POLYPUBLIE
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Title:	Simulation et analyse paramétrique de méthodes de prise de décision dans le cadre de la maintenance conditionnelle
Auteur: Author:	Philippe Orth
Date:	2007
Type:	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
Référence: Citation:	Orth, P. (2007). Simulation et analyse paramétrique de méthodes de prise de décision dans le cadre de la maintenance conditionnelle [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/8094/

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: PolyPublie URL:	https://publications.polymtl.ca/8094/
Directeurs de recherche: Advisors:	Soumaya Yacout, & Luc Adjengue
Programme: Program:	Unspecified

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

SIMULATION ET ANALYSE PARAMÉTRIQUE DE MÉTHODES DE PRISE DE DÉCISION DANS LE CADRE DE LA MAINTENANCE CONDITIONNELLE

présenté par : ORTH Philippe

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. CLÉMENT Bernard, Ph.D., président

Mme YACOUT Soumaya, D.Sc., membre et directrice de recherche

M. ADJENGUE Luc-Désiré, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. OUALI Mohamed-Salah, Doctorat, membre

Library and Archives Canada

Published Heritage Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et Archives Canada

Direction du Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 978-0-494-36926-5
Our file Notre référence
ISBN: 978-0-494-36926-5

NOTICE:
The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:
L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

SIMULATION ET ANALYSE PARAMÉTRIQUE DE MÉTHODES DE PRISE DE DÉCISION DANS LE CADRE DE LA MAINTENANCE CONDITIONNELLE

PHILIPPE ORTH
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE
MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE INDUSTRIEL)
DÉCEMBRE 2007

© Philippe Orth, 2007.

REMERCIEMENTS

Je souhaite remercier Madame Soumaya Yacout et Monsieur Luc Adjengue. Ils m'ont permis de réaliser ce travail dans les meilleures conditions. Je leur suis très reconnaissant du temps et de l'énergie qu'ils m'ont consacrés, et de leur disponibilité à tout moment pour répondre à mes questions et m'apporter leur lumière.

RÉSUMÉ

En organisant les activités de maintenance non plus autour d'un calendrier ou d'un quota d'utilisation, mais autour d'indicateurs physiques reflétant l'état de fonctionnement de la machine, la maintenance est effectuée uniquement lorsque cela paraît nécessaire. La maintenance conditionnelle, qui est le sujet de cette étude; permet alors de réduire de manière significative les coûts de maintenance d'une machine. Trois méthodes de prise de décision sont particulièrement répandues dans les entreprises employant la maintenance conditionnelle : la méthode du Contrôle Statistique des Procédés (Statistical Process Control - SPC), la méthode du Modèle Caché de Markov (Hidden Markov Model - HMM) et la méthode du Modèle des Risques Proportionnels (Proportional Hazards Model - PHM). Ces trois méthodes analysent l'état de fonctionnement de la machine à partir des observations réalisées et permettent de décider s'il est nécessaire ou non d'effectuer leurs maintenances. Cependant, il arrive que ces décisions soient erronées : on réalise la maintenance alors que la machine fonctionne correctement (faux positif) ou alors on laisse la machine fonctionner alors qu'elle est endommagée (faux négatif). L'objectif de ce travail est d'analyser l'impact de la variation des paramètres des méthodes de prise de décision sur les erreurs faites par ces méthodes. En connaissant la sensibilité des différentes méthodes à la variation des paramètres, il sera possible de donner des recommandations concernant l'utilisation de ces méthodes de prise de décision, en fonction des objectifs de la politique de maintenance.

La démarche suivie a été de simuler sur ordinateur les processus de prise de décision basés sur des observations, intégrant les méthodes SPC, HMM et PHM. Ces simulations permettent d'obtenir les taux d'erreurs des différentes méthodes. L'objectif étant de connaître l'impact de la variation des paramètres sur ces taux d'erreurs, un plan d'expériences a été établi pour faire varier les niveaux des paramètres. Ce plan d'expériences est issu de la méthode Taguchi qui permet de limiter de manière

conséquente le nombre d'expériences à réaliser. Une fois les expériences réalisées, une analyse paramétrique a été effectuée afin de déterminer l'impact de la variation des différents paramètres sur les résultats des méthodes de prise de décision.

Les méthodes HMM et PHM prennent la décision de laisser fonctionner la machine ou de réaliser la maintenance en comparant la valeur d'une fonction avec une valeur seuil. Ces valeurs seuil sont calculées grâce à la programmation dynamique, et font intervenir les coûts des opérations de maintenance. Ces calculs n'ont pas été effectués, mais les valeurs utilisées ont été choisies afin de minimiser les taux d'erreur. Ensuite on suppose que la machine peut se trouver dans deux états seulement : l'état de fonctionnement normal, et l'état de fonctionnement altéré dans lequel on ne peut pas constater la panne visuellement car la machine continue à produire. Il est également supposé que les observations faites sur la machine sont issues de variables aléatoires ayant pour distribution des lois normales. Enfin, on suppose que la probabilité de changement d'état entre deux observations est constante, et que le changement d'état se traduit par une variation de la moyenne des données uniquement, l'écart type restant inchangé.

Les résultats ont montré que la méthode SPC est très robuste même lorsque le comportement de la machine dans son état de fonctionnement altéré est mal connu. Par contre, si l'on souhaite minimiser le taux d'erreur de type faux négatif ou maximiser le taux de décisions correctes, elle exige de très bien connaître le comportement de la machine dans son état de fonctionnement normal.
La méthode HMM permet d'obtenir de bons résultats si l'on souhaite minimiser soit le taux de faux négatifs soit le taux de faux positifs. Pour cela, il est nécessaire bien connaître le processus de changement d'état de la machine. Par contre, la méthode HMM ne donne pas de bons résultats si l'on cherche à minimiser conjointement les taux d'erreurs de type faux positif et faux négatif et que l'écart entre les moyennes des distributions des observations dans l'état de fonctionnement normal et dans l'état de

fonctionnement altéré est inférieur à la somme des écarts types des deux distributions (critère établi de manière empirique).
Enfin la méthode PHM présente le même type de comportement que la méthode HMM, à savoir qu'il n'est pas possible de minimiser conjointement les taux de faux positifs et de faux négatifs. Si l'on choisit de minimiser le taux de faux négatifs, on obtiendra de bons résultats à condition que l'écart entre les moyennes des deux distributions des observations soit supérieur à la somme des écarts types des deux distributions.

En conclusion, cette étude met en avant les situations idéales et critiques dans lesquelles les méthodes SPC, HMM et PHM permettront ou non d'atteindre les objectifs des politiques de maintenance, à savoir limiter les décisions de type faux négatif, ou faux positif ou simplement maximiser le taux de décisions correctes. Il parait désormais intéressant de comparer ces résultats à des cas pratiques, et d'intégrer d'autres méthodes de prise de décision. De plus, il est envisageable de poursuivre cette étude en intégrant les aspects financiers de la maintenance afin d'analyser les performances des méthodes en terme de coûts et non de décisions correctes ou erronées.

ABSTRACT

With the increasing dependence on automation and the massive investment in physical assets, the organization are looking for more accurate, more cost effective maintenance management strategies. The run-to-failure strategy is no longer acceptable. The preventive and the predictive maintenance strategies are none parts of physical assets management strategies in many companies. An important part of a predictive maintenance strategy is the condition monitoring and the condition based maintenance. These facts lead the researcher to propose different decision support models. Probabilistic models can help the decision makers in taking the right decisions at the right time. But as any probabilistic statistically dependant decision modes, they are inherently subjected to two type of error, the false negative, which leads to letting the system work as it is while it is supposed to be maintained and the false positive, which leads to interrupting the system while it is working properly. Using any statistically based decision making models without taking into consideration these two types of errors may lead to erroneous decisions.

The purpose of this thesis is to calculate and analyze the false negative and false positive errors that are inherent to the probabilistically and statistically dependent decision making models used in condition based maintenance management. Specifically, three models are analyzed : the Statistical Process Control (SPC), the Hidden Markov Model (HMM) and the Proportional Hazards Model (PHM). These three models appear to be the most presented in the literature. This thesis presents a study of the change in the two types of error, the false positive and the false negative, when the three models parameters change.

The methodology used is based on a computer simulation approach integrating the SPC, the HMM and the PHM methods. The simulated models are run for a predefined number of times, while the models parameters are held at a predefined level. A specific design of

experiments based on Taguchi's method allowed us to limit the number of runs considerably. The results obtained are the analyzed by using the Analysis of Variance (ANOVA) technique.

To build the simulations models, some assumptions were necessary. Without loss of generality, it was assumed that the system can be in only one of two states, a working state or a deteriorating state, which cannot be detected visually. It was also assumed that the observations collected from the system are random variables that follow normal distribution with means and variances that vary according to the states. It was also assumed that the probability of changing from on state to the other in the period between two consecutive observations is constant, and that the change of state modifies only the mean value of the normal distributions, the variance remains unchanged.

The results show that under the simulated conditions, the SPC method has the lowest percentage of the two types of errors, even if the system is in the deteriorating state is not valid. The HMM methods provides acceptable level for each type of error separately but not simultaneously. Its performance is quite sensitive to the difference between the process means before and after deterioration. Finally, the PHM performance was similar to the HMM method. The decrease in the false positive error leads to the increase in false negative error, and the difference between the process means before and after the deterioration has an important effect on the accuracy of the decisions made.

This work showed that when using any of the three methods of decision making in condition based maintenance (CBM), the SPC, the HMM and the PHM, the user should calculate the false positive and the false negative rates that are inherent to these methods. The research shows that under certain condition and for some values of the models parameters, these error increase. The effect of these errors on the financial aspects of decision-making is an area that needs further studies.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....iv

RÉSUMÉ.....v

ABSTRACT.....viii

TABLE DES MATIÈRES.....x

TABLE DES TABLEAUX.....xii

TABLE DES FIGURES.....xiv

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS.....xv

LISTE DES ANNEXES.....xvi

INTRODUCTION.....1

LES DIFFERENTS TYPES DE MAINTENANCE.....1

LA MAINTENANCE CONDITIONNELLE.....2

LE TRAVAIL.....2

LA STRUCTURE DU TRAVAIL.....3

CHAPITRE 1 : REVUE DE LITTÉRATURE.....4

1.1 JUSTIFICATION DU SUJET.....4

1.2 PREAMBULE.....5

1.3 LA METHODE SPC.....8

1.3.1 Principe et notations.....8

1.3.2 Exemples d'applications.....13

1.4 LA METHODE HMM.....13

1.4.1 Principe et notations.....13

1.4.2 Exemples d'applications.....15

1.5 LA METHODE PHM.....16

1.5.1 Principe et notations.....16

1.5.2 Exemples d'applications.....18

CHAPITRE 2 : CONCEPTION DES MODÈLES DE SIMULATION DES MÉTHODES DE PRISE DE DÉCISION.....19

2.1 DEFINITION DES NOTATIONS.....19

2.2 STRUCTURE DU PROGRAMME 22
2.3 PARTICULARITES LIEES A CHAQUE METHODE 27
2.3.1 SPC 27
2.3.2 HMM 28
2.3.3 PHM 30
2.4 CADRE DE LA SIMULATION 32

CHAPITRE 3 : CHOIX DES NIVEAUX DES PARAMÈTRES ET PLAN D'EXPÉRIENCES 34

3.1 NIVEAUX DES PARAMETRES 34
3.1.1 Paramètres communs fixes 34
3.1.2 Paramètres communs variables 40
3.1.3 Paramètres spécifiques à la méthode SPC 48
3.1.4 Paramètre spécifique à la méthode HMM 49
3.1.5 Paramètre spécifique à la méthode PHM 52
3.2 TABLES DE TAGUCHI 54

CHAPITRE 4 : ANALYSE STATISTIQUE DES EFFETS DU CHANGEMENT DES NIVEAUX DES PARAMÈTRES SUR LES ERREURS DES MÉTHODES DE PRISE DE DÉCISION 57

4.1 METHODE SPC 59
4.1.1 Analyse de la variance des taux p_1, p_2 et P_c 59
4.1.2 Interprétation 60
4.2 METHODE HMM 62
4.2.1 Analyse de la variance des taux p_1, p_2 et P_c 62
4.2.2 Interprétation 63
4.3 METHODE PHM 66
4.3.1 Analyse de la variance des taux p_1, p_2 et P_c 66
4.3.2 Interprétation 67

CONCLUSION 69

BIBLIOGRAPHIE 72

ANNEXES 76

TABLE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : Les différents cas rencontrés et leurs notations 20

Tableau 3.1 : Conditions expérimentales - étude de N avec la méthode SPC 36

Tableau 3.2 : Conditions expérimentales - étude de N avec la méthode HMM.....37

Tableau 3.3 : Conditions expérimentales - étude de N avec la méthode PHM.....38

Tableau 3.4 : Valeurs choisies pour les paramètres fixes des expériences 40

Tableau 3.5 : Combinaisons possibles des niveaux de σ et de δ 42

Tableau 3.6 : Variation des effets différentiels des paramètres en fonction des niveaux de σ_{bruit} - SPC 46

Tableau 3.7 : Variation des effets différentiels des paramètres en fonction des niveaux de σ_{bruit} - HMM 47

Tableau 3.8 : Variation des effets différentiels des paramètres en fonction des niveaux de σ_{bruit} - PHM.....47

Tableau 3.9 : Variation des taux p_1, p_2 et P_c en fonction des niveaux de n - SPC 49

Tableau 3.10 : Conditions expérimentales lors de l'étude des niveaux de π^* 50

Tableau 3.11 : Conditions expérimentales lors de l'étude des niveaux de d^*.....52

Tableau 3.12 : Table de Taguchi $L_8(2^7)$.....54

Tableau 3.13 : Plan d'expériences de la méthode SPC.....55

Tableau 3.14 : Plan d'expériences de la méthode HMM.....56

Tableau 3.15 : Plan d'expériences de la méthode PHM 56

Tableau 4.1 : Analyse de la variance des taux p_1, p_2 et P_c de la méthode SPC 59

Tableau 4.2 : Analyse de la variance des taux p_1, p_2 et P_c de la méthode HMM 62

Tableau 4.3 : Analyse de la variance des taux p_1, p_2 et P_c de la méthode PHM.....66

Tableau A.1 : Valeurs des taux p_1, p_2 et P_c en fonction de N - méthode SPC.....76

Tableau A.2 : Valeurs des taux p_1, p_2 et P_c en fonction de N - méthode HMM.....77

Tableau A.3 : Valeurs des taux p_1, p_2 et P_c en fonction de N - méthode PHM 78

Tableau B.1 : Valeurs numériques - expériences pour les niveaux de π^* 79

Tableau C.1 : Valeurs numériques - expériences pour les niveaux de d^* 80

Tableau D.1 : Résultats des expériences - Méthode SPC - p_1 81

Tableau D.2 : Résultats des expériences - Méthode SPC - p_2 81

Tableau D.3 : Résultats des expériences - Méthode SPC - P_c 82

Tableau D.4 : Résultats des expériences - Méthode HMM - p_1 82

Tableau D.5 : Résultats des expériences - Méthode HMM - p_2 83

Tableau D.6 : Résultats des expériences - Méthode HMM - P_c 83

Tableau D.7 : Résultats des expériences - Méthode PHM - p_1 84

Tableau D.8 : Résultats des expériences - Méthode PHM - p_2 84

Tableau D.9 : Résultats des expériences - Méthode PHM - P_c 85

TABLE DES FIGURES

Figure 1.1 : Schéma de principe du système 5
Figure 1.2 : Exemple de carte de contrôle "X-bar et R" 12
Figure 2.1 : Diagramme représentant l'architecture des programmes de simulation 23
Figure 2.2 : Modélisation du mécanisme de prise de décision de la méthode SPC 28
Figure 2.3 : Modélisation du mécanisme de prise de décision de la méthode HMM 29
Figure 2.4 : Modélisation du mécanisme de prise de décision de la méthode PHM 31
Figure 3.1 : Évolution de p_1, p_2 et P_c en fonction du nombre d'expériences N pour la méthode SPC 36
Figure 3.2 : Évolution de p_1, p_2 et P_c en fonction du nombre d'expériences N pour la méthode HMM 37
Figure 3.3 : Évolution de p_1, p_2 et P_c en fonction du nombre d'expériences N pour la méthode PHM 38
Figure 3.4 : Densités de probabilité des variables aléatoires Y_0 et Y_1 en fonction de niveaux de σ et de δ 43
Figure 3.5 : Évolution des taux p_1, p_2 et P_c en fonction de π^* 51
Figure 3.6 : Évolution des taux p_1, p_2 et P_c en fonction de d^* 53

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

FN :	Faux Négatif - la machine est en fonctionnement altéré mais le test dit de la laisser fonctionner
FP :	Faux Positif - la machine fonctionne, mais le test dit de la réparer.
HMM :	Hidden Markov Model
LIC :	Limite Inférieure de Contrôle
LSC :	Limite Supérieure de Contrôle
PHM :	Proportional Hazards Model
P_c :	Proportion de décisions correctes
SPC :	Statistical Process Control
X :	Variable aléatoire de fonction cumulative $F(x)$ et de densité ou fonction de masse $f(x)$
VN :	Vrai Négatif - la machine fonctionne normalement et le test dit de la laisser fonctionner
VP :	Vrai Positif - la machine est en fonctionnement altéré et le test dit de la réparer

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A : TESTS DE CONVERGENCE – CHOIX DE N 76

ANNEXE B : JUSTIFICATION DES NIVEAUX DE π^*.....79

ANNEXE C : JUSTIFICATION DES NIVEAUX DE d^*.....80

ANNEXE D : RÉSULTATS DES SIMULATIONS.....81

ANNEXE E : PROGRAMME DE SIMULATION – MÉTHODE SPC.....86

ANNEXE F : PROGRAMME DE SIMULATION – MÉTHODE HMM.....88

ANNEXE G : PROGRAMME DE SIMULATION – MÉTHODE PHM.....90

INTRODUCTION

La maintenance est devenue depuis plusieurs années un des enjeux principaux de l'industrie. La réduction des coûts et l'augmentation de la productivité associée entraînent une sollicitation accrue des équipements industriels : la moindre interruption de la production peut se traduire immédiatement en des pertes financières considérables. Il est donc important de garder le contrôle de ses machines et cela passe par une meilleure gestion de la maintenance de ces dernières. Il existe aujourd'hui de plus en plus de techniques et d'instruments permettant de surveiller la santé des systèmes de production. Cette capacité de surveillance est essentielle afin de réduire les risques économiques et humains (Sohn *et al.*, 2000). De nombreuses pratiques industrielles récentes ont également prouvé que le diagnostic des défauts permet d'améliorer la disponibilité des machines de production, de réduire les pertes de production, de limiter la dégradation des performances, d'assurer la qualité des produits et de protéger les machines contre les dommages (Tzafestas, 1999). À titre d'exemple, le coût des activités de maintenance du United States Departement of Defense s'élevait à lui seul à plus de 81 milliards de dollars en 2005 (DoD, 2006)

Les différents types de maintenance

La maintenance peut se répartir en deux familles : la maintenance corrective et la maintenance préventive. La maintenance corrective se compose de l'ensemble des activités engagées à la suite d'un incident et dont l'objectif est de remettre en état de marche un appareil endommagé. C'est une approche réactive : les actions sont entreprises à la suite d'un dysfonctionnement (Albert, 1995). La maintenance préventive se compose de l'ensemble des activités entreprises lors du fonctionnement de la machine. Dans la maintenance préventive, on distingue deux catégories : d'un côté la maintenance basée sur le temps (Time-Based Maintenance), de l'autre côté celle basée sur les conditions (Condition-Based Maintenance) sur laquelle porte cette étude. La

maintenance basée sur le temps consiste à planifier les opérations de maintenance selon un calendrier ou un quota d'utilisation des machines. La seconde se base sur l'analyse d'indicateurs reflétant le fonctionnement des machines. Ces indicateurs peuvent être tirés de différentes sortes d'analyses : vibratoire, thermographique, tribologique, visuelle, chimique, etc. (Albert, 1995). Il est alors possible de mettre en place la maintenance conditionnelle dans tous les secteurs industriels. Les techniques développées ont également trouvé des applications en médecine, ou encore dans la gestion des biens et des infrastructures. Ces divers domaines d'application seront détaillés par la suite.

La maintenance conditionnelle

Les méthodes de maintenance conditionnelle reposent sur l'analyse des observations des indicateurs, pour estimer l'état de fonctionnement des appareils. Les observations prises en compte et les traitements qu'elles subissent introduisent des bruits dans ces analyses qui perturbent les résultats des méthodes de prise de décision. L'analyse est donc imparfaite et peut comporter des erreurs. Ces erreurs sont inhérentes aux méthodes de maintenance conditionnelle, et dépendent des nombreux paramètres entrant en jeu.

Le travail

La maîtrise de ces paramètres permet donc de contrôler les erreurs et d'introduire des politiques de maintenance plus robustes. Ce travail a pour objectif d'analyser l'impact de la variation de ces paramètres sur les erreurs des méthodes de prise de décision utilisées dans le cadre des politiques de maintenance. Le thème de ce travail est la maintenance basée sur les conditions de fonctionnement (ou maintenance conditionnelle). Différentes méthodes de prise de décision ont été développées pour apporter des solutions aux industriels désireux d'améliorer la maintenance de leurs machines. Parmi les méthodes de maintenance conditionnelle, trois ont été choisies : il s'agit du Contrôle Statistique

des Procédés (SPC), du Modèle Caché de Markov (HMM) et du Modèle des Risques Proportionnels (PHM). La finalité de ce travail est d'étudier la robustesse des méthodes de prise de décision et de donner des directives sur l'utilisation de ces méthodes. Il a été mené en s'intéressant aux données d'entrée de chaque méthode, aux paramètres intrinsèques à ces dernières, et aux erreurs dans les prises de décision que ces paramètres peuvent induire. Ce choix a été fait afin que les directives soient généralisables à l'ensemble des secteurs industriels dans lesquels ces méthodes sont employées.

La structure du travail

Dans une première partie, l'état actuel des connaissances sur les différentes méthodes de prise de décision est présenté. Le principe de chaque méthode est expliqué et des exemples concrets, dans lesquels les différentes méthodes ont été utilisées, sont donnés.

La seconde partie de cette étude est consacrée à la conception de modèles, représentant les méthodes de prise de décision, qui permettent de simuler le comportement des méthodes de prise de décision. En effet, afin d'analyser l'impact du changement des paramètres des méthodes de prise de décision sur l'exactitude des décisions, ces méthodes ont été modélisées grâce à un programme informatique. Tout d'abord, la structure générale de la simulation est présentée, ainsi que les différents paramètres d'entrée et les résultats obtenus en sortie. Ensuite, les limitations du travail sont définies et les hypothèses faites sont expliquées.

La troisième partie traite du plan d'expériences conçu afin d'analyser l'impact des changements des valeurs des paramètres des méthodes de prise de décision sur l'exactitude des décisions. Le choix des niveaux des paramètres est étudié et la méthode Taguchi est employée pour définir les plans d'expériences.

Dans la quatrième et dernière partie, une analyse paramétrique est réalisée. Chaque méthode est alors étudiée indépendamment. L'objectif est de connaître l'impact du changement des paramètres de chaque méthode de prise de décision sur l'exactitude des décisions de ces méthodes.

CHAPITRE 1 : REVUE DE LITTÉRATURE

Afin de justifier l'intérêt de ce travail ainsi que son positionnement dans l'état des connaissances actuel, une brève revue de la littérature est proposée dans ce chapitre.

1.1 Justification du sujet

Le principe des méthodes de prise de décision dans la maintenance conditionnelle est l'anticipation de la dégradation des équipements. Dès lors, l'utilisateur est conduit à faire des choix sur la réalisation ou non de la maintenance d'une machine, ces choix étant dictés par les méthodes de prise de décision. Ces méthodes sont imparfaites et certains choix sont erronés. Il peut arriver de décider d'effectuer la maintenance sur un équipement, alors qu'en réalité, cela n'est pas encore nécessaire : on parle d'un faux positif. À l'inverse, il peut arriver de décider de ne pas effectuer la maintenance d'une machine qui paraît encore en bon état en regardant les résultats de la méthode de prise de décision, alors qu'en réalité la machine ne fonctionne pas normalement : on parle d'un faux négatif.

Les erreurs dans ces prises de décision peuvent avoir des origines multiples, parmi lesquelles on peut citer le bruit sur les observations, le mauvais étalonnage des instruments de mesure, le traitement des données, ou encore la méthode elle-même. Ainsi, l'efficacité de la plupart des méthodes de maintenance conditionnelle dépend de l'ampleur de l'incertitude présente à la fois dans les données et dans le modèle (Buswell et Wright, 2004). Ces auteurs ont travaillé sur l'estimation de l'incertitude des erreurs, en se basant sur les travaux de Kline et McClintock (1953) et ont montré qu'il est possible de quantifier l'incertitude de ces erreurs. Il est donc envisageable d'étudier l'impact de la variation des paramètres des méthodes de prise de décision sur les erreurs des méthodes de prise de décision. La variation des paramètres joue un rôle prépondérant dans l'exactitude des prises de décision. Uguz *et al.* (2007) ont travaillé sur un système de diagnostic des maladies liées aux valves cardiaques, utilisant la reconnaissance des formes et la méthode de prise de décision du Modèle Caché de

Markov (Hidden Markov Model - HMM). Si le système qu'ils ont développé s'est révélé très performant, ils ont reconnu que leur méthode n'était pas très robuste vis-à-vis de la variation de la position de la sonde utilisée pour effectuer des observations. La variation des paramètres des méthodes de prise de décision peut donc avoir un impact important sur les performances de ces méthodes de prise de décision.

1.2 Préambule

On considère un système à deux états distincts :

- l'état $x = 0$ qui correspond à l'état de fonctionnement normal de la machine (noté état 0) : c'est l'état de départ ;
- l'état $x = 1$ qui correspond à l'état de fonctionnement altéré de la machine (noté état 1) : c'est un état absorbant, c'est-à-dire que c'est un état qu'on ne quitte plus lorsqu'on y pénètre (mathématiquement, les probabilités de transition vers les autres états sont nulles et la probabilité de rester dans cet état vaut 1).

