

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION GÉOMETRIQUE MULTI-RÉSOLUTION POUR LA
GÉNÉRATION ET L'OPTIMISATION D'AILES D'AVION

NOEMI GIAMMICHELE

DÉPARTEMENT DE DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MÉCANIQUE)
DÉCEMBRE 2007



Library and
Archives Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Published Heritage
Branch

Direction du
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-36914-2

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-36914-2

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

MODÉLISATION GÉOMETRIQUE MULTI-RÉSOLUTION POUR LA
GÉNÉRATION ET L'OPTIMISATION D'AILES D'AVION

présenté par: GIAMMICHELE Noemi

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. GUIBAULT François, Ph.D., président

M. TRÉPANIÉ Jean-Yves, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. LAURENDEAU Eric, Ph.D., membre

Tout grand progrès scientifique est né d'une nouvelle audace de l'imagination.

- John Dewey -

REMERCIEMENTS

Je tiens en premier lieu à remercier mon directeur de recherche Jean-Yves Trépanier pour m'avoir accueillis dans son groupe et m'avoir fournis un excellent sujet de recherche dans un domaine qui était nouveau pour moi. Mais j'aimerais surtout le remercier pour le support et la confiance qu'il m'a accordé durant la totalité de ma maîtrise.

Je tiens par la suite à remercier Éric Laurendeau et toute l'équipe du département d'aérodynamique avancé de Bombardier Aéronautique et en particulier David Leblond pour la grande opportunité qui m'a été offerte d'effectuer un stage chez Bombardier et le chaleureux accueil que j'ai reçu. J'ai ainsi pu profiter de leur expertise et de leur technologies pour perfectionner mes recherches et atteindre de meilleurs résultats.

J'ai reçu une aide très précieuse et de nombreux conseils de la part de Christophe Tribes et il mérite une place toute particulière dans cette section consacrée aux remerciements. Il a toujours été là quand j'avais besoin d'aide et ce fût très apprécié.

Un remerciement aussi pour mes collègues de laboratoires, Denis, Jonathan, Thomas, Jocelyn, et Stéphane. Ils ont réussi à créer un environnement de travail des plus agréables, dans lequel ce fût un plaisir d'étudier et de travailler.

Je ne pourrais conclure ces remerciements sans parler du support exceptionnel que j'ai reçu de ma famille malgré la distance, et surtout de l'aide et du soutien précieux et quotidien d'Antoine, sans lui je ne me serais pas rendue ici.

RÉSUMÉ

Ce mémoire présente une nouvelle approche de paramétrisation de profil d'aile d'avion utilisable dans un contexte d'optimisation de design multi-disciplinaire et testée plus spécifiquement dans le cadre d'optimisation aérodynamique. La méthode est basée sur un schéma qui combine l'édition de niveaux multi-résolution de courbes B-spline avec l'application de deux contraintes, l'épaisseur et la cambrure. Ce cadre de travail permet de réaliser des manipulations multi-résolution de courbes B-spline, tout en spécifiant plusieurs contraintes sur le profil d'aile d'avion. Une technique de calcul aisée d'édition multi-résolution de courbes est explorée pour les besoins de design aérodynamique en tant que nouvel outil pour la génération et l'optimisation d'aile d'avion. Les contraintes d'épaisseur et la cambrure imposées sur diverses sections du profil sont incorporées à l'environnement de génération de courbes B-spline, comme cela sera montré ultérieurement.

L'objectif visé est l'amélioration d'un module aérodynamique inclus dans un générateur d'aile d'avion pour les besoins de design d'optimisation multi-disciplinaire. L'implémentation de cette nouvelle technique permet d'avoir accès à une paramétrisation plus flexible, ainsi qu'à l'application de contraintes tout en maintenant un contour lisse.

Le comportement du générateur de profil sous l'influence de la décomposition multi-résolution tout en appliquant les contraintes d'épaisseur et de cambrure sera présenté, ainsi que des validations géométriques et aérodynamiques par l'entremise de divers cas test d'optimisations. Plusieurs tactiques d'optimisation seront présentées et utilisées pour les besoins de designs préliminaires aussi bien que pour des cas d'optimisation aérodynamiques plus raffinés. Les méthodes d'optimisation profiteront de l'accès simultané aux paramètres de plusieurs niveaux de résolution différents, que ce soit les différents points de contrôle ou l'épaisseur et la cambrure définie par sections. Quelques aspects valant la peine d'être soulignés sont la possibilité d'utiliser un nombre variable de paramètres de bas à élevé correspondant aux différents niveaux de résolution, ainsi que l'obtention de

contours de la forme du profil lisses.

ABSTRACT

This thesis presents a novel approach for airfoil parameterization useful for multidisciplinary design optimization (MDO) purposes and tested more specifically on aerodynamic optimization. The method is based on a scheme, that combines layered multiresolution curve editing with linear constraints, thickness and camber. This framework allows to perform multiresolution manipulation of piecewise polynomial B-spline curves, while specifying and satisfying various constraints on the curves. An easy computable multiresolution curve editing technique is investigated for the purpose of airfoil design as a novel tool for the generation and optimization of 2D wing profile. Thickness and camber constraints imposed at several sections of the profile are incorporated into this freeform curve generating environment, as it will be shown. The aimed objective was the improvement of an aerodynamic module included into a complete wing generator designed for multidisciplinary design optimization (MDO) purposes. The implementation of this new technique allows a more flexible parameterization while maintaining shape smoothness.

The behavior of the profile generator under multiresolution decomposition while applying thickness and camber constraints will be presented, as well as geometric and aerodynamic validations through several optimization test cases. Diverse optimization tactics will be used and presented for preliminary design as well as for refined stage of aerodynamic optimization. Optimization will be performed using simultaneous layers of parameters at different resolution levels, as well as thickness and camber sectionally defined. Noteworthy aspects of this technique are the possibility of using a variable number of parameters in the optimization process from low to high, and the smoothness of the profile shape obtained.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iv
REMERCIEMENTS	v
RÉSUMÉ	vi
ABSTRACT	viii
TABLE DES MATIÈRES	ix
LISTE DES FIGURES	xii
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES	xvi
LISTE DES TABLEAUX	xvii
LISTE DES ANNEXES	xviii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 PARAMÉTRISATION B-SPLINE MULTI-RÉSOLUTION . .	9
1.1 Structure de la méthode	9
1.2 Initialisation	12
1.3 Transition entre deux niveaux	13
1.4 Interpolation de la courbe	16
1.5 Recomposition des niveaux	20
1.5.1 Recomposition algébrique	22
1.5.2 Recomposition interpolée	24
1.6 Effets de la technique de décomposition multi-résolution	24

CHAPITRE 2	COURBES B-SPLINES CONTRAINTES	26
2.1	Définition des contraintes : épaisseur et cambrure	26
2.2	Application de contraintes sur une courbe B-spline	27
2.2.1	Formulation des contraintes	28
2.2.2	Résolution mathématique	29
2.2.2.1	Premier cas : système uniquement déterminé	30
2.2.2.2	Deuxième cas : système sur-déterminé	31
2.2.2.3	Troisième cas : système sous-déterminé	32
2.3	Effets de la technique de décomposition multi-résolution	34
CHAPITRE 3	GÉNÉRATION DE PROFILS D'AILE D'AVION	36
3.1	Inconvénients de la décomposition multi-résolution	36
3.2	Procédés de génération de profils	38
3.2.1	Optimisation à niveau simple	38
3.2.2	Optimisation à niveaux combinés	39
3.2.2.1	Méthodologie de l'optimisation à niveaux combinés	40
3.2.2.2	Avantages de la méthode	41
CHAPITRE 4	VALIDATION GÉOMÉTRIQUE	44
4.1	Effets du choix des paramètres définissant le profil	44
4.1.1	Règles à appliquer lors du choix des variables	46
4.1.1.1	Règle 1	46
4.1.1.2	Règle 2	48
4.2	Optimisation géométrique	49
4.2.1	Formulation du problème	49
4.2.2	Résultats des optimisations géométriques	51
4.2.2.1	D'un point de vue géométrique	51
4.2.2.2	D'un point de vue aérodynamique	52

CHAPITRE 5	OPTIMISATION AÉRODYNAMIQUE	58
5.1	Cas test d'optimisations pour design aérodynamique préliminaire . . .	58
5.1.1	Définition et conditions	58
5.1.2	Résultats du design préliminaire	61
5.1.2.1	Profil initial NACA0012	61
5.1.2.2	Profil initial RAE2822	63
5.2	Cas test d'optimisations détaillées	67
5.2.1	Conditions	67
5.2.2	Cas particuliers avec des contraintes supplémentaires	72
5.2.2.1	Description des optimisations avec contraintes	72
5.2.2.2	Résultats des optimisations avec contraintes	74
5.3	Observations de l'analyse aérodynamique	78
CONCLUSION		82
BIBLIOGRAPHIE		84
ANNEXES		87

LISTE DES FIGURES

FIG. 1.1	Schéma représentant la structure hiérarchique du produit final multi-résolution obtenu à partir de la technique de décomposition.	10
FIG. 1.2	Courbe B-spline initiale comprenant 20 points de contrôle.	13
FIG. 1.3	Principe de réduction du vecteur nodal proposée par Elber & Gotsman (1995).	15
FIG. 1.4	Principe de réduction modifié du vecteur nodal employé dans la technique de décomposition multi-résolution. k est l'ordre de la courbe, $m + 1$ le nombre de nœuds et $n + 1$ le nombre de points de contrôle.	16
FIG. 1.5	Illustration de la méthode des moindres carrés. Les données suivent la courbe dessinée en pointillés et le meilleur ajustement déterminé par la méthode des moindres carrés est représenté en trait plein. Il s'agit de la fonction qui minimise la somme quadratique des écarts (appelés résidus) entre les données et le modèle.	17
FIG. 1.6	Processus d'optimisation par la méthode des moindres carrés avec Matlab.	19
FIG. 1.7	Exemple de la décomposition de la courbe B-spline initiale avec 12 points de contrôle.	20
FIG. 1.8	Profils Whitcomb décomposés en plusieurs niveaux de résolution différente, de 50 à 4 points de contrôle. À chaque niveau, le profil initial et les points de contrôle obtenus sont superposés aux courbes décomposées.	21
FIG. 1.9	Exemple de recombinaison algébrique et interpolée d'un profil de Whitcomb	23

FIG. 1.10	L'effet du déplacement d'un seul point de contrôle à trois niveaux de résolution différents. Le niveau 2 correspond à un niveau de résolution élevé, le niveau 4 à un niveau intermédiaire, alors que le niveau 7 correspond au niveau de résolution le plus bas.	25
FIG. 2.1	Définition de la cambrure et de l'épaisseur.	27
FIG. 2.2	Effet du schéma multi-résolution sur l'imposition des contraintes d'épaisseur et de cambrure. Le niveau 1 correspond au niveau de résolution le plus élevé alors que le niveau 3 correspond au niveau de résolution le plus bas.	35
FIG. 3.1	Ordre de grandeur du temps de calcul utilisé pour un exemple de décomposition complète en 7 niveaux et la recomposition au niveau supérieur pour un nombre variable de paramètres.	37
FIG. 3.2	Schéma du processus à niveau simple conçu pour un cycle complet.	39
FIG. 3.3	Schéma du processus à niveaux combinés pour une seule itération lors d'une optimisation.	40
FIG. 3.4	Processus de génération de profils d'aile d'avion avec la méthode à niveaux combinés pour une seule itération lorsque des modifications sont apportées sur trois niveaux différents.	43
FIG. 4.1	Diagramme illustrant la zone représentant le nombre de points de contrôle optimisé que l'on devrait appliquer en fonction du nombre de sections avec des contraintes que l'on souhaite appliquer.	47
FIG. 4.2	Cas d'optimisation géométrique réalisé avec 3 sections, en variant la cambrure et l'épaisseur sur chaque section.	54
FIG. 4.3	Cas d'optimisation géométrique réalisé avec 6 sections, en variant la cambrure et l'épaisseur sur chaque section.	55

FIG. 4.4	Comparaison des distributions de pression pour le profil RAE2822 obtenu lors d'une optimisation géométrique avec 3 sections. . .	56
FIG. 4.5	Comparaison des distributions de pression pour le profil RAE2822 obtenu lors d'une optimisation géométrique avec 6 sections. . .	57
FIG. 5.1	Variables de design de la paramétrisation multi-résolution utilisées dans les deux cas d'optimisation. (A) Profil de départ NACA0012. (B) Profil de départ RAE2822.	60
FIG. 5.2	Profil NACA0012 initial et profil optimisé avec 3 sections (cambrure et épaisseur).	63
FIG. 5.3	Distribution des coefficients de pression pour le profil initial NACA0012 et le profil optimisé avec 3 sections (cambrure et épaisseur).	64
FIG. 5.4	Historique de la convergence de l'optimisation avec 3 sections avec un profil initial NACA0012.	65
FIG. 5.5	Profil initial RAE2822 et profil optimisé avec 2 sections (cambrure seulement).	66
FIG. 5.6	Distribution des coefficients de pression pour le profil initial RAE2822 et le profil optimisé avec 2 sections (cambrure seulement).	67
FIG. 5.7	Profil initial RAE2822 et profil optimisé avec 13 points de contrôle.	68
FIG. 5.8	Distribution des coefficients de pression pour le profil initial RAE2822 et le profil optimisé avec 13 points de contrôle. . . .	69
FIG. 5.9	Historique de la convergence de l'optimisation avec 2 sections cambrure avec un profil initial RAE2822.	70
FIG. 5.10	Variables de design de la paramétrisation multi-résolution utilisées dans les deux cas d'optimisations avec contraintes supplémentaires.	74

FIG. 5.11	Design amélioré obtenu à l'aide de la méthode à niveaux combinés et le design comparatif précédent pour le cas de la géométrie contrainte.	76
FIG. 5.12	Distribution des coefficient de pression pour le cas de la géométrie contrainte.	77
FIG. 5.13	Historique de la convergence de l'optimisation pour le cas de la géométrie contrainte.	78
FIG. 5.14	Design amélioré obtenu à l'aide de la méthode à niveaux combinés et le design comparatif précédent pour le cas de la courbe C_p contrainte.	79
FIG. 5.15	Distribution des coefficient de pression pour le cas de la courbe C_p contrainte.	80
FIG. 5.16	Historique de la convergence de l'optimisation pour le cas de la courbe C_p contrainte.	81

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

P_i :	vecteur position des points de contrôle
N_k :	fonction de base des B-spline
k :	ordre des B-spline
τ :	vecteur nodal
C_D :	coefficient de traînée
C_{D0} :	coefficient de traînée initiale
C_L :	coefficient de portance
C_{L0} :	coefficient de portance initiale
α :	angle d'attaque
Re :	nombre de Reynolds
ep :	épaisseur relative à la corde
ep_{max} :	épaisseur maximale relative à la corde
c :	cambrure relative à la corde
f :	fonction coût
BA :	bord d'attaque
BF :	bord de fuite
<i>Indice</i>	
i :	indice de variable
ext :	extrados
int :	intrados

LISTE DES TABLEAUX

TAB. 4.1	Résumé des résidus des aires calculés lors des optimisations géométriques.	51
TAB. 5.1	Résumé des processus des optimisations pour les deux cas tests.	61
TAB. 5.2	Tableau récapitulatif des résultats obtenus au cours des optimisations aérodynamiques pour différents cas tests.	71
TAB. 5.3	Résumé des cas test de l'optimisation avec contraintes.	75

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE I	RAPPEL : COURBES B-SPLINES	87
I.1	Définition	87
I.2	Propriétés des courbes B-splines	90
ANNEXE II	RAPPEL : PROCESSUS D'OPTIMISATION	92
II.1	Formulation du problème	92
II.2	Interpolation par la technique des moindres carrés	93

INTRODUCTION

La conception et le choix d'un profil d'aile est l'un des aspects les plus importants de la conception aéronautique. La paramétrisation de la géométrie du profil est donc un requis essentiel lors de l'optimisation aérodynamique d'une aile. De plus lorsque l'on considère l'importance de maintenir une certaine consistance entre différents domaines d'analyse, le choix de la paramétrisation peut faciliter l'optimisation multi-disciplinaire.

D'après Carpentieri et al. (2005), il existe deux requis particulièrement importants dans le cadre de paramétrisation de profil 2D. Le premier est la capacité à représenter fidèlement le profil souhaité, le deuxième consiste en un comportement lisse lorsque l'on procède à une optimisation. Dans le cadre d'une optimisation aérodynamique de la forme, on souhaite réduire le nombre de paramètres afin de limiter la dimension de l'espace de design. Le second requis impose que les profils successifs et finaux soient aussi lisses que le profil initial.

On trouve dans la littérature de nombreuses et très différentes représentations de profil d'aile d'avion, comme l'expose Samareh (2001).

Une méthode particulièrement bien adaptée pour la représentation de courbes est l'utilisation de fonctions polynômiales. Un polynôme peut décrire des courbes complexes sous une forme très compacte, donc avec un faible nombre de variables de design. Les courbes polynômiales donnent une représentation lisse dans presque tout les cas, sans inclure explicitement des contraintes sur la continuité. Par contre, cette forme compacte n'est guère pratique. En effet, avec cette représentation, les coefficients ne conservent aucune propriété géométrique, il est donc très difficile de manipuler intuitivement ces courbes. Par ailleurs, le contrôle local n'est pas supporté, ce qui est un désavantage marqué pour la génération de profils d'aile d'avion, lorsqu'il faut changer une partie seulement d'un modèle géométrique.

L'utilisation de points de coordonnée en tant que variables est une technique largement répandue pour représenter la géométrie d'un profil que ce soit dans le cas des courbes de Bézier comme l'indique Cosentino & Holst (1986), ou dans le cas des courbes B-splines employées par Nemec & Zingg (2002). Dans des travaux plus récents, l'utilisation de B-spline rationnelle non-uniforme (NURBS) est exploitée par Lépine et al. (2000, 2001).

La représentation à l'aide de courbes de Bézier est un équivalent des bases polynômiales, avec la différence d'être plus facile à manipuler grâce à l'ajout de points de contrôle. Ceux-ci, par leurs positions, permettent de contrôler l'allure générale de la courbe. Par contre la représentation avec une courbe de Bézier est mieux adaptée pour des courbes relativement simples. Lorsque la complexité de la courbe à représenter augmente, le nombre de points de contrôle augmente en conséquence ce qui élève le degré de la courbe. Or, plus le degré est élevé, plus les risques d'oscillations sont grands. Par ailleurs, comme dans le cas précédent, le contrôle local n'est pas supporté.

Afin de bénéficier des caractéristiques intéressantes de la représentation Bézier, nous allons maintenant présenter le prolongement naturel des courbes de Bézier, les B-Splines. L'utilisation de ces dernières présente des avantages supplémentaires reliés à la génération de profils d'aile d'avion, que ce soit le support local ou la possibilité de représenter aisément des courbes très complexes. Cette famille de courbes a toutefois ses limites : elle ne permet pas de représenter les coniques. Pour pallier à ce problème il faut introduire la forme rationnelle des B-Splines, les NURBS, en associant un poids à chacun des points de contrôle. Cependant, il faut préciser que pour un même nombre de variables de design, l'avantage gagné par l'utilisation de plus de points de contrôle est supérieur à celui gagné par l'utilisation de points de contrôle avec des poids. En conséquence, l'utilisation des courbes B-Splines dépasse celle des NURBS pour la génération de profils d'ailes d'avion.

D'autres représentations analytiques sont employées dans le cas de fonctions orthogonales dérivées à partir des polynômes orthogonaux de Chebyshev tel qu'exposé par Car-

pentieri et al. (2005), ou à partir d'un groupe de base de profils comme le montre Robinson & Keane (2001). Pour ce dernier cas, il s'agit de l'addition de fonctions de formes analytiques, où la contribution de chaque fonction est pondérée par un facteur. Ce sont donc ces facteurs qui sont les variables de design. Il faut cependant préciser que aucune de ces méthodes ne supportent le contrôle local, ce qui est très contraignant dans notre cas.

Des méthodes plus géométriquement intuitives furent étudiées et une particulièrement intéressante est présentée par Sobieczky (1998), technique qui emploie 11 paramètres géométriques tels que le rayon du bord d'attaque pour définir la forme du profil.

Cette paramétrisation est particulièrement efficace, car elle permet de représenter une multitude de profils, tant conventionnels que supercritiques, et ce, malgré un faible nombre de paramètres de design. Cependant, cette paramétrisation ne supporte pas les petits changements de forme locaux.

Motivations et objectifs de la thèse

Dans le cadre de cette étude, l'utilisation de courbes B-splinaire a été retenue pour faire place à l'amélioration d'une paramétrisation déjà existante. En effet, ce projet se situe dans la continuité du mémoire de Marier (2005), qui a élaboré durant sa maîtrise une nouvelle méthode de paramétrisation 2D à l'aide de courbes B-splines permettant une manipulation plus intuitive des variables à utiliser et optimiser. La paramétrisation développée alors, s'appuie sur des grandeurs physiques telles les positions, pentes et courbures, appelées paramètres d'ingénierie. Cette paramétrisation permet ainsi à l'ingénieur de bien saisir la nature des paramètres gouvernant la génération de la surface de l'aile. Les paramètres d'ingénierie gouvernant la génération des profils sont regroupés en plusieurs couches, celles-ci pouvant être activées ou non à la guise de l'utilisateur. Ceci

permet de contrôler le nombre de paramètres définissant la surface de l'aile en fonction du contrôle voulu et du niveau de détail désiré.

Des résultats très satisfaisants ont été obtenus, mais certains points ont été retenus pour faire place à quelques améliorations. Premièrement, de par la nature de la méthode employée, la paramétrisation reste principalement très locale, les courbes B-splines ne permettant pas d'accéder à une certaine globalité dans la modification du profil. Ceci implique la nécessité d'un nombre important de variables de design dans le but d'obtenir des profils de qualité.

De plus, les résultats d'optimisation aérodynamique obtenus à l'aide de cette paramétrisation ont démontré, en comparaison avec d'autres méthodes, des performances moindres, tant en terme de temps de calcul qu'en terme de performance aérodynamique. Ces constatations sont faites principalement en relation avec une autre méthode présentement utilisée chez Bombardier Aéronautique. Cette méthode qui est incluse dans un logiciel commercial, est basée sur le principe de la combinaison de différents profils, ou facteurs de forme. Les détails demeurent par contre inconnus car non documentés par le logiciel et non accessibles aux utilisateurs. Cette méthode commerciale s'est avérée très performante pour l'optimisation aérodynamique en régime de croisière. Ceci est attribué au fait que la méthode peut travailler globalement sur les profils et ainsi explorer un plus large espace de design. La méthode est par contre peu flexible et s'applique difficilement aux autres tâches des ingénieurs aérodynamiques, comme par exemple pour la modification locale du bord d'attaque afin d'augmenter les performances à basse vitesse. Ainsi, le présent travail vise à conserver la flexibilité de la méthode de Sylvain Marier qui utilise les courbes B-splines, tout en introduisant un contrôle global permettant d'optimiser les profils de manière compétitive en régime de croisière.

L'hypothèse de départ repose sur le fait que l'imposition de contraintes globales sur le profil, contraintes représentant les paramètres traditionnels de l'aérodynamique des profils, tels l'épaisseur et la cambrure, pourraient faciliter le travail de l'optimiseur et la recherche d'un optimum aérodynamique.

En se basant sur cette expérience antérieure, le projet vise les objectifs suivants :

- Réduire de manière importante le nombre de variables (l'utilisation de la paramétrisation B-splinaire réalisée par Sylvain Marier, toutes couches allumées, atteint la cinquantaine de paramètres, alors que le logiciel commercial n'en compte qu'une dizaine) ;
- Augmenter la flexibilité de la paramétrisation autour du bord d'attaque,
- Introduire deux nouvelles variables d'ingénieur : l'épaisseur et la cambrure du profil.

On constate que deux objectifs principaux viennent à l'encontre l'un de l'autre. D'un côté, on souhaite améliorer la flexibilité de la paramétrisation afin d'obtenir de meilleurs profils aérodynamiques, et de l'autre réduire drastiquement les coûts de calculs, ce qui peut être atteint en diminuant le nombre de paramètres. Il faut donc trouver un certain compromis dans la recherche de solutions pour améliorer cette paramétrisation. On décompose ce projet en deux tâches principales :

- Trouver une solution pour réduire le nombre de variables,
- Améliorer la flexibilité de la paramétrisation en certains endroits spécifiques.

Pour satisfaire la réduction du nombre de variables, on propose la voie de développement qui vise le contrôle multi-résolution de courbes B-splinaire. La méthodologie est inspirée d'une technique utilisée dans le domaine de la modélisation géométrique et du graphisme assisté par ordinateur, présentée par Elber & Gotsman (1995). La nouvelle méthode présentée dans cette étude est basée sur la combinaison de paramétrisations de type B-splinaire et de méthodes de fonctions de forme. La décomposition multi-résolution telle que présentée par Elber & Gotsman (1995) est une approche novatrice permettant la manipulation de profil d'aile d'avion sur plusieurs niveaux de résolution. Avec l'aide de cet outil, on peut donc se permettre d'agir tant globalement que localement en profitant de plusieurs niveaux de résolution différente. Ce qui est particulièrement prometteur avec cette approche est le fait d'avoir accès à des niveaux de moindres résolutions et, de ce

fait, à des niveaux où le nombre de paramètres est réduit. De plus en gardant en mémoire la transition d'un niveau à l'autre, la possibilité de revenir à un niveau de modification locale existe. Une partie intégrante de ce projet est donc la recherche et l'implémentation de la méthode de décomposition multi-résolution de courbes B-splines.

Selon l'étude de Samareh (2001) sur les différentes méthodes de paramétrisation, il est confirmé que la paramétrisation par courbe splinaire est une approche viable en ce qui concerne la paramétrisation de forme. L'utilisation de paramétrisations de type polynômial ou splinaire réduit grandement le nombre total de variables de design. C'est donc une propriété intéressante en terme de performance, lorsque l'on considère la flexibilité de la paramétrisation, un des pré-requis énoncé par Carpentieri et al. (2005).

La paramétrisation de profils d'aile d'avion basée sur les courbes B-splines, bénéficie de la localité de celles-ci. Par contre un inconvénient majeur engendré par ce même avantage est l'impossibilité d'obtenir un contrôle global sur la courbe, empêchant ainsi une manipulation plus aisée. Un autre inconvénient des paramétrisations basées sur les déformations libres est le manque de contrôle intuitif. L'introduction de contraintes contrôlant l'épaisseur et la cambrure du profil pourraient donc réduire ces lacunes.

Dans la présente étude, on a donc exploré une nouvelle approche qui consiste en la décomposition multi-résolution associée à des contraintes géométriques. En relation avec les objectifs de l'optimisation multi-disciplinaire et en particulier afin de mieux relier les demandes structurelles aux problématiques aérodynamiques, deux contraintes géométriques, l'épaisseur et la cambrure, sont combinées à la structure de la multi-résolution et peuvent être imposées aux sections représentatives du profil. L'application des contraintes est réalisée à tous les niveaux de la décomposition hiérarchique. L'avantage principal permis par les niveaux de résolutions grossiers résulte en un contour lisse du profil lors d'optimisations disciplinaires.

Un autre avantage de cette nouvelle approche est la possibilité d'utiliser différentes stratégies d'optimisation basées sur plusieurs moyens d'appliquer la décomposition multi-résolution. Un accès simultané à plusieurs niveaux de résolution du même profil est

permis lors d'une même et unique optimisation. On a ainsi remarqué un impact direct sur l'amélioration de la qualité de la solution obtenue et sur la convergence de la forme optimale.

Organisation du mémoire

Ce mémoire se décompose en cinq parties.

Dans un premier temps on présentera la méthodologie de la technique de décomposition multi-résolution dans tous ses détails ainsi que les effets de cette nouvelle méthodologie sur la génération de profils d'aile d'avion.

Le deuxième chapitre détaillera les spécificités des contraintes intrinsèques au design de profils d'aile d'avion que l'on souhaite incorporer à la méthode. La méthodologie employée afin d'appliquer ces contraintes en respectant une certaine liberté dans la génération de profils d'aile d'avion sera ensuite détaillée. L'effet du schéma de décomposition multi-résolution sur l'imposition des contraintes sera par la suite exposé.

