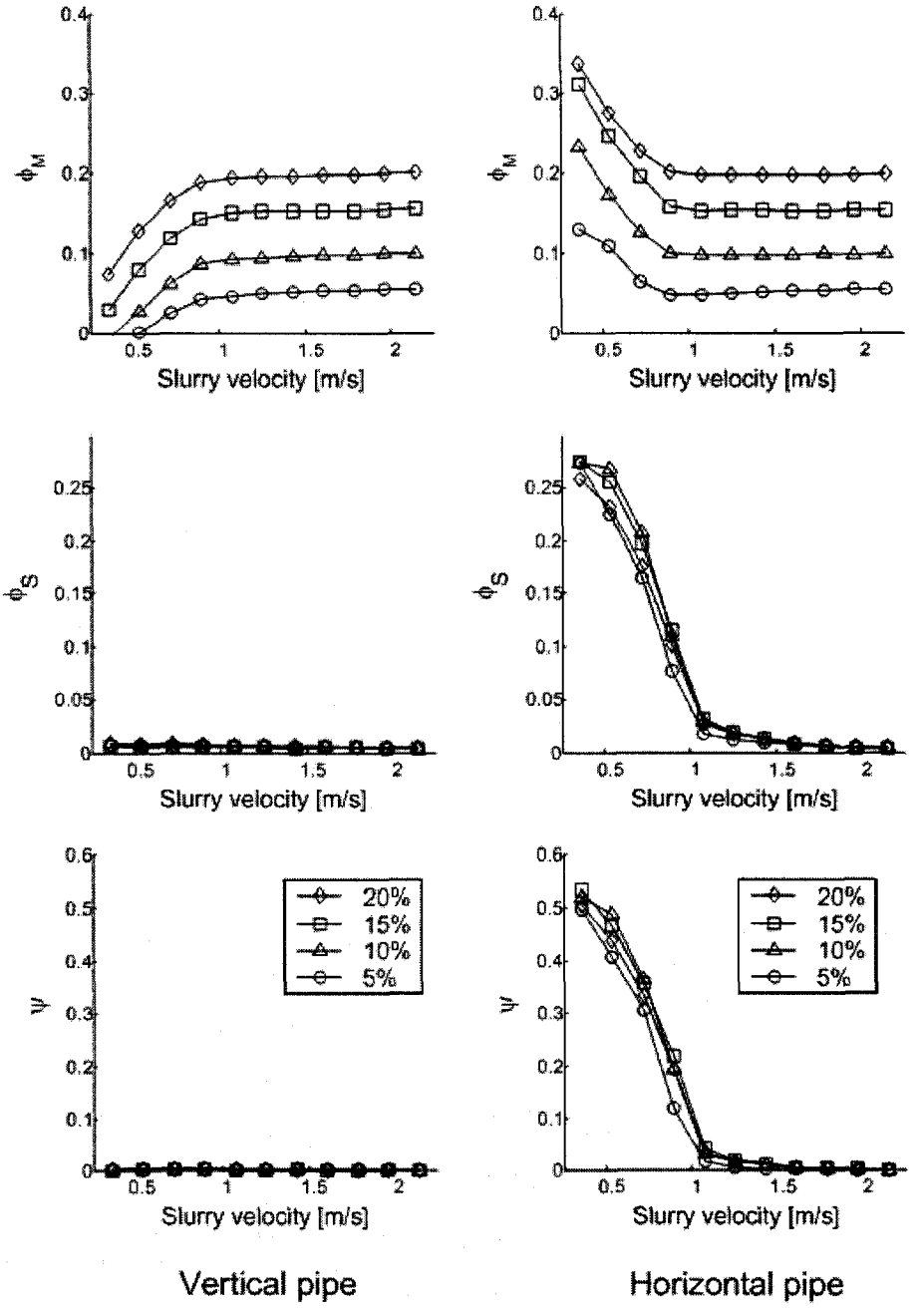


Figure 6.8 : Time-average of ϕ_M. ϕ_S, and ψ as a function of slurry velocity for vertical and horizontal pipes.

6.2.6 Conclusion

Electrical resistance tomography has been applied to the slurry flow in pipe and a strategy for the analysis of slurry flow regimes and transitions has been developed. This strategy combined the visualisation of slurry using image reconstruction techniques and a procedure for the direct interpretation of the ERT measurements.

Results show the capability of ERT to visualize slurry flow regime in pipe from homogenous slurry flow to heterogeneous stratified flow with solid particles bed at bottom of pipe. Moreover, the procedure for the direct interpretation of ERT measurements facilitates the identification of transitions between homogeneous and heterogeneous slurry flow regime. The use of ERT is thus a useful tool to monitor, characterize and correlate slurry flow regimes according to operating condition.

6.2.7 Acknowledgments

The financial contribution of NSERC and Total is gratefully acknowledged. Thanks are also directed to ITS for their technical assistance.

6.2.8 Nomenclature

Symbol

C	Concentration, % v/v
I	Electrical current, A
K	Geometrical parameter, m^{-1}
N	Number of electrodes
R	Electrical resistance, ohm
R_N	Normalised resistance

R_T	Resistance at temperature T, Ohm
$\hat{R}$	Independent resistance, Ohm
P	Number of measurements per dataset
T	Temperature, °C
T_{ref}	Reference temperature, °C
V	Voltage difference, volt

Greek letter

α	thermal conductivity, $°C^{-1}$
σ	Electrical conductivity, S/m
η	Normalised conductivity
ϕ	Apparent tracer concentration, % v/v
ϕ_M	Average of ϕ, % v/v
ϕ_S	Standard deviation of ϕ, % v/v
ϕ_M^{LBP}	Average of concentration with LBP method, % v/v
ϕ_S^{LBP}	Standard deviation of concentration with LBP method, % v/v
ψ	Symmetry indicator
δ	operator for resistance measurement

Subscript

b	Bulk value
s	Solid phase
w	Water phase
0	Reference conditions

6.2.9 References

Abulnaga, B. E., 2002. *Slurry Systems Handbook*, McGraw-Hill, New York. 800 pages.

Dickin, F., Wang, M., 1996. Electrical resistance tomography for process applications. *Meas. Sci.Technol.* 7, 247-260.

Doron, P., Barnea, D., 1996. Flow pattern maps for solid-liquid flow in pipes. *Int. J Multiphase Flow* 22, 273-283.

Fangary, Y. S., Williams, R. A., Neil, W. A., Bond, J., Faulks, I., 1998. Application of electrical resistance tomography to detect deposition in hydraulic conveying systems. *Powder Technol.* 95, 61-66.

Giguère, R., Fradette, L., Tanguy, P., D., M., 2008. ERT imaging algorithms for quantitative concentration measurements in multiphase flows. *Accepted for publication in Chemical Engineering Journal.*

Govier, G. W., Aziz, K., 1972. *The flow of complex mixtures in pipes*, R. E. Krieger Pub. Co, Huntington. 792 pages.

Loh, W. W., Waterfall, R. C., Cory, J., Lucas, G. P., 1999. *Using ERT for multi-phase flow monitoring.* Proceedings of 1st World Congress on Industrial Process Tomography.

Lucas, G. P., Cory, J., Waterfall, R. C., Loh, W. W., Dickin, F. J., 1999. Measurement of the solids volume fraction and velocity distributions in solids-liquid flows using dual-plane electrical resistance tomography. *J. Flow Meas. Instum.* 10, 249-258.

Maxwell, J. C., 1873. *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Clarendon Press, Oxford. pages.

Neale, G. H., Nader, W. K., 1973. Prediction of transport processes within porous media: Diffusive flow processes within an homogeneous swarm of spherical particles. *AICHE J.* 19, 112-119.

Norman, J. T., Bonnecaze, R. T., 2005. Measurement of solids distribution in suspension flows using electrical resistance tomography. *Can. J. Chem. Eng.* 83, 24-36.

Pachowko, A. D., Poole, C., Wang, M., Rhodes, D., 2004. *Measurement of slurry density profiles in horizontal pipes by using electrical resistance tomography.* Hydrotransport 16th International Conference. Santiago, Chile

Pullum, L., Graham, L., Rudman, M., Hamilton, R., 2006. High concentration suspension pumping. *Miner. Eng.* 19, 471-477.

7 Influence d'un coude sur les transitions entre les régimes d'écoulements d'une suspension dans une conduite

7.1 Présentation de l'article

Cet article, soumis à la revue *International Journal of Multiphase Flow*, porte sur l'influence d'un coude sur les régimes d'écoulement d'une suspension et les transitions entre ces régimes. Le coude inférieur gauche de la maquette froide présentée au chapitre 4 a été employé pour faire cette étude. Ce coude est en position verticale avec un écoulement descendant. Les mesures d'ERT ont été utilisées pour déterminer la vitesse de transition entre le régime homogène et hétérogène ainsi que la vitesse de transition entre le régime hétérogène et le début de la formation d'un lit de particules solides. Pour ce faire, la méthodologie présentée au chapitre 4 a été suivie.

La stratégie d'identification des régimes d'écoulement présenté au chapitre 6 a été employée pour déterminer systématiquement les vitesses de transition. Cette stratégie combine l'interprétation directe des mesures d'ERT pour déterminer si l'écoulement est homogène et symétrique ainsi que la reconstruction d'images avec le logiciel GIA pour détecter l'apparition d'un lit de particules solides.

L'influence de la concentration en solides, de la vitesse de circulation, ainsi que la distance à la sortie du coude sur les transitions entre les régimes a pu être déterminée. Une comparaison avec des corrélations publiées dans la littérature a également été réalisée.

7.2 Influence of pipe bend on transition velocities between slurry flow regimes

Auteurs: R. Giguère, L. Fradette, D. Mignon*, P. A. Tanguy

Department of Chemical Engineering, URPEI, Ecole Polytechnique of Montreal
*Total Petrochemicals Research Feluy, Belgium

Keywords: Tomography, ERT, bend, flow transitions, flow regimes

7.2.1 Abstract

The influence of the pipe bend between downward and horizontal flows on transition velocities between slurry flow regimes in a horizontal pipe has been characterized using electrical resistance tomography. The experiments have been carried out using a pipe loop of diameter 0.076 m and 10 m long. The slurry mixture consisted of water and 100 μm diameter glass beads. The influence of solids concentration and the distance from the bend outlet on transition velocities have been studied. Two transition velocities have been determined: the transition between a pseudo-homogenous flow and a heterogeneous flow and the limit deposit velocities at the onset of solid particle bed. Results have shown that the bend significantly contributes to the suspension of the solids particles and to the decrease in the transition velocities between the slurry flow regimes occurring in a horizontal pipe. The distance from the bend outlet where these transitions take place increases with the velocity. Furthermore, the solids concentration influences these transitions at low concentration while there is little influence at high concentration. These observations have been compared with correlations for the transition velocities in a horizontal pipe.

7.2.2 Introduction

Many processes in the mineral and chemical industries involve slurry flows. The design and optimization of these processes are particularly challenging due to the complex nature of solid-liquid multiphase flows. Several parameters are required to describe the process hydrodynamic conditions: the physical properties of the liquid and the solid phase, the size distribution of the solid particles, the diameter of the pipe or the vessel, the bulk slurry transport velocity and the solids concentration.

In pipeline transport, the slurry concentration profile in the pipe is of paramount importance to predict the pressure drop and the friction losses, which are needed to size pumps and pipes and determine the operating conditions. For chemical reactors, the slurry concentration profile is also required to understand the hydrodynamics and predict the reactor performance, such as chemical conversion and heat transfer.

An important challenge brought by slurry flows concerns the availability of reliable non-intrusive measurement methods, like tomography, to obtain concentration and velocity profiles required to design and scale-up slurry flow processes. The lack of suitable experimental data makes difficult the development, tuning and validation of the models whether they are theoretical, empirical or numerical.

Some applications of electrical resistance tomography (ERT) to slurry flow in a pipe at laboratory scale have been reported (e.g. (Fangary et al., 1998; Lucas et al., 1999; Pachowko et al., 2004; Wood et al., 2004; Norman and Bonnecaze, 2005; Pullum et al., 2006; Stevenson et al., 2006)). According to these studies, ERT is a promising technique to

visualize slurry flow in a pipe. However, hardware and software limitations make it difficult to quantitatively exploit ERT images. For that purpose, a strategy for the characterization of slurry flows in pipe using ERT has been developed by the authors, which combines quantitative image reconstruction techniques (Giguère et al., 2008a) and a procedure for the direct interpretation of resistance measurements (Giguère et al., 2008b). This strategy has successfully been applied to identify slurry flow regimes and transitions in a pipe for various operating conditions, such as slurry velocity and bulk solids concentration (Giguère et al.,2008b).

Slurry flow regimes in pipes are usually classified according to the solid phase concentration profile, this latter being a function of the velocity in the pipe (Govier and Aziz, 1972; Shook and Rocco, 1991; Doron and Barnea, 1996; Abulnaga, 2002). With settling slurries, for which the density of the solid phase is higher than the density of the carrier phase, there are typically four main regimes in a horizontal pipe. Namely: flow with a stationary bed, flow with a moving bed, heterogeneous flow (asymmetric) and pseudo-homogenous flow (symmetric). Following the terminology of Doron and Barnea (1996), the velocity at the transition between pseudo-homogenous and heterogeneous slurry flow regime has been defined in the following as the limit homogenous velocity (V_{LH}), while the velocity separating the heterogeneous flow conditions and the onset of stationary particle bed at the bottom of the pipe has been defined as the limit deposit velocity (V_{LD}).

The transition between these flow regimes are generally represented by means of the pressure gradient versus the velocity of the slurry. They form the base on which most models relating the pressure drop and the friction losses are developed. Correlations

available for the transition velocities between the slurry regimes can be found in slurry handbooks (Govier and Aziz, 1972; Shook and Rocco, 1991; Abulnaga, 2002; Wilson et al., 2006). The limit deposit velocity is by far the most investigated in the literature because of its importance in the design of slurry pipeline.

One of the first correlations for V_{LD} was established by Durand and Condolios (1952) as

$$V_{LD} = F_{LD}\sqrt{2gD(\frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L})}, \tag{7.1}$$

where D is the pipe diameter, ρ_S and ρ_L are the density of the solid and the liquid phase, and F_{LD} is a dimensionless deposition velocity coefficient that depends on the particle diameter and solids concentration. The value of F_{LD} was represented in graphical form for uniform particle size up to 3 mm and concentration in ranging from 2% to 15% v/v. A similar correlation was proposed by Wilson and Judge (1976) to generalize the effect of particle diameter on F_{LD} as

$$F_{LD} = 2 + 0.3\log_{10}\left(\frac{d_p}{DC_D}\right), \tag{7.2}$$

where d_p is the particle diameter and C_D its drag coefficient. Another useful correlation has been introduced and presented in a nomographic chart (Thomas, 1979). Nevertheless, these correlations can only provide an estimate of the maximum value of the limit deposit velocity that can be encountered at any solids concentration (Gillies et al., 2000).

Although many correlations are available to predict the limit deposit velocity, relatively few account for the influence of solids concentration (e.g. (Oroskar and Turian, 1980; Parzonka et al., 1981; Wilson, 1986; Gillies and Shook, 1991; Gillies et al., 2000)). In particular, Oroskar and Turian (1980) used a semi-theoretical mechanistic approach to develop a correlation valid for a wide range of parameters, including the solids concentration. To establish their correlation, they considered an energy balance between the total energy provided by the fluid turbulence and the amount of energy necessary to maintain solid particles in suspension. For homogeneous flow regime, the energy provided by the fluid turbulence exceeds the energy necessary to maintain all the solid particles in suspensions. The V_{LH} and V_{LD} correspond to the limiting cases where the energy from fluid turbulence becomes insufficient to maintain the particles in suspension.

Using power-law type regression, the authors found a relationship for V_{LD} in term of concentration C,

$$V_{LD} \propto C^{0.1536}(1-C)^{0.3564}. \tag{7.3}$$

To account for the influence of solid particles on turbulence, a modification of this approach has been suggested (Davies, 1987). Namely,

$$V_{LD} \propto (1+\alpha C)^{1.09}(1-C)^{0.55n}, \tag{7.4}$$

where α is a correction factor and n is the hindered settling velocity exponent (Maude and Whitmore, 1958). It is interesting to underline that the correction factor describes reasonably well the influence of solids concentration in experimental observations reported

in the literature. In particular, it allows for predicting the presence of a maximum in V_{LD} for slurries having a broad distribution of particle diameters or high fines content.

Correlations for the transition velocity between the pseudo-homogeneous and the heterogeneous slurry regimes have been discussed in some handbooks (Govier and Aziz, 1972; Abulnaga, 2002). Following the work of Spells (1955), a correlation was reported by Govier and Aziz (1972) for the transition V_{LH} in the form

$$V_{LH} = 134 C_D^{0.816} D^{0.633} V_t^{1.63}, \tag{7.5}$$

where V_t is the solids terminal velocity and C_D is the drag coefficient of a single solid particle. Another relation has been also developed by Newitt et al.(1955)

$$V_{LH} = \left(1800 g D V_t\right)^{1/3}. \tag{7.6}$$

Notice that these two correlations do not take into account of the influence of solids concentration and they can only provide an order of magnitude of V_{LH}.

The slurry flow regimes in pipes have mostly been characterized in long horizontal pipes and there are only a few studies regarding the influence, if any, of a bend section or elbow on slurry concentration profiles (Nasr-El-Din and Shook, 1987; Colwell and Shook, 1988; Ahmad et al., 1993). Most of the work about the influence of bend sections on slurry flow concern the pressure drop, friction losses and erosion (Colwell and Shook, 1989; Mukhtar et al., 1995; Mishra et al., 1998a; Mishra et al., 1998b; Turian et al., 1998; Wood et al., 2001; Wood and Jones, 2003; Wood et al., 2004; Verma et al., 2006). The influence of an upward

vertical bend on concentration profile in downstream horizontal pipe was studied by Colwell and Shook (1988). They observed that the slurry is homogeneous after the bend and a minimum length of the order of 50 pipe diameters was necessary to achieve the established regime in the horizontal pipe. This value is larger than the 10 to 30 pipe diameters for which the flow becomes fully developed with a single-phase fluid (Perry and Green, 1997). However, no information was reported regarding the transitions between the regimes in the horizontal pipe before this minimum length.

An understanding the influence of bend sections on the concentration profiles and the slurry flow regimes is very useful for the design and the scale-up of pipelines and chemical pipe loop reactors and it is also valuable in research for the development and validation of multiphase models involving slurry flows. For that purpose, the objective of this work is to characterize the slurry flow regimes in a horizontal pipe after a downward flow vertical bend section.

7.2.3 Methodology

7.2.3.1 Electrical resistance tomography

Electrical resistance tomography (ERT), part of the more generic process tomography, aims at visualizing the concentration of multiphase flows when the continuous phase is electrically conductive. ERT is a non-intrusive technique, safe and not expensive especially when compared to radioactive tomography techniques. ERT is thus well adapted to monitor slurry flow when water is the carrier phase. More specifically, it can provide the concentration profile required to identify the slurry flow regimes in a pipe and their

transition velocity. The advantage of ERT comes from its excellent time resolution since it relies on fast electrical measurements. However, a weaker point is space resolution as it is a soft-field sensor measurement technique with the sensor at the periphery.

When used in pipe flow applications, an ERT sensor consists of a pipe section having a ring of electrodes mounted at the wall periphery and connected to a data acquisition system. The measurement strategy consists of injecting an electrical current between an electrode pair and measuring the voltages differences between the remaining electrode pairs. By repeating this procedure of current injection and voltage difference measurements for each electrode pair, the ERT system provides a set of resistance values characterizing the electrical conductivity distribution inside the sensor plane. Image reconstruction techniques are then applied to compute a cross-sectional image, called a tomogram, which is used in turn to estimate the concentration profile of materials flowing inside the sensor volume.

The ERT device used in this work is a commercial system from ITS (UK) with two pipe sensors, each including 16 electrodes, connected to a data acquisition system *(p2000)* that uses the adjacent pair protocol of measurements described above.

7.2.3.2 Set-up and operating conditions

A slurry flow after a bend section was studied using a laboratory-scale pipe loop (Figure 7.1), which has been described elsewhere (Giguère et al., 2008b). The pipe is 0.076 m in diameter and the radius of the downward flow vertical bend is 0.114 m. The set-up is provided with a progressive cavity pump, a Coriolis flow meter measuring the solids concentration, and a temperature probe. A static mixer is also installed in the upstream of

concentration, and a temperature probe. A static mixer is also installed in the upstream of the bend vertical section to ensure homogeneity of slurry before the bend section. A vertical and a horizontal transparent pipe sections allow for a direct observation of slurry flow. The two ERT pipe sensors can be mounted at 6 positions after the bend section using try-clamp connections. The distance (L) from the bend outlet and the electrode ring of the 6 sensor positions corresponds to L = 0.27, 0.49, 0.72, 0.81, 1.03 and 1.26 meter respectively (L/D = 3.5, 6.5, 9.4, 10.6, 13.5 and 16.5).

The slurry consisted of a mixture of tap water and electrically non-conductive monodisperse glass beads with a density of 2500 kg/m^3 and diameter of 100 μm. The average slurry velocities were in the range 0.27 to 2.15 m/s. Bulk concentrations of solid particles were tested up to 38% v/v (60 % w/w).

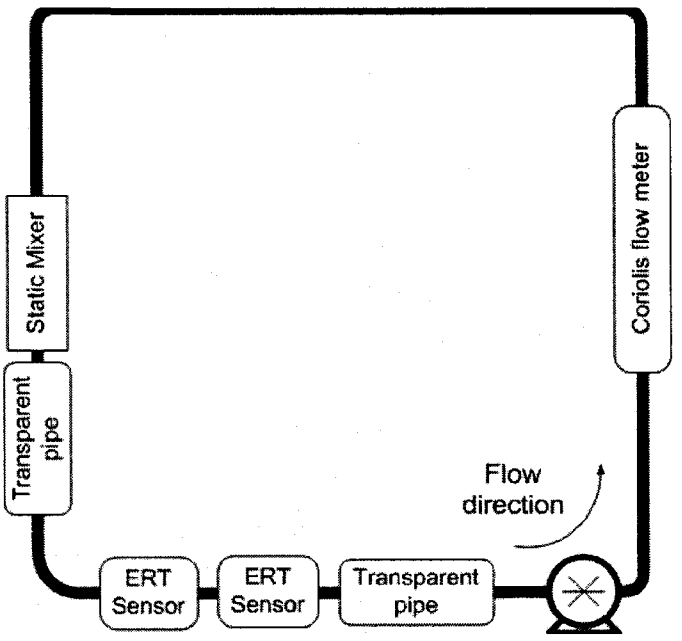


Figure 7.1 : Schematic of the pipe loop installation

For each slurry concentration and ERT sensor position experimented, the slurry flow was first established at the highest flow rate of the pump, ensuring homogeneity of slurry and only then, was the ERT monitoring started. The flow rate was decreased by steps of 1/24 of the maximum flow rate of the pump. Each step allowed for the acquisition of 100 datasets. For the tomography, an electrical current of 1.5 mA at 9.6 kHz was injected and one dataset corresponded to the hardware average of 8 measurements. These settings led to a total acquisition rate of 1.2 seconds per measurement. Moreover, NaCl was added to the mixture in order to keep the electrical conductivity of tap water between 300 and 500 μS/cm, enhancing the signal to noise ratio of ERT.

7.2.3.3 Post-processing of ERT measurements

The limit homogeneous velocity (V_{LH}), have been determined directly from the ERT measurement by computing the symmetry indicator ψ described in Giguère et al. (2008b). When the slurry concentration distribution is symmetric, the 104 ERT measurements from the adjacent pair protocol are reducing to only 7 independent resistance values. Based on this observation, a simple statistical analysis can assess if the distribution is symmetric or not. Since for the case of settling slurry flowing in horizontal pipe, a symmetric distribution corresponds to a pseudo-homogeneous slurry concentration, the symmetry indicator ψ allows the determination of V_{LH}.

For an ideal sensor, a zero value of ψ indicates symmetric slurry concentration in the pipe while a higher than zero value of ψ indicates asymmetric distribution. In practice, the sensors are not ideal and ψ is non-zero even for a symmetric distribution. In this context,

the flow is considered heterogeneous above a threshold value, denoted ψ_0. This value can be determined at high slurry velocity when the slurry is considered homogenous in the horizontal pipe or also by using the vertical pipe sensor the measurements. In the following, for all concentrations and sensor positions tested, the limit homogeneous velocity (V_{LH}) has been determined at the velocity where the value of ψ becomes larger than the value ψ_0 at the maximum slurry velocity.

Notice that the variable ψ is obtained from only a single dataset of measurement and it is independent of the absolute conductivity of the slurry mixture and temperature. Hence, it allows an easy and systematic identification of heterogeneous slurry from the ERT measurement, without the need to reconstruct an image.