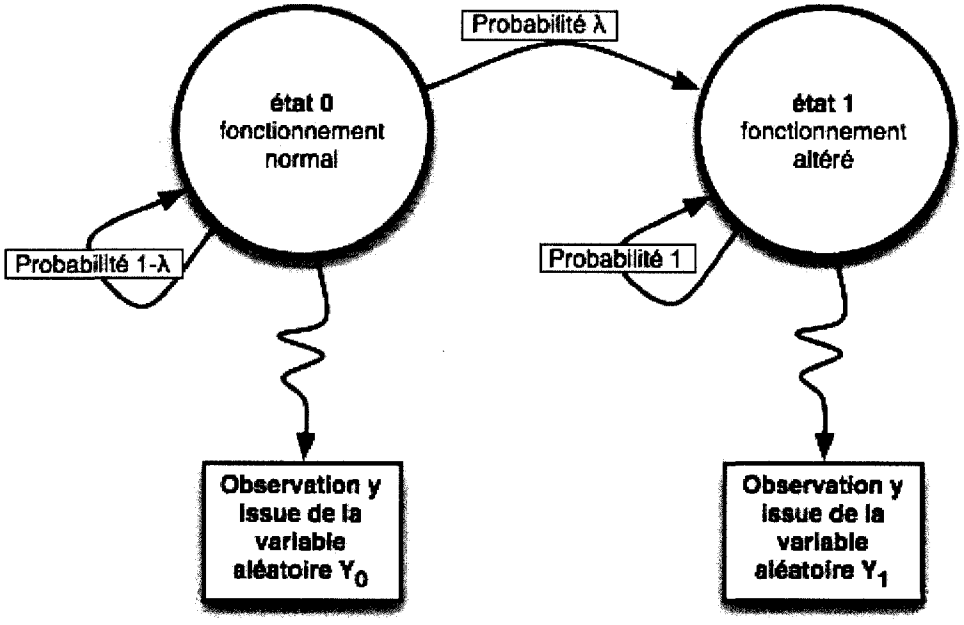


Figure 1.1 : Schéma de principe du système

Le système est une machine industrielle. On réalise des observations sur cette machine.

Afin de pouvoir simuler le comportement des méthodes de prise de décision, il a été nécessaire d'utiliser des variables aléatoires pour générer les états de fonctionnements et les observations associées.

Les variables aléatoires associées sont les suivantes :

- X : Variable aléatoire distribuée selon une loi de Bernoulli de paramètre λ et de fonction de masse $f_X(x) = (1-\lambda)^{1-x}.\lambda^x$. Cette variable aléatoire X sert à générer les états de fonctionnement successifs des machines.
- Y_0 : Variable aléatoire distribuée selon une loi normale de moyenne μ_0, d'écart type σ_0, et de densité de probabilité $f_{Y_0}(y) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(y-\mu_0)^2}{2\sigma_0^{\ 2}})$. Cette variable aléatoire Y_0 sert à générer les observations de la machine lorsqu'elle est dans un état de fonctionnement normal (état 0).
- Y_1 : Variable aléatoire distribuée selon une loi normale de moyenne $\mu_1 = \mu_0 + \delta$, d'écart type σ_1, et de densité de probabilité $f_{Y_1}(y) = \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(y-\mu_1)^2}{2\sigma_1^{\ 2}})$. Cette variable aléatoire Y_1 sert à générer les observations de la machine lorsqu'elle est dans un état de fonctionnement altéré (état 1).
- E_{bruit} : Variable aléatoire distribuée selon une loi normale de moyenne $\mu_{bruit} = 0$, d'écart type σ_{bruit}, et de densité de probabilité $f_{E_{bruit}}(y) = \frac{1}{\sigma_{bruit}\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(y-\mu_{bruit})^2}{2\sigma_{bruit}^{\ 2}})$. Cette variable aléatoire E_{bruit} sert à générer les bruits perturbant les observations et issus de facteurs non contrôlables.

Lorsque la machine se situe dans l'état de fonctionnement normal (état 0), les observations sont issues de la variable aléatoire Y_0. Lorsque la machine se situe dans

l'état de fonctionnement altéré (état 1), les observations sont issues de la variable aléatoire Y_1. Sur ces observations s'ajoute un bruit issu de la variable aléatoire E_{bruit}.

Les deux premières méthodes de prise de décision présentées (SPC et HMM) sont basées uniquement sur les observations réalisées sur la machine, car elles sont utilisées lorsqu'on ne dispose pas de données concernant des pannes. Cette absence d'historique des pannes peut avoir plusieurs origines :

- soit l'entreprise n'a pas d'archives sur les pannes de ses machines,
- soit il s'agit de machines tombant rarement en panne,
- soit les pannes ne sont pas observables.

Quelle que soit l'origine de l'absence d'historique des pannes, il n'est pas possible de définir de loi de défaillance pour la machine.

La dernière méthode présentée, le PHM, se base sur des données de pannes et sur les observations. Une loi de défaillance est établie grâce aux données de pannes. Cette loi de défaillance permet de définir une méthode de prise de décision, à laquelle on intègre en plus les observations. Les observations ont pour rôle d'améliorer la robustesse de la méthode de prise de décision. Il y a donc une différence majeure entre les méthodes, et elles ne seront pas comparables : elles n'ont pas le même domaine d'application.

1.3 La méthode SPC

La méthode du Contrôle Statistique des Procédés (Statistical Process Control – SPC) a été développée, et est largement utilisée, dans les domaines de la détection des erreurs et des diagnostics. Son principe est le suivant : il s'agit de mesurer la déviation d'un signal par rapport à une référence représentant les conditions normales de fonctionnement. Dans notre cas, le signal considéré est l'observation, ou le groupe d'observations, réalisée sur une machine. En définissant des limites à la déviation de ce signal, on peut alors définir une méthode de prise de décision. Dès que le signal dépasse ces limites, on considère que la machine est dans un état de fonctionnement altéré : il faut alors réaliser des opérations de maintenance sur la machine.

1.3.1 Principe et notations

Pour utiliser cette méthode, l'étape initiale consiste à analyser le comportement de la machine dans son état de fonctionnement normal (état 0), grâce à un indicateur préalablement déterminé. On suppose que cet indicateur est une variable aléatoire Y_0 distribuée selon une loi normale de moyenne μ_0 et d'écart type σ_0, à laquelle on ajoute un bruit représenté par la variable aléatoire E_{bruit} distribuée selon une loi normale de moyenne $\mu_{bruit} = 0$ et d'écart type σ_{bruit}. Lorsque le fonctionnement de la machine se dégrade, cette moyenne et/ou cet écart type varient : la machine se trouve dans l'état de fonctionnement altéré (état 1). L'indicateur est alors issu d'une autre variable aléatoire notée Y_1 distribuée selon une loi normale de moyenne $\mu_1 = \mu_0 + \delta$ et d'écart type σ_1, à laquelle on ajoute toujours un bruit issu de la variable aléatoire E_{bruit} distribuée selon une loi normale de moyenne $\mu_{bruit} = 0$ et d'écart type σ_{bruit}. Selon l'état dans lequel se trouve la machine, la variable aléatoire Y représentant l'observation obtenue est alors :

- $Y = Y_0 + E_{bruit}$ si la machine est dans un fonctionnement normal ;
- $Y = Y_1 + E_{bruit}$ si la machine est dans un fonctionnement altéré.

La seconde étape de la mise en place de la méthode de prise de décision SPC consiste à définir la taille n de l'échantillon d'observations considéré. Cette étape constitue un travail complexe dont l'objectif est de réduire la taille de l'échantillon, afin de minimiser les coûts, et d'augmenter la taille de l'échantillon, afin d'augmenter les chances de détecter une anomalie. Cette analyse de la valeur idéale de n n'a pas été effectuée, car elle n'apporte pas d'information pertinente par rapport aux objectifs de cette étude. Dès lors, on ne considèrera plus chaque observation y indépendamment, mais on prendra en compte la moyenne $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$ de n observations, c'est-à-dire la moyenne d'un échantillon de n observations.

L'étape suivante consiste à calculer les limites entre lesquelles les moyennes des observations devront se situer pour témoigner d'un fonctionnement normal de la machine. Ces limites sont appelées « limites de contrôle ». Leur calcul fait intervenir le paramètre k dont le rôle est défini plus bas. Les limites inférieure et supérieure de contrôle sont notées respectivement LIC et LSC et sont calculées grâce aux formules suivantes :

- $LIC = \mu_0 - k.\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$;
- $LSC = \mu_0 + k.\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$.

Le facteur k permet d'écarter ou de rapprocher les limites de contrôle. Si on néglige le bruit perturbant les observations ($\sigma_{bruit} = 0$), on peut calculer, en fonction de la valeur de k, la probabilité que la moyenne de n observations se trouve en dehors des limites de contrôle, alors que la machine est dans un état de fonctionnement normal.

On a en effet :

$$\begin{aligned}
\Pr(LIC \le \bar{y} \le LSC | \mu = \mu_0) &= \Pr\left(\frac{LIC - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} \le \frac{\bar{y} - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} \le \frac{LSC - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} | \mu = \mu_0\right) \\
&= \Pr\left(-k \le \frac{\bar{y} - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} \le k | \mu = \mu_0\right) \\
&= \Pr(-k \le Z \le k) \\
&= \Pr(Z \le k) - \Pr(Z \le -k)
\end{aligned}$$

D'après les tables de la transformée en Z, on peut obtenir les valeurs des termes $\Pr(Z \le k)$ *et* $\Pr(Z \le -k)$.

Par exemple, lorsque $k = 3$, *on a :*

$$\begin{aligned}
\Pr(LIC \le \bar{y} \le LSC | \mu = \mu_0) &= \Pr(Z \le k) - \Pr(Z \le -k) \\
&= \Pr(Z \le 3) - \Pr(Z \le -3) \\
&= 0.9987 - 0.0013 \\
&= 0.9974
\end{aligned}$$

La probabilité que les moyennes des observations soient entre les limites de contrôle, lorsque la machine est dans un état de fonctionnement normal et que l'on a choisi $k = 3$, *est donc de 99.74%.*

En bornant la variation de cette statistique (la moyenne par exemple) entre des limites de contrôle, on peut alors détecter si le processus observé est sous contrôle statistique (Jardine *et al.*, 2006). Dans la pratique, on a $2.5 \le k \le 4.5$, et la valeur la plus communément utilisée est $k = 3$.

Pour représenter l'évolution des observations, on utilise un outil appelé « carte de contrôle ». C'est un graphique dont l'axe des abscisses représente le temps, et l'axe des ordonnées représente les valeurs de la moyenne des observations. On trace sur ce graphique trois lignes horizontales ayant pour ordonnées les valeurs des limites inférieure et supérieure de contrôle (notées respectivement LIC et LSC) et la valeur de la moyenne de la distribution des observations dans un cas de fonctionnement normal

(notée μ_0). Ces cartes sont appelées « Carte de contrôle X-bar ». Dans le cas particulier où $n = 1$, l'échantillon d'observations se résume à une unique observation. On parle alors de « Carte de contrôle X ». Après chaque collecte d'observations, un point représentant la moyenne des observations peut être placé sur la carte de contrôle. Cela permet de le comparer avec les autres points et de le situer vis-à-vis des limites de contrôles.

Pour que la méthode de prise de décision considère que la machine se trouve dans l'état de fonctionnement altéré, il faut rencontrer une des deux situations suivantes :

- un point se trouve en dehors des limites de contrôles ;
- une succession de points a une fluctuation anormale.

Les fluctuations anormales peuvent être détectées grâce à une série de tests définie par la firme General Electric dans le livre intitulé Western Electric Handbook (1956) (Montgomery, 1996). Ces tests ont par la suite été améliorés et se nomment désormais « tests pour la détection des causes spéciales » ou « process control rules » selon les ouvrages. Leur détail peut être trouvé dans le chapitre « Contrôle statistique des procédés » de Baillargeon (1998). Le cas de la fluctuation anormale n'a pas été intégré dans la méthode de prise de décision.

Cependant, un point en dehors des limites de contrôle ou une fluctuation anormale d'une succession de points n'est pas forcément synonyme d'un dysfonctionnement de la machine. Cela indique un changement dans les conditions de fonctionnement de la machine, qui peut avoir entraîné une modification de la distribution des observations. Si ce changement ne peut être imputé à un facteur opérationnel ou environnemental influant sur la machine, la machine devrait probablement être inspectée pour comprendre l'origine de ce changement et effectuer des réparations si nécessaires.

Dans cette étude, on représentera sur les cartes de contrôles la moyenne des observations de l'indicateur qui représente la dégradation de la machine. Dans la pratique on peut également représenter sur ces cartes de contrôle la valeur de l'écart type

$S = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}$ d'un échantillon d'observations, ou la valeur de l'étendue $R = Max(y_i, i = 1..n) - Min(y_i, i = 1..n)$ d'un échantillon composé de n observations. On parlera alors respectivement de « Carte de contrôle S » et de « Carte de contrôle R ». Il faudra alors recalculer les limites de contrôle adaptées aux cartes R ou S. Le détail de l'ensemble des calculs est expliqué par Montgomery (1996).

La figure 1.2 ci-dessous montre un exemple de carte de contrôle représentant la moyenne X-bar ainsi que l'étendue R des observations. On peut y remarquer les valeurs des limites de contrôle inférieure et supérieure (LIC et LSC) ainsi que celle de la moyenne des observations μ_0. Sur la carte de contrôle X-bar, on voit que deux valeurs en rouge sortent des limites.

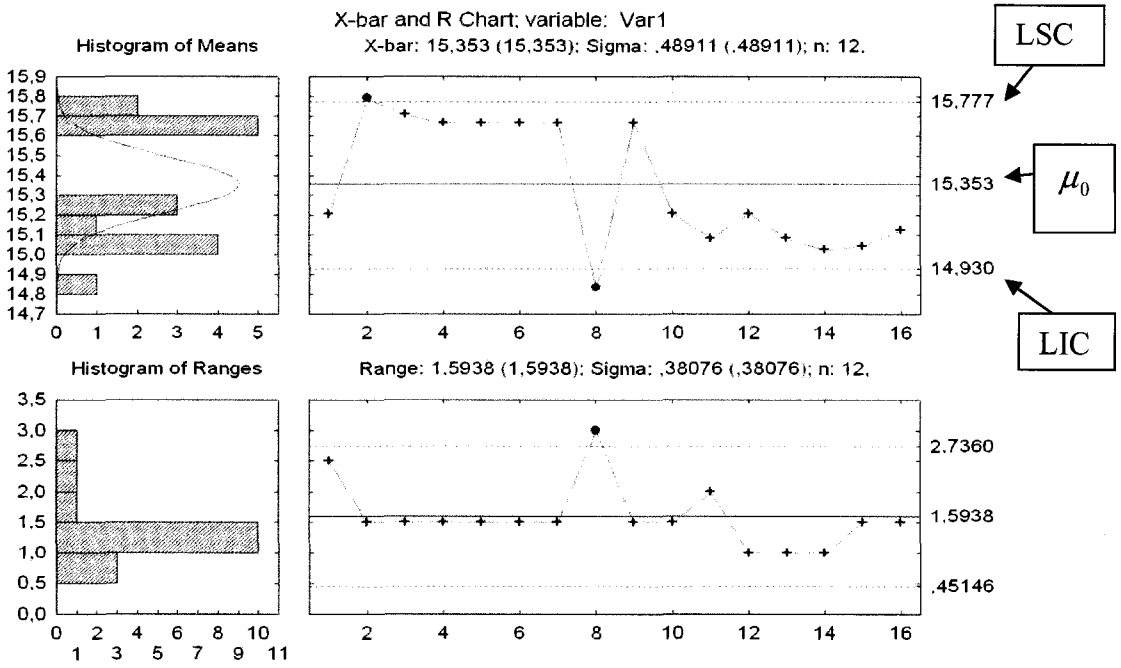


Figure 1.2 : Exemple de carte de contrôle "X-bar et R"

1.3.2 Exemples d'applications

Les cartes de contrôle permettent de représenter des observations issues de différents types d'analyses. Ma et Li (1993) ont utilisé les cartes de contrôles pour détecter des anomalies dans un roulement à billes, grâce à des mesures d'analyse vibratoire. Fugate *et al.* (2001) et Sohn *et al.* (2000) ont fait de même pour détecter des anomalies dans une structure grâce également à des mesures d'analyse vibratoire. Un modèle destiné à suivre l'usure des outils a été développé par Portillo *et al.* (2007) en se basant sur la méthode SPC. On peut également citer le travail de Batson *et al.* (2006) qui ont cherché à améliorer l'analyse des données collectées sur les pièces de pré-série. Barone *et al.* (2006) ont eux travaillé sur les systèmes automobiles de diagnostic embarqués, leur objectif étant d'améliorer la détection des dysfonctionnements grâce à l'emploi de la méthode SPC : leur travail porte sur l'analyse des données fournies par un capteur de taux d'oxygène.

1.4 La méthode HMM

La méthode du Modèle Caché de Markov (Hidden Markov Model – HMM) permet également la détection préventive des anomalies. Cette méthode est très répandue dans les entreprises ayant mis en place des politiques de maintenance conditionnelle. La méthode HMM a initialement été utilisée dans la reconnaissance vocale (Rabiner, 1989) et s'est développée ensuite dans la reconnaissance de structures temporelles et spatiales. Tout d'abord consacrée à l'analyse de données à une dimension, la méthode HMM a été étendue par Ye *et al.* (2002) à l'analyse de données à deux dimensions.

1.4.1 Principe et notations

Le Modèle Caché de Markov est une chaîne de Markov dont les états ne peuvent être observés directement. Chaque état est caractérisé par :

- les probabilités de transition p_{ij} de passer à l'état j sachant qu'on est à l'état i ;

- dans le cas où les observations peuvent prendre des valeurs continues : la fonction de densité de probabilité f_{Y_i} de la variable aléatoire Y_i correspondant aux observations obtenues lorsque l'on se trouve dans l'état i ;
- dans le cas où les observations peuvent prendre des valeurs discrètes : la fonction de masse f_{Y_i} de la variable aléatoire Y_i correspondant aux observations obtenues lorsque l'on se trouve dans l'état i.

Dans cette étude, le système considéré comporte deux états distincts : l'état 0 correspondant au fonctionnement normal de la machine et l'état 1 correspondant au fonctionnement altéré de la machine. De plus, l'état 0 est l'état de départ et l'état 1 est absorbant. On note λ la probabilité p_{01} de transition de l'état 0 vers l'état 1. On a donc : $p_{01} = \lambda$, $p_{00} = 1 - \lambda$, $p_{11} = 1$ et $p_{10} = 0$.

Soient f_{Y_0} et f_{Y_1} les densités de probabilité respectives des variables aléatoires Y_0 et Y_1 qui représentent les observations obtenues lorsque la machine est respectivement en état de fonctionnement normal et en état de fonctionnement altéré. Soit $y(t)$ l'observation réalisée à l'instant t.

La première étape de cette méthode consiste à définir une probabilité seuil, notée π^*, en dessous de laquelle on estime que la probabilité de se situer dans l'état de bon fonctionnement (état 0) est trop faible. Cette probabilité seuil peut être calculée grâce à la programmation dynamique. Il s'agit d'une optimisation ayant en général pour objectif de calculer la valeur de π^* permettant de minimiser les coûts de maintenance. Cette procédure est détaillée par Kaplan (1969), mais n'est pas traitée dans ce travail.

La seconde étape est le calcul de la probabilité $\pi(t)$ d'être dans l'état de fonctionnement normal (état 0) sachant que l'observation $y(t)$ a été obtenue à l'instant t ($t \in \aleph$), et qu'à la précédente observation $y(t-1)$ réalisée à l'instant $t-1$, on avait calculé $\pi(t-1)$. Cette probabilité $\pi(t)$ est calculée grâce à la formule de Bayes suivante :

$$\pi(t) = \frac{(1-\lambda).\pi(t-1).f_{Y_0}(y(t))}{\pi(t-1).f_{Y_0}(y(t)) + (1-\pi(t-1)).f_{Y_1}(y(t))},$$

sachant que la probabilité d'être dans l'état de fonctionnement normal (état 0) à l'instant initial vaut $\pi(t=0)=1$ (Ivy et Nembhard, 2005). En effet, on suppose qu'initialement la machine est dans un état de fonctionnement normal.

La troisième et dernière étape consiste à comparer les valeurs successives de $\pi(t)$ avec celle de π^*. En procédant pas à pas, on calcule après chaque observation la valeur de $\pi(t)$ et on la compare à la valeur de π^*. Tant que $\pi(t) \geq \pi^*$, le test conclut que la machine est dans un état de fonctionnement normal (état 0). La machine continue alors à fonctionner. Lorsque $\pi(t) < \pi^*$, le test conclut que la machine est dans un état de fonctionnement altéré (état 1) et qu'il faut procéder à la maintenance de la machine.

Si chaque observation pouvait être directement liée à un état, la résolution de ce problème serait triviale. Cependant, les observations ne donnent pas une information complète sur l'état du système : il y a donc une incertitude sur l'action idéale à entreprendre, à savoir laisser la machine fonctionner ou réaliser des opérations de maintenance sur la machine.

1.4.2 Exemples d'applications

Cette méthode a trouvé des applications très diverses. La plupart de ces applications sont liées au contrôle optimal de procédés aléatoires basés sur des informations incomplètes. Parmi ces nombreuses applications, la méthode HMM a été utilisée dans le diagnostic des anomalies sur les machines d'estampillage (Ge *et al.*, 2004), et dans le diagnostic des problèmes des maladies des valves cardiaques (Uguz *et al.*, 2007). Xin *et al.* (2006) ont eux travaillé sur la reconnaissance des formes des flammes de combustion dans les fours, grâce à la méthode HMM. Sinuany-Stern (1993) a de son côté utilisé la méthode HMM pour aider une compagnie de location de véhicules à améliorer la planification des opérations de maintenance de leurs véhicules. Des articles plus anciens mentionnent

également le développement de méthodologies d'analyse des systèmes d'assurance maladie (Smallwood *et al.*, 1971) basée sur la méthode HMM.

1.5 La méthode PHM

1.5.1 Principe et notations

La méthode du Modèle des Risques Proportionels (Proportional Hazards Model – PHM) est très différente des méthodes SPC et HMM. En effet, cette méthode se base sur des données de pannes existantes, en plus des observations de la machine. On dispose donc d'une loi de défaillance de la machine grâce à l'historique des pannes. La politique de maintenance obtenue prend alors en compte à la fois le vieillissement des machines (leur temps de fonctionnement depuis la dernière opération de maintenance) par l'intermédiaire de la loi de défaillance, et les conditions de fonctionnement par l'intermédiaire des observations réalisées sur la machine (Jardine *et al.*, 2006).

Cette méthode évalue l'état de fonctionnement de la machine grâce à une fonction de hasard dans la définition mathématique est $h(t) = \Pr[T \in (t, t+dt) | T > t, Y(t)]$. C'est la probabilité que le temps de défaillance T de la machine arrive entre l'instant t de l'observation et l'instant $t + dt$ de l'observation suivante, sachant que l'on a obtenu l'observation $y(t)$ à l'instant t. Dans notre cas, on considère un écart d'une unité entre les instants des observations ce qui implique que $dt = 1$. Cette fonction $h(t)$ est de la forme :

$$h(t) = h_0(t).\exp(\gamma_1.y_1(t) + ... + \gamma_p.y_p(t))$$

dans laquelle :

- $h_0(t)$ est une fonction de hasard de référence, qui dépend de la distribution des pannes. Dans cette étude, il s'agit de la fonction de hasard de Weibull définie par $h_0(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1}$, où β est le paramètre de forme et η le paramètre d'échelle.

En pratique, on utilise la méthode du maximum de vraisemblance pour évaluer le type de distribution de la fonction de hasard ainsi que ses paramètres ;

- $y_1(t),...,y_p(t)$ sont les valeurs des observations obtenues grâce aux p différents indicateurs. En effet, on peut disposer de plusieurs indicateurs nous informant de l'état de fonctionnement de la machine. Dans cette étude, on ne considère qu'un seul indicateur ;
- $\gamma_1,...,\gamma_p$ sont des coefficients multiplicateurs. Parmi les différents indicateurs, certains peuvent être plus corrélés que les autres à l'état de fonctionnement de la machine. Ces coefficients $\gamma_1,...,\gamma_p$ permettent alors d'intégrer l'importance relative des différents indicateurs vis-à-vis de l'état de fonctionnement de la machine.

Une fois que les paramètres de la fonction de hasard $h_0(t)$ sont définis, il faut définir la valeur plafond $d*$ telle que lorsque la valeur de la fonction de hasard $h(t)$ dépasse cette valeur plafond ($h(t) > d*$), on décide de procéder à la maintenance de la machine. Comme dans la méthode HMM, le calcul de $d*$ est réalisé grâce à la programmation dynamique, mais ce calcul n'a pas été fait dans cette étude. La procédure à suivre pour calculer la valeur de $d*$ est décrite en détail par Makis et Jardine (1992).

De plus, ces machines subissent des pannes distribuées selon une loi de défaillance connue grâce aux données historiques. Ces pannes sont visibles instantanément et entraînent également la maintenance de la machine quelle que soit la valeur de $d*$.

On peut remarquer que selon la valeur du paramètre β de la fonction de hasard $h_0(t)$ définie par $h_0(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1}$, on aura différents comportements de la machine :

- si $\beta > 1$: plus la machine fonctionne, plus elle se dégrade ;
- si $\beta = 1$: la machine se comporte de manière uniforme, quel que soit son âge ;

- si $\beta < 1$: le comportement de la machine s'améliore avec le temps, cela correspond à la période de rodage de l'installation.

1.5.2 Exemples d'applications

Cette méthode PHM a été notamment mise en place pour prévenir les défaillances des moteurs d'avions et de bateaux (Jardine *et al.*, 1987) ainsi que des locomotives diesels (Jardine *et al.*, 1989) en analysant le taux de particules de fer dans l'huile moteur. Dans le travail de Jardine *et al.* (2001), ce même indicateur, le taux de particules de fer dans l'huile moteur, est utilisé pour surveiller le fonctionnement des moteurs des roues d'extracteurs miniers. La méthode PHM a également été utilisée dans l'industrie pétrochimique où des observations issues d'analyses vibratoires ont servi à mettre en place une politique de maintenance conditionnelle pour des pompes (Vlok *et al.*, 2002). Une des applications les plus récentes se trouve dans les boîtes de vitesse automobiles : une analyse vibratoire couplée à la méthode PHM permet de prévenir la rupture des dentures de pignons (Lin *et al.*, 2004).