Le troisième chapitre présentera le processus de génération de profils d'aile d'avion, en exposant les différents types de procédés découlant de la décomposition multi-résolution appliqués spécifiquement à l'optimisation de profils d'aile d'avion.

Le quatrième chapitre présentera les diverses stratégies afin d'augmenter la flexibilité de la paramétrisation ainsi que les résultats obtenus lors de plusieurs cas test d'optimisation géométrique.

Le cinquième et dernier chapitre présentera les divers cas test d'optimisation aérodynamique en régime transsonique et exposera l'analyse qui en découle, que ce soit dans le but d'effectuer une étude de design préliminaire ou un design plus détaillé. Dans ce dernier cas, les analyses d'optimisation aérodynamique sont des cas actuellement employés dans l'industrie et font appel à des optimisations avec contraintes. On montrera ainsi

l'efficacité et la pluridisciplinarité engendrées par cette nouvelle technique.

CHAPITRE 1

PARAMÉTRISATION B-SPLINE MULTI-RÉSOLUTION

Dans ce chapitre les fondements de la paramétrisation multi-résolution appliquée aux courbes B-splines seront présentés. La méthodologie de la décomposition multi-résolution sera exposée en détails en expliquant toutes les étapes nécessaires afin d'obtenir la répartition en plusieurs niveaux de résolution différents d'un profil d'aile d'avion. Pour terminer ce chapitre, on appliquera la technique de décomposition multi-résolution à la génération de profil.

1.1 Structure de la méthode

La technique de décomposition multi-résolution présentée dans ce mémoire a été initialement développée par Elber & Gotsman (1995). Des résultats similaires ont été visés par Désidéri & Janka (2003), mais avec de nombreuses limitations lorsque l'on se compare à la méthode proposée par Elber & Gotsman. En effet, la différence de méthodologie repose principalement sur le fait que la paramétrisation hiérarchique proposée par Désidéri et al. se base sur la technique d'élévation de degré pour une courbe B-spline. Cette méthodologie est généralement très contraignante car la courbe B-spline se doit d'être strictement inchangée aussi bien géométriquement que paramétriquement d'un niveau à l'autre. Ceci contraint grandement l'usage de niveaux de résolution grossier car le nombre de points minimal doit quand même permettre de représenter la courbe rigoureusement et doit donc ainsi être très élevé. Réciproquement ceci limite le niveau de modification globale affectant la forme du profil permis par ces niveaux de résolution bas. La décomposition multi-résolution choisie dans le présent travail règle en majeur

partie le désavantage exposé de la méthode de Désidéri et al, qui est le manque de flexibilité lorsque l'on en vient aux niveaux de résolution grossier.

Plusieurs adaptations ont été nécessaires afin de mieux faire correspondre la méthodologie de Elber & Gotsman (1995) à nos besoins. La méthodologie de la technique multi-résolution est basée sur une structure hiérarchique et est illustrée par la figure 1.1.

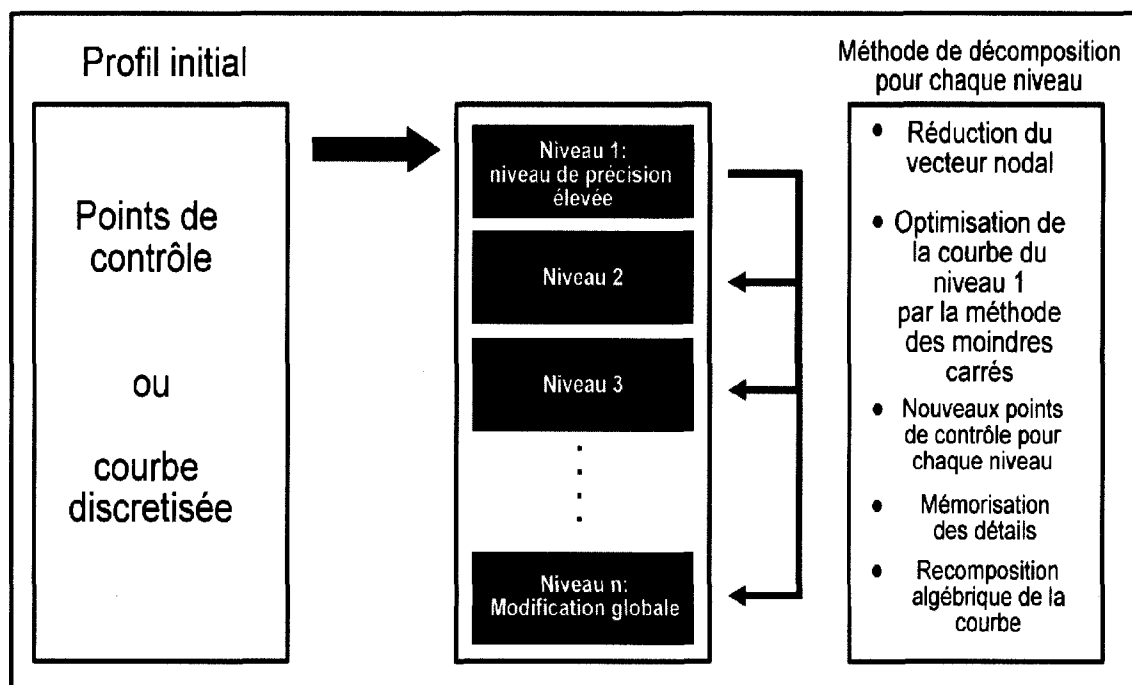


FIG. 1.1 Schéma représentant la structure hiérarchique du produit final multi-résolution obtenu à partir de la technique de décomposition.

Chaque étage est individuellement représenté par une courbe B-spline, tout en possédant un niveau de résolution différente. La méthode est appliquée originellement sur des courbes B-splines mais elle pourrait facilement s'adapter sur d'autres types similaires de paramétrisation. Dans notre cas, comme la paramétrisation antérieure à améliorer était aussi basée sur des courbes B-splines, le choix de la paramétrisation de base en a été ainsi simplifié. Afin de visualiser les éléments nécessaires pour la décomposition multi-

résolution, il faut présenter les caractéristiques principales d'une courbe B-splinaire, en commençant par sa définition. Une présentation plus approfondie est réalisée dans l'annexe I.

Une courbe B-Spline d'ordre k est décrite par l'équation :

$$C(t) = \sum_{i=1}^{n+1} P_i N_{i,k}(t) \quad t_{min} \leq t < t_{max}, \quad 2 \leq k \leq n+1 \quad (1.1)$$

où les P_i sont les vecteurs positions des $n+1$ points de contrôle et les $N_{i,k}$ sont les fonctions normalisées de la base B-spline de degré $k-1$. Le paramètre t varie de t_{min} à t_{max} sur la courbe $C(t)$.

Les fonctions de bases sont des fonctions polynômiales par morceau générées à partir du vecteur nodal τ associé à la courbe $C(t)$ et du degré $k-1$ de cette dernière.

Le vecteur nodal est, lui, une suite monotone croissante de scalaires définissant l'intervalle paramétrique de la courbe. Il est constitué de $m+1$ éléments, appelés nœuds, généralement noté, $\tau = t_0, t_1, \dots, t_i, \dots, t_{m-1}, t_m$. Le choix du vecteur nodal revêt une importance majeure sur les fonctions de bases B-spline et donc sur la courbe B-spline résultante. La forme des fonctions de bases $N_{i,k}$ est entièrement déterminée par l'espace relatif entre les nœuds $(t_0, t_1, \dots, t_{n+k})$.

Le niveau supérieur est composé de la courbe initialement fournie par l'utilisateur afin de commencer le processus de décomposition "vers le bas". La méthode de décomposition est ainsi successivement appliquée afin d'obtenir chaque niveau inférieur. À chaque niveau, certains éléments sont nécessaires : les points de contrôle, un vecteur nodal et les fonctions de bases correspondantes. Le nombre de points qui constitue la courbe doit aussi être fourni avant le début du processus, ce qui laisse une plus grande flexibilité pour nos besoins.

1.2 Initialisation

La décomposition doit obligatoirement commencer avec une courbe initiale représentée sous forme B-splinaire. Dans le cas où aucune courbe n'est fournie, la méthode peut être initialisée par un simple cercle. Par contre pour les besoins d'optimisations aérodynamiques il est préférable de partir avec un design de profil de bonne qualité. La forme géométrique choisie doit par la suite être paramétrisée sous forme B-splinaire afin d'obtenir les points de contrôle et le vecteur nodal correspondant. La courbe initiale peut donc être formulée sous la forme :

$$C_0(t) = \sum_{i=1}^{n+1} P_i N_{i,k}(t) \quad (1.2)$$

Dans le cas de la décomposition multi-résolution présentée dans ce mémoire, l'ordre k de la courbe est fixé à 3, comme indiqué dans l'article de Elber & Gotsman (1995).

$C_0(t)$ représente la courbe discrétisée qui est à la base de la décomposition multi-résolution. L'utilisateur pré-détermine le nombre de points de discrétisation dont il a besoin pour tracer la courbe. Afin de générer un profil d'aile d'avion, le nombre de points de discrétisation est de l'ordre de la centaine. Dans les cas d'optimisations géométriques et aérodynamiques, le nombre de points de discrétisation est fixé à 140, afin de correspondre aux méthodes comparatives utilisées. Les points de discrétisation sont alors uniformément distribués dans l'espace paramétrique sur l'ensemble des intervalles de la courbe définis par le vecteur nodal. On constate donc ici l'importance du choix du vecteur nodal, car il permet de contrôler l'allure de la courbe paramétrée.

Nous allons illustrer l'étape d'initialisation de la décomposition multi-résolution par un exemple d'une courbe B-spline représentant une étoile. La courbe initiale se compose de 20 points de contrôle et est présentée sur la figure 1.2.

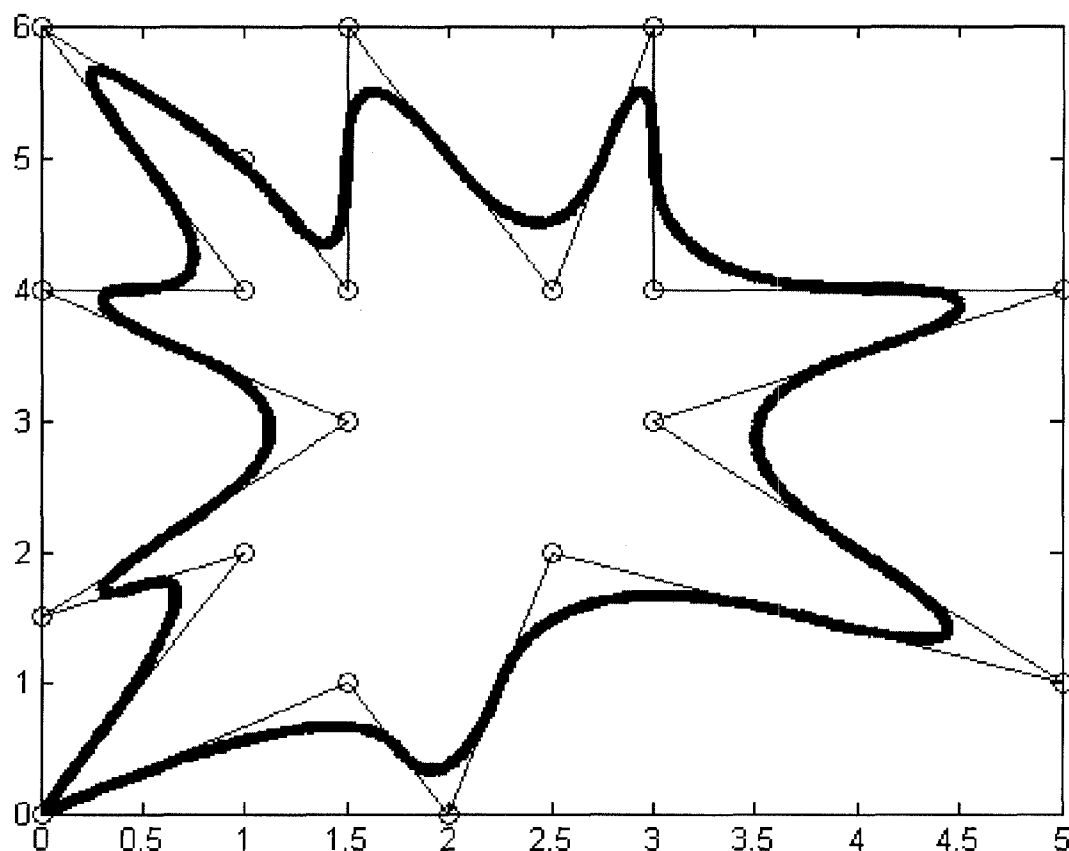


FIG. 1.2 Courbe B-spline initiale comprenant 20 points de contrôle.

1.3 Transition entre deux niveaux

La première étape de la technique consiste en la réduction du vecteur nodal. Les ouvrages consultés sur les différentes paramétrisations aérodynamiques de type B-splinaire ainsi que les paramétrisations de Marier (2005) et Elber & Gotsman (1995), utilisent des vecteurs nodaux de type ouvert. Plusieurs méthodes ont été développées (uniforme, longueur de corde, centripète et logarithmique) et chacune d'entre elles a ses avantages et inconvénients. C'est davantage sur une base empirique qu'une méthode en particulier est préconisée. Dans notre cas, la méthode uniforme est employée, afin de reproduire la technique proposée par Elber & Gotsman (1995). La méthode uniforme est une des plus simples à appliquer car elle ne tient pas compte de la géométrie à construire, le vecteur

nodal est simplement divisé en intervalles réguliers.

Un vecteur nodal ouvert uniforme possède une multiplicité des valeurs nodales égale à l'ordre k de la fonction de base B-spline à chaque extrémité. Les valeurs intermédiaires sont séparées par une valeur constante.

Un exemple de vecteur nodal ouvert uniforme est donné par :

$$\tau = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 6 \quad 6] \quad (1.3)$$

Afin de mieux adapter les innovations de la méthode de décomposition multi-résolution aux méthodes originelles de génération de profils, le vecteur nodal gardera sa forme ouverte.

Tel que précisé antérieurement, on doit en premier lieu réduire le vecteur nodal. Pour ce faire la technique initialement proposée par Elber & Gotsman (1995) est présentée. Cette dernière introduit un facteur f correspondant à la vitesse de décomposition, où f est un entier compris entre 1 et le nombre de nœuds. On retire un nœud à tout les f éléments intermédiaires du vecteur nodal. Plus f est bas, plus la différence de résolution entre deux niveaux successifs sera grande, et moins il y aura de niveaux de décomposition. Le vecteur nodal obtenu reste donc de la forme ouvert uniforme, mais contient moins d'éléments intermédiaires. Le principe de réduction est exposé à la figure 1.3.

À ce stade, on se rend compte que le nombre de niveaux et le degré de résolution est entièrement déterminé par le nombre de points de contrôle initiaux, et incidemment le nombre de nœuds, ainsi que par le facteur f . Le manque de flexibilité induit par l'impossibilité de choisir directement le degré de résolution et le nombre de niveaux peut-être contré en changeant de méthode de réduction. La principale modification apportée à la méthode de réduction précédente doit donc permettre de choisir directement le nombre de niveaux ainsi que le nombre de points de contrôle par niveau.

En utilisant une approche différente, on peut donc prédéterminer selon les besoins le nombre de niveaux et le nombre de points de contrôle nécessaire à chaque niveau.

Réduction du vecteur nodal

- Vecteur reste ouvert uniforme,
- Facteur de réduction $f = 1, 2$ et plus,
- Exemple : $f = 2$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 X_1 = & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 5 & 5 \\
 & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & & & & & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \\
 & k & & & & & & & k & & \\
 X_{\text{red}} = & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 3 & 3 & &
 \end{array}$$

FIG. 1.3 Principe de réduction du vecteur nodal proposée par Elber & Gotsman (1995).

Lorsque le nombre de points de contrôle est donné, on considère le problème en sens inverse. Il faut réduire le nombre de nœuds en conséquence afin que le nombre de points de contrôle donne le bon nombre d'éléments pour le vecteur nodal.

La relation entre le nombre de nœuds et le nombre de points de contrôle est linéaire et définie par :

$$k = m - n, \quad (1.4)$$

où k est l'ordre de la courbe, $m + 1$ le nombre de nœuds et $n + 1$ le nombre de points de contrôle. Cette équation permet de calculer le nombre de nœuds dans le vecteur nodal pour chaque niveau voulu.

À titre d'exemple, le processus de réduction du vecteur nodal entre deux niveaux est illustré à la figure 1.4. Une fois le vecteur nodal réduit déterminé par le nombre de points de contrôle, les fonctions de bases sont alors recalculés.

Réduction du vecteur nodal

- Vecteur reste ouvert uniforme.

- On veut :

- Niveau 1 $\Rightarrow$ 11 pts de contrôle
 - Niveau 2 $\Rightarrow$ 6 pts de contrôle

- $m = k + n$

- On sait :

- Niveau 1 $\Rightarrow$ 14 nœuds
 - Niveau 2 $\Rightarrow$ 9 nœuds

- On obtient :

- $X_1 = \underbrace{0 \ 0 \ 0}_k \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ \underbrace{9 \ 9 \ 9}_k$
 - $X_2 = \underbrace{0 \ 0 \ 0}_k \ 1 \ 2 \ 3 \ \underbrace{4 \ 4 \ 4}_k$

FIG. 1.4 Principe de réduction modifié du vecteur nodal employé dans la technique de décomposition multi-résolution. k est l'ordre de la courbe, $m + 1$ le nombre de nœuds et $n + 1$ le nombre de points de contrôle.

1.4 Interpolation de la courbe

L'étape suivante consiste à interpoler la géométrie initiale définie par le plus haut niveau de résolution à l'aide d'une nouvelle courbe définie par le vecteur nodal réduit. Les paramètres connus sont le nouveau vecteur nodal, les fonctions de bases correspondantes ainsi que le nombre de points de contrôle qui sont choisis par l'utilisateur. À ce stade, les variables à déterminer sont les valeurs des points de contrôle afin d'obtenir la nouvelle courbe la plus proche de la courbe initiale, lorsque l'on considère un point de vue strictement géométrique.

La méthode prévue à cet effet est une interpolation par la méthode des moindres carrés. La technique des moindres carrés est une méthode de régression linéaire qui détermine les valeurs de variables dans un modèle statistique en minimisant la somme des résidus au carré. Le principe d'interpolation par la méthode des moindres carrés est illustré à la figure 1.5.

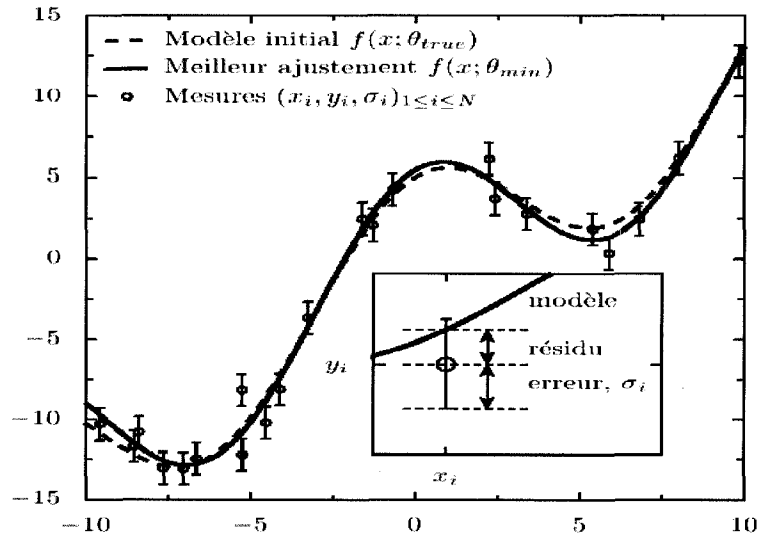


FIG. 1.5 Illustration de la méthode des moindres carrés. Les données suivent la courbe dessinée en pointillés et le meilleur ajustement déterminé par la méthode des moindres carrés est représenté en trait plein. Il s'agit de la fonction qui minimise la somme quadratique des écarts (appelés résidus) entre les données et le modèle.

La méthode des moindres carrés appliquée dans le cadre de la décomposition multi-résolution est décrite par l'équation 1.5.

$$\min_{P_j} [C_0(P_0, t) - C_j(P_j, t)]^2 \quad \forall t \quad (1.5)$$

$C_0(P_0, t)$ représente la courbe définissant le plus haut degré de résolution alors que $C_j(P_j, t)$ les courbes successives à interpoler.

La fonction à minimiser tient compte des différences paramétriques entre les deux courbes,

c'est à dire de la différence entre les abscisses et ordonnées des deux courbes discrétisées à chaque t . La distribution du paramètre d'avancement t reste rigoureusement identique d'un niveau à l'autre, afin que les courbes discrétisées soient ainsi comparables.

L'optimiseur utilisé afin d'obtenir la position des points de contrôle voulus par la technique des moindres carrés est la fonction "lsqcurvefit", provient de la boîte à outils d'optimisation de Matlab (2004). La boîte à outils "Optimization Toolbox" permet de résoudre les problèmes de moindres carrés non linéaires, les problèmes d'adaptation des données et les systèmes d'équations non linéaires. Elle utilise pour cela trois méthodes pour résoudre les problèmes de moindres carrés non linéaires :

- La méthode de Région de confiance est utilisée pour les problèmes avec contraintes de limites.
- La méthode de Levenberg-Marquardt est une méthode de recherche de ligne dont la direction de recherche est un croisement entre la méthode Gauss-Newton et la méthode de steepest descent.
- La méthode de Gauss-Newton est une méthode de recherche de ligne qui choisit une direction de recherche basée sur la solution à un problème de moindres carrés linéaires.

Matlab préconise l'utilisation de la méthode de Région de confiance pour les cas d'interpolation des moindres carrés, c'est donc cette méthode que l'optimiseur utilisera par défaut durant l'optimisation. Le critère d'arrêt de l'optimisation en ce qui concerne la tolérance sur la fonction coût est de 10^{-12} . Les bornes inférieures et supérieures des variables d'optimisation sont respectivement fixées à -100 et 100 afin de ne pas limiter la recherche de l'optimum. Les autres paramètres d'optimisation sont ceux définis par défaut pour cet optimiseur par Matlab. L'optimiseur et le calcul d'écart entre les courbes interagissent comme deux boîtes noires : les variables d'entrée sont les points de contrôle de la courbe recherchée et la fonction à évaluer tient compte de la courbe finale obtenue à l'aide de ces points de contrôle (le lien direct entre les deux est ignoré durant le processus d'optimisation). Le processus d'optimisation est exposé à la figure 1.6.

L'intégralité de notre implémentation a été réalisé dans Matlab, premièrement pour la facilité d'utilisation de cette plateforme où un grand nombre de fonctions de bases sont intégrées et deuxièmement pour l'accès à ses nombreuses boîtes à outils.

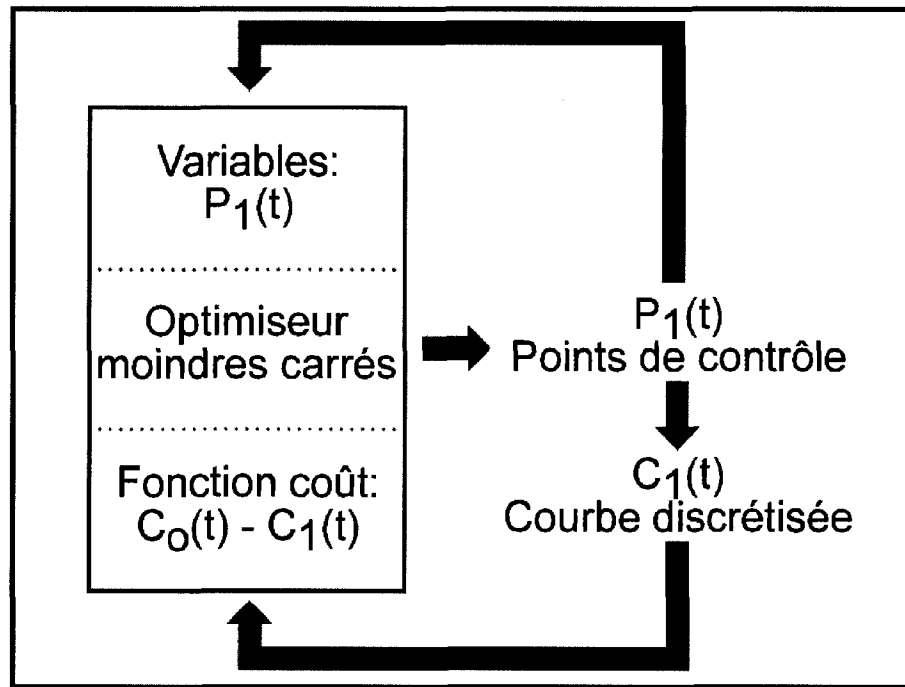


FIG. 1.6 Processus d'optimisation par la méthode des moindres carrés avec Matlab.

Le processus de décomposition appliqué à la courbe prise en exemple au début de cette section est illustré à la figure 1.7, pour un niveau de résolution où le nombre de points de contrôle a été réduit à 12. le vecteur nodal réduit correspondant est défini par :

$$\tau_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 10 \ 10] \quad (1.6)$$

Le résultat de cette optimisation donne une courbe qui reproduit l'aspect global de la courbe initiale avec un nombre restreint de points de contrôle. Plus le nombre de points est réduit, plus la reproduction de la courbe initiale va être grossière et le changement

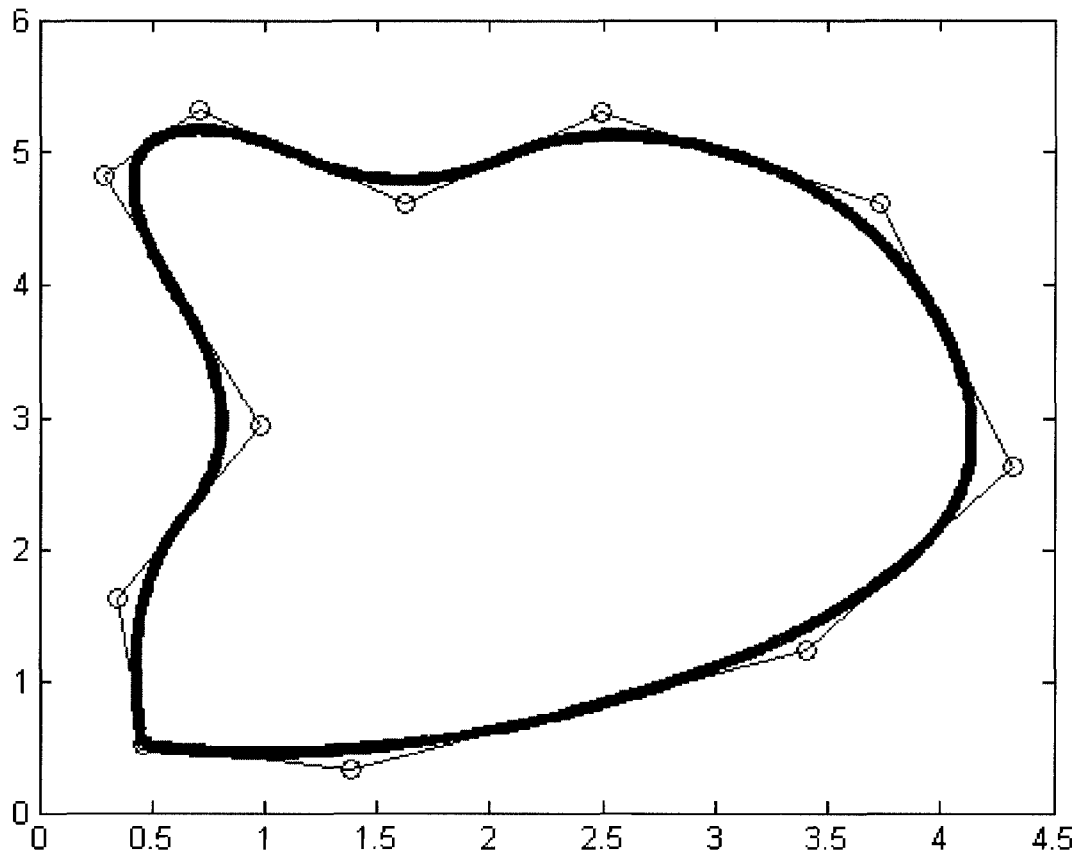


FIG. 1.7 Exemple de la décomposition de la courbe B-spline initiale avec 12 points de contrôle.

d'un seul point de contrôle va induire une modification plus globale de la courbe. Ce point est très important car il permet d'obtenir l'effet désiré de modification multi-résolution. Inversement, plus le nombre de points de contrôle est élevé, plus l'effet induit sera local.