The onset of particle bed at the bottom of the horizontal pipe has been identified by reconstructing the tomogram from the ERT measurements. For that purpose, the quantitative image reconstruction software, based on a Generalized Iterative Algorithm (GIA), has been used with the Landweber iterations and the appropriate numerical parameters described in Giguère et al. (2008a). Considering that the solid particle bed corresponds to a slurry concentration at the maximum packing limit, which is about 60% v/v for random packing of spherical particles, the V_{LD} has been determined by looking at the maximum slurry concentration of each tomogram reconstructed.

Moreover, the direct observation through the horizontal transparent pipe has been used to determine the distance from the outlet of the bend where a static bed begins to form at the bottom of pipe.

7.2.4 Results

Figure 7.2 shows an example of the symmetry indicator ($\psi-\psi_0$) as a function of the slurry velocity obtained for the first sensor position (L=0.27m). The curves for four bulk slurry concentrations (C_{B0}=17.9%, 11.7%, 6.5%, and 2.7%) are presented and the values of ψ for each step in slurry velocity have been averaged. From these curves, the increase of ψ when the slurry velocity is decreasing is noticeable, indicating the transition towards heterogeneous flow.

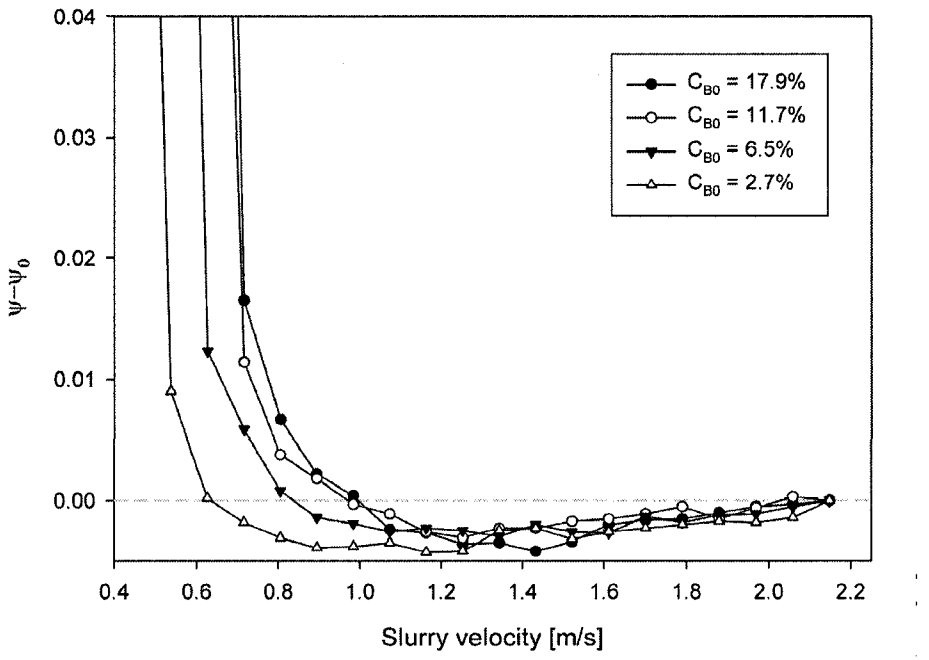


Figure 7.2 : Symmetry indicator (ψ-ψ_0) as a function of the slurry velocity at L/D = 3.5

One can note that the curves in the Figure 7.2 exhibit a small decrease when decreasing the slurry velocity from 2.15 m/s to 1.25 m/s. We believe that this is caused by vibrations in

the pipe loop, which decreases when decreasing the slurry velocity. These vibrations seem to introduce more variability in the sensor measurements and influence slightly the symmetry indicator ψ. Similar decrease of the symmetry indicator (ψ) has been observed when only water is flowing in the pipe loop.

To assess to performance of the symmetry indicator ψ for the determination of V_{LH}, Figure 7.3 presents some examples of ERT tomograms reconstructed using the LBP algorithm for different slurry velocities with C_{B0}=18.7% v/v at the first sensor position (L/D=3.5). In addition, Figure 7.4 shows the associated solids concentration profiles. The concentration is obtained by averaging 10 equally spaced slices of the tomogram.

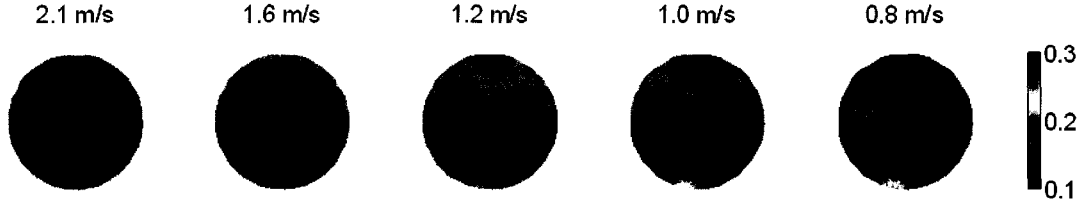


Figure 7.3 : ERT concentration tomograms for C_{B0}= 18.7 % v/v at L/D = 3.5 for various velocities

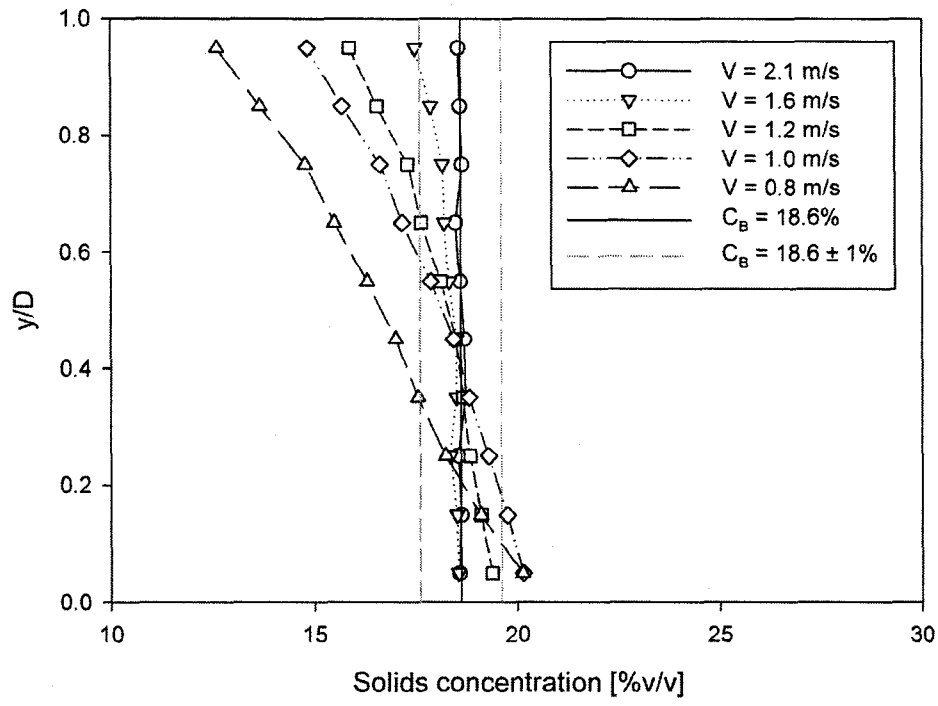


Figure 7.4 : Solids concentration profiles for tomograms of Figure 7.3

From Figure 7.3 and Figure 7.4, some concentration gradients appear at a velocity slightly below the value found using our ψ indicator (V_{LD} = 1.0 m/s). As a matter of fact, small concentration gradients are observed in the top of the pipe at 1.2 m/s and it is only at 1.0 m/s that the bottom part of the pipe exhibits a 1% change of solids concentration. This confirms that there is a smooth transition between pseudo-homogeneous and heterogeneous regimes when decreasing the velocity.

In this setup, however, the presence of air bubbles in small amount is unavoidable. The presence of air could explain the concentration gradient at the top of the pipe. It is also important to underline that concentration tomogram reconstructed using the LBP algorithm cannot provide reliable quantitative measurements and the presence of artefacts

in the images potentially leads to the miscalculation of concentration profiles shown in Figure 7.4. From these figures, the indicator ψ allows the detection of an asymmetric concentration profile with a threshold value related to a 1% concentration change at the bottom of the pipe.

Figure 7.5 presents V_{LH} as a function of the slurry bulk concentration (C_B) at six positions along the horizontal pipe after the bend outlet. For a low slurry concentration, V_{LH} increases when increasing the slurry concentration while V_{LH} becomes constant at high slurry concentration. The distance from bend also significantly influences V_{LH}. For the first three positions (L/D =3.5, 6.5 and 9.4) a constant V_{LH} is observed at concentration beyond 16% v/v, while for the three last positions (L/D=10.6, 13.5 and 16.5) the critical slurry concentration is around 10% v/v.

The limit deposit velocity (V_{LD}) is reported in Figure 7.6 as a function of the circulating slurry concentration for the same six positions after the bend. Results show similar trends for V_{LD} as for V_{LH}, but the transitions occur at lower slurry velocity, as expected. At low slurry concentration, V_{LD} increases with an increase of slurry concentration while at high concentration a relatively small increase of V_{LD} is noticed.

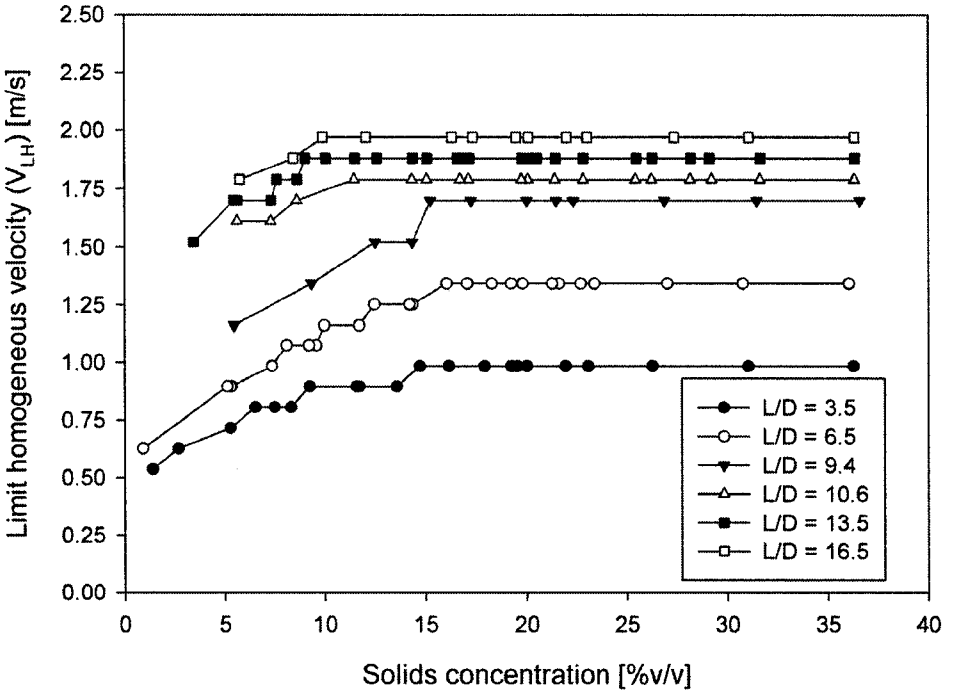


Figure 7.5 : Limit homogeneous velocity (V_{LH}) as a function of solids concentration

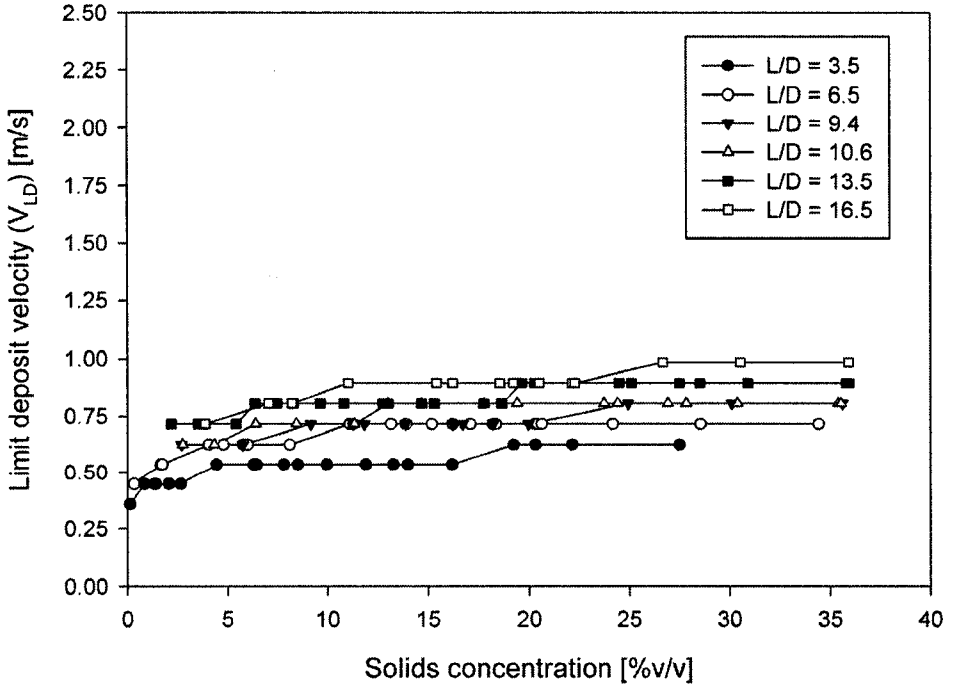


Figure 7.6 : Limit deposit velocity (V_{LD}) as a function solids concentration

The mechanistic approach of Oroskar and Turian (1980) can be used to explain the influence of solids concentration observed in our experimental results for both V_{LD} and V_{LH}. From one side, the increase of solids concentration linearly decreases the total energy provided by the fluid turbulence (E_T) by decreasing the volume of fluid generating this energy. On the other side, the energy required to maintain solid particles in suspension (E_D) increases linearly with the amount of solid particles, while the energy to suspend the particles non linearly decreases with an increase of solids concentration due to the decrease of the hindered settling velocity resulting from the presence of the solid particles interaction. At low concentration, the increase of the solids concentration decreases rapidly E_T until sufficiently high concentration is reached, where particle interactions become significant and tends to stabilise the influence of concentration on limit velocities.

The above analysis seems to provide an appropriate explanation for the influence of solids concentration on transition velocities observed with our experimental results. Moreover, it can also provide an explanation for what happens to the heterogeneous slurry regime occurring between the two limit velocities V_{LH} and V_{LD}. Indeed, when decreasing the velocity of a homogeneous slurry flowing in a pipe, the energy from fluid turbulence becomes insufficient to suspend all the particles and vertical concentration gradients appear. Since the solids concentration increases at the bottom-side of the pipe, the energy needed to maintain these particles also decreases because of the reduction of the hindered settling velocity when the solids concentration increases. Hence, the equilibrium can be reached in heterogeneous slurry regime before the velocity is sufficiently low to allow for the deposition of solid particles.

Figure 7.7 summarizes the influence of distance (L) from the bend outlet on the transition velocities V_{LH} and V_{LD} for high slurry concentrations. Figure 7.7 also presents the value of V_{LD} obtained from direct observations through the horizontal transparent pipe section for slurry concentrations in the range of 18 to 22 % v/v. These visual results indicate similar trend as those from ERT, but an underestimation of the V_{LD} is noticed. In fact, this offset is due to the three-dimensional potential field and non-uniform axial slurry concentration inside the tomography sensor. Hence, when the onset of a particle bed begins at the sensor ring of electrodes, only half of the sensor is filled with a static bed of particles. This leads to the late detection of the bed presence and an underestimation of V_{LD}.

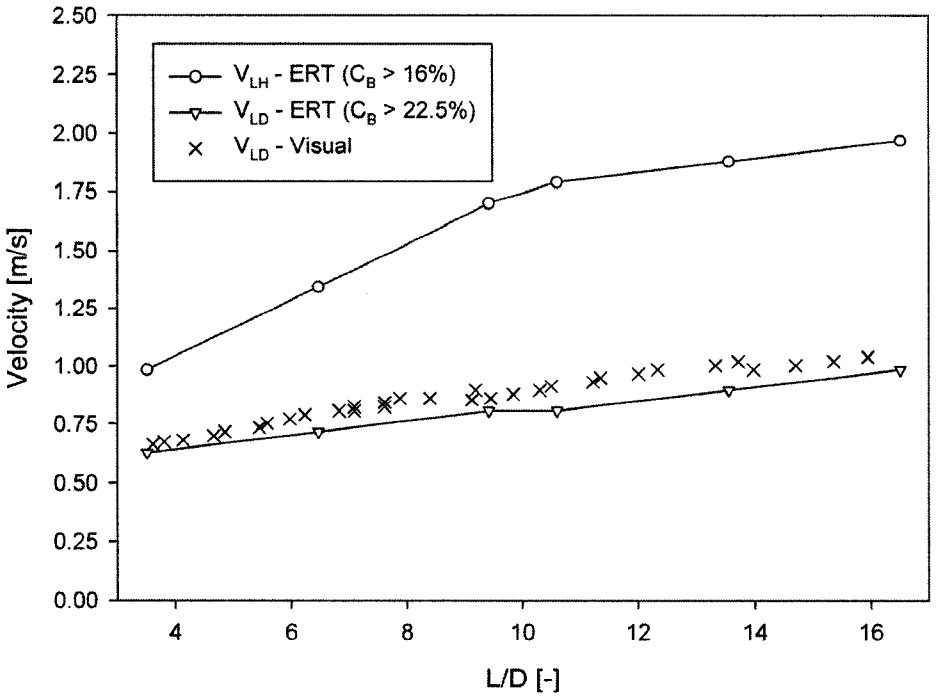


Figure 7.7 : V_{LH} and V_{LD} as a function of distance from bend outlet

This underestimation of V_{LD} points out a limitation of ERT measurements and should also be considered for the case of V_{LH}. In fact, ERT measurements lead to an underestimation of the transition velocities, typically 0.1 m/s, but is not influencing the trends observed in Figure 7.5 and Figure 7.6. This confirms that ERT is a suitable and reliable measurement technique to identify the slurry regime and their transitions in horizontal pipe.

Results of Figure 7.7 indicate that the values of V_{LH} and V_{LD} increase with the distance from the bend. Moreover, a significant increase of V_{LH} is noticed for the first three positions after the bend (L/D=3.5, 6.5 and 9.4), while a similar trend is observed for V_{LH} and V_{LD} for the last three positions (L/D=10.6, 13.5 and 16.5).

The approach in Oroskar and Turian (1980) provides guidelines for a qualitative understanding of the influence of bend on the limit velocities. The presence of a bend is expected to increase the fluid turbulence (or E_T) available to maintain solid particles in suspension and this explained why there is a decrease of limit velocities after the bend. Furthermore, according to Oroskar and Turian (1980), the value of E_D is proportional to the eddy mean length, which is expected to decrease when increasing the turbulence intensity or the average fluid velocity. Thus, at the bend outlet a smaller size of eddy is expected and therefore, a smaller value of E_D is required to maintain solid particles in suspension.

The above analysis also provides an explanation of the results obtained for V_{LH} at L/D <10 positions: the influence of the bend combined with a high velocity produces higher turbulence intensity with a smaller eddy size and thus a small value of E_D is needed to

maintain homogeneous suspension. This explains the small difference between the curve for V_{LH} and V_{LD} at low L/D. For the last three sensor positions, this phenomenon seems to be attenuated and that is why a similar influence of L is obtained for both V_{LH} and V_{LD}.

7.2.4.1 Comparison with published correlations

The dimensionless deposit velocity F_{LD}, defined in equation (7.1), has been reported in Figure 7.8 as a function of slurry concentration for each sensor position and compared with predictions from correlations established in a horizontal pipe. Results indicate that lower values are obtained near the bend, while F_{LD} increases with L/D and reaches comparable value at L/D=16.5.

The influence of slurry concentration is also interesting when comparing with the correlations of Durand and Condolios and Oroskar and Turian. As a matter of fact, similar trends are observed for the 6 positions. At low concentration, F_{LD} increases and reaches a relatively constant value beyond a slurry concentration of 15% v/v.

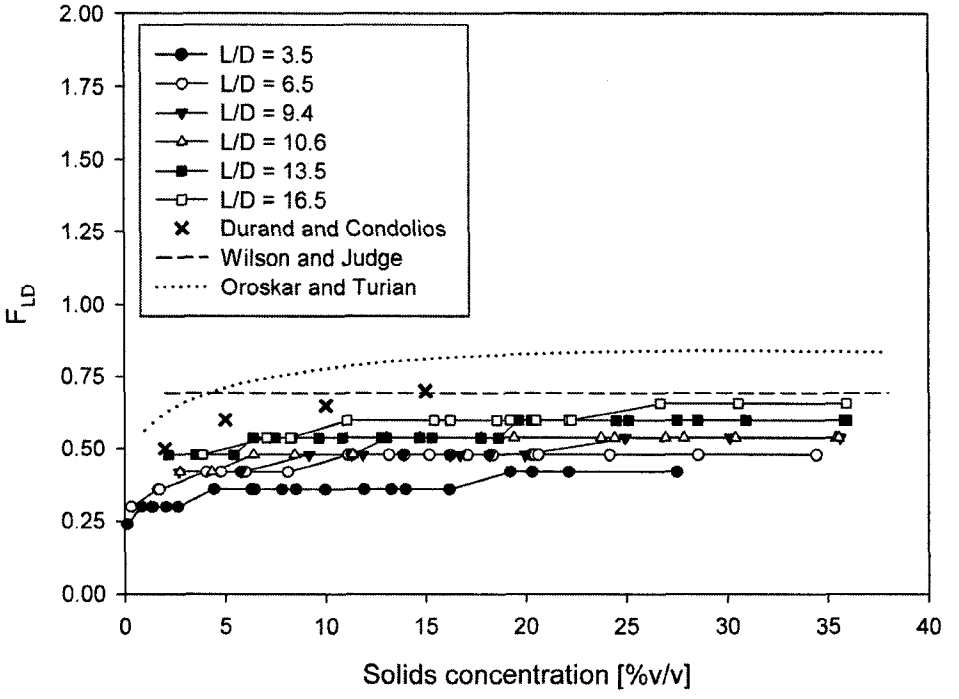


Figure 7.8 : F_{LD} as a function of solids concentration

An attempt has been done to consider the influence of the distance L from the bend outlet on the correlations for the F_{LD} in a horizontal pipe, denoted F_{LD}^{HP} in the following. For that purpose, a deviation δF_{LD} from the value in horizontal pipe, has been defined as

$$F_{LD} = F_{LD}^{HP} - \delta F_{LD}, \tag{7.7}$$

Based on results shown in Figure 7.7 and a value of $F_{LD}^{HP}=0.7$ given by Durand and Condolios or Wilson and Judge correlations, the deviation δF_{LD} have been estimated by a linear relation

$$\delta F_{LD} = \beta_1 \left(\frac{L}{D} - \beta_0 \right). \tag{7.8}$$

The coefficients evaluated by a linear regression are: $\beta_1 = 0.0179$ and $\beta_0=19.1$. This suggests that that the distance where the V_{LD} is influenced by the presence of bend is L/D = 19. This latter is very close to L/D = 20, the reported distance after a bend, for a single-phase fluid, and at which the flow becomes fully developed (Perry and Green, 1997).

The values of F_{LD}^{HP} have been estimated for each sensor position using equations (7.7) and (7.8) and presented in Figure 7.9. Results indicate a good correspondence with Durand and Condolios correlation. Comparing with Oroskar and Turian correlation, the influence of slurry concentration corresponds reasonably well with our experimental results although F_{LD}^{HP} is underestimated. The results obtained from an adjustment of Oroskar and Turian correlation have also presented in Figure 7.9. For that purpose, the value of the proportionality constant of the correlation has been changed from 1.85 to 1.65 in order to obtained better match with our experimental results. This change lies in the 20 % range of confidence claimed by the authors for this correlation.

The results from above point out that the influence of L on the limit deposit velocity can be corrected by a simple linear shift of the values predicted by correlation established for a horizontal pipe, as defined by equations (7.7) and (7.8).

Using the Spell and the Newitt correlations (equations (7.5) and (7.6)), the values of V_{LH} for a horizontal pipe are 2.4 m/s and 2.2 m/s. These predictions are higher then our experimental results reported in Figure 7.5, suggesting that the bend still influences the value of V_{LH} at the last L/D =16.5, but data for higher L/D are required to confirm this hypothesis.