Ces trois méthodes sont très utilisées dans le cadre de la maintenance conditionnelle. Elles ont connu de nombreux développements, visant à les adapter à divers secteurs industriels et à développer leurs performances.

CHAPITRE 2 : CONCEPTION DES MODÈLES DE SIMULATION DES MÉTHODES DE PRISE DE DÉCISION

Ce chapitre a pour objectif d'expliquer la conception des modèles de simulation des trois méthodes de prise de décision présentées à la section précédente, ainsi que la logique suivie dans les programmes informatiques écrits dans le cadre de cette étude. Ces programmes ont pour rôle de simuler une situation type dans laquelle on observe une machine dont l'état de fonctionnement peut changer et nécessiter des opérations de maintenance. Les observations de la machine sont générées selon des lois statistiques et elles sont utilisées afin de décider s'il faut ou non réparer la machine, et cela grâce aux trois méthodes de prise de décision présentées précédemment, à savoir les méthodes SPC, HMM et PHM. Afin d'obtenir une population de données représentatives, ces programmes comprennent des boucles permettant de simuler un nombre important de prises de décision.

Dans ce chapitre sont présentées les notations adoptées, puis la structure générale du programme sous forme schématisée. Les parties du programme différant d'une méthode à l'autre sont traitées par la suite.

2.1 Définition des notations

On considère les événements suivants :

- F : «la machine est en fonctionnement normal » ;
- $\overline{F}$: «la machine ne fonctionnement pas normalement, elle est en fonctionnement altéré » ;
- T_f : « le test de la méthode utilisée trouve que la machine est en fonctionnement normal » ;
- $\overline{T_f}$: «le test de la méthode utilisée trouve que la machine ne fonctionne pas normalement ».

Il y a alors quatre possibilités de combinaisons des évènements :

- le cas de vrai négatif (VN) si $F \cap T_f$: la machine fonctionne normalement et le test dit de la laisser fonctionner ;
- le cas de faux négatif (FN) si $\overline{F} \cap T_f$: la machine est en fonctionnement altéré mais le test dit de la laisser fonctionner ;
- le cas de faux positif (FP) si $F \cap \overline{T_f}$: la machine fonctionne normalement, mais le test dit de la réparer ;
- le cas de vrai positif (VP) si $\overline{F} \cap \overline{T_f}$: la machine est en fonctionnement altéré et le test dit de la réparer.

Ces quatre situations sont résumées dans le tableau 2.1 suivant :

Tableau 2.1 : Les différents cas rencontrés et leurs notations

	$T_f \cap F$	$T_f \cap \overline{F}$	$\overline{T_f} \cap F$	$\overline{T_f} \cap \overline{F}$
Symbole	**VN**	**FN**	**FP**	**VP**
Nombre de cas	**a**	**b**	**c**	**d**

En utilisant successivement la définition de la probabilité conditionnelle, on peut calculer les taux suivants :

- Taux de faux positifs p_1 :

$$p_1 = P(\overline{T_f}|F) = \frac{P(F \cap \overline{T_f})}{P(F)} = \frac{P(F \cap \overline{T_f})}{P(F \cap T_f) + P(F \cap \overline{T_f})} = \frac{c}{a+c}$$

- Taux de faux négatifs p_2 :

$$p_2 = P(T_f|\overline{F}) = \frac{P(\overline{F} \cap T_f)}{P(\overline{F})} = \frac{P(\overline{F} \cap T_f)}{P(\overline{F} \cap T_f) + P(\overline{F} \cap \overline{T_f})} = \frac{b}{b+d}$$

- Taux de décisions correctes P_c :

$$P_c = P(F \cap T_f) + P(\overline{F} \cap \overline{T_f}) = \frac{a+d}{a+b+c+d}$$

Les programmes informatiques modélisant les prises de décision comprennent plusieurs boucles imbriquées dont la logique est expliquée ci-dessous. Les boucles imbriquées sont au nombre de trois et seront notées de la manière suivante : la boucle 3 contient la boucle 2 qui elle contient la boucle 1.

La boucle 1 correspond à une séquence de prises de décision. Cette boucle génère les observations en fonction de l'état de fonctionnement de la machine et réalise le test correspondant à la méthode pour déterminer l'état de fonctionnement de la machine. Cette boucle commence avec une machine dans un état de fonctionnement normal. Elle s'achève lorsque la prise de décision conclut que la machine est dans un état de fonctionnement altéré : il faut réaliser la maintenance de la machine. Cette boucle peut également s'arrêter si l'on a réalisé plus de m prises de décisions dans une même séquence. Dans ce cas, cela entraîne la réparation de la machine et donc la fin de la séquence, quelle que soit la conclusion du test.

La boucle 2 est une expérience : c'est l'enchaînement de N séquences, c'est-à-dire à l'enchaînement de N boucle 1. Elle commence avec la première séquence et s'achève à la fin de la $N^{\text{ème}}$ séquence. À l'issue de chaque expérience, on obtient les valeurs des taux p_1, p_2 et P_c, c'est-à-dire lorsque que l'on atteint la « boîte 6 » (cf. la figure 2.1 suivante). Au cours d'une expérience, les valeurs des paramètres ne changent pas.
La boucle 3 correspond à la répétition d'une même expérience : en effet, pour les besoins de l'analyse de la variance (cf. chapitre 4) chaque expérience doit être répétée q fois.

On a donc :

- q : nombre de répétitions des expériences ;
- N : nombre de séquences par expérience ;

- m : nombre maximal de prises de décision par séquence, c'est-à-dire au bout duquel on réalise la maintenance quel que soit l'état de fonctionnement de la machine.

2.2 Structure du programme

Le principe de ce programme est de simuler un processus soumis à une maintenance conditionnelle.

Le programme a été écrit sur la version 11 du logiciel Maple. La structure du programme est représentée grâce au diagramme suivant. Pour des raisons de lisibilité, ce diagramme ne prend pas en compte la boucle 3 qui correspond à la répétition de l'expérience, nécessaire à l'analyse de la variance.

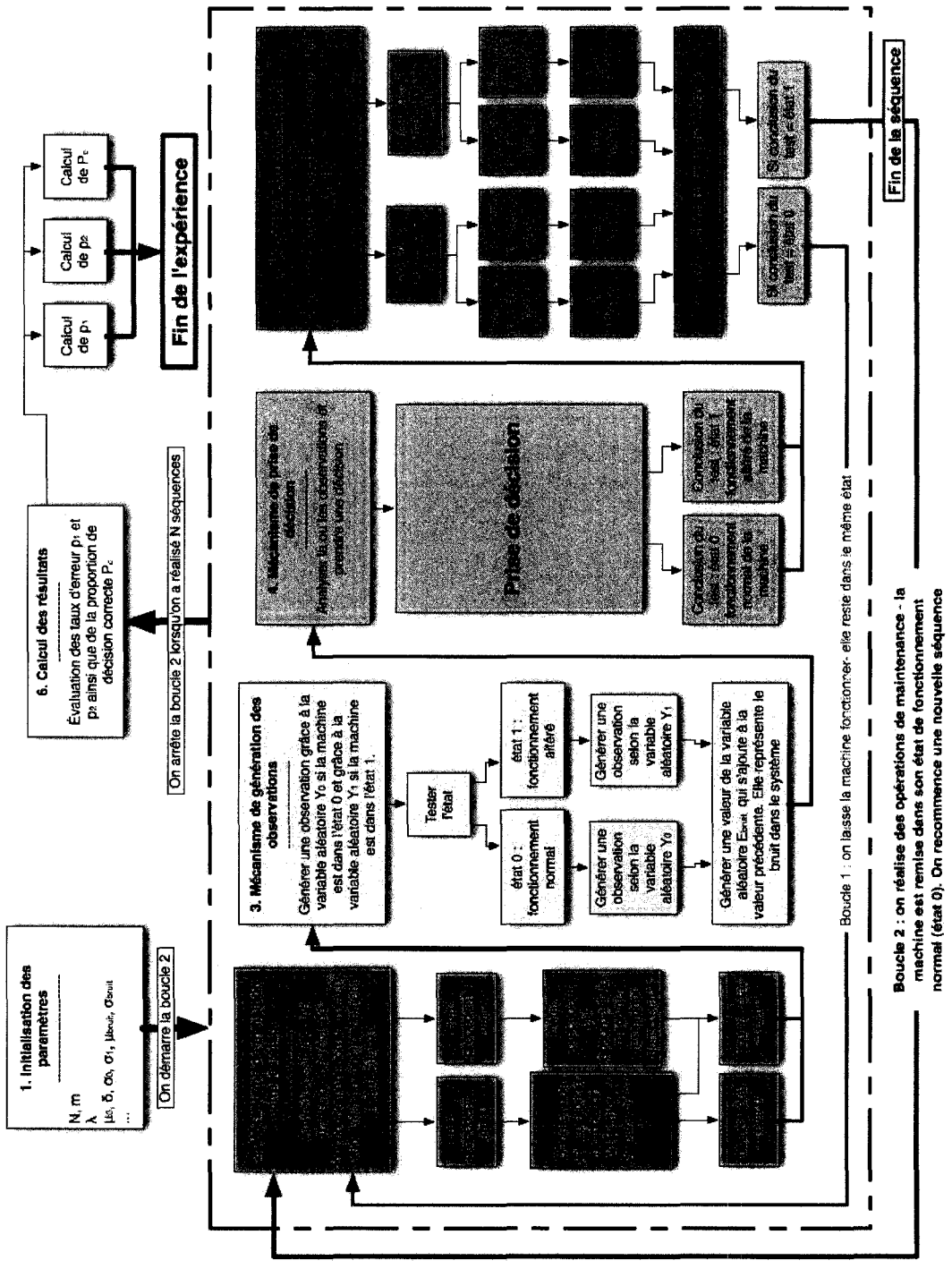


Figure 2.1 : Diagramme représentant l'architecture des programmes de simulation

La première étape consiste en la définition des paramètres utilisés par le programme. Il s'agit des paramètres liés au mécanisme de transition, au mécanisme de génération des observations et au mécanisme de prise de décision. Les paramètres communs aux trois méthodes de prise de décision considérées (SPC, HMM et PHM) sont :

- q : nombre de répétitions des expériences ;
- N : nombre de séquences par expérience ;
- m : nombre maximal de prises de décision par séquence ;
- λ : probabilité de transition de l'état 0 vers l'état 1 ;
- μ_0 : moyenne de la variable aléatoire Y_0 des observations associées à l'état de fonctionnement normal ;
- δ : différence entre la moyenne μ_0 de la variable aléatoire Y_0 des observations dans un cas de fonctionnement normal (état 0) et la moyenne μ_1 de la variable aléatoire Y_1 des observations dans un cas de fonctionnement altéré (état 1) ;
- σ_0 et σ_1 : écarts types respectifs des variables aléatoires Y_0 et Y_1 des observations dans un cas de fonctionnement normal (état 0) et dans un cas de fonctionnement altéré (état 1) ;
- $\mu_{bruit} = 0$ et σ_{bruit} : moyenne et écart-type de la variable aléatoire E_{bruit} représentant les bruits sur les observations.

La seconde étape correspond au mécanisme de transition entre les états. Ce mécanisme permet de simuler l'évolution de l'état de fonctionnement de la machine. L'état initial de chaque séquence est un état de fonctionnement normal (état 0). Ensuite, deux situations peuvent avoir lieu. Tout d'abord, si la machine se trouve dans un état normal de fonctionnement (état 0), elle a une probabilité $p_{01} = \lambda$ de passer dans l'état de fonctionnement altéré (état 1) et la probabilité inverse $p_{00} = 1 - \lambda$ de rester dans l'état de fonctionnement normal (état 0). Pour cela, on génère une valeur de la variable aléatoire X distribuée selon une loi de Bernoulli de paramètre λ. Cette variable aléatoire renvoie

la valeur 0 avec la probabilité $1-\lambda$ et la valeur 1 avec la probabilité complémentaire λ. Si on obtient la valeur 0, la machine reste dans l'état de fonctionnement normal (état 1). Sinon elle passe dans l'état de fonctionnement altéré (état 1). Ensuite, si la machine se trouve déjà dans l'état de fonctionnement altéré (état 1), elle y reste jusqu'à ce qu'une opération de maintenance soit effectuée car l'état 1 est absorbant.

La troisième étape correspond au mécanisme de génération des observations. Il s'agit de générer les observations adéquates, en fonction des paramètres spécifiés lors de l'étape d'initialisation des paramètres et en fonction de l'état de fonctionnement de la machine. Tout d'abord, on teste l'état de fonctionnement obtenu à la fin de l'étape précédente. Si la machine est dans un état de fonctionnement normal (état 0), l'observation sera issue de la variable aléatoire Y_0 distribuée selon une loi normale de moyenne μ_0 et d'écart type σ_0. Si la machine est dans un état de fonctionnement altéré (état 1), l'observation sera issue de la variable aléatoire Y_1 distribuée selon une loi normale de moyenne μ_1 et d'écart type σ_1. Ensuite, on ajoute à cette observation un bruit correspondant aux perturbations sur les mesures. Ce bruit est issu de la variable aléatoire E_{bruit} distribuée selon une loi normale de moyenne μ_{bruit} et d'écart type σ_{bruit}.

La quatrième étape correspond au mécanisme de prise de décision. En se basant sur les observations réalisées à l'étape 3, et sur la durée de fonctionnement dans le cas de la méthode PHM, une décision est prise quant au fonctionnement de la machine.
Si la méthode conclut que le fonctionnement est normal, la machine continue de fonctionner : on passe à l'étape 5 (décrite par la suite), puis on retourne à l'étape 1 afin de réaliser une nouvelle observation (on reste toujours dans la même séquence).
Si la méthode conclut que le fonctionnement est altéré, la machine est arrêtée et on réalise des opérations de maintenance afin de la rétablir dans un état de fonctionnement normal. C'est la fin de la séquence. On passe ensuite à l'étape 5 puis on retourne à l'étape 1 avec une machine en bon état : c'est le début d'une nouvelle séquence.

La cinquième étape correspond au mécanisme de comparaison entre l'état réel de la machine et l'état supposé grâce à la méthode de prise de décision. Quatre situations peuvent se présenter :

- si la machine est dans un état de fonctionnement normal et que le test conclut qu'elle fonctionne normalement, on incrémente la variable a de une unité. Il s'agit d'un cas de vrai négatif (VN) ;
- si la machine est dans un état de fonctionnement altéré et que le test conclut qu'elle fonctionne normalement, on incrémente la variable b de une unité. Il s'agit d'un cas de faux négatif (FN) ;
- si la machine est dans un état de fonctionnement normal et que le test conclut qu'elle ne fonctionne pas normalement, on incrémente la variable c de une unité. Il s'agit d'un cas de faux positif (FP) ;
- si la machine est dans un état de fonctionnement altéré et que le test conclut qu'elle ne fonctionne pas normalement, on incrémente la variable d de une unité. Il s'agit d'un cas de vrai positif (VP).

La sixième et dernière étape a lieu lorsque N séquences ont été réalisées. Cette étape 6 correspond au calcul des résultats de l'expérience, à partir des données accumulées grâce à l'étape 5. Les variables a, b, c, et d sont alors utilisées pour calculer :

- le taux de faux positifs $p_1 = \dfrac{c}{a+c}$;
- le taux de faux négatifs $p_2 = \dfrac{b}{b+d}$;
- le taux de décisions correctes $P_c = \dfrac{a+d}{a+b+c+d}$.

2.3 Particularités liées à chaque méthode

L'essentiel des modifications apportées entre les programmes des différentes méthodes se situe au niveau de l'étape 1 d'initialisation des paramètres, et de l'étape 4 du mécanisme de prise de décision.

2.3.1 SPC

Pour la méthode SPC, les paramètres spécifiques supplémentaires définis lors de l'étape 1 sont les suivants :

- k : le nombre d'écarts types entre les limites de contrôles et la moyenne μ_0 des observations issues de la variable aléatoire Y_0 ;
- n : la taille de l'échantillon d'observations ;
- $LIC = \mu_0 - \frac{k.\sigma_0}{\sqrt{n}}$: la limite inférieure de contrôle ;
- $LSC = \mu_0 + \frac{k.\sigma_0}{\sqrt{n}}$: la limite supérieure de contrôle.

Ensuite, la démarche mise en place est la suivante : on réalise à n reprises l'étape 3 (étape de génération d'observations) afin d'obtenir un échantillon de n observations. À partir de ces n observations, on calcule la moyenne $\overline{y}$ de l'échantillon que l'on compare avec les limites inférieure et supérieure de contrôle (respectivement LIC et LSC). Si $LIC \leq \overline{y} \leq LSC$, le test conclut que la machine est dans un état de fonctionnement normal (état 0). Si $\overline{y} < LIC$ ou $\overline{y} > LSC$, le test conclut que la machine est dans un état de fonctionnement altéré (état 1) : il faut la réparer.

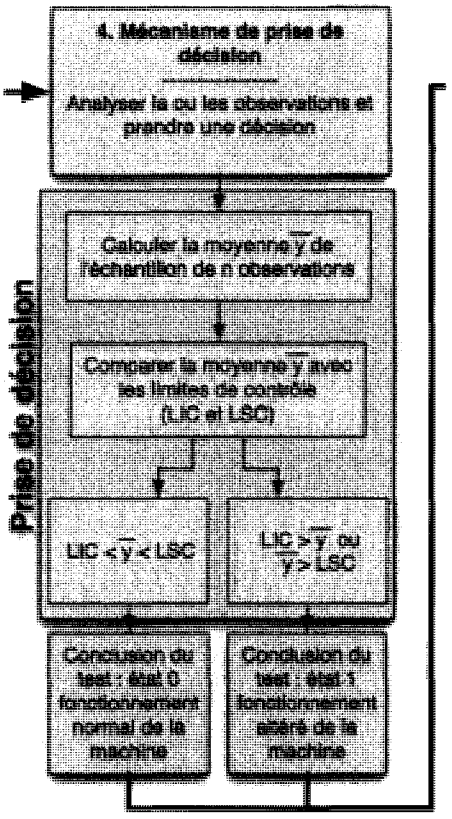


Figure 2.2 : Modélisation du mécanisme de prise de décision de la méthode SPC

2.3.2 HMM

Pour la méthode HMM, les paramètres spécifiques supplémentaires définis lors de l'étape 1 sont les suivants :

- π^* : la probabilité seuil d'être de rester dans l'état 0 ;
- f_{Y_0} et f_{Y_1} : densités de probabilité respectives des variables aléatoires Y_0 et Y_1 ;
- πf : fonction calculant la valeur de $\pi(t)$ à chaque instant t considéré en fonction de la valeur de $\pi(t-1)$ et de l'observation $y(t)$. Cette fonction est issue de la formule de Bayes et se traduit de la manière suivante :

$$\pi(t) = \pi f(\pi(t-1), y(t)) = \frac{(1-\lambda).\pi(t-1).f_{Y_0}(y(t))}{\pi(t-1).f_{Y_0}(y(t)) + (1-\pi(t-1)).f_{Y_1}(y(t))}.$$

Ensuite, la démarche mise en place est la suivante : à partir de l'observation $y(t)$ de la machine réalisée à l'instant t, et de la valeur de $\pi(t-1)$ obtenue à l'instant $t-1$, on calcule la valeur de $\pi(t)$. On compare ensuite cette valeur de $\pi(t)$ avec π^* :

- si $\pi(t) \geq \pi^*$, le test conclut que la machine est dans un état de fonctionnement normal (état 0) ;
- si $\pi(t) < \pi^*$, le test conclut que la machine est dans un état de fonctionnement altéré (état 1) et qu'il faut la réparer.

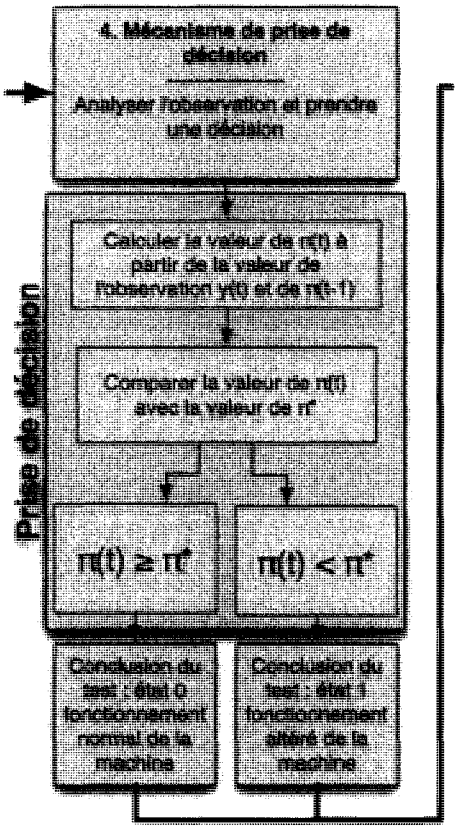


Figure 2.3 : Modélisation du mécanisme de prise de décision de la méthode HMM

2.3.3 PHM

Pour la méthode PHM, les paramètres spécifiques supplémentaires définis lors de l'étape 1 sont les suivants :

- d^* : valeur plafond de la fonction de hasard $h(t)$ au-dessus de laquelle on décide de réparer la machine ;
- η et β : paramètres de la fonction de hasard de Weibull $h_0(t)$ définie par $h_0(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1}$;
- $W(\eta,\beta)$: variable aléatoire représentant la distribution des pannes, ayant pour densité de probabilité la fonction de hasard de Weibull $h_0(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1}$;
- γ : coefficient multiplicateur de l'observation $y(t)$ dans la fonction de hasard $h(t) = h_0(t).\exp(\gamma.y(t))$.

La spécificité de cette méthode PHM est qu'elle utilise une loi de défaillance obtenue grâce à l'existence d'un historique des pannes de la machine. Il faut donc intégrer à la simulation la possibilité que la machine tombe en panne. Pour prendre en compte ces pannes aléatoires, on génère une durée de vie notée T grâce à la variable aléatoire $W(\eta,\beta)$ au début de chaque séquence (c'est-à-dire dès que l'on a réparé la machine et qu'elle est remise en service). Si, au cours d'une séquence, la machine fonctionne au-delà de cette durée de vie T définie au début de la séquence, on arrête la séquence. On suppose que la machine tombe en panne et que l'on réalise immédiatement les opérations de maintenance quelle que soit l'observation réalisée. Aucun compteur n'est incrémenté, car aucun test n'a été effectué.

Tant que la durée de vie T n'est pas atteinte, la démarche mise en place est la suivante : à partir de l'observation $y(t)$ réalisée à l'instant t, on calcule la valeur de $h(t)$. On compare cette valeur de $h(t)$ avec d^* :

- si $h(t) \leq d^*$, le test conclut que la machine est dans un état de fonctionnement normal (état 0) ;
- si $h(t) > d^*$, le test conclut que la machine est dans un état de fonctionnement altéré (état 1) et qu'il faut la réparer.

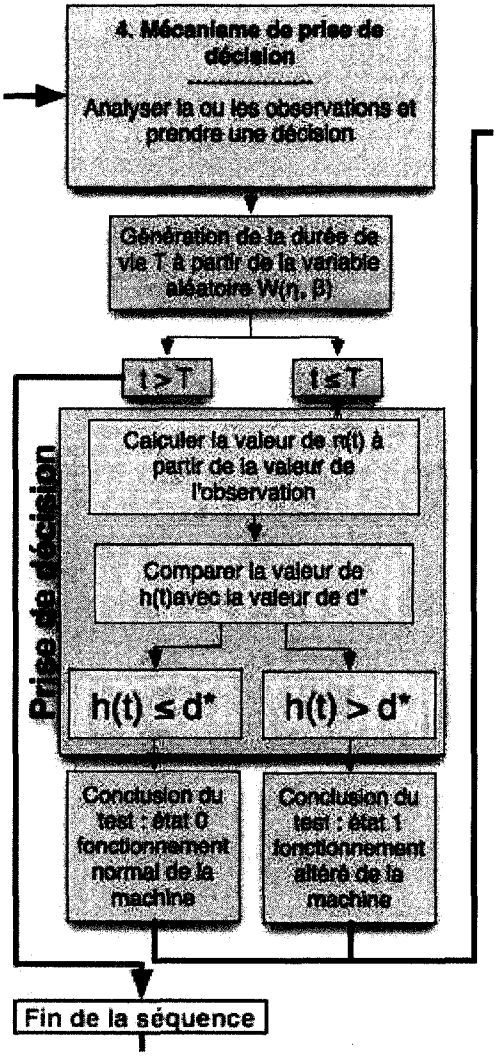


Figure 2.4 : Modélisation du mécanisme de prise de décision de la méthode PHM

2.4 Cadre de la simulation

Pour parvenir à simuler le système tel qu'il a été présenté précédemment, certaines hypothèses ont été faites.

Tout d'abord, le temps est considéré comme discret. En effet, il est supposé que les observations effectuées sur les machines sont réalisées à intervalle de temps régulier, et non pas en continu. Cette hypothèse n'est pas particulièrement forte, car c'est une situation que l'on rencontre souvent dans la pratique.

Ensuite, pour les méthodes HMM et PHM, il est nécessaire pour évaluer les valeurs respectives de π^* et d^* d'utiliser la programmation dynamique. Ces étapes requièrent notamment la connaissance des coûts liés aux fonctionnements normal et altéré des machines. Les conclusions de ce travail se voulant générales, il a été choisi de ne pas prendre en compte l'évaluation de ces paramètres. Une série d'expériences, dont le détail est donné dans le chapitre 3, a été effectuée afin de choisir des valeurs de π^* et d^* permettant de minimiser les valeurs des taux d'erreurs p_1 et p_2 et du taux de décisions correctes P_c.