1.5 Recomposition des niveaux

À ce stade, le processus de décomposition multi-résolution donne une succession de courbes de différents niveaux de résolution où les courbes obtenues sont, d'un point de

vue géométrique, de plus en plus éloignées de la courbe initiale.

La figure 1.8 montre la décomposition en plusieurs niveaux successifs appliquée au profil de Whitcomb.

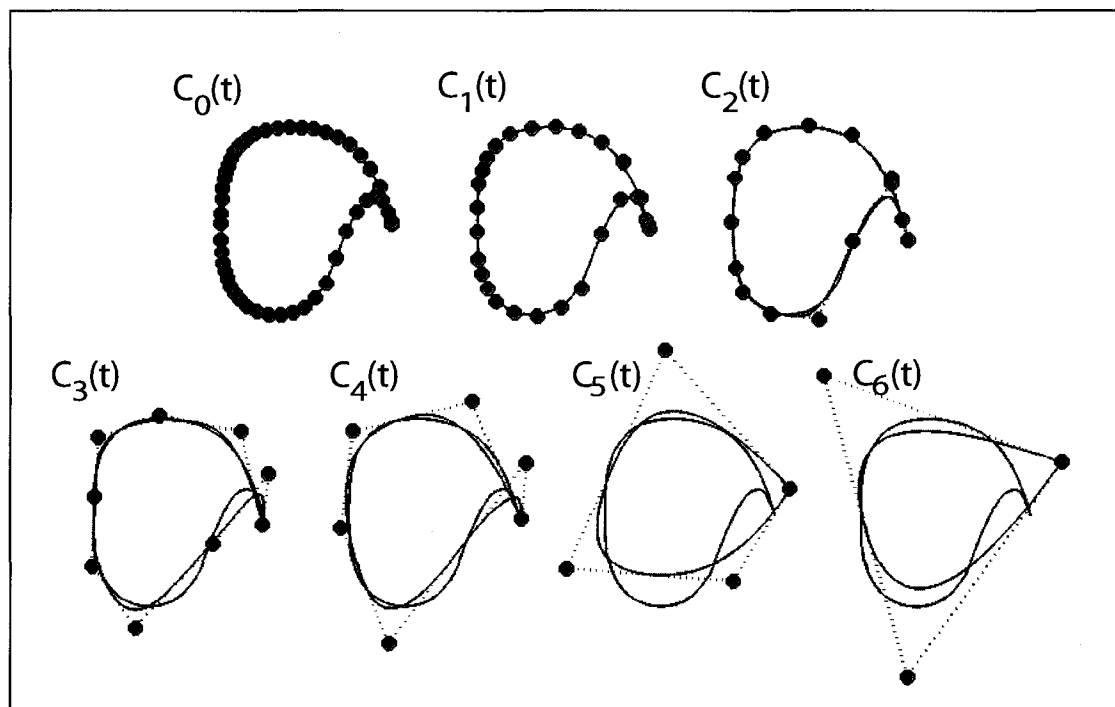


FIG. 1.8 Profils Whitcomb décomposés en plusieurs niveaux de résolution différente, de 50 à 4 points de contrôle. À chaque niveau, le profil initial et les points de contrôle obtenus sont superposés aux courbes décomposées.

Ces courbes contiennent ainsi de moins en moins de détails. Cette perte de détails n'est pas désirable dans notre cas car un petit écart dans la géométrie peut donner des résultats dramatiquement différents d'un point de vue aérodynamique. Il nous faut donc trouver le moyen de conserver un lien vers la géométrie initiale.

Pour ce faire, l'étape suivante, une fois les points de contrôle de la courbe successive obtenus, est de calculer la différence algébrique entre les deux courbes B-splines et de

la mémoriser. Les points de discrétisation étant uniformément distribués dans l'espace paramétrique, on peut donc comparer directement les abscisses et ordonnées de courbes successives.

La différence algébrique, $D_j(t)$, se calcule entre deux courbes discrétisées successives pour chaque même valeur du paramètre d'avancement t , comme dans le cas de la fonction coût précédente. Les différences algébriques sont archivées dans des fichiers texte séparés afin de pouvoir être réutilisées au besoin.

Arrivé à ce stade, le processus de décomposition est répété successivement pour chaque niveau désiré. On se retrouve donc à chaque niveau en possession de points de contrôle différents et d'une liste de chiffres correspondants aux différences algébriques entre deux courbes successives.

Le stockage de ces données permet alors de recomposer les différents profils à chaque niveau. La recomposition se définit en une étape obligatoire et une étape facultative : la recomposition algébrique et la recomposition interpolée. Les deux types de recomposition sont exposés à la figure 1.9 et sont discutés dans les sections suivantes.

1.5.1 Recomposition algébrique

La recomposition algébrique consiste, comme son nom l'indique, en la reconstitution algébrique des nouvelles courbes afin de restituer exactement l'allure de la courbe discrétisée initiale. Les détails algébriques étant stockés dans un fichier séparé, il suffit uniquement d'additionner ces valeurs à celles déterminées par les points de contrôle à chaque niveau inférieur, tel que présenté à l'équation 1.7.

$$C_0(t) = C_f(t) + \sum_{j=1}^f D_j(t) \quad (1.7)$$

On se retrouve donc à chaque niveau de résolution avec la même forme géométrique correspondant au profil initial, mais avec des points de contrôle permettant de modifier une

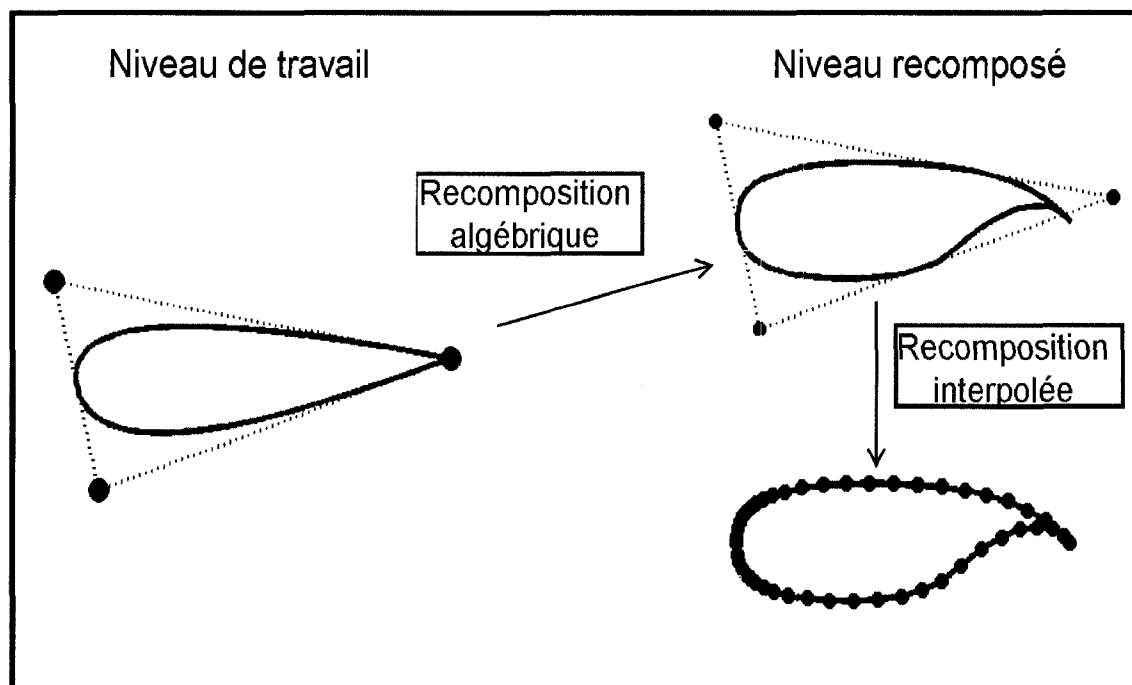


FIG. 1.9 Exemple de recomposition algébrique et interpolée d'un profil de Whitcomb

forme plus globale que celle de la courbe initiale. On peut donc librement modifier les points de contrôle en ayant accès directement à la forme générale lorsque l'on descend dans la hiérarchie des niveaux, tout en conservant les détails précis de la courbe initiale en procédant à la recomposition algébrique.

Une fois la décomposition terminée, on peut donc librement changer les points de contrôle du niveau désiré et ainsi obtenir une modification plus ou moins globale correspondant au niveau choisi. À chaque changement de valeur des points de contrôle, on reconstruit la courbe algébriquement afin d'obtenir le profil final. On profite ainsi du niveau de globalité correspondant au degré de résolution choisi combiné à la finesse des détails du niveau le plus haut.

1.5.2 Recomposition interpolée

Une fois que des modifications sont apportées à un niveau précis, les valeurs des points de contrôle des autres niveaux de résolution deviennent obsolètes. La reconstruction interpolée est donc une étape nécessaire si l'on souhaite travailler successivement sur plusieurs niveaux différents.

La méthode de la reconstruction interpolée consiste à appliquer la méthode des moindres carrés utilisée précédemment, mais en utilisant la courbe que l'on vient de modifier comme cible à atteindre. On ré-utilise le vecteur nodal et les fonctions de base du niveau souhaité, afin de ré-interpoler la nouvelle courbe obtenue avec l'objectif de recalculer la position des points de contrôle correspondants. On peut ainsi passer d'un niveau à un autre lorsque l'on décide de travailler successivement sur plusieurs niveaux de résolution différents.

En utilisant cette technique, on constate un autre avantage : on peut aisément créer des niveaux de résolution différents de ceux originellement planifiés, qu'ils soient intermédiaires, inférieurs ou supérieurs en résolution. Cet aspect de la méthode peut se révéler très utile dans les cas où les besoins évoluent pendant une analyse, à la vue de résultats préliminaires ou intermédiaires.

1.6 Effets de la technique de décomposition multi-résolution

Dans cette section, on présente les résultats générés par la méthode de décomposition multi-résolution exposée précédemment. La figure 1.10 montre l'effet des différents niveaux de résolution sur le déplacement d'un seul point de contrôle. La courbe initiant le processus de décomposition est un profil de Whitcomb interpolé avec 30 points de contrôle.

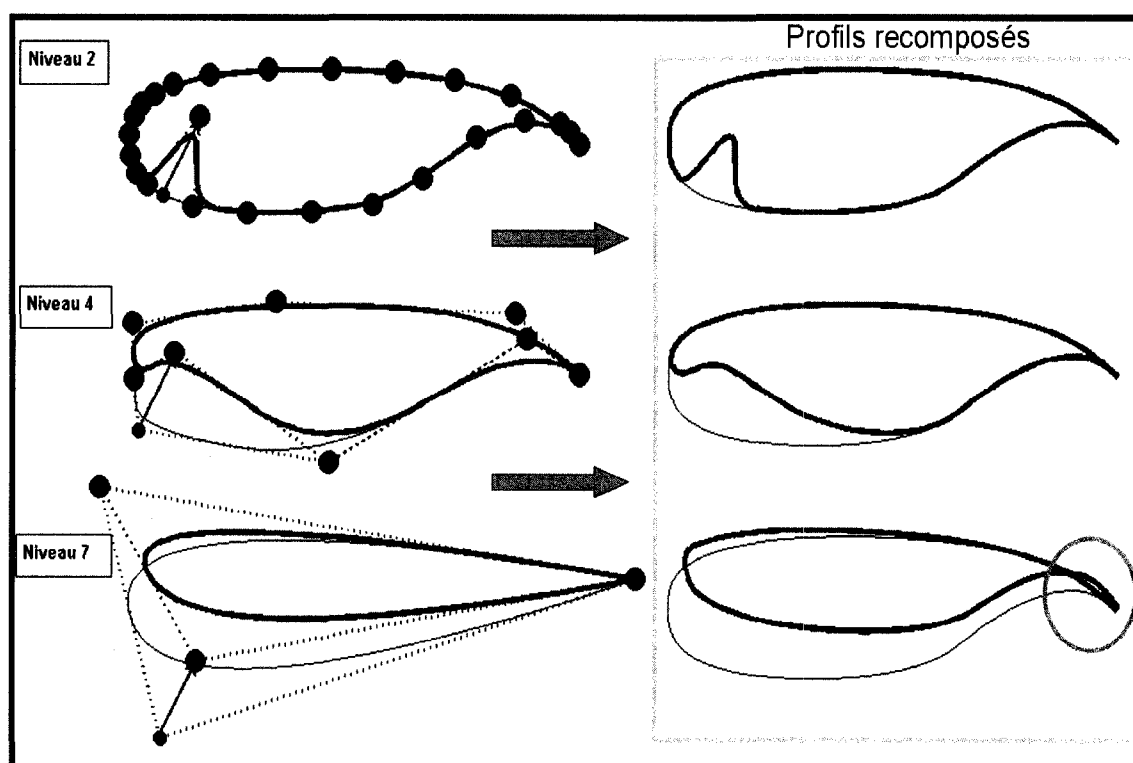


FIG. 1.10 L'effet du déplacement d'un seul point de contrôle à trois niveaux de résolution différents. Le niveau 2 correspond à un niveau de résolution élevé, le niveau 4 à un niveau intermédiaire, alors que le niveau 7 correspond au niveau de résolution le plus bas.

Le niveau de résolution le plus élevé, dans le cas précis de cet exemple, le niveau 2, montre à quel point la modification est locale. Ce niveau correspond à celui généralement utilisé pour la génération de profils lorsque des courbes B-splines sont utilisées. En ce qui concerne les niveaux les plus bas, la modification devient de plus en plus globale, affectant le profil complet dans les derniers niveaux de décomposition (niveau 7). On remarque par ailleurs un croisement de l'intrados et de l'extrados sur le profil recomposé au niveau 7, dû au grand déplacement des points de contrôle à un niveau bas, et qui n'est cependant pas visible avant la recombinaison algébrique. Ceci est malheureusement un problème inhérent aux courbes de type B-splinaire, qui peut cependant être traité par l'imposition de contraintes dans les zones sensibles.

CHAPITRE 2

COURBES B-SPLINES CONTRAINTES

Un des nombreux pré-requis dans le cadre de cette étude est la capacité d'avoir un contrôle sur certaines caractéristiques intrinsèques du profil. Malheureusement l'utilisation de courbes B-splines ne permet pas d'imposer directement des positions ni des dérivées en certains points sur le profil. Or, notre hypothèse de départ est qu'une bonne paramétrisation d'aile d'avion se doit d'avoir accès à un contrôle direct sur certaines valeurs physiquement représentatives lors d'une optimisation aérodynamique. Plus précisément dans le cadre de ce travail, l'implémentation de sections d'épaisseur et de cambrure du profil est recherchée.

On va donc définir et présenter les différentes techniques utilisées dans le but de contraindre selon les besoins, les courbes B-splines précédemment obtenues dans le cadre de la décomposition multi-résolution. Pour conclure ce chapitre, on exposera les effets de la technique de décomposition multi-résolution sur l'imposition de contraintes de cambrure et d'épaisseur.

2.1 Définition des contraintes : épaisseur et cambrure

Dans un premier temps il nous faut définir les caractéristiques intrinsèques d'un profil d'aile d'avion que sont l'épaisseur et la cambrure. Elles sont illustrées par la figure 2.1.

L'épaisseur en une section précise, x_1 est définie par la différence de coordonnées entre l'extrados et l'intrados à x_1 . La cambrure elle, à la section x_2 , est définie par la différence entre les coordonnées de la ligne médiane en x_2 et de la corde (ligne droite reliant le bord d'attaque et le bord de fuite). Ces caractéristiques ne sont pas simplement définies par

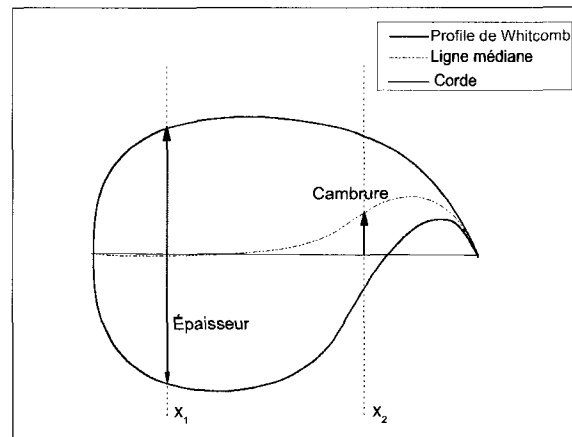


FIG. 2.1 Définition de la cambrure et de l'épaisseur.

une position sur le profil, car elles dépendent simultanément de plusieurs points situées sur l'intrados et l'extrados ainsi que du bord d'attaque et de fuite. Le bord d'attaque est défini dans cette étude par le point le plus éloigné du bord de fuite. L'épaisseur et la cambrure sont ainsi directement représentatives de l'allure globale d'un profil d'aile d'avion lisse.

2.2 Application de contraintes sur une courbe B-spline

Comme cela a été expliqué à la section précédente, les deux caractéristiques sont définies par les coordonnées de la courbe aux sections désirées. La méthode à employer pour contraindre une courbe B-spline doit donc pouvoir agir sur la position de points de la courbe. La méthode d'application de contrainte implique donc la modification d'une courbe B-spline initiale.

Le processus d'imposition d'une contrainte commence par l'identification de la valeur du paramètre d'avancement t_r du vecteur nodal, correspondant au point sur la courbe

$C(t_r)$ que l'on désire contraindre. Une fois ce paramètre identifié, on peut écrire :

$$C(t_r) + \Delta C(t_r) = \sum_{i=1}^{n+1} N_{i,k}(t_r)(P_i + \Delta P_i) \quad (2.1)$$

L'équation 2.1 reprend l'équation originelle de création de B-spline. $C(t_r)$ et $\Delta C(t_r)$ correspondent respectivement aux valeurs précédentes de la courbe B-spline aux coordonnées paramétriques voulues ainsi que la variation désirée. Le processus d'imposition des contraintes repose sur l'inversion du processus de création de courbe B-spline. La courbe B-spline passant par les points désirés devient connue, ce qui contraint la recherche de nouveaux points de contrôle correspondants. À cette étape, on recherche donc la nouvelle valeur des points de contrôles $(P_i + \Delta P_i)$.

2.2.1 Formulation des contraintes

Selon les définitions précédemment énoncées de l'épaisseur et de la cambrure, on doit relier plusieurs points sur la courbe en une seule équation par contrainte.

En ce qui concerne l'épaisseur, on a besoin de la distance entre les valeurs de l'intrados et l'extrados pour chaque section verticale voulue. La définition de l'épaisseur est illustrée à l'équation 2.2.

$$ep = y_{ext}(x_1) - y_{int}(x_1) \quad (2.2)$$

L'abscisse x_1 identifie la section concernée par l'imposition de l'épaisseur dans cette équation. Il n'est donc pas nécessaire de spécifier dès le départ l'ordonnée des points situés sur la section voulue pour l'intrados et l'extrados tant que la distance entre les deux est respectée.

Contraindre la cambrure est une tâche plus délicate car elle dépend également de la position du bord d'attaque et du bord de fuite, qui définissent la corde. La cambrure est donc

fonction de la pente entre ce même bord d'attaque et bord de fuite. Si l'on ne tient pas compte de la pente de la corde dans le processus d'imposition de la cambrure, le problème qui en découle est que la valeur de la cambrure peut être modifiée par une rotation du profil. Ce qui n'est pas souhaitable car il est généralement d'usage de normaliser le profil après manipulation, en adimensionalisant la corde et en pivotant le profil afin que la corde soit horizontale. Dans ce cas précis, la cambrure n'a donc plus la même valeur que celle exigée initialement. Il faut donc éviter que le profil ne tourne durant l'imposition de la cambrure.

La cambrure se définit par l'équation 2.3, où l'abscisse de la section concernée par l'imposition de la contrainte est x_2 .

$$c = \left(\frac{y_{ext}(x_2) + y_{int}(x_2)}{2} \right) - \left(\underbrace{\frac{y_{BF} - y_{BA}}{x_{BF} - x_{BA}}}_{pente} x_2 + y_{BA} \right) \quad (2.3)$$

Résoudre l'équation 2.3 en remplaçant chaque variable par une contrainte exprimée par l'équation 2.1 est une tâche extrêmement compliquée et n'est pas souhaitable. Afin donc de simplifier le problème, les coordonnées du bord d'attaque et du bord de fuite sont fixées à (0,0) et (1,0), respectivement. Ceci permet de définir simplement la cambrure à l'aide seulement des valeurs de l'intrados et de l'extrados à la section désirée, de la même manière que pour l'épaisseur. Par contre il faut préciser que fixer les coordonnées du bord d'attaque et du bord de fuite augmente de 2 le nombre de contraintes. On perd ainsi deux degrés de liberté.

2.2.2 Résolution mathématique

Les équations 2.1 et 1.2 mènent alors à une version simplifiée qui peut être exprimée sous sa forme matricielle :

$$\Delta C_r = [N]\Delta P^T \quad (2.4)$$

où $[N]$ est la matrice connue composée des fonctions de base de la courbe B-spline.

Le nombre de contraintes à appliquer influe directement sur le système à résoudre. Trois cas distincts peuvent ainsi être rencontrés lors de la résolution de l'équation 2.4 afin de trouver les ΔP^T . Ces trois cas sont discutés ci-dessous.

2.2.2.1 Premier cas : système uniquement déterminé

Le premier cas survient lorsque le nombre de contraintes égale le nombre de variables. Le système est alors uniquement déterminé. Ici le nombre de variables correspond aux points de contrôle que l'on re-calcule. La solution de l'équation 2.4 est simplement obtenue par une inversion directe de la matrice $[N]$ et elle est unique. L'unicité de la solution est une propriété recherchée dans le contexte de la génération de profils d'aile d'avion, car l'on souhaite reproduire exactement le même profil lorsque les variables d'entrée sont identiques. Cette dernière propriété rend la génération de profil plus robuste. D'un autre côté, ce cas est généralement très contraignant, car il force l'utilisation du même nombre de variables que de contraintes à déterminer. On perd donc la possibilité de réaliser une optimisation avec très peu de contraintes, sans réduire le nombre de points de contrôle en conséquence. Comme les profils générés par des courbes B-splines ayant un nombre réduit de points de contrôle manquent de précision, il devient alors difficile de jouer sur les détails de la courbe.

À l'inverse, la génération d'un profil avec une haute résolution sans avoir un nombre équivalent de contraintes est impossible dans le cas d'un système uniquement déterminé. On est donc forcé d'imposer une grande quantité de contraintes sur le profil dans

ce genre de cas, ce qui conduit ainsi à un manque de flexibilité. Ce fut un problème rencontré précédemment par Marier (2005) : les points-clés représentant les contraintes étaient disposés en plusieurs couches que l'on pouvait activer au besoin. En activant toutes les couches permises, le nombre de paramètres augmente à une trentaine de variables. Lors d'une optimisation aérodynamique, on se retrouve avec deux cas possibles : le premier consiste à utiliser ces paramètres en tant que variables d'optimisation, ce qui rend le calcul très coûteux et peut rendre difficile la détection d'un meilleur optimum. En effet, les méthodes à gradient généralement utilisées forcent une modification locale lors de la recherche de direction de descente, ce qui peut créer des variations importantes sur les coefficients de pression lors de l'analyse aérodynamique, et de ce fait compliquer la recherche d'un meilleur optimum. Le deuxième cas se produit lorsque l'on décide au contraire de fixer un grand nombre de ces paramètres, ce qui rigidifie énormément la génération de profil et restreint grandement l'espace de recherche d'optimum. Ces désavantages majeurs forcent l'utilisation d'une résolution autre pour contraindre des points clés sur la courbe.

2.2.2.2 Deuxième cas : système sur-déterminé

On obtient un système sur-déterminé lorsque le nombre de contraintes dépasse le nombre de variables. Dans ce cas le système n'a pas de solution en général. Malheureusement ce cas peut se présenter dans les niveaux de résolution les plus bas, quand le nombre de variables est grandement diminué, et le nombre de contraintes peut alors dépasser le nombre de paramètres. Ces cas particuliers sont interdits et doivent donc être détectés, car les contraintes ne seront alors pas respectées.

2.2.2.3 Troisième cas : système sous-déterminé

Le dernier cas permettant de résoudre l'équation 2.4 conduit à la résolution d'un système sous-déterminé. Dans ce cas, le nombre de contraintes est inférieur au nombre de points de contrôle de la courbe B-spline. L'avantage marqué de ce cas réside dans la liberté de choisir la quantité de contraintes sans avoir à évaluer le nombre de points de contrôle. Ceci augmente considérablement la flexibilité du processus de création de profil d'aile d'avion. Le nombre de contraintes peut ainsi être indépendant du niveau de résolution choisi. Par exemple, on peut choisir de peu contraindre un niveau de résolution élevé, afin d'avoir une plus grande liberté d'optimisation.

Le principal problème rencontré lors de la résolution d'un système sous-déterminé est l'infinité des solutions. Comme on l'a précédemment énoncé, une propriété indispensable pour un profil d'aile d'avion, est l'unicité de la solution calculée. Or pour résoudre ce problème, il faut trouver un moyen de choisir une solution parmi l'infinité de solutions possibles. Comme il est impossible de présélectionner une solution en particulier sur une base aérodynamique, le meilleur moyen dans notre cas est de sélectionner un profil viable en s'assurant que les variables soient le moins possible modifiées. Cette solution est donc intéressante lorsque le profil initial est de bonne qualité.

La technique utilisée lors de la résolution du système sous-déterminé est proposée par Piegl & Tiller (1995), et est basée sur la minimisation de la norme $||\Delta P_i||$. Ceci permet de satisfaire les contraintes tout en effectuant un changement minimal des variables.

Nous pouvons exprimer ΔP par :

$$\Delta P = [N]^T \lambda + z \quad (2.5)$$

En développant le carré de la norme on obtient :

$$|\Delta P|^2 = ([N]^T \lambda + z)^T \cdot ([N]^T \lambda + z)$$

$$\begin{aligned}
&= ([N]^T \lambda)^T \cdot ([N]^T \lambda) + z^T \cdot z \\
&= |[N]^T \lambda|^2 + |z|^2
\end{aligned} \tag{2.6}$$

En incluant la définition des contraintes (équation 2.4) et en substituant ΔP tel que le défini l'équation 2.5, on obtient :

$$\begin{aligned}
\Delta C &= [N] \Delta P \\
&= [N]([N]^T \lambda + z) \\
&= [N][N]^T \lambda + [N]z \\
&= [N][N]^T \lambda
\end{aligned} \tag{2.7}$$

En solutionnant l'équation 2.7 pour λ :

$$\lambda = ([N][N]^T)^{-1} \Delta C \tag{2.8}$$

Les composants de z dans l'équation 2.6 ne sont pas significatives pour le système, mais contribuent tout de même à la longueur de la norme de ΔP . Nous trouvons la solution minimisant le déplacement en fixant $z = 0$. Nous obtenons donc :

$$\Delta P = [N]^T ([N][N]^T)^{-1} \Delta C \tag{2.9}$$

La matrice $([N][N]^T)$ n'est pas singulière si les lignes de $[N]$ sont linéairement indépendantes. La condition suffisante est de vérifier que $\det([N][N]^T) \neq 0$.

On obtient donc la variation des points de contrôle à modifier afin d'obtenir la variation d'épaisseur ou de cambrure voulue.

La même technique est également applicable si l'on souhaite obtenir une valeur exacte et non une variation de la valeur de la cambrure ou de l'épaisseur. Il suffit alors de tenir

compte de la valeur initiale du paramètre avant modification et de calculer la variation nécessaire afin d'avoir la valeur souhaitée.