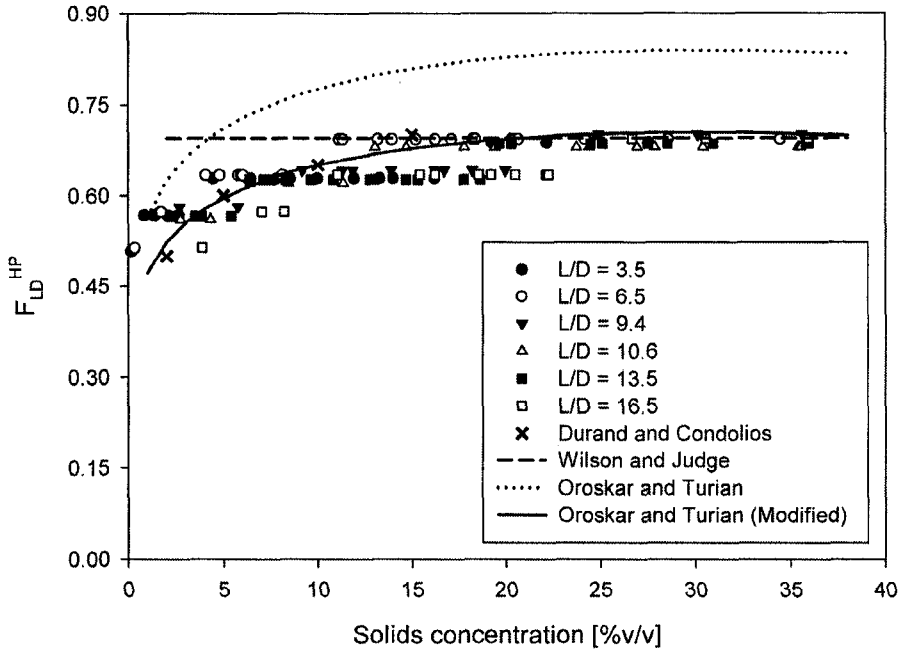


Figure 7.9 : F_{LD}^{HP} as a function of solids concentration

7.2.5 Conclusion

The slurry flow regimes in horizontal pipe located after a downward flow vertical bend have been studied using the electrical resistance tomography as a non-intrusive multiphase measurement technique. The influence of solids concentration and the distance from the bend outlet have been characterized by determining the transition velocity between homogeneous and heterogeneous slurry flow and transition velocity corresponding to the onset of particle bed at the bottom of the pipe.

The measurements indicate a homogenous slurry concentration at the bend outlet and a decrease of the transition velocities between the slurry flow regimes in the horizontal pipe downward the bend. The distance from the bend outlet where the transitions between flow

regimes are occurring increases when increasing the velocity. The transition velocities are also influenced by solids concentration at low slurry concentration, while for high concentrated slurry there are weak influenced of solids concentration.

These observations on influence of solids concentration agreed with prediction from published correlations established for a horizontal pipe. Moreover, the theoretical approach of Oroskar and Turian (1980) allowed for an attempt to explain qualitatively our experimental results. Nevertheless, a quantitative model should be derived to incorporate the influence of bend on turbulence intensity in order to extend adequately the correlations established for the horizontal pipe to the case of pipe downward a bend.

The study of bend influence on slurry flow regime in horizontal pipe is interesting because it involves many physical phenomena. Our work provides valuable experimental results for the development and validation of theoretical and numerical multiphase model.

7.2.6 Acknowledgments

The financial contribution of NSERC is gratefully acknowledged. Thanks are also directed to ITS for their technical assistance.

7.2.7 Nomenclature

Symbol

C	Solids concentration, % v/v
C_B	Bulk solids concentration, % v/v
C_D	Drag coefficient
d_p	Particle diameter, m
D	Pipe diameter, m
E_T	Total energy available to suspend solid particles, J
E_D	Total energy required to suspend solid particles, J
F_{LD}	Dimensionless limit deposition velocity
F_{LD}^{HP}	Dimensionless limit deposition velocity in horizontal pipe
δF_{LD}	Change in dimensionless limit deposition velocity
g	Gravitational acceleration, m^2/s
L	Pipe length, m
n	Hindered settling velocity exponent
V_{LH}	Limit homogeneous velocity, m/s
V_{LD}	Limit deposition velocity, m/s
V_t	Solid particle terminal velocity, m/s

Greek letter

α	Correction factor
β_1	Regression coefficient
β_0	Regression coefficient
ρ	Phase density, kg/m^3
Ψ	Symmetry indicator

Subscripts

b	Bulk value
L	Liquid phase

$_{s}$ Solid phase

$_{0}$ Reference condition

7.2.8 References

Abulnaga, B. E., 2002. Slurry Systems Handbook, McGraw-Hill, New-York.

Ahmad, M., Singh, S. N., Seshadri, V., 1993. Distribution of solid particles in multisized particulate slurry flow through a 90° pipe bend in horizontal plane. Bulk Solid. Handl. 13, 379-385.

Colwell, J. M., Shook, C. A., 1988. Entry length for slurries in horizontal pipeline flow. Can. J. Chem. Eng. 66, 714-720.

Colwell, J. M., Shook, C. A., 1989. Use of an elbow flowmeter with slurries. J. Pipelines 7, 243-250.

Davies, J. T., 1987. Calculation of critical velocities to maintain solids in suspension in horizontal pipes. Chem. Eng. Sci. 42, 1667-1670.

Doron, P., Barnea, D., 1996. Flow pattern maps for solid-liquid flow in pipes. Int. J. Multiphase Flow 22, 273-283.

Durand, R., Condolios, E., 1952. Experimental investigation of the transport of solids in pipes. Deuxieme Journée de l'hydraulique, Societé Hydrotechnique de France.

Fangary, Y. S., Williams, R. A., Neil, W. A., Bond, J., Faulks, I., 1998. Application of electrical resistance tomography to detect deposition in hydraulic conveying systems. Powder Technol. 95, 61-66.

Giguère, R., Fradette, L., Mignon, D., Tanguy, P, 2008b. ERT identification of slurry flow regimes in a pipe. Submitted to Chem. Eng. Res. Des.

Gillies, R. G., Schaan, J., Sumner, R. J., McKibben, M. J., Shook, C. A., 2000. Deposition velocities for Newtonian slurries in turbulent flow. Can. J. Chem. Eng. 78, 704-705.

Gillies, R. G., Shook, C. A., 1991. Deposition velocity correlation for water slurries. Can. J. Chem. Eng. 69, 1225-1227.

Govier, G. W., Aziz, K., 1972. The flow of complex mixtures in pipes, R. E. Krieger Pub. Co, Huntington.

Lucas, G. P., Cory, J., Waterfall, R. C., Loh, W. W., Dickin, F. J., 1999. Measurement of the solids volume fraction and velocity distributions in solids-liquid flows using dual-plane electrical resistance tomography. J. Flow Meas. Instrum. 10, 249-258.

Maude, A. D., Whitmore, R. L., 1958. Generalized theory of sedimentation. Brit. J. Applied Physics 9, 477-482.

Mishra, R., Singh, S. N., Seshadri, V., 1998a. Pressure drop across conventional and diverging-converging pipe bends in the flow of multi-sized particulate slurries. Indian J. Eng. Mater. Sci. 5, 9-14.

Mishra, R., Singh, S. N., Seshadri, V., 1998b. Study of wear characteristics and solid distribution in constant area and erosion-resistant long-radius pipe bends for the flow of multisized particulate slurries. Wear 217, 297-306.

Mukhtar, A., Singh, S. N., Seshadri, V., 1995. Pressure drop in a long radius 90° horizontal bend for the flow of multisized heterogeneous slurries. Int. J. Multiphase Flow 21, 329-334.

Nasr-El-Din, H., Shook, C. A., 1987. Effect of a 90 degree bend on slurry velocity and concentration distributions. J. Pipelines 6, 239-252.

Newitt, D. M., Richardson, J. F., M. Abbott, Turtle, R. B., 1955. Hydraulic conveying of solids in horizontal pipes. Trans Inst. of Chem. Eng. 33, 93-113.

Norman, J. T., Bonnecaze, R. T., 2005. Measurement of solids distribution in suspension flows using electrical resistance tomography. Can. J. Chem. Eng. 83, 24-36.

Oroskar, A. R., Turian, R. M., 1980. Critical velocity in pipeline flow of slurries. AICHE J. 26, 550-558.

Pachowko, A. D., Poole, C., Wang, M., Rhodes, D., 2004. Measurement of slurry density profiles in horizontal pipes by using electrical resistance tomography. Hydrotransport 16th International Conference.

Parzonka, W., Kenchington, J. M., Charles, M. E., 1981. Hydrotransport of solids in horizontal pipes: effects of solids concentration and particle size on the deposit velocity. Can. J. Chem. Eng. 59, 291-296.

Perry, R. H., Green, D. W., 1997. Perry's Chemical Engineers' Handbook, McGraw-Hill, Montreal.

Pullum, L., Graham, L., Rudman, M., Hamilton, R., 2006. High concentration suspension pumping. Miner. Eng. 19, 471-477.

Shook, C. A., Rocco, M. C., 1991. Slurry flow : principles and practice, Butterworth-Heinemann, Toronto.

Spells, K. E., 1955. Correlations for use in transport of aqueous suspensions of fine solids through pipes. Instn. Chem. Engrs. -- Trans. 33, 79-84.

Stevenson, R., Harrison, S. T. L., Miles, N., Cilliers, J. J., 2006. Examination of swirling flow using electrical resistance tomography. Powder Technol. 162, 157-165.

Thomas, A. D., 1979. Predicting the deposit velocity for horizontal turbulent pipe flow of slurries. Int. J. Multiphase Flow 5, 113-29.

Turian, R. M., Ma, T.-W., Hsu, F.-L. G., Sung, M. D.-J., Plackmann, G. W., 1998. Flow of concentrated non-Newtonian slurries: 2. Friction losses in bends, fittings, valves and Venturi meters. Int. J. Multiphase Flow 24, 243-269.

Verma, A. K., Singh, S. N., Seshadri, V., 2006. Pressure drop for the flow of high concentration solid-liquid mixture across 90° horizontal conventional circular pipe bend. Indian J. Eng. Mater. Sci. 13, 477-83.

Wilson, K. C., 1986. Effect of solids concentration on deposit velocity. J. Pipelines 5, 251-257.

Wilson, K. C., Addie, G. R., Sellgreen, A., Clift, R., 2006. Slurry transport using centrifugal pumps, Springer, New York.

Wilson, K. C., Judge, D. G., 1976. New techniques for the scale-up of pilot plant results to coal slurry pipelines. Proc. Int. Symp. on Freight Pipelines.

Wood, R. J. K., Jones, T. F., 2003. Investigations of sand-water induced erosive wear of AISI 304L stainless steel pipes by pilot-scale and laboratory-scale testing. Wear 255, 206-218.

Wood, R. J. K., Jones, T. F., Ganeshalingam, J., Miles, N. J., 2004. Comparison of predicted and experimental erosion estimates in slurry ducts. Wear 256, 937-947.

Wood, R. J. K., Jones, T. F., Miles, N. J., Ganeshalingam, J., 2001. Upstream swirl-induction for reduction of erosion damage from slurries in pipeline bends. Wear 250-251, 770-778.

8 Mélange d'une suspension dans une conduite en forme de boucle

8.1 Introduction

Ce chapitre présente les travaux réalisés dans cette thèse concernant le mélange d'une suspension dans une conduite en forme de boucle. À la section 2.2.4 de la revue de la littérature, il a été vu que le mélange d'un fluide s'écoulant en régime turbulent dans une conduite pouvait être caractérisé par un modèle de dispersion axiale en une dimension. Il a été aussi constaté qu'il existe peu de travaux expérimentaux concernant l'influence de la concentration en solides sur le mélange d'une suspension.

L'instrumentation de la maquette froide utilisée pour étudier les régimes d'écoulement a aussi permis d'étudier le mélange d'une suspension. En effet, l'ERT a été utilisée pour mesurer la réponse à l'injection d'un traceur électriquement conducteur en circulation dans la boucle. En adaptant les indicateurs développés pour mesurer la concentration en solides (chapitre 6), il a été possible de calculer la concentration du traceur à partir des mesures de résistance du tomographe.

Un système d'injection de traceur, une solution saturée en NaCl, a été installé sur la conduite verticale descendante de la maquette froide. Ce système d'injection comprend une seringue installée sur une des connexions de la conduite. La seringue est reliée à un tube flexible de 10 cm assurant l'injection du traceur directement dans la conduite verticale. Pour les mesures, un seul capteur d'ERT a été utilisé et installé dans la conduite verticale à

environ 1.10 m du point d'injection afin de permettre une acquisition de donnée rapide, environ 600 ms par mesure.

8.2 Modèle de dispersion axiale dans une conduite en forme de boucle

Considérons l'injection instantanée, à $t=t_0$ et $z=z_0$, de N moles d'un traceur ayant les mêmes propriétés physiques que le fluide dans une conduite en forme de boucle d'une longueur L. La concentration du traceur peut être décrite par l'équation (2.25) avec les conditions aux limites suivantes :

$$C(t_0, z) = N\delta(z), \tag{7.9}$$

$$C(t, 0) = C(t, L), \tag{7.10}$$

$$\frac{\partial C(t,0)}{\partial x} = \frac{\partial C(t,L)}{\partial x}. \tag{7.11}$$

La solution de l'équation (2.25) avec les conditions aux limites (7.9), (7.10) et (7.11) est donnée à l'équation (7.12) sous forme adimensionnelle en terme du nombre de Bodenstein (Bo), du nombre de circulations (θ) et de la distance du point d'injection (θ_0) (Murakami et al., 1982).

$$\phi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Bo}{\pi\theta}}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\exp\left(-\frac{Bo(k-\theta+\theta_0)^2}{4\theta}\right), \tag{7.12}$$

$$Bo = \frac{VL}{D_a}, \tag{7.13}$$

$$\theta = \frac{tV}{L}, \tag{7.14}$$

$$\theta_0 = \frac{z_0}{L}. \tag{7.15}$$

On constate que l'équation (7.12) dépend d'un seul paramètre, le coefficient de dispersion axiale. Ainsi, ce modèle caractérise la réponse à l'injection d'un traceur dans une conduite en forme de boucle à partir du coefficient de dispersion axiale. Lorsque le nombre de Bodenstein n'est pas trop faible (Bo>10), il est possible de faire une troncature de l'équation (7.12) et une sommation de k=0 jusqu'à 100 est suffisante.

8.3 Post-traitement

Pour chaque injection de traceur, le post-traitement des mesures d'ERT consiste calculer la concentration normalisée du traceur en fonction du temps, noté ϕ^{exp}. Cette variable peut être ensuite comparée à la solution analytique donnée par l'équation (7.12), notée ϕ^{ana}, afin d'estimer un coefficient de dispersion axiale. Pour ce faire, les trois étapes suivantes sont nécessaires:

1. Correction des mesures de résistance en fonction de la température.

2. Calcul de la concentration de traceur normalisée.

3. Régression non linéaire par une méthode de moindres carrés pondérés pour calculer le coefficient de dispersion axiale minimisant la différence entre ϕ^{exp} et ϕ^{ana} .

8.3.1 Correction en température

La correction en température des résistances mesurées par le tomographe est simple à réaliser. Il suffit de mesurer la variation des résistances et de la température en fonction du temps pendant environ 2 minutes après le mélange complet du traceur. Le coefficient de résistance thermique est obtenu par une régression linéaire sur ces mesures. Ensuite, les mesures de résistances sont corrigées à une température de référence (équation (4.1)). La température de référence est choisie arbitrairement comme étant la température au début de l'injection.

8.3.2 Concentration de traceur normalisée

La concentration normalisée de traceur est calculée par l'équation suivante

$$\phi(t) = \frac{C_{NaCl}(t) - C_{NaCl}(t_0)}{C_{NaCl}(t_\infty) - C_{NaCl}(t_0)}, \tag{7.16}$$

où $C_{NaCl}(t)$ est la concentration de NaCl en fonction du temps, $C_{NaCl}(t_0)$ est la concentration de NaCl avant l'injection et $C_{NaCl}(t_\infty)$ est la concentration de NaCl lorsque le traceur est complètement mélangé dans le système.

Chaque mesure de différence de potentiel prise par l'ERT peut être exprimée en terme de résistance en utilisant la loi d'ohms donnée par

$$R = \frac{V}{I}, \tag{7.17}$$

où I est la valeur du courant électrique. Dans le cas d'un fluide de conductivité électrique homogène, la résistance électrique est inversement proportionnelle à la conductivité électrique du fluide, notée σ. On a alors

$$R = \frac{K}{\sigma}, \tag{7.18}$$

où K est un paramètre géométrique qui dépend de la géométrie des électrodes et du diamètre du capteur.

Pour les valeurs de concentration des solutions de NaCl circulant dans la boucle, il a été vérifié à l'aide d'un conductimètre que la conductivité électrique de la solution est proportionnelle à la concentration de NaCl. On a donc

$$C_{NaCl} \propto \sigma, \tag{7.19}$$

En combinant les équations (7.16), (7.18) et (7.19), on peut déduire une expression de la concentration normalisée directement à partir des résistances électriques mesurée par l'ERT,

$$\phi_i(t) = \frac{1/R_i(t) - 1/R_i(t_0)}{1/R_i(t_\infty) - 1/R_i(t_0)}. \tag{7.20}$$

Les valeurs de $R(t_0)$ et $R(t_\infty)$ sont estimé en prenant la moyenne de 30 mesures avant l'injection et à la fin de l'injection lorsque le traceur est complètement mélangé et des mesures constantes de résistances sont observées.

Puisque chaque mesure du tomographe correspond en fait à un vecteur de 104 mesures de résistances, noté $\mathbf{R} = [R_1, R_2, \ldots, R_{104}]$, l'équation (7.20) donne un vecteur de concentration de traceur $\boldsymbol{\phi} = [\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_{104}]$. En calculant la moyenne des composantes du vecteur $\boldsymbol{\phi}$, on obtient une estimation de la concentration apparente du traceur (ϕ^{exp}). De plus, en calculant l'écart type des composantes du vecteur $\boldsymbol{\phi}$, noté ϕ^{std}, il est possible de s'assurer que la concentration de NaCl est homogène, ce qui permet de vérifier si l'hypothèse de l'équation (7.18) est respectée. Une valeur de ϕ^{std} près de zéro indique une concentration homogène dans le capteur alors qu'une grande valeur de ϕ^{std} indique une distribution hétérogène de la concentration.

En d'autres mots, puisque le tomographe procure un vecteur de 104 concentrations de traceur à chacune des mesures temporelles, il est possible de s'assurer que le fluide est homogène radialement.

8.3.3 Estimation du coefficient de dispersion axiale

Pour chaque injection de traceur, le calcul de la concentration normalisée du traceur (ϕ^{exp}) permet d'estimer le coefficient de dispersion axiale D_a en utilisant une régression non linéaire de type méthode de moindres carrés pondérés. Il s'agit alors de résoudre

$$D_a = \arg\min_{D_a^*} \sum_{k}^{m} w_k \left(\phi^{\exp}(t_k) - \phi^{ana}(t_k, D_a^*) \right)^2 , \qquad (7.21)$$

où w_k représente le poids associé à chaque mesure temporelle de concentration normalisée et m le nombre de mesures temporelles.

8.4 Résultats pour un fluide monophasique

Dans un premier temps, des essais ont été réalisés avec une solution de NaCl circulant dans la maquette. Ces mesures ont permis de développer la méthodologie de l'injection du traceur et du post-traitement des données. Plusieurs injections de traceur ont été effectuées pour vérifier la reproductibilité des mesures.

La Figure 8.1 présente un exemple de réponse à l'injection du traceur pour un fluide monophasique circulant à 1.25 m/s. Dans cette figure, la résistance moyenne de chaque mesure temporelle est montrée avant et après la correction en température. La Figure 8.2 présente les résultats en terme de la concentration normalisée de traceur ϕ^{exp} en fonction du nombre de circulations (θ). L'axe de temps de cette courbe a été ajusté pour que le premier pic de concentration de traceur soit à $\theta = 0$. On remarque que les gradients de concentration s'atténuent à chaque circulation et qu'environ 50 circulations sont nécessaires pour mélanger complètement le traceur.

La Figure 8.3 présente les résultats pour trois répétitions d'injections de traceur pour les mêmes conditions. On constate que les réponses mesurées sont similaires et il est même difficile de distinguer les trois courbes. Par contre, des différences sont observées. Ces différences ont lieu pour les pics de concentrations maximales lors des 15 premières circulations. Il semble en effet difficile de reproduire les premiers pics alors que par la suite les courbes se superposent très bien. De plus, sur une même courbe il arrive que d'une circulation à l'autre, un pic présente une concentration plus élevée que la circulation précédente, ce qui n'est pas cohérent avec le modèle de dispersion axiale.

Plusieurs facteurs peuvent expliquer cette situation :

- Non-reproductibilité des conditions d'injection: Il est en effet difficile, voire impossible, de reproduire exactement les mêmes injections à l'aide d'une seringue manipulée par un expérimentateur.
- Résolution temporelle : La résolution temporelle du capteur étant de l'ordre de 0.6 seconde par mesure, il est possible de ne pas capturer la valeur maximale du traceur lors du passage devant le capteur.
- Bruits de mesure: Les mesures d'ERT sont accompagnées d'un bruit important lorsque les variations de conductivité électrique sont grandes, comme c'est le cas pour les valeurs maximales des pics de concentration lors des premières circulations.
- Homogénéité de la concentration : La concentration du traceur n'est peut-être pas homogène radialement pour les premières circulations. Dans ce cas, le calcul de la concentration apparente du traceur par l'équation (7.20) n'est pas valable puisque l'hypothèse d'un fluide homogène radialement utilisée à l'équation (7.18) n'est pas respectée.

Ainsi, plusieurs hypothèses peuvent expliquer les différences observées et il apparaît difficile d'identifier une cause unique. Par contre, le calcul de l'écart type des 104 concentrations normalisées obtenues par l'ERT et montrées à la Figure 8.3-b est instructif. On constate que pour les 15 premières circulations du traceur, l'écart type des concentrations est élevé et se stabilise ensuite vers une valeur faible et relativement constante pour le restant du mélange du traceur. Comme mentionné précédemment, le calcul de la concentration normalisée de

traceur n'est valable que si l'écart type des concentrations est faible. Par conséquent, seules les mesures après 15 circulations sont considérées valables et reproductibles.