De plus, le système considéré prend en compte deux états pour les machines : un état de fonctionnement normal et un état de fonctionnement dégradé. Dans l'état de fonctionnement dégradé, la machine continue à produire : on ne peut donc pas constater visuellement la panne. C'est pour cela qu'on fait appel aux indicateurs. On suppose donc que la machine continue à produire dans ces deux états, fonctionnement normal et fonctionnement altéré, et que la réparation est ordonnée avant que la machine ne cesse de fonctionner.

Il est également supposé que les paramètres étudiés ne sont pas en interaction.

Concernant les variables aléatoires Y_0, Y_1 et E_{bruit} servant à générer les observations, on suppose que leurs distributions suivent des lois normales, dont les paramètres sont connus et sont notés respectivement μ_0, μ_1 et μ_{bruit} pour les moyennes et σ_0, σ_1 et σ_{bruit} pour les écarts types. Cette hypothèse n'est pas très forte, car dans la pratique, on rencontre souvent des distributions de type normal, et lorsque ce n'est pas le cas il est possible d'appliquer le théorème central limite pour se ramener à une distribution normale si l'on dispose de plusieurs observations.

Enfin, il a été choisi de traduire le changement d'état de la machine, de son état de fonctionnement normal (état 0) vers son état de fonctionnement altéré (état 1), uniquement par un décalage δ de la moyenne de la distribution des observations. On suppose en effet que l'écart type de la distribution des observations reste inchangé lorsque la machine change d'état. On a donc $\mu_1 = \mu_0 + \delta$ et $\sigma = \sigma_1 = \sigma_0$, avec μ_0 et μ_1, et σ_0 et σ_1, les moyennes et écarts types respectifs des distributions associées aux variables aléatoires Y_0 et Y_1.

CHAPITRE 3 : CHOIX DES NIVEAUX DES PARAMÈTRES ET PLAN D'EXPÉRIENCES

Cette étude a pour but d'étudier l'impact de chaque paramètre des méthodes de prise de décision sur les résultats des méthodes de prise de décision, et notamment sur leurs sensibilités[1] $1-p_2$ et leurs spécificités[2] $1-p_1$. Elle a été menée de manière à réduire les temps de calcul des programmes informatiques, tout en conservant une bonne fiabilité des résultats. D'un côté, la réduction du temps de calcul s'est faite grâce à une réduction du nombre d'expériences à réaliser. De l'autre côté, la fiabilité des résultats est assurée par une large plage de variation des paramètres, permettant de couvrir le maximum de situations possibles.

3.1 Niveaux des paramètres

Chaque paramètre a été étudié afin de choisir les niveaux de paramètres les plus adéquats. Pour chaque paramètre, deux niveaux sont proposés : un niveau bas et un niveau haut.

3.1.1 Paramètres communs fixes

Dans les trois méthodes, on retrouve plusieurs paramètres qui sont invariables au cours des différentes simulations. Il s'agit des paramètres suivants :

- q : nombre de répétitions de chaque expérience ;
- N : nombre de séquences dans chaque expérience ;
- m : nombre maximal de prises de décision par séquence, c'est-à-dire au bout duquel on réalise la maintenance quel que soit l'état de fonctionnement de la machine ;

---

[1] Sensibilité : cela désigne la proportion de fonctionnements altérés étant correctement identifiés par un test

[2] Spécificité : cela désigne la proportion de fonctionnements normaux étant correctement identifiés par un test

- μ_0 : moyenne de la distribution des observations dans le cas où la machine se trouve dans l'état de fonctionnement normal (état 0), correspondant à la variable aléatoire Y_0 ;
- μ_{bruit} : moyenne de la distribution des bruits, correspondant à la variable aléatoire E_{bruit}.

3.1.1.1 Le paramètre q

Le paramètre q a été fixé à la valeur $q = 5$. Cette valeur a été choisie de manière empirique : elle permet d'obtenir une population de données acceptable tout en limitant le temps de calcul. Chaque expérience est donc répétée 5 fois.

3.1.1.2 Le paramètre N

Pour choisir la valeur du paramètre N, des tests de convergence ont été réalisés afin de trouver une valeur de N permettant d'être dans un état stationnaire. Ces tests sont les suivants : pour chaque résultat calculé (le taux de faux positifs p_1, le taux de faux négatifs p_2 et le taux de décisions correctes P_c) et pour chaque méthode (SPC, HMM et PHM), on a répété cinq fois les expériences réalisées avec différentes valeurs de N. Les graphiques suivants montrent, pour chaque valeur de N testée (en abscisse), les résultats des cinq expériences successives. Les graphiques ont été lus horizontalement et verticalement. La lecture horizontale montre que la moyenne des données est stable, et la lecture verticale montre que l'écart type diminue lorsque la valeur du paramètre N augmente. On peut remarquer que plus la valeur de N augmente, plus les résultats (taux p_1, p_2 et P_c) obtenus sont proches et plus la variation absolue[3] entre les résultats diminue. La valeur $N = 3000$ permet d'obtenir une variation des résultats inférieure à ±5% pour tous les résultats et toutes les méthodes, tout en assurant un temps de calcul

---

[3] Soit $x_i, i \in [1,5]$ la succession de 5 résultats d'une même expérience. La variation absolue de ces résultats est $V_a = Max(x_i, i = 1..5) - Min(x_i, i = 1..5)$

convenable. On a donc choisi $N = 3000$. Les résultats obtenus sont présentés ci-dessous et les valeurs détaillées sont fournies dans l'annexe A.

Pour la méthode SPC, le jeu de paramètres des expériences est le suivant :

Tableau 3.1 : Conditions expérimentales - étude de N avec la méthode SPC

q	m	λ	μ_0	δ	σ	μ_{bruit}	σ_{bruit}	k	n
5	500	0,2	10	1	0,6	0	0,2	3	10

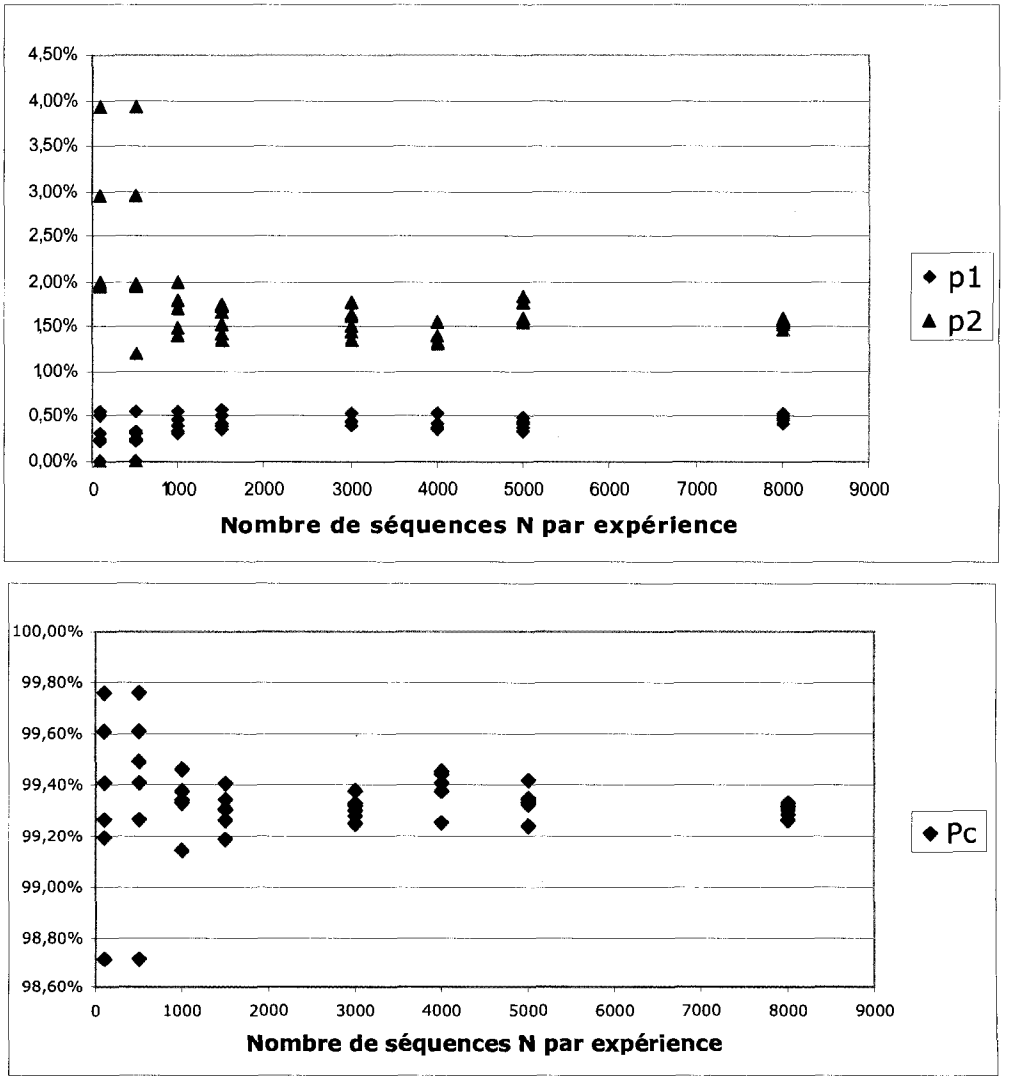
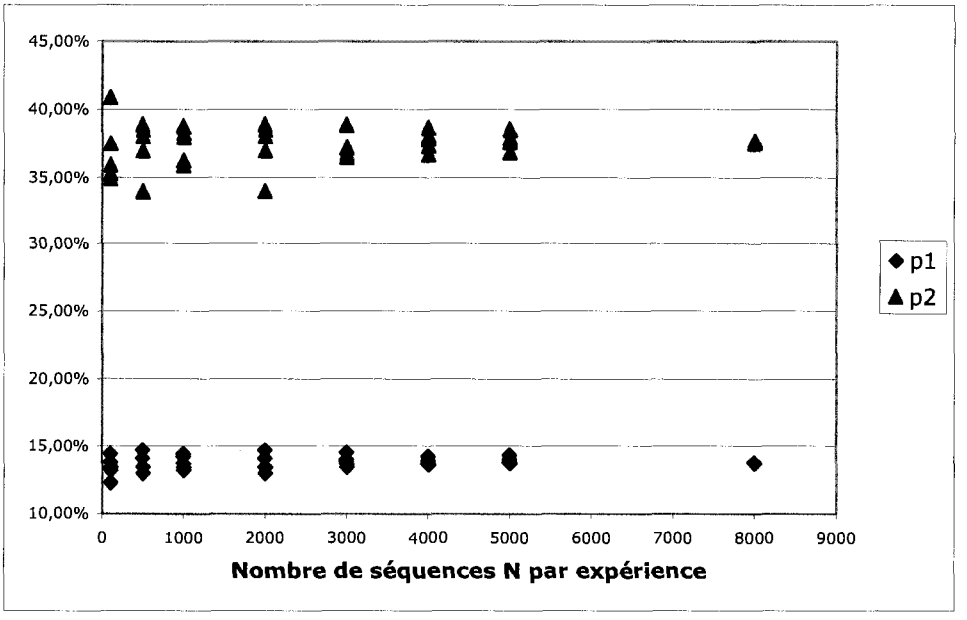


Figure 3.1 : Évolution de p_1, p_2 et P_c en fonction du nombre d'expériences N pour la méthode SPC

Pour la méthode HMM, le jeu de paramètres des expériences est le suivant :

Tableau 3.2 : Conditions expérimentales - étude de N avec la méthode HMM

q	m	λ	μ_0	δ	σ	μ_{bruit}	σ_{bruit}	π^*
5	500	0,2	10	1	0,6	0	0,2	0,6



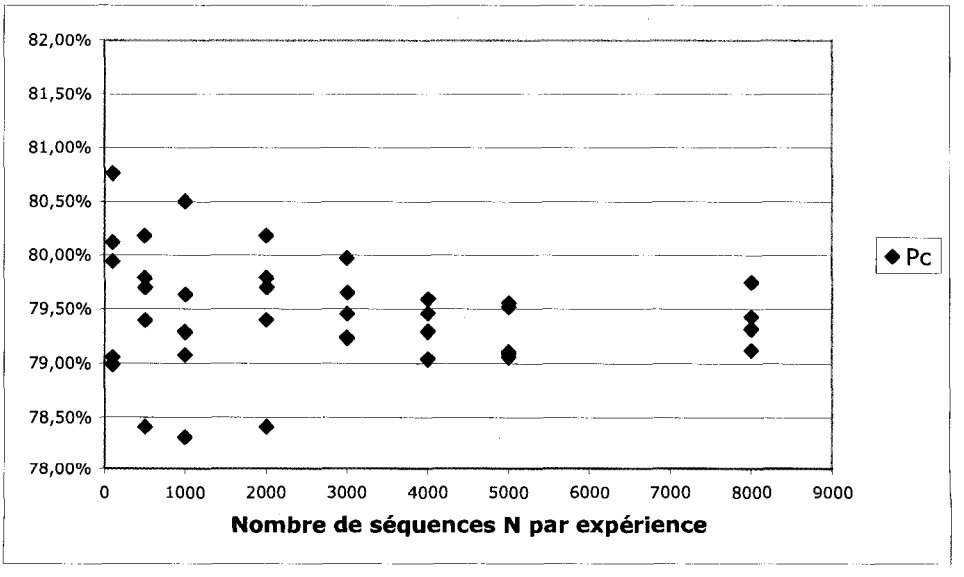
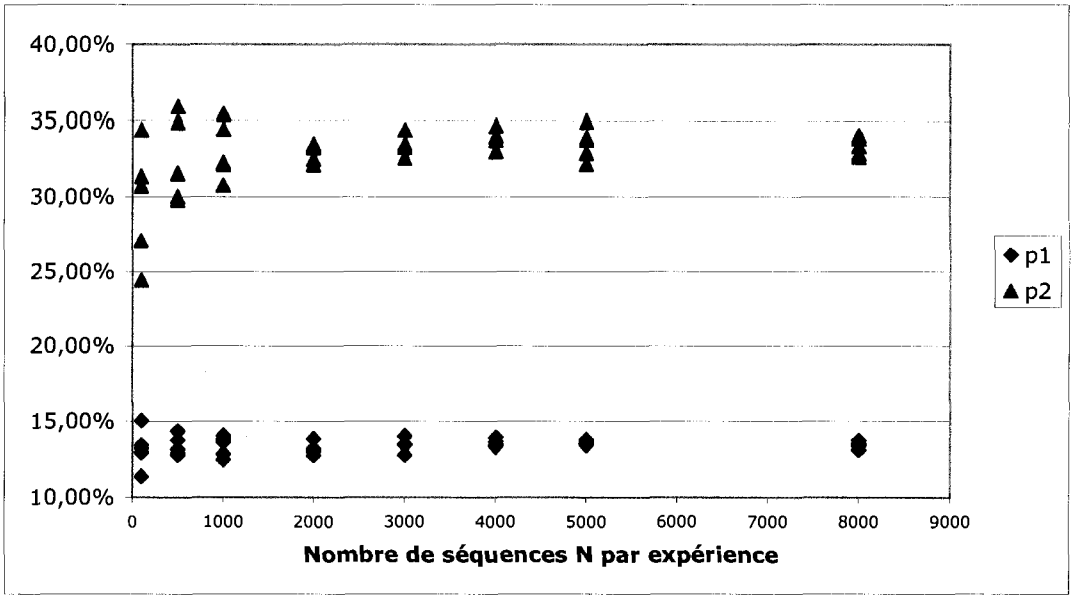


Figure 3.2 : Évolution de p_1, p_2 et P_c en fonction du nombre d'expériences N pour la méthode HMM

Pour la méthode HMM, le jeu de paramètres des expériences est le suivant :

Tableau 3.3 : Conditions expérimentales - étude de N avec la méthode PHM

q	m	λ	μ_0	δ	σ	μ_{bruit}	σ_{bruit}	d*
5	500	0,2	10	1	0,6	0	0,2	0,5



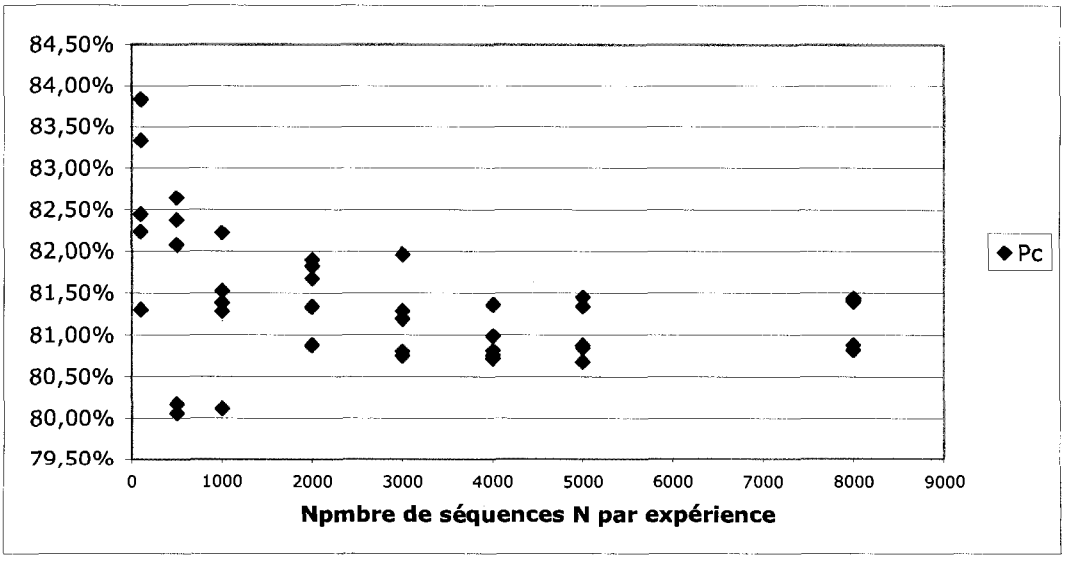


Figure 3.3 : Évolution de p_1, p_2 et P_c en fonction du nombre d'expériences N pour la méthode PHM

3.1.1.3 Le paramètre m

De plus, à cause d'une contrainte de programmation, il est nécessaire de fixer un nombre maximal de prises de décision, au bout duquel on répare la machine quel que soit l'état de fonctionnement de la machine. Ce nombre a été fixé à $m = 500$ prises de décision. Cette valeur a été choisie de manière à éviter au maximum qu'une séquence atteigne m décisions. En effet, si la probabilité λ de transition de l'état de fonctionnement normal vers l'état de fonctionnement altéré est de 10% ($\lambda = 0.1$), alors la probabilité pour que la machine soit toujours dans l'état de fonctionnement normal au bout de $m = 500$ prises de décision vaut $(1-\lambda)^m = (1-0.1)^{500} = 1.32 \times 10^{-23}$. Si la probabilité de rester dans l'état 0 est de 1.32×10^{-23} au bout de 500 observations, alors la probabilité de détecter ce non-changement est encore plus faible. Cette valeur est suffisamment faible pour que, dans une grande majorité des séquences, un dysfonctionnement de la machine (c'est-à-dire son passage de l'état de fonctionnement normal vers l'état de fonctionnement altéré) survienne avant la 500ème prise de décision et qu'on puisse détecter ce dysfonctionnement.

3.1.1.4 Les paramètres μ_0 et μ_{bruit}

Deux paramètres communs fixes restent à définir. Il s'agit de la moyenne μ_0 de la distribution des observations correspondant à la variable aléatoire Y_0, c'est-à-dire lorsque la machine est dans un état de fonctionnement normal. Cette valeur est totalement arbitraire, car d'une part c'est la valeur de l'écart entre les moyennes des distributions Y_0 et Y_1 que l'on fait varier dans les expériences, et d'autre part les observations issues d'une distribution normale sont en réalité générées à partir d'une distribution normale centrée réduite. On a donc choisi $\mu_0 = 10$.

Enfin, la moyenne μ_{bruit} de la distribution des bruits correspondant à la variable aléatoire est nulle par définition d'un bruit : $\mu_{bruit} = 0$.

Le choix des paramètres étudiés ci-dessus est donc le suivant :

Tableau 3.4 : Valeurs choisies pour les paramètres fixes des expériences

q	N	m	μ_0	μ_{bruit}
5	3000	500	10	0

3.1.2 Paramètres communs variables

Dans les trois méthodes, on retrouve plusieurs paramètres qui varient au cours des différentes simulations. Il s'agit des paramètres suivants :

- λ : c'est la probabilité de transition de l'état de fonctionnement normal de la machine vers l'état de fonctionnement altéré, entre deux observations successives ;
- δ : c'est la valeur du décalage de la moyenne des observations résultant du changement d'état de la machine. On a donc $\mu_1 = \mu_0 + \delta$, avec μ_0 et μ_1 les moyennes respectives des distributions des variables aléatoires Y_0 et Y_1 ;
- σ : c'est l'écart type des distributions des observations associées aux variables aléatoires Y_0 et Y_1. Il a été choisi de conserver une valeur commune pour l'écart type des deux distributions des observations : $\sigma = \sigma_0 = \sigma_1$;
- σ_{bruit} : c'est l'écart type de la distribution des bruits perturbant les observations associée à la variable aléatoire E_{bruit}.

3.1.2.1 Le paramètre λ

Le choix des niveaux de la probabilité de transition λ résulte d'un compromis. En effet, cette probabilité de transition doit être suffisamment élevée pour limiter les temps de calcul des simulations : plus λ est élevé, plus la machine passera rapidement de l'état de fonctionnement normal vers l'état de fonctionnement altéré, plus la probabilité de détecter le changement d'état et de réaliser les opérations de maintenance sera élevée. Cependant, une valeur trop élevée de la probabilité de transition λ signifie que la machine observée n'est pas très robuste et se trouve très souvent dans un état de

fonctionnement dégradé. Les expériences réalisées ont montré qu'une valeur de λ inférieure à 10% entraîne des temps de calcul trop importants. De plus, il n'est pas envisageable d'utiliser une machine ayant plus de 30% de chance d'avoir un dysfonctionnement entre deux inspections ($\lambda < 0.3$) dans le cadre de la maintenance conditionnelle. Les niveaux choisis pour le paramètre λ sont donc :

$$\lambda_{\min} = 0.1 \text{ et } \lambda_{\max} = 0.3$$

3.1.2.2 Le paramètre δ

Le choix des niveaux du décalage δ entre les moyennes des observations dans un cas de fonctionnement normal (état 0) et dans un cas de fonctionnement altéré (état 1) a été arbitraire. Il a été choisi que, lors du changement d'état, la moyenne des observations $\mu_0 = 10$ augmente de 10% pour le niveau bas. On a donc $\delta_{\min} = 0.1 \times \mu_0 = 1$. Le niveau haut a été choisi en augmentant de 50% la valeur du niveau bas $\delta_{\min} = 1$: on a donc $\delta_{\max} = 1.5 \times \delta_{\min} = 1.5$. Les niveaux choisis pour le paramètre δ sont donc :

$$\delta_{\min} = 1 \text{ et } \delta_{\max} = 1.5$$

3.1.2.3 Le paramètre σ

Le choix des niveaux de l'écart type σ des distributions des variables aléatoires Y_0 et Y_1 a été fait à partir du choix des niveaux du décalage δ entre les moyennes. En effet, plus l'écart type σ des distributions est petit par rapport au décalage δ entre les moyennes, plus il est facile d'identifier la distribution dont est issue l'observation. Les paramètres σ et δ ont deux niveaux chacun : quatre combinaisons distinctes de leurs niveaux sont possibles :

- $\sigma_{\min}$ et $\delta_{\min}$;
- $\sigma_{\max}$ et $\delta_{\min}$;
- $\sigma_{\min}$ et $\delta_{\max}$;
- $\sigma_{\max}$ et $\delta_{\max}$.

Un critère, établi de manière empirique, a été défini pour évaluer la facilité de distinction des observations issues des deux distributions. Ce critère empirique est le suivant : on distingue aisément les observations issues de deux distributions normales lorsque l'écart entre les moyennes des deux distributions est supérieur à la somme des écarts types des deux distributions.

Les niveaux de σ ont donc été choisis de sorte que dans les quatre combinaisons possibles entre les niveaux de σ et de δ, ce critère soit respecté dans certains cas et pas respecté dans d'autres cas. Dans cette étude, l'écart entre les moyennes des distributions est noté δ, et la somme des écarts types des distributions vaut $\sigma_0 + \sigma_1 = 2\sigma$.

Les deux niveaux de δ sont $\delta_{\min} = 1$ et $\delta_{\max} = 1.5$. Dès lors, en choisissant $\sigma_{\min} = 0.6$ et $\sigma_{\max} = 0.9$, on a :

Tableau 3.5 : Combinaisons possibles des niveaux de σ et de δ

	$\sigma = 0.6$	**$\sigma = 0.9$**
$\delta = 1$	$\delta < 2\sigma$ Le critère n'est pas respecté	$\delta < 2\sigma$ Le critère n'est pas respecté
$\delta = 1.5$	$\delta > 2\sigma$ **Le critère est respecté**	$\delta < 2\sigma$ Le critère n'est pas respecté

Les quatre graphiques ci-dessous montrent le chevauchement des densités de probabilité des variables aléatoires Y_0 et Y_1 selon les niveaux de σ et de δ. On peut effectivement remarquer qu'il n'y a que dans le graphique en bas à droite, à savoir lorsque $\delta = 1.5$ et $\sigma = 0.6$, que les courbes des densités de probabilité des variables aléatoires Y_0 et Y_1 ne se chevauchent pas trop.