À la fin du processus, l'épaisseur et la cambrure sont exactement et localement imposées aux sections désirées. Un avantage marquant obtenu à partir du fait que les contraintes soient localement imposées est une meilleure transition entre plusieurs domaines lors d'une optimisation multi-disciplinaire. On a un contrôle direct sur des paramètres relevant du design structurel lors d'une optimisation aérodynamique. Des paramètres que l'on peut décider soit de fixer afin de respecter des normes structurelles, soit de faire évoluer afin de trouver le meilleur design possible. Ces contraintes peuvent être appliquées sur diverses sections du profil afin de représenter, par exemple, les longerons.

2.3 Effets de la technique de décomposition multi-résolution

Dans le but d'illustrer les résultats obtenus par la méthode d'imposition de la cambrure et de l'épaisseur, un profil de Whitcomb ayant 20 points de contrôle est utilisé. On impose simultanément une variation d'épaisseur de 0.015 à la section $x = 0.2$ et une variation de cambrure de 0.01 à la section $x = 0.8$. L'imposition de ces deux contraintes à deux niveaux de résolution différents est illustrée à la figure 2.2.

La figure de gauche présente les modifications obtenues au niveau 1, le niveau le plus élevé dans ce cas. Tout en respectant l'épaisseur et la cambrure imposées aux deux sections de la courbe, on remarque que les modifications sont très locales. Un effet plus global est obtenu lorsque l'on considère les niveaux de résolution plus bas, comme illustré pour le niveau 3 à la figure. 2.2. On peut y voir qu'une contrainte définie localement entraîne une modification globale du profil. Le résultat est une courbe plus lisse et moins bosselée qui satisfait les contraintes imposées.

La propriété importante des B-spline exploitée ici est celle qui impose que chaque coordonnée de point sur la courbe est contrôlée par k points de contrôle, où k est l'ordre de

la courbe. Rappelons que, dans notre cas, les courbes sont d'ordre 3.

Si un niveau de résolution inférieur est choisi, le nombre de points de contrôle est subsciemment réduit. Donc plus le niveau de résolution est bas, plus la fraction du nombre de points de contrôle affectés sera élevée, ce qui explique l'allure plus lisse du profil obtenu.

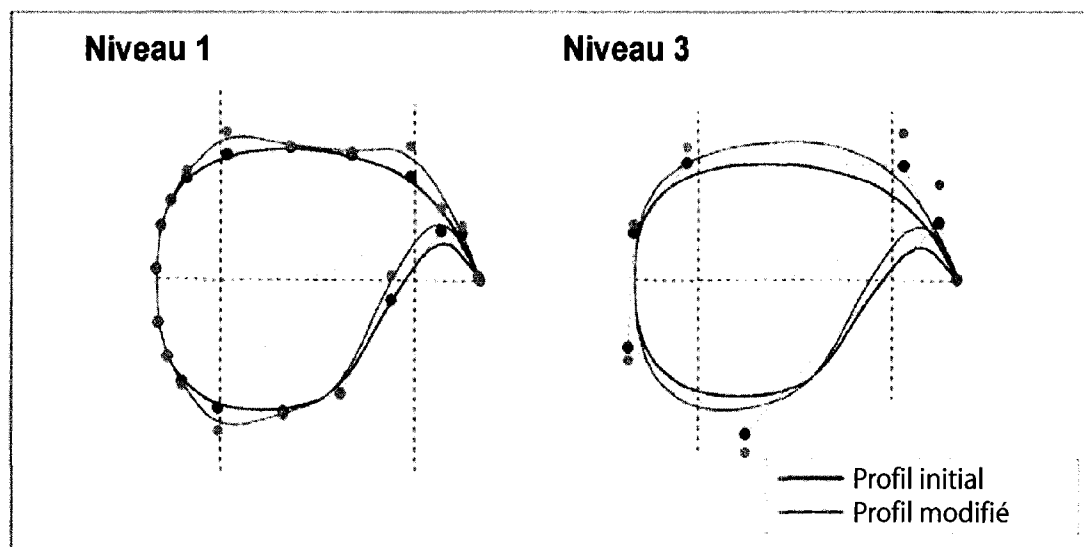


FIG. 2.2 Effet du schéma multi-résolution sur l'imposition des contraintes d'épaisseur et de cambrure. Le niveau 1 correspond au niveau de résolution le plus élevé alors que le niveau 3 correspond au niveau de résolution le plus bas.

On peut donc bénéficier de la possibilité d'agrandir le domaine d'influence d'une contrainte d'épaisseur et de cambrure d'un profil en considérant un niveau de résolution moins élevé. Ceci induira une modification plus globale et une allure plus lisse du profil tout en respectant les contraintes locales aux sections désirées. N'importe quelle contrainte linéaire localement définie peut être appliquée par le même processus afin d'obtenir un profil plus lisse.

CHAPITRE 3

GÉNÉRATION DE PROFILS D'AILE D'AVION

Sur la base de la méthode décrite dans les chapitres précédents pour les besoins de la génération de profils d'aile d'avion, une optimisation de forme peut être réalisée en utilisant comme paramètres d'optimisation soit les points de contrôle des différents niveaux soit les sections d'épaisseur et de cambrure. Plusieurs options sont donc disponibles pour l'utilisateur afin de mieux faire correspondre la paramétrisation aux besoins de l'optimisation à réaliser. Dans ce chapitre on montrera dans un premier temps les principaux inconvénients reliés à la technique de décomposition multi-résolution appliquée à l'optimisation aérodynamique. Dans un deuxième temps, on exposera les différentes stratégies mises en place afin de pallier à ces inconvénients afin de bénéficier des avantages de la multi-résolution sans interférer avec les pré-requis de la génération de profils d'aile d'avion. Les avantages des divers procédés de génération de profils seront ainsi exposés.

3.1 Inconvénients de la décomposition multi-résolution

Dans le cas de l'utilisation de variables appartenant à plusieurs niveaux de résolutions différents, il faut se servir de la recomposition interpolée, telle que présentée dans le premier chapitre. La technique de recomposition interpolée présente un désavantage certain cependant : le temps de calcul. La fonction générant le profil d'aile d'avion est appelée plusieurs fois durant une itération lors d'une optimisation, ce qui force le processus de génération de profil à être le plus rapide possible. Le temps maximal suggéré par les aérodynamiciens afin d'obtenir un temps de calcul raisonnable pour une optimisation

complète est de l'ordre de la minute. Dans notre cas, le temps de calcul varie en fonction du nombre de variables des niveaux de résolution impliqués. L'ordre de grandeur du temps de calcul en fonction du nombre de variables est exposé à la figure 3.1.

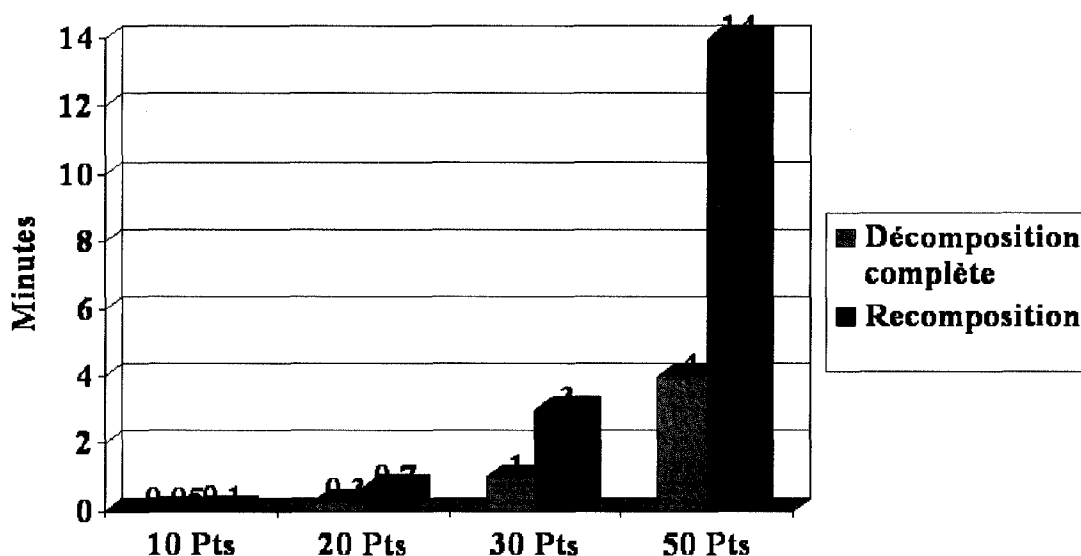


FIG. 3.1 Ordre de grandeur du temps de calcul utilisé pour un exemple de décomposition complète en 7 niveaux et la recomposition au niveau supérieur pour un nombre variable de paramètres.

On constate que les transitions entre des niveaux de résolution de trop haute qualité ne sont donc pas recommandées, car elles dépassent le temps maximal suggéré. Il faut donc user de stratégie lorsque l'on souhaite changer de niveaux de résolution lors d'une même optimisation.

Un autre inconvénient majeur est la perte de l'accessibilité de plusieurs niveaux simultanément, car dès que l'on modifie les points de contrôle d'un seul niveau, on modifie l'allure de la courbe qui est contrôlée par d'autres points à d'autres niveaux. Il faut utiliser la recomposition interpolée à chaque modification pour re-obtenir les points de contrôle correspondants aux autres niveaux.

3.2 Procédés de génération de profils

Deux approches différentes ont donc été mises en place et spécialement développées afin de pallier à ces deux désavantages majeurs, c'est-à-dire de pouvoir avoir accès simultanément à plusieurs niveaux de résolution et de pouvoir générer un profil dans le laps de temps imparti. Elles sont aussi spécialement développées dans le but de répondre aux besoins d'optimisation de profil 2D d'ailes d'avion. Ces deux techniques sont : l'optimisation à niveau simple et l'optimisation à niveaux combinés.

3.2.1 Optimisation à niveau simple

La première méthode est conçue pour des problèmes particuliers bien déterminés, car elle requiert de savoir exactement le niveau de résolution choisi ainsi que les variables à utiliser. Cette méthode peut être utilisée pour les designs préliminaires ou détaillés, en utilisant respectivement un niveau de résolution plus grossier ou plus fin. Elle présente l'avantage majeur de réaliser chaque itération de l'optimisation dans les temps impartis. L'optimisation à niveau simple est aussi prévue pour les cycles complets. Le processus est montré sur la figure 3.2. Le processus du cycle complet peut être décomposé en plusieurs couches d'optimisation à niveau simple. Le processus commence avec une optimisation réalisée à un niveau de résolution grossier, et l'on transfère successivement les valeurs des profils optimisés à un niveau de résolution plus fin en tant que paramètres initiaux. L'optimisation aérodynamique est extrêmement sensible au design initial, et grâce à cette méthodologie, on peut obtenir des designs initiaux de grande qualité, à l'aide de quelques optimisations à niveau simple, peu coûteuses.

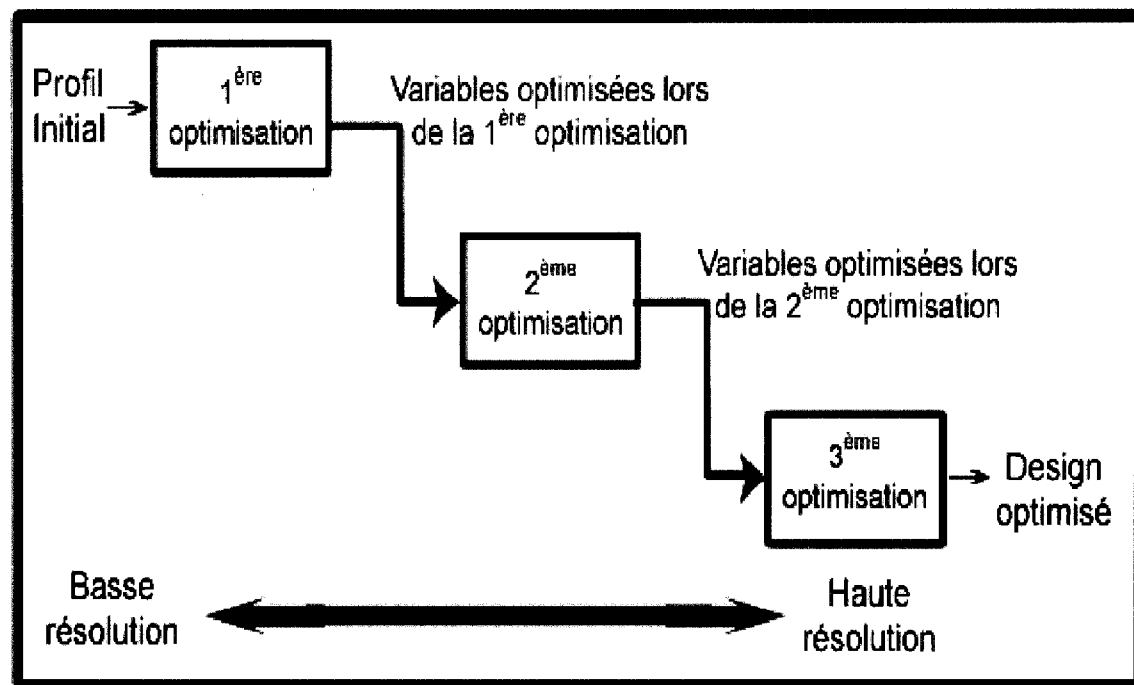


FIG. 3.2 Schéma du processus à niveau simple conçu pour un cycle complet.

3.2.2 Optimisation à niveaux combinés

La deuxième approche, nommée optimisation à niveaux combinés, présente de nouveaux aspects intéressants pour les besoins d'optimisation aérodynamique. La nouveauté de cette approche présentée dans ce mémoire se base sur la possibilité d'utiliser de manière simultanée des variables de plusieurs couches lors d'une seule et même optimisation. Cette approche bénéficie de tous les avantages de la méthode de décomposition multi-résolution, car on peut simultanément avoir accès aux niveaux de résolution grossiers et fins. Une combinaison de niveaux de résolutions éloignés donne accès aux modifications globales de forme tout en permettant simultanément des réglages de finesse. Une fois les niveaux de résolution choisis selon les besoins, l'optimiseur est libre de choisir et de modifier à chaque itération les variables les plus influentes parmi les paramètres disponibles par niveau, peu importe le degré de résolution. L'avantage qui en découle

est d'une grande importance car il permet l'automatisation du processus de sélection des paramètres, afin de mieux réduire la fonction coût. L'utilisateur n'a donc plus à choisir un niveau de résolution au détriment d'un autre pour réaliser une optimisation. Le processus de la méthode à niveaux combinés est montré sur la figure 3.3.

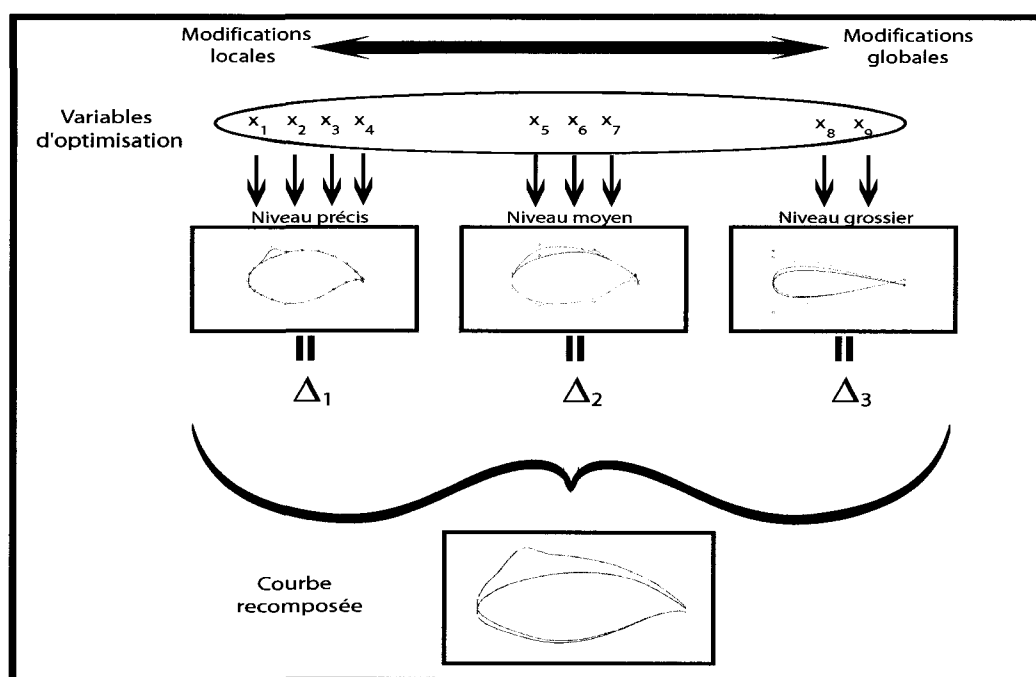


FIG. 3.3 Schéma du processus à niveaux combinés pour une seule itération lors d'une optimisation.

3.2.2.1 Méthodologie de l'optimisation à niveaux combinés

La méthode d'optimisation à niveaux combinés peut-être décomposée en deux parties spécifiques.

La première étape correspond à l'initialisation : le profil initial est décomposé sur plusieurs niveaux de résolution, selon les besoins. Les points de contrôle de tous les niveaux,

simultanément, sont vus en tant que variables de design tandis que les différences algébriques sont mémorisées car elles seront utilisées tout au long de l'optimisation.

La deuxième étape se produit durant l'optimisation. À chaque itération, les profils sont, par niveau, indépendamment construits à l'aide des courbes B-spline avec les points de contrôle calculés par l'optimiseur, et reconstruits algébriquement. Les différences entre ces profils nouvellement dessinés et les profils de départ à chaque niveau de résolution sont indépendamment calculées et sont par la suite reportées sur une même courbe finale. Cette dernière est simplement la courbe initiale additionnée des variations algébriques créées par le changement des points de contrôle, que l'on vient de calculer à chaque niveau.

La discrétisation étant uniforme sur l'espace paramétrique pour tout les niveaux de résolution différente, les variations algébriques sont donc compatibles lorsqu'elles sont additionnées au profil initial à chaque valeur du paramètre d'avancement t . De cette manière, si la modification concerne la même partie du profil sur plusieurs niveaux de résolution différente, il n'y a donc pas de conflits lors de la modification entre ces niveaux. Les variations par niveau étant distribuées algébriquement au profil final, il n'est pas nécessaire de hiérarchiser les modifications. Cette technique est extrêmement rapide, de l'ordre de la seconde, puisqu'elle ne requiert que des opérations algébriques simples durant l'optimisation. Toutes les tâches consommant beaucoup de temps de CPU sont réalisées une seule fois pendant le segment initiateur. La figure 3.4 illustre les détails de la méthode à niveaux combinés lorsque des modifications sont apportées sur trois niveaux différents d'un même profil d'aile d'avion.

3.2.2.2 Avantages de la méthode

Il y a deux considérations majeures à prendre en compte quand vient le temps de tester une nouvelle paramétrisation. La première caractéristique est la flexibilité du modèle, qui est représentée par le nombre de formes différentes qu'un modèle peut engendrer. La

seconde caractéristique d'une bonne paramétrisation est la robustesse du modèle. Généralement les paramétrisations utilisant un grand nombre de variables pourront représenter des formes plus complexes, et seront plus aptes à produire de nouveaux designs. Cependant, un grand nombre de variables de design implique une recherche d'optimum beaucoup plus coûteuse et augmente grandement les possibilités d'échec et l'impossibilité de générer les formes voulues.

La nouvelle approche présentée dans cette section offre des améliorations sur les deux plans : soit la flexibilité et la robustesse. La flexibilité du modèle est définie par le plus haut niveau de résolution utilisé, que l'on se serve de la méthode à niveau simple ou celle à niveau combiné. L'innovation de taille de cette méthode repose sur l'augmentation de la robustesse obtenue par la méthode à niveaux combinés. Le fait de pouvoir manipuler simultanément plusieurs niveaux de résolution différente permet d'agrandir l'espace de recherche mais avec de nombreux avantages. Le nombre d'itérations lors d'une optimisation peut être réduit de manière drastique, car les modifications globales peuvent accélérer le processus de localisation d'une région prometteuse de l'espace de design. Le même accès aux modifications globales réduit grandement le risque d'échec de l'optimisation. Ces deux critères améliorent sensiblement la qualité de la paramétrisation. Ce sont des avantages uniques lorsque l'on considère le cadre d'optimisations aérodynamiques, comme il sera exposé dans les chapitres suivants.

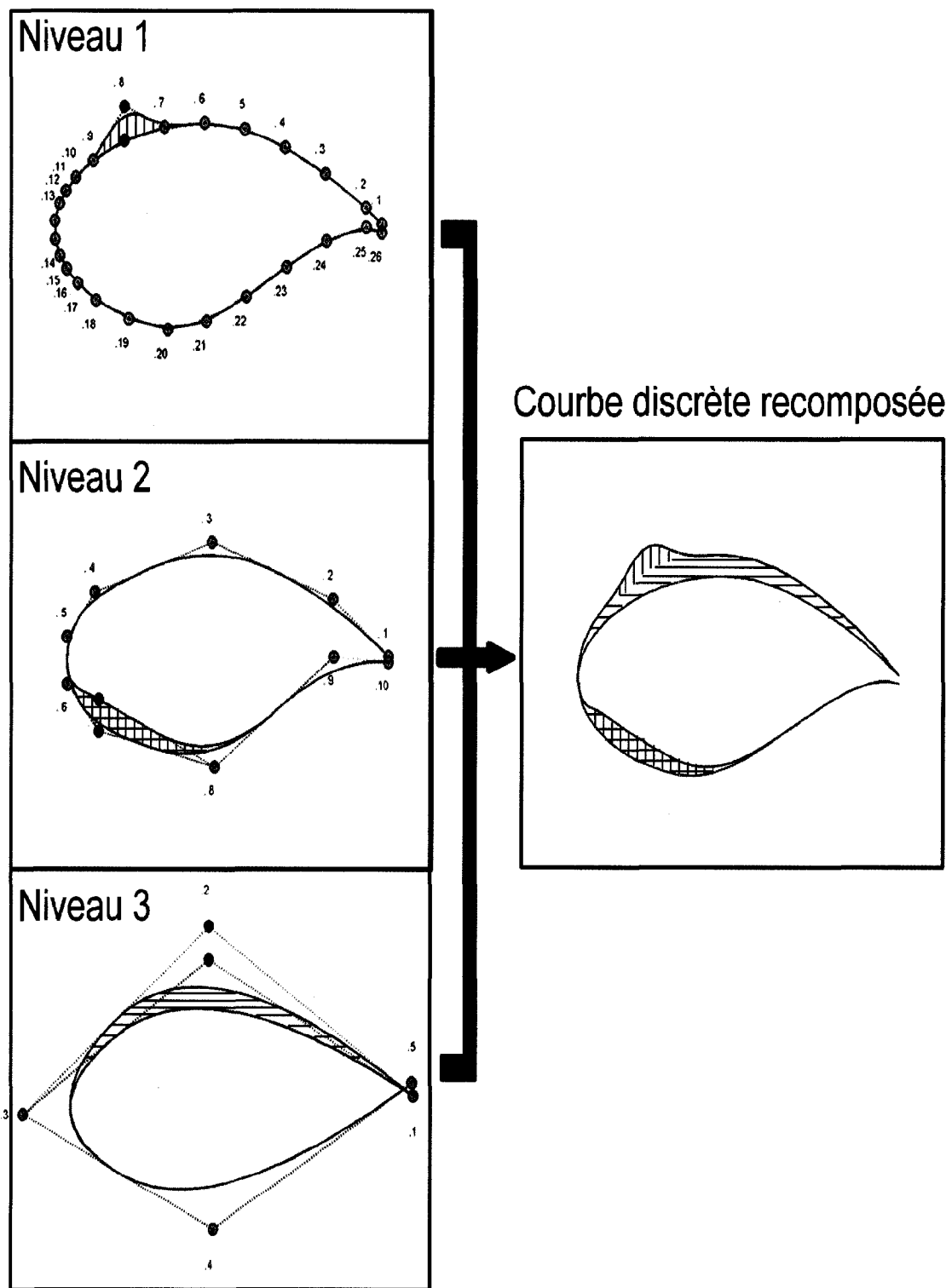


FIG. 3.4 Processus de génération de profils d'aile d'avion avec la méthode à niveaux combinés pour une seule itération lorsque des modifications sont apportées sur trois niveaux différents.

CHAPITRE 4

VALIDATION GÉOMÉTRIQUE

Lorsque l'on en vient à la comparaison de différentes paramétrisations de forme, il est important de vérifier une caractéristique importante qui a déjà été énoncée dans les chapitres précédents : la flexibilité. La flexibilité est définie comme la capacité de reproduire précisément différentes formes de profil. La validation géométrique permet de mieux évaluer la flexibilité de la paramétrisation multi-résolution. Dans ce chapitre, les résultats obtenus au cours de plusieurs séries d'optimisations géométriques seront présentés afin de déterminer la flexibilité de cette nouvelle technique. D'autre part, les implications des possibilités de cette nouvelle technique seront exposés dans le cadre du domaine aérodynamique.

4.1 Effets du choix des paramètres définissant le profil

L'optimisation géométrique d'un point de vue du cadre de la décomposition multi-résolution est simplement basée sur l'interpolation de courbes B-splines à niveau simple. Ceci vient du fait que les courbes B-splines sont tout simplement disposées en diverses couches, hiérarchiquement développées sur plusieurs niveaux de résolution. Par définition, la flexibilité de cette nouvelle paramétrisation dans sa globalité est définie seulement par son niveau de résolution le plus élevé, peu importe le nombre de niveaux employé.

À cet effet, l'efficacité d'une simple courbe B-spline à interpoler n'importe quel profil ne sera pas mise en doute ici, car elle a été prouvée à maintes reprises.

Dans les sections à venir, on recherche l'avantage d'avoir un contrôle direct sur la forme

du profil en utilisant seulement des modifications sur la cambrure et l'épaisseur définies sur plusieurs sections. Très peu de paramètres peuvent être ainsi impliqués lorsque l'on sélectionne ces paramètres géométriques, car l'influence de chaque section cambrure ou épaisseur appliquée se propage à $2k$ points de contrôle, où k est l'ordre de la courbe, qui vaut dans notre cas $k=3$. On peut donc ainsi espérer réduire le nombre de variables nécessaires afin d'obtenir une paramétrisation de qualité, ce qui peut être un avantage important lorsque l'on souhaite réaliser des designs préliminaires.

Comme il a été énoncé précédemment chaque contrainte relie l'intrados avec l'extrados et implique $2k$ points de contrôle. Par ailleurs, il faut aussi noter que le premier et dernier point de contrôle sont fixés afin de garder la même épaisseur au bord de fuite pour les besoins de l'analyse structurelle. Lorsque l'on souhaite modifier grandement la forme d'un profil, il est préférable de sélectionner la cambrure et l'épaisseur conjugué ensemble sur une seule section afin d'obtenir la complémentarité des deux modifications. On peut ainsi obtenir toutes les positions possibles extrados et intrados pour une section donnée. En tenant compte des trois dernières considérations, lorsque l'on utilise une seule section utilisant l'épaisseur et la cambrure simultanément, on a donc accès à 8 points de contrôle.

Ceci permet d'augmenter considérablement la flexibilité de la paramétrisation pour des cas de design préliminaire lorsque très peu de variables sont impliquées. Il ne faut pas oublier que le profil est uniquement déterminé à chaque fois, donc la flexibilité n'est pas tout simplement multipliée par 6, mais on peut quand même voir un avantage marqué dans la mesure où il n'est pas possible d'obtenir un profil aérodynamiquement viable en n'utilisant qu'un seul point de contrôle pour une optimisation, alors qu'on peut utiliser une seule section cambrure ou épaisseur. La limite où une optimisation réalisée avec des sections cambrure ou épaisseur donne des résultats similaires à une optimisation obtenue avec des points de contrôle B-spline, se situe quand le nombre de points de contrôle devient assez important pour obtenir un profil aérodynamiquement viable. Cette limite sera explorée plus en détails à la section suivante.