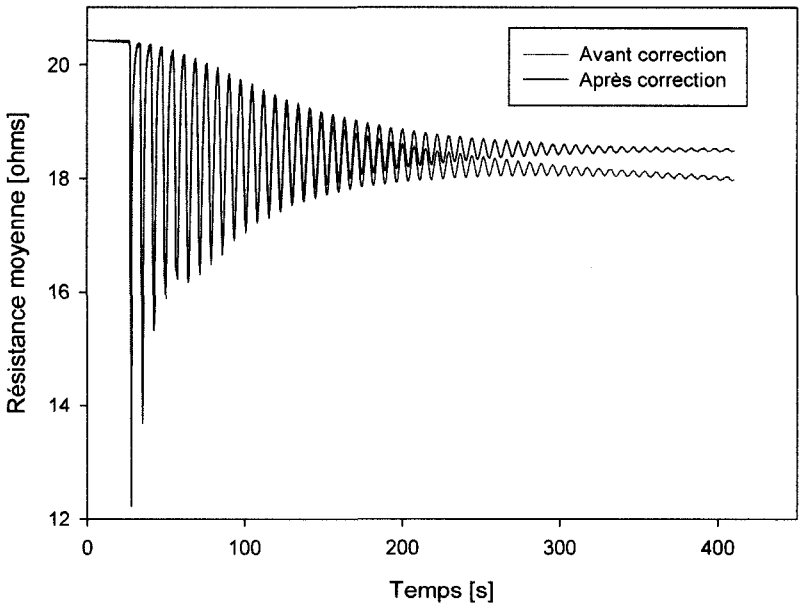


Figure 8.1 : Exemple de réponse à l'injection du traceur : résistance moyenne avant et après la correction en température

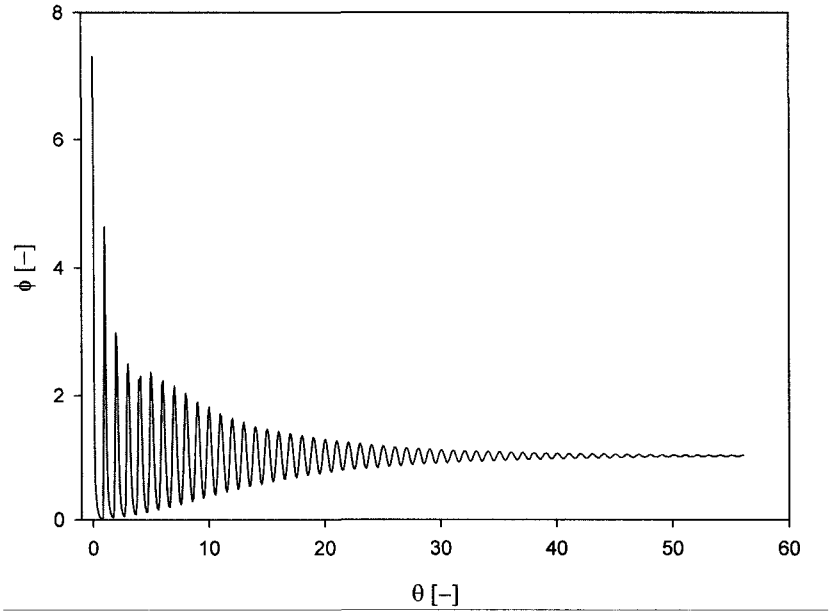
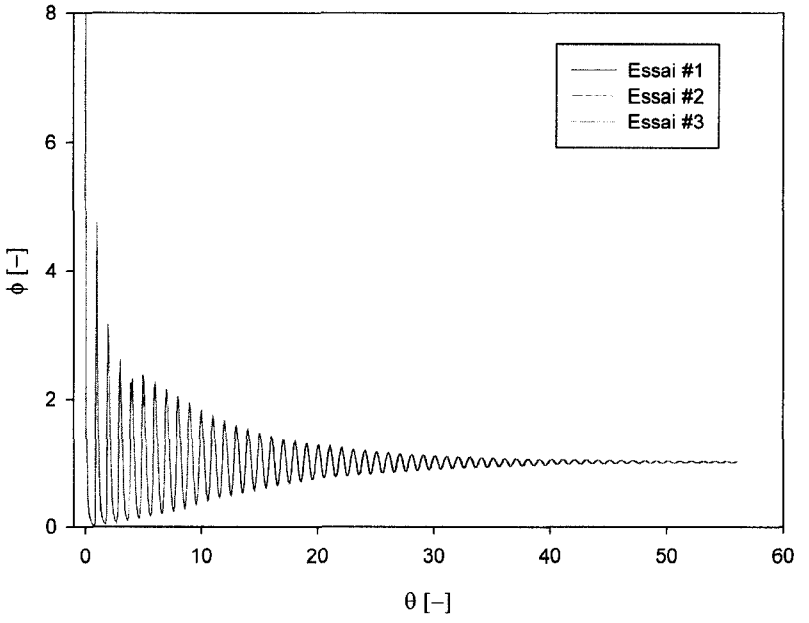
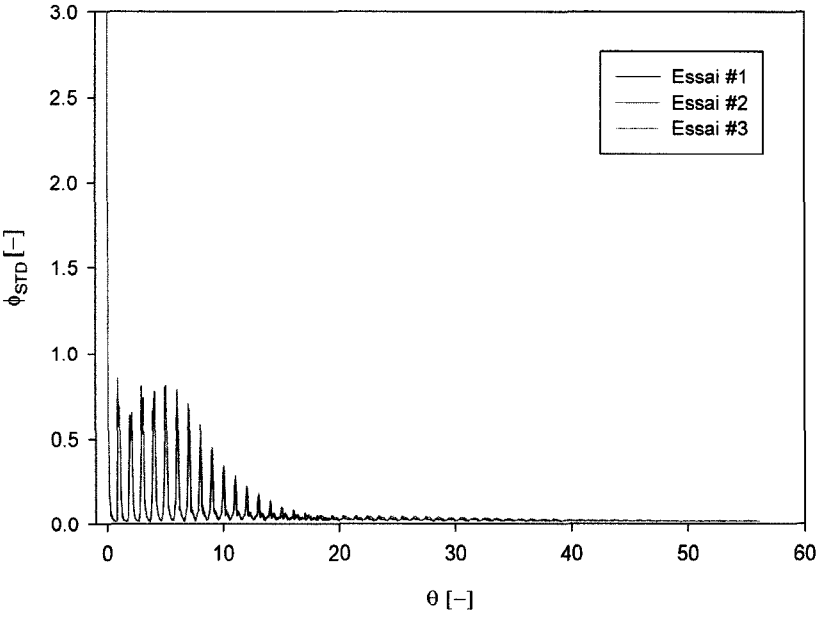


Figure 8.2 : Concentration normalisée de traceur pour l'injection de la Figure 8.2



a)



b)

Figure 8.3 : Comparaison entre trois essais d'injection de traceur a) ϕ^{exp} b) ϕ^{std}

La Figure 8.4 compare la concentration normalisée mesurée pour l'essai présenté à la Figure 8.2 avec les résultats provenant de la solution analytique du modèle de dispersion axiale donnée par l'équation (7.12), en utilisant le coefficient de dispersion axiale trouvé à l'aide de l'équation (7.21).

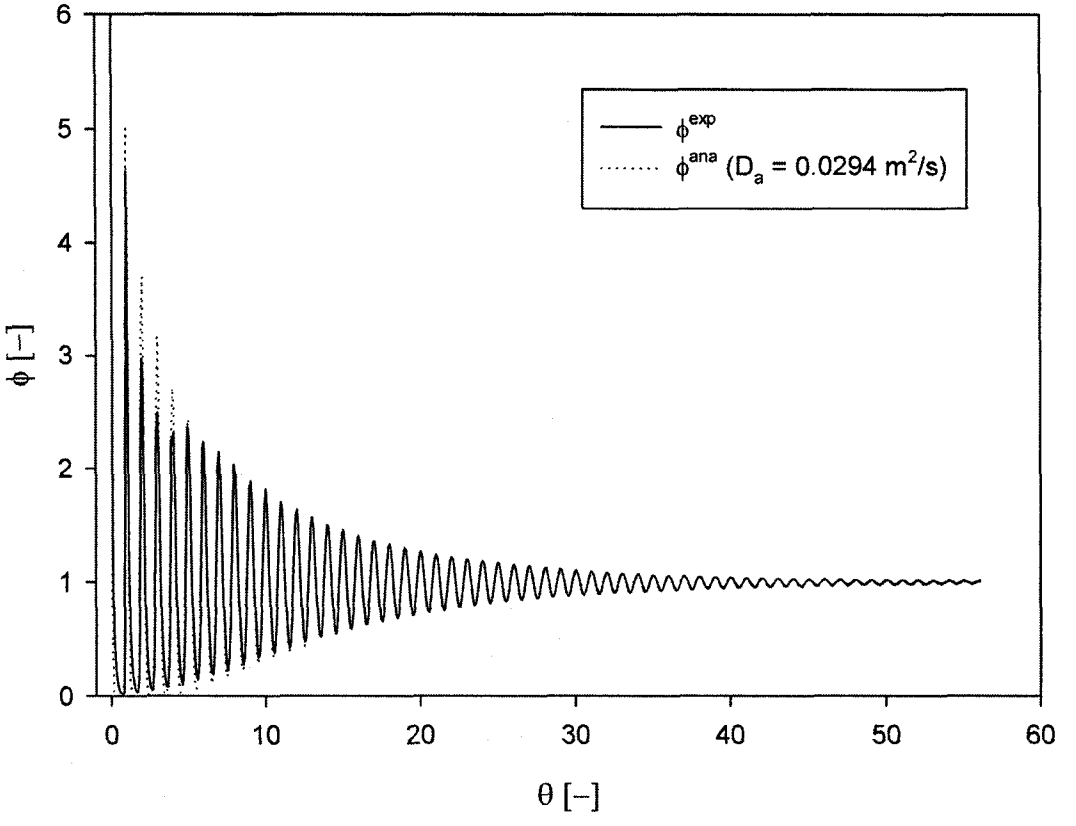


Figure 8.4 : Comparaison entre ϕ^{exp} et ϕ^{ana} (D_a=0.029 m²/s)

Mentionnons que pour estimer le coefficient de dispersion axiale, seules les mesures entre les circulations 15 et 25 ont été utilisées pour effectuer la régression en utilisant des poids w_k nuls pour les mesures en dehors de cet intervalle. En effet, comme mentionné précédemment, le calcul de concentrations normalisées pour les mesures avant la 15e circulation n'est pas fiable et reproductible. Il est donc préférable d'omettre ces mesures

dans la régression. De plus, les mesures après la 25e circulation varient faiblement et peuvent nuire à la régression. Le choix de cet intervalle, entre 15 et 25 circulations est toutefois arbitraire. Il a été constaté qu'il y a peu de différences dans l'estimation du coefficient de dispersion axiale si on choisit un intervalle plus grand ou plus petit par exemple entre 15 et 20 ou entre 15 et 35 circulations.

À première vue, les résultats de la Figure 8.4 montre une excellente correspondance entre l'équation analytique et les mesures expérimentales. Il est d'ailleurs souvent difficile de distinguer les deux courbes. Par contre, des différences sont observées lors des premières circulations du traceur. D'une part, les valeurs de pics de concentration maximale diffèrent de manière importante, ce qui n'est pas surprenant compte tenu de la discussion ci-dessus concernant la reproductibilité et la fiabilité des mesures de concentration avant la 15e circulation.

D'autre part, on constate aussi une différence entre les valeurs minimales de concentration à chaque circulation. La concentration minimale mesurée expérimentalement pour les premières circulations est supérieure à la concentration prédite par le modèle de dispersion axiale. En fait, ces valeurs de concentrations minimums sont reproductibles à la Figure 8.3, ce qui suggère une déviation par rapport au modèle de dispersion axiale utilisé pour caractérisée l'injection du traceur. La différence s'estompe à mesure que les gradients de concentration diminuent après environ 10 circulations.

Cette déviation s'explique par la présence d'autres équipements dans la maquette froide, tels que la pompe, le mélangeur statique et le débitmètre Coriolis. Ces équipements modifient

sans doute le mélange axial et peuvent difficilement être modélisés par le modèle de dispersion axiale dans une conduite. Il est donc évident que le modèle de dispersion axiale n'est qu'une approximation utile pour caractériser globalement la réponse à l'injection du traceur.

Un avantage du modèle de dispersion axiale est de réduire la réponse à l'injection de traceur à un seul paramètre, le coefficient de dispersion axiale. En effet, il est fastidieux de comparer les injections de traceurs à partir de courbes de ϕ, car celles-ci sont généralement semblables et les différences sont difficiles à observer.

Le Tableau 8.1 résume les résultats obtenus pour 9 répétitions d'injection de traceur avec de l'eau circulant à 1.25 m/s. Il apparaît que le coefficient de dispersion axiale calculé par une régression sur les données entre les 15e et 25e circulations est raisonnablement reproductible. Une valeur moyenne de 0.0293 m^2/s a été obtenue avec une différence maximale de 4.86% par rapport à cette valeur. Il est donc possible d'estimer l'erreur relative maximale sur le coefficient de dispersion axiale comme étant de l'ordre de 5%.

Le Tableau 8.2 compare le coefficient de dispersion axial mesuré avec les valeurs prédites par des corrélations de la littérature pour la dispersion dans une conduite en régime turbulent. Les résultats expérimentaux sont à l'évidence comparables avec les prédictions de ces corrélations, malgré la présence d'équipements différents d'une conduite dans la maquette froide. En fait, les différences entre les prédictions des deux corrélations sont du même ordre que nos mesures expérimentales, qui se situent en fait entre les deux prédictions des corrélations.

Tableau 8.1 : Résultats pour les essais avec un fluide monophasique (V = 1.25 m/s)

Essai	D_a (m2/s)	Erreur relative (%)
1	0.0294	0.42%
2	0.0307	4.86%
3	0.0290	-0.95%
4	0.0292	-0.27%
5	0.0294	0.42%
6	0.0294	0.42%
7	0.0282	-3.68%
8	0.0293	0.08%
9	0.0289	-1.29%
Moyenne	0.0293	0.0%
Écart type	0.0007	2.2%

Tableau 8.2 : Comparaison du coefficient de dispersion axiale avec les corrélations de la littérature

Références	D_a [m^2/s]	P [-]
Valeur expérimentale	0.0293	3.2
(Taylor, 1954) (équation (2.27))	0.0228	4.2
(Wen & Fan, 1975) (équation (2.28))	0.0307	3.1

8.5 Résultats pour une suspension

Des mesures de réponse à l'injection de traceur ont été effectuées avec la maquette froide pour étudier l'influence de la concentration en solides sur le mélange d'une suspension. À cet effet, 25 injections ont été réalisées pour différentes concentrations en solides entre 3 à 36 % v/v et pour une vitesse de circulation de 1.25 m/s.

La Figure 8.5 présente un exemple de concentration normalisée de traceur (ϕ^{exp} et ϕ^{std}) pour une concentration en solides de 16 % v/v. À première vue, une réponse similaire à celles obtenues pour un fluide monophasique est observée. Le temps de mélange du traceur est par contre plus petit, soit de l'ordre d'environ 40 circulations. On remarque que la variabilité de la mesure de la concentration de traceur avant et après le mélange du traceur est un peu plus grande avec la présence des particules solides ($\phi^{std} \sim 0.08$ pour la suspension et $\phi^{std} \sim$

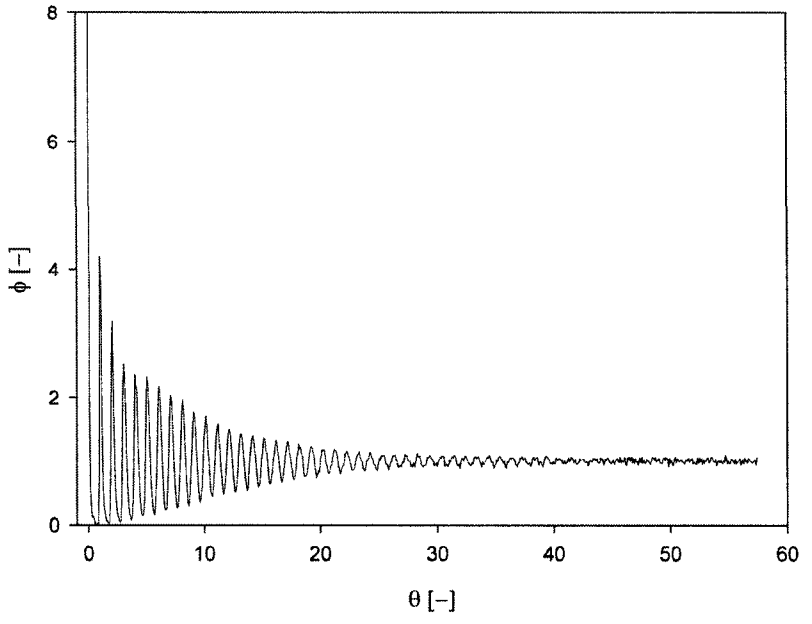
0.02 pour de l'eau). Cette augmentation de la variabilité peut s'expliquer par la présence de contacts des particules sur les électrodes qui entraînent un bruit plus important dans les mesures de l'ERT.

La Figure 8.6 compare les mesures expérimentales de la concentration normalisée (ϕ^{exp}) avec les résultats provenant de la solution analytique du modèle de dispersion axiale (ϕ^{ana}). Ces résultats suggèrent les mêmes constatations lors des premières circulations que celles énoncées pour le cas d'un fluide monophasique. Les pics de concentrations maximales et minimales ne sont pas expliqués par le modèle de dispersion axiale pour les premières circulations. Ces différences proviennent à la fois des lacunes des mesures de concentrations et du modèle de dispersion axiale. Par contre, la correspondance entre les deux courbes est excellente après environ 10 circulations.

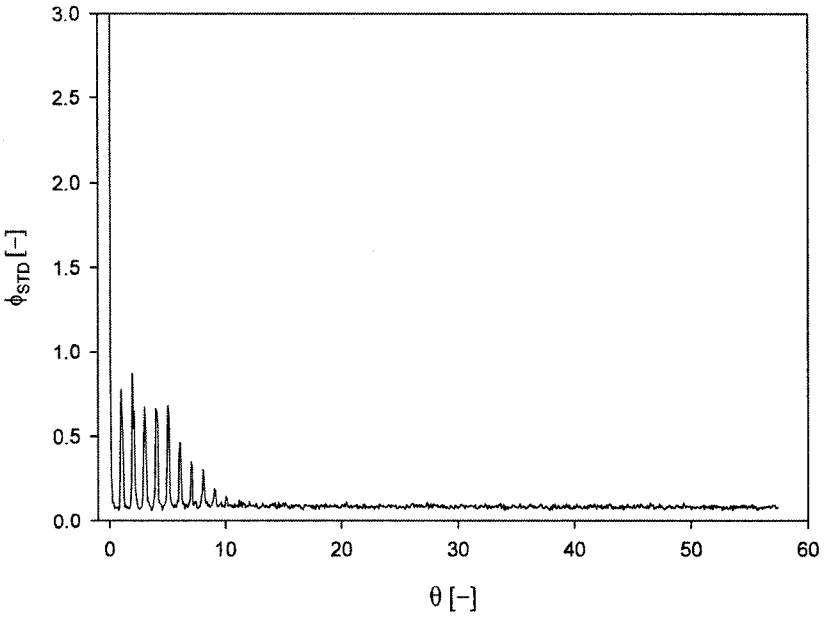
La Figure 8.7 présente les valeurs des coefficients de corrélations obtenus en fonction de la concentration en solides. Les barres d'erreurs correspondent à une erreur relative de 5% établie pour avec un fluide monophasique. Les résultats indiquent une augmentation du coefficient de dispersion axiale en fonction de la concentration. Cette influence de la concentration a été approximée à l'aide d'une régression linéaire, dont l'équation est donnée par

$$D_a(C) = 0.0295 + 0.0235C\,. \tag{7.22}$$

On constate que la droite de régression se trouve dans l'intervalle de 5% d'erreur relative de chaque mesure.



a)



b)

Figure 8.5 : Résultats d'injection de traceur pour suspension 16% v/v a) ϕ^{exp} b) ϕ^{std}

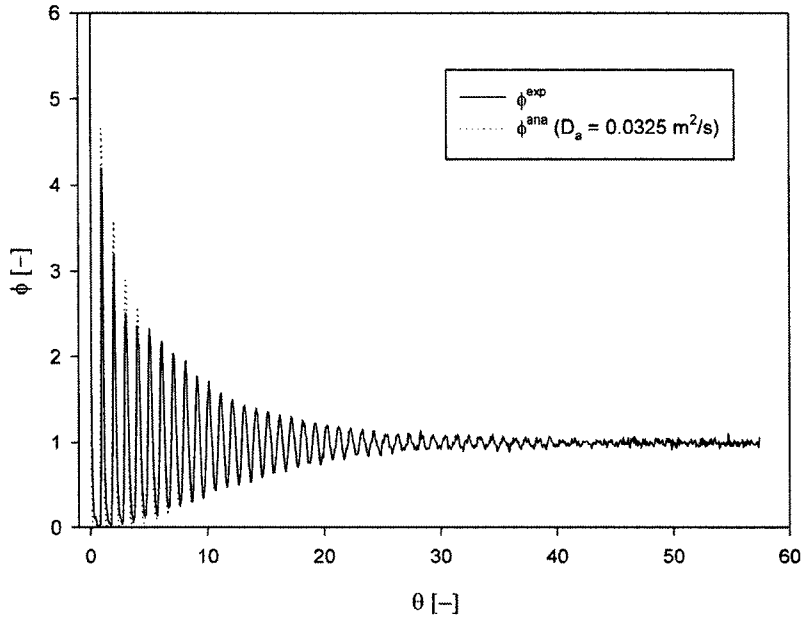


Figure 8.6 : Comparaison entre ϕ^{exp} et ϕ^{ana} pour une suspension avec 16% v/v en solide (D_a=0.0325 m^2/s)

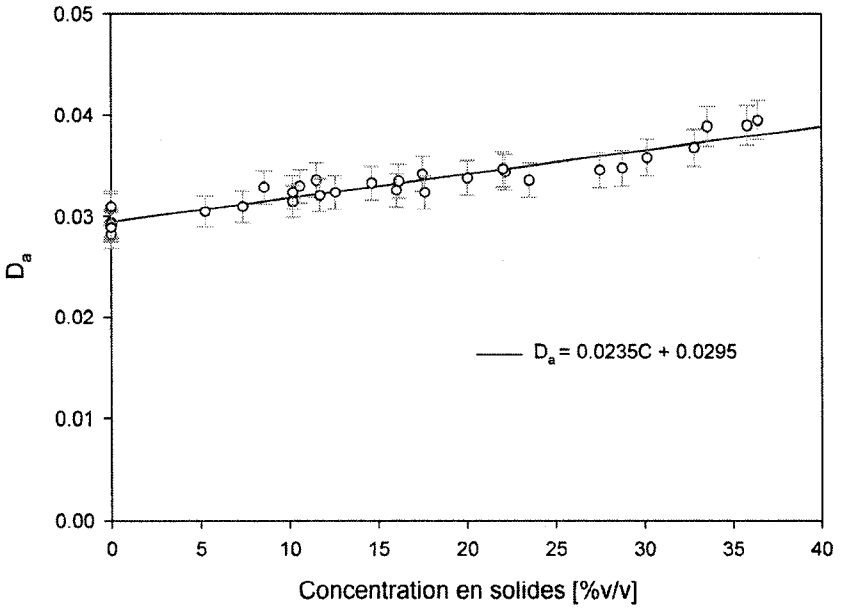


Figure 8.7 : Coefficient de dispersion axiale en fonction de la concentration en solides d'une suspension

8.6 Discussion

Les mesures de la réponse à l'injection d'un traceur ont permis d'étudier le mélange dans la maquette froide pour un fluide monophasique et une suspension. Le mélange a été caractérisé à partir d'un modèle de dispersion axiale en une dimension. Une réponse similaire à l'injection du traceur a été constatée pour un fluide monophasique et une suspension, seuls les valeurs des coefficients de dispersion axiale étaient différents. Des déviations par rapport au modèle de dispersion axiale ainsi que des limitations des mesures de concentration du traceur par l'ERT ont été observées pour les premières circulations, et ce, pour toutes les concentrations de solides.

Il est évident que le modèle de dispersion axiale utilisé pour caractériser le mélange dans la maquette froide comporte certaines lacunes. Il ne tient pas compte de la présence du mélangeur statique, de la pompe, des coudes et du débitmètre Coriolis. Ainsi, il est difficile de confirmer que le mélange du traceur provient du seul effet de la dispersion axiale. Par conséquent, les mesures réalisées ne permettent pas de conclure sur le degré de validité du modèle de dispersion axiale dans la maquette froide pour expliquer les mécanismes de mélange. De plus, l'équation (7.22) ne peut être extrapolée facilement sur d'autre application puisqu'elle ne s'applique pas uniquement au mélange dans la conduite et tient compte de tous les équipements participant au mélange dans la maquette froide.

Ces mesures permettent de comprendre qualitativement l'influence de la présence de particules solides en suspension sur le mélange d'une suspension. Il est en effet évident que le mélange axial augmente lorsque la concentration en solides augmente. De plus, les profils

de concentration de traceur pour un fluide monophasique et une suspension concentrée sont similaires. On peut donc supposer que les mécanismes de mélange sont aussi similaires, tandis que l'intensité du mélange axiale est augmentée par la présence de particules solides.

9 Discussion générale et recommandations

9.1 Synthèse des résultats

9.1.1 Tomographie à résistance électrique

Dans cette thèse, beaucoup d'efforts ont été consacrés pour caractériser l'écoulement d'une suspension dans une maquette froide par la tomographie à résistance électrique. Ces travaux ont principalement porté sur la mise au point d'une stratégie permettant d'interpréter quantitativement les mesures d'ERT. Les lacunes et limitations de l'ERT qui avaient été repérées dans la revue de la littérature ont pu être expliquées et quelques-unes ont été corrigées.

Pour la reconstruction d'images pour l'ERT, les progrès suivants ont été réalisés dans cette thèse :

- Synthèse des principaux algorithmes de reconstruction d'images pour l'ERT présentée sous forme d'un algorithme itératif généralisé (GIA).

- Implantation d'un programme informatique de reconstruction d'images utilisant le GIA et un modèle numérique d'un capteur basé sur la méthode des éléments finis.

- Identification des choix efficaces pour les algorithmes de reconstruction d'images et les paramètres associés permettant d'assurer la convergence du processus itératif vers une bonne approximation de l'image.

- Confrontation des images reconstruites par le GIA avec des données synthétiques et expérimentales.

- Diagnostic des mesures d'ERT à partir du modèle numérique du capteur.

- Mise en évidence de l'influence de la conductivité et du courant électrique sur la qualité des mesures du capteur.

Il a donc été montré qu'avec de bonnes mesures expérimentales et en utilisant des algorithmes appropriés, il est possible de reconstruire une image quantitative avec l'ERT. Ces images ont ainsi permis de déterminer les régimes d'écoulement dans la maquette froide. Mentionnons que la reconstruction quantitative d'images pour les écoulements de suspensions concentrées dans une conduite est une première et n'a jamais été publiée dans la littérature de l'ERT.