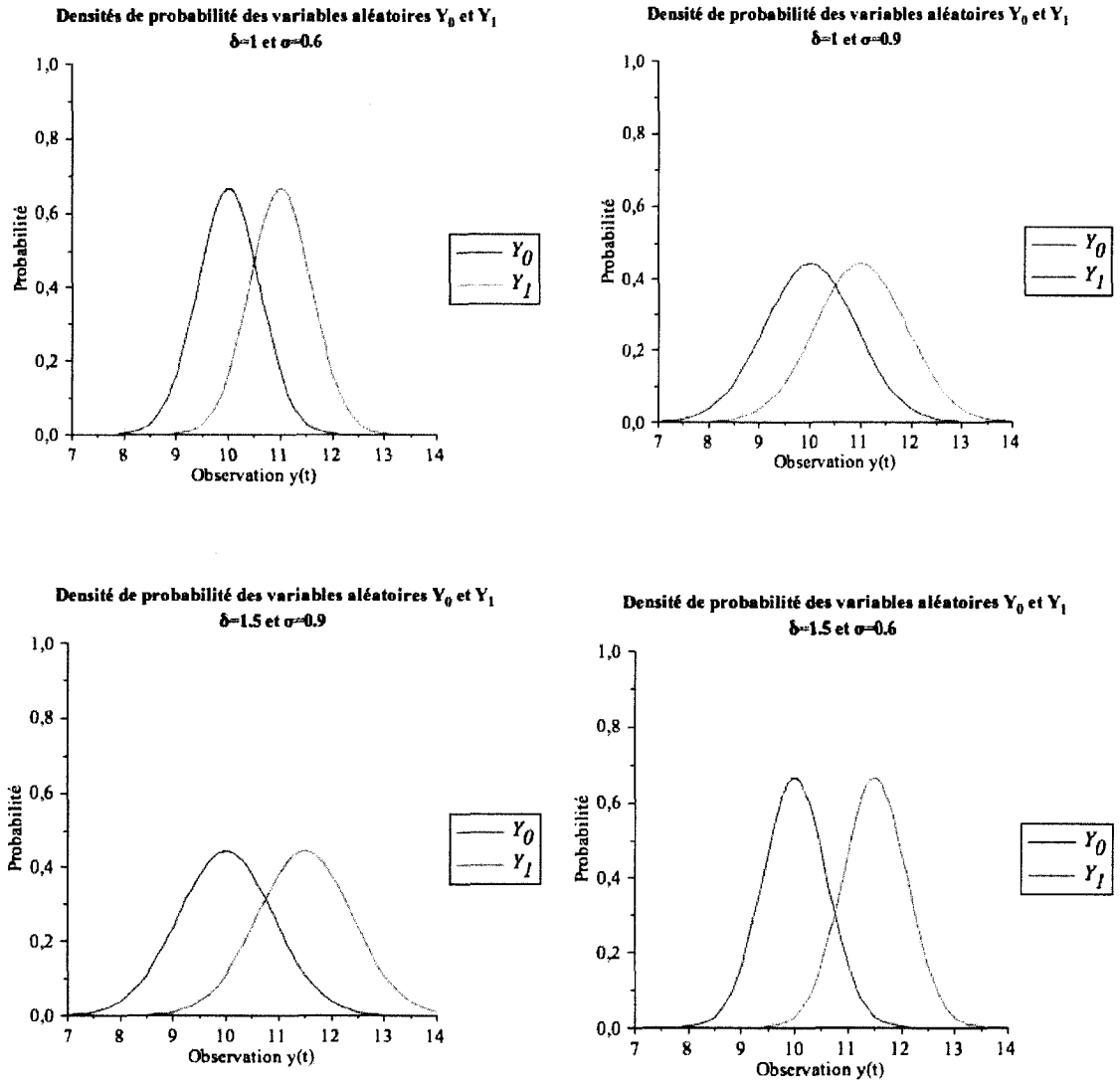


Figure 3.4 : Densités de probabilité des variables aléatoires Y_0 et Y_1 en fonction de niveaux de σ et de δ

Les niveaux choisis pour le paramètre σ sont donc :

$$\sigma_{\min} = 0.6 \text{ et } \sigma_{\max} = 0.9$$

3.1.2.4 Le paramètre σ_{bruit}

Le paramètre σ_{bruit} est l'écart type de la distribution des bruits associée à la variable aléatoire E_{bruit}. Pratiquement, si un indicateur est choisi, c'est qu'il reflète l'état de fonctionnement de la machine. Les informations qu'il fournit sont exploitables. On en déduit qu'il n'est pas trop perturbé par le bruit, sinon il n'aurait pas été choisi. Il a été remarqué expérimentalement que le bruit ne perturbe pas trop les observations si l'écart type σ_{bruit} de la distribution des bruits n'est pas plus grand que la moitié de l'écart type σ des distributions des observations.

Le niveau haut de σ_{bruit} choisi est $\sigma_{bruit\,\max} = 0.2 < \frac{\sigma_{\min}}{2} = 0.3$. Le niveau bas de σ_{bruit} choisi est $\sigma_{bruit\,\min} = 0.1$.

Afin de vérifier que le choix des niveaux de σ_{bruit} est pertinent, des expériences ont été réalisées en utilisant un autre jeu de niveaux pour σ_{bruit}, à savoir $\sigma_{bruit\,\min} = 0$ et $\sigma_{bruit\,\max} = 0.5$. La simulation de ces expériences a fourni les valeurs des taux p_1, p_2 et P_c pour chaque méthode, et pour les deux jeux de niveaux. Une analyse paramétrique a été réalisée pour chacun de ces taux. Ces analyses paramétriques nous fournissent plusieurs résultats, disponibles pour chaque taux (p_1, p_2 et P_c) et pour chaque méthode (SPC,HMM et PHM). Parmi eux on s'intéresse à :

- La p-value du test individuel : l'analyse paramétrique réalise plusieurs tests. Le test global permet de vérifier si au moins un des paramètres a un effet significatif sur les résultats. Ce test est validé en général si on obtient une p-value du test basé sur la distribution de Fisher inférieure à 0.01. Si ce test est validé, ce qui est toujours le cas dans cette étude, on peut s'intéresser aux tests individuels. Les tests individuels évaluent pour chaque paramètre s'il est significatif, c'est-à-dire s'il contribue à la variation du résultat. Il a été choisi que ces tests sont

significatifs si on obtient une p-value du test basé sur la distribution de Student inférieure à 0.01 ;

- l'effet différentiel : c'est l'impact qu'a la variation du niveau d'un paramètre sur un des résultats. Par exemple si l'effet différentiel de λ sur le taux de faux positifs p_1 est de $+5\%$, alors le changement de niveau de λ, du niveau bas vers le niveau haut entraîne une augmentation de 5% de la valeur de p_1.

La lecture des résultats se fait de la manière suivante. Tout d'abord, on regarde les p-value de chaque paramètre, pour chaque méthode et pour chaque jeu de niveaux de σ_{bruit}. Les tests dont la p-value est inférieure à 0.01 sont considérés comme significatifs.

Les résultats montrent qu'utiliser le jeu de paramètre $\sigma_{bruit\,\min} = 0$ et $\sigma_{bruit\,\max} = 0.5$ n'entraînent pas de modifications importantes des résultats. En effet, la variation de l'effet différentiel est faible entre les deux jeux de niveaux. De plus, si l'on regarde le résultat p_1 de la méthode SPC, on a démontré dans la section 1.3.1 que le paramètre k est le plus influent : ce résultat apparaît en utilisant le jeu de niveaux $\sigma_{bruit\,\min} = 0.1$ et $\sigma_{bruit\,\max} = 0.2$, mais n'est pas aussi marqué si l'on utilise le jeu de niveaux $\sigma_{bruit\,\min} = 0$ et $\sigma_{bruit\,\max} = 0.5$. Si le jeu de niveaux $\sigma_{bruit\,\min} = 0$ et $\sigma_{bruit\,\max} = 0.5$ prend en compte plus de situations, il entraînent cependant trop de perturbations dans l'analyse, et cela masque les résultats importants. Le choix du jeu de niveaux $\sigma_{bruit\,\min} = 0.1$ et $\sigma_{bruit\,\max} = 0.2$ pour le paramètre σ_{bruit} est raisonnable.

Cependant, on en déduit qu'il faut faire attention à ce que les observations ne soient pas trop perturbées, car le bruit peut détériorer facilement la robustesse des méthodes de prise de décision.

Les conclusions de l'étude comparative montrent donc qu'une plage de variation du facteur σ_{bruit} plus large que $\sigma_{bruit\,\min} = 0.1$ et $\sigma_{bruit\,\max} = 0.2$ ne modifie pas les résultats des analyses paramétriques. Les niveaux choisis pour le paramètre σ_{bruit} sont donc :

$$\sigma_{bruit\,\min} = 0.1 \text{ et } \sigma_{bruit\,\max} = 0.2$$

Les résultats de l'étude comparative sont présentés ci-dessus pour les trois méthodes (SPC, HMM et PHM) et pour les trois taux étudiés (p_1, p_2 et P_c).

Tableau 3.6 : Variation des effets différentiels[4] des paramètres en fonction des niveaux de σ_{bruit} - SPC

SPC	Paramètres	Niveau bas	Niveau haut	σ_{bruit} niveau bas = 0.1 niveau haut = 0.2		σ_{bruit} niveau bas = 0 niveau haut = 0.5		Variation de l'effet différentiel
				Effet différentiel	p-value	Effet différentiel	p-value	
p_1	*Intercept*			*0,77%*	*<0,001*	*1,34%*	*<0,001*	*0,57%*
	λ	0,1	0,3	0,03%	0,040	0,10%	0,452	0,07%
	δ	1	1,5	0,01%	0,400	-0,17%	0,203	-0,18%
	σ	0,6	0,9	-0,06%	<0,001	-0,22%	0,101	-0,16%
	σ_{bruit}	-	-	0,09%	<0,001	0,33%	0,014	0,24%
	k	2,5	3,5	-0,70%	<0,001	-0,73%	<0,001	-0,03%
	n	2	20	0,01%	0,588	0,50%	<0,001	0,49%
p_2	*Intercept*			*33,55%*	*<0,001*	*32,39%*	*<0,001*	*-1,16%*
	λ	0,1	0,3	-1,49%	0,289	-2,38%	0,146	-0,90%
	δ	1	1,5	-7,61%	<0,001	-8,29%	<0,001	-0,68%
	σ	0,6	0,9	7,61%	<0,001	8,20%	<0,001	0,59%
	σ_{bruit}	-	-	-3,11%	0,028	-4,43%	0,008	-1,32%
	k	2,5	3,5	7,32%	<0,001	8,51%	<0,001	1,20%
	n	2	20	-32,60%	<0,001	-31,25%	<0,001	1,35%
P_c	*Intercept*			*81,76%*	*<0,001*	*82,18%*	*<0,001*	*0,42%*
	λ	0,1	0,3	-6,09%	<0,001	-5,74%	0,001	0,34%
	δ	1	1,5	7,44%	<0,001	7,34%	<0,001	-0,10%
	σ	0,6	0,9	-6,07%	<0,001	-5,73%	0,001	0,33%
	σ_{bruit}	-	-	0,62%	0,711	1,29%	0,439	0,67%
	k	2,5	3,5	-7,76%	<0,001	-8,06%	<0,001	-0,31%
	n	2	20	17,50%	<0,001	16,23%	<0,001	-1,27%

[4] L'effet différentiel est la variation provoquée par le changement de niveau d'un paramètre sur un résultat

Tableau 3.7 : Variation des effets différentiels des paramètres en fonction des niveaux de σ_{bruit} - HMM

HMM	Paramètres	Niveau bas	Niveau haut	σ_{bruit} niveau bas = 0.1 niveau haut = 0.2		σ_{bruit} niveau bas = 0 niveau haut = 0.5		Variation de l'effet différentiel
				Effet différentiel	p-value	Effet différentiel	p-value	
p_1	*Intercept*			*14,19%*	*<0,001*	*14,51%*	*<0,001*	*0,32%*
	λ	0,1	0,3	8,56%	<0,001	7,33%	<0,001	-1,23%
	δ	1	1,5	-2,23%	0,004	-2,63%	<0,001	-0,40%
	σ	0,6	0,9	1,69%	0,028	2,21%	<0,001	0,51%
	σ_{bruit}	-	-	-0,95%	0,214	0,76%	0,054	1,71%
	n*	0,5	0,65	3,32%	<0,001	4,11%	<0,001	0,79%
p_2	*Intercept*			*41,11%*	*<0,001*	*41,66%*	*<0,001*	*0,55%*
	λ	0,1	0,3	-5,09%	<0,001	-4,68%	<0,001	0,41%
	δ	1	1,5	-4,83%	<0,001	-4,25%	<0,001	0,58%
	σ	0,6	0,9	3,87%	<0,001	3,77%	<0,001	-0,11%
	σ_{bruit}	-	-	0,64%	0,153	1,28%	0,003	0,63%
	n*	0,5	0,65	-2,20%	<0,001	-2,87%	<0,001	-0,67%
p_c	*Intercept*			*79,82%*	*<0,001*	*78,84%*	*<0,001*	*-0,98%*
	λ	0,1	0,3	-7,08%	<0,001	-6,90%	<0,001	0,18%
	δ	1	1,5	3,18%	<0,001	3,14%	<0,001	-0,04%
	σ	0,6	0,9	-3,10%	<0,001	-2,59%	<0,001	0,51%
	σ_{bruit}	-	-	-0,14%	0,473	-1,13%	<0,001	-0,98%
	n*	0,5	0,65	-1,82%	<0,001	-1,61%	<0,001	0,21%

Tableau 3.8 : Variation des effets différentiels des paramètres en fonction des niveaux de σ_{bruit} - PHM

PHM	Paramètres	Niveau bas	Niveau haut	σ_{bruit} niveau bas = 0.1 niveau haut = 0.2		σ_{bruit} niveau bas = 0 niveau haut = 0.5		Variation de l'effet différentiel
				Effet différentiel	p-value	Effet différentiel	p-value	
p_1	*Intercept*			*19,28%*	*<0,001*	*20,21%*	*<0,001*	*0,93%*
	λ	0,1	0,3	-1,16%	<0,001	-1,22%	<0,001	-0,05%
	δ	1	1,5	-0,08%	0,213	0,02%	0,752	0,10%
	σ	0,6	0,9	2,19%	<0,001	2,03%	<0,001	-0,16%
	σ_{bruit}	-	-	0,09%	0,153	1,18%	<0,001	1,10%
	d*	0,4	0,7	-15,19%	<0,001	-15,24%	<0,001	-0,06%
p_2	*Intercept*			*33,99%*	*<0,001*	*34,62%*	*<0,001*	*0,63%*
	λ	0,1	0,3	2,02%	<0,001	2,02%	<0,001	0,00%
	δ	1	1,5	-8,05%	<0,001	-7,97%	<0,001	0,08%
	σ	0,6	0,9	1,92%	<0,001	1,73%	<0,001	-0,19%
	σ_{bruit}	-	-	0,31%	0,491	0,97%	0,034	0,66%
	d*	0,4	0,7	21,95%	<0,001	21,20%	<0,001	-0,75%
p_c	*Intercept*			*73,16%*	*<0,001*	*72,39%*	*<0,001*	*-0,77%*
	λ	0,1	0,3	-2,95%	0,001	-2,81%	0,001	0,14%
	δ	1	1,5	3,72%	<0,001	3,56%	<0,001	-0,17%
	σ	0,6	0,9	-1,65%	0,048	-1,37%	0,097	0,28%
	σ_{bruit}	-	-	0,19%	0,820	-0,62%	0,448	-0,81%
	d*	0,4	0,7	2,93%	0,001	3,23%	<0,001	0,30%

3.1.3 Paramètres spécifiques à la méthode SPC

La méthode SPC possède deux paramètres spécifiques. Il s'agit de :

- k : c'est le nombre d'écarts types qui sépare les limites de contrôle de la moyenne des observations obtenues lorsque la machine est dans un état de fonctionnement normal ;
- n : c'est la taille de l'échantillon d'observations.

3.1.3.1 Le paramètre k

Ce paramètre k définit le nombre d'écarts types entre les limites de contrôles et la moyenne des observations obtenues lorsque la machine est dans un état de fonctionnement normal. La valeur de k varie entre 2.5 et 4.5, mais la valeur la plus communément utilisée est $k = 3$. Les niveaux choisis sont donc :

$$k_{\min} = 2.5 \text{ et } k_{\max} = 3.5.$$

3.1.3.2 Le paramètre n

Ce paramètre n correspond à la taille de l'échantillon d'observations. Les niveaux proposés sont $n_{\min} = 2$ et $n_{\max} = 20$. Afin de vérifier si cette plage de variation est pertinente, des expériences ont été réalisées avec une plage de variation plus large des niveaux de n, à savoir $n_{\min} = 2$ et $n_{\max} = 30$. Les résultats des analyses paramétriques montrent que la variation de l'effet différentiel de chaque paramètre vis-à-vis de chaque taux, entre les jeux de niveaux, est très faible. La plage de variation définie par $n_{\min} = 2$ et $n_{\max} = 20$ est donc satisfaisante.

Les niveaux choisis pour le paramètre n sont donc :

$$n_{\min} = 2 \text{ et } n_{\max} = 20.$$

Les résultats sont présentés ci-dessous :

Tableau 3.9 : Variation des taux p_1, p_2 et P_c en fonction des niveaux de n - SPC

SPC	Paramètres	Niveau bas	Niveau haut	n niveau bas = 2 niveau haut = 20		n niveau bas = 2 niveau haut = 30		Variation de l'effet différentiel
				Effet différentiel	p-value	Effet différentiel	p-value	
p_1	*Intercept*			*0,77%*	*<0,001*	*0,76%*	*<0,001*	*-0,01%*
	λ	0,1	0,3	0,03%	0,040	0,03%	0,072	0,00%
	δ	1	1,5	0,01%	0,400	0,00%	0,788	-0,01%
	σ	0,6	0,9	-0,06%	<0,001	-0,06%	<0,001	0,00%
	σ_{bruit}	0,1	0,2	0,09%	<0,001	0,09%	<0,001	0,01%
	k	2,5	3,5	-0,70%	<0,001	-0,70%	<0,001	0,00%
	n	-	-	0,01%	0,588	0,00%	0,993	-0,01%
p_2	*Intercept*			*33,55%*	*<0,001*	*33,11%*	*<0,001*	*-0,44%*
	λ	0,1	0,3	-1,49%	0,289	-1,13%	0,448	0,35%
	δ	1	1,5	-7,61%	<0,001	-7,17%	<0,001	0,44%
	σ	0,6	0,9	7,61%	<0,001	7,17%	<0,001	-0,44%
	σ_{bruit}	0,1	0,2	-3,11%	0,028	-2,67%	0,075	0,44%
	k	2,5	3,5	7,32%	<0,001	6,96%	<0,001	-0,36%
	n	-	-	-32,60%	<0,001	-33,04%	<0,001	-0,44%
P_c	*Intercept*			*81,76%*	*<0,001*	*81,82%*	*<0,001*	*0,06%*
	λ	0,1	0,3	-6,09%	<0,001	-6,12%	<0,001	-0,03%
	δ	1	1,5	7,44%	<0,001	7,39%	<0,001	-0,05%
	σ	0,6	0,9	-6,07%	<0,001	-6,01%	0,001	0,06%
	σ_{bruit}	0,1	0,2	0,62%	0,711	0,56%	0,739	-0,06%
	k	2,5	3,5	-7,76%	<0,001	-7,73%	<0,001	0,03%
	n	-	-	17,50%	<0,001	17,56%	<0,001	0,06%

3.1.4 Paramètre spécifique à la méthode HMM

Le seul paramètre spécifique à la méthode HMM est le paramètre π^*. Ce paramètre joue un rôle majeur dans la méthode HMM car sa valeur est la référence sur laquelle la prise de décision se base. En effet, dans la méthode HMM, après chaque observation, on calcule la nouvelle valeur de la probabilité $\pi(t)$ que la machine soit dans l'état de fonctionnement normal (en fonction de l'observation et de la valeur précédente de $\pi(t-1)$), et on la compare à π^*. Si $\pi(t) < \pi^*$, on décide de réparer la machine, sinon on la laisse fonctionner.

Une série d'expériences a été réalisée pour choisir la plage de variation de π^*. La plage choisie permet de minimiser les erreurs de prise de décisions. Dans ces expériences,

seule la valeur de π^* varie. Les autres paramètres expérimentaux fixes sont les suivants :

Tableau 3.10 : Conditions expérimentales lors de l'étude des niveaux de π^*

q	N	m	λ	μ_0	δ	σ	μ_{bruit}	σ_{bruit}
5	3000	500	0,2	10	1	0,5	0	0,1

Le graphique ci-dessous montre l'évolution de p_1, p_2 et P_c en fonction de la valeur de π^*. La constatation principale est que dès que $\pi^* > 0.8$, les valeurs des taux p_1, p_2 et P_c valent respectivement 100%, 0% et 20%. Ceci est dû à la manière dont est simulée la méthode HMM.

En effet, on a dès la première observation :

$$\pi(t=1) = \frac{(1-\lambda).\pi(t=0).f_{Y_0}(y(t=1))}{\pi(t=0).f_{Y_0}(y(t=1)) + (1-\pi(t=0)).f_{Y_1}(y(t=1))} = (1-\lambda) = 0.8$$

quelle que soit l'observation $y(t=1)$, car $\pi(t=0)=1$ et $\lambda = 0.2$. La probabilité d'être dans l'état de fonctionnement normal après la première période est donc dans tous les cas de 80% ($\pi(t=1) = 0.8$).

Or la probabilité seuil π^* est telle que $\pi^* > 0.8$: donc $\pi(t=1) = 0.8 < \pi^*$. Le premier et unique test conclut donc systématiquement en un fonctionnement altéré de la machine car $\pi(t=1) < \pi^*$.

Dès lors, seuls des cas de vrai positif et de faux positif sont rencontrés et on a les nombres de vrais négatifs a et de faux négatifs b sont égaux à zéro. De plus, la population de données étant importante, on a toujours $c \neq 0$ et $d \neq 0$. Les calculs de taux sont donc systématiquement $p_1 = \frac{c}{a+c} = 100\%$ et $p_2 = \frac{b}{b+d} = 0\%$. Les réponses ne sont donc pas liées aux observations dans cette situation.

Dès lors, il n'est pas possible d'étudier les cas extrêmes et dans de nombreuses situations cette méthode ne sera pas exploitable. En effet, la valeur de π^* est calculée à l'aide des

différents coûts liés à la maintenance. Ceci peut déboucher sur une valeur de π^* élevée. Pour éviter que l'on rencontre cette situation extrême, on devra alors augmenter considérablement la fréquence des observations afin de diminuer la valeur de la probabilité de transition λ entre deux observations, ce qui permettra de sortir de cette situation extrême où $\pi^* < 1-\lambda$ et où la méthode ne base plus ses décisions sur les observations. Une proposition pour pallier à ce problème serait de calculer la valeur de π^* non plus en cherchant à minimiser les coûts mais en cherchant à minimiser les erreurs. On remarque alors ici une faiblesse importante de la méthode HMM, qui peut s'avérer complètement inefficace dans certaines situations.

Cette contrainte due à la conception du modèle impose alors un niveau haut de π^* tel que $\pi^* < 1-\lambda_{max}$. Or la valeur maximale de λ est $\lambda_{max} = 0.3$. On a donc pour le niveau haut $\pi^* = 0.65 < 1-\lambda_{max} = 0.7$. Le niveau le plus bas envisageable est $\pi^* = 0.5$, car il correspond à 50% de chance que la machine soit dans l'état de fonctionnement normal. Les niveaux choisis sont donc :

$$\pi^*_{min} = 0.5 \text{ et } \pi^*_{max} = 0.65.$$

Les résultats numériques associés au graphique ci-dessous sont présentés en annexe B :

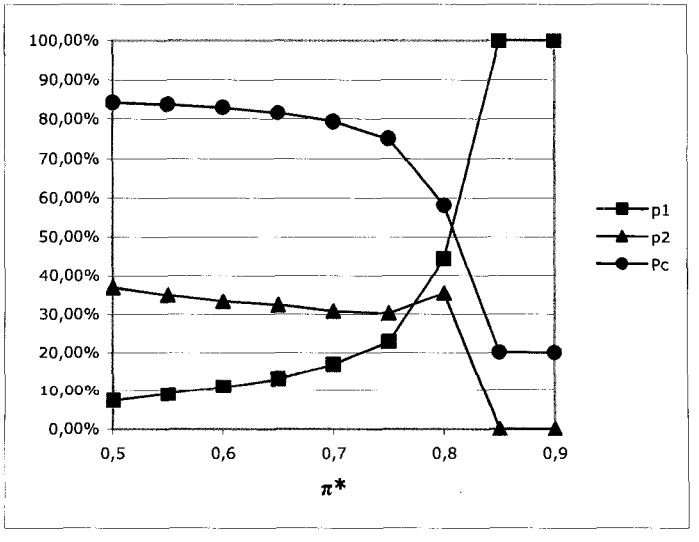


Figure 3.5 : Évolution des taux p_1, p_2 et P_c en fonction de π^*

3.1.5 Paramètre spécifique à la méthode PHM

Les paramètres η, β, et γ de la fonction de hasard sont issus d'un exercice traitant de la maintenance des systèmes. Les valeurs choisies sont fixes et valent :

$$\eta = 100\,,\ \beta = 1.2\,,\ \text{et}\ \gamma = 0.41$$

Le seul paramètre variable spécifique à la méthode PHM est le paramètre $d*$. Ce paramètre joue un rôle majeur dans la méthode PHM car sa valeur est la référence sur laquelle la prise de décision se base. En effet, dans la méthode PHM, après chaque observation, on calcule la nouvelle valeur de la fonction de hasard $h(t)$ et on la compare à $d*$. Si $h(t) \leq d*$, on laisse fonctionner la machine. Sinon on décide de la réparer.

Une série d'expériences a été réalisée pour choisir la plage de variation de $d*$. Dans ces expériences, seule la valeur de $d*$ varie. Les autres paramètres expérimentaux fixes sont les suivants :

Tableau 3.11 : Conditions expérimentales lors de l'étude des niveaux de $d*$

q	N	m	λ	μ_0	δ	σ	μ_{bruit}	σ_{bruit}
5	3000	500	0,2	10	1	0,5	0	0,1

Le graphique ci-dessous montre l'évolution des taux p_1, p_2 et P_c en fonction de la valeur de $d*$. On peut remarquer que le taux de décisions correctes P_c atteint son maximum à environ 85% pour une valeur de $d* \approx 0.5$. Les niveaux ont été choisis de sorte que le taux de décisions correctes P_c ne soit pas inférieur à 60%.