4.1.1 Règles à appliquer lors du choix des variables

Il faut être attentif lorsque l'on se sert de l'épaisseur et la cambrure en tant que variables de design, et appliquer deux règles essentielles :

- Tous les points de contrôle définissant la forme du profil *doivent* être impliqués dans l'application des sections cambrure ou épaisseur, incluant les points contrôlant le bord d'attaque.
- Les sections de cambrure ou épaisseur ne *doivent* pas être trop "proches" les unes des autres, de telle sorte que les mêmes points de contrôle ne soient impliqués exactement dans plus d'une section à la fois $\Leftrightarrow$ La matrice $[N]$ doit être bien conditionnée.

Il faut souligner ici que ces deux règles sont très empiriques et dérivent simplement d'une analyse préliminaire sur l'imposition des sections cambrure ou épaisseur. Elles permettent de se faire une idée sur le choix des variables à employer.

4.1.1.1 Règle 1

La première règle est essentielle si l'on souhaite obtenir un profil au contour lisse. Si un point de contrôle n'est impliqué dans aucune imposition de contraintes, il restera localement inchangé, ce qui favorisera la création de bosses. Ce phénomène est démontré sur la figure 2.2, où l'on peut constater le but de l'imposition de cette règle.

La figure 4.1 montre la zone recommandée pour déterminer le nombre de points de contrôle optimal à utiliser en fonction du nombre de sections avec des contraintes que l'on souhaite utiliser. La limite inférieure de $p = 2s + 2$, où p est le nombre de points de contrôle et s le nombre de sections comprenant les contraintes, est déconseillée la plupart du temps, car à ce niveau la courbe engendre certes une modification plus globale, mais la

courbe est très contrainte et entraîne plus facilement une matrice $[N]$ mal conditionnée. Par ailleurs, la limite supérieure de $p = 6s$ est elle aussi non recommandée car elle délimite le niveau où la modification devient trop locale et entraîne des bosses. Le niveau intermédiaire où $p = 4s + 1$ correspond à la limite où deux contraintes successives impliquent un seul point de contrôle en commun. Les limites calculées précédemment tiennent compte du premier et dernier point de contrôle qui sont, on le rappelle, fixes. Cette règle n'est cependant pas suffisante pour obtenir un bon profil en faisant usage des contraintes en tant que variables de design. On a donc besoin de faire appel à la deuxième règle énoncée.

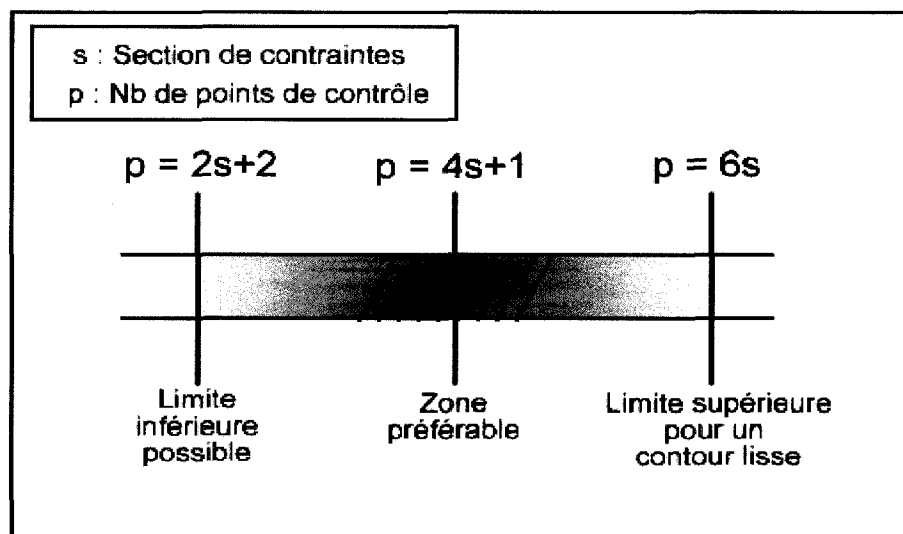


FIG. 4.1 Diagramme illustrant la zone représentant le nombre de points de contrôle optimisé que l'on devrait appliquer en fonction du nombre de sections avec des contraintes que l'on souhaite appliquer.

4.1.1.2 Règle 2

La deuxième règle peut être visualisée par le fait que la valeur de la cambrure et de l'épaisseur, étant dépendantes de la forme globale de la courbe, sont obligatoirement incluses dans le polygone de contrôle de la courbe B-spline. Ceci provient de la propriété de l'enveloppe convexe des courbes B-splines. On est donc limité par ce polygone, qui contraint d'une certaine manière la distance entre l'intrados et l'extrados de la courbe. Le fait de relier deux points sur la courbe peut donc induire un mauvais conditionnement de la matrice, même si le nombre de contraintes est inférieur au nombre de points de contrôles disponible pour satisfaire un système sous-déterminé.

La dernière règle énoncée précédemment est empirique et n'est pas à ce stade automatisée, il faut donc user de précaution lors de la désignation du nombre et de la position des sections cambrure ou épaisseur et du nombre de points de contrôle à utiliser en conséquent. De manière pratique, une vérification sommaire serait de vérifier que deux sections ne se trouvent pas entre les deux mêmes abscisses de points de contrôle successifs. Il est possible ainsi d'avoir le contrôle sur le jeu possible entre deux sections, en s'arrangeant pour que les points de contrôle soient situés en conséquence. On peut donc rapprocher deux sections autant que voulu, en s'assurant que le nombre et la position des points de contrôle le permettent.

La section suivante va exposer les résultats obtenus lors d'optimisations géométriques pour des cas de design préliminaire ainsi que la limite où l'interpolation classique avec des points de contrôle rejoint la flexibilité de l'interpolation avec l'aide de section cambrure ou épaisseur.

4.2 Optimisation géométrique

4.2.1 Formulation du problème

Le processus d'optimisation géométrique est réalisé à l'aide de la boîte à outils d'optimisation de Matlab (2004). La fonction utilisée pour gérer l'optimisation est la routine "lsqnonlin". Cette fonction permet de résoudre les problèmes de moindres carrés non-linéaires en utilisant les mêmes méthodes que pour la fonction "lsqcurvefit" présentée au premier chapitre. Cette fonction a été choisie parmi plusieurs autres algorithmes d'optimisation car elle permet d'effectuer une analyse de manière simple et rapide, la validation géométrique ne nécessitant pas une efficacité particulière sur le plan du temps de calcul dans la recherche de l'optimum. En effet, on recherche ici à déterminer l'habilité de la paramétrisation multi-résolution à reproduire exactement des profils d'ailes d'avion en n'utilisant qu'un seul niveau.

L'optimisation est basée sur l'obtention d'un profil RAE2822 en partant d'un profil NACA0012. Le problème d'optimisation est défini comme suit :

$$\min_{c,ep} (X_{RAE2822} - X)^2, \quad (4.1)$$

où $X_{RAE2822}$ et X sont respectivement les coordonnées du profil ciblé et celui interpolé à chaque itération.

La fonction coût est plus précisément exprimée par la valeur de la différence de surface entre l'aire créée par l'union et l'intersection des deux géométries. Il est important de noter que cette valeur, peu importe les deux courbes, est toujours supérieure ou égale à zéro, ce qui signifie que cette fonction est bornée. La fonction de Matlab "polyarea" a été utilisée pour définir l'aire de chaque région à partir de la géométrie discrétisée du profil, tandis que les différentes régions (intersection et union) ont été définies par la fonction

"polybool". La fonction coût est donc définie comme telle :

$$A = aire(X_{RAE2822} \cup X) - aire(X_{RAE2822} \cap X) \quad (4.2)$$

Le critère d'arrêt de l'optimisation en ce qui concerne la tolérance sur la fonction coût est de 10^{-9} . Les bornes inférieures et supérieures des variables d'optimisation sont respectivement fixées à $\pm inf$ afin de ne pas limiter la recherche de l'optimum. Les autres paramètres d'optimisation sont ceux définis par défaut pour cet optimiseur par Matlab.

Plusieurs cas furent testés avec un nombre croissant de variables de design, tout en restant relativement peu élevé. Deux résultats appropriés ont été choisis afin de résumer l'ensemble des constations faites. Deux optimisations avec 3 et 6 sections ont été respectivement réalisées à un niveau de précision bas (10 points de contrôle) et un niveau de résolution plus élevé (16 points de contrôle). La cambrure et l'épaisseur à chaque section sont les seules variables de design lors du processus d'optimisation. Les positions des sections désignées sont choisies à l'avance en fonction des critères de sélection énoncées à la section précédente. Cette décision est motivée par le fait qu'inclure la position des sections comme variables de design augmenterait sensiblement le nombre de paramètres, ce qui serait un désavantage majeur dans le cas d'études préliminaires. Mais principalement cela est dû au fait que la variation de la position des sections n'entraîne pas une diminution de la fonction coût du même ordre de grandeur que de varier la cambrure et l'épaisseur. Il est donc préférable de faire un compromis et de pré-sélectionner la position des sections afin de garder le nombre de variable bas plutôt que d'optimiser ces valeurs. Les positions des sections choisies pour les cas d'optimisation avec 3 et 6 sections présentés ici sont :

pour 3 sections [0.1, 0.5, 0.9],

et pour 6 sections [0.025, 0.12, 0.35, 0.55, 0.7, 0.9].

Afin de pouvoir mieux juger de la pertinence des résultats obtenus, des cas tests de com-

paraison ont été effectués à l'aide d'interpolations B-splines avec le même nombre de variables que les deux cas précédemment choisis : 6 et 12 paramètres.

4.2.2 Résultats des optimisations géométriques

4.2.2.1 D'un point de vue géométrique

Le tableau 4.1 résume les résultats obtenus pour les deux cas tests d'optimisation géométrique. Afin de comparer les différentes méthodes, la différence d'aire entre le profil voulu et le profil résultant de l'optimisation est choisie comme point de référence et de comparaison. Le temps de calcul n'est pas un facteur prédominant pour l'étude comparative de la validation géométrique car on recherche ici l'habilité à reproduire les géométries de profils d'aile d'avion donnés. On peut par ailleurs préciser que les temps de calculs des deux méthodes sont comparables dans les deux cas.

L'analyse peut être séparée en deux sections correspondant aux deux moitiés du tableau 4.1.

TAB. 4.1 Résumé des résidus des aires calculés lors des optimisations géométriques.

Méthode	Nb de paramètres	Différence d'aire
Profil initial NACA0012		0.01430 (18 %)
Interpolation directe de B-spline	6	0.00427 (6.1%)
Multi-résolution avec 3 sections	6	0.00116 (1.7%)
Interpolation directe de B-spline	12	0.00049 (0.7%)
Multi-résolution avec 6 sections	12	0.00039 (0.5%)

Dans la première section, on compare l'utilisation de seulement 6 variables de design pour deux méthodes différentes : l'interpolation classique à l'aide des points de contrôle d'une courbe B-spline et la méthode multi-résolution avec contraintes en utilisant 3 sections. Les résultats obtenus pour le cas de l'optimisation à 3 sections contraintes pré-

sentent une différence d'aire de 1.7 %, bien inférieur à l'interpolation B-splinaire qui donne 6.1 %. La méthode multi-résolution semble donc plus efficace.

Lorsque l'on considère la partie inférieure du tableau, le nombre de variables employé double et passe à 12, qui est un nombre plus raisonnable lorsque l'on considère l'interpolation classique à l'aide de points de contrôle. On se rend compte après analyse des résultats que la méthode multi-résolution avec contraintes reste encore plus avantageuse qu'une simple interpolation classique, mais l'écart est plus restreint : entre 0.5 et 0.7 % respectivement. On peut en conclure qu'une dizaine de variables est la limite où la flexibilité supplémentaire acquise par l'imposition de sections cambrure et épaisseur rejoint la flexibilité minimum des courbes B-splines afin de reproduire fidèlement n'importe quel profil.

Les graphiques représentant les résultats obtenus lors de l'optimisation à 3 et à 6 sections sont présentés aux figures 4.2 et 4.3 respectivement.

4.2.2.2 D'un point de vue aérodynamique

Par contre des géométries similaires ne garantissent pas toujours des distributions de coefficient de pression similaires, spécialement dans les cas d'écoulements transsoniques où de petites perturbations sur la géométrie du profil peuvent mener à de grandes variations de pression. Afin d'avoir des éléments de comparaison aérodynamiques, il est impératif de calculer les distributions de coefficients de pression des profils optimisés pour en estimer les conséquences. Les graphiques illustrant les distributions de pressions correspondant aux profils optimisés avec 3 et 6 sections sont montrés aux figures 4.4 et 4.5 respectivement. Ces résultats sont obtenus à l'aide du résolveur de dynamique des fluides MSES.

On peut clairement constater au vu des distributions de pression que les différences entre le profil visé et le profil optimisé ne peuvent être ignorées, spécialement pour l'optimi-

sation à 3 sections. Dans ce dernier cas, la différence entre les deux distributions de pression devient importante, ce qui prouve bien que de très petits écarts sur la géométrie peuvent avoir des conséquences plus importantes d'un point de vue aérodynamique.

D'un autre côté, il faut quand même préciser que l'optimisation a été réalisée à l'aide d'une fonction coût entièrement basée sur la géométrie du profil, qui ne tient aucunement compte de quelconques fonctions aérodynamiques. Donc le profil optimisé est celui donnant la différence d'aire la plus petite, et non la différence de distribution de pression la plus petite. La validation géométrique présentée dans ce chapitre n'a que pour but de déterminer la flexibilité de la paramétrisation, et l'emphase a été mise sur le minimum de différence d'aire que l'on pouvait atteindre, ce que la nouvelle paramétrisation démontre. Par contre un autre choix possible aurait pu être d'optimiser la différence de distributions des coefficients de pressions, ce qui aurait permis d'obtenir de meilleurs résultats directement en fonction avec la distribution de pression.

Ces graphiques corroborent donc les constatations précédentes sur la différence d'aire à savoir que l'optimisation à 3 sections est encore un bon compromis entre un nombre de variables très bas et la flexibilité atteignable, et que l'optimisation à 6 sections est une paramétrisation efficace pour la recherche d'un design plus précis.

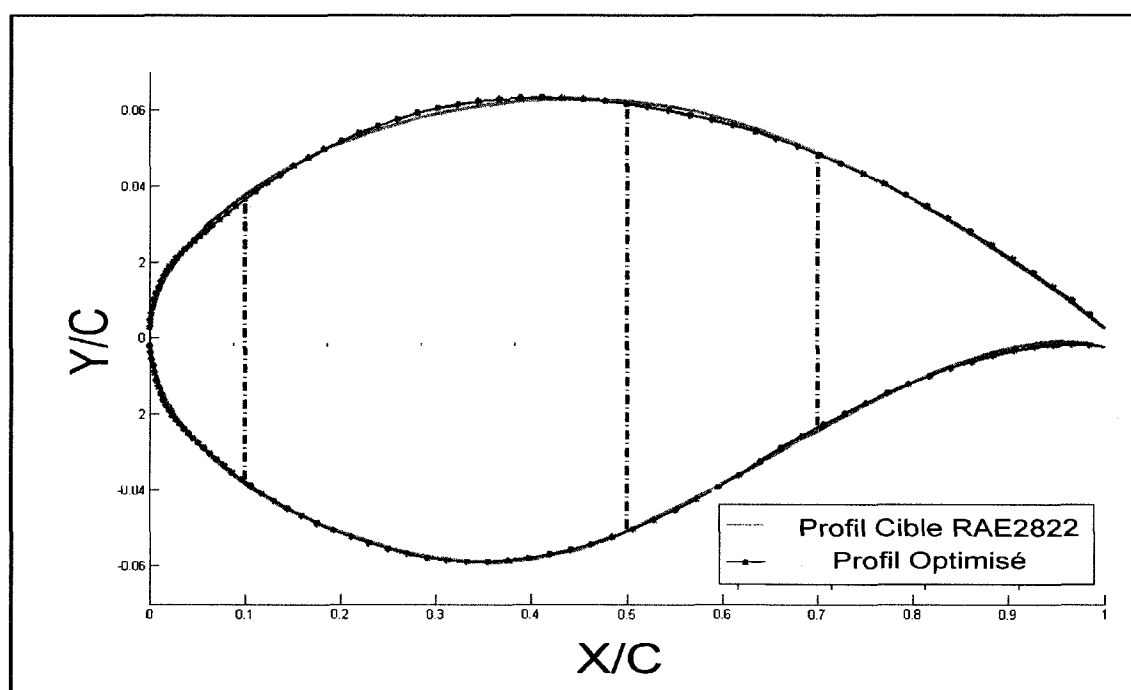


FIG. 4.2 Cas d'optimisation géométrique réalisé avec 3 sections, en variant la cambrure et l'épaisseur sur chaque section.

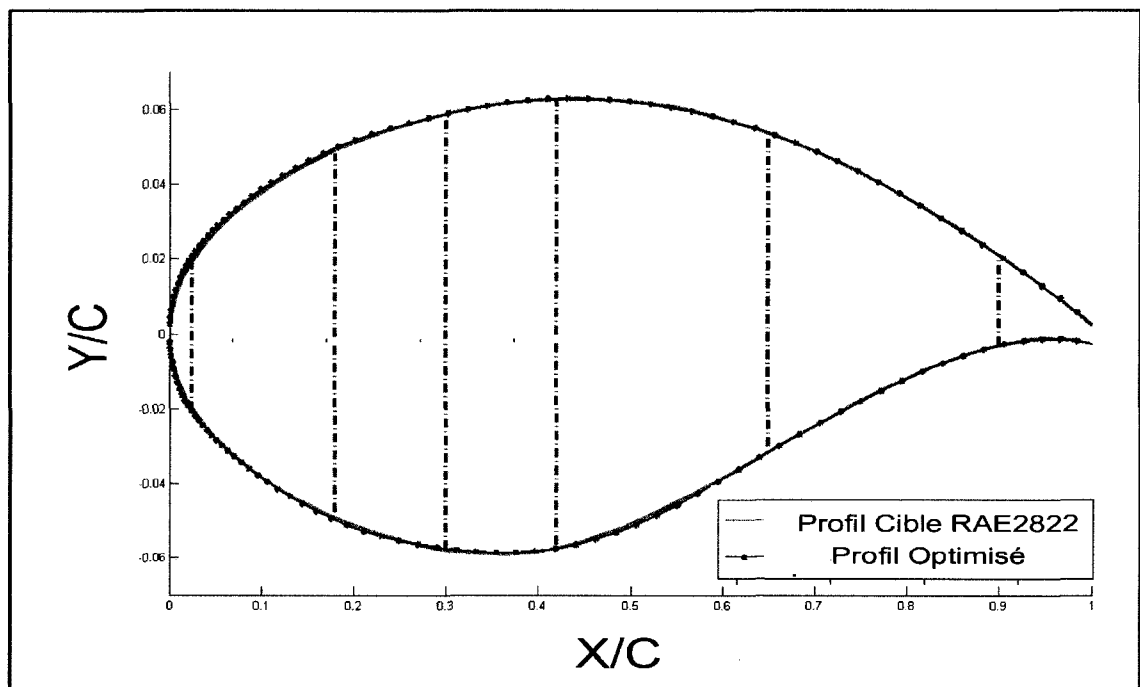


FIG. 4.3 Cas d'optimisation géométrique réalisé avec 6 sections, en variant la cambrure et l'épaisseur sur chaque section.

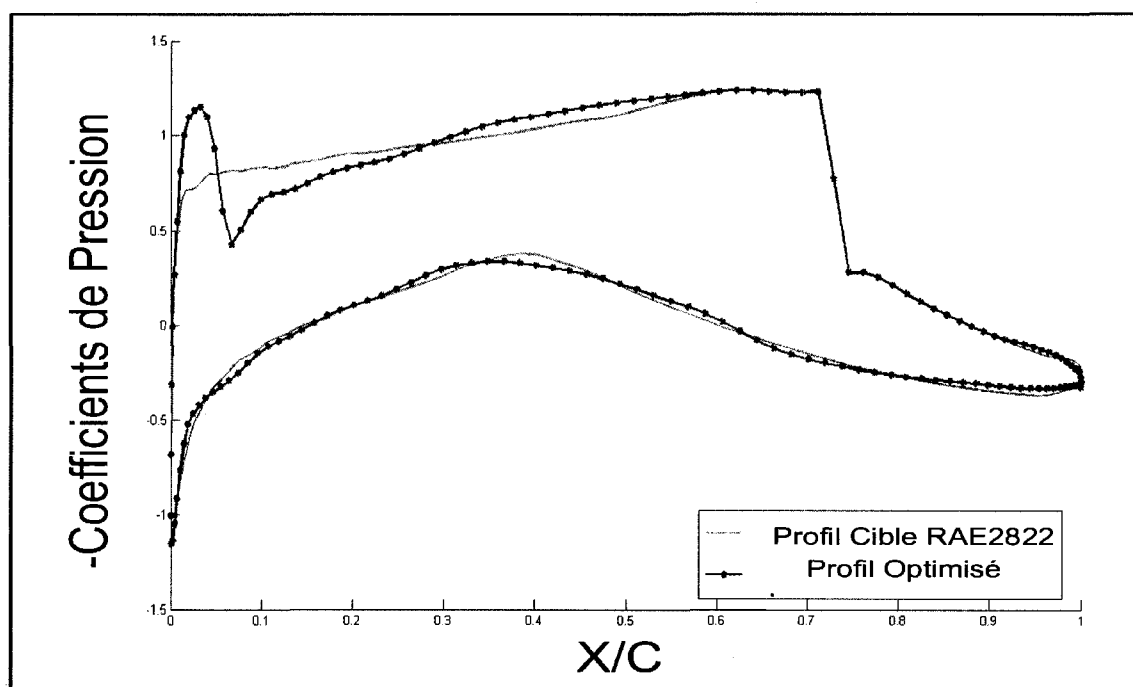


FIG. 4.4 Comparaison des distributions de pression pour le profil RAE2822 obtenu lors d'une optimisation géométrique avec 3 sections.

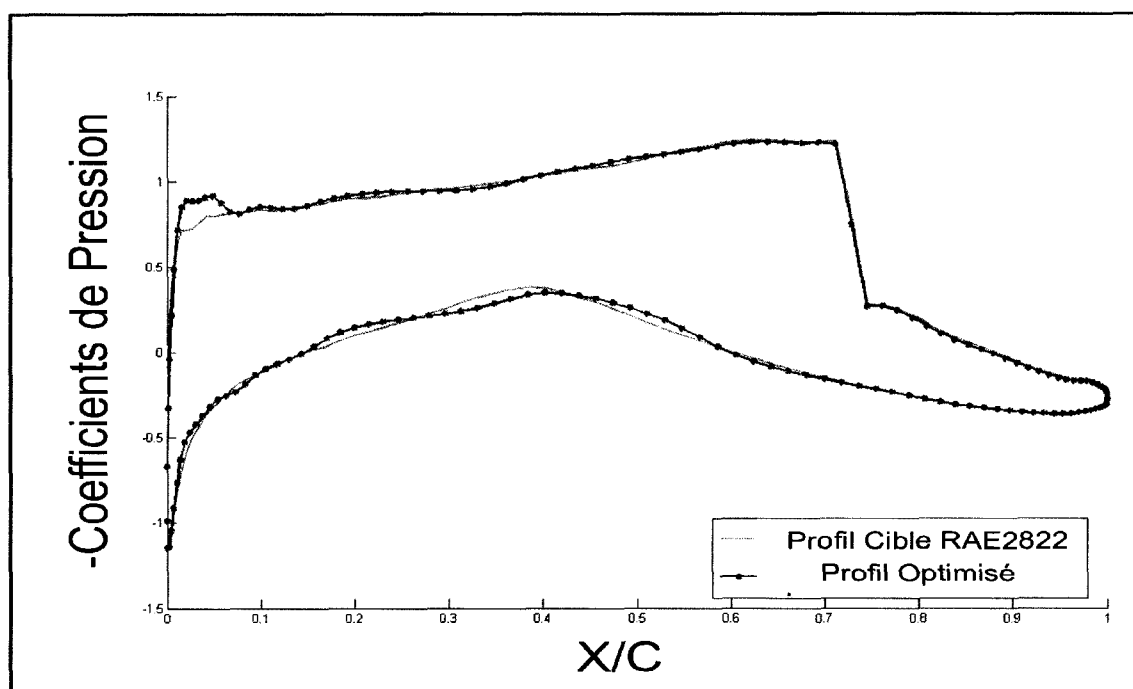


FIG. 4.5 Comparaison des distributions de pression pour le profil RAE2822 obtenu lors d'une optimisation géométrique avec 6 sections.

CHAPITRE 5

OPTIMISATION AÉRODYNAMIQUE

Dans ce chapitre les résultats de diverses stratégies d'optimisation aérodynamique seront présentés. Dans un premier temps, on exposera les cas tests effectués dans le but de réaliser un design aérodynamique préliminaire. L'accent sera donc mis sur la possibilité de réaliser des optimisations avec un nombre restreint de variables, tout en étant capable d'obtenir un design de qualité. Dans un deuxième temps, on présentera les résultats d'optimisations effectuées dans le cadre d'une recherche de design de meilleur qualité et impliquant un plus grand nombre de paramètres.

5.1 Cas test d'optimisations pour design aérodynamique préliminaire

5.1.1 Définition et conditions

La capacité de la paramétrisation à bien se comporter lors d'une optimisation aérodynamique est un requis essentiel.

Pour les cas d'optimisation aérodynamique présentés dans cette section, le résolveur de dynamique des fluides utilisé est le code MSES, méthode résolvant les équations d'Euler couplée à une méthode de couche limite. Ce type de résolveur a été envisagé en premier car il permet d'obtenir une bonne première impression du comportement d'une nouvelle paramétrisation à l'aide d'optimisations moins coûteuses qu'avec un code Navier-Stokes. Un résolveur plus précis sera utilisé à la section suivante, dans le cadre d'une étude plus approfondie.

Le processus complet a été développé en utilisant iSIGHT (2004) comme outil d'inté-

gration et d'optimisation. L'algorithme utilisé en tant qu'optimiseur est le programme "Aerointer", un algorithme entraîné spécifiquement pour les besoins de l'optimisation aérodynamique. Les détails sur les méthodes d'optimisation spécifiquement utilisées demeurent par contre inconnus car non documentés par le logiciel et non accessibles aux utilisateurs.

L'angle d'attaque est ajusté par le résolveur afin que le coefficient de portance atteigne une valeur spécifique de 0.65, tandis que la fonction coût mesure la traînée. Le problème d'optimisation se présente donc comme suit :

$$\min_{\{c,ep\}} - \frac{C_L}{C_D} \quad (5.1)$$

L'épaisseur maximale du profil est normalisée à 0.095 avant le calcul, cette considération étant généralement dictée par des considérations structurelles. Si cette mesure n'est pas prise en compte, l'optimiseur aura le choix facile de réduire l'épaisseur afin de réduire la traînée, ce qui est interdit par les contraintes structurelles. Les conditions de l'écoulement en amont correspondent à un écoulement transsonique avec un nombre de Mach de 0.735.

On cherche à étudier l'avantage d'avoir un contrôle direct sur la forme globale du profil à l'aide des variables de design, ces variables étant la cambrure et l'épaisseur sur plusieurs sections. Plusieurs cas tests ont été retenus afin de démontrer certains aspects particuliers de cette nouvelle paramétrisation. Deux d'entre eux, différents de par les paramètres de design employés et les profils initiaux, sont présentés dans ce mémoire.

Le premier cas test d'optimisation est basé sur le profil initial symétrique NACA0012. Ce profil de départ est délibérément choisi dans un cas d'aérodynamique transsonique afin d'exploiter les spécificités de la méthodologie présentée dans ce mémoire. Une des caractéristiques majeures de cette paramétrisation est la possibilité d'influer directement sur la cambrure et l'épaisseur de manière plus ou moins globale, ce qui n'est généralement pas le cas dans les méthodes de paramétrisation classiques, et en particulier lors de

la manipulation d'un profil à l'aide de points de contrôle B-spline.

Le deuxième cas étudié est initialisé par le profil RAE2822, un choix plus naturel et plus judicieux dans le cadre d'optimisations impliquant des conditions d'écoulement transsonique. Ce deuxième cas a été choisi afin de démontrer que des optimisations de profils adaptés à l'aérodynamique transsonique peuvent aussi bénéficier des avantages de la technique de décomposition multi-résolution couplée à l'imposition de contraintes.