Des indicateurs ont également été développés pour interpréter directement les mesures d'ERT pour déterminer si la distribution de la concentration des phases mesurées est homogène et symétrique, et ce, sans recourir à la reconstruction d'images. Ces indicateurs ont été appliqués à l'identification systématique des transitions entre le régime d'écoulement homogène et hétérogène.

Soulignons que ces indicateurs s'avèrent fort utile en pratique, par exemple pour le contrôle de procédés industriels. En fait, les limitations associées à la reconstruction d'images de l'ERT rendent difficile l'interprétation des images reconstruites ce qui nuit à l'acceptation de cette méthode de mesure. L'utilisation d'indicateurs simples, basés directement sur les

mesures s'avère donc une alternative intéressante et complémentaire à la reconstruction d'images pour l'interprétation des mesures d'ERT.

9.1.2 Régimes d'écoulement et des transitions dans une conduite horizontale en aval d'un coude.

Les progrès accomplis pour interpréter les mesures d'ERT ont permis de réaliser avec succès le programme expérimental de ce projet de recherche. Les mesures expérimentales avec la maquette froide ont été utilisées pour caractériser l'influence de la présence du coude sur les régimes d'écoulement et leurs transitions dans la conduite horizontale située en aval du coude. Il a été observé que :

- La suspension est homogène à la sortie du coude pour toutes les concentrations et vitesses d'écoulement supérieures à la vitesse de déposition des particules dans une longue conduite horizontale. Il n'y a donc pas d'effet de centrifugation à la sortie du coude.

- La suspension est maintenue homogène sur une certaine distance après le coude et il y a ensuite une transition vers le régime établi dans la conduite horizontale.

- La vitesse de transition entre les régimes est plus petite à la sortie du coude que dans une conduite horizontale avec un écoulement établi.

- La vitesse de circulation influence significativement la distance où la transition entre les régimes se produit. Une augmentation de la vitesse de circulation se traduit par une augmentation de cette distance.

- À faible concentration en solides, l'augmentation de la concentration a tendance à augmenter les vitesses où les transitions entre les régimes se produisent. À concentration élevée en particules solides, soit environ 15% v/v, la concentration influence peu les transitions entre les régimes d'écoulement.

- À vitesse et concentration élevée, la distance où la transition entre les régimes se produit est de l'ordre de 20 diamètres de conduite, ce qui est comparable à la distance nécessaire pour établir l'écoulement turbulent pour un fluide monophasique s'écoulant après un coude.

9.1.3 Mélange d'une suspension dans une boucle

Les mesures de l'injection d'un traceur ont permis d'établir les observations suivantes :

- Le mélange d'un traceur dans une suspension montre un comportement similaire à celui d'un fluide monophasique.

- Le mélange d'un traceur est plus rapide à mesure que la concentration en solides augmente.

- Un modèle de dispersion axiale en une dimension permet de caractériser de manière satisfaisante les mesures expérimentales.

- Les corrélations de la littérature pour une conduite s'appliquent à une conduite en forme de boucle, et ce, malgré la présence d'autres équipements tels qu'une pompe, un mélangeur statique, des coudes et un débitmètre Coriolis.

- Dans le cas du mélange de suspensions dans une boucle, les corrélations proposées pour un fluide monophasique sous-estiment le coefficient de dispersion axiale. En conséquence, l'utilisation de ces corrélations pour une suspension est un choix conservateur dans le contexte du mélange. L'intensité du mélange et le temps de mélange seront alors sous-estimés.

9.2 Développements possibles

9.2.1 Tomographie à résistance électrique

À partir des travaux réalisés pour améliorer l'interprétation des mesures provenant de la tomographie à résistance électrique, plusieurs développements sont envisageables. L'utilisation du GIA serait appropriée pour reconstruire les images d'ERT et l'ECT pour différentes applications dans des géométries simple, tel que les conduites où les cuves. À titre d'exemple, le GIA pourrait être utilisé pour reconstruire des images d'ECT pour le transport pneumatique.

On pourrait envisager un modèle numérique de capteur en trois dimensions avec une impédance de contact comme prochaine étape pour résoudre le problème direct dans l'algorithme GIA avec plus de précision. Toutefois, une formulation en variable absolue pour la conductivité électrique et de l'impédance de contact serait alors nécessaire pour reconstruire les images, au prix d'une complexité expérimentale et numérique beaucoup plus grande.

Un modèle en trois dimensions du capteur numérique pourrait aussi être envisagé pour reconstruire des images dans une cuve agitée. Par contre, dans ce cas, la présence d'un agitateur en mouvement complique de manière importante le processus de reconstruction d'images. En fait, l'algorithme GIA pourrait être appliqué sans difficulté pourvu que le modèle numérique du capteur soit adéquat et permette de prédire efficacement la réponse à l'injection d'un courant électrique dans le système. Ainsi, c'est du côté du modèle numérique du capteur de la cuve que la présence de l'agitateur devrait être prise en compte.

Les indicateurs d'homogénéité et de symétrie pourraient être appliqués plus facilement à l'étude du mélange dans les cuves agitées. En effet, ces indicateurs ne nécessitent pas d'algorithmes de reconstruction d'image et exploitent plutôt des propriétés de symétrie des mesures électriques. L'injection d'un traceur pourrait être utilisée pour déterminer des temps de mélange axial et radial dans la cuve agitée.

La tomographie électrique est aussi prometteuse pour des applications industrielles. On pourrait envisager d'utiliser l'ERT ou l'ECT pour le contrôle et le diagnostic de certains procédés. Toutefois, la prudence serait de mise, particulièrement pour l'interprétation des

images reconstruites. Une calibration avec des mesures expérimentales est recommandée pour établir le potentiel de prédiction du GIA et aussi du LBP. Soulignons que la courbe de calibration obtenue dans cette thèse pour les lits de particules solides dans une conduite montre qu'il est possible de déterminer l'erreur associée aux images du LBP. Il serait ainsi possible de diagnostiquer en temps réel la distribution de la concentration d'une suspension dans une conduite à partir des images reconstruites pas le LBP.

Les indicateurs d'homogénéité et de symétrie pourraient aussi être fort utiles pour le contrôle de procédé. En particulier, l'indicateur de symétrie est approprié puisqu'il n'est pas influencé par les changements de température ou de conductivité du fluide. Il serait alors possible de déterminer en temps réel si l'écoulement est symétrique ou non, et ce, sans avoir à interpréter des images. Ces indicateurs pourraient donc être incorporés à une stratégie de contrôle avancé des procédés, comme l'écoulement dans une conduite ou dans une cuve agitée.

Mentionnons que l'on pourrait aussi envisager d'utiliser l'ERT (ou l'ECT) pour mesurer des profils de température d'un fluide homogène puisque la conductivité (ou la permittivité) est influencée par la température.

Finalement, le diagnostic des mesures d'ERT à l'aide d'un modèle numérique du capteur ainsi que les indicateurs d'homogénéité et de symétrie pourraient aussi être incorporés au logiciel commercial de la compagnie ITS. La correction des mesures avec la température devrait aussi être ajoutée à ce logiciel.

9.2.2 Régimes d'écoulement et vitesses de transition d'une suspension

La méthodologie employée pour étudier l'influence du coude sur les régimes d'écoulement pourrait être utilisée pour mesurer l'influence de variables supplémentaires sur les régimes d'écoulement et les transitions:

- Le type de particule solide (densité, distribution et taille).
- Les propriétés physiques de la phase liquide (densité, viscosité).
- Le diamètre de la conduite.
- Le rayon de courbure du coude.

L'étude de ces variables permettrait d'exprimer les vitesses de transition en terme de nombres adimensionnels, comme un nombre de Froude ou encore un nombre de Reynolds. Il serait alors plus facile de réaliser la mise à l'échelle des résultats expérimentaux.

Un montage expérimental ayant une longue conduite horizontale pourrait aussi être utilisé pour caractériser les régimes d'écoulement et leurs transitions dans une conduite horizontales à partir des mesures d'ERT. En particulier, la mesure de la vitesse de transition entre un régime homogène et hétérogène à partir de l'ERT serait intéressante pour le développement de corrélations pour une longue conduite horizontale. Il serait alors possible de caractériser complètement les vitesses de transition à différentes positions en sortie d'un coude.

La méthodologie utilisée pourrait aussi être appliquée à d'autres configurations. Il serait entre autres intéressant d'étudier l'influence d'un mélangeur statique installé dans une conduite horizontale. La connaissance de l'influence d'un mélangeur statique sur les vitesses

de transition entre les régimes serait intéressante. Les mélangeurs statiques pourraient être utilisés pour favoriser l'homogénéisation de suspensions dans le transport par pipeline et ainsi permettre d'opérer à plus faibles vitesses d'écoulement, réduisant la puissance de pompage requise.

L'utilisation d'un mélangeur statique dans une longue conduite horizontale serait aussi intéressante pour générer un écoulement homogène à des vitesses inférieures à la vitesse de transition homogène. Il serait alors possible d'étudier la transition entre le régime homogène à la sortie du mélangeur et le régime établi plus loin dans la conduite comme pour le cas d'un coude vertical étudié dans cette thèse.

De plus, il serait intéressant d'inclure des modèles sur l'intensité de la turbulence à la sortie du coude dans les analyses proposées par Oroskar & Turian (1980) et Davies (1987). Ces modèles seraient utiles pour mettre au point des corrélations semi-théoriques sur les vitesses de transition V_{LD} et V_{LH} à la sortie d'un coude. Pour ce faire, il serait important d'obtenir des mesures à des positions L/D plus grandes afin de bien déterminer à quelle distance la présence du coude n'influe plus sur les régimes d'écoulement dans la conduite horizontale.

9.2.3 Mélange d'une suspension circulant dans une conduite

Le mélange d'une suspension dans une conduite pourrait être étudié davantage. Étant donné les contraintes d'instrumentation et de temps dans la réalisation du programme expérimental, une seule vitesse de circulation a pu être étudiée. Il serait donc fort intéressant

de faire des mesures pour d'autres vitesses de circulation. On pourrait alors vérifier si l'influence de la concentration en solides est la même pour une vitesse de circulation différente. Il serait également intéressant de réaliser des mesures avec d'autres types de solides pour étudier l'influence de la densité, de la taille et de la distribution de la taille des particules sur le mélange d'une suspension.

D'autre part, il serait important de caractériser le mélange dans chacune des sections de la conduite. C'est-à-dire d'isoler l'influence de chacune des conduites horizontales et verticales, des coudes, du mélangeur statique, de la pompe et du débitmètre Coriolis. Pour ce faire, l'installation de plusieurs sondes de conductivité ayant une meilleure résolution temporelle que l'ERT est recommandée. Il serait important de combiner les mesures de ces sondes avec les mesures d'ERT afin de s'assurer que la concentration du traceur qui circule dans la boucle soit radialement homogène.

Par contre, les sondes de conductivité seraient sûrement limitées dans leurs capacités à mesurer la concentration en traceur dans une conduite horizontale à basse vitesse en régime hétérogène. En effet, l'homogénéité radiale de la concentration du traceur n'étant pas assurée dans ces conditions, les mesures de concentration données par une sonde seraient alors probablement faussées.

Les mesures avec des sondes de conductivité permettraient de vérifier la validité du modèle de dispersion axiale utilisé pour caractériser la réponse à l'injection du traceur. Des coefficients de dispersion axiale pourraient être déterminés pour chacune des sections grâce aux multiples sondes de conductivité. Par contre, la solution analytique de la réponse à

l'injection d'un traceur dans une boucle ne pourrait être utilisée pour estimer ces coefficients de dispersion axiale locaux. Il serait alors nécessaire de résoudre numériquement l'équation différentielle de la dispersion axiale en utilisant les mesures d'une sonde en amont comme conditions initiales pour prédire la mesure d'une sonde en aval. Cette approche permettrait de mieux expliquer l'influence de la topologie (coudes, pompes et autres équipements sur la boucle) sur le mélange dans une conduite en forme de boucle.

Il serait également intéressant d'envisager l'injection d'un traceur solide pour vérifier s'il y a une différence entre la dispersion du liquide et la dispersion du solide. Pour ce faire, des particules solides très conductrices, comme des particules métalliques, devraient être injectées. Toutefois, des difficultés sont à prévoir. Il sera difficile de séparer facilement les particules conductrices après l'expérience. On pourrait notamment utiliser une séparation magnétique des particules métalliques, mais il est évident que cette solution est difficile à réaliser au laboratoire étant donné que plusieurs dizaines de kilos de particules sont en circulation dans la boucle. De plus, un grand nombre de particules devraient être injectées afin d'avoir une bonne sensibilité des mesures de la concentration du traceur avec des sondes de conductivité ou les capteurs d'ERT. Il serait enfin nécessaire de faire une calibration de la conductivité électrique de la suspension en fonction de la concentration du traceur pour s'assurer d'une réponse linéaire aux variations de concentration du traceur.

9.2.4 Modélisation des écoulements solide-liquide dans une boucle

Finalement, les mesures expérimentales réalisées pour cette thèse de doctorat pourraient être utilisées pour développer, calibrer et confronter des modèles hydrodynamiques de CFD pour la simulation des écoulements de solide-liquide. Pour ce faire, les mesures des régimes d'écoulement et des transitions pour l'écoulement d'une suspension en aval du coude s'avèrent particulièrement appropriées.

En effet, plusieurs phénomènes physiques doivent être considérés pour modéliser les vitesses de transition entre les régimes d'écoulement à la sortie du coude. Une seule simulation implique la prédiction de plusieurs régimes d'écoulement dans la conduite en fonction de la distance du coude. Ce qui n'est pas le cas d'une conduite horizontale en régime établi.

Puisqu'un défi associé aux simulations des écoulements polyphasiques réside dans le choix des modèles et des paramètres associés, la présence des différents régimes d'écoulement pour une même simulation représente un bon test pour confronter ces modèles. De plus, les mesures expérimentales ont été réalisées pour plusieurs conditions opératoires, telles que la concentration en particules solides et la vitesse de circulation. Elles offrent donc la possibilité de calibrer les modèles numériques par rapport aux nombreux paramètres associés aux équations de fermeture des modèles polyphasiques et de turbulence, comme la force de traînée ou les modèles de turbulence.

Le système étudié avec la maquette froide présente aussi l'avantage d'être relativement simple en termes de conditions aux limites. À l'entrée du coude, la concentration peut être

considérée comme homogène et un profil plat de vitesse peut être raisonnablement considéré. La géométrie du système ne pose aucune difficulté quant au maillage. Des simplifications géométriques peuvent aussi être exploitées. On peut notamment considérer un écoulement 2D ou encore considérer une symétrie dans l'axe vertical de la conduite (Figure 9.1).

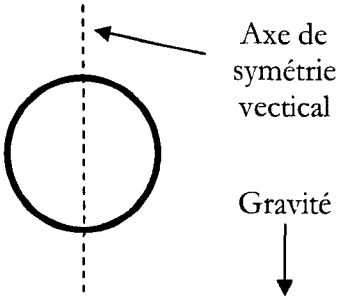


Figure 9.1 : Axe de symétrie verticale d'un conduite (Section perpendiculaire à l'axe)

Les mesures expérimentales sont toutefois macroscopiques. Il ne s'agit pas de mesures locales de la concentration et aucun champ de vitesse n'a été mesuré. Dans ces conditions, la validation des modèles ne peut être assurée uniquement à partir de ces mesures. Néanmoins, elle offre tout de même la possibilité d'évaluer le pouvoir de prédiction des modèles polyphasiques offerts dans les logiciels commerciaux de CFD.

10 Conclusion

Cette thèse de doctorat a porté sur l'hydrodynamique des suspensions concentrées dans une conduite en forme de boucles. La méthodologie a consisté à réaliser des mesures expérimentales à l'aide d'une maquette froide et au moyen de la tomographie à résistance électrique. Au préalable, des avancements importants ont dû être effectués pour permettre l'interprétation quantitative des mesures d'ERT.

L'effet, sur la conduite horizontale en aval d'un coude en position verticale avec un écoulement descendant, a été caractérisé. L'influence de la concentration et de la vitesse de circulation sur les régimes d'écoulement et les vitesses de transition entre ces régimes a été quantifiée.

Le mélange d'une suspension en circulation dans une boucle a aussi été caractérisé en mesurant la réponse à l'injection d'un traceur. Les mesures ont montré que la présence de particules solides augmente l'intensité du mélange et diminue globalement le temps de mélange du traceur.

Les mesures expérimentales réalisées dans le cadre de cette thèse s'avèrent aussi utiles pour développer et valider des modèles théoriques, empiriques et numériques des écoulements de suspensions dans une conduite. En effet, il apparaît que l'hydrodynamique d'une suspension à la sortie d'un coude est complexe et implique plusieurs phénomènes à modéliser. Ces mesures sont donc idéales pour confronter les modèles numériques de CFD qui sont disponibles dans les logiciels commerciaux.

11 Références

Abulnaga, B. E. (2002). *Slurry Systems Handbook*. New-York: McGraw-Hill.

Anderson, T. B., & Jackson, R. (1967). Fluid mechanical description of fluidized beds -- Equations of motion. *Industrial and Engineering Chemistry -- Fundamentals, 6*(4), 527-539.

ASTM International. (1995). *Standard Test Methods for Electrical Conductivity and Resistivity of Water*: ASTM International D1125.

Bagnold, R. A. (1954). Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian-fluid under shear. *Proc. Roy. Soc., 49*(225).

Bertrand, F., Leclaire, L.-A., & Levecque, G. (2005). DEM-based models for the mixing of granular materials. *Chemical Engineering Science, 60*(8-9), 2517-2531.

Bolton, G. T., Hooper, C. W., Mann, R., & Stitt, E. H. (2004). Flow distribution and velocity measurement in a radial flow fixed bed reactor using electrical resistance tomography. *Chemical Engineering Science, 59*(10), 1989-1997.

Brown, G. J. (2002). Erosion prediction in slurry pipeline tee-junctions. *Applied Mathematical Modelling, 26*(2), 155-170.

Brucato, A., Grisafi, F., & Montante, G. (1998). Particle drag coefficients in turbulent fluids. *Chemical Engineering Science, 53*(18), 3295-3314.

Chaouki, J., Larachi, F., & Dudukovic, M. P. (1997). Noninvasive tomographic and velocimetric monitoring of multiphase flows. *Industrial & Engineering Chemistry Research, 36*(11), 4476-4503.

Colwell, J. M., & Shook, C. A. (1988). Entry length for slurries in horizontal pipeline flow. *Canadian Journal of Chemical Engineering, 66*(5), 714-720.

Colwell, J. M., & Shook, C. A. (1989). Use of an elbow flowmeter with slurries. *Journal of Pipelines, 7*(3), 243-250.

Cornelissen, J. T., Taghipour, F., Escudie, R., Ellis, N., & Grace, J. R. (2007). CFD modelling of a liquid-solid fluidized bed. *Chemical Engineering Science, 62*(22), 6334-6348.

Crowe, C. T., Sommerfield, M., & Tsuji, Y. (1998). *Multiphase flows with droplets and particles.* New York: CRC Press.

Cui, H., & Grace, J. R. (2007). Flow of pulp fibre suspension and slurries: A review. *International Journal of Multiphase Flow, 33*(9), 921-934.

Dai, Y., Pachowko, A. D., & Wang, M. (2004). The control of polymer addition to raw waste sludge using electrical resistance tomography - A preliminary study. *Particle and Particle Systems Characterization, 21*(3), 228-233.

Davies, J. T. (1987). Calculation of critical velocities to maintain solids in suspension in horizontal pipes. *Chemical Engineering Science, 42*(7), 1667-1670.

Di Felice, R. (1994). The voidage function for fluid-particle interaction systems. *International Journal of Multiphase Flow, 20*(1), 153-159.

Ding, J., & Gidaspow, D. (1990). Bubbling fluidization model using kinetic theory of granular flow. *AIChE Journal, 36*(4), 523-538.

Dong, F., Xu, Y., Hua, L., & Wang, H. (2006). Two methods for measurement of gas-liquid flows in vertical upward pipe using dual-plane ERT system. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 55*(5), 1576-1586.

Dong, F., Xu, Y. B., Xu, L. J., Hua, L., & Qiao, X. T. (2005). Application of dual-plane ERT system and cross-correlation technique to measure gas-liquid flows in vertical upward pipe. *Flow Measurement and Instrumentation, 16*(2-3), 191-197.

Doron, P., & Barnea, D. (1996). Flow pattern maps for solid-liquid flow in pipes. *International Journal of Multiphase Flow, 22*(2), 273-283.

Doroodchi, E., Galvin, K. P., & Fletcher, D. F. (2005). The influence of inclined plates on expansion behaviour of solid suspensions in a liquid fluidised bed - A computational fluid dynamics study. *Powder Technology, 160*(1), 20-26.

Doucet, J., Bertrand, F., & Chaouki, J. (2007). An extended radioactive particle tracking method for systems with irregular moving boundaries. *Powder Technology.*

Dudukovic, M. P. (2002). Opaque multiphase flows: Experiments and modeling. *Experimental Thermal and Fluid Science, 26*(6-7), 747-761.

Durand, R., & Condolios, E. (1952). *Experimental investigation of the transport of solids in pipes.* Paper presented at the Deuxieme Journée de l'hydraulique, Societé Hydrotechnique de France., Grenoble.

Dyakowski, T., Jeanmeure, L. F. C., & Jaworski, A. J. (2000). Applications of electrical tomography for gas-solids and liquid-solids flows - a review. *Powder Technology, 112*(3), 174-192.

Eilers, H. (1941). The viscosity of emulsions made of highly viscous materials as a function of concentration. *Kolloid-Z, 97*, 313-321.

Eraslan, A. N., & Ozbelge, T. A. (2003). Assessment of flow and heat transfer characteristics for proposed solid density distributions in dilute laminar slurry upflows through a concentric annulus. *Chemical Engineering Science, 58*(17), 4055-4069.

Eskin, D., Leonenko, Y., & Vinogradov, O. (2004). On a turbulence model for slurry flow in pipelines. *Chemical Engineering Science, 59*(3), 557-565.

Fangary, Y. S., Williams, R. A., Neil, W. A., Bond, J., & Faulks, I. (1998). Application of electrical resistance tomography to detect deposition in hydraulic conveying systems. *Powder Technology, 95*(1), 61-66.

Farrell, M., Lun, C. K. K., & Savage, S. B. (1985). *Simple kinetic theory for granular flow of binary mixtures of smooth, inelastic, spherical particles.* Paper presented at the Acta Mechanica, Interlaken, Switz.

Fogler, H. S. (2006). *Elements of chemical reaction engineering.* Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall Professional Technical Reference.

Frankel, N. A., & Acrivos, A. (1967). On the viscosity of a concentrated suspension of solid spheres. *Chemical Engineering Science, 22*(6), 847-853.

Fransolet, E., Crine, M., L'Homme, G., Toye, D., & Marchot, P. (2001). Analysis of electrical resistance tomography measurements obtained on a bubble column. *Measurement Science and Technology, 12*(8), 1055-1060.

Fransolet, E., Crine, M., L'Homme, G., Toye, D., & Marchot, P. (2002). Electrical resistance tomography sensor simulations: Comparison with experiments. *Measurement Science and Technology, 13*(8), 1239-1247.

Fransolet, E., Crine, M., Marchot, P., & Toye, D. (2005). Analysis of gas holdup in bubble columns with non-Newtonian fluid using electrical resistance tomography and dynamic gas disengagement technique. *Chemical Engineering Science, 60*(22), 6118-6123.

Gidaspow, D. (1994). *Multiphase flow and fluidization.* San Diego: Academic Press.

Gillies, R. G., Hill, K. B., McKibben, M. J., & Shook, C. A. (1999). Solids transport by laminar Newtonian flows. *Powder Technology, 104*(3), 269-277.

Gillies, R. G., McKibben, M. J., & Shook, C. A. (1996). Flow of sand-water mixtures at velocities below the deposition condition. *Particulate Science and Technology, 14*(4), 293-314.

Gillies, R. G., Schaan, J., Sumner, R. J., McKibben, M. J., & Shook, C. A. (2000). Deposition velocities for Newtonian slurries in turbulent flow. *Canadian Journal of Chemical Engineering, 78*(4), 704-705.

Gillies, R. G., & Shook, C. A. (1991). Deposition velocity correlation for water slurries. *Canadian Journal of Chemical Engineering, 69*(5), 1225-1227.

Gillies, R. G., & Shook, C. A. (1994). Concentration distributions of sand slurries in horizontal pipe flow. *Particulate Science and Technology, 12*(1), 45.

Gillies, R. G., & Shook, C. A. (2000). Modelling high concentration settling slurry flows. *Canadian Journal of Chemical Engineering, 78*(4), 706-716.

Govier, G. W., & Aziz, K. (1972). *The flow of complex mixtures in pipes.* Huntington: R. E. Krieger Pub. Co.