Les niveaux choisis pour le paramètre $d*$ sont donc :

$$d*_{\min} = 0.4 \text{ et } d*_{\max} = 0.7\,.$$

Ce graphique montre également qu'il serait possible de choisir la valeur de $d*$ non plus en fonction des coûts, mais en fonction d'un objectif de politique de maintenance spécifié en terme de taux d'erreurs ou de décisions correctes. Par exemple on peut chercher à maximiser le taux de décisions correctes P_c. Le graphique donne alors la valeur de $d*$ permettant d'atteindre cet objectif, sans se préoccuper du coût de la maintenance. Les courbes ci-dessous s'apparentent alors à des courbes d'efficacité, qui montrent les taux d'erreurs et de décisions correctes en fonction du paramètre $d*$.

Les résultats numériques associés au graphique ci-dessous sont présentés en annexe C.

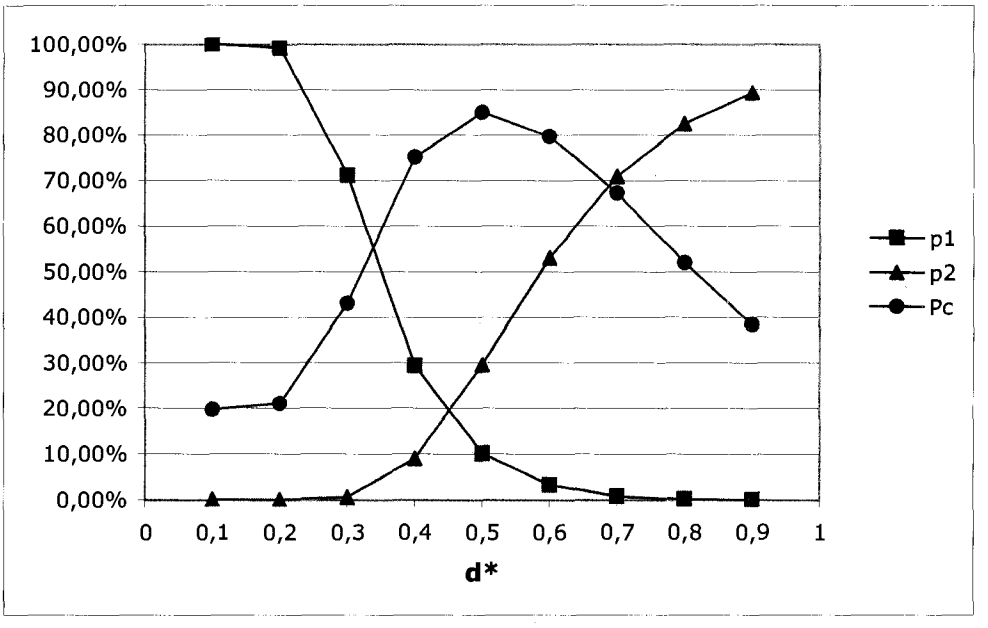


Figure 3.6 : Évolution des taux p_1, p_2 et P_c en fonction de $d*$

3.2 Tables de Taguchi

L'étude présentée porte sur trois méthodes de prise de décision, comportant plusieurs paramètres à deux niveaux. L'ensemble des configurations possibles de n paramètres à deux niveaux représente 2^n expériences. La méthode Taguchi définit des techniques de planification expérimentale qui permettent d'obtenir les mêmes résultats mais en réalisant un nombre d'expériences bien plus faible. En effet, là où il faut $2^6 = 64$ expériences pour simuler l'ensemble des configurations possibles pour un système composé de 6 paramètres à deux niveaux sans interaction, la méthode Taguchi permet de ne réaliser que 8 expériences.

Tous les paramètres pris en compte dans cette étude sont définis à deux niveaux. La méthode SPC dispose de 6 paramètres et les méthodes HMM et PHM disposent de 5 paramètres.

Pour de tels problèmes, la méthode Taguchi préconise d'organiser ses expériences selon la table de type $L_8(2^7)$ présentée ci-dessous :

Tableau 3.12 : Table de Taguchi $L_8(2^7)$

	Niveaux des paramètres						
Expérience	**Par1**	**Par2**	**Par3**	**Par4**	**Par5**	**Par6**	**Par7**
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

Les indices « 1 » et « 2 » représentent respectivement les niveaux bas et haut des paramètres Par1,..., Par7. La table ci-dessus se lit de la manière suivante : dans l'expérience 2, les paramètres Par1, Par2 et Par3 seront fixés au niveau 1 correspondant au niveau bas, et les paramètres Par4, Par5, Par6 et Par7 seront fixés au niveau 2 correspondant au niveau haut.

Cependant, les résultats obtenus avec la table $L_8(2^7)$ ont montré quelles incohérences. Ceci peut peut-être s'expliquer par le faible nombre d'essais réalisés, par rapport au nombre de paramètres. Afin de pallier à ces problèmes, il a été décidé d'augmenter le nombre d'essais en utilisant la table $L_{16}(2^{15})$, qui se compose de 16 essais. Les plans d'expériences des différentes méthodes sont donc les suivants :

- Pour la méthode SPC :

Tableau 3.13 : Plan d'expériences de la méthode SPC

Expérience	λ	δ	σ	σ_{bruit}	k	n
1	0,1	1	0,6	0,1	2,5	2
2	0,1	1	0,6	0,2	3,5	20
3	0,1	1	0,9	0,1	3,5	20
4	0,1	1	0,9	0,2	2,5	2
5	0,1	1,5	0,6	0,1	2,5	20
6	0,1	1,5	0,6	0,2	3,5	2
7	0,1	1,5	0,9	0,1	3,5	2
8	0,1	1,5	0,9	0,2	2,5	20
9	0,3	1	0,6	0,1	3,5	2
10	0,3	1	0,6	0,2	2,5	20
11	0,3	1	0,9	0,1	2,5	20
12	0,3	1	0,9	0,2	3,5	2
13	0,3	1,5	0,6	0,1	3,5	20
14	0,3	1,5	0,6	0,2	2,5	2
15	0,3	1,5	0,9	0,1	2,5	2
16	0,3	1,5	0,9	0,2	3,5	20

- Pour la méthode HMM :

Tableau 3.14 : Plan d'expériences de la méthode HMM

Expérience	λ	δ	σ	σ_{bruit}	Π*
1	0,1	1	0,6	0,1	0,5
2	0,1	1	0,6	0,2	0,65
3	0,1	1	0,9	0,1	0,65
4	0,1	1	0,9	0,2	0,5
5	0,1	1,5	0,6	0,1	0,65
6	0,1	1,5	0,6	0,2	0,5
7	0,1	1,5	0,9	0,1	0,5
8	0,1	1,5	0,9	0,2	0,65
9	0,3	1	0,6	0,1	0,65
10	0,3	1	0,6	0,2	0,5
11	0,3	1	0,9	0,1	0,5
12	0,3	1	0,9	0,2	0,65
13	0,3	1,5	0,6	0,1	0,5
14	0,3	1,5	0,6	0,2	0,65
15	0,3	1,5	0,9	0,1	0,65
16	0,3	1,5	0,9	0,2	0,5

- Pour la méthode PHM :

Tableau 3.15 : Plan d'expériences de la méthode PHM

Expérience	λ	δ	σ	σ_{bruit}	d*
1	0,1	1	0,6	0,1	0,4
2	0,1	1	0,6	0,2	0,7
3	0,1	1	0,9	0,1	0,7
4	0,1	1	0,9	0,2	0,4
5	0,1	1,5	0,6	0,1	0,7
6	0,1	1,5	0,6	0,2	0,4
7	0,1	1,5	0,9	0,1	0,4
8	0,1	1,5	0,9	0,2	0,7
9	0,3	1	0,6	0,1	0,7
10	0,3	1	0,6	0,2	0,4
11	0,3	1	0,9	0,1	0,4
12	0,3	1	0,9	0,2	0,7
13	0,3	1,5	0,6	0,1	0,4
14	0,3	1,5	0,6	0,2	0,7
15	0,3	1,5	0,9	0,1	0,7
16	0,3	1,5	0,9	0,2	0,4

CHAPITRE 4 : ANALYSE STATISTIQUE DES EFFETS DU CHANGEMENT DES NIVEAUX DES PARAMÈTRES SUR LES ERREURS DES MÉTHODES DE PRISE DE DÉCISION

Afin d'étudier la robustesse des trois méthodes étudiées (SPC, HMM et PHM) face à la variation de leurs différents paramètres, des séries d'expériences ont été réalisées. Le détail des expériences, les paramètres étudiés, ainsi que leurs niveaux dans chaque expérience, sont ceux précisés dans le paragraphe précédent, et sont rappelés systématiquement dans les tableaux de valeurs proposés.

Ces séries d'expériences résultent en l'évaluation des taux d'erreurs p_1 et p_2, et du taux de décisions correctes P_c, pour chacune des trois méthodes de prise de décision étudiées (SPC, HMM et PHM).

Les différentes valeurs des taux p_1, p_2 et P_c ont ensuite été saisies dans le logiciel JMP afin de procéder à l'analyse paramétrique des résultats. Cette analyse paramétrique consiste en une analyse de la variance des taux p_1, p_2 et P_c. Cette analyse prend en compte les résultats des différentes expériences définies par la méthode Taguchi, ainsi que leurs répétitions.

Les résultats de toutes les analyses de la variance ont donné une p-value du test de Fisher inférieure à 0.001 pour le test global. Les analyses sont donc toutes significatives et les résultats de tests individuels (les tests de chaque paramètre) peuvent donc être pris en considération.

La signification des tests individuels est évaluée grâce au test basé sur les lois T de Student. Il a été choisi qu'un paramètre est dit significatif si la p-value du test individuel est inférieure à 0.01.

Pour les paramètres dits significatifs, c'est-à-dire ceux dont la p-value est inférieure à 0.01, la valeur de l'effet différentiel peut être prise en compte. Cette valeur de l'effet différentiel représente la variation imputée au taux considéré (p_1, p_2 ou P_c) lorsque le paramètre varie de son niveau bas à son niveau haut. Dès lors, plus l'effet différentiel d'un paramètre est élevé, plus ce paramètre influera de manière importante sur le taux considéré.

Les résultats des analyses de la variance sont présentés ci-dessous. Les résultats des simulations servant de données d'entrée à ces analyses sont fournis en annexe D.

4.1 Méthode SPC

Les résultats de l'analyse paramétrique des taux p_1, p_2 et P_c, pour la méthode SPC, sont les suivants.

4.1.1 Analyse de la variance des taux p_1, p_2 et P_c

Tableau 4.1 : Analyse de la variance des taux p_1, p_2 et P_c de la méthode SPC

SPC	Paramètres	Niveau bas	Niveau haut	Effet différentiel	p-value
p_1	*Intercept*			*0,77%*	*<0,001*
	λ	0,1	0,3	0,03%	0,040
	δ	1	1,5	0,01%	0,400
	σ	0,6	0,9	-0,06%	<0,001
	σ_{bruit}	0,1	0,2	0,09%	<0,001
	k	2,5	3,5	-0,70%	<0,001
	n	2	20	0,01%	0,588
p_2	*Intercept*			*33,55%*	*<0,001*
	λ	0,1	0,3	-1,49%	0,289
	δ	1	1,5	-7,61%	<0,001
	σ	0,6	0,9	7,61%	<0,001
	σ_{bruit}	0,1	0,2	-3,11%	0,028
	k	2,5	3,5	7,32%	<0,001
	n	2	20	-32,60%	<0,001
P_c	*Intercept*			*81,76%*	*<0,001*
	λ	0,1	0,3	-6,09%	<0,001
	δ	1	1,5	7,44%	<0,001
	σ	0,6	0,9	-6,07%	<0,001
	σ_{bruit}	0,1	0,2	0,62%	0,711
	k	2,5	3,5	-7,76%	<0,001
	n	2	20	17,50%	<0,001

Les p-value de tous les tests individuels sont inférieures à 0.01 sauf ceux de λ, δ et n pour p_1, λ et σ_{bruit} pour p_2 et σ_{bruit} pour P_c. Tous les effets différentiels, sauf ceux cités précédemment peuvent être pris en compte.

Le taux de faux positifs p_1 est influencé majoritairement par le paramètre k. Cela parait normal car il a été démontré dans la section 1.3.1 que si l'on néglige le bruit, p_1 ne dépend que de k. Le taux de faux négatifs p_2 est influencé essentiellement par le paramètre n, mais également par les paramètres δ, σ et k. Ceci est également logique car on peut démontrer que si le bruit est négligé, p_2 ne dépend que de ces paramètres. Le taux de décisions correctes P_c se comporte sensiblement de la même manière que le taux de faux négatifs p_2.

4.1.2 Interprétation

On remarque dans cette méthode que le paramètre λ, la probabilité de changement d'état de l'état de fonctionnement normal vers l'état de fonctionnement dégradé entre deux observations, est très peu influent sur les taux p_1 et p_2 par rapport aux autres paramètres. Quelle que soit la probabilité de changement d'état de la machine entre deux observations, les erreurs p_1 et p_2 de la méthode SPC ne sont pas affectées. La méthode SPC est donc adaptée aux machines dont le cycle de fonctionnement est très variable, c'est-à-dire aux machines dont le fonctionnement peut être altéré très rapidement ou au bout d'une période très longue alternativement, si l'on souhaite minimiser p_1 ou p_2.

De même, le paramètre δ, le décalage de la moyenne des observations lorsque la machine change d'état, a peu d'effet sur les taux p_2 et P_c par rapport aux autres paramètres et n'est pas significatif vis-à-vis de p_1. Ceci peut s'expliquer peut-être par le fait que les limites de contrôle sont calculées sans prendre en compte ce décalage δ. Dès lors, la méthode SPC est adaptée aux machines dont on ignore le comportement en dehors de son état de fonctionnement normal. Elle est aussi adaptée aux machines dont

le comportement en dehors de son état de fonctionnement normal est très aléatoire et génère donc des observations dont on n'arrive pas à analyser la distribution.
De même, le paramètre σ influe peu sur les taux p_2 et P_c, mais son effet n'est pas négligeable. La méthode SPC donnera donc de meilleurs résultats si l'on connaît bien le comportement de sa machine lorsqu'elle est dans son état de fonctionnement normal, si l'on souhaite minimiser le taux de faux négatifs p_2 et maximiser le taux de décisions correctes P_c.

De plus, la méthode SPC s'avère robuste vis-à-vis du bruit perturbant les mesures, si ce bruit n'est pas trop important. En effet, l'effet différentiel du paramètre σ_{bruit} est relativement faible par rapport à l'effet différentiel des autres paramètres et ce paramètre n'est pas significatif pour le taux de décisions correctes P_c. Cette méthode est donc adéquate lorsqu'il est difficile de trouver un indicateur représentatif de l'état de fonctionnement de la machine, qui soit peu perturbé par le bruit. Cependant, les tests réalisés auparavant ont montré que lorsque le bruit est trop important, l'impact sur les effets différentiels des paramètres est important si l'on considère le taux de faux positifs p_1. Dès lors, cette méthode ne donnera pas d'aussi bons résultats si le bruit est important et que la politique de maintenance vise à limiter les cas de faux positif.

La méthode SPC permet d'obtenir un taux de faux positifs p_1 très faible. S'il est également important d'obtenir un taux de faux négatifs faible, il suffit d'augmenter, si cela est possible, la taille n de l'échantillon d'observations. À moins que le coût des observations soit très élevé, la méthode SPC peut donc également fournir un taux de faux négatifs p_2 relativement faible, et un taux de décisions correctes P_c assez élevé. Le paramètre k est donc très important. La méthode SPC est robuste, mais il faut bien choisir le paramètre k est surtout augmenter la taille n de l'échantillon autant que possible.

4.2 Méthode HMM

Les résultats de l'analyse paramétrique des taux p_1, p_2 et P_c, pour la méthode HMM, sont les suivants.

4.2.1 Analyse de la variance des taux p_1, p_2 et P_c

Tableau 4.2 : Analyse de la variance des taux p_1, p_2 et P_c de la méthode HMM

HMM	Paramètres	Niveau bas	Niveau haut	Effet différentiel	p-value
p_1	*Intercept*			*14,19%*	*<0,001*
	λ	0,1	0,3	8,56%	<0,001
	δ	1	1,5	-2,23%	0,004
	σ	0,6	0,9	1,69%	0,028
	σ_{bruit}	0,1	0,2	-0,95%	0,214
	π*	0,5	0,65	3,32%	<0,001
p_2	*Intercept*			*41,11%*	*<0,001*
	λ	0,1	0,3	-5,09%	<0,001
	δ	1	1,5	-4,83%	<0,001
	σ	0,6	0,9	3,87%	<0,001
	σ_{bruit}	0,1	0,2	0,64%	0,153
	π*	0,5	0,65	-2,20%	<0,001
P_c	*Intercept*			*79,82%*	*<0,001*
	λ	0,1	0,3	-7,08%	<0,001
	δ	1	1,5	3,18%	<0,001
	σ	0,6	0,9	-3,10%	<0,001
	σ_{bruit}	0,1	0,2	-0,14%	0,473
	π*	0,5	0,65	-1,82%	<0,001

Les p-value de tous les tests individuels sont inférieures à 0.01, à l'exception de ceux du paramètres σ_{bruit} et de σ pour p_1. Tous les effets différentiels peuvent donc être pris en compte, à l'exception de ceux cités précédemment.

Les trois taux p_1, p_2 et P_c sont majoritairement influencés par le paramètre λ. Cela s'explique par l'intégration de ce paramètre au cœur de la méthode de prise de décision. En effet, la valeur du paramètre λ est utilisée pour calculer les valeurs successives de π, après chaque nouvelle observation. Son impact sur la prise de décision est donc démultiplié.

Le paramètre σ_{bruit} ne semble par contre pas jouer un rôle important, car il n'est pas significatif pour les trois taux considérés.

De plus, la figure 3.5 montre qu'il est possible de choisir graphiquement la valeur de π^* souhaitée, en fonction des objectifs de la politique de maintenance. L'autre point essentiel constaté sur cette figure est que pour certaines valeurs de π^*, à savoir $\pi^* \geq 1-\lambda$, la méthode HMM ne remplit plus sa fonction et conclut chaque décision par la nécessité de réaliser la maintenance de la machine.

4.2.2 Interprétation

La robustesse de la méthode HMM dépend avant tout de la probabilité λ de transition de l'état de fonctionnement normal vers l'état de fonctionnement altéré entre deux observations. Plus cette probabilité λ est faible, plus le taux de faux positifs p_1 diminue, mais plus le taux de faux négatifs p_2 augmente. Il n'est donc pas possible de minimiser en même temps les taux p_1 et p_2 en intervenant sur le paramètre λ.

Il en est de même pour le paramètre π^*. En effet, plus π^* est faible, plus le taux de faux positifs p_1 diminue, mais plus le taux de faux négatifs p_2 augmente.

Deux situations permettent alors d'améliorer les résultats de la méthode HMM en faisant varier les paramètres λ et π^* :

- la première situation envisageable est que l'on cherche à minimiser un type d'erreur avant tout, c'est-à-dire minimiser soit le taux de faux positifs p_1, soit le taux de faux négatifs p_2, mais pas les deux à la fois. Dans ce cas, on pourra

adapter la valeur du paramètre[5] λ et celle de π^* afin de réduire soit le taux de faux positifs p_1, soit le taux de faux négatifs p_2 ;

- la seconde situation envisageable est que l'on cherche à minimiser conjointement les taux d'erreurs p_1 et p_2. Dans ce cas, il est indispensable que les distributions des observations dans les cas de fonctionnement normal et de fonctionnement altéré soient bien distinctes. Cela implique que le décalage δ entre les moyennes des deux distributions des observations soit très grand par rapport à l'écart type σ des deux distributions. Dans ce cas, les erreurs dans les prises de décision de la méthode HMM pourront être réduire.

La méthode HMM est donc à proscrire si l'on cherche à réduire les deux types d'erreurs (faux positif et faux négatif) et que les distributions des observations dans les cas de fonctionnement normal et de fonctionnement altéré ne sont pas assez distinctes.

De plus, si la probabilité de transition λ est mal connue, ou trop variable, l'emploi de la méthode HMM est à éviter, car c'est le paramètre ayant le plus d'impact sur les erreurs de la méthode.

Enfin si l'on cherche simplement à maximiser le taux de décisions correctes P_c, il faudra veiller à augmenter la fréquence des observations, afin de diminuer la probabilité de transition λ entre deux observations successives. La figure 3.5 page 51 indique également qu'en diminuant π^*, on augmente le taux de décisions correctes P_c.

On peut également rappeler que les analyses du chapitre 3 ont montré que cette méthode HMM ne peut être correctement appliquée dans toutes les situations, selon la valeur de π^*. En effet, si la valeur de π^* est supérieure à la valeur de $1-\lambda$, l'ensemble des

---

[5] La valeur de la probabilité λ de changement d'état entre deux observations peut être réduite ou augmentée en ajustant la période séparant deux observations successives.

décisions prises est biaisé car les tests concluront systématiquement à une machine dans un état de fonctionnement altéré, quelle que soit l'observation obtenue. Il faut donc prendre soin de comparer π^* et $1-\lambda$ avant de mettre en place une politique de maintenance utilisant la méthode HMM. Une autre solution consiste à choisir la valeur de π^* à partir des courbes présentées sur le graphique de la page 51 mais adaptées à la situation, car celles-ci ne sont valables que pour le jeu de paramètres défini au tableau 3.10.

4.3 Méthode PHM

Les résultats de l'analyse paramétrique des taux p_1, p_2 et P_c, pour la méthode PHM, sont les suivants.

4.3.1 Analyse de la variance des taux p_1, p_2 et P_c

Tableau 4.3 : Analyse de la variance des taux p_1, p_2 et P_c de la méthode PHM

PHM	Paramètres	Niveau bas	Niveau haut	Effet différentiel	p-value
p_1	*Intercept*			*19,28%*	*<0,001*
	λ	0,1	0,3	-1,16%	<0,001
	δ	1	1,5	-0,08%	0,213
	σ	0,6	0,9	2,19%	<0,001
	σ_{bruit}	0,1	0,2	0,09%	0,153
	d*	0,4	0,7	-15,19%	<0,001
p_2	*Intercept*			*33,99%*	*<0,001*
	λ	0,1	0,3	2,02%	<0,001
	δ	1	1,5	-8,05%	<0,001
	σ	0,6	0,9	1,92%	<0,001
	σ_{bruit}	0,1	0,2	0,31%	0,491
	d*	0,4	0,7	21,95%	<0,001
P_c	*Intercept*			*73,16%*	*<0,001*
	λ	0,1	0,3	-2,95%	0,001
	δ	1	1,5	3,72%	<0,001
	σ	0,6	0,9	-1,65%	0,048
	σ_{bruit}	0,1	0,2	0,19%	0,820
	d*	0,4	0,7	2,93%	0,001

Les p-value de tous les tests individuels sont inférieures à 0.01 sauf celui de δ pour p_1, celui de σ pour P_c et ceux de σ_{bruit} pour p_1, p_2 et P_c.Tous les effets différentiels, hormis les trois exceptions citées précédemment, peuvent donc être pris en compte.

Le taux de faux positifs p_1 est essentiellement influencé par le paramètre $d*$. Le taux de faux négatifs p_2 est également beaucoup influencé par $d*$, mais aussi par δ. Enfin, le taux de décisions correctes P_c est influencé essentiellement par les paramètres λ, δ et $d*$.

4.3.2 Interprétation

La méthode PHM présente sensiblement le même problème que la méthode HMM. Le paramètre ayant le plus d'impact sur les taux d'erreurs p_1 et p_2 est $d*$. Mais ses effets différentiels sur p_1 et p_2 sont de signes opposés. Il n'est donc pas possible, en faisant varier la valeur du paramètre $d*$, de réduire conjointement les erreurs de type faux positif et faux négatif. Dès lors, on ne pourra améliorer les résultats de la méthode PHM, en faisant varier la valeur du paramètre $d*$, que si l'on cherche à minimiser soit le taux de faux positifs p_1, soit le taux de faux négatifs p_2. Il est également possible d'améliorer les résultats si l'on s'intéresse uniquement au taux de décisions correctes P_c. En effet, la figure 3.6 page 53 montre qu'il existe une valeur du paramètre $d*$ qui maximise le taux de décisions correctes.

Si l'objectif est de minimiser p_1 ou de minimiser p_2, on peut remarquer que les taux d'erreurs p_1 ou p_2 sont peu sensibles à la valeur du paramètre λ, et à la valeur de l'écart type σ des distributions des observations avec la méthode PHM. Cela implique que les erreurs de la méthode ne seront pas modifiées, même si la machine observée a un comportement variable (λ instable), ou si les distributions des observations se chevauchent.

De plus, si l'on cherche à minimiser les erreurs de type faux négatif, la méthode PHM donnera de bons résultats si l'on choisit une valeur faible pour le paramètre $d*$, sauf si

la valeur du décalage δ entre les moyennes des distributions des observations est trop faible.

Enfin, le taux de décisions correctes P_c peut aussi être maximisé en choisissant un indicateur très influencé par le changement d'état (δ important par rapport à σ), et en augmentant la valeur de $d*$.

Comme pour la méthode HMM, le bruit n'est pas significatif. Cette méthode PHM est donc très robuste face au bruit. Elle l'est également face aux autres paramètres. Par contre il est essentiel de choisir la valeur de $d*$ adaptée à sa politique de maintenance.

CONCLUSION

Diverses politiques de maintenance peuvent être souhaitées par les industriels :

- si l'objectif est de réduire les faux positifs, car la maintenance de la machine est très coûteuse et doit être évitée autant que possible (l'outil coûte très cher par exemple), on cherchera à minimiser le taux de faux positifs p_1 ;
- si l'objectif est de réduire autant que possible les fausses interprétations, quelles qu'elles soient, les coûts de maintenance et de non-qualité étant équivalents, on cherchera à maximiser le taux de décisions correctes P_c ;
- si l'objectif est de réduire les faux négatifs, car les clients sont très exigeants et la non-qualité doit être proscrite quel que soit le coût que cela implique, on cherchera à minimiser le taux de faux négatifs p_2.

Selon le cas dans lequel se situent les industriels désireux d'améliorer leur politique de maintenance, cette étude leur permet désormais d'apprécier en amont si ces méthodes répondent à leurs attentes. En effet, ils pourront voir si les caractéristiques de leur machine leur permettront d'obtenir des performances convenables avec la méthode choisie. Cependant, les différentes méthodes n'ont pas les mêmes domaines d'application et les résultats présentés n'ont pas pour objectif de comparer les performances des méthodes les unes par rapport aux autres. Ces résultats permettent donc d'avertir les industriels du comportement des méthodes de prise de décision dans diverses situations qu'ils sont susceptibles de rencontrer.