La figure 5.1 expose les variables de design employées pour la paramétrisation multi-résolution pour les deux cas d'optimisation de design préliminaire. Dans les deux cas les variables d'optimisation sont soit des sections complètes définissant cambrure et épaisseur soit des sections cambrure uniquement, à un seul niveau de résolution. Les bornes inférieures et supérieures des variables d'optimisation sont respectivement fixées à ± 0.05 des valeurs initiales qui sont nulles dans notre cas car elles correspondent aux variations de cambrure et d'épaisseur initiales.

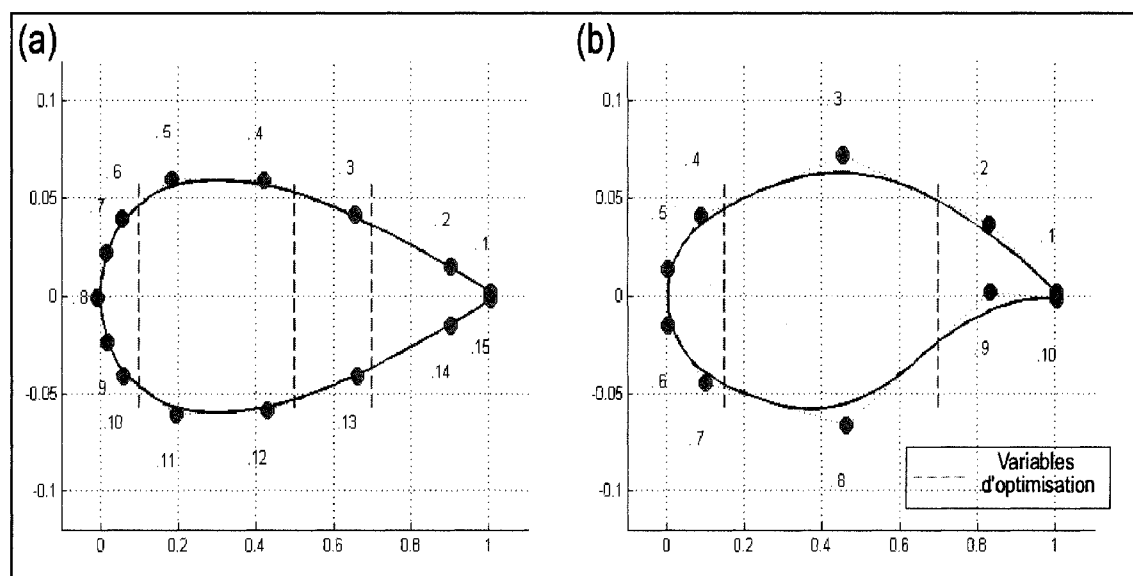


FIG. 5.1 Variables de design de la paramétrisation multi-résolution utilisées dans les deux cas d'optimisation. (A) Profil de départ NACA0012. (B) Profil de départ RAE2822.

5.1.2 Résultats du design préliminaire

Le tableau 5.1 expose les points d'intérêt découlant des résultats générés par les deux cas d'optimisation.

Afin d'obtenir un bon point de repère pour mieux comparer les résultats obtenus par la méthode multi-résolution avec un seul niveau de résolution, des optimisations aérodynamiques ont été réalisées dans les mêmes conditions avec l'aide d'une paramétrisation B-splinaire classique. Afin de déterminer le nombre de variables minimum nécessaire pour effectuer une bonne comparaison, de nombreux cas test d'optimisation ont été réalisés avec un nombre croissant de paramètres. Le but principal était d'obtenir le nombre de variables minimum nécessaire pour obtenir après optimisation, un coefficient de portance sur traînée du même ordre. Par ailleurs, le logiciel commercial utilisé à des fins comparatives, utilise 13 variables. Selon ces deux critères, le nombre de variables utilisé par la paramétrisation B-splinaire afin de comparer les méthodes est donc fixé à 13 points de contrôle.

TAB. 5.1 Résumé des processus des optimisations pour les deux cas tests.

Méthode	Nb Var.	Profil Init.	L/D (Amélioration%)	Nb It.
3 sect. : cambrure + épaisseur	6	NACA0012	81 (+268%)	46
Interpolation B-spline	13	NACA0012	76.5 (+245%)	101
2 sect. : cambrure seule	2	RAE2822	81.1 (+21%)	16
Interpolation B-spline	13	RAE2822	82.3 (+23%)	113

5.1.2.1 Profil initial NACA0012

La première moitié du tableau 5.1 est dédiée au premier cas test commençant avec un profil NACA0012. La première ligne donne les résultats obtenus avec la méthode de

décomposition multi-résolution en utilisant comme variables la cambrure et l'épaisseur définies sur 3 sections. Le nombre de variables est donc égal à 6, et dans ce cas, la méthode a amélioré la portance sur la traînée de 268% ($\frac{L}{D} = 81$). Une amélioration du même ordre de grandeur requiert 13 variables lorsque l'interpolation B-spline est utilisée. Il faut préciser que l'amélioration de plus de 200% dans les deux cas est expliquée par le choix du profil initial NACA0012 qui est mal adapté au régime transsonique.

L'avantage principal proposé ici dans le cadre de design préliminaire, c-à-d un petit nombre de variables, est souligné par le nombre d'itérations nécessaires pour compléter le processus d'optimisation, qui est de 46, comparé à la méthode classique B-splinaire dont l'optimisation est complétée en 101 itérations. Le temps de calcul nécessaire pour la génération d'un profil d'aile d'avion est de l'ordre de la seconde et est donc comparable dans les deux cas. Le nombre d'itérations est donc directement proportionnel au temps de calcul total d'une optimisation.

On constate clairement que la cambrure et l'épaisseur sont des variables de design beaucoup plus naturelles et efficaces comparées aux points de contrôle B-spline classiquement utilisés dans le cadre d'optimisation basée sur la réduction de traînée. Dans ce cas particulier d'optimisation, l'importance de la contrainte de cambrure est particulièrement rehaussée par le fait que le profil de départ est symétrique.

Les profils résultants et les distributions des coefficients de pressions du cas test d'optimisation avec cambrure et épaisseur sur 3 sections (profil initial : NACA0012) sont exposés aux figures 5.2 et 5.3. On constate que le profil optimisé commence à ressembler à un profil supercritique. Pour réduire l'amplitude de l'onde de choc, l'extrados s'est légèrement aplati. Afin d'augmenter la portance sur la portion arrière de l'intrados du profil, une cavité est introduite. La cambrure en cet endroit est importante, et le bord de fuite s'est aminci.

L'historique de la convergence de l'optimisation avec 3 sections avec le profil initial NACA0012 est présenté à la figure 5.4. Ce graphique met clairement en évidence l'avantage de la cambrure et de l'épaisseur en tant que variables de design pour les besoins

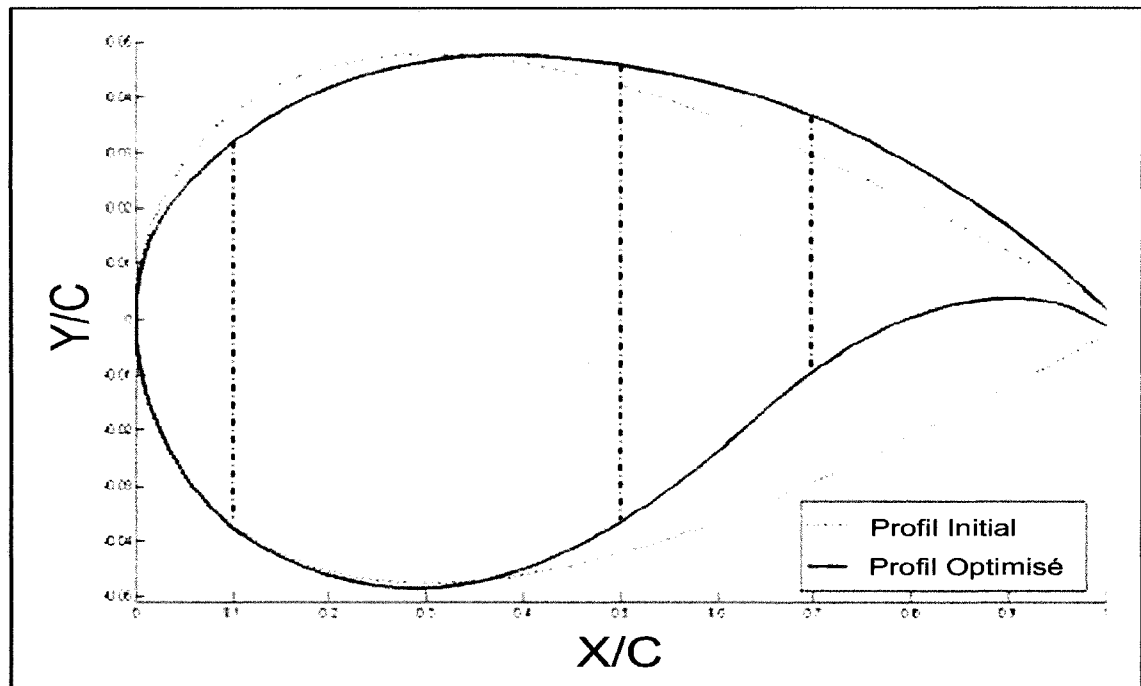


FIG. 5.2 Profil NACA0012 initial et profil optimisé avec 3 sections (cambrure et épaisseur).

d'analyses aérodynamiques. Ce sont des variables naturelles pour ce type d'optimisation. Par ailleurs, elle permettent également d'augmenter la robustesse de cette paramétrisation.

5.1.2.2 Profil initial RAE2822

La deuxième moitié du tableau 5.1 présente les résultats obtenus lors du cas test d'optimisation avec le profil de départ RAE2822. Ce profil est un choix plus naturel pour un régime transsonique, ce qui laisse présager que les modifications à apporter seront plus faibles que dans le cas précédent. On peut donc se permettre d'utiliser moins de variables. D'autre part le profil initial étant déjà normalisé afin de satisfaire l'épaisseur

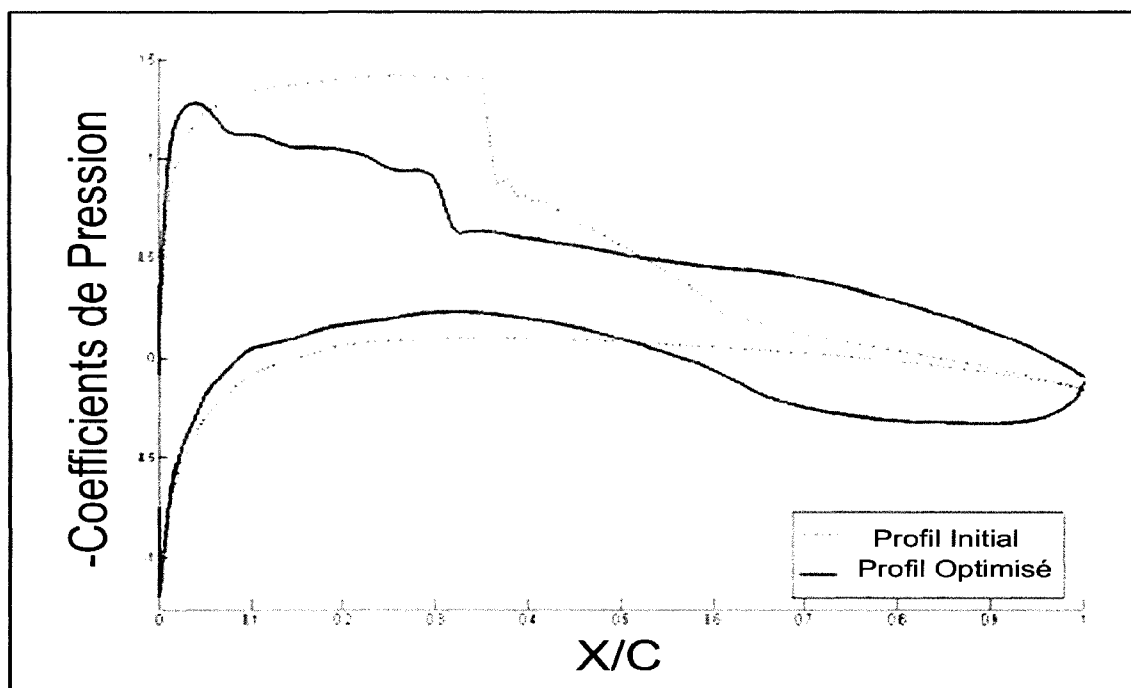


FIG. 5.3 Distribution des coefficients de pression pour le profil initial NACA0012 et le profil optimisé avec 3 sections (cambrure et épaisseur).

maximale, les sections d'épaisseur ne sont pas utilisés en tant que variables de design car elles n'influenceraient pas la recherche d'optimum. Seulement 2 sections cambrure sont donc retenues pour ce cas test.

À des fins de comparaison, un cas test a aussi été effectué en utilisant la paramétrisation B-spline avec 13 variables. Ce nombre a encore une fois été choisi car il est très difficile de réaliser une optimisation viable avec seulement 2 points de contrôle, on a donc choisi de comparer les résultats à portance sur traînée similaire. On constate d'abord le nombre très réduit d'itérations pour la méthode multi-résolution avec contraintes qui atteint un optimum en 16 itérations, alors que le cas de comparaison atteint 113 itérations. L'amélioration de la fonction coût obtenue pour la première méthode de 21% ($\frac{L}{D} = 81.1$), est cependant légèrement moindre que celle obtenue pour la méthode comparative de 23% ($\frac{L}{D} = 82.3$), et cela est facilement explicable par la réduction extrême du nombre de variables. Par contre si l'on se place dans un point de vue d'efficacité la première méthode

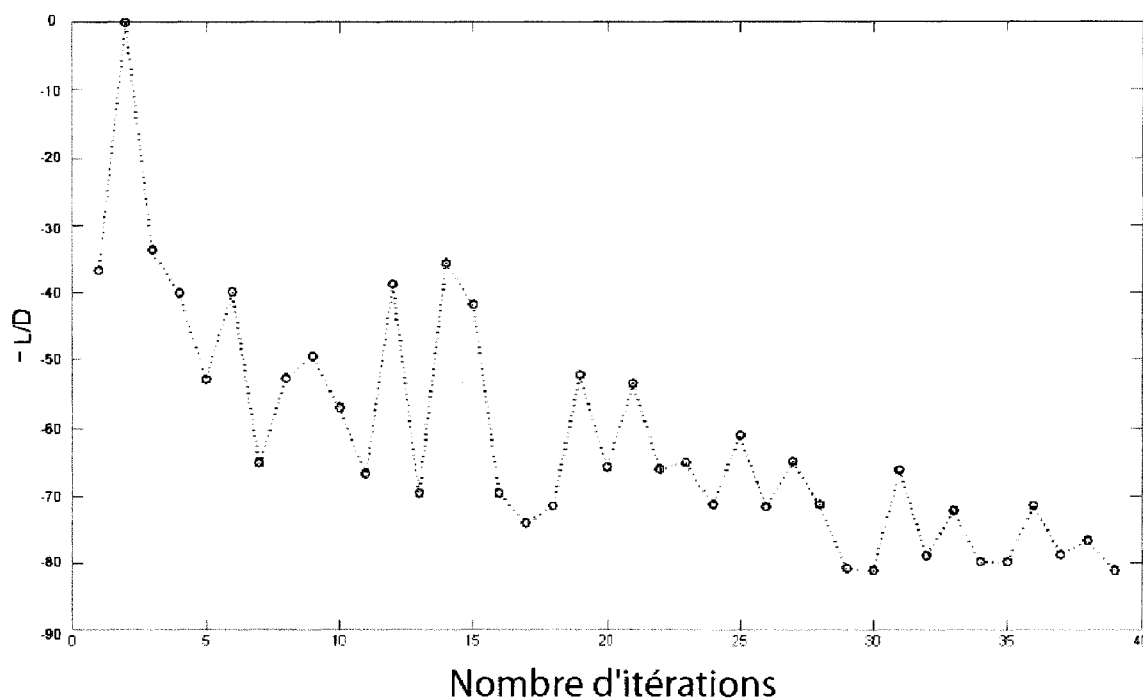


FIG. 5.4 Historique de la convergence de l'optimisation avec 3 sections avec un profil initial NACA0012.

est clairement plus performante que la méthode classique, car la différence d'amélioration de la fonction coût n'est que de 2%, alors que la différence du nombre d'itérations dépasse les 95 itérations.

Les profils résultants et les distributions des coefficients de pressions du cas test d'optimisation : avec cambrure seulement sur 2 sections (profil initial : RAE2822) ainsi qu'avec 13 points de contrôle pour la comparaison (profil initial : RAE2822) sont exposés aux figures 5.5, 5.6, 5.7 et 5.8 respectivement.

Comme on peut le constater à partir des profils obtenus lors des deux cas d'optimisation réalisés à l'aide de la méthode de décomposition multi-résolution avec contraintes, de grandes modifications de forme sont visibles ainsi que des variations importantes de la ligne de cambrure. Si l'on compare plus précisément le résultat obtenu pour le deuxième cas test avec le résultat de l'optimisation avec 13 points de contrôle, on remarque que l'optimum trouvé est très proche du design initial et que les modifications sont plus lo-

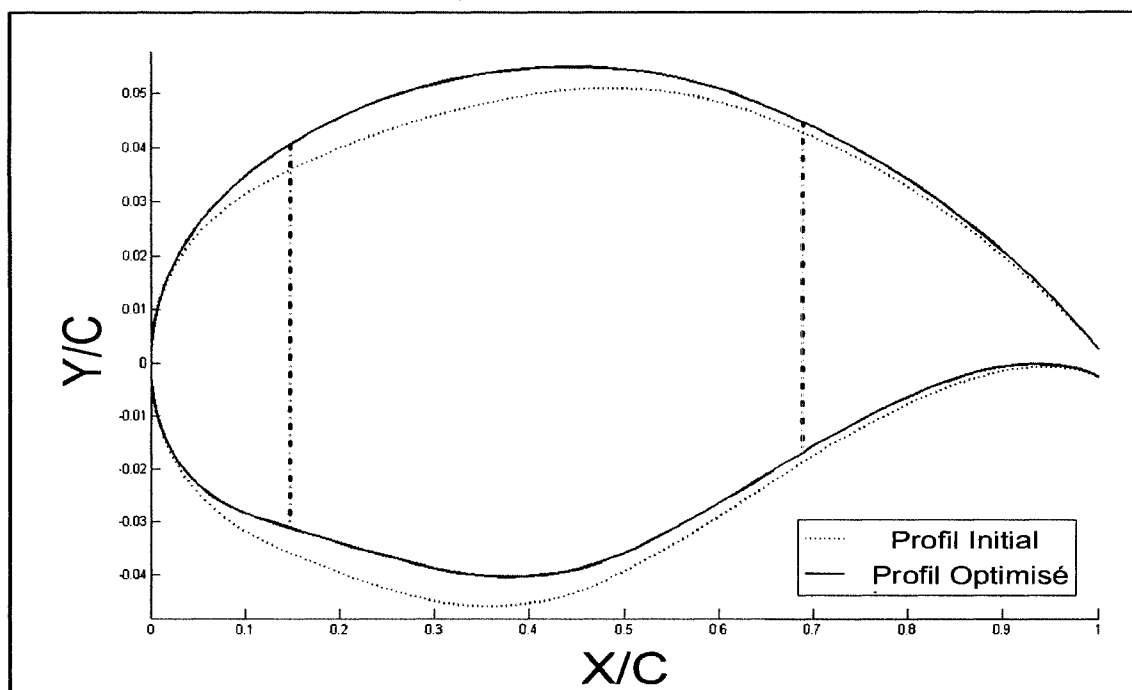


FIG. 5.5 Profil initial RAE2822 et profil optimisé avec 2 sections (cambrure seulement).

cales. On constate donc que l'imposition de contraintes globales est donc un avantage marqué afin de garantir un élargissement de l'espace de recherche de design.

L'historique de la convergence de l'optimisation avec 2 sections cambrure avec le profil initial RAE2822 est présenté à la figure 5.9.

Aux vus des résultats présentés dans cette section, on a prouvé la capacité de l'éditeur de courbe multi-résolution couplé aux contraintes à se comporter de manière lisse durant le processus d'optimisation. Par ailleurs, l'efficacité de cette méthode couplée au contrôle global permet l'utilisation de cette paramétrisation pour les besoins d'optimisation de design préliminaires. Cette technique est assez flexible en terme d'opportunité d'utilisation. Il est reconnu que l'optimisation aérodynamique est fortement dépendante du design initial et des options d'optimisation. On peut donc se servir de ce genre d'optimisation pour plusieurs usages variés mais un en particulier se détachent des autres : déterminer un design initial de qualité et remonter niveau après niveau vers une optimi-

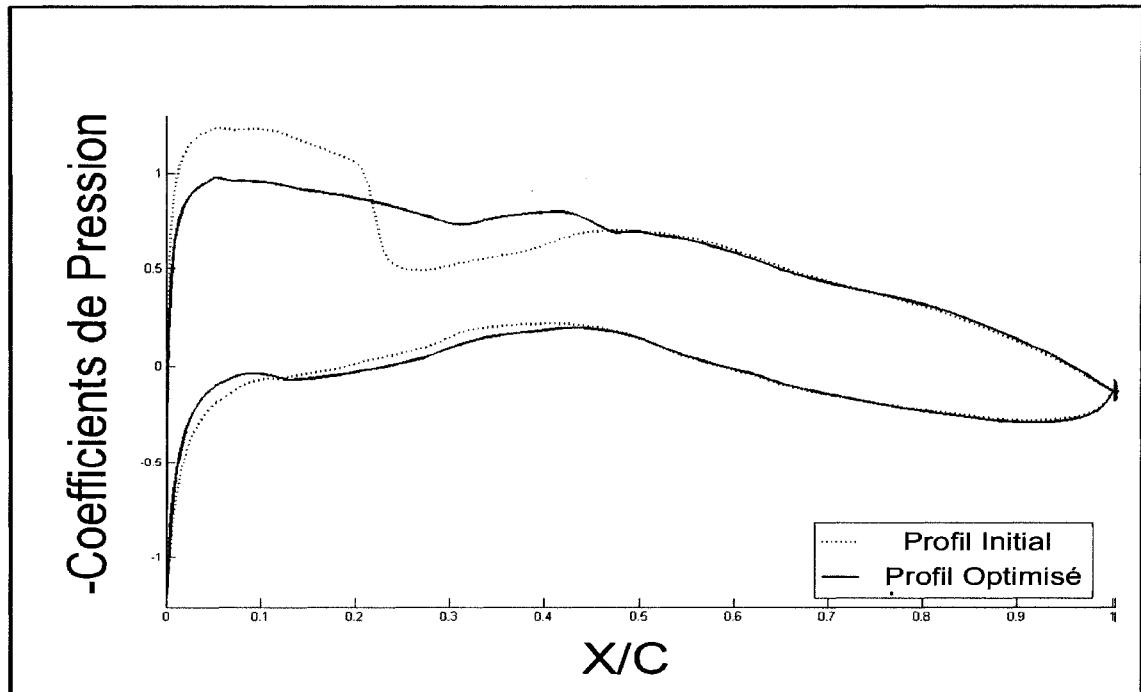


FIG. 5.6 Distribution des coefficients de pression pour le profil initial RAE2822 et le profil optimisé avec 2 sections (cambrure seulement).

sation plus coûteuse comme dans le processus du cycle complet à niveau simple.

5.2 Cas test d'optimisations détaillées

5.2.1 Conditions

Les résultats exposés précédemment ont démontré la capacité de la méthode multi-résolution couplée aux contraintes à fournir des profils performants de manière très efficace. De plus, la paramétrisation a conduit à des profils lisses durant le processus d'optimisation. Dans cette section, le processus d'optimisation à niveaux combinés est exploré pour des cas test d'optimisation impliquant plus de paramètres. Les conditions

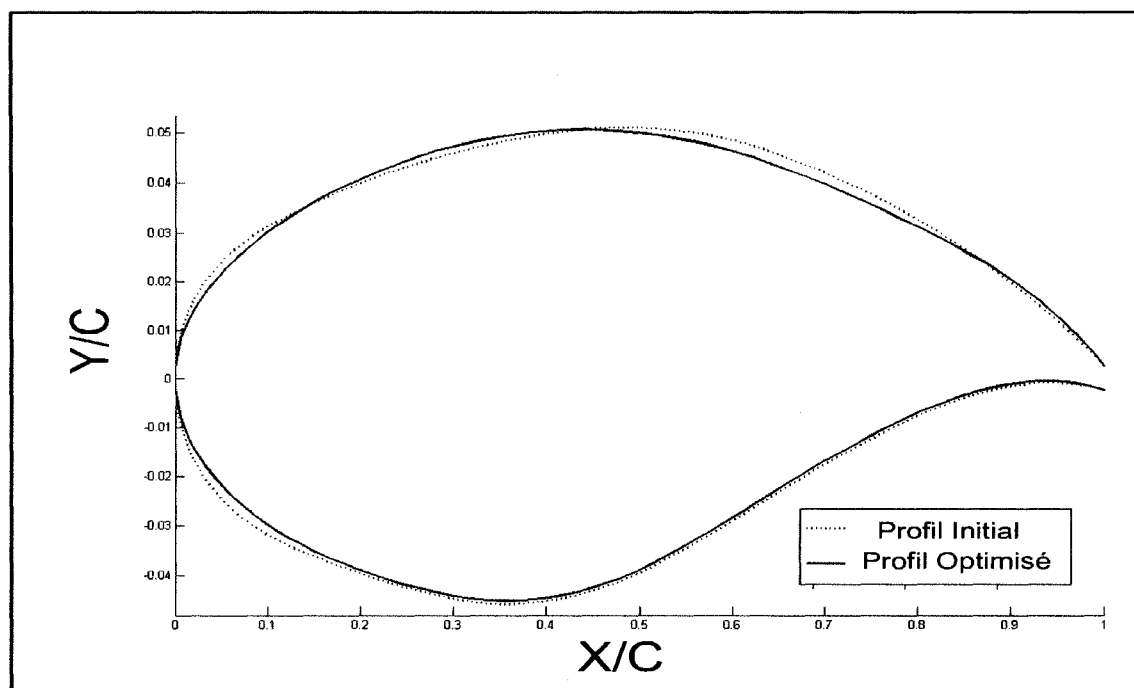


FIG. 5.7 Profil initial RAE2822 et profil optimisé avec 13 points de contrôle.

d'optimisations sont identiques à celles réalisées précédemment dans la section de design préliminaire. Comme le but est alors de raffiner le design et de fournir des profils très réalistes, la qualité des calculs aérodynamiques a également été augmentée en substituant, pour les cas les plus probants, le résolveur de type Euler pour un code Navier-Stokes. Le résolveur Full Aircraft Navier-Stokes (FANSC) de Bombardier a donc été utilisé. FANSC utilise un maillage structuré multi-bloc et une approche par volume fini centré avec un choix de schémas discrétisés dans l'espace et une méthode de Runge-Kutta explicite en fonction du temps Zhu et al. (2000).