Grace, J. R., & Taghipour, F. (2004). Verification and validation of CFD models and dynamic similarity for fluidized beds. *Powder Technology, 139*(2), 99-110.

Henningsson, M., Ostergren, K., & Dejmek, P. (2006). Plug flow of yoghurt in piping as determined by cross-correlated dual-plane electrical resistance tomography. *Journal of Food Engineering, 76*(2), 163-168.

Henningsson, M., Regner, M., Ostergren, K., Tragardh, C., & Dejmek, P. (2007). CFD simulation and ERT visualization of the displacement of yoghurt by water on industrial scale. *Journal of Food Engineering, 80*(1), 166-175.

Hu, H. H. (1996a). *Direct numerical simulation of multiphase flows.* Paper presented at the Proceedings of the 1995 AMS-IMS-SIAM Joint Summer Research Conference, Seattle.

Hu, H. H. (1996b). Direct simulation of flows of solid-liquid mixtures. *International Journal of Multiphase Flow, 22*(2), 335-352.

Huang, P. Y., Feng, J., Hu, H. H., & Joseph, D. D. (1997). Direct simulation of the motion of solid particles in Couette and Poiseuille flows of viscoelastic fluids. *Journal of Fluid Mechanics, 343*, 73-94.

Isaksen, O. (1996). Review of reconstruction techniques for capacitance tomography. *Measurement Science and Technology, 7*(3), 325-337.

Jin, H., Wang, M., & Williams, R. A. (2007). Analysis of bubble behaviors in bubble columns using electrical resistance tomography. *The 4th World Congress on Industrial Process Tomography, Chemical Engineering Journal, 130*(2-3), 179-185.

Karabelas, A. J. (1977). Vertical distribution of dilute suspensions in turbulent pipe flow. *AIChE Journal, 23*(4), 426-434.

Kaushal, D. R., & Tomita, Y. (2002). Solids concentration profiles and pressure drop in pipeline flow of multisized particulate slurries. *International Journal of Multiphase Flow, 28*(10), 1697-1717.

Kaushal, D. R., Tomita, Y., & Dighade, R. R. (2002). Concentration at the pipe bottom at deposition velocity for transportation of commercial slurries through pipeline. *Powder Technology, 125*(1), 89-101.

Khopkar, A. R., Kasat, G. R., Pandit, A. B., & Ranade, V. V. (2006). Computational fluid dynamics simulation of the solid suspension in a stirred slurry reactor. *Industrial and Engineering Chemistry Research, 45*(12), 4416-4428.

Kim, S., Nkaya, A. N., & Dyakowski, T. (2006). Measurement of mixing of two miscible liquids in a stirred vessel with electrical resistance tomography. *International Communications in Heat and Mass Transfer, 33*(9), 1088-1095.

Krieger, I. M. (1972). Rheology of monodisperse latices. *Advances in Colloid and Interface Science, 3*(2), 111-136.

Kumar, U., Mishra, R., Singh, S. N., & Seshadri, V. (2003). Effect of particle gradation on flow characteristics of ash disposal pipelines. *Powder Technology, 132*(1), 39-51.

Laux, H. (1998). *Modeling of dilute and dense dispersed fluid-particle flow.* Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway.

Levenspiel, O. (1958). Longitudinal mixing of fluids flowing in circular pipes. *Industrial and Engineering Chemistry, 50*(3), 343-346.

Levenspiel, O. (1999). *Chemical reaction engineering* (3 ed.). New York: Wiley.

Liang, W., Jin, Y., Yu, Z., Wang, Z., Zhu, J., & Chen, J. (1996). Flow characteristics and mixing properties in a high velocity liquid-solid loop reactor. *Chemical Engineering Journal, 63*(3), 181-188.

Ling, J., Skudarnov, P. V., Lin, C. X., & Ebadian, M. A. (2003). Numerical investigations of liquid-solid slurry flows in a fully developed turbulent flow region. *International Journal of Heat and Fluid Flow, 24*(3), 389-398.

Lu, G., Peng, L., Zhang, B., & Liao, Y. (2005). Preconditioned Landweber iteration algorithm for electrical capacitance tomography. *Flow Measurement and Instrumentation, 16*(2-3), 163-167.

Lucas, G. P., Cory, J., Waterfall, R. C., Loh, W. W., & Dickin, F. J. (1999). Measurement of the solids volume fraction and velocity distributions in solids-liquid flows using dual-plane electrical resistance tomography. *Flow Measurement and Instrumentation, 10*(4), 249-258.

Lun, C. K. K., Savage, S. B., Jeffrey, D. J., & Chepurniy, N. (1984). Kinetic theories for granular flow: inelastic particles in couette flow and slightly inelastic particles in a general flowfield. *Journal of Fluid Mechanics, 140*, 223-256.

Matousek, V. (2002). Pressure drops and flow patterns in sand-mixture pipes. *Experimental Thermal and Fluid Science, 26*(6-7), 693-702.

Matousek, V. (2005). Research developments in pipeline transport of settling slurries. *Powder Technology, 156*(1), 43-51.

Maude, A. D., & Whitmore, R. L. (1958). Generalized theory of sedimentation. *British Journal of Applied Physics, 9*(12), 477-482.

Maxwell, J. C. (1873). *A Treatise on Electricity and Magnetism.* Oxford: Clarendon Press.

Melo, P. A., Pinto, J. C., & Biscaia Jr., E. C. (2001). Characterization of the residence time distribution in loop reactors. *Chemical Engineering Science, 56*(8), 2703-2713.

Micale, G., Grisafi, F., Rizzuti, L., & Brucato, A. (2004). CFD simulation of particle suspension height in stirred vessels. *Chemical Engineering Research and Design, 82*(9), 1204-1213.

Mishra, R., Singh, S. N., & Seshadri, V. (1998a). Pressure drop across conventional and diverging-converging pipe bends in the flow of multi-sized particulate slurries. *Indian Journal of Engineering and Materials Sciences, 5*(1), 9-14.

Mishra, R., Singh, S. N., & Seshadri, V. (1998b). Study of wear characteristics and solid distribution in constant area and erosion-resistant long-radius pipe bends for the flow of multisized particulate slurries. *Wear, 217*(2), 297-306.

Mukhtar, A., Singh, S. N., & Seshadri, V. (1995). Pressure drop in a long radius 90° horizontal bend for the flow of multisized heterogeneous slurries. *International Journal of Multiphase Flow, 21*(2), 329-334.

Murakami, Y., Hirose, T., Ono, S., & Nishijima, T. (1982). Mixing properties in loop reactor. *Journal of Chemical Engineering of Japan, 15*(2), 121-125.

Nasr-El-Din, H., & Shook, C. A. (1987). Effect of a 90 degree bend on slurry velocity and concentration distributions. *Journal of Pipelines, 6*(3), 239-252.

Nedderman, R. M., Tuzun, U., Savage, S. B., & Houlsby, G. T. (1982). Flow of granular materials - 1. Discharge rates from hoppers., *37*(11), 1597-1609.

Newitt, D. M., Richardson, J. F., M. Abbott, & Turtle, R. B. (1955). Hydraulic conveying of solids in horizontal pipes. *Trans Inst. of Chem. Eng., 33*, 93-113.

Norman, J. T., & Bonnecaze, R. T. (2005). Measurement of solids distribution in suspension flows using electrical resistance tomography. *Canadian Journal of Chemical Engineering, 83*(1), 24-36.

Oroskar, A. R., & Turian, R. M. (1980). Critical velocity in pipeline flow of slurries. *AIChE Journal, 26*(4), 550-558.

Pachowko, A. D., Poole, C., Wang, M., & Rhodes, D. (2004). *Measurement of slurry density profiles in horizontal pipes by using electrical resistance tomography.* Paper presented at the Hydrotransport 16th International Conference, Santiago, Chile.

Panneerselvam, R., Savithri, S., & Surender, G. D. (2007). CFD based investigations on hydrodynamics and energy dissipation due to solid motion in liquid fluidised bed. *Chemical Engineering Journal, 132*(1-3), 159-171.

Parzonka, W., Kenchington, J. M., & Charles, M. E. (1981). Hydrotransport of solids in horizontal pipes: Effects of solids concentration and particle size on the deposit velocity. *Canadian Journal of Chemical Engineering, 59*(3), 291-296.

Polydorides, N. (2002). *Image reconstruction algorithms for soft-field tomography.* University of Manchester Institute of science and technology, Manchester, United Kingdom.

Pullum, L., Graham, L., Rudman, M., & Hamilton, R. (2006). High concentration suspension pumping. *Minerals Engineering, 19*(5), 471-477.

Ricard, F., Brechtelsbauer, C., Xu, Y., Lawrence, C., & Thompson, D. (2005). Development of an electrical resistance tomography reactor for pharmaceutical processes. *Canadian Journal of Chemical Engineering, 83*(1), 11-18.

Richardson, J. F., & Zaki, W. N. (1954). Sedimentation and fluidisation -- 1. *Institution of Chemical Engineers -- Transactions, 32*(1), 35-52.

Roco, M. C., & Shook, C. A. (1987). New approach to predict concentration distribution in fine particle slurry flows. *PhysicoChemical Hydrodynamics, 8*(1), 43-60.

Rouse, H. (1937). Modern concpetions of the mechanics of fluid turbulence. *Trans. Amer. Soc. Civil Engrs., 102*, 436-505.

Roy, S., & Dudukovic, M. P. (2001). Flow mapping and modeling of liquid-solid risers. *Industrial and Engineering Chemistry Research, 40*(23), 5440-5454.

Sanders, R. S., Sun, R., Gillies, R. G., McKibben, M. J., Litzenberger, C., & Shook, C. A. (2004). *Deposition velocities for particles of intermediate size in turbulent flow.* Paper presented at the Hydrotransport 16th International Conference, Santiago, Chile.

Sanyal, J., Vasquez, S., Roy, S., & Dudukovic, M. P. (1999). Numerical simulation of gas-liquid dynamics in cylindrical bubble column reactors. *Chemical Engineering Science Proceedings of the 1999 4th International Conference on Gas-Liquid and Gas-Liquid-Solid Reactor Engineering, Aug 23-Aug 25 1999, 54*(21), 5071-5083.

Savage, S. B., Nedderman, R. M., Tuzun, U., & Houlsby, G. T. (1983). Flow of granular materials - 3. Rapid shear flows., *38*(2), 189-195.

Schaan, J., & Shook, C. A. (2000). Anomalous friction in slurry flows. *Canadian Journal of Chemical Engineering, 78*(4), 726-730.

Schmidt, W. (1925). Der Massenaustausch in freien Luft und Verwandte Erscheinungen. *Probleme der Kosmichen Physik, 7.*

Shamlou, P. A. (1993). *Processing of solid-liquid suspensions.* Oxford: Butterworth-Heinemann.

Shook, C. A., & Roco, M. C. (1991). *Slurry flow : principles and practice.* Toronto: Butterworth-Heinemann.

Spells, K. E. (1955). Correlations for use in transport of aqueous suspensions of fine solids through pipes. *Institution of Chemical Engineers -- Transactions, 33*(2), 79-84.

Stanley, S. J., Mann, R., & Primrose, K. (2005). Interrogation of a precipitation reaction by electrical resistance tomography (ERT). *AIChE Journal, 51*(2), 607-614.

Stevenson, R., Harrison, S. T. L., Miles, N., & Cilliers, J. J. (2006). Examination of swirling flow using electrical resistance tomography. *Powder Technology, 162*(2), 157-165.

Su, B., Zhang, Y., Peng, L., Yao, D., & Zhang, B. (2000). Use of simultaneous iterative reconstruction technique for electrical capacitance tomography. *Chemical Engineering Journal, 77*(1), 37-41.

Sumner, R. J., Shook, C. A., & Roco, M. C. (1989). Concentration fluctuation spectra in turbulent slurry pipeline flow. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME, 111*(3), 317-323.

Syamlal, M., & O'Brien, T. J. (1988). Simulation of granular layer inversion in liquid fluidized beds. *American Institute of Chemical Engineers, Workshop, 14*(4), 473-481.

Taylor, G. I. (1954). Diffusion and mass transport in tubes. *Physical Society -- Proceedings, 67*(420), 857-869.

Thomas, A. D. (1979). Predicting the deposit velocity for horizontal turbulent pipe flow of slurries. *International Journal of Multiphase Flow, 5*(2), 113-129.

Thomas, D. G. (1965). Transport characteristics of suspension: VIII. A note on the viscosity of Newtonian suspensions of uniform spherical particles. *Journal of Colloid Science, 20*(3), 267-277.

Tibirna, C., Edouard, D., Fortin, A., & Larachi, F. (2006). Usability of ECT for quantitative and qualitative characterization of trickle-bed flow dynamics subject to filtration conditions. *Chemical Engineering and Processing, 45*(7), 538-545.

Toda, M., Ishikawa, T., Saito, S., & Maeda, S. (1973). On the particles velocities in solid-liquid two-phase flow through straight pipes and bends. *Journal of Chemical Engineering of Japan, 6*(2), 140-146.

Toda, M., Konno, H., Saito, S., & Maeda, S. (1972). Hydraylic conveying of solids through pipe bends. *Journal of Chemical Engineering of Japan, 6*(2), 140-146.

Toye, D., Fransolet, E., Simon, D., Crine, M., L'Homme, G., & Marchot, P. (2005). Possibilities and limits of application of Electrical Resistance Tomography in hydrodynamics of bubble columns. *Canadian Journal of Chemical Engineering, 83*(1), 4-10.

Turian, R. M., Ma, T.-W., Hsu, F.-L. G., Sung, M. D.-J., & Plackmann, G. W. (1998). Flow of concentrated non-Newtonian slurries: 2. Friction losses in bends, fittings, valves and Venturi meters. *International Journal of Multiphase Flow, 24*(2), 243-269.

Tuzun, U., Houlsby, G. T., Nedderman, R. M., & Savage, S. B. (1982). Flow of granular materials - 2. Velocity distribution in slow flow. *Chemical Engineering Science, 37*(12), 1691-1709.

van Wachem, B. G. M., & Almstedt, A. E. (2003). Methods for multiphase computational fluid dynamics. *Chemical Engineering Journal, 96*(1-3), 81-98.

Vijayan, M., Schlaberg, H. I., & Wang, M. (2007). Effects of sparger geometry on the mechanism of flow pattern transition in a bubble column. *The 4th World Congress on Industrial Process Tomography, Chemical Engineering Journal, 130*(2-3), 171-178.

Vocadlo, J. J., & Sagoo, M. S. (1973). Slurry flow in pipes and pumps. *Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, 95*(1), 65-71.

Wang, M. (2002). Inverse solutions for electrical impedance tomography based on conjugate gradients methods. *Measurement Science and Technology, 13*(1), 101-117.

Wang, M., Lucas, G., Dai, Y., Panayotopoulos, N., & Williams, R. A. (2006). Visualisation of bubbly velocity distribution in a swirling flow using Electrical Resistance Tomography. *Particle and Particle Systems Characterization, 23*(3-4), 321-329.

Wasp, E. J. (1970). *Deposition velocities, transition velocities and spatial distribution of solids in slurry pipelines.* Paper presented at the 1st Int. Conf. on Hyd. Transport of Solids in Pipes, Cranfield, UK.

Wasp, E. J., Kenny, J. P., & Gandhi, R. L. (1977). *Solid-liquid flow slurry pipeline transportation.* Clausthal: Trans Tech Publications.

Wen, C. Y., & Fan, L. T. (1975). *Models for Flow Systems and Chemical Reactors.* New York: Marcel Dekker.

Wen, C. Y., & Yu, Y. H. (1966). *Mechanics of fluidization.* Paper presented at the Chemical Engineering Progress Symposium, 1966.

Williams, R. A., Xie, C. G., Dickin, F. J., Simons, S. J. R., & Beck, M. S. (1991). Multi-phase flow measurements in powder processing. *Powder Technology, 66*(3), 203-224.

Wilson, K. C. (1979). *Deposition-limit nomograms for particles of various densities in pipeline flow.* Paper presented at the Pap Presented at the Int Conf on the Hydraul Transp of Solids in Pipes, Canterbury, England.

Wilson, K. C. (1986). Effect of solids concentration on deposit velocity. *Journal of Pipelines, 5*(4), 251-257.

Wilson, K. C., Addie, G. R., Sellgreen, A., & Clift, R. (2006). *Slurry transport using centrifugal pumps.* New York: Springer.

Wilson, K. C., & Judge, D. G. (1976). *New techniques for the scale-up of pilot plant results to coal slurry pipelines.* Paper presented at the Proc. Int. Symp. on Freight Pipelines, Washington.

Wilson, K. C., & Sellgren, A. (2003). Interaction of particles and near-wall lift in slurry pipelines. *Journal of Hydraulic Engineering, 129*(1), 73-76.

Wood, R. J. K., & Jones, T. F. (2003). Investigations of sand-water induced erosive wear of AISI 304L stainless steel pipes by pilot-scale and laboratory-scale testing. *Wear, 255*(1-6), 206-218.

Wood, R. J. K., Jones, T. F., & Ganeshalingam, J. (2002). *Erosion in swirl-inducing pipes.* Paper presented at the Proceedings of the 2002 ASME Joint U.S.-European Fluids Engineering Conference, Montreal, Canada.

Wood, R. J. K., Jones, T. F., Ganeshalingam, J., & Miles, N. J. (2004). Comparison of predicted and experimental erosion estimates in slurry ducts. *Wear, 256*(9), 937-947.

Wood, R. J. K., Jones, T. F., Miles, N. J., & Ganeshalingam, J. (2001). Upstream swirl-induction for reduction of erosion damage from slurries in pipeline bends. *Wear, 250-251*(1), 770-778.

Yang, W. Q., & Peng, L. (2003). Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography. *Measurement Science and Technology, 14*(1), 1-13.

Zacca, J. J., & Ray, W. H. (1993). Modelling of the liquid phase polymerization of olefins in loop reactors. *Chemical Engineering Science, 48*(22), 3743-3765.

Zhang, T., Wang, T., & Wang, J. (2005). Mathematical modeling of the residence time distribution in loop reactors. *Chemical Engineering and Processing, 44*(11), 1221-1227.

Zhao, J., Fu, W., Li, T., & Wang, S. (2002). An image reconstruction algorithm based on a revised regularization method for electrical capacitance tomography. *Measurement Science and Technology, 13*(4), 638-640.

Zhu, H. P., Zhou, Z. Y., Yang, R. Y., & Yu, A. B. (2007). Discrete particle simulation of particulate systems: Theoretical developments. *Chemical Engineering Science, 62*(13), 3378-3396.

Annexe A : Analogie pour la tomographie électrique

Il est possible d'établie une analogie fort intéressante entre la formulation mathématique du problème de conduction électrique sous adjacent à la tomographie électrique et un problème de conduction thermique. Pour apprécier cette analogie, considérons le problème mathématique associé à l'ERT. Au chapitre 2, l'équation différentielle et la condition aux limites suivantes ont été introduites :

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \Phi) = 0 \quad dans \quad \Omega, \tag{2.37}$$

$$\Phi + z\sigma \frac{\partial \Phi}{\partial n} = U \text{ sur } \partial \Omega, \tag{2.40}$$

L'analogie avec un problème thermique consiste à faire une substitution des variables σ, Φ, U, c et z des équations (2.37) et (2.40) par la conductivité thermique (k), la température, le flux de chaleur et l'inverse d'un coefficient de convection h. Cette substitution est résumée au Tableau A.1.

Tableau A.1 : Analogie entre la tomographie électrique et un problème de conduction thermique

ERT	Thermique
σ	k
Φ, U	T
c	Q
z	1/h

Suivant cette analogie, il est possible de présenter le principe de fonctionnement de la tomographie électrique à partir d'un problème thermique. Ainsi, le principe consiste à

mesurer la différence de température entre des paires d'électrodes en réponse à l'injection un flux de chaleur entre une paire d'électrodes et d'ensuite d'estimer la distribution spatiale de la conductivité électrique du matériel se trouvant à l'intérieur capteur permettant d'obtenir ces mesures de température. Finalement, une connaissance de la conductivité électrique de chaque matériau et d'une règle de mélange permet d'en déduire la concentration spatiale.

L'avantage de cette analogie est qu'elle permet d'illustrer le principe de fonctionnement de la tomographie électrique sans avoir de connaissance approfondie des phénomènes électriques, ce qui s'avère pratique pour les ingénieurs chimiques, qui préfèrent traiter un problème thermique plutôt qu'électrique.

Annexe B : Modèle et calibration des mesures d'ERT

Méthode des paires d'électrodes adjacentes

Avant d'introduire le modèle de résistance électrique développé pour étudier les mesures d'ERT pour un fluide de conductivité homogène, il est utile de détailler la méthode des paires d'électrodes adjacentes utilisée par le tomographe pour faire l'acquisition des mesures.

Considérons les capteurs du tomographe utilisés dans ce projet. Ces capteurs sont composés de 16 électrodes installées de manière équidistante à la périphérie du capteur (Figure B.1). La méthode des paires d'électrodes adjacentes est une séquence de mesure qui consiste à injecter un courant électrique entre une paire d'électrodes adjacentes puis à mesurer la différence de potentiel entre les autres paires d'électrodes adjacentes (Figure B.2). Cette procédure est répétée pour les différentes paires d'électrodes disponibles. Ces mesures sont ensuite utilisées par un logiciel pour reconstruire une image.

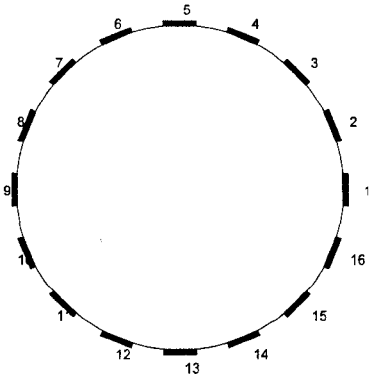


Figure B.1 : Schéma des 16 électrodes installées à la périphérie du capteur d'ERT

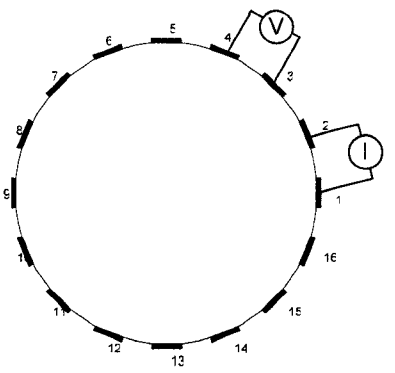


Figure B.2 : Exemple de mesures d'ERT avec la méthode des paires d'électrodes adjacentes

Pour un capteur à N électrodes, il existe N paires d'électrodes adjacentes disponibles pour réaliser les mesures et donc N séquences d'injection de courant possibles. Pour chaque injection de courant électrique entre une paire d'électrodes, il y a N-3 paires d'électrodes disponibles pour mesurer la différence de potentiel électrique (les électrodes utilisées pour l'injection du courant ne pouvant être utilisées pour mesurer la différence de potentiel).

En somme, il y a N*(N-3) mesures possibles de différence de potentiel, notée $V_{p,q}$ où p est le numéro de la paire d'électrodes où le courant est injecté et q est le numéro de la paire d'électrodes où la différence de potentiel est mesurée. En considérant qu'il y a équivalence entre l'injection de courant et la mesure de différence de potentiel lorsque les mêmes électrodes sont utilisées. c.a.d. $V_{p,q}=V_{q,p}$, on obtient N*(N-3)/2 mesures indépendantes. Ainsi, pour 16 électrodes, la méthode des paires adjacentes produit 104 mesures indépendantes de différence de potentiel électrique en réponse à l'injection de courant.

Modèle de résistance d'ERT pour un fluide homogène

Chaque mesure de différence de potentiel électrique V d'un capteur d'ERT obéit à la loi d'Ohm, à savoir :

$$V = R\,I\,. \tag{B.1}$$

où R est la résistance et I l'intensité du courant. Dans le cas général, la résistance électrique est une fonction qui dépend de la distribution spatiale de la conductivité électrique du fluide $R=R(\sigma)$. Dans le cas particulier d'un fluide de conductivité homogène, un modèle simplifié de résistance électrique peut être établi. Ainsi, en considérant une conductivité électrique σ constante, on a

$$R = \frac{K}{\sigma}, \tag{B.2}$$

où K est un paramètre, de dimension m^{-1}, qui dépend de la géométrie des électrodes et de la dimension du capteur. En fait, il est possible de montrer que l'équation (B.2) peut être obtenue à partir de la solution du problème directe de l'ERT (équation (2.37)) lorsque la conductivité électrique est constante et que l'impédance de contact est nulle.

L'équation (B.2) indique que dans le cas d'un fluide de conductivité homogène, le paramètre K représente une constante de calibration. Pour déterminer cette constante, il suffit de connaître la valeur absolue de la conductivité électrique σ du fluide se trouvant dans le capteur durant l'acquisition des mesures de résistances électriques R.