De plus, les figures 3.5 et 3.6 montrent qu'il y a un lien fort entre les taux d'erreurs et les valeurs seuils des méthodes HMM et PHM. En général, on choisit les valeurs seuils qui permettent de minimiser les coûts, mais il serait peut-être plus judicieux de minimiser les erreurs et donc de choisir les valeurs seuils à l'aide des graphiques du type de ceux présentés figure 3.5 et 3.6.

Plusieurs constatations majeures ont été réalisées. Tout d'abord, la méthode SPC est très sensible au bruit s'il est important et que l'on considère le taux de faux positifs. Dès lors si la machine concernée présente des coûts de maintenance très importants et que les opérations de maintenance ne doivent donc pas être réalisées lorsque cela n'est pas nécessaire, il est primordial de choisir un indicateur peu sensible au bruit, au risque de voir la robustesse de la politique de maintenance fortement dégradée. On peut en déduire qu'il faut faire attention à ce que les observations ne soient pas trop perturbées, car le bruit peut détériorer facilement la robustesse des méthodes de prise de décision.

Au sujet de la méthode HMM, cette étude a révélé une faiblesse majeure : cette faiblesse est liée au calcul de la probabilité seuil π^* sans prendre en considération les conditions de fonctionnement de la machine, mais en s'intéressant uniquement au coût de maintenance. Dès lors, il peut arriver que la valeur de ce paramètre π^* ne soit pas du tout adaptée aux conditions de fonctionnement de la machine. La conséquence directe est que la méthode conclut systématiquement par un état de fonctionnement altéré de la machine, quelles que soient les observations obtenues grâce à l'indicateur. Il apparaît donc intéressant de voir si le calcul de ce paramètre π^* ne devrait pas se faire en s'intéressant à l'exactitude souhaitée des décisions, plus qu'au coût de la politique de maintenance. L'autre constatation majeure de la méthode HMM est que cette méthode est très sensible à la valeur de la probabilité de changement d'état entre deux observations.

Quant à la méthode PHM, l'étude a montré qu'il existe une valeur du paramètre d^* qui permet de maximiser le taux de décisions correctes. Une fois de plus, il paraît alors intéressant d'aborder le calcul de la valeur de ce paramètre d^* non plus à l'aide des coûts de maintenance, mais à partir des courbes montrant l'évolution des taux d'erreurs et de décisions correctes, d'autant plus que les erreurs sont fortement liées à la valeur de ce paramètre d^*.

Cette étude se veut générale et théorique, mais les recommandations sur l'usage des méthodes aspirent à des applications concrètes. Il serait désormais intéressant de confronter les résultats théoriques obtenus avec ces simulations à des cas pratiques dans lesquels les méthodes SPC, HMM et PHM ont été employées. Cela permettra d'analyser les différences entre les prévisions faites par la simulation, et la réalité. Il sera alors possible d'améliorer la simulation pour la rendre plus réaliste, et pour élargir son champ d'application.

Un point important qui n'a volontairement pas été abordé au cours de cette étude est l'optimisation des paramètres π^* et d^* qui sont les valeurs seuil et plafond respectives des méthodes HMM et PHM, ayant un rôle majeur dans les prises de décision. L'optimisation de ces paramètres fait appel à la programmation dynamique et permet de ne plus considérer ces valeurs π^* et d^* comme des paramètres en temps que tel, mais comme des valeurs s'adaptant au contexte. Ces optimisations sont faites en général grâce à la connaissance des divers coûts de la maintenance, qui deviennent alors de nouveaux paramètres des méthodes de prise de décision. Dès lors, il sera possible d'analyser les performances des méthodes de prise de décision non plus en terme d'erreur, mais en terme de coût. Aux vues de l'importance accordée au budget de maintenance des installations industrielles, une approche financière peut être un plus pour les industriels plus sensibles au coût de fonctionnement. Cependant, cela devrait être fait en intégrant le fait que dans certains cas, notamment pour la méthode HMM, le calcul de π^* peut résulter en une inefficacité totale de la méthode de prise de décision.

Enfin, cette étude ne porte que sur trois méthodes : la méthode « Statistical Process Control », la méthode du « Modèle caché de Markov » et la méthode du « Modèle des Risques Proportionnels ». Bien que ces méthodes soient largement répandues dans l'industrie, il en existe bien d'autres. Il serait intéressant de s'intéresser au comportement des méthodes de prise de décision les plus récentes, pour compléter la connaissance des méthodes de maintenance conditionnelle.

BIBLIOGRAPHIE

ALBERT, H.C.T. (1995). "Condition-based maintenance: tools and decision making." Journal of Quality in Maintenance Engineering **1**(3): 3.

BAILLARGEON, G. (1998). Contrôle statistique des procédés. Maîtrise statistique des procédés**:** 15.

BARONE, S., D'AMBRIOSO, P. et ERTO, P. (2006). "A statistical monitoring approach for automotive on-board diagnostic systems." Quality and Reliability Engineering International **23**(5): 565-575.

BATSON, R.G., JEONG, Y., FONSECA, D.J. et RAY, P.S. (2006). "Control charts for monitoring field failure data." Quality and Reliability Engineering International **22**(7): 733-755.

BUSWELL, R.A. et WRIGHT, J.A. (2004). "Uncertainty in model-based condition monitoring." Building Services Engineering Research and Technology **25**(1): 65-75.

DOD (2006). US Departement of Defense "Materiel Readiness and Maintenance Policy - Fact Book."

FUGATE, M.L., SOHN, H. et FARRAR, C.R. (2001). "Vibration-based damage detection using statistical process control." Mechanical Systems and Signal Processing **15**(4): 707-721.

GE, M., DU, R. et XU, Y. (2004). "Hidden Markov Model based fault diagnosis for stamping processes." Mechanical Systems and Signal Processing **18**(2): 391-408.

IVY, J.S. et NEMBHARD, H.B. (2005). "A modeling approach to maintenance decisions using statistical quality control and optimization." Quality and Reliability Engineering International **21**(4): 355-366.

JARDINE, A.K.S., ANDERSON, P.M. et MANN, D.S. (1987). "Application of the Weibull proportional hazards model to aircraft and marine engine failure data." Quality and reliability engineering international **3**(2): 77-82.

JARDINE, A.K.S., BANJEVIC, D., WISEMAN, M., BUCK, S. et JOSEPH, T. (2001). "Optimizing a mine haul truck wheel motors' condition monitoring program: Use of proportional hazards modeling." Journal of Quality in Maintenance Engineering **7**(4): 286-301.

JARDINE, A.K.S., LIN, D. et BANJEVIC, D. (2006). "A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance." Mechanical Systems and Signal Processing **20**(7): 1483-1510.

JARDINE, A.K.S., RALSTON, P., REID, N. et STAFFORD, J. (1989). "Proportional hazards analysis of diesel engine failure data." Quality and Reliability Engineering International **5**(3): 207-216.

KAPLAN, R.S. (1969). "Optimal Investigation Strategies with Imperfect Information." Journal of Accounting Research **7**(1): 32-43.

LIN, D., WISEMAN, M., BANJEVIC, D. et JARDINE, A.K.S. (2004). "An approach to signal processing and condition-based maintenance for gearboxes subject to tooth failure." Mechanical Systems and Signal Processing **18**(5): 993-1007.

MA, J. et LI, C.J. (1993). "Detection of localized defects in rolling element bearings via composite hypothesis test." Symposium on Mechatronics **50**: 295-300.

MAKIS, V. et JARDINE, A.K.S. (1992). "Optimal replacement in the proportional hazards model." INFOR Journal (Canadian Journal of Operational Research and Information Processing) **30**(2): 172-183.

MONTGOMERY, D.C. (1996). Introduction to Statistical Quality Control (3rd Edition). New York, John Wiley & Sons, Inc.

PORTILLO, M., YACOUT, S. et BOURDEAU, M. (2007). La détection de l'usure d'un outil à l'aide des cartes de contrôle. 7ème congrès international du génie industriel, Trois Rivières, QC, Canada.

RABINER, L.R. (1989). "A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition." Proceedings of the IEEE **77**(2): 257-286.

SINUANY-STERN, Z. (1993). "Replacement policy under partially observed Markov process." International Journal of Production Economics **29**(2): 159-166.

SMALLWOOD, R., SONDIK, E. et OFFENSEND, F. (1971). "Toward an Integrated Methodology for the Analysis of Health-Care Systems." Operations Research **19**: 1300-1322.

SOHN, H., CZARNECKI, J.A. et FARRAR, C.R. (2000). "Structural health monitoring using statistical process control." Journal of Structural Engineering **126**(11): 1356-1363.

TZAFESTAS, S.G. (1999). Advances in Manufacturing : Decision, Control and Information Technology. London, Springer.

UGUZ, H., ARSLAN, A. et TURKOGLU, I. (2007). "A biomedical system based on hidden Markov model for diagnosis of the heart valve diseases." Pattern Recognition Letters **28**(4): 395-404.

VLOK, P.J., COETZEE, J.L., BANJEVIC, D., JARDINE, A.K.S. et MAKIS, V. (2002). "Optimal component replacement decisions using vibration monitoring and the proportional-hazards model." Journal of the Operational Research Society **53**(2): 193-202.

XIN, Z., PU, H. et BING, W. (2006). Recognition of Furnace Flame Combustion Condition Based on Stochastic Model. Machine Learning and Cybernetics, 2006 International Conference on.

YE, D., DING, Q. et WU, Z. (2002). New method for faults diagnosis of rotating machiner based on 2-dimension hidden Markov model. Proceedings of the International Symposium on Precision Mechanical Measurement, Hefei, China, Harbin Institute of Technology.

ANNEXE A : TESTS DE CONVERGENCE – CHOIX DE N

Tableau A.1 : Valeurs des taux p_1, p_2 et P_c en fonction de N - méthode SPC

Nombre de séquences N par expérience	p_1	p_2	P_c
100	0,50%	2,00%	99,20%
100	0,00%	1,96%	99,61%
100	0,23%	2,94%	99,26%
100	0,55%	3,92%	98,72%
100	0,25%	1,98%	99,41%
100	0,32%	0,00%	99,76%
500	0,32%	1,20%	99,49%
500	0,00%	1,96%	99,61%
500	0,23%	2,94%	99,26%
500	0,55%	3,92%	98,72%
500	0,25%	1,98%	99,41%
500	0,32%	0,00%	99,76%
1000	0,30%	1,50%	99,46%
1000	0,55%	2,00%	99,14%
1000	0,48%	1,41%	99,33%
1000	0,41%	1,70%	99,34%
1000	0,33%	1,79%	99,38%
1000	0,47%	1,41%	99,34%
1500	0,41%	1,67%	99,34%
1500	0,58%	1,74%	99,19%
1500	0,36%	1,53%	99,40%
1500	0,59%	1,35%	99,26%
1500	0,51%	1,41%	99,31%
1500	0,43%	1,73%	99,30%
3000	0,40%	1,76%	99,33%
3000	0,54%	1,44%	99,28%
3000	0,44%	1,63%	99,32%
3000	0,53%	1,34%	99,30%
3000	0,39%	1,50%	99,38%
3000	0,54%	1,61%	99,25%
4000	0,54%	1,56%	99,25%
4000	0,35%	1,33%	99,45%
4000	0,42%	1,30%	99,41%
4000	0,42%	1,40%	99,38%
4000	0,37%	1,30%	99,44%
5000	0,43%	1,54%	99,35%
5000	0,39%	1,78%	99,33%
5000	0,44%	1,60%	99,33%
5000	0,32%	1,59%	99,42%
5000	0,42%	1,60%	99,34%
5000	0,49%	1,84%	99,24%
8000	0,53%	1,53%	99,26%
8000	0,43%	1,59%	99,33%
8000	0,48%	1,57%	99,31%
8000	0,48%	1,46%	99,32%
8000	0,50%	1,56%	99,28%

Tableau A.2 : Valeurs des taux p_1, p_2 et P_c en fonction de N - méthode HMM

Nombre de séquences N par expérience	p_1	p_2	P_c
100	14,41%	35,92%	79,06%
100	13,77%	35,29%	79,94%
100	12,26%	40,87%	78,99%
100	13,14%	34,91%	80,12%
100	13,38%	37,50%	80,76%
500	13,37%	36,97%	79,79%
500	13,42%	38,03%	79,70%
500	14,07%	38,88%	78,41%
500	12,94%	38,53%	79,40%
500	14,65%	33,97%	80,18%
1000	13,68%	38,28%	79,08%
1000	14,21%	36,24%	79,63%
1000	13,17%	37,97%	79,28%
1000	14,40%	38,78%	78,32%
1000	13,39%	35,90%	80,50%
2000	13,37%	36,97%	79,79%
2000	13,42%	38,03%	79,70%
2000	14,07%	38,88%	78,41%
2000	12,94%	38,53%	79,40%
2000	14,65%	33,97%	80,18%
3000	13,81%	36,73%	79,64%
3000	13,38%	38,88%	79,24%
3000	13,63%	37,22%	79,97%
3000	13,97%	37,16%	79,45%
3000	14,49%	36,49%	79,23%
4000	13,76%	37,31%	79,59%
4000	14,24%	36,68%	79,46%
4000	13,65%	38,66%	79,04%
4000	13,81%	38,04%	79,29%
4000	13,55%	37,82%	79,59%
5000	13,67%	38,55%	79,09%
5000	13,72%	37,88%	79,51%
5000	13,76%	38,52%	79,05%
5000	13,98%	36,85%	79,55%
5000	14,31%	37,63%	79,11%
8000	13,75%	37,69%	79,12%
8000	13,71%	37,50%	79,42%
8000	13,73%	37,58%	79,74%
8000	13,67%	37,69%	79,31%
8000	13,71%	37,50%	79,42%

Tableau A.3 : Valeurs des taux p_1, p_2 et P_c en fonction de N - méthode PHM

Nombre de séquences N par expérience	p_1	p_2	P_c
100	15,02%	24,42%	82,45%
100	13,41%	30,68%	82,23%
100	11,36%	31,31%	83,33%
100	12,94%	27,06%	83,83%
100	13,19%	34,38%	81,30%
500	13,12%	29,74%	82,64%
500	14,32%	34,90%	80,17%
500	13,73%	35,88%	80,06%
500	12,77%	29,98%	82,38%
500	12,90%	31,52%	82,07%
1000	14,03%	35,40%	80,12%
1000	12,83%	30,75%	82,22%
1000	12,44%	34,43%	81,38%
1000	13,79%	32,24%	81,28%
1000	13,59%	32,11%	81,52%
2000	13,11%	33,39%	81,33%
2000	13,17%	32,46%	81,67%
2000	13,83%	33,46%	80,87%
2000	13,01%	32,09%	81,90%
2000	12,75%	33,23%	81,82%
3000	13,46%	33,24%	81,19%
3000	12,77%	32,54%	81,96%
3000	13,40%	33,48%	81,29%
3000	13,46%	34,38%	80,75%
3000	14,00%	33,41%	80,80%
4000	13,43%	33,97%	80,99%
4000	13,92%	33,72%	80,75%
4000	13,63%	33,98%	80,81%
4000	13,41%	34,65%	80,72%
4000	13,33%	32,99%	81,36%
5000	13,58%	33,75%	80,88%
5000	13,45%	34,91%	80,68%
5000	13,41%	32,87%	81,34%
5000	13,51%	32,12%	81,45%
5000	13,77%	33,88%	80,85%
8000	13,36%	32,82%	81,41%
8000	13,11%	33,30%	81,43%
8000	13,71%	33,81%	80,82%
8000	13,51%	34,01%	80,88%
8000	13,42%	32,60%	81,40%

ANNEXE B : JUSTIFICATION DES NIVEAUX DE π^*

Les valeurs de p_1, p_2 et P_c présentées ci-dessous sont les moyennes 5 répétitions de chaque expérience. L'écart type est inférieur à 0,005%.

Tableau B.1 : Valeurs numériques - expériences pour les niveaux de π^*

π^*	0,9	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5
p_1	100,00%	100,00%	44,34%	22,87%	16,91%	13,22%	10,98%	8,98%	7,25%
p_2	0,00%	0,00%	35,47%	30,23%	30,85%	32,44%	33,40%	35,01%	36,96%
P_c	19,99%	20,06%	58,13%	75,17%	79,37%	81,59%	82,95%	83,80%	84,28%

ANNEXE C : JUSTIFICATION DES NIVEAUX DE $d*$

Les valeurs de p_1, p_2 et P_c présentées ci-dessous sont les moyennes 5 répétitions de chaque expérience. L'écart type est inférieur à 0,005%.

Tableau C.1 : Valeurs numériques - expériences pour les niveaux de $d*$

d*	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
p_1	100,00%	99,15%	71,13%	29,33%	10,09%	3,25%	0,81%	0,16%	0,04%
p_2	0,00%	0,00%	0,55%	9,02%	29,58%	53,01%	70,90%	82,48%	89,27%
P_c	19,61%	21,01%	43,00%	75,06%	84,85%	79,67%	67,22%	51,94%	38,36%

ANNEXE D : RÉSULTATS DES SIMULATIONS

Tableau D.1 : Résultats des expériences - Méthode SPC - p_1

Expérience	λ	δ	σ	σ_{bruit}	k	n	Structure	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4	Essai 5	Moyenne
1	0,1	1	0,6	0,1	2,5	2	-----	1,32%	1,39%	1,34%	1,33%	1,35%	1,35%
2	0,1	1	0,6	0,2	3,5	20	---+++	0,14%	0,11%	0,09%	0,10%	0,07%	0,10%
3	0,1	1	0,9	0,1	3,5	20	--+-++	0,05%	0,05%	0,05%	0,03%	0,05%	0,05%
4	0,1	1	0,9	0,2	2,5	2	--++--	1,34%	1,43%	1,53%	1,45%	1,45%	1,44%
5	0,1	1,5	0,6	0,1	2,5	20	-+---+	1,48%	1,39%	1,24%	1,50%	1,35%	1,39%
6	0,1	1,5	0,6	0,2	3,5	2	-+-++-	0,08%	0,10%	0,08%	0,06%	0,07%	0,08%
7	0,1	1,5	0,9	0,1	3,5	2	-++-+-	0,05%	0,05%	0,04%	0,06%	0,05%	0,05%
8	0,1	1,5	0,9	0,2	2,5	20	-+++-+	1,40%	1,51%	1,41%	1,56%	1,57%	1,49%
9	0,3	1	0,6	0,1	3,5	2	+---+-	0,04%	0,03%	0,04%	0,01%	0,10%	0,05%
10	0,3	1	0,6	0,2	2,5	20	+--+-+	1,75%	1,61%	1,85%	1,63%	1,79%	1,73%
11	0,3	1	0,9	0,1	2,5	20	+-+--+	1,36%	1,14%	1,41%	1,27%	1,29%	1,30%
12	0,3	1	0,9	0,2	3,5	2	+-+++-	0,04%	0,07%	0,12%	0,08%	0,06%	0,08%
13	0,3	1,5	0,6	0,1	3,5	20	++--++	0,06%	0,09%	0,10%	0,03%	0,09%	0,07%
14	0,3	1,5	0,6	0,2	2,5	2	++-+--	1,73%	1,87%	1,85%	1,85%	1,93%	1,84%
15	0,3	1,5	0,9	0,1	2,5	2	+++---	1,30%	1,36%	1,15%	1,32%	1,02%	1,23%
16	0,3	1,5	0,9	0,2	3,5	20	++++++	0,11%	0,06%	0,13%	0,13%	0,06%	0,10%

Tableau D.2 : Résultats des expériences - Méthode SPC - p_2

Expérience	λ	δ	σ	σ_{bruit}	k	n	Structure	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4	Essai 5	Moyenne
1	0,1	1	0,6	0,1	2,5	2	-----	56,20%	55,71%	55,83%	55,25%	55,51%	55,70%
2	0,1	1	0,6	0,2	3,5	20	---+++	0,00%	0,00%	0,07%	0,00%	0,00%	0,01%
3	0,1	1	0,9	0,1	3,5	20	--+-++	7,44%	6,48%	7,12%	6,82%	6,69%	6,91%
4	0,1	1	0,9	0,2	2,5	2	--++--	81,72%	81,76%	81,85%	81,82%	81,82%	81,80%
5	0,1	1,5	0,6	0,1	2,5	20	-+---+	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
6	0,1	1,5	0,6	0,2	3,5	2	-+-++-	48,58%	47,94%	48,15%	49,32%	48,95%	48,59%
7	0,1	1,5	0,9	0,1	3,5	2	-++-+-	87,22%	87,72%	87,07%	87,33%	86,97%	87,26%
8	0,1	1,5	0,9	0,2	2,5	20	-+++-+	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
9	0,3	1	0,6	0,1	3,5	2	+---+-	87,04%	87,32%	87,18%	86,94%	87,27%	87,15%
10	0,3	1	0,6	0,2	2,5	20	+--+-+	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
11	0,3	1	0,9	0,1	2,5	20	+-+--+	0,62%	0,68%	0,82%	0,78%	0,55%	0,69%
12	0,3	1	0,9	0,2	3,5	2	+-+++-	96,93%	97,05%	97,02%	97,01%	96,96%	96,99%
13	0,3	1,5	0,6	0,1	3,5	20	++--++	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
14	0,3	1,5	0,6	0,2	2,5	2	++-+--	15,96%	16,10%	15,95%	16,99%	15,49%	16,10%
15	0,3	1,5	0,9	0,1	2,5	2	+++---	55,38%	55,38%	56,16%	54,67%	56,26%	55,57%
16	0,3	1,5	0,9	0,2	3,5	20	++++++	0,00%	0,00%	0,03%	0,00%	0,00%	0,01%

Tableau D.3 : Résultats des expériences - Méthode SPC - P_c

Expérience	λ	δ	σ	σ_{bruit}	k	n	Structure	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4	Essai 5	Moyenne
1	0,1	1	0,6	0,1	2,5	2	-----	87,59%	87,64%	87,71%	87,56%	87,93%	87,68%
2	0,1	1	0,6	0,2	3,5	20	---+++	99,89%	99,90%	99,94%	99,94%	99,93%	99,92%
3	0,1	1	0,9	0,1	3,5	20	--+-++	99,17%	99,19%	99,26%	99,24%	99,25%	99,22%
4	0,1	1	0,9	0,2	2,5	2	--++--	67,52%	67,66%	68,20%	67,86%	67,86%	67,82%
5	0,1	1,5	0,6	0,1	2,5	20	-+---+	98,66%	98,75%	98,88%	98,65%	98,79%	98,74%
6	0,1	1,5	0,6	0,2	3,5	2	-+-++-	91,16%	91,53%	91,50%	91,06%	90,98%	91,25%
7	0,1	1,5	0,9	0,1	3,5	2	-++-+-	60,19%	58,21%	59,53%	59,87%	59,76%	59,51%
8	0,1	1,5	0,9	0,2	2,5	20	-+++-+	98,74%	98,64%	98,73%	98,60%	98,58%	98,66%
9	0,3	1	0,6	0,1	3,5	2	+---+-	32,89%	32,59%	33,10%	33,71%	32,46%	32,95%
10	0,3	1	0,6	0,2	2,5	20	+--+-+	98,77%	98,88%	98,70%	98,87%	98,74%	98,79%
11	0,3	1	0,9	0,1	2,5	20	+-+--+	98,86%	99,00%	98,77%	98,88%	98,93%	98,89%
12	0,3	1	0,9	0,2	3,5	2	+-+++-	9,52%	9,25%	9,06%	9,48%	9,22%	9,31%
13	0,3	1,5	0,6	0,1	3,5	20	++--++	99,99%	99,95%	99,98%	99,95%	99,99%	99,97%
14	0,3	1,5	0,6	0,2	2,5	2	++-+--	93,64%	93,31%	93,32%	92,97%	93,48%	93,35%
15	0,3	1,5	0,9	0,1	2,5	2	+++---	72,00%	72,48%	71,43%	72,98%	72,16%	72,21%
16	0,3	1,5	0,9	0,2	3,5	20	++++++	99,92%	99,96%	99,90%	99,93%	99,96%	99,93%

Tableau D.4 : Résultats des expériences - Méthode HMM - p_1

Expérience	λ	δ	σ	σ_{bruit}	Π*	Structure	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4	Essai 5	Moyenne
1	0,1	1	0,6	0,1	0,50	-----	4,38%	4,27%	4,24%	4,35%	4,24%	4,30%
2	0,1	1	0,6	0,2	0,65	---++	8,34%	8,33%	8,08%	8,43%	8,29%	8,29%
3	0,1	1	0,9	0,1	0,65	--+-+	11,13%	10,74%	10,57%	10,76%	10,31%	10,70%
4	0,1	1	0,9	0,2	0,50	--++-	5,98%	6,30%	6,16%	5,91%	5,91%	6,05%
5	0,1	1,5	0,6	0,1	0,65	-+--+	4,23%	4,53%	4,50%	4,32%	4,32%	4,38%
6	0,1	1,5	0,6	0,2	0,50	-+-+-	3,08%	3,00%	3,10%	2,97%	2,95%	3,02%
7	0,1	1,5	0,9	0,1	0,50	-++--	4,08%	4,01%	4,13%	4,19%	4,22%	4,13%
8	0,1	1,5	0,9	0,2	0,65	-++++	4,08%	4,01%	4,13%	4,19%	4,22%	4,13%
9	0,3	1	0,6	0,1	0,65	+---+	29,31%	28,40%	28,90%	29,39%	28,70%	28,94%
10	0,3	1	0,6	0,2	0,50	+--+-	15,17%	14,47%	14,61%	14,93%	15,19%	14,87%
11	0,3	1	0,9	0,1	0,50	+-+--	21,27%	20,63%	21,21%	20,85%	21,26%	21,04%
12	0,3	1	0,9	0,2	0,65	+-+++	36,72%	37,12%	37,91%	37,15%	37,06%	37,19%
13	0,3	1,5	0,6	0,1	0,50	++---	62,90%	7,65%	8,05%	7,50%	7,12%	18,64%
14	0,3	1,5	0,6	0,2	0,65	++-++	17,13%	17,38%	18,08%	17,64%	17,33%	17,51%
15	0,3	1,5	0,9	0,1	0,65	+++-+	29,00%	28,54%	29,55%	28,28%	29,45%	28,96%
16	0,3	1,5	0,9	0,2	0,50	++++-	15,20%	14,97%	14,96%	14,76%	14,45%	14,87%