De nombreux cas tests d'optimisations ont été réalisés en variant le nombre de paramètres, le nombre de niveaux utilisés et les profils de départ. Ces cas tests permettent de mieux cerner les regroupements possibles de paramètres à utiliser en tant que variables de design selon les besoins de l'utilisateur. Tout les résultats obtenus par des optimisations aérodynamiques sont exposés dans le tableau 5.2, incluant les résultats d'études

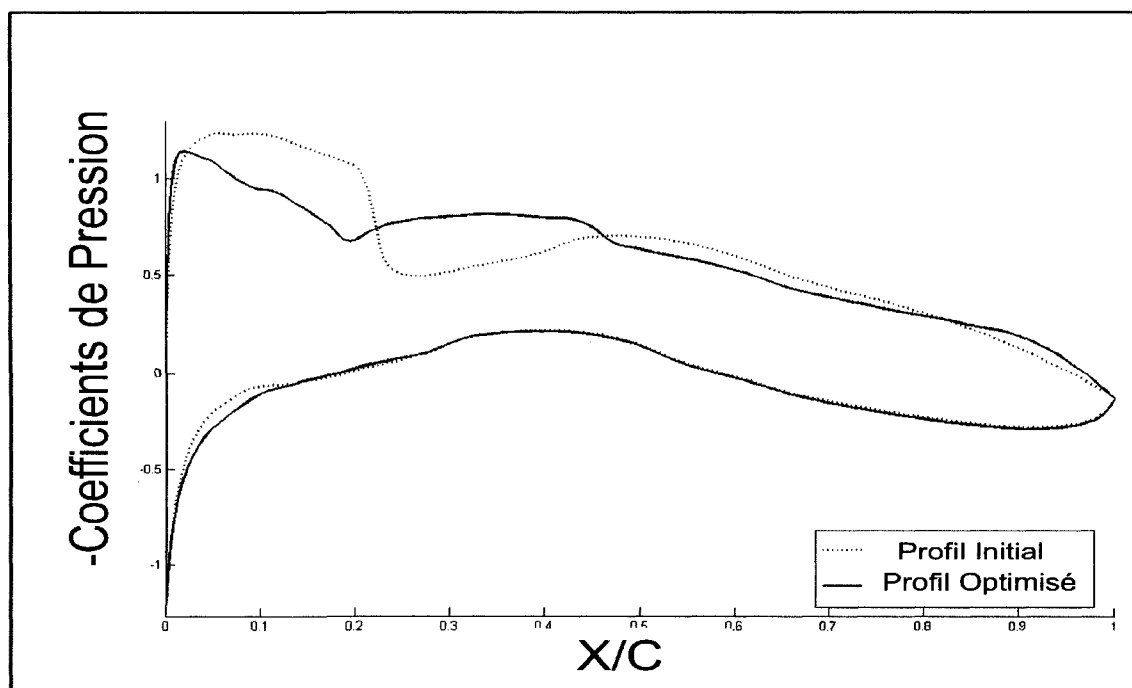


FIG. 5.8 Distribution des coefficients de pression pour le profil initial RAE2822 et le profil optimisé avec 13 points de contrôle.

préliminaires, et ce à des fins comparatives. Tous les cas tests ont été également réalisés et comparés avec des paramétrisations plus classiques, soit en utilisant une paramétrisation B-spline ou la solution commerciale basée sur des fonctions de forme.

Le premier constat que l'on peut faire à la suite de ces résultats, est qu'il n'existe pas de consensus sur les meilleures variables de design à utiliser pour tout les cas. On remarque qu'il faut donc faire des compromis entre obtenir un meilleur optimum et un temps de calcul réduit, qui est directement lié au nombre de paramètres utilisés.

Pour le premier cas d'optimisation, avec un profil initial RAE2822, la plus grande amélioration de la fonction coût arrive dans deux cas lorsque la méthode à niveaux combinés est employée. Le premier cas utilise trois niveaux de résolution différente, ce qui implique un nombre plus important de variables lorsque l'on se compare au deuxième cas qui utilise seulement deux niveaux de résolution dont un niveau avec deux sections cam-

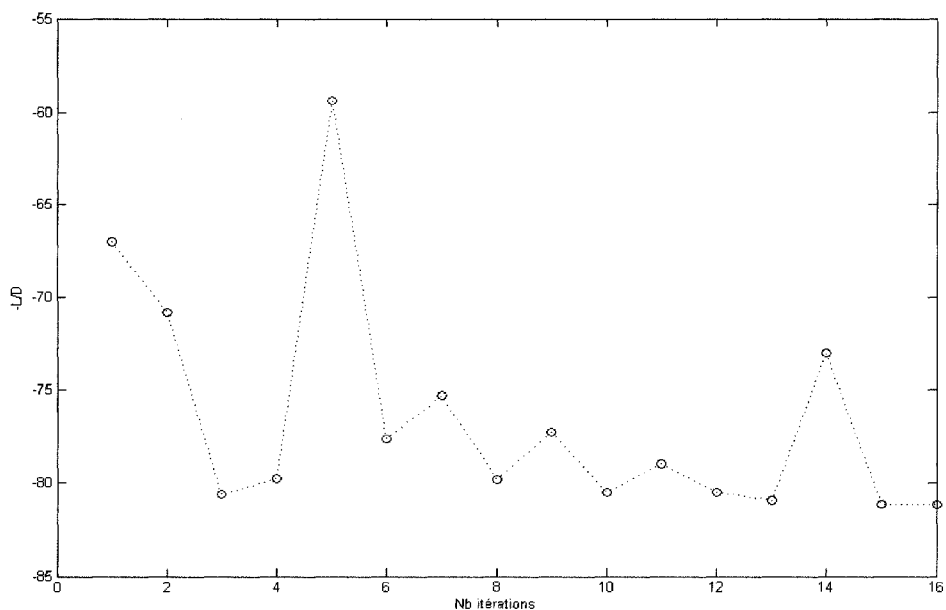


FIG. 5.9 Historique de la convergence de l'optimisation avec 2 sections cambrure avec un profil initial RAE2822.

brure et épaisseur. Ce deuxième cas est donc plus avantageux lorsque l'on se situe dans notre optique, qui est d'obtenir un optimum de qualité avec un nombre raisonnable d'itérations.

Le deuxième cas d'optimisation, est en continuation du premier cas, le profil de départ étant un RAE2822 dont l'épaisseur maximale est normalisée à 0.095. La plus grande amélioration de la fonction coût se produit dans le cas où deux niveaux de résolution sont impliqués avec un niveau complet de 13 points de contrôle et une section épaisseur à un autre niveau. On se rend compte également qu'il est possible d'effectuer un compromis entre un optimum équivalent et un nombre réduit d'itérations en utilisant le cas impliquant un niveau complet de 8 points de contrôle couplé avec une section épaisseur, ou alors le cas utilisant 6-7 sections épaisseur et cambrure. Le cas de design préliminaire avec 2 sections cambrure est aussi une option intéressante en terme de rapport entre la qualité de l'optimum et le temps de calcul.

TAB. 5.2 Tableau récapitulatif des résultats obtenus au cours des optimisations aérodynamiques pour différents cas tests.

Paramètres utilisés	Nb Var.	L/D	Nb It.
Profil initial RAE2822		66.12	
Niveau 1 (24 pts) Méthode B-spline classique	24	75.23	220
Niveau 1 (24 pts) + Niveau 2 (8 pts) + Niveau 3 (2 pts)	34	75.49	260
Niveau 1 (24 pts) + Niveau 2 (6 pts) + Niveau 3 (3 pts)	33	75.75	286
Niveau 1 (24 pts) + 2 sections (au niv. 2 : 8 pts)	28	75.75	231
Niveau 1 (24 pts) + 2 sections (au niv. 2 : 6 pts)	28	75.23	230
Niveau 1 (24 pts) + 2 sections camb. (au niv. 2 : 6 pts)	26	75.41	209
Profil initial RAE2822 avec ép. max. modifiée		67.08	
Niveau 1 (13 pts) Méthode B-spline classique	13	80.95	111
Niveau 1 (13 pts) + 1 section ép. (au niv. 2 : 8 pts)	14	82.28	113
Niveau 1 (13 pts) + 2 sections (au niv. 2 : 8 pts)	17	81.77	107
Niveau 2 (8 pts) + 1 section ép. (au niv. 2 : 8 pts)	9	82.17	59
Niveau 2 (8 pts) + cavité BF (au niv. 1 : 13 pts)	12	76.29	103
6-7 sections ép. camb. (au niv. 1 : 17 pts)	13	82.17	99
2 sections camb. (au niv. 2 : 8 pts)	2	81.15	16
Profil NACA0012		30.7	
Niveau 1 (13 pts) Méthode B-spline classique	13	76.47	101
Niveau 1 (13 pts) + 2 sections camb. (au niv. 2 : 8 pts)	15	78.69	112
Niveau 2 (8 pts)	8	80.64	57
3 sections (au niv. 1 : 13 pts)	6	81.05	46
2 sections camb. (au niv. 2 : 8 pts)	2	77.75	17

Un cas particulier est à noter ici, où l'on a utilisé un niveau de résolution avec 8 points de contrôle couplé avec 4 points de contrôle isolés d'un niveau supérieur qui définissent la cavité de l'intrados du bord de fuite. On remarque que l'amélioration de la fonction coût est inférieure à celles obtenues par les autres méthodes. Ceci est dû à la difficulté d'effectuer un raccord entre les variables des différents niveaux. Il faut donc user de précaution lorsque l'on sélectionne des groupes de variables n'étant pas continus sur plusieurs niveaux.

Le dernier cas d'optimisation implique comme profil de départ le profil NACA0012. Les meilleurs résultats obtenus tant d'un point de vue de l'amélioration de la fonction coût

que du nombre d'itérations, sont trouvés dans le cas de l'étude préliminaire où 3 sections cambrure et épaisseur sont impliquées. Ceci est dû au fait que les modifications impliquées dans cette optimisation concernent la totalité du profil, et l'accès aux niveaux de résolution plus grossiers permet un accès plus direct pour modifier globalement la géométrie du profil. Par ailleurs, l'utilisation d'un niveau de résolution plus global avec 8 points de contrôle uniquement est aussi une alternative intéressante dans ce cas particulier. On constate clairement que l'addition de section cambrure couplée à un niveau de résolution avec 13 points de contrôle améliore les résultats obtenus uniquement par cette dernière méthode, grâce à l'accès à une modification plus globale. Par contre on se rend compte que 2 sections cambrure uniquement ne sont pas suffisantes pour obtenir un résultat intéressant dû au manque de flexibilité engendré par le nombre restreint de variables.

5.2.2 Cas particuliers avec des contraintes supplémentaires

L'analyse aérodynamique a été complétée avec des cas d'optimisation présentant des contraintes supplémentaires qui sont rencontrés fréquemment dans l'industrie. Deux cas spécifiques ont été choisis afin d'exposer les améliorations apportées par cette nouvelle approche.

5.2.2.1 Description des optimisations avec contraintes

Le premier cas est une optimisation aérodynamique avec une contrainte d'épaisseur définie en une section stratégique. Cette contrainte est imposée aux aérodynamiciens pour des besoins strictement structurels. Dans notre cas, la section spécifique est placé à

$x/c = 0.9$ et la valeur minimum imposée pour l'épaisseur est de 0.015. Si la contrainte n'est pas respectée, le profil résultant est écarté par l'optimiseur.

Le deuxième cas est aussi régulièrement rencontré dans l'industrie. Il s'agit de contraindre l'épaisseur d'une section spécifique mais cette fois-ci sur la courbe des coefficients de pression. L'épaisseur spécifique calculée à partir de la courbe des C_p doit être inférieure à 0.4, à la section $x/c = 0.75$. La contrainte géométrique du premier cas est aussi appliquée au second cas.

Ces contraintes sont imposées dans le cadre de l'analyse aérodynamique afin de satisfaire les requis de l'analyse structurelle, et plus spécifiquement pour les longerons. Ceci permet de s'assurer que l'aile d'avion reste manufacturable. Des conditions supplémentaires communes ont aussi été imposées dans les deux cas précédemment décrits : l'angle inclus et l'angle moyen du bord de fuite doivent être supérieurs à zéro.

La paramétrisation utilisée dans le cas de la méthode multi-résolution comprend deux niveaux de résolution activés : le premier avec 13 points de contrôle à un niveau contenant 15 points de contrôle, et le deuxième à un niveau plus bas avec 2 sections où seulement la cambrure est utilisée. Les deux points de contrôle de la première couche, arbitrairement fixés pour des questions structurelles, correspondent au premier et au dernier point de contrôle définissant le bord de fuite. Pour ce qui est de la deuxième couche, le nombre de points de contrôle a été fixé à 8, afin d'atteindre un niveau où la modification est assez globale. Cette sélection de paramètres donne ainsi accès simultanément à des modifications globales et un ajustement en finesse.

La figure 5.10 expose les variables de design employées pour la paramétrisation multi-résolution pour les deux cas d'optimisation avec contraintes supplémentaires. Les bornes inférieures et supérieures des variables d'optimisation sont respectivement fixées à ± 0.01 des valeurs initiales des points de contrôle pour le niveau 1 et à ± 0.05 en ce qui concerne les valeurs initiales des sections cambrure pour le niveau 2.

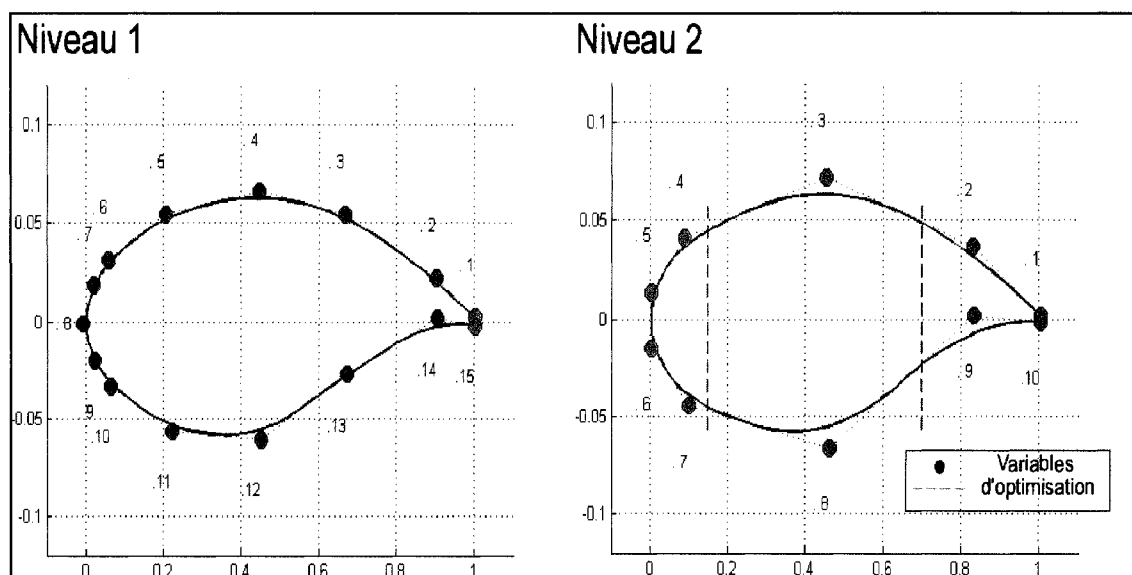


FIG. 5.10 Variables de design de la paramétrisation multi-résolution utilisées dans les deux cas d'optimisations avec contraintes supplémentaires.

5.2.2.2 Résultats des optimisations avec contraintes

Les profils résultants et les distributions de coefficient de pression des deux cas d'optimisation avec contraintes sont illustrés aux figures 5.11, 5.12, 5.14 et 5.15 respectivement. Le tableau 5.3 résume les différents résultats obtenus pour les deux cas traités. Comme pour la section précédente lors des optimisations pour un design préliminaire, les meilleurs résultats de cas tests identiques obtenus avec les paramétrisations courantes, ont été prélevés afin d'obtenir de bons éléments comparatifs. Les meilleurs résultats dans les deux cas sont obtenus à l'aide du programme commercial de paramétrisation qui utilise des fonctions de forme. Par ailleurs il faut préciser que le nombre de variables de design utilisé dans les deux cas est du même ordre, car l'on se retrouve avec 15 paramètres avec la méthode multi-résolution et 13 paramètres pour ce qui est de la paramétrisation utilisant les fonctions de forme. On peut donc préciser ici que le nombre d'itérations nécessaires aux 4 optimisations est comparable (de l'ordre de la centaine) et n'est donc pas un facteur important dans ces cas tests particuliers.

TAB. 5.3 Résumé des cas test de l'optimisation avec contraintes.

Case	Méthode	Nb Var.	Coeff. traînée
Géom. contrainte	Design amélioré (niveaux combinés)	13 + 2	0.00929
Géom. contrainte	Design précédent (fonct. de forme)	13	0.00935
Cp contraint	Design amélioré (niveaux combinés)	13 + 2	0.00931
Cp contraint	Design précédent (fonct. de forme)	13	0.00939

Les deux premières lignes présentent les résultats obtenus pour le cas de la géométrie contrainte. Comme on peut le voir sur le tableau, le profil correspondant à l'optimum obtenu avec la nouvelle méthode aux niveaux combinés présente une meilleure réduction du coefficient de traînée, qui se situe à $C_D = 0.00929$ comparé au coefficient de traînée obtenu précédemment de $C_D = 0.00935$. Ce résultat vient de l'avantage de notre approche pour les cas spécifiques d'optimisations contraintes, qui est le contrôle direct et précis de l'épaisseur de la géométrie du profil. Tous les profils résultants satisfont les contraintes imposées et aucun d'eux n'est rejeté durant l'optimisation, ce qui augmente grandement la qualité de la recherche d'optimum. Un autre aspect important de cette méthode est la possibilité de générer des profils valides qui permettent de s'approcher aussi près de la limite permise par la contrainte sans la dépasser, ce qui permet également d'améliorer la fonction coût. Il ne faut pas oublier les avantages déjà décrits précédemment comme le contrôle global qui permet de sortir de possibles optima locaux, couplé au raffinement précis qui permet d'aller chercher le meilleur résultat sur de petits détails. Le profil obtenu lors de ce cas d'optimisation avec contrainte géométrique, exposé à la figure 5.11, illustre les modifications apportées. On remarque en premier lieu une réduction importante de l'épaisseur proche du bord de fuite, qui provient de l'imposition de la contrainte à la section $x/c = 0.9$. Par ailleurs, le changement de courbure proche du bord d'attaque entraîne une absorption de l'onde de choc, comme on peut le remarquer à la figure 5.12.

L'historique de la convergence de l'optimisation pour le cas de la géométrie contrainte

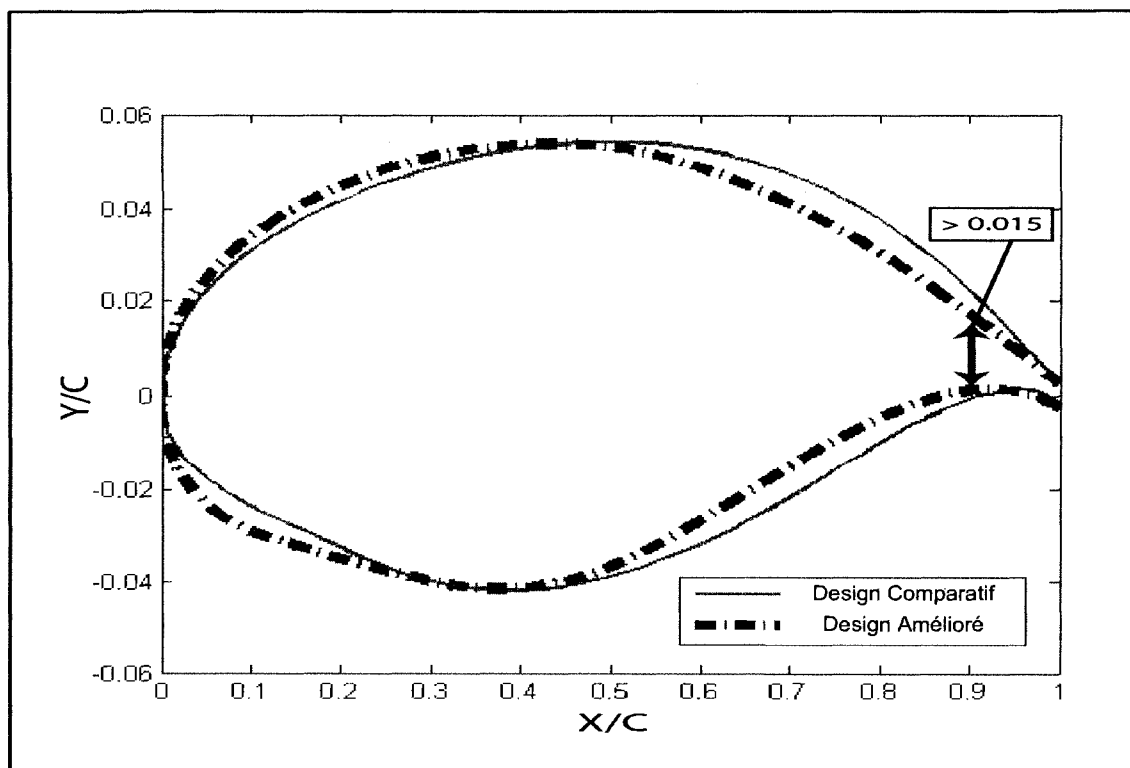


FIG. 5.11 Design amélioré obtenu à l'aide de la méthode à niveaux combinés et le design comparatif précédent pour le cas de la géométrie contrainte.

est présenté à la figure 5.13.

Les deux dernières lignes du tableau 5.3 présentent les résultats obtenus lors du deuxième cas, où la distribution des coefficients de pression, en plus de la géométrie, est contrainte. Le design optimal trouvé à l'aide de la méthode à niveaux combinés est de meilleure qualité, avec un coefficient de traînée de 0.00931, que ceux obtenus précédemment à l'aide de la méthode des facteurs de forme, le meilleur ayant un coefficient de traînée de 0.00939. Ceci est encore attribué à la possibilité de frôler la limite imposée, et ainsi de générer des profils valides durant le processus complet. Une observation importante peut être faite dans ce cas précis : même si la paramétrisation à niveaux combinés n'a pas d'influence directe sur la courbe représentant les coefficients de pression, la modification de la cambrure du profil affecte la courbe des C_p . Cela permet en outre d'obtenir

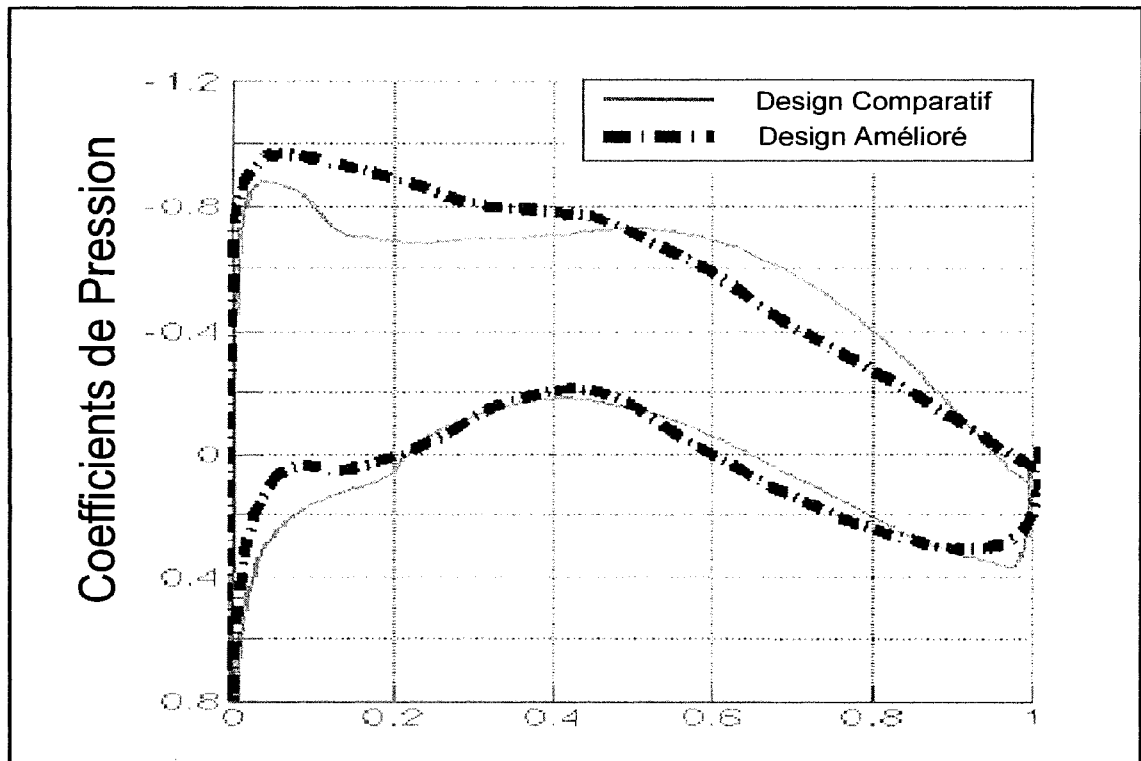


FIG. 5.12 Distribution des coefficient de pression pour le cas de la géométrie contrainte.

un contrôle qualitatif sur la courbe de C_p résultante.

Le profil obtenu lors de ce cas d'optimisation avec contrainte sur la distribution des C_p , exposé à la figure 5.14, illustre les constatations énoncées précédemment. On remarque en premier lieu une réduction importante de l'épaisseur proche du bord de fuite, qui provient encore de l'imposition de la contrainte à la section $x/c = 0.9$. Mais plus important encore, on remarque l'augmentation de la cambrure dans cette même portion du profil, ainsi qu'une légère diminution de la cambrure proche du bord d'attaque. On peut observer l'influence de la modification de la cambrure proche du bord de fuite sur la courbe des C_p à la figure 5.15. L'épaisseur de la courbe des C_p à la section $x/c = 0.75$ est maintenue proche de la limite permise de 0.4, tout en respectant la contrainte explicite. L'historique de la convergence de l'optimisation pour le cas de la géométrie contrainte est présenté à la figure 5.16. On remarque que l'optimiseur a rejeté certains designs, qui

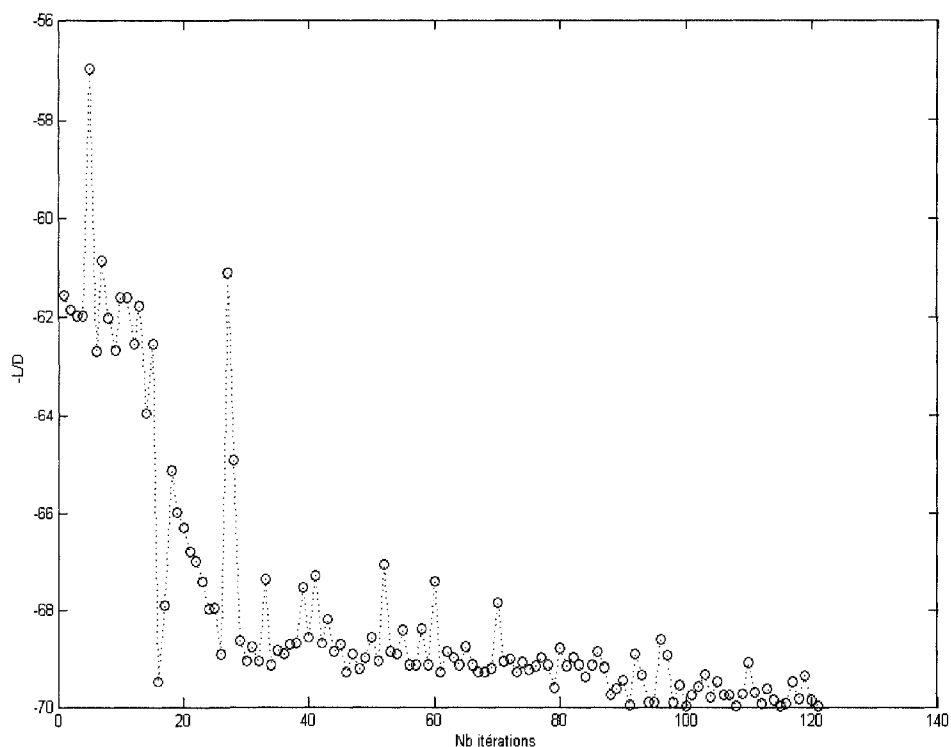


FIG. 5.13 Historique de la convergence de l'optimisation pour le cas de la géométrie contrainte.

correspondent aux géométries ne respectant pas la contrainte imposée sur la courbe des C_p .

5.3 Observations de l'analyse aérodynamique

Trois importantes observations ont découlées de cette analyse détaillée ainsi que de l'étude du design préliminaire décrite aux sections précédentes :

- Dans tous les cas d'optimisation aérodynamique, un optimum amélioré ou équivalent a été trouvé lorsque l'on compare aux résultats obtenus avec une paramétrisation à

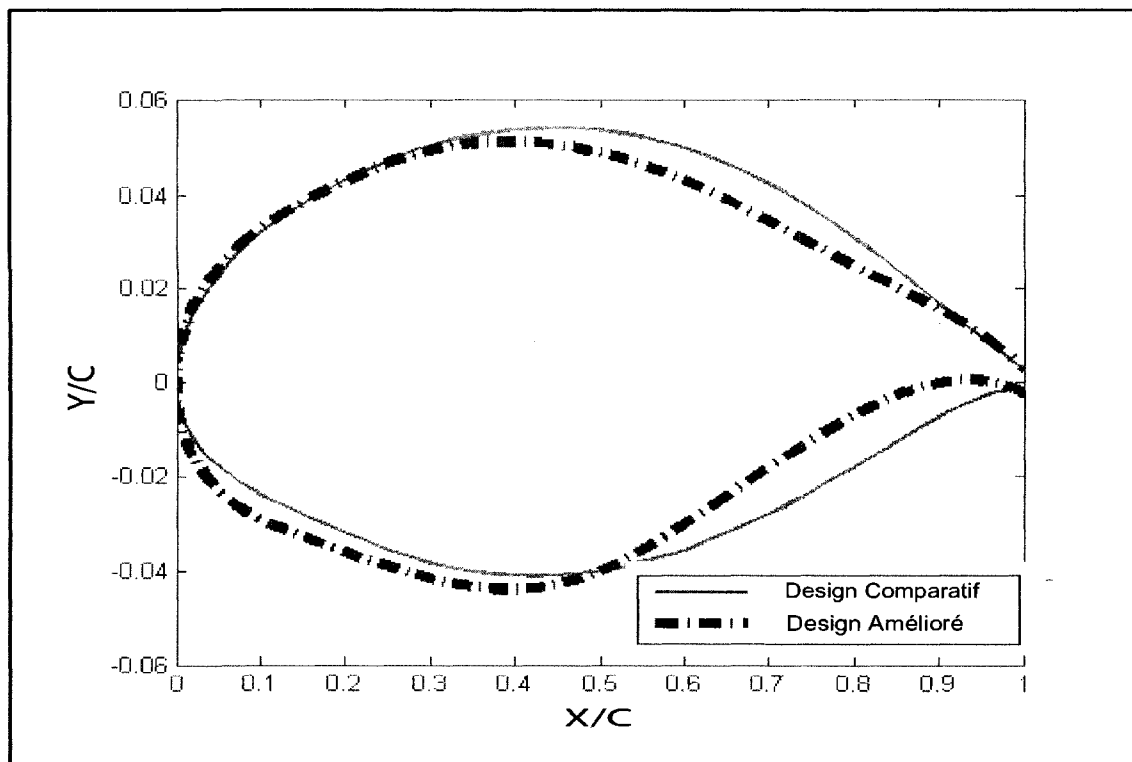


FIG. 5.14 Design amélioré obtenu à l'aide de la méthode à niveaux combinés et le design comparatif précédent pour le cas de la courbe C_p contrainte.

l'aide de courbes B-splines ou avec l'approche utilisant les fonctions de forme.

- Quand un optimum équivalent a été trouvé, le nombre d'itérations peut être drastiquement réduit lorsque l'on compare aux deux autres méthodes.
- Les optimisations à niveaux combinés convergent dans tous les cas spécifiques où les méthodes classiques d'interpolation B-spline n'ont pas réussi. Ceci est principalement attribué à l'accès aux niveaux de résolutions plus faible et aux modifications globales lorsque l'on réalise des optimisations pour des designs de qualité dans le cas spécifique où le profil initial est de mauvaise qualité.

On peut donc à la suite de ces analyses conclure que cette nouvelle technique de paramétrisation couplée à différentes méthodes de génération de profil pour les besoins d'optimisations aérodynamiques permettent de réaliser des designs de qualité même lorsque

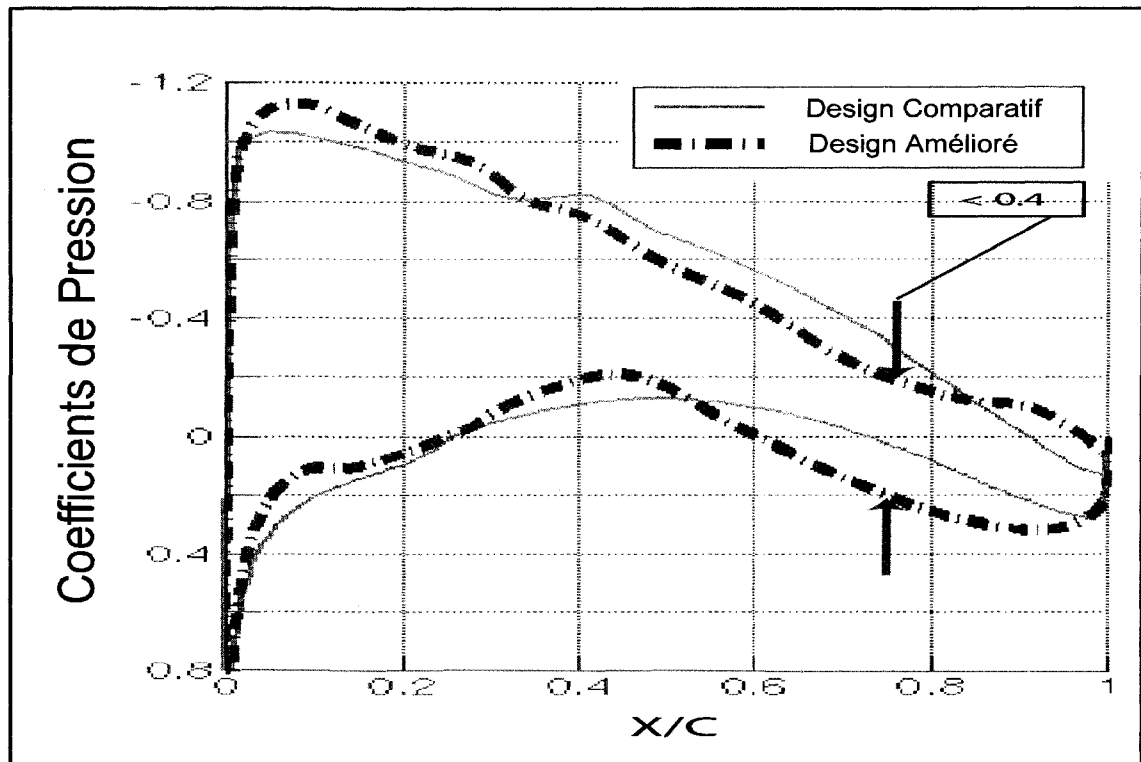


FIG. 5.15 Distribution des coefficient de pression pour le cas de la courbe C_p contrainte.

soumis à diverses contraintes, ou de réaliser des analyses préliminaires afin d'obtenir des profils initiaux de qualité.

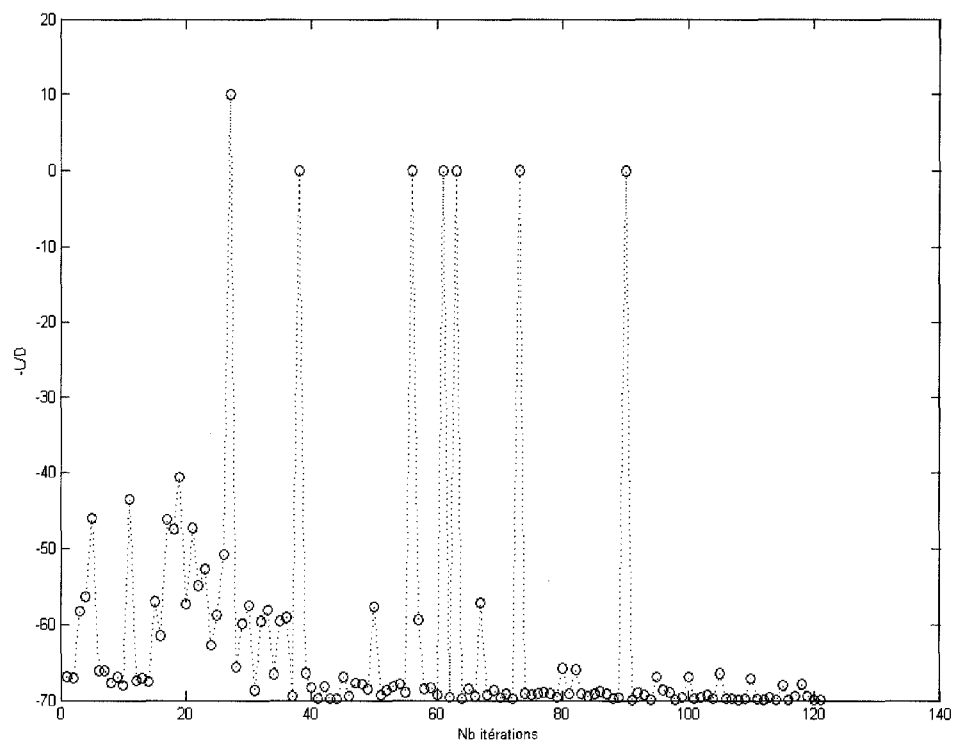


FIG. 5.16 Historique de la convergence de l'optimisation pour le cas de la courbe C_p contrainte.

CONCLUSION

Le cadre de travail combinant l'édition de courbes multi-résolution et l'imposition de contraintes a été intégré avec succès et est entièrement opérationnel.

Les définitions multi-résolution de contraintes telles l'épaisseur et la cambrure sont exposées lors de transitions entre divers niveaux de précision différente. Ces contraintes, épaisseur et cambrure, peuvent ainsi être imposées sur un profil tout en maintenant une courbe lisse. Les différents processus de génération de profil, le processus à niveau simple ou à niveaux combinés, ont été décrit en détails, et apportent une plus grande flexibilité en terme de différentes opportunités d'usage pour divers types d'optimisation. Différents cas tests d'optimisation géométrique et aérodynamique en régime transsonique ont été réalisés et ont permis d'établir une analyse détaillée des avantages de cette nouvelle méthode.

Une première constatation découlant des deux types d'optimisations permet de démontrer la robustesse de cette paramétrisation : grâce à l'accès aux modifications globales cette dernière en ressort grandement améliorée.

D'autre part la flexibilité de la paramétrisation étant définie par le plus haut niveau de résolution, permet une grande liberté d'usage dans le choix de la précision voulue. En effet, par le biais de la méthode aux niveaux combinés, on peut ainsi profiter d'une grande flexibilité tout en maintenant une certaine robustesse dans la recherche d'optimum.

D'autre part, le choix de variables de design par l'imposition de contraintes telles l'épaisseur et la cambrure, qui sont globalement déterminées, permettent de réduire de façon significative le nombre d'itérations nécessaires à l'obtention d'un optimum de qualité.

Ces résultats sont obtenus à la suite d'optimisations géométrique et aérodynamique et permettent ainsi d'orienter l'emploi de cette méthode pour les cas de designs préliminaire, dans les cas exclusifs où très peu de paramètres globaux sont employés. On peut donc à moindres coûts obtenir des profils de qualité issus d'optimisations aérodyna-

mique, tout en améliorant les transitions entre diverses disciplines telle que structurelle et aérodynamique. Un tel avantage est de taille : les contraintes structurelles, représentant par exemple les longerons, que l'on peut appliquer sont aussi d'un autre côté des variables de design importantes lors d'analyses aérodynamiques, comme l'épaisseur.

Par ailleurs l'efficacité de l'approche à niveaux combinés pour des cas de design de meilleur qualité a été démontrée, en terme de flexibilité de robustesse et d'agrandissement de l'espace de recherche. De nouveaux profils améliorés sont trouvés dans des cas réels d'optimisation aérodynamique en régime transsonique, ce qui ajoute de la valeur à cette nouvelle méthodologie.

Discussions et travaux futurs

Certaines améliorations sont toutefois à prévoir aux différentes étapes de la méthode.

– Lors de l'imposition des contraintes.

Une sélection plus automatisée des paramètres lors du choix du niveau de résolution et plus précisément du nombre de points de contrôle à utiliser en fonction du nombre de contraintes. D'autre part, une automatisation de la sélection des positions des contraintes sur le profil à des endroits stratégiques serait nécessaire afin de pouvoir profiter d'une flexibilité maximale.

– Choix de contraintes supplémentaires.

Il serait avantageux de bénéficier d'une librairie de contraintes que l'on pourrait choisir d'activer au besoin telles l'épaisseur et la cambrure. Des contraintes simples telles que l'imposition d'un point forcé sur la courbe, ou d'autres contraintes prenant en compte les dérivées premières des B-spline telles que l'angle inclus et de l'angle moyen au bord de fuite. On pourrait par exemple reproduire les 11 paramètres géomé-

triques de la paramétrisation de Sobieczky (1998), afin d'obtenir une librairie intuitive de variables à utiliser ou de contraintes à imposer pour une meilleure transition entre plusieurs disciplines.

– *Utilisation plus intuitive.*

Une initiative intéressante pourrait être de créer une interface graphique beaucoup plus intuitive afin de faciliter la réalisation de calculs d'optimisation et de pouvoir faire une sélection des variables et des contraintes plus facilement maniable.

BIBLIOGRAPHIE

- Carpentieri, G., Tooren van, M. J. L., Kelly, M., & Cooper, R. K. (2005). Airfoil optimization using an analytical shape parameterization. *1st International Conference on Innovation and Integration in Aerospace Sciences, Belfast, Northern Ireland*, CEIAT Paper 2005–0073.
- Cosentino, G. B. & Holst, T. L. (1986). Numerical optimization design of advanced transonic wing configurations. *Journal of aircraft*, 23(3), 192–199.
- Désidéri, J.-A., Duvigneau, R., Abou El Majd, B., & Tang, Z. (2007). Algorithms for efficient shape optimization in aerodynamics and coupled disciplines. *42nd AAAF Congress of Applied Aerodynamics, Sophia-Antipolis, France*.
- Désidéri, J.-A. & Janka, A. (2003). Hierarchical parameterization for multilevel evolutionary shape optimization with application to aerodynamics. *International Congress on Evolutionary Shape Optimization and Control with Applications to Industrial Problems, EUROGEN*.
- Elber, G. & Gotsman, C. (1995). Multiresolution control for nonuniform b-spline curve editing. *3rd Pacific Graphics Conference on Computer Graphics and Applications, Seoul, Korea*, (pp. 267–278).
- iSIGHT (2004). *Version 9, Engineous Software*. Tiré de <http://www.engineous.com>.
- Lépine, J., Guibault, F., Trépanier, J.-Y., & Pépin, F. (2001). Optimized nonuniform rational b-spline geometrical representation for aerodynamic design of wings. *AIAA Journal*, 39(11).
- Lépine, J., Trépanier, J.-Y., & Pépin, F. (2000). Wing aerodynamic design using an opti-

- mized nurbs geometrical representation. *38th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV*, AIAA-2000-0669.
- Marier, S. (2005). Modélisation géométrique d'ailes d'avion pour l'optimisation multidisciplinaire. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- Matlab (2004). *Version 7, Matlab Help Documentation, Optimization toolbox*.
- Nemec, M. & Zingg, D. W. (2002). Multi-point and multi-objective aerodynamic shape optimization. *9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Atlanta, GA*, AIAA-2002-5548.
- Piegl, L. & Tiller, W. (1995). *The NURBS Book*. Springer-Verlag.
- Robinson, G. M. & Keane, A. J. (2001). Concise orthogonal representation of supercritical airfoils. *Journal of Aircraft*, 38(3), 580–583.
- Samareh, J. (2001). Survey of shape parameterization techniques for high-fidelity multidisciplinary shape optimization. *AIAA Journal*, 39(5), 877–884.
- Sobieczky, H. (1998). Parametric airfoils and wings. *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, 68, 71–88.
- Zhu, Z., Laurendeau, E., & Mokhtarian, F. (2000). Cell-centered and cell-vertex algorithm for complex flow configurations. *8th Annual Conference of the CFD Society of Canada, Montréal*.

ANNEXE I

RAPPEL : COURBES B-SPLINES

I.1 Définition

D'un point de vue mathématique, une courbe générée par un ensemble de points de contrôle est obligatoirement dépendante d'une certaine forme d'interpolation ou d'un plan d'approximation. Ce plan est fourni par le choix des fonctions de base et dans notre cas, celles correspondant aux B-splines furent choisies. La base B-spline inclut la base de Bernstein en tant que cas spécial. Ces dernières produisent des courbes de Bézier, qui sont cependant limitées par leur manque de flexibilité et de localité. On leur préfère donc la base B-spline qui est généralement non-globale. Cette propriété provient du fait que chaque point de contrôle P_i est associé à une unique fonction de support de base. Donc chaque point de contrôle affecte la forme de la courbe seulement sur une portion de la valeur des paramètres où les fonctions de base sont non-nulles. La base B-spline permet également de changer l'ordre des fonctions de base, et de ce fait de changer le degré de la courbe résultante, sans avoir à changer le nombre de points de contrôle. La théorie concernant les B-splines a été en premier lieu suggéré par Schoenberg, et une définition récursive pour le calcul numérique a été indépendamment découverte par Cox et de Boor. Riesenfeld et Gordon ont ensuite appliqués les définitions précédentes sur la base B-spline à la définition de courbe.

Soit $C(t)$ le vecteur position suivant la courbe en fonction de t , une courbe B-spline d'ordre k est définie par :

$$C(t) = \sum_{i=1}^{n+1} P_i N_{i,k}(t) \quad t_{min} \leq t < t_{max}, \quad 2 \leq k \leq n+1 \quad (\text{I.1})$$

où les P_i sont les vecteurs positions des $n + 1$ points de contrôles et les $N_{i,k}$ sont les fonctions normalisées de base B-spline. Pour la i_{me} fonction de base normalisée B-spline d'ordre k (ou de degré $k-1$), la fonction de base $N_{i,k}$ est définie par les fonctions récur-sives de Cox-de Boor, et plus spécialement :

$$N_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & x_i \leq t < x_{i+1} \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

et

$$N_{i,k}(t) = \frac{(t - x_i)N_{i,k-1}(t)}{x_{i+k-1} - x_i} + \frac{(x_{i+k} - t)N_{i+1,k-1}(t)}{x_{i+k} - x_{i+1}}. \quad (I.2)$$

Les valeurs des x_i sont les éléments d'un vecteur nodal qui satisfait la relation $x_i \leq x_{i+1}$. Le paramètre t varie de t_{min} à t_{max} sur la courbe $P(t)$. Formellement, une courbe B-spline est définie comme une fonction spline polynômiale d'ordre k (ou de degré $k-1$) car elle satisfait ces deux conditions :

- $P(t)$ est un polynôme de degré $k-1$ sur chaque intervalle $x_i \leq t < x_{i+1}$, et
- $P(t)$ et ses dérivées d'ordre $1, 2, \dots, k-2$ sont continues sur tout l'intervalle.

On peut voir à partir des équations I.1 et I.2 que le choix du vecteur nodal revêt une importance majeure sur les fonctions de bases B-spline et donc sur la courbe B-spline résultante. La forme des fonctions de bases $N_{i,k}$ est entièrement déterminée par l'espace relatif entre les nœuds $(t_0, t_1, \dots, t_{n+k})$. La seule caractéristique requise du vecteur nodal est qu'il doit être forme d'une suite de nombre réels monotone croissante, i.e. $x_i \leq x_{i+1}$. Les éléments d'un vecteur nodal uniforme ont une différence constante entre deux éléments successifs du vecteur. Par exemple : $[0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$ ou $[-.2 \ 0.1 \ 0 \ 0.1 \ 0.2]$. De manière pratique, les vecteurs nodaux commencent normalement à zéro et augmentent de 1 à chaque élément jusqu'à la valeur maximale. On peut aussi normaliser les éléments afin que les vecteurs commencent à 0 et finissent à 1. Pour un ordre donné, les vecteurs nodaux périodiques uniformes possèdent des fonctions de bases périodiques uniformes

pour lesquelles :

$$N_{i,k}(t) = N_{i-1,k}(t-1) = N_{i+1,k}(t+1) \quad (\text{I.3})$$

Chaque fonction de base est donc équivalente, à une translation près. Un vecteur nodal ouvert uniforme possède une multiplicité des valeurs nodales égale à l'ordre k de la fonction de base B-spline à chaque extrémité. Les valeurs intermédiaires sont séparées par une valeur constante. Quelques exemples sont donnés pour :

$k = 2 \rightarrow [0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 4]$,

$k = 3 \rightarrow [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 3 \ 3]$.

Les éléments d'un vecteur nodal uniformément ouvert sont donnés par les équations suivantes :

$$x_i = 0 \quad 1 \leq i \leq k \quad (\text{I.4})$$

$$x_i = i - k \quad k + 1 \leq i \leq n + 1 \quad (\text{I.5})$$

$$x_i = n - k + 2 \quad n + 2 \leq i \leq n + k + 1 \quad (\text{I.6})$$

Un vecteur nodal non-uniforme a soit une différence non-constante entre ses éléments ou une répétition de ses éléments intermédiaires. Ces vecteurs peuvent être soit ouvert ou périodique. Quelques exemples sont donnés pour :

un vecteur nodal ouvert $[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2]$

un vecteur nodal périodique $[0 \ 0.28 \ 0.5 \ 0.72 \ 1]$.

En raison de la flexibilité des fonctions de base B-spline et de leur courbes B-splines correspondantes, différents moyens peuvent être utilisés pour modifier une courbe B-spline :

- En changeant le type de vecteur nodal et donc de fonctions de base : périodique uniforme, ouvert uniforme ou non-uniforme,
- En changeant l'ordre des fonctions de bases,
- En changeant le nombre et les positions des points de contrôle.

Dans ce mémoire seulement les courbes B-splines d'ordre 3 seront utilisées, avec des vecteurs nodaux de type ouvert uniforme. Les courbes B-splines seront la base de la méthode de décomposition multi-résolution, et de l'application des contraintes.

I.2 Propriétés des courbes B-splines

Parce que chaque courbe B-spline est définie par la base B-spline, plusieurs propriétés sont immédiatement connues :

- La somme des fonctions de base B-spline pour toute valeur de t est normalisée.

$$\sum_{i=1}^{n+1} N_{i,k}(t) = 1 \quad (\text{I.7})$$

- Toutes les fonctions de bases sont positives ou égales à zéro pour tous les valeurs des paramètres.
- Chaque fonction de base, sauf pour $k = 1$, possède uniquement un maximum.
- L'ordre maximal de la courbe égale le nombre de points de contrôle.
- La courbe est incluse dans l'enveloppe convexe définie par le polygone de contrôle.
- Les propriétés de l'enveloppe convexe des courbes B-splines sont plus fortes que celles des courbes Bézier. Pour une courbe B-spline d'ordre k (ou degré $k-1$), un point sur la courbe se situe dans l'enveloppe convexe fait de k points voisins. Donc tous les points sur la courbe B-spline doivent se trouver dans l'union de toutes les enveloppes convexes formés en prenant k points de contrôle successifs.
- Les fonctions ouvertes uniformes de base résultantes donnent des courbes qui ont les mêmes caractéristiques que les courbes Bézier. Quand le nombre de points de contrôle est égal à l'ordre de la base B-spline et qu'un vecteur nodal uniforme ouvert est utilisé, la base B-spline se résume à la base Bernstein. Alors les courbes B-splines sont aussi des courbes Bézier. Pour ce cas, le vecteur nodal possède uniquement k zéros et k uns.

Par exemple, un vecteur nodal ouvert uniforme ayant quatre points de contrôle est [0 0 0 1 1 1 1].

- L'équation Cox-de Boor utilisée pour trouver les fonctions de base B-spline étant réursive, une fonction de base d'ordre k dépend obligatoirement des fonctions d'ordre inférieur. La dépendance d'une fonction de base donnée $N_{i,k}$ forme une structure triangulaire.

ANNEXE II

RAPPEL : PROCESSUS D'OPTIMISATION

II.1 Formulation du problème

Notre intérêt pour la paramétrisation d'ailes d'avion est centré principalement sur l'optimisation aérodynamique ou multi-disciplinaire. De plus, le coeur même de la nouvelle paramétrisation multi-résolution présentée dans ce mémoire se compose d'optimisations successives. Dans ce contexte, cette section sera dédiée à la définition et l'approfondissement du processus d'optimisation en général.

D'un point de vue mathématique, le terme optimisation réfère à l'étude des problèmes pour lesquels on recherche à minimiser ou maximiser une fonction réelle en choisissant systématiquement des valeurs réelles ou entières d'un ensemble donné. Ce problème peut être représenté de cette façon :

Étant donné : une fonction $f : A \mapsto \mathbf{R}$ d'un ensemble A dans l'ensemble des nombres réels,

On recherche : un élément x_0 de A tel que $f(x_0) \geq f(x)$ pour tous les x en A ("maximisation") ou tel que $f(x_0) \leq f(x)$ pour tous les x en A ("minimisation").

Étant donné que la maximisation de f est équivalente à la minimisation de $-f$, une méthode pour trouver le minimum (ou le maximum) suffit à résoudre le problème d'optimisation. Il arrive fréquemment que A soit un sous-ensemble donné de l'espace euclidien $\mathbf{R}^n$, souvent spécifié par un ensemble de contraintes, des égalités ou des inégalités que les éléments de A doivent satisfaire. Les éléments de A sont appelés les solutions admissibles et la fonction f est appelée la fonction objectif. Une solution possible qui maximise (ou minimise, si c'est le but) la fonction objectif est appelée une solution optimale. Un minimum local x^* est défini comme un point tel qu'il existe un voisinage V de x^* tel

que pour tout $x \in V$, $f(x) \geq f(x^*)$; c'est-à-dire que dans un voisinage de x^* toutes les valeurs de la fonction sont plus grandes que la valeur en ce point. Lorsque A est un sous-ensemble de $\mathbf{R}^n$, ou plus généralement un espace vectoriel normé, cela s'écrit : pour un $\delta > 0$ donné et tous les x tels que $\|x - x^*\| \leq \delta$ on a $f(x) \geq f(x^*)$. Les maximums locaux sont définis semblablement. Les problèmes d'optimisation sont souvent exprimés avec une notation spéciale sous la forme de :

$$\min_{x \in \mathbf{R}} f(x). \quad (\text{II.1})$$

Les techniques pour résoudre les problèmes mathématiques dépendent de la nature de la fonction objectif de l'ensemble contraint. Les sous-domaines majeurs suivants existent :

- la programmation linéaire étudie les cas où la frontière de l'ensemble A et la fonction objectif sont linéaires.
- la programmation quadratique permet à la fonction objectif d'avoir des termes quadratiques, tout en conservant une description de l'ensemble A à partir d'égalités/inégalités linéaires.
- la programmation non-linéaire étudie le cas général dans lequel l'objectif ou les contraintes (ou les deux) contiennent des parties non-linéaires.

II.2 Interpolation par la technique des moindres carrés

Une des techniques d'optimisation employée dans le cadre de l'étude à la base de ce mémoire est la méthode d'interpolation par les moindres carrés. La technique des moindres carrés est une méthode de régression linéaire qui détermine les valeurs de variables dans un modèle statistique en minimisant la somme des résidus au carré. L'objectif de la technique consiste à modifier une fonction donnée afin de mieux tendre vers une série de données expérimentales. La fonction modèle choisie possède des paramètres variables.

Les données consistent en n points $(y_i, \vec{x}_i)$ pour $i = 1, 2, \dots, n$. La fonction est de la forme suivante, $y = f(\vec{a}, \vec{x})$ ou y est la variable dépendante, $\vec{x}$ sont les variables indépendantes et $\vec{a}$ sont les paramètres de la fonction à varier. La méthode des moindres carrés consiste à minimiser l'équation de la somme des carrés des erreurs :

$$S = \sum (y_i - f(\vec{x}_i, \vec{a}))^2 \quad (\text{II.2})$$

En variant les paramètres $\vec{a}$.

Les régressions des moindres carrés peuvent être divisées en deux différents types de problèmes : linéaire et non-linéaire. Une optimisation consiste en une régression linéaire si les dérivées partielles du premier ordre de S par rapport aux paramètres $\vec{a}$ donnent un ensemble d'équations qui sont linéaires par rapport aux paramètres variables. Tandis qu'en général, les régressions dites non linéaires sans contraintes nécessitent des méthodes récursives comme la méthode de Newton combinée à des méthodes à gradient comme les algorithmes de Gauss-Newton ou de Levenberg-Marquardt.

C'est ce dernier cas qui est utilisé dans le cadre de la méthode de décomposition multi-résolution qui est présenté à la section suivante.