Étant donné que chaque mesure du tomographe correspond à un vecteur de 104 résistances, noté $\mathbf{R} = [R_1, R_2, \ldots, R_{104}]$, un vecteur de paramètres K est alors obtenue, noté $\mathbf{K} = [K_1, K_2, \ldots, K_{104}]$.

Pour une conductivité électrique constante et inconnue, l'équation (B.2) s'applique pour les différentes composantes du vecteur de mesure **R**. Considérons deux des composantes, soit R_i et R_j. On a

$$R_i = \frac{K_i}{\sigma}, \tag{B.3}$$

$$R_j = \frac{K_j}{\sigma}. \tag{B.4}$$

Ayant la même conductivité électrique σ, on peut combiner les équations (B.3) et (B.4),

$$\frac{R_i}{K_i} = \frac{R_j}{K_j}. \tag{B.5}$$

On peut réécrire l'équation (B.5) et introduire un nouveau paramètre, noté $C_{i,j}$,

$$C_{i,j} = \frac{R_i}{R_j} = \frac{K_i}{K_j}. \tag{B.6}$$

Sous cette forme, l'équation (B.6) stipule que les composantes du vecteur des résistances **R** (ou **K**) sont liées entre elles par le paramètre $C_{i,j}$. Ce paramètre est un facteur géométrique qui dépend de la position relative des électrodes et peut être calculé directement à partir du

vecteur de mesure des résistances **R**. On obtient ainsi une matrice de composantes $C_{i,j}$ dont les valeurs de la diagonale sont égales à 1 par définition. En choisissant une des composantes comme référence, on peut réduire la matrice à un vecteur $\mathbf{C_{REF}} = [C_{1,REF}, C_{2,REF}, \ldots C_{104,REF}]$. Pour simplifier la notation, l'indice relatif à la référence sera omis dans le texte qui suit.

L'avantage d'utiliser le paramètre C provient du fait qu'il dépend uniquement de la géométrie des capteurs et que la mesure de la valeur absolue de la conductivité électrique n'est pas nécessaire pour le déterminer. Ce paramètre est donc idéal pour comparer les prédictions des modèles numériques d'un capteur d'ERT avec les mesures expérimentales sans avoir à mesurer la conductivité électrique du fluide.

Indépendance des mesures pour un fluide homogène

Dans le cas d'un fluide de conductivité homogène, il est possible de démontrer que les 104 composantes du vecteur de résistances ne sont pas mathématiquement indépendantes et qu'un certain nombre de redondances sont présentes dans les mesures de résistance. Ces répétitions peuvent être exploitées pour permettre une analyse statistique des mesures.

La méthode des paires d'électrodes adjacentes utilise plusieurs séquences d'injection de courant. Lorsque la conductivité est constante, une seule séquence d'injection est indépendante. D'autre part, pour une même séquence d'injection de courant, seulement la moitié des mesures de différences de potentiel sont indépendantes.

Il est possible de montrer que dans le cas d'une conductivité constante, il existe seulement 7 valeurs indépendantes de résistances électriques, notées $\mathbf{R^*} = [R^*_1, R^*_2, \ldots, R^*_7]$. De la même

manière, il est aussi possible de définir 7 valeurs indépendantes des paramètres K et C, notées $\mathbf{K^*} = [K^*_1, K^*_2, \ldots, K^*_7]$ et $\mathbf{C^*} = [C^*_1, C^*_2, \ldots, C^*_7]$.

En résumé, la dépendance mathématique des mesures provenant de la méthode des paires d'électrodes adjacentes et de la symétrie des électrodes du capteur du tomographe permet de réduire les 104 mesures à 7 mesures indépendantes lorsque la conductivité électrique du fluide est homogène.

Modèle non idéal d'un capteur d'ERT

Malgré le soin apporté par le fabricant du tomographe, on comprend aisément qu'il est impossible de disposer les électrodes de manière parfaitement symétrique et équidistante les unes les autres. En plus, des imperfections, bien que minimes, sont toujours présentes avec les électrodes. Par, conséquent, les électrodes sont inévitablement légèrement différentes les unes des autres. Dans ce contexte, une déviation par rapport au capteur idéal où les électrodes sont parfaitement symétriques et identiques est inévitable.

La quantification de ces déviations par rapport au capteur idéal est essentielle pour interpréter correctement les mesures expérimentales d'ERT et mettre au point des modèles numériques de prédiction des mesures du capteur dans les algorithmes de reconstruction d'images.

Le modèle de capteur développé pour le cas d'un fluide homogène peut être adapté pour tenir compte des déviations par rapport au capteur idéal. Considérons la mesure de résistance d'un capteur non idéal comme étant

$$R = \hat{R} + \partial R, \tag{B.7}$$

où ∂R est la déviation par rapport au vecteur de résistance $\hat{R}$ du capteur idéal. En considérant une distribution gaussienne de la déviation ∂R, la moyenne des répétitions de chacune des mesures indépendantes, notée R^*, peut être utilisée comme une estimation de la résistance $\hat{R}$ d'un capteur idéal. Le calcul de la résistance moyenne de chacune des répétitions des mesures indépendantes est défini par

$$R^*_j = \frac{\sum_{i=1}^{104} R_i \delta_{i,j}}{\sum_{i=1}^{104} \delta_{i,j}}, \tag{B.8}$$

où $\delta_{i,j}$ est un opérateur égal à l'unité si la $i^{ème}$ mesure correspond à la $j^{ème}$ mesure indépendante. On obtient alors une expression pour évaluer la déviation ∂R,

$$\partial R = R - R^*. \tag{B.9}$$

Il est utile de définir la déviation normalisée de chaque composante du vecteur **R**, notée θ,

$$\theta = \frac{\partial R}{R^*} = \frac{\partial K}{K^*} = \frac{\partial C}{C^*}. \tag{B.10}$$

On peut ainsi exprimer le vecteur de résistance idéal en terme des résistances non idéales,

$$\hat{R} = \gamma R, \tag{B.11}$$

où le facteur de correction γ et donnée par

$$\gamma = \frac{1}{1+\theta}. \tag{B.12}$$

L'équation (B.11) représente une équation de correction des mesures d'ERT permettant de tenir compte de la déviation par rapport au capteur idéal dans le cas d'un fluide de conductivité électrique homogène.

Une connaissance des facteurs de correction γ pour chaque mesure permettrait la correction des résistances mesurées avec un capteur non idéal. Toutefois, ces facteurs de corrections sont sujets à être modifiés par l'usure et l'encrassement des électrodes et devraient être vérifiés fréquemment. De plus, ces corrections ne sont valides que pour un fluide de conductivité homogène. Dans ce contexte, l'application pratique de ces facteurs de correction est limitée.

La détermination des facteurs de correction peut cependant être utile pour caractériser la validité des mesures provenant des capteurs d'ERT utilisée au laboratoire et celle des modèles numériques des capteurs. Pour ce faire, on utilise l'écart-type des 104 composantes du vecteur $\boldsymbol{\theta}$, noté ε, qui permet de quantifier la déviation typique du capteur par rapport au cas d'un capteur idéal,

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^{104} \theta_i^2}{104}. \tag{B.13}$$

Étude expérimentale avec les capteurs

Méthodologie

Une série de mesures expérimentales ont été réalisées au laboratoire avec les capteurs du tomographe et un fluide de conductivité homogène. Les deux capteurs ont été installés en série et remplis avec de l'eau. Du chlorure de sodium (NaCl) a été ajouté à l'eau et un conductimètre a été utilisé pour mesurer la conductivité électrique de la solution. On ainsi obtenu des solutions de NaCl ayant une conductivité électrique entre 200 et 500 μS/cm suivant la concentration à la température de la pièce.. Pour chaque expérience, un courant électrique de 15 mA à une fréquence de 9.6 kHz a été injecté par le tomographe. Pour filtrer le bruit temporel associé aux mesures électriques de chaque capteur, 30 mesures consécutives ont été moyennées.

Résultats

La Figure B.3 présente les 104 mesures de résistances obtenues pour les deux capteurs en fonction de la conductivité électrique de la solution de NaCl. Comme prévu, la résistance électrique diminue lorsque la conductivité électrique augmente. Toutefois, la présence de 104 courbes rend fastidieuse la quantification de l'influence de la conductivité.

La moyenne des 104 mesures de résistance permet de réduire les mesures à une seule courbe pour chacun des capteurs (Figure B.4). Par contre, en raison de la différence d'échelle entre les 104 mesures, la moyenne des mesures est plus sensible aux valeurs élevées de résistances correspondant aux mesures provenant des paires d'électrodes situées près de la paire d'électrodes où le courant est injecté. On remarque toutefois que les deux

capteurs présentent une courbe similaire avec un certain décalage qui est relativement constant en fonction de la conductivité de la solution de NaCl.

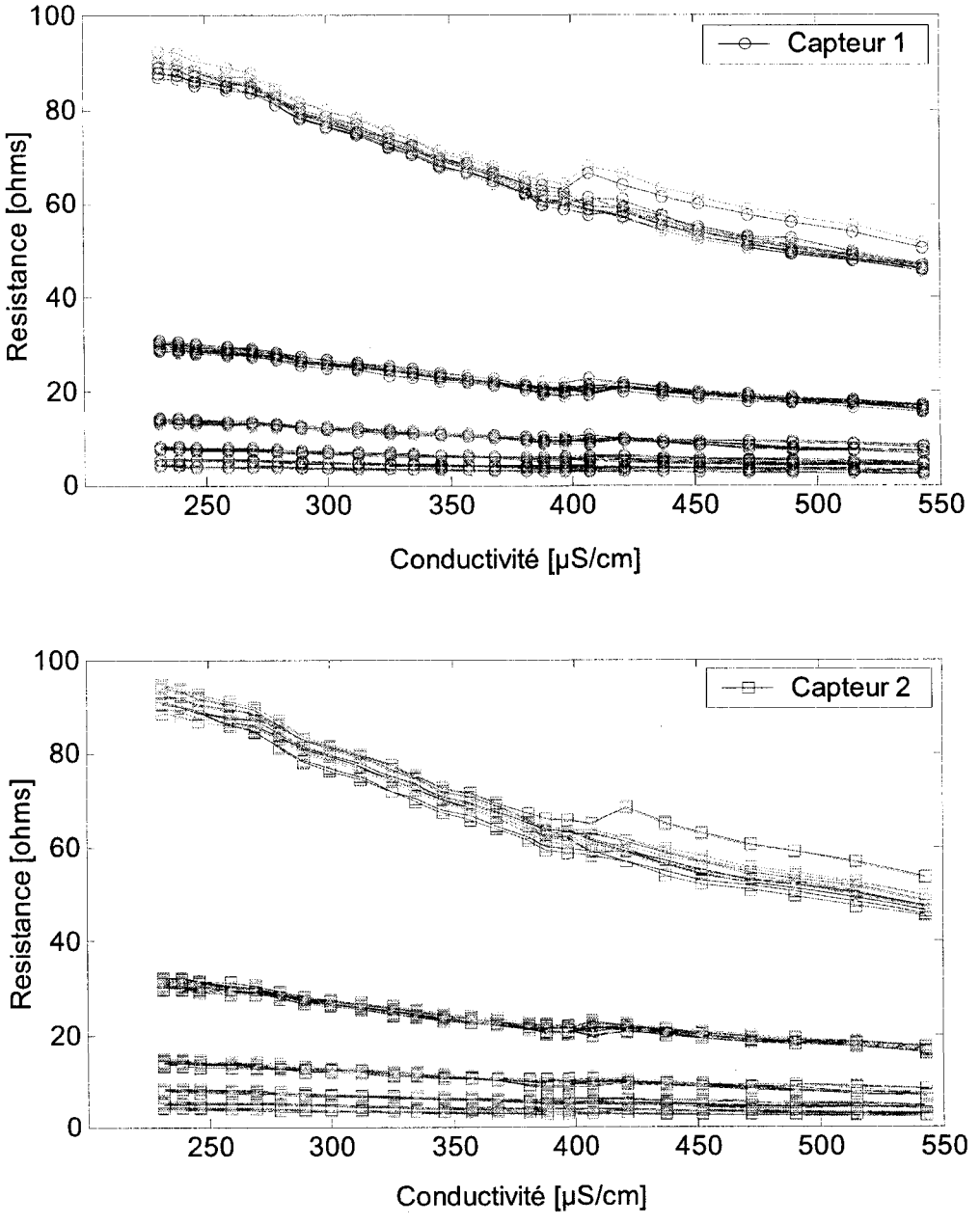


Figure B.3 : Mesures des 104 résistances électriques (R) en fonction de la conductivité électrique de la solution pour les deux capteurs d'ERT

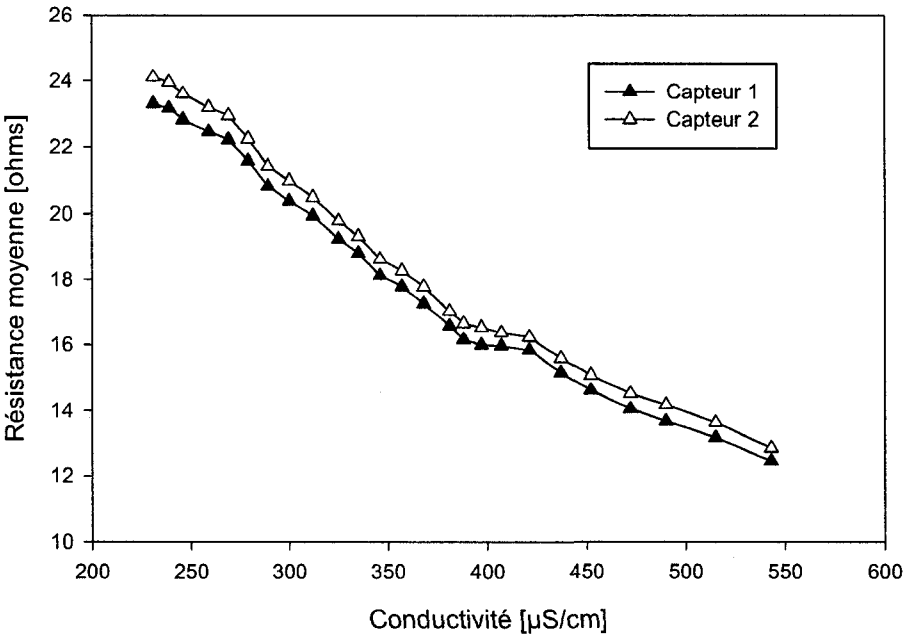


Figure B.4 : Moyenne de 104 mesures de résistances électriques en fonction de la conductivité électrique de la solution

On peut aussi distinguer la présence des 7 mesures indépendantes dans les courbes obtenues à la Figure B.3. Les valeurs moyennes de chacune des répétitions pour le vecteur des 7 mesures de résistances indépendantes ($\mathbf{R}^*$) sont rapportées à la Figure B.5 tandis que l'écart-type (ε) des facteurs de correction est présenté à la Figure B.6. Les résultats montrent que des valeurs similaires de résistances R^* sont obtenues pour les deux capteurs. Des valeurs relativement faibles de facteurs de correction sont obtenues lorsque la conductivité électrique est inférieure à 380 µS/cm, tandis que des valeurs plus grandes sont obtenues au-dessus de cette conductivité critique. Cette observation suggère que les déviations par rapport au capteur idéal sont plus importantes au dessus d'une conductivité de 380 µS/cm et qu'une variabilité plus importante est alors présente.

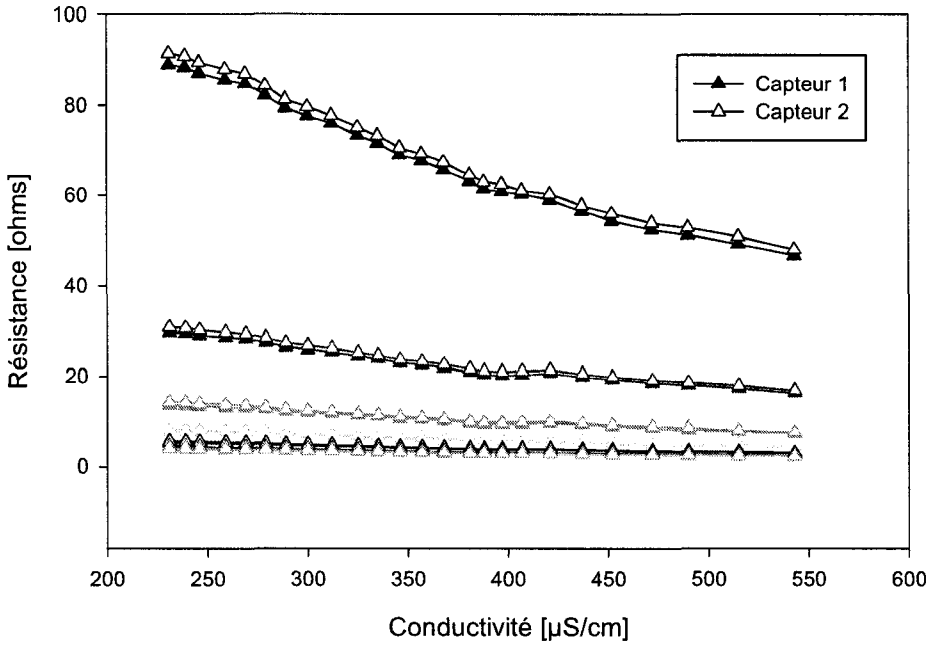


Figure B.5 : Moyenne des 7 mesures indépendantes de résistances (R*) en fonction de la conductivité.

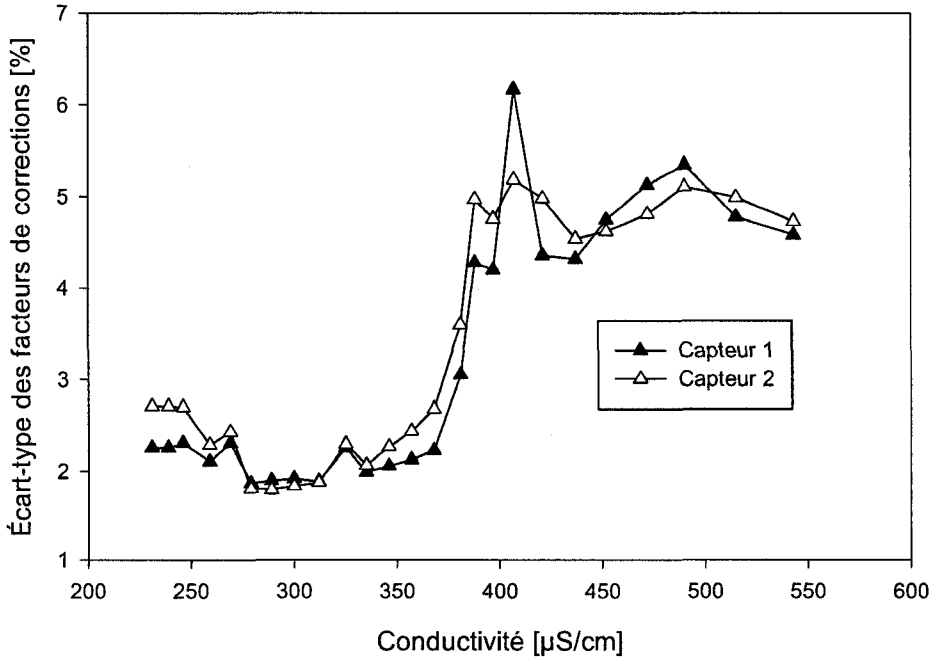


Figure B.6 : Écart-type des facteurs de correction ε (équation (B.13))

Estimation des paramètres du modèle de résistance

Paramètres K

Les valeurs de chacune des composantes du vecteur de paramètre $\mathbf{K}^*$ ont été calculées à partir des 7 composantes du vecteur de résistances indépendantes $\mathbf{R}^*$ (équation (B.2)). Les résultats obtenus sont présentés à la Figure B.7 pour chaque des 7 composantes du vecteur $\mathbf{K}^*$. Comme prévu, des valeurs différentes sont obtenues pour les 7 composantes de **K***. D'autre part, les paramètres K sont influencés par la conductivité électrique: l'augmentation de la conductivité électrique du fluide tend à augmenter les valeurs du paramètre K. En fait, l'augmentation de la valeur du paramètre K semble être plus importante lorsque la conductivité électrique du fluide est inférieure à la valeur critique de 380 μS/cm. Au-delà de cette valeur, les paramètres K sont relativement constants. Par contre, cette zone correspond à une variabilité spatiale plus importante des mesures.

En d'autres mots, pour un fluide de conductivité homogène, la résistance électrique mesurée par les capteurs d'ERT n'est pas tout à fait inversement proportionnelle à la conductivité électrique du fluide. Par conséquent, le comportement du tomographe diffère légèrement de celui attendu.

À la Figure B.7, on peut toutefois établir qu'entre 300 et 380 μS/cm, le comportement du tomographe correspond ben à celui attendu : les paramètres K sont relativement constants et l'écart-type des facteurs de correction est faible. Cette plage représente donc une zone de confiance des mesures, et ce, pour une injection de 15 mA.

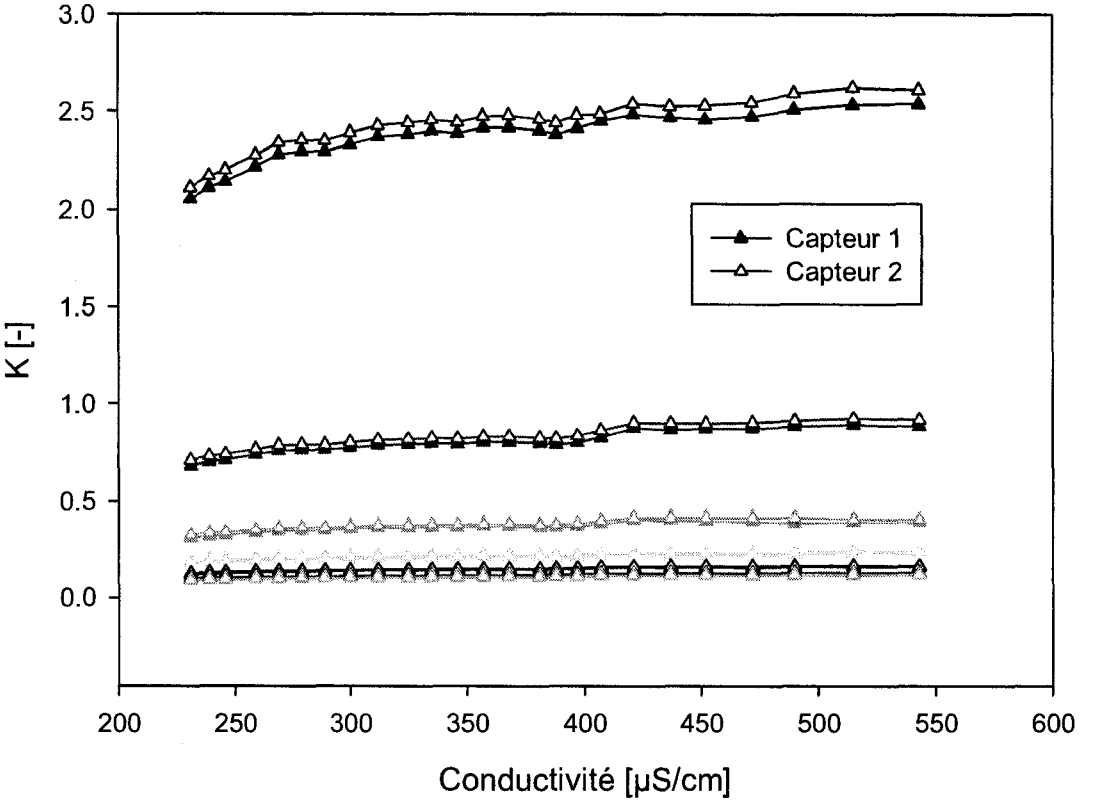


Figure B.7 : Moyenne de chacune des composantes du vecteur K*

Paramètres C

La Figure B.8 présente les valeurs des 7 composantes du vecteur **C*** calculées en utilisant la 3e paire d'électrodes comme référence dans l'équation (B.6). Ces résultats indiquent une valeur relativement constante des paramètres C lorsque la conductivité est inférieure à 380 µS/cm. Au dessus de cette valeur, il semble y avoir un changement de valeur des paramètres C. En fait, ce changement est particulièrement significatif pour les deux premières paires d'électrodes, ce qui explique le choix de la 3e paire comme référence.

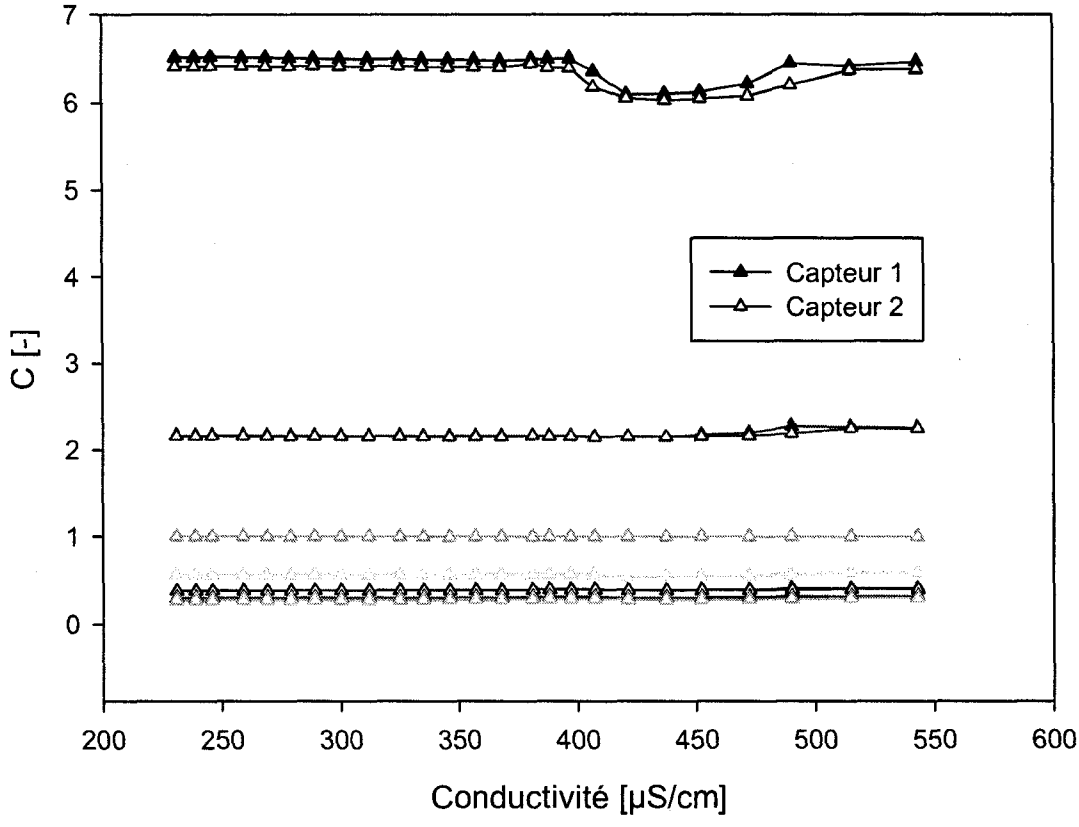


Figure B.8 : Valeurs des 7 composantes du vecteur C* en fonction de la conductivité

Le Tableau B.1 présente les valeurs moyennes de chacune des 7 composantes du vecteur $\mathbf{C}^*$ pour une conductivité inférieure à 380 mS/cm. On constate que des valeurs très similaires sont obtenues entre les deux capteurs et que les différences les plus significatives apparaissent pour la première paire d'électrodes.

Tableau B.1 : Valeurs moyennes des 7 composantes du vecteur C* pour une conductivité inférieure à 380 µS/cm.

	Capteur 1	Capteur 2	Écart absolu	Écart relatif
C_1	6.50	6.42	0.0877	1.36%
C_2	2.16	2.16	0.0068	0.31%
C_3	1.00	1.00	0.0000	0.00%
C_4	0.57	0.57	0.0002	0.03%
C_5	0.39	0.39	0.0012	0.31%
C_6	0.31	0.31	-0.0003	0.10%
C_7	0.29	0.29	0.0006	0.21%

Synthèse de la calibration expérimentale des capteurs d'ERT

En résumé, les mesures expérimentales réalisées pour étudier le comportement des capteurs dans le cas d'un fluide homogène ont permis de constater les points suivants :

Indépendance et symétrie des mesures

- La présence de 7 mesures indépendantes a été vérifiée.

- La déviation des capteurs d'ERT par rapport au cas idéal a été quantifiée. Un écart-type (ε) d'environ 2% a été observé pour une conductivité électrique inférieure à 380 µS/cm tandis qu'une valeur de l'ordre de 5% a été observée au-delà de cette valeur.

Modèle de résistance

- Les paramètres K du modèle simplifié des résistances sont influencés par la conductivité électrique du fluide se trouvant dans le capteur.

- L'hypothèse que la résistance est inversement proportionnelle à la conductivité électrique est limitée à de faibles variations de conductivités électriques.

- Le modèle simplifié de résistance ne tient sans doute pas compte de tous les phénomènes électriques se produisant dans les capteurs d'ERT. La présence d'impédance de contact à la surface des électrodes est probablement à considérer.

Étude numérique du modèle de capteur

Le logiciel de reconstruction d'images développé dans le cadre de cette thèse utilise un modèle numérique du capteur pour résoudre le problème direct de l'ERT et ainsi prédire les mesures de résistances. Ce modèle du capteur est basé sur la méthode des éléments finis et nécessite un maillage représentant le domaine occupé par le fluide en 2D ou en 3D. Dans cette section, l'influence du maillage ainsi que celle de l'impédance de contact ont été étudiées.

Influence du maillage

Comme mentionnée dans les sections précédentes, dans le cas d'un fluide de conductivité électrique homogène, il existe seulement 7 mesures indépendantes. Cette propriété s'avère donc intéressante pour vérifier la qualité du maillage utilisé pour le modèle numérique du capteur.

En effet, l'utilisation d'un maillage non structuré pour décrire une géométrie circulaire ne garantit pas la symétrie du maillage du capteur, en particulier pour la description des électrodes. L'asymétrie du maillage peut faire en sorte que la solution numérique est dépendante de la numérotation arbitraire des électrodes. Pour éviter cette situation non désirée, le maillage doit avoir une taille de maille suffisamment petite pour permettre de décrire correctement les électrodes.

Dans le cas d'un fluide de conductivité électrique homogène et pour lequel l'impédance de contact entre la surface des électrodes et le fluide est nulle (z=0 dans l'équation (2.40)), les paramètres K et C du modèle de résistance sont des constantes qui dépendent uniquement de la géométrie et donc du maillage. Ces paramètres sont donc particulièrement appropriés pour comparer et valider le maillage utilisé pour le modèle numérique du capteur.

Différents maillages représentant les capteurs du tomographe utilisés au laboratoire ont donc été réalisés en 2D et en 3D. Des exemples des maillages en 3D sont présentés à la Figure B.9. Pour chacun des maillages, les composantes des vecteurs $\mathbf{K}^*$ et $\mathbf{C}^*$ ont été calculées à partir des solutions du problème direct d'ERT.

Le Tableau B.2 présente les moyennes des 7 composantes du vecteur $\mathbf{K}^*$ pour les différents maillages utilisés. On constate que les valeurs de $\mathbf{K}^*$ sont relativement similaires pour les différents maillages en 3D, tandis que des valeurs différentes sont calculées avec le maillage 2D. Ces résultats suggèrent des différences importantes entre le potentiel électrique calculé avec un modèle en 3D et la simplification en 2D.

Les écarts-types des facteurs de correction présentés au Tableau B.3 permettent de caractériser la symétrie des maillages. Tel qu'attendu, la meilleure symétrie est obtenue pour le maillage 2D où une taille de maille très fine est employée, tandis que pour les maillages 3D la symétrie est meilleure lorsque la taille de maille diminue.

a)

b)

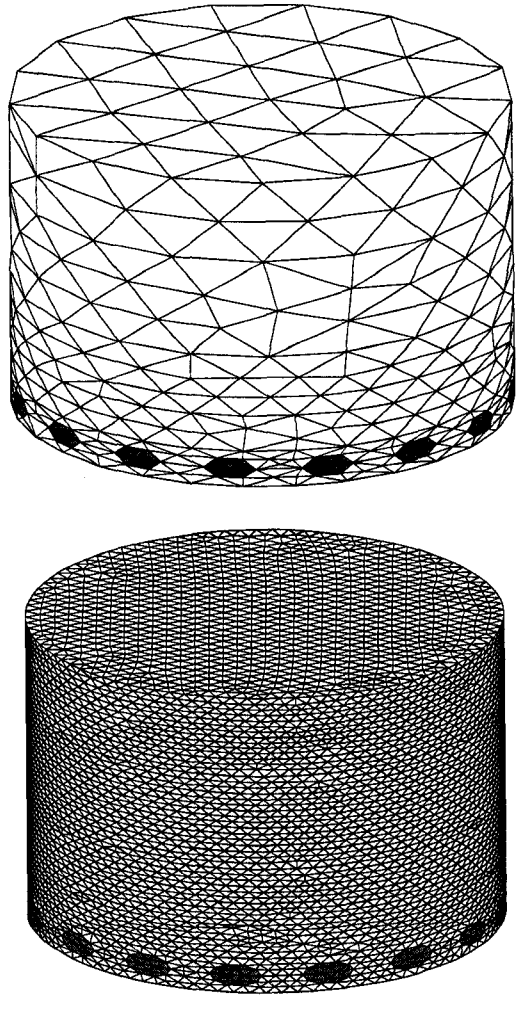


Figure B.9 : Maillage 3D du capteur d'ERT a) 19 873 éléments b) 125 280 éléments.

Tableau B.2 : Valeurs moyennes des composantes du vecteur K* prédites avec différents maillages

Dimensions	2D	3D	3D	3D	3D
Nombre d'éléments	1028	6995	36 691	125 280	277 287
K_1	0.043	2.55	2.66	2.66	2.69
K_2	0.020	0.89	0.91	0.90	0.91
K_3	0.012	0.43	0.43	0.43	0.43
K_4	0.009	0.25	0.25	0.25	0.25
K_5	0.007	0.17	0.17	0.17	0.17
K_6	0.006	0.14	0.14	0.14	0.14
K_7	0.006	0.13	0.13	0.13	0.13

Tableau B.3 : Écarts-types des facteurs de correction (ε) pour différents maillages

Dimensions	2D	3D	3D	3D	3D
Nombre d'éléments	1028	6995	36 691	125 280	277 287
Moyenne λ	0.009%	3.19%	1.88%	0.75%	0.43%

Les valeurs des composantes du vecteur $\mathbf{C}^*$ obtenues pour les différents maillages sont présentées au Tableau B.4 et comparées avec les valeurs provenant des mesures expérimentales. Soulignons que puisque le paramètre C est calculé directement à partir des résistances et sans connaissance de la conductivité électrique, ce paramètre est particulièrement adapté pour faire la comparaison entre les prédictions numériques et les mesures expérimentales.

Tableau B.4 : Valeurs moyennes des composantes du vecteur C* avec différents maillages

Dimensions	2D	3D	3D	3D	3D	Capteur 1 (exp.)	Capteur2 (exp.)
Nombre d'éléments	1028	6995	36 691	125 280	277 287		
C_1	3.47	6.00	6.18	6.20	6.27	6.50	6.42
C_2	1.63	2.09	2.11	2.11	2.11	2.16	2.16
C_3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
C_4	0.72	0.59	0.59	0.59	0.59	0.57	0.57
C_5	0.58	0.41	0.40	0.40	0.40	0.39	0.39
C_6	0.52	0.33	0.32	0.32	0.32	0.31	0.31
C_7	0.5	0.30	0.30	0.30	0.30	0.29	0.29

Les résultats du Tableau B.4 montrent une différence importante entre les prédictions du maillage 2D et celles des maillages 3D. Comme pour le paramètre K, des valeurs similaires sont obtenues pour les différentes tailles de maille en 3D avec des différences principalement pour la première paire d'électrodes. La comparaison avec les mesures expérimentales montre que les résultats avec les maillages 3D correspondent raisonnablement bien aux mesures expérimentales. Ce qui confirme la présence d'un champ potentiel électrique en 3D dans le capteur. Un modèle numérique utilisant un maillage 3D devrait donc être employé pour prédire correctement les mesures d'ERT. Les petites différences entre les prédictions et les mesures électriques peuvent s'expliquer dans les différences inévitables entre la géométrie des électrodes dans le capteur expérimental et le maillage du capteur numérique.

En résumé, ces résultats montrent que :

- Un maillage avec une taille de maillage suffisamment petite est nécessaire pour respecter les propriétés de symétrie du modèle numérique du capteur.

- Un maillage 3D doit être utilisé pour prédire correctement le champ de potentiel électrique dans le capteur.

- Les différences les plus importantes entre les prédictions et les mesures expérimentales sont au niveau de la première paire d'électrodes, située le plus près de la paire d'électrodes où le courant électrique est injecté.

Influence de l'impédance de contact

L'influence de la présence d'une impédance de contact à la surface des électrodes dans les conditions aux limites du modèle numérique du capteur a été étudiée pour le cas d'un fluide de conductivité électrique homogène. Pour ce faire, les vecteurs $\mathbf{K}^*$ et $\mathbf{C}^*$ ont été calculés pour différentes valeurs de conductivité et d'impédance de contact en utilisant le maillage 3D avec 277 287 éléments.

La Figure B.10 présente les valeurs des composantes du vecteur $\mathbf{K}^*$ pour une conductivité électrique du fluide entre 100 et 900 µS/cm et une injection de courant électrique de 15 mA. Chaque courbe représente une valeur différente d'impédance de contact entre 0 et 10 ohms. Ces résultats montrent une variation du paramètre K lorsque la conductivité électrique ou l'impédance de contact augmentent. De plus, le changement de K est plus important pour la première paire d'électrodes, suggérant que l'impédance de contact

influence le potentiel électrique principalement près des électrodes où est injecté le courant électrique.

La Figure B.11 présente les valeurs des composantes du vecteur $\mathbf{C}^*$ pour les mêmes valeurs de conductivités et d'impédances de contact. Les résultats indiquent que le paramètre C est aussi influencé par la présence d'impédance de contact et les variations sont aussi plus importantes pour la première paire d'électrodes.

La Figure B.10 et la Figure B.11 montrent aussi une asymptote des paramètres K^* et C^* lorsque la conductivité et l'impédance de contact sont élevées. Il est donc possible de déterminer des intervalles pour chacune des composantes des vecteurs $\mathbf{K}^*$ et $\mathbf{C}^*$ correspondants aux cas limites des valeurs d'impédance de contact. Ces intervalles sont présentés aux Tableau B.5 et Tableau B.6.

On constate au Tableau B.5 que la différence relative entre les composantes de $\mathbf{K}^*$ est de l'ordre de 10% pour la première paire d'électrodes et de 1% pour les autres. Au Tableau B.6, les valeurs des composantes de $\mathbf{C}^*$ sont comparées aux valeurs expérimentales de chacun des capteurs. On remarque que les valeurs expérimentales se situent dans l'intervalle prédit par le modèle numérique pour la 1re paire d'électrodes.

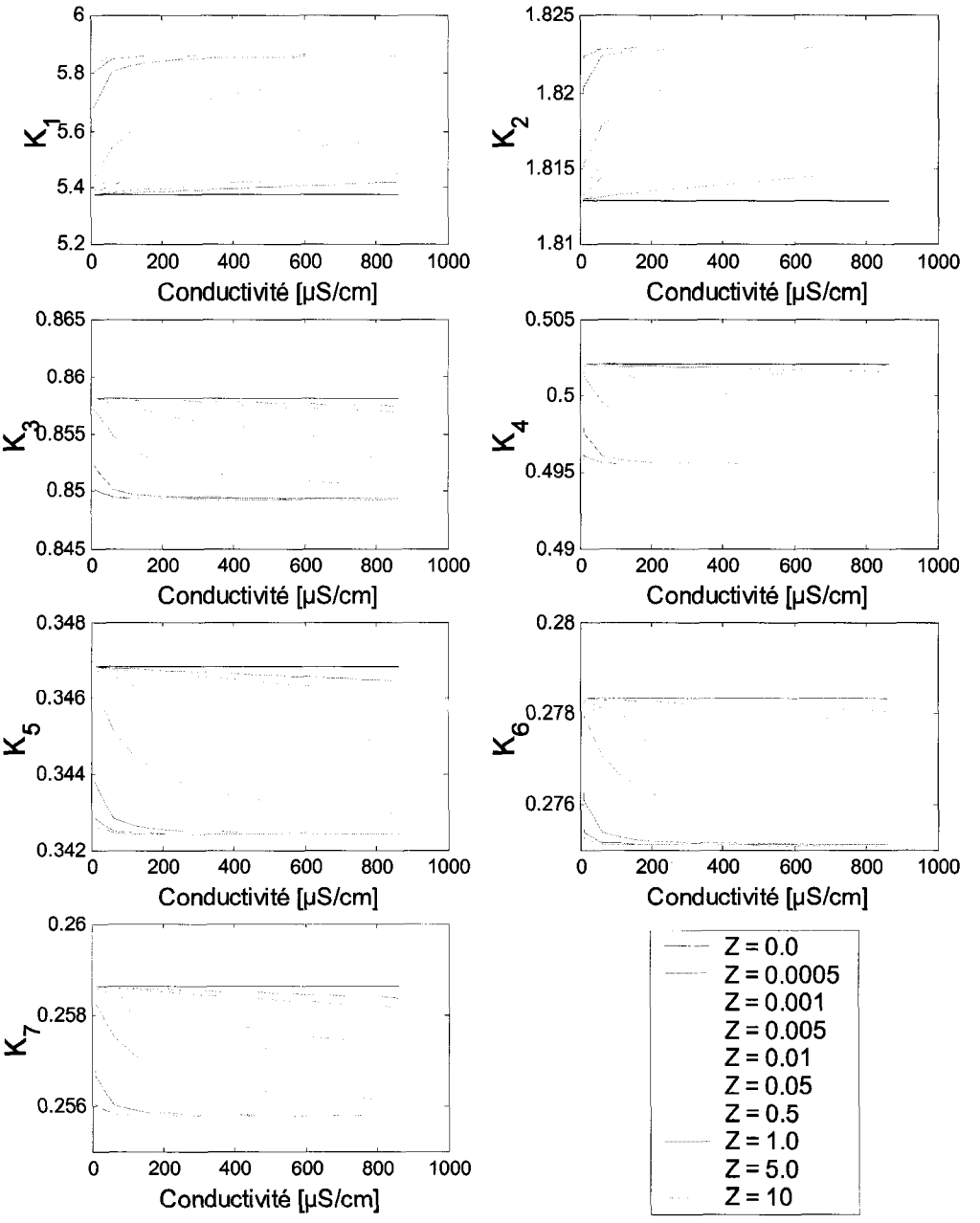


Figure B.10 : Composantes du vecteur K* en fonction de la conductivité électrique pour différentes valeurs d'impédance de contact

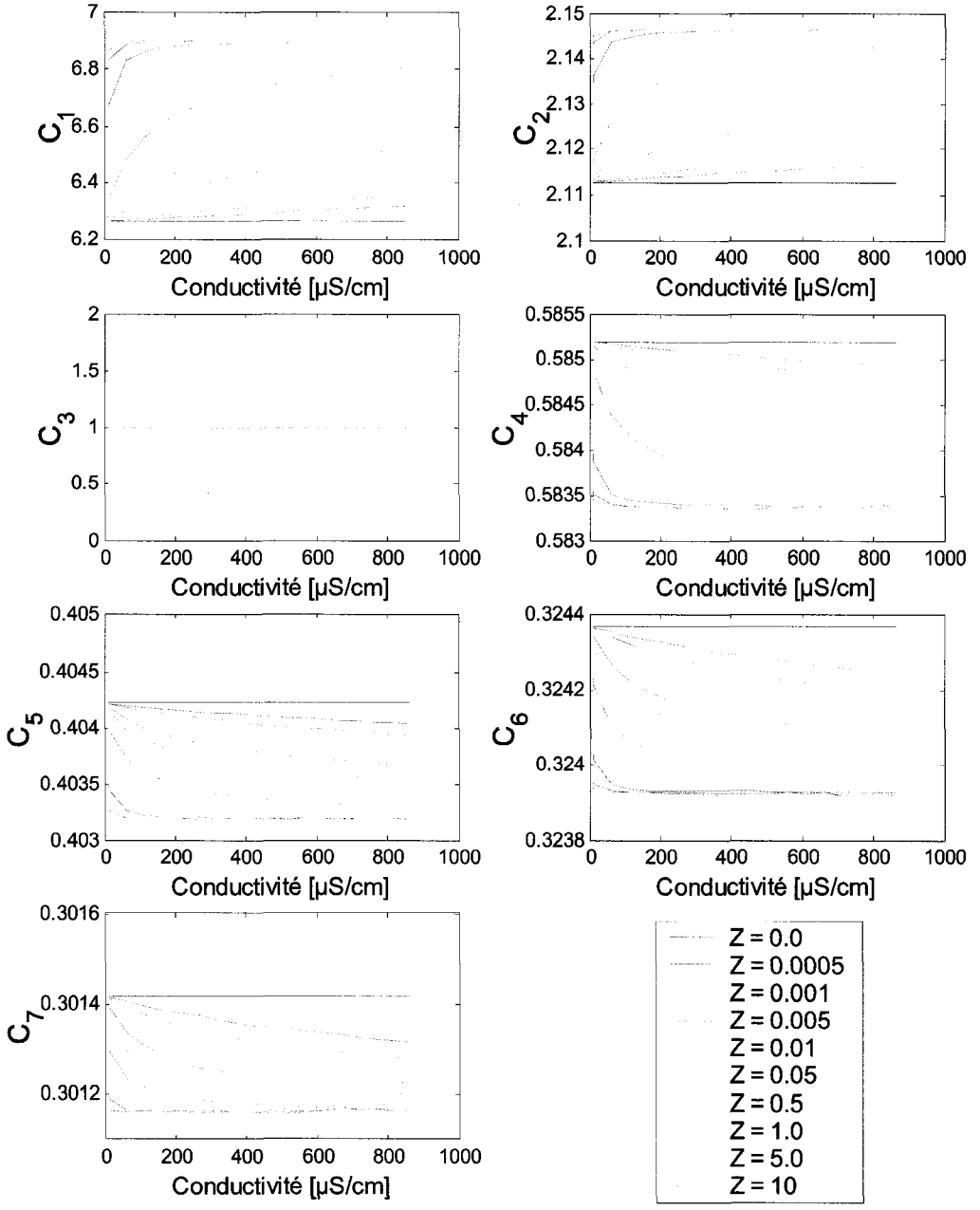


Figure B.11 : Composantes du vecteur C* en fonction de la conductivité électrique pour différentes valeurs d'impédance de contact

Tableau B.5 : Intervalle des composantes du vecteur K* avec l'impédance de contact

Paire d'électrodes	K (z=10)	K (z=0)	Écart relatif
1	2.93	2.69	9.1%
2	0.912	0.907	0.6%
3	0.425	0.429	-1.0%
4	0.248	0.251	-1.4%
5	0.171	0.173	-1.3%
6	0.138	0.139	-1.2%
7	0.128	0.129	-1.1%

Tableau B.6 : Intervalle des composantes du vecteur C* avec l'impédance de contact

Paire d'électrodes	C (z=10)	C (z=0)	Capteur 1 (exp.)	Capteur 2 (exp.)
1	6.91	6.27	6.50	6.42
2	2.14	2.11	2.16	2.16
3	1	1	1.00	1.00
4	0.583	0.585	0.57	0.57
5	0.403	0.404	0.39	0.39
6	0.3239	0.3244	0.31	0.31
7	0.3012	0.3014	0.29	0.29

En somme, ces résultats montrent que:

- La présence de l'impédance de contact permet d'expliquer l'observation que les paramètres K et C ne sont pas constants avec les changements de conductivités, tel qu'attendu pas le modèle de résistance pour un fluide homogène.
- La première paire d'électrodes est la plus influencée par l'impédance de contact.
- L'influence de l'impédance de contact est bornée entre une valeur minimum et maximum. Ainsi les mesures de résistance avec ou sans une impédance de contact sont limitées à 10% de la valeur mesurée.

Synthèse

L'étude du comportement des capteurs expérimentaux et numériques d'ERT dans le cas d'un fluide de conductivité électrique homogène a permis de constater les points suivants :

- L'indépendance des mesures lorsque le fluide est homogène est une propriété très intéressante pour vérifier le comportement des capteurs au laboratoire et aussi pour développer des maillages appropriés.
- Les paramètres C sont bien adaptés pour vérifier le pouvoir de prédiction des modèles numérique par rapport aux mesures expérimentales puisqu'ils ne nécessitent pas de mesures indépendantes de la conductivité électrique du fluide.
- Le modèle simplifié de résistance électrique, qui stipule que la résistance est inversement proportionnelle à la conductivité électrique d'un fluide homogène, n'est pas tout à fait respecté par les capteurs expérimentaux. L'impédance de contact à la surface des électrodes permet d'expliquer la déviation par rapport à ce modèle.