Tableau D.5 : Résultats des expériences - Méthode HMM - p_2

Expérience	λ	δ	σ	σ_{bruit}	Π*	Structure	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4	Essai 5	Moyenne
1	0,1	1	0,6	0,1	0,50	-----	50,33%	49,07%	49,97%	49,67%	49,75%	49,76%
2	0,1	1	0,6	0,2	0,65	---++	50,33%	49,07%	49,97%	49,67%	49,75%	49,76%
3	0,1	1	0,9	0,1	0,65	--+-+	53,78%	51,41%	52,35%	52,95%	52,67%	52,63%
4	0,1	1	0,9	0,2	0,50	--++-	62,37%	63,14%	62,07%	62,26%	62,84%	62,54%
5	0,1	1,5	0,6	0,1	0,65	-+--+	28,40%	28,10%	27,56%	29,55%	27,89%	28,30%
6	0,1	1,5	0,6	0,2	0,50	-+-+-	34,38%	34,99%	33,37%	33,86%	33,38%	34,00%
7	0,1	1,5	0,9	0,1	0,50	-++--	49,59%	49,29%	50,59%	49,85%	50,53%	49,97%
8	0,1	1,5	0,9	0,2	0,65	-++++	42,88%	43,72%	42,73%	41,71%	42,05%	42,62%
9	0,3	1	0,6	0,1	0,65	+---+	34,76%	33,85%	34,57%	34,87%	36,42%	34,89%
10	0,3	1	0,6	0,2	0,50	+--+-	38,69%	37,73%	38,05%	38,21%	39,18%	38,37%
11	0,3	1	0,9	0,1	0,50	+-+--	41,41%	41,62%	43,90%	42,04%	42,77%	42,35%
12	0,3	1	0,9	0,2	0,65	+-+++	36,73%	37,30%	37,55%	37,08%	37,15%	37,16%
13	0,3	1,5	0,6	0,1	0,50	++---	31,13%	32,30%	31,37%	30,89%	31,10%	31,36%
14	0,3	1,5	0,6	0,2	0,65	++-++	31,64%	32,07%	30,65%	31,96%	30,89%	31,44%
15	0,3	1,5	0,9	0,1	0,65	+++-+	34,15%	34,54%	34,78%	34,16%	34,55%	34,44%
16	0,3	1,5	0,9	0,2	0,50	++++-	38,35%	37,95%	37,93%	38,66%	37,72%	38,12%

Tableau D.6 : Résultats des expériences - Méthode HMM - P_c

Expérience	λ	δ	σ	σ_{bruit}	Π*	Structure	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4	Essai 5	Moyenne
1	0,1	1	0,6	0,1	0,50	-----	87,17%	87,78%	87,59%	87,60%	87,48%	87,53%
2	0,1	1	0,6	0,2	0,65	---++	85,93%	86,29%	86,69%	86,19%	85,86%	86,19%
3	0,1	1	0,9	0,1	0,65	--+-+	80,56%	82,08%	81,59%	81,12%	81,68%	81,41%
4	0,1	1	0,9	0,2	0,50	--++-	81,13%	80,75%	81,39%	81,16%	81,37%	81,16%
5	0,1	1,5	0,6	0,1	0,65	-+--+	92,54%	92,29%	92,48%	92,28%	92,63%	92,44%
6	0,1	1,5	0,6	0,2	0,50	-+-+-	92,52%	92,33%	92,51%	92,44%	92,72%	92,50%
7	0,1	1,5	0,9	0,1	0,50	-++--	87,36%	87,98%	87,52%	87,61%	87,45%	87,58%
8	0,1	1,5	0,9	0,2	0,65	-++++	86,57%	85,91%	86,39%	86,64%	86,50%	86,40%
9	0,3	1	0,6	0,1	0,65	+---+	68,52%	69,45%	68,89%	68,46%	68,06%	68,68%
10	0,3	1	0,6	0,2	0,50	+--+-	75,16%	76,02%	75,81%	75,50%	75,10%	75,52%
11	0,3	1	0,9	0,1	0,50	+-+--	70,16%	70,51%	68,75%	70,00%	69,59%	69,80%
12	0,3	1	0,9	0,2	0,65	+-+++	63,28%	62,81%	62,23%	62,88%	62,90%	62,82%
13	0,3	1,5	0,6	0,1	0,50	++---	83,54%	82,91%	83,09%	83,72%	83,49%	83,35%
14	0,3	1,5	0,6	0,2	0,65	++-++	77,25%	76,84%	77,28%	76,84%	77,49%	77,14%
15	0,3	1,5	0,9	0,1	0,65	+++-+	69,00%	69,08%	68,41%	69,41%	68,54%	68,89%
16	0,3	1,5	0,9	0,2	0,50	++++-	75,41%	75,83%	75,68%	75,43%	75,95%	75,66%

Tableau D.7 : Résultats des expériences - Méthode PHM - p_1

Expérience	λ	δ	σ	σ_{bruit}	d*	Structure	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4	Essai 5	Moyenne
1	0,1	1	0,6	0,1	0,40	-----	33,11%	33,32%	33,66%	32,93%	33,47%	33,30%
2	0,1	1	0,6	0,2	0,70	---++	3,15%	3,30%	3,19%	3,29%	3,41%	3,27%
3	0,1	1	0,9	0,1	0,70	--+-+	7,16%	7,22%	7,31%	7,16%	7,47%	7,26%
4	0,1	1	0,9	0,2	0,40	--++-	37,86%	37,87%	37,88%	37,29%	38,56%	37,89%
5	0,1	1,5	0,6	0,1	0,70	-+--+	3,26%	3,12%	3,09%	2,95%	3,18%	3,12%
6	0,1	1,5	0,6	0,2	0,40	-+-+-	33,05%	33,83%	33,70%	33,74%	33,49%	33,56%
7	0,1	1,5	0,9	0,1	0,40	-++--	37,04%	37,97%	37,37%	38,20%	37,54%	37,62%
8	0,1	1,5	0,9	0,2	0,70	-++++	7,46%	7,63%	7,28%	7,47%	7,74%	7,52%
9	0,3	1	0,6	0,1	0,70	+---+	1,10%	1,02%	1,01%	0,98%	0,94%	1,01%
10	0,3	1	0,6	0,2	0,40	+--+-	31,64%	30,91%	31,85%	29,20%	30,93%	30,90%
11	0,3	1	0,9	0,1	0,40	+-+--	36,90%	36,55%	34,99%	36,56%	36,90%	36,38%
12	0,3	1	0,9	0,2	0,70	+-+++	4,90%	4,84%	4,80%	4,78%	4,86%	4,84%
13	0,3	1,5	0,6	0,1	0,40	++---	30,00%	30,58%	30,13%	30,57%	30,42%	30,34%
14	0,3	1,5	0,6	0,2	0,70	++-++	1,31%	1,20%	1,30%	1,13%	1,25%	1,24%
15	0,3	1,5	0,9	0,1	0,70	+++-+	4,43%	4,25%	4,65%	4,88%	4,29%	4,50%
16	0,3	1,5	0,9	0,2	0,40	++++-	35,04%	36,39%	35,77%	35,54%	35,89%	35,72%

Tableau D.8 : Résultats des expériences - Méthode PHM - p_2

Expérience	λ	δ	σ	σ_{bruit}	d*	Structure	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4	Essai 5	Moyenne
1	0,1	1	0,6	0,1	0,40	-----	12,26%	12,37%	12,28%	10,41%	12,75%	12,01%
2	0,1	1	0,6	0,2	0,70	---++	64,40%	64,66%	64,08%	64,94%	64,67%	64,55%
3	0,1	1	0,9	0,1	0,70	--+-+	62,49%	61,33%	63,00%	62,51%	62,14%	62,29%
4	0,1	1	0,9	0,2	0,40	--++-	19,66%	22,68%	21,77%	22,39%	22,21%	21,74%
5	0,1	1,5	0,6	0,1	0,70	-+--+	38,99%	39,07%	38,49%	39,00%	38,97%	38,90%
6	0,1	1,5	0,6	0,2	0,40	-+-+-	2,66%	3,45%	2,12%	2,15%	2,95%	2,67%
7	0,1	1,5	0,9	0,1	0,40	-++--	9,39%	9,39%	7,74%	8,47%	11,29%	9,25%
8	0,1	1,5	0,9	0,2	0,70	-++++	43,46%	44,06%	42,69%	44,15%	47,45%	44,36%
9	0,3	1	0,6	0,1	0,70	+---+	72,37%	71,90%	72,08%	71,75%	71,85%	71,99%
10	0,3	1	0,6	0,2	0,40	+--+-	15,68%	13,80%	15,75%	14,02%	13,34%	14,52%
11	0,3	1	0,9	0,1	0,40	+-+--	22,53%	21,20%	23,64%	22,29%	21,31%	22,19%
12	0,3	1	0,9	0,2	0,70	+-+++	66,91%	66,88%	67,22%	67,03%	67,08%	67,02%
13	0,3	1,5	0,6	0,1	0,40	++---	4,38%	2,92%	2,82%	2,90%	2,70%	3,14%
14	0,3	1,5	0,6	0,2	0,70	++-++	48,89%	48,51%	48,50%	48,96%	48,96%	48,77%
15	0,3	1,5	0,9	0,1	0,70	+++-+	49,26%	49,92%	50,31%	49,84%	49,07%	49,68%
16	0,3	1,5	0,9	0,2	0,40	++++-	9,65%	11,48%	10,79%	11,29%	10,80%	10,80%

Tableau D.9 : Résultats des expériences - Méthode PHM - P_c

Expérience	λ	δ	σ	σ_{bruit}	d*	Structure	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4	Essai 5	Moyenne
1	0,1	1	0,6	0,1	0,40	-----	69,36%	69,17%	68,84%	69,45%	68,94%	69,15%
2	0,1	1	0,6	0,2	0,70	---++	82,38%	82,20%	82,70%	81,99%	82,60%	82,38%
3	0,1	1	0,9	0,1	0,70	--+-+	80,19%	80,69%	80,17%	80,34%	80,35%	80,35%
4	0,1	1	0,9	0,2	0,40	--++-	64,29%	64,11%	64,01%	64,52%	63,40%	64,07%
5	0,1	1,5	0,6	0,1	0,70	-+--+	91,32%	91,43%	91,59%	91,57%	91,28%	91,44%
6	0,1	1,5	0,6	0,2	0,40	-+-+-	70,22%	69,30%	69,54%	69,45%	69,59%	69,62%
7	0,1	1,5	0,9	0,1	0,40	-++--	65,91%	65,36%	65,72%	65,00%	65,32%	65,46%
8	0,1	1,5	0,9	0,2	0,70	-++++	86,84%	86,37%	87,07%	86,63%	85,21%	86,42%
9	0,3	1	0,6	0,1	0,70	+---+	55,31%	56,30%	55,77%	56,68%	56,67%	56,15%
10	0,3	1	0,6	0,2	0,40	+--+-	73,68%	74,80%	73,35%	76,03%	74,93%	74,56%
11	0,3	1	0,9	0,1	0,40	+-+--	68,04%	68,90%	69,20%	68,45%	68,58%	68,64%
12	0,3	1	0,9	0,2	0,70	+-+++	60,04%	60,34%	60,19%	60,54%	60,08%	60,24%
13	0,3	1,5	0,6	0,1	0,40	++---	77,70%	77,94%	78,39%	77,75%	78,36%	78,03%
14	0,3	1,5	0,6	0,2	0,70	++-++	76,90%	77,39%	77,56%	77,19%	76,85%	77,18%
15	0,3	1,5	0,9	0,1	0,70	+++-+	75,34%	74,41%	74,26%	73,98%	74,99%	74,60%
16	0,3	1,5	0,9	0,2	0,40	++++-	73,23%	71,78%	72,41%	72,20%	72,07%	72,34%

ANNEXE E : PROGRAMME DE SIMULATION – MÉTHODE SPC

Simulation de la méthode SPC

```
> restart:
  with(Statistics):with(stats):with(linalg):with(stats[statplots]):
```

Soit lambda le paramètre de la distribution de Bernoulli, qui donne l'état réel du système (0=bon fonctionnement, 1=panne)
Soit y0 la distribution des observations si le système est dans l'état 0 (moyenne mu_0, écart-type sigma_0)
Soit y1 la distribution des observations si le système est dans l'état 1(moyenne mu_0+delta, écart-type sigma_1)
Soit bruit la distribution du bruit sur les observations (moyenne mu_bruit, écart-type sigma_bruit)
Soit k le coefficient intervenant dans le calcul des limites de contrôle
Soit N le nombre de séquences
Soit q le nombre de répétitions de l'expérience
Soit m le nombre maximal d'observations possibles, avant de recommencer une nouvelle séquence
Soit n la taille de l'échantillon

On initialise les paramètres :

```
> q:=5:
  N:=3000:
  m:=500:
  lambda:=0.3:
  mu_0:=10:
  delta:=1.5:
  sigma_0:=0.9:
  sigma_1:=0.9:
  mu_bruit:=0:
  sigma_bruit:=0.1:
  k:=3.5:
  n:=2:
```

On définit les différentes distributions :

```
> x:=i->Bernoulli(lambda):
  y0:=Normal(mu_0,sigma_0):
  y1:=Normal(mu_0+delta,sigma_1):
  bruit:=Normal(mu_bruit,sigma_bruit):
```

On calcule les limites de contrôle :

```
> LSC:=evalf(mu_0+k*sigma_0/sqrt(n)):
  LIC:=evalf(mu_0-k*sigma_0/sqrt(n)):
```

On génère les entités permettant le calcul ainsi que les variables stockant les données
x_num : la matrice des états réels
y_num : la matrice des observations
z_num : la matrice des décisions
p1 : le vecteur du taux d'erreur des faux positifs = FP /(FP+TN)
p2 : le vecteur du taux d'erreur des faux négatifs = FN / (FN + TP)
Pr : le vecteur des proportions de décisions correctes = (TP + TN) / (FP + FN + TP + TN)

```
> x_num:=Matrix(m,N):
  y_num:=Matrix(m,N):
  z_num:=Matrix(m,N):
  p1:=Matrix(1,q):
  p2:=Matrix(1,q):
  Pr:=Matrix(1,q):
```

On change le paramètre initial servant à générer les variables aléatoires :

```
> _seed:=trunc(time()*1000):
```

On lance ensuite le processus de décisions à partir de l'évolution des états et des observations :

```
> aa:=0:bb:=0:cc:=0:dd:=0:rr:=0:

  for k from 1 to q
  do

  x_num:=Matrix(m,N):
  y_num:=Matrix(m,N):
  z_num:=Matrix(m,N):

  a:=0:b:=0:c:=0:d:=0:r:=0:

  for j from 1 to N
  do
  for i from 2 to m while z_num[i-1,j]=0
  do

  if x_num[i-1,j]=0 then x_num[i,j]:=Mean(Sample(x(i-1),1))
  else x_num[i,j]:=1
  end if;

  if x_num[i,j]=0 then y_num[i,j]:=Mean(Sample(y0,n))+Mean(Sample(bruit,n));
  else y_num[i,j]:=Mean(Sample(y1,n))+Mean(Sample(bruit,n));
  end if;

  if y_num[i,j]>LIC and y_num[i,j]<LSC then z_num[i,j]:=0
  else z_num[i,j]:=1
  end if;

  if x_num[i,j]=0 and z_num[i,j]=0 then a:=a+1
  elif x_num[i,j]=1 and z_num[i,j]=0 then b:=b+1
  elif x_num[i,j]=0 and z_num[i,j]=1 then c:=c+1
  elif x_num[i,j]=1 and z_num[i,j]=1 then d:=d+1
  end if;

  r:=r+1;

  end do;
  end do;

  p1[1,k]:=evalf(c/(a+c)):
  p2[1,k]:=evalf(b/(b+d)):
  Pr[1,k]:=evalf((a+d)/r):
  aa:=aa+a:bb:=bb+b:cc:=cc+c:dd:=dd+d:rr:=rr+r:

  end do:
```

Dès lors, on obtient alors les taux d'erreurs p1 et p2 et de la proportion de décision correcte Pc:

```
> p1;
  p2;
  Pr;
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ANNEXE F : PROGRAMME DE SIMULATION – MÉTHODE HMM

Simulation de la méthode HMM

```
> restart:
  with(Statistics):with(stats):with(linalg):with(stats[statplots]):
```

Soit lambda le paramètre de la distribution de Bernoulli, qui donne l'état réel du système (0=bon fonctionnement, 1=panne)
Soit y0 la distribution des observations si le système est dans l'état 0 (moyenne mu_0, écart-type sigma_0)
Soit y1 la distribution des observations si le système est dans l'état 1(moyenne mu_0+delta, écart-type sigma_1)
Soit bruit la distribution du bruit sur les observations (moyenne mu_bruit, écart-type sigma_bruit)
Soit pi_etoile la valeur seuil du processus, une fois que pi passe en dessous, on fait la maintenance.
Soit N le nombre de séquences
Soit q le nombre de répétitions de l'expérience
Soit m le nombre maximal d'observations possibles, avant de recommencer une nouvelle séquence

On initialise les paramètres :

```
> q:=5:
  N:=3000:
  m:=500:
  lambda:=0.1:
  mu_0:=10:
  delta:=1:
  sigma_0:=0.6:
  sigma_1:=0.6:
  mu_bruit:=0:
  sigma_bruit:=0.1:
  pi_etoile:=0.5:
```

On génère les différentes distributions :

```
> x:=i->Bernoulli(lambda):
  y0:=Normal(mu_0,sigma_0):
  y1:=Normal(mu_0+delta,sigma_1):
  bruit:=Normal(mu_bruit,sigma_bruit):
```

On génère les fonctions de répartition de deux distributions. Elles servent pour calculer les valeurs de pi en fonction des observations.

```
> f0:=x->PDF(y0,x):
  f1:=x->PDF(y1,x):
```

On génère les entités permettant le calcul ainsi que les variables stockant les données
x_num : la matrice des états réels
y_num : la matrice des observations
pi_num : la matrice des valeurs successives de pi
z_num : la matrice des décisions
p1 : le vecteur du taux d'erreur des faux positifs = FP /(FP+TN)
p2 : le vecteur du taux d'erreur des faux negatifs = FN / (FN + TP)
Pr : le vecteur des proportions de décisions correctes = (TP + TN) / (FP + FN + TP + TN)

```
> x_num:=Matrix(m,N):
  y_num:=Matrix(m,N):
  pi_num:=Matrix(m,N):
  z_num:=Matrix(m,N):
  p1:=Matrix(1,q):
  p2:=Matrix(1,q):
  Pr:=Matrix(1,q):
  pi_f:=(i,j)->(1-lambda)/(1+(f1(y_num[i,j])/f0(y_num[i,j]))*(1-pi_num[i-1,j])/pi_num[i-1,j]):
```

On initialise la matrice pi a 1-p sur la premiere ligne, correspondant à l'état de départ de chaque expérience

```
> for i from 1 to N
  do
  pi_num[1,i]:=1;
  end do:
```

On change le paramètre initial servant à générer les variables aléatoires.

```
> _seed:=trunc(time()*1000):
```

On lance ensuite le processus de décisions à partir de l'évolution des etats et des observations.

```
> aa:=0:bb:=0:cc:=0:dd:=0:rr:=0:

  for k from 1 to q
  do

  x_num:=Matrix(m,N):
  y_num:=Matrix(m,N):
  z_num:=Matrix(m,N):
  a:=0:b:=0:c:=0:d:=0:r:=0:
  for j from 1 to N
  do
  for i from 2 to m while z_num[i-1,j]=0
  do

  if x_num[i-1,j]=0 then x_num[i,j]:=Mean(Sample(x(i-1),1))
  else x_num[i,j]:=1
  end if;

  if x_num[i,j]=0 then y_num[i,j]:=Mean(Sample(y0,1))+Mean(Sample(bruit,1));
  else y_num[i,j]:=Mean(Sample(y1,1))+Mean(Sample(bruit,1));
  end if;

  if pi_f(i,j)>=pi_etoile then pi_num[i,j]:=pi_f(i,j); z_num[i,j]:=0:
  else z_num[i,j]:=1
  end if;

  if x_num[i,j]=0 and z_num[i,j]=0 then a:=a+1
  elif x_num[i,j]=1 and z_num[i,j]=0 then b:=b+1
  elif x_num[i,j]=0 and z_num[i,j]=1 then c:=c+1
  elif x_num[i,j]=1 and z_num[i,j]=1 then d:=d+1
  end if;

  r:=r+1;

  end do;
  end do;

  p1[1,k]:=evalf(c/(a+c));
  p2[1,k]:=evalf(b/(b+d));
  Pr[1,k]:=evalf((a+d)/r);
  aa:=aa+a:bb:=bb+b:cc:=cc+c:dd:=dd+d:rr:=rr+r:

  end do:
```

Dès lors, on obtient alors les taux d'erreurs p1 et p2 et de la proportion de décision correcte Pc:

```
> p1;
  p2;
  Pr;
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ANNEXE G : PROGRAMME DE SIMULATION – MÉTHODE PHM

Simulation de la méthode PHM

```
> restart:
  with(Statistics):with(stats):with(linalg):
```

Soit lambda le paramètre de la distribution de Bernoulli, qui donne l'état réel du système (0=bon fonctionnement, 1=panne)
Soit y0 la distribution des observations si le système est dans l'état 0 (moyenne mu_0, écart-type sigma_0)
Soit y1 la distribution des observations si le système est dans l'état 1(moyenne mu_0+delta, écart-type sigma_1)
Soit bruit la distribution du bruit sur les observations (moyenne mu_bruit, écart-type sigma_bruit)
Soit d_etoile la valeur plafond du processus, lorsque d passe au dessus, on fait la maintenance.
Soit beta, eta, gamma, et Delta des paramètres du processus de décision
Soit N le nombre de séquences
Soit q le nombre de répétitions de l'expérience
Soit m le nombre maximal d'observations possibles, avant de recommencer une nouvelle séquence

On initialise les paramètres :

```
> q:=5:
  N:=3000:
  m:=500:
  lambda:=0.1:
  mu_0:=10:
  delta:=1:
  sigma_0:=0.6:
  sigma_1:=0.6:
  mu_bruit:=0:
  sigma_bruit:=0.1:
  d_etoile:=0.1:
  eta:=100:
  beta:=1.2:
  gamma_1:=0.41:
  Delta:=1:
```

On génère les différentes distributions : (h est le taux de panne - W est la loi de weibull)

```
> x:=i->Bernoulli(lambda):
  y0:=Normal(mu_0,sigma_0):
  y1:=Normal(mu_0+delta,sigma_1):
  bruit:=Normal(mu_bruit,sigma_bruit):
  h0:=i->beta/eta*(i*Delta/eta)^(beta-1):
  W:=Weibull(eta,beta):
```

On génère les entités permettant le calcul ainsi que les variables stockant les données
x_num : la matrice des états réels
y_num : la matrice des observations
z_num : la matrice des décisions
p1 : le vecteur du taux d'erreur des faux positifs = FP /(FP+TN)
p2 : le vecteur du taux d'erreur des faux négatifs = FN / (FN + TP)
Pr : le vecteur des proportions de décisions correctes = (TP + TN) / (FP + FN + TP + TN)

```
> x_num:=Matrix(m,N):
  y_num:=Matrix(m,N):
  h_num:=Matrix(m,N):
  z_num:=Matrix(m,N):
  p1:=Matrix(1,q):
  p2:=Matrix(1,q):
  Pr:=Matrix(1,q):
```

On change le paramètre initial servant à générer les variables aléatoires.

```
> _seed:=trunc(time()*1000):
```

On lance ensuite le processus de décision à partir de l'évolution des états et des observations.

```
> aa:=0:bb:=0:cc:=0:dd:=0:rr:=0:

  for k from 1 to q
  do

  x_num:=Matrix(m,N):
  y_num:=Matrix(m,N):
  h_num:=Matrix(m,N):
  z_num:=Matrix(m,N):
  a:=0:b:=0:c:=0:d:=0:r:=0:

  for j from 1 to N
  do

  T_etoile:=Mean(Sample(W,1));

  for i from 2 to m while z_num[i-1,j]=0 and i<T_etoile
  do

  if x_num[i-1,j]=0 then x_num[i,j]:=Mean(Sample(x(i-1),1))
  else x_num[i,j]:=1
  end if;

  if x_num[i,j]=0 then y_num[i,j]:=Mean(Sample(y0,1))+Mean(Sample(bruit,1));
  else y_num[i,j]:=Mean(Sample(y1,1))+Mean(Sample(bruit,1));
  end if;

  h_num[i,j]:=h0(i)*exp(gamma_1*y_num[i,j]);
  if h_num[i,j]<d_etoile then z_num[i,j]:=0
  else z_num[i,j]:=1
  end if;
  if x_num[i,j]=0 and z_num[i,j]=0 then a:=a+1
  elif x_num[i,j]=1 and z_num[i,j]=0 then b:=b+1
  elif x_num[i,j]=0 and z_num[i,j]=1 then c:=c+1
  elif x_num[i,j]=1 and z_num[i,j]=1 then d:=d+1
  end if;

  r:=r+1;

  end do:

  if i=T_etoile and z_num[i-1,j]=0 then x_num[i,j]:=1;z_num[i,j]:=1;d:=d+1;r:=r+1;
  end if;

  end do:

  p1[i,k]:=evalf(c/(a+c));
  p2[i,k]:=evalf(b/(b+d));
  Pr[i,k]:=evalf((a+d)/r);
  aa:=aa+a:bb:=bb+b:cc:=cc+c:dd:=dd+d:rr:=rr+r:

  end do:
```

Dès lors, on obtient alors les taux d'erreurs p1 et p2 et de la proportion de décision correcte Pc:

```
> p1;
  p2;
  Pr;
